

**G E O M A T I K A I**  
**K Ö Z L E M É N Y E K**

*Publications in Geomatics*

**FŐSZERKESZTŐ**  
*Editor in Chief*

**PAPP G**

**TANÁCSADÓ TESTÜLET**  
*Advisory Board*

**ÁDÁM J** (*elnök/chair*)

**BIRÓ P**

**BOZÓ L**

**MÁRTON P**

HU ISSN 1419-6492



MTA CSFK GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI INTÉZET  
9400 SOPRON, CSATKAI U. 6-8.

# **Geomatikai Közlemények**

*Publications in Geomatics*

kiadja az

## **MTA CSFK GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI INTÉZETE**

9400 Sopron, Csatkai E. u. 6-8. Pf. 5.

tel.: 99 - 508-340 fax.: 99 - 508-355

e-mail: [geomatika@ggki.hu](mailto:geomatika@ggki.hu)

web: [www.geomatika.ggki.hu](http://www.geomatika.ggki.hu)

web programozó: Lovranits Tamás

felelős kiadó:

***Ábrahám Péter***

főigazgató

főszerkesztő:

***Papp Gábor***

technikai szerkesztő:

***Bischof Annamária***

angol nyelvi szerkesztő:

***Eperné Pápai Ildikó***

készült a

**LÓVÉR PRINT Kft.** nyomdájában

9400 Sopron, Ady Endre u. 5.

tel.: 99 - 329-977

megjelent 150 példányban

Sopron, 2013

HU ISSN 1419-6492

**GEOMATIKAI  
KÖZLEMÉNYEK  
XVI.**

"Minden nemzet a maga  
nyelvén lett tudós,  
de idegenen sohasem."

(Bessenyei György)

## ÁLTALÁNOS INFORMÁCIÓK ÉS ÚTMUTATÓ

A Geomatikai Közlemények 1998 óta rendszeresen, általában évenként egy alkalommal megjelenő folyóirat. A kiadvány célja, hogy elsősorban magyar és esetenként angol nyelvű fórumot biztosítson azon hazai, ill. külföldi kutatóknak és szakembereknek, akik a műszaki- és földtudományok azon területein (geodézia, fotogrammetria, térinformatika, fizikai geodézia, geofizika, földmágnesség, geodinamika, a Föld belső szerkezete és a Föld körüli térség fizikája) elért tudományos eredményeiket szeretnék közzétenni, amelyek a geomatika módszereit használják helyhez kötött adataik gyűjtéséhez, feldolgozásához és elemzéséhez. A kiadványban megjelenő cikkek és tanulmányok a mai normáknak megfelelő lektorálási folyamaton mennek keresztül, azaz mielőtt publikálásra kerülnek legalább kettő független bíráló véleményt alkot a közlésre benyújtott kéziratról. A bírálók nevét alaphelyzetben csak a szerkesztőbizottság ismeri, de a bírálók kérhetik anonimitásuk felfüggesztését. A bírálatok alapján a bizottság eldönti, hogy az adott kézirat megfelel-e a Geomatikai Közlemények formai és tartalmi követelmény-rendszerének, illetve, hogy az esetlegesen felmerülő hibák és hiányosságok kijavíthatók- és pótolhatók-e a kézirat kisebb-nagyobb átdolgozásával. A szerkesztőbizottság szakmai munkáját egy Tanácsadó Testület segíti.

A Geomatikai Közlemények szerkesztését, amelyet 2011-től már egy az Interneten keresztül elérhető és működtethető web felület is támogat ([www.geomatika.ggki.hu/kozlemenyek](http://www.geomatika.ggki.hu/kozlemenyek)) ©Lovranits Tamás és Papp Gábor), társadalmi munkában végző szerkesztőség nagy hangsúlyt fektet a lehető leggyorsabb minőségi munkára. Ez mind a szerzőktől, mind a bírálóktól erőfeszítéseket és fegyelmet kíván, amit a szerkesztőség előre is tisztelettel megköszön. Ennek biztosításához javasoljuk áttanulmányozni a következő anyagokat:

Geomatikai\_Közlemények\_instrukciók\_szerzőknek.doc,  
Geomatikai\_Közlemények\_instrukciók\_bírálóknak.pdf,

amelyek a már fent megadott címre belépve letölthetők. A regisztrált felhasználók ugyanezen a címen keresztül végezhetik el a rendszer által koordinált aktuális feladataikat akár szerzői akár bírálói szerepkörben. Az új felhasználók ugyanitt regisztrálhatnak, felhasználói név és e-mail cím megadásával.

A feltöltött kéziratokat a szerkesztőség egy tagja, a kézirathoz rendelt felelős szerkesztő előbírálja, elsősorban az instrukciókban megfogalmazott formai szempontok szerint. Ha a kézirat formailag kielégítőnek bizonyul, akkor elindul a bírálati folyamat, amely általában több ciklust is képez és egészen addig tart, ameddig a bírálók, ill. a felelős szerkesztő ezt tartalmi-formai indokok miatt szükségesnek tartják. A bírálati fázisokról és az aktuális teendőkről mind a szerzők mind a bírálók automatikus üzenetekben értesülnek.

A Geomatikai Közleményeket jelenlegi elnevezése szerint az MTA CSFK Geodéziai és Geofizikai Intézete adja ki. A kiadás anyagi háttérét egyrészt a kétévente Sopronban megrendezésre kerülő Geomatika Szeminárium másrészt különböző pályázatok és tudományos szervezetek (pl. Soproni Tudós Társaság) támogatásai biztosítják.

A Geomatikai Közlemények jelen kötetének felelős szerkesztői:  
Bányai László, Benedek Judit, Gribovszki Katalin, Kalmár János, Papp Gábor, Szűcs Eszter, Újvári Gábor, Závoti József.

## A KÖTETBEN MEGJELENT CIKKEK BÍRÁLÓI

Bartha Gábor  
Batha László  
Benedek Judit  
Czajlik Zoltán  
Czimber Kornél  
Érdi Bálint  
Jancsó Tamás  
Kalmár János  
Kenyeres Ambrus  
Király Géza  
Kis Márta  
Paláncz Béla  
Papp Erik  
Siki Zoltán  
Takács Bence  
Tóth Gyula  
Varga Péter  
Völgyesi Lajos

# TARTALOMJEGYZÉK

## CONTENTS

<b>Závoti József</b> .....	7
A 2D és 3D nemlineáris hasonlósági (Helmert) transzformációk megoldásának új levezetése <i>New treatment of the solution of 2D and 3D non-linear similarity (Helmert) transformations</i>	
<b>Papp Erik</b> .....	17
Geodáziai dátumtranszformáció kvaternióval <i>Geodetic datum transformation by quaternion</i>	
<b>Takács Bence</b> .....	29
GLONASS-műholdak pályaszámítása <i>Orbit computation of GLONASS satellites</i>	
<b>Koppányi Zoltán, Lovas Tamás</b> .....	37
Javíthatóak-e a durva pozícionálásból származó koordináták mozgásminták segítségével? <i>Can the coordinates of rough positioning techniques be improved with mobility patterns?</i>	
<b>Tóth Gyula, Fánicsikné Hamar Éva</b> .....	51
A kibővített Stokes-féle függvény csonkítási együtthatóinak hatékony számítása <i>Fast computation of truncation coefficients for the extended Stokes function</i>	
<b>Ultmann Zita, Völgyesi Lajos</b> .....	63
Optimális geometria kialakítása Delaunay-háromszögeléssel függővonal-elhajlás interpoláció céljára <i>Creating optimal geometry by Delaunay triangulation for interpolation of deflection of the vertical</i>	
<b>Bányai László, Mentés Gyula, Újvári Gábor, Gribovszki Katalin, Papp Gábor</b> .....	73
A dunaszekcsői földcsuszamlás mozgási tendenciája és modellje koordináta idősorok alapján <i>Motion tendency and model of the landslide in Dunaszekcső deduced from coordinate time series</i>	
<b>Barsi Árpád</b> .....	83
Képszegmentálási eljárások alkalmazása a távérzékelésben <i>Application of image segmentation techniques in remote sensing</i>	
<b>Juhász Attila, Winkler Gusztáv</b> .....	89
Hadtörténeti rekonstrukciók új eredményei a távérzékelés és a GIS alkalmazásával <i>New achievements in military historical reconstruction supported by remote sensing and GIS</i>	
<b>Kapitány Kristóf, Négyessy László, Barsi Árpád</b> .....	101
Objektumrekonstrukció nagyfelbontású röntgenfelvételekből <i>Object reconstruction from high-resolution X-ray images</i>	
<b>Molnár Bence, Charles K. Tóth</b> .....	109
MS Kinect – Flash LiDAR pontossági vizsgálat és gömbillesztés <i>MS Kinect – Flash LiDAR accuracy test and sphere fitting</i>	
<b>Szűcs László</b> .....	119
Eratoszthenész földszög-mérésének vizsgálata <i>Examination of Eratosthenes's method for Earth radius determination</i>	

# A 2D és 3D NEMLINEÁRIS HASONLÓSÁGI (HELMERT) TRANSZFORMÁCIÓK MEGOLDÁSÁNAK ÚJ LEVEZETÉSE

Závoti József\*



*New treatment of the solution of 2D and 3D non-linear similarity (Helmert) transformations - The laws of nature in general, and the relations and laws in geodesy in particular can be expressed in most cases by non-linear equations which are generally solved by transforming them to linear form and applying iteration. The process of bringing the equations to linear form implies neglects and approximation. In certain cases it is possible to obtain exact, correct solutions for non-linear problems. In the present work we introduce parameters into the rotation matrix, and using this we derive solutions for the 2D and 3D similarity transformations. This method involves no iteration, and it does not require the transformation of the equations to linear form. The scale parameter is determined by solving a polynomial equation of second degree. This solution is already known, but our derivation is worth consideration because of its simple nature*

**Keywords:** 3D, 7-parameter datum transformation, absolute orientation

*A természetben, így a geodéziában is fennálló összefüggések, törvények többségükben nemlineáris egyenletekre vezetnek, amelyeket általában linearizálva, iterációval szokás megoldani. A linearizálás eleve elhanyagolást, közelítést eredményez. Bizonyos esetekben lehetőség nyílik arra, hogy a nemlineáris problémákra egzakt, korrekt megoldást kapjunk. A tanulmányban a forgatási mátrix parametrizálásával megadunk egy levezetést a 2D és 3D hasonlósági transzformációk nemlineáris feladatának megoldására. A módszer sem nem iteratív, sem nem követeli meg a megfigyelési egyenletek linearizálását. A méretarány paraméterének meghatározására másodfokú polinom egyenletet adódik. Maga a megoldás ismert a szakirodalomban, ez a levezetés az egyszerűségével mégis figyelmet érdemel.*

**Kulcsszavak:** 3D, 7 paraméteres dátum transzformáció, abszolút tájékozás

## 1 Bevezetés

A koordináta-rendszerek közötti áttérés során kiemelkedő jelentőségű a 3D, 7 paraméteres Helmert-féle transzformáció alkalmazása, ez a legelterjedtebb módszer a GPS rendszerek közötti átszámítások elvégzésében is. A gyakorlatban közelítő, iterációs megoldásokat használnak. A számítógéppel támogatott algebrai rendszerek elterjedésével megjelentek egzakt, analitikus megoldást adó modellek. Ezeknek a modelleknek gyakorlati használatát az akadályozza, hogy az átszámításhoz használt közös pontok számának növekedésével kombinatorikus robbanás lép fel, azaz a feladat a számítástechnika mai állása mellett sem oldható meg valós időben.

A probléma sokoldalú tárgyalása a Grafarend és Krumm (1995), a Grafarend és Kampman (1996) és a Grafarend és Shan (1997) tanulmányokban megtalálható, később Awange et al. (2004) tanulmánya bővíti a feladat megoldási lehetőségeit. Závoti (1999) munkája L1 normában oldotta meg a feladatot.

A dátum transzformációk számítógépes algebrai rendszerekkel történő tárgyalásában Awange és Grafarend (2002, 2003a, 2003b, 2003c) években megjelent tanulmányai tekinthetők kiindulási alapnak. Magyar nyelven Závoti (2005) tanulmánya módosításokat javasolt a matematikai modellhez. A Závoti és Jancsó (2006) tanulmány a linearizálásra új módszert adott, a Battha és Závoti (2009a, 2009b) cikkek pedig kiterjesztették az alkalmazási területeket. A fotogrammetriai külső tájékozás esetére a Závoti és Fritsch (2011) tanulmány tartalmaz új eredményeket. Az abszolút tájékozási probléma kvaterniókkal történő megoldását Horn (1987) tanulmánya tartalmazta az elsők között.



## Hivatkozások

### References

- Awange JL** (2002): Gröbner Bases, Multipolynomial Resultants and the Gauss-Jacobbi Combinatorial Algorithms-Adjustment of Nonlinear GPS/LPS Observations. Dissertation, Geodätisches Institut der Universität Stuttgart.
- Awange JL, Grafarend EW** (2002): Linearized Least Squares and nonlinear Gauss-Jacobbi combinatorial algorithm applied to the 7 parameter datum transformation  $c_7$  (3) problem. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 127, 109-116.
- Awange JL, Grafarend EW** (2003a): Closed form solution of the overdetermined nonlinear 7 parameter datum transformation. *Allgemeine Vermessungsnachrichten*, 4, 130-149.
- Awange JL, Grafarend EW** (2003b): *Journal of Geodesy*, 77, 66-76.
- Awange JL, Grafarend EW** (2003c): *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 4, 266-270.
- Awange JL, Grafarend EW, Fukuda Y** (2004): *Bul. di Geodesia e Scienze Affini*, 2, 117-127.
- Battha L, Závoti J** (2009a): Solution of the intersection problem by the Sylvester-resultant and a comparison of two solutions of the 2D similarity transformation. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 44(4), 429-438.
- Battha L, Závoti J** (2009b): Az előmetszési probléma és a 2D hasonlósági transzformáció. *Publications in Geomatics*, 12, 19-26.
- Grafarend EW, Kampmann G** (1996): *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 121, 68-77.
- Grafarend EW, Krumm F** (1995): *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 120, 334-350.
- Grafarend EW, Shan J** (1997): *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 122, 323-333.
- Horn BKP** (1987): Closed form solution of absolute orientation using unit quaternions. *Journal of the Optical Society of America*, 4, 629-642.
- Závoti J** (1999): A geodézia korszerű matematikai módszerei. *Publications in Geomatics*, 2, 149.
- Závoti J** (2005): A 7 paraméteres 3D transzformáció egzakt megoldása. *Geomatikai Közlemények*, 8, 53-60.
- Závoti J, Jancsó T** (2006): The solution of the 7-parameter datum transformation problem with- and without the Gröbner basis. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 41(1), 87-100.
- Závoti J, Fritsch D** (2011): A first attempt at a new algebraic solution of the exterior orientation of photogrammetry. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 46, 317-325.
- Závoti J** (2012): A simple proof of the solutions of the Helmert- and the overdetermined nonlinear 7-parameter datum transformation. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 47(4), 453-464.

# GEODÉZIAI DÁTUMTRANSZFORMÁCIÓ KVATERNIÓVAL

Papp Erik\*



**Geodetic datum transformation by quaternion** – Datum transformation has been widely used in geodesy and a number of different algorithms have been known and applied. However, many of them are based on the assumption of small rotations, and linearization is needed in order to derive the datum transformation parameters. In this paper, we have used the concept of quaternions to represent the rotation, the translation and scale parameters in the Bursa-Wolf geodetic transformation model. The main advantage of this algorithm is that it can be applied in case of arbitrary size rotation, we do not need linearization and iteration for the computation of the datum transformation parameters for a non-linear transformation model.

**Keywords:** Datum transformation, quaternions, non-linear model

A dátumtranszformáció a geodéziában alkalmazott olyan számítási módszer, melynek számos különböző algoritmuson alapuló változata ismert. A megoldások többsége kis szögelfordulásokat feltételez és linearizálás szükséges a transzformációs paraméterek meghatározásához. A dolgozat kvaternió alapú dátum transzformációs analitikus megoldást ismertet. Bemutatja a kvaternió számításához szükséges összefüggéseket, a kvaterniók alkalmazását forgatás, az eltolás és méretarány paraméterek meghatározását a Bursa-Wolf dátum transzformációs modellben. Ennek az algoritmusnak a legnagyobb előnye, hogy tetszőleges nagyságú szögelfordulások esetében is alkalmazható, nincs szükség linearizálásra és iterációra a transzformációs paraméterek számításához.

**Kulcsszavak:** Dátumtranszformáció, kvaternió nem lineáris modell

## 1 Bevezetés

A GPS-szel történő szabatos helymeghatározáskor a koordináták WGS84 rendszerben adóttak, amelyeket gyakran át kell transzformálni egy helyi geodéziai koordináta rendszerbe. Kitűzéskor helyi rendszerbeli koordinátákat transzformálunk WGS84 rendszerbe. Mozgó platform térbeli helyzetének meghatározása három vagy több GPS antenna koordinátáiból történik WGS84 rendszerben vagy a platform koordináta rendszerében. Dátumtranszformáció esetén hét transzformációs paramétert kell kiszámítanunk, nevezetesen három eltolást, három elforgatást és a méretarány paramétert. A méretarány csak a koordináták közötti transzformációval van kapcsolatban és nem a koordináta rendszerek közötti transzformációval, lásd Vanicek et al. (2002) ezért ők egy alternatív megoldást javasoltak, méretarány paraméter nélkül, amelyet mi is alkalmazunk az itt bemutatott kvaternió algebra felhasználásán alapuló dátumtranszformációhoz. A forgatási paramétereket általában három forgásszöggel szokás megadni. A forgatási mátrixban kilenc ismeretlen szerepel, amelyekre hat ortogonalitási és normalizálási feltétel teljesül.

Számos külföldi és hazai publikáció foglalkozik a geodéziai dátumtranszformációval, mint például Welsch (1993), Grafarend et al. (1995), Vanicek and Steeves (1996), Yung (1999), Papp et al. (1997, 2002, 2005) és linearizálás szükséges a transzformációs paraméterek meghatározásához azért, hogy egyszerűsítsük a modellt. Grafarend és Awange (2003) Gauss–Jacobi kombinatorikai és procrustes algoritmust javasolt 3D dátumtranszformációs feladat megoldásához, ez az algoritmus linearizáció mentes.

Hamilton (1853) felfedezte a kvaterniókat egy 3D vektor ábrázolására. A kvaternió nagyon alkalmas a forgatás egységsugarú gömbön történő leírására. Ezért széles körben alkalmazzák mozgó objektum helyzetének leírására, mint például úrhajó, repülőgép vagy gépjármű, továbbá a robotok irányításában, az animációban, fizikában és mechanikában.

Ebben a dolgozatban megvizsgáljuk a dátumtranszformáció megoldását a kvaternióalgebra jelölésével illetve alkalmazásával, és bemutatjuk a kvaternió alapú dátumtranszformációs algoritmust.

## Hivatkozások

### *References*

- Grafarend EW, Awange LJ** (2003): Nonlinear analysis of the three-dimensional datum transformation [conformal group C7(3)]. *Journal of Geodesy*, 77, 66–76.
- Hamilton WR** (1853): Lectures on quaternions: containing a systematic statement of a Newmathematical method, Hodges and Smith, Dublin.
- Papp E, Szűcs L, Varga J** (1997): GPS network transformation into different datums and projection systems. *Reports on Geodesy*, 4(27), 265-280.
- Papp E, Szűcs L, Varga J** (2002): Hungarian GPS network transformation into different datums and projection systems. *Per. Pol. Civ. Eng.* 46(2), 199-204.
- Papp E, Szűcs L** (2005): Földi és műholdas hálózatok transzformációja. *Geomatikai Közlemények* ,8. 85-92.
- Vaníček P, Steeves RR** (1996): Transformation of coordinates between two horizontal geodetic datums. *Journal of Geodesy*, 70, 740-745.
- Vaníček P, Novák P, Craymer MR, Pagiatakis S** (2002): On the correct determination of transformation parameters of a horizontal geodetic datum. *Geomatica* 56(4), 329-340.
- Welsch WM**(1993): A general 7-parameter transformation for the combination, comparison and accuracy control of the terrestrial and satellite network observations. *Manuscripta geodaetica*,17, 210–214.
- Yang Y** (1999): Robust estimation of geodetic datum transformation. *Journal of Geodesy*, 73, 268–274.
- Shen YZ, Chen Y, Zheng DH** (2006): A quaternion-based geodetic datum transformation algorithm. *Journal of Geodesy*, 80, 233–239.

# GLONASS-MŰHOLDOK PÁLYASZÁMÍTÁSA

Takács Bence\*



*Orbit computation of GLONASS satellites – Now the GLONASS satellite system constellation has been almost fully completed. Instruments receiving the signals of both systems has been widely applied in geodesy. Combined GPS/GLONASS positioning is significantly more efficient and robust even in less favourable environments. In the Hungarian literature, however, little work has been published on the special aspects of GLONASS system. In order to fill this gap, this paper presents the algorithm of GLONASS broadcast orbit computation. The calculated satellite positions are tested by their correspondence with real measurements.*

**Keywords:** GLONASS, orbit computation, broadcast ephemeris, numerical integration

*Jelenleg a GLONASS-műholdrendszer csaknem teljesen kiépült. A GPS- és GLONASS-rendszerek jeleit egyaránt alkalmazó vevők mára széles körben elterjedtek a geodéziában. Segítségükkel lényegesen hatékonyabban és megbízhatóbban végezhető a cm pontos relatív helymeghatározás, még a korábbi fogalmaink szerint GPS-mérésre kevésbé alkalmas környezetben is. Ennek ellenére a hazai szakirodalom alig foglalkozik a GLONASS-műholdrendszer sajátosságaival. Ezen a hiányosságon részben enyhítünk jelen cikkünkkel, amelyben bemutatjuk, hogyan kell a műhold-koordinátákat fedélzeti pályaadatok alapján kiszámítani. A számított műhold-koordináták helyességét a műholdakra végzett mérésekkel való összehangjuk alapján bizonyítjuk.*

**Kulcsszavak:** GLONASS, pályaszámítás, fedélzeti pályaadatok, numerikus integrálás

## 1 Bevezetés

Bizonyos feladatok (pl. előrejelzés) esetén a pillanatnyi műholdkoordináták az almanach adatok alapján számíthatók, az adatok és a számítás módja szinte teljes mértékben megegyezik a GPS-műholdak esetén végzett számításokkal, így ezzel a kérdéssel jelen cikkünkben nem foglalkozunk.

A geodéziában és a navigációban szokásos helymeghatározási feladatok esetén a műholdkoordinátákat a fedélzeti pályaadatokból számítják. Mind a sugárzott adatokban, mind pedig a számításokban jelentős különbségek vannak az amerikai GPS és az orosz GLONASS-műholdrendszer között.

A GLONASS-műholdak pályaszámításához használt modellek és algoritmusok leírása számos helyen megtalálható a szakirodalomban. A különböző cikkek és tanulmányok mindegyike a GLONASS-műholdrendszerben sugárzott adatok leíró dokumentumára (*Glonass Interface Control Document*) hivatkozik, ennek jelenleg az 5.1 verziója (2008) a legfrissebb, amely elérhető a világhálón ([facility.unavco.org/data/docs/ICD\\_GLONASS\\_5.1\\_\(2008\)\\_en.pdf](http://facility.unavco.org/data/docs/ICD_GLONASS_5.1_(2008)_en.pdf), 2013-02-14).

## 2 GLONASS-műholdak fedélzeti pályadatai

A GPS-műholdak sugározzák a pályájuk Kepler-féle 6 pályaelemét, valamint a pályaadatok korrekciójához szükséges paraméterkészletet. A sugárzott adatok leírása, és a műholdkoordináták számítási képletei megtalálhatóak az Ádám et al. (2004) publikációban. A sugárzott adatokat a műholdak két óránként frissítik.

A GLONASS-műholdak ezzel szemben diszkrét időpontokban megadják egy a Földhöz kötött és a Földdel együtt forgó térbeli derékszögű koordináta-rendszerben értelmezett *pillanatnyi pozíciójukat, sebességüket*, valamint az ú.n. *luniszolaris gyorsulásokat* (1. ábra). Ez utóbbiak lényegében a perturbáló erőkből származó hatásokat fejezik ki. Az adatok a referencia időpont előtti és utáni 15-15 percben használhatók fel, a műholdak 30 percenként frissítik azokat.

**Köszönetnyilvánítás.** A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja.

## Hivatkozások

### *References*

- Ádám J, Bányai L, Borza T, Busics Gy, Kenyeres A, Krauter A, Takács B** (2004): Műholdas helymeghatározás. Műegyetemi Kiadó, Budapest. 458.
- Boucher C, Altamini Z** (2001): ITRS, PZ-90 and WGS84: current realizations and the related transformation parameters. *Journal of Geodesy*, 75 (11), 613-619.
- Habrich H** (1999): Geodetic Applications of the Global Navigation Satellite System (GLONASS) and of GLONASS/GPS Combinations, doktori disszertáció, Bern. 147. (<ftp://ftp.unibe.ch/aiub/papers/hhdiss.pdf>, 2013-01-18).
- Rosbach U** (2000): Positioning and Navigation Using the Russian Satellite System Glonass, doktori disszertáció, München. 167. (<http://ub.unibw-muenchen.de/dissertationen/ediss/rosbach-udo/inhalt.pdf>, 2013-01-18).
- Stewart M, Tsakiri M** (1998): Glonass Broadcast Orbit Computation. *GPS Solution* 2(2), 16-27.

# JAVÍTHATÓAK-E A DURVA POZÍCIONÁLÁSBÓL SZÁRMAZÓ KOORDINÁTÁK MOZGÁSMINTÁK SEGÍTSÉGÉVEL?

Koppányi Zoltán\*, Lovas Tamás\*



*Can the coordinates of rough positioning techniques be improved with mobility patterns? – Nowadays the human spatial activities and positions are tracked by several applications for different purposes. In the last years examinations showed that the spatial human behaviour can be predicted and modelled via physical and mathematical approaches. For this reason there is an interesting question: are we able to improve the coordinates of the rough positioning techniques with previously recorded mobility patterns of users? In our paper Bayesian estimation – where the mobility pattern is the a priori information – will be used in order to improve coordinates. The likelihood function, as the model of the measurement, has normal distribution. The selection of the parameters is verified with a real GPS dataset, and the reliability of the method will be also discussed.*

**Keywords:** rough positioning, mobility patterns, Bayesian estimation

*A felhasználók mozgásait napjainkban egyre több alkalmazás rögzíti, esetleg fel is használja. Az utóbbi években végzett kutatások kimutatták, hogy mozgásunk a térben nem olyan véletlenszerű, mint gondolnánk. Ezek alapján felmerülhet a kérdés, hogy vajon a korábban eltárolt mozgásmintáink segítségével javíthatók-e a durva pozícionáló eszközök által szolgáltatott koordináták. Cikkünkben Bayes-becslést – ahol a mozgásminta a becslés a priori információja – alkalmazunk a koordináták pontosítására. A becslés likelihood függvényét normál eloszlás mellett vizsgáljuk. Egy mintahalmazon bemutatjuk módszerünk egyes paramétereinek megválasztásának kérdéseit, valamint meghatározzuk a becslés megbízhatóságát.*

**Kulcsszavak:** durva pozícionálás, mozgásminták, Bayes-becslés

## 1 Bevezetés

A mobileszközök térhódításával a felhasználók nagy tömege valós idejű helyinformációkhoz juthat. Az így nyert információk köré szolgáltatásokat építenek, ezeket nevezzük hely-alapú szolgáltatásoknak (*location-based services, LBS*). A mobileszköz és a mobil hálózat – akár együttműködve – különböző lehetőségeket nyújtanak a pozíció valamilyen módon történő levezetésére, melyek pontossága, megbízhatósága eltérő.

A széles körben alkalmazott módszerek közül legpontosabb a GNSS alapú helymeghatározás, mely azonban gyorsan meríti az eszköz akkumulátorait, valamint az inicializálási idő (idő az első megoldásig) is jelentős lehet a bekapcsolásakor, a rajta futó alkalmazás elindulásakor vagy a műholdjel elvesztése esetén (megjegyezzük, hogy alkalmazása válogatja, hogy mennyi idő számít jelentősnek, mozgó jármű navigációja esetén másodpercek is számítanak). A GNSS másik hátránya, hogy amennyiben nincs szabad rálátás az égboltra, akkor nem tud pozíciót szolgáltatni, így épületen belül nem használható.

Ezt kiküszöbölendő a mobileszközök a kisebb pontossági igényű feladatok esetén ún. *durva pozícionálást* végeznek. Ilyen módszerek például a mobil kommunikációs hálózati cella azonosító alapján, WiFi hálózat segítségével történő helymeghatározás, valamint egyéb kifinomultabb megoldások, például E-OTD, U-TDoA, IP alapú, stb. technológiák, melyekről részletesebb információkat közül Küpper (2005), magyar nyelven a GSM pozícionálási módszerekről pedig Koppányi (2012). Ezen módszerek pontossága tág tartományban mozog, akár 50-1000 méter vagy ennél rosszabb is lehet.

## Hivatkozások

### *References*

- Berthold M, Hand J D** (2003): *Intelligent Data Analysis – An Introduction*. 2. kiadás, Springer, Berlin. 514.
- Detrekői Á** (1991): *Kiegyenlítő számítások*. Tankönyvkiadó, Budapest. 685.
- Eagle N, Pentland A** (2006): *Reality Mining: Sensing Complex Social Systems*. *Personal and Ubiquitous Computing*, 10, 255-268.
- Eagle N, Pentland A** (2009): *Eigenbehaviors: identifying structure in routine*. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 63, 1057-1066.
- Koppányi Z** (2012): *GSM-alapú helymeghatározás, Az elmélet és a gyakorlat találkozása a térinformatikában. III: Térinformatikai konferencia és szakkiállítás, Debrecen. 209-223.*
- Küpper A** (2005): *Location-Based Services: Fundamentals and Operation*. John Wiley. 365.
- Lehmann E L, Casella G** (2003): *Theory of Point Estimation*. 2. kiadás, Springer, 590.
- Marc C, Barceló F, Cugno S** (2006): *Improving positioning capabilities for indoor environments with WiFi*. *Proceedings of the 4th ACM international workshop on Mobility management and wireless access*, 121-125.
- Musolesi M, Piraccini M, Fodor K, Corradi A, Campbell A T** (2010): *Supporting Energy-Efficient Uploading Strategies for Continuous Sensing Applications on Mobile Phones*. *Proceedings of the 8th International Conference on Pervasive Computing (Pervasive 2010)*, 355-372.
- Song C, Qu Z, Blumm N, Barabási A-L** (2010): *Limits of Predictability in Human Mobility*. *Science*, 327, 1018-1021.

# A KIBŐVÍTETT STOKES-FÉLE FÜGGVÉNY CSONKÍTÁSI EGYÜTTHATÓINAK HATÉKONY SZÁMÍTÁSA

Tóth Gyula\*, Fánicsikné Hamar Éva\*\*



*Fast computation of truncation coefficients for the extended Stokes function – Recent high degree geopotential models and certain computational procedures in physical geodesy require the evaluation of integrals (truncation coefficients) that are products of high degree Legendre polynomials (or functions) with various kernels over a given domain. The oscillating character of integrands (several thousand zeros) makes it difficult to evaluate such integrals. A highly accurate quadrature has been developed for fast computation of these integrals based on the Glaser-Liu-Rokhlin root finding algorithm and Gauss-Lobatto quadrature between the roots. Our algorithm has successfully been applied to eliminate the instability of the recursive computation by M.K. Paul for high degrees.*

**Keywords:** truncation coefficients, Legendre functions, Glaser-Liu-Rokhlin root finding algorithm, Gauss-Lobatto quadrature

A fizikai geodéziában alkalmazott több számítási eljárás, illetve a legújabb nagy fokszámú geopotenciális modellek megkívánják különböző magfüggvények magas fokszámú Legendre-polinomokkal illetve -függvényekkel vett szorzatai adott tartományra vonatkozó integráljainak (a csonkítási együtthatóknak) a meghatározását. Ezeknek az integráloknak a kiszámítása nehézségekkel jár az integrandus oszcilláló jellege (több ezer zérushely) miatt. A Glaser-Liu-Rokhlin gyökkereső algoritmus alapján a gyökhelyek között Gauss-Lobatto-integrálást végezve, nagy pontosságú numerikus kvadraturát dolgoztunk ki az integrálok hatékony számítására. Az algoritmusunkat sikeresen alkalmaztuk az M.K. Paul által kidolgozott rekurzív számítási eljárásban a magas fokszámon jelentkező instabilitás kiküszöbölésére.

**Kulcsszavak:** csonkítási együtthatók, Legendre-függvények, Glaser-Liu-Rokhlin gyökkereső algoritmus, Gauss-Lobatto-integrálás

## 1 Bevezetés

A fizikai geodéziában nagy jelentőségük van azoknak az integráloknak, amelyek a nehézségi erőter különböző paraméterei között teremtenek kapcsolatot. A legjellemzőbb példa erre a Stokes-féle integrál, amellyel geoidmagasságokat tudunk számítani mért nehézségi rendellenességek segítségével. Ennek alapján valamely területen a geoid ismeretében GNSS (Globális műholdas navigációs rendszer) méréseinkből tengerszint feletti magasságokat is számíthatunk. Az Eötvös-integrálok az Eötvös-inga méréseiből nehézségi rendellenességek és geoidundulációk, vagy éppen függőleges (vertikális) gradiensek kiszámítására használhatók fel (Tóth 2003, Tóth et al. 2006).

Ezen integrálok egyik közös jellemzője az, hogy az integrálás tartománya a teljes földfelszín. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy a számítási ponthoz közeli terület (belső zóna) hatását numerikus integrálással állítjuk elő, a távolabbi területekről származó részt (külső zóna) viszont valamilyen geopotenciális modelltől határozzuk meg. A távolabbi területek hatásának kiszámításához fel kell használnunk az ún. *csonkítási együtthatókat*, amelyek az integrálban szereplő magfüggvénynek a Legendre-polinomokkal vagy Legendre-függvényekkel vett szorzatintegráljai a külső zónára.

Értelemszerűen a csonkítási együtthatókat a felhasznált geopotenciális modell maximális fokszámáig kell ismernünk. A legújabb EGM2008-as geopotenciális modell maximális fokszáma 2160/2190 (Pavlis et al. 2012). A célunk tehát az, hogy a számunkra szükséges integrálokhoz tartozó csonkítási együtthatókat gyorsan, megbízhatóan ki tudjuk számítani több ezres vagy akár tízezes fokszámig.

\*BME Általános és Felsőgeodézia Tsz, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

E-mail: gtoth@agt.bme.hu

\*\*Dunaújvárosi Főiskola Informatika Intézet, 2401Dunaújváros, Tánácsics M. u. 1/A.

E-mail: jhamare@mail.duf.hu



**Köszönetnyilvánítás.** Köszönjük bírálóink, Bartha Gábor és Benedek Judit értékes javaslatait, amelyek hasznosnak bizonyultak a cikk javított változatának elkészítése során.

## Hivatkozások

### *References*

- Amos DE, Burgmeier JW** (1973): Computation with three-term, linear, nonhomogeneous recursion relations. *SIAM Review*, 15(2), 335-351.
- Bege A** (2005): *Differenciaegyenletek*. Kolozsvári Egyetemi Kiadó, Kolozsvár, 191.
- Chuanding Z, Zhonglian L, Xiaoping W** (1998): Truncation error formulae for the disturbing gravity vector. *Journal of Geod.*, 72, 119-123.
- Elaydi S** (2005): *An Introduction to Difference Equations*. 3rd Edition, Springer, 539.
- Gautschi W** (1967): Computational aspects of three-term recurrence relations. *SIAM Review*, 9(1), 24-82.
- Glaser A, Liu X, Rokhlin V** (2007): A fast algorithm for the calculation of the roots of special functions. *SIAM Journal on Sci. Comp.*, 29(4), 1420-1438.
- Keller P, Woźny P** (2010): On the convergence of methods for indefinite integration of oscillatory and singular functions. *Applied Math. and Comput.* 216, 989-998.
- Krommer AR, Überhuber CW** (1998): *Computational integration*. SIAM, Philadelphia, 238.
- Milovanović GV** (1998): Numerical Calculation of Integrals Involving Oscillatory and Singular Kernels and Some Applications of Quadratures. *Computers Math. Applic.* 36(8), 19-39.
- Paul MK** (1973): A method of evaluating the truncation error coefficients for geoidal height. *Bull. Géod.*, 47, 413-425.
- Paul MK** (1983): Recurrence relations for the truncation error coefficients for the extended Stokes function. *Bull. Géod.*, 57, 152-166.
- Pavlis NK, Holmes SA, Kenyon SC, Factor JK** (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophys. Res.*, 117, B04406, doi:10.1029/2011JB008916.
- Rózsa P** (1974): *Lineáris algebra és alkalmazásai*. Műszaki Könyvkiadó, 685.
- Tóth Gy** (2003): Az Eötvös geodéziai peremértékfeladat. *Geomatikai Közlemények*, 5, 163-174.
- Tóth Gy, Földváry L, Tziavos IN, Ádám J** (2006): Upward/Downward Continuation of Gravity Gradients for Precise Geoid Determination. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 40(1), 21-30.
- Wimp J** (1984): *Computation with recurrence relations*. Pitman, Boston, 336.

# OPTIMÁLIS GEOMETRIA KIALAKÍTÁSA DELAUNAY-HÁROMSZÖGELEÉSSEL FÜGGŐVONAL-ELHAJLÁS INTERPOLÁCIÓ CÉLJÁRA

Ulmann Zita\*, Völgyesi Lajos\*



*Creating optimal geometry by Delaunay triangulation for interpolation of deflection of the vertical* – Creating the optimal geometry of the interpolation net is an important part of the computation of deflection of the vertical based on Torsion balance measurements. The triangle chain fitting to the torsion balance stations should be designed to be adequate for the interpolation, and the distances between the adjacent points should be minimal and the curvature gradients between that selected torsion balance points should be as linear as it possible. So far this task has been performed manually with a huge slave work furthermore we did not always succeed in finding the optimal geometry. Delaunay triangulation offers a new opportunity to solve the problem by computer. Selecting the most suitable pairs of points the automatic creation of the interpolation network has been succeeded by an appropriate modification of the Delaunay triangulation.

**Keywords:** Torsion balance, deflection of the vertical, triangle chain, interpolation, Delaunay triangulation

Az interpolációs hálózat geometriájának megfelelő kialakítása fontos lépése az Eötvös-inga mérések alapján végzett függővonal-elhajlás interpolációnak. A mérési pontokra illesztett háromszög láncolatokat úgy célszerű kialakítani, hogy a lehető legrövidebb távolságok adódjanak, és a háromszög- oldalak mentén a görbületi gradiensek megváltozása a lehetőségekhez képest leginkább lineáris legyen. Eddig az interpolációs eljárás során ezt a lépést manuálisan oldottuk meg, ami egyrészt óriási munkát jelentett, másrészt nem minden esetben sikerült kialakítani az optimális geometriát. A probléma számítógépes megoldására a Delaunay-háromszögelés kínál lehetőséget. Ennek megfelelő módosításával sikerült a legalkalmasabb pontpárok keresésével automatizálni a hálózati geometria kialakítását a függővonal-elhajlás interpoláció céljára.

**Kulcsszavak:** Eötvös-inga, függővonal-elhajlás, háromszög láncolat, interpoláció, Delaunay-háromszögelés

## 1 Függővonal-elhajlás interpoláció Eötvös-inga mérések alapján

Az 1. ábrán látható tetszőleges  $P_i$  és  $P_k$  pont között a függővonal elhajlás összetevők  $\Delta\xi_{ki}$  és  $\Delta\eta_{ki}$  megváltozása (Biró et al. 2013) és az Eötvös-ingával mérhető  $W_\Delta$  és  $W_{xy}$  görbületi gradiensek kapcsolatát az

$$\int_{ni}^{nk} \frac{\partial^2 W}{\partial n \partial s} \cong \frac{1}{2} [(\Delta W_{ns})_i + (\Delta W_{ns})_k] n_{ik} = g(\Delta\xi_{ki} \sin \alpha_{ik} - \Delta\eta_{ki} \cos \alpha_{ik}) \quad (1)$$

összefüggés adja meg, ahol a

$$\Delta W_{ns} = \frac{1}{2} (W_\Delta - U_\Delta) \sin 2\alpha_{ik} + (W_{xy} - U_{xy}) \cos 2\alpha_{ik}, \quad (2)$$

amelyben az  $U_\Delta$  és az  $U_{xy}$  az Eötvös-ingával mérhető  $W_\Delta$  és  $W_{xy}$  görbületi gradiensek normálértékei (Völgyesi 1993, 1995). Az (1) integrálnak a trapéz integrálformulával közelítése azonban csak akkor lehetséges, ha a két pont között a gradiensek változása lineárisnak tekinthető. Amennyiben nem csak két pont között, hanem nagyobb összefüggő területen szeretnénk függővonal-elhajlás interpolációt végezni, akkor a területet háromszöghálóval lefedve további két

$$\Delta\xi_{ki} + \Delta\xi_{ij} + \Delta\xi_{jk} = 0 \quad \text{és} \quad \Delta\eta_{ki} + \Delta\eta_{ij} + \Delta\eta_{jk} = 0 \quad (3)$$

**Köszönetnyilvánítás.** Kutatásaink a 76231 sz. OTKA támogatásával folynak. Az Eötvös-inga adatok az ELGI (ma már MFGI) 1949. és 1950. évi méréseiből származnak. A munka szakmai tartalma kapcsolódik a „Új tehetséggondozó programok és kutatások a Műegyetem tudományos műhelyeiben” című projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását a TÁMOP-4.2.2.B-10/1–2010-0009 program támogatja. Kapcsolódik továbbá a „Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia, valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen” című projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását az UMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR–2010-0002 program támogatja.

## Hivatkozások

### *References*

- Bíró P, Ádám J, Völgyesi L, Tóth Gy** (2013): A felsőgeodézia elmélete és gyakorlata (egyetemi tankönyv és kézikönyv). HM Zrínyi Térképészeti és Kommunikációs Szolgáltató Nonprofit Kft. Kiadó, Budapest.
- Bowyer A** (1981): Computing Dirichlet Tessellations. *Computer Journal*, 24(2), 162–166.
- Ruppert J** (1995): A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation. *Journal of Algorithms*, 18(3), 548–585.
- Kalmár J** (1994): A digitális terepmodell kutatások új eredményei (kandidátusi értekezés). MTA GGKI, Sopron.
- Kalmár J** (2000): Gömbi trianguláció globális GPS hálózatok lefedésére. *Geomatikai Közlemények* 3, 89-93.
- Lee DT, Schachter BJ** (1980): Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 9(3), 219-242
- Nagy D, Franke R, Battha L, Kalmár J, Papp G, Závoti J** (1999): Comparison of various gridding methods. *Acta Geod. et Geoph.*, 34, 1-2, 41-57.
- Shewchuk JR** (1997): Delaunay refinement mesh generation. PhD School of Computer Science, Computer Science Department, Carnegie Mellon University.
- Tóth Gy, Égető Cs** (2010): A Mátyáshegyi Gravitációs és Geodinamikai Observatórium átfogó gravitációs modellezése. *Geomatikai Közlemények*, 13(2), 113-122.
- Ultmann Z** (2009): Gravitációs tömeghatás számítása a Mátyás-hegyi barlang környezetében. XXIX. OTDK Műszaki Szekció Tanulmányai, 45-49.
- Völgyesi L** (1993): Interpolation of Deflection of the Vertical Based on Gravity Gradients. *Periodica Polytechnica C. E.*, 37(2), 137-166.
- Völgyesi L** (1995): Test Interpolation of Deflection of the Vertical in Hungary Based on Gravity Gradients. *Periodica Polytechnica C.E.*, 39(1), 37-75.
- Völgyesi L** (2012): Az Eötvös-inga mérések alkalmazása és jelentősége a geodéziában. *Geomatikai Közlemények*, 15, 9-26.

# A DUNASZEKCSŐI FÖLDCSUSZAMLÁS MOZGÁSI TENDENCIÁJA ÉS MODELLJE KOORDINÁTA IDŐSOROK ALAPJÁN

Bányai László\*, Mentés Gyula\*, Újvári Gábor\*, Gribovszki Katalin\*, Papp Gábor\*



**Motion tendency and model of the landslide in Dunaszekcső deduced from coordinate time series** – *The monitoring network established on the high bank of river Danube at Dunaszekcső was measured 22 times in the last five years. The integrated 3D adjustment of GPS baselines levelled height differences and total station measurements allow for qualifying the applied observation technique, furthermore the investigation and modelling of movement tendencies using the coordinate time series. This time series of monitoring points properly characterize the movements of primary and secondary rupture zones. The movement tendencies of properly defined phases are characterised by the accelerations and velocities determined by least squares adjustment and Kalman-filter approach as well. Based on geodetic data the dynamic model of movements is proposed.*

**Keywords:** landslide, geodetic monitoring, movement tendency, dynamic model

*A dunaszekcsői magasparton létesített geodéziai mozgásvizsgáló hálózatot az elmúlt öt év során huszonnégy alkalommal mértük meg. A GPS vektorok, a szintezett magasságkülönbségek és a mérőállomások méréseinek integrált háromdimenziós kiegyenlítése lehetővé teszi az alkalmazott mérési technológia minősítését, továbbá a koordináta idősorok elemzéséből származó mozgási tendenciák vizsgálatát és modellezését. A mozgásvizsgáló pontok koordináta idősorai jól jellemzik az elsődleges és a másodlagosan kialakuló törési zóna mozgásait. A mozgási tendenciákat a jól definiálható mozgási szakaszok sebességének és gyorsulásának legkisebb négyzetes meghatározásával és Kálmán-szűrővel is modelleztük. A geodéziai adatok alapján a mozgások dinamikai modelljére teszünk javaslatot.*

**Kulcsszavak:** földcsuszamlás, geodéziai monitoring, mozgás tendencia, dinamikai modell

## 1 Előzmények

A dunaszekcsői partcsuszamlásokkal kapcsolatos vizsgálatokról több magyar és angol nyelvű anyagban is rendszeresen beszámoltunk. A geológiai és geomorfológiai háttérrel, a tervezett vizsgálatokat, valamint az első eredményeket Újvári et al. (2009a, 2009b, 2009c) tanulmányai foglalták össze. A különböző geodéziai mérések integrált 3D kiegyenlítésére kidolgozott eljárást Banyai (2011a, 2011b) tanulmányai mutatják be.

A geodéziai mérések számának növekedésével (a megfigyelési idő múlásával) egyre több ismeretre tettünk szert a mozgások jellemzőivel kapcsolatban. A mozgási vektorok idő és térbeli változásából valamint a dőlésmérő adatok elemzéséből további beszámolók készültek (Mentés et al. 2011, 2012; Újvári et al. 2011).

Ebben a tanulmányban a koordináta idősorok kinematikai és dinamikai elemzésére kidolgozott eljárásokat és a levonható tapasztalatokat foglaljuk össze. Az adatok alapján felvázolható dinamikai modellt nemzetközi konferencián is bemutattuk (Bányai et al. 2012).

## 2 A vizsgálatok adatai és módszerei

2012 végére 22 mérési kampányt hajtottunk végre. Az intenzív leszakadás miatti pontpusztulásokkal és az időközben szükségessé váló új pontokkal együtt 5 darab vasbeton mérőpillér és 35 mozgásvizsgáló pont koordináta változásait határoztuk meg az első időponthoz viszonyítva úgy, hogy a mérőpillérek koordináta változásainak négyzetösszegét minimalizáltuk. Az így meghatározott változások alapján a hálózat horizontális megbízhatóságát 2 mm, a magassági megbízhatóságot 3 mm

**Köszönetnyilvánítás.** Ez a tanulmány az OTKA K 78332 pályázatának támogatásával készült.

## Hivatkozások

### *References*

- Bányai L** (2011a): Geodéziai mérések integrált 3D kiegyenlítése, Geomatikai Közlemények XIV/1. 45-54.
- Bányai L** (2011b): Rigorous 3D Integrated Adjustment of GPS Baselines, Geodetic Total Station and Levelling Measurements, Proceedings, FIG web site, ISBN 978-87-90907-92-1.
- Bányai L, Újvári G, Mentés Gy** (2012): Kinematics and dynamics of a river bank failure determined by integrated geodetic observations - Case study of Dunaszekcső Landslide, Hungary. Proceeding of the annual International Conference on Geological & Earth Sciences (GEOS 2012), ISSN 2251-3361. DOI: 10.5176/2251-3361\_GEOS12.36 pp. 51-54.
- Husti Gy, Adám J, Bányai L, Borza T, Busics Gy, Krauter A** (2000): Globális helymeghatározó rendszer (bevezetés), Nyugat-Magyarországi Egyetem.
- Mentés Gy, Bányai L, Újvári G, Papp G, Gribovszki K, Bódis VB** (2011): Recurring Mass Movements On The Danube's Bank at Dunaszekcső (Hungary) Observed by Geodetic Methods., Proceedings of the Joint International Symposium on Deformation Monitoring. Hong Kong, China, 2-4. November 2011.
- Mentés Gy, Bányai L, Újvári G, Papp G, Gribovszki K, Bódis V B** (2012): Recurring mass movements on the Danube's bank at Dunaszekcső (Hungary) observed by geodetic methods. Journal of Applied Geodesy, 6(3-4). 203-206.
- Teunissen PJG** (2001): Dynamic data processing. Delft University Press.
- Újvári G, Mentés Gy, Bányai L, Kraft J, Gyimóthy A, Kovács J** (2009a): Evolution of a bank failure along the River Danube at Dunaszekcső, Hungary. Geomorphology 109, 197-209 doi:10.1016/j.geomorph.2009.03.002
- Újvári G, Bányai L, Mentés Gy, Gyimóthy A, Holler I** (2009b): A dunaszekcsői csuszamlás mozgásviszonyai. Geomatikai Közlemények XII. 233-239.
- Újvári G., Bányai L., Gyimóthy A, Mentés G.** (2009c): A dunaszekcsői földcsuszamlás geodéziai mozgásvizsgálatának eredményei. Geodézia és Kartográfia LXI, 2009 (07), 11-17.
- Újvári G, Bányai L, Mentés Gy, Papp G, Gribovszki K, Bódis VB, Bokor Z** (2011): Utómozgások a dunaszekcsői magasparton, Geomatikai közlemények XIV/1. 105-110.

# KÉPSZEGMENTÁLÁSI ELJÁRÁSOK ALKALMAZÁSA A TÁVÉRZÉKELÉSBEN

Barsi Árpád\*



**Application of image segmentation techniques in remote sensing** – *The paper illustrates the most widely used operation group in digital image analysis. To ease the understanding of the point, edge and surface segmentation methods, two image samples were used for evaluating some special algorithms, so the image segmentations are illustrated in practice, too. One can find also the parameter settings in the paper, which are often settings in the commercial (black-box) software packages.*

**Keywords:** segmentation, photogrammetry, remote sensing, operators

*A cikkben a digitális képek elemzésének egyik leggyakrabban használt eljáráscsoportját mutatom be. A pont-, él és felület-szegmentálási eljárások széles tárházából azok megértéséhez két kép egy-egy részletén lefuttattam néhány jellemző algoritmust, így a képek ezen tulajdonságok szerinti szegmentálását a gyakorlatban is illusztráltam. Cikkemben megadom azokat a paramétereket is, amelyeket sokszor a fekete-doboznak tekinthető kereskedelmi szoftverek is beállítási lehetőségként felkínálnak.*

**Kulcsszavak:** szegmentálás, fotogrammetria, távérzékelés, operátorok

## 1 Bevezetés

A digitális fotogrammetria terjedésével és rendkívüli fejlődésével, valamint a távérzékelte felvételek minőségének gyors javulásával egyre pontosabb osztályozó – sőt fogalmazhatunk úgy is – képelemző/képtér eljárásra van szükség. A modellalapú képelemzés általános folyamatának főbb lépéseit az 1. táblázat tartalmazza a legegyszerűbb megoldástól a bonyolultabbak felé haladva (Rottensteiner 2011).

A folyamatban jól látható, hogy a fizikai valóság egyes jelenetei hogyan képződnek le, hogyan történik meg a képet alkotó elemek elhatárolása, majd azok „értése”, azaz felismerése. Ebben az általánosan leírt folyamatban a képekből a majdani objektumok jellemzőinek (*feature*) megállapítása, illetve az azok alapján végzett képfelosztás tekinthető szegmentálásnak. Ha a gondolatmenetünk az objektum alapú vagy objektum-orientált képelemzést (angolul Object Based Image Analysis – OBIA) írja le, akkor a szegmentálásról könnyen belátható, hogy milyen kiemelkedő fontossággal bír.

Blaschke a szegmentálás során létrejövő képdarabokat, az ún. szegmenseket a következő módon definiálja (Blaschke 2010): „A szegmensek olyan régiók, amelyek a tulajdonságtér egy vagy több dimenziójában a homogenitás egy vagy több kritériumának eleget tesznek”. A meghatározás kiemeli, hogy a képhez ún. tulajdonságtér (*feature space*) rendelhető, amely akár többdimenziós is lehet, továbbá a szegmensek legfontosabb tulajdonsága, hogy ezen jellemzőket tekintve (közel) homogén egységeket képeznek.

**1. táblázat.** A modellalapú képelemzés általános folyamata

felismerés (jellemző → objektum)	magas szintű ( <i>high level</i> )
szegmentálás (kép → jellemző)	közepes szintű ( <i>mid level</i> )
előfeldolgozás (kép → kép)	alacsony szintű ( <i>low level</i> )
képelőállítás (jelenet → kép)	

## Hivatkozások

### *References*

- Barsi Á, Gáspár K, Szepessy Zs** (2010): Unsupervised classification of high resolution satellite imagery by self-organizing neural network. *Acta Geographica ac Geologica et Meteorologica Debrecina*, 4(1), 37-43.
- Blaschke T** (2010): Object based image analysis for remote sensing. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, Elsevier, 2010(65), 2-16.
- Gonzalez R C, Woods R E, Eddins S L** (2004): *Digital Image Processing using Matlab*. Prentice Hall.
- Haralick R M, Shapiro L G** (1992): *Computer and Robot Vision I-II*. Addison-Wesley, New York.
- Jain A K, Farrokhnia F** (1990): Unsupervised Texture Segmentation Using Gabor Filters. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, conference proceedings, 14-19.
- Luhmann T** (2000): *Nahbereichsphotogrammetrie*. Wichmann.
- Remondino F** (2006): Detectors and descriptors for photogrammetric applications. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 36(3), 49-54.
- Rottensteiner F** (2011): *Bildanalyse*. Vorlesungsskriptum, Hannover.
- Rottensteiner F, Baillard C, Sohn G, Gerke M** (2011): ISPRS Test Project on Urban Classification and 3D Building Reconstruction. ISPRS - Commission III – Photogrammetric Computer Vision and Image Analysis, Working Group III / 4 - Complex Scene Analysis and 3D Reconstruction. <http://www.commission3.isprs.org/wg4/>.
- Russ J C** (1999): *The Image Processing Handbook*. CRC Press.
- Tizhoosh H R** (1998): *Fuzzy-Bildverarbeitung, Einführung in Theorie und Praxis*. Springer.

# HADTÖRTÉNETI REKONSTRUKCIÓK ÚJ EREDMÉNYEI A TÁVÉRZÉKELES ÉS A GIS ALKALMAZÁSÁVAL

Juhász Attila\*, Winkler Gusztáv\*



*New achievements in military historical reconstruction supported by remote sensing and GIS – The traditional data acquisition sources of military historical researches are basically the written and the map data, but the modern high-resolution remotely sensed data and the GIS can also be integrated into this discipline. This data acquisition and GIS processing methods connect the human scientific areas to the technical scientific fields. In case of written and map data usage, one of the most significant problem is the question of data reliability. However, the remote sensing technologies provide data that can be reliably considered as objective information. Based on these evaluated and interpreted information, authentic reconstructions can be carried out that can confirm or deny previous military historical examinations and theories. In our prior research a methodology, based on remotely sensed data and GIS analysis, was developed that makes the above mentioned aims feasible. We represent the functionality of the described methodology through three typical examples: the ethnical and cultural changes in Europe, the battle of Győr (1809) and the Margit-line (1944-45).*

**Keywords:** GIS, remote sensing, military historical reconstruction



*A hadtörténet klasszikus forrásai a szöveges adatok és a térképi művek, de a modern távérzékelési eszközök és a GIS megjelenésével új adatforrások bevonása is lehetővé vált e területen. Ez jelenti a kapcsolatot a humán és a műszaki tudományterületek között. A klasszikus források esetében a legnagyobb problémát a megbízhatóság jelenti, míg a távérzékelési adatokat objektívnek tekinthetjük. Ezen adatok és a GIS segítségével már végrehajthatóak olyan elemzések, melyek megerősíthetnek, megcélfolthatnak korábbi hadtörténeti elképzeléseket. Kidolgoztunk egy olyan, a távérzékelésen és a térinformatikán alapuló módszert, mely alkalmas e vizsgálatok végrehajtására. A gyakorlati megvalósítást három példán keresztül mutatjuk be: Európa etnikai és kulturális változásai, a Győri csata (1809) és a Margit-vonal (1944-45).*

**Kulcsszavak:** térinformatika, távérzékelés, hadtörténeti rekonstrukció

## 1 Bevezetés

A térinformatika és a távérzékelés humán területeken (régészet és a kulturális örökség) történő alkalmazásának ma már számos szép példája ismert. Korábbi kutatásinkban ezeknek a mérnöki tudományoknak a felhasználási lehetőségeit vizsgáltuk meg különböző korszakok eseményeinek és kapcsolódó objektumainak rekonstrukciójában. A kutatás eredményeképpen létrehoztunk egy módszertant, melyben a különböző távérzékelési eljárásokat, illetve a térinformatika lehetőségeit integráltuk, így megteremtve a régészeti és humán jellegű adatok egységes rendszerben történő kezelésének lehetőségét. A régészeti kérdések, problémák mérnöki szemléletű megközelítése olyan objektív eredményekhez vezethet, melyeket hitelesnek tekinthetünk és segítségükkel megerősíthetjük vagy módosíthatjuk a ma elfogadott tudományos elképzeléseket. (Juhász 2007)

A régészeti adatok térinformatikai feldolgozásában továbblépve az időadatok kezelése a következő érdekes kihívás. Különös tekintettel arra, hogy az idő szerepe kiemelten fontos ezen a tudományos szakterületen. Az időadatok alkalmazása történhet a klasszikus térinformatikai megközelítésben (objektum geometria és attribútumok), de speciális megoldásokon keresztül is (változások, mint önálló objektumok) (Juhász 2011). A mai GIS szoftverek egy része már alkalmas az időadatok figyelembe vételére is. Bemutatjuk, hogyan oldhatók fel a rekonstrukciókban gyakran előforduló tér-és időbeli ellentmondások, hiányosságok.



## Hivatkozások

### *References*

- Winkler G** (2004): Erődítés- és környezetrekonstrukció térinformatikai eszközökkel. *Geomatikai Közlemények*, 7, 127-133.
- Selinger S, Winkler G, Juhász A** (2004): Kolozsvár-Belváros térinformatika alapú építészettörténeti adatbázisa. *Geomatikai Közlemények*, 7, 127-133.
- Winkler G** (2004): Reneszánsz erődépítészet Magyarországon. Tinta Könyvkiadó, Budapest.
- Winkler G** (2006): A pilismaróti erődítmény kutatása. Várak, kastélyok, templomok, 2006(5), 18-20.
- Winkler G** (2007): Erődvárosok, városerődítések. Műegyetemi Kiadó, Budapest.
- Winkler G, Juhász A** (2007): Nagyfelbontású űrfelvételek használatának lehetőségei hadtörténeti rekonstrukciókban. *Geodézia és Kartográfia* 2007(6), 23-26.
- Winkler G** (2009): Elfelejtett kapcsolatok (tér, idő, magyarság, kereszténység). Gergely Kft (Anima), Budapest.
- Juhász A, Mihályi B** (2006): Object and eventreconstruction (WW II) with GIS. *The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 36(2/II), 145-149.
- Juhász A** (2007): The reconstruction of the Attila-line. *New Developments and Challenges in Remote Sensing, Proceedings of the 26th Symposium of the European Association of Remote Sensing Laboratories*, Millpress, 161-169.
- Juhász A** (2011): Managing temporal data in military historical GIS. *Proceedings of the 31th Symposium of the European Association of Remote Sensing Laboratories*, ISBN: 978-80-01-04868-9, 43-53.

# OBJEKTUMREKONSTRUKCIÓ NAGYFELBONTÁSÚ RÖNTGENFELVÉTELEKBŐL

Kapitány Kristóf, Négyessy László, Barsi Árpád\*



*Object reconstruction from high-resolution X-ray images – The latest imaging devices are the results of long-term developments and there are several applications for accurate geometric modeling. Apart from macromolecular structure analysis, application of synchrotron X-ray microtomography (XMT) is a new and promising area of biosciences. XMT includes the analysis of images, however, prior to application in simulation or in diagnostics intensive research is required, especially in the case of huge datasets created by high geometric and radiometric resolution applications. One of our objectives is the automatic processing of image series taken by a synchrotron based XMT, the TOMCAT experimental instrument. Each image series contains more than thousand high resolution pictures that are not easy to manage. This paper presents the above mentioned images and their subjects, some processing methods to extract the valuable information from the images, and the results. The main purpose of this method is to obtain enough data to create a geometrically accurate and topologically correct model of the cerebral cortical microvascular network using the XMT images.*

**Keywords:** image processing, image series, X-ray microtomography (XMT), TOMCAT, vessel network, microcirculation, cerebral cortex

Napjaink képkalkoló berendezései jelentős fejlesztések eredményeként jöttek létre. A makromolekuláris szerkezetek elemzésétől eltekintve, a szinkrotron röntgen mikrotomográfiás (XMT) berendezések új és ígéretes lehetőségeket nyújtanak a biotudományok területein. Az egyes eszközök gyártói számos alkalmazást fejlesztettek ki, azonban a térbeli objektumok pontos geometriai modellezése, majd annak szimulációs és diagnosztikai célú felhasználása még mindig intenzív kutatást igényel. Különösen fontos ez a nagy geometriai és radiometriai felbontású eszközök által előállított hatalmas adatállományok miatt. Célkitűzéseink egyike a ma még kísérleti jellegű, szinkrotron röntgen mikrotomográfiás (XMT) berendezés, a TOMCAT segítségével készült felvételsorozatok automatikus kiértékelése. Egy-egy ilyen felvételsorozat ezres nagyságrendű nagyfelbontású digitális képállományt foglal magába, melyek kezelése idő- és számításigényes feladat. A cikkben bemutatásra kerülnek a felvételek és tárgyak, a feldolgozás különböző eljárásai, valamint az elért eredmények is. A cél egy összefüggő, geometriailag pontos és topológiailag korrekt agykérgi mikroérhálózat modelljének megalkotása a kapott felvételek feldolgozásával.

**Kulcsszavak:** képfeldolgozás, felvételsorozat, XMT, TOMCAT, érhálózat, mikro-cirkuláció, agykéreg

## 1 Bevezetés

Az agy működésének megértéséhez nagyon pontosan ismernünk kell a belső szerkezetét, az érhálózatok illetve idegsejtek szerveződését. Az orvosi képkalkolás egyik hagyományos módszere, hogy a szövetekből kimetszett speciálisan előkészített mintákat, a vizsgálat tárgyától függően, fény- vagy elektronmikroszkóp használatával dolgozzák fel. Ezen eszközök sajnos a minta vastagságához képest kis struktúrák nem érzékelhetőek, az átfedések miatt ezek eltűnhetnek, így egy-egy mintát nagyon vékony szeletekre kell bontani. Erek esetén 1-2 mikron vastag, dendritik vizsgálatokor pedig 50-70 (Denk és Horstmann 2004), de akár 15-40 nanométeres metszetekre is fel kell osztani a vizsgálandó szövetet (Knott et al. 2008). Ez az eljárás rendkívül nagy munkaigényű, és kis hatáskörű, valamint a minták felszeletelése azt is eredményezi, hogy egy mintát csak egyszer lehet felhasználni.

**Köszönetnyilvánítás.** A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Új tehetséggondozó programok és kutatások a Műegyetem tudományos műhelyeiben" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását a TÁMOP-4.2.2.B-10/1--2010-0009 program támogatja.

## Hivatkozások

### *References*

- W. Denk, H. Horstmann** (2004): Serial block-face scanning electron microscopy to reconstruct three-dimensional tissue nanostructure. *PLoS Biol* 2(11), 329.
- Kapitány K.** (2012a): Objektumrekonstrukció nagyfelbontású röntgenfelvételekből. MSc Diplomamunka, Budapest. 39.
- Kapitány K** (2012b): Geometric reduction of high amount histological image data. Conference of Junior Researchers in Civil Engineering, Budapest. 77-82.
- Knott G, Marchman H, Wall D, Lich B** (2008): Serial Section Scanning Electron Microscopy of Adult Brain Tissue Using Focused Ion Beam Milling *The Journal of Neuroscience*, 28(12): 2959-2964
- Mizutani R, Takeuchi A, Akamatsu G, Uesugi K, Suzuki Y** (2008): Elementspecific microtomographic imaging of *Drosophila* brain stained with high-Z probes. *J Synchrotron Radiat.*, 15, 374-377.
- Stamponani M, Groso A, Isenegger A, Mikuljan G, Chen Q, Bertrand A, Henein S, Betemps R, Frommherz U, Böhler P, Meister D, Lange M, Abela R** (2006): Trends in synchrotron-based tomographic imaging: The SLS Experience, *Proc. of SPIE* 6318.

# MS KINECT – FLASH LIDAR PONTOSSÁGI VIZSGÁLAT ÉS GÖMBILLESZTÉS

Molnár Bence\*, Charles K. Tóth\*\*



*MS Kinect – Flash LiDAR accuracy test and sphere fitting – Flash LiDAR emits infrared light pulses and captures the reflected signal by a sensor, thus resulting in a real-time 3D modeling device. Spatial coordinates of the reflecting points are calculated by triangulation. MS Kinect is actually a Flash LiDAR and a motion sensor add-on for computer game consoles. This study introduces an indoor navigation method with Kinect; dealing with specialty of Kinect's quantized point cloud. For higher accuracy a new sphere fitting method was developed for the quantized point clouds.*

**Keywords:** MS Kinect, sphere fitting, quantized point cloud, positioning

*A lézerszkennerek egy csoportja az úgynevezett Flash LiDAR, mely a hagyományos lézerszkennerekkel ellentétben egy infravörös impulzust bocsájt ki, majd a mérendő felületről visszaverődő jelet egy mátrix szenzor segítségével felfogja. A visszaverődő jelek alapján előmetszéssel kiszámítható a felület háromdimenziós felületmodellje. A MS Kinect egy játékkonzolhoz kifejlesztett Flash LiDAR és egy színes kamera együttese, mellyel számítógépes játékok irányítása válik lehetővé emberi mozgás segítségével. Tanulmányomban az eszköz által készített pontfelhő alapján történő navigációs eljárást szeretném bemutatni. A Kinect különlegessége, hogy a pontfelhőt erősen kvantálja, ezért különleges gömbillesztési eljárást fejlesztettünk ki a mérési eredmények pontosságának növelése érdekében.*

**Kulcsszavak:** MS Kinect, gömbillesztés, kvantált pontfelhő, helymeghatározás

## 1 Bevezetés

A Microsoft XBOX360 számítógépes játékkonzol kiegészítőjeként elérhető Kinect mozgásérzékelő a számítógépes játékokat még interaktívabbá teszi. Azonban a Kinect valójában egy Flash-LiDAR, mely a teljes látómező másodpercenként 30 térbeli mérését teszi lehetővé egy infravörös projektor és egy CMOS infravörös érzékelő segítségével.

Az előmetszés elvén működő Flash LiDAR-ok már évek óta elérhetőek (Shan és Toth 2008), azonban pontossági okokból nem terjedt el a használatuk. Az infra tartományú fényérés miatt főként csak beltérben használható eljárás, emellett magas a zaj/jel aránya. Nagy előnye, hogy a látómező minden pontjáról nagy frekvenciával ad vissza mélység információt, így a fejlesztések tovább folytak. Napjainkban a jel-zaj viszony javításával nagy eredményeket értek el, azonban a berendezések magas költsége nehezíti az elterjedésüket.

A mérnöki igényeket maximálisan kielégítő Flash LiDAR eszközök mellett érdekes alternatíva a Kinect (Khoshelham 2011), hisz ára jóval kedvezőbb a tömeggyártás miatt és megbízhatósága nem tér el jelentősen a céleszközöktől (Weinmann et al. 2011). Mérnöki modellezésre és helymeghatározásra való alkalmazhatóságát korábbi tanulmányainkban vizsgáltuk (Toth et al. 2012; Molnár et al. 2012a). A Kinect által szolgáltatott adatok különlegessége, hogy a távolságadatokat kvantált formában adja vissza, ráadásul a kerekítés mértéke a tárgyátvolsággal együtt nő úgy, hogy a kerekítésből adódó szabályos hiba mértéke jelentősen nagyobb, mint a méréseket terhelő zaj. Ez a pontillesztési és objektummodellezési technológiák egy új módját követeli meg, ezért gömbök esetében egy új illesztési eljárást fejlesztettünk ki (Molnár et al. 2012b), melynek jelen dolgozatban képelemző módszerekkel történő továbbfejlesztését mutatjuk be.

A pontos gömbmérést lehetővé tevő algoritmus segítségével több gömb mérését követően meghatározhatóvá válik a szenzor pillanatnyi helyzete. A gömbök automatikus detektálása Canny-

\*BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék, 1111 Bp, Műegyetem rkp. 3.  
E-mail: molnar.bence@fmt.bme.hu

\*\*The Center for Mapping, The Ohio State University, Columbus, OH 43210  
E-mail: toth@cfm.ohio-state.edu

**Köszönetnyilvánítás.** A dolgozatot Dr. Detrekői Ákos professzor úr emlékére ajánlom köszönetképpen a több éven át tartó témavezetői irányításáért.

## Hivatkozások

### *References*

- Canny J**, (1986): A Computational Approach To Edge Detection, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(6): 679–698.
- Detrekői Á** (1991): Kiegészítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest. 685.
- Hough P V C**, (1959). Machine Analysis of Bubble Chamber Pictures, Proc. Int. Conf. High Energy Accelerators and Instrumentation, 7, 554-556.
- Kahlmann T, Remondino F, Ingensand H** (2006): Calibration for increased accuracy of the range imaging camera SwissRanger, ISPRS Commission V Symposium 'Image Engineering and Vision Metrology', Dresden, Germany. 136-141.
- Khoshelham K** (2011): Accuracy Analysis of Kinect Depth Data, International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 38(5/W12), 133-138.
- Molnár B, Toth C K, Grejner-Brzezinska A D**, (2012b): Sphere fitting on MS Kinect point cloud, MAPPS/ASPRS 2012 Specialty Conference. Tampa, United States of America 2012.10.29-2012.11.01. In print.
- Molnár B, Toth C K, Detrekői Á**, (2012a): Accuracy test of Microsoft Kinect for human morphologic measurements, Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci., 39(B3), 543-547.
- Shan J, Toth C K, (Ed.)** (2008): Topographic Laser Ranging and Scanning: Principles and Processing. CRC Press. 590.
- Toth C K, Molnár B, Zaydak A, Grejner-Brzezinska A D**, (2012): Calibrating the MS Kinect Sensor, ASPRS 2012 Annual Conference. Sacramento, 538-546.
- Tóth Z, Barsi Á**, (2005): Analyzing road junctions by geometric transformations, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, 36(I/W3), 4.
- Weinmann M, Wursthorn S, Jutzi B**, (2011): Semi-automatic image-based co-registration of range imaging data with different characteristics: ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. 38-3/W22, pp. 119-124.

# ERATOSZTHENÉSZ FÖLDSUGÁR-MÉRÉSÉNEK VIZSGÁLATA

Szűcs László\*



*Examination of Eratosthenes's method for Earth radius determination – Eratosthenes was the first scientist who determined the Earth radius. We try to reconstruct the measurement technologies. We re-compute the ancient results, considering the errors of the ancient theories, measurements and computations.*

**Keywords:** Eratosthenes, radius of the Earth, Alexandria, Syene

*A cikk az első földszög-méréssel foglalkozik, amelyet i.e. 240 táján Eratoszthenész végzett el. Az ókori földrajztudósok könyvei alapján megpróbáljuk rekonstruálni Eratoszthenész mérési módszerét, és vizsgáljuk az eredmények értelmezését is. Az elvi, a mérési és a számítási hibák figyelembevételével összehasonlítjuk az ókori eredményeket a mai földszög értékkel.*

**Kulcsszavak:** Eratoszthenész, földszög, Alexandria, Syéne

## 1 Bevezetés

Eratoszthenész Pentatlosz (i.e. 276-i.e. 194) az ókor egyik kiemelkedő alakja, a tudományos földrajz megalapítója. Zenesz, költő, filozófus, matematikus, csillagász és földrajztudós. Tanulmányait az egyiptomi Alexandriai könyvtárban, majd Athénban végezte. I.e. 246-ban III. Ptolemaiosz Euergetész fáraó meghívta, hogy irányítsa az Alexandriai Könyvtár munkáját és legyen a trónörökös tanítója. Öreg korára elvesztette látását, és mivel így már dolgozni nem tudott, halálra éhezette magát. Legfontosabb földrajzi műve a három kötetből álló „Geographika”, amelyből sajnos nem maradt fenn példány. Azonban ókori szerzők műveiből megismerhetjük annak tartalmát és Eratoszthenész munkásságát. A kor földrajztudósaitól eltérően, új szemlélettel állt elő, miszerint a földleírásba bele kell vonni a matematikai és a fizikai alaptételeket.

Eratoszthenész idejében elfogadott tény volt a Föld gömb alakja. A világot 5 zónára osztották. A középső volt a lakhatatlanul meleg „forró” öv az egyenlítő táján. Ettől északra és délre is a sarkkörökig tart egy-egy lakható „mésékelt” öv. Végül a sarkkörökön túl következnek a sarki övek, melyek annyira hidegek, hogy ott nem lehet életben maradni. Ezért a kor földrajztudósai az északi lakható zónára korlátozták tevékenységüket. Azonban ahhoz, hogy a földrajzi leírásokban, a térképeken és földgömbökön a földrajzi helyek távolságai értelmezhetők legyenek, jó lett volna ismerni a Föld sugarát.

## 2 Eratoszthenész alapfeltevései

1. „Alapfeltevés az, hogy a föld a tengerekkel együtt gömb alakú, s egy és ugyanazon felszíne van a tengerekkel. A föld kiemelkedései ugyanis ilyen nagyság mellett, mint csekélységek, észrevétlenül maradnak, s figyelmen kívül hagyhatók, úgyhogy a gömbalakot nem úgy kell értenünk, mintha azt körzővel rajzolták volna...” (Strabón 1977. II.5.7.)  
Ehhez kapcsolódik a helyi függőleges értelmezése is: „a súlyos tárgyak mozgása a középpont felé tart, e körül gömb alakúra összesűrűsödve áll a Föld...” (Strabón 1977. II.5.2.)
2. „A térítőnek szükségképpen Syénénél kell lennie, mert itt a nyári napfordulat idején a napóra mutatójának délben nincs árnyéka...” (Strabón 1977. II.5.7) Syéne a mai Asszuán területén található a fáraó-korban jelentős kereskedőváros volt. Jelentőségét bizonyítja, hogy a városban a fáraók palotát építettek maguknak.

## Hivatkozások

### *References*

- Ball J** (1942): Egypt in the classical geographers. Government Press, Bulaq, Cairo. 203.
- Eötvös L** (1901): Elnöki megnyitó beszéd. Akadémiai Értesítő, 261-269.
- Forisek P** (2003): Censorinus és műve a De Die Natali. PhD értekezés, Debrecen.
- Holland P** (1847): Pliny's Natural History. George Barclay, Cambridge. 718.
- Joannis S G** (1810): Censorinus: Die Natali. Apud J.L.S. Lechner, Norimbergae. 216.
- Kürti V** (1948): Az ókor mértékegységei. Geodéziai Közöny, 14(11-12), 173-174.
- Strabón** (1977): Geógraphika. Gondolat kiadó, Budapest. 1002.
- U.S.** (1989): Naval Observatory, Nautical Almanac Office - H.M. Nautical Almanac Office. The Astronomical Almanac for the Year 1990. U.S. Govt. Printing Office, Washington. 551.
- Varga J** (1988): Alaphálózatok I. (Vetülettan). Tankönyvkiadó, Budapest. 296.
- Ziegler H** (1891): Cleomedis: De motu circulari corporum caelestium libri duo. In Aedibus D.B. Teubneri, Lipsiae. 273.