A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
HEVESI GYULA

XV. KÖTET 1—4. SZÁM

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

VI. OSZT. KÖZL.

A
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
HEVESI GYULA

XV. KÖTET 1—4. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST, V., SZÉCHENYI RAKPART 3.
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenkint általában egy kötet jelenik meg.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest, V., Széchenyi rakpart 3.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt száz különlenyomat illet meg megjelent munkájáért. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a kéziratok megőrzéséért, vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest, V., Alkotmány utca 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-46), külföldi megrendelések a »Kultúra« Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest, VI., Sztálin út 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az

Acta Technica

című idegennyelvű folyóirat.

E lap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolmácsolni. A cikkek orosz, német, angol vagy francia nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. Cikkeket magyar, vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell küldeni:

Acta Technica szerkesztősége, Budapest, V., Széchenyi rakpart 3.

VÍZTÁROLÓ MEDENCÉK KISMINTÁIN VÉGZETT KÍSÉRLETI MEGHATÁROZÁSOK

KÖVESI ANTAL,
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1952. július 10-én]

Az Agrártudományi Egyetem erdőmérnöki karának 1950. Évkönyvében »Változó keresztmetszetű tárolómedencék függőleges oldalfalán kiáramló víz kifolyási és kiürülési időtartama hozzáfolyás mellett« című tanulmányomban exakt számításokkal és grafikus integrálással állapítottam meg a kifolyási időtartamok értékét és a levezetett eredmények helyességéről kísérleti meghatározással kívántam meggyőződést szerezni.

Azokon a kismintákon végzett kísérletek, melyeket *Horváth* István egyetemi főművezető kartárssal együtt készítettünk el, teljes mértékben igazolták számításaim eredményességét.

Engels professzor már 1898-ban rendezte be az első vízépítési laboratóriumot, azóta a világ minden táján egy-egy műszaki egyetemmel kapcsolatban létesültek kísérleti kutató intézmények. A Szovjetunióban éppen a természetátalakító hatalmas vízgazdálkodási terveikkel kapcsolatban már 40-en felüli a száma e korszerűen berendezett intézményeknek, de azonkívül számos hidraulikai tanszéken végeznek egyszerűbb részletkísérleteket.

Mind az állandó, mind a változó szelvényű tározó medencéken végzett számításaimat a grafikus integrálási módszerekkel ellenőriztem, melyek lehetővé teszik gyakran elméletileg megoldhatatlannak látszó problémákat, a gyakorlati céloknak megfelelően jó megközelítéssel csupán szerkesztéssel megoldani, amikor is igen kis elemi részek mellőzésével reális, használható eredményekhez jutunk.

Ismeretes, hogy a prizmatikus és állandó szelvényű víztároló medencék függőleges oldalfalán (gátnyílásokon) kiáramló víz kifolyási t időtartamát, különböző Q_1 utánfolyások esetében az alábbi egyenlet adja meg:

$$t = \frac{2F_0}{\mu F\sqrt{2g}}\left[\sqrt{h_0} - \sqrt{h_t} + \frac{Q_1}{\mu F\sqrt{2g}} l_n \frac{\mu F\sqrt{2gh_0} - Q_1}{\mu F\sqrt{2gh_t} - Q_1}\right] \tag{1}$$

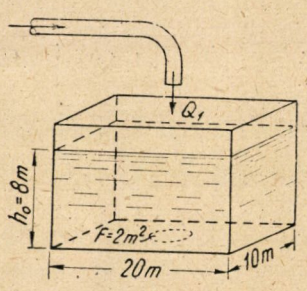
melyben h_0 a vízszint kezdeti magassága, h_t bizonyos t időpontban, F_0 a szint területe és F a kifolyási nyílás szelvénye, μ a kifolyási tényező. Ha azon h_e

magasságot keressük, melynél a stacionér állapot bekövetkezik, úgy az (1) számú egyenlet végtelen értéket ad,

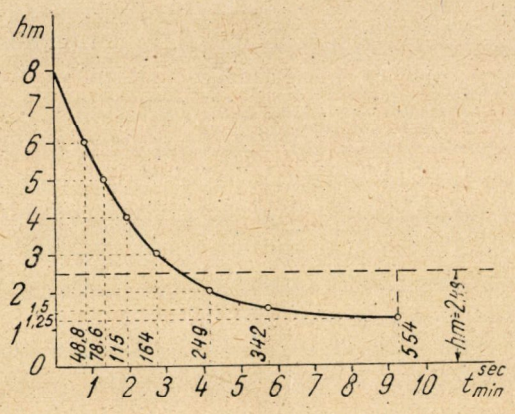
mert: $Q_1 = \mu F \sqrt{2g}\ h_e^{1/2}$ és így az utolsó tag nevezője 0-val egyenlő. A h_e értéke kiszámítható:

$$h_e = \left(\frac{Q_1}{\mu F \sqrt{2g}}\right)^2. \tag{2}$$

Amikor azonban a vízszint magassága csak csekély mértékben nagyobb, mint h_e, akkor t értéke végessé lesz.



1a. ábra



1b. ábra

1. *példa:* Az 1a. ábrán felvett adatok: $F_0 = 200\ m^2$; $F = 2\ m^2$, $h_0 = 8\ m$; $\mu = 0{,}61$ és $Q_1 = 6\ m^3/sec$, akkor a kiegyenlítő magasság:

$$h_e = \frac{36}{(0{,}61 \cdot 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81})^2} = 1{,}233\ m.$$

Ezután kiszámíthatók azok az időtartamok az (1) számú egyenletből, míg a víz nívója lesüllyedt 8 méterről 6, 5, 4, 3, 2, 1,5 és 1,25 méterre.

$$t_6^s = 48{,}8''\ ;\ t_5^s = 78{,}6''\ ;\ t_4^s = 115''\ ;\ t_3^s = 164'\ ;\ t_{2,5}^s = 204{,}8''\ ;\ t_2^s = 249''\ ;$$
$$t_{1,5}^s = 342''\ ;\ t_{1,25}^s = 554'' \tag{3}$$

További számításoknál, míg a víznívó 1,24—1,235 méterre süllyed, az időtartam rohamosan növekszik és 1,233 m mellett végtelen nagy értéket ad.

Az integrál-görbe megszerkesztése céljából felraktam a (3) alatti adatok alapján a megfelelő értékeket és így a: $h = f(t)$ görbe alakja az egész folyamatról tájékozást nyújt (1b. ábra) a: $h = f(t)$ görbe és a koordináta rendszer által bezárt terület planimetrálva és négyszöggé átalakítva azt a $h_k = 2{,}48$ magasságot adja, melynél 554'' alatt ugyanannyi vízmennyiség folyik át a stacionér áramlás esetében, mint változó vízszintek mellett Q_1 hozzáfolyásnál. $\sqrt{2g} = 4{,}43$; tehát a jelzett időtartamnál az összes kifolyó Q_1 mennyiség kiszámítható:

$$Q_1 = \mu F \sqrt{2gh_k} \cdot\ 554 = 0{,}61 \cdot 2 \cdot 4{,}93 \cdot \sqrt{2{,}48} \cdot 554 = 4678\ m^3 \tag{4}$$

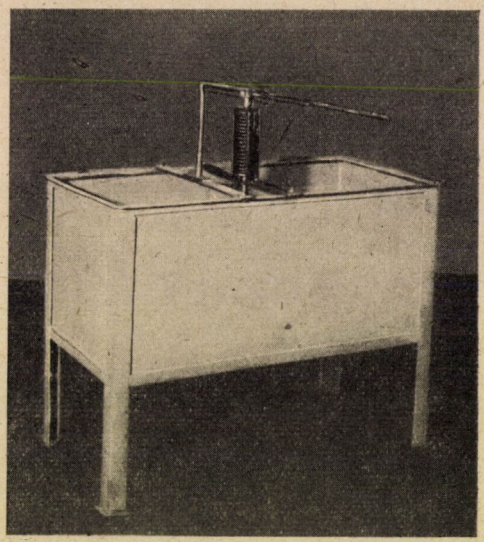
De ezen eredményt ellenőrizni igen könnyű feladat, ha a megszerkesztett diagrammból leolvassuk a h_k-hoz tartozó időpontot. Ugyanis a : Q_I vízmennyiség két részből áll. Q' az a vízmennyiség, amennyivel kevesebb lesz a víztároló köbtartalma 554″ alatt és Q'' azt a vízmennyiséget jelenti, amely ugyanezen idő alatt utána folyik. Tehát

$$Q_I = Q' + Q'' \tag{5}$$

és így : $Q_I = F_0 (h_0 - h_{1,25}) + Q_1 \cdot 554 = 200 \ (8 - 1{,}25) + 6 \cdot 554 = 4674 \ \text{m}^3$ (5a)

Az eltérés a (4) és (5a) szerint igen kicsiny.

Az eredmények teljesen megfelelők voltak az alábbi kismintakísérleteknél. Elsősorban ezeket az értékeket kívántam kísérletileg a 2a. ábrán látható



2a. ábra

víztároló medence modellben igazolni, amelynél a kifolyási nyílás vízszintes helyzetű volt és pontosan becsiszolt szeleppel volt ellátva. Azután tértem át a 2b. ábrán látható változó szelvényű víztározó kismintán való kísérletekre, melynél a kifolyó nyílás függőleges volt. Ez utóbbi esetben az elméleti kiszámítás a valódi felvett medencén lényegesen komplikáltabbá vált.

E helyen csak az utóbbi eset végleges egyenleteit közlöm, míg a teljes levezetés megtalálható a »Mitteilungen der Berg- und Hüttenmännischen Abteilung, Sopron« 1947 évfolyamában megjelent közleményemben »Ausfluss und Entleerungszeit der Flüssigkeiten aus Behältern« cím alatt.

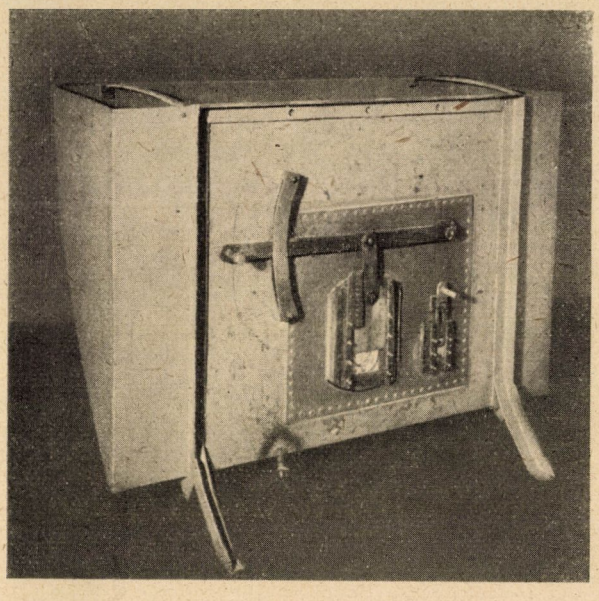
A kifolyási időtartam T két részből állott.

T_1 idő alatt süllyed a víz tükre a négyszög alakú nyílás felső széléig és T_2 idő alatt süllyed le tovább, mint a bukógát esetében a kiegyenlítő H_e magasságig.

A T_1 időtartamra vonatkozólag levezettem az alábbi összefüggést :

$$T_1 = \gamma \left\{ \frac{1}{24b}(H-b) + \frac{c}{18b^2}(\sqrt{H}-\sqrt{b}) + \frac{1}{432b^3}\left[\frac{m}{2} l_n \frac{(\sqrt{H}-r)^2+s}{(\sqrt{b}-r)^2+s} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{n-mr}{\sqrt{s}}\left[\text{arc tg}\frac{\sqrt{H}-r}{\sqrt{s}} - \text{arc tg}\frac{\sqrt{b}-r}{\sqrt{s}} \right] \right\} \qquad (6)$$



2b. ábra

Ezen egyenletben $\gamma = \frac{16L\sqrt{a}}{k}$; ahol L a gát hossza a és b a nyílás méretei ; α a szegélyező parabola ; $y^2 = \alpha \cdot x$ egyenletében = 4. (szerkesztési adatok szerint)

$k = \frac{2}{3}\mu a\sqrt{2g}$; H a vízszín kezdeti, H_t a vízszín t idő alatti magassága és H_e a kiegyenlítő magasság.

Továbbá :

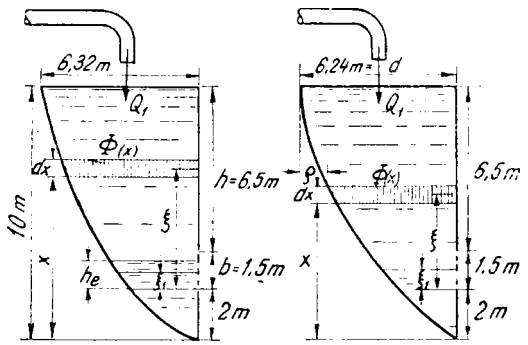
$$c = \frac{Q_1}{\frac{2}{3}\mu a\sqrt{2g}} = H_e^{\frac{3}{2}}; m = 8c^2 - 9b^2; n = 6cb^2; s = \frac{9b^2-4c^2}{36b^2} \text{ és } r = \frac{c}{3b}$$

Az időtartam második része T_2 az elméleti levezetés alapján

$$T_2 = \frac{\gamma_1}{3} [\ln (y^2 - c)]_{\gamma_{\xi_1}}^{\gamma_b} \tag{7}$$

amelyben $\gamma_1 = \frac{\gamma}{8}$ és ξ_1 a nyílás alsó része feletti víznívó magasság. Amikor $H_t > H_e$-nél, akkor az összeredmény már szintén véges lesz, amint az alább kidolgozott 2. példa eredményei mutatják. Ennek igazolására készítettük el a (2b és 3a ábrán) látható kismintát, melynél a nagyobb és kisebb nyílásokat zsilipszerkezettel és csapó kapuval szereltük fel.

Azon célból, hogy szaktársaimat meggyőzzem a kisminta kísérletezés nagy gyakorlati jelentőségéről, a kísérleti eredményeink ismertetése előtt, a modell



3a. ábra *3b. ábra*

kísérletezés lényegét és azoknak a nagyobbító tényezőknek megállapítását kívánom röviden ismertetni, melyeket *Froude*, *Reynolds*, *Weber* és mások kísérleteikből levezettek. Tudvalevő, hogy bizonyos nagyobbító tényezőkkel kell a kismintakísérleteknél az eredményeket megszorozni, hogy a valódi (főkivitelre) vonatkozó adatokra bizonyossággal következtetni tudjunk.

Olyan műszaki problémák megoldásánál, melyeknél a matematikai számítás nem vezet eredményre, avagy melyek igen bonyolult számításokkal kapcsolatosak, legcélszerűbb tehát modellkísérleteket végezni. Azok a hibák, melyek a kisminta nélküli tervezésekből származtak, egyes esetekben az építés költségeit csaknem megkétszerezték. (L. Dr *Szily* József: Modell kísérletezés, Charles *Jaeger*: Technische Hydraulik.)

Rá kell még mutatnom azokra az időkre, amikor még a kismintakísérletezést ritkábban, vagy egyáltalán nem alkalmazták, hogy milyen nehézségek származtak abból a szakemberekre. A mérnök kartársak ismerik azt az elmés találmányt (csapókapuszerkezetet), melyet néhai *Abrudbányai* Béla erdőtanácsos szerkesztett és amelyet *Csiby* Lőrinc főerdőtanácsos ismertetett az Erdészeti

Lapok 1902. évfolyamában, melyek alapján elkészítették a kísérleti modelljét. Ez nyújtott alkalmat *Herrmann Emil* professzornak és e sorok írójának, hogy e szerkezet erőjátékát és hidromechanikai elméletét megalapozzák, amelyeket azután a főkiviteleknél jól lehetett értékesíteni. De természetesen sok bonyolult számítást és fejtörést okozott a főkivitel és a kisminta összehangolása. A számításokat »Hidraulika« című könyvemben is közöltem.

A tudományos kutató munkának és a kismintakísérletezésnek az a körülmény vonja meg a határát, hogy a kismintakísérlet kapcsolatba kerüljön a tervező és építő munkával.

A hidrotechnikai modellkísérletezés lényege és alapja a mechanikai hasonlóság. A főkivitel és kisminta akkor hasonló mechanikailag, ha a két rendszer mozgási folyamatainak főbb adatai összefüggésben vannak egymással. Másszóval az egyik folyamat jellemző adatainak a másik folyamatban meghatározott arányszámokkal (tényezőkkel) nagyobbított, vagy kisebbített jellemző adatok feleljenek meg. Tehát e két folyamat hű mása egymásnak. A kismintán végzett észleletekből felvilágosítást kaphatunk a közvetlen kísérletnek alá nem vethető valódi kivitelre vonatkozólag.

Reámutatok még a mechanikai hasonlóság követelményeire. Ezek a geometriai, kinematikai és dinamikai hasonlóságok, amelyekhez hozzájárul az esetben, ha másnemű folyadékok mozgási folyamatait is figyelembe akarjuk venni, az anyagi hasonlóság.

Geometriai hasonlóság a két rendszer között akkor van, ha az egymásnak megfelelő hosszúsági méretek viszonya állandó. Tehát a főkivitel L hosszának viszonya a modelléhez (l-hez) dimenzió nélküli állandó szám, mely a hosszúságok átszámítási λ tényezőjének nevezhető.

$$\lambda = \frac{L}{l} \tag{8}$$

Ezen egyenletből önként adódik, hogy a felületek aránya a két rendszerben :

$$\frac{F}{f} = \lambda^2 \tag{9}$$

és a térfogatok viszonya a K_1 a főkivitelre és k_1 a modellre vonatkozva szintén állandó, azaz :

$$\frac{K_1}{k_1} = \lambda^3 \tag{10}$$

A mechanikai hasonlóság második feltétele a kinematikai hasonlóság akkor érvényes, ha a geometriai hasonlóság mellett az idők viszonya a két rendszerben (τ) szintén állandó, Így :

$$\frac{T}{t} = \tau \tag{11}$$

τ is dimenzió nélküli szám, az időkre vonatkozó átszámítási tényező és T meg t másodpercben, percben vagy órákban lehet megadva. A (11) egyenlet maga után vonja a sebességekre és gyorsulásokra vonatkozó kinematikai mennyiségek arányosságát. Jelöljük a valódi kivitelben a sebességet V-vel és a kismintánál v-vel, úgy :

$$\frac{V}{v} = \frac{\lambda}{\tau} \tag{12}$$

és a két rendszer mozgásánál a gyorsulások C és c aránya is állandó.

$$\frac{C}{c} = \frac{\lambda}{\tau^2} \tag{12a}$$

A két utóbbi egyenletből, ha τ értékét kiküszöböljük :

$$\tau = \lambda \frac{v}{V} \text{ azaz : } \tau^2 = \lambda^2 \frac{v^2}{V^2} \text{ és így } \frac{C}{c} = \frac{\lambda}{\lambda^2 \frac{v^2}{V^2}} = \frac{V^2}{\lambda v^2}$$

$$\text{minthogy : } \lambda = \frac{L}{l}; \quad \text{tehát : } \frac{C}{c} = \frac{V^2}{v^2}\frac{l}{L} = \frac{V^2/_L}{v^2/_l}. \tag{13}$$

A geometriai és dinamikai hasonlóság tehát összefüggéseket szolgáltat a hosszúságok, sebességek, gyorsulások és idők között.

A mechanikai hasonlóság harmadik feltétele a dinamikai hasonlóság, amely a két rendszerre ható erők közötti kapcsolatot adja meg. Jelöljük a két rendszerre ható P és P' erők viszonyát K-val, akkor már az erők és tömegek közötti arány ismeretes.

$$\frac{P}{P}, = K = \frac{MC}{mc}. \tag{14}$$

A tömegek viszonya azonban az anyagi hasonlóságot is magába foglalja, mert a tömegeket a térfogatok és a Δ és ϑ sűrűségek szorzata határozza meg. Ha : $\frac{M}{m} = \frac{K_1 \Delta}{k_1 \vartheta}; \frac{\Delta}{\vartheta} = \alpha$, a sűrűségek átszámítási tényezője dimenzió nélküli szám.

Ilyen módon : $\frac{M}{m} = \alpha \lambda^3$ és $K = \frac{P}{P_1} = \alpha \frac{\lambda^3 \tau^{-2}}{\lambda^{-1}}$ (15)

mert $\frac{C}{c} = \frac{\lambda}{\tau^2}$ avagy : $K = \alpha \lambda^4 \tau^{-2}$.

A vízgyűjtő medence kismintákkal való kísérletezés céljából a mechanikai hasonlóság elve alapján az 1. példában említett és elméletileg pontosan kiszámított és megszerkesztett esetre a kismintát elektromos hegesztéssel készítettük el és megterveztük a kifolyó nyílást elzáró szelepet (lásd a 2a. ábrán), amely a nyílás gyors zárását és nyitását biztosította és gondoskodtunk a Q_1-nek megfelelő utánfolyásról.

A modell 1 : 20 arányban készült el, tehát az előzők szerint $\lambda = 20$, $\sqrt{\lambda} = 4{,}472$; $\lambda^2 = 400$ és $\lambda^3 = 8000$.

A két rendszer térfogatának (2a. ábra) aránya a geometriai feltétel szerint 8000 volt. A kifolyási szelvény mérete, mivel a főkivitelnél

$$\frac{D^2\pi}{4} = 2\ \mathrm{m}^2 = F \quad \text{és} : \frac{F}{f} = \lambda^2 = 400,$$

ebből kaptuk f-re 0,505 $\mathrm{dm}^2 = 50{,}5\ \mathrm{cm}^2$.

d pedig 7,98 cm. Az elzáró szelep felső átmérője 8,9 cm. Megjelöltük a modellen a H, H_e, H_k, magasságoknak megfelelően a h, h_e és h_k magasságokat az átszámítási tényező alapján. Megfigyeltük kronométerrel azokat az időket, mely alatt a víznívó a modellben 0,4 méterről 0,3, 0,25, 0,2, 0,15, 0,125, 0,1. 0,075, 0,0625 méterig lesüllyedt és a következő eredményeket kaptuk :

$$\begin{array}{llll} t_{0{\cdot}3} = 11{,}1''; & t_{0{\cdot}25} = 17{,}8''; & t_{0{\cdot}2} = 25{,}72''; & t_{0{\cdot}15} = 36{,}8'' \\ t_{0{\cdot}125} = 45{,}8''; & t_{0{\cdot}1} = 55{,}6''; & t_{0{\cdot}075} = 76{,}36''; & t_{0{\cdot}0625} = 123{,}6'' \end{array} \qquad (16)$$

Minthogy a kifolyási idő átszámítási tényezője a VI. sz. egyenlet alapján : $\frac{T}{t} = \tau = \sqrt{\lambda} = \sqrt{20} = 4{,}472$, ebből tehát a főkivitelre vonatkozó elméletileg kiszámított és diagrammban felrajzolt megfelelő T értékekre következtettünk és azt találtuk, hogy a : 4,472 $t = T$ modelltörvény gyakorlatilag teljesen megfelelő eredményeket adott.

T a kifolyási idő a valóságban főkivitelnél
t a kifolyási idő a kismintán.

A kezdetben mutatkozó kisebb eltéréseknek azzal vettük elejét, hogy a modellen alkalmazott rugós szelep ellenállási tényezőjét és ebből a nyomómagasság veszteséget kiszámítottuk a hidraulikai összefüggések alapján és h szelepveszteségre közel 2 cm magasságot kaptunk, amellyel a kisminta 40 cm-es vízmagasságát 2 cm-rel megnöveltük és ily módon figyeltük meg a megfelelő vízhozzáfolyással a nívósüllyedéseket.

A kismintakísérletnél a megfelelő hozzáfolyásról ugyancsak a Froude-féle modelltörvény alapján kellett gondoskodni. A két rendszerben az egy másodperc alatt kifolyó vízmennyiség aránya :

$$\frac{Q_1}{q_1} = \frac{\mu F V}{\mu f v} = \lambda^2 \cdot \lambda^{\frac{1}{2}} = \lambda^{\frac{5}{2}} = 20^{\frac{5}{2}} = 1789 \cong 1790. \qquad (17)$$

A sebességek viszonyát a (12) egyenletből kapjuk.

$$\frac{V}{v} = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\lambda} = 4{,}472, \qquad (18)$$

tehát : vizsgáljuk meg a főkivitelre a kezdeti sebességet, V_0 azután a közepes sebességet, V_k és a kiegyenlítő „V_e" sebességet, amikor a kifolyás már a stacioner állapotba jut.

Az 1a. ábra szerinti magasság mellett :

$$V_0 = \mu\sqrt{2gh} = 0{,}61\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 8} = 7{,}642\ \mathrm{m/sec};$$

a kismintánál tehát : $v_0 = \frac{7{,}642}{4{,}472} = 1{,}708\ \mathrm{m/sec}.$

A planimetrált idomra vonatkozó középsebesség mivel:

$$\sqrt{2g} = 4{,}43 \quad V_k = \mu\sqrt{2gh_k} = 0{,}61 \cdot 4{,}43\sqrt{2{,}48} = 4{,}252 \text{ m/sec.};$$

$$\text{tehát: } v_k = \frac{4{,}253}{4{,}472} = 0{,}9515 \text{ m/sec.}$$

A főkivitelből kifolyó vízmennyiség $T_{,2} = 554''$ alatt

$$Q_T = \mu F\sqrt{2gh_m} \cdot T_{1{,}25} = 4694 \text{ m}^3.$$

A kis eltérés a fennebb kiszámított Q_1-től a szelep ellenállásából származik.

A kiegyenlítés magasságának $V_e = 0{,}61 \cdot 4{,}43 \cdot \sqrt{1{,}234} = 3{,}002$ m/sec. sebesség felel meg.

És a kismintán: $v_e = \frac{3{,}002}{4{,}472} = 0{,}667$ m/sec.

Vizsgáljuk a középsebesség esetében q_k értékét:

$$q_k = \frac{FV_k}{1790} = \frac{2 \cdot 4{,}253}{1790} = 0{,}00477 \text{ m}^2 = 4{,}77 \text{ liter/sec.} \tag{19}$$

és mivel $f = 0{,}005$ és $v_k = 0{,}9515$; $q_k = 4{,}76$. liter/sec.

Tehát a kismintán átfolyó vízmennyiség 1″ alatt közepesen 4,76 liter, tehát 123,6″ alatt 587 liter víz folyik ki a középsebesség mellett. A stacioner állapot a modellnél akkor következik be, ha a kifolyó víz mennyisége ugyanakkora, mint az utánfolyás,

$$\text{azaz: } q_1 = 0{,}005 \cdot v_e = 0{,}005 \cdot 0{,}667 = 3{,}335 \text{ liter.} \tag{20}$$

Mivel a főkivitelnél az utánfolyás: $Q_1 = 6$ m³/sec. Tehát a modellen a hozzáfolyás q_1 a modelltörvény szerint:

$$q_1 = \frac{Q_1}{1790} = 0{,}00335 \text{ m}^3 = 3{,}335 \text{ liter/sec.}$$

Ez azt jelenti, hogy a kismintához minden másodpercben 3,335 liter vizet kell hozzáfolyatni.

Minthogy a berendezési nehézségek miatt csak $\frac{3{,}335}{\sqrt{\lambda}} = \frac{3{,}335}{\sqrt{20}} = 0{,}75$ liter/sec. víz volt hozzávezethető, azért a (19) alatt kapott értékeknek is csupán $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$-val kisebbített értékeit figyelhettük meg, másszóval a kismintán minden egyes t' időnél a megfigyeléseket $\sqrt{\lambda} = 4{,}472$-vel szoroztuk meg.

Igazolja kísérletünk helyességét az alábbi:

Mivel a főkivitelnél a kifolyási időtartam T és a modellnél t volt, tehát:

$$\frac{Q_1 T}{q_1 t} = \lambda^{\frac{5}{2}} \cdot \lambda^{\frac{1}{2}} = \lambda^3 = 8000.$$

Az elméleti számítások szerint az 554″ alatt a főkivitelnél kifolyt víz közepesen 4680 m³ volt, tehát a kismintánál:

$q_1 = \frac{4680}{8000} = 0{,}585$ m³ = 585 liter víz folyik át, ha a hozzáfolyás 1 sec. alatt a modellnél 3,35 liter lett volna csak 123,6″-ig.

Mivel berendezésünknél csak; $\frac{3{,}35}{4{,}472} = 0{,}75$ liter víz volt hozzávezethető, azért a teljes megfigyelési idő csupán: $t''\ 0{,}0625 = \frac{123 \cdot 6}{4 \cdot 472} = 27{,}66''$ volt és $\sqrt{\lambda}$-val szorozva $t'^{0{,}4}_{0{,}0625} = 123{,}6''$-nek adódik, 3,35 liter/sec. mellett, és $\sqrt{20}$-el való szorzással a (3) szerint alábbi értékeket adja meg:

$$t_6^s = 48{,}8''; \quad t_5^s = 78{,}6''; \quad t_4^s = 115''; \quad t_3^s = 164'' \text{ stb. ...} \tag{21}$$

ugyanígy : $t'_{0,2}{}^{0,4} = 5{,}75''$ és $\sqrt{\lambda}$-val szorozva adja 25,7″-t, melyet ismét $\sqrt{\lambda}$-val szorozva kapjuk a (3) alatti értéket. (115″).

A kiegyenlítő sebesség v_e az esetben, ha a kismintában csupán 0,00075 m³/sec. = 0,75 liter/sec. folyt hozzá, úgy

$$q'_1 = \mu f \sqrt{2gh'_e} = fv'_e \tag{22}$$

de:
$$v'_e = \frac{v_e}{\sqrt{\lambda}} = \frac{0{,}667}{4{,}472} = 0{,}15 \text{ m/sec.}, \tag{22a}$$

tehát $q'_1 = 0{,}005 \cdot 0{,}15 = 0{,}00075$ m³/sec. = 0,75 liter/sec, így megfelel az állandó kisebb hozzáfolyásnak, a kiegyenlítési magasság pedig :

$$h'_e = \frac{\overline{0{,}15}^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}01146 \text{ m} = 1{,}146 \text{ cm}. \tag{23}$$

A modellen átfolyt vízmennyiség időtartamai változnak, minthogy a kismintakísérlet kétféle hozzáfolyása esetében a kiömlő nyílás szelvénye azonos lévén, érvényes az alábbi összefüggés az összes kifolyt vízmennyiségekre :

$$\frac{q_1}{q'_1} = \frac{v_e t'}{v'_e t''} = \sqrt{\lambda} \cdot \sqrt{\lambda} = \lambda \tag{24}$$

a kifolyási időtartamokra pedig : $\frac{t''}{t'} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ továbbá : $t' = t'' \sqrt{\lambda}$.

Tehát a 0,75 literes hozzáfolyás mellett a kifolyt vízmennyiség :

$$q'_1 = \frac{q_1 t'}{t''} = q_1 \sqrt{\lambda} = 0{,}585 \cdot 4{,}472 = 0{,}2615 \text{ m}^3\text{/sec} = 261{,}5 \text{ liter/sec}. \tag{25}$$

Ellenőrizhetjük ezen értéket a következő módon is :

Számítsuk ki mennyi víz folyt ki a kismintából. Ez két részből állott, a benne foglalt vízmennyiségből és a 27,65″ alatt kifolyt 3,353 liter hozzáfolyásból, vagy a 123″ alatti 0,75 liter víz hozzáfolyásából. A modellben foglalt vízmennyiség :

$$q''_1 = f_0 (0{,}42 - 0{,}0625) = 0{,}5 \cdot 0{,}3575 = 0{,}1789 = 178{,}9 \text{ liter}$$

és : q'_1 a 27,66″ alatt a 3,353 liter, vagy : $123{,}6'' \cdot 0{,}75 = 92{,}7$ liter,

tehát : $q'_1 = q''_1 + q'_1 = 178{,}9 + 92{,}7 = 271{,}6$ liter,

melyből levonásba kerül a szelepveszteség miatt hozzávezetett 10 liter vízmennyiség, akkor újra a fentebb kiszámított értékhez : 261,6 literhez jutunk.

Tehát kétség valószínűleg nem merülhet fel mind a számítások, mind a kismintakísérletek lefolytatásának helyességéről és eredményességéről.

Folytattam kísérleteimet a változó szelvényű vízgyűjtő gátakra vonatkozó grafikus integrálással ellenőrzött számításaimra vonatkozólag is, amelyben a Froude-féle modellkísérlethez a Reynolds-féle kismintára vonatkozó fejtegetéseket is figyelembe vettem, nem különben azt a körülményt, hogy a modellt geometriailag torzított alakban kellett elkészíteni (2b. ábra).

A torzított modelleknél természetesen megváltoznak a Froude-törvény átszámítási tényezői is. A 3a. és b. ábra mutatja be a változó szelvényű vízgyűjtőmedencék kismintájának metszetét kétféle határoló görbével.

A hosszak átszámítási tényezője ; $\lambda' = 100$, a mélységnél és a szélességnél $\lambda = 10$, a keresztmetszetre tehát λ^2, a hosszmetszetekre $\lambda\lambda'$ irányadó, de mivel $\lambda' = 10\,\lambda = 1000$, tehát ezer az átszámítási tényező.

A térfogatokra $\lambda^2 \lambda' = 10\,\lambda^3 = 10\,000$. Ugyanez vonatkozik, ha a fajsúly mindkét esetben állandó a nehézségi erőkre, illetőleg a valódi kivitelben és a kismintában foglalt víz súlyára. A valódi kivitel méreteiből:

$$Q = [{}^2/_3 \cdot 0{,}632 \cdot 10 \cdot 150 = {}^2/_3 \cdot 3{,}74 \cdot 3{,}5 \cdot 150]\,1000 = 5\,000\,000 \text{ kg}; \tag{26}$$

míg a kismintában: $q = 500$ kg $= \dfrac{5\,000\,000}{10\,000}$. (27)

Az utánfolyás a főkivitelnél: $Q_1 = 3$ m³/sec.: tehát q_1 a modellkísérletnél az átszámítási tényező *Froude* szerint: $\lambda' \lambda^2 = 10\lambda^2 = 10 \cdot 100 \cdot 10^3 = 3162$; azaz a hozzáfolyás: $3000 : 3162 = 0{,}948$ liter. A kísérletnél a berendezési nehézségek miatt ennek: $\dfrac{1}{3{,}16}$ részét vehettük; azaz 0,3 litert, és ennek megfelelően számíthatjuk át a kifolyási időtartamokat is a valódi kivitelnél. A kifolyási szelvény mérete, mint felületé: $\lambda' \lambda = 1000$, ennyivel kisebb lesz a kismintánál, azaz: 1,8 dm², amely területet tíz részre osztottunk és megvizsgáltuk, hogy $\dfrac{1}{10}$, $\dfrac{2}{10}$, $\dfrac{3}{10}$, ... $\dfrac{9}{10}$ és teljes nyílásán hány másodperc alatt érte el a víz kifolyása a stacionér állapotot, amikor is a víz magassága 12,4 cm-ig süllyedt. De külön felvettük azt is, hogy a kifolyó nyílás területe csak a valódi kivitel $\dfrac{1}{10\,000}$ rész, azaz 18 cm² volt, ez utóbbi esetben is a geometriai feltétel kielégítése mellett választottuk meg a nyílás a_1 és b_1 méretét, ugyanis a főkivitelben volt: $a : b = 1{,}2 : 1{,}5 = 0{,}4 : 0{,}5 = a_1 : b_1$; azaz: $18 = a_1 b_1$, de: $a_1 = {}^4/_5\, b_1$ és így ${}^4/_5\, b_1 = 18$ és ebből: $b_1 = 4{,}75$ cm, továbbá: $a_1 = \dfrac{18}{4{,}75} = 3{,}8$ cm.

A modell nagyobb kifolyó nyílása esetében a kifolyási időnek, mivel $\tau = \sqrt{\lambda'}$, a főkivitel kifolyási idejének ${}^1/_{10}$-ed részét kaptuk, míg a kisebb nyílásnál, a modell nagyobb nyílásán kifolyó víz időtartamának $\sqrt{10} = 3{,}16$-szorosát észleltük, mert a kifolyási szelvény fordítva arányos azonos viszonyok mellett, a nyomómagasságok átszámítási tényezőjének gyökével.

»Változó szelvényű tároló medencék kifolyási és kiürítési időtartamának meghatározása« című fennebb említett tanulmányomban megállapítottam, hogy a kifolyási T időtartam két részből tevődik össze. Az első rész T_1, a víz felszínének a kifolyó nyílás felső széléig való süllyedését jelenti, tehát 8 méterről 1,5 méterig, míg a második T_2 rész, ami a bukógáton való átömlés idejére vonatkozik, amely esetben a víz tükre 1,5 méterről 1,253 ≅ 1,25-ig csökken. Pontos elméleti levezetéssel határoztam meg T_1 és T_2 időtartamot, melyet a (4) és (4a) egyenletekben adtam meg.

A 3a. ábra szerint a következő számszerű 2. példát dolgoztam ki és szerkesztettem meg a magasság és idő görbéjét grafikus integrálással is.

A gát szélessége 6,32 m, magassága 10 m, hossza 150 m. A kifolyó nyílás méretei: $a = 1{,}2$ m és $b = 1{,}5$ m. A nyílás felső széle a víz felszínétől 6,5 m távol van, tehát az alsó széltől 8 méter távolban. A nyílás alsó szélének távolsága a gát aljától 2 m, hozzáfolyás $Q = 3$ m³/sec. Keressük azon T időt, amely alatt a stacionerus áramlás bekövetkezik, azaz elérjük a kiegyenlítő $H_e = 1{,}253$ m értékét, illetve előbb amíg a víznívó 8 méterről lesüllyed a nyílás felső széléig, 1,5 méterig.

Először T_1 időpontot keressük, mely alatt a víztükör 8 méterről lesüllyed 1,5 méterig: Az (5) számú egyenlet szerint:

$$T_1 = \gamma \left\{ \frac{1}{24b}(H-b) + \frac{c}{18b^2}(\sqrt{H} - \sqrt{b}) + \frac{1}{432\ b^3}\left[\frac{m}{2} \ln \frac{(\sqrt{H}-r)^2+s}{(\sqrt{b}-r)^2+s}\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{n-mr}{\sqrt{s}}\left[\text{arc tg}\frac{\sqrt{H}-r}{\sqrt{s}} - \text{arc tg}\frac{\sqrt{b}-r}{\sqrt{s}}\right]\right\}, \text{ amely egyenletben:}$$

$$\gamma = \frac{16L\sqrt{a}}{K} = 2223,\ a = 4;\ \varkappa = {}^2/_3 \mu a \sqrt{2g} = 2{,}16 \text{ és } c = \frac{Q_1}{{}^2/_3 \mu a \sqrt{2g}} = H_e^{3/2} = 1{,}39 \text{ és}$$

$H_e = 1{,}253$, $m = 8\ c^2 - 9\ b^2 = -14{,}919$; $n = 6\ cb^2 = 18{,}76$; $s = \frac{9b^3 - 4c^2}{36b^2} = 0{,}28$; és:
$r = \frac{c}{3b} = 0{,}309.$

Ezen számértékek alapján kapjuk:

$T_{16}^8 = 150{,}1''$; $T_{14}^8 = 303''$; $T_{13}^8 = 384''$; $T_{11.5}^8 = 520{,}3''$.

T_2 időtartamot kiszámítottam a (6) egyenletből.

$$T_2 = \frac{\gamma_1}{3}\left[\ln (y^3 - c)\right]_{\sqrt{\xi_1}}^{\sqrt{b}};\ \xi_1 = 1{,}26;\ \gamma_1 = \frac{\gamma}{8} = \frac{2223}{8}$$

$$T_2 = \frac{2223}{24}\left[\ln \frac{(\sqrt{b})^3 - c}{(\sqrt{\xi_1})^3 - c}\right] = 93\left[\ln \frac{1{,}838 - 1{,}39}{1{,}41 - 1{,}39}\right] = 93 \cdot 0{,}239 = 22{,}7'' \qquad (27)$$

Tehát: $T = T_1 + T_2 = 520{,}3 + 22{,}7 = 543{,}0'' = T_{1.255}^8$ (27a)

A főkivitelnél megszerkesztettük ezen adatok alapján az integrál, $H = f(T)$ görbét a Q_1 utánfolyás mellett és 4a. ábrát kaptuk, amely azt mutatta, hogy a nyomómagasság csökkenésének megfelelően 520″ alatt a nyomómagasság 8 méterről 1,5 méterig csökkent. További nyomáscsökkenésnél a kifolyási idő rohamosan nő és 0,01 m mellett már nagymértékben a végtelen felé közelednek. A közepes nyomómagasságnak, H_k-nak 3,24 m felel meg, a planimetrált terület négyszöggé való átalakításával és T_2 idő mellett a víz átbukik és 22,7″ alatt a stacionerus áramlásba megy át, amikor ugyanannyi a hozzáfolyás, mint a kifolyó nyíláson való kiömlés.

A 4b. ábrában megszerkesztettük a differenciál görbét: $\tau = \frac{y^3}{12by^2 - 8cy + 3b^2}$ alapján, ahol: $y = \sqrt{x}$; melynek integrálja a T_1 egyenletét adja. Ugyancsak a differenciál görbe alapján megszerkesztettük az integrálgörbét és ez is a számítás helyességét igazolta.

A közepes nyomómagasság alapján a $T_1 = 520{,}3''$ alatt kifolyó vízmennyiséget számították ki:

$$Q_I = \frac{2}{3}\mu a \sqrt{2g} H_k^{3/2} T_1 = 2{,}16 \cdot \overline{3{,}24}^{3/2} \cdot 520{,}3 = 6558 \text{ m}^3. \qquad (28)$$

Az ellenőrző eljárás abból állott, hogy a vízgyűjtő medence köbtartalmához hozzáadtuk az ismeretes $T_1 = 520{,}5''$ alatt történt hozzáfolyást és Q_1 értékhez kell jutnunk. A víztározó medence köbtartalma: $Q_I = Q' + Q''$ (29)

$$K = \frac{2}{3} 6{,}32 \cdot 10 \cdot 150 - \frac{2}{3} 3{,}74 \cdot 3{,}5 \cdot 150 = 5001 = Q'. \qquad (30)$$

A hozzáfolyás:

$$Q'' = 520{,}3 \cdot 3 = 1560{,}9 \text{ m}^3; \qquad (31)$$

és így:

$$Q_I = 5001 + 1560{,}9 = 6561{,}9 \text{ m}^3; \qquad (32)$$

ami a fentebbi értékekkel kis különbséggel jól megegyezik.

A Q'_I vízmennyiséghez azonban hozzájárul még $T_2 = 22{,}7''$ idő alatt a bukógátszerű átfolyó vízmennyiség Q'_I míg a víz szintje tovább süllyed 1,5-ről 1,25 m-re és T_2 idő alatt hozzáfolyik Q_1

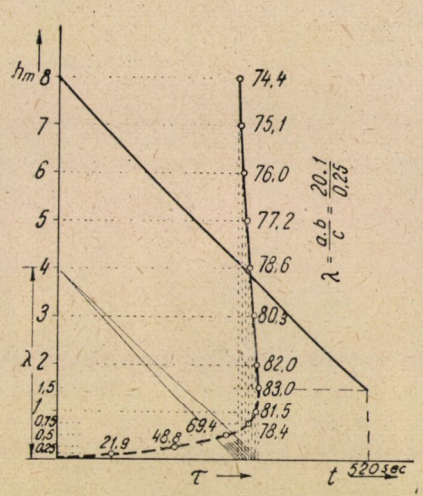
Q'_I vízmennyiség $= {}^2/_3\ \mu a b' \sqrt{2gb'}\ T_2$; ahol: $b' = 1{,}25$;

$$Q'_I = {}^2/_3 \cdot 0{,}61 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}25 \sqrt{2g}\ \sqrt{1{,}25} \cdot 22{,}7 \cong 68{,}05\ \text{m}^3;$$

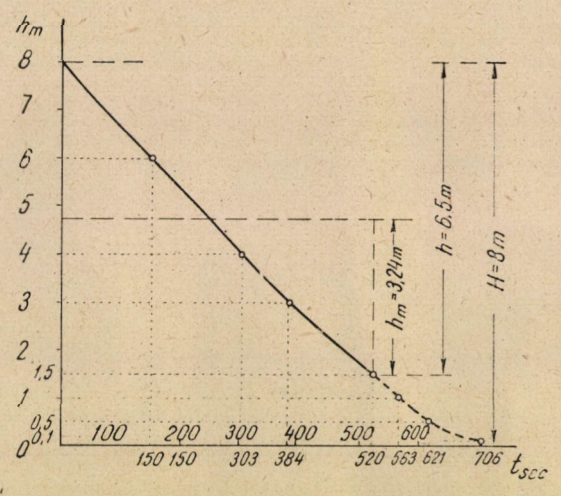
és: $$Q'_I = 22{,}7 \cdot 3 = 68{,}1\ \text{m}^3; \qquad (34)$$

és így az összes kifolyt mennyiség: $6558 + 68{,}05 + 68{,}1 = 6694{,}15\ \text{m}^3 = Q_{\ddot{o}}$;

az egész $T = 543''$ idő alatt.



4a. ábra



4b. ábra

Az átszámítási tényező figyelembevételével a kismintán átfolyó vízmennyiség:

$$q_{\ddot{o}} = \frac{6694{,}15}{10\,000} = 0{,}6694\ \text{m}^3, \text{ kereken } 670 \text{ liter.} \qquad (35a)$$

A kisminta köbtartalma:

$$k = \frac{5001}{10\,000} = 0{,}500\ \text{m}^3 = 500 \text{ liter}; \qquad (36)$$

és a kifolyás szelvénye 18 cm^2 volt a kisnyíláson.

Az 1,25 cm magasságnak megfelelő víz köbtartalma, ha a hossz 1,5 m, a szélesség 37 cm, ha dm^3-ben fejezzük ki:

$$0{,}125 \cdot 3{,}7 \cdot 15 = 6{,}94 \text{ liter} \qquad (37)$$

és 543″ alatt átfolyó 0,3 liter vagy $\frac{543}{1{,}16} \cong 172$ sec. alatt átfolyó 0,948 liter, mellett 162,9 liter folyhatna hozzá, tehát így az összes kifolyt vízmennyiség $q_{\ddot{o}}$:

$$q_{\ddot{o}} = 500 + 6{,}94 + 162{,}9 = 669{,}84 \text{ liter}, \qquad (38)$$

amely érték nagy pontossággal összevág a kiszámított értékkel.

A főkivitelnél a közepes sebességet ki is számíthatjuk és kísérletünket ellenőriztük:

$$6696{,}5 : 543 = 12{,}33\ \text{m}^3 = \mu F V_k = 0{,}61 \cdot 1{,}8 \cdot V_k$$

abból: V_k 11,2 m/sec. tehát a modell nagyobb nyílásán a középsebesség: $\frac{11,2}{\sqrt{10}} \cdot V_k^k =$ $= 3,54$ m/sec. és a kisebb nyíláson: $\frac{354}{\sqrt{\lambda}} = 1,121$ m/sec. volt meg is mérhető. Tehát a kisnyíláson kifolyt vízmennyiség: $q_{\ddot{o}} = 0,18 \cdot 0,61 \cdot 11,21 \cdot 543 = 668,4$ liter. A kisminta nagyobb és kisebb nyílásán kifolyó víz sebességét megmérve megfelelő pontossággal ugyanazon 3,54 m/sec., illetve 1,121 m/sec., vízsebességet állapíthattunk meg.

Minthogy ilyenmódon számításunk helyességét a modellkísérletek is igazolták, az alábbi táblázatban megadjuk a kifolyási időtartamra vonatkozó kísérleteink eredményét.

I. táblázat

Modellkísérletek eredményei

Főkivitel	Tíz részre beosztott nagyobb nyíláson, teljes nyitásnál.	Kisnyíláson
Főkivitel	*Modell kis nyíláson*	*Modell nagy nyíláson*
$T_6^s = 150,2''$	$t_6^s = 47,5''$	$t'^s_6 = 4,75''$
$T_4^s = 303,0''$	$t_4^s = 95,8''$	$t'^s_4 = 9,58''$
$T_3^s = 384,2''$	$t_3^s = 121,4''$	$t'^s_3 = 12,14''$
$T_{1,5}^s = 520,3''$	$t_{1,5}^s = 164,4''$	$t'^s_{1,5} = 16,4''$
$T_{1,25}^s = 543,0''$	$t_{1,25}^s = 171,6''$	$t'^s_{1,25} = 17,16''$
	$t = \frac{T}{\sqrt{10}} = \frac{T}{3,16}$	$t' = \frac{T}{\sqrt{10000}} = \frac{T}{31,6} = \frac{t}{10}$

Modellkísérlet a nagyobb nyílásnál, ha az f' területű nyílás az f területű nyílás egy része:

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	0,9	1 részén
10	5	3,33	2,5	2	1,35	1,1	1 és az

eredmények:

t'^s_6	47,5″	23,75″	15,82″	11,90″	9,50″	6,42″	5,26″	4,75″
t'^s_4	95,8″	47,90″	31,8″	23,96″	19,18″	12,96″	10,56″	9,58″
t'^s_2	121,4″	60,75″	40,4″	30,36″	24,36″	16,42″	13,38″	12,14″
$t'^s_{1,5}$	164,4″	82,25″	54,8″	41,16″	32,94″	22,3″	18,24″	16,4″
$t'^s_{1,25}$	172,0″	86,0″	57,5″	43,6″	34,6″	23,38″	19,0″	17,16″

A táblázatok adatai igazolják, hogy a kismintakísérletek eredményei a főkivitel elméleti adataival jól megegyeztek a kifolyási időtartamokat illetőleg. Hosszú számítások és többszöri kísérletek középeredményei alapján a hozzáértő meg fogja állapítani, hogy az említett Évkönyvben közölt elméleti számítások teljesen helyesek, melyek a grafikai szerkesztésekkel is igazolhatók.

A Szovjetunió vízgazdálkodási terveivel kapcsolatban pedig — ami az egész műszaki világot bámulatba ejti —, bizonyára ilyen természetű számí-

tások nagyobb gyakorlati célokat is fognak szolgálni, a bizonyos időtartamok alatt rendelkezésre álló vízmennyiségek megállapításánál, avagy a vízilépcsők főépítményeinek tervezésénél, a vízienergia tárolásánál, az öntöző berendezéseknél, s a Reynolds-féle modelltörvénnyel kapcsolatban különböző geográfiai, helyi, hőmérsékleti, továbbá sűrűségi viszonyok mellett is az átszámítások nem okoznak nehézséget.

IRODALOM

1. *A. Kövesi:* Ausfluss und Entleerungszeit der Flüssigleiten aus Behältern. Mitteilungen der berg- und hüttenmännischen Abteilung, Sopron, 1947. S. 90.
   A. Kövesi: Hidraulika 1946. Budapest. Népszava nyomdavállalat.
2. *Csiby Lőrinc:* Az Abrudbányai-féle csapókapu szerkezete. Erdészeti Lapok, 1902. évf.
3. *Charles Jaeger:* Technische Hydraulik. Lehrbücher und Handbücher der Ingenieure, 1949. Zürich.
4. *Dr. Szily József:* A vízépítéstani laboratórium és modellkísérletezés. Budapest.
5. *A Kövesi:* Praktische Anwendung der Reynoldsschen Zahl. Berlin, Röhrenindustrie. 1931. H. 7.
6. *Agreszkin—Dimitrijev—Pikalov:* Hidraulika.
7. *Theodor Pöschl:* Lehrbuch der Hydraulik.
8. *Ph Forcheimer:* Hydraulik.
9. *D. M. Rühlmann:* Hydromechanik.
10. *Bánki Donát:* Gyakorlati hidraulika.

Összefoglalás

Szerző elméleti számítások alapján megállapította a változó szelvényű víztározó medencéből kiáramló víz kifolyási és kiürülési időtartamát hozzáfolyással és ellenőrizte számításait a grafikus integrálási módszerrel is, a pontosan levezetett differenciál egyenletek alapján. A kapott eredményeket szerkesztési rajzok után elkészített tározó medence-modelleken kísérletileg is meghatározta 6/100 másodperc pontosságú kronométerrel és hitelesített vízmérő órával. Az eredmények jól egyeztek.

Ilyen módon sikerült a szerzőnek az integrál számításból adódó végtelen nagy értékek helyett, a gyakorlat számára teljesen megfelelő véges értékekhez jutnia, a grafikus integrálás és kismintakísérletezés alapján, ami lényegesen megkönnyíti a gazdálkodási tervek egyes részletproblémáinak kidolgozását.

Szerző rámutat a Szovjetunió természetátalakító hatalmas terveire, melyeknek és hasonló kisebb mérvű építményeknek vízienergia kihasználási, öntözési és az egyéb célokat szolgáló részlet-objektumai tervezésénél és számításánál, — véleményem szerint — a gyakorlatban előnyösen lehetne a levezetett egyenleteket felhasználni.

AZ EMBER ENERGIAFELHASZNÁLÁSA TEHERSZÁLLÍTÁSNÁL

KÖVESI ANTAL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1953. március 9.]

Az ember munkája a társadalom minden fejlődési fokozatában — a gépesítés korszakában is — nélkülözhetetlennek bizonyult; népi demokráciánkban pedig az ember a legfőbb érték. Természetes tehát az a törekvés, hogy a dolgozók fizikai munkájánál arra kell figyelemmel lenni, hogy ne csak a munka teljesítményét, gazdaságosságát fokozzuk, hanem minden megerőltetés és túlfeszítettség, avagy káros következmények nélkül tervszerűvé, céltudatossá és adott viszonyok mellett kitartóvá és hasznossá tegyük; e mellett munkástestvéreink életszínvonalát emeljük, kulturális igényeit fokozzuk és energetikai egyensúlyukat megőrizzük.

Engels »A természet dialektikája« című művében említette, hogy bizonyos értelemben a munka teremtette az embert. Amíg azonban a munka az ókorban büntetés volt, sőt rabszolgasors, ezért is törekedtek a munkavégzéstől való megszabadulásra. A középkorban, amikor a munkával termelt javakra mind nagyobb szükség lett, a régi felfogás mgváltozott, és a feudális főurak és a nemesség inkább szégyennek tekintette a verejtékes munkát, mert ezt magukra nézve tartották szégyennek, és fegyverrel meg deressel kényszerítették a köznépet munkára.

Az árutermelés fokozásával kezdték a munkát jobban megbecsülni, de a munkáltatók még tehernek tekintették azt, és maguk helyett másokat állítottak szolgálatba; egyben megkezdődött a kizsákmányolás korszaka is. A középosztály önállóságra törekedett, miközben arra gondolt, hogy lehetőleg mást dolgoztasson és a hasznot zsebrevágja.

A későbbi fejlődés folyamán azonban a haladás örök törvénye szerint a munkát mindjobban kezdték megbecsülni, a munkás nem érezte azt többé tehernek, iparkodott életnívóját megjavítani *és a szocializmus felé haladó országokban már a munka becsület és dicsőség lett.* Kifejlődött a munkaverseny, az élmunkások és sztahanovisták, majd az újítók nagy tábora, akik a szellemi munkásokkal és értelmiségiekkel egyetemben fáradoznak az új társadalmi rend kialakításán, *mely már nem a tőke uralmát, hanem a munka mindinkább való kidomborítását, elismerését és megbecsülését célozza.*

Sokáig a munkát — még ma is — méterkg-ban mérték, mely főleg a gépek és az élőgépek munkájának összehasonlítására szolgált, de nem lehetett figyelmen kívül hagyni a munkára fordított időt, ezért az *effektust*, illetőleg a másodperc alatt végzett munkát vették alapul. Ily módon mérték a fizikai dolgozók munkáját, és kísérletsorozatokkal állapították meg, hogy az ember effektusa, illetőleg átlag teljesítménye kb. (6—7) mkg/sec, avagy kb. $^1/_{10}$ lóerő. Ez utóbbi átment a motorok fejlődése mellett a kilowattra 102 mkg/sec. és ma már nem ritkák a 100 000—150 000 kW-os teljesítményű gőzturbinával kapcsolt generátorok, ami pedig 1 300 000 ember átlag effektusának felelne meg.

A fizikai dolgozók munkája azonban soha se lesz nélkülözhető, csupán könnyebbé válik. De nem kínai falakon, rhodosi koloszuson és függőkerteken fognak dolgozni, hanem gépek segítségével a *Davidov-féle, vagy más nagyjelentőségű tervek és építmények megvalósításán.*

Az ember effektusa rövidebb-hosszabb ideig jóval nagyobb is lehet, így pl. futásnál az effektus 3—4-szeresre és kerékpározásnál 6—7-szeresre is növekedhetik, sőt emeletekre, hegyre való felfutásnál (1—1,2 kW-ig (1,36 HP—1,62 HP-ig) is felmehet, de erre csak néhány másodpercig képes.

Vizsgáljuk meg, hogy miből meríti a gép munkáját, milyen energiaforrásokat használ fel a kalorikus gépeknél a fűtőanyagnak értékesíthető kémiai energiájából. A szénben és más fűtőanyagokban rejlő energia elégéskor átalakul hővé, a hőből potenciális energia, majd kinetikai energia lesz, és ebből viszont mechanikai munkát kapunk. A mechanikai munkából elektromos generátorokkal villamos áramot termelünk, mely azután fénnyé és újból hővé alakul át.

Az energia megmaradásának törvénye szerint energia el nem veszhet, azaz az energia különböző átalakulásai során összes mennyiségében nem változik meg, de minden átalakulásánál a munka egy részét *hasznosítható* munka céljaira nem tudjuk felhasználni, mert ez hő alakjában kerül a környező légtengerbe. Ilyen módon a gőzmotoroknál a szén kémiai energiájának legkedvezőbb esetben is csak 15—20 %-át kaphatjuk vissza céljainknak megfelelő munka végzésére. A gépi berendezés gazdasági hatásfoka: η_g azon viszonyszám, amely érvényes a termelt és értékesíthető munka, és az összes felhasznált munka azon értéke között, melyet a gép ugyanazon idő alatt kalóriában, illetve hőben a tüzelésnél felhasznált. Ha valamely gőzgép 1 óra lóerőre, tehát 75×3600 mkg munka értékesítésére felhasznál például $^3/_4$ kg súlyú 5000 kalóriás szenet, akkor:

$$\eta_g = \frac{75 \cdot 3600}{0{,}75 \cdot 5000 \cdot 427} = 0.17, \text{ azaz } 17\%,$$

hol »427« a munkának hőben való egyenértéke, más szóval 427 mkg munka megfelel 1 kgkalória hőmennyiségnek.

A gőzgépek gazdasági hatásfoka már nem igen növelhető, mert thermodinamikai szempontból az »η_t« sem növelhető nagyobb mértékben, azaz a thermo-

dinamikai hatásfoka, mely ugyanis a mechanikai munkává vált melegnek, a gépbe vezetett összes meleghez való viszonyát jelenti.

Hasonlóképpen a közepes teljesítményű benzinmotor, mint explóziós motor, amely lóerőnkint átlag ¼ liter benzint fogyaszt, nagyobb gazdasági hatásfokkal (24—26%) működik, mint a gőzgép, a nagyteljesítményű *Diesel*-motor gazdasági hatásfoka pedig, amelynek óralóerőnkint átlag 1/5 kg tisztított petróleumra van szüksége, legfeljebb 25—30%.

Vizsgáljuk meg az ember részéről kifejthető teljesítményt. Ez természetesen szintén függvénye a sebességnek. Izomzatunknak az a sajátossága, hogy rövid ideig tartó túlterheléshez nagymértékben képes alkalmazkodni. *Amíg tehát a helyesen beállított gép teljesítménye az időtartam változásától lényegében független, addig az ember tényleges és közepes teljesítménye az idővel csökkenő törvényszerűséget mutat.* Más szóval: minél hosszabb ideig vesszük egyfolytában igénybe az emberi izomzatot, annál *kisebb* a teljesítménye. Ezért is van általánosságban helyesen megszabva a 8 órás munkaidő, mely alatt az effektus csökkenése csak kisebb mértékben következhetik be. A végtagok mozgásával kifejtett kinetikai energia csak kedvezőtlenül kapható vissza, mert annak jórészét a csuklók és főleg az izomzatok súrlódása emészti fel, vagy járásnál, lábletevésnél az ütközés folytán megy veszendőbe. *Az emberi test izomzatában olyan energiakincs van, amely elsődleges meleg nélkül alakítható át mechanikai munkává, amiért az izomzat a kalorikus gépeknél nagyobb hatásfokkal dolgozhatnék.* Az ember azonban nem kalorikus gép és így ezzel nem is lenne összehasonlítható. Noha életünk és szervezetünk fenntartásának lehetősége is a hőtől függ, de az emberi szervezet nem alakítja át a tápláló anyagokban felvett összes kémiai energiát elsődleges hővé, hanem az izomzatban az élet folyamata alatt a kémiai energia nagy része másfajtájú energiává alakul át és csak azután mechanikai munkává, majd hővé, mely a látástól-vakulásig való erőteljes munkánál gyöngyöző verejtékben jut kifejezésre. Ilyenmódon az ember *chemo-dinamikai gép* és csak azért tartották sokáig *kalorikus gépnek*, mert életfolyamatunkban is megtalálható a vegyi energia, a hőenergia és mechanikai munka. De nemcsak a fizikai, hanem a szellemi munka, agysejtjeink erősebb működése válik végső fokon hővé, amit magunkon is tapasztalhattunk, amikor pl. a világháború vérzivatarában bombazápor közepette róttuk egymás mellé a tudomány varázslatos betűit, bezúzott ablakú, hideg helyiségben és nem fáztunk úgy, mint a nyugvó állapotban heverők, sőt testünk hőegyensúlyát is biztosítani tudtuk.

Különben is a fizikai és szellemi munka egymásra való hatása oly szorosan összefügg, hogy *fizikai munka nem képzelhető ma már el bizonyos fokú szellemi munka nélkül, sőt mindjobban előtérbe is kerül, hiszen a fizikai munka is tervszerű és céltudatos, ami e munka magasabbrendűségét is kiváltotta.* A fizikai és szellemi munka mind szorosabb összefüggésbe kerül egymással. Mind a szellemi munkánál, mind a gyakorlati megvalósításnál nagy jelentősége van a fizikai munkának.

Ha már most az emberi szervezet kalóriaszükségletét, azaz a fogyasztott táplálék vegyi változásainál keletkező energiát vesszük alapul és vizsgáljuk, hogy milyen részt használ fel a külső, és mekkorát a belső munka (szív, tüdő, máj, vese, gyomor stb. működése) elvégzésére, továbbá a test hőmérsékletének fenntartására, akkor azt tapasztaljuk, hogy külső munkára átlag 15—20%-ot, míg a belső munkákra és a hőegyensúly fenntartására 80—85%-t fordít. Feltéve tehát, hogy az élőgépnél csupán a külső munkát — beleértve a járást-kelést, a mellékmozgások munkáját is — hasznos munkának vennők és az embert is kalorikus gépnek tekintenők, akkor a gazdasági hatásfoka kedvező esetben sem lehetne 15—20%-nál nagyobb. Minthogy azonban a tápértékben bevett kalória-mennyiség nagyrésze a belső munkák elvégzésére, hőveszteség pótlására, a sugárzás és vezetés folytán, és általában az élet fenntartására szolgál, a hatásfok helyes megítélése szempontjából a táplálék összes kalória-mennyiségéből le kell vonni azt a részt, amely naponta akkor is szükséges volna, ha az ember kifelé semmi munkát nem végezne és belső munkája is a legkisebbre csökkenne. Másszóval, a táplálékban felvett hasznos kalória-mennyiséget az *alapanyag cserére* szükséges energia-mennyiséggel kell csökkenteni. Ha pl. az ember 24 órát feküdt és ebből 12 órát éhezett, és a kritikus hő veszi körül, mely ruházat mellett 18 C°, amikor se hűtésre, se fűtésre szervezete hőt nem, vagy csak nagyon keveset fogyaszt, akkor ez a *nyugvó érték* vagy szükséglet (1600—1700) kalória, avagy átlag óránkint és testsúly kg-onkint 1 kalória.

A fentiek szerint számított hatásfokot fiziológiai értéknek, vagy élettani hatásfoknak nevezzük, amely az $\eta_g = 17{,}5\%$ helyett — η_f lesz és ha a külső munkát végző ember napi kalóriaszükségletét — energetikai egyensúlyának fenntartására 3500 kalóriában állapították meg, akkor az a fiziológiai értékre emelhető, amely:

$$\eta_f = \frac{3500 \cdot 0.175}{3500-1600} = 0.336, \text{ azaz } 33.6\ \%$$

Kimondhatjuk tehát, hogy az ember a legtökéletesebb kalorikus gép, mert a legkedvezőbb hatásfokkal dolgozik és amellett munkáját az ész és akarat, de még a tervszerűség és céltudatosság is irányítja.

A későbbi fejtegetésekre való tekintettel meg kell említenem, hogy ha az alapanyagcserében fogyasztott oxigén mennyiségét levonjuk a rendes munka alatt fogyasztott oxigénből, akkor a hasznos munka értékének megfelelő O_2-fogyasztást kapjuk. Mivel legnagyobb a kalóriaszükséglete az arató munkásnak, az erdei munkásnak fadöntéskor stb. (kb. 4500 kalória), az idevonatkozó kísérletek szerint ezen munkáknál átlagban 1/5 liter oxigén felel meg 1 kalóriának. A 70 kg súlyú ember 1 óra alatt alapanyag-cserében kb. 14 liter O_2-t fogyaszt, és így naponta a szükséglete legfeljebb 340—345 liter, ez pedig (5 · 340) körülbelül 1700 kalóriának megfelelő érték.

A belélegzett — percenként 70—80 liter — levegő oxigénjét a tüdőben felveszi a vér és szállítja tovább az izomzathoz. Az izmokban elégéskor keletkező CO_2-t a vér újra a tüdőbe szállítja, ahonnan kilégzéskor, az elhasznált levegővel együtt kiüríti, szénhidrátnál 1 : 1 és zsírnál 1 : 0,7 arányban és ez a *légzési együttható*. Kismértékben fehérjék is elégnek.

Ezen folyamatból látjuk, hogy izmaink munka végzésekor energiát használnak fel, amihez a sejtjeinkben levő fehérjék, szénhidrátok és zsírok elégése útján jutnak. A szervezet életfolyamatának fenntartására még *vitaminokra* is szükség van, éppenúgy, mint a gépnek a hajtóanyag mellett kenőolajra, tisztító anyagokra. A vitaminok a szervezet életfolyamata alatti anyagcseréhez szükségesek.

Nem célja jelen közleményünknek, hogy a különböző vitaminokat és rendeltetésüket ismertesse és általánosan elterjedt az is, hogy az elfogyasztott tápanyagok elégése alkalmából mennyi hőenergiát kapunk. Ezekre vonatkozólag hivatkozom az »Erdészeti Lapok«-ban, továbbá a »Természettudományi Közlöny« évfolyamaiban és a Bányászati és Kohászati Lapokban megjelent tanulmányaimra. Csupán általánosságban említem meg, hogy az átlagos gyárimunkás anyagszükséglete naponta megfelelő arányban 130 g (sok kísérletező szerint csak 80—90 g) fehérje, 80—100 g zsír és 500 g szénhidrát, 20 g só, néhány tizedgramm vitamin, 1½—2 liter víz és kb. 900—1000 g oxigén. Erre az eredményre jutott *Molisenova* professzornő, az orosz tudományos akadémia étkezési intézetének vezetője 25 évi működése alatti vizsgálatok során. A naponta megállapított tápanyagok kalória értékét 3400 kalóriának találta — férfiaknál —, melyből reggel 20—25 %, délben 40—45 % és este 20 %-ot ajánlanak fogyasztásra, míg 10% hosszabb étkezési szünetre marad. A táplálkozásnál a menetrendszerű pontosságot javasolta.

Minthogy pedig szervezetünk az anyag vegyi energiájából egyszerre tud hőt és munkát termelni, az ember, mint élőgép, olyan feladatot oldott meg, amilyent a többi eddig ismert motornál elérni nem sikerül.

Régebben azt hitték, hogy az élelmiszerek bizonyos csoportja (fehérjefélék) főleg izommunkára használhatók fel, míg a zsírok és szénhidrátok inkább hőt termelnek és mechanikai munkára kevésbé alkalmasak. Az újabban folytatott kísérletekből pontosan meg lehet állapítani, hogy minden anyag, melyet a szervezet oxidáció útján értékesíteni tud, nemcsak meleget, de az izmok részére más energiát is ad. A fehérjék pedig az energiatermelésen kívül az életfolyamatok alatt elhasznált anyagok pótlására is szolgálnak. *A különféle cukrok és szénhidrátok és részben a zsírok, a munkaképességet fokozzák és erőteljesebbé teszik.* Természetes tehát, hogy pl. a kovácsnak lényegesen más a szükséges energia-mennyisége, mint az órásnak, vagy szellemi munkásnak. *A fehérje anyagszükséglet nehéz munkánál nem változik lényegesen.*

Ha a táplálék mennyiségét kalóriákban akarjuk meghatározni, azt vizsgáljuk, hogy a tápanyagok elégése közben fejlődött hőmennyiség hány kalóriá-

nak felel meg. Ha pl. a szalonnát elégetjük, ugyanannyi kalóriát ad a tűzhelyben, mint ha azt szervezetünkben elfogyasztjuk. Ezt tehát meg tudjuk mérni és kiszámítani.

Minthogy elég pontosan ismerjük szervezetünk alapszükségletét, ki tudjuk számítani a munkavégzéshez szükséges kalóriák számát is és így meg tudjuk állapítani, hány kalória kell ahhoz, hogy a különböző fizikai munkát végző szervezet energetikai egyensúlyát biztosíthassa.

Amikor tehát az egész napi táplálkozás alatt valaki több kalóriát fogyaszt, mint az alap és munkaszükséglet, akkor megfelelő a táplálkozása, sőt szervezete el is raktároz belőle ; ha kevesebbet fogyasztott, akkor táplálkozása hiányos. A kubikos és hasonló munkás napi szükséglete (5100—5200) kalória, a kovácsé és vájáré 4800 kalória, a lakatosé és szerelőé 3400 kalória, orvosé és iparosé átlag 3000 kalória, míg az értelmiségi és szellemi dolgozóké és optikus műszerészé (2600—2800) kalória, ülőfoglalkozásúaké (2300—2400) kalória. (Adatok : A munka és táplálkozás című munkából : Tudósok a dolgozóknak.)

Az élelmiszerek összetétele *Elsner :* Die Praxis des Chemikers című munkájából vehető. 1 g fehérje 4,1 kalóriát, 1 g zsír 9,3 kalóriát, 1 g szénhidrát 4,1 kalóriát ad. Ezekből kiszámítható, hogy ha a nehéz testi munkásnak 5000 kalóriára van szüksége, az megfelelne naponta 100—110 g szalonnának, 550—650 g kenyérnek, vagy tésztaneműnek, 200—250 g marhahúsnak, 5 dl tejnek, 500 g főzeléknek, 2,5—3,5 dkg cukornak, 3—4 dkg vajnak, 20 g sónak ¼ kg gyümölcsfélének.

A munka végzésénél nemcsak végtagjainknak, hanem az agynak is van jelentősége. Ha pl. szemünk meglát egy tárgyat, annak képét továbbíthatja az agyba és ez ad utasítást az idegeken keresztül az izomcsoportoknak, mondjuk jobb kezünknek, hogy azt felemeljük, megmunkáljuk stb. De más érzékszerveink is kifejtenek munkát az agyon át. Tehát a munka az agy és az izmok együttes működése.

Az alvó, vagy nyugvó ember is az alapszükségletnek, 1700 kalóriának megfelelő munkát végez. Szíve és tüdeje összehúzódik, kitágul és ezen működések hajtják az ereken keresztül a sejteket tápláló vért, majd a tüdőből kisajtolja az elhasznált levegőt és friss levegőt szív be. Dolgoznak még a belek, vese, máj stb. Mindezek belső munkák. A járás-kelés, lefekvés, felkelés, mosdás stb. már külső fizikai munka, melyet minden embernek el kell végeznie. Mindezek igazolják, hogy nem lehet mereven szétválasztani a szellemi munkát a fizikaitól. Izmaink és agyunk munkája csak bizonyos határokon belül képes munkát végezni.

Már régebben megvolt a törekvés, hogy a munkaerőket tehermentesíteni kell lehetőleg a nehéz munkától, így a nagyobb teherhordástól és szállítástól is. Emelők, ékek, csigák, lejtők, állati erő, kocsik, csavarok stb., egyszerű és az összetett gépek, mind ezt a célt szolgálták. *A kizsákmányolóknak olcsóbb volt a munkást és parasztot robotban dolgoztatni, mint gépet segítségére adni.* Voltak kerékkötők is, akik a gépben a munkás ellenségét kívánták feltüntetni. A szocia-

lizmus felé vezető úton mindjobban előtérbe kerül a gépesítés. A dolgozóktól nem azt kívánjuk, hogy erejük megfeszítésével, munkaidejük állandó meghosszabbításával keressék meg a létfenntartásukhoz és egyéb igényeikhez szükséges anyagi eszközöket, hanem vállvetve kell azon dolgoznunk, hogy könnyebben, jobban, nagyobb teljesítménnyel tudjon a dolgozó eredményeket felmutatni. Ezt kívánják az újabb normákkal és béremelésekkel is elérni. Ha traktorokkal könnyebb a szántás, vető- és aratógépekkel a vetés és aratás, úgy megjavul a paraszti dolgozó helyzete. Éppenúgy a fadöntés, és fűrészelés munkája villamos fűrészgépekkel könnyebb, tehát ezekkel kell segíteni a dolgozót. Az ipari munkás részére pedig modern szerszámgépeket, kovácsoló, sajtoló gépeket, a villamoshegesztésnél önműködő hegesztő gépeket és újabb berendezéseket, a teherszállító munkások részére megfelelő segédeszközöket és emelőszerkezeteket kell beszerezni.

Mindezek előrebocsátása után vizsgáljuk meg az ember enerigaszükségletét a különböző teherszállításnál.

Meg kell jegyeznünk, hogy a fizikai munkaméréseknél megbízhatóbb és a valóságnak jobban megfelelő értékeket kapunk, ha az egyes munkarészek energiafelhasználását vesszük figyelembe, amely nyugalomban és munkavégzés közben az oxigénszükségletet veszi alapul.

Laboratóriumi kísérletek leszűrt eredményeiből a terhek mozgatására képleteket vezettek le, melyek bizonyos korlátozásokkal és változásokkal más szállítóeszközökre és módokra is megállapíthatók. Ezek a képletek lehetővé teszik a megerőltetés megállapítását is bizonyos munkafajtáknál és alapját képezhetik gazdasági számításoknak, és a szállítási munkák racionalizálására vezethetnek.

Belélegzési kísérletek segítségével az ember energiaszükségletét teher emelésénél, vontatásánál, be- és kirakodásánál meg lehet határozni. Az eredmények a gyakorlatban is beváltak, mert könnyen kezelhetők, megbízhatók és összefoglalják a legfontosabb szállítási módokat.

Az ember fizikai munkája egyes szállításoknál még sokáig nem lesz nélkülözhető, de megállapítható, hol és mikor válik emberi vonatkozásban terhessé, a munkához méltatlanná és egyben nem gazdaságossá. Ezen esetekben nem ösztönzi újabb munkamódszerek kifejlesztésére, hogy így növelje közvetlen saját és közvetve pedig az összesség jólétét.

Max Planck fiziológiai intézetében fáradoztak a kísérletekből levont képletek levezetésén, de a nehezebb terhek mozgatására vonatkozó vizsgálatok nem tökéletesek, amely képleteket azonban a különböző kutatók bizonyos tapasztalati tényezők alkalmazásával vettek figyelembe.

Sík szállítás esetében abból indultak ki, hogy a szállítómunkás se vigyen, vagy vontasson testsúlya 44%-nál nagyobb terhet, mert 8 órai munkaidő alatt ez már napi 1400—1500 kalória szükségletnek felel meg, amit az alapértékhez,

1700-hoz kell hozzáadni (lesz 3100—3200 kalória), nem számítva a munkahelyre való eljutást és távozást.

Az energia-szükségletet minden 1 m úton Q teher mellett úgy állapították meg, mintha a Q teher mellé saját testsúlyát G_1-et is a teherhez hozzáadnák.

A k *úttényező alatt azt az energiafelhasználást értjük, mely járategységenkint 1 kg-nak 1 m hosszú vízszintes úton való továbbításához szükséges.* Ez az érték sima úton, normálsebesség mellett: $k = 0{,}00055 = \frac{1}{1800}$ kgkal/mkg. Ezen kísérleti érték kedvező terhelési módnál érvényes; pl. két kézben elosztott vagy háton történő teherhordásnál, mint ez a gyakorlatban is megtörténik. Minthogy azonban az üzemben sima, vagy akadálymentes út nincs, a számításoknál 20%-nál nagyobb úttényező értéket vesznek alapul, azaz $k = \frac{1}{1500}$ kgkalória/mkg. Nehezebb terhelésnél még nagyobb százalékot adnak a k értékéhez.

Ha az átlagos testsúly (70—72) kg, ennek 44%-át lehet a hordható teherre számítani, azaz kereken 30 kg-ot. A fentebb említett 20%-os többlet egész 30 kg teherig érvényes. Ezek alapján tehernek sík pályán való szállításakor az 1 óra alatti energia: E_I. felhasználásának meghatározására a következő képlet szolgál:

$$E_I = nck\,[(G_1 + Q) + G_1] = \frac{n}{1500}\,c\,(140 + Q) = \frac{n}{1500}\,cQ_I\,, \qquad (1)$$

$$\text{ahol } Q_I = 2G_1 + Q_1)$$

amely egyenletben c az út hossza méterekben a teher felvétele és leadása között, k az úttényező teherhordásánál vízszintes pályán, n a megterhelés melletti járatok száma, G_1 a test súlya és Q a terhelés. Példa:

Számítsuk ki az óránkénti energiafelhasználást, ha az összes terhelés: $Q_I = 174$ kg, a munkajáratok száma: $n = 6$ és $c = 256$ méter.

$$E_I = \frac{6}{1500} \cdot 256 \cdot 174 = 173{,}3 \quad \text{kgkalória/óra.}$$

A napi 8 órai munka mellett ez kereken 1390 kalória napi felhasználás. Vegyük még figyelembe a járás munkáját hazulról a munkahelyig és vissza. Ha az összes megtett utat 3 *km*-nek vesszük és az utat a legkedvezőbb v sebességgel teszi meg, ami óránként 4,5 km menetelésnek felel meg és így egyenlő 1,25 m/sec.-mal, akkor a mechanikai munka alapján végzett kísérletek szerint:

$$\text{Le. mkg} = 0{,}05 \cdot Q \cdot c^2\,, \qquad (2)$$

amely egyenletben $Q = G_1$, a test súlya, akkor $\mathcal{L}e = 0{,}05 \cdot 1{,}25^2 \cdot 72 = 5{,}62$ mkg munka minden másodpercben.

Meg kell jegyeznünk, hogy a járás, futás és kerékpározási munka effektusa úgy aránylanak egymáshoz, mint: 1 : 3,6 : 7,3. A munkás a 3 kilométer utat 1,25 m/sec. sebességgel tette meg, tehát az idő - $t'' = \frac{3000}{1{,}25} = 2400''$, és így az összes végzett munka: $5{,}6 \cdot 2400 = 13440$ mkg, kereken: 13,500 mkg.

Mivel a munka és hő egyenértéke 427, a gazdasági hatásfok pedig legyen pl. 16%, akkor a felhasznált energia a munkahelyre való oda- és visszajutásnál:

$$\frac{13\,500}{427 \cdot 0{,}16} = 197 \text{ kgkal. } {}^{2}/_{3} \text{ óra alatt.}$$

1 óra alatt tehát 295 kg/kalória.

Hasonlítsuk össze ezt az eredményt azzal, amit az energiafelhasználási kísérletek alapján foglaltak képletbe az (1) egyenlet szerint, akkor

$c = 1500$; $n = 2$ és $Q = 2 \cdot G_1 = 144$ kg.

és így $E_1 = \frac{2}{1500} \cdot 1500 \cdot 144 = 288$ kg/kalória/óra,

ami teljesen megegyeznék a fenti eredménnyel 16,2%-os gazdasági hatásfok mellett. Példánkban alapul vett szállítómunkás egész napi energiafelhasználása, ha az alapérték, vagy nyugvóhelyzetbeni energia 1700, így

$1700 + 288 + 1390 = 3378$ kgkal. energia felhasználása, amely a lefekvés, felkelés, mosdás munkájának megfelelően 3400 kg kalóriára növelhető meg.

A szállítómunkás energetikai egyensúlyának fenntartására táplálkozásból kell ezen energiafelhasználást visszakapnia.

Határozzuk meg az energiafelhasználást E_{II}-t teher emelése esetében (felrakás, lapátolás), berakodás- és kirakodásnál.

Ez esetben változhatik az energiafelhasználás az ember magassága, azaz a kezdeti magasság szerint, továbbá a teher emelési magassága: H és ennek Q_2 súlya szerint. Ezért is az 1 méterkg-ra vonatkozó értékek tág határok között változhatnak. A teher emelésekor felhasznált energiát *R. Herbst** és munkatársai vizsgálták meg és kísérleti eredményeikből *H. Spritzer* dortmundi mérnök az I. táblabeli energiafelhasználást számította ki.

Az I. táblázat a teheremelésnél felhasznált energiáról ad képet kgkalória/mkg egységben:

I. táblázat

Kezdeti magasság cm	Emelési magasság cm	Egyszerre emelendő teher kg-ban				
		9,2	13,9	19	24,1	28,9
		Energiafelhasználás kgm-enkint				
	50	0,077	0,058	0,048	0,043	0,043
	100	0,059	0,047	0,041	0,039	0,042
	150	0,048	0,039	0,036	0,037	0,04
	200	0,045	0,037	0,035	0,0365	0,041
	50	0,051	0,043	0,038	0,038	0,041
50	100	0,039	0,034	0,032	0,035	0,039
	150	0,036	0,032	0,032	0,036	0,039
	50	0,032	0,029	0,028	0,034	0,041
100	100	0,033	0,029	0,03	0,033	0,036
150	50	0,038	0,033	0,034	0,041	0,051

* R. *Herbst* E. *Atzler*, G. *Lehmann* und E. *Müller*: Pflügers Archiv. Bd. 208. 1925.

A fenti táblázatban kiszámított értékek azoknál a teheremeléseknél érvényesek, amelyek csak kisebb mérvű vízszintes szállítással kapcsolatosak.

Közepes értéknek: $k = 0{,}033$ kgkal/mkg-t vehetjük számításba és ezen érték $\pm 10\%$ pontossággal felelne meg a leggyakoribb üzemi gyakorlat mellett. De $0{,}033 = \frac{50}{1500}$, amely törtre az összesített számításoknál van szükség.

Ha tehát Q_2 az emelendő teher és H_1 az összes emelési *magasság* (felemelés és berakás), ha további n_1 az óránkinti teheremelések száma, akkor:

$$E_{II} = n_1 H_1 Q_2 \, 0.033 = \frac{n_1}{1500} \cdot 50 H_1 Q_2 \text{ kgkal/óra.} \tag{3}$$

Ha a teher emelése és hordása lejtős pályán hegynek fel történik, úgy ez összefügg a teher közel függőleges emelésével, a teher hordásával és a vízszintes úton való járási munkával.

A Sigfrist-féle vizsgálatokból kapott munkatényező van a valósághoz legközelebb. Kísérletek alapján ez a tényező 0,0075 kgkal/mkg emelési munkát eredményezett. Ez kb. 30%-os emelkedésig érvényes, amely a lépcsők emelkedésének felel meg és így a gyakorlatban leginkább előforduló esetre érvényes. Eme tényező kedvező körülmények mellett gyakorlott, edzett egyénekre van megállapítva; a praktikus esetben ez valamivel nagyobb. Átlagosan vehető ezen tényező: $0{,}01 \frac{15}{1500}$-nak, de csak akkor, ha legfeljebb $Q_3 = 30$ kg tehernek lépcsőn, vagy 30°-nál kisebb emelkedésű lejtős pályán való szállításáról van szó. Ha a munkamenet emelkedési magassága H_2 és n_2 az óránkinti teherhordási járatok száma, akkor az energiafelhasználás képlete E_{III}:

$$E_{III} = n_2 H_2 (72 + Q_3) \, 0.01 = \frac{n_2}{1500} \cdot 15 \cdot H_2 (72 + Q_3) \text{ kgkal/óra.}$$

Az esetben, mikor a terhet lépcsőn lefelé, vagy hegynek lefelé kell szállítani, hordani, akkor az energiafelhasználás egyenlőnek vehető a sík pályán való teherhordással, de csak addig, míg a teher nagysága 30 kg-ot meg nem haladja.

Tegyük fel, hogy a teherszállításkor együttesen van szükség sík pályán való teherhordásra, hegynek fölfelé való továbbításra, beleértve a teheremelést és lebocsátását, akkor az 1 óráig tartó munkafolyamat alatt felhasznált energia E_0 kiszámítása az (1), (2) és (3) képletek összegezésével történik:

$$E_ö = E_I + E_{II} + E_{III} \tag{4}$$

Legyen a teher és a testsúly nagysága is ugyanaz, tehát: $Q = Q_1 = Q_2 \leq 30$ kg, és $G = 72$ kg, akkor n munkajárat mellett:

$$E_{ö} = \frac{n}{1500}[c(144+Q) + 50H_1 Q + 15H_2(72+Q). \qquad (5)$$

Ha a szállítandó teher 30 ~ 60 kg között változik, akkor ezen egyenlet *Herbst* és *Atzler* gyárakban folytatott kísérletei alapján, melyeket zsákhordással kapcsolatban egész 75, sőt 100 kg teherrel végeztek el, módosításra szorul. Ugyanis a k-val jelzett állandó $\frac{n}{1500}$ kgkalória/mkg helyett 30—60 kg teherig $\frac{1}{1300}$ kgkalória/mkg-nek veendő (mind a három részre vonatkoztatva), ami azt jelenti, hogy az (5) egyenlet alapján kiszámított értékhez kb. 20% többletet kellene még hozzászámítani. *De már 60 kg-on túlmenő teherszállításnál a* k *tényező* : $\frac{1}{1000}$ *értékig növelendő és ez esetben tehát a kapott eredményhez kb. 40% energia-többletet vesznek figyelembe* és ilyen módon adják meg az óránkinti energia-felhasználást kgkalóriákban.

2. *példa.*

Kérdés, hogy az a zsákhordó munkás, aki óránként 18 zsákot 50 kg terheléssel felvisz a ház első emeletére ($H_2 = 4$ m) és a zsákokat felemelésnél $H_1 = 1$ méterre emeli, mennyi energiát használ fel kalóriákban ezen idő alatt, ha vízszintes irányban a c úthossz a teher felvétel és lerakás között 32 m?

Az (5) egyenlet alapján, ha a tényező $\frac{1}{1300}$, kapjuk :

$$E_{ö} = \frac{18}{1300}[32(144+50) + 50 \cdot 1 \cdot 50 + 15 \cdot 4 \cdot (72+50)] = \frac{18}{1300}[6208 + 2500 + 7320] = 221{,}2 \text{ kgkal/óránként},$$

Ha naponta csak 8 órát végzi a munkát és hozzászámítjuk a munkahelyére való oda- és visszameneti, és egyéb járási munkát, és az alapértéket, úgy ezen munkás napi energia-szükséglete kb. 3800—3900 kalória.

A kísérletileg megállapított tényezőknek helyes kiértékelését mutatja azon régebben szokásos számítási mód is, amely a mechanika általános érvényű tételei alapján határozza meg a különböző munkafolyamatok alatt a végzett munkát és a szállítómunkás energiaszükségletét.

A gazdasági hatásfok megállapítása után a munkának hőegyenértékét energiafelhasználás szempontjából η_g·427-ben állapítják meg, *amikor már a táplálékban felveendő azon kalóriamennyiséget kapjuk meg, melyet a dolgozó energetikus egyensúlyának biztosítására a táplálkozásban felvesz.*

Végezzük el a számítást is. A zsákhordó munkája 3 részből van : 1. A vízszintes irányú teherhordásból, 2. a teher emeléséből és 3. a tehernek lépcsőn, illetőleg hegynek fel történő szállításából. A vízszintes irányú teherhordás tulajdonképpen a járás munkája, ha a testének súlya mellett a teherhordást is figyelembevesszük munkajáratban, míg az üresjáratban csak a testének súlyát. 1 m vízszintes úton a test súlypontjának emelkedése normális járással : 3,34 cm. Ilyen módon az első munkaszakaszban $\mathscr{L}_1$ óránkénti munka 18 munkajárat mellett

$$\mathscr{L}_1 = (2G+Q) \cdot c \cdot 0{,}0334 \cdot 18 = (144+50)\,32 \cdot 0{,}0334 \cdot 18 =$$

$$= 194 \cdot 32 \cdot 18 \cdot 0{,}0334 = 111{,}745 \cdot 0{,}0334 = 3732 \text{ mkg óra.}$$

A második munkaszakaszban 18-szor emeli fel testének súlyát és az 50 kg terhet $H_2 = 1$ m magasba,

$$\mathscr{L}_2 = 18 \cdot (72+50) \cdot 1 = 2196 \text{ mkg/óra.}$$

A harmadik szakaszban az első emeletre $H_1 = 4$ m viszi fel testének és a tehernek a súlyát, mégpedig óránkint 18-szor.

$$\mathscr{L}_3 = 10\,(72 + 50) \cdot 4 = 122 \cdot 72 = 8784 \text{ mkg/óra.}$$

$$\mathscr{L}_{\ddot{o}} = \mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2 + \mathscr{L}_3 = 3732 + 2196 + 8784 = 14712 \text{ mkg/óra.}$$

Ebből az energia-felhasználása (kgkalória/óra, ha a gazdasági hatásfoka, amit átlag munkásnál $\eta_g = 0{,}16$-nak veszünk:

$$E_{\ddot{o}} = \frac{14712}{427 \cdot 0{,}16} = \frac{14712}{68{,}3} = 215{,}4 \text{ kgkal/óra.}$$

A szállítómunkás gazdasági hatásfoka tehát, ha naponta 3900 kalóriát fogyaszt és összes napi munkájában 1 óra lóerő munkateljesítményt 270 000 mkg fejt ki:

$$= \frac{270\,000}{427 \cdot 3900} = \frac{27}{166{,}5} = 0{,}16$$ azaz 16% és emellett kgkal. felhasználása óránkint 215 kgkal/óra-t adna.

Nincsen tehát lényeges különbség akár közvetlen az energiafelhasználást határozzuk meg a kísérletileg megállapított állandókkal, akár a részemről javasolt módon az energiafelhasználást az elegendő pontossággal kiszámítható munkaegyenletekből keressük meg, amint azt egyik közleményemben: »*Az ember gazdasági hatásfoka és élettani értéke*« címen (Erdészeti Lapok 1938. évi 7—8. füzetében) is már kifejtettem.

Vizsgáljuk még a terhek vontatását és tolását járművel és sík, továbbá lejtős pályán.

Az emberi szervezet energiaszükségletét ezen esetben ugyancsak *Atzler* és *Herbst* állapították meg kísérletileg (*E. Atzler* und *R. Herbst*: Arbeitsphysiologie Bd. I. 1929.).

Amiképpen az emelésnél, úgy a sík pályán való vontatás és tolásnál is a munkát két részből összetettnek tekinthetjük. Ugyanis 1. a járásból és 2. a húzó, illetőleg a toló hatásból eredő munkából.

Az első munka esetében az úttényező kgkal/kgm $\frac{1}{1500}$-nak, azaz 0,00067-nek vehető.

Rendes körülmények között, ha a vontatási sebesség 1 m/sec. és a teher súlypontjának magassága 1 m, úgy a tolási állandó 0,0061 kgkal/mkg és a tiszta húzási munka állandója: 0,0072 kgkal/kgm.

Minthogy a teherszállító jármű egy része mindkét munkára van berendezve, ezért e munkák állandóját középértékben 0,0067-nek vehetjük, ami pedig $\frac{1}{150}$ kgkal/kgm-nek felel meg.

Legyen a kocsi vagy jármű ellenállási tényezője: $\varkappa$ a »*Hütte*« kézikönyv számtáblázatából:

Karima		Karima		Pálya
Vasabroncs	1/100	Gumiabroncs	1/100	sima sínpályán
»	1/80	»	1/80	sima ipari vágányon, mezei vasúti ip. vág.
»	1/60	»	1/50	jó betonúton, vagy kövezeten
»	1/30	»	1/40	rossz kövezeten
»	1/10	»	1/20	földúton
»	1/5	»	1/10	rossz, homokos úton

Ha a szállítómunkás testsúlya : $G = 72$ kg, a teher súlya Q_t, az üres kocsi súlya $Q_ü$, n a teher óránkinti járatszáma és c a tehervontatás úthossza méterben, akkor az energiafelhasználás kézzel való vontatás, szállítás esetében a síkpályán : $E_{sz}^{összes}$ a következő :

$$E_{sz}^{összes} = n \cdot c \left[2 \frac{G}{1500} + \frac{\varkappa (Q_t + 2Q_ü)}{150} \right]. \tag{6}$$

Az első tag a járás energiaszükséglete, a második a tehervontatás energiaszükséglete és a harmadik az üres kocsi vontatási energiaszükséglete, amely két utóbbi tagot összevonhatjuk és akkor $E_{sz}^{összes}$:

$$E_{sz}^{összes} = nc \left[\frac{2G}{1500} + \frac{\varkappa (Q_t + Q_ü)}{150} \right] = \frac{nc}{150} [14{,}4 + \varkappa (Q_t + 2Q_ü)] \tag{6a}$$

Amíg a teher emelésekor és lebocsátásakor csupán a tiszta emelési munkát számítják, addig a járműveken való tehervontatásnál az időegységben szállítandó teher miatt a berakási és kirakodási munka is figyelembe vehető — feltéve, hogy a jármű nem billenthető fel, amikor a kirakodási munkát már nem lehet számításba venni.

Ezen munkák energiafelhasználásának megállapításakor szóba kerül, hogy a kézzel történő be- és kirakás fölfelé, vagy lefelé történik-e, továbbá hogy a teher be- és kirakása lapátolással megy-e végbe és ugyancsak fölfelé, vagy lefelé történik.

Az előző esetben, a kézzel való felrakáskor a függőleges irányú teheremelő munkához hozzá kell számítani a vízszintes hajító komponenst is, amely *K. Wenzig* kísérletei alapján (Arbeitsphysiologie 1929. 1. kötet) az emelési összetevő megkétszereződését vonja maga után.

Ha a H_1 az emelési magasság, akkor közepes súlyoknál az állandó tényező 0,033 helyett 0,066 kgkal/mkg-mal számítunk, azaz :

$$E_a = 0{,}066\, H_1 = \frac{H_1}{15} \tag{7}$$

Ez 1 kg-nak egyszeri felrakásánál szükséges.

A kézzel való lerakásnál, ha a teher emelési magassága H_1, amely rendesen 0,1 m és a tényező $\frac{0{,}1}{15}$, amely éppen a teher megemeléséhez elegendő — amikor is :

$E_\beta = \frac{0{,}1}{15} H_1$ kgkal/mkg az 1 kg. egyszeri lerakásánál szükséges.

Lapátolásnál pedig a hatásfok csak fele annak, mint a kézzel való berakásnál és így ekkor nagyobb az energiaszükséglet.

$$E_{a\delta} = \frac{2}{15},\ H_1 \text{ felrakásnál} \tag{9}$$

$$E_{\beta\delta} = \frac{2}{15},\ H_1 \text{ lerakásnál} \tag{10}$$

A) Ha már most a teher, vagy rakomány súlya : Q és az óránkinti fel- és lerakás száma n, akkor :

$$1.\ E_a^{\mathrm{I}} = \frac{n}{150} \cdot 10 H_1 Q_1, \tag{11}$$

kézzel történő be- és kirakásánál fölfelé ;

$$2.\ E_\beta^{\mathrm{I}} \quad \frac{n}{150} \cdot 10 \cdot H_1 Q_t, \tag{12}$$

kézzel történő be- és kirakásnál lefelé ;

B) Lapátolásnál történő be- és kirakásnál pedig :

fölfelé

$$1.\ E_{a_0}^{\mathrm{I}} = \frac{n}{150} 20\, H_1 Q_t, \tag{11a}$$

lefelé

$$2.\ E_{\beta_0}^{\mathrm{I}} = \frac{n}{150} 20 H_1 Q_t. \tag{12a}$$

Ha pedig a berakás fölfelé és a kirakás lefelé, vagy fordítva történik, akkor az 1. és 2. képletet felváltva használjuk ; amikor pedig a berakás és kirakás lefelé megy végbe, akkor a megfelelő képletet kettővel szorozzuk.

A teher tolását és húzását nemcsak sík pályán, hanem hegynek felfelé is végezhetjük.

Megfelelő kísérletek hiányában ugyanazon számítási módot használhatjuk, mint a hegynek fölfelé történő teherhordásnál. Ha ugyanis csak az emelési munkát vettük figyelembe, amely járatonként, ha az emelkedési magasság H_2 és n az óránkénti járatok száma, G a testsúly, $Q_ü$ az üres kocsi súlya és Q_t a terhelés, akkor :

$$E_{sz}^{\mathrm{I}} = n H_2 (72 + Q_ü + Q_t) \cdot 0{,}01 = \frac{n}{150} 1.5\, H_2 (72 + Q_ü + Q_t). \tag{13}$$

Ez az energiafelhasználás az emelési munkára kgkal/órá-ban, amelyet hozzáadunk a síkpályán kifejtett E_{sz} értékéhez.

Összefoglalva tehát a húzás és tolás munkáját síkpályán, hegynek fölfelé és tekintetbe véve a kézzel végzett be- és kirakás munkáját, úgy megkapjuk a hegynek fel való vontatásnál (húzás-tolásnál) és a be- és kirakásnál kifejtett összes munkát, amelyet a kísérleti tényezővel és az óránkinti munkajáratokkal kell szorozni, úgy megkapjuk az összes energiafelhasználást: $E^{I}_{összes}$-t, ha még a teherfelvétel és leadás között megtett utat méterekben is figyelembevesszük:

$$E^{I}_{összes} = E_{sz} + E^{I}_{sz} + E^{I}_{\alpha} + E^{I}_{\beta} = \frac{n}{150} \Big\{ c\,[14.4 + \varkappa\,(Q_t + Q_{\ddot{u}}) + 1{,}5,\, H_2\,(72 + Q_t + Q_{\ddot{u}}) + 10 H_1 Q_t + 10 H_1' Q_t] \Big\}. \tag{14}$$

Meg kell jegyezni továbbá, hogy nem lehet lényeges különbség az emelkedési tényező és a teherhordási tényező között, azaz 0,01-ban vehető fel.

Ami pedig a hegyen lefelé való szállítást illeti, ez már nem is húzás és tolási, hanem inkább fékező munka, ez a munka pedig a járási munka állandó tényezőjén belül esik.

Taligán való zsákszállításoknál az energiafelhasználást az: $E^{I}_{összes}$ érték kétszeresével számítják.

Gyakorlatból vett és kísérletileg ellenőrzött egyik munkafolyamattal kívánva igazolni, hogy az emberi szervezet energiafelhasználása a szállításoknál jóllehet megbízhatóbb, mint a mechanikai munkából megállapított energiaszükséglet, azonban egyáltalában nem különbözik lényegesen az utóbbi eredményeitől, ha konkrét esetekben a szállítómunkás gazdasági hatásfokát a tényleges helyzetnek megfelelően kiszámítjuk és a táplálékban felvett kalóriaszükségletet: 427 η_g alapulvétele mellett határozzuk meg.

3. *példa.*

Kőszállítási tevékenységgel kapcsolatban megállapították a következő értékeket: Az üres kocsi súlya: $Q_{\ddot{u}} = 450$ kg. A rakomány teher súlya $Q_t = 950$ kg. Az óránkénti munkajáratok száma: $n = 2$. A teherszállítás úthossza: 30 m. A kocsi megrakásánál az emelési magasság $H_1 = 0{,}65$ m. $H_1' = 0{,}1$ lerakásánál. A jármű ellenállási tényezője iparvágány sinen: $\varkappa = {}^{1}/_{80}$. A köveket kézzel rakják be és ki. A kocsit egy darabon eltolják emelkedés nélkül, $H_2 = Q$, és a köveket lefelé rakják ki. Keresendő az óránkénti energiafelhasználás. A (14) egyenletből:

$$E^{I}_{összes} = \frac{2}{150} \Big\{ 30 \Big[14{,}4 + \frac{1}{80} (900 + 950) + 10 \cdot 0{,}65 \cdot 950 + 10 \cdot 0{,}1 \cdot 950 = 15 + 82{,}3 + 12{,}8 = 110{,}1 \text{ kgkal/óra.}$$

A belégzési vizsgálatokkal kísérletileg talált energia felhasználása a lerakás-tolásra és kirakásra két kocsi esetében sík pályán jól egyezett a számítással talált eredménnyel.

A kísérletből megállapított eredmény: 105 kgkal/óra.

Ha ezt a feladatot a gazdasági hatásfok alapján oldjuk meg, akkor a sík pályán kifejtett munka $\mathscr{L}_1$ járás közben 2.60 m utat tett meg egy óra alatt.

a) → *Weisbach* szerint, ha h a test súlypontjának emelkedési magassága, úgy a lépés munkája $G \cdot h$; ahol $h = 5$ cm. A méterenkénti munka: $G \cdot h \cdot {}^{4}/_{3}$ és az egy óra alatti munka: $\mathscr{L}_1 = 72 \cdot 0{,}05 \cdot {}^{4}/_{3} \cdot 120 = 600$ mkg. →

A telt kocsi óránkénti tolási munkája: $\mathscr{L}_2$.

$$\mathscr{L}_2 = (950 + 450 + 72) \cdot 60 \cdot \frac{1}{80} = 1104 \text{ mkg.}$$

Az üres kocsi tolási munkája: $\mathscr{L}'_2$

$$\mathscr{L}'_2 = (450 + 72)\, 60 \cdot \frac{1}{80} = 391{,}5 \text{ mkg.}$$

A teher felrakási munka 0,65 m magasra óránként kétszer:

$$\mathscr{L}'_3 = [(950 + 72)\, 0{,}65 \cdot 2]\, 2 = 2657 \text{ mkg.}$$

+ 100%, mert a munka a kisebb darabok felrakásánál a felfelé való lapátoláshoz hasonló.

A teher lerakása: $H_1 = 0{,}1$ m

$$\mathscr{L}_4 = (950 - 72)\, 0{,}1 \cdot 4 = 408{,}8 \text{ mkg.}$$

A fel- és lerakásnál végzett járási munkát nem hagyhatjuk figyelmen kívül a függőleges emelés mellett. Ha a jármű óránkénti kétszeri megrakása és kiürítése 50 percet, 3000″ időt venne igénybe, és a vízszintes irányú sebességet a normális munkasebesség helyett csak 0,4 m/sec-nak vesszük fel, akkor ezen járási munka $\mathscr{L}_5$:

$$\mathscr{L}_5 = 0{,}05 \cdot 72 \cdot 0{,}16 \cdot 3000 = 1728 \text{ mkg.}$$

Az állásnál is fogyaszt a szervezet bizonyos kalóriamennyiséget: óránként 35—40 kg kalóriát. Összegezve az összes mechanikai munkát: $\ddot{o}$:

$$\mathscr{L}_{\ddot{o}} = 600 + 1104 + 391{,}5 + 2657 + 408{,}8 + 1728 = 6890 \text{ mkg.}$$

Tehát $\eta_g = 0{,}15$ mellett az energia felhasználás óránként:

$\frac{6890}{427 \cdot 0{,}15} = 108$ kgkalória, *amely eredmény szintén jól megközelíti a kísérleti és a mechanikai számítási módot is.*

Természetesen bizonyos becslés szerinti idő és sebesség megállapítására az úttényezőknél is szükség van, úgy mint az energiafelhasználás közvetlen számszerű meghatározásánál, ami azonban konkrét esetekben a mechanikai munkák kiszámításával bizonyos méréseket tesz — pontosabb eredmények elérése céljából — szükségessé.

Tekintve, hogy számbeli példánknál a szállítómunkás óránkint végzett mechanikai munkája elég kicsi, csak 6890 mkg volt, ezért az effektus: $\frac{6890}{3600} = 1{,}91$ mkg-mol-nak adódnék, ami azt igazolja, hogy ez még az általános effektus: 6—7 mkg/sec. $^1/_3$-ad részét sem éri el, sőt még a sétálás alatti effektust sem haladja meg. *Ha a munkaeffektus az átlagosnak megfelelne, úgy a felhasznált energia óránkint kb. 300 kg kalória lenne. Hozzászámítva tehát a nyugalmi helyzetnek megfelelő napi 1700 kalóriát, és napi 8 órai munkaidőt, úgy: 8 · 300 + 1700 = 4100-nak adódnék a napi kalóriaszükséglet,* mely a munkahelyhez való ide-oda menetellel és egyéb kisebb munkákkal már szokványos teljesítménynél kb. (*4300—4400*) kalóriára emelkednék. Ebből adódnék az élelmiszerszükségletnek

és a dolgozó családi, szociális és kulturális szükségletéhez mért bére is. Tehát már ez a szállítási munka nagyobb effektussal, kézzel kifejtve, indokolttá tenné már egyes részletmunkáknak emelőgéppel, vagy más szállítóberendezéssel való pótlását.

Az emberi test anyag- és energiaforgalmát nemcsak az egyén tevékenysége szabja meg, hanem a dolgozó súlya, nagysága, kora és neme is. Végül nehány adatot sorolunk fel 100 g tápanyag és értékesíthető kgkalória mennyiségről:

Megállapították, hogy a különféle tápanyagok bizonyos mennyiségéből hány kgkal értékesíthető. Például: 1 db kenyér, 2 db alma, 2 db kockacukor, 1 kanál zsír, 100 g véreshurka, 2 db burgonya, 100 g sovány borjúhús, 1 db virsli a szervezetben való oxidáció útján általg 100 kalóriát értékesít. Avagy: 1 pohár tej 250, 1 adag sajt 300 kalóriát, 2 tojás 180 kalóriát, 1 vajgömböcske 120 kalóriát értékesít, 100 g gyümölcs 40—50 kalóriát.

Avagy:

100 g félbarna kenyér 30% burgonyával ...	200	kal.	tápértékű
100 g füstölt szalonna	795	«	«
100 g vaj olvasztott	850	«	«
100 g gyúrt tészta	260	«	«
100 g savanyú káposzta	20	«	«
100 g paraj	11	«	«

Ezen utóbbit főleg nagyobb C és E-vitamintartalma miatt fogyasztják szívesen. Ezeket és a hasonló ismereteket fel szokták használni a gyári-, föld-, vasúti- és egyéb munkáscsoportok ellátási viszonyainak megállapításánál. Súlyt kell helyezni azonban a kellő mennyiségű vitamintartalmú táplálékok kiválasztására is, mert a vitaminhiány betegségeket okozhat. A tápanyagokban tehát a bizonyos aránybani eloszlású fehérje, zsír és szénhidrátokon kívül meghatározott kis mennyiségű vitaminokra is szüksége van a szervezetnek.

Az A-vitamin a szervezet fejlődéséhez szükséges és ellenállóvá teszi a szervezetet a fertőző betegségekkel szemben. A B-vitaminhiány beri-beri betegséget okozhat, a C-vitaminhiány skorbutot, a D-vitamin a csontozat fejlesztéséhez szükséges és így tovább.

Mindezeket csak azért említettem, hogy számításokat végezhessünk azirányban is, hogy a dolgozó rétegeknek és így a szállítómunkásoknak milyen mértékű és értékű tápláló anyagokra, illetve szerekre van szükségük energetikai egyensúlyuk megőrzésére, továbbá milyen az egyéb szükségletük a család fenntartására és a fentebb is említett igényeiknek kielégítésére. Meghatároztam, hogy az orosz tudományos akadémia élelmezési intézete szerint a napi ellátás nálunk ezidőszerint 12—14 forintba kerülne.

Mennél erősebb munkát végez tehát a szállítómunkás, annál robotosabb is a munka és így természetesen megtalálható az a határ is, melynél, ha megvan a lehetőség, át kell térni a géppel való teherszállításra.

De fejtegetéseinkből az is kivehető, hogy a részletmunkákra nézve mennyi az energiafelhasználás, mint ahogy példáinkban is rámutattunk, hogy pusztán a berakási és kirakási munkálatok az összes munkának több, mint 75%-át teszik ki és *így előtérbe kerül a racionalizálási szempont is.* Ha a berakodásra szánt járművek 0,6—0,7 méter mélységben, vagy bevágásokban közlekedhetnének, akkor a berakás munkája és az energiafogyasztás se volna több, mint a kirakás szükséglete.

Jelen tanulmányomban támpontot kívántam szolgáltatni azokra a körülményekre, melyekre a műszaki értelmiségieknek tekintettel kell lenniök a teherszállítási munkálatoknál.

Népi demokráciánk elve: legfőbb érték az ember, és ahol erre alkalom és lehetőség kínálkozik, ott könnyebbé kell tenni az ember munkáját, fokozni a termelést és ezen keresztül az életnívóját emelni.

Összefoglalás

Szerző tanulmányában ismerteti az energiát szolgáltató motorok η_g gazdasági hatásfokát, a történelmi fejlődés különböző szakaszaiban és *összehasonlítja az élőgép átlagos gazdasági és fiziológiai hatásfokával.* Részletes számításokat végez megfigyelések, kísérletek, tapasztalati és statisztikai adatok alapján és η_g közepes értékét: (0,15—0,18)-nak találta.

A tápanyagokban felvett kgkalóriák energia átalakulásánál, az emberi szervezet hosszabb ideig tartó és állandóan napról-napra ismétlődő külső szállítási munkák energia felhasználására, bizonyos mennyiségű kalóriát fordít. *Ez utóbbinak viszonya a táplálékban feldolgozott összes kalóriához képest kétféle módszer szerint állapítható meg, a mechanikai törvények és munkák elve, vagy az oxigén belégzési kísérletekből kiszámítható $\varkappa$ úttényezők alapján.*

Szerző megállapítja, hogy a két módszer szerinti eljárás — *a tehervontatási munkák energia felhasználásánál — nagyrészt jól egyezik,* amint azt példákban igazolja.

Jóllehet az első módszer egyszerűbb, kényelmesebb és olcsóbb, a második pedig költségesebb, kényelmetlenebb és egyben körülményesebb, lineáris feltételekhez és a kísérletekből folyó számításokkal kapcsolatos, viszont már tekintetbe veszi a munkás konstitucióját, korát, nemét, a munkára való alkalmasságát és gyakorlottságát, nem különben a külső munkának a szervezet belső munkáira való reagálását is.

Tömeges munkák értékelésekor, rentabilitási számításoknál, étkeztetési akcióknál, az élelmiszerek fehérje, zsír és szénhidrát elosztásánál és *általában gyakorlati célokra a két eljárás célszerűen alkalmazható külön-külön avagy főleg együttesen.*

A járás-kelés, az állás, súlyoknak függőleges karral való tartása, a hegymászás és turisztikai műveletek energia felhasználása megbízhatóbban a belégzési kísérletekből határozható meg.

Azon célból, hogy az η_g és $\varkappa$ értékeit pontosabban megállapíthassuk, valamint a dolgozók energetikai egyensúlyát jobban tudjuk biztosítani, kívánatos lenne olyan állandó akadémiai bizottság megalakítása (fizikusok, vegyészek, fiziológusok, orvosok, mechanikusok és gépészek kiválogatásával), akik ezen érdekes, időszerű és nagyjelentőségű problémákkal behatóan foglalkoznának, kísérleteket, kutatásokat és számításokat végezhetnének.

A HANNAH-FÉLE NYÚJTÁSI ELMÉLET EGYES KÉRDÉSEINEK ELEMZÉSE A PAMUTFONÁS SZEMPONTJÁBÓL, AZ EGY- ÉS KÉTSZÍJAS NYÚJTÓMŰVEK VIZSGÁLATA ALAPJÁN

GANGLI BOLDIZSÁR

TEXTILIPARI KUTATÓ INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1953. szeptember 5.]

Jelen tanulmányunk egyik része a nyújtási folyamatokra vonatkozó kutató munkánknak. A korábbi tanulmányok, melyek a hengermegfogó-képességnek, a szakállhossz és a nyújtómezőtávolságnak, továbbá a »törőnyújtás« nagyságának a fonalegyenletességre gyakorolt hatásait tárgyalják, a Textilkutató Intézet kiadványaiban jelentek meg. Mint megállapítást meg kell említenünk, hogy pamutfonás során a sodratfeltörés szükségességét el kell vetnünk. Akkor kapjuk a legegyenletesebb fonalakat, ha az úgynevezett sodrat-törő-nyújtást végző nyújtómezőben csupán 1,15—1,20 körüli előfeszítést alkalmazunk. Ilyen nagyságrendű sebességkülönbség esetén az előfonal szerkezete tömörebb lesz s a főnyújtómezőben a nyújtás folyamata — egy- és kétszíjas nyújtóművek esetén — kedvezőbb fonalegyenlőtlenségi értékeket eredményez.

Jelen munkánk célja a nyújtási folyamatot befolyásoló tényezők közötti összefüggések vizsgálata azon alapvető törvényszerűségek alapján, melyek elvileg bármilyen szálasanyagból készült szalag vagy előfonal nyújtására érvényesek. Gyakorlati vizsgálataink egy- és kétszíjas pamutnyújtóművekre vonatkoznak. Ezek eredményeit felhasználjuk részben az egyszerűsítő feltevések mellett levezetett általános összefüggések ellenőrzésére, részben pedig a nyújtóművek szerkesztésére és üzemi beállítására vonatkozó irányelvek leszűrésére.

A nagynyújtás általános matematikai elméletét *Hannah M.* a Leeds-i egyetem matematikai tanárnője dolgozta ki 1950-ben közzétett tanulmányában. Ebben különböző egyszerűsítő feltevések mellett vizsgálta a nyújtott előfonalban keletkező erőket. Kimutatta, hogy a nyújtás csak abban az esetben ad kielégítő eredményt, ha a nyújtómezőben keletkező erők bizonyos határok között maradnak. Ez utóbbi biztosítása céljából szükséges összefüggéseket — az előfonal finomsági száma, sodrata, áthúzóhenger vagy más visszatartó szerkezet beállítása és a megfelelő nyújtási viszonyok között — oly matematikai kifejezések alakjában adta meg, melyek szerinte bármely szálasanyagra és tetszőlegesen nagy nyújtásra is alkalmazhatók.

Tanulmányunk alapvetőleg feltételezi, hogy e kérdéssel foglalkozók az 1950-ben a Journal of the Textile Institute Vol. 41. No 3. Transactions-ban

megjelent említett munkát ismerik. Ennek ellenére, abban a mértékben, ahogyan vizsgálatainkhoz szükséges, egyes részleteit kivonatolva közöljük.

Egyszíjas nyújtóműben keletkező erők

A nagynyújtású szerkezetek, melyek eddig a gyakorlatban kialakultak, részben tudatosan, részben tudattalanul olyan szerkezeti elemeket tartalmaznak, melyek az elemiszálak között súrlódó erőket létesítenek, vagy azt a nyújtómezőben meghatározott út mentén fenntartják.

A különböző elméletek a súrlódó erők jelentőségét emelik ki, azokét az erőkét, amelyek az úgynevezett úszó elemiszálakra gyakorolnak hatást. Az ilyen szerkezeti elemek végeredményben az elemiszálak mozgását nyújtás közben szabályozzák, és ezért ezeket szálmozgás-szabályozó szerkezetnek hívjuk. Ezek a szálmozgás-szabályozó elemek mind súrlódó erőket létesítenek, illetve fenntartanak és kivitelüktől, valamint működési elveiktől függően többé-kevésbé hatásosak. Az ilyen szálmozgás-szabályozó szerkezetek működésére vonatkozó vizsgálatoknak arra kell kiterjedniök, hogy a lassú és a gyors, valamint az úszó szálakra gyakorolt hatásuk milyen törvényszerűségeket követ. Az előfonal sodratától, a szálmozgás-szabályozó szerkezeti elemektől, az elemiszálak közötti kohéziós erőkből súrlódó erők támadnak, amely súrlódó erők az elemiszálakban nyújtás közben bizonyos feszültséget idéznek elő. Ezt a feszültséget a nyújtómező kihúzó hengerpárja létesíti a behúzó hengerpár kisebb sebességével mozgó elemiszáltömegben, ugyanez az erő viszont, a kihúzó hengerpár sebességével mozgó gyors szálakat igyekszik visszatartani. Ezeknek az erőknek figyelembevételével *Hannah* a gyapjútípusú áthúzóhengeres nyújtómű nyújtómező erőviszonyaira levezette a következő összefüggést.

$$S_2 = \int_{r-w}^{r-c} \frac{N_0\,\mu_0 K S_1}{D}\left(\frac{v_1}{v_x}\right)^{2a}\frac{B_x(1-B_x)}{v_x}\,dx + \int_{r-c}^{r}\frac{N_0\,\mu_0 K S_2}{D^{2a+1}}\left(\frac{1}{v_x}\right)^{2a}\frac{B_x(1-B_x)}{v_x}\,d_x +$$

$$+\int_{r-w}^{r}\frac{N_0}{D}\,\frac{B_x(1-B_x)}{v_x}\,C_0 dx + \frac{(1-B_1)}{Dv_1}\,Q \qquad (1)$$

Miután Hannah a Casablancas-nyújtóműre is alkalmazta egyenletét, annak feltételezése mellett, hogy a szíjacskák megfogópontján túl (nipp point) a gyors szálakban keletkező feszültség meghatározható módon átterjed, mi is feltételezzük, hogy a gyorsszálakban keletkező feszültségek átterjednek az egyszíjas nyújtómű áthúzóhenger vonalán túl hátrafelé az áthúzóhenger mögé, tehát az előfonal mozgásának irányával szemben. Így az (1) egyenletet értelemszerűen, a pamut egyszíjas nyújtóművel kapcsolatban vizsgáljuk.

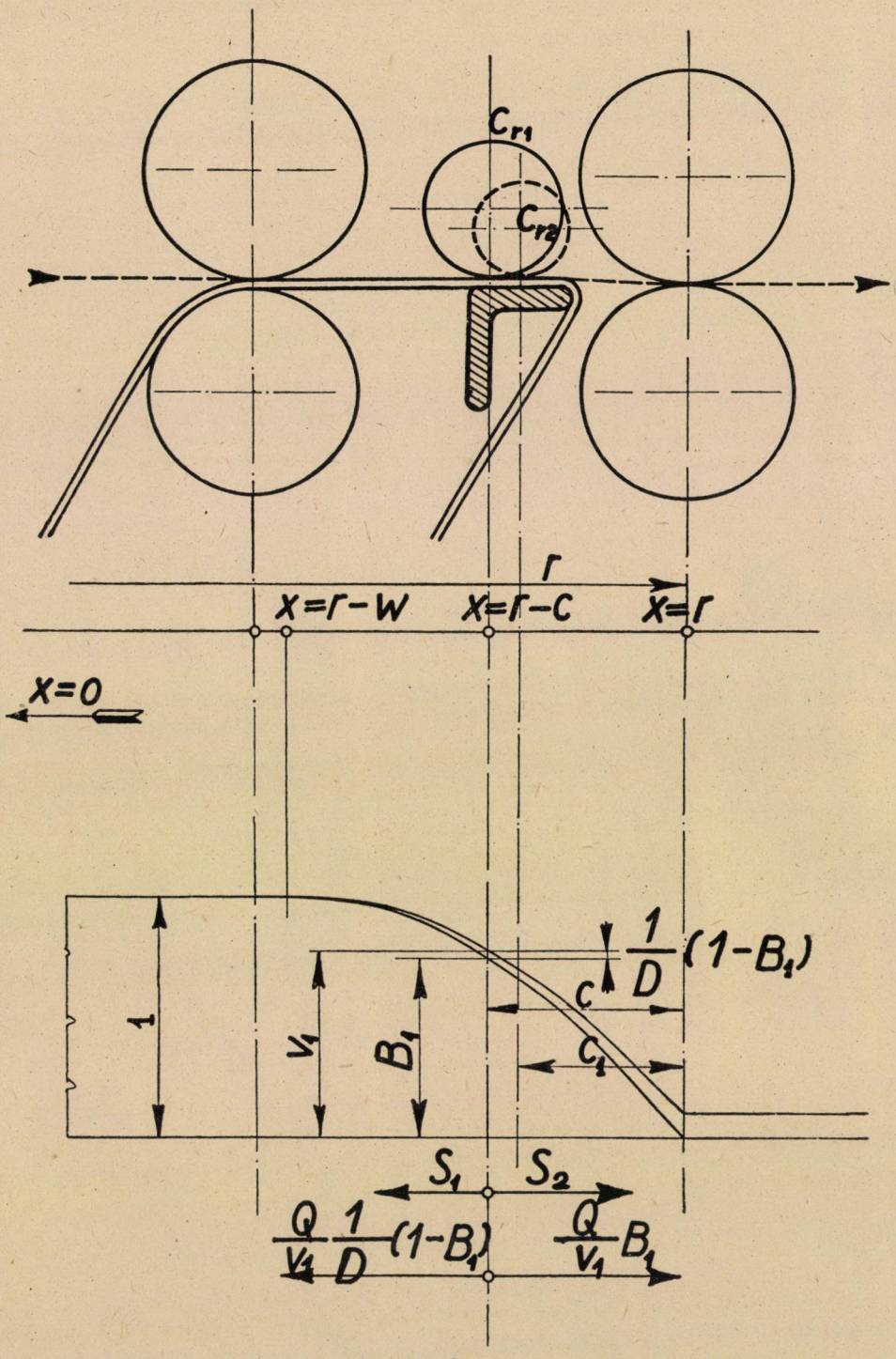
Az egyenlet megértéséhez támpontul szolgál az 1. ábra. Ezen az ábrán a szokásos módon, síkban kiterített szálfolyamok csökkenő szálmennyisége látható, a behúzó és kihúzóhengerpár között. Az áthúzóhenger az $x = r - c$ helyen, azaz a kihúzóhengertől c távolságban van. Ugyancsak itt láthatjuk egy kisebb átmérőjű C_{r_2} jelű áthúzóhenger elhelyezését is, mely a kihúzóhenger megfogási pontjától c_1 távolságban van. Ezzel arra kívánunk rámutatni, hogy szerkezeti méretek beolyásolják a c távolságot. Feltüntettük az 1. ábrán, a nyújtómű x helyén fellépő azon erők irányait is, amelyek részben az áthúzóhenger előtt és részben utána keletkeznek, valamint a lassú és gyorsszálakra ható erők irányait is. S_2 és S_1 azok az összfeszültségek, melyek a behúzó és kihúzó hengerpárok közötti mezőben az áthúzóhenger után és előtt a nyújtás következtében létrejönnek.

A fenti egyenlet, részben idealizáló feltevéssel, nyolc pontba összefoglalható szemlélet, illetve matematikai és fizikai elgondolás alapján került levezetésre.

1. Az elemiszálak közötti súrlódó erő feltételezhetően — mozgó súrlódáskor — a következő összefüggést követi.

$$\mu P_x = \mu_0 P_x + C_0,$$

ahol P_x-el a nyújtómű x helyén, egy elemiszál, egy hosszegységre eső, az elemiszál hossztengelyére merőleges összeszorító erőt jelöljük. μ_0-val jelöljük a nyújtás közben P_x erő hatására az elemiszálak között keletkező súrlódási tényezőt, C_0-val pedig azokat a kohéziós súrlódó erőket — szintén az elemiszálak egységhosszára vonatkoztatva —, melyek csupán az elemi-


C_{r1}
C_{r2}
r
$x=r-w$
$x=r-c$
$x=r$
$x=0$
1
V_1
B_1
$\frac{1}{D}(1-B_1)$
c
c_1
S_1
S_2
$\frac{Q}{V_1}\frac{1}{D}(1-B_1)$
$\frac{Q}{V_1}B_1$

1. ábra

szálak érdességétől, alakjuktól, kúszáltságuktól függenek. Utóbbinak nagyságrendje 0,002—0,007 g/mm.

2. A sodrott előfonalban, a sodrattól származó, az előfonal tengelyére merőlegesen, egy elemiszál egy egységhosszára ható erőre számos idealizáló feltevés mellett, a következő összefüggés írható fel:

$$P = \frac{1}{4} q^{1/2} u \cdot \pi^3 \cdot t^2 \cdot S.$$

Itt a q tényező — melyre még a későbbiekben visszatérünk —, az a szorzószám, mellyel egy megadott előfonalban, annak x helyén levő elemiszálak összkeresztmetszetét meg kell szoroznunk, hogy az előfonal $2R$ átmérőjű látszólagos keresztmetszetét kapjuk.

u az elemiszálak átlagos átmérője,

t az előfonal egységhosszára eső sodrata,

S az az erő, mellyel az előfonalat tengely irányában húzzuk, amely tehát az elemiszálak megcsavart helyzete következtében a P erőt (normál erő) létesíti.

3. A sodrat egy adott *előfonalon* Ambler és Hannah szerint úgy helyezkedik el, hogy az a kisebb keresztmetszetű helyeken relatíve több, mint a nagyobb keresztmetszetű helyeken. Miután a sodrat a keresztmetszetek elcsavarodását jelenti, az egyes keresztmetszetek elcsavarodását $\frac{1}{A^\alpha}$-val vehetjük arányosnak, ahol A a fonal valóságos összkeresztmetszetét jelenti. Mivel az összkeresztmetszet az egyes elemiszál keresztmetszeteiből tevődik össze,

$$\frac{1}{A^\alpha} \text{ helyett írhatjuk az } \frac{1}{N^\alpha}\text{-t.}$$

Az α Ambler mérései szerint *előfonalnál* 0,73 körül van. Ha t_0-lal jelöljük az előfonal egységnyi hosszúságára eső sodratot és az előfonal keresztmetszetben átlagban előforduló elemiszálszámot N_0-val, úgy, ha ezen előfonal hossztengelye mentén megjelölt x helyen N_x elemiszál fordul elő, úgy az előbb említett sodrateloszlás figyelembevételével felírható, hogy

$$\frac{t_x}{t_0} = \left(\frac{N_0}{N_x}\right)^\alpha .$$

Ambler vizsgálatai szerint az előfonal egységhosszában meglevő t_0 sodrat, a nyújtómezőben, a behúzott előfonal N_0 szálszámú keresztmetszeti helyéről a kihúzott gyorsszálak N_1 szálszámú keresztmetszeti helyére fog ráfutni. Ilyen körülmények mellett a *nyújtómezőn belül*, az előbbi arányosság a következőképpen alakul:

$$\frac{t_x}{t_0} = \left(\frac{N_1}{N_x}\right)^\alpha ,$$

ami tehát annyit jelent hogy a nyújtómezőben mindenkor befutó egységhosszra eső t_0 sodrat, a legkisebb elemiszálszámú helyre fut rá. Ha figyelembevesszük azt, hogy a kifutó és befutó elemiszálak sebessége között D a nyújtás mértéke, a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$N_1 = \frac{1}{D} N_0 ,$$

A két utóbbi egyenlet összevonása alapján felírható

$$\frac{t_x}{t_0} = \left(\frac{N_0}{DN_x}\right)^\alpha = \left(\frac{1}{Dv_x}\right)^\alpha \text{ mert } \frac{N_0}{N_x} = \frac{1}{v_x} ,$$

tovább írhatjuk, hogy

$$t_x = \left(\frac{1}{Dv_x}\right)^a t_0 \ ,$$

v_x Hannah elméleti levezetéseinél 1, illetve egységnél kisebb számérték, minimumban 0. Gyakorlati laboratóriumi méréseknél százalékosan szoktuk felírni, tehát maximumban 100, minimumban 0.

4. (1) alatt előforduló egy elemiszál egy egységhosszára ható erő egyenletében a sodrat t értéke van. A nyújtómező x helyén keletkező P_x erő egyenletébe tehát a t helyett a 3. alatti összefüggés szerint t_x megfelelő értékét kell behelyettesíteni. Így kapjuk

$$P_x = \frac{1}{4} q^{1/2} u \pi^3 t_x^2 S \ ,$$

továbbá

$$P_x = \frac{1}{4} q^{1/2} u \pi^3 t_0^2 \left(\frac{1}{Dv_x}\right)^{2a} \ ,$$

vagy az állandónak felvehető tagok K szorzó tényezőbe való összefoglalása után

$$P_x = KS\left(\frac{1}{Dv_x}\right)^{2a} \ .$$

5. A nyújtómezőn belül a gyorsszálakat a lassú szálak a már említett három módon mozgásukban fékezik, azaz súrlódó erőkkel mozgásukat fékezik. A három módszer, mellyel gyorsszálakra és a lassú úszószálakra is fékezőhatást gyakorolhatunk:

a) A sodrat, vagy a hasonló hatású ráfeszítéssel előidézett P erő hatása, mely mint fékezőerő μP nagyságban hat.

b) Az elemiszálak között fennálló, már vázolt kohéziós súrlódási erő C_0.

c) Külső eszközzel, súly vagy rugóerővel előidézett Q súrlódó erő, mely lényegileg a szálmozgást szabályozó szerkezeti elemek kivitelétől függ.

Vorosilov professzor munkájában nem három, de kilenc fajta szálmozgást szabályozási elvet ismertet. Ilyenek:

I. Súrlódó erők kiváltása a nyújtóhengerpárok nyomása által.
II. Súrlódó erők kiváltása áthúzóhengerekkel.
III. Szalagban, előfonalban a sodrattal előidézett normál erők szálmozgást szabályozó hatása. A hatásos szabályozás érdekében a sodrat fenntartását tartja szükségesnek.
IV. A tömörítő szerkezetek, elemiszálak közötti kohéziós súrlódó erők megnövelése.
V. Két szíjacska között, vagy egy szíj és egy áthúzóhenger között keletkező súrlódóerők.
VI. Különböző szerkezetű tömörítők, melyek külső — az elemi szálak hossztengelyére merőleges irányú — erőket is létesítenek.
VII. Súrlódóerők nyúlékony közegben, mint például nedves lenfonásnál, mely művelet során az oldott pektinanyagnak van ilyen jelentősége.
VIII. Folyadéksúrlódással előidézett szálmozgásszabályozás növekedő sebességű vízfürdőben, például rézoxidammónia szálak fonása során.
IX. A súrlódóerők előidézése ráfeszítéssel, mely egyben a nyújtómező nyújtási vonalának megtörését is jelenti, s mely esetben az Euler-féle kötélerőkkel előidézett súrlódási erők hatásaként keletkezik szálmozgásszabályozó hatás.

Lényegileg mind a kilenc elvben felismerhetjük a sodrat, a külső mechanikai eszköz és a kohéziós erőkkel előidézett súrlódóerők egyes alakjait (P, Q, C_0). Egyes esetekben — mint Hannah például a Casablancas nyújtóműre levezetett egyenletében is alkalmazza —, ezek nem a sodrattal előidézett egységhosszra, egy elemiszálra ható erők, hanem két bőrfelületnek elemiszálak hossztengelyére merőlegesen ható p erői, melyek tehát szintén egy elemi szálra és egy egységhosszra értelmezendők. Ugyanígy az áthúzóhenger élvonalában maximumban ható s a nyújtás irányában előre és hátra rohamosan csökkenő hatású külső erőkkel előidézett súrlódó erők helyett (Q) a Casablancas-nyújtómű szájpontjánál elosztottabb hatásról beszélhetünk, melyet így megkülönböztetésként »q«-val jelölünk.

Az elemiszálak közötti C_0 kohéziós súrlódóerő, nedves közegben, különleges tapadóanyag (pektin) közegében, a felületek jelentős mértékű megváltozása miatt, szintén nagymértékben módosul.

A nyújtómezőn belül egy elemiszál dx hossza mentén — a széthúzással szemben — jelentkező súrlódó erő

$$\frac{\mu P_x}{\text{az összes elemiszálak száma az } x \text{ helyen}}\, dx\,.$$

Az összes gyorsszálakra ható erő a nyújtómező dx hossza mentén pedig:

$$\frac{\mu P_x \cdot (\text{hátsó és úszószálak száma } x \text{ helyen}) \cdot (\text{gyorsszálak száma } x \text{ helyen})}{\text{összes elemiszálak száma az } x \text{ helyen}}\, dx\,.$$

6. A nyújtómű x helyén levő szálak száma — v_x —, a lassú és gyorsszálak száma között a következő összefüggés írható fel:

$$v_x = B_x + \frac{1}{D}(1 - B_x)\,.$$

B_x jelöli azon elemiszálak számát (keresztmetszetét, mennyiségét), melyek a behúzóhenger lassú sebességével mozognak, tehát azok, melyek a gyors félszakállt lehatároló görbétől — 1. ábra — balra esnek. Az $\frac{1}{D}(1 - B_x)$ pedig a gyorsszálakból alkotott félszakállban levő elemiszálak száma vagy keresztmetszete. Az 1. ábrán ezeket az $x = r - c$ helyen megjelöltük.

A nyújtás megindulásakor ugyanis a megnyújtásra kerülő előfonalban, az x helyen még megvan az $(1 - B_x)$ szálszám is. Ezt a nyújtást megindulásának pillanatában a kihúzóhengerpár kirántja. Később, a nyújtás következtében az x helyen csupán az $\frac{1}{D}(1 - Bx)$ mennyiség található meg.

7. Az utóbbiak figyelembevételével, ha nem csak az elemiszálak dx hossza mentén keressük a nyújtás közben keletkező erőket, hanem a kihúzóhengerpár $x = r$ távolságától a leghosszabb elemiszál $x = r - w$ távolságáig, továbbá nemcsak egy elemiszálra ható, hanem az összes elemiszálakra gyakorolt erők összegét, úgy összegeznünk kell mindenegyes elemiszál hosszának megfelelő erőket és felírhatjuk:

$$S = \int_{r-w}^{r} \mu \frac{P_x}{N_x} B_x N_0 \frac{1}{D}(1 - B_x) N_0\, dx\,,$$

ahol N_0 a 3.-ban említett egységnyi szálszámról, keresztmetszetről, az előfonalban tényleg előforduló szálszámra való áttéréshez szükséges. Az x helyen a B_x viszonylagos lassú szálszámból a valóságos szálszámra N_0-val való szorzással térünk át. Ez tehát a gyors szálakban jelentkező összerő, melyet tehát a kihúzóhengerpárnak nyújtás közben megfogóképességével le kell győznie.

Az 1. ábrán vázolt esetben a leghosszabb szál w hosszúsága két részre tagozódik. Integrálási határokként jelentkeznek az $r - w$ és $r - c$, valamint az $r - c$ és r. Az (1) egyenletben a külső eszközzel előidézett súrlódóerők állandóan az $x = r - c$ távolságban hatnak, mely helyen a $v_x = v_1$ elméletileg nem változó mennyiség (1-nél kisebb szám).

8. Figyelembe veendők a nyújtómezőbe beépített szerkezeti elemekkel előidézett kiegészítő súrlódóerők is. Az 1. ábra $x = r - c$ távolságában az áthúzóhenger Q súrlódóerőt létesít. Ez oszlik el az összes elemiszálakra, illetve ez létesül közöttük. Így akár *egy* gyors, akár *egy* lassú vagy úszószálra $\frac{Q}{N_0 v_1}$ súrlódóerő is hat.

A gyorsszálakra ható erőnek iránya az előfonal mozgásával ellentétes, míg a lassú és úszószálakra hatóké mozgásuk irányával megegyező.

Az úszószálakra vonatkozóan azonban magunk részéről meg kell jegyezni, hogy azok egy részére, közel a kihúzóhenger élvonalához, ez a megállapítás tulajdonképpen nem helytálló,

mert abban a pillanatban, amint az úszószálak egy részét a gyorsszálak magukkal ragadják, ez az erő a relatív nagyobb sebesség miatt a behúzott lassú száltömeg mozgásirányával ellentétes lesz. Az egy szálra eső $\frac{Q}{N_0 v_1}$ súrlódóerőt a gyorsszálak számával $\frac{N_0}{D}$ $(1 - Bx)$-szer szorozva kapjuk a gyorsszálakra ható kiegészítő súrlódóerőt,

$$\frac{(1 - B_1)}{D v_1} Q ,$$

ahol a B_{r-c} helyett B_1 jelölést alkalmazunk a v_1 mintájára.

Hasonlóképpen felírhatjuk a lassú és úszószálakra ható kiegészítő súrlódóerőket is, például az 1. ábra szerint az $x = r - c$ helyre. Az erők irányait az ábrán be is rajzoltuk. Az összes — nyújtás közben keletkező — erő, az áthúzóhenger előtt és után S_1 és S_2. A kettő közötti eltérést a jelzett kiegészítő súrlódóerők különbségei létesítik. Így felírható, hogy

$$S_1 - S_2 = \frac{Q\left[B_1 - \frac{1}{D}(1 - B_1)\right]}{v_1} .$$

Rendezve

$$S_1 = S_2 + \frac{Q\left[B_1 - \frac{1}{D}(1 - B_1)\right]}{v_1} .$$

Az $x = r - w$ és $x = r - c$ pontok közötti nyújtómező részlegében S_1 az összfeszültség, míg $x = r - c$ és $x = r$ közöttiben S_2. Előbbivel szemben a behúzóhengerpár megfogóképessége van egyensúlyban, utóbbit pedig a kihúzóhengerpár megfogóképessége győzi le.

Mindezek figyelembevételével és többé-kevésbé idealizált feltevésekkel vezette le *Hannah* az (1) egyenletet. Az egyenlet könnyebb kezelhetősége érdekében a 4 tagú egyenletben előforduló integrál értékekre általános szimbolikus jelöléseket vezetett be, melyek az egyszerű nyújtómező esetén a következő alakúak :

$$\int_{r-w}^{r} \frac{B_x (1 - B_x)}{v_x} dx = I_2\text{-vel} ,$$

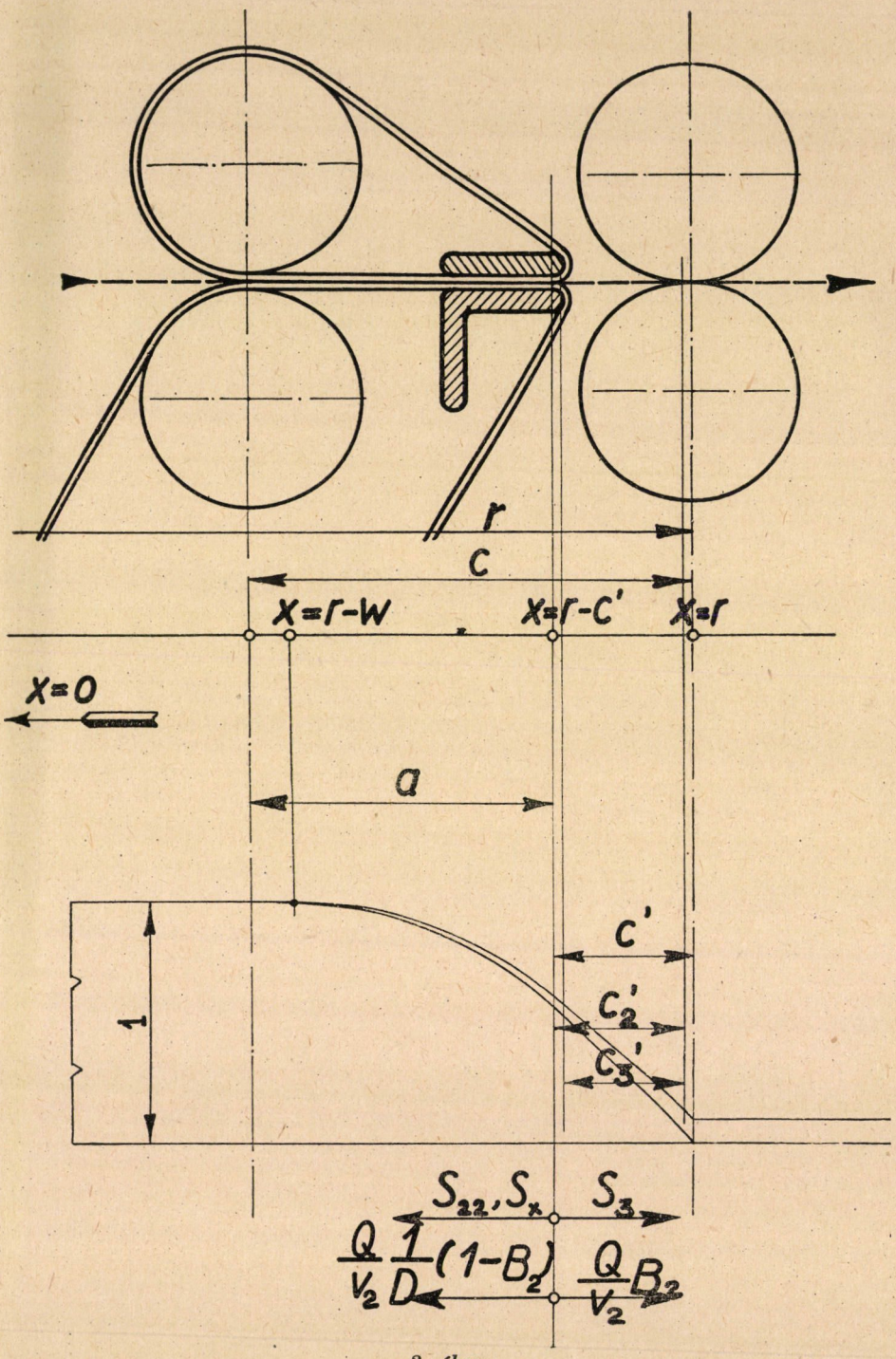
$$\int_{r-w} \frac{B_x (1 - B_x)}{v_x^{2a+1}} dx = I_1\text{-gyel.}$$

Ha az integrálási határok ettől eltérőek, például $x = r - w$ ponttól $x = r - c$-ig kívánunk integrálni, úgy erre használt jelölés I_{1cD}.

Az $x = r - c$-től $x = r$-ig végzendő integrálási határokon belül, miután később megvilágítandó területi integrálokról van szó, először integrálunk $x = r - w$ és $x = r$ között és ebből levonjuk azt a területi integrál értéket, melyet $x = r - w$ és $x = r - c$ határok között kapunk. Szimbolikus jelöléssel $I_{1D} - I_{1cD}$.

Az integrál az (1) egyenlet harmadik tagjánál I_{2D} jelölést kapott. Valamennyi integrál jelölésnél a D index arra mutat rá, hogy az integrálértéket, a tényleg alkalmazott nyújtás mértékének megfelelően kell megállapítani. Az (1) egyenlet tehát egyszerűsített jelölésekkel a következőképpen írható fel :

$$S_2 = \frac{N_0 \mu_0 K v_1^a I_{1cD} S_1}{D} + \frac{N_0 \mu_0 K S_2 (I_{1D} - I_{1cD})}{D^{2a+1}} + \frac{N_0 C_0 I_{2D}}{D} + \frac{1 - B_1}{D v_1} Q . \qquad (1a)$$


r
c
X=r-W
X=r-c'
X=r
X=0
a
1
c'
c_2'
c_3'
S_{22}, S_x
S_3
$\frac{Q}{V_2}\frac{1}{D}(1-B_2)$
$\frac{Q}{V_2}B_2$

2. ábra

Ha a nyújtás igen nagy, úgy a nyújtómező bármely x helyén az összelemiszál (mennyiség, szálszám) keresztmetszet a lassú szálak összkeresztmetszetével azonos, mert a gyorsszálak száma elenyészően csekély. Ebben az esetben a 8. pontban vázolt összefüggés alapján az áthúzóhenger előtti nyújtómező részlegben az összfeszültséget S_1-et csak az áthúzóhenger által előidézett súrlódóerő létesíti s így $S_1 \cong Q$-val.

Az előbbi 8. alpontban részletezett és az első egyenletben összefoglalt összefüggés alapján Hannah számos lehetőségre felállítja a súrlódóerők egyenletét és levonja pl. azt a következtetést, hogyha a szálmozgás szabályozó szerkezet által előidézett *Q súrlódóerő a nyújtás mértékéhez viszonyítva kicsiny, akkor a* $\frac{Q}{D}$ *érték is az és a szálakban a feszültséget ismét csak az elemiszálak egymás közötti súrlódása fogja előidézni.*

Kétszíjas nyújtóműben keletkező erők

A 2. ábra a kétszíjas Casablancas-nyújtómű elvi szerkezetét ábrázolja. Itt a nyújtómezőben, a két összeszorító lemeznek is van feladata. Ezek tehát nemcsak a nyújtószíjacskákat fordítják vissza, hanem összeszorító hatásukkal a rendszerben a feszültséget is megnövelik.

A 2. ábrán rajzolt kétszíjas szálmozgást szabályozó szerkezet erőviszonyainak tanulmányozásánál további meggondolásokat kell tenni, mégpedig azt, hogy a nyújtószíjacskák elülső megfogási pontjánál Q_2 súrlódóerő hat, viszont a szíjacskákat vezető préselő lemez hosszmentén q erő hat elemiszálanként és egységhosszanként (például cm vagy mm). Ez a q jelzés nem tévesztendő össze a 2. alpontban ismertetett szorzószámmal. Itt például q gramm/mm-t jelent.

Az ábra alsó részén az egyes erők irányait megrajzoltuk. Ilyen esetre is felírhatjuk az erők egyenletét.

S_3-mal jelöljük a gyorsszálakban keletkező összfeszültséget

$$x = r \text{ és } x = r - c' \text{ között.}$$

S_x-szel jelöljük a két összeszorító lemez egy bizonyos x helyén,

S_{22}-vel jelöljük közvetlenül az összeszorító lemez kifutási pontjánál, vagyis az elülső megfogási pontnál $x = r - c'$ helyen.

S_{21}-gyel jelöljük a nyújtószíjacska hátsó megfogási pontjánál — pamutnyújtóműveknél a II. hengerpár élvonalában — $x = r - c$ helyen.

Meg kell jegyezni, hogy Hannah egyenleteiben előfordul Q_1 erő is, mert a behúzóhengert (II. a pamutnyújtóművekben) is áthúzóhengernek tekinti. *Ezt a továbbiakban figyelmen kívül hagyjuk, mert általában pamutfonódákban, vagy pamuttípusú műszálat feldolgozó fonódai szerkezeteknél, ennek a hengerpárnak olyan nagy nyomása van, hogy ez mint áthúzóhenger nem jön számításba.* Éppen ezért a továbbiakban v_1-ről sem teszünk említést.

A c' távolságban ($x = r - c'$) megmutatkozó erők egyenletét felírva

$$S_{22} - S_3 = \frac{Q_2}{v_2}\left[B_2 - \frac{1}{D}(1 - B_2)\right].$$

A szíjacskákat összenyomó lemez dx hosszára az ott keletkező erőnek differenciális értékét kell venni. Így

$$\frac{dS_{2x}}{dx} = -\frac{q}{v_x}\left[B_x - \frac{1}{D}(1 - B_2)\right],$$

ahol q egy elemiszálra, egységhosszra eső súrlódóerőt jelent. Az összeszorító lemez x pontján keletkező összes erő egyenlete a következő alakban írható fel:

$$S_{2x} = S_{22} + q\int_{x}^{r-c'} \frac{B_x - \frac{1}{D}(1 - B_x)}{v_x}\,dx = S_{22} + q\,I_{ac',Dx},$$

mely tehát nagyobb, mint az összeszorító lemezek kiadó pontjánál ható S_{22}.

Visszatérve az S súrlódóerő alapvető egyenletére, az integrálandó jobboldali tag még több integrálási határt fog felmutatni, ha összevetjük az 1. ábrán vázolt szerkezet egyenletével.

A P_x a három integrálási határban más más alakot ölt:

$$P_x = KS_1 \qquad ha\ 0 \leqq x \leqq r - c$$

$$P_x = KS_{2x} + p \qquad r - c \leqq x \leqq r - c'$$

$$P_x = KS_3\left(\frac{1}{Dv_x}\right)^{2\alpha} \qquad r - c' \leqq x \leqq r,$$

ahol p a két szíjacska között keletkező összeszorító erő egy elemi szálra, annak egységnyi hosszában.

Mindezek figyelembevételével kapjuk a következő egyenletet:

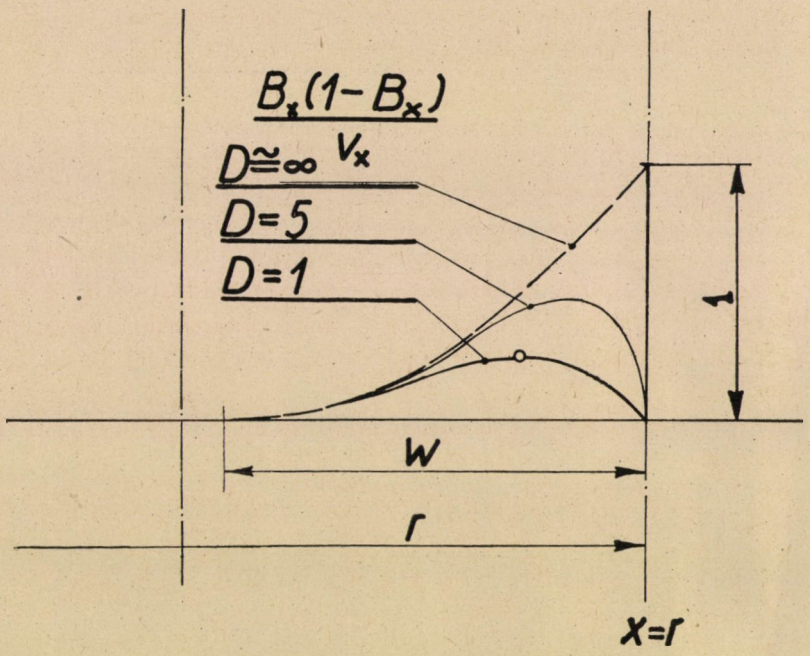
$$S_3 = \frac{N_0\mu_0}{D}(KS_{22} + p)\,I_{2c',D} + \frac{N_0\mu_0 Kq}{D}\int_{r-w}^{r-c'} I_{ac',Dx}\,\frac{B_x(1 - B_x)}{v_x}\,dx +$$

$$+ \frac{N_0\mu_0 KS_3}{D^{2\alpha+1}}\,(I_{1D} - I_{1c',D}) + \frac{N_0 C_0}{D}\,I_{2D} + \frac{(1 - B_2)}{Dv_2}\,Q_2. \qquad (2)$$

Az S_{22} behelyettesítése után az egyenlet rendezhető. Ezt a műveletet nem mutatjuk be, mert további tárgyalásaink során nem az összevont alakra, hanem az itt bemutatottra van szükség, melyben minden egyes tényező jelentősége tisztán látható.

I_1 és I_2 integrálok értelmezése

A nyújtás közben keletkező erők megítéléséhez, a súrlódóerők többékevésbé bonyolult kifejezéseiben előforduló I_1 és I_2 integrálok közelebbi megvizsgálása szükséges. Az egyenletek egyes tagjainak érvényessége, és jelentősége ti. igen nagy mértékben függ attól, hogy az integrálok különböző

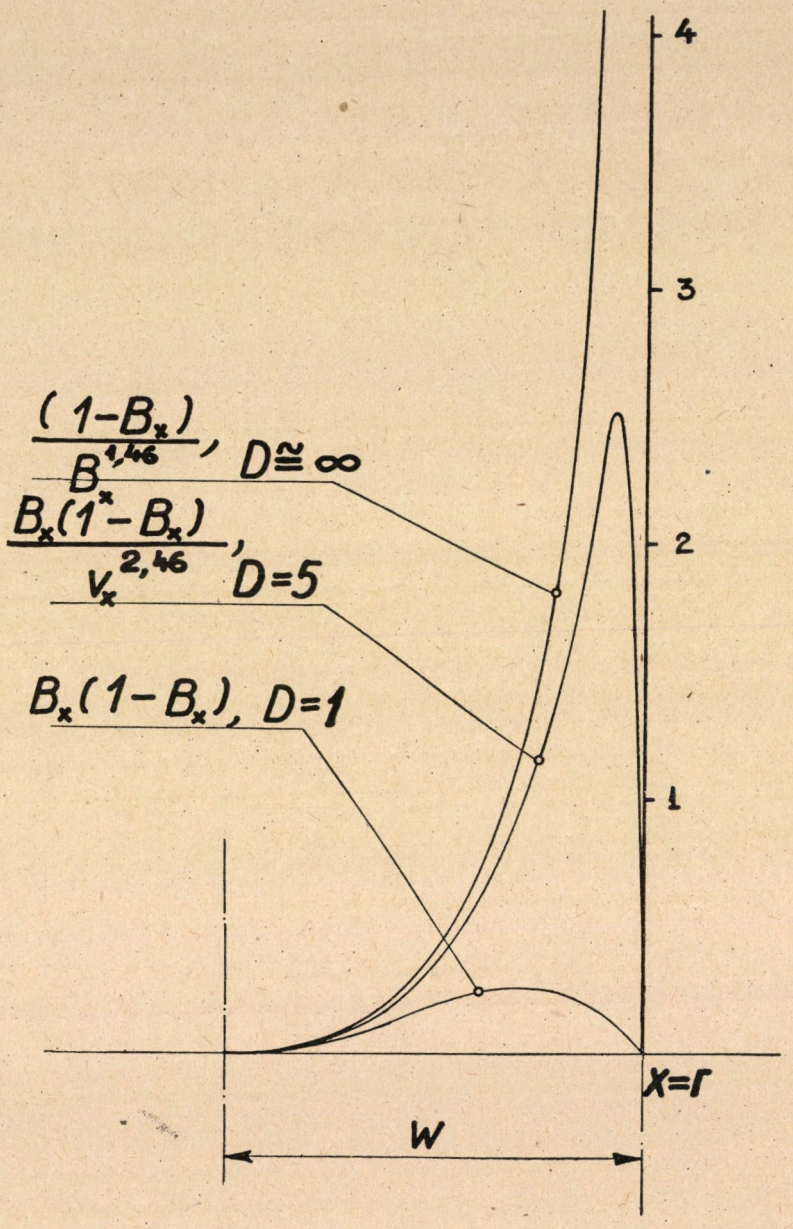


3. ábra

nyújtásoknál milyen nagyságrendűek. *Az integrálok tulajdonképpen szálhosszúságot jellemeznek.* Nézzük például a következő törtet :

$$\frac{B_x(1-B_x)}{v_x}.$$

Látjuk, hogy ez tulajdonképpen a nyújtómező x helyén egy bizonyos szálszámot (keresztmetszetet stb.) jelent. A megadott határok között való integrálás rajzban könnyűszerrel elvégezhető, ha léptékhűen dolgozunk. A 3. ábra Karnak-pamutra az I_2 integrál meghatározásához adja a szorzatgörbét. A 4. ábra pedig az I_1 integrál meghatározásához használható fel ($\alpha = 0{,}73$ feltételezése mellett). Az utóbbi két ábrán a $D = 5$ és $D = \infty$ esetre is megrajzoltuk a szorzatgörbéket. A szorzatgörbék alakulását a legegyszerűbb műszálnál (vágott szálhossz = 40 mm) megvizsgálni. Az 5. ábrán láthatjuk a $D = 1$,


4
3
2
1
$\frac{(1-B_x)}{B^{1,46}}$, $D \cong \infty$
$\frac{B_x(1-B_x)}{V_x^{2,46}}$, $D=5$
$B_x(1-B_x)$, $D=1$
$X=r$
W

4. ábra

2, 5, 10 és ∞ esetekre megrajzolt szorzatgörbéket. Ennek az ábrának megrajzolásánál feltételezzük, hogy 40 mm-es műszál előfonal került megnyújtásra. Mind a 3., mind az 5. ábra $D = \infty$ esetére megrajzolt szorzatgörbéi a nyújtómezőbe visszalógó teljes félszakáll alakját öltik fel. Ha az integrálást ezen görbék figyelembevételével elvégezzük — például I_2-t határozzuk meg — arra az esetre, ha $D = \infty$, úgy ha Bx, $(1 - Bx)$ és v_x léptékhűen vannak rajzolva, ez a szálhossz a kilógó félszakáll átlagszálhossza lesz, tehát 40 mm-es műszál esetén 20 mm.

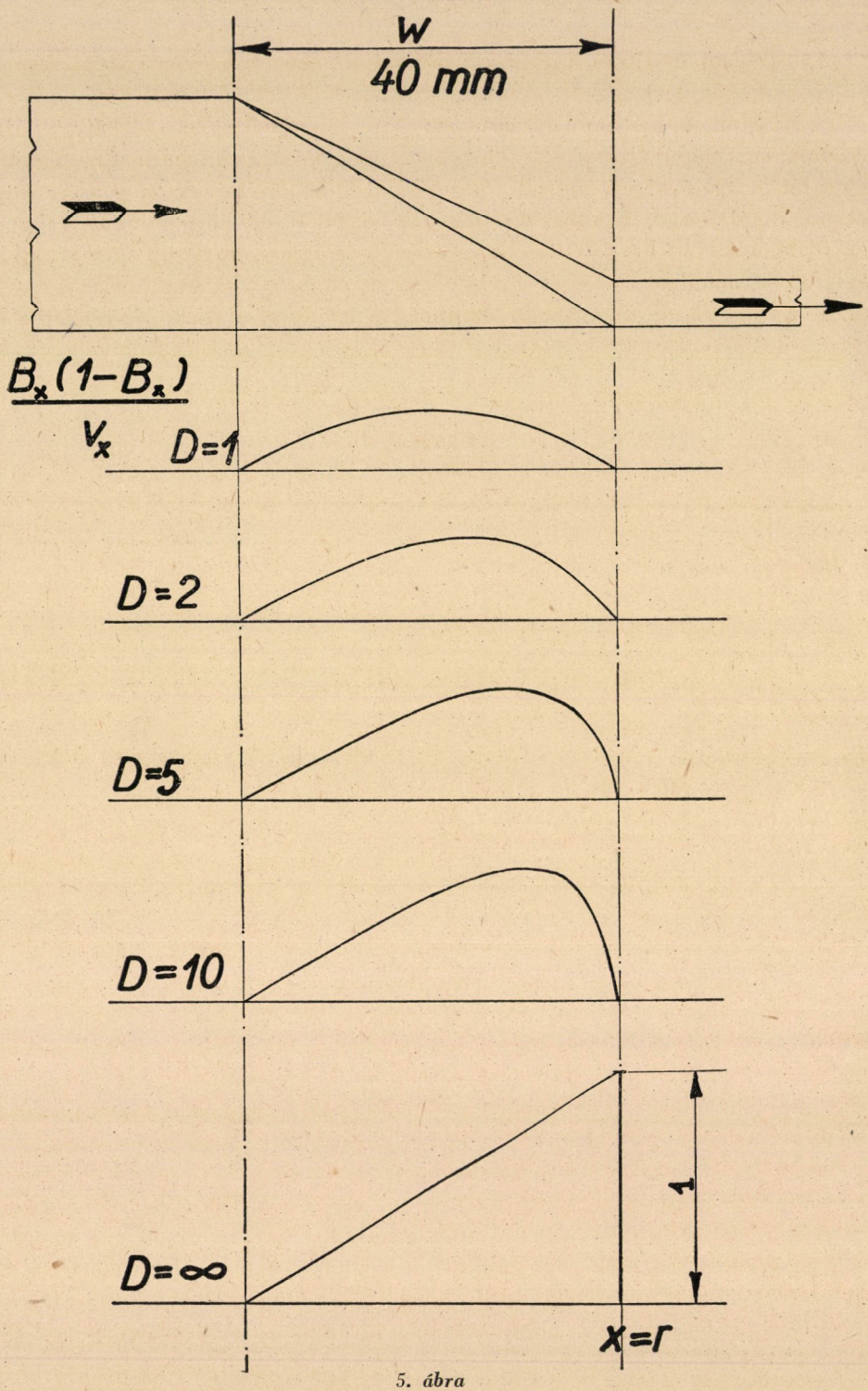
Az egyszerű integrálok (a szimbolikus jelölés szerintiek) lényegileg azért adnak szálhosszat, *mert mind* Bx, *mind* v_x *egységnyi szélességű szálfolyam alapján vannak megrajzolva.*

Az I_1 integrálokhoz szükséges szorzatgörbék alakja jelentősen eltér az I_2-höz megrajzoltakétól. Az utóbbiakból adódó integrálértékek jelentős szálhosszak, tehát olyan módon értelmezhetők, mintha az előfonalban előforduló maximális szálhosszaknál jelentősen hosszabb szálak is előfordulnának. Ami más szóval úgy is értelmezhető, hogy a ráfutó sodrat, a maximumban előforduló szálhossza hatásán túl, nem a saját hosszának, hanem feltételezhetően nagyobb hossznak arányában fejti ki hatását.

Az integrálási határok, melyek mind az (1) mind a (2) alapegyenletekben vannak, a szorzatgörbékkel és az abszcisszával határolt területekből, különböző nagyságú darabokat foglalnak magukba. Nyilvánvaló, hogy az I_1 integrál értékek — például a 4. ábra alapján — akkor jelentik a leghosszabb szálhosszat, ha az integrálási határ $x = r - c$ vagy $x = r - c'$ közel fekszik az $x = r - w$-hez. Az I_1 integrálérték még a nyújtás mértékében is növekszik, nagyobb nyújtásnál hosszabbak a »képletes« szálhosszak, mert a szorzatgörbe alatti terület mind nagyobb.

Az integrálok értelmezésénél rá kell mutatni arra, hogy a szorzatgörbék alakja a nyersanyag szakáll és félszakállgörbéivel adott. Az eredményül kapott képletes szálhossz tehát valamennyi előforduló elemiszál hatásaként alakul ki.

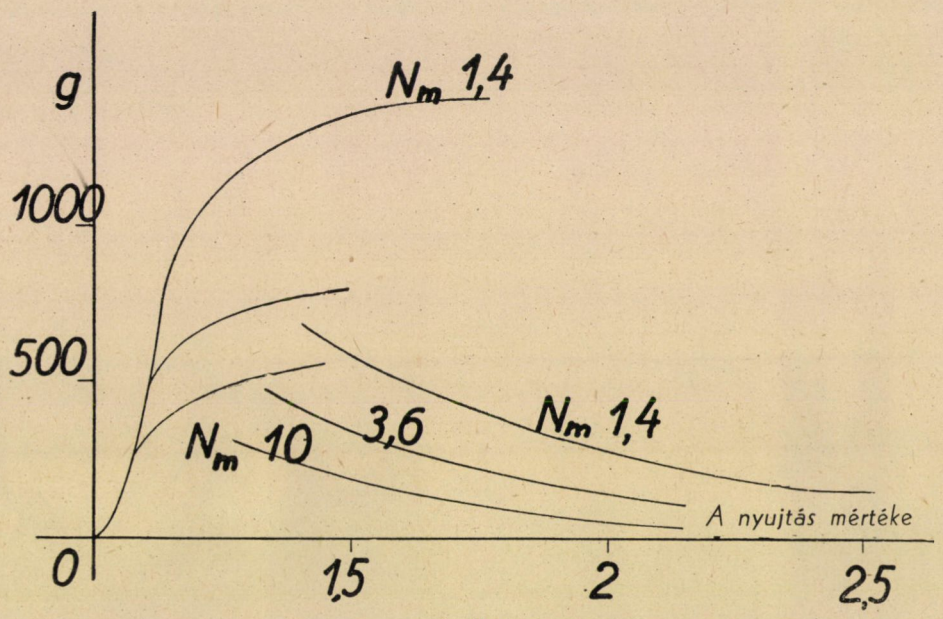
A súrlódóerő egyenlete értelmezhető azonban egy-egy elemiszál egyéni hosszára is. Ebből az következik, hogy mind az (1), mind a (2) egyenlet szerint az egy-egy különböző hosszúságú elemiszálra ható erők igen különbözőek, ha van sodrat, ha nincs. (Ha nincs sodrat, úgy α tényezőt tartalmazó tagok elmaradnak.) Ennek a felismerésnek gyakorlati háttere is van. *Zotykov* professzor kísérleteket végzett az elemiszálak egyéni mozgására vonatkozóan, s megállapította, hogy hosszabb elemiszálak a nyújtómezőben lemaradnak. Ennek az elmondottak alapján is teljesen logikus oka van. Nehezebb olyan elemiszálakat gyorsítani, melyek mélyen be vannak ágyazva a lassú elemiszálak tömegébe s így a visszatartó erők nagyobbak. Viszont könnyebb rövidebb elemiszálakat előrerántani, miután a fékezőerők arányosak a hosszal. Zotykov professzor kísérletei is bemutatták, hogy a hosszabb elemiszálak lemaradása arányos hosszukkal (közel lineáris).



5. ábra

Az előfonal nyújtása közben mutatkozó jelenségek kísérleti ellenőrzése

Hannah professzornő tanulmánya igen nagymértékben Ambler kísérleti eredményein alapul. Szerinte a sodrateloszlás már korábban ismertetett α kitevője gyapjú és gyapjúszerű műszál *előfonalra* 0,73-as értékű. Ez a 0,73-as érték olyan esetre értendő, amikor a sodratnak megfelelő *idő* áll rendelkezésre, hogy egy átlagos t_0-ról t_x-re változzék az N_1 és N_x szálszámnak megfelelően. A folyamat annak feltételezésével érvényes, hogy az előfonalszerkezet *rugalmas, összefüggő egységet* alkot, melynél egyrészt megvan az idő arra, hogy a sodrat áthelyeződjék, másrészt a szerkezet rugószerűen működik. Az előfonal változó keresztmetszetével olyan sorbakapcsolt rugósorozatnak képzelhető el, melyben többféle keresztmetszetű, rugalmasságú, átmérőjű spirálrugó van összekapcsolva. Ebben az esetben adott torziós elfordulás a legkisebb átmérőjű és a legkisebb keresztmetszetű rugót fogja a legjobban igénybevenni és az egyes x helyeken előforduló keresztmetszetek, egymáshoz viszonyítva ezeken a helyeken fogják a legnagyobb elfordulási szögeket felmutatni. Fel kell vetni ezért a kérdést, hogy a behúzóhenger alatt futó előfonal és a kihúzóhengerpár által felgyorsított elemiszálak között van-e ilyenfajtájú rugalmas összefüggés? Rugalmas szerkezet-e a Casablancas szájpontja és a kihúzóhenger élvonala közötti elemiszálakból álló elemiszálképlet?



6. ábra

Hannah idézett (1) és (2) egyenletében a *rugalmas kapcsolat* az alap. A Zellwolle Lehrspinnerei Denkendorf pamutra és műszálra végzett kísérleteket. *Barkovij* szovjet kutató a lenrost nyújtásánál jelentkező erőviszonyokat tanulmányozta. Ezek a vizsgálatok azt mutatták, hogy a nyújtómezőben keletkező erők részben szabályszerű, részben szabálytalan viselkedést tanúsítanak. Szabályszerű viselkedést mutatnak fel 1-es, és 2-es nyújtásokig. Itt a nyújtásnál jelentkező erők a nyújtás mértékében növekszenek. Az erők egészen bizonytalan játékát tapasztalták 1,2—1,4 nyújtások között, míg az 1,4-szeres nyújtáson túl az erők igen nagy mértékben csökkennek és ismét szabályszerű viselkedést mutatnak, de a változás fordított, és növekvő nyújtásnál csökken az összerő. Ilyen összefüggések láthatók a 6. ábrán. Ezzel az erőábrával kapcsolatban kísérleteink során, melyet egy különleges kísérleti fonógépen végeztünk, megfigyeltük az előfonal viselkedését akkor, ha a nyújtást 0,1—0,2-es lépcsőkben fokozatosan növeltük. Azt tapasztaltuk, hogy az egyszerű nyújtómezőben az 1,1-szeres nyújtás alatti értékeknél, az előfonal — tengelyirányú egyidejű előrehaladása mellett — olyan mozgást végzett, mintha a sodrat visszafelé futna. További megfigyelések azt mutatták, mintha a laposra nyomott előfonal két egymástól nyújtómező távolságban levő vékony résen át megcsavart keskeny szalag alakjában bujnék át. A *Z* sodrat irányú előfonal egy látszólagos balraforgást végzett (*Z*-irányút). Kismértékben megfigyelhető volt az is, hogy az előfonal a nyújtó mezőbe belépése helyén kisebb mértékű sodrottságot mutatott fel. Hannah is említi a laposra nyomott előfonalnál, hogy sodratvisszafutási jelenségek mutatkozhatnak.

A nyújtás mértékét tovább növeljük 1,2—1,4 közötti határokon belül. Itt az előfonal másfajta viselkedést mutat. Megszűnt a *Z*-irányban való forgása és hossztengelye körüli ide-oda lengő apró mozgásokat végzett. Ezek a mozgások időben nagyon gyorsan játszódnak le és rángatódzó jellegűek voltak. A nyújtást tovább növeltük. A kísérletek harmadik szakaszában 1,4 fölé. Ekkor az előfonal lassú jobbraforgást mutatott (az óramutató járásával megegyező irányút). Az ilyen nyújtásnál lassú kisodródás volt észlelhető. A kihúzóhenger felé eső fonalrész fellazult és lényegesen nagyobb átmérője volt, mint a befutó előfonalnak. Ennek az előfonal résznek ecsetszerű képe volt.

A jelenségnek oka véleményünk szerint, a nyugvó és mozgó súrlódásban rejlik. A súrlódási tényező, ha két tárgy még egymáson nem mozdult el, jelentősen nagyobb, mint akkor, amikor már bizonyos sebességgel csúszik. Az 1,2-szeres nyújtásokig a megnyújtásoknak egészen egyértelmű hatását látjuk. Mint korábbi vizsgálatok mutatták — melyekre a bevezetőben is céloztunk —, ilyen nyújtásoknál az elemi szálak egymáson nem annyira megcsúsznak, hanem inkább kiegyenesednek és az előfonal sodrat következtében tömörebb lesz. Azt kell mondani, hogy ilyen mértékű nyújtások esetén, tehát, amikor a sodrat még teljes mértékben érvényesül és lényeges megnyúlás nem következik be, *az előfonal rugalmas szerkezetet alkot.*

Az 1,2—1,4-szeres nyújtások közötti értékeknél az egyes elemiszálak egymáshoz viszonyítva már elmozdulásokat végeznek. Ebben a nyújtási zónában még nem teljes az összes elemiszálak csúszása. A szálak időnként és helyenként megcsúsznak, időnként pedig a sodrat az egyes vékonyodó keresztmetszetek között, a legvékonyabbra ráfut. Az ilyen ráfutó sodrat a csúszást hirtelen megállítja, tehát közvetlenül mutatkozik a nyugvó súrlódás nagy értéke is. Feltehetőleg innen származik a nagymértékű húzóerőingadozás, melyet ebben a kritikus nyújtási zónában számos kutató megállapított. *A nyugvó és mozgó súrlódás, továbbá a sodrat és az előfonal változó keresztmetszetének összjátéka eredményezi ezt a bizonytalanságot.*

1,4 feletti nyújtásoknál a súrlódó erők általában kizárólag a mozgó súrlódásból adódnak. *A fő nyújtómezőben levő előfonal-darabban a rugalmas kapcsolat megszűnni látszik. Többé nem úgy viselkedik, mint egy kifeszített rugalmas spirálrugó.*

Megfigyeléseket végeztünk kísérleti nyújtóművünkön sebességeket és időt is mérve. Közönséges kéthengerpáros nyújtómezőt beállítva megfigyeltük 2—3,5-szeres nyújtásnál pamuton és pamutszerű műszálon az előfonal mozgását. A választott előfonal N_m 4,5-es volt és körülbelül 30 mm-es szakállhossza volt (Balls szerinti felső közép). Ennek az előfonalnak a sodrata kb. 1 sodrat volt cm-ként. A nyújtóműben a megfigyelés érdekében az előfonal aránylag lassan haladt. A behúzási sebesség 1 cm volt másodpercenkint. Az 5 cm-es nyújtómező távot az előfonalnak egy bizonyos pontja megközelítőleg 5 másodperc alatt futotta be. Bekapcsolva a nyújtást, az előfonalon a nyújtómű előtt, annak egyik oldalán színes jelzést pontszerűen alkalmaztunk. Ezt a színes jelzést figyeltük meg nyújtás közben. Azt tapasztaltuk, hogy az előfonal megjelölt helye, miközben a nyújtómezőn áthaladt, körülbelül 5 másodperc alatt ½—1 fordulatot végzett a kisodródás értelmében. Ennyi volt a látható kisodródás. Ez a kisodródás jelensége, mint a fenti adatokból látható, igen lassan játszódik le és inkább úgy fogható fel, hogy az a feszültség oldódik fel, amely az elemiszálakat összesodrott állapotban tartja. A kihúzott és a nyújtóműből kiadott elemiszálak fekete plüssre fektetve semmiféle sodratot nem mutattak fel.

Az előfonalnak az ecsetszerű része, mely a kihúzóhengerhez közel volt, vibráló, szétugró jelenséget mutatott nyújtás közben. Ennek magyarázata abban rejlik, hogy ha egy elemiszál csavarvonalban fekszik az előfonalban és ennek első végét a kihúzóhengerpár megragadja és nagy sebességgel megrántja, akkor *a csavarmenetben elhelyezkedő elemiszál a húzás irányában kiegyenesedni igyekszik. A kiegyenesedés következtében az elemiszál ostorozó mozgást fog végezni. Ez az ostorozó mozgás viszont a többi elemiszálakat szétrúgja*, tehát azokat, melyekből kihúzzuk. Felmerült mások részéről az a feltevés is, hogy itt statikus elektromos jelenségek ezt a szétborzolódást elősegítik. A nagy sebességgel lejátszódó mozgás, az előfonal lassan mozgó ecsetszerű részét szétborzolja. Ennek következménye, hogy az előfonal vége, mely a kihúzóhengerpár felé esik, megduzzad.

A megduzzadás természetesen látszólagos, mert a valóságos elemiszálszám, mint az 1. és 2. ábrák szálfolyam rajzaiból láthatók, jelentősen csökken.

Már itt rá kell mutatni arra, hogy a nyújtómezőben a lassú szálak *első szálvégei rendkívüli viszonyok között mozognak a kihúzó hengerpár felé.* Hannah említett tanulmányában az (1) és (2) egyenletek levezetésénél, valamint a további levezetések során feltételezi, hogy az egyes elemi szálak a nyújtómezőben, a sodrattól származó térbeli helyzetüket nem változtatják akkor sem, ha közülük más elemi szálakat kihúzunk. Levezetései jórészt ezen a feltételezésen alapulnak, habár ő is megjegyzi, hogy nem érvényes teljes bizonysággal, különösen rövidebb elemi szálú anyagoknál, mint például pamutnál.

Az eddig elmondottakkal arra szeretnénk rámutatni, hogy rugalmas kapcsolat, melynek feltételezésén alapultak Hannah alapvető egyenletei, kétségbevonhatóak már közepes nyújtásnál is, de még nagyobb mértékben nagynyújtásoknál, az előbb említett ostorozó elemiszálmozgás következtében.

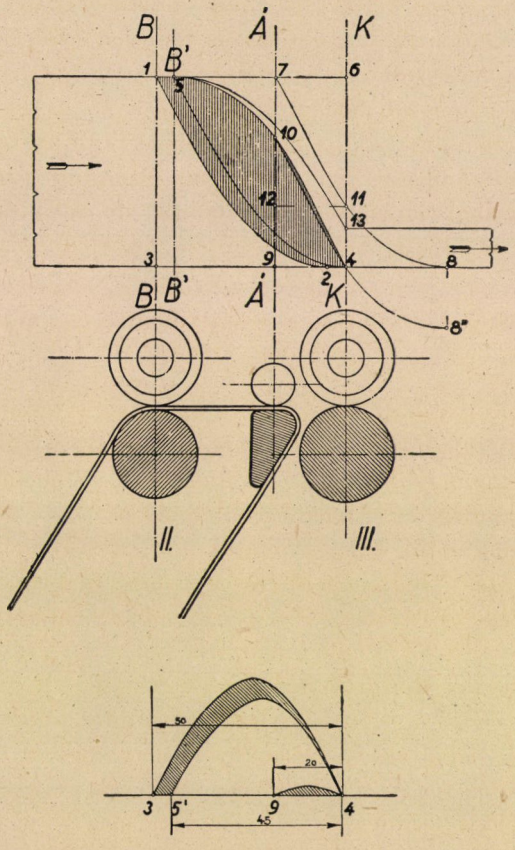
Félszakállképek változása a nyújtómezőben pamutelőfonal nyújtás esetén

Igen tanulságos betekintést kapunk a nyújtás folyamatába, ha az előfonal keresztmetszetének változásával kapcsolatban vizsgáljuk a félszakáll változását a nyújtómezőnek abban a kritikus részében, ahol az elemiszálak összkeresztmetszete a szálfolyamban már jelentősen lecsökken.

A 7. ábrán bemutatjuk Karnak-pamutra vonatkozó adatok alapján végzett geometriai szerkesztés eredményeit. Egyszerűség kedvéért a pamutiparban alkalmazott egyszíjas áthúzóhengeres nyújtóművet rajzoltuk fel vázlatosan, melybe Karnak-pamutból készült szálfolyam fut be. A szálfolyam lassú szálai az 5, 4-es görbe mentén határolódnak le. A gyorsszálak a lassú szálfolyamra rá vannak fektetve és így a gyors félszakáll, vagy mint már korábban neveztük, a redukált félszakáll (nyújtásléptékben kicsinyített mása a teljes félszakállnak) 4, 5, 13 alakot ölti fel. Az úszószálak mennyiségének meghatározásához elvileg két behúzóhengerállást vázoltunk fel. Teljesen meg van rajzolva a $B - B$ helyzet. Míg a szűkebb nyújtómező állításának megfelelő $B'B'$ befogási vonalat csupán jeleztük,

Ezekben az esetekben a nyújtómű minden keresztmetszetében az úszószálak mennyiségét az alsó ábra legnagyobb parabolaszerű területei jellemzik. Ha az $\acute{A}\acute{A}$ helyen áthúzóhengert alkalmazunk, úgy ez az úszószálak nagy mennyiségére szabályozó, visszatartó hatást gyakorol. Azoknak az elemiszálaknak a mennyisége, melyek még mindég úszószálak maradnak, kicsiny és mennyiségük az alsó ábrarészen 9,4 kis parabolaszerű területtel jellemezhető. Az áthúzóhenger előtti $\acute{A}B$ nyújtómezőrészben úszószálakról nem beszélhetünk, mert azokat a sodrat, mely az áthúzóhenger élvonaláig határozottan megvan, az előfonaltestben szorosan fogja.

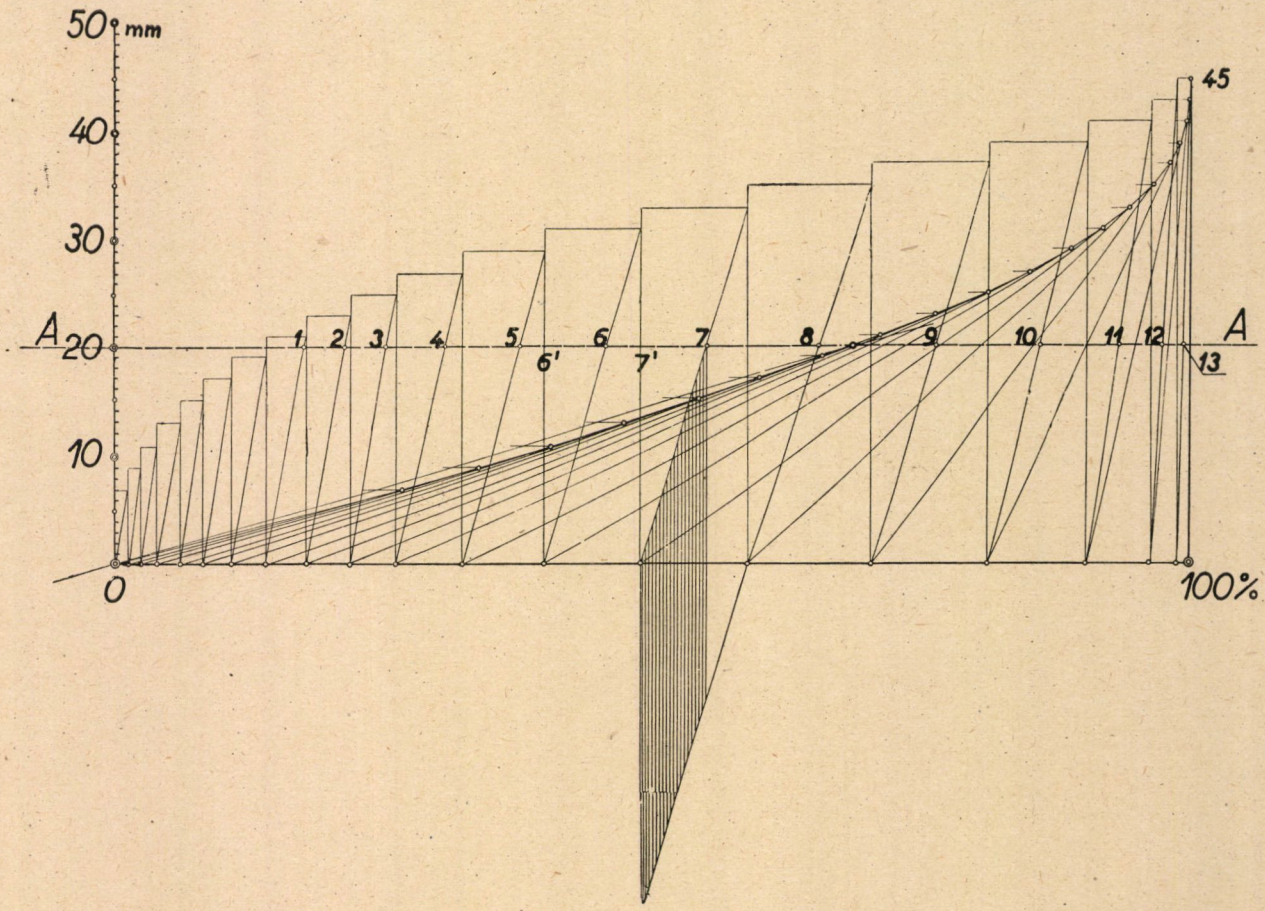
Itt kell rámutatni arra, hogy *az előfonalnak az áthúzó és kihúzóhenger közötti része már nem tekinthető normális sodrott szerkezetnek* (normális sodrott szerkezet egy meg nem nyújtott előfonal). A normális sodrott szerkezet ti. az, amelynek két szorosan egymás mellett fekvő keresztmetszetében az előre és hátra kilógó félszakállak egymásba fonódnak. Lényegében az egymásba fonódás tartja fenn a sodratot azzal, hogy a két félszakáll rész megsodorva egyensúlyt



7. ábra

tart. A 7. ábrához magyarázatul szolgál a 8. és 9. ábra, amely lényegileg arra mutat rá, hogy ha a 8. ábra szerint az ismert félszakáll szerkesztés alapján meghatározott félszakállban AA magasságban megfogjuk a kilógó elemiszálakat, akkor a visszamaradó félszakáll a 9. ábrán látható lesz.

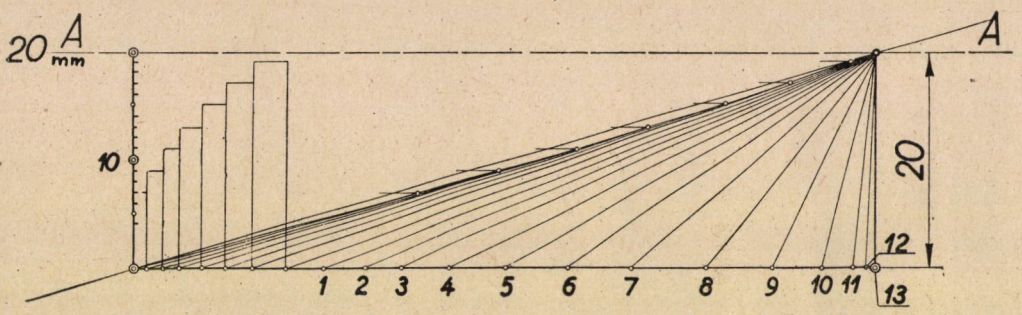
A 9. ábra kétféleképpen szerkeszthető meg. Egyik esetben a 8. ábrán látható O és AA vonal közötti háromszögek területeit kell értelemszerűen összegezni, mely összegezés eredményeként kialakul az a félszakáll, mely az áthúzóhenger alól a kihúzóhengerpár felé kilóg, azaz, amelyre az áthúzóhenger még fékező hatást gyakorol. A szerkesztés során bebizonyosodott, hogy az így



8. ábra

kapott félszakáll pontosan azonos azzal, melyet oly módon kaphatunk, hogy a 8. ábrán látható teljes félszakállt AA magasságban metsszük és a félszakállhatároló görbe 8—9 közötti metszéspontjától balra eső részt vesszük figyelembe, minden különösebb szerkesztés nélkül. Az ilyen összefüggés geometriai oka könnyen levezethető.

Ha az $ÁÁ$ vonalban a teljes szálmennyiség meglenne, úgy az előre lógó félszakáll 7, 8, 9 volna. Mivel az elemiszálak összmennyisége 9, 10-re csökkent, az áthúzóhengerrel megfogott elemiszálak félszakáll görbéjét a 10, 4, 9 fogja adni. Így adódik azután az a kis elemiszál mennyiség, mely az 5,10, 4 és 10, 4, 8″ görbék közé esik és amelyet a 7. ábra alsó részén rajzolt 9—4 terület jellemez.



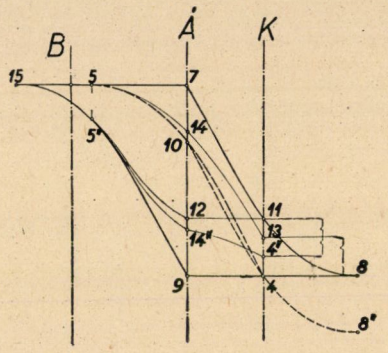
9. ábra

Az áthúzóhenger alatt akár Ambler-nyújtóműnél, akár Le Blan-Roth áthúzóhenger érintési pontja alatt, vagy a Casablancas szájpontjánál az előfonalban az *elemiszálak helyzete különleges*. Ennek jellemzésére a *10. ábrán* bemutatjuk a valóságos nyújtási viszonyok alapján végzett geometriai szerkesztés eredményét. Ez az ábra a 7. ábra egy részének kivetítése. Ha a szálfolyam, mely egy előfonalból alakítható, az áthúzóhenger alatt, tehát $ÁÁ$ vonalban teljes mértékben megvolna, úgy a megfogott félszakáll, mint már említettük a 7, 8, 9 alakú lenne. Miután a K kihúzási vonal ebből a félszakállból levágja a 11,4 szálmennyiséget, a félszakállból a jelzett helyen legfeljebb a 7, 11, 12 félszakáll maradhat meg a 8., 9. ábráknak megfelelően. A gyorsszálakkal határolt lassú szálak első szálvégei a 4,10-es görbe mentén helyezkednek el, ahol mostmár természetes, hogy a 10,9 elemiszálmennyiség a 7, 12 elemiszál mennyiséggel azonos. Az $ÁÁ$ vonaltól a kihúzóhenger felé kilógó lassú elemiszálak legfeljebb 9,4 hosszúságúak lehetnek, mert az ennél hosszabb szálak már gyorsszállá válnak. Az $ÁÁ$ vonaltól a kihúzóhenger felé, tehát a kilógó félszakállt meg tudjuk

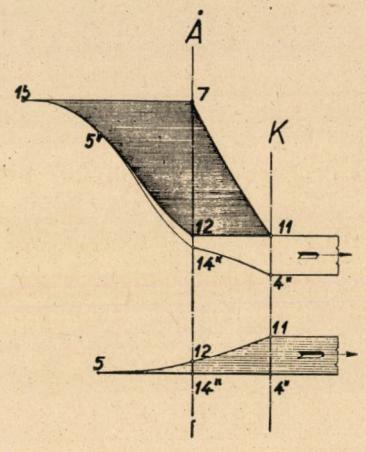
rajzolni. Így adódik a 10,4 pontok közötti keskeny csík, amely most már azt mutatja, hogy olyan elemiszálak mennyisége, melyek az *ÁK* mezőrészben még ebben az esetben is úszó szálak, nagyon kicsiny.

Lényegében az előfonalnak nemcsak a kihúzóhenger felé eső része módosul, hanem az a része is, amely az *ÁB* közé esik. *A gyorsszálak ti. — ezt az előfonal részt szerkezetében is befolyásolják.* Az ábrán láthatóan, az 5, 10, 4 lassú szálak határoló vonalára ráfektettük a nyújtás arányának megfelelő 5, 14, 13, 4, 10 gyors félszakállt. Ebből az 5, 14, 10 nyúlik *ÁB* közé vissza.

A 10. ábrán egy másfajta szerkesztést is bemutatunk. Ismét ahhoz az elgondoláshoz folyamodunk, hogy az *ÁÁ* vonaltól a behúzóhenger felé, a teljes szálfolyam megléte esetén, a 15, 7, 9 félszakáll jellemezné azokat az elemiszálakat,



10. ábra



11. ábra

amelyeknek megfogási pontjai az *ÁÁ* vonalban fekszenek. Az előbbiekből már tudjuk, hogy ebből az *ÁÁ* vonal alatt legfeljebb a 7, 12 mennyiségű elemiszál fordulhat elő. A többi elemiszálak gyorsszállá alakultak át. Gyorsszálakat kitevő szálmennyiség tehát 5″, 12, 9-ből alakulhat ki. Miután ez a szálmennyiség is a nyújtás arányában redukálódik, ez a szálmennyiség 5″, 12, 14″-vé zsugorodik a nyújtás arányában össze. A nyújtóműből kifutó 13, 4 elemiszál mennyiség minden körülmények között kiadásra kerül, ez tehát meghatározható a 11 ponttól lefelé és így kapjuk a 4″ pontot. Így a gyors félszakáll végül is az 5″ 12, 11, 4″,14″ szálmennyiséggel jellemezhető a nyújtómezőben. A kétféle szerkesztés során az első esetben, az 5, 10, 4-es lassúszálhatároló görbére történt ráfektetés esetén, a szálfolyam alsó vízszintes egyenesétől mértük fel a távolságokat, a második esetben pedig a 15, 7-es felső vízszintestől lefelé mértünk.

A 11. ábrán a tisztább kép kedvéért megrajzoltuk azokat az elemiszálakat, amelyek az *ÁÁ* vonal alatt fekszenek és részben a kihúzóhengerpár felé, részben

a behúzóhengerpár felé lógnak ki. Ebből az ábrából az látható, hogy a megszokott kép, hogy az elemiszálakból alkotható félszakáll, a megfogási vonaltól jobbra és balra azonos alakkal lóg ki (Wilkinson tuft) módosul, ha azt a nyújtási folyamat alatt egy szálmozgásszabályozó szerkezet megfogási vonalától jobbra és balra vizsgáljuk. Ezért a szálasanyagokra levezetett és felismert összefüggéseknek — az előfonál szerkezetet sodratot, rugalmasságot stb. illetőleg — ilyen rendkívüli viszonyok között — érvényüket kell veszteniök.

A 11. ábrán értelemszerűen megrajzoltuk az 5, 12, 11, 4'', 14'' félszakállt a megszokott alakban is, tehát nem abban a torz eltólt alakban, melyet a 10. ábra szerkesztéséhez is felhasználtunk. AK vonaltól jobbra a folytonos, de már elvékonyított szálfolyamot rajzoltuk fel.

Az (1) és (2) egyenlet egyes tagjainak kritikája

Mind az (1) egyenlet második tagja, mind a (2) egyenlet harmadik tagja azon elgondoláson alapszik, hogy a sodrat áthelyeződése a nyújtómezőben azt a törvényszerűséget követi, mely törvényszerűséget rugalmas előfonal szerkezetben joggal feltételezhetünk.

Nagy hibát látunk abban, hogy a 2-es alpontban előforduló »q« tényező nem állandó értékű. Hannah levezetéseiben a nyújtómű x helyén P_x összeszorító erőre a következő egyenletet kapta:

$$P = \frac{\pi^3 t^2 R^2 T}{u\, q\, 2^{1/2}},$$

ahol T egy elemiszállal kifejtett húzóerő és R az előfonal látszólagos sugara.

Az előfonal látszólagos keresztmetszete és az elemiszálak összkeresztmetszete között a következő összefüggés érvényes:

$$R^2\pi = q\,\frac{u^2\pi}{4}\,N\,q.$$

A q tényezőt illetően nyilvánvaló, hogy ha nincs olyan külső erő, mely az elemiszálakat összecsavarná abban a mértékben, ahogy azok száma az előfonalban eredetileg meglevő szálszámhoz viszonyítva csökken, úgy az előfonal folyamatosan üresebb lesz. A q tényező tehát folytonosan növekszik. A nyújtás közbeni hiba tehát ott van — egyszerű nyújtómező esetén — hogy a q tényezőt nem tudjuk állandósítani. Ebből természetszerűleg az következik, hogy a $P = KS$ kifejezésében K sem állandó a nyújtómező mentén, mint azt Hannah feltételezi.

Eddig részben a q-ra és K-ra vonatkozó észrevételeink, részben a 7, 8, 9, 10, 11-es ábrák alapján rá kell mutatnunk arra, hogy nagy nyújtásnál az előfonal szerkezete lényegesen megváltozik. Kétségbe kell tehát vonni, hogy az említett tagnak a jelentősége nagy nyújtás közben egyáltalán érvényesül-e, mert mint említettük, a kijövő fátyolban semmiféle sodrat nem észlelhető. A megjelölt két tag különben is nagy nyújtásoknál rendkívül nehezen értelmezhető.

$I_{1D}-I_{1CD}$ integrál érték ti. nagy nyújtásoknál olyan területeket ad, amelyek ordinátája mind nagyobb. Ugyanakkor a nyújtás mértékének $(2\varkappa + 1)$-ik hatványa a nevezőben jelenik meg. Miután a D mindig egész szám, a nevező értéke rohamosabban növekszik, mint a számláló.

Ezzel kapcsolatban rá kell mutatnunk az Ambler-féle fonócsatorna (flume), valamint a sodratállandósító szerkezet (twist stabiliser) jelentőségére.

A fonócsatorna ti. véleményünk szerint azt segíti elő, hogy a sodrott előfonal — mely a fő nyújtómezőben, szerkezetében lényegesen változik —, 2 R átmérője ne növekedjék meg. *Ugyanígy az elemiszálak felgyorsításánál keletkező ostorozó mozgások a még lassú sebességgel mozgó elemiszálakat ne borzolják szét.*

A gyors szálaknak az a része, amelyek az $\acute{A}\acute{A}$ vonal mögé nyúlnak, tehát amelyeket az áthúzóhenger alatt húznak át, az előfonal képletet a BA közben is módosítani tudják és az előfonalnak a szerkezetét ott is fellazítják. A sodratállandósító hornyába viszont az előfonal az áthúzóhenger enyhe feszítése következtében befeszül. Itt tehát az előfonal elemiszálait összeszorító P_x erőt a vályat (twist stabiliser) oldalfalai növelik meg és szembe dolgoznak a gyors szálak azon hatásával, hogy azok az előfonal szerkezetet részben üregessé teszik. Itt tehát *többszörösen összetett hatásról van szó.*

A 11. ábrából az látható még, hogy ha az $\acute{A}K$ távolságot csökkentjük, úgy annyira megközelíthetjük a kihúzóhengert, hogy úszószál egyáltalán nem fordul elő. Ebből az ábrából az is látható, hogy különösen nagy nyújtások esetén az $\acute{A}\acute{A}$-tól a K vonal felé kilógó félszakállal szemben úgyszólván nincs ellenfélszakáll. Ezért mutat az $\acute{A}\acute{A}$ vonalban megfogott félszakáll ecsetszerű véget. Ebből az is következik, hogy az $\acute{A}K$ nyújtómező részlegben a szálvégek átrendeződését nem tudjuk megakadályozni.

Amennyiben az $\acute{A}\acute{A}$ vonallal túlságosan közel megyünk a KK vonalhoz, az említett (1) és (2) egyenletek első és második tagjainak értékével is baj lesz. *Ugyanis az elemiszálakat a hátulról ráfutó sodrat áthúzóhenger esetén olyan mértékben összecsavarhatja, hogy azok fonalszerű jelleget kapnak, tehát közöttük a súrlódás olyan nagy lesz, mint a megsodort fonal esetén.* Ilyenkor azonban a gyors szálakat ebből a kis összesodort lassú szálmennyiségből kihúzni már nem lehet, vagy csak nehezen, aminek további következménye, hogy a nyújtómezőben a nyújtási folyamat akadozni kezd és a fonal egyenlőtlenebb lesz. Gyakorlati méréseink során erre mégegyszer hivatkozni fogunk.

A külső szálmozgástszabályozó erők jelentősége

Igen fontosnak tartjuk azokat a külső erőket, amelyek Q súrlódó erőket létesítenek. Ezek fontosak, különösen nagynyújtású szerkezeteknél, mert mint említettük, az (1) és (2) egyenletek második és harmadik tagjai kétségbevonhatók. Az utóbbi bekezdésben elmondottak rámutatnak arra, hogy az első és második tagoknak a szálmozgás szabályozási pont túl előreállításakor kritikus jelentőségük van. Az az eszköz marad még kezünkben, amely aránylag legjobban változtatható, ez pedig a külső erő.

Ha sikerül valamilyen nagynyújtású szerkezetben a külső erővel az elemiszálak hátsó végeire mindaddig hatást gyakorolni, míg azok első végükkel a kihúzóhengerpár élvonala alá kerülnek, akkor elvégeztük azt a legfontosabb feladatot, amelynek megoldására a nyújtómű hivatott. Nem abban látjuk a sodrat előrefutás, az itt létrejövő elemiszál térbeli átrendeződésének legfőbb hátrányát, hogy a sodrat előrefutásának az (1) és (2) egyenletben a második és harmadik tagban levezetett összefüggései nem érvényesek, hanem abban, hogy *az átrendeződés következtében a hátsó elemiszál végek megfogása bizonytalanná válik.*

Kísérleti nyújtóművünkön tehát olyan szerkezetet alkalmaztunk, amelyet lényegileg a 2. ábrán ábrázoltunk és amelynél a szíjacskák terelőlemezének utolsó élvonala — amely a kihúzóhengerpár felé esett —, 12 — 13 mm-re volt a kihúzóhengerpártól. Ezen a helyen fejtettünk ki külső erővel súrlódóerő hatást. Gyakorlati mérés-eredményeinknél még erre is külön utalni fogunk. Ez tehát annyit jelent, hogy ez a nyújtómű szerkezet az Ambler-nyújtómű áthúzóhengeréhez és fonócsatornájához viszonyítva jelentősen kedvezőbb körülmények között dolgozott.

Az Ambler-nyújtóműnél a fonócsatorna 0,5″-nál (12,7 mm) közelebb nem állítható. Az áthúzóhengerek megfogási pontja viszont 1,25″-nál nem. Ez utóbbi pedig kb. 30 mm-t jelent. A »sodratot fenntartó csatorna« végső pontja tehát ugyanolyan távolságra állítható be, mint kísérleti nyújtóművünkön az a pont, ahol a külső erővel előidézett Q súrlódó erő beállítható volt. Ugyanebben a távolságban az Ambler-nyújtóműnél csak a csatorna hatása van meg, amely véleményünk szerint csupán az R megnövekedését akadályozza meg. Ennél a kétszíjas szerkezetnél tehát az összeszorító bőrszáj hatása fokozottan érvényesül.

Gyakorlati mérések

A kísérletek eredményeit Uster »B« készülékkel állapítottuk meg, amellyel az előfonal, fonal százalékos keresztmetszeti egyenlőtlensége, sőt variációs koefficiense is meghatározható. A készüléken 2 m/perc anyagáthaladási sebességgel dolgoztunk azért, hogy tudatosan kikapcsoljuk a fonálszámingadozások

hatását és lehetőleg megközelítsük a keresztmetszeti egyenlőtlenségek méréséhez szükséges ideális viszonyokat. A készülék érzékelőjének hossza 7 mm körül van, tehát majdnem fonalkeresztmetszetben levő elemiszál tömeget mér.

A vizsgálatokat két általánosan ismert nagynyújtású nyújtómű típusra terjesztettük ki. Az egyik az LBR egyszíjas, a másik a CB kétszíjas nyújtómű. Mindkettőt az említett kísérleti gépen behatóan vizsgáltuk. Előfonalként, normális gyártásból származó fonódai előfonalat választottunk, minden különösebb válogatás nélkül. Az LBR, mint a CB nyújtóművet lehető pontos szerkezetként képeztük ki, mert a szerkezeti hibákat minimumra kívántuk szorítani.

A vizsgálatokat több irányba folytattuk egyidejűleg. Részben mestersége-sen előállítottuk a kedvezőknek ismert beállítási arányokat, részben a kétfajta nyújtómű között párhuzamot vontunk. Az egyik legfontosabb szempont az volt, mi történik akkor, illetve a fonalegyenlőtlenség milyen mértékű rosszabbodása következik be a sodratvisszatartó pontnak a kihúzó megfogási ponttól való távolításával. Megvizsgáltuk továbbá azt is, hogy milyen rosszabbodás következik be az *előfeszítés* elhagyásával, azaz ha az előnyújtómezőben még az 1, 2 körüli előfeszítést sem alkalmazzuk. Ugyanígy vizsgáltuk az LBR nyújtóműnél az áthúzóhenger súlyának hatását. Ezt a hatást egy sorozat áthúzóhenger segítségével állítottuk elő, ahol az áthúzóhenger 20 g-ként 150 g-ig volt változtatható.

Az áthúzóhengeres egyszíjas nyújtóműnél az áthúzóhenger átmérője 14 mm volt. A *c* visszatartási pont legközelebbi távolsága — a kihúzási ponthoz viszonyítva — 21 mm volt. Ennél közelebbi állítást a nyomóhenger és az áthúzóhenger félátmérője nem engedett meg. Ugyanekkor a szíjacskát átbuktató gerenda orra a kihúzási ponttól jelentősen kisebb távolságban volt, kb. 12—13 mm-re, ami a 2. ábrából könnyen érthető.

Egyik vizsgálati sorozatunk arra terjedt ki, hogy a külső erővel előidézett Q súrlódási erőnek mennyire kedvező a hatása. A következő áthúzóhenger súlyokat választottuk:

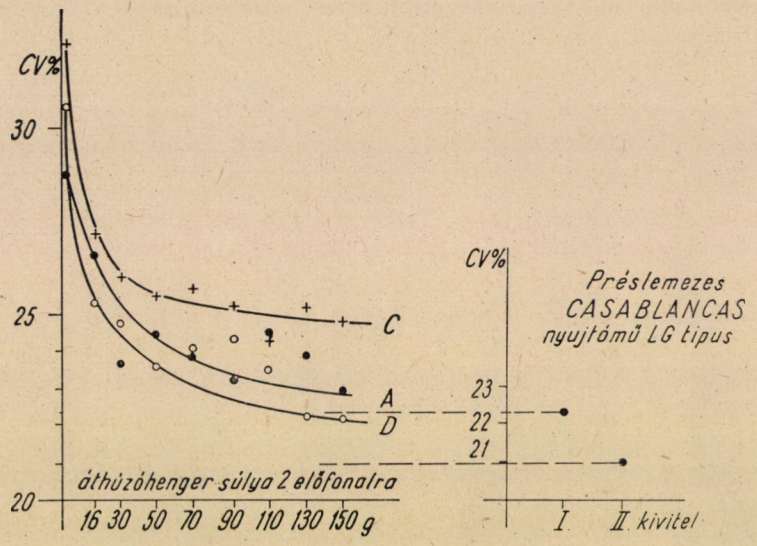
1-es esetben 16 grammosat — fából
2-es esetben 30 grammosat — műanyagból
3-as esetben 50 grammosat — alumíniumból
4-es esetben 70 grammosat — üreges vascsőből
5-ös esetben 90 grammosat — rézrúdból
6-os esetben 110 grammosat — vasból, majdnem tömör
7-es esetben 130 grammosat — u. u.
8-as esetben 150 grammosat — tömör vasrúdból.

Az áthúzóhengerek teljesen sima megmunkálást kaptak, de fényesítést nem.

A kísérleteket párhuzamosan végeztük, hogy lássuk milyen eredményt ad a már leírt kétszíjas nyújtómű. Az eredmények a 12. és 13. ábrákon láthatóak.

A 13. ábra különös figyelmet érdemel, mert ezen az látható, hogy ha az előfeszítő mezőben, amely megfelel a sodratállandósítónak (t. s.), nyújtás nélkül dolgoztunk, úgy a kapott eredmények jelleggörbéje a 12. ábráéval azonos maradt, csak némileg felfelé tolódott el. Quadratikus %-os szórásban (C. V.) az eltolódás 1,5—2%-nyi volt.

Az is feltűnő a 12., 13. ábrán, hogy a kétszíjas szerkezet minden esetben jelentősen kisebb keresztmetszeti egyenlőtlenségű fonalat eredményezett, mint az áthúzóhengeres szerkezet. Ennek magyarázata a továbbiakból világos.

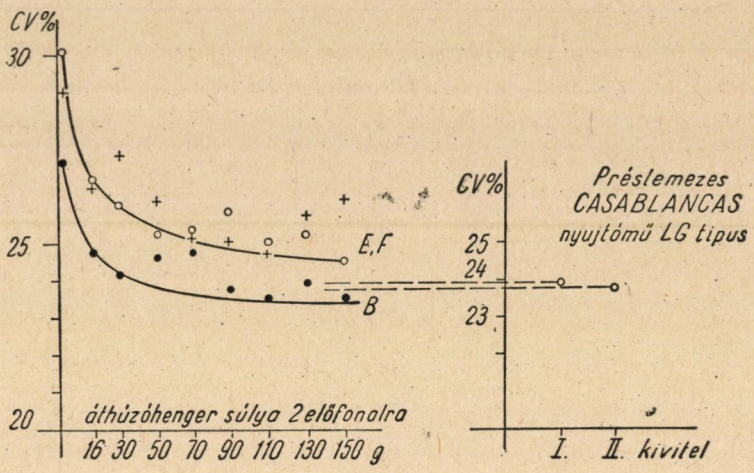


12. ábra

Vizsgálatok előnyújtással:
• A ≙ 15-szörös nyújtás $CV_{előf.} = 9{,}6\%$, $N_m = 2{,}7\ N_m$ 42-es fonal.
+, 0, *C* és *D* = hasonlóan más előfonalakból.

Az áthúzóhenger súlyának növelése a feldolgozásra kerülő pamut esetén 21 mm-es távolságban 70 g-on felül (2 orsónként kb. 70 mm-es osztásnál) nem ajánlható, mert az előfonal nem ideális, hanem bizonyos egyenlőtlenséget mutató gyártmány és az áthúzóhenger fokozott súlya, továbbá az ide összefutó sodrat azt eredményezheti, hogy a kihúzóhengerpár ezt az előfonal képletet kirántja, vagy legalábbis a nyújtás akadozva folyik le. A mi kísérleti szerkezetünknél erre nem találtunk példát, mert a behúzóhengernek jelentős terhelést adtunk, kb. 1 kg/cm mértékűt.

A 14. ábrán látható, hogy a kétszíjas nyújtóművel olyan vizsgálatokat is végeztünk, melyeknél a megfogó pont távolságában különböző terheléseket alkalmaztunk. A 15., 16-ik ábrán láthatóan többféle előfonalból és többféle nyújtással végeztük el a kísérletet. A száj megfogási pontjának távolságai ugyanott adva vannak. Ez utóbbiaknál arra figyelemmel kell lenni, hogy ezek

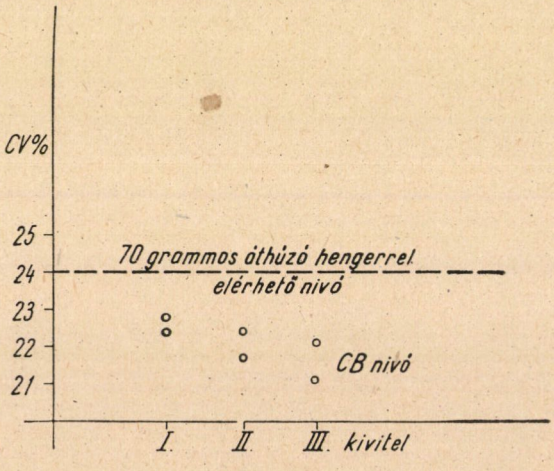


13. ábra

Előnyújtás nélkül :

• $B \cong$ 13-szoros nyújtás, N_m 32 előfonal N_m 2,5.
+ $E \cong$ 18-szoros nyújtás, N_m 45 előfonal N_m 2,5.
0 $F \cong E$.

Az ordinátákon a fonalak keresztmetszeti százalékos szórás értékei vannak feltüntetve.



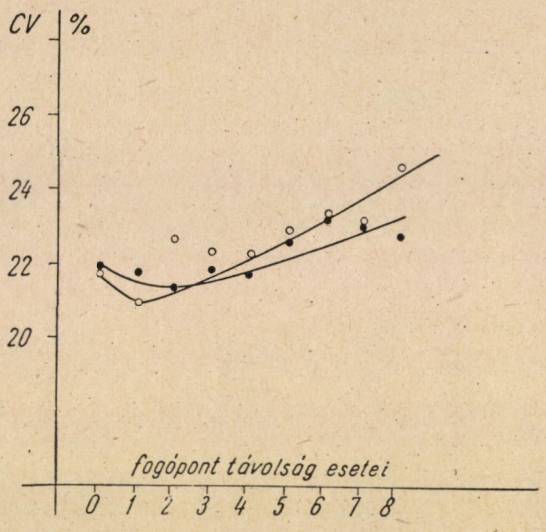
14. ábra

Összehasonlító mérések egyszíjas nyújtómű és préslemezes Casablancas nyújtómű fonalai között :

Előállított fonal N_m 40. Előfonal kártolt-nyújtott N_m 2,5. Nyújtás kb. 15-szörös. Előfeszítés kb. 1,2-szeres.

Az ordinátán a fonalak keresztmetszeteinek százalékos szórás értéke van.

szerkezetekből mért effektív geometriai értékek. A bőrszáj görbületi sugara, valamint a nyomóhenger belapulások ezeket a távolságokat legalább 1,5—2,5 mm-el csökkentik. Különösen kisebb nyújtásoknál a kapott eredményeknek minimum pontja is jelentkezik abban a mértékben, ahogy a megfogási ponttal a kihúzóhengerpár felé közeledünk. E gyakorlati mérésből származó jelenség magyarázatánál utalhatunk ismét arra, hogy a sodrat visszatartó pontnak túlságos előrevitele a nyújtási folyamat akadályozását jelentheti. Még tisztábban



15. ábra

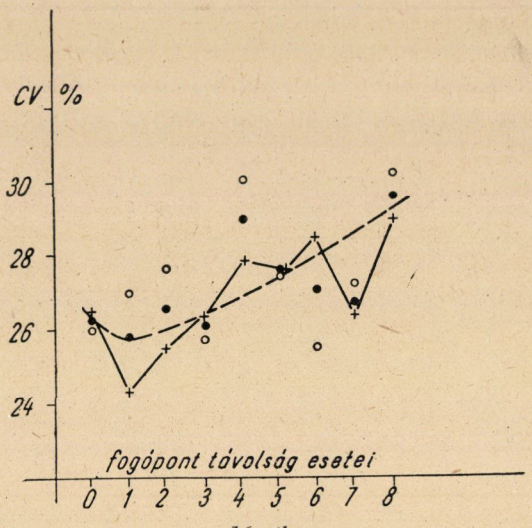
Kísérletek préslemezes Casablancas nyújtóművel:

Fogópontok		távolságai
0	helyzetben	13 mm
1	«	14 mm
2	«	15 mm
3	«	16 mm
4	«	17 mm
5	«	18 mm
6	«	19 mm
7	«	20 mm
8	«	21 mm

Előállított fonal kb. N_m 40, Nyújtás ≅ 15. Előfonal kártolt nyújtott eljárással készült. A pamut szakállhossza ≅ 30 mm.

látható ez a 11. ábrán, ahol egész kifejezett minimum pont mutatkozik. Külön körrel jelöltük az ellenőrző méréseknél kapott értéket.

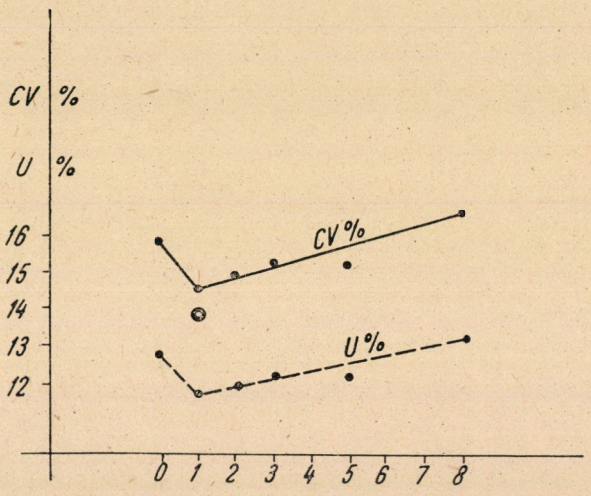
A 18. ábra arra kívánt kísérlet lenni, hogy a nyújtás fokozásával milyen arányúak lesznek a fonalban észlelhető egyenlőtlenségek. A fésült Karnak előfonalban a legrövidebb elemiszálak 10 mm körül voltak. A 12 mm körüli (belapulások figyelembevételével) c' távolságon belül úszó szál tehát gyakorlatilag alig fordulhatott elő, ha a 12 mm-t a 10-es ábra arányában hasonlítjuk össze. A 10. ábra ugyanis ugyanazon a Karnak pamut félszakáll görbéinek felhasználásával készült.



16. ábra

Kísérleti eredmények 36-szoros nyújtás esetén :

Kártolt-nyújtott előfonal N_m 1,1
Előállított fonal ≅ N_m 40
Pamut szakállhossza ≅ 30 mm.



17. ábra

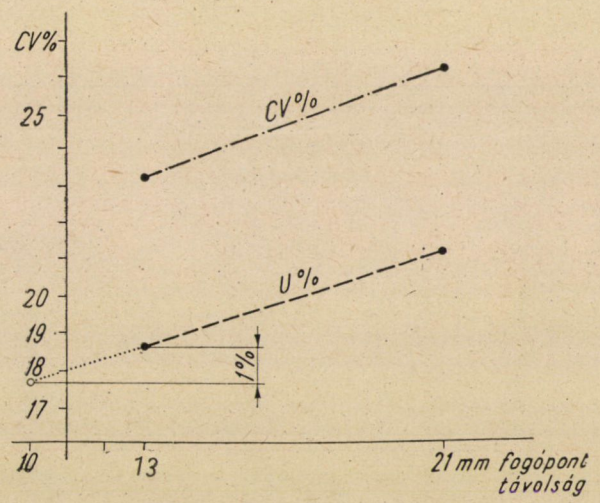
Fésült előfonalon elvégzett kísérletek :

Előállított fonal N_m 50.
Előfonal N_m 4,5. Kettős feltűzés.
Nyújtás kb. 22-szeres. Nyújtómű : préslemezes Casablancas.
A szíj száj és a kihúzóhenger élvonala közötti távolságok :
0 = 13 mm, 1 = 14 mm, 2 = 15 mm, 3 = 16 mm, 5 = 18 mm, 8 = 21 mm.

Irányértékek a közepes líneáris egyenlőtlenség, U%-ok értékeire : Igen jó = 10,5%. — Közepes = 13,5% — Rossz = 17,5%.

A 18. ábrán mind a lineáris egyenlőtlenséget, mind a quadratikus százalékos szórást is feltüntettük, tehát a kétszíjas nyújtóművel kapott fonási eredmények 2—2 pontjának értékét.

Ugyanitt feltüntettük az Uster tapasztalati értékeket, amelyek összevetéséből megállapítható, hogy »13 mm«-es állításnál az egyenlőtlenség 18,5%-os volt, és ez az érték »Uster szerint« közepesnél jobb. Ugyanakkor a fonalszám maga Nm 140 és 180 között ingadozott a várt Nm 160 helyett. A nagyobb előfonal keresztmetszeti egyenlőtlenségeket a nagynyújtás, nagy fonalszám ingadozásra alakította át.



18. ábra

Kísérletek préslemezes Casablancas nyújtóművel:
Előállított fonal kb. N_m 160. Karnak pamutból.
Fésült előfonal N_m 4,5. $U_{előf} = 8{,}8\%$.
36-szoros nyújtás.
Irányértékeke a »közepes líneáris eltérések« értékeire $U\%$:
Igen jó = 16,5% — Közepes = 20% — Rossz = 24,5%.
Az ordinátán a líneáris és a quadratikus értékek vannak felvive.

A 18. ábrába feltételezetten berajzoltunk egy további pontozott részt. Ha sikerülne olyan szerkezeti kivitelt elkészíteni, melynél a bőrszíjacska és a kihúzóhengerpár élvonala egymástól mindössze 9—10 mm lenne, a fonalegyenlőtlenségben a javulás, várhatóan mindössze a berajzolt 1% lenne.

Ennél a pontnál kell rámutatni arra, hogy a nagynyújtás kérdése lényegileg előfonal minőségi kérdés. A kétszíjas nyújtómű 36-szoros nyújtást kielégítően végezne el a 2-es ábrán rajzolt kivitel esetén. Az előfonal azonban erre a nyújtásra nem alkalmas, mert 140—180 közötti fonalszámingadozásokat eredményezett.

A pamutfonóipari nagynyújtás problémájánál szintén döntően előtérbe lépett az előfonal minőségének kérdése. Gyakorlati méréseinknél nem a nyújtómű nyújtóhatásának felső határába, hanem az előfonal minőségébe ütköztünk.

IRODALOM

M. Hannah: The theory of high drafting. The Journal of the Textile Institute 1950. Vol. 41, No. 3. Transactions, p. 110.

V. A. Vorosilov: Textilnaja Promüslennoszti. 1952. 11. szám 29. oldal. Puti uszoversensztvovania vütjazsnüh priborov.

Budnikov—Zotykov—Kanarszkij—Rakov: Osznovü prjadelnija. Moszkva. Leningrad 1945.

Barkovij: Textilnaja Promüslennoszti 1950. 6. szám 12. oldal.

B. I. O. S.: Vegyes jelentések No. 6. kötet 39—42—45. oldal.

P. D. Baljaszov: Primenenie uplotnitelej mücskina rovniesnüh i prjadel'nüh masinah. Gizlegprom Moszkva, 1951.

H. C. Picard: The irregularity of slivers. Journal of the Textile Institute. 1952. június. T. 251.

J. Ingham—J. Green: A technique for visualising the position of staple fibres in a sliver and its application to drafting problems. Journal of the Textile Institute 1952. szeptember T. 473.

L. A. B. Gangli: Az előnyújtás mértékének, a mezőtávolságnak, valamint a nyomóhenger terhelésének befolyása a fonal egyenlőtlenségére és szakítóhosszra. Az előfonal sodratfeloldásának káros következményei. Textilkutató Intézet-i kiadvány. 1952.

Összefoglalás

A nagynyújtás elméleti kérdései a szálmozgásszabályozás problémáira, a súrlódóerők szerepére vetítették a fényt. Annak feltételezése mellett, hogy a végfonodában a jelenleginél nagyobb nyújtások alkalmazása mellett is, megfelelő jellemzőkkel bíró fonalakat tudunk előállítani, M. Hannah az Ambler nyújtóművel kapcsolatban, elméleti megfontolások alapján olyan matematikai összefüggéseket vezetett le, melyek az eredményes nagynyújtás alapvető feltételeinek tárgyalására alkalmasak. Törekvésünk arra irányult, hogy *pamutelőfonal* nyújtásával kapcsolatos gyakorlati mérések alapján tisztázzuk a Hannah-féle elmélet alkalmazhatóságát ezen a területen. Vizsgáltuk a sodratnak a legvékonyabb nyújtott keresztmetszetre történő *ráfutásának* jelenségét, továbbá az *előfonal*nak különböző nyújtásoknál mutatkozó viselkedését. Rámutattunk arra, hogy a *sodratfeltörés* egyrészt félrevezető megjelölés, másrészt a *sodrattörő nyújtás* legtöbbször csak előfeszítés — 1,2-szeres — értékű. Az ilyen nyújtás az előfonal szerkezetét tömörebbé teszi, s ezért helyesebb az előfeszítés elnevezés használata.

A fonalakat kísérleti gyűrűsfonógépeken állítottuk elő, melyen résznyújtások, összny újtás sodrat, orsófordulatszám, nyújtómezőtávolság, szállítási sebesség majdnem fokozat nélkül volt beállítható. Megmértük az áthúzóhenger változó súlyának hatását egyszíjas nyújtómű alkalmazása esetén, s ugyanígy kétszíjas nyújtóműnél a két megfelelően vezetett szíjacska szálmozgástszabályozó hatását is. Összehasonlításokat végeztünk egy és kétszíjas nyújtóműveken előállított fonalak fonaljellemzői között. A vizsgálatokat elektronikus készülékkel végeztük.

A nyújtómező azon részlegében, mely például az áthúzóhenger és a kihúzóhenger élvonala között van, rendkívül szálvégelhelyezkedés észlelhető. Erre vonatkozó geometriai szerkesztések mutatják be a valóságra jellemző képeket. Az áthúzóhenger alól előre és hátra kilógó szálvégek, a megszokott félszakállképtől lényegesen eltérő képet mutatnak. Így minden a normális előfonalra levezetett képlet, a nyújtómű ezen mezőrészlegében csak nagyméretű megszorításokkal érvényes. M. Hannah feltételezései az előfonal rugalmasnak felvett szerkezetén alapszanak, míg a pamut előfonal a nyújtómező ezen részlegében aligha tekinthető rugalmas szerkezetnek, mert az nagynyújtás esetében a kihúzóhenger felé eső oldalon ecsetszerű képet mutat fel.

A kísérletek egy részét olyan Casablancas típusú nyújtóművel végeztük el, melynél a szálmozgásszabályozó hatás — az eddig alkalmazott szerkezetekkel szemben — maximálisnak volt mondható. A nagynyújtásra levezetett egyenletek számos tagja pamutelőfonal nyújtásánál nem jön számításba. Egyrészt nem lehet olyan méretű szerkezeti részeket szerkeszteni, melyek a kihúzóhengerpár élvonalától csak pár mm távolságban állanának, másrészt az előfonal ebben a nyújtómezőszakaszban már olyan szerkezetű, mely egyrészt nem rugalmas szerkezet, másrészt ecsetszerű szálvégeket tartalmaz.

Gyakorlati mérések igazolták, hogy nagynyújtásnak — pamutelőfonal és pamuttípusú műszálelőfonal esetén — az előfonalban meglevő, egyelőre kiküszöbölhetetlen egyenlőtlenségek szabnak határt, s már 30—36-szoros nyújtásnál lehatárolják a gyakorlatilag kedvezőnek nevezhető nyújtáshatárt. Nagyobb nyújtások előfeltételei az előfonal minőségének javításától várhatók.

TURBÓGENERÁTOR-FORGÓRÉSZEK GOMBOLYÍTÁSI PROBLÉMÁI

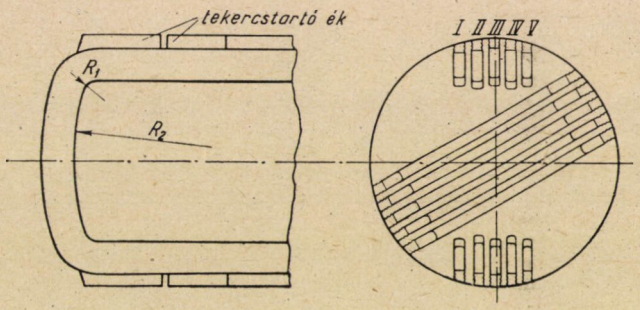
TÓTH FERENC

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM V. MATEMATIKAI TANSZÉK

[Beérkezett 1953. szeptember 21-én]

A hazánkban gyártott legnagyobb turbógenerátorok forgórészének homlokoldalát az 1. ábrán látható módon alakítják ki.

Ezeknél a generátoroknál a szigetelőanyagokkal bélelt hornyokba a 36 · 1,1-es rézszalagokat $\sigma_e = 11$ kg/mm² előfeszítéssel gombolyítják és végül



1. ábra

ezekre 6—7 menet 130 kg/mm² szakító szilárdságú 38 · 0,5-ös acélszalagokat gombolyítanak 33 kg/mm² előfeszültséggel.

Az utóbbi években megállapították, hogy a legexcentrikusabban gombolyított, legszélső hornyokban levő acélszalagoknál (I- és V-ös) a felső körív közepe táján mind gyakrabban és gyakrabban fordultak elő szakadások.

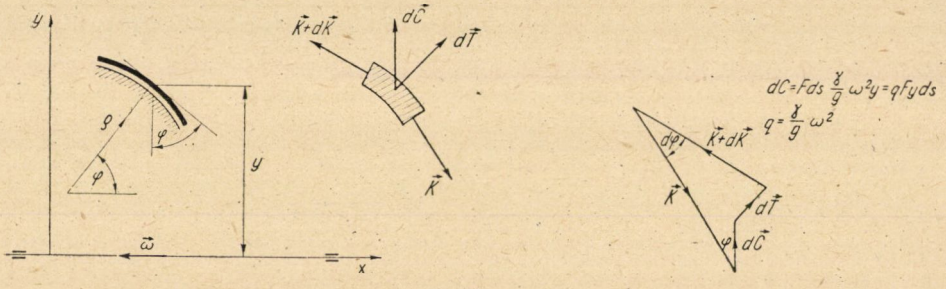
Pl. az egyik újabb típusú 44,000 kVA-os teljesítményű gépnél különösen gyakoriak ezek a szalagszakadások. Itt a forgórészek átmérője 850 mm, mind a belső, mind a külső szalagoknál az alsó körív mentén a görbületi sugár (a géptestnél) $R_1 = 1863$ mm, a felső körív mentén pedig a belső rétegben $R_2 = 50$ mm, a külsőben $R_2 = 100$ mm. (Megjegyezzük, hogy *Bláthy* eredeti első konstrukcióinál az említett R_2 sugár csak 35 mm volt.) A rézszalagok gombolyítási előfeszültsége mindenütt 11 kg/mm², az acélszalagoké szintén mindenütt 33 kg/mm², a 38 mm széles hornyok egymástól való távolsága 23 mm, a rézszalagok közötti szigetelő rétegek vastagsága kb. 0,12 mm, a percenkinti fordulatszám 3000, üzem közben a rézszalagok felmelegedése 100 C°-kal, a forgótesté pedig 60 C°-kal nagyobb mint a környezet. Itt is, mint az eredeti Bláthy tervezésnél a szalagkötegek 60° és 90° közötti ívszakaszon acélékkel vannak megtámasztva.

Feladatunk most éppen ez utóbbi generátornál legalább is közelítő pontossággal kiszámítani, hogy mi okozhatja a szakadást, hogy egyrészt ily módon

a szakadások megszüntethetők lehetnek, másrészt, hogy amennyiben máskor is kívánatosnak látszik a homlokoldal kiképzésén változtatni, lássuk, hogy a változtatások hol és milyen mértékben lehetségesek veszély nélkül. És végül szeretnénk azt is eldönteni, hogy az acélszalagok, amelyekre elektromos szempontból semmi szükség nincs és csak mechanikai okokból alkalmaznak, elhagyhatók-e, és ha igen, milyen áron. Ugyanis talán felesleges hangsúlyozni, hogy ez is milyen nagy évi anyagmegtakarítást jelentene.

Állandó szögsebességgel forgó testre feszített rugalmas szalag egyensúlyi vizsgálata

Centrikus gombolyítás esetén



2. ábra

A forgó test, amelyre a rugalmas szalagot ráfeszítjük, legyen teljesen tetszésszerinti. A 2. ábra jelöléseivel, ha a súrlódást elhanyagoljuk és tökéletes hajlékonyságot feltételezünk, egyensúly esetén egy bizonyos szalagelemre ható erőknek az érintő és normális irányú két vetületi egyenlete a következő :

$$\sum K_{ti} = 0 = (K + dK)\cos\varphi - K + dC\cos\varphi = dK + q\,Fy\,dy$$
$$\sum K_{ni} = 0 = dT + dC\sin\varphi - (K + dK)\sin d\varphi\,.$$

Ezen két egyenletből mind a $K(\varphi)$ kötélerő, mind a $p(\varphi) = \dfrac{dT}{d\varphi}$ egységnyi szögre eső sugárirányú fajlagos megoszló terhelés kiszámítható :

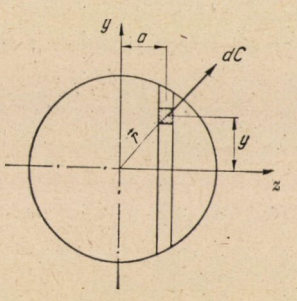
$$K = K_0 - \frac{1}{2}\,q\,Fy^2 \quad \text{és} \quad p(\varphi) = \frac{dT}{d\varphi} = K - q\,Fy\,\varrho\sin\varphi\,. \tag{1}$$

A $K_0 = K(0)$ azon feltételből határozható meg, hogy a szalag hosszában nem történik változás, amíg az mindenütt a forgó testre támaszkodik, azaz p pozitív mindenütt, ezért :

$$\lambda = \frac{K_e}{EF} s_0 = \frac{1}{EF} \int_0^{s_0} K ds = \frac{1}{EF} K_0 s_0 - \frac{1}{EF} \cdot \frac{1}{2} q F I_x , \qquad (1a)$$

ahol K_e a szalagok előfeszítése, $I_x = \int_0^{s_0} y^2 ds$ pedig a szalag másodrendű nyomatéka a forgástengelyre vonatkoztatva. Innen pedig:

$$K_0 = K_e + \frac{1}{2} qF \frac{I_x}{s_0} . \qquad (1b)$$



3. ábra

Excentrikus gombolyítás esetén

$$\vec{r} = a\vec{k} + y\vec{j}$$

$$d\vec{C} = \frac{\gamma}{g} F \omega^2 \vec{r} ds = q F (a\vec{k} + y\vec{j}) ds .$$

A centrifugális erő z irányú komponensének szögegységre vonatkoztatott fajlagos értéke

$$\frac{dC_z}{d\varphi} = q F a \varrho ,$$

az y irányú komponense pedig ugyanannyi, mint a centrikus gombolyításnál volt.

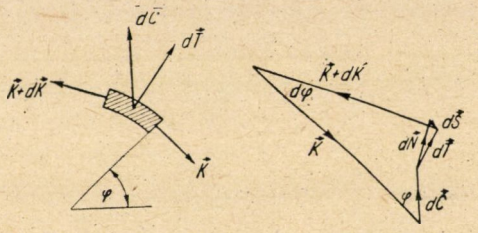
Hogy a számításokat egyszerűsítsük, eddig elhanyagoltuk a súrlódást és tökéletes hajlékonyságot feltételeztünk. A hajlítás jelentőségét később még megvizsgáljuk, de a súrlódástól mindig el fogunk tekinteni, ezért mielőtt tovább mennénk, vizsgáljuk meg, hogyha a súrlódást nem hanyagolnánk el, mennyiben változnának eredményeink. Számításainkat korlátozzuk arra az egyszerű esetre, midőn a horony alja a rotor homlokzatán R sugarú félkörív. A szalagot szimmetria okokból a forgástengelynél $\varphi = 0$ és $\varphi = \frac{\pi}{2}$-nél gondoljuk befogott-

nak. Az ívhossz $s_0 = R\frac{\pi}{2}$ és $I_x = \frac{1}{4}R^3\pi$, ezért az előzők szerint ha *nincs súrlódás*

$$K = K_e + \frac{1}{4}q\,FR^2 - \frac{1}{2}q\,FR^2\sin^2\varphi \text{ és } p = K_e + \frac{1}{4}q\,FR^2 - \frac{3}{2}q\,FR^2\sin^2\varphi\,.$$

Ha *van súrlódás* egy bizonyos szalag elemre ható egyensúlyi erők érintő és normális irányú két vetületi egyenlete:

$$\sum K_{ti} = 0 = K - (K + dK)\cos d\varphi - dC\cos\varphi + dS$$
$$\sum K_{ni} = 0 = -(K + dK)\sin d\varphi + dC\sin\varphi + dN$$
$$dS = \mu_0 dN\,.$$



4. ábra

Ezekből pedig kiszámítva $K(\varphi)$ és $p(\varphi) = \frac{dN}{d\varphi}$ függvényeket, kapjuk, hogy

$$K(\varphi) = e^{\mu_0\varphi}\cdot\frac{\mu_0}{e^{0,5\mu_0\pi}-1}\left[K_e\frac{\pi}{2} - q\,FR^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{4}\frac{\mu_0}{\mu_0^2+4}\right)\right] +$$
$$+ q\,FR^2\sin^2\varphi + \frac{3}{2}q\,FR^2\frac{\mu_0}{\mu_0^2+4}\left(\sin 2\varphi + \frac{2}{\mu_0}\cos 2\varphi\right)$$

$$p(\varphi) = \frac{dN}{d\varphi} = e^{\mu_0\pi}\cdot\frac{\mu_0}{e^{0,5\mu_0\pi}-1}\left[K_e\frac{\pi}{2} - q\,FR^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{4}\frac{\mu_0}{\mu_0^2+4}\right)\right] +$$
$$+ \frac{3}{2}q\,FR^2\frac{\mu_0}{\mu_0+4}\left(\sin 2\varphi + \frac{2}{\mu_0}\cos 2\varphi\right).$$

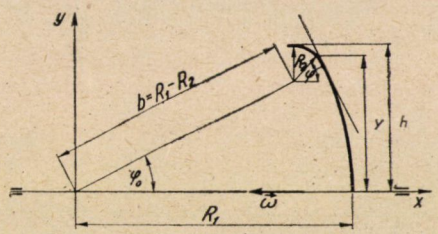
Az integrációs állandót itt is azon feltételből határoztuk meg, hogy a szalag hosszában forgás közben nincs változás. Ha $\mu_0 = 0{,}1$ értéket feltételezünk, mivel φ legfeljebb $\frac{\pi}{2}$ nagyságú $e^{\mu_0\varphi}$ legfeljebb 1,17, tehát

$$p(\varphi) \approx 1{,}081\,Ke + 0{,}195\,q\,FR^2 - 1{,}496\,q\,FR^2\sin^2\varphi\,.$$

Ez pedig legfeljebb 1—2%-kal tér el attól a p értéktől, amelyet a súrlódás elhanyagolásával kaptunk. Igen valószínűnek látszik tehát, hogy ha a horony alja a rotor homlokzatán két különböző sugarú körívből van összetéve, mint ahogyan a vizsgálandó generátornál is van, és elhanyagoljuk a p számításai során a súrlódást, nem követünk el nagy hibát, számításainkat pedig ezzel sokkal egyszerűbbé és áttekinthetőbbé tesszük. Különben is a súrlódás elhanyagolásával biztonsági szempontokat is szolgálunk, mert a surlódás segít a szalag helyzetén, midőn ennek a centrifugális erő okozta mozgását gátolja.

A K kötélerő és a p fajlagos sugárirányú megoszló terhelés közelítő számítása a turbógenerátor egyes szalagjainál

Számításainkat először a külső legszélső hornyokban levő szalagokra végezzük el, ahol a szakadások vannak és utána megismételjük azokat a belső



5. ábra

legszélső hornyokban levő szalagokra is, ahol pedig nincsenek szakadások, bár az ott levő szalagok viszonyai majdnem megegyeznek a külső szalagokéval, különbség csak a R_2 felső ív menti görbületi sugárnál van, amennyiben az a rotornál a külső szalagoknál 10 cm, a belső szalagoknál pedig 5 cm.

Az 5. ábra jelölései szerint ha adva van R_1, R_2 és h, akkor két körívnek, amelyek egymásba közös érintővel mennek át és kezdő és végpontjaihoz függőleges, illetőleg vízszintes érintő tartozik, az érintkezési helyükhöz tartozó φ_0 szöget a

$$\sin \varphi_0 = \frac{h - R_2}{R_1 - R_2}$$

egyenletből számíthatjuk ki. φ_0 segítségével pedig meghatározható akár a két körív együttes ívhossza: $s_0 = \frac{\pi}{2} R_2 + (R_1 - R_2)\,\varphi_0$, akár ezeknek az 5. ábrán vázolt forgási tengelyre vonatkoztatott másodrendű nyomatéka:

$$I_x = \frac{1}{4}\,\pi R^3 + \frac{1}{3}\,\varphi_0^3 (R_1 - R_2)^3 + 2\,\varphi_0 (R_1 - R_2) R_2^2 +$$

$$+ \frac{4}{3}\,\varphi_0^3 (R_1 - R_2) R_2^2 + \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right) \varphi_0^2 (R_1 - R_2)^2 R_2 .$$

(A számításoknál feltételeztük, hogy φ_0 elég kicsiny, ami a generátornál áll is, és így $\sin\varphi_0 \approx \varphi_0^3 - \frac{1}{3!}\varphi_0$). Bevezetve a $R_1 = R_2 + b$ helyettesítést:

$$\frac{I_x}{s_0} = \frac{1}{2}R_2^2 + \frac{2}{\pi}\varphi_0 b\left(\frac{3}{2} + \frac{7}{3}\varphi_0^2\right)R_2 + (\varphi_0 b)^2\left(1 - \frac{18 + 28\varphi_0^2}{3\pi^2}\right) +$$

$$+ \frac{2}{3}(\varphi_0 b)^3\left(\frac{9 + 14\varphi_0^2}{\pi^2} - 1\right) \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{2}R_2 + \varphi_0 b}$$

A külső hornyokban

A rotornál $R_1 = 186{,}3$ cm, $R_2 = 10$ cm és $h = 27$ cm, ezért $b = 176{,}3$ cm és $\sin\varphi_0 = \frac{17}{176{,}3} \approx 0{,}09643$, vagyis $\varphi_0 = 5°32'$ tehát az első szalagnál

$$\left(\frac{I_x}{s_0}\right)_1 = \frac{1}{2}R_2^2 + 16{,}48\,R_2 + 111 - \frac{155{,}1}{R_2 + 10{,}84}\,.$$

mivel pedig bármelyik szalagnál $R_{1n} = R_{2n} + 176{,}3$, azaz $b = \text{const} = 176{,}3$ cm, a rotortól számított $n + 1$-ik szalagnál, ha a szalagok egymástól való távolsága $D = 0{,}12$ cm (beleszámítva a szalagok közt lévő szigetelőréteg vastagságát is):

$$\left(\frac{I_x}{s_0}\right)_{n+1} = \frac{1}{2}(R_2 + nD)^2 + 16{,}48\,(R_2 + nD) + 111 - \frac{155{,}1}{R_2 + nD + 10{,}84}\,.$$

A kötélerő az első szalagnál az alsó körív mentén a 2. oldal (1) egyenlete szerint

$$K_{1;1} = K_e + \frac{1}{2}qF\left(\frac{I_x}{s_0}\right)_1 - \frac{1}{2}qFR_1^2\sin^2\varphi\,,$$

az n + 1-ik szalagnál pedig

$$K_{1;n+1} = K_e' + \frac{1}{2}qF\left(\frac{I_x}{s_0}\right)_{n+1} - \frac{1}{2}qF(R_1 + nD)^2\sin^2\varphi\,. \qquad (2)$$

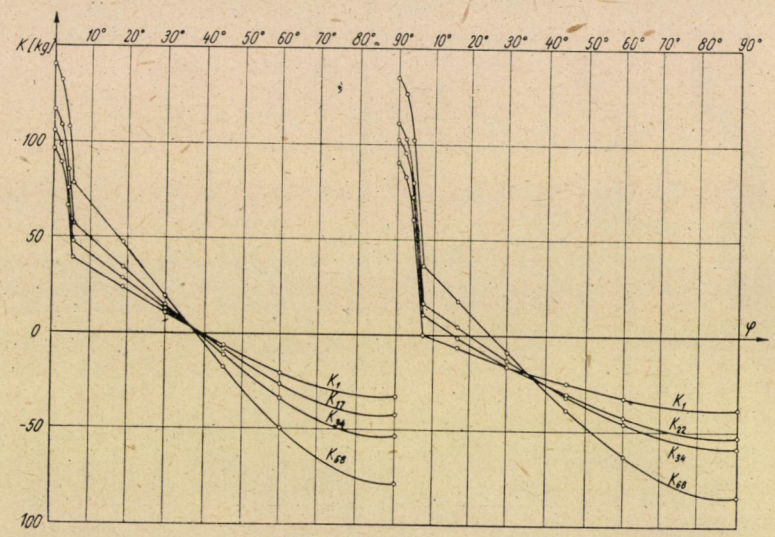
Figyelembevéve, hogy jelenleg mind a 68 rézszalagnál $F = 0{,}396$ cm^2 (elhanyagoljuk azt, hogy a 68 közül felső 5-nél ez valamivel nagyobb), $q = 0{,}895$ kg/cm^4, tehát $\frac{1}{2}qF = 0{,}1772$ kg/cm^2, K_e gombolyítási kötélerő pedig kb. csak 40 kg lehet a felmelegedés miatt ($\alpha_r = 17 \cdot 10^{-6}$, $\alpha_a = 12 \cdot 10^{-6}$ és $E_r = 10^{-6}$ kg/cm^2 értékkel számolva a réznek 11 kg/mm^2 gombolyítási előfeszültsége

csökken és csak kevéssel lehet nagyobb mint 1 kg/mm^2), azonkívül behelyettesítve $R_1 = 186{,}3$ cm $R_2 = 10$ cm és $D = 0{,}12$ cm értékeket nyerjük, hogy

$$K_{I;1} = 96{,}4 - 6150{,}2 \sin^2 \varphi \text{ [kg]} \quad | \quad K_{I;34} = 116{,}6 - 6417{,}1 \sin^2 \varphi \text{ [kg]}$$
$$K_{I;17} = 105{,}87 - 6277{,}6 \sin^2 \varphi \text{ «} \quad | \quad K_{I;68} = 140{,}35 - 6703{,}5 \sin^2 \varphi \text{ «},$$

a második körív mentén viszont az $n+1$-ik szalagnál $y_{n+1} = b \sin \varphi_0 + (R_2 + nD) \sin \varphi$, tehát

$$K_{II;n+1} = Ke + \frac{1}{2} qF \left(\frac{I_x}{s_0} \right)_{n+1} - \frac{1}{2} q F b^2 \sin^2 \varphi_0 - q F b \sin \varphi_0 (R_2 + nD) \sin \varphi - \frac{1}{2} q F (R_2 + nD)^2 \sin^2 \varphi , \qquad (3)$$



6a. és 6b. ábra

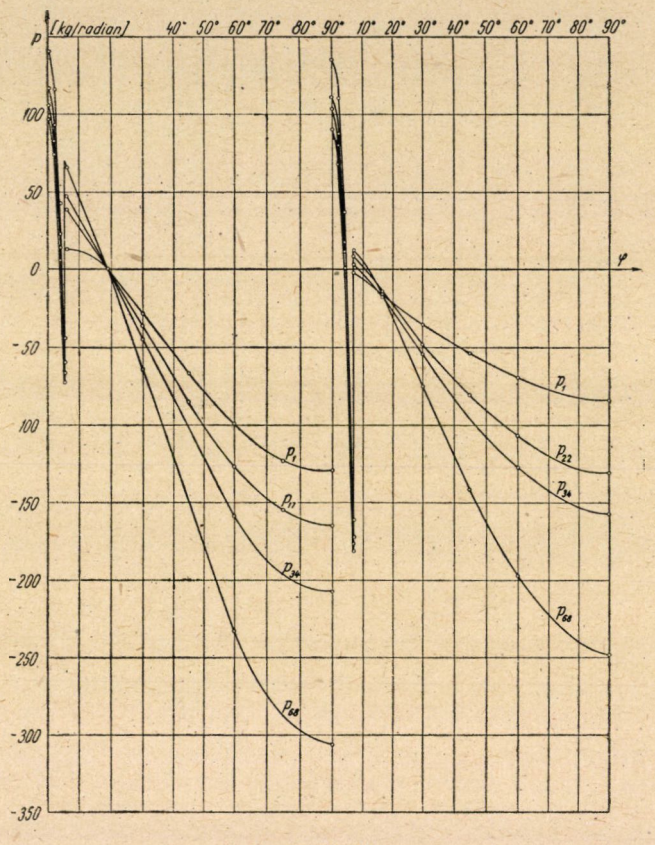
és az előző számításokhoz hasonlóan kapjuk az erre a szakaszra érvényes kötélerő függvényeket :

$$K_{II;1} = 45{,}2 - 60{,}25 \sin \varphi - 17{,}72 \sin^2 \varphi \text{ [kg]}$$
$$K_{II;17} = 54{,}7 - 71{,}8 \sin \varphi - 25{,}2 \sin^2 \varphi \text{ «}$$
$$K_{II;34} = 65{,}4 - 84{,}35 \sin \varphi - 34{,}73 \sin^2 \varphi \text{ «}$$
$$K_{II;68} = 89{,}1 - 109{,}65 \sin \varphi - 58{,}7 \sin^2 \varphi \text{ « .}$$

Az egyes szalagoknál a kötélerők változását mindkét körív mentén a 6*a* ábra szemlélteti.

A kötélerő függvények segítségével pedig az egyes szalagoknál keletkező $p = \frac{dT}{d\varphi}$ sugárirányú fajlagos megoszló terhelés is kiszámítható. A 2. oldal (1) egyenletét alkalmazva a jelen helyzetre az alsó körív mentén

$$p_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I}} - qFR_1^2 \sin^2 \varphi\,, \tag{4}$$



7a. és 7b. ábra

vagyis közelebbről egyes szalagoknál

$p_{\mathrm{I};1} = 96{,}4 - 18450{,}6 \sin^2 \varphi$ [kg/rad] | $p_{\mathrm{I}34} = 116{,}6 - 19251{,}4 \sin^2 \varphi$ [kg/radian]
$p_{\mathrm{I};17} = 105{,}94 - 18832{,}8 \sin^2 \varphi$ « | $p_{\mathrm{I};68} = 140{,}35 - 20110{,}5 \sin^2 \varphi$ « ,

a felső körív mentén viszont

$$p_{\mathrm{II}} = K_{\mathrm{II}} - q\,FR_2\,(b \sin \varphi_0 + R_2 \sin \varphi) \sin \varphi\,, \tag{5}$$

vagyis közelebbről az egyes szalagoknál

$$p_{II;1} = 45{,}2 - 120{,}7 \sin\varphi - 53{,}2 \sin^2\varphi \text{ [kg/radian]}$$
$$p_{II;17} = 54{,}6 - 143{,}9 \sin\varphi - 75{,}53 \sin^2\varphi \text{ «}$$
$$p_{II;34} = 65{,}4 - 168{,}7 \sin\varphi - 104{,}2 \sin^2\varphi \text{ «}$$
$$p_{II;68} = 89{,}1 - 219{,}7 \sin\varphi - 176{,}1 \sin^2\varphi \text{ «}$$

A p függvények változását az egyes szalagoknál mindkét körív mentén a 7*a* ábra szemlélteti.

A belső hornyokban a rotornál $R_1 = 186{,}3$ cm, $R_2 = 5$ cm és $h = 27$ cm, ezért $b = 181{,}3$ cm és $\sin\varphi_0 = \frac{22}{181{,}3} \approx 0{,}12135$ vagyis $\varphi_0 \approx 6°58' \approx 0{,}1216$, tehát az első szalagnál

$$\left(\frac{I_x}{s_0}\right)_1 = \frac{1}{2} R_2^2 + 21{,}48 R_2 + 184 - \frac{309{,}4}{R_2 + 14{,}03},$$

a rotortól számított $n + 1$-ik szalagnál pedig

$$\left(\frac{I_x}{s_0}\right)_{n+1} = \frac{1}{2}(R_2' + nD)^2 + 21{,}48\,(R_2 + nD) + 184 - \frac{309{,}4}{R_2 + nD + 14{,}03},$$

és az előzőkhöz teljesen hasonlóan számíthatjuk ki, hogy az alsó körív mentén

$$K_{I;1} = 90{,}6 - 6150{,}2 \sin^2\varphi \text{ [kg]} \quad | \quad K_{I;34} = 111{,}17 - 6417{,}1 \sin^2\varphi \text{ [kg]}$$
$$K_{I;22} = 103{,}4 - 6317{,}7 \sin^2\varphi \text{ «} \quad | \quad K_{I;68} = 135 - 6703{,}5 \sin^2\varphi \text{ « ,}$$

a felső körív mentén viszont

$$K_{II;1} = 5 - 39 \sin\varphi - 4{,}4 \sin^2\varphi \text{ [kg]}$$
$$K_{II;22} = 17{,}64 - 58{,}63 \sin\varphi - 10{,}02 \sin^2\varphi \text{ [kg]}$$
$$K_{II;34} = 25{,}4 - 70{,}2 \sin\varphi - 14{,}35 \sin^2\varphi \text{ [kg]}$$
$$K_{II;68} = 50 - 102{,}9 \sin\varphi - 30{,}9 \sin^2\varphi \text{ « .}$$

A sugárirányú fajlagos megoszló terhelések pedig az alsó körív mentén

$$p_{I;1} = 90{,}63 - 18450{,}6 \sin^2\varphi \quad | \quad p_{I;34} = 111{,}17 - 19251{,}4 \sin^2\varphi$$
$$p_{I;22} = 103{,}4 - 18953{,}1 \sin^2\varphi \quad | \quad p_{I;68} = 135{,}04 - 20110{,}5 \sin^2\varphi$$

és a felső körív mentén :

$$p_{II;1} = 5 - 77{,}97 \sin\varphi - 13{,}29 \sin^2\varphi \qquad p_{II;34} = 25{,}4 - 1493 \sin\varphi - 43{,}06 \sin^2\varphi$$
$$p_{II;22} = 17{,}97 - 117{,}3 \sin\varphi - 30{,}05 \sin^2\varphi \qquad p_{II;68} = 50 - 206{,}1 \sin\varphi - 92{,}6 \sin^2\varphi.$$

A kötélerő függvények változását a 6*b*. a p függvények változását pedig a 7*b*. ábra mutatja.

A szalagokról a felső körív mentén levő ékre adódó maximális terhelés közelítő számítása

Gondoljuk, hogy a szalagköteget a felső körív mentén végig megtámasztjuk acélékkel. Az a szalagelem, amelyiknél a $p = -\frac{dT}{d\varphi}$ értéke pozitív, nyomja az alatta levő másik szalagelemet, amelyiknél negatív nyomja a felette levő szalagelemet. Ha egy bizonyos φ_1 szögnél a rézszalagköteg minden szalag elemé-nél a p értéke pl. negatív, akkor ott a szalagelemek nyomása szuperponálódik a felettük levő ékelemre (ha csak az alsó szalagelemeknél negatív a p, felül azonban egy néhány szalagnál pozitív, akkor is ha az ékelemre ható nyomást akarnánk számítani, a p értékének előjeles összegét kellene képezni, csak akkor nem lehet ugyanazon a helyen a p értékét összeadni az ékelemre ható nyomás kiszámítása céljából, ha az az alsó szalagnál pozitív és a felsőknél negatív).

A külső legszélső hornyokban a 7*a* ábra szerint p értéke minden szalagnál csaknem egyszerre kb. 19°-nál lesz negatív, ezért 19° és 90° között az egyes ékelemekre ható szalagnyomást úgy kell kiszámítani, hogy képezni kell a $\sum p_i$ összeget. Az (1), (3) egyenletek szerint

$$p_{n+1} = \frac{1}{2} qF \left(\frac{1}{2} - 3 \sin^2\varphi\right)(R_2 + nD)^2 + \frac{1}{2} qF(16{,}48 - 68{,}12 \sin\varphi)(R_2 + nD) +$$
$$+ \left(K_e - \frac{1}{2} qF\, 179\right) - \frac{1}{2} qF \frac{27{,}48}{10{,}84 + R_2 + nD}, \qquad (6)$$

tehát a rézszalagelemek össznyomása a 68 rézszalagnál

$$p_r = \sum_{n=0}^{67} p_{n+1} = \frac{1}{2} qF \left(\frac{1}{2} - 3 \sin\varphi\right) \sum_{0}^{67} (R_2 + nD)^2 +$$
$$+ \frac{1}{2} qF\,(16{,}48 - 68{,}12 \sin^2\varphi) \sum_{0}^{67} (R_2 + nD) +$$
$$+ 68 \left(K_e - \frac{1}{2} qF\, 179\right) - \frac{1}{2} qF\, 27{,}48 \sum_{0}^{67} \frac{1}{10{,}48 + R_2 + nD};$$

az összegezés elvégzése és numerikus értékek behelyettesítése után pedig $19° \leqq \varphi \leqq 90°$ között

$$p_r = \sum_{0}^{67} p_{n-1} = 4489 - 11510 \sin\varphi - 7307 \sin^2\varphi \text{ [kg/radian]}.$$

A p_r értékét a rézszalagoknál az ékre adódó maximális fajlagos nyomásnak kell tekinteni, mert csak addig egyezik az meg az előbb kiszámított értékekkel, míg az éken semmiféle deformáció nem mutatkozott, ha már deformáció volt, akkor az egyes szalagoknál is van hossznagyobbodás, ami kötélerő nagyobbodást hoz létre, ez pedig csökkenti a negatív p értékeket, azaz p_r értéke is csökkenni fog.

Nézzük most, hogy hogyan változtatja meg a helyzetet a 6 sor acélbandázs jelenléte. A (6) egyenlet érvényes itt is, csak most $R_2 = 18{,}2$ cm, $F = 0{,}19$ cm^2, $q = 0{,}79$ kg/cm^4, $D = 0{,}05$ és $K_e = 627$ kg, ezért az előzőkhez hasonlóan az acélszalagok össznyomása

$$p_a = \sum_{0}^{5} p_{n-1} = 4017 - 1125 \sin\varphi - 907{,}1 \sin^2\varphi.$$

a rézköteg és bandázs együttesen pedig az ékre a következő sugárirányú megoszló terhelést jelent:

$$p = p_r + p_a = 8508 - 12635 \sin\varphi - 8214 \sin^2\varphi.$$

Ha az ék nincs végig, a felső körív mentén, hanem csak — mint jelen esetben is —, $\varphi = 60°$-ig nyúlik le, mivel p akkor zérus a

$$\sin^2\varphi + 1{,}538 \sin\varphi - 1{,}036 = 0$$

egyenlet szerint, ha $\sin\varphi = 0{,}506$ vagyis $\varphi = 30°20'$ és így a bandázzsal megerősített rézköteg a felső körív mentén kb. 30-nál válik el a rotortól.

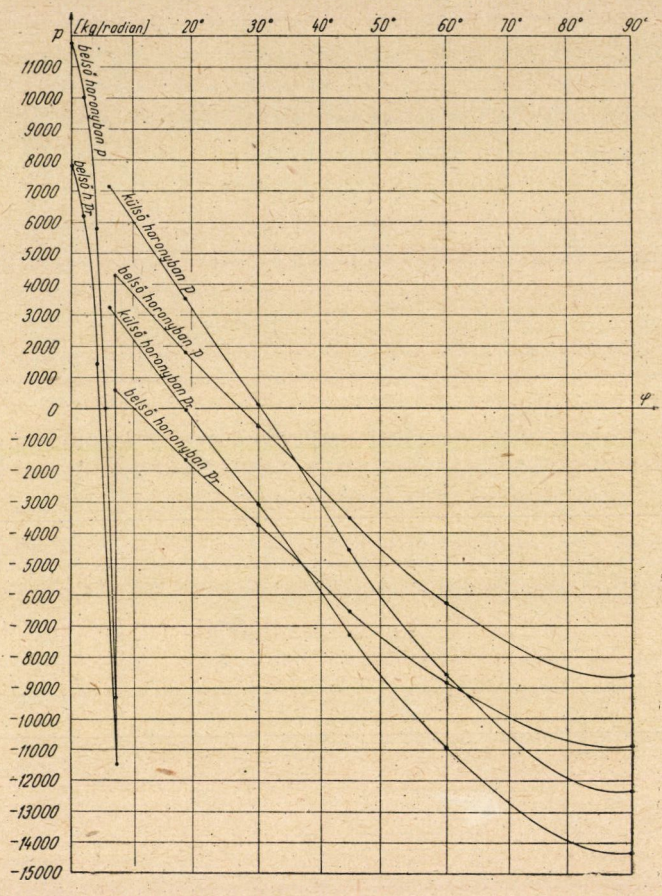
A belső legszélső hornyoknál ha ki akarjuk számítani az ékre adódó nyomást, akkor a 7*b* ábra szerint a p értékeket már 12°-on felül lehet összegezni és az összegezést ugyanúgy elvégezzük, mint ahogy a külső hornyokban csináltuk, nyerjük hogy

$$p_r = \sum_{0}^{67} p_{n+1} = 1805 - 9567 \sin\varphi - 3142 \sin^2\varphi;$$

persze most is hangsúlyoznunk kell, hogy a p_r értéke maximális fajlagos megoszló terhelést jelent, mert az ék deformációja és az egyes szalagok megnyúlása után ennek csökken az értéke.

Ha a bandázst is figyelembe vesszük, mivel

$$p_a = \sum_{0}^{5} p_{n+1} = 3827{,}2 - 1056 \sin\varphi - 479{,}6 \sin^2\varphi ,$$



8. ábra

ezért a réznyalábról és bandázsról adódó össznyomás az ékre

$$p = p_r + p_a = 5632{,}2 - 10\,623 \sin\varphi - 3621{,}6 \sin^2\varphi ,$$

innét pedig $p = 0$ esetén kapjuk, hogyha nincs mindenütt ék a felső körív mentén, hanem csak pl. mint jelenleg is $\varphi = 60°$-ig nyúlik le, hogy a bandázzsal megerősített köteg $\varphi = 27° 20'$-nél válik el a rotortesttől, tehát valamivel előbb, de majdnem ugyanott, mint a külső horonyban.

A p_r, valamint a $p = p_r + p_a$ függvények változását mind a külső, mind a belső hornyokban a 8*a*., illetve 8*b*. ábra tünteti fel. A belső szalagoknál a változást feltüntettük az alsó körív mentén is.

*

A jelenleg szerkesztett generátoroknál az ék a felső körív mentén $\varphi = 60°$-ig nyúlik le, ezért önkéntelenül is felvetődik a kérdés, hogy a felső befogási helyet miért $\varphi = 90°$-nál és miért nem $\varphi = 60°$-nál feltételezzük.

Először is az ék mint egyik végén befogott rúd egyáltalában nem valószínű, hogy annyira tudná nyomni az alatta levő szalagköteget, hogy a keletkező súrlódás lehetetlenné tenne a szalagoknál minden tangenciális irányú mozgást (ez annál szembetűnőbb, ha meggondoljuk, hogy a szalagok között csillámlemezkék vannak). Ha azonban mégis úgy vennénk, hogy a szalagok $\varphi = 60°$-nál vannak befogva, akkor az $\frac{I_x}{s_0}$ változása pl. a belső hornyokban a p_1-nél 11,2 kg/radian, a p_{68}-nál pedig 22,3 kg/radian változást jelentene. Vagyis a 7*a*. ábrán a p_1 görbéje felfelé parallel eltolódna 11,2-el, a többi görbe kicsit többel és végül a maximális eltolódás p_{68}-nál 22,3 lenne. Ez pedig annyit jelent, mintha az első szalagot kb. ¼ kg/mm² a 68-at pedig egy ½ kg/mm²-el nagyobb előfeszítéssel gombolyítottuk volna.

Minden esetre biztonsági okokból jobb ha úgy vesszük, hogy $\varphi = 90°$-nál van a felső befogási hely.

A bandázsszakadás magyarázata

Mivel az ék a felső körív mentén csak $\varphi = 60°$-ig nyúlik le, a bandázzsal megerősített kötegnél $30° \leq \varphi \leq 60°$ intervallumban a szalagoknak egyensúlyához szükséges negatív p sugárirányú fajlagos megoszló terhelés nem keletkezhetik, helyette tehát, hogy egyensúlyról beszélhessünk az említett intervallumban d'Alambert-féle inerciaerőt kell működtetni, azaz ebben a szakaszban van sugárirányú sebességváltozás, van sugárirányú elmozdulás, akkor pedig megváltoznak az egyes szalagok hosszai.

Az (1) alapegyenletben előforduló K_0 meghatározásánál azonban feltételeztük, hogy a szalagok s_0 hosszai nem változnak. Tehát most, hogy a jelenlegi helyzetre érvényes K és p függvényekhez jussunk, újra kell számítani a K_0 értékét abból a feltevésből, hogy a gombolyításkor mutatkozó λ megnyúlás megnövekedett $\Delta\lambda$ értékkel és akkor az (1*a*)-nak megfelelő egyenlet a következőképpen módosul:

$$\lambda + \Delta\lambda = \frac{K_e}{EF} s_0 + \Delta\lambda = \frac{1}{EF} \int_0^{s_0} K ds = \frac{1}{EF} K_0 s_0' - \frac{1}{2} qF \frac{1}{EF} I_x',$$

ahol s_0' a megnagyobbodott ívhosszat, I_x' pedig a megnagyobbodott másodrendű nyomatékot jelenti. Innét pedig ha az ívhossz és másodrendű nyomaték megnagyobbodását elhanyagoljuk

$$K_0 = K_e + \Delta\lambda \frac{EF}{s_0} + \frac{1}{2} qF \frac{I_x}{s_0},$$

ezt összehasonlítva az (1*b*) egyenlettel úgy foghatjuk fel, hogy a K_e gombolyítási kötélerő megnövekedett $\Delta K_e = \Delta\lambda \frac{EF}{s_0}$ értékkel. Bármelyik K' és p_n' függvényekre érvényes tehát a következő egyenlet, ha a R_2 görbületi sugár megnyúlás közbeni megváltozásától is eltekintünk

$$K_n' = K_n + \Delta K_{en}; \quad p_n' = p_n + \Delta K_{en}.$$

Az egyes ΔK_{en} értékek egyelőre azonban még határozatlanok. A centrifugális erő valami olyasmi feladatot tölt most be, amelyet az a hidrostatikai prés töltene be, amelyik a szalagok felgombolyítása után megnövelné a rotor méreteit.

Ha csak egyetlen rézszalag lenne a rotoron, az forgás közben addig távolodnék a rotortól, míg a ΔK_e annyira meg nem nőne, hogy a p értéke $\varphi = 60°$-nál a felső éknél is zérus lenne.

Ha bandázs nem lenne, legjobban a legfelső szalag válnék el és lefelé mind kisebb és kisebb lenne az elválás, vagyis az egyes szalagok nem befolyásolnák egymás mozgását. A 7. ábrán ugyanis látható, hogyha azt akarnánk elérni, hogy p értékei 60°-nál se legyenek negatívok, az alsó szalagtól felfelé mind nagyobb és nagyobb ΔK_e értékeket kellene a p kifejezésébe vinni. Mivel pedig felfelé a szalagok hossza is nő, a szalagok megnyúlása felfelé állandóan nő, vagyis tényleg a szalagok elválása felfelé haladva mind intenzívebb.

Ha van bandázs, a 8. ábra szerint 30°-on felül akkor is negatív a p és így ott a bandázzsal megerősített köteg távolodik a rotortól, vagyis az acélban is mutatkozik kötélerő nagyobbodás, legyen ez ΔK_{ea} és nem követünk el nagy hibát, ha ezt egyformának vesszük, mind a 6 acélszalagnál.

A bandázs szorítóhatása mindenesetre legalábbis a legfelső rézszalagokat arra kényszeríti, hogy egyforma legyen megnyúlásuk (mivel az egymásra feszülő szalagok a köralakúra kiképzett rotortól egyenlő mértékben távolodnak), vagyis ugyanannyi, mint magánál az acélszalagnál, de elképzelhető az (miután felül legerősebb az elválás), hogy lesz alul n szalag, amelyik lemarad a felső 68-n szalagtól, midőn azok a $30° \leq \varphi \leq 60°$ intervallumban távolodnak a rotortól. Mivel a rövidebb alsó szalagok is ugyanannyit nyúlnak meg, mint a felsők (ahol egymásra feszülnek a szalagok), következik, hogy $\Delta K_{e68} < \Delta K_{e67} < \cdots < \Delta K_{en+1}$, vagy pontosabban:

$$\frac{\Delta K_{e67}}{\Delta K_{e68}} = \frac{s_{68}}{s_{67}} = \frac{(R_1 - R_2)\varphi_0 + (R_2 + 67D)\frac{\pi}{2}}{(R_1 - R_2)\varphi_0 + (R_2 + 66D)\frac{\pi}{2}}, \ldots, \frac{\Delta K_{en+1}}{\Delta K_{e68}} =$$

$$= \frac{(R_1 - R_2)\varphi_0 + (R_2 + 67D)\frac{\pi}{2}}{(R_1 - R_2)\varphi_0 + (R_2 + nD)\frac{\pi}{2}} \tag{7}$$

továbbá

$$\frac{\Delta K_{ea}}{\Delta K_{e68}} = \frac{E_a F_a}{E_r F_r} = \frac{2{,}15 \cdot 10^6 \cdot 0{,}19}{10^6 \cdot 0{,}396} \approx 1{,}032\,. \tag{7a}$$

Ki lehet mutatni, hogy a (legszélső) külső horonyban $n = 17$-ik rézszalag az utolsó, amelyik lemarad a többitől, midőn azok felemelkednek a rotortól (a többi természetesen a bandázs szorító hatása folytán a felemelkedéskor is egymásra feszül), a belső horonyban pedig kb. 22-ik szalag az utolsó, amelyik lemarad a többitől. Vagy más szóval a bandázs a külső horonyban az alsó 17, a belső horonyban pedig az alsó 22 szalagnak egyáltalában nem nyújt már védelmet. A számítás rövid menete a következő:

Ha az n-ik az első lemaradó szalag (vagyis, amelyik a bandázsban nem nyújt védelmet), akkor az egymásra feszülő 68-n szalag és a bandázs addig fog távolodni a rotortól, amíg annyira meg nem nagyobbodnak náluk a ΔK_e kötélerők, hogy végül $\varphi = 60°$ esetén:

$$p_a + \sum_{n=1}^{68} p_i \Big| = 6\,\Delta K_{ea} + \sum_{n=1}^{68} \Delta K_{ei}\,. \tag{8a}$$

A (7) és (7a) egyenletek segítségével azonban a ΔK_{ea} és ΔK_{ei} mennyiségek mind kifejezhetők a ΔK_{e68} segítségével, azonban egyenletünk még mindig két ismeretlent tartalmaz: a ΔK_{e68} és n mennyiségeket. A második egyenletet abból kapjuk, hogy a ΔK_{e68} segítségével kiszámított ΔK_{en} egyenlő azzal a ΔK_{en} értékkel, amely a bandázs elhagyásakor is adódnék, azaz

$$p_n(60°) \Big| = \Delta K_{en} = \Delta K_{e68} \frac{(R_1 - R_2)\varphi_0 + (R_2 + 67D)\frac{\pi}{2}}{(R_1 - R_2)\varphi_0 + [R_2 + (n-1)D]\frac{\pi}{2}}, \tag{8b}$$

és mivel a (8a) és (8b) egyenletek algebrai megoldása nagyon bonyolult lenne, próbálgatással keresünk olyan n és ΔK_{e68} értékeket, amelyik egyszerre mindkét egyenletet kielégíti.

Például, ha $R_2 = 10$ cm, akkor $p_a = 2363$ és

$$p_{n+1}(60°) = -4{,}464 \cdot 10^{-3} n^2 - 1{,}6479\, n - 99{,}13$$

Vagyis, ha kísérletezünk az $n = 20$ értékkel

$$|p_{20}| = \Delta K_{e20} = 132{,}05 \text{ kg}.$$

Viszont

$$6\,\Delta K_{ea} + \sum_{21}^{68} \Delta K_e \approx 59{,}462\,\Delta K_{e68} \cdot |p_a + \sum_{21}^{68} p_i| = 6148,$$

ahonnét $\Delta K_{e68} = 103{,}4$ kg, tehát $\Delta K_{e20} = 128{,}4$ kg.
Ha pedig n értékét 15-nek feltételezzük:

$$|p_{15}| = \Delta K_{e15} = 124{,}85 \text{ kg},$$

a (8a) egyenletből viszont $\Delta K_{e68} = 105$ kg, tehát $\Delta K_{e15} = 133{,}75$ kg. Interpoláció útján azután kapjuk, hogy $n = 17$, $\Delta K_{e68} = 100$ kg és $\Delta K_{e17} = 126{,}6$ kg, továbbá $\Delta K_{ea} = 103{,}2$ kg és könnyen meggyőződhetünk arról, hogy ezen értékek tényleg úgy a (8a), mint (8b) egyenleteket kielégítik.

Ha pedig $R_2 = 5$ cm, akkor $p_a = 2552{,}94$

$$p_{n\,1}(60°) = -68{,}4 - 1{,}907\ n - 4{,}46544 \cdot 10^{-3}\, n^2$$

és teljesen az előzők mintájára kapjuk, hogy $n = 22$, $\Delta K_{e68} = 88{,}06$ kg, $K_{e22} = 110{,}4$ kg, $K_{ea} = 90{,}88$ kg.

Ez pedig annyit jelent, hogy a külső horonyban a réznél az előfeszültség megnövekedett maximálisan 3,2 kg/mm² értékkel, az acélnál viszont 5,4 kg/mm² értékkel, a belső horonyban pedig 2,8 kg/mm² és az acélnál 4,8 kg/mm² az előfeszültségváltozás.

Ezek az előfeszültségváltozások sem az acélnál, sem a réznél nem lehetnek veszélyesek. Ezért van az, hogy a centrikusan vagy nem nagy excentricitással gombolyított szalagoknál nem is szokott lenni szakadás (Ganz jelölés szerinti II., III. és IV. sorok).

Gyökeresen más a helyzet azonban a legexcentrikusabban gombolyított I. és V. sorokban. Itt ugyanis, mint már azt a 69. oldalon számítottuk, a centrifugális erőnek van elég nagy oldalirányi komponense. A jelenlegi $a = 12{,}2$ cm excentricitásnál ez a komponens minden egyes szalagnál

$$\frac{dC_z}{d\varphi} = 4{,}325\, R_2 [\text{kg/radian}],$$

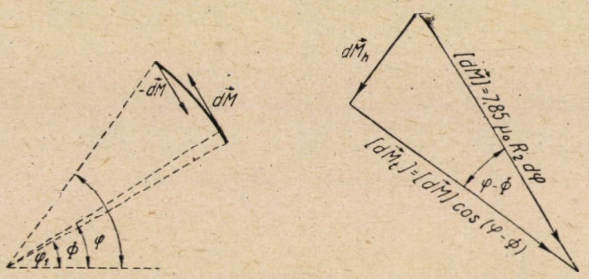
ami odaszorítja a szalagot a horony oldalához és mivel azok a p sugárirányú fajlagos megoszló terhelés hatására fel akarnak emelkedni, a szalagok minden egyes ívelemén

$$dM = \frac{v}{2}\,\mu_0\, 4{,}325\, R_2\, d\varphi = 7{,}85\,\mu_0\, R_2\, d\varphi$$

csavarónyomaték ébred (a μ_0 súrlódási tényező, v a szalag szélessége, R_2 az illető szalagnál levő görbületi sugár). Persze $\varphi = 30°$ közelében a $\mu_0\, 4{,}325\, R_2$ nagyobb,

mint p és itt természetesen csak $\frac{v}{2} pd\varphi$ csavarónyomaték fog ébredni, de mivel p rohamosan nő, μ_0 pedig törtszám lehet, ez a szakasz elég kicsi.

Gondoljuk, hogy csak egyetlen szalag van a rotorra ráfeszítve és határozzuk meg, hogy (R_2 sugarú körív mentén) hogyan változik az M_t csavarónyomaték értéke. Mivel jelen esetben két helyen ($\varphi = 30°$-nál és $\varphi = 60°$-nál) gondolhatjuk csavarás szempontjából befogottnak a szalagot, statikailag határozatlan feladattal állunk szemben. Először statikailag határozottá tesszük feladatunkat azzal, hogy megszüntetjük az alsó befogást. Keressük most azt, hogy a szalag bizonyos φ értékhez tartozó helyén mekkora nyomaték ébred.



9. ábra

Gondoljuk a szalagot a φ helyen elvágva. A jobboldali szalagdarab egyensúlya megköveteli, hogy az elvágási helyen olyan nyomaték vektor ébredjen, amelyiknek csavaró és hajlító komponense a következő:

$$M_t(\varphi) = 7{,}85\,\mu_0 R_2 \int_{\Phi=\varphi_1}^{\varphi} \cos(\varphi - \Phi)\, d\Phi = -7{,}85\,\mu_0 R_2 \sin(\varphi - \varphi_1)\,.$$

$$M_h(\varphi) = 7{,}85\,\mu_0 R_2 \int_{\varphi_1}^{\varphi} \sin(\varphi - \Phi)\, d\Phi\,.$$

A centrifugális erő azonban nekiszorítja a szalagot a horony oldalának, tehát gyakorlatilag seholsem ébredhet a vázolt irányú hajlító nyomatékvektor, ezért a továbbiakban csak a csavarással fogunk számolni. A most számított csavarónyomaték hatására pedig a φ_1 helyen mutatkozó szögelfordulás (ha $d = 0{,}11$ cm a rézszalag vastagsága):

$$\psi_t = \frac{7{,}85\,\mu_0}{\frac{1}{3} Gvd^3} R_2^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin(\varphi - \varphi_1)\, d\varphi = -\frac{7{,}85\,\mu_0}{\frac{1}{3} Gvd^3} R_2^2 [\cos(\varphi_2 - \varphi_1) - 1] =$$

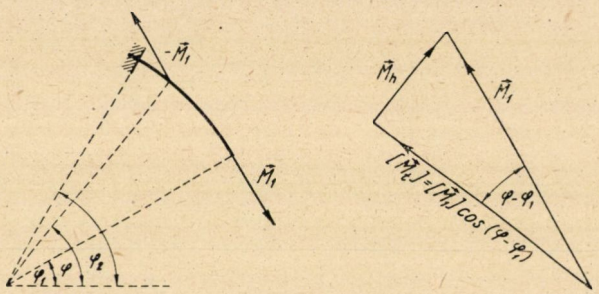
$$= \frac{7{,}85\,\mu_0}{\frac{1}{3} Gvd^3} 0{,}134\, R_2^2.$$

Mivel azonban valóságban a szalag a φ_1 helyen is be van fogva, itt akkora M_1 csavarónyomatéknak kell ébredni, amely a szalagon a φ_1-nél az előbbi nagyságú, de ellentétes irányú szögelfordulást hoz létre :

$$\psi_t = \frac{M_1 R_2}{\frac{1}{3} Gvd^3} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos(\varphi - \varphi_1)\, d\varphi = \frac{1}{2} \frac{M_1 R_2}{\frac{1}{3} Gvd^3}.$$

Ezért

$$\frac{1}{2} \frac{M_1 R_2}{\frac{1}{3} Gvd^3} = \frac{7{,}85\,\mu_0}{\frac{1}{3} Gvd^3} \cdot 0{,}134\, R_2^2 \quad \text{és} \quad M_1 = 0{,}268 \cdot 7{,}85\,\mu_0 R_2 .$$



10. ábra

Vagyis a két végén befogott szalagunk keresztmetszeteiben a csavarónyomaték változása :

$$M_t(\varphi) = 7{,}85\,\mu_0 R_2 [\sin(\varphi - \varphi_1) - 0{,}268 \cos(\varphi - \varphi_1)].$$

Mint látható, M_t értéke legnagyobb $\varphi_1 = 30°$ és $\varphi_2 = 60°$-nál, ahol $|M_t(30°)| = |M_t(60°)| = 0{,}268 \cdot 7{,}85\ \mu_0 R_2$. Látható az is, hogy az M_t csavarónyomaték az R_2 görbületi sugárral arányosan nő és mivel ugyanez áll az elemi ívhosszra is, ha acélbandázs nem volna, a felső szalagok csavarodnának el erősebben, vagyis az egyes szalagok elcsavarodás közben nem zavarnák egymás mozgását. A bandázs szorító hatása mindenesetre legalábbis felül egynéhány szalagot arra kényszerít, hogy azok egymásra feszüljenek, vagyis hogy a $d\psi_t$ elemi szögelfordulás azoknál azonos legyen és természetesen ezzel megegyezik az egyes acélszalagok elemi szögelfordulása is. Legyen alulról számított n-edik rézszalag az, amelyik valamivel kevesebbet csavarodik el, mint az egymásra feszülő szalagok. Az egymásra feszülő rézszalagok csavarnyomatékuk egy részét az acélszalagoknak adják át. Mivel pedig ($d\psi_a$ az acélszalag elemi szögelfordulása):

$$d\psi_{n+1} = d\psi_{n+2} = \ldots = d\psi_{68} = d\psi_a$$

az

$$\frac{M_a R_2 d\varphi}{\frac{1}{3} 0{,}05^3 \cdot 3{,}8 \cdot 8{,}2 \cdot 10^5} = \frac{M_{68} R_2 d\varphi}{\frac{1}{3} 0{,}11^3 \cdot 3{,}6 \cdot 4{,}5 \cdot 10^5}, \dots,$$

$$\frac{M_{n+1} [R_2 - (67-n) D] d\varphi}{\frac{1}{3} 0{,}11^3 \cdot 3{,}6 \cdot 4{,}5 \cdot 10^5} = \frac{M_{68} R_2 d\varphi}{\frac{1}{3} 0{,}11^3 \cdot 3{,}6 \cdot 4{,}5 \cdot 10^5}$$

egyenleteknek fenn kell állniok, ha elhanyagoljuk azt, hogy az egyes acélszalagok R_2 görbületi sugara valami kicsit változik. (M_a egy bizonyos helyen az acélra, M_{68} és M_{n+1} pedig a 68-ik, illetőleg $(n+1)$-ik rézszalagra ható csavarónyomaték.) Az utóbbi egyenletekből pedig

$$M_a = 0{,}1806\, M_{68}, \dots, \quad M_{n+1} = M_{68} \frac{R_2}{R_2 - (67-n) D}.$$

A centrifugális erő következtében az egyes rézszalagokra ható csavarónyomaték azonban a görbületi sugárral arányosan nő. Az egyforma elcsavarodáshoz pedig a görbületi sugárral arányosan mind kisebb és kisebb nyomatékra van szükség, tehát az n-edik szalagtól kezdve nemcsak a nyomatéknövekmények összege:

$$7{,}85 \mu_0 D (1 + 2 + \dots + 67 - n) [\sin(\varphi - \varphi_1) - 0{,}268 \cos(\varphi - \varphi_1)],$$

de még a szükséges csökkenések összege is

$$M_{n+1} \left[1 - \frac{R_2 - (67-n) D}{R_2 - (67-n) D + D} + 1 - \frac{R_2 - (67-n) D}{R_2 - (67-n) D + 2D} + \dots \right.$$

$$\left. \dots + 1 - \frac{R_2 - (67-n) D}{R_2 - (67-n) D + (67-n) D} \right] =$$

$$= M_{68} \frac{R_2}{R_2 - (67-n) D} \left\{ (66-n) - [R_2 - (67-n) D] \left[\frac{1}{R_2 - (66-n) D} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{R_2 - (66-n) D + D} + \dots + \frac{1}{R_2 - (66-n) D + (66-n) D} \right] \right\} \approx$$

$$\approx M_{68} \frac{R_2}{R_2 - (67-n) D} \left[(66-n) - \frac{R_2 - (67-n) D}{D} \int_{x = R_2 - (66-n) D}^{R_2} \frac{1}{x} \cdot dx \right]$$

az acél elcsavarására használódik fel és ezek adják ki a hat darab acélszalag elcsavarásához szükséges $6M_a = 1{,}0836 M_{68}$ nyomatékot, azaz

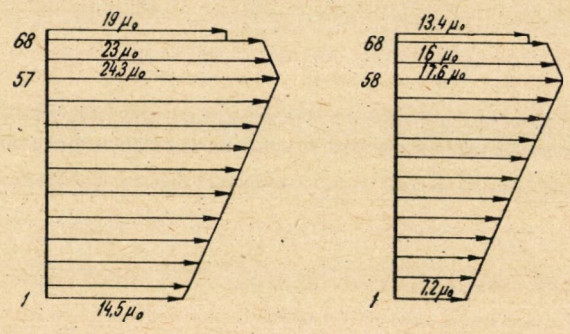
$$1{,}0836\, M_{68} = 7{,}85\, \mu_0\, D\, \frac{67-n}{2}\, (68-n)\, [\sin(\varphi-\varphi_1) - 0{,}268\cos(\varphi-\varphi_1)] +$$

$$+\frac{M_{68}\, R_2}{R_2-(67-n)\, D}\left\{(66-n) - \frac{R_2-(67-n)}{D}\ln\left[\frac{R_2}{R_2-(66-n)\, D}\right]\right\}.$$

Ez az egyenlet még két ismeretlent tartalmaz. A szükséges második egyenletet abból a tényből kapjuk, hogy az $(n+1)$-ik szalag még éppen nem csavarja az acélt, vagyis

$$7{,}85\, \mu_0\, [R_2 - (67-n)\, D]\, [\sin(\varphi-\varphi_1) - 0{,}268\cos(\varphi-\varphi_1)] =$$

$$= M_{68}\, \frac{R_2}{R_2-(67-n)\, D}.$$



11. ábra

Az utóbbi két egyenletből n-re és M_{68}-ra a következő értékek adódnak: A külső horonyban, (ahol $R_2 = 18{,}2$ cm) $n = 57$ és $M_{68} = 124{,}6$; a belső horonyban, (ahol $R_2 = 13{,}2$ cm) $n = 58$ és $M_{68} = 87{,}3$. A külső horonyban, a csavarás miatt legjobban az 57. rézszalag van igénybe véve. Ennél $\varphi_1 = 30°$-nál a csavarónyomaték maximális értéke $M_{57\,\max} = 35{,}2\ \mu_0$cmkg, ami pedig eredményez:

$$\tau_{57\,\max} = \frac{3 \cdot 35{,}2}{0{,}11^2 \cdot 3{,}6}\, \mu_0 = 24{,}25\, \mu_0\, \text{kg/mm}^2$$

maximális csúsztatófeszültséget, amely a görbületi sugarak arányában lineárisan csökken mind a felsőbb, mind az alsóbb szalagoknál (ugyanis a csavarónyomaték is lineárisan csökken a görbületi sugarak arányában), míg végül $\tau_{68\max} = 23\mu_0\,\text{kg/mm}^2$, és $\tau_{1\,\max} = 14{,}49\ \mu_0\,\text{kg/mm}^2$ értékeket vesz fel. Ugyanakkor az acél szalagokban keletkező maximális csúsztatófeszültség: $\tau_{a\,\max} = 19\ \mu_0\,\text{kg/mm}^2$.

A belső horonyban, ahol a $R_2 = 13{,}2$ cm, az 58. rézszalag van legjobban igénybevéve. Ennél a csavarónyomaték maximális értéke $M_{58} = 25{,}5\ \mu_0$cmkg, ami eredményez:

$$\tau_{58\,max} = \frac{3 \cdot 25{,}5}{0{,}11^2 \cdot 3{,}6}\,\mu_0 = 17{,}56\,\mu_0\ \text{kg/mm}^2$$

maximális csúsztatófeszültséget. A feszültségeloszlás természetesen itt is lineáris és $\tau_{68max} = 16{,}12\ \mu_0$ kg/mm², és $\tau_{1\,max} = 7{,}24\ \mu_0$ kg/mm², a bandázsnál keletkező maximális feszültség pedig $\tau_{a\,max} = 13{,}36\ \mu_0$ kg/mm².

A feszültségeloszlást mindkét esetben a *11. ábra* szemlélteti.

A csavarásból eredő maximális feszültség nem az acélra veszélyes, hanem inkább a rézre.

A réznél, hogy mekkora feszültség engedhető meg, az elsősorban függ a keményrehúzás fokától. Mindenesetre a rézre nézve elég nagy 130 C° körüli hőmérsékleten számolni kell tartós folyással (Verő József: Vas- és fémipari anyagvizsgálat 133. oldal) és a huzamos időn keresztül levő elég magas hőmérséklet miatt gondolni lehet a réz esetleges kilágyulására is.

Mindezek pedig a réznél maradó alakváltozást eredményezhetnek, különösen az 57. körüli és kevéssel ezek alatti szalagokban, ennek pedig egyenes következménye, hogy a rézszalagok mind nagyobb és nagyobb súllyal nehezednek az őket szorító acélbandázsra és megnövelik annak jelentősen főleg a τ feszültségét, ami végül is szakadást eredményez.

Persze a maradó alakváltozás sokkal gyorsabban fog bekövetkezni a külső ($R_2 = 10$ cm) hornyokban, hiszen itt a τ feszültség kb. 60%-kal több, mint a belső hornyokban, ahol éppen ezért a folyamat sokkal lassúbb lehet, sőt esetleg a feszültség kicsiny volta miatt el sem indulhat.

A folyamat annál gyorsabban következik be, minél nagyobb a μ_0 a horony falánál. Valószínűleg a μ_0 itt elég nagy értéket felvehet. Ugyanis a sellakkal összetapasztott csillámlemezeket, amivel a hornyok bélelve vannak, az éles rézszalagok deformálhatják, másrészt a sellak nyúlóssá válhat az elég magas hőmérsékleten. A szalagok csavarás közben keletkező szögelfordulása után a centrifugális erő oldalirányú komponensének már van karja, tehát súrlódás nélkül direkt is tud csavarni és ezt is úgy foghatjuk fel, mintha a súrlódás növekedett volna meg.

*

Számításaink során a szalagokat tökéletesen hajlékonyaknak tételeztük fel. A generátornál használt réz- és acélszalagjaink pedig egyáltalában nem nevezhetők tökéletesen hajlékonynak, ezért még utólag tisztázni kell, hogy a hajlításból származó feszültségek elhanyagolásával nem követtünk-e el nagy hibát.

Ha a szalagokat teljesen a rotor alakjához deformálnók gombolyítás előtt, akkor gombolyítás után hajlításból eredő feszültség nem ébredne benne.

Üzem közben a görbületi sugár olyan kicsit változik meg, hogy a görbe rudaknak vett szalagok hajlításából eredő feszültségváltozásától akkor is bátran eltekinthetünk.

Persze gombolyítás közben is deformálódnak a rotor alakjához különösen a rézszalagok, de hogy ez a deformáció milyen mértékű, az főleg a gombolyítás módjától függ. Úgy foghatjuk fel tehát a dolgot, hogy összes számításaink arra az esetre vonatkoznak, midőn úgy gombolyítunk, hogy a rézszalagok tökéletesen deformálódnak, anélkül, hogy a gombolyításnál beállított 11 kg/mm² előfeszültségük csökkent volna.

Ha gombolyítás közben a deformáció nem volt tökéletes, akkor hajlításból származó feszültség marad a szalagokban és üzem közben a deformáció folytatódik tovább és az ilyen szalagoknál hamarabb következik be lazulás, mint az előbbieknél.

A bandázsszakadás megszüntetésének módjai

A lényeget egy mondatban megmondhatjuk: nem szabad engedni sehol, hogy a szalagok elváljanak a rotortól, vagy más szóval p_n az ék előtt sehol sem lehet negatív. Hogyan lehet ezt elérni?

Az első pillanatra úgy látszik, hogy a rotor homlokzatát alkalmasabb módon képezve ki a baj elkerülhető, hiszen a

$$p = \frac{dT}{d\varphi} = K - qFy\varrho \sin\varphi$$

kifejezésből látszik, hogy a kiképzés alakja lényeges. Mint a számítások igazolják, kívánatos is lenne, hogy legalább $R_2 = 5$ cm vagy esetleg ennél még kisebbre csökkentsük a felső körív mentén a görbületi sugarat. De ezzel aztán el is érhettük azt, hogy az adott viszonyok mellett majdnem a legideálisabb a rotor homlokzata, a hibát azonban még nem szüntettük meg.

Bandázsszakadás kétféleképp szüntethető meg teljesen:

1. a rézszalagok erősebb megfeszítésével, 2. az ék meghosszabbításával. Esetleg ezek kombinációs alkalmazásával. Mindkét lehetőséget abból a szempontból vizsgáljuk meg, hogy számolunk a bandázs teljes elhagyásával.

1. Ha azt akarjuk, hogy a bandázs teljes elhagyásával a felső körív mentén se legyen $\varphi = 60°$-ig sehol elválás, akkor a külső toronyban $\Delta\tau_e = 4{,}1$ kg/mm²-el növelni kell a réz előfeszültségét, a belső horonyban pedig 2,6 kg/mm²-el kell csak növelni a réz előfeszítését.

Ilyenkor a percenkénti 3750 fordulatszám mellett való hideg pörgetés lenne a legveszedelmesebb. Ugyanis ebben az esetben a maximális feszültség

a külső horonyban a forgástengely közelében már a I. és V. sorokban is

$$\sigma_{max} = \sigma_e + \frac{1}{2} q \left(\frac{I_x}{s_0} \right)_{68} = 15 + 3{,}8 = 18{,}8 \text{ kg/mm}^2,$$

a belső horonyban pedig

$$\sigma_{max} = 13{,}6 + 2{,}3 = 15{,}9 \text{ kg/mm}^2,$$

különösen a III. sorban pedig valamivel ennél is rosszabb a helyzet. Melegen, üzemközben azonban már nincs baj, mert a réz kb. 10 kg/mm²-t vesztett a feszültségéből. Ez a megoldás kivihetőnek látszik, persze inkább a $R_2 = 5$ cm-es kiképzés mellett, hiszen a réz elég keményre húzott állapotban ezeknél jóval nagyobb feszültséget is kibír (Verő József: Metallográfia 1944. kiadás 274. oldal). Mivel azonban huzamos időn keresztül állandóan 120—130 C° hőmérsékleten van a réz, gondolni kell a kilágyulásra is, ezért célszerű lenne a rezet 0,1%-ig ezüsttel ötvözni.

2. A réz előfeszültségét akkor is növelni célszerű, ha az egész felső körív mentén éket használunk, hogy az alsó körív mentén se legyen elválás, de persze az ék meghosszabbítása esetén jóval kisebb előfeszültség növelése is elegendő már.

Az éket terhelni fogja $R_2 = 10$ cm esetén ívegységenként

$$p = 1769 + \sigma_e 27 - 11\,510 \sin \varphi - 7303 \sin^2 \varphi,$$

$R_2 = 5$ cm esetén pedig

$$p = \sigma_e 27 - 915 - 9567 \sin \varphi - 3142 \sin^2 \varphi,$$

ahol σ_e a réz gombolyítási előfeszültségét jelenti kg/cm² egységekben.

Elhagyható-e az acélbandázs? Az előző számítások szerint az látszik, hogy igen. Hiszen ha megfigyeljük $R_2 = 10$ cm esetén a p_r kifejezésébe a p_a legfeljebb 4017 nagyságú pozitív tagot visz be, ez pedig úgy is elérhető lenne, hogy a réz előfeszültségét 1,5 kg/mm² értékkel növelem, már akár azzal, hogy nagyobb erővel gombolyítok, akár azzal, hogy kisebb felmelegedést engedek meg. Ha pedig $R_2 = 5$ cm, p_r kifejezésébe a hat sor acél legfeljebb 3827 nagyságú pozitív értéket visz be, amit elérhetek úgy is, hogy a réz előfeszültségét 1,4 kg/mm² értékkel növelem.

Összefoglalás

Feladataink a következők voltak :

1. Meg akartuk vizsgálni, hogy a jelenlegi üzemi viszonyok mellett a hazai gyártmányú turbógenerátoroknál az 1. ábrán látható (R_2 sugarú) felső körív mentén mi okozza a bandázs-szakadásokat.

2. Feladatunk volt annak a kérdésnek megvizsgálása, hogy elhagyható-e az acélbandázs pl. azzal, hogy a felső körív mentén levő éket meghosszabbítjuk egészen a felső körív végéig, és ez esetben mekkora nyomást fejtenek ki a rézszalagok a meghosszabbított acélékre.

A számításoknál az egyik legnagyobb típusú generátor adataival számoltunk és a következő eredményekre jutottunk :

1. Az acélbandázzsal megerősített szalagköteg üzem közben a felső körív mentén a rotortól ott kezd elválni, ahol a szakadás be szokott következni (a szabadon levő felső körív közepe táján, $\varphi = 30°$ körül).

2. A centrikusan gombolyított szalagoknál sehol nem keletkezhetnek meg nem engedhető feszültségek, de az excentrikusan gombolyított szalagoknál igen, miután ezek csavarásnak is ki vannak téve. A csavarónyomaték nagysága a különböző szalagoknál az excentricitással arányosan nő és ugyanazon szalagnál pedig az elválási helyen vesz fel maximális értéket.

3. A csavarásból eredő maximális csúsztató feszültség erősen csökken akkor, ha a R_2 görbületi sugarat kisebbítjük.

4. Az acélbandázs különösen csavarás ellen kevés segítséget nyújt a részszalagoknak és valószínűleg elhagyható, ha az eddiginél nagyobb erővel gombolyítunk vagy az éket meghosszabbítjuk.

5. Kiszámítottuk a szalagokról az ékre adódó fajlagos megoszló terhelést.

TORZIÓS LENGÉS ÖNLENGÉSSZÁMÁNAK SZÁMÍTÁSA A KARAKTERISZTIKUS EGYENLETTEL

BALOGH ARTHUR

[Beérkezett 1953. október 19-én]

A feladat kitűzése

Az n tömegből álló torziós lengő rendszer szimultán differenciálegyenlet rendszere a következő:

$$\begin{aligned}
&I_1 \cdot f_1'' + c_1 (f_1 - f_2) = 0 \\
&I_2 \cdot f_2'' + c_2 (f_2 - f_3) - c_1 (f_1 - f_2) = 0 \\
&I_3 \cdot f_3'' + c_3 (f_3 - f_2) - c_2 (f_2 - f_3) = 0 \qquad (1) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&I_{n-1} \cdot f_{n-1}'' + c_{n-1} (f_{n-1} - f_n) - c_{n-2} (f_{n-2} - f_{n-1}) = 0 \\
&I_n \cdot f_n'' - c_{n-1} (f_{n-1} - f_n) = 0.
\end{aligned}$$

ahol I a tömegek tehetetlenségi nyomatéka, c a tömegek közötti rugalmas tengelyrész merevségi tényezője, f a csavarási szög. Mint ismeretes, az (1) egyenleterendszer megoldásai:

$$f_1 = p_1 \cdot \cos (w \cdot t + a), f_2 = p_2 \cdot \cos (w t + a), \ldots . \qquad (2)$$

ahol p a lengés amplitudója, w a lengés körfrekvenciája, a fázisszög. Az (1) egyenletrendszerbe helyettesítsük be e megoldásokat, akkor a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$\begin{aligned}
&(I_1 \cdot w^2 - c_1) p_1 + c_1 \cdot p_2 = 0 \\
&c_1 \cdot p_1 + (I_2 \cdot w^2 - c_2 - c_3) p_2 + c_2 \cdot p_3 = 0 \qquad (3) \\
&c_2 \cdot p_2 + (I_3 \cdot w^2 - c_2 - c_3) p_3 + c_3 \cdot p_4 = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&c_{n-1} \cdot p_{n-1} + (I_n \cdot w^2 - c_{n-1}) p_n = 0.
\end{aligned}$$

A (3) egyenletrendszernek akkor van megoldása, ha a következő determináns 0:

$$\begin{vmatrix} I_1 \cdot w^2 - c_1 & c_1 & 0 & 0 & \dots 0 \\ c_1 & I_2 \cdot w^2 - c_1 - c_2 & c_2 & 0 & \dots 0 \\ 0 & c_2 & I_3 \cdot w^2 - c_2 - c_3 & c_3 & \dots 0 \\ 0 & 0 & c_3 & I_3 \cdot w^2 - c_3 - c_4 \quad c_4 & \dots 0 \\ & & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ 0 & 0 & 0 \dots c_{n-1} & & I_n \cdot w^2 - c_{n-1} \end{vmatrix} = 0 \qquad (4)$$

Ez a torziószlengés karakterisztikus determinánsa, amely szerkezetileg az ún. kontinuáns determináns. Ha ezt a determinánst kifejtjük, kapjuk a torziószlengés karakterisztikus egyenletét, amelynek gyökei kis átszámítással adják a keresett önlengésszámokat. Az egyenlet általános alakja a következő:

$$A_{n-1} \cdot w^{2(n-1)} A_{n-2} \cdot w^{2(n-2)} + \dots\dots\dots + A_1 \cdot w^2 + A_0 = 0. \qquad (5)$$

(5) egyenletet csak úgy tudjuk megoldani, ha az együtthatókat ki tudjuk számítani, ami nagyobb tömegszámnál (6-on felül) az egyenlet terjedelménél fogva nehézséggel jár. Pl. 9 tömegnél a tagok száma 256 és pl. 20 tömeg esetére a tagok száma 524 288, ami gyakorlatilag felírhatatlan annál kevésbé, mert minden tag terjedelme tekintélyes.

Miután az együtthatók felírása nagyobb tömegszám esetében gyakorlatilag alig lehetséges, oly megoldásokat kellett választani, hogy e nehézséget elkerülve a feladatot mégis meg lehessen oldani, és az önlengésszámokat meg lehessen állapítani. A legváltozatosabb megoldásokkal találkozunk az irodalomban, amelyeknek felsorolása is tetemes helyet foglalna el. Ezek közül néhányat a gyakorlatban használnak is. Mindezeket nevezhetjük segédmegoldásoknak is, és azért kellett ezeket választani, mert az együtthatókat számolásra használható alakban eddig felírni nem sikerült.

A következőkben azt a feladatot tűztük ki, hogy megfelelő jelölések bevezetésével a karakterisztikus egyenletet akként alakítsuk át, hogy az együtthatók számolásra használható alakban jelentkezzenek.

Az eljárás ismertetésének könnyebb megértése céljából 5 tömeg esetét fogjuk használni, majd azután áttérünk az általános megoldás bemutatására, gyakorlati példa felhasználásával.

A feladat megoldása

A következő jelzést vezetjük be:

$$u_{nm} = \frac{c_n}{I_m} \qquad (6)$$

Ezt a jelzést megtaláljuk *Bradbury* munkájában [7], ahol ezen jelzés felhasználásával állította fel a karakterisztikus egyenletet. Munkájában ismerteti a karakterisztikus egyenletnek általános alakját, anélkül azonban, hogy e kifejezésnek bármilyen hasznát venné és annak alakját megvizsgálná.

Ha a (4) determináns egyes sorait az abban a sorban előforduló tehetetlenségi nyomatékkal végig osztjuk, akkor a determináns olyan alakját kapjuk, amelyben a (6) jelzésnek megfelelő tagok vannak.

Kétségtelen, hogy ezen jelölés bevezetésével a determináns kifejtése még körülményesebbé lesz, azonban jelentkezik a kontinuáns determinánsok oly érdekes tulajdonsága, mégpedig tagcsoportok megismétlődésével, amelyet megfelelően jelölve a kitűzött feladatot meg lehet oldani.

Az eljárást, mint említettük, 5 tömegű rendszer esetére fogjuk bemutatni, és hogy eljárásunknak irodalmi alátámasztást adjunk, a (4) determináns kifejtése után jelentkező karakterisztikus egyenletet fogjuk felhasználni, amelyet *Holzer* munkájából [17] veszünk át. Azért választottuk az 5 tömeg esetét, mert az még könnyen kezelhető és az együtthatókat egyszerű eljárással akként alakítjuk át, hogy azokban a (6) alatti jelzések jelentkezzenek.

5 tömeg esetére felírjuk a karakterisztikus egyenletet:

$$
\begin{aligned}
&w^8 - \\
&- w^6\left[c_1\left(\frac{1}{I_1}+\frac{1}{I_2}\right)+c_2\left(\frac{1}{I_2}+\frac{1}{I_3}\right)+c_3\left(\frac{1}{I_3}+\frac{1}{I_4}\right)+c_4\left(\frac{1}{I_4}+\frac{1}{I_5}\right)\right]+ \\
&+ w^4\left[c_1\cdot c_2\left(\frac{1}{I_1\cdot I_2}+\frac{1}{I_1\cdot I_3}+\frac{1}{I_2\cdot I_3}\right)+c_2\cdot c_3\left(\frac{1}{I_2\cdot I_3}+\frac{1}{I_2\cdot I_4}+\frac{1}{I_3\cdot I_4}\right)+\right. \\
&+ c_3\cdot c_4\left(\frac{1}{I_3\cdot I_4}+\frac{1}{I_3\cdot I_5}+\frac{1}{I_4\cdot I_5}\right)+c_1\cdot c_3\left(\frac{1}{I_1}+\frac{1}{I_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{I_3}+\frac{1}{I_4}\right)+ \\
&\left.+ c_1\cdot c_4\left(\frac{1}{I_1}+\frac{1}{I_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{I_4}+\frac{1}{I_5}\right)+c_2\cdot c_4\left(\frac{1}{I_2}+\frac{1}{I_3}\right)\cdot\left(\frac{1}{I_4}+\frac{1}{I_5}\right)\right]- \qquad (7) \\
&- w^2\left[c_1\cdot c_2\cdot c_3\left(\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_3}+\frac{1}{I_2\cdot I_3\cdot I_4}+\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_4}+\frac{1}{I_1\cdot I_3\cdot I_4}\right)+\right. \\
&+ c_2\cdot c_3\cdot c_4\left(\frac{1}{I_3\cdot I_4\cdot I_5}+\frac{1}{I_2\cdot I_3\cdot I_4}+\frac{1}{I_2\cdot I_4\cdot I_5}+\frac{1}{I_2\cdot I_3\cdot I_5}\right)+ \\
&+ c_1\cdot c_2\cdot c_4\left(\frac{1}{I_1\cdot I_2}+\frac{1}{I_1\cdot I_3}+\frac{1}{I_2\cdot I_3}\right)\cdot\left(\frac{1}{I_4}+\frac{1}{I_5}\right)+ \\
&\left.+ c_1\cdot c_3\cdot c_4\left(\frac{1}{I_3\cdot I_4}+\frac{1}{I_3\cdot I_5}+\frac{1}{I_4\cdot I_5}\right)\cdot\left(\frac{1}{I_1}+\frac{1}{I_2}\right)\right]+
\end{aligned}
$$

$$+ c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 \cdot c_4 \left(\frac{1}{I_1 \cdot I_2 \cdot I_3 \cdot I_4} + \frac{1}{I_1 \cdot I_2 \cdot I_3 \cdot I_5} + \frac{1}{I_2 \cdot I_4 \cdot I_1 \cdot I_5} + \frac{1}{I_1 \cdot I_3 \cdot I_4 \cdot I_6} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{I_2 \cdot I_3 \cdot I_4 \cdot I_5} \right) = 0.$$

Jelölések bevezetése

A (6) egyenlet alapján a következő jelölést vezetjük be:

$$\frac{c_1}{I_1} = u_{11}, \quad \frac{c_1}{I_2} = u_{12}, \quad \frac{c_2}{I_2} = u_{22}, \quad \frac{c_2}{I_3} = u_{23} \tag{8}$$

$$\frac{c_3}{I_3} = u_{33}, \quad \frac{c_3}{I_4} = u_{31}, \quad \frac{c_4}{I_4} = u_{44}, \quad \frac{c_4}{I_5} = u_{45}.$$

Ezen jelzések felhasználásával a következő, ezekből alakított összegekre, jelzéseket vezetjük be:

$$u_{11} + u_{12} + u_{22} + u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45} = k_{112345} = k_{11-5}.$$

E jelzéssel tehát a kiinduló u érték indexét és folytatólagos összeg képzését jelezzük. Hasonlóan jelezzük a következő összegeket:

$$u_{12} + u_{22} + u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45} = k_{12345} = k_{12-5}. \tag{9}$$

Ezen összeg jelzése teljesen hasonló az előzőével.

$$u_{22} + u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45} = k_{22345} = k_{22-5}$$

$$u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45} = k_{2345} = k_{23-5}$$

$$u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45} = k_{3345} = k_{33-5}$$

$$u_{34} + u_{44} + u_{45} = k_{345}$$

$$u_{44} + u_{45} = k_{445}$$

$$u_{45} = k_{45}.$$

Mint e jelzésekből látható, ha az index 3 jegyű, azt változatlanul meghagytuk.

Ha rátekintünk a (9) alatti jelölésekre, akkor a következő egyszerűsítést vezethetjük be :

$$\begin{aligned} k_{45} &= u_{45} \\ k_{445} &= k_{45} + u_{44} \\ k_{345} &= k_{445} + u_{34} \\ k_{33-5} &= k_{345} + u_{33} \\ k_{23-5} &= k_{33-5} + u_{23} \\ k_{22-5} &= k_{23-5} + u_{22} \\ k_{12-5} &= k_{22-5} + u_{12} \\ k_{11-5} &= k_{12-5} + u_{11}. \end{aligned} \tag{10}$$

Mint látható, az egyes k értékek az előző k értékből u érték hozzáadásával számíthatók ki, ami a számítást lényegesen egyszerűsíti.

Ezekután pedig áttérünk a (7) karakterisztikus egyenlet együtthatóinak átalakítására, azzal a céllal, hogy bevezetjük az u értékeket (8) szerint, majd alkalmazzuk a (9) és (10)-ben ismertetett jelzéseket.

Az átalakításokat w hatványai szerinti sorrendben végezzük el.

I. A w^6 melletti együttható átalakítása :

$$u_{11} + u_{12} + u_{22} + u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45} = k_{11-5}. \tag{11}$$

II. A w^4 melletti együttható átalakítása. Erre nézve az együtthatóban szereplő két típus átalakítását mutatjuk be, mert a többi hasonlóan végezhető el.

$$c_1 \cdot c_2 \left(\frac{1}{I_1 \cdot I_2} + \frac{1}{I_1 \cdot I_3} + \frac{1}{I_2 \cdot I_3} \right) = \frac{c_1}{I_1} \left(\frac{c_2}{I_2} + \frac{c_2}{I_3} \right) + \frac{c_1 \cdot c_2}{I_2 \cdot I_3} =$$

$$= u_{11} (u_{22} + u_{23}) + u_{12} \cdot u_{23}$$

$$c_1 \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \cdot c_3 \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) = (u_{11} + u_{12}) \cdot (u_{33} + u_{34}).$$

Az átalakításokat elvégezve az összevonás után a következő eredményt kapjuk :

$$\begin{aligned} & u_{11} (u_{22} + u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45}) + \\ & + u_{12} (u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45}) + \\ & + u_{22} (u_{33} + u_{34} + u_{44} + u_{45}) + \\ & + u_{23} (u_{34} + u_{44} + u_{45}) + \\ & + u_{33} (u_{44} + u_{45}) + \\ & + u_{34} \cdot u_{45}. \end{aligned} \tag{12}$$

Ha (12) együtthatóját szerkezetileg megvizsgáljuk, a következőt találjuk:

1. minden tag szorzatból áll.

2. a szorzat első tényezőjénél az indexek függélyes irányban felváltva 1-gyel emelkednek.

3. egy zárójel van a szorzatban.

4. a szorzat második tényezője — a zárójel után — első tagjánál mindkét index 1-gyel emelkedik, a további tagoknál felváltva, az index 1-gyel nő.

5. az utolsó tagot az indexek legnagyobb értéke, esetünkben a 45, állapítja meg.

Ezt a vizsgálatot abból a szempontból végeztük el, hogy bármennyi tagja is legyen a rendszernek, másszóval bármennyi tömege legyen is a lengési rendszernek, a harmadik együtthatónak mindig ez a szerkezete, csak az utolsó indexpár megnő. Így pl. 8 tömeg esetén az utolsó index 78, ennek pedig megfelel u_{78}.

Ha a (12) együtthatónál alkalmazzuk a bevezetett jelzéseket, akkor a következő eredményt kapjuk:

$$\begin{aligned} &u_{11}\cdot k_{22-5} + \\ &u_{12}\cdot k_{23-5} + \\ &u_{22}\cdot k_{33-5} + \\ &u_{23}\cdot k_{345} + \\ &u_{33}\cdot k_{445} + \\ &u_{34}\cdot k_{45}\,. \end{aligned} \tag{13}$$

III. w^2 melletti együttható átalakítása. Ismét a két jellegzetes típus átalakítását mutatjuk be.

$$c_1\cdot c_2\cdot c_3\left(\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_3}+\frac{1}{I_2\cdot I_3\cdot I_4}+\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_4}+\frac{1}{I_1\cdot I_3\cdot I_4}\right)=$$

$$=\frac{c_1}{I_1}\cdot\frac{c_2}{I_2}\left(\frac{c_3}{I_3}+\frac{c_3}{I_4}\right)+\frac{c_1\cdot c_2\cdot c_3}{I_1\cdot I_3\cdot I_4}+\frac{c_1\cdot c_2\cdot c_3}{I_2\cdot I_3\cdot I_4}=$$

$$=u_{11}\left[u_{22}\left(u_{33}+u_{34}\right)+u_{23}\cdot u_{34}\right]+u_{12}\cdot u_{23}\cdot u_{34}\,.$$

A másik típus a következő:

$$c_1\cdot c_2\left(\frac{1}{I_1\cdot I_2}+\frac{1}{I_1\cdot I_3}+\frac{1}{I_2\cdot I_3}\right)\cdot c_4\left(\frac{1}{I_4}+\frac{1}{I_5}\right)=$$

$$=\left[u_{11}\left(u_{22}+u_{23}\right)+u_{12}\cdot u_{23}\right]\cdot\left[u_{44}+u_{45}\right],$$

ahol már az előző levezetés eredményeit is felhasználtuk. Hasonlóan alakítjuk a hatvány melletti többi tagot is és összevonás után a következő eredményt kapjuk :

$$\begin{aligned} &u_{11}\,[u_{22}\,(u_{33}+u_{34}+u_{44}+u_{45})+u_{23}\,(u_{34}+u_{44}+u_{45})+u_{33}\,(u_{44}+u_{45})+\\ &\qquad\qquad +u_{34}\cdot u_{45}]+\\ &u_{12}\,[u_{23}\,(u_{34}+u_{44}+u_{45})+u_{33}\,(u_{44}+u_{45})+u_{31}\cdot u_{45}]+\\ &u_{22}\,[u_{33}\,(u_{44}+u_{45})+u_{34}+u_{45}]+\\ &u_{23}\cdot u_{34}\cdot u_{45}\,. \end{aligned} \tag{14}$$

Ha a (14) együtthatót szerkezetileg megvizsgáljuk, a következőt találjuk :

1. minden tag szorzatból áll.

2. a szorzat első tényezőjénél az indexek függélyes irányban felváltva 1-gyel emelkednek.

3. a zárójelen belül szorzatok összege van, ahol a szorzat első tényezője felváltva 1-gyel emelkedik.

4. e szorzat második tényezője — zárójelben — első tagjánál mindkét index 1-gyel emelkedik, a további tagoknál az index felváltva 1-gyel nő.

5. az utolsó tagnál nincs zárójel, mert az index váltással elérjük a legmagasabb indexet, a 45-öt.

Úgy, mint azt már az előzőkben jeleztük, az együtthatónak ez a konstrukciója bármely számú tömegnél a 4-ik együttható helyén teljesen egyező szerkezetű. Természetesen azonban a tömegszámok növelésével annak megfelelő indexek vannak.

(14) együtthatóba bevezetjük a k jelzéseket és akkor a következő eredményt kapjuk :

$$\begin{aligned} &u_{11}\,[u_{22}\cdot k_{33-5}+u_{23}\cdot k_{34-5}+u_{33}\cdot k_{445}+u_{34}\cdot k_{45}]+\\ &u_{12}\,[u_{23}\cdot k_{34-5}+u_{33}\cdot k_{445}+u_{31}\cdot k_{45}]+\\ &u_{22}\,[u_{33}\cdot k_{445}+u_{34}\cdot k_{45}]+\\ &u_{23}\cdot u_{33}\cdot k_{45}\,. \end{aligned} \tag{15}$$

A (15) együttható szerkezete is áttekinthető, és az u és k értékek indexkapcsolata teljesen egyöntetű.

IV. w^0 melletti együttható átalakítása, mely egyúttal a karakterisztikus egyenlet utolsó tagja.

$$c_1\cdot c_2\cdot c_3\cdot c_4\left(\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_3\cdot I_4}+\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_3\cdot I_5}+\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_4\cdot I_5}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{I_1\cdot I_2\cdot I_4\cdot I_5}+\frac{1}{I_2\cdot I_3\cdot I_4\cdot I_5}\right)=$$

$$\frac{c_1}{I_1}\left[\frac{c_2\cdot c_3\cdot c_4}{I_2\cdot I_3\cdot I_4}+\frac{c_2\cdot c_3\cdot c_4}{I_2\cdot I_4\cdot I_5}+\frac{c_2\cdot c_3\cdot c_4}{I_2\cdot I_3\cdot I_4}+\frac{c_2\cdot c_3\cdot c_4}{I_3\cdot I_4\cdot I_5}\right]+\frac{c_1\cdot c_2\cdot c_3\cdot c_4}{I_2\cdot I_3\cdot I_4\cdot I_5}.$$

Behelyettesítjük a megfelelő u értékeket:

$$u_{11}\left[u_{22}\left(\left(u_{33}\left(u_{44}+u_{45}\right)+u_{31}\cdot u_{45}\right)\right)+u_{23}\cdot u_{31}\cdot u_{45}\right)+u_{12}\cdot u_{23}\cdot u_{34}u_{45}. \quad (16)$$

A (16) együttható a lengési rendszer karakterisztikus egyenletének 5-ik együtthatója, és ha szerkezetileg megvizsgáljuk, úgy azt találjuk, hogy a szorzaton belül két zárójel jelentkezik. A zárójelek mellett mindkét index 1-gyel emelkedik, míg a legbelső zárójelen belül az indexek felváltva emelkednek. Az előzők alapján a további részletezés elmaradhat.

Vezessük be a (16) együtthatóba a k értékeket és akkor a következő eredményt kapjuk:

$$u_{11}\left[u_{22}\left(u_{33}\cdot k_{445}+u_{34}\cdot k_{45}\right)+u_{23}\cdot u_{34}\cdot k_{45}\right]+$$
$$+u_{12}\cdot u_{23}\cdot u_{34}\cdot k_{45}. \quad (17)$$

Összefoglalás:

w^6	együtthatóját	(11)	találjuk	meg
w^4	«	(13)	«	»
w^2	«	(15)	«	«
w^0	«	(17)	«	« ,

ahol már a k értékeket felhasználtuk. Ezek után most már felírhatjuk a karakterisztikus egyenletet a jelzések felhasználásával.

$$\begin{aligned}
&w_8 -\\
&-w^6\cdot k_{11-5}\\
&+w^4\left[u_{11}\cdot k_{22-5}+u_{12}\cdot k_{23-5}+u_{22}\cdot k_{33-5}+u_{23}\cdot k_{345}+u_{33}\cdot k_{445}+u_{31}\cdot k_{45}\right]-\\
&-w^2\left[u_{11}\left(u_{22}\cdot k_{33-5}+u_{23}\cdot k_{345}+u_{33}\cdot k_{445}+u_{31}\cdot k_{45}\right]+\right.\\
&\qquad u_{12}\left(u_{23}\cdot k_{345}+u_{33}\cdot k_{445}+u_{34}\cdot k_{45}\right)+ \qquad (18)\\
&\qquad \left.u_{22}\left(u_{33}\cdot k_{445}+u_{34}\cdot k_{45}\right)+u_{23}\cdot u_{34}\cdot k_{45}\right]+\\
&+w^0\left[u_{11}\left(\left(u_{22}\left(u_{33}\cdot k_{445}+u_{34}\cdot k_{45}\right)+u_{23}\cdot u_{31}\cdot k_{45}\right)\right)+\right.\\
&\qquad \left.u_{12}\cdot u_{23}\cdot u_{34}\cdot k_{45}\right]=0.
\end{aligned}$$

Kétségtelen, hogy a karakterisztikus egyenlet lényegesen egyszerűbb lett a k értékek bevezetésével, mint (7) egyenlet. Azonban, ha rátekintünk a (18) egyenletre, számos ismétlődést látunk, amelyet újabb jelölésekkel fogunk figyelembe venni.

Vezessük be a következő jelölést:

$$\begin{aligned} u_{22}\cdot k_{33-5} + u_{23}\cdot k_{315} + u_{33}\cdot k_{445} + u_{34}\cdot k_{45} &= A_{22-5} \\ u_{23}\cdot k_{345} + u_{33}\cdot k_{445} + u_{34}\cdot k_{45} &= A_{23-5} \\ u_{33}\cdot k_{445} + u_{34}\cdot k_{45} &= A_{33-5} \\ u_{34}\cdot k_{45} &= A_{345}\,. \end{aligned} \tag{19}$$

Ezek a jelölések lényegesen egyszerűbbek, mert a következő összefüggést lehet (19) leolvasni:

$$\begin{aligned} u_{34}\cdot k_{45} &= A_{45} \\ u_{33}\cdot k_{415} + A_{345} &= A_{33-5} \\ u_{23}\cdot k_{345} + A_{33-5} &= A_{23-5} \\ u_{22}\cdot k_{33-5} + A_{23-5} &= A_{22-5}\,. \end{aligned} \tag{20}$$

Miután u és k ismeretes, tehát a (20)-ban foglalt A értékeket azonnal ki lehet számítani. Vezessük be ezeket a jelöléseket (18) egyenletbe:

$$\begin{aligned} w^8 - w^6\cdot k_{11-5} + w^4\left[u_{11}\cdot k_{22-5} + u_{12}\cdot k_{23-5} + A_{22-5}\right] + \\ w^2\left[u_{11}\cdot A_{22-5} + u_{12}\cdot A_{23-5} + u_{22}\cdot A_{33-5} + u_{23}\cdot A_{345}\right] + \\ u_{11}\left[u_{22}\cdot A_{33-5} + u_{23}\cdot A_{345}\right] + u_{12}\cdot u_{23}\cdot A_{345} = 0\,. \end{aligned} \tag{21}$$

Karakterisztikus egyenlettel kapcsolatos számítás menete

A jelölések bevezetésével (21) adja a karakterisztikus egyenlet végső alakját. Bár ebben az egyenletben is vannak ismétlődések, azonban ezeket figyelembe venni már nem érdemes.

Kétségtelenül megállapítható, hogy a karakterisztikus egyenlet ebben az alakban lényegesen egyszerűbb alakú, mint a (7) egyenlet. A jelzéseket olyképpen állapítottuk meg, hogy ezt a karakterisztikus egyenletet azonnal fel lehet írni.

Ezen a módon majd 5-nél több tömeg esetére is felírjuk a karakterisztikus egyenletet, azonban ebben az esetben az A jelzésen kívül további jelzéseket is kell bevezetni.

A következőkben össze fogjuk foglalni a karakterisztikus egyenlet felállításával kapcsolatos számítás menetét. A sorrend a következő :

1. (8) alapján kiszámítjuk az u értékeket.
2. (10) szerint ezen u értékekből kiszámítjuk a k értékeket.
3. (20) alapján az u és k értékekből kiszámítjuk az A értékeket.

Ha ezeket az értékeket adott esetre kiszámítottuk, behelyettesítjük a (21) egyenletbe és azzal megkaptuk numerikusan a karakterisztikus egyenlet együtthatóit.

Megemlítjük még, hogy a k jelzéseknél kizárólag összegezésről van szó, ezzel szemben az A jelzések oly összegek, amelyeknek egyik tagja szorzat.

Felmerül az a kérdés, nem lehetne-e (10) és (20)-ban kijelölt számításokat e két táblázat összevonásával tovább egyszerűsíteni, mert oly közös értékek találhatók bennük, amelyeket az összevonáshoz fel lehetne használni.

Ez a feladat csak újabb jelölések bevezetésével oldható meg. Ez pedig a következő :

$$\text{Legyen } f_1(x_1) = f_2(x_2) \text{ és}$$

$$f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) = f_4(x_4) .$$

Írjuk fel e függvényekkel a következő kifejezést :

$$f_1(x_1) = f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) = f_4(x_4) ,$$

ami természetesen nem helyes. De hogy mégis kifejezhessük azt, hogy az első egyenlőségben csak az első tényező szerepel, célszerű az egyenlőségi jelhez csatlakozóan egy függélyes jelet elhelyezni. Tehát :

$$f_1(x_1) = |f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) = f_4(x_4) . \tag{22}$$

Ezt a jelzést általánosíthatjuk és ha az egyenlőség után következő n tag közül k tag szerepel az egyenlőségben, akkor

$$f_1(x_1) = |^k f_2(x_2) \ \ldots\ldots\ldots f_k(x_k) \ldots . f_n(x_n) = F(x) .$$

Ezzel a jelöléssel megkíséreljük a kitűzött feladat megoldását.

A (10) és (20) alatt található jelöléseket a következőképpen foglalhatjuk össze, felhasználva az imént bevezetett jelöléseket:

$$
\begin{aligned}
u_{45} &= |k_{45} \cdot u_{34} = \underline{A_{345}} \\
u_{44} + k_{45} &= |k_{445} \cdot u_{33} + A_{345} = \underline{A_{33-5}} \\
u_{34} + k_{455} &= |k_{345} \cdot u_{23} + A_{33-5} = \underline{A_{23-5}} \\
u_{33} + k_{345} &= |k_{33-5} \cdot u_{22} + A_{23-5} = \underline{A_{22-5}} \\
u_{23} + k_{33-5} &= \underline{k_{23-5}} \\
u_{22} + k_{23-5} &= \underline{k_{22-5}} \\
u_{12} + k_{22-5} &= \underline{k_{12-5}} \\
u_{11} + k_{12-5} &= \underline{k_{11-5}} \,.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

Az aláhúzottan jelzett értékek vannak a (21) alatti karakterisztikus egyenletben és így ezeket adott esetben kiszámítva, azonnal a karakterisztikus egyenletbe lehet behelyettesíteni.

Megemlítjük még, hogy A értékei 22 indexszel kezdődnek. Hasonló oknál fogva a több, mint 5 tömegű rendszernél bevezetendő további jelölések (B, C, D stb.) ugyancsak 22 indexszel kezdődnek.

A bemutatott eljárást a következőkben példán fogjuk bemutatni. Felhasználjuk e célra azt a példát, amelyet *Tolle* könyvében [1] találunk és így megvan a lehetőség arra, hogy a két számítás eredményét összehasonlítsuk.

Gyakorlati számpélda. Tolle példáját az idézett könyvből azért választottuk, mert az öt tömegből álló lengésrendszerben különböző tömegek szerepelnek és így a példa jellege teljesen általános.

u *értékek kiszámítása.* (8) alapján e példára kiszámítjuk az u értékeket:

$$u_{11} = \frac{c_1}{I_1} = \frac{10{,}48 \cdot 10^4}{10{,}18} = 1{,}03 \cdot 10^4$$

$$u_{12} = \frac{c_1}{I_2} = \frac{10{,}46 \cdot 10^4}{82{,}82} = 0{,}127 \cdot 10^4$$

$$u_{22} = \frac{c_2}{I_2} = \frac{34{,}8 \cdot 10^4}{82{,}82} = 0{,}42 \cdot 10^4$$

$$u_{23} = \frac{c_2}{I_3} = \frac{34{,}8 \cdot 10^4}{14{,}27} = 2{,}43 \cdot 10^4$$

$$u_{33} = \frac{c_3}{I_3} = \frac{24{,}4 \cdot 10^4}{14{,}27} = 1{,}71 \cdot 10^4$$

$$u_{34} = \frac{c_3}{I_4} = \frac{24{,}4 \cdot 10^4}{29{,}56} = 0{,}82 \cdot 10^4$$

$$u_{44} = \frac{c_4}{I_4} = \frac{40{,}6 \cdot 10^4}{29{,}56} = 1{,}37 \cdot 10^4$$

$$u_{45} = \frac{c_4}{I_5} = \frac{40{,}6 \cdot 10^4}{21{,}66} = 1{,}86 \cdot 10^4 .$$

Ezek ismerete után áttérünk a karakterisztikus egyenlet együtthatóinak kiszámítására, azonban (10) és (20) jelölései helyett a (23) összeállítást fogjuk felhasználni.

$$u_{45} = k_{45} = |1{,}86 \cdot 10^4 \cdot 0{,}82 \cdot 10^4 = \underline{1{,}53 \cdot 10^8 = A_{345}}$$

$$u_{44} + k_{45} = 1{,}37 \cdot 10^4 + 1{,}86 \cdot 10^4 = k_{445} = 3{,}23 \cdot 10^4 \cdot 1{,}71 \cdot 10^4 =$$

$$|5{,}62 \cdot 10^8 + 1{,}53 \cdot 10^8 = \underline{7{,}15 \cdot 10^8 = A_{33-5}}$$

$$u_{34} + k_{445} = 0{,}82 \cdot 10^4 + 3{,}23 \cdot 10^4 = k_{345} = 4{,}05 \cdot 10^4 \cdot 2{,}43 \cdot 10^4 =$$

$$|9{,}84 \cdot 10^8 + 7{,}15 \cdot 10^8 = \underline{16{,}99 \cdot 10^8 = A_{23-5}}$$

$$u_{33} + k_{345} = 1{,}71 \cdot 10^4 + 4{,}05 \cdot 10^4 = k_{33-5} = 5{,}76 \cdot 10^4 \cdot 0{,}42 \cdot 10^4 =$$

$$|2{,}42 \cdot 10^8 + 16{,}99 \cdot 10^8 = \underline{19{,}41 \cdot 10^8 = A_{22-5}}$$

$$u_{23} + k_{33-5} = 2{,}43 \cdot 10^4 + 5{,}76 \cdot 10^4 = \underline{k_{23-5} = 8{,}19 \cdot 10^4}$$

$$u_{22} + k_{23-5} = 0{,}42 \cdot 10^4 + 8{,}19 \cdot 10^4 = \underline{k_{22-5} = 8{,}61{,}10 \cdot 10^4}$$

$$u_{12} + k_{22-5} = 0{,}127 \cdot 10^4 + 8{,}61 \cdot 10^4 = \underline{k_{12-5} = 8{,}737 \cdot 10^4}$$

$$u_{11} + k_{12-5} = 1{,}03 \cdot 10^4 + 8{,}737 \cdot 10^4 = \underline{k_{11-5} = 9{,}767 \cdot 10^4} .$$

A kiszámításhoz csak azt a megjegyzést fűzzük, hogy A-t célszerűség kedvéért — mert így a k értékeket is kiszámíthattuk — két részletben számítottuk ki. Ezek után most már a karakterisztikus egyenletet is felírhatjuk:

$$w^8 - w^6 \cdot 9{,}767 \cdot 10^4 +$$

$$+ w^4 [1{,}03 \cdot 10^4 \cdot 8{,}61 \cdot 10^4 + 0{,}127 \cdot 10^4 \cdot 8{,}19 \cdot 10^4 + 19{,}41 \cdot 10^8]$$

$$- w^2 [1{,}03 \cdot 10^4 \cdot 19{,}41 \cdot 10^8 + 0{,}127 \cdot 10^4 \cdot 16{,}99 \cdot 10^8 + 0{,}42 \cdot 10^4 \cdot 7{,}15 \cdot 10^8 +$$

$$+ 2{,}43 \cdot 10^4 \cdot 1{,}53 \cdot 10^8] +$$

$$+ 1{,}03 \cdot 10^4 [0{,}42 \cdot 10^4 \cdot 7{,}15 \cdot 10^8 + 1{,}53 \cdot 10^{12} \cdot 2{,}43] + 0{,}127 \cdot 2{,}43 \cdot 1{,}53 \cdot 10^{16} = 0 .$$

Végezzük el a kijelölt számtani műveleteket és akkor a karakterisztikus egyenlet következő alakú:

$$w^8 - w^6 \cdot 9{,}767 \cdot 10^4 + w^4 \cdot 29{,}31 \cdot 10^8 - w^2 \cdot 28{,}87 \cdot 10^{12} + 7{,}943 \cdot 10^{16} = 0 ,$$

amelynek gyökeit fogjuk kiszámítani. Felhasználjuk e célból a közismert regula falsit, amely célból külön összefoglaljuk a + és külön a — előjelű tagokat.

$$U = w^8 + w^4 \cdot 29{,}31 \cdot 10^8 + 7{,}943 \cdot 10^{16}$$

$$V = w^6 \cdot 9{,}767 \cdot 10^4 + w^2 \cdot 28{,}87 \cdot 10^{12}.$$

A számítás eredményeit az alanti táblázatba foglaltuk.

$w^2 = x =$	$U =$	$V =$	különbség	
3	10,58	8,525		
4,5	14,13	14,23	»	—
5	15,32	15,68	»	—
10	38,253	38,64	»	—
11	44,872	44,761	»	+
12	52,022	51,226	»	—

A gyökök pedig:

$$x_1 = 4{,}6 \cdot 10^3 \quad \text{és} \quad x_2 = 11 \cdot 10^3.$$

Ezt a módszert a többi gyökök kiszámítására is felhasználhatjuk, azonban ha a karakterisztikus egyenletet elosztjuk $x - 4{,}6 \cdot 10^3$ és $x - 11 \cdot 10^3$, akkor másodfokú egyenletet kapunk, amely azután könnyen megoldható.

A gyökök táblázata

$w_1^2 = 50050$	$w_2^2 = 30200$	$w_3^2 = 11000$	$w_4^2 = 4600$
$w_1 = 224$	$w_2 = 174$	$w_3 = 108$	$w^4 = 67{,}8$
$n_1 = 2120$	$n_2 = 1660$	$n_3 = 1000$	$n_4 = 640$
Tolle eredményei			
$w_1 = 225$	$w_2 = 178$	$w_3 = 105$	$w^4 = 62$.

Az eredmények jól egyeznek.

Ha a (7) karakterisztikus egyenletet összehasonlítjuk az egyszerűsítések bevezetésével felállított (21) karakterisztikus egyenlettel, azonnal szembetűnő a bevezetett jelölések előnye. A módosított karakterisztikus egyenletet azonnal fel lehet írni és mindössze csak arról van szó, hogy a (23) együtthatók táblázatát állítsuk fel. A táblázat eredményeit be kell helyettesíteni a karakterisztikus egyenletbe, és máris hozzáfoghatunk az egyenlet gyökeinek kiszámításához. Az itt kimutatott és a jelölések bevezetésével keletkezett egyszerűsített eljárás még fokozottabb mértékben jelentkezik, ha a tömegek száma növekszik, mint azt a későbben bemutatandó példán látni fogjuk.

Tekintve, hogy e számításoknál a kontinuáns determináns szerepel, ennek kifejtésére ezt az új módszert is alkalmazhatjuk. A determinánsokat általában sor vagy oszlop, néha átló szerint fejtik ki. A karakterisztikus egyenlet felállításával kapcsolatban az itt előforduló speciális, tehát kontinuáns determinánst kifejtettük a táblázat felhasználásával, és így mellőztük a szokásos

módszereket. Magát a kifejtést táblázat felállítására vezettük vissza. Ezen módszer azokra az esetekre is alkalmazható, amelyeknél a determinánsokat kontinuáns determinánsokra lehet visszavezetni, azonban ezzel a kérdéssel nem foglalkozunk, miután az kiesik tanulmányunk keretéből.

A kitűzött feladat általános megoldása

Előző tárgyalásaink folyamán bemutattuk az egyszerűsítések bevezetésével kapcsolatos előnyöket 5 tömegből álló lengési rendszer példájára. Ezen előzmény után most áttérünk a feladat általános megoldására, mégpedig az n tömegből álló lengési rendszer karakterisztikus egyenlet megállapítására. Felhasználtuk eddig is a (8) jelöléseit, amelyeket *Bradbury* idézett könyvében és ott idézett dolgozatában alkalmazott először. Könyvében megadja a karakterisztikus egyenlet alakját a (8) jelöléseinek felhasználásával, azonban nem ismerte fel azokat az ismétlődéseket, amelyeknek megfelelő jelölésével az egyenlet lényegesen megrövidül. Tárgyalásaink folyamán felhasználjuk azokat az eredményeket is, amelyeket az előző esetben elértünk és külön kiemeltünk éppen azon célból, hogy azután később az általános eset tárgyalásánál felhasználhassuk.

Általános eset jelzéseinek bevezetése. Az előző, tehát 5 tömeg esetének megfelelően, teljesen hasonlóan, amint azt (19)-ben láttuk, felírjuk a k értékeket n tömeg esetére:

$$\begin{aligned}
k_{11-n} &= u_{11} + u_{12} + u_{22} + u_{23} + \ldots + u_{n-1,n} \\
k_{12-n} &= u_{12} + u_{22} + u_{23} \ldots\ldots\ldots + u_{n-1,n} \\
k_{22-n} &= u_{22} + u_{23} + u_{33} \ldots\ldots\ldots + u_{n-1,n} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
k_{n-1,n-1,n} &= u_{n-1,n-1} + u_{n-1,n} \\
k_{n-1,n} &= u_{n-1,n} .
\end{aligned} \tag{24}$$

Ezt a táblázatot azonban lényegesen egyszerűsíthetjük, mint azt már (10)-ben tettük:

$$\begin{aligned}
k_{n-1,n} &= u_{n-1,n} \\
k_{n-1,n-1,n} &= u_{n-1,n-1} + k_{n-1,n} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
k_{22-n} &= u_{22} + k_{23-n} \\
k_{12-n} &= u_{12} + k_{22-n} \\
k_{11-n} &= u_{11} + k_{12-n} .
\end{aligned} \tag{25}$$

A következőkben bevezetjük A jelzéseket, mint azt (19)- és (20)-ban láttuk:

$$\begin{aligned}
&u_{22} \cdot k_{33-n} + u_{23} \cdot k_{34-n} + u_{33} \cdot k_{44-n} + \ldots + u_{n-2,n-1} \cdot k_{n-1,n} = A_{22-n} \\
&u_{23} \cdot k_{34-n} + u_{33} \cdot k_{44-n} + \ldots + u_{n-2,n-1} \cdot k_{n-1,n} = A_{23-n} \\
&u_{33} \cdot k_{44-n} + u_{34} \cdot k_{45-n} + \ldots + u_{n-2,n-1} \cdot k_{n-1,n} = A_{33-n} \\
&\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (26) \\
&u_{n-2,n-2} \cdot k_{n-1,n-1,n} + u_{n-2,n-1} \cdot k_{n-1,n} = A_{n-2,n-2,-n} \\
&u_{n-2,n-1} \cdot k_{n-1,n} = A_{n-2,n-1,n} .
\end{aligned}$$

Ezt a táblázatot szintén lényegesen egyszerűbb alakban írhatjuk fel a következő alakban:

$$\begin{aligned}
&u_{n-2,n-1,n} k_{n-1,\,n} = A_{n-2,n-1,n} \\
&u_{n-2,n-2} \cdot k_{n-1,n-1,n} + A_{n-2,n-1,n} = A_{n-2,n-2,-n} \\
&\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (27) \\
&u_{34} \cdot k_{45-n} + A_{44-n} = A_{34-n} \\
&u_{33} \cdot k_{44-n} + A_{34-n} = A_{33-n} \\
&u_{23} \cdot k_{34-n} + A_{33-n} = A_{23-n} \\
&u_{22} \cdot k_{33-n} + A_{23-n} = A_{22-n} .
\end{aligned}$$

Mint látható, a (27) táblázatot az u és k értékekből lehet kiszámítani és pedig egyszerű számtani műveletekkel. Ilyen tömegszámnál további egyszerűsítések kellenek és ezért bevezetjük a B értékeket.

A B értékek felállításánál már eltűnnek a k értékek és kizárólag az u és A értékek szerepelnek. A kiindulás mindig 22 indexszel történik.

$$\begin{aligned}
&u_{22} \cdot A_{33-n} + u_{23} \cdot A_{34-n} + u_{33} \cdot A_{44-n} + \ldots + u_{n-3,n-2} \cdot A_{n-2,n-1,n} = B_{22-n} \\
&u_{23} \cdot A_{34-n} + u_{33} \cdot A_{44-n} + u_{34} \cdot A_{45-n} + \ldots + u_{n-3,n-2} \cdot A_{n-2,n-1,n} = B_{23-n} \\
&u_{33} \cdot A_{44-n} + u_{34} \cdot A_{45-n} + \ldots + u_{n-3,n-2} \cdot A_{n-2,n-1-n} = B_{33-n} \\
&\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (28) \\
&u_{n-3,n-3} \cdot A_{n-2,n-2,-n} + u_{n-3,n-2} \cdot A_{n-2,n-1,-n} = B_{n-3,n-3,-n} \\
&u_{n-3,n-2} \cdot A_{n-2,n-1,n} = B_{n-3,n-2,-n} .
\end{aligned}$$

Mint az előző esetekben, ezt a táblázatot is felírhatjuk egyszerűbb alakban a következőképpen:

$$
\begin{aligned}
&u_{n-3,n-2} \cdot A_{n-2,n-1,n} = B_{n-3,n-2,-n} \\
&u_{n-3,n-3} \cdot A_{n-2,n-2,-n} + B_{n-3,n-2,-n} = B_{n-3,n-3,-n} \\
&\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (29) \\
&u_{34} \cdot A_{45-n} + B_{44-n} = B_{31-n} \\
&u_{33} \cdot A_{44-n} + B_{34-n} = B_{33-n} \\
&u_{23-n} \cdot A_{34-n} + B_{33-n} = B_{23-n} \\
&u_{22-n} \cdot A_{33-n} + B_{23-n} = B_{22-n} .
\end{aligned}
$$

Áttekinthetőség kedvéért a (29) táblázatot fordított sorrendben írtuk fel, mint ahogy az a (28) táblázatban található. Mint jeleztük, a táblázat 22 indexszel végződik.

A karakterisztikus egyenlet felállítása n *tömeg esetére.* A bevezetett jelzések után áttérünk e jelzések felhasználásával az n tömegű rendszer karakterisztikus egyenlet felállítására. Sorra vesszük az egyes hatványok mellett álló együtthatókat ehhez az átalakításhoz.

$$
\begin{aligned}
&w^{2(n-1)} - w^{2(n-2)} [u_{11} + u_{12} + u_{23} + \ldots + u_{n-1,n}] + \\
&w^{2(n-3)} [u_{11} (u_{22} + u_{23} + u_{33} + u_{34} + \ldots + u_{n-1,n}) + \\
&\qquad u_{12} (u_{23} + u_{33} + u_{34} + u_{44} + \ldots + u_{n-1,n}) + \\
&\qquad u_{22} (u_{33} + u_{34} + u_{44} + \ldots + u_{n-1,n}) + \\
&\qquad u_{23} (u_{34} + u_{44} + \ldots + u_{n-1,n}) + \\
&\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\qquad u_{n-2,n-1} - u_{n-1,n}] .
\end{aligned}
$$

Ha ezekre az együtthatókra alkalmazzuk a jelzéseket, akkor a következő eredményre jutunk:

$$
\begin{aligned}
w^{2(n-1)} - w^{2(n-2)} \cdot k_{11-n} + w^{2(n-3)} [u_{11} \cdot k_{22-n} + u_{12} \cdot k_{23-n} + u_{22} \cdot k_{33-n} + \\
+ u_{23} \cdot k_{34-n} + \ldots\ldots + u_{n-2,n-1} \cdot k_{n-1,n}] . \qquad (31)
\end{aligned}
$$

Vezessük be még az A értékeket is:

$$
w^{2(n-1)} - w^{2(n-2)} \cdot k_{11-n} + w^{2(n-3)} [u_{11} \cdot k_{22-n} + u_{12} \cdot k_{23-n} + A_{22-n}] \qquad (32)
$$

lényegesen egyszerűsített eredmény.

A következő hatvány és a hozzátartozó együtthatója:

$$
\begin{aligned}
&-w^{2(n-4)}\\
&u_{11}\,[u_{22}\,(u_{33}+u_{34}+u_{44}+\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\quad u_{23}\,(u_{34}+u_{44}+u_{45}+\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\quad u_{33}\,(u_{44}+u_{45}+\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\qquad\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\quad u_{n-2,n-1}\cdot u_{n-1,n}]+\\
&u_{12}\,[u_{23}\,(u_{34}+u_{44}+u_{45}+\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\quad u_{33}\,(u_{44}+u_{45}+u_{55}+\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\quad u_{34}\,(u_{45}+u_{55}+\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\qquad\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\quad u_{n-2,n-1}\cdot u_{n-1,n}]+\\
&u_{22}\,[u_{33}\,(u_{44}+u_{45}+u_{55}+\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\quad u_{34}\,(u_{45}+u_{55}-\ldots+u_{n-1,n})+\\
&\qquad\qquad\ldots\ldots\ldots\\
&\quad u_{n-2,n-1}\cdot u_{n-1,n}]+\\
&\qquad\qquad\ldots\ldots\ldots\\
&u_{n-3,n-2}\cdot u_{n-2,n-1}\cdot u_{n-1,n}\,.
\end{aligned}
$$

Ennél az együtthatónál, mint azt már az öttömegű rendszer tárgyalásánál jeleztük, a kettős zárójel esete jelentkezik. A szögletes zárójelen belül függélyes irányban az indexek felváltva emelkednek. A szögletes zárójelen kívül lévő értékek ugyancsak függélyes irányban, felváltva emelkedő indexszel bírnak. A zárójelek mellett fekvő értékeknél mindkét index 1—1-gyel emelkedik és nem felváltva.

A következőkben a jelzések bevezetésének eredményét fogjuk erre az együtthatóra bemutatni.

Először a k jelzéseket használjuk.

$$
\begin{aligned}
&-w^{2(n-4)}\\
&u_{11}\,(u_{22}\cdot k_{33-n}+u_{23}\cdot k_{34-n}+u_{33}\cdot k_{44-n}+\ldots+u_{n-2,n-1}\cdot k_{n-1,n})+\\
&u_{12}\,(u_{23}\cdot k_{34-n}+u_{33}\cdot k_{44-n}+u_{34}\cdot k_{45-n}+\ldots+u_{n-2,n-1}\cdot k_{n-1,n})+\\
&u_{22}\,(u_{33}\cdot k_{44-n}+u_{34}\cdot k_{45-n}+\ldots+u_{n-2,n-1}\cdot k_{n-1,n})+\\
&\qquad\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&u_{n-3,n-2}\cdot u_{n-2,n-1}\cdot k_{n-1,n}]\,.
\end{aligned}
$$

Vezessük be az A jelzéseket:

$$u_{11} \cdot A_{22-n} + u_{12} \cdot A_{23-n} + u_{22} \cdot A_{33-n} + \ldots + u_{n-3,n-2} \cdot A_{n-2,n-1,n} \cdot$$

Vezessük be a B jelzéseket:

$$u_{11} \cdot A_{22-n} + u_{12} \cdot A_{23-n} + B_{22-n}, \tag{34}$$

amivel erre az együtthatóra az átalakítást be is fejeztük, és azonnal látható a jelzések bevezetésének összes előnyei.

A bemutatott eljárást tovább folytathatnók és további hatványok együtthatóinak egyszerűsítését mutathatnók be, de ez elvileg semmi újat már nem mutathat, mindössze további jelöléseket kell bevezetni. Az eddigiek alapján felírhatjuk az n tömegű rendszer karakterisztikus egyenletét a következőképpen:

$$\begin{aligned}
&w^{2(n-1)} - w^{2(n-2)}\, k_{11-n} + \\
&\qquad w^{2(n-3)} [u_{11} \cdot k_{22-n} + u_{12} \cdot k_{23-n} + A_{22-n}] - \\
&\qquad w^{2(n-4)} [u_{11} \cdot A_{22-n} + u_{12} \cdot A_{23-n} + B_{22-n}] + \\
&\qquad w^{2(n-5)} [u_{11} \cdot B_{22-n} + u_{12} \cdot B_{23-n} + C_{22-n}] - \\
&\qquad w^{2(n-6)} [u_{11} \cdot C_{22-n} + u_{12} \cdot C_{12-n} + D_{22-n}] \\
&\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&(-1)^n w^{2(n-n-1)} [u_{11} \cdot N_{22-n} + u_{12} \cdot N_{23-n} + u_{22} \cdot N_{33-n} + u_{23} \cdot N_{31}] \\
&(-1)^{n+1} w^{2(n-n)} [u_{11} (u_{22} \cdot N_{33-n} + u_{23} \cdot N_{31-}) + u_{12} \cdot u_{23} \cdot N_{31-n}] = 0 .
\end{aligned}$$

Ezen egyenletben az utolsó jelzést N-nek vettük fel és az utolsó előtti tag negatív, ha n páratlan, és pozitív, ha n páros. Az utolsó tagnál fordítva van.

Erre az általános esetre is felírhatjuk az 5 tömeg esetére felállított (23) alatti együtthatók táblázatát, azonban helyszűke miatt ettől el kell tekintenünk.

Gyakorlati számpélda 8 *tömeg esetére.* A karakterisztikus egyenletet azonnal felírhatjuk a következőképpen:

$$\begin{aligned}
&w^{14} - w^{12} \cdot k_{11-8} + w^{10} (u_{11} \cdot k_{22-8} + u_{12} \cdot k_{23-8} + A_{22-8}) \\
&\qquad - w^8 (u_{11} \cdot A_{22-8} + u_{12} \cdot A_{23-8} + u_{22} \cdot B_{22-8}) + \\
&\qquad + w^6 (u_{11} \cdot B_{22-8} + u_{12} \cdot B_{23-8} + C_{22-8}) - \\
&\qquad - w^4 (u_{11} \cdot C_{22-8} + u_{12} \cdot C_{23-8} + D_{22-8}) + \\
&+ w^2 (u_{11} \cdot D_{22-8} + u_{12} \cdot D_{23-8} + u_{22} \cdot D_{33-8} + u_{23} \cdot D_{34-8}) \\
&- w^0 (u_{11} (u_{22} \cdot D_{33-8} + u_{23} \cdot D_{34-8}) + u_{12} \cdot u_{23} \cdot D_{34-8} = 0 .
\end{aligned}$$

Az egyenlet felállításánál a nagy betűs jelzések száma magától adódik és mint látható, $n - 4$ a számuk, tehát ez esetben A, B, C, D.

A következő lépés k, A, B, C, D értékek kiszámítása, de ez alkalommal sem fogjuk az együtthatók táblázatát használni, hanem minden értéket külön számítunk ki. Felhasználtuk csekély módosítással a *Wydler* könyvében található hasonló tömegszámú példáját [5].

A számítás menete szerint kiszámítjuk az u értékeket a már ismert módon.

Erre az esetre: $c_1 = 20 \cdot 10^6$, $c_2 = 33 \cdot 10^6$, $c_3 = 50 \cdot 10^6$

$$u_{11} = \frac{c_1}{I_1} = \frac{20 \cdot 10^6}{1500} = 1{,}33 \cdot 10^4, \; u_{12} = \frac{c_1}{I_2} = \frac{20 \cdot 10^6}{1000} = 2 \cdot 10^4$$

$$u_{22} = \frac{c_2}{I_2} = \frac{33 \cdot 10^6}{1000} = 3{,}3 \cdot 10^4, \quad u_{23} = \frac{33 \cdot 10^6}{100} = 33 \cdot 10^4$$

$$u_{33} = \frac{50 \cdot 10^6}{100} = 50 \cdot 10^4$$

$$u_{33} = u_{34} = u_{44} = u_{45} = u_{55} = u_{56} = u_{66} = u_{67} = u_{77} = 50 \cdot 10^4.$$

Mint az adatokból látható, 6 hengerű gépről van szó két lendtömeggel. k értékek táblázatát állítjuk fel:

$$k_{78} = u_{78} = 50 \cdot 10^4$$
$$k_{778} = k_{78} + u_{77} = 100 \cdot 10^4$$
$$k_{678} = k_{778} + u_{67} = 150 \cdot 10^4$$
$$k_{66-8} = k_{678} + u_{66} = 200 \cdot 10^4$$
$$k_{56-8} = k_{66-8} + u_{56} = 250 \cdot 10^4$$
$$k_{55-8} = k_{56-8} + u_{55} = 300 \cdot 10^4$$
$$k_{45-8} = k_{55-8} + u_{45} = 350 \cdot 10^4$$
$$k_{44-8} = k_{45-8} + u_{44} = 400 \cdot 10^4$$
$$k_{34-8} = k_{44-8} + u_{34} = 450 \cdot 10^4$$
$$k_{33-8} = k_{34-8} + u_{33} = 500 \cdot 10^4$$
$$k_{23-8} = k_{33-8} + u_{23} = 500 \cdot 10^4 + 33 \cdot 10^4 = 533 \cdot 10^4$$
$$k_{22-8} = k_{23-8} + u_{22} = 533 \cdot 10^4 + 3{,}3 \cdot 10^4 = 536{,}3 \cdot 10^4$$
$$k_{12-8} = k_{22-8} + u_{12} = 536{,}3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^4 = 538{,}3 \cdot 10^4$$
$$k_{11-8} = k_{11-8} + u_{11} = 539{,}63 \cdot 10^4.$$

Sorra vesszük a több jelzéseket.

$$A_{678} = k_{78} \cdot u_{67} = 50 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 10^4 = 2500 \cdot 10^4$$
$$A_{66-8} = A_{678} + k_{778} \cdot u_{66} = 2500 \cdot 10^8 + 100 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 10^4 = 7500 \cdot 10^8$$
$$A_{56-8} = A_{66-8} + k_{678} \cdot u_{56} = 7500 \cdot 10^8 + 150 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 10^4 = 15000 \cdot 10^8$$
$$A_{55-8} = A_{56-8} + k_{66-8} \cdot u_{55} = 25000 \cdot 10^8$$
$$A_{45-8} = A_{55-8} + k_{56-8} \cdot u_{45} = 37500 \cdot 10^8$$
$$A_{44-8} = A_{45-8} + k_{55-8} \cdot u_{44} = 52500 \cdot 10^8$$
$$A_{34-8} = A_{44-8} + k_{45-8} \cdot u_{34} = 70000 \cdot 10^8$$
$$A_{33-8} = A_{34-8} + k_{44-8} \cdot u_{33} = 90000 \cdot 10^8$$

$$A_{23-8} = A_{33-8} + k_{31-8} \cdot u_{23} = 104850 \cdot 10^8$$

$$A_{22-8} = A_{23-8} + k_{33-8} \cdot u_{22} = 106500 \cdot 10^8$$

$$B_{56-8} = A_{678} \cdot u_{56} = 2500 \cdot 10^8 \cdot 50 \cdot 10^4 = 125000 \cdot 10^{12}$$

$$B_{55-8} = A_{66-8} \cdot u_{55} + B_{56-8} = 7500 \cdot 10^8 \cdot 50 \cdot 10^4 + 125000 \cdot 10^{12} = 500000 \cdot 10^{12}$$

$$B_{45-8} = A_{56-8} \cdot u_{45} + B_{55-8} = 15000 \cdot 10^8 \cdot 50 \cdot 10^4 + 500000 \cdot 10^{12} = 1250000 \cdot 10^{12}$$

$$B_{44-8} = A_{55-8} \cdot u_{44} + B_{45-8} = 2500000 \cdot 10^{12}$$

$$B_{34-8} = A_{45-8} \cdot u_{34} + B_{44-8} = 4375000 \cdot 10^{12}$$

$$B_{33-8} = A_{44-8} \cdot u_{33} + B_{34-8} = 7000000 \cdot 10^{12}$$

$$B_{23-8} = A_{34-8} \cdot u_{23} + B_{33-8} = 9310000 \cdot 10^{12}$$

$$B_{22-8} = A_{33-8} \cdot u_{22} + B_{23-8} = 9607000 \cdot 10^{12}.$$

Eddigelé k, A és B jelzésekhez tartozó értékeket számítottuk ki. Most folytatjuk a még hátralevő C és D-vel jelzett értékek kiszámítását. Úgy, mint eddig, nem számítunk részletesen végig, hanem csak néhány számítást végzünk el, a többi számítási munka ezzel teljesen egyezik.

$$C_{45-8} = B_{56-8} \cdot u_{45} = 125\,000 \cdot 10^{12} \cdot 50 \cdot 10^4 = 6\,250\,000 \cdot 10^{16}$$

$$C_{44-8} = B_{55-8} \cdot u_{44} + C_{45-8} = 500\,000 \cdot 10^{12} \cdot 50 \cdot 10^4 + 6\,250\,000 \cdot 10^{16} = 31\,250\,000 \cdot 10^{16}$$

$$C_{34-8} = B_{45-8} \cdot u_{34} + C_{44-8} = 93\,750\,000 \cdot 10^{16}$$

$$C_{33-8} = B_{44-8} \cdot u_{33} + C_{34-8} = 218\,750\,000 \cdot 10^{16}$$

$$C_{23-8} = B_{34-8} \cdot u_{23} + C_{33-8} = 363\,125\,000 \cdot 10^{16}$$

$$C_{22-8} = B_{33-8} \cdot u_{22} + C_{23-8} = 386\,225\,000 \cdot 10^{16}$$

És végül a D értékekre a következő az eredmény :

$$D_{34-8} = C_{45-8} \cdot u_{34} = 6\,250\,000 \cdot 10^{16} \cdot 50 \cdot 10^4 = 312\,500\,000 \cdot 10^{20}$$

$$D_{33-8} = C_{44-8} \cdot u_{33} + D_{34-8} = 1\,875\,000\,000 \cdot 10^{20}$$

$$D_{23-8} = C_{34-8} \cdot u_{23} + D_{33-8} = 4\,968\,750\,000 \cdot 10^{20}$$

$$D_{22-8} = C_{33-8} \cdot u_{22} + D_{23-8} = 5\,690\,625\,000 \cdot 10^{20}.$$

Ezzel be is fejeztük a jelzéseknek megfelelő értékek kiszámítását, amelyeket most már a karakterisztikus egyenletbe helyettesítünk be.

$$w^{14} - w^{12} \cdot 540 \cdot 10^4 + w^{10}[1{,}33 \cdot 10^4 \cdot 536 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^4 \cdot 533 \cdot 10^4 + 106\,500 \cdot 10^8] - w^8[1{,}33 \cdot 10^4 \cdot 106\,500 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^4 \cdot 104\,850 \cdot 10^8 + 9\,607\,000 \cdot 10^{12}] + w^6[1{,}33 \cdot 10^4 \cdot 9\,607\,000 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^4 \cdot 9\,310\,000 \cdot 10^{12} + 386\,225\,000 \cdot 10^{16}] - w^4[1{,}33 \cdot 10^4 \cdot 386\,225\,000 \cdot 10^{16} + 2 \cdot 10^4 \cdot 363\,125\,000 \cdot 10^{16} + 5\,690\,625\,000 \cdot 10^{20}] +$$

$$+ w^2 [1{,}33 \cdot 10^4 \cdot 5\,690\,625\,000 \cdot 10^{20} + 2 \cdot 10^4 \cdot 4\,968\,750\,000 \cdot 10^{20} +$$
$$+ 3{,}3 \cdot 10^4 \cdot 1{,}875\,000\,000 \cdot 10^{20} + 33 \cdot 10^4 \cdot 312\,500\,000 \cdot 10^{20}] -$$
$$- w^0 [1{,}33 \cdot 10^4 (3{,}3 \cdot 10^4 \cdot 1\,875\,000\,000 \cdot 10^{20} + 33 \cdot 10^4 \cdot 312\,500\,000 \cdot 10^{20}) +$$
$$+ 2 \cdot 10^4 \cdot 33 \cdot 10^4 \cdot 312\,500\,000 \cdot 10^{20}] = 0.$$

Szándékosan vezettük a számítást ilyen részletesen, mert ezzel a módszer lényegét és ami fontos, előnyét megismerhettük. Végezzük el a kijelölt műveleteket, akkor a következő egyenletet kapjuk:

$$w^{14} - w^{12} \cdot 540 \cdot 10^4 + w^{10} \cdot 108\,279 \cdot 10^8 - w^8 \cdot 9\,958\,345 \cdot 10^{12} +$$
$$+ w^6 \cdot 417\,632\,310 \cdot 10^{16} - w^4 \cdot 6\,930\,554\,250 \cdot 10^{20} +$$
$$+ w^2 \cdot 34\,106\,031\,250 \cdot 10^{24} - 42\,570\,000\,000 \cdot 10^{28} = 0.$$

Ez tehát a keresett karakterisztikus egyenlet, és ezzel a kitűzött feladatot meg is oldottuk és bemutattuk azt a számítási menetet, amellyel az egyenlet felírható. Nem szabad szem elől téveszteni azt, hogy a torziós lengéssel kapcsolatos számítás már lényegénél fogva nem egyszerű, de ezzel bebizonyítottuk azt, hogy a karakterisztikus egyenletet a gyökre való megoldásra készen fel lehet írni.

Befejezésül a számítás megkönnyítésére jelöljük:

$$w^2 = a \cdot 10^6,$$

akkor a következőket írhatjuk fel:

$$\frac{w^{14}}{10^{30}} = a^7 \cdot 10^{12} \qquad \frac{10^{16} \cdot w^6}{10^{30}} = a^3 \cdot 10^4$$

$$\frac{10^4 \cdot w^{12}}{10^{30}} = a^6 \cdot 10^{10} \qquad \frac{10^{20} \cdot w^4}{10^{30}} = a^2 \cdot 10^2$$

$$\frac{10^8 \cdot w^{10}}{10^{30}} = a^5 \cdot 10^8 \qquad \frac{10^{24} \cdot w^2}{10^{30}} = a.$$

$$\frac{10^{12} \cdot w^8}{10^{30}} = a^4 \cdot 10^6$$

A felállított karakterisztikus egyenletet végig osztjuk 10^{30} és akkor a következő egyenletet kapjuk:

$$U = a^7 \cdot 10^{12} + a^5 \cdot 10^8 \cdot 108\,279 + a^3 \cdot 10^4 \cdot 417\,632\,310 + a \cdot 34\,106\,031\,250$$

$$V = a^6 \cdot 10^{10} \cdot 540 + a^4 \cdot 9\,958\,345 \cdot 10^6 + a^2 \cdot 10^2 \cdot 6\,930\,554\,250 + 425\,700\,000.$$

$$U = V$$

Ezzel széjjelválasztottuk az egyenletet azon célból, hogy a gyököket a regula falsi módszerével kiszámíthassuk.

Jelöljük még:

$$V = a^2 [a^2 (a^2 \cdot 10^{10} \cdot 540 + 9\,958\,345 \cdot 10^6) + 6\,930\,554\,250 \cdot 10^2] + 425\,700\,000$$

$$U = a [a^2 ((a^2 (a^2 \cdot 10^{12} + 108\,279 \cdot 10^8) + 417\,632\,310 \cdot 10^4)) + 34\,106\,031\,250].$$

Ezzel az átalakítással igen meggyorsíthatjuk a számítást, mert nem kell a magasabb gyökeit kiszámítani, ami a számítást igen nehézkessé teszi. Ezen átalakítással csak a négyzetére van szükség, amely táblázatból kivehető. Természetesen ha a-t kiszámítottuk, akkor abból a jelölés szerint w értékét kiszámíthatjuk. Mint a gyakorlati számolások mutatják, a regula falsival kapcsolatos próbálgatások ezzel lényegesen meggyorsulnak.

A gyökök megállapítása, illetőleg kiszámítása már kiesik e munka keretéből, tehát ezzel nem foglalkozunk.

IRODALOM

1. *M. Tolle:* Die Regelung der Kraftmaschinen. Berlin, Julius Springer. 1921.
2. *J. Geiger:* Die Messung der Drehelastizität von Kurbelwellen. A. T. Z, 1933.
3. *J. Geiger:* Die Berechnung der Verdrehungsschwingungen von Wellenleitungen. Z. V. d. I. 1921.
4. *S. Timoschenko:* Vibrations problemes in engineering. London.
5. *H. Wydler:* Drehschwingungen in Kolbenmaschinenanlagen. Julius Spinger 1922.
6. *J. Geiger:* Über Drehschwingungen von Wellen. Diss. Augsburg 1914.
7. *C. H. Bradbury:* Torsional vibrations in Diesel engines. London 1938.
8. S. A. E. Technical board cooperativ testing of Torsiographs and calibrators. New York, 1947.
9. *Roth:* Schwingungen von Kurbelwellen. Z. V. d. I. 1904.
10. *O. Mies:* Torsionsschwingungen einer Dieselmotorwelle. Dinglers Polytechnischer Journal 1915.
11. *R. Drewes:* Neues graphisches Verfahren auf statischer Grundlage zur Untersuchung beliebiger Wellensysteme auf freie Drehschwingungen. Z. V. d. I. 1918.
12. *F. Kluge:* Bestimmung kritischer Drehschwingungszahlen. Forschung des Ingenieurwesens 1934.
13. *G. Jendrassik:* Theorie des Reibungsschwingungsdämpfer. Z. V. d. I. 1933.
14. *J. Geiger:* Zur Theorie des Vibrographen. Werft, Räderei, Hafen. 1924.
15. *J. Geiger:* Drehschwingungen bei Fahrzeugmotoren und deren experimentelle Untersuchung. Z. V. d. I. 1923.
16. *J. Geiger:* Neuere Fortschritte im Bau von Messgeräten für den Maschinenbau. Maschinenbau 1924.
17. *Holzer:* Die Berechnung der Drehschwingungen. Berlin Julius Springer 1921.
18. *Kohn:* Zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung der Torsionsschwingungen von Wellen. Maschinenbau 1926.
19. *Behrens:* Bestimmung der Drehschwingungszahlen von Motorenanlagen A. T. Z. 1931.
20. *J. Gümbel:* Verdrehungsschwingungen eines Stabes mit fester Drehachse und beliebiger zur Drehachse symmetrischer Massenverteilung unter dem Einfluss beliebiger harmonischer Kräfte. Z. V. d. I. 1916.
21. *H. Holzer:* Torsionsschwingungen von Wellen mit beliebiger vieler Massen. Schiffbau 1907.
22. *J. Gümbel:* Torsionalvibration. Transaction of the Institution of Naval Architects. 1902.
23. *J. Gümbel:* Die graphische Lösung von Differentialgleichungen zweiter Ordnung in Anwendung auf die Schwingungslehre. Z. V. d. I. 1916.
24. *J. Geiger:* Der Torsiograph, ein neues Instrument zur Untersuchung von Wellen. Z. V. d. I. 1916.
25. *O. Föppl:* Schwingungsdämpfer für Wellen. Forschung 1931.
26. *H. Frahm:* Neuere Untersuchungen über die dynamischen Vorgänge in den Wellenleitungen von Schiffsdieselmaschinen mit besonderer Berücksichtigung der Resonanzerscheinungen. Z. V. d. I. 1902. Mitteilungen über Forschungsarbeit. Heft 6.
27. *I. P. den Hartog:* Mechanische Schwingungslehre. Berlin. Julius Springer. 1936.
28. *W. Hort:* Technische Schwingungslehre. Berlin Julius Springer. 1923.
29. *O. Föppel:* Grundzüge der technischen Schwingungslehre. Berlin. Julius Springer. 1923.
30. *J. Morris:* The strenght of shafts in vibration. London. 1929.
31. *W. K. Wilson:* Practical solution of torsional vibration problems. London.

32. *Klotter:* Messung mechanischer Schwingungen. Berlin, Julius Springer. 1943.
33. *H. Steuding:* Messung mechanischer Schwingungen. Berlin. VDI-Verlag. 1928.
34. *J. Geiger:* Mechanische Schwingungen. Berlin Julius Springer 1927.
35. *W. A. Tuplin:* Vibration in Machinery. London. 1946.
36. *W. A. Tuplin:* Torsional vibration. London. Phil. Mag. 1838.
37. *W. A. Tuplin:* Torsional rigidity of crankshafts, Engng. 1938.
38. *W. A. Tuplin:* Torsional vibration. London. Chapman & Hall.
39. *F. M. Lewis:* Torsional vibration in Diesel engines. Trans Soc. Naval Architects. New York 1925.
40. *Vignery:* Vibrations de torsion d'un arbre. Paris.
41. *K. Öhler:* Technische Schwingungslehre.
42. *F. Schmidt:* Berechnung und Gestaltung von Wellen.
43. *Hansen—Chenea:* Mechanics of vibration. New York.
44. *F. Söchting:* Berechnung mechanischer Schwingungen. Wien. Julius Springer.
45. *E. Metter:* Theorie der Schwingungsdämpfer.
46. *D. Langharne:* Mechanics applied to vibration and balancing. London.
47. *S. Falk:* Die Berechnung Torsionsschwingungszahlen verzweigter Maschinenanlagen. 1954. Diss. Braunschweig.
48. *C. Weber:* Schwingungen im Maschinenbau. VDI Verlag 1953.
49. *G. Baranow:* Die Berechnung der Schwingungszahlen. Z. V. d. I. 1932.
50. *G. Baranow:* Mech. Ing. Herald. Moszkva. 11. kötet.
51. *K. Haug:* Drehschwingungen in Kolbenmaschinen. Berlin Julius Springer. 1952.
52. *L. Zipperer:* Technische Schwingungslehre. Göschen.
53. *E. Rausch:* Graphische Bestimmung der Eigenschwingungszahlen bei mehrgliederigen Schwingungsanordnung. Z. V. d. I. 1930.
54. *L. Borel:* Vitesse critique des arbres en rotation Lausanne. 1954.
55. *Tyerszkih*, V. P. Erőberendezések torziós lengések számìtására. 1954. 3 kötetében, oroszul.
56. *A. Balogh:* Ein neues Verfahren zum Ermitteln der Eigenschwingungszahlen von Torsionsschwingungen. Z. V. d. I. 1955. 178. ol.

Összefoglalás

A torziós lengések számításánál az önlengésszám megállapításából kell kiindulni és ennek megfelelően kell az alkatrészeket méretezni. Ha azonban a torziós lengéseknél az önlengésszám megállapítására a karakterisztikus egyenletet kívánjuk felhasználni, akkor már 8 tömeg esetén oly számolási nehézségek jelentkeznek, amelyeknek elkerülésére számos megoldást kerestek és találtak, amellyel a karakterisztikus egyenlet felhasználását el lehet kerülni. A fentiekben oly módszert ismertetünk, amely egyszerű eszközökkel lehetővé tette azt, hogy bármely tömegszám esetén az önlengésszám kiszámításához magát a karakterisztikus egyenletet lehessen felhasználni. Egyúttal módszert mutatunk be a kontinuáns determinánsok egyszerű kifejtésére.

KÉTFŐTARTÓS VASBETONHÍDAK LEHAJLÁS-SZÁMÍTÁSA

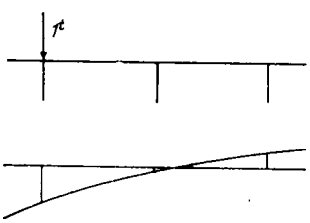
KOLLÁR LAJOS

ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM, MÉRNÖKKARI MECHANIKAI TANSZÉK

[Beérkezett 1953. november 17.]

I. Bevezetés

Közismert tény, hogy két- vagy több főtartós közúti vasbetonhidak próbaterheléseinél az észlelt lehajlás általában kisebb a számítottnál. Ennek oka — az esetleges mérési hibákon kívül — kettős: egyrészt a rugalmassági modulus hiányos meghatározása (ennek bővebb tárgyalása kívülesik a dolgozat keretein), másrészt a főtartók és a pályalemez együttműködése. Ezt az együttműködést a lehajlás-számításnál általában nem veszik figyelembe.



1. ábra. Az alsó ábra a főtartókra jutó erőket ábrázolja

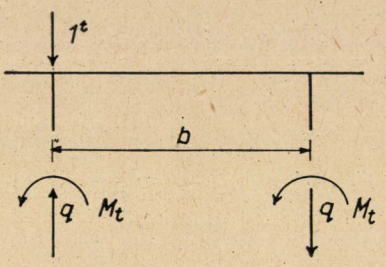
Az együttműködés három részből tevődik össze:

a) Három, vagy több főtartós hidaknál a *kereszttartó hajlítóellenállása* (1. ábra), azaz ha a teher valamelyik főtartó felett áll, akkor ennek egyrészét a kereszttartó átviszi a többi főtartóra. Ez az úgynevezett tartórácshatás. ami az irodalomban részletesen megtalálható. (L. pl. *Leonhardt* műveit [1], [2], [3].)

b) A főtartók *csavarási ellenállása.* Ez gyakorlatilag csak akkor jelentkezik, ha a teher nem a hídkeresztmetszet szimmetriatengelyében hat. Ekkor ugyanis el akarja csavarni a hídkeresztmetszetet (2. ábra), de a főtartók csavarási merevsége miatt csavarónyomatékok keletkeznek s ezzel együtt egy $q \cdot b$ erőpár, amely tehermentesíti az „a" főtartót. A főtartók csavaróellenállásának figyelembevételére *Palotás* [4], [6] dolgozott ki pontos eljárást, majd ugyanő

a dolgozat szerzőjével együtt egy közelítő eljárást [5], [6]. Külföldön *Schöttgen* [7] és *Homberg* [8] foglalkozott a kérdéssel.

c) Végül a *pályalemeznek a főtartókkal való együttdolgozása* is befolyással van a lehajlásra. E kérdést tudomásom szerint még nem tisztázták.

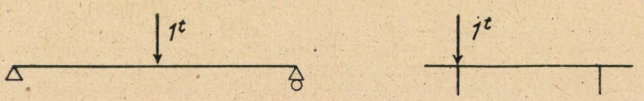


2. ábra. Alul a főtartókra jutó csavarási többleterők láthatók

E dolgozat célja, hogy megvizsgálja a pályalemez együttdolgozásának a lehajlásra gyakorolt hatását. Elsősorban kétfőtartós hidakkal foglalkozunk, ezért az *a)* alatt említett együttdolgozásra nem térünk ki. A *b)* alatti csavarás okozta együttdolgozást pedig csak olyan mértékben tárgyaljuk, amennyire *c)*-hez szükséges.

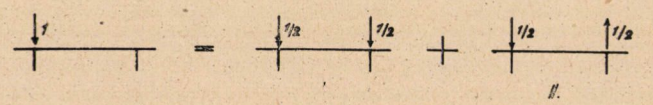
II. Az erőjáték vizsgálata 1 t erőre

Először a következő egyszerű alapesetet tárgyaljuk: A híd kéttámaszú, kétfőtartós, merőleges, a főtartók inercianyomatéka állandó, középen és két



3. ábra. Oldalnézet és keresztmetszet

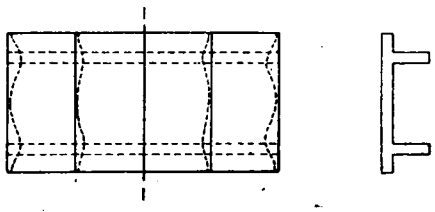
végén van kereszttartója, s az egyik főtartó közepén áll 1 *t* erő (3. ábra). A terhelést felbontjuk egy szimmetrikus (*I*) és egy antimetrikus (*II*) részre (4. ábra).



4. ábra

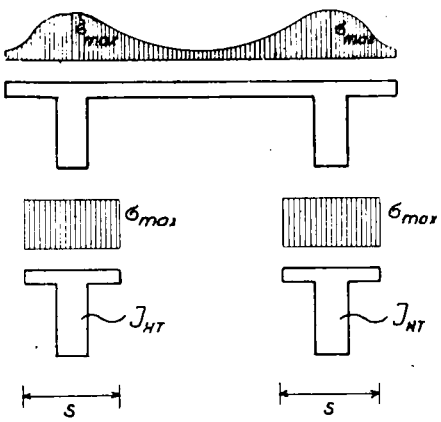
A két terhelési esetben a híd erőjátéka és deformációja lényegesen más *I* esetben ugyanis a két főtartó egyforma terhelést kap. A hídkeresztmetszet nem szenved csavarást. A lemez együttdolgozik a főtartókkal, de nem teljes széles-

ségében kapja ugyanazt a nyómófeszültséget, mint a főtartók felett, hanem a főtartóktól távolabb csökken benne a feszültség. A lemez két végét megtámasztó végső kereszttartók ugyanis a lemez vízszintes irányú nyomását (ez a végső kereszttartókra nézve vízszintes síkban történő hajlítást jelent) nem tudják felvenni, hiszen a kereszttartók törzse függőleges hajlításra van méretezve.



5. ábra

Ezért a kereszttartók csak elenyészően kis mértékben tudják a lemezt összenyomott állapotban megtartani, s a lemezen terheletlen állapotban képzelt sík keresztmetszetek meggörbülnek (5. ábra).



6. ábra

Ezt gyakorlatilag úgy lehet figyelembe venni, ha kijelölünk a lemezen egy ún. *együttdolgozó szélességet* (*s*), és úgy vesszük, hogy ezen belül végig az a nyomófeszültség keletkezik a lemezben, mint a főtartók felett, azaz a feszültségábrát kiegyenlítjük azonos területű négyszöggé (6. ábra). Ezt az *s* szélességet elméleti levezetések és kísérleti adatok alapján a szabályrendeletek megállapították, s ezzel számítható a lehajlás. Így az *I* terhelési részre a híd erőjátékát tisztázottnak tekinthetjük.

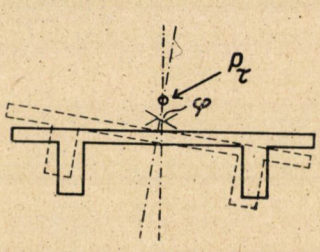
Egészen más azonban a helyzet a *II* terhelési esetnél.

A mérnöki gyakorlatban erre a terhelésre úgy szokták számítani a hidat, hogy a két főtartó közti összefüggést nem veszik tekintetbe, s mindegyik főtartó az *I* terhelésre érvényes *s* együttdolgozó szélességgel viseli a rájutó ½—½ t terhet. Így a terhelt főtartó összesen 1 t-t kap, a másik pedig semmit.

A valóság azonban nem ez. A *II* terhelési eset tulajdonképpen tiszta csavarónyomatékot jelent a hídra nézve. Ez elcsavarodást okoz a hídkeresztmetszet nyírási középpontja körül (7. ábra).

Ebből következőleg a két főtartó függőleges síkú, a lemez vízszintes síkú hajlítást szenved, s a főtartók is, a lemez is elcsavarodnak (*b)* és *c)* alatt említett együttdolgozás). Jelentőséghez jut tehát :

1. a két főtartó függőleges síkú hajlítási merevsége,
2. a lemez vízszintes síkú hajlítási merevsége,
3. a két főtartó csavarási merevsége,
4. a lemez csavarási merevsége.



7. *ábra.* P_τ = nyírási középpont

A további tárgyalásnál két egészen különböző módon járhatunk el. Az első elmélet (l. [9], [10] és [11]) feltételezi, hogy *mindegyik* keresztmetszet megtartja az *alakját*, azaz végtelen sok végtelen merev kereszttartó van a hídban. (Ez a valóságban természetesen nincs így, de több kereszttartó esetén igen jól megközelíti a tényleges állapotot). Így fel lehet állítani a tartó alakváltozásának differenciálegyenletét. Ezt megoldva és a határfeltételeket kielégítve megkapjuk adott csavarónyomaték hatására a φ elcsavarodási szöget, s ebből a lehajlást. A differenciálegyenletet *I*-tartók csavarására először *Timoshenko* vezette le [9], [_-tartókra *Stüssi* általánosította [10]. Mi alább tovább általánosítjuk, hogy hídkeresztmetszetekre is alkalmazható legyen. Ezt az eljárást a továbbiakban Timoshenko—Stüssi-féle elméletnek fogjuk nevezni.

A másik, új módszer az, hogy nem tételezünk fel végtelen sok végtelen merev kereszttartót, azaz, hogy mindegyik hídkeresztmetszet megtartja az alakját, hanem egy középső (illetve később több) kereszttartót veszünk számításba. Ez az első pillanatra talán bonyolultabbnak látszik, de később ki fog tűnni, hogy ilyen módon szétválaszthatjuk a hajlítási ellenállásokat (1, 2) a csavarásiaktól (3, 4), megkerüljük a differenciálegyenletet, s a hajlítási és a

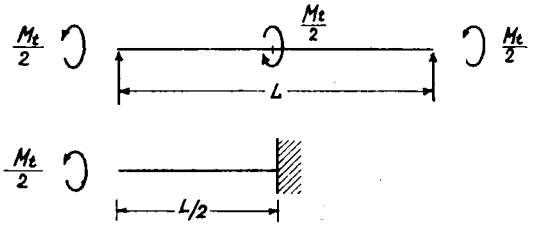
csavarási hatásokat szuperponálhatjuk. Így gyakorlatilag is könnyen használható képletekhez jutunk.

A következőkben először felállítjuk az általánosított Timoshenko—Stüssi-féle differenciálegyenletet a tiszta csavarónyomatékkal terhelt hídra (II. terhelési eset), azt megoldjuk, s utána ebből levezetjük a második, új eljárást.

Feltételezzük a következőket:

A lemeznek csak vízszintes síkú hajlítási ellenállása, valamint csavarási ellenállása van, egyébként végtelen hajlékony, s csak húzást, nyomást és nyírást tud felvenni. A főtartóknál csak azt feltételezzük, hogy a főtartó-törzs vízszintes síkú hajlítási ellenállása elhanyagolható a lemezéhez képest. (Mindegyik feltevés jól megközelíti a valóságot).

Egyszerűség kedvéért a számításnál a tartót elcsavarodott helyzetében középen befogottnak képzeljük (ami a szimmetria következtében jogos), s a reakciót (= a terhelő csavarónyomaték felét) működtetjük az L/2 hosszúságú befogott tartóra (8. ábra).



8. ábra

A tartót terhelő csavarónyomaték két részre oszlik [10]: egyrészt a csavarási ellenállásokkal felvett m_t'-re, másrészt a főtartók és a lemez hajlítási ellenállásával felvett m_t''-re:

$$\frac{M_t}{2} = m_t' + m_t''. \tag{1}$$

Minthogy a hídnak a keresztmetszete nyitott, és hosszúkás derékszögű négyszögekből van összetéve, a teljes keresztmetszet csavarási ellenállása (vagyis egységnyi hosszúságú hídrész $\varphi = 1$ elcsavarodásához szükséges nyomaték) a következő ismert képletből számítható (lásd pl. Hütte I. kötet):

$$G \cdot J_t = G \cdot \sum \frac{h_i \cdot b_i^3}{k_i}, \tag{2}$$

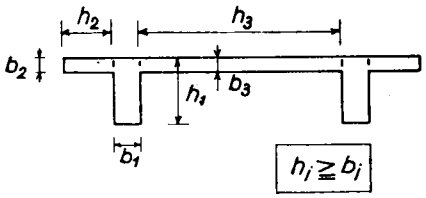
ahol (1. 9. ábra):

h_i = a keresztmetszet-elem hosszabb mérete,
b_i = a keresztmetszet-elem rövidebb mérete,

k_i pedig $h_i/b_i > 2{,}5$ esetén max. 8,5% hibával számítható a következő képletből:

$$k_i = 3 + 1{,}8 \cdot b_i/h_i \,. \tag{3}$$

A (3) képlet $1 \leq h_i/b_i \leq 2{,}5$ esetben is alkalmazható, de ekkor a hiba az illető keresztmetszet-elemnél 48% is lehet. (A csavarási *feszültségek* számításánál viszont a (3) képlet mindig elegendő pontosságú.)

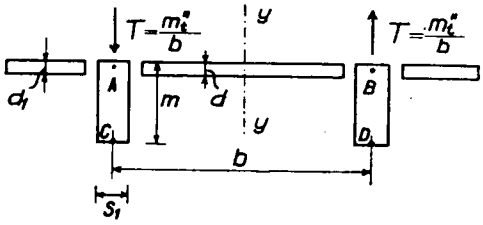


9. ábra

Így a csavarónyomaték (m_t') összefüggése az elcsavarodási szöggel (φ) ha z a hídtengellyel párhuzamos koordinátatengely:

$$m_t'' = G \cdot J_t \frac{d\varphi}{dz}. \tag{4}$$

Az m_t'' okozta erőjátékhoz alakítsuk át a tartót a 10. ábrán vázolt elvágásokkal sztatikailag határozottá:



10. ábra

Jelöljük T-vel az m_t'' erőpárt alkotó két erőt. Ezek a sztatikailag határozottá tett szerkezeten a két (középen befogott) főtartó-törzsre hatnak, s M_z hajlítónyomatékot idéznek elő mindegyik főtartó-törzsön.

A két $T = m_t''/b$ erő hatására a két főtartó-törzs fel-, illetve lehajlik, s felső szélüktől $d/2$ távolságban (a lemez középvonalában)

$$\sigma_{oHt} = \frac{M_z}{J_1}\left(\frac{m}{2} - \frac{d}{2}\right) \cong \frac{M_z}{J_1} \cdot \frac{m}{2} = \frac{M_z}{W_{Ht}} \tag{5}$$

feszültség keletkezik. Itt

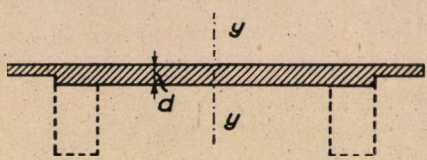
$$J_1 = \frac{s_1 \cdot m^3}{12} \tag{6}$$

a főtartó-törzs inercianyomatéka; és

$$W_{Hl} = \frac{s_1 \cdot m^2}{6} \tag{7}$$

a főtartó-törzs keresztmetszeti modulusa.

Ha az elvágott részek közt az összefüggést helyre akarjuk állítani, akkor olyan (nullértékű) élerőpárokat kell A és B pontban a főtartótörzsre és a lemezre működtetni, amelyek a főtartó és a lemez σ-feszültségeit a megfelelő pontokban egyenlővé teszik, azaz ugyanakkora ε_z megnyúlásokat idéznek elő



11. ábra

a főtartóban és a lemezben (a terhelés hatását is beleértve). Itt csak az a különlegesség, hogy a szétvágott lemezt *egy* hajlított keresztmetszetnek kell vennünk, tehát a lemez inercianyomatéka $y - y$-ra:

$$J_{Pl} = J_{Pl}^{voll} - 2 \cdot s_1 \cdot d \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \tag{8}$$

(J_{Pl}^{voll}-be a 11. ábra vonalkázott része számít bele.)

Az élerők (X) a két főtartónál az antimetria miatt egyforma nagyok és ellenkező értelműek, tehát a lemezre $X \cdot b$ nagyságú tiszta erőpárt adnak. Az élerők hatására keletkező feszültségek A- (illetve B-)-ben:
a lemezben:

$$\sigma_{XPl} = \frac{X \cdot b}{W_{Pl}}, \tag{9}$$

ahol:

$$W_{Pl} = \frac{J_{Pl}}{b/2}. \tag{10}$$

Itt W_{pl} tulajdonképpen nem keresztmetszeti tényező, mert $b/2$ nem a szélső szál távolsága, de a Stüssi-vel [10] való egyezés kedvéért megtartjuk a W jelölést.

A főtartóban pedig:

$$\sigma_{XHt} = -\frac{X}{s_1 \cdot m} - \frac{X \cdot m}{2 \cdot W_{Ht}} = -\frac{2}{3}\,\frac{X \cdot m}{W_{Ht}} \tag{11}$$

$\left(\text{mert a (7) képlet szerint: } W_{Ht} = \frac{s_1 \cdot m^2}{6}\right)$.

Egyenlővé téve a feszültségeket:

$$\sigma_{oHt} + \sigma_{XHt} = \sigma_{XPl} \tag{12}$$

és behelyettesítve az (5), (9) és (11) képleteket, X kifejezhető a főtartó-törzsre ható nyomatékkal (M_z):

$$X = M_z \frac{3 \cdot W_{Pl}}{3 \cdot b \cdot W_{Ht} + 2 \cdot m \cdot W_{Pl}}. \tag{13}$$

Ezzel a főtartók szélső feszültségei (10. ábra):

$$\sigma_C = -\sigma_D = \frac{M_z}{W_{Ht}} - \frac{X \cdot m}{3 \cdot W_{Ht}} = \frac{M_z}{W_{Ht}}\,\frac{3 \cdot b \cdot W_{Ht} + m \cdot W_{Pl}}{3 \cdot b \cdot W_{Ht} + 2 \cdot m \cdot W_{Pl}}$$

$$\sigma_A = -\sigma_B = -\frac{M_z}{W_{Ht}} + \frac{2 \cdot X \cdot m}{3 \cdot W_{Ht}} = -\frac{M_z}{W_{Ht}}\,\frac{3 \cdot b \cdot W_{Ht}}{3 \cdot b \cdot W_{Ht} + 2 \cdot m \cdot W_{Pl}}.$$

Ezek segítségével számítható a főtartó lehajlási vonalának (η) differenciálegyenlete:

$$-\frac{d^2\eta}{dz^2} = \frac{\sigma_C - \sigma_A}{E \cdot m} = \frac{M_z}{E \cdot W_{Ht} \cdot m}\,\frac{6 \cdot b \cdot W_{Ht} + m \cdot W_{Pl}}{3 \cdot b \cdot W_{Ht} + 2 \cdot m \cdot W_{Pl}}.$$

Figyelembevéve, hogy

$$W_{Ht} \cdot m = 2 \cdot J_1 \qquad \text{(l. (6) és (7) képletek)},$$

és bevezetve a

$$\frac{6 \cdot b \cdot W_{Ht} + 4 \cdot m \cdot W_{Pl}}{6 \cdot b \cdot W_{Ht} + m \cdot W_{Pl}} = \psi$$

rövidítést:

$$M_z = -E \cdot \psi \cdot J_1 \cdot \frac{d^2\eta}{dz^2}.$$

Nekünk azonban a φ elcsavarodási szögre van szükségünk:

$$\varphi = \frac{2}{b}\eta$$

ér M_z-t is ki kell fejeznünk $T = \frac{m_t''}{b}$-vel

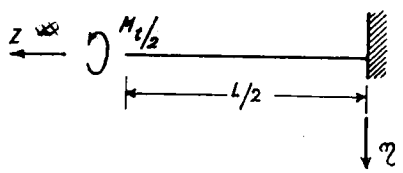
$$\frac{dM_z}{dz} = T = \frac{m_t''}{b}.$$

Így:

$$T = \frac{m_t''}{b} = \frac{dM_z}{dz} = -E \cdot \psi \cdot J_1 \frac{b}{2} \frac{d^3\varphi}{dz^3},$$

azaz:

$$m_t'' = -E \cdot \psi J_1 \frac{b^2}{2} \frac{d^3\varphi}{dz^3}.$$



12. ábra

Ezt az összefüggést és a (4) egyenletet (1)-be helyettesítve a következő differenciálegyenletet kapjuk:

$$\frac{M_t}{2} = G \cdot J_t \frac{d\varphi}{dz} - E \cdot \psi \cdot J_1 \frac{b^2}{2} \frac{d^3\varphi}{dz^3}, \tag{14}$$

ahol

$$\psi = \frac{6 \cdot b \cdot W_{Ht} + 4 \cdot m \cdot W_{Pl}}{6 \cdot b \cdot W_{Ht} + m \cdot W_{Pl}}. \tag{15}$$

A levezetést *Stüssi* könyvéből [10] vettük.

A (14) egyenlet az általánosított Timoshenko—Stüssi-féle differenciálegyenlet, amely megadja az összefüggést a terhelő csavarónyomaték és a tartó alakváltozása között.

Általános megoldása: (lásd [9] 258. oldal)

$$a = \sqrt{\frac{E}{G} \frac{\psi J_1}{J_t} \frac{b^2}{2}} \tag{16}$$

jelöléssel:

$$\varphi = C_1 + C_2 \cdot e^{\frac{z}{a}} + C_3 \cdot e^{-\frac{z}{a}} + \frac{M_t}{G \cdot J_t} z.$$

Esetünkre a peremfeltételek a következők (12. ábra):

$$1.\ z = 0 \qquad 2.\ z = 0 \qquad 3.\ z = \frac{L}{2}$$

$$\varphi = 0 \qquad \frac{d\varphi}{dz} = 0 \qquad \frac{d^2\varphi}{dz^2} = 0\,.$$

(Minthogy $\varphi \frac{b}{2} = \eta$, a harmadik feltétel azt fejezi ki, hogy a tartó végén a főtartótörzsekre jutó *hajlító*nyomaték zérus).

Ezeket figyelembevéve a tartó végpontjának elcsavarodása (l. [9]):

$$\varphi\left(z = \frac{L}{2}\right) = \frac{M_t}{2}\,\frac{1}{G \cdot J_t}\,\frac{L}{2}\left(1 - \frac{2 \cdot a}{L}\,th\,\frac{L}{2 \cdot a}\right) \tag{17}$$

($M_t = 1/2 \cdot b$, a II. terhelési részből, l. 4. ábra).

Vasbetonnál $m = {}^1/_6$-dal számolva: $G = 0{,}430.\ E.$

A lehajlás pedig az $\eta = \varphi \cdot \frac{b}{2}$ képletből kapható.

Összegezve tehát az eddigieket: az egyik főtartó felett álló 1 t hatására a középső keresztmetszet lehajlása az I. és II. terhelési résznek megfelelően két részből számítható:

$$e = e_{\mathrm{I}} + e_{\mathrm{II}}\,, \tag{18}$$

ahol:

$$e_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2}\,\frac{L^3}{48 \cdot E \cdot J_{Ht}}\,. \tag{18a}$$

(J_{Ht} = egy főtartónak a szabályzat szerinti együttdolgozó szélességgel számított inercianyomatéka); és

$$e_{\mathrm{II}} = \frac{b^2 \cdot L}{16 \cdot G \cdot J_t}\left(1 - \frac{2 \cdot a}{L}\,th\,\frac{L}{2 \cdot a}\right). \tag{18b}$$

Mint láthatjuk, a Timoshenko—Stüssi-féle megoldás tulajdonképpen a csavarási alakváltozást korrigálja a főtartók és a lemez hajlító ellenállásának hatásával. A mérnöki szemlélethez azonban közelebb van, ha a hajlító ellenállást korrigáljuk a csavarásival. A második, új eljárás így adja meg az eredményeket.

Az új eljárás alapgondolata: válasszuk szét a hajlítási és a csavarási ellenállást, először vizsgáljuk a főtartók és a lemez együttes hajlítási ellenállását, s ehhez adjuk majd hozzá a csavaróellenállás hatását.

Ha a hídkeresztmetszet csavarási merevsége zérus lenne, akkor az általánosított Timoshenko—Stüssi-egyenletbe (14) $G \cdot J_t = 0$-t kellene írnunk. Ekkor a differenciálegyenlet a következő alakot ölti:

$$\frac{M_t}{2} = -E \cdot \psi J_1 \frac{b^2}{2} \frac{d^3\varphi}{dz^3}.$$

Ha az

$$\frac{M_t}{2} = T \cdot b$$

s a

$$\varphi = \frac{2\eta}{b}$$

helyettesítéseket elvégezzük, akkor

$$T = -E \cdot \psi J_1 \frac{d^3\eta}{dz^3} \tag{19}$$

$$T = \frac{dM_z}{dz}$$

alapján:

$$M_z = -E \cdot \psi \cdot J_1 \frac{d^2\eta}{dz^2}. \tag{20}$$

Ez pedig a hajlított tartó rugalmas vonalának differenciálegyenlete, ha a tartó inercianyomatéka ψJ_1. Azaz: *a pályalemez együttdolgozásának hatása* antimetrikus terhelésnél (4. ábra II.) az, hogy *a főtartó inercianyomatéka nem* J_{Ht} (a szabályzat szerinti együttdolgozó szélességgel számítva), *hanem* ψJ_1. Ez az esetek túlnyomó többségében nagyobb, mint J_{Ht}.

Más szóval: antimetrikus terheléskor a lemez együttdolgozó szélessége más (nagyobb), mint szimmetrikusnál. Ez teljesen független a lemez két végének megtámasztási módjától (végső kereszttartók), mert a Timoshenko—Stüssi-féle (14) egyenletben ψJ_1 nem függ a terheléstől, s akármilyen M_t megoszlásra is ψJ_1 lesz a főtartó inercianyomatéka.

A pályalemez együttdolgozásának inercia-növelő hatását (ezentúl röviden: lemezhatás) a ψ tényező (15. képlet) jellemzi, helyesebben a $\psi J_1/J_{Ht}$ viszony. Ez annál nagyobb,

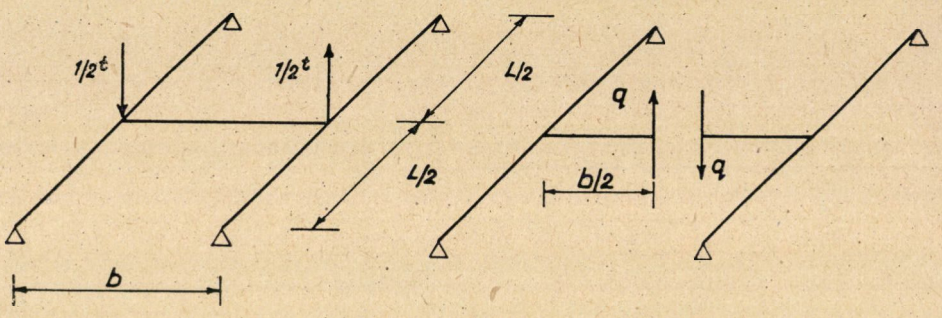
1. minél kisebb a főtartó-törzs, vagy minél vastagabb a lemez. (Szélső esetekben azonban ez nem mindig igaz, mert J_{Ht}-nál a szabályzat 8.d-t ír elő együttdolgozó szélességnek, s így ez is nő a lemezvastagsággal. Aránylag kis főtartótörzsnél előfordulhat, hogy a szabályzat szerinti 8.d együttdolgozó szélességgel számított J_{Ht} olyan nagy, hogy ψJ_1 nem éri el ezt, mint ez számpéldák kapcsán kiderült);

2. minél kisebb ugyanazon lemezszelesség mellett a főtartók egymástól való távolsága (b), mert akkor

$W_{Pl} = \frac{J_{Pl}}{b/2}$-ben nemcsak b csökken, hanem J_{Pl} is nő, l. a (8) képletet és ψ képletét (15);

3. ha a kerékvetőt is beleszámítjuk a lemez inercianyomatékába (mint azt egyes esetekben meg lehet tenni), a lemezhatás igen nagyot nő.

Végül a legfontosabb eredmény: a lemez antimetrikus terhelés esetén csökkenti a lehajlást, *de nem azzal, hogy tehermentesíti a terhelt főtartót*, s a teher egy részét átviszi a másik főtartóra (mint a csavarási együttdolgozás), *hanem azzal, hogy megnöveli a főtartók inercianyomatékát* (nagyobb lesz az együttdolgozó szélesség). Erre a csavarás tárgyalása után még visszatérünk.



13a—b. ábra

Most még meg kell vizsgálnunk, hogy a csavarási együttdolgozás hogyan befolyásolja a terhelt főtartó lehajlását. Ehhez meg kell oldanunk a *13a ábrán* látható határozatlan szerkezetet a *II* terhelési részre.

A főtartók megtámasztása — a rendes kéttámaszú hidaknak megfelelően — olyan, hogy végkeresztmetszetük függőleges síkban szabadon elfordulhat, de hossztengelyük körül nem. A híd két végén levő kereszttartók ugyanis majdnem teljesen megakadályozzák a végkeresztmetszet elcsavarodását. A csavarási erőjáték vizsgálatakor a középső kereszttartót is — a két végső kereszttartóhoz hasonlóan — hajlításra végtelen merevnek vesszük. (Ezek a közelítések a számpéldák tanúsága szerint csak 1—2%-os hibát jelentenek.) A középső kereszttartó közepén az antimetria miatt a nyomaték zérus, s csak nyíróerő keletkezik (13b. ábra). Ha itt elvágjuk a kereszttartót, kiszámítjuk a két féltartószerkezet relatív elmozdulását s ebből azt az erőt, amely az összeillesztéshez szükséges. (»Erőmódszer«.) Az antimetrikus erőjáték miatt a főtartók hajlítási inercianyomatékát ψJ_1-nek kell vennünk.

A relatív elmozdulás:

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L^3}{48 E \psi J_1}. \qquad (21)$$

A középső nyíróerő (q) okozta relatív elmozdulás

$$2\left[q\,\frac{L^3}{48E\varphi J_1}+\frac{qb}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{L}{2}\,\frac{1}{G\cdot 0{,}5\cdot J_t}\,\frac{b}{2}\right]. \tag{22}$$

A zárójelben levő első tag a főtartó lehajlásából származó elmozdulást fejezi ki, a második tag pedig azt, hogy a $q\cdot\frac{b}{2}$ csavarónyomaték hatására a főtartó elcsavarodik, s a merevnek képzelt kereszttartó-fél vége emiatt lehajlik.

$G\cdot 0{,}5\cdot J_t$ a fél hídkeresztmetszet csavarási merevsége (azaz *egy* főtartóé, pályalemezzel együtt, (l. (2) képlet).

(21)-et és (22)-t egyenlővé téve kiszámítjuk q-t:

$$q=\frac{1}{2+\frac{12E\varphi J_1}{GJ_t}\,\frac{b^2}{L^2}}. \tag{23}$$

Vasbetonnál $G=0{,}430$ E-t véve

$$q=\frac{1}{2+\frac{28\varphi J_1}{J_t}\,\frac{b^2}{L^2}}. \tag{24}$$

Ez az az erő, amely a csavarás következtében áthárul az 1 t-val terhelt főtartóról a terheletlenre. A főtartók csavarási ellenállása tehát csakugyan *tehermentesíti* a terhelt főtartót (nem úgy, mint a lemezhatás), s a lehajlás ennek következtében szintén csökken.

Összefoglalva az eddigieket megállapíthatjuk, hogy a lehajlás (e) az egyik főtartó közepén álló 1 t hatására a következőképpen számítható (3. és 4. ábra):

Az I. terhelési részből:

$$e_{\mathrm{I}}=\frac{1}{2}\,\frac{L^3}{48EJ_{Ht}} \tag{25a}$$

(mint Timoshenko—Stüssi-nél).

A II. terhelési részből:

$$e_{\mathrm{II}}=\left(\frac{1}{2}-q\right)\,\frac{L^3}{48E\cdot\varphi J_1}. \tag{25b}$$

Itt mégegyszer hangsúlyozzuk, hogy a lemezhatás figyelembevétele csak a

főtartó inercianyomatékát növeli meg (az antimetrikus terhelési résznél), de nem tehermentesíti a főtartót. Ezt különösen próbaterhelések és modellkísérletek értékelésénél fontos tudnunk.

Mielőtt továbbmennénk, egy részletes számpéldán hasonlítjuk össze a két lehajlás-számítási mód eredményeit.

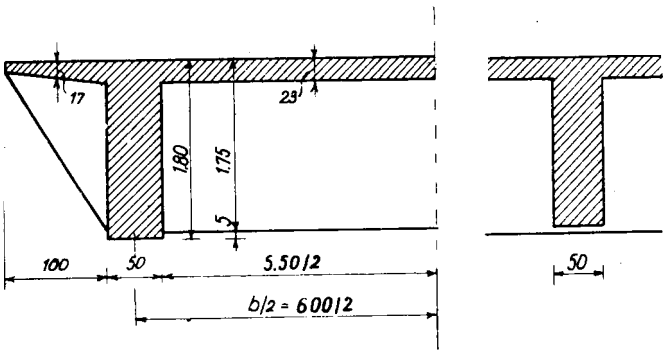
A híd kétfőtartós, kéttámaszú, középen egy kereszttartóval; támaszköze $L = 20$ m. Keresztmetszete a 14. ábrán látható. Az egyik főtartó közepén álló 1 t hatására keressük ezen keresztmetszet lehajlását.

1. *Timoshenko—Stüssi-féle módszer:*

I. Szimmetrikus terhelési részből:

$J_{Ht} = 0{,}410$ m^4 (a szabályzat szerinti együttdolgozó lemezszélességgel)

$$E \cdot e_I = \frac{1}{2} \frac{20^3}{48 \cdot 0{,}410} = 203 \text{ tm}^3 \quad [(18a) \text{ képlet}]$$



14. ábra

II. Antimetrikus terhelési részből:

$G = 0{,}430 \cdot E$		
$J_t = 0{,}1480$	m^4	(2) képlet
$J_1 = 0{,}242$	m^4	(6) «
$W_{Ht} = 0{,}306$	m^3	(7) «
$J_{PI} = 8{,}04$	m^4	(8) «
$W_{PI} = 2{,}68$	m^3	(10) «
$\psi = 1{,}87$		(15) «
$a = 11{,}3$	m	(16) «

Ezekkel a (18b) képlet alapján:

$$E e^{II} = \frac{6^2 \cdot 20}{16 \cdot 0{,}430 \cdot 0{,}1480} \left(1 - \frac{2 \cdot 11{,}3}{20} \operatorname{th} \frac{20}{2 \cdot 11{,}3}\right) = 141 \text{ tm}^3$$

$E \cdot e = 203 + 141 = 344$ tm^3.

2. *Az új eljárás szerint:*

I. Szimmetrikus terhelési részből:
$E \cdot e_I = 203$ tm^3 (mint Timoshenko—Stüssi-nél).
II. Antimetrikus terhelési részből:
A 24. képletből számítjuk a csavarási q-t:

$$q = \frac{1}{2 + \dfrac{28 \cdot 1{,}87 \cdot 0{,}242}{0{,}1480} \dfrac{6^2}{20^2}} = 0{,}102$$

és a (25b) képletből a lehajlást:

$$Ee_{II} = \left(\frac{1}{2} - 0{,}102\right) \frac{20^3}{48 \cdot 1{,}87 \cdot 0{,}242} = 147 \text{ tm}^3 .$$

A teljes lehajlás:
$E \cdot e = 203 + 147 = 350 \text{ tm}^3$.
Még összehasonlításul nézzük meg a következő két számítást:
3. Ha csak a csavarást vesszük figyelembe, a lemezhatást nem: akkor q (24) és e_{II} (25b) képletébe φJ_1 helyett J_{Ht}-t kell tennünk. Ekkor

$$q = 0{,}110$$

$$Ee_{II} = 158 \text{ tm}^3$$

és a teljes lehajlás:

$$E \cdot e = 203 + 158 = 361 \text{ tm}^3.$$

4. Ha sem csavarást, sem lemezhatást nem veszünk figyelembe:

$$E \cdot e = 2 \cdot E \cdot e_I = 406 \text{ tm}^3.$$

Az eredményeket az alábbiakban foglaltuk össze:

	$E \cdot e$	%-os lehajlás-csökkenés 4.-hez viszonyítva
1. Timoshenko—Stüssi	344	15,2
2. Új eljárás	350	13,8
3. Lemezhatás nélkül, csavarással	361	10,9
4. Lemezhatás és csavarás nélkül	406	—

Ebből is láthatjuk, hogy a Timoshenko—Stüssi-féle és az új eljárás eredményei jól megegyeznek egymással. A Timoshenko—Stüssi szerint számított lehajlás valamivel kisebb, mint az új szerint számított, de ennek így is kell lennie, mert a Timoshenko—Stüssi-eljárásnál végtelen sok végtelen merev kereszttartót tételeztünk fel, így a hídkeresztmetszetnek csavarás ellen nagyobb a merevsége.

A lemezhatás ennél a példánál csak kis mértékben csökkentette a lehajlást, mert a tartómagasság aránylag nagy. A dolgozat végén közölt számpéldáknál (amelyek megépült hidakra vonatkoznak) látni fogjuk, hogy kisebb főtartómagasság esetén a lemez együttdolgozásának sokkal nagyobb hatása van.

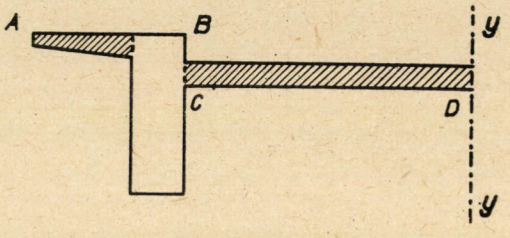
Még megjegyezzük, hogy — amint a számpéldában is látható —, ha figyelembe vesszük a csavarást, akkor a lemezhatás beszámítása csökkenti a lehajlást a lemezhatás nélkül számított hídhoz viszonyítva, a főtartóra jutó terhelést viszont növeli. (V. ö. a példában előforduló, a tehermentesülést kifejező q-értékkel.) A lehajlás tehát egyáltalán nem arányos a terheléssel. Ennek magyarázata a következő:

A hajlítási és a csavarási merevségek »osztoznak« a terhelésen: ha a hajlítási merevség megnő s a csavarási nem változik, utóbbira kisebb terhelés-hányad jut, s a hajlítási igénybevétel nagyobb lesz. Hasonló a helyzet, mint többtámaszú tartóknál: ha a támaszponti inercianyomatékot megnöveljük, ez »magához vonzza« a nyomatékot, de kisebb deformációt szenved.

Felmerülhet a kérdés : a lemez vízszintes síkú hajlításából nem keletkezik-e akkora *húzófeszültség a lemez szélén*, hogy e célra külön vasalásra lenne szükség? A kérdést megvizsgálva azt találtuk, hogy az esetek legnagyobb részében a keletkező húzófeszültség a beton húzószilárdsága alatt marad. Ha ezt kedvezőtlen esetben túllépné, a szerkezeti okokból úgyis alkalmazott elosztóvasbetétek minden esetben elégségesek a húzás felvételére.

A gyakorlatban előforduló hídkeresztmetszetek *lemeze* sokszor nem egy síkban van, mint azt a 10. ábrán felvettük, hanem a *15. ábrá*nak megfelelően van kialakítva.

Minthogy az $A - B$ és $C - D$ lemezrészek közti függőleges távolság általában kicsiny (kb. 20 cm), az $A - B$ konzollemez vízszintes síkú hajlításra



15. ábra

együttdolgozik a $C - D$ pályalemezzel, így a 15. ábrán vonalkázással jelölt területrész y tengelyre vett inercianyomatékát vehetjük J_{Pl}-nek, mintha egy síkban lenne.

III. Általánosítások

Eddigi tárgyalásunkban a következő feltevésekkel éltünk :

1. a hídon csak középen van *egy* kereszttartó,
2. 1 t erő áll az egyik főtartó és a kereszttartó keresztezési pontjában,
3. a híd kétfőtartós,
4. kéttámaszú szabadon felfekvő,
5. merőleges, s végül :
6. a főtartók inercianyomatéka állandó. (Azt a feltevést, hogy a főtartók a támaszokon elcsavarodás ellen rögzítve vannak, gyakorlatilag minden hídra érvényesnek vehetjük).

Most sorra vesszük a fenti feltevéseket, s megvizsgáljuk az általánosítás lehetőségét.

1. *Több kereszttartós híd*

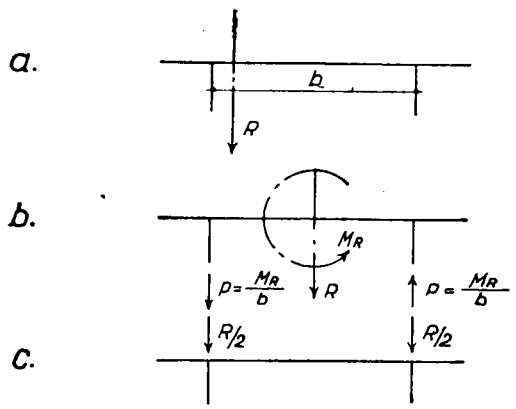
A *lemezhatás* (azaz ψ értéke, l. (15) képlet) ugyanaz, mint egy kereszttartónál, hiszen levezetésében nem fordult elő a kereszttartók száma. A *csavarási* tehermentesítés [q, l. (24) képlet] megváltozik ugyan, de közelítésként meg-

tarthatjuk q (24) képletét, amely csak néhány %-os eltérést ad, l. [5], [6]. (Ez arra az esetre is érvényes, ha a híd közepén nincs kereszttartó).

2. *Álló* 1 *t helyett mozgó erőcsoport hat a hídra*

A lemezhatásra ezek nem hatnak, csak a csavarásra. Mégpedig :

a) Az erőrendszer eredője a híd *hosszirányában* mozog. Ez esetben a kereszttartók száma, valamint az erők helye már érezhetően megváltoztatja a csavarási tehermentesítést. Az eltérés azonban még most is néhány %-on belül lesz (l. bővebben [1], [2], [3], [5], [6]). Az eddigi egyszerű módszert itt is alkal-



16. ábra

mazhatjuk közelítés gyanánt, csak a (25a) és (25b) képletekben a középen álló erő okozta $\frac{L^3}{48EJ}$ lehajlás helyett az erő-helyzetnek megfelelő lehajlást számítjuk.

b) A teher *keresztirányban* mozog. Már említettük, hogy a hídkeresztmetszet közepén ható erő (»*I* terhelési eset« l. 4. ábra) nem okoz sem csavarást, sem lemezhatást. Célszerűen tehát úgy járhatunk el, ha a terhelés eredőjét a hídkeresztmetszet közepére redukáljuk *(16. ábra)*, s az eredőből (25a) képlet szerint számítjuk a »rendes« lehajlást : e_I-et :

$$e_I = \frac{R}{2} \frac{L^3}{48EJ_{Ht}} \tag{26a}$$

az M_R csavarónyomatékból pedig (25b) szerint e_{II}-t (l. 16c ábra)

$$e_{II} = P\left(\frac{1}{2} - q\right)\frac{L^3}{48E\psi J_1}. \tag{26b}$$

3. *Több főtartós híd*

A lemezhatás több főtartónál annyiban változik, hogy ψ értéke (15. képlet) kis mértékben megváltozik. A csavarási együttdolgozás is más lesz. Erre azonban itt nem térünk ki. Több főtartónál azonban egy ennél sokkal fontosabb eltérés van a két főtartós szerkezethez képest: itt a kereszttartók hajlítása is okoz együttdolgozást (»tartórácshatás«) s ez jóval nagyobb mértékben csökkenti a terhelt főtartó lehajlását, mint akár a csavarás, akár a lemezhatás. A tartórácshatás részletes tárgyalását az irodalomban sokhelyütt megtalálhatjuk ([1], [2], [3], [6]).

4. *Többtámaszú vagy keretszerkezetű főtartók*

A *lemezhatás* ugyanaz, mint kéttámaszú főtartóknál. A *csavarási* tehermentesítés is csak annyiban változik meg, hogy a q kiszámítására szolgáló (21) és (22) kifejezésekben [és természetesen a (25a—b) képletekben is] $\frac{L^3}{48EJ}$ helyébe a tényleges lehajlás-értéket kell tennünk.

5. *Ferde hidaknál*

csak annyit mondhatunk, hogy közelítésként alkalmazhatjuk a II. részben levezetett módszert, de a közelítés annál kevésbé megbízható, minél ferdébb a híd.

6. *Változó inercianyomatékú főtartók*

A *lemezhatást* is, a *csavarási tehermentesítést* is közelítésképpen a tartó átlagos magasságával számíthatjuk. Ha csak a támaszköz két végén van kiékelés, számolhatunk a támaszköz nagy részén állandó (legkisebb) inercianyomatékkal is. (25a—b)-be természetesen a tényleges (változó inercianyomatékkal számított) lehajlást kell betennünk.

Mindezen közelítéseknél nem szabad elfelejtenünk azt, hogy akár a lemezhatás (ψ), akár a csavarási tehermentesítés (q) számításában elkövetett aránylag nagy (10—20%-os) hiba is csak néhány % hibát okoz a *teljes* lehajlásban. A lemezhatás és a csavarás hatása ugyanis a teljes lehajlásnak kb. 10—30%-a.

IV. Biztonság és megtakarítás kérdése

Az első részben kapott eredményekből láthatjuk, hogy a csavarási ellenállás is, a lemezhatás is csökkenti a lehajlást, de a csavarás azzal, hogy a tehermentesíti a terhelt főtartót, a lemezhatás viszont azzal, hogy nem tehermentesít, csak megnöveli a főtartó együttdolgozó lemezszélességét, s ezzel inercianyomatékát.

A továbbiakban szét kell választanunk a vasbeton-tartók és a homogén (előrefeszített beton-) tartók tárgyalását.

a) Vasbetontartók lehajlásánál a tartóban egyes helyeken hajszálrepedések keletkeznek a húzott részben, s itt a vasfeszültség néhány tizedmilliméter hosszban megkapja a berepedt keresztmetszet alapján számított feszültséget. A tartó nagy részén azonban a teljes betonkeresztmetszet érvényesül. Ezért *lehajlásra* a teljes betonkeresztmetszet inercianyomatéka a mértékadó. *Méretezés* szempontjából azonban nekünk a repedt keresztmetszeteket kell tekintetbe vennünk, s ezeknél hiába nő a lemezhatás miatt az együttdolgozó lemezszélesség : a belső erők karja ugyanaz marad, s így a külső és a belső erők egyensúlya miatt a vasmennyiség sem csökken. Tehát csak a csavarás okozta tényleges tehermentesítés jelent vasmegtakarítást, a lemezhatás nem. S így a próbaterhelésnél észlelt kisebb lehajlásból nem következik, hogy a tartó *biztonsága* nagyobb (csak a csavarási tehermentesítésnek megfelelően).

Ennek az első pillanatra különösnek látszó ellentmondásnak oka a számításainkban rejlő kettősség : a lehajlást teljes homogén betonkeresztmetszettel, a belső erőket s a vas mennyiségét viszont berepedt *vas*betonkeresztmetszettel számítjuk.

b) *Homogén tartóknál* (előrefeszített beton- és acéltartók) más a helyzet. Minthogy itt nincs repedés, a feszültségeket is, a vas szükséges mennyiségét is a homogén tartó teljes inercianyomatékával számítjuk, tehát ha ez nő, akkor nemcsak a lehajlás, hanem ezzel együtt a vas szükséges mennyisége is csökken. Ha tehát a szükséges vasmennyiség meghatározásánál a terhelés antimetrikus részéhez az inercianyomatékot ψJ_1 számítjuk s a csavarási tehermentesítést is figyelembevesszük, számottevő vasmegtakarítást érhetünk el.

V. Számpéldák megépült hidakról

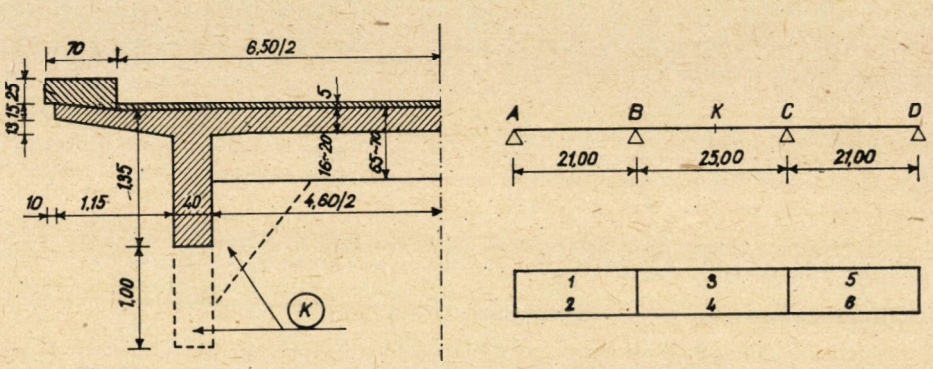
A következőkben három kétfőtartós hídnak a próbaterheléskor mért lehajlásait hasonlítjuk össze az együttdolgozás nélkül, valamint a csavarás és lemezhatás figyelembevételével számított lehajlási értékekkel. Valamennyi hídnál először feltüntetjük a mért lehajlásnak (e_m) és a tervező részéről együttdolgozás nélkül számított lehajlásnak (e_r) az arányát. Utána kiszámítjuk a II. részben leírtak szerint (25a—b) a lemezhatással és csavarással csökkentett lehajlást (e_z), illetve ennek arányát az együttdolgozás nélkül számított lehajláshoz (e_r) :

$$\frac{e_z}{e_r} = \frac{\frac{1}{2}\,\frac{L^3}{48EJ_{Ht}} + \left(\frac{1}{2} - q\right)\frac{L^3}{48E\psi J_1}}{\frac{L^3}{48EJ_{Ht}}} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - q\right)\frac{J_{Ht}}{\psi J_1} \qquad (27)$$

s megvizsgáljuk, hogy ez mennyire közelíti meg $\frac{e_m}{e_r}$-et, azaz, hogy számszerűen mekkora a csavarás és a lemezhatás befolyása a lehajlásra.

A számításokat minden hídnál $E = 300\,000$ kg/cm² feltételezésével végeztük. A tényleges rugalmassági modulusról B. és C. hidaknál semmiféle tájékoztató adatunk (kockaszilárdság stb.) nem volt, az A. hídnál megkapjuk ugyan a »próbagerenda törési szilárdságát«, de hogy ennek milyen összefüggése van a kockaszilárdsággal, az bizonytalan. Az *A* hídnál mindenesetre kiszámítottuk a szilárdságból a rugalmassági modulust, s ezt is feltüntettük.

Az értékelésnél még figyelembe kell vennünk, hogy tulajdonképpen nem a (25), és (27) képlet szerint számított lehajlást kellene összehasonlítanunk a mért



17. ábra. K = kiékelések *C* és *D* támaszok felett.
A kereszttartók távolsága 4,20 m. Az alaprajzon lévő számok a mért lehajlások helyét jelentik

és a számított lehajlás arányával, mert ez az egyik főtartó felett levő teherre vonatkozik, hanem figyelembe kellene vennünk a terhelő járómű eredőjének tényleges helyét. Minthogy azonban a rendelkezésünkre álló adatokból a járómű keresztirányú helyzete nem állapítható meg pontosan, s *E* hiányos meghatározása, valamint a többtámaszúság, változó inercianyomaték, s a hidak ferdesége miatt eredményeink úgyis csak közelítőek, egyszerűség kedvéért a (27) képlettel számolunk.

A) jelű híd (17. ábra)

Ennél a hídnál részletesen ismertetjük a számítást, a másik kettőnél csak a végeredményeket közöljük.

A tervező számításának alapjául vett inercianyomatékok (együttdolgozó lemezszélesség a szabályzat szerint 1,60 m)

$J_{Ht\,A} = J_{Ht\,K} = 0{,}1335$ m⁴

$J_{Ht\,B} = 0{,}6370$ m⁴, de ezt a tervező a számításnál 15%-kal csökkentette a berepedési veszély miatt, így $J_{Ht\,B} = 0{,}541$ m⁴-rel számolt.

A teher alatti lehajlás mért és számított értékének viszonya:

hely:	1	2	3	4	5	6
$\frac{e_m}{e_r} =$	0,53	0,53	0,725	0,545	0,51	0,54

(Az egyetlen kiugró érték a 3. helyen mért lehajlás).

Átlagosan tehát 53%-a a tényleges lehajlás a számítottnak.

Az együttdolgozás figyelembevétele, ha csak a vasbetonrészeket vesszük figyelembe: (A kiékelés nélküli főtartó-keresztmetszetekkel számolunk.)

a) Lemezhatás:

$$J_1 = \frac{0{,}4 \cdot 1{,}35^3}{12} = 0{,}0817 \text{ m}^4 \qquad \text{(6) képlet szerint}$$

$$W_{Ht} = \frac{0{,}0817}{0{,}675} = 0{,}121 \text{ m}^3 \qquad \text{(7) képlet szerint}$$

$$J_{Pl} = \frac{0{,}18 \cdot 7{,}7^3}{12} - 2 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}6 \cdot 3{,}55^2 - 2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}18 \cdot 2{,}5^2 = 5{,}48 \text{ m}^4 \text{ (8) képlet}$$

szerint (A második tag azért szükséges, mert a konzolon a lemez 0,6 m hosszban 3 cm-rel vékonyabb, mint máshol).

$$W_{Pl} = \frac{5{,}48}{2{,}5} = 2{,}19 \text{ m}^3 \qquad \text{(10) képlet szerint}$$

$$\psi = \frac{6 \cdot 5 \cdot 0{,}121 + 4 \cdot 1{,}26 \cdot 2{,}19}{6 \cdot 5 \cdot 0{,}121 + 1{,}26 \cdot 2{,}19} = 2{,}29 \qquad \text{(15) képlet szerint}$$

$$\psi J_1 = 0{,}1870 \text{ m}^4$$

b) Csavarás:

$$k_{Ht} = 3 + 1{,}8 \frac{0{,}4}{1{,}35} = 5{,}53 \qquad \text{(3) képlet szerint}$$

$$J_t = 2 \frac{1{,}35 \cdot 0{,}4^3}{3{,}53} + \frac{4{,}6 \cdot 0{,}18^3}{3{,}0} = 0{,}0580 \text{ m}^4. \qquad (2)$$

(A konzollemezt nem számítottuk be, mert nincs a főtartóhoz merevítve).

$$q = \frac{1}{2 + \dfrac{28 \cdot 1{,}65 \cdot 0{,}1870}{0{,}0580} \dfrac{5^2}{22{,}5^2}} = 0{,}1067. \qquad (24)$$

(A többtámaszú főtartó lehajlását a megfelelő kéttámaszú tartóénak 1,65-szörösére vettük, ezért szoroztuk meg ψJ_1-et 1,65-tel).

Így az együttdolgozással számított lehajlás aránya az együttdolgozás nélkülihez a (27) képlet szerint:

$$\frac{e_z}{e_r} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - 0{,}1067\right) \frac{0{,}1335}{0{,}1870} = 0{,}781,$$

vagyis a lemezhatás és a csavarás 21,9%-kal csökkentik a lehajlást. (Ebből a lemezhatásra 14%, a csavarásra 7,9% jut.

Most kísérletképpen beszámítjuk a kocsipálya 5 cm kopóbetonját és a kerékvetőt. (Ezeket megépítésnél együtt betonozzák a vasbetonszerkezettel, így bizonyos mértékig együttdolgozónak vehetők.)

Így

$$J_{Ht} = 0{,}1850 \text{ m}^4$$

$$\psi J_1 = 0{,}2590 \text{ m}^4$$

$$q = 0{,}0956$$

(azért csökken, mert a főtartó hajlítási merevsége aránytalanul nagyobbat nőtt, mint a csavarási.)

$$\frac{e_z}{e_r} = 0{,}5 \frac{0{,}1335}{0{,}1850} + (0{,}5 - 0{,}0956) \frac{0{,}1335}{0{,}2590} = 0{,}568.$$

Ez majdnem egyezik a próbaterhelési eredménnyel.

A rugalmassági modulust a próbagerenda törőszilárdságából számítva : $E = 340\,000$ kg/cm², tehát ez is csökkentené a lehajlást 12%-kal.

A próbaterheléssel való elég jó egyezés természetesen nem jelenti azt, hogy a számítással *pontosan* tudtuk követni a *tényleges* erőjátékot, hiszen sok közelítést alkalmaztunk, s a rugalmassági modulus meghatározása is bizonytalan, de azt nyugodtan mondhatjuk, hogy a csavarás és a lemezhatás figyelembevétele sokkal közelebb hozza a számítást a valósághoz.

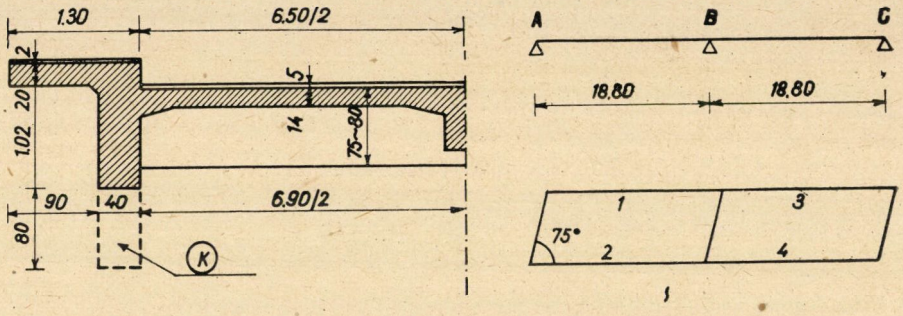
B) jelű híd (18. ábra)

A tervező számításának alapjául szolgáló inercianyomatékok :

$J_{Ht\,A} = 0{,}094$ m⁴.

$J_{Ht\,B} = 0{,}275$ m⁴ (együttdolgozó lemez *nélkül* számítva!) A mért és számított lehajlás viszonya :

Hely :	1	2	3	4
$\frac{e_m}{e_r} =$	0,575	0,555	0,532	0,532



18. ábra. K = kiékelés a *B* támasz felett.
A keresztartók merőlegesek, távolságuk 3,96 m.

Az együttdolgozás figyelembevétele :

$\psi J_1 = 0{,}1288$ m⁴

$q = 0{,}0553.$

Ezekkel :

$$\frac{e_z}{e_r} = 0{,}825$$

17,5%-os lehajlás-csökkenés. (Ebből a lemezhatás 13,5%-ot, a csavarás pedig 4,0%-ot okoz.)

Kísérletképpen beszámítottuk a gyalogjáró 2 cm rábetonozását és a kocsipálya 5 cm kopóbetonját is, de ezzel a lehajlás csak további 2,4%-kal csökkent.

A rugalmassági modulus tényleges értékéről semmiféle adatunk nincs.

A lehajlást a valóságban még az is csökkenti, hogy a támasz felett a főtartó hajlítási inercianyomatékába (J_{HtB}) nemcsak a főtartó-törzs .hanem a lemez is beszámít, az egyes helyeken esetleg fellépő repedések ellenére is (l. IV. RÉSZ).

Ennél a hídnál nem kaptunk olyan jó egyezéseket, mint az *A* jelűnél, de az együttdolgozás figyelembevétele jóval közelebb hozta a számított lehajlást a mérthez.

C) jelű híd (19. ábra)

A tervező számításának alapjául szolgáló inercianyomatékok :

$J_{Ht\,A} = J_{HtK} = 0{,}0162$ m⁴

$J_{Ht\,B} = 0{,}0941$ m⁴.

A próbaterhelésnél a teher alatt mért lehajlások aránya az együttdolgozás nélkül számítotthoz :

Hely :	1	2	3	4	5	6
$\frac{e_m}{e_r} =$	0,65	0,607	0,353	0,366	0,523	0,452

Az együttdolgozás figyelembevétele : (csak a vasbetonrészeket véve számításb

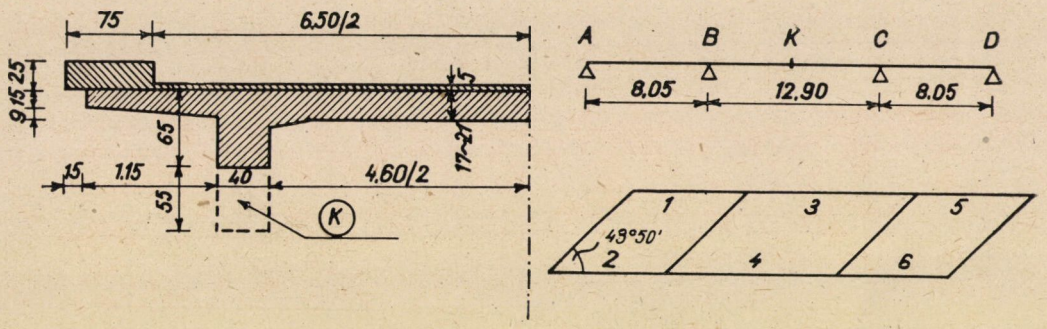
$\varphi J_1 = 0{,}0263 \text{ m}^4$

$q = 0{,}0903$

ezekkel :

$$\frac{e_z}{e_r} = 0{,}752.$$

A 24,8%-os lehajlás-csökkenésből a lemezhatásra 19%, a csavarásra pedig 5,8% jut. A tényleges rugalmassági modulusról semmiféle adat nem áll rendelkezésre. A híd erős ferdesége meglehetősen megzavarja az erőjátékot.



19. ábra. K = kiékelés *B* és *C* támasz felett
A kereszttartók merőlegesek, távolságuk 4,30 m.

Láthatjuk tehát, hogy a lemezhatás és a csavarás figyelembevételével a valóságot sokkal jobban megközelítő eredményeket kapunk, mint az együttdolgozás elhanyagolásával. E dolgozattal éppen az volt a célunk, hogy az eddiginél megbízhatóbb számítási alapot teremtsünk a próbaterhelések és a modellkísérletek kiértékeléséhez.

IRODALOM

[1.] *Leonhardt :* Die vereinfachte Berechnung zweiseitig gelagerter Trägerroste. Berlin, 1939
[2.] *Leonhardt :* Anleitung für die vereinfachte Trägerrostberechnung. Berlin, 1940.
[3.] *Leonhardt—Andrä :* Die vereinfachte Trägerrostberechnung. Stuttgart, 1950.
[4.] *Palotás :* Egyszerű tartórácsok számítása a csavarás figyelembevételével. Magyar Közlekedés, Mély- és Vízépítés 1949.
[5.] *Palotás—Kollár :* Tartórácsok közelítő számítása a csavarás figyelembevételével. Mélyépítéstudományi Szemle 1951.
[6.] *Palotás :* Tartórácsok számítása. Budapest, 1953.
[7.] *Schöttgen :* Bautechnik—Archiv, 1947.
[8.] *Homberg :* Kreuzwerke. Berlin, 1951.
[9.] *Timoshenko :* Theory of Elastic Stability. New-York, 1936.
[10.] *Stüssi :* Vorlesungen über Baustatik. Basel 1946.
[11.] *Vlaszov :* Sztroitel'naja mehanika tonkosztennüh prosztransztvennüh szisztem. Moszkva, 1949.
[12.] *Schwyzer :* Statische Untersuchung der aus ebenen Trägflachen zusammengesetzten räumlichen Tragwerke. Zürich, 1920.

Összefoglalás

Kétfőtartós vasbetonhidaknál az egyik főtartó felett álló 1 t terhet felbontjuk egy a keresztmetszetre szimmetrikus és egy antimetrikus részre. A szimmetrikus részt mind a két főtartó önállóan viseli. Az antimetrikus rész tiszta csavarást jelent a főtartókra, így jelentőséghez jut egyrészt a pályalemez vízszintes síkban való hajlítási merevsége, másrészt a főtartók csavaróellenállása. Ezek számottevően csökkentik a terhelt főtartó lehajlását. A szerző elsősorban a pályalemez hatását vizsgálja a Timoshenko-féle elmélet alapján (I-tartók csavarása az övek hajlításával), s egyszerű módszert dolgoz ki a lehajlás gyakorlati számítására. Az eredményeket általánosítja többtámaszú főtartó, mozgó erőcsoport stb. esetére. Végül három megépült híd próbaterhelési adataival hasonlítja össze a számítási eredményeket.

AZ OLDALIRÁNYÚ ELMOZDULÁSÁBAN GÁTOLT KÉTTÁMASZÚ TARTÓ STABILITÁSA

CSONKA PÁL,

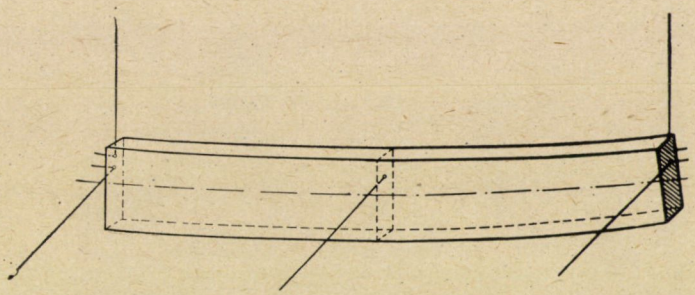
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

BUDAPESTI ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM SZILÁRDSÁGTANI TANSZÉKE

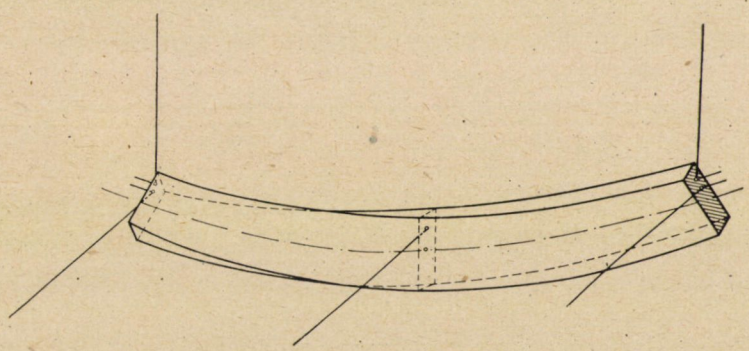
[Beérkezett 1953. december 5-én]

Bevezetés

E folyóirat hasábjain több tanulmány [1], [2], foglalkozott az egy vagy két pontban felfüggesztett egyenes tengelyű, derékszögű négyszögkeresztmetszetű, függőleges síkú, pallószerű tartó stabilitásának kérdésével. Ezek a tanulmányok olyan gerenda egyensúlyi állapotát vizsgálták, melynek oldalirányú kimozdulását *semmiféle kitámasztó szerkezet* sem gátolta.



1. ábra. A tartó kifordulás előtti alakja

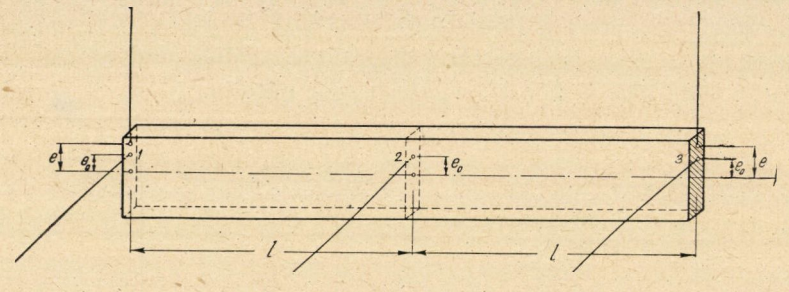


2. ábra. A tartó kifordulás utáni alakja

Az említett dolgozatokkal szemben a jelen tanulmány két végén felfüggesztett vagy alátámasztott olyan gerenda stabilitását tárgyalja, mely oldalirányú kimozdulás ellen *három ponton ki van támasztva* (1. ábra). A tárgyalás a tartó tengelyvonala mentén egyenletesen megoszló g intenzitású függőleges terhelés esetére szorítkozik, s célja annak tisztázása, hogy a tartó terhelésének fokozásával nem következhetik-e be a kezdetben függőleges síkú tartónak a 2. ábrán szemléltetett oldalirányú kifordulása.

Feltevések, jelölések

Vizsgálataink derékszögű négyszöghasáb alakú olyan tartóra vonatkoznak, melynek hosszmérete a keresztmetszeti méretekhez viszonyítva tetemes,



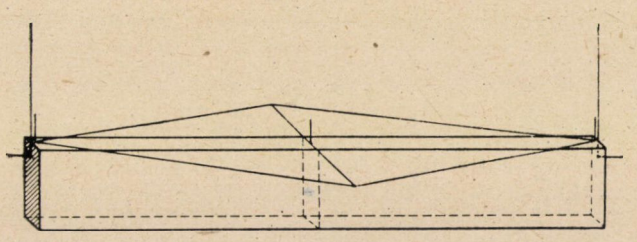
3. ábra. A tartó és támasztórúdjai

keresztmetszeti idomának magassága pedig a szélességnek legfeljebb tízszerese. A tartó anyagát homogénnak, izotrópnak és tökéletesen rugalmasnak tekintjük.

A tartót függőleges középsíkjához kapcsolódó, végtelen hosszú, csuklós támasztórudakkal, mégpedig két függőleges és három vízszintes támasztórúddal képzeljük rögzítettnek (3. ábra). Feltesszük, hogy a tartó terheletlen állapotában a két függőleges támasztórúd, valamint a vízszintes támasztórudak közül a két szélső a tartó két véglapjának síkjában helyezkedik el. A harmadik vízszintes támasztórudat a középső keresztmetszet síkjában képzeljük el. Kikötjük, hogy a függőleges támasztórudak támaszpontjai a tartó tengelye felett $e > 0$ magasságban, a vízszintes rámasztórudak támaszpontjai pedig a tartótengely felett $e_0 > 0$ magasságban legyenek. A vízszintes támasztórudakról feltesszük, hogy bennük a rúderő értéke zérus.

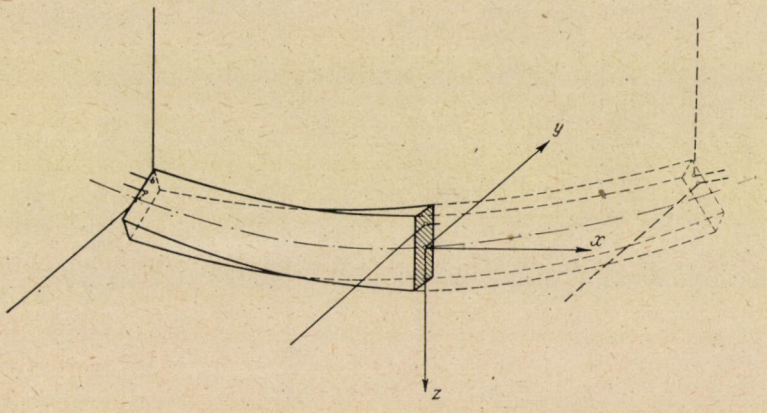
Természetesen, a tartó imént említett támasztórúdjai hasonló támasztást biztosító egyéb támaszokkal is helyettesíthetők. Így a függőleges támasztórudak helyett hajlékony függesztő kötelek alkalmazhatók, a vízszintes támasztórudak helyett pedig pl. a 4. ábrán vázolt támasztó szerkezet készíthető. Ez utóbbinak szerkezeti elemeit feszültségmentes, merev rudaknak, illetve huzaloknak tekintjük.

Vizsgálataink céljaira derékszögű olyan koordinátarendszert alkalmazunk, melynek *0* kezdőpontja a tartó középkeresztmetszetének súlypontjához van rögzítve. E koordinátarendszer x-tengelyéül a tartó tengelyvonalának kezdőpontbeli érintőjét, y- ill. z-tengelyéül pedig a középkeresztmetszet főtengelyeit választjuk (5. ábra).



4. ábra. A tartó és feszítő szerkezete

A tartó alakváltozásait illetően ugyanazokat a kikötéseket tesszük, mint az [1] alatti tanulmányban. Az alakváltozások, igénybevételek, keresztmetszeti mennyiségek és rugalmassági állandók megjelölését illetően is az [1] tanulmányban alkalmazott jelölésekhez igazodunk.



5. ábra. A koordinátarendszer

A feladat alapegyenlete

Az oldalirányú kifordulás során a tartó keresztmetszetek eredeti helyzetükhöz képest az x-tengely körül $\varphi = \varphi(x)$ szöggel elfordulnak. Ugyanekkor a tartó tengelyvonalának pontjai az y, illetve z-irányokban valamely $\eta = \eta(x)$, illetve $\zeta = \zeta(x)$ elmozdulást végeznek.

A kifordulással kapcsolatos φ szögforgást az *L. Prandtl*-féle

$$GJ_1 EJ_3 \frac{d^2\varphi}{dx^2} + M_2^2 \varphi = 0 \tag{1}$$

alapegyenlet szabályozza. Az ebben előforduló M_2 érték a tartó keresztmetszeten működő hajlító nyomatékot jelenti, mégpedig a tartó kifordulás előtti állapotában

$$M_2 = \frac{gl^2}{2}\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right).$$

Ezen M_2 érték behelyettesítésével, valamint az

$$\alpha = \frac{g^2 l^6}{4GJ_1 EJ_3} > 0 \tag{2}$$

jelölés bevezetésével az (1) egyenlet így írható:

$$\frac{l^2}{\alpha} \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)^2 \varphi = 0\,. \tag{3}$$

Megjegyezzük, hogy a (2) képlettel meghatározott α tényező $h : b \leqq 10$ oldalarányú keresztmetszetek esetében az egységnél kisebb, feltéve, hogy a tartó legnagyobb lehajlása a gyakorlatban megengedett

$$f = \frac{2l}{500}$$

értéknél nem nagyobb. Ennek igazolására írjuk fel a (2) képletet

$$\alpha = 5{,}76 \frac{E}{G} \cdot \frac{J_2^2}{J_1 J_3} \cdot \frac{f^2}{l^2}$$

alakban. Ha e képletben az

$$\frac{E}{G} = \frac{7}{3}\,, \qquad \frac{f}{l} \leqq \frac{2}{500}$$

helyettesítést végzünk, az α tényező értékére a $h : b$ oldalaránytól függően az I. táblázatba foglalt felső korlátértékeket kapjuk.

I. táblázat

Az α tényező felső korlátértékei

h/b	$\alpha \leq$
1,0	0,000 127
1,2	0,000 224
1,5	0,000 463
2,0	0,001 250
2,5	0,002 810
3,0	0,005 520
4,0	0,016 600
5,0	0,038 500
10	0,574 000
∞	∞

Mint a fenti táblázatból látható, mindaddig, amíg $h : b \leq 3{,}5$, az α tényező az egységhez képest igen kicsiny, de még a szélsőséges $h : b = 10$ esetben is

$$\alpha < 1.$$

Az alapegyenlet megoldása

A (3) differenciálegyenlet a határozatlan együtthatók módszerével általában könnyen megoldható. Ha megelégszünk az α-ban elsőfokú tagokkal, a megoldás így írható:

$$\varphi(x) = A\left[1 - \alpha\left(\frac{1}{2}\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{6}\frac{x^4}{l^4} + \frac{1}{30}\frac{x^6}{l^6}\right) + - \dots\right] +$$

$$+ B\left[\frac{x}{l} - \alpha\left(\frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3} - \frac{1}{10}\frac{x^5}{l^5} + \frac{1}{42}\frac{x^7}{l^7}\right) + - \dots\right]. \tag{5}$$

Ebben a képletben A és B állandókat jelentenek.

A $\varphi(x)$ függvényt ismervén, az M_1 csavaró nyomatékokat, illetve η elmozdulásokat az [1] tanulmányban említett

$$M_1 = GJ_1 \frac{d\varphi}{dx},$$

illetve

$$EJ_3 \frac{d^2\eta}{dx^2} = -\frac{gl^2}{2}\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)\varphi$$

összefüggések segítségével számíthatjuk. A számítást elvégezve azt találjuk, hogy

$$M_1(x) = \frac{GJ_1}{l} A\left[-\alpha\left(\frac{x}{l} - \frac{2}{3}\frac{x^3}{l^3} + \frac{1}{5}\frac{x^5}{l^5}\right) + - \dots\right] +$$

$$+ \frac{GJ_1}{l} B\left[1 - \alpha\left(\frac{1}{2}\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2}\frac{x^4}{l^4} + \frac{1}{6}\frac{x^6}{l^6}\right) + - \dots\right], \tag{6}$$

illetve

$$\eta(x) = -\frac{gl^4}{2EJ_3} A\left[C_0 + \frac{1}{2}\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{12}\frac{x^4}{l^4} - \alpha\left(\frac{1}{24}\frac{x^4}{l^4} - \frac{1}{45}\frac{x^6}{l^6} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{280}\frac{x^8}{l^8} - \frac{1}{2700}\frac{x^{10}}{l^{10}}\right) + - \dots\right] - \frac{gl^4}{2EJ_3}$$

$$B\left[C_1\frac{x}{l} + \frac{1}{6}\frac{x^3}{l^3} - \frac{1}{20}\frac{x^5}{l^5} - \alpha\left(\frac{1}{120}\frac{x^5}{l^5} - \frac{2}{315}\frac{x^7}{l^7} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{13}{7560}\frac{x^9}{l^9} - \frac{1}{4620}\frac{x^{11}}{l^{11}}\right) + - \dots\right]. \tag{7}$$

Az utóbbi képletben C_0 és C_1 integrálási állandók.

Kezdeti feltételek

A $\varphi(x)$, $\eta(x)$, illetve $M_1(x)$ függvények különböző kezdeti feltételeknek tartoznak megfelelni.

1. *A koordinátarendszer különleges helyzetéből származó kezdeti feltételek:*

$$\eta(0) = 0, \qquad \frac{d\eta(0)}{dx} = 0.$$

Ezekből az egyenletekből a (7) alattiak felhasználásával az integrálási állandókra a

$$C_0 = 0, \quad C_1 = 0 \tag{8}$$

értékeket kapjuk.

2. *A tartó vízszintes irányú megtámasztásából származó kezdeti feltétel:*

$$\eta_1 + \eta_3 = 2\eta_2.$$

Ebben az egyenletben η_1, η_2, illetve η_3 az *1*, *2*, illetve *3*-jelű támaszpontok (1. 3. ábra) y-irányú elmozdulását jelölik. A szóbanforgó elmozdulások a tartó

tengelypontjainak elmozdulásadataival, illetve a tartó-keresztmetszetek elfordulásszögével így fejezhetők ki:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \eta(-l) + e_0 \varphi(-l), \\ \eta_2 &= \eta(0) + e_0 \varphi(0), \\ \eta_3 &= \eta(+l) + e_0 \varphi(+l). \end{aligned} \tag{9}$$

Ha ezeket az értékeket az előbbi egyenletbe behelyettesítjük, a

$$-e_0[\varphi(-l) + \varphi(+l) - 2\varphi(0)] = \eta(-l) + \eta(+l) - 2\eta(0) \tag{10}$$

feltételegyenletet kapjuk.

A fenti egyenletben lévő φ értékek az (5) egyenlet segítségével számíthatók:

$$\left.\begin{aligned} \varphi(\pm l) &= A\left(1 - \frac{11}{30}\alpha + - \ldots\right) \pm B\left(1 - \frac{19}{210}\alpha + - \ldots\right) \\ \varphi(0) &= A. \end{aligned}\right\}, \tag{11}$$

Viszont az η értékek a (7) egyenletből a (8) alattiak figyelembevételével határozhatók meg:

$$\left.\begin{aligned} \eta(\pm l) = &- \frac{gl^4}{2EJ_3} A\left(\frac{5}{12} - \frac{107}{4725}\alpha + - \ldots\right) \mp \\ &\mp \frac{gl^4}{2EJ_3} B\left(\frac{7}{60} - \frac{29}{8316}\alpha + - \ldots\right) \\ \eta(0) &= 0. \end{aligned}\right\}. \tag{12}$$

Ismervén a (11) és (12) alatti értékeket, rátérhetünk a (10) jelű kezdeti feltétel vizsgálatára. Ez alkalommal két esetet különböztethetünk meg aszerint, hogy $A = 0$, vagy $A \neq 0$.

Az $A = 0$ *esetben* — ilyenkor a tartó alakváltozása a középső keresztmetszetre antimetrikus — a (11) és (12) alattiaknak a (10) egyenletbe való behelyettesítésével azt találjuk, hogy ez az egyenlet mindenkor teljesül, akármekkora is e_0.

Az $A \neq 0$ *esetben* más a helyzet. Ilyenkor a (10) feltétel csak akkor elégíthető ki, ha

$$e_0 = \frac{gl^4}{EJ_3} K_0. \tag{13}$$

E képletben

$$K_0 = -\frac{\frac{5}{12} - \frac{107}{4725}\alpha}{\frac{11}{30}\alpha}, \tag{14}$$

illetve pontosabb számítás esetében

$$K_0 = -\frac{\frac{5}{12} - \frac{107}{4725}\alpha + \frac{115}{226\,112}\alpha^2 - + \dots}{\frac{11}{30}\alpha - \frac{6617}{415\,800}\alpha^2 + \frac{5\,008\,723}{19\,297\,278\,000}\alpha^3 - + \dots}. \tag{14'}$$

A K_0 tényezőnek a (14') képlettel számított értékéről a II. táblázat, illetve a 6. ábrán látható diagramm tájékoztat.

II. táblázat

A K_0 tényező értékei

α	K_0
0	$-\infty$
0,01	—113,624
0,10	— 11,351
1,00	— 1,124
5,00	— 0,215
10,0	— 0,103
15,0	— 0,069
20,0	— 0,055
25,0	— 0,051

A táblázatból, illetve diagrammból megállapíthatóan a K_0 tényező értéke feltevéseink keretében, vagyis az $\alpha < 1$ esetben mindenkor negatív. Ilyenkor tehát $e_0 < 0$. Minthogy ezt a lehetőséget tárgyalásainkból eleve kirekesztettük, az $A \neq 0$ esettel — mely kikötéseink keretében semmiképp sem jöhet létre —, a továbbiakban egyáltalán nem kell foglalkoznunk.

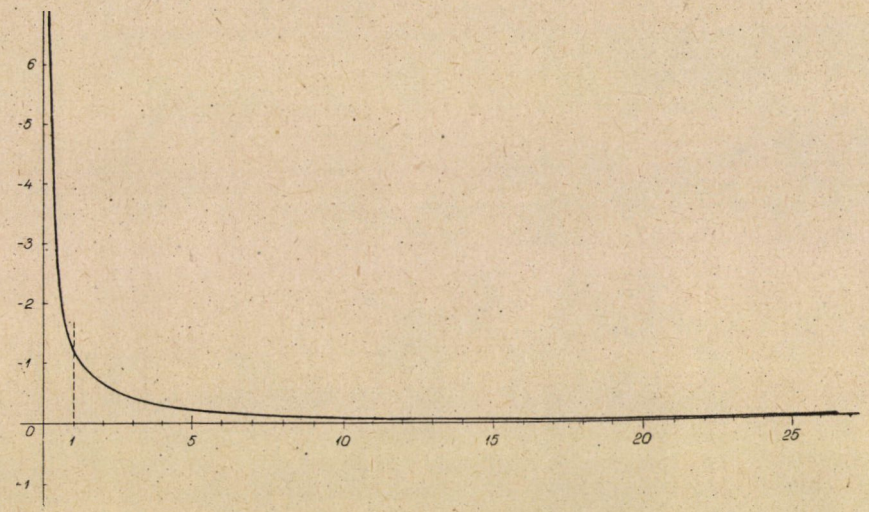
Ezek szerint az alábbiakban elégséges csupán az $A = 0$ esetet, vagyis a tartó középkeresztmetszetére antimetrikus alakváltozás esetét tárgyalnunk. Ekkor az (5), illetve (6) képlet helyett a

$$\varphi(x) = B\left[\frac{x}{l} - \alpha\left(\frac{1}{6}\frac{x^3}{l^3} - \frac{1}{10}\frac{x^5}{l^5} + \frac{1}{42}\frac{x^7}{l^7}\right) + - \dots\right], \tag{15}$$

illetve

$$M_1(x) = \frac{GJ_1}{l} B\left[1 - \alpha\left(\frac{1}{2}\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2}\frac{x^4}{l^4} + \frac{1}{6}\frac{x^6}{l^6}\right) + - \dots\right] \qquad (16)$$

képletet írhatjuk.



6. ábra. A K_0 tényező értéke

3. A tartóvégek függőleges irányú megtámasztásából származó kezdeti feltétel :

$$M_1(\pm l) = \mp gl \cdot e\varphi(\pm l).$$

Ez a feltételegyenlet azt fejezi ki, hogy a tartóvégeken, vagyis az $x = \pm l$ keresztmetszeteken a (16) képlettel meghatározott csavarónyomatékoknak a külső erőkből közvetlenül számítható csavarónyomatékokkal kell egyezniök. Lévén a (15), illetve (16) alattiak szerint

$$\varphi(\pm l) = \pm B\left(1 - \frac{19}{210}\alpha + - \dots\right),$$

illetve

$$M_1(\pm l) = \frac{GJ_1}{l} B\left(1 - \frac{1}{6}\alpha + - \dots\right),$$

a szóbanforgó feltételegyenlet így írható :

$$\frac{GJ_1}{l}\left(1-\frac{1}{6}\alpha+-\ldots\right)=-gle\left(1-\frac{19}{210}\alpha+-\ldots\right).$$

Innen

$$e=\frac{GJ_1}{gl^2}K. \tag{17}$$

E képletben a K tényező értéke

$$K=-\frac{1-\frac{1}{6}\alpha}{1-\frac{19}{210}\alpha}, \tag{18}$$

illetve pontosabban számítva :

$$K=-\frac{1\quad\frac{1}{6}\alpha+\frac{23}{4\,200}\alpha^2-+\ldots}{1-\frac{19}{210}\alpha+\frac{12\,161}{5\,405\,400}\alpha^2-+\ldots}. \tag{18'}$$

A K tényezőnek a (18') képlettel számított értékeit a III. táblázat, illetve a 7. ábrán levő diagramm tünteti fel.

III. táblázat

A K *tényező értékei*

α	K
0	—1,000
0,01	—0,999
0,10	—0,992
1,00	—0,920
5,00	—0,503
10,0	+0,371
15,0	+1,792
20,0	+1,504
25,0	—1,790

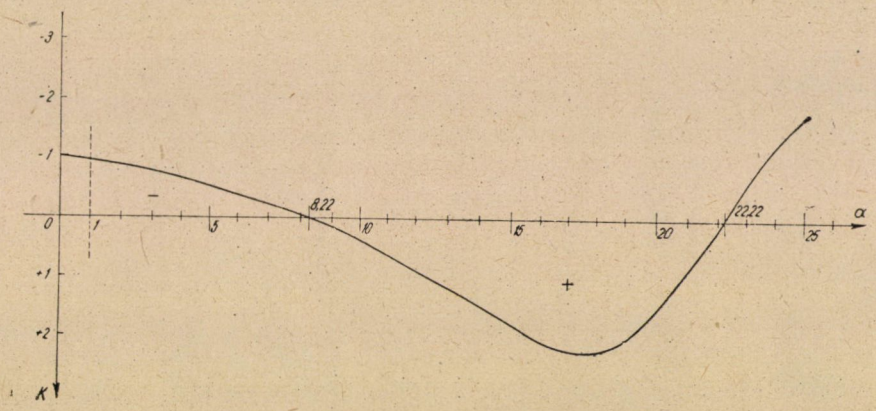
A (17) képletből megállapítható, hogy e csak ekkor lehet pozitív, ha a K tényező is pozitív, ez pedig csak akkor következhetik be, ha

$$1 - \frac{1}{6}\alpha + \frac{23}{4200}\alpha^2 - + \ldots > 0,$$

illetve, ha

$$\alpha > 8{,}22.$$

Minthogy azonban az általunk tárgyalt $h : b \leq 10$ esetben $\alpha < 1$, ilyenkor pedig



7. ábra. A K tényező értéke

a (18′) képlet szerint K negatív, a vizsgált tartó csak akkor fordulhatna ki oldalirányban, ha függőleges támasztásai nem a tartó tengelyvonala feletti pontokban, hanem a tengelyvonal alatti pontokban lennének, holott ezt a lehetőséget tárgyalásainkból eleve kirekesztettük.

Ezek szerint az általunk vizsgált esetben, tehát olyankor, midőn az oldalirányban három ponton kitámasztott tartó végeit a tengelyvonala *felett* fekvő pontokban függesztjük fel vagy támasztjuk alá, a tartó saját síkjából oldalirányban semmiképp sem fordulhat ki.

IRODALOM

1. *Csonka Pál:* A két végén felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása. A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei. **9** (1953); pp. 437—447.

2. *Csonka Pál:* Az egy ponton felfüggesztett négyszögkeresztmetszetű rúd stabilitása. A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei. **12** (1954), pp. 395—401.

3. *Bölcskei Elemér:* Két ponton felfüggesztett egyenestengelyű rúd stabilitása. Mélyépítéstudományi Szemle. **3** (1953) pp. 433—437.

4. *Böröcz Imre:* Két végén felfüggesztett gerenda tartó kibicsaklása. MÉLYÉPTERV Műszaki Közlemények. (1953.) pp. 28—56.

Összefoglalás

E tanulmány a két végén felfüggesztett, illetve alátámasztott, s oldalirányban három vízszintes támasztórúddal kitámasztott derékszögű négyszögkeresztmetszetű tartó stabilitását vizsgálja végigmenő, egyenletesen megoszló g teher esetében.

A tanulmány feltételezi, hogy a tartó felfüggesztési, illetve alátámasztási pontjai a tartótengely felett azonos magasságban helyezkednek el, az oldalirányú megtámasztás céljait szolgáló vízszintes támasztó rudak támaszpontjairól pedig kiköti, hogy azok a tartótengely felett a tartó tengellyel párhuzamos egyenesen legyenek.

Az elvégzett vizsgálatok szerint a szélességnél legfeljebb tízszerte magasabb vízszintes tartó egyensúlyi állapota a terhelés növekedtével nem válhatik labilissá. A felfüggesztési, illetve alátámasztási pontoknak a tartótengely feletti magassága, illetve az oldalirányú kitámasztó szerkezet magassági helyzete a tartó stabilitását egyáltalán nem befolyásolja.

BOMBAPÁLYÁK PONTBALLISZTIKAI KÖZELÍTŐ MEGHATÁROZÁSA*)

BORBÉLY SAMU,

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA LEV. TAGJA

MŰSZAKI EGYETEM, V. SZ. MATEMATIKAI TANSZÉK, BUDAPEST

[Beérkezett 1953. december 14]

Lassú, relatív rövid röppályával rendelkező, légi erőktől stabilizált lövedékek (pl. légi bombák) *test*ballisztikai tárgyalásánál szükségessé vált a pályaelemeknek a tapasztalati légellenállási és légsűrűségi függvények minél pontosabb figyelembevételével történő *pont*ballisztikai széria-megoldása.

Noha a külső ballisztikában a pályaelemek meghatározására számos közelítő módszer ismeretes, abban az esetben, amelyben a légellenállási függvénynek a lövedék sebességével és magasságával történő egyidejű változását a ballisztikai egyenletek alapján lehetőleg pontosan akarjuk figyelembevenni, a probléma alapját képező (legalább) két kapcsolt ballisztikai differenciálegyenlet gyakorlati megoldására, vagy a *Picard—Runge*-iteráción alapuló *Cranz—Rothe*-féle összetett grafikus-numerikus eljárást, vagy pedig a gyakorlati matematika más ismert numerikus-interpolációs vagy lényegében hasonló alapokra épülő differenciaeljárásait (pl. *Runge—Kutta ; Adams—Störmer* stb.) használjuk.

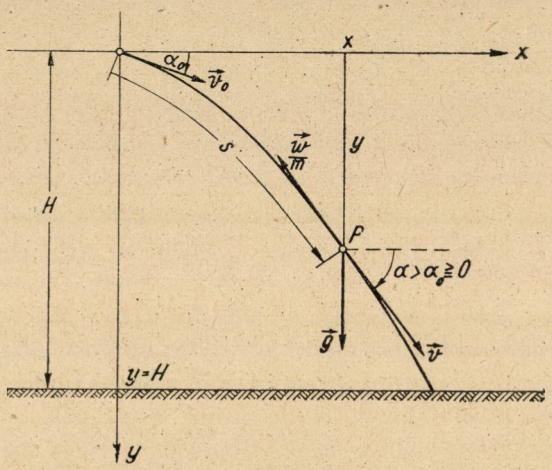
Cranz—Rothe eljárásának azonban az a gyakorlati hátránya, hogy mind az első közelítés, mind az iterált javítások kivitelezése rövid lépésekben váltakozó numerikus és grafikus kiértékelést feltételeznek ; az egyes iterációk mind a konvergancia elvi határainak, mind a tabelláris, vagy műszeri integráció pontossági korlátainak befolyása miatt csak eléggé kicsiny szakaszonkint és csak lépésről-lépésre végezhetők el. Ehhez járul, hogy a következő szakasz első közelítésének meghatározása csak az előző szakaszbeli iterációknak a gyakorlati pontosságig terjedő befejezése után kezdhető el.

Így a kezdőértékekkel kijelölt pálya meghatározása nem rövidíthető a rajz vagy a számítás részekre bontásával, tehát több munkacsoport egyidejű beállításával. Mindemellett egyetlen numerikus kezdőérték megváltoztatásával az egész eljárás megismételendő — anélkül, hogy az előző meghatározásból bármit is felhasználhatnánk. Eszerint *Cranz—Rothe* eljárása eléggé hosszadalmas, noha szerintem az exakt ballisztikai egyenletrendszer egyszeri megoldásánál gyorsabban célravezető, mint a differenciálegyenletrendszerek gyakorlati

* Köszönettel tartozom *Nikodémusz Antal* adjunktusnak, aki sokirányú ellenőrző számítás elvégzésével hathatósan segített.

megoldására szolgáló ismert más (főleg numerikus és talán még hosszadalmasabb) matematikai eljárások.

Az iterációk száma természetesen a kiinduló közelítés pontosságától függ. A végeredmény relatív hibáját pedig főleg a műszeri (gyakorlatilag közvetlenül csak kevéssé csökkenthető) hiba, vagy a tabelláris integráció hibája szabja meg. Bombapályák — tehát relatív rövid ballisztikai görbék —, meghatározásakor igen kézenfekvő gondolat, hogy egy numerikusan származtatandó, lehetőleg *pontos* első közelítés meghatározásával egyrészt az iterációs intervallumot kiterjesszük lehetőleg az *egész* röppályára, másrészt pedig épp az első közelítés



1. ábra

feltételezett pontossága miatt a pályaelemek gyakorlati javítását legfeljebb *egy* iterációra tudjuk korlátozni. Ezen pontosság elérésére viszont — gyakorlatilag még kezelhető egységek mellett — célszerűnek látszik a végeredménynek egy ismert főrészre és egy meghatározandó korrektúrára való bontása, amivel a végeredményben már meg nem engedhető relatív hiba a korrektúra meghatározásánál bizonyos nagyságrenden belül megengedhetővé válik. Ezen túlmenően az első közelítés numerikus meghatározásának tényével esetleg kihasználható a számított értékek oly csoportosítása, amellyel változtatott kezdőfeltételeket is figyelembe tudunk venni — anélkül, hogy ezzel az *egész* számítás megismétlése válnék szükségessé. Mindezek elérésére a következőkben a ballisztikai alapfüggvényeknek oly numerikus-grafikus közelítését fogom megadni, amelynek pontossága nagyjából egyenértékű a *Cranz—Rothe*-féle iterációkkal elérhető »gyakorlatilag pontos« megoldással. Ez a közelítés tehát egyrészt általában feleslegessé teszi a többszörös iterációt, másrészt pedig a közelítés egyes alapértékeinek változatlan felhasználásával, a légellenállási értékkészlet megfelelő *változtatásával* különböző kezdőmagasság, kezdősebesség, és lövedéksúly adataira is átszámítható.

1. *Alapértelmezések és a röppálya ballisztikai egyenlete.* A felvett (nyugvó) koordinátarendszert az 1. ábra szemlélteti. A rendszer kezdőpontja a *tömegpontként* tekintett G [kg] súlyú $m = \frac{G}{g}$ [kgm^{-1} sec^2] tömegű bomba H [m] magasságban levő kioldási helye. A $+y$-tengely párhuzamos és azonos irányítású a földi gyorsulás vektorával ($g = 9{,}81$ [msec^{-2}]), a $+x$-tengely vízszintes és pozitív irányítása megegyezik a kioldási sebesség vízszintes komponensének irányításával.

x, y [m] — a ballisztikai görbe koordinátái,

α — a sebesség vektorának a $+x$ iránnyal bezárt szöge, az 1. ábrán megadott pozitív orientációval,

W [kg] — a légellenállás pillanatnyi abszolútértéke, amely a tömegpont $H - y$ magasságától, v sebességétől, w lokális és w_H földi hangsebességétől, a test i alakı együtthatójától, G súlyától és F [cm^2] keresztmetszetétől függ. Szokásos módon a légellenállás értékét

$W = CFv^2K\left(\frac{w_H}{w}, v\right)$ alakban írjuk, ahol $K(v)$ a légellenállás ún. karakterisztikus függvénye, amely a sebesség négyzetével átosztott, a test keresztmetszetének egységére (1 cm^2) ható ellenállást jelenti normálfeltételek között. (Dimenziója [kg m^{-2} sec^2/1 cm^2]).

$C(H - y, \ldots)$ — a ballisztikai együttható, amely az ellenállást meghatározó — már említett — változóktól függ, nagyságrendben azonban elsősorban a légsűrűség függvényét, tehát a magasság behatását tartalmazza.

$\frac{W}{m} = W\frac{g}{G}$ — a tömegpontra a sebességi vektorral ellentétes irányban ható, légellenállás okozta (negatív) gyorsulás abszolútértéke.

A tömegpont pályáját meghatározó dinamikai feltétel az érintő, illetve a normális irányában vett gyorsulási egyensúly, amely a fentiek szerint

$$\frac{dv}{dt} = g\sin\alpha - \frac{W}{m} \quad \text{ill.} \quad g\cos\alpha = +\frac{v^2}{\left(\frac{ds}{d\alpha}\right)}$$

alakban írható. Ezekhez járulnak még a pályát meghatározó kinematikai egyenletek, mépedig

$$\frac{dx}{ds} = \cos\alpha\ , \quad \frac{dy}{ds} = \sin\alpha \equiv \psi\ , \quad \frac{ds}{dt} = v\ .$$

Innen

$$g\cos\alpha = v^2\frac{d\alpha}{ds} = v\frac{d\alpha}{dt} \quad \text{és így}$$

$$\frac{d\psi}{ds} = \cos\alpha\frac{d\alpha}{ds} = \frac{g}{v^2}(1 - \psi^2)$$

következik.

Eszerint a ballisztikai folyamatot meghatározó differenciálegyenletrendszer, mint a pálya s ívhosszúságának függvénye a

$$v\frac{dv}{ds} = g\psi - C\frac{F}{G}gv^2K\left(\frac{w_H}{w}v\right), \quad \frac{d\psi}{ds} = \frac{g}{v^2}(1-\psi^2),$$

$$\frac{dy}{ds} = \psi, \quad \frac{dx}{ds} = \sqrt{1-\psi^2}, \quad \frac{dt}{ds} = \frac{1}{v}$$

alakban írható, melynek kezdőfeltételei $s = 0$ esetén

$$v(0) = v_0, \ \psi(0) = \psi_0, \ y(0) = y_0 = 0, \ x(0) = x_0 = 0, \ t(0) = t_0 = 0.$$

Fenti egyenletrendszert a

$$\frac{2g}{v_0^2}x = \xi, \quad \frac{2g}{v_0^2}y = \eta, \quad \frac{2g}{v_0^2}s = \sigma, \quad \frac{v}{v_0} = \nu, \quad \frac{2g}{v_0}t = \tau$$

átalakítással a

$$2\nu\frac{d\nu}{d\sigma} = \psi - \frac{F}{G}v_0^2C\left(H - \frac{v_0^2}{2g}\eta, \ \ldots\right)K\left(\frac{w_H}{w}v_0\nu\right)\nu^2 \equiv \tag{1a}$$

$$\equiv \psi - r(\eta, \nu)\nu^2$$

$$2\frac{d\psi}{d\sigma} = \frac{1-\psi^2}{\nu^2} \qquad \frac{d\eta}{d\sigma} = \psi \tag{1b), (1c}$$

$$\frac{d\xi}{d\sigma} = \sqrt{1-\psi^2} \qquad \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{1}{\nu} \tag{2), (3}$$

dimenziómentes alakra hozzuk.

Az első három kapcsolt differenciálegyenlet a $\nu = \nu(\sigma)$, $\psi = \psi(\sigma)$, $\eta = \eta(\sigma)$ ballisztikai alapfüggvényeket határozzák meg az $s = \sigma = 0$, $\nu(0) = 1$, $\psi(0) = \psi_0 = \sin\alpha_0$ $(\alpha \geqq \alpha_0 \geqq 0)$ és $\eta(0) = 0$ kezdőfeltételeknek megfelelően. Ezek ismeretében a két utolsó egyenlet egy-egy integrációval szolgáltatja a teljes folyamatra még jellemző ξ és τ függvényeket.

Lényegében azonban a ν mint σ ill. η függvénye determinálja problémánk megoldását, mivel az (1b), [1b és 1c] megoldása $\nu^*(\sigma)$ ill. $\nu(\eta)$ ismeretében nyilvánvalóan zárt alakban felírható:

$$\psi(\sigma) = tgh\left[\frac{1}{2}\left(\int_0^\sigma \frac{d\sigma}{\nu^{*2}(\sigma)} + k_0\right)\right] \quad \text{ahol} \quad k_0 = ln\frac{1+\psi_0}{1-\psi_0},$$

vagy η-szerint integrálva

$$\sqrt{1-\psi^2(\eta)} = \sqrt{1-\bar{\psi}_0^2}\; e^{-\frac{1}{2}\int_0^{\eta}\frac{d\eta}{\bar{v}^2(\eta)}} .$$

A testballisztikai rezgések vizsgálatakor alapvetőnek látszik, hogy a pályaelemeket a ballisztikai görbe ívhosszúságának függvényeként tudjuk gyakorlatilag pontosan és relatív gyorsan meghatározni. A differenciálegyenletrendszer megoldásánál viszont lényeges egyszerűsítést jelent az η változó bevezetése. Ezért a következőkben ezt az utat követjük és az ívhosszúságra való átszámítást csak később adjuk meg.

2. *A $v(\eta)$ sebességi függvény közelítő meghatározása* céljából a légellenállásmentes $K \equiv 0$ esetből indulunk ki és meghatározzuk a kezdőfeltételeket kielégítő $\bar{v}$, $\bar{\psi}$, $\bar{\sigma}$ függvényeket. (A felülvonás mindig az ellenállásmentes esetet jelöli.)

Ez esetben érvényes (1a)

$$d(\bar{v}^2 - \eta) = 0 ,$$

eszerint a kezdőfeltétel figyelembevételével

$$\bar{v} = \sqrt{1+\eta}$$

lesz; ill. (1b, 1c)

$$2\frac{d\bar{\psi}}{d\eta}\frac{d\eta}{d\bar{\sigma}} = 2\frac{d\bar{\psi}}{d\eta}\bar{\psi} = \frac{1-\bar{\psi}^2}{1+\eta} \quad \text{tehát} \quad \bar{\psi} = \sqrt{\frac{\psi_0^2+\eta}{1+\eta}} .$$

Hasonlóképpen:

$$\bar{\sigma} = \int_0^{\eta}\frac{d\eta}{\bar{\psi}(\eta)} = \sqrt{1+\eta}\,\sqrt{\psi_0^2+\eta} - \psi_0 +$$

$$+ (1-\psi_0^2)\,ln\,\frac{\sqrt{1+\eta}+\sqrt{\psi_0^2+\eta}}{1+\psi_0} ,$$

ill.

$$\bar{\xi} = 2\sqrt{1-\psi_0^2}\,(\sqrt{\psi_0^2+\eta}-\psi_0) \quad \text{és} \quad \bar{\tau} = 2(\sqrt{\psi_0^2+\eta}-\psi_0) .$$

Ezeket a kiindulási értékeket kell most már a légellenállás figyelembevételével korrigálnunk.

Mivel fenti egyenletek alapján az η függvény a $\bar{\sigma}$ változó függvényeként explicite nem adható meg, egészen az utolsó korrektúra meghatározásáig közös változóként az η értéket vesszük.

Eszerint

$$v(\eta) = \bar{v}(\eta) + \delta v, \quad \psi(\eta) = \bar{\psi}(\eta) + \delta\psi \quad \text{és} \quad \sigma(\eta) = \bar{\sigma}(\eta) + \delta\sigma$$

lesz, ahol a δv, ... stb. korrektúrák az $r(\eta, v)$ függvény fizikai alapú nagyságrendje miatt (amely a légellenállásmentes eset egységéhez viszonyítottan 10^{-2} és 10^{-1} között van) feltételezhetően a megfelelő légellenállásmentes értékekhez viszonyítottan eléggé kicsinyek. (Ennek a feltételnek helyességét a végeredmények numerikus kontrollja kell igazolja.) A folyamatnak a K értékekre vonatkozó folytonosságából következik, hogy a korrektúrák változási sebessége nagyságrendileg szintén kicsiny.

A korrektúrák közötti alapegyenlet a

$$2(\bar{v} + \delta v)\frac{d(\bar{v} + \delta v)}{d\eta} \cdot \frac{d\eta}{d\sigma} - (\bar{\psi} + \delta\psi) = -r(\eta, \bar{v} + \delta v)(\bar{v} + \delta v)^2 ,$$

ahol $\quad \dfrac{d\eta}{d\sigma} = \psi \quad$ és $\quad 2\bar{v}\dfrac{d\bar{v}}{d\eta} \cdot \dfrac{d\eta}{d\bar{\sigma}} - \bar{\psi} = 0$

egyenletek különbségeként a

$$\left[\frac{d}{d\eta}(2\bar{v}\,\delta v) + \frac{d}{d\eta}(\delta v)^2\right]\psi = -r(\eta, \bar{v} + \delta v)(\bar{v} + \delta v)^2$$

alakban írhatjuk. Ez a kifejezés a korrekturákban linearizálva a

$$\frac{d}{d\eta}(2\bar{v}\,\delta v) + \left[r(\eta, \bar{v}) + \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial \bar{v}}\bar{v}\right]\frac{1}{\bar{\psi}}(2\bar{v}\,\delta v) = -r(\eta, \bar{v})\frac{\bar{v}^2}{\bar{\psi}}$$

egyenletre bontható, amely a sebességi korrektúra közelítő meghatározására szolgál. Eszerint és a

$$\bar{p} = \bar{r} + \frac{1}{2}\frac{\partial \bar{r}}{\partial \bar{v}}\bar{v} = \frac{F}{G}v_0^2 C(H - y)\left[K\left(\frac{w_H}{w}\bar{v}\right) + \frac{1}{2}\bar{v}\frac{dK\left(\dfrac{w_H}{w}\bar{v}\right)}{d\bar{v}}\right] \equiv$$

$$\equiv \bar{r} + \bar{q}$$

kifejezés nagyságrendjének figyelembevételével írható, hogy

$$k = 2\bar{v}\,\delta v \approx -e^{-\int_0^\eta \bar{p}\frac{d\eta}{\bar{\psi}}} \int_0^\eta -\frac{\bar{v}^2}{\bar{\psi}} e^{\int_0^\eta \bar{p}\frac{d\eta}{\bar{\psi}}} d\eta \ .$$

Az integrálok numerikus meghatározása céljából figyelembe vesszük, hogy $\bar{p}$ és $\bar{r}$ függvények nagyságrendje és változási sebessége kicsiny. Ha tehát az $\eta_0 = 0 \ldots \eta = \eta_{n+1}$ intervallumot $\Delta\eta = \eta_{\lambda+1} - \eta_\lambda$ szakaszokra osztjuk, a középértéktétel szerint közelítőleg érvényes, hogy

$$k(\eta_{n+1}) = k_{n+1} = 2\bar{v}_{n+1}\delta v_{n+1} \approx$$

$$\approx -A_{n+1}\sum_{\lambda=0}^{n}\int_{\eta_\lambda}^{\eta_{\lambda+1}} \bar{r}\frac{\bar{v}^2}{\bar{\psi}} B(\eta)\, d\eta = -A_{n+1}\cdot C_{n+1} \ ,$$

ahol

$$A(\eta_{n+1}) = A_{n+1} = \exp\left(-\sum_{\lambda=0}^{n}\int_{\eta_\lambda}^{\eta_{\lambda+1}} \bar{p}\frac{d\eta}{\bar{\psi}}\right) \approx \exp\left(-\sum_{\lambda=0}^{n}\bar{p}_{\lambda+1/2}\,\Delta\sigma_{\lambda+1}\right) = e^{-s_{n+1}}$$

és

$$\int_{\eta_\lambda}^{\eta_{\lambda+1}}\frac{d\eta}{\bar{\psi}} = \Delta\sigma_{\lambda+1}$$

értékeket jelent, és $\bar{p}_{\lambda+1/2}$ az $\frac{1}{2}(\bar{p}_{\lambda+1} - \bar{p}_\lambda)$ középértéket jelöli.

Az

$$\int_{\eta_\lambda}^{\eta_{\lambda+1}}\frac{\bar{v}^2}{\bar{\psi}}\,d\eta = \Delta G_{\lambda+1} = G_{\lambda+1} - G_\lambda \ , \quad G_{\lambda+1} = \int_0^{\eta_{\lambda+1}}\frac{\bar{v}^2}{\bar{\psi}}\,d\eta$$

és

$$B_{\lambda+1} = \exp\left(\sum_{\mu=0}^{\lambda}\int_{\eta_\mu}^{\eta_{\mu+1}}\bar{p}\frac{d\eta}{\bar{\psi}}\right) = \exp\left(\sum_{\mu=0}^{\lambda}\bar{p}_{\mu+1/2}\,\Delta\sigma_{\mu+1}\right) = e^{+s_{\lambda+1}}$$

$$(\bar{r}B)_{\lambda+1/2} = \frac{1}{2}(\bar{r}_{\lambda+1}B_{\lambda+1} + \bar{r}_\lambda B_\lambda)$$

jelölések bevezetésével

$$C_{n+1} = \sum_{\lambda=0}^{n}(\bar{r}B)_{\lambda+1/2}\,\Delta G_{\lambda+1}$$

írható, vagyis $k_{n+1} \approx -A_{n+1}\cdot C_{n+1}$ ahol az $\bar{r}_{\lambda+1/2}$, $\bar{p}_{\lambda+1/2}$ értékek közvetlenül a légellenállási függvény táblázatából kaphatók, $\Delta\sigma_{\lambda+1}$ és $\Delta G_{\lambda+1}$ pedig egy meghatározott $\Delta\eta$ felosztás esetén csupán a kezdőiránytól függő, egyszersmindenkorra meghatározható értékek.

A k_{n+1} korrektúra tabelláris számítása ezek szerint a következőképpen alakul:

Sebességi korrektúra, A táblázat

Alapértékek:

$$a_0,\quad v_0,\quad H,\quad \frac{F}{G},\quad \frac{F}{G}v_0^2 = \cdot\ \ldots,\quad \frac{v_0^2}{2g} = \ldots .$$

η_λ	y_λ	$\frac{1}{2}\bar{v}_\lambda\left(\frac{dK}{dv}\right)_\lambda = I$	$\bar{r}_\lambda = \left(\frac{F}{G}v_0^2 C\right)\cdot K$	$B_\lambda = e^{+s_\lambda}$	$\bar{r}_\lambda B_\lambda$	$-k_\lambda$
$\bar{v}_\lambda$		$\left(\frac{dK}{dv}\right)_\lambda$	$\bar{p}_\lambda = \bar{r}_\lambda + (\ldots)\cdot I$	$A_\lambda = e^{-s_\lambda}$	C_λ	$\delta v_\lambda^{(0)} = \frac{1}{2}\frac{k_\lambda}{\bar{v}_\lambda}$
$H - y_\lambda$	$\bar{v}_\lambda$	$K(\bar{v}_\lambda)$		s_λ	$(\bar{r}B)_{\lambda-1/2}$	$-\frac{k}{\bar{v}_\lambda^2}$
$a(H-y_\lambda)$	δv	$C(H-y_\lambda)$	$\bar{p}_{\lambda-1/2}$	$\Delta\sigma_\lambda$	ΔG_λ	$\varkappa_\lambda$

Az η_λ értékekhez (egy meghatározott kezdőirány esetén) az alaptáblázat ν_λ, ΔG_λ és $\Delta\tau_\lambda$ értékei ismeretesek. A szemlélt ballisztikai görbe speciális v_0 kezdő sebességének, H kioldási magasságának és F/G reciprok keresztmetszeti terhelésének esetére képezendő $\bar{\nu}_\lambda$ és $H - y_\lambda$. A légellenállási függvény táblázatából a második oszlop értékei kikeresendők. Az $(F/G)\,v_0^2 \cdot C$ kifejezés kiszorzás után (megfelelő számológéppel) automatikusan a szorzóműbe vihető át, K-val szorozva, kapjuk $\bar{r}_\lambda$-át. Az eredményműben és szorzóműben mindkét érték bennemarad, az I-vel való szorzás adja $\bar{p}_\lambda$-át. Ezután az $\bar{r}_{\lambda+1/2}$ középértékek képezendők. Az összegezőmű törlése nélkül, szukcesszive kiszorzandó $\bar{p}_{\lambda-1/2}\,\Delta\tau_\lambda$ és minden lépésnél s_λ felirandó. Így A_λ és B_λ értékei táblázatból meghatározhatók. Az $\bar{r}_\lambda B_\lambda$ szorzás, és az $(\bar{r}B)_{\lambda+1/2}$ középértékek képzése után a C_λ értékeket határozzuk meg. Ezután k_λ és $k_\lambda : \bar{\nu}_\lambda^2$ valamint a lényeges $\varkappa$ érték egy menetben kiszámítható.

A kivitelezés legkellemetlenebb része a második és negyedik oszlop értékeinek a légellenállás táblázatából, illetőleg exponenciális táblázatból történő interpolálása, ez azonban — durvább közelítéseket nem tekintve — nyilván egyetlen ballisztikai módszernél sem kerülhető el. Kis kézi számológéppel történő interpolálás nagy könnyítést jelent. A fenti táblázattal viszont kizárólag a szükséges (pl. 55...65 η_λ értékre vonatkozó) interpolációt kell elvégezni, míg az iteratív eljárásnál, vagy a *Runge—Kutta* módszerrel a fenti interpolációk sokszorosa szükséges. A táblázat egyébként igen könnyen számítható, mivel lényegében csupán összegezésről és szorzásról van szó. A legnagyobb időveszteséget a táblázat előkészítése és a közbeeső számértékek felírása adja, ez azonban egy gépre dolgozó két kezelővel csökkenthető. Megjegyzendő még, hogy a szuk-

cesszív összegezések eredményrontó hatása miatt célszerű a számítást a szükséges biztos értéknél két jeggyel pontosabban elvégezni.*

3. *A fellépő integrálok meghatározása* elemi úton egyszerűen elvégezhető.

Ugyanis

$$\Delta G_{\lambda+1} = \int_{\eta_\lambda}^{\eta_{\lambda+1}} \frac{\bar{\nu}^2}{\bar{\psi}}\, d\eta = \int_{\eta_\lambda}^{\eta_{\lambda+1}} (1+\eta) \sqrt{\frac{1+\eta}{\psi_0^2+\eta}}\, d\eta = (1+\eta_\lambda)^2 \int_0^{\frac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda}} \frac{(1+n)^2}{\sqrt{(1+n)(\bar{\psi}_\lambda^2+n)}}\, dn\,,$$

ahol $$\bar{\psi}_\lambda^2 = \frac{\psi_0^2+\eta_\lambda}{1+\eta_\lambda} \qquad \text{és} \qquad \Delta\eta = \eta_{\lambda+1} - \eta_\lambda\,.$$

Eszerint adódik

$$\Delta G_{\lambda+1} = (1+\eta_\lambda)^2 \left| \left\{ \frac{1}{4}(5-3\bar{\psi}_\lambda^2) + \frac{1}{2}\frac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda} \right\} \sqrt{1+\frac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda}} \sqrt{\bar{\psi}_\lambda^2+\frac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda}} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4}(5-3\bar{\psi}_\lambda^2)\,\psi_\lambda + \frac{3}{4}(1-\bar{\psi}_\lambda^2)^2 \ln \frac{\sqrt{1+\dfrac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda}} + \sqrt{\bar{\psi}_\lambda^2+\dfrac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda}}}{1+\bar{\psi}_\lambda} \right|.$$

Az

$$1-\bar{\psi}_\lambda^2 = \frac{1-\psi_0^2}{1+\eta_\lambda}\,, \qquad \sqrt{1+\frac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda}} = \frac{\nu_{\lambda+1}}{\bar{\nu}_\lambda}\,,$$

$$\sqrt{\bar{\psi}_\lambda^2+\frac{\Delta\eta}{1+\eta_\lambda}} = \sqrt{\frac{\psi_0^2+\eta_{\lambda+1}}{1+\eta_{\lambda+1}}} \sqrt{\frac{1+\eta_{\lambda+1}}{1+\eta_\lambda}} = \bar{\psi}_{\lambda+1}\frac{\bar{\nu}_{\lambda+1}}{\bar{\nu}_\lambda}$$

* Az időelemzés, átlagosan 55 η_λ érték esetén egyedül dolgozó gyakorlott munkaerővel) a következőket mutatta:

Kiinduló adatok (első oszlop és $\Delta\sigma$, ΔG ismert táblázatból történő) rögzítése	180′
Interpoláció (második oszlop és A, B értékei)	200′
Az első öt oszlopbeli szorzások	160′
Középértékképzések	60′
k_λ, $k_\lambda : \bar{\nu}_\lambda^3$ illetőleg $\varkappa$ számítása	100′

összesen cca 12 munkaóra, ebből a táblázat előkészítésére és az interpolációkra esik cca 6½ óra.

összefüggés révén azonban

$$\Delta G_{\lambda+1} = \frac{1}{4}(5 - 3\bar{\psi}_\lambda^2)\,\bar{\nu}_\lambda^2\,[\bar{\psi}_{\lambda+1}\,\nu_{\lambda+1}^2 - \bar{\psi}_\lambda \bar{\nu}_\lambda^2] + \frac{1}{2}\bar{\psi}_{\lambda+1}\bar{\nu}_{\lambda+1}^2\Delta\eta +$$

$$+ \frac{3}{4}(1-\psi_0^2)\left[(1-\psi_0^2)\,M \lg\left(\frac{\bar{\nu}_{\lambda+1}}{\bar{\nu}_\lambda}\cdot\frac{1+\bar{\psi}_{\lambda+1}}{1+\psi_\lambda}\right)\right]$$

következik, ahol $M = \ln 10$. Másfelől

$$\Delta\sigma_{\lambda+1} = \int_{\eta_\lambda}^{\eta_{\lambda+1}} \frac{d\eta}{\bar{\psi}} = \bar{\nu}_{\lambda+1}^2\bar{\psi}_{\lambda+1} - \bar{\nu}_\lambda^2\bar{\psi}_\lambda + M(1-\psi_0^2)\lg\left(\frac{\bar{\nu}_{\lambda+1}}{\bar{\nu}_\lambda}\cdot\frac{1+\bar{\psi}_{\lambda+1}}{1+\bar{\psi}_\lambda}\right),$$

tehát írható, hogy

$$2\,\Delta G_{\lambda+1} = \bar{\nu}_\lambda^2\,[\bar{\nu}_{\lambda+1}^2\bar{\psi}_{\lambda+1} - \bar{\nu}_\lambda^2\bar{\psi}_\lambda] + \bar{\nu}_{\lambda+1}^2\bar{\psi}_{\lambda+1}\Delta\eta + \frac{3}{2}(1-\psi_0^2)\,\Delta\sigma_{\lambda+1},$$

és így végeredményben a

$$2\,G_{n+1} = \sum_{\lambda=0}^{n} 2\,\Delta G_{\lambda+1} = \nu_{n+1}^4\bar{\psi}_{n+1} - \psi_0 + \frac{3}{2}(1-\psi_0^2)\,\bar{\sigma}_{n+1}$$

$$\bar{\sigma}_{n+1} = \sum_{\lambda=0}^{n}\Delta\sigma_{\lambda+1} = \bar{\nu}_{n+1}^2\psi_{n+1} - \psi_0 + (1-\psi_0^2)\,M\lg\left(\bar{\nu}_{n+1}\frac{1+\bar{\psi}_{n+1}}{1+\psi_0}\right)$$

kifejezéseket kapjuk.

Ezeknek az alapfüggvényeknek a számítása (megadott kezdőirány esetén) a következő áttekinthető rendszerbe foglalható össze:

$$\psi_0, \quad \psi_0^2, \quad M(1-\psi_0^2), \quad \sqrt{1-\psi_0^2}$$

$$1+\psi_0, \quad 1-\psi_0^2, \quad \frac{3}{2}(1-\psi_0^2).$$

η_λ	$1+\eta_\lambda = \bar{\nu}_\lambda^2$	ν_λ	$\bar{\nu}_\lambda(1+\bar{\psi}_\lambda):(1+\psi_0)$	$\bar{\sigma}_\lambda$	$\bar{\tau}_\lambda = 2(\bar{\psi}_\lambda\bar{\nu}_\lambda - \psi_0)$
	$\bar{\nu}_\lambda^4$	$\bar{\nu}_\lambda\bar{\psi}_\lambda$	lg (...)	$\Delta\sigma_\lambda$	$\bar{\xi}_\lambda = \sqrt{1-\psi_0^3}\,\bar{\tau}_\lambda$
	$\psi_0^2 + \eta_\lambda$	$\bar{\nu}_\lambda^2\bar{\psi}_\lambda$		$2G$	
	$\bar{\psi}_\lambda^2 = \frac{\psi_0^2+\eta_\lambda}{1+\eta_\lambda}$	$\bar{\psi}_\lambda$	$\nu_\lambda^4\bar{\psi}_\lambda$	ΔG	

A számítás kivitelezésénél a táblázat előkészítése jelent kissé széteső munkát. Az első oszlop $\bar{\nu}_\lambda^2$, $\psi_0^2 + \eta\lambda$ és $\bar{\nu}_\lambda^4$ alapértékeinek felírása után a $\bar{\psi}_\lambda^2$-re vezető osztást végezzük először el, utána $\bar{\nu}_\lambda$ és $\bar{\psi}_\lambda$ meghatározását, az ismert gépi korrekciós gyökvonási eljárással. Ezután $\bar{\psi}_\lambda$ beállítása, $\bar{\nu}_\lambda^2$ szorzás, eredménytörlés, $\bar{\nu}_\lambda^4$ szorzás, eredménytörlés, $(1 + \bar{\psi}_\lambda)\,\bar{\nu}_\lambda$ szorzás, $(1 + \psi_0)$-val való osztás egy menetben történik. Utána a logaritmus kiírása jő. $\bar{\sigma}_{n+1}$ és $2G_{n+1}$ meghatározása értelmezés szerint a táblázat alapján újból egy menetben elintézhető. Az utolsó oszlop értékeinek számítása nyilvánvaló.

4. *A pályafüggvények korrektúrái* az előzőkhöz teljesen hasonlóan is meghatározhatók lennének, gyakorlatilag azonban sokkal célszerűbb a

$$\sqrt{1 - \psi^2(\eta)} = \sqrt{1 - \psi_0^2}\, e^{-\frac{1}{2}\int_0^\eta \frac{d\eta}{\nu^2(\eta)}}$$

egyenletet venni kiindulási alapul.

Eszerint áll

$$\sqrt{1 - \psi^2(\eta)} = \sqrt{1 - \bar{\psi}^2(\eta)}\, e^{-\frac{1}{2}\int_0^\eta \left(\frac{1}{\nu^2} - \frac{1}{\bar{\nu}^2}\right) d\eta},$$

vagyis az

$$\frac{1}{\nu^2}\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{\delta\nu}{\nu}\right)^2} - 1\right) = \frac{1}{\bar{\nu}^2}\left(-2\frac{\delta\nu}{\nu} + 3\frac{\delta\nu^2}{\bar{\nu}^2} - + \ldots\right) \approx$$

$$\approx \frac{1}{\nu^2}\left(\frac{-k}{\nu^2}\right)\left|1 + 0{,}75\left(\frac{-k}{\nu^2}\right) + 0{,}50\left(\frac{-k}{\nu^2}\right)^2\right| = \varkappa$$

közelítés felhasználásával kapjuk:

$$\sqrt{1 - \psi^2} \approx \sqrt{1 - \bar{\psi}^2}\, e^{-R(\eta)}, \quad \text{ahol} \quad R(\eta) = \frac{1}{2}\int_0^\eta \varkappa(\eta)\, d\eta.$$

Az $\frac{1}{2}\varkappa$ függvény értékkészlete már az A táblázattal ismeretes, $R(\eta)$ meghatározása pedig az $\frac{1}{2}\varkappa$ görbe felrajzolása után egy gyakorlati integráció segítségével (pl. integriméter vagy integráf) gyorsan és kellő pontossággal elvégezhető. Mivel $\varkappa$ kicsiny, igen kedvező nagy egységgel lehet dolgozni.

Ugyanily módon a $\delta\xi = \xi - \bar{\xi}$ pályakorrektúra kellő pontossággal szintén meghatározható egy gyakorlati integrációval. Ugyanis

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{\sqrt{1-\bar{\psi}^2}}{\bar{\psi}} \qquad \text{és} \qquad \frac{d\xi}{d\eta}\psi = \sqrt{1-\bar{\psi}^2}\, e^{-R}$$

tehát

$$\delta\xi = \sqrt{1-\psi_0^2}\,\delta\tau \approx -\int_0^{\eta} \frac{\sqrt{1-\bar{\psi}^2}}{\bar{\psi}}\left(1 - \frac{\bar{\psi}}{\psi}e^{-R}\right)d\eta\,, \quad \frac{\sqrt{1-\bar{\psi}^2}}{\bar{\psi}} = \frac{\sqrt{1-\psi_0^2}}{(\bar{\nu}\,\bar{\psi})}$$

lesz, ahol az integrandus a *B* táblázat segítségével egy menetben kiszámítható.

Pályakorrektúra, B táblázat

η	N	$R = \Delta N \cdot E$	$\psi^2 = 1 - D^2$	ψ	$\psi\psi$	
			$\sqrt{1-\psi^2} = D$	ψ	$\frac{\sqrt{1-\bar{\psi}^2}}{\bar{\psi}}$	
	$\Delta N = N - N_0$	e^{-R}	$\sqrt{1-\psi^2}$	$\delta\psi$	$-\frac{d}{d\eta}(\delta\xi)$	$-\frac{d}{d\eta}(\delta\sigma)$

A táblázatban N az $\frac{1}{2}\varkappa$ görbe mentén pl. integriméterrel leolvasott nóniusz-egységeket jelenti, ΔN a leolvasási különbség, E pedig a megfelelő rajzegységek terület-átszámítási értéke. Ennél a számításnál is az exponenciális függvény interpolálása jelent hosszadalmasabb munkát. Ezután ψ^2-ig a számítás egy menetben végezhető: $e^{-R}\sqrt{1-\psi^2}$ kiszorzása, eredmény átvitele automatikusan a szorzóműbe, négyzetreemelés, négyzet felvitele újból a szorzóműbe, $+1$ hozzáadásával az eredményműbe, a $+1$ törlésével kétszer levonva, adja ψ^2-et stb.*

* Az előbbieknek megfelelő időelemzés a következő átlagértékeket adta:

R integriméterrel történő meghatározása	70′
e^{-R} és ψ^2 kiszámítása	100′
D, ψ, $\delta\psi$ meghatározása	50′
A végkorrektúrák integrandusainak kiszámítása	80′
és integriméterrel történő meghatározása	120′

(Az integrációk elvégzésére a ballisztikai gyakorlatban megszokott *Coradi*-féle integráf helyett egy 254 típusu OTT-féle integrimétert használtam, amely ennél az alkalmazásnál is használható segédműszernek bizonyult.) — Ez a kivitelezés összesen cca 7 munkaórára tehető. Ily módon egy pálya átszámítása segédlet nélkül $2^1/_2$ munkanapra becsülhető, ami a — matematikailag kielégítő — eddigi módszerekhez képest lényeges munkamegtakarítást jelent. Ehhez járul, hogy ez a szériaszámítás (kellő szervezéssel) részekre bontható és — ami numerikus számításoknál nem csekély pszichológiai előny —, hogy a teljes végeredmény nem csak egy-két hét multán, hanem két-három napon belül produkálható. A módszer hátránya, hogy esetleges számításbeli hibák kiküszöbölése két egymástól függetlenül dolgozó csoportot feltételez.

Ezzel a ballisztikai görbe közelítése a korrektúrák gyakorlati integrációja után már meghatározott. Mivel azonban a testballisztikai alkalmazásnál a numerikus végeredmények az ívhosszúság függvényeként szükségesek, az ívhosszúság korrektúrájának meghatározása még egy gyakorlati integrációt tesz szükségessé :

$$\delta\sigma = \sigma - \bar{\sigma} \approx -\int_0^{\eta} \frac{\delta\psi}{\psi\bar{\psi}}\, d\eta\,.$$

A leginkább érdeklő $\psi_0 = 0$ esetén adódó integrálok egy részének $\eta = 0$-nál látszólagos szingularitásai vannak, tehát épp a kezdőlépés a tabelláris közelítésre és felrajzolásra nem alkalmas. Könnyen kimutatható azonban, hogy kicsiny η esetén érvényesek a

$$k \approx -2\, r(v_0) \sqrt{\eta}\,(1 - p(v_0) \sqrt{\eta}), \qquad \delta\nu \approx \frac{1}{2} k, \qquad \delta\sigma \approx \frac{2}{3} r(v_0)\, \eta,$$

$$\psi \approx \sqrt{\eta}\left(1 + \frac{2}{3} r(v_0) \sqrt{\eta}\right), \qquad \delta\psi \approx \frac{2}{3} r(v_0)\, \eta \left(1 - \frac{3}{4} p(v_0) \sqrt{\eta}\right)$$

közelítések.

Ezek felhasználásával a gyakorlati integráció a nullapont kizárásával megfelelően kicsiny η_1 értéknél kezdhető el.

5. *A számítás ellenőrzéseként* az (1a) egyenlet iterációját használjuk fel. Mivel

$$\int_0^{\eta} d(v^2) = \eta - \frac{F}{G} v_0^2 \int_0^{\eta} C\left(H - \frac{v_0^2}{2g}\eta\right) K\left(\frac{w_H}{w} v_0 v\right) v^2 \frac{d\eta}{\psi},$$

az általunk tabellárisan meghatározott $\delta\nu^{(0)}$ korrektúrájú közelítés első iteráltja a

$$2\bar{v}\,\delta\nu^{(1)} + \delta\nu^{(1)2} =$$

$$= -\frac{F}{G} v_0^2 \int_0^{\eta} C\left(H - \frac{v_0^2}{2g}\eta\right) K\left(\frac{w_H}{w} v_0 (\bar{v} + \delta\nu^{(0)})\right) (v + \delta\nu^{(0)})^2 \frac{d\eta}{\psi} = k^{(1)}$$

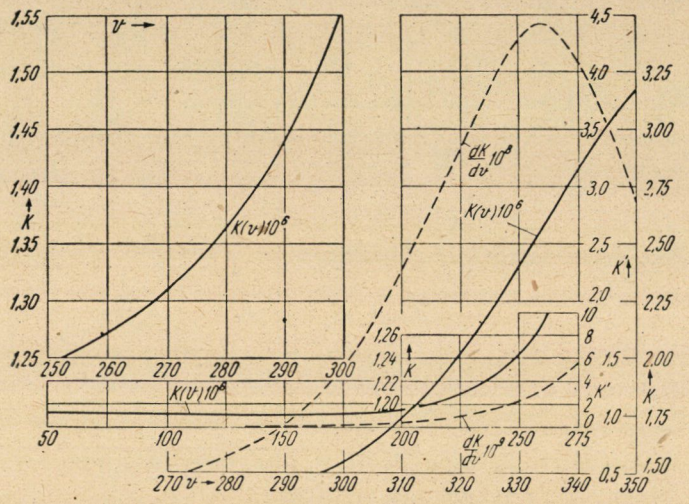
egyenletből adódik. A tabelláris közelítésű korrektúráknak az előző számítás alapján adódó bizonytalansági tényezője eszerint közelítőleg

$$100 \left| \frac{k^{(0)} - k^{(1)}}{k^{(1)}} \right| \%,$$

za eredmény bizonytalansági tényezője viszont közelítőleg

$$100 \left| \frac{k^{(0)} - k^{(1)}}{2\bar{\nu}^3} \right| \% .$$

Eszerint a közvetlen módszerhibák a végeredményben a legkedvezőtlenebb esetben is legalább 1/10-ére csökkentett értékkel jutnak csak érvényre.



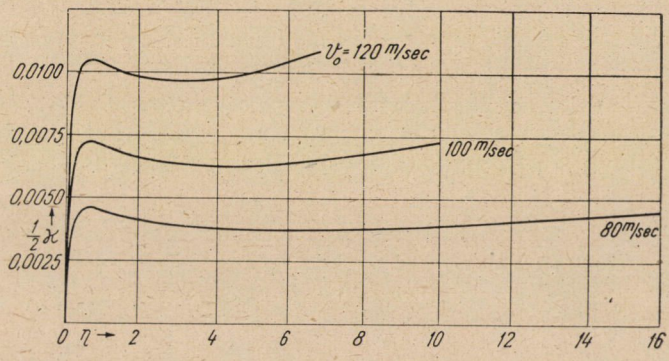
2. ábra

Gyakorlati ellenőrzésként egy 5000 m magasságból vízszintes ($\sigma_0 = 0$) pálya mentén $v_0 = 80$, 100, 120 msec^{-1} kezdősebességgel kioldott

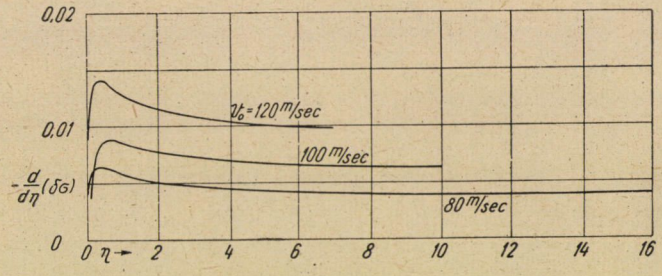
$$\frac{F}{G} = 2{,}5132 \text{ cm}^2 \text{ kg}^{-1}$$

keresztmetszet-terhelésű bomba pályakorrektúráit határoztuk meg. A légellenállást jellemző $K(v)$ függvény értékkészletét *C. Cranz* nyomán a 2. ábrával adjuk meg. $\frac{dK}{dv}$ értékeit ebből numerikus differenciálás (és kiegyenlítés) útján származtattuk. A légellenállásnak a magasságtól való függését egyszerűség kedvéért (és megfelelő tabellák híján) az *Everling*-féle $C = \exp(-a\ [H - y])$, $a = 0{,}000106$ m^{-1} közelítéssel vettük figyelembe. Eltekintettünk azonban a hangsebesség-változástól és a test alaki együtthatójától, amelyeket 1-nek vettünk fel. A sebességi és pályakorrektúrákat alapvetően meghatározó $\frac{1}{2} \varkappa(\eta)$ függvényt a 3. ábra szemlélteti. A σ és ξ korrektúra alapfüggvényeit a 4. és 5. ábrán adtuk meg.

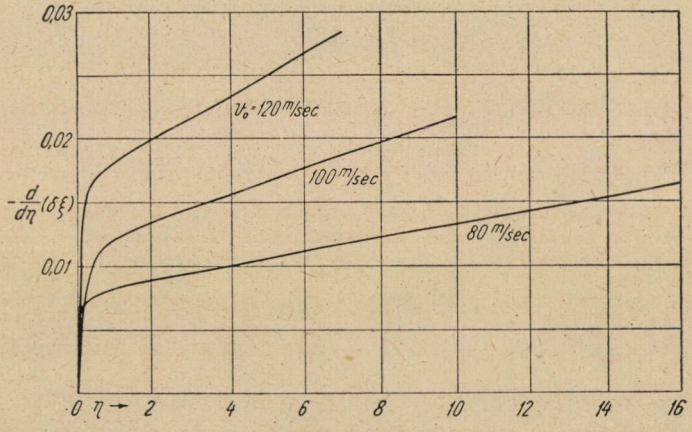
Figyelemreméltó, hogy a fenti esetekben a $-\frac{d}{d\eta}(\delta\xi)$ függvény a kezdeti szakaszon kívül cca $\frac{3}{10}\eta_{max}$-tól kezdődőleg gyakorlatilag lineáris, amivel adott esetben a ξ korrektúra meghatározása még lényegesen rövidíthető lenne.



3. ábra

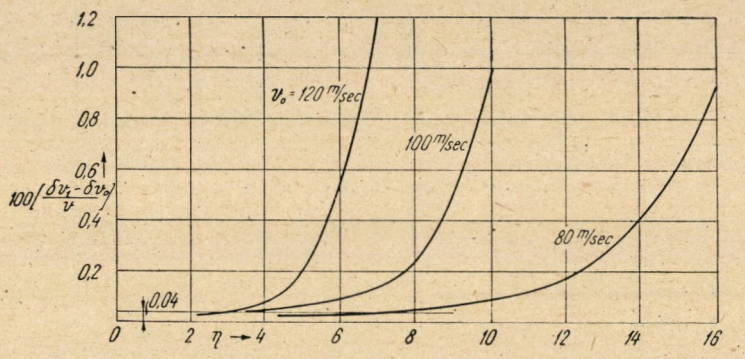


4. ábra



5. ábra

A 6. ábrán a $v = \bar{v} + \delta v^{(0)}$ tabellárisan meghatározott sebesség-közelítéssel iteratív úton javított $v = \bar{v} + \delta v^{(1)}$ sebesség százalékos eltérését ábrázoltuk. Az eltérések a pálya kezdetén $0{,}4^0/_{00}$ alatti rendszertelen szórást mutattak, ami a grafikus-műszeri meghatározás körülbelüli pontossági határát jelenti. Az eltérések a pálya első felén $1^0/_{00}$ alatt maradnak, utána — az előzők alapján várhatónál — gyorsabban növekednek cca 1%-ig. Ennek egyik oka, hogy a számítást változó, mégpedig növekvő lépéstávolsággal (cca $0{,}25 \cdot \eta_{max}$-ig átlag $\Delta\eta = 0{,}2$, ettől kezdve $\Delta\eta = 0{,}5$; illetve az első pályaíven $\approx 65, 100, 150$, a másodikon $\approx 160, 250, 460$ méteres pályaszakaszonként) végeztük. A lépéstávolság változtatása a hibagörbe görbületének eléggé éles maximumából is kitűnik. A lépéstávolság ilyetén növelése a pályagörbültség figyelembevételének



6. ábra

téves megítélésén alapult. Az eredmények arra mutatnak, hogy jóllehet a pálya második felében a sebesség y komponense erősen növekszik, a hangsebességhez közelítve lépéstágítás helyett inkább lépésszűkítésnek van helye.

Összefoglalás

Légi erőktől stabilizált, relatív lassú lövedékek pályáinak testballisztikai tárgyalásához szükségesnek látszik a megfelelő probléma minél pontosabb pontballisztikai meghatározása. Szerző szériaszámításra alkalmas, magassági intervallumokra bontott numerikus közelítést ad meg az ellenállásmentes eset korrektúráira, az általános (sebességtől és magasságtól függő) empírikus légellenállási függvény figyelembevételével, amelyekkel a pályaelemeket kb. 1%-os hiba nagyságrendjén belül lehet tabellárisan kiszámítani. Ezzel a közelítéssel helyettesíteni lehet a Cranz—Rothe-módszer eléggé hosszadalmas első vagy kezdeti iterált közelítéseinek meghatározását.

VÍZHŰTÉSES TURBÓROTÓROK

SEIDNER MIHÁLY,

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1953. december 14.]

Kétpólusú turbógenerátorok teljesítőképességét a rotornak D átmérővel és L hosszal kifejezett teljesítőképessége határolja a $C.D^2.L$ képlet szerint, ahol C az illető típus-jellemző sajátossága. A státor külső átmérője szükség szerint növelhető a gazdaságosság határán belül.

A rotor teljesítőképességét leghatékonyabb módon az átmérő nagyobbításával lehet növelni, mert a teljesítmény az átmérő négyzetével változik. Ám a rotor átmérőjének növekedésével növekszik a rotor anyagának mechanikai igénybevétele és meredeken emelkedik a légrésben a súrlódási veszteség. Percenkénti 3000 fordulat esetén például az 1 m átmérőjű rotor kerületének minden kg súlyát a centrifugális erő kereken 5000 kg-ra növeli ; a légsúrlódási veszteség pedig a turbógenerátorban keletkező összes veszteség 50%-a is lehet. A gépszerkesztő tehát inkább a rotor átmérőjének csökkentésére törekszik, bár ez a rotor hosszának négyzetes arányú növelését eredményezi. A rotortest hosszabbodása különleges előnnyel is jár. Kétpólusú elrendezésben ugyanis a turbógenerátor homlokrészei, ahol a rotor és státor tekercsek összeköttetései vannak, a gépeknek terhes és költséges passzív részét alkotják. A rotor hosszának növekedésével tehát csökken a passzív anyagnak az aktív anyaghoz való viszonya és ezzel növekedik a C típus jellemző értéke.

A rotor teljesítő képességét növelni lehet a tekercsek keresztmetszetének nagyobbításával is. A Ganz Villamossági gyárban gyártott parallel hornyú rotorokban a szerkezet sajátosságánál fogva aránylag szűk keresztmetszet adódik a tekercsek elhelyezésére ; az újabban bevezetett keresztezett parallel hornyú rotorokban lényegesen nagyobb hely munkálható ki a tekercsek számára, mint az egyszerű parallel hornyú elrendezésben, minek folytán a rotor teljesítő képessége mintegy 20%-kal növekedik. Radiális hornyú rotorokon a hornyok közti fogak ék alakúan bővülnek kifelé ; néhány újabb szerkezetnél a hornyokat képezik ék alakúra és ezzel a fogaknak mind mechanikai, mind mágneses szempontból meddő részeit a tekercsek számára kimunkálható keresztmetszet bővítésére, tehát a rotor teljesítőképességének növelésére fordítják.

A rotor teljesítmény növelésének általánosan használt módja a hűtés hatékonyságának fokozása, egyrészt a hűtőanyag célszerű választása, másrészt

a hűtőanyag sajátosságainak legmegfelelőbbb szerkezet kiképzésével. Percenkénti 3000 fordulatú, nagy teljesítményű turbógenerátorok rotorainak hossza a gyakorlatban az átmérőnek mintegy négyszerese szokott lenni; a hűtésre tehát olyan anyag alkalmas, mely hőátvevő és hőszállító képességénél fogva ezen különleges méretekhez hozzáidomul és a rotortekercseket egész hosszukban lehetőleg azonos hőmérsékletre hűti.

1. Levegőhűtés

A turbógenerátorok fejlődésének kezdetén a rotorok hengeres, esetenként barázdákkal megnövelt felületét, a homlokok felől a légrésbe axiálisan beáramló levegővel hűtötték. A gépek hosszúságának növekedésével növelik a légrést és a légrésbe áramló levegőt a státor lemezek külső hengeres felületéről a lemezcsomagok közt kiképezett réseken át radiálisan beáramló levegővel gyarapítják. A rotor átmérő növekedésével azonban a hengeres felület hűtése már nem kielégítő, mert a rotor teljesítménye az átmérő négyzetével növekedik, a hengeres felület az átmérővel csak egyenes arányban emelkedik.

A hengeres hűtőfelületet tehát növelik a rotortest belső hűtésével, oly módon, hogy a homlokok felől a rotortestnek e célra kiképzett belső nyílásain keresztül is hűtő levegőt vezetnek be a rotorba. Növekedik a rotortest ezen belső hűtésének hatékonysága, ha az áramló levegő a tekercs-szigetelés külső falát súrolja. A tekercseknek tökéletes hűtése pedig úgy lehetséges, ha az áramló levegő közvetlenül a csupasz vezetőkkel érintkezik.

A rotor két homlokfelületéről axiálisan beáramló levegő mennyisége független a rotor hosszától, tehát a rotor hosszának növekedésével csökken a légrésen át axiálisan beáramló levegőnek, valamint a belső axiális irányú hűtésnek hatékonysága. Ennek folytán a rotor axiális közepe felé a tekercsek hőfoka okszerűen növekedik. A levegővel való hűtés tehát hatékonyabb a rövid, mint a hosszú turbógenerátorok hűtésére.

2. Hidrogénhűtés

A hűtés hatékonysága tetemesen javul, a hűtő levegőnek hidrogénnel való kicserélése folytán. A légköri nyomású hidrogén súlya 14-ed része, hővezető képessége 7-szerese, felületi hőátvevő képessége mintegy 1,5-szerese és súlyra vonatkoztatott fajmelege 14-szerese a levegő ugyanezen tulajdonságainak. Ezen, hűtési szempontból kiváló tulajdonságainál fogva a légköri nyomású hidrogénnel hűtött turbógenerátorokban csökken a hőesés: a rézvezető és a fogak között, a státor lemezelés kereszt irányában, a hőátadó felületeken, valamint a visszahűtő-felületén, csökken a szükséges hűtőanyag súlya, nagyobb mennyiségű hűtőanyag tud átáramlani a légrésen, valamint a rotortest belső

nyílásain, csökken a ventilációs veszteség és lényegesen összezsugorodik a súrlódási veszteség a légrésben. Végeredményben a légköri nyomású hidrogénhűtés a szerkezet sajátossága és a rotor átmérő szerint mintegy 10—20%-os teljesítmény növekedést hoz létre és lehetővé teszi a rotor átmérőnek erőteljes növelését.

A hidrogénhűtést az USA-ban szükségből fejlesztették ki, mivel levegőhűtéssel percenkénti 3600 fordulatnál a súrlódási és ventilációs veszteségek a rotor átmérővel rohamosan növekedtek és emiatt 15—20 mw-nál nagyobb gépeket csak 4 és 6 pólusú kivitelben tudtak gyártani. Percenkénti 3000 fordulatnál ilyen szükséglet csak lényegesen nagyobb teljesítményeknél mutatkozik. A Szovjetunió gyárai pl. 1938-ban gyártottak percenkénti 3000 fordulatú 100 mw teljesítményű levegővel hűtött turbógenerátort [1].

Hidrogénhűtéses rotoroknak a hengeres felületen kívül belső hűtésük is van. Ez a belső hűtés a hidrogén kiváló tulajdonságainál fogva hatékonyabb a levegőhűtéssel elérhető belső hűtéssel szemben, ámbár a hidrogén áramlására szükséges nyílások kimunkálására némely szerkezetnél a réz keresztmetszetének 20—30%-át is igénybe veszik. A rézkeresztmetszetnek ezen csökkenését a horony szigetelésen átáramló melegmennyiség kiegyenlíti. Hosszú rotoroknál igen lényeges hőfok különbözet keletkezik a rotor axiális közepe és két homlokrésze között. *D. S. Snell*-nek, a General Electric kiváló turbógenerátor szerkesztőjének adatai szerint [2] egy 83 mw teljesítményű légköri nyomású hidrogénnel hűtött turbógenerátor légrésében ez a hőfok különbözet 14 C° volt. A hidrogén tehát, bár a levegőhűtéssel szemben hosszabb gépek gyártását teszi lehetővé, — mégis alkalmasabb rövidebb, mint hosszú turbórotorok hűtésére.

A hidrogénhűtésnek súlyos hátránya a robbanási veszély. Ennek elhárítására szükséges berendezés miatt a légköri nyomású hidrogénnel hűtött turbógenerátorok súlya és gyártási költsége is növekedik. A többletköltséget a gyárak a nagyobb hatásfokból eredő szénmegtakarítással kívánják kiegyenlíteni. A hidrogénhűtés tanulmányozására a Siemens—Schuckert Művek 10, majd 50 mva teljesítményű légköri nyomású hidrogénnel hűtött turbógenerátort gyártott. A végzett vizsgálódások eredményeként *W. Leukert* igen alapos tanulmányában [3] megállapította, hogy ugyanazt a teljesítményt azonos hatásfokkal és azonos gyártási költséggel 10%-al kisebb súlyú, levegővel hűtött gép is adja; a hidrogénhűtés fölénye a levegőhűtéssel szemben mintegy 60 mva teljesítménynél kezd a hatásfoknak fokozatos növekedésével kibontakozni.

3. Vízhűtés

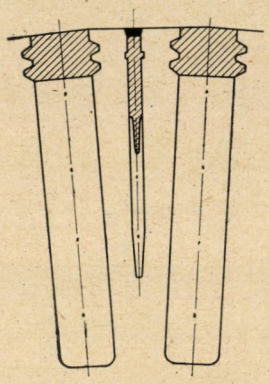
A víznek kiváló hűtőképességét a levegővel szemben a következő számadatok mutatják:

1 m² felületről 1 C° különbséggel 1 óra alatt átvesz

a másodpercenként 50 m sebességgel áramló levegő mintegy 140 kalóriát
a « 2 m « « víz « 2800 «

1 cm^2 nyíláson át 1 C° emelkedéssel 1 óra alatt átvisz
a másodpercenként 50 m sebességgel áramló levegő mintegy 4,5 kalóriát
a « 2 m « « víz « 720 «

A víz kitűnő hőátvevő képessége és nagy fajmelege folytán különösen alkalmas villamosgépek rotorának hűtésére ; turbórotorok tömör kivitele pedig megkönnyíti a hűtővíz áramlásának szerkezetileg egyszerű megoldását. A vastestbe ágyazott tekercsek hűtésére az 1. ábra szerint a hornyok közti fogakban, — ezek mechanikai és mágneses igénybevételének növelése nélkül — 5—6 mm széles, radiális irányban mély csatornák munkálhatók ki, melyekben a hűtővíz axiális irányban áramlik.

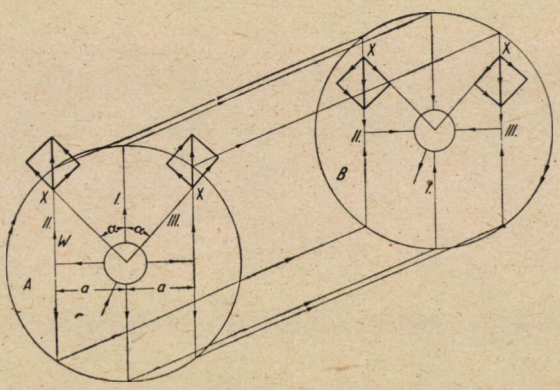


1. ábra. A rotortekercsek vízhűtése

Villamosgépek rotorának vízzel való hűtése már régen ismeretes és alkalmazásban is van. A Budapest—Hegyeshalom közt közlekedő Ganz—Kandó-rendszerű 32 db. villamos mozdony fázisváltóiban ugyanis a szerzőnek BP. 172015, és az USA P. 1448700 számú szabadalmai szerint a státor olajjal, a rotor pedig vízzel van hűtve. A vízhűtés lehetővé teszi, hogy ezen fázisváltók rotorainak réz vezetői a szokásos 4—5 amperrel szemben 8 amperrel terheltessenek mm^2-ként. A 20 éves üzem alatt ezen rotorok vízhűtése teljesen megbízhatónak bizonyult, olyannyira, hogy a Budapest—Hatvan vonal számára készülő 20 villamos mozdony fázisváltóinak rotorai is szerkezeti változtatás nélkül, azonos módon vízzel hűttetnek.

A fázisváltók rotorainak vízzel való hűtésével szerzett kedvező gazdaságossági és üzemi tapasztalatok alapján a Ganz Villamossági Gyár 1935-ben tervbe vette parallel hornyú turbórotorainak vízzel való hűtését. A parallel hornyú rotoroknak vízzel való hűtése ugyanis lehetővé tenné nemcsak az aktív tekercsrészeknek, hanem az ugyancsak acéltestbe ágyazott tekercs összeköttetéseknek is igen hatékony hűtését. A Ganz Villamossági gyár akkori műszaki tanácsosának: *Bláthy*nak erre vonatkozó kísérleteiről nem maradt feljegyzés ; mivel azonban a vízhűtésnek turbórotorokon való alkalmazására nem került sor, feltehető, hogy ezek a kísérletek nem végződtek kedvező eredménnyel.

A hidrogénhűtéssel az USA-ban elért kedvező eredmények 1945-ben a szerzőt arra ösztönözték, hogy megkísérelje szabadalmának a rotor vízhűtésére vonatkozó részét turbórotorok hűtésére is szerkezetileg alkalmassá tenni. Erre vonatkozó elméleti vizsgálódásai azonban arra a megállapításra vezettek, hogy csupán radiális hornyú rotorokat lehet folyadékkal hűteni; a Ganz gyárban gyártott parallel és kereszttekercselésű rotorok vízhűtésre nem alkalmasak, mert a hűtővíz eloszlása a párhuzamos csatornák között nem lenne egyenletes. Ez a megállapítás egyszersmind magyarázatát adja a *Bláthy* végezte kísérlet negatív eredményének is. Ezt a megállapítást a következő vizsgálódás igazolja.



2. ábra. A hűtővíz áramlása a rotor homlokfelületein

A 2. ábrán

A a parallel hornyú turbórotor melső,

B annak hátsó homlokfelületét vázolja.

I, *II*, *III* a középső és a két szélső vízvezető csatornát mutatja a homlokfelületeken.

A hűtővíz *A* mellső homlokrészhez tartozó tengelydarab középfuratán át jut az *I*, *II*, *III* csatornákba és a hengeres felületen folytatódó csatornákon áthaladva, a *B* hátsó homlokrész *I*, *II*, *III* csatornáiból beömlik a hátsó homlokrészhez csatlakozó tengelydarab elvezető középfuratába. Az áramlás irányát az ábrán nyilak jelzik. A rotor a kettős nyilak szerint az óramutatóval egyirányban forog.

A homlokfelület *IIA* csatornájának valamely r_x sugarú helyén a percenkénti 3000 fordulatú rotor ezen x pontjának tangenciális sebessége $v_x = 2 \cdot \cdot r_x \cdot \pi \cdot 50$ m/sec. A hűtővíz w m/sec sebességéből az ábra szerint $w \cdot \sin \cdot \alpha_x$ m/sec tangenciális komponens adódik. E szerint a hűtővíz áramlásának eredő tangenciális sebessége a *IIA* mellső csatorna x pontjában $= (v_x + w \cdot \sin \cdot \alpha_x)$. A víz forgási sebessége tehát a *IIA* mellső csatorna x pontjában nagyobb, mint a rotor azonos x pontjának forgási sebessége.

A *IIB* hátsó csatornában a víz befelé áramlik. Az áramlás tangenciális sebessége tehát az r_x rádiushoz tartozó x pontban a felrajzolt vektor diagramm szerint $(v_x - w \cdot \sin \cdot \alpha_x)$. A hűtővíz forgási sebessége tehát a *IIB* hátsó csatorna x pontjában kisebb, mint a rotor ugyanezen x pontjának forgási sebessége.

Azonos módon a *IIIA* mellső csatorna x pontjában az áramló hűtővíz eredő tangenciális sebessége a felrajzolt vektor diagramm szerint $(v_x - \sin \cdot \alpha_x)$, tehát a víz forgási sebessége a mellső homlokfelület *IIIA* csatornájának x pontjában kisebb, mint a rotor azonos x pontjának forgási sebessége. Az áramló víz a hátsó *IIIB* csatorna x pontjában a vektor diagramm szerint $(v_x + w \cdot \sin \cdot \alpha_x)$ sebességgel forog, tehát forgási sebessége nagyobb, mint a rotor azonos x pontjának sebessége.

Az áramló víz tangenciális sebességével felidézett centrifugális erő bármely x pontban $= G \cdot v_x^2 : 9{,}81 \cdot r_x$ ahol G kg-ban, 9,81m/sec-ban és r_x m-ben van kifejezve.

A *II* csatorna homlok- és hátsórésze a rotor hengeres felületén kimunkált csatornán keresztül sorba van kapcsolva. A *II* csatorna mellső és hátsó x pontjában keletkező centrifugális erők eredője tehát

$$PII_x = G\,[(v_x + w \sin \cdot \alpha_x)^2 - (v_x - w \cdot \sin \cdot \alpha_x)^2] : (9{,}81 \cdot r_x) =$$

$$= G \cdot 4 \cdot w \cdot v_x \cdot \sin \cdot \alpha_x : (9{,}81 \cdot r_x) \text{ kg.}$$

Mivel pedig $\sin \cdot \alpha_x = a : r_x$ és percenkénti 3000 fordulatnál $v_x = 100 \cdot \pi \cdot r_x$ m/sec, azért $PII_x = + G \cdot 400 \cdot \pi \cdot w \cdot a : (9{,}81 \cdot r_x)$ kg.

Azonos módon a *III* csatorna mellső és hátsó x pontjában keletkező centrifugális erők eredője $PIII_x = - G \cdot 400 \cdot \pi \cdot w \cdot a : (9{,}81 \cdot r_x)$ kg.

A radiális irányú *I* csatorna esetén $a = 0$, minélfogva ezen csatorna mellső és hátsó x pontjában keletkező centrifugális erők eredője $PI_x = 0$.

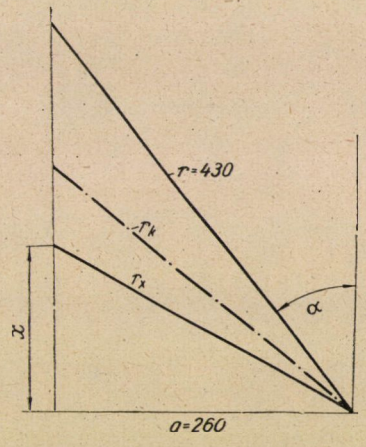
Fentiek szerint parallel hornyú rotorban a forgásirányhoz képest hátramaradó *II* csatorna mellső és hátsó x pontjában keletkező centrifugális erők eredője azonos irányú a hűtővíz folyásával, tehát az áramlást elősegíti; a forgásirányhoz képest előresiető *III* csatorna mellső és hátsó x pontjában keletkező centrifugális erők eredője azonban ellenkező irányú a hűtővíz folyásával, tehát az áramlást hátráltatja. A radiális *I* csatornában a hűtővíz áramlását befolyásoló centrifugális erő nem keletkezik. A radiális *I* csatornával szemben a forgásirányban hátramaradó *II* csatornában tehát több hűtővíz fog folyni, — az előresiető *III* csatorna pedig kevesebb hűtővizet fog vezetni, mint a radiális *I* csatorna. A rotortekercsek hűtése tehát a *II* csatornában hatékonyabb lesz, mint a *III* csatornában.

Az eredő centrifugális erők abszolút értékéhez a következő számítás vezet. Az összegezett centrifugális erő a *IIAB*, illetőleg a *IIIAB* csatornákban

$$P = (G \cdot 400 \cdot \pi \cdot w \cdot a) : (9{,}81 \cdot r_k) \text{ kg/cm}^2,$$

ahol G = az 1 cm² alapterületű (430—260) mm sugarú vízoszlop súlya kg-ban,
= 0,01 · 1,7 = 0,017 kg/cm².
w = a csatornákban folyó hűtővíz sebessége m/sec-ban,
a = a *II*, illetőleg *III* csatornának az *I* középső csatornától való távolsága m-ben,
r_k = az r_x sugarak átlagos értéke m-ben, ahol
r = a rotor hengeres felületének sugara.

Párhuzamos hornyú rotorokban a szélső hornyok egymástól való távolsága a $2 \cdot r$ átmérőnek 0,55 része szokott lenni. Vízhűtés esetén tehát a két szélső vízvezető csatorna egymástól való távolsága az átmérőnek mintegy 0,6 szorosa.



3. ábra. r_k átlagos érték számítása

Ha például a vízhűtéses parallel hornyú rotor átmérője 0,86 m, akkor $r = 0{,}43$ m és $a = 0{,}26$ m. Legyen az áramló víz sebessége $w = 2$ m/sec.

Ezek szerint az eredő centrifugális erők abszolút értéke

$$P = (0{,}017 \cdot 400 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 0{,}26) : (9{,}81 \cdot r_k) = 1{,}13 : r_k \text{ kg/cm}^2.$$

r_k átlagérték a 3. ábrából számítható.

A. 3. ábra szerint $(90 - \alpha_x) = \text{arc} \cdot \text{tg} \cdot \dfrac{x}{260}$

$$r_x = \frac{260}{\cos\left(\text{arc} \cdot \text{tg} \cdot \dfrac{x}{260}\right)}$$

$$r_k = \frac{1}{343} \int_0^{343} \frac{260}{\cos\left(\text{arc} \cdot \text{tg} \cdot \dfrac{x}{260}\right)} dx .$$

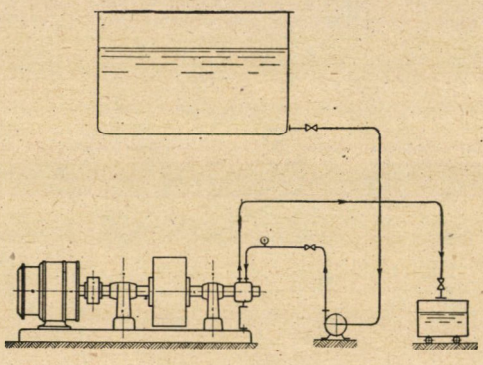
Az integrálás végrehajtása $r_k = 344$ mm eredményhez vezet. E szerint az eredő centrifugális erő $P = 1{,}13 : 0{,}344 = 3{,}28$ kg/cm².

3,28 atmoszféra tehát az a nyomás, mely a víz áramlását a *IIAB* csatornában elősegíti, vagy a *IIIAB* csatornában hátráltatja.

A számítás eredményét felesleges lett volna kísérleti úton ellenőrizni, mert parallel hornyú és kereszttekercselésű rotoroknak vízzel való hűtése szerkesztési nehézségekbe is ütközik.

Az *I* radiális csatorna *A* mellső, illetőleg *B* hátsó homlokrészén keletkező, egymást kiegyenlítő centrifugális erő

$$PI = \int_0^r \frac{G}{9 \cdot 81} \cdot \frac{V_x^2}{r_x} dr_x = \int_0^r \frac{10\,000\pi^2}{9 \cdot 81} \cdot r_x dr_x = 92 \cdot 5 \text{ kg/cm}^2.$$



4. ábra. A turbórotor vízkísérletének vázlata

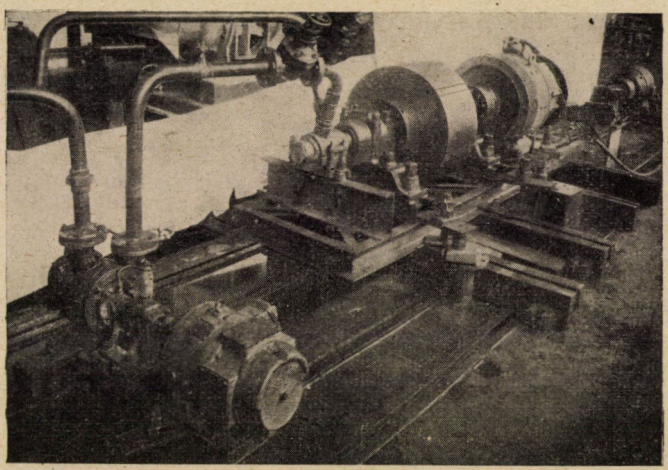
Ez a nyomás hat a csatornákat záró hegesztésekre.

A villamos mozdonyok fázisváltóinak vízhűtéses rotorai radiális hornyúak és így a hűtővíz eloszlása a csatornákban egyenletes. Az üzemi tapasztalat szerint ezek a rotorok percenkénti 1500 fordulatnál rezgésmentesen, nyugodtan járnak. Azon célból, hogy a víz be- és kivezetését, a vízvezető csatornák hegesztését, az áramló víz ellenállását percenkénti 3000 fordulatnál vizsgálni lehessen, kísérleti turbórotor készült, tekercsek nélkül. A vízhűtés hatékonyságát ugyanis nem kellett percenkénti 3000 fordulatnál megvizsgálni, mert hiszen a fázisváltókon szerzett 20 éves tapasztalat ezt eléggé bizonyítja.

A kísérletek a Ganz Vagon és Gépgyár szivattyúpróba állomásán végeztettek. A 4. ábrán a kísérleti elrendezés vázlata, az 5. ábrán a kísérleti elrendezés fényképe látható.

A kísérletek igazolták, hogy a vízhűtés percenkénti 3000 fordulatú turbórotorokon ugyanazon egyszerű szerkezettel és ugyanazon üzembiztonsággal valósítható meg, mint ahogy azt az a percenkénti 1500 fordulatú rotorokon a 20 esztendős üzemi tapasztalat mutatja.

Turbórotoroknak vízzel való hűtése már a gyakorlatban is megvalósult. C. A. Parsons & Co. 1920 elején 8 darab, összesen 120 mva teljesítményű turbógenerátort gyártott, melyeknek rotorát a hornyok tövében kimunkált csatornákba szerelt csöveken átáramló vízzel is hűtötték. Ezek a gépek éveken át üzemben voltak, azonban a rotorteljesítménynek csupán mintegy 10—15%-os növelését tették lehetővé, mivel a hornyok tövében elhelyezett vízhűtés feladata csupán póthűtés volt a rotortest hengeres felületének levegővel való hűtése mellett. A vízhűtésnek az 1. ábra szerinti elhelyezése feleslegessé teszi a levegőhűtést és — mint a következő fejezetben foglalt számítás mutatja —, a rotor teljesítményének lényeges növekedését hozza létre.



5. ábra. A turbórotor vízkísérletének fényképe

4. Turbórotorok teljesítménye levegő-, hidrogén- és vízhűtés esetén

A Szovjetunió villamos gyárainak nagy tapasztalatuk van turbógenerátoroknak mind levegő, mind hidrogén hűtésével és tapasztalataikat az irodalomban is ismertetni szokták. *N. A. Poljak* levegővel, illetőleg hidrogénnel hűtött turbórotorok melegedésére vonatkozólag értékes adatokat közöl. [4] Ezek felhasználásával készült a következő oldalon közölt I. táblázat.

A rotornak vízzel és a státornak levegővel való hűtésekor a fogak, a felületek és a hűtőközeg együttes felmelegedése legfeljebb 10 C°, tehát 90 C° megengedett túlmelegedéskor az áramterhelés annyira fokozható, hogy a horony szigetelés hőfoka 80°-ra emelkedjék. E szerint vízhűtésre az amper terhelések megengedhető növekedését a $\sqrt{\frac{90-10}{\text{Horony szigetelés melegedése}}}$ képlet szerint lehet számítani. A számított értékek a II. táblázat adatai szerint alakulnak:

I. táblázat

Turbórotorok melegedése mica horonyvályúk alkalmazásakor

Hűtőanyag	Levegő			Hidrogén 1,035 atm abszolút nyomással		
Rotor átmérő mm	600	800	1000	600	800	1000
Terhelés amp/mm²	4,14	3,72	3,24	4,53	4,16	3,8
Melegedés C°						
horony szigetelés mica	49	42	36	41	33	26
fogak	19	20	21	24	28	32
hengeres felület hőátadás	7	11	17	5	8	11
hűtő közeg	16	16	16	18	18	18
Réz túlmelegedése	91	89	90	88	87	87

II. táblázat

Turbórotor vezetők terhelhetősége mica horonyvályúk alkalmazása esetén

Hűtőanyag = Rotor vízzel, státor levegővel

Rotor átmérő mm	600	800	1000
Rotor terhelés amp/mm²	5,27	5,10	4,83

Az I. és II. táblázatból van a következő III. táblázat összeállítva, melyben a evegőhűtéses rotornak az I. táblázatban foglalt amperterhelései 100-zal vannak jelölve. A hidrogénhűtésű rotorok I. táblázat szerinti, valamint a vízhűtéses rotorok II. táblázat szerinti terhelései ennek arányában vannak kifejezve.

III. táblázat

Turbórotorok teljesítőképessége mica horonyvályúk alkalmazása esetén

Hűtőanyag	Levegő			Hidrogén 1,035 at nyomású			Státor: levegő Rotor: víz		
Rotor átmérő mm	600	800	1000	600	800	1000	600	800	1000
Rotor teljesítmény %	100	100	100	110	112	118	127	140	150

A III. táblázat szerint 1 m rotorátmérő esetén a levegőhűtéses teljesítményt az 1,035 ata nyomású hidrogén hűtés 18%-al növeli ; ezzel szemben a státornak levegővel, és a rotornak vízzel való hűtésével a levegőhűtéses teljesítménynek 50%-os növekedését lehet elérni. Rotorteljesítmény szempontjából tehát a III. táblázat egyértelműleg mutatja a vízhűtés fölényét a levegő és az

1,035 ata nyomású hidrogénhűtéssel szemben. A vízhűtés különleges előnyét jelenti az is, hogy a rotortekercsek teljes hosszukban majdnem azonos hőmérsékletűek ; a különbözet csupán 2—3 C°. A vízhűtés értékes előnye éppen abban is van, hogy elősegíti hosszú turbógenerátorok szerkesztését és gyártását. A III. táblázat szerint a vízhűtés már 600 mm rotor átmérő esetén is gazdaságosnak mutatkozik.

Az I—II. összehasonlító táblázatokban a hidrogén hűtő hatása 1,035 ata nyomásnál van számításba véve. Ám a rotornak a III. táblázatban kimutatott 10—18%-os teljesítménytöbblete igen lényegesen növekedik a hidrogén statikus nyomásának növelésével. Az abszolút nyomással ugyanis egyenes arányban növekedik a fajsúly, az abszolút nyomásnak mintegy 0,75 hatványával emelkedik a felületi hő-átvevő képesség és egy bizonyos vízoszlop nyomással a légrésen, valamint a rotor belsejében kimunkált szűk nyílásokon keresztül a statikus nyomás növelésével nagyobb mennyiségű hűtőanyagot lehet átnyomni. A hidrogénnyomásnak a rotorteljesítményekre gyakorolt befolyását számszerűleg vizsgálta *E. Wiedemann* [5].

Az I—III táblázatokban mind a levegővel, mind pedig a légköri nyomású hidrogénnel lehetséges rotorteljesítmények azon alapon számíttattak, hogy a horonyszigetelést mica-vályuk képezik. Wiedemann számításai a horonyszigetelésnek üveg alapanyagból való készítésére vonatkoznak, melynek hővezető képessége mintegy 2,0-szerese a mica-vályu hővezető képességének. A növelt nyomású hidrogénnel való hűtés hatékonyságának összehasonlításánál tehát a rotorok vízzel való hűtése is ugyancsak a nagyobb vezető képességű üvegalapanyagú horonyvályuk alkalmazásával számítandó.

Wiedemann szerint nagyobb turbógenerátorokban tisztán felületi levegőhűtéssel, 90 C° túlmelegedés megengedése esetén a számítással kapott és mérésekkel igazolt hőesés üvegalapanyagú horonyvályuk alkalmazásával a réz és vas között 22 C°. Ezen hőesés alapulvételével részletesen számítja a turbórotorok teljesítőképességét a rotornak tisztán felületi hűtése esetére és változatban arra az esetre, ha az *üreges* rotorvezetők közvetlenül hűttetnek 1,035, 2, illetve 3 ata nyomású hidrogénnel.

Vízhűtésnél az 1. ábra szerint a szigetelésen át a fogak felületére átadott melegnek a fogakon át való szállítására és a fogak felületéről a hűtővízbe való átadására szükséges hőesés a víz felmelegedésével együtt mintegy 10 C° a levegőhűtésnél szükséges 90—22 = 68 C°-kal szemben. Ennek megfelelőleg vízhűtéssel a vezetők $\sqrt{\frac{80}{22}} = 1{,}9$-szeres árammal terhelhetők a felületi levegőhűtéssel szemben.

A IV. táblázatban össze van állítva a rotor teljesítő képessége levegő, növelt nyomású hidrogén és vízhűtés esetére. Ezen összeállításban felületi levegőhűtés esetén a rotor teljesítő képessége 100.

A IV. táblázat azt a meglepő eredményt mutatja, hogy a turbórotornak vízzel való hűtése még akkor is hatékonyabb és a hidrogénhűtéssel szemben

még abban az esetben is nagyobb teljesítményt ígér, ha a rotornak üreges vezetői vannak és a vezetőket közvetlenül hűtik 3 ata nyomású hidrogénnel.

IV. táblázat

Turbórotorok teljesítőképessége üveg alapanyagú horonyvályú-szigetelés alkalmazása esetén

Hűtőanyag	Levegő	Hidrogén		Státor: levegő Rotor: víz
		1,035 ata	3 ata	
A hűtés módja:				
a) A rotor hengeres felülete hűttetik	100	111	127,5	
b) Az üreges rotor vezetők közvetlenül hűttetnek		109	180	190

A vízhűtés hatékonyságára vonatkozó, előbbi vizsgálódások feltételezték, hogy a vízhűtéses rotor levegőhűtéses státorban forog. Ha azonban a vízhűtéses rotor 1,035 atm abs. nyomású hidrogén hűtéses státorba helyeztetik, akkor annak teljesítőképessége mica horonyvályú szigetelés esetén még mintegy 20%-kal, üveg alapanyagú horonyvályu szigetelés esetén pedig még mintegy 35%-al gyarapodik. Ezen teljesítménynövekedés következtében a vízhűtéses rotorral felszerelt hidrogénhűtéses turbógenerátor teljesítményét már nem a rotor, hanem — a meredeken emelkedő járulékos veszteségek miatt — a státor határolja.

IRODALOM

1. Elektricsesztvo, 1940. 10. szám.
2. Transactions of AIEE, vol. 69. 1950.
3. Elektrizitätswirtschaft, 1951. IV.
4. *N. A. Poljak:* Hidrogénhűtésű turbógenerátorok hő- és villamos jellemzői. Elektricsesztvo, 1951. 1.
5. *E. Wiedemann:* Wasserstoffkühlung für Turbogeneratoren. Brown-Boweri Mitteilungen. 1954. 2—4. sz.

Összefoglalás

Kétpólusú turbórotorok teljesítményét egyrészt a méretek növelésével, másrészt a hűtés hatékonyságának javításával lehet fokozni. A méretek növelésének szélső határát a mechanikai igénybevétel képezi. Levegőhűtés esetén a rotor átmérő növelésének előbb szab határt a légrésben keletkező súrlódási veszteség; a lényegesen hatékonyabb hidrogénhűtés esetén pedig a rotor hosszának növelését az axiális áramlású hidrogén túlmelegedése hátráltatja. A víz nagy hőátvevő és transzportáló képességénél fogva igen alkalmas turbórotorok hűtésére. Légköri nyomású hidrogén a levegőhűtéses teljesítményt mintegy 10—20%-kal növeli; ezzel szemben a statornak levegővel, a rotornak pedig vízzel való hűtésével a rotorteljesítmény mintegy 25—50%-kal gyarapodik. Léghűtéses státorba szerelt turbórotornak vízzel való hűtése még abban az esetben is nagyobb teljesítményt ígér, ha a hidrogénhűtéses rotornak üreges vezetői vannak és a vezetőket közvetlenül hűtik 3,0 ata nyomású hidrogénnel. Légköri nyomású hidrogénhűtéses statorral kombinálva a vízhűtés a rotor teljesítményének még mintegy 20—35%-os további gyarapítását teszi lehetővé a 3 ata nyomású hidrogénhűtéses rotor teljesítménye fölé.

A BETON SZILÁRDSÁGÁNAK ALAKULÁSA

BLEIER SÁNDOR

[Beérkezett 1954. január 27-én]

Bevezetés

A betont már több mint egy évszázada általánosan, mind szélesebb körben használják, de készítésének, céltudatos előkészítésének eddig ismert irányelvei határozott biztonságot még mindig nem nyújtanak. E körülmény főleg annak a felfogásnak következménye, mely szerint a kívánatos határozottság csak akkor lesz teljes, ha már a cement felette bonyolult kémiája, főleg kristálykémiája kétséget kizáróan ismertté fog válni.

E felfogás azonban különösen azért nem helytálló, mert nem egyedül a cementátalakulás vegyi folyamata határozza meg a beton szilárdságát, hanem ezt más tényezők még sokkal nagyobb mértékben befolyásolják. Feltehető ugyanis, hogy a cement még kellően fel nem derített kémiájának figyelembevételével a vegyi folyamat megnyilvánuló hatásainak, valamint a betonnal kapcsolatos egyéb jelenségek megfigyelése a beton szilárdságát gyakorlati értelemben helytállóan megvilágítja és oly következtetésekre vezet, amelyek a beton tervezésének és készítésének határozottá és biztossá tételéhez vezető irány megismerésére alkalmasnak fognak bizonyulni. A céltudatos határozottság a nagyméretűen és örvendetesen fejlődő építőtevékenység szempontjából felette szükséges, mert a fennálló rendszabályok, illetve gyakorlat szerint készült betonban a felhasznált cementnek csak egy része hasznosul, ami felbecsülhetetlen gazdasági hátrányt jelent.

A) A betonnal kapcsolatos jelenségek megfigyelése

1. Az adalék magatartása

Ha valamely edény — legcélszerűbben a 20 cm élhosszúságú próbakocka vasmodellje — adalékanyaggal van színültig megtöltve, akkor az adalékszemcsék közt kialakuló hézagtartalom nagyságát, az edény térfogatának és az adalékanyag tömörtérfogatának különbsége fogja megadni. Az adalékanyag c fajsúlyá-

nak meghatározása után, az edényben levő száraz adalék a súlyának és a c fajsúlynak hányadosa, az adalék tömörtérfogatának mérőszámát b jelöli meg:

$$\frac{\text{szárazanyag súlya}}{\text{fajsúly}} = \text{tömörtérfogat} = \frac{a}{c} = b.$$

Edény térfogata — tömörtérfogat = hézagtartalom

Ha az edényt egymásután, különféle szemcseösszetételű, azonos vízmennyiséggel megkevert adalékkal, mindig ugyanúgy tömörítve töltik meg, akkor a benne elhelyeződött tömörített adalékanyag súlya, annak tömörtérfogata és az edényben kialakuló hézagtartalom minden esetben más nagyságú lesz, miként azt az 1. táblázatban foglalt adatok mutatják:

1. táblázat

Tiszta adalék. (7% vízadagolás)

Szemcseösszetétel	Keverék tf. súlya kg	Szárazanyag súlya kg	Tömörtérfogat l	Hézagtartalom l
0— 1 mm	1818,75	1699,77	642	358
0— 5 »	1956,25	1828,27	693	307
0—10 »	2075,00	1939,25	735	265
0—20 »	2193,75	2031,20	780	220
0—30 »	2206,00	2061,68	782	218
1— 5 »	1893,75	1769,86	670	330
1—30 »	1981,25	1851,64	700	300
0—5=25%, 5—30=75%	2325,00	2172,90	822	178
» =50%, » =50%	2312,50	2161,21	818	182
» =75%, » =25%	2187,50	2044,39	773	227

E jelenség azt mutatja, hogy az edényben elhelyezhető adalékanyag mennyiségét a szemcseösszetétel, azaz a szemcseméretek változata, élénken és nagymértékben befolyásolja.

Bármely, színültig adalékkal megtöltött edényben, cement csak a hézagtartalomban helyeződhetik el, mert az edénytérfogat többi részét az adalék tömörtérfogata foglalja el.

Valamely edénybe töltött cementnek a térfogategységre — literre — vonatkoztatott súlyát *litersúly*nak nevezik. Ha lazán van az edény megtöltve, akkor kisebb, ha erősen berázva, akkor nagyobb a litersúly, de nagysága változik az edény alakja szerint is. A legjobban berázott, illetve tömörített cement litersúlya 1,9 kg-ra vehető.

Az 1. táblázatban mindjárt az első tétel hézagtartalma a legnagyobb, ami önként azt a feltevést ébreszti, hogy bizonyára a legnagyobb hézagtartalomban fog elférni a legtöbb cement. E feltevésnek megfelelően:

$358{,}00 \times 1{,}9 = 680{,}2$ kg tömörített cementnek kellene ebben a térfogatban elhelyeződnie. Ezzel szemben a 2. táblázat tanúsága szerint csak 122 kg fér el benne erősen bevibrálva, amely 1 l-es edényben, száraz keverékkel addig folytatott kísérlet eredményeit foglalja magában, míg az edényben annyi adalék el nem helyeződött, mint amennyi az edényt cementadagolás nélkül színültig megtöltötte.

2. táblázat

Adalék 0—1 mm kg	Hézagtartalom l	Cement kg	Litersúly kg
1697,—	358	122,—	0,36
1669,—	368	180,—	0,48
1665,—	370	236,—	0,64
1631,—	382	320,—	0,85
1533,—	419	490,—	1,16

E megfigyelés azt a körülményt világítja meg, hogy a hézagtartalomnak nevezett edény a cementszemcsék legtömörebb elhelyezkedésére, illetve az azt kifejező litersúlyra, nagy jelentőségű befolyást gyakorol. Az edényt színültig kitöltő és a legjobban tömörített adalék hézagtartalma a legkedvezőtlenebb helyzetet teremti meg a cementszemcsék elhelyezkedése részére, és minél jobban növekszik a hézagtartalom az adalékmennyiség kiszorulása, vagyis csökkenése folytán, annál tömörebb a cementszemcsék helyzete és annál nagyobb ennek kifejezője, a litersúly.

A hézagtartalom-edény eme befolyása változatlan marad különböző szemszerkezetű adalékkal, de mindig ugyanazon cement- és vízadagolással készült betonban is. A 3. táblázatban oly betonok adatai vannak, amelyek az adalék 20 súlyszázalékával egyenlő cementmennyiséggel és a szárazkeverék 7 súlyszázalékának megfelelő vízadagolással készültek.

2. A cement tömörtérfogatának növekedése

Tiszta S. 54. cementből 20% vízadagolással, tű- és lapvibrátorral tömörítve készült 20 cm élhosszúságú kocka készítési súlya 18,05 kg volt. Miután a próbakocka térfogata 8 l, így térfogatsúlya:

3. táblázat

Adalék szemszerkezete	Adalék		Cement	
	súlya kg	hézagtartalma l	súlya kg	litersúlya kg
0— 5	1752,34	337	350,47	1,04
0—10	1839,95	303	368,—	1,21
0—20	1849,69	301	369,93	1,23
0—30	1859,42	295	371,88	1,26
1— 5	1786,41	324	357,28	1,10
1—10	1864,29	295	372,86	1,26
1—20	1864,29	294	372,86	1,27
1—30	1874,03	292	374,80	1,28
0—5=50%, 5—10=50%	1859,42	297	371,88	1,25
» =50%, 5—20=50%	1888,63	284	377,72	1,33
» =50%, 5—30=50%	1869,16	293	373,83	1,27
Legjobb szabv. görbe	1912,97	297	382,59	1,38
0—5=25%, 5—30=75%	1917,83	274	383,57	1,41
0—5=75%, 5—30=25%	1844,82	303	368,97	1,21
0—5+50% kvarchomok	1820,49	311	364,09	1,17
1—5+ » »	1839,96	303	367,99	1,22
Tiszta cement	1880,21	414	1880,21	1,88
Cement + kvarchomok 3 : 1	433,50	837	1446,72	1,73
» » » 1 : 1	893,23	663	893,23	1,35
» » » 1 : 2	1156,25	564	578,13	1,03
» » » 1 : 3	1285,16	515	428,39	0,83

18,05 : 8 = 2,25625 kg, illetve 2256,25 kg/m³ és köbméterre átszámított összetétele :

cement	1880,21 kg
víz	376,04 «
	2256,25 kg,

A cement fajsúlya = 3,21005, minek következtében a keverék m³-ében foglalt cement tömörtérfogata

$$\frac{1880,21}{3,21005} = 585,73 \text{ l}$$

és a keverék hézagtartalma..... 414,27 l.

Amidőn a cement vízzel vegyileg egyesül, a vegyi folyamat következtében a keverék víztartalmának egy részét leköti, melyet *kötöttvíz*nek neveznek,

másik része pedig az átalakult új anyagban eredeti, kötetlen alakjában megmarad.

28 napi tárolás után a kocka súlya 17,75 kg volt, azt tanúsítva, hogy a benne maradt, le nem kötött szabadvíz egy része a tárolás folyamán belőle elpárolgott. Az el nem párolgott szabadvíznek 160 C° hőmérsékleten, súlyállandóságig végrehajtott szárítással való eltávolítása után, a kocka súlya 16,5 kg, térfogatsúlya 2062,5 kg volt, amely immár a vegyi átalakulás folytán keletkezett új anyagnak, a *cementkő*nek térfogatsúlya. Az új anyagnak fajsúlya 2,71033 lévén, annak tömörtérfogata

$$\frac{2062{,}50}{2{,}71033} = 760{,}98 \text{ l},$$

a felhasznált cement tömörtérf. $\underline{585{,}73}$

$175{,}25$ l ... + 29,92% tömörtérfogatnövekedés történt. Ez a tömörtérfogatnövekedés az eredeti keverék hézagtartalmának rovására történt, amennyiben az 414,27 l-ről 239,02 l-re, 42,3%-kal csökkent. E körülmény arra vall, hogy a vegyi átalakulás következtében a cement térfogatsúlya a benne lekötött víz súlyával és ezzel szoros kapcsolatban tömörtérfogata is megnövekedett. A tömörtérfogatnövekedés a hézagtartalomba nyomulva érvényesült, és ennek köszönhető az, hogy a kocka térfogatára semmi káros befolyást nem gyakorolt. Ez a tény különbözteti meg a cement eme tömörtérfogatnövekedését attól a térfogatnövekedéstől, melyet duzzadásnak neveznek, és amely a cementszemcse egész térfogatára kiterjedve, a hézagtartalmon kívül is érvényesül, és ezzel a beton térfogatát károsan megnöveli, sőt a betont meg is repeszti.

Ha a próbatestből szárítással a szabadvizet teljesen el lehetne hajtani, akkor a cementkő és a cement térfogatsúlyának különbsége

$$\begin{array}{r} 2062{,}50 \text{ kg} \\ 1880{,}21 \text{ «} \\ \hline 182{,}29 \text{ kg a kötöttvíz mennyisége lenne.} \end{array}$$

De szárítással, nem lehet a szabadvizet teljesen eltávolítani, miért is mind ez az érték, mind pedig a tömörtérfogatnövekedésre talált, csak durva megközelítésű tájékoztatásra alkalmas. Ezért a következőkben külön ismertetésben foglalt meghatározási móddal számított értékek lesznek.

A cement tömörtérfogatnövekedésének fejlődését az előbbivel azonosan készült tiszta-cement próbatestekben a 4. táblázat a következőként világítja meg :

4. táblázat

Próbatest kora	Cement/m³ kg	Cement literesúly kg	Friss keverék tömörtérfogata l	Kész beton tömörtérfogata l	Töm. tf. növekedés l	Kötött-víz %	Szilárdság kg
2 napos	1858,89	1,86	576,71	699,45	122,74	4,33	497
7 napos	1858,89	1,86	576,71	717,79	141,08	4,87	692
14 napos	1858,89	1,86	576,71	716,95	140,24	4,84	685
28 napos	1858,89	1,86	576,71	723,93	147,22	5,06	687
18 hónapos	1854,17	1,85	572,98	763,14	190,16	6,25	858
Gőzölt *a)*	1804,10	1,80	557,51	699,09	141,58	5,—	462*
» *b)*	1908,10	1,91	589,65	795,92	206,27	6,55	570*

* 35×15×15 hasábszilárdság

Az első négy szilárdsági adat az éppen vizsgált cementgyártmányt jellemzi. Azonban más cementgyártmány esetében is, a 7 napos tiszta cementből készült próbatest a 28 napos szilárdság 75%-át mutatja.

A cementnek a vegyi átalakulásával járó tömörtérfogatnövekedése természetesen minden betonban érvényesül.

Kétféle (0—5= 50%, 5—10 = 50%) szemösszetételű frakcióból álló dunakavicsból, az adalék 20 súlyszázalékának megfelelő S.54. cementtel, a cementmennyiség 30%-át kitevő finom kvarchomokkal és a szárazanyag 7 súlyszázalékával egyenlő (0,42) vízadagolással készült próbatest készítési súlya 19,12 kg, illetve térfogatsúlya/m³ 2390,04 kg volt. Miután továbbá az adalék fajsúlya = 2,6829, a kvarchomoké = 2,67665, a cementé = 3,2233, így a próbatest összetétele m³-ként a következőképpen alakult:

adalék	1750,14 kg	tömörtérfogata	652,34 l
kvarchomok ..	111,58 «	«	41,69 «
cement.....	371,72 «	«	115,32 «
víz	156,60 «		
	2390,04 kg		
szárazanyag ...	2233,44 «	tömörtérfogata	809,35 l.

A cementátalakulás vegyi folyamata következtében, a szárazanyagból azzal lett beton, hogy a cement vizet lekötve cementkővé vált. A próbatest súlya 28 napos korában, 160 C°-on foganatosított kiszárítása után 18,20 kg, illetve térfogatsúlya 2275,— kg volt, fajsúlya pedig 2,66192 és így

$$\text{tömörtérfogata } \frac{2275 \cdot —}{2 \cdot 66192} = 854 \cdot 65 \text{ l}$$

a betonkeverék szárazanyagának töm. tf. 809,35 «

tömörtérfogatnövekedés 45,30 l.

Arra való tekintettel, hogy a vegyi átalakulás folyamán sem az adalék, sem a kvarchomok tömörtérfogata nem változhatott, mert vizet egyik sem köt le, így a mutatkozó többlet csak a cement tömörtérfogatának növekedése lehet olyként, hogy az 115,32 l-ről 160,62 l-re nőtt. A szárítás tökéletlensége folytán a számítás ily menete nem megfelelő és ezért az 5. táblázatban a függelékben bemutatott számítással kapott eredmények jelzik a leírt betonban létrejött tömörtérfogatnövekedés fejlődését.

5. táblázat

Próbatest kora	Cement/m³ kg	Cement litersúly kg	Friss keverék tömörtérfogata l	Kész beton tömörtérfogata l	Töm. tf. növekedés l	Kötött-víz %	Szilárdság kg/cm²
1 napos	371,72	1,23	809,35	829,60	20,25	3,92	190
2 napos	371,72	1,23	809,35	830,70	21,35	4,12	270
7 napos	371,72	1,23	809,35	845,97	36,62	6,97	288
14 napos	371,72	1,23	809,35	848,99	39,64	7,55	385
28 napos	371,72	1,23	809,35	849,79	40,44	7,70	425
18 hónapos	376,75	1,225	809,50	899,07	89,57	16,20	566
Gőzölt 10 atm. *a)*	378,87	1,25	814,04	900,20	86,16	15,60	577*
b)	369,93	1,215	794,85	871,03	76,18	14,10	790

* Hasábszilárdság

A 4. és 5. táblázat adatainak összehasonlítása arra a megismerésre vezet, hogy minél tömörebb a cementszemcsék elhelyezkedése a betonban, azaz minél nagyobb e körülmény kifejezője, a litersúly, annál kisebb a tömörtérfogatnövekedés, valamint a vele szorosan összefüggő kötöttvíz mennyisége a felhasznált cementmennyiséghez viszonyítva, és fordítva, a cementszemcsék elhelyezkedési tömörségének, illetve a litersúlynak csökkenése nyomán növekszik a tömörtérfogatnövekedés és a kötöttvíz mennyisége.

E körülmény azt a feltevést ébreszti, hogy a cementszemcsék tömör elhelyezkedese akadályozza a cement tömörtérfogatnövekedésének kifejlődését, és mert a cement a vízzel való egyesülése folyamán bizonyára mindig ugyanazt — a cementminőséget jellemző — vízmennyiséget köti le, így csak arra lehet következtetni, hogy az akadályoztatás folyományaként, az adagolt cementnek

csupán az a része tárul fel és alakul át cementkővé, amelyik a kimutatható kötöttvízmennyiségnek megfelel, többi része pedig változatlanul marad meg. E következtetést erőteljesen alátámasztja az a kísérlet, melynek során 8—10 hónapos, az időjárás minden viszontagságának kitett, tisztacement-próbatestek megőröltettek. Az őrleménynek a 4900-as szitán áthullott részéből a következő összetételű beton készült: 0—5 = 50%, 5—10 = 50% dunakavics, 30% őrlemény, 8 és 9%-os vízadagolás. A szobahőmérsékleten tárolt próbatest 4 napos korában 15 kg/cm², a 7,5 atm. nyomás alatt gőzölt 8% vízadagolású próbatest a gőzölést követő napon 187 kg/cm², a 9%-os 205 kg/cm² nyomószilárdságot mutatott. A felhasznált őrleménynek kb. 15%-a, mintegy 70—80 kg cement tárult fel a már teljesen lekötöttnek vélt cementtestekből, sőt — az irodalom alátámasztása szerint — még ennek a betonnak őrleménye is, talán még többszöri ismétlés mellett is, kötőképesnek bizonyulna.

A hasznosult, azaz feltárult cementmennyiség tájékoztató megállapítása ama vízmennyiség ismerete hiányában, melyet a cement egyáltalán le tud kötni, a tárgyalt esetek adatai között legnagyobbnak bizonyult kötöttvízmennyiségre — 22,9% — támaszkodik.

A 4. és 5. táblázat adatai még azt is mutatják, hogy azonos összetételű betonban azonos tömörség mellett a cement tömörtérfogatának változásával, illetve a kötöttvíz mennyiségének növekedtével, növekszik a szilárdság is. Ez arra vall, hogy a szilárdság a kötöttvíz mennyiségével összefügg és hogyha a betontömörség fokozásával együttjáróan a kötöttvízmennyiség növekedése is elősegíthető, akkor ez csak a szilárdság növekedését eredményezheti.

A következő megfigyelések annak megállapítására terjedtek ki, hogy az eddig tapasztalt jelenségek miként érvényesülnek a különböző összetételű betonokban.

A 6. táblázatban oly próbatestek megfigyelésének eredményei vannak, amelyekben a cementszemcsék elhelyezkedési tömörsége, csaknem cementszemcsenagyságrendű kvarchomokszemcsék adagolása folytán csökken. Ezek az adatok is határozottan bizonyítják azt a tényt, hogy a cementlitersúly fokozatos csökkenése mindjobban elősegíti a cement tömörtérfogatának és ennek folytán a kötöttvíz mennyiségének növekedését, minek folytán mind nagyobb az adagolt cement feltárult, illetve hasznosult mennyisége is. Ezzel szemben minél nagyobb a tömörtérfogatnövekedés lehetősége, annál nagyobb a cementkő hézagtartalma, annak jeléül, hogy a cementszemcsék tömör elhelyezkedésének csökkenése a cementkő sűrűségének és ezzel a szilárdságnak is csökkenését eredményezi, viszont a cement gazdaságosabb kihasználását, bizonyos határig, elősegíti. A 18 hónapos és gőzölt próbatestek adatai azt mutatják, hogy a négyféle betonösszetétel között a 3.-ban hasznosult leggazdaságosabban a cement.

A 7. táblázat oly kockasorozat adatait foglalja magában, mely azonos adalékanyag felhasználásával a növekvő cementadagolás hatásának megfigyelésére ad alkalmat. Ezek az adatok is lényegileg teljesen egybehangzanak a

6. táblázat

Beton összetétele és kora	Beton-keverék/m³ töm. tf-a *a*	Készbeton tömör-térfogata *b*	Tömör-térfogat-növekedés *c = b — a*	Cement t/m³ súlya kg	Cement t/m³ litersúlya kg	Cement t/m³ tömör-térfogata *d*	Cement t/m³ megnöv. tömör tf-a *d + c*	Kötött-víz %	Feltárult cement %	Cement-kő héz. tart. %	Szilárd-ság kg/cm²	Cement szil.
I. 28 napos												
1. Cement + kvarchomok 3:1 $v/c = 0{,}26$	610,50	768,13	157,63	1446,72	1,73	447,07	598,70 35,2%	6,87	30,5	44,3	747	1,9367
2. Cement + kvarchomok 1:1 $v/c = 0{,}40$	612,78	721,07	108,29	893,23	1,345	276,03	384,32 39,2%	8,—	34,7	57,7	482	1,8531
3. Cement + kvarchomok 1:2 $v/c = 0{,}60$	614,57	704,34	89,77	578,13	1,025	178,66	268,43 50,—%	10,35	45,2	63,5	280	2,0648
4. Cement + kvarchomok 1:3 $v/c = 0{,}80$	616,89	683,38	66,49	428,39	0,83	132,38	198,87 50,2%	10,60	46,—	71,30	175	2,448
II. 18 hónapos												
1.	595,27	795,73	200,46	1410,65	1,68	435,92	636,38 46,—%	8,55	37,3	35,8	kb 850	1,6550
2.	612,78	767,13	154,35	893,23	1,347	276,03	430,38 55,7%	10,85	47,7	45,—	612	1,4596
3.	605,33	696,32	90,99	569,44	0,999	175,97	266,96 51,7%	10,60	46,4	63,5	402	1,4165
4.	601,88	684,74	82,86	417,97	0,793	129,16	212,02 64,2%	13,30	57,7	65,5	203	2,059
III. Gőzölt 7,5 atm.												
1.	610,50	741,88	131,38	1446,72	1,73	447,07	588,45 29,4%	5,90	25,8	51,2	885	1,6347
2.	612,78	738,75	125,97	893,23	1,345	276,03	402,— 45,7%	9,10	39,9	47,2	865	1,0326
3.	621,95	717,35	95,40	585,07	1,025	180,80	276,20 52,7%	10,80	47,3	61,—	650	0,9001
4.	616,89	698,86	81,97	428,39	0,83	132,38	214,35 62,—%	12,85	56,2	64,3	455	0,9415

7. táblázat

Beton összetétele és kora	Betonkeverék/m³ töm. tf-a *a*	Készbeton tömörtérfogata *b*	Tömörtérfogat-növekedés *c = b − a*	Cement/m³ súlya kg	Cement/m³ litersúlya kg	Cement/m³ tömörtérfogata *d*	Cement/m³ megnöv. tömör tf-a *d + c*	Kötött-víz %	Feltárult cement %	Cementkő héz.tart. %	Szilárdság kg/cm²	Cement szilárdság
Adalék: 0—5=50%, 5—10=50%												
I. 28 napos												
1. Adalék + 10% S. 54. .... *v/c* = 0,66	798,86	835,57	36,71	200,47	0,835	62,45	99,16 58,7%	12,95	56,7	65,—	200	1,002
2. Adalék + 20% S. 54. .... *v/c* = 0,36	797,98	855,66	57,68	371,46	1,250	115,72	173,40 49,7%	10,80	47,3	56,3	400	0,930
3. Adalék + 30% S. 54. .... *v/c* = 0,30	782,62	848,93	66,31	509,52	1,420	158,73	225,04 41,7%	9,—	39,4	54,—	435	1,170
II. 18 hónapos												
1.	809,54	876,76	67,22	203,15	0,880	63,29	130,51 106,—%	22,90	100,—	48,7	330	0,665
2.	800,09	895,82	95,73	372,45	1,260	116,03	211,76 82,5%	17,40	76,—	36,2	595	0,625
3.	787,67	901,31	113,64	512,82	1,450	159,75	273,39 71,—%	14,80	64,5	31,6	615	0,835
III. Gőzölt 10 atm.												
1.	822,05	865,89	43,84	206,42	0,950	63,79	107,63 69,7%	14,65	65,3	61,—	208	0,990
2.	833,51	895,14	61,63	388,45	1,460	120,04	181,67 51,3%	11,10	48,3	46,6	453	0,857
3.	823,25	895,93	72,68	536,85	1,660	165,90	238,58 43,7%	9,40	41,—	42,5	560	0,957

megelőző megfigyelések eredményeivel, azzal a különbséggel, hogy ez a betonösszetétel, bár a cement tömörtérfogatnövekedésének kifejlődését jelentékenyen elősegítette, mégis aránytalanul nagyobb sűrűségű cementkő keletkezését tette lehetővé. A cementnek nagy mennyiségű víz lekötésére volt alkalma, minek folytán az adagolt cementnek lényegesen nagyobb része hasznosult, és a beton gazdaságossága, az előbbihez képest sokkal kedvezőbbnek bizonyult. Ezek az adatok arra a megismerésre is vezetnek, hogy a leggazdaságosabb az adalék 20 súlyszázalékának megfelelő cementadagolás. Nagyobb vagy kisebb adagolás már a gazdaságosság csökkenését okozza.

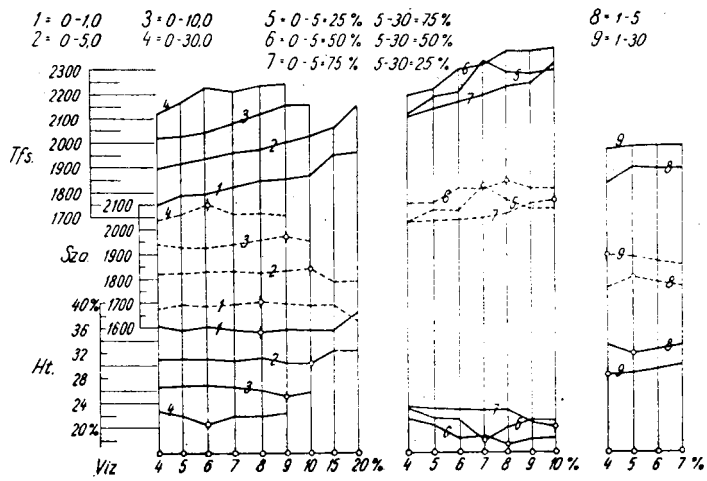
A 6. és 7. táblázat azt mutatja, hogy a kötöttvíz mennyisége, az adalékvíznek a cementre vonatkoztatott mennyiségének növekedtével, ugyancsak növekszik. Jóllehet hogy az adalékvíz növekedése is elősegíti a kötöttvízmennyiség növekedését, mégis az adalékvíz növekedésének mértéke nem arányos a kötöttvíz növekedésével. Ezzel szemben a tömörség, illetve a litersúly csökkenése már határozottabb arányosságot tanúsít a kötöttvízmennyiség növekedésével, amiből az következik, hogy a kötöttvízmennyiség növekedését túlnyomó részben a tömörség csökkenése eredményezi.

3. A víz hatása

Ha a próbakocka vasmodelljét növekvő vízmennyiséggel megkevert tiszta adalékanyaggal, egymás után ugyanazzal a tömörítő eljárással megtöltjük, akkor az a jelenség tapasztalható, hogy a formába tömörített anyag térfogatsúlya, a vízmennyiség növekedtével ugyancsak növekedni fog. E jelenség közelebbi megfigyelésére többféle szemösszetételű adalékkal végrehajtott kísérletsorozat eredményeit tünteti fel az 1. ábra; ezek elsősorban azt árulják el, hogy a maximális szemnagyság növekedtével, a kockaformába tömörített anyag térfogatsúlya erőteljesen növekszik, arról téve tanúságot, hogy a szemnagyság növekedése — bizonyos határig és csak a tiszta adalékra vonatkozóan — az egész szemcsézet tömörebb elhelyezkedését segíti elő. Amíg a térfogatsúly, csaknem minden esetben, a vízadagolás növekedésével emelkedik, addig a keverékben foglalt szárazanyag súlya, valamely vízadagolásnál eléri maximumát és azontúl állandóan csökken. A szárazanyag maximális súlya a legkisebb hézagtartalmat eredményezi, és így az a vízadagolás vezet a legnagyobb tömörségre, amelynél a szárazanyag maximális súlyát eléri. Ezen a határon túl ismét növekszik a hézagtartalom és folyton csökken a tömörség, bár a térfogatsúly növekedése tovább tart. Ezért nem a térfogatsúly, hanem a szárazanyag súlyának nagysága jellemző a tömörség mértékére.

Ha továbbmenőleg, tiszta cementből készül hasonlóképpen egy próbakockasorozat, akkor annak vizsgálata, a 2. ábra szerint, az előbbivel azonos jelenségek megismerésére vezet. Ez esetben is van a növekvő vízadagolásnak oly értéke,

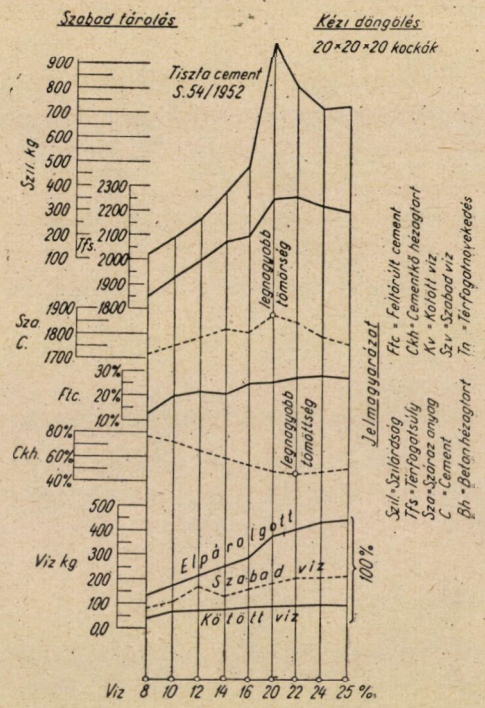
amely mellett a szárazanyag súlya maximumát éri el és e legkedvezőbb vízadagolás nemcsak a legnagyobb tömörséget, hanem egyben a legnagyobb szilárdságot is biztosítja. Ezek az adatok arra is figyelmeztetnek, hogy a tiszta adalék magatartásával ellentétben, a beton legnagyobb tömörségének nem okvetlen velejárója a legkisebb hézagtartalom, miért is határozottan meg kell különböztetni a beton *tömörségét* annak *tömöttségétől*, bár e két jelenség legtöbbször egybeesően jelentkezik. A tömörséget a szárazanyag legnagyobb súlya és az elért legnagyobb szilárdság jellemzi, a tömöttséget a legkisebb hézagtartalom.



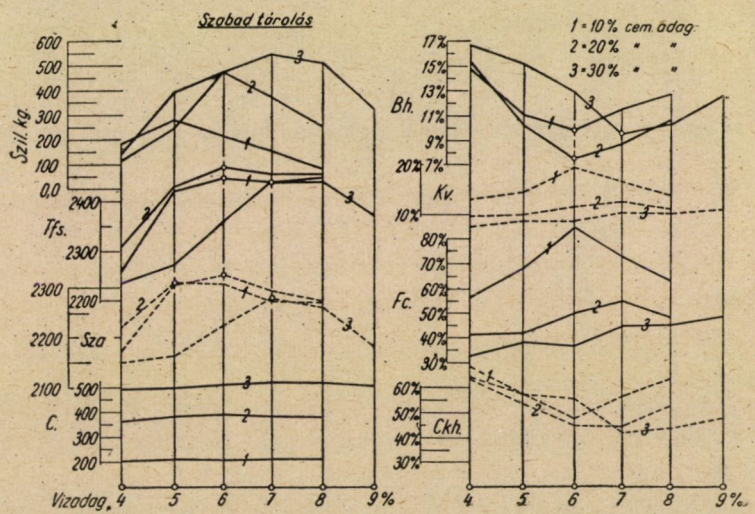
1. ábra. A tiszta adalék magatartása

A 2. ábrán szembetűnő, hogy a legkisebb vízadagolás mellett a cementszemcsék elhelyezkedésének tömörsége és ennek kifejezője, a litersúly a legkisebb, majd fokozatosan növekszik. Az előbbiek során megfigyelt ama jelenségnek megfelelően, mely szerint a litersúly növekedése a cement tömörtérfogatnövekedésének, valamint a kötöttvíz mennyiségének csökkenését okozza, a jelen esetben is a litersúly növekedése következtében, csökkennie kellene a köztöttvízmennyiségnek. Azonban éppen ellenkező magatartást tanúsít, miből csak arra lehet következtetni, hogy a cement tömörtérfogatnövekedését nemcsak a hézag-edény alakja és mérete, hanem más körülmény is befolyásolja, amely bizonyára a víz behatásának fog bizonyulni.

A növekvő vízadagolás betonban megnyilvánuló hatásának megfigyelt adatai közül a 3. ábrán azok vannak, amelyek a legjobbnak minősített szabványgörbe összetételével egyező adalékkal és háromféle, az adaléksúlyra vonatkoztatott 10, 20 és 30%-os cementadagolással, S.54. cementből készült kockasorozatok megfigyeléséből eredtek. Az ábrán rögzített jelenségek teljesen olyan képet adnak, mint a tiszta cementből készült sorozat esetében. Az 1. sorozatban



2. *ábra.* Tiszta cement próbatestek



3. *ábra.* Növekvő cementadagolás

nem a térfogatsúly, hanem a szárazanyag maximális súlya jellemzi a tömörséget, azonkívül a legnagyobb tömörség nem esik egybe a legnagyobb tömöttséggel, amely körülmény elsősorban igazolja az előbbiekben foglalt idevonatkozó megállapítást, másodsorban arra enged következtetni, hogy az elérhető legnagyobb szilárdság feláldozása árán tömött betont is lehet készíteni, az erre egyébként kevésbé alkalmas összetétellel.

Ezek az adatok is azt mutatják, hogy ugyanabban az összetételben és ugyanabban a térfogatban, a tömörség növekedtével növekszik a cementmennyiség is, és ez a körülmény adja meg a beton elérhető legnagyobb tömörségének jelentőségét.

A betonkeverésre felhasznált víz hatásának megfigyelésére irányuló vizsgálat arra a megismerésre vezetett, hogy a betonban visszamaradó, le nem kötött — szabad — víznek a betonszilárdságra jelentős befolyása van. Három $35 \times 15 \times 15$ cm hasáb alakú és három 20 cm élhosszúságú kocka alakú, gőzöléssel szilárdított, testvér-próbatest közül 1—1-nek szilárdsága a gőzölés után, 1—1-nek a gőzölést követő 160 C°-on való szárítása után és 1—1-nek a szárítást követő 10 hétig tartó vízbemerítése után a következőként változott :

	Hasábszilárdság	*Kockaszilárdság*
Gőzölés után	440 kg/cm²	610 kg/cm²
Szárítás után	610 «	790 «
Vízbemerülés után	392 «	625 «

Vákuum alatti vízbemerítés folytán élénkebbek a különbségek.

Behatóbb, különféle állapotra kiterjedő vizsgálat eredményei a 8. táblázatban vannak összefoglalva. Ezeknek az előző táblázatok adataival való összehasonlítása azt mutatja, hogy a tiszta cementből készült próbatest már 2 napos korában a 18 hónapos kötöttvízmennyiségének 75%-át, sőt szárítva 90%-át kötötte le, 21 napos korában pedig már csaknem ugyanannyit. A 21 napos próbatest gőzölése kiegészítette a be nem fejeződött folyamatot és ezzel elérte a 18 hónap alatt lekötött víz mennyiségét.

Teljesen ugyanazt a képet nyújtják a betonpróbatestek adatai is, sőt a táblázat utolsó tétele : készítése után azonnal gőzölt próbatest 18 óra leforgása alatt alig valamivel kisebb vízmennyiséget kötött le, mint a hasonló összetételű 18 hónap folyamán.

E megfigyelésekből az a következtetés vonható le, hogy a cement vegyi átalakulása nem évekig tartó, hanem lényegesen gyorsabb lejáratú folyamat, melynek időtartama azonban eddigelé még nincs rendszeresen megállapítva. Az ismertetett táblázatok egybevetése azt mutatja, hogy minél lazább a cementszemcsék helyzete a betonban, annál hosszabb ez az időtartam, mert ekkor nagyobb a cement tömörtérfogatnövekedése és nagyobb tömörtérfogatnövekedés hosszabb idő alatt küzdheti csak le a feléje irányuló

8. táblázat

Kor és eljárás	Beton-keverék/m³ töm. tf-a *a*	Készbeton tömör-térfogata *b*	Tömör-térfogat-növekedés *c = b — a*	Cement/m³ súlya kg	Cement/m³ litersúlya kg	Cement/m³ tömör-térfogata *d*	Cement/m³ megnöv. tömör tf-a *d + c*	Kötött-víz %	Feltárult cement %	Cement-kő héz. tart. %	Szilárd-ság kg/cm²
I. Próbatestek tiszta S. 54. cementből. Vízadagolás 22%.											
2 napos, szárított	564,44	699,68	135,24	1822,01	1,822	564,44	699,68	4,77	20,9	54,2	668
2 napos, gőzölt, szárított ...	565,17	717,78	152,61	1824,36	1,824	565,17	717,78	5,30	23,3	49,7	916
21 napos	565,89	734,07	168,18	1826,70	1,827	565,89	734,07	5,73	25,—	46,2	790
21 napos, szárított	561,53	733,—	171,47	1812,65	1,813	561,53	733,—	5,86	25,57	45,7	726*
21 napos, gőzölt, szárított ..	559,36	735,75	176,39	1805,62	1,806	559,36	735,75	6,10	26,50	44,8	978
II. Betonpróbatestek. Vízadagolás 0,62. 0—15 mm adalékkal, 21% S. 54. cem. és kvarcliszt (50%) adagolással											
A1. 3 órát 80 C°-on gőzölve, azonnal vizsgálva	773,14	785,41	12,27	341,32	1,09	104,42	116,69	2,29	10,13	90,5	27
A2. Előgőzölés után azonnal 6 órát 200 C°-on szárítva .	776,73	799,80	23,07	343,13	1,10	104,97	128,04	4,30	18,80	82,5	135
A3. Előgőzölés után 14 napig szabadon tárolva	768,56	834,33	65,77	339,51	1,07	103,87	169,64	11,85	52,—	58,2	256
A4. 14 nap után 12 órát gőzölve, utána szárítva	770,59	857,65	87,06	340,42	1,09	104,14	191,20	15,40	67,—	47,5	580
B1. 14 napos szabad tárolás után 12 órát gőzölve és szárítva ..	786,97	862,35	75,38	349,45	1,17	106,91	182,29	13,10	57,5	50,2	725
B2. 28 napos szabad tárolás után 12 órát gőzölve és szárítva ..	791,10	886,05	94,95	351,29	1,18	107,47	202,42	16,20	70,7	40,—	725
B3. Készítés után közvetlen 12 órát gőzölve és szárítva ..	791,10	888,65	97,55	351,29	1,18	107,47	205,02	16,60	72,5	38,8	845

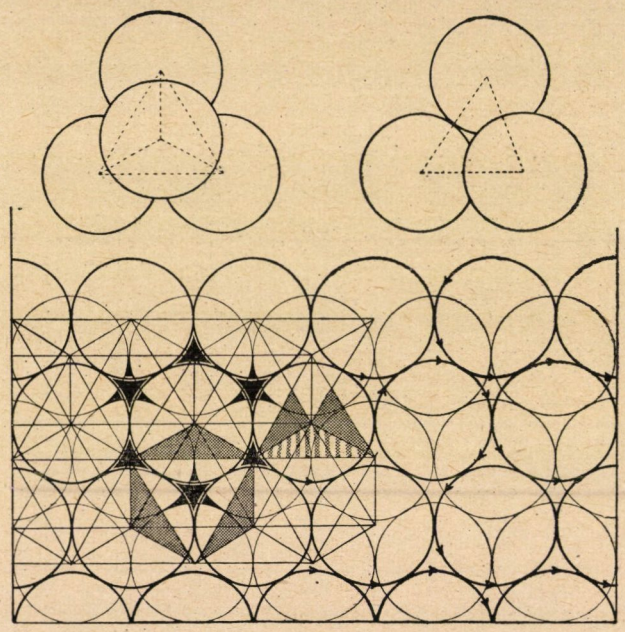
* Erőltetett szárítás és lehűlés folytán hajszálrepedés keletkezett.

ellenhatásokat. A 4. táblázat tömör elhelyezkedésű cementszemcsékre vonatkozó adatai arra vallanak, hogy a vegyi folyamat 28 nap alatt csaknem teljesen befejeződött, míg az 5. táblázatnak a cementszemcsék lazább elhelyezkedéséből származó adataiból a vegyi folyamatnak jóval hosszabb időtartamára lehet következtetni.

B) A megfigyelt jelenségek értelmezése

1. A beton tömörsége

A cement is, az adalékanyag is törmelékkőzet, és mint ilyen, szemcsés anyag. A szemcsés anyagoknak az a tulajdonsága, hogy felhalmozódásukban nem érint-



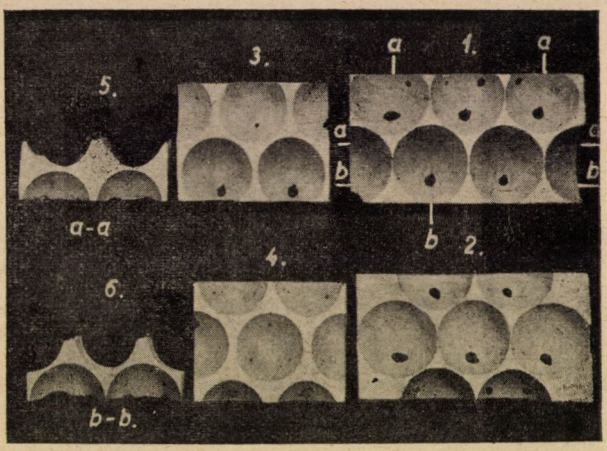
4. ábra. Gömbök legkedvezőbb elhelyezkedése

keznek teljes felületükkel, hanem annak csak egy részével és ezáltal nem töltik ki teljesen azt a teret, amelyet elfoglalnak. Ha az általuk elfoglalt tér határozott térfogatú, akkor a szemcsék között fennmaradó kitöltetlen teret hézagtartalomnak nevezik.

A szemcsés anyagok magatartása felhalmozódásukban — bár szemcséik alakja felette változatos — jól megközelítően jellemezhető gömböknek egymásközti magatartásával. A legegyszerűbb és legáttekinthetőbb szabályszerűséget az egyenlő nagyságú gömbök mutatják. Ezek akkor helyezkednek el legkedve-

zőbben és legkisebb hézagtartalommal, ha három egy síkon fekvő, egymással szorosan érintkező gömb felső részén keletkezett mélyedésben nyugszik egy negyedik, miként az a *4. ábrán* felül- és oldalnézetben látható. A legkedvezőtlenebb az elhelyezkedés akkor, ha az egy síkon fekvő, egymással érintkező gömbök mindegyikének tetejére egy másik gömb kerül.

Ha a 4. ábrán feltüntetett módon egyenlő gömbökkel megtöltött négyszögletes edényben keletkezett hézagtartalom valamely utólag megszilárduló anyaggal lenne kiöntve és annak megszilárdulása után a gömbök az edényből eltávolíthatók lennének, akkor egy szorosan összefüggő, sejt-vázszerű szilárd test maradna vissza, amelynek szabályosan ismétlődő részei az 5. ábrán — félgömbök közti gipszkiöntés különböző metszeteinek fényképén — látható alakúak lennének.



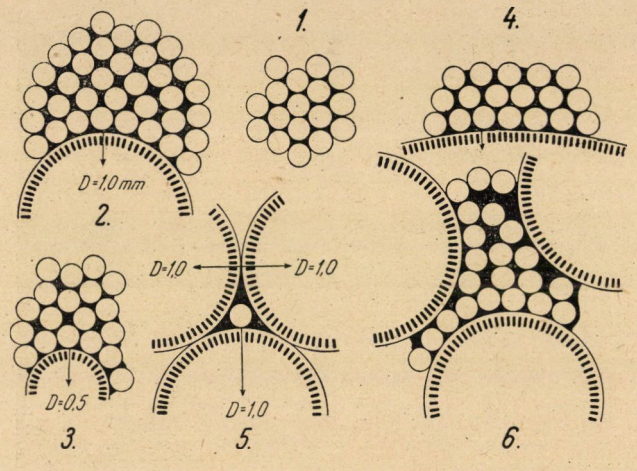
5. ábra. Gömbök közti megtestesült hézagtartalom metszetei

E sejt-vázszerű hézagtest szabályosan ismétlődő részeinek szabályos elemei vannak, amelyeket négy legkedvezőbben elhelyezkedett gömb középpontjaival meghatározott tetraéder zár be. Egy tetraéderbe foglalt elem homorú gömbfelületekkel van határolva és a gömbi homorúság folytán, egyik irányban testesedik, a másik irányban egy ponttá zsugorodik, mint azt az ábrán látható fekete pontok mutatják, amelyek a nagyon elvékonyodott gipszréteg kiszakadása folytán keletkeztek.

Ha az edény gömbök helyett vegyes szemnagyságú adalékanyaggal van megtöltve, úgy az adalékszemcsék között hasonló, de már a szemcsék görbületi sugarainak változatosságától befolyásolt hézagtest képződik, mert nem egyenlő görbületi sugarú szemcsék között már nem alakulhatnak ki a hézagtest egyenlő és szabályosan ismétlődő elemei. Nagy görbületi sugarú szemcsék között nagy, kis görbületi sugarúak közt kis, nagy és kis sugarú szemcsék közt pedig a legváltozatosabb nagyságú hézagelemek létesülnek. De bármint alakulnak e

hézagelemek, egy bizonyos határig mindig lehetséges az, hogy bennük egy vagy több, náluknál kisebb szemcse elhelyezkedhessék. Ez a körülmény teszi lehetővé azt, hogy az adalék szemszerkezetének alkalmas összetételével fokozható az edénybe tömöríthető adalék mennyisége. A tömörítés azonban oly mértékig nem fokozható, hogy az edényben levő adalékszemcsék között hézagtartalom ne maradjon.

Ha a legjobban tömörített adalékhoz betonkészítés céljából még cementet is kell adagolni, akkor ennek már csak az adalék hézagtartalmában lehet helye. Ebben annyi cement fér el, amennyinek legtömörebb elhelyezkedését az adalékszemcséknek görbületi sugarukkal meghatározott és a hézagelemet határoló felülete lehetővé tesz, mert bizonyos az, hogy a cementszemcse elhelyezkedésének



6. ábra. A cementszemcse elhelyezkedési lehetősége

más a lehetősége kis és más nagy görbületi sugarú adalékszemcse felülete körül a *6. ábra* tanúsága szerint.

A 6/1. ábra egymással érintkező cementszemcsék legkedvezőbb elhelyezkedését mutatja. Egyenlő görbületi sugarú szemcsék érintkeznek idegen görbületi sugár befolyása nélkül, ezért a köztük keletkezett hézagtartalom olyan, mint a legkedvezőbben elhelyezkedett egyenlő nagyságú gömbök közötti. A 6/2. ábrán 1,0 mm, a 6/3. ábrán 0,5 mm átm. adalékszemcse körül csoportosulnak a cementszemcsék, de ez esetben már nincs alkalmuk a 6/1. szerinti kedvező elhelyezkedésre, mert az adalékszemcse görbületi sugarának hatására a köztük kialakuló hézagok folytonosan növekszenek, de úgy, hogy a növekedő hézagban újabb cementszemcse nem fér el. A 6/4. ábrán feltüntetett 5,0 mm átmérőjű adalékszemcse körüli elhelyezkedés már megközelíti, az adalékszemcse görbületi sugarának további növekedése pedig teljes egészében biztosítja a 6/1. szerinti legkisebb hézagtartalmú elhelyezkedést. A 6/5. ábra azt mutatja, hogy három 1,0 mm átmérőjű

egymással érintkező adalékszemcse között csak egyetlen cementszemcse fér el, a 6/6. ábra pedig azt, hogy nagy adalékszemcsék feltételezett közbeékelődése folytán, egymással nem érintkező három adalékszemcse között a cementszemcsék e három adalékszemcse görbületi sugarával megszabott lazaságban helyeződhetnek csak el.

A cementszemcséknek az adalékszemcsék görbületi sugarától szabályozott kényszerelhelyezkedése következtében, a legjobban tömörített adalékanyag hézagtartalmában kevés, a szokásos cementadagolásoknál csak lényegesen kevesebb cement fér el. Ennél nagyobb mennyiségnek elhelyezkedésére a hézagtartalomnál jóval nagyobb térfogat szükséges és a nagyobb cementmennyiség adagolása szükségszerűen adalékanyagot szorít ki helyéből. Ennek következtében hiábavalónak bizonyul az adaléknak nagy gonddal megteremtett legjobb tömöríthetősége, mert az adalékszemcsék eltávolodnak egymástól és a cement elfoglalta térfogatban más helyzet alakul, mint amilyen a hézagtartalomban volt. Ebben a helyzetben teljes egészükben érvényesülnek a cementszemcséknek a 6. ábrán jelzett elhelyezkedési lehetőségei, mert az adalékszemcséknek immár nem a hézagelemet határoló felületével érintkeznek csupán, hanem azoknak teljes felülete körül helyeződnek el. Ezt az elhelyezkedésüket az adalékszemcsék görbületi sugara szabja meg, mely elhelyezkedést, ha lazán alakul is, semmiféle erővel és semmiféle tömörítőeszközzel megváltoztatni nem lehet.

E meggondolás arra a megállapításra vezet, hogy a beton tömöríthetősége nem az adalékanyag tömöríthetőségének, hanem a cementszemcsék elhelyezkedési lehetőségének függvénye.

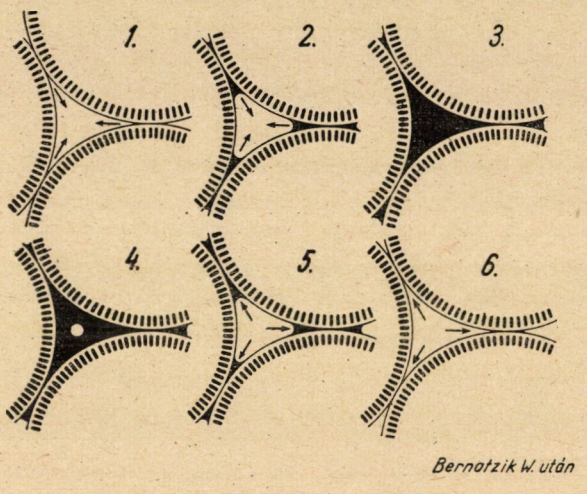
Az adalékszemcsék görbületi sugarának a betonszilárdságra gyakorolt egyetlen nagy jelentőségű hatása a cementszemcsék elhelyezkedésének befolyásolásában nyilvánul meg. Kis görbületi sugarú adalékszemcsék körül a cementszemcsék csak lazán, nagyobbodó görbületi sugarúak körül pedig mind tömörebben helyezkedhetnek el. Ezért az oly betonkeverék tömöríthetősége, amely egészben vagy túlnyomó részben kis görbületi sugarú szemcsékből álló adalékot tartalmaz, lényegesen kedvezőtlenebb, mint az olyané, mely nagy vagy vegyes görbületi sugarú szemcsékből álló adalékkal készül. Vegyes szemcsézetű adalékban a szemcsék görbületi sugarának hatása igen változatos, sőt ellentétes és a túlsúlyban érvényesülő hatás dönti el a tömöríthetőség mértékét. A cementszemcsék tömörebb elhelyezkedését a cementmennyiség növekedése elősegíti azzal, hogy a cementszemcsék az adalékszemcse körül, egymás fölött több sorban, mind tömörebben helyeződnek el (6/2—3. ábra).

Minél kedvezőbb, tömörebb a cementszemcsék elhelyezkedése, annál nagyobb a beton tömörsége és ezért a tömörség növekedése a beton szilárdságára nézve nagy jelentőségű, mert a tömörség növekedtével növekszik a cement mennyisége is az előbbi ábrák szerint és mert a cementkőből alakult hézagtest nyújtja a beton szilárdságát, átfogva, magához szorítva az adalékszemcséket, világos, hogy a több cementet tartalmazó hézagtest nagyobb szilárdságot

eredményez. Az adalékszemcsék görbületi sugara végeredményében tehát a beton szilárdságának kialakulását a tömöríthetőség mértékén át befolyásolja. Ezt a befolyást már maga a beton összetétele megszabja és ezért minden betonkeverék tömöríthetőségének sajátos felső határa van, mely túl nem léphető.

2. *A víz befolyása a tömörségre és szilárdságra*

A betonkeverék harmadik összetevője, a víz, a beton szilárdságának legjelentősebb tényezője. A keverék száraz anyaga nagy mennyiségű apró,



7. *ábra.* A kapilláris erő változásai

mikroszkópos nagyságú törmelékkőzet-szemcsét tartalmaz és emellett ezek, a tömörítés művelete folytán, az elérhető legtömörebb elhelyezkedésre kényszerülnek, így a betonban nagyon tekintélyes kapilláris csőhálózat képződik. Ennek következtében a víz magatartása a betonban teljesen azonos valamely más törmelékkőzethalmazban, a talajban, illetve annak hajszálcsőrendszerében megfigyelt magatartásával, a különbség csak annyi, hogy a betonkeverék törmelékkőzethalmazába keverés, míg a másikba szivárgás útján jut a víz, ami azonban a lényeget a legkisebb mértékben sem változtatja meg.

Amidőn a kőzetszemcse vízzel érintkezik, vagy megázik, akkor a felületi vonzás vagy feszültség következtében, a víz vékony hártya (film) alakjában mohón körülveszi a szemcse egész felületét. A hártyában tekintélyes húzófeszültség keletkezik (az egyetlen eset, midőn cseppfolyós vízben húzófeszültség van), mely összeszorítani igyekszik a körülvett szemcsét, köröskörül nyomást gyakorolva reá. A felületi feszültség eme mértékére jellemző az a jelenség, mely megfigyelhető akkor, ha egy nedves kavicsszemet száraz homokba ejtenek. A homok-

szemcsék oly erővel tapadnak a kavicsszemcséhez, hogy onnan sem rázással, sem ütéssel el nem távolíthatók, csak a kavicsszemcse letörlése vagy kiszárítása útján.

Kapilláris csőrendszerben a szemcséket körülvevő vízhártya a hézagtest gömbi szögletcsúcsai felől mindjobban erősödik (7/1. ábra) mindaddig, míg oly vastaggá válik, hogy a gömbi szögletcsúcsokban a kapillaritás jellegzetes megnyilvánulása : meniszkusz keletkezik (7/2. ábra). A vízhártya vastagodásával a benne érvényesülő húzószilárdság, a szemcsefelületek mentén, fokozatosan gyengül, mert a meniszkusz képződésével a felületi feszültség a meniszkusz homorú felületén összpontosul, a meniszkusszal emelt vízoszlopban nyomófeszültséget okozva, amely a vízoszloptól érintett szemcsékre hat és azokat egymástól elválasztani törekszik. Ez a szemcsékre gyakorolt nyomás mindjobban növekszik és maximumát akkor éri el, midőn a hézagtest teljesen megtelt vízzel (7/3. ábra). Ezen túl a nyomás állandósul és állandó marad akkor is, ha a víz a hézagtestből kilépve, az egész törmelékhalmazt elborítja.

Amidőn a kapilláris vízemelkedés megszűnik vagy befejeződik, akkor rendszerint erőteljesen érvényesül a párolgás, minek folytán a víz a hézagtestből fogyni kezd és a fogyás következtében újból képződik a meniszkusz (7/4. ábra) eleinte egybefolyva, majd mindjobban a gömbi szögletcsúcsok felé megoszolva (7/5. ábra). A meniszkusz újra való képződésekor a vízben megnyilvánult nyomófeszültség húzófeszültséggé változik, a szétnyomott szemcséket összehúzza, mely húzófeszültség mindjobban és erőteljesebben érvényesül és maximumát közvetlenül a víz teljes elfogyása előtt éri el. E húzóigénybevétel maximuma igen tekintélyes, melyet *Bernatzik W.* úgy jellemez, hogy a víz ebben az állapotában szilárd testként viselkedik, mely cementkő módjára, szinte összeragasztja az érintett szemcséket.

A kapilláris erő nagysága elsősorban a kapilláris cső méretétől függ. Minél kisebb a kapilláris cső átmérője, annál nagyobb a kapilláris erő, amely a meniszkusz felületén érvényesül. De *Freysinet* megállapítása szerint, miként arra Bernatzik munkájában hivatkozik, nagymértékben befolyásolja a kapilláris erőt a légkör párateltségének, vagy gőztelítettségének mértéke. A telítettségi fok növekedtével csökken és csökkenésével növekszik a kapilláris nyomás, mely 10%-os telítettség mellett 3000 atm-t ér el. A párateltség mértéke szoros összefüggésben van a légkörben, valamint a kapillárisok légterében megnyilvánuló gőznyomással, amelynek változása a kapillárisokban jelentős változásokat okoz. Ha a légkör párateltsége, illetve gőznyomása, a kapillárisok légterében érvényesülőnél kisebb, akkor megindul a kapilláris víz párolgása, főleg és túlnyomó részben a szemcsék felületi részein, a meniszkusz felületén lényegesen kisebb mértékben és tart mindaddig, míg a gőznyomások ki nem egyenlítődtek. A párolgás növekedtével mindjobban növekszik a meniszkuszokkal a kapilláris vízre gyakorolt húzófeszültség (7/5. ábra). Ha pedig a légkör párateltségének, illetve gőznyomásának növekedése következtében, a kapilláris légtérben újra

növekszik a gőznyomás, akkor a test higroszkópossá válik, a meniszkuszok felületén kondenzálódik a megnövekedett páratartalom és az ezáltal megnövekedett meniszkusz-felület következtében, csökken a szemcséket összehúzó feszültség, minek folytán az egész szerkezet újból lazábbá válik.

A kapilláris erő eme megnyilvánulásai a betonra nézve rendkívülien nagy jelentőségűek. Legelsősorban a beton tömöríthetőségét befolyásolják, a szemcsék görbületi sugarainak hatását túlszárnyaló módon, majd pedig a kész beton térfogatváltozásainak okozói.

Az adalékvíz kapilláris nyomásával leküzdhetetlenül megakadályozza a betonkeverék legnagyobb tömörségének képződését, akár nagy, akár pedig kicsi annak mennyisége és e mennyiség változásával változik a tömörség is. A változó vízmennyiség szélső határai között azonban minden betonkeveréknek van egyetlenegy oly, a beton összetételét sajátosan jellemző vízmennyisége — az optimális vízmennyiség —, amely a betonkeverék maximális tömörségét eredményezi. De ez a maximális tömörség nem azonos még a kész beton legnagyobb tömörségével, hanem ehhez képest egy duzzadt állapotot jelent. A kapilláris nyomás következtében, a kész beton legnagyobb tömörsége valójában a friss betonban végbemenő párolgás nyomán létesülő húzófeszültség hatására érvényesül, mely feszültség nagy erővel szorítja össze a szemcséket. A friss beton térfogata mindig nagyobb a kész beton természetes térfogatánál, amely jelenség azonban semmiként sem azonos a zsugorodó cement okozta térfogatváltozással.

A betonkeverésre fordított adalékvíz, a betonkészítés után, három részre oszlik. Az egyik része a *kötöttvíz*, amely a cementtel vegyileg egyesül, a másik része elpárolog, mely folyamat már a készítés alatt erőteljesen megindul, aztán — rendes körülmények között — fokozatosan elakad, a harmadik része pedig a *szabadvíz*, amely a hézagtestben, illetve annak kapilláris csőrendszerében makacsul megmarad és mennyisége változásoknak van kitéve.

A kötöttvíznek a betonszilárdság kialakulásában nagy jelentősége van, mert minél nagyobb — azonos tömörség mellett — a lekötött víz mennyisége, annál több cement hasznosult az adagolt mennyiségből és így annál nagyobb a cementkő szilárdsága. A kötöttvíz mennyiségének nagysága szorosan összefügg a cementnek vegyi átalakulásával járó tömörtérfogatnövekedésével és ennek kifejlődését a kapilláris erő azzal segíti elő, hogy a friss betont, a szemcsékre gyakorolt nyomásával, duzzadt állapotban tartja, amely állapot rendszerint fennmarad — helytálló eljárást követve — mindaddig, míg a teljes átalakulás végbe nem ment.

A szabadvíz jelentősége azonban a kötöttvízét, a betonszilárdság tekintetében, túlszárnyalja azzal, hogy a 7/2. ábrán jellemzett nyomásával, a kész beton szilárdsága ellen szegül. Minél nagyobb vagy kisebb, a kész betonban a szabadvíz mennyisége, annál nagyobb vagy kisebb a szemcsékre gyakorolt nyomása és így a betonszilárdság a szabadvíz mennyiségétől függően változik. Ha mesterségesen, szárítással kihajtják a betonból az eltávolítható szabadvizet,

akkor a beton szilárdsága erőteljesen megnövekszik, de egyben higroszkóposká válik és ezzel a szilárdság — előbb-utóbb — újból visszaesik. A beton szilárdsága, a kapilláris erőhatás folytán, nem állandó, hanem változó jelenség.

3. *A kötöttvízmennyiség alakulása*

Amidőn a cement vízzel vegyileg egyesül, akkor e folyamatnak az a következménye, hogy a cement súlya a kötöttvíz súlyával, tömörtérfogata pedig a kötöttvízmennyiséggel összefüggő mértékben megnövekszik. E tömörtérfogatnövekedés a beton hézagtartalmában érvényesül, különben a beton térfogatára káros következménnyel járna. A beton hézagtartalma kapilláris csőrendszer, amelynek méreteit egyrészt a cementszemcséknek az adalékszemcsék görbületi sugarától szabályozott elhelyezkedési lehetősége, másrészt az adalékvíz mennyisége határozza meg, tehát az a két tényező, amely a betonkeverék tömöríthetőségének határt szab. Minél tömörebb a cementszemcsék elhelyezkedése és minél kedvezőbb a vízadagolás, annál kisebbek a hézagtartalom kapillárisainak méretei. Ennélfogva minden betonkeverékben, a beton összetétele szerint, másként alakulnak a hézagtartalom kapillárisainak méretei és a cement tömörtérfogatnövekedése addig terjedhet a kapillárisban, ameddig e méretek azt lehetővé teszik. Miután a beton keverése alkalmával a cementszemcséket is vízhártya veszi körül, így a vegyi átalakulás a cementszemcse felületén indul el és a cement tömörtérfogatnövekedése onnan nyomul a kapillárisba. Ha a kapillárisban adott terjedelem ki van merítve, akkor a tömörtérfogatnövekedés megszűnik, a cement több vizet lekötni nem tud és az adagolt cementből annyi alakul át cementkővé, amennyi vizet tudott lekötni, illetve amennyinek tömörtérfogatnövekedésre alkalma volt, a cementszemcse belső magja pedig eredeti állapotában, véglegesen kihasználatlanul marad meg. Az adagolt cementszemcséknek minél nagyobb része alakul át cementkővé, általában annál nagyobb a beton szilárdsága és annál gazdaságosabb a beton.

A cement tömörtérfogatnövekedése azonban nem tudja a rendelkezésre álló teret teljesen kihasználni, a kapillárisokban érvényesülő ellenállások miatt. Amidőn az adagolt vízmennyiség az optimálisnál kisebb (lásd 2. és 3. ábra), akkor a tömörség a legnagyobbnál lényegesen kisebb és ennek következtében a kapillárisok méretei megnövekszenek, tehát a tömörtérfogatnövekedés kifejlődésére kedvezőbb a helyzet. És mégis kisebbnek bizonyul a kötöttvíz mennyisége, mert az ily vízállapot mellett a kapilláris erő még csak a szemcséket (cementszemcséket is) körülvevő vízhártya felületi feszültségében érvényesül és ez akkora nyomást gyakorol a cementszemcsékre, hogy azoknak tömörtérfogatnövekedését akadályozza. Ebből az a megállapítás következik, hogy betont az optimális vízmennyiségnél kisebbel elkészíteni nem célszerű, mert az ily betonok a legkevésbé gazdaságosak.

A kapillárisokban a cement tömörtérfogatnövekedésével szemben az ottlevő szabadvíz kapilláris nyomása, a gőznyomás és a levegő ellenállást fejt ki és ez hátráltatja, de meg nem akadályozza a tömörtérfogat növekedését, melynek egyedül a kapillárisok mérete szab határt. Miután emellett a beton szilárdsága is hosszú időn át fejlődik, úgy e körülmények arra a nyilván téves megállapításra vezettek, hogy a beton szilárdulása hosszú, évekig tartó folyamat.

Ezzel szemben a 8. táblázat adatai azt mutatják, hogy a cement már kétnapos korában lekötötte a 18 hónapos korban megállapítható kötöttvízmennyiség nagy részét, 21 napos korában pedig már csaknem annyit.

Miután a cement tömörtérfogatnövekedésének határát a beton összetétele szabja meg, így minden betonösszetételnek megvan a maga sajátos szilárdsága, amely azonban, ha ki is alakult és lappangva jelen van, nem tud addig teljes egészében érvényesülni, míg a betonban levő szabadvíz kapilláris nyomása vele szemben érvényesül. A szabadon tárolt betontestek súlya állandóan csökken a szabadvíz párolgása folytán és minél kevesebb a szabadvíz bennük, annál nagyobbnak mutatkozik szilárdságuk. Ha valamely oknál fogva szabadvíztartalmuk újból növekszik, akkor szilárdságuk csökken és ha csaknem minden szabadvíztől mentesek, akkor jut érvényre teljes egészében sajátos szilárdságuk. A beton mindenkor megállapítható szilárdsága valójában nem egyéb, mint már rövid idő alatt kialakult és fennálló sajátos szilárdságának és a betonban foglalt szabadvíz kapilláris nyomásának különbsége. A szabadvíz távozása a szabad tárolású testeknél nagyon hosszú ideig tart és ezért szilárdságukat jelző energiakülönbség fejlődése évekig tartó folyamat.

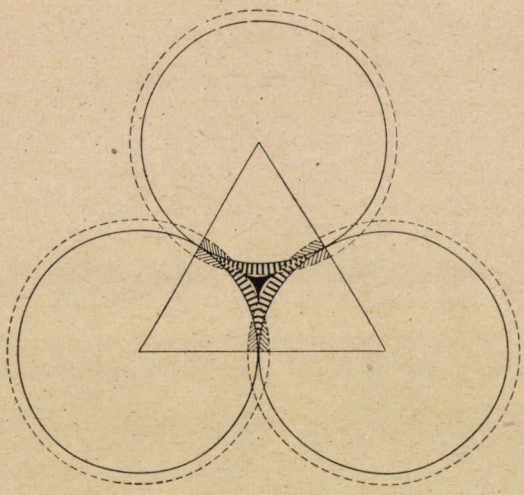
Vízben tárolt testekben a cement tömörtérfogatnövekedésével szemben nagyobb ugyan a víz ellenállása, azonban a vízbe merített test térfogata megnövekszik, ami viszont kedvező a tömörtérfogat fejlődésére. Az ellenállás ekkor is csak hátráltatja, de meg nem akasztja a folyamatot, így víz alatt is fejlődik és növekszik hosszantartóan a szilárdság, de ugyanannyi idő után a vízben tárolt test szilárdsága kisebbnek bizonyul a szabadon tárolténál és elmaradását akkor tudja behozni, ha szabadvízének a párolgásra kedvezőbb alkalma nyílik. Víz alatt tárolt test sajátos szilárdsága ugyancsak akkor jut érvényre, ha szabadvíze eltávozhatott. A vízben tárolt, vagy víz alatt készült betonban nagy jelentősége van a gőznyomáskülönbségnek. *Bernatzik* megállapítása szerint, ha a vízalatti betonban, pl. a kötéshő következtében, nagyobb a kapilláris víz gőznyomása, mint a hidegebb környezeté, akkor a test felületén párolgás történik és így bekövetkezhet az az eset, hogy bár vízbe van merítve, a vegyi folyamat mégis vízhiány folytán szűnik meg.

A betonszilárdulás folyamata nem tekinthető évekig tartó folyamatnak, a szilárdságváltozásnak pedig egyedül a szabadvíz az okozója.

A cement tömörtérfogatnövekedése a betonban többféleként segíthető elő. Az optimálisnál nagyobb vízadagolás lényeges tömörtérfogatnövekedésre ad

alkalmat, de mert ez a tömörség csökkenésével jár, így csökkenő sűrűségű, nagy hézag tartalmú cementkövet és csökkenő szilárdságot eredményez.

Finom adalékszemcséknek célszerű adagolása már előnyösebben befolyásolja a tömörtérfogatnövekedés kifejlődését. A 8. ábrán gömbmetszet jelzi három legtömörebben elhelyezkedett cementszemcse helyzetét. A cementszemcse felületén keletkező tömörtérfogatnövekedés a gömbök középpontjaival meghatározott háromszögön belül eső kapilláris hézagelembe nyomul és a három irányból érvényesülő benyomulás legfeljebb addig terjedhet, amíg a normálmetszet területe nincs kitöltve. Feltéve, hogy az egész kitölthető, akkor ez a normálmetszet akkora tömörtérfogatnövekedést tesz lehetővé, amennyi a cementszemcse, illetve gömbsugár 5%-kal való növekedésének megfelel. Ha azonban



8. ábra. Következtetés a tömörtérfogatnövekedés fejlődésére

az egyik cementszemcsét ugyanoly nagyságú adalékszemcse helyettesíti, akkor már két cementszemcse térfogatnövekedésének tágabb tere nyílik a kifejlődésre és még előnyösebbé válik a helyzet, ha egy cementszemcse két adalékszemcsével érintkezik. E meggondolás alapján készült betonok a 6. táblázatban felsorolt adatai igazolják e körülményt, egyben rávilágítva arra, hogy az ily betonok között az a leggazdaságosabb, amelyben egy cementszemcse két adalékszemcsével érintkezik. A finom adalékszemcsék megfelelő adagolása tehát a kötöttvíz mennyiségének és ezzel a beton gazdaságosságának növekedését eredményezi.

A cement tömörtérfogatnövekedésének kifejlődését a legkedvezőbben a hőhatás segíti elő azzal, hogy a friss beton térfogatát és vele együtt a kapillárisok méreteit növeli és az ellenállások hatását gyöngíti, nem tekintve azt, hogy a hőhatás az egész vegyi folyamatra rendkívülien előnyös.

A gőzölési eljárásnak az a csaknem egyedüli, de mindenesetre a legjelentősebb előnye, hogy a cementátalakulás részére állandósított és tekintélyes

betontérfogatnövekedést biztosít, a vegyi folyamat útjából minden akadályt elhárítva és ezzel lehetővé teszi azt, hogy a vegyi folyamat, természetének megfelelően, gyors lefolyással, rövid idő alatt teljesen befejeződjék. Csak az alkalmazott hőfok nagyságának van jelentősége, a közben keletkező nyomás jelentősége csak a kvarc-mész reakció elősegítésére korlátozódik. A gőzölés tartamának lefolyása után a beton sajátos maximális szilárdságát csak akkor nem érheti el, ha nem volt helytálló a gőzölési eljárás, vagy annak időtartama, vagy pedig (a rendes eset) ha még szabadvíz maradt benne hátra. A megfelelően végrehajtott gőzölési eljárás során a vegyi átalakulás folyamata teljesen lezajlik és minden jel arra vall, hogy e címen további szilárdságnövekedésre alkalom már nem nyílik.

4. Következtetések

Mindeme megfigyelés és belőle származó meggondolás egybevetése, arra a megismerésre vezet, hogy helytállónak az a betonösszetétel tekinthető, amely egyrészt a cementszemcsék lehető legtömörebb elhelyezkedését teszi lehetővé, hogy ugyanazon cementadagolásból ugyanabban a betontérfgatban minél több cement férhessen el és másrészt a cement tömörtérfogatnövekedésének lehető legnagyobb kifejlődését biztosítja, hogy az adagolt cementből minél több hasznosuljon. E két, valójában egymással ellentétes feltételnek, a fennálló gyakorlat szerint készült betonok nem felelnek meg, amennyiben még a legjobbnak minősített betonösszetétel szilárdsága és gazdaságossága sem bizonyul kielégítőnek.

Ez a két feltétel jelöli meg azt a keresett irányt, amely, feltehetően, a határozott és helytálló betonkészítés szabályszerűségének megismerésére vezet. Ezen iránynak követése eddigelé azt a feltevést ébresztette, hogy bizonyára csak egyetlen oly betonösszetétel lehetséges, amely a két ellentétes feltételt kielégíti. Ezt az egyetlennek vélt betonösszetételt, úgy látszik, megközelítette az, amelynek adalékanyaga természetadta szemszerkezetű, 7 mm szemnagyságig terjedő, olyan folyamkavics volt, amelyből a 0—1 mm-ig terjedő szemnagyság teljesen le volt választva és a cementmennyiség 75%-ának megfelelő finom kvarchomokkal pótolva. A cement mennyisége az adalék 20%-a, a víz pedig a szárazanyag 8%-a volt. Ez a beton igen tömörnek bizonyult, amennyiben hézagtartalma 8% volt és emellett, minden más betonhoz képest, a legnagyobb mennyiségű vizet kötötte le. Sajátos szilárdsága cm^2-ként az 1000 kg-ot meghaladta és benne az adagolt cementmennyiség csaknem teljes egészében hasznosult.

Ez a beton előgyártásra előnyösen használható, tömegbeton céljára pedig azzal válik alkalmassá, ha az alapkeverék maximális szemnagyságához képest, aránytalanul nagy méretű adalékszemcséket kevernek hozzá, vagy ágyaznak beléje. Ezek az aránytalanul nagyobb méretű (70 mm és nagyobb) szemcsék

már semmiben sem befolyásolják a cementszemcséknek az alapkeverékben meghatározott helyzetét, sem az ott kialakult viszonyokat és ezzel nagy szilárdságú és gazdaságos tömegbeton készíthető.

Ezzel azonban a kérdés kimerítettnek nem tekinthető és a talált irány további követésének lehetőségéhez nagy gazdasági érdek fűződik.

A szabadvíz hatásának megismerésében ugyancsak jelentős gazdasági előny rejlik. A szabadvíztől mentesített beton tekintélyesen megnövekedett szilárdságának állandósítása felbecsülhetetlen cementmegtakarítással járna és ezért az állandósulást biztosító módszer felkutatásának lehetősége közérdekűnek tekinthető.

IRODALOM

Kleinlogel, A: Einflüsse auf Beton.
Graf, O.: Der Aufbau des Mörtels und des Betons.
Grün, R.: Der Beton.
Grün, R.: Der Zement.
Otzen, R.: Der Massivbau (Dr. Goslich).
Kühl, H.: Zement Chemie.
Gersberg, O. és *Szoroker, V. J.*: Vasbetonelemgyárak.
Szimonov, M. Z.: Beton és vasbetonelemek új típusai és új gyártási módszerei.
Miháilich—Schwertner—Gyengő: Vasbetonszerkezetek elmélete és számítása.
Palotás László: Minőségi beton.
Gáspár Géza: A beton (Feszített betonszerkezetek).
Marosszéki Miklós: A beton szilárdításának gyorsítása.
Weisz György: A betonozás technológiája.
Farkas Pál: Betonmunkák.
Mironov, Sz. A.: A téli betonozás elmélete és módszere.
Bernatzik, W.: Baugrund und Physik.
Bendel, L.: Ingenieurgeologie.
Brennecke—Lohmeyer: Der Grundbau.
Charisius, K.: Laboratoriumsbuch für die Zementindustrie.

Összefoglalás

A beton szilárdságának alakulása az adalékszemcsék görbületi sugarainak a cementszemcsék elhelyezkedésére gyakorolt befolyásától, az adalékvíz mennyiségétől és a betonban foglalt le nem kötött, szabadvíz hatásától függ.

A cement tömörtérfogata, a vízzel való vegyi átalakulása következtében, megnövekszik és kifejlődésének mértékét a cementszemcséknek a betonban való elhelyezkedési lehetősége szabja meg, e lehetőség viszont az adalékszemcsék görbületi sugarainak függvénye. A cementszemcséknek az adalékszemcsék görbületi sugaraitól szabályozott kényszerelhelyezkedése következtében, minden betonkeverék legnagyobb tömörsége sajátos mértéket tanusít, amely semmiféle tömörítőeszközzel, sem a tömörítésre fordított energia növelésével, nem haladható meg. Ennek folytán egy és ugyanazon cement- és vízmennyiség felhasználása mellett, a különböző szemszerkezetű adalék különböző hatására, más és más a cement tömörtérfogatnövekedésének kifejlődési mértéke. A tömörtérfogatnövekedés a legszorosabb összefüggésben van ama vízmennyiséggel — a kötöttvízzel —, amellyel a cement vegyileg egyesül és e vízmennyiség nagyságát a cement tömörtérfogatnövekedésének kifejlődési lehetősége szabja meg.

Minél nagyobb a kötöttvíz mennyisége, annál nagyobb mennyiségű cement hasznosul a betonkészítésre fordított cement mennyiségéből és minél nagyobb a hasznosult, feltárult cementmennyiség az elérhető legnagyobb tömörség mellett, annál nagyobb a beton szilárdsága és gazdaságossága.

A beton szilárdsága nem állandó, hanem változó jelenség, azonban a cement vegyi átalakulásának befejeződése után, változását már nem vegyi folyamat, hanem a betonban levő szabadvíz okozza.

FÜGGELÉK

A kísérleti eredmények értékelési menetét bemutató példa

Egy 20 cm élhosszúságú kocka 1—5 mm szemnagyságú dunai adalékanyagból a következő összetétellel készült:

Adalék	18,— kg	
Kvarchomok	2,— «	(a cementsúly 50%-a)
S. 54. cement	4,— «	(az adalék — 20,— kg — 20%-a)
Víz	1,44 «	(a szárazanyag — 24,— kg — 6%-a)
	25,44 kg	

A friss betonkocka nettó készítési súlya = 19,05 kg. Miután a kockaforma térfogata = = 8,— l, így a térfogategységre eső súly

19,05 : 8 = 2,38125 illetve 2381,25 kg/m³.

E térfogatsúlynak megfelelően 1,0 m³ betonban van:

$$\frac{18,-}{25,44} \cdot 2381,25 = 1684,85 \text{ kg adalék}$$

$$\frac{2,-}{25,44} \cdot 2381,25 = 187,21 \text{ « kvarchomok}$$

$$\frac{4,-}{25,44} \cdot 2381,25 = 374,41 \text{ « cement}$$

$$\frac{1,44}{25,44} \cdot 2381,25 = 134,78 \text{ « víz}$$

$$2381,25$$

Szárazanyag .. 2246,47 kg = a

Az adalék fajsúlya = 2,7223 a kvarchomoké = 2,6525, az S. 54 cementé pedig = 3,236, miért is:

$$\frac{1684,85}{2,7223} = 618,90 \text{ l az adalék tömörtérfogata}$$

$$\frac{187,21}{2,6525} = 70,58 \text{ « a kvarchomok «}$$

$$\frac{374,41}{3,236} = 115,70 \text{ « a cement «}$$

$$805,18 \text{ « a szárazanyag « = } b$$

Ezek alapján a szárazanyag fajsúlya:

$$\frac{a}{b} = \frac{2246,47}{805,18} = 2,79002 = c_1$$

A 7,5 atm nyomású gőzben szilárdított kockának, a szilárdsági vizsgálat után gondosan összeválogatott, szabadvíztől mentesített darabjaiból, piknométerrel határoztatott meg a beton fajsúlya:

$$c_2 = 2,65236$$

A cement tömörtérfogatnövekedésének mértéke a fajsúlyokra támaszkodó számítás szerint:

$$y = \frac{a - bc_2}{c_2 - u} \qquad u = \frac{c_2}{c_1 + 1}$$

Ennélfogva : $c_1 = 2{,}79002$

$c_2 = 2{,}65236$

$$\frac{c_2}{c_1 + 1} = u = 0{,}699828$$

$a = 2246{,}47$	$c_2 = 2{,}65236$
$- bc_2 = 2135{,}63$	$- u = 0{,}699828$
$110{,}84$	$1{,}952532$

tömörtérf. növ. $= y = \frac{110{,}84}{1{,}952532} = 56{,}77\ l$ a cement tömörtérfogatának (115,70) 48,8%-a

kötöttvíz $= x = uy = 56{,}77 \cdot 0{,}699828 = 39{,}73\ kg$ a cement súlyának (374,41) 10,6%-a.

A beton hézagtartalmát térfogatának és az ebben foglalt anyagok tömörtérfogatának különbsége adja. Nem lenne ez azonban helytálló ebben a merev formájában azért, mert az adalékanyag porozitása 3%-ra tehető és e porozitás nem számítható a hézagtartalomhoz. Ennélfogva az adalékanyag tényleges tömörtérfogata csak 97%-a annak a mennyiségnek, amelyet a számításban figyelembe kell venni. Tehát :

$\frac{618{,}90}{97} \cdot 100 = 639{,}—$ adalék töm. tf-a.

70,58	kvarchomok töm. tf-a.
115,70	cement « «
56,77	cement töm. tf-növekedése
882,05	töm. tf.-ok összege
1000,—	betontérfogat
117,95...	*11,795%* *betonhézagtartalom.*

Bizonyosra vehető, hogy a cement vegyi átalakulása folyamán, mindig kapacitásának megfelelő vízmennyiséget köti le, de ha a vegyi folyamat nem tud a cement egész mennyiségére kiterjedni, akkor a megállapítható kötöttvíz mennyisége, az adagolt cementhez viszonyítva, kisebb viszonyszámot ad. Ezért a hasznosult, vagy feltárult cementmennyiség a kötöttvíz mennyiségéből, a cement kapacitásának megfelelő viszonyszám alapján számítható ki. A fentebb említettek szerint, e kísérletek keretében 22,90% volt a kötöttvízmennyiség legnagyobb mértéke és ez az itteni átszámítás alapja. Tehát :

$\frac{39{,}73\ kg\ kötöttvíz}{22{,}9} \cdot 100 = 169{,}5\ kg\ feltárult\ cement$ az adagolt cementmennyiség 45,3%-a.

Végül a cementkő hézagtartalmának megállapítása ama meggondoláson alapszik, hogy a cement csak abban a térfogatban helyezkedhet el, amelyet a beton térfogatának és az adalék tömörtérfogatának különbsége határoz meg.

Az adalékanyag töm. tf-a	639,—
Kvarchomok « «	70,58
	709,58

Ámde a cementből csak 169,5 kg tárult fel, melynek tömörtérfogata 52,5 l, a többi része adalékként viselkedik. Az adagolt cementmennyiség tömörtérfogata, a fentiek szerint, 115,70, ebből feltárult 52,5 l, marad fel nem tárult 63,2 l, amely mennyiség az adalék tömörtérfogatához számítandó :

709,58	
63,20	
772,78	
1000,—	beton térfogata
227,22	cement férőhelye.

Ebben elhelyezkedett :

Feltár. cem. töm. tf-a	52,5
Térfogatnövekedés (y)	56,77
	109,27

227,22
109,27

$117{,}95 : 2{,}2722 = 52{,}—\%$ cementkő hézagtartalma.

THYRATRONCSÖVES VEZÉRLÉSŰ SZAGGATOTT ÍVGERJESZTŐ SZÍNKÉPELEMZÉS CÉLJAIRA

BARDÓCZ ÁRPÁD

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZETE
SPEKTROSZKÓPIAI OSZTÁLY

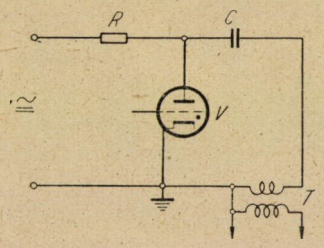
[Beérkezett 1954. január 28.]

Bevezetés

Korábbi vizsgálatok beigazolták, hogy a spektroszkópiai elemzésekhez használt szaggatott ív- és kisfeszültségű kondenzált szikragerjesztőket célszerűen lehet thyratroncsövet tartalmazó berendezésekben előállított gyújtószikrákkal vezérelni [1—7]. Előbbi dolgozatainkban kétfajta thyratroncsövet tartalmazó gyújtóáramkört ismertettünk, ez a dolgozat harmadik kivitelt ír le. Ezenfelül a dolgozat ezzel az újrendszerű gyújtóáramkörrel működtetett, váltóáramú táplálású egyirányú és váltakozóirányú szaggatott ívkeltő berendezéseket is ismertet. Az előbbi hasonló tárgyú dolgozatok közlése óta [1—4, 6, 7] a gyújtóáramkört vezérlő impulzusgenerátorokat is továbbfejlesztettük. Az ismertetett készülékek működtetéséhez szükséges két ilyen újrendszerű impulzusgenerátort is leírunk.

Korábbi kapcsolások

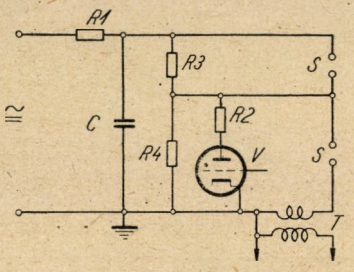
Az első, a szerzőtől leírt [1—4] thyratroncsöves vezérlésű gyújtóáramkört az 1. ábra mutatja. Egyen- vagy váltóáramú tápforrásból az R ellenálláson keresztül feltöltjük a C



1. ábra. Thyratroncsöves vezérlésű gyújtóáramkör
C = kondenzátor
R = ohmos ellenállás
T = Tesla transzformátor
V = thyratroncső

kondenzátort. Ezután az egyébként negatív előfeszültséggel lezárt V thyratroncső rácsára impulzusgenerátorban előállított pozitív feszültségimpulzust adva a C kondenzátort a T Tesla-transzformátor primér tekercsén át kisütjük. A T-transzformátor szekundér tekercsében keletkező nagyfeszültségű és nagyfrekvenciájú áram szolgáltatja a gyújtószikrát. Ennek a kapcsolásnak az az igen nagy hátránya van, hogy a C kondenzátorban tárolt energia kisüléskor a T Tesla-transzformátor primér tekercsével létesített jelentéktelen korlátozással teljes egészében a V thyratroncsövön halad át és azt erősen igénybeveszi. Abból kifolyóan, hogy a C kondenzátorban tárolt energia áthalad a V thyratroncsövön, annak egy része hasznos energia szempontjából elvész a thyratronban.

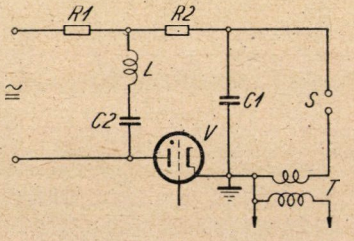
A 2. ábra szerinti kapcsolásnál a C munkakondenzátort az $R1$ ellenálláson keresztül töltjük fel. A C kondenzátor az S kettős vezérlőszikraközön és a T Tesla-transzformátor primér tekercsén keresztül sül ki [5—7]. A kisülést az $R2$ anódellenállással bíró V thyratroncső indítja be. A negatív előfeszültséggel lezárt thyratroncső rácsát impulzusgenerátorból jövő pozitív feszültségjelekkel vezéreljük. A kisülést beindító V thyratroncsövön csak az $R2$ ellenállással megszabott energia halad keresztül, amely csak kis töredéke a C kondenzátorban tárolt összenergiának. A C kondenzátorban tárolt energia egy része az S kettős vezérlőszikraközben megsemmisül. Addig, amíg az 1. ábra szerinti kapcsolásnál a T Tesla-transzformátor primér tekercsén egyetlen egyirányú áramlökés halad át, a 2. ábra szerinti kapcsolásnál a C kondenzátorban tárolt energia a $C—S—T$ áramkörben szabadon kirezeghet.



2. ábra. Thyratroncsöves vezérlésű gyújtóáramkör vezérlőszikraközökkel
C = kondenzátor
$R1—4$ = ohmos ellenállások
S = kettős vezérlőszikraköz
T = Tesla transzformátor
V = thyratroncső

Az új thyratroncsöves kapcsolás

Az új gyújtóáramkör elvi kapcsolási vázlata a 3. ábrán látható. Az egyen- vagy váltóáram tápforrásról $R1$ ohmos ellenálláson és L önindukción keresztül feltöltjük a $C2$ kondenzátort. A kisülési áramkör $C1$ kondenzátora töltését



3. ábra. Az új thyratroncsöves kapcsolás
$C1, 2$ = kondenzátorok
$R1, 2$ = ohmos ellenállások
S = szikraköz
T = Tesla transzformátor
V = thyratroncső

$C2$ kondenzátorból kapja $R2$ ohmos ellenálláson és V thyratroncsövön keresztül. Ha $C2$ feltöltött állapota mellett a negatív előfeszültséggel lezárt V thyratroncső rácsára pozitív feszültséglökést adunk, az begyúl és megkezdődik $C1$ feltöltése. $R2$ ohmos ellenállásnak az a feladata, hogy $C2-L-R2-C1-V$ áramkörben az áram erősségét a V thyratroncső megengedett terhelhetőségére csökkentse. Ha $C1$ kondenzátor feltelt arra a feszültségre, amely az S szikraköz átütéséhez szükséges, utóbbi át fog ütni és $C1$ kondenzátor a $C1-S-T$ áramkörben ki fog sülni. Ez a kisülés adja a gyújtóenergiát.

A 3. ábra szerinti kapcsolásnál a V thyratroncső, a $C1$ kondenzátor kisülése után általában nem fog elaludni, ha erről nem gondoskodunk külön. A V thyratroncső kialvását L önindukciónak az áramkörbe való iktatásával lehet elérni. Ha $C1$ kondenzátor kisülése olyan időpontban következik be, amikor a $C2-L-R2-C1-V$ áramkörben még jelentős áram folyik, az L önindukcióban jelentős energia tárolódik. $C1$ kisülése után ez az energia V thyratroncsó anódja és katódja között a kisülés előttivel ellentétes sarkítást létesít, aminek hatására a V cső kialszik.

A 3. ábrán látható kapcsolásnál a $C1$ kondenzátor töltőenergiájának egy része az S szikraközben meg fog semmisülni.

Megemlítjük, hogy az 1., 2. és 3. ábrákon feltüntetett kapcsolások a $C1$ kondenzátornak már 2000 volt töltőfeszültsége mellett működőképesek.

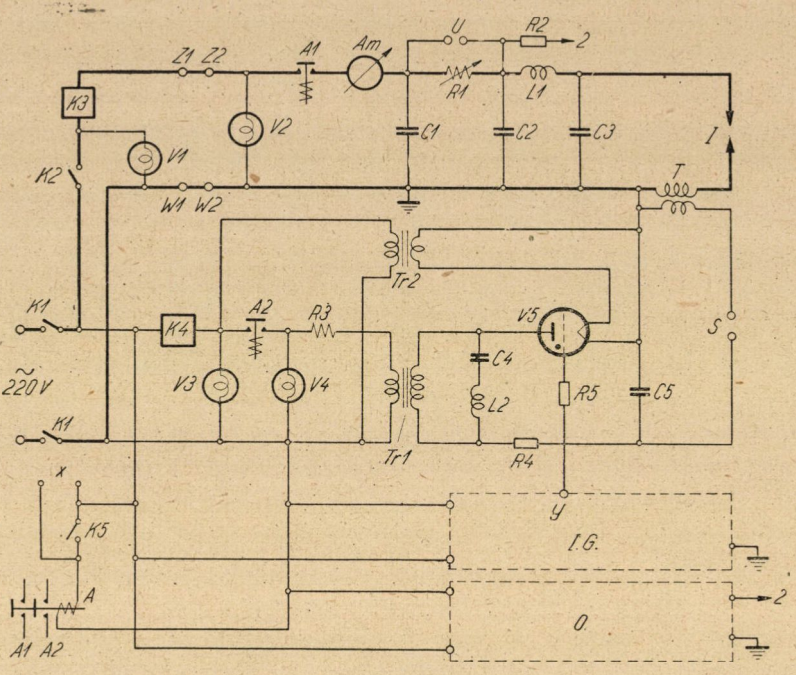
Szaggatott ívgerjesztő egyirányú sarkítású ívek előállításához

A 4. ábrán olyan váltóáramú táplálású szaggatott ívgerjesztőt mutatunk be, ahol a gyújtóáramokat az újrendszerű szikragerjesztő szolgáltatja. Az ábra felső részén a vastagon kihúzott rész az íváramkör, az alsó rész a gyújtóáramkör. Az íváramkör teljesen azonos a korábban már leírt íváramkörökkel [1—4].

A gyújtóáramkört a $Tr1$ transzformátor táplálja, egyébként teljesen azonos a 3. ábra kapcsolásával. Miután a $C4$ kondenzátor a helyes sarkítású félperiódus alatt feltelt a váltóáramú feszültség csúcsértékére, a $V5$ thyratroncső az IG impulzusgenerátorból pozitív feszültségjelet kap, ennek hatására begyúl és $C4$ töltése átvándorol $C5$-be. Eközben az S szikraköz átüt, a keletkező nagyfrekvenciás kisülés következtében az I ívközben az ív begyúl. A tapasztalat azt mutatja, hogy a gyújtóáramkör gyújtás szempontjából akkor működik a leghatásosabban, ha $C5$ kapacitása $C4$ kapacitásának mintegy 40%-a. A kérdés elméleti tárgyalásával más dolgozatban fogunk foglalkozni.

A kapcsolási elemek értéke a 4. ábra szövegében található meg.

A 4. ábra gyújtóáramköre minden második hálózati félperiódusban képes gyújtószikrákat szolgáltatni. 50 periódusú hálózatot feltételezve a másodpercenkénti ívek legnagyobb száma 50.



4. ábra. Thyratroncsöves szaggatott ívgerjesztő egyirányú sarkítású ívek előállítására. Villamos kapcsolási vázlat. A vastagon kihúzott rész az íváramkör, alsó rész a gyújtóáramkör

A = mágnes kapcsoló, *A*1 és *A*2 annak kapcsoló érintkezői
Am = árammérő, 15 apmer
*C*1—3 = kondenzátor, 0,1 mikrofarad, 1000/3000 volt
*C*4 = kondenzátor, 4200 pF, 6000 volt
*C*5 = kondenzátor, 3000 pF, 6000 volt
I = ívköz
I. G. = impulzusgenerátor
*K*1, 2 = kapcsoló, 15 amper
*K*3, 4 = automata, 10 amper
*K*5 = kapcsoló
*L*1 = fojtótekercs, 0,35 millihenry, 10 amper
*L*2 = önindukció, 1,65 millihenry
O = oszcilloszkóp
*R*1 = ohmos ellenállás, legf. 112 ohm, legf. 10 amper
*R*2 = rétegellenállás, 2×0,2 megohm, 0,5 watt, olajban
*R*3 = ohmos ellenállás, 40 ohm, 2 amper
*R*4 = ohmos ellenállás, 5000 ohm, 100 watt
*R*5 = rétegellenállás, 50 kiloohm, 2 watt
S = szikraköz
T = Tesla transzformátor, primer-tekercs átm. 110 mm, menetszám 10, huzalátmérő 2 mm, szekunder-tekercs átm. 80 mm, menetszám 290, huzalátmérő 1 mm.
*Tr*1 = transzformátor, 220/4000 volt, 200 VA
*Tr*2 = fűtőtranszformátor, 220/2,5 volt, 2,5 amper
U = áthidalás
*V*1—4 = jelzőlámpa
*V*5 = thyratroncső, 6000 volt, 0,5 amper, GRG 250/3000
*W*1, 2 — *Z* 1,2 = egyenáramú csatlakozás
x = távvezérlő kapcsoló csatlakozása
y = az impulzusgenerátor kimenő jele

Legfeljebb 50 Hz frekvenciájú impulzusgenerátor

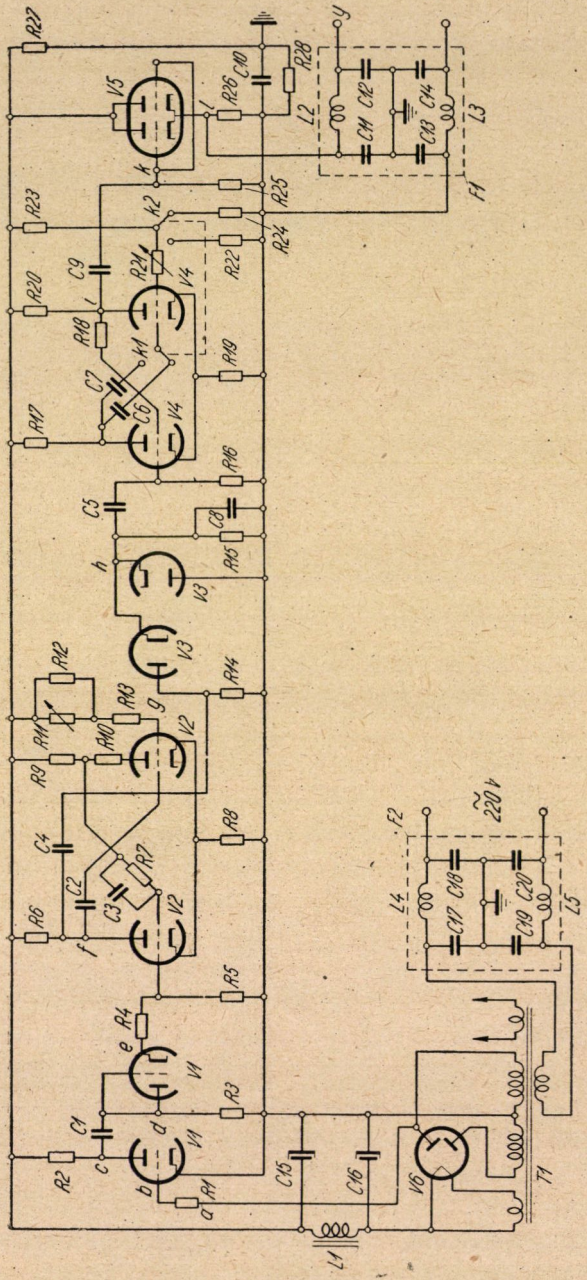
A 4. ábra szerinti kapcsolás $V5$ thyratroncsöve rácsának vezérlése az 5. ábrán feltüntetett impulzusgenerátor segítségével történik. Az 5. ábra szerinti impulzusgenerátor tömbvázlatát a 6. ábra mutatja be. A feszültségjelek alakja az impulzusgenerátor különböző pontjaiban a 7. ábrán van feltüntetve. A 7. ábrában előforduló betűjelölésű görbék az 5. és 6. ábrák megfelelő jelölésű helyein adják a feszültségjelek alakját.

Az impulzusgenerátor (5. ábra) legfeljebb 50 Hz, vagy az 50 periódusú hálózati feszültség alharmonikusainak megfelelő rezgésszámú impulzusokat tud szolgáltatni, a vezérlő 50 periódusú sinusjelhez (hálózathoz) viszonyítva tetszőlegesen beállítható fázisállással.

Az első fokozat (5. ábra) ($V1$ első fele) torzító erősítő, mely a rácsára juttatott 350 volt sinusalakú feszültségből négyszögjelet csinál. Ez oly módon történik, hogy az $R1$ rácsköri védőellenállás a pozitív félperiódust a rácsáram miatt levágja, a negatív félperiódusban a cső anódköre zár. A kialakuló hullámalak négyszögjel lesz, amelyet a $C1$, $R3$ tagok differenciálnak. A $V1$ cső másik fele a differenciált jeleket egyenirányítja vagyis a negatív jeleket nem engedi át. Az 5. illetőleg 6. ábrák *a*, *b*, *c*, *d* és *e* pontjaiban kialakuló jeleket a 7. ábra megfelelő betűjelölésű görbéi mutatják be. A $V1$ csövön átjutó pozitív feszültségjelek megindítják a $V2$ csövekből álló egystabil állapotú multivibrátort, amely minden pozitív feszültségjel behatására négyszögjelet állít elő. Az 5. és 6. ábrák »*f*« pontjában keletkező négyszögjelet a 7*f* ábra szemlélteti. Ennek eleje szinkron az indítófeszültséggel, vége pedig a $C2$, $R11$—$R13$ elemekkel változtatható időkésésű. A multivibrátor 90°—270° közötti fáziskésésnek megfelelő, $R11$-el szabályozható időtartam után billen vissza stabil helyzetébe. A visszabillenéskor az első anódon keletkező pozitív feszültségugrás a $C4$, $R14$ differenciáló elemeken impulzus alakjában jut tovább. Az 5. és 6. ábrák *g* pontjában ilyen módon keletkező jelet a 7*g* ábra szemlélteti. A fázishelyzetükben eltolható jeleket a 7. ábrában kétirányú nyilakkal jelöltük. A $V2$ multivibrátor ebben a feladatában nem más mint fázistoló, amire azért van szükség, hogy az impulzusgenerátorral szolgáltatott vezérlőjeleket a hálózati feszültséghez viszonyítva, a megkívánt fázishelyzetbe hozzuk.

A $V2$ multivibrátorban (5. ábra) levő $C3$ kondenzátor a multivibrátor anódkörében kialakuló négyszögjel homlokának meredekítésére való.

A 6. és 7. ábrák *g* pontját elhagyó differenciált jeleket a $V3$ dióda első fele egyenirányítja. A $V3$ cső második része a szórt kapacitásokon átjutó kis amplitudójú, de zavaró negatív impulzust vezeti le. Az 5. és 6. ábrák *h* pontjában az impulzus alakja a 7*h* ábra szerinti. Ez az impulzus $C5$-n keresztül a V4 egy stabil állapotú multivibrátorhoz jut és azt $V2$-vel beállított fáziskéséssel meg indítja. A $V4$ multivibrátor visszabillenése a $C6$, $C7$, illetőleg $R21$, $R22$, $R24$ elemek változtatásával szabályozható és az az 50 periódusú hálózat alharmonikusaira beállítható.

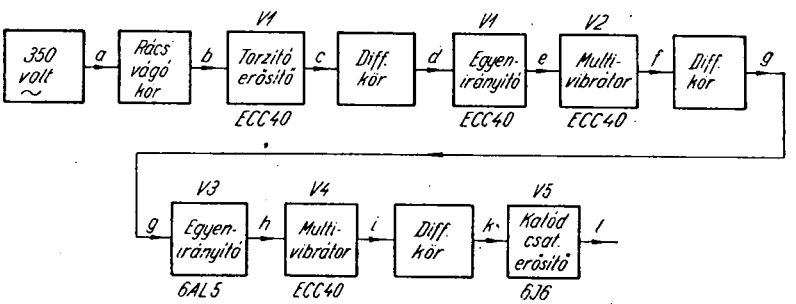

R27
V5
R26
C10
R28
L2
C11
C12
C13
C14
L3
F1
R23
R25
R24
C9
R24
V4
R22
R20
R18
R19
C7
C6
R17
R16
C5
C8
R15
h
V3
V3
R14
R12
R13
g
V2
R11
R10
R9
R8
C4
C2
R7
C3
V2
R6
f
R5
R4
e
V1
R3
C1
d
V1
R2
c
b
R1
a
C15
C16
V6
T1
L1
F2
220 V
L4
C17
C18
C19
C20
L5

5. ábra. Legfeljebb 50 Hz frekvenciájú impulzusgenerátor villamos kapcsolási vázlata

a, *b*, ... *y* = helyjelölések
*C*1 = kondenzátor, 680 pikofarad
*C*2 = » 0,05 mikrofarad
*C*3 = » 330 pikofarad
*C*4,5 = » 680 »
*C*6 = » 0,05 mikrofarad
*C*7 = » 0,3 »
*C*8,9 = » 680 pikofarad
*C*10 = » 0,1 mikrofarad
*C*15, 16 = » 32 » elektrolitikus
*F*1, 2 = szűrőtag
C11—14, *C*17—20 = kondenzátor, 250 pikofarad
*L*2—5 = önindukció, 6,4 mikrohenry
*k*1, *k*2 = kapcsolók
*L*1 = önindukció, 6 Henry
*R*1 = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt
*R*2 = » 68 kiloohm, 2 »
*R*3 = » 0,2 megohm, 0,5 »
*R*4 = » 0,3 » 0,5 »
*R*5 = » 0,5 » 0,5 »
*R*6 = » 68 kiloohm, 2 »
R7 = rétegellenállás 1,5 megohm, 0,5 watt
*R*8 = » 18 kiloohm 1 »
*R*9, 10 = » 33 » 1 »
*R*11 = líneáris potenciométer, 1 megohm, 1,5 watt
*R*12 = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt
*R*13 = » 70 kiloohm 0,5 »
*R*14,15 = » 0,2 megohm, 0,5 »
*R*16 = » 0,5 » 0,5 »
*R*17 = » 68 kiloohm, 2 »
*R*18 = » 1,5 megohm, 0,5 »
*R*19 = » 11 kiloohm, 1 »
*R*20 = » 68 » 2 »
*R*21 = » I. táblázat sz. 0,5 »
*R*22 = » 15 kiloohm, 0,5 »
*R*23 = » 60 » 2 »
*R*24 = » 8 » 0,5 »
*R*25 = » 0,2 megohm, 0,5 »
*R*26 = » 10 kiloohm, 1 »
*R*27 = » 40 » 2 »
*T*1 = transzformátor, 220/2×300, 6·3,4 volt
*V*1, 2 = kettős trióda, ECC40
*V*3 = kettős dióda, 6AL5
*V*4 = kettős trióda, ECC40
*V*5 = kettős trióda, 6J6
V6 = kétutas egyenirányító, AZ21
y = az impulzusgenerátor kimenete

*C*6 kondenzátor bekapcsolt állapota mellett a különböző impulzusgenerátor rezgésszámokhoz tartozó *R*21 ellenállásértékek az I. táblázatban (225. old.) vannak összefoglalva. Ugyanazon *R*21 érték mellett *C*7 és *R*22 bekapcsolásával a rezgésszám az előbbi egyötödére esik.

Háromperiódusonkint megismétlődő állapotot mutat be a 7*i*. ábra, amely a viszonyokat az 5. és 6. ábrák *i* pontjában szemlélteti. Ezzel a kapcsolással válik lehetővé az ívek közé tetszőleges szünetek beiktatása. Addig ugyanis, amíg a *V*4 multivibrátor nem billen vissza kiindulási állapotába, a *h* pontból érkező pozitív impulzusok hatástalanok. Ha a *V*4 multivibrátor visszabillent kezdeti állapotába, a *V*3 fokozatból érkező első szinkronizáló impulzus újból elindítja és a játék újból kezdődik.

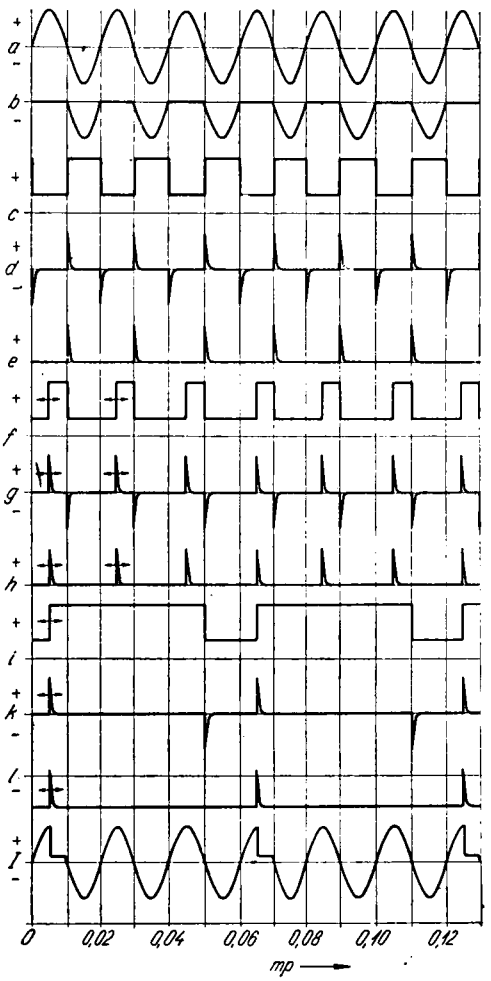


6. ábra. Az 5. ábra szerinti impulzusgenerátor tömbvázlata

A *V*4 egystabil állapotú multivibrátor helytelenül működik, ha a pozitív indítóimpulzus után negatív vezérlőjelet kap. Ez a hamis jel idő előtt visszabillentheti stabilis állapotába. Ennek meggátlására az előző fokozat jelének differenciálásából keletkező negatív impulzust teljesen le kell vágni. Ez a következőképpen történik. A *V*3 kettős dióda első fele a pozitív impulzusokat átvezeti, a második fele viszont negatív impulzus irányában áthidalja az *R*15 munkaellenállást, így pozitív impulzus esetén az *R*15 ellenállás és a *V*3 dióda vezető fele képezi a csatolóláncot és a nagyobb ellenállásértékű *R*15 ellenálláson jelenik meg az impulzus. Negatív impulzus esetén pedig a dióda két oldala működik osztóként, melyek közül a csatoló dióda lezárt, a shunt dióda pedig vezető állapotban van. Így a shunt diódára a jelfeszültség jelentéktelen kis része jut. A *V*3 kettős dióda kapacitásain, mint kapacitív feszültségosztókon átjutó hamis jelet pedig oly módon lehet csökkenteni, hogy az áthidaló cső kapacitását *C*8 kondenzátorral mesterségesen megnöveljük, így a rájutó kapacitív feszültség a zavaró érték alá esik.

Az 5. ábra *i* pontjában keletkező feszültségjeleket *C*9, *R*25 elemekkel differenciáljuk. A jelek alakja differenciálás után a 7*k* ábra szerinti. Ezt a jelet a *V*5 katódcsatolású erősítőbe vezetjük.

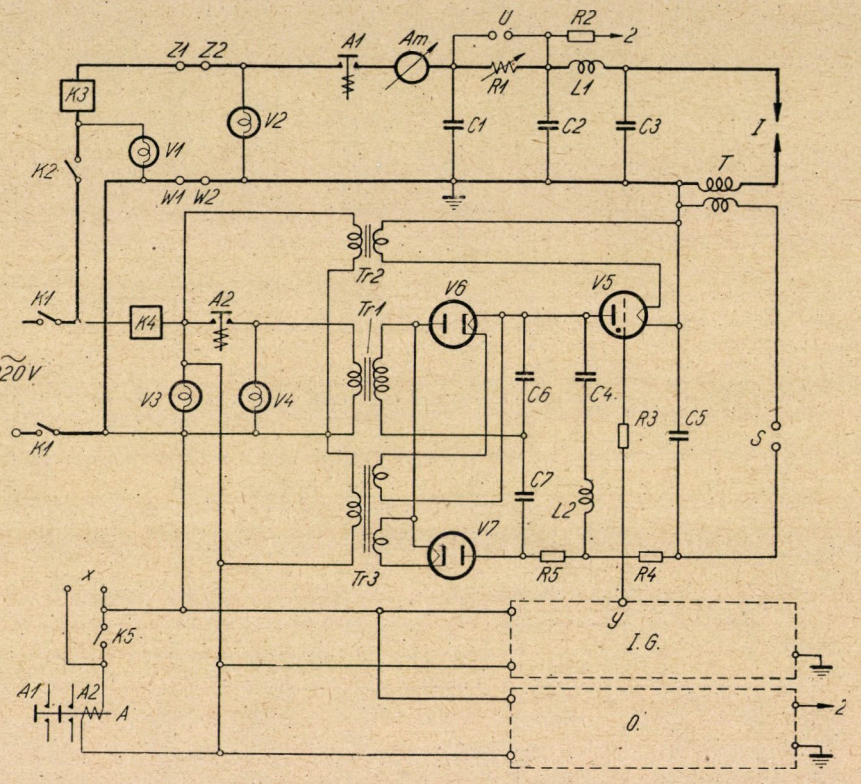
A $V5$ cső munkapontja a nagy katódellenállás ($R26$) miatt a lezárás közelében áll be és ezért negatív jelek esetén a cső lezáródik, a negatív jelet levágja és csak a pozitív jelek jutnak tovább. A pozitív jel hatására ugyanis az anód-



7. *ábra.* A feszültséggörbék alakja az 5. és 6. ábrák az ittenivel azonos jelzésű pontjaiban

áram megindul és a katódköri impedancián ($R26$) szintén pozitív jel keletkezik. Ezek a pozitív jelek szolgálnak a 4. ábra $V5$ thyratroncsövének vezérlésére. A szóbanforgó thyratroncső előfeszültségét az $R27$, $R28$ ellenállásokkal beállított egyenfeszültség szolgáltatja. Az impulzusgenerátorból kimenő feszültségjelek alakját földpotenciálra vonatkoztatva, a 7*b* ábra mutatja be. Az összes többi jelek katódpotenciálra vannak vonatkoztatva.

Végezetül a 7*I*. ábra vázlatosan bemutatja a feszültségviszonyokat a 4. ábra *I* ívközében. A 7*I*. ábra sinusgörbe része a hálózati feszültséget jelképezi, amely a gyújtófeszültség hatására az ívfeszültségre esik le. A 7*I*. ábrán az impulzusgenerátor rezgésszáma úgy van beállítva, hogy ív csak a hálózati feszültség minden harmadik periódusában van.



8. ábra. Thyratroncsöves szaggatott ívgerjesztő kétirányú sarkitású ívek előállítására. Villamos kapcsolási vázlat. A vastagon kihúzott rész az íváramkör, alsó rész a gyújtóáramkör

*C*6, 7 = kondenzátor, 0,1 mikrofarad, 3000 volt
*R*5 = ohmos ellenállás, 25×30 kiloohm, 3 watt, olajban
*Tr*1 = transzformátor, 220/2500 volt, 200 VA
*Tr*3 = fűtőtranszformátor, 220/2×6,3 volt, legf. 2 amper, nagyfeszültségre szigetelve
*V*6, 7 = nagyfeszültségű egyenirányító dióda, V22/7000
A többi kapcsolási elemek ugyanazok, mint a 4. ábrában.

A nagyfeszültségű kisülés visszahatását az impulzusgenerátorra a hálózati és kimeneti ágba iktatott *F*1 és *F*2 nagyfrekvenciás felülvágó szűrők akadályozzák meg. A szóbanforgó szűrők be vannak szerelve az impulzusgenerátorba. A vezérlőjel kimenete a 4. és 5. ábrák *y* pontjaiból történik.

Szaggatott ívgerjesztő váltakozó sarkítású ívek előállítására

Az 50 periódusú hálózat minden félperiódusa alatti ív keltésére a 8. ábrán bemutatott kapcsolás alkalmas. A 8. ábra felső, vastagon kihúzott részén az íváramkört, alsó részén a gyújtóáramkört láthatjuk. Az íváramkör teljesen ugyanaz mint a 4. ábrában.

A villamos kapcsolás célszerű kialakítása végett a gyújtóáramkör táplálása egyenárammal történik. Az egyenáramot a *Tr*1, *V*6, *V*7, *C*6 és *C*7 elemekből álló feszültségkettőző kapcsolással állítjuk elő. Ezt a részt nem tekintve, a gyújtóáramkör és egyéb kiegészítő részek teljesen azonosak mint a 4. ábrában.

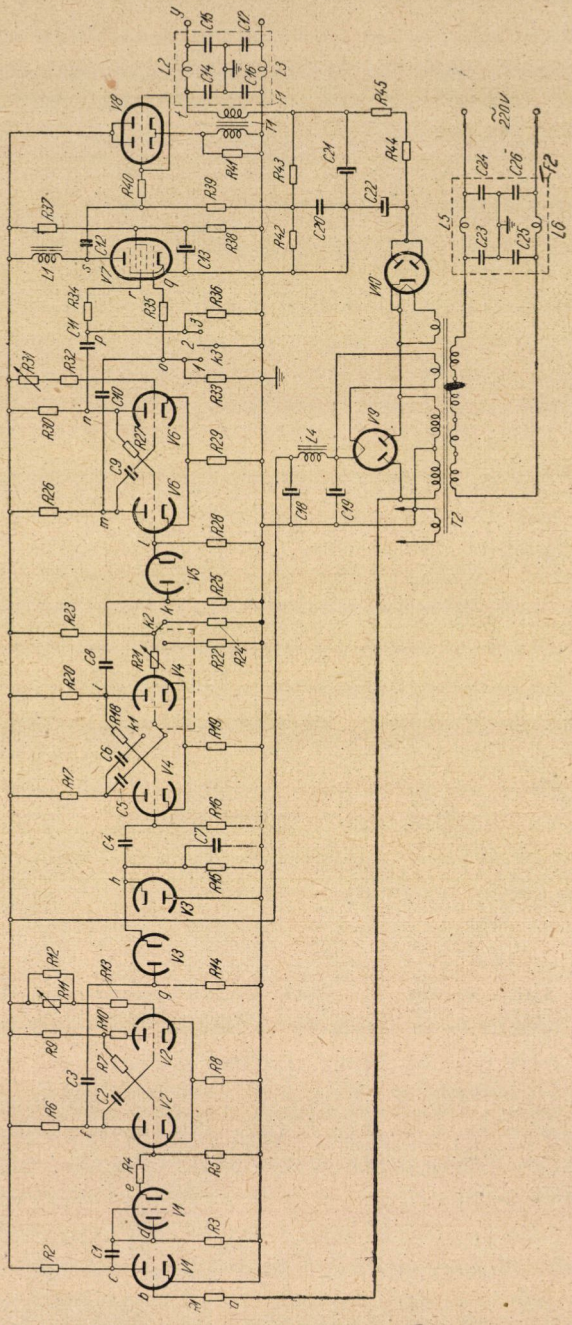
A 8. ábrán látható kapcsolással azzal, hogy *V*5 thyratroncső rácsára másodpercenkint 100 vezérlő impulzust adunk, másodpercenkint 100 ívet állíthatunk elő. Így az 50 periódusú hálózat minden félperiódusa alatt lesz ívünk. Ha itt ívelés közben szüneteket iktatunk be, az ívek ellentétes sarkítással, párosával fognak jelentkezni (11*I*. ábra).

Legfeljebb 100 Hz frekvenciájú impulzusgenerátor

A 8. ábrán bemutatott, váltakozó sarkítású ívek előállítására szolgáló szaggatott ívgerjesztő vezérlése a 9. ábrán látható impulzusgenerátor segítségével történik. Ez az impulzusgenerátor másodpercenkint legfeljebb 100, vagy a hálózati frekvencia valamely alharmonikusának megfelelő gyakorisággal, egymást 0,01 mp időközzel követő kettős feszültségimpulzusok előállítására alkalmas. A 9. ábrán ábrázolt impulzusgenerátor tömbvázlatát a 10. ábra, az egyes pontokban a feszültséggörbék alakját pedig a 11. ábra mutatja be.

A 9. ábrában ábrázolt impulzusgenerátor az 5. ábra *C*3 kondenzátorát kivéve, egészen a kapcsolás *k* pontjáig nem különbözik a 4. ábra szerinti impulzusgenerátortól. Ezért a 10. ábra a *h*, a 11. ábra pedig a *k* pontnál kezdődik és folytatásai a 6. és 7. ábráknak.

A 9. és 10. ábrák *k* pontjába érkező kétirányú impulzusokból a *V*5 diódafél a negatív részt levágja és az *l* pontban a 11*l* ábra szerinti lesz a jelek alakja. Ezek a pozitív jelek indítják a *V*6 egystabil állapotú multivibrátort, melynek visszabillenési ideje 0,01 mp. A *V*6 cső anódjain a jelek alakja a 11*m* és 11*n* ábrán látható. Ezeket a jeleket *C*10, *R*33 és *C*11, *R*36 tagokkal differenciálva az *o* és *p* pontokban a 11*o* és 11*p* ábra szerinti jeleket kapjuk. Az *o* és *p* pontokból továbbhaladó jelek közül a *k*3 jelválasztó kapcsoló segítségével egyik vagy másik földelhető, így hatása megszüntethető. Ily módon a *V*7 keverőcsőbe vagy mindkét jel, vagy csak az *o*-ból, vagy pedig csak a *p*-ből jövő jel jut. A *V*7 pentagrid csőből álló impulzuskeverőnek az a feladata, hogy a *V*6 egystabilállapotú multivibrátorból jövő két jelet közös csatornában egyesítse. Így a *V*6 egystabil állapotú multivibrátorból jövő két jel a *V*7 cső anód munkaellenállásán a 9. ábra *s*

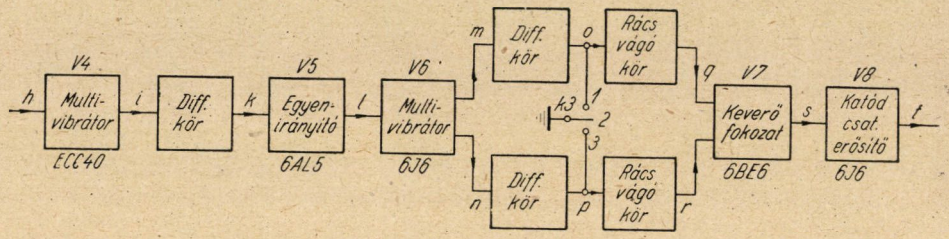


9. ábra. Legfeljebb 100 Hz frekvenciájú impulzusgenerátor villamos kapcsolási vázlata

a, b, ...y = helyjelölések
C1 = kondenzátor, 680 pikofarad
C2 = » 0,05 mikrofarad
C3,4 = » 680 pikofarad
C5 = » 0,05 mikrofarad
C6 = » 0,3 »
C7 = » 1500 pikofarad
C8 = » 650 »
C9 = » 0,02 mikrofarad
C10,11 = » 100 pikofarad
C12 = » 0,02 mikrofarad
C13 = » 8 » 450/500 volt elektrolitikus
C18,19 = » 16 » 500/550 » »
C20 = » 0,5 »
C21,22 = » 8 » 450/500 » »
F1,2 = szűrőtag
C14—17, 23—26 = kondenzátor, 250 pikofarad
L2, 3, 5, 6 = önindukció, 6,4 mikrohenry
k1—3 = kapcsolók
L1 = vasmagos fojtótekercs, 25 Henry, legf. 2000 ohm
L4 = önindukció, 6 Henry
R1 = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt
R2 = » 68 kiloohm, 2 »
R3 = » 0,2 megohm, 0,5 »
R4 = » 0,3 » 0,5 »
R5 = » 0,5 » 0,5 »
R6 = » 68 kiloohm, 2 »
R7 = » 1,5 megohm, 0,25 »
R8 = » 15 kiloohm 1 »
R9,10 = » 33 » 1 »
R11 = líneáris potenciométer, 1 megohm, 1,5 watt
R12 = rétegellenállás, 0,8 megohm, 0,5 watt
R14 = » 0,1 » 0,5 »
R15 = » 0,1 » 0,5 »
R16 = » 0,5 » 0,5 »
R17 = » 68 kiloohm, 2 »
R18 = » 1,5 megohm, 0,5 »
R19 = rétegellenállás 10 kiloohm, 1 watt
R20 = » 68 » 2 »
R21 = » II. táblázat sz. 0,5 »
R22 = » 15 kiloohm, 0,5 »
R23 = » 45 » 2 »
R24 = » 6 » 0,5 »
R25 = » 0,2 megohm, 0,5 »
R26 = » 60 kiloohm, 1 »
R27 = » 0,5 megohm, 0,5 »
R28 = » 0,5 » 0,5 »
R29 = » 15 kiloohm, 1 »
R30 = » 60 » 1 »
R31 = logarithmikus potenciométer, 0,5 megohm, 0,75 watt
R32 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
R33 = » 0,5 » 0,5 »
R34 = » 0,1 » 0,5 »
R35 = » 47 kiloohm, 0,5 »
R36 = » 0,5 megohm, 0,5 »
R37 = » 20 kiloohm, 3 »
R38 = » 60 » 1 »
R39 = » 0,3 megohm, 0,5 »
R40 = » 0,1 » 0,5 »
R41 = » 80 kiloohm, 0,5 »
R42 = » 7 » 0,5 »
R43—45 = » 30 » 1 »
T1 = csatoló transzformátor, 1 : 1 áttétellel
T2 = transzformátor, 220/2×300 volt
V1,2 = kettős trióda, ECC40
V3 = kettős dióda, 6AL5
V4 = kettős trióda, ECC40
V5 = kettős dióda fele, 6AL5
V6 = kettős trióda, 6J6
V7 = pentagrid, 6BE6
V8 = kettős trióda, 6J6
V9 = kétutas egyenirányító, AZ21
V10 = » » 6X4
y = az impulzusgenerátor kimenete

pontjában jelenik meg. A $V7$ pentagrid-cső két vezérlőrácsa (az első és harmadik) az o és p pontokra az $R34$ és $R35$ rácsvédő ellenállások közbeiktatásával csatlakozik. Így a $V7$ pentagrid-cső két vezérlőrácsa zérus előfeszültségen van. Az $R34$ és $R35$ rácsellenállások feladata az, hogy a pentagrid-cső megfelelő rácsaival együtt mint vágó fokozat működnek és a differenciáló körből kijövő és nem szükséges pozitív jeleket levágják. A 9. ábra q és r pontjaiban a jelek alakja a 11q. és 11r. ábrák szerinti.

Ha a 9. ábra $V7$ csövének bármelyik vezérlőrácsára nagy negatív vezérlőjel érkezik, a cső a jel időtartamára lezár, anódárama zérussá válik és a cső anódkörében levő $L1$ vasmagos fojtótekercs sarkain a hirtelen fluxusváltozás miatt



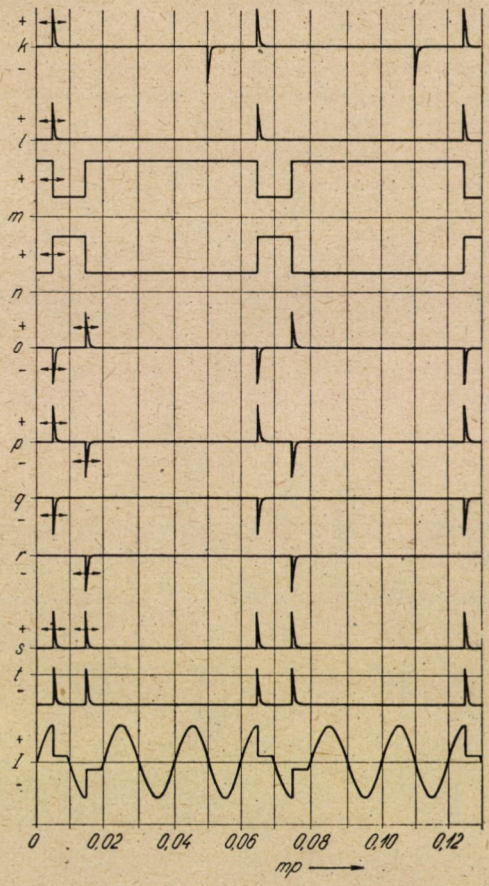
10. ábra. A 9. ábra szerinti impulzusgenerátor tömbvázlata

rövid ideig tartó feszültséglökés keletkezik. A vezérlő negatív jel megszűnése után a cső ismét vezet. Az előbbivel ellenkező fluxusváltozás miatt a $L1$ fojtótekercsen negatív jel mutatkozik. Ezt a jelet a pentagrid-cső belső ellenállása csillapítja. A 9. és 10. ábrák s pontjában megjelenő jelek alakját a 11s ábra mutatja.

A 9. és 10. ábrák s pontjából a jelek továbbítása $V8$ katóderősítőfokozaton keresztül történik. A $V8$ katóderősítő fokozat működése hasonló az 5. ábra $V5$ fokozatának működéséhez azzal a különbséggel, hogy előbbi katódköri impedanciája a $T1$ transzformátor (9. ábra). Ennél a kapcsolásnál a 8. ábra $V5$ thyratroncsöve lezárásáról külön előfeszültségforrás ($V10$) gondoskodik. Ezt tekintetbe véve a 9. és 10. ábrák t pontjában az impulzusok alakja, földpotenciálra vonatkoztatva, a 11t. ábrán látható. Az összes többi jelek katódpotenciálra vannak vonatkoztatva.

Kísérletképpen készítettük az egyik impulzus-generátort a katódcsatolású erősítőben ellenállás, a másikban transzformátor kimenettel. Az ellenállás kimenet előnye egyszerű felépítésében van, hátránya viszont, hogy a jel feszültsége az áramforrás feszültségével kötött és növelése csak az áramforrás feszültségének növelésével lehet. Ezzel szemben transzformátoros kimenetnél a jel-feszültség, az áramforrás feszültségétől függetlenül, a kimenő transzformátor áttételének megfelelő megválasztásával tetszőlegesen beállítható.

A 11*I*. ábra bemutatja a feszültégviszonyokat a 8. ábra *I* ívközében arra az esetre, ha minden harmadik hálózati periódusban van gyújtás. A 9. ábra *V*6 egystabil állapotú multivibrátorának feladata itt látszik világosan. A 7. ábrán a gyújtások minden hálózati periódusban csak egyszer jelentkeztek. Mivel itt



11. ábra. A feszültséggörbék alakja a 9. és 10. ábrák az ittenivel azonos jelzésű pontjaiban

az impulzusok párosával, egymáshoz viszonyítva 0,01 mp időkéséssel jelentkeznek, mind pozitív mind negatív hálózati félperiódusban van gyújtás.

A 9. ábra szerinti impulzusgenerátor különböző rezgésszámaihoz tartozó *R*21 ellenállás értékeket a II. táblázat adja. (225. old.)

Általános megjegyzések

Az 1. ábra kapcsolása szerint működő gyújtóáramkörnél kellemetlen az a tény, hogy a *V* thyratroncső erősen túlterhelten dolgozik, hacsak nem alkalmazunk igen nagyteljesítményű thyratroncsöveket. A spektroszkópiában alkalmazott gyújtóáramkörök üzemi adatai mellett a *V* thyratroncsövön áthaladó pillanatnyi áramértékek 100 amper nagyságrendűek. Ez az igénybevétel nagyteljesítményű thyratroncsöveket kíván. Kisebb teljesítményű csövek a túlterhelés következtében csak rövid élettartamúak, ezenkívül a túlterhelés hibás gyújtásokat

eredményezhet. Nagyteljesítményű thyratroncső alkalmazása a berendezés használhatóságát, gazdasági okokból kifolyóan, sok esetben kérdésessé tenné. A szokásos higanygőztöltésű közepes teljesítményű csövek alkalmazásával a gyújtóenergiát meglehetősen szűk korlátok között kell tartani akkor, ha a thyratroncső élettartamát kielégítővé akarjuk tenni. Ezzel szemben a kapcsolás igen egyszerű és a thyratroncsőtől eltekintve olcsó.

A 2. ábrán látható kapcsolás segítségével elvileg korlátlan nagyságú kondenzátorenergiákat vezérelhetünk anélkül, hogy evvel a kisülést vezérlő thyratroncsövet túlterhelnénk. $R2$ ohmos ellenállás megfelelő beállításával a V thyratroncsövön átfolyó áram a még megengedhető legnagyobb értéken, vagy ez alatt tartható. A C kondenzátor teljes töltése nem halad át a thyratroncsövön, utóbbi csak mint a kisülést beindító elem működik. Az 1. ábrához viszonyítva ez a kapcsolás bonyolultabb, több alkatrészt tartalmaz, és beállítása is körülményesebb. Addig, amíg az 1. ábra kapcsolása nem tartalmaz szikraközt, ennek a kapcsolásnak két szikraköze van, melyek helyes beállítása a készülékek jó működésének fontos előfeltétele.

A 3. ábra szerinti kapcsolásnál a gyújtóenergiát szolgáltató kondenzátortöltés teljes egészében áthalad a thyratroncsövön. Ez az energiaáthaladás azonban oly módon szabályozott, hogy a cső túlterhelése nem következik be. A túlterhelést a $C1$ és $C2$ kondenzátorok közé iktatott $R2$ ohmos ellenállás akadályozza meg, melynek értékét a V thyratroncső terhelhetőségi adataitól függően állapítjuk meg. Ezzel a $C2$ kondenzátorban tárolt energia időben széthúzva vándorol át a V csövön a $C1$ kondenzátorba. Az áramfolyást bizonyos mértékig még az L öninduкció is korlátozza. Az ív begyújtásának időpontja az említett széthúzás ellenére is pontosan fog bekövetkezni egyrészt azért, mert a $C1$ kondenzátor feltöltődése minden esetben ugyanolyan körülmények között játszódik le, másrészt pedig azért, mert a $C1$ kondenzátor feltöltődése $R2$ ohmos ellenállás beiktatása ellenére is aránylag rövid idő lefolyása alatt következik be. A gyújtás időpontjának szórása megközelítően az alábbiak szerint becsülhető meg. A 4. ábra adataival, $L2$ elhanyagolásával, $C5$ feltöltődési ideje durván: $R4 \cdot C5 = 5000 \cdot 3000 \cdot 10^{-12} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ mp. Ha a 4. ábra S szikraközének hossza úgy van beállítva, hogy az átütés az RC görbe meredek szakaszán történjék, úgy az S szikraközben jelenlevő bizonytalanságok miatti szórás az átütés időpontjában biztosan kisebb lesz, mint az előbb kiszámított feltöltődési idő. Az S szikraköz átütésének időbeli szórása valószínűleg egy mikromásodperc körül van. Mindez igen kis teljesítményű thyratroncső esetében érvényes. Nagyobb teljesítményű csövek esetében $R4$ ellenállásértéke még tovább csökkenthető, így csökken az RC érték is és ezzel együtt csökken valószínűleg az S szikraköz átütésének időszórása is. Az elmondottakból megállapítható, hogy ennél a kapcsolásnál a gyújtás pontossága messze meghaladja a vele szemben támasztott követelményeket.

Az 1. ábra szerinti kapcsolás egészen kis, a 2. ábra szerinti korlátlanul nagy, az utóbb tárgyalt kapcsolás pedig közepes kondenzátorenergiák vezérlésére alkalmas. Tekintve, hogy a 3. ábra kapcsolási elemeinek száma, ha a 2. ábra két szikraközét egynek vesszük, azonos a 2. ábra kapcsolási elemeinek számával, költsége is körülbelül azonos. Mivel a 3. ábra csak egy szikraközzel bír, beállítása és üzeme kevésbé kényes, mint a 2. ábra kapcsolásában. Mivel a 3. ábra szerinti kapcsolásnál $C1$ kondenzátor töltőfeszültsége függ S-től, a mindenkori kisülési energia változhat. A másik két kapcsolásnál a kisülési energia mindig pontosan ugyanaz.

A dolgozatban ismertetett két impulzusgenerátor a korábban leírt [1—4,7] impulzusgenerátorok továbbfejlesztéséből adódott. Az [1—4] és [7] dolgozatokban leírt impulzusgenerátoroknak néhány olyan hátrányos tulajdonságuk volt, melyek kiküszöbölése kívánatos volt. Ilyen hátrányos tulajdonság volt, hogy az alkalmazott fázistolóhidak nem tették lehetővé a 180°-os fáziseltolást, amire a zavartalan gerjesztőüzemnél szükség van. Az itt ismertetett impulzusgenerátoroknál alkalmazott multivibrátorral való fázistolás ezt a hátrányt teljes egészében kiküszöbölte. Másik kellemetlen hátrány volt, hogy az impulzusgenerátor frekvenciájának változtatásához szükséges átkapcsolásoknál mindannyiszor változott a gyújtás fázishelyzete is. Ennek folytán más gyújtási frekvenciára való áttérésnél mindig állítani kellett a fázishelyzetet is. Kis gyújtási frekvenciák tartományában ez meglehetősen nehézkes volt, mert az oszcilloszkóp ernyőjén csak ritkán megjelenő

képek szemmel nem voltak jól követhetők. Az új megoldásnál ezt a hátrányt is kiküszöböltük és az egyszer helyesen beállított gyújtás fázisa minden impulzusgenerátor rezgésszámnál megmarad.

I. táblázat

Az 5. ábra szerinti impulzusgenerátor különböző rezgésszámaihoz tartozó $R21$ ellenállásértékek, $C6$ és $R24$ bekapcsolt állapota mellett. $C7$ és $R22$ bekapcsolása esetén ugyanazon $R21$ értékek mellett az impulzusgenerátor rezgésszámai a táblázatban megadott értékek egyötödére csökkennek.

Rezgésszám Hz	$R21$ megohm
50 · 1/1	0,05
50 · 1/2	0,35
50 · 1/3	0,65
50 · 1/4	0,90
50 · 1/5	1,18
50 · 1/6	1,46
50 · 1/7	1,74
50 · 1/8	2,02
50 · 1/9	2,30
50 · 1/10	2,58
50 · 1/12	3,18
50 · 1/24	6,68

II. táblázat

A 9. ábra szerinti impulzusgenerátor különböző rezgésszámaihoz tartozó $R21$ ellenállásértékek $C5$ és $R24$ bekapcsolt állapota mellett. $C6$ és $R22$ bekapcsolása esetén ugyanazon $R21$ értékek mellett az impulzusgenerátor rezgésszámai a táblázatban megadott értékek egyötödére csökkennek.

Rezgésszám Hz	$R21$ megohm
50 · 1/1	0,05
50 · 1/2	0,125
50 · 1/3	0,245
50 · 1/4	0,385
50 · 1/5	0,587
50 · 1/6	0,687
50 · 1/7	0,807
50 · 1/8	0,957
50 · 1/9	1,207
50 · 1/10	1,36
50 · 1/12	1,59
50 · 1/24	3,19

A régebbi impulzusgenerátoroknál a frekvenciát beállító multivibrátor rácsellenállásait mindkét csőnél változtattuk, ha frekvenciaváltoztatásra volt szükség. Ez két ellenálláslánc alkalmazásával járt együtt. Az új impulzusgenerátoroknál a rezgésszám változtatása egyetlen ellenálláslánc segítségével történik. Ez a megoldás szerkezeti egyszerűsítésen kívül még nagyobb állandóságot is biztosít, mert az ellenállásértékeknek az időbeli változása kevesebb elemre korlátozódik. Általában az új impulzusgenerátoroknak az időbeli állandósága sokkal nagyobb mint a régieké. Időbeli állandóságon az impulzusgenerátornak azt a tulajdonságát értjük, hogy a beállított rezgésszámok az idő folyamán nem változnak meg.

Természetesen a leírt elektronikus vezérlésű gyújtórendszer ugyanolyan jól alkalmazható kisfeszültségű kondenzált szikrák gyújtására is.

Az ismertetett szaggatott ívgerjesztőkkel beállítható ívelési viszonyok az [1—4] alatti dolgozatokban találhatók meg.

***

Az impulzusgenerátorok kiképzésénél és az azokkal lefolytatott kísérletekben való közreműködéséért Klatsmányi Árpádnak köszönetet mondunk.

Az elektronikus berendezés kivitelezését Mancz Ferenc végezte, akinek kiváló munkáját e helyen is megköszönjük.

IRODALOM

1. *Bardócz Á.*: Acta Phys. Hung. 2, 1953, 265; Elektrotechnika 44, 1951, 273.
2. *Bardócz Á.*: J. Opt. Soc. Am. 42, 1952, 357.
3. *Bardócz Á.* és *Kemény Á.*: Magyar Híradástechnika 3, 1952, 128.
4. *Bardócz Á.*: Spectrochim. Acta 5, 1953, 397.
5. *Bardócz Á.*: Nature 171, 1953, 1156.
6. *Bardócz Á.*: Acta Phys. Hung. 4, 1954, 91 M. Tud. Akad. VI. Oszt. Közl. 12, 1954, 233
7. *Bardócz Á.*: M. Tud. Akad. VI. Oszt. Közl. 12, 1954, 261,

Összefoglalás

A dolgozat színképelemzés céljait szolgáló újrendszerű, thyratroncsöves vezérlésű szaggatott ívgerjesztő berendezéseket ismertet. A berendezések íváramkörből, gyújtóáramkörből és impulzusgenerátor-áramkörből állanak. Az íváramkör a szokásos kapcsolási elemeket tartalmazza. A gyújtóáramkörben az ívek begyújtásához szükséges kondenzátorenergia adagolása thyratroncső segítségével történik. A gyújtóáramkör kivitele olyan, hogy a vezérlő thyratroncsövön a gyújtóenergia annak túlterhelése nélkül halad át. Az alkalmazott gyújtóáramkörök váltóáramú, illetve egyenáramú táplálásúak, a megkívánt másodpercenkint legfeljebb 50, illetve 100 gyújtásra alkalmas kivitelnek megfelelően. A gyújtóáramkörök thyratroncsöveinek vezérlése másodpercenkint legfeljebb 50, illetőleg legfeljebb 100 vezérlőjelet szolgáltató, változtatható frekvenciájú impulzusgenerátorokkal történik. A különböző rendszerű elektronikus vezérlésű gyújtóáramkörök kritikus összehasonlítása.

ERŐSÍTŐGÉPEK DINAMIKUS KIHASZNÁLÁSI SZÁMA

SZABLYA JÁNOS

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM, VILLAMOS GÉPEK ÜZEMTANA TANSZÉK

[Beérkezett 1954. február 11-én]

Az erősítőgépek minőségi megítélésére általánosan használt mennyiség *Valentine** nyomán a dinamikus erősítés, vagyis a teljesítményerősítés és az időállandó hányadosa:

$$D = \frac{A}{T} \qquad [\mathrm{mp}^{-1}] \qquad (1)$$

A dinamikus erősítést az erősítőgépekre is szokták használni. Míg azonban a közönséges egyenáramú dinamónál, mint látni fogjuk, adott viszonyok mellett a gép szabályozástechnikai megítélésére valóban egyértelmű felvilágosítást ad, addig erősítőgépeknél a teljesítményerősítés és időállandó viszonya nem alkalmas arra, hogy a gépről egyértelmű felvilágosítást adjon.

Az erősítőgépek minőségi megítélésére ezért új fogalmat kell bevezetni, melyet megkülönböztetésül a köztudatba átment dinamikus erősítéstől, dinamikus kihasználási számnak fogunk nevezni.

Vizsgálatainkat csak a szimmetrikus, pontosan a semleges vonalba állított kefékkel rendelkező és lineárisan kommutáló gépekre terjesztjük ki. Ez a megkötés a kérdést lényege szempontjából nem befolyásolja.

1. Meghatározások

Erősítésnek fogjuk röviden nevezni a teljesítményerősítést, vagyis állandósult állapotban a kimenő és bemenő teljesítmény viszonyát:

$$A = \frac{P_F}{P_B} . \qquad (2)$$

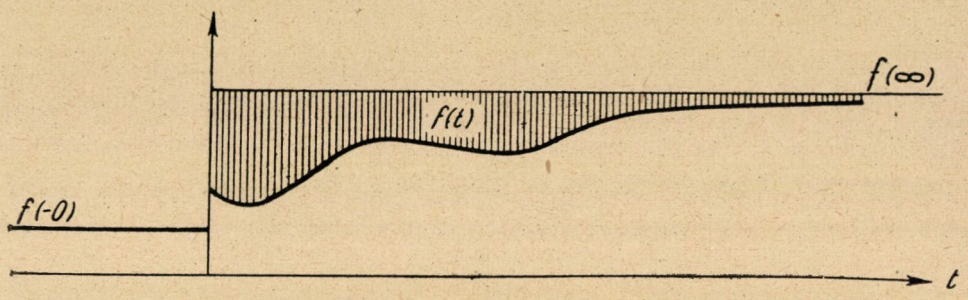
* *Valentine*: Les dynamos amplificatrices. L'amplidyne. Bull. de la Soc. Francais des El. 1948 június. 304. old.

Eredő időállandónak nevezzük :

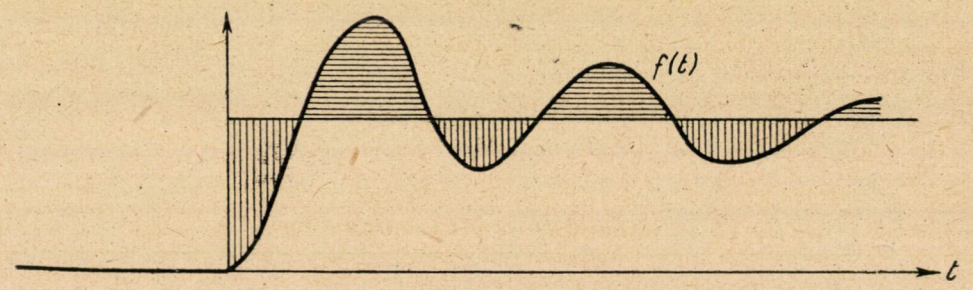
$$T_e = \frac{1}{f(\infty) - f(-0)} \int_0^\infty [f(\infty) - f(t)]\, dt \qquad [\text{mp}], \qquad (3)$$

ahol a megfelelő mennyiséget az 1. ábra szerint értelmezzük.

Rögtön itt említjük meg, hogy ∞ indexszel fogjuk jelölni az állandósult mennyiségeket és a közvetlenül $t = 0$ időpont előtti értéket -0-val.



1. ábra



2. ábra

Visszatérve az eredő időállandóra, megállapíthatjuk, hogy a fenti meghatározás előnyei a következők. Mérésekből planimetrálással a gyakorlatot messze kielégítő pontossággal a legbonyolultabb esetben is könnyen meghatározható, telítések stb. esetén is érvényes. Megállapítása a matematikai egyenletekből általában nagyon egyszerű.

Fel kell azonban hívni a figyelmet, hogy a fentiekben meghatározott eredő időállandó, csak túlszabályozás nélküli, vagy legalábbis igen kis túlszabályozású jelenségekre ad egyértelműen használható értéket. Jól látható ez a túlszabályozást ábrázoló 2. ábrából a (3) integrál — az alsó és felső területek különbsége — igen kicsi és a rendszer mégis csak lassan csillapodik. Ilyen esetben is lehet azért az eredő időállandóból a rendszer gyorsaságára következtetéseket levonni, de ekkor más szempontok is előtérbe kerülnek.

Erősítőgépeknél, ha a kefék semleges zónában vannak, nincsen visszacsatolás, és a telítés valamint a kommutáló áramok nem hatnak vissza, úgy túlszabályozás nincs. Ezért a (3) szerinti meghatározás esetünkben általános érvényű.

Az eredő integrált Laplace transzformált alaknál könnyen ki tudjuk számítani

$$T_e = \left\{ \frac{1}{p} [1 - F(p)] \right\}_{p=0}, \tag{4}$$

ahol

$$F(p) = \mathfrak{L}[f(t)] . \tag{5}$$

Az erősítőgépek vizsgálatánál igen fontos a racionális törtfüggvényű operátoros egyenlet, mely gyöktényezős alakba írva

$$F(p) = \frac{(pa_1 + 1)(pa_2 + 1) \ldots (pa_m + 1)}{(pT_1 + 1)(pT_2 + 1) \ldots (pT_n + 1)} . \tag{6}$$

Ennek eredő időállandója (4)-ből

$$T_e = T_1 + T_2 \ldots + T_n - a_1 - a_2 \ldots - a_m . \tag{7}$$

Ha az operátoros egyenlet nincsen gyöktényezős alakban, hanem p hatványait tartalmazó függvény úgy fontos felismerés az, hogy amennyiben az állandó tag 1, úgy az időállandók összegét a p-ben elsőfokú tag együtthatója adja. Ezt (6)-ból — akár a számlálóból, akár a nevezőből — a gyöktényezős alak beszorzásával láthatjuk.

2. A közönséges egyenáramú dinamó

A közönséges külső gerjesztésű egyenáramú dinamó helyettesítő kapcsolási vázlata a 3. ábrán látható. A gép egyetlen főpólus tekercselésének ohmos ellenállását váltakozóáramú gépek helyettesítő kapcsolásához hasonlóan a gép elé redukáljuk. A gép főpólustekercsére $t = 0$ időpillanatban U_B bemenő feszültséget kapcsolunk. Jelölje U_B, U_F és I_B ezen mennyiségek Laplace transzformáltját is. A gerjedés transzformált egyenletei:

$$U_B = I_B(R_B + pL_B) \tag{8a}$$

$$U_F = cI_B \tag{8b}$$

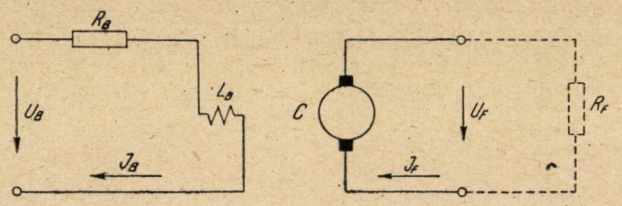
és megoldása $T_B = L_B/R_B$ figyelembevételével

$$U_F = U_B \frac{c}{R_B} \frac{1}{(pT_B + 1)} . \tag{9}$$

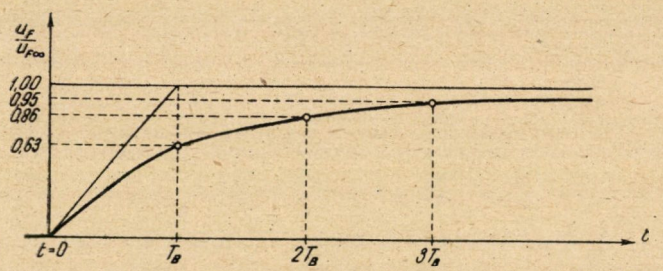
Az egyenlet időfüggvényre visszatranszformált alakja az ismert

$$U_F = U_B \frac{c}{R_B} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_B}}\right) \tag{10}$$

4. ábra. Az itt előforduló c állandó a gép méreteitől, gombolyításától, fordulatszámától függ. Dimenziója Volt/Amper, vagyis Ohm.



3. ábra



4. ábra

(9) valamint (6) és (7) szerint a közönséges egyenáramú dinamó eredő időállandója maga a kitevőben előforduló időállandó, vagyis

$$T_e = T_B = \frac{L_B}{R_B} \qquad [\text{mp}] \tag{11}$$

(9) $p = 0$ helyettesítéssel az U_F kimenő feszültség állandósult értékét adja meg:

$$U_{F\infty} = U_B \frac{c}{R_B} \qquad [\text{Volt}] \tag{12}$$

A dinamikus erősítést a következő gondolatmenettel számítjuk ki.
A főpólusok, vagyis a bemenőkör mágneses energiája

$$W_M = \frac{1}{2} L_B I_{B\infty}^2 = \frac{1}{2} \frac{L_B}{R_B} I_{B\infty}^2 R_B = \frac{1}{2} T_B P_B \,, \tag{13}$$

amiből (2) figyelembevételével

$$T_B = \frac{2W_M}{P_F} A. \tag{14}$$

Látható tehát, hogy adott gépméreteknél és adott mágneses igénybevételeknél, vagyis meghatározott mágneses energia esetén az időállandó és az erősítése csak egymás rovására változtatható, függetlenül attól, hogy milyen eszközzel (tekercskeresztmetszet változtatása, előtétellenállás beiktatása) történik. A gyorsaság és nagy erősítés tehát ellentétes követelmények.

A dinamikus erősítés, az erősítés és időállandó hányadosa (1)

$$D = \frac{P_F}{2W_M} \qquad [\mathrm{mp}^{-1}] \tag{15}$$

adott gépméretek és kihasználás mellett állandó, tehát a közönséges egyenáramú dinamó minőségi megítélésére egyértelműen jellemző lesz.

Láthatóan tehát az erősítőgépeknél nagy kimenő teljesítményre és kis mágneses energiára kell törekedni.

A gép teljesítménye arányos a gép köbtartalmával, fordulatszámával, kerületi áramával és légrésindukciójával, a mágneses energia a légrés köbtartalmával, permeabilitásával és az indukció négyzetével arányos

$$D = \frac{0{,}164 \cdot n \cdot d^2 \cdot l \cdot \alpha_i \cdot A_s \cdot \varepsilon_r \int_0^{2\pi} B\,d\alpha \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 0{,}8 \cdot d \cdot \pi \cdot l \cdot \alpha_i \cdot \delta_r (1+\sigma_1) \int_0^{2\pi} B^2\,d\alpha\, 10^{-8}}, \tag{16}$$

ahol n = ford/perc, d [cm] forgórészátmérő, 1 [cm] géphossz, α_i a pólusív és pólusosztás hányadosa, A_s [A/cm] a kerületi áram, δ_r [cm] a Carter-tényezővel, arányos vasgerjesztésekkel, armaturareakcióval stb. növelt légrésméret, σ_1 a főpólus szóródási tényezője és

$$\varepsilon_r = \frac{U_F}{U_{\mathrm{ind}}}, \tag{17}$$

vagyis az U_F kimenő kapocsfeszültség és az U_{ind} indukált feszültség (elektromotoros erő) viszonya.

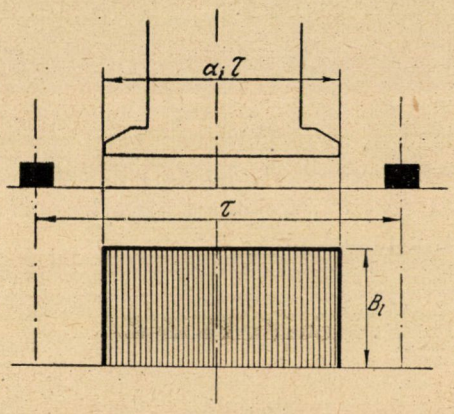
A (16) összefüggést rendezve a dinamikus erősítés

$$D = 0{,}0325 \frac{n \cdot d \cdot A_s}{\delta_r B_l} \frac{\varepsilon_r}{(1+\sigma_0)(1+\sigma_1)}, \tag{18}$$

ahol B_1 az 5., 6. és 7. ábrák szerinti légrésindukció és

$$1 + \sigma_0 = \frac{\int_0^{2\pi} \left(\frac{B}{B_l}\right)^2 d\alpha}{\int_0^{2\pi} \frac{B}{B_l} d\alpha} \tag{19}$$

kizárólag a mező alakjától függő (σ_0 = légrésszórás) tényező.



5. ábra

A négyzetes és lineáris középértékek minimumából következik, hogy állandó légrésindukciónál legnagyobb a dinamikus erősítés. Az 5. ábrában $1 + \sigma_0 = 1$, vagyis $\sigma_0 = 0$. A 6. és 7. ábránál (19) könnyen meghatározható

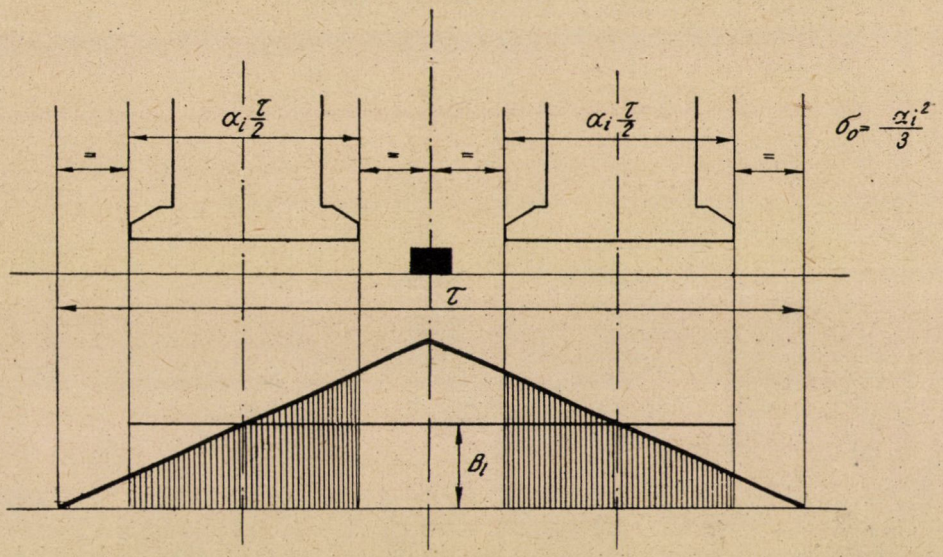
$$\sigma_0 = \frac{\alpha_i^2}{3}, \tag{20}$$

vagyis pl. $\alpha_i = 0{,}65$-nél $\sigma_0 = 0{,}141$, tehát 14%-kal romlik a dinamikai erősítés.

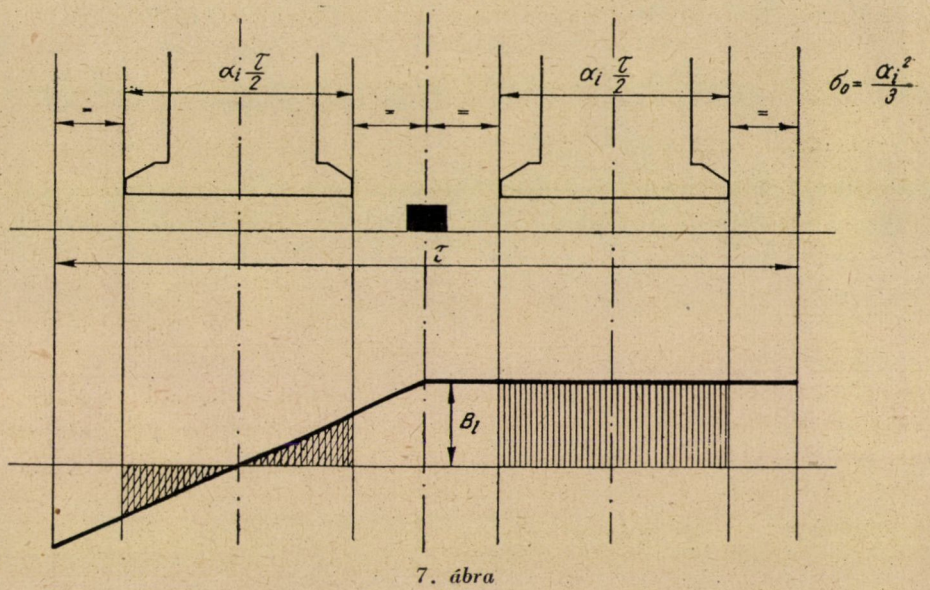
A (18) összefüggés világosan megmutatja, hogy az erősítőgépek tervezésénél a közönséges gépekkel azonos irányadó szempontok vannak, nevezetesen a gazdaságosság (B_1) hűtés és kommutáció ($A_s \cdot d \cdot n$), valamint a mechanikai megvalósíthatóság (n, d, δ_r).

Korlátozzuk itt vizsgálatainkat az egyenletesen elosztottan kompenzált gépre és ezzel együtt a mechanikailag megvalósítható legkisebb légrésre. (18) fontos megállapítása, hogy a dinamikus erősítés független a gép fő arányaitól (pólusszám, hossz, pólusív, tekercsek menethossza stb.). A kisebb forgórész-átmérők (kb. 5—40 cm) tartományában — minthogy a fordulatszámmal a

lehető legnagyobb értékre (3000/perc) célszerű felmenni, — a forgórészátmérő növelésével D is kb. arányosan növekszik, mert a szokásos gazdaságos légrés-



6. ábra



7. ábra

indukció alkalmazása, valamint arányos hűtési és mechanikai viszonyok esetén $A_s/\delta_r B_1$ értéke gyakorlatilag állandó. Mivel pedig a gép gazdaságos teljesítménye az átmérőnek valamivel több, mint harmadik hatványával növekszik, a dinami-

kus erősítés a teljesítménynek a harmadiknál valamivel nagyobb gyökével lesz arányos. Jó közelítéssel mondhatjuk, hogy (arányos gépek esetén) 1 : 10 teljesítményarányhoz 1 : 2 arányú dinamikus erősítés tartozik.

Az átmérő növelésének azonban a kerületi sebesség határt szab. Tovább növelve az átmérőt a kerületi sebesség korlátoz, vagyis az átmérőt növelve a fordulatszámot csökkenteni kell. (18) tehát lesz

$$D = 62{,}1 \frac{v}{\delta_r} \frac{A_s}{B_l} \frac{\varepsilon_r}{(1+\sigma_0)(1+\sigma_1)}, \tag{21}$$

ahol v (m/mp) a forgórész kerületi sebessége. A dinamikus erősítés az átmérő növelésével tehát nem növelhető tovább.

Példa. v = 35m/mp, $A_s = 350$A/cm, $B_1 = 5300$ Gauss, $\delta_r = 0{,}02$ cm (gondos műhelymunka), $\varepsilon_r = 0{,}96$, $\sigma_1 = 0{,}1$ és $\sigma_0 = 0$ esetében a dinamikus erősítés $D = 6300$ mp^{-1}, ami a felső határ közelében van már. Ez pl. $T_B = 0{,}075$ mp esetén $A = 6300 \cdot 0{,}075 = 470$ erősítést jelent. Ha $n = 2900$, úgy $d = 23$ cm, és $l = 20$ cm, $a_l = 0{,}65$ mellett $P_F = 58$ kW.

A fenti gondolatmenetet célszerűtlen minden alkalommal végigvezetni. A kimenő feszültség Laplace transzformált alakja ugyanis közvetlenül pontos következtetésekre ad lehetőséget. (12)-ből $U_F^2 \infty / U_B^2$ képzésével és (11) figyelembevételével, a dinamikus erősítés (1) alatti kifejezése

$$D = \frac{A}{T} = \frac{U_{F\infty}^2/R_F}{T_B \cdot U_B^2/R_B} = \frac{c^2}{L_B R_F} \qquad [\text{mp}^{-1}] \tag{22}$$

alakban jelenik meg. Ez a kifejezés igen egyszerű. A dinamikus erősítésre mondottakat ebben az alakban is ki lehet mutatni. Így könnyen belátható például, hogy a gombolyítástól független, mivel L_B a főpólus menetszám négyzetével, R_F az armatúra menetszám négyzetével, végül c a főpólus és armatúra menetszámainak szorzatával arányos.

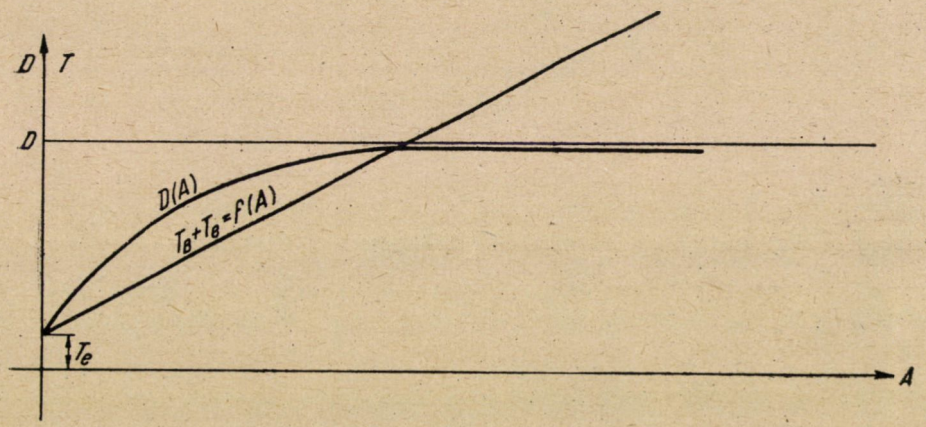
Eddig feltételeztük, hogy nincsenek csillapító áramkörök. Ha ilyenek vannak (pl. tömör acél állórészkoszorú), akkor a gyakorlat számára jó közelítéssel feltehetjük, hogy az örvényáramok a fluxusváltozással arányosak és vele fázisban vannak. Az örvényáramoknak ily módon való tárgyalása teljesen azonos differenciálegyenletre vezet, mint a csak ohmos ellenállású, szórásmentes, rövidrezárt szekunder tekerccsel rendelkező transzformátor bekapcsolása, melynek ismert megoldásából

$$U_F = U_B \frac{c}{R_B} \frac{1}{[p(T_B + T_\delta) + 1]}, \tag{23}$$

ahol T_δ az örvényáramok időállandója.

Az örvényáramok hatására a gép lassabban gerjed és még $T_B = 0$, vagyis végtelen nagy bemenő teljesítémny esetén is legfeljebb $T_{\ddot{o}}$ időállandóval változtatja kapocsfeszültségét. Az örvényáramcsillapítás figyelembevételével a dinamikus erősítés és időállandó tényleges értékeit az erősítés függvényében ábrázolja a 8. ábra. D' a (18) összefüggés alapján számolt örvényáram csillapítás nélküli dinamikus erősítést jelenti.

Mérési eredmények. A Budapesti Műszaki Egyetem Villamos Gépek Üzemtana Tanszéken egy Ganz gyártmányú 4 kW 220 Volt 1440 ford/perc teljesítményadatú dinamón méréssel ellenőriztük. A 9/a. ábra a méréssorozat két tagját mutatja: az első terhelési, a második üresjárási felgerjedés. $P_B = 0{,}165^2 \cdot 435 = 11{,}9$ Watt, $P_F = 101^2/15 = 670$ Watt, az erősítés $A = 670/11{,}9 = 56$, az időállandó $T_B + T_{\ddot{o}} = 0{,}66$ mp. Az örvényáramcsillapítás időállandója a mérésekből meghatározva (9/b. ábra) $T_{\ddot{o}} = 0{,}09$ mp és ezzel $T_B = 0{,}57$ mp, $D' = A/T_B$ $56/0{,}57 = 98{,}5$ mp^{-1}.



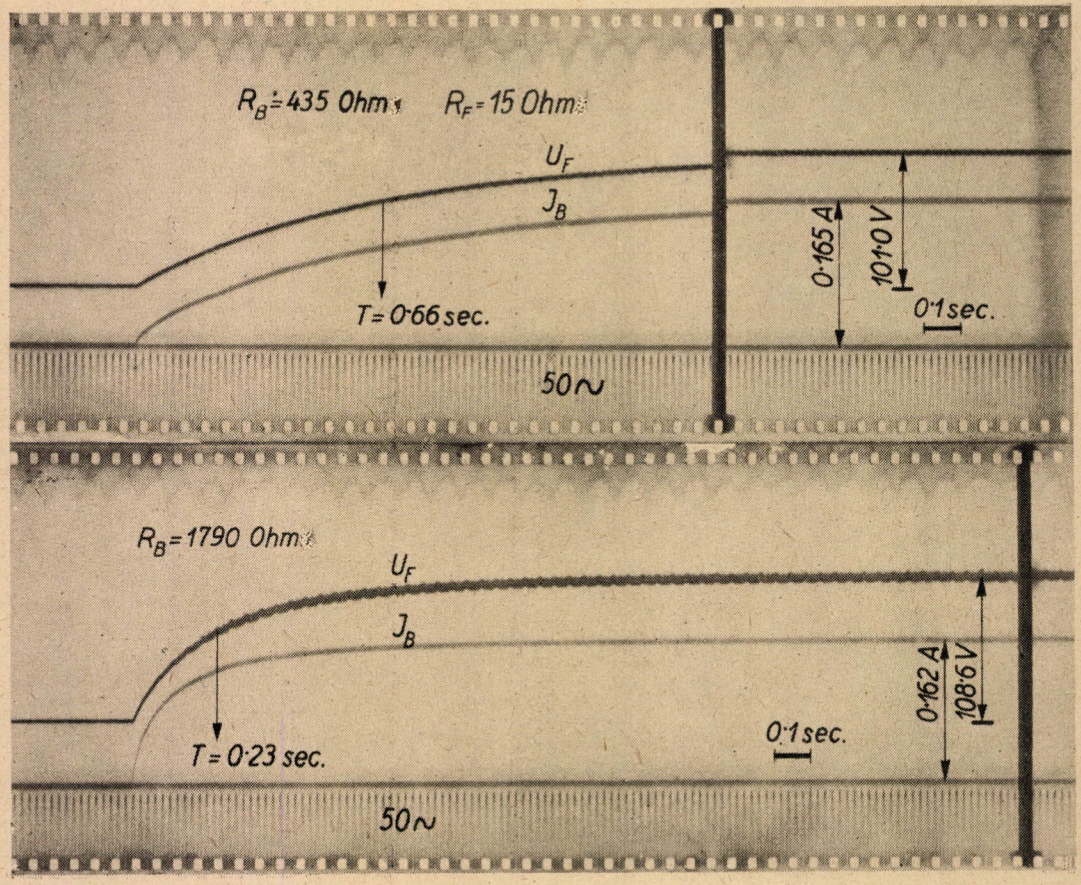
8. ábra

A gép adatai: $d = 16$ cm, légrés $= 1{,}15$ mm, vagyis $\delta_r \cong 0{,}12$ cm, $\sigma_1 \cong 0{,}05$ $\sigma_0 = 0$. Mérésnél: $n = 1500$, $A_S = 44$ A/cm $B_1 = 2710$ Gauss és $\varepsilon_r = 0{,}95$. Ezekkel az adatokkal (18)-ból $D = 97$ mp^{-1}. A mért és számított eredmények összehasonlítása a levezetett összefüggések helyességét és használhatóságát igazolja.

3. Kétkefe-rendszerű erősítőgépek

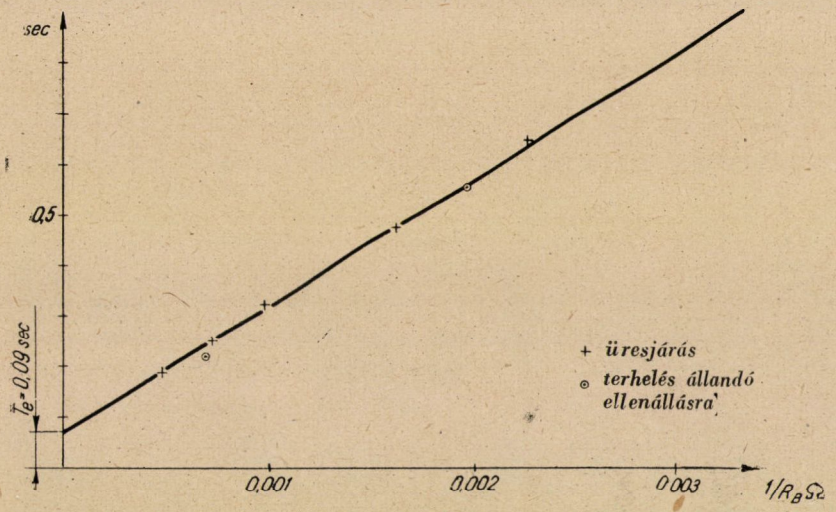
A kétkefe-rendszerű erősítőgépek közül a keresztmezős amplidin *(10. ábra)* és az 1 : 2 póluspárarányú kétlépcsős rototrol esetét vizsgáljuk. Európai gyakorlatbani jelentőségénél fogva vizsgálatainkat részletesen az amplidinre végezzük el, de az elmondottak értelemszerűen alkalmazhatók a kétlépcsős rototrolra is.

Az amplidin armatúrájának két kefepárja egymásra merőleges (10. ábra). Az állórésztekercselések mágneses tengelye is egybeesik a forgórésznek a kefepárokkal meghatározott mágneses tengelyével. Az egyik tengelyt főtengelynek, a másikat kereszttengelynek nevezzük. Ha a gépben nincs aszimmetria, nem telítődik és a kommutáció lineáris, akkor a merőlegesség miatt csak az azonos

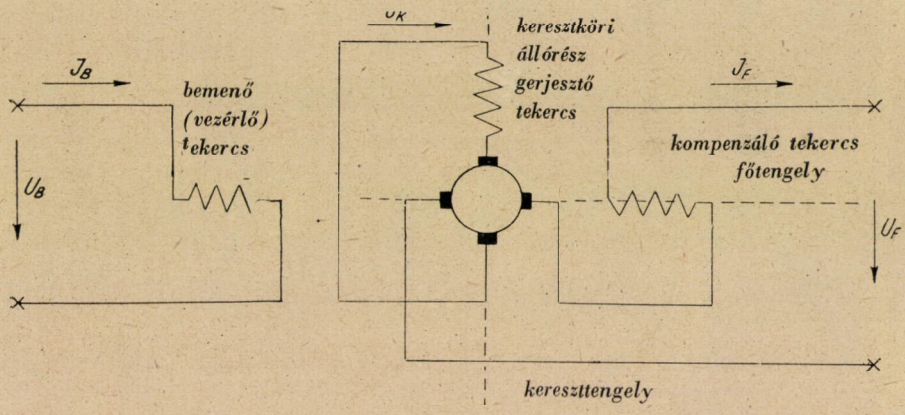

R_B = 435 Ohm
R_F = 15 Ohm
U_F
J_B
0·165 A
10·1·0 V
T = 0·66 sec.
0·1 sec.
50 ~
R_B = 1790 Ohm
U_F
J_B
0·162 A
108·6 V
T = 0·23 sec.
0·1 sec.
50 ~

9/a. ábra

tengelyben levő állórésztekercsek és forgórésztekercsek vannak közvetlen induktív kapcsolatban. Két különböző tengelyhez tartozó tekercsek és kefe-rendszer között közvetlen induktív kapcsolat nincsen.



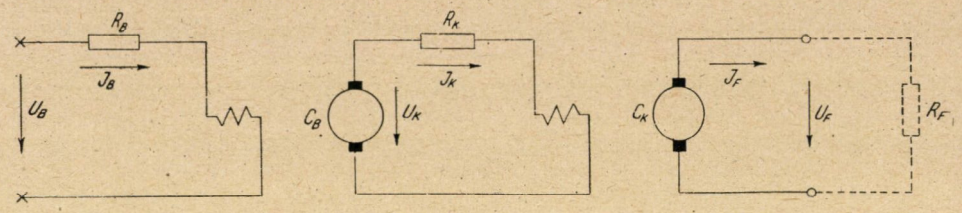
9/b. ábra



10. ábra

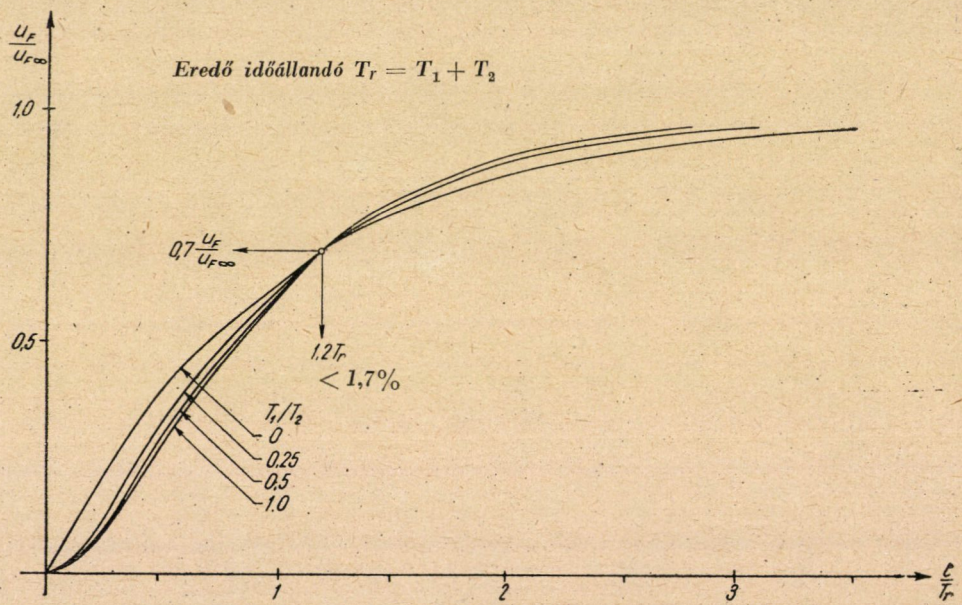
Az amplidin tehát első — és rögtön tegyük hozzá, hogy igen jó — közelítésben két egyforma nagy egyenáramú dinamóval helyettesíthető (11. ábra). Az első gépet a főtengelyben ható gerjesztések gerjesztik és keféin a keresztkörben keletkező elektromotoros erő jelenik meg. A második gépet a keresztkörben ható gerjesztések (armatúra és esetleges állórésztekercsek) gerjesztik és keféin a főkörben keletkező elektromotoros erő jelenik meg. Üresjárásban a 11. ábra helyettesítése mindig érvényes, terheléskor azonban csak akkor, ha a

kimenő főáram tökéletesen kompenzálva van, tehát nem hat a főtengelyben. Mivel a gyakorlatban ez az eset a leggyakoribb, a 11. ábra helyettesítő vázlata általános érvényű. A bemenőkör B, a kimenő kör (főkör) F indexe mellett a keresztkör mennyiségeit K indexszel jelöljük.



11. ábra

Az amplidin kimenő feszültségének Laplace transzformáltját a helyettesítő vázlat alapján könnyen felírhatjuk, ha meggondoljuk, hogy az első gép kimenő feszültsége a második bemenő feszültsége. A második gépre — a megfelelő



12. ábra

indexváltoztatással — felírt (9) egyenletnél a bemenő feszültség helyére be kell helyettesítenünk az első gépnek ugyancsak (9) szerint felírt kimenő feszültségét. Ezzel az amplidinre :

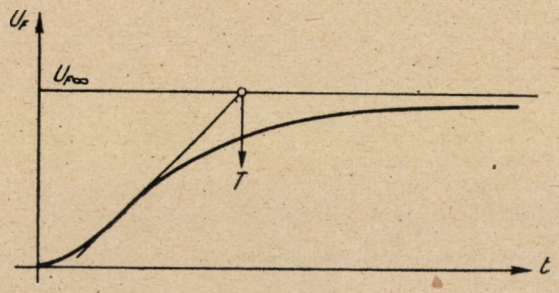
$$U_F = U_B \frac{c_B c_K}{R_B R_K} \frac{1}{(pT_B + 1)(pT_K + 1)}, \tag{24}$$

ahol $T_B = L_B/R_B$ a bemenőkör és $T_K = L_K/R_K$ a keresztkör időállandója.

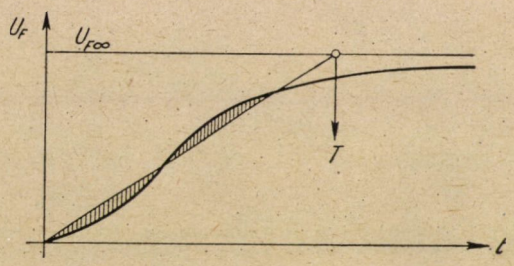
Az amplidin eredő időállandója (7) szerint tehát

$$T_e = T_B + T_K \qquad [\text{mp}]. \tag{25}$$

Minthogy T_B és T_K pozitív valós számok, csak aperiodikus, túlszabályozás nélküli, csillapodó görbét kaphatunk és így az általunk használt eredő időállandó a gép gyorsaságára egyértelműen jellemző.



13/a. ábra



13/b. ábra

(25) visszatranszformált alakja:
$T_B \neq T_K$ esetén

$$U_F = U_{F\infty}\left[1 - \frac{T_B}{T_B - T_K}\, e^{-\frac{t}{T_B}} - \frac{T_K}{T_K - T_B}\, e^{-\frac{t}{T_K}}\right] \tag{26}$$

és határértékben $T_B = T_K = T$ esetén

$$U_F = U_{F\infty}\left[1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right) e^{-\frac{t}{T}}\right], \tag{27}$$

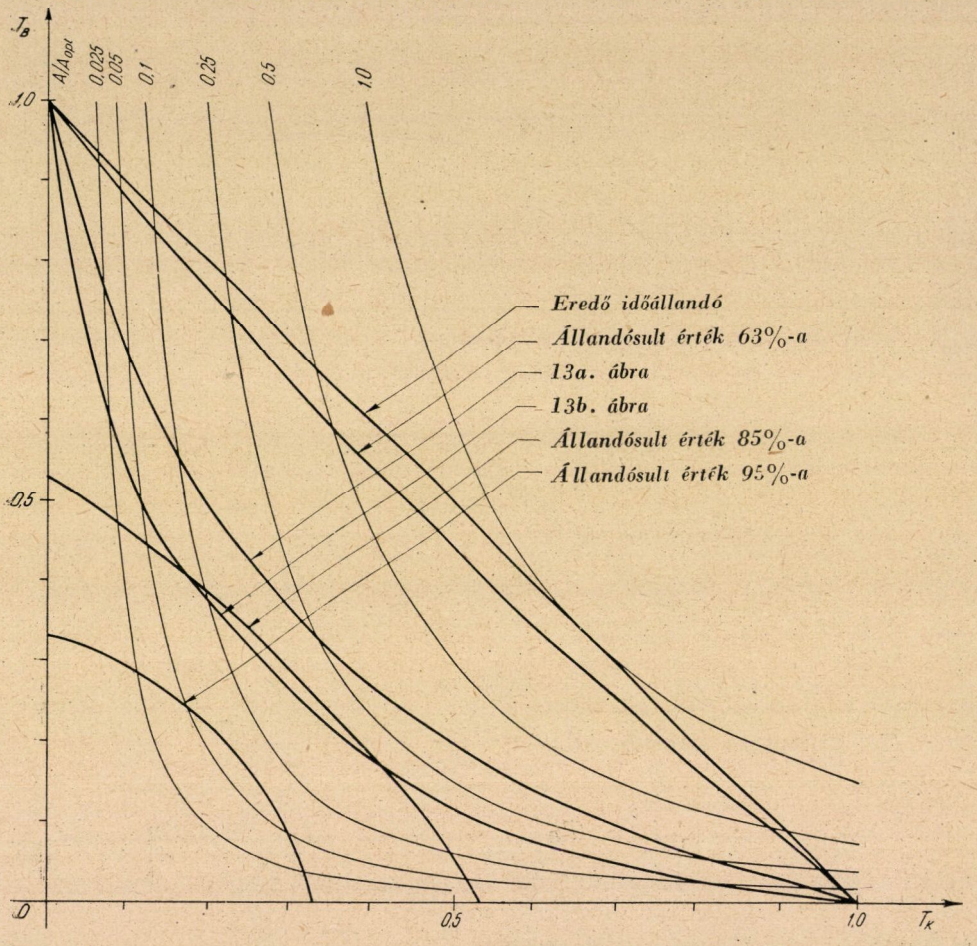
ahol

$$U_{F\infty} = U_B\, \frac{c_B c_K}{R_B R_K} \tag{28}$$

a kimenő feszültség állandósult értéke.

A görbék a 12. ábrán vannak feltüntetve, különböző T_1/T_2 viszony esetére, ahol T_1 vagy T_2 egyik vagy másik a két időállandó közül. Az ábrán az időlépték közös alapja az eredő időállandó.

Mind a 12. ábrából, mind a (24), (26) és (27)-ből látható, hogy a görbék alakját csak a két időállandó viszonya szabja meg, függetlenül sorrendjüktől.



14. ábra

Az eredő időállandó szerint felrajzolt görbék legjobban az állandósult feszültség 71,5%-ánál sűrűsödnek, ez középértékben 1,245 T_e-nek felel meg, amikoris a legnagyobb hiba 0,924%. A gyakorlat számára könnyen megjegyezhető adat, hogy az *állandósult feszültség 70%-ánál 1,2* T_e olvasható le; a hiba ekkor kisebb, mint 1,7%. Ez a szokásos mérési hibák nagyságrendjénél nem nagyobb. A görbesereg kiegyenlített volta is az eredő időállandó használatának helyességét mutatja.

Az amplidin gyorsaságának megítélésére azonban még a következő időket szokás használni:

az állandósult feszültség 63%-ának elérése

az állandósult feszültség 85%-ának elérése

az állandósult feszültség 95%-ának elérése

az inflexiós érintőnek az állandósult feszültséggel való metszéspontja (13/a ábra).

területkiegyenlítés a 13/b ábra szerint.

Bármelyik meghatározás szerinti »időállandó« végtelen sok T_B és T_K kombinációval valósítható meg. A 14. ábrán feltüntettük, hogy az egyes meghatározások szerinti »időállandók« milyen T_B és T_K mellett valósíthatók meg. T-vel jelöltük a megvalósítandó »időállandót«.

A 13. és 14. ábrák módot adnak arra is, hogy a különböző alapra vonatkoztatott »időállandókat« egymás között átszámíthassuk. Így például a végfeszültség 63%-ának elérési ideje és az eredő időállandó láthatóan közel azonos.

Meg kell jegyezni, hogy csillapítás esetén az origót a görbék változatlanul hagyása mellett az a két mágneses tengely örvényáram időállandójának megfelelő ($T_{Bö}$, $T_{Kö}$) pontba kell eltolni.

Legyen egy rögzített teljesítményű, vagyis adott keresztfluxussal dolgozó amplidinünk. A keresztkör időállandóját ohmos ellenállással tág határig csökkenthetjük, eközben azonban az $I_K R_K$ feszültségesés növekszik. Tehát a bemenő fluxust, vagyis a bemenő áramot is arányosan növelni kell. A bemenő árammal a bemenő teljesítmény négyzetesen növekszik, tehát R_K növelésével az erősítés négyzetesen csökken.

A bemenőkör időállandóját R_B növelésével csökkenthetjük. Ez azonban az erősítést csak lineárisan csökkenti, mert állandó I_B bemenő áram esetén a bemenő teljesítmény R_B-vel arányos.

Ez a fizikai magyarázata annak, hogy (28)-ból $(U_{F\infty}/U_B)^2$ képzésével az amplidin erősítése

$$A = \frac{U_{F\infty}^2/R_F}{U_B^2/R_B} = \frac{c_B^2 c_K^2}{R_B R_K^2 R_F}, \tag{29}$$

ez azonban még átalakítható

$$A = \frac{c_B^2 c_K^2}{L_B L_K^2 R_F} T_B T_K^2. \tag{30}$$

Az állandó erősítéseknek megfelelő $T_B \cdot T_K^2$ görbesereg a 14. ábrába be van rajzolva. Az optimális felosztás ott van, ahol az állandó erősítés görbéi csak egy pontban érintik az »időállandók« görbéjét. Az eredő időállandónál az optimális amplidin

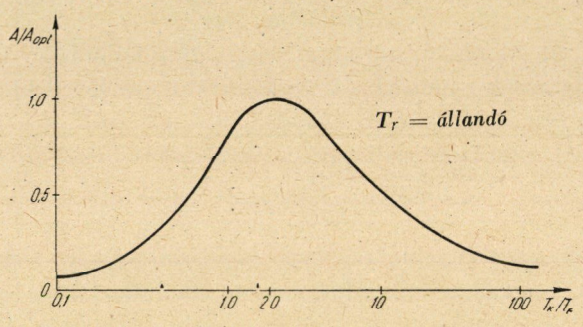
$$T_B : T_K = 1 : 2 \tag{31}$$

esetére adódik, amit szélsőérték számítással is könnyen igazolhatunk. Az optimális amplidin erősítését vettük a 14. ábrán egységnek.

Míg tehát a gerjedési görbék alakját csak a két időállandó viszonya szabja meg, addig *az erősítés szempontjából fontos az időállandók sorrendje is.*

A 15. ábrán feltüntettük az erősítés változását, ha ugyanazt az eredő időállandót T_B és T_K különböző kiválasztásával valósítjuk meg. Egységnek az optimális erősítést vesszük. Láthatóan 20% áldozat esetén a T_K/T_B arány kb. 1 : 5 határok között szabadon választható.

A (30) és (25) összefüggésekből jól látható, hogy rögzített időállandó arány mellett *az erősítés az eredő időállandó harmadik hatványával* arányos.



15. ábra

Adott amplidin gyorsaságát tehát kétszeresére növelve erősítése közel egy nagyságrenddel romlik.

Az erősítés és az időállandó viszonya az amplidinnél tehát *nem állandó* és így nem alkalmas az amplidin megítélésére.

Az amplidin szabályozástechnikai megítélésére *egyértelmű* felvilágosítást *a dinamikus kihasználási szám* ad, mely az amplidinnél

$$C_D = \frac{A}{T_B T_K^2} \qquad [\mathrm{mp}^{-3}] , \tag{32}$$

amit a (29) előtt vázolt gondolatmenettel is igazolhatunk.

A dinamikus kihasználási számot (32) és (30) alapján kifejezhetjük :

$$C_D = \frac{c_B^2}{L_B L_K} \frac{c_K^2}{L_K R_F} = \frac{c_B^2}{L_B L_K} D_K \qquad [\mathrm{mp}^{-3}], \tag{33}$$

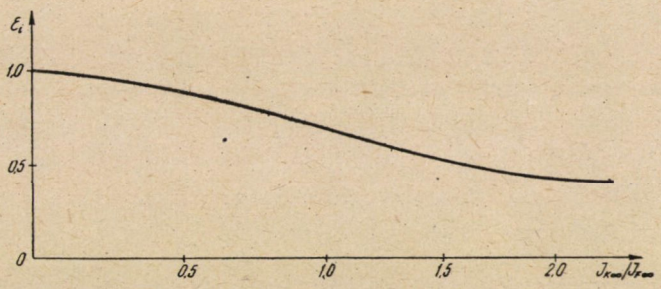
ahol D_K a keresztkör dinamikai erősítése. Ezt (22) felhasználásával írtuk fel, mivel L_K a keresztkör szempontjából a bemenő induktivitás.

Mivel az amplidin terhelhetőségét a forgórész rézveszteségek határozzák meg, ezért a keresztáram miatt az amplidin kimenő árama kisebb, mintha

egyébként hasonló szerkezetű közönséges egyenáramú dinamó lenne. Mivel a forgórész rézveszteség $I_F^2 + I_K^2$-nel arányos, tehát a kimenő teljesítmény viszonylagos értéke

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{(I_K/I_F)^2 + 1}} \tag{34}$$

lesz. ε_i értéke a 16. ábrán van felrajzolva. Pl. $I_K/I_F = 0{,}5$ esetén $\varepsilon_i = 0{,}894$. ε_i nem független teljesen pl. a légréstől, mert kisebb légrés esetén kisebb I_K keresztáram szükséges azonos légrésindukció eléréséhez stb.



16. ábra

A teljesítménycsökkenés miatt tehát

$$D_K = \varepsilon_i D \ , \tag{35}$$

ahol D az egyébként azonos szerkezetű és igénybevételű közönséges egyenáramú dinamó dinamikus erősítése, mely (18) vagy (21) alapján számítható.

(33)-ban a többi mennyiséget is kifejezhetjük. c_B a keresztkör forgási elektromotoros erejének és a bemenő áramnak viszonya, tehát

$$c_B = N_B \Lambda_B \frac{n}{60} z = N_B \Lambda_B \frac{n}{60} 8 N_r \tag{36}$$

mivel $p/a = 1$ és mind 90°-os mind 180°-os forgórésztekercs lépésnél $z = 8N_r$

Továbbá

$$L_B = \Lambda_B (1 + \sigma_{0B} + \sigma_{1B}) N_B^2 \tag{37}$$

$$L_K = \Lambda_K (1 + \sigma_{0K} + \sigma_{1K}) \left[N^2 + \frac{\Lambda_{KS}}{\Lambda_K} N_{ks}^2 + 2 N_k N_{ks}) \right| . \tag{38}$$

Az itt előforduló jelölések :
N_B a bemenő tekercs menetszáma
N_{Ks} a keresztkör állórész gerjesztőtekercs menetszáma
N_r a forgórész eredő menetszáma
z a forgórészen a vezetők száma
Λ_B a bemenő tekercshez tartozó mágneses vezetőképesség (Henry)
Λ_K a kereszttengely mágneses vezetőképessége (Henry)
Λ_{Ks} a keresztkör állórész tekercshez tartozó mágneses vezetőképesség (Henry)
σ_{0B} és σ_{0K} a bemenő tekercs és kereszttengely légrésszórás tényezője (19)
σ_{1B} és σ_{1K} a bemenő és kereszttengely gerjesztőtekercsek szóródási tényezője.

Ha az állórész tekercsek koncentráltan vannak elhelyezve, úgy (38):

$$L_K = \Lambda_K (1 + \sigma_{0K} + \sigma_{1K}) [N_r + N_{Ks}]^2 \ . \qquad (39)$$

Helyettesítsük (33)-ba a (35), (36), (37) és (39) összefüggéseket. Mivel amplidinnél általában $\Lambda_K = \Lambda_B$, így a megfelelő műveletek elvégzése után

$$C_D = 64 \left(\frac{n}{60}\right)^2 \frac{D}{1 + \sigma_{0B} + \sigma_{1B}} \frac{\varepsilon_i}{(1 + \sigma_{0K} + \sigma_{1K}) \left(1 + \frac{N_{Ks}}{N_r}\right)^2} \ . \qquad (40)$$

Keresztköri állórésztekercsek alkalmazásával csökkenthető a keresztáram azonos gerjesztés eléréséhez, vagyis ε_i növelhető. Ezek alkalmazása azonban csak akkor növeli a dinamikus kihasználási számot, ha az utolsó tört növelhető. Kis keresztáramoknál nincs ilyen szempontból jelentőségük. Alkalmazásukat indokolhatja azonban az is, hogy a négyszögletes mező miatt a gép telítődés nélkül nagyobb teljesítményekre használható, ami pl. vonatvilágítási gépeknél igen fontos.

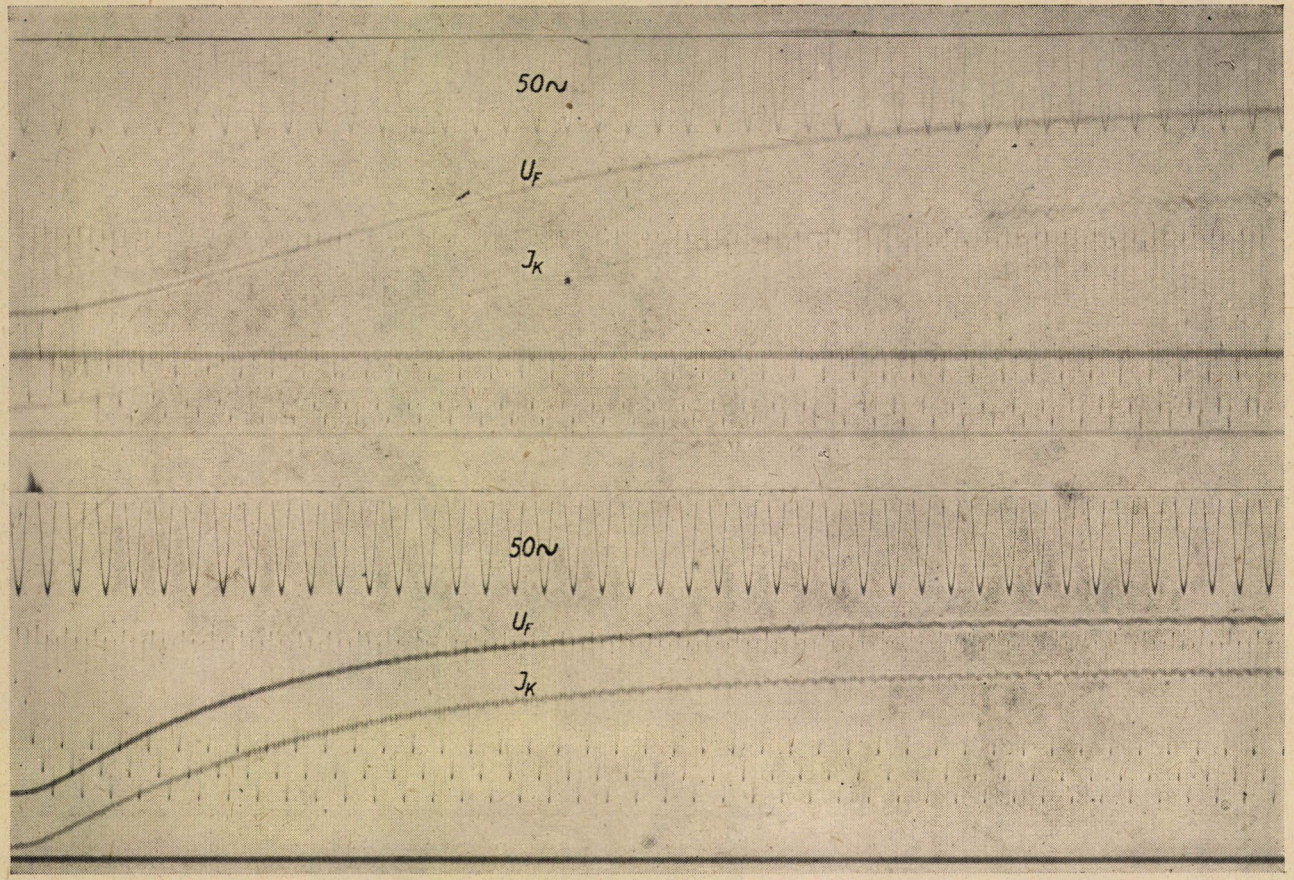
Keresztköri állórésztekercsek nélkül $\varepsilon_i = 0{,}9$, $\sigma_{0K} = 0{,}141$, $\sigma_{1B} = 0{,}1$ $\sigma_{1K} = 0{,}1$, $\sigma_{0B} = 0$ esetén

$$C_D \cong 1{,}3\, D \left(\frac{n}{1000}\right)^2 \cdot 10^4 \qquad [\mathrm{mp}^{-3}] \ . \qquad (41)$$

Mivel pedig D értéke (18) szerint a fordulatszámmal arányosan növekszik, ezért az amplidin dinamikus kihasználási száma a fordulatszám harmadik hatványával arányos. Rögzített időállandók esetén tehát az erősítés a fordulatszám harmadik hatványával növekszik. Az amplidin fordulatszámának növelése tehát fokozottan indokolt.

Példa. A (21) összefüggés után bemutatott gépet alakítsuk át amplidinné. $C_D \cong 1{,}3 \cdot 6300 \cdot 2{,}9^2 \cdot 10^4 = 6{,}9 \cdot 10^8$ mp^{-3}. Ez azt jelenti, hogy pl. $T_e = 0{,}075$ mp mellett optimális felosztásban ($T_B = 0{,}025$ és $T_K = 0{,}05$), az erősítés (32): $A = 6{,}9 \cdot 10^8 \cdot 0{,}025 \cdot 0{,}05^2 =$ $= 43000$. Kimenő teljesítménye $P_F = 58 \cdot 0{,}9 = 52$ kW. Az erősítés — az adott időállandónál — közel két nagyságrenddel nagyobb, mintha ugyanez a gép közönséges dinamó lenne.

Mérési eredmények. A Villamosipari Központi Kutató Laboratóriumban meghatározták a Klement Gottwald Villamossági (volt Ganz) Gyárban készült 6,5 kW, 250 Volt, 2920 ford/perc adatu amplidinjének hullámrajzát.



17. ábra

A *17. ábra* mutatja az amplidin hullámrajzait hirtelen rákapcsolt U_B feszültség hatására. A kommutáció lineáris. A hullámrajzon az 50 periódusú időjel, az U_F kimenő feszültség és az I_K keresztáram látható.

Az első mérésből $T_B = 0{,}23$ mp, $T_K = 0{,}09$ mp. Ennek az állapotnak erősítését egységnek véve alapul $C_D = 1/0{,}23 \cdot 0{,}09^2 = 540$.

A második mérésnél az előző állapothoz képest az erősítés 1/37-ed részre csökkent. A mérésből $T_B = 0{,}18$ mp, $T_K = 0{,}016$ mp. Ezekből az előző mérés alapjára vonatkoztatva $C_D = 37/0{,}18 \cdot 0{,}016^2 = 585$.

Figyelembe véve a hullámrajzokból meghatározható adatok pontosságát, az eredmény a számítás helyességét igazolja.

A mérések görbéit összehasonlítva a 12. ábra megfelelő görbéivel, látható a számított és mért görbék jó egyezése.

Számításaink során elhanyagoltuk a vastest örvényáram csillapítását. Ezt nyugodtan megtehetjük, mert a korszerű amplidineknek teljesen lemezelt állórésze van és ezeknél az örvényáramok időállandója gyakorlatilag elhanyagolható. Ha az örvényáram időállandókat figyelembe kell venni, akkor a tényleges időállandókat úgy kapjuk meg, ha a fenti módon kiszámított időállandókhoz a megfelelő örvényáram időállandókat hozzáadjuk.

Az elmondottak értelemszerűen alkalmazhatók a kétlépcsős rototrolra is. Ha ugyanis ez teljesen kompenzálva van, úgy szintén két sorbakapcsolt dinamóval helyettesíthetjük. Mint erősítőgépre ugyancsak a dinamikus kihasználás-szám (32) alatti kifejezése lesz a legjellemzőbb. Az amplidinnél mondott egyéb következtetések azonban közvetlenül nem alkalmazhatók. Azt mindenképpen megállapíthatjuk, hogy szükségszerűen alkalmazott nagyobb légrés miatt a kétlépcsős rototrol dinamikus kihasználási száma kisebb, mint az amplidiné.

4. Többfokozatú erősítőgépek. Több sorbakapcsolt egyenáramú gép (gépkaszkádok)

A teljesség kedvéért megemlítjük a többfokozatú erősítőgépek dinamikus kihasználási számát. Ezek a gépek általában annyi sorbakapcsolt egyenáramú dinamóval helyettesíthetők, ahány a fokozatok száma.

A kérdés tehát n darab sorbakapcsolt dinamó problémájával azonos és jelentősége itt van. A kimenő feszültség transzformáltja

$$U_F = U_B \frac{c_1 \cdot c_2 \ldots c_m \ldots c_n}{R_1 \cdot R_2 \ldots R_m \ldots R_n} \frac{1}{(pT_1+1)(pT_2+1)\ldots(pT_m+1)\ldots(pT_n+1)}, \tag{42}$$

ahol R_m az m-edik gép gerjesztőtekercsének ellenállása.

Az m-edik gép kimenő (armatúra) feszültségének transzformáltja (42) első m tényezőjét tartalmazza. Az U_B feszültség hirtelen rákapcsolásakor az első gép kimenő feszültségének első differenciálhányadosa nem zérus, a második gépnek csak a második differenciálhányadosa nem zérus, és így tovább. Az m-ik

gép kimenő feszültségének $m-1$ differenciálhányadosa zérus, csak az m-ik nem az. Ez a hirtelen rákapcsolt U_B feszültség sorozatos átvitelének fizikájáról igen szemléletes képet ad. Bizonyítása: az első m tényező $p = \infty$ helyettesítésnél csak p^m-mel való szorzás esetén nem ad zérust.

Az erősítés (42)-ből $p = 0$ helyettesítéssel, U_F^2/U_B^2 képzésével és $T_m = L_m/R_m$ figyelembevételével

$$A = \frac{c_1^2 \cdot c_2^2 \dots c_m^2 \dots c_n^2}{L_1 L_2^2 \dots L_m^2 \dots L_n^2} \; T_1 \cdot T_2^2 \dots T_m^2 \dots T_n^2 . \tag{43}$$

Ebből látható, hogy az n fokozatú erősítőgép (és az n sorbakapcsolt dinamó) dinamikus kihasználási száma

$$C_D = \frac{A}{T_1 \cdot T_2^2 \dots T_m^2 \dots T_n^2} . \qquad [\mathrm{mp}^{(2n-1)}] \tag{44}$$

A dinamikus kihasználási szám részletes vizsgálata szerint minden egyes fokozatra a dinamikus erősítés növelésénél (2. fejezet) talált szempontok érvényesek.

Az optimális felosztás akkor van, ha

$$T_1 : T_2 : \dots : T_m \dots : T_n = 1 : 2 : \dots : 2 : \dots : 2 , \tag{45}$$

amit kötött szélső érték számítással és fizikai meggondolásokkal is könnyen igazolhatunk.

Összefoglalás

Az előzőek során bemutattuk, hogy az erősítőgépek minőségi megítélésére nem alkalmas az erősítés és időállandó viszonya, hanem az erősítőgépek egyértelmű összehasonlítására a dinamikus kihasználási szám fogalmát kell bevezetni. A dinamikus erősítés ugyanis, amint a fokozatok száma egynél több, már nem állandó, hanem függ az eredő időállandó nagyságától, sőt, az időállandók arányától is.

Ezen fogalom jelentőségét a következő példával mutatjuk be. Legyen egy kétfokozatú erősítőgépünk (amplidin), melynek katalógus szerint erősítése 10 000 és valamely meghatározás szerinti »időállandója« 0,1 mp, az ún. dinamikus erősítése tehát $D = A/T = 100\,000$.

Legyen egy másik amplidinünk, melynek katalógus szerinti erősítése 4000 és »időállandója« az előbbivel azonos meghatározás alapján 0,06 mp, vagyis $D = 67\,000$.

Ezek alapján látszólag a második gép lényegesen rosszabb, mivel D-je kisebb. Hogy ez esetleg éppen fordítva van, abból látszik, hogy az első gépet ohmos ellenállással mindkét körben arányosan 0,06 mp-re gyorsítva, erősítése csak 2150 lesz (30).

A dinamikus kihasználási szám azonban egyértelmű felvilágosítást ad a gépek megítélésére. Így feltételezve, hogy a fent megadott »időállandók« eredő időállandók, és felosztásuk az optimum környezetében (31) van az első amplidin dinamikus kihasználási száma

$$C_D = 67 \cdot 10^6 ,$$

és a második amplidin dinamikus kihasználási száma

$$C_D = 125 \cdot 10^6$$

Az összehasonlításból látható, hogy valójában a második gép lényegesen jobb.

A dinamikus kihasználási szám ismeretében (32) alapján tetszőleges időállandók esetén az erősítést közvetlenül és egyértelműen tudjuk meghatározni. Ugyanúgy, mint a közönséges egyenáramú dinamónál azt a dinamikus erősítésből (1) alapján tesszük.

Megfelelő fogalmazással a dinamikus kihasználási szám az egykefe-rendszerű (regulex, rototrol, vegyes gerjesztésű) erősítőgépekre is meghatározható. Ezeknél

$$C_D = \frac{A_N}{T_N^2} \qquad [\mathrm{mp}^{-2}] \ , \tag{46}$$

ahol A_N a névleges erősítés és T_N a névleges időállandó.

HETEROGÉN ANYAGÚ FESZÍTETT RUDAK KIHAJLÁSA

CSONKA PÁL

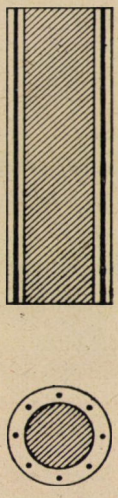
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM SZILÁRDSÁGTANI TANSZÉKE, BUDAPEST

[Beérkezett 1954. február 11-én]

1. Bevezetés

Az alábbiakban *heterogén anyagú feszített rúdon* együttműködésre kényszerített párhuzamos helyzetű, hasáb alakú részekből — *rúdelemekből* — összetett egyenes tengelyű rudat értünk. Az egyes rúdelemek különböző anyagúak és különböző mértékben feszítettek lehetnek.



1. ábra. Vasbetonköpennyel erősített vasbetonoszlop

A központos nyomóerővel terhelt heterogén anyagú feszített rudak egyensúlyi állapota a terhelés növekedtével labilissá válik. Ilyenkor e rudak oldalirányban kihajolhatnak. E dolgozat célja annak megállapítása, hogy ez a labilis egyensúlyi állapot mekkora nyomóerő hatására következik be. A tanulmány további célja a heterogén anyagú feszített rudakra vonatkozó egyes általános érvényű tételek levezetése.

A heterogén anyagú feszített rudak egyes rúdelemeinek megfeszítését többféle ok idézheti elő. Ilyen ok lehet például az egymással összekötött különböző anyagú rúdelemek különböző mértékű hőtágulása, vagy zsugorodása, avagy egyes rúdelemekre összeszerelésük folyamán alkalmazott húzó-, vagy nyomóerő. Különböző mértékű feszítés lehetséges azáltal is, hogy a rudat terhelés alatt utólagosan erősítik meg hozzákapcsolt terheletlen rúdelemekkel [1], [2], például a rúd teljes körülbetonozásával (1. ábra).

Az alábbiakban tárgyalandó egyes kérdéseket, így a labilis egyensúlyi állapot 4. alatt említendő feltételeit, és a feszítés okozta kihajlás 6. alatt tárgyalandó eseteit a szakirodalomban már tárgyalták [4], [5]. Az itt előadandók — úgy hisszük — mégis érdeklődésre tarthatnak számot, mert a kitűzött feladatot általánosabb keretek közt tárgyalják, s ezenkívül a bemutatott elmélet egyes gyakorlati vonatkozásaira is rávilágítanak.

2. Feltevések

Csak egyenestengelyű, végeiken csuklós kialakítású oly rudakkal foglalkozunk, melyek keresztmetszeti méretei a rúdhosszhoz viszonyítva kicsinyek. Megköveteljük, hogy a rúdkeresztmetszetnek legalább egy szimmetriatengelye legyen és az a kihajlás síkjába essék. A rúd saját súlyát a vizsgálatok során figyelmen kívül hagyjuk.

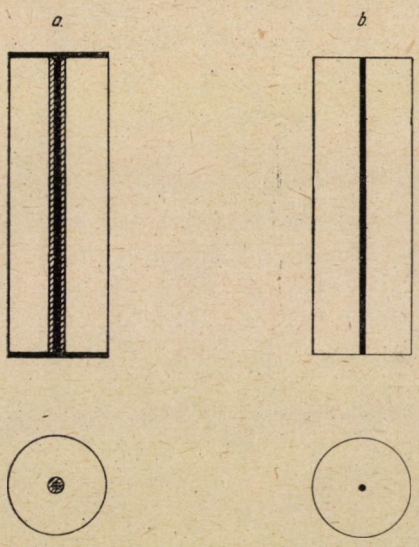
Tárgyalásainkban a technikai szilárdságtan szokásos feltevéseit alkalmazzuk. Ezek szerint feltesszük, hogy azok a részecskék, melyek a rúdelemek összeerősítésekor ugyanazon, a rúd tengelyére merőleges síkon helyezkedtek el, az alakváltozás után is egy, a rúdtengelyre merőleges síkon foglalnak helyet. Ez a követelmény szigorúan véve csak akkor tartható be, ha a rúdelemekre csak a végeiken hatnak erők, tehát teljes hosszukban azonos mértékben feszítettek. Ilyen esettel van dolgunk például akkor, ha a rúdelemek a rúdvégeken merev és a teljes keresztmetszetet lefedő alátétlaphoz vannak kapcsolva (2a. ábra). Ha a rúdvégeken nincsenek ily alátétlapok (2b. ábra), akkor a szóbanforgó követelmény a rúdvégek közelében nem tekinthető teljesítettnek még akkor sem, ha az egyes rúdelemek egymáshoz képest nem is csúsznak el. Ily esetekben a levezetendő képletek csak közelítő érvényűek lehetnek.

Vizsgálataink során a rúdelemek anyagának a feszültségek hatására létrejövő fajlagos hosszváltozását a feszültségmentesen létrejövő fajlagos hosszváltozásoktól — pl. hőtágulástól és zsugorodástól — függetlennek tekintjük. A labilis egyensúlyi állapotra vonatkozó vizsgálatainkban — kis alakváltozásokról lévén szó — a rúdelemek alakváltozási diagramjait e diagramok érintőivel helyettesítjük. Ezek szerint pl. az i-edik rúdelem rugalmassági tényezőjét az

$$E_i = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon}$$

értékkel vesszük számításba, ha ti. ε-nal a fajlagos hosszváltozásnak a feszültségből származó részét jelöljük. A rugalmassági tényezőkre vonatkozó fenti megállapításunknak megfelelően a feszültségeket az egyes rúdelemek keresztmetszeti területein sík szerint megoszlónak tekintjük.

Minthogy vizsgálataink a kihajlás kezdő pillanatára vonatkoznak, az E_i rugalmassági tényezőt a rúdelemek teljes hosszúságában azonos értékűnek vesszük.



2. *ábra. a)* utófeszített; *b)* előfeszített vasbetonoszlop

3. A rúd igénybevételének meghatározása

Feltevéseink szerint központos nyomás esetében a rúd valamennyi eleme azonos mértékű ε fajlagos rövidülést szenved. Így az ε fajlagos rövidülést előidéző P nyomóerőt az egyes rúdelemekre ható nyomóerő-részletek összegezésével határozhatjuk meg.

Ha az F_i keresztmetszeti területű i-edik rúdelem megfeszítésére eredeti — alakváltozás előtti — állapotában Q_i nyomóerőt alkalmaztunk, akkor a szóbanforgó rúdelemen ε fajlagos rövidülés esetében a nyomóerő:

$$P_i = Q_i + \sigma_i F_i .$$

Így aztán az oszlopon működő teljes nyomóerő:

$$P = \Sigma P_i = \Sigma Q_i + \Sigma \sigma_i F_i . \qquad (1)$$

4. A labilis egyensúlyi állapot feltétele

A heterogén anyagú feszített rúd minden rúdeleme homogén anyagú, tehát e rudak hajlításokozta alakváltozása a technikai szilárdságtan közismert képleteivel számítható. Pl. az i-edik rúdelem esetében (3. ábra).

$$-E_i J_i y'' = M_i .$$



3. *ábra.* Az i-edik rúdelem kihajlása

E képletben a betűk jelentése a következő :

E_i az i-edik rúdelem anyagának rugalmassági tényezője, vagyis az anyag alakváltozási diagramjának iránytangense a kihajlás pillanatában ; ez az érték feltevésünk szerint a rúdelem teljes hosszában azonos ;

I_i az i-edik rúdelem keresztmetszeti idomának a hajlítás semleges tengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka ;

y a rúdtengely kigörbülése, vagyis a rúd tengelyvonalán fekvő pontoknak a rúd tengelyére merőleges elmozdulása ;

M_i az i-edik rúdelem keresztmetszetére ható hajlítóerőpárnak a hajlítás semleges tengelyére vonatkozó nyomatéka.

Az előző képletben előforduló M_i nyomaték három részből tevődik össze :

$$M_i = M_{i_1} + M_{i_2} + M_{i_3} .$$

Ezek közül az első részletet az i-edik rúdelem véglapjára ható P_i külső nyomóerő idézi elő:

$$M_{i_1} = yP_i .$$

A második nyomatékrészlet az i-edik rúdelem palástlapjára átadódó esetleges kapcsolati erőkből származik. A harmadik nyomatékrészletet viszont azok a feszítőerők hozzák létre, amelyeket a rúdvégeken levő esetleges alátétlapok gyakorolnak a rúdelemre. Végeredményben tehát

$$M_i = yP_i + M_{i_2} + M_{i_3} .$$

Ezen összefüggés figyelembevételével y'' előbbi képlete ekként alakul:

$$-E_i J_i y'' = yP_i + M_{i_2} + M_{i_3} .$$

Ha ezt az összefüggést valamennyi rúdelemre külön-külön felírjuk, s az így kapott egyenleteket összeadjuk, a

$$-y'' \Sigma E_i J_i = y\Sigma P_i + \Sigma P + \Sigma M_{i2} + \Sigma M_{i3}$$

differenciálegyenlethez jutunk. Ebben az egyenletben ΣP_i a rúdvégekre ható külső nyomóerővel egyenlő:

$$\Sigma P_i = P .$$

Viszont ΣM_{i_2} nem más, mint az egyes rúdelemek által egymásra gyakorolt erők nyomatékának összege, ez pedig az akció- és reakcióerők ellentett volta miatt zérus értékű:

$$\Sigma M_{i_2} = 0 .$$

Végül ΣM_{i_3} az esetleges alátétlapok által a rúdelemek végére gyakorolt húzó-nyomó erők nyomatékösszegét jelenti, ami egyensúlyi erőrendszerről lévén szó, zérussal egyenlő:

$$\Sigma M_{i_3} = 0 .$$

Így az előbbi differenciálegyenlet helyett végeredményben a következőt írhatjuk:

$$y'' + \frac{P}{\Sigma E_i J_i} y = 0 .$$

5. A kritikus erő meghatározása

Az imént levezetett differenciálegyenlet általános megoldása

$$y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x,$$

ahol

$$\alpha \equiv \sqrt{\frac{P}{\Sigma E_i J_i}}.$$

A feladat határfeltételei:

$$y(0) = 0, \qquad y(l) = 0.$$

Ezek a feltételek, a triviális $y \equiv 0$ esetet nem tekintve, csak akkor teljesíthetők, ha $B = 0$, s ha ezenfelül

$$\alpha l = n\pi; \qquad n = \pm 1, \pm 2, \cdots.$$

A kihajlás szempontjából kritikus P erő az $n = 1$ értékhez tartozik; nagysága

$$P = \frac{\pi^2}{l^2} \Sigma E_i J_i. \tag{2}$$

Fenti képlet szerint *a heterogén anyagú feszített rúd kritikus ereje az egyes rúdelemek kritikus erőinek összegével egyenlő.* Ez az érdekes összefüggés energetikai megfontolással minden számítás nélkül is következik. A kihajlás munkaegyenletében ui. csak a P külső erők munkája, valamint a hajlítás alakváltozási munkája van, a párosával keletkező kapcsolati erők munkája, valamint a rúd és az esetleges alátétlapok közt párosával jelentkező feszítőerők munkája ellenben nem. Ezért a kritikus erőre ugyanannak az értéknek kell kiadódnia, akár működnek az említett kapcsolati és feszítőerők, akár nem.

A kritikus erő (2) alatti képlete lényegében véve a közismert *Engesser—Shanley*-féle

$$P = \frac{\pi^2}{l^2} EI$$

kihajlási képletnek heterogén anyagú feszített rudakra való általánosítása. E képletben P a kritikus nyomóerőt, l a rúd hosszát, E a rúd anyagának rugalmassági tényezőjét, I pedig a rúd keresztmetszetének a hajlítás semleges tengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatékát jelenti.

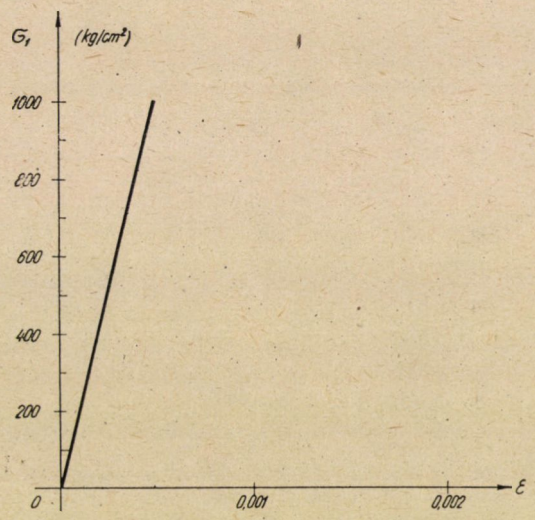
A (2) képlet a gyakorlati esetekben általában nem igen alkalmas arra, hogy belőle a kritikus erőt, mint a rúdhossz függvényét közvetlenül kiszámítsuk. Viszont a fordított feladatot, vagyis a kritikus rúdhossznak a nyomóerő függvényeként való meghatározását, aránylag könnyen elintézhetjük, mégpedig oly módon, hogy a (2) képletet l-re megoldjuk:

$$l = \pi \sqrt{\frac{\Sigma E_i I_i}{P}}. \tag{3}$$

Adott esetben a kritikus erő meghatározásakor általában akként célszerű eljárni, hogy a P erőnek a különböző ε értékekhez tartozó értékeit az (1) és (2) képlettel külön külön kiszámítva, közös diagramban hordjuk fel. Így két diagramvonalat kapunk. A két diagramvonal metszéspontjának koordinátái a kritikus erőt, illetve a kritikus erőnek megfelelő ε fajlagos rövidülést adják meg.

6. A saját feszültség okozta kihajlás kérdése

Az előzőek alapján azonnal eldönthetjük, hogy valamely heterogén anyagú feszített rúd terheletlen állapotban, pusztán saját feszültségeinek



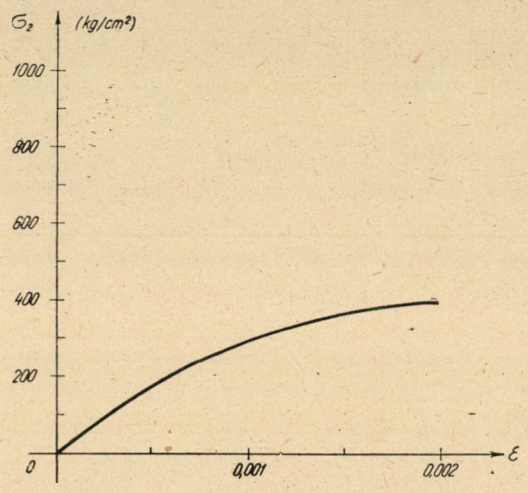
4. ábra. Az acél alakváltozási diagramja

hatására kihajolhatik-e, vagy sem. Erre a kérdésre legegyszerűbben energetikai megfontolás alapján adhatunk választ. Ehhez tudnunk kell, hogy kikötésünk szerint a rúd meggörbítésekor valamennyi rúdelem együtt görbül meg, s-a rúd tengelyvonalának hossza változatlan marad. Minthogy így a rúd meggörbítésekor a hajlítás alakváltozási munkájával szemben semmiféle nyújtási energia sem szabadul fel, külső nyomóerő alkalmazása nélkül semmiféle kihajlás sem jöhet létre. Ezért *az együttdolgozó rúdelemekből álló rudak pusztán feszítő erők hatására nem görbülhetnek ki*, bármely karcsú rúdról, vagy bármily mértékű feszítésről legyen is szó.

Az imént elmondottak természetesen nem vonatkoznak a tárgyalásainkból kirekesztett heterogén anyagú olyfajta rudakra, melyek rúdelemei egymástól függetlenül végezhetnek alakváltozást. Efféle rudak például az utófeszített olyan vasbetonoszlopok, melyek acélbetétei kábelüregekben körös-körül szaba-

don helyezkednek el. Az ilyen utófeszített oszlopok meggörbítésekor a hajlítás alakváltozási munkájával szemben ellentételként jelentkezik a feszített acélbetétek megrövidülésével felszabaduló energia. Ha e két munkarészlet egyenlő, az oszlop pusztán a saját feszültségek hatására is kigörbülhet anélkül, hogy az oszlopra külső nyomóerőt alkalmaznánk.

A különböző módon készült vasbetonoszlopokra imént tett megállapítások az irodalomból ismeretesek ugyan, azonban a közkézenforgó szakkönyvek



5. ábra. A beton alakváltozási diagramja

az említett megállapításokat *nem bizonyítják*, legfeljebb körülményes módokon *valószínűsítik* [5]. A fentiek e kérdésre számítások mellőzésével közvetlen, szigorú magyarázatot adnak.

7. Számpéldák

A fent előadottakra példaként az alábbiakban két vasbetonoszlop kihajlítóerejének a meghatározását mutatjuk be: egy feszítésmentes és egy feszített vasbeton oszlopét. Mindkét oszloppal kapcsolatban külön-külön tárgyaljuk azt az esetet, mellyel akkor van dolgunk, ha a beton zsugorodásmentes, illetőleg zsugorodott. Így végeredményben négy esettel foglalkozunk.

A számítás során az acélbetétekre, illetve betonrészekre vonatkozó adatokat 1-es, illetve 2-es indexszel különböztetjük meg egymástól. Valamennyi esetben azonos alakú és anyagú oszlopot tételezünk fel. Feltesszük, hogy

$$F_1 = 10 \text{ cm}^2, \qquad F_2 = 10^3 \text{ cm}^2,$$

$$I_1 = 1{,}25 \cdot 10^3 \text{ cm}^4, \qquad I_2 = 7{,}5, \cdot 10^4 \text{ cm}^4,$$

$$l = 5 \cdot 10^2 \text{ cm}.$$

a) *az acélbetétek nincsenek előfeszítve, a beton zsugorodásmentes.* Az acél alakváltozási diagramját egyenesnek tekintjük (4. ábra), a beton alakváltozási diagramját pedig függélyes tengelyű másodrendű parabolával helyettesítjük (5. ábra):

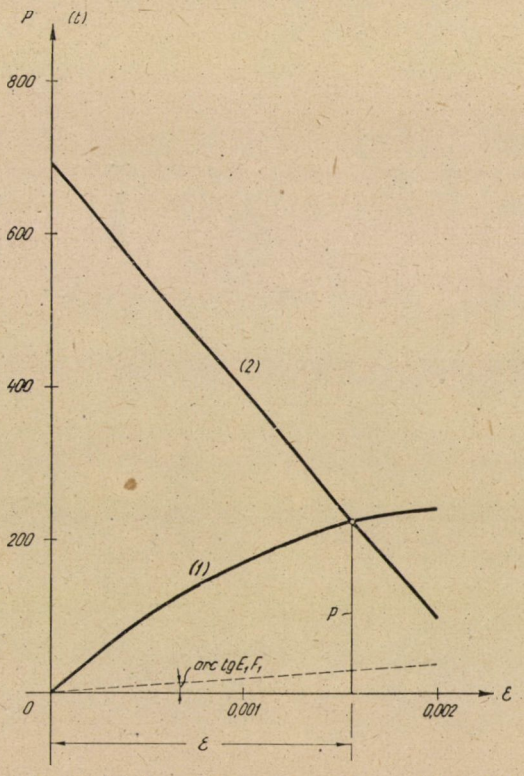
$$\sigma_1 = [2 \cdot 10^6 \, \varepsilon] \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_2 = [2 \cdot 10^5 \, \varepsilon - 5 \cdot 10^7 \, \varepsilon^2] \text{ kg/cm}^2.$$

Ennek megfelelően a rugalmassági tényezők:

$$E_1 = [2 \cdot 10^6] \text{ kg/cm}^2,$$

$$E_2 = [2 \cdot 10^5 - 10^8 \, \varepsilon] \text{ kg/cm}^2.$$



6. ábra. A kritikus erő meghatározása az *a)* esetben

A nyomóerő értéke az (1) képlet szerint

$$P = \sigma_1 F_1 + \sigma_2 F_2 = [2 \cdot 10^6 \, \varepsilon \cdot 10 + (2 \cdot 10^5 \, \varepsilon - 5 \cdot 10^7 \, \varepsilon^2) \cdot 10^3] \text{ kg}, \qquad (4)$$

a (2) képlet szerint pedig

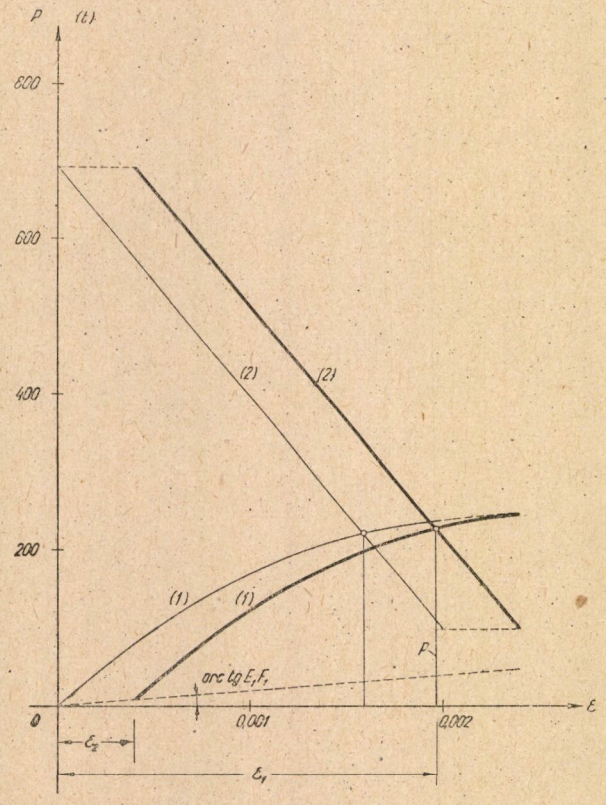
$$P = \frac{\pi^2}{l^2}(E_1 I_1 + E_2 I_2) = \frac{\pi^2}{25 \cdot 10^4}[2 \cdot 10^6 \cdot 1{,}25 \cdot 10^3 + (2 \cdot 10^5 - 10^8 \, \varepsilon) \cdot 7{,}5 \cdot 10^4] \text{ kg}.$$

Az így kapott P értékeket egymással egyenlővé téve, oly egyenlethez jutunk, melyből

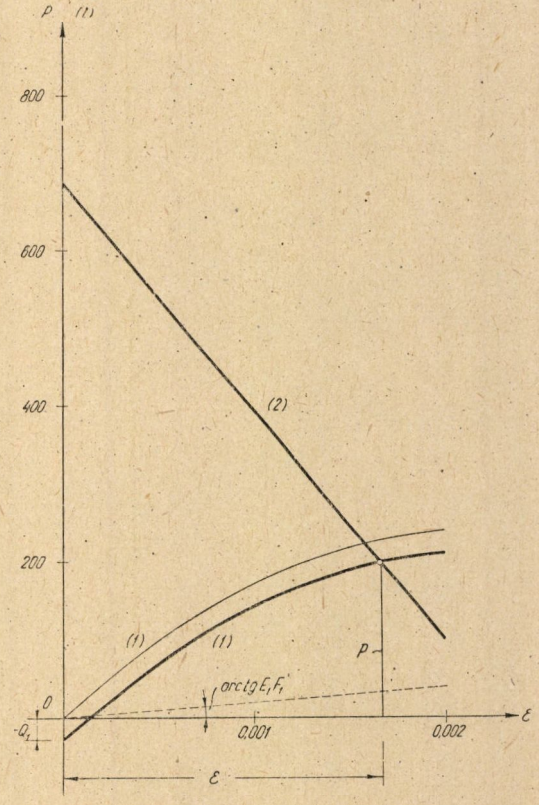
$$\varepsilon = 0{,}001\,58.$$

Ezen értéket a (4) képletbe behelyettesítve azt találjuk, hogy a kritikus erő

$$P = 222\,800 \text{ kg}.$$



7. ábra. A kritikus erő meghatározása a *b)* esetben

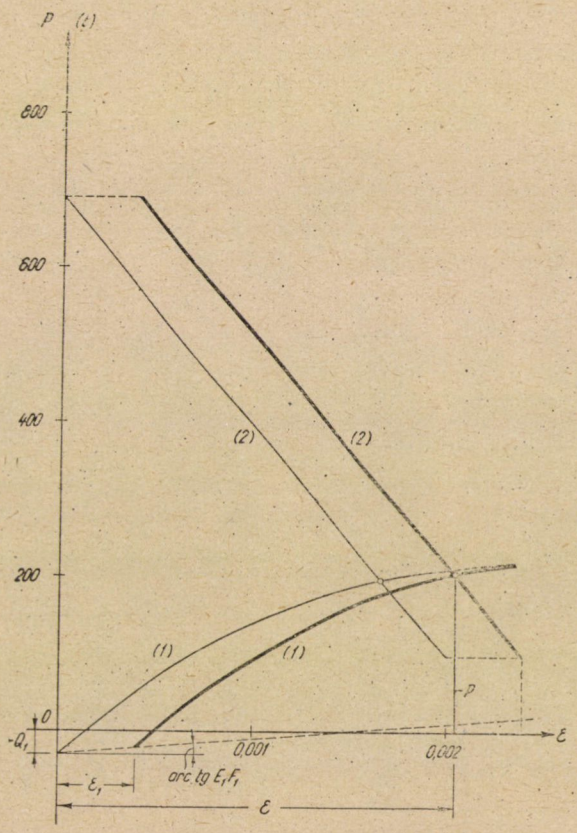


8. ábra. A kritikus erő meghatározása a *c)* esetben

A szóbanforgó feladat szerkesztéssel a 6. ábrán bemutatott módon oldható meg. Ezen az ábrán az (1), illetve (2) jellel jelölt diagramvonal az (1), illetve (2) képlet szerinti nyomóerőértékeket ábrázolja. Az (1) diagramvonal függélyes tengelyű parabola, a (2) diagramvonal egyenes. A kritikus erő a két diagramvonal metszéspontjához tartozó ordináta. A szaggatottan berajzolt ferde vonal az acélbetétekre jutó erőrészletet mutatja.

b) *az acélbetétek nincsenek előfeszítve, a beton zsugorodott.* Legyen a beton zsugorodásának mértéke

$$\varepsilon_2 = 0{,}0004.$$



9. ábra. A kritikus erő meghatározása a *d)* esetben

A feladat megoldását csak szerkesztéssel mutatjuk be (7. ábra). Az *a)* eset diagramvonalaiból indulunk ki. Ezek az ábrán vékony vonallal vannak kihúzva. A jelen esetre a vastag diagramvonalak vonatkoznak. Utóbbiakat úgy kapjuk meg, hogy az *a)* eset diagramvonalait alkalmas mértékben párhuzamosan eltoljuk. Az eltolás mértéke vízszintes irányban mindkét vonalpár esetében ε_2. A két parabola ezenkívül függélyes irányban is el van tolva egymáshoz képest, mégpedig $\varepsilon_2 E_1 F_1$ értékkel. Az ábrából megállapíthatóan *a beton zsugorodása a kritikus erőt növeli.*

c) *az acélbetétek előfeszítettek, a beton zsugorodásmentes.* Legyen a beton készítésekor az acélbetétekre alkalmazott előfeszítő erő húzóerő,

$$Q_2 = -3 \cdot 10^4 \text{ kg},$$

az acél és beton pedig ugyanolyan anyagú, mint *a)* alatt. Ez esetben az (1), illetve (2) képlettel számítható nyomóerő

$$P = (Q_1 + \sigma_1 F_1) + \sigma_2 F_2 = [(-3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^7 \varepsilon) + (2 \cdot 10^8 \varepsilon - 5 \cdot 10^{10} \varepsilon^2)] \text{ kg},$$

illetve

$$P = \frac{\pi^2}{l^2}(E_1 I_1 + E_2 I_2) = \frac{\pi^2}{25 \cdot 10^4}[2 \cdot 10^6 \cdot 1{,}25 \cdot 10^3 + (2 \cdot 10^5 - 10^8 \varepsilon)\, 7{,}5 \cdot 10^4] \text{ kg}.$$

Az előzőekben bemutatott számítást erre az esetre megismételve azt találjuk, hogy

$$\varepsilon = 0{,}001\,67,$$

$$P = 197\,700 \text{ kg}.$$

Ha az imént meghatározott P értéket az *a)* eset kapcsán számított P értékkel egybevetjük, megállapíthajuk, hogy az *előfeszítés ténye a kritikus erőre csökkentőleg hat.*

Szerkesztéskor a diagramvonalak a *8. ábra* szerint alakulnak. Itt a két parabola vonal közül a vékony az *a)* esetre, a vastag pedig a jelen *c)* esetre vonatkozik. A két parabolavonal függélyes irányban egymáshoz képest el van tolva. Az eltolás mértéke: Q_1.

d) Az acélbetétek előfeszítettek, a beton zsugorodott. Legyen az előfeszítő erő húzóerő, mégpedig ismét

$$Q_1 = -3 \cdot 10^4 \text{ kg},$$

a beton zsugorodásának mértéke pedig

$$\varepsilon_2 = 0{,}0004.$$

A feladat megoldását csak szerkesztéssel mutatjuk be. Ez az adott esetben a 9. ábra szerint végezhető el. Az ábrán a vékony diagramvonalak a *c)* esetre, a vastag diagramvonalak pedig a jelen esetre vonatkoznak.

IRODALOM

1. *Hubert Pál:* Nyomott rudak méretezéséről vashidak erősítésénél. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* **64** (1930), pp. 151—158.

2. *Csonka Pál:* Az aláállványozás nélkül erősített vashidak nyomott rudairól. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye.* **64** (1930), pp. 397—403.

3. *Csonka Pál:* Belső túlnyomással előfeszített csövek kihajlása. *Magyar Építőipar.* **2.** (1954), pp. 15—17.

4. *Osgood W. R.:* The Effect of Residual Stresses on Column Strength. *Proceedings of the First U. S. National Congress of Applied Mechanics* (1952), pp. 415—418.

5. *Böröcz Imre:* Feszített betonszerkezetek. I. kötet: Elmélet és kivitel (1952.), Budapest, Közlekedési kiad. pp. 314—317.

Összefoglalás

A dolgozat párhuzamosan kapcsolt együttdolgozó elemekből szerkesztett oly oszlopok központos kihajlását tárgyalja, melyek egyes szerkezeti elemei különböző anyagúak és esetleg különböző mértékben feszítettek. Ilyen oszlopok a közönséges vagy előfeszített vasbeton-oszlopok, a terhelés közben pl. körülbetonozással erősített oszlopok stb.

A tanulmány kimutatja, hogy az efféle oszlopok pusztán a feszítő erő hatására nem hajolhatnak ki, s kihajlító erejük ugyanakkora, mint volna akkor, ha az egyes részek egymástól teljesen függetlenek lennének.

Szerző a kihajlást előidéző kritikus erőre az *Engesser—Shanley*-féle kihajlási képlethez hasonló képletet vezet le. A képlet a kritikus erőt nem adja meg közvetlenül. Ennek meghatározása előtt először a kritikus fajlagos rövidülést kell megállapítani. Ez a feladat számítással, vagy szerkesztéssel végezhető el. Az utóbbi esetben a kritikus fajlagos rövidülést, illetve nyomóerőt, két diagramvonal metszéspont-koordinátái szolgáltatják.

A tanulmány példaként közönséges és előfeszített vasbetonoszlopok kihajlító erejének meghatározását mutatja be, mégpedig zsugorodásmentes, illetve zsugorodott beton esetében.

FELADATOK A BETONTERVEZÉS KÖRÉBŐL*

POPOVICS SÁNDOR

ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1954. február 19-én]

1. A vízmennyiség számítása

Ha az adalékanyag szemszerkezetét finomsági modulussal jellemezzük, akkor a beton készítési vízmennyiségének, illetve a vízcementtényezőnek előbecslésére jól alkalmazhatók a *Palotás* megadta képletek [1]. Dunai homokoskavics esetén a képlet a következő:

$$\frac{v}{c} = k\left[0{,}08 + \frac{16}{c}(11-m)\right], \tag{1,1}$$

ahol:

$\frac{v}{c}$ a megkívánt konzisztencia biztosításához szükséges vízcementtényező,

k az elérendő konzisztenciától függő hígítási tényező,

c az 1 m³ tömörített betonban levő cement mennyisége kg-ban,

m az adalékanyag finomsági modulusa.

A magasépítményekre vonatkozó legelterjedtebb előírás, a »Betonok és habarcsok« című kiadvány azonban a betonadalék szemszerkezetének minősítését az adalék finomhomok- (0—1 mm-es rész), és homok- (0—5 mm-es rész) tartalma alapján is előírja. Olyan megfelelő vízbecslő képlet viszont, amely az adalék homok- és finomhomok tartalma alapján adja meg a beton vízigényét, nem ismeretes. Meg lehet ugyan említeni *Suenson* képletét, a hazai tapasztalatok szerint azonban ez a képlet nem kielégítő.

Suenson képlete a következő:

$$v = 0{,}26\,c + \left[0{,}117\left(\frac{h}{h+c}\right)^2 + 0{,}027\right]h + 0{,}02\,k\,, \tag{1,2}$$

* Ez a tanulmány a betontervezés néhány műszaki és gazdasági jellegű részletkérdésével foglalkozik, mégpedig annak a hazai irányzatnak a szellemében, amelyet *dr. Palotás* László alapozott meg.

ahol

v a plasztikus konzisztencia eléréséhez szükséges víz súlya kg,

c a cement súlya kg,

h a homok súlya kg,

k a kavics súlya kg.

A Suenson-képlettel szemben felhozható észrevételek a következők:

a) a 0—5 mm-es részen belül a szemszerkezet igen nagy mértékben ingadozhatik és ez a vízigényben döntő módon jut kfejezésre;

b) a képlet pontosságához képest hosszú és használata nehézkes;

c) hazai ellenőrző kísérletek eredményei szerint a képlet a szükségesnél kisebb vízmennyiséget ad [2].

Az ÉTI-ben végzett konzisztencia-mérések alapján (lásd *1.—3. ábra)* sikerült olyan egyszerű képletet létrehozni, amellyel az alkalmazandó cementfajtának, cementmennyiségnek, továbbá a homokoskavics homok-, és finomhomok tartalmának ismeretében jó közelítéssel ki lehet számítani a földnedves, illetve plasztikus betonkonzisztencia eléréséhez szükséges vízcementtényezőt.

Ez a képlet a következő:

$$\left(\frac{v}{c}\right)_{fn} = \frac{60}{c}\left(\frac{3f+d}{100} + 1{,}40\right) + 0{,}10 \qquad (1{,}3)$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)_{pl} = 1{,}20\left(\frac{v}{c}\right)_{fn}, \qquad (1{,}4)$$

ahol

$\left(\frac{v}{c}\right)_{fn}$ a földnedves } betonkonzisztencia eléréséhez szükséges,
$\left(\frac{v}{c}\right)_{pl}$ a plasztikus } vízcementtényező;

c az 1 m³ tömörített betonban levő cement mennyisége kg;

f a homokoskavics 0—1 mm-es része (finomhomok tartalma) súly %;

d a homokoskavics 1—5 mm-es része (durva homok tartalma) súly %;

Az (1,3) és (1,4) képletek pontosságát az I. táblázat mutatja.

I. táblázat

Adalékanyag: dunai homokoskavics, cement: tatai 500-as traszportlandcement

Vízcementtényező	Konzisztencia	Szemszerkezet							
		I.		II.			III.		
		$f = 10$	$d = 20$	$f = 25$		$d = 22$	$d = 48$		$d = 17$
		400	300	400	300	200	400	300	200
		kg/m³ cementadagolás mellett							
Számított	fn	0,39	0,48	0,46	0,57	0,81	0,55	0,70	1,00
	pl	0,46	0,58	0,55	0,69	0,97	0,66	0,84	1,20
Tényleges	fn	0,40	0,46	0,45	0,54	0,78	0,55	0,70	1,00
	pl	0,46	0,56	0,52	0,70	0,93	0,65	0,88	1,20

Látható, hogy dunai homokoskavics használatakor a képletek a tényleges viszonyokat jól megközelítik, különösen ha a konzisztencia mérésekkel együttjáró bizonytalanságokat is tekintetbe vesszük.

E vízbecslő képletek használhatóságának azonban megvannak a feltételei mind a cement, mind az adalékanyag tekintetében.

Az (1,3) és (1,4) képletek közvetlenül *500-as heterogén-* (pontosabban fogalmazva kb. 30% szabványos kötésvizű) cementekre használhatók. Ettől eltérő kötésvizű cementek alkalmazásakor a képlet adta vízcementtényezőt még h hígítási tényezővel meg kell szorozni. Ennek számértékét illetően lásd alább a 3. pontot.

A képletek használhatósági feltételei az adalékanyag szempontjából a következők :

a) gömbölyű szemű adalék (homokoskavics) ;

b) maximális szemnagyság : 30 mm ;

c) folytonos szemszerkezet.

Ha az adalékanyag ezeket a feltételeket nem elégíti ki, akkor az 1,3 és 1,4 képletek a ténylegestől az I. táblázatban közöltnél nagyobb eltérést adnak. Ilyenkor próbakeverések alapján a képlet állandóinak megváltoztatásával lehet az adott körülményekhez igazodni.

Az 5 mm-nél nagyobb, az 1—5 mm-es, főképpen azonban az 1 mm-nél kisebb szemcsék eloszlásának különböző volta természetesen befolyásolja a vízszükségletet, ezt azonban az 1,3 és 1,4 képletek már nem tudják figyelembe venni.

E képletek használhatósági határának és pontosságának növelésére tehát az első pillanatban tetszetősnek látszik az a gondolat, hogy ne csak a 0—1 és 1—5 mm-es adalékrészeket vegyük számításba, hanem szűkebb határolású frakciókra bontással több pontban fogjuk meg a szemszerkezetet.

Ezen az alapon történtek is próbálkozások, ha nem is zárt képlet felállítására, hanem ilyen eljárások kidolgozására (*Bolomey* [3], *Kluge* [4], *Gaede* [5]). Ezek a módszerek azonban nem veszik figyelembe azt, hogy szétszitálva az adalékanyagot az egyes frakciók vízigény szempontjából másképpen viselkednek, mintha a frakciókat összekeverjük. Így a frakciók számának fokozásával létrejövő pontosságnövekedés nincs arányban a számítás végzéséhez szükséges tetemes munkatöbblettel.

Jól használható azonban ilyen számítási eljárás akkor, ha a szemszerkezetet csakugyan egyetlen frakció alkotja. Így pl. kiszámítható az, hogy a cement szabványos *földnedves* szilárdság-vizsgálatakor a szemlélet szerint azonosan földnedves konzisztencia biztosításához szükséges vízmennyiség különböző vízigényű cementek esetén a következő :

$$V = \frac{P}{8} + 4 , \qquad (1,5)$$

ahol

V a készítési víz mennyisége a száraz keverékre vonatkoztatott súly %-ban,

P a cement szabványos kötésvize súly %-ban.

Egy keverékhez rendszerint 1500 g normálhomokot és 500 g cementet adagolnak. Az ehhez a mennyiséghez alkalmazandó v vízmennyiség cm^3-ben kifejezve a következő:

$$v = 2{,}5\,P + 80\,. \tag{1,6}$$

Az ÉTI Minősítő Laboratóriumában számos cementfajtával végzett ellenőrző kísérletek szerint az 1,5, ill. 1,6 képlettel számított vízmennyiség 26—48% kötésvizű cementek esetén szemlélet szerint valóban azonos földnedves konzisztenciát eredményez. Ezért javasoltuk a Magyar Szabványügyi Hivatalnak, hogy a MNOSZ 523—53. 5,02. pontjába a készítési víz mennyiségének szemléleten — az ún. »márványerezés« mutatkozásán — alapuló szubjektív megítélése helyett az 1,5 képlet kerüljön.

Hasonló módon az azonos konzisztenciájú plasztikus cementvizsgálat vízszükségletét is ki lehetne számítani. Erre azonban más lehetőség is van, amelyről a következő pontban lesz szó.

2. Összefüggés a készítési víz mennyisége és a beton-konzisztencia között

Egyik konzisztenciáról a másikra, pl. földnedves konzisztenciáról a plasztikusra való átszámítás általában úgy történik, hogy az alapkonzisztenciára vonatkozó vízcementtényezőt megadott k számmal szorozzák. Ez a szám csak a kiindulási konzisztenciától, továbbá az elérendő konzisztenciától függ, vagyis független a cementadagolástól, a cementfajtától, a vízcementtényező értékétől és az adalék szemszerkezetétől. A szorzószámos eljárás igen egyszerű, helyessége azonban nem magától értetődő, ezért az alábbiakban igazoljuk a tág határok közötti alkalmazhatóságát.

Jellemezze az y számértékű — pl. terülésű — konzisztencia és az x vízcementtényező közötti összefüggést az

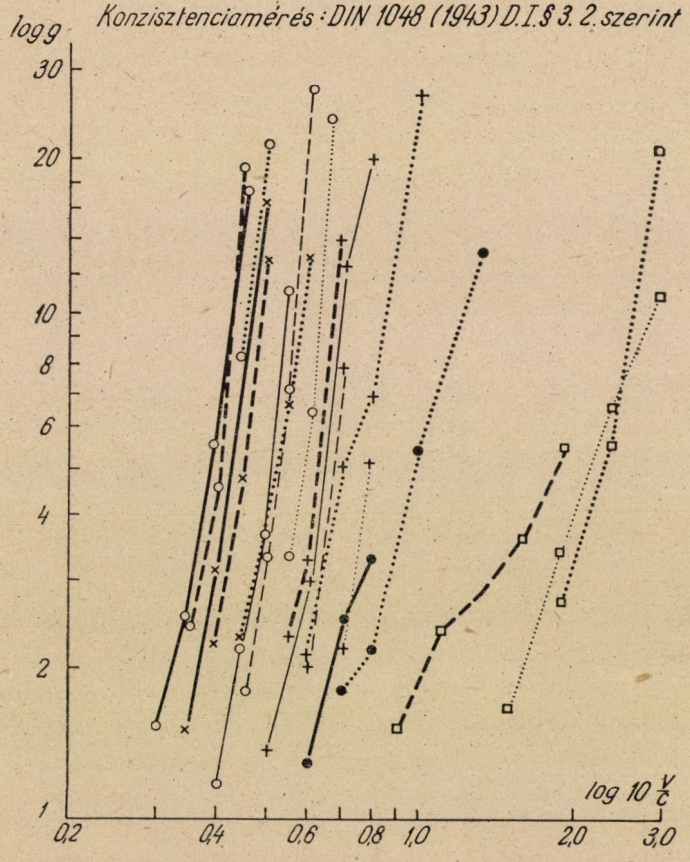
$$y = f(x)$$

egyelőre ismeretlen függvény. Ekkor a szorzószámos eljárás matematikailag a következőképpen fejezhető ki:

$$\begin{aligned} y_1 &= f(x_1) \\ y_2 &= f(x_2) = f(k\,x_1) \\ \frac{y_2}{y_1} &= \frac{f(kx_1)}{f(x_1)} = f(k). \end{aligned} \tag{2,1}$$

A (2,1) jelű hányadosnak a fentiek értelmében x_1 értéktől függetlennek kell lennie. Ehhez azonban az szükséges, hogy az egyszerűsítés $f(x_1)$-gyel elvégezhető legyen, vagyis fennálljon a következő összefüggés :

$$f(kx_1) = f(k)f(x_1) . \qquad (2,2$$



1. ábra. Összefüggés a g behatolási szám és a vízcementtényező között a betonösszetétel függvényében

Jelmagyarázat az 1., 2. és 3. sz. ábrákhoz

○ 500 kg/m³ cementadagolás
× 400 kg/m³ «
\+ 300 kg/m³ «
● 200 kg/m³ «
□ 100 kg/m³ «

Cementfajta :
tatai 500-as (vastag vonalak)
selypi 300-as (vékony »)

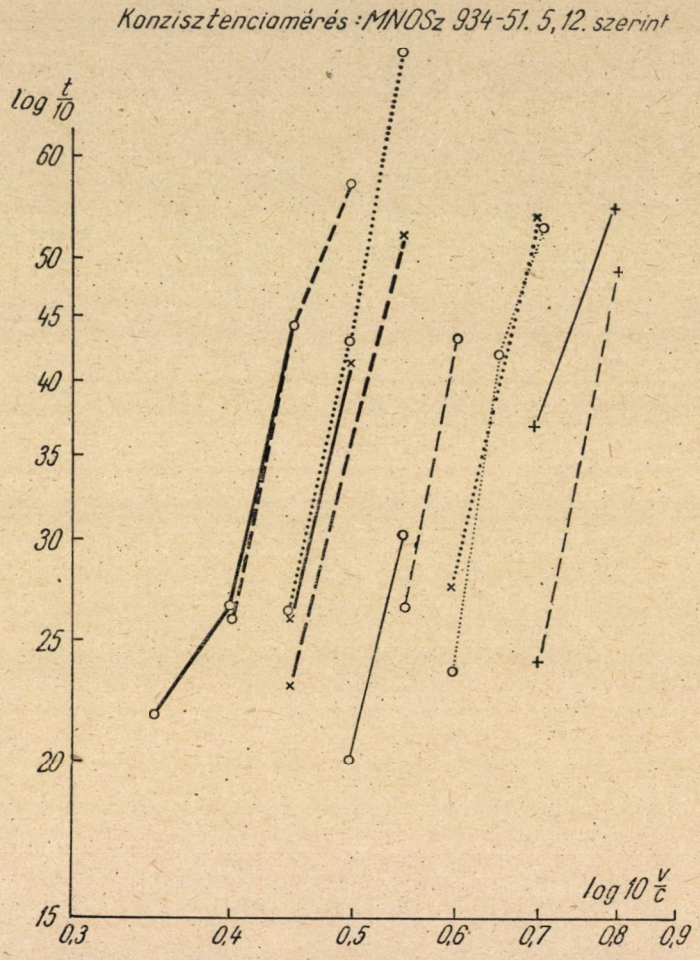
———— I. szemszerkezet
— — — II. «
. . . . . III. «

8 frakcióból összerakva

Adalékanyag : dunai homokoskavics
Legnagyobb szemnagyság : 30 mm

A (2,2) egyenlet ún. Cauchy-féle függvény egyenlet, amelyet az n-ed fokú parabola és csakis az elégít ki [6]. Tehát

$$y = f(x) = ax^n, \tag{2,3}$$



2. ábra. Összefüggés a t terülési szám és a vízcementtényező között a betonösszetétel függvényében

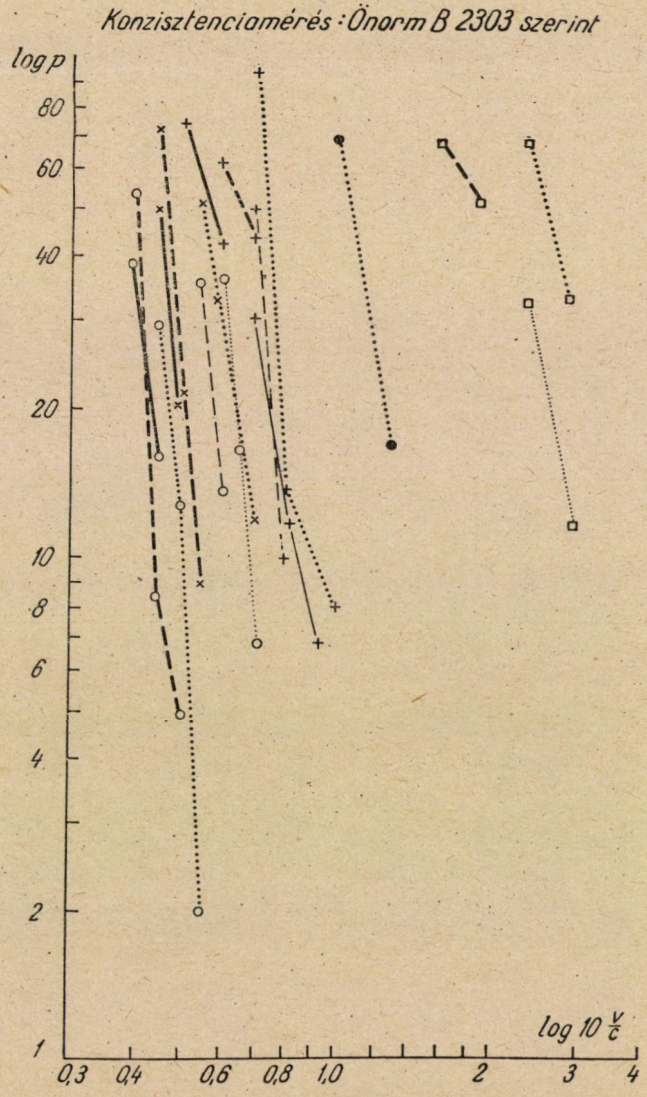
ahol

a az összetartozó x_i, y_i értékpárhoz tartozó, tehát a beton összetételétől függő állandó:

$$a = \frac{y_i}{x_i^n}.$$

A szorzószámos eljárást tehát csak akkor szabad alkalmazni, ha a szokásos x szakaszon a vízcementtényező és a konzisztenciára jellemző terülési

stb. szám között $n > 0$ esetén elfogadható közelítéssel azonos fokú parabolikus, $n < 0$ esetén hiperbolikus összefüggés van.

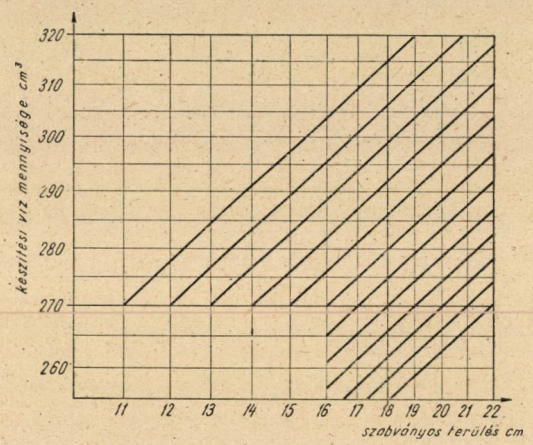


3. ábra. Összefüggés a p átalak tási szám és a vízcementtényező között a betonösszetétel függvényében

A dunai homokoskaviccsal és tatai 500-as, illetve selypi 300-as cementtel készült, különböző szemszerkezetű és cementadagolású betonokkal végzett ellenőrző kísérletek eredményeit kettős logaritmikus koordinátarendszerbe felrakva, a jól bedolgozható betonkeverékeknél valóban a különböző a együtt-

hatójú, közel azonosan n-ed fokú parabolákra jellemző, közelítően párhuzamos egyeneseket kaptuk (1.—3. ábra) jó közelítéssel, noha a vizsgált esetekben a betonadalék szemszerkezete és a beton összetétele nagy mértékben változott. $c \gtrsim 200$ kg/m³ esetén a parabolák fokszáma csökken ugyan, lehetséges azonban, hogy ez az eltérés csak a használt mérési eljárásoknak a sovány betonokra való kevésbé alkalmas voltából ered.

Ezzel igazoltuk azt, hogy a k szorzószám az alkalmazott cementfajtától, a vízcementtényező értékétől, az adalék szemszerkezetétől, sőt a gyakorlati



4. ábra. Összefüggés a különböző vízigényű cementekkel készült szabvány-habarcsok vízszükséglete és szabványos terülése között

esetek túlnyomó részében még a cementadagolástól is csakugyan függetlennek tekinthető, vagyis a szorzószámos eljárás igen tág határok között alkalmazható.

Az 1.—3. ábrákból az összefüggés n fokszáma is megállapítható. Ezek szerint $c = 200$—500 kg/m³ határok között

behatolási próba esetén $n = 0{,}010\, c + 3 \approx 6$

terülési próba esetén $n \approx 5$

átalakítási próba esetén $n = -(0{,}01c + 6) \approx -9$

Vagyis például a terülés mértékének változása a vízcementtényezők változásának jó közelítéssel az ötödik hatványával arányos.

Ha tehát valamely vízbecslő képlettel, vagy egyetlen próbakeveréssel megállapítjuk azt, hogy x_i vízcementtényező milyen y_i számértékű konzisztenciát eredményez, akkor az előírt x vízcementtényezőhöz tartozó y konzisztenciát, illetve az elérendő y konzisztenciához szükséges x vízcementtényezőt már ki lehet számítani.

$$y = y_i \left(\frac{x}{x_i}\right)^n \qquad (2{,}4)$$

$$x = x_i \left(\frac{y}{y_i}\right)^{\frac{1}{n}}, \tag{2,5}$$

illetve

$$k = \left(\frac{y}{y_i}\right)^{\frac{1}{n}}. \tag{2,6}$$

Megvizsgáltuk a vízcementtényező és a konzisztencia közötti összefüggést a cementvizsgálathoz használatos szabványos *plasztikus* habarcson is. Az MNOSZ 523—53. 6,41 pontjában előírt kis rázóasztalt használva a terülés jó közelítéssel a vízcementtényező harmadik hatványával arányosan változik. Ha tehát a száraz anyag súlyára vonatkoztatott 15% — a szokásos 1800 g száraz anyag esetén tehát 270 g — vízmennyiséggel a cementhabarcs terülése az előírt határokon kívül esik, akkor a megfelelő konzisztencia eléréséhez szükséges vízmennyiség az eddig alkalmazott próbálgatás helyett a fentiek alapján készített 4. ábrából leolvasható.

3. A használt cementfajta befolyása a készítési víz mennyiségére

Az (1,3) és (1,4) vízbecslő képlet 30% szabványos kötésvizű cementek használatakor érvényes. Ha a kötésvíz más, akkor a képletből számított vízcementtényezőt még h tényezővel is meg kell szorozni.

Az ÉTI-ben végzett konzisztencia-mérések eredményeit feltüntető 1.—3. ábrákból a h tényezőre vonatkozóan a következők állapíthatók meg:

a) A h hígítási tényező értéke a szemszerkezettől és a konzisztenciától függetlennek tekinthető és csak a cementadagolás, továbbá az alkalmazott cement kötésvize befolyásolja;

b) $c = 100$ kg/m^3 vagy ennél kisebb cementadagolásnál a cementfajta hatása a beton vízigénye szempontjából már a konzisztencia-mérések eredményeinek szórási határán belül van. Ezzel számolni itt tehát nem kell;

c) $c = 500$ kg/m^3 esetén a 30% kötésvizű cementtel készült beton vízigényét 1-nek véve, a 48% kötésvizű cementtel készített beton ugyanazon konzisztencia eléréséhez kb. 1,35 vizet (vízcementtényezőt) kíván. Felhasználva továbbá azt a két közelfekvő, már *Abrams* részéről is használt feltevést, hogy a h tényező

d) az alkalmazott cement kötésvizének növekedésével és

e) a cementadagolás növekedésével

külön-külön lineárisan változik,

a h hígítási tényező a c cementadagolás és a v_k kötésvíz függvényében torz-felületet határoz meg, amelynek egyenlete — a részletszámításokat elhagyva — a következő:

$$h = 1 + 5 \cdot 10^{-5} (c - 100)(v_k - 30). \tag{3,1}$$

Megjegyezzük, hogy ez a képlet az egyes cementek egymástól különböző víztartó képességére nincs tekintettel.

A (3,1) egyenlet alapján számított h hígítási tényező értékek a II. táblázatban találhatók.

II. táblázat

c kg/m³	v_k%						
	26	28	30	32	40	44	48
100	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
200	0,98	0,99	1,00	1,01	1,05	1,07	1,09
250	0,97	0,98	1,00	1,02	1,08	1,10	1,14
300	0,96	0,98	1,00	1,02	1,10	1,14	1,18
400	0,94	0,97	1,00	1,03	1,15	1,21	1,27
500	0,92	0,96	1,00	1,04	1,20	1,28	1,36

A h tényezőre a Magyar Tudományos Akadémia 1952. évi építési kongresszusán *Palotás* javasolt értékeket.

Ezek — az összehasonlítás céljából $v_k = 30\%$ alapértékre átszámítva — a III. táblázatban láthatók.

III. táblázat

Cementfajta	$h_{\text{Palotás}}$	v_k%
Homogén portlandcement	0,96	26—28
500-as heterogén cement	1,00	28—32
400-as » »	1,03	30—40
300-as* » »	1,10	44—48

* A hejőcsabai 300-as kohósalak portlandcement kötésvize csak mintegy 30%.

Ezeket az értékeket egybevetve a II. táblázat adataival látható, hogy a (3,1) képletből $c = 200 - 300$ kg/m³ feltétellel számított értékek jól egyeznek az ugyancsak tapasztalati alapon kapott Palotás-féle h értékekkel, más cementadagolás esetén azonban a mutatkozó eltérés már számottevő.

4. A homok frakcionálásának hatása

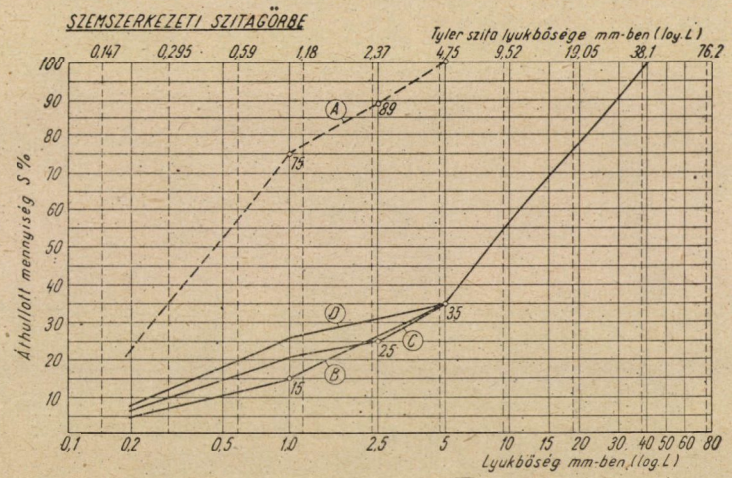
Az (1,3) képlet segítségével vizsgáljunk meg két kérdést. Milyen változást okoz

adott betonszilárdság (vízcementtényező) és konzisztencia esetén a cementmennyiségben *(4a)*,

adott cementmennyiség és konzisztencia esetén a szilárdságban (vízcementtényezőben) *(4b)*,
az a körülmény, hogy a betonadalék 0—5 mm-es részét azonos összmennyiségben optimális arányban kevert

0—1 mm-es és 1—5 mm-es frakciókból,
0—2,5 mm-es és 2,5—5 mm-es frakciókból

állítjuk össze, vagy pedig a 0—5 mm-es részt további osztályozás nélkül adagoljuk



5. ábra. Különbözőképpen frakcionált betonadalékok szemszerkezete

A kiindulási alapul szolgáló *A* jelű 0—5 mm-es, de egyébként osztályozatlan dunahomok szemszerkezete legyen a következő:

0—1 mm-es dunahomok	75	súly%
1—2,5 mm-es dunahomok	14	«
2,5—5 mm-es dunahomok	11	«
	100	súly%

Az azonos mennyiségben különböző szemeloszlású homokot tartalmazó, összehasonlítandó szemszerkezetek legyenek a következők (5. ábra):

B jelű szemszerkezet:

0— 1 mm-es dunahomok	15	súly %, $f = 15$, $d = 20$
1— 5 mm-es «	20	«
5—15 mm-es dunakavics	35	«
15—40 mm-es «	30	«
	100	súly %.

C jelű szemszerkezet :

0 — 2,5 mm-es dunahomok.....	25 súly %,	Az *A* jelű alapanyag szemeloszlását figyelembe véve :	
2,5— 5 mm-es «	10 «		
5 —15 mm-es dunakavics	35 «		
15 —40 mm-es «	30 «		
	100 súly %.	$f = 21$, $d = 14$.	

D jelű szemszerkezet :

0— 5 mm-es dunahomok	35 súly %	
5—15 mm-es dunakavics	35 «	$f = 26$, $d = 9$
15—40 mm-es «	30 «	
	100 súly %.	

4a. A *B—D* szemszerkezetű adalékanyagokból előállítandó 500-as heterogén cementtel földnedves, de vibrátorral tömöríthető konzisztenciájú *B* 280 beton.

Kérdés : hogyan változik a *B—D* szemszerkezetekkel együtt a fenti azonos konzisztencia eléréséhez szükséges cementmennyiség?

Az ehhez szükséges vízcementtényező értékét számítsuk ki, az erre az esetre érvényes Bolomey-képletből:

$$B_{28} = 200\left(\frac{c}{v} - 0{,}5\right). \qquad (4{,}1)$$

Ebből

$$\frac{v}{c} = 0{,}527.$$

A k és a h hígítási tényezők esetünkben az egységgel egyenlők.

A megadott vízcementtényező mellett az előírt konzisztencia biztosításához szükséges cementmennyiségeket az (1,3) képletből számítva a IV. táblázatban levő értékeket kapjuk

IV. táblázat

Szemszerkezet jele	Cementmennyiség	
	kg/m³	viszonyszám
B	288	100
C	305	106
D	320	111

4b. Legyen

$$c = 300 \text{ kg/m}^3 \text{ tatai 500-as cement.}$$

Elérendő konzisztencia: földnedves, de vibrátorral tömöríthető.
Kérdés: hogyan változik a B—D szemszerkezetekkel együtt a fenti azonos konzisztencia eléréséhez szükséges $\frac{v}{c}$ vízcementtényező és ezzel együtt a szilárdság?

A megoldást az (1,3) és 4,1) képlet alapján a V. táblázat tartalmazza.

V. táblázat

Szemszerkezet jele	Vízcement-tényező	Nyomószilárdság 28 napos korban	
		kg/cm²	viszonyszám
B	0,51	292	100
C	0,53	278	95
D	0,55	264	90

Az ellenőrző konzisztencia-mérések és szilárdságvizsgálatok alapján kapott viszonyszámok a IV. és V. táblázat értékeivel jól egyeztek.

Megjegyezzük, hogy ha a *B*, *C* és *D* keverékeknél a 0—5 mm-es részt nem azonos összmennyiségben adagoljuk, hanem ún. racionális szemszerkezet-javítást végzünk, vagyis a finomsági modulus és a fajlagos felület értékeinek együttes figyelembevételével állapítjuk meg az egyes frakciók szükséges arányát, akkor az egyes keverékek között a IV. és V. táblázatokban feltüntetetteknél is kisebb különbségek adódnak [7].

Ettől függetlenül azonban a IV. és V. táblázatban levő számértékek és viszonyszámok alapján is érzékelhető az, hogy szilárdsági szempontból milyen mértékben érdemes szemszerkezet-javításhoz 5 mm-nél kisebb szitákat, illetve rostákat alkalmazni.

5. Gazdaságos betonösszetétel

A beton tervezése kapcsán a műszaki jellegű kérdésekkel párhuzamosan felvetődik az a probléma is, hogy megadott *B* betonszilárdság milyen beton-összetétellel érhető el a legolcsóbban. Az alábbiakban ennek a feladatnak közelítő megoldását adjuk.

1 m³ beton *K* anyagköltsége (a víz árát figyelmen kívül hagyva) forintban:

$$K = ck_c + a_1 bk_1 + a_2 bk_2 \qquad (5,1)$$

ahol

c 1 m³ kész beton cementtartalma kg,

k_c a cement ára forint/kg,

$a_1 = \frac{m_2 - m}{m_2 - m_1}$ az *1* jelű adalék súly-(térfogat-)aránya,

$a_2 = 1 - a_1$ a *2* jelű (javító-)adalék súly-(térfogat-)aránya,

k_1 az *1* jelű adalék ára, Ft,

k_2 a *2* jelű adalék ára, Ft,

b 1 m³ kész beton adalékmennyisége kg vagy m³.

Az alkalmazható bedolgozási mód a friss beton konzisztenciáját megszabja, úgyhogy ezt szem előtt tartva két kérdésre kell feleletet adni:

milyen cementmárka alkalmazása *(5a)*,

milyen mértékben javított szemszerkezet *(5b)*

esetén lesz a beton a legolcsóbb?

5a. Az anyagköltség minimuma nyilván ott lesz, ahol az (5,1) költségegyenlet első parciális deriváltjainak értéke zérus. A számítás keresztülvitelének első lépéseként határozzuk meg az (5,1) egyenlet c cementmennyiségének értékét. Induljunk ki a közismert Bolomey-féle szilárdságbecslő képletből:

$$B_n = A\left(\frac{1}{x} - 0{,}5\right), \tag{5,2}$$

ahol

B_n a beton nyomószilárdsága n napos korban kg/cm²,

x vízcementtényező,

A az alkalmazott cementmárkától, a beton korától, a próbatest alakjától stb. függő állandó kg/cm².

A beton szilárdságát 28 napos korban 20 cm élhosszúságú kockán meghatározva az A állandó értéke a kísérleti eredményekkel jó egyezésben a következő:

$$A \approx \frac{C}{2{,}7}, \tag{5,3}$$

ahol

C a cement 28 napos szabványos földnedves nyomószilárdsága és mint ilyen egyben közelítőleg a cementmárka.

Ezt figyelembe véve:

$$c = 60\left(\frac{3f + d}{100} + 1{,}40\right)\frac{2{,}7 \cdot B_{28} + 0{,}5\,C}{C - 0{,}10\,(2{,}7\,B_{28} + 0{,}5\,C)}. \tag{5,4}$$

Az (5,1) egyenlet második tagja a cement k_c ára.

A jelenlegi cementárakat a cementmárka függvényében a

$$100\,k_c = 0{,}038\,C + 7{,}5 \tag{5,5}$$

kifejezés közelíti meg, ahol

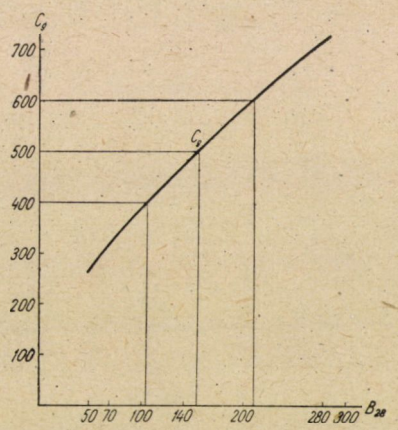
k_c a cement ára forint/kg

C a cementmárka.

A VI. táblázatban a tényleges és a számított cementárak vannak egymás mellett feltüntetve.

VI. táblázat

C cementmárka	k_c forint/100 kg	
	tényleges	számított
300 heterogén cement	19,00	18,10
400 » »	22,50	22,70
500 » »	25,80	26,50
600 homogén »	36,30	30,30



6. ábra. A B_{28} betonszilárdsághoz tartozó leggazdaságosabb C_g cementmárka

A közelítés választásakor a cél az volt, hogy a C 300, C 400, és C 500 cementek ára adódjék jól vissza, mert a C 600 cement árát az indokolatlan felhasználások megakadályozása céljából viszonylag nagyra szabták meg.

Helyettesítsük az (5,4) egyenletből a c értékét, az (5,5) egyenletből pedig a k_c értéket az (5,1) egyenletbe és végezzük el a szélső érték számítást. Bevezetve azt a további közelítést, hogy az a_1, a_2 és b mennyiségek a C értékétől, vagyis a cementmárkától függetlenek, a C szerinti differenciálás során az (5,1) egyenlet jobb oldalának második és harmadik tagja eltűnik.

Összevonás és rendezés után másodfokú egyenletet kapunk, melynek pozitív gyöke a leggazdaságosabb cementmárka, C_g a következő:

$$C_g = 0{,}281\,B + \sqrt{0{,}079\,B^2 + 1{,}53\,B\,(B + 730)} \approx$$

$$\approx 1{,}34\,\sqrt{B\,(B + 730)} \qquad (5{,}6)$$

C_g értékét a B_{28} betonszilárdság függvényében a 6. ábra tünteti fel. Ebből a következők olvashatók le:

C 300 cement B100 betonszilárdságig gazdaságos
C 400 « B100—B140 betonszilárdság esetén gazdaságos
C 500 « B140—B220 betonszilárdság esetén gazdaságos
C 600 « B220-nál nagyobb betonszilárdság esetén gazdaságos.

Az (5,6) egyenletből kiszámítható a cement normál-szilárdságának és a betonszilárdságnak a legkedvezőbb α aránya.

$$\alpha = \frac{C_g}{B} = 1{,}34 \sqrt{1 + \frac{730}{B}} \quad . \tag{5,7}$$

Az összetartozó B és α értékpárokat az alábbi összeállítás tünteti fel:

B	70	100	140	200	280
α	4,57	3,67	3,34	3,13	2,54

A megadott 28 napos betonszilárdsághoz tartozó leggazdaságosabb cementminőségről tehát egyszerű módon úgy lehet tájékozódni, hogy a B betonszilárdságot megszorozzuk az α-val, amelynek értéke 2,5 és 4,5 között változik, átlagosan pedig 3,5-nek vehető. Ezek szerint pl. B 100 előállításához földnedves konzisztencia esetén

$$C_g \approx 3{,}5 \cdot 100 = 350 \ ,$$

tehát C 300 a leggazdaságosabb.

Látható tehát, hogy megfelelő helyen használva a kisebb szilárdságú cementeknek is megvan a maguk létjogosultsága.

Egyszerű számítással meggyőződhetünk arról is, hogy a friss beton konzisztenciájának megváltoztatása C_g értékét csak lényegtelenül befolyásolja, és így a fentiekben a földnedves konzisztenciára előadottak gyakorlatilag a plasztikus konzisztenciájú betonokra is érvényesek.

5b. A leggazdaságosabb szemszerkezet megállapításakor a számítás menete pontosan ugyanaz, mint 5a. alatt. Tekintve azonban, hogy mind az (5,1) költségegyenletben, mind pedig az (1,3) vízbecslő képletben a szemszerkezeti jellemzők az első hatványon vannak, így a K kifejezésnek a szemszerkezettől függő szélső értéke nincs. Ez annyit jelent, hogy ha a szemszerkezetjavítás valamilyen arányban gazdaságosan végezhető, akkor a legolcsóbb betont a még bedolgozható legkavicsosabb szemszerkezet adja. Ha ellenben a szemszerkezetjavítás

akár műszaki szervezetlenség folytán, akár a helyi körülmények (pl. túlzásba vitt frakcionálás, olcsó javítóanyag hiánya stb.) miatt nem végezhető gazdaságosan valamilyen arányban, akkor az ilyen szemszerkezetjavítás mértékének növekedésével a beton ára is növekszik.

IRODALOM

1. *Palotás :* »Minőségi beton« Bp. 1952. 167. old.
2. *Mihailich—Schwertner—Gyengő :* »Vasbetonszerkezetek« Bp. 1946. 50 old.
3. *Mihailich—Schwertner—Gyengő :* »Vasbetonszerkezetek« Bp. 1946. 48 old.
4. *Kluge :* »Vorausbestimmung der Wassermenge bei Betonmischungen für bestimmte Betongüten und Frischbeton konsistenzen.« Der Bauingernieur. 1946. H. 6.
5. *Gaede :* »Der Wasserbedarf des Betons und der Abrams'sche Feinheitsmodul« Die Bautechnik. 1948. H. 9.
6. *Szász :* »A differenciál és integrálszámítás elemei.« Bp. 1953. 2. kiadás I. kötet 387 old.
7. *Popovics :* »A betonadalék szemszerkezetének számszerű jellemzéséről« Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya közleményei VII. kötet 1—3. szám, 1952.

Összefoglalás

A tanulmány

1. igen egyszerű és — amint az 1. táblázat mutatja — dunai homokos kavics használatakor a tényleges viszonyokat jól megközelítő vízmennyiségbecslő képletet közöl;

2. elvileg tárgyalja az előírt konzisztenciákat biztosító k szorzószámos eljárást és ennek alapján kimutatja, hogy a konzisztencia számszerű jellemzője (pl. terülés) és a vízcementtényező értéke között parabolikus, illetve hiperbolikus összefüggés van a jelenleg szokásos eszközök használata mellett;

3. a különböző vízigényű cementfajták hatását a h szorzótényező alkalmazásával veszi figyelembe, ahol h a kész beton cementtartalmának és a használandó cementfajta kötésvizének függvényében hiperbolikus paraboloid felületet határoz meg;

4. ugyancsak a közölt vízbecslő képlet alapján foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy a betonadalék homokrészének különböző mérvű frakcionálása számszerűleg milyen hatást gyakorol azonos betonszilárdság esetén a szükséges cementtartalomra, illetve azonos cementtartalom esetén a beton szilárdságára;

5. közelítő számítási eljárás alapján megadja, hogy előírt B betonszilárdság elérése milyen betonösszetétellel, cementmárkával történhetik a legolcsóbban adott konzisztencia mellett. Ezzel kimutatja azt is, hogy megfelelő helyen használva a kisebb szabványos szilárdságú cementeknek is megvan a maguk létjogosultsága.

VASBAN ÉS KOVASAVBAN DÚS SZŐCI BAUXIT REDUKÁLÁSA VILÁGÍTÓGÁZÁRAMBAN ÉS A BAYER-ELJÁRÁSSAL KAPOTT VÖRÖSISZAP MÁGNESES ELVÁLASZTÁSA

HORVÁTH ZOLTÁN
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
WIEDER NÁNDOR és HORVÁTH ANTAL
NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, FÉMKOHÁSZATTANI TANSZÉK, MISKOLC

[Beérkezett 1954. március 15-én]

Fehér Tibor és Mosóczy Vilmos kezdeményezésére az Akadémia jóváhagyásával tanszékünkön kísérleteket végeztünk, hogy ily módon nevezettek elgondolásának megvalósíthatóságát megállapítsuk.

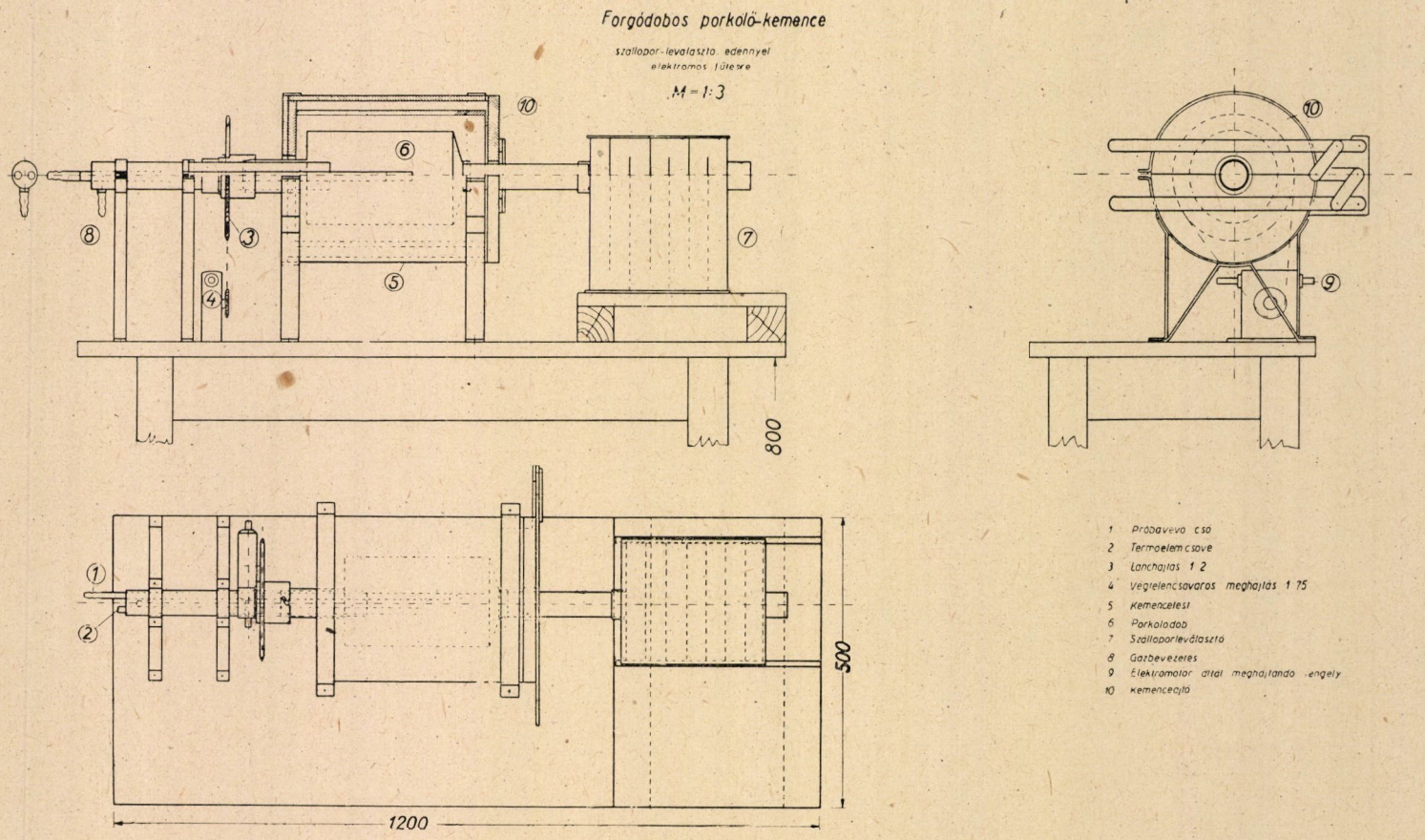
Az elgondolás szerint a bauxitot kombinált eljárással dolgoznák fel úgy, hogy a bauxit szárítását redukáló pörköléssel helyettesítenék, a vörösiszapnak és az aluminátlúgnak az elkülönítését pedig mágneses mezőben végeznék. Az utóbbi műveletnél keletkező, *vasban dús terméket* darabosítás után a nagyolvasztóba lehetne adni, a *vasban szegény* és a vörösiszapba került nátrium- és alumíniumoxid zömét tartalmazó, most már csökkent mennyiségből pedig pirogén eljárással lehetne visszanyerni a nátron és timföld nagy részét. Ennek a módszernek az eredeti kombinált eljárással szemben az lenne az előnye, hogy egyrészt a vörösiszapnak és az aluminátlúgnak az elválasztása sokkal gyorsabbá válnék, s így közben kevesebb nátriumaluminát bomlanék el, másrészt a bauxit vastartalmának nagy része a mágneses termékben, vasban dúsítottan, gazdaságosan értékesíthető alakban állana rendelkezésre, végül pedig pirogén feldolgozásra kevesebb anyag kerülne.

A vizsgálatok túlnyomó részét a következő összetételű szőci bauxittal végeztük:

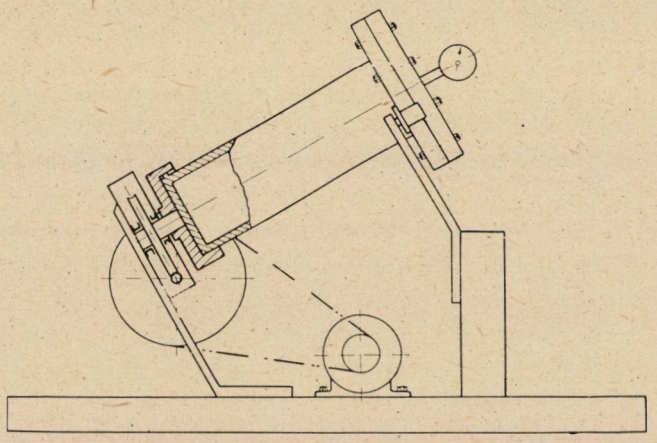
$$\begin{aligned} Al_2O_3 &= 53{,}00\% \\ SiO_2 &= 6{,}31\% \\ Fe_2O_3 &= 21{,}60\% \\ TiO_2 &= 3{,}70\% \\ CaO &= 0{,}45\% \\ \text{izzítási veszteség} &= 14{,}94\% \end{aligned}$$

$$H = \frac{53{,}00}{6{,}31} = 8{,}4$$

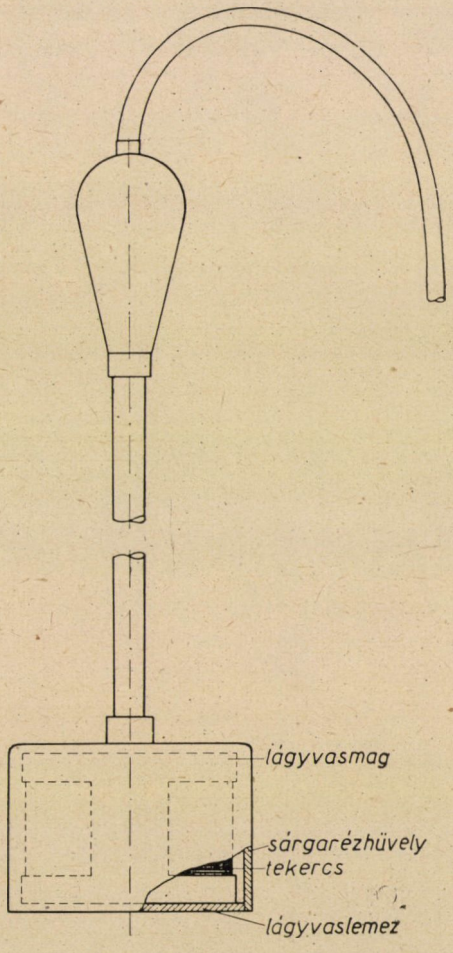
Először a redukálás körülményeinek, tehát elsősorban a hőmérsékletnek és az időtartamnak a bauxit timföldtartalmának kilúgozhatóságára és a mágneses elválasztásra gyakorolt hatását vizsgáltuk. A kísérleteket legtöbbször 100 g-os beméréssel végeztük. A bauxitot mogyoró- és diónagyságú darabokra való



1. ábra. **Laboratóriumi forgódobos kemence**



2. ábra. Laboratóriumi autokláv



3. ábra. Kézi mágneses szeparátor

aprítás után helyeztük el az 1. ábrán látható laboratóriumi forgódobos kemencében, majd világítógázáramban hevítettük a megfelelő hőmérsékletre és 1, 2 vagy 3 órán át tartottuk egyenletes hőmérsékleten, azután a kemence fűtését kikapcsoltuk. A lehűlt anyagot őrlés után annyi 40 Bé°-os NaOH-oldattal vittük a 2. ábrán látható autoklávba, hogy a keletkező zagyban minden mól alumíniumoxidra 1,8 mól nátriumoxid jusson. A zagyot az autoklávban 3 órán át tartottuk 6 atm nyomáson, majd a kilúgozás befejezése után az oldatot 30 Bé°-osra hígítottuk. Az így kapott zagyot mágneses elválasztással három részre osztottuk, a termékeket szűrtük, azután először 30 Bé°-os NaOH-oldattal, végül forró vízzel mostuk. A szűrőn maradt anyagot megelemeztük. A mágneses elválasztó berendezés vázlatos rajzát és kapcsolási vázlatát a 3. ábra mutatja. Eszerint ezt I-alakú lágyvasmag és körülötte elhelyezkedő tekercs alkotja. Az egész berendezést sárgarézharang veszi körül és alul lágyvaslap zárja le.

Az első tájékoztató kísérletekből megállapítható volt, hogy amikor a Fémkohászati tanszéken rendelkezésünkre álló körülmények között a redukáló pörkölés után az anyagot teljes egészében vagy részben oxidáló atmoszférában hűtjük le, akkor a vörösiszap csak gyengén mágneses lesz ; ha ellenben pörkölés után az anyagot világítógázáramban hűtjük, akkor a vörösiszap erősen mágneses tulajdonságot mutat és különböző térerősségű mágnessel tetszés szerinti mennyiségű részekre bontható. Ezért a további kísérleteknél a redukált anyagot mindig redukáló atmoszférában hűtöttük le.

1. táblázat

A kísérlet száma	Bemérés, g	A redukálás		A redukált anyag súlya		A feltáráshoz bemért, redukált anyag, g	Erősen mágneses		Közepesen mágneses		Gyengén mágneses		A vörösiszap súlya, g és %	A feltárhatóság, %
		hőmérséklete, C°	időtartama, óra	g	%		anyag súlya							
							g	%	g	%	g	%		
1	150	300	1	138,5	92,3	100	19,1	37,5	7,0	13,8	24,9	48,7	50,9	86,4
2	150	350	1	132,5	88,4	100	14,4	27,1	6,5	12,4	32,3	60,5	53,2	83,0
3	150	400	1	138,2	92,0	100	21,8	37,6	5,5	9,2	30,6	53,2	57,8	77,7
4	150	450	1	135,6	90,2	100	18,4	31,0	8,3	13,8	32,8	55,2	59,5	81,0
5	150	300	2	143,0	95,3	100	10,7	20,1	7,5	14,2	35,0	65,8	53,2	91,2
6	150	350	2	141,5	94,3	100	15,6	29,5	11,3	21,4	25,9	49,1	52,8	95,0
7	150	400	2	136,8	91,2	100	24,4	46,4	7,7	14,7	20,4	38,9	52,3	84,6
8	150	450	2	134,0	89,3	100	16,7	33,9	6,9	14,1	25,8	52,0	49,4	90,2
9	150	300	3	139,2	93,7	100	13,3	27,1	9,5	19,5	26,1	53,4	48,9	92,1
10	150	370	3	134,4	89,4	100	10,4	22,4	8,3	17,8	27,8	59,8	46,6	88,0
11	150	400	3	129,2	86,1	100	28,2	45,7	6,0	9,7	27,5	44,6	61,7	80,5
12	150	450	3	128,8	85,8	100	22,9	42,5	15,3	28,4	15,6	29,0	53,6	81,0

2. táblázat

A kísérlet száma	SiO_2 %			Oxidok %			Fe_2O_3 %			TiO_2 %			Al_2O_3 %			CaO %			Na_2O %		
	erősen mágneses	közepesen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	közepesen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	közepesen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	közepesen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	közepesen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	közepesen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	közepesen mágneses	gyengén mágneses
1	7,07	11,0	17,5	82,8	74,8	61,2	64,8	53,5	34,2	6,6	8,1	8,8	11,4	13,2	18,1	0,7	0,8	0,9	4,28	6,56	10,05
2	4,4	10,6	14,3	88,7	82,5	68,5	70,8	57,9	38,1	5,6	5,8	6,5	12,1	18,8	24,0	0,8	0,8	1,0	3,94	3,38	13,15
3	6,58	8,12	14,2	83,8	80,5	67,5	60,4	54,8	30,4	7,0	5,8	10,2	16,4	19,8	26,9	0,7	0,6	1,0	3,7	4,6	8,7
4	4,6	10,9	14,9	82,82	75,87	59,79	68,2	51,1	26,2	6,5	5,6	5,7	8,0	19,2	27,9	1,1	0,8	1,0	3,9	7,3	11,0
5	6,12	9,8	16,2	83,3	79,4	62,7	63,5	55,6	38,8	5,6	6,5	6,9	11,2	12,7	17,0	0,8	1,0	0,9			
6	7,4	9,6	16,9	86,2	75,6	62,9	67,2	55,9	40,2	4,6	5,1	5,3	11,4	17,0	19,1	0,8	0,9	0,9			
7	8,26	14,20	18,66	89,6	64,9	53,6	59,4	41,2	29,9	6,9	7,4	7,8	13,1	16,2	18,7	0,9	1,0	1,2	8,6	11,4	12,7
8	3,35	8,02	12,73	90,3	80,7	69,3	75,1	62,2	45,2	4,9	6,4	9,1	10,3	12,1	15,0	0,7	1,1	1,3	9,5	14,2	21,3
9	7,67	12,06	17,70	79,1	73,5	60,1	68,2	60,3	38,9	3,9	6,0	7,5	6,9	7,1	13,6	0,6	0,8	0,9	4,0	8,9	17,1
10	1,49	3,2	14,5	93,2	92,5	67,3	75,2	72,1	37,3	6,2	5,6	9,1	12,9	14,5	20,9	1,0	1,0	1,3	6,3	6,5	7,7
11	7,7	15,7	18,45	79,4	64,1	58,4	57,4	35,5	27,5	5,3	8,0	8,3	16,7	20,5	23,6	0,7	0,8	0,9	10,1	15,7	16,6
12	5,86	12,56	15,43	84,8	71,0	64,9	58,3	42,5	31,7	6,3	7,8	8,9	17,8	20,6	24,3	0,6	1,0	1,2	2,0	6,4	6,7

A redukálás hőmérsékletének és időtartamának a bauxit timföldtartalmának kilúgozhatóságára, a mágnessel elkülöníthető termékek mennyiségére és összetételére gyakorolt hatásáról az 1. és. 2. táblázat tájékoztat.

Ezeknek a táblázatoknak az adatait nehéz értékelni, mert az egyes kísérletek során a mágneses termékek mennyisége erősen különbözik egymástól. Hogy összehasonlítható adatokat kapjunk, az 1. és 2. táblázat értékének felhasználásával készítettük a 4—15. táblázatot.

Ezeknek az ismertetése előtt több ércelőkészítési alapfogalomra lesz szükségünk, így előljáróban ezeket ismertetjük.

A súlykihozatal (s) azt mutatja, hogy az ércelőkészítésnél kapott dús rész a feladott nyersércnek hány százaléka. Ezt a súlykihozatalt a nyersérc súlyának (x) és a dúsított rész súlyának (y) az ismeretében az

$$s = \frac{y}{x} 100$$

egyenlet segítségével határozhatjuk meg. De ez az érték a nyersérc, a dúsított rész és a meddő százalékos fémtartalmának az ismeretében is meghatározható,

Ha ugyanis z-vel jelöljük a x kg nyersércből keletkező meddő súlyát azután a nyersércben a, a dúsított részben b, a meddőben pedig c % fém van, akkor két egyenletet írhatunk fel. Az egyik szerint a nyersérc súlya egyenlő a dús rész és a meddő súlyának az összegével, vagyis

$$x = y + z;$$

másrészről viszont a nyersércben levő fém mennyisége egyenlő a dús részben és a meddőben található fém összegével, vagyis :

$$\frac{x \cdot a}{100} = \frac{y \cdot b}{100} + \frac{z \cdot c}{100}.$$

A fenti két egyenletből

$$\frac{y}{x} = \frac{a - c}{b - c}.$$

Ha ezt az értéket a súlykihozatalnak már említett egyenletébe behelyettesítjük, akkor kapjuk, hogy

$$s = \frac{a - c}{b - c} 100.$$

A fémkihozatal (k) azt mondja meg, hogy a dús részben levő fém mennyisége hány százaléka a nyersércben levő fém mennyiségének. Ha az x kg nyersércből keletkező y kg dús részben $\frac{y \cdot b}{100}$ kg fém van, és a nyersércben levő fém mennyisége $\frac{x \cdot a}{100}$ kg, akkor

$$k = \frac{\frac{y \cdot b}{100}}{\frac{x \cdot a}{100}} \cdot 100 = \frac{y \cdot b}{x \cdot a} 100$$

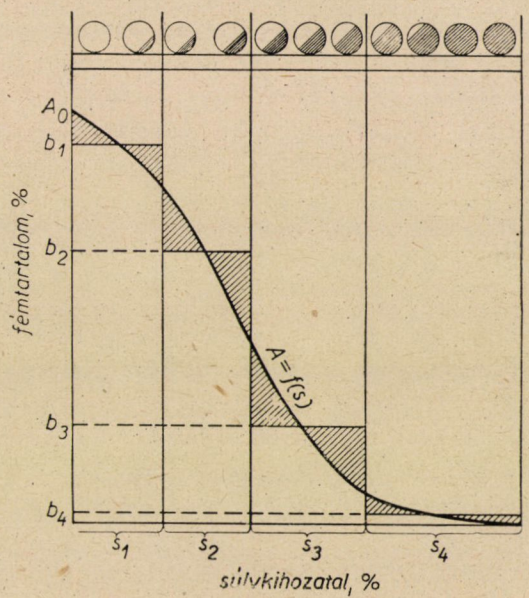
vagy mivel

$$\frac{y}{x} 100 = s ,$$

azért

$$k = s \cdot \frac{b}{a} .$$

Az ércelőkészítő diagramok közül legfontosabb az alapgörbe. Ez valamely nyersércből különböző súlykihozatalokkal termelhető, differenciális mennyiségű



4. ábra. Alapgörbe

termékek százalékos fémtartalmát ábrázolja a súlykihozatal függvényében (4. ábra). Ha pl. valamely nyersérc előkészítésénél négy terméket kaptunk és ezeknek a termékeknek a nyersércre vonatkoztatott százalékos mennyisége s_1, s_2, s_3 és s_4 % s az s_1 súlykihozatallal kapott termék százalékos fémtartalma b_1, a többié b_2, b_3 és b_4, akkor az s_1, $s_1 + s_2$, $s_1 + s_2 + s_3$ és az $s_1 + s_2 + s_3 + s_4$ értékeknek megfelelő pontokban emelt b_1, b_2, b_3, illetve b_4 magasságú ordináták és az egyes ordináták végpontjában húzott vízszintesek a tengelyekkel olyan területet zárnak be, amely területnek a négyszögalakú diagram egész területéhez való viszonya 1 kg nyersérc fémtartalmát adja. Természetesen minél több terméket kapunk az ércelőkészítésnél, annál folytonosabb lesz a szóbanforgó

területet ábrázoló görbe, és ha az ércelőkészítés során végtelen sok terméket állítunk elő, akkor a termékek fémtartalmának a súlykihozatallal való változását ábrázoló görbe folytonos lesz. Ezt a folytonos görbét azonban a 4. ábra megrajzolásánál alapul szolgáló adatokból is megszerkeszthetjük. A görbe két végpontját az alábbi okoskodással határozhatjuk meg:

Ha a súlykihozatal alig nagyobb 0 %-nál, akkor a dúsítandó ércből — gyakorlatilag véve — csak értékes fémet tartalmazó ásvány-szemet különítettünk el. A 100 %-nál csak valamivel kisebb súlykihozatalt elérve pedig már csak meddőből álló ércszemet viszünk az előkészített termékbe. Tehát az alapgörbe az érces ásvány %-os fémtartalmának megfelelő A_0-pontból indul ki, a 100 %-os súlykihazatalnál pedig a 0 % fémtartalomnak megfelelő pontba fut be. A görbe közbülső pontjait annak figyelembentartásával határozhatjuk meg, hogy a folytonos görbe bármely pontjához húzott ordináta $[f(s)]$ annak az ércszemnek a százalékos fémtartalmát jelenti, amelyet a nyersércből már kiszedett, dúsított anyaghoz hozzá kell adnunk, hogy a görbe szóbanforgó pontjának megfelelő súlykihozatalt kapjuk. Ezek szerint a folytonos görbének az egyes vízszintes lépcsők középpontjain kell áthaladnia, amikor is a folytonos görbe alatt levő területnek pontosan egyformának kell lennie a lépcsős görbe alatt levő területtel.

Az előzők szerint az alapgörbéből a következőket olvashatjuk ki:

A) Az egész alapgörbe alatti területnek a négyszög-diagram egész területéhez való viszonyát százszorosan véve a nyersérc százalékos fémtartalmát kapjuk.

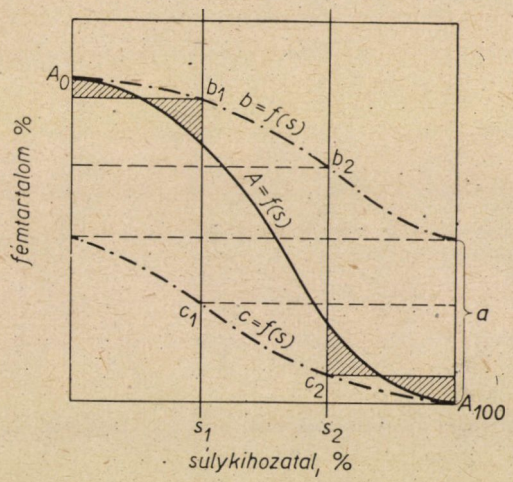
B) Az egész alapgörbe feletti területnek a négyszög-diagram egész területéhez való viszonya a nyersérc 1 kg-jában levő értéktelen rész mennyiségét jelenti.

C) Adott súlykihozatalnál a dús részben levő fém mennyisége úgy aránylik az értéktelen elemek mennyiségéhez, mint a súlykihozatal ordinátájával a diagramból kimetszett baloldali területnek az alapgörbe alatti része aránylik az alapgörbe feletti részéhez.

D) Adott súlykihozatallal való előkészítéskor az ennek megfelelő pontban húzott ordináta azt mutatja, hogy azok az ércszemek, amelyeknek a fémtartalma nagyobb, mint az ordinátával jelzett érték, a dúsított részbe kerülnek.

Az 5. ábrán azt láthatjuk, hogy az alapgörbe segítségével hogyan lehet megszerkeszteni a dús rész és a meddő fémtartalmának a súlykihozatallal való változását feltüntető *b*- és *c*-görbét. A *b*-görbéhez húzott ordináták azt mutatják, hogy a hozzájuk tartozó súlykihozatallal termelt dúsított résznek mennyi a százalékos fémtartalma. A *c*-görbéhez húzott ordináták pedig arról tájékoztatnak, hogy a hozzájuk tartozó súlykihozatalokkal való dúsításkor a meddő hány százalék értékes fémet fog tartalmazni. Az ábrából láthatjuk, hogy adott súlykihozatalnál az alapgörbéből b_1 értékét úgy szerkeszthetjük meg, hogy a súlykihozatalhoz tartozó ordinátával az alapgörbe alatti területből kimetszett baloldali részt négyszögesítjük. Az s_1 súlykihozatalhoz tartozó c_1 érték meg-

határozásakor pedig az alapgörbe alatti területnek az s_1 pontjában emelt ordinátától jobbra levő részét, amely a meddőben levő fémmennyiséggel arányos, $100 - s_1$ alapú négyszöggé kell átalakítani és ennek c_1 magassága adja s_1 súlykihozatalnál a meddő fémtartalmát. Könnyen beláthatjuk, hogy a b-görbe az értékes fémet tartalmazó ásvány %-os fémtartalmát jelentő A_0 pontból indul ki és 100%-os súlykihozatalnál a nyersérc fémtartalmának megfelelő a pontba fut be. A meddő fémtartalmának a súlykihozatallal való változását feltüntető



5. ábra. b-, c-görbe

c-görbe ordinátája pedig 0 %-os súlykihozatalnál a nyersérc fémtartalmát jelentő a %-kal, 100 %-os súlykihozatalnál pedig 0 %-kal egyenlő.

Az ércelőkészítési görbék ismertetése után most már a nyersérc, a dúsított rész és a meddő fémtartalmának, valamint a fémkihozatalnak és az ércelőkészítés hatásfokának a súlykihozatallal való változását algebrailag is értelmezhetjük.

Az 5. ábrából láthatjuk, hogy a nyersérc %-os fémtartalmát (a) az alapgörbéből úgy határozhatjuk meg, hogy az alapgörbe alatti területet $s = 100\%$ alapú négyszöggé alakítjuk át, vagyis

$$a = \frac{\int_0^{100} f(s)\,ds}{100}.$$

Láttuk, hogy a dúsított rész fémtartalmát (b) úgy kapjuk meg, hogy az s % súlykihozatalnál emelt ordinátával az alapgörbe alatti terület baloldali részéből kimetszett területet s alapú négyszöggé alakítjuk át és ennek a négyszögnek a magassága lesz egyenlő a dúsított rész fémtartalmával, vagyis

$$b = \frac{\int_0^{s} f(s)\,ds}{s}.$$

Az előzők szerint a meddő százalékos fémtartalma (c) annak a $100 - s$ alapú négyszögnek a magasságával egyenlő, amelyet akkor kapunk, ha az s % súlykihozatalnál emelt ordinátával az alapgörbe alatti terület jobboldali részét négyszögesítjük. Ezek szerint

$$c = \frac{\int_s^{100} f(s)\,ds}{100-s} = \frac{100a - \int_0^s f(s)\,ds}{100-s} .$$

Mivel

$$\int_0^s f(s)\,ds = b \cdot s ,$$

azt is írhatjuk, hogy

$$c = \frac{100\,a - b \cdot s}{100 - s} .$$

Ugyanezt az eredményt kapjuk akkor is, ha a súlykihozatalnak a már előzőleg ismertetett

$$s = \frac{a - c}{b - c} 100$$

egyenletéből a c-t kifejezzük.

Láttuk, hogy a fémkihozatal a

$$k = s \cdot \frac{b}{a}$$

összefüggésből számítható. Mivel

$$s \cdot b = \int_0^s f(s)\,ds ,$$

azért

$$k = \frac{\int_0^s f(s) \cdot ds}{a} .$$

A 4—14. táblázatban kiszámítottuk, hogy mekkora lenne a mágneses résznek (b), azután a gyengén mágneses terméknek (c) a kovasav-, ferrioxid-, titándioxid-, alumíniumoxid-, kalciumoxid- és nátriumoxid-tartalma, valamint a fémkihozatal (a mágneses részben levő vegyület mennyiségének a vörösiszapban levő vegyület mennyiségéhez való viszonya : k), ha a mágneses elválasztásnál a vasban dús rész csak az erősen mágneses részből, azután az erősen és közepesen mágneses részek együttes mennyiségéből, végül pedig az egész vörösiszapból állna.

A szóbanforgó táblázatok *első* oszlopa a termékek megnevezését, a *második* az elkülönített részek százalékos mennyiségét, a *harmadik* a termék százalékos SiO_2-, Fe_2O_3-, Al_2O_3-, CaO- és Na_2O-tartalmát, a *negyedik* a súlykihozatalt (s),

vagyis a második oszlopban levő számok összegét, az *ötödik* a 2. és 3. oszlopban levő számok szorzatát, a *hatodik* az 5. oszlopban levő számok összegét, a *hetedik* pedig a dúsított rész százalékos SiO_2-, Fe_2O_3-, TiO_2-, Al_2O_3-, CaO- és Na_2O-tartalmát (b) tünteti fel. Az utóbbi a dús részbe kerülő termékek megfelelő oxidtartalmának és a súlykihozatalnak, tehát a 6. és 4. oszlopban levő számoknak a hányadosával egyenlő. A táblázatok *nyolcadik* oszlopa az 5. oszlopban látható számoknak alulról való összegét, tehát a meddőbe kerülő oxidok mennyiségét tartalmazza. A *kilencedik* oszlopban a meddő százalékos mennyisége, a *tizedikben* pedig a 8. és 9. oszlopban levő számok hányadosa, azaz a meddő százalékos oxidtartalma (c), végül a *tizenegyedikben* a fémkihozatal (k), tehát a dúsított rész oxidtartalmának a vörösiszap oxidtartalmához való viszonya $\left(k = s\,\frac{b}{a}\right)$ található.

Az eddig elmondottakat a kovasavra vonatkoztatva a 3. táblázatban általánosítva foglaltuk össze.

3. táblázat

1	2	3	4	5	6	7
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow\Sigma\, s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow\Sigma\, s_n \cdot SiO_2}{s}$
Erősen mágneses	s_1	b_1	s_1	$s_1 \cdot b_1$	$s_1 b_1$	$\frac{s_1 b_1}{s}$
Közepesen mágneses	s_2	b_2	$s_1 + s_2$	$s_2 \cdot b_2$	$s_1 b_1 + s_2 b_2$	$\frac{s_1 b_1 + s_2 b_2}{s}$
Gyengén mágneses	s_3	b_3	$s_1 + s_2 + s_3$	$s_3 \cdot b_3$	$s_1 b_1 + s_2 b_2 + s_3 b_3$	$\frac{s_1 b_1 + s_2 b_2 + s_3 b_3}{s} = a$

1	8	9	10	11
	$\uparrow\Sigma\, s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow\Sigma\, s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\,\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	$s_2 b_2 + s_3 b_3$	$100 - s_1$	$\frac{s_2 b_2 + s_3 b_3}{100 - s}$	$s_1\,\frac{b_1}{a}$
Közepesen mágneses	$s_3 b_3$	$100 - s_2$	$\frac{s_3 b_3}{100 - s}$	$\frac{s_1 b_1 + s_2 b_2}{a}$
Gyengén mágneses	O	$100 - s_3$	O	100

4. táblázat

II. bauxit, 1 óra, 300 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,5	7,07	37,5	265	265	7,07	1004	62,5	16,7	13,45
Közepesen mágneses ..	13,8	11,00	51,3	152	417	8,13	852	48,7	17,5	32,86
Gyengén mágneses ...	48,7	17,50	100,0	852	1269	12,69	0	0	0	100,00
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,5	64,8	37,5	2430	2430	64,8	2407	62,5	38,50	50,24
Közepesen mágneses ..	13,8	53,55	51,3	739	3169	61,77	1668	48,7	34,25	65,10
Gyengén mágneses	48,7	34,25	100,0	1668	4837	48,37	0	0	0	100,00
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,5	6,6	37,5	247	247	6,6	542	62,5	8,66	31,30
Közepesen mágneses ..	13,8	8,1	51,3	114	361	7,03	428	48,7	8,80	45,75
Gyengén mágneses ...	48,7	8,8	100,0	428	789	7,89	0	0	0	100,00
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,5	11,4	37,5	426	426	11,4	1066	62,5	17,05	28,55
Közepesen mágneses ..	13,8	13,25	51,3	183	609	11,8	883	48,7	18,13	40,81
Gyengén mágneses ...	48,7	18,15	100,0	883	1492	14,92	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,5	0,7	37,5	26,25	26,25	0,7	57,31	62,5	0,92	31,25
Közepesen mágneses ..	13,8	0,8	51,3	11,08	37,33	0,73	46,23	48,7	0,95	44,44
Gyengén mágneses ...	48,7	0,95	100,0	46,23	83,66	0,84	0	0	0	100,00
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,5	4,28	37,5	160	160	4,28	579	62,5	9,4	22,00
Közepesen mágneses ..	13,8	6,56	51,3	90	250	4,87	489	48,7	10,0	33,9
Gyengén mágneses ...	48,7	10,05	100,0	489	739	7,39	0	0	0	100,00

5. táblázat

II. bauxit, 1 óra, 350 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,1	4,4	27,1	119	119	4,4	996	72,9	13,6	10,6
Közepesen mágneses ..	12,4	10,6	39,5	131	250	6,33	863	60,5	14,3	22,4
Gyengén mágneses ...	60,5	14,3	100,0	865	1115	11,15	0	0	0	100,0
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,1	70,8	27,1	1918	1418	70,8	3020	72,9	41,9	38,8
Közepesen mágneses ..	12,4	57,9	39,5	718	2636	66,7	2302	60,5	38,0	53,4
Gyengén mágneses ...	60,5	38,1	100,0	2302	4938	49,38	0	0	0	100,0
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,1	5,7	27,1	154	154	5,7	464	72,9	6,4	24,9
Közepesen mágneses ..	12,4	5,9	39,5	72	226	5,7	392	60,5	6,5	36,6
Gyengén mágneses ...	60,5	6,5	100,0	392	618	6,2	0	0	0	100,0
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,1	12,2	27,1	331	331	12,2	1683	72,9	20,4	16,4
Közepesen mágneses ..	12,4	18,8	39,5	233	564	14,3	1450	60,5	24,0	28,0
Gyengén mágneses ...	60,5	24,0	100,0	1450	2014	20,1	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,1	0,8	27,1	21,7	21,7	0,8	67,7	72,9	0,9	24,4
Közepesen mágneses ..	12,4	0,82	39,5	10,2	31,9	0,82	57,5	60,5	0,95	35,8
Gyengén mágneses ...	60,5	0,95	100,0	57,45	89,3	0,89	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,1	3,9	27,1	106	106	3,9	838	72,9	11,5	11,2
Közepesen mágneses ..	12,4	3,4	39,5	42	148	3,7	796	60,5	13,2	15,6
Gyengén mágneses ...	60,5	13,3	100,0	796	944	9,4	0	0	0	100,—

6. táblázat

II. bauxit, 1 óra, 400 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,6	6,58	37,6	247	247	6,58	830	62,4	13,2	22,8
Közepesen mágneses ..	9,2	8,12	46,8	75	322	6,85	755	53,2	14,2	29,8
Gyengén mágneses ...	53,2	14,22	100,0	755	1077	10,77	0	0	0	100,0
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,6	60,4	37,6	2260	2260	60,4	2115	62,4	33,7	51,6
Közepesen mágneses ..	9,2	54,8	46,8	505	2765	59,1	1610	53,2	30,2	64,0
Gyengén mágneses ...	53,2	30,4	100,0	1610	4375	43,7	0	0	0	100,0
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,6	7,0	37,6	263	263	7,0	598	62,4	9,6	30,7
Közepesen mágneses ..	9,2	5,8	46,8	53	318	6,7	545	53,2	10,1	36,7
Gyengén mágneses ...	53,2	10,2	100,0	545	861	8,6	0	0	0	100,0
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,6	16,4	37,6	612	612	16,4	1612	62,4	25,9	27,5
Közepesen mágneses ..	9,2	19,8	46,8	182	794	17,1	1430	53,2	26,8	35,4
Gyengén mágneses ...	53,2	26,9	100,0	1430	2224	22,2	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,6	0,76	37,6	28,4	28,4	0,76	58,72	62,4	0,94	33,5
Közepesen mágneses ..	9,2	0,60	46,8	5,52	33,92	0,73	53,2	53,2	1,00	39,2
Gyengén mágneses ...	53,2	1,00	100,0	53,2	87,12	0,87	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	37,6	3,75	37,6	141,—	141,—	3,75	506,8	62,4	8,1	21,7
Közepesen mágneses ..	9,2	4,65	46,8	42,8	183,8	3,93	464	53,2	8,7	28,3
Gyengén mágneses ...	53,2	7,70	100,0	464	647,8	6,48	0	0	0	100,0

7. táblázat

II. bauxit, 1 óra, 450 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	31,0	4,6	31,0	143	143	5,6	974	69,0	14,12	12,8
Közepesen mágneses ..	13,8	10,9	44,8	150	293	6,54	824	55,2	14,95	26,28
Gyengén mágneses ...	55,2	14,9	100,0	824	1117	11,17	0	0	0	100,00
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	31,0	68,2	31,0	2110	2110	68,2	2149	69,0	31,10	49,4
Közepesen mágneses ..	13,8	51,1	44,8	707	2817	63,8	1442	55.2	26,13	66,25
Gyengén mágneses ...	55,2	26,2	100,0	1442	4259	42,59	0	0	0	100,00
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	31,0	6,55	31,0	203	203	6,55	387	69,0	5,62	34,45
Közepesen mágneses ..	13,8	5,59	44,8	77	280	6,24	310	55,2	5,64	47,35
Gyengén mágneses ...	55,2	5,64	100,0	310	590	5,90	0	0	0	100,00
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	31,0	8,1	31,0	250	250	8,1	1803	69,0	26,5	12,2
Közepesen mágneses ..	13,8	19,2	44,8	264	514	11,5	1539	55,2	27,9	25,0
Gyengén mágneses ...	55,2	27,0	100,0	1539	2053	20,5	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	31,0	1,1	31,0	32,6	32,6	1,1	66,1	69,0	0,96	33,0
Közepesen mágneses ..	13,8	0,8	44,8	10,9	43,5	0,9	55,2	55,2	1,00	44,0
Gyengén mágneses ...	55,2	1,0	100,0	55,2	98,7	0,99	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	31,0	3,9	31,0	121	121	3,9	707	69,0	10,2	14,6
Közepesen mágneses ..	13,8	7,3	44,8	100	221	4,9	607	55,2	11,0	26,7
Gyengén mágneses ...	55,2	11,0	100,0	607	828	8,3	0	0	0	100,0

8. táblázat

II. bauxit, 2 óra, 500 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	20,1	6,12	20,1	125	125	6,1	1207	79,9	15,1	15,3
Közepesen mágneses ..	14,1	9,8	34,2	139	264	7,8	1068	65,8	16,3	19,9
Gyengén mágneses ...	65,8	16,2	100,0	1068	1332	13,3	0	0	0	100,0
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	20,1	63,5	20,1	1300	1300	63,5	3250	79,9	50,7	28,5
Közepesen mágneses ..	14,1	55,6	34,2	700	2000	58,4	2550	65,8	37,1	43,6
Gyengén mágneses ...	65,8	38,8	100,0	2550	4550	45,5	0	0	0	100,0
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot T.O_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	20,1	5,6	20,1	115	115	5,1	546	79,9	6,85	17,4
Közepesen mágneses ..	14,1	6,5	34,2	92	207	6,1	454	65,8	6,9	31,2
Gyengén mágneses	65,8	6,9	100,0	454	661	6,61	0	0	0	100,0
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	20,1	11,2	20,1	231	231	11,2	1299	79,9	16,2	15,1
Közepesen mágneses ..	14,1	12,7	34,2	179	410	12,1	1120	65,8	17,0	27,4
Gyengén mágneses ...	65,8	17,0	100,0	1120	1530	15,3	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	20,1	0,8	20,1	16,2	16,2	0,8	74	79,9	0,93	18,2
Közepesen mágneses. .	14,1	0,8	34,2	11,3	27,5	0,8	62,7	65,8	0,95	34,2
Gyengén mágneses ...	65,8	0,9	100,0	62,7	90,2	0,9	0	0	0	100,0

9. táblázat

II. bauxit, 2 óra, 350 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	29,5	7,4	29,5	218	218	7,4	1036	70,5	14,7	17,3
Közepesen mágneses ..	21,4	9,6	50,9	206	424	8,3	830	49,1	16,9	33,7
Gyengén mágneses ...	49,1	16,9	100,0	830	1254	12,54	0	0	0	100,0
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	29,5	67,2	29,5	1970	1970	67,2	3170	70,5	44,9	38,3
Közepesen mágneses ..	21,4	55,9	50,9	1195	3165	62,4	1975	49,1	40,2	61,7
Gyengén mágneses ...	49,1	40,2	100,0	1975	5140	51,4	0	0	0	100,0
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	29,5	4,6	29,5	136	136	4,62	369	70,5	44,9	38,9
Közepesen mágneses ..	21,4	5,1	50,9	109	245	4,83	260	49,1	5,3	48,7
Gyengén mágneses ...	49,1	5,3	100,0	260	505	5,1	0	0	0	100,0
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	29,5	11,4	29,5	336	336	11,4	1303	70,5	18,5	20,6
Közepesen mágneses ..	21,4	17,0	50,9	363	689	13,7	940	49,1	19,1	42,6
Gyengén mágneses ...	49,1	19,1	100,0	940	1639	16,4	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	29,5	0,85	29,5	25,1	25,1	0,85	67,3	70,5	0,95	27,1
Közepesen mágneses ..	21,4	0,9	50,9	19,3	44,4	0,87	48,0	49,1	0,98	48,2
Gyengén mágneses ...	49,1	0,98	100,0	48,0	92,0	0,92	0	0	0	100,0

10. táblázat

II. bauxit, 2 óra, 400 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	46,44	8,26	46,44	384	384	8,26	933	53,56	17,35	29,12
Közepesen mágneses ..	14,69	14,20	61,13	208	592	9,68	725	38,87	18,86	44,93
Gyengén mágneses ...	38,87	18,66	100,00	725	1317	13,17	0	0	0	100,00
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	46,44	59,50	46,44	2763	2763	59,50	1767	53,56	32,87	60,95
Közepesen mágneses ..	14,69	41,22	61,13	605	3368	55,09	1162	38,87	30,12	73,94
Gyengén mágneses ...	38,87	29,92	100,00	1162	4530	45,30	0	0	0	100,00
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	46,44	6,93	46,44	322	322	6,93	407	53,56	7,60	43,2
Közepesen mágneses ..	14,69	7,46	61,13	101	423	6,90	306	38,27	7,86	58,0
Gyengén mágneses ...	38,87	7,87	100,00	306	729	7,29	0	0	0	100,0
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma_n s \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	46,44	13,18	46,44	612	612	13,18	965	53,56	17,9	38,90
Közepesen mágneses ..	14,69	16,24	61,13	238	850	13,87	727	38,87	18,8	53,70
Gyengén mágneses ...	38,87	18,72	100,00	727	1577	15,77	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	46,44	0,95	46,44	44,0	44,0	0,95	64,0	53,56	1,19	40,8
Közepesen mágneses ..	14,69	1,05	61,13	15,0	59,0	0,97	49,0	38,87	1,26	54,5
Gyengén mágneses ...	38,87	1,26	100,00	49,0	108,0	1,08	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	46,44	8,65	46,44	402	402	8,65	661	53,56	12,35	37,8
Közepesen mágneses ..	14,69	11,40	61,13	167	569	9,28	494	38,87	12,72	53,5
Gyengén mágneses ...	38,87	12,72	100,00	494	1063	10,63	0	0	0	100,0

11. táblázat

II. bauxit, 2 óra, 450 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Erősen mágneses	33,9	3,35	33,9	113	113	3,35	775	66,1	11,72	12,75
Közepesen mágneses ..	14,1	8,02	48,0	113	226	4,72	662	52,0	12,73	25,45
Gyengén mágneses ...	52,0	12,73	100,0	662	888	8,88	0	0	0	100,00
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Erősen mágneses	33,9	75,11	33,9	2564	2564	75,11	3227	61,1	48,8	44,1
Közepesen mágneses ..	14,1	62,20	48,0	877	3423	71,4	2350	52,0	45,8	59,5
Gyengén mágneses ...	52,0	45,21	100,0	2350	5773	57,73	0	0	0	100,0
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Erősen mágneses	33,9	4,90	33,9	162	162	4,90	566	66,1	8,56	22,30
Közepesen mágneses ..	14,1	6,40	48,0	91	253	5,26	475	52,0	9,12	34,80
Gyengén mágneses ...	52,0	9,12	100,0	475	728	7,28	0	0	0	100,00
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Erősen mágneses	33,9	10,32	33,9	350	350	10,32	956	66,1	14,45	26,9
Közepesen mágneses ..	14,1	12,15	48,0	171	521	10,85	785	52,0	15,00	40,0
Gyengén mágneses ...	52,0	15,01	100,0	785	1306	13,06	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Erősen mágneses	33,9	0,75	33,9	25,4	25,4	0,75	86,2	66,1	1,30	22,7
Közepesen mágneses ..	14,1	1,15	48,0	16,2	41,6	0,87	70,0	52,0	1,35	37,2
Gyengén mágneses ...	52,0	1,35	100,0	70,0	111,6	1,12	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Erősen mágneses	33,9	9,56	33,9	324	324	9,56	1384	66,1	19,7	19,9
Közepesen mágneses ..	14,1	14,2	48,0	200	524	10,90	1108	52,0	21,3	32,2
Gyengén mágneses ...	52,0	21,3	100,0	1108	1632	16,32	0	0	0	100,0

12. táblázat

II. bauxit, 3 óra, 300 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{S}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,08	7,67	27,08	208	208	7,67	1189	72,82	16,32	11,32
Közepesen mágneses ..	19,46	12,06	46,54	235	443	9,52	946	53,46	17,69	23,35
Gyengén mágneses ...	53,46	17,70	100,00	946	1389	13,89	0	0	0	100,00
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{S}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,08	68,23	27,08	1850	1150	68,23	3252	72,82	44,66	53,40
Közepesen mágneses ..	19,46	60,33	46,54	1172	3022	64,80	2080	53,46	38,92	59,02
Gyengén mágneses ...	53,46	38,92	100,00	2080	5102	51,02	0	0	0	100,00
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{S}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,08	3,92	27,08	106	106	3,92	520	72,82	7,15	17,56
Közepesen mágneses ..	19,46	6,03	46,54	117	223	4,81	403	53,46	7,55	35,78
Gyengén mágneses ...	53,46	7,52	100,00	403	626	6,26	0	0	0	100,00
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{S}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,08	6,96	27,08	189	189	6,96	868	72,82	11,90	17,96
Közepesen mágneses ..	19,46	7,14	46,54	137	326	7,01	731	53,46	13,66	31,02
Gyengén mágneses ...	53,46	13,66	100,00	731	1057	10,57	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{S}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,08	0,62	27,08	18	17	0,62	65	72,82	0,89	18,21
Közepesen mágneses ..	19,46	0,86	46,54	17	34	0,73	48	53,46	0,90	41,46
Gyengén mágneses ...	53,46	0,90	100,00	48	82	0,82	0	0	0	100,00
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{S}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	27,08	4,03	27,08	112	112	4,03	1094	72,82	15,03	9,08
Közepesen mágneses ..	19,46	8,92	46,54	174	286	6,13	920	53,46	17,18	23,60
Gyengén mágneses ...	53,46	17,18	100,00	920	1106	11,06	0	0	0	100,00

13. táblázat

II. bauxit, 3 óra, 370 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	22,4	1,5	22,4	33	33	1,5	924	77,6	11,9	3,4
Közepesen mágneses ..	17,8	3,2	40,2	57	90	2,24	867	59,8	14,5	9,4
Gyengén mágneses ...	59,8	14,5	100,0	867	957	9,6	0	0	0	100,0
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	22,4	75,2	22,4	1683	1683	75,2	3516	77,6	44,2	32,3
Közepesen mágneses ..	17,8	72,1	40,2	1283	2966	73,8	2233	59,8	37,3	56,8
Gyengén mágneses ...	59,8	37,4	100,0	2233	5199	51,9	0	0	0	100,0
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	22,4	6,3	22,4	140	140	6,3	646	77,6	8,3	17,8
Közepesen mágneses ..	17,8	5,7	40,2	101	241	6,0	545	59,8	9,2	30,7
Gyengén mágneses ...	59,8	9,1	100,0	545	786	7,9	0	0	0	100,0
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	22,4	13	22,4	290	290	13,0	1508	77,6	19,4	16,1
Közepesen mágneses ..	17,8	14,5	40,2	258	548	13,6	1250	59,8	20,9	30,5
Gyengén mágneses ...	59,8	20,9	100,0	1250	1798	17,9	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	22,4	1,0	22,4	22,4	22,4	1,0	99,1	77,6	1,3	18,5
Közepesen mágneses ..	17,8	1,1	40,2	18,9	41,3	1,0	80,1	59,8	1,3	34,1
Gyengén mágneses ...	59,8	1,3	100,0	80,2	121,5	1,2	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	22,4	6,4	22,4	143	143	6,4	578	77,6	7,5	19,8
Közepesen mágneses ..	17,8	6,6	40,2	116	259	6,5	462	59,8	7,7	35,9
Gyengén mágneses ...	59,8	7,7	100,0	462	721	7,2	0	0	0	100,0

14. táblázat

II. bauxit, 3 óra, 400 C°-on

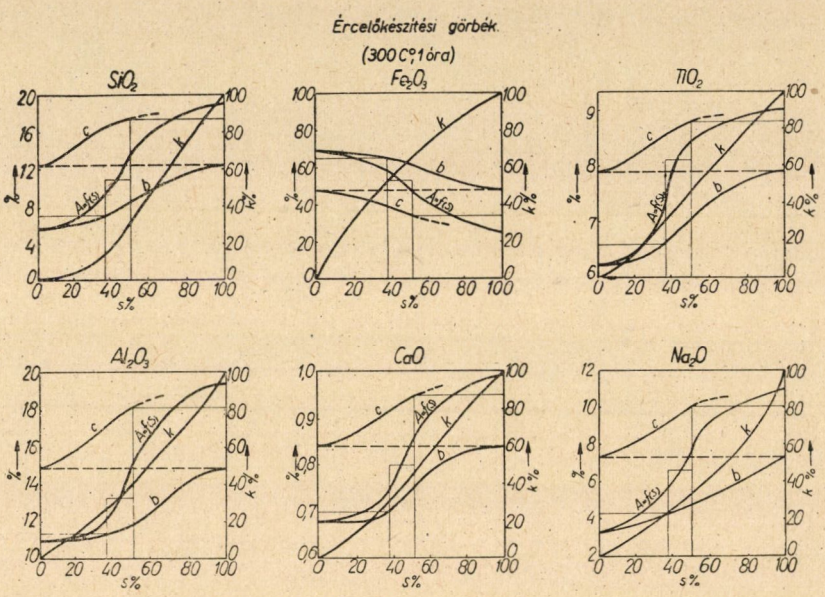
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	45,7	7,7	45,7	352	352	7,7	698	54,3	17,8	26,7
Közepesen mágneses ..	9,7	15,1	55,4	146	498	9,1	822	44,6	18,5	37,7
Gyengén mágneses ...	44,6	18,5	100,0	822	1320	13,2	0	0	0	100,0
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	45,7	57,4	45,7	2621	2621	57,3	1555	54,3	28,7	62,5
Közepesen mágneses ..	9,7	35,5	55,4	329	2950	53,2	1226	44,6	27,5	70,9
Gyengén mágneses ...	44,6	27,5	100,0	1226	4176	41,7	0	0	0	100,0
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	45,7	5,3	45,7	243	243	5,3	448	54,3	8,2	35,2
Közepesen mágneses ..	9,7	8,1	55,4	78	321	5,8	370	44,6	8,3	46,5
Gyengén mágneses ...	44,6	8,3	100,0	370	691	6,9	0	0	0	100,0
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	45,7	16,7	45,7	763	763	16,7	1254	54,3	23,1	37,8
Közepesen mágneses ..	9,7	20,6	55,4	199	962	17,4	1055	44,6	23,7	47,7
Gyengén mágneses ...	44,6	23,7	100,0	1055	2017	20,2	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	45,7	0,76	45,7	34,7	34,7	0,7	51,8	54,3	0,95	39,9
Közepesen mágneses ..	9,7	0,84	55,4	8,2	42,8	0,7	43,7	44,6	0,98	49,2
Gyengén mágneses ...	44,6	0,98	100,0	43,7	86,5	0,9	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	45,7	10,1	45,7	461	461	10,1	893	54,3	16,1	34,1
Közepesen mágneses ..	9,7	15,7	55,4	154	625	11,3	739	44,6	16,6	46,2
Gyengén mágneses ...	44,6	16,6	100,0	739	1354	13,5	0	0	0	100,0

5. táblázat

II. bauxit, 3 óra, 450 C°-on

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO_2, %	s	$s_n \cdot SiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot SiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	42,55	5,86	42,55	249	249	5,86	808	57,45	14,06	22,62
Közepesen mágneses ..	28,44	12,56	70,99	358	607	8,57	450	29,01	15,43	57,71
Gyengén mágneses ...	29,01	15,43	100,00	450	1057	10,57	0	0	0	100,00
	s_n	Fe_2O_3, %	s	$s_n \cdot Fe_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Fe_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	42,55	58,30	42,55	2482	2482	58,30	438	57,45	37,21	53,85
Közepesen mágneses ..	28,44	42,56	70,99	1213	3695	55,70	925	29,01	31,72	85,57
Gyengén mágneses ...	29,01	31,72	100,00	925	4620	46,20	0	0	0	100,00
	s_n	TiO_2, %	s	$s_n \cdot TiO_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot TiO_2}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	42,55	6,33	42,55	269	269	6,33	479	57,45	8,31	36,13
Közepesen mágneses ..	28,44	7,86	70,99	221	490	6,94	258	29,01	8,9	65,88
Gyengén mágneses ...	29,01	8,90	100,00	258	748	7,48	0	0	0	100,00
	s_n	Al_2O_3, %	s	$s_n \cdot Al_2O_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Al_2O_3}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	42,55	17,85	42,55	758	758	17,58	1274	57,45	22,10	36,81
Közepesen mágneses ..	28,44	20,61	70,99	567	1325	18,70	707	29,01	24,30	63,98
Gyengén mágneses ...	29,01	24,30	100,00	707	2032	20,32	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot CaO$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot CaO}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot CaO}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	42,55	0,6	42,55	25,5	25,5	0,6	58,0	57,45	1,01	30,6
Közepesen mágneses ..	28,44	1,0	70,99	28,4	55,9	0,8	29,6	29,01	1,00	34,2
Gyengén mágneses ...	29,01	1,2	100,0	29,6	83,5	0,83	0	0	0	100,0
	s_n	Na_2O, %	s	$s_n \cdot Na_2O$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot Na_2O}{100 - s}$	$k = s\frac{b}{a}$
Erősen mágneses	42,55	2,04	42,55	87	87	2,04	381	57,45	6,63	18,52
Közepesen mágneses ..	28,44	6,41	70,99	185	273	3,85	196	29,01	6,77	57,93
Gyengén mágneses ...	29,01	6,77	100,0	196	469	4,69	0	0	0	100,00

A 4—15. táblázatban levő adatok alapján készült a 6—26. ábracsoport. Ezek közül a 6—17. az egy-egy kísérletnek megfelelő ércelőkészítési görbéket tartalmazza, a 18., 19., és 20 a *b*-görbéket tünteti fel, amelyekből a mágneses szeparálásnál különböző súlykihozatalokkal kapható mágneses részeknek az összetétele állapítható meg. A 21—23. ábrán látható *c*-görbékből a különböző súlykihozatalokkal végzett mágneses szeparálásnál a nem mágneses termékbe



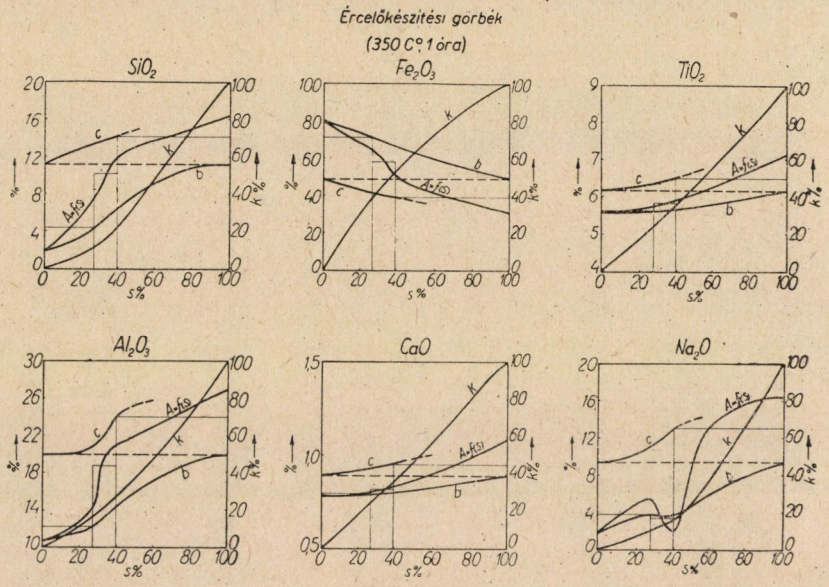
6. ábra. 1 órán át 300 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi

került anyag összetételét állapíthatjuk meg, a 24—26. ábrákon látható *k*-görbékből pedig azt olvashatjuk ki, hogy a vörösiszapban levő kovasavnak, ferrioxidnak, titándioxidnak, alumíniumoxidnak és nátriumoxidnak hány százaléka kerül a mágneses szeparálásnál kapott erősen mágneses termékbe. A 27. *ábra* a feltárhatóságnak a pörkölés hőmérsékletével és időtartamával való változását mutatja.

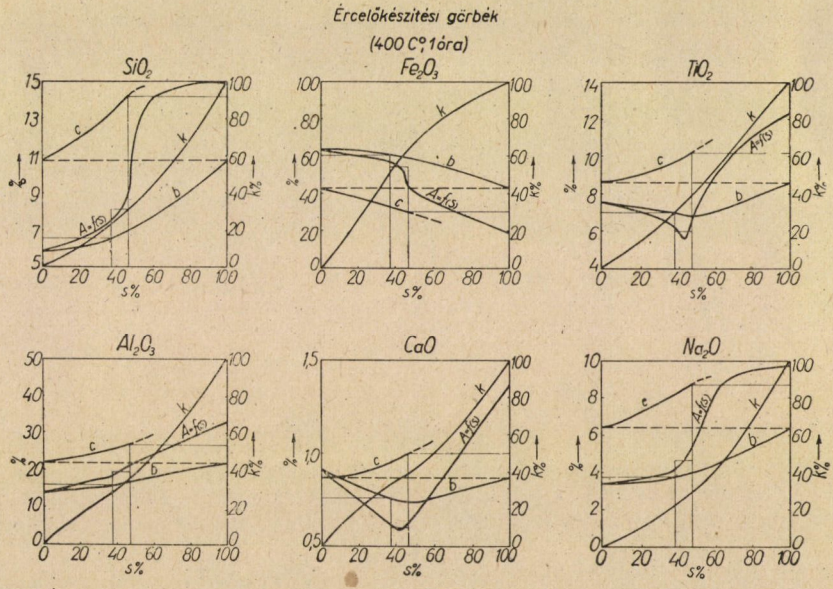
Amint majd később látni fogjuk, az ércelőkészítés hatásfoka 40—50%-os súlykihozatallal való dúsításnál a legnagyobb, ezért a 16. és 17. táblázat a 40 és 50%-os súlykihozatallal kapott részek összetételét mutatja.

A szóbanforgó ábrákból és táblázatokból a következőket állapíthatjuk meg :

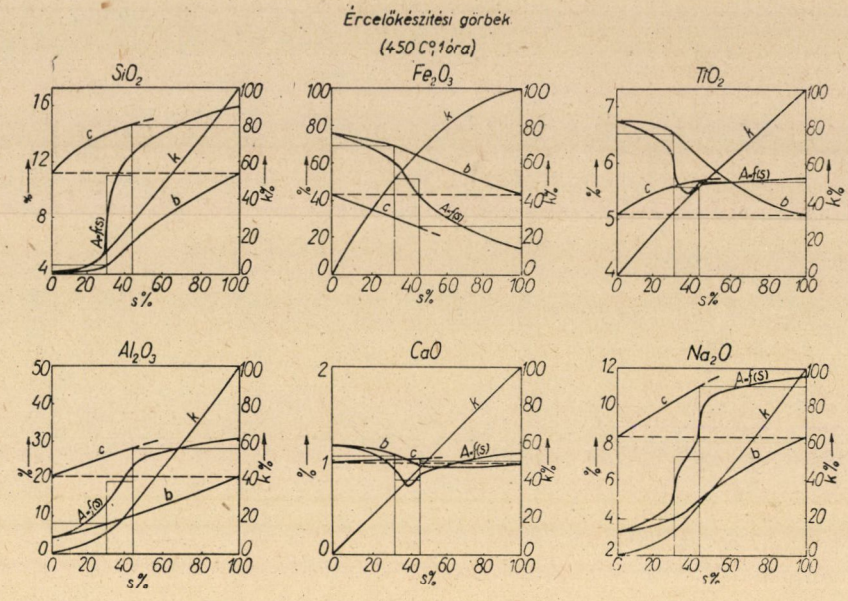
1. A mágneses elkülönítéssel kapott termékek *vastartalmát* tekintve a legjobb eredmény a 18—20. ábra tanúsága szerint a 370 C°-on három órán



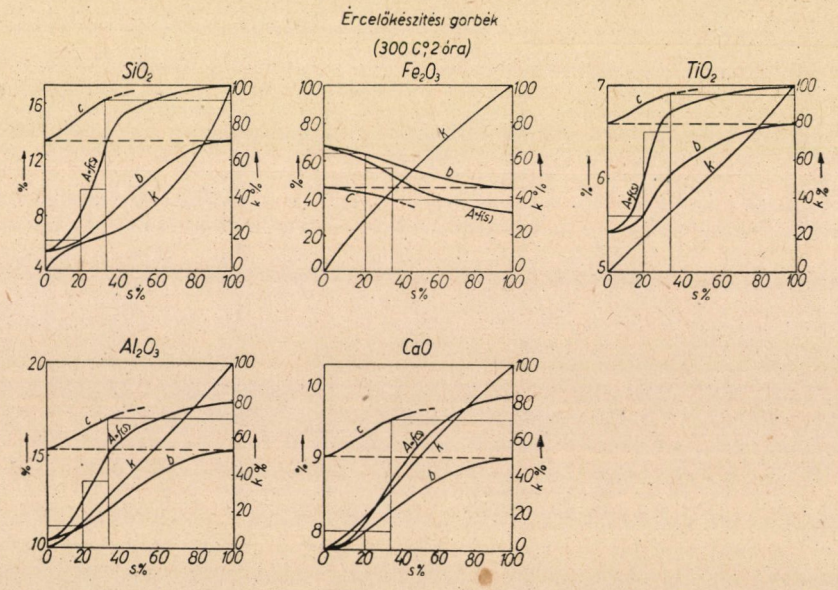
7. ábra. 1 órán át 350 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



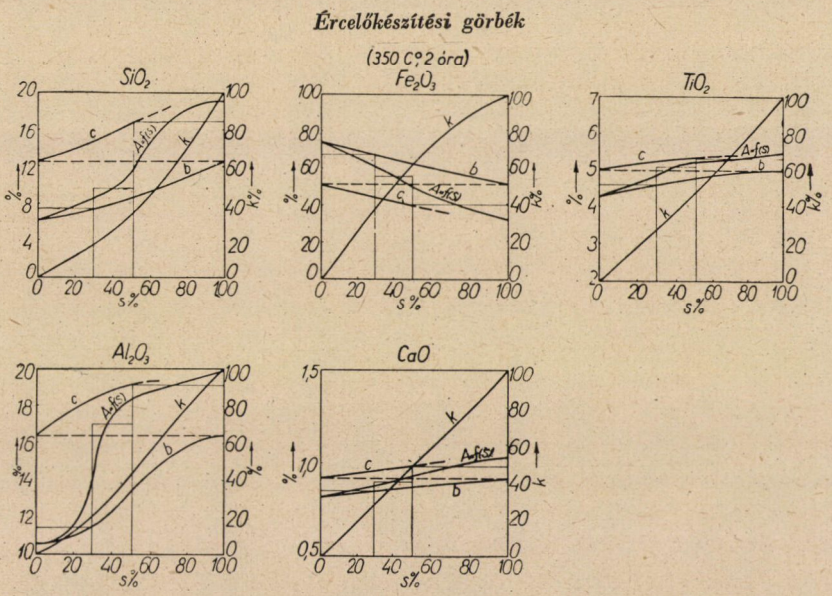
8. ábra. 1 órán át 400 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



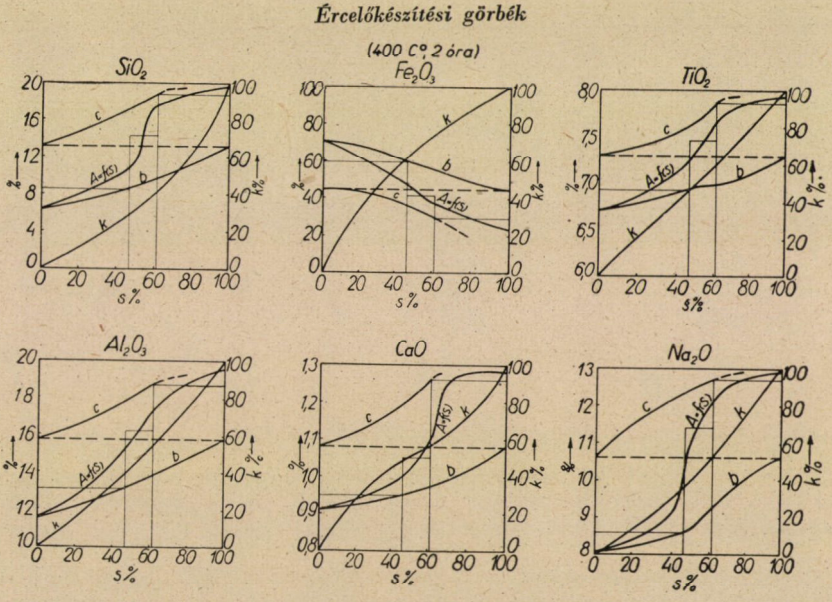
9. ábra. 1 órán át 450 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



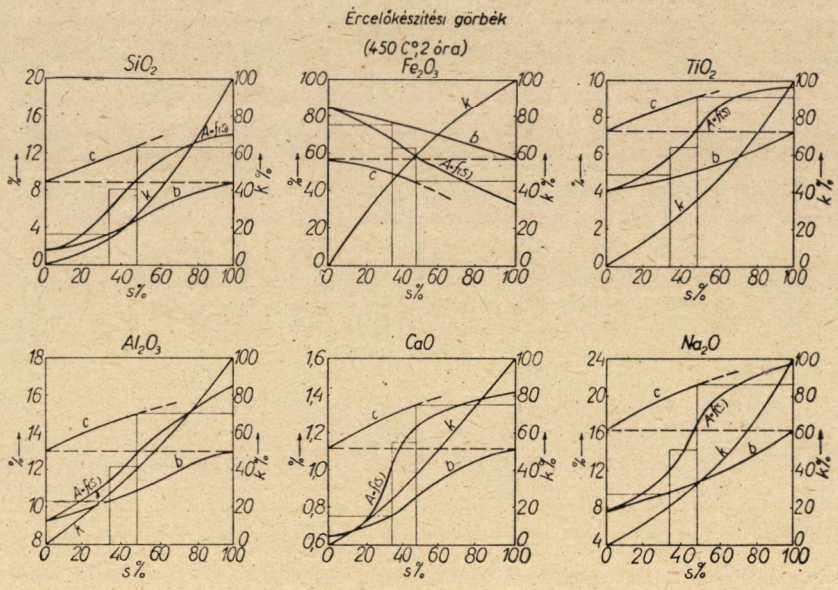
10. ábra. 2 órán át 300 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörös-iszap előkészítési görbéi



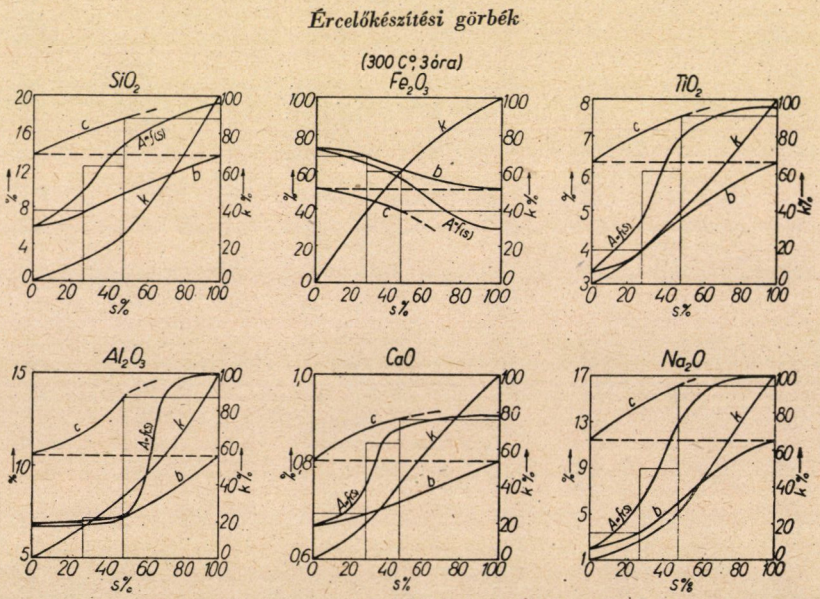
11. ábra. 2 órán át 350 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



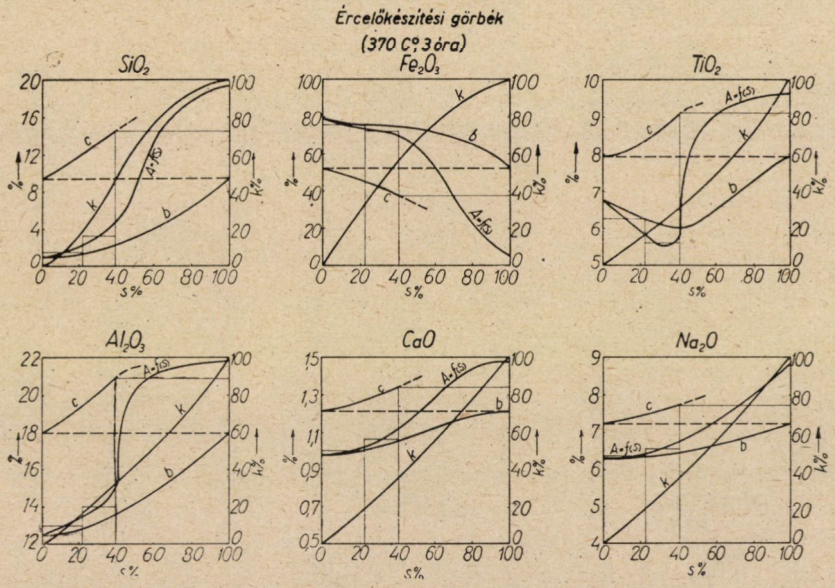
12. ábra. 2 órán át 400 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



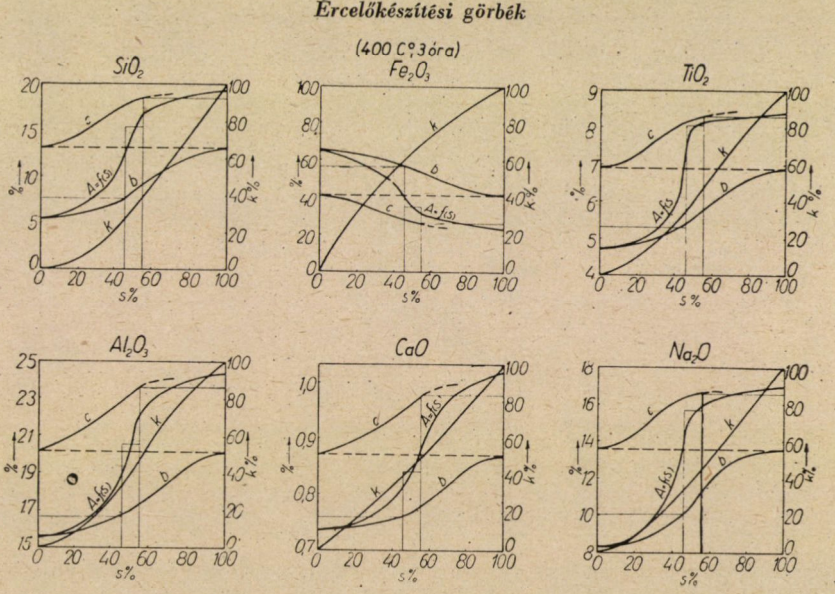
13. ábra. 2 órán át 450 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



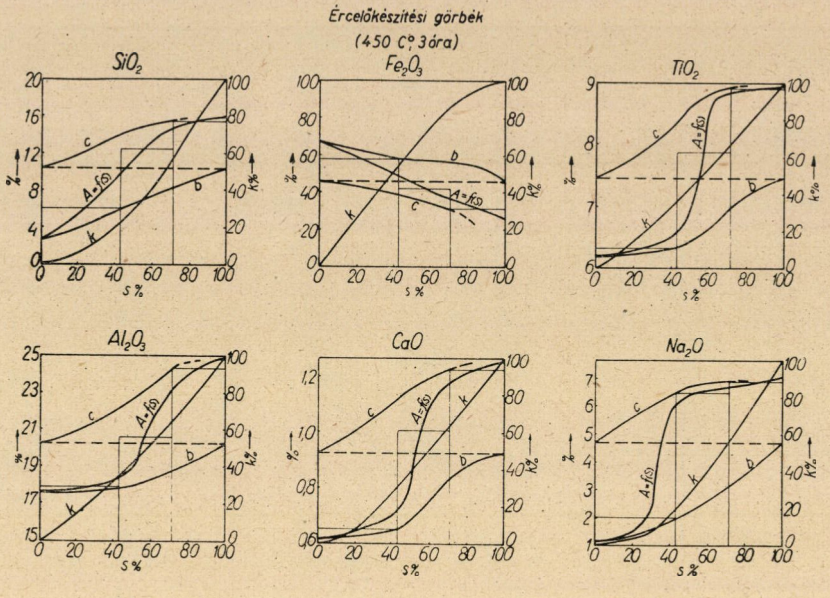
14. ábra. 3 órán át 300 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



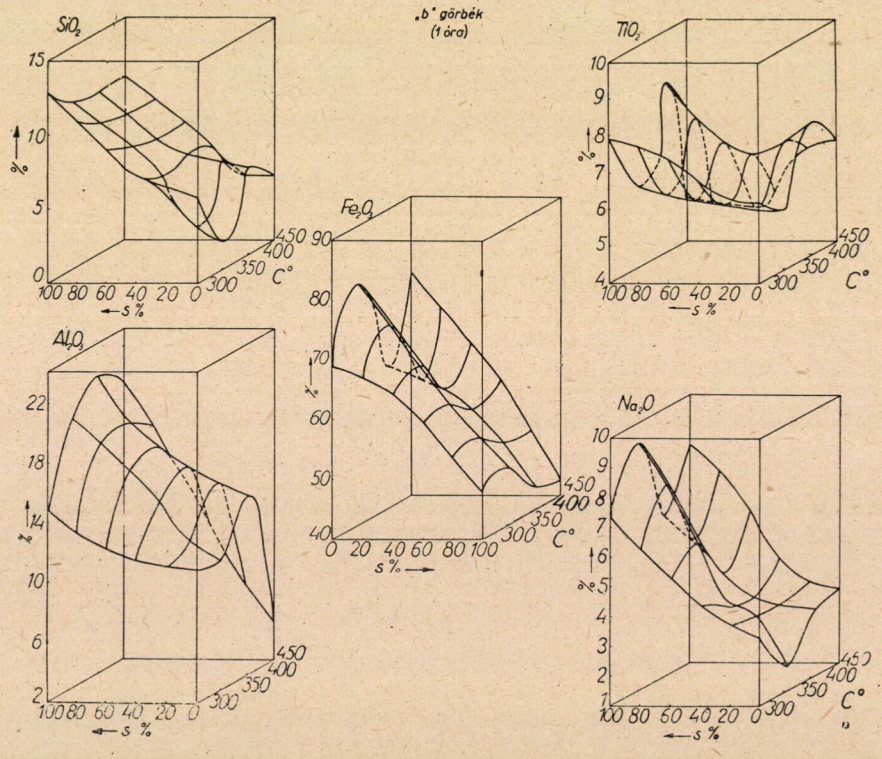
15. ábra. 3 órán át 370 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



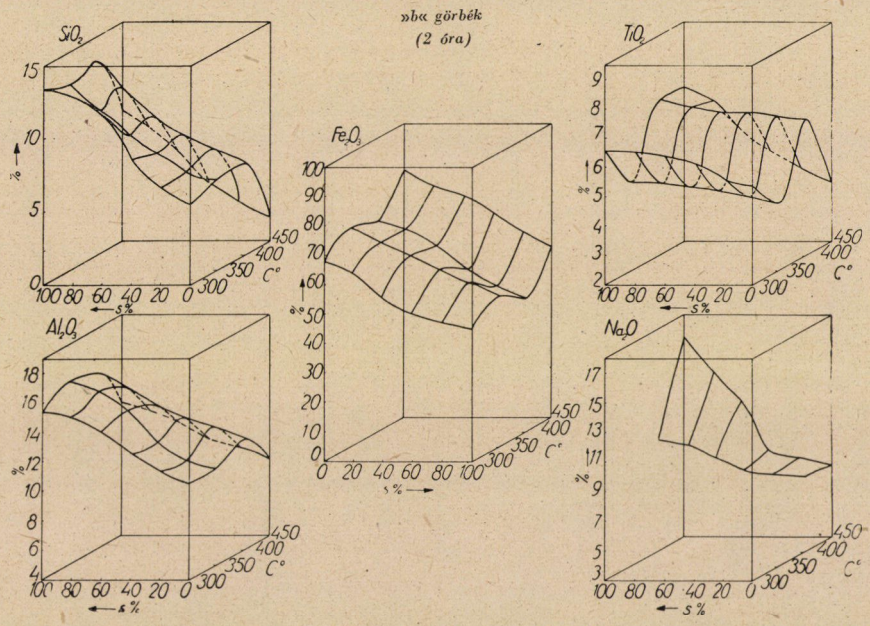
16. ábra. 3 órán át 400 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



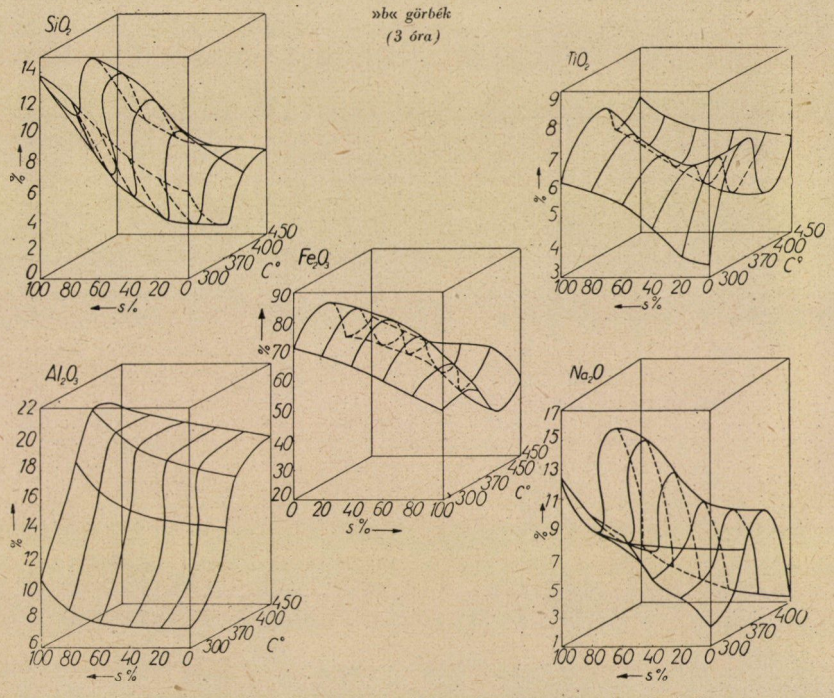
17. ábra. 3 órán át 450 C°-on redukált bauxitból keletkezett vörösiszap előkészítési görbéi



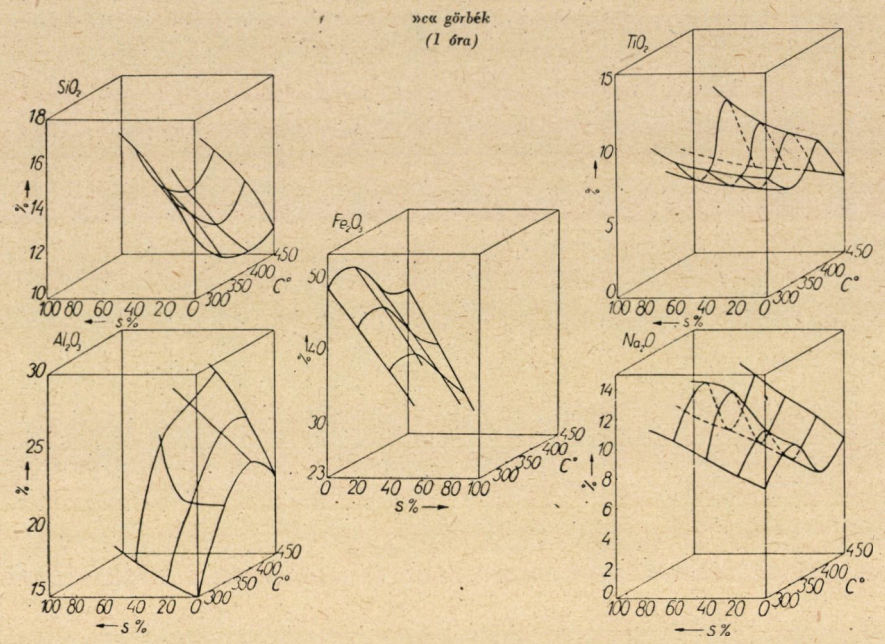
18. ábra. b-nek a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 1 óráig tartó pörköléskor



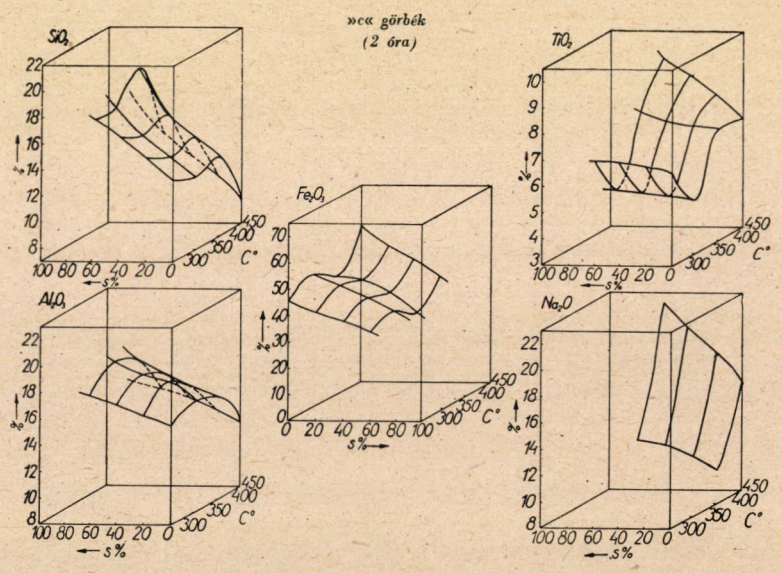
19. ábra. b-nek a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 2 óráig tartó pörköléskor



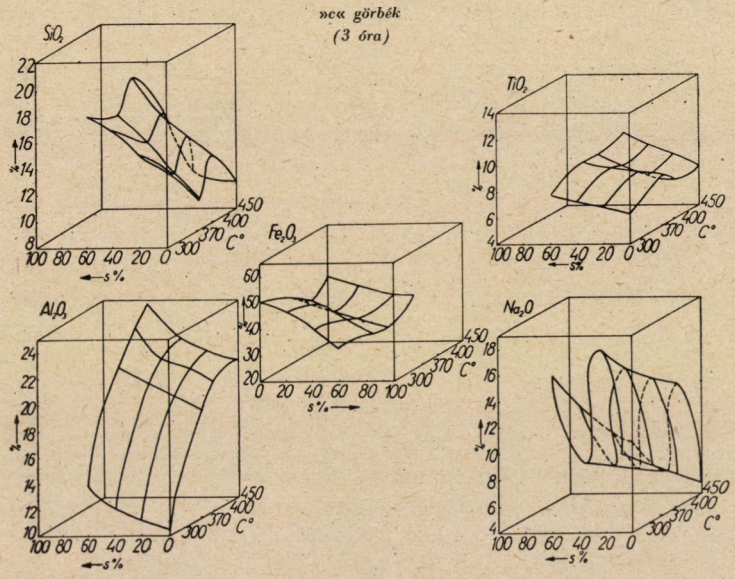
20. ábra. b-nek a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 3 óráig tartó pörköléskor



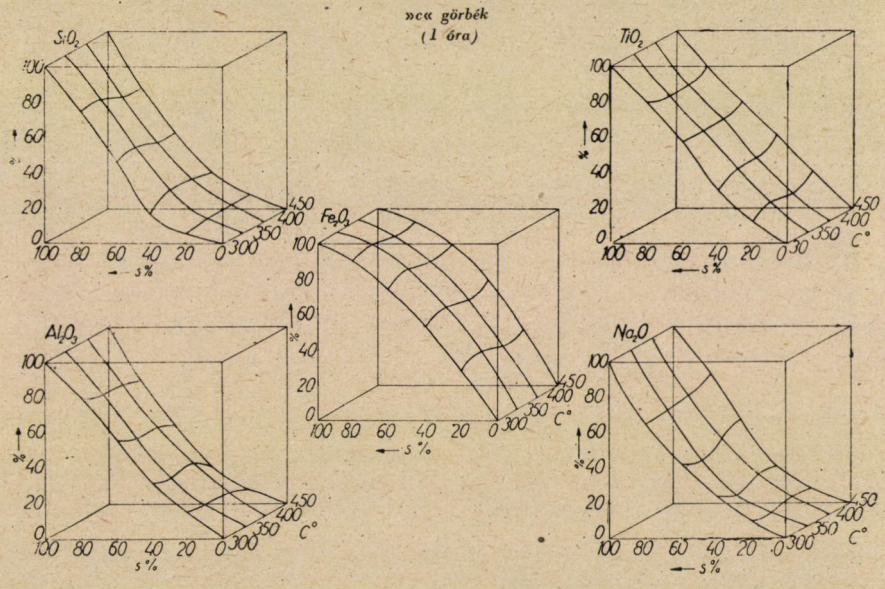
21. ábra. *c*-nek a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 1 óráig tartó pörköléskor



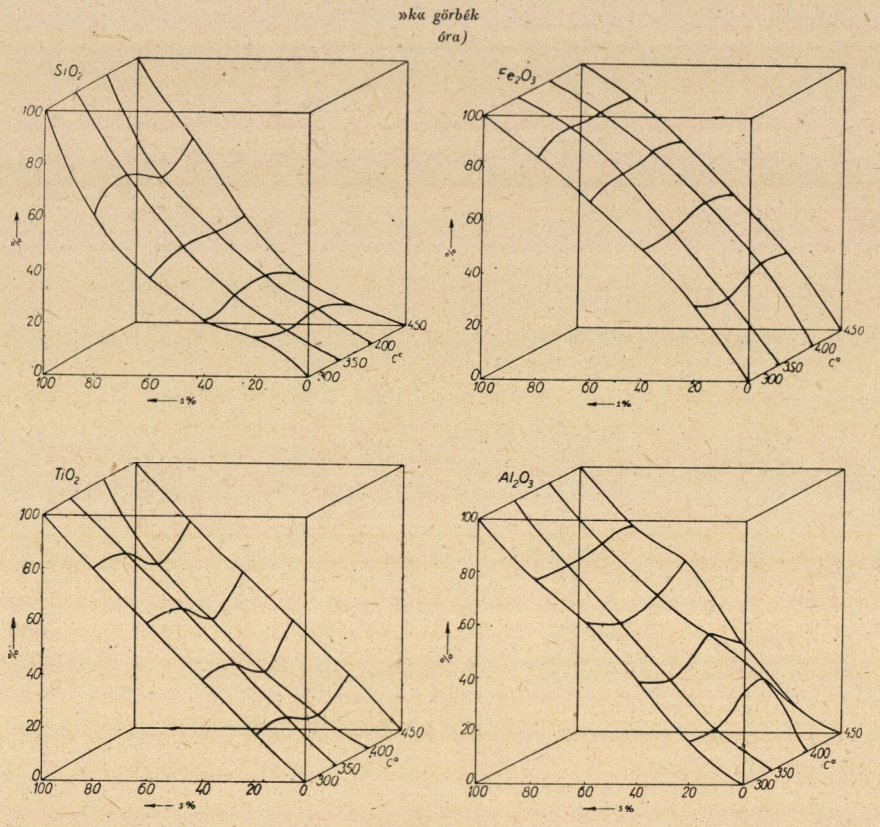
22. ábra. *c*-nek a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 2 óráig tartó pörköléskor



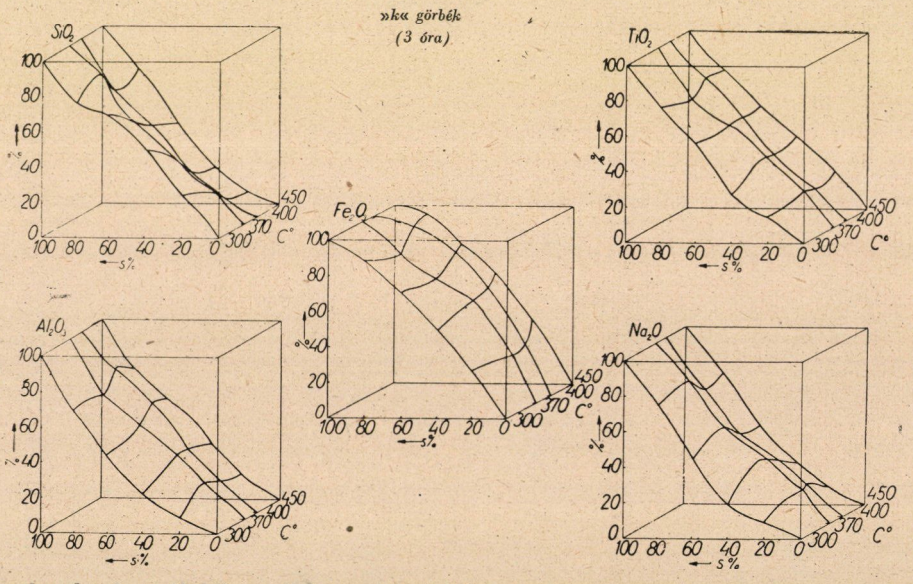
23. ábra. c-nek a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 3 óráig tartó pörköléskor



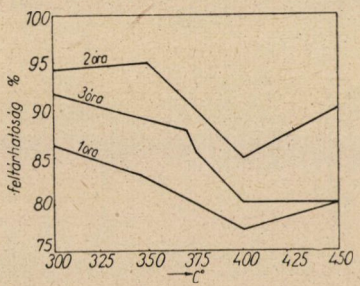
24. ábra. k-nak a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 1 óráig tartó pörköléskor



25. ábra. k-nak a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 2 óráig tartó pörköléskor



26. ábra. k-nak a súlykihozatallal és a hőmérséklettel való változása 3 óráig tartó pörköléskor



27. ábra. A feltárhatóságnak a pörkölés hőmérsékletével és időtartamával való változása

át végzett redukáláskor adódott. Ebben az esetben a 40% súlykihozatallal kapott erősen mágneses termék számított összetétele a következő :

SiO_2	= 2,0%	Al_2O_3	= 14,0%
Fe_2O_3	= 74,0%	CaO	= 1,0%
TiO_2	= 6,0%	Na_2O	= 6,5%

A 24—26. ábra tanúsága szerint 370 C°-on 3 órán át végzett redukáló kezelés után a vörösiszap kovasavtartalmának 10%-a, ferrioxidtartalmának 60%-a, titándioxidtartalmának 30%-a, alumíniumoxidtartalmának 30%-a, kalciumoxidtartalmának 30%-a és nátriumoxidtartalmának kb. 35%-a kerül a 40%-os súlykihozatallal kapott erősen mágneses termékbe.

2. Az erősen mágneses termék *vastartalmát* tekintve és a 40%-os súlykihozatalt alapul véve, a kísérletek eredményességének a sorrendje a 16. táblázat alapján:

16. táblázat

A redukálás		SiO_2%		Fe_2O_3%		Al_2O_3%		TiO_2%		Na_2O%	
hőmérséklete C°	időtartama óra	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses
300	1	7,2	16,8	65,2	34,0	11,2	17,1	6,6	8,6		
350	1	6,1	14,2	66,0	38,0	14,2	23,8	5,6	6,5		
400	1	6,5	13,7	60,0	30,0	16,2	26,0	6,8	9,6	3,8	8,2
450	1	5,2	14,3	64,3	27,8	8,1	27,0	6,3	5,7	4,5	10,7
300	2	8,2	16,2	57,0	35,0	12,5	17,0	6,2	6,8		
350	2	7,3	15,6	65,0	41,0	12,8	18,8	4,6	5,3		
400	2	5,0	16,8	64,0	38,0	13,0	17,4	6,6	7,7	8,5	12,3
450	2	4,0	12,1	74,0	47,0	10,5	14,7	5,1	8,8	10,0	20,4
300	3	8,4	16,2	65,0	42,0	6,8	12,8	4,4	7,3	4,3	15,0
370	3	2,0	13,8	76,7	35,8	14,8	20,0	6,0	9,3	6,3	7,4
400	3	4,0	8,6	67,5	50,0	57,8	10,6	6,2	5,9	7,2	4,8
450	3	4,8	14,0	58,0	39,0	17,6	22,0	6,3	8,3	1,8	6,5

17. táblázat

A redukálás		SiO_2%		Fe_2O_3%		Al_2O_3%		TiO_2%		Na_2O%	
hőmérséklete C°	időtartama óra	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses	erősen mágneses	gyengén mágneses
300	1	8,2	17,5	62,2	35,3	11,6	18,0	7,1	8,7		
350	1	7,5	15,0	62,0	36,0	15,8	25,8	5,7	6,7		
400	1	7,1	14,7	57,0	29,0	18,2	27,2	7,0	10,4	4,0	9,0
450	1	6,8	14,7	59,0	20,0	10,1	28,0	5,8	5,6	5,3	11,4
300	2	7,0	16,8	53,0	33,0	13,2	17,5	6,3	6,9		
350	2	8,4	16,3	62,0	39,0	13,0	19,0	4,7	5,3		
400	2	8,8	17,8	58,0	37,0	13,3	18,1	6,7	7,8	8,8	12,4
450	2	5,0	12,8	72,0	44,0	11,0	15,2	5,4	9,2	10,5	21,2
300	3	9,2	17,6	62,0	38,0	7,1	13,6	4,8	7,5	5,2	17,0
370	3	2,8	16,3	75,2	30,2	14,2	21,4	6,2	9,4	6,4	8,0
400	3	4,3	9,2	63,0	43,0	8,2	10,5	6,2	5,8	6,5	4,8
450	3	6,4	14,4	57,0	46,0	18,0	22,5	6,4	8,6	2,2	6,6

1. 370 C° 3 óra,
2. 450 C° 2 óra,
3. 350 C° 1 óra,
4. 300 C° 3 óra,
5. 450 C° 1 óra,
6. 350 C° 2 óra,
7. 300 C° 1 óra,
8. 400 C° 2 óra,
9. 400 C° 1 óra,
10. 300 C° 2 óra,
11. 400 C° 3 óra,
12. 450 C° 3 óra.

3. A 24—26. ábrák tanúsága szerint a legjobb *vaskihozatalt* abban az esetben kapjuk, ha a feltárás előtt alkalmazott redukáló kezelést 370 C°-on 3 órán át végezzük.

4. A *vaskihozatalt* tekintve 40% súlykihozatallal végzett mágneses elkülönítésnél a kísérletek jóságának sorrendje a 24—26. ábra szerint a következő:

1. 370 C° 3 óra,
2. 450 C° 1 óra,
3. 300 C° 1 óra,
4. 400 C° 1 óra,
5. 350 C° 1 óra,
6. 400 C° 2 óra,
7. 400 C° 3 óra,
8. 450 C° 2 óra,
9. 450 C° 3 óra,
10. 300 C° 3 óra,
11. 350 C° 2 óra,
12. 300 C° 2 óra.

5. Az *alumíniumoxid-kihozatalt* tekintve, mivel a legjobb eredménynek azt tekinthetjük, amelyiknél az erősen mágneses termékbe a legkevesebb alumíniumoxid jut, a legjobb eredménynek a 40% súlykihozatallal végzett

dúsítás esetén 450 C°-on egy órán végzett redukáló kezelés után kapott terméket tekinthetjük. Ebben az esetben a timföldnek kb. 18%-a került abba az erősen mágneses termékbe, amelyiknek az összetétele a következő :

SiO_2 = 6,0% Al_2O_3 = 10,0%
Fe_2O_3 = 68,0% CaO = 1,0%
TiO_2 = 6,5%

6. Az *alumíniumoxid-kihozatal* szempontjából 40% súlykihozatallal végzett dúsításnál a kísérletek eredményességének sorrendje a következő :

1. 450 C° 1 óra,
2. 300 C° 3 óra,
3. 350 C° 1 óra,
4. 350 C° 2 óra,
5. 450 C° 2 óra,
6. 400 C° 1 óra,
7. 300 C° 1 óra,
8. 370 C° 3 óra,
9. 400 C° 2 óra,
10. 450 C° 3 óra,
11. 400 C° 3 óra,
12. 300 C° 2 óra.

7. A *feltárhatóságot* tekintve a sorrend a következő :

1. 350 C° 2 óra,
2. 300 C° 3 óra,
3. 300 C° 1 óra,
4. 450 C° 2 óra,
5. 370 C° 3 óra,
6. 350 C° 1 óra,
7. 400 C° 2 óra,
8. 400 C° 1 óra,
9. 300 C° 2 óra,
10. 450 C° 3 óra,
11. 400 C° 3 óra,
12. 450 C° 1 óra.

Az előbb elmondottakat összegezve tünteti fel a 18. táblázat, amelynek egyes oszlopai a különféle szempontok szerint az eredményesség sorrendjét jelző számokat, az utolsó oszlop pedig az előző oszlopokban levő számok összegét

18. táblázat

A redukálás		A mágneses termék vastartalma szerint	A vaskihozatal szerint	A timföld-kihozatal szerint	A feltárhatóság szerint	Összesen
hőmérséklete C°	időtartama óra					
300	1	7	3	7	3	20
350	1	3	5	3	6	17
400	1	9	4	6	8	27
450	1	5	2	1	12	20
300	2	10	12	12	9	43
350	2	6	11	4	1	22
400	2	8	6	9	7	30
450	2	2	8	5	4	19
300	3	4	10	2	2	18
370	3	1	1	8	5	15
400	3	11	7	11	11	40
450	3	12	9	10	10	41

19. táblázat

A redukálás		SiO_2	Fe_2O_3	TiO_2	Al_2O_3	CaO	Na_2O
hőmérséklete C°	időtartama óra	súlykihozatal %					
300	1	48	48	42	48	48	—
350	1	38	42	52	32	54	—
400	1	50	44	58	50	62	54
450	1	40	42	—	40	—	42
300	2	34	46	30	40	42	—
350	2	54	46	36	36	44	—
400	2	53	50	49	50	56	46
450	2	45	49	48	49	39	47
400	3	42	56	39	62	33	44
370	3	52	60	46	44	52	58
400	3	48	44	43	50	52	42
400	3	46	41	55	55	53	35

tartalmazza. Ezek szerint valamely kísérlet annál jobbnak tekinthető, minél kisebb szám van az »összesen« feliratú oszlopban. A 18. táblázatból azt állapíthatjuk meg, hogy a feltárásnál és a mágneses elválasztásnál a legjobb eredményt akkor kapjuk, ha a mágnesező pörkölést 370 C° körül kb. 3 órán át végezzük.

8. A 6—17. ábra alapján a 19. táblázatban foglalt súlykihozatalokkal végzett dúsításkor az ércelőkészítés hatásfoka maximum. A 19. táblázatból megállapíthatjuk, hogy a vörösiszap mágneses elválasztását legcélszerűbben úgy végezhetjük, ha az erősen mágneses rész mennyisége a vörösiszap mennyiségének 40—50%-a. Ilyenkor a legjobb eredményt adó kísérlet, vagyis 370 C°-on 3 órán át végzett redukálás után a termékek összetétele a következő :

A) erősen mágneses rész :

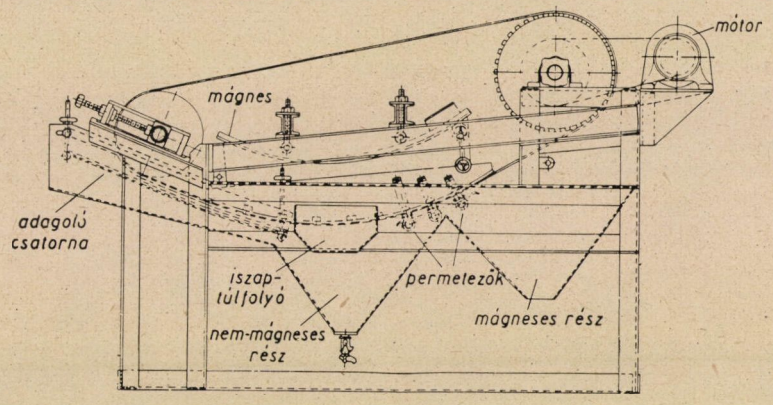
SiO_2 = 2— 3%
Fe_2O_3 = 72—74%
TiO_2 = 6%
Al_2O_3 = 13—14%
CaO = 1%
Na_2O = 6,5%

B) gyengén mágneses rész :

SiO_2 = 14—15%
Fe_2O_3 = 34—38%
TiO_2 = 9,5%
Al_2O_3 = 20—21%
CaO = 1%
Na_2O = 6,5%

A végzett kísérletekből tehát megállapítható, hogy a dolgozat elején említett elgondolás megvalósíthatónak látszik. Ha ugyanis a bauxitot szárítás helyett 370 C°-on 3 órán át redukáljuk, a kapott anyagot a szokásos feltáráshoz visszük és az aluminátoldatból a vörösiszapot ülepítés helyett valamilyen mágneses

szeparálóban, pl. a Crockett-szeparátorban (28. ábra) elkülönítjük, akkor egyrészt a lúg és a vörösiszap elválasztásának az időtartama még utánszűrés alkalmazásakor is kb. a tizenötöd-huszad részére csökken, másrészt a kapott erősen mágneses rész, amelyik a vörösiszap kovasavtartalmának 10%-át, ferrioxidtartalmának 60%-át, titándioxidtartalmának 30%-át, alumíniumoxidtartalmának 30%-át, kálciumoxidtartalmának 30%-át és nátriumoxidtartalmának 35%-át tartalmazza, darabosítás után a nagyolvasztóba adható, a gyengén mágneses rész pedig a pirogén eljáráshoz vihető.



28. ábra. Crokett szeparátor

Ha 85%-os feltárhatóságot, a kohósításnál 90%-os vaskihozatalt, a pirogén eljárásnál 70%-os alumíniumkihozatalt tételezünk fel, akkor a kísérleteknél használt bauxit 100 kg-jából kapott értékes termékek mennyisége a következő lesz :

$$Al_2O_3 = 0{,}85 \cdot 53 + 0{,}15 \cdot 53 \cdot 0{,}7 = 49\,\text{kg} = 92{,}5\,\%$$

$$Fe \quad = 0{,}6{,}21{,}6\,\frac{112}{160}\,0{,}9 \qquad = 8{,}2\,\text{kg} = 54{,}0\,\% \ .$$

IRODALOM

Vitális István : A hazai bauxitokkal kapcsolatos alumínium-vasércek. Bányászati és Kohászati lapok 1931. évi 23—24. számai.
Vitális István : A halimbavidéki bauxitok és hasznosításuk. B. K. L. 1932. évi 18—19. számai.
Vécsey Béla : Az alumínium-vasércek redukálhatósága. B. K. L. 1949. évi 5. száma.
Finkey József : Redukált bauxitok mágneses szeparációja, B. K. L. 1939. évi 15—16. számai.
A. J. Beljaev : Metallurgija legkih metallov. Moszkva, 1949.
F. A. Mazelj : Proizvodsztvo glinozema. Metallurgizdat. 1950.
Tarján Gusztáv : Ércelőkészítéstan. Tankönyvkiadó, Budapest, 1954.
Széki—Horváth : Általános kohászattan. Tankönyvkiadó. Budapest, 1953.

Összefoglalás

A vizsgálatok során a vasban és kovasavban dús szőci bauxitot redukáló atmoszférában szárítottuk, a redukált anyagot a Bayer-eljárás szerint feltártuk, végül a vörösiszapnak az aluminátoldattól való elkülönítését változó erősségű mágneses mezőben végeztük. A kapott eredményekből megállapítható, hogy vasban és kovasavban dús bauxitoknál előnyös ez a módszer az eredeti Bayer-eljárással szemben, mert egyrészt könnyebbé válik a vörösiszapnak és az aluminátoldatnak elválasztása, másrészt pedig a mágneses szeparálással kapott erősen mágneses rész darabosítás után a nagyolvasztóba vihető, a vörösiszap 50—60%-ára rúgó mennyiségű gyengén mágneses részből pedig pirogén eljárással gazdaságosabban kitermelhető az alumíniumoxid és a nátriumoxid zöme.

A VÍZ JELENTŐSÉGE KRISTÁLYOKBAN ÉS KŐZETEKBEN*

Prof. J. D. BERNAL

UNIVERSITY OF LONDON, BIRKBECK COLLEGE, LONDON

Alapvetően kémiai és geokémiai vonatkozású problémával kívánok foglalkozni: elsősorban a víz, valamint a hidrogénatom jelentőségével neonkonfigurációjú rendszerekben, mint amilyen például az ammonia, fluorhidrogén stb. A röntgensugárkrisztallográfiában végrehajtott újabb keletű finomítások folytán ma már sokkal világosabb képünk van arról, hogy a hidrogénnek e képződményekben milyen jelentősége van.

A hidrogénatommag helyét nem könnyen ugyan, de meg lehet határozni röntgensugár-módszerekkel. Ma már azonban ennél sokkal hatásosabb módszerek is állnak e célra rendelkezésünkre, így a neutrondiffrakciós módszerek, valamint a rövidhullámú rádiótechnika segítségével a mágneses magmomentumok mérése. Ezek a kutatások nagymértékben tisztázták a vízmolekula jelentőségét és megerősítették azt a képet, amelyet a vízmolekulára 21 évvel ezelőtt javasoltam, amely szerint ez tulajdonképpen elektromos tripólusnak tekintendő.

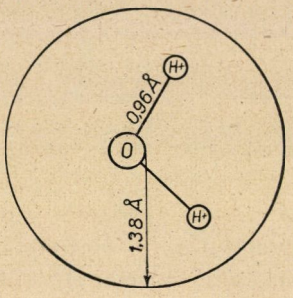
(Elnézést kérek, hogy a vízmolekula szemléltetésére csak egyszerű demonstrációs eszköz, egy football-labda áll rendelkezésemre, de pillanatnyilag csak ilyent tudtam kapni.) Neonkonfigurációjú képződményben három p-elektron ortogonális konfigurációban van jelen. Abban az esetben, ha ilyen rendszerhez hidrogénatomok kapcsolódnak, a konfiguráció tetraéderessé válik. Vízben a tetraéder négy csúcspontja közül csak kettő, metánban mind a négy, ammoniában három, hidrogénfluoridban csak egy van elfoglalva.

Vízben az egyes vízmolekulák az el nem foglalt csúcspontokon keresztül illeszkednek egymáshoz, az 1. ábrán látható módon. A két szomszédos oxigénatom közötti távolságot nevezik a hidrogénkötés kötéstávolságának, amelynek értéke víz esetében 2,76 Å. Egy vízmolekulán belül az oxigén-hidrogén kötéstávolsága pedig spektroszkópiai mérések alapján jól ismeretes: ez 0,96 Å.

Az ábrából jól látható, hogy a hidrogén a két oxigénmag között igen asszimmetrikusan helyezkedik el. Volt olyan elképzelés is, hogy savakban a hidrogén szimmetrikusan helyezkednék el a két oxigénmag között. A kálium-

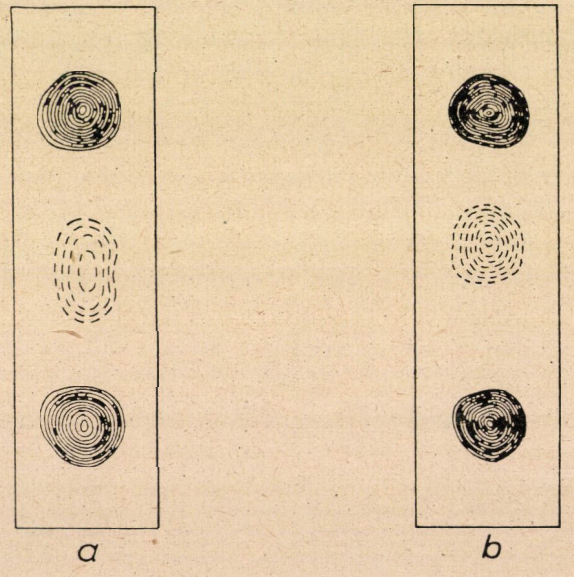
* A Magy. Tud. Akad. mathematika-fizikai osztályának és a műszaki tudományok osztályának együttes ülésén 1954 ápr. 7-én elhangzott előadás.

dihidrogénfoszfáttal kapcsolatos neutrondiffrakciós vizsgálatok azonban azt mutatták, hogy nem ez a helyzet. Az első ilyen vizsgálatok mindamellett az említett felfogásnak látszottak kedvezni, mivel olyan diffrakciós képet kaptak, amelyben a két oxigénmag között szimmetrikus elhelyezkedésben volt egy intezitásmaximum (l. 2/a ábrát).



1. ábra

E kezdeti kísérletekben azonban a káliumdihidrogénfoszfát nem volt elektromos térben. Ezt az anyagot elektromos térben vizsgálva, azt kapták, hogy az intenzitásmaximum eltolódik. Ily módon az adódott, hogy a korábban



2. ábra

megfigyelt szimmetrikus elhelyezkedés két olyan asszimmetrikus konfigurációnak volt a keveréke, amelyek közül az egyikben a maximum az egyik, a másikban pedig a másik irányban volt eltolva (l. 2/a és 2/b ábrát; az első nem volt elektromos térben, a második igen).

Káliumdihidrogénfoszfát, valamint egyéb savak esetében azt találták, hogy a hidrogén-oxigén közötti távolság a vízben észlelt 0,96 Å-ről 1,05 Å-re növekedett. Az egész hidrogénkötés távolsága pedig 2,76 Å-ről 2,50 Å-re rövidült meg. Ilyen esetben tehát erős savas hidrogénkötésről beszélhetünk. Bár a hidrogén ilyen körülmények között igen nagy hatást gyakorol a másik molekula oxigénatomjára, mégis egyértelműen az eredeti oxigénatomhoz tartozik. Mindamellett például szalicilsavban azt találták, hogy a benzolgyűrűben levő protonok körülbelül 0,8 árnyékolótöltést hordoznak, míg az O-atomhoz kapcsolódó savas proton csak 0,4-et, tehát a savban levő proton sokkal kevésbé van árnyékolva. Éppen ennek folytán képes más atomokra viszonylag erős hatást gyakorolni, s ennek következménye a kötéstávolság megrövidülése. A hidrogénkötés energiáját ezeknek az adatoknak a felhasználásával elég pontosan ki lehetett számítani.

Szilárd hidrogénfluoridot is vizsgáltak. Ebben csak a fluormagok helyét sikerült megállapítani, a hidrogénét nem. Az F-atomok sík, zegzugos láncokban helyezkednek el, amelyben a hajlásszögek 120° nagyságúak. A hidrogénfluoridot hidrogénkötéses polimernek lehet tekinteni. Ilyen láncok csak szilárd állapotban keletkeznek, gázállapotban gyűrűs rendszerek képződnek.

Ebben a jelenségben éppen az az érdekes, hogy a láncok nem egyenesek, vagyis az egyik hidrogénfluorid-molekula hidrogénje a másik hidrogénfluorid molekula fluoratomjához nem azon a ponton csatlakozik, amelyet a fluorhidrogénkötés irányának meghosszabítása kijelöl. Hogy ez nem így van, annak az az oka, hogy a fluoratom elektronfüggvényei is négy tetraéderes elrendezésű sűrűsödési helyet mutatnak, amit a labdán bemutattam.

Hasonló a helyzet az alkálihidroxidokban és alkálihidroxidhidrátokban. A hidroxiliont az egyéb ionok és molekulák ezekben is asszimmetrikus elrendezésben veszik körül, ami azt jelenti, hogy az oxigénen vannak olyan helyek, amelyek pozitív töltésű részecskéket képesek különlegesen megkötni.

Mindezek a körülmények alátámasztják azt az elképzelést, hogy a hidrogénkötés a pozitív és részben árnyékolt töltésű hidrogén- és egyéb atomokon levő negatív töltésű sűrűsödési helyek között jön létre. A fentemlített típushoz tartozó szerkezeteket úgyszólván mindig hidrogénkötés tartja össze. Ezek között szélső helyzetet foglalnak el az erős savak, amelyekben oxoniumionok vannak. Tudomásunk szerint az oxoniumionok csak igen erős savak hidrátjaiban fordulnak elő, mint amilyen a NHO_3H_2O és $OH_3NO_32H_2O$ (ezek a különböző salétromsavhidrátok helyesen felírva). Míg folyékony oldatok esetében oxoniumionok jelenléte magától értetődő dolog, addig szilárd rendszerekben ezt minden esetben külön meg kell vizsgálni. Megjegyezendő még ehhez, hogy szilárd állapotban nem pontosan ugyanazzal az oxoniumionnal van dolgunk, mint folyadékállapotban.

A hidrogénion »látszólagos« átviteli száma is a víz hidrogénkötéses szerkezetével magyarázható. Elektromos tér hatására ugyanis az történik, hogy a

hidrogén az egyik oxoniumionból a csökkent potenciálgáton keresztül átmegy egy szomszédos vízmolekulába, miközben az oxoniumionokból vízmolekula, a vízmolekulából pedig oxoniumion keletkezik. Ennek következtében a hidrogénion haladási sebessége látszólag igen nagy, míg az oxiniumionok valódi mozgási sebessége igen kicsi. Ezt akkor láthatjuk, hogyha nehéz hidrogént használunk, amikor is azt tapasztaljuk, hogy ennek átviteli száma a közönséges hidrogén átviteli számának mintegy tizedrésze.

A hidrogénkötés minőségének és erősségének alapján lehetővé válik a hidrátok osztályozása. Eddig már körülbelül száz olyan kristályos szerkezet ismeretes, amely oxigént és hidrogént tartalmaz; nem szükségszerűen víz alakjában, csak az a lényeg, hogy oxigén és hidrogén legyen jelen bennük.

Mindenekelőtt meg kell különböztetni azokat a vegyületeket, ahol a víz teljes egészében HO_2 molekulák alakjában van jelen, azoktól a vegyületektől, amelyekben részben vagy egészében hidroxilion alakjában található. Az utóbbit látjuk nagyszámú, úgynevezett alacsonyabb hidrát, vagy víztartalmú oxid esetében. Így például az $Al_2O_3H_2O$-t AlO(OH)-nak, az $Al_2O_33H_2O$-t pedig Al (OH)3-nak kellene írni.

A valódi hidrátok felosztása a bennük levő vízmolekulák elrendeződése alapján végezhető el, ugyanolyan geometriai meggondolások alapján, mint az a szilikátok osztályozásánál szokásos (lásd 1. táblázatot).

1. táblázat

Valódi hidrátok

Neso-hydrátok			
Pleisohydrátok	**Orthohydrátok**	**Pleisohydrátok**	**Savhydrátok**
Zeolitok $Al_2F_6H_2O$	$Mg(OH_2)_6Cl_2$ $Ni(OH_1)_6SO_4$	$Cu(OH_2)_4SO_4H_2O$ $Ni(OH_2)_6SO_4H_2O$	HNO_3H_2O $OH_3NO_32H_2O$

Inohydrátok	**Phyllohydrátok**	**Tactohydrátok**
Ettringit	gipsz	argonhidrát
izom	$CaSO_42H_2O$	fehérjehidrátok
rostos virusok	agyagok	szférikus virushidrátok
taktoidok	orientált gélek	koacervátok

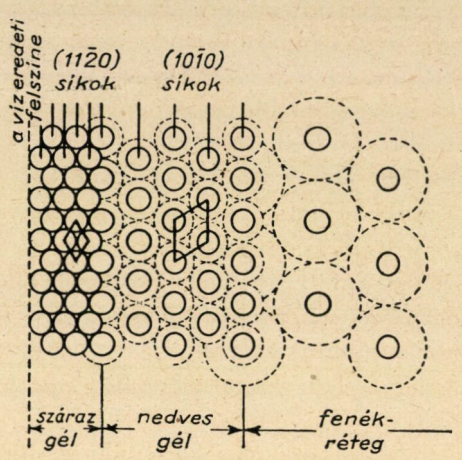
Először azt a csoportot tárgyalom, ahol az egyes vízmolekulák elszigetelődve fordulnak elő. Ezeket a rendszereket nesohydrátoknak nevezzük. A következő csoportban a vízmolekulák lánc alakjában elrendeződnek, az azután következőben a hidrogénmolekulák molekulárisan kétdimenziós rétegeket alkotnak. A legutolsó csoportba az olyan szerkezetek tartoznak, amelyekben a vízmolekulák térhálós szerkezetet képeznek.

A nesohydrátokat tovább lehet felosztani. Először azt a gyakoribb esetet tekintjük, amikor a hidrátokban a vízmolekulák pozitív ionokhoz kapcsolódnak. A pozitív ionok körül a vízmolekulák koordinációiban vannak. A magnézium és a nikkel esetében egy-egy pozitív iont 6 vízmolekula vesz körül. Négy vízmolekula egy tetraéder csúcsaiban, kettő pedig valamelyik digirjének két végpontján helyezkedik el. Ez az ismeretes Werner-féle koordináció. Azokat a nesohydrátokat, amelyekben a kordinációs számnak megfelelő számú vízmolekula van jelen, orthohydrátoknak nevezzük. Abban az esetben, ha ennél kevesebb vízmolekula van jelen, pleiohydrátokról beszélünk. Ez a helyzet például akkor, ha a vízmolekulák valamilyen kristályszerkezetben levő hézagokat töltenek be, így például a zeolitok, valamint az $Al_2F_6H_2O$ esetében. Azokat a hidrátokat viszont, amelyekben a koordinációs számnál nagyobb számú vízmolekula van jelen, pleisohydrátoknak nevezzük. Ilyen például a víztartalmú rézszulfát, amely tulajdonképpen helyesen így írandó: $Cu(OH_2)_4 \cdot SO_4H_2O$, vagyis négy vízmolekula a rézhez koordinálódik, egy pedig a koordinációs övezeten kívül helyezkedik el. Külön csoportot képeznek a savanyú hidrátok, amelyekben a víz negatív ionokhoz van koordinálva. Ezek mind erős savak. A már korábban említettekkel összhangban, itt két eset lehetséges: lehetnek olyan savanyú hidrátok, amelyekben vannak oxoniumionok, és olyanok, amelyekben nincsenek.

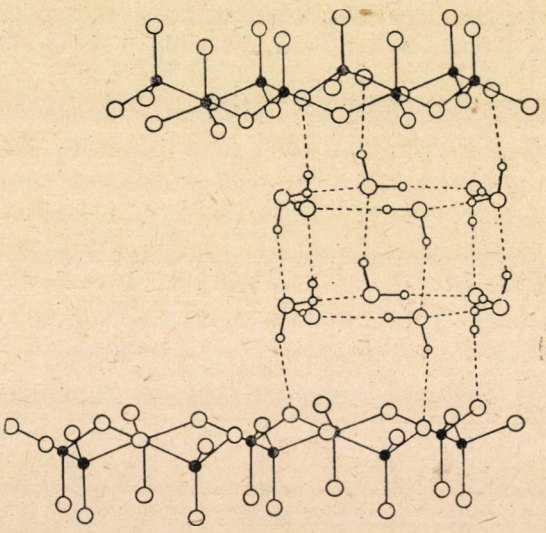
A következő csoport, amelyben a vízmolekulák láncokat alkotnak, az úgynevezett ionhydrátok csoportja. E vízmolekulaláncok közvetítésével vastagabb molekularostok alakulnak ki, amelyek vízvesztésre képesek, melegítés hatására. Ekkor az egész rendszer összezsugorodik. Jellemző példa az ionhydrátokra a bázisos alumíniumszulfátok rostos szerkezetű ettringit-thaumassit-csoportja, $Ca_6[Al(OH)_6]_2(SO_4)_3 72H_2O$, amely a hidratált cementben fordul elő. Ionhydrátok előfordulnak csaknem valamennyi hidratált polimerben, legyenek azok természetesek vagy mesterségesek. Így például az izmok is ionhidrátokból vannak, s ezekben a fenti vízvesztéses folyamat megfordítottja, a vízfelvétellel végbemenő duzzadás igen fontos. A molekulakötegek az izmokban, valamint a dohánymozaikvirusoldatokban hexagonális hálózatot képeznek (1. 3. ábrát), amelyek egymástól körülbelül 500 Å távolságra elhelyezkedő mintegy 120 Å átmérőjű molekulakötegekből állnak. Az ábrán látható továbbá a vízvesztés folyamata is, amelynek lényege tehát, hogy az egyes molekulakötegek közül víz távozik el, s így azok egymáshoz közelebb kerülnek. Ugyanilyen kötegek aggregált állapotban alkotják az úgynevezett taktoidokat, amelyek a zselatin típusú gélek tulajdonságainak hordozói. Az ionhidrátok nagyon fontosak a cement hidratálásában is. Itt is arról van szó, hogy hosszú, rostos képződmények vizet kötnek meg, és így szilárd szerkezet keletkezik.

A következő csoportban, a phyllohydrátok csoportjában a vízmolekulák síkhálókat képeznek. E hidrátokra legegyszerűbb példa a gipsz $CaSO_4 2H_2O$, valamint a montmorillonit-(bentonit)-típusú duzzadó anyagok. Az ilyen rend-

szerek vázlatos szerkezetét l. a 4. ábrán. Az egyes anyagrészecskék között vízmolekulák helyezkednek el. Aszerint, hogy az anyagrészecskék között hány réteg vízmolekula helyezkedik el, a részecskék távolsága más és más, így tehát



3. ábra



4. ábra

duzzadás ment végbe. Meg lehetett állapítani, hogy a duzzadás két szakaszban megy végbe. Amikor az anyag csak kevés vizet tartalmaz, akkor az egyes anyagrészecskék közötti távolság körülbelül 10 Å. Ekkor a vízmolekulák elrendeződése teljesen szabályos, úgy hogy kristályos szerkezetről beszélhetünk. Vívfelvételre ez a távolság fokozatosan mintegy 22 Å-ig növekedhetik, úgy hogy a víz szer-

kezete még mindig szabályos. Újabban azonban megállapították, hogy e duzzadási folyamat tovább is mehet, s így olyan szerkezethez jutunk, amelyben a vízmolekulák már rendezetlenül helyezkednek el. Az anyagrészecskék azonban még mindig rendezett állapotban vannak, úgy hogy még ekkor is orientált géllel van dolgunk. A duzzadás során az anyagrészecskék olyan messze is kerülhetnek egymástól, hogy röntgensugárdiffrakcióval már nem követhetők nyomon. A röntgenmódszer felső határa körülbelül 150 Å, amíg optikai módszerekkel (ferrihidroxidgélek esetében) mintegy 5000 Å-ig sikerült az anyagrészecskéket nyomonkövetni.

A valódi hidrátok utolsó csoportját az úgynevezett tectohydrátok képezik, amelyekben a vízmolekulák térhálós szerkezetet alkotnak. Ilyen a jég szerkezete is, és ezért a tectohydrátokat cryohydrátoknak is lehet nevezni. Ilyen hidrátok képződnek alacsony hőmérsékleten kis neutrális molekulák, mint például a klór és az argon körül, amelyek 24 vízmolekulából képezett ketrecekben helyezkednek el. A tectohydrátok is előfordulnak különböző szerves szerkezetekben, így például fehérjevirusokban. Az egyes fehérjemolekulákat jégszerű szerkezet veszi körül, de az előbbi csoportokhoz hasonlóan a folyamat itt is tovább mehet, úgy hogy még további vízmolekulák helyezkednek be. Erre a folyamatra példa kvázi-szférikus molekulák magasabb hidrátjai esetében gömbalakú koacervát-cseppek képződése, amelyekben minden egyes makromolekula a vizes fázison keresztül ható, nagy hatótávolságú erő következtében a többitől meghatározott távolságra helyezkedik el. Koacervátok keletkezésére példa, hogyha albuminoldatot gumi-arabikumoldattal rázunk össze, amikor is az eredeti fehérjeoldat két oldatra válik szét. Lesznek olyan kis cseppecskék, amelyekben az albumin koncentrációja sokkal nagyobb, mint az oldat többi részében. A koacervát-cseppecskékben óriási fehérjemolekulák kapcsolódnak egymáshoz, oly módon, hogy bár szétválni nem tudnak, de egymáshoz képest szabálytalanul elmozdulhatnak. Tehát az ilyen cseppecskék szerkezete nem szabályos. E cseppek nagysága körülbelül 150 Å-ig terjed. Az itt ható erőknek igen nagy biológiai jelentőségük van, amiről következő előadásomban fogok megemlékezni.

2. táblázat

Hidroxil-vegyületek

II. Alkálikus hidroxidok	II. Neutrális hidroxidok	III. Savanyú hidroxidok
$K(OH)$	H_2O	*a)* Ionképző savak
$Ca(OH)_2$	$AlO(OH)$	$H(NO_3)$
	$Al(OH)_3$	$H_2(SO_4)$
		b) Hidroxisavak
	Csillám	$B(OH)_3$
	Aszbeszt	$Si(OH)_4$
		$W(OH)_4$

A következőkben azokat a víztartalmú szerkezeteket fogom tárgyalni, amelyekben a víz részben vagy egészben hidroxilcsoportok alakjában van jelen. Ezek három csoportra oszthatók: alkálikus, neutrális és savanyú hidroxidok (lásd a 2. táblázatot), amelyek azonban átfednek, aszerint, hogy a hidroxil oxigénjéhez kapcsolódó ionok milyen mértékben alkálikusak, illetve savasak (ami fizikailag ezek polarizálóképességének — a töltés osztva a sugárral — felel meg.) Szabad hidroxilionok csak az első csoportban vannak, a másik kettőben a hidroxilt erős poláris vagy kvázikovalens kötések valamely másik ionhoz kötik. A harmadik csoportba tartozó erős savak oldatában egyáltalában nincsenek hidroxilgyökök, a hidrogén pedig oxoniumion alakjában van jelen.

Geológiai szempontból a neutrális és a gyengén savanyú hidroxidoknak van a legnagyobb jelentőségük, mivel a legtöbb kőzetet ilyenek alkotják. Ilyen alakban van jelen a víz például a bauxitban is. E hidroxidok átalakulásának nagy geológiai és geokémiai jelentősége van. Az ilyen hidroxidok viselkedésére a hidrolízis foka jellemző. Közönséges hőmérsékleten a $2X(OH)_nX_2On +$ $+ nH_2O$ reakció rendszerint irreverzibilisen megy végbe. A kőzetek szempontjából legjelentősebb, ha X = Si. A fenti reakciót, amelyben tehát oxid keletkezik és víz válik szabaddá, nyomás- és hőmérsékletcsökkenés elősegíti.

Tekintsük például az $Si(OH)_4$ vegyületet. Közönséges hőmérsékleten és nyomáson ebből sziliciumdioxid és víz keletkezik. Magas hőmérsékleten és nagy nyomáson azonban e vegyület állandó lehet. Erre nézve kísérleti bizonyítékokat szolgáltattak olyan röntgensugár-diffrakciós vizsgálatok, amelyeket nagy nyomás alatt álló víz-sziliciumoxid-rendszereken végeztek. Mindkét folyamatnak, tehát a vízvesztésnek és a hidrolizisnek egyaránt nagy jelentősége van geológiai szempontból.

Újabban ugyanis az a felfogás, hogy a Föld nem a Nap egy része volt, s ebből vált volna le, hanem ellenkezőleg, porból állt össze a Nap melege hatására, olyan jellegű folyamatban, amilyenek a pormetallurgiából ismeretesek. Mivel a világűrben víz van jelen, e porrészecskéken sok adszorbeált víz lehetett, s így kerülhetett bele a kőzetekbe a bennük levő nagy mennyiségű víz. Ez a víztartalom a földkéreg alatt uralkodó nagy nyomáson hidroxid alakjában feltétlenül stabilis. Érdekes azonban megfigyelni, hogy míg a bazaltok víztartalma egészen 8%-ig terjed, addig a gránitok és peridotitok csak 2%-nál kevesebb vizet tartalmaznak. Ebből arra lehet következtetni, hogy a földkéregben végbemenő folyamatok túlnyomórészt abból állhattak, hogy mintegy 30 km mélységig a bazalttípusú őskőzetek vízvesztés mellett alkotórészeikre bomlottak. Ezzel a folyamattal magyarázható a savanyú kőzetekből álló kontinensek és az óceánok keletkezése is.

E folyamatok a földrengésekkel és a vulkáni tevékenységekkel is kapcsolatba hozhatók. A vulkáni tevékenységekkel foglalkozó mechanika újabban egészen racionális magyarázatokkal szolgál. (Tekintsük most ezt a football-

labdát, amit előbb a vízmolekula erősen nagyított modelljeként használtunk, a Föld nagymértékben kicsinyített modelljének.) A Föld színén vannak egyes ívalakú hegységképződmények, mint például a Japán Szigetcsoport, a Kárpátok, amelyek mentén vulkáni tevékenység folyik vagy folyt. Ezek az ívalakú képződmények kerámikusok számára eléggé megszokott mechanizmus szerint jöttek létre. Ha ugyanis veszünk egy agyagedényt és arra olyan mázat viszünk fel, amely az alapnál nagyobb mértékben húzódik össze, akkor a máz megrepedezik. Abban az esetben viszont, ha a máz olyan természetű, hogy az alapnál kisebb mértékben húzódik össze, akkor másfajta, pikkelyalakú repedések keletkeznek. Ezek az előbbi feszültségű repedésekkel szemben kompressziós eredetű repedések. Ugyanilyen típusú folyamat megy, illetve ment végbe a Föld bizonyos részein.

Ezek a meggondolások nem újkeletűek, azonban ezeket a robbanásokkal kapcsolatos újabb vizsgálati eredményekkel állíthatjuk kapcsolatba. Ugyanis megállapították, hogy a robbanás teljes energiájának csak 5—10%-át fejezik ki, míg az energia többi része helyi képlékeny alakváltozásra fordítódik.

A földrengésekkel kapcsolatos elmozdulásokból kiszámítható a földrengés energiája. Ez igen nagy energia, a hidrogénbomba energiájának többezerszerese. A földrengés azonban a perturbáció energiájának csak a rugalmas összetevője, s így a plasztikus deformációra fordított energia még ennél az energiánál is sokkal nagyobb, mintegy tízszer akkora. Ismeretes, hogy az energia hővé alakulása hirtelen ütközés alakjában nem hathatósan megy végbe. A jó hatásfokú átalakításra két mód kínálkozik: gázok adiabatikus kompressziója, vagy pedig plasztikus deformáció. Tehát a rugalmas összetevő energiájának tízszerese, ami plasztikus deformációs munkára fordítódott, hő alakjában disszipál. Ilyen körülmények között mód van arra, hogy esetleg több négyzetkilométernyi területre kiterjedő feszültségekből kis helyen koncentrálódjék igen nagy energia, ami ott hővé alakul át. A számítások szerint ez az energia teljes mértékben fedezi a földrengési övezetekben található vulkánok hőszükségletét.

Ilyen körülmények között, azok a kőzetek, amelyek hidroxid alakjában tartalmaznak vizet, viszonylag alacsony olvadáspontjuk következtében aránylag könnyen, már 600—800 fokon megolvadnak. Ha azonban a magmára nehezedő nyomás csökken, akkor az olvadék vizet veszít, az egyensúly megbomlik, a víz gőz alakjában távozni igyekszik, s eközben lávát ragad magával. Ez lehet tehát a vulkáni kitörések mechanizmusa. Ugyanakkor azonban, amikor a vízvesztés végbemegy, polimerizáció is bekövetkezik, minek folytán a magma olvadáspontja emelkedik. Bár a vízvesztés exoterm folyamat, végeredményképpen mégis viszkózusabb képződmény keletkezik.

Így tehát a vulkán úgyszólván önzáró mechanizmusnak tekinthető, amely ellene szegül az olyan irányú törekvéseknek, hogy belőle anyagok távozzanak el. Nagyon hasonló ez a folyamat ahhoz, amely az elvérzéstől óv meg minket, amikor megvágjuk az ujjunkat. Utóbbi esetben a fehérjepolimerizáció mutatkozik, a Föld esetében pedig sziliciumdioxidpolimerizátum képződik.

A Földön a vázolt folyamatok olyan értelemben mennek tehát végbe, hogy egyre több kontinens és egyre több óceán keletkezik. Viszont arra is van lehetőség, hogy e folyamat ellenkezője menjen végbe, mivel a tengervíz behelyezkedhetik üledékekbe, amelyek később bekerülhetnek a kontinensekbe, és így az egész folyamat előlről kezdődhetik.

E folyamatok igen hasonlók a kolloidkémiában már régóta ismeretes szinerézis nevű jelenséghez. Ebben ugyanis az történik, hogy a rendszer vizet bocsát ki magából és eközben zsugorodik. Ez az analógia nagyon távoli jellegű, azonban e folyamatokban közös a víz jelentősége. Látható tehát, hogy a víznek milyen nagy jelentősége van a kémiában és a geológiában egyaránt, úgy hogy talán nem is tévedett nagyon az első filozófus, Thales, amikor a vizet tekintette egyik elsődleges elemnek.

HOZZÁSZÓLÁSOK

LENGYEL SÁNDOR

A víz és a hidrátok jelentőségére vonatkozólag Bernal professzor részéről ismertetett meggondolásoknak fontos kapcsolatuk van az elektrolitoldatok szerkezetével, illetve ennek elméletével. Ezzel kapcsolatban a következőt kérdem. Ismeretes, hogy az elektrolitoldatok elmélete mintegy ketté van hasadva: egyfelől a vizet az ionok körül folytonos dielektrikumnak tekintik, másfelől határozott hidratációs számokat igyekeznek megállapítani. Kérdezem, vannak-e főleg elméleti és részben kísérleti vizsgálatok a tekintetben, hogy milyen a vízmolekulák konfigurációja egy-egy ion körül.

Azt hiszem, hogy az elektrolitoldatok szerkezetének megismerése terén ezt a hasadást kiküszöbölve, a két vonalat össze kellene kapcsolni, de ahhoz, hogy az elektrolitoldatok elméletét jelentősen tovább lehessen fejleszteni, szükség lenne annak ismeretére, hogy az egyes ionfajtáknak a környezetében a vízmolekuláknak milyen a konfigurációjuk. Számos jel ugyanis arra mutat, hogy az egyes ionfajtákat nem lehet egyszerűen csak töltésükkel és nagyságukkal meghatározni, hanem bizonyos sajátos tulajdonságaik vannak, amelyek valószínűleg éppen az ionok körüli vízmolekulakonfigurációkból adódnak.

Milyen következtetéseket lehet vagy lehetett-e levonni a kristályhidrátok szerkezetéből arra vonatkozólag, hogy egy meghatározott ion körül milyen valószínű konfigurációban helyezkednek el a vízmolekulák a vizes oldatban, és hogy esetleg milyen lehetőségek vannak ennek kísérleti feltárására?

J. D. BERNAL

Bizonyos, ilyen lehetőségek vannak. Példakép ismeretes dolog, hogy egy réziont a sókristályban négy vízmolekula vesz körül, mégpedig egy síkban. Ez egyáltalán nem magyarázható elektrosztatikai hatásokkal, hanem minden valószínűség szerint elektronpárok azok, amelyek révén ez a kötés létrejön. Ezt ki lehet mutatni mágneses tulajdonságokkal és rövidhullámú vizsgálatokkal. Kétségtelen hogy ilyen konfiguráció van. Energetikai jellegű számításokat lehet végezni és ilyeneket mintegy 20 évvel ezelőtt már végeztem is. Ezekből kiderül, hogy a kísérletileg ugyan nem közvetlenül, de a szokásos módon meghatározott hidratációs energiát összehasonlítva a tisztán elektrosztatikai alapon számítható hidratációs energiával, ilyen esetben mindig meglehetősen nagy differencia adódik, amit elektronkötési energiának lehetne nevezni. Adott esetben az oldott vagy olvadt állapotra is lehet következtetéseket levonni: homeomorf-oldatnak nevezem azt az esetet, ha az oldatban vagy az olvadékban az ion ugyanolyan fizikai sajátságokat mutat, mint a kristályban, például optikai sajátságok, a szín tekintetében. Ha ellenben azt tapasztaljuk, hogy az oldáskor színváltozás van, például a kristályban zöld vegyület feloldá-

sakor tegyük fel vörös volna, akkor nyilvánvaló, hogy ez nem homemorf-, hanem heteromorf-oldat volna, mert a vízmolekulák elrendeződésének ilyen esetben másnak kell lennie. Ha ilyen heteromorf-oldódásról van szó, akkor elég nehéz a hidrátburok szerkezetét kísérletileg megfogni. Néha esetleg mágneses momentummérésekkel, de főképp azt lehet remélni, hogy magnyomatékmérésekkel lehet felvilágosítást kapni.

A másik lehetőség pedig az, hogy nehézvizet adva hozzá, ennek megoszlását vizsgáljuk a hidrátszférában. Bizonyára ebből is lehetne következtetéseket levonni. Az O-pont-energiákat számításba véve, valószínűleg koordinációs számokat lehetne számítani. Persze, itt nem mehetek részletekbe.

SÁNDOR ÁDÁM

Köztudomású, hogy a röntgendiffrakciós analízis legfőbb nehézsége és hátránya, hogy a hidrogén kis szóróképessége miatt a hidrogén pontos helyzete csak kivételes esetekben meghatározható. Azonban a neutrondiffrakciónál ez a nehézség eltűnik. Persze, nem tudom, milyen lehetőségek vannak arra, hogy atommáglyák közelében lehessen dolgozni, de ezen a téren a jövőben komoly fejlődés várható. Felmerül az a kérdés, hogy ennek a módszernek mennyiben vannak egyéb előnyei is és várható-e, hogy a jövőben a neutrondiffrakciós analízis háttérbe szorítja a röntgenmódszert, vagy nem?

J. D. BERNAL

A neutrondiffrakcióval valóban meg lehet oldani olyan kérdéseket, amelyek röntgensugárral nagyon nehezen mennek, például sárgaréz vizsgálatát, mert a réznek és a cinknek majdnem azonos a röntgenszórása. Ennélfogva alig különböztethetők meg, viszont a neutronokkal más a helyzet, ezekkel szemben a kétféle atom egészen különbözően viselkedik.

Ahhoz, hogy neutrondiffrakciókkal lehessen kísérletezni, nem kellene különösen nagy atommáglya. Egy kisterjedelmű valami elég lenne, de még ez is valószínűleg elég drága lenne és politikai okokból ilyenek nem állnak rendelkezésre. Nagy hibája, ezt nem tekintve, hogy a neutronok óriási áthatoló képessége miatt a diffrakciós vizsgálatokhoz óriási kristályokra lenne szükség és csak kevés anyag áll ilyen nagy kristályokban rendelkezésre. Nem várható, hogy ilyen szempontból javítani lehetne annyit, hogy a röntgenmódszert kiszoríthatná.

SÁNDOR ÁDÁM

Másik kérdésem arra vonatkozik, hogy minden diffrakciós módszernek van egy lényeges hátránya, hogy tudniillik általában csak az elhajlási irányokat tudjuk mérni, de a fázisokat nem, ami megnehezíti a bonyolultabb szerkezetek értékelését. Van-e valami remény arra, hogy ez a helyzet változik és a fázisokra vonatkozólag is lehessen felvilágosítást kapni.

J. D. BERNAL

Az utóbbi időben a fázismeghatározásban is nagy előrehaladás történt, ami főképpen két dologra vezethető vissza: a hullámra még egy másik hullámot lehet szuperponálni és monokromatikus hullámokat használni. Ebből meg lehet határozni a különböző távolságokat különböző hullámokra, amelyek más és más fázisdifferenciát jelentenek és ebből azután, lehet abszolút szerkezetmeghatározásokat végezni.

NAGY JÓZSEF

Hallottunk egy elméletet a Föld keletkezésére, amely nagyon hasonló Schmidt szovjet csillagász kaptációs elméletéhez. Tekintettel arra, hogy itt csak a sziliciumvegyületekről volt szó, az a kérdésem, hogy más anyagokra más-e a mechanizmus, vagy ez a képződési mechanizmus általános-e?

J. D. BERNAL

Kétségtelennek látszik, hogy éppen a szilikátokkal kapcsolatos mechanizmus lehet körülbelül a döntő az egész földkéreg szempontjából, mert hiszen ezek képezik a külső kéreg döntő részét. De a meggondolások bizonyára átvihetők más anyagokra is.

SZÁDECZKY-KARDOSS ELEMÉR

Bernal professzor fejtegetései igen érdekesek geokémiai szempontból. Új megvilágításba került a pneumatolitos anyagok vízkiválasztása és újszerű az a megállapítás, hogy ezekben a nedvesség OH_4 alakban lenne jelen. (*Schay*: ez csak egyszerű példa!) Így valóban roppant nagy mennyiségű víz lehet lekötve.

Az a kérdésem, hogy Bernal professzor végzett-e vizsgálatokat arra nézve, hogy halogének, amelyeket pneumatolitos folyamatoknál fel kell tételezni, például tetrafluorid alakjában léteznek-e?

Másik kérdésem, hogy vas milyen alakban vehet részt a pneumatolitos folyamatban? Végzett-e vizsgálatot arra nézve, hogy a vasklorid, -tetrafluorid nagyobb nyomáson és magasabb hőmérsékleten stabilis-e és milyen alakban van?

J. D. BERNAL

Én magam ilyen irányú vizsgálatokat nem végeztem, kizárólag a kvarcképződésre voltam tekintettel, ellenben feltételezem, hogy ily módon megközelítve a kérdést, ebben a tekintetben is lehetne felvilágosításokat kapni.

KŐRÖSI FERENC

A taktoid-kolloidok létezése azt mutatja, hogy többszáz Å távolságon át működő erők hatnak a részecskék között. Ezek nem lehetnek nagyok, mint-

hogy ilyen messze vannak a részecskék, tehát a hatásnak erősen a hőmérséklettől függőnek kell lennie és ebből lehetne következtetést levonni arra nézve, hogy mekkorák az erők.

J. D. BERNAL

A hőmérséklet hatását igen nehéz vizsgálni ilyen taktoidrendszereken, mert nagyobb hőmérsékletkülönbségnél mindenféle másodlagos változások, denaturálódások következnek be, ellenben kétségtelen, hogy kisebb hőmérsékletközben végzett vizsgálatok bizonyára rendkívül tanulságosak lennének. De nincs tudomásom arról, hogy bárki is ilyeneket végzett volna. Mindenesetre el kellene ezeket végezni, és mivel most a módszer rendelkezésre áll, amennyiben a távolságokat a részecskék között lehet mérni, tehát kilátásos lenne. Ilyesmit egyik munkatársammal szándékozunk csinálni. Maga a kérdés rendkívül fontos, és érdekes lenne ezeknek a taktoidoknak szerkezetét, változását, stabilitását tanulmányozni.

A TRANSZLÁCIÓS FELÜLET SZERINT ALAKÍTOTT HÉJAKRÓL

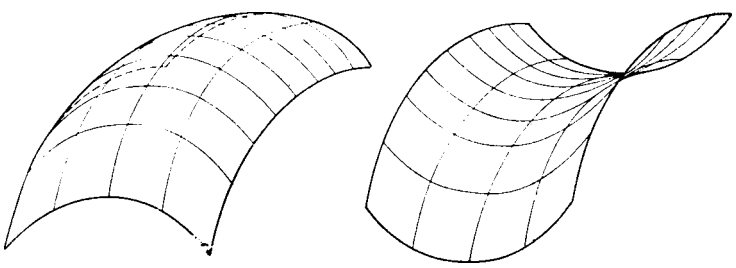
CSONKA PÁL
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

BUDAPESTI ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM SZILÁRDSÁGTANI TANSZÉKE

[Beérkezett 1954. április 13.]

1. Bevezetés

Mint ismeretes, a transzlációs felület szerint alakított héjak (1. ábra) számítása általában igen bonyolult feladat. Innen van az, hogy a gyakorlat az említett héjakat — gazdaságos voltuk és tetszetős alakjuk ellenére — eddig csak igen ritkán alkalmazta.



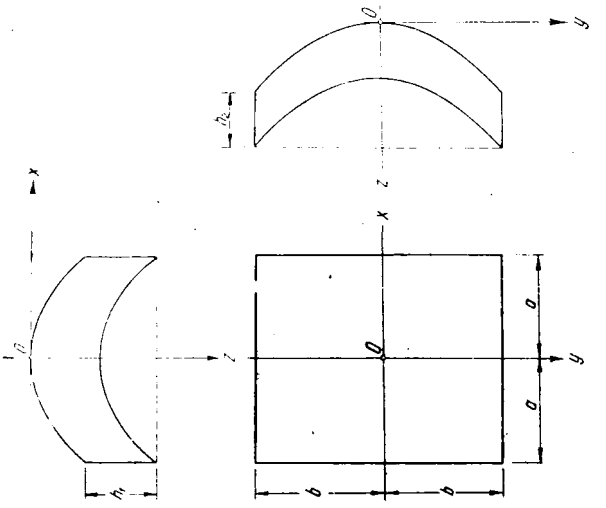
1. ábra. Transzlációs felület szerint alakított héjak

Az alábbiakban kimutatjuk, hogy a transzlációs felület szerint alakított héjak számításával járó egyébként igen tetemes nehézségek a héj vezérgörbéinek alkalmas kiválasztásával kiküszöbölhetők. E lehetőség felismerése és igazolása — úgy hisszük — nagymértékben hozzájárulhat ahhoz, hogy a transzlációs felület szerint alakított héjak a jövőben az eddiginél kiterjedtebb mértékben kerüljenek alkalmazásra.

2. Feltevések

Vizsgálataink derékszögű négyszögalaprajzú oly héjra vonatkoznak, melynek két függőleges szimmetria-síkja van (2. ábra). A héjat a peremein függélyes síkú falak, illetve ívek támasztják alá. A héjra csak függélyes megoszló terhek működnek, mégpedig a héj szimmetria-síkjaira szimmetrikus elrendezésben.

Feltesszük, hogy a héj hártyaszerű feszültségi állapotban van, alátámasztó falai és ívei pedig csak saját síkjukba eső erőhatásokkal szemben ellenállók. A héj és az alátámasztó falak, illetve ívek csatlakozásánál a kétféle szerkezet különböző mértékű alakváltozásából származó, a hártyaszerű feszültségi állapottal összeférhetetlen zavaró hatásokat nem vesszük figyelembe.



2. ábra. Transzlációs felület szerint alakított héj, derékszögű négyszög alaprajz felett

3. A feladat differenciálegyenlete

Vizsgálataink céljaira a 2. ábrán feltüntetett 0 (x, y, z) derékszögű koordinátarendszert használjuk. Ennek kezdőpontja a héj középfelületén fekszik, x és y tengelyei vízszintesek, a héj alátámasztó falaival párhuzamosak. A pozitív z tengelyág lefelé irányul. E koordinátarendszerben a héj középfelületének egyenlete — transzlációs felület szerint alakított héjról lévén szó —,

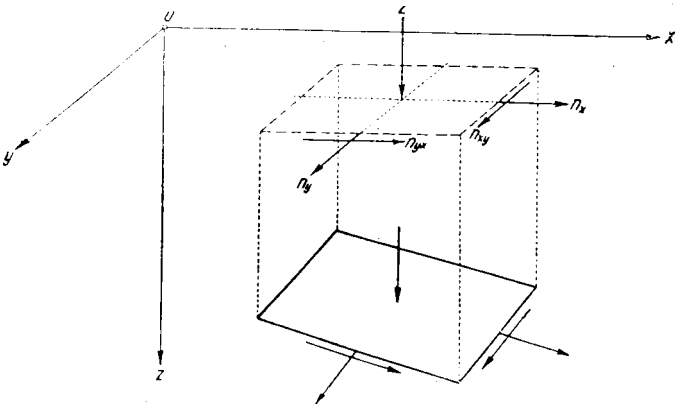
$$z = f(x, y) = f_1(x) + f_2(y). \tag{1}$$

Az egyensúly feltételeinek felírásához oly héjelemet ragadunk ki, melynek középfelülete az x, y síkra való vetületben valamely dx, dy oldalélű derékszögű négyszögként jelentkezik (3. ábra).

A héjelem metszési lapjaira ható belső erők jellemzésére ezen erőknek az x, y tengelyekre való vetületeit használjuk. Ezen alkotóknak a dx, dy oldalélű vetületi négyszög oldalhosszaira vonatkoztatott fajlagos értékeit n_x, n_y, n_{xy} és n_{yx} betűkkel jelöljük. Értéküket akkor tekintjük pozitívoknak, ha nyiluk a pozitív tengelyágak felől látható metszési lapokon a pozitív tengelyágak felé mutat.

A héjelemre jutó függélyes tehernek a $dx \cdot dy$ vetületi területre vonatkoztatott fajlagos értékét Z betűvel jelöljük. Ezt lefelé mutató nyíliránnyal tekintjük pozitívnak.

A fenti jelölések esetén a kiragadott héjelem egyensúlyi feltételei így írhatók [1]:



3. ábra. A kiragadott héjelem középfelülete, s annak vetülete

$$\left.\begin{aligned} n_{xy} - n_{yx} &= 0 \,, \\ \frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{yx}}{\partial y} &= 0 \,, \\ \frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} &= 0 \,, \\ n_x \frac{d^2 f_1}{dx^2} + n_y \frac{d^2 f_2}{dy^2} + Z &= 0 \,. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

A fenti egyenletrendszer — mint ismeretes — lényegesen egyszerűsül, ha a héj feszültségi állapotának jellemzésére valamely olyan $F(x, y)$ *feszültségfüggvényt* vezetünk be, mely a belső erőkkel az alábbi kapcsolatban áll:

$$\left.\begin{aligned} n_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \,, \quad n_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \,, \\ n_{xy} = n_{yx} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} \,. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Ebben az esetben az első három egyensúlyi egyenlet eleve teljesedik, a negyedik egyenlet pedig az $F(x, y)$ függvényre a következő feltételt szabja :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{d^2 f_1}{dx^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{d^2 f_2}{dy^2} + Z = 0 \,. \tag{4}$$

Ezenkívül — természetesen — az $F(x, y)$ függvénynek meg kell felelnie a feladat peremfeltételeinek is. Minthogy a héj alátámasztó falai, illetve ívei csak saját síkjukba eső erőhatásokkal szemben ellenállók, a peremfeltételeknek azt kell kifejezniök, hogy az $y = \pm b$ peremek mentén

$$n_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \,, \tag{5a}$$

az $x = \pm a$ peremek mentén pedig

$$n_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0 \,. \tag{5b}$$

4. A feladat megoldása

A (4) parciális differenciálegyenletnek a peremfeltételeknek is megfelelő megoldása adott $f_1(x)$ és $f_2(y)$ függvények esetében szinte elháríthatatlan nehézségekbe ütközik. Ezért a héj alakját meghatározó $f_1(x)$ és $f_2(y)$ függvényeket nem tekintjük adottaknak. Célunk oly esetet előállítani, melyben a (4) jelű parciális differenciálegyenlet két közönséges differenciálegyenletre bontható szét.

Ilyen eset következik be pl. akkor, ha a (4) differenciálegyenlet első, illetve második tagja csupán az x, illetve y változó függvénye :

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{dy^2} \cdot \frac{d^2 f_1}{dx^2} &= G_1(x) \,, \\ \frac{\partial^2 F}{dx^2} \cdot \frac{d^2 f_2}{dy^2} &= G_2(y) \,. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Ezenkívül az elérni kívánt cél biztosításához még az is szükséges, hogy a (4) differenciálegyenletben előforduló harmadik tag, nevezetesen a $Z(x, y)$ terhelésfüggvény olyan két részre legyen szétbontható, melyek egyike csak az x-től, másika csak az y-tól függ :

$$Z(x, y) = Z_1(x) + Z_2(y) \,. \tag{7}$$

A szétbontás lehetősége a gyakorlatban szóbajövő esetekben legalábbis jó közelítéssel mindenkor megvan.

A (6) és (7) alatti feltételek teljesítésekor a (4) jelű *parciális* differenciálegyenlet

$$G_1(x) + G_2(y) + Z_1(x) + Z_2(y) = 0 \tag{8}$$

alakban írható, s ennek megfelelően két *közönséges* differenciálegyenlettel helyettesíthető:

$$\left.\begin{aligned} G_1(x) + Z_1(x) &= 0\,, \\ G_2(y) + Z_2(y) &= 0\,. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Ha a (9) összefüggéseket a (6) egyenletekbe bevisszük, a

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{d^2 f_1}{dx^2} &= -Z_1(x)\,, \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{d^2 f_2}{dy^2} &= -Z_2(y)\,, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

képleteket kapjuk. Ezekből nyilvánvaló, hogy esetünkben a $\partial^2 F/\partial y^2$, illetve $\partial^2 F/\partial x^2$ kifejezések csak x-től, illetve y-tól függhetnek. Ezek szerint $F(x, y)$ csak ilyen alakú lehet:

$$F(x, y) = (k_1 + l_1 x + m_1 x^2) \cdot (k_2 + l_2 y + m_2 y^2). \tag{11}$$

Itt k_1, k_2, l_1, l_2, m_1, m_2 állandókat jelentenek. A szóbanforgó állandók azonban az (5a), illetve (5b) peremfeltételek miatt nem választhatók szabadon. E feltételek miatt ui.

$$l_1 = 0, \qquad m_1 = -k_1/a^2\,,$$

$$l_2 = 0, \qquad m_2 = -k_2/b^2\,,$$

s így

$$F(x, y) = k_1 (1 - x^2/a^2) \cdot k_2 (1 - y^2/b^2).$$

Innen a

$$\frac{K}{2} \equiv \frac{k_1 \cdot k_2}{a^2 \cdot b^2}$$

jelöléssel

$$F(x,y) = \frac{K}{2}(a^2 - x^2) \cdot (b^2 - y^2) \quad . \tag{12}$$

Ebben a képletben a K paraméter csak akkor lehet zérus, ha a héj terheletlen. A (3) alattiak szerint ui.

$$\left.\begin{aligned} n_x = -K(a^2 - x^2)\,, \quad n_y = -K(b^2 - y^2), \\ n_{xy} = n_{yx} = -2Kxy\,. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Az $F(x,y)$ függvényt ismervén, visszatérhetünk a (10) egyenletekhez. Ha ezekbe a (12) összefüggést bevisszük, a következő közönséges differenciálegyenleteket kapjuk:

$$-Ka^2(1 - x^2/a^2)\frac{d^2 f_1}{dx^2} = -Z_1(x),$$

$$-Kb^2(1 - y^2/b^2)\frac{d^2 f_2}{dy^2} = -Z_2(y)\,.$$

Ezekből az egyenletekből $f_1(x)$, illetve $f_2(y)$ már meghatározható,

$$\left.\begin{aligned} f_1(x) = \frac{1}{Ka^2}\iint \frac{Z_1(x)}{1 - x^2/a^2}\,dx\,dx\,, \\ f_2(y) = \frac{1}{Kb^2}\iint \frac{Z_2(y)}{1 - y^2/b^2}\,dy\,dy\,, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

s így az (1) összefüggés alapján a héj alakját jellemző $f(x,y)$ függvény is megadható:

$$f(x,y) = \frac{1}{Ka^2}\iint \frac{Z_1(x)}{1 - x^2/a^2}\,dx\,dx + \frac{1}{Kb^2}\iint \frac{Z_2(y)}{1 - y^2/b^2}\,dy\,dy\,. \tag{15}$$

Az előző képletben az integrálások akkor hajthatók végre egyszerűen, ha $Z_1(x)$, illetve $Z_2(y)$ racionális egész függvények, miért is az alábbiakban csakis ennek az egyszerű esetnek a tárgyalására szorítkozunk. Ilyenkor a terhelés feltételezett szimmetriája miatt:

$$Z_1(x) = \sum_{k=0}^{m} A_{2k} x^{2k} / x^{2k} ,$$

$$Z_2(y) = \sum_{k=0}^{m} B_{2k} y^{2k} / b^{2k} .$$

Ha ezeket az értékeket a (15) képletbe behelyettesítjük s a kétszeri integrálást elvégezzük, a keresett $f(x, y)$ függvényre a határfeltételek kielégítése után, a következő képletet kapjuk :

$$f(x,y) = \frac{1}{K}\left[Z_1(a) \cdot R(x/a) - \sum_{k=1}^{m} \frac{\sum_{i=k}^{m} A_{2i}}{2k(2k-1)} \cdot \frac{x^{2k}}{a^{2k}}\right] +$$

$$+ \frac{1}{K}\left[Z_2(b) \cdot R(y/b) - \sum_{k=1}^{n} \frac{\sum_{i=k}^{n} B_{2i}}{2k(2k-1)} \cdot \frac{y^{2k}}{b^{2k}}\right] . \qquad (16)$$

E képletben

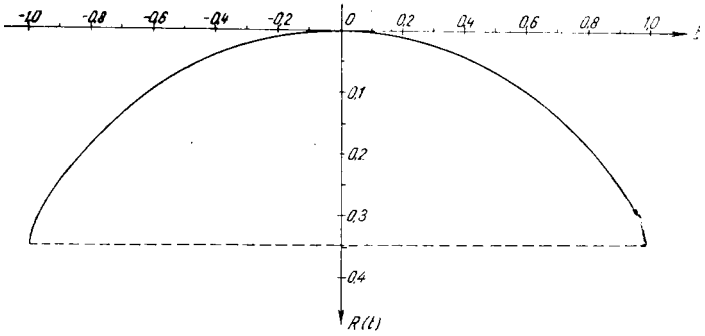
$$R(t) = \frac{1}{2}\left[(1+t)\ln(1+t) + (1-t)\ln(1-t)\right] . \qquad (17)$$

A (16) képletben előforduló $R(t)$ függvény értékeire az I. táblázat, és a 4. ábra nyújt tájékoztatást.

I. táblázat

Az R(t) függvény értékei

$\pm t$	$R(t)$
0,0	0,0000
0,1	0,0050
0,2	0,0201
0,3	0,0457
0,4	0,0823
0,5	0,1308
0,6	0,1927
0,7	0,2704
0,8	0,3681
0,9	0,4946
1,0	0,6931



4. ábra. Az $R(t)$ függvény értékei

5. Egyenletesen megoszló terhelés esete

A szóbanforgó terhelési esetben

$$Z_1(x) = A_0, \qquad Z_2(y) = B_0,$$

vagyis

$$m = n = 0.$$

Ilyenkor a (16) alatti általános érvényű egyenlet ekként írható:

$$f(x,y) = \frac{1}{K}\left[(A_0 R(x/a) + B_0 R(y/b)\right] . \tag{18}$$

A tárgyalt terhelési mód főként erősen ívelt héjak esetében következik be. Az ilyen héjak lejtős felületrészeiről ti. a hó legalábbis részben lecsúszik. Így középen, ahol a boltozat saját súlya a vízszintes vetületi terület egységére vonatkoztatva legkisebb, a teljes hóteher hat, a vállaknál pedig, ahol a saját súly a legnagyobb, aránylag kis hóteher működik. Végeredményben tehát a héj teljes terhelése, vagyis a saját súly és a hóteher összege, a héj egész területén nagyjából állandónak tekinthető [2]. Ugyanez a helyzet lehetséges lapos boltozatok esetében is, ha a héj függélyesen mért falvastagsága állandó.

Természetesen olyankor, amikor előírt ívelésű héjat akarunk létesíteni, az A_0, illetve B_0 paramétereket úgy jelöljük ki, hogy a héjnak az xz, illetve yz tengelysíkkal párhuzamos vezérgörbéi adott h_1 illetve h_2 ívmagasságúak legyenek. Ennek feltételét az

$$f(a,b) - f(0,b) = h_1,$$

$$f(a,b) - f(a,0) = h_2$$

egyenletek fejezik ki. Ezek az egyenletek a (18) alattiakra tekintettel az A_0, illetve B_0 paraméterekre az

$$A_0 = Kh_1/R\,(1), \qquad B_0 = Kh_2/R\,(1) \tag{19}$$

értékeket adják, miért is a (18) egyenletet ekként írhatjuk:

$$f(x,y) = \frac{1}{R(1)}\left[h_1 R\,(x/a) + h_2 R\,(y/b)\right]. \tag{20}$$

Végezetül még a feszültségfüggvény (12) képletében előforduló K paraméter értékét kell megállapítanunk. Ez az

$$A_0 + B_0 = q$$

összefüggés alapján történhetik. Ha ebbe a képletbe a (19) értékeket behelyettesítjük, azt találjuk, hogy

$$\frac{K}{R\,(1)}(h_1 + h_2) = q\ .$$

Innen

$$K = \frac{qR\,(1)}{h_1 + h_2}\ . \tag{21}$$

Ezekután a (13) képlet segítségével a belső erők jellemzői is már számíthatók.

6. A szimmetriasíktól való eltávolodással négyzetesen változó terhelés esete

Ebben az esetben a terhelésfüggvények

$$Z_1\,(x) = A_0 + A_2\frac{x_2}{a^2}\ , \qquad Z_2\,(y) = B_0 + B_2\frac{y^2}{b^2} \tag{22}$$

alakúak, vagyis

$$m = n = 1.$$

Ilyenkor a középfelület (16) alatti egyenlete a következőképp egyszerűsül:

$$f(x,y) = \frac{1}{K}\left[(A_0 + A_2)\,R\,(x/a) - \frac{A_2 x^2}{2a^2}\right] +$$

$$+ \frac{1}{K}\left[(B_0 + B_2)\,R\,(y/b) - \frac{B_2 y^2}{2b^2}\right]. \tag{23}$$

A most tárgyalt terhelési eset olyankor lehetséges, amidőn a héj aránylag lapos, mert akkor a hó nem csúszik le a héjról. Így a terhelés két részlete közül a vízszintes vetületi terület egységére vonatkoztatott p hóteher állandó, a saját súly ellenben a sarkok felé növekszik.

Ha a héjnak a középfelület felszín egységére vonatkoztatott g súlya állandó, akkor a vízszintes vetületi területre vonatkoztatott súlyérték a következő képlettel fejezhető ki:

$$g\left|1+2\left(\frac{h_1^2}{a^2}\cdot\frac{x^2}{a^2}+\frac{h_2^2}{b^2}\cdot\frac{y^2}{b^2}\right)\right|.$$

Így a vízszintes vetületi terület egységére vonatkoztatott teljes teherértéket kifejező terhelésfüggvény:

$$Z(x,y)=p+g\left|1+2\left(\frac{h_1^2}{a^2}\cdot\frac{x^2}{a^2}+\frac{h_2^2}{b^2}\cdot\frac{y^2}{b^2}\right)\right|.$$

A következőkben ezt a terhelésfüggvényt fogadjuk el tárgyalásunk alapjául. Esetünkben tehát

$$A_0+B_0=p+g \tag{24}$$

és

$$A_2=2\,g\,h_1^2/a^2\,,\qquad B_2=2\,g\,h_2^2/b^2\,. \tag{25}$$

Az A_0 és B_0 paraméterek értéke most is ugyanúgy állapítható meg, mint előbb:

$$\left.\begin{aligned}A_0&=\frac{Kh_1+gh_1^2/a^2}{R(1)}-2\,gh_1^2/a^2\,,\\ B_0&=\frac{Kh_2+gh_2^2/b^2}{R(1)}-2\,gh_2^2/b^2\,.\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

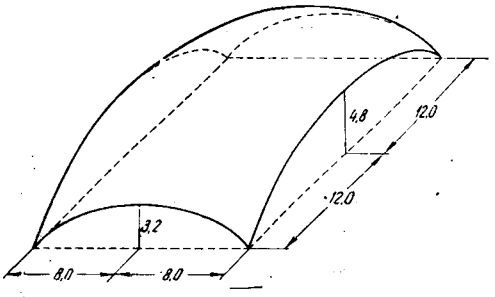
Ha ezeket, valamint a (25) alatti értékeket a (22) egyenletbe behelyettesítjük, némi rendezés után azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned}f(x,y)=&\left(h_1+\frac{g}{K}\cdot\frac{h_1^2}{a^2}\right)\frac{R(x/a)}{R(1)}-\frac{g}{K}\cdot\frac{h_1^2}{a^2}\cdot\frac{x^2}{a^2}+\\&+\left(h_2+\frac{g}{K}\cdot\frac{h_2^2}{b^2}\right)\frac{R(y/b)}{R(1)}-\frac{g}{K}\cdot\frac{h_2^2}{b^2}\cdot\frac{y^2}{b^2}\,.\end{aligned} \tag{27}$$

Végezetül a még ismeretlen K paramétert a (24) összefüggésből a (26) alattiak behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$K = \frac{(p+g)\,R(1)}{h_1 + h_2} + g\,\frac{(h_1^2/a^2 + (h_2^2/b^2)}{h_1 + h_2}\,[2\,R(1) - 1]\,. \tag{28}$$

Ismervén a K értékét, a héj középfelületének ordinátáit a (27) képlettel, a belső erők jellemzőit pedig a (13) képlettel számíthatjuk.



5. ábra. Számpélda

7. Számpélda

Az előadottakra példaképpen tárgyaljuk az 5. ábrán feltüntetett héjat. Legyen a héj falvastagsága

$$d = 0{,}04 \text{ m},$$

fajlagos súlya

$$g = 120 \text{ kg/m}^2,$$

a számításba veendő hóteher pedig

$$p = 80 \text{ kg/m}^2.$$

Erősen ívelt héjról lévén szó, dolgozzunk az $m = n = 0$ eset képleteivel. Esetünkben a héj egyenletesen megoszlónak tekintett terhelése

$$q = g + p = 200 \text{ kg/m}^2,$$

a héj méretadatai pedig

$$a = 8{,}0 \text{ m}, \qquad h_1 = 3{,}2 \text{ m}, \qquad h_1/a = 0{,}4,$$
$$b = 12{,}0 \text{ m}, \qquad h_2 = 4{,}8 \text{ m}, \qquad h_2/b = 0{,}4.$$

Először az $f(x, y)$ függvényt írjuk fel, mégpedig a (20) képlet és az I. táblázat segítségével:

$$f(x,y) = \frac{1}{0{,}6931}\left[3{,}2\,R(x/a) + 4{,}8\,R(y/b)\right].$$

Innen némi rendezés után

$$f(x,\ y) = 4{,}6166\, R\,(x/a) + 6{,}9250\, R\,(y/b).$$

Tehát a felület keresett vezérgörbéinek egyenlete :

$$f_1(x) = 4{,}6166\, R\,(x/a),$$
$$f_2(y) = 6{,}9250\, R\,(y/b).$$

E képletekből az I. táblázat segítségével a vezérgörbék ordinátái már számíthatók. Értéküket a II. táblázat tartalmazza.

II. táblázat
A vezérgörbék ordinátái

x	f_1	y	f_2
0	0,0000	0	0,0000
0,8	0,2312	1,2	0,3469
1,6	0,0930	2,4	0,1394
2,4	0,2110	3,6	0,3165
3,2	0,3799	4,8	0,5698
4,0	0,6039	6,0	0,9059
4,8	0,8898	7,2	1,3347
5,6	1,2485	8,4	1,8728
6,4	1,6992	9,6	2,5488
7,2	2,2835	10,8	3,4253
8,0	3,2000	12,0	4,8000

Ezután a K tényező értékét határozzuk meg, mégpedig a (21) képlet segítségével :

$$K = \frac{200 \cdot 0{,}6931}{3{,}2 + 4{,}8} = 17{,}3287 \ \text{kg/m}^3.$$

Ezen értéket felhasználva, a belső erőket a (13) képletekkel számíthatjuk :

$$n_x = -17{,}3287\ (8{,}0^2 - x^2),$$
$$n_y = -17{,}3287\ (12{,}0^2 - y^2),$$
$$n_{xy} = n_{yx} = -2 \cdot 17{,}3287\ xy.$$

A legnagyobb nyomófeszültségek az $x = 0$, $y = 0$ helyen, vagyis a héj tetőpontján keletkeznek. Itt

$$\sigma_x = \frac{n_x(0,0)}{d} = -\frac{17{,}3287 \cdot 8{,}0^2}{0{,}04} = -27\,726 \ \text{kg/m}^2,$$

$$\sigma_y = \frac{n_y(0,0)}{d} = -\frac{17{,}3287 \cdot 12{,}0^2}{0{,}04} = -62\,383 \ \text{kg/m}^2.$$

A legnagyobb nyírófeszültség a sarokpontokban jön létre. Pl. az $x = a$, $y = b$ sarokpontban

$$\tau'_{xy} = \frac{n_{xy}(a, b)}{d} = -\frac{2 \cdot 17{,}3287 \cdot 8{,}0 \cdot 12{,}0}{0{,}04} = -83\,178 \text{ kg/m}^2 .$$

IRODALOM

1. *Laffaille, B:* Mémoire sur l'étude général de surfaces gauches minces. Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes **3** (1935), pp. 295—332.
2. *Aas—Jakobsen, A :* Sur le calcul de la voûte cylindrique circulaire. Travaux **49** (1937), pp. 529—535.
3. *Menyhárd I. :* Héjszerkezetek elmélete II. rész. A Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványai **19** (1942.)
4. *Szmodits K. :* Héjszerkezetek statikája. Budapest, 1953. Akadémiai kiadó.

Összefoglalás

E tanulmány derékszögű négyszög alaprajz fölé szerkesztett transzlációs felületű oly héjakkal foglalkozik, melyek alakja és terhelése két egymásra merőleges függélyes síkra nézve szimmetrikus.

Szerző kimutatja, hogy az ilyen héjak számítása — ami egyébként igen bonyolult feladat — a héjalak alkalmas megválasztása esetében rendkívül egyszerűvé tehető. Az eljárás alkalmazhatóságának feltétele, hogy a héjra ható terhelés függőleges legyen s két oly részre legyen bontható, melyek egyike csak az egyik, másika csak a másik vízszintes koordináta racionális egész függvénye.

A számítás különösen egyszerűvé válik, ha a héjnak az alaprajzi vetületi területre vonatkoztatott fajlagos terhelése állandó, vagy a szimmetria-síkoktól távolodva négyzetesen növekvő. Ezekre az esetekre a tanulmány képleteket közöl.

A tanulmányt számpélda zárja be ; ez az eljárás célszerűségét és egyszerű alkalmazhatóságát igazolja.

A BŐR RUGALMASSÁGÁNAK MÉRÉSE

TÓTH GÉZA

A KÉMIAI TUDOMÁNYOK DOKTORA

és

PÓSA VILMOS

A KÍSÉRLETEKNÉL KÖZREMŰKÖDTEK: ZILLES JÁNOS ÉS KERESE ISTVÁN

PÉCSI BŐRGYÁR ÉS BŐRIPARI MINŐSÉGELLENŐRZŐ INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1954. április 22-én]

1. Irodalmi áttekintés

A feszesség, rugalmasság a bőrnek értékes tulajdonsága, amelynek összefüggését a minőséggel a gyakorlat már régen felismerte. Egységes mérési módszer vagy általánosan elfogadott meghatározás a feszesség fogalmának meghatározására mégsem alakult ki a mai napig. Legtalálóbbnak *Csernov* [1] definícióját fogadhatjuk el, aki szerint feszességen a bőr hajlításánál jelentkező rugalmasságot kell érteni.

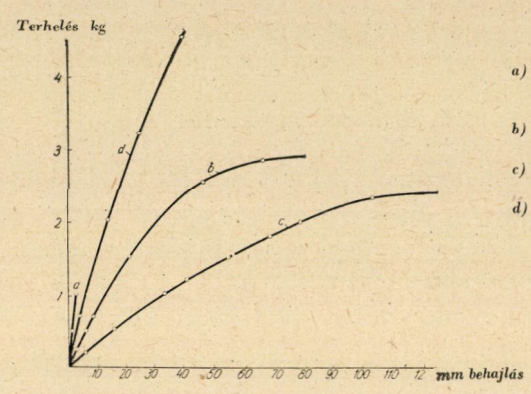
Az első feszességmérést *Wilson* [2] közölte, aki relatív feszességen azt a fontban kifejezett erőt értette, amely megadott méretű bőrcsík szakítógépen történő behajlításához szükséges. *Jablonski* és *Waigand* [3] a bőrök nyújtási és hajlítási rugalmassági modulusának meghatározására tettek kísérletet. English [4] felsőbőrök rugalmasságát tanulmányozta. Részletesen foglalkoztak még e tárgykörrel *Mihajlov* [5], *Kutjanin* [6], *Platunov* és *Zakatova* [7], *Fridland* [8], *Herfeld* [9], *Conabere* [10], *Cheshire* [11], *White* és *Caughley* [12], *Dwyer* [13], *Halásznė* [14], *Tóth* és *Kerese* [15], *Tóth* és *Pósa* [16] és még mások. Ezenkívül a feszesség mérésére különböző készülékeket ismertettek, mint *Naumann—Schopper*-féle merevségmérő [9], a Tinus Olsen gépgyár feszességmérője [17], a *Zilles*-féle talpfárasztógép [18], a *Pósa*-féle durometer [19]. Hogy a különböző készülékeken mért feszességi értékeket egymással összehasonlíthassuk, egységes kifejezési módra van szükség. Bőr feszességének egységes kifejezésére az eddig használatos mutatószámok közül a hajlítási rugalmassági modulus a legalkalmasabb, amelyet először *Jablonski* és *Waigand* [3] *Cheshire* [11[és *Fridland* [8] alkalmaztak. A többi mutatószám mint relatív feszesség, merevség, keménység, feszesség, rugalmasság stb. csak egyes speciális módszerekre vonatkozó értékek.

Az igen elterjedt szakirodalom alapján sincs azonban elegendő adatunk arra, hogy a bőr feszessége miként függ össze a cserzési, kikészítési munkálatokkal, a bőr méreteivel, fesztávolságával, a fárasztással stb. Ezért két évvel ezelőtt kísérletsorozatokat indítottunk meg, amelyekkel a feszességmérést befolyásoló tényezőket kívántuk tisztázni.

Jelen munkánkban a bőr hajlítási rugalmassági modulusával foglalkozunk. Más igénybevételeknél (nyújtás, összenyomás) észlelhető rugalmasságnak a hajlítási rugalmassági modulussal való összefüggését későbbi munkánkban fogjuk tárgyalni.

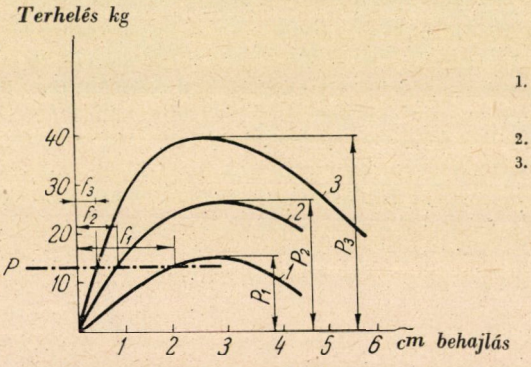
2. A behajlásnak és a bőrminta méreteinek összefüggése a hajlító erővel

Minthogy a bőr rostszerkezeténél fogva nem teljesen homogén, ezért először a behajlás és a terhelés közötti összefüggéseket egynemű testeken tanulmányoztuk. Rugalmas acél-, fa- és üveglemez behajlását különböző terhelés és fesztávolságok mellett az 1. ábra ábrázolja, amelyből látható, hogy kis behajlásoknál a behajlás és terhelés között lineáris összefüggés van, tehát



a) 32·5 mm × 2·03 mm keresztmetszetű üveglemez, 25 cm fesztávolságnál
b) 24 × 0·9 mm keresztmetszetű acéllemez, 25 cm fesztávolságnál
c) 54 × 28 mm keresztmetszetű favonalzó, 50 cm fesztávolságnál
d) mint *c)* 30 cm fesztávolságnál

1. ábra



1. 6·5 mm vastag, 80 mm széles szeges krupon, húsáról terhelve, első mérés. Fesztávolság 9·0 cm
2. mint 1. 5 mm vastagsággal
3. mint 1. 5·3 mm vastag varró krupon

2. ábra

érvényes a Hooke-féle törvény, amely szerint a deformáció és erő arányosak. Nagyobb behajlások esetén a grafikon egyenes szakasza fokozatosan ellaposodik és végül vízszintesbe megy át, amidőn a behajlás már oly nagy, hogy a kéttámaszú tartó a felfekvési helyek közt átcsúszik. A grafikon kezdeti egyenes szakaszából az érintő meghúzásával a rugalmassági tényező (E) ismert képletek alapján kiszámítható.

Bőrnél azonban éppen a görbe ezen első szakasza nem mérhető kellő pontossággal, mert gyakran igen lapos és csak később emelkedik meredekebben. Ha nagyobb súly hatására történő behajlásokat mérnénk (2. ábra f_1, f_2, f_3),

amidőn a Hooke-féle törvény már nem érvényes, úgy azonos terhelés (P) esetén minden bőrnél a görbe más és más szakaszát vennénk számításba a feszesség megállapításánál. Kis rugalmasságú bőröknél közel lennénk ahhoz a maximális erőhöz (P_1), amellyel a bőr még egyensúlyt képes fenntartani, vastagabb és feszesebb bőrnél pedig a görbe első szakaszát vennénk számításba, amelynél további súlynövelés még jelentős további behajlást eredményezne.

Pontosabb értékekhez juthatunk, ha a behajlást úgy választjuk meg [16], hogy a mért súly már a görbe érintőjének magasságában legyen, azaz mindig azt a maximális súlyt (2. ábra P_1, P_2, P_3) mérjük, amelynek hatására a bőrcsík a feltámasztási pontok közt már átcsúszik. Ez általában akkor következik be, amidőn a bőrcsík végei egymással kb. 90°-os szöget zárnak be. Ebben az esetben az alátámasztó pontokra gyakorolt erő két egymásra merőleges alkotóra bontható (6. ábra), amelyek közül az egyik az alátámasztó pontot lefelé nyomja, a másik pedig vízszintes irányban igyekszik széttolni. Ha a bőrminta szárai 45°-os szöget zárnak be a vízszintessel, úgy a két komponens egymással közel egyenlő, és így a bőrcsík további terhelésnél már átcsúszik.

Ezen mérési módszert alkalmazhatjuk a Herfeld-féle feszességmérőn [9], a Tóth-féle készüléken (17. ábra), szakítógépen (18. és 20. ábra) és a Zilles-féle készüléken (22. ábra) történő méréseknél.

A bőrcsík szélessége és a behajlás közt az elméletnek megfelelően lineáris összefüggés van. Ennek igazolására 12 cm széles bőrcsík 90°-os behajlásához szükséges erőt mértük konstans értékig való fárasztás után, majd 3 db. 4—4 cm széles csíkra felvágva újból többször egymás után megmértük a terhelést. Amint várható volt, a csíkok terheléseinek összege egyenlő az eredeti szélességű minta terhelésével.

A következő eldöntendő kérdés az volt, hogy milyen összefüggés van a bőr feszessége és vastagsága között. Szilárdságtani vizsgálatok alapján végig állandó derékszögű négyszög keresztmetszetű, középen terhelt kéttámaszú tartó behajlása (f) kismérvű behajláskor

$$f = \frac{P \cdot l^3}{48\, I \cdot E} = \frac{Pl^3}{4E\ ab^3}, \tag{1}$$

ahol P a tartó közepén alkalmazott erő (kg), l a tartó hossza (cm), I az inercianyomaték, E a hajlítási rugalmassági tényező, a a tartó szélessége és b a tartó vastagsága cm-ben. A fenti képletet Bernoulli vezette le [20, 21, 22].

Ha a behajlás mérvét és a fesztávolságot mindig állandónak vesszük, továbbá azonos szélességű mintákat vizsgálunk ugyanazon anyagból, úgy a képlet egyszerűsödik

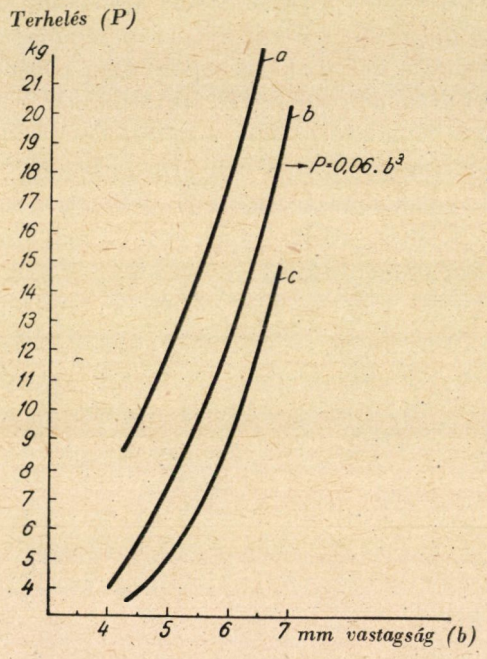
$$P = \text{konst} \cdot b^3. \tag{2}$$

Ezen összefüggés helyességét nagyszámú bőrminta statisztikai vizsgálatával

ellenőriztük. Különböző vastagságú, de azonos eredetű nyersbőrből azonos eljárással készült talpkruponok vastagságai és az átcsúszáshoz szükséges terhelések közötti összefüggést a 3. ábra mutatja, amelyből látható, hogy az ábrában megadott méretű talpkrupon minták behajlásához szükséges erő 4—6,5 mm vastagság között közelítőleg

$$P = 0{,}06 \cdot b^3 \qquad (3)$$

képlet szerint változik, ahol b a vastagságot mm-ben és P a 90°-os behajláshoz szükséges erőt jelenti kg-ban.



a) félkruponok 50 cm fesztávolságnál, első mérés barka oldalról
b) 30×12 cm-es krupon minták, 15 cm fesztávnál
c) mint a) 10. mérés

3. ábra

A behajlás nagyságát a bőrminta hosszúsága és önsúlya is befolyásolja. Kis fesztávolságoknál az utóbbinak hatása a mérés pontosságán belül elhanyagolható. A mintadarab szélei az alátámasztási görgőkön kívül csak keveset nyúljanak ki, nehogy az így keletkezett ellensúly a behajlást csökkentse.

3. Eltérések a homogén, abszolút rugalmas testek viselkedésétől

Egynemű anyagokkal ellentétben a bőr feszessége általában más a húsoldalról, mint a barkaoldalról való terhelésnél. A legtöbb szerző a húsoldalról való terhelés eredményeit közli. Marhatalpbőr kismérvű behajlításakor még

alig észlelhető különbség a hús- és barkaoldal felőli terhelések között, azonban 90°-os behajlításnál a húsoldalról való terhelésnél már csak kb. feleakkora erő szükséges, mint a barkaoldalról. Ezen jelenség avval magyarázható, hogy a barkaréteget finom rostkötegek alkotják, amelyek nemezszerűen összenyomhatók és nyújthatók, míg a húsoldal rostszerkezetét a bőr felületével párhuzamos orientált kötegek alkotják, amelyek nyújthatósága lényegesen kisebb, viszont összenyomhatók. A húsoldalról való terhelés felel meg az élő állaton is a természetes igénybevételnek. Sertésbőröknél a hús- és barkaoldalról való behajlításhoz szükséges erők sokkal kisebb mértékben különböznek egymástól. A behajlás mértéke a bőr rugalmasságán, szélességén és vastagságán kívül attól is függ, hogy hányszor hajlították be a mintát. Egymás után következő feszességmérések eredményeit 3 kruponnál színoldalról terhelve az I. táblázat tartalmazza. Az egymás után végzett mérésekből számított hajlítási rugalmassági modulusok értékei a bőr minőségétől függően csökkenő irányzatot mutatnak.

I. táblázat

	Vastagság mm	Terhelés 15 cm fesztávnál	Egymás után következő mérések kg-ban									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Varrókrupon	5,0	barkaoldalról	9,0	8,5	7,5	7,5	7,0	7,0	7,0	6,5	6,5	6,2
Szegeskrupon	5,0	»	12,0	9,5	8,5	7,5	7,0	7,0	7,0	6,5	6,5	6,0
Szegeskrupon	6,5	»	26,5	23,5	21,5	20,5	19,5	18,5	18,5	18,5	17,5	17,5
Varrókrupon	5,0	barkaoldalról	8,0		7,5		7,2		7,0		6,5	
		húsoldalról		4,5		3,5		3,5		3,5		3,0

A feszességi értékek attól is függenek, hogy milyen görbületi ívben hajlítjuk meg a bőrcsíkot, mert a kisebb ívben való meghajlítás erősebb fárasztásnak felel meg. Időnyereség szempontjából célszerű a méréseket bizonyos fárasztás után elvégezni, továbbá azért is, hogy a bőrminta előkezelésétől minél kevésbé függjenek a vizsgálati eredmények. Hosszabb pihenés után a fáradási jelenségek erősen csökkennek. Így pl. a vizes talpbőr feszessége egy-két órai pihentetés után újból eléri eredeti értékét. A száraz bőr feszessége ellenben rendesen még hosszú pihentetés után sem éri el eredeti értékét.

A fáradási jelenségeknél figyelembe kell vennünk a nedvességtartalmat, mert a bőr szárazon mért feszessége függ a nedvességtartalomtól. E közleményben közölt rugalmassági adatok vagy 14% nedvességtartalomra, vagy 24 órán át tartó kiáztatott állapotra vonatkoznak. Rövidebb írásmód céljából a következőkben a hajlítási rugalmassági modulus jele (E) mellé indexként feltüntetjük a »száraz« vagy »nedves« szavakat és a hajlítgatások számát. Pl. 24 órán át

feláztatott bőr 10 hajlítgatás után mért rugalmassági modulusát a következőképpen fejezzük ki:

$$E_{10}^{\text{nedves}}.$$

14% nedvesség tartalmú bőr meghatározásánál az első mérés eredményét pedig:

$$E_{1.}^{\text{száraz}}$$

A bőr fent ismertetett kifáradása többek között a plasztikussággal, relaxációval [23] és hiszterézissel [24] van összefüggésben.

Ezen jelenségeket az alábbiakban csak röviden érintjük.

Abszolút rugalmas anyagnál az erő megszűnése után az alakváltozás rögtön és maradéktalanul megszűnik. A bőr rugalmas tulajdonságai sokkal bonyolultabbak, és viselkedése inkább a kaucsukszerű anyagokkal, műanyagokkal mutat rokonságot. Ha a Hooke-féle törvényt kifejező

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{4}$$

egyenletből indulunk ki, ahol σ a feszültséget, ε a fajlagos deformációt és E a rugalmassági modulust jelenti, és az idő jelentőségét vizsgáljuk, akkor eljutunk azon jelenségekhez, amelyeket relaxáció néven foglalnak össze. Mivel E az időtől független, írhatjuk:

$$\frac{d\sigma}{dt} = E\frac{d\varepsilon}{dt}. \tag{5}$$

Ez az ún. Maxwell-féle egyenlet a tapasztalat szerint abszolút rugalmas anyagoknál érvényes. Képlékeny anyagoknál a kísérletek sok esetben a következő egyenlet érvényességét igazolják:

$$\frac{d\sigma}{dt} = E\frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\sigma}{\varrho}, \tag{6}$$

ahol ϱ az úgynevezett relaxációs idő.

Bőrnél a relaxációs idő nem konstans, hanem növekedik.

A bőr relaxációját a következő példa szemlélteti:

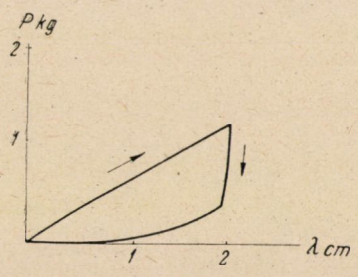
25 cm hosszú, 0,50 cm² keresztmetszetű gidasevró 23%-os állandó nyújtásához kezdetben 65 kg erő szükséges, amely a II. táblázat szerint fokozatosan csökken.

II. táblázat

t (sec)	P (kg)	ϱ (sec)
0	65,0	—
3	64,0	1,000
10	62,6	1,400
30	60,6	2,300
100	58,5	5,000
1000	54,1	29,000
1,0000	48,0	174,000
100,000	38,0	1000,000

A kezdeti erőből számítva a nyújtási rugalmassági modulus 565 kg/cm², amely a 28 órai nyújtási erőből számítva 330-ra csökken.

A bőr többszöri igénybevételénél a hiszterézis jelensége is észlelhető [3]. Ha a bőr nyújtásakor vagy hajlításakor az erő (P) és deformáció (λ) közötti összefüggést grafikusan ábrázoljuk, és a diagramot az erő csökkentésekor is megrajzoljuk, úgy a felvett görbék egymástól eltérnek (4. ábra). A bőr ezen viselkedését a fizika egyéb ágaiban mutatkozó hasonló jelenségekkel megegyezésben rugalmas hiszterézisnek nevezzük [24].



4. ábra

A két görbe közötti terület arányos a rugalmas ciklus alatti munkaveszteséggel. Pl.: a 4. ábra szerint a húsoldalról való terhelésnél a befektetett munkából (1,10 kgcm) csak mintegy $^1/_3$-rész (0,33 kgcm) nyerhető vissza.

A fenti jelenségek és a bőr kifáradása közötti összefüggések pontos megismerése további vizsgálatok elvégzését teszi még szükségessé. Ezirányú kísérleteinket folytatjuk.

4. Összefüggés a terhelés és fesztávolság között nagyobbmérvű behajlásoknál

Az (1) képlet szerint ugyanazon tartó azonos behajlításához szükséges erők fordítva arányosak a fesztávolság harmadik hatványával. E képlet azonban csak kismérvű behajlításokra érvényes. Kísérleteinknél azt találtuk, hogy olyan behajlításoknál, amelyeknél a tartó a felfekvések között éppen átcsúszik, a fesztávolság második hatványával fordítva arányos a behajlításhoz szükséges erő. A III. táblázatban igen rugalmas acélszalagoknak teljes átcsúszásig történő behajlításához szükséges terheléseit tüntettük fel, különböző fesztávolságoknál, saját kísérleteink alapján.

III. táblázat

Az acélszalag szélessége mm	Az acélszalag vastagsága mm	Terhelés	Mért fesztávolság cm	Négyzetgyökös összefüggés alapján kiszámított fesztávolság $23{,}5\sqrt{\frac{20}{\text{terhelés}}}$ képlet szerint	Köbgyökös összefüggés alapján kiszámított fesztávolság $23{,}5\sqrt[3]{\frac{20}{\text{terhelés}}}$
13,0	0,2	20 g	23,5	23,5 cm	23,5 cm
13,0	0,2	50 g	15,2	14,9	17,3
13,0	0,2	100 g	10,5	10,5	13,7
13,0	0,2	200 g	7,5	7,4	11,0
13,0	0,2	500 g	4,7	4,7	8,0
13,0	0,2	1000 g	3,3	3,3	6,4

A behajlást előidéző erő és a fesztávolság közötti összefüggés kiszámítása a következő meggondolások alapján történik :

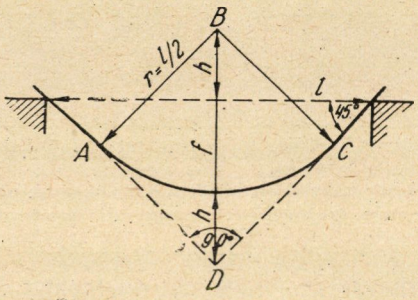
Ha a tartót annyira behajlítjuk, hogy annak végei egymással 90 fokos szöget zárnak be, akkor rugalmas acélszalagnál a tartó alakja igen nagy megközelítéssel oly körívnek felel meg, amelynek sugara $l/2$ és ezen körív érintőinek tekinthetők a tartó végei. A, B, C, D, derékszögű négyszög átlója az 5. ábra szerint

$$a = 2h + f \quad \text{továbbá} \quad 2r^2 = a^2$$

$$f = r - h = 2r - r\sqrt{2} = 0{,}2925\, l. \tag{7}$$

Tehát az (1) képletből ugyanazon tartónál :

$$f = 0{,}2925\, l = \frac{Pl^3}{\text{konst.}} \quad \text{és} \quad P = \frac{\text{konst.}}{l^2}.$$



5. ábra

Azonos tartónál két különböző fesztávolság mellett mért fenti nagyságú behajlításhoz szükséges erők aránya eszerint :

$$P_1 : P_2 = l_2^2 : l_1^2 \quad \text{és} \quad l_1 = l_2 \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}. \tag{8}$$

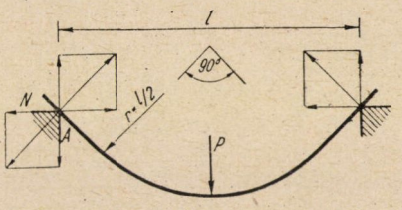
A fenti négyzetes összefüggés nemcsak rugalmas acélszalagokra, hanem bőrre is érvényes. 10×30 cm-es talpmintát egymás után hússzor meghajlítottunk 5 cm fesztávolságú görgők között azért, hogy a következő mérések közelítőleg konstansok legyenek, és különböző fesztávolságoknál megmértük az átcsúszáshoz szükséges terheléseket. Az összefüggéseket a IV. táblázat tartalmazza.

IV. táblázat

Fesztávolság	Mért terhelés	Négyzetes összefüggés alapján számított terhelés	Köbös számított terhelés
15,0 cm	2,3 kg	2,3 kg	2,3 kg
12,0	3,9	3,6	4,5
10,0	5,6	5,2	7,8
8,0	8,6	8,1	15,2
5,0	19,6	20,6	62,0

Elméletileg is igazolható, hogy az átcsúszást megközelítő behajlításnál az erő a fesztávolság második hatványával fordítva arányos (15. képlet).

Létesítsünk a tartó közepén fokozatosan történő terheléssel oly mérvű behajlást, hogy a tartó végei 90°-os szöget zárjanak be egymással (6. ábra). Az alátámasztási helyeken a terhelés (P) és a behajlás következtében keletkező feszültség együttes hatására visszaható erők ébrednek, amelyeket erőparalellogrammal két komponensre bonthatunk fel. Az egyik erő a tartót nem engedi lesüllyedni, a másik erő pedig a tartó végeit befelé igyekszik hajlítani. Ha a tartó végei a vízszintessel 45 fokos szöget zárnak be, akkor a két erő egymással egyensúlyt tart, és a tartó még éppen fennmarad az alátámasztási pontokon. Ha a terhelés kisebb és a tartó végei a vízszintessel 45 foknál kisebb szöget zárnak be, akkor a függőleges erő nagyobb, mint a vízszintes komponens, és a tartó behajlásával keletkező feszültségek hatására egyensúlyi helyzet adódik, ennek következtében a tartó nem süllyed tovább.



6. ábra

Ha ellenben nagyobb terhelést létesítünk és a tartó végeinek a vízszintessel bezárt szöge nagyobb, mint 45 fok, akkor a vízszintes irányú visszaható erő nagyobb, mint a függélyes, tehát a függélyes erő okozta súrlódás már nem elegendő a tartók fenntartásához, és a tartó az alátámasztási helyek közt növekvő sebességgel süllyedni fog ; illetve ahhoz, hogy a tartó egyensúlyban maradjon, csökkenteni kell a terhelést. Egyensúlyi állapotban tehát a terhelés akkor maximális, ha a tartó végei a vízszintessel 45°-os szöget zárnak be.

Az átcsúszás éppen azért következik be, mert a támaszpontokat lefelé nyomó erő (A) és a támaszpontokat vízszintesen szétfeszítő erő (N, 6. ábra) egymással egyenlőek, vagy az első erő kisebb a másodiknál.

Középen terhelt egyensúlyban levő tartóknál a hajlító nyomaték (M)

$$M = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Pl}{4} \cdot \tag{9}$$

Nagyobbmérvű behajlásnál e képletben l értéke nem egyezik meg pontosan a fesztávolsággal, hanem annál valamivel kisebb (l') és értéke trigonometrikusan kiszámítható. Ennek oka az, hogy az egymás felett levő rétegek tényleges felfekvési pontjai mind közelebb vannak egymáshoz. Ha a tartó vastagsága (b) a fesztávolság mellett elhanyagolható, úgy l' értéke helyett l írható.

M értékét az inercia-nyomatékkal (I) és a szélső rétegek feszültségével (σ) is kifejezhetjük.

$$M = \sigma \frac{I}{e}, \tag{10}$$

ahol e a szélső rétegnek a semleges rétegtől való távolságát jelenti. A (9) egyenletbe behelyettesítve :

$$\frac{Pl}{4} = \sigma \frac{I}{e} \cdot$$

A feszültség (σ) kifejezhető a következőképpen is :

$$\sigma = E \frac{\lambda}{l''}, \text{ ezért } \frac{Pl}{4} = \frac{E \cdot I \cdot \lambda}{l'' e} \text{ ebből } P = \frac{4 \cdot I \cdot E \cdot \lambda}{l \cdot l'' \cdot e}, \tag{11}$$

ahol λ a szélső réteg nyúlását jelenti, l'' pedig a tartó azon részét, amely λ nyúlásához tartozik.

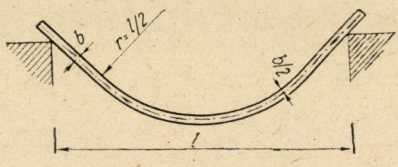
Minthogy derékszögű négyszög keresztmetszetű homogén tartónál $I = \frac{ab^3}{12}$

$$\text{és } e = \frac{b}{2} \quad \text{így} \quad P = \frac{ab^3 \cdot E \cdot \lambda}{3 \cdot l \cdot l'' \cdot e} = \frac{2ab^2 \cdot E \cdot \lambda}{3 \cdot l \cdot l''} \cdot \tag{12}$$

A szélső réteg megnyúlását λ értékét a következőképpen fejezhetjük ki:

Derékszögű behajlás esetén a tartó középső része messzemenően megközelítőleg $l/2$ sugarú egynegyed körívet képez, a tartó végei pedig ezen körívnek érintőiként tekinthetők (7. ábra). A tartó felső rétegei a behajlásnál összenyomódnak, az alsó rétegek pedig ugyanolyan mértékben megnyúlnak, ha az előbbiek szerint feltételezzük, hogy a nyúlás szempontjából semleges réteg a tartó közepén helyezkedik el ($e = b/2$). A középső réteg nyúlása tehát 0, míg a szélső rétegek nyúlásai egyenlőek, de ellentétes előjelűek. Az egynegyed körív hossza a tartó alsó felületén mérve:

$$\frac{2\,(r+b)\,\pi}{4}.$$



7. ábra

A semleges szálban pedig a vele centrikus egynegyed körív hossza $\frac{2\left(r+\frac{b}{2}\right)\pi}{4}$. A két körív hossza közötti különbség megfelel a szélső rétegek nyúlásának vagy összenyomódásának:

$$\lambda = \frac{b\pi}{4}. \tag{13}$$

A behajlított tartó a valóságban nem pontosan $l/2$ sugarú körívnek, hanem attól valamelyest eltérő parabolás ívnek felel meg. A tartó végei tehát nem pontosan egyenesek a felfekvési helyek között.

Minthogy a tartó végeinek görbülete igen kicsi, így a szélső réteg valóságos nyúlása rendkívül keveset különbözik attól az értéktől (λ), mint amelyet az egynegyed körív figyelembevételével vettünk számításba. A tartónak λ nyúlásához tartozó része (l'') tehát valamivel hosszabb az $l/2$ sugarú egynegyed körívnél.

Igen rugalmas acélszalaggal végzett mérések azt mutatták, hogy l'' értéke közelítőleg $= l$. Így a (12) képletből

$$P = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{E \cdot ab^3}{l^2}. \tag{14}$$

Ha tehát a kéttámaszú tartót annyira meghajlítjuk, hogy végei egymással 90°-os szöget zárnak be (átcsúszás), úgy a hajlítási rugalmassági modulus:

$$\mathbf{E} = \frac{1{\cdot}92 \cdot P \cdot l^2}{ab^3}. \tag{15}$$

Kis és nagy behajlásokból számítva E értékei az (1) és (15) képletek szerint azonos értékeket adnak.

Különféle méretű rugalmas testeken végzett nagyszámú méréssel igazoltuk a fenti képletek helyességét (V. táblázat). Ellenőrzésül a $2{,}0 \cdot 0{,}015 = 0{,}03$ cm^2 keresztmetszetű acélszalag nyújtási rugalmassági modulusát is meghatároztuk szakítógépen, amely az V. táblázat eredményeivel jó megegyezést mutat:

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{510/0{,}03}{0{,}46/57} = 2{,}09 \cdot 10^6. \tag{4}$$

A vizsgált acélrugók vastagsága a fesztávolság mellett elhanyagolható. Ha azonban ezen feltétel nincs teljesítve, úgy a képlet korrekcióra szorul. Bőrrel való méréseinknél a fesztávolságot általában a vastagság 25-szörösének vesszük, amidőn az előbbi korrekció itt nem részletezett számítások szerint 3—5%-ot tesz ki.

V. táblázat

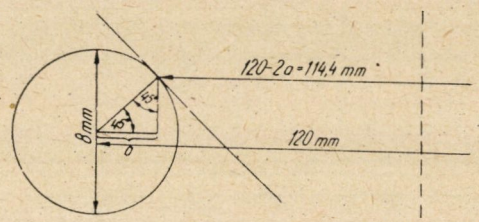
Anyag	Fesztávolság cm	Behajlás cm	A tartó szélessége cm	A tartó vastagsága cm	Terhelés kg	Alkalmazott képlet	Hajlítási rugalmassági modulus (E) kg/cm²
Acél	11,4	átcsúszásig	2,00	0,015	0,060	(15)	$2{,}10 \cdot 10^6$
»	8,9	»	2,00	0,015	0,097	(15)	$2{,}18 \cdot 10^6$
»	9,9	0,34	2,00	0,015	0,020	(1)	$2{,}11 \cdot 10^6$
»	23,5	átcsúszásig	1,30	0,020	0,020	(15)	$2{,}05 \cdot 10^6$
»	25,0	»	1,60	0,049	0,300	(15)	$2{,}00 \cdot 10^6$
»	28,0	»	2,40	0,090	2,30	(15)	$2{,}04 \cdot 10^6$
»	25,0	»	2,40	0,090	2,90	(15)	$2{,}05 \cdot 10^6$
»	25,0	0,21	2,40	0,090	0,20	(1)	$2{,}12 \cdot 10^6$
»	10,0	0,33	9,00	0,020	0,200	(1)	$2{,}10 \cdot 10^6$
»	10,0	0,50	9,00	0,020	0,300	(1)	$2{,}08 \cdot 10^6$
»	20,6	0,56	9,00	0,020	0,038	(1)	$2{,}05 \cdot 10^6$
»	9,4	átcsúszásig	9,00	0,020	0,855	(15)	$2{,}02 \cdot 10^6$
»	17,2	»	9,00	0,020	0,262	(15)	$2{,}07 \cdot 10^6$
»	29,4	»	9,00	0,020	0,090	(15)	$2{,}07 \cdot 10^6$
»	30,5	»	2,00	0,156	9,10	(15)	$2{,}15 \cdot 10^6$
»	25,0	0,50	2,00	0,156	2,10	(1)	$2{,}16 \cdot 10^6$
Fenyőfa	30,0	0,11	5,40	0,280	0,200	(1)	$10{,}3 \cdot 10^4$
»	30,0	átcsúszásig	5,40	0,280	6,50	(15)	$9{,}8 \cdot 10^4$
Réz	13,2	0,13	1,40	0,152	1,10	(1)	$9{,}9 \cdot 10^5$
Üveg	25,0	0,25	3,25	0,203	1:00	(1)	$0{,}57 \cdot 10^6$
Furnirlemez	28,3	átcsúszásig	3,90	1,28	0,77	(15)	$1{,}42 \cdot 10^4$

Ha a bőrt nem párhuzamos élek között, hanem hengerek között hajlítjuk meg, úgy a fesztávolság erősebb behajlások esetén nem egyezik meg pontosan a tengelyek közötti távolsággal, hanem ennél kisebb.

Trigonometriailag könnyen kiszámítható az a tényleges fesztávolság, mely a tartó 90°-os behajlásakor a hengerek között van.

Pl. 8 mm átmérőjű hengerek között, amidőn a hengerek tengelyei 120 mm távolságra vannak egymástól, 8. ábra szerint a tényleges fesztáv $= 120 - 2\frac{r}{\sqrt{2}} =$

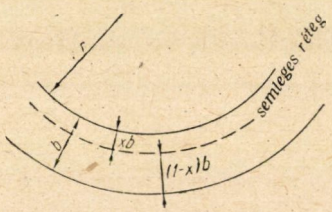
$$= 120 - \frac{2r}{\sqrt{2}} = 114{\cdot}4 \text{ mm.} \qquad (16)$$



8. ábra

5. A semleges réteg elhelyezkedésének befolyása a bőr behajlításához szükséges erőre

Ha a bőr behajlításához szükséges erőt mérjük, úgy más értéket kapunk a hús- vagy színoldalról való terhelésnél. Ennek oka abban rejlik, hogy a bőr rostszerkezete a keresztmetszetben nem egynemű, és ennek folytán az inercia-nyomaték nem felel meg minden esetben az egynemű derékszögű négyszög keresztmetszetű tartókra levezetett $I = ab^3/12$ képletnek. Minthogy a (15) képletet az előbbi összefüggés alapján vezettük le, nyilvánvaló, hogy csak akkor kapunk a rugalmassági modulusra helyes értéket, ha a semleges réteg a középen helyezkedik el. Ezen kérdés megvilágítása céljából vizsgáljuk meg a szélső rétegek nyúlását, valamint az inercia-nyomatékot.



9. ábra

Igazolható az, hogy a szélső rétegek nyúlásának vagy összenyomódásának középértéke mindenkor, akárhogy is fekszik, a nyúlás szempontjából semleges réteg

$$\lambda = -\frac{b\pi}{4}.$$

Ha a 9. ábra szerint a semleges réteg a tartó keresztmetszetében az egyik felülettől xb távolságra fekszik, akkor a felső réteg összenyomódása a következőképpen fejezhető ki:

$$\lambda_1 = \frac{2(r + xb)\pi}{4} - \frac{2r\pi}{4} = \frac{xb\pi}{4}.$$

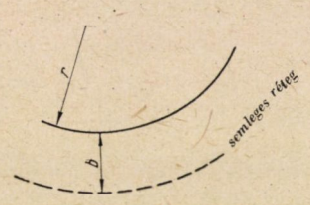
Az alsó réteg nyúlása pedig

$$\lambda_2 = \frac{2(r+b)\pi}{4} - \frac{2(r+xb)\pi}{4} = \frac{b\pi}{4}(1-x).$$

Tehát a szélső rétegek hosszúságainak átlagos eltérése a semleges réteg hosszától minden esetben

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \frac{b\pi}{4}.$$

Az inercia-nyomaték értéke függ a semleges réteg helyzetétől. Ha a semleges réteg a tartónak pontosan a közepén fekszik, úgy $I = \frac{ab^3}{12}$. Ha a semleges réteg az egyik felületen fekszik (10. ábra), akkor levezethető [25], hogy $I = ab^3/3$.



10. ábra

Minden más esetben, ha a semleges réteg nem a közepen helyezkedik el, úgy $I = ab^3/y$, ahol y értéke 12 és 3 között van. Minthogy a (11) képlet szerint azonos mérvű behajláskor P értéke egyenesen arányos I-vel és E az anyag minőségére jellemző állandó, amely nem függhet attól, hogy melyik oldalról történt a terhelés, azért P értéke akkor a legkisebb, ha a semleges réteg a közepen helyezkedik el. Minden más esetben nagyobb erő szükséges a tartó behajlításához.

Abból a tényből, hogy talpbőrnél a barkaoldalról való terheléshez kb. kétszeres erőre van szükség, mint a húsoldalról, arra következtethetünk, hogy a semleges réteg a barkaoldalról való terhelésnél a vastagság kb. egyötöd részével eltolódva helyezkedhetik el a húsoldalról való terheléshez képest. Könnyen belátható ugyanis, hogy

$I = ab^3/12$ érték esetében, midőn a semleges réteg középen fekszik,
$I = ab^3/6$ « « « « « « kb a vastagság $^1/_5$-ében és
$I = ab^3/3$ « « « « « « az egyik felszínen

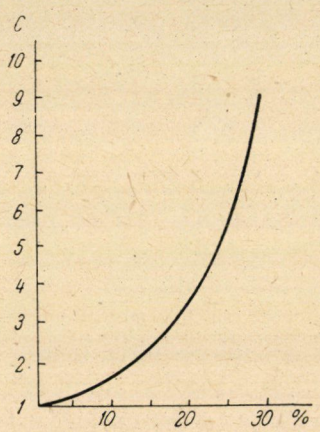
fekszik, a behajlításhoz szükséges erők úgy aránylanak, mint 1 : 2 : 4. Azaz a semleges rétegnek a vastagság kb. $^1/_5$ részével való eltolódása a behajlításhoz szükséges erőt megkétszerezi.

Minthogy a húsrétegeknek is van valamelyes nyúlásuk, azért a barkaoldalról való terhelésnél sem helyezkedik el a semleges réteg a bőr felületén, hanem valamivel mélyebben. Minthogy a kétszeres erőszükséglet további $^1/_5$-del való eltolódást jelent, így a húsoldalról való terhelésnél a semleges réteg közelítőleg a közepen helyezkedhetik el talpbőröknél, és a (15) képlet szerint számított E érték igen közel van a tényleges rugalmassági modulushoz.

Vannak azonban olyan bőrök is, amelyeknél a behajlításhoz szükséges erő a barkaoldalról való terhelésnél kisebb, mint a húsoldalról. Ilyen esetek akkor fordulnak elő, ha hasítással a húsréteget eltávolítjuk, vagy a bőr valamelyik felszínére merev festékréteget viszünk rá. A hajlítási rugalmassági modulusnak a (15) képlet alapján való kiszámításánál tehát mindig azt a terhelést kell figyelembe vennünk, amely kisebb, mert ez közelíti meg jobban a valóságos értéket.

6. A rugalmassági modulus értékének változása a rugalmasság határának túllépésénél

A (15) képlet levezetésénél abszolút rugalmas testet vettünk figyelembe. Ha a behajlás hatására keletkezett deformáció részben rugalmas, részben



Maradó deformáció a fesztávolság %-ában

11. ábra

maradó, úgy a tartó végeinek 90°-os behajlításánál csak a rugalmas deformációhoz szükséges erőt mérjük, mert a maradó deformáció ellenében végzett munka hővé alakul, és csak a rugalmas deformáció jelentkezik mint potenciális energia, amely a terhelés megszüntetésénél visszanyerhető. Ha a terhelés megszüntetése után a tartó nem ugrik vissza eredeti vízszintes helyzetébe, úgy a szélső rétegek nyúlása nem felel meg a (15) képletben figyelembevett mértéknek.

A (15) képlet használatával az összes deformációt vesszük figyelembe, amelyből kisebb modulus adódik, mintha csak a rugalmas deformációt vennénk számításba. Itt nem részletezett számításokkal korrekciós tényező állapítható meg, amellyel megszorozva az összes deformációból számított rugalmassági modulust, megkapjuk a rugalmas deformációhoz tartozó hajlítási rugalmassági modulust. A korrekciós tényező értékét(c) a terhelés megszüntetése utáni behajlás (amelyet a fesztávolság %-ában fejezünk ki) függvényében a 11. ábra mutatja.

Folyamatos ellenőrző vizsgálatokhoz a 11. ábra szerinti bonyolultabb mérések elvégzése azonban nem kényelmes, és így a bőripari vizsgálatokhoz az összes deformációból kiszámítható rugalmassági modulus értékét javasoljuk. A bőr amúgy sem homogén anyag, a hús- és színoldalról történő mérések sem adnak azonos értéket és így leghelyesebb, ha a bonyolultabb 11. ábra alapján történő számítás helyett a (15) képletet használjuk a hajlítási rugalmassági modulus megállapításánál.

Bőrök rugalmasságának mérésénél általában mindig túllépjük a rugalmasság határát. Ha különböző méréseknél a szélső szálak fajlagos nyúlásai nem azonosak, úgy különböző mértékben lépjük túl a rugalmasság határát, és így E értéke is változni fog.

Ha összehasonlító értékeket akarunk kapni, úgy szükséges, hogy a szélső szálak fajlagos nyúlásai mindig azonos mérvűek legyenek. Minthogy a tartó végeinek 90°-os behajlásakor a fajlagos nyúlás a (13) képlet alapján

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l} = \frac{b\pi}{4l} = 0{,}785\,\frac{b}{l}\,. \qquad (17)$$

Így $b/1$ értékével arányos a fajlagos nyúlás. Minél kisebb tehát a $b/1$ arány, annál kisebb a fajlagos nyúlás és annál kevésbé lépjük túl a rugalmasság határát.

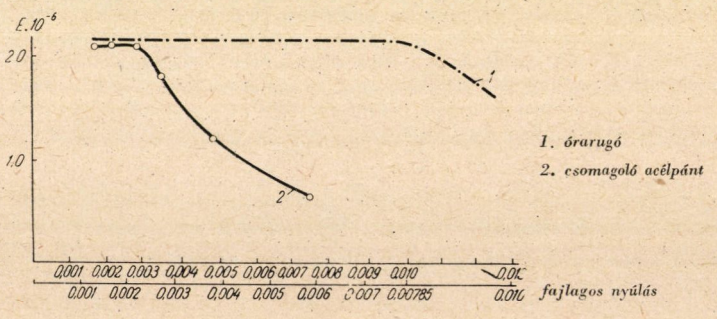
Ha pld. egy talpbőrt hajlítgatás nélkül fokozatosan mind kisebb fesztávolság mellett hajlítunk meg, és a (15) képlet alapján kiszámítjuk E értékeit, úgy azt mind kisebbnek találjuk. Ha azonban először erős ívben többször meghajlítgatjuk a bőrt és utána növekvő fesztávolságok mellett mérjük a behajlításhoz szükséges erőket, úgy E értékeit a (15) képlet alapján állandónak kell találnunk. Ennek igazolására 6,0 mm vastag szegzési talpkrupon rugalmassági modulusát először 25 cm fesztávolság mellett előzetes hajlítgatás nélkül megmértük. Ezután 25 cm átmérőjű hengeren hússzor meghajlítgattuk a bőrt, és újból megmértük E értékét. A kísérleteket 20, 15, 12, és 10 cm fesztávolságok mellett is megismételtük és minden esetben feljegyeztük a maradó deformációt is. Az összes deformációból és rugalmas deformációból számított modulusok értékeit a VI. táblázat tartalmazza. E táblázatból látható, hogyha talpbőröknél csökkentjük a fesztávolságot, úgy a fárasztás mértékének növekedésével a rugalmassági modulus csökken. Ha azonban a talpbőrt valamely erősebb deformáció után fokozatosan nagyobb fesztávolságok mellett hajlítjuk meg, akkor a rugalmas testek viselkedésének megfelelően a fesztávolság négyzetével fordítva arányosan változik a hajlító erő, és E értéke bármely fesztávolságnál állandó.

Különböző fesztávolságok mellett a hajlító erő mérése módot ad a rugalmasság határának megállapítására. Ha nagyon rugalmas acélszalagot (órarugó) különböző fesztávolságokon meghajlítunk, úgy E értékeit a (15) képlet alapján mindig azonosnak találjuk. Rugalmas acélszalag igen tág határok között meghajlítható maradó deformáció nélkül, egészen $b/1 = 0.01-0{,}03$-ig. Jó minőségű acélkés csak $b/1 = 0{,}006$ határig, ládacsomagoláshoz használt acélpánt pedig csupán $b/1 = 0{,}003$ határig hajlítható meg maradó deformáció mentesen. Maradó deformáció esetében a (15) képlet alapján kiszámított E értéke kisebbnek adódik a valóságosnál.

VI. táblázat

Fesztávolság cm	b/l	Hajlítgatások száma	Hajlítgatások átmérője cm	Összes deformációból számított E a (15) képlet alapján		A terhelés megszüntetése után a maradó deformáció cm	A terhelés megszüntetése után a maradó deformáció a fesztávolság %-ában	Szorzószám a 11. ábra alapján	Rugalmas deformációból számított E. kg/cm²
25	0,024	0		3,900					
25	0,024	20	25		2,950	0,6	2,5	1,10	3,250
20	0,030	további hajlítgatás nélkül		3,200					
20	0,030	20	20		2,320	1,0	5,0	1,25	2,920
15	0,040	további hajlítgatás nélkül		2,600					
15	0,040	20	15		2,300	0,8	6,0	1,33	3,050
12	0,050	további hajlítgatás nélkül		1,980					
12	0,050	20	12		1,760	0,6	5,0	1,25	2,200
10	0,060	további hajlítgatás nélkül		1,700					
10	0,060	20	10		1,400	0,7	7,0	1,45	2,030
12	0,050	további hajlítgatás nélkül			1,460	0,8	6,7	1,40	2,060
15	0,040	»			1,400	1,0	6,6	1,38	1,940
20	0,030	»			1,460	1,3	6,5	1,37	2,000
25	0,024	»			1,480	1,6	6,5	1,37	2,050

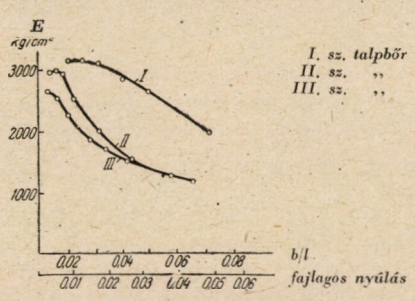
Különböző b/l arányok mellett mért rugalmassági modulusok tehát jó felvilágosítást adnak a rugalmasság határáról, és ilyen módon a rugalmasság határát grafikusan megállapíthatjuk, mert a rugalmasság határa a görbe törésénél van.



12. ábra

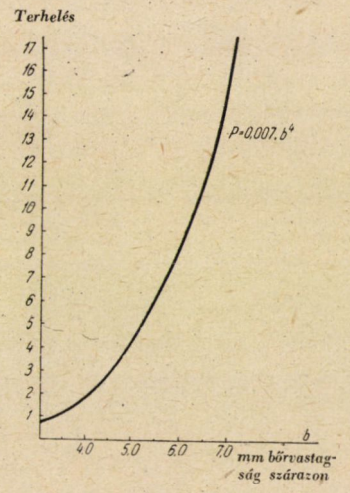
Minthogy b/l arány 361. oldal szerint a fajlagos nyúlással arányos, azért a rugalmasság határát számszerűen avval a fajlagos nyúlással fejezhetjük ki, amelynél a rugalmassági modulus kezd csökkenni [a (15) képletből kiszámítva].

A 12. ábra különböző acéloknak a hajlítási erőből a (15) képlet alapján számított E értékeit ábrázolja, b/l függvényében, a 13. ábra pedig jó minőségű talpbőrök rugalmassági határát szemlélteti hajlítási igénybevételnél. Ezen ábrák összevetéséből az látható, hogy a jó minőségű talpbőr rugalmassági határa



13. ábra

nagyobb, mint a csomagoló acélpánté és a jó minőségű acélrugóét közelíti meg, jóllehet a bőr lényegesen nagyobb vastagsága mellett szubjektív megítélés szerint az a látszat, mintha rugalmassági határa kisebb lenne.



14. ábra

7. A hajlítási rugalmassági modulus mérése feláztatott talpbőröknél

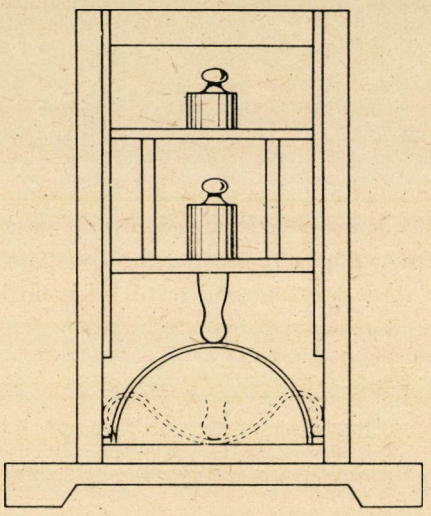
A bőr szárazon mért feszessége függ a kimosható tartalomtól is. 24 órai kiáztatás után viszont a »nedves feszesség« értéke a kimosható tartalomtól független, és a nyersbőr szerkezetére, valamint a meszezési és cserzési munkálatokra ad felvilágosítást.

A kiáztatott bőr behajlításához szükséges erő — mint kísérletileg erről meggyőződtünk — a bőrminta szélességével egyenesen arányos. A behajlítás-

hoz szükséges erőnek a bőr vastagságától való függése elméletileg ugyancsak harmadik hatványú. A vastagabb bőrök hosszabb cserzési ideje folytán azonban a harmadiknál magasabb hatványú összefüggést találtunk. 250 bőr statisztikai adatai alapján

$$P = 0{,}007 \cdot b^4 \qquad (18)$$

képletnek felel meg a vastagság (mm) és a nedves bőr terhelése (kg) közötti összefüggés (14. ábra). A méréseket a Tóth—Kerese-féle készüléken (15. ábra)



15. ábra

végeztük félkörívben meghajlított bőrrel, és tíz egymás után következő nedves feszességmérés átlagát vettük figyelembe. Hogy az egyes mérések erős szórásait kiküszöböljük, 0,3 mm-enként vastagsági csoportokba soroztuk a bőröket. A vastagságok a bőrök nedves állapotára vonatkoznak.

A harmadik hatványnál magasabb összefüggés avval magyarázható, hogy egyrészt a vastagabb bőr tömöttebb rostszerkezetű, másrészt átcserzése hosszabb ideig tart, több friss adsztringens cserlével érintkezve keményebbre cserződik. A szélső rétegek nagyobb feszessége tovább növeli az egész keresztmetszetre vonatkoztatott feszességet.

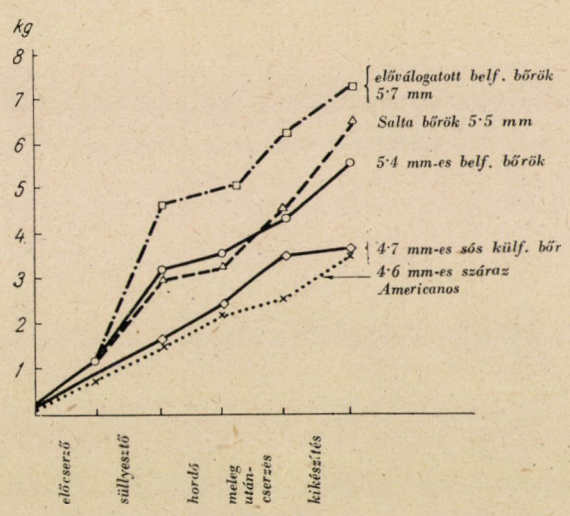
A nedves feszesség a cserzésnél fokozatosan növekedik és a teljes kikészítés után éri el maximumát. Ezen növekedés kimutatására különböző fajta nyersbőrökből 30×12 cm-es mintákat vágtunk ki a kruponrészből a szakítási mintavétel helyéről, és a rendes gyártási eljárással csereztük ki azokat. Az előcserzőben, süllyesztőben, hordócserzésnél, utáncserzésnél és kész állapotban kiáztatás után megmértük nedves feszességüket. Az eredményeket a 16. ábra foglalja össze, amelyből jól látható, hogy a cserzés folyamán a feszesség fokozatosan növekedik. Az ábrából kiviláglik az is, hogy a válogatott minőségi áru nedves feszessége nagyobb, és hogy az utáncserzés, szárítás és kikészítés alatt tovább nő a nedves feszesség.

Kísérletekkel igazoltuk, hogy félkörívben elhelyezett tartó, illetve vízszintes tartók behajlításához szükséges súlyok között azonos fesztávolságnál az átszámítási kulcs 5 : 1-hez.

A Tóth—Kerese-féle *15. ábra* szerinti készüléken mért terhelésből a nedves bőr hajlítási rugalmassági modulusát a (15) képlet alapján úgy számítjuk tehát ki, hogy P helyébe a mért súly $^1/_5$ részét vesszük.

$$E = \frac{1.9 \cdot P/5 \cdot l^2}{ab^3} = \frac{0{,}38\,Pl^2}{ab^3} . \qquad (19)$$

A feláztatott talpbőrök vastagsága kb. 5—20%-kal nagyobb, mint száraz állapotban. A rugalmassági modulus számításánál feláztatott bőröknél nem a



16. ábra

száraz állapotban, hanem a nedves állapotban mért vastagságot kell figyelembe venni, ami azért is indokolt, mert a talpbőr minősége szempontjából az erős duzzadás hátrányos.

8. A hajlítási rugalmassági modulus mérése a Tóth-féle készüléken (17. ábra)

a) *Mintavétel*

A hajlítási rugalmassági modulus méréséhez a mintákat rendszerint a fizikai mintavétel helyéről vesszük. Kruponnál és nyaknál ezáltal a bőrök tömöttebb helyén történik a vizsgálat, és az illető bőrdarabra kb. maximális értéket kapunk. A bőrdarab egyéb részei ennek megfelelően kisebb modulust mutatnak.

A rugalmassági modulus értékei általában egy-egy gyártási tételen belül is erősen ingadoznak. A szórás 100—200% is lehet, ezért csak nagyszámú

vizsgálat ad jellemző értéket. A kivett minták száma $0{,}7\sqrt{x}$ képlet alapján számítandó, de egy vizsgálandó tételből legalább 10 db-ot vegyünk.

Talpbőröknél a száraz állapotban végzett rugalmassági modulus meghatározása után ugyanazon mintadarabból 24 órai áztatás után újból célszerű meghatározni a modulust, sőt ugyanazon mintadarab újbóli megszárítása után kapott érték is jellemző a bőr vízállóságára.

b) *A minták nagysága*

A mintadarabok nagyságát úgy választjuk, hogy a mérés még elegendő pontossággal legyen elvégezhető. Minthogy a fesztávolságot általában a vastagság 25-szörösének választjuk, így a mérés pontosságának fokozása végett csak a minta szélességét növelhetjük. Tájékoztatás céljából közöljük különböző fajta bőröknél a minták kb. nagyságát:

5—6 mm	vastag	talpbőröknél	20—24 cm	hosszú	és	4—5 cm	széles	minta
3—4 mm	«	«	13—17 cm	«	«	5—6 cm	«	«
2—3 mm	«	kéregtalpbélés-rámabőröknél	10—13 cm	«	«	6—8 cm	«	«
4,5—5,5 mm	«	gépszíj és műszaki bőröknél	18—22 cm	«	«	5—7 cm	«	«

c) *A minták előkészítése a méréshez*

A rugalmassági modulus értékét meghatározott nedvességtartalomnál adjuk meg. Szárazon végzett meghatározások előtt a mintadarabokat 65% relatív nedvességű és 20 C° hőmérsékletű térben felakasztva 48 órán át tároljuk. Nedves állapotban mért vizsgálatoknál a víztartalmat a vizsgálati adatokhoz mellékeljük.

A vastagságot három ponton leolvassuk 0,005 cm pontossággal és ezek számtani közepét vesszük figyelembe. Ugyancsak megmérjük a hossztengely felező vonalában a minta szélességét 0,05 cm pontossággal.

A bőrminta hajtogatása nagymértékben csökkenti a rugalmassági modulust. Minthogy a mintákról nem lehet utólagosan megállapítani, hogy mintavétel után voltak-e hajtogatva, ezért oly mértékben hajlítgatjuk meg őket, míg további hajlítgatásra már nem változik meg a rugalmassági modulus. Általában 15—30-szoros hajlítgatás után konstans értéket szoktunk kapni.

Kísérleteinknél általában hússzor hajlítottuk meg a bőröket. A hajlítgatást a vastagság 25-szörösének megfelelő átmérőjű hengereken végezzük, hogy a szélső rétegek fajlagos nyúlása mindig azonos mérvű legyen. A hajlítgatást legegyszerűbb a megfelelő fesztávolságra beállított görgők között végezni, úgy, hogy a mintát középen megfogva ide-oda hajtogatjuk a görgők közt.

A nedves állapotban mért rugalmassági modulus meghatározásához a talpbőröket 24 órán át ötszörös mennyiségű vízben feláztatjuk. A feláztatást 20 C° hőmérsékletű desztillált vízben végezzük úgy, hogy a bőr mindkét oldalát a víz egyenletesen érje. A feláztatott talpbőrt szintén hajtogatjuk, a vastagság 15-szörösének megfelelő átmérőjű hengeren, hatszor felváltva színéről és húsáról.

Kéreg- és rámabőröknél célszerű a rugalmassági modulust olyan állapotban is megmérni, mint ahogyan cipőgyártás közben használják. Kéregbőrnél 30 mp-es áztatás után és három percig tartó pihentetés után, rámabőröknél 5-perces áztatás és két órai nedves légtérben való pihentetés után szoktuk végezni a modulus mérését.

A többi készbőrfajtánál általában csak szárazon szoktuk a modulust megmérni.

d) *A hajlítási, rugalmassági modulus mérésének gyakorlati kivitele*

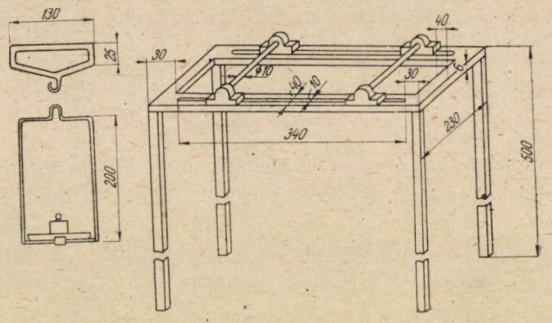
A tényleges fesztávolság megállapítása végett a (16) képlet alapján »*a*« korrekciós értékét meghatározzuk. Azonos készüléken e korrekció nem változik és így annak kétszeres értékét a tengelyek közötti távolságból mindig le kell vonni.

Pl. 6 mm vastag bőr rugalmassági modulusát akarjuk megmérni. Ha a görgők átmérője 10 mm, akkor

$$a = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{5}{1{,}41} = 3{,}5 \text{ mm.}$$

A tényleges fesztávolság 0,6 · 25 = 15 cm kell hogy legyen.
A tengelyek közötti távolság pedig 15,0+0,7 = 15,7 cm.

A megfelelő nedvességre beállított és előírt módon hajlítgatott mintadarabot kiegyenesítjük, a 17. ábra szerinti készülék kengyelének nyílásán keresztülhúzzuk, és a készülék golyóscsapágyba ágyazott görgőire helyezzük húsoldallal felfelé úgy, hogy a hossztengelyt felező vonal a két görgőtől egyenlő távolságban és azokkal párhuzamos legyen. A serpenyőt a kengyelre ráakasztjuk és fokozatosan súlyokat rakunk rá addig, míg a minta a görgők közt átcsúszik.



17. ábra

A súlyok felrakását úgy végezzük, hogy a szükséges terhelés kb. ½—¾ részét egyszerre felrakjuk a serpenyőbe, majd tíz másodpercenként először 0,2—0,5 kg-al, végül 0,05—0,1 kg-al fokozatosan növeljük a terhelést úgy, hogy az egész mérés időtartama egy-másfél perc legyen.

A mérés pontossága talpbőröknél ± 0,2 kg, vékonyabb bőröknél ±0,05—0,1 kg. A rárakott súlyokat az üres serpenyő súlyával együtt feljegyezzük. Mérés után a bőrmintát a készülékből kivesszük, kiegyenesítjük, és barkaoldallal felfelé a görgőkre helyezve a mérést megismételjük. A 360. oldalon közöltek szerint mindig a kisebb értéket vesszük figyelembe a rugalmassági modulus kiszámításánál. Az eredmények kiszámítására az alábbi példát közöljük.

1. példa.

Ha bizonyosak vagyunk abban, hogy a mintavétel után a mintát nem hajtogatták meg, úgy a rugalmasságnak a hajtogatások folytán bekövetkező csökkenését is tanulmányozhatjuk.

A 0,550 cm átlagos vastagságú krupon szélessége 4,50 cm.

Tényleges fesztávolság 14,0 cm.

Az első mérés eredménye húsoldalról terhelve, serpenyővel és kengyellel együtt 7,0 kg.

20 hajlítgatás után az átcsúszáshoz szükséges terhelés a húsoldalról 3,4 kg. A (15) képlet szerint :

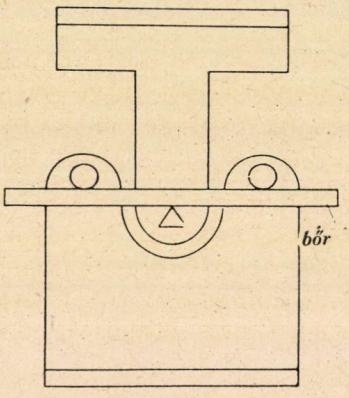
$$E_1^{\text{száraz}} = \frac{1{,}92 \cdot 7.0 \cdot 14{,}0^2}{4.50 \cdot 055^3} = 3.530 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{20}^{\text{száraz}} = \frac{1{,}92 \cdot 3.4 \cdot 14.0^2}{4.50 \cdot 0.55^3} = 1.720 \text{ kg/cm}^2.$$

A hajlítási rugalmassági modulus mérését teljesen hasonló módon a Herfeld-féle készülékkel is végezhetjük [9]. Ugyancsak azonos módon mérhető a rugalmassági modulus félkruponokon is, a 17. ábrához hasonló, de nagyobb kivitelű készülékkel.

9. A hajlítási rugalmassági modulus mérése dinamométeren

A hajlítási rugalmassági tényező kiszámítása a szakítógépen felvett hajlítási diagramból történhetik, a diagram kezdő szakaszához szerkesztett érintő



18. ábra

alapján, vagy a maximális terhelésből (19. ábra). A diagramok azonban legtöbbször csak korrekció figyelembevételével határozhatók meg. Ugyanis a hajlítóhengerek közt a behajlítással fokozatosan csökken a tényleges fesztávolság. Ennek következtében a görbe meredekebb lesz és későbbi szakaszaiból látszólagosan nagyobb erőt mérünk, mint amennyi az eredeti fesztávolságon szükséges lett volna ugyanezen behajlításhoz. A szakítógépen mért behajlás sem felel meg pontosan a ténylegesnek, hanem ennél valamivel nagyobb, mert a bőr a hajlítórudak közé behúzódik (18. ábra). Ezenkívül a Bernoulli-féle képlet csak igen kismérvű behajlásokig érvényes, nagyobb behajlásoknál, mint az első ábrából látható, az erőszükséglet aránylagosan csökken. Ennek megfelelően,

ha nagyobb behajlásból számítanánk ki e képlet alapján E értékét, úgy azt kisebbnek találnánk. A VII. táblázat pl. 100 mm tengelytávolságú és 15 mm átmérőjű hajlítóhengerek* (18. ábra) közt a tényleges fesztávolságot és behajlást, valamint gyakorlatilag megállapított szorzószámokat tartalmaz, amelyekkel az (1) képlet alapján kiszámított E értékeit megszorozva megkapjuk a tényleges hajlítási rugalmassági modulust.

VII. táblázat

Látszólagos behajlás	Tényleges behajlás	Tényleges fesztávolság mm	Szorzószám a tényleges rugalmassági modulus kiszámításához az (1) számú képlet alapján
az eredeti fesztávolság %-ában			
2,0	2,0	99,2	1,085
4,0	3,9	98,4	1,16
8,5	8,3	95,6	1,33
13,2	12,7	93,6	1,50
18,8	18,0	92,0	1,67
23,0	22,0	90,8	1,85
28,5	26,8	89,4	2,10

A VII. táblázat összeállítása úgy történt, hogy rugalmas acélszalaggal megszerkesztettük a különböző behajlási szögek és a mm-ekben mért, valamint százalékban kifejezett behajlások közötti összefüggéseket, és trigonometriai összefüggések alapján kiszámítottuk az egyes behajlási szögekhez tartozó tényleges fesztávolságot, valamint a tényleges behajlásokat.

Lényegesen egyszerűbb a rugalmassági modulus kiszámítása, ha azt a (15) képlet szerint a maximális terhelésből (19. ábra) számítjuk ki. Ezen utóbbi képlet alkalmazásánál ugyanis mindig azonos korrekció veendő figyelembe a fesztávolságnál, mert a tényleges fesztávolság

$$l' = l - 2\frac{r}{\sqrt{2}}$$

képlet alapján:

$$10{,}0 - 1{,}06 = 8{,}94 \text{ cm}.$$

Az első mérés alapján a (15) képlet szerint:

$$E_1^{\text{száraz}} = \frac{1{,}92 \cdot 25 \cdot 8{,}94^2}{5{,}79 \cdot 0{,}610^3} = 2920 \text{ kg/cm}^2,$$

tehát az első módszerrel teljesen azonos értéket adott. A 20. mérésből

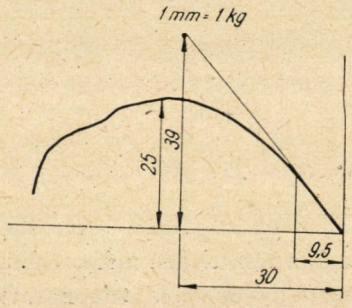
$$E_{20}^{\text{száraz}} = \frac{1{,}92 \cdot 12 \cdot 9{,}94^2}{5{,}79 \cdot 0{,}610^3} = 1400 \text{ kg/cm}^2.$$

* A befogópofát a hajlítóhengerekkel Theil András tervezte a szovjet papíripari szabványok alapján.

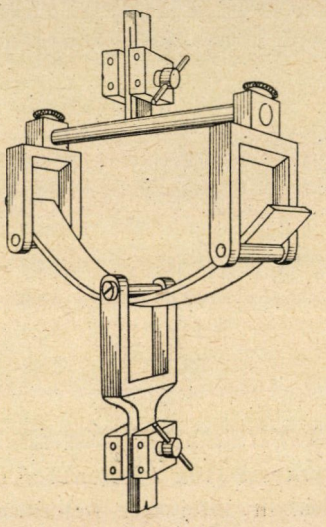
Vékonyabb bőröknél az erő mérése azonban e gépnél nem elég pontos, ezért ilyenkor Schopper-rendszerű érzékenyebb szakítógépeket használunk a 20. ábrán vázolt befogó szerkezettel [12].

Kis behajlások mérését korrekció nélkül elvégezhetjük, ha a próbatest széleit szilárdan befogjuk. Ezen módszernek előnye az is, hogy az erőszükséglet nagyobb és így a mérés pontossága nő. Végein szilárdan befogott és szabadon felfekvő állandó keresztmetszetű kéttámaszú tartók azonos behajlásaihoz szükséges erők úgy aránylanak egymáshoz, mint 4 : 1.

A szilárd befogás következtében a tartó fesztávolsága nem változik, és a szakítógéppel felrajzolt diagram a behajlást korrekció nélkül adja meg. Ha a Gillemot-féle szakítógépre a golyós átütő módszer [26] befogó pofáit szereljük (21. ábra), úgy ilyen méréseket könnyen elvégezhetünk. A gép rajzolószerkezetével a deformációhoz szükséges erő és behajlás közötti



19. ábra



20. ábra

diagramot megszerkesztjük, és ennek kezdeti szakaszához az érintőt meghúzva P/f értékét kiszámítjuk. A modulus kiszámítása a (24) képlet alapján történik.

Példaként szegeskrupon vizsgálatát közöljük.

A korongalakú bőrminta vastagsága 0,510 cm. A minták nem voltak előhajtogatva.

A tárcsa belső sugara $r = 2{,}00$ cm.

Az érintő meghúzásából $P/f = 195$ kg/cm.

A (24) képletből

$$E = \frac{0{,}48 \cdot 2{,}0^2}{0{,}51^3} \cdot 195 = 2{,}800 \text{ kg/cm}^2.$$

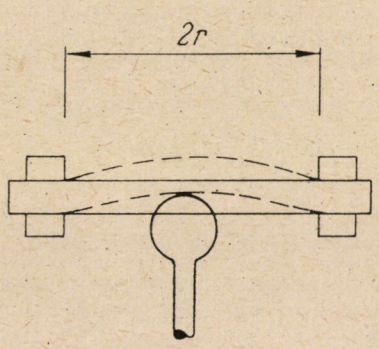
Ezen módszernél azonban nagyobb értékeket kapunk, mint a (15) képlet alapján, egyrészt azért, mert a kis behajlításoknál nem keletkezik fárasztó hatás, másrészt, mert nem tisztán hajlító, hanem nyújtó igénybevétel is mutatkozik. Ezenkívül többszöri igénybevételnél a nyúlás csökkenése folytán a rugalmassági modulus növekszik.

10. Talpbőrök hajlítási rugalmassági modulusának mérése a Zilles-féle gépen

Talpbőrök hajlítási rugalmassági modulusát a *Zilles*-féle gépen folyamatos fárasztás közben határozhatjuk meg.

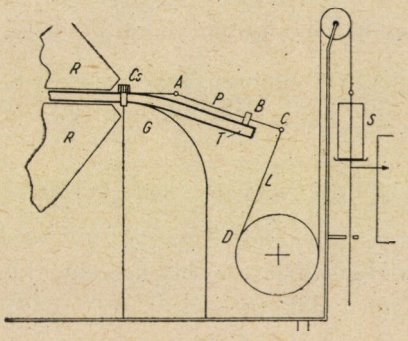
A vizsgálandó bőrből 15 cm átmérőjű köralakú tárcsát vágunk ki, közepét kilyukasztjuk és a 22. ábrán vázolt készülékbe helyezzük. A bőr megterhelését

$8b^3$ képlet szerint számítjuk ki, ahol b a bőr vastagságát jelenti mm-ben. A megterhelést átvivő pálcikát, illetőleg annak bütykét (B) lazán a bőrre fektetjük, és az írószerkezettel meghúzzuk az m — m vonalat (23. ábra). Az irónt a hengerre helyezzük és a készüléket megindítjuk. Az irón az 0 — 0 vonalat rajzolja a papirosra. Tíz perc múlva a készüléket megállítjuk, a súlyokat (s) levesszük

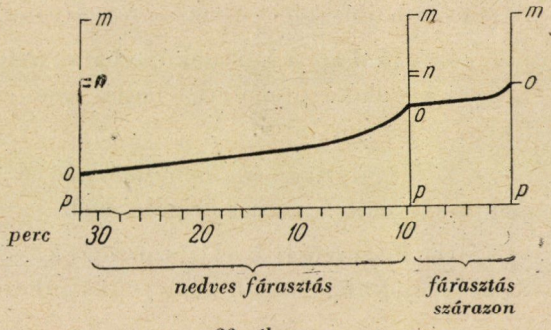


21. ábra

és egy perc múlva észleljük az n pontot úgy, hogy a pálcikát lazán a most megterhelés nélküli tárcsához érintjük, és az irónt a papiroson végighúzzuk. Az n



22. ábra



23. ábra

pontot a korongon feltüntetett, gerincvonallal párhuzamos és reá merőleges irányban vesszük fel, amelyek bizonyos mértékben különböznek. Ezért van a rajzon is az n pont kétszeresen kihúzva.

A súlyokat visszatéve, a készüléket vízzel megtöltjük és az o — o görbe folytatásaként a lehajló ágat észleljük. Fél óra múlva a súlyokat levesszük és újra megmérjük a rugalmas visszaalakulást. Végül a bőrt egészen a fémgömbre nyomjuk és meghúzzuk a p — p vonalat.

A bőrt kivesszük a készülékből és ötszörös vízmennyiségben 24 órán át áztatjuk. Ezután a készülékbe visszatéve $2b^3$ gramm súllyal megterheljük és 30

percen át fárasztva észleljük a görbe folytatását. Zilles szerint a bőr száraz feszessége $\frac{op}{mp} \cdot 100$ százalék, száraz rugalmassága pedig $\frac{no}{mo} \cdot 100$ százalék.

A rugalmassági modulus kiszámításához a következő szempontokat kell figyelembe vennünk:

1. A bőr rugalmassági modulusának kiszámítása elvben az egytámaszú tartóra érvényes

$$E = \frac{4Pl^3}{fab^3} \tag{20}$$

képlet segítségével történik.

2. P erő alatt a felrakott súlyokat értjük. Hogy ezt átszámíthassuk a bőrre B pontban ható merőleges erőre, meg kell szorozni $\frac{AC}{AB}$ áttételi aránnyal (amely a 22. ábra szerint 1,5) és $\sin\beta$-val. β értékét a készülék méreteiből minden lehajláshoz kiszámíthatjuk és táblázatba foglalhatjuk.

3. f alatt a grafikonon leolvasott lehajlást értjük, ami nem azonos a B pontban mért valóságos lehajlással. A tényleges lehajlás egyenlő $AB \cdot \sin\alpha$. A pálcika hajlásszögét a vízszintessel (α) a készülék méreteiből számítottuk ki.

4. A próbatest kör alakú, tehát a szélessége nem állandó. Megállapítottuk, hogy a kör alakú próbatest lehajlás szempontjából úgy viselkedik, mint 12 cm fiktív szélességű tartó.

5. Végül nagyobb behajlásoknál a Hooke-féle törvény nem érvényes pontosan, amit szintén korrigálni kell.

Ha P szorzóját k_1-el, f szorzóját k_2-vel, a Hooke-féle törvény korrekcióját k_3-al jelöljük, úgy a (20) képlet a következőképpen alakul:

$$E = \frac{4Pk_1k_3l^3}{fk_2 12b^3}$$

$1 = 7$ cm; $\frac{k_1 \cdot k_3}{k^2}$ értéke nagyon közel állandónak 2,25-nek adódott.

Ezen számértékek behelyettesítése után

$$E = \frac{257P}{fb^3}. \tag{21}$$

Ezen egyenletet úgy ellenőriztük, hogy a 0,20 mm vastag acéllemezből félkör alakú tárcsát készítettünk és ennek lehajlását észleltük különböző terheléseknél.

Az acéllemez vastagsága (b) 0,020 cm, 1 értéke pedig ezen kísérletnél 6,20 cm volt. Ennek megfelelően az acél rugalmassági modulusa

$$E = \frac{4 \cdot 0{,}100 \cdot 2{,}25 \cdot 237}{12 \cdot 8 \cdot 10^6} = 2{,}2 \cdot 10^6.$$

11. Az English-féle készüléken mért adatok átszámítása hajlítási rugalmassági modulusra

Puha bőr feszességének mérésére legelterjedtebb az English-féle feszességmérő. Különböző bőrök feszességének összehasonlítása érdekében azonban szükséges, hogy az English-készülék eredményeit is rugalmassági modulusban lehessen kifejezni. E célból kísérleteket végeztünk rugalmas acélszalagokkal a behajlás, terhelés és rugalmassági modulus összefüggéseinek tisztázására és azt találtuk, hogy kisebb módosításokkal a Bernoulli-féle képlet itt is alkalmazható. Hengerpalásttá meghajlított lemezek összenyomásánál a behajlással változik a fesztávolság is. Ezért az (1) képletben előforduló konstans a behajlástól függő állandó. Az English-féle készüléken való mérésnél azonban mindig a 10 mm-es behajláshoz szükséges erőt mérik, ennek folytán meghatározható a konstans értéke. Különböző átmérőjű acélszalag-hengerpalástokkal végzett méréseknél azt találtuk, hogy az átmérő 31,8%-át kitevő behajlásoknál a konstans értéke 3,2, továbbá, hogy a behajlás (f) az átmérő (d) harmadik hatványával arányos. Így a rugalmassági modulus értéke az English-féle feszességmérésekből könnyen kiszámítható a következő képlet alapján

$$\mathrm{E} = \frac{Pd^3}{3.2ab^3 \cdot f} . \tag{22}$$

A konstans értéke az átmérő 20—40%-át kitevő behajlásoknál igen keveset változik. A VIII. táblázat 20 · 0,15 mm keresztmetszetű hengerpalást alakra meghajlított acélszalag behajlásai, terhelései és a konstans közötti összefüggéseket tartalmazza.

E táblázatból látható, hogy K értéke az átmérő 20—40%-ának megfelelő behajlás között 3,2. Kísérletileg igazolható az is, hogy 0%, illetve 100% behajlásnál a fenti képletben K értéke 4,0, ill. 3,1 között változik.

Ezen összefüggés alapján az English-féle feszességértékeket átszámíthatjuk hajlítási rugalmassági modulusra. Az English megadta képlet alapján

$$E = \frac{P}{b^3 \cdot f} \cdot \frac{3{,}18^3}{3{,}2 \cdot 3{,}0} = 3{,}33 \cdot \frac{P}{b^3} . \tag{23}$$

Az English közölte, valamint saját mérési adataink alapján a hajlítási rugalmassági modulusokat különböző bőröknél a IX. táblázat tartalmazza.

VIII. táblázat

d a henger ⌀-je mm-ben	P terhelés g	f behajlás mm	$\frac{f}{d} \times 100$	K értéke 1. számú képletben
203	30	56	28	K = 3,15
180	50	66	36	3,13
186	30	40	21	3,38
165	50	49	30	3,25
148	60	43	29	3,20
159	80	54	34	3,20
122	100	40	33	3,22
100	200	43	43	3,25
94	200	36,5	39	3,21
78	200	21	27	3,19
64	300	18	28	3,10
45	500	10	22	3,21
35	1500	14	34	3,25
				átlag : 3,2

IX. táblázat

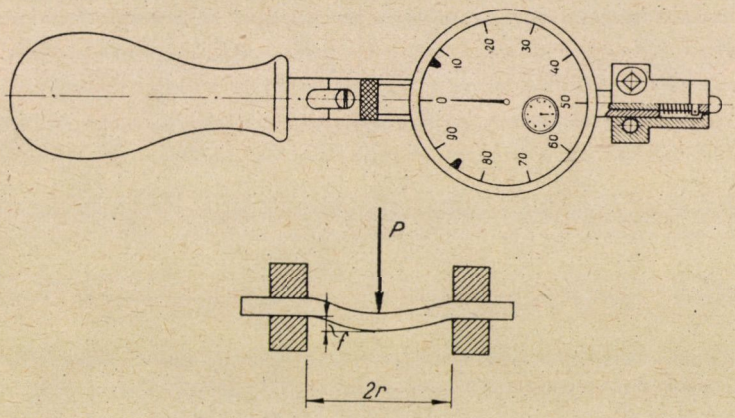
	Vastagság mm	$\frac{P}{b^3}$ (Stand.)	Hajlítási rugalmassági modulus (E) kg/cm²
Ruházati juhbőr		2,3	7,7
Glacebőr		5,9	19,6
Fókabőr		22,4	75,0
Borjú kabátbőr	1,2	36,4	120
Sevró		60,0	200
Borjúbox	1,5	95,0	316
Növ. cserzésű borjúbőr	1,8	211,0	703
Wachetta bőr	1,8	371,0	1230
Cseres cap-kecskebőr		641,0	2140
Sertésbox	1,3	38,9	129
Sertés színbélés	1,0	59,8	198
Marhabox	1,2	50,1	167
Vixos tehénbőr	2,8	45,0	150

12. A hajlítási rugalmassági modulus mérése durométerrel

A durométerrel [27] történő feszességmérésnél korongalakú bőrmintát alkalmazunk, amelyet r (belső) sugarú körgyűrűre fektetünk, középen P erővel megterhelünk és mérjük a behajlás (f) értékét (24. ábra). A behajlás értéke a korongalakú próbatestnél, ha a minta szélei szilárdan be vannak fogva

$$f = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{Pr^2}{Eb^2}, \quad \text{amelyből} \quad E = \frac{0{,}48 \cdot P \cdot r^2}{f \cdot b^3}. \tag{24}$$

E megterhelési módot úgy is megvalósíthatjuk, hogy a bőrből, amelynek feszességét meg akarjuk határozni, nem vágunk ki mintadarabot, hanem az egész bőrt ráhelyezzük a mérendő helyen a körgyűrűre és a gyűrű középpontja felett megterheljük P erővel. Ekkor külön befogásra — kivéve egészen laza bőröket — nincs is szükség. A bőrből nem kell a mintát kivágni és bármely részének feszességét gyártás közben is ellenőrizhetjük.



24. ábra

A műszer lényeges részei: 1. sima fémlap, amelynek közepén lyuk van és ezen át kemény acélból készült gömböt rugónyomással igyekszünk benyomni az alatta lévő felületbe.

2. Pontos mérőműszer, amely a gömb benyomódását 0,01 mm pontossággal jelzi.

3. Meghatározott méretű körgyűrű, amelyre a bőrt fektetjük.

A feszességmérés úgy történik, hogy az asztalra helyezzük a fémgyűrűt, ráfektetjük a bőrt és a durométer lapját úgy, hogy a golyó a fémgyűrű középpontja felett legyen. A készülékre kezünkkel nyomást gyakorolunk addig, míg a műszeren lévő három piros vonal egy szintbe kerül. Ekkor a mutatót leolvassuk. A golyónak a bőrbe való benyomódását külön vakpróbával mérjük úgy, hogy a bőrt nem a körgyűrűre, hanem sima lapra helyezzük és a benyomódást leolvassuk. Ezen benyomódást a bőrkorong behajlásából le kell vonnunk. A rugalmassági modulus kiszámítása a (24) képlet alapján történik.

A durométer, amely textilipari célra készült [27], aránylag gyenge rugót tartalmaz és így csak vékonyabb, nem túl feszes bőrök mérésére alkalmas. Erősebb rugóval bíró készülék megszerkesztése folyamatban van.

A minta széleinek szilárd befogása következtében nemcsak hajlító, hanem nyújtási igénybevétel is keletkezik. Ezért a durométerrel mért rugalmassági modulusok értékei a hajlítási és nyújtási rugalmassági modulusok értékei közt vannak.

13. Bőr rugalmassági modulusának meghatározása ingás feszességmérő készülékkel

E módszer alapelve az, hogy a »*b*« vastagságú és »*a*« szélességű bőrmintát a 25. ábrának megfelelően egyik oldalon mereven befogjuk, alsó végéhez ingát erősítünk, és megmérjük a rendszer lengési idejét, valamint csillapodását. A bőr szabadon maradt hosszúsága 1, az inga hosszúsága L, amelynek végére G súly van erősítve és α szöggel tér ki. A rendszer mint inga, lengéseket végez, eközben a bőr ide-oda hajlik. Ha megmérjük a rendszer lengési idejét (T) és csillapodását (Λ logaritmusos dekrementum vagy logaritmusos csillapodás), úgy ezen adatokból és a bőrminta méreteiből a rugalmassági modulust a (28) képlet alapján számíthatjuk ki:

Minden lengő rendszerre érvényes a következő összefüggés:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \cdot \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}, \tag{25}$$

ahol T a lengési idő,
I a rendszer tehetetlenségi nyomatéka a forgási tengelyre vonatkozólag,
D a direkció-erő, amely a kilendített rendszert az egyensúlyi helyzetbe iparkodik visszavinni,
Λ két egymásutáni lengési ív hányadosának (csillapodási tényező) természetes logaritmusa.

Ha bevezetjük a csillapodás-mentes állapotra redukált lengési időt, (T_0) úgy

$$T = T_0 \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}$$

$$To = 2\pi^2 \sqrt{\frac{I}{D}},$$

tehát

$$D = 4\pi^2 \frac{I}{T_0^2}. \tag{26}$$

A direkció-erő két részből áll. Egyrészt a pálca végén lévő súly érintőleges komponensének forgató nyomatéka ($GgL \sin \alpha$) hat ilyen értelemben éppen úgy, mint bármely matematikai ingánál. De van még egy másik ilyen irányú erő is, abból kifolyólag, hogy kilengéskor a befogott bőrminta meghajlik és iparkodik alakját visszaszerezni. Mindkét erő egyenlő értelemben hat úgy, hogy az egyensúlyi helyzetből való kimozdulás után az egyensúlyi helyzet felé irányul, és kis kitérés esetén mindkettő arányos a kitérés szögével.

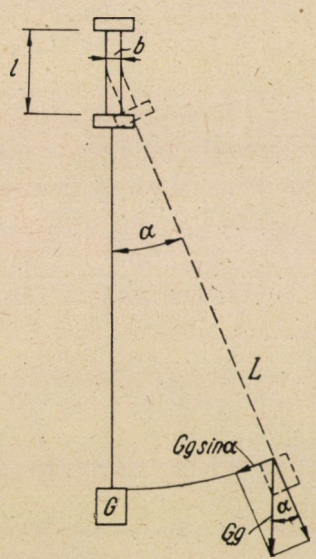
A (26) egyenletben a két direkció-erő összege van, amely fizikai értelemben tulajdonképpen nem erő, hanem a forgató nyomaték és a hozzá tartozó kilengési szög hányadosának határértéke. Jelöljük D_1-el a direkció-erőnek a meghajlított bőr által létesített komponensét, D_2-vel pedig a lengő súly által okozott összetevőt, akkor

$$D = D_1 + D_2.$$

D_2 értékét a készülék méreteiből kiszámíthatjuk, amennyiben kis α szög esetében:

$$D_2 = \frac{G \cdot g \cdot L \cdot \sin \alpha}{\alpha} = G \cdot g \cdot L. \tag{27}$$

D_1 a bőrminta rugalmassági modulusával és méreteivel a következő összefüggésben van:



25. ábra

A befogott bőrdarab lényegében egytámaszú tartónak felel meg, mert egyik vége mereven be van fogva, másik vége mozgatható. Az egytámaszú tartóra megállapított (20) képlet tehát ez esetben érvényes. Kohlrausch [28] szerint a (20) képlet átalakítható úgy is, hogy f/l értékét a tartó végpontjaiban húzott érintőkkel alkotott szög tangensével fejezzük ki:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6Pl^2}{Eab^3} \quad \text{és} \quad \frac{P}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{Eab^3}{6l^2}.$$

Kis szög esetén a tangenst egyenlőnek vehetjük a szöggel és így a direkció-erő

$$D_1 = \frac{Pl}{\alpha} = \frac{Eab^3}{6l},$$

amelyből

$$E = \frac{D_1 \cdot 6 \cdot l}{ab^3}. \tag{28}$$

Ingás feszességméréseket először *Dwyer* végzett nedves talpbőrökön [13], de mérési adataiból a rugalmassági modulust nem számította ki. Az általa közölt adatokból a készülék méretei alapján ezen számítást utólag elvégeztük, és igen hihető, egyéb úton kapott adatokkal jól megegyező értékeket kaptunk.

Dwyer adatai alapján a tehetetlenségi nyomaték $I = 350 \times 102{,}5^2$, a felfüggesztő rúd figyelembevételével kereken: $37 \cdot 10^5$.

$4 \cdot \pi^2 \cdot I = 148 \cdot 10^6$

$D_2 = L \cdot G \cdot g = 102{,}5 \cdot 350 \cdot 981 = 35 \cdot 10^6$

$l = 5$ cm, $a = 5$ cm

$1/T^2$ szélső értékei 0,28 és 0,30

D szélső értékei e szerint $148 \cdot 10^6 \cdot 0{,}28 = 41{,}4 \cdot 10^6$

és $148 \cdot 10^6 \cdot 0{,}30 = 44{,}4 \cdot 10^6$

$D_1 = D - D_2 = 6{,}4 \cdot 10^6$ illetve $9{,}4 \cdot 10^6$.

Dwyer a bőr vastagságáról egyáltalán nem tesz említést, azonban nem követhetünk el nagy hibát, ha a próbatest vastagságát (b) átlagban 0.5 cm-nek vesszük. A (28) képletbe ezen értékeket behelyettesítve és kg/cm²-re átszámítva

$E = \frac{30 D_1}{0{,}625} = 308$, illetve 452 kg/cm² értékek között mozog, (g-t 981 helyett 1000-nek véve).

Megjegyzendő, hogy az ingás feszességmérő készüléknél a bőrminta a mindkét oldala felé hajlik meg. Minthogy a 358. oldalon közöltek szerint a bőr kétirányú hajlításánál az inercia-nyomatékok nem azonosak, így Dwyer adatainál a rugalmassági modulusra valamivel nagyobb értékeket kapunk, mint a Herfeld- vagy Tóth-féle készülékekkel.

Ideiglenesen összeállított készülékkel méréseket végeztünk különböző bőrökön és Dwyer adataival nagyságrendileg megegyező értékeket kaptunk. A kísérleteket folytatjuk.

14. Különböző fajtájú bőr hajlítási rugalmassági modulusainak összehasonlítása

A X. táblázat különböző bőrökön végzett nagyszámú mérések eredményeit tartalmazza, amelyből az egyes bőrök hajlítási rugalmassági modulusainak szórása is látható. A szórás a különböző nemű, korú és fajú állatok bőreinél azonos készítés mellett is 100—200%-ot tesz ki. Ezért szabványos értékek a hajlítási rugalmassági modulusra csak tételátlagként adhatók meg. A méréseket belföldi és argentin származású nyersbőrökből gyártott készárukkal végeztük el a Tóth-féle készüléken. Az alkalmazott fesztávolság a bőr vastagságának 25-szöröse volt, a hajlítgatások száma és a nedvességtartalom a 352. oldalon közöltek szerint van feltüntetve. A X. táblázat 4. rovata jó minőségű nyersbőrből készült különböző fajta készbőrök átlagos hajlítási rugalmassági modulusait mutatja, amelyeket normáknak tekinthetünk. Néhány készbőrnél a nyújtási rugalmassági modulus értékét is feltüntettük. A kétféle igénybevétellel mért modulusok között egyes esetekben jelentős különbség van, aminek okát későbbi vizsgálatokkal kívánjuk tisztázni.

X. táblázat

Különböző fajta készbőrök hajlítási rugalmassági modulusai

Bőrfajta	Átlagos vastagság mm	Száraz E_1	Száraz E_{20} átlag	Száraz E_{20} szórások	Nedves E_6 átlag	Nedves E_6 szórások	A méréshez használt készülék	Nyújtási rugalmassági modulus (1)
Szegeskrupon	6,5	3500	1700	1000—2600	400	150—800	17. ábra szerint	—
Átvarrható szegeskrupon	5,5	2500	1300	900—2200	300	150—700	»	2000
Varrókrupon	4,6	1800	1100	700—2000	250	100—600	»	—
Kéregnyak csizmához	4,0	2500	1300	900—2000			»	2600
Cipőipari hasrész	2,6	1800	1100	600—1800			»	—
Talpbélésnyak	3,0	1600	1000	600—1800			»	—
Rámánvarrott talpbélés	3,5	1700	900	700—1600			»	1560
Sertés talpbélés	2,2	1900	850	700—1500			»	—
Lábastalpbélés félbőr:								
gerincrésze	4,5	—	750		86		»	—
nyak és krupon határa	3,8	—	1100		70		»	—
pofarésze	4,0	—	1300		27		»	—
málarész a hátsó láb felett	2,8	—	990		20		»	—
Rámakrupon klammer célra	3,0	2000	1400	700—1700			»	1200
Rámakruppon goodyear célra	2,7	400	200	100— 400			»	—
Gépszíjkrupon hidegen zs.	6,0	600	450	300— 800			»	1000
Vixos tehénbőr	2,7	140	100	50— 200			»	500
Marhabox	1,2	300	250				English készülékkel	330
Borjúbox	1,0	160	100				»	250
Sertésbox	1,4	85					»	—
Sertés bélés fedett	1,1	280					»	200

A X. táblázat talpbélésszerűen kikészített fél marhabőr különböző helyeiről kivett minták modulusait is feltünteti, amelyből látható, hogy a bőr egyes részei között a különbség különösen kiáztatott állapotban domborodik ki. A laza részek az impregnálásnál több töltőanyagot vesznek fel és nagyobb feszességet adnak. Kiáztatás után azonban a rostszerkezetnek megfelelően a aza részek modulusai lényegesen alacsonyabbak.

15. A hajlítási rugalmassági modulus és a talpbőrök minősége közötti összefüggés

A rugalmassági modulus összefüggésben van a kézi vizsgálattal megállapított feszességgel. Bár a kézi bevizsgálással csak azt az erőt észleljük, amellyel a bőr a hajlításnak ellenáll, mégis nagy gyakorlattal bíró szakértők ezt az erőt a vastagsággal is összefüggésbe tudják hozni és helyesen ítélik meg a bőr rugalmasságát. A XI. sz. táblázat három azonos gyártási módon készült talpbőr fiziko-mechanikai mutatószámait tartalmazza, amelyek kézi bevizsgálással feszesnek, közepesnek, ill. lazának minősültek. Látható, hogy a kézi bevizsgálás eredményét a hajlítási rugalmassági modulus úgy szárazon, mint 24 órai ázás után követi.

XI. táblázat

Mutatószámok	Menny. egys.	Kézi vizsgálás alapján		
		feszes	közepes	laza
Hajlítási rugalmassági modulus szárazon, a vastagság 25-szörösének megfelelő fesztávon mérve ..	kg/cm²	2,040	1,360	660
Hajlítási rugalmassági modulus nedvesen 24 órai ázás után, a vastagság 15-szörösének megfelelő fesztávon mérve	»	360	200	110
Hajlítási rugalmassági modulus 24 órai ázás után újból megszárítva a vastagság 25-szörösének megfelelő fesztávon mérve	»	700	670	380
Szegkitépés szárazon, 2 mm ∅-jű vasszegekkel...	kg/mm	9,0	6,6	7,1
Szegkitépés nedvesen	»	9,0	6,7	7,6
Vízfelvétel 24 óra után	%	30,—	27,—	30,—
0,2 mm kopási ideje Sólyom-féle készüléken	mp	103,—	94,—	85,—
A minta vastagsága	mm	6,1	5,7	5,1

Kézi bevizsgálásnál azonban a talpbőrt lényegesen nagyobb ívben szokták meghajlítani, mint a rugalmassági modulus mérésénél, ezért a puhító hatás is kisebb és így a kézi bevizsgálással megállapított feszesség inkább a hajlítgatás nélküli, fárasztás nélküli rugalmassági modulussal halad párhuzamosan. Ha a talpbőrt 24 órán át kiáztatjuk, úgy a kimosható nagy részének eltávolítása

után főként a nyersbőr rostszerkezetére, a meszezésre és a cserzési intenzitásra nyerünk felvilágosítást. Nagyrészt ugyanezen tényezőktől függ a 24 órai kiáztatás és megszárítás után mért rugalmassági modulus is.

A rugalmassági modulus és a kopásállóság közötti összefüggés csak nagy általánosságban áll fenn [29, 30, 31, 32]. Sok száz feszességi és kopási vizsgálat statisztikai átlagánál mi is azt találtuk, hogy legtöbb esetben a feszesebb bőrök voltak kopásállóbbak, voltak azonban ellentétes eredmények is. Nem állíthatjuk tehát, hogy a feszes bőr feltétlenül kopásállóbb, mint a puhább, mert a laza hasrészeket hiába cserezzük ki feszesebbre, nem fogják megközelíteni a kruponok tartósságát. A tömöttség elsősorban a nyersbőr rostszerkezetének következménye kell, hogy legyen, amelyet szolíd, alapos cserzés egészítsen ki.

A nedvesen és szárazon mért hajlítási rugalmassági modulus értékeiből, valamint azok arányából fontos következtetéseket vonhatunk le a bőrök minőségére, eredetére és gyártásmódjára. Több ezer mérés eredményei alapján összeállítva a XII. sz. táblázat ezen összefüggéseket tartalmazza.

XII. táblázat

Hajlítási rugalmassági modulus		Száraz rug. modul. Nedves rug. modul	Minősítés
szárazon	nedvesen		
nagy	nagy	kb. 4,5	Jó minőségű nyersbőr, jó cserzés, normális utáncserzés és impregnálás
»	»	4,5 alatt	Jó minőségű nyersbőr, hosszú cserzés, normális utáncserzés és impregnálás
»	»	4,5 felett	Jó nyersbőr, jó cserzés, erős utáncserzés és impregnálás
»	közepes	4,5 felett	Közepes nyersbőr, jó cserzés, erős utáncserzés és impregnálás
»	kicsi	4,5 felett	Gyenge nyersbőr, gondos cserzés, erős utáncserzés és impregnálás
közepes	közepes	kb. 4,5	Közepes nyersbőr, jó cserzés, normális utáncserzés és impregnálás
közepes	nagy	4,5 alatt	Jó minőségű nyersbőr, jó cserzés, gyenge utáncserzés és impregnálás
közepes	kicsi	4,5 felett	Gyenge nyersbőr, rendes cserzés, jó utáncserzés és impregnálás
kicsi	közepes	4,5 alatt	Közepes nyersbőr, jó cserzés, utáncserzés nélkül impregnálva
»	nagy	4,5 alatt	Jó minőségű nyersbőr, jó cserzés, utáncserzés nélkül impregnálva
»	kicsi	kb. 4,5	Gyenge nyersbőr, jó cserzés, gyenge utáncserzés, gyenge impregnálás
»	»	4,5 alatt	Gyenge nyersbőr, jó cserzés, utáncserzés nélkül impregnálva
»	»	4,5 felett	Gyenge nyersbőr, rövid cserzés, normális utáncserzés

A XI—XII. sz. táblázatok igazolják azt, hogy a hajlítási rugalmassági modulus jó számszerű kifejezésmódja a kézi bevizsgálással megállapítható feszességnek és, hogy a talpbőrök minőségi megítélésénél hasznos következtetéseket lehet belőle levonni [33].

IRODALOM

1. *N. V. Csernov:* A bőrgyártás technológiája. III. kötet. 1952. 68. old.
2. *J. A. Wilson:* Modern Practice in Leather Manufacture 1941. 690. old.
3. *L. Jablonski, F. Waigand:* Collegium 1932. 416.
4. *F. English:* Collegium *1931.* 201 és *1932.* 917.
5. *A. N. Mihajlov:* A bőrgyártás fiziko-kémiai alapjai. *1951.* 137. old.
6. *G. J. Kutjanin:* Legkaya Promüzlenosty *1941.* 5, 42.
7. *K. Platunov, N. D. Zakatova:* l. c. 1/67. old.
8. *A. A. Fridland:* A bőrgyártás mechanikai kikészítő műveletei, *1951.* 91.
9. *H. Herfeld:* Die Qualitätsbeurteilung von Leder usw. Berlin 1950.
10. *G. O. Conabere:* ISLTC. *1944.*, 25.; *1943.* 39 és 59.
11. *A. Cheshire:* ISLTC. *1944.* 44.
12. *P. White, F. G. Caughley:* ISLTC 1945. 148.
13. *P. J. Dwyer:* ISLTC. *1942.* 119.
14. *dr. Halász Istvánné:* Bőrök fizikai vizsgálata. Mérnöki Továbbképző Intézet, Bp. 1954.
15. *dr. Tóth Géza, dr. Kerese István:* A bőrtechnikusok Tud. Egyesületében 1949. március 9-én megtartott előadás.
    Mihályffy László: Bőripari laboratóriumi vizsgálatok.
16. *dr. Tóth Géza* és *Krassó József:* Ujítók lapja, 1952. május 5.
    dr. Tóth Géza és *dr. Pósa Vilmos:* A bőrtechnikusok Tudományos Egyesületében 1953. október 20-án megtartott előadás. MNOSZ 5443. J.
17. *Laughlin, Theis:* The Chemistry of Leather Manufacture *1945.* 774.
18. *Zilles János:* Magyar szabadalmi bejel. 2251/ZJ—50/2.
19. *dr. Pósa Vilmos:* Kip. M. bejelentett újítás X—1768/1953.
20. *Bach, Baumann:* Elastizität und Festigkeit. Berlin 1924.
21. *G. Joós:* Lehrbuch d. theoretischen Physik. Leipzig 1950.
22. *N. J. Muszchelisvili:* A rugalmasság matematikai elméletének néhány alapvető problémája. Szovjetunió Tud. Akad. kiadása, Moszkva, 1954.
23. L. c. 59. old.
24. Progress in Leather Science. London 1948. 284.
25. *W. Groth:* Dynamik. Leipzig, 1952. 117. old.
26. *Maeser:* JALCA. *1953.* 208. old.
27. *Szirtes* és *Tarján* textilipari újítása.
28. *F. Kohlrausch:* Lehrbuch d. praktischen Physik. Leipzig. 1951. I. köt. 80. old.
29. l. c. 24/295. old.
30. *G. Reinberger:* Das Leder 1952.
31. l. c. 1/12. old.
32. *P. White, F. C. Caughley:* ISLTC. 1937. 429.
33. *dr. Tóth G., Kerese I.:* Bőr és Cipőtechnika 1955. 4.

Összefoglalás

Bőr feszességének jellemzésére legalkalmasabb mutatószám a hajlítási rugalmassági modulus (E), amely a méretektől független állandó. Hogy a különböző irodalmi adatokat összehasonlíthassuk, vizsgálat tárgyává tettük a bőrminta méretei, a fesztávolság és a behajlításhoz szükséges erő közötti összefüggéseket. A Hook-féle törvény csak kismértékű behajlásoknál érvényes, nagyobb behajlásoknál az erő és behajlás közötti összefüggést ábrázoló görbe ellaposodik és maximumot ér el, amidőn a tartó végei egymással 90 fokos szöget zárnak be. A rugalmassági modulus mérése a maximumból (15. képlet) nagyobb pontossággal határozható meg, mint a kis behajlásokhoz szerkesztett érintő alapján.

Nagyszámú statisztikai adattal igazoltuk, hogy a behajlításokhoz szükséges erő a vastagság harmadik hatványával növekszik. 90 fokos behajlásnál a terhelés és fesztávolság között négyzetes összefüggés áll fenn, amit mérésekkel és elméleti levezetéssel igazoltunk. A bőr ezen összefüggést megfelelő fárasztás után pontosan mutatja.

A bőr számos olyan jelenséget mutat, amely az egynemű abszolút rugalmas testek viselkedésétől eltér. Így a hús- és barkaoldalról azonos behajlásnál mért terhelések nem azonosak, továbbá erős relaxáció és hiszterézis lép fel többszöri meghajlításnál. A meghajlított bőr szélső rétegeinek nyúlása függ a görbületi ívtől is, ezért a rugalmassági modulus meghatározását mindig azonos fajlagos nyúlásnál végezzük. Jó minőségű talpbőrök rugalmassági határa az acéléval egyenlő nagyságrendű. A rostszerkezet tömöttsége szerint E értéke a bőr topográfiájával változik. Feláztatott talpbőröknél E értéke lényegesen kisebb, mint a száraz állapotban mért érték.

Pontos leírásokat közlünk a hajlítási rugalmassági modulus mérésére a Herfeld-, Tóth-, Zilles-, Pósa-, English- és a Bőripari Kutató által kidolgozott módszerekkel. E-értékeinek szórásait különböző fajta bőröknél táblázatokban közöljük. E értéke a talpbőrök minőségével és a gyártás módjával fontos összefüggésben áll.

A BIZTONSÁG KÉRDÉSE SZTATIKAILAG HATÁROZATLAN VASBETONSZERKEZETEKBEN

KALISZKY SÁNDOR, KORDA JÁNOS, KOLLÁR LAJOS ÉS SOMOGYI DEZSŐ

ÉPÍTŐIPARI MŰSZAKI EGYETEM, MÉRNÖKKARI MECHANIKAI TANSZÉK

[Beérkezett 1954. április 26.]

1. Bevezetés

Ebben a dolgozatban a magasépítésben előforduló sztatikailag határozatlan vasbetonszerkezetek esetleges terhelésének biztonsági tényezőjét fogjuk megvizsgálni, figyelembe véve a vasbeton képlékeny tulajdonságait. A sztatikailag határozatlan szerkezetek a határozott szerkezetekkel szemben kimutathatóan nagyobb biztonsággal viselik az esetleges terhelést, ha a *képlékeny teherbírási tartalékot* is figyelembe vesszük. Ennek megfelelően sztatikailag határozatlan vasbetonszerkezeteknél az esetleges terhelésre vonatkozó biztonsági tényezőt bizonyos mértékkel csökkenthetjük anélkül, hogy a tartó *tényleges biztonsága* ezáltal csökkennék. Ezzel tulajdonképpen csak szabályzatunk egyik alapgondolatát, az egyenletes biztonság elvét elégítjük ki. Természetesen a biztonsági tényező csökkentésével a mértékadó igénybevételek is kisebbek lesznek és így a tartó gazdaságosabb méretekkel, kevesebb vasalással készülhet. A megtakarítás nagysága az esetleges és állandó teher viszonyától és a szerkezet jellegétől függ, de már kismértékű megtakarítás is jelentős, tekintve, hogy a magasépítésben igen sok sztatikailag határozatlan szerkezet (többtámaszú tartó, keret stb.) fordul elő.

Egyébként hangsúlyozni kívánjuk, hogy dolgozatunkban csupán e témakörrel kapcsolatos *elvi kérdésekkel* tudtunk foglalkozni, felhasználva a rendelkezésünkre álló szakirodalmat. Ahhoz ugyanis, hogy ebben a kérdésben végleges eredményekre jussunk, olyan kísérletsorozat és mérések elvégzésére lenne szükség, amelyből egy *egész szerkezet* képlékeny viselkedését és a terhelések gyakoriságát meg tudjuk állapítani. Csak ennek alapján tudnánk megadni olyan biztonsági tényezőt (esetleg a szerkezet fontosságának és jellegének megfelelően), amely kisebb a szabályzatban jelenleg megadott értéknél, viszont alkalmazása esetén a szerkezetben várható valószínű maradó alakváltozások nem lépik túl a megengedett mértéket.

2. A vasbeton keresztmetszet és a vasbetontartó képlékeny tulajdonságai

a) A vasbeton képlékeny tulajdonsága közismert, a tapasztalat és számos kísérlet igazolta. Részletes tárgyalására nincsen szükség. Szabályzataink a vasbeton*keresztmetszetek* határigénybevételeit — igen kevés kivételt nem tekintve — a beton és a vas képlékeny tulajdonságainak teljesmértékű kihasználásával határozzák meg. Sőt, újabban olyan törekvések is mutatkoznak, hogy a keresztmetszetek méretezésén kívül a mértékadó *igénybevételek* kiszámítása is a képlékenységtan szerint történjék. Példa erre a vasbetonlemezek törőterhelésének a lemez törésképe alapján való meghatározása, amellyel *Johansen*, *Craemer*, hazánkban pedig *Menyhárd* István foglalkozott, vagy az a magasépítési szabályzatban javasolt eljárás, amely szerint a többtámaszú tartó negatív nyomatékait bizonyos határokon belül önkényesen vehetjük fel. Tudva azt, hogy ha egyes keresztmetszetek ki vannak használva, akkor a képlékenység folytán azok a tartórészek viselik a további terhelést, amelyek még további igénybevételek felvételére alkalmasak. A legújabb külföldi irodalomban igen sok olyan adattal találkozunk, amely a szerkezet *igénybevételeinek* képlékenységtan szerinti meghatározását tárgyalja. Ez a kérdés azonban jelenleg még nem annyira kiforrott, hogy a tervezői gyakorlatban is fel tudnánk használni.

b) Vizsgáljuk meg, hogyan viselkedik egy *vasbeton-keresztmetszet*, ha hajlítónyomaték veszi igénybe. A hajlítónyomaték növelésével a keresztmetszet alakváltozása (pl. szögelfordulása, vagy a szélső szálak megnyúlása) mindaddig közel lineárisan növekszik amíg a húzott vasbetétekben és a nyomott beton jelentős részében a feszültségek el nem érik a folyási határt. Ekkor *nagymértékű alakváltozások* jönnek létre, anélkül azonban, hogy a keresztmetszet tönkremenne és további nyomatékot tudna felvenni.

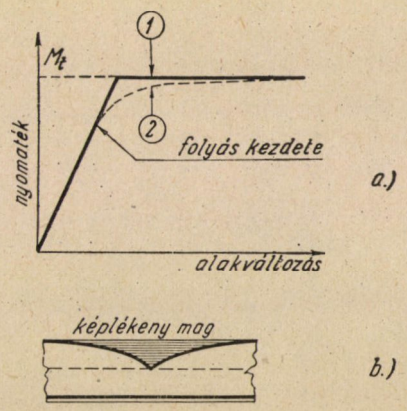
Az ehhez tartozó nyomaték gyakorlatilag a keresztmetszet teherbírását jelenti (M_t = törőnyomaték).

Meg kell jegyeznünk, hogy a törőnyomaték számszerűen nem mindig egyezik meg a vasbeton szabályzataink alapján meghatározható határnyomatékkal (M_h). A határnyomatékot ugyanis a vas és a beton *határfeszültségéből* számítjuk ki, ezeknek megállapítása pedig a *folyási határhoz* képest bizonyos biztonsággal történt, figyelembe véve az anyag szilárdsági értékeinek szórását s az ismételt terhelésből és a méreteltérésekből várható különbséget, valamint a számítási eljárás esetleges elvi pontatlanságát. A határnyomaték tehát csak a valószínűleg várható legkedvezőtlenebb esetben egyezik meg a törőnyomatékkal. Mivel azonban a biztonsági tényező vizsgálatánál éppen a valószínűleg bekövetkező legkedvezőtlenebb helyzetet kell alapul venni, ezért a továbbiakban $M_h = M_t$ feltevéssel számolunk.

Ha a törőnyomatékkal igénybevett vasbetonkeresztmetszet terhelését megszüntetjük, akkor a kísérletek szerint a *tehermentesítés* közel *rugalmasan következik be*, tehát más feszültségek és alakváltozások keletkeznek, mint a

terhelésnél, melynél egy ideig rugalmasan, azután pedig képlékenyen viselkedett a keresztmetszet. Ezért a tehermentesítés után a terheléskor és a tehermentesítéskor keletkező feszültségek és alakváltozások különbségének megfelelő feszültségek és alakváltozások maradnak vissza.

Az irodalomban található utalások és diagramok szerint a vasbeton fent ismertetett képlékeny tulajdonságai a leggazdaságosabb és a gyakorlatban legtöbbet alkalmazott $\mu = 1{,}0$ vasszázaléknál folytvas és nagyszilárdságú vasbetétek esetén egyaránt igen jól érvényesülnek. Túlvasalt keresztmetszeteknél ($\mu = 2-3\%$) a folyás előbb mutatkozik a betonban, mint a vasban, sőt előfordulhat az is, hogy a nyomott beton még a vas folyása előtt tönkremegy.



1. ábra

Ilyen esetben a keresztmetszet csak csekély képlékeny alakváltozási tartalékkal rendelkezik, amit nem lenne helyes számításba venni. Éppen ezért az új vasbetonszabályzatok a képlékenységtan alapján való méretezés esetén túlvasalt keresztmetszetek alkalmazását nem javasolják, annál kevésbé, mert ez egyben gazdaságtalan is. Ilyen túlvasalt szerkezetekkel nem fogunk foglalkozni.

A továbbiak folyamán a keresztmetszetre ható nyomaték és az alakváltozások között olyan *ideális összefüggést* tételezünk fel, amely szerint egészen a törőnyomatékig az alakváltozások a nyomatékkal lineáris összefüggésben vannak, ezen túl pedig a nyomaték legkisebb növelésével a keresztmetszet alakváltozásai vég nélkül növekedhetnek (lásd 1/a ábra 1. görbéjét). A valóság ettől annyiban különbözik, hogy amint a keresztmetszet *egyetlen pontjában* eléri a feszültség a folyási határt, az alakváltozások nem nőnek lineárisan és diagramjuk a feltételezett ideális esetet csak aszimptotikusan közelíti meg. (1/a ábra 2. görbéje). Ez a feltevés egyébként végeredményben csak az alakváltozásra van hatással.

c) Egy *vasbeton-gerenda* terhelésének növelése közben elérkezünk olyan állapothoz, amelynél valamelyik keresztmetszet teljes egészében folyik, tehát

további terhelés esetén növekednek ugyan az alakváltozásai (szögelfordulása), de több nyomatékot már nem tud felvenni, vagyis a keresztmetszet helyén *képlékeny csukló* keletkezik. A képlékeny csuklónak az a tulajdonsága, hogy olyan terhelésnél, amely az illető keresztmetszet helyén lévő nyomatékot tovább növelné, csuklóként viselkedik, ellenkező értelmű nyomatékot keltő terheléssel szemben azonban (tehermentesítés) a keresztmetszet helyén csak *rugalmas* alakváltozások keletkeznek, tehát a csuklóhatás nem érvényesül.

A túlterhelésnek megfelelően a képlékeny csukló helyén szögelfordulás keletkezik, amely tehermentesítés után is megmarad és az egész tartó mentén *maradó alakváltozás*okat (lehajlást) okoz.

Ha a tartó sztatikailag határozott, a képlékeny csukló létrejöttével kényszermozgású láncolattá változik, tehát a maradó alakváltozásokból sem reakciók, sem pedig belső erők nem keletkeznek. Ha viszont sztatikailag határozatlan tartóval van dolgunk, egyetlen plasztikus csukló kialakulásával még nem válik labilissá a tartó, tehát alakváltozások csak úgy jöhetnek létre, ha ezzel együtt reakciók és belső erők is keletkeznek. Vagyis a túlterhelt sztatikailag határozatlan tartóban a maradó alakváltozások mellett *maradó nyomatékok* is keletkeznek, és ezek éppen akkorák, hogy ha a tehermentesítés után a tartót ismét ugyanazzal a terheléssel terheljük, akkor a teher viselése mindaddig rugalmasan, újabb maradó alakváltozás nélkül történik, amíg a megelőző terhelés nagyságát át nem lépjük. Tehát a képlékeny csukló kialakulásából keletkező maradó alakváltozások a tartót »előfeszítik«, és így *ismételt terheléskor a tartó többet már nem folyik, ha közben nem mutatkoznak más, olyan teherállások, amelyek a maradó nyomatéki ábrát megváltoztatják*. Erről egyébként még később bővebben lesz szó.

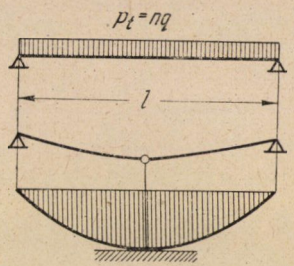
3. A sztatikailag határozott és határozatlan vasbetontartó törése. A sztatikailag határozatlan vasbetontartó töréssel szembeni többletbiztonsága

Hasonlítsuk össze egymással egy sztatikailag határozott és egy sztatikailag határozatlan vasbetontartó tönkremenetelét abban az esetben, ha a tartókra csak esetleges terhelés működik, a mértékadó nyomatékokat a *rugalmasságtan* alapján határoztuk meg, viszont a keresztmetszetek méretezése a *képlékenységtan* szerint történt.

a) Vizsgáljunk először egy kéttámaszú tartót (2. ábra), amelyre q esetleges egyenletesen megoszló terhelés működik. A szabályzat előírása szerint a méretezésnél az esetleges terhelésből számított igénybevételek n biztonsági tényezővel szorzott értékét kell alapul venni, ami azt jelenti, hogy a képlékenységtan szerint méretezett tartónál nq nagyságú terhelés esetén a középső keresztmetszet teherbírása ki van merítve, és ha a terhelést egész kis mértékben tovább növeljük, ezen a helyen képlékeny csukló alakul ki, a tartó labilis alakzattá változik és összedől. Tehát mint látjuk, egyetlen keresztmetszet tönkremenetele az egész

tartó tönkremenetelét idézi elő, másképpen szólva a *keresztmetszet* és a *tartó* töréssel szembeni *biztonsága megegyezik*. A tartó törőterhelése tehát $p_t = nq$.

b) Vizsgáljunk meg ezzel szemben pl. egy kétnyílású folytatólagos tartót (11/a ábra), amelynek mértékadó nyomatékait a támaszközben, illetve a középső támasznál az esetleges teher féloldali, illetve totális helyzetéből állapítottuk meg. Abban az esetben, ha a baloldali nyílásra nq nagyságú terhelés működik, a baloldali támaszköz maximális nyomatékának helyén a tartó ki van használva, a középső támasz felett azonban még nem. Ha a terhelést tovább növeljük, $+M_{max}$ helyén képlékeny csukló keletkezik, ezzel azonban a tartó még nem dől össze, csupán sztatikailag egy fokkal határozottabb alakzattá, Gerber-tartóvá alakul át. A további terhelést most már ez a tartó fogja viselni. A terhelést ν-szörös értékkel mindaddig tovább növelhetjük, amíg a középső támaszpont



2. ábra

felett újabb plasztikus csukló keletkezik. Ezzel a baloldali nyílás labilissá válik és a terhelés legkisebb növelésével összeomlik (11/b ábra).

Ebben az esetben tehát egyetlen keresztmetszet kihasználása nem jelenti az egész tartó tönkremenetelét, csupán azt, hogy a tartó egy képlékeny csukló létrejöttével sztatikailag eggyel határozottabb szerkezetté alakult, de további terhelést mindaddig fel tud venni, amíg annyi képlékeny csukló nem keletkezik, hogy legalább a tartó egy része labilissá válik.

Megállapíthatjuk tehát, hogy *határozatlan tartónál egy keresztmetszet biztonsága* töréssel szemben *kisebb, mint az egész szerkezeté*, mert *a támaszközi keresztmetszet* nq, *a szerkezet viszont csak* $p_t = \nu nq$ *terhelés alatt megy tönkre.*

Természetesen lényegében teljesen hasonló a helyzet, ha a kétnyílású folytatólagos tartót totálisan terheljük. Ilyenkor nq teher esetén először a középső támasz felett keletkezik képlékeny csukló — a tartó két kéttámaszú tartóvá alakul át — (13/a ábra), de a terhelés még mindaddig növelhető, amíg a maximális pozitív nyomatékok helyén is csuklók jönnek létre, ezzel a tartó labilissá válik és összedől. Mint látni fogjuk ilyenkor is ugyanannyiszor (ν-ször) több terhelést bír el a szerkezet, mint a támaszponti keresztmetszet (13/b ábra).

c) Összehasonlítva a kéttámaszú (határozott) és a háromtámaszú (határozatlan) tartó törését, megállapíthatjuk, hogy az ugyanolyan körülmények között, rugalmasan számított nyomatékok alapján tervezett háromtámaszú tartó a

kéttámaszúhoz képest az esetleges teher viselésében az *összedőléssel szemben* bizonyos (ν-szörös) *többletbiztonsággal* rendelkezik, ami természetesen indokolatlan és nincs megegyezésben az egyenletes biztonság elvével. Éppen ezért az igénybevételek rugalmas alapon való számításakor az esetleges terhelést elegendő lenne csupán egy $n_1 = \frac{n}{\nu}$ biztonsági tényezővel szorzott értékkel figyelembe venni a szerkezet méretezésénél, mert ekkor a háromtámaszú tartó *tényleges biztonsága* megegyeznék a kéttámaszú tartóéval. A ν tényező értéke a tartó képlékeny tulajdonságainak segítő hatását fejezi ki.

Már ezen a helyen meg kell azonban jegyeznünk, hogy sajnos a helyzet nem ilyen egyszerű, mert a képlékeny csuklók kialakulása közben maradó alakváltozások is keletkeznek és ezek nagysága állandóan növekszik, ha olyan terhelések ismétlődnek egymás után, amelyek egymás maradó nyomatékait lerontják, s így ha a tartó nem is dől össze, de nagyszámú folyás után olyan nagy maradó alakváltozásai keletkezhetnek, amelyek már nem megengedhetők. Ezen alakváltozások hatását azonban csak később fogjuk számításba venni.

Egy szerkezet törőterhelésén azt a terhelést értjük, amelynek hatására annyi képlékeny csukló keletkezik, hogy a szerkezet labilis alakzattá változik.

Ha tehát most pusztán sztatikai szempontból vizsgáljuk a kérdést, ebben az esetben minden rugalmasan számolt nyomatékok alapján méretezett sztatikailag határozatlan tartó a határozottal szemben egy bizonyos (ν-szörös) többletbiztonsággal rendelkezik, feltéve, hogy képlékeny alakváltozási és teherbírási tartaléka van. Az utóbbi két fogalommal bővebben kell foglalkoznunk.

4. Sztatikailag határozatlan vasbetontartók képlékeny alakváltozási és teherbírási tartaléka

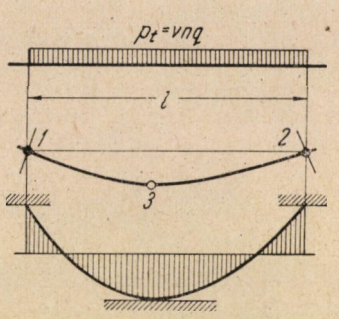
A tartó *képlékeny alakváltozási tartalékán* azt a tulajdonságát értjük, hogy maradó alakváltozásokra képes, anélkül hogy tönkremenne. A *képlékeny teherbírási tartalék* pedig azt jelenti, hogy a maradó alakváltozások révén a tartó olyan részei is be tudnak kapcsolódni a teher viselésébe, amelyek nem voltak kihasználva és így a tartó többlet-terhelés felvételére alkalmas. Mint látható, a teherbírási tartalék az alakváltozási tartalék következménye, és csak két esetben érvényesülhet:

a) ha a tartó túl van méretezve, vagy *b)* ha azok a *keresztmetszetek*, amelyek a képlékeny alakváltozás révén segíteni tudnak egymásnak a teherviselésben, *nincsenek mind egyszerre kihasználva*, más szóval: mértékadó igénybevételeik nem ugyanabból a teherállásból keletkeznek. Tekintve, hogy vasbetonszerkezetekben a vasalással igen jól tudjuk követni a maximális nyomatéki ábrát, a tartó túlméretezésére nem számíthatunk, ezért csak a második esettel foglalkozunk.

A *sztatikailag határozott tartók* csak képlékeny *alakváltozási* tartalékkal rendelkeznek, mivel már egyetlen csukló kialakulásával a tartó labilissá válik, és így a labilis alakzaton a többi — esetleg ki nem használt — tartórész nem tud segíteni a teherviselésben.

A *sztatikailag határozatlan tartó* ugyancsak rendelkezik képlékeny *alakváltozási* tartalékkal, de ezenkívül képlékeny *teherbírási* tartaléka is van, ha a keresztmetszetek méretezésére szolgáló mértékadó nyomatékok és az esetleges terhelés eleget tesznek a következő feltételnek :

A méretezés alapjául szolgáló esetleges teher ugyanazon teherállásából a terhelés növelése közben nem keletkezik egyidejűleg annyi képlékeny csukló, hogy ezáltal a tartónak legalább egy szakasza összedőljön.



3. ábra

Ha egy határozatlan szerkezet általános, két végén részlegesen befogott rúdját vizsgáljuk (3. ábra), akkor ez a — részünkről kizárt — eset általában olyankor következik be, amikor az 1., 2. és 3. veszélyes keresztmetszetek mértékadó nyomatékait *ugyanabból a teherállásból* állapítottuk meg, mert ekkor ez a teherállás a terhelés növelése közben egyidejűleg három (1, 2, 3) helyen hoz létre képlékeny csuklót és a rúd összeomlik. Nagyon jól tudjuk azonban, hogy a támaszponti és a támaszközi mértékadó nyomatékok általában különböző teherállásokból keletkeznek, ezért kimondhatjuk, hogy az esetleges terhelésre méretezett határozatlan tartók — igen kevés különleges esetet kivéve — mindenkor rendelkeznek képlékeny teherbírási tartalékkal, ami egyben azt is jelenti, hogy a határozott tartókkal szemben többletbiztonságuk van.

Arra az esetre, amikor a határozatlan tartó nem rendelkezik képlékeny teherbírási tartalékkal, jó példa a két végén befogott tartó, ha egyenletesen megoszló esetleges terhelés terheli. Ilyenkor ugyanis a totális terhelés a tartó két végső és középső keresztmetszetére egyaránt veszélyes, tehát mind a három keresztmetszet *egyszerre* folyik és így a tartó több teher felvételére már nem alkalmas. Abban az esetben azonban, ha az esetleges terhelés olyan koncentrált erő, illetve erőcsoport, amely különböző helyzeteket vehet fel, a maximális támaszponti és támaszközi nyomatékokra nem ugyanaz a teherállás a mértékadó.

Ilyenkor nem mutatkozik ugyanabból a teherállásból *egyszerre* három helyen folyás, tehát az így méretezett tartónak van teherbírási tartaléka.

Hasonló a helyzet a kétlábú keret gerendájával, amelynek csak akkor nincs képlékeny teherbírási tartaléka, ha az esetleges teher csupán a gerendán működő megoszló terhelés, ha viszont vízszintes terhelés, illetve változó helyzetű koncentrált erők is lehetségesek, akkor már van teherbírási tartaléka. Ezeken a példákon kívül azonban csak igen kivételes ritka eset az, amikor a legnagyobb pozitív és negatív nyomatékok ugyanabból a teherállásból jönnek létre, ezért a továbbiakban általában számíthatunk arra, hogy a sztatikailag határozatlan tartó képlékeny teherbírási tartalékkal rendelkezik.

Egyébként a későbbiekre való tekintettel helyesebb, ha ezekután egy *szerkezet* képlékeny teherbírási tartaléka helyett a szerkezet *egy rúdjának tartalékáról* beszélünk. Ez annál is inkább indokolt, mert rendesen minden rúdnak más a teherbírási tartaléka. Például egy keretszerkezet gerendája általában jelentős teherbírási tartalékkal rendelkezik, az oszlopoknak viszont csak kis tartalékuk van. Az utóbbinak az az oka, hogy az oszlopok kihajlás miatt mennek tönkre, tehát nincs olyan jelentős mértékű képlékeny alakváltozásuk, amely lehetővé tenné még a tönkremenetelük előtt a tartó nyomatékainak olyan — fentiekben ismertetett — átrendeződését, amely a többi keresztmetszetet is kihasználná. Éppen ezért további vizsgálataink csak a *többtámaszú tartókra* és *keretek vízszintes gerendáira* vonatkoznak, mivel az oszlopok számbavehető képlékeny teherbírási tartalékkal nem rendelkeznek.

A továbbiakban azt is feltételezzük — amit hallgatólagosan már eddig is megtettünk —, hogy a tartó nem nyírás, hanem hajlítás következtében megy tönkre. Ez a feltétel nyírásra megfelelően vasalt tartók esetében mindenkor teljesül. Megjegyezzük ugyan, hogy a határozatlan tartóknak akkor is van képlékeny teherbírási tartalékuk, ha a tartó nyírásra megy tönkre, ez azonban rendesen igen csekély és kiszámításuk bizonytalan, tekintve, hogy a nyírásra való képlékeny alapon történő méretezés kérdése még nincsen kielégítően megoldva.

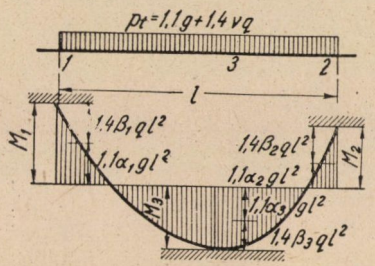
Ha a tartót az esetleges terhelésen kívül *önsúly* is terheli, ez a képlékeny alakváltozási és teherbírási tartalék lényegét nem érinti, csupán annak nagyságát befolyásolja jelentéktelen mértékben. Erről a kérdésről bővebben a következő fejezetben lesz szó.

5. A képlékeny teherbírási tartalék nagyságának meghatározása általános esetben

Mint láttuk, a képlékeny teherbírási tartalék nagysága sztatikailag határozatlan tartóknál rudanként változó, s nagysága az illető rúd maximális nyomatéki ábrájától és a terheléstől függ.

a) Vizsgáljuk meg a szerkezet egy tetszőleges rúdját abban az esetben, ha *g önsúly* és *q nyílásonként végig egyenletesen megoszló esetleges terhelés* terheli. Legyen ismeretes a *rugalmasságtan szerint meghatározott maximális nyomatéki ábra* (4. ábra). A rudat természetesen úgy méreteztük, hogy teherbírása a jellemző (1, 2, 3) keresztmetszetekben megegyezik a mértékadó nyomatékkal. Ezek nagyságát az ábrán vonalkázással tüntettük fel (M_1, M_2, M_3).

A magasépítési szabályzat szerint az önsúly igénybevételeit 1,1, az esetleges terhelését pedig 1,4 biztonsági tényezővel szorzott értékkel kell figyelembe venni.



4. ábra

Ennek megfelelően a támaszponti és támaszközi mértékadó nyomatékok a következőképpen fejezhetők ki:

$$M_1 = 1{,}1\,\alpha_1 gl^2 + 1{,}4\,\beta_1 ql^2$$

$$M_2 = 1{,}1\,\alpha_2 gl^2 + 1{,}4\,\beta_2 ql^2$$

$$M_3 = 1{,}1\,\alpha_3 gl^2 + 1{,}4\,\beta_3 ql^2 \ .$$

A képletben α_1, α_2, α_3, és β_1, β_2, β_3 nevezetlen, előjeles számok és nagyságukat sztatikai számítás alapján meg tudjuk határozni. Esetünkben a fenti mértékadó nyomatékok az esetleges tehernek nem ugyanabból a teherállásából jöttek létre, a $p = 1{,}1g + 1{,}4q$ paraméterrel rajzolt másodfokú parabola tehát nem fogja egyidejűleg a rúd mindhárom jellemző keresztmetszetében a tartó mértékadó nyomatékait elérni, ami sztatikailag azt jelenti, hogy ugyanabból a teherállásból nincsen a rúd valamennyi keresztmetszete kihasználva. Ennek megfelelően az esetleges terhelés a rúd törése nélkül mindaddig növelhető (v-szörösére), amíg mindhárom mértékadó keresztmetszet teljesen ki nincs használva, ami geometriailag azt jelenti, hogy a $p_t = 1{,}1g + 1{,}4vq$ paraméterrel jellemzett parabola az 1 és 2 pontokban M_1 és M_2 és a támaszközön belül valahol M_3 maximális értéket vesz fel. Ebből a feltételből határozható meg a rugalmas módon meghatározott nyomatéki ábra alapján méretezett rúd töréssel szembeni többletbiztonságára jellemző v érték, a rúd képlékeny teherbírási tartalékának nagysága.

A levezetés részleteit mellőzve ν értékére egy másodfokú egyenlet megoldása után a következő képletet kaptuk:

$$\nu = -0{,}782\,s + 2{,}86\left[0{,}7\,\gamma + 0{,}55\,\alpha^2 s + 0{,}1373\,s + \right.$$
$$\left. + \sqrt{(0{,}7\,\gamma + 0{,}55\,\alpha^2 s + 0{,}1373\,s)^2 - (0{,}7\,\beta + 0{,}55\,\alpha\,s)^2}\right] .$$

A képletben:

$$s = \frac{g}{q};\ \alpha = \alpha_2 - \alpha_1;\ \beta = \beta_2 - \beta_1;\ \gamma = -(\beta_1 + \beta_2) + 2\,\beta_3 .$$

Amint tehát látjuk, ν nagysága az állandó és a mozgó teher viszonyán kívül csupán a maximális nyomatéki ábra mértékadó nyomatékaitól függ.

A képlet levezetésénél egyébként azt a közelítést vezettük be, hogy az önsúlyból és az esetleges terhelésből ugyanabban a keresztmetszetben keletkezik a maximális pozitív nyomaték, de ez ν értékét csak néhány %-kal befolyásolja.

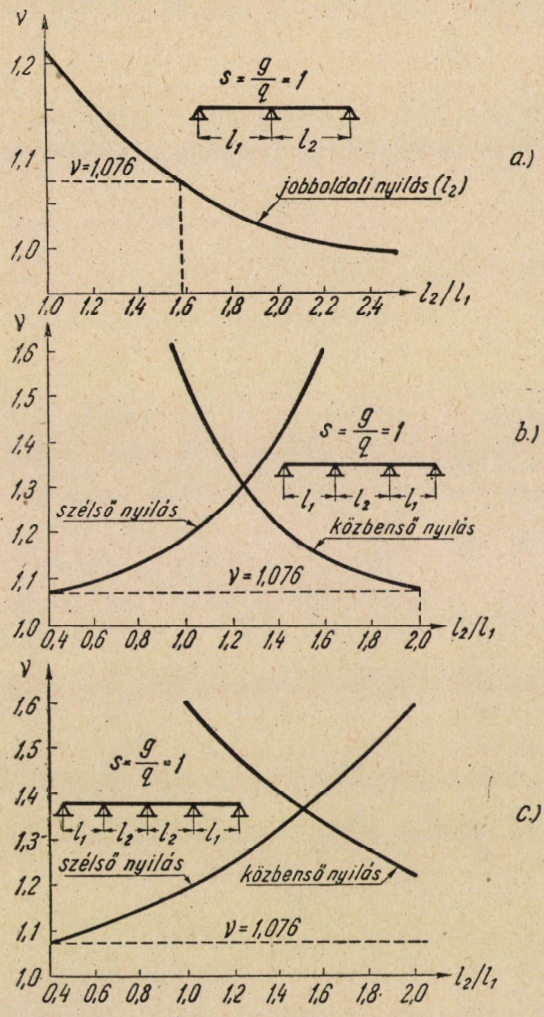
Vizsgáljuk meg ν értékének változását különböző terhelési viszonyok (s) és tartótípusok esetén. A kidolgozott példák és a képlet vizsgálata azt mutatta, hogy ν értékét az önsúly és a mozgóterhelés viszonya a gyakorlat esetében ($0 \leqq s \leqq 2{,}5$) legfeljebb 1—2%-ban befolyásolja és ezért ennek számbavétele elhanyagolható. Így elegendő csupán a szerkezet jellegét, tehát α, β és γ hatását figyelembe venni.

Az 5/a, 5/b és 5/c ábrákon a két, három és négy nyílású folytatólagos tartó esetére adtuk meg ν értékeit a támaszközök arányának (l_2/l_1) függvényében arra az esetre, ha $s = \frac{g}{q} = 1$. A görbékből megállapítható, hogy *a kisebb nyílásnak nagyobb, a nagyobb nyílásnak pedig kisebb teherbírási tartaléka van és minél több a tartó nyílásainak a száma, annál több teherbírási tartalékkal rendelkezik.* Megállapítható az is, hogy $l_2/l_1 > 2$ viszony esetén ν értéke a nagyobbik támaszközre vonatkozóan már csekély, de ilyen szélsőséges esetek a gyakorlatban nagyon ritkán fordulnak elő. A görbékben külön megjelöltük a $\nu_1 = 1{,}076$ értékhez tartozó l_2/l_1 viszonyszámokat, mivel erre a továbbiakban még szükségünk lesz.

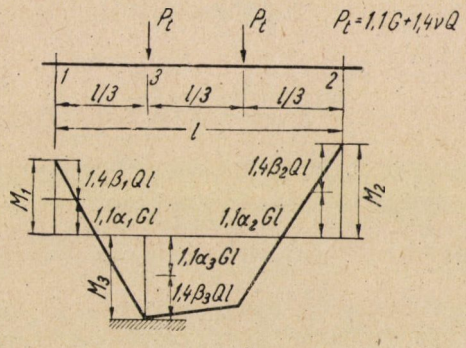
b) Határozzuk meg a rúd teherbírási tartalékát abban az esetben, ha *az önsúly* (G) *és az esetleges terhelés* (Q) *is koncentráltan, a támaszközök harmadaiban működik* (6. ábra). A maximális támaszponti és támaszközi nyomatékokat az előbbiekhez hasonló alakban tudjuk felírni.

ν-értékére a levezetés mellőzésével a következő egyszerű képletet kaptuk:

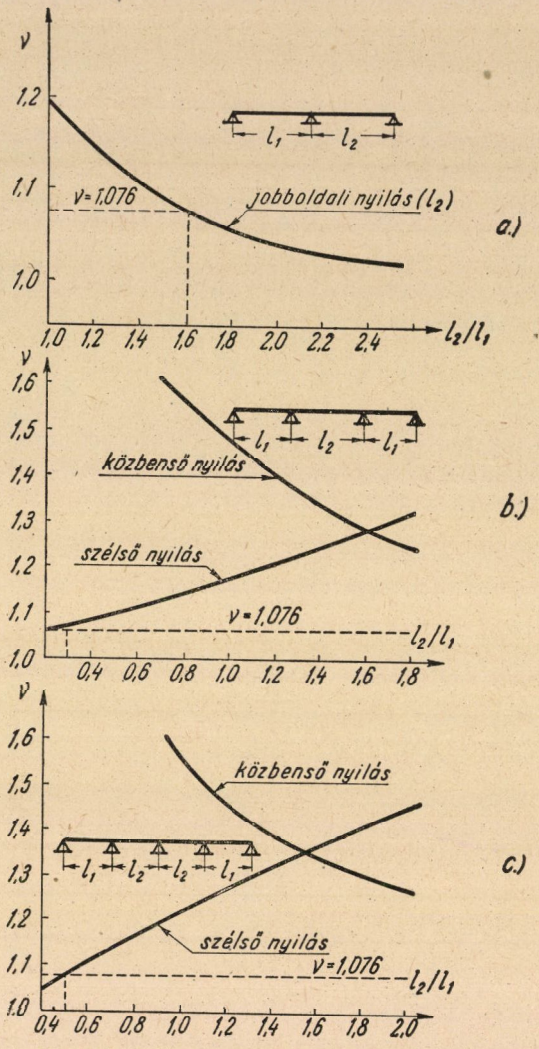
$$\nu = 3\left(\beta_3 - \frac{2\,\beta' + \beta''}{3}\right) .$$


a.)
b.)
c.)
$s = \frac{g}{q} = 1$
l_1 l_2
$\nu = 1{,}076$
jobboldali nyílás (l_2)
l_2/l_1
szélső nyílás
közbenső nyílás

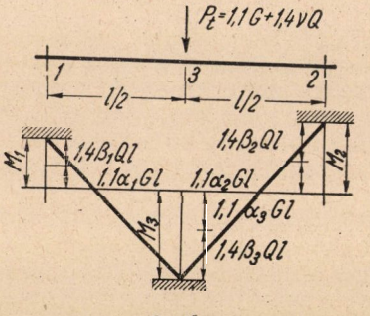
5. ábra


P_t P_t
$P_t = 1{,}1G + 1{,}4\nu Q$
l/3 l/3 l/3
$1{,}4\beta_1 Ql$
$1{,}1\alpha_1 Gl$
$1{,}4\beta_2 Ql$
$1{,}1\alpha_2 Gl$
$1{,}1\alpha_3 Gl$
$1{,}4\beta_3 Ql$
M_1 M_2 M_3

6. ábra


ν
1,2
1,1
1,0
ν=1,076
jobboldali nyilás (l_2)
a.)
l_1 l_2
1,0 1,2 1,4 1,6 1,8 2,0 2,2 2,4
l_2/l_1
ν
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0
közbenső nyilás
szélső nyilás
ν=1,076
l_1 l_2 l_1
b.)
0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8
l_2/l_1
ν
közbenső nyilás
szélső nyilás
ν=1,076
l_1 l_2 l_2 l_1
c.)
0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8 2,0
l_2/l_1

7. ábra


P_t=1,1G+1,4νQ
1
3
2
l/2
l/2
M_1
1,4β_1Ql
1,1α_1Gl
1,4β_2Ql
1,1α_2Gl
M_2
M_3
1,1α_3Gl
1,4β_3Ql

8. ábra

A képletben β' a β_1 és β_2 értékek közül abszolútértékben kisebbiket, β'' pedig a nagyobbikat jelenti.

Amint látjuk *koncentrált erők esetén a képlékeny teherbírási tartalék nagysága független az önsúlytól.*

A 7/a, 7/b és 7/c ábrákon a két-, három- és négynyílású folytatólagos tartóra vonatkozóan ábrázoltuk ν változását a támaszközök arányának (l_2/l_1) függvényében. Megállapíthatjuk, hogy *a képlékeny teherbírási tartalék adott helyzetű koncentrált esetleges terhelés esetén valamivel kisebb, mint egyenletesen megoszló esetleges tehernél.* Az esetleges terhelésnél tett megjegyzések egyébként itt is érvényesek.

c) Végül határozzuk meg a rúd teherbírási tartalékát abban az esetben, ha *az önsúly* (G) *és az esetleges terhelés* (Q) *egyetlen, a támaszköz felében működő koncentrált erő* (8. ábra).

Csupán a végeredményt közöljük :

$$\nu = 4\left(\beta_3 - \frac{\beta_2 + \beta_1}{2}\right) .$$

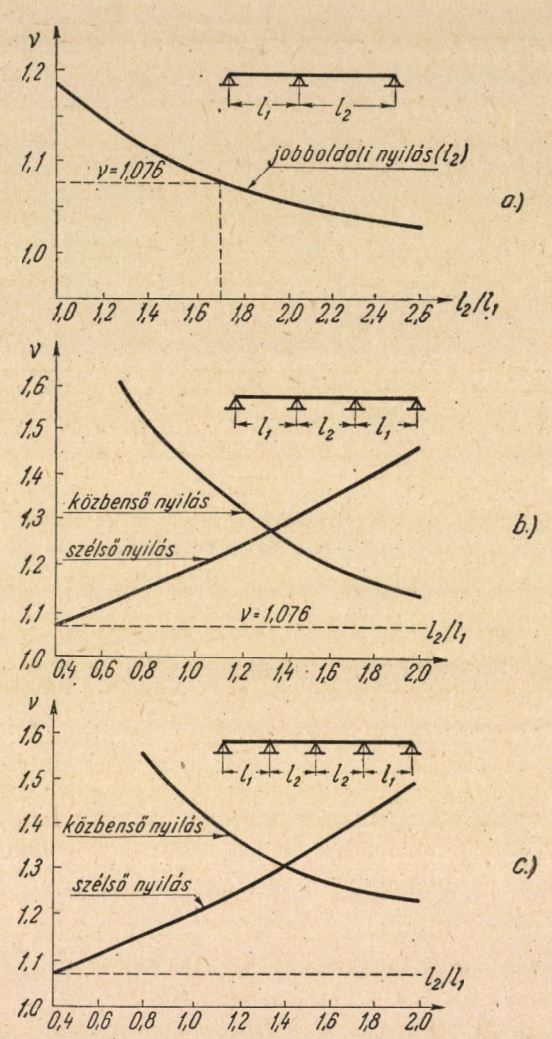
A képletben β_1, β_2 és β_3 értékeit az eddigiekhez teljesen hasonlóan a *rugalmasságtan* alapján meghatározott mértékadó nyomatékok adják meg (8. ábra). A képlékeny teherbírási tartalék változását különböző tartók esetére a 9/a, 9/b és 9/c ábrák tüntetik fel.

Miután a képlékeny teherbírási tartalék nagyságát általánosságban meghatároztuk, foglalkozzunk részletesebben a határozatlan tartók egyik jellegzetes példájával, a kétnyílású folytatólagos tartóval.

6. A kétnyílású folytatólagos tartó

Egy rúd képlékeny *teherbírási tartaléka* független a terhelésnek, vagy a képlékeny csuklók kialakulásának sorrendjétől, valamint attól is, hogy a tartó *előzőleg* milyen igénybevételeknek volt kitéve. A túlterheléssel kapcsolatban azonban *maradó alakváltozások* is keletkeznek és ezekre a tartó *múltja* és a terhelés *sorrendje* jelentős befolyással van. Ennek megvilágítására vizsgáljuk meg a q esetleges terheléssel terhelt, egyenlő támaszközű, kétnyílású folytatólagos vasbetontartót (10. ábra). A q esetleges terhelés a magasépítési szabályzatnak megfelelően egyszerre egy teljes nyílást terhel. Az állandó teher az egyszerűség kedvéért legyen zérus. (Hasonló típusú vas- és fatartókkal *Maier—Leibnitz* és *Kazinczy Gábor* végeztek laboratóriumi kísérleteket.) Feltételezzük, hogy a tartó maximális nyomatékait veszélyes teherállások alapján a rugalmasságtan szerint határoztuk meg, figyelembe véve a szabályzatban előírt n biztonsági tényezőt. Ennek megfelelően bevezetve a $p = nq$ jelölést, a támaszközi kereszt-

metszetek teherbírása $0{,}0958\,pl^2$, a támaszponti keresztmetszeté pedig $-0{,}125pl^2$. A 10. ábrán feltüntettük a tartó lehetséges terhelési eseteit (A, B, C), valamint azokat a keresztmetszeteket, amelyekben a túlterhelés alkalmával képlékeny



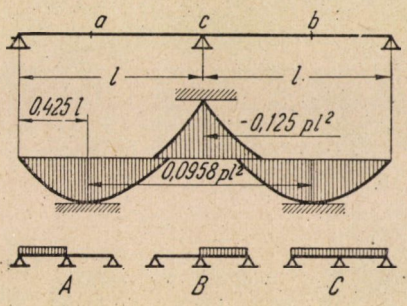
9. ábra

csukló keletkezik (a, b, c). Egy-egy terhelés tehermentesítését negatív előjellel fogjuk jelölni ($-A$, $-B$, $-C$).

a) A vizsgált tartó az (A) jelű terhelést $p = nq$ értékig teljesen rugalmasan viseli, ezután pedig »*a*« pontban képlékeny csukló keletkezik és a szerkezet a további terhelés szempontjából Gerber-tartóvá alakul át. A terhelés mindaddig növelhető, amíg »*c*« pontban is plasztikus csukló jön létre, és ezzel a baloldali

támaszköz összedől. Az 5. fejezetben közölt képlet szerint a túlterhelhetőséget jellemző ν szám ekkor 1,22-re adódik, tehát $p_t = \nu p = \nu n q = 1{,}22 \cdot 1{,}4q = 1{,}71q$ (lásd 11/b ábra).

Ha a tartót egészen a törésig terheljük, akkor a nyomatékok és az alakváltozások a tartó folyása előtt a többtámaszú, a tartó folyása utáni továbbterhelésből pedig a Gerber-tartón jönnek létre, tehermentesítésnél viszont a tartó mindvégig rugalmasan, tehát többtámaszúként dolgozik. Így a terhelési és tehermentesítési nyomatékok és alakváltozások különbségének megfelelően *nyomatékok* és *alakváltozások maradnak vissza*. A tartó terhelése közben keletkező



10. ábra

lehajlások és szögelfordulások a 11. ábra jelöléseinek megfelelően 1000 EJ nagyítással a következők: (Az első index a keresztmetszet helyét jelöli, a második indexben: r = rugalmas, t = teljes, m = maradó):

$$e_{ar} = 8{,}98\, pl^4 \qquad e_{br} = -3{,}62\, pl^4$$

$$e_{at} = 26{,}88\, pl^4 \qquad e_{bt} = -7{,}24\, pl^4$$

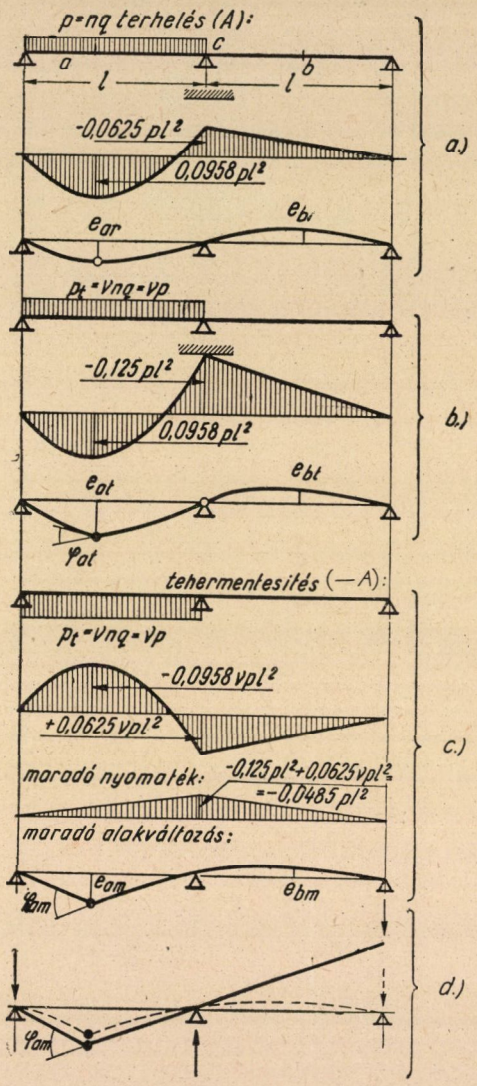
$$e_{am} = 15{,}93\, pl^4 \qquad e_{bm} = -2{,}82\, pl^4$$

$$\varphi_{ar} = 0\,;\ \varphi_{at} = \varphi_{am} = 76{,}7\, pl^3.$$

A maradó alakváltozás és a maradó nyomaték egyébként a plasztikus csukló helyén keletkező maradó szögelfordulás szükségszerű következménye. A szögelfordulás hatására ugyanis a tartó a jobboldali támaszról felemelkednék; ennek megakadályozására reakciók, ebből pedig nyomatékok keletkeznek (l. 11/d ábra).

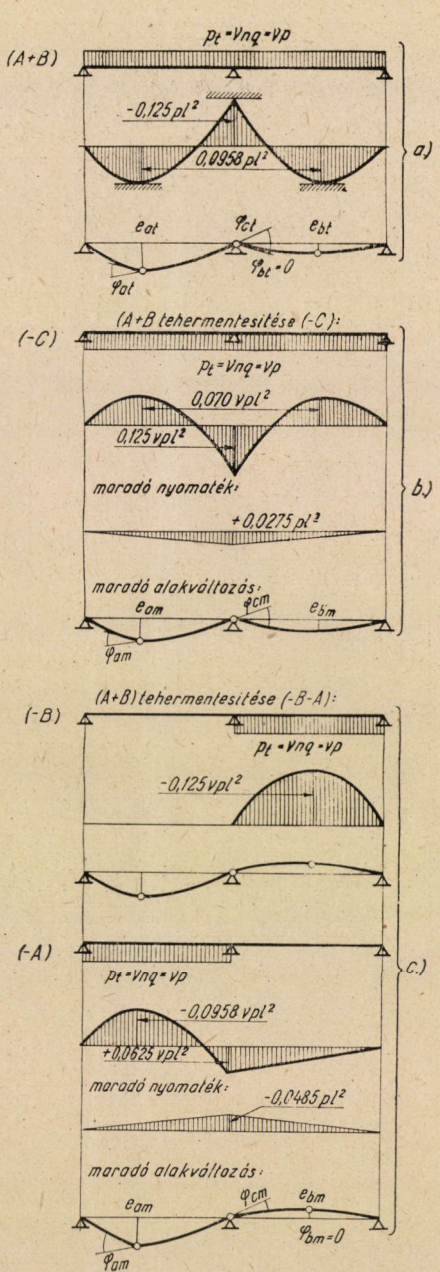
Ha a terhelés és tehermentesítés után $(A, -A)$ a tartót ismét az (A) jelű teherrel terheljük, akkor már újabb maradó nyomatékok és alakváltozások nem keletkeznek és a teherviselés teljesen rugalmasan megy végbe, mivel a megelőző terhelésből visszamaradt nyomatékok éppen akkorák, hogy az »*a*« és a »*c*« pontban is csak a törőtehernél keletkezik képlékeny csukló, vagyis a tartó »*előfeszítette önmagát*« a folyással szemben.

b) Ha a $p_t = \nu p$ nagyságú (A) terhelést a tartón hagyva még (B)-vel is megterheljük a tartót, akkor a »*c*« keresztmetszetben, mivel ez már »*a*«-ból teljesen ki volt használva, képlékeny csukló keletkezik és a jobboldali nyílás



11. ábra

kéttámaszú tartóként viseli a (B) terhelést egészen $p_t = \nu p$ értékig. Ekkor »*b*« keresztmetszet is folyik és a tartó összedől (12/a ábra). A keletkező lehajlások és szögelfordulások nagysága az együttes $(A + B)$ terhelésből :

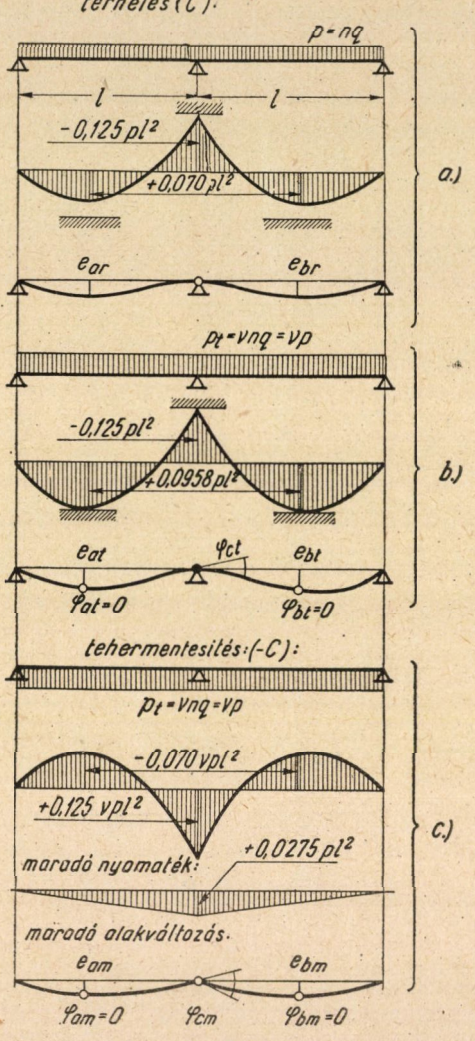

(A+B)
$p_t = \nu n q = \nu p$
$-0{,}125\,pl^2$
$0{,}0958\,pl^2$
a.)
e_{at}
φ_{ct}
e_{bt}
$\varphi_{bt} = 0$
φ_{at}
(A+B tehermentesítése (-C):
(-C)
$p_t = \nu n q = \nu p$
$0{,}070\,\nu pl^2$
$0{,}125\,\nu pl^2$
maradó nyomaték:
$+0{,}0275\,pl^2$
b.)
maradó alakváltozás:
e_{am}
φ_{cm}
e_{bm}
φ_{am}
(A+B) tehermentesítése (-B-A):
(-B)
$p_t = \nu n q = \nu p$
$-0{,}125\,\nu pl^2$
(-A)
$p_t = \nu n q = \nu p$
$-0{,}0958\,\nu pl^2$
$+0{,}0625\,\nu pl^2$
maradó nyomaték:
$-0{,}0485\,pl^2$
c.)
maradó alakváltozás:
e_{am}
φ_{cm}
e_{bm}
$\varphi_{bm} = 0$
φ_{am}

12. ábra

$$e_{at} = 26{,}88\,pl^4 \qquad e_{bt} = 8{,}11\,pl^2$$

$$\varphi_{at} = \varphi_{am} = 76{,}7\,pl^3$$

$$\varphi_{ct} = \varphi_{cm} = 50{,}80\,pl^3$$



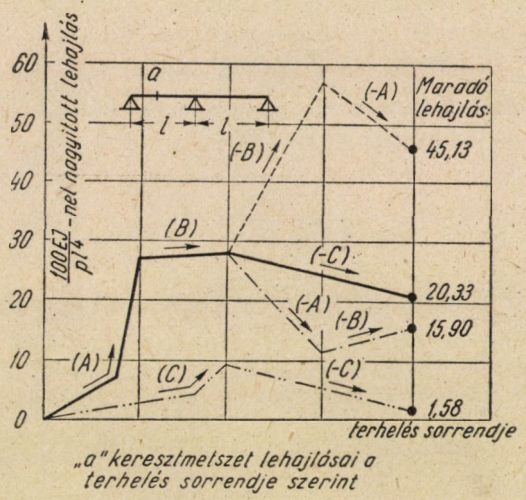
13. ábra

c) Az $(A + B)$ terhelést háromféleképpen tehermentesíthetjük és ennek megfelelően minden esetben különböző maradó alakváltozások és nyomatékok keletkeznek.

α) $(A + B)$ terhelés $(-C)$-vel való tehermentesítése teljesen rugalmasan, a háromtámaszú tartón megy végbe (12/b ábra).

β) Ha $(A + B)$ terhelést $(-B, -A)$ sorrendben tehermentesítjük, akkor $(-B)$ terhelés alkalmával »*a*« helyen ismét képlékeny csukló jön létre, tekintve, hogy ez a keresztmetszet teljesen ki volt használva és a tehermentesítés a nyomatékát növelné. A tartó tehát Gerber-tartóként működik és így újabb maradó szögelfordulás és maradó lehajlások keletkeznek (12/c ábra). Ha ezután $(-A)$ terhelés következik, ezt már a tartó teljesen rugalmasan viseli.

γ) Ha $(A + B)$ terhelés tehermentesítése fordított $(-A, -B)$ sorrendben megy végbe, akkor $(-A)$ teherből »*b*« pontban keletkezik újabb plasztikus csukló, $(-B)$ teher viselése pedig rugalmasan történik.



14. ábra

d) Vizsgáljuk meg még azt az esetet is, amikor a tartóra minden előzmény nélkül (C) terhelés működik. $p = nq$ terhelésig a szerkezet rugalmasan viselkedik, ekkor »*c*« pontban képlékeny csukló keletkezik és a további $(\nu - 1)\,p$ terhet a kéttámaszú tartók hordják. Ennek megfelelően $(-C)$ rugalmasan végbemenő tehermentesítés után maradó nyomatékok és alakváltozások maradnak vissza (13. ábra).

Amennyiben valamelyik ismertetett terhelési és tehermentesítési sorozat után a tartót újabb terhelésnek vetjük alá, figyelembe kell természetesen venni a meglevő maradó alakváltozásokat és nyomatékokat is. A maradó nyomatékok megváltoztatják a tartó teherviselésének rugalmas és képlékeny szakaszát (hamarabb vagy később folyik a tartó az egyes veszélyes keresztmetszetekben), az újonnan keletkező alakváltozásokat pedig a meglevőkhöz hozzá kell adni. Ennek vizsgálatát a sokféle terhelési lehetőség és a bonyolultabb számítás miatt mellőztük.

A vizsgált különböző terhelésekből és tehermentesítésekből keletkező lehajlásokat az I. táblázatban és a 14. ábrán tüntettük fel. Ezekből és az eddig elmondottakból világosan látszik, hogy a (maradó) alakváltozásokra igen jelentős befolyása van annak, hogy *a terhelés és a tehermentesítés milyen sorrendben következik be és megelőzően milyen terhelések működtek a tartóra*, tehát röviden szólva : nem közömbös az, hogy *mi volt a tartó múltja*. Ugyanakkor megállapíthatjuk azt is, hogy a tartó képlékeny teherbírási tartalékának *teljes* kihasználásakor már egyszeri terhelésnél is elég jelentős lehajlások és maradó alakváltozások keletkeznek, és ha a terhelések egymás után következése bizonyos váltakozó sorrendet követ, akkor ezek nagysága állandóan növekszik (14. ábra). *A maradó alakváltozásoknak a tartó összedőlését előidéző törőterhelés nagyságára semmi befolyása nincsen*, elképzelhető azonban, hogy a terhelés sokszori ismétlődésekor a tartó olyan nagy maradó alakváltozásokat szenved, hogy emiatt válik használhatatlanná. Szükségesnek látszik ezért, hogy a teherbírási tartalékkal kapcsolatban a maradó alakváltozásokkal tüzetesebben is foglalkozzunk.

I. táblázat

A terhelés sorrendje (A teher nagysága $p_t = V_p$)		A teljes lehajlás 1000 EJ-vel nagyított értéke	
		e_a	e_b
	(A)	$+ 26{,}88\ pl^4$ $(+10{,}95)$	$- 7{,}24\ pl^4$ $(- 4{,}42)$
$(A + B)$ $(- C)$	$(A + B)$	$+26{,}88\ pl^4$ $(+ 6{,}55)$	$+ 8{,}11\ pl^4$ $(6{,}55)$
	$(A + B)\ (- C)$	$+20{,}33\ pl^4$ —	$+ 1{,}56\ pl^4$ —
$(A + B)$ $(- B - A)$	$(A + B)\ (- B)$	$+56{,}08\ pl^4$ $(+10{,}95)$	$- 7{,}24\ pl^4$ $(- 4{,}42)$
	$(A + B)\ (- B - A)$	$+45{,}13\ pl^4$ —	$- 2{,}82\ pl^4$ —
$(A + B)$ $(- A - B)$	$(A + B)\ (- A)$	$+11{,}48\ pl^4$ $(- 4{,}42)$	$+37{,}31\ pl^4$ $(+10{,}95)$
	$(A + B)\ (- A - B)$	$+15{,}90\ pl^4$ —	$+26{,}36\ pl^4$ —
$(C)\ (- C)$	(C)	$+ 8{,}13\ pl^4$ $(+ 6{,}54)$	$+ 8{,}13\ pl^4$ $(+ 6{,}54)$
	$(C)\ (- C)$	$+ 1{,}58\ pl^4$ —	$+ 1{,}58\ pl^4$ —

A zárójeles számok az illető terhelésből keletkező lehajlást adják meg arra az esetre, ha azt a tartó *teljesen* rugalmasan viselné.

7. A maradó alakváltozások

Könnyen belátható, hogy a maradó alakváltozások szempontjából a többtámaszú tartók szélső mezői, különösen pedig az előző fejezetben tárgyalt kétnyílású tartó a legkedvezőtlenebb. Ilyenkor ugyanis először a támaszközben keletkezik képlékeny csukló és ezzel a rúd egy nagy konzolhosszal rendelkező Gerber-tartó szélső nyílásává alakul át, aminek kis merevsége van, tehát nagy alakváltozások jönnek rajta létre. A kétnyílású tartónál meghatározott értékek a többnyílású tartóknál tehát csak igen kedvezőtlen esetben jönnek létre. Kétségtelen azonban, hogy ismételt terheléskor egy közbenső nyílásban is keletkezhetnek olyan nagy alakváltozások, amelyek a tartót használhatatlanná teszik. Vizsgáljuk meg tehát, hogy *a terhelési csoportok milyen sorrendben való ismétlődésekor növekednek a maradó alakváltozások.*

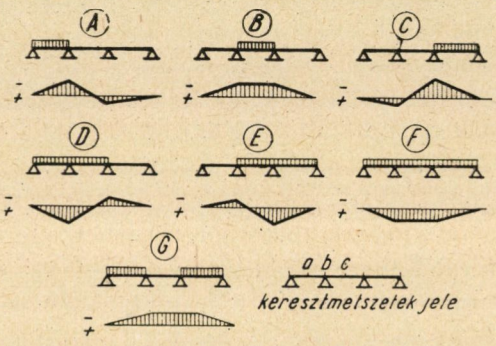
Ha a kétnyílású tartón az (A) $(-A)$ (A) $(-A)$ ... *terhelés* és tehermentesítés ismétlődik egymás után, akkor csak az *első* terheléskor keletkeznek alakváltozások. Az első tehermentesítés után ugyanis olyan nyomatékok maradnak vissza, hogy újabb terheléskor már rugalmasan viselkedik a tartó és az (A) jelű teherállásnak terhelése és tehermentesítése közben ezek a maradó nyomatékok nem változnak meg. Teljesen hasonló a helyzet, ha (A) és (B) terheléscsoportok terhelése és tehermentesítése $(A, -A)$ és $(B, -B)$ sorrendben ismétlődik egymás után. Ekkor ugyanis az $(A-A)$, illetve $(B-B)$ terhelés és tehermentesítés után a szimmetria miatt ugyanakkora nyomatékok maradnak vissza (l. 11/a ábra) és ezért akár az (A), akár a (B) teherállás következik ismét, azt a tartó rugalmasan viseli, az újabb terhelések és tehermentesítések pedig a maradó nyomatékokat nem fogják megváltoztatni. Ha viszont valamelyik parciális terhelés tehermentesítése után totális terhelés (C) és tehermentesítés $(-C)$ következik, akkor ez újabb maradó alakváltozásokat okoz, mivel a parciális és totális terhelésből visszamaradó nyomatékok ellenkező előjelűek (l. 11/a ábra és 12/b ábra) és így pl. az $(A - A)$ terhelés és tehermentesítés után visszamaradó nyomatékok nem fogják kedvezően előfeszíteni a tartót a (C) teher rugalmas viselésére, hanem éppen ellenkező hatásuk lesz. A parciális és totális terhelések és tehermentesítések tehát egymás maradó nyomatékait lerontják, ezért ha váltakozva jelentkeznek, a maradó alakváltozások állandóan nőni fognak.

Ha a fenti példából kiindulva egy sztatikailag határozatlan szerkezet egyik képlékeny csuklójának maradó alakváltozását (folyását) általában vizsgáljuk, akkor a következőket állapíthatjuk meg: Amikor a tartón csak olyan terhelések és tehermentesítések váltakoznak, amelyek után *mindig ugyanolyan értelmű nyomatékok maradnak vissza* a csukló helyén, akkor — ha folyik is esetleg több alkalommal is a csukló, — *de a maradó alakváltozások nem nőhetnek nagyobbra annál az értéknél, amely az illető csuklóra mértékadó teherállásból keletkezik.* Ilyenkor tehát a maradó alakváltozások nagysága korlátozott és amint

bekövetkezik a legnagyobb érték, a tartó a további, fenti feltételeknek eleget tevő teherismétlődéseket rugalmasan viseli.

Ha azonban olyan terhelések és tehermentesítések is váltakoznak a tartón, amelyek után a vizsgált csuklóban *különböző értelmű nyomatékok is maradhatnak vissza*, akkor a csukló helyén keletkező maradó alakváltozásoknak nincs felső határa, hanem a különböző értelmű nyomatékot keltő terhelések és tehermentesítések ismétlődésének megfelelően *állandóan növekednek*.

A 15. ábrán például háromnyílású folytatólagos tartót tüntettünk fel az összes lehető teherállásokkal és ezek alá a tehermentesítéskor keletkező maradó nyomatéki ábrákat is felrajzoltuk. Természetesen feltételeztük, hogy a terhelés



15. ábra

intenzitása akkora, amely a tartón már maradó alakváltozásokat okoz. [A $p_t = 1{,}4\,vq$ intenzitású terhelés nem minden esetben hoz létre maradó alakváltozásokat, mivel van olyan terhelési eset, amelyik egyik keresztmetszetre sem veszélyes (F), vagy a veszélyes teherállásnak csak egy része (A és C).] Egyébként a maradó nyomatéki ábrákat a legkönnyebben úgy állíthatjuk elő alakra helyesen, ha először megállapítjuk, hogy az illető terhelés növelése közben melyik keresztmetszetben keletkezik először képlékeny csukló és ezután megrajzoljuk az ebben a keresztmetszetben beiktatott és a képlékeny csukló forgási értelmének megfelelő egyébként tetszőleges nagyságú szögelfordulásból keletkező nyomatéki ábrát.

A maradó nyomatékok előjele alapján megállapíthatjuk, hogy ha csak A, B, E, G vagy csak C, D, F teherállások terhelései és tehermentesítései ismétlődnek egyébként egymás között tetszés szerinti sorrendben, akkor az »*a*« pontban keletkező maradó alakváltozások legfeljebb csak a G terhelésből keletkező legnagyobb értéket érhetik el, ha ellenben a fenti két csoportosításban levő teherállások terhelései és tehermentesítései egymással váltakoznak, akkor a maradó alakváltozások állandóan növekednek. A »*b*« keresztmetszetben C, D, F és A, B, E, G, a »*c*« keresztmetszetben pedig az A, B, C, G és D, E, F azok a tehercsoportosítások, amelyeken belül a terhelések és tehermentesítések

váltakozása esetén a maradó alakváltozások szintén csak egy bizonyos mértékig növekednek.

Az eddigiekben nem foglalkoztunk azzal a bonyolultabb esettel, amikor *egy terhelés után nem tehermentesítés, hanem egy újabb terhelés következik.*

Vizsgáljuk a tartó egy olyan keresztmetszetének maradó alakváltozását (folyását), amely az eredeti terhelésből már folyt, vagy legalábbis teherbírása ki volt használva. Ha a *vizsgált* keresztmetszet nyomatékát az újabb terhelés növeli, akkor újabb maradó alakváltozások keletkeznek ebben a keresztmetszetben, ellenkező esetben azonban nem. Az előbbi eset azt jelenti, hogy az eredeti és az új terhelés is *az illető keresztmetszetre mértékadó teherállás egy része voltak*, az utóbbi pedig természetesen annak ellenkezőjét.

Például a kétnyílású tartónál (A) terhelésből az »*a*« keresztmetszetben képlékeny csukló keletkezik, »*c*« pedig ki van használva (11/a ábra). Ha (A) terhelést rajta hagyva a tartón (B)-vel terheljük, akkor »*a*« helyen nem keletkezik újabb maradó alakváltozás, mivel a nyomaték ebben a keresztmetszetben csökken, viszont újabb képlékeny csukló és maradó alakváltozás keletkezik »*C*« pontban, mivel az (A) és (B) terhelés egyaránt része a »*C*« keresztmetszetre veszélyes teherállásnak (12/a ábra).

Mivel az a kérdés, amikor egy terhelés után tehermentesítés nélkül újabb terhelés következik a sokféle terhelési eset miatt igen bonyolult, ezért nem foglalkozunk vele részletesen.

Az eddigiekből mindenesetre azt a következtetést vonhatjuk le, hogy egy tartóban körülbelül *ugyanakkora valószínűsége van az olyan teherállások egymásután következésének, amelyek újabb maradó alakváltozásokat okoznak, mint azoknak, amelyeket a tartó rugalmasan, maradó alakváltozások nélkül visel.*

8. A sztatikailag határozatlan vasbetontartók biztonsági tényezőjének meghatározása a maradó alakváltozások figyelembevételével

Megállapíthatjuk tehát, hogy a tartó maradó alakváltozásai ismételt terhelés esetén csak bizonyos feltételnek megfelelő terheléseknél lesznek korlátozott nagyságúak, egyébként minden határ nélkül növekednek, és olyan mértéket is elérhetnek, hogy a tartó használhatatlanná válik. Ennek megfelelően esetleges teherre való méretezéskor egy szerkezet teherbírására nem az a terhelés jellemző, amelynél annyi képlékeny csukló keletkezik, hogy a tartó labilis alakzattá válik és összedől, hanem *az a terhelés, amelynél nagyobb teher előreláthatóan csak annyiszor fog bekövetkezni, hogy az ennek megfelelően mutatkozó maradó alakváltozások nem haladják meg a tartó rendeltetése szempontjából megengedhető mértéket.*

Ezek után a sztatikailag határozatlan tartók képlékeny teherbírási tartaléka csupán annyiban jelent előnyt a határozottakkal szemben, hogy *a határozott tartó már az első túlterhelés alkalmával összedől*, viszont *határozatlan tartó esetén*

a túlterhelések bizonyos számú ismétlődése szükséges ahhoz, hogy a növekedő maradó alakváltozások miatt tönkremenjen és ez az, amit a csökkentett biztonsági tényező megállapítására figyelembe lehet venni.

Ezek után is kétségtelen, hogy a határozatlan tartónak a határozottal szemben többlet-biztonsága van, ennek mértékét azonban nem lehet csupán a szerkezet állékonyságának vizsgálata alapján meghatározni, hanem a *maradó alakváltozásokat* is figyelembe kell venni. A maradó alakváltozások nagysága viszont a terhelés ismétlődésének számától függ. Mivel a szerkezetre ténylegesen működő terhelés nagyságára és gyakoriságára semmiféle megbízható adatunk nincs, ezért egy határozatlan szerkezet tényleges teherbírását mindaddig nem tudjuk megbízhatóan meghatározni, ameddig nagyszámú kísérleti és tapasztalati adat nem áll rendelkezésünkre a terhelések keletkezésére vonatkozóan. Helyes lenne például különböző rendeltetésű épületek gerendáiba olyan műszereket beszerelni, amelyek segítségével megállapítható lenne az előforduló terhelések nagysága és gyakorisága. Ugyanakkor kísérleteket kellene végezni túlterhelt tartók maradó alakváltozásaira vonatkozóan is. A számítással meghatározott értékek ugyanis nem megbízhatóak, mivel a vasbeton szilárdsági jellemzői igen tág határok között változnak és az inercianyomaték nagysága is eléggé bizonytalan a bekövetkező repedések miatt. (Lásd *Saliger :* Die neue Theorie des Stahlbetons).

A következőkben a *valószínűségszámítás* segítségével megkíséreljük a határozatlan tartók számításba vehető teherbírási tartalékát, illetve biztonsági tényezőjét olyan értékűre megválasztani, hogy ennek alkalmazása esetén a valószínűleg bekövetkező maradó alakváltozások ne haladják túl a rugalmas lehajlások megengedett értékeit.

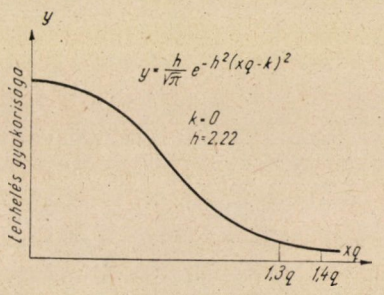
A méretezés alapjául a tervező részére megadott esetleges terhelések általában olyan nagy értékűek, hogy feltételezhető, hogy a magasépítési szabályzatban előírt $n = 1{,}4$ biztonsági tényezővel beszorzott értékük csak rendkívüli esetekben, tehát igen ritkán adódik. Természetesen még kisebb a valószínűsége annak, hogy a teher valamelyik keresztmetszetre veszélyes teherállásban működik annál is inkább, mivel a sztatikailag határozatlan tartó hatásábrái rendesen több ellenkező előjelű szakaszból állnak.

Ezek figyelembevételével a maradó alakváltozások gyakoriságának meghatározásához adatok híján önkényesen feltételezzük, hogy az esetleges terhelés összesen 100 000-szer következik be egy tartóban, de ezek közül nq-nél nagyobb terhelés *egyszer sem* mutatkozik. Vagyis másképpen az nq-nál nagyobb teher valószínűsége kisebb, mint 1/100 000, és így az nq teher valószínűsége 1/100 000. Tegyük fel továbbá azt is, hogy a terhelések nagyságának valószínűségei a *Gauss*-féle normális eloszlást követik, vagyis az

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(xq-k)^2}$$

általános egyenlettel fejezhetők ki. A képletben k az eloszlás középértékét, h pedig szabatossági mértékét jelentik, xq-val pedig együttesen a terhelés nagyságát jelöltük, ahol q a méretezés alapjául megadott esetleges terhelés nagysága, tehát egy állandó szám. (Egyébként az általános egyenletre vonatkozóan lásd : *Stachó :* Felsőbb mennyiségtan.)

Egy tartóban a kis terhelések gyakrabban mutatkoznak, mint a nagyok és feltételezhető, hogy a terheletlen állapotnak van a legnagyobb valószínűsége. Ez azt jelenti, hogy a normáleloszlás középértéke zérussal egyenlő. ($k = 0$). (Hasonló feltevésből indult ki *Kazinczy Gábor* »Az anyagok képlékenységének



16. ábra

jelentősége a tartószerkezetek teherbírása szempontjából« című könyvében.) Ugyanakkor a zérusnál kisebb (negatív) terheléseknek nincsen értelme, ezért a haranggörbének csak pozitív szakasza van, és ezért a pozitív szakasz alatti területrésznek eggyel kell egyenlőnek lennie, mivel ez adja meg az összes lehetséges terhelés valószínűségét, ami természetesen 1. Végül a görbe szabatossági mértékét (h) pedig abból az előző feltevésből számítjuk ki, hogy az 1,4 q nagyságú terhelés valószínűsége 1/100 000. Mivel egy adott határt meghaladó terhelés keletkezésének valószínűségét (v) az eloszlás integrálgörbéje adja meg (hibaintegrál), ezért h meghatározására a következő egyenlet szolgál :

$$v = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{+1,4}^{+\infty} e^{-h^2(xq)^2} dx = 1/100\,000 \ .$$

Ebből táblázat segítségével $h = 2{,}22$, tehát a gyakoriságok eloszlásának egyenlete :

$$y = \frac{2{,}22}{\sqrt{\pi}} e^{-4{,}93(xq)^2} \ .$$

Ennek ismeretében meghatároztuk azt az $x_1 q$ nagyságú terhelést, amely a tartóban *hatszor* következik be, tehát valószínűsége 6/100 000, és erre 1,29 q

értéket kaptuk ($x_1 \approx 1{,}30$). Ez azt jelenti, hogy az 1,30 q-nál nagyobb terhelés a tartókban valószínűleg csak hatszor következik be, tehát ha egy határozatlan tartó esetleges terhelését a méretezésnél $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényezővel szorozva vesszük figyelembe $n = 1{,}40$ helyett, akkor a tartó valószínűleg hat esetben lesz túlterhelve. Viszont éppen határozatlan tartóknál a hatásábrák váltakozó előjelű szakaszokból állnak, ezért a lehetséges *terhelési eseteknek* csak körülbelül fele az, amelyik egy keresztmetszetben a mértékadó nyomatékkal megegyező értelmű nyomatékot okoz, a többiektől pedig tehermentesítés jön létre. Ugyanakkor a 8. fejezet elején megállapítottuk, hogy túlterhelések ismétlődésekor csak akkor jönnek létre újabb maradó alakváltozások, ha a terhelések és tehermentesítések bizonyos *sorrendben* következnek egymás után. Annak a valószínűsége, hogy egyszeri folyás után éppen egy olyan teherállás következzék be, amelyik újabb folyást okoz, a bemutatott példák szerint kb. 0,5.

Tehát a lehetséges teherállásoknak és a terhelés sorrendjének figyelembevételével kimondhatjuk, hogy ha a határozatlan tartó esetleges terhelését $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényezővel szorozzuk, akkor *valószínűleg* csak $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 6 = 1{,}5$-*szer keletkeznek maradó alakváltozások*. Az utóbbit úgy kell érteni, hogy egyszer valószínűleg folyik a tartó, de a második folyásnak már csak 50% eshetősége van. A tartó másfélszeres folyása pedig még megengedhető — mint a számpéldából is látni fogjuk —, mert ekkor a maradó lehajlások még nem lépik túl lényegesen a szokásos rugalmas lehajlásokat.

Természetesen a levezetett eredmények koncentráltan működő esetleges terhelés esetére is érvényesek.

Meg kell azonban még azt a kérdést is vizsgálnunk, hogy a határozatlan tartók egyáltalán rendelkeznek-e akkora képlékeny teherbírási tartalékkal, amely az $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező használatát lehetővé teszi. Azaz másképpen: az $n = 1{,}30$ biztonsági tényezővel számolt tartó nem dől-e össze 1,4 q nagyságú teher hatására, vagyis hogy van-e akkora biztonsága ($n = 1{,}4$) a *töréssel szemben*, amekkorát a határozott tartóknál megkövetelünk. Mivel az 1,4 q nagyságú teher $\frac{n}{n_1} = \frac{1{,}4}{1{,}3} = 1{,}076$-szoros túlterhelést okoz az $n_1 = 1{,}30$ biztonsággal számolt tartóban, ezért az *$n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező mindazoknál a tartóknál alkalmazható, amelyek $\nu_1 \geqq 1{,}076$ töréssel szembeni többletbiztonsággal (teherbírási tartalékkal) rendelkeznek.*

Ha megnézzük az 5. fejezetben előforduló képleteket, valamint az 5. és 7. ábrát, akkor az ábrák jelöléseinek megfelelően a következő szélsőséges esetek azok, amelyeken túl a többtámaszú tartó egyes támaszközei nem rendelkeznek $\nu_1 = 1{,}076$ nagyságú teherbírási tartalékkal:

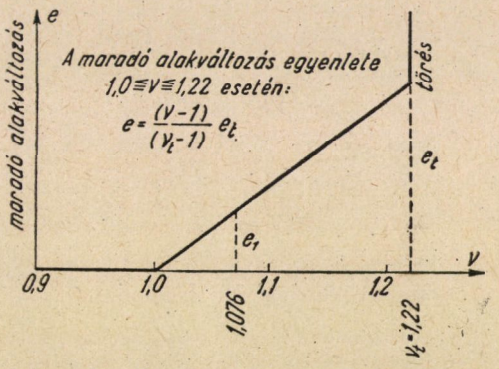
a) *Egyenletesen megoszló esetleges terhelés esetén:*

kétnyílású tartónál: $l_2/l_1 > 1{,}6$, illetve $l_1/l_2 < 0{,}62$
háromnyílású tartó szélső támaszközénél: $l_2/l_1 < 0{,}40$

háromnyílású tartó közbenső támaszközénél : $l_2/l_1 > 2{,}00$
négynyílású tartó szélső támaszközénél : $l_2/l_1 < 0{,}40$
négynyílású tartó közbenső támaszközénél : $l_2/l_1 > 3{,}00$

b) *A támaszköz harmadában koncentráltan működő esetleges terhelés esetén :*

kétnyílású tartónál : $l_2/l_1 > 1{,}8$, illetve $l_1/l_2 < 0{,}62$
háromnyílású tartó szélső támaszközénél : $l_2/l_1 < 0{,}30$
háromnyílású tartó közbenső támaszközénél : $l_2/l_1 > 2{,}50$
négynyílású tartó szélső támaszközénél : $l_2/l_1 < 0{,}50$
négynyílású tartó közbenső támaszközénél : $l_2/l_1 > 3{,}00$



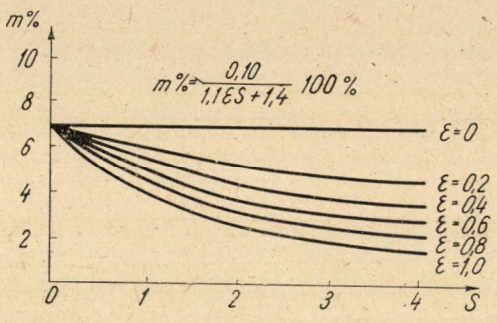
17. ábra

A fentiekből megállapíthatjuk, hogy csak egészen szélsőséges, a gyakorlatban ritkán előforduló támaszköz arányok esetén nem rendelkezik a sztatikailag határozatlan tartó legalább $\nu_1 = 1{,}076$ nagyságú teherbírási tartalékkal. Ezért általánosságban az $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező alkalmazható anélkül, hogy a tartó *töréssel szembeni* biztonsága ezért kisebb lenne, mint a magasépítési szabályzatban előírt $n = 1{,}40$ érték.

Egyébként az említett ábrákból azt is megállapíthatjuk, hogy $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező alkalmazásakor a gyakorlatban legtöbbször előforduló közel egyenlő nyílásközű tartóknál nem merítjük ki teljesen a tartó teherbírási tartalékát, mert a magasépítési szabályzatban előírt lehetséges legnagyobb teher (1,4 q) elviselésére $\nu_1 = \frac{1{,}40}{1{,}30} = 1{,}076$ teherbírási tartalék szükséges és a tartó tényleges teherbírási tartaléka rendesen ennél jóval nagyobb. Ez a maradó alakváltozások szempontjából igen kedvező, hiszen annál kisebb maradó alakváltozások jönnek létre, minél kevésbé használjuk ki a tartó képlékeny teherbírási tartalékát. Ennek szemléltetésére a 17. ábrán például egy kétnyílású tartó maradó alakváltozásait tüntettük fel, abban az esetben, ha az igénybe-

vételek meghatározása a rugalmasságtan szerint egy bizonyos $p = nq$ nagyságú esetleges terhelés alapján történt, de a tartót ennek ν-szörös értéke (νp) terheli. $\nu \leq 1$ esetén természetesen maradó alakváltozások nem keletkeznek, $\nu > 1{,}22$ esetén pedig a tartó teherbírási tartaléka kimerült és összeomlik. (Lásd 6. fejezet.) Az ábrából megállapíthatjuk, hogy $\nu_1 = 1{,}076$ túlterheléskor 2,90-szor kisebb maradó alakváltozások keletkeznek, mint akkor, ha a tartó teherbírási tartalékát teljesen kihasználnánk ($\nu = 1{,}22$). Természetesen ugyancsak kisebb maradó alakváltozások keletkeznek ismétlődő túlterhelések következtében.

Vizsgáljuk meg végül a biztonsági tényező csökkentésének kérdését a *gazdaságosság* szempontjából. A vasalásban, illetve a keresztmetszet méreteiben elérhető megtakarítás százalékos értékét $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező alkalmazá-



18. ábra

sával, az eddig alkalmazott $n = 1{,}40$ tényezővel szemben a következőképpen határozhatjuk meg:

Alkalmazzuk az 5. fejezetnek megfelelően az önsúlyból, illetve az esetleges terhelésből i-vel jelölt keresztmetszetben keletkező mértékadó nyomatékokra az $\alpha_i gl^2$ illetve $\beta_i ql^2$ jelölést. A keresztmetszet szükséges vasalása a mértékadó nyomatékkal közel lineáris összefüggésben van, tehát a megtakarítás százalékos értéke a mértékadó nyomatékok különbségével fejezhető ki:

$$m\,\% = \frac{1{,}1\,\alpha_i gl^2 + 1{,}4\,\beta_i ql^2 - (1{,}1\,\alpha_i gl^2 + 1{,}3\,\beta_i ql^2)}{1{,}1\,\alpha_i gl^2 + 1{,}4\,\beta_i ql^2}\,100\,\% .$$

Egyszerűsítés után és bevezetve az $\varepsilon = \frac{\alpha_i}{\beta_i}$ és $s = \frac{g}{q}$ jelölést:

$$m\,\% = \frac{0{,}10}{1{,}1\,\varepsilon s + 1{,}40}\,100\,\% .$$

A fenti képletben ε nagysága a szerkezet jellegétől függ, de mindenkor $\beta_i \geq \alpha_i$

tehát $\varepsilon \leqq 1$, tekintve, hogy az esetleges teher veszélyes helyzetekben jelentkezhetik és így nagyobb, de legalább akkora nyomatékot okoz, mint az ugyanakkora önsúly. A megtakarítás görbéit a 18. ábra tünteti fel. Pl. $s = 1$ és a legkedvezőtlenebb $\varepsilon = 1$ esetén a vasalásban elérhető megtakarítás 4%. Mivel az építőiparban igen gyakran fordul elő többtámaszú tartó és többlábú keretszerkezet, ezért a biztonsági tényező javasolt csökkentésének gazdaságosság szempontjából is komoly jelentősége van.

9. A nyírás jelentősége a sztatikailag határozatlan vasbeton tartók biztonsági tényezőjének csökkentése kérdésében

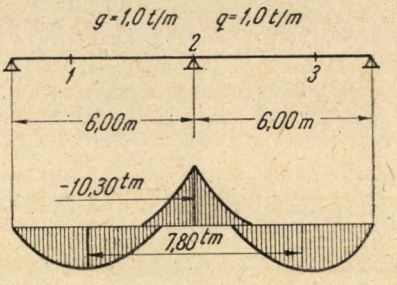
Kétségtelen, hogy a sztatikailag határozatlan vasbeton tartók nyírással szemben is rendelkeznek képlékeny alakváltozási és teherbírási tartalékkal. Ezt azonban mindaddig nem tudjuk kihasználni, amíg nem állnak rendelkezésünkre adatok a nyírásból keletkező képlékeny alakváltozásokra vonatkozóan, és meg nem oldódik megnyugtató módon a nyírásra való képlékeny alapon történő méretezés kérdése. (Mint tudjuk, a magasépítési szabályzat a nyírófeszültségek számítását a rugalmasságtan szerint írja elő.)

Mindezektől eltekintve meghatároztuk számszerűen a két-, három- és négynyílású többtámaszú tartók teherbírási tartalékát nyírás folytán bekövetkező töréssel szemben és azt találtuk, hogy ez kb. $\nu \sim 1{,}05$ értékű, tehát jóval kisebb, mint a hajlításból bekövetkező töréssel szembeni teherbírási tartalék. Éppen ezért, ha a mértékadó *nyíróerők* nagyságát is a javasolt $n_1 = 1{,}30$ csökkentett biztonsági tényezővel szorozva vennénk figyelembe a méretezésnél, akkor a tartó a hajlítónyomatékok szempontjából el tudná ugyan viselni az előírt legnagyobb $(1{,}4\,q)$ esetleges terhelést, viszont esetleg nyírás miatt összedőlne. *Az* $n_1 = 1{,}30$ *csökkentett biztonsági tényező alkalmazása tehát csak a mértékadó nyomatékok meghatározásánál lehetséges, a mértékadó nyíróerőket továbbra is* $n = 1{,}40$ *biztonsági tényezővel szorozva kell megállapítani.* Elvileg ugyan nyírásra is le lehetne vezetni egy másik csökkentett biztonsági tényezőt, ez azonban alig térne el az 1,40 értéktől, és az említett bizonytalanságok miatt nem is ajánlatos bevezetni.

Meg kell még ezenkívül vizsgálnunk, hogy hogyan készítjük el egy vasbetontartó *vasfelgörbítési tervét* a javasolt $n_1 = 1{,}30$ csökkentett biztonsági tényező alkalmazása esetén.

A csökkentett biztonsági tényező bevezetésekor a maximális nyomatéki ábrát ugyanúgy rajzoljuk meg, mint eddig, csupán az a különbség, hogy az esetleges terhelésből keletkező nyomatékokat 1,40 helyett csak 1,30 tényezővel kell szorozni. A maximális nyomatéki ábra ismeretében pedig a vasfelgörbítési terv az eddig megszokott módon készíthető el, tehát úgy, hogy a tartó nyomatéki teherbírására jellemző ábra sehol se messen bele a maximális nyomatéki ábrába.

Ennek helyességét a következőképpen láthatjuk be: Az egész dolgozat gondolatmenete, de különösen az 5. fejezet alapján nyilvánvaló, hogy ha az 1,30 q esetleges terhelésre méretezett tartót az előírt legnagyobb (1,40 q) esetleges terhelés terheli, akkor az ebből keletkező nyomatéki ábra mindenütt belülmarad a fentemlített maximális nyomatéki ábrán és legfeljebb csak három helyen — a támaszpontoknál és valahol a támaszközön belül egyetlen pontban — érinti. Ez másképpen azt jelenti, hogy amennyiben a vasfelgörbítéseket az $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező alapján előállított maximális nyomatéki ábra segítségével végeztük el, akkor még az 1,40 q nagyságú esetleges terhelésnél sem keletkezhetik a támaszközön belül legfeljebb csak egyetlen egy képlékeny csukló, mivel a többi keresztmetszetben a tartó teherbírása nincs teljesen kihasználva.



19. ábra

10. Számpélda:

A 8. fejezetben javasolt $n_1 = 1{,}30$ csökkentett biztonsági tényező alkalmazásakor a megtakarítás mértékét, valamint a várható alakváltozások kérdését egy kétnyílású tartó példáján fogjuk bemutatni (19. ábra). A tartó mindkét nyílása $l = 6{,}00$ m, $g = 1{,}0$ *t/m* állandó és $q = 1{,}0$ *t/m* egyenletesen megoszló esetleges terhelés terheli ($g/q = 1$), keresztmetszete 50/25 *cm* derékszögű négyszög és $B \cdot 200$ betonból készült, amelynek rugalmassági modulusa $E = 210$ *t/cm*^{2}.

a) Foglalkozzunk először a *mértékadó igénybevételek* meghatározásával és a *gazdaságosság* kérdésével.

A *mértékadó nyomatékok* meghatározásában a tervezői gyakorlatban eddig követett számításhoz képest csak az a különbség, hogy az esetleges terhelés veszélyes teherállásokból kiszámított nyomatékait $n = 1{,}40$ helyett elegendő $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényezővel szorozni. A támaszköz, illetve a középső támaszpont nyomatékainak képletei a rugalmasságtanból közismertek. Ezek alapján a mértékadó nyomatékok a következőképpen számíthatók:

$$M_1^{\max} = M_3^{\max} = 7{,}30^{\text{tm}}; \quad M_2^{\max} = -10{,}80^{\text{tm}}.$$

Ha a keresztmetszeteket a fenti mértékadó nyomatékok alapján a képlékenységtan szerint méretezzük (lásd: Magasépítési szabályzat), akkor az 1. és 3. keresztmetszetekben 6,12 cm^4 a 2. keresztmetszetben pedig 9,50 cm^2 húzott vasbetét alkalmazása válik szükségessé. A tartó vasfelgörbítési terve a 9. fejezet megállapításainak megfelelően az 1,30 biztonsági tényezővel számolt, és a 19. ábrán feltüntetett maximális nyomatéki ábra alapján készítendő el, viszont a mértékadó *nyíróerőket* $n = 1{,}40$ biztonsági tényezővel kell meghatározni. Ezek megállapítását szükségtelennek tartottuk elvégezni.

Határozzuk meg ezek után, hogy az $n_1 = 1{,}30$ csökkentett biztonsági tényező bevezetésekor milyen megtakarítást érhetünk el a vasalásban. Ha az esetleges terhelést 1,40 biztonsági

tényezővel szorozva vesszük figyelembe, a támaszközben 7,65 *tm*, a középső támaszpontnál pedig — 11,30 *tm* maximális nyomatékot kapunk, az alkalmazandó húzott vasbetét pedig 6,42, illetve 9,90 cm². Eszerint az $n_1 = 1{,}30$ csökkentett biztonsági tényező alkalmazásánál a vasalásban elérhető megtakarítás a támaszközben 4,6%, a támaszpontnál pedig 4,1%.

b) Vizsgáljuk meg most azt a kérdést, az előbbi számpéldánál, hogy a biztonsági tényező 1,30 értékre való csökkentése miatt valószínűleg milyen mértékű *maradó alakváltozások* jöhetnek létre. Az egyes terhelésekre és tehermentesítésekre vonatkozóan a *10. ábra* jelöléseit fogjuk felhasználni.

Az I. táblázatban megadott képletek az alakváltozások számítására most nem alkalmazhatók, mivel azokat arra a szélső esetre vezettük le, amikor a kétnyílású tartó teherbírási tartalékát *teljes mértékben* (egészen a törésig) kihasználjuk ($\nu = 1{,}22$). Az $n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező $n = 1{,}40$ helyett való bevezetése azonban a teherbírási tartaléknak csak egy *bizonyos mértékig* való kihasználását jelenti ($\nu = 1{,}076$), ezért a maradó alakváltozások jelentős mértékben kisebbek lesznek az előbbi esethez képest (17. ábra). Az alakváltozások számítását részletesen nem közöljük, ez a 7. fejezetben ismertetett gondolatmenet szerint történt.

A lehajlások számításakor azt a legkedvezőtlenebb esetet tételezzük fel, hogy azoknál a terheléseknél, amelyek a tartó folyását okozzák, az esetleges terhelés a lehetséges legnagyobb intenzitásával (1,40 q) működik.

Az alábbiakban csupán az 1. *keresztmetszet helyén keletkező képlékeny csukló várható lehajlásait adjuk meg* a lehetséges terhelési és tehermentesítési eseteknek megfelelően. Az »e«-vel jelölt értékek az $1{,}4\ q = 1{,}4 \cdot 1{,}0 = 1{,}40\ t/m$ esetleges terhelésből keletkező lehajlást jelentik, az »e_t«-vel jelölt értékek az önsúly okozta lehajlást is magukban foglalják, a törtszámok pedig azt adják meg, hogy a lehajlás a támaszköz hányad része.

Mivel a 8. fejezet számításai azt az eredményt adták, hogy *$n_1 = 1{,}30$ biztonsági tényező alkalmazásával a tartó egész életében valószínűleg csak másfélszer fog megfolyni*, ezért a második folyásból keletkező alakváltozásoknak csak 50% valószínűsége van. Ezeket az alakváltozásokat az első folyásból keletkező alakváltozásoktól a felsorolás folyamán szaggatott vonallal választottuk el.

Megjegyezzük még azt, hogy a legnagyobb pozitív nyomaték és ennek megfelelően a támaszközben keletkező képlékeny csukló helye a különböző terhelések szerint bizonyos kis határok között változó. A számításokban feltételeztük, hogy a képlékeny csukló a szélső támaszponttól átlagosan $0{,}425\ l = 0{,}425 \cdot 6{,}00 = 2{,}55$ m távolságnyira van.

Az önsúlyból keletkező lehajlás az

1. keresztmetszetben :

$$e_a = 0{,}1396 \text{ cm.}$$

Az itt nem részletezett számítás szerint a maradó alakváltozások szempontjából az (A, B, — B, — A) terhelési sorozat a legkedvezőtlenebb. Ennek bekövetkezésekor feltételezve azt, hogy a második folyás is bekövetkezik, az 1. keresztmetszet maradó lehajlása a támaszköz 1/1300 része, amely az önsúly okozta lehajlással együtt a támaszköz 1/1000 része. Ha a tartó az önsúlyt és 1,40 tényezővel növelt esetleges terhelést *teljesen rugalmasan* viselné $e = 0{,}2970$ cm, illetve $e_t = 0{,}4366$ cm lehajlás keletkeznék az (A) jelű teherállásból. Összehasonlítást téve azt találjuk, hogy a maradó alakváltozások *várható legnagyobb értékei* ezeket a rugalmas lehajlásokat legfeljebb csak 1,56-szoros, illetve az önsúly hatását is figyelembe véve 1,40-szoros mértékben lépik túl.

Megállapíthatjuk tehát a számpélda alapján, hogy *az $n_1 = 1{,}30$ csökkentett biztonsági tényező alkalmazása esetén valószínűleg bekövetkező maradó lehajlások a tartó rugalmas lehajlásait nem haladják meg jelentős mértékben, tehát megengedhetők*. Ezt annál is inkább mondhatjuk, mivel a 7. fejezet szerint a kétnyílású tartó viselkedik a legkedvezőtlenebbül a maradó alakváltozások szempontjából.

A képlékeny csukló helyén keletkező *repedés* legkedvezőtlenebb esetben 0,0850 cm értékre adódik, ami aránylag elég jelentős mértékű. A 2. fejezetben azonban rámutattunk, hogy a valóságban a képlékeny csukló nem egyetlen keresztmetszetben alakul ki, hanem a maximális nyomaték környékén egy plasztikus szakasz jön létre (1/b ábra), és ezért a repedések is eloszlanak a tartó egy bizonyos szakaszán. Ennek figyelembevételével a 0,0850 cm nagyságú

repedés is valószínűleg több keresztmetszetre oszlik el, és így egyetlen repedés feltehetően kisebb, mint amit szabad szemmel észre lehetne venni. (A szabadszemmel még észre nem vehető repedés körülbelül 0,02 cm).

Végül ismét hangsúlyozni kívánjuk, hogy a közölt eredményeket inkább csak az alakváltozások nagyságának összehasonlítására használhatjuk fel, mert a tényleges alakváltozásokra vonatkozóan a rugalmasságtan eredményei vasbetonnál meglehetősen megbízhatatlanok. A valóságban ugyanis a vasbeton tartó már egész kis terhelések alkalmával megreped, tehát nem tekinthető homogénnek és ezért a rugalmasságtan számításai téves — rendesen kisebb — eredményeket adnak a valóságos alakváltozásokhoz képest. Éppen ezért megbízható eredményeket csak úgy kaphatnánk, ha a túlterhelések alkalmával keletkező maradó alakváltozásokat kísérletek alapján állapítanánk meg.

IRODALOM

Kazinczy G.: Az anyagok képlékenységének jelentősége a tartószerkezetek teherbírása szempontjából (Budapest, 1942).
A. P. Rzsanyicin: Építmények számítása az anyag képlékeny tulajdonságainak figyelembevételével. (Sztrojvojenmorizdat 1949.)
Korányi Imre: A szerkezetek biztonsága. (Magyar Közlekedés, Mély- és Vízépítés 1949.).
Menyhárd István: A tartószerkezetek méretezési elveiről az új Közúti Hídszabályzattal kapcsolatban. (Magyar Közlekedés, Mély- és Vízépítés, 1950.)
Saliger: Die neue Theorie des Stahlbetons. (Wien, 1947.)
K. Girkmann: Über die Auswirkung der Selbsthilfe des Baustahls in rahmenartigen Stabwerken. (Stahlbau, 1932.)
Baker: The design of steel frames. (The Structural Engineer. 1949.)
M. Grüning: Die Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung. (Berlin 1926.)
Maier—Leibnitz: Versuche mit eingespannten und einfachen Balken von I Form aus St. 37. (Bautechnik 1929.)
F. Kann: Rechnerische Untersuchungen über die Grösse des Fliessbereiches in stählernen Durchlaufbalken unter Berücksichtigung des Momentenausgleichs. (Stahlbau 1932.)
Klöppel: Beitrag zur Plastizitätslehre des Durchlaufträgers. (Stahlbau 1937.)

Összefoglalás

A gyakorlatban előforduló vasalású ($\mu \approx 1\%$) vasbeton tartók jelentős mértékű képlékeny alakváltozásokra képesek anélkül, hogy tönkremennének. Röviden szólva: *képlékeny alakváltozási tartalékkal* rendelkeznek.

A képlékeny alakváltozási tartalék *sztatikailag határozott* tartók teherbírását nem növeli.

Ezzel szemben, ha egy *sztatikailag határozatlan* (pl. többtámaszú) tartónál egyetlen keresztmetszet teherbírása kimerült, emiatt az egész szerkezet még nem fog összedőlni, hanem a képlékeny csukló létrejötte miatt csupán egy fokkal határozottabb tartóvá alakul át. A terhelés tehát ezután mindaddig növelhető, amíg annyi képlékeny csukló nem keletkezik, hogy a tartó labilis alakzattá válik és összedől. A határozatlan tartók tehát a képlékeny alakváltozások (plasztikus csuklók) kialakulása révén *képlékeny teherbírási tartalékkal rendelkeznek.*

Az olyan határozatlan tartóknak, amelyeknél a teher *egyetlen helyzetéből egyszerre* annyi képlékeny csukló keletkezik, hogy ezáltal legalább a szerkezet egy része labilissá változik (pl. két végén befogott tartó), teherbírási tartalékuk nincs.

Ezen kivételes eseteket nem tekintve, a határozatlan tartók a határozottakkal szemben kimutatható nagyságú (ν-szörös) *többletbiztonsággal* viselik az esetleges terhet. Ez a többletbiztonság teljesen indokolatlan és ellentétben van az egyenlő biztonság elvével. Éppen ezért lehetséges és logikus a határozatlan tartók mértékadó nyomatékainak meghatározásakor az esetleges terhelés biztonsági tényezőjének olyan mértékű csökkentése, hogy ezzel a kétféle tartótípus *tényleges biztonsága* töréssel szemben ugyanakkora legyen. Ezt az új csökkentett biztonsági tényezőt úgy kaphatjuk meg, ha a magasépítési szabályzatban előírt biztonsági tényezőt elosztjuk a határozatlan tartó többletbiztonságának nagyságával: $n_1 = n/\nu$.

A többletbiztonság nagyságának (ν) meghatározására egyenletesen megoszló és koncentráltan működő esetleges teher esetére általános képleteket vezettünk le.

A szerkezet állékonysága mellett azonban a túlterheléskor keletkező *maradó alakváltozásokat* is figyelembe kell venni, mert ezek a terheléseknek bizonyos sorrendben való ismétlődése esetén olyan nagyra növekedhetnek, hogy a tartó használhatatlanná válik. Megállapítottuk, hogy ezek nagysága abban az esetben fog határ nélkül növekedni, ha olyan terhelések és tehermentesítések ismétlődnek egymás után, amelyek egymás *maradó nyomatékait* lerontják. Ugyanakkor megállapítottuk, hogy az ilyen terhelések és tehermentesítések egymásra következésének kb. ugyanakkora valószínűsége van, mint azoknak, amelyek ismétlődésekor a maradó alakváltozások csak egy véges értékig növekedhetnek.

Mindezek figyelembevételével a *valószínűségszámítás* segítségével határozatlan tartók esetleges terhelésének biztonsági tényezőjére $n_1 = 1{,}30$ értéket kaptunk.

A csökkentett biztonsági tényező alkalmazása csak a *hajlításra* történő méretezésnél indokolt. *Nyírásra* történő tönkremenetellel szemben ugyanis a határozatlan tartók általában csak csekély teherbírási tartalékkal rendelkeznek.

A dolgozatban közölt eredmények és a felsorolt érvek alapján *a következő javaslatokat* tesszük:

a) A magasépítésben előforduló sztatikailag határozatlan vasbeton szerkezetek gerendáinál — így elsősorban a többtámaszú tartóknál és többlábú keretek gerendáinál — az esetleges (megoszló vagy koncentrált) terhelést a mértékadó *nyomatékok* meghatározásánál a magasépítési szabályzatban előírt $n = 1{,}40$ biztonsági tényező helyett csökkentett értékű tényezővel szorozva vegyék figyelembe. A mértékadó nyomatékok nagyságának meghatározására egyébként a rugalmasságtan szerint az eddig megszokott módon történhetik.

b) Végezzenek olyan méréssorozatot, amelyből megállapítható a különböző rendeltetésű épületekben előforduló terhelések nagysága és gyakorisága. Ezenkívül végeztessék kísérletsorozat különböző típusú vasbetontartók túlterhelése esetén keletkező maradó alakváltozások meghatározására.

c) A mérések és a kísérletek alapján esetleg a tartó rendeltetésének megfelelően adja meg a magasépítési szabályzat a csökkentett biztonsági tényező értékét. Számításaink alapján az esetleges terhelés csökkentett biztonsági tényezőjére a mértékadó nyomatékok meghatározására vonatkozóan általánosan $n_1 = 1{,}30$ érték bevezetését javasoljuk.

d) A sztatikailag határozatlan vasbeton szerkezetek oszlopainak méretezésénél, valamint nyírásra való méretezésnél továbbra is az $n = 1{,}40$ biztonsági tényezőt alkalmazzák.

e) A sztatikailag határozatlan vasbeton tartók vasfelgörbítési tervét olyan maximális nyomatéki ábra alapján készítsék el, amelynél az esetleges terhelést a *csökkentett* biztonsági tényezővel szorozva veszik figyelembe.

Megjegyezzük, hogy bizonyos esetekben a magasépítési szabályzat az esetleges teherre csak 1,1 biztonsági tényezőt ír elő (pl. folyadéktartály, siló stb.), ezért ilyenkor a biztonsági tényező csökkentése már nem lehetséges. Ugyanaz a helyzet akkor is, ha az esetleges terhelés többféle hatás egyidejű keletkeztéből tevődik össze (pl. hasznos teher + szél stb.).

A biztonsági tényezőnek csökkentett értékkel való használata a szovjet vasbeton szabályzatban is megtalálható. Itt a *kivitelezés módjának* megfelelően bizonyos tényezővel szorozva veszik figyelembe a biztonsági tényezőt. Helyes lenne tehát, ha ennek analógiájára a *szerkezet jellegét* a csökkentett biztonsági tényezővel vennénk figyelembe.

Végül hangsúlyoznunk kell, hogy a biztonsági tényező ilyen módon való csökkentésével — anélkül, hogy ezzel *az egész szerkezet tényleges biztonsága* csökkennék —, tetemes megtakarításokat érhetünk el, s ez a kérdés építőiparunk és népgazdaságunk szempontjából döntő fontosságú.

ROTARY-RENDSZERŰ KERESŐGÉPEK ÁTLAGOS FORDULATSZÁMÁNAK SZÁMÍTÁSA

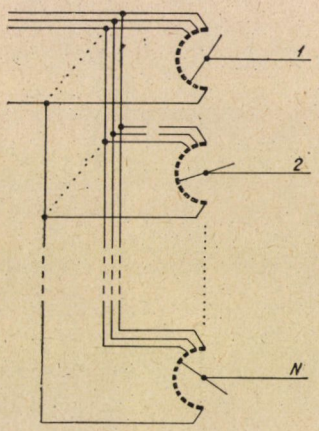
SIMON FERENC

BELOIANNISZ HIRADÁSTECHNIKAI GYÁR, BUDAPEST

[Beérkezett 1954. május 3.]

Bevezetés

A rotary-rendszerű központokban alkalmazott keresőgépek átlagos keresőideje az 1. ábránkon vázolt úgynevezett visszafelé kereső kapcsolásra ismeretes. A kapcsolás elve és a számítás eredményei a következők:



1. ábra

N visszafelé kereső gép mindegyikének ívére ugyanazon vonalak vannak multiplikálva. Ha e vonalak bármelyike hívást jelez, akkor a keresőgépek közül el nem foglaltak mindegyike forgásba kezd a hívó vonal keresésére. A gépek keféi addig forognak, amíg egy rá nem futott arra az ívcsúcsra, amelyikre a jelző vonal van kötve. Ekkor mindegyik gép megáll. Újabb indításra a szabad gépek arról az ívcsúcsról indulnak, amelyiken az előző indítás végén megálltak, vagyis a gépek alapállásnélküliek, helyzetük teljesen esetleges.

Kruithof szerint [1] abban az esetben, ha n gép keres egy — az íven esetlegesen változó — ívpontot, akkor a gépenkénti f átlagos fordulatszám a keresett ívcsúcs eléréséhez:

$$f = \frac{1}{n+1} \,. \tag{B1}$$

E képlettel a forgalmas órai hívásonkénti átlagos fordulatszám az egyidejűleg fennálló hívások eloszlásának ismeretében már számítható. Ui. pl. az Erlang-formula megadja, hogyha a kereső áramköri csoport N áramkörből áll és a csoportot terhelő forgalom Y, mi a P_i valószínűsége annak, hogy az N áramkör közül i legyen foglalt. A szabad áramkörök száma

ez esetben $(N-i)$. Ha ilyen időpillanatban jelentkezik hívás, akkor $(N-i)$ gép indul keresésre. A hívásonkénti átlagos fordulatszám ezzel (B1)-et alkalmazva :

$$F = \sum_{i=0}^{i=N-1} \frac{P_i}{N-i+1} . \tag{B2}$$

Az átlagos fordulatszám eszerint függvénye a csoportot terhelő Y forgalomnak és az áramkörök N számának, de nem függ közvetlenül a kapcsológépek kapacitásától.

Az átlagos keresőidő az F fordulatszámból, a kapcsológép keféinek V forgássebességéből és a kapcsológép C ívhosszából adódik a következő alakban :

$$t = \frac{FC}{V} . \tag{B3}$$

A fentiek alapján most már kiszámíthatjuk, hogy egy gép a forgalmas óra alatt hány fordulatot végez.

Legyen forgalmas óra alatt a keresőgép csoportot terhelő hívások száma h. A keresésre induló $(N-i)$ kapcsológép

$$\binom{N}{N-i}$$

féleképpen választható ki N kapcsológép közül. Ezek között az általunk kiválasztott gép

$$\binom{N-1}{N-i-1}$$

esetben működik. Ezzel annak a valószínűsége, hogy kijelölt kapcsológépünk $(N-i)$-edmagával induljon keresésre :

$$\frac{\binom{N-1}{N-i-1}}{\binom{N}{N-i}} \cdot P_i = \frac{N-i}{N} P_i .$$

Ilyen esetekben gépünk

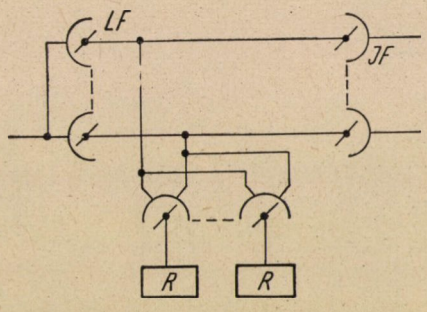
$$\frac{1}{N-i+1}$$

fordulatot végez. Végül is kapcsológépünk forgalmas órai átlagos fordulatszáma i-nek 0-tól $(N-1)$-ig történő változtatásával :

$$h \cdot \sum_{i=0}^{=N-1} \cdot \frac{1}{N-1+1} \frac{N-i}{N} P_i .$$

Képletünk hosszabb időre vonatkoztatva pontos eredményt ad. Hátránya azonban, hogy már kis áramkörcsoport esetén is hosszadalmas számítási munkát kíván. Éppen ezért a gyakorlatban az átlagos keresési idő és egy gép forgalmas órai átlagos fordulatszámának számítására közelítő számítást végzünk. A módszert dolgozatunk végén példa kapcsán mutatjuk be.

E számítások alkalmasak arra, hogy segítségükkel meghatározzuk a keresőtípusú kapcsológépek fordulatszámát olyan kapcsolásoknál, melyeknél több keresőgép keres egy kijelölt ívcsúcsot. Nem használhatók azonban a fordulatszám meghatározására olyan kapcsolásoknál, melyeknél a keresőgépcsoport gépei a keresés folyamán több ívcsúcson is megállhatnak. E kapcsolási elv alkalmazására példa a 7A—2 mellékközpontokban és a 7D—PABX központokban a regiszterek kapcsolása. A híváskoncentráció kapcsolási diagrammját a 2. ábra adja. A működés a következő :



2. ábra

Az előfizetői hívásra működő előfizetői vonaláramkör és indító áramkör indítja ama összekötőkereső áramköri csoport szabad keresőit, amelynek gépeire a hívó előfizető vonalát kapcsoló összekötő áramkörök vannak multiplikálva. Az összekötő keresők mindegyike addig forog, amíg egy szabad összekötő áramkört le nem foglal. Ekkor a lefoglalt összekötő áramkör híváskeresőgépe indul forgásnak. Mihelyt egy híváskereső rátalált a hívó vonalra, megáll, bomlik az indító áramkör, a többi híváskereső és a még esetleg forgó összekötő-kereső gépek megállnak.

Az összekötő-kereső gépek átlagos fordulatszámának meghatározásához első közelítésben feltételezzük egyrészt, hogy a szabad összekötő-áramkörök száma nagyobb, mint a szabad összekötőkereső áramköröké, másrészt, hogy az összekötő-kereső gépek addig forognak, tehát a híváskeresés elhúzódik addig, amíg valamennyi szabad összekötő-kereső áramkör nem talál szabad összekötő áramkört. Feladatunk első része tehát oly számítási módszer keresése, amely »több gép keres több szabad áramkör közül« esetben a kefék átlagos fordulatszámát adja meg. A következőkben először a régi problémára vonatkozó megoldásunkat ismer-

tetjük, majd az erre vonatkozó megoldást felhasználjuk a kapcsológépek átlagos fordulatszámának meghatározására. Tárgyalásunk menete vázlatosan a következő:

1. *Két gép keres szabad áramkört* c. fejezetünkben a cím szerinti egyszerű esetre számítjuk ki az átlagos fordulatszámot. Az itt alkalmazott tárgyalási módszer jól megvilágítja a problémát, nem alkalmas azonban arra, hogy segítségével általános képlethez jussunk.

2. *Az átlagos fordulatszám meghatározási módja »m gép keres n szabad áramkör közül« esetben* c. fejezetünkben a cím szerinti probléma matematikai kezelésére szolgáló módszerünket tárgyaljuk, a módszer helyességének bizonyításával együtt.

A fordulatszám igazolt meghatározási módszerének ismeretében nekilátunk egy — a számításokat egyszerűsítő — matematikai formula keresésének. Ezt ismerteti a

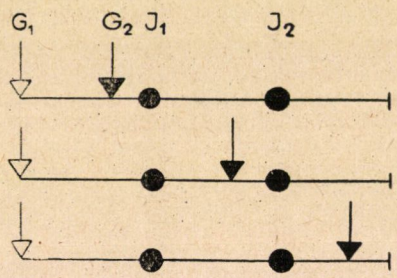
3. *Az átlagos fordulatszám képlete »m gép keres n szabad áramkör közül«* esetre c. fejezet. A kapott képlet most már módot ad arra, hogy a

4. *Diagrammok az általános fordulatszámra* c. pontban közöltek mintájára a gyors számítások alapját képező diagrammunkat is megszerkeszthessük. Itt mutatjuk be, hogy formulánknak a (B1) képlet egy speciális esete, így módszerünk egyúttal ennek az általános esetre tulajdonképpen még hiányzó bizonyítását is adja.

5. *Az eredmények értékelése* c. fejezetben végül is kitűzött feladatunk megoldására alkalmazzuk diagrammunkat és példaképpen különböző híváskoncentrációs módokat hasonlítunk össze.

1. Két gép keres két szabad áramkört

A kereső gépeknek nincs alapállásuk, így az általánosság megszorítása nélkül rögzíthetjük az egyik gép helyzetét, azét, amelynek hívásonkinti átlagos fordulat-



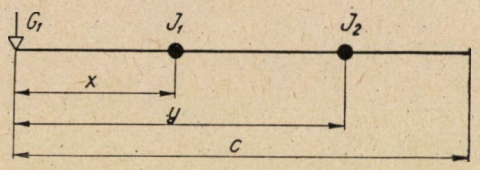
3. ábra

számát keressük a másik gép és a két szabad ívcsúcs összes elhelyezkedési kombinációjában. A második gép és a szabad csúcsok háromféle helyzetet foglalhatnak el. Ezeket a 3. ábránk tünteti fel. Ábránkon a vízszintes vonalak a síkba kifejtett multiplikációs ívet mutatják a kefék mozgási síkjára merőleges felülnézetben. G_1 a kiválasztott, G_2 pedig a másik gép keféje, J_1 és J_2 a szabad ívcsúcsok. Indításkor a kefék balról jobbra haladjanak. Ezért pl. az 1. elrendezésnél a G_1 előtt haladó G_2 kefe jut először a J_1 ívcsúcsra, azon megáll és lefoglalja. G_1 emiatt áthalad J_1-en és J_2-n fog megállni.

G_1 gép keféjének útja elrendezésenként fog változni. Vegyük sorra az egyes elrendezéseket és határozzuk meg mindegyikre külön a részfordulatszámot.

Az átlagos fordulatszámot ezután akkor kapjuk meg, ha az egyes elrendezésekhez tartozó részfordulatszámot szorozzuk a kérdéses elrendezés előfordulásának viszonylagos gyakoriságával, majd ezeket összegezzük.

Az egyes elemeknek a G_1 gépkefétől ívcsúcsban mért távolságát a 4. ábra szerint jelöljük.



4. ábra

1. elrendezés

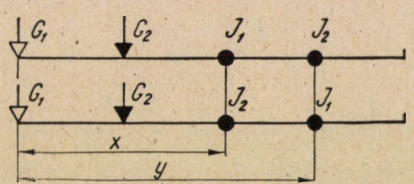
G_2 most G_1 és J_1 között, tehát valahol az x távolságon belül áll. Ha az $x \leqq y \leqq C$, akkor G_1 a J_2 csúcson áll meg és G_2 a J_1-en. G_1 gépkefe J_2 eléréséig y ívcsúcsot érint. Ezt az utat súlyozni kell a kérdéses elrendezés relatív gyakoriságával, tehát G_2 »futó« elem x távolságon belül való állásának x/C valószínűségével. A súlyzott kefeút :

$$\frac{x}{C} y$$

először is függ J_2 helyzetétől : y változhat x-től C-ig. E határok közt integrálva

$$\int_x^C \frac{x}{C} y \, dy \tag{1,1}$$

$C - x$ alapú területhez jutunk.



5. ábra

Ha J_2 kezdőponttól mért y távolsága x-nél kisebb, tehát J_2 ívcsúcs J_1 előtt áll, akkor G_1 5. ábránk szerint J_1-re fog ráállni x út után, G_2 pedig az 1.

elrendezésnek megfelelően az y távolságon belül fog állni y/C valószínűséggel. A valószínűséggel súlyzott út :

$$\frac{y}{C}x$$

először is függ y-tól. y változhat o-tól C-ig. E határok közt integrálva

$$\int_0^x \frac{y}{C} y\,dy \tag{1,2}$$

x alapú területhez jutunk. (1) és (2) integrálok összege C alapra emelt területet ad. Ennek átlagos magassága — az azonos területű C alapú négyzet magassága :

$$\frac{1}{C}\left|\int_x^C \frac{x}{C} y\,dy + \int_0^x \frac{y}{C} x\,dy\right| = \frac{1}{C}\left\{\left|\frac{x}{C}\frac{y^2}{2}\right|_x^C + \left|\frac{x}{C}\frac{y^2}{2}\right|_0^x\right\} =$$

$$= \frac{1}{C}\left(\frac{x}{C}\frac{C^2}{2} - \frac{x^3}{2C} + \frac{x^3}{2C}\right) = \frac{x}{2} .$$

Az elemek 1. elrendezéséhez tartozó, a viszonylagos gyakorisággal súlyzott f_1 átlagos fordulatszám most már középértékeléssel nyerhető, tehát

$$Cf_1 = \frac{1}{C}\int_0^C \frac{x}{2}\,dx = \frac{C}{4} ,$$

ahonnan

$$f_1 = \frac{1}{4} .$$

2. elrendezés

Az 1. esethez hasonló megfontolással a 2. elrendezésnél a relatív gyakorisággal súlyzott kefeút még x függvényeként a következő :

$$\frac{1}{C}\left|\int_x^C \frac{y-x}{C} x\,dy + \int_0^x \frac{x-y}{C} y\,dy\right| = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{C} + \frac{2x^3}{3C^2} .$$

A relatív gyakorisággal súlyzott f_2 átlagos fordulatszám az elemek 2. elrendezésénél :

$$Cf_2 = \frac{1}{C}\left|\int_0^C \left(\frac{2}{3}\frac{x^3}{C^2} - \frac{x^2}{C} + \frac{x}{2}\right)dx\right| = \frac{1}{12}C \ ,$$

vagyis $f_2 = \frac{1}{12}$.

3. elrendezés

A relatív gyakorisággal súlyzott kefeút még x függvényeként :

$$\frac{1}{C}\left|\int_x^C \frac{C-y}{C}x\,dy + \int_0^x \frac{C-x}{C}y\,dy\right| = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2C} \ .$$

A relatív gyakorisággal súlyzott f_3 átlagos fordulatszám az elemek 3. elrendezésénél :

$$Cf_3 = \frac{1}{C}\left|\int_0^C \left(\frac{x}{2} - \frac{x^2}{2C}\right)dx\right| = \frac{C}{12} \ ,$$

$$\text{vagyis} \qquad f_3 = \frac{1}{12} \ .$$

A részleteredmények összege adja »két gép keres két áramkört« eset F átlagos fordulatszámát :

$$F = f_1 + f_2 + f_3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \ .$$

2. Az átlagos fordulatszám meghatározási módja : »*m* gép keres *n* szabad áramkör közül« esetben

Tegyük fel, hogy m keresőgép indul, hogy az ívén multiplikált áramkörök közül mindegyik egyet-egyet lefoglaljon. Feladatunk annak meghatározása, hogy egy kijelölt G_1 gép középértékben mekkora utat tesz meg, amíg szabad ívcsúcsra akad. Feltesszük, hogy a szabad áramkörök száma : $n \geq m$ és hogy a gépkefék és szabad áramkörök az ív bármely pontján egyforma valószínűséggel lehetnek az indítás pillanatában. E feltételünket szimmetria-okok folytán nyilván nem korlátozzuk, ha kiszemelt G_1 gépünk helyzetét rögzítjük, majd a

rögzítés helyén az ívet felvágjuk és egyenessé terítjük ki. A G_1 gépet az egyenes kezdőpontjába helyezzük.

G_1 gépünk keféjének esetenkénti útja az alábbi három tényezőtől függ:

a) Függ attól, hogy a C hosszúságú ív mely pontjait foglalja le az $(m-1)$ gép és az n ívcsúcs, tehát függ az

$$S = m - 1 + n$$

elem esetleges elhelyezkedésétől.

b) Függ a szétszórt elemek sorrendjétől, vagyis a gépeknek és szabad ívcsúcsoknak a szétszóródás kapcsán előálló ismétléses permutációjától.

c) Végül függ gépkefénk útja a szabad ívcsúcsok lefoglalásának áramköri szabályától, melyből megállapíthatjuk, hogy a gépkefék és a szabad ívcsúcsok adott elrendeződésénél melyik ívcsúcson fog kiszemelt gépünk megállni. Ez a szabály tömören úgy fogalmazható meg, hogy az egyidejűleg induló gépek mindegyike addig forog, amíg az első szabad ívcsúcsot el nem éri. Ekkor megáll és az ívcsúcsot lefoglalja.

Az *a)* és *b)* tételekkel kapcsolatban azonnal leszögezhetjük, hogy az ívnek ugyanazon helyeit bármilyen elrendezésben kitölthetik a kefék és ívcsúcsok, mégpedig elrendezésenként egyforma valószínűséggel.

E megjegyzés alapján azonban az esetenkénti kereső-út két egymástól független »sorsolásból« származtatható, amikor is a kereső utat e sorsolások eredményéből egy előírt szabály határozza meg. Ez a felismerés lehetőséget ad arra, hogy átlagos-kereső-út-számítási feladatunk egyszerű feladatok megoldására legyen visszavezethető. A kereső-út e »sorsolásos« származtatása a következő:

a') C hosszúságú egyenes bármely pontjában N egyforma elem bármelyike ugyanakkora valószínűséggel szóródhassék. Szórjuk szét az elemeket, majd jelöljük ki az elemekkel betöltött pozíciók egyikét a következő módon:

b') Sorsoljunk ki $(m-1)$ egyforma elemnek — gépkefénk — és ezektől különböző, de egymásközt ugyancsak egyező n elemnek — szabad ívcsúcsnak — ismétléses permutációi közül egyet, majd

c') határozzuk meg a permutációhoz a »szabad áramkörök lefoglalásának« szabályával rendelt pozíció sorszámát. Kijelölt gépkefénk útja most már az (a') utasítás szerint szétszórt elemek közül az éppen most meghatározott pozíció sorszámával egyező sorszámú elemnek az egyenes kezdőpontjától mért távolsága lesz.

E több lépésre bontott »sorsolásos« származtatás a keresőgépek átlagos fordulatszámának nyilván ugyanazon értékére fog vezetni, mint a probléma eredeti megfogalmazásához simuló »egylépéses« kezelés; vagyis az (a', b', c') utasítás alapján adódó keresőutak átlagos értéke ugyanaz, mint az (a') utasítás szerint szétszórt elemek átlagos pozíciói közül a (b', c') utasításokkal kijelölt pozíciók kezdőponttól való távolságainak átlagos értéke.

Állításunk igazolására vizsgáljuk meg, hogy mi a viszonylagos gyakorisággal súlyzott átlagos értéke a kereső-utak ama rész-sorozatának, amelyet az jellemez, hogy a G_1 jelű gép az előtte álló S számú elem sorában mindig az i-edik helyet elfoglaló ívcsúcson áll meg.

Legyen annak a valószínűsége, hogy az S elemnek az (a') sorsolással kapott elrendeződésénél az i-edik elem a kezdőponttól x távolságban álló dx szélességű közbe jut $dP_{a'}(x)$. A körülírt kereső-eset létesüléséhez szükséges, hogy a (b') sorsolás a gépek és ívcsúcsok olyan eloszlását eredményezze, amelynél az i-ik pozícióba szabad ívcsúcs kerül és hogy az i-ik pozíció előtt álló gépek és szabad ívcsúcsok összetétele és sorrendje olyan legyen, hogy a (c') szabály szerint G_1 gép valóban az i-ik pozíciónál — tehát x út után — álljon meg. Legyen ennek a valószínűsége $P_{b'c'}(i)$. (b') sorsolás és (c') szabály természete miatt $P_{b'c'}(i)$ értéke x-től független.

Az így körülírt kereső-út f_i átlagértéke most már :

$$Cf_i = \int P_{b'c'}(i) \cdot x \cdot dP_{a'}(x) = P_{b'c'}(i) \int x\, dP_{a'}(x) = P_{b'c'}(i) \cdot X_i \,,$$

ahol X_i — amint ez egyenlőségünkből kiolvasható — az (a') utasítás szerint szétszórt elemek közül az i-ik elemnek a kezdőponttól mért átlagos távolsága. Egyenlőségünk jobboldalán

$$Cf_i = P_{b'c'}(i)\, X_i \tag{2,1}$$

így nem más, mint az (a') utasítás szerint i-iknek adódó pozíciók áltagos távolságának a szorzata annak a valószínűségével, hogy a G_1 gép az első szabad ívcsúcsot az i-ik pozícióban fogja találni.

Az átlagos fordulatszám most már — ha a gépek száma m, a szabad ívcsúcsoké pedig n :

$$F(m,n) = \sum_i f_i \,, \tag{2,2}$$

ahol a szummázás a szóbajöhető valamennyi pozícióra kiterjesztendő. (2,1) és (2,2) azonban már bizonyítja állításunk igazságát, ugyanakkor azonban utasítást is ad az $F(m, n)$ átlagos fordulatszám számítására is. A számítás lépései a következők :

I. Az (a') utasítás szerint szóródó elemek átlagos elhelyezkedésének meghatározása. E feladat konkrét megfogalmazása a következő :

Legyen S egyforma elemnek a C hosszúságú egyenes bármely pontján való elhelyezkedésének valószínűsége ugyanakkora. Keressük, hogy mi lesz az utolsónak, utolsóelőttinek stb., végül az elsőként elhelyezkedő elem kezdőponttól mért távolságának X_i középértéke.

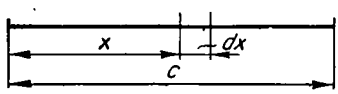
II. Az f_i részfordulatszámot előállító másik tényező $P_{a'c'}(i)$. Meghatározására az alábbi utasítás szolgálhat :

Legyen $(m-1)$ egyforma elemünk — gépkefék — és ezektől eltérő, de egymásközt egyforma másik $n \geqq m$ elemünk — szabad ívcsúcsok. Ezen elemek permutációit osszuk csoportokba. Az egyes csoportokba tartozó permutációkat az jellemezze, hogy a permutáció elemeinek sorrendjét követő gépkefe-ívcsúcs elhelyezkedéseknél a sor elé állított gépkefe mindig ugyanazon sorszámú pozíciót elfoglaló ívcsúcsra álljon a gépkefék egyszerre történő indításakor. Annak $P_{b'c'}(i)$ valószínűsége most már, hogy kijelölt gépkefénk az i-ik pozíciónál áll meg, a kérdéses sorszám csoportjába tartozó permutációk számának az elemek összes permutációját megadó számhoz való viszonyával egyenlő.

$P_{b'c'}(i)$ és X_i ismeretében f_i ezek szorzataként előállítható. A különböző f_i értékek szummázása pedig végül is $F(m, n)$ értékére vezet.

A fenti programot követve mindenekelőtt keressük meg, hogy milyen törvényszerűség szerint adódnak a pozíciók átlagos helyei, majd — egyelőre még csak konkrét feladat kapcsán — mutassuk be a $P_{b'c'}(i)$ valószínűség számításának módját.

ad I. Az elemek átlagos elhelyezkedése



6. ábra

Annak a valószínűsége, hogy S elem közül egy bizonyos a kezdőponttól x távolságra eső dx szélességű közön belül helyezkedjék el, két részvalószínűség szorzataként kapható az. (Lásd 6. ábrát.) Az első

$$\frac{dx}{C}$$

annak a valószínűsége, hogy a kérdéses elem a dx közbe essék ; a másik :

$$\left(\frac{x}{C}\right)^{S-1}$$

annak a valószínűsége, hogy a többi $(S-1)$ elem előtte legyen. Szorzatuk :

$$\left(\frac{x}{C}\right)^{S-1} \frac{dx}{C}$$

magában foglalja azt a megszorítást, hogy a dx közbe csak egy bizonyos elem kerülhet. Ha azonban megengedjük, hogy az S elem bármelyike utolsó lehessen, akkor az utolsó elem dx közbejutásának valószínűsége S-szeresére nő és megegyezik a keresett $dP_{a'}(x)$ valószínűséggel:

$$dP_{a'}(x) = S\left(\frac{x}{C}\right)^{S-1}\frac{dx}{C} .$$

Az utolsó elem kezdőponttól mért x távolságának X_S középértéke most már:

$$X_S = \int_0^C x \cdot dP_{a'}(x) = S\int_0^C \left(\frac{x}{C}\right)^S dx = S\left|\frac{x^{S+1}}{(S+1)C^S}\right|_0^C ,$$

amiből:

$$X_S = \frac{S}{S+1}\cdot C . \qquad (2,3)$$

Az utolsó előtti elem közepes X_{S-1} távolságát legegyszerűbben úgy kapjuk meg, ha (2,3) formulánkat rekurzive alkalmazzuk az utolsó elem előtt, az X_S távolságon belül álló $(S-1)$ elemre. Ezek utolsója (2,3) szerint

$$X_{S-1} = \frac{S-1}{S}X_S = \frac{S-1}{S}\,\frac{S}{S+1}C = \frac{S-1}{S+1}C \qquad (2,4)$$

távolságban van a kezdőponttól.

Általában, ha az $(i+1)$-ik elem közepes távolsága

$$X_{i+1} = \frac{i+1}{S+1}C ,$$

akkor az ezt megelőző elemé (2,3) szerint

$$x_i = \frac{i}{i+1}X_{i+1} = \frac{i}{S+1}C . \qquad (2,5)$$

Mivel $i = (S-1)$-re (2,4) igaz volt, teljes indukcióval (2,5) bizonyítottnak tekintendő.

Eredményünk szavakban úgy foglalható össze, hogy a »*futó*« *gépkefék és az ívcsúcsok átlagos elhelyezkedési pozíciói a C távolságot egyenlő szakaszokra felosztó pontok.*

ad II. A részfordulatszámok $P_{b'c'}$ (i) *gyakorisága*

A részfordulatszámok gyakoriságának meghatározása a II. pontban adott utasításunk alapján m és n konkrét értékeire elvégezhető, anélkül, hogy általános képletre lenne szükségünk. Most e módszert fogjuk bemutatni, már csak azért is, mert az általános képlet levezetésekor is majd az itteni gondolatmenetet követjük.

Határozzuk meg példaként az átlagos fordulatszámot $m = 3$ és $n = 3$ esetre.

Az $m - 1 = 2$ futó gép és az
$n = 3$ szabad ívcsúcs átlagos pozíciói a C távolságot

$$S + 1 = m + n = 6$$

egyenlő részre osztó pontok lesznek. Az egyenes kezdőpontjába a G_1 gép keféje kerül. A soron következő

$$S = 5$$

pozícióba a 2 futó gép és a 3 ívcsúcs annyiféleképpen helyezhető el, amennyi az egymástól különböző permutációk száma, tehát

$$\frac{S!}{(m-1)!n!} = \frac{5}{2!\,3!} = 10\text{-féleképpen.}$$

A permutációk számából kihagytuk az egyforma elemek egymásközti permutációit, mivel sem a szabad ívcsúcsok sem a gépek egymásközti cserélgetése nem befolyásolja a G_1 gépkefe kereső-útját.

Az elemek permutációjának keresése helyett azonban kényelmesebb kérdésünket úgy megfogalmazni, hogy az S pozícióba hányféleképpen helyezhető el $(m - 1)$ illetőleg n elem, vagyis mi lesz S elem $(m - 1)$-edosztályú, illetőleg n-edosztályú kombinációnak

$$\binom{S}{m-1} \text{ ill. } \binom{S}{n}$$

száma.

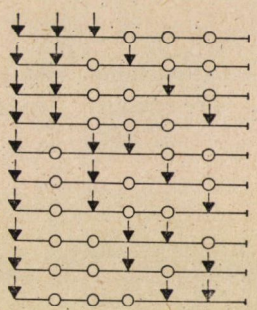
A tíz különböző permutációt a 7. ábránk tünteti fel. Ezeket tanulmányozva megállapíthatjuk, hogy például az első elrendezésnél G_1 az 5. pozícióban levő ívcsúcson áll meg. Ugyanis a 2. pozíció gépe a 3. pozíció ívcsúcsát foglalja le, az 1. pozíció gépe a 4. pozícióban találja az első szabad ívcsúcsot, G_1 pedig már csak utolsó, 5. pozícióban levő ívcsúcsra állhat rá. Ugyanez a helyzet a második elrendezésnél is, mivel most az 1. pozíció gépe a 2. pozíció ívcsúcsán áll meg, a 3. pozíció gépe a 4. pozíció ívcsúcsán, s így G_1-nek megint csak az 5. pozíció ívcsúcsa marad.

Hasonló megfontolással megállapítható, hogy a harmadik és negyedik elrendezésnél G_1 a harmadik pozícióban levő ívcsúcson áll meg, a többi hat elrendezésnél pedig G_1 az 1. pozícióban álló ívcsúcsot foglalja le. Összefoglalva most már:

$X_5 = 5\frac{C}{6}$ a kereső-út 2 esetben, tehát $P_5 = \frac{2}{10}$ gyakorisággal,

$X_3 = 3\frac{C}{6}$ a kereső-út 2 esetben, tehát $P_3 = \frac{2}{10}$ gyakorisággal,

$X_1 = \frac{C}{6}$ a kereső-út 6 esetben, tehát $P_1 = \frac{6}{10}$ gyakorisággal.



7. ábra

A relatív gyakorisággal súlyzott részfordulatszámok (2,1) szerint:

$$Cf_1 = P_1 \cdot X_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{C}{6} = \frac{3}{30} C,$$

$$Cf_3 = P_3 \cdot X_3 = \frac{2}{10} \cdot 3\frac{C}{6} = \frac{3}{30} C,$$

$$Cf_5 = P_5 \cdot X_5 = \frac{2}{10} \cdot 5\frac{C}{6} = \frac{5}{30} C.$$

Az átlagos fordulatszám (2,2) szerint a »három gép keres 3 áramkör közül« esetre:

$$F(3,3) = f_1 + f_3 + f_5 = \frac{3}{30} + \frac{3}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}.$$

Az átlagos fordulatszámot meghatározhatjuk a különböző elrendezések 7. ábrája nélkül is. Számítsuk ki az átlagos fordulatszámot most a permutációk felrajzolása nélkül. A számítás menete a következő:

Mindenekelőtt leszögezzük, hogy a részfordulatszámok az

$$\frac{1}{S+1} = \frac{1}{6}$$

tört egész számú sokszorosai lesznek. Ugyanígy eleve megállapíthatjuk, hogy a különböző elrendezések száma :

$$\binom{S}{n-1} = \binom{5}{2} = 10 \ .$$

A részfordulatszámok és gyakoriságok a következő megfontolásokkal nyerhetők. $\frac{1}{6}$ lesz a fordulatszám azoknál a permutációknál, melyeknél a G_1 gép előtti első elem — tehát az 1. pozícióban álló elem — szabad ívcsúcs. Ilyen permutáció annyi van, ahányféleképpen a még hátralevő négy pozícióban a másik két gép elhelyezhető, tehát

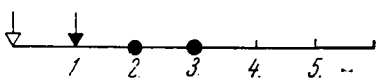
$$\binom{4}{2} = 6 \ ,$$

így (1) képletünk szerint

$$f_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{30} \ ,$$

$\frac{2}{6}$ nem lehet a fordulatszám. Ugyanis, ha ívcsúcs van az 1. pozícióban, akkor G_1 már itt megáll és ha gép van az 1. pozícióban, akkor az ér előbb a 2. pozíció ívcsúcsára.

$\frac{3}{6}$ fordulatszám feltételei (lásd a 8. ábrát) :



8. ábra

szabad ívcsúcs legyen a 3. pozícióban, amin G_1 megállhat ;
ívcsúcs legyen a 2. pozícióban, mert ha gép állna, az foglalná el G_1 előtt a 3. pozíciót ;
gép álljon az 1. pozícióban, különben G_1 itt áll meg.

Az első három pozíciónak feltételeinket kielégítő betöltése 8. ábránk szerint benső ellentmondást nem tartalmaz, az 1. pozíció gépe lefoglalja a 2. pozícióbeli ívcsúcsot s így a 3. pozíció G_1 részére szabadon marad. Feltételeinket

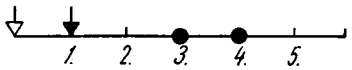
annyi elrendezés elégíti ki, ahányféleképpen a még be nem töltött 4. és 5. pozícióba a még fennmaradt gépünk elhelyezhető, tehát

$$\binom{2}{1} = 2,$$

így (1) formula szerint

$$f_3 = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{30},$$

$\frac{4}{6}$ nem lehet a fordulatszám. Ehhez kellene ugyanis, hogy az f_3 kapcsán felsorolt három feltétel analógiájára az 1., 3. és 4. pozíció a 9. ábra szerint legyen betöltve.



9. ábra

Ha mármost a szabadon maradt 2. pozícióba gépkefe áll, akkor G_1 csak az 5. pozícióban találhat szabad ívcsúcsot, ha pedig ívcsúcs kerül a 2. pozícióba, akkor G_1 a 3. pozíciónál áll meg, vagyis semmiképpen nem állhat meg a 4. pozícióban.

$\frac{5}{6}$ fordulat feltétele f_3 kapcsán felsoroltak analógiájára az, hogy az 1. pozícióban gépkefe, a 4. és 5. pozícióban pedig ívcsúcs álljon. A közbenső 2. és 3. pozícióba egy gép és egy ívcsúcs kétféle sorrendben helyezhető, így (2,1) képletünk szerint

$$f_5 = \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{30}.$$

A tárgyalt öt eset G_1 megállási lehetőségeit teljesen kimeríti. Ezzel (2.2) formulánk minden tagját előállítottuk, és így az átlagos fordulatszám számítható:

$$F(3,3) = \frac{3}{30} + \frac{3}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}.$$

Következő fejezetünkben az átlagos fordulatszám meghatározásának e második módszerét vesszük alapul az $F(m, n)$ átlagos fordulatszám számítására szolgáló képletünk levezetéséhez.

3. Az átlagos fordulatszám formulája »*m* gép keres *n* áramkör közül« esetre

A gépkefék száma : m
A szabad ívcsúcsok száma : n
A pozíciók száma : $S = m - 1 + n$.

Az $(m - 1)$ »futó« gép és n ívcsúcs különböző permutációinak száma :

$$\binom{S}{m-1} = \binom{m+n-1}{m-1} .$$

A részfordulatszámok az $\frac{1}{S+1} = \frac{1}{m+n}$

tört egész számú sokszorosai lesznek. Be fogjuk bizonyítani, hogy csak a páratlan egész számú sokszorosok jöhetnek szóba, tehát a G_1 gép csak páratlan sorszámú pozícióban levő ívcsúcson állhat meg.

Tegyük fel ugyanis az ellenkezőjét, tehát, hogy G_1 a $2k$-ik pozícióban levő ívcsúcson fog megállni. Ekkor G_1 és a $2k$-ik pozíció között $(2k - 1)$ páratlan számú pozíció van, melyek betöltése csak úgy lehetséges, hogy vagy a gépkefék, vagy az ívcsúcsok száma nagyobb. E közbenső pozíciókban levő gépek keféi forgáskor mind a G_1 gép keféi előtt forognak. Indításkor a közbenső gépek megállását illetően két eset képzelhető el :

1a) Mind fennakadnak az első $2k$ pozíción belül. Ez az eset csak akkor állhat fenn, ha a gépek száma kisebb ; ekkor azonban a $2k$-ik pozíció ívcsúcsa előtt még marad szabad csúcs, amin a G_1 jelű gép fennakad. A másik eset, ti., hogy :

1b) — minden gép fennakad és nem marad szabad ívcsúcs — ui. nem lehetséges, mert a gépek és ívcsúcsok száma nem azonos.

2. Maradnak fel nem akadt gépek. Ezek azonban túlforogva lefoglalják a $2k$-ik pozíció ívcsúcsát, mielőtt az első pozíció gépe oda érne.

Megfontolásunk eredménye az, hogy $\frac{2k}{m+n}$ – fordulatszám ellentmondásra vezet, vagyis a G_1 gépkefe csak páratlan sorszámú ívcsúcson állhat meg.

Páratlan számú sokszoros, pl. $(2k + 1)$-szeres esetén a $(2k + 1)$-ik pozícióban levő ívcsúcsra áll G_1. A közbenső $2k$ pozícióban egyenlőszámú gépnek és ívcsúcsnak kell lennie. Ha ugyanis kevesebb gép lenne, akkor indítás után G_1 egy közbenső, le nem foglalt ívcsúcson akad fel, ha viszont gép lenne több, akkor a közbenső gépek nem tudnak közben fennakadni, így ráfutnak a $(2k + 1)$-ik pozíció csúcsára, mielőtt G_1 odaérne. F átlagos fordulatszám előző pontunk

(2,2) képlete szerint a viszonylagos gyakoriságokkal súlyzott részfordulatszámok összegeként kapható :

$$F = \sum f_{2\,k+1} \,.$$

$f_{2\,k+1}$ összetevő-tagok számítását egyrészt az általános képlet rekurzív jellegére való tekintettel, másrészt szerkezetének szemléletesebb bemutatása érdekében célszerű k konkrét értékeivel kezdeni.

$f_1 ; \frac{1}{m+n}$ a fordulatszám akkor, ha az 1. pozícióban ívcsúcs van. Ilyen elrendezés annyi van, ahányféleképpen a fennmaradt $(m-1)$ kefe a még be nem töltött

$$S - 1$$

pozícióban elhelyezhető, tehát

$$\binom{S-1}{m-1} .$$

A viszonylagos gyakorisággal súlyzott részfordulatszám f_1 értéke ezzel

$$f_1 = \frac{\binom{S-1}{m-1}}{\binom{S}{m-1}} \frac{1}{m+n} .$$

$f_3 ; \frac{3}{m+n}$ fordulatszám feltétele az, hogy a 3. pozícióban szabad ívcsúcs álljon, amin G_1 megállhat ;
ívcsúcs álljon a 2. pozícióban, mert ha a gép állna, akkor az foglalná le G_1 előtt a 3. pozíciót ;
gép álljon az 1. pozícióban, különben G_1 itt áll meg.
Ezek a feltételek a 3-ik pozíciót megelőző közbenső 1. és 2. pozíciók betöltési módjára csak egy lehetőséget engednek meg. Ha g-vel jelöljük a közbenső elemek megengedett elrendezéseinek számát, akkor esetünkben

$$g_3 = 1$$

3/... fordulatszámra annyi elrendezés vezet, ahányféleképpen a fennmaradó

$$m - 2$$

kefe a még be nem töltött

$$S - 3$$

pozícióban elhelyezhető, tehát

$$\binom{S-3}{m-2}.$$

Ezzel:

$$f_3 = \frac{\binom{S-3}{m-2}}{\binom{S}{m-1}} \frac{3}{m+n}$$

$f_5 ; \frac{5}{m+n}$ fordulatszám feltételei az f_3 feltételeinek analógiájára:

5. pozícióban ívcsúcs;
4. pozícióban ívcsúcs;
1. pozícióban kefe állhat csupán.

Az 1—4. pozíció elemeinek azonos számú keféből és ívcsúcsból kell összetevődni, így a 2. és. 3. pozícióban csak egy gép és egy ívcsúcs állhat, összesen két elrendezésben. Ezzel a közbenső elemek megengedett kombinációinak a száma:

$$g_5 = 2 .$$

Az első ötöt követő $(S - 5)$ pozícióban a még fennakadt $(m-3)$ gépkefe

$$\binom{S-5}{m-3}$$

kombinációban helyezhető el. A fenti fordulatszám tehát

$$2\binom{S-5}{m-3}$$

esetben következik be. Ezzel:

$$f_5 = \frac{\binom{S-5}{m-3}}{\binom{S}{m-1}} \frac{5}{m+n}$$

$f_7 ; \frac{7}{m+n}$ Feltételek:

1. pozícióban gépkefe,
6. és 7. pozícióban ívcsúcs lehet csak,
2., 3., 4. és 5. pozícióban 2 kefe és 2 ívcsúcs állhat. Azonban ez utóbbiak összesen

$$\binom{4}{2} = 6$$

kombinációja közül az »elől két ívcsúcs« (2. és 3. pozíció) esetben nem lesz a fordulatszám a fenti 7/... érték. Ez az elrendezés ugyanis 3/... fordulatra vezetne. Ezzel a közbenső elemnek f_7 szempontjából figyelembe jövő kombinációinak száma:

$$g_7 = \binom{4}{2} - g_3 = 6 - 1 = 5 .$$

A fennmaradó $(S - 7)$ pozícióban $(m - 4)$ kefe

$$\binom{S-7}{m-4}$$

módon helyezhető el.

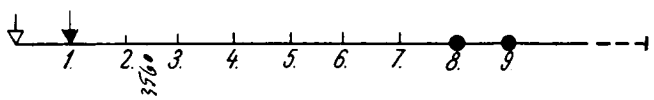
A 7/... fordulatszám előfordulási száma mostmár:

$$5\binom{S-7}{m-4}.$$

Ezzel:

$$f_7 = \frac{\binom{S-7}{m-4}}{\binom{S}{m-1}} \frac{7}{m+n}$$

$f_9 ; \frac{9}{m+n}$ Feltételek (lásd a 10. ábrát):



10. ábra

1. pozícióban gépkefe,
8. és 9. pozícióban ívcsúcs lehet csak.
A belső pozíciók száma 6, ezekben 3 kefe és 3 ívcsúcs

$$\binom{6}{3} = 20$$

-féleképpen helyezhető el. Ezek közül azonban
$f_3$ra vezetnek azok, melyeknél 2 ívcsúcs van a 2. és 3. pozícióban. Az ilyen kombinációk száma annyi, ahányféleképpen a harmadik gép a fennmaradó

4., 5., 6. és 7. pozícióban elhelyezhető, vagyis :

$$g_3 = \binom{4}{1} = 4$$

f_5-re vezetnek azok, melyeknél ívcsúcs van a 4. és 5. pozícióban és 1 gép + 1 ívcsúcs a 2. és 3. pozícióban (lásd f_5 alatt). Ezen kombinációk száma — mivel 6. és 7. pozícióba való elhelyezésre már csak két gépünk maradt fenn —

$$g_5 = 2$$

f_7 feltétele : 6. és 7. pozícióban ívcsúcs és előtte 2—5. pozíciókban 2 kefe és 2 ívcsúcs álljon. Ilyen kombináció azonban nincs, mert a közbenső elemek 3 keféből és 3 ívcsúcsból állnak az f_7-hez igényelt 2 kefe + 4 ívcsúcs helyett.

Ezzel a közbenső elemek kombinációinak

f_9 szempontjából figyelembe veendő száma :

$$g_9 = \binom{6}{3} - g_3\binom{4}{1} - g_5\binom{2}{1} = 20 - 4 - 2 = 14$$

9/... fordulatszámra vezető kombináció számának másik tényezője a 10. pozíciót követő $(S - 9)$ pozíció ($m-5$)-ed osztályú kombinációinak

$$\binom{S-9}{m-5}$$

számával egyenlő. Ezzel a fenti fordulatszám előfordulási száma :

$$14\binom{S-9}{m-5}.$$

Végül is

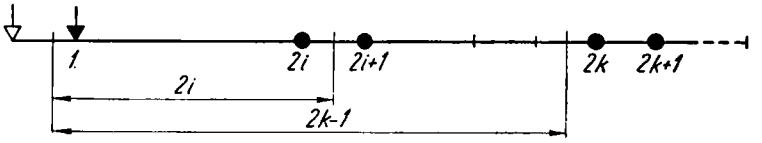
$$f_9 = \frac{14\binom{S-9}{m-5}}{\binom{S}{m-1}} \cdot \frac{9}{m+n}.$$

Általános k-esetén :

$$f_{2k+1}; \frac{2k+1}{m+n}$$

Feltételek:

az 1. pozícióban kefe,
a $2k$-ik és $(2k+1)$-ik pozícióban ívcsúcs,
a köztük levő $(2k-2)$ pozícióban pedig
$k-1$ kefe és
$k-1$ ívcsúcs álljon.



11. ábra

G_1 gép és a $(2k+1)$-ik pozíció ívcsúcsa közötti közbenső elemek kombinációinak a száma — mivel az 1. és a $2k$-ik pozíciót csak egyféleképpen, az előírt feltételek szerint lehet betölteni:

$$\binom{2k-2}{k-1}.$$

E kombinációk között azonban vannak olyanok, melyek

$$\frac{2k+1}{m+n}\text{-nél}$$

kisebb fordulatszámra vezetnek. Így

$$\frac{2i+1}{m+n}$$

fordulatszámra vezetnek azok, melyeknél a
$(2i+1)$-ik pozícióban ívcsúcs van és e pozíció, valamint G_1 közti
$2i$ közbenső pozícióban
i ívcsúcs ill. kapcsológép
g_{2i+1}-féle $\frac{2i+1}{m+n}$ fordulatszámra vezető permutációban van elhelyezve. (Lásd a 11. ábrát.)

Az utánuk következő változtatható betöltésű

$(2k-1)-(2i+1)=2(k-i-1)$ pozícióban
$k-1-(i+1)=k-i-2$ ívcsúcs helyezhető el
$\binom{2(k-i-1)}{k-i-2}$ kombinációban.

Ezzel a közbenső elemek $(2i+1)/\ldots$ fordulatszámra vezető kombinációinak száma:

$$g_{2i+1}\binom{2(k-i-1)}{k-i-2}$$

i értéke változhat 0-tól $(k-2)$-ig.

g_{2k+1}-nek $k=0$ paraméterhez tartozó g_1 értékét f_1 számítása kapcsán nem értelmeztük, mivel ez esetben G_1 és az 1. pozíció között közbenső elemek nem voltak. Ennek ellenére célszerű

$$g_1 = 1$$

értéket is bevezetni. Az algebrában ugyanez a helyet a

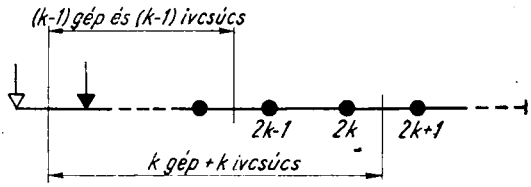
$$\binom{0}{0} = 1$$

definíciós egyenlőséggel, melynek értelmezése: »semmi elem közül semmi elem egyféleképpen választható ki, tudniillik sehogy« itt is szószerint alkalmazható.

i nem vehet fel $(k-1)$ értéket. Ekkor ugyanis G_1 a

$$2i+1 = 2(k-1)+1 = 2k-1$$

sorszámú pozícióban állna meg. Itteni megállásának azonban az az egyik feltétele, hogy a közbenső $(2k-2)$ pozícióban a gépkefék és ívcsúcsok száma megegyezzék. Másrészt azonban a kezdőfeltételek előírják, hogy G_1 és a $(2k+1)$-ik pozíció közti elemek is egyenlően oszoljanak el kefékre és ívcsúcsokra. E két előírás egyidejű teljesíthetőségét viszont kizárja az, hogy a kezdőfeltételek azt is előírják, hogy a $2k$-ik és a $(2k-1)$-ik pozícióban ívcsúcsok álljanak.



12. ábra

Az ellentmondó elrendezési viszonyokat a 12. ábránk szemlélteti.

A közbenső elemeknek így nem lehet olyan elrendeződése, amely $i = k-1$ értéknek megfelelően

$$\frac{2k-1}{m+n}$$

fordulatszámra vezetne.

A közbenső elemek $(2k+1)/\ldots$ fordulatszámra vezető kombinációinak száma ezzel:

$$g_{2k+1} = \binom{2(k-1)}{k-1} - \sum_{i=1}^{i=k-2} g_{2i+1} \binom{2(k-i-1)}{k-i-2}. \qquad (I)$$

Az összes kombinációk számának másik tényezője a még fennmaradt $(m-k-1)$ gépnek és ugyanennyi ívcsúcsnak a még be nem töltött $(m+n-2k-2)$ számú pozícióban való különböző elrendezéseinek száma. Ezt is figyelembe véve a $(2k+1)/\ldots$ fordulatszámra vezető kombinációk összes száma

$$g_{2k+1} \binom{m+n-2k-2}{m-k-1}.$$

Fordulatszámunk relatív gyakorisága most már e számnak és az $(m-1)$ kefének az S számú pozícióba való lehetséges különböző elrendezését megadó

$$\binom{S}{m-1}$$

szám hányadosaként kapható, amivel

$$f_{2k+1} = \frac{2k+1}{m+n} \frac{g_{2k+1} \binom{m+n-2k-2}{m-k-1}}{\binom{S}{m-1}} \qquad (II)$$

G_1 gép átlagos fordulatszáma az f_{2k+1} részeredmények szummájaként nyerhető. k felső értékét abból az előírásból határozhatjuk meg, mely szerint a $(2k+1)$-iket megelőző $2k$ pozíciókban a gépek számának és az ívcsúcsok számának azonosnak kell lennie. Eszerint a közbenső pozíciókban levő gépek száma, G_1-et is beszámítva $(k+1)$. A maximális k érték esetén éppen kimerítjük a gépek m-számát, amiből

$k_{\max} + 1 = m$ egyenlet adódik

$k_{\max} = m - 1$ értékkel.

G_1 kapcsológépünk átlagos $F(m,n)$ fordulatszáma az »m gép keres n szabad ívcsúcs közül« esetre:

$$F(m,n) = \sum_{k=0}^{m-1} f_{2k+1} \qquad (III)$$

g_{2k+1} az alábbi egyszerűbb képlet felhasználásával is számítható:

$$g_{2k+1} = \frac{1}{2k+1} \binom{2k+1}{k} = \frac{1}{k} \binom{2k}{k-1}. \qquad (IV)$$

Összefüggésünk helyességeinek igazolása tisztán matematikai feladat.

(IV) képletet (II)-be írva, majd szummálva (III) szerint, az (I)—(III) képleteket helyettesítő egyetlen formulát kapunk:

$$F(m,n) = \frac{1}{(m+n)\binom{m+n-1}{m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k+1}{k} \binom{m+n-2k-2}{m-k-1}. \qquad (V)$$

Az átlagos keresési idő számítása történhetik az (I)—(III) vagy (V) képlet segítségével egyaránt. Mi a következő fejezetben az (I)—(III) képletet használjuk. Bármelyik képlet-csoportot választjuk, a számolási munka kb. azonos.

4. Diagrammok az általános fordulatszámra

f_{2k+1}nek megelőző pontunkban k konkrét értékeire végzett számításainak eredményeként g_{2k+1} értékeinek alábbi sorozatát is kaptuk:

$k = 0$;	$g_1 = 1$
$k = 1$;	$g_3 = 1$
$k = 2$;	$g_5 = 2$
$k = 3$;	$g_7 = 5$
$k = 4$;	$g_9 = 14$

Példaként számítsuk ki g_{11} értékét:

$$k = 5;\ g_{11} = \binom{2 \cdot 4}{4} - g_3\binom{6}{2} - g_5\binom{4}{1} - g_7\binom{2}{0} = 70 - 1 \cdot 15 - 2 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 42$$

g_{2k+1} fenti értékeinek birtokában számítsuk ki $F(m, n)$ átlagos fordulatszám értékét: $m = 6$, $n = 6$ esetre. Számításunkat (I)—(II)—(III) formulákkal végezzük.

$$f_1 = \frac{1}{12}\frac{\binom{10}{5}}{\binom{11}{5}} = \frac{252}{12 \cdot 462}$$

$$f_3 = \frac{3}{12}\frac{\binom{8}{4}}{462} = \frac{210}{5544}$$

$$= \frac{5}{12} \cdot \frac{2\binom{6}{3}}{462} = \frac{200}{5544}$$

$$f_7 = \frac{7}{12} \cdot \frac{5\binom{4}{2}}{462} = \frac{210}{5544}$$

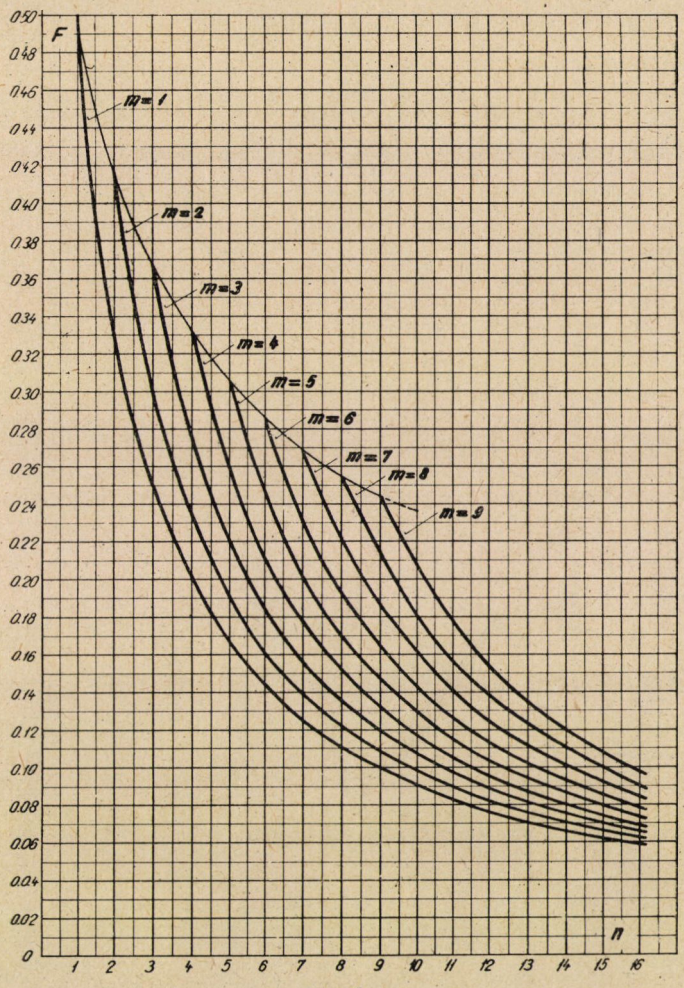
$$f_9 = \frac{9}{12}\frac{14\binom{2}{1}}{462} = \frac{252}{5544}$$

$$f_{11} = \frac{11}{12}\frac{42\binom{0}{0}}{462} = \frac{462}{5544}$$

$$F(6,6) = \frac{1586}{5544} = 0{,}286$$

m és n különböző értékeire kapott fordulatszámokat a 13. ábránk diagrammja foglalja egybe. Az m keresőgépszámot választva paraméterként, az egyes görbék a szabad ívcsúcsok számának függvényében az átlagos fordulatszámot hívásként tüntetik fel. Az $m - 1$ paraméterhez tartozó görbe pontjai a Kruithof-féle

$$\frac{1}{n+1}$$



13. ábra

képletből kaphatók. Kruithof ugyan »*m* gép keres egy ívcsúcsot« esetre végezte a számítást, ez azonban egyúttal az 1 gép keres *n* ívcsúcsot esetre is vonatkozik, mert az ívcsúcsok és kefék feladata felcserélhető anélkül, hogy a matematikai feltételek módosulnának. Most tárgyalt képletünk erre az esetre ugyanezt az értéket adja. Ugyanis $m = 1$ esetben egyrészt

$$F(1, n) = f_1;$$

másrészt (II) képletünk szerint $k = 0$ értékkel:

$$f = f_1 = \frac{1}{1+n} \frac{\binom{1+n-2}{1-1}}{\binom{1+n-1}{1-1}} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\binom{n-1}{0}}{\binom{n}{0}} = \frac{1}{n+1}.$$

Eszerint Kruithof képlete a mi képletünknek egyik különleges esete, amint ezt a bevezetőben már jeleztük.

5. Az eredmények értékelése

Egy gép forgalmas órai fordulatszámának pontos meghatározása »több gép keres több ívcsúcsot« esetben hosszadalmasabb munkát jelent, mint a több gép keres egy ívcsúcsot esetben. A pontos számítás menete a következő: $F(m, n)$ fordulatszám akkor adódik, ha a kereső áramkör-csoportban m áramkör szabad, a keresett összekötő áramkörök között pedig n. Ennek valószínűsége

$$P_m^M \cdot P_n^N,$$

ahol P_m^M annak a valószínűsége, hogy a kereső áramkörök közül m szabad, P_n^N pedig, hogy a keresett áramkörök közül n szabad áramkör van. Ha adva van a keresőgépek M összes száma, valamint a keresett áramkörcsoport tagjainak N száma és ismert a forgalom, akkor a P valószínűségek pl. az Erlang-formulával számíthatók.

Az m keresőgép az M számú áramkörből

$$\binom{M}{m}\text{-féleképpen választható ki.}$$

Ezek között a kiszemelt keresőgép annyiszor fordul elő, ahányféleképpen a fennmaradt $(M-1)$ elemből $(m-1)$ kiválasztható, tehát

$$\binom{M-1}{m-1}\text{-féleképpen.}$$

Annak valószínűsége most már, hogy a mi kapcsológépünk az éppen kereső m áramkör között legyen:

$$\frac{\binom{M-1}{m-1}}{\binom{M}{m}} = \frac{\frac{(M-1)\cdot(M-2)\ldots(M-m+1)}{(m-1)!}}{\frac{M(M-1)(M-2)\ldots(M-m+1)}{m}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{M}{m}} = \frac{m}{M}$$

$F(m, n)$ fordulatszámot súlyoznunk kell azzal a valószínűséggel, amely azt mondja, hogy kiszemelt gépünk milyen valószínűséggel keres m-edmagával n szabad áramkört.

Keresőgépünk azonban kereshet egyedül is és M-edmagával is szabad áramköröket és a szabad áramkörök száma is változhat 1-től N-ig. Ezzel az átlagos fordulatszám még nem végleges száma:

$$\sum_{m=1}^{M} \frac{m}{M} P_m^M \sum_{i=m}^{N} P_i^N F(m, i).$$

Ez a képlet azért nem teljes, mert nem veszi számításba azokat az eseteket, amikor a kereső áramkörök száma nagyobb a keresettekénél. Ilyenkor lesz $(m - n)$ olyan áramkör, amely mindaddig forog, amíg az indítás le nem áll. Az átlagos fordulatszám ebben az esetben is számítható, ha a 2. pontban leírt általános elrendezésből indulunk ki. Itt azonban számba veendő az, hogy az eredménytelenül kereső gépek még a híváskeresés eredményes befejeztéig és az ezután következő, az indítás megszüntetéséig tartó, nem elhanyagolható idő alatt is forognak.

Az utóbb leírt $(m > n)$ eset amúgy is nagy munkát igénylő számításának sok gyakorlati jelentősége nincs. A fenti eset valószínűsége ugyanis igen kicsi, mégpedig azért, mert éppen az ilyen esetekben keletkezhető kopások miatt a »több gép keres több áramkör közül« indítási módszert csak olyan esetben alkalmazhatjuk, ahol a kereső áramkörök száma lényegesen kisebb a keresettekénél. Ez a tipikus eset áll fenn az összekötő áramkörök forgalmát a regiszterek felé koncentráló ún. összekötő-kereső áramköröknél, ha az összekötő-kereső gépek száma kisebb, mint az ívükön multiplikált összekötő áramkörök indítási szempontból egységet képező csoportja (egy híváskereső csoport).

Ha az indítási szempontból egységet képező összekötő áramköri csoport lényegesen nagyobb az összekötő-kereső csoportnál, a diagramm tanúsága szerint az átlagos fordulatszám lényegesen csökken a »több gép keres egy áramkört« esethez képest. Az utóbbi esetben ugyanis a hívásonkinti átlagos fordulatszámot a legkisebb értékekere vezető

$$\frac{1}{m+1}$$

összefüggés szabja meg, vagyis diagrammunkban a legalul járó görbe, viszont a kisebb gépcsoport miatt a görbe kezdeti, nagy fordulatszámot adó értékeire jutunk. »Több gép keres több ívcsúcsot« esetben $m > 1$ paraméterű, tehát magasabban fekvő görbéken járunk, viszont ezek nagy n-ekhez tartozó, tehát kis fordulatszámra vezető szakaszán.

A fentieket nagyon jól igazolja az alábbi példa, amely bemutatja diagrammunk használatát közelítő számításokhoz.

Legyen egy 14-áramkörös csoportot terhelő forgalom 160 ÁFOH. Egy áramkört a forgalom 14-edrésze vagyis 11,5 ÁFOH forgalom terhel. A kapcsológép tehát foglalt 23 percig, ezalatt — a hívások 24 másodperces tartási idejét feltételezve — :

$$\frac{11{,}5 \text{ ÁFOH} \cdot 120 \text{ mp/ÁFOH}}{24 \text{ mp/hívás}} = 58$$

hívást bonyolít le, 60-szor indul keresésre. A forgalmas óra 60 — 23 = 37 perce alatt az áramkör szabad, eközben

$$\frac{160 \text{ ÁFOH} \cdot 120 \text{ mp/ÁFOH}}{24 \text{ mp/hívás}} \cdot \frac{37 \text{ perc}}{60 \text{ perc}} = 492$$

hívás jelentkezik, szabad kapcsológépünk ezek mindegyikénél indul, de eredménytelenül. A kapcsológép indulásainak a száma tehát az eredményes és eredménytelen keresések számával egyenlő:

$$492 + 58 = 550$$

az indulások száma.

A hívások egyenletes eloszlását feltételezve a 160 kétperces foglaltság

$$\frac{160\ \text{ÁFOH} \cdot 2\ \text{perc/ÁFOH}}{60\ \text{perc}} = 5{,}3$$

egyidejű gépfoglaltságból tehető össze. Szabad tehát átlagosan 14—5,3 = 8,7 áramkör. Ennyi indul átlagosan egy hívás keresésére.

1. *Ha a koncentráció »több gép keres egy áramkört« módszerrel történik*, akkor az átlagosan szabad áramkörök számának ismeretében Kruithof képletéből azonnal adódik az átlagos fordulatszám közelítő értéke:

$$F = \frac{1}{8{,}7 + 1} = 0{,}103\ .$$

Egy gép forgalmas órai fordulatszáma a hívásonkinti átlagos fordulatszám és a forgalmas órai indítások számának sorozataként kapható. Esetünkben

$$0{,}103 \cdot 550 = 57$$

fordulat/óra. Az évenkénti átlagos fordulatszám/gép annak figyelembevételével határozható meg, hogy a jelenlegi viszonyok között a budapesti hálózatnál a napi forgalom 10 forgalmas óra forgalmával egyenlő. Ha az ünnepnapokat nem számítjuk, tehát csak 300 nappal számítjuk az évet, kapcsológépünk évi fordulatszáma:

$$57\ \frac{\text{fordulat}}{\text{óra}} \cdot 10\ \frac{\text{óra}}{\text{nap}} \cdot 300\ \frac{\text{nap}}{\text{év}} = 171\,000$$

fordulat/év.

2. *Ha a koncentráció »több gép keres több áramkör közül« módszerrel történik*, akkor még meg kell határoznunk, hogy a keresett áramkörök közül mennyi az átlagosan szabadok száma.

Legyen az 50-pontos keresők ívére 33 szóló összekötő áramkör 560 ÁFOH forgalommal és 17 iker összekötő áramkör 240 ÁFOH forgalommal bekötve.

A szóló összekötő áramkörök közül átlagosan egyidejűleg

$$\frac{560\ \text{ÁFOH} \cdot 2\ \text{perc/ÁFOH}}{60\ \text{perc}} = 18{,}7\ \text{áramkör foglalt, szabad tehát}$$

$$33 - 18{,}7 = 14{,}3\ \text{áramkör.}$$

A direkt összekötő áramkörök közül átlagosan egyidejűleg

$$\frac{240\ \text{ÁFOH} \cdot 2\ \text{perc/ÁFOH}}{60\ \text{perc}} = 8\ \text{áramkör foglalt, szabad tehát}$$

$$17 - 8 = 9\ \text{áramkör.}$$

A 14-áramkörös csoportot most is 560 szóló- és 240 ikerelőfizetőtől származó: összesen 800 hívás indítja. A fordulatszám szempontjából lényeges különbséget jelent az, hogy szóló- vagy ikerelőfizető indít-e és hogy az előző indítás milyen eredetű volt. A szóló összekötő-áramkörök száma ugyanis nagyobb, mint az ikreké, így több áramkör közül kevesebb fordulattal talál ugyanannyi keresőgép szabad áramkört. Másrészt például egy szóló indításnál az összekötő keresők egy kivételével eredmény nélkül kapcsolódtak egy-egy összekötő-áramkörhöz,

mivel nem ők kerültek összeköttetésbe a hívóvonallal. Újabb szóló indításnál azonban ezeknek a keresőknek már nem kell forogni, hisz már rajta állnak egy szabad összekötő áramkör ívcsúcsain. Forgásra ilyenkor csak az időközben felszabadult összekötő keresők kényszerülnek. Ha azonban a szóló hívást iker hívás követi, akkor a keresőknek le kell forogni a szóló összekötő-áramkörökről és iker összekötőket kell keresni.

A fentiek szerint az összekötő keresők átlagos fordulatszámát a különböző hívási esetekre külön kell kiszámítani, majd összegezni. Az egyes esetek valószínűségei sorban:

szóló hívásé : $\frac{560}{800} = 0{,}7$; ikerhívásé : $\frac{240}{800} = 0{,}3$.

E részvalószínűségekkel annak a valószínűsége, hogy két egymásra következő hívás

szóló	majd szóló	legyen :	$0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49$
szóló	« iker	« :	$0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}21$
iker	« szóló	« :	$0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$
iker	« iker	« :	$0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$.

Egy gép 550 indítása közül $550 \cdot 0{,}21 = 115$
olyan szóló indítás, melyek mindegyikét ikerindítás előzte meg. Ilyenkor kapcsológépünk mindig kimozdul, akár eredménytelen, akár eredményes keresés után van. Eközben átlagosan

$$F(8{,}7\ ;\ 14{,}3) = 0{,}112$$

fordulatot végez annak megfelelően, hogy átlagosan 8,7 keresőgép keres, átlagosan 14,3 szabad gép közül. Ez az érték természetesen csak közelítő, mert nem számolt diagrammjaink görbültségével.

Ugyancsak 115 olyan ikerindítás van, amit szóló előzött meg. Az átlagos fordulatszám most :

$$F(8{,}7\ ;\ 9) = 0{,}236.$$

Azonos természetű hívások egymásra következésekor két esetet kell megkülönböztetni.

Ha a keresőgépnek egy összekötő-áramkörrel való kapcsolódása az előző indításnál eredménytelen volt, mert a hívóvonallal más áramkör került összeköttetésbe, akkor újabb indításnál már nem kell újra összekötőt keresnie.

Ha keresőgépünk előzőleg eredményesen kapcsolódott egy összekötő-áramkörrel, akkor az újabb hívásra le kell róla forognia és újabb összekötőt kell keresnie.

Egy gép a forgalmas óra alatt 58-szor keres eredményesen. Az erdményes kapcsolódást követő 58 indítás közül

$$58 \cdot 0{,}49 = 28$$

ama szóló indítások száma, melyeket ugyancsak szóló hívás előzött meg. Számításunkban feltételezzük, hogy ilyenkor gépünk egyedül keres több szabad áramkör közül. Példánkban ugyanis elhanyagolható annak a valószínűsége, hogy kettő vagy több gép szabaduljon fel egyidőben.

Az átlagosan szabad 8,7 keresőgép közül

$$8{,}7 - 1 = 7{,}7$$

gép mindegyike már előzőleg kapcsolódott egy-egy szóló összekötő áramkörrel. Ezek közül tehát már csak

$$14{,}3 - 7{,}7 = 6{,}6$$

áramkör szabad és gépünk

$$F(1\ ;\ 6{,}6) = 0{,}133$$

átlagos fordulat után foglal le egyet.

Az 58 eredményes kapcsolást követő indítások közül

$$58 \cdot 0{,}09 = 5$$

ama ikerindítások száma, melyeket ikerhívás előzött meg. E hívásoknál gépünk

$$9 - 7{,}7 = 1{,}3$$

áramkör közül keres egy szabadot, miközben átlagosan

$$F(1\ ;\ 1{,}3) = 0{,}43$$

fordulatot végez.

Összegezve most már, gépünk a forgalmas óra alatt:

$$F = 115 \cdot 0{,}112 + 115 \cdot 0{,}236 + 28 \cdot 0{,}133 + 5 \cdot 0{,}435 = 12{,}9 + 27{,}2 + 3{,}7 + 2{,}2 = 46$$

fordulatot végez.

Tekintve, hogy a már tárgyalt $m > n$ eset valószínűsége igen kicsi, másrészt az ilyen esetekben a hiábakereső gépek száma is kicsi, vizsgált gépünk ritkán kerül olyan helyzetbe, hogy hiába keressen összekötő-áramkör hiánya miatt. De különben is az eredménytelen forgás előreláthatólag nem fogja lényegesen növelni az utoljára fennakadó keresőgépek amúgyis nagyobb fordulatszámát, mert ezalatt a híváskeresés bizonyára eredményesen befejeződik. Mondhatjuk tehát, hogy bőven fogunk számolni akkor, ha hiábavaló keresések okozta fordulatszámnövelést, másrészt számításunk közelítő jellegéből származó hibát összesen 10%-nak vesszük. Ezzel a forgalmas órai fordulatszám pro kapcsológép:

$$F = 50 \text{ fordulat/óra}$$

lesz.

Az évi fordulatszám:

$$50 \cdot 10 \text{ óra/nap} \cdot 300 \text{ nap/év} = 150\,000 \text{ fordulat/év}.$$

IRODALOM

1. *I. Kruithof:* Some Rotary Traffic Switching Methods. Electrical Communication. 1907. évf. 108. l.

Összefoglalás

A forgórendszerű távbeszélő kapcsológépek várható igénybevételének megítélésekor első kérdésünk a gép indításainak és a kefék fordulatainak számára irányul. Az indítások számítása egyszerűbb probléma, kevésbé nevezhető azonban annak a fordulatszám meghatározása. *J. Kruithof* e téren úttörő cikkében tárgyalja a rotary-rendszerű kapcsológépek keresőidőinek számítását. A keresőtípusú gépek átlagos fordulatszámát arra az esetre tárgyalja, amikor »több gép keres egy kijelölt ívcsúcsot«. A következőkben ismertetjük a keresőgépek átlagos fordulatszámának meghatározására szolgáló módszerünket az általános kapcsolás esetére, mégpedig amikor »több gép keres több szabad ívcsúcs közül«. Számításaink helyességének matematikai igazolása egyúttal az »n keresőgép keres egy kijelölt ívcsúcsot« eset átlagos fordulatszámát megadó $(1 + n)^{-1}$ alapvető képletnek az általános esetre még hiányzó bizonyítását is adja.

SZILIKÁTÜVEGEK VISZKOZITÁSÁNAK SZÁMÍTÁSA

KNAPP OSZKÁR

HÍRADÁSTECHNIKAI IPARI KUTATÓ INTÉZET

[Beérkezett 1954. május 26-án]

A szilikátüvegolvadékok alakítása hűlés közben és a merev üvegek kezelése elsősorban attól függ, hogy miként és milyen mértékben változik a viszkozitás a hőfok változásával. Az üveg gyártása és fedolgozása szempontjából, különösen ha erre a célra fél- vagy teljes automata gépeket használunk, igen fontos a viszkozitás-hőfok görbe ismerete. E görbe alakja szabja meg az üvegek legkedvezőbb olvasztási, tisztulási, megmunkálási, lágyulási és hűtési hőfokait. Gyakorlati szempontból pedig igen lényeges az, hogy a különböző összetételű üvegek viszkozitásgörbéit össze lehessen hasonlítani.

A viszkozitás mérése a gyakorlatban aránylag bonyolult, költséges készülék összeállítását kívánja, amelynek hitelesítése olyan körülményes, hogy azt csak fizikai kísérletezésekben és műszerek kezelésében járatos szakember tudja elvégezni.

Felmerült ezért az a probléma, hogy a szilikátüvegek viszkozitását a vegyi összetétel alapján számítási eljárással lehessen meghatározni. Az első ilyen célú munka *Gehlhoff* és *Thomas*tól [1] származik, akik több, mint ötven rendszeresen kiválasztott összetételű üveget olvasztottak, azok tulajdonságait mérésekkel megállapították és az eredmények alapján számítási meghatározásokra alkalmas módszert dolgoztak ki. Eljárásuk elvét az 1. ábra szemlélteti. Olyan koordináta rendszert szerkesztettek, amelynek ordinátája a fizikai tulajdonságok értékei, abszcisszája pedig egy vizsgált üvegoxid azon százalékos mennyisége, amellyel az oxidmentes üveg kovasavtartalmát helyettesítették. Az ilymódon megállapított, permutált görbét bizonyos tetszőlegesen választott távolságokban részekre osztották és feltételezték, hogy az egyes részeken a görbe vonal csekély eltéréssel egyenessel helyettesíthető. A gyakorlati szempontokat eléggé kielégítette, ha a permutált oxid 5%-os változásait választották. Az 5%-os tulajdonságváltozások értékszámait egységnyi százalékokra átszámítva megkapták a fajlagos csereállandókat, azaz azokat az értékszámokat, amelyekkel az üveg tulajdonsága változik, ha kovasavtartalmának 1 súlyszázaléknyi mennyiségét más oxiddal helyettesítjük.

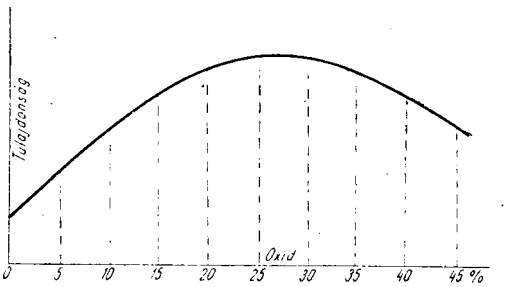
Gyakorlati szempontból nem okvetlenül szükséges, hogy az üveg viszkozitás-hőfok görbéjének minden pontját ismerjük. Elegendő az is, ha csak bizonyos

gyakorlati szempontok alapján kiválasztott viszkozitási értékeket választunk ki és az azokhoz tartozó hőfokokat számítjuk ki. Gehlhoff és Thomas a számítás céljaira a következő négy értéket választotta ki:

1. 10^3 poise viszkozitás, amelyhez az a hőfok, a munkahőfok tartozik, amelynél a kemence munkateréből az üvegfúvó vagy az üveggyártó gép az üveget kiszedi vagy kimeríti,

2. 10^4 poise, amelyhez a kidolgozási hőfok tartozik, az a hőfok, amelynél az üveget kézi vagy gépi úton kidolgozzák,

3. $10^{8,6}$ poise, amellyel az üveg az alakítási hőfokon bír, azon a hőfokon, amelyen fujtatólángon még alakítható és



1. ábra

4. 10^{13} poise, amelyhez a hűtési hőfok tartozik, az a hőfok, amelyen az üvegben az egyenlőtlen lehűlés következtében keletkezett feszültségek egy negyedórai hőkezelés alatt eloszlanak.

A viszkozitás e négy értékének cseretényezőit Gehlhoff a gyakorlatban számbajöhető oxidokra négy táblázatban adta meg (1. táblázat). A számításnál ismert összetételű üvegből és annak a számított viszkozitásértékhez tartozó ismert hőfokából (2. táblázat) kell kiindulni, és abból levonni vagy hozzáadni a permutált oxidok számított értékeit, mindaddig, amíg a keresett üveg összetételét és a hozzátartozó hőfokot meg nem kaptuk.

A fajlagos csereállandók módszerének gyakorlati alkalmazását a következő példán mutatjuk be: Legyen a kiszámítandó üveg összetétele az alábbi:

SiO_2	72,5%
Al_2O_3	1,1
CaO	5,1
MgO	3,6
Na_2O	17,7

az alapüvegé pedig, amelyből a számításnál kiindulunk:

SiO_2	72%
CaO	10
Na_2O	18

és ennek az üvegnek a hőfoka 10^3 viszkozitásnál 1170 C°.

1. táblázat

log η	Oxid	0–5%	5–10%	10–15%	15–20%	20–25%	25–30%	30–35%	35–40%
10^3	Na_2O	—	—	—	—	−14,8	−14,8	−14,8	—
	K_2O	—	—	—	—	−14,0	−14,0	−14,0	—
	MgO	2,0	—	—	—	—	—	—	—
	CaO	−10,4	— 8,0	— 5,2	−1,2	2,0	—	—	—
	ZnO	— 5,4	— 6,0	— 7,6	— 9,2	−10,4	−11,2	—	—
	BaO	−12,5	−10,4	— 9,2	— 8,6	−8 ,0	— 8,0	— 8,0	— 8,0
	PbO	−11,4	−11,4	−11,4	−11,4	−11,4	−11,4	−11,6	−11,6
	B_2O_3	−11,8	−11,6	−10,4	— 9,6	— 8,0	— 8,0	— 6,8	— 6,8
	Al_2O_3	12,0	12,8	—	—	—	—	—	—
	Fe_2O_3	−10,2	−10,2	−10,2	−10,2	−10,2	—	—	—
10^4	Na_2O	—	—	—	−13,0	−13,0	−13,0	—	—
	K_2O	—	—	—	−12,0	−12,0	−12,0	−12,0	—
	MgO	3,0	—	—	—	—	—	—	—
	CaO	−11,2	— 7,0	— 1,2	10,4	17,0	—	—	—
	ZnO	— 4,0	— 4,8	— 5,6	— 6,4	— 7,0	—7,6	—	—
	BaO	— 9,6	— 7,6	— 6,4	— 5,6	— 5,6	— 4,8	— 4,8	—
	PbO	— 8,6	— 8,6	— 8,6	— 8,6	— 8,6	— 8,6	— 8,6	— 8,6
	B_2O_3	−13,2	−12,0	−10,0	— 8,8	— 7,2	— 7,2	— 5,6	— 5,6
	Al_2O_3	10,0	10,0	—	—	—	—	—	—
	Fe_2O_3	— 7,4	— 7,4	— 7,4	— 7,4	— 7,4	— 7,4	—	—
$10^{8,6}$	Na_2O	—	—	— 7,1	— 7,1	— 7,1	— 7,1	—	—
	K_2O	—	—	—	— 5,7	— 5,7	— 5,7	—	—
	MgO	2,4	2,4	2,4	2,4	—	—	—	—
	CaO	3,2	2,4	1,8	1,2	1,0	0,4	—	—
	ZnO	2,5	2,5	2,0	1,4	—	—	—	—
	BaO	— 1,9	— 1,9	— 1,9	—1,9	— 1,9	— 1,9	— 1,9	— 1,9
	PbO	— 3,8	— 3,8	— 3,8	— 3,8	— 3,8	— 3,8	— 3,8	— 3,8
	B_2O_3	4,0	2,2	1,0	0,4	— 1,0	— 1,0	— 3,0	— 3,0
	Al_2O_3	4,5	4,5	4,5	—	—	—	—	—
	Fe_2O_3	— 1,5	— 1,5	— 1,5	— 1,5	— 1,5	— 1,5	—	—
10^{13}	Na_2O	—	—	— 4,0	— 4,0	— 4,0	—4 ,0	— 4,0	—
	K_2O	—	—	—	— 3,0	— 3,0	— 3,0	—	—
	MgO	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	—	—	—
	CaO	7,8	6,6	4,2	1,8	0,7	—	—	—
	ZnO	2,4	2,4	2,4	1,8	1,2	0,4	—	—
	BaO	1,4	—	— 0,2	— 0,9	— 1,1	— 1,6	— 2,0	— 0,6
	PbO	— 0,8	— 1,4	— 1,8	— 2,4	— 2,6	— 2,8	— 3,0	— 3,1
	B_2O_3	8,2	4,8	2,6	0,4	— 1,5	— 1,5	— 2,6	— 2,6
	Al_2O_3	3,0	3,0	3,0	3,0	—	—	—	—
	Fe_2O_3	—	—	— 0,6	— 1,7	— 2,2	— 2,8	—	—

2. táblázat

Összetétel		log η	C°
SiO_2	72%	10^3	1170
Na_2O	18%	10^4	1000
CaO	10%	$10^{8,6}$	650
		10^{13}	550

A számítás menete a következő: Először 0,3% SiO_2-t helyettesítünk Na_2O-val. A fajlagos cseretényező 15—20% között —14,8, tehát 0,3 Na_2O elvétele —0,6 · 14, 8 = 4,34 C°-kal emeli a hőfokot. Ezután 4,9% CaO-t veszünk el és helyettesítjük SiO_2-vel. A megfelelő fajlagos csereállandó —8, tehát a hőfok a permutálás után —8 · —4,9 = 39,2 C°-kal emelkedik. Majd bevisszük a MgO-t, melynek fajlagos csereállandója 2. A hőfok 2 · 3,6 = 7,2 C°-kal emelkedik. Végül 1,1 Al_2O_3 permutálása a hőfokot 12,8 · 1,1 = 14,08 C°-kal emeli. Eljutottunk a keresett üveg hőfokához, amely 1170 + 64,82 = 1234,8 C°.

Habár a módszer alkalmazása, amint azt a fenti példa mutatja, nem egyszerű, a számításokat az alapüveg összetétele és adatai, valamint a táblázatok birtokában kellő begyakorlással el lehet sajátítani.

A Gehlhoff-féle számítási eljárás azonban több szempontból hátrányos. Alkalmazásának legnagyobb akadálya az, hogy a fajlagos cseretényezők, az oxidok nem minden százalékos mennyiségére ismeretesek. Különösen az korlátozza az eljárás általános alkalmazását, hogy az alkáliák állandói kb. 15% alatt nem ismeretesek. További hátrány az, hogy azonos összetételű üveg teljes viszkozitás-hőfok görbéjének megállapítására az aránylag bonyolult számítást legalább három ízben kell elvégezni. A számítások azonkívül kielégítő eredményeket csak akkor adhatnak, ha a számítandó üveg összetétele és a számítás alapjául vett üveg összetétele között számottevő különbség nincsen.

Egy másik eljárást, amellyel a szilikátüvegek viszkozitás értékeit, illetve az azokhoz tartozó hőfokokat ki lehet számítani, *M. V. Ohotin* [2] dolgozott ki. Az eljárás bizonyos, 12—16% Na_2O, 5—12% CaO, 0—5% MgO és 0—5% Al_2O_3 tartalmú ötalkotós rendszerbe tartozó üvegek viszkozitásának kiszámítására a következő elvi meggondoláson alapul:

Ha az üveg Na_2O-tartalmát x%-kal, a CaO + MgO-tartalmát y%-kal, az Al_2O_3-tartalmát z%-kal jelöljük, akkor a SiO_2-tartalom

$$SiO_2\% = 100 - x - y - z$$

és bármely viszkozitási értékhez tartozó T hőfok a következő tapasztalati képlettel számítható ki:

$$T = ax + by + c + d$$

amely képletben a, b, c és d állandók, amelyeknek értékét a 3. táblázatban

foglaltuk össze. A kiszámított értéket még a CaO és MgO-tartalom szerint ki kell egészíteni. Az állandók értékei ugyanis arra az esetre vonatkoznak, ha a CaO és MgO együttes mennyiségében 3% MgO van. Más esetben a 4. táblázat szerinti adatok szerint kell a kiszámított értéket korrigálni.

3. táblázat

log η	a	b	c	d
10^3	—22,78	—16,1	6,5	1700,4
10^4	—17,49	— 9,95	5,9	1381,4
10^5	—15,37	— 6,25	5,0	1194,3
$10^{6,5}$	—12,19	— 2,19	4,58	980,7
10^7	—10,36	— 1,18	4,35	911,0
10^8	— 8,71	0,47	4,24	815,9
10^9	— 2,05	2,3	3,6	656,8
10^{10}	— 8,61	2,64	3,56	715,5
10^{11}	— 7,99	3,34	3,39	669,4
10^{12}	— 7,43	3,2	3,52	637,3
10^{13}	— 6,14	3,15	3,78	598,0

4. táblázat

log η	Hőfokemelkedés ha 1% CaO-t MgO-val helyettesítünk	log η	Hőfokemelkedés ha 1% CaO-t MgO-val helyettesítünk
10^3	9	10^9	—
10^4	6	10^{10}	—1
10^5	5	10^{11}	—2
$10^{6,5}$	3,5	10^{12}	—3
10^7	2,6	10^{13}	—4
10^8	1,4		

Az Ohotin-féle számítási eljárást a következő példával mutatjuk be:

Legyen az üveg összetétele a következő:

$$73{,}0\%\ SiO_2,\ 15{,}0\%\ Na_2O,\ 2{,}0\%Al_2O_3,\ 9{,}0\%\ CaO,\ 1\%\ MgO$$

és számítsuk ki ennek az üvegnek azt a hőfokát, amelynél viszkozitása 10^8 poise. A megadott képlet és a táblázat adatai szerint

$$-8{,}71 \cdot 15{,}0 + 2 \cdot 4{,}24 + 10 \cdot 0{,}47 + 815{,}89 = 698{,}4\ C°.$$

Miután a CaO : MgO aránya nem 7 : 3, hanem 9 : 1, tehát 2% CaO MaO-t helyettesít, korrekciót kell alkalmazni. A táblázat szerint e korrekció

$$2 \cdot — 1{,}4 = — 2{,}8\ C°.$$

A keresett hőfok tehát

$$T = 698{,}4 — 2{,}8 = 695{,}6\ C°.$$

Az Ohotin-féle számítási eljárás szintén bizonyos hátrányokkal kapcsolatos. Így a kidolgozott lineáris képlet csakis azokra az üvegekre érvényes, amelyek a megadott összetételi határok között vannak. Ezenkívül a teljes viszkozitási görbe megállapításához, miként a Gehlhoff-féle eljárásnál, szintén három értéket kell kiszámítani.

A viszkozitás kiszámítási eljárásainak további fejlődését az tette lehetővé, hogy a viszkozitás és a hőfok összefüggését lineárisan lehetett kifejezni. Ismeretes, hogy a

$$\log \eta = A + E/T$$

képlet, amelyben E és A azonos összetételű üvegnél állandók, T pedig az abszolút hőfok, csak korlátozott érvényességű és a teljes viszkozitás-hőfok görbének csak részszakaszaira ad a mérési adatokkal megegyező értékeket. Habár ezt az általános egyenletet számosan korrigálták, azok egyike sem fejezi ki a viszkozitási görbe teljes szakaszát még megközelítő linearitással sem.

Első ízben *W. E. Loomis* és *D. E. Sharp* [3] dolgozott ki olyan eljárást, amely a viszkozitás és a hőfok összefüggését lineárisan tudta kifejezni. Eljárásuk elve az volt, hogy a hőfok értékeket egy eltorzított log η beosztású diagrammban ábrázolták. Az eljárás használhatónak bizonyult közelítő viszkozitás-hőfok viszony teljes szakaszának megállapítására, ha csak két érték is volt ismeretes. Általánosan azonban nem használható, mivel csak azokra az üvegekre érvényes, amelyeknek összetételei az empirikus eljárásnál számításba vett üvegek összetétel ingadozásain belül vannak.

Egy lineáris összefüggés alapját *D. F. Othmer* és *J. W. Conwell* [4] fektette le egy, a folyadékok viszkozitás-hőfok viszonyait tárgyaló munkájában. A kutatók feltételezték, hogy, míg az általános képlet E állandója a valóságban a görbe teljes szakaszán nem állandó, addig két különböző összetételű üvegnél a viszkozitások változásainak viszonya állandó. Eszerint

$$\frac{\Delta \log \eta}{\Delta \log \eta_1} = \frac{E}{E_1}.$$

Ezt az egyenletet a következő alakban írhatjuk:

$$\log \eta = \frac{E}{E_1} \log \eta_1 + A.$$

Ha tehát a két üveg E/E_1 viszonyának, azaz az aktiválási energiák viszonyának értéke a hőfoktól nem függ, akkor az egyik üveg viszkozitása egy másik üveg viszkozitási értékeihez viszonyítva a hőfok menetével linearitást mutat. Az ily módon szerkesztett diagrammban azonban a viszkozitás logaritmusos értékeihez tartozó hőfokskála, a »viszkozitáshőmérő« egyenlőtlen közű és így leolvasása a gyakorlatban igen pontatlan.

Ezt a hátrányt *A. K. Lyle* [3] úgy küszöbölte ki, hogy az ordinátán a hőfokbeosztást egyenletes közökkel, az abszcisszán a viszkozitás beosztását pedig eltorzítva helyezte el. A log η értékek megfelelő egyenetlen közű távolságait az 5. táblázat adja meg *Lyle* számításai alapján.

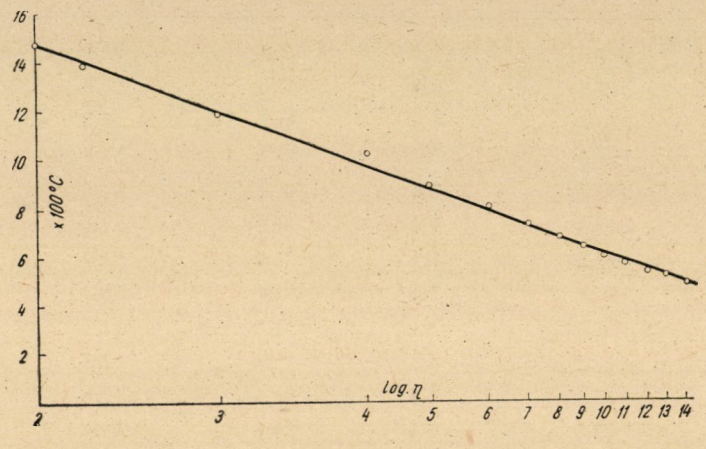
5. táblázat

log η	Beosztás	log η	Beosztás	log η	Beosztás
2,0	138,5	6,4	43,8	10,8	20,4
2,2	129,3	6,6	42,1	11,0	19,6
2,4	121,3	6,8	40,5	11,2	18,8
2,6	114,1	7,0	39,0	11,4	18,0
2,8	107,5	7,2	37,6	11,6	17,2
3,0	101,4	7,4	36,3	11,8	16,4
3,2	95,8	7,6	35,1	12,0	15,6
3,4	90,6	7,8	33,8	12,2	14,8
3,6	85,7	8,0	32,7	12,4	14,0
3,8	81,2	8,2	31,6	12,6	13,2
4,0	77,0	8,4	30,6	12,8	12,4
4,2	73,1	8,6	29,6	13,0	11,6
4,4	69,4	8,8	28,7	13,2	10,8
4,6	66,0	9,0	27,8	13,4	10,0
4,8	62,8	9,2	26,9	13,6	9,2
5,0	59,8	9,4	26,0	13,8	8,4
5,2	57,0	9,6	25,2	14,0	7,6
5,4	54,4	9,8	24,4	14,2	6,8
5,6	52,0	10,0	23,6	14,4	6,0
5,8	49,7	10,2	22,8	14,6	5,2
6,0	47,6	10,4	22,0	14,8	4,4
6,2	45,6	10,6	21,2	15,0	3,6

Ha tehát egy koordinátarendszerbe az ordinátán egyenletes közű hőfokbeosztást, az abszcisszán pedig a táblázat szerint megadott egyenlőtlen közöket visszük fel, akkor az üvegek viszkozitás-hőfok görbéje kiegyenesedik. A 2. ábrán egy híradástechnikai üveg, a magnézia üveg viszkozitási adatait szemléltetjük. Miként látjuk, a mérési pontok egy egyenes mentén szórnak.

A Lyle-féle eljárás a gyakorlatban előnyösen használható, mivel elegendő két viszkozitási érték meghatározása ahhoz, hogy az egyenes alapján a teljes viszkozitás-hőfok viszonyt megszerkeszthessük. Két, gyakorlati szempontból lényeges hátránya van azonban ennek az eljárásnak. Az egyik az, hogy alkal-

mazása csak azokra az üvegekre szorítkozik, amelyeknek fajsúlya 2,5 g/cm³ vagy ettől az értéktől nem nagyon eltérő. A másik hátrány pedig az, hogy nem küszöböli ki a viszkozitás mérését, mert két, biztonság kedvéért három ismert pontra van szükség. Lyle azt ajánlja, hogy ezek a pontok a kidolgozási, lágyulási és felső hűtési pontok legyenek, azaz azok a hőfokok, amelyeknél a viszkozitás 10^3, $10^{7,6}$ és $10^{13,4}$ poise. A lágyulási és hűtési hőfok meghatározására aránylag egyszerű vizsgálati készülék és eljárás áll rendelkezésünkre, a kidolgozási



2. ábra

hőfok meghatározása azonban csak torziós vagy platinagolyós viszkoziméterekkel végezhető el, amelyek költséges voltuk mellett igen bonyolultak és csak kezelésükben jártas kísérletezők részére adnak megbízható adatokat. Az egyenes vonal megszerkesztéséhez ugyan elvileg két pont is elegendő, ha azonban ezek a pontok a hűtési és lágyulási pontok, amelyek egymáshoz aránylag közel fekszenek, az azokon keresztül húzott vonal már csekély eltérés és pontatlanság mellett is jelentős különbségeket okoz a kis viszkozitások szakaszán. Ha pedig a viszkozitás 10^3 poise értékének meghatározására berendezkedtünk, és a kellő gyakorlatot megszereztük, nem indokolt az, hogy az üvegolvadék többi viszkozitási értékeit ne méréssel, hanem számítással állapítsuk meg.

A viszkozitás és a hőfok viszonyainak tanulmányozása közben sikerült igen egyszerű lineáris összefüggést megállapítanom. Eszerint a szilikátüvegek viszkozitása és hőfoka között lineáris összefüggést kapunk, ha egy diagramm ordinátájának a viszkozitás logaritmusos értékeit, abszcisszájának pedig az abszolút hőfok köbének reciprok értékeit választjuk. Mindkét beosztás egyenletes közű. Az egyenes iránya a különböző összetételű üvegeknél különböző. Ha tehát két egymástól messze fekvő viszkozitás értékét az összetétel alapján meg lehet számítással állapítani, akkor a $\log \eta - 1/T^3$ diagrammból a teljes viszkozitás-hőfok viszonya megállapítható.

Kiválasztott viszkozitási értékhez tartozó hőfok kiszámítására is sikerült egyszerű eljárást kidolgozni. Az eljárás a következő:

A számítandó üveg oxidösszetételéből kiszámítjuk a legmagasabbrendű szilikátok és a le nem kötött, szabad kovasav százalékos súlymennyiségét. Legyen az üveg összetétele

$$x\%\ Na_2O,\ y\%\ CaO,\ z\%\ MgO,\ u\%\ Al_2O_3,\ v\%\ SiO_2.$$

Miután $x\%$ Na_2O $0{,}973x\%$ SiO_2-vel, $y\%$ CaO $1{,}076y$ SiO_2-vel, $z\%$ MgO $1{,}505u\%$ SiO_2-vel és $u\%$ Al_2O_3 $0{,}592u\%$ SiO_2-vel egyesül monoszilikáttá, összesen

$$0{,}973x + 1{,}076y + 1{,}505z + 0{,}592u = v_1\ SiO_2$$

kötődött le és $v - v_1 = V\ SiO_2$ marad szabadon. Keletkezhetik tehát

$$x\ Na_2SiO_3 + y\ CaSiO_3 + z\ MgSiO_3 + u\ Al_2SiO_3 + V\ SiO_2.$$

Ezeket az értékeket százalékokra számítjuk át.

Ha V elegendő mennyiségű arra, hogy diszilikátokat képezzen, azaz v nagyobb, mint $2v_1$, de kisebb, mint $3v_1$, akkor az egyes oxidok nem egy, hanem két SiO_2-vel egyesülnek és a szabad kovasav $y - 2v_1 = V_1$. Az üveg legmagasabbrendű szilikátösszetétele ebben az esetben a következő:

$$x\ Na_2Si_2O_5 + y\ CaSi_2O_5 + z\ MgSi_2O_5 + u\ Al_2Si_2O_5 + V_1\ SiO_2,$$

amely értékeket százalékokra számítunk át. Ha pedig v nagyobb, mint $3v_1$, de kisebb, mint $4v_1$, akkor triszilikátok keletkeznek és az összetételt azokra számítjuk ki.

Az üvegek legmagasabbrendű szilikátokban kifejezett összetételére bármely viszkozitás értéknél a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$aX + bY + cZ + dU + V = t\ C^\circ,$$

amely képletben X, Y, Z, U és V a legmagasabbrendű szilikátok és a szabad SiO_2 súlyszázalékát, a, b, c, d a fajlagos viszkozitási állandókat jelenti. A fajlagos állandókat két szélső, 10^3 és 10^{12} poise értékekre a 6. táblázat adja meg. Néhány üveg számított értékeit, e két viszkozitási értékhez tartozó hőfokokat a 7. táblázat foglalja össze.

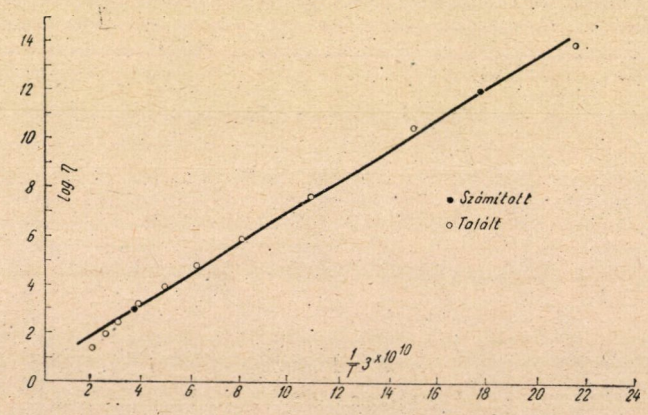
Ha a kiszámított két hőfokot $1/T^3$-ra számítjuk át és egy $\log \eta - 1/T^3$ diagrammba helyezzük, a két pontot összekötő egyenes az üveg viszkozitás értékét bármely hőfokon megadja (3. ábra).

6. táblázat

	10^3	10^{12}
$Na_2Si_2O_5$	6,19	4,51
$CaSi_2O_5$	12,33	10,41
$MgSi_2O_5$	21,0	17,97
$BaSi_2O_5$	6,4	0,3
$Al_2Si_2O_5$	8,64	9,23
SiO_2	15,02	4,81

7. táblázat

SiO_2	Na_2O	CaO	MgO	Al_2O_3	BaO	10^3 poise		10^{12} poise	
						számított	talált	számított	talált
74,1	23,0	2,9	—	—	—	1074°	1072°	500°	500°
73,2	19,4	7,4	—	—	—	1100°	1100°	553°	552°
74,9	13,0	12,1	—	—	—	1199°	1200°	613°	612°
75,0	22,1	—	2,5	—	—	1128°	1128°	517°	517°
72,1	20,6	—	—	6,8	—	1060°	1062°	528°	528°
72,0	16,0	7,0	—	2,0	2,0	1113°	1113°	553°	553°
72,5	17,7	5,1	3,6	1,1	—	1165°	1190°	658°	640°



3. ábra

A mono- és triszilikátokra érvényes fajlagos állandókat jelenleg nem lehet kiszámítani, mert e célból nincs elegendő mérési adat rendelkezésünkre. Ugyancsak nem lehet a képletben elő nem forduló szilikátalkatrészek fajlagos állandóit megállapítani. Az eljárást jelenleg tehát csak korlátozott mértékben lehet

alkalmazni, ha azonban a fajlagos állandók megállapítására a jövőben a kellő mérési adatok ismeretesek lesznek, minden üveg viszkozitás-hőfok viszonyát az oxid összetétel alapján mérés nélkül, tisztán számítási úton lehet megállapítani.

IRODALOM

1. *G. Gehlhoff* és *M. Thomas*, Ztschr. f. Techn. Phys. 1926. p. 105.
2. *M. V. Ohotin*, Steklo i Keramika, 1954. L. sz. p. 7.
3. *A. K. Lyle*, Ind. Eng. Chem., 1954. 1. sz., p. 166.
4. *D. F. Othmer* és *J. W. Conwell*, Ind. Eng. Chem., 1945. p. 1112.

Összefoglalás

Szerző ismerteti az üvegek viszkozitásának eddigi számítási módjait az oxidokban kifejezett vegyi összetétel alapján, a gyakorlati szempontokból fontos viszkozitási értékeknek megfelelő hőfokokat, ezen eljárások hátrányait, majd azokat a törekvéseket, amelyek a viszkozitás-hőfok függvényt lineárisan fejezik ki. Szerző ily lineáris összefüggést talált ólomoxid- és bórtrioxidmentes szilikátüvegekre a $\log \eta - 1/T^3$ összefüggés alapján. Ha ily üvegek összetételét a legmagasabb szilikátok és a jelenlevő le nem kötött kovasav százalékában fejezzük ki, olyan fajlagos állandókat állapíthatunk meg, amelyekkel két szélső, 10^3 és 10^{19} poise viszkozitáshoz tartozó hőfok kiszámítható. A két ismert, számított hőfok elegendő arra, hogy a $\log \eta - 1/T^3$ diagrammba a viszkozitás-hőfok görbét 10^2 és 10^{13} poise értékek között megrajzoljuk.

A NAGY NYOMÁS ÉS A NAGY SZÉLESEDÉS FOKOZOTTABB HASZNOSÍTÁSA A HENGERMŰBEN

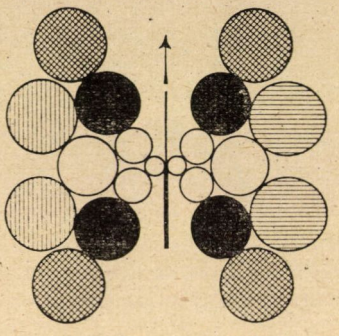
COTEL ERNŐ †
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1954. július 13-án]

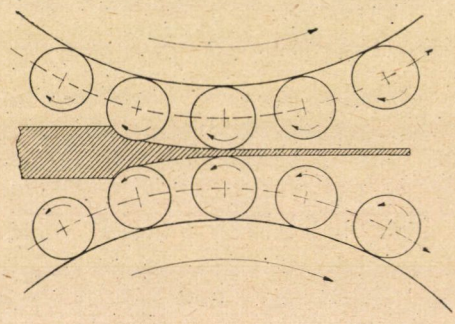
A nagy nyomásnak és a nagy szélesedésnek a mainál sokkal nagyobb jelentőséget lehetne, sőt kellene juttatni a hengerlés számos feladatcsoportjában. E sorok írója már akkor vallotta ezt a meggyőződését, mikor üzemi gyakorlatában rendkívül nagy (80%-os) nyomásokkal és a velük együttjáró nagy szélesedésekkel kísérletezett. A hengerlésről szóló magyar könyvében [1] említi ugyan ezeket a kísérleteket, de velük kapcsolatban nem hangoztatta a fokozottabb gyakorlati hasznosítás lehetőségét. Hogy most mégis foglalkozik evvel, arra az indítja, hogy a szakirodalom egyik legtekintélyesebb folyóirata a közelmúltban részletesen ismertette *T. Sendzimir bolygóhengeres meleghengerművét*, amelynek első példányát az 1953. év tavaszán indították meg az Északamerikai Egyesült Államokban a »Ductile Steels Ltd.« telepén Willenhall-ban [2]. Mielőtt rátérnénk ennek a bolygóhengeres rendszernek rövid leírására, ismernünk kell a Sendzimir rendszer múltját, illetőleg a már jó néhány éve óta bevált *Sendzimir-féle sokhengeres hideghengerlés* módszerét és berendezését is.

Az acélszalag legújabb hideghengerlő berendezéseit a támasztóhengerek nagy száma és a munkahengerek, a tulajdonképpeni nyújtóhengerek rendkívül kis átmérője jellemzi. Mind a két tényezőnek megvan a maga értelme és jelentősége. A vékony henger jobban nyújt, mint a vastag, a nagyobbszámú támasztóhenger pedig fokozottabb védelmet jelent a munkahenger behajlása ellen. A legújabb külföldi hideghengerlő berendezések munkahengereinek átmérője néha csak 40 milliméter, olykor még ennél is kevesebb. A támasztóhengerek száma pedig — nagyon széles szalag esetén — húsz is lehet. A támasztóhengerek vastagsága a munkahengertől való távolságok arányában növekszik, amint azt az 1. ábrán is láthatjuk. Nemcsak Sendzimir szerkesztett ilyen sokhengeres hideghengerlő berendezést, hanem más is, így pl. a német *H. Rohn* [3], de csak a Sendzimir konstrukciója terjedt el nagyobb mértékben. Az 1953. év végén Amerikában és Európa nyugati államaiban már több, mint 60 ilyen Sendzimir-féle hideghengerlő berendezés működött. Részletes ismertetésük *Theod. Dahl*-nak [3] és *Wallmann*-nak [4] alatt, idézett közleményében található. Itt csak annyit kell róla megjegyezni, hogy Sendzimir érdeme az acélszalag hideghengerlésének szabatossá tétele azzal, hogy *hengerlőberendezését szabatosan szerelt finom géppé*

alakította át, melynek egységeit alig lehet többé »állványok«-nak nevezni. *Sendzimir* ugyanis nem használ már semmiféle öntött állványt, hanem *a húsz darab hengert csapágyaikkal együtt egyetlen ötvözött acéltuskóból kimunkált foglalatban helyezi el.* Így biztosítja az állványt pótló foglalat, illetőleg hengerház maximális merevségét és pontos mérettartását. Persze ennek a szabatos gépszerűségnek — az üzemvitel szempontjából — hátrányai is vannak. Így például a nagyobb hengerlési sebesség és a nagy nyomás következtében erősen melegedő



1. ábra



2. ábra

vékony munkahengerek igen gyorsan kopnak és megdurvulnak. A munkahengereket éppen ezért nagyon gyakran kell cserélni, pedig anyaguk edzett krómacél, sőt néha vanádiumos volfrámacél. A hengerek hűtése is igen körülményes, pedig az erélyes hűtésre annál inkább szükség van, mert a hengerek között futó darab hőmérséklete a nagy nyomás következtében 50—100 C°-kal emelkedik. Rendkívül nagytömegű olajat (a fentebb idézett közlemény szerint 20 m^3-t óránként) kell a hűtésre folyamatosan mozgásban tartani. A hengerrésbe és a támasztóhengerek közeibe különleges szerkezet fecskendezi be az olajat.

Az 1. ábra* »fekete« hengereit külön hengerhajtó motor hajtja. A vékony munkahengerpárt viszont csak maga a motólák motorjától húzott acélszalag

* E tanulmány 1. és 2. ábráját szerző a Stahl und Eisen *73* (1953) kötetéből (642 l.) vette át.

viszi (húzóhengermű). A kis hengerlőgép oldalát — munkaközben — pontosan záró acélajtó fedi.

Az acélszalagnak így leírt Sendzimir-féle *hideghengerlő* berendezése jól bevált és valóban különös, hogy Sendzimir a szalagbugák *meleghengerlésére* ennek a módszernek fordítottját választotta ; méghozzá igen bonyolult megoldásban.

Az acélbugák *meleghengerlésének* Sendzimir-féle új megoldása ugyanis a következő. Az egyetlen támasztó hengerpárt a motor hajtja a hengerlés irányában, a vékony *bolygóhengerek* (vagyis a bugával érintkező tulajdonképpeni munkahengerek) pedig a támasztó hengerek felületén gördülnek, tehát a hengerlés irányával ellentétes irányban forognak. Ezt a különös helyzetet a 2. ábra világosan szemlélteti. Ennek az elrendezésnek állítólag az a célja, hogy egyszeri áteresztéssel is nagy fogyasztást lehessen elérni. (Alább látni fogjuk, hogy ugyancsak egyszeri áteresztéssel bolygóhengerek nélkül is elérhető a kívánt nagy magasságcsökkentés.) A magasságcsökkentés mértékét a támasztóhengerek és a bolygóhengerek átmérőinek aránya dönti el.

Nyilvánvaló persze, hogy az ilyen elrendezés a hengerlendő bugát csak úgy egyszerűen, minden beavatkozás nélkül, nem foghatja és nem húzhatja be, minthogy a bolygóhengerek említett forgásiránya inkább taszítja, semmint behúzza a darabot. Sendzimir tehát egy különálló, de ugyanabba az állványba beszerelt *betoló hengerpárt* helyez a bolygóhengeres pár *elé*, amelybe ez a hajtóhengerpár a bugát *belekényszeríti*. Így azután a bolygóhengeres hengerek szinte fogaskerekek módjára húzzák be maguk közé a darabot. A bolygóhengeres hengerpár *után* simító és fényező hengerpár következik.

A *Ductile Steel Ltd.* ilyen Sendzimir-féle meleghengerlő berendezésének támasztó hengerei 508 milliméter átmérőjűek, a 26 darab bolygóhenger átmérője pedig 50,8 mm, tehát egytizede a támasztó hengerek átmérőjének. A bolygóhengerek csapjait, illetőleg csapágyait közös keret foglalja össze, amely lehetővé teszi a bolygóhengerek olyan értelmű szinkronizálását, hogy azok — páronként — mindig egyazon függőleges síkban dolgozzanak, vagyis pontosan egymás fölé kerüljenek.

A fentiekben vázlatosan leírt berendezésen a Ductile Steels Ltd. 152 — 381 mm széles és 4,7 mm vastag acélszalagot hengerel. A szalag legkisebb készvastagsága 1 mm lehet. A buga kiinduló vastagsága 44,5 mm, hossza pedig 5 és 15 méter között változik. A 18 tagból álló, olajtüzelésű izzítókemence együttes hossza 34 méter. *Csak lágy acélt hengerelnek.* A támasztó hengerpárt 900 lóerős, a betoló hengerpárt pedig 30 lóerős motor hajtja. Bár a kész szalag vastagsága — a szélesség mentén — alig ingadozik, a szalag szélessége már nem elég egyenletes, úgy, hogy a kész szalagot szélezőgépen kell áthengerelni.

A fentiekből minden szakembernek nyilván az a benyomása, hogy Sendzimirnek az acélszalag meleghengerlésére vonatkozó ez a gondolata mesterkélt, sőt erőszakos megoldás, amelynek éppen ezért igen sok hátránya is kell, hogy

legyen, még akkor is, ha vele a folyamatos hengerlés általában sikerül. Mindenesetre ki kell itt emelni, hogy az idézett német ismertetés [2] írója: *G. Leder* megállapítja, hogy ennek a rendszernek egyik európai kísérlete nem sikerült, amit nem is nehéz elhinni. Az erőszakoltságot misem bizonyítja inkább, mint az a tény, hogy a támasztó hengerek felületén gördülő bolygóhengerek a hengerlés irányával ellentétes irányban forognak, tehát a darabot tulajdonképpen visszatolni igyekeznének. Ezért van szükség a külön betoló hengerpárra, amelynek 30 lóerős motorja a bugát mégis beerőszakolja a bolygóhengerek közé. Ezeknek a hajtóhengereknek (G. Leder »Treibwalzen«-nek nevezi) működtetése a fentebb említett buga- és szalagméterek esetében egyébként is egészen felesleges, mert a 44,5 mm vastag bugát 4 mm vastag acélszalaggá bolygó- és hajtóhengerek nélkül is lehet egy áteresztéssel hengerelni az 500—600 mm-es átmérőjű hengereken. Ezt alább egy, a Szovjetunióban végzett szabatos hengerlő kísérlet is bizonyítani fogja.

A Sendzimir-féle bolygóhengeres rendszer különös körülményességeit azért emeljük ki ennyire, hogy azokkal szembeállíthassuk szokásos, rendes hengerlőmódjainknak azokat az egyszerűbb eszközeit, amelyekkel — meggyőződésünk szerint — minden különösebb mellékberendezés nélkül is könnyen és biztosan hengerelhetjük az acélszalagot, sőt sok lemezlapka-fajtát is. Alább ezekről van szó.

A szóbanlevő Willenhalle-i berendezés hengerátmérője — bolygóhengerek nélkül — 508 mm, bolygóhengerekkel együtt pedig 609 mm; mellőzvén a tizedmillimétereket. Ha H a buga rúdvastagsága az áteresztés előtt, h pedig a készvastagság és D a hengerátmérő, akkor a befogás központi szögét

$$1 - \cos \alpha = \frac{H - h}{D}$$

alapján kapjuk meg. Így azután kitűnik, hogy a befogás szöge 508 mm-es átmérő esetében 22°, 609 mm-es átmérő esetében pedig 21°. Ez azt jelenti, hogy — ha csak a darab nem revés — *a kérdéses 44,5 mm vastag bugát azonos átmérőjű közönséges sima hengerek is feltétlenül behúzzák és zökkenés nélkül kihengerlik.* Ha valamivel nagyobb átmérőjű hengert választunk, a hengerlés persze még biztosabban fog menni. Az adott esetben tehát semmiféle bolygóhengeres rendszerre sincsen szükség. Az az állítólagos előny, hogy bolygóhengeres hengerlés esetén a kész acélszalag vastagságának csak 0,05 mm-nyi ingadozása van, nem a bolygórendszer következménye, hanem a rendkívül kicsiny hengerhosszúságé. Ilyen keskeny szalag hengerléséhez annyira rövid henger használható, hogy annak behajlása egészen minimális és számításon kívül hagyható. Az üzemi gyakorlat egyébként is azt bizonyítja, hogy a melegen hengerelt nyers acélszalag kisebb vastagságbeli ingadozásai a hideg készrehengerléskor a legcsekélyebb nehézséget sem okozzák és fokozatosan teljesen eltűnnek. Ezt maga a rendszer feltalálója, Sendzimir is kijelenti és elismeri [4].

Ha most már azt nézzük, hogy a hengerlés üzemi gyakorlatában mit, illetőleg mennyit lehet egyetlen áteresztésben elérni, úgy arra a legjobb példát *A. P. Vinogradov* és *T. A. Vinogradov*-nak a hengerek üregezéséről szóló könyvében találjuk [5]. Itt olvassuk, hogy *V. E. Grum—Grzsimajlo* professzor a Nejvo-Alapaevszkij-gyár acélhengerművében a következő hengerlési kísérletet végezte: »Lágy acélbugát pontosan 50×50 mm méretűre gyalultak, jól megmelegítették és 500 mm átmérőjű egymásra zárt hengerek között átbocsátották. Egyetlen szúrásban 50 mm-ről 3,5 mm-re nyomták le 75 mm szélességű rúddá; emellett még csak *nyoma se volt szakadásnak, vagy repedésnek, pedig a rudat sima hengereken hengerelték és oldalélei szabadon szélesedhettek.*« Hozzá teszi a közlés, hogy a kísérlet tökéletesen igazolja a tényt, hogy az acél — képlékenysége folytán — igen nagy nyomásokat (az adott esetben a magasságcsökkenés 93%-át), illetőleg nyújtásokat bír el, és hogy a kísérlet befogási szöge 24° 54' volt. Érdekes, hogy Grum-Grzsimajlo kísérletének méretviszonyai — mind a hengerek, mind a buga és a szalag méretei tekintetében — igen közel esnek a Willenhall-i szalaghengerlés méretviszonyaihoz, tehát határozott bizonyító erejük van.

Meg kell itt említenünk azt a tényt, hogy Grum-Grzsimajlo igazán rendkívül nagy nyomással végzett kísérletének tényleges szélesedése legjobban e sorok írója szélesedési képletének eredményével egyezik. Ez a képlet, melyet az utóbbi években a szakirodalom több helyen közölt és ismertetett [6, 7, 8] a következő:

$$B_1 = B + 0{,}06 \frac{D}{H} \cdot (H - h),$$

ahol B_1 az áteresztés utáni rúdszélességet,
B az áteresztés előtti rúdszélességet,
H az áteresztés előtti rúdmagasságot,
D pedig a hengerátmérőt jelenti.

Ha ebbe a képletbe behelyettesítjük *Grum-Grzsimajlo* említett kísérletének megfelelő adatait, akkor

$$B_1 = 50 + 0{,}06 \frac{550}{50} \cdot (50 - 3{,}5) = 77 \text{ mm}$$

kész *rúdszélességet kapunk a kísérletnek 75 mm-es tényleges rúdszélességével szemben*, ami ilyen rendkívül nagy nyomás mellett igen jó egyezésnek tekinthető.

E. Siebel általánosan ismert és rendes üzemi nyomások esetében jól bevált képlete:

$$B_1 = B + 0{,}35 \sqrt{\frac{D}{2}(H - h)} \cdot \frac{H - h}{H}$$

Grum-Grzsimajlo kísérleti adataival 85 mm-es rúdszélességet adna, ami már igen nagy különbséget jelent a valódi rúdszélességtől.

Az ugyancsak széles körben ismert és régebben gyakran használt *H. Sedlaczek*-féle szélesedési képlet :

$$B_1 = B + \frac{H - h}{6} \cdot \sqrt{\frac{r}{H}}$$

a szovjet kutató kísérleteivel számolva 67 mm-es rúdszélességet, vagyis a valóságtól ugyanakkora eltérést adna, mint Siebel képlete, de negatív előjellel. Hogy Sedlaczek képlete a hengerlési feladatok legtöbbjében a ténylegesnél általában mindig kisebb értékeket ad, arra szerző már korábbi munkái során is rámutatott.

L. Geuze képlete a szovjet hengerlési kísérletből

$$B_1 = 50 + 0{,}35\,(50 - 3{,}5) = 66 \text{ mm-es}$$

rúdszélességet, vagyis Sedlaczek eredményénél is kevesebbet ad. E sorok írója korábban Geuze képletéről is kimutatta, hogy

35—70% magasságcsökkentéskor csak 0,5 $(H - h)$-val és

70—90% magasságcsökkentéskor csak 0,6 $(H - h)$-val adhat helyes eredményt [8]. A tárgyalt kísérlet adataival a Geuze-féle képlet csakugyan 0,6 tényezővel adja az elfogadhatóan egyező

$$B_1 = 50 + 0{,}6\,(50 - 3{,}5) = 77{,}9 \text{ mm-es}$$

kész rúdszélességet.

Ha most már visszatérünk az acélszalag meleghengerlésének kérdésére, meg kell állapítanunk, hogy egyetlen áteresztésben mekkora hengerátmérővel és milyen kiinduló szelvénymérettel lehet a kívánt szalagszélességet biztosítani. E sorok írójának idézett képlete :

$$B_1 = B + 0{,}06\,\frac{D}{H}\,(H - h)$$

az elmondottak alapján alkalmas arra, hogy avval ezeket a kívánt adatokat meghatározhassuk. Hogy Grum-Grzsimajlo kísérletének bizonyító erejét mindjárt értékesíthessük, tegyük fel, hogy 50 mm-es négyzetes lágy acélbugából 80×2 mm méretű melegen hengerelt acélszalagot akarunk egyetlen áteresztésben gyártani. Ebben az esetben tehát

$$B_1 - B = 30 \text{ mm}$$

$$H - h = 48 \text{ mm és } H = 50 \text{ mm}$$

értékeket kell a képletbe helyettesíteni, hogy a keresett átmérőhöz juthassunk.

A megfelelően rendezett képlet

$$D = \frac{(B_1 - B)\,H}{0{,}06\,(H - h)}$$

az adott hengerlési feladat esetében

$$D = \frac{30 \cdot 50}{0{,}06 \cdot 48} = 520 \text{ mm-es},$$

illetőleg a legközelebbi szokásos nagyobb hengerátmérőre kiegészítve *550 mm-es hengerátmérőhöz jutunk.* Minden más szempontból is jobb, ha a hengerátmérő valamivel nagyobb az éppen szükségesnél ; itt főleg a nagyobb szélesítő hatás miatt.

Második példa gyanánt tegyük fel a kérdést, hogy 650 mm-es hengerátmérőnek mekkora a szélesítő hatása 65 mm-es négyzetes lágy acélbugára, ha egyetlen áteresztésben 3 mm-es szalagvastagságra akarjuk kihengerelni. Ebben az esetben a képlet alapján

$$B_1 - B = 0{,}06\,\frac{650}{65} \cdot (65 - 3) = 37 \text{ mm-es}$$

szélességnövekedéshez jutunk, vagyis *az eredetileg 65 mm szélességű buga kereken 100 mm-es kész szalagszélességet ad egyetlen áteresztésben.*

Ha ellenőrizzük, hogy a henger ezt a bugaméretet jól behúzza-e, akkor a már említett módon megállapítjuk a befogás központi szögét, amely az adott esetben

$$1 - \cos\,\alpha = \frac{65 - 3}{650} = 0{,}095$$

vagyis a befogás szöge 25° lesz, ami már kritikus érték ugyan, de majdnem pontosan ilyen központi szöggel Grum-Grzsimajlo kísérlete egészen simán ment. Ha — mondjuk — 700 mm-es hengerátmérőt választunk, bizonyos, hogy a henger még biztosabban húzza be a bugát.

Ha bugából (lehetőleg blokkbugából) lemezlapkát, platinát akarunk egyetlen áteresztésben hengerelni, akkor persze nagy átmérőjű hengerekre, helyesebben tárcsákra van szükség, de ha a bugaszelvényt előnyösen választhatjuk, akkor a henger, illetőleg a tárcsa átmérője ebben az esetben sem lesz túl nagy. Tegyük fel például, hogy a

200 × 10 mm-es méretű lemezlapkát

120 × 100 mm-es méretű bugából

akarjuk egyetlen áteresztésben kihengerelni, vagyis $B = 120$, $H = 100$, $B_1 - B = 80$, $H - h = 90$ értékkel kerüljön számításba. A többször idézett képletből a hengerátmérő

$$D = \frac{(B_1 - B)\,H}{0{,}07\,(H - h)},$$

illetőleg az adott esetre:

$$D = \frac{80 \cdot 100}{0{,}07 \cdot 90} \cong 1270 \text{ mm}$$

értéket ad. (700 mm-nél nagyobb átmérők esetében 0,06 helyett 0,07 tényezőt kell használni [8]). Ez mindenesetre a szokásos hengerátmérők maximumát jelenti és egyben tekintélyes munkafogyasztást is, de minthogy itt inkább 350—400 mm széles tárcsáról, mint hengerről volna szó, az időegységenkénti termelés pedig megsokszorozódnék, úgy véljük, hogy ezzel a módszerrel érdemes lenne kísérletet végezni.

Nézzük most azt a kérdést, hogyha ezzel az 1270 mm átmérőjű hengerrel, illetőleg tárcsával dolgozunk, milyen kezdő szélessége kell legyen a 100 mm vastag bugának, hogy belőle egyetlen áteresztéssel 200×20 mm méretű lemezlapkát kaphassunk. A képlet most úgy alakul, hogy

$$B = 200 - 0{,}07\,\frac{1270}{100}\,80,$$

ami 129, kereken 130 mm-es kiinduló bugaszélességet ad.

Ezeknél a nagy átmérőknél és *viszonylag* kis vastagságú bugáknál alig van szükség a befogás szögének előzetes meghatározására, mert kétségtelen, hogy az ilyen esetekben mindig a kritikus érték alatt marad. Ha mégis kiszámítjuk, akkor kitűnik, hogy a lemezlapka hengerlésének első példájában $(1 - \cos \alpha)$ értéke

$$\frac{90}{1270} = 0{,}071,$$

a másodikban pedig

$$\frac{80}{1270} = 0{,}063,$$

ami az első példában nem egészen 22°-ot, a másodikban nem egészen 21°-os központi szöget jelent.

Mindaz, amiről a fentebbiekben az acélszalag egyszúrásos meleghengerlésével kapcsolatban — mint lehetőségről — szó volt, a keskeny szalag, az abroncs

hengerlésekor könnyen kipróbálható az üzemben levő változatlan hengersorokon. Más a helyzet a szélesebb szalagok és a lemezlapkák tekintetében. Itt a kísérleti munkához a meglevő hengersorok kisebb-nagyobb változtatására lenne szükség, ami megfelelő befektetést is kívánna. De egyszerű tájékoztató előkísérletek minden további változtatás nélkül ezen a területen is lehetségesek. A szerző saját gyakorlatából például megemlíti azt a példát, amikor kísérletképpen 100×100 mm méretű négyzetes bugát 5000 lóerős reverzáló hengersor 750 mm átmérőjű hengerei között egyetlen áteresztésben 15 mm-re nyomtak le, amikoris a kész rúd 145 mm széles lett. Az 5000 lóerős hajtógép a legnagyobb könnyedséggel vitte az igen erősen nyomott darabot. Már ez a 145×15 mm méret is lemezlapka méretnek számít, kétségtelen, hogy kissé szélesebb bugából indulva a 200 mm-es lapkaszélesség is biztosan elérhető, főleg, ha a hengerátmérő valamivel nagyobb, mint az említett 750 mm. Hasonló előzetes lapkahengerlő kísérletre a durvalemez hengerléséhez használt nagyátmérőjű sima hengerek bizonyára a legalkalmasabbak.

IRODALOM

1. *Cotel Ernő:* A hengerlés alapelvei. Sopron, 1928. 39. 1.
2. *Georg Leder:* Planeten-Warmwalzwerk für Stahlband. Stahl und Eisen 1954. évf. 295. oldal.
3. *Th. Dahl:* Derzeitiger Walzwerksbau im In- und Auslande. Stahl und Eisen 1951. évf. 229/224. oldal.
4. *K. Wallmann:* Neuerungen auf dem Gebiete des Kaltwalzens. Stahl und Eisen 1953. évf. 639/646. oldal.
5. *T. A. Vinogradov:* Hengerműi hengerek üregezése, Nehézipari Könyvkiadó Bpest, 1951. 10. oldal.
6. *Cotel E.:* Nagy hengerátmérők és nagy nyomások hatása a rúd szélesedésére, Bány. és Koh. Lapok 1946. évf. 1. sz.
7. *Cotel, E.:* Neuere Zusammenhänge in der Berechnung des Breitens. Stahl u. Eisen 1950. évf. 26. sz.
8. *Cotel, E.:* Die Grundlagen des Walzens. Halle 1953. 3. kiadás 42—51. oldal.

Összefoglalás

Abból az alkalomból, hogy az Északamerikai Egyesült Államokban acélszalag melleghengerlésének céljára Sendzimir-féle igen bonyolult bolygóhengeres hengerlőberendezést használnak, szerző a mások és saját kísérletei alapján bizonyítani óhajtja, hogy ilyen és hasonló feladatok minden bonyolult bolygóhengeres rendszer nélkül is jól megoldhatók. Szélesedési képlete alapján is rámutat ezekre a lehetőségekre.

A FELÜLET ÉRDESSÉGÉNEK HATÁSA CENTRIFUGÁLIS SZELLŐZŐK TELJESÍTMÉNY-JELLEMZŐIRE

KURUTZ IMRE

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM ÁRAMLÁSTANI TANSZÉKE

[Beérkezett 1954. július 29-én]

Az áramlástechnikai gépek járókerekében keletkező nyomásveszteségek összefüggésben vannak azon felületek érdességével, melyek mentén a közeg áramlik. Mivel a veszteségek közelítőleg az áramlás sebességének négyzetével, a dinamikai nyomással arányosak, a veszteségek szempontjából a gép azon elemeinek érdessége jelentős, melyek mentén a közeg nagy sebességgel áramlik. Centrifugális szellőzőknél tehát elsősorban a járókerék-lapátok érdességével kell behatóan foglalkoznunk, mert ezek mentén nagy a relatív sebesség. Mértékadó sebességként így a belépő sebességi háromszögből meghatározható w_1 relatív sebességet vehetjük.

A nyomásveszteséget a dinamikai nyomás, s egy méretnélküli veszteségtényező, ζ szorzataként adhatjuk meg:

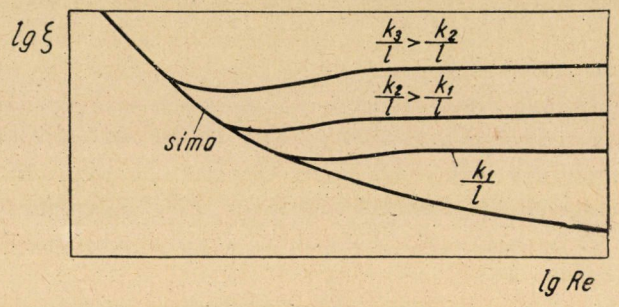
$$\Delta p = \zeta \frac{\varrho}{2} w_1^2.$$

Ez a tényező — turbulens áramlásnál — a Reynolds-szám és a felületi érdesség függvénye.

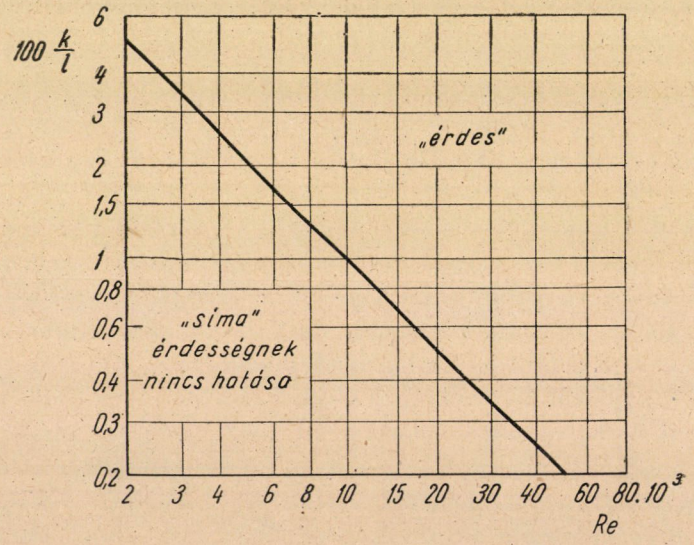
A felületek mentén kialakuló határréteg két részből áll: egy vastagabb turbulens rétegből, s közvetlenül a fal mentén egy vékony, lamináris rétegből. Ez utóbbi annál vékonyabb, minél nagyobb az áramlás Reynolds-száma. Ha a Reynolds-szám egy bizonyos határérték alatt marad, az érdességet okozó szemcsék még nem emelkednek ki a fal menti lamináris rétegből. Ekkor a veszteségtényező — függetlenül az érdességtől — megegyezik a sima felületre érvényes értékkel. Növekvő Reynolds-számnál a fal menti lamináris réteg vékonyabbá lesz, s a szemcsék már beleérnek a turbulens határrétegbe, ilyen módon befolyásolva a veszteségtényezőt, melynek értéke egy átmeneti szakasz után már független a Reynolds-számtól. A változás jellegét az 1. ábrán mutatjuk be, az egyes görbék mellett paraméterként a relatív érdességet, $\frac{k}{l}$-t adjuk meg, ahol k a szemcsenagyság, l az áramlásra jellemző méret, esetünkben a lapát hossza az áramlás irányában mérve, a Reynolds-szám pedig $\mathrm{Re} = \frac{w_1 l}{\nu}$; ahol ν a kinematikai viszkozitás.

Az ábra szerinti összefüggés ζ és Re között homokkal érdesített csövekre érvényes, midőn az érdességet okozó szemcsék sűrűn egymás mellett helyezkednek el.

Az ábrából minden egyes relatív érdességhez megállapíthatjuk azt a Reynolds-számot, mely alatt áramlástani szempontból simának tekinthető az érdes felület is. Az így kapott határértékeket a 2. ábrán vittük fel logaritmusos léptékben. Határgörbeként így egyenes adódik, mely megfelel a $\frac{k}{l}\,\mathrm{Re} = \text{const.}$ összefüggésnek.



1. ábra



2. ábra

Ezt tovább átalakítva:

$$\frac{k}{l}\,\mathrm{Re} = \frac{k}{l}\,\frac{w_1 l}{\nu} = \frac{w_1 k}{\nu} = \mathrm{Re}_s,$$

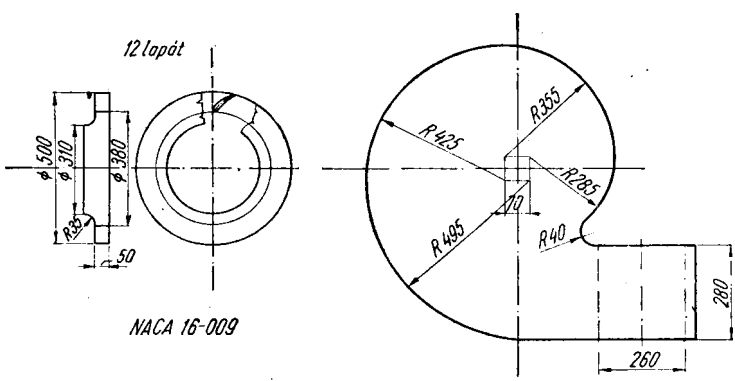
az érdességre vonatkoztatott Reynolds-szám adódik. Átlagos értékként megállapítható, hogy a határ $Re_s = 100$ körül van, vagyis $Re_s < 100$ esetén a fal vagy lapát áramlástani szempontból simának tekinthető [1].

Hengerelt lemeznél és megmunkált felületeknél a veszteségtényező és a Reynolds-szám közti összefüggés jellege bizonyos mértékig eltér az 1. ábrán feltüntetettől. Ez esetben nem adható meg éles határérték az áramlástani szempontból sima és az érdes felület Reynolds-száma között. Ilyen felületeknél is szokásos azonban — a veszteségtényező számításához — az egyenértékű homokérdesség megadása.

A következőkben néhány tájékoztató érdességi számértéket közlünk részben irodalmi adatok [2], részben a felületi simaságra vonatkozó szabvány [3] alapján:

öntött bronz, sima	$k \approx 0{,}055$ mm
hengerelt lemez	0,010—0,05 mm
simító megmunkálás	0,006 mm
finom megmunkálás	0,002 mm
fényesítés	0,0004 mm.

A fentiek alapján esetenként eldönthető, hogy szükséges-e adott üzemi viszonyok mellett dolgozó gépnél a felületi finomságot fokozni, vagy — mivel $Re_s < 100$ — a további megmunkálás már nem vezethet eredményre.

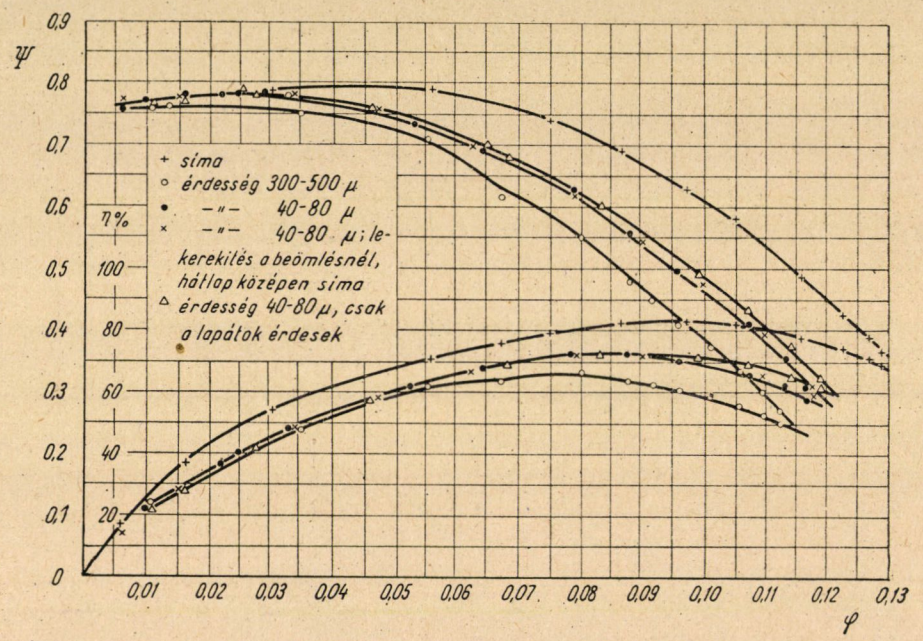


3. ábra

Az Áramlástani Tanszék centrifugális szellőzőkkel folytatott kísérleteinek keretében vizsgálatokat végeztünk annak megállapítására, hogy milyen hatással van a járókerék belső felületének és a lapátoknak érdesítése a gépen átáramló levegőmennyiségre, s a létesített össznyomásnövekedésre.

Kísérleteinket egy, viszonylag nagy levegőmennyiséget szállító, múlt év folyamán kidolgozott szellőzőnkkel végeztük. A járókerék méreteit a 3. ábrán tüntettük fel. A járókerék állandó szélességű. A levegő sebessége a járókerékbe

történő belépéstől a lapátozás kezdetének eléréséig átlagosan 26,5%-kal növekszik. A járókerék lekerekítési sugara a beömlésnél $R = 0{,}113\ D_0$. Ezek biztosítják a leválás elkerülését a levegő tengelyirányából sugárirányba való átterelésekor. A járókerékben 12—NACA 16—009 szelvényű lapát van. A választott szelvény előnye — az alkalmas sebességmegoszláson kívül — az is, hogy legnagyobb vastagsága aránylag hátul, a vázvonal 50%-ánál van. (Ellentétben a szokásos 30% körüli értékkel.) Így előnyösebben helyezhetők el a lapátokat a járókerékbe rögzítő csapok.



4. ábra

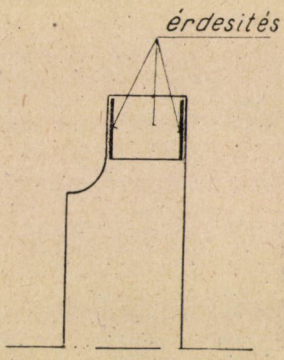
A mérés elrendezése megegyezett az eddigi kísérleteinknél alkalmazottal: a szellőzőn átáramló levegő mennyiségét beszívó mérőperemmel mértük, a fojtást a csigaházhoz csatlakozó kifúvócső végén helyeztük el. Az össznyomásnövekedést a statikai nyomások szívó- és nyomócsonk közt mért különbségéből, s a szállított mennyiségből meghatározható dinamikai nyomásokból számítottuk. A szellőző forgatásához szükséges nyomatékot csapágyazott, könnyen billenő állórészű motorral mértük, melynek karja Berkel-rendszerű mérlegre támaszkodott. A teljesítményt az így mért nyomatékból és a fordulatszámból számítottuk.

A járókerék lapátjai — tekintettel a könnyű megmunkálhatóságra — fából készültek. Első kísérletünknél a lapátok felülete fényezve volt, a továbbiakban üvegpapír bevonatot ragasztottunk fel érdesítésként.

Méréseinket $n = 1700$/min fordulatszámnál végetük. A szállított mennyiséget a $\varphi = \frac{V}{\frac{D_2^2 \pi}{4} u_2}$: a létesített össznyomásnövekedést a $\psi = \frac{\Delta p_ö}{\frac{\varrho}{2} u_2^2}$ tényezővel adjuk meg.

A mérési eredményeket : ψ-t és η-t φ függvényében a 4. ábrán tüntettük fel.

Fényezett lapátokkal igen jó eredményt sikerült elérnünk. A legnagyobb hatásfok $\eta = 82{,}8\%$ volt, melynél jobb értéket eddigi kísérleteink során még nem mértünk. Külön kiemelendőnek tartjuk, hogy a hatásfokgörbe igen lapos.



5. ábra

Így a ventilátor tág határok között, különböző üzemi viszonyoknál is jó hatásfokkal működtethető. A hatásfok 80% fölött van $\varphi = 0{,}079$ és $\varphi = 0{,}111$ között, ami az optimális $\varphi = 0{,}097$-hez viszonyítva -10%, illetve $+14\%$ eltérést jelent.

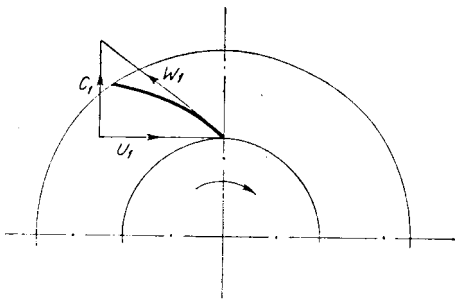
Következő mérésünknél a lapátokat üvegpapírral vontuk be. A szemcsenagyság 300 és 500 μ között volt (4. sz. üvegpapír). Ugyanilyen bevonattal láttuk el a járókerék elő- és hátlapjának belső, az áramló levegővel érintkező felületét is. A mérési eredmények azt mutatták, hogy azonos szállított levegőmennyiségnél (azonos φ), a létesített össznyomás (ψ) jelentősen csökken, s természetesen csökken a hatásfok is.

A harmadik mérésnél az üvegpapír-bevonat finomabb szemcseméretű volt : 40 és 80 μ között (1. sz. üvegpapír). Azonos levegőszállításnál az össznyomás a sima és durvább szemcséjű üvegpapírral bevont járókerékkel mért értékek közé esett.

Figyelemre méltó, hogy a különböző érdességekhez tartozó jellemző görbék a szellőző fojtásakor, tehát φ csökkenésekor egymáshoz közelednek, s $\varphi = 0{,}01$ körül gyakorlatilag már együtt futnak. Ennek magyarázata az, hogy az érdesség folytán bekövetkező össznyomáscsökkenés nagysága a lapátok menti relatív sebesség függvénye. Csökkenő levegőszállításnál a relatív sebesség is csökken, s a veszteségekben mutatkozó különbség a mérésnél már nem jelentkezik.

Az érdesség növelése azon felül, hogy azonos levegőszállításnál az összenyomás csökken s így a jellemző görbe meredekebb lesz, azt is eredményezi, hogy a (jelentősen csökkentett) maximális hatásfoknak megfelelő pont balra, kisebb φ értékek felé tolódik.

Nagyobb mérvű érdességgel a gyakorlatban akkor számolhatunk, ha a járókerék öntött kivitelben készül. (Pl. szivattyúknál.) Ebben az esetben lehetőség nyílik arra, hogy az előlapot a beömlési lekerekítésnél, s a hátlap középső részét a lapátozáson belül megmunkálják. Annak tisztázására, hogy ez a megmunkálás indokolt-e, az 1. sz. üvegpapírral bevont járókerékről a bevonatot a fentieknek megfelelően (5. ábra) eltávolítottuk. Méréseink azt mutatták,



6. ábra

hogy a nagy φ tényezőknél mutatkozó csekély mértékű hatásfok-javulás a mérési pontosságot alig haladja meg.

Észrevehető javulás mutatkozott akkor, midőn az érdes bevonatot az egész elő- és hátlapról eltávolítottuk, s csak a lapátok felülete volt érdes. Mindamellett látható — mint az várható is volt —, hogy a veszteséget főként a lapátok érdessége okozza.

Az alábbiakban táblázatosan összefoglaljuk az egyes változatoknál mért legnagyobb hatásfokokat, s az azokhoz tartozó φ és ψ értékeket.

	η_{max}	φ	ψ
Fényezett	82,8	0,097	0,63
Szemcsenagyság 40—80 μ ..	72,0	0,083	0,59
Szemcsenagyság 300—500 μ	66,2	0,077	0,57
Szemcsenagyság 40— 80 μ; beömlési lekerekítés, hátlap középen sima.....	72,0	0,085	0,585
Szemcsenagyság 40—80 μ; csak a lapátok érdesek ...	72,5	0,090	0,56

A következőkben a $Re_s \leq 100$ feltételt alapul véve meghatározzuk a megengedhető érdességet. Mértékadó sebességként a belépő sebességi három-

szögből számított relatív sebességet (w_1) vesszük számításba (6. ábra). (A relatív sebesség a járókeréken való átáramlás közben belépéstől kilépésig nem változik lényegesen.) A számítást a fényezett lapátozású kerék legjobb hatásfoknak megfelelő üzemállapotára végezzük el.

Perdületmentes belépéskor: $w_1 = (c_{1m}^2 + u_1^2)^{1/2}$.

$$\text{A kerületi sebesség: } u_1 = \frac{D_1 \pi n}{60} = \frac{0{,}38 \cdot \pi \cdot 1700}{60} = 33{,}85 \text{ m/s}.$$

$$\text{A meridiánsebesség: } c_{1m} = \frac{1{,}02V}{D_1 \pi b} \quad \frac{1{,}02 \cdot 0{,}848}{0{,}38 \cdot \pi \cdot 0{,}05} = 14{,}5 \text{ m/s:}$$

$$\text{ugyanis } V = \frac{D_2^2 \pi}{4} u_2 \varphi = \frac{0{,}5^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{0{,}5 \cdot \pi \cdot 1700}{60} \cdot 0{,}097 = 0{,}848 \text{ m}^3/\text{s}$$

és 2% résveszteséget veszünk fel.

A fenti adatokkal:

$$w_1 = (14{,}5^2 + 33{,}85^2)^{1/2} = 36{,}85 \text{ m/s}.$$

A megengedhető szemcsenagyság tehát — normál állapotú levegőt tételezve fel, melyre $\nu = 14{,}4 \cdot 10^{-6}$ m²/s — Re_s kifejezéséből:

$$k_{max} = \frac{100\nu}{w_1} = \frac{100 \cdot 14{,}4 \cdot 10^{-6}}{36{,}85} = 39{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 40\mu.$$

A méréseinknél használt finomabb üvegpapír szemcsenagysága 40—80 μ között volt. Mivel valószínű, hogy egyes szemcsék az üvegpapíron egymásra ragadtak, az érdesség 80 μ-nál is nagyobb, a megengedettet meghaladó mértékű volt.

Vizsgáljuk meg, hogy egy — a kísérleteknél használthoz geometriailag hasonló — ventilátorban, melynek járókerék átmérője: $D_2 = 2$ m, az üzemi fordulatszám: $n = 720$/min, mekkora a megengedhető érdesség. A ventilátorral szállított levegő mennyisége: $V = 82\,600$ m³/óra, a létesített össznyomásnövekedés: $\Delta p_{ö} = 223{,}5$ kg/m² értékre adódik. A relatív sebesség a belépésnél: $w_1 = 62{,}25$ m/s lesz. A megengedhető szemcsenagyság — az előbbiek szerint számolva:

$$k_{max} = \frac{100\nu}{w_1} = \frac{100 \cdot 14{,}4 \cdot 10^{-6}}{62{,}25} = 23{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 23\mu.$$

Az eredmény arra figyelmeztet, hogy nagyméretű ventilátorok lapátjainak simaságára már gondot kell fordítani, mert a megengedhető érdesség a hengerelt

lemez egyenértékű homok-érdességének tartományába esik. Feltehető azonban, hogy a lemez felületének a homok-érdességtől eltérő volta, a kevéssé határozott átmenet miatt még nem kell jelentős hatásfokcsökkenéssel s a jellemző görbe megváltozásával számolni.

Hasonló számítást végezhetünk egy vízszivattyúra is. Legyen a járókerék átmérője: $D_2 = 0{,}3$ m, a fordulatszám: $n = 1440/\text{min}$. Feltételezzük, hogy a szivattyú járókereke geometriailag hasonló a kísérleti ventilátor járókerekéhez. A szállított víz mennyisége: $V = 0{,}155$ m³/s, az emelőmagasság: $H = 16{,}4$ m. A belépő relatív sebesség $w_1 = 18{,}66$ m/s-re adódik. A megengedhető szemcsenagyság — a vízre vonatkozó $\nu = 1{,}3 \cdot 10^{-6}$ m²/s érték figyelembevételével:

$$k_{\max} = \frac{100\nu}{w_1} = \frac{100 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-6}}{18{,}66} = 6{,}97 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \approx 7\mu$$

Mivel a járókerék anyagául használt öntött bronz érdessége kb. 55 μ, s így messze meghaladja a kritikus értéket, a hatásfok nagyobb mértékű csökkenésével s a jellemző görbe lefelé tolódásával kell számolnunk.

IRODALOM

1. *H. Schlichting:* Grenzschicht-Theorie. 1951.
2. *E. Sörensen:* Wandrauhigkeitseinfluss bei Strömungsmaschinen. Forschung Bd. 8.
3. A felületi finomságok osztályozása. MNOSz 4722—51.

Összefoglalás

Vizsgálataink eredményeképpen azt állapíthatjuk meg, hogy a felület érdessége jelentős mértékben befolyásolhatja a szellőzők teljesítményeit és gazdaságosságát. A lapátozás anyagaként alkalmazott hengerelt lemez érdessége azonban még nagy méretek, s így nagy Reynolds-számok esetén is éppen, hogy eléri a megengedhető értéket. Vízszivattyúk esetében a szokásos gyártási eljárással készült öntött bronz járókerék felületi érdessége jóval meghaladja a megengedett mértéket, s így teljesen megmunkált járókerekek alkalmazása esetén jobb hatásfokra számíthatunk.

A VAS-SZÉN-RENDSZER EGYENSÚLYI VISZONYAI

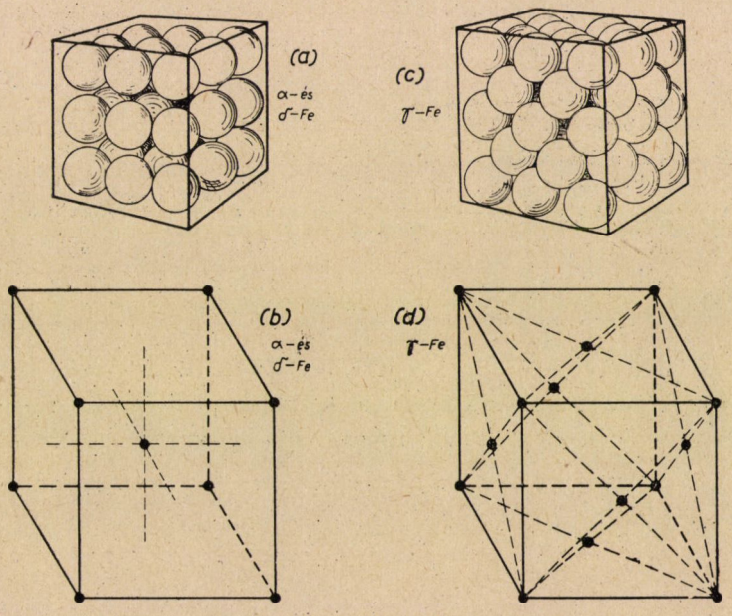
HORVÁTH ZOLTÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, FÉMKOHÁSZATI TANSZÉK, MISKOLC

[Beérkezett 1954. szeptember 10.]

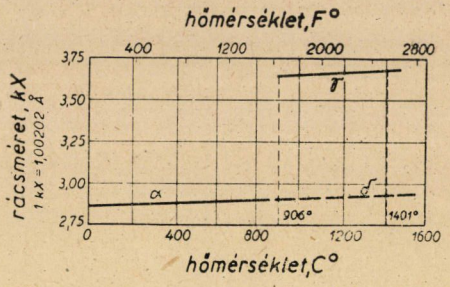
A vas a vasféleségeknek és a vasötvözeteknek az alapanyaga. Atomsúlya 55,85, rendszáma 26. Több allotróp módosulatát ismerjük. Az egyik a térben középpontos α- és δ-vas, a másik a felületen középpontos γ-vas (1. ábra). A közön-



1. *ábra.* A térben középpontos α- és δ-vas, valamint a felületen középpontos γ-vas. Metals Handbook, 1948. 423. oldal, 1. ábra.

séges hőmérsékleten stabilis α-vas alacsonyabb hőmérsékleten ferromágneses, 760 C°-on azonban nem mágneses α-vassá (β-Fe) alakul át. A γ-vas 906 C°-tól 1401 C°-ig stabilis, efölött a hőmérséklet fölött a vas olvadáspontjáig a δ-vasnak nevezett módosulattal van dolgunk. A különféle vasmódosulatok rácsméretének a hőmérséklettel való változását a 2. ábra szemlélteti. Ebből láthatjuk, hogy a δ-vas rácsszerkezete ugyanolyan, mint az α-vasé, rácsméretei a hőokozta tágulás

következtében nagyobbak. Az átalakulás szokásos jelölését, hőmérsékletét és az átalakulásnál bekövetkező entalpiaváltozást az 1. táblázat mutatja.

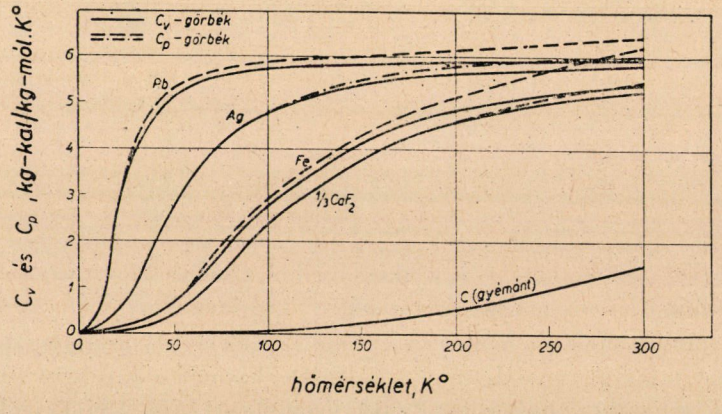


2. *ábra.* Különféle vasmódosulatok rácsméretének a hőmérséklettel való változása. Metals Handbook, 1948. 424. oldal, 2. ábra

1. táblázat

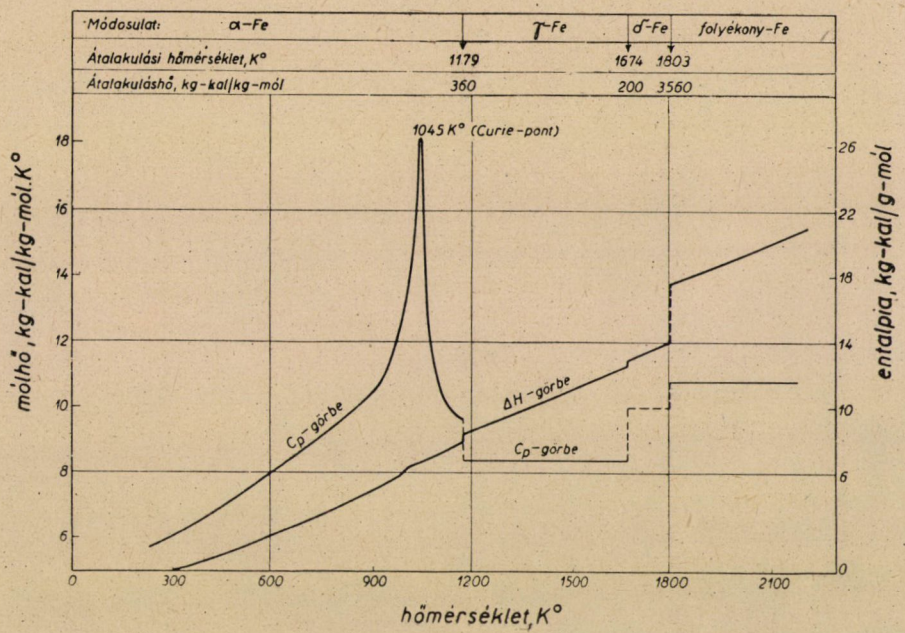
Az átalakulás			Entalpiaváltozás az átalakulásnál, kg-kal/kg-mól
jele	leírása	hőmérséklete, C°	
A_2	mágneses α-Fe→nem mágneses α-Fe(β-Fe)	760	660
A_3	nem mágneses α-Fe (β-Fe)→γ-Fe	906	220
A_4	γ-Fe→δ-Fe	1401	280
	olvadás	1539	3650
	forrás	2750	84200

A vas állandó nyomásra vonatkoztatott fajhőjének a hőmérséklettel való változását 300 K° alatt a 3. ábra mutatja. A 4. ábra pedig azt szemlélteti, hogy a különféle vasmódosulatok állandó nyomásra vonatkoztatott fajhője 300 K°



3. *ábra.* A vas állandó nyomásra vonatkoztatott fajhőjének a hőmérséklettel való változása. H. Ulich: Kurzes Lehrbuch der physikalischen Chemie. 33. oldal, 4. ábra

felett hogyan változik a hőmérséklettel. Ugyanez az ábra a különféle vasmódosulatok entalpiájának a hőmérséklettel való változását is tartalmazza. Amint tudjuk, az entalpia-görbe a fajhő-görbének integrál görbéje, vagyis az előzőnek valamely ordinátája, a fajhő-görbe alatt levő és az ordinátától balra eső területtel arányos hosszúságú.



4. ábra. A vasféleségek állandó nyomásra vonatkoztatott mólhőjének a hőmérséklettel való változása. H. Ulich: Kurzes Lehrbuch der physikalischen Chemie. 34. oldal, 5. ábra

A 4. ábrában levő görbék pontjaiból meghatározva a különféle vasmódosulatok mólhőjét a következőkben adjuk [9]:

$C_p^{\alpha\text{-Fe}} = 3{,}9 + 6{,}8 \cdot 10^{-3}\ T$ kg-kal/kg-mól, fok 273—1033 K° között

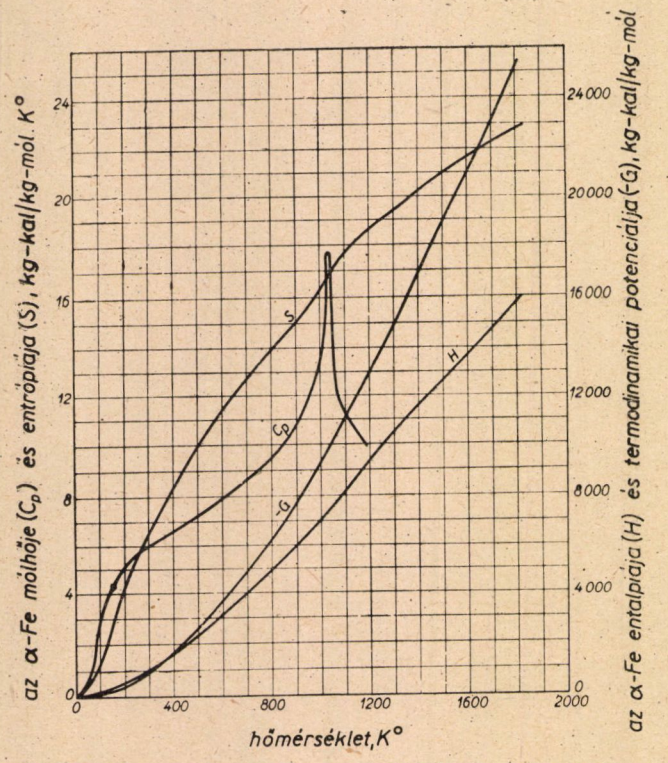
$C_p^{\beta\text{-Fe}} = 9{,}85$ kg-kal/kg-mól, fok ..... 1033—1179 K° ,,

$C_p^{\gamma\text{-Fe}} = 7{,}55 + 1{,}14 \cdot 10^{-3}\ T$ kg-kal/kg-mól, fok 1179—1674 K° ,,

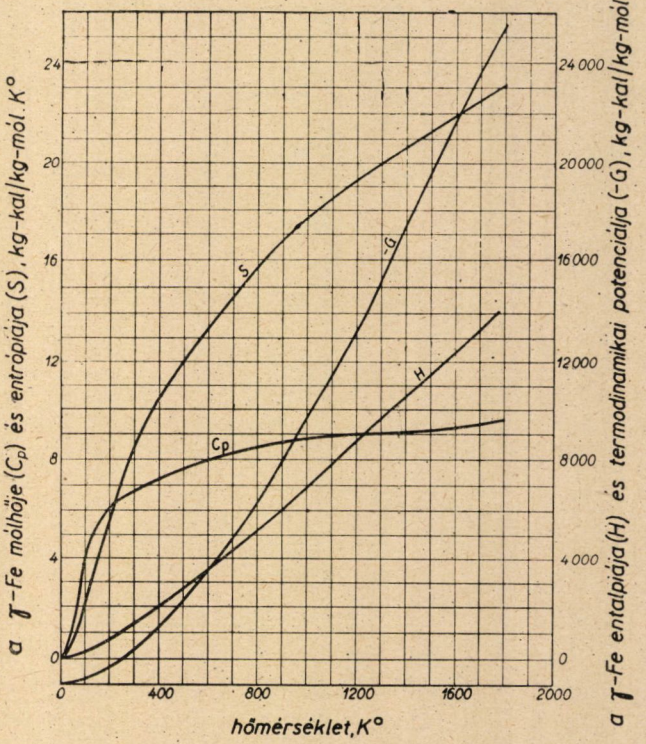
$C_p^{\delta\text{-Fe}} = 9{,}85$ kg-kal/kg-mól, fok ..... 1674—1808 K° ,,

$C_p^{Fe(f)} = 8{,}15$ kg-kal/kg-mól, fok ..... 1808—1873 K° ,,

Az α-vas mólhőjének, entalpiájának, entrópiájának és termodinamikai normálpotenciáljának a hőmérséklettel való változását az 5. ábra mutatja, a γ-vasra vonatkozó fenti értékeket pedig a 6. ábrából olvashatjuk ki.



5. ábra. Az α-vas mólhőjének, entalpiájának, entrópiájának és termodinamikai normálpotenciáljának a hőmérséklettel való változása. Metals Handbook, 1948. 426. oldal, III. táblázat



6. ábra. A γ-vas mólhőjének, entalpiájának, entrópiájának és termodinamikai normálpoten- ciáljának a hőmérséklettel való változása. Metals Handbook, 1948. 427. oldal, IV, táblázat

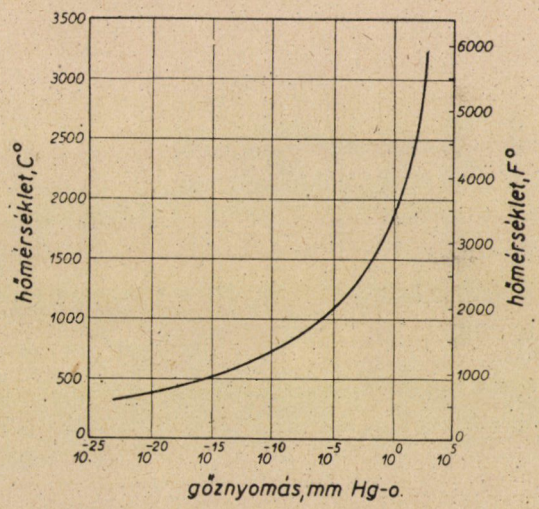
A vas gőznyomásának a hőmérséklettel való változása szilárd vas felett mm higanyoszlop egységben a

$$\ln p = \frac{-21\,520}{T} - 2{,}14 \cdot \log T + 17{,}6 \qquad (1)$$

egyenletből [9] ítélhető meg, folyékony vas felett pedig valamely hőmérsékleten ugyancsak mm higanyoszlop egységben a

$$\ln p = \frac{-20\,150}{T} - 1{,}27 \cdot \log T + 13{,}98 \qquad (2)$$

összefüggésből [9] számítható. Amint tudjuk, a fenti egyenletek az



7. ábra. A vas gőznyomásának a hőmérséklettel való változása. Metals Handbook, 1948. 425. oldal, 6. ábra

Fe (*sz*) = Fe (*g*), illetőleg az

Fe (*f*) = Fe (*g*) reakció termodinamikai normálpotenciáljának és egyensúlyi állandójának a

$$\Delta G_T^{0} = -RT \ln K = -RT \ln p \qquad (3)$$

szerinti összefüggéséből vezethetők le.

A fenti összefüggésből számítva a vas gőznyomásának a hőmérséklettel való változását a 7. ábra mutatja.

A tiszta vas lágy, könnyen alakítható fém, fizikai és mechanikai tulajdonságait az alábbiakban foglalhatjuk össze [7]:

Fajsúlya	7,874 kg/dm³
Hőtágulási együtthatója	11,7 · 10⁻⁶
Hővezető képessége	0,134 g-kal/cm, sec., C°
Fajlagos ellenállása	0,097 Ohm mm²/m
Brinell-keménysége	55 kg/mm²
Szakító szilárdsága	25 kg/mm²
Folyási határa	11 kg/mm²
Nyúlása	60%
Kontrakciója	80%
Fajlagos ütőmunkája	25—30 mkg/cm²
Rugalmassági modulusza	21 000 kg/mm²
Csavaró modulusza	8 200 kg/mm²
Oldási potenciálja	—4,44 Volt.

A technikai vas voltaképpen vasötvözet, a benne levő ötvözőelemek egy része a gyártás folyamán elkerülhetetlenül belekerül a vasba, másik részüket szándékosan ötvözzük vele. A kohósítás során feltétlenül a vasba kerülő ötvözőelemek közül a legjelentősebb a szén. Ez ugyanis igen nagymértékben befolyásolja a vas tulajdonságait. Ha nagyobb mennyiségben van jelen, akkor aránylag alacsony hőmérsékleten olvadóvá, jól önthetővé, de rideggé teszi a vasat, a kevés szenet tartalmazó vasötvözetek ezzel szemben szívósak, jól alakíthatók, magas hőmérsékleten olvadók és aránylag nehezen önthetők.

A kétfajta, tulajdonságaiban igen különböző vasötvözetcsoport elválasztó határa kb. 1,7% C-tartalom, bár az átmenet nem elég határozott, hanem fokozatos. A gyakorlatban ez nem okoz gondot, mert az 1,2—2,5% C-tartalmú vasötvözeteket csak ritkán használják, hiszen ezeknek alakíthatóságuk is és önthetőségük is rossz. Általában az 1,7%-nál kevesebb C-t tartalmazó vasötvözeteket *acélnak*, a nagyobb széntartalmúakat pedig *nyersvasnak* nevezzük.

Tiszta vasnak és szénben nagyon szegény vasféleségnek széntartalmát, valódi és közepes fajhőjét, olvadáshőjét, valamint 1500 és 1600 C°-on a hőtartalmát a 2. táblázatból olvashatjuk ki.

Az Fe-C-rendszernek egyensúlyi diagrammját a 8. és 9. ábra mutatja. Az utóbbi az előzőnek kis széntartalmakra vonatkozó része nagyítva. A 8. ábrából láthatjuk, hogy a vas a szénnel Fe_3C összetételű vaskarbidot alkot. Kétféle vaskarbidot ismerünk: az α-módosulat 463 K° alatt, a β-módosulat pedig 463 K° felett stabilis [9]. Az α-vaskarbid mólhőjének a hőmérséklettel való változását a

$$c_p^{\alpha-Fe_3C} = 21{,}55 + 15{,}06 \cdot 10^{-3} T \text{ kg-kal/kg-mól, fok [9]}$$

egyenlet fejezi ki, az α-vaskarbidnak β-vaskarbiddá való átalakulása 325 kg-kal/kg-mól [9] entalpiaváltozással jár. A β-vaskarbid mólhője pedig:

$$C_p^{\beta-Fe_3C} = 27{,}01 + 1{,}46 \cdot 10^{-3} T \text{ kg-kal/kg-mól, fok [9]}.$$

2. táblázat

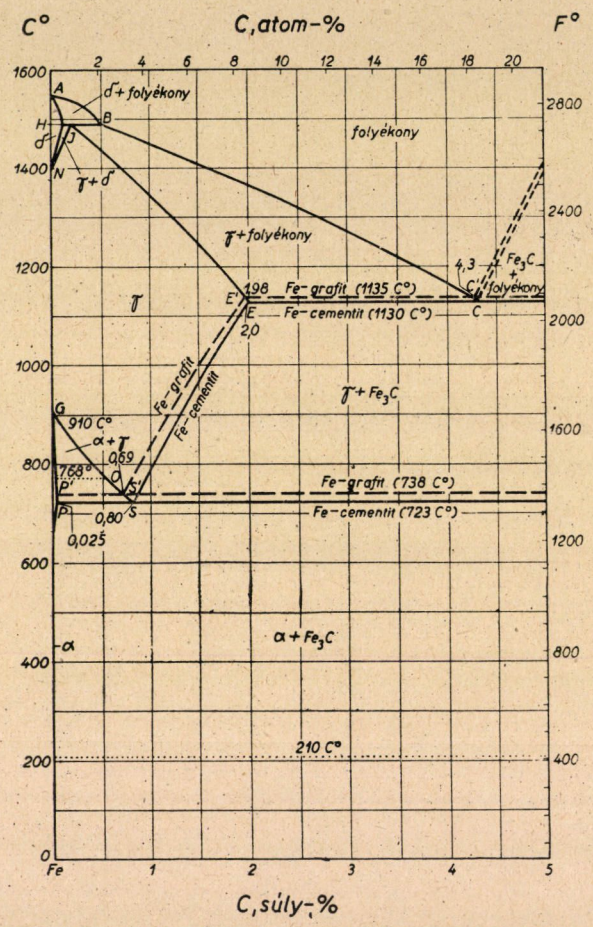
Vasféleség	C%	Közepes fajhő 0—1500 C° között kg-kal/kg, C°	Közepes fajhő 0—1600 C° között kg-kal/kg, C°	Valódi fajhő az olvadáspont felett kg-kal/kg, C°	Olvadáshő, kg-kal/g	Hőtartalom 1500 C°-on kg-kal/g	Hőtartalom 1600 C°-on kg-kal/g
Folytvas	0,06	0,1667	—	—		254,2 (1523 C°-on)	—
Acél	0,08	—	—	—		—	354 (1580 C°-on)
Vas 0,3% tisztátalansággal	0,04	0,1726 (20—1500 C° között)	0,2178 (20—1600 C° között	0,222 (1570—1600 C° között)	69,20	259,09	348,48
Elektrolitvas	0,00	0,1627	0,1939	0,150 (1528—1600 C° között)	49,35	244,47	311,11
Elektrolitvas	—	0,1673 (20—1500 C° között)	0,21041 (0—1540 C°-ig) 0,21024 (0—1560 C°-ig)	0,194 (1540—1560 C° között)	65,65	250,92	327,99 (1560 C°-on)
Elektrolitvas	0,02	0,1650	0,2043	0,142 (1528—1590 C° között)	64,38	248,97 (1511 C°-on)	325,30 (1590 C°-on)
Elektrolitvas	—	—	—	—	64,20	—	—

A β-vaskarbid 1650 C°-on 8000 kg-kal/kg-mól [9] entalpiaváltozás közben olvad.

$$A\ 3\ Fe\ (\alpha) + C \rightleftarrows Fe_3C\ (\alpha)$$

reakció entalpiája 25 C°-on

$$\Delta H_{298,1} = 5500\ \text{kg-kal/kg-mól}\ [12].$$



8. ábra. Az Fe-C-rendszer egyensúlyi diagrammja. Metals Handbook, 1948. 1182. oldal

A reakció termodinamikai normálpotenciáljának a hőmérséklettel való változását a

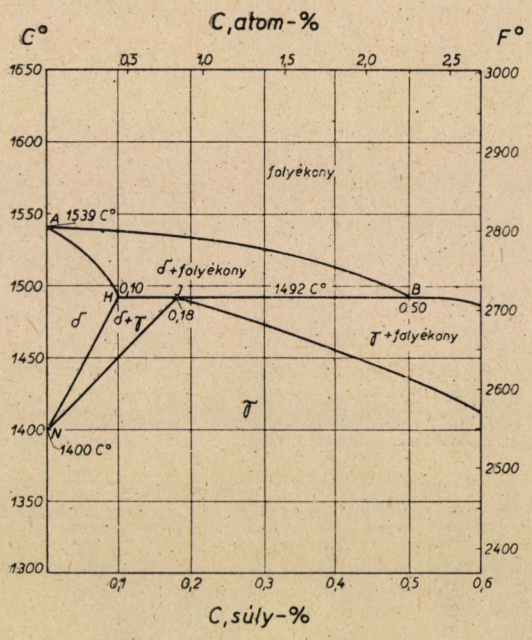
$$\Delta G_T^0 = 4\,255 - 14{,}95 \cdot T \cdot \log T + 3{,}35 \cdot 10^{-3} T^2 - 0{,}584 \cdot 10^5 \cdot T^{-1} +$$
$$+ 37{,}84\ T\ \text{kg-kal/kg-mól}\ [12]$$

egyenlet fejezi ki.

$$A\ 3\ Fe\ (\alpha) + C = Fe_3C\ (\beta)$$

reakció entalpiája 25 C°-on

$$\Delta H_{298,1} = 5\ 780\ \text{kg-kal/kg-mól}\ [12],$$



9. *ábra.* Az Fe-C-rendszer egyensúlyi diagrammja. Metals Handbook, 1948. 1181. oldal

termodinamikai normálpotenciálja pedig a hőmérséklettel a

$$\Delta G_T^0 = 3\ 510 - 27{,}52 \cdot T \log T + 10{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot T^2 - 0{,}584 \cdot 10^5 \cdot T^{-1} +$$

$$+ 69{,}81\ T\ \text{kg-kal/kg-mól}\ [12]$$

egyenlet szerint változik.

A β-vaskarbidból

850	C°-on	6,39
900	,,	7,12
950	,,	7,90
1000	,,	9,0

mólszázalék [12] oldódik a vasban. A fenti adatokból meghatározható móltört logaritmusnaturaliszának R-szeresét az abszolút hőmérséklet reciprokjának függvényében ábrázolva olyan egyenest kapunk, amelyiknek az iránytangense megközelítőleg a β-Fe_3C oldódásának, vagyis a

$$\beta\text{-}Fe_3C = \beta\text{-}Fe_3C \text{ (szilárd vasban oldott)}$$

reakciónak a negatív előjellel vett entalpiájával egyenlő, ugyanis

$$\Delta G_T^0 = -RT \ln K = -RT \ln n_{\beta\text{-}Fe_3C} = \Delta H_T - T\Delta S_T .$$

Ebből

$$R \ln n_{\beta\text{-}Fe_3C} = -\frac{\Delta H_T}{T} + \Delta S_T . \qquad (4)$$

Ilyen módon eljárva a β-vaskarbid oldódásának entalpiája $-7\,000$ kg-kal/kg-mólnak [12] adódik.

A közismert 8. ábrából megállapítható, hogy az Fe_3C nem stabilis. Hogy a gyakorlatban legtöbbször mégis ezzel és nem grafittal találkozunk, annak az az oka, hogy a vaskarbidnak vasra és szénre való elbomlása különösen alacsony hőmérsékleten igen lassú folyamat.

Az előbbiekben láttuk, hogy mind az α-, mind a β-vaskarbid képződése endotermás folyamat, hiszen a képződésénél mért entalpiaváltozás mindkét esetben pozitív szám. Ebből azután egyrészt az következik, hogy a karbid szétesésekor hő szabadul fel, másrészt pedig az, hogy a karbid szétesését szemléltető exotermás reakciónak a hőmérséklet csökkenése kedvez. Mármost a vaskarbid szétesésekor keletkező szén vagy a gázfázisba megy át, vagy pedig grafit-alakban válik ki, úgyhogy az ilyenkor lejátszódó folyamatokat az

$$[Fe_3C] = 3\,[Fe] + \{C\},$$

illetőleg az

$$[Fe_3C] = 3\,[Fe] + [C]$$

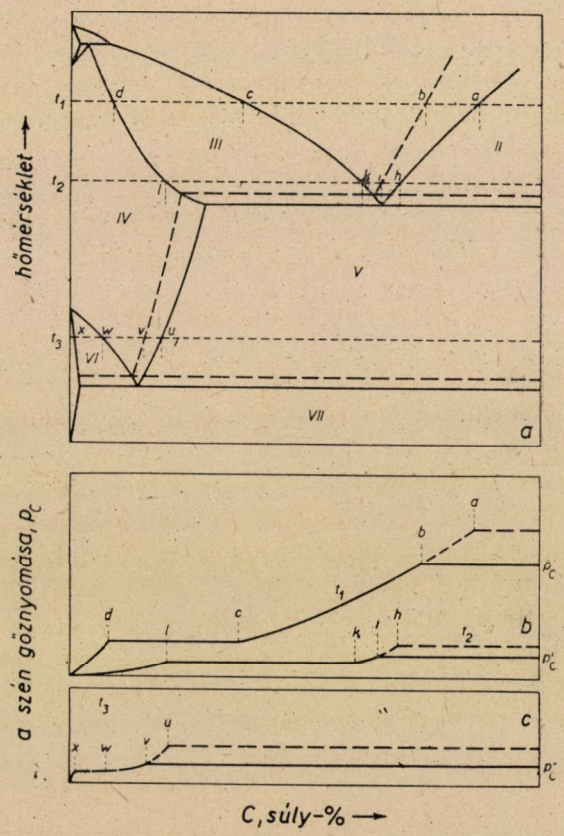
reakciók szemléltetik. Ámde a keletkező grafitnak is egyensúlyban kell lennie a gázfázis széntartalmával, úgyhogy a

$$[C] = \{C\}$$

reakciónak is egyensúlyhoz kell vezetnie.

Ebből azután az következik, hogy tulajdonképpen addig grafit nem is válhatik ki, míg a gázfázisban a szén parciális nyomása el nem érte az egyensúlyi értéket. Könnyen belátható, hogy a grafit megjelenése után egyensúlyi állapotban a karbidból keletkező szén parciális nyomásának egyenlőnek kell lennie a grafit gőznyomásával. Az előző az

$$[Fe_3C] = 3\,[Fe] + \{C\}$$



10. ábra. A szén gőznyomásának a vas széntartalmával való változása.
H. Schenk: Physikalische Chemie der Eisenhüttenprozesse. 127. oldal, 30. ábra

reakcióegyenlet egyensúlyi állandójából, vagyis a

$$K = \frac{[Fe]^3 \cdot p_C}{[Fe_3C]} \tag{5}$$

kifejezésből számítható. Ebből ugyanis

$$p_C = K \frac{[Fe_3C]}{[Fe]^3}\,.$$

Ebből az következik, hogy adott hőmérsékleten a vaskarbid disszociációjából származó szén gőznyomása annál nagyobb, minél nagyobb a vasban a vaskarbidkoncentráció.

A 10. ábra felső része a vas-szén-diagrammot szemlélteti, az alsó részben található görbék pedig azt ábrázolják, hogyan változik a felső diagrammban bejelölt t_1, t_2 és t_3 hőmérsékleten a szén gőznyomása a vas széntartalmának függvényében. Láthatjuk, hogy t_1 hőmérsékleten az »a« összetételű folyékony fázisban levő karbidból keletkező szén parciális nyomása nagyobb, mint a grafit gőznyomása, úgyhogy az egyensúlyi állapot elérése végett a vaskarbidból keletkező szén parciális nyomásának csökkennie kell. Ez más szóval azt jelenti, hogy a vasban oldott vaskarbid egy részének grafitkiválás közben kell elbomlania mindaddig, míg a gázfázisban a vaskarbidból keletkező szén parciális nyomása a »b« értékre nem csökken.

Hasonló a helyzet a t_2 és t_3 hőmérsékleten is. A vas csak az »i«, illetőleg »v« széntartalomnak megfelelő vaskarbidot tartalmazhatja egyensúlyi állapotban.

Amint az ábrából is kitűnik, az ábrának azokba a mezőibe eső ötvözeteknél, ahol két fázis van egymással egyensúlyban (II., III., V., VI., VII.) a szén egyensúlyi parciális nyomása független az ötvözet széntartalmától. Ezt ezekben a területekben csak a hőmérséklet befolyásolja.

A szénnek a parciális moláris entalpiája az α-vasban :

$$\Delta\overline{H}_C^{\alpha\text{-Fe}} = 20\,000 \text{ kg-kal/kg-mól C [9]},$$

ugyanez az érték a γ-vasban

$$\Delta\overline{H}_C^{\gamma\text{-Fe}} = 10\,000 \text{ kg-kal/kg-mól C [9]},$$

a folyékony vasban pedig

$$\Delta\overline{H}_C^{\text{foly. Fe}} = 13\,460 \text{ kg-kal/kg-mól C [9]}.$$

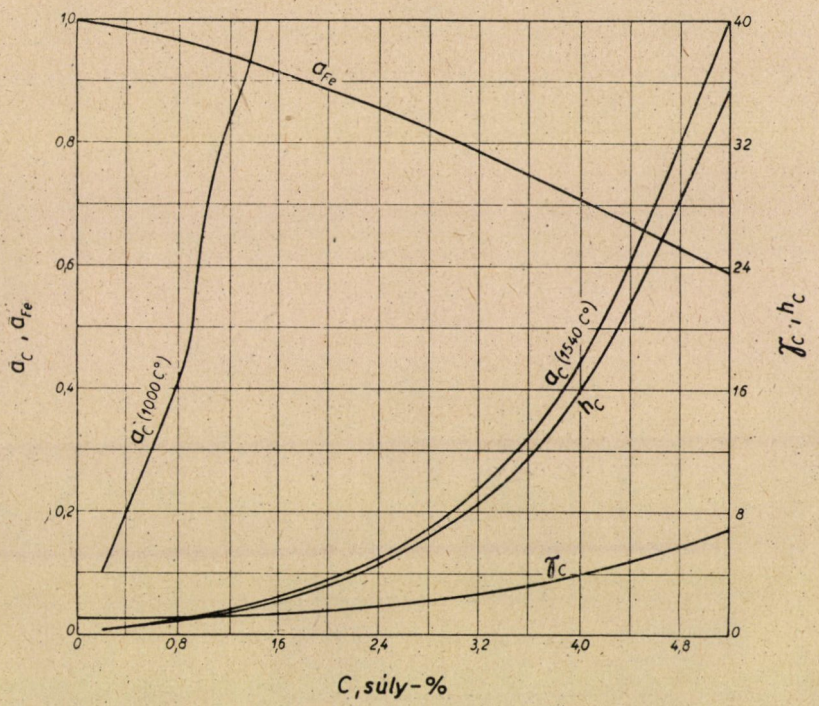
Ezek a számok azt jelentik, hogy pl. 1 kg-mól C-nak az entalpiája nagy mennyiségű α-vasban oldott állapotban 20000 kg-kal-val pozitívabb, mint tiszta állapotban, vagy másképpen fogalmazva : a nagy mennyiségű α-vas entalpiája 20 000 kg-kal-val pozitívabb lesz, ha abban 1 kg-mól C-t oldunk.

A vasban oldott szén aktivitásának — a_c— (tehát az oldott állapotban levő és a tiszta C fugacitása, illetőleg gőznyomása hányadosának) a koncentrációval való változását a 11. ábrából olvashatjuk ki 1 540, és 1 000 C°-on Ez az ábra a C aktivitási koefficiensének (γ_C) és a vas aktivitásának (a_{Fe}) a koncentrációval való változását is feltünteti, sőt különféle C-koncentrációnál a Henry-féle (tehát az egységül választott, 1 atomszázalék grafitkoncentrációhoz tartozó aktivitásra vonatkoztatott) aktivitásértékeket (h_c) is tartalmazza.

A 12. ábra a különféle széntartalmú vas karbonpotenciáljának ($\Delta\mu_C$) a hőmérséklettel való változását mutatja. Ez a függvény, amint tudjuk, a

$$\Delta\mu_c = RT \ln a_c \qquad (6)$$

kifejezéssel egyenlő. (6)-ban a_C a szén egyensúlyi aktivitását jelenti.



11. ábra. A vasban oldott C aktivitásának, aktivitási koefficiensének, Henry-féle aktivitásának és a vas aktivitásának a koncentrációval való változása. O. Kubaschewski and E. Ll. Evans: Metallurgical Thermochemistry. 316. oldal, XXV. táblázat és The Physical Chemistry of Process Metallurgy. The Faraday Society (1948). 44. oldal, VII. táblázat

$\Delta\mu_c$ szoros összefüggésben van a gázfázis hidrogén- és metán-, illetőleg széndioxid- és szénmonoxidtartalmával. Ugyanis a

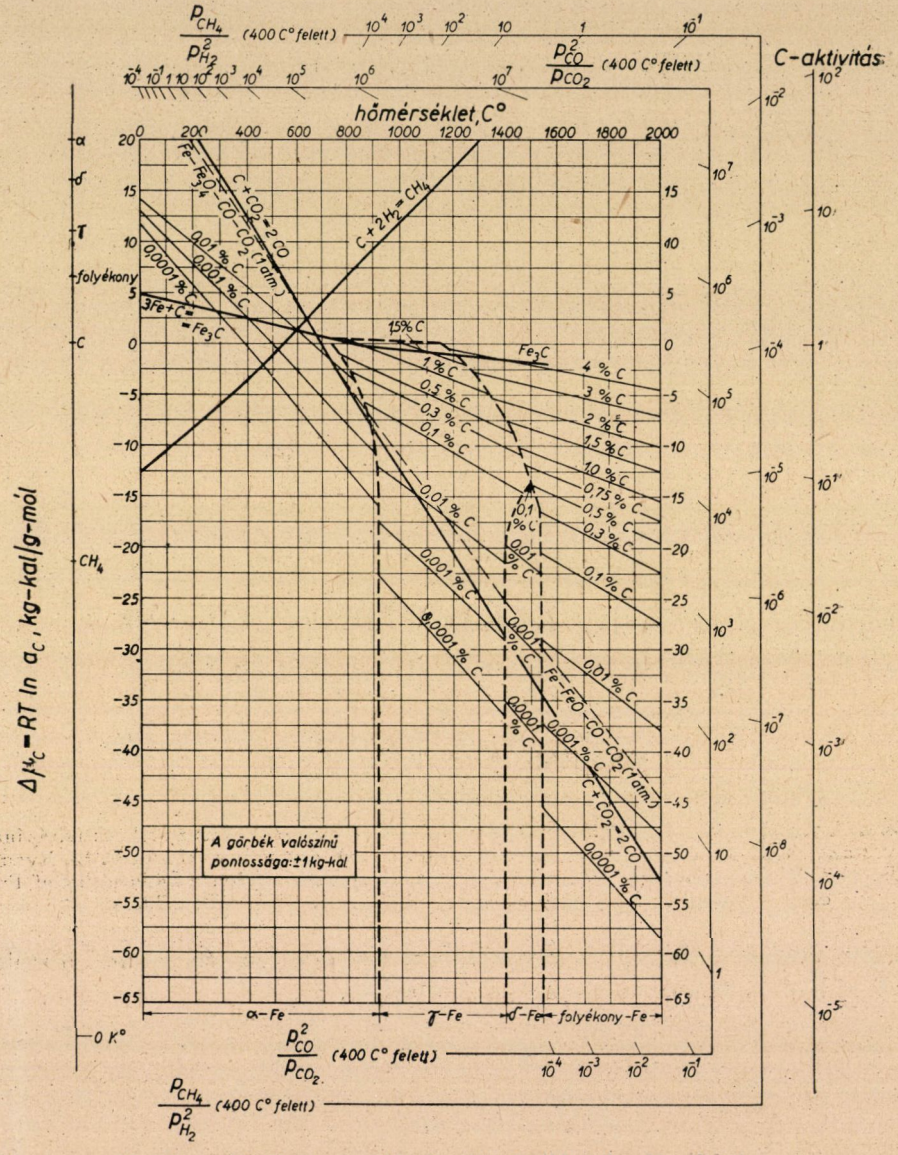
$$C + 2H_2 = CH_4$$

és a

$$C + CO_2 = 2\,CO$$

reakció termodinamikai normálpotenciálja sorban:

$$\Delta G_1^0 = -RT \ln \frac{p_{CH_4}}{a_C \cdot p_{H_2}^2}$$



12. ábra. A karbonpotenciálnak a hőmérséklettel való változása. Journal of the Iron and Steel Institute (1953.) Szept. 36. oldal.

és

$$\Delta G_2^0 = -RT \ln \frac{p_{CO}^2}{a_C \cdot p_{CO_2}}.$$

Ezekből az egyenletekből

$$\Delta\mu_C = RT \ln a_C = \Delta G_1^0 + RT \ln \frac{p_{CH_4}}{p_{H_2}^2} = \Delta G_2^0 - RT \ln \frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}. \quad (7)$$

Ezek szerint, ha ΔG_1^0-et és ΔG_2^0-t a hőmérséklettől függetlennek tételezzük fel, $\log \frac{p_{CH_4}}{p_{H_2}^2}$, és $\log \frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}$ állandó értéke esetén a metánképződésre és a Boudouard-reakcióra vonatkoztatva $\Delta\mu_C$-nek a hőmérséklettel való változását olyan egyenesek szemléltetik, amelyeknek iránytangense

$$4{,}575 \log \frac{p_{CH_4}}{p_{H_2}^2}$$

és

$$-4{,}575 \log \frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}$$

és amelyek az ordinátát ΔG_1^0, és ΔG_2^0 távolságban metszik. Egyensúly esetén természetesen a vasban oldott szén karbonpotenciáljának pontosan egyenlőnek kell lennie a gázfázis közreműködésénél lejátszódó reakciók karbonpotenciáljával. Éppen ezért a 12. ábra minden egyes pontja megszabja a hozzátartozó hőmérsékleten a vasban oldott szén, azután a metánképződéshez vezető és a Boudouard-reakció karbonpotenciálját. Ez egyszerűbben kifejezve azt jelenti, hogy adott hőmérsékleten a vasban oldott szén karbonpotenciálja megszabja a gázfázis metán-, hidrogén-, szénmonoxid- és széndioxidtartalmát. A diagramm adott pontjához tartozó $\frac{p_{CH_4}}{p_{H_2}^2}$ — viszonyt úgy állapíthatjuk meg, hogy az adott és a diagramm baloldalán található függőlegesen levő CH_4-ponton egyenest húzunk és meghatározzuk ennek a $\frac{p_{CH_4}}{p_{H_2}^2}$-skálával való metszéspontját. A $\frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}$-hányados értékének megállapítására a ponton át olyan egyenest kell fektetni, amelyik az abszolút 0-pontban emelt ordinátának és a $\frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}$-skála összetartozó pontjain áthaladó egyenes metszéspontján is átmegy. Ennek az egyenesnek a $\frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}$-skálával való metszéspontja adja a gázfázisban $\frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}$ keresett értékét. Arra ügyelnünk kell, hogy mind a $\frac{p_{CH_4}}{p_{H_2}^2}$-, mind pedig a $\frac{p_{CO}^2}{p_{CO_2}}$-skála logaritmusos és éppen ezért a leolvasásnál minden esetben logaritmikusan kell interpolálni.

A diagramm jobboldalán levő legkülső skála a karbonpotenciálokhoz tartozó szénaktivitásokat jelenti. A 12. ábrában szaggatott vonallal berajzolt görbe 570 C° alatt az

$$\frac{1}{4}\,Fe_3O_4 + CO = \frac{3}{4}\,Fe + CO_2,$$

570 C° felett pedig az

$$FeO + CO = Fe + CO_2$$

reakció egyensúlyi gázfázisához tartozó karbonpotenciált szemlélteti, ha az össznyomás 1 atmoszféra.

A diagrammban levő görbékből meghatározhatjuk a C vasban való oldódásának termodinamikai normálpotenciálját. Ezek az értékek a következők [13]

a C = C (α-Fe-ben oldva) reakciónál:

0,01%	$\Delta G^0_{273-1071\ K^0} = 20\,000 - 21{,}40\ T$ kg-kal/kg-mól
0,001%	$\Delta G^0_{273-1182\ K^0} = 20\,000 - 25{,}98\ T$ kg-kal/kg-mól
0,0001%	$\Delta G^0_{273-1183\ K^0} = 20\,000 - 30{,}55\ T$ kg-kal/kg-mól

a C = C (γ-Fe-ben oldva) folyamatnál:

1,5%	$\Delta G^0_{1267-1521\ K^0} = 10\,800 - 8{,}48\ T$ kg-kal/kg-mól
1%	$\Delta G^0_{1073-1613\ K^0} = 10\,800 - 9{,}75\ T$ kg-kal/kg-mól
0,5%	$\Delta G^0_{1035-1708\ K^0} = 10\,800 - 11{,}48\ T$ kg-kal/kg-mól
0,3%	$\Delta G^0_{1073-1748\ K^0} = 10\,800 - 12{,}58\ T$ kg-kal/kg-mól
0,1%	$\Delta G^0_{1135-1728\ K^0} = 10\,800 - 14{,}78\ T$ kg-kal/kg-mól
0,01%	$\Delta G^0_{1183-1670\ K^0} = 10\,800 - 19{,}35\ T$ kg-kal/kg-mól
0,001%	$\Delta G^0_{1183-1673\ K^0} = 10\,800 - 23{,}93\ T$ kg-kal/kg-mól
0,0001%	$\Delta G^0_{1183-1673\ K^0} = 10\,800 - 28{,}50\ T$ kg-kal/kg-mól

a C = C (δ-Fe-ben oldva) reakciónál:

0,1 %	$\Delta G^0_{1765\ K^0} = 15\,900 - 16{,}83\ T$ kg-kal/kg-mól
0,01%	$\Delta G^0_{1683-1808\ K^0} = 15\,900 - 21{,}40\ T$ kg-kal/kg-mól
0,001%	$\Delta G^0_{1673-1812\ K^0} = 15\,900 - 25{,}98\ T$ kg-kal/kg-mól

a C = C (folyékony Fe-ben oldva) folyamatnál:

4%	$\Delta G^0_{1438-2273\ K^0} = 6\,400 - 4{,}83\ T$ kg-kal/kg-mól
3%	$\Delta G^0_{1548-2273\ K^0} = 6\,400 - 5{,}95\ T$ kg-kal/kg-mól
2%	$\Delta G^0_{1633-2273\ K^0} = 6\,400 - 27{,}7\ T$ kg-kal/kg-mól
1,5%	$\Delta G^0_{1683-2273\ K^0} = 6\,400 - 8{,}25\ T$ kg-kal/kg-mól
1,0%	$\Delta G^0_{1718-2273\ K^0} = 6\,400 - 9{,}70\ T$ kg-kal/kg-mól
0,75%	$\Delta G^0_{1743-2273\ K^0} = 6\,400 - 10{,}49\ T$ kg-kal/kg-mól
0,5%	$\Delta G^0_{1765-2273\ K^0} = 6\,400 - 11{,}50\ T$ kg-kal/kg-mól
0,3%	$\Delta G^0_{1796-2273\ K^0} = 6\,400 - 12{,}62\ T$ kg-kal/kg-mól
0,1%	$\Delta G^0_{1808-2273\ K^0} = 6\,400 - 14{,}91\ T$ kg-kal/kg-mól
0,01%	$\Delta G^0_{1812-2273\ K^0} = 6\,400 - 19{,}48\ T$ kg-kal/kg-mól
0,001%	$\Delta G^0_{1812-2273\ K^0} = 6\,400 - 24{,}06\ T$ kg-kal/kg-mól
0,0001%	$\Delta G^0_{1812-2273\ K^0} = 6\,400 - 28{,}63\ T$ kg-kal/kg-mól

IRODALOM

1. *O. A. Eszin* i *P. V. Geljd :* Fizicseszkaja chimija pirometallurgicseszkich processzov. Metallurgizdat, Szverdlovszk—Moszkva. 1950.
2. *H. Schenck :* Physikalische Chemie der Eisenhüttenprozesse. Springer-Verlag, Berlin. 1934.
3. *H. Ulich :* Kurzes Lehrbuch der physikalischen Chemie. Dresden und Leipzig 1938. Verlag von Theodor Steinkopff.
4. The Physical Chemistry of Process Metallurgy. The Faraday Society (1948).
5. *W. Baukloh :* Die physikalisch-chemischen Grundlagen der Metallurgie. Akademie-Verlag, Berlin. 1949.
6. *M. H, Karapetyanc ;* Kémiai termodinamika.
7. *Kerpely—Hajtó—Horváth :* Vaskohászati folyamatok és fizikai kémiájuk. Akadémiai Kiadó, Budapest. 1953.
8. *Széki—Horváth :* Általános kohászattan. Tankönyvkiadó, Budapest, 1953.
9. *O. Kubaschewski* and *E. Ll. Evans :* Metallurgical Thermochemistry. Butterworth-Springer, London, 1951.
10. *Bichowsky* and *Rossini :* The Thermochemistry of the chemical Substances. Reinhold Publishing Corp. New-York. 1936.
11. Metals Handbook, 1948.
12. Bulletin of the Bureau of Mines, No. 407. (1935).
13. Journal of The Iron and Steel Institute (1953) Sept.

Összefoglalás

A vas átalakulási hőmérsékletének és az átalakulással járó entalpiaváltozásoknak ismertetése után közöljük a különféle vasmódosulatok mólhőjét, entrópiáját és termodinamikai normálpotenciálját, valamint a vas gőznyomásának a hőmérséklettel való változását. Ezek után a vaskarbidok képződését szemléltető reakciók egyensúlyi viszonyait vizsgáljuk, megadjuk a szénnek vasban való oldódásához tartozó parciális moláris entalpiaértékeket és azt a legújabb diagrammot mutatjuk be, amelyik a különféle széntartalmú vas karbonpotenciáljának a hőmérséklettel való változását ábrázolja.

AZ ALUMÍNIUMHUZAL VILLAMOS VEZETŐKÉPESSÉGÉBEN MUTATKOZÓ RENDELLENESSÉGEK MEGSZÜNTETÉSÉRE IRÁNYULÓ KÍSÉRLETEK

DOMONY ANDRÁS,

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

VASSEL K. RÓBERT és VÁRHELYI REZSŐ

FÉMIPARI KUTATÓ INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1954. szeptember 6.]

1. Bevezetés

Az alumíniumhuzal villamos vezetőképessége nagyüzemi gyártáskor időszakosan igen nagymértékben ingadozik. A hazai gyártású, keményre húzott alumíniumhuzal fajlagos ellenállása általában 28,6—29,0 Ohm/km/mm² érték között változik. Ez az érték időszakonkint nő és 30,5—31,0 Ohm/km/mm²-nek is adódik. Kettőnk [1—3] már többízben, részletesen foglalkozott az alumíniumhuzal villamos vezetőképességében időszakonkint tapasztalt rendellenességek okával és azok kiküszöbölésének lehetőségével, anélkül azonban, hogy a rendkívül bonyolult és sokrétű kérdést sikerült volna véglegesen megoldaniok. Az eddigi vizsgálatok legnagyobb része csak a fém vegyi összetételének, vagy a huzalgyártás egyes körülményeinek a kész huzal villamos vezetőképességére gyakorolt hatását vizsgálta. A gyakorlati tapasztalatok továbbá azt mutatták, hogy az eddigi vizsgálati eredmények nem alkalmasak valamennyi rendellenesség magyarázatára. Huzalgyártás közben — mint mondottuk — hasonló összetételű anyagokban azonos gyártási módszerrel időszakonkint rendkívüli vezetőképességbeli ingadozások észlelhetők. Ezért az eddiginél szélesebb körben végeztünk vizsgálatokat, az alábbi szempontok szerint :

a) az anyag vegyi összetétele ;

b) az a körülmény, hogy a felhasználásra kerülő alumínium előállítása rendkívüli, kiegyensúlyozatlan kohójárattal, vagy pedig normális, kiegyensúlyozott kohójárattal történt-e ;

c) a kohókban történő egyenlősítés (egalizálás) és a fémolvadék tisztítása minő hatással van a kész huzal villamos vezetőképességére ;

d) öntött anyagból vett minták mikroszkópi vizsgálata ;

e) a különböző minőségű és különböző tisztaságú fémből készült huzal keményedési görbéinek és villamos vezetőképességének együttes vizsgálata.

2. A kísérletek menete

Ezen szempontok alapján hatféle fémfajtával végeztünk párhuzamosan és megközelítően azonos körülmények között kísérleteket. Ezeket a fémfajtákat

A, *B*, *C*, *D*, *E* és *F*-fel jelöltük. Az egyes fémfajtákon belül végzett különféle kezeléseket pedig a betűjel utáni számok jelölik. Az erre vonatkozó tudnivalókat az I. táblázatban foglaltuk össze.

Az I. táblázatban felsorolt hatféle fém összetételét a II. táblázat tartalmazza színképelemzés és nedves elemzés alapján. A táblázatban az eredmények jó egyezése folytán csak azok középértékét tüntettük fel.

I. táblázat

A vizsgált fémfajták és kezelések jelölésének összeállítása

Előállítás módja	Kiegyensúlyozatlan kohójárattal előállított fém		Kiegyensúlyozott kohójárattal előállított fém		Szovjet eredetű	
	nem egyenlősített	egyenlősített	nem egyenlősített	egyenlősített	egyenlősített	finomított
Jel	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
11. Hirtelen olvasztás és tömbösítés	+ −	+ −	+ +	+ +	− −	− −
21. Kezelés nélkül 2 órás pihentetés	+ +	+ +	− −	+ +	+ +	+ +
31. Bóros sókezelés	+ −	− −	− −	+ −	− −	+ −
32. Kénklorürös kezelés ...	+ −	+ −	− −	+ +*	− −	− −

* A kénklorürös kezelést az adott esetben bóros kezelés is megelőzte.

Megjegyzés: A táblázatban »+« jelzi, hogy az illető fémfajtát a megjelölt kezeléssel vizsgáltuk, »—« jelzi, hogy nem vizsgáltuk.

Az első jel jelzi, hogy a vizsgálat nem hőkezelt állapotban, a második, hogy hőkezelt állapotban történt.

II. táblázat

A vizsgált fémfajták vegyi összetétele %-ban

Jel	Si	Fe	Ti	Cu	Zn	Mg	V	Összesen	Al
A	0,13	0,35	0,02	0,006	—	nyom.	0,01	0,51	99,49
B	0,25	0,18	0,02	0,005	—	nyom.	0,01	0,46	99,54
C	0,15	0,15	0,005	0,005	0,02	nyom.	0,02	0,35	99,65
D	0,14	0,15	0,005	0,005	0,02	nyom.	0,01	0,32	99,68
E	0,11	0,10	0,005	0,005	—	nyom.	0,005	0,22	99,78
F	0,002	0,003	0,005	—	—	—	—	0,01	99,99

Megjegyzés: Egyéb szennyezőt, mint Ca, Ga, Na, P csak színképelemzésekkel, nyomokban (< 0,005) lehetett kimutatni, nedves úton egyáltalán nem.

Az olvasztást villamos ellenállásfűtésű, billenthető grafittégelyes kemencében végeztük, villamos hőfokszabályozással, adagonkint mintegy 10 kg fémmel. Az olvasztási hőfok egységesen 700—720 C° volt, kivéve a bóros kezelést, amidőn a reakció elősegítésére a hőfokot 850 C°-ra növeltük. A bóros kezelést a 10 kg-os adagra számítva a következő sóeleggyel végeztük: 200 g vízmentes borax, 100 g alumíniumfluorid, 300 g kriolit. Ezt a sókeveréket a 850 C°-os fémolvadékba grafitrúddal belekevertük, 10 percig állni hagytuk, majd salakozás után a fémet egységes öntési hőfokra hűtöttük.

A kénklorürös kezeléskor 10 kg fémre számítva 10 g kénklorürt termalittéglával felitatva a Mg ötvözésnél használatos vasharanggal nyomtunk az olvasztási hőfokon levő fémfürdőbe. A rövid, 2 perces tisztítási folyamat során a fürdőt lassan kevertük. Öntés előtt minden egyes olvasztott adagból vegyelemzés céljára mintát vettünk.

Az öntés egységesen 700—710 C°-ról történt, billenthető 75 mm átmérőjű és 275 mm hosszúságú léghűtéses öntöttvas kokillába. A tuskót a kokillából dermedés után kivettük és levegőn hűlni hagytuk.

A tuskókat 71 mm átmérőre lehántoltuk, 500 C°-on 8 órát előmelegítettük és utána a 250 tonnás rúdsajtó 350 C°-ra előmelegített felvevőjébe helyeztük, ahonnan 12 és 10 mm átmérőjű huzalokká sajtoltuk.

A sajtolt huzalok egy részén megvizsgáltuk a 320 C°-os és 500 C°-os hőkezelésnek a kész vezetékhuzalok villamos vezetőképességére gyakorolt hatását is. Az *A* és *B* mintán háromféle hőkezelést végeztünk:

a) 500 C° 2 óra, gyors hűtés (vízben),
b) 320 C° 2 óra, levegőn hűtés,
c) 320 C° 2 óra, kemencében lassú hűtés (abból a célból, hogy a kísérleti adag az üzemi, nagy tételekben történő léghűtés körülményeit megközelítse).

A hőkezelés hatását villamos ellenállásmérésekkel ellenőriztük, a mérések eredményeit és értékelésüket a III. táblázatban közöljük.

III. táblázat

Kiegyensúlyozatlan kohójárattal előállított fémből készült ∅ 10 mm-ű sajtolt rudak hőkezelési kísérlete; a villamos ellenállás (Ohm/km/mm²) változása

Jel	Nem hőkezelt	500 C°-on 2 órán át izzítva, vízben gyorsan lehűtve	300 C°-on 2 órán át izzítva, levegőn lehűtve	300 C°-on 2 órán át izzítva, kemencében lehűtve
A 11	30,18	30,30	30,04	29,81
A 21	29,95	30,08	29,73	29,52
B 11	29,48	29,67	29,16	28,95
B 21	29,37	29,52	29,01	28,73

A dróthúzást mind hőkezeletlen, mind az előbbi *c)* pont szerint hőkezelt állapotú darabokon végeztük.

A 12, vagy 10 mm átmérőre elősajtolt hőkezeletlen, vagy az előbbi bekezdés *c)* pontja szerint hőkezelt 12, vagy 10 húzásban 2,5 mm átmérőjű drótokká húztuk. Az egyes húzási fokozatok a következők voltak :

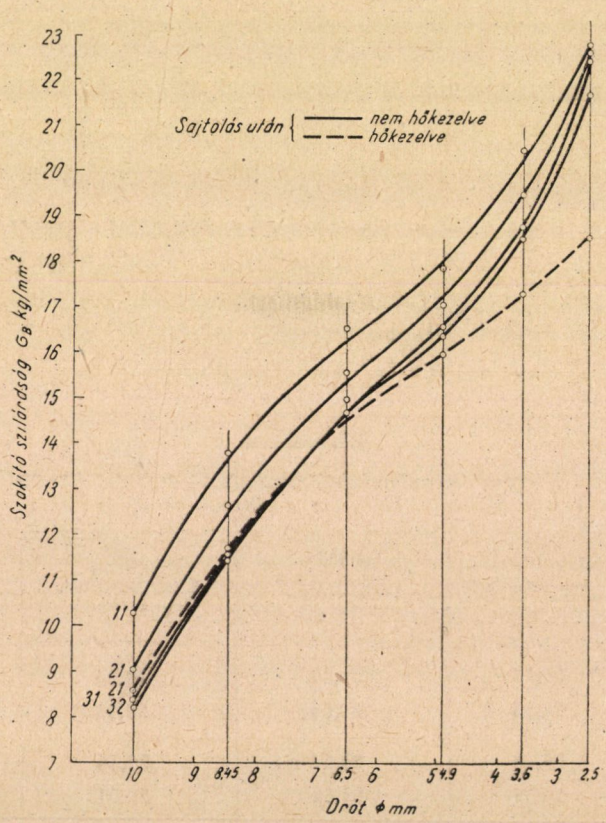
12 — 10,95 — 10 — 9,5 — 8,45 — 7,5 — 6,5 — 5,7 — 4,9 — 4,2 — 3,6—3,0 — 2,5.

A húzás egydobos Kratos-rendszerű, közepes nagyságú gépen történt, keményfémbetétes húzóköveken át. Kenőanyagként grafitos repceolajat használtunk. Az egyenkint történő húzás folytán a huzalok üzemi sorozathúzáshoz viszonyítva kevésbé melegedtek.

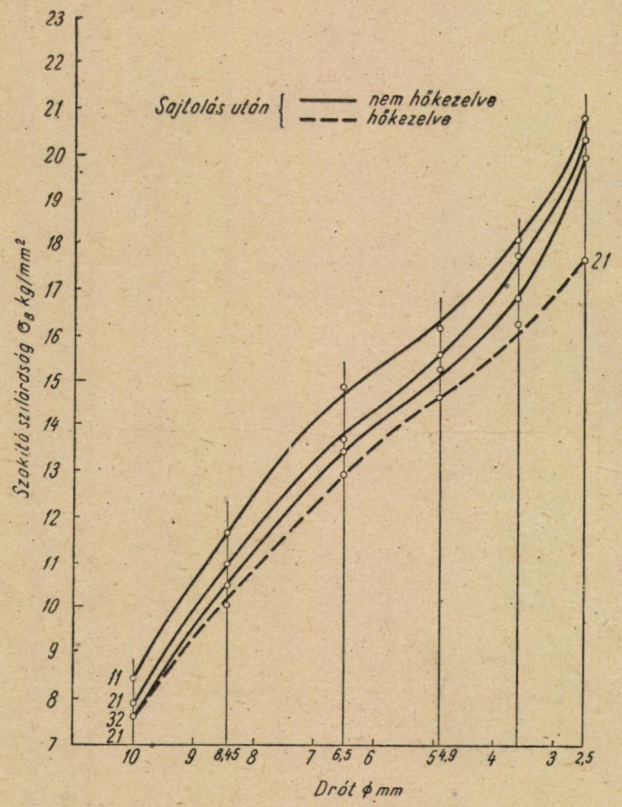
3. Mérések és azok eredményei

Szakítóvizsgálatok

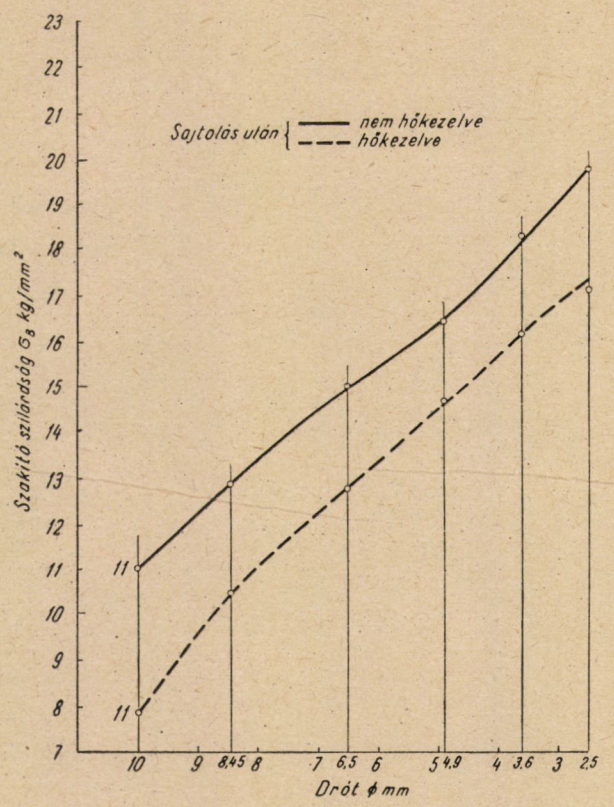
Mindegyik fajtájú sajtolt huzalból, valamint a 8,45; 6,5; 4,9; 3,6 és 2,5 mm átmérőjű huzalokból próbatesteket vágtunk ki. A próbatesteket 1 tonnás folyadéknyomásos szakítógépen vizsgáltuk, egységesen 200 mm mérőhosszon mérve a nyúlást. Az eredményeket a hőkezeletlen anyagokról és a hőkezelt anyagokról (320 C°-on 2 óra, kemencében lehűtve) az 1—8. ábrák szemléltetik.



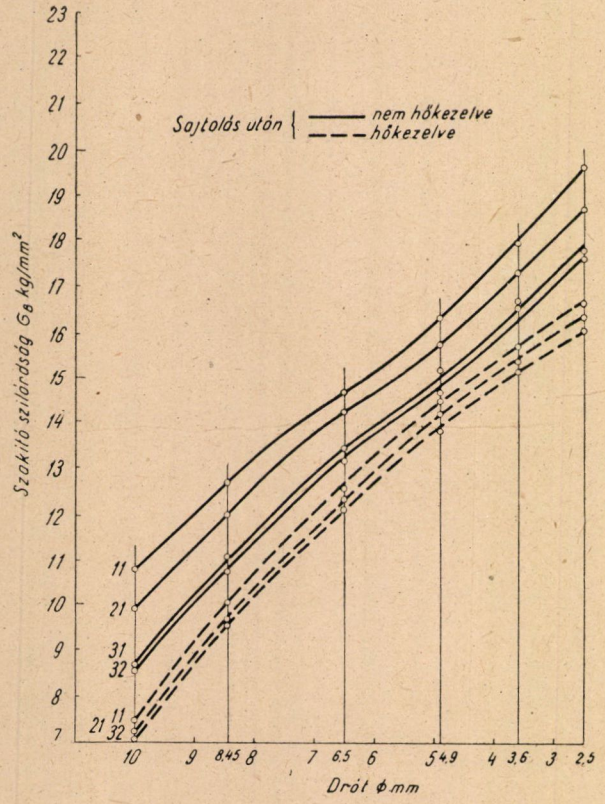
1. ábra


Szakító szilárdság σ_s kg/mm²
Sajtolás után
nem hőkezelve
hőkezelve
11
21
32
21
21
Drót ϕ mm

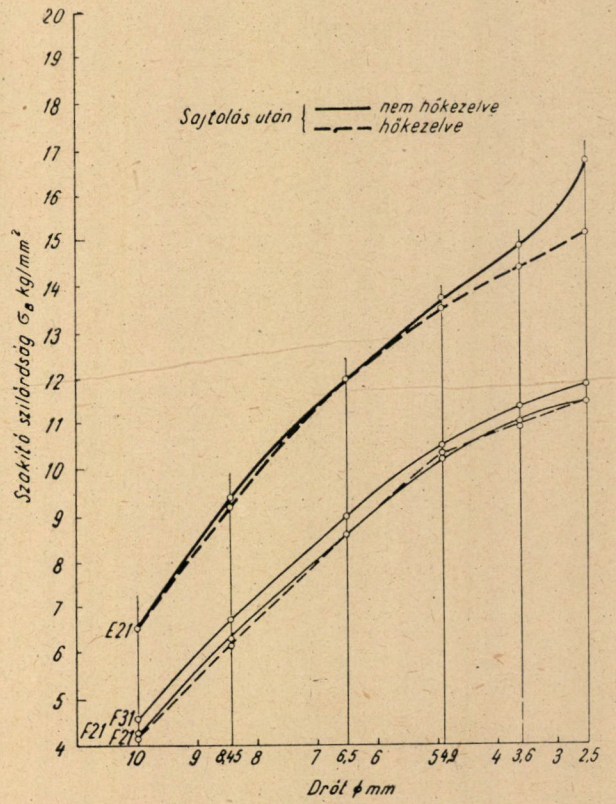
2. ábra


Szakító szilárdság σ_s kg/mm²
Sajtolás után
nem hőkezelve
hőkezelve
11
11
Drót ϕ mm

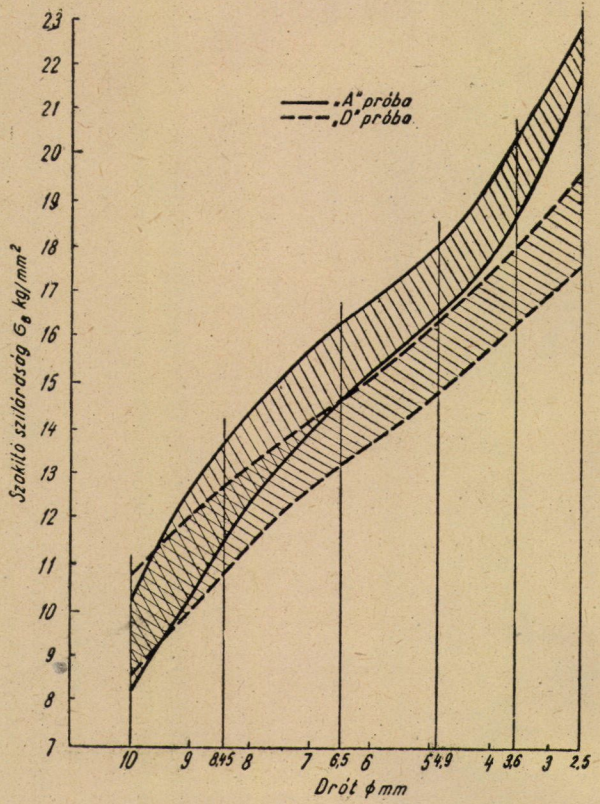
3. ábra


Szakító szilárdság σ_B kg/mm²
Sajtolás után
nem hőkezelve
hőkezelve
Drót ϕ mm
11
21
31
32

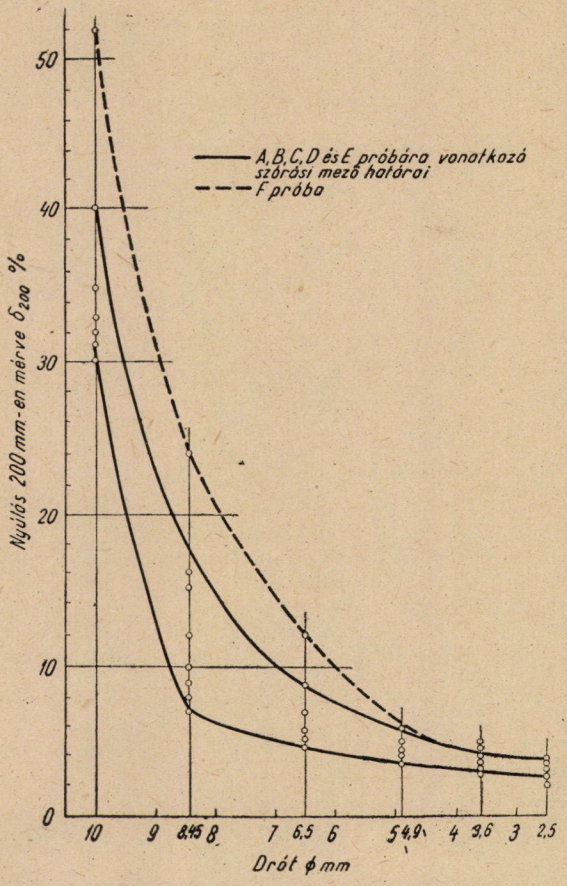
4. ábra


Szakító szilárdság σ_B kg/mm²
Sajtolás után
nem hőkezelve
hőkezelve
Drót ϕ mm
F21
F31

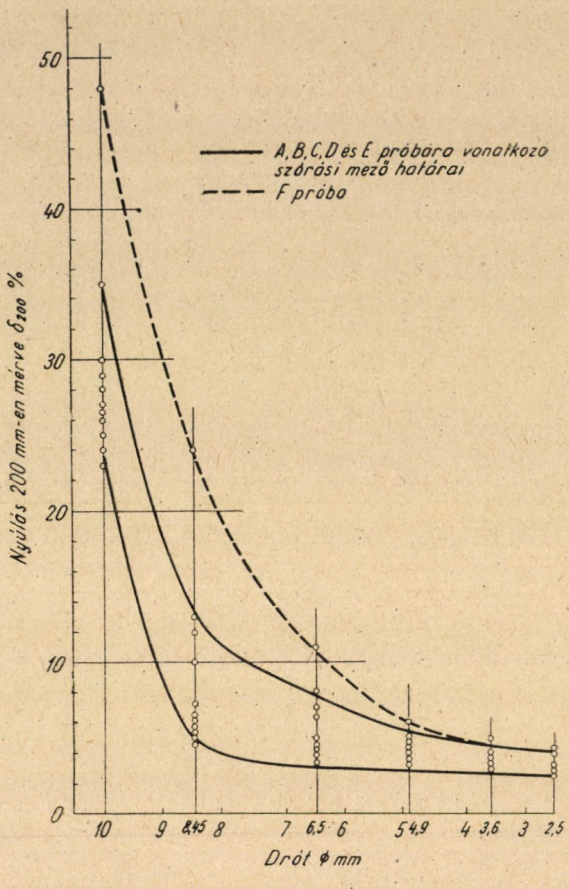
5. ábra


„A" próba
„D" próba
Szakító szilárdság G_B kg/mm²
Drót ϕ mm
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
10
9
8,45
8
7
6,5
6
5
4,9
4
3,6
3
2,5

6. ábra


A, B, C, D és E próbára vonatkozó szórási mező határai
F próba
Nyúlás 200 mm-en mérve δ_{200} %
Drót ϕ mm
50
40
30
20
10
0
10
9
8,45
8
7
6,5
6
5
4,9
4
3,6
3
2,5

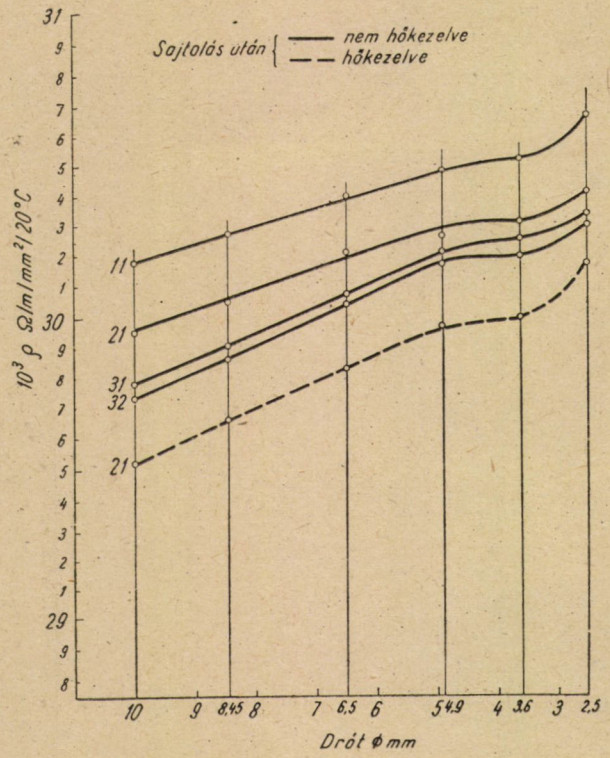
7. ábra



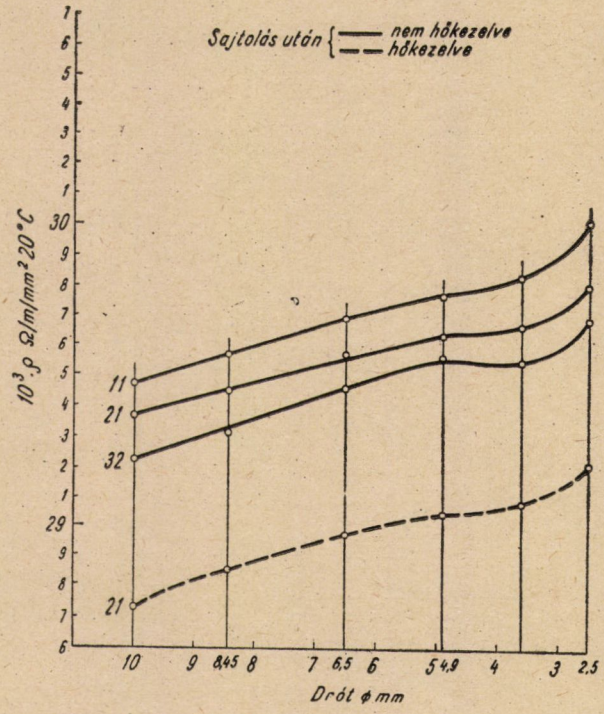
8. ábra

Villamos ellenállásmérések

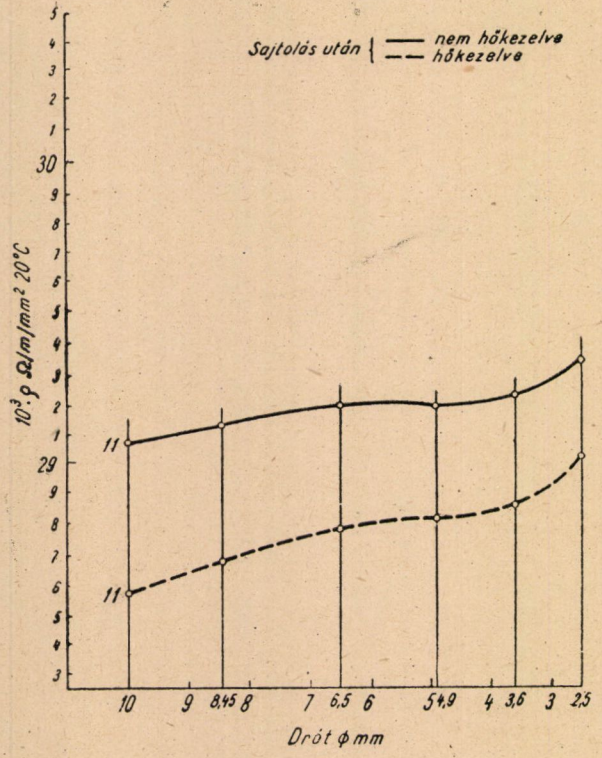
Mindegyik próbán villamos ellenállásmérés céljára 300 mm hosszú darabokat vágtunk ki a sajtolt huzalból, valamint a 10, 8,45, 6,5, 4,9, 3,6 és 2,5 mm átmérőjű huzalokból. A méréseket Thomson-híd kapcsolású mérőhídon végeztük egyenáramú áramforrással, nagy érzékenységű fénypontos galvanométerrel, 251 mm mérőhosszon. A huzalokat mérés előtt bécsimész vizesoldatával zsírtalanítottuk. A méréseket 25—27 C° hőmérsékleten végeztük, az eredményeket 0,4%-os hőfokténye zető figyelembevételével egységesen 20 C°-ra korrigáltuk. Az eredményeket a hőkezeletlen anyagokra és a 320 C°-on két óráig hőkezelt, majd kemencével hűtött anyagokra a 9—14. ábrák szemléltetik.



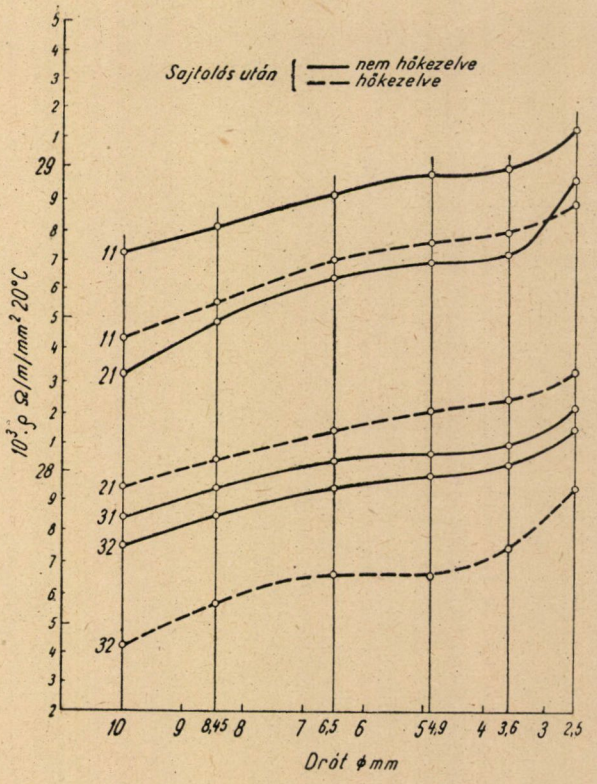
9. ábra



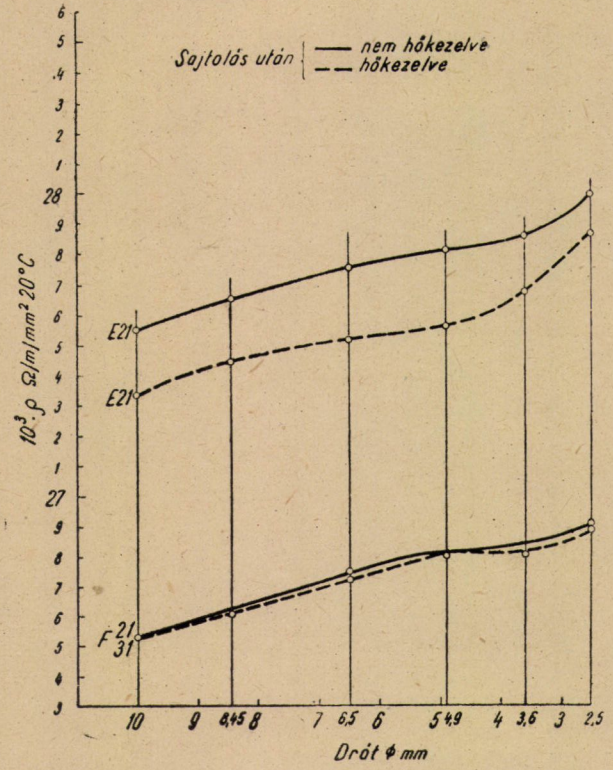
10. ábra



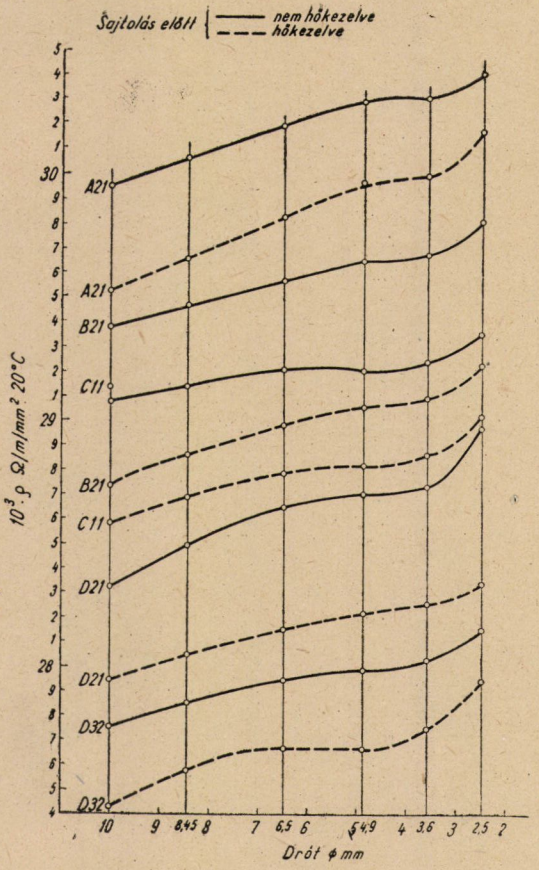
11. ábra



12. ábra



13. ábra

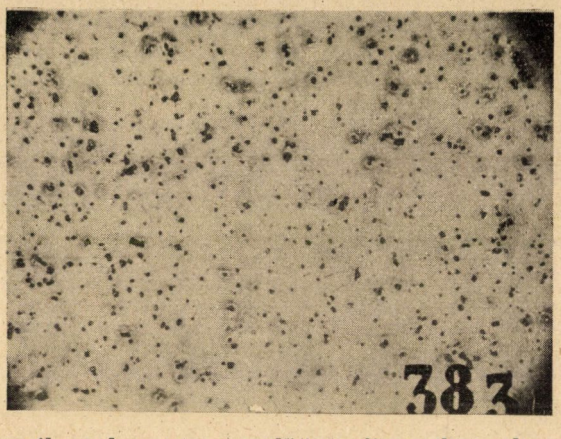


14. ábra

A hőkezelési kísérletek eredményeit a III. táblázatban állítottuk össze.

Mikroszkópi vizsgálatok

A hat különféle nyersanyagból öntött és sajtolt állapotban mikroszkópi vizsgálat számára mintát vettünk. A próbákat mechanikai csiszolás és elektrolitos fényesítés után fémmikroszkópon 150-szeres nagyításban vizsgáltuk. Néhány jellemző felvételt a 15—21. ábrák mutatnak be.



15. ábra. Kiegyensúlyozatlan, nem egyenlősített fém mikroszerkezete, elektrolitosan fényesítve, 150×



16. ábra. Kiegyensúlyozatlan, egyenlősített fém mikroszerkezete, elektrolitosan fényesítve, 150×

4. Az eredmények megvitatása

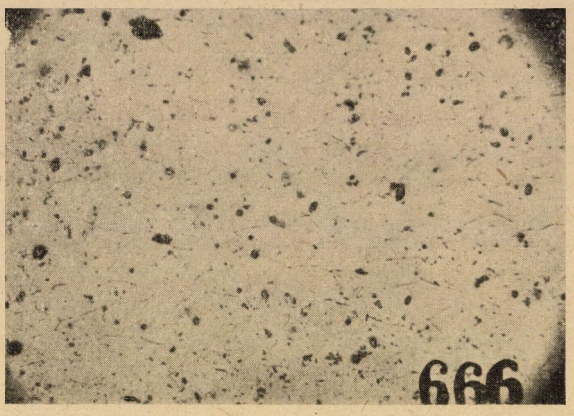
A villamos ellenállásmérések eredményei (1—8. ábrák) alapján megállapíthatók a következők :



17. ábra. Kiegyensúlyozatlan, egyenlősített fém mikroszerkezete, mechanikusan fényesítve, 150×



18. ábra. Kiegyensúlyozatlan, nem egyenlősített fém, beolvasztás S_2Cl_2-vel kezelve, elektrolitosan fényesítve, 150×



19. ábra. Kiegyensúlyozott, nem egyenlősített fém mikroszerkezete, elektrolitosan fényesítve, 150×



20. ábra. Kiegyensúlyozott, egyenlősített fém mikroszerkezete, elektrolitosan fényesítve, 150×



21. ábra. Kiegyensúlyozott, egyenlősített fém, olvasztás után S_2Cl_2-vel kezelve, elektrolitosan fényesítve, 150×

a) Nagyfokú (90%-os) hidegalakítás hatására a villamos ellenállás kb. 0,5—0,6 Ohm/km/mm² értékkel romlik, (*A* — *F* próbák) ebből a szempontból tehát célszerű lenne minél kisebb átmérőjű sajtolt huzalból kiindulni. A villamos ellenállásváltozás görbéjén viszonylagos optimum mutatkozik, amely az *A* és *B* próbán mintegy 3,6 mm átmérőnél jelentkezik, a többi anyagnál az anyag tisztulásának mértékében fokozottan nagyobb átmérő felé tolódik el.

b) 320 C°-on hőkezelés hatására a nagyobb (kb. 0,1%-nál nagyobb) Si-tartalmú anyagféleségek (*A*, *B*, *C*, *D*) villamos ellenállása kb. 0,4—0,5 Ohm/km/mm² értékkel javul. Nagyobb tisztaságú anyagokban ez a különbség csak kisebb mértékű.

c) Az olvasztásnál alkalmazott tisztítás hatására a nyers kohóalumíniumból készült anyagok (*A*, *B*, *D*) villamos ellenállása kb. 0,5 Ohm/km/mm²-rel javul.

d) A kádfém egyenlősítése normális kohójárat esetén a kész huzalok villamos ellenállását (*D*) 0,2—0,3 Ohm/km/mm²-rel, kiegyensúlyozatlan kohójárat esetén (*B*) kb. 0,6 Ohm/km/mm²-rel javítja.

e) Az *a—d* pontokban mutatkozó hatások összegeződnek, azonban a kiegyensúlyozott és nem kiegyensúlyozott kohójáratú fémből készült huzal közötti villamos vezetőképességbeli különbséget nem tudják kiegyenlíteni (*A*, *B* és *D*).

A laboratóriumi eredmények jól egyeztek az üzemi tapasztalatokkal. Az üzemi kísérleteket két üzemben (Rákosi Mátyás Művek Fémművében és a Kábel- és Sodronykötélgyárban) azonos eredetű és összetételű, kb. 10 tonna fémmel végeztük. A két üzem mérése alapján a 2,6 mm átmérőjű keményre húzott huzalok villamos ellenállásának zöme 28,8—29,1 Ohm/km/mm² közé esik.

A villamos vezetőképességi mérésekre vonatkozó laboratóriumi vizsgálatok eredményei közel hasonló összetételű fémekre vonatkoznak. A kísérletek azt bizonyítják, hogy a kész huzal villamos vezetőképességét az eddig ismert tényezőkön (anyag összetétele, fémolvadék tisztasága, huzalgyártás közben alkalmazott melegmegmunkálás és hőkezelés hőfoka stb) kívül a kiindulási fém előállítási körülményei (az alumíniumkohó járata) is döntő módon befolyásolják.

Részben hasonló eredményekhez jutunk a szilárdsági értékek vizsgálata alapján is :

a) A nyúlás 2,5 mm ∅-jű drótoknál egységesen (*A—F* próbák) 2—4% között mozog. Anyagfajtánkint lényeges különbség nem mutatkozik.

b) A nem kiegyensúlyozott kohójárattal készült anyagok (*A*, *B*) szakítószilárdsága a szokottnál nagyobb és különösen kb. 85%-os alakítás után igen rohamosan növekszik. Az egyenlősítés hatására a szilárdság kismértékben csökken, jellegileg azonban nem változik.

c) A kiegyensúlyozott kohójárattal készült anyagok (*C*, *D*) és ehhez hasonlóan a nagyobb tisztaságú anyagok (*E*, *F*) szilárdsági értékei a várható

jellegű keményedést mutatják. Szembetűnő, hogy a hőkezelés hatása szilárdsági szempontból a szokványos tisztaságú kohófémnél még 90%-os alakítás után is mutatkozik. A sajtolt huzal hőkezelése a szakítószilárdságot kb. 0,8—1,4 kg/mm² értékkel csökkenti. E hatás — bár kisebb mértékben — a 99,7% tisztaságú anyagnál is észlelhető. A 99,99% tisztaságú fémnél azonban a hőkezelés hatása már nem jelentkezik.

A mikroszkópi vizsgálatok alapján a következők voltak megállapíthatók:

a) A kiegyensúlyozott kohójárattal készült kádfémek elektrolitosan fényesített csiszolatai — bár helyenkint salak- és gázzárványok észlelhetők — a megszokott mikroszkópi képet adják (19. ábra).

b) Ezzel ellentétben a kiegyensúlyozatlan kohójárattal előállított kádfémek elektrolitosan fényesített csiszolatát — teljesen azonos előkészítési körülmények mellett — a 15. ábra mutatja. A csiszolaton látható mély lyukakból és maródásokból arra következtetünk, hogy a fém valamely, eddig még ismeretlen szennyeződést (salak, gáz stb.) igen finom eloszlásban, idegen fázisként magába zár.

c) Ugyanarról a fémdarabról mechanikai fényesítéssel készült csiszolaton* (17. ábra) a fémbe zárt idegen fázis szintén látható, mennyisége azonban sokkal kisebb, mint az az elektrolitosan fényesített csiszolatokon észlelhető. Ez a jelenség azzal magyarázható, hogy elektrolitos fényesítéskor az elektrolit a fémben levő idegen fázisokat oldja, sőt a fázisok helyének környékét is erősen megtámadja és ezzel a jelenséget nagymértékben torzítja.

d) Egyenlősítéssel, vagy kevésbé erélyes tisztítási eljárásokkal (fokozottabb mértékű pihentetés, sóval történő tisztítás) a kiegyensúlyozatlan kohójárattal készült fém mikroszerkezetét kevéssé javítani lehet, elektrolitos fényesítés alkalmával azonban a *b)* ponthoz hasonló csiszolatot kapunk (15. ábra). A tisztított fémből készült huzal villamos vezetőképessége, bár kismértékben javult, az előírásokat még így sem közelíti meg.

e) A kiegyensúlyozatlan kohójárattal készült fém elektrolitosan fényesített csiszolata erélyes tisztítás után kitisztul és a megszokott képet mutatja. Az anyagból előállított huzal vezetőképessége tovább javul, de még mindig nem kielégítő. Ebből a tényből arra lehet következtetni, hogy bár az erélyes tisztítási eljárás segítségével a finom eloszlású, szennyező fázis egy részét a fémből el lehet távolítani, az anyagban mégis visszamarad olyan mennyiségű szennyeződés, mely a fajlagos ellenállás kb. 0,5—0,8 Ohm/km/mm²-es növelésének előidézésére elegendő. Ezt látszanak igazolni a szilárdsági eredmények is, ahol a kiegyensúlyozatlan kohójárattal előállított fémekből készült huzal keményedési görbéinek jellege a kiegyensúlyozott kohójárattal készültekétől eltérő; az utóbbiaknál a húzás közbeni szilárdságnövekedés kisebb.

* E csiszolatot és a vele összefüggő mikroszkópi vizsgálatot *Széki* Pálma, a műsz. tud. kandidátusa végezte.

f) Kiegyensúlyozott kohójárattal előállított fémet utólag mesterségesen olyan mértékben szennyezni, hogy az a 15. ábrán látható elektrolitosan fényesített csiszolathoz hasonló szövetet eredményezzen, nem sikerült. Sem a Na-val, sem a P-vel, sem a H_2-vel, sem a nedvességgel kezelt olvadék csiszolata nem közelítette meg a 15. ábra képét. A mesterségesen szennyezett anyagokból készült huzal villamos vezetőképessége pedig nem csökkent annyira, mint az »A« jelű anyagból készülteké.

A mikroszkópi, vezetőképességi és villamossági vizsgálatok eredményeinek egybevetéséből arra lehet következtetni, hogy a kiegyensúlyozatlan kohójárattal előállított fém, már *in statu nascendi*, igen finom eloszlásban valamilyen idegen fázissal szennyeződik és ezt a szennyeződést a fémből utólag vagy egyáltalán nem, vagy csak igen nehezen lehet eltávolítani. Az alumínium ezen szennyeződéseinek azonosítása még nem történt meg, ez még hosszabb időt igénybe vevő rendszeres kutató munkát kíván. A további vizsgálatok befejezéséig is feltehető, hogy a kiegyensúlyozatlan kohójárattal előállított alumínium szennyeződéseit az alábbi lehetőségek közül az egyik, vagy többnek egymásra gyakorolt hatása okozza. A kiegyensúlyozatlan körülmények között történő alumíniumelőállítás alkalmával a termelt fém

1. túlhevül,
2. fokozódik a Na-képződés lehetősége,
3. megvan az alumíniumkarbid képződésének lehetősége,
4. növekedik a fém gáz (főleg H_2) elnyelőképessége,
5. megvan a nagyobbmértékű hidrid képződésnek (pl. CaH_2 vagy NaH) lehetősége,
6. a szétszórt fémszemcsék elektrolitnyomokat, esetleg alumínium monovegyületeket inkludálhatnak. Mindezen rendellenességek a fém szerkezetét és tulajdonságait annyira megváltoztatják, hogy végső fokon, minden megszokott utólagos tisztítási eljárás ellenére sem fog az ilyen anyagból gyártott vezetőképességű huzal a kívánalmaknak megfelelni.

Hasonló jelenségre mutat az alumíniumlemez gázosodására irányuló legújabb vizsgálat eredménye is (4), amikor a könnyűfémlemez hólyagosodásának okát a kiinduló kohófém gáztartalmában vélik megtalálni és kísérletileg igazolják, hogy a legveszélyesebb és legnehezebben eltávolítható gázosodás az alumínium elektrolízisnél az *in statu nascendi* fémnél mutatkozik.*

* A közlemény összeállítása után jutott birtokunkba *Burger* és *Tull* közleménye (Nature, 1953. X. 17. 729. oldal), mely szerint az elektrolitos fényesítéskor a nagyobb H_2-tartalmú alumíniumlemez rendellenes magatartást mutat.

A karbidképződés lehetőségét pedig aláhúzzák a jelenleg folyamatban levő kiegészítő kísérleteink, melyek szerint vákuumban grafittégelyben 800 C°-on olvasztott alumínium villamos vezetőképessége erősen (2—3 Ohm/km/mm² értékkel) romlik.

IRODALOM

1. *Domony A.:* Alumínium 1949. 131. és 159. oldal.
2. *Domony A.—Vassel K. R.:* MTA Műsz. Oszt. Közl. 1952. III. 2—4. sz. 267. oldal.
3. *Domony A.—Vassel K. R.:* MTA Műsz. Oszt. Közl. 1953. VIII. 3—4. sz. 629. oldal.
4. *Taoka K., Isobe T., Ujeshima K.:* Light Metals (Japán) 1953. VI. sz. 17—22. oldal.

Összefoglalás

Alumíniumhuzal villamos vezetőképességét nemcsak az eddig ismert körülmények (fém összetétele, huzalgyártás technológiája) befolyásolják, hanem a villamos tulajdonságok szempontjából igen fontosak az alumíniumfém előállítási körülményei is.

2. A kiegyensúlyozatlan kohójárattal készült fém (*A*, *B*) megbízhatóan semmiféle tisztítási eljárással, hőkezeléssel, vagy alakítással sem hozható olyan állapotba, amely villamos vezetőképesség szempontjából megfelelne.

3. A kiegyensúlyozott kohójárattal készült, hazai szabvány szerinti fém (*C*, *D*) csak egyenlősített, tisztított és hőkezelt állapotban hozható villamos vezetőképesség szempontjából kedvező állapotba. Minél nagyobb a fém Si-tartalma (0,1% Si felett), az anyag annál kényesebb a huzalgyártás közben alkalmazott legmegfelelőbb melegítési és hőkezelési hőmérséklet tartására.

4. A kiegyensúlyozatlan kohójárattal készült fém keményedése túlzott, meg nem engedett mértékű.

5. A mikroszkópi csiszolat alapján bizonyos különbség fedezhető fel a kiegyensúlyozott, tehát megfelelő és nem kiegyensúlyozott, tehát nem megfelelő körülmények között előállított kohóalumínium szövete között. A ki nem egyensúlyozott kohójárattal előállított fém szennyezéseinek, illetve a fémben levő idegen fázisnak meghatározása és megbízható tisztítási eljárás kidolgozása további kutatómunka feladata.

6. Addig is, amíg ez az újabb munka be nem fejeződik, megállapítható, hogy a nem kiegyensúlyozott kohójárattal készült fém hatása mind a villamos vezetőképesség, mind a szakítószilárdság tekintetében megnyilvánul, ami csak a gyártás befejezése után, vagy közvetlenül az előtt ad támpontot az anyag használhatóságáról. A kiegyensúlyozatlan kohójáratnak a vezetőképesség szempontjából káros hatása viszont megnyilvánul az öntött darabokról készített mikroszkópi csiszolatokban is, ami az anyag használhatóságára vonatkozóan az üzemvezetőség számára az esetek túlnyomó részében helyes tájékozódást tesz lehetővé.

CSÖVEK NYÚJTÓHENGERLÉSE HIDEGEN

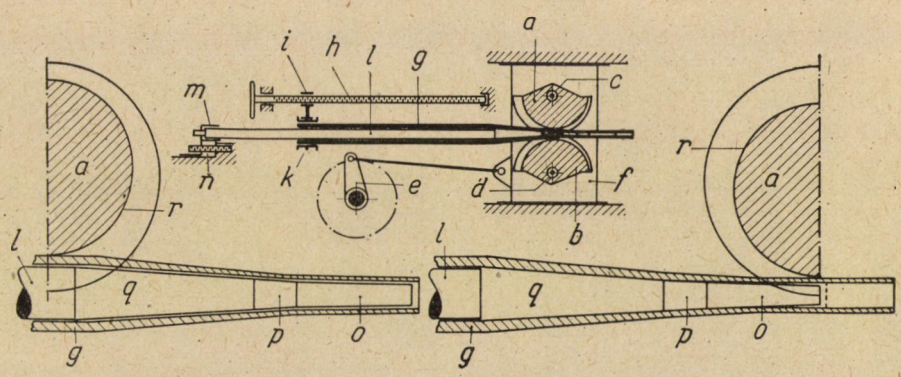
A KELETKEZŐ ERŐK ÉS TELJESÍTMÉNYSZÜKSÉGLETEK MEGHATÁROZÁSA

GELEJI SÁNDOR

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA RENDES TAGJA

[Beérkezett 1954. október 29]

A korszerű fémmű csőgyártóberendezései közé tartozik a hidegen nyújtó hengerlő (üzemi nyelven: »pilgerező«) gép. A fémcsövek gyártása, mint tudjuk, általában úgy történik, hogy a hidraulikus sajtón sajtolt nyers csövet csőhúzópadokon, számos egymásután következő húzással a kívánt átmérőjű és falvastagságú csövekké húzzák. A csőhúzás hidegen történik, minden húzást vagy minden második húzást lágyítás követ. A lágyított csövet lágyítás után hígított kénsavban pácolni kell.



1. ábra

A fémcsőgyártás korszerű technológiája a húzások, lágyítások és ezzel a pácolások számát mindjobban csökkenti. Ezt a célt szolgálja a hidegen pilgerező gép.

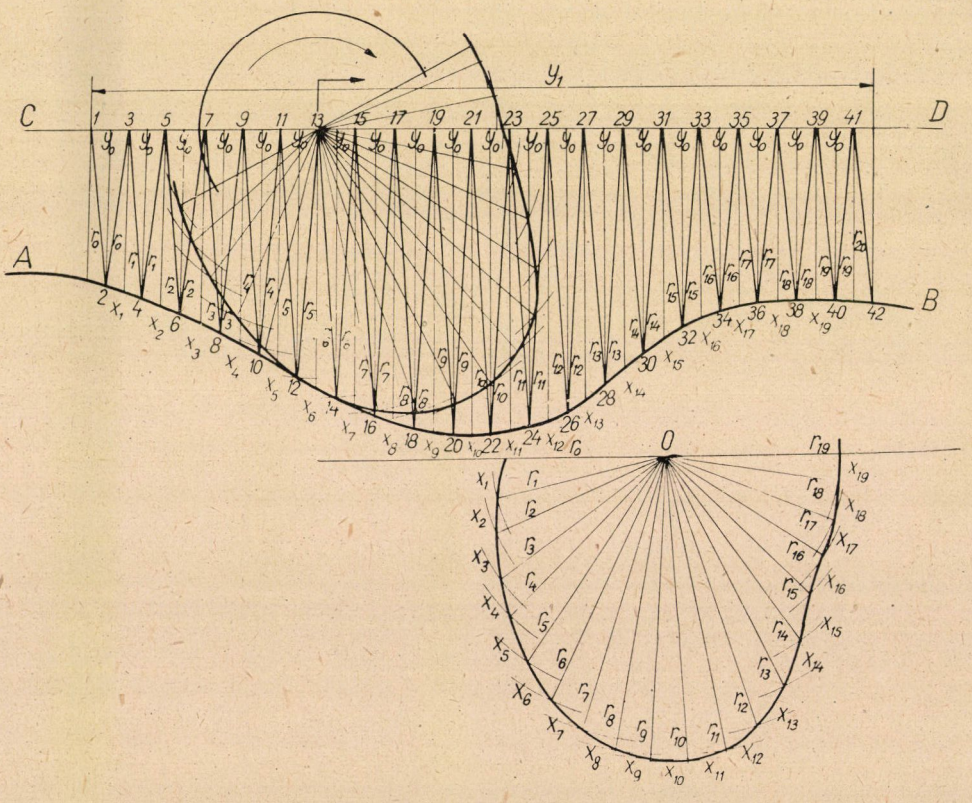
A hidegen nyújtó hengerlőgép működése az 1. ábrán látható. Az *a* és *b* hengerszektor a *c* és *d* tengely körül elmozgatható. A hengerszektorok az *e* forgattyú segítségével ide-oda mozgatott *f* szánkóba vannak ágyazva. A *g* darab lépésekben való előtolására szolgál a *h* menetes orsó és az *i* anya, amely a darabot megfogó *k* befogópofával van összeköttve. Az *l* tüskét az *m* tüsketartó útján lehet axiálisan beigazítani. A tüske eleje kúposan van kiképezve és az *o*, a *p* és a *g* kisebbedő csonkakúpból alkotva. A hengerpár excentrikus

dolgozó felületei gördülnek a tüske kúpos felülete mentén, miközben a hengerfelület és tüske közötti rés folytonosan kisebbedik. A csöveknek ily módon való hideg nyújtó hengerlésekor a csőátmérő és a falvastagság egyidejűleg kisebbedik. Munka közben a darab a tüskén ennek csúcsa felé előretolódik, ugyanakkor a tüskével együtt egy bizonyos szöggel a tengely körül elfordul.

Hidegpilgerezéssel olyan ötvözetekből is minden nehézség nélkül lehet vékonyfalú csövet gyártani, amelyeket kisajtolni csak nagy falvastagsággal, húzni pedig csak nagyon sok húzás és közbeeső lágyítás segítségével lehet.

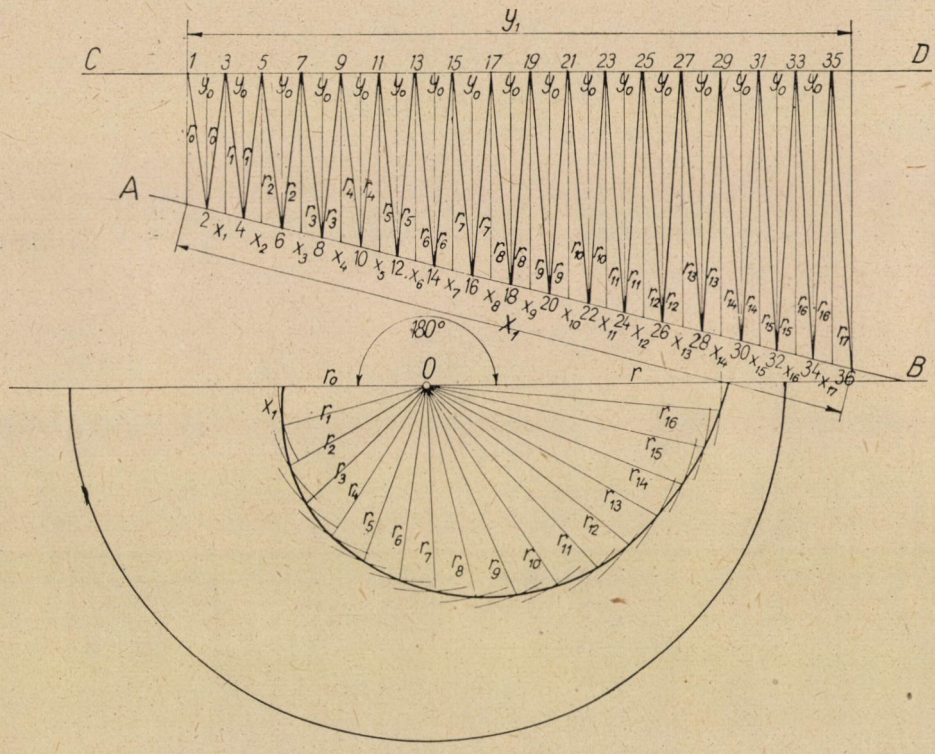
a) A nyújtóüreg legördülő görbéjének meghatározása

Ha olyan gördülőtárcsát akarunk szerkeszteni, amelynek O forgáspontja (tengelye) a gördülés folyamán $C-D$ egyenes mentén mozog, kerülete pedig az $A-B$ görbe mentén gördül, akkor a szerkesztésnél a következőképpen kell eljárnunk :



2. ábra

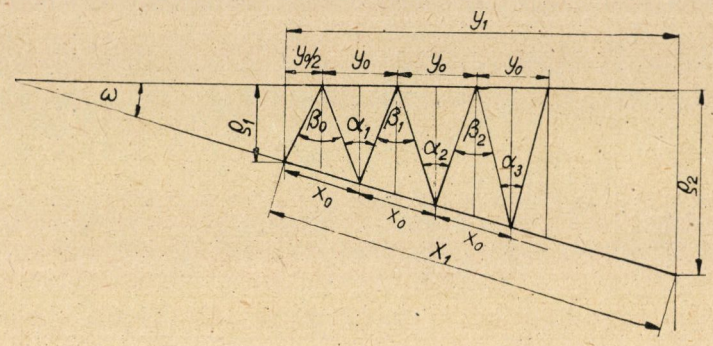
A tárcsa O forgáspontjának y hosszú egyenes pályáját felosztjuk $2n$ egyenlő részre. Az osztópontokon keresztül egymással párhuzamos merőlegeseket húzunk a $C—D$ egyenesre. Ezek a párhuzamosok metszik az $A—B$ görbét. A $C—D$ vonal minden páratlan számú metszéspontját összekötjük az $A—B$ vonal minden párosszámú metszéspontjával. Ekkor egy sor olyan egyenlőszárú háromszöget kapunk, amelyek alapoldalai a $C—D$ egyenesen, csúcspontja; pedig az $A—B$ görbén vannak. Egy-egy egyenlőszárú háromszög szárai azonos indexszel vannak ellátva, mert az egyenlőszárú háromszög két szára egy rádiusz két helyzetét jelenti a 2a. ábrán. A legördülő görbe szerkesztése a rádiuszok és az egyenlőszárú háromszögek csúcsainak az $A—B$ görbén való távolságai (x_1 ; x_2 ; ... x_n) segítségével történik a 2b. ábrán látható módon. A tárcsa ui. az r_i, r_{i+1} és x_i távolságokból létrejött háromszögekből tevődik össze, ahol $i = 1 \rightarrow n$-ig.



3. ábra

A hidegpilgerezőgép gördülő tárcsájának (gördülő görbéjének) forgáspontja a $C—D$ egyenesen mozog, a tárcsa kerülete pedig ugyancsak egy egyenesen ($A—B$) gördül le (3. ábra). A szerkesztés elvileg itt tökéletesen ugyanolyan módon történik, mint a 2. ábrán. A dolgozóüreg legördülő görbéjének

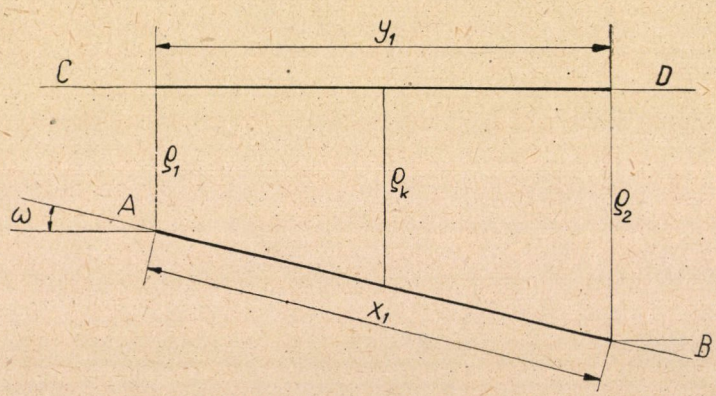
megszerkesztésekor azonban adott a munkahenger lökete (y), illetve a kúpos tüskén levő kúpos csőrész alkotójának hossza (x) (5. ábra). A legördülő görbe szerkesztésekor általában azt is el akarjuk érni, hogy az első és utolsó rádiusz egymással 180°-os szöget zárjon be, azaz egy egyenesbe essék (3. ábra : r_0 és r_5 rádiusz), ehhez a következő összefüggések állnak a rendelkezésünkre :



4. ábra

A 4. ábra szerint, ha a szögek kicsinyek, írható, hogy

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 (=) \beta_i \\ \alpha_i (=) \beta_i \end{aligned}\right\} . \tag{1}$$



5. ábra

Általában ha a szög kicsi, jó közelítéssel írható, hogy

$$\alpha_i (=) \frac{y_0}{\varrho_i} . \tag{2}$$

Az 5. ábrából

$$\varrho_k = \frac{\varrho_1 + \varrho_2}{2} \tag{3}$$

$$y = x \cdot \cos \omega \,, \tag{4}$$

ahol

$$\varrho_2 = \varrho_1 + x \cdot \sin \omega \tag{5}$$

$$\varrho_1 = \frac{2 \cdot \varrho_k - x \cdot \sin \omega}{2}. \tag{6}$$

Ha az y_1 távolság n számú y_0 nagyságú részre van felosztva, és azt akarjuk, hogy az első és utolsó rádiusz egy egyenesbe essék, akkor kell, hogy fennálljon :

$$n \cdot \alpha_k = \frac{n \cdot y_0}{\varrho_k} = \pi \,. \tag{7}$$

Ebből az egyenletből :

$$y_0 = \frac{\varrho_k \cdot \pi}{n}. \tag{8}$$

Ha n-t és ϱ_k-t előzetesen felvesszük, akkor a szerkesztés a fenti módon elvégezhető.

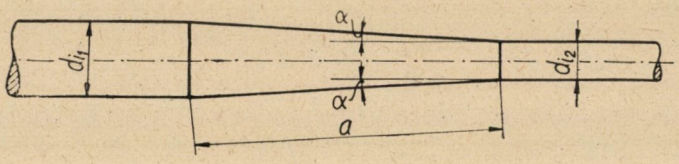
b) A hidegpilgerezésnél keletkező erők meghatározása

A cső-hidegpilgerezőgép egyidejűleg két műveletet végez :
redukál és
falat vékonyít.

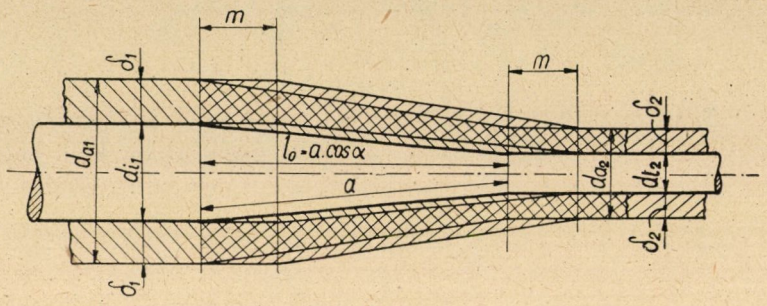
E két művelet határozza meg az erőket és teljesítményszükségleteket.

A hidegpilgerezés műveletének leírásánál láttuk, hogy csőnek hideg állapotban való nyújtóhengerlésekor a csövet a tüskén (6. ábra) m távolsággal előre tolják (7. ábra). Utána a hengerüregek dolgozó felületei gördülnek a tüske kúpos része mentén (8. ábra). A gördülés folyamán a kúpos csőrész átmérője a rajz síkjában mindenütt Δd-val csökken (9. ábra). Ez a Δd átmérőcsökkenés a falvastagság csökkenésből $\Delta\delta$ és az átmérő redukálásból tevődik össze. A 9. ábra szerint

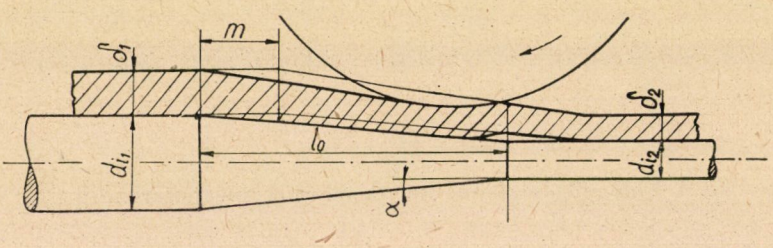
$$\frac{\Delta d}{2} = m \cdot \varphi, \tag{9}$$



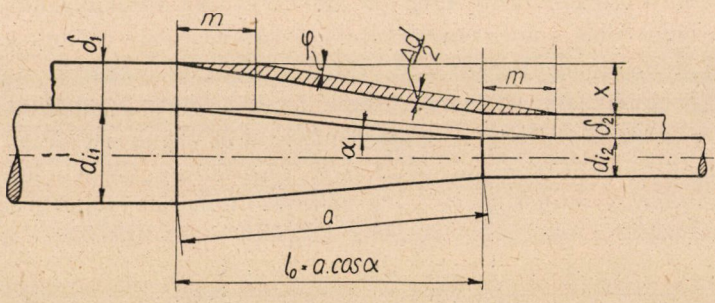
6. ábra



7. ábra



8. ábra



9. ábra

ahol

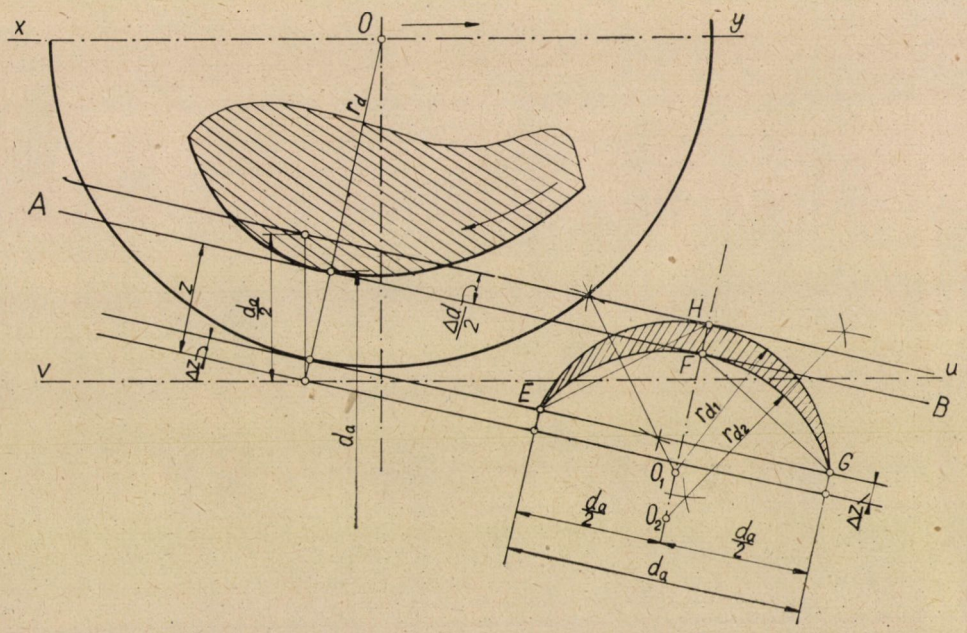
$$\varphi\,(=)\,\frac{(d_{b1}-d_{b2})+2\,(\delta_1-\delta_2)}{2\cdot a\cdot\cos\alpha}=\frac{(d_{b1}-d_{b2})+2\,(\delta_1-\delta_2)}{2\cdot l_0}, \tag{10}$$

mert

$$\delta_1+\frac{d_{b1}}{2}=x+\delta_2+\frac{d_{b2}}{2} \tag{11}$$

és

$$\varphi=\frac{x}{l_0}. \tag{12}$$



10. ábra

Az üreg keresztmetszetét és a hozzá tartozó fogyást bármely a henger tengelyén keresztülfektetett síkban a 10. ábra szerint határozhatjuk meg. Az ábrán $x—y$ egyenes a henger tengelyének pályája, $u—v$ a tüske középvonala, $A—B$ a legördülési egyenes (lejtő), azaz a megmunkált kúpos csőrész alkotója. Az üreg keresztmetszetének kontúrja az E, F és G pontokkal meghatározott r_{d2} sugarú körvonal. A fél fogyási területet $\left(\frac{F_a}{2}\right)$ az E, H és G pontokkal meghatározott r_{d1} sugarú és az E, F és G pontokkal meghatározott r_{2d} sugarú két körív határolja. Az összfogyás nagysága a 10. ábra alapján

$$F_a=1{,}2\cdot\Delta d_k\cdot d_k. \tag{13}$$

Ez az összfogyás két részből adódik: a falvastagságcsökkenésből eredő fogyásból és az átmérőcsökkenésből (redukálásból) eredő fogyásból.

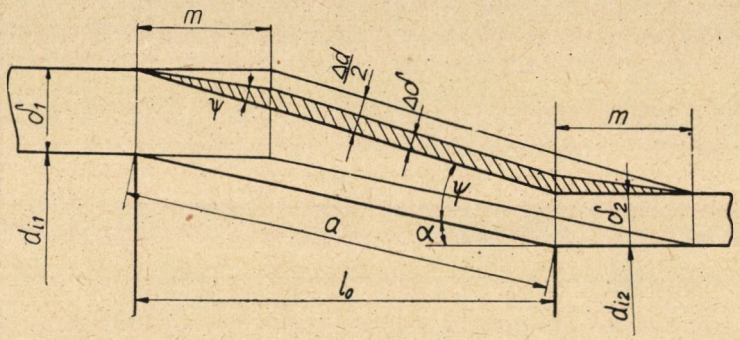
A $\Delta\delta$ falvastagságcsökkenés közelítően a 11. ábrából:

$$\Delta\delta\,(=)\,m\cdot\psi\cdot 1{,}1\,, \tag{14}$$

ahol m az előtolás, ψ pedig a kúpos csőrész külső és belső falának egymással bezárt szöge.

A ψ szög közelítően:

$$\psi\,(\doteq)\,\frac{\delta_1-\delta_2}{a}=\frac{(\delta_1-\delta_2)}{l_0}\cdot\cos\alpha\,. \tag{15}$$



11. ábra

A csőredukálásból eredő átmérőcsökkenés pedig

$$\Delta d_r\doteq\Delta d-2\cdot\Delta\delta\,. \tag{16}$$

A falvastagságcsökkenésből eredő fogyás:

$$F_a=2{,}3\cdot\Delta\delta\cdot d_k \tag{17}$$

és a csőátmérő csökkenéséből eredő fogyás:

$$F_r=1{,}15\cdot\Delta d_r\cdot d_k\,. \tag{18}$$

Az összes fogyás így is felírható:

$$F_\Sigma=1{,}15\cdot d_k\cdot(2\cdot\Delta\delta+\Delta d_r)\,. \tag{19}$$

Ezek szerint a hengerre ható nyomás is két részből tevődik össze: a falvastagság csökkentéséhez szükséges nyomásból és a csőátmérő csökkentéséhez szükséges nyomásból.

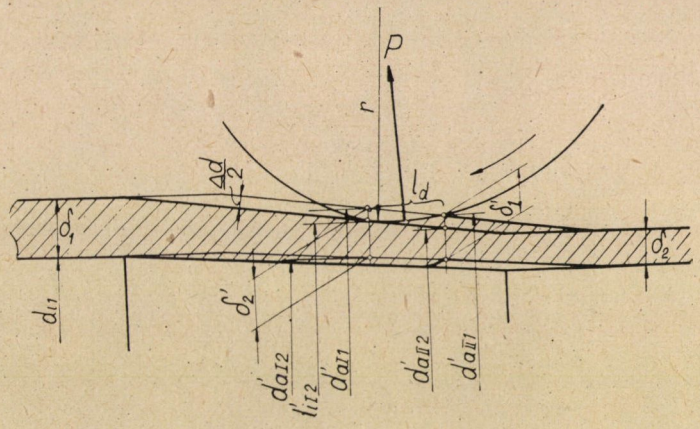
A csőátmérő redukálásához szükséges erő, és a keletkező hengerlési nyomás

$$P_r = p \cdot S, \tag{20}$$

ahol S a nyomott felület, p pedig a nyomott felület mentén keletkező fajlagos nyomás.

A nyomott felület

$$S = \frac{2}{3} \cdot d_{k11} \cdot l_d, \tag{21}$$



12. ábra

ahol l_d a nyomott ív (12. ábra):

$$l_d (=) \sqrt{\frac{\Delta d}{2} \cdot r}. \tag{22}$$

Itt r az üreg dolgozó rádiusza (12. ábra), d'_{kI1} a kúpos csőrész megmunkálás alatt álló átmérője. Ezek szerint a nyomott felület:

$$S = \frac{2}{3} d_{k11} \cdot \sqrt{\frac{\Delta d}{2} \cdot r}. \tag{23}$$

Csőredukáláskor a nyomott felület mentén mutatkozó fajlagos nyomás:

$$p = \frac{2\,\delta}{d_{b11}}\,\sigma_f = \frac{2\,\delta}{d_{b11}}\,\sigma_f\,, \tag{24}$$

ahol

$$\delta = \frac{\delta_1' - \delta_2'}{2} \tag{25}$$

a megmunkált csőrész közepes falvastagsága, σf a cső anyagának folyási határa.

A falvastagság csökkentéséből eredő hengerlési nyomás

$$P_a = k_k \cdot S\,, \tag{26}$$

ahol S a nyomott felület (23) egyenlet, k_k az alakított anyag közepes alakítási ellenállása:

$$k_k = k_f \cdot \left(1 + 5{,}5 \cdot \mu \cdot \frac{l_d}{2 \cdot \delta} \cdot \sqrt[4]{v}\right). \tag{27}$$

Ebben a képletben k_f az alakított anyag alakítási szilárdsága (folyási határa), u a darab és hengerek között keletkező súrlódás tényezője, l_d a nyomott ív (22. egyenlet), δ a közepes falvastagság (25) egyenlet, v a hengerlési sebesség.

Az összhengerlési nyomás

$$P = P_a + P_r\,. \tag{28}$$

A hengerlési nyomaték is két részből tevődik össze, mégpedig a falvastagság csökkentéséhez szükséges hengerlési nyomatékból és a csőátmérő csökkentéséhez (redukálásához) szükséges hengerlési nyomatékból.

A falvastagság csökkentéséhez szükséges hengerlési nyomaték

$$M_a = F_a \cdot k \cdot r \tag{29}$$

képlettel fejezhető ki; a csőátmérő csökkentéséhez szükséges hengerlési nyomaték pedig a következő képlettel:

$$M_r = F_r \cdot p_k \cdot r\,. \tag{30}$$

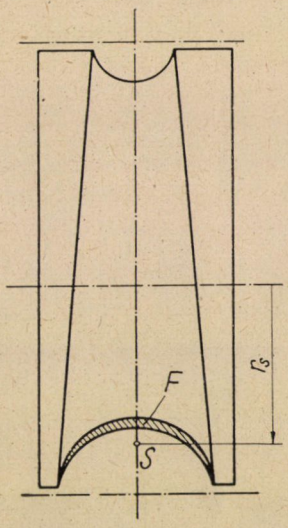
A (29) és (30) képletben előforduló F_a fogyás a (17), F_r fogyás pedig a (18) képlettel, k_k közepes alakítási ellenállás a (27) képlettel, p_k a csőfelület mentén mutatkozó közepes fajlagos nyomás pedig a (24) képlettel számítható ki.

Az összhengerlési nyomaték

$$M = M_a + M_r = r \cdot (F_a \cdot k_k + F_r \cdot p_k) . \tag{31}$$

A (29), (50) és (31) képletben előforduló hengerrádiusz a fogyási terület súlypontjához (S) tartozó sugár (13. ábra).

A hengerlési nyomaték a fentiek értelmében változó érték a legördülési út mentén. A (29), (50) és (31) képlettel csak pillanatnyi hengerlési nyomatékok határozhatók meg, mert egy állandó hengerlési nyomaték nincs.



13. ábra

A teljesítményszükséglet ugyancsak két részből tevődik össze: A falvékonyításhoz szükséges munka teljesítményszükségletéből (N_a) és a csőátmérő csökkentéséhez szükséges munka teljesítményszükségletéből (N_r):

$$N = N_a + N_r , \tag{32}$$

ahol

$$N_a = \frac{F_a \cdot k_k \cdot v}{102} \text{ [kw]}. \tag{33}$$

és

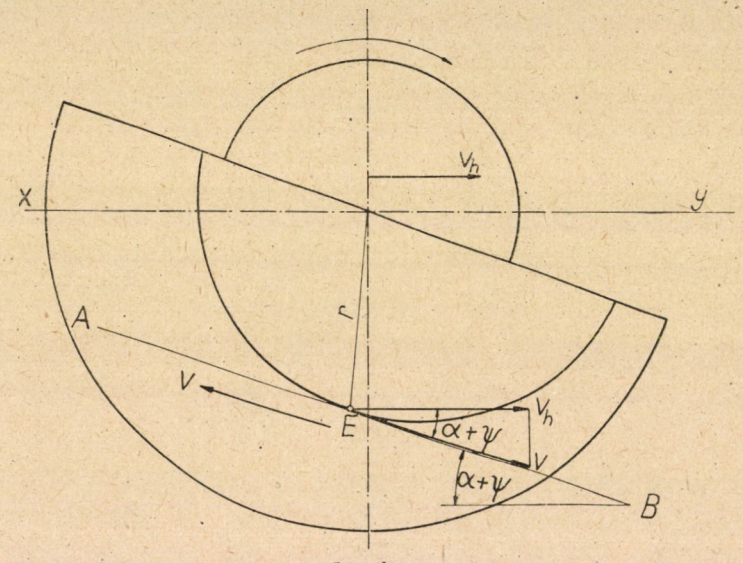
$$N_r = \frac{F_r \cdot p_k \cdot v}{102} \text{ [kw]} . \tag{34}$$

A teljesítményszükséglet is a legördülés folyamán változó érték. Az átlagos hengerlési teljesítményszükséglet kiszámítására még vissza fogunk térni.

A hengerlési teljesítményszükséglet és a közepes alakítási ellenállás nagyságának kiszámításához ismernünk kell a hengerlési sebességet. A munkahenger tengelye az $x—y$ egyenesen v_k sebességgel mozog (14. ábra). Tehát az AB legördülési egyenes mentén az $É$ érintési pontban a hengerlési sebesség

$$v = \frac{v_k}{\cos(\alpha + \psi)}, \tag{35}$$

ahol v_k a munkahenger tengelyének haladási sebessége, α a kúpos tüskerész alkotójának hajlásszöge (6. ábra) és ψ a kúpos csőrész külső és belső falának egymással bezárt szöge (11. ábra).



14. ábra

Már a bevezetőben rámutattunk arra, hogy a hengerek állványaikkal együtt mozgatható szánkóra vannak szerelve, melyet forgattyús mechanizmus ide-oda mozgat. A szánkó mindenkori sebességét, és a mindenkori hengerlési sebességet a mellékelt 15. és 16. ábra alapján lehet kiszámítani.

L a hajtórúd hossza, r a forgattyú sugara, e a hajtórúdcsap $x'—x'$ vízszintes mozgási pályájának a forgattyústengelytől való távolsága, S a hajtó rúdcsap (szánkó) lökete, φ a forgattyúnak a $\xi'—\xi'$ vízszintessel bezárt szöge.

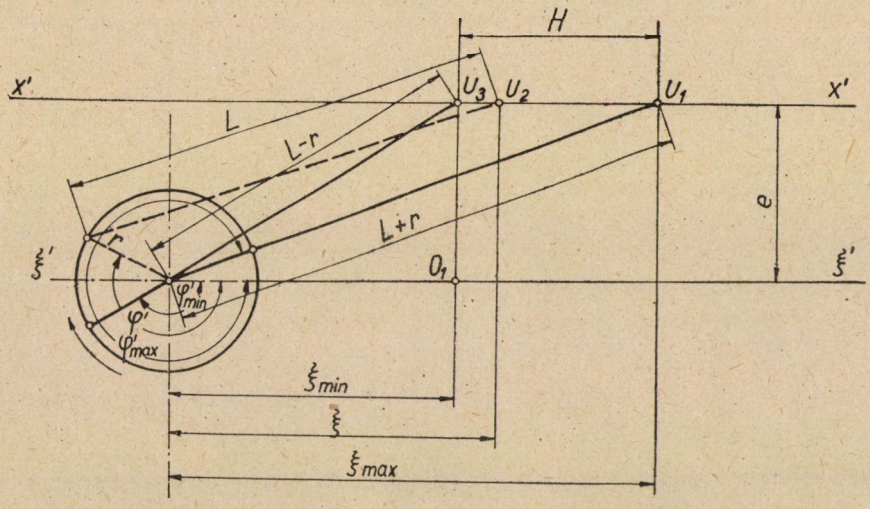
Ezeknek az adatoknak segítségével felírható, hogy

$$\xi = \sqrt{L^2 - (e + r \cdot \sin\varphi')^2} + r \cdot \cos\varphi'. \tag{36}$$

A ξ-nek két szélső értéke van :

$$\xi_{min} = \sqrt{(L-r)^2 - e^2} \tag{37}$$

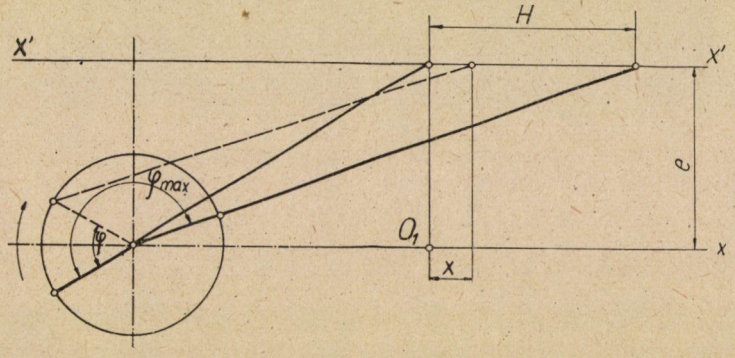
$$\xi_{max} = \sqrt{(L+r)^2 - e^2} \,. \tag{38}$$



15. ábra

A ξ_{max}-hoz és ξ_{min}-hoz tartozik egy φ'_{max} és φ'_{min}, azaz

$$\sin\varphi'_{min} = \frac{e}{L-r} \tag{39}$$



16 ábra.

és

$$\sin\varphi'_{max} = \frac{e}{L+r} \,. \tag{40}$$

A legnagyobb löket:

$$S = \sqrt{(L+r)^2+e^2} - \sqrt{(L-r)^2-e^2}. \tag{41}$$

Ha a forgattyú által bezárt szöget nem a $\xi'-\xi'$ vízszintesre vonatkoztatjuk, hanem a szánkólöket egyik szélső helyzetére, akkor a szánkó x nagyságú kilengése az O_1 szélső helyzethez képest a 16. ábra alapján a következő:

$$x = \xi - \xi_{\min} = \xi - \sqrt{(L-r)^2-e^2} \tag{42}$$

$$\varphi = \varphi' - \varphi'_{\min} = \varphi' - \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}, \tag{43}$$

azaz

$$x = \sqrt{L^2 - \left|e + r\cdot\sin\left(\varphi + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right)\right|^2} + r\cdot\cos\left(\varphi + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right) - \sqrt{(L-r)^2-e^2}. \tag{44}$$

Ha ω a forgattyú szögsebessége, i az idő, akkor a (44) egyenlet a következőképpen írható fel:

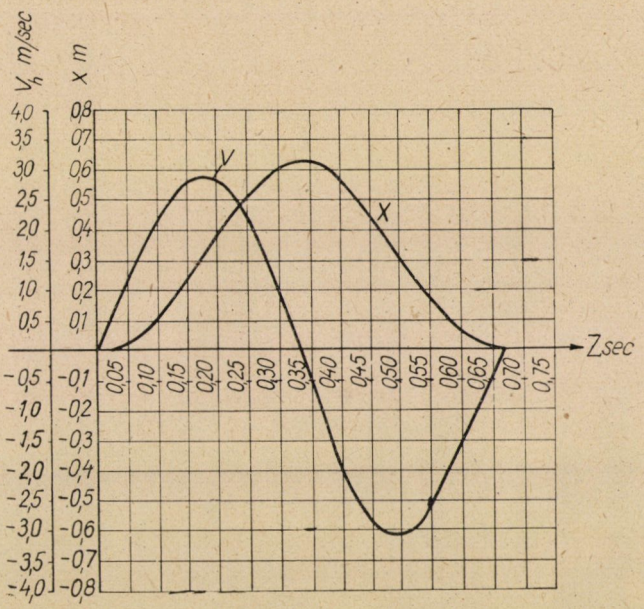
$$x = \sqrt{L^2 - \left|e + r\sin\left(\omega t + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right)\right|^2} + r\cos\left(\omega t + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right) - \sqrt{(L-r)^2-e^2}. \tag{45}$$

A hengereket hordó szánkó sebességét megkapjuk, ha az x-t az idő szerint differenciáljuk. Ezek szerint a szánkó sebessége, illetve v_k sebesség (14. ábra, 35. képlet)

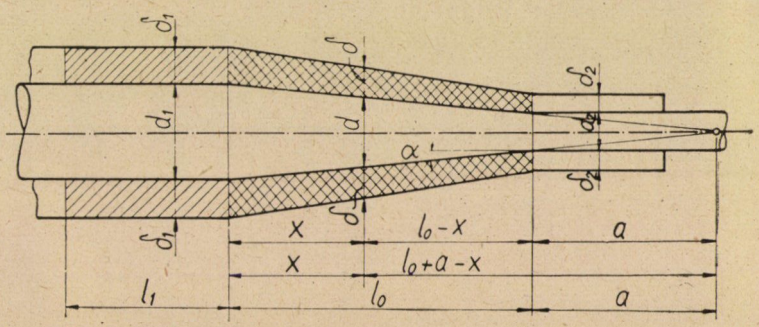
$$v_k = -r\cdot\omega\left\{\frac{\cos\left(\omega t + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right)\cdot\left|e + r\cdot\sin\left(\omega t + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right)\right|}{\sqrt{L^2 - \left|e + r\sin\left(\omega t + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right)\right|}} + \sin\left(\omega t + \operatorname{arc\,sin}\frac{e}{L-r}\right)\right\}. \tag{46}$$

A (46) egyenlettel a hengerlési sebesség (35) egyenlet bármely időpontra kiszámítható.

Ha a (48) és (49) képlet segítségével az x löketet és a v_k sebességet egy közös diagrammban ábrázoljuk, akkor a 17. ábrán látható diagrammhoz jutunk. A diagramm számítása a következő adatokkal történt : $r = 0{,}3$ m ; $e = 0{,}5$ m ; $n = 90$ ford/perc, $\omega = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 9{,}43$ /sec.



17. ábra



18. ábra

Hogy számításainkat el tudjuk végezni, ahhoz még szükséges az m előtolás (11. ábra) nagyságának megállapítása. Az előtolás nagyságát abból a feltételből kell megállapítani, hogy az üregnek a megmunkálás alatt álló kúpos darabrész minden egyes pontján többször ($u = 4 \sim 6$) végig kell szaladnia, hogy kifogástalan felületű csövet lehessen készíteni.

Mint tudjuk, a cső megmunkálása a tüske kúpos része mentén történik (18. ábra). A d_1 átmérőjű tüskén a δ_1 falvastagságú csőből m hosszúságú csövet kell minden löket után előtolni, úgy, hogy az előtolt cső térfogata a megmunkálás alatt álló kúpos csőrész térfogatának u-ad része legyen. Ezek szerint az kell, hogy

$$d_1 \cdot \delta_1 \cdot \pi \cdot l_1 = \int_0^{lo} d \cdot \delta \cdot \pi \cdot dx \tag{47}$$

legyen, ahol

$$l_1 = u \cdot m = \int_0^{lo} \frac{d \cdot \delta}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot dx\,. \tag{48}$$

Az l_0 hosszúságú kúpos csőrész térfogata egyenlő az l_1 hosszúságú, δ_0 falvastagságú, d_1 belső átmérőjű csőével.

A (48) képletben előforduló

$$d = \frac{x}{l_0}(d_1 - d_2) + d_2 \tag{49}$$

$$\delta = \frac{x}{l_0}(\delta_1 - \delta_2) + \delta_2. \tag{50}$$

A d és δ értékét behelyettesítve a (48) képletbe:

$$l_1 = \int_0^{l_0} \frac{d \cdot \delta}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot dx = \int_0^{lo} \frac{\left[\frac{x}{l_0} \cdot (\delta_1 - \delta_2) + \delta_2\right] \cdot \left[\frac{x}{l_0}(d_1 - d_2) + d_2\right]}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot dx =$$

$$= \int_0^{l_0} \left[x^2 \frac{(\delta_1 - \delta_2)(d_1 - d_2)}{l_0^2 \cdot d_1 \cdot \delta_1} + x \frac{\delta_2 (d_1 - d_2) + d_2 \cdot (\delta_1 - \delta_2)}{l_0 \cdot d_1 \cdot b_1} + \frac{d_2 \cdot \delta_2}{d_1 \cdot d_2} \right] \cdot dx =$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} \cdot \frac{(\delta_1 - \delta_2) \cdot (d_1 - d_2)}{l_0^2 \cdot d_1 \cdot \delta_1} + \frac{x^2}{2} \cdot \frac{\delta_2 \cdot (d_1 - d_2) + d_2 (\delta_1 - \delta_2)}{l_0 \cdot d_1 \cdot b_1} + \right. \tag{51}$$

$$\left. + \frac{d_2 \cdot \delta_2}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot x \right]_0^{l_0} = \frac{l_0}{3} \cdot \frac{(\delta_1 - \delta_2) \cdot (d_1 - d_2)}{d_1 \delta_1} + \frac{l_0}{2} \cdot \frac{\delta_2 \cdot (d_1 - d_2) + d_2 (\delta_1 - \delta_2)}{d_1 \cdot \delta_1} +$$

$$+ \frac{d_2 \cdot b_2}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot l_0 = \frac{l_0}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot \left[\frac{(\delta_1 - \delta_2 \cdot (d_1 - d_2)}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{\delta_2 (d_1 - d_2) + d_2 (\delta_1 - \delta_2)}{2} + d_2 \cdot \delta_2 \right].$$

Tehát ez előtolás:

$$m = \frac{l_1}{u} = \frac{l_0}{u \cdot d_1 \cdot \delta_1} \cdot \left| \frac{(\delta_1 - \delta_2) \cdot (d_1 - d_2)}{3} + \right.$$
$$\left. + \frac{\delta_2 (d_1 - d_2) + d_2 (\delta_1 - \delta_2)}{2} + d_2 \cdot \delta_2 \right| . \qquad (52)$$

E képletben előforduló u általában

$$u = 4 \sim 6 .$$

Az itt bemutatott számítási eljárással a megmunkálandó és gyártandó cső és a gép adataiból ki lehet számítani a hidegpilgerezéskor a hengerlési sebességet, hengerlési nyomást és az alakítási teljesítményszükségletet bármely időpontra. Ha a tiszta hengerlési munkát vagy a tiszta hengerlési munka átlagos teljesítményszükségletét akarjuk kiszámítani, akkor a 17. ábrához hasonlóan az idő függvényében felrajzoljuk a teljesítményszükséglet-idő diagrammot. Az egy munkalöketre eső munka egyszerű területszámítással megállapítható. Az egy löketre eső tiszta hengerlési munka osztva a löket tartalmával, adja a tiszta hengerlési munka átlagos teljesítményszükségletét. Ha a hidegpilgerező-gép teljesítményszükségletét akarjuk kiszámítani, akkor a tiszta hengerlési munka teljesítményszükségletéhez még hozzá kell adnunk a tömegek (szánkó, hengerállvány, hengerek tömege) mozgatásához szükséges teljesítményszükségletet, továbbá a gép belső súrlódási veszteségeinek fedezésére szolgáló teljesítményszükségletet.

IRODALOM

1. *Zacco, Y.:* Tekn. T., Berovetenskap, *67* (1937), Nr. 11. 89/96. old.
2. *Unckel, H.:* Archiv f. d. Eisenhüttenwesen, *12* (1938/39). 423/428. old.
3. *Grüner, P.:* Ind. Anz. *74* (1952). 168/172. old.
4. *Orro, P. J.* und *Osada, I. E.:* Proiswodstwo staljnjich tonkostennjich besschownjich Trub. Verl. Metallurgizdat, Moskva, 1954. 191/328. old.
5. *Landichow, A. D.:* Proiswodstvo trub, prutkov i profileji iz zwetnich metallov. Verl. Metallurgizdat, 1952. 259/283. old.
6. *Neumann, F. W.* u. *Siebel, E.:* Das Kaltpilgern von Rohren. Stahl und Eisen *74* (1954). 434/445. old.
7. *Stahl* und *Eisen*, 1937. 383. old.
8. *Geleji, A.:* Schmiedemaschinen und Walzwerke. VEB Verlag Technik Berlin, 1954. S. 641/643. 310. old.
9. *Geleji, A.:* Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952. 57. és 69. old.

Összefoglalás

A dolgozatban olyan számítási eljárást mutat be a szerző, amelynek segítségével cső-hidegpilgerezésnél keletkező erők és teljesítményszükségletek kiszámíthatók. Ugyancsak bemutat egy szerkesztési eljárást is, amelynek segítségével a hengerek üregeinek legördülő görbéje megszerkeszthető.

KÖNYVSZEMLE

Schimanek Emil :

ENERGIAÁTALAKULÁS HŐERŐGÉPEKBEN

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954., 208 old., 79 ábra, ára 30 Ft.

Dr. Schimanek Emil professzor a Budapesti Műszaki Egyetemen több mint fél évszázadon keresztül volt a Kalórikus Gépek Tanszékének tanára és ezalatt a mérnökgeneráció egész sorát nevelte és tanította a hőerőgépek tudományára.

Egy emberöltőn keresztül kifejtett eredményes munkásságáért a kormányzat magas kitüntetését : a Kossuth-díjat elsőként kapta a kiváló magyar mérnökök között.

Tavaly 1953-ban egészségének teljes birtokában töltötte be 80-ik életévét. Ebből az alkalomból volt tanítványai bensőséges ünnepséget rendeztek tiszteletére, ahol dr. Fonó Albert köszöntötte a kiváló tudóst.

Most 1954-ben újabb nagyjelentőségű művel gazdagította szépen fejlődő magyar műszaki irodalmunkat, az »Energiaátalakulások hőerőgépekben« c. munkával.

Ez a mű, bár címe után ítélve tisztán elméleti munkának látszik, a bőséges magyarázatok és különösen az egyes kivitelezett konstrukciók közlése révén a hőerőgépekkel foglalkozó széles réteg számára is rendkívül hasznos. Erre céloz a szerző is, mikor az alábbiakat írja : » . . .Segíteni kívánom az újítókat és fokozni akarom a szerkesztők és az üzemi dolgozók munkájának eredményességét«.

A mű a dugattyús gőzgéppel, gázmotorokkal, majd a gőz- és gázturbinákkal és ezek körfolyamataival foglalkozik. Az általános vizsgálatokat számpéldák is kísérik. Különösen bőven tárgyalja a szerző a gázturbinákat, mellyel nálunk is sok szakember foglalkozik. »A bővebb tárgyalásra azért van szükség« — írja a szerző, »hogy számos e géprendszerre vonatkozó tévedést helyreigazítsak és ezzel megakadályozzam, hogy a kutatók idejük és munkájuk egy részét oly feladatok kutatására fordítsák, amelynek hiábavalóságát előre meg lehet állapítani«.

Hazánkban az első hároméves, majd az ötéves terv során elért nagyarányú fejlődés egyre több mérnök kiképzését tette szükségessé, akiknek jórésze a hőerőgépek vagy a hőerőművek területén energiagazdálkodással foglalkozik. A ma már általánossá vált és nagymértékben kifejlődött energiagazdálkodás természetesen a gazdasági élet minden területére kiterjed. Elsőrangú fontosságú azonban, hogy a hazánkban fellelhető energiakincset a leggazdaságosabban használjuk fel, ami sokszor csak a bonyolult hőtani folyamatok teljes ismeretével lehetséges.

Ebben a vonatkozásban domborodik ki különösen e mű jelentősége, melynek logikus szerkezete és világos nyelvezete aránylag kis terjedelemben nyújtotta mindazon alapvető ismeretet, amely a hőerőgépekkel vagy általánosan az energiagazdálkodással foglalkozó jól képzett mérnök számára szükséges.

E mű megírásával — amely hézagpótló műszaki irodalmunkban — Schimanek professzor kiváló munkát végzett, amellyel nagymértékben járul hozzá energiagazdálkodásunk eddigi eredményeinek fokozásához.

Jurek Aurél

Barta György:

A FÖLDMÁGNESSÉGI ERŐ VÁLTOZÁSAI MAGYARORSZÁGON

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954. 146 old., 12 ábra, ára 60 Ft.

(Szöveg magyar, orosz és német nyelven).

A geofizikai kutatás, mint minden tudomány, a megfigyelésből indul ki, s a kutatás három részre bontható: adatgyűjtésre, adatfeldolgozásra (analízis) és az adatok rendezésére (szintézis).

Az adatgyűjtés a geofizikában elsősorban méréseket jelent és ha a Föld belsejében levő folyamatokra akarunk következtetni, akkor a mérést az egész Földre ki kell terjesztenünk. De a folyamat megismerése egyúttal a jelenség időbeli változásának megfigyelését is szükségessé teszi. Az időbeli változás vizsgálata helyhez kötött és gyakran a mérés helyével kapcsolatban különleges követelményeket támaszt. Ezek a követelmények megszabják az obszervatóriumok s így a mágneses obszervatóriumok elhelyezését.

Barta György »A földmágnesség erő változásai Magyarországon« c. könyvében a Magyarországon észlelt földmágnességi elemek összesítését s azok analízisét adja. A mű első része négy fejezetből áll.

»A földmágnességi erő időbeli változása Magyarországon« c. fejezetben először áttekintést ad a Magyarország területén végzett obszervatóriumi munkákról. Ez a része magyar tudománytörténeti szempontból is rendkívül érdekes és fontos. A magyarországi obszervatóriumi adatok olyan hosszú folyamatos sorozatát adják a megfigyeléseknek, hogy belőlük már a mágneses elemek évszázados változásaira is következtetéseket lehet levonni. E fejezetben Barta kimutatja, hogy az elemek évszázados változásába egy 44 éves periódussal rárakódott hullám van. Ez a hullám azért érdekes, mert periódusa éppen a négyszerese a napfolttevékenységek periódusának. A szuperponált hullám nem csupán a magyarországi megfigyelési sorozatokban jelentkezik, hanem a többi obszervatóriumok adataiban is.

»A mágneses elemek évszázados változása az országos jellegű mérések alapján« c. fejezet a magyarországi területi mérésekről számol be, először történeti áttekintést adva a kérdésről, hasonlóan az előző fejezethez, majd a H és I elemeknek az 1949—50-es országos mágneses mérés feldolgozásából adódó normális értékeket közli az 1950,0 időpontra vonatkozólag.

A harmadik fejezet címe: »A Budakeszi földmágnességi obszervatórium felállítása és az 1949—50-ben végzett mérések eredményei«.

A fejezetben a szerző azokat a körülményeket, méréshez, regisztráláshoz tartozó műszereket és műszeradatokat tárgyalja, amelyek alapját képezték az 1949—50-es országos mérésnek. Az utóbbi fejezet, amelynek címe: »A mágneses regisztrálások feldolgozásának eredményei« összegezi a magnetogrammok feldolgozásából származó eredményeket, a napi változásokra és a mágneses háborgásokra vonatkozólag.

A könyv második részét tartalmazó táblázatok összessége valóságos kincsesház a geofizika kutatói részére.

A legtöbbet akkor mondunk, ha a táblázatok címeit soroljuk fel: A mágneses elhajlás változása Magyarországon. Ógyalla—Budapest—Herény mágneses elhajlása az 1890-es országos mérések alapján. A földmágnességi erő összetevőinek évszázados változása Ógyallán. A mágneses elhajlás (D) évszázados változása az abingeri, oszlói és slutzki obszervatóriumokban. A mágneses elhajlás bloxamált sorozata Ógyallán. (bloxamálási időköz: 22 év). Kreil Károly 1850,0 időpontra átszámított eredményei. Schenzl Guidó 1875,0 időpontra átszámított mérési eredményei. Kurländer Ignác 1890,0 időpontra átszámított mérési eredményei. Steiner Lajos balatonkörnyéki méréseinek 1902,0-re átszámított eredményei. Hofhauser Jenő 1934—36-ban és 1941-ben végzett mágneses elhajlásméréseinek 1936,0 illetve 1942,0 időpontra átszámított eredményei. Barta György és Hofhauser Jenő 1943,0-ra redukált északerdélyi mérései. Mágneses elhajlásmérések Budakeszin 1949—50-ben. A vízszintes összetevő mérései Budakeszin 1949—50-ben. A függőleges összetevő mérései Budakeszin 1949—50-ben. A mágneses erő összetevőinek havi közepei 1949—50-ben Budakeszin. A földmágnességi elemek óraátlag értékei 1949—50-ben. A földmágnességi elemek változásának összefoglaló táblázatai.

A mágneses tér jelenségei egyre több bepillantást engednek a Föld mélyében levő folyamatokba. Olyan kérdésekre kapunk belőlük feleletet, amelyekre más módszerek megközelítőleg sem tudnak felelni. Barta György könyve lényeges lépés a mágneses tér megismerésének útján.

Egyed László

Kovács K. Pál — Rácz István:

VÁLTAKOZÓÁRAMÚ GÉPEK TRANZIENS FOLYAMATAI

Akadémiai Kiadó, Budapest. 556 old. 100 ábra, ára 100 Ft

A magyar elektrotechnikai élet kiemelkedő eseménye dr. Kovács K. Pál és Rácz István: »Váltakozóáramú gépek tranziens folyamatai« című művének megjelenése. A könyv hűen tükrözi annak a magasszínvonalú tudományos oktató munkának fejlődését, s egyben eredményeit, amelyet dr. Kovács K. Pál a Budapesti Műszaki Egyetem »Villamosgépek Üzemtana« tanszékének vezetője rövid néhány esztendős működése során kifejtett. Dr. Kovács professzor első könyve, az 1952-ben megjelent »Villamosgépek üzemtana I.« is jelentős mű volt, amelyhez mintegy folytatásként csatlakozik ez a könyv, felölelvén mindazoknak a bonyolult jelenségeknek tárgyalását, amelyek a szinkron és aszinkron gépek üzemi és üzemzavari hirtelen állapotváltozásaiból erednek. Szerzők a legkorszerűbb, szabatos matematikai módszerekkel, de a jelenségek fizikájának érzékeltetésére mindenkor ügyelve egységes szemlélettel tárgyalják a bő anyagot, melynek ilyen, szinte teljességre igényt tartó összeállításával az általunk ismert külföldi irodalomban sem találkozunk.

A könyv első része a tranziens jelenségek analízisének matematikai módszerét és a szükséges egyéb alapfogalmakat tárgyalja.

A második rész a szinkrongépek állandósult állapotának vizsgálata után a hirtelen keletkező szimmetrikus és aszimmetrikus zárlatok tranziens folyamatait, s az ezekben előforduló gépállandóknak különféle mérési módszereit tárgyalja. Az aszimmetrikus zárlatoknál keletkező áram- és feszültség-felharmonikusok létrejöttét igen szellemes helyettesítő vázlatokkal vizsgálja. A szinkrongépekkel foglalkozó rész a stabilitási és lengési kérdések beható vizsgálatával ér véget.

A harmadik rész az aszinkron gépek tranziens folyamatait tárgyalja. Foglalkozik a megszakítás, bekapcsolás, csillag-háromszög átkapcsolás és zárlatok alkalmával keletkező feszültségek, áramok, nyomatékok és a fordulatszám időbeli lefolyásával. Foglalkozik a villamos tengelyek jelenségeivel és az aszinkron motorok lengési kérdéseivel. Ez a harmadik rész — Rácz István munkája — számos olyan kérdést is tárgyal, amely — legalább is ebben az egységes szemléletű és újszerű tárgyalási módban — a hozzáférhető külföldi szakirodalomból sem ismeretes.

A három főrészt bő függelék követi, amely néhány levezetésen kívül számpéldákat, adattáblázatokat és az elméletnek a gyakorlatban való alkalmazásához szükséges képletek és számítási eljárások összefoglalását tartalmazza.

Noha a könyvet az Akadémiai Kiadó adta ki, az első két rész a Műszaki Egyetem a »Villamosgépek és hálózatok üzeme« című tárgyhoz tankönyvül szolgál, de a tárgykörrel foglalkozó mérnökök is igen sok újat meríthetnek belőle.

Vajta Miklós

Erdélyi János:

KRISTÁLYSZERKESZTÉS ÉS KRISTÁLYSZÁMÍTÁS

Akadémiai Kiadó, Budapest, 255 old. 54 ábra, ára 50 Ft

A kristálytani vizsgálatok komoly elméleti és módszertani felkészültséget kívánnak a kutatótól, fáradságos, aprólékos mérések, szerkesztések és számítások elvégzéséhez s az eredmények értéke pontosságukban, nem nagyvonalúságukban mutatkozik. A kristálytani szakirodalom hatalmas, mélyrehatóan összefüggéseket eláruló és az ásványtan és geokémia újabb vizsgálati irányai szerint is értékelendő adattárának szélesebb körű felhasználását és erősebb ütemű bővítését kétségtelenül hátráltatta eddig rendszeres és módszeres kézikönyv hiánya.

Erdélyi János könyve világos, logikus, kristálytiszta összefoglalásban tartalmazza azt a teljes ismeretanyagot, amely az egész irodalom áttekintéséből, elmélyedő kristálytani kutatással töltött évtizedek tapasztalatainak és eredményeinek felhasználásával, modern értékelés alapján a tudományos pályán elinduló, vagy továbbfejlődni akaró krisztallografus számára szükséges, vagy fontos. A könyv kristálytani és geometriai alapismeretekre támaszkodva, min-

den logikai ugrás nélkül, olyan közérthetően vezeti le vagy magyarázza meg a bonyolultabb összefüggéseket is, hogy azok mind kezdő; mind a kristálytani vizsgálatoktól távolabb álló szakemberek számára is könnyen érthetővé válnak.

A könyv első része a kristálytani szerkesztések módszereit és kivitelét ismerteti. Mintaszerűen megszerkesztett ábrákkal illusztrálva részletesen tárgyalja a sztereografikus és gnomonikus projekció alapösszefüggéseit, az elvégezhető szerkesztési feladatokat, transzformálásokat. Behatóan foglalkozik a kristálykép szerkesztésével mindkét projekcióból.

A könyv kristályszámítással foglalkozó része két fejezetre tagozódik. Az elsőben a kristályszámítás általános egyenleteit vezeti le geometriai összefüggések következetes és rendszeres tárgyalásával. A második fejezet részletesen ismerteti a kristályszámítás legfontosabb egyenleteinek alkalmazását a különböző kristályrendszerekben a kristályelemek, a szögek és az indexek kiszámítására. Kézikönyvként való használatnál ez a rész — mely a fontosabb képletek felsorolásával, összefüggések megvilágításával kristályszámítási munkáknál segédkönyvként használható — különösen értékesnek fog bizonyulni.

A könyv szerencsés kiegészítéséül Tokody László függelékként adja a kristályszerkesztés módszereit gömbvetületek használata nélkül. A kristályszerkesztéseknek ábrázoló geometriai »nyelven« való tárgyalása igen sok hasznos útbaigazítást nyújt a gömbvetülethez szokott krisztallografusok számára és nagy könnyebbséget nyújt ábrázoló geometriához szokott szakemberek számára a kristálytan sajátos módszereinek megértéséhez.

A munka igen értékes szakkönyve magyar ásványtani irodalmunknak. Világos tárgyalásmódja folytán tankönyvként is használható, bár annál sokkal többet nyújt. A kristálytan ezen szakterületén kitűnő, rendszeres, alapos összefoglaló szakkönyvet kaptunk, amilyen eddig nemcsak a magyar, de a külföldi szakirodalomban is hiányzott. Reméljük, hogy e szakkönyvben világos és egységes tárgyalásban nyújtott s ilyen módon könnyebben elsajátítható ismeretek termékenyítő hatását mind a képzés, mind a továbbképzés vonalán tapasztalni fogjuk.

Pantó Gábor

G. V. Kurgyumov:

A METALLOGRÁFIA ÉS FÉMFIZIKA PROBLÉMÁI

Fordította Klár János és Vassel K. Róbert. Akadémiai Kiadó, 1953. 248o, 137 ábra, ára: 60 Ft.

A könyv a szovjet Központi Vaskohászati Tudományos Kutató Intézet Metallográfia és Fémfizikai Intézetében 1950—51-ben végzett kutatások eredményeit 22 dolgozatban ismerteti G. V. Kurgyumov intézeti igazgató és munkatársai ebben a kötetben a folyékony amorf anyagok szerkezetével, a kristályosodási folyamatokkal, a martensites átalakulással, a megeresztéssel és az ötvözött acélok austenitjének izotermikus bomlásával, valamint az alakított fémek és szilárd oldatok kristályos szerkezetének torzulásával és a szilárd testek relaxációs jelenségeinek tisztázásával kapcsolatos kutatásaikról számolnak be. A dolgozatok címei:

Az oldható szennyezések hatása a kristályosodási középpontok keletkezésére túlhűtött folyadékokban. — A megszilárduló nátriumcseppek »szferoidizációjáról« és átkristályosodásáról. — A kristálynövekedési elmélet kísérleti igazolása. — Folyékony ötvözetek röntgenográfiai vizsgálata. — σ-fázis a 25—20 jelű öntött krómnikkelacélban. — Az austenit martensitté történő átalakulása alacsony hőmérsékleten. — Az austenit martensitté történő átalakulásának mikroszövet vizsgálata acélokban és ötvözetekben alacsony hőmérsékleten. — A megfordítható γ—α átalakulások mikroszövet vizsgálata vas-nikkel ötvözetekben. — A martensit kristálycsíra képződési folyamatáról. — A képlékeny alakítás hatása az austenitnek martensitté történő átalakulásának kinetikájára. — Az ötvözőelemek hatása a megeresztett martensit stabilitására. — Az austenit átmeneti hőfoktartományban történő bomlásának mechanizmusa. — Az α-vasban oldódó szén vizsgálata magas hőrmérsékleten a kristályrács méreteinek precíziós mérésével. — A molibdénnek az austenit izotermikus bomlásának kinetikájára gyakorolt hatása. — Karbidképződés a krómacélok austenitjének izotermikus szétbomlásakor. — Az ötvözött vas polimorf átalakulásának kinetikájáról. — Az ötvözött vas átkristályosodási kinetikája. — Az alakított fémek és a szilárd oldatok rácsszerkezetének eltorzulásáról. — A mikroszövet alacsony hőmérsékleten való megfigyelésére szolgáló kamra. — A kristályrács méretek magas hőmérsékleten történő pontos meghatározására szolgáló kamra. — A rugalmas relaxáció elmélete. — A koncentrációs feszültségek befolyása a perlitszemcse oldalirányú növekedésének sebességére.

A könyv anyaga elég heterogén, de minden témájában jelentős mértékben gazdagítja eddigi ismereteinket. Különösen sok újat mondanak azok a dolgozatok, amelyek az austenit átalakulásával foglalkoznak.

A világosan és áttekinthetően összefoglalt tézisek a tudomány legújabb eredményei iránt érdeklődő gyakorlati szakembernek is értékes útmutatásokat adnak, a könyv elsősorban mégis a kutatóknak szól. Külön figyelemre méltók a dolgozatnak azok a fejezetei, sőt önálló dolgozatai, amelyek a kísérleti körülményeket, a nagyrészt házilag szerkesztett berendezéseket reprodukálható részletességgel írják le. A kutatóknak ezek a közlések felbecsülhetetlen értékűek, mert egyrészt a kereskedelemben be nem szerezhető műszerek és egyéb kísérleti eszközök házilag való elkészítését könnyítik meg, másrészt ötleteket adnak újabb készülékek szerkesztésére. A magyar irodalomban eddig ilyen részletes ismertetésekre nem nagyon akadt példa és az intézetekben készített kísérleti eszközök nem válhattak közkinccsé. Annál inkább örvendetes ennek a dolgozat-gyűjteménynek magyar nyelven való megjelentetése, mert a nagyszámú kísérleti eredmény ismertetésén kívül a kutatási eredmények helyes közlési módjára is példát mutat.

Hajtó Nándor

Perényi Imre:

A VÁROS LAKÓTERÜLETE

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954. 217 oldal, ára 40 Ft.

A sok ábrát, táblázatot, irodalomjegyzéket is tartalmazó, műnyomó papírra nyomtatott könyv a város egyik legjelentősebb és aránylagosan legnagyobb területi egységének, a lakóterületnek tervezési problémáit tárgyalja. Bevezetésből és hat fejezetből áll. Fejezetei a következők: a város területe, a lakóterület elemei, a lakóterület szerkezete, lakótömb, a lakókörzet, a lakóterület mérlege. A bevezetésben részletesen foglalkozik a városok osztályozásával lakosszám, jelleg és központi szerepkör szerint, továbbá a helyi viszonyok (éghajlat, építőanyag, építési tradíciók) jelentőségével, utalva arra, hogy mindezek miként befolyásolhatják a lakóterület kialakítását. A város területét taglalva elemzi a város területrészeit, megállapítja és jellemzi a jellegzetes területi egységeket, amelyeknek egyike a lakóterület. Foglalkozik a másik fontos területi egységgel, az ipari területtel is és ennek a lakóterülethez való viszonyával, majd a város egészét, mint egységet térbeli kompozíciót tárgyalja. A lakóterület elemei közül mindenekelőtt a lakóépületek kialakult típusait és beépítési módjait vizsgálja, majd a közintézményeket, az ültetvényeket, az utakat, tereket, mint olyan létesítményeket, amelyekből a lakóterület komplex egysége összetevődik. A lakóterület szerkezetét elemezve elsősorban az övezeti rendszert, ezt követően a lakóterületi egységeket, illetőleg ezek fokozatait (lakótelek, lakótömb, lakókörzet, lakónegyed) tárgyalja. Külön fejezetekben részletesen foglalkozik a lakótömb és a lakókörzet tervezési irányelveivel, méretezésével, mutatószámaival, területi mérlegével és végezetül az egész lakóterület összefoglaló területi mérlegét adja.

Az egész téma, illetőleg valamennyi fejezet tárgyalását az jellemzi, hogy áttekinti és kritikailag elemzi az eddigi törekvéseket, eredményeket, a jelenlegi külföldi és főként a szovjet gyakorlatot, javaslatokat tesz a hazai gyakorlat fejlesztésére, az alkalmazandó irányelvekre és mutatószámokra. Mindezt számos ábrával illusztrálja: egyrészt konkrét megoldások bírálatával, másrészt részletesen is kidolgozott elvi tervezési sémákkal (övezeti rendszer, lakótömb, lakókörzet, lakónegyed) elvi rendszere.

A könyv fő jelentősége az, hogy — bár csak részben — pótol olyan hiányosságot, mely településtudományi szakirodalmunkat mindmáig sajnálatosan jellemzi. A részlettémák elég bőséges kidolgozása mellett ugyanis nem rendelkezünk olyan kézikönyvvel, mely a településtervezés főbb problémáit, a szükséges adatokat, irányelveket áttekinthetően és kimerítően összefoglalná.

Szerző azzal, hogy tárgyának a város legnagyobb és tervezési szempontból legjelentősebb területi egységét, a lakóterületet választotta és az erre vonatkozó jelenlegi ismereteket összefoglalja, sőt részben fejleszti, kétségtelenül segítséget nyújt mindazoknak, akik ezt a témát eddig összefüggéseikben nem tekinthették át és azoknak is, akik a jelenlegi gyakorlatban nélkülözték a részletes adatokat, mérlegeket, mutatószámokat. E könyvben — ha zömmel csak a lakóterületre vonatkozóan is — most mindezeket kellő rendszerezésben és részletességgel megtalálhatják. Ilyen vonatkozásban a tárgyalt anyag teljesnek mondható és lényeges bővítésre nem szorul.

Jelentős előrehaladásnak tekinthető a városok osztályozására vonatkozó rész, a lakóterület közintézmény szükségletének részletes analízise, a lakótömbök, a lakókörzet és általában

a lakóterület részletesen kidolgozott területi mérlege. Szerző főként ezekkel járult hozzá a tervezési gyakorlat fejlesztéséhez.

Szerkezeti és részben tartalmi bizonytalansága a könyvnek onnan ered, hogy a város egészének egy részére szorítkozik, ugyanakkor egyébként helyesen — törekszik ennek a résznek: a lakóterületnek az egésszel való kapcsolatát is megvilágítani. A bevezetés és az első fejezet is tulajdonképpen az egész városról szól, de a bevezetőben a városok osztályozását csaknem önálló tanulmányként aránytalanul terjedelmesen tárgyalja, az első fejezetben pedig részletesen foglalkozik az ipari területtel, anélkül azonban, hogy a város más, nem kevésbé fontos területi elemeinek (pl. zöldterületek, közlekedés) hasonlóan figyelmet szentelne. Az ugyanide iktatott városkompozíciós fejtegetés is a könyv tárgyához képest részletes, de magát a témát tekintve csak vázlatos. Helyesebb és arányosabb lett volna a város egészére vonatkozó anyagot egy bevezető fejezetbe összefoglalva és a könyv tulajdonképpeni tárgyához mérten, egyben egyenletes mélységben feltárni.

Kifogásolható az újabb szempontok, eredmények megvilágításának az a módja, és ez az egész könyvben jelentkezik, hogy szerző a közelmúltban vagy másutt elért eredményeket gyakran túlzottan lebecsüli, illetőleg egyoldalúan világítja meg és ezzel erős kontraszt hatásokra törekszik. Véleményünk szerint a településtudomány és tervezés újabb felismerései, módszerei nagyrészt szerves fejlődés eredményei, önmagukért is helytállnak és így szükségtelen igazolásukra ily módon is törekedni. Így például azért, hogy a lakótömbnek, mint újabban kidolgozott, kétségtelenül fontos alsóbb fokú lakóterületi egységnek a fontosságát kiemelje, szerző a lakókörzetre (szomszédsági egységre) vonatkozó egész eddigi tervezési elméletet és gyakorlatot aláértékeli, holott kétségtelen, hogy a lakókörzet ma is érvényes fogalma és rendeltetése nagyrészt ennek során alakult ki.

Tartalmi szempontból bizonytalan az övezeti rendszert tárgyaló rész. Egyrészt, mert nem világos, hogy a lakóterületi egységekre való határozott tagolással ez a másik övezeti tagolás hogyan egyeztethető össze, másrészt mert ez a rész inkább elméleti meggondolásokra támaszkodik, amelyeket a hazai gyakorlat még nem támaszthat alá. Igen kérdéses, hogy meglevő városainkban a szerző részéről javasolt övezeti beosztás alkalmazható-e. A magyar városok horizontális beépítettségében rejlő súlyos problémát szerző sajnos megkerüli, mint ahogyan az egész övezeti, helyesebben városmorfológiai kérdést általában inkább formai, mint az életviszonyokkal, települési módokkal összefüggő feladatként tárgyalja.

A könyv legszabatosabban kidolgozott részének a lakótömbök és a lakókörzetet tárgyaló fejezetek tekinthetők, amelyeket szerző elvi vázlatokkal támaszt alá. Helytelen lenne azonban ezeket a sémákat éppen szabatos kidolgozásuk miatt, a gyakorlatban konkrét megoldásoknak tekinteni, márcsak azért is, mert kevés összefüggést mutatnak a könyvben előzőleg erősen hangsúlyozott tájolási szempontokkal, kérdéses továbbá a terepviszonyokhoz, általában a helyi adottságokhoz való illesztési lehetőségük is. A lakótömböknek és lakókörzetnek a szerző részéről javasolt elvi megoldása inkább szervezeti, mint formai iránymutatásnak tekinthető, másolása a sematizmus veszélyével járna.

Jelen ismertetésben nem térünk ki több olyan, inkább részletes megállapításra, adatra, amelyek vitathatók, — feltehető, hogy ezek a könyv szakmai megvitatása során tisztázódnak. Összefoglalva: a könyv jelentőségét abban látjuk, hogy a településtervezés egyik legfontosabb témáját rendszerezve és részletesen tárgyalva, több vonatkozásban fejleszti az eddigi gyakorlatot, főként a részletesen kidolgozott mutatószámok és területi mérlegek által és így a településtervezésben hasznos kézikönyvként szolgálhat.

Granasztói Pál

Vaskohászati Enciklopédia. I. kötet

Zsák Viktor:

A VASKOHÁSZAT NYERSANYAGAI

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954. 216 o., 39 ábra, ára 40 Ft.

A nagy érdeklődéssel várt könyvsorozatnak a vaskohászat nyersanyagaival foglalkozó első kötete röviddel ezelőtt könyvpiacra került. Ennek a könyvnek nincs elődje sem itthon, sem külföldön. Ilyet a könyv írója sem említ irodalmi utalásai során. A szerzőnek tehát magának kellett tárgykörét pontosan elhatárolni és tárgycsoportokra tagolni. Szerző a tárgykört három részre osztotta. Az első rész a nyersvasgyártás betétanyagairól, a második rész az acélgyártás betétanyagairól, a harmadik rész pedig a vaskohászat salakképző anyagairól szól. Ez a beosztás helyes és logikus. Az első rész főfejezetei a vasércekkel, a vasércpótló anyagokkal, a mangánércekkel és a vasércek gazdasági értékelésével foglalkoznak. A második rész a nyersvas és az

ócskavas, illetőleg az acélhulladék minőségi kérdéseit, valamint a vaskohászat ötvöző anyagainak kérdéseit (gyártásuk és felhasználásuk módjait) tárgyalja.

Az első részt igen gondosan dolgozta ki a szerző mind az ércek előfordulása és használhatósága, mind azok gazdasági értékelése tekintetében.

A második részben a nyersvasfajták tárgyalását — a bíráló úgy véli — szélesebb alapokra kellett volna fektetni. Ebben bizonyára az a tudat akadályozta meg a szerzőt, hogy a nyersvasgyártásról amúgy is külön kötet van készülőben. Ebben a második részben az »Ócskavas és acélhulladék« című fejezetnek viszont túlságosan nagy a terjedelme. Tudjuk, hogy a könyv írójának érdemei vannak abban, hogy előadások és javaslatok keretében igyekszik a szűkös ócskavaskészlet leggazdaságosabb felhasználását biztosítani. Ennek a fejezetnek terjedelme mégis túl nagy, mert az egész könyv terjedelmének több, mint egyötödét teszi ki. A sokszor felesleges ábrák pedig szinte árjegyzékjelleget adnak e fejezet egy részének. A 133. oldal ugyancsak egészen felesleges ábrája még hozzá 90 fokkal elfordítva áll a szövegben.

A második rész harmadik és egyben utolsó fejezete az ötvöző anyagok gyártását, fajtáit és felhasználásuk módjait ismerteti mélyreható részletességgel. Ez a fejezet a könyv egynegyede (60 oldal) és nagyon alapos munka eredménye. Itt a szerzőnek igen jó és bőséges forrásai voltak, amilyenek elsősorban Jeljutyin—Pavlov—Levin, továbbá R. Durrer és Mauritz—Vendl idevágó művei. Ennek a fejezetnek minden gyakorló kohász örülni fog.

A harmadik rész (kissé röviden, mindössze nyolc oldalon) helyes és jó tájékoztatást nyújt a salakképző anyagok minősége és használata tekintetében.

Kár, hogy ennek a minden részében sikerült könyvnek írásmódja, stílusa nem gördül simán, mert szövege nem a magyar nyelv egészséges szellemében íródott. A bíráló nagyon nem szívesen állapítja meg ezt és tudja is, hogy a szerző írásmódjára még ma is azok az idegen nyelvek hatnak, amelyeket több évtizeden át beszélnie kellett. De feltétlenül szóvá kell ezt itt tenni, elsősorban azért, hogy a Tudományos Akadémia pártfogásában megjelenő Vaskohászati Enciklopédia további köteteinek szövegtisztaságára így is felhívjuk a figyelmet.

Feltűnő, hogy még véletlenül se mond a szöveg *minél-annál*-t, hanem következetesen *mennél*-t ír. Sohasem mondja, hogy *ez a, az a*, hanem *ezen*-t és *azon*-t ír, ami kezdetleges és nem rokonszenves írásmód. A 169. oldalon még a 20. századot is *ezen század*-nak mondja. Állandóan és következetesen *tetemes*-t ír *nagy és sok* helyett, pedig a tetemesnek tulajdonképpen nem igen van értelme. Néhány helyen *öntecs*-et ír tuskó helyett és sokszor *meghajtás*-t hajtás helyett, sőt egyszer (133. oldal) a hidraulikus meghajtás is előfordul. Gyakran fordul elő a szövegben, hogy valamiben ez, vagy az az *alkotórész van jelen*, pedig a »jelen« nélkül is benne van. Sokszor mond *ércelőkészítési* és *acélgyártási* eljárást, ércelőkészítő és acélgyártó helyett. A 98. oldalon például *hengerműi* és *kovácsműi* féltermékről van szó. Gyakran találkozunk a szövegben a *»kimondottan«* magyartalansággal is. A 96. oldalon a *Martin-acéleljárás* ötlik szembe.

Idézek néhány mondatot, illetőleg azok egy-egy részét: »Ismeretes mágneses tulajdonságai *miatt*« (25. old.). »Az olvasztó nyersgázai, *ahogy azok a torokon kijönnek, tetemes mennyiségű szállóport tartalmaznak*« (52. old.). Mennyivel egyszerűbb lett volna azt mondani, hogy a nyers torokgázban nagymennyiségű szállópor van. »Az aluminátsalak . . . jó fizikai *tulajdonságokat kölcsönöz*« (62. old.). »Mangánércből *tükörvasat kohósítanak*« (73.). »Ha a Bessemer-eljárás *nem kész acélgyártást célo*z« (90. old.). A »kész acélgyártás« is nagyon különös, meg a »céloz« is.

Többször mondja a szöveg a Martinkemencét *»acélkemence«*-nek és *»SM-kemence«*-nek (így!). A 99. és 101. oldalon háromszor is találkoznunk a torz *»járműv«* szóval, egyszer —még hozzá — *járműgyártás* alakban. A 111. és 112. oldalon a négy szóból összevont komikus hangzású *»gázlángvágóégő«* tűnik fel az olvasónak. Vasgyár és acélgyár helyett a 115. oldalon a *»vaskohászati mű«*-vel találkozunk. A 126. oldalon *»végső hengerlésre előkezelt anyag«*-ról van szó.

A szövegben többször találjuk a *»rozsdamentes«*-t a rozsdaálló helyett és ugyancsak többször a *»fúvós nagyolvasztót«* nagyolvasztó helyett. (A német szakirodalomban is csak az egyedüli *R. Durrer* nevezi Blashochofen-nek a nagyolvasztót.) A »Cr-mal ötvözött acéloknak *sokoldalú tulajdonságok kölcsönözhetők«* (174. old.). A könyv harmadik részének főcíme »A vaskohászatban *használatos* salakképző anyagok.« Jobb és rövidebb lett volna így: A vaskohászat salakképző anyagai.

Sajtóhiba alig van a könyvben. Ezek közül is csak az elfordult 25. ábra, azután a 103. oldalon olvasható áramfeltétel (áramfelvétel helyett) és a 62. oldal bauxit-nyersvasának összetételében említett 50%-os mangántartalom (nyilván 0,50 helyett) feltűnő.

Név- és tárgymutatót nem hoz a könyv, pedig ez is hozzájárult volna a kitűnő munka használhatóságának növeléséhez. De a felsorolt csekély hiányosságok együttvéve sem ártanak a könyv jelentős tudományos és szakmai értékének.

Az Akadémiai Kiadó kifogástalan és szép kivitelben hozta könyvpiacra Zsák Viktor művét, melynek gyors terjedése egészen bizonyos.

Cotel Ernő †

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK ÉLETÉBŐL

1954. MÁJUS—DECEMBER

A júniusban megtartott Akadémiai Nagygyűlés* keretében a Műszaki Tudományok Osztálya programjának összeállítása általában azon az elven alapult, hogy a Nagygyűlésen az akadémikusok számoljanak be múlt évi munkájukról. Ez az elv — mint az előadások magas színvonala is igazolta — helyesnek bizonyult.

Verő József osztályelnök és *Hevesi* Gyula osztálytitkár megnyitó előadásai a kormányprogram célkitűzéseinek figyelembevételével behatóan elemezték az elmúlt év munkáját, a kutatás helyzetét és jövő feladatait.

Előadások alakjában a következő akadémikusok ismertették kutatási eredményeiket: *Csűrös* Zoltán, *Geleji* Sándor, *Gillemot* László, *Mosonyi* Emil, *Szádeczky-Kardoss* Elemér, *Tarján* Gusztáv, *Tárczy-Hornoch* Antal, *Vadász* Elemér, *Vendel* Miklós.

Előadást tartott a Nagygyűlés alkalmából hazánkba érkezett Jaroslav *Kozesnik* professzor, a Csehszlovák Tudományos Akadémia lev. tagja is.

*

Kormányzatunk ez év októberében azt a megbízást adta a Műszaki és Vegyészeti Tudományok Osztályának, hogy készítsen javaslatot az ipari kutatás egész rendszerének racionalizálására. A takarékossági követelmények messzemenő figyelembevételével a legteljesebb mértékben biztosítani kell a tudományos kutatás további fejlődését és népgazdasági hatékonyságát. E munka elvégzésére több 3—4 tagból álló bizottság jött létre, melyek helyszíni kiszállások során behatóan megvizsgálták a szakterületükhöz tartozó intézetek munkáját és a célszerűnek látszó racionalizálási intézkedésekre vonatkozóan javaslatokat dolgoztak ki. A Műszaki és Vegyészeti Osztályok együttes osztályülése az azonnal javasolható létszám- és költségcsökkentések meghatározására irányuló módosítással a javaslatot elfogadta, amit az Elnökség a Minisztertanácshoz továbbított.

BIZOTTSÁGOK MŰKÖDÉSE

Geológia

A *Geokémiai Albizottság* a Velencei hegység hidrotermális ércesedésével foglalkozott. Sikerült tisztázni a két telérrendszer feldarabolt részének összefüggését. Az Albizottság megállapította, hogy a fluorit horizontális továbbkutatása a Velencei-hegység többi területén is szükséges.

A Földtani Főbizottság bírálta az Állami Földtani Intézet 1955. II. félévi jelentését és megvitatta 1955. évi munkatervét. A bírálat rámutatott a földtan területén még mindig fennálló szervezeti határozatlanságra és hangsúlyozta, hogy az intézet munkájában a tudományos kutatásnak az eddiginél nagyobb jelentőséghez kell jutnia. Az átszervezésre vonatkozóan értékes útmutatást és tanácsokat adott I. N. Varencov szovjet akadémikus, aki itt tartózkodása alatt a földtani kutatások területén elért eredmények tanulmányozása mellett foglalkozott a magyar földtani szervezés problémáival is.

*

Geodézia

A *Geodéziai Főbizottság* megvitatta a felsőrendű kitöltő háromszögelési hálózat kifejlesztésével kapcsolatos tudományos tapasztalatokat. A Bizottság megállapította, hogy az új eljárás kielégíti a hozzáfűzött reményeket és az a tudományos eredményeken kívül gazdasági szempontból is igen kedvező.

* A Nagygyűlés teljes anyaga a Műszaki Tudományok Osztályközleményei XIV. 1—3. számú füzetében már megjelent.

A Geodéziai Albizottság behatóan megvitatta Hazay István „Földi vetületek" c. újonnan megjelent könyvét. A bírálatok és hozzászólások alapján a bizottság megállapította, hogy a könyv számos olyan eredeti gondolatot tartalmaz, amely nemzetközi viszonylatban is újszerű és ezért javasolta a könyv idegennyelvű kiadását is.

*

Geofizika

A *Geofizikai Főbizottság* foglalkozott az Eötvös-inga kiegyenlítési problémáival. A közel 30 000 hazai Eötvös-inga állomás mérései elszigetelt részletekben állanak csak rendelkezésre. A Főbizottság új kiegyenlítési eljárást tett vita tárgyává, amely alkalmas arra, hogy jelentős segítséget nyújtson az egységes gravitációs kép mielőbbi megalkotása érdekében. Az eljárást — amelyet a Főbizottság megfelelőnek tartott — az Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet fenti cél érdekében alkalmazni fogja.

A Bizottság megvitatta és helyesnek találta az Eötvös Loránd Geofizikai Intézetnél alkalmazott reflexiós szeizmikus értékelési utasítást, mely a mérések egységes értelmezését segíti elő. Foglalkozott a Főbizottság a gravitációs normálértékek magyarországi meghatározásának kérdésével is. A kérdés felvetését az a körülmény tette szükségessé, hogy a közeljövőben rendelkezésünkre áll a korszerű graviméterrel készített gravitációs hálózat. A Főbizottság útmutatást adott a normálértékek számítási módjaira vonatkozóan és egyben megállapította, hogy az új értékek a jelenleg ismert gravitációs képet nyersanyagkutatás szempontjából módosítani nem fogják.

*

Bányászat

A *Bányászati Főbizottság* a hazai olajtermelés, a termelési költség és a másodlagos olajtermelés problémáival foglalkozott. Megvitatta a karsztvízveszélyes bányák biztonságos lefejtésének kérdését is.

*

A *Szénbányászati Albizottság* az omlasztásos frontművelést követő külszíni mozgások kérdésével kapcsolatban javasolta a Szénbányászati Minisztériumnak, hogy rendszeres kőzetmozgás megfigyelésekre vonatkozó egységes utasítást dolgozzon ki és intézményesen végeztesse el szénmedencénként a kőzegmozgásméréseket. Az Albizottság a továbbiakban beszámolót hallgatott meg a késve jelentkező gázkitörések és előjelei c. témáról. A beszámolónak a gázdús liász széntelepek művelésével kapcsolatos biztonsági feltételek fokozása szempontjából komoly jelentősége van.

*

Az *Ércbányászati Albizottság* »Mangánércelőfordulásaink fejtési rendszerének kritikai vizsgálata és a korszerű művelés irányelvei« címen előadást hallgatott meg és megvitatta az úrkúti és eplényi mangánérc gazdaságos művelési módozatait.

*

A *Bányagépészeti Albizottság* »Jövesztőgépek porlekötésének kérdései«, valamint a »Gál-Gerber fúrógép üzemtani kérdései« tárgykörben tartott ankétot.

*

A Kőzetmechanikai Albizottságban Esztó Péter »Geosztatikai nyomás«, Zambó János »Földalatti feszültségek« és Járay Jenő »Mikrotektonika és kőzetmozgás közötti összefüggés« c. tanulmányaikat ismertették.

*

A *Mélyfúrási és Olajbányászati Albizottság* »Magyarországi kőolajok baktériumtartalmának vizsgálata« címmel beszámolót hallgatott meg a hazai steril olajban különböző baktériumfajták során elért kutatási eredményekről.

Foglalkozott még a rádióizotópok eredményeinek felhasználási lehetőségeivel a kőolajbányászatban.

*

A *Karsztvíz Albizottság* beszámolót hallgatott meg »A karsztvízkészlet számbavételének kapcsolata a bányászattal« címen.

Hidrológia

A *Hidrológiai Főbizottság* foglalkozott az Országos Vízgazdálkodási Keretterv tudományos bírálatával és egyben megállapította a terv megvalósításához szükséges kutatási feladatokat. Errevonatkozó javaslatát eljuttatta az illetékes kormányszervekhez.

*

Az *Öntözési és Belvízrendezési Albizottság* a nagyüzemi öntözésre való áttérés megvalósítása érdekében megállapította azokat a tudományos irányelveket, melyeket a tervezés és építés terén követni kell és errevonatkozó javaslatát eljuttatta a Földművelésügyi Minisztériumhoz és az Országos Vízügyi Főigazgatósághoz. Az Albizottság belvízrendezésünk elősegítése érdekében javaslatot tett mintabelvízgyűjtő terület felállítására is. A szükséges kísérleteket az I. Vízépítéstani Tanszék a terület kismintáján fogja elvégezni.

*

A *Szennyvíz Albizottság* számos lefolytatott vizsgálat és tudományos kutatás alapján meghatározta a szennyvíznormák elkészítéséhez szükséges alapelveket, amelyek alapján biztosítható erősen szennyezett és szennyezéssel fenyegetett folyóvizeink (Sajó, Tisza, stb.) védelme.

*

A *Vízellátási Albizottság* módszert alakított ki felszíni és felszínalatti vizeink minőségének térképezésére, amely egy kataszter összeállításának alapjául szolgálhat.

*

Energetika

Az *Energetikai Főbizottság* foglalkozott az erőművek telepítési helyének kérdésével. Az itt kidolgozott elveknek újabb erőműveink telepítése szempontjából döntő jelentősége van.

A Vegyipari és Energiaügyi Minisztérium felkérésére »A villamosenergia fogyasztás előrelátható emelkedése és az ehhez szükséges évenként beépítendő erőműteljesítmény« kérdésével kapcsolatban megállapította, hogy hazánkban az erőművek építése nehéziparunk fejlesztése mellett bizonyos mértékig elmaradt, holott erre fokozott mértékben van szükség. A Főbizottság határozata alapján az Akadémia előterjesztésben hívta fel a teendőkre az illetékes kormányszervek figyelmét.

*

A *Villamos Albizottság* a földelt csillagpontú hálózatok sánta (kétfázisú) üzemével, illetve a fázisonkénti karbantartás kérdésével foglalkozott és a teendőkre vonatkozó javaslatát eljuttatta a Villamosipari Igazgatósághoz.

Az erőművek üzembiztonsága szempontjából fontos nagyteljesítményű rövidrezárt motorok használatával kapcsolatban rámutatott arra, hogy a nagyteljesítményű motorok közvetlen indítása a hálózat szempontjából nem engedhető meg és ezért szükséges olyan rövidrezárt motorok alkalmazása, amelyeknél közvetlen indítás alkalmazható.

Az Albizottság a továbbiakban foglalkozott a nem-lineáris ellenállásokkal kapcsolatos kutatómunka helyzetével is.

*

A *Hőenergetikai Albizottság* foglalkozott a kényszeráramlású (Ramzin) gőzkazánok bevezetésével kapcsolatos kérdésekkel. Mint ismeretes, ezeknek a szovjet típusú kazánoknak bevezetése elsősorban azért vetődött fel, mert nem igényelnek kazándobokat, amelyeket iparunk ezidőszerint megfelelő minőségben előállítani nem tud. A Bizottság azt az álláspontot foglalta el, hogy új nagyteljesítményű gőzerőműveink létesítésénél ezt a kazántípust nem nélkülözhetjük. Ezért javasolta e kazánok szerkesztési és üzemi kérdéseinek a Szovjetunióban történő tanulmányozását.

Megvitatta az Albizottság az entrópiaszemlélet gyakorlati alkalmazásának kérdéseit is. Ez a szemlélet lehetővé teszi a hőenergetika új alapokon történő tárgyalását és újabb, a gyakorlat szempontjából sok tekintetben előnyösebb összefüggéseket és diagrammokat ad. Az Albizottság megállapította, hogy ez a szemlélet jelentős haladás a tudományág területén. Javasolta az idevonatkozó kutatások folytatását és szakemberek széles köre előtt történő ismertetését. Az Albizottság értékelte a légkondenzáció terén eddig elért eredményeket és javasolta, hogy e figyelemreméltó találmányt üzemi méretekben az egyik nagy gőzerőmű gépegységénél próbálják ki.

*

Kohászat

A *Vaskohászati Főbizottság* az acélgyártás és nyersvasgyártás jövendő hazai eljárásainak kidolgozásával foglalkozott. Hazai réztartalmú acéljaink ügyében a bizottság megállapította, hogy acéljainkba a réz részint a hazai rudabányai nyersvasércből, részint a rézötvözetekkel

szennyezett vasforgácsból kerül. Erélyes intézkedések szükségesek a vasforgács rézzel történő szennyeződésének megakadályozására. Megvizsgálandó az is, hogy elkerülhetetlenül minimális réztartalmú hazai acéljainkat miként lehetne célszerűen felhasználni. A Főbizottság javaslatait eljuttattuk az illetékes szervekhez.

*

A Nyersvasgyártási Albizottság megvizsgálta a nagyolvasztó és a Krupp-eljárás gazdasági összehasonlítását. Megállapította, hogy adott ércösszetétel mellett mind műszaki, mind gazdasági szempontból előnyösebb az érceknek Krupp-eljárással történő feldolgozása. Ennél az eljárásnál csökkenne a jóminőségű kohókoksz felhasználása. Az Albizottság a kísérleti oxigénes alacsonyaknás kohó felállításának szükségességét ismét nyomatékosan hangsúlyozta.

*

Az *Acélgyártási Albizottság* a sztálinvárosi Martin-üzemre vonatkozóan meghallgatta »A 125 tonnás Martin-kemence indulási tapasztalatai tüzeléstechnikai és metallurgiai szempontból« c. beszámolót.

*

A *Nemesacélgyártási Albizottság* a kalciumaluminát salakkal való acélgyártás metallurgiai problémáival foglalkozott. A Bizottság szükségesnek tartotta a kísérletek továbbfolytatását és ezekhez új szempontokat is adott.

Az »Ötvözőanyagokkal való gazdaságos ötvözés metallurgiai feltételeinek biztosítása Siemens-Martin kemencében« c. beszámolóval kapcsolatban a Martin-kemence kérdését vitatta meg. Meghallgatta »A gazdaságos ötvözés metallurgiai feltételeinek megteremtése elektrokemencében« c. téma beszámolóját, amely rámutatott arra, hogy a króm-vanádium ötvözésű nemesíthető szerkezeti acél bázisos és savanyú ívfényes kemencében saját hulladékból átolvasztva gyakorlatilag egyenértékű szilárdsági tulajdonságú.

*

Az *Öntödei Albizottság* a hazai homokok öntödei felhasználásával, valamint a kötőanyagokkal és a hazai bentonit kérdésével foglalkozott.

*

A *Fémkohászai Főbizottság* munkájának főkérdései voltak : a bauxit területén a gázgyári kísérleti üzem eredményei, a színesfémkohászat területén cink-elektrolizáló kísérletek, az elektrometallurgia területén az áramkorlátozások kihatása az alumínium-elektrolízis kádjainak munkájára, a különleges fémek területén a titán előállítására szolgáló reaktornak, és méretezésének kérdése.

*

A *Fémkohászati Bauxit Albizottság* november hónapban egésznapos ankétet rendezett a bauxitfeldolgozás tárgyköréből. Az előadások a jelenlegi Bayer-rendszerű timföldgyártás, valamint a kishányadosú bauxitokból való timföld előállítás problémáival foglalkoztak.

*

Az *Elektrometallurgiai Albizottság* egyebek között foglalkozott az alumíniumkohók feszültség- és hőmérlegére vonatkozó vizsgálatokról szóló beszámolóval, amely rámutatott a különböző kádtípusoknál a feszültség-megtakarítási lehetőségekre. Megállapította az albizottság, hogy e tekintetben legelőnyösebbek a felsőárambevezetésű kemencetípusok.

Foglalkozott az Albizottság az alumínium-elektrolízis amperhatásfok javításának lehetőségeivel is.

*

A *Színesfémkohászati Albizottság* a hazai nemesiszapok feldolgozási lehetőségeit tárgyalta. A Bizottság megállapította, hogy a vizsgálatokat a tellur és szelén kinyerésére is szükséges kiterjeszteni. Ezt követően az ólomfinomítás és a magnézium fedősógyártás hazai lehetőségeit vitatta meg.

*

A *Fémfélgyártmány Albizottság* megvitatta az alumíniumszerkezetű járművek tervezési irányelveit. A továbbiakban az Albizottság a vezetőképes alumínium-huzal gyártásával, továbbá a tombaknak a vaslemezhulladékról elektrolízis útján történő leválasztásával foglalkozott.

Az alumínium-lemez és szalag gyorslágyításának problémájával kapcsolatban a kísérletek segítségével sikerült megállapítani azt az optimális hőfokot és időtartamot, amely a lemez lágyításával mélyhúzásra kiválóan alkalmas minőséget eredményez. Az Albizottság javasolta az eddigi kísérletek bizonyos kiegészítését, hogy az eredmények a gyakorlat részére mielőbb átadhatók legyenek. Tisztázta a nagyvezetésű tömör réz-idomöntvények gyártásával kapcsolatos kérdéseket is.

*

Az *Acélfélgyártmány Albizottság* megvitatta az ónozott vaslemez gyártási előírásait. Az errevonatkozóan kidolgozott tanulmányt eljuttatta illetékes szervekhez.

*

A *Kohógépészeti Albizottság* felülvizsgálta a villamos hengersorvonómotorok specifikációját, illetve hajtási rendszereinek tervezetét. Az Albizottság a beszámolóval kapcsolatban megállapította, hogy üzemi mérések elvégzése, és az üzemben levő motorok felülvizsgálata szükséges.

*

Gépészet

A *Gépészeti Főbizottság* meghallgatta az Áramlástechnikai Albizottság beszámolóját az áramlástechnikai gépek gyártási és kutatási problémáiról. A beszámoló felölelte a hazai szivattyúk (bányaszivattyú, öntöző- és belvízátemelő szivattyú, kazántelep-szivattyú stb.), vízturbinák, turbófutók és turbókompresszorok, hidrodinamikus nyomaték átalakítók hazai gyártási és kutatási problémáit. Az Albizottság bizonyos kezdeti eredményeket ért el a hazai gyártási rossz hatásfokú szivattyúk hatásfokának növelésében, de ezek még korántsem kielégítők. Különösen a turbókompresszorok hazai gyártásának van nagy jelentősége.

A Fogaskerék Albizottság a fogaskerék kutatások állásáról elméleti, szerkesztési és gyártástechnológiai szempontból számolt be. Az előterjesztett határozati javaslat az egységes magyar fogazás profilkiválasztási táblázatainak és a fogalaktényezőre vonatkozó táblázatoknak az ipar rendelkezésére bocsátását, a ferdefogazások táblázatainak kidolgozását, csavarszivattyúk gyártásának bevezetése céljából önálló üzemrészleg felállítását stb. tartalmazta. A Főbizottság elismerését fejezte ki az Albizottságnak eddigi jelentős munkájáért.

*

A Gépészeti Főbizottság és a Bányagépészeti Szakbizottság együttes ülésén előtérbe kerültek a bányagépeken, de egyéb más gépeken is alkalmazandó hidraulikus hajtási és vezérlési kutatási feladatok. Az energiatermelés nagymérvű fejlesztésének szükségessége és az ország szénellátásának javítása feltétlenül megköveteli a bányagépgyártás erőteljesebb és gyorsabb fejlesztését. Mielőbb kidolgozandó a bányagépgyártás távlati fejlesztésének terve.

A *Gépészeti Főbizottság* a kormányprogram végrehajtása érdekében felülvizsgálta az élelmiszeripari kutatás helyzetét és megállapította, hogy bár a megoldandó feladatok nagymértékben műszaki gépészeti vonatkozásúak, jelenleg e területen folyó kutatás főként csak vegyészeti jellegű. A Főbizottság az Élelmiszeripari Minisztérium Műszaki Főosztályával karöltve megkezdte az élelmiszeripar korszerűsítése, a gyártmányok minőségének javítása és önköltségének csökkentése érdekében megoldandó gépészeti és energetikai feladatok felderítését.

A Főbizottság meghallgatta a Szerszámgép Albizottság, valamint a Gépgyártástechnológiai Albizottság elnökeinek beszámolóit a két területen működő egyetemi tanszékek, és ipari kutatóintézetek utóbbi 1 év alatt elért eredményeiről. Ami a szerszámgép kutatásokat illeti, a Főbizottság megállapította, hogy az érdekelt tanszékek csak kezdeti eredményeket értek el a rezgéskutatás, merevség vizsgálat stb. terén. A gyártás tekintetében a hőkezelés és hegesztés terén értek el eredményeket részben a Miskolci Műszaki Egyetemen, részben a Vasipari Kutató Intézet Hegesztési Osztályán, szükséges azonban a köszörülés technológiájának fejlesztése, úgyszintén a csiszolókorongok minőségének javítása.

*

A Főbizottság tárgyalta Rázsó Imre lev. tag és Winkler Dezső igazgató jelentése alapján »A DT 413-as Csepel Diesel-motor alkalmassá tétele traktor célokra« c. beszámolót. A kérdéssel a Főbizottság az Országos Tervhivatal 1953. évi felkérése alapján többízben is foglalkozott. A Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet és a Járműfejlesztési Intézet főként szovjet segítségre támaszkodva, egymással párhuzamosan végezte a fejlesztés munkáját, amelynek eredményeként

több hónapon át tartó laboratóriumi és szántóföldi kísérletek tanúsága szerint, műszaki rendszabályokkal sikerült a motortípust olyan módon alkalmassá tenni traktor céljára, hogy a motorok élettartama nagy javítás nélkül messze meghaladja a kitűzött 1500 órás élettartamot.

*

A *Belsőégésű Gépek Albizottsága* meghallgatta az Autókísérleti Tudományos Kutatóintézet igazgatójának beszámolóját a Diesel-adagoló szivattyúkkal kapcsolatos kutatómunka állásáról, és megállapította, hogy a Ganz-féle adagolók jobbak az eddig alkalmazottaknál. A helyszínen megvizsgálta a Járműfejlesztési Intézetben folyó tudományos és kutatómunkát. Az intézetnek az 1954. évben 84 tervfeladattal — ezek között 4 akadémiai témával — kellett foglalkoznia. Az Albizottság megállapította, hogy a Járműfejlesztési Intézet több népgazdasági szempontból országos jelentőségű problémát önállóan vagy kooperáció révén megoldott.

Az Autóközlekedési Kutató Intézetben folyó tudományos kutatómunka megvitatásánál az Albizottság különösen figyelemreméltónak találta a Ganz-motor égésterével folytatott eredményes vizsgálatokat.

*

A *Fogaskerék Albizottság* beszámolót hallgatott meg a ferdefogazás profilkiválasztástáblázatainak elkészítésével kapcsolatban. Az Albizottság háromtagú bizottságot bízott meg a készítendő táblázatok gazdasági kihatásának tisztázásával, valamint azon területek meghatározásával, amelyek a ferdefogazás felhasználása tekintetében számításba jöhetnek.

Vörös Imre egyetemi tanár beszámolt a hazánkban először készülő fogaskerék köszörűgépek tervezési és gyártási munkálatairól. Az Albizottság állandó figyelemmel kíséri a hazai köszörűgépek kifejlesztését és ezért a gyártó vállalatoktól megvitatás és felülbírálás céljából bekérte az elkészült rajzokat.

Az Albizottság a miskolci ME Gépelemek Tanszékének beszámolójával kapcsolatban foglalkozott a fogdeformációk kísérleti munkáinak állásával. Az Albizottság megállapította, hogy a fogdeformációk mérésére szolgáló kísérleti eljárás a legsürgősebben megvalósítandó és hogy a kísérletek kiterjesztendők edzett és köszörült fogú fogaskerekekre is.

Foglalkozott az Albizottság a fogaskerekek meleghengerlési gyártásával is, mellyel kapcsolatban megoldandó tudományos feladat volt a meleghengerlésnél szükséges kiindulási átmérő elméleti meghatározása. A meleghengerlés helyes keresztülvitelének elméleti része tisztázódott.

*

A *Gyártástechnológiai Albizottság* beszámolót hallgatott meg a Vasipari Kutató Intézet Hegesztési Osztályának kutatómunkájáról. A kutatómunka kiterjedt a hidegmegmunkáló szerszámok felrakóhegesztése módszerének kidolgozására, gyors acél felrakó elektródák kidolgozására, melynek során nagyobb éltartóssággal rendelkező új elektródatípust sikerült létrehozni.

A Szerszámgép Albizottsággal együttesen helyszíni kiszálláson vizsgálta meg Miskolcon az I. Mechanikai Technológiai Tanszéken folyó kutatómunkát a hőkezelés alapjain szolgáló »C« görbék felvételére, és a szerszámgépek merevségi vizsgálataira vonatkozóan.

Az Albizottság hangsúlyozta annak szükségességét, hogy az elért eredmények ipari átvétele meggyorsuljon. Az izotermális hőkezelés segítségével az ipar számos területén csökkenthető a selejt és sok acélöntvény takarítható meg.

A Műszaki Mechanikai Tanszékek munkájának megtekintése során az Albizottság foglalkozott a szerszámgépek deformációinak mérésére szolgáló berendezéssel, amely egyelőre nem ad megbízható adatokat.

*

Az *Áramlástechnikai Albizottság* foglalkozott a centrifugál-szivattyúk minőségjavításával kapcsolatos munkákra tett javaslattal. Meghallgatta továbbá a Vízgépek Tanszéke kutatórészlegének beszámolóját a pneumatikus szállítás tudományos és ipari kutatásainak helyzetéről és a mammutszivattyúval kapcsolatos kutatásokról. A »hidrodinamikus hajtóművek hazai gyártása és kutatása« c. témáról az Albizottság úgy határozott, hogy a műegyetem Vízgép Tanszékén erőteljesen folytatni kell a hidrodinamikus tengelykapcsoló és nyomatékváltó vizsgálatokat abból a célból, hogy elsősorban a motorkocsik, mozdonyok és autóbuszok, továbbá a mélyfúróipar, szerszámgépipar stb. céljaira felhasználhatók legyenek.

*

Az *Aviatikai Albizottság* a turbófeltöltők és gázturbina kutatások helyzetével foglalkozott. A gázturbina gépelemei részhatásfokát tekintve hazai kísérleti típusaink felveszik a versenyt az azonos kategóriába tartozó külföldi gépekkel.

*

A Mezőgazdasági Gépészeti Bizottság Kombájn Albizottsága a hazai gyártású aratócséplőgép továbbfejlesztése céljából a tél folyamán elvégzendő tudományos kísérletek meghatározásával foglalkozott.

*

Híradástechnika

A *Vákuumtechnikai Albizottság* a vákuumtechnika rohamos fejlődésével kapcsolatos új helyzettel foglalkozott és meghatározta azt a négy legfontosabb területet, melyeken a további kutatások megindítandók. Elsősorban ki kell fejleszteni az elektroncsövek minőségi vizsgálatait, a centiméter hullámhosszú csövek kutatását, közép- és nagynyomású fémgőz és neoncsövek kutatását, a félvezetőknél germánium helyett új alapanyag alkalmazását, 10^{-8} — 10^{-10} higany mm nagyságú vákuum előállítását és mérését stb. Az Albizottság a feladatok kijelölésével meghatározta a hazai vákuumtechnika fejlesztésének irányát.

*

A *Mágneses Albizottság* beszámolót hallgatott meg a hypersil-anyagok gyártásának kérdéseiről és tisztázta azokat a feladatokat, amelyek ennek az erősáramú technikában oly fontos anyagnak hazai fejlesztését lehetővé teszik. Az Albizottság megbízást adott a kérdés gazdaságossági vizsgálatainak elvégzésére, melyet megvitatás tárgyává fog tenni.

*

Az *Alapanyag Albizottság* megvitatta a híradástechnikai műanyagok hazai gyártásának helyzetét. Vizsgálat tárgyává tette a legfontosabb műanyagokat és javaslatot készít az itthon gyártandó, illetőleg import útján beszerzendő anyagokra vonatkozóan.

*

A *Rádió- és Televizió Albizottság* a 100 W-os televíziós adó és adás tapasztalatainak értékelésével foglalkozott és megvitatta azokat a hiányosságokat, amelyek a próbaadások során kerültek felszínre. Elsőrendű feladat a televíziós vevőkészülékek gyártásának megindítása, valamint a televíziós adásban mutatkozó zavarok megszüntetése.

*

Az *Átviteltechnikai Albizottság* az átviteltechnika fejlesztési feladataival kapcsolatban felhívta illetékes szervek figyelmét elsősorban a turbátor-csöves 24 csatornás mikrohullám adó-vevő berendezés fejlesztésére, valamint az »információelmélet« alkalmazására. Az Albizottság a továbbiakban vizsgálat tárgyává tette a mikrohullámú rádióösszeköttetések berendezéseihez szükséges elektroncsövek kérdését, és megjelölte azokat a csöveket, melyek hazai fejlesztése adottságainknak leginkább megfelel.

*

A *Telefontechnikai Albizottság* foglalkozott az Ács-féle kapcsológép és vezérlőberendezés kérdésével és megállapította azokat a területeket, amelyekre vonatkozóan további vizsgálatok szükségesek. A továbbiakban elvi és fejlesztési szempontból a telefónia helyzetét teszi vizsgálat tárgyává.

*

Műszer és automatika

A *Hőtechnikai Mérések Albizottsága* felülvizsgálta a Műszeripari Kutató Intézetben kidolgozott eltűnőszálas prométer és CO_2 méróműszerek prototípusait. Módosítások után javaslatot tett illetékes szerveknek a sériagyártásra. Foglalkozott továbbá a hazai körülmények között szükséges szintmérők tudományos kérdéseivel és megvitatta a légbuborékoltatásos folyadékszint mérés előnyeit. A Laboratóriumi Felszerelések Gyára Fejlesztési Osztályának bevonásával megvitatta a folyadékos hőmérő készítésének, kalibrálásának korszerű módszereit és felülvizsgálta a bizottság elnökének tervei alapján készített Moser-féle hőmérőtöltő berendezést, amely nagy fejlődést jelent a hőmérőgyártás technikájában.

*

A *Mechanikai-Technológiai Műszerbizottság* megtekintette az Anyagvizsgáló Készülékek Gyárát és konzultáció keretében új irányelveket szabott különféle anyagvizsgáló gépek gyártási módszereire. Megvitatta továbbá a nyúlásmérő ellenállásokkal történő mérési módszer hazai

bevezetésének feltételeit, valamint a szükséges mérőkészülékek hazai gyártását. Indítványozta, hogy az Akadémia Méréstechnikai Intézete és a műegyetem Mechanikai Tanszéke bevonásával kísérletezzék ki a nyúlásmérők ragasztóanyagát és dolgozzák ki a nyúlásmérő »k« tényezőjének meghatározására szolgáló módszert.

*

Az *Erősáramú Mérések Albizottsága* javaslatot dolgozott ki a villamosgépek átviteli méréseire, miután ezek jelenleg nem egyeznek a nemzetközi szabványokkal.

*

Az *Optikai Mérések Albizottsága* foglalkozott a láthatatlan élű bifokális lencsék csiszolására szolgáló találmány értékelésével és javaslatot tett a gyártásba történő sürgős bevezetésére. Megvitatta a »Távmérőberendezés szabatos tahiméterhez« c. témát és útmutatásokat adott annak további kutatására.

*

Az *Elektronikus Mérési Albizottság* a különféle ipari nedvességmérők hazai kutatásával foglalkozott és az eddig elért eredmények alapján meghatározta a további kutatási feladatokat.

A központi Fizikai Kutatóintézetben tett látogatása alkalmából az Albizottság a hazai atomfizikai mérőműszergyártás kérdéseit vitatta meg és kitűzte a távlati kutatási feladatokat.

*

A *Telemechanikai Automatizálási Albizottság* javaslatot dolgozott ki a hazai viszonylatban szükséges távmérőrendszerek elvi feltételeire és ezek alapján a konkrét kivitelezésre.

*

A *Hőtechnikai és Vegyipari Automatizálási Albizottság* a hőerőtelepek szabályozási paramétereit vizsgálta meg és javaslatot tett illetékes szerveknek a felhasználható rendszerek elemeire.

*

A *Mechanikai Automatizálási Albizottság* megvitatta másoló esztergapadok folytonos hibajellel működő villamos követő-szabályozóberendezéseinek néhány kérdését, melyek a Szerszámgépfejlesztő Intézet kutatási munkálataival kapcsolatosak. Meghallgatta a hidraulikus rendszerek tranziens jelenségei c. beszámolót, melyet a Méréstechnikai Intézet Automatizálási Osztályán dolgoztak ki. Az Albizottság elismerését fejezte ki a végzett munkával kapcsolatban és útmutatásokat adott a további kutatásokra.

*

A *Villamos Automatizálási Albizottság* az ipari gépek villamos hajtásának automatikája c. beszámolót vitatta meg, ezen belül a villamos takaréküzem kérdéseit és annak sürgős bevezetését ismételten javasolta az Országos Tervhivatalnak.

A Műszaki Tudományok Osztálya okt. 4—7. között tartotta meg *Méréstechnikai Kongresszusát*, amelynek feladata a vas- és fémipar roncsolásmentes anyagvizsgálati módszereinek és műszereinek vizsgálata, és az ezen a területen az utóbbi időben elért önálló tudományos eredmények bemutatása és megvitatása volt. A Kongresszuson elhangzott 27 előadás közül 12 külföldi vendég előadása volt. Feltűnő jelenség volt a fiatal magyar kutatógárda szereplése a Kongresszuson, amely elsősorban az Akadémia Méréstechnikai és Műszerügyi Intézetének tudományos munkatársaiból tevődött össze.

A Kongresszuson hozott határozati javaslat szerint a baráti akadémiák évenként másmás országban gyűlnek össze az aktuális kérdések megvitatására. Sz. *Szokolov* akadémikus a Szovjet Tudományos Akadémia nevében felajánlotta, hogy a szerkesztésében megjelenő szaklapban helyet biztosít a népi demokráciák ezirányú közleményeinek. A Kongresszus javasolta egy nemzetközi tudományos munkaközösségi szervezet létrehozását is.

*

Építés

Az *Építéstudományi Főbizottság* az építőiparban felhasználásra kerülő faanyaggal való takarékoskodás kérdéseivel, illetőleg ennek érdekében újtípusú szerkezetek bevezetésének megvitatásával foglalkozott. A mind tudományos, mind nemzetgazdasági szempontból jelentős kérdésben elfogadott javaslatokat az Osztály illetékes szerveknek továbbította.

Megvitatta a Főbizottság a határállapoton való méretezés kérdéseit is. A korábbi, túlságos nagy biztonsággal történt méretezés helyett felmerült új számítási mód alkalmazása, amely lehetővé teszi korszerű és anyagtakarékos szerkezetek beépítését és így az épületeknek kevesebb anyagból való elkészítését.

*

Az *Építészettörténeti és Elméleti Főbizottság* a marxista szemléletű egyetemes építészettörténet és ezen belül a marxista szemléletű magyar építészettörténet vizsgálatával foglalkozott.

*

Az *Építőanyagtudományi Főbizottság* az Építőanyagipari Tudományos Egyesülettel rendezett »Építőipari Kutatók II. Konferenciája« az építőanyagipari kutatás mai helyzetéről az elért eredményekről, nehézségekről adott áttekinthető képet. Előadások hangzottak el »Az építőanyagipari Kutatások feladatai és módszerei«, »A hatványtörvény alkalmazása a technológiai kutatásban«, »Gyorsított szilikátanalitikai módszerek« stb. témákról. Az előadások legtöbbjét élénk vita követte.

A Főbizottság energiamegtakarítási munkabizottságot hozott létre a következő feladatok megoldására:

1. értékesebb energiaanyagok helyettesítése kisebb értékűekkel, (pakura, savgyanta, portüzelés), 2. porszén tüzelés és porszén póttüzelés, 3. a salak éghető tartalmának hasznosítása, 4. égetési technológia módosítása különösen hulladékhő hasznosítására.

*

A *Kerámiai Albizottság* a kerámiai ipar égetési problémáival foglalkozott.

*

Településtudomány

A *Településtudományi Főbizottság* a mezőgazdasági települések tervezési irányelvei kérdésével foglalkozott, melynek nagy jelentősége van a helyes mezőgazdasági települések kialakításában. A téma kidolgozása több tudományterülettel (orvosi, agrár, biológiai stb.) kooperálva folyik.

A Főbizottság keretében megtartott felolvasóülésen Faragó Kálmán ismertette »A szanálás irányelvei a várostervezésben« c. előadását.

*

Könnyűipar

A *Könnyűipari Főbizottság* rendezésében megtartott »Szintetikus szálgyártási ankét« megállapította, hogy hazánkban megvannak a szintetikus szálgyártó ipar megteremtésének előfeltételei és mind a poliamid, mind a poliakrinilnitril-típusú szintetikus szál gyártása lehetséges. Az ankét ezzel kapcsolatos javaslatait a Minisztertanácshoz továbbította.

A Főbizottság az Agrártudományok Osztályával »A hazai rostnövények termesztése és felhasználása« tárgyában együttes ankétet tartott, mely a termesztés és felhasználás közös tudományos kérdéseit vitatta meg. A kialakult álláspont szerint elsősorban a hazai ún. őshonos magyar rostnövények — rostlen és kender — termelésével kell foglalkozni. Határozatot hozott a nemesítés, a vetőmagtermesztés, agrotechnika, növényvédelem, gépesítés, rostminősítés stb. helyes megoldására, melyeket javaslatként az illetékes szervekhez továbbítottunk.

A »Szalmacellulóz feltárási vizsgálatok« tárgyú ankét a szalmacellulóz feltárására számbajövő eljárásokat és az ezeknél figyelembe veendő különböző tényezők (hőfok, vegyszermennyiség, stb.) hatásának vizsgálatával foglalkozott.

*

A *Könnyűipari Főbizottság Cellulóze Bizottsága* a nyergesujfalui Viszkózagyárban meghallgatta a laboratóriumban kidolgozott technológiai újításokról szóló beszámolót. A beszámoló ismertette a szál egyenletességének megjavítására irányuló új vizsgálati módszereket, valamint a mikroszkópiai vizsgálatok eredményeit.

*

A *Műbőr Albizottság* »Műbőr ankétja« a lágyítók és a műbőr helyes gyártási eljárásának kidolgozásával foglalkozott. Az ankét a már eddig kidolgozott eljárások közül sürgős üzemesítésre javasolta a dibutilszebakát, a paraffin-oxidációs előpárlat-bázisú, valamint az izovaleriánsavas észtereket.

*

A *Textilipari Albizottság* kibővített ülésen hallgatta meg a ME Textiltechnológia I. tanszéken hosszabb idő óta folytatott kutatások eredményeiről, »A pamut részleges acetilezési körülményeinek vizsgálata« című beszámolót. A létrehozott hőálló, hangszigetelő és rothadásmentes szigetelőanyag — szakértők véleménye szerint — a gyakorlatban teljesen megfelel a követelményeknek és felülmúlja az eddig külföldről importált fónalak tulajdonságait.

Foglalkozott továbbá a gyapjú heterogén duzzadásával kapcsolatos vizsgálatok eredményeinek értékelésével.

*

Közlekedés

A *Közlekedéstudományi Főbizottság* foglalkozott a vasbetonaljak alkalmazásának kérdésével. Megállapította, hogy mely vasútvonalakon és milyen építési rendszer szerint készült vasbetonaljak használhatók fel legcélszerűbben, s egyben kijelölte azokat a feladatokat, amelyek megoldása szükséges a vasbetonaljak fokozott használatához.

Foglalkozott továbbá a vasúti vontatási üzemben az energiafogyasztás csökkentésének módjaival. A gőzmozdony hatásfokának javítására vonatkozó módozatok megállapításán kívül összehasonlító vizsgálatokat végeztek a gőzvontatás és a villamos, és Diesel-vontatás között.

*

A *Közúti és Városi Közlekedési Albizottság* foglalkozott részben az új gyártmányú autóbuszok tervezésének követelményeivel, részben a villamoskocsik kialakításának módozataival.

*

A Hajózási Albizottság felhívta illetékes szervek figyelmét az uszályforduló gyorsítása érdekében teendő egyes intézkedésekre.

*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK RENDEZÉSÉBEN 1954. JÚLIUS 1-TŐL DECEMBER 31-IG MEGTARTOTT ANKÉTEK, KONGRESSZUSOK, KONFERENCIÁK ÉS FELOLVASÓ ÜLÉSEK

Ankétek

1954. október	30-án	Műbőr-ankét
1954. november	2-án	Bauxitfeldolgozási ankét
1954. november	5-én	Sztálinvárosi Martin-kemence automatika-ankét
1954. november	27-én	Hazai rostnövények-ankét
1954. november	25-én	Szintetikus szálgyártás-ankét

Kongresszus — Konferencia

1954. október	4—7-én	Méréstechnikai Kongresszus
1954. december	11-én	Építőanyagipari Kutatók II. Konferenciája

Felolvasó ülések

1954. szeptember	28-án	*Veres Imre:* Nátriumpolivanadátok leválasztása gyengén savanyú oldatból
1954. november	10-én	*Schwertner* Antal: Tartók dinamikája rugalmas pontok módszerével tárgyalva
1954. november	27-én	*Romwalter* Alfréd: Salakképződés okai az alumínium-kádakban
1954. december	6-án	*Gustav Bürgermeister* (NDK): Acélhidak helyreállítása a Német Demokratikus Köztársaságban 1945. után

1954. december 10-én	*Gustav Bürgermeister* (NDK): Néhány megjegyzés a nyomottrudak számításához a DIN 4114-es szabvány szerint (kihajlásra vonatkozó új német előírások) és kivitelezett célszerkezetek ismertetése.
1954. december 21-én	*Faragó Kálmán, Heim Ernő* és *Keresztély György:* A szanálás városrendezési vonatkozásai.
1954. december 21-én	*Wladimir K. Hristow* lev. tag (Bulgária): Hajlítási állandók a geodéziában és a köztük levő összefüggés.
1954. december 28-án	*Wladimir K. Hristow* lev. tag (Bulgária): Geodéziai vonal redukált hosszúsága és az általános hossztartó hengervetület méretaránya, A geodéziai vonal redukált hossza és a Cassini—Goldner vetület méretaránya az ellipszoidon.

KÜLFÖLDI VENDÉGEINK

Borys Szmielew és *Gawrys Bolestan* a varsói Geodéziai és Kartográfiai Intézet munkatársai egy hetet töltöttek Magyarországon a Varsóban megtartott nemzetközi geodéziai konferencia előkészítése céljából.

Tudor Tanasescu professzor, a Román Tudományos Akadémia lev. tagja egy hónapot töltött hazánkban híradástechnikai tanszékek, és intézmények tanulmányozásával. Itt tartózkodása alatt két előadást tartott a fizika, és energetika tárgyköréből.

Ilie Carafoli a Román Tudományos Akadémia lev. tagja és *Radu Bogdán* tudományos munkatárs két hétig tanulmányozták hazánkban az alkalmazott mechanika, aerodinamika, áramlástechnika és gépelemek területén hazánkban folyó tudományos munkásságot, a terület tanszékeit, laboratóriumait és üzemeit.

Joska Semrad docens és *Ladislav Pavelka* mérnök (Csehszlovákia) 2 hónapot töltöttek hazánkban a gépészeti felsőoktatás kérdéseinek tanulmányozásával, melynek keretében meglátogatták a gépészeti vonatkozású tanszékeket és üzemeket.

Ferdinand Climes professzor (Csehszlovákia) 10 napot töltött hazánkban, mely alkalommal tanulmányozta a Vasútépítési Üzemi Tanszéken folyó oktatási és kutatási munkát és két előadást tartott.

Wladislav Ptak kandidátus (Lengyelország) két hónapot töltött hazánkban a könnyűfémkohászat, különösen az alumíniumkohászat kérdéseinek tanulmányozásával.

Gustav Bürgermeister egyetemi tanár (Német Dem. Köztársaság) az építés, különösen az acélhidak építésének megoldása és kivitelezése kérdéseit és ezzel kapcsolatos kutatásokat tanulmányozta Magyarországon. Két előadást tartott a hídépítés kérdéseiről.

Wladimir K. Hristov, a Bolgár Tudományos Akadémia lev. tagja három hetet töltött hazánkban a különböző geodéziai és geofizikai tudományos intézetek munkájának, a gravimetria alkalmazásának, a háromszögelés kiigazítási módszereknek stb. tanulmányozásával. Itt tartózkodása alatt két tudományos előadást tartott.

Az 1954. okt. 4—7. megtartott Méréstechnikai Kongresszus külföldi vendégei:

Szovjetunió:

Szergej *Szokolov* akadémikus, a Szovjet Tudományos Akadémia tagja
N. P. *Rajevszkij*, a műszaki tudományok doktora
M. D. *Gyenkin*, a műszaki tudományok kandidátusa

Bulgária:

Emil *Dzsakov*, a Bolgár Tudományos Akadémia lev. tagja

Csehszlovákia:

Dr. Adele *Kochanovska* docens
Dr. Miroslaw *Rosival* fizikus
Dr. Miroslaw *Baimler* tudományos munkatárs

Lengyelország:

Prof. Dr. Ignaty *Maleczky*, a Lengyel Tudományos Akadémia lev. tagja
Filipczynszky *Leszek* tudományos kutató

Nagybritannia:

Dr. William H. *Wooster* egyetemi tanár
Dr. Nora *Wooster* röntgenkristallografus

Német Demokratikus Köztársaság:

Dr. Prof. Ernst *Schiebold* fizikus
Dr. Prof. Rudolf *Ritschl* fizikus
Dr. Prof. Alfred *Eckart* fizikus
Dipl. Ing. Karl *Hormuth* mérnök

Románia:

Ilie *Carafoli*, a Román Tudományos Akadémia lev. tagja
Radu *Bogdán* tudományos kutató

KÜLFÖLDI TANULMÁNYUTAK

Külföldi tanulmányúton, illetve konferenciákon a következők vettek részt:

Dávid János aspiráns és *Ibronyi Tamás* építészmérnök két hetet töltöttek Lengyelországban az előregyártás és az építőművészet kérdéseinek tanulmányozásával.

Wahl Miklós az ÁFTH elnöke, *Regőczi Emil* a műszaki tudományok doktora és *Homoródi Lajos*, a műszaki tudományok kandidátusa Lengyelországban geodéziai kongresszuson vettek részt.

Zorkóczy Béla a műszaki tudományok kandidátusa két hetet töltött Csehszlovákiában, ahol résztvett egy nemzetközi hegesztési kongresszuson. Ez alkalommal előadásokat tartott egyrészt a ledeburitos krómacél felrakóhegesztése, másrészt a szürke öntvények ívhegesztéssel történő javítása témaköréből.

Koch Sándor egyetemi tanár és *Nemecz* Ernő egyetemi tanár két hétig tartózkodtak Párizsban, ahol egy kristálytani kongresszuson vettek részt.

Guba Ferenc és *Sugár Irén* tudományos kutatók, a MTA Méréstechnikai és Műszerügyi Intézetének dolgozói két hetet töltöttek Londonban, ahol résztvettek az Elektronmikroszkópi Kongresszuson.

Mosonyi Emil lev. tag résztvett a Rio de Janeiro-i Világenergia Kongresszuson.

Tárczy-Hornoch Antal akadémikus, *Kántás Károly* lev. tag és *Németh Endre*, a műszaki tudományok doktora két hétig tartózkodtak Rómában, ahol résztvettek a Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió Kongresszusán.

Csonka Pál a műszaki tudományok doktora a Szlovák Tudományos Akadémia meghívására résztvett egy Smolnicén megtartott betonkonferencián, ahol előadást is tartott.

TUDOMÁNYOS MINŐSÍTÉS

A Tudományos Minősítő Bizottság az 1954. évben disszertációk elfogadásával a következők részére adta meg a doktori, illetve kandidátusi fokozatot:

A műszaki tudományok doktora:

Hornung Andor (Forgácsolás elmélete és forgácsolószerszámok)

A föld- és ásványtani tudományok doktorai:

Egyed László (A földkéreg egyensúlya)

Bacsák György (A pliocén és pleisztocén korok az égimechanika megvilágításában)

A műszaki tudományok kandidátusai:

Czégi József (Siklócsapágy kézikönyv)
Rusznyák Endre (Áramkörök megszakításának elmélete és gyakorlati megvalósításának elvei)
Kovácsházy Frigyes (Kőzetbe ágyazott nyomócsövek, valamint hengeralakú tartályok szerkezete és méretezései)
Bella Ede (Különleges alakítható sárgarezek fontosabb mechanikai tulajdonságainak vizsgálata a hőkezelés függvényében)
Karádi Gábor (A keresztszelvény-alak hatása szabadfelszínű csatornák hidraulikai ellenállására)
Huszár István (Hajlításra terhelt rudak szimmetrikus megerősítése)

1954 MÁSODIK FELÉBEN A KÖVETKEZŐ DOLGOZATOK RÉSZESÜLTEK AKADÉMIAI KUTATÁSI PRÉMIUMBAN:

Balogh Gyula: »A mezőkeresztesi mélyfúrások földtani helyzete« ..... 1000 Ft
Balla Árpád: »Befogott oszlopok elmélete« ..... 2500 «
Béles Lajos: »Vetülékcsévélés« ..... 1000 «
Bidló Gábor: »Az ásványok energiaindexe és ellenálló képességük közötti összefüggés« ..... 1000 «
Bolberitz Károly: »Sörgyárak ipari vízháztartásának vizsgálata« ..... 1200 «
Borbiró Virgil: »Összehasonlító háztanulmány« ..... 5000 «
Burnóczky Lajos: »Úrkúti dioxidos mangánérc hidrociklonos meddőjének feldolgozása $MnSO_4$ oldatra« ..... 1500 «
Csallány Sándor: »Nagy-Budapest forrásai« ..... 1500 «
Cseh Sándor: »Statisztikus összefüggések meghatározása vevőcsövek jellemző elektromos adatainak szórása és az alkatrészek gyártási szórása között« ..... 2000 «
Csernátony Hoffer András és *Karády György:* »24 MVA-es 35 kV-os takarékkapcsolású szabályozó transzformátor lökőfeszültség eloszlási mérései, valamint »Tranziens inverzió a 12 és 24 MVA-es 35 kV-os Ganz-Ratkovszky takarékkapcsolású szabályozó transzformátorokon« ..... 2000 2000 «
Csorba Endre: »A belterjes állattenyésztés gépesítésének perspektívája« ..... 3000 «
Dabóczy Ödön, Heller György, Rosta László: »Mozdonyféksúly« ..... 4000 «
Daboczy Ödön, Heller György, Jánosdeák Egon, Kassai Dénes: »A gőzmozdony fúvócsöves füstgáz elszívó berendezéseinek vizsgálata« ..... 5000 «
Darvas Lajos: »Sík utófenék méretezése empírikus képlet alapján. A süllyeszthetőség szükséges mértékének megállapítása háromváltozós vízhozamnomogrammal« 1500 «
Dékány Dezső, Farkasházy Tibor, Kiss György, Poócs Rezső: »Jelentés a Rákosi Mátyás Művek, a Lenin Kohászati Művek és a Ganz Vagon- és Gépgyárban végzett bóracél kísérletekről«, fejenként 500 Ft ..... 2000 «
Dobozy Ottó: »Heterogén duzzadás szerepe a gyapjú egyes tulajdonságainak kialakításában II.« ..... 1000 «
Endrei Walter: »Konvencionális szövőgépünk néhány elavult szerkezeti elvének keletkezése és történeti elemzése« ..... 3000 «
Farkas Gyula: MAAG lengő fogcsiszológépek technológiája ..... 2000 «
Farkas Géza: Gőztranszformátor elé kapcsolt gőzturbina szabályozása ..... 2500 «
Felszeghy György: Korszerű irányelvek közutak túlemelésének tervezéséhez ..... 1500 «
Fogarasi Béla: »Timföldgyári aluminátlúgok kikeverésének ellenőrzése fizikai módszerrel« ..... 1000 «
Fülöp József: »A tati mezozoós alaphegységrög földtani vizsgálata« ..... 3000 «
Gaál Elemér: »A vasoxidvörös különböző részecskeméretű frakcióinak vizsgálata, majdpedig keverőkpigmentek vizsgálata, a film minősége, a takarás és az egyenletes szín szempontjából« ..... 1500 «
Gurmai Mihály: »Az üvegből készült falicsempe gyártástechnológiája« ..... 1200 «
Gyurcsi Endre: »Az országos kooperációs rendszer budapesti körzetének távlati fejlesztési kérdései« ..... 2000 «
Hajnal Lászlóné és *Lévai Gyula:* A cellulóz és cellulóz lebontási termékek polimoleku-láritásának vizsgálata. A cellulóz nitrogéndioxidos oxidációjának reakciókinetikája ..... 2000 «

Hankó Zoltán: »Vízugrás energiaveszteségé«..... 1200 Ft
Hajnóczi Gyula: »A műemlékfelmérés«..... 2000 «
Hantos Rezső: »A csőnyújtó hengerművek termelési kapacitása«..... 1500 «
Horváth József és *Kertész Pál:* »Hazai kőzeteink rugalmassági vizsgálata«..... 1000 «
Janti Árpád és *Spolarich János:* »Újtípusú fémkomplex gyapjú színezékek felhasználása gyors színezési eljárással«..... 1000 «
Jánossy Dénes: »Az Istállóskői barlang pleisztocén rétegeinek madár- és emlősfaunája« 2000 «
Javorik László: »Változó karakterisztikájú rugózás problémáinak megvilágítása«.. 1000 «
Karádi György: »Kisfeszültségű lökésgerjesztő«..... 2000 «
Kertész József: »Hőenergia-átalakító berendezések kiküszöbölhető veszteségének meghatározása az entrópiafogalom felhasználásával«..... 1000 «
Keszthelyi Zoltán: »Új budai hévforrásnyomok az 1954. évi hóolvadáskor. A Lőw-féle forrásnyomfoltok megjelenése. Szökevényforrások észlelése a Duna jegén és a havas partszegély olvadásai.
A hévforrásnyomok és szökevényforrások összefüggése«..... 1000 «
Kelen István és *Kerényi István:* »A kezdőkúpos csévélés újabb irányai«..... 2000 «
Korda János: »Rácsos tartók másodrendű igénybevétele«..... 1000 «
Kolos Ferenc és *Wiedner László:* »Belföldi szulfonált olajokkal végzett zsírozási kísérletek krómcserzésű bőrökön« ..... 2000 «
Kovács László: »Háromfázisú aszinkron motorok indítása kondenzátoros segédfázissal« 1000 «
Kubinszky Mihály: I. »Fejezetek a vasúti épületek tervezéséből.
II. A vasúti épületek története« ..... 2000 «
Lénárt Pálné és *Majer László:* »Zsírozást meghatározó tényező vizsgálata kombinált cserzésű vixos tehénbőrökön« ..... 1500 «
Lipka Vilmos: »Vizsgálatok a cellulóznemesítés néhány problémájával kapcsolatban« 1000 «
Malcsiner Ferenc: »Monitor hírszóró adóállomások részére«..... 2000 «
Márkus Gyula: »Rugalmas ágyazású, köralakú lemezek számítása a nyomatékosztás módszerével« ..... 2000 «
Mikuleczky István: »Diósgyőr vár felmérései és rekonstrukciós megoldásai«..... 2000 «
Molnár József: »Magyarország török, építészeti emlékei«..... 2000 «
Nagy Pál: »Kriolitok és kriolit-timföld olvadék összetételének vizsgálata«..... 1500 «
Noszti Endre: »Horgany-réz (metalbo) galvanikus ötvözetek leválasztása«..... 2000 «
Nyirő M. Réka: »Foraminiferák tanulmányozása vékonycsiszolatban«..... 500 «
Nyitrai Elek: »Egy pesti telektömb története«..... 3000 «
N. Szabó István: »A hernádvölgyi népi építészet és településjelleg vizsgálata«.... 2000 «
Őry Huba: »Réteges falemezek rugalmassága«..... 3000 «
Palotás Zoltán és *Berczik András:* »Magyar vasúthálózat fejlesztéséről«..... 2000 «
Pápai László: »Pneumatikus anyagszállítás indító szakaszának vizsgálata«..... 5000 «
Paxián János és *Cseperkálovics Antal:* »A melegen hengerelt fogaskerékgyártás gépi berendezéseinek ismertetése, valamint az elvégzett kísérleti eredmények és egyéb szempontok összefoglalása« ..... 5000 «
Péter Ferenc, Dobozy Ottó, Mihalik Béla: »A gyapjú savfelvétele«..... 1500 «
Péter Ferenc és *Salánki László:* »Karbamid és formaldehid kondenzációjának vizsgálata textilipari szempontból« ..... 1500 «
Radnóti György: »A háromhengeres kétütemű egyenáramú Diesel-motor forgattyús hajtóműjének analízise a kiegyensúlyozás szempontjából«..... 1000 «
Rácz Iván: »A Rába Szentgotthárd-sárvári szakaszának vízerőhasznosítása«..... 1500 «
Semsey Andor: »A Káli medence középkori emlékei«..... 1000 «
Siklósi Róbert: »A lapképzés és őrlésfok befolyása az előállítandó papír jellemzőire« 1000 «
Szablya János: »Kommutátoros főleg egyenáramú gépek tranziens jelenségei és értékelése« ..... 3000 «
Szentmártoni Tibor: »Beömlési lekerekítés vizsgálata centrifugális átömlésű járókerekeknél elektrolitikus káddal« ..... 1000 «
Szidarovszky János: »Egyszerű dinamikus hatás vasúti sínen«..... 2000 «
Tarján Endre: »Földzárlatvédelem tervezete« ..... 1000 «
Tóth Miklós: »A bányaüzemi munkaszervezés tudományos gyakorlata«..... 2000 «
Tilesch György: »Baranya megye vízgazdálkodásának s a tavaszi vizek felhasználásának lehetőségei« ..... 1500 «
Vajda József: »Bőrszárítás folyamatának vizsgálata«..... 1000 «
Várkay Iván: »Egyes ipari vízigényes területek vízgazdálkodása különös tekintettel a bányászatnál kiemelésre kerülő vizekre« ..... 1000 «
Várnai Dezső: »Esztergomi várpalota kőfaragó jelei (1200 körül)«..... 1000 «
Vigyázó György: »A« erőmű pneumatikus salakszállító berendezésének vizsgálata« 1500 «

AZ 1954. ÉVBEN BEÉRKEZETT PÁLYAMUNKÁK JUTALMAZÁSA

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának a televízió magyarországi bevezetésénél felmerült problémák megoldására kitűzött pályázatára beérkezett munkák közül jutalomban részesültek:

1. A televíziós képcsövekhez szükséges fluoreszkáló poranyag előállításáért

a) Távközlési Kutató Intézet brigádja (Hangos István, Gergely György, Szikora Vilmos) ..... 4000 Ft
b) Egyesült Izzó ME gyáregységének brigádja (Laskay Gyula, Mocsári Róbert) ..... 2000 «
c) Híradástechnikai Ipari Kutató Intézet brigádja (Szabó János, Kárpáti Éva) ..... 1000 «

2. A televíziós képcső előállítása és gyártási előkészítése terén végzett munkáért

a) Távközlési Kutató Intézet brigádja (Szikora Vilmos, Reiss Béla, Hangos István, Bakonyi János) ..... 2100 «

3. A televíziós studiók akusztikai tervezéséhez szükséges hangszigetelő anyagok objektív vizsgálatával kapcsolatban elért eredményekért

a) Tarnóczy Tamás kandidátus ..... 2000 «
b) Lázár Dezső ..... 1000 «

4. 5 KW léghűtésű adótrióda prototípusának elkészítéséért

a) Adócsőgyár brigádja (Garai László, Deák Miklós és 11 munkatársuk) ..... 7000 «

Az új technológiák kidolgozásával kapcsolatos hazai cellulózkutatás fellendítésére kiírt pályázatra beérkezett pályamunkák közül jutalomban részesültek

Hajnal Lászlóné és *Keszegh Géza:* Cellulózszármazékok előállítása és felhasználási lehetőségei ..... 2000 Ft

Nemes László: Új módszerek cellulóz és cellulózszármazékok értékelésére ..... 2000 «

A rostműbőrből készült járótalp technológiájának kidolgozására közzétett pályázatra benyújtott munkák közül:

Fenyő László és *brigádja* a pályázat II. díját ..... 3000 Ft

Fenyő László a pályázat III. díját ..... 2000 «

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYA 1954 MÁSODIK FELÉBEN MEGJELENT KIADVÁNYAI

Könyvek

Perényi Imre: A város lakóterülete. 217 old., ára 40,— Ft.

Schimanek Emil: Bánki Donát tudományos munkássága és alkotásai. 168 old., ára 15,— Ft.

Vaskohászati enciklopédia. *I. Zsák Viktor:* A vaskohászat nyersanyagai. 216 old., 39 ábra, ára 40,— Ft.

Műszaki fizika. II. *Simonyi Károly:* Villamosságtan I. 572 old., 536 ábra, ára 70,— Ft.

Géczy Barnabás: Cyclolites (anth.) tanulmányok. (Geologica Hungarica Fasc. 24) 158 old., 10 fényképtáblázat, ára 130,— Ft.

Strausz László: Várpalotai felső-mediterrán csigák. (Geologica Hungarica Fasc. 25) 125 old., 9 fényképtáblázat, ára 110,— Ft.

A. B. Cseljuszkin—Je. A. Rozenman: Hengerművek önműködő vezérlése és szabályozása. 388 old., 202 ábra, ára 90,— Ft.

Folyóiratok

Acta Technica IX. kötet 3—4. sz. füzet:

Scheffer Viktor: Izosztázia (németül)
Vidéky Emil: Az evolvens homlokkerékfogazások trigonometriai és kinematikai számításmódja (angolul)
Gangli Boldizsár: A Hannah-féle nyújtási elmélet egyes kérdéseinek elemzése a pamutfonás szempontjából az egy- és kétszíjas nyújtóművek vizsgálata alapján (angolul)
Váradi F. Péter: Ionizációs légszivattyú (angolul)
ifj. Szentmártony Tibor: Beömlési lekerekítés vizsgálata centrifugális átömlésű járókerekeknél elektrolitikus káddal (németül)
Szablya János: Erősítőgépek dinamikus kihasználási száma (angolul)
Csonka Pál: Heterogén anyagú feszített rudak kihajlása (angolul)
Hornung Andor: A köszörülés-teljesítmény meghatározásának lehetőségei (németül)
Geleji Sándor: A szélesedés és előresietés számítása hengerlésnél (németül).
Lengyel megemlékezés Jáky Józsefről

Könyvszemle:

Hornung A.: Iszajev — A felületi rétegképződés folyamata a fémek forgácsolása során (angol, francia és német nyelven)
Csonka P.: Szmodits K. — Héjszerkezetek statikája (orosz, angol, francia és német nyelven)
Miskey K.: Faller J. — A magyar bányagépesítés úttörői a XVIII. században (orosz, angol, francia és német nyelven)
Schleicher A.: Horváth Z. — Fémkohászati folyamatok termodinamikai számítása (orosz, angol, francia és német nyelven)
Homoródi L.: Hazay I. — Földi vetületek (orosz, angol, francia és német nyelven)

Acta Technica X. kötet 1—2. sz. füzet:

Vidéky Emil: Homlokkerék külsőfogazások fejéltompítása (angolul)
Scheffer Viktor: Az izosztatikus anomáliák és a hegységképződési vergenciák összefüggése (németül)
Csonka Pál: Az oldalirányú elmozdulásban gátolt kéttámaszú tartó stabilitása (németül)
Oplatka György: Tanulmány a többfokozatú elvételes bepárlórendszerről (franciául)
Csonka Pál: A transzlációs felület szerint alakított héjakról (angolul)
H. Craemer: Tévedések és ellentmondások a képlékeny alakváltozás elméletében (angolul)
Sályi István: Hozzászólás Dr. H. Craemer »Tévedések és ellentmondások a képlékeny alakváltozás elméletében« c. dolgozatához (angolul)
Szekér Gyula: Az áramhatások kutatása az alumínium elektrolízisénél (oroszul)
Hegedűs Zoltán: Adatok a rézoxiarzenát és réznikkel-oxiarzenát és nikkeloxid zárványról (angolul)
Hegedűs Zoltán: Adatok a technikai rezekben előforduló rézoxid zárványról (németül)
Hazay István: Vetületi átszámítás sztereografikus vetületről és szögtartó hengervetületről a Gauss—Krüger-féle vetületre (németül)
Schwertner Antal: Tartók dinamikája, a rugalmas pontok módszerével tárgyalva (angolul)
Geleji Sándor: Sajtolás rúdsajtón és süllyesztékben (németül)
Gillemot László: Titán előállítására szolgáló reaktorok méretezése és üzeme (angolul)

A MTA Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei:

XIII. kötet, 1—4. sz. 25 tanulmány
XIV. kötet, 1—3. sz. az 1954. évi akadémiai nagygyűlés előadásai.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója Műszaki felelős: Farkas Sándor
A kézirat beérkezett: 1954. XI. 27. — Terjedelem: 48½ (A/5) ív, 279 ábra

34480/55 Akadémiai nyomda — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc

Ára: 100,— Ft

TARTALOMJEGYZÉK

Kövesi Antal: Víztároló medencék kismintáin végzett kísérleti meghatározások 1

Kövesi Antal: Az ember energiafelhasználása teherszállításnál 17

Gangli Boldizsár: A Hannah-féle nyújtási elmélet egyes kérdéseinek elemzése a pamutfonás szempontjából, az egy- és kétszíjas nyújtóművek vizsgálata alapján 35

Tóth Ferenc: Turbógenerátor-forgórészek gombolyítási problémái 67

Balogh Arthur: Torziós lengés önlengésszámának számítása a karakterisztikus egyenlettel 91

Kollár Lajos: Kétfőtartós vasbetonhidak lehajlás-számítása 115

Csonka Pál: Az oldalirányú elmozdulásában gátolt kéttámaszú tartó stabilitása 139

Borbély Samu: Bombapályák pontballisztikai közelítő meghatározása 151

Seidner Mihály: Vízhűtéses turbórotorok 167

Bleier Sándor: A beton szilárdságának alakulása 179

Bardócz Árpád: Thyratroncsöves vezérlésű szaggatott ívgerjesztő színképelemzés céljaira 209

Szablya János: Erősítőgépek dinamikus kihasználási száma 227

Csonka Pál: Heterogén anyagú feszített rudak kihajlása 249

Popovics Sándor: Feladatok a betontervezés köréből 261

Horváth Zoltán, Wieder Nándor és *Horváth Antal:* Vasban és kovasavban dús szőci bauxit redukálása világítógázáramban és a Bayer-eljárással kapott vörösiszap mágneses elválasztása 279

Bernal J. D.: A víz jelentősége kristályokban és kőzetekben 319

Csonka Pál: A transzlációs felület szerint alakított héjakról 339

Tóth Géza és *Pósa Vilmos:* A bőr rugalmasságának mérése 347

Kaliszky Sándor, Korda János, Kollár Lajos és *Somogyi Dezső:* A biztonság kérdése sztatikailag határozatlan vasbetonszerkezetekben 385

Simon Ferenc: Rotary-rendszerű keresőgépek átlagos fordulatszámának számítása 419

Knapp Oszkár: Szilikátüvegek viszkozitásának számítása 449

Cotel Ernő: A nagy nyomás és a nagy szélesedés fokozottabb hasznosítása a hengerműben 461

Kurutz Imre: A felület érdességének hatása centrifugális szellőzők teljesítményjellemzőire 471

Horváth Zoltán: A vas-szén-rendszer egyensúlyi viszonyai 479

Domony András, Vassel K. Róbert és *Várhelyi Rezső:* Az alumíniumhuzal villamos vezetőképességében mutatkozó rendellenességek megszüntetésére irányuló kísérletek 497

Geleji Sándor: Csövek nyújtóhengerlése hidegen. A keletkező erők és teljesítményszükségletek meghatározása 515

Könyvszemle:

Schimanek Emil: Energiaátalakulás hőerőgépekben 533

Barta György: A földmágnességi erő változásai Magyarországon 534

Kovács K. Pál—Rácz István: Váltakozóáramú gépek tranziens folyamatai 535

Erdélyi János: Kristályszerkesztés és kristályszámítás 535

Kurgyumov G. V.: A metallográfia és fémfizika problémái 536

Perényi Imre: A város lakóterülete 537

Zsák Viktor: A vaskohászat nyersanyagai. Vaskohászati Enciklopédia. I. kötet 538

A Műszaki Tudományok Osztályának életéből 540