316.594

ÉPÍTÉS- ÉPÍTÉSZET- TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: SZABÓ JÁNOS

(22)

23
1992/93

XXIII. KÖTET
1—2. SZÁM

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1992/93

ÉPÍTÉS-
ÉPÍTÉSZETTUDOMÁNY

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG:

DR. KALISZKY SÁNDOR, DR. PERÉNYI IMRE, DR. SZABÓ JÁNOS,
DR. VÁMOSSY FERENC

TECHNIKAI SZERKESZTŐK:

HORVÁTHNÉ DR. SIPOS EDIT ÉS DR. VÁMOSSY FERENC

1521 BUDAPEST, MŰEGYETEM RAKPART 3. BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
K. II. 60. (ÉPÍTÉSZETTÖRTÉNETI ÉS ELMÉLETI INTÉZET)

A kiadvány példányonként megvásárolható:

Az Akadémiai Kiadó *Stúdium* (1368 Budapest, Váci utca 22., tel.: 118-5881) és *Magiszter* (1052 Budapest, Városház utca 1., tel.: 138-2440) könyvesboltjaiban.

Külföldön terjeszti a

KULTURA KÜLKERESKEDELMI VÁLLALAT

1389 Budapest, Fő utca 32. Telefon: 142-9760
Pénzforgalmi jelzőszám: 218—10 990.

ÉPÍTÉS- ÉPÍTÉSZETTUDOMÁNY

XXIII. 1—2.

INHALTSAUSZÜGE

*

PE3ЮME

*

SUMMARIES

*

RÉSUMÉS

Mitteilungen der Ausschüsse für Bauwissenschaft, Theorie und Geschichte der Architektur, Boden- und Gebirgsmechanik, Mechanik der Tragwerke und Siedlungswesen der Abteilung für Technische Wissenschaften der Ungarischen Akademie der Wissenschaften

*

Сообщения Строительной Комиссии, Комиссии по теории и истории архитектуры, комиссии по механике грунтов и пород, механике несущих конструкций, о Градостроителеству при Отделении Технических наук Венгерской Академии Наук

*

Reports of the Committees of Constructional Engineering, Architectural Theory and History, Soil and Rock Mechanics, Structural Engineering and Civic Developments included in the Hungarian Academy of Sciences, Technical Department

*

Revue des Comités de la Construction, de la Théorie de l'Histoire de l'Architecture, de la Mécanique des sols et des roches, de la Mécanique des Structures et de l'Urbanisme, de la section des Sciences Techniques de l'Académie des Sciences de la Hongrie

Dr. László Bognár:

ANALYSIS OF FRAMEWORKS EXPOSED TO SEISMIC EFFECTS ACCORDING TO THE THEORIE OF RANDOM VIBRATIONS

(Hungarian text see pp. 3—34)

Methods and problems of analysis of frameworks under seismic effects will be considered. Among the actually applied three methods: the response spectrum method, the method of simulation, and the method relying on the theory of random vibrations, this latter will be given preponderance. There being a scarcity of literature in this scope in Hungarian, essential basic concepts of the theory of random vibrations will be given first, then the literature will be analyzed to survey precedents and actual situation of the relevant research methods.

Dr. László Bognár:

BERECHNUNG VON SEISMISCHEN WIRKUNGEN AUSGESETZTEN RAHMENWERKEN AUFGRUND DER THEORIE DER ZUFÄLLIGEN SCHWINGUNGEN

(Ungarischen Text s. S. 3—34)

Verfahren und Fragen der Berechnung von seismischen Wirkungen ausgesetzten Rahmenwerken werden untersucht. Unter den z.Z. angewandten drei Verfahren: das Antwortsspektrumverfahren, das Simulationsverfahren und das auf der Schwingungstheorie beruhende Verfahren, verdient die Beschreibung des Letzteren eine besondere Betonung. Wegen der Dürftigkeit des diesbezüglichen Schrifttums in ungarischer Sprache werden zuerst die wichtigsten Grundkonzepte der Theorie der zufälligen Schwingungen angegeben, nachher werden in der Schrifttumsanalyse die Vorgeschichte und der heutige Stand der diesbezüglichen Untersuchungen behandelt.

Dr. Géza Lámer:

KINEMATICS OF CONTINUA PERFORMING IMPORTANT DISPLACEMENTS AT SLIGHT DEFORMATIONS

(Hungarian text see pp. 35—60)

Kinematic relationships of continua performing important displacements at slight deformations will be considered. Variation of the metric tensor, of coefficients of the affine relationship, and of the curvature tensor in course of deformation, as a function of the displacement vector and of the deformation scale tensor will be given in explicit form. Mapping of the basis (triangle), polar decomposition, and deformation of the complete solid will be geometrically described for small deformations and important displacements.

Д-р Геза Ламер:

О КИНЕМАТИКЕ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ ПРОИЗВОДЯЩЕЙ БОЛЬШИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ МАЛЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

(Венгерский текст см. на ст. 35—60)

В статье занимаемся кинематическими соотношениями сплошной среды производящей большие перемещения при малых деформациях. Определяем изменения метрического тензора, коэффициентов аффиного связностей и тензора кривизны при деформации в зависимости вектора перемещений, точнее метрического тензора деформации в эксплицитной форме. Задаём геометрическое характеристики отображения базиса (подвижного трехгранника), полярного разложения и деформации тела в целом в случае больших перемещений при малых деформациях.

Dr. Géza Lámer:

TWO- AND SINGLE-VARIABLE PROBLEMS DEDUCED FROM THE THREE-VARIABLE PROBLEM. PECULIARITIES IN CONTINUUM MECHANICS

(Hungarian text see pp. 61—92)

Interpretation and deduction of two- and single-variable problems from the three-variable problem will ne considered, classifying the obtained solutions.

It will be pointed out that interpretation of two- and single-variable problems belonging to a three-variable problem as sum of two function series permits approximation at the wanted accuracy of boundary conditions at the eliminated boundary, while in case of a single function series these boundary conditions cannot be met as a rule. Equation system will be written for two- and single-variable problems belonging to a three-variable boundary value problem set out in general (within a range given by a Cartesian

product) applying the principle of weighted residual errors. The second function series will be applied for classifying various two- and single-variable problems. Definitions of shell and bar theories reformulated for numerical analysis will be indicated. At last, various classes of shell and bar theories are ditinguished in dependence of the number of terms in the first function series approximating the displacement vector, indicating at the same time kinematical meanings of these terms.

Д-р Геза Ламер:

ВЫВОД ДВУХ- И ОДНОПЕРЕМЕННЫХ ЗАДАЧ ИЗ ТРЕХПЕРЕМЕННЫХ ЗАДАЧ. ИХ СВОЕОБРАЗИЕ В МЕХАНИКЕ СПЛОШНЫХ СРЕД

(Венгерскцй текст см. на ст. 61—92)

В статье занимаемся истолкованием, выводом двух- и одноперемснных задач и трехпеременных, так же классификацией полученных решений.

Покажем, что истолкование двух- и одноперемснных задач принадлежайщих к некоторой трехпеременной задаче спомощью суммы двух функциональных рядов даётвожможностьпроизвольно точно приближать граничные условия на элиминированной грснице, в то время как в случае одного функционального ряда эти граничные условия в общем и целом остаются неудовлетворёнными. Запишем систему уравнений двух- и одноперемснных задач принадлежайщих к некоторой трехпеременной задаче постановленной в общем ввиде (вхутри области, заданной как декартово произведение) используя метод взвешенных невязок. Используя второго функционального ряда классифицируем разные двух- и одноперемснных задач. Задаём с точки зрения численного анализа заново сформулируенное определение теории оболочек и стержней. Наконец разделяем разные класси теорий оболочек и стержней в зависимости чисел применённых членов в первом функциональном ряду, задавая одновременно кинематические значения этих членов.

Dr. Lajos Kollár:

DIE ANWENDUNG DER VEREINFACHTEN KONTINUUMMETHODE AUF DIE VORBEMESSUNG VON RAUMFACHWERKEN

(Ungarischen Text s. S. 93—146)

Das Kräftespiel der Raumfachwerke wird durch die Methode des gleichwertigen Kontinuums anschaulich beschrieben, die auch für die angenäherte Berechnung der Raumfachwerke geeignet ist. Dieser Beitrag stellt die vereinfachte Variante der Kontinuummethode in praktisch brauchbarer Form dar, zeigt, wie damit die Vorbemessung durchführbar ist, und analysiert die mit dieser Methode begangenen Fehler.

Dr. Lajos Kollár:

THE APPLICATION OF THE SIMPLIFIED CONTINUUM METHOD TO THE DIMENSIONING OF SPACE GRIDS

(Hungarian text see pp. 93--146)

The static behaviour of space grids can be visually described by the method of equivalent continua, which is also suitable for the approximate static analysis of these grids. This paper presents the simplified version of the continuum method, explains how it can be used to assume the dimensions of space grids, and analyzes the error committed by this method.

Dr. Lajos Kollár:

EINIGE BEMESSUNGSPROBLEME DER FALTWERKE

(Ungarischen Text s. S. 147--194)

Das statische Verhalten der Faltwerke ist in der Fachliteratur ausführlich behandelt. Es gibt aber einige ungeklärte Einzelprobleme, deren Lösungen im Entwurf nötig wären. In diesem Aufsatz wird versucht, diese zu klären:

-- das Kräftespiel der Faltwerke unter partieller vertikalen und unter horizontaler Belastung;
-- das statische Verhalten des Randplattenelementes;
-- die Biegemomente und Auflagerkräfte der Dreieckplatten;
-- die inneren Kräfte der Plattenelemente als Scheiben unter konzentrierten Kräften;
-- die Stabilität der Plattenelemente.

Dr. Lajos Kollár:

SOME PROBLEMS OF STATIC ANALYSIS OF FOLDED PLATE STRUCTURES

(Hungarian text see pp. 147--194)

Folded plate structures are extensively dealt with in the literature, but there are some neglecged problems the solution of which the design engineer needs. In this paper treated are: the static behaviour of folded plate structures under partial vertical and under horizontal loads; static analysis of the extreme plate elements, of triangular plates loaded perpendicularly to their planes, and of plates subjected to in-plane concentrated forces; stability analysis of the plate elements.

Béla Csíki:

EINFLUSSFUNKTIONEN VON ELASTISCH GEBETTETEN RINGEN

(Ungarischen Text s. S. 195--219)

Die Bestimmung von Beanspruchungen und Verformungen von elastisch gebetteten, rechtwinklig zur Trägerfläche belasteten Ringelbalken von konstanter Steifigkeit wird hier behandelt.

Grundlegende Zusammenhänge der elastischen Festigkeitslehre für krummachsige Stäbe als gültig betrachtet, ist die grundlegende Hypothese der Untersuchung, dass die Inertiahauptrichtungen des Ringdurchschnittes im Tragplan bzw. in seiner Normale auf der Bogenachse liegen. Der Verdrehungswiderstand in zwei Richtungen der Winklerschen Bettung -- in der Richtung der Hauptachsen gedeutet -- wird in Betracht gezogen.

Diese als allgemeingültig zu betrachtende Verfahren eignet sich für die Bestimmung der statischen Parameter des Ringes unter beliebigem Aussenlast. Dieses Verfahren beruht auf der Herstellung von aus Verformungs- und Spannungsfunktionen für elastisch gebetteten Ringe unter konzentrierter Einheitskraft, Dreh- und Biegemoment deduzierten Einflussfunktionen mit geschlossenen mathematischen Formeln. In Kenntnis der Einflussfunktionen und der Aussenlast lassen sich statische Parameter des Trägers in Form eines bestimmten Integrals der Ringlänge entlang herstellen.

Die Berechnung von Verformungen und Innenkräften eines Ringes unter verschiedenen Punktlästen wird an Zahlenbeispielen veranschaulicht.

Béla Csíki:

INFLUENCE FUNCTIONS FOR RINGS ON ELASTIC BEDDING

(Hungarian text see pp. 195--219)

A method will be presented for determining stresses in, and deformations of annular beams of constant stiffness, elastically bedded, loaded normally to the supporting plans.

Considering fundamental realtionships of elasticity of curvilinear beams to be valid, a fundamental assumption of this analysis is that principal directions of inertia of the ring cross section lie in the supporting plane and/or in its normal on the arc axis. Two-way torsional resistance of the Winkler-type bedding -- interpreted in directions of the principal axes -- will be taken into consideration.

This method to be considered as of general validity suits to determine structural parameters of the ring under arbitrary external load. This procedure relies on closed mathematical formulae expressing influence functions deduced from stress-strain functions of elastically bedded rings under unit point load, torsional and bending moments. In knowledge of the influence functions and the external load, structural parameters along the ring length can be produced in definite integral form.

Computation of deformations and internal forces of a ring under various kinds of concentrated loads will be illustrated on hand of a numerical example.

Dr. László Jankó—Dr. Jenő Knebel:

VERFAHREN ZUR BESTIMMUNG DER DURCHBIEGUNGSLÄNGE VON BRÜCKENPFEILERN

(Ungarischen Text s. S. 221—231)

Pfeiler von mit fachwerkartigen (offenen) Brückenköpfen ausgestalteten Brückenkonstruktionen sind durch keine Konstruktion von einer beachtungswerten Steifigkeit gegen Ausbiegung horizontal unterstützt. Ein Verfahren für die Beachtung der horizontalen (längsseitigen) elastischen Stützwirkung der Hinterfüllung hinter dem Brückenkopf wird beschrieben. Den Forderungen der Entwurfspraxis entsprechend, wurden auch Entwurfsdiagramme für die Berechnung des Ausbiegungslänge hergestellt.

Dr. László Jankó—Dr. Jenő Knebel:

METHOD FOR DETERMINING DEFLECTION LENGTHS OF BRIDGE PIERS

(Hungarian text see pp. 221—231)

Piers of bridge structures with frame-type (open) abutments miss horizontal support against deflection by any structure of notable rigidity. A method will be presented for reckoning with the horizontal (length-wise) elastic supporting effect of the backfill behind the bridge abutment. To meet demands of design practice, design diagrams have been developed for the analysis of the length of defection.

ÉPÍTÉS-ÉPÍTÉSZET-TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: SZABÓ JÁNOS

XXIII. KÖTET
1—2. SZÁM

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1992/93

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

TARTALOM

Dr. Bognár László: Földrengésnek kitett keretszerkezetek számítása a véletlenrezgés-elmélet alapján 3

Dr. Lámer Géza: A kis alakváltozások mellett nagy elmozdulásokat végző kontinuum kinematikájáról 35

Dr. Lámer Géza: Két- és egyváltozós feladatok levezetése a háromváltozós feladatból. Sajátosságai a kontinuummechanikában 61

Dr. Kollár Lajos: Az egyszerűsített kontinuum-módszer használata kétrétegű térrácsok méretezéséhez 93

Dr. Kollár Lajos: A lemezművek néhány méretezési kérdése 147

Csíki Béla: Rugalmas ágyazású körgyűrűk hatásfüggvényei 195

Dr. Jankó László—dr. Knebel Jenő: Eljárás hídpillérek kihajlási hosszának meghatározására 221

SZEMLE

Beszámoló az 1990. évi budapesti "Acélszerkezetek stabilitása" c. konferenciáról **(Dr. Domokos Gábor)** 233

Dr. Bognár László

FÖLDRENGÉSNEK KITETT KERETSZERKEZETEK SZÁMÍTÁSA A VÉLETLENREZGÉS-ELMÉLET ALAPJÁN

BEVEZETÉS

A mérnöki munka számos területén előfordulnak véletlenszerűen gerjesztett rendszerek. Ezek közül az építőmérnöki gyakorlatban a legfontosabbak a földrengésnek kitett épületek szerkezetei. Az egyik leggyakoribb szerkezetfajta a derékszögű hálózatú keretszerkezet, ezért a dolgozatban röviden áttekintjük a földrengésnek kitett keretszerkezetek számításának problémáit, ma használatos módszereit. E módszerek ismertetésénél a hangsúlyt az egyre dinamikusabban fejlődő véletlenrezgés-elmélet bemutatására helyezzük. Magyar nyelven erről az elméletről, az elmélet alkalmazásáról alig olvashatunk, így a dolgozat írásakor azt a célt tűztük magunk elé, hogy bepillantást adjunk erre a területre is.

A dolgozat 4 részre tagolódik. Először a földrengésnek kitett keretszerkezetek modellezésének szempontjait tekintjük át. Ezután a ma használatos számítási módszereket említjük meg. Ezt követi a véletlenrezgés-elmélet legfontosabb alapfogalmainak ismertetése, majd végül egy irodalmi elemzés. Bőséges irodalmi hivatkozással segítjük a téma további, mélyebb tanulmányozását.

1. A FÖLDRENGÉSNEK KITETT KERETSZERKEZETEK MODELLEZÉSÉNEK SZEMPONTJAI

Egy szerkezet földrengésre való vizsgálatának mindig az a célja, hogy valamilyen becslést kapjunk arra vonatkozólag, hogy milyen kockázatot vállalunk akkor, amikor egy szerkezetet a Föld adott pontjára telepítünk. Azért kell kockázatot vállalnunk, mert a földrengésre való tervezés számos bizonytalanságot hordoz magában. A mérnöki gyakorlatban szokásos, az anyagra, geometriára stb. vonatkozó bizonytalanságon túlmenően a legnagyobb bizonytalanság abból fakad, hogy nem tudjuk pontosan, hogy a létesítmény várható élettartamán belül mikor és hol keletkezik olyan földrengés, ami hatással

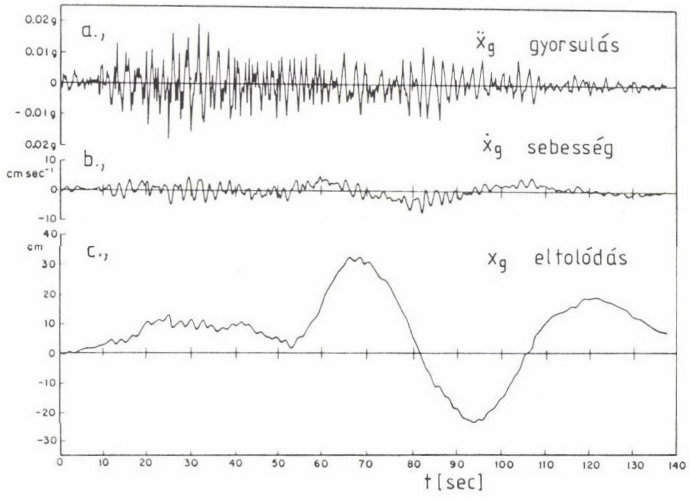
van a szerkezetre. A szeizmikus kockázat becslésének hatalmas irodalma van. Hivatkozásul Lomnitz és Rosenblueth (1976) összefoglaló művét ajánljuk az érdeklődőknek. További elemzéseinknél feltételezzük, hogy a szerkezetre egy adott jellemzőkkel bíró földrengés bizonyosan hat.

Vizsgálataink valósághűségét alapvetően két tényező befolyásolja. Az egyik tényező, hogy milyen módon vesszük figyelembe magát a földrengést. A másik tényező, hogy hogyan modellezzük magát a keretszerkezetet, anyagi tulajdonságait, geometriai, merevségi és teherviszonyait, mennyire egyszerűsítjük le a számíthatóság érdekében. A következőkben áttekintjük, hogy mi is a "valóságos helyzet", és milyen egyszerűsítési lehetőségek vannak matematikailag is kezelhető modellek felépítéséhez. A "valóságos helyzet" felvázolásánál nem az a célunk, hogy a probléma bonyolultságát túlhangsúlyozva minden megfogalmazható hatást felsoroljunk, hanem hogy azokat a hatásokat, körülményeket számba vegyük, amelyek a mérnöki megítélés szerint bizonyos esetekben a gyakorlatban is lényeges befolyással lehetnek eredményeink pontosságára, alkalmazhatóságára. Tudatában vagyunk annak, hogy az a kitétel, hogy a "mérnöki megítélés szerint" már önmagában önkényességet jelent. Ezt azzal igyekszünk ellensúlyozni, hogy a megemlítésre kerülő hatások és körülmények mindegyike olyan, amit a műszaki tudomány különböző területein lényeges hatásoknak tekintenek, illetve amelyeket magán a szorosan vett földrengéstudományon belül is számos kutató (bár esetenként csak egy-egy hatást kiemelve) részletesen vizsgált.

1.1. A földrengés hatása

Annak ellenére, hogy abból a feltevésből indulunk ki, hogy szerkezetünkre bizonyosan hat a földrengés, bizonytalan a rengés "milyensége". Az 1. ábrán Newmark és Rosenblueth (1971) nyomán egy tényleges földrengést jellemző görbéket mutatunk, ahol az egyes görbék a talaj vízszintes, adott irányú $\ddot{x}_g$ gyorsulásának, $\dot{x}_g$ sebességének, ill. x_g eltolódásának időbeli változását mutatják. Mivel az ilyen görbék a különböző földrengéseknél más és más alakot mutatnak, tervezés esetén meg kell elégednünk egy leendő földrengés "milyenségének" valamely durva becslésével. Azonban lényegesen befolyásolja alkalmazott modellünk jóságát az, hogy e becslés a példaként bemutatott görbék "természetéből" mennyit tükröz vissza.

A különböző földrengéseknél rögzített görbék sok esetben "hasonlóságokat" mutatnak. Ezeknek a "hasonlóságoknak" a korrekt megfogalmazását a véletlenrezgés-elmélet terminológiáinak, alapfogalmainak ismerete teszi lehe-



1. ábra. Egy földrengés során mért talajmozgás jellemzők.
a) gyorsulás; b) sebesség; c) eltolódás

tővé. Ezeknek az alapfogalmaknak az ismertetésére a 3. fejezetben kerül sor. Egyelőre e hasonlóságokat vagy különbözőségeket csak körülírjuk, ami talán a könnyebb megértést is elősegíti.

A görbék általában egy időben változó, a nyugalmi helyzetből induló, majd növekvő-csökkenő tendenciájú amplitúdóval, vízszintesen és függőlegeser szabálytalanul rezgő talajfelszínre utalnak. Az is megfigyelhető, hogy sok esetben a különböző földrengések görbéinek "csipkézettsége", "kinézete" hasonló. E "csipkézettség" egy adott görbén belül sokszor változatlan, vagy lassú, tendenciaszerű változást mutat. Az egyes görbék lokális maximumainak az eloszlása a görbékhez rendelt koordináta-rendszer függőleges tengelye (x_g, $\dot{x}_g$, $\ddot{x}_g$) mentén sok esetben közel áll egymáshoz. A globális maximumok értékei a különböző intenzitású földrengéseknél általában tendenciaszerűen változnak.

Egy adott helyszínen fellépő rengés típusát sok tényező befolyásolja (földrajzi helyzet, talajadottságok, a rengés epicentrumától való távolság stb.). Ezzel a kérdéssel nem kívánunk foglalkozni. Számunkra most csak az egyes rengéstípusokat jellemző talajmozgások "milyensége" érdekes.

Az eddig történt földrengések közül nagyszámú mintát elemezve Newmark és Rosenblueth (1971) a rengéseket 4 csoportba osztotta. Az egyes csoportokba sorolás a földrengés során rögzített görbék fent említett "milyensége" alapján történt.

E csoportok az alábbiak:

a) Gyakorlatilag egy egyszeri lökés.

b) Közepesen hosszú (20-30 sec), különösen gyorsan változó (erősen csipkézett görbéjű) szabálytalan mozgás.

c) Hosszú (50-150 sec), az előző típusúhoz hasonló rengés, azzal a különbséggel, hogy a rezgés "frekvenciája" csak szűk határok között változik.

d) A földfelszín nagymértékű maradó deformációjával járó igen erős, erősen változó rengés.

Az egyes csoportokba sorolt rengésfajták a mérnöki tervezés szempontjából különböző fontossággal bírnak. Az a) csoportba tartozó rengés viszonylagos egyszerűsége miatt akár determinisztikus számításmóddal is megközelíthető. A lökésszerű teherrel terhelt szerkezetek számítására alkalmas módszereket használhatjuk.

Azokon a területeken, ahol a d) csoportba sorolt rengéstípus várható, kerülni kell a szerkezet építését, vagy a helyi talajviszonyok megváltoztatásával kell e rengésfajta elkerülésére törekedni.

A gyakorlat számára legfontosabb rengéstípusokat a b) és c) csoport jelenti.

A b) csoportnál a talajfelszín gyorsulását ábrázoló görbéből jól látható, hogy a rezgés "frekvenciája" a földrengés időtartama alatt széles határok között változik. (Szabálytalan rezgés esetén a "frekvencia" fogalmát csak a szemléltetés, a jobb megértés céljából használjuk. Egy lehetséges interpretáció például e fogalom számszerűsítésére, ha pl. frekvencia alatt az egységnyi idő alatti azonos irányú előjelváltozások darabszámát értjük.) A fénytanból, illetve a zajelméletből vett hasonlatra építve az ilyen rezgést közelítőleg fehér-fény vagy inkább fehér-zaj típusú rezgéseknek nevezzük. (A fehér-zaj pontos definícióját a 3. fejezetben adjuk meg.)

A c) csoportnál a görbék "frekvenciája" egy ún. domináns frekvencia körül csoportosul.

A földrengések során mért talajmozgásokat elemezve tehát megállapítható, hogy a gerjesztés valósághű modellezéséhez mindenképpen szükséges az, hogy a rengés szabálytalanságát visszaadó modellt vegyünk fel. A szabálytalanságok visszatükröződésén túl azonban az említett "hasonlóságoknak" is meg kell jelenniük a modellben.

1.2. A keretszerkezet modellje

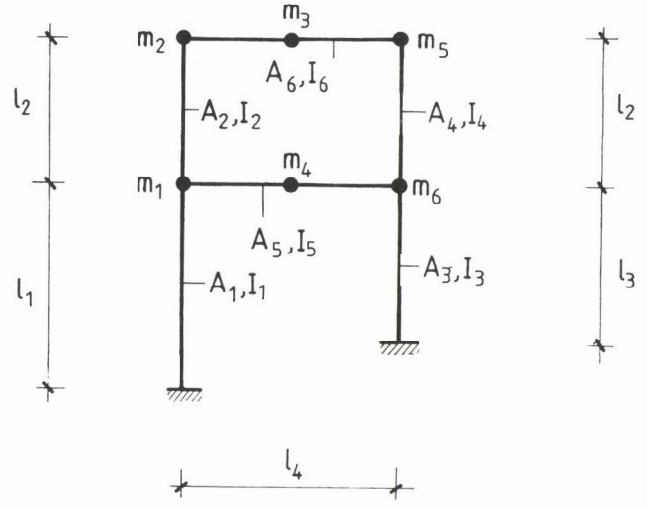
A 2. ábrán rajzoltuk fel egy keretszerkezetnek a dinamikai számításokban szokásos, már idealizált hálózatát. Általános esetben mind a keret oszlopainak és gerendáinak a geometriája, merevsége, mind a keretet terhelő tömegerők nagysága szabálytalanul változhat a szerkezet mentén. A keret földrengés alatti viselkedésének vizsgálatakor megítélésünk szerint az alábbi lényeges körülményeket kellene figyelembe venni a keret modellezésénél, hogy a modell valóságközeli viselkedést mutasson.

a) A keretszerkezet egy többszabadságfokú rezgőrendszerként modellezhető, ahol az egyes, általában különböző nagyságú tömegpontokat megtámasztó rudak merevsége és geometriája rudanként különbözhet.

b) A keret rúdjai (melyekben főként hajlítónyomatékok ébrednek) hajlítómerevségének modellezésekor a tényleges helyzetet megközelítő nyomaték-görbület függvény felvételére van szükség. A nyomaték-görbület függvényt az egyes rudakat terhelő normálerők módosító hatásának figyelembevételével kell meghatározni.

c) A modellnek vissza kell tükröznie a szerkezet energiaelnyelő képességét, a maradó alakváltozások kialakulásának lehetőségét.

d) A modellnek tartalmaznia kell az alakváltozásokat korlátozó feltételeket.



2. ábra. Egy keretszerkezet dinamikai modellje

e) Mivel a földrengés hatására történő mozgások viszonylag nagyok, a modellnek figyelembe kell venni az elmozdulásoknak az erőjátékot módosító másodrendű hatását.

2. A KERETSZERKEZETEK FÖLDRENGÉS HATÁSÁRA TÖRTÉNŐ VISELKEDÉSE VIZSGÁLATÁNAK MÓDSZEREI

A Föld erősen földrengésveszélyes területein, elsősorban az USA-ban és Japánban, már évszázadunk első felében megfogalmazódott az az igény, hogy az épületek szerkezetét szeizmikus hatásokra méretezzék. A méretezés alapja az a még ma is sok esetben alkalmazott elgondolás volt, hogy a földrengés dinamikus hatását valamilyen, az épület súlyával összefüggésben lévő nagyságú statikus erőknek a szerkezetre való működtetésével vegyék figyelembe. Ezzel az úgynevezett ekvivalens statikus analízissel nem kívánunk foglalkozni.

A szerkezetek földrengésre való vizsgálatának azon jelenleg általánosan használt elméleti módszereit, amelyekben valamilyen módon megjelennek a rendszer dinamikai tulajdonságai, alapvetően három csoportba lehet osztani. Ezeket a csoportokat lényegében az választja el egymástól, hogy az egyes módszerek alkalmazásához a földrengés jellegét milyen mélységű információval írjuk le. Természetesen a módszerektől várható eredmények mélysége is ettől az információtól függ. A három csoportot az alábbi megnevezésekkel szokták illetni:

- válaszspektrum-módszer,
- szimulációs módszer,
- véletlenrezgés-elméleten alapuló módszer.

Meg kell jegyeznünk, hogy bizonyos kérdések tisztázására többek folytattak kismodell- vagy éppen 1:1 arányú kísérleteket. Így a módszerek felsorolásánál negyedikként a

- kísérleti módszert

is meg kell említenünk. Ennek részleteivel a dolgozatban nem foglalkozunk.

2.1. A válaszspektrum-módszer

A válaszspektrum-módszer elméleti alapjait a klasszikus szerkezeti dinamika szolgáltatta. A rugalmas, többszabadságfokú rendszerek válaszrezgéseinek meghatározására szolgáló, a sajátlengésalakok kompozíciójára épülő ún. modális módszer ismert volt már a földrengésre való dinamikus méretezési módszerek kifejlesztésének kezdetén is. Lásd pl. Caughey (1960) vagy Biggs

(1964) korai műveit. E módszernél egy n szabadságfokú rendszer egy adott A pontja földhöz viszonyított y elmozdulásának a t időbeni változását leíró $y_A(t)$ függvényt egy adott $x_g(t)$ gerjesztő függvényre az

$$y_A(t) = \sum_{k=1}^{n} c_{A,k}\, y_k(t) \qquad (2.1)$$

alakban kapjuk meg, ahol a $c_{A,k}$ a rendszer k-adik sajátlengésalakjából számítható konstans, az $y_k(t)$ függvény pedig egy olyan egyszabadságfokú rendszer válasza az $x_g(t)$ gerjesztésre, amelynek a sajátfrekvenciája megegyezik a rendszer k-adik sajátfrekvenciájával. E módszer tehát a sokszabadságfokú rendszer vizsgálatát visszavezeti egyszabadságfokú rendszerek számítására, amely egy adott gerjesztőfüggvényre különösebb nehézség nélkül megoldható. (Pl. a Duhamel-integrálmódszer felhasználásával (Newmark és Rosenblueth (1971))).

A földrengésre való méretezésnél az jelentette az igazi nehézséget, hogy a rengéshullámok olyannyira szabálytalan és rengésről rengésre változó gerjesztést jelentenek, hogy a szerkezet maximális elmozdulásának megbízható becsléséhez nagyszámú gerjesztőfüggvénnyel egyenként is nagy számításigényű kalkulációt kellett elvégezni. Az áttörést a számítógépek megjelenése hozta, amikor a különböző sajátfrekvenciájú, egyszabadságfokú rendszerek válaszmozgását nagyszámú, véletlenszerűen generált vagy tényleges földrengéseknél mért gerjesztés alapján határozhatták meg. Housner (1941) alapötlete nyomán a számított válaszmozgások maximális értékeiből egy ún. válaszspektrumgörbét lehetett felrajzolni, ami most már a tervezés alapjául szolgálhatott. A tervezőnek ezek után már csak a $c_{A,k}$ konstansok kiszámítását kellett elvégeznie, hiszen az $y_k(t)$ függvények maximális értékeit a válaszspektrumgörbékből vehette.

Ezeknek a válaszspektrumgörbéknek a kezdeti megalkotói közül Housner, Martel, Alford (1953), Newmark (1969), Newmark és Hall (1969) munkásságát kell kiemelnünk. Bár ezeket a görbéket rugalmas rezgőrendszerek vizsgálata alapján határozták meg, ezeknek a felhasználásával, egyszerű energetikai megfontolásokkal a rugalmas-képlékeny rendszerekre is konstruáltak közelítő görbéket (Newmark és Hall (1973)). Azt, hogy ezeket a görbéket milyen esetekben szabad alkalmazni, mikor követünk el a biztonság kárára vagy javára hibát, nagyon sokan vizsgálták. E vizsgálatok közül talán a legátfogóbb a kiterjedt számítógépes szimuláción alapuló Lai- és Biggs-féle (1980) dolgozat. Vizsgálataik alapján módosították az addig felállított görbéket.

Mindezen görbék az egyszabadságfokú rezgőrendszerre vonatkoznak. Nyilvánvaló, hogy alkalmazásuk többszabadságfokú rendszerekre csak mint közelítő módszer fogható fel. Azáltal, hogy a keret különböző keresztmetszeteiben jelentkező képlékeny csuklók kialakulásának a rendszer dinamikai jellemzőire való visszahatását nem vizsgáljuk, lényegesnek tűnő hatást hanyagolunk el. Tansirikongnol és Pecknold (1980) bemutat egy iterációs módszert, amelyben ezt a hatást a sajátlengésalakok módosításával egy közelítő eljárás segítségével figyelembe veszi.

A válaszspektrumgörbék vizsgálata, új görbék konstruálása (ellenőrzés több szabadságfok, más anyagtörvények esetére stb.) még ma is a földrengéstudomány napirenden lévő témái közé tartoznak. Meg kell jegyeznünk, hogy a legtöbb ország földrengésre való méretezési szabványa valamilyen módon a válaszspektrum-módszer eredményeire épül.

Magyar nyelven Bisztricsányi (1974), Csák, Hunyadi, Vértes (1981) és Tornyos (1985) műveiben olvashatunk a válaszspektrum-módszerről.

2.2. A szimulációs módszer

Ahogy a módszer elnevezéséből egyenesen következik, e módszert alkalmazva tervezendő szerkezetünk modelljét olyan szimulált, véletlenszerű gerjesztésnek vetjük alá, amit a számtógépekbe általánosan beépített véletlenszámgenerátor segítségével állítunk elő vagy már megtörtént földrengések alapján programozunk be. A módszer kétségtelen előnye, hogy használatával egészen komplikált szerkezetek válaszrezgéseit is megkaphatjuk, ha a mozgás differenciálegyenlet-rendszerét kis időlépcsőkben numerikusan megoldva végigkövetjük a rengés folyamatát. E módszerrel tetszőleges anyagtörvény vagy akár az alakváltozásokra tett korlátozó feltételezések figyelembevételére is lehetőség nyílik. Az alkalmazás nyilvánvaló korlátja a rendkívül nagy számításigényből fakad. Valóságos szerkezetek szimulációs vizsgálata ma csak egészen nagy számítógépeken valósítható meg. Ugyanakkor a számítógépek fejlődésével várható a módszer mind szélesebb körű elterjedése.

A számítógépes szimuláció ma már a matematika egy külön ágát jelenti. Használatával tetszőlegesen felvett sűrűségfüggvénnyel rendelkező valószínűségi változókból álló statisztikai mintákat tudunk létrehozni (Monte-Carlo módszer). Ez a mi esetünkben annyit jelent, hogy mind a gerjesztést jelentő x_g támaszelmozdulás nagyságának, mind a változás időbeni eloszlásának jellemzésére előre fel tudunk venni a valóságos helyzetet jól megközelítő sűrűségfüggvényeket.

A földrengéssel foglalkozó kutatásokban ma általánosan használt módszer a számítógépes szimuláció az elméleti eredmények ellenőrzésére. Hivatkozásul itt csak Bycroft (1960) dolgozatát említjük meg, aki elsőként szimulált fehér-zajt a földrengés modellezésére.

Természetesen a több esetre elvégzett számítógépes futtatások eredményeinek kiértékeléséhez a matematikai statisztika eszközeit kell használnunk.

2.3. A véletlenrezgés-elméleten alapuló módszer

A "véletlenrezgés-elmélet" véletlenszerűen gerjesztett dinamikai rendszerek vizsgálatával foglalkozik. A gerjesztést ún. sztochasztikus folyamatként (3. fejezet) veszi fel, ami annyit jelent, hogy a kezdeti adatok leírására valószínűségelméleti eszközöket használ. Ennek megfelelően az eredményként kapott adatok is ilyen jellegűek. A végső cél általában az, hogy meghatározzuk a valószínűségét annak, hogy egy adott idő alatt a szerkezet valamely előre definiált módon tönkremegy. Ehhez persze előzőleg a rezgőrendszer egyes elemeinek elmozdulásait jellemző paramétereket (pl. ezek várható értékét, szórását stb.) kell kiszámítani.

A véletlenrezgés-elmélet a ma legdinamikusabban fejlődő tudományágak egyike. Eredményeinek valószínűségi jellege a gyakorlat igényeinek kiválóan megfelel. A részletek a 3. fejezetben találhatók meg.

3. A VÉLETLENREZGÉS-ELMÉLET NÉHÁNY ALAPFOGALMA

Az alábbiakban a véletlenrezgés-elmélet legfontosabb alapfogalmait ismertetjük. Az irodalmi áttekintésnél aláhúzással jelöljük meg azoknak a fogalmaknak az első előfordulását, amelyeket most áttekintünk. Az ismertetett fogalmak mindegyike külön bekezdésbe kerül. A bekezdésen belül a fogalom definícióját — jellel jelöljük, míg a megértést elősegítő magyarázatokat * jellel látjuk el. A bekezdésen belül a fogalmat aláhúzással jelöljük.

A fogalmak és összefüggések egyszabadságfokú rezgőrendszerre vonatkoznak, ahol a rezgés egy m tömegpont rezgését jelenti. A sztochasztikus folyamatok közül csak a folytonos, valós folyamatokkal foglalkozunk.

A fejezet összeállításánál Rényi (1954), Lin (1967), Robson (1970), Korn és Korn (1975), valamint Ibrahim (1985) munkáira támaszkodtunk.

— Az <u>időállandó rezgőrendszer</u> olyan rezgőrendszer, amelynél az m tömegpontra ható erő csak a tömegpont x elmozdulásától és $\dot{x}$ sebességétől függ, de az időtől független. A mozgást leíró Newton-féle differenciálegyenlet

$$m(\ddot{x} + \ddot{x}_g) = g(x,\dot{x}) \qquad (3.1)$$

alakú, ahol a $g(x,\dot{x})$ függvény a tömegpontra ható erőt jelöli.

— A lineáris időállandó rezgőrendszer olyan időállandó rezgőrendszer, ahol $g(x,\dot{x})$ a tömegpontra ható erő függvény lineáris és

$$g(x,\dot{x}) = -c\dot{x} - kx \qquad (3.2)$$

alakú. A c és k egy-egy konstanst jelöl. c-t a viszkózus csillapítás tényezőjének, k-t lineáris rugómerevségnek vagy egyszerűen rugómerevségnek nevezzük.

* A mozgás differenciálegyenletét az $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$; $d = \frac{c}{2\omega_0 m}$; $z = -\ddot{x}_g$ jelölések bevezetésével az

$$\ddot{x} + 2\omega_0 d\,\dot{x} + \omega_0^2 x = z \qquad (3.3)$$

alakúra hozhatjuk, ahol ω_0 a rezgőrendszer saját körfrekvenciája, d a csillaptás mértékét, $z = z(t)$ pedig a gerjesztést jelöli.

— A nemlineáris időállandó rezgőrendszernél a $g(x,\dot{x})$ függvény tetszőleges folytonos függvény lehet.

— A lineáris időállandó rezgőrendszert kis csillapítású vagy gyengén csillapított rezgőrendszernek nevezzük, ha a d csillapítás mértéke 1-nél sokkal kisebb (kb. $d < 0{,}1$).

— A hiszteretikus rezgőrendszer az időállandó rezgőrendszerrel szemben egy olyan rezgőrendszer, amelyben a tömegpontra egy adott pillanatban ható erő az addig a pillanatig történt mozgás időbeni lefolyásától is függ.

* Legjellemzőbb példa erre a rugalmas-képlékeny rezgőrendszer, hiszen az erő-elmozdulás összefüggés a maradó képlékeny alakváltozás függvénye is. (A korábbi mozgások miatti maradó alakváltozás "eltolja" a $g(x,\dot{x})$ függvényhez tartozó koordináta-rendszer kezdőpontját.)

— A külső gerjesztés a rezgőrendszerre ható olyan külső hatás, amely független a rezgőrendszer felépítésétől.

— A parametrikus gerjesztés a külső gerjesztéssel szemben olyan hatás, ami a rendszer tömegének, csillapításának vagy merevségének időbeni változásából fakad.

* Az elnevezés arra utal, hogy ebben az esetben a (3.3) egyenlet együtthatóinak (paramétereinek) változásáról van szó.

— A lineáris időállandó rezgőrendszer $|H(\omega)|^2$ átviteli függvénye azt mutatja meg, hogy egy ω körfrekvenciájú szinuszos külső gerjesztésre adott állandósult válasz amplitúdója hányszorosa a gerjesztés amplitúdójának:

$$H(\omega) = \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2\,i\,d\,\omega\,\omega_0)} \tag{3.4}$$

Itt i a komplex függvénytanban használatos képzetes egységet jelöli.

-- Egy időtől függő véletlen folyamat összes lehetséges realizációját jelentő $\tilde{z}_1(t)$, $\tilde{z}_2(t)$,... mintafüggvények halmazát z(t) sztochasztikus folyamatnak nevezzük. Az, hogy az összes lehetséges mintafüggvény közül melyik fog bekövetkezni (realizálódni), véletlen esemény. Ennek megfelelően egy adott t_1 időponthoz tartozó $Z(t_1)$ érték is valószínűségi változó. A sztochasztikus folyamatot a tetszőlegesen felvett és rögzített ν darab időpont minden véges $[t_1, t_2, \ldots, t_\nu]$ halmazához tartozó $Z(t_1)$, $Z(t_2)$, ..., $Z(t_\nu)$ valószínűségi változók együttes eloszlása határozza meg.

* Mivel a t független változó valós szám és a ν darabszám is tetszőlegesen nagy lehet, egy sztochasztikus folyamat meghatározásához általános esetben végtelen sok adat, végtelen sok eloszlásfüggvény szükséges. A gyakorlatban azonban csak speciális esetekkel foglalkozunk, amikor a folyamatot véges sok adattal jellemezzük.

* Attól függően, hogy a t független változónak hány rögzített értékére adjuk meg ezeket az eloszlásokat, beszélünk első-, másod-, harmadrendű stb. eloszlásokról. Például az

-- elsőrendű eloszlásfüggvény:

$$F_{(1)}(z_1,t_1) \equiv P[Z(t_1) \leq z_1], \tag{3.5}$$

-- másodrendű eloszlásfüggvény:

$$F_{(2)}(z_1,t_1;\ z_2,t_2) \equiv P[Z(t_1) \leq z_1;\ Z(t_2) \leq z_2], \tag{3.6}$$

ahol $F_{(1)}$,$F_{(2)}$ a sztochasztikus folyamat értékeinek eloszlásfüggvényét, z_1,z_2 konkrét számértéket, $P[.]$ pedig a valószínűség mértékét jelölik.

Ezen eloszlások sűrűségfüggvényeit az

$$f_{(1)}(z_1,t_1) = \frac{\partial F_{(1)}}{\partial z_1} \tag{3.7}$$

és

$$f_{(2)}(z_1,t_1;\ z_2,t_2) = \frac{\partial^2 F_{(2)}}{\partial z_1\,\partial z_2} \tag{3.8}$$

összefüggésekkel kapjuk meg.

* A továbbiakban az eloszlás-, ill. sűrűségfüggvények rendjére utaló alsó indexeket elhagyjuk.

— Ha egy sztochasztikus folyamathoz tartozó eloszlások minden rögzített $[t_1, t_2, \ldots, t_\nu]$ értékre normálisak, akkor normális eloszlású vagy Gauss-folyamatról beszélünk.

* A Gauss-folyamatot az első- és a másodrendű összefüggések egyértelműen meghatározzák.

— A z(t) sztochasztikus folyamatot stacionáriusnak nevezzük, ha a folyamathoz tartozó eloszlások egyike sem változik meg, ha a t helyébe $(t + t_o)$ lép:

$$F(z_1, t_1 + t_o; z_2, t_2 + t_o; \ldots; z_n, t_n + t_o) = \\ = F(z_1, t_1; z_2, t_2; \ldots; z_n, t_n) \tag{3.9}$$

* Ez azt jelenti, hogy stacionárius folyamatoknál az n-edrendű eloszlások csupán az n-1 számú $\tau_1=t_2-t_1$, $\tau_2=t_3-t_1$, ..., $\tau_{n-1}=t_n-t_1$ különbségtől függenek.

— A modulált stacionárius folyamat egyes jellemzőit (lásd később pl. az autokorrelációs függvényt, spektrális sűrűségfüggvényt) egy stacionárius folyamat jellemzőinek egy determinisztikus időfüggvénnyel való megszorzása útján kapjuk.

— A z(t) sztochasztikus folyamatot ergodikusnak nevezzük, ha annak bármely $\tilde{z}(t)$ mintafüggvénye önmagában egyértelműen definiálja a z(t) folyamatot. Bármely $\tilde{z}(t)$ mintafüggvény alapján meghatározott statisztikai jellemzők 1 valószínűséggel azonosak a z(t) folyamat megfelelő jellemzőjével.

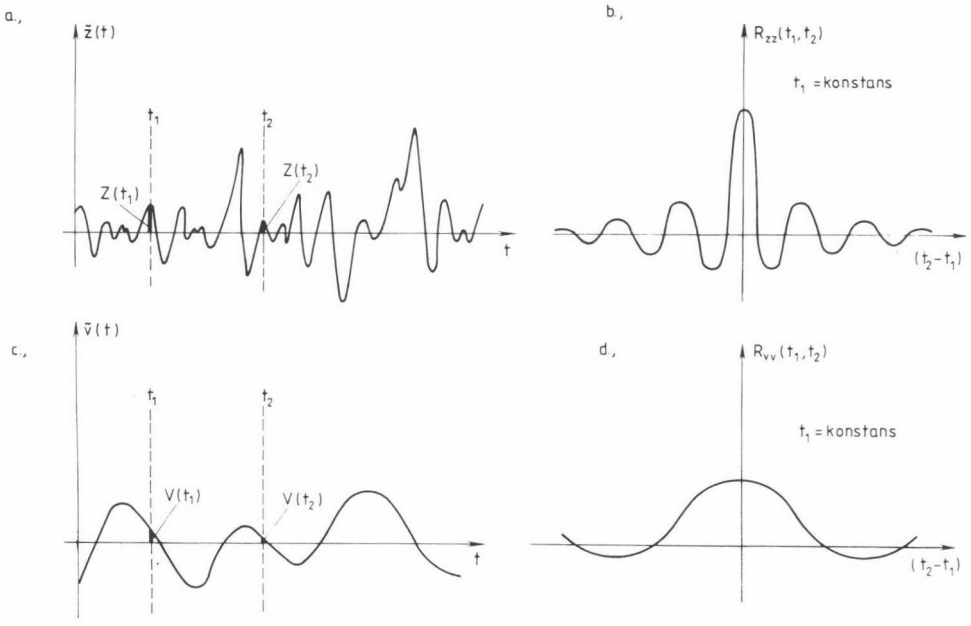
* Egy ergodikus sztochasztikus folyamat szükségképpen stacionárius is.

— A z(t) sztochasztikus folyamat $R_{zz}(t_1,t_2)$ autokorrelációs függvényén az

$$R_{zz}(t_1,t_2) = E\,[Z(t_1)\; Z(t_2)] \tag{3.10}$$

várható értékét értjük.

* Ha az $R_{zz}(t_1,t_2)$ kétváltozós függvényt a t_1 rögzített időpillanatban vizsgáljuk, akkor a függvény t_2 szerinti változása szemléletesen jellemzi a folyamat mintafüggvényeinek "milyenségét". Tényleges fizikai folyamatok esetében általában belátható, hogy ha a (t_2-t_1) különbség tart a végtelenhez, az $R_{zz}(t_1,t_2)$ várható érték a nulla értékhez konvergál, hiszen a $Z(t_1)$, $Z(t_2)$ változók mindinkább függetlenek lesznek egymástól. A konvergencia gyorsasága a valószínűségi változók korrelációjának mértékére utal. (Ez a mintafüggvények időbeni változásának, "csipkézettségének" fokában nyilvánul meg (3. ábra).)



3. ábra.

a) A z(t) sztochasztikus folyamat egy $\tilde{z}(t)$ mintafüggvénye

b) Az $R_{zz}(t_1,t_2)$ autokorrelációs függvény

c) A v(t) sztochasztikus folyamat egy $\tilde{v}(t)$ mintafüggvénye

d) Az $R_{vv}(t_1,t_2)$ autokorrelációs függvény

* Stacionárius folyamatoknál az $R_{zz}(t_1,t_2)$ kétváltozós függvény helyébe az $R_{zz}(\tau)$ egyváltozós függvény lép, ahol τ a $\tau=t_2-t_1$ különbséget jelenti.

* Valós folyamatok esetében fennáll az $R_{zz}(\tau) = R_{zz}(-\tau)$ összefüggés.

* A $t_1=t_2$, illetve stacionárius esetben a $\tau=0$ eset a sztochasztikus folyamat értékeinek $\sigma^2[Z(t_1)]$ szórásnégyzetét adja meg (feltéve, hogy $E[Z(t_1)] = 0$.

* Az autokorrelációs függvény a stacionárius folyamat fontos jellemzője. Sokszor nem is ismerjük a folyamat értékeinek eloszlását, csak ezt a függvényt ismerjük.

— A stacionárius z(t) sztochasztikus folyamat $S_{zz}^{(2)}(\omega)$ kétoldali spektrális sűrűségfüggvényén az $R_{zz}(\tau)$ autokorrelációs függvény 2π-vel osztott Fourier-transzformáltját értjük:

$$S_{zz}^{(2)}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{zz}(\tau)\, e^{-i\omega\tau}\, d\tau \quad (-\infty < \tau < +\infty) \tag{3.11}$$

* Fennáll az

$$R_{zz}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{zz}^{(2)}(\omega)\, e^{i\omega\tau} d\omega \quad (-\infty < \tau < +\infty) \tag{3.12}$$

inverz összefüggés is.

— Az $S_{zz}^{(1)}(\omega)$ egyoldali spektrális sűrűségfüggvényt az

$$S_{zz}^{(1)}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{+\infty} R_{zz}(\tau)\, e^{-i\omega\tau}\, d\tau \quad (0 \leq \omega \leq \infty) \tag{3.13}$$

összefüggés definiálja.

— A továbbiakban az $S_{zz}(\omega)$ spektrális sűrűségfüggvény alatt mindig az egyoldali spektrális sűrűségfüggvényt értjük.

* A spektrális sűrűségfüggvénynek a (3.13)-n kívül egy másik, közvetlenül értelmezhető definícióját is adhatjuk. E közvetlen értelmezést az ergodikus folyamatok esetében a legkönnyebb szemléltetni, így azt a következőkben erre vonatkozóan mutatjuk meg. Megjegyezzük azonban, hogy a definíció nemcsak ergodikus, de szükségképpen stacionárius folyamatokra vonatkozik.

Egy periodikus x(t) függvényt, amelynek a periódusa $T = 2\pi/\omega_1$, ha Fourier-sorba fejtünk, akkor az

$$x(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} c_r\, e^{ir\omega_1 t} \tag{3.14}$$

alakot kapjuk, ahol

$$c_r = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t)\, e^{-ir\omega_1 t}\, dt \tag{3.15}$$

és r egész szám. A c_r együttható nagysága arra utal, hogy az $e^{ir\omega_1 t}$ függvény milyen súllyal szerepel a (3.14) összegzésben.

Egy nem periodikus x(t) függvényt csak akkor tudunk Fourier-sorba fejteni, ha úgy tekintjük, mint egy végtelen periódusú függvényt. Ekkor az

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(i\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega \tag{3.16}$$

összefüggést kapjuk, ahol

$$A(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-i\omega t}\, dt. \qquad (3.17)$$

A (3.17) összefüggésben $A(i\omega)$ egy ω-ban folytonosan változó függvényt jelöl, ami a (3.15) összefüggéshez hasonlóan szintén arra utal, hogy az $e^{i\omega t}$ függvény milyen súllyal szerepel a (3.16) összefüggésben.

Ha figyelembe vesszük, hogy

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t, \qquad (3.18)$$

akkor látható, hogy ez a súlyozás az ω körfrekvenciájú (a továbbiakban csak egyszerűen ω frekvenciáról beszélünk) $T=\frac{2\pi}{\omega}$ periódusú szinusz, ill. koszinusz függvényekre vonatkozik.

Tegyük fel, hogy az $x_L(t)$ függvénynek csak a $[0,L]$ intervallumon van nullától különböző értéke. Ekkor az $x_L^2(t)$ függvénynek a $[0,L]$ intervallumon vett $E[x_L^2(t)]$ átlagát az

$$E[x_L^2(t)] = \frac{1}{L}\int_0^L x_L^2(t)\, dt = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{+\infty} x_L^2(t)\, dt \qquad (3.19)$$

összefüggéssel határozhatjuk meg. Ha a (3.19) összefüggésbe $x_L(t)$-nek a (3.16) szerinti alakját helyettesítjük, akkor az

$$E[x_L^2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi L} |A_L(i\omega)|^2\, d\omega \qquad (3.20)$$

egyenlőségre jutunk. Ha az intervallum L hosszát minden határon túl növeljük, akkor a (3.20) összefüggést kiterjeszthetjük az olyan $x_L(t)$ függvényekre is, amelyeknek az értelmezési tartománya a teljes $(0,\infty)$ intervallum. Ekkor a (3.20) összefüggés az

$$E[x_L^2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \lim_{L\to\infty}\left[\frac{1}{L}|A_L(i\omega)|^2\right] d\omega \qquad (3.21)$$

alakra módosul. Amennyiben az $x_L(t)$ függvény a $z(t)$ ergodikus stacionárius sztochasztikus folyamat egy $\tilde{z}(t)$ mintafüggvényét jelöli, úgy az $E[x_L^2(t)]$ átlag az $E[z^2(t)]$ várható értékként értelmezhető. Ha a folyamat elsőrendű el-

oszlásának $E[Z(t)]$ várható értéke nullával egyenlő, az $E[Z^2(t)]$ várható érték a folyamat elsőrendű eloszlásának $\sigma^2[Z(t)]$ szórásnégyzetével azonos. A (3.21) integrálban szereplő kifejezésre a

$$\lim_{L\to\infty}\left[\frac{1}{L}|A_L(i\omega)|^2\right] = S_{zz}^{(2)}(\omega) \tag{3.22}$$

jelölést alkalmazzuk, és az $S_{zz}^{(2)}(\omega)$-t a z(t) sztochasztikus folyamat kétoldali spektrális sűrűségfüggvényének nevezzük. A (3.21) kifejezés alapján felírható

$$\sigma^2[Z(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{zz}^{(2)}(\omega)\,d\omega = \int_{0}^{+\infty} S_{zz}(\omega)\,d\omega \tag{3.23}$$

összefüggés a spektrális sűrűségfüggvény alapvető, közvetlenül is értelmezhető jelentésére mutat. Eszerint az $S_{zz}(\omega)$ függvénynek az ω-ban mért értéke arra utal, hogy ha a sztochasztikus folyamatot harmonikus (szinusz, illetve koszinusz) függvények összegének tekintjük, akkor ebben az összegzésben az ω frekvenciájú függvények milyen súllyal szerepelnek. Az $S_{zz}(\omega)d\omega$ szorzat azt mutatja meg, hogy az $\left[\omega - \frac{d\omega}{2},\ \omega + \frac{d\omega}{2}\right]$ frekvenciatartományba eső harmonikus függvények mennyiben "járulnak hozzá" a folyamat teljes $\sigma^2[Z(t)]$ szórásnégyzetének mértékéhez.

* Bizonyítható, hogy a spektrális sűrűségfüggvény előbbiekben adott két definíciója egymással ekvivalens.

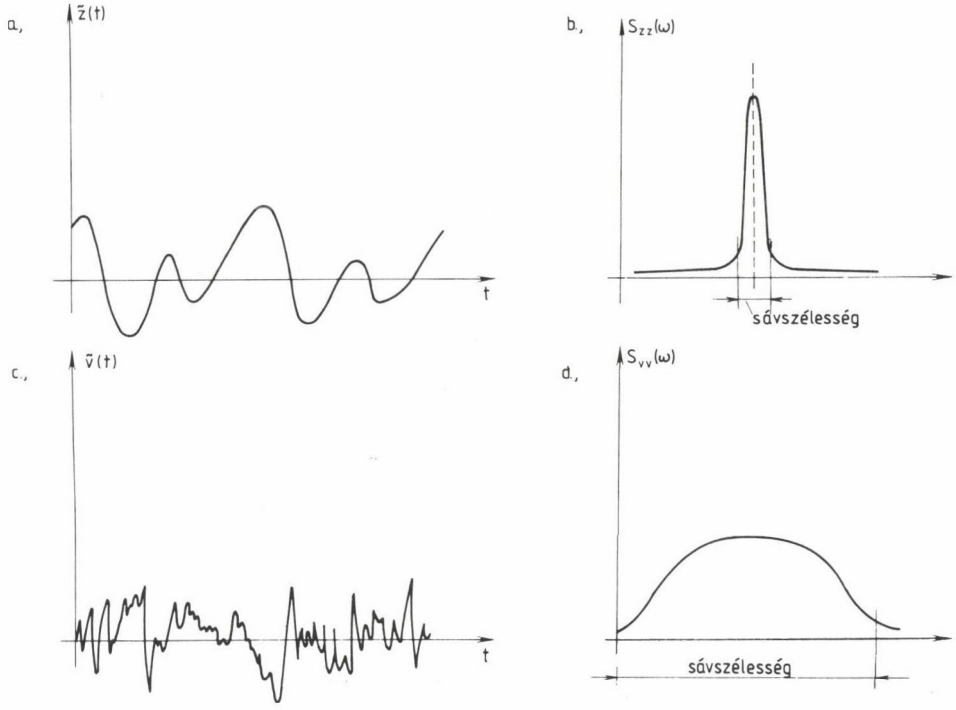
* Az autokorrelációs függvényhez hasonlóan a spektrális sűrűségfüggvény sem határozza meg egyértelműen a folyamatot, mivel nem adja meg annak pontos eloszlását. Mégis nagyon fontos jellemzője egy folyamatnak, amelyről sok esetben nem is tudunk mást.

— Azokat a számítási módszereket, amelyek a rezgőrendszerek időtől függő jellemzőit (pl. az autokorrelációs függvényt) használják a rezgőrendszer viselkedésének leírására, <u>időteret</u> használó módszereknek nevezzük.

— Az időteret használó módszerekkel szemben a <u>frekvenciateret</u> használó módszerek a rezgőrendszer spektrális tulajdonságát használják a leírásra.

— A z(t) sztochasztikus folyamatot <u>kis sávszélességű folyamatnak</u> nevezzük, ha az $S_{zz}(\omega)$ spektrális sűrűségfüggvénynek az értékei az ω frekvenciatartomány egy viszonylag szűk intervallumában jelentősek, az intervallumon kívül ezeknél sokkal kisebbek, nulla körüli értékek.

* A kis csillapítású rezgőrendszer válaszrezgése kis sávszélességű folyamat.



4. ábra.

a) A keskeny sávszélességű z(t) sztochasztikus folyamat egy $\tilde{z}(t)$ mintafüggvénye

b) Az $S_{zz}(\omega)$ spektrális sűrűségfüggvény

c) A széles sávszélességű v(t) sztochasztikus folyamat egy $\tilde{v}(t)$ mintafüggvénye

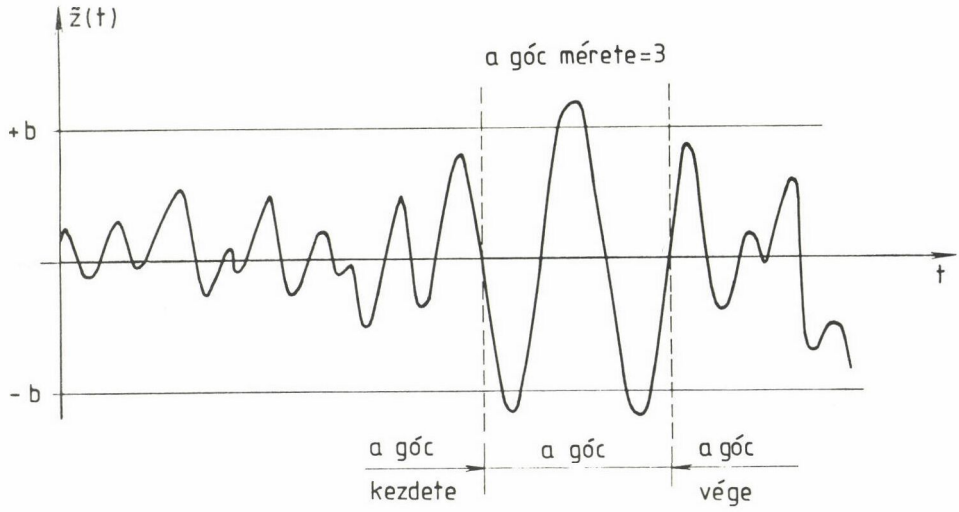
d) Az $S_{vv}(\omega)$ spektrális sűrűségfüggvény

— Értelemszerűen a nagy sávszélességű folyamatoknál a spektrális sűrűségfüggvény az ω frekvencia széles tartományán vesz fel a nullánál jelentősen nagyobb értékeket.

* A 4. ábrán rajzoltunk fel egy kis és egy nagy sávszélességű folyamatnak megfelelő mintafüggvényeket és spektrális sűrűségfüggvényeket.

— Ha a kis sávszélességű folyamat egy mintafüggvényének görbéje átlép egy előre megadott $\pm b$ korlátot, akkor nagy a valószínűsége annak, hogy az átlépést követő újabb "periódusokban" újra átlépi a korlátot. Ezt a viselkedést góceffektusnak hívjuk, utalva arra, hogy az átlépések csoportokban, gócokban (angolul: clump) történnek (5. ábra).

— A góc méretének az egy gócon belüli, egymást követő átlépések darabszámát hívjuk.



5. ábra. Egy góc a z(t) sztochasztikus folyamaton belül

— Egy z(t) sztochasztikus folyamat csúcseloszlásán a $\tilde{z}(t)$ mintafüggvények lokális maximumainak eloszlását értjük. Jellemzése általában az $f(z)_t$ sűrűségfüggvénnyel történik. Ennek jelentése a következő: ha egy $\tilde{z}(t)$ mintafüggvénynek a t_1 időpontban lokális maximuma van, akkor annak a valószínűsége, hogy ez a maximum a $[z - dz/2,\ z + dz/2]$ intervallumba esik, $f(z)_{t_1}\,dz$.

— Egy z(t) sztochasztikus folyamat memóriájának mértékén azt az n számot értjük, amely azt mutatja meg, hogy a folyamat t_m időpontbeli eloszlásának meghatározásához hány korábbi $t_1 < t_2 < \ldots < t_n < t_m$ időpontbeli eloszlás ismerete szükséges.

— A Markov-folyamat olyan sztochasztikus folyamat, amely memóriájának a mértéke n=1.

— Egy Markov-folyamat egyértelműen megadható vagy egy másodrendű eloszlással, vagy egy elsőrendű eloszlással és az állapotátviteli sűrűségfüggvénnyel. Ez utóbbi alatt az

$$f(z_2,t_2|z,t) \qquad t < t_2 \tag{3.24}$$

függvényt értjük. Ez a sűrűségfüggvénya $t=t_1$ időpontban megadott $Z(t_1) = z_1$ kezdeti értékekkel együtt teljesen meghatározza a Markov-folyamat t_2 időpontbeli eloszlását.

— A Fokker--Planck--Kolgomorov vagy rövidítve FPK egyenlet az f állapotátviteli sűrűségfüggvény meghatározására szolgál. Két formája ismeretes. Nevezetesen a

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 f}{\partial^2 z} = 0 \qquad (3.25)$$

és

$$\frac{\partial f}{\partial t_2} + \frac{\partial}{\partial z_2}(af) - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial^2 z_2}(bf) = 0 \qquad (3.26)$$

alakok. Az egyenletben szereplő a és b együtthatókat az alábbi összefüggések definiálják:

$$a = a(z,t) = \lim_{\Delta t \to o} \frac{1}{\Delta t} E\left[Z(t + \Delta t) - Z(t) \middle| Z(t) = z\right] \qquad (3.27)$$

$$b = b(z,t) = \lim_{\Delta t \to o} \frac{1}{\Delta t} E\left[(Z(t + \Delta t) - Z(t))^2 \middle| Z(t) = z\right] \qquad (3.28)$$

Az $E[|]$ szimbólum feltételes várható értéket jelöl.

* A mi esetünkben (amikor rezgőrendszert vizsgálunk) az a,b együtthatók a rezgőrendszert jellemző paraméterek alapján számíthatók.

-- Ha egy z(t) sztochasztikus folyamatnál a $\tilde{z}(t)$ mintafüggvények értékeinek megváltozásai az egymáshoz csatlakozó $t_n - t_{n-1}$ és $t_{n+1} - t_n$ időtartamok alatt egymástól függetlenek, a folyamatot additív folyamatnak nevezzük.

-- Azt az additív Markov-folyamatot, ahol $\tilde{z}(s) - \tilde{z}(t)$ értéke minden t és s időpillanatra ($t < s$) nemnegatív egész szám és teljesül az ún. ritkasági feltétel:

$$\lim_{\Delta t \to o} \frac{P[\tilde{z}(t + \Delta t) - \tilde{z}(t) > 1]}{P[\tilde{z}(t + \Delta t) - \tilde{z}(t) = 1]} = 0 \qquad (3.29)$$

Poisson-folyamatnak nevezzük.

* A ritkasági feltétel azt fejezi ki, hogy annak a valószínűsége, hogy a kicsiny Δt idő alatt $\tilde{z}(t)$ értéke 1-nél többel növekedik, elenyészően kicsi ahhoz képest, hogy $\tilde{z}(t)$ értéke pontosan 1-gyel nő meg. A Poisson-folyamatot a λ paraméterrel jellemezzük, ahol λ az időegység alatt bekövetkező események átlagos száma.

-- Az összetett Poisson-folyamat elnevezésnek kétféle értelmezése is előfordul az irodalomban. Ezek a következők:

a) Az egyik értelmezés szerint összetett Poisson-folyamatról beszélünk, ha a Poisson-folyamatra vonatkozó ritkasági feltételt elhagyjuk.

b) Az összetett Poisson-folyamat egy másik, a későbbiekben általunk is használt értelmezése a következő:

Az y(z(t)) folyamatot, ahol

$$Y(Z(t)) = X_1 + X_2 + \ldots + X_{Z(t)} \tag{3.30}$$

és $X_1, \ldots X_{Z(t)}$ azonos eloszlású valószínűségi változókat jelöl, Z(t) pedig a z(t) Poisson-folyamat t időpillanatban vett értéke (mely maga is valószínűségi változó), összetett Poisson-folyamatnak nevezzük.

— Ha a z(t) sztochasztikus folyamatot a

$$z(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k \, v(t,t_k) \tag{3.31}$$

alakban állítjuk elő, Poisson-folyamat által generált impulzus-zajról beszélünk. Itt N(t) az n(t) Poisson-folyamat t időpillanatban felvett értéke, Y_k időtől nem függő, adott eloszlású valószínűségi változó, a $v(t,t_k)$ függvény pedig determinisztikus függvény, ami leírja a t_k véletlen időpontban kezdődő időfüggvény (impulzusfüggvény) alakját.

— A fehér-zaj olyan Poisson-folyamat által generált impulzuszaj, ahol Y_k várható értéke nulla, az Y_k és a t_k valószínűségi változók egymástól függetlenek és a $v(t,t_k)$ függvény a $\delta(t - t_k)$ Dirac-deltát jelöli.

Tehát a fehér zaj

$$z(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k \, \delta(t - t_k) \tag{3.32}$$

alakban írható fel.

* Bizonyítható, hogy a fehér-zaj spektrális sűrűségfüggvénye egy konstans függvény, melynek értékét a fehér-zaj intenzitásának hívjuk. Ez azt jelenti, hogy elsőrendű eloszlásának szórásnégyzete végtelen nagy, tehát tényleges fizikai folyamatokat nem írhat le. Bevezetése mégis nagyon fontos, mert használatával sok valóságos folyamat közelítő vizsgálata végezhető el egyszerű eszközökkel.

4. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

A véletlenrezgés-elmélet kialakulásának folyamatáról, fő alkalmazási területeiről, a jelentősebb művekről számos monográfia jelent meg. Ismeretünk szerint a legfrissebb, átfogó értékelést Crandall és Zhu (1983) adta. Irodalmi áttekintésünknél az elmélet általános alkalmazását illetően legfőképpen erre és Crandall (1959) korábbi dolgozatára támaszkodunk. Az 1983-tól napjainkig terjedő időszak eredményeit az általunk hozzáférhető művek alapján saját magunk rendszereztük.

A véletlenrezgés-elmélet a mára alapvetően három ágra szakadt tudományterület közös, összefoglaló neve. Bár a három terület mindegyike a véletlenszerűen gerjesztett rendszerekkel foglalkozik, különbség van az egyes ágak között abban, hogy a rendszert jellemző hármas, nevezetesen a gerjesztés, a rendszer dinamikai jellemzői, illetve a rendszernek a gerjesztésre adott válasza közül melyik kettőt tekinti ismertnek.

— A tönkremenetellel szembeni megbízhatóság számításánál az adott dinamikai rendszer válaszát keressük az ismert gerjesztésre.

— Azt a feladatot, amikor a rendszer dinamikai jellemzőit és válaszát ismerve a gerjesztést keressük, mérési problémának hívjuk.

— A diagnosztikai vagy azonosítási feladatnál a rendszer dinamikai jellemzőit keressük a másik két ismert információ alapján.

A továbbiakban csak a rendszer válasza meghatározásának problémájára térünk ki. A másik két kérdésre vonatkozóan a fenti irodalmakra utalunk.

Dinamikai rendszer véletlen gerjesztésre adott válaszát úttörő munkájában Einstein (1905) vizsgálta először. Egy tömegpont mozgását (a Brown-féle mozgást) vizsgálta, azzal a feltétellel, hogy arra a csillapító erőn kívül egy véletlenszerűen váltakozó gerjesztő erő hat. Ezt az elméletet kompletttebb rezgőrendszerekre (húrra és gerendára) Van Lear és Uhlenbeck (1931) általánosította.

A véletlenrezgés-elmélet (random vibration) elnevezést Lord Rayleigh vezette be 1919-ben egy akusztikai probléma leírására. Az elnevezés mai értelemben vett használata az 1950-es évekre nyúlik vissza, amikor a repülőgép- és rakétaépítés fejlődése során felismerték, hogy a gépek, illetve egyes alkatrészek a véletlenszerű gerjesztés (a turbulens légáramlás, a kilövellő gázok miatti rezgések stb.) miatt mennek tönkre.

Az elmélet kifejlődésében nagy szerepe volt a kommunikációs készülékek zajelmélete és az automatikus szabályozórendszerek elmélete korábbi eredményeinek. Ezeknek -- és így a véletlenrezgés-elméletnek is -- a központi magja a sztochasztikus folyamatok fogalomköre.

A sztochasztikus folyamat az az elméleti modell, amivel a rezgőrendszerek gerjesztését és válaszát matematikailag leírjuk. A determinisztikus feladattal szemben a számításokban az egyszerű számadatok helyett valamilyen statisztikus átlagokat, várható értékeket használunk a jellemzők leírására. A sztochasztikus folyamat legfontosabb jellemzője az autokorrelációs függvény, illetve a spektrális sűrűségfüggvény. A korrelációs függvény koncepcióját Taylor (1920) vezette be, míg ennek spektrális reprezentánsát Wiener (1930) alkotta meg. E jellemzők kiemelkedő fontosságát az adja, hogy ha egy lineáris időállandó rezgőrendszer gerjesztése stacionárius, akkor válaszának ezen jellemzői közvetlen összefüggésben vannak a gerjesztés ugyanezen adataival. C. C. Lin (1943) volt az első, aki ezt a leírásmódot használta egy egyszabadságfokú rezgőrendszer számításakor. A folyamat teljes meghatározásához a folyamat értékeinek eloszlását is ismernünk kell. A számunkra legfontosabb típus a normális eloszlású folyamat, mert ennek az a tulajdonsága, hogy ha egy lineáris rendszer gerjesztése normális eloszlású, akkor a válasza is az.

Rice (1944, 1945) munkássága mérföldkövet jelentett e tudományággal foglalkozók számára. Alapvető munkájában tisztázta a lineáris és a nemlineáris időállandó rendszerek válaszának legfontosabb jellemzőit. Talán az ő dolgozata jelentette a terület dinamikus fejlődésének kezdetét.

Ma már e tudományággal foglalkozó művek köre oly szerteágazó, hogy a rendszerezés is számos szempont szerint történhet. Beszélhetünk egy- vagy többszabadságfokú, lineáris vagy nemlineáris rendszerekről, stacionárius vagy nemstacionárius, külső vagy parametrikus gerjesztésről, válaszról. A megoldási módszereket illetően vannak pontos és közelítő, az idő- vagy a frekvenciateret használó eljárások. Kategóriákat képezhetünk a folyamatok memóriáját illetően is.

A továbbiakban az alábbi -- eléggé átfogó — felosztásban tárgyaljuk a téma irodalmát:

— a lineáris rezgőrendszerek válaszának meghatározása,

— a nemlineáris rezgőrendszerek válaszának meghatározása.

A fent említett egyéb szempontokra (a teljesség igénye nélkül) az egyes alfejezeteken belül térünk ki.

4.1. A lineáris rezgőrendszerek válaszának meghatározása

A lineáris rezgőrendszerek vizsgálatánál általában a frekvenciateret használják. Egy lineáris időállandó egyszabadságfokú rendszer válaszának $S_{xx}(\omega)$ spektrális sűrűségfüggvényét az

$$S_{xx}(\omega) = S_{zz}(\omega) \left|H(\omega)\right|^2 \tag{4.1}$$

összefüggéssel számíthatjuk, ahol $\left|H(\omega)\right|^2$ a rendszer átviteli függvényét, $S_{zz}(\omega)$ a stacionárius gerjesztés spektrális sűrűségfüggvényét jelöli. Ebből megkapható

$$\sigma^2[X(t)] = \int_0^{+\infty} S_{xx}(\omega)\, d\omega \tag{4.2}$$

az x válaszelmozdulás $\sigma^2[X(t)]$ szórásnégyzete. Ez az összefüggés a folyamat értékeinek eloszlásától független. E módszer általánosítása többszabadságfokú rendszerekre Y. K. Lin (1967) nevéhez fűződik, bár művében ő maga hivatkozik korábbi munkákra is. A módszer ilyen kiterjesztését a mátrix-algebra felhasználásával végzi, bevezetve a rendszer különböző input, ill. output adatainak statisztikai összefüggését leíró kovariancia-mátrixokat a tárgyalásba. A módszer módosítására, továbbfejlesztésére számos tanulmány született (pl. Vanmarcke (1976)). Léteznek a válasznak a rendszer sajátlengésalakjaira való szétbontásán alapuló módszerek is. A probléma ma is aktuális, egyes részletkérdések megoldására további kutatások folyanak (Crandall és Zhu (1983)).

Amennyiben a gerjesztés nemstacionárius folyamat, az autokorrelációs függvénybe két függetlenül rögzített időpillanat kerül, ezért a hagyományos spektrális sűrűségfüggvény veszít jelentőségéből, hiszen így ez is időfüggő lesz. Sok esetben nem is a frekvencia-, hanem az időteret használják, és a válasz autokorrelációs függvényét határozzák meg. Elvileg a stacionárius gerjesztés esetére használt módszerek erre az esetre is kiterjeszthetők (Y. K. Lin (1967)), a számítás azonban sok esetben nagyon komplikált. Sokban egyszerűsíti a helyzetet, ha a gerjesztés modulált stacionárius folyamat (Spanos (1980)).

A mérnöki alkalmazás szempontjából az egyik legfontosabb terület a Markov-folyamatok vizsgálata. Különleges jelentősége abból fakad, hogy akkor, ha a gerjesztés fehér-zaj, a rezgőrendszer válasza bizonyíthatóan Mar-

kov-folyamat (Doob (1953); Y. K. Lin (1964)), és így alkalmazhatjuk a FPK egyenletet a válasz állapotátviteli sűrűségfüggvényének kiszámításához. Ez a sűrűségfüggvény a kezdeti feltételekkel együtt alkalmas a rendszer állapotának valószínűségi leírására tetszőleges időpillanatban.

A FPK egyenlet megszületéséről és különböző alkalmazási területeiről számos összefoglaló munka jelent meg. Példaként Roberts (1981) művét és irodalmi hivatkozásait említjük meg. A rezgőrendszer jellemzőinek ismeretében a FPK egyenletben szereplő együtthatókat elméletileg mindig kiszámíthatjuk, így a FPK egyenletet fel tudjuk állítani. A gyakorlatban sajnos csak néhány speciális esetre ismerünk egzakt megoldást. E megoldások megalkotói közül Caughey (1964) munkásságát emeljük ki. Számos közelítő módszer is született a FPK egyenlet megoldására (pl. Bhandari és Sherrer (1968), Wen (1975)). Mivel az egyenlet megoldása a szabadságfok számának növekedésével egyre bonyolultabbá válik, elsősorban elméleti vizsgálatokhoz használják. Legfőképpen a nemlineáris és a parametrikusan gerjesztett rendszerek vizsgálatához nélkülözhetetlen (Ibrahim (1985)).

A parametrikus gerjesztés számunkra legfontosabb esete, amikor a rezgőrendszert nemcsak vízszintes, hanem függőleges értelemben is elmozdulásra kényszerítjük. Sokáig tartotta magát az a nézet, hogy a földrengés függőleges komponensét elhanyagolhatjuk, hiszen a szerkezetek függőleges merevsége sokkal nagyobb a vízszintesnél, így a függőleges rezgésből származó igénybevételeket a szerkezetek elviselik. Az utóbbi években mind több dolgozat foglalkozik mégis ezzel a kérdéssel (pl. Gürpinar és Yao (1973); Y. K. Lin és Shih (1980)). Ennek az az oka, hogy bár a rendszer függőleges rezgése tényleg nem számottevő, a vízszintes rezgésre gyakorolt hatása jelentős lehet.

Amiatt, hogy a támasz függőlegesen is mozog, a keret oszlopaiban változik a normálerő, és ezzel az egyes tömegpontokra ható visszatérítő erő-elmozdulás függvény is. Tehát a földrengés függőleges komponense hatásának figyelembevételét nem a rendszer stabilitásának vizsgálata indokolja (hiszen a stabilitási biztonsága nagy), hanem a vízszintes válaszrezgésre gyakorolt befolyása. Az említett hatások vizsgálatához már másodrendű elméletet kell használni, hiszen az elmozdulásoknak a dinamikai rendszer jellemzőire való visszahatását vesszük figyelembe.

A rezgőrendszer válaszának statisztikai leírása alapján lehetőség nyílik a tönkremenetellel szembeni megbízhatóság értelmezésére és számítására. A tönkremenetel állapotát alapvetően kétféle megközelítésben értelmezhetjük:

a) Akkor tekintjük tönkrementnek a szerkezetünket, ha a rezgőrendszer válasza első alkalommal halad meg egy általunk előre definiált elmozdulásértéket (ún. korlátot).

b) Akkor tekintjük tönkrementnek a szerkezetünket, ha valamely előre definiált, a rendszer "elhasználódására" utaló kicsiny mennyiség (pl. a maradó alakváltozás növekménye) a rendszer működési ideje alatt olyannyira felhalmozódik, összegződik, hogy ez az összegzett mennyiség elér egy bizonyos mértéket.

A megbízhatóság értéke mindkét esetben annak a valószínűségével egyenlő, hogy a tönkremenetel az adott időpillanatig nem következik be. Lineáris rendszereknél az első átlépést tekintik általában a tönkremenetelnek. Abban az esetben, ha a korlát értéke nagy, és feltételezhető az, hogy a rendszer válaszfüggvénye ritkán éri el ezt a korlátot, akkor a korlátlépéseket leíró folyamat Poisson-folyamatként modellezhető. Ekkor az első átlépés valószínűségét könnyen számíthatjuk. Coleman (1959) alkalmazta először ezt a modellt, amelynek ma már számos módosított, kiterjesztett változata létezik. Vanmarcke (1975) művét említjük meg, aki különböző esetekre egyszerű, könnyen alkalmazható számítási képleteket adott. Ha az egyes átlépések nem tekinthetők egymástól független eseménynek, a megoldás nagyon bonyolulttá válik. Általában meg kell elégednünk az első átlépés valószínűségének valamilyen alsó vagy felső becslésével. Shinozuka (1964) publikált először módszert ilyen korlátok számítására. Azóta sok dolgozat foglalkozik ezzel a témakörrel. Leadbetter, Lindgren és Rootzen (1983) könyvében megtalálhatjuk a probléma átfogó tárgyalását.

4.2. A nemlineáris rezgőrendszerek válaszának meghatározása

A nemlineáris rendszerekkel foglalkozó irodalom áttekintésekor meg kell különböztetnünk a nemlineáris időállandó és a hiszteretikus rendszereket. Míg az előbbi a különböző tudományágak számos területén (elektronika, zajelmélet stb.) előfordul, és így hatalmas irodalma van, addig az utóbbi leginkább a szerkezeti rendszerek vizsgálatánál fordul csak elő, és irodalma is szerényebb. Mára a nemlineáris időállandó rendszerek vizsgálatára számos módszert fejlesztettek ki (Crandall és Zhu (1983)). A két legismertebb a FPK egyenlet felállításán és megoldásán, valamint az ekvivalens linearizáláson alapuló módszer. A FPK egyenlet használatáról a 4.1. fejezetben szóltunk. A különbség csak az egyenletben szereplő együtthatók számításában van.

Az ekvivalens linearizálás a szabályozáselméletben jól ismert Krylov--Bogoliubov-féle "leíró-függvény módszer" kiterjesztése rezgőrendszerekre. A módszer alapgondolata, hogy a nemlineáris rezgőrendszert helyettesítjük egy olyan lineáris rezgőrendszerrel, amelynek paraméterei olyanok, hogy a

két rendszer valamely előre megválasztott jellemzője azonos, vagy minimális mértékben tér el. Elsőként Caughey (1963) alkalmazta rezgőrendszerekre a módszert, amikor a két rendszer válasza szórásnégyzetének különbségét minimalizálta. Azóta különféle javaslatok jelentek meg arra, hogy hogyan alkossuk meg az ekvivalens lineáris rendszert. Léteznek a harmonikus és a véletlenszerű mozgás paramétereinek azonosságára épülő eljárások is. Ezek a paraméterek lehetnek a két rendszer sajátfrekvenciái, amplitúdói, egy ciklus alatti energiaveszteségei stb. Az eljárásokat kiterjesztették több szabadságfok esetére is (Caughey (1963), Iwan és Yang (1972), Iwan (1973)). Iwan és Gates (1979) elemezték ezeket a módszereket, és javaslatot is tettek az egyes modellek használatának területeire. Y. K. Lin (1986) is részletesen áttekintette az ekvivalens linearizálással foglalkozó irodalmat. Azt lehet mondani, hogy az ekvivalens linearizálás ma az egyetlen olyan módszer, amellyel nemlineáris időállandó többszabadságfokú rendszerek válaszrezgéseit hatékonyan számítani lehet. A módszer pontossága, az alkalmazhatóság korlátja elsősorban a nemlinearitás mértékétől függ. Erősen nemlineáris rendszereknél ez a módszer sem alkalmazható. Éppen ezért a véletlenrezgés-elméleten belül a legintenzívebb kutatás a nemlineáris többszabadságfokú rendszerekre vonatkozó hatékony számítási módszerek kifejlesztésére irányul.

Ezen belül is különös problémát jelent a nemlineáris rendszerek másik csoportjának, a hiszteretikus rendszereknek a számítása. Amiatt, hogy a tömegpontokra adott pillanatban ható erő az azt megelőző állapotok függvénye, a rezgőrendszer elemzése különös nehézségekbe ütközik. Éppen ez az oka annak, hogy még ma is sok kutató lemond a hiszteretikus rendszerek ezen alaptulajdonságának modellezéséről. Az építőmérnöki gyakorlat számára legfontosabb rugalmas-képlékeny esetben is sok ilyen dolgozattal találkozunk. Szimulációs vizsgálatokra alapítva megállapították, hogy ha a képlékeny folyás nem túl nagy mértékű, akkor egy ekvivalens lineáris rendszer megfelelően pontos eredményeket ad (pl. Wen (1975)). Az ekvivalens linearizálásra építve a többszabadságfokú rugalmas-képlékeny keretek számítására is alkottak eljárásokat (pl. Baber és Wen (1982)). A legutóbbi kutatások közül Casciati és Faravelli munkásságát kell ezen a területen megemlíteni. Dolgozataikban (Casciati és Faravelli (1984, 1988, 1989)) a keretek számításánál II-rendű elméletet használnak. Térbeli keretekre is kiterjesztik módszerüket. Figyelemre méltó, hogy kimutatták a II-rendű elmélet alapján történő számítás fontosságát. Több esetben a gyakorlatban előforduló merevségi és anyagi tulajdonságok mellett a keretek instabilitást mutattak, bár az I-rendű számítás eredményeiből ezt nem lehetett előre jelezni. Ugyan itt is el lehet mon-

dani, hogy az ekvivalens linearizálás a bonyolultabb rendszerekre vonatkozóan szinte az egyetlen hatékony számítási módszer, a linearizálás tényével a hiszteretikus rendszereket alapvető, nemlineáris tulajdonságától fosztják meg.

A rugalmas-képlékeny rezgőrendszer valóságközeli (a hiszteretikus viselkedést visszatükröző) modellezésében Karnopp és Scharton (1966) dolgozata alapvető jelentőségű volt. A rugalmas-képlékeny rezgőrendszer válaszfüggvényeit elemezve megállapították, hogy e függvényeket az időben több szakaszra lehet bontani aszerint, hogy a rendszer rugalmas vagy képlékeny állapotban van éppen. A képlékeny szakaszok hossza a rugalmasakéhoz képest kicsiny, ezért ezeket egy időpillanatra összezsugorítva modellezték. Eszerint a rugalmas-képlékeny rezgőrendszer válaszát kettébontották az időben folytonos rugalmas részre és a csak egyes pillanatokban fellépő képlékeny elmozdulásra. Mivel a rugalmas elmozdulás nagysága sosem haladhatja meg a képlékeny folyást jelentő korlát nagyságát, ezért a rendszer állapotát (pl. a megbízhatóság mértékét is) alapvetően a képlékeny folyások összege jellemzi. Azzal, hogy ezt az összegezett mennyiséget tekintették állapotjellemzőnek, nagy előrelépést tettek, hiszen így ennek értéke egy adott időpillanatban a rendszer teljes előéletének is visszatükröződjévé vált. A képlékeny folyások gyakoriságát és az egy-egy alkalommal történő folyás nagyságát a korlátlanul rugalmasnak tekintett rendszer válaszának jellemzői alapján határozták meg. Végeredménynek a képlékeny folyások abszolút értékeinek összegét tekintették (ez utal leginkább az anyag kifáradásának mértékére), és számításukat megadták a kis- és nagycsillapítású esetekre is. Ők vizsgálták először a góc-effektust, illetve ők számították ki a góc méretének várható értékét rugalmas-képlékeny esetben.

Vanmarcke és Veneziano (1973) ezekre az eredményekre építve további előrelépést tett. Azáltal, hogy állapotjellemzőül nem a képlékeny folyások abszolút értékének, hanem előjeles értékének összegét választották, a rendszer tényleges válaszának (a rugalmas és képlékeny rész összegének) a leírása lehetővé vált. Szimmetrikus folyási korlátot véve a képlékeny elmozdulásrész várható értéke zérus, így a jellemző adat annak szórása lett. Alapvető eredménye a dolgozatnak, hogy kimutatta azt, hogy az összegeződő képlékeny alakváltozásnak a szórása az időben nem állandó (hiszen időben növekszik a megfolyások száma), hanem folytonosan növekszik. Ezt a fontos tulajdonságot más módszerek nem mutatták ki. Vanmarcke és Veneziano dolgozatukban meghatározták a képlékeny alakváltozás-növekményekre vonatkozóan az első átlépés valószínűségét is. Bemutattak egy módszert a függőleges tömegerők hatásának

II-rendű elmélettel való figyelembevételére, amit a válaszmozgás diszkretizálása útján hajtottak végre. A módszer hiányosságaként lehet megemlíteni, hogy egyrészt a gócméretet a rugalmas rendszer alapján határozták meg, másrészt az egy gócon belüli megfolyások összegének nagyságát csak szimulációs eredményekből merítették. Eredményeik meglehetősen pontatlanok.

Grossmayer (1981) a Vanmarcke—Veneziano-féle módszert olyan értelemben javította meg, hogy a válasz rugalmas része jellemzőinek számításakor egy ekvivalens rugalmas rendszer bevezetésével figyelembe vette a folyás közbeni energiaelnyelés hatását is. Ziegler és Irschik (1985) ennek az energiaveszteségnek a hatását a gerjesztés energiájának csökkentésével közelíti, és így sokkal egyszerűbb eredményekre jut, hiszen megmarad a rugalmas rendszer alapján történő számítás. Irschik (1986) a módszert kiterjeszti nyírt keretek vizsgálatára is. (Nyírt keret alatt a végtelenül merev gerendás keretet értjük.) A többszabadságfokú nyírt keret vizsgálatát az egyszabadságfokú rendszer számítására építi fel.

Egy tömegpontból álló rendszerekre vonatkozóan több szerző publikált említésre méltó eredményeket. Wen (1976) egy különböző hiszterézis görbék leírására alkalmas differenciálegyenlet bevezetésével felállítja a FPK egyenletet, amit egy speciális, Galerkin-típusú közelítő módszerrel old meg. Fontos megemlíteni, hogy rugalmas-képlékeny esetben az elmozdulásra ő is időben monoton növekvő szórást kap. Shih és Lin (1982) függőlegesen és vízszintesen gerjesztett hiszteretikus rendszert vizsgál II-rendű elmélet alapján. Megállapítja a függőleges gerjesztés figyelembevételének fontosságát, valamint azt, hogy a válaszrezgés mértékére és időbeni alakulására rendkívül nagy hatással van a rezgőrendszer merevségének nagysága. A szerkezetnek ez a fajta érzékenysége különösen a lineáris esethez képest szembeötlő. A válasz szórásnégyzetére stacionárius értéket kap. Orabi, Ahmadi és Su (1989) szintén hasonló rendszert vizsgál. Az ekvivalens linearizálás módszerét használva a FPK egyenlet alapján számítja a válasz jellemzőit. Shih és Lin (1982) eredményeivel ellentétben a függőleges rezgés hatását minimálisnak észleli.

Ditlevsen (1986, 1991) rugalmas-képlékeny rezgőrendszerrel foglalkozik. Nagyon fontos eredménye, hogy tisztázza a képlékeny alakváltozásnak a számításmódját egy gócon belül. Becslést tesz annak várható értékére és szórására. Kritikaként lehet megemlíteni, hogy a tényleges számítás rendkívül bonyolult és szimulációs eredményeit alapul véve nem is elegendően pontos.

A nemlineáris és ezen belül is elsősorban a hiszteretikus rendszerek tönkremenetelét jelző állapot definiálása lényegesen nehezebb feladat, mint lineáris esetben. Még laboratóriumi körülmények között elvégzett periodikus

terhelés esetén is nagy szórást mutatnak az egyes anyagok tönkremenetelét, törését jelző paraméterek. Ez a szórás nagyobb lehet, mint a gerjesztés véletlen jellegéből adódó bizonytalanság. E kérdéskörnek önmagában is hatalmas irodalma van. Számos módszert dolgoztak ki a tönkremenetel kritériumának mind pontosabb meghatározására. Rugalmas-képlékeny esetben kézenfekvő gondolat a tönkremenetel állapotán a képlékeny alakváltozás halmozódásának egy bizonyos korlátját tekinteni. A halmozódott képlékeny alakváltozás első átlépési valószínűségének számítására Vanmarcke (1975) ad közelítő, de jól használható összefüggést. A halmozódást összetett Poisson-folyamatként modellezve Ditlevsen (1990) ad az első átlépési idő eloszlására vonatkozó egzakt eredményt.

ÖSSZEFOGLALÁS

A dolgozatban áttekintést adtunk a földrengésnek kitett szerkezetek számításának problémáiról, a számítási módszerekről. A ma általánosan használt három módszer, nevezetesen a válaszspektrum-módszer, a szimulációs módszer és a véletlenrezgés-elméleten alapuló módszer közül az utóbbi ismertetésére helyeztük a fő hangsúlyt. Mivel e témának magyar nyelvű irodalma rendkívül szegényes, ezért először ismertettük a véletlenrezgés-elmélet legfontosabb alapfogalmait, majd irodalmi elemzésünkben áttekintettük a témával foglalkozó kutatások előzményeit és mai állását.

IRODALOM

/1/ **Baber, T. T.—Wen, Y. K.:** "Stochastic response of Multistory Yielding Frames", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, 1982, pp. 403—416.

/2/ **Bhandari, R. G.—Sherrer, R. E.:** "Random Vibration in Discrete Nonlinear Dynamic Systems", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 10, 1968, No. 2, pp. 168—174.

/3/ **Biggs, M.:** "Introduction to Structural Dynamics", McGraw—Hill, New York, 1964.

/4/ **Bisztricsányi E.:** "Mérnökszeizmológia", Akadémiai Kiadó, Budapest, 1974.

/5/ **Casciati, F.—Faravelli, L.:** "Progressive Failure for Seismic Reliability Analysis", Estratto da "Engineering Structures", Vol. 6, 1984, pp. 97—103.

/6/ **Casciati, F.—Faravelli, L.:** "Hysteretic 3-Dimensional Frames under Stochastic Excitation", Res. Mechanica, Vol. 26, 1988, pp. 193—213.

/7/ **Casciati, F.—Faravelli, L.:** "Stochastic Equivalent Linearization for 3-D Frames", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 114, 1989, No. 10, October.

/8/ **Caughey, T. K.:** "Classical Normal Modes in Damped Linear Systems", Journal of Applied Mechanics, 1960, pp. 269—271.

/9/ **Caughey, T. K.:** "Equivalent Linearization Technique", Journal of the Acoustic Society of America, Vol. 35, 1963, No. 11, pp. 1706—1711.

/10/ **Caughey, T. K.:** "On the Response of a Class of Nonlinear Oscillators to Stochastic Excitation", Proceedings, Colloquium Internationale du Centre National de la Recherche Scientifique, No. 148, 1964, Marseille, France, Sept., pp. 393—402.

/11/ **Coleman, J. J.:** "Reliability of Aircraft Structures in Resisting Change Failure", Operations Res., 1959, 7 (5), pp. 639—645.

/12/ **Crandall, S. H.:** "Random Vibration", Applied Mechanics Reviews, Vol. 12, 1959, Nov., pp. 739—742.

/13/ **Crandall, S. H.—Zhu, W. Q.:** "Random Vibration: A Survey of Recent Development", Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 50, 1983, Dec., pp. 953—962.

/14/ **Csák B.—Hunyadi F.—Vértes Gy.:** "Földrengések hatása az építményekre", Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.

/15/ **Ditlevsen, O.:** "Elasto-Plastic Oscillator with Gaussian Excitation", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 112, 1986, No. 4, pp. 386—406.

/16/ **Ditlevsen, O.:** "Asymptotic First-Passage Time Distributions in Compound Poisson Processes", Structural Safety, Vol. 8, 1990, pp. 327—336.

/17/ **Ditlevsen, O.:** "Gaussian Excited Elasto-Plastic Oscillator with Rare Visits to Plastic Domain", Journal of Sound and Vibration, Vol. 145, 1991, 2, March.

/18/ **Doob, J. L.:** "Stochastic Processes", Wiley, New York, 1953, pp. 96.

/19/ **Einstein, A., 1905:** "The Theory of the Brownian Movement", Dover Publication, 1956.

/20/ **Grossmayer, R. L.:** "Stochastic Analysis of Elasto-Plastic Systems", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 107, 1981, No. EM1, pp. 97—116.

/21/ **Gürpinar, A.—Yao, J. T. P.:** "Design of Columns for Seismic Loads", Journal of the Structural Division ASCE, Vol. 99, 1973, No. ST9, September, pp. 1875—1889.

/22/ **Hasenzagi, R.—Irschik, H.—Ziegler, F.:** "Design Charts for Random Vibrations of Elasto-Plastic Oscillators Subjected to Kanai-Tajimi Spectra", Reliability Engineering and System Safety, Vol. 23, 1988, pp. 109—126.

/23/ **Housner, G. W.:** "Calculating the Response of an Oscillator to Arbitrary Ground Motion", Bull. Seism. Soc. Amer. Vol. 31, 1941, pp. 143—149.

/24/ **Housner, G. W.—Martel, R. R.—Alford, J. L.:** "Spectrum Analysis of Strong Motion Earthquakes", Bull. Seism. Soc. Amer. Vol. 43, 1953, pp. 97—119.

/25/ **Ibrahim, R. A.:** "Parametric Random Vibration", Wiley, New York, 1985.

/26/ **Irschik, H.:** "Nonstationary Random Vibrations of Yielding Multi-Degree-of-Freedom Systems: Method of Effective Envelope Functions", Acta Mechanica, Vol. 60, 1986, pp. 265—280.

/27/ **Iwan, W. D.—Yang, I. M.:** "Application of Statistical Linearization Techniques to Nonlinear Multi-Degree-of-Freedom Systems", Journal of Applied Mechanics, Vol. 39, 1972, No. 2, June.

/28/ **Iwan, W. D.:** "A Generalization of the Method of Equivalent Linearization", International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 8, 1973.

/29/ **Iwan, W. D.—Gates, N. C.:** "Estimating Earthquake Response of Simple Hysteretic Structures", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, No. EM3, 1979, June, pp. 391—405.

/30/ **Karnopp, D.—Scharton, T. D.:** "Plastic Deformation in Random Vibration", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 39, 1966, pp. 1154—1161.

/31/ **Korn, G. A.—Korn, T. M.:** "Matematikai Kézikönyv Műszakiaknak", Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.

/32/ **Lai, S. P.—Biggs, M.:** "Inelastic Response Spectra for Aseismic Building Design", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, 1980, No. ST6, June, pp. 1295—1310.

/33/ **Leadbetter, M. R.—Lindgren, G.—Rootzen, H.:** "Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes", New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1983.

/34/ **Lin, C. C.:** "On the Motion of a Pendulum in Turbulent Flow", Quart. Appl. Math., Vol. 1, 1943, pp. 43—48.

/35/ **Lin, Y. K.:** "Nonstationary Shot Noise", Journal of the Acoustical Society of America", Vol. 36, 1964, No. 1, pp. 82—84.

/36/ **Lin, Y. K::** "Probabilistic Theory of Structural Dynamics", McGraw—Hill, New York, 1967.

/37/ **Lin, Y. K.—Shih, T. Y.:** "Column Response to Horizontal-Vertical Earthquakes", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 106, 1980, No. EM6, December, pp. 1099—1109.

/38/ **Lin, Y. K. et al.:** "Methods of Stochastic Dynamics", Structural Safety, Vol. 3, 1986, pp. 167—194.

/39/ **Lomnitz, C.—Rosenblueth, E.:** "Risk and Engineering Decisions", Elsevier, Amsterdam, 1976.

/40/ **Newmark, N. M.:** "Design Criteria for Nuclear Reactors Subjected to Earthquake Hazards", Proceedings of IAEA Panel on Aseismic Design and Testing of Nuclear Facilities, Japan Earthquake Engineering Promotion Society, Tokyo, Japan, 1969, pp. 90—113.

/41/ **Newmark, N. M.—Hall, W. J.:** "Seismic Design Criteria for Nuclear Reactor Facilities", Proceedings of the 4. World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, Vol. II, 1969, pp. B4 37—50.

/42/ **Newmark, N. M.—Rosenblueth, E.:** "Foundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1971.

/43/ **Newmark, N. M.—Hall, W. J.:** "Procedures and Criteria for Earthquake Resistant Design", Building Practices for Disaster Mitigation, National Bureau of Standards, Feb. 1973, pp. 209—236.

/44/ **Orabi, I. I.—Ahmadi, G.—Su, L.:** "Hysteretic Column under Earthquake Excitations", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, 1989, No. 1, pp. 33—51.

/45/ **Rényi A.:** "Valószínűségszámítás", Tankönyvkiadó, Budapest, 1954.

/46/ **Rice, S. O.:** "Mathematical Analysis of Random Noise", Bell System Techn. Journal, Part I.: Vol. 23, 1944, pp. 282—332, Part II: Vol. 24, 1945, pp. 46—156.

/47/ **Roberts, J. B.:** "Response of Nonlinear Mechanical Systems to Random Excitation", Part 1. Markov Method, Shock and Vibration Digest, Vol. 13, 1981, pp. 17—28.

/48/ **Robson, J. D.:** "An Introduction to Random Vibration", Elsevier, New York, 1970.

/49/ **Shih, T. Y.—Lin, Y. K.:** "Vertical Seismic Load Effect on Hysteretic Columns", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 108, 1982, No. EM2, pp. 242—254.

/50/ **Shinozuka, M.:** "Probability of Structural Failure under Random Loading", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 90, 1964, No. EM5, pp. 147—170.

/51/ **Spanos, P. D.:** "Probabilistic Earthquake Energy Spectra Equations", Journal of the Engineering Mechanics Division", ASCE, Vol. 106, 1980 (EM1), pp. 147—159.

/52/ **Tansirikongkol, V.—Pecknold, D. A.:** "Approximate Modal Analysis of Bilinear MDF Systems", Journal of Engineering Division, ASCE, Vol. 106 (EM2), 1980, pp. 361—375.

/53/ **Taylor, G. I.:** "Diffusion by Continuous Movements", Proc. London Math. Soc. (2), Vol. 20, 1920, pp. 196—212.

/54/ **Tornyos Á.:** "Rúdszerkezetek számítása szeizmikus hatásokra a mérnöki gyakorlatban", műszaki doktori értekezés, BME, 1985.

/55/ **Van Lear, G. A.—Uhlenbeck, G. E.:** "Brownian Motion of Strings and Elastic Rods", Physical Review, Vol. 38, 1931, pp. 1583—1598.

/56/ **Vanmarcke, E. H.—Veneziano, D.:** "Probabilistic Seismic Response of Simple Inelastic Systems", Proceedings of 5. World Congress of Earthquake Engineering, Rome, Italy, 1973, pp. 2851—2863.

/57/ **Vanmarcke, E. H.:** "On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Process", Journal of Applied Mechanics, Vol. 42, 1975, March, pp. 215—220.

/58/ **Vanmarcke, E. H.** (1976): A 8. fejezet a Lomnitz és Rosenblueth (1976)-ban.

/59/ **Wen, Y. K.:** "Approximate Method for Nonlinear Random Vibration", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 101 (EM4), 1975, pp. 389—401.

/60/ **Wen, Y. K.:** "Method for Random Vibration of Hysteretic Systems", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, 1976, No. EM2, pp. 249—263.

/61/ **Wiener, N.:** Generalized Harmonic Analysis", Acta Math., Vol. 55, 1930, pp. 117—258.

/62/ **Ziegler, F.—Irschik, H.:** "Nonstationary Random Vibration of Yielding Frames", Nuclear Engineering and Design, Vol. 90, 1985, pp. 357—364.

Dr. Lámer Géza, a műszaki tudomány kandidátusa

A KIS ALAKVÁLTOZÁSOK MELLETT NAGY ELMOZDULÁSOKAT VÉGZŐ KONTINUUM KINEMATIKÁJÁRÓL

JELÖLÉSEK

$\underline{\underline{\mathcal{A}}}$	— a $(\nabla \mathbf{R})^{*}$ tenzor poláris felbontása során nyert jobboldali nyúlási tenzor
$D(\omega)$	— az ω tartomány átmérője
$\mathbf{g}$; $\mathbf{G}$	— a metrikus tenzor
l ; L	— hossz
q^i ; Q^i	— görbevonalú koordináták, koordinátavonalak
$\mathbf{Q}$	— az $\{\mathbf{r}_i\}$ bázist az $\{\mathbf{R}_i\}$ bázisba transzformáló tenzor
$\mathbf{r}$; $\mathbf{R}$	— helyvektor
$\underline{\underline{\mathbf{r}}}$; $\underline{\underline{\mathbf{R}}}$	— a Riemann—Christoffel-féle görbületi tenzor
$\mathbf{r}_i$; $\mathbf{R}_i$	— kontravariáns bázisvektorok
$\{\mathbf{r}_i\}$; $\{\mathbf{R}_i\}$	— kontravariáns bázis (háromél)
$\mathbf{r}_{ij}$; $\mathbf{R}_{ij}$	— a bázisvektorok parciális deriváltjai
t	— idő
$\mathbf{Tr}$	— tenzor nyoma
$\mathbf{u}$	— az eltolódásvektor
$\mathfrak{H}$	— az alakváltozás mértéktenzora
Γ_{ij}^{k} ; Γ_{ij}^{k}	— a (másodfajú) Christoffel-féle szimbólumok (az affin összefüggés együtthatói)
$\delta^{j}{}_{i}$	— a Kronecker-delta
ε	— egy mellett elhanyagolható mennyiség
$\boldsymbol{\varepsilon}$	— az alakváltozási tenzor
θ	— a pont környezete elfordulásának szöge
λ_{ij}^{k}	— a (másodfajú) Christoffel-féle szimbólumok megváltozása a deformáció során
$\underline{\underline{\boldsymbol{\varrho}}}$	— a Riemann—Christoffel-féle görbületi tenzor megváltozása a deformáció során (inkompatibilitási tenzor)
Ψ	— egy irányvektor elfordulásának szöge
ω ; Ω	— korlátos tartomány
$\bar{\omega}$; $\bar{\Omega}$	— az ω, illetve az Ω tartomány és peremének uniója
$\overline{\omega}$; $\overline{\Omega}$	— az $\overline{\omega}$, illetve az $\overline{\Omega}$ zárt tartományt tartalmazó korlátos tartomány

Ω	— a $(\nabla R)^*$ tenzor poláris felbontása során nyert ortogonális tenzor
$\partial\omega$; $\partial\Omega$	— az ω, illetve az Ω tartomány pereme
∇_i ; ∇_i	— az abszolút deriválás
$(\nabla R)^*$	— a helyvektor gradienstenzora
$(\nabla u)^*$	— az eltolódásvektor gradienstenzora
*	— transzponálás
$\cong$	— nagyságrendben azonos
$\ll$	— nagyságrendben kisebb
$\langle\ ,\rangle$	— skalárszorzat
$\setminus$	— halmazelméleti kivonás
$\|\ \|$	— abszolút érték; vektorra annak hosszát, tenzorra a komponensenkénti normát jelöli.

A latin kisbetűs indexek az 1, 2, és 3 értéket veszik fel.
Néhány további jelölést a szövegben értelmezünk.
Alkalmazzuk az Einstein-féle összegzési megállapodást.
A ;-vel elválasztott mennyiségek közül a kisbetűs jelölés a deformálatlan, a nagybetűs a deformált állapotra vonatkozik. Minden vektor- és tenzorkomponenst az $\{\mathbf{r}_i\}$ deformálatlan bázisban számítunk ki, de a kisbetűseket a deformálatlan, a nagybetűseket a deformált helyzethez tartozó érintőterekben. A leképezést (deformációt) visszatükröző γ_{ij}, λ_{ij}^{k} és ϱ_{ijkl} mennyiségeket értelemszerűen a deformált helyzetbeli $\{\mathbf{r}_i\}$ deformálatlan bázisban határozzuk meg.

1. BEVEZETÉS

A tanulmányban a kis alakváltozás alatt azt fogjuk érteni, hogy a metrikus tenzor komponensenkénti megváltozása az egy mellett elhanyagolható.

A kis alakváltozásokhoz kapcsolódó egyik legszebb és legérdekesebb eredmény, hogy a bázisvektorok mozgását — ε, tehát valamely, az egy mellett elhanyagolható hibával — tekinthetjük merevtestszerűnek (Novozsilov /16/, pp. 82—83). Természetesen hangsúlyozni kell, hogy ε hibával, ugyanis a tökéletesen merevtestszerű mozgás esetén a test nem deformálódik.

Az affin összefüggés együtthatóinak (Christoffel-féle szimbólumok) az **u** eltolódásvektortól való függését kis eltolódásokra részletesen megvizsgálták Kil'csevszkij és mtsai (/4/, pp. 62—65). A kis paraméter (eltolódás) szerinti rendszeres és következetes sorfejtés miatt az általuk levezetett összefüggések nagy elmozdulások leírására nem alkalmasak. Tudomásunk szerint kis alakváltozások mellett nagy elmozdulásokat végző kontinuum Christoffel-féle szimbólumainak az eltolódásvektortól való függéseinek zárt alakban történő felírására először tettünk kísérletet (/11/; az ott megadott összefüggésben a 2. tag felesleges). Az összefüggéseket tetszőleges alakváltozá-

sok esetére is meghatároztuk (/12/; az ott megadott összefüggés tömörebb alakban is felírható, lásd a tanulmány 3. pontját).

A tetszőlegesen deformálódó testek összeférhetőségi egyenleteit először Novozsilov írta fel Descartes-féle koordináta-rendszerben, parciális deriváltak segítségével (/16/, pp. 139--145). Tetszőleges görbevonalú koordináta-rendszerben, de szintén parciális deriváltak segítségével, az összeférhetőségi egyenletek felírása Gol'denblat nevéhez fűződik (/3/, pp. 73--76). Abszolút deriváltak segítségével, tudomásunk szerint, csak a linearizált elmélet összefüggései ismertek (lásd pl. /3/, pp. 70--73, vagy /1/, pp. 44--48).

A tanulmányban a kis alakváltozások mellett nagy elmozdulásokat végző kontinuum kinematikai összefüggéseit írjuk fel. Ennek során a metrikus tenzornak, az affin összefüggés együtthatóinak és a görbületi tenzornak a deformáció során létrejött megváltozását explicit alakban fejezzük ki az eltolódásvektorral, illetve az alakváltozás mértéktenzorával.

A kis alakváltozások tényét az összefüggések egyszerűsítésére fogjuk felhasználni, de csak olyan mértékben, hogy az, az egyszerűsítés, ne vezessen az eltolódások nagyságának korlátozásához. Meg kell jegyezni, hogy a tanulmányban a kis alakváltozások tényét felhasználva nem linearizálunk, hanem az $1 + \varepsilon \cong 1$ összefüggést alkalmazzuk következetesen, valahányszor $\varepsilon \ll 1$.

2. A DEFORMÁLATLAN HELYZET GEOMETRIÁJA

A deformálatlan helyzet geometriáját alapvetően a helyvektor -- bázisvektorok -- metrikus tenzor -- Christoffel-szimbólumok -- görbületi tenzor összefüggés-sor egyértelműen határozza meg. A tanulmányban elsősorban differenciálgeometriai szakirodalomra fogunk támaszkodni /5, 13, 19, 20/, de az összefüggések a kontinuummechanikában is jól ismertek, lásd pl. /1, 14, 15/.

A kinematikai összefüggések felírásához tetszőleges görbevonalú koordináta-rendszert alkalmazunk.

Legyen a vizsgált (háromdimenziós, egyszeresen összefüggő) ω tartomány korlátos. Határát jelölje $\partial\omega$, a kettő unióját $\overline{\omega}$. Egy, az $\overline{\omega}$ zárt tartományt tartalmazó (háromdimenziós, egyszeresen összefüggő) korlátos tartományt jelöljön $\overset{*}{\omega}$.

Az $\overset{*}{\omega}$ (nyílt) halmazon legyen értelmezve egy $\{q^i\}$ koordináta-rendszer, azaz legyenek adottak a $q^i = q^i(x^1,x^2,x^3)$ (i=1,2,3) függvénykapcsolatok. Itt x^1, x^2 és x^3 Descartes-koordináták. A koordináta-transzformációról megköveteljük, hogy megengedett legyen (/6/, pp. 106--109 és 484--485).

Az $\overset{*}{\omega}$ tartomány q^1, q^2 és q^3 koordinátájú pontjának helyvektorát jelölje $\mathbf{r}$. Ez a deformálatlan helyzetet "rögzíti" és a $t = t_0$ kezdeti időpillanatra vonatkozik.

Az $\mathbf{r}$ helyvektorú pontban a lokális kontravariáns bázisvektorokat $\mathbf{r}_i$ (i=1,2,3), a bázist (háromélt) $\{\mathbf{r}_i\}$, míg az $\{\mathbf{r}_i\}$ bázissal duális -- kovariáns -- bázist jelölje $\{\mathbf{r}^k\}$.

Továbbá jelöje $\mathbf{g}$ a metrikus tenzort, g_{ij} annak kovariáns, míg g^{ij} konjugált vagy csatolt (kontravariáns) koordinátáit.

A Christoffel-féle másodfajú háromindexes szimbólumokat $\Gamma_{ij}^{\ k}$-vel jelöljük. Mivel a tanulmányban az elsőfokú szimbólumokat nem alkalmazzuk, a másodfajú jelzőt elhagyjuk. A továbbiakban egyszerűen Ch-szimbólumokat írunk.

Végül a görbületi tenzort jelölje $\underline{\underline{\mathbf{r}}}$.

3. A DEFORMÁLT HELYZET GEOMETRIÁJA

A vizsgált ω tartomány a külső mechanikai hatás(ok) alatt szenvedjen el egy deformációt. A deformált helyzetben az ω tartomány foglalja el (a külső, beágyazó térben) az Ω tartományt, határát jelölje $\partial\Omega$, unióikat $\overline{\Omega}$. Az $\overset{*}{\omega}$ tartomány az ω tartománnyal együtt deformálódik; az $\overset{*}{\omega}\backslash\omega$ ponthalmaz deformációjára mindössze azt a feltevést tesszük, hogy az (a szükséges rendig) folytonos legyen (lásd lentebb). Az $\overset{*}{\omega}$ tartomány képét $\overset{*}{\Omega}$ jelöli.

Az $\overset{*}{\omega}$ halmazon értelmezett $\{q^i\}$ koordináta-rendszer az $\overset{*}{\omega}$ halmazzal együtt deformálódik és a $\{Q^i\}$ koordináta-rendszerbe megy át. A Q^i-k az x^i-k ismeretlen függvényei:

$$Q^i = Q^i(x^1,x^2,x^3). \qquad (i=1,2,3) \qquad (1)$$

A deformált állapot megadásáról, más szóval az ω tartománynak az Ω tartományra (pontosabban fogalmazva az $\overset{*}{\omega}$ tartománynak az $\overset{*}{\Omega}$ tartományra) való leképezéséről, azaz az (1) transzformációról megköveteljük, hogy az megengedhető legyen.

A deformáció leírásához az együttmozgó (anyagi), Lagrange-féle koordináta-rendszert használjuk. Így a leképezés során az $\overset{*}{\omega}$ tartomány q^i (i=1,2,3) koordinátájú és $\mathbf{r}$ helyvektorú pontja az $\overset{*}{\Omega}$ tartomány ugyancsak a q^i (i=1,2,3) koordinátájú pontjába képeződik le, de a helyvektora megváltozik. Ezt $\mathbf{R}$ jelöli. Fontos hangsúlyozni, hogy a leképezés során a koordinátavonalak deformálódnak, de a pontok számszerű koordináta-értékei nem változnak meg (lásd pl. /18/, T. 1. pp. 26--27). Természetesen a koordináták számszerű

azonossága nem jelenti azt, hogy egy koordinátavonalon fekvő két pont távolsága vagy három pont egymáshoz viszonyított helyzete állandó marad. Az **R** helyvektor a deformált helyzetre, valamely $t = t_1$ ($\neq t_0$) időpontra vonatkozik.

A deformált állapot, vagyis a leképezés jellemzésére bevezetjük az **u** eltolódásvektort az

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} + \mathbf{u} \tag{2}$$

összefüggéssel. Természetesen **u** a q^i (i=1,2,3) koordináták (és az idő) függvénye.

A továbbiakban az (1), valamint a (2) összefüggések kapcsán egyaránt beszélünk a test (globális) deformációjáról, illetve a vizsgált tartomány leképezéséről.

Az eltolódásvektor bevezetése után értelmezzük a kis és a nagy eltolódásokat. Jelölje a vizsgált ω tartomány átmérőjét $D(\omega)$ (lásd pl. /2/, p. 31).

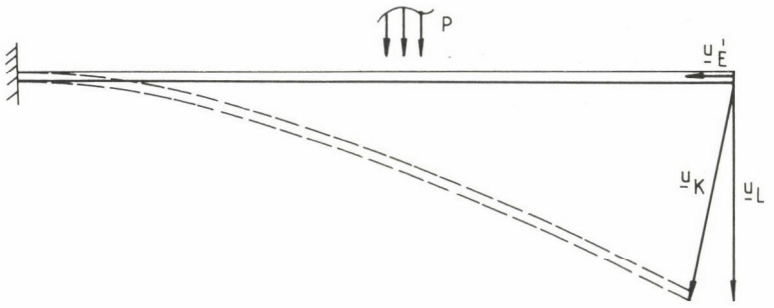
Definíció: Egy test eltolódásait kicsiknek nevezzük, ha a test deformációja során az eltolódások közül a legnagyobb hosszúságú is elhanyagolható a $D(\omega)$ átmérő mellett (hányadosuk egynél nagyságrendben kisebb): $\|\mathbf{u}\|/D(\omega) \ll 1$ minden **u**-ra.

Definíció: Egy test eltolódásait — elvben — nagynak nevezzük, ha a test deformációja során az eltolódások között van olyan, amelynek a hossza összemérhető a $D(\omega)$ átmérővel: van olyan **u**, hogy $\|\mathbf{u}\| \cong D(\omega)$.

Megjegyezzük, hogy a nem kis eltolódásokat — gyakorlatilag — már nagy eltolódásoknak kell tekinteni.

Megjegyezzük továbbá, hogy a kis és a nagy eltolódások között van értelme a korlátozottan nagy eltolódásokat is bevezetni. A héjak és rudak vizsgálata során a kezdeti konfigurációban értelmezett eltolódások normálirányú komponenseinek (a továbbiakban normálirányú eltolódások) hossza az érintőleges komponenseinek (a továbbiakban érintőleges eltolódások) hosszánál akár nagyságrendben is nagyobbak lehetnek. Ha ez utóbbiról, az érintőleges eltolódásokról, feltesszük, hogy kicsik, akkor elvileg a normálirányú eltolódások ugyan lehetnek nagyok (a háromdimenziós térben), de nagyságukat a kis érintőleges eltolódások korlátozzák (lásd az 1. ábrát).

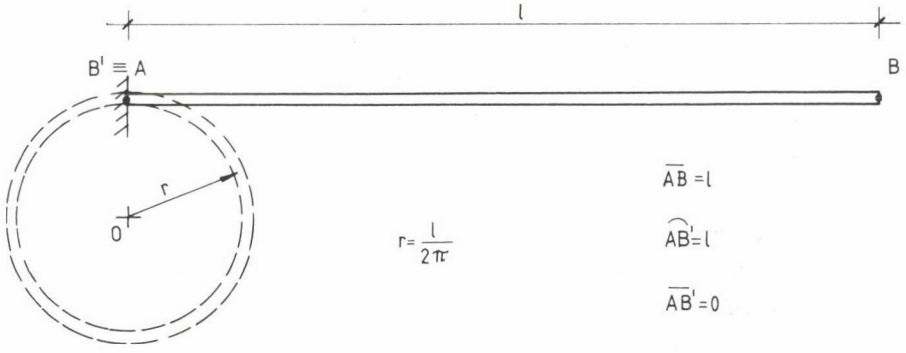
Definíció: A vékony héjak és karcsú rudak kezdeti konfigurációban értelmezett eltolódásait a kis érintőleges eltolódásokkal korlátozott, vagy egyszerűen korlátozott eltolódásoknak nevezzük, ha az érintőleges eltolódások (mint két-, illetve egydimenziós eltolódások) kicsik: $\|\mathbf{u}_E\|/D(\omega) \ll 1$ minden $\mathbf{u}_E$-ra.



1. ábra. Korlátozott nagyságú eltolódás.
u_E — érintőleges eltolódás, u_L — lehajlás, u_K — kis érintőleges eltolódással korlátozott eltolódás

Definíció: A vékony héjak és karcsú rudak kezdeti konfigurációban értelmezett normálirányú eltolódásait lehajlásoknak nevezzük, ha a test egészének eltolódásai korlátozottak.

A lehajlás fenti definícióját elsősorban az indokolja, hogy korlátozott eltolódásnál a héjak és rudak csak kevésbé görbülnek meg, azaz hajlanak le, míg nem korlátozott eltolódásoknál erősen görbülnek meg. Ez utóbbi esetben az is előfordulhat, hogy a deformáció során a normálirányú eltolódás zérussá válik, habár az érintőleges eltolódás hossza a test átmérőjével összemérhető (lásd pl. a 2. ábrát).



2. ábra. A test pontjainak belső és külső távolsága.
$\overline{AB} = 1$, az A és B pontok (külső és belső) távolsága a deformáció előtt
$\overset{\frown}{AB'} = 1$, az A és B pontok belső távolsága a deformáció után
$\overline{AB'} = 0$, az A és B pontok külső távolsága a deformáció után

A korlátozott eltolódások, a fenti definíció alapján, a következőképp "illeszkednek" a kis és a nagy eltolódások közé. Dinamikai összefüggések felírása során a deformálódás figyelmen kívül hagyható (linearizált elmélet), a nagy eltolódásoknál figyelembe kell venni (nemlineáris elmélet). Korlátozott eltolódásoknál a héjak és rudak dinamikai összefüggései közül a membránállapotra vonatkozóak esetében a deformáció figyelmen kívül hagyható, míg a nyomatéki állapotra vonatkozóak esetében figyelembe kell venni (részlegesen linearizált elmélet).

Az **R** helyvektorú pontban a lokális kontravariáns bázisvektorokat, azaz a Q^i koordinátavonalak e pontbeli érintővektorait, az **R** helyvektor

$$\mathbf{R}_i = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial q^i} \tag{3}$$

parciális deriváltjai szolgáltatják.

Itt és a továbbiakban, a deformálatlan és deformált állapotbeli koordinátákat nem különböztetjük meg, nincs is miért, míg a koordinátavonalakat írásban is megkülönböztetjük. Ugyanis két rögzített koordináta mellett a helyvektorok a harmadikat futják be, ennek indexét jelölje i. Ekkor az $\mathbf{r}$ a q^i, míg az **R** a Q^i koordinátavonalat futja be.

Az $\mathbf{R}_i$ (i=1,2,3) bázisvektorok alkotják az $\{\mathbf{R}_i\}$ bázist. Az $\mathbf{R}_i$ bázisvektorok kifejezhetők az $\mathbf{r}_i$ bázisvektorok és az eltolódásvektor abszolút deriváltjai segítségével:

$$\mathbf{R}_i = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial q^i} = \frac{\partial(\mathbf{r} + \mathbf{u})}{\partial q^i} = \mathbf{r}_i + (\nabla_i u^s)\mathbf{r}_s. \tag{4}$$

Itt az **u** eltolódásvektort az $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisban tekintjük adottnak.

A (4) alatti összefüggés ismeretében meghatározható az $\{\mathbf{r}_i\}$ és az $\{\mathbf{R}_i\}$ bázisok közötti transzformációs mátrix. Legyen

$$\mathbf{R}_i = Q_i{}^s \mathbf{r}_s, \tag{5}$$

ahonnét a **Q** transzformációs mátrix Q_{ij} kovariáns komponensei meghatározhatók (az $\mathbf{r}_j$-vel való szorzás után):

$$Q_{ij} = \langle \mathbf{R}_i, \mathbf{r}_j \rangle = \langle \mathbf{r}_i + (\nabla_i u^s)\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_j \rangle = g_{ij} + \nabla_j u_i. \tag{6}$$

Továbbá legyen

$$\mathbf{r}_i = Q'^{s}_{i}\mathbf{R}_s, \tag{7}$$

ahonnét a $\mathbf{Q}^{-1}$ transzformációs mátrix Q'_{ij} kovariáns komponensei meghatározhatók:

$$Q'_{ij} = \langle \mathbf{r}_i, \mathbf{R}_j \rangle = \langle \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j + (\nabla_j u^s)\mathbf{r}_s \rangle = g_{ij} + \nabla_i u_j. \tag{8}$$

A deformált helyzetben is értelmezhető az $\{\mathbf{R}^k\}$ duális bázis. (Ennek kiírásától eltekintünk.)

Az $\mathbf{R}$ helyvektorú pontban az $\mathbf{R}_i$ bázisvektorok segítségével értelmezzük a $\mathbf{G}$ metrikus tenzor kovariáns komponenseit a deformált helyzethez tartozó $\{\mathbf{R}^k\}$ bázisban.

$$G_{ij} = \langle \mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j \rangle. \tag{9}$$

Amennyiben a deformáció mint leképezés diffeomorfizmus volt, akkor a G_{ij} tenzorkoordináták a q^i (i=1,2,3) koordináták egyértékű és folytonos függvényei, a parciális deriváltjai (a g_{ij}-vel azonos rendig) folytonosak, valamint a $\mathbf{G}$ tenzor mátrixa pozitív definit az $\overset{*}{\Omega}$ tartomány minden pontjában. Természetesen $\mathbf{G}$ szimmetriája a (9) definícióból következik.

A deformált helyzet metrikus tenzorának (kovariáns) komponensei kifejezhetők az $\mathbf{u}$ eltolódásvektor segítségével (az $\mathbf{R}$ pontbeli $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisban):

$$\begin{aligned} G_{ij} &= \langle \mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j \rangle = \langle \mathbf{r}_i + (\nabla_i u^s)\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_j + (\nabla_j u^t)\mathbf{r}_t \rangle = \\ &= g_{ij} + \nabla_i u_j + \nabla_j u_i + g^{st}(\nabla_i u_s)\nabla_j u_t = g_{ij} + \gamma_{ij}, \end{aligned} \tag{10}$$

ahol

$$\gamma_{ij} = \nabla_i u_j + \nabla_j u_i + g^{st}(\nabla_i u_s)\nabla_j u_t. \tag{11}$$

<u>Definíció:</u> a $\gamma = \mathbf{G} - \mathbf{g}$ tenzort a leképezés, a deformáció, vagy az alakváltozás <u>mértéktenzorának</u> nevezzük.

A $\mathbf{G}$ metrikus tenzor konjugált koordinátáit a

$$G^{ij}G_{jk} = \delta^i_{\ k}, \qquad \text{vagy} \qquad G^{ij} = \frac{\overline{G}_{ij}}{G} \tag{12--13}$$

összefüggéssel értelmezzük, ahol $\overline{G}_{ij}$ a **G** tenzor kovariáns komponenseiből alkotott mátrix G_{ij} eleméhez tartozó előjeles aldeterminánsa, míg G a teljes mátrix determinánsa. A továbbiakban meghatározzuk a **G** metrikus tenzor konjugált koordinátáinak az **u** eltolódásvektortól való függését. Ehhez először kiszámítjuk pl. a $\overline{G}_{11}$ aldeterminánst.

$$\overline{G}_{11} = \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} \\ G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g_{22} + \gamma_{22} & g_{23} + \gamma_{23} \\ g_{32} + \gamma_{32} & g_{33} + \gamma_{33} \end{vmatrix} = g_{22}g_{33} - g_{23}^2 +$$

$$+ g_{22}\gamma_{33} + \gamma_{22}g_{33} - 2g_{23}\gamma_{23} + \gamma_{22}\gamma_{33} - \gamma_{23}^2 = \overline{g}_{11} + q_{11} + \overline{\gamma}_{11}. \tag{14}$$

Itt $\overline{g}_{11}$ aldeterminánsa a deformálatlan állapothoz tartozik, $\overline{\gamma}_{11}$ a γ tenzor kovariáns komponenseiből alkotott mátrix γ_{11} eleméhez tartozó előjeles aldeterminánsa, egyúttal értelmezzük γ-t mint a teljes mátrix determinánsát. A q_{11}, illetve a q_{ij} mennyiségeket az alábbi, mátrix formában felírt összefüggés határozza meg:

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} g_{22}\gamma_{33} + \gamma_{22}g_{33} - 2g_{23}\gamma_{23} & g_{13}\gamma_{23} + \gamma_{13}g_{23} - g_{12}\gamma_{33} - \gamma_{12}g_{33} & g_{12}\gamma_{23} + \gamma_{12}g_{23} - g_{22}\gamma_{13} - \gamma_{22}g_{13} \\ & g_{11}\gamma_{33} + \gamma_{11}g_{33} - 2g_{13}\gamma_{13} & g_{12}\gamma_{13} + \gamma_{12}g_{13} - g_{11}\gamma_{23} - \gamma_{11}g_{23} \\ \text{szimmetrikus} & & g_{11}\gamma_{22} + \gamma_{11}g_{22} - 2g_{12}\gamma_{12} \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Ekkor a **G** tenzor kontravariáns komponensei a

$$G^{ij} = \frac{g}{G} g^{ij} + \frac{q_{ij}}{G} + \frac{\gamma}{G} (\gamma^{-1})^{ij} \tag{16}$$

összefüggésből számíthatók. Itt $(\gamma^{-1})^{ij}$-szimbólummal a γ tenzor inverzének az $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisban számított komponenseit jelöltük.

Meg kell jegyezni, hogy a **G** metrikus tenzor kontravariáns komponenseinek a kovariáns komponensekre vonatkozó, a $G_{ij} = g_{ij} + \gamma_{ij}$ alakú felbontással analóg — tehát $G^{ij} = g^{ij} + \zeta^{ij}$ alakú — felbontása ugyan bevezethető, de az így nyert

$$\zeta^{ij} = \frac{g - G}{G} g^{ij} + \frac{q_{ij}}{G} + \frac{\gamma}{G} (\gamma^{-1})^{ij} \tag{17}$$

mennyiségek nem a tenzor kontravariáns komponensei. Ezért a szakirodalomban található ilyen típusú összefüggést kellő körültekintéssel kell alkalmazni. (Pl. Gol'denblat — magyarázat nélkül — a $\gamma_{ik} = 2\eta_{ik} + g_{ik}$ mintájára alkalmazza a $\gamma^{lm} = g^{lm} + 2\eta^{lm}$ felbontást; /3/, pp. 73—74, (1.214), (1.216) képletek. Itt $\mathbf{g}$ a deformálatlan, γ a deformált állapothoz tartozó metrikus tenzor és η a "véges deformációk" tenzora). Mint arra később rámutatunk (lásd a 4.3. alpontot), kis alakváltozások esetén alkalmazható a $G^{ij} = g^{ij} + \zeta^{ij}$ alakú felbontás, de ζ^{ij} nem γ^{ij}-vel, hanem $-\gamma^{ij}$-vel lesz egyenlő (lásd az (58) képletet).

Az $\mathbf{R}_i$ bázisvektorok $\mathbf{R}_{ij}$ parciális deriváltjainak az $\{\mathbf{R}_i\}$ bázisbeli felbontásával határozzuk meg a deformált tartományon az affin összefüggést:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial q^j} \left(= \frac{\partial \mathbf{R}_j}{\partial q^i} \right) = \Gamma_{ij}^{\ k} \mathbf{R}_k . \tag{18}$$

Innét

$$\Gamma_{ij}^{\ k} = G^{ks} \langle \mathbf{R}_{ij}, \mathbf{R}_s \rangle , \tag{19}$$

amely kifejezhető az $\mathbf{u}$ eltolódásvektor segítségével. Felhasználva az

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial q^j} = \frac{\partial [\mathbf{r}_i + (\nabla_i u^t)\mathbf{r}_t]}{\partial q^j} = \mathbf{r}_{ij} + [\nabla_j \nabla_i u^t + (\nabla_p u^t)\Gamma_{ij}^{\ p}]\mathbf{r}_t \tag{20}$$

összefüggést, írható (az $\mathbf{R}$ pontbeli $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisban):

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}^{\ k} &= G^{ks} \langle \mathbf{r}_{ij} + [\nabla_j \nabla_i u^t + (\nabla_p u^t)\Gamma_{ij}^{\ p}]\mathbf{r}_t, \mathbf{r}_s + (\nabla_s u^v)\mathbf{r}_v \rangle = \\ &= G^{ks}\{[g_{sp} + \nabla_s u_p + \nabla_p u_s + g^{tv}(\nabla_p u_t)\nabla_s u_v]\Gamma_{ij}^{\ p} + \nabla_j \nabla_i u_s + \\ &\quad + g^{tv}(\nabla_j \nabla_i u_t)\nabla_s u_v\} = \Gamma_{ij}^{\ k} + \lambda_{ij}^{\ k}. \end{aligned} \tag{21}$$

Megjegyezzük, hogy a [ ]-ben levő kifejezés éppen $g_{sp} + \gamma_{sp} = G_{sp}$, továbbá, hogy

$$\lambda_{ij}^{\ k} = G^{ks}[\nabla_j \nabla_i u_s + g^{tv}(\nabla_j \nabla_i u_t)\nabla_s u_v]. \tag{22}$$

Ugyanakkor a metrikus tenzor segítségével felírható, hogy

$$\Gamma_{ij}^{k} = \frac{1}{2} G^{ks}\left(\frac{\partial G_{is}}{\partial q^{j}} + \frac{\partial G_{js}}{\partial q^{i}} - \frac{\partial G_{ij}}{\partial q^{s}}\right), \tag{23}$$

amely a Γ_{ij}^{k} figyelembevételével az alábbi alakra hozható:

$$\Gamma_{ij}^{k} = G^{ks} g_{sp} \Gamma_{ij}^{p} + \frac{1}{2} G^{ks}\left(\frac{\partial \gamma_{is}}{\partial q^{j}} + \frac{\partial \gamma_{js}}{\partial q^{i}} - \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial q^{s}}\right). \tag{24}$$

A parciális deriváltakat kifejezhetjük (az $\mathbf{r}$ pontbeli $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisbeli) abszolút deriváltakkal. Definíció szerint:

$$\begin{aligned}
\nabla_j \gamma_{is} &= \frac{\partial \gamma_{is}}{\partial q^{j}} - \gamma_{ms}\Gamma_{ij}^{m} - \gamma_{im}\Gamma_{js}^{m}, \\
\nabla_i \gamma_{js} &= \frac{\partial \gamma_{js}}{\partial q^{i}} - \gamma_{ms}\Gamma_{ij}^{m} - \gamma_{jm}\Gamma_{is}^{m}, \\
\nabla_s \gamma_{ij} &= \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial q^{s}} - \gamma_{jm}\Gamma_{is}^{m} - \gamma_{im}\Gamma_{js}^{m}.
\end{aligned} \tag{25}$$

Innét

$$\frac{\partial \gamma_{is}}{\partial q^{j}} + \frac{\partial \gamma_{js}}{\partial q^{i}} - \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial q^{s}} = \nabla_j \gamma_{is} + \nabla_i \gamma_{js} - \nabla_s \gamma_{ij} + 2\gamma_{ms}\Gamma_{ij}^{m}, \tag{26}$$

amely segítségével, felhasználva a $G_{sp} = g_{sp} + \gamma_{sp}$ összefüggést, a Ch-szimbólumok (24) alatti kifejezése a deformáció mértéktenzorával a

$$\Gamma_{ij}^{k} = \Gamma_{ij}^{k} + \frac{1}{2} G^{ks}(\nabla_j \gamma_{is} + \nabla_i \gamma_{js} - \nabla_s \gamma_{ij}) \tag{27}$$

alakba írhatók. Azaz a λ_{ij}^{k}-ra az alábbi összefüggés adódik:

$$\lambda_{ij}^{k} = \frac{1}{2} G^{ks}(\nabla_j \gamma_{is} + \nabla_i \gamma_{js} - \nabla_s \gamma_{ij}). \tag{28}$$

De (11) miatt

$$\begin{aligned}
\nabla_j \gamma_{is} &= \nabla_j \nabla_i u_s + \nabla_j \nabla_s u_i + g^{tv}[(\nabla_j \nabla_i u_t)\nabla_s u_v + (\nabla_i u_t)\nabla_j \nabla_s u_v], \\
\nabla_i \gamma_{js} &= \nabla_i \nabla_j u_s + \nabla_i \nabla_s u_j + g^{tv}[(\nabla_i \nabla_j u_t)\nabla_s u_v + (\nabla_j u_t)\nabla_i \nabla_s u_v], \\
\nabla_s \gamma_{ij} &= \nabla_s \nabla_i u_j + \nabla_s \nabla_j u_i + g^{tv}[(\nabla_s \nabla_i u_t)\nabla_j u_v + (\nabla_i u_t)\nabla_s \nabla_j u_v].
\end{aligned} \tag{29}$$

Ezért,

$$\nabla_j \gamma_{is} + \nabla_i \gamma_{js} - \nabla_s \gamma_{ij} = 2\nabla_j \nabla_i u_s + 2g^{tv}(\nabla_j \nabla_i u_t)\nabla_s u_v, \tag{30}$$

azaz λ_{ij}^{k} (22) és (28) alatt megadott formái ekvivalensek. (Azzal a kiegészítő megjegyzéssel, hogy ezt csak az euklidészi térben igazoltuk, ahol is az abszolút deriváltak is felcserélhetők.)

A Γ_{ij}^{k} Ch-szimbólumoknak szimmetrikusaknak kell lenniük az alsó indexpárra nézve; erre később, az 5. pontban térünk vissza.

A deformált helyzetbeli Γ_{ij}^{k} Ch-szimbólumok segítségével az **R** pontban az $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisbeli abszolút deriválások is értelmezhetők, amelyek formailag kifejezhetők a deformálatlan helyzetbeli abszolút deriválással és a λ_{ij}^{k} szimbólumok segítségével. Például

$$\nabla_j A^i = \frac{\partial A^i}{\partial q^j} + \Gamma_{kj}^{i} A^k = \nabla_j A^i + \lambda_{kj}^{i} A^k, \tag{31}$$

vagy

$$\nabla_j A_i = \frac{\partial A_i}{\partial q^j} - \Gamma_{ij}^{k} A_k = \nabla_j A_i - \lambda_{ij}^{k} A_k. \tag{32}$$

Természetesen a $(\nabla_j A^i)\mathbf{r}_i$ és $(\nabla_j A_i)\mathbf{r}^i$ vektoroknak fizikai tartalmuk nincs.

A deformált $\overset{*}{\omega}$ tér, azaz az $\overset{*}{\Omega}$ tér görbületi tenzorának komponensei az alábbi összefüggésekkel határozhatók meg:

$$R_{jkl}^{i} = \frac{\partial \Gamma_{jl}^{i}}{\partial q^k} - \frac{\partial \Gamma_{jk}^{i}}{\partial q^l} + \Gamma_{sk}^{i}\Gamma_{jl}^{s} - \Gamma_{sl}^{i}\Gamma_{jk}^{s}, \tag{33}$$

illetve

$$R_{ijkl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 G_{il}}{\partial q^j \partial q^k} + \frac{\partial^2 G_{jk}}{\partial q^i \partial q^l} - \frac{\partial^2 G_{ik}}{\partial q^j \partial q^l} - \frac{\partial^2 G_{jl}}{\partial q^i \partial q^k}\right) + \\ + G_{rs}\Gamma_{jk}^{r}\Gamma_{il}^{s} - G_{rs}\Gamma_{jl}^{r}\Gamma_{ik}^{s}. \tag{34}$$

Az $\underline{\underline{R}}$ görbületi tenzornak az **u** eltolódásvektortól, pontosabban az alakváltozás mértéktenzorától való függését a kovariáns komponensekre határozzuk meg. Ehhez felhasználjuk a $G_{ij} = g_{ij} + \gamma_{ij}$ és a $\Gamma_{ij}^{k} = \Gamma_{ij}^{k} + \lambda_{ij}^{k}$ felbontásokat, így (34) az

$$R_{ijkl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 g_{il}}{\partial q^j \partial q^k} + \frac{\partial^2 g_{jk}}{\partial q^i \partial q^l} - \frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial q^j \partial q^l} - \frac{\partial^2 g_{jl}}{\partial q^i \partial q^k}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \gamma_{il}}{\partial q^j \partial q^k} + \frac{\partial^2 \gamma_{jk}}{\partial q^i \partial q^l} - \frac{\partial^2 \gamma_{ik}}{\partial q^j \partial q^l} - \frac{\partial^2 \gamma_{jl}}{\partial q^i \partial q^k}\right) + \qquad (35)$$

$$+ (g_{rs} + \gamma_{rs})\left[(\Gamma^r_{jk} + \lambda^r_{jk})(\Gamma^s_{il} + \lambda^s_{il}) - (\Gamma^r_{jl} + \lambda^r_{jl})(\Gamma^s_{ik} + \lambda^s_{ik})\right]$$

alakba írható.

A koordináta-invariáns felíráshoz áttérünk az - $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisbeli -- abszolút deriváltakra. Ehhez először tekintsük a második parciális deriváltak meghatározását az abszolút deriváltak segítségével:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{il}}{\partial q^j \partial q^k} = \frac{\partial}{\partial q^j}\left(\frac{\partial \gamma_{il}}{\partial q^k}\right) = \frac{\partial}{\partial q^j}(\nabla_k \gamma_{il} + \gamma_{im}\Gamma^m_{kl} + \gamma_{ml}\Gamma^m_{ik}) =$$

$$= \frac{\partial \nabla_k \gamma_{il}}{\partial q^j} + \frac{\partial \gamma_{im}}{\partial q^j}\Gamma^m_{kl} + \gamma_{im}\frac{\partial \Gamma^m_{kl}}{\partial q^j} + \frac{\partial \gamma_{ml}}{\partial q^j}\Gamma^m_{ik} + \gamma_{ml}\frac{\partial \Gamma^m_{ik}}{\partial q^j} =$$

$$= \underline{\nabla_j \nabla_k \gamma_{il}} + \underline{\underline{(\nabla_m \gamma_{il})\Gamma^m_{jk}}} + (\nabla_k \gamma_{ml})\Gamma^m_{ij} + \underline{\underline{(\nabla_k \gamma_{im})\Gamma^m_{jl}}} + \qquad (36)$$

$$+ (\nabla_j \gamma_{im})\Gamma^m_{kl} + \gamma_{nm}\Gamma^n_{ij}\Gamma^m_{kl} + \gamma_{in}\Gamma^n_{jm}\Gamma^m_{kl} + \gamma_{im}\frac{\partial \Gamma^m_{kl}}{\partial q^j} +$$

$$+ \underline{\underline{(\nabla_j \gamma_{ml})\Gamma^m_{ik}}} + \underline{\underline{\gamma_{nl}\Gamma^n_{jm}\Gamma^m_{ik}}} + \underline{\underline{\underline{\gamma_{nm}\Gamma^n_{jl}\Gamma^m_{ik}}}} + \underline{\underline{\underline{\gamma_{ml}}}}\frac{\partial \Gamma^m_{ik}}{\partial q^j}.$$

(A többi második derivált kiírásától eltekintünk.) A (35) képlet második ()-beli kifejezésének meghatározásához a (36) képlettel, és a ki nem írt további három összefüggéssel kapcsolatban a következő megjegyzéseket kell tenni. A képletekben (az utolsó három sorról van szó) alá nem húzott tagok az ij, illetve kl indexpárokban az indexek felcserélése révén -- előjelváltás miatt -- kiesnek. A —— aláhúzott tagok adják a második kovariáns deriváltakat. A === aláhúzott tagok adják a $G\cdot\lambda\cdot\Gamma$ típusú tagokat. A — — — aláhúzott tagok adják a $\gamma\cdot\Gamma\cdot\Gamma$ típusú tagokat. A = = = aláhúzott tagok adják a defor-

málatlan görbületi tenzor koordinátáit, amelyek a tér euklidészi volta miatt zérussal egyenlők. Tehát, eltekintve a részletektől:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\gamma_{il}}{\partial q^j\partial q^k}+\frac{\partial^2\gamma_{jk}}{\partial q^i\partial q^l}-\frac{\partial^2\gamma_{ik}}{\partial q^j\partial q^l}-\frac{\partial^2\gamma_{jl}}{\partial q^i\partial q^k}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\nabla_j\nabla_k\gamma_{il}+\nabla_i\nabla_l\gamma_{jk}-\nabla_j\nabla_l\gamma_{ik}-\nabla_i\nabla_k\gamma_{jl}\right)+G_{nm}\lambda_{jl}^{\ n}\Gamma_{ik}^{\ m}+ \tag{37}$$

$$+G_{nm}\lambda_{ik}^{\ n}\Gamma_{jl}^{\ m}-G_{nm}\lambda_{il}^{\ n}\Gamma_{jk}^{\ m}-G_{nm}\lambda_{jk}^{\ n}\Gamma_{il}^{\ m}+\gamma_{nm}\Gamma_{jl}^{\ n}\Gamma_{ik}^{\ m}-\gamma_{nm}\Gamma_{jk}^{\ n}\Gamma_{il}^{\ m}.$$

A (35) képletből az r_{ijkl}-t definiáló (a (34)-gyel analóg) összefüggés segítségével $\mathbf{g}$ parciális deriváltjai kiküszöbölhetők. A (37), majd a $\lambda_{ij}^{\ k}$-ra vonatkozó (28) alatti képletet figyelembe véve (35) az

$$R_{ijkl}=r_{ijkl}+\rho_{ijkl} \tag{38}$$

alakra hozható, ahol (az $\mathbf{R}$ pontbeli $\{\mathbf{r}_i\}$ bázisban)

$$\rho_{ijkl}=\frac{1}{2}\left(\nabla_j\nabla_k\gamma_{il}+\nabla_i\nabla_l\gamma_{jk}-\nabla_j\nabla_l\gamma_{ik}-\nabla_i\nabla_k\gamma_{jl}\right)+$$

$$+\frac{1}{4}G^{mn}\left[\left(\nabla_j\gamma_{km}+\nabla_k\gamma_{jm}-\nabla_m\gamma_{jk}\right)\left(\nabla_i\gamma_{ln}+\nabla_l\gamma_{in}-\nabla_n\gamma_{il}\right)-\right. \tag{39}$$

$$\left.-\left(\nabla_j\gamma_{lm}+\nabla_l\gamma_{jm}-\nabla_m\gamma_{jl}\right)\left(\nabla_i\gamma_{kn}+\nabla_k\gamma_{in}-\nabla_n\gamma_{ik}\right)\right].$$

Az $\underline{\underline{R}}$ görbületi tenzor komponenseinek a γ alakváltozás mértéktenzorától való függésének felírása után kitérünk az $\underline{\underline{R}}$ görbületi tenzor geometriai tartalmára, illetve néhány matematikai tulajdonságára.

A deformált állapotot jellemző $\underline{\underline{R}}$ görbületi tenzor geometriai tartalma a tér görbületének kifejezése. A görbületi tenzor megváltozása -- a (38) jelölés értelmében a $\underline{\underline{\rho}}=\underline{\underline{R}}-\underline{\underline{r}}$ tenzor -- a tér szerkezetének megváltozását hivatott visszatükrözni. A kontinuummechanikában feltesszük, hogy a vizsgált tér euklidészi. Ez a deformáció során nem változik meg, nem is változhat meg: az euklidészi tér egy tartományát képeztük le annak egy másik tartományába. Ez azt jelenti, hogy nemcsak az $\underline{\underline{r}}$, hanem az $\underline{\underline{R}}$ görbületi tenzor is azonosan egyenlő zérussal. Így persze $\underline{\underline{\rho}}$ is. Erre az összeférhetőségi egyenletek kapcsán a 6. pontban térünk vissza.

Az $\underline{\underline{R}}$ görbületi tenzor kielégíti a Bianchi-azonosságot,

$$\nabla_s R_{ijkl} + \nabla_k R_{ijls} + \nabla_l R_{ijsk} = 0, \tag{40}$$

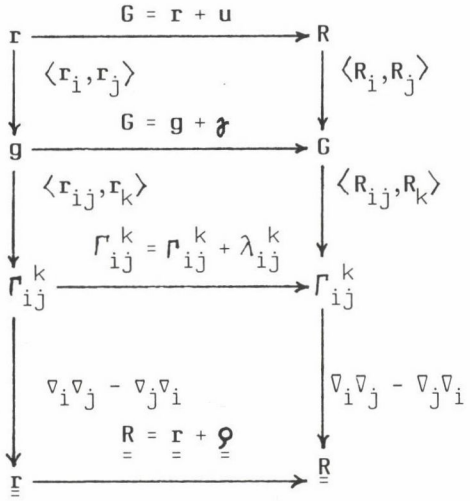
míg figyelembe véve (38)-at a

$$\nabla_s \varrho_{ijkl} + \nabla_k \varrho_{ijls} + \nabla_l \varrho_{ijsk} = 0 \tag{41}$$

összefüggés is felírható.

A (41) összefüggés az **u** eltolódásvektorra nézve integrálhatósági feltétel (azaz a leképezés diffeomorfizmusát hivatott biztosítani), amennyiben Riemann-teret képezünk le Riemann-térre. (A kép- és tárgytér közül az egyiknek legalább nemzérus görbületűnek kell lennie.) A Bianchi-azonosság az euklidészi térben kidolgozott kontinuummechanika esetén annak duál módszerében játszik szerepet /22, 7, 8, 9/.

A deformált és deformálatlan helyzetet jellemző geometriai objektumok — metrikus tenzorok, affin összefüggés együtthatói, görbületi tenzorok —



$$\mathbf{u} = u_s \mathbf{r}^s$$

$$\gamma_{ij} = \nabla_i u_j + \nabla_j u_i + g^{st}(\nabla_i u_s)\nabla_j u_t$$

$$\lambda^k_{ij} = G^{ks}[\nabla_j \nabla_i u_s + g^{tv}(\nabla_j \nabla_i u_t)\nabla_s u_v]$$

$$\lambda^k_{ij} = \frac{1}{2} G^{ks}(\nabla_j \gamma_{is} + \nabla_i \gamma_{js} - \nabla_s \gamma_{ij})$$

$$\varrho_{ijkl} = \frac{1}{2}(\nabla_j \nabla_k \gamma_{il} + \nabla_i \nabla_l \gamma_{jk} - \nabla_j \nabla_l \gamma_{ik} - \nabla_i \nabla_k \gamma_{jl}) +$$

$$+ \frac{1}{4} G^{mn}[(\nabla_j \gamma_{km} + \nabla_k \gamma_{jm} - \nabla_m \gamma_{jk})(\nabla_i \gamma_{ln} + \nabla_l \gamma_{in} - \nabla_n \gamma_{il}) -$$

$$- (\nabla_j \gamma_{lm} + \nabla_l \gamma_{jm} - \nabla_m \gamma_{jl})(\nabla_i \gamma_{kn} + \nabla_k \gamma_{in} - \nabla_n \gamma_{ik})]$$

3. ábra. A deformálatlan és deformált helyzet geometriai objektumainak kapcsolata

egymáshoz való viszonyát, illetve a deformált állapotbelieknek az **u** eltolódásvektortól, illetve a $\boldsymbol{\gamma}$ alakváltozás mértéktenzorától való függését összefoglalóan a 3. ábrán adtuk meg.

Végezetül meg kell jegyezni, hogy az ebben a pontban a deformált állapothoz tartozó **G**, Γ_{ij}^{k} és $\underline{\underline{\mathbf{R}}}$ objektumoknak az **u** eltolódásvektorral, illetve a $\boldsymbol{\gamma}$ alakváltozás mértéktenzorával felírt kifejezései egzakt, közelítést nem tartalmazó összefüggések.

A továbbiakban megvizsgáljuk a metrika, a koordinátavonal-görbület (affin összefüggés) és a görbületi tenzor deformációból adódó megváltozásának mechanikai és matematikai tartalmát, illetve következményeit.

4. A METRIKUS TENZOR MEGVÁLTOZÁSA

4.1. Az alakváltozás

A kis alakváltozásokat a Bevezetésben definiáltuk. Ennek megfelelően külön vizsgálat tárgyává nem tesszük.

Az alakváltozásoknak a relatív megnyúláson és szögváltozáson alapuló legáltalánosabb kifejezése $\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{G} - \mathbf{g})/2$, ahonnét felírható az

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left[\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + g^{st}(\nabla_i u_s)\nabla_j u_t\right] \tag{42}$$

összefüggés.

A tanulmány feltételezései mellett ezt az összefüggést kis alakváltozások esetére (is) alkalmazzuk.

Az alakváltozás tenzorához kapcsolódva megjegyezzük, hogy az -- a (42) képletből, vagy az $\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{G} - \mathbf{g})/2$ szimbolikus felírásból kitűnik -- szimmetrikus. Ez összhangban van az alakváltozás mechanikai értelmezésével: két vektor által bezárt szög értéke független a vektorok "sorrendjétől", így a szögváltozás is független attól.

Utalunk arra is, hogy a kis alakváltozások leírásakor az alakváltozási tenzor (42) alatti alakja nem linearizálható. Erre a szakirodalomban többen is felhívják a figyelmet (lásd pl. /15/, pp. 78--79, /1/, p. 38), valamint egy konkrét példán ezt az állítást egy korábbi tanulmányunkban be is bizonyítottuk /10/.

Ennek kapcsán rá kell mutatni arra, hogy fennáll az alábbi

Következmény: Amennyiben az alakváltozási tenzor nem tartalmazza az összes nemlineáris tagot, úgy az a nagy eltolódások leírására nem alkalmazható, legfeljebb csak korlátozottan nagy eltolódások leírására. Ha pedig lineáris, akkor csak kis eltolódások leírására alkalmazható.

4.2. A pont környezetének és egy irányvektornak az elfordulása

Az alakváltozás fogalmához kapcsolódóan meg kell említeni a deformált helyvektor gradienstenzorának poláris felbontását.

Ugyanis egy irányvektor ($d\mathbf{r}$) leképezését a

$$d\mathbf{R} = (\nabla\mathbf{R})^{\times} d\mathbf{r} \tag{43}$$

összefüggés adja meg (lásd pl. /15/, p. 71), magának az elfordulásnak a szögét (pontosabban annak koszinuszát) a

$$\cos\psi = \frac{\langle d\mathbf{r},\, d\mathbf{R}\rangle}{\|d\mathbf{r}\|\,\|d\mathbf{R}\|} = \frac{\langle d\mathbf{r},\, (\nabla\mathbf{R})^{\times} d\mathbf{r}\rangle}{\|d\mathbf{r}\|\|d\mathbf{R}\|} \tag{44}$$

képlet szolgáltatja. Ugyanakkor egy pont környezetének az elfordulását — amelyet merevtestszerűnek kell tekinteni — a

$$(\nabla\mathbf{R})^{\times} = \mathfrak{Q} \cdot \underline{\underline{\mathfrak{A}}} \tag{45}$$

poláris felbontás első tagja, $\mathfrak{Q}$ definiálja. (Ez az ún. Cauchy-féle felbontási tétel, lásd pl. /21/, pp. 99—103, /6/, p. 379, /18/, p. 195.) Magának az elfordulásnak a szöge a

$$\cos\theta = \frac{1}{2}(\mathbf{Tr}\mathfrak{Q} - 1) \tag{46}$$

kifejezésből határozható meg (lásd pl. /6/, p. 431).

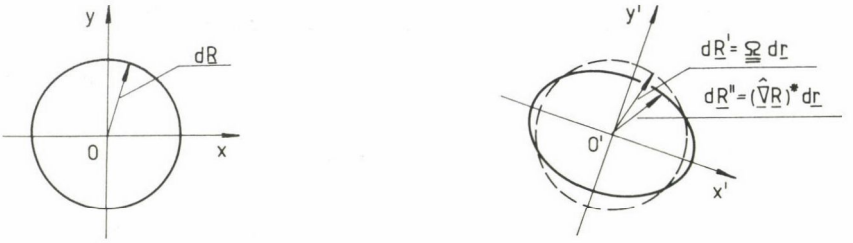
A poláris felbontás második tagja, $\underline{\underline{\mathfrak{A}}}$ — a jobboldali nyúlástenzor (/21/, pp. 99—103) — írja le a pont környezetének deformációját, mivel $\mathfrak{Q}$ ortogonális, és így mértéktartó transzformáció.

Az $\mathfrak{Q}$ forgató tenzornak és az $\underline{\underline{\mathfrak{A}}}$ jobboldali nyúlástenzornak az $\mathbf{u}$ eltolódásvektor gradienstenzora szerinti sorfejtését a négyzetes tagokig bezárólag egy korábbi tanulmányban adtuk meg /10/

A két elfordulást a 4. ábrán szemléltetjük.

Kis alakváltozások esetén a (45) alatti poláris felbontástól el lehet tekinteni, amennyiben a $(\nabla\mathbf{R})^{\times}$ gradienstenzor az eddig is alkalmazott ε hibával — ortogonális. Ezt az alábbi összefüggés-sor igazolja. Fennáll a $(\nabla\mathbf{R})^{\times} = \mathbf{g} + (\nabla\mathbf{u})^{\times}$ szimbolikus összefüggés, ezért

$$\begin{aligned}(\nabla\mathbf{R})(\nabla\mathbf{R})^{\times} &= [\mathbf{g} + \nabla\mathbf{u}][\mathbf{g} + (\nabla\mathbf{u})^{\times}] = \\ &= \mathbf{g} + \nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^{\times} + (\nabla\mathbf{u})(\nabla\mathbf{u})^{\times} = \mathbf{g} + \mathfrak{H},\end{aligned} \tag{47}$$



4. ábra. A pont környezetének ($d\mathbf{R}'$) és egy irányvektornak ($d\mathbf{R}''$) az elfordulása

de γ, a definícióból következik, hogy a $\mathbf{g}$ mellett elhanyagolható. Így arra a szakirodalomból jól ismert eredményre jutottunk (lásd pl. /16/ pp. 82—83), hogy kis alakváltozások esetén a lokális bázisok — ε hibával — merevtest-szerű elfordulást végeznek — az eltolódások nagyságától függetlenül. A deformált helyzet meghatározása során a

$$\|d\mathbf{R}\| \cong \|d\mathbf{r}\| \tag{48}$$

azonosítás használható, valamint a (43) kifejezésben a $(\nabla\mathbf{R})^*$ tenzor ortogonálisnak tekinthető. Ekkor persze a kétféle elfordulás — irány és környezet elfordulása — egybeesik.

A bázisvektorok tényleges transzformációjának a tenzorát az (5—8) összefüggések adják meg. Kis alakváltozás esetén egyszerűen

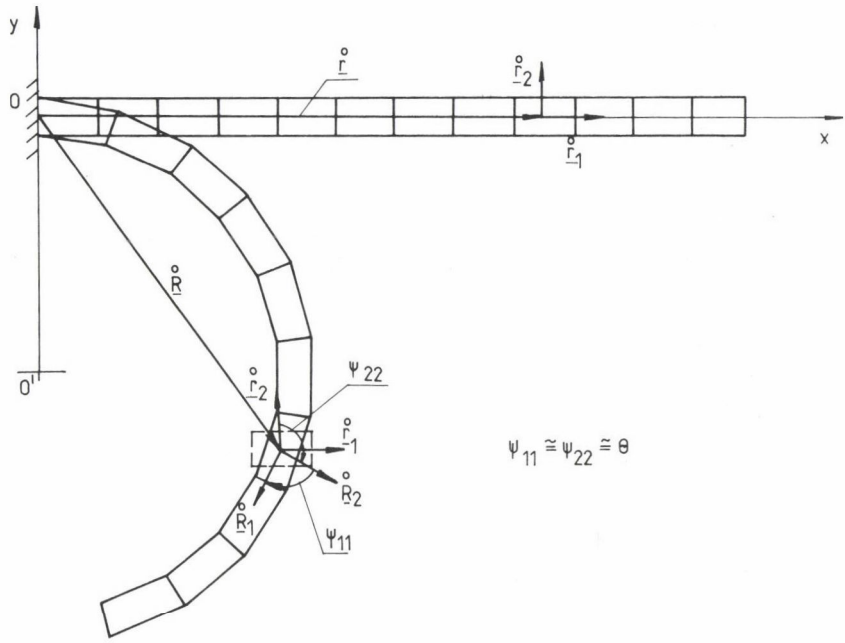
$$\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^* \tag{49}$$

írható. Azaz $\mathbf{Q}$ ortogonálisnak tekinthető.

Végezetül megjegyezzük, hogy egy pont környezetével együttmozgó objektumok (pl. külső normális egységvektor) esetén kis alakváltozások mellett a közelítés abban áll, hogy ugyanannak a vektornak, illetve tenzornak a deformálatlan helyzetbeli $\{\mathbf{r}_i\}$ a deformált helyzetbeli $\{\mathbf{R}_i\}$ bázisban számított koordinátáit azonosítjuk.

A bázisvektorok (közel) merevtestszerű elfordulása — egyszerűsített deformációs kép — logikailag szükséges, hiszen a kis alakváltozások miatt a bázisvektorok hossza, valamint a közöttük levő szögek megváltozása ε-nál kisebb.

Felmerül a kérdés, hogy ha kicsi az alakváltozás, hogyan képes a test mégis nagy eltolódásokat, illetve elfordulásokat végezni.



5. ábra. Az "irányított" kis alakváltozások összegződése nagy eltolódássá

A válasz a lokális -- globális probléma feloldásában, valamint az ún. "irányított" deformációban keresendő.

Az alakváltozas -- definíció szerint -- lokálisan jellemzi a test deformációját, az eltolódás (az elmozdulás) pedig globálisan. Így elvileg nem szükséges, hogy ellentmondás álljon fenn a kis alakváltozások és a nagy eltolódások között. Nem is áll fenn. Tudniillik a nagy eltolódások úgy jönnek létre, hogy az egyes, a testben kijelölhető egy (rúd), vagy két (héj) irányra merőleges altér alakváltozási állapota "közel azonos", vagy a kijelölt irány(ok)ban csak "igen lassan" változik. Másképpen megfogalmazva az alakváltozások egy "irányban" állnak fenn, és a test hossza (amely nagyságrendekkel nagyobb, mint a test vastagsága) miatt ezek a kis alakváltozások összegződnek nagy eltolódássá (lásd az 5. ábrát).

Ez egyúttal azt is jelenti, hogy a nagy eltolódásoknak a kis alakváltozások mellett történő létrejöttének az a feltétele, hogy a test vékony (héj) vagy karcsú (rúd) legyen.

A $(\nabla \mathbf{R})^*$ tenzor ortogonalitásából, illetve a $(\nabla \mathbf{R})^* = \mathbf{g} + (\nabla \mathbf{u})^*$ felbontásból következik, hogy kis eltolódások esetén az elfordulások is kicsik (mivel

νu is kicsi), nagy eltolódásokhoz nagy elfordulások is tartozhatnak (mivel νu lehet nagy is), értelemszerűen a korlátozottan nagy eltolódásokhoz legfeljebb korlátozottan nagy elfordulások tartozhatnak. Így a kis, korlátozott és nagy eltolódások mellett értelemszerűen a kis, korlátozott és nagy elmozdulások kifejezések is helytállóak.

4.3. A $\mathbf{G}$ metrikus tenzor konjugált koordinátáinak közelítő meghatározása

A G^{ij} kontravariáns komponenseket $G^{ij} = g^{ij} + \zeta^{ij}$ alakban kívánjuk előállítani úgy, hogy eközben ζ^{ij}-t a γ alakváltozás mértéktenzora kovariáns komponensei függvényének tekintjük. A (16) összefüggésből nyert (17) képlet túlságosan összetett. Ugyanakkor a G^{ij} komponensek definícióját — a G^{ij} komponensekből alkotott mátrix inverze a G_{ij} komponensekből alkotott mátrixnak — felhasználva a G^{ij} komponensek egy iterációs eljárásból is meghatározhatók.

Vezessük be a következő mátrixjelölést.

$$\underline{\underline{g}} = (g_{ij}), \qquad \underline{\underline{G}} = (G_{ij}), \qquad \underline{\underline{\gamma}} = (\gamma_{ij}),$$
$$\underline{\underline{g}}^{-1} = (g^{ij}), \qquad \underline{\underline{G}}^{-1} = (G^{ij}), \qquad \underline{\underline{E}} = (\delta_{ij}). \tag{50}$$

Induljunk ki a

$$\underline{\underline{G}} = \underline{\underline{g}} + \underline{\underline{\gamma}} \tag{51}$$

összefüggésből. Keressük a $\underline{\underline{G}}$ inverzét a

$$\underline{\underline{G}}^{-1} = \underline{\underline{g}}^{-1} + \underline{\underline{\zeta}} \tag{52}$$

alakban:

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{G}}\underline{\underline{G}}^{-1} = (\underline{\underline{g}} + \underline{\underline{\gamma}})(\underline{\underline{g}}^{-1} + \underline{\underline{\zeta}}) = \underline{\underline{E}} + (\underline{\underline{g}} + \underline{\underline{\gamma}})\underline{\underline{\zeta}} + \underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1}. \tag{53}$$

Ezt átrendezve, és (52)-t ismételten felhasználva

$$\underline{\underline{\zeta}} = -(\underline{\underline{g}}^{-1} + \underline{\underline{\zeta}})\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1}. \tag{54}$$

Az ebből nyerhető egzakt

$$\underline{\underline{\zeta}} = -\left(\underline{\underline{E}} + \underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1}\right)^{-1}\underline{\underline{g}}^{-1}\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1} \tag{55}$$

összefüggésből -- a (16) alatti kifejezéshez hasonlóan -- a G^{ij}-re nehezen kezelhető összefüggést nyerünk. Ugyanakkor $\underline{\underline{\zeta}}$ az (54)-ből iteráció segítségével számítható.

$$\underline{\underline{\zeta}}_0 = 0, \tag{56_0}$$

$$\underline{\underline{\zeta}}_1 = -(\underline{\underline{g}}^{-1} + \underline{\underline{\zeta}}_0)\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1} = -\underline{\underline{g}}^{-1}\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1}, \tag{56_1}$$

$$\underline{\underline{\zeta}}_2 = -(\underline{\underline{g}}^{-1} + \underline{\underline{\zeta}}_1)\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1} = -\underline{\underline{g}}^{-1}\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1} + \underline{\underline{g}}^{-1}(\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1})^2, \tag{56_2}$$

$$\vdots$$

$$\underline{\underline{\zeta}}_n = -(\underline{\underline{g}}^{-1} + \underline{\underline{\zeta}}_{n-1})\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1} = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \underline{\underline{g}}^{-1}(\underline{\underline{\gamma}}\underline{\underline{g}}^{-1})^k. \tag{56_n}$$

Amennyiben az alakváltozások kicsik, úgy a sorfejtésben elegendő az első tagot megtartani:

$$\zeta_1^{ij} = -g^{ik}\gamma_{kl}g^{lj} = -\gamma^{ij}. \tag{57}$$

Összevetve (57)-et és (52)-t, a G^{ij} kontravariáns komponenseire kis alakváltozások esetén a

$$G^{ij} \cong g^{ij} - \gamma^{ij} \tag{58}$$

alakú összefüggést nyerjük.

5. AZ AFFIN ÖSSZEFÜGGÉS EGYÜTTHATÓINAK MEGVÁLTOZÁSA

A 3. pontban meghatároztuk a deformált helyzethez tartozó affin összefüggés együtthatóinak (Γ_{ij}^{k}) értékeit, mint a deformálatlan állapothoz tartozó értékeinek (Γ_{ij}^{k}) és az **u** eltolódásvektortól, illetve a γ alakváltozás mértéktenzorától függő tagnak (λ_{ij}^{k}) az összegét:

$$\Gamma_{ij}^{k} = \Gamma_{ij}^{k} + \lambda_{ij}^{k}. \tag{59}$$

A λ_{ij}^{k}-ra két, egymással ekvivalens összefüggést is levezettünk, a (22) és a (28) összefüggéseket.

A deformált állapothoz tartozó Γ_{ij}^{k} Ch-szimbólumoknak is szimmetrikusaknak kell lenniük az alsó indexek felcserélésére nézve. Ez úgy teljesül (lásd az (59) képletet), ha a λ_{ij}^{k} szimmetrikus az alsó indexek felcserélésére néz-

ve. A (22)-ből látható, hogy a szimmetria az euklidészi térben teljesül, mivel ott az abszolút deriváltak felcserélhetők. A λ_{ij}^{k} (28) alatti kifejezése ekvivalens a (22) alatti kifejezéssel az euklidészi térben. Ezért az itt tárgyalt esetben a szimmetria fennáll.

Végül vizsgáljuk meg, hogy kis alakváltozás esetén hogyan egyszerűsödik a (22), illetve a (28) összefüggés. Ez esetben ugyanis alkalmazható a $G^{ks} \approx g^{ks}$ közelítő összefüggés, ezért kis alakváltozás esetén

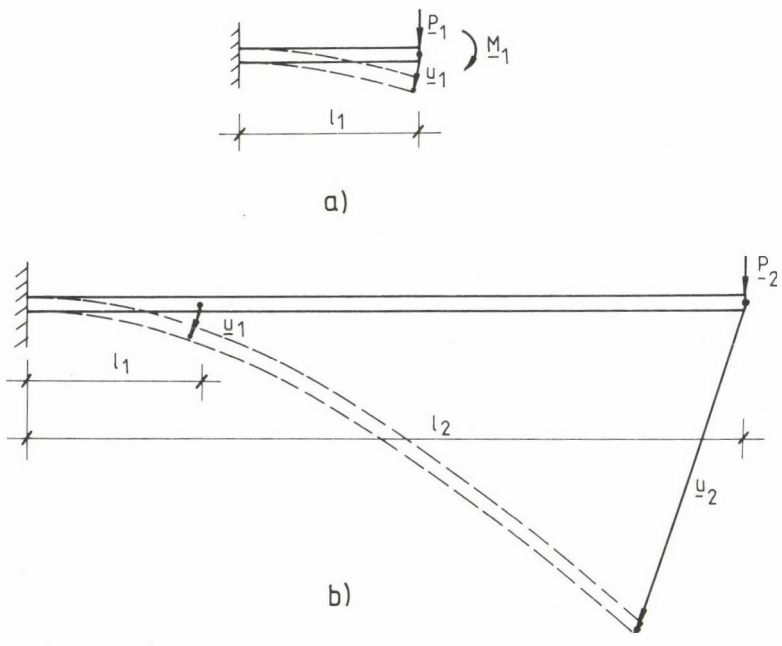
$$\lambda_{ij}^{k} = g^{ks}[\nabla_j \nabla_i u_s + g^{tv}(\nabla_j \nabla_i u_t)\nabla_s u_v] \tag{60}$$

és

$$\lambda_{ij}^{k} = \frac{1}{2} g^{ks}(\nabla_j \gamma_{is} + \nabla_i \gamma_{js} - \nabla_s \gamma_{ij}) \tag{61}$$

írható.

Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a kis alakváltozások mellett az affin összefüggések együtthatóinak megváltozása lehet nagy is, lásd pl. a 6. ábrát. Az affin összefüggések együtthatói megváltozásának a nagysága függet-



6. ábra. A görbületváltozás az eltolódások nagyságától független
a) görbületváltozás kis eltolódások esetén
b) görbületváltozás nagy eltolódások esetén

len az eltolódások nagyságától. Az affin összefüggések együtthatóinak megváltozása lokálisan jellemzi a test deformációját, míg az eltolódások globálisan. Ezért elvileg a kis eltolódások esetén is figyelembe kellene venni az affin összefüggés együtthatóinak megváltozását (lásd pl. a 6. ábrát). Szerencsére erre nincs feltétlen szükség. Ugyanis kis elmozdulások esetén a linearizált alakváltozás-eltolódás összefüggések használhatók, ekkor az eltolódások az alakváltozásból a Cesaro-képlet segítségével határozhatók meg (lásd pl. /15/ pp. 63—64). Továbbá a mozgás- (egyensúlyi) egyenletek a deformálatlan helyzetben is felírhatók. Azaz a kis alakváltozások mellett kis elmozdulást végző kontinuum elméletében nem szerepelnek — pontosabban fogalmazva, nem feltétlen szükséges, hogy szerepeljenek — a deformált állapothoz tartozó Ch-szimbólumok.

6. A GÖRBÜLETI TENZOR MEGVÁLTOZÁSA; AZ ÖSSZEFÉRHETŐSÉGI EGYENLETEK

A 3. pontban meghatároztuk a deformált helyzethez tartozó görbületi tenzor kovariáns komponenseinek (R_{ijkl}) értékeit, mint a deformálatlan állapothoz tartozó értékeinek (r_{ijkl}) és a γ alakváltozás mértéktenzorától függő tagnak (ϱ_{ijkl}) az összegét:

$$R_{ijkl} = r_{ijkl} + \varrho_{ijkl}, \tag{38}$$

ahol ϱ_{ijkl}-t a (39) összefüggés szolgáltatja.

A $\underline{\underline{\varrho}}$ tenzor — a bevezetéséből következően — "örökli" a görbületi tenzor algebrai tulajdonságait, és kielégíti a Bianchi-azonosságot is. (Ezek igazolása (39) alapján elvégezhető, ugyanakkor teljesen analóg magának a görbületi tenzor tulajdonságainak vizsgálatával; lásd pl. /13/ pp. 160—168. Ezért részletezésétől eltekintünk.)

A $\underline{\underline{\varrho}}$ tenzor — nulltenzor. Ez annak a következménye, hogy az euklidészi tér egy tartományát ($\underline{\underline{r}} = \mathbf{0}$) képeztük le az euklidészi tér egy másik tartományára ($\underline{\underline{R}} = \mathbf{0}$). Azaz

$$\underline{\underline{\varrho}} = \mathbf{0}. \tag{62}$$

A görbületi tenzor eltűnése integrálhatósági feltétel: a $\mathbf{G}$ metrikus tenzorból, pontosabban fogalmazva a $(\nabla \mathbf{R})^{\times}$ gradienstenzorból, az $\mathbf{u}$ eltolódásvektor egyértelmű előállításának (szükséges és elégséges) feltétele. (Részleteket lásd pl. /15/ pp. 87—89.)

A negyedrendű $\underline{\underline{\underline{\underline{\varrho}}}}$ tenzor a negyedrendű inkompatibilitási tenzor, és a rá vonatkozó (62) tenzoregyenlet az összeférhetőségi egyenlet.

Az összeférhetőségi egyenletek általános alakját (62) adja, figyelembe véve $\underline{\underline{\varrho}}$-nak a (39) alatti kifejezését. A kis alakváltozások mellett alkalmazzuk a $G^{mn} \cong g^{mn}$ közelítő összefüggést. Így a negyedrendű inkompatibilitási tenzor kovariáns komponenseire, és egyúttal az összeférhetőségi egyenletekre a következő összefüggést nyerjük:

$$\varrho_{ijkl} = \frac{1}{2}(\nabla_j\nabla_k\gamma_{il} + \nabla_i\nabla_l\gamma_{jk} - \nabla_j\nabla_l\gamma_{ik} - \nabla_i\nabla_k\gamma_{jl}) +$$

$$+ \frac{1}{4} g^{mn}[(\nabla_j\gamma_{km} + \nabla_k\gamma_{jm} - \nabla_m\gamma_{jk})(\nabla_i\gamma_{ln} + \nabla_l\gamma_{in} - \nabla_n\gamma_{il}) - \tag{63}$$

$$- (\nabla_j\gamma_{lm} + \nabla_l\gamma_{jm} - \nabla_m\gamma_{jl})(\nabla_i\gamma_{kn} + \nabla_k\gamma_{in} - \nabla_n\gamma_{ik})] = 0.$$

7. ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmányban a kis alakváltozások mellett nagy elmozdulásokat végző kontinuum kinematikai összefüggéseivel foglalkoztunk. Ennek során meghatároztuk a metrikus tenzor kontravariáns komponenseinek, az affin összefüggés együtthatóinak és a görbületi tenzor kovariáns komponenseinek a deformáció során létrejött megváltozását az eltolódásvektor, illetve az alakváltozás mértéktenzora kovariáns komponenseinek függvényében zárt formában, koordinátás, de koordináta-invariáns alakban tetszőleges nagyságú eltolódások és alakváltozások esetére. Felírtuk az összefüggéseket kis alakváltozások esetén is.

Az összefüggések felírása után megadtuk a test egésze deformációjának geometriai jellemzését kis alakváltozások és nagy elmozdulások esetén. Így bevezettük a korlátozott eltolódás és a lehajlás fogalmakat a vékony héjak és karcsú rudak olyan eltolódásaira, amelyek már nem kicsik, de még nem tetszőlegesen nagyok. A szakirodalommal összhangban rámutattunk arra, hogy kis alakváltozások és nagy eltolódások mellett a bázis mozgása alapvetően a merevtestszerű elfordulással jellemezhető. Megmutattuk azt is, hogy a nagy eltolódások a kis alakváltozások mellett az "egyirányú" alakváltozások összegződéseképp jönnek létre. Ugyanakkor rámutattunk arra is, hogy az affin együtthatók megváltozásai már kis eltolódások esetén is lehetnek nagyok, valamint arra is, hogy ez a linearizált elméletben nem feltétlenül játszik szerepet.

IRODALOM

/1/ **Béda Gy.—Kozák I.—Verhás J.:** Kontinuummechanika. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1986.

/2/ **Farkas M.** (főszerk.): Matematikai kislexikon. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1972.

/3/ **Gol'denblat (Гольденблат, И.И.):** Некоторые вопроси механики деформируемых сред. ГИТТЛ, Москва, 1955.

/4/ **Kil'csevszkij (Кильчевский, Н.А.—Издебская, Г.А.—Кисилевская, Л.М.):** Лекции по аналитической механике оболочек. Вища школа, Киев, 1974.

/5/ **Kobayashi, Sh.—Nomizu, K.:** Foundation of Differential Geometry. Vol. I. and II. Interscience Publ., N.Y., 1963 and 1969.

/6/ **Korn, G.A.—Korn, T.M.:** Matematikai kézikönyv műszakiaknak. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1975.

/7/ **Kozák I.:** A lineáris elasztostatika feszültségekkel felírt mezőegyenleteiről és peremfeltételeiről. = Műszaki Tudomány 57. 1979. pp. 423—446.

/8/ **Kozák I.:** Észrevételek és kiegészítések a lineáris elasztostatika feszültségfüggvényekkel felírt variációs elveihez. = Műszaki Tudomány 57. 1979. pp. 361—379.

/9/ **Kozák I.:** Vékony héjak feszültségmezővel felépített elmélete. Doktori értekezés. Miskolc. 1980.

/10/ **Lámer, G.:** Notes on the Theory of Large Displacement with Small Strain. = = Periodica Politechnica. Civ. Eng. Vol. 29. 1985. 1—2. pp. 53—65.

/11/ **Lámer, G.:** Theories of Thin Shells and Slender Rods Underdoing Large Displacement. = Proc. of the First Conference on Mechanics. Vol. 3. pp. 203—206 (Prague, 1987).

/12/ **Lámer G.:** A nagy elmozdulásokat végző kontinuum kinematikája. = "Magyarok szerepe..." II. Tud. találkozó. Előadások kivonatai I. kötet, pp. 85—88, Budapest, 1989.

/13/ **Lánczos K.:** A geometriai térfogalom fejlődése. Gondolat, Bp., 1976.

/14/ **Love, A.E.H.:** A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Fourth Edition. University Press, Cambridge, 1927.

/15/ **Lur'e (Лурье, А.И.):** Теория упругости. Наука, Москва, 1970.

/16/ **Novozsilov (Новожилов, В.В.):** Основы нелинейной теории упругости. ОГИЗ ГИТТЛ, Москва, 1948.

/17/ **Rózsa P.:** Lineáris algebra és alkalmazása. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1974.

/18/ **Szedov (Седов, Л.И.):** Механика сплошных сред. В 2-х томах. 2-ое изд. Наука, Москва, 1973.

/19/ **Szolcsányi E.:** Differenciálgeometria és vektoranalízis. Kézirat. Tankönyvkiadó, Bp., 1978.

/20/ **Szőkefalvy-Nagy Gy.—Gehér L.—Nagy P.:** Differenciálgeometria. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1979.

/21/ **Truesdell, C.:** A First Course in Rational Continuum Mechanics. The J. Hopkins University, Baltimore, Maryland, 1972.

/22/ **Washizu, K.:** A Note on the Conditions of Compatibility. = J. of Math. and Physics, 36. 1958, 4. pp. 306—312.

Dr. Lámer Géza, a műszaki tudomány kandidátusa

KÉT- ÉS EGYVÁLTOZÓS FELADATOK LEVEZETÉSE A HÁROMVÁLTOZÓS FELADATBÓL. SAJÁTOSSÁGAI A KONTINUUMMECHANIKÁBAN

JELÖLÉSEK

a_j — ismeretlen, valós értékű együtthatók

$D(\omega)$ — az ω tartomány átmérője

$f_j(q^1,q^2,q^3)$ — háromváltozós bázisfüggvények

F — kétdimenziós, korlátos tartomány

F_- — az $\Omega = FxG$ tartomány alsó (kezdő) lapja

F_+ — az $\Omega = FxG$ tartomány felső (vég) lapja

$g_i(q^3)$, $g_i(q^1,q^2)$ — egy-, illetve kétváltozós bázisfüggvények

G — egydimenziós, korlátos tartomány

G_- és G_+ — a G tartomány perempontjai

l — adott függvény

$\mathbf{L}$ — differenciálkifejezés

p — adott függvény

P — az $\Omega = FxG$ tartomány külső és belső palástjainak egyesítése

$\mathbf{P}$ — algebrai vagy differenciálkifejezés

q^3 — a G görbe koordinátája (ívhosszparamétere)

q^1 és q^2 — az F felület (felületi) koordinátái

s — a ∂F ívhosszparamétere

$u(q^1,q^2,q^3)$ — ismeretlen függvény

$u_i(q^1,q^2)$, $u_i(q^3)$ — két-, illetve egyváltozós együtthatók (új ismeretlen függvények)

φ_k — súlyfüggvények

Ω — háromdimenziós, korlátos tartomány

∂F — az F tartomány pereme

∂G — $G_- \cup G_+$, a G tartomány pereme

$\partial\Omega$ — az Ω tartomány pereme

$\times$ — Descartes-szorzat

$\in$ — eleme

Néhány további jelölést a szövegben értelmezünk.

1. BEVEZETÉS

A változószám csökkentésének gondolata a parciális differenciálegyenletek vizsgálatában Kantorovics nevéhez fűződik (lásd pl. /8/ pp. 322--328). Kantorovics a kétváltozós parciális differenciálegyenletet közönséges differenciálegyenlet-rendszerre vezeti vissza. Az eljárás lényege az, hogy a bázisfüggvények mindkét változó szerint változnak, míg a bázisfüggvények együtthatói az egyik változó ismeretlen függvényei. Ezt a változót kitüntetett, míg a másik változót eliminált változónak nevezzük. A vizsgált tartomány olyan, hogy azt a kitüntetett változó irányára merőleges két egyenes és az azokat összekötő két görbe határolja. A peremen zérus értékű peremfeltételek adottak. Az egyváltozós feladat ismeretlen függvényei a sorfejtés "együtthatói" lesznek, amelyekre nézve Kantorovics variációs elv segítségével állít fel közönséges differenciálegyenlet-rendszert. Ezekhez az egyenletekhez a peremnek a kitüntetett koordináta irányára merőleges két egyenes szakasszal adott részén tűz ki peremfeltételt. A perem ezen részét redukált peremnek, míg a másik részét eliminált peremnek nevezzük. Az eliminált peremen a bázisfüggvényekre kirótt igen szigorú feltétel miatt, nevezetesen, hogy azok a peremfeltételeket a perem teljes tartományában kielégítik, az eliminált peremfeltételek az egyváltozós ismeretlen függvények értékeitől függetlenül is teljesülnek.

A módszer általános alkalmazásához elsősorban a peremfeltételre kirótt feltételtől — az csak zérus lehet — kell eltekinteni. A redukált peremrészen a tetszőleges peremfeltétel teljesítése nem ütközik nehézségbe, az eliminált peremrészen viszont továbbra is csak zérus értékű peremfeltételeket lehet kielégíteni (lásd pl. a tárcsafeladatot, a csavarást és a lemezhajlítást a Varvak--Rjabov rugalmasságtani kézikönyv XIII. fejezetében, /22/ pp. 212--239).

A megoldási módszer általánosításához egyszerűen el kell tekinteni attól a feltételtől, hogy a bázisfüggvények kielégítik a peremfeltételeket. Mivel a bázisfüggvények együtthatóit, mint függvényeket, a rájuk vonatkozó differenciálegyenlet-rendszer egyértelműen határozza meg (annak értelmezési tartományán és peremén), ezzel az egy függvényrendszerrel csak a redukált pe-

remrészen kirótt peremfeltételeket lehet figyelembe venni. Az eliminált peremen megadott peremfeltételek figyelembevételére egy második függvénysor alkalmazása szükséges. Ez a második függvénysor mindkét változó ismert függvénye, míg az együtthatói ismeretlen valós számok. E második függvénysor alkalmazásának szükségességére (háromváltozós feladatot vizsgálva) korábbi tanulmányunkban hívtuk fel a figyelmet /13/. Ekkor a mezőegyenletek mellett természetesen a peremfeltételek közelítését is tartalmaznia kell a numerikus módszernek (pontosabban a hibaelvnek).

A kontinuummechanikában a két- és egyváltozós feladatokat általában az $\Omega = FxG$ Descartes-szorzattal (/6/ p. 63) definiált tartományon szokás értelmezni. Itt F egy felületen megadott tartomány (azaz "felületidom") és G egy szakasz, vagy pedig G egy görbeszakasz és F egy síkidom. Továbbá F és G általában derékszögben illeszkednek egymáshoz. Ezzel a módszerrel értelmezhetők a prizmatikus testek (G szakasz, F síkidom), a forgástestek (G a teljes körvonal, F síkidom), állandó vastagságú lemezek és héjak (F sík-, illetve felületidom, G szakasz), valamint az állandó keresztmetszetű rudak (G görbeszakasz, F síkidom); az illeszkedés szöge ezen esetekben 90°.

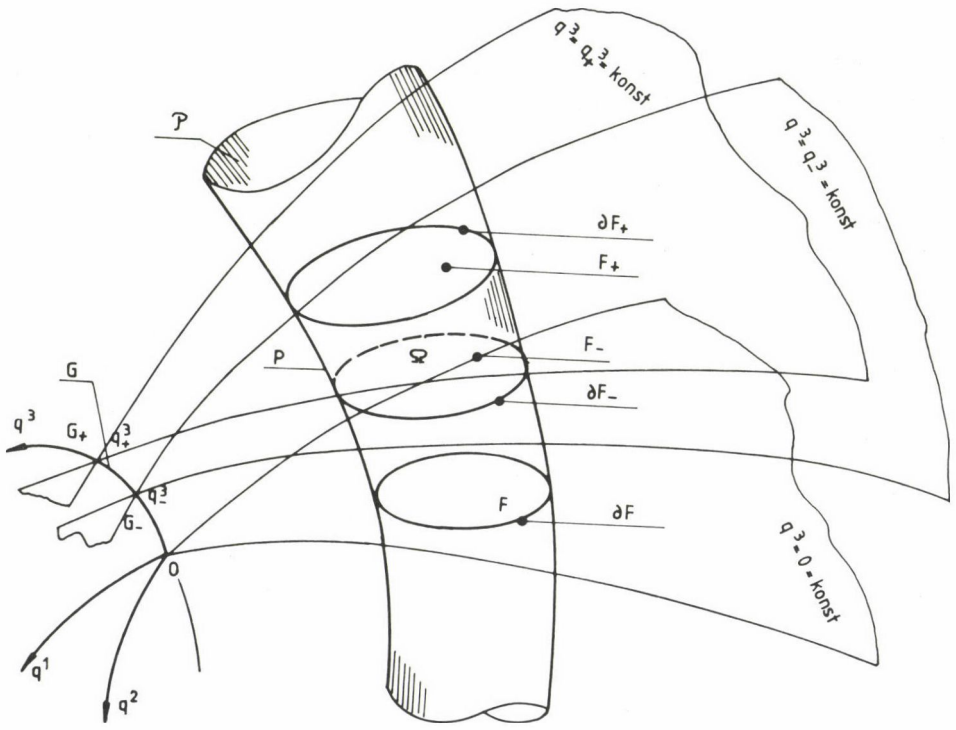
A lemez, illetve héj vastagságának a változását a lemez, illetve a héj bázisfelülete (általában a középfelület) felületi koordinátáinak a függvényében szokás megadni (lásd pl. /4/ p. 96, vagy /18/ p. 443). A rúdkeresztmetszet és a természetes elcsavarodás változását a rúd bázistengelye (általában a súlytengelye) paraméterének (általában ívhosszat alkalmazunk) függvényében szokás megadni (lásd pl. /7/ p. 7, vagy /2/ p. 647). A két- és egyváltozós feladatok értelmezését viszont megkönnyíti, ha a vizsgált tartományt két azonos osztályhoz tartozó koordinátafelület és egy, az e koordinátafelületeket átdöfő koordinátavonalak serege határolja. Azaz a vizsgált tartományt egy előre megadott görbevonalú koordináta-rendszerben egy koordinátavonalon kijelölt görbeszakasz és egy koordinátafelületen kijelölt felületidom Descartes-szorzatával határozzuk meg.

2. A VIZSGÁLT TARTOMÁNY

Legyen adott egy $\{q^i\}$ görbevonalú koordináta-rendszer az euklidészi térben (lásd az 1. ábrát):

$$q^i = q^i(x^1,x^2,x^3). \qquad (i=1,2,3) \qquad (1)$$

A $\{q^i\}$ koordináta-rendszerről (tehát az (1) koordináta-transzformációról) feltesszük, hogy megengedhető (/9/ pp. 484--485).



1. ábra. Az Ω tartomány értelmezéséhez

Legyen adott a $q^3 = 0$ értékhez tartozó koordinátafelületen az F korlátos tartomány (lásd az 1. ábrát). Az F tartomány lehet többszörösen is összefüggő. Ez teszi lehetővé a perforált lemezek és héjak, illetve az egy- és többszekciós (vékonyfalú) rudak értelmezését. Az F tartomány határát jelölje ∂F. Ha F n-szeresen összefüggő (/6/ p. 416), akkor ∂F egy külső és n-1 belső zárt görbéből áll.

A F perem egyes zárt görbéin áthaladó q^3 koordinátavonalak egy-egy felületet alkotnak, amelyeket (halmazelméleti uniójukat) $\mathcal{P}$-vel jelöljük. Ha F n-szeresen összefüggő, akkor $\mathcal{P}$ egy külső és n-1 belső felületből áll. Ezeket (általánosított) palástfelületeknek nevezzük.

Legyen adott a $q^1 = q^2 = 0$ értékekhez tartozó koordinátavonalon egy G összefüggő, nyílt görbeszakasz. A görbeszakasz q_-^3, illetve q_+^3 koordinátájú végpontjait jelölje G_-, illetve G_+ (lásd az 1. ábrát).

Ezután definiáljuk az Ω korlátos tartományt, mint a $\mathcal{P}$-t alkotó palást-felületekkel, valamint a $q^3 = q^3_-$ = konst és a $q^3 = q^3_+$ = konst koordináta-felületekkel határolt (nyílt) belső tartományt (lásd az 1. ábrát). Ha F n-szeresen összefüggő, akkor az Ω tartomány is n-szeresen összefüggő.

A $\mathcal{P}$-ből a $q^3 = q^3_-$ = konst, illetve a $q^3 = q^3_+$ = konst koordinátafelületek által kimetszett nyílt tartományt P-vel jelöljük és az egyes komponenseit (általánosított) -- külső, illetve belső -- palástnak nevezzük. A $q^3 = q^3_-$ = = konst, illetve a $q^3 = q^3_+$ = konst koordinátafelület és a $\mathcal{P}$ metszetét ∂F_--szal, illetve ∂F_+-szal jelöljük. A $q^3 = q^3_-$ = konst felületen ∂F_--szal határolt (nyílt) belső tartományt F_--szal jelöljük és alsó (vagy kezdő) lapnak nevezzük. Analóg módon értelmezzük az F_+ felső (vagy vég-) lapot. A fenti definíciókból következik, hogy az F_- határa ∂F_-, az F_+ határa ∂F_+, míg P határa ∂F_- és ∂F_+ uniója. Megjegyezzük, hogy az (1) koordinátatranszformáció megengedhető volta miatt a P a $\mathcal{P}$-vel, az F_- és F_+ az F-el, a ∂F_- és ∂F_+ a ∂F-el topológiailag ekvivalensek.

A fentebb az F két- és a G egydimenziós tartományok segítségével definiált Ω tartomány $\partial\Omega$ határát a külső és belső palástok P halmaza, az F_- alsó és az F_+ felső lapok, valamint a peremgörbék ∂F_-, illetve ∂F_+ halmazai alkotják.

A Descartes-szorzat fogalmával az egyes tartományok, illetve ponthalmazok a következőképp fejezhetők ki:

$$\Omega = FxG, \tag{2}$$

$$P = \partial FxG, \tag{3}$$

$$F_- = FxG_-; \quad F_+ = FxG_+, \tag{4}$$

$$\partial F_- = \partial FxG_-; \; \partial F_+ = \partial FxG_+. \tag{5}$$

Meg kell jegyezni, hogy csak az F és G tartományok, illetve azok ∂F és $\partial G := G_- \cup G_+$ határainak megadása nem elégséges a (2--5) Descartes-szorzatokkal értelmezett tartományok (illetve ponthalmazok) geometriai egyértelműségéhez: az alkalmazott (1) koordinátarendszer függvényében ugyanazon F és G mellett a (2--5) Descartes-szorzatok más és más geometriai alakzatokat definiálnak.

3. A FELADAT KITŰZÉSE

Tekintsünk egy

$$\mathbf{L}(u(q^1,q^2,q^3),q^1,q^2,q^3) = l(q^1,q^2,q^3) \qquad ((q^1,q^2,q^3)\in \Omega) \tag{6}$$

mezőegyenletet, ahol $\mathbf{L}$ valamilyen parciális differenciálkifejezés, $u = u(q^1,q^2,q^3)$ az ismeretlen (skalár, vektor, tenzor) függvény, míg $l = l(q^1,q^2,q^3)$ adott (folytonos) függvény. (A (6) formailag lehet skalár-, vektor- vagy tenzoregyenlet, a differenciálkifejezés rendje pedig tetszőleges.)

A (6) mezőegyenlethez tartozzon egy, az $\mathbf{L}$ típusának és rendjének megfelelő

$$\mathbf{P}(u(q^1,q^2,q^3),q^1,q^2,q^3) = p(q^1,q^2,q^3) \qquad ((q^1,q^2,q^3)\in \partial\Omega) \tag{7}$$

peremfeltétel, ahol $\mathbf{P}$ valamilyen differenciál- vagy algebrai kifejezés, $p = p(q^1,q^2,q^3)$ adott (folytonos) függvény.

Az Ω tartomány peremének az F_-, P és F_+ tartományokra való particionálásával a (7) peremfeltétel az alábbi alakba írható (s a ∂F-en bevezetett koordináta):

$$\mathbf{P}(u(q^1,q^2,q^3_-),q^1,q^2,q^3_-) = p(q^1,q^2,q^3_-), \qquad ((q^1,q^2)\in F) \tag{8a}$$

$$\mathbf{P}(u(q^1(s),q^2(s),q^3),q^1(s),q^2(s),q^3) = p(q^1(s),q^2(s),q^3), \qquad ((s,q^3)\in P) \tag{8b}$$

$$\mathbf{P}(u(q^1,q^2,q^3_+),q^1,q^2,q^3_+) = p(q^1,q^2,q^3_+). \qquad ((q^1,q^2)\in F) \tag{8c}$$

Mivel a peremgörbék ∂F_- és ∂F_+ halmazai, mint kétdimenziós zárt tartományok, nullmértékűek, a peremfeltétel (8) alatti alakja azonos a (7) alatt felírttal.

Az általánosságban kitűzött peremérték-feladat felírásával lehetővé válik a feladat formai megfogalmazása:

Keressünk a (6) és (8) háromváltozós peremérték-feladathoz tartozó két- és egyváltozós közelítő megoldásokat.

4. A KÉT- ÉS EGYVÁLTOZÓS FELADATOK ÉRTELMEZÉSE

Egy adott háromváltozós feladathoz tartozó két- és egyváltozós feladatokat a háromváltozós feladat egy-egy két, illetve egy változóban ismeretlen közelítő megoldásának tekintjük. Ennek megfelelően ki kell jelölni a köze-

lítő megoldást tartalmazó függvényteret és ki kell választani az ismeretlen mennyiségek meghatározását lehetővé tevő hibaelvet.

A két- és egyváltozós feladatok értelmezésének lehetőségét a közelítő megoldást tartalmazó függvénytér kijelölése foglalja magában: Olyan bázisfüggvényeket kell kiválasztani, amelyek a kijelölt két (q^1,q^2), illetve egy (q^3) változótól függő "együtthatókat", azaz függvényeket tartalmaznak. Például $u_1(q^1,q^2)\sin q^3$, $u_2(q^1)u_3(q^2)\exp(7q^3)$, illetve $u_4(q^3)\times[(q^1)^2 + 2q^1q^2 + (q^2)^2]$. Általában $g_i(q^3)u_i(q^1,q^2)$, illetve $g_i(q^1,q^2)u_i(q^3)$ $(i=1,2,3\ldots)$ függvényeket kell tekinteni, ahol a g_i függvények az argumentumainak ismert, míg az u_i függvények az argumentumainak ismeretlen függvényei.

A továbbiakban a kitüntetett (a kétváltozós feladat esetén q^1 és q^2, illetve egyváltozós esetében q^3) és eliminált (értelemszerűen a q^3, illetve a q^1 és q^2) koordinátákról beszélünk.

A háromváltozós feladatot egy háromdimenziós tartományon és annak kétdimenziós peremén tűzzük ki. A két- és egyváltozós feladatok értelmezéséhez a két, illetve egy változóban ismeretlen bázisfüggvények — pontosabban "együtthatók" — kiválasztásán túl és azzal összhangban szükséges még kijelölni azt a két-, illetve egydimenziós tartományt az egy-, illetve nulldimenziós peremével együtt, amelyen a két-, illetve egyváltozós feladatot értelmezni kívánjuk.

Az Ω tartománynak az FxG Descartes-szorzattal való értelmezésével automatikusan megadtuk a két- és az egyváltozós feladatok értelmezési tartományát (a peremekkel együtt). A kétváltozós feladatot az F tartományon értelmezzük, a peremfeltételeket pedig az F tartomány ∂F peremén adjuk meg. Az egyváltozós feladatot a G tartományon értelmezzük, a peremfeltételeket pedig a G tartomány G_- és G_+ perempontjaiban adjuk meg.

A két- és egyváltozós feladatok értelmezésében a hibaelv kiválasztása csak másodlagos szerepet játszik: először is a hibaelv és a közelítő altér kiválasztása független egymástól (/20/ pp. 17—27). Másodszor pedig olyan hibaelvet kell kiválasztani, amely alkalmas az ismeretlen együtthatók, azaz az ismeretlen függvények meghatározását szolgáló egyenletek felállítására. A szakirodalomból ismert az az eredmény, hogy ha a bázisfüggvényekre nézve semmiféle megkötést nem teszünk — a bázisfüggvények és a kitűzött feladat mezőegyenletei, valamint peremfeltételei között nem áll fenn semmilyen kapcsolat —, akkor hibaelvként variációs elvet, legkisebb négyzetek hibaelvet vagy a súlyozott maradékok módszerét alkalmazhatjuk (/20/ pp. 22—27).

Ugyanakkor a hibaelv kiválasztása egy adott háromváltozós feladathoz tartozó két- és egyváltozós feladat levezetésében jelentős szerepet játsz-

hat. A különböző hibaelvek különböző "együtthatójú" két- és egyváltozós feladathoz vezethetnek. (Erre később visszatérünk.)

A háromváltozós feladat megoldása során a "hagyományos" (mint például a polinomiális vagy trigonometrikus) bázisfüggvények alkalmazása esetén a hibaelv segítségével alakítjuk át az operátoregyenletet algebrai feladattá. Ez az átalakítás egyszerűen annak a következménye, hogy a hibaelv az Ω tartományon és annak peremén kijelölt integrálást tartalmaz.

A két- és egyváltozós feladatok levezetése során a hibaelv csak egy parciális integrálás elvégzését foglalja magában. Ennek következtében az operátoregyenlet nem algebrai feladattá válik, hanem csak a változók száma csökken kettőre vagy egyre.

A kétváltozós feladat értelmezése során az új, kétváltozós feladat értelmezési tartománya F. A háromváltozós feladat mezőegyenletében a q^3 koordinátától ismert módon függő függvényeket a q^3 koordinátavonalak mentén az F_- felülettől az F_+ felületig (lásd az 1. ábrát) integráljuk (alkalmazzuk a hibaelvet). Így a mezőegyenletek kétváltozóssá redukálódnak. A kétváltozós feladat peremfeltételét az F tartomány ∂F határán kívánjuk értelmezni. Ehhez (a hibaelvvel összhangban) a háromváltozós feladat peremfeltételét az általánosított palástok P halmazán, azok q^3 felületi koordinátája szerint parciálisan integráljuk (lásd az 1. ábrát). Így a peremfeltételek a ∂F peremen, annak s ívhossza függvényében adódnak. (A lapokon szereplő peremfeltételeket külön meg kell vizsgálni, erre később vissza fogunk térni.)

Az egyváltozós feladat esetén az új, egyváltozós függvények értelmezési tartománya G. A háromváltozós feladat mezőegyenletében a q^1 és q^2 koordinátáktól ismert módon függő függvényeket az F korlátos tartományon integráljuk (lásd az 1. ábrát). Így a mezőegyenletek egyváltozóssá redukálódnak. Az egyváltozós feladat peremfeltételét a G tartomány (nyílt görbeszakasz) G_- és G_+ perempontjaiban kívánjuk értelmezni. Ehhez a háromváltozós feladat peremfeltételét az F_- és F_+ lapokon a q^1 és a q^2 koordináták szerint integráljuk (lásd az 1. ábrát). Így a peremfeltételek a G_- és G_+ pontokban adódnak. (A palástokon szereplő peremfeltételeket külön meg kell vizsgálni, erre később vissza fogunk térni.)

5. A KÉT- ÉS EGYVÁLTOZÓS FELADATOK LEVEZETÉSE

Közelítsük a háromváltozós feladat megoldását az

$$u(q^1,q^2,q^3) = \sum_{i=1}^{n} g_i(q^3)u_i(q^1,q^2), \qquad (9)$$

illetve az

$$u(q^1,q^2,q^3) = \sum_{i=1}^{n} g_i(q^1,q^2)u_i(q^3) \qquad (10)$$

függvénysorral, ahol az u_i függvények az argumentumainak ismeretlen, míg a g_i függvények az argumentumainak ismert függvényei. Feltesszük, hogy a függvények a szükséges rendig folytonosak, valamint hogy a g_i függvények lineárisan függetlenek.

A két- és egyváltozós feladatok levezetéséhez a súlyozott maradékok módszerét alkalmazzuk.

A súlyozott maradékok módszerének kiválasztását a következők indokolják.

1° Szabad választást engedélyez a súlyfüggvények kiválasztásában.

2° Megkönnyíti az eliminált peremfeltételek vizsgálatát.

3° Lehetővé teszi általános esetben a mezőegyenletek és a peremfeltételek független vizsgálatát, míg a kontinuummechanika esetében annak különböző egyenletcsoportjainak (geometriai összefüggések, mozgás- és fizikai egyenletek, peremfeltételek) külön-külön lépésben történő közelítését.

A súlyozott maradékok módszerének hátránya elsősorban a fentebb előnyként említett 1° pontban "rejtőzik", amennyiben a tetszőlegesen kiválasztott súlyfüggvények mellett nyert megoldás nem feltétlen lesz energetikai értelemben is következetes.

A variációs elv, illetve a legkisebb négyzetek módszere ellen elvi kifogás nem áll fenn.

Mint arra később rámutatunk, a három különböző hibaelv egy adott háromváltozós feladathoz azonos struktúrájú két-, illetve egyváltozós feladatot rendel. Rámutatunk arra is, hogy milyen feltételek mellett vezet a három módszer ekvivalens redukált feladatra.

A súlyozott maradékok módszerében ki kell jelölni a súlyfüggvényeket.

A súlyfüggvények a G, illetve az F tartományon értelemszerűen a g_i függvények. A kétváltozós feladat esetében a $g_i(q^3)$ függvények az általánosított palástok P halmazán alkalmazhatók súlyfüggvényként, de az F_- és F_+ lapokon már nem -- ott $g_i(q^3_-)$, illetve $g_i(q^3_+)$ értéket vesznek fel. Ezért az F_- és F_+ lapokon valamely (integrálható és lineárisan független) $\varphi_k(q^1,q^2)$ függvényeket tekintünk súlyfüggvényeknek. Az egyváltozós feladat esetében ezzel analóg eset áll fenn. A $g_i(q^1,q^2)$ függvények az F_- és F_+ lapokon alkalmazhatók súlyfüggvényeknek, de a P-n már nem -- ott meghatározott $g_i(q^1(s),q^2(s))$ értéket vesznek fel. Ezért a P-n valamely (integrálható és lineárisan független) $\varphi_k(s,q^3)$ függvényeket tekintünk súlyfüggvényeknek.

A (6) és (8) alatt felírt peremérték-feladathoz tartozó két- és egyváltozós feladatok a közelítő megoldás (9), illetve (10) alakú felvétele mellett a következők.

A kétváltozós feladat egyenletrendszere:

$$\int_G \left[L\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q^3) u_i(q^1,q^2) \right) - 1(q^1,q^2,q^3) \right] g_k(q^3) dq^3 = 0,$$
$$((q^1,q^2) \in F, \quad k = 1,2, \ldots ,n) \qquad (11)$$

$$\int_G \left[P\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q^3) u_i(q^1(s),q^2(s)) \right) - p(q^1(s),q^2(s),q^3) \right] g_k(q^3) dq^3 = 0,$$
$$(s \in \partial F, \quad k = 1,2, \ldots ,n) \qquad (12)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q_-^3) u_i(q^1,q^2) \right) - p(q^1,q^2,q_-^3) \right] \varphi_k(q^1,q^2) dq^1 dq^2 = 0,$$
$$(k = 1,2, \ldots ?) \qquad (13)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q_+^3) u_i(q^1,q^2) \right) - p(q^1,q^2,q_+^3) \right] \varphi_k(q^1,q^2) dq^1 dq^2 = 0.$$
$$(k = 1,2, \ldots ?) \qquad (14)$$

Az egyváltozós feladat egyenletrendszere:

$$\int_F \left[L\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q^1,q^2) u_i(q^3) \right) - 1(q^1,q^2,q^3) \right] g_k(q^1,q^2) dq^1 dq^2 = 0,$$
$$(q^3 \in G, \quad k = 1,2, \ldots ,n) \qquad (15)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q^1,q^2) u_i(q_-^3) \right) - p(q^1,q^2,q_-^3) \right] g_k(q^1,q^2) dq^1 dq^2 = 0,$$
$$(k = 1,2, \ldots ,n) \qquad (16)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q^1,q^2) u_i(q_+^3) \right) - p(g^1,q^2,q_+^3) \right] g_k(q^1,q^2) dq^1 dq^2 = 0,$$
$$(k = 1,2, \ldots ,n) \qquad (17)$$

$$\int_P \left[P\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(q^1(s),q^2(s))u_i(q^3) \right) - p(q^1(s),q^2(s),q^3) \right] \varphi_k(s,q^3)\,ds\,dq^3 = 0.$$

$$(k = 1,2, \ldots ?) \qquad (18)$$

A felírt két- és egyváltozós feladatok egyenletrendszeréből az alábbi következtetések vonhatók le.

Az $u_i(q^1,q^2)$ kétváltozós (az $u_i(q^3)$ egyváltozós) függvényeket az F tartományon és annak ∂F peremén kitűzött (11--12) (a G tartományon és annak G_- és G_+ peremén kitűzött (15--17)) peremérték-feladat egyértelműen határozza meg. Ebben a csökkentett változószámú peremérték-feladatban a háromváltozós feladat peremfeltételei közül a palástok halmazán (a lapokon) megadottak mint redukált peremfeltételek szerepelnek, míg a lapokon (a palástok halmazán) megadottak -- a (13--14) (a (18)) összefüggések -- nem szerepelnek. Mivel az u_i függvényeket a rájuk vonatkozó peremérték-feladat egyértelműen határozza meg, ezért a nem redukált peremfeltételek teljesülését semmi sem biztosítja: a (13--14) (a (18)) összefüggésekben nincs olyan változtatható mennyiség, amely segítségével a peremfeltételek kielégítésének hibája változtatható (csökkenthető) volna. (Ezért mindegy, hány φ_k függvényt választunk.) Ezeket a nem redukált peremfeltételeket a továbbiakban eliminált peremfeltételeknek fogjuk nevezni.

Összefoglalva, a (9), illetve a (10) bázisfüggvények segítségével felírt, a (6) és (8) peremérték-feladathoz tartozó (11--14) két-, illetve (15--18) egyváltozós feladat nem adja vissza a háromváltozós feladat megoldását, mivel az eliminált peremfeltételektől független megoldást ad. Ez olyan hibája a levezetett összefüggéseknek, ami alkalmatlanná teszi a felvetett probléma megoldására.

A hiba kiküszöbölésére alapvetően három lehetőségünk van.

1°. A kiválasztott függvények elégítsék ki az eliminált peremfeltételeket (mint Kantorovics eljárásában).

2°. Az eliminált peremfeltételt "mesterségesen" vigyük bele a csökkentett változószámú peremérték-feladatba (a mezőegyenletekbe).

3°. Bővítsük a bázisfüggvények terét olyan módon, hogy az eliminált peremfeltételek is (a szükséges pontosságig) közelíthetők legyenek.

Az 1° lehetőséget csak abban a speciális esetben lehet alkalmazni, ha a peremfeltételek az u függvényre vagy annak valamely parciális deriváltjára vonatkoznak, és a feltétel zérus értéket ír elő. Ugyanis az eliminált peremen a g_i és az u_i függvények értékei a perem egy-egy pontjában nem változ-

tathatók: az u_i függvények értékkészletét a csökkentett változószámú peremérték-feladat egyértelműen határozza meg. A g_i függvények az eliminált koordináták függvényei. Amennyiben zérus értéket vesznek fel (például trigonometrikus függvényekkel ez megoldható, lásd Kantorovics eljárását), akkor az u_i függvények értékétől függetlenül zérus értékű lesz a $g_i u_i$ kifejezés. Ez viszont maga után vonja azt, hogy csak nullértékű peremfeltételek elégíthetők ki ily módon. Általános alakban előírt, tetszőleges értékű peremfeltételek mellett ez az út nem járható.

A 2°. lehetőséget elsősorban a peremérték-feladat mechanikai (fizikai) tartalma esetén lehet megvalósítani. Erre példa a héj- és rúdelméletekben az eliminált peremen megadott dinamikai peremfeltételeknek a mozgásegyenletekbe való "áthelyezése" mint (a tömegerőktől független) megoszló erő és nyomaték. Ekkor az eliminált peremfeltételek hatását a csökkentett változószámú peremérték-feladat általában integrálformában tükrözi vissza, és a pontos (lokális) hatását, az eliminált változók szerint, nem adja vissza.

A 3°. lehetőséget (amelyre már korábbi tanulmányunkban felhívtuk a figyelmet, lásd /13/) az jelenti, hogy a (9), illetve (10) bázisfüggvények mellett újabb, mindhárom változóban ismert módon változó, ismeretlen együtthatójú függvénysort alkalmazunk a közelítő megoldás előállítása során.

Tehát közelítsük az ismeretlen $u = u(q^1,q^2,q^3)$ függvényt két függvénysor összegével:

$$u(q^1,q^2,q^3) = \sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^3)u_i(q^1,q^2) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q^3), \qquad (19)$$

illetve

$$u(q^1,q^2,q^3) = \sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^1,q^2)u_i(q^3) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q^3), \qquad (20)$$

ahol az u_i függvények az argumentumainak ismeretlen, míg az f_j és g_i függvények az argumentumainak ismert függvényei. Az a_j-k ismeretlen, valós értékű együtthatók. A g_i függvényeken kívül az f_j függvényekről is feltesszük, hogy a szükséges rendig differenciálhatók és lineárisan függetlenek.

Ennek megfelelően a két- és egyváltozós feladatok levezetéséhez alkalmazott súlyozott maradékok módszerét módosítani kell. Kétváltozós esetben a G tartományon és a P-n a g_i függvényeket, az F_- és F_+ lapokon pedig az f_j függvényeket tekintjük súlyfüggvényeknek. Az egyváltozós esetben az F tarto-

mányon a súlyfüggvények a g_i függvények, a P, illetve az F_- és F_+ peremrészeken a g_i és f_j függvények szerepet cserélnek.

A (6) és (8) alatt felírt peremérték-feladathoz tartozó két- és egyváltozós feladatok a közelítő megoldás (19), illetve (20) alakú felvétele mellett a következők.

A kétváltozós feladat egyenletrendszere:

$$\int_G \left[L\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^3)u_i(q^1,q^2) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q^3) \right) - 1(q^1,q^2,q^3) \right] g_k(q^3)dq^3 = 0,$$
$$((q^1,q^2) \in F, \quad k = 1,2, \ldots ,n_i) \qquad (21)$$

$$\int_G \left[P\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^3)u_i(q^1(s),q^2(s)) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1(s),q^2(s),q^3) \right) - \right.$$
$$\left. - p(q^1(s),q^2(s),q^3) \right] g_k(q^3)dq^3 = 0, \quad (s \in \partial F, \quad k = 1,2, \ldots ,n_i) \qquad (22)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q_-^3)u_i(q^1,q^2) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q_-^3) \right) - p(q^1,q^2,q_-^3) \right] \cdot$$
$$\cdot f_k(q^1,q^2,q_-^3)dq^1dq^2 = 0, \qquad (k = 1,2, \ldots ,n) \qquad (23)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q_+^3)u_i(q^1,q^2) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q_+^3) \right) - p(q^1,q^2,q_+^3) \right] \cdot$$
$$\cdot f_k(q^1,q^2,q_+^3)dq^1dq^2 = 0. \qquad (k = n+1,n+2, \ldots ,n_j) \qquad (24)$$

Itt $1 \leq n \leq n_j$.

Az egyváltozós feladat egyenletrendszere:

$$\int_F \left[L\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^1,q^2)u_i(q^3) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q^3) \right) - 1(q^1,q^2,q^3) \right] \cdot$$
$$\cdot g_k(q^1,q^2)dq^1dq^2 = 0, \qquad (q^3 \in G, \quad k = 1,2, \ldots ,n_i) \qquad (25)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^1,q^2)u_i(q^3_-) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q^3_-) \right) - p(q^1,q^2,q^3_-) \right] \cdot$$

$$\cdot\, g_k(q^1,q^2)dq^1dq^2 = 0, \qquad (k = 1,2, \ldots ,n_i) \qquad (26)$$

$$\int_F \left[P\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^1,q^2)u_i(q^3_+) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1,q^2,q^3_+) \right) - p(q^1,q^2,q^3_+) \right] \cdot$$

$$\cdot\, g_k(q^1,q^2)dq^1dq^2 = 0, \qquad (k = 1,2, \ldots ,n_i) \qquad (27)$$

$$\int_P \left[P\left(\sum_{i=1}^{n_i} g_i(q^1(s),q^2(s))u_i(q^3) + \sum_{j=1}^{n_j} a_j f_j(q^1(s),q^2(s),q^3) \right) - \right.$$

$$\left. - p(q^1(s),q^2(s),q^3) \right] f_k(q^1(s),q^2(s),q^3)dsdq^3 = 0. \qquad (k = 1,2, \ldots ,n_j) \qquad (28)$$

A (21) a két-, a (25) az egyváltozós feladat mezőegyenlete. A (22) a két-, a (26--27) az egyváltozós feladat redukált peremfeltétele, míg a (23--24), illetve a (28) a két-, illetve egyváltozós feladat eliminált peremfeltétele. Az eliminált peremfeltétel teljesülését biztosító (23--24), illetve (28) algebrai egyenleteket a redukált peremérték-feladattal együtt kell megoldani.

A héj- és rúdelméleteknek vannak olyan változatai, amelyekben ezzel analóg módon particionálják a peremfeltételeket (lásd pl. rúdra /21/ pp. 49--56, /3/, lemezre /22/ p. 66, héjra /19/, /10/ p. 135 és pp. 139--140).

A bázisfüggvények (19), illetve (20) alatti felvételével, és a megoldásoknak a (21--24), illetve (25--28) alakú felírásával megadtuk a (6) és (8) alatti háromváltozós feladathoz tartozó két-, illetve egyváltozós feladatok legáltalánosabb alakját a súlyozott maradékok módszerét használva azzal a feltétellel, hogy a vizsgált Ω tartomány előállítható egy F két- és egy G egydimenziós nemelfajuló (reguláris) korlátos tartományok Descartes-szorzatával.

6. MEGJEGYZÉSEK A KÉT- ÉS EGYVÁLTOZÓS FELADATOK LEVEZETÉSÉHEZ

6.1. Általános megjegyzések

1.$^{\circ}$ A második függvénysor a feladatból gyakorlatilag kiküszöbölhető **P** linearitása (legalább az eliminálandó peremrészen!) esetén.

2°. A két- és egyváltozós feladatok egymás duálisai. Ez a dualitás fennáll a koordinátákra $[(q^1,q^2) \Leftrightarrow q^3]$, a feladatban szereplő tartományokra, illetve ponthalmazokra ($F \Leftrightarrow G$, $F_- \cup F_+ \Leftrightarrow P$) és a közelítő megoldásban szereplő függvényekre ($g_i \Leftrightarrow u_i$; csak a jelölésnél automatikusan felcseréltük a g és az u betűket). A térbeli dualitást az 1. ábra jól szemlélteti.

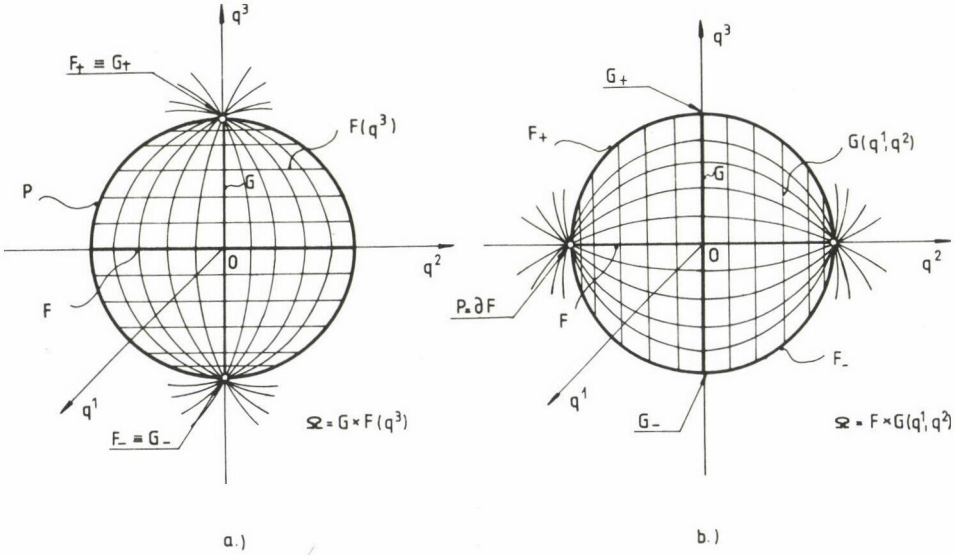
Az eliminált peremen a dualitás "megsérül", mivel a súlyfüggvények nem az u_i, hanem az f_j függvények.

3°. Fel kell hívnunk a figyelmet arra, hogy a változószám csökkentése és ezzel együtt az ismeretlen függvények értelmezési tartománya dimenziószámának csökkentése nem jelenti azt, hogy magának a feladatnak a dimenziószáma is csökkent: továbbra is egy háromdimenziós feladatot tárgyalunk, csak nem három változóban, hanem csak két, illetve egy változóban ismeretlen függvényekre nézve írjuk fel az egyenleteket. Ezért továbbra is két-, illetve egyváltozós feladatokról beszélünk. A két- és az egydimenziós megnevezés hibás. Ez a megnevezés ugyanis csak akkor helytálló, ha a feladatban szereplő összes háromdimenziós vektor- és tenzormennyiség redukálható két-, illetve egydimenziós vektor-, illetve tenzormennyiségre.

6.2. A Descartes-szorzat és a második függvénysor

4°. A két- és egyváltozós feladatok értelmezéséhez nem feltétlen szükséges, hogy a vizsgált tartomány Descartes-szorzattal legyen értelmezve. Például Kantorovics sem Descartes-szorzattal értelmezett tartományon redukálja a peremérték-feladatot, de arra rá kell mutatni, hogy az eliminált peremek koordinátavonalakon fekszenek (azaz fennáll egy (4) típusú összefüggés a redukált peremekre). Ennél érdekesebb példa Alekszandrov és Szolov'ev monográfiája /1/, amelyben hengerszimmetrikus — azaz kétváltozós — állapotok lineáris kombinációjával állítják elő tetszőleges alakú test tetszőleges — tehát nem feltétlen hengerszimmetrikus — állapotait. (A véges réteg, illetve prizma analógiájára ezt a módszert a véges hengerszimmetrikus állapotok módszerének nevezhetjük.)

5°. A "tetszőleges" alakú tartományok is leírhatók — jól megválasztott koordináta-rendszerben — Descartes-szorzattal. Példaképpen a 2. ábrán egy gömböt, pontosabban annak főköri metszetét mutatunk be. Ha a gömböt nem a gömbi koordináta-rendszerben, hanem a 2. ábrán feltüntetett koordináta-rendszerben tekintjük Descartes-szorzattal értelmezettnek, akkor az eliminált peremek elfajulnak. (A Descartes-szorzat helyett pontosabb volna a fibrált tér kifejezés alkalmazása.)

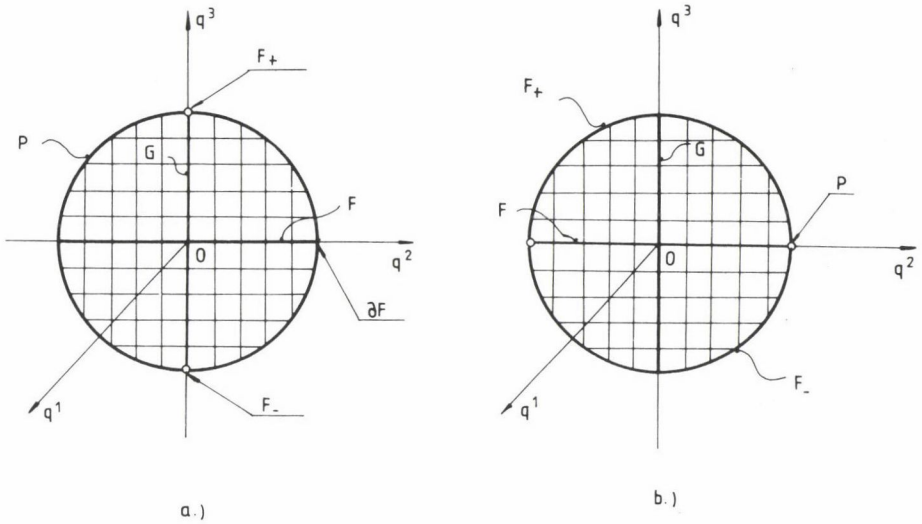


2. ábra. Az elfajult eliminált perem esetei
a) kétváltozós feladat
b) egyváltozós feladat

Ebben a pontban a koordináta-rendszer nem lesz megengedhető; a peremérték-feladat vizsgálatánál ezt a pontot kihagyjuk. Ettől függetlenül a peremérték-feladat korrektül kitűzhető. Elegendő ugyanis megkövetelni azt, hogy a peremen megadott peremfeltétel teljesítse a következő folytonossági (szükség szerint simasági) feltételt: a peremen megadott minden skalárfüggvény (szükség szerint parciális deriváltjainak) határértéke a kihagyott pontban minden szóba jöhető irány (görbe) mentén legyen azonos.

Az elfajult eliminált perem miatt nem lesz eliminálandó peremfeltétel, formálisan a második függvénysor elhagyható. Ugyanakkor a peremérték-feladat korrekt kitűzése még nem biztosítja, hogy a vizsgált tartományon meghatározott függvény teljesíti a fent megfogalmazott folytonossági feltételt -- magán a vizsgált tartományon. Ennek teljesítéséhez nem elégséges az első függvénysor, szükség van a második függvénysorra is.

6.$^{\circ}$ Amennyiben a "tetszőleges" alakú tartományokat nem kívánjuk Descartes-szorzattal értelmezett tartománynak tekinteni, attól még definiálható rajta a két-, illetve egyváltozós feladat. Ekkor ugyan az integrálási tartományokat külön-külön kell felírni — lásd a 4. pontot --, de egyúttal az eliminált perem fogalma fel sem lép: a perem teljes egészét redukálandó peremnek foghatjuk fel -- lásd pl. a 3. ábrát. Ennek megfelelően a második



3. ábra. Az eliminált perem kiküszöbölése konvex tartomány esetén
a) kétváltozós feladat
b) egyváltozós feladat

függvénysor formálisan elhagyható. Ugyanakkor a redukálás során a peremfeltételeket és a mezőegyenleteket egymástól függetlenítve közelítettük: a vizsgált háromdimenziós tartomány peremét mintegy "lehámozva" a tartományról a peremfeltételek csak a redukált tartomány peremén lesznek természetes folytatásai a tartományon számított megoldásnak, a háromdimenziós tartományon nem. Ezt az eltérést, "szakadást" pedig csak a második függvénysor figyelembevételével lehet megszüntetni.

Meg kell jegyezni, hogy ebben az esetben az F, illetve a G tartomány nem választható meg tetszőlegesen, a 3. ábrán levő példánál maradva csak a főkör lehet F és csak az átmérő lehet G. (Szemléletesen megfogalmazva az integrálási tartomány csak "szűkülhet".) Ennek részletes vizsgálatától helyhiány miatt eltekintünk.

7°. Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a fentebb említett két esetben tehát kiküszöbölhető az eliminált perem fogalma (a korrekt megoldáshoz persze szükség van a második függvénysorra), de ekkor a héj-, illetve rúdelmélet definiálásának nemcsak geometriai akadálya támad -- a vizsgált test nem hasonlít a héjak és rudak megszokott alakjaihoz --, hanem mechanikai is. Ugyanis a héj- és rúdelméletekben alapvető szerepet játszik az a tény, hogy a héjat is és a rudat is alapvetően az eliminált peremen éri a terhelés.

Ezért ebből a szempontból mindenképp indokolt az alsó lap -- palást -- felső lap felosztás (lásd /13/).

8.° A második függvénysorral kapcsolatban összefoglalóan a következőket mondhatjuk. A peremérték-feladat megoldása folytonos a tartomány--perem átmenetben. A redukált peremérték-feladatban ez a folytonos átmenet csak a redukált feladat értelmezési tartományára és peremére vonatkoztatva áll fenn, az eredeti háromdimenziós tartomány és perem esetében nem. A második függvénysor szerepe, hogy ezt a folytonos átmenetet a háromdimenziós tartomány és pereme közötti minden pontban lehetővé tegye.

6.3. A hibaelv szerepe

9.° A legkisebb négyzetek módszere

A jelen megjegyzésben alapvetően a /20/-ban publikált eredményekre támaszkodunk. A hibaelvekben szereplő skalárszorzatot viszont nem általánosságban (/20/ p. 22), hanem a függvényterekre általánosan használt integrálformában értelmezzük. Ennek megfelelően kihasználjuk a szimmetriatulajdonságát az összefüggések felírásában.

A legkisebb négyzetek hibaelvének általános alakja (/20/ p. 24, (2.44) összefüggés):

$$\int_H \left(L(g_i u_i) - 1 \right) \frac{\partial}{\partial u_k} L(g_i u_i) dH = 0. \tag{29}$$

Az integrálás az eliminálandó koordináták szerint történik, azaz H vagy G-t, vagy F-et jelenti.

Struktúráját tekintve megegyezik a súlyozott maradékok módszerével; lásd a (21--28) összefüggéseket. (Természetesen analóg összefüggés írható fel a peremen is.)

A két módszer akkor lesz ekvivalens, ha fennáll a

$$g_k = \frac{\partial}{\partial u_k} L(g_i u_i), \tag{30}$$

L lineáris volta esetén a

$$g_k = L(g_k) + g_i \frac{\partial}{\partial q^\nu} L(u_i) \cdot \frac{1}{\frac{\partial}{\partial q^\nu} u_k} \tag{31}$$

összefüggés. (Kétváltozós esetben ν szerint összegzés van.)

Rá kell mutatni arra, hogy ha nemszimmetrikus bilineáris alakot használunk a hibaelvben, akkor a legkisebb négyzetek hibaelve akkor és csak akkor vezet a (29) alakú összefüggésre, ha a $\langle p,\partial L(cq)/\partial c\rangle$ bilineáris alak argumentumaiban szimmetrikus (lásd /20/ (2.43) és (2.44) képleteit). Ez utóbbi viszont ahhoz szükséges, hogy az energetikai hibaelv használható legyen (uo. p. 26). Így a legkisebb négyzetek és a súlyozott maradékok hibaelve strukturális azonosságát abban az általánosságban igazoltuk, amelyben az energetikai hibaelv még értelmezhető.

10°. A variációs elv

A variációs elv vizsgálatánál abból indulunk ki, hogy ha adott egy $\mathcal{L}(q,u,u_{,1},u_{,2},u_{,3})$ Lagrange-függvény, akkor az ahhoz tartozó

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial q^{n}} \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_{,n}} = 0 \tag{32}$$

(n=1,2,3) Euler—Lagrange egyenletek /11/ visszaadják a feladat mezőegyenleteit és peremfeltételeit. (Az n szerint összegzés van.)

A redukálás során a (32) a

$$\int_{H} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_{k}} - \frac{\partial}{\partial q^{\nu}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_{k,\nu}} \, dH = 0 \tag{33}$$

alakot veszi fel, ahol ν a redukált koordináták indexei. Ugyanis ha $u_{k,n}$-ben n az eliminált koordinátát jelenti, akkor a derivált zérus lesz.

A (33) integranduszát átalakítjuk:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u}\left(\frac{\partial u}{\partial u_{k}} + \frac{\partial u_{,\zeta}}{\partial u_{k}}\right) - \frac{\partial}{\partial q^{\nu}}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_{,\nu}} \cdot \frac{\partial u_{,\nu}}{\partial u_{k,\nu}}\right) = \\ &\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u}\left(g_{k} + g_{k,\zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial q^{\nu}}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_{,\nu}} g_{k}\right) . \end{aligned} \tag{34}$$

Itt ζ az eliminált koordinátá(ka)t jelöli.

Felhasználva a

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} g_{k,\zeta} = \frac{\partial}{\partial q^{\zeta}}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} g_{k}\right) - \left(\frac{\partial}{\partial q^{\zeta}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u}\right) g_{k} \tag{35}$$

összefüggést (33) az

$$\int_H \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial q^n} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_{,n}} \right) g_k dH + \int_H \frac{\partial}{\partial q^\xi} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} g_k \right) dH = 0 \qquad (36)$$

alakra hozható. Az első tagja azonos a súlyozott maradékok hibaelv segítségével nyert kifejezéssel, lásd a (21—28) összefüggéseket. Tehát a struktúra általános esetben azonos, ekvivalens akkor lesz a két módszer, ha a (36)-ban szereplő második integrál eltűnik. (Ez fennáll pl. Kantorovics eljárásában, ahol a súlyfüggvények a peremen eltűnnek.) Ugyanakkor ez az integrál jelentős eltérést is eredményezhet.

11°. A legkisébb négyzetek hibaelvében a mezőegyenlet és a peremfeltétel hibavektora célszerűen a hibavektor dimenziójának növelésével foglalható egy hibavektorba, ami miatt a legkisebb négyzetek hibaelve szétesik külön mezőegyenletekre és peremfeltételekre. Ugyanez fennáll a variációs elv esetén is; ez következik a variációs elv értelmezéséből. Ennek megfelelően a peremfeltételek analízise azonos lesz a súlyozott maradékok módszerében végrehajtottal.

12°. Konkrétan a Hu—Washizu-elvvel kapcsolatban annyi megjegyzést teszünk, hogy ebben a variációs elvben az egyes mezők (pl. a feszültségi és az alakváltozási tenzor komponenseinek) szorzatai szerepelnek, ezért a súlyozott maradékok hibaelve akkor lesz energetikai értelemben is következetes, ha — a 9°.-ben foglaltakon kívül — a súlyfüggvényeket kellő körültekintéssel választjuk ki. (Pl. az alakváltozás-eltolódás összefüggések esetén a feszültségi tenzor koordinátáiban szereplő g_k^{σ} bázisfüggvényt tekintjük súlyfüggvénynek.)

7. A KÉT- ÉS EGYVÁLTOZÓS FELADATOK SAJÁTOSSÁGAI A KONTINUUMMECHANIKÁBAN

A kontinuummechanika két- és egyváltozós feladatai három csoportba oszthatók /14/.

1°. Hengerszimmetrikus és sík feladatok.

2°. Héj- és rúdelméletek.

3°. Véges réteg, szál és szalag.

A három csoport alapvető jellemzői a következők: az első csoport olyan egzakt megoldásokat tartalmaz, amelyek eleget tesznek az eltolási szimmetriának (emiatt csökken a változószám). A második korlátozott, míg a harmadik — elvben — korlátozás nélküli pontosságú közelítő megoldásait tartalmazza a háromváltozós feladatnak. A továbbiakban rámutatunk a megoldástípusok ezen

tulajdonságai és az általunk bevezetett második függvénysor közötti kapcsolatra.

1.° Legyen a test geometriája, valamint a peremfeltételek a palástok P halmazán, illetve az F_- kezdő és F_+ véglapokon függetlenek a q^3, illetve a q^1 és q^2 koordinátáktól. Azaz teljesüljön egy, illetve két eltolási szimmetria. Az eltolási szimmetria fennállása független a bázismegválasztástól, így a bázisfüggvényeknek — mind a két függvénysornak — ki kell elégíteniük az eltolási szimmetriát. Ennek következtében a $\Sigma_i g_i u_i$ függvénysorból elegendő egy tagot megtartani $g_i \equiv 1$ választással. A $\Sigma_j a_j f_j$ függvénysor pedig az eliminált peremen megadott peremfeltételekkel egyértelműen meghatározott (sík feladatokra lásd pl. /16/ pp. 215—219, míg hengerszimmetrikus és sík feladatokra /12/).

2.° Legyen a vizsgált test vékony héj, illetve karcsú rúd. Az F_- alsó és F_+ felső lapokon, illetve a palástok P halmazán megadott peremfeltételeket mint peremfeltételeket egyszerűen hagyjuk figyelmen kívül; ehelyett azokat a bázisfelületen, illetve -görbén értelmezendő belső erőkre és nyomatékokra vonatkozó mozgásegyenletekben "térfogati" (azaz felületen, illetve vonal mentén megoszló) erőként és nyomatékként vegyük figyelembe. Ez matematikailag azt jelenti, hogy a $\Sigma_j a_j f_j$ függvénysort a közelítő megoldás előállítása során figyelmen kívül hagyjuk, míg a $\Sigma_i g_i u_i$ függvénysorból általában csak néhány tagot ($n = 1$ membrán, $n = 2$ hajlított, $n = 3$-4 nyírt-öblösödő-hajlított elmélet) tartunk meg. (Lásd a 8. pontot.) A $\Sigma_j a_j f_j$ függvénysor elhagyásának megvan az igen szigorú következménye: a tenzoriális állapotjellemzők eliminált (q^3, illetve q^1 és q^2) irányba eső komponenseinek (σ_3, τ_{13} és τ_{23}, illetve σ_1, σ_2, τ_{12}, τ_{13} és τ_{23}, valamint az alakváltozási tenzor analóg komponensei) az eliminált koordináták szerinti változását, és így azokat mint függvényeket nem tudjuk meghatározni. Ez annak a következménye, hogy a (23—24), illetve a (28) peremfeltételek nem elégíthetők ki a $\Sigma_j a_j f_j$ függvénysor hiánya miatt.

A héj- és rúdelméletben a τ_{13} és τ_{23} (valamint az ε_{13} és ε_{23}) tenzorkomponensek mint hajlítási nyíróerők vagy csavarónyomatékok (illetve hajlítási vagy csavarási nyírási alakváltozások) szerepelhetnek, általában mint integrálok (pl. $T_1 = \int \tau_{13} dq^3$, $q^3 \in [q_-^3, q_+^3]$), a feszültségi és alakváltozási tenzorok fődiagonálisába eső duális minormátrixok elemei közül az eliminált irányhoz tartozóak (a héjelméletben a σ_3, a rúdelméletben a σ_1, σ_2 és τ_{12} tenzorkomponensek, valamint az alakváltozási analógjai) az elméletben egyszerűen nem szerepelnek. Ezt a duális particionálást mutatja a 4. és az 5. ábra.

$$\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial\sigma_1}{\partial q^1} + \dfrac{\partial\tau_{12}}{\partial q^2} & + \dfrac{\partial\tau_{13}}{\partial q^3} + \varrho k_1 = \varrho a_1 \\ \text{HÉJ} & \text{HAJLÍTÁSI NYÍRÁS} \\ \dfrac{\partial\tau_{21}}{\partial q^1} + \dfrac{\partial\sigma_2}{\partial q^2} & + \dfrac{\partial\tau_{23}}{\partial q^3} + \varrho k_2 = \varrho a_2 \\ \hline \dfrac{\partial\tau_{31}}{\partial q^1} + \dfrac{\partial\tau_{32}}{\partial q^2} & + \dfrac{\partial\sigma_3}{\partial q^3} + \varrho k_3 = \varrho a_3 \\ \text{HAJLÍTÁSI NYÍRÁS} & \text{RÚD} \end{array}$$

4. ábra. A mozgásegyenletek particionálása a héj és rúd állapotoknak megfelelően

Megjegyezzük, hogy az alakváltozási tenzor meghatározásának korlátozottsága miatt az eltolódásmezőt is csak bizonyos korlátozottsággal tudjuk meghatározni. Erre a következő pontban térünk vissza.

3°. Végül tekintsünk egy tetszőleges alakú testet tetszőleges peremfeltétellel és alkalmazzuk a háromváltozós feladat közelítő megoldásának meghatározásához mindkét — tehát a $\sum_i g_i u_i$ és a $\sum_j a_j f_j$ — függvénysort. Ekkor minden tenzorkomponens, mechanikai mezőegyenlet és peremfeltétel — elméletileg — kellő pontossággal közelíthető. Ez a megoldástípus vezet a véges réteg és szál fogalmakhoz. (A véges szalag a héjelméletből a változószám csökkentésével levezethető numerikus módszer, lásd még /14/.)

A fentebb elkülönített három megoldástípus alapvetően a pontosság mértékében különbözik egymástól. Az 1° csoportbeli megoldástípus egzakt két- és egyváltozós feladatokat, tehát pontos megoldásokat tartalmaz. (Igaz, a megoldások nemcsak a kontinuummechanika egyenleteit, hanem az attól független eltolási szimmetria vagy szimmetriák egyenleteit is kielégítik.) A 2° cso-

$$\left[\begin{array}{cc|c} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \multicolumn{2}{c|}{\text{HÉJ}} & \text{HAJL. NY.} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \hline \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \\ \multicolumn{2}{c|}{\text{HAJLÍTÁSI NYÍRÁS}} & \text{RÚD} \end{array}\right]$$

5. ábra. Az alakváltozási tenzor particionálása a héj és rúd állapotoknak megfelelően

portbeli megoldások pontosságának elvi korlátja létezik. (A közelítő altér nem tartalmazza a pontos megoldást.) A 3^{0} csoportbeli megoldások elvben egzaktak, a megoldások pontossága (a közelítő altér teljessége esetén) a közelítő megoldásban szereplő függvények számának növelésével tetszőlegesen fokozható.

Miután rámutattunk a két- és egyváltozós feladatok között fennálló elvi különbségekre és a második függvénysorral való kapcsolatukra, lehetőségünk nyílik a héj- és rúdelméletek definícióját a numerikus analízis szempontjából megfogalmazni.

Definíció: A kontinuummechanika háromváltozós feladatának olyan közelítő két- és egyváltozós megoldásait, amelyekben a feszültségi és alakváltozási tenzoroknak az eliminált irányhoz tartozó fődiagonális minormátrixának az elemei nem szerepelnek az elméletben és nem is határozhatók meg, valamint az eliminált peremfeltételek csak a bázisfelületre, illetve -görbére redukált erőkként és nyomatékokként a mozgásegyenletekben vehetők figyelembe, héj- és rúdelméleteknek nevezzük.

Tehát azt mondhatjuk, hogy az általunk adott definíció értelmében a héj- és rúdelméletek pontossága korlátozott, a pontosság az alakváltozások nagyságának korlátozásával, illetve a vékonyság és karcsúság növelésével fokozható, de az egzakt megoldás el nem érhető. Az egzakt megoldáshoz ki kell lépni a héj- és rúdelmélet (itt megadott) köréből és a test teljes háromváltozós analízisét kell végrehajtani, azaz az általánosított héj- és rúdelméletek valamelyikét kell alkalmazni.

Mivel a tanulmányban a héj- és rúdelméletek konkrét összefüggéseit nem adjuk meg, ezért a továbbiakban a pontosság kérdésével nem foglalkozunk. E rövid kitérő után visszatérünk a megoldástípusok jellemzéséhez.

A három megoldástípus az alkalmazott közelítő függvények megválasztásán kívül, de azzal összhangban az alábbiakban is különbözik egymástól.

A mechanikai állapotokra nézve a különbségek a következők:

Az első megoldástípusban a bázisfelület, illetve -görbe alakváltozását és feszültségi állapotát határozzuk meg, míg a többi, tőle "jobbra" és "balra", illetve "körülötte" elhelyezkedő koordinátafelületek, illetve -vonalak azonos alakváltozást szenvednek el és azonos feszültségi állapotban vannak.

A második megoldástípusban számítjuk a koordinátafelületek, illetve -vonalak eltérő megnyúlását és feszültségi, azaz nyomatéki állapotát, valamint az egymáson való elcsúszásukat és a hajlítási nyíróerőket, csavarónyomatékokat.

A harmadik megoldástípusban ez utóbbiakon kívül meghatározzuk az egyes koordinátafelületeknek, illetve -vonalaknak az egymástól való eltávolodását is és az ennek megfelelő feszültségi állapotokat is.

Matematikai szempontból a különbségek a következők:

Az első megoldástípussal egy vagy két eltolási szimmetriát kielégítő egzakt megoldást értelmezünk. Több test, azonos állapot esetén, a kitüntetett irány(ok)ra merőleges altérben illeszthető (lásd pl. a többrétegű vastagfalú csövek Lamé-feladatát; pl. /5/ vagy /17/ pp. 641--645).

A második megoldástípussal olyan közelítő megoldásokat értelmezünk, amelyekben a vizsgált testek mechanikai állapotát a bázisfelületre, illetve -görbére redukált állapotjellemzők írják le. Az ilyen jellegű testek -- a héj és a rúd — az őket jellemző bázisfelület, illetve -görbe peremén illeszthetők. Tehát a kitüntetett irányokban. A héj és a rúd illesztése jó közelítéssel megoldható.

Végül a harmadik megoldástípussal nemcsak vékony héjak és karcsú rudak állapotát tudjuk tetszőleges pontossággal közelíteni, hanem tetszőleges alakú háromdimenziós test háromváltozós állapotát is. Ez elérhető a bázisfüggvények, elsősorban az eliminált peremfeltételek kielégítését szolgáló f_j függvények számának növelésével, de azzal is, hogy a háromdimenziós testet véges rétegekre, illetve szálakra "szeleteljük fel". A véges rétegek nemcsak palástjuk mentén, hanem lapjukkal is illeszthetők (ezt héj esetén lehetetlen megtenni), míg a véges szálak nemcsak "hosszban" toldhatók, hanem "csokorba" is foghatók (amit rudakkal nem tehetünk meg). Tehát nemcsak a kitüntetett, hanem az eliminált irányban is illeszthetők a véges rétegek és szálak.

Fontos hangsúlyozni, hogy a megoldástípusokat az alkalmazott bázisfüggvények elhagyása alapján különítettük el, és a hibaelv ebben nem játszott szerepet. Más hibaelvet alkalmazva az egyes elméletek egyenleteinek konkrét alakja esetleg más és más lehet, de a megoldástípusok akkor is így különíthetők el.

A hengerszimmetrikus és sík feladatok rendszeres tárgyalását egy korábbi tanulmányban már megadtuk /12/. A három megoldástípusnak egymáshoz, valamint a numerikus módszerekhez és így a végeselemekhez való viszonyát korábbi tanulmányainkban részletesen ismertettük /13, 14/.

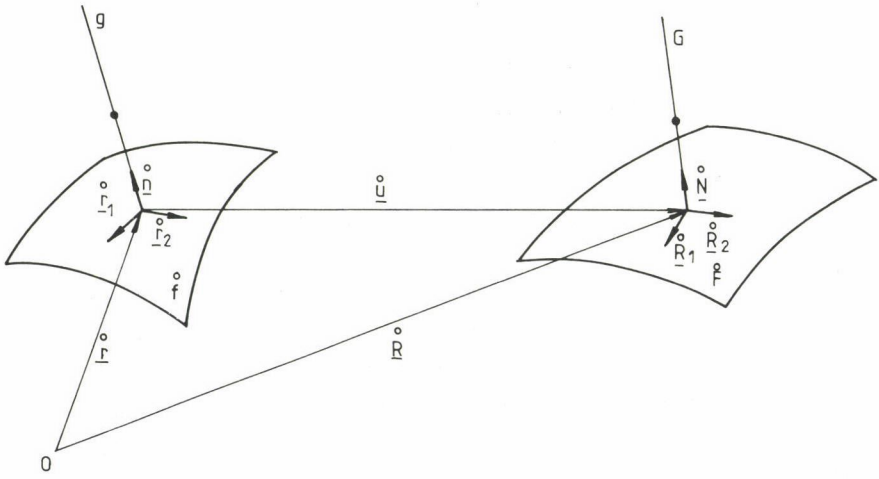
8. MEGJEGYZÉSEK A HÉJ- ÉS RÚDELMÉLETEK ÉRTELMEZÉSÉHEZ

Az előzőekben a héj- és rúdelméletek definícióját a numerikus analízis szempontjából újrafogalmaztuk. Eszerint a két-, illetve egyváltozós elméletek kidolgozásakor a $\Sigma_j a_j f_j$ második függvénysort nem alkalmazzuk. Ezzel összhangban a belső erőket és az alakváltozásokat a bázisfelületre, illetve -görbére redukáljuk. Továbbá a testek kinematikai leírását a bázisfelület, illetve -görbe kinematikai leírásához kötjük. Ez azt jelenti, hogy a bázisfelülettől, illetve -görbétől valamilyen távolságra levő pont elmozdulását a bázisfelület, illetve -görbe elmozdulásával és valamilyen további -- korrekciós — tagokkal adjuk meg. Ezzel egyidejűleg a bázisfelülettől, illetve -görbétől való távolság kifejezésére, illetve a korrekciós tag számszerű meghatározására a bázisfelület, illetve -görbe természetes kísérő triéderének segítségével felépített koordináta-rendszert használunk. Ennek a lépésnek az a következménye, hogy a $\Sigma_i g_i u_i$ függvénysorban nem minden tag lesz független, hiszen vissza kell tükrözni a természetes kísérő triéder leképezését is. A $\Sigma_i g_i u_i$ első tagja ($\overset{0}{\mathbf{u}}$) a bázisfelület, illetve -görbe eltolódását írja le. A héjelmélet esetén a második tag ($q^3(\overset{0}{\mathbf{N}} - \overset{0}{\mathbf{n}})$) a normálvektor, míg rúdelmélet esetén a "második" tag ($q^1(\overset{*}{\mathbf{R}}_1 - \overset{*}{\mathbf{r}}_1) - q^2(\overset{*}{\mathbf{R}}_2 - \overset{*}{\mathbf{r}}_2)$) a normálsík eltolódását fogja leírni. Ezeket a leképezéseket viszont az első tag (tehát a bázisfelület, illetve -görbe eltolódása) egyértelműen határozza meg, tehát nem függetlenek az első tagtól. A következő tag ($\overset{2}{\mathbf{u}}$) a normálegyenes, illetve -sík pontjainak az érintősíkkal, illetve -vektorral párhuzamos eltolódását -- a deformált helyzetben! -- írják le, már tartalmaznak ismeretlen függvényeket is (χ_1 és χ_2, illetve χ_1, χ_2 és Ω).

A jelölések a 6--13. ábrákra vonatkoznak. Ugyanitt a következő jelöléseket alkalmaztuk: $\mathbf{r}$ a helyvektor, $\overset{0}{\mathbf{r}}$ a bázisfelület, illetve -görbe pontjainak helyvektora. $\overset{0}{\mathbf{r}}_1$ és $\overset{0}{\mathbf{r}}_2$ a bázisfelület érintővektorai, $\overset{0}{\mathbf{n}}$ a normálvektora. $\overset{0}{\mathbf{t}}$ a bázisgörbe érintő vektora, $\overset{0}{\mathbf{r}}_1$ és $\overset{0}{\mathbf{r}}_2$ a fő- és binormális egységvektorai. $\overset{*}{\mathbf{r}}_1$ és $\overset{*}{\mathbf{r}}_2$ a keresztmetszet főtehetetlenségi irányaiba mutató egységvektorok. χ_1 és χ_2 nyírási alakváltozási függvények, Ω öblösödési függvény. ϑ a természetes elcsavarodás szöge, és θ annak a megváltozása. Az eltolódásvektor $\overset{3}{\mathbf{u}}$-mal jelölt része írja le a normálegyenes, illetve -sík pontjainak az érintősíkra, illetve -vektorra merőleges irányú eltolódásait (ugyancsak a deformált helyzetben).

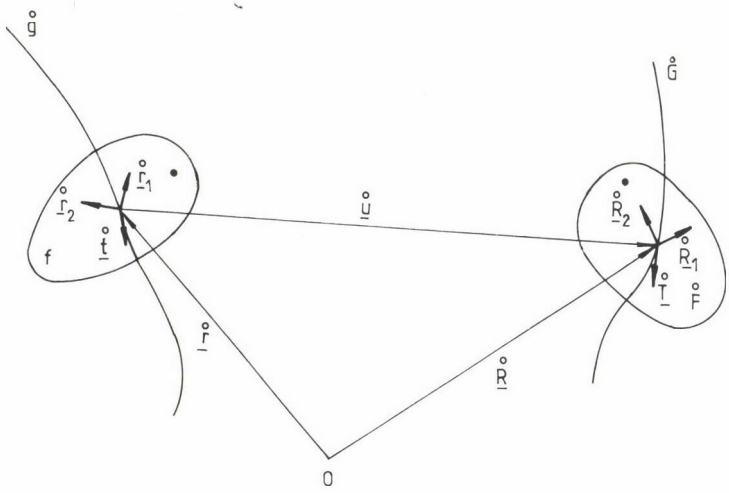
Az egyes héj- és rúdelméletek az elmozdulásmezőnek az alkalmazott korrekciós tag biztosította pontossága függvényében különíthetők el (lásd /15/).

Membrán-elmélet: Csak a bázisfelület, illetve -görbe eltolódását adjuk meg (lásd a 6. és 7. ábrát). Ekkor csak membránerők értelmezhetők.

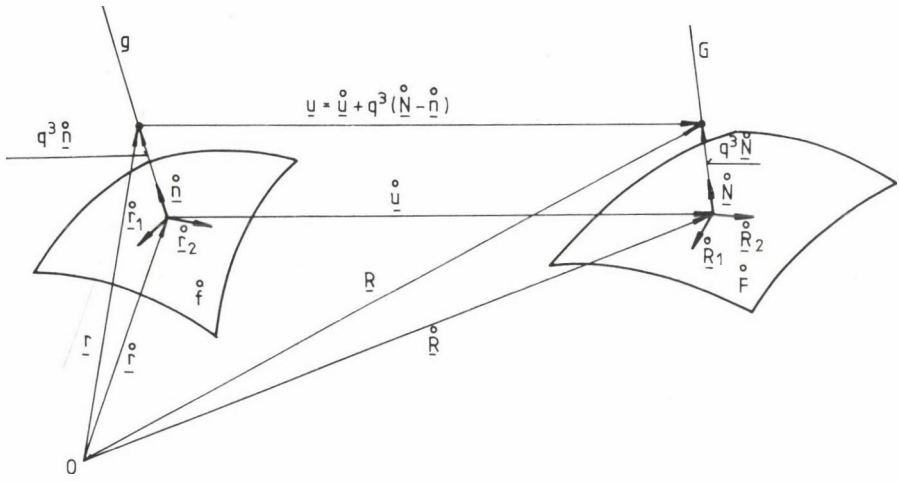


6. ábra. A membránhéj kinematikája

Klasszikus hajlítási elmélet: A bázisfelület, illetve -görbe eltolódásán kívül a test többi pontjának az eltolódását is számítjuk azzal a feltevéssel, hogy a bázisfelület normálisának, illetve a bázisgörbe normálsíkjának a képe a bázisfelület képének a normálisa, illetve a bázisgörbe képének a normálsíkja (lásd a 8. és 9. ábrát). Ekkor az eltolódásvektorban a második (rúd

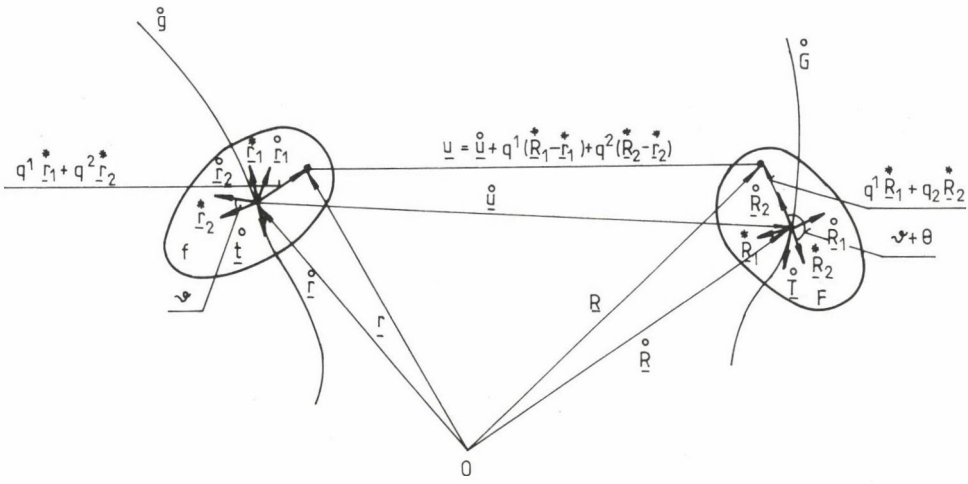


7. ábra. A membránrúd (kötél) kinematikája

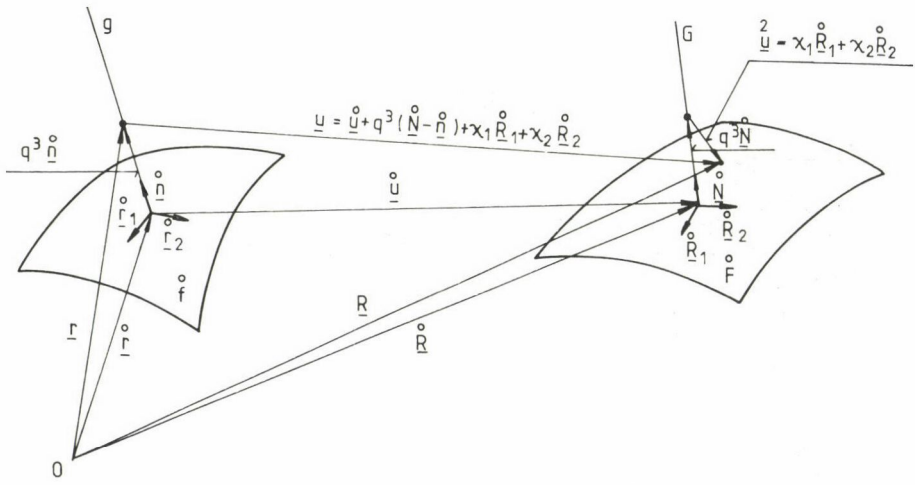


8. ábra. A klasszikus héj kinematikája

esetén a harmadik) tagot is megtartjuk, amelyek nem függetlenek az elsőtől. (Rúd esetén nem teljesen pontos ez a megállapítás, mivel a természetes elcsavarodás szögét a bázisgörbe deformálódása megváltoztatja, amely így ismeretlen mennyiség. Ezt a szögváltozást az ábrán θ-val jelöltük.) Mivel az eltolódásvektorban nem tudunk új ismeretlent bevezetni, azt máshol kell megtenni: nevezetesen a belső erőknél. Pontosabban fogalmazva a hajlítási nyíróerőknél. Mivel kinematikailag hajlítási nyírási deformációt nem értelmezünk,



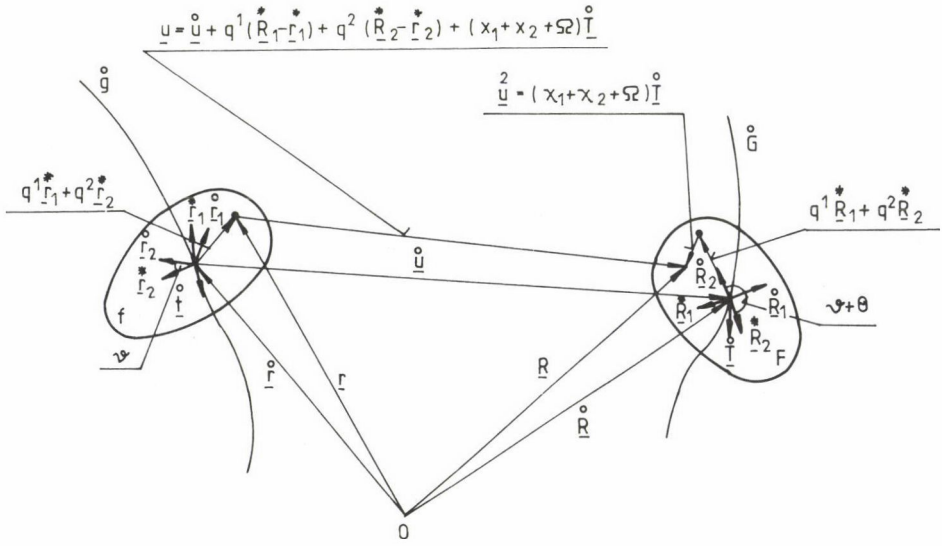
9. ábra. A klasszikus rúd kinematikája



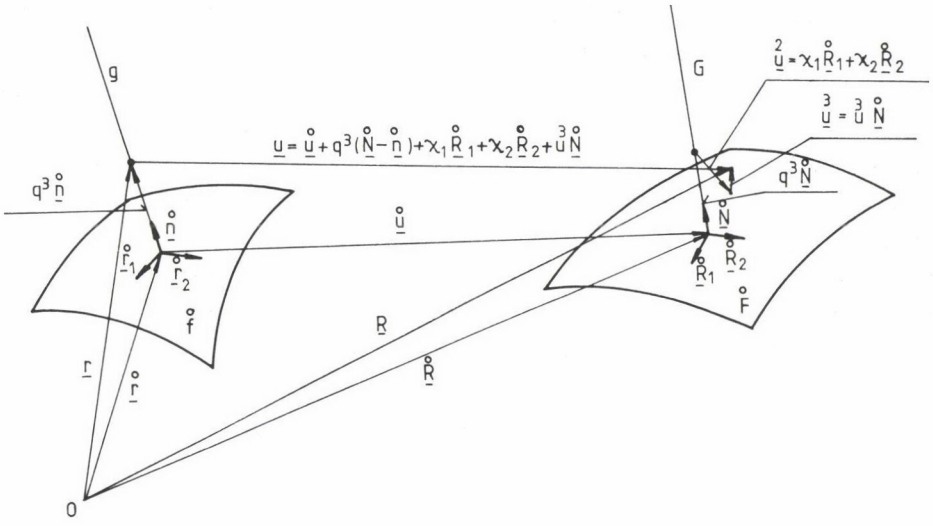
10. ábra. A nyírt-hajlított héj kinematikája

ezért a hajlítási nyíróerők függetlenek lesznek a test deformációjától, azaz ezek lesznek az új ismeretlenek.

Nyírt-öblösödő-hajlítási elméletek: A bázisfelület, illetve -görbe eltolódásán kívül a test többi pontjának az eltolódását is megadjuk azzal a feltétellel, hogy az eltolódásvektorban külön tag fejezi ki azt a tényt,

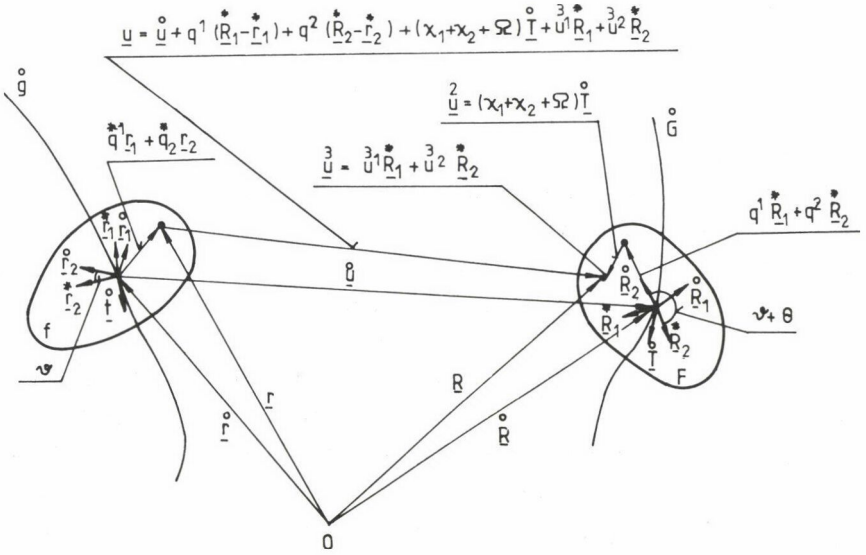


11. ábra. A nyírt-öblösödő-hajlított rúd kinematikája



12. ábra. A véges réteg kinematikája

hogy a bázisfelület normálegyenesének a képe nem esik egybe a bázisfelület képének a normálegyenesével, illetve hogy a bázisgörbe normálsíkjának a képe nem esik egybe a bázisgörbe képének a normálsíkjával, valamint hogy az elto-



13. ábra. A véges szál kinematikája

lódásvektornak az ezt az eltérést kifejező tagja mint vektor az érintősíkkal, illetve -egyenessel párhuzamos (természetesen a deformált helyzetben!) (lásd a 10. és 11. ábrát). Az ezt az eltérést kifejező tag ugyan továbbra is függ a bázisfelület, illetve -görbe eltolódásától (a párhuzamosságot meghatározó vektorokon keresztül), de tartalmaz új ismeretlen függvényeket is (a vektor hosszát meghatározó skalárfüggvényeket). Ennek a harmadik, illetve negyedik tagnak tulajdoníthatunk nyírási alakváltozási vagy "magasabbrendű" hajlítási alakváltozási tartalmat, és ennek függvényében nyírt és/vagy "magasabbrendű" héj- és rúdelméletekről beszélhetünk. (Rudak esetén öblösödő rúdról beszélünk, ez a vékonyfalú rudak Vlaszov-féle elmélete.) Mivel a normálegyenes görbülésére, illetve a normálsík deplanálódására egész sereg összefüggés adható meg, így ezen elméletek egész serege írható fel. Ugyanakkor ez a görbülés és deplanálódás akár mint ismeretlen függvény is megtartható (a rá vonatkozó differenciálegyenlettel együtt), erre példa Aronszon rúdelmélete /3/.

A véges réteg és szál elméletei: A bázisfelület, illetve -görbe eltolódásán kívül a test többi pontjának eltolódását is megadjuk, ennek során eltekintünk attól, hogy a korrekciós tag az érintősíkkal, illetve -egyenessel párhuzamos legyen; a korrekciós tag két, egy "párhuzamos" és egy "ortogonális" részből tevődik össze (lásd a 12. és a 13. ábrát). Mivel ekkor az eliminált perem elmozdulásának pontos nyomon követését "kísérelјük meg", kilépünk a szűkebb értelemben vett héj- és rúdelméletek köréből.

9. ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmányban a két- és egyváltozós feladatoknak a háromváltozós feladatból történt értelmezésével, levezetésével, illetve a nyert megoldások osztályozásával foglalkoztunk.

Kimutattuk, hogy egy háromváltozós feladathoz tartozó két- és egyváltozós feladatok két függvénysor összegével történő értelmezése lehetővé teszi az eliminált peremen megadott peremfeltételek tetszőleges pontosságú közelítését, míg egy függvénysor esetén ezek a peremfeltételek általában nem teljesíthetők. Felírtuk egy általánosságban (egy Descartes-szorzattal megadott tartományon) kitűzött háromváltozós peremérték-feladathoz tartozó két- és egyváltozós feladatok egyenletrendszerét a súlyozott maradékok hibaelvet használva. A második függvénysor segítségével osztályoztuk a különböző két- és egyváltozós feladatokat. Megadtuk a héj- és rúdelméleteknek a numerikus analízis szempontjából újrafogalmazott definícióját. Végül elkülönítettük

a héj- és rúdelméletek különböző osztályait az eltolódásvektort közelítő első függvénysorban alkalmazott tagok számának függvényében, megadva egyúttal ezen tagok kinematikai jelentését is.

IRODALOM

/1/ **Alekszandrov—Szolov'jev (Александров, А.Я.—Соловьев, Ю.И.):** Пространственные задачи теории упругости. Наука, Москва, 1978.

/2/ **Antmann, S.S.:** The Theory of Rods. In: Encyclopedia of Physics. Vol. VIa/2, Springer, N.Y., 1972. pp. 641--703.

/3/ **Aronszon (Аронсон, А.Я.):** Об одном варианте построения обобщенной теории стержней. = Динамика и прочность упругих и гидроупругих систем. Наука, Москва, 1975. pp. 99—114.

/4/ **Béda Gy.—Kozák I.:** Rugalmas testek mechanikája. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1987.

/5/ **Beljajev—Szinyickij (Беляев, Н.М.—Синицкий, А.К.):** Напряжения и деформации в толстостенных цилиндрах с предварительным натяжением (с учетом упруго-пластического состояния и упрочнения материала) = Изд. АН СССР (ОТИ) 1938, N.6.

/6/ **Farkas M.** (főszerk.): Matematikai kislexikon. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1972.

/7/ **Iljuhin (Илюхин, А.А.):** Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней. Наукова Думка, Киев, 1979.

/8/ **Kantorovics, L.V.—Krülov, V.I.:** A felsőbb analízis közelítő módszerei. Akadémiai Kiadó, Bp., 1953.

/9/ **Korn, G.A.—Korn, T.M.:** Matematikai kézikönyv műszakiaknak. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1975.

/10/ **Kozák I.:** Vékony héjak feszültségmezővel felépített elmélete. Doktori értekezés. Miskolc, 1980.

/11/ **Kósa A.:** Variációszámítás. 2. kiad. Tankönyvkiadó, Bp., 1973.

/12/ **Lámer G.:** Hengerszimmetrikus és sík feladatokról. = Műszaki Tudomány 58. 1979. pp. 139--163.

/13/ **Lámer, G.:** Deduction of Two- and Single-Variable Problems from the Three-Variable Problem. = Newsletter, Techn. Univ. of Budapest, II. 1984. 1. pp. 5--11.

/14/ **Lámer, G.:** Geometric Forms — Structures -- Numerical Methods. = Newsletter, Techn. Univ. of Budapest, II. 1984. 2. pp. 23--34.

/15/ **Lámer, G.:** On a Unified Interpretation of the Theory of Shells and Rods. = Newsletter, Techn. Univ. of Budapest, III. 1985. 3. pp. 5—11.

/16/ **Love, A.E.H.:** A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Fourth Edition. University Press, Cambridge, 1927.

/17/ **Muttnyánszky Á.:** Szilárdságtan. 5. kiadás. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1981.

/18/ **Naghdi, P.M.:** The Theory of Shells and Plates. In: Encyclopedia of Physics. Vol. VIa/2, Springer, N.Y., 1972. pp. 425--640.

/19/ **Niordson, F.I.:** A Consistent Refined Shell Theory. = DCAMM, The Techn. Univ. of Denmark. Report N. 104., May 1976.

/20/ **Scharle P.:** Építőmérnöki kontinuumfeladatok numerikus vizsgálatának néhány kérdése. ÉTI Tudományos Közlemények, 84. Bp., 1976.

/21/ **Timoshenko, S.P. (Тимошенко, С.П.):** Theory of Elasticity. London/N.Y., 1934.

/22/ **Varvak—Rjabov (Варвак, П.М.—Рябов, А.Ф.;** ред.-ы): Справочник по теории упругости. Будівельник, Киев, 1971.

Dr. Kollár Lajos, az MTA levelező tagja

AZ EGYSZERŰSÍTETT KONTINUUM-MÓDSZER HASZNÁLATA KÉTRÉTEGŰ TÉRRÁCSOK MÉRETEZÉSÉHEZ

1. BEVEZETÉS

A kétrétegű térbeli rácsszerkezetek (térrácsok) két, egymással párhuzamos rácsos övsíkból és az őket összekötő rácsozásból állnak. (Az övek görbe felületeken is elhelyezkedhetnek, de ezzel a szerkezetfajtával a jelen dolgozatban nem foglalkozunk részletesen.) Többnyire lefedőszerkezetnek használjuk őket; erőjátékuk lényegében megfelel a hajlított síklemezének.

A térrácsok rúderőit általában számítógéppel határozzuk meg. A vázlattervezéshez azonban szükségünk van egy olyan egyszerű módszerre, amely egyrészt szemléletes képet ad az erőjátékokról, azaz segítségével meg tudjuk állapítani, hogy bizonyos szerkezeti változtatások milyen módon befolyásolják az erőjátékot, másrészt pedig lehetővé teszi a rúdkeresztmetszetek (közelítő) felvételét és ezzel az anyagszükséglet megbecslését.

Erre a célra a térrácsok kontinuum-módszere használható, amelynek elméletét /Kollár és Hegedűs, 1985/-ben találhatjuk meg. Alkalmazásának feltétele az, hogy a térrács hálózata szabályos legyen, azaz ismétlődő elemekből álljon (ún. eltolási szimmetriával rendelkezzék). Ebben a dolgozatban csak ilyen hálózatú rácsokkal fogunk foglalkozni. A következőkben röviden összefoglaljuk e módszer alapelveit, majd a gyakorlatban használható módon ismertetjük a főbb eredményeket.

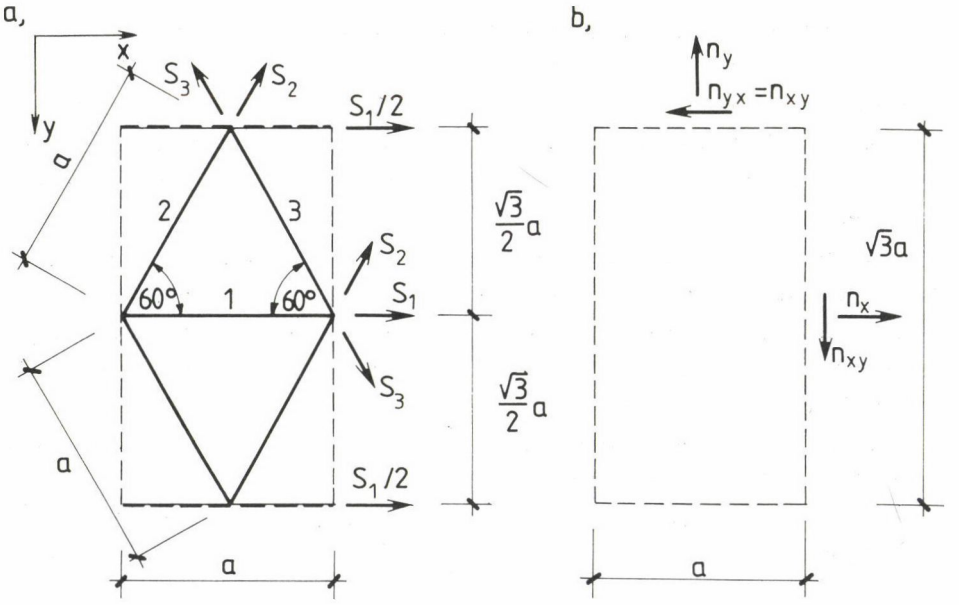
A kontinuum-módszer lényege, hogy a diszkrét elemekből álló térrácsot olyan folytonos modellel helyettesítjük, amelynek merevségei — a térrács legkisebb ismétlődő elemének megfelelő területen — megegyeznek a térrácséival.

A különböző térrács-típusoknak (és térrács-övsíkoknak) különböző kontinuumok felelnek meg (közönséges, azaz tömör keresztmetszetű tárcsa, ill. lemez, bordáslemez, vagy ún. magasabbrendű kontinuum). Az egyszerűsített kontinuum-módszerben arra törekszünk, hogy — bizonyos elhanyagolásokkal — mindig egyszerű lemezzel tudjuk modellezni a térrácsot.

2. AZ EGYRÉTEGŰ RÚDHÁLÓZATOK STATIKAI TULAJDONSÁGAI ÉS HELYETTESÍTŐ KONTINUUMA

Mielőtt rátérnénk a kétrétegű térrácsok tárgyalására, először az egyrétegű, csuklós csomópontú hálózat statikai tulajdonságait kell elemeznünk.

Az egyrétegű rácsozatnak statikai (azaz merevségi) szempontból egyenértékű kontinuuma a tárcsa. Az egyenértékűség azt jelenti, hogy a rácsból kivágható legkisebb elemi cella (amelyből a rács fel van építve) ugyanolyan mértékben deformálódik bármely igénybevételre, mint az ugyanolyan területű tárcsadarab (2.1. ábra).



2.1. ábra

A következőkben tehát a tárcsák merevségi tulajdonságait kell áttekintenünk.

2.1. A tárcsa merevségi tulajdonságai

A tárcsa merevségi jellemzőit az ún. (nyúlási) merevségi mátrixba foglalhatjuk össze, amely kapcsolatot teremt az x,y koordináta-rendszerben értelmezett alakváltozás- és feszültségállapot elemei között:

$$\underline{n} = \underline{\underline{T}}\,\underline{\varepsilon}\,, \tag{2.1}$$

ahol

$$\underline{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

a vektorba foglalt metszeterőket (2.1b. ábra),

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

a vektorba foglalt alakváltozás-komponenseket jelenti, és

$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

a tárcsa merevségi mátrixa. Elemei közül T_{11} és T_{22} az x, ill. y irányú húsi, T_{33} pedig a nyírási merevség; e három elemet "fő merevségeknek" hívjuk, mivel ha közülük egyik sem zérus, akkor a tárcsa mindennemű igénybevételre alaktartó (merev) akkor is, ha az összes többi (mellék-) merevség zérus. (Pontosabban fogalmazva: a főmerevségek megléte csak akkor biztosítja a tárcsa merevségét, ha a merevségi mátrix determinánsa nem zérus, aminek elégséges feltétele, hogy valamennyi mellékmerevség kisebb legyen valamennyi főmerevségnél. Ez a valóságos tárcsákban mindig teljesülni szokott.) Ha a főmerevségek közül az egyik zérus, akkor a tárcsa a neki megfelelő igénybevétellel szemben nem fejt ki ellenállást, azaz alakját változtató (labilis).

A merevségi mátrix mindig szimmetrikus a főátlójára, azaz $T_{ij} = T_{ji}$.

A $T_{12} = T_{21}$ elemet haránt-(irányú húzási) merevségnek hívjuk.

A merevségi mátrix és így az egyes merevségek is koordináta-rendszerhez kötött mennyiségek; egy elfordított koordináta-rendszerben általában megváltoznak a mátrix elemei. Kivételt képez az izotrop tárcsa, amelynek merevségi mátrixa érzéketlen a koordináta-rendszer elfordítására.

Az izotrópia feltételei az alábbiak:

$$T_{11} = T_{22}, \tag{2.5a}$$

$$T_{13} = T_{23} = 0, \tag{2.5b}$$

$$T_{11} = T_{12} + 2T_{33}. \tag{2.5c}$$

Az izotrop tárcsa esetében a

$$\nu' = \frac{T_{12}}{T_{11}} \tag{2.6}$$

arány a harántkontrakciós tényező.

Az izotrop merevségi mátrixot felírhatjuk a tárcsa ismert rugalmassági adataival is:

$$\underline{\underline{T}}_{izotrop} = \begin{bmatrix} \frac{E'h'}{1-\nu'^2} & \frac{\nu'E'h'}{1-\nu'^2} & 0 \\ \frac{\nu'E'h'}{1-\nu'^2} & \frac{E'h'}{1-\nu'^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E'h'}{2(1+\nu')} \end{bmatrix}; \tag{2.7}$$

ebben h' jelenti a tárcsa vastagságát, E' a rugalmassági modulusát, ν' pedig a harántkontrakciós tényezőjét. (A T_{33} elem G'h'-vel egyenlő.)

Láthatjuk, hogy a (2.5c) egyenlet a $G' = \frac{E'}{2(1+\nu')}$ összefüggésnek felel meg.

A merevségi mátrixnak még egy fajtájáról kell szólnunk: az ortrotop mátrixról. Ezt az jellemzi, hogy — egy bizonyos koordináta-rendszerben — fennáll az izotrópiára is jellemző

$$T_{13} = T_{13} = 0 \tag{2.8}$$

összefüggés, az izotrópia másik két feltétele azonban nem teljesül. Annak a koordináta-rendszernek a tengelyeit, amelyben teljesül a (2.8) feltétel, az ortotrópia főirányainak nevezzük.

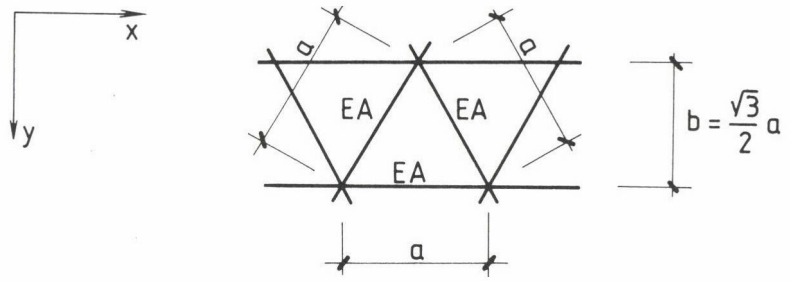
Ha sem az izotrópia, sem az ortotrópia feltételei nem teljesülnek, a tárcsát általánosan anizotropnak (aeolotropnak) mondjuk.

2.2. Az egyrétegű rúdhálózatok statikai tulajdonságai

A következőkben a rácsozatnak néhány alaptípusát fogjuk áttekinteni. /Kollár és Hegedűs, 1985/ alapján felírjuk a merevségeket tartalmazó mátrixot, valamint a rúderőknek az egyenértékű kontinuum metszeterőiből való kiszámítására szolgáló képleteket.

2.2.1. Egyenlőoldalú háromszögekből álló hálózat

Álljon a hálózat a oldalhosszúságú egyenlőoldalú háromszögekből, és legyen valamennyi rúd húzási merevsége EA (2.2. ábra); A a rudak keresztmetszeti területe.



2.2. ábra

A merevségi mátrix ez esetben

$$T = \frac{\sqrt{3}\,EA}{4a}\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

lesz, azaz a rácsozat a (2.5) feltételek teljesülése miatt izotrop.

A rúderők a kontinuum metszeterőiből (2.1. ábra) az

$$S_1 = \frac{a}{2\sqrt{3}}(3\,n_x - n_y), \tag{2.10a}$$

$$S_2 = \frac{a}{\sqrt{3}}(n_y + \sqrt{3}\,n_{xy}), \tag{2.10b}$$

$$S_3 = \frac{a}{\sqrt{3}}(n_y - \sqrt{3}\,n_{xy}) \tag{2.10c}$$

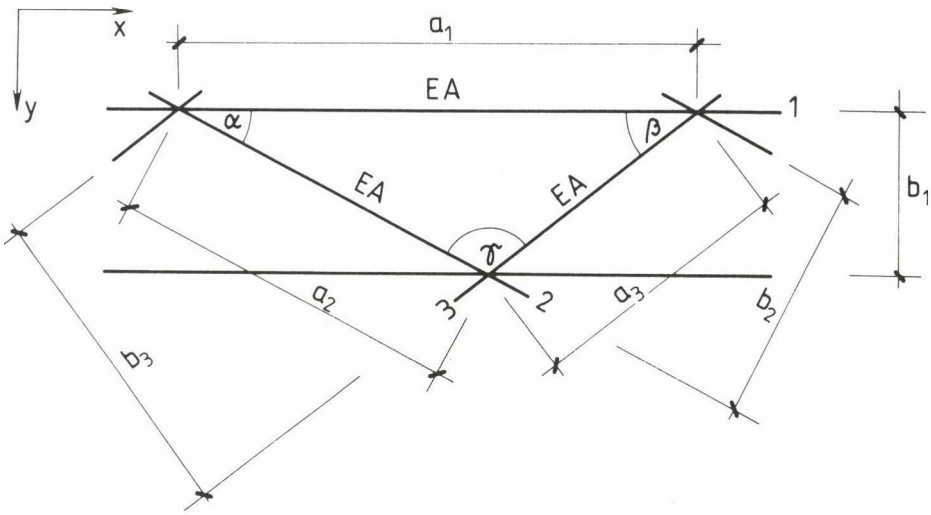
összefüggésekkel számíthatók ki. Láthatjuk, hogy a rúderők nem függenek a rúdkeresztmetszetektől; ennek oka az, hogy három rúdirány esetében a rúderők meghatározása a kontinuum metszeterőiből statikailag határozott feladatot jelent.

Bebizonyítható, hogy a háromszöghálózatok közül a most megvizsgált az egyetlen, amelynek egyenértékű kontinuuma izotrop. Ha akár a hálózat szemei

térnek el az egyenlőoldalú háromszögtől, akár a rudak szelvénye nem azonos mindegyik irányban, akkor megszűnik az izotrópia, és a rácsozat egyenértékű tárcsája vagy ortotroppá, vagy általánosan anizotroppá (aeolotroppá) válik, ami a mi számunkra elsősorban azt jelenti, hogy megszűnnek az izotrop tárcsára jellemző (2.5) arányok, és a húzási merevségek is függeni fognak a húzás irányától.

2.2.2. Általános háromszögekből álló hálózat

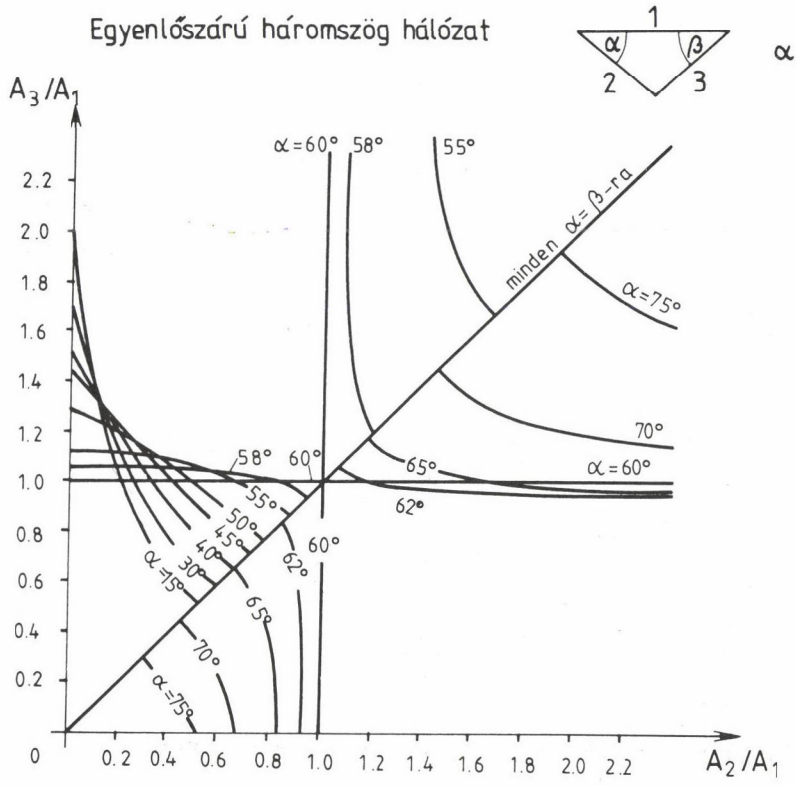
Az általános háromszögekből álló rácsozat (2.3. ábra) csak különleges esetekben ortotrop, egyébként aeolotrop. Az ortotrópia feltételeit a 2.4a, b, c, d. ábrákon vázoltuk; A_1, A_2, A_3 az 1, 2 és 3 irányú rudak keresztmetszeti területét jelenti.



2.3. ábra

A merevségi mátrixot /Kollár és Hegedűs, 1985/ alapján írhatjuk fel. Ugyanitt találhatjuk meg az ortotrópia főirányainak képletét is.

A rúderők és a metszeterők közötti összefüggések az alábbiak:



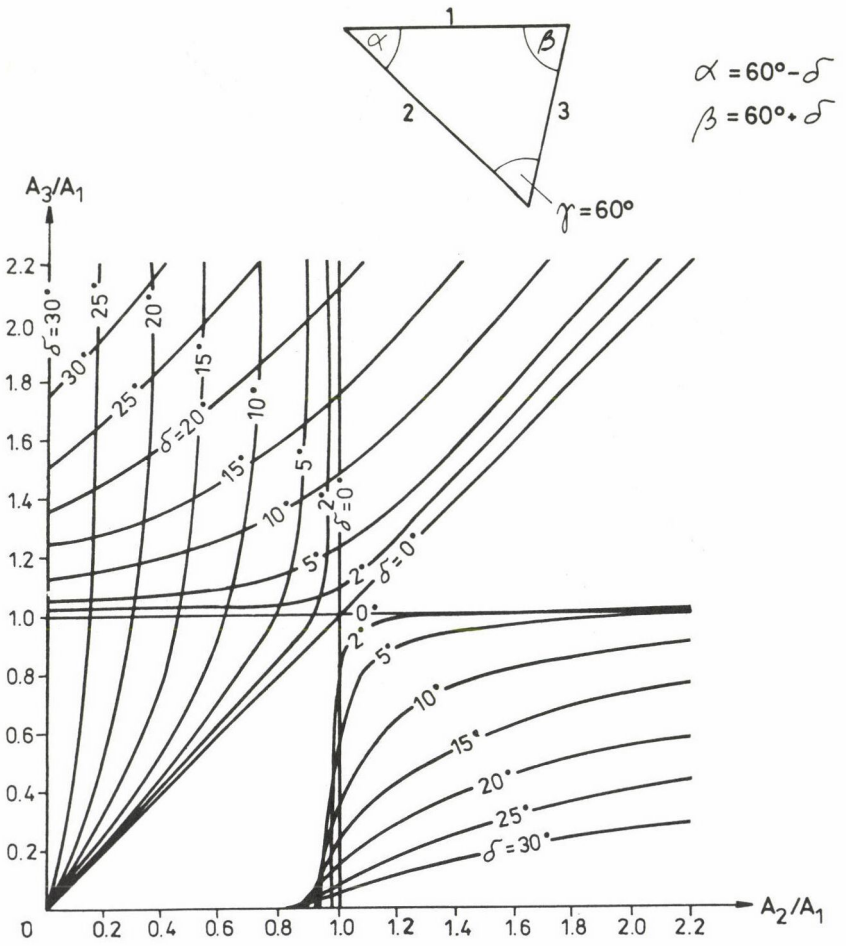
2.4a. ábra

$$S_1 = b_1\left[n_x - \frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta} n_y - \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta} n_{xy} \right], \qquad (2.11a)$$

$$S_2 = b_2\left[\frac{\cos\beta}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)} n_y + \frac{\sin\beta}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)} n_{xy} \right], \qquad (2.11b)$$

$$S_3 = b_3\left[\frac{\cos\alpha}{\sin\beta\sin(\alpha+\beta)} n_y - \frac{\sin\alpha}{\sin\beta\sin(\alpha+\beta)} n_{xy} \right]. \qquad (2.11c)$$

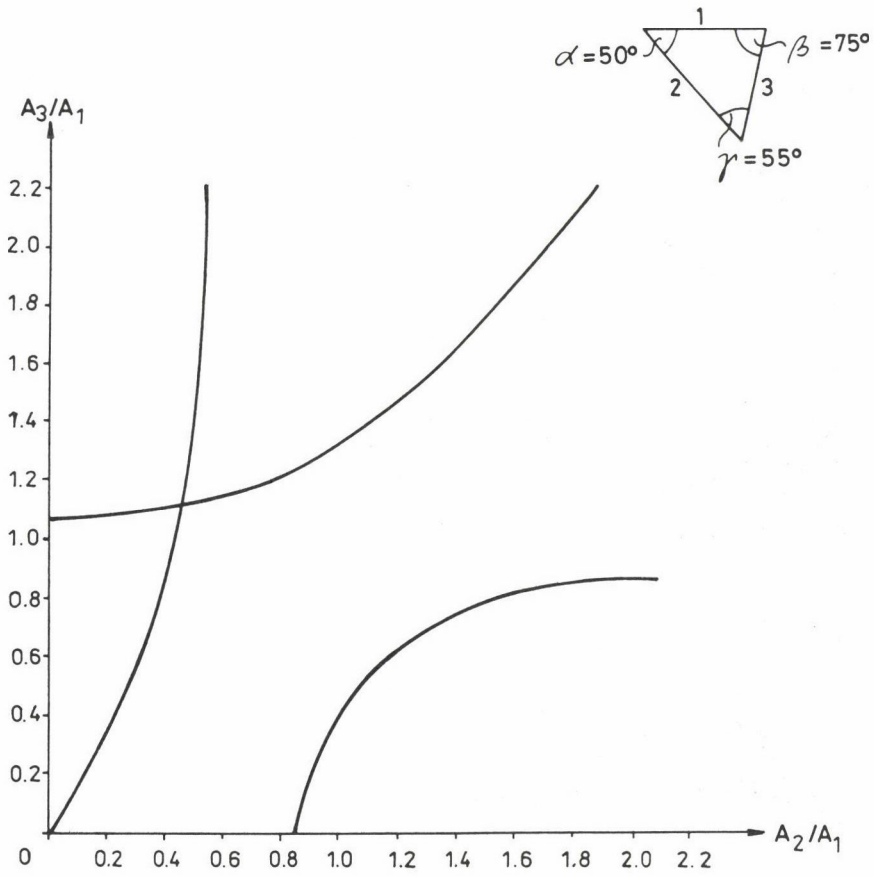
EGYENLŐTLEN OLDALÚ HÁROMSZÖG HÁLÓZAT



2.4b. ábra

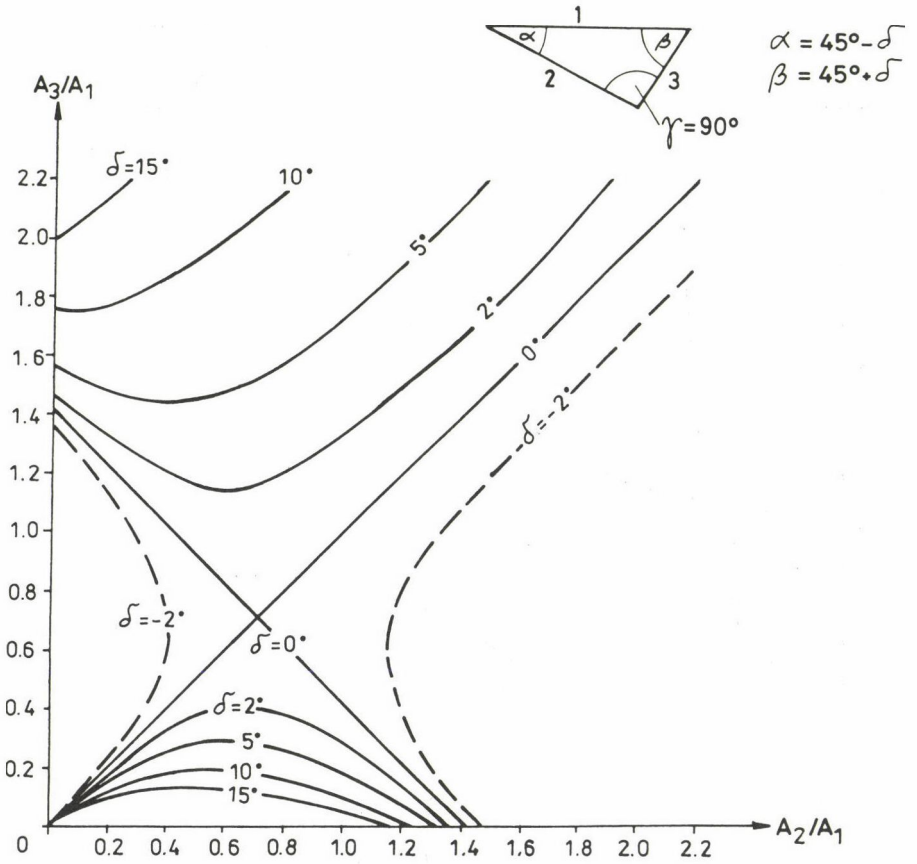
MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

EGYENLŐTLEN OLDALÚ HÁROMSZÖG HÁLÓZAT



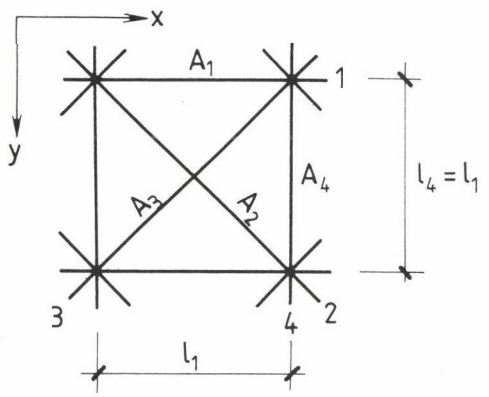
2.4c. ábra

DERÉKSZÖGŰ HÁROMSZÖG HÁLÓZAT



2.4d. ábra

2.2.3. Az andráskeresztes négyzetekből álló hálózat



2.5. ábra

Vegyük szemügyre az andráskeresztes négyzetekből álló rácsozatot (2.5. ábra); tételezzük fel, hogy $A_1=A_4$ és $A_2=A_3$. Az egyenértékű tárcsa ortotrop lesz. Merevségi mátrixa:

$$\underline{\underline{I}} = \frac{E}{\ell_1}\begin{bmatrix} \left(A_1 + \frac{A_2}{\sqrt{2}}\right) & \frac{A_2}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{A_2}{\sqrt{2}} & \left(A_1 + \frac{A_2}{\sqrt{2}}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_2}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \qquad (2.12)$$

a rúderők pedig:

$$S_1 = \frac{\ell_1}{\frac{A_1}{\sqrt{2}} + A_2}\left[\left(\frac{A_1}{\sqrt{2}} + \frac{A_2}{2}\right) n_x - \frac{A_2}{2} n_y\right], \qquad (2.13a)$$

$$S_2 = \frac{\ell_1}{2\left(\frac{A_1}{\sqrt{2}} + A_2\right)}\left[\left(\frac{A_2}{\sqrt{2}}(n_x + n_y) + (A_1 + \sqrt{2}A_2)\, n_{xy}\right)\right], \qquad (2.13b)$$

$$S_3 = \frac{\ell_1}{2\left(\frac{A_1}{\sqrt{2}} + A_2\right)}\left[\frac{A_2}{\sqrt{2}}(n_x + n_y) - (A_1 + \sqrt{2}A_2)\, n_{xy}\right], \qquad (2.13c)$$

$$S_4 = \frac{\ell_1}{\frac{A_1}{\sqrt{2}} + A_2}\left[\left(\frac{A_1}{\sqrt{2}} + \frac{A_2}{2}\right) n_y - \frac{A_2}{2} n_x\right]. \qquad (2.13d)$$

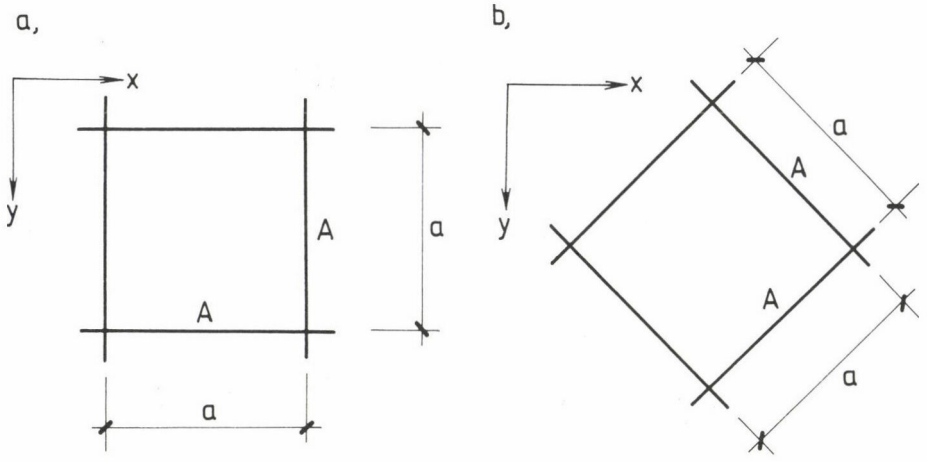
Megjegyezzük, hogy a hálózat akkor is ortotrop lesz, ha az $A_1=A_4$ és az $A_2=A_3$ egyenlőségek közül csupán az egyik teljesül (a második esetben az ortotrópia főirányai a 2. és 3. irányú rudakkal lesznek párhuzamosak), de a rúderők meghatározására szolgáló képletek bonyolultabbakká válnak.

A rácsozat izotroppá válik, ha a rúdkeresztmetszetek az $A_1 = A_4$, valamint az $A_2=A_3$ egyenlőségeken kívül kielégítik az $A_2=A_1/\sqrt{2}$ összefüggést is.

2.2.4. Kétirányú rudazatból álló hálózatok

Háromnál kevesebb irányú rudazatból csak alakjukat változtató (labilis) rácsozatokat lehet előállítani, amelyek tehát valamilyen igénybevételre ellenállás nélkül deformálódnak.

Vizsgáljuk meg a négyzethálózatú rácsozatot (2.6a. ábra). Az ilyen szerkezetnek a feltüntetett koordináta-rendszerben csak a két rúdiránnyal párhuzamosan van húzási merevsége, más merevsége nincs.



2.6. ábra

Merevségi mátrixa:

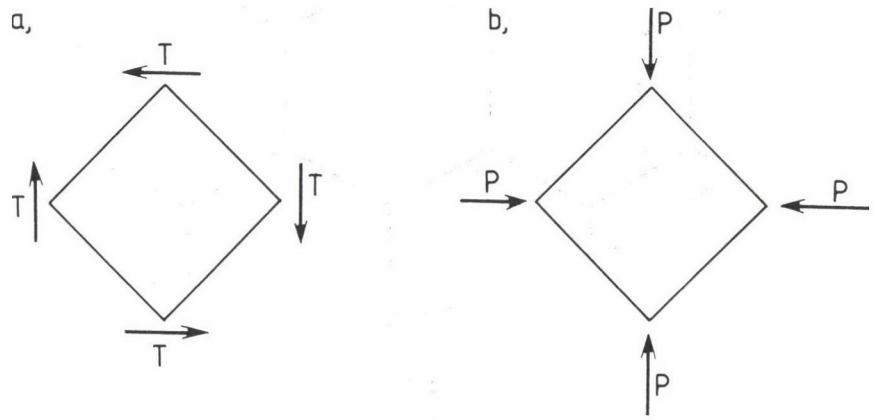
$$\underline{\underline{T}} = \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{2.14}$$

a rúderők nagysága pedig:

$$S_1 = a\, n_x, \tag{2.15a}$$

$$S_2 = a\, n_y. \tag{2.15b}$$

Ha viszont 45°-kal elfordítjuk a négyzethálós rácsozatot (2.6b. ábra), akkor azt találjuk, hogy egyrészt van nyírási merevsége (2.7a. ábra), másrészt húzó- (vagy nyomó-) erőket is fel tud venni, de csak abban az esetben, ha ezek egyformák a két (x és y) irányban, azaz ha hidrosztatikus húzás (vagy nyomás) hat rá (2.7b. ábra).



2.7. ábra

Merevségi mátrixa ennek megfelelően:

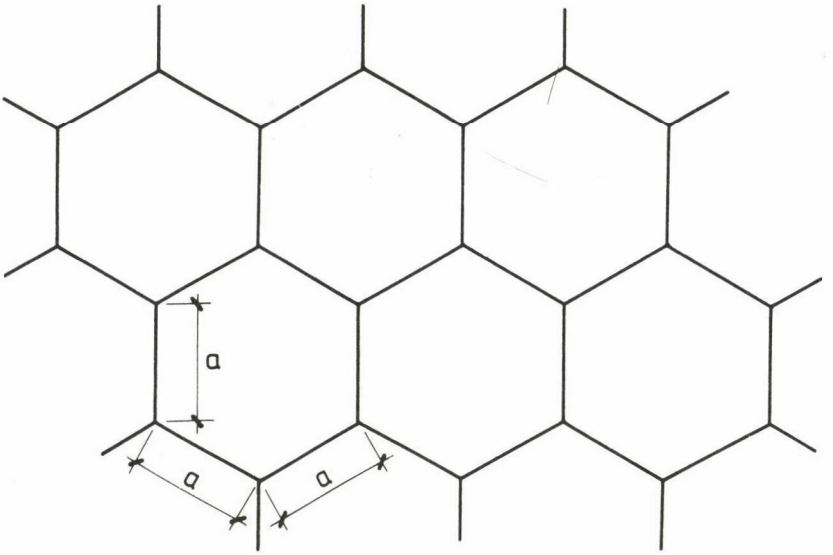
$$\underline{\underline{T}} = \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}; \tag{2.16}$$

a hidrosztatikus húzásból ($n_x=n_y$) származó rúderők nagysága pedig:

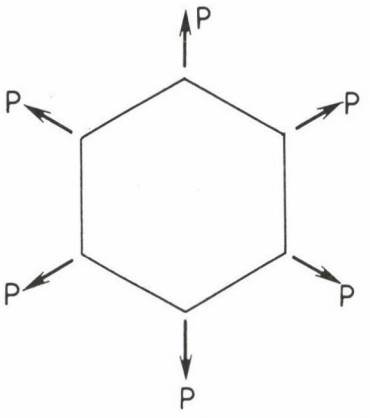
$$S_1 = S_2 = a\, n_x. \tag{2.17}$$

2.2.5. Nem folytonos rudazatokból álló rácsozatok

Vegyük szemügyre a hatszöghálózatú rácsot (2.8. ábra). Ez szemmel láthatóan csak hidrosztatikus húzást (vagy nyomást) képes felvenni (2.9. ábra), más igénybevételt nem.



2.8. ábra



2.9. ábra

Merevségi mátrixa ennek megfelelően:

$$T = \frac{EA}{2\sqrt{3}\,a}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (2.18)$$

a hidrosztatikus húzásból ($n_x=n_y$) származó rúderők pedig:

$$S_1 = S_2 = S_3 = \sqrt{3}\,a\,n_x. \qquad (2.19)$$

Az eddigiekből az tűnik ki, hogy a saját síkjukban csak a három, ill. több irányú folytonos rudazatból álló háromszöghálózatú rácsozatok alaktartók, a két irányú rudazatból álló, valamint a hatszöghálózatú rácsozat alakját változtató (labilis). Ez azonban nem jelenti azt, hogy megfelelő másik rácsozattal kombinálva nem lehet belőlük alaktartó (azaz nem labilis) kétrétegű térrácsokat szerkeszteni, lásd részletesebben a 3. pontban.

3. KÉTRÉTEGŰ TÉRRÁCSOK

A kétrétegű térrácsok hasonlóképpen épülnek fel a két egyrétegű rácsozás adta övsíkokból és az őket összekötő rácsozásból, mint ahogyan a síkbeli rácsostartó felépül a két övrúdból és az őket összekötő rácsozásból. A síkbeli rácsostartónak a gerenda az egyenértékű kontinuuma, a kétrétegű térrácsnak pedig a lemez, amely egyrészt lehet közönséges vagy bordázott; másrészt maga a közönséges lemez is többféle lehet merevségi szempontból. Először tehát tekintsük át a különböző térrácsok és a velük egyenértékű lemezek fajtáit.

3.1. A kétrétegű térrácsok fajtái

A kétrétegű térrácsokat három csoportba sorolhatjuk.

Az első csoportba tartoznak azok a térrácsok, amelyekben az övsíkok merevségei arányosak egymással (3.2., 3.3., 3.4. ábrák). Ezeket általában az jellemzi, hogy a két öv hálózata azonos, a megfelelő alsó és felső rudak keresztmetszete pedig arányos egymással.

A második csoportba azok tartoznak, amelyekben a két övsík merevségei nem arányosak egymással (3.5., 3.7. ábrák). Ezekben általában a két öv hálózata sem azonos.

Végül a harmadik csoportba azokat kell sorolnunk, amelyekben az egyik övsíknak nincs nyírási merevsége, de a másiknak van, és ez a ferde síkokban

elhelyezkedő összekötő rácsozással együtt zárt rácsos csöveket alkot, amelyek csavarási merevséget adnak a szerkezetnek (3.8., 3.9. ábrák).

Zárt csöveket olyan térrácsok is tartalmazhatnak, amelyekben mind a két övsíknak van nyírási merevsége (3.4. ábra). Ilyen esetekben azonban a két öv nyírási merevsége lényegesen nagyobb csavarási merevséget ad, mint a rácsos csövek, így ez utóbbiak merevségét figyelmen kívül hagyhatjuk.

Az elméleti vizsgálatok /Kollár és Hegedűs, 1985/ azt mutatták, hogy a térrács egyenértékű kontinuuma csak abban az esetben lesz közönséges lemez, ha a két övsík merevségei arányosak egymással. Minden más esetben bordáslemezt kapunk egyenértékű kontinuumként (3.6. ábra), amelynek erőjátéka meglehetősen bonyolult, mivel a "lemezszerű" belső erőkön (azaz a hajlító- és csavarónyomatékokon) kívül még egy síkbeli feszültségállapot is keletkezik a fedőlemezben. Az első részt a w lehajlásfüggvény, a másodikat a ϕ feszültségfüggvény jellemzi, és így a bordáslemez viselkedését végeredményben két kapcsolt negyedrendű parciális differenciálegyenlet írja le /Giencke, 1955/, /Trenks, 1954/.

A bordáslemez nem alkalmas arra, hogy segítségével elvégezhessük a térrácsok közelítő méretezését. Egyrészt túlságosan bonyolult feladat lenne (akárcsak közelítően is) megoldani a parciális differenciálegyenlet-rendszert, másrészt pedig -- a szereplő merevségi paraméterek nagy száma miatt -- nincsenek közvetlenül felhasználható diagramok, ill. táblázatok a bordáslemez igénybevételeire az irodalomban. Ezért azt az utat választjuk, hogy bizonyos elhanyagolásokkal visszavezetjük a bordáslemezt a közönséges lemezre. E közelítés lényege az, hogy ha elhanyagoljuk a fedőlemez saját síkjában meglévő nyírási merevségét (azaz elhanyagoljuk az egész szerkezet "öblösödési merevségét"), akkor elmarad a ϕ feszültségfüggvény, s egyetlen negyedrendű differenciálegyenletet kapunk w-re, azaz egy közönséges (ortotrop) lemezhez jutunk.

A kétrétegű térrácsokra ezt az elvet úgy alkalmazhatjuk, hogy elhanyagoljuk a merevebb övsíknak a másikhoz képest meglevő "többlet-merevségeit", s csupán a gyengébb övsíkban is meglévő merevségeket tartjuk meg. Ez többnyire (pl. a 3.5. ábrán vázolt szerkezet esetében) az egyik övsík nyírási merevségének elhanyagolását jelenti, de el kell hanyagolnunk a merevebb övsíkban azokat a merevségrészeket is, amelyek többletet jelentenek az arányos merevségekhez képest. Ily módon egy olyan szerkezethez jutunk, amelyben arányos egymással az alsó és a felső övsík valamennyi merevsége, és az egyenértékű kontinuum egy közönséges lemez lesz.

Tekintsük most át a közönséges lemezek merevségi tulajdonságait.

3.2. A közönséges lemez merevségi tulajdonságai

A közönséges lemez merevségeit a $\underline{\underline{B}}$ hajlítási merevségi mátrixba foglaljuk össze, amelyet a hajlítási alakváltozások és a hajlítási belső erők között fennálló következő összefüggés definiál (a negatív előjelre a választott koordináta-rendszer miatt van szükség):

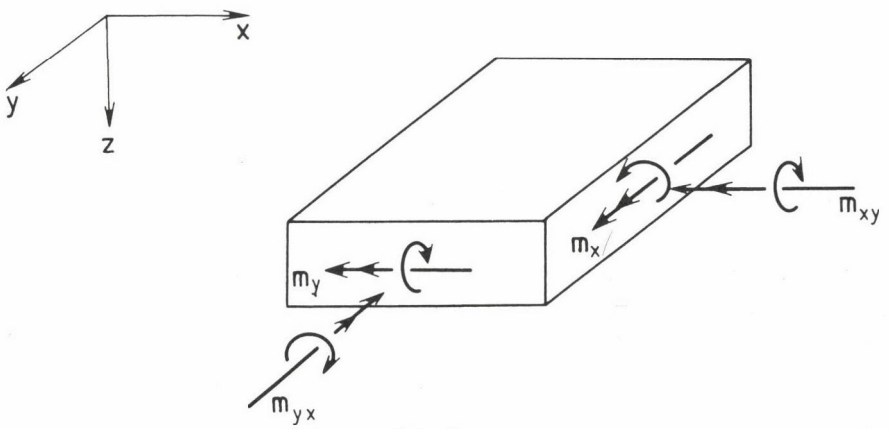
$$\underline{m} = -\underline{\underline{B}}\,\underline{k}, \tag{3.1}$$

ahol

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

az x, ill. y irányú hajlítónyomatékot és az m_{xy} csavarónyomatékot összefoglaló vektor (3.1. ábra),

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ 2\,k_{xy} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$



3.1. ábra

az x, ill. y irányú meggörbülést és a kétszeres elcsavarodást összefoglaló vektor; a hajlítási merevségi mátrix pedig:

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}. \tag{3.4}$$

A $\underline{\underline{B}}$ mátrix — az egyrétegű rácsozat $\underline{\underline{I}}$ nyúlási merevségi mátrixához hasonlóan — szimmetrikus a főátlójára. A B_{11} és B_{22} elem az x, ill. y irányú hajlítási merevséget jelenti, a B_{33} elem pedig a valódi B_t csavarási merevség felét:

$$B_{33} = \frac{B_t}{2}, \tag{3.4a}$$

azaz (feltéve, hogy $B_{31}=B_{32}=0$):

$$m_{xy} = -B_t \, k_{xy}. \tag{3.4b}$$

A $B_{12}=B_{21}$ elem a harántirányú hajlítási merevség.

A lemez izotrópiájának, ill. ortotrópiájának ugyanazok a feltételi egyenletei, mint a $\underline{\underline{I}}$ mátrixénak, lásd a 2. fejezetben.

A továbbiakban szükségünk lesz az ortotrop lemez egyensúlyi differenciálegyenletére. Ezt az ortotrópia főirányaival párhuzamos koordináta-rendszerben pl. /Timoshenko és Woinowsky-Krieger, 1966/ alapján így írhatjuk fel:

$$B_{11}\, w'''' + 2(B_{12}+2B_{33})w''''+B_{22}\, w'''' = B_{11}\, w'''' + 2Hw'''' + B_{22}\, w'''' = p. \tag{3.5}$$

Vesszővel az x, ponttal az y szerinti differenciálást jelöltük; w a lemez lehajlása.

Ez az egyenlet szemléletesen mutatja, hogy a lemez három részben hordja a p terhet: az első tag az x irányú hajlítási, a második tag a csavarási, a harmadik pedig az y irányú hajlítási merevség teherviselő hatását reprezentálja. A csavarási teherhordásban a $2B_{33}=B_t$ csavarási merevségen kívül a B_{12} harántirányú hajlítási merevség is szerepel, s a kettő összegét H-val szokták jelölni:

$$H = B_{12} + 2B_{33} = B_{12} + B_t. \tag{3.5a}$$

H tehát a lemez "látszólagos csavarási merevsége".

Ha a két irányban azonos a lemez hajlítási merevsége, akkor, bevezetve a

$$B_{11} = B_{22} = B \tag{3.6}$$

jelölést, az egyenlet a

$$Bw'''' + 2Hw'^{\cdot\cdot} + Bw^{\cdot\cdot\cdot\cdot} = p \tag{3.7}$$

alakot ölti.

Csavarásmentesnek nevezzük az ortotrop lemezt, ha H=0. Ekkor a lemez egyenlete az alábbi lesz:

$$B_{11}\, w'''' + B_{22}\, w^{\cdot\cdot\cdot\cdot} = p \tag{3.8}$$

Ez a két irányban azonos hajlítási merevség (3.6) esetében a következő alakúra egyszerűsödik:

$$B\,(w'''' + w^{\cdot\cdot\cdot\cdot}) = p. \tag{3.9}$$

Mivel izotrópia esetén $B_{11}=B_{22}$ és $B_{11}=B_{12}+2B_{33} = H$, ezért, bevezetve a (3.6) jelölést, az izotrop lemez egyenlete

$$Bw'''' + 2\,Bw'^{\cdot\cdot} + Bw^{\cdot\cdot\cdot\cdot} = B\Delta\Delta w = p \tag{3.10}$$

lesz, ahol

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \tag{3.11}$$

a Laplace-operátor.

Vegyünk most sorra néhány gyakrabban előforduló térrácsot és határozzuk meg a most ismertetett közelítő módon kapható egyenértékű lemezüket.

3.3. Egymással arányos merevségű övsíkokból álló térrácsok

Ha a két övsík merevségei arányosak egymással (vagyis a felső övsík merevségei az alsóéinak $\underline{k}$-szorosai), akkor az egyenértékű kontinuum egy olyan közönséges lemez lesz, amelynek hajlítási merevségi mátrixát a

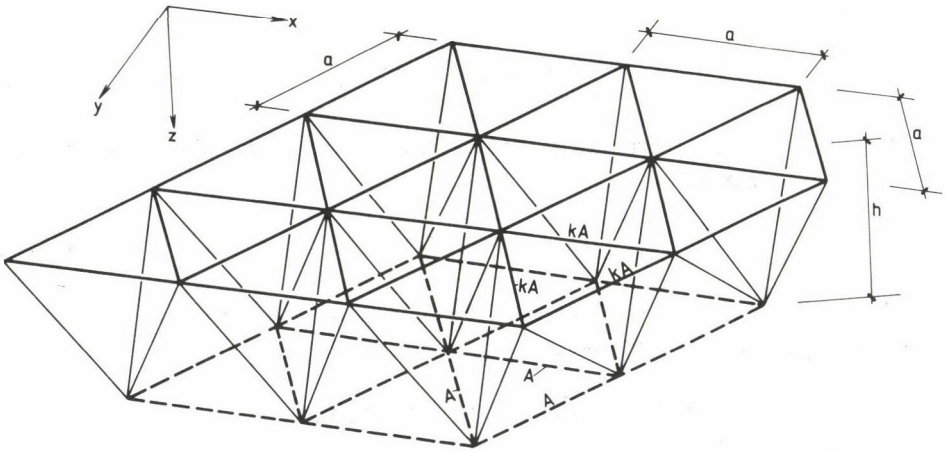
$$\underline{\underline{B}} = \frac{h^2}{1+k}\quad \underline{\underline{I}}^f = \frac{kh^2}{1+k}\,\underline{\underline{I}}^a \tag{3.13}$$

összefüggés határozza meg, ahol $\underline{h}$ a két övsík egymástól mért távolsága, $\underline{\underline{I}}^f$, ill. $\underline{\underline{I}}^a$ pedig a felső, ill. az alsó övsík nyúlási merevségeit összefoglaló mátrix. A (3.13) egyenlet tulajdonképpen az egymástól $\underline{h}$ távolságban lévő

$\underline{\underline{I}}^f = k\underline{\underline{I}}^a$ és $\underline{\underline{I}}^a$ húzási merevségeknek a közös súlypontjukra vett inercianyomatékát reprezentálja.

A következőkben néhány példát mutatunk az arányos merevségű övsíkokból álló kétrétegű térrácsokra.

3.3.1. Egyenlőoldalú háromszög hálózatú övsíkokból álló térrács (3.2. ábra)



3.2. ábra

Az alsó övsík izotrop húzási merevségi mátrixának (2.9) kifejezését a (3.13) képletbe helyettesítve, és figyelembe véve a (3.6) jelölést, az izotrop lemez (3.10) egyenletéhez jutunk. A lemez B hajlítási merevsége:

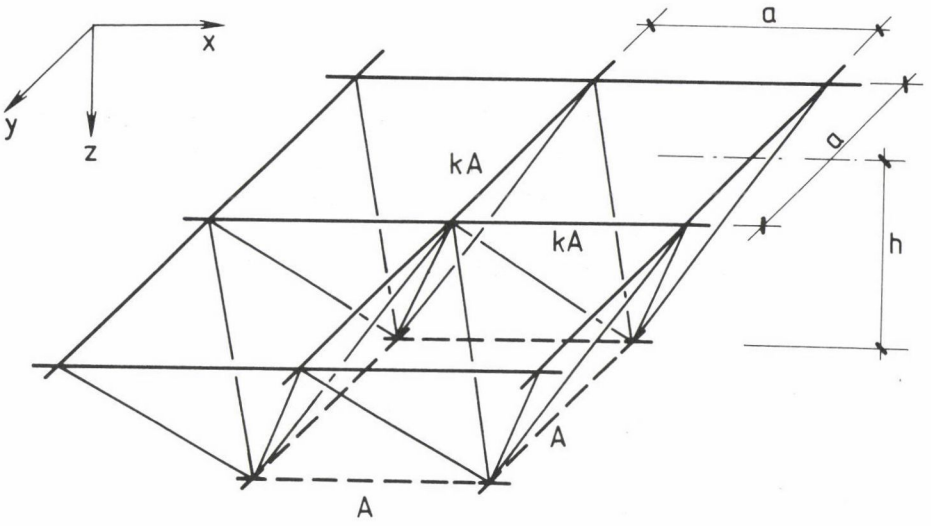
$$B = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{E A h^2}{a} \frac{k}{1+k}. \qquad (3.14)$$

3.3.2. "Négyzet felett négyzet" típusú térrács

A 3.3. ábrán vázolt térrács -- függetlenül attól, hogy a felső övsík csomópontjai az alsóéi fölött fekszenek-e vagy el vannak-e tolva hozzájuk képest -- egy csavarásmentes ortotrop lemezzel egyenértékű, amelynek egyenlete (3.9)-nek felel meg, hajlítási merevsége pedig:

$$B = \frac{E A h^2}{a} \frac{k}{1+k}, \qquad (3.15)$$

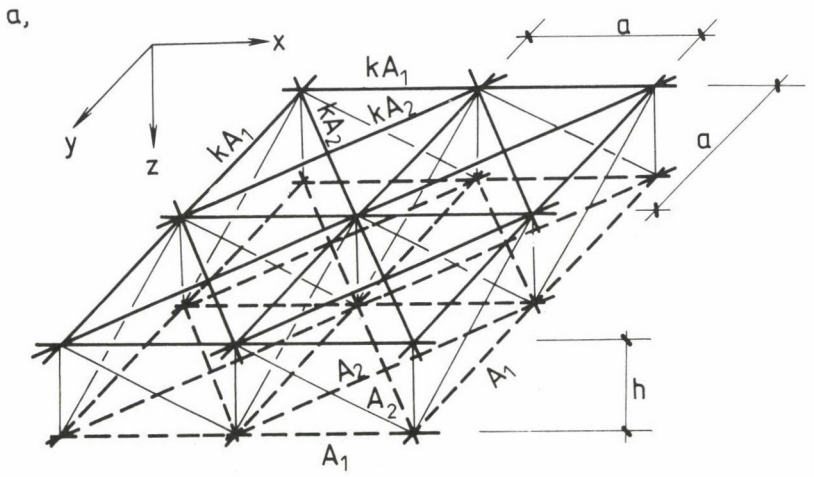
vö. a (2.14), (3.13) és (3.6) képletekkel.



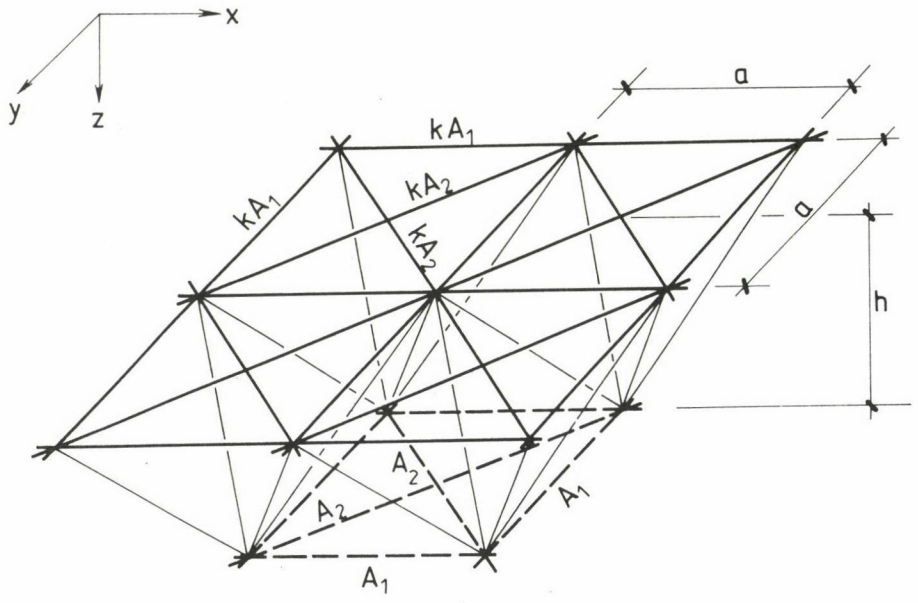
3.3. ábra

3.3.3. Az "andráskeresztes négyzet felett andráskeresztes négyzet" típusú rács

A 3.4. ábrán látható térrács -- ugyancsak függetlenül attól, hogy a felső övsík csomópontjai el vannak-e tolva az alsóéihoz képest -- egy ortotrop



3.4a. ábra



3.4b. ábra

lemezzel egyenértékű, amelynek differenciálegyenlete (3.7)-nek felel meg, a következő merevségi jellemzőkkel /lásd a (2.12) és (3.13) képleteket/:

Hajlítási merevség:

$$B = \frac{E\,h^2}{2}\left(A_1 + \frac{A_2}{\sqrt{2}}\right)\frac{k}{1+k}. \tag{3.16a}$$

Harántirányú hajlítási merevség:

$$B_{12} = \frac{E\,h^2}{a}\,\frac{A_2}{\sqrt{2}}\,\frac{k}{1+k}. \tag{3.16b}$$

Csavarási merevség:

$$B_t = 2B_{33} = \frac{E\,h^2}{a}\,\sqrt{2}\,A_2\,\frac{k}{1+k}; \tag{3.16c}$$

és végül a látszólagos csavarási merevség:

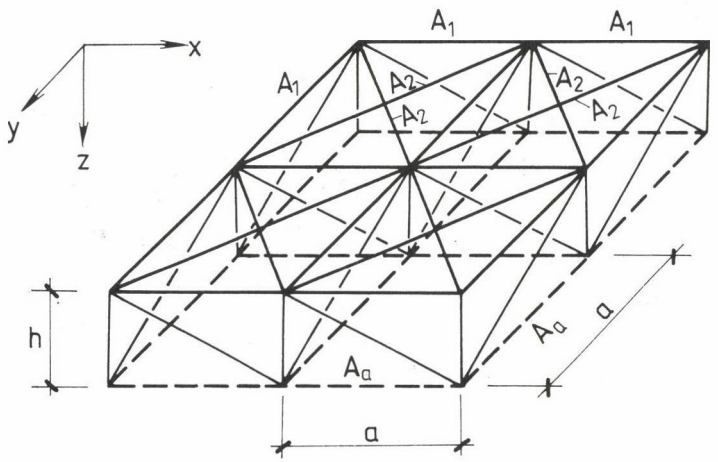
$$H = B_{12} + 2B_{33} = \frac{E\,h^2}{a}\,\frac{3\,A_2}{\sqrt{2}}\,\frac{k}{1+k}. \tag{3.16d}$$

3.4. Egymással nem arányos merevségű övsíkokból álló térrácsok

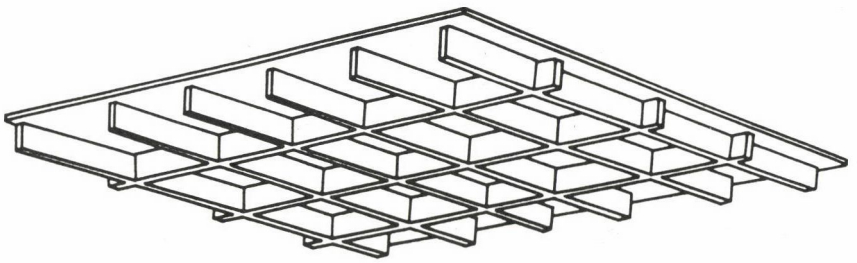
3.4.1. "Négyzet felett andráskeresztes négyzet" típusú rács

Ha a felső övsík négyzetei az alsóéi fölött helyezkednek el (3.5. ábra), akkor az összekötő rácsozás függőleges, és így a szerkezetnek nincs igazi csavarási, csupán öblösödési merevsége (a felső övsík nyírási merevsége folytán). Statikai szempontból tehát szemmel láthatóan megfelel a 3.6. ábra bordáslemezének.

Összehasonlítva a felső övsík (2.12) és az alsó övsík (2.14) húzási merevségi mátrixát, láthatjuk, hogy a felső öv nyírási és harántmerevségét kell elhanyagolnunk ahhoz, hogy egymással arányos merevségeket kapjunk a két



3.5. ábra

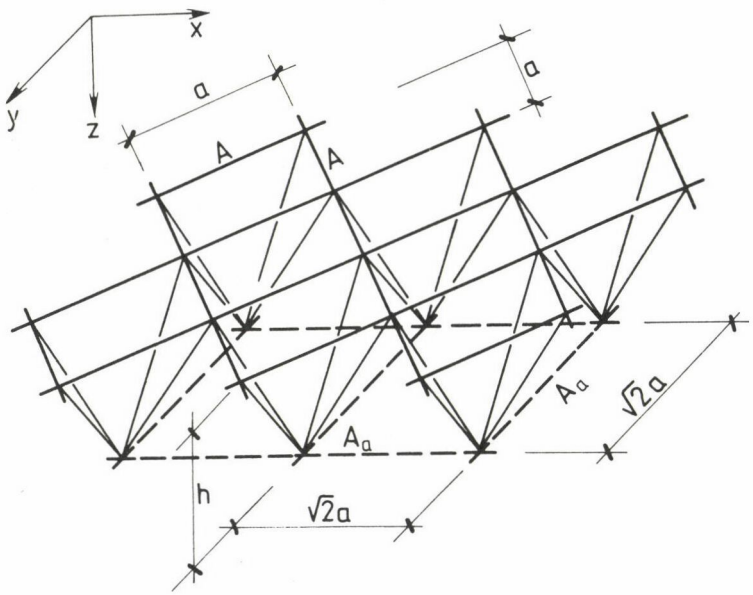


3.6. ábra

övsíkban. Helyettesítő kontinuumunk ily módon egy csavarásmentes ortotrop lemez lesz, amelynek egyenlete (3.9)-nek felel meg, hajlítási merevsége pedig:

$$B = \frac{E\,h^2}{a}\,\frac{(A_1 + \frac{A_2}{\sqrt{2}})A_a}{(A_1 + \frac{A_2}{\sqrt{2}}) + A_a}\,. \qquad (3.17)$$

3.4.2. "Négyzet felett elfordított négyzet" hálózatú rács (3.7. ábra)



3.7. ábra

Az alsó öv merevségeit a (2.14) mátrix, a felsőét a (2.16) mátrix adja meg, de az előbbiben a helyett $\sqrt{2}a$-t kell írnunk, mivel a négyzetek oldalhossza most $\sqrt{2}a$. Összehasonlítva a két mátrixot láthatjuk, hogy egyrészt el kell hagyni a felső öv nyírási merevségét, másrészt pedig az alsó övben is definiálnunk kell egy "hidrosztatikus" merevséget, hogy megfeleljen a felső öv hidrosztatikus merevségének, melyet a mátrix bal felső négy eleme reprezentál.

A hidrosztatikus húzási merevségnek az a definíciója, hogy ε_x és ε_y bármely kombinációjára $n_x = n_y$ normálerőket produkál, melyeknek nagysága megegyezik az

$$\varepsilon_x^{hidr} = \varepsilon_y^{hidr} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}$$

"hidrosztatikus" nyúlás-részből a valódi x és y irányú húzási merevségekkel kapható normálerők nagyságával.

Ezt a követelményt a

$$\underline{\underline{T}}_a^{hidr} = \frac{E\,A_a}{\sqrt{2}\,a}\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

nyúlási merevségi mátrix elégíti ki.

A (3.13) összefüggés alapján a hajlítási merevség

$$B = \frac{E\,h^2}{2a}\,\frac{A\,\frac{A_a}{\sqrt{2}}}{A + \frac{A_a}{\sqrt{2}}}, \tag{3.19}$$

a harántmerevség pedig:

$$B_{12} = B. \tag{3.20}$$

Mivel nincs tényleges csavarási merevség, ezért $H=B_{12}=B$, és a lemez differenciálegyenlete (3.7) alapján:

$$B\,(w'''' + 2w''^{\cdot\cdot} + w^{\cdot\cdot\cdot\cdot}) = p,$$

azaz a helyettesítő lemezünk izotrop lesz, vö. (3.10)-zel.

3.5. Rácsos csövekkel merevített térrácsok

Ha az egyik övsíknak van nyírási merevsége, az összekötő rácsozás pedig ferde síkokban helyezkedik el úgy, hogy zárt rácsos csövek alakulnak ki a szerkezetben, akkor a csövek csavarási merevséget adnak a térrácsnak. A cső mindegyik fala képes nyíróerő felvételére, és így a csőfalban körbemenő zárt nyírófolyam keletkezik, amely csavarónyomatékot reprezentál.

Ahhoz, hogy helyettesítő kontinuumunk most se bordáslemez legyen, el kell tekintenünk az alakváltozások összeférhetőségének biztosításától (azaz attól a ténytől, hogy a csövek adta csavarási merevség semleges tengelye nem

esik egybe a hajlítási merevségek semleges tengelyével), és el kell hanyagolnunk az övsíkoknak mindazokat a merevségeit, amelyeknek nincs párjuk a másik övsíkban. Itt figyelemmel kell azonban lennünk arra, hogy a nyírási merevséggel bíró övsík nyírási merevségét a rácsos csövek merevségébe vesszük bele.

Ha a rácsos csövek párhuzamosan futnak az x,y koordináta-tengelyekkel, akkor csupán csavarási merevséget adnak a szerkezetnek. A lemez csavarási merevsége fele lesz annak az értéknek, amit úgy kapunk, hogy az egyik irányban futó csövek csavarási merevségét elosztjuk a cső szélességével (vagyis a csöveknek az egységnyi lemezszélességre jutó merevségével). A lemez csavarónyomatéka ugyanis definíciószerűen az x normálisú felületre ható m_{xy} és az y normálisú felületre ható m_{xy} nyomatékok együtteséből áll (3.1. ábra), amelyek tehát kétszer akkora csavaró hatást fejtenek ki, mintha csupán m_{xy} (vagy m_{yx}) működne. A csövek csavarási merevségét mindig csak az egyik irányú csavarónyomatékból származó alakváltozásból számítjuk, így a lemez valóságos viselkedését tükröző csavarási merevség ennek fele kell legyen.

Ha a csövek nem párhuzamosak az x,y koordináta-tengelyekkel, akkor hajlítási és harántmerevséget is adnak a szerkezetnek.

A rácsos csövek adta csavarási merevség mindig lényegesen kisebb, mint a hajlítási merevségnek megfelelő izotrop lemez csavarási merevsége. Így a helyettesítő kontinuum közelebb áll a csavarásmentes lemezhez, mint az izotrophoz.

A következőkben két példát mutatunk be a rácsos csövekkel merevített térrácsokra.

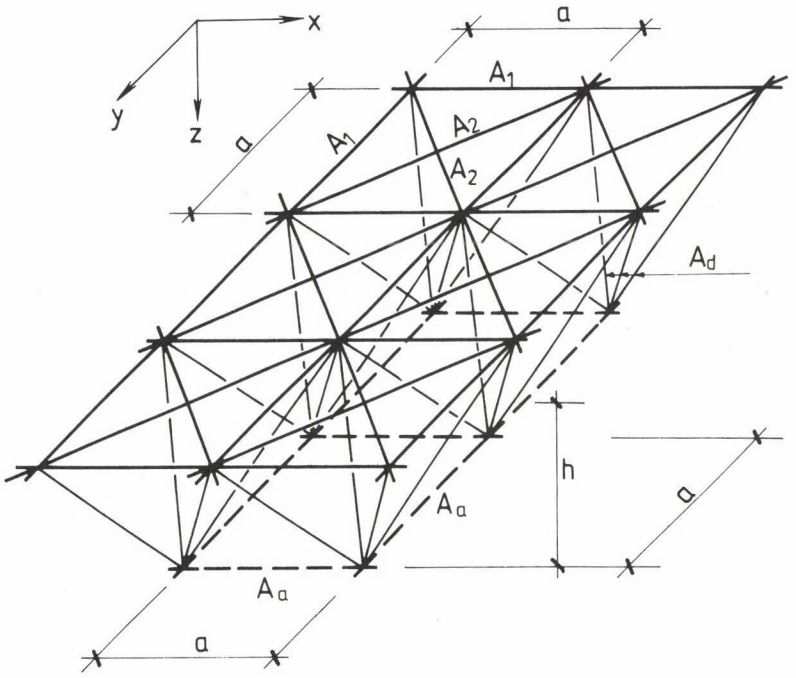
3.5.1. A "négyzet felett eltolt andráskeresztes négyzet" típusú rács (3.8. ábra)

A felső övsík (2.12) merevségeiből a harántmerevséget kell elhanyagolnunk, mert nincs párja az alsó övben.

A rácsos csövek háromszög keresztmetszetűek és x,y irányban futnak. Így csupán B_t csavarási merevséget adnak a szerkezetnek:

$$B_t = \frac{E\,h^2}{2a}\,\frac{A_2}{\sqrt{2} + 4\,\frac{A_2}{A_d}\left(\frac{h^2}{a^2} + \frac{1}{2}\right)^{3/2}} \qquad (3.21)$$

$B_{12}=0$ miatt a látszólagos csavarási merevség megegyezik a tényleges csavarási merevséggel, azaz $H=B_t$.



3.8. ábra

A rács hajlítási merevsége megegyezik (3.17)-tel. A helyettesítő ortotrop lemez egyenlete (3.7)-nek felel meg.

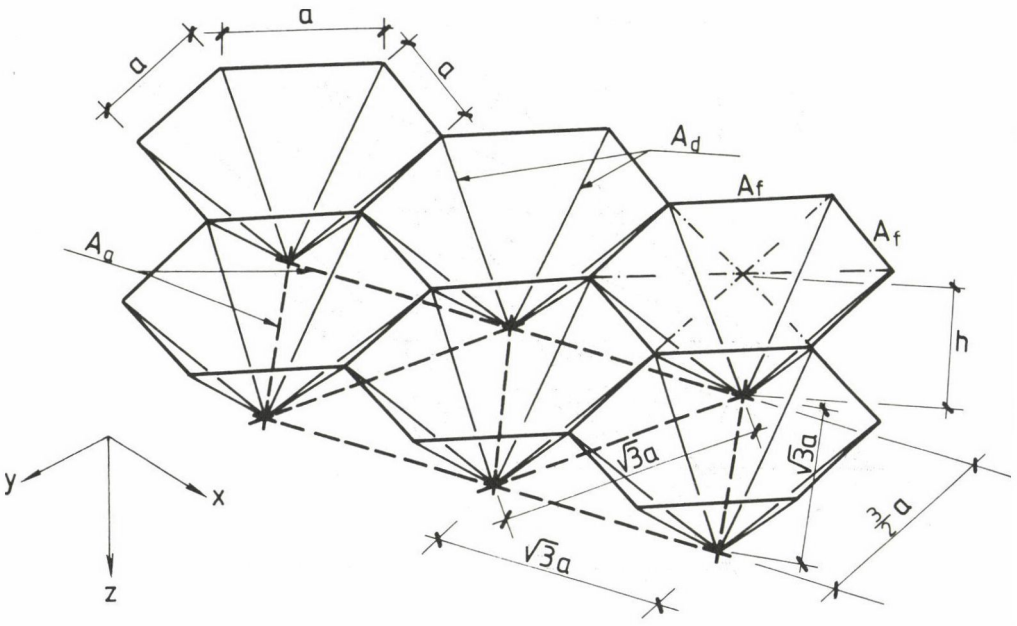
3.5.2. A "háromszög felett hatszög" típusú rács (3.9. ábra)

Ebben a szerkezetben három irányban futnak rácsos csövek (3.10. ábra); a pontozott vonalak mentén a valóságban nincsenek rudak, de ezekben rúderő sem ébredne a csövek csavarásából.

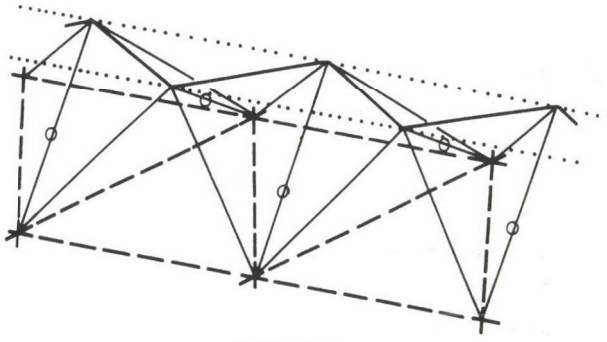
A rácsos csövek az alábbi csavarási merevséget adják a rácsszerkezetnek, vö. a (3.4) és a (3.4a) kifejezésekkel:

$$B_t^{\text{cső}} = \frac{2E\,h^2}{a} \cdot \frac{A_a}{9 + \sqrt{3}\,\frac{A_a}{A_f} + 2\sqrt{3}\left(\frac{h^2}{a^2}+1\right)^{3/2}\frac{A_a}{A_d}} . \qquad (3.22)$$

A térrács részletes vizsgálatából /Kollár és Hegedűs, 1985/ kitűnik, hogy a rácsos csövek -- alaprajzban ferde helyzetük matt -- $B_t/2$-vel egyenlő



3.9. ábra



3.10. ábra

nagyságú $B_{11}^{\text{csŐ}} = B_{22}^{\text{csŐ}}$ hajlítási merevséget is szolgáltatnak mind x, mind y irányban, s ezenkívül még (-1)-szer ekkora $B_{12}^{\text{csŐ}}$ harántmerevséget is adnak:

$$B_{11}^{\text{csŐ}} = -B_{12}^{\text{csŐ}} = B_t^{\text{csŐ}}/2. \qquad (3.23)$$

Az övek adta hajlítási merevségek meghatározásához elő kell állítanunk az alsó öv (2.9) mátrixából a felső öv (2.18) merevségeinek megfelelő "hidrosztatikus" merevségi mátrixot a 3.4.2. pontban mondottak szerint:

$$\underline{\underline{T}}_{a}^{hidr} = \frac{E\,A_a}{2a}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad (3.24)$$

figyelembe kell azonban vennünk, hogy a háromszögek oldalhossza — a (2.9) mátrixnak megfelelő a oldalhossz helyett — itt $\sqrt{3}a$.

A két öv merevségeiből így a következő hajlítási merevségek adódnak:

$$B_{11}^{öv} = B_{22}^{öv} = \frac{Eh^2}{2a}\,\frac{\frac{A_f}{\sqrt{3}}\,A_a}{\frac{A_f}{\sqrt{3}} + A_a} \qquad (3.25a)$$

és

$$B_{12}^{öv} = B_{11}^{öv}. \qquad (3.25b)$$

Összegezve a fenti merevségeket, azt kapjuk, hogy

$$B = B_{11}^{cső} + B_{11}^{öv} \qquad (3.26a)$$

és

$$H = B_{12}^{cső} + B_{12}^{öv} + B_{t}^{cső} = B, \qquad (3.26b)$$

azaz helyettesítő kontinuumunk izotrop lemez lesz.

4. A TÉRRÁCSOK RÚDERŐINEK MEGHATÁROZÁSA AZ EGYENÉRTÉKŰ LEMEZ METSZETERŐIBŐL

4.1. A térrács igénybevételeinek meghatározása a lemez igénybevételeiből

Amint az eddigiekben láttuk, a térrácsokhoz — több-kevesebb közelítéssel — általában olyan ortotrop lemezt találhatunk helyettesítő kontinuumként, amelynek két irányban azonos a hajlítási merevsége (B), látszólagos csavarási merevsége pedig egy ennél általában kisebb H mennyiség; az ortotrop lemez egyenlete tehát (3.7)-nek felel meg.

Ha a térrács merevsége állandó, akkor az ortotrop lemezé is az. Erre az esetre az irodalomban diagramok vagy táblázatok formájában kész megoldásokat találhatunk e lemezfajta hajlító- és csavarónyomatékaira különböző megtámasztásmódok esetében. E megoldásokat általában a H/B arány függvényében adják meg. Ismerve a térrácsunkkal egyenértékű lemez H/B értékét, a diagramok-

ból egyszerűen leolvashatjuk a keresett nyomatékértékeket. Ha pedig csak a H=0 (csavarásmentes lemez) és a H=B (izotrop lemez) esetekre találunk megoldást, akkor e két eset között interpolálhatunk az adott H/B aránynak megfelelően.

Mivel azonban a H mennyiség a (3.5a) képlet szerint a valódi B_t csavarási merevség (3.4a) és a B_{12} harántmerevség összege, előfordulhat, hogy az irodalomban szereplő megoldás B_{12}/B_t aránya eltér az általunk vizsgált térrácsétól, bár H/B aránya ugyanaz. Más szóval: a helyettesítő lemez

$$\nu = \frac{B_{12}}{B} \tag{4.1}$$

"harántkontrakciós tényezője" eltér a térrácsétól. Tisztáznunk kell tehát, hogyan kaphatjuk meg a térrácsétól eltérő ν-vel bíró lemez igénybevételeiből a térrács helyes igénybevételeit.

Jelöljük a térrácsra vonatkozó mennyiségeket $\underline{r}$ indexszel, az egyenértékű lemezre vonatkozókat pedig $\underline{\ell}$ indexszel. Levezethető /Kollár és Hegedűs, 1985/, hogy a rács igénybevételeit a következő összefüggések segítségével kaphatjuk meg a lemez igénybevételeiből:

$$m_x^r = m_x^\ell \frac{1 - \nu_r \nu_\ell}{1 - \nu_\ell^2} + \nu_r m_y^\ell \frac{1 - \nu_\ell/\nu_r}{1 - \nu_\ell^2}, \tag{4.2a}$$

$$m_y^r = m_y^\ell \frac{1 - \nu_r \nu_\ell}{1 - \nu_\ell^2} + \nu_r m_x^\ell \frac{1 - \nu_\ell/\nu_r}{1 - \nu_\ell^2}, \tag{4.2b}$$

$$m_{xy}^r = \frac{B_t^r}{B_t^\ell} m_{xy}^\ell \tag{4.2c}$$

Ezek az összefüggések akkor pontosak, ha a peremfeltételekben nem szerepel a harántkontrakciós tényező, mint pl. a csuklós vagy a befogott perem esetében. A szabad peremen már nem teljesül ez a feltétel, így szabad peremet is tartalmazó lemezen ezek az összefüggések csak közelítőek.

Ha $\nu = 0$ (vagyis $B_{12}=0$), a fenti képletek az alábbi alakúra egyszerűsödnek:

$$m_x^r = m_x^\ell + \nu_r m_y^\ell, \tag{4.3a}$$

$$m_y^r = m_y^\ell + \nu_r m_x^\ell, \tag{4.3b}$$

$$m_{xy}^{r} = \frac{B_t^r}{H^{\ell}} m_{xy}^{\ell}. \qquad (4.3c)$$

Ha pedig $\nu_r = B_{12}^r/B^r = 1$ és $B_t^r = 0$, ami pl. a "négyzet felett elfordított négyzet" típusú rács esetében teljesül (3.4.2. pont), akkor

$$m_x^r = m_y^r = \frac{m_x^{\ell} + m_y^{\ell}}{1 + \nu_{\ell}}, \qquad (4.4)$$

$$m_{xy}^r = 0, \qquad (4.5)$$

azaz a rács hajlítónyomatékai nagyjából a kétszeresei az egyenértékű lemez hajlítónyomatékainak, de csavarónyomaték nem ébred a rácsban.

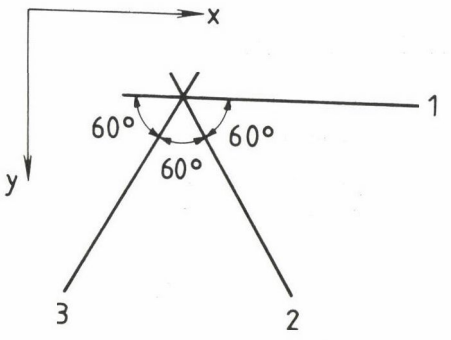
Érdemes még részletesebben foglalkoznunk a "háromszög felett hatszög" típusú ráccsal, mivel nem egészen egyszerű feladat a (4.1) képletnek megfelelő "harántkontrakciós tényezőnek", valamint a három rácsos csőre ható csavarónyomatéknak a meghatározása.

$$\nu_r = \frac{B_{11}^{\ddot{o}v} - B_t^{cs\H{o}}/2}{B_{11}^{\ddot{o}v} + B_t^{cs\H{o}}/2}; \qquad (4.6)$$

$B_{11}^{\ddot{o}v}$ és $B_t^{cs\H{o}}$ nagyságát a (3.25a) és a (3.22) képletek adják meg.

Az övekre ható hajlítónyomatékok:

$$m_x^{\ddot{o}v} = m_y^{\ddot{o}v} = \frac{m_x^r + m_y^r}{2}; \qquad (4.7)$$



4.1. ábra

itt m_x^r és m_y^r a rácsra ható, a (4.2a, b) képletekkel megszabott hajlítónyomatékok. Az övekre nem hat csavarónyomaték ($m_{xy}^{öv} = 0$).

A három rácsos csőre ható m_{t1}, m_{t2}, m_{t3} csavarónyomatékot a rácsnak mind a csavaró-, mind a hajlítónyomatékai okozzák. (Az egyes csövek számozását a 4.1. ábra mutatja.)

$$m_{t1} = \frac{4}{3} m_{xy}^r, \tag{4.8a}$$

$$m_{t2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (m_x^r + m_y^r) - \frac{2}{3} m_{xy}^r, \tag{4.8b}$$

$$m_{t3} = +\frac{1}{\sqrt{3}} (m_x^r + m_y^r) - \frac{2}{3} m_{xy}^r. \tag{4.8c}$$

Az irodalomban különböző H/B arányú ortotrop lemezek nyomatékaira találhatunk számértékeket $\nu = 0$ esetére /Bareš, 1971/, /Czerny, 1976/, /Krug és Stein, 1961/. Ezeket saját számításainkkal kiegészítve diagramokat készítettünk háromféle megtámasztásmódra: csuklósan megtámasztott, befogott (azaz folytatólagos) és oszlopokra támaszkodó lemezekre (4.2.—4.6. ábrák). Kettős vonallal a csuklós megtámasztást, vonalkázással a befogást jelöltük. A diagramok H/B függvényében adják meg a nyomatékokat a lemez jellegzetes pontjaiban.

Az összekötő rácsozás méretezéséhez szükséges nyíróerőket a hajlítónyomaték-ábra első deriváltja adja meg /lásd ehhez az (5.9) képlethez fűzött megjegyzést is/. Ha a hajlítónyomatékok ábráját mind x, mind y irányban másodfokú parabolával közelítjük meg (4.7a ábra), akkor a nyíróerő-ábra ugyanezen irányokban egyenesnek tekinthető (4.7b ábra). A csavarónyomatékok ábrája sok esetben ugyancsak egyenesek szerint változónak vehető (4.7c. ábra).

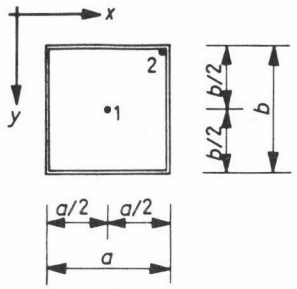
4.2. A rúderők kiszámítása az igénybevételekből

Elsősorban ki kell számítanunk a lemez hajlító- és csavarónyomatékaiból a két övsíkban fellépő metszeterőket. A rácsos csöveket nem tartalmazó térrácsok esetében ezeket az erőket a nyomatékoknak a $\underline{h}$ szerkezeti magassággal történő elosztásával kapjuk meg:

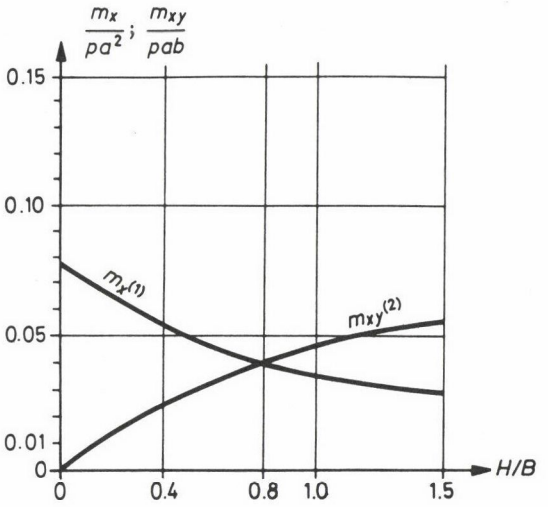
$$\underline{\underline{n}}^f = -\frac{1}{h} \underline{\underline{m}}^r \tag{4.9}$$

$$\underline{\underline{n}}^a = \frac{1}{h} \underline{\underline{m}}^r, \tag{4.9}$$

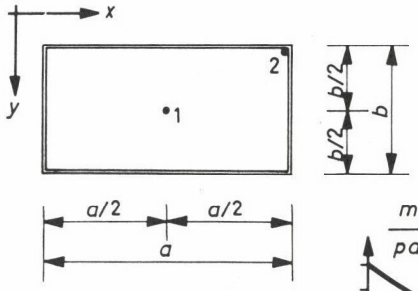
(a)



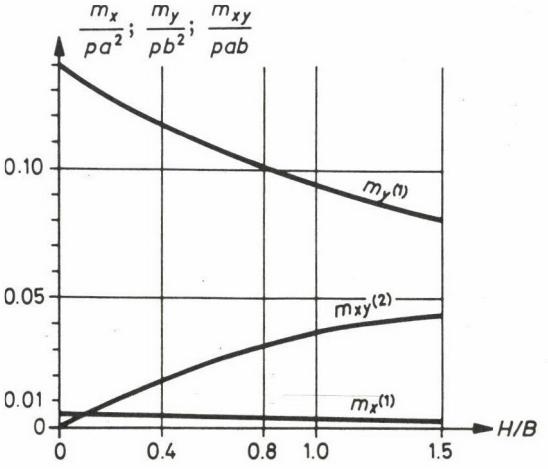
$a/b = 1$
$(\nu = 0)$



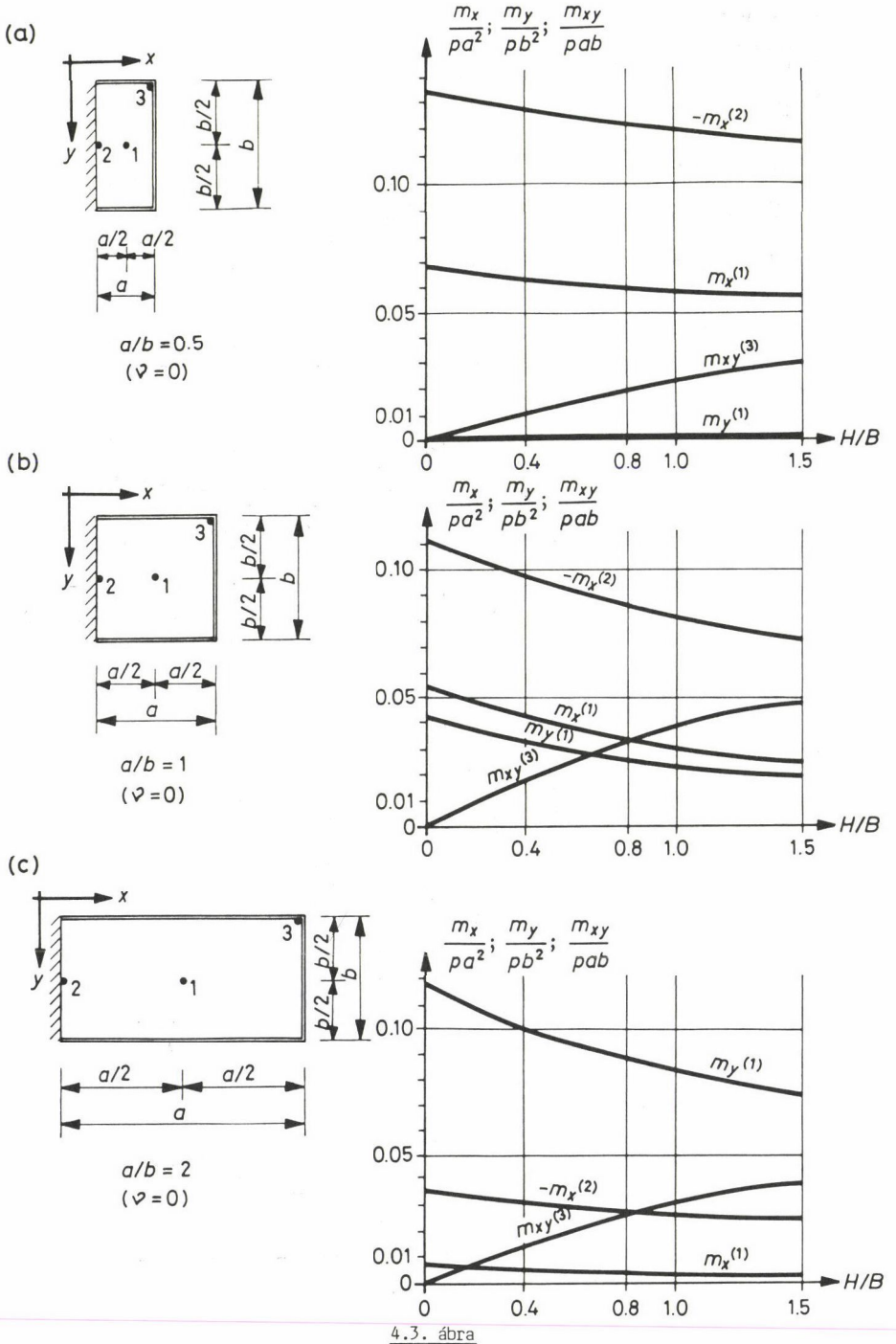
(b)



$a/b = 2$
$(\nu = 0)$

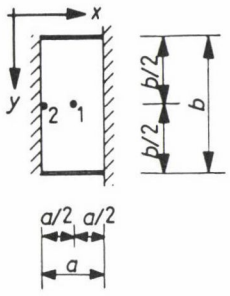


4.2. ábra


(a)
x
y
3
2
1
b/2
b/2
b
a/2
a/2
a
a/b = 0.5
(ν = 0)
$\frac{m_x}{pa^2}; \frac{m_y}{pb^2}; \frac{m_{xy}}{pab}$
$-m_x^{(2)}$
$m_x^{(1)}$
$m_{xy}^{(3)}$
$m_y^{(1)}$
0.10
0.05
0.01
0
0.4
0.8
1.0
1.5
H/B
(b)
x
y
3
2
1
b/2
b/2
b
a/2
a/2
a
a/b = 1
(ν = 0)
$\frac{m_x}{pa^2}; \frac{m_y}{pb^2}; \frac{m_{xy}}{pab}$
$-m_x^{(2)}$
$m_x^{(1)}$
$m_y^{(1)}$
$m_{xy}^{(3)}$
0.10
0.05
0.01
0
0.4
0.8
1.0
1.5
H/B
(c)
x
y
3
2
1
b/2
b/2
b
a/2
a/2
a
a/b = 2
(ν = 0)
$\frac{m_x}{pa^2}; \frac{m_y}{pb^2}; \frac{m_{xy}}{pab}$
$m_y^{(1)}$
$-m_x^{(2)}$
$m_{xy}^{(3)}$
$m_x^{(1)}$
0.10
0.05
0.01
0
0.4
0.8
1.0
1.5
H/B

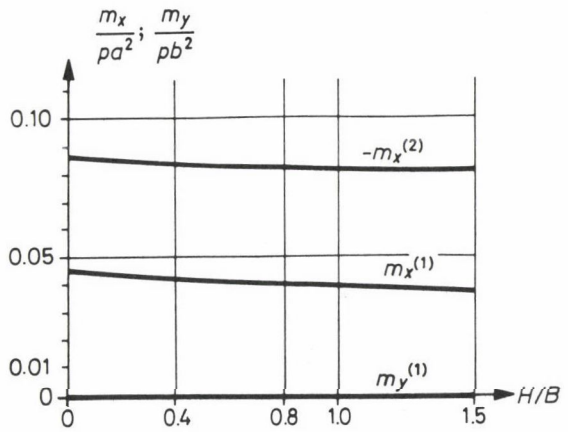
4.3. ábra

(a)

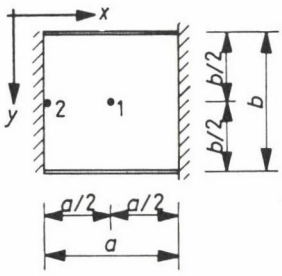


$a/b = 0.5$

$(\nu = 0)$

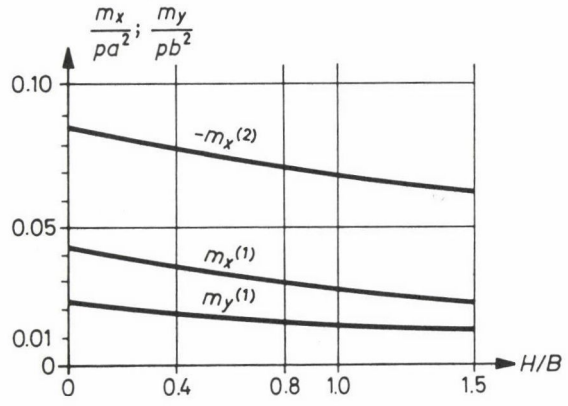


(b)

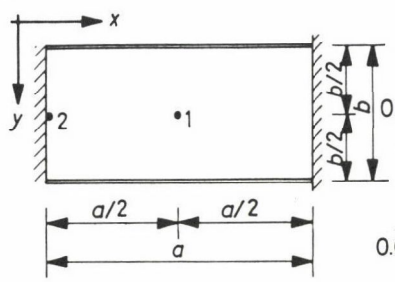


$a/b = 1$

$(\nu = 0)$

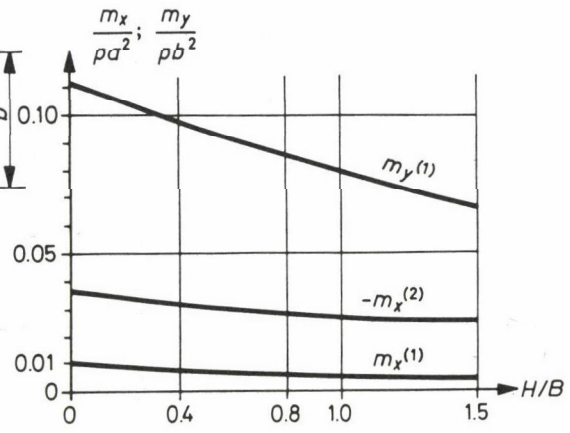


(c)



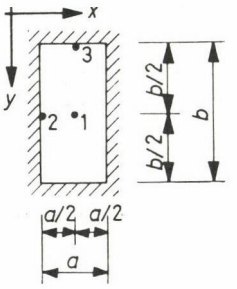
$a/b = 2$

$(\nu = 0)$

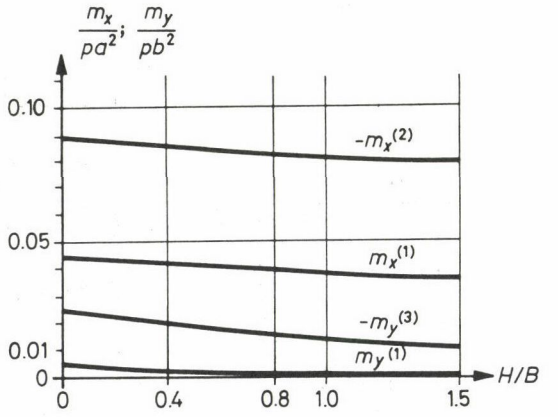


4.4. ábra

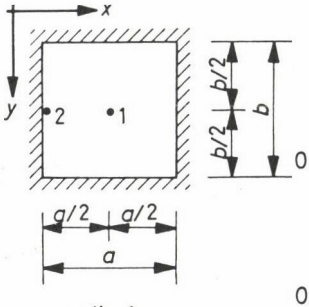
(a)



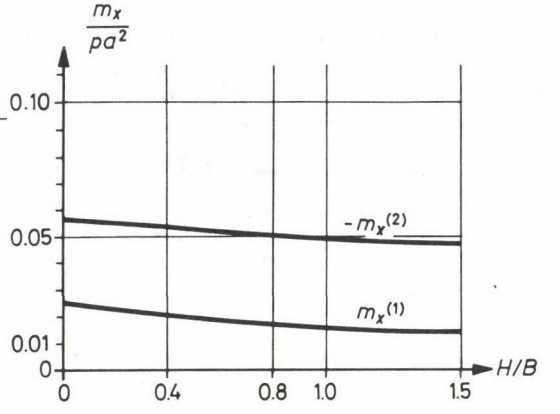
$a/b = 0.5$
$(\nu = 0)$



(b)

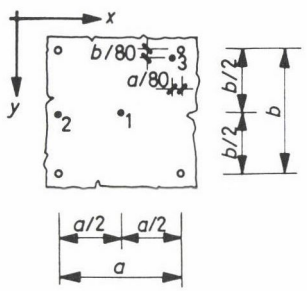


$a/b = 1$
$(\nu = 0)$

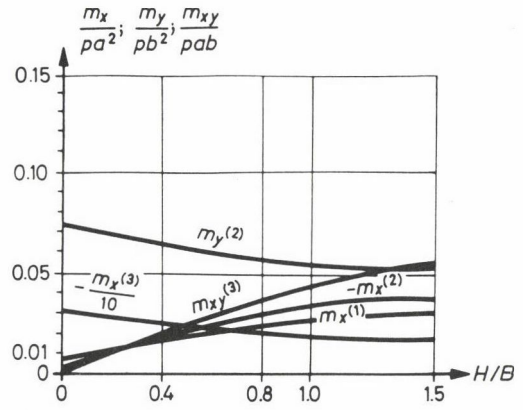


4.5. ábra

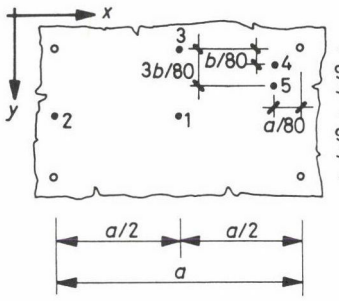
(a)



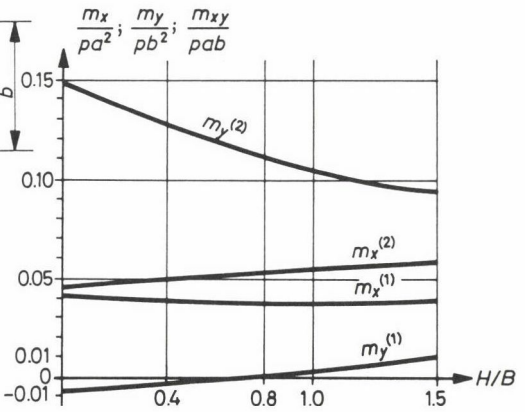
$a/b = 1$
$(\nu = 0)$



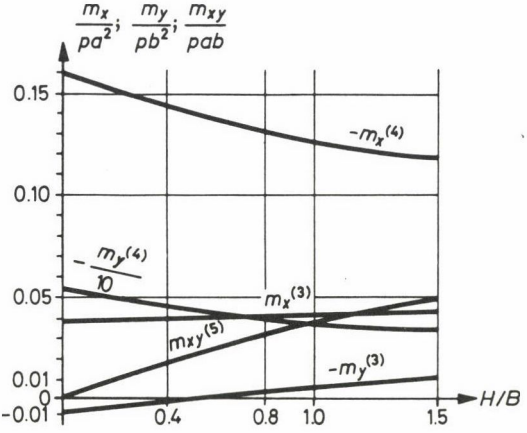
(b)



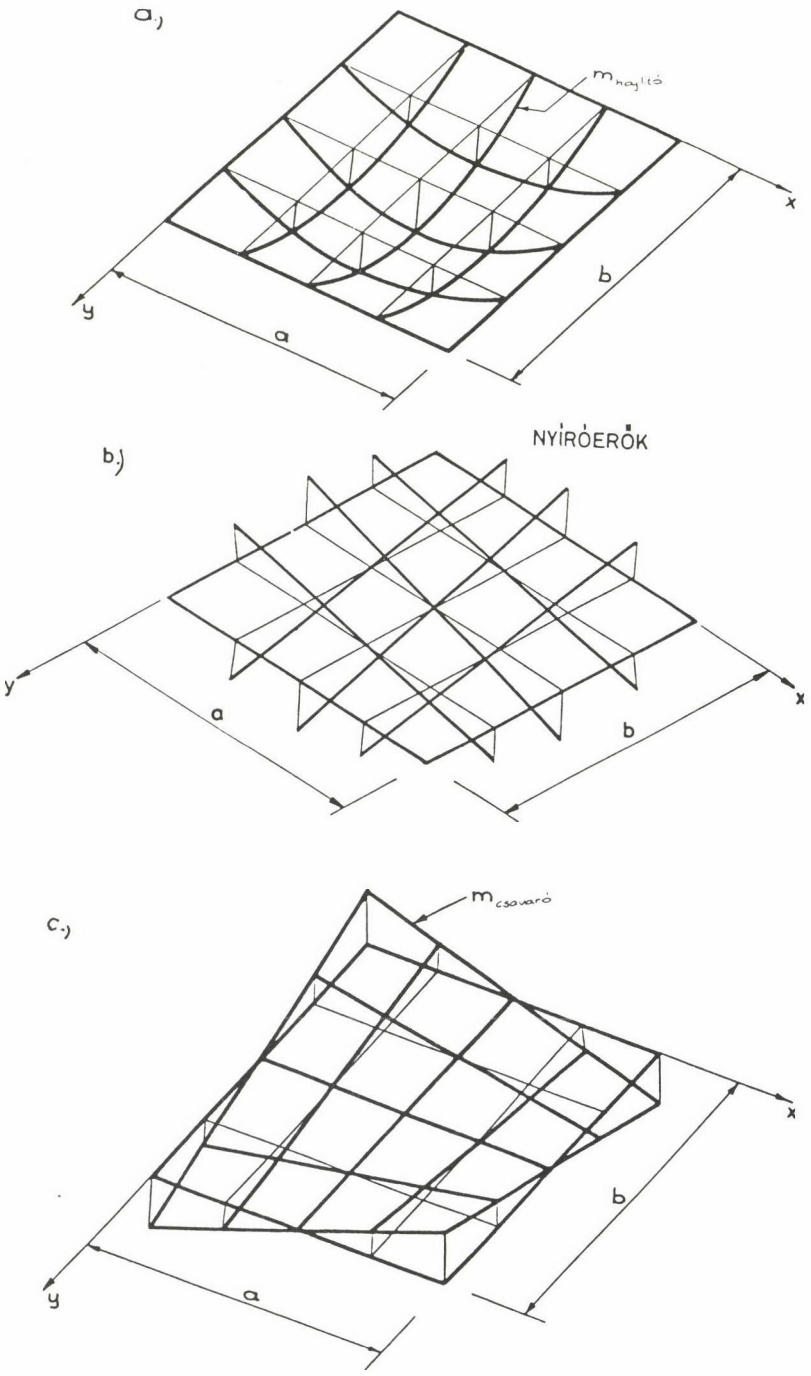
$a/b = 2$
$(\nu = 0)$



(c)



4.6. ábra



4.7. ábra

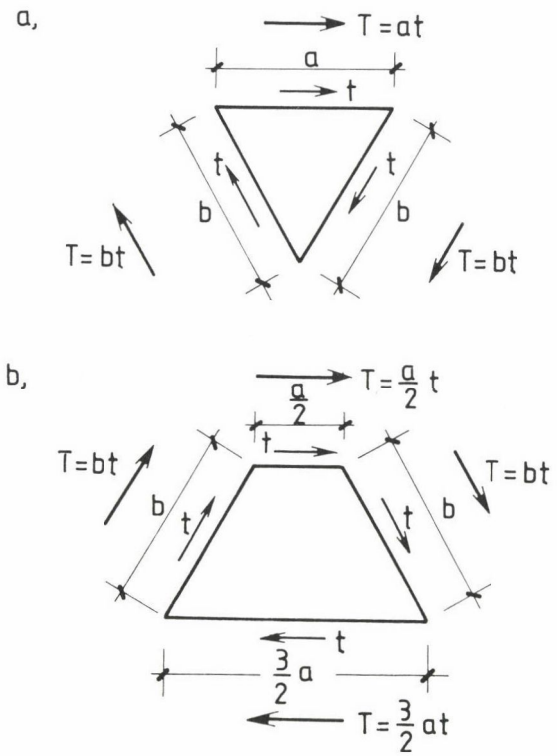
ahol az $\underline{n}$ vektort a (2.2) képlet definiálja;

$$\underline{\underline{m}}^{r} = \begin{bmatrix} m_x^r \\ m_y^r \\ m_{xy}^r \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

a rácsra ható nyomatékok vektora; az $\underline{f}$ és $\underline{a}$ indexek pedig a felső, ill. az alsó övsíkra vonatkoznak.

E metszeterőkből a rúderőket a 2.2. pontban ismertetett képletekkel számíthatjuk ki, az itt nem részletezett hálózatok esetében pedig a /Kollár és Hegedűs, 1985/-ben található általános összefüggéseket használhatjuk.

A rácsos csöveket is tartalmazó térrácsokban a csavarónyomatékokat ezek a csövek veszik fel. Így a (4.3) képletek csupán a hajlítónyomatékokra ér-



4.8. ábra

vényesek. A "négyzet felett eltolt andráskeresztes négyzet" típusú rácsban (3.8. ábra) mind az x, mind az y irányú csövekre az $m_t = m_{xy}$ csavarónyomaték hat. A "háromszög felett hatszög" típusú rácsban (3.9. ábra) a rácsos csöveket a (4.8) képleteknek megfelelő csavarónyomatékok veszik igénybe.

A rácsos csövekben az m_t csavarónyomatékok a csövet határoló rácsozások rácsrúdjaiban keltenek rúderőket. A vékonyfalú, zárt szelvények csavarásának elmélete szerint először kiszámítjuk a cső falában ébredő t nyírófolyamot (kN/m):

$$t = \frac{m_t}{2\, A_{cső}}, \qquad (4.11)$$

ahol $A_{cső}$ a rácsos cső által bezárt terület. Ezt a nyírófolyamot meg kell szorozni a cső oldalhosszával (4.8. ábra), és az így kapott (kN dimenziójú) mennyiséget nyíróerőnek tekintve, a síkbeli rácsostartókra érvényes valamelyik módszerrel kaphatjuk meg az egyes rácsrudakban ébredő erőket.

5. A KÉTRÉTEGŰ TÉRRÁCSOK VISELKEDÉSE A NYÍRÁS HATÁSÁRA

A térrács nyíróerőit az összekötő rácsozás veszi fel. A rúderőket a függőleges vetületi egyensúlyból határozzuk meg; az összekötő rácsozás térbeli elhelyezkedése folytán egy rácsrúd általában mind az x, mind az y irányú rácsozatnak eleme, s így mind a két irányban működő nyíróerőből kap rúderőket, amelyeket összegeznünk kell. A rácsos csöveket is tartalmazó rácsokban természetesen a csavarásból származó rúderőket is hozzá kell adni a nyírásból származókhoz.

Az összekötő rácsozás adta nyírási merevség lényegesen kisebb a (tömörnek képzelt) helyettesítő lemezénél, s ennek folytán számottevően (10-30%-kal is) megnövelheti a hajlításból származó lehajlásokat.

A következőkben először néhány rácsozási típus nyírási merevségét adjuk meg, majd a nyíróerőket és a nyírási lehajlást tárgyaljuk, végül pedig a rácsrúderők meghatározását mutatjuk be.

5.1. Néhány rácstípus nyírási merevsége

Az x, ill. y irányban érvényes S nyírási merevség definíciója:

$$\varphi_x = \frac{t_x}{S_x}, \qquad (5.1a)$$

ill.

$$\varphi_y = \frac{t_y}{S_y}, \tag{5.1b}$$

ahol φ_x és φ_y a lemezközépvonal elferdülési szöge x és y irányban; t_x és t_y pedig az egységnyi szélességre ható nyíróerők.

A "háromszög felett eltolt háromszög" típusú rácson (3.2. ábra):

$$S_x = S_y = \frac{h^2}{\sqrt{3}\,\ell_t^3} E A_{rács}, \tag{5.2a}$$

ahol

$$\ell_t = a\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{1}{3}} \tag{5.2b}$$

a rácsrudak hossza.

A "négyzet felett eltolt négyzet" típusú rácsokon (3.3., 3.4b., 3.8. ábrák):

$$S_x = S_y = \frac{h^2}{\ell_s^3} E A_{rács}, \tag{5.3a}$$

ahol

$$\ell_s = a\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{1}{2}} \tag{5.3b}$$

a rácsrudak hossza.

A "háromszög felett hatszög" típusú rácson (3.9. ábra);

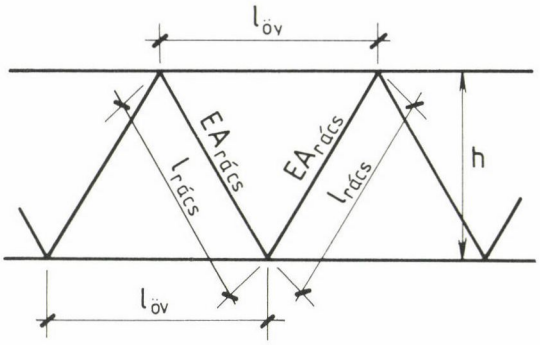
$$S_x = S_y = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{h^2}{\ell_h^3} E A_{rács}, \tag{5.4a}$$

ahol

$$\ell_h = a\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + 1} \tag{5.4b}$$

a rácsrudak hossza.

A "négyzet felett elfordított négyzet" típusú rácsban (3.7. ábra) a rácsozások függőleges síkban helyezkednek el, így a lemez nyírási merevségét a szimmetrikus rácsozású síkbeli rácsostartók (5.1. ábra)



5.1. ábra

$$S_{\text{síkbeli}} = \frac{\ell_{\text{öv}}\, h^2}{2\ell^3_{\text{rács}}} E\, A_{\text{rács}} \tag{5.5}$$

nyírási merevségéből kaphatjuk meg, ha figyelembe vesszük, hogy most $\ell_{\text{öv}} = \sqrt{2}a$, és $S_{\text{síkbeli}}$-t elosztjuk a rácsostartók egymástól mért $\sqrt{2}a$ távolságával, mivel a lemez S nyírási merevsége definíciószerűen egységnyi szélességre vonatkozik:

$$S = \frac{h^2}{2\ell^3_{\text{rács}}} E\, A_{\text{rács}}. \tag{5.6}$$

Értelemszerűen ugyanez vonatkozik mindazokra a rácsokra, amelyeknek a rácsozásai függőleges síkokban helyezkednek el (3.4a., 3.5. ábrák).

5.2. A nyíróerők meghatározása

A térrács nyíróerőinek meghatározásához két esetet kell megkülönböztetnünk.

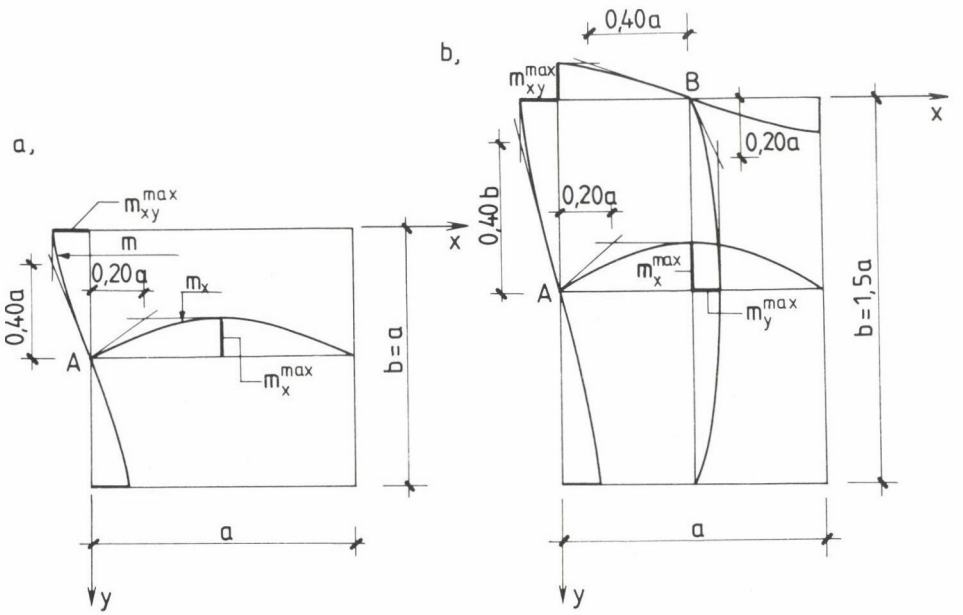
Ha a térrácsnak valóban egy egyszerű lemez az egyenértékű kontinuuma (mint pl. az egymással arányos merevségű alsó-felső övsíkokból álló rács esetében), akkor az egyenértékű lemez nyíróerői közvetlenül megadják a rács nyíróerőit is.

Mivel azonban a táblázatok és diagramok sok esetben csak a nyomatékokat tartalmazzák, röviden ki kell térnünk arra: hogyan kaphatjuk meg ezekből a nyíróerőket.

A lemez t nyíróereje nem egyszerűen a hajlítónyomaték deriváltja, hanem szerepel benne a csavarónyomaték haráintirányú deriváltja is:

$$t_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} , \qquad (5.7a)$$

lásd /Timoshenko és Woinowski-Krieger, 1966/-ban.



5.2. ábra

Ha tehát ismerjük pl. egy négyzetalaprajzú, szabadon feltámaszkodó izotrop lemez maximális nyomatékait (5.2a. ábra), akkor — mivel az A pontban az m_x-ábra meredekebb a másodfokú parabolánál, az m_{xy}-ábra pedig a lineáris ábránál — az ábrában bejölt adatokkal a következőképpen kaphatjuk meg az A pontbeli nyíróerőt:

$$t_x^A = \frac{m_x^{max}}{0,2a} + \frac{m_{xy}^{max}}{0,4a} . \qquad (5.7b)$$

A második tag az első tagnak mintegy a felét is kiteheti.

Téglalap alaprajzú lemez esetében (5.2b. ábra) a hosszabb oldallal párhuzamosan futó nyomatékábra sokkal elnyújtottabb a parabolánál, így az y

irányú maximális nyomatékból nem a saját irányának megfelelő 0,2b-vel, hanem a rövidebb oldalnak megfelelő 0,2a-val való osztással kapjuk meg a B pontbeli nyíróerőt. Az 5.2b ábrának megfelelően tehát:

$$t_x^A = \frac{m_x^{max}}{0,2a} + \frac{m_{xy}^{max}}{0,4a}, \tag{5.7c}$$

$$t_y^B = \frac{m_y^{max}}{0,2a} + \frac{m_{xy}^{max}}{0,4a}. \tag{5.7d}$$

Az r reakcióerő nagyobb a nyíróerőnél, mivel a csavarónyomatékból származó tagot még egyszer hozzá kell adnunk (ezek képviselik az ún. Kirchhoff-erőket):

$$r = \frac{\partial m_x}{\partial x} + 2\frac{\partial m_{xy}}{\partial y}.$$

A sarokban fellépő leszorító erő nagysága pedig az a oldalon összegezett $\partial m_{xy}/\partial_y$ Kirchhoff-erőkkel egyenlő.

Ha viszont a rácsnak a közönséges lemez csak "fiktív" egyenértékű kontinuuma (mint pl. a "négyzet felett elfordított négyzet" vagy a "háromszög felett hatszög" típusú rácsok esetében), amikor tehát a (4.2)--(4.7) transzformációs képletekkel kell kiszámítanunk a térrács igénybevételeit a lemezéiből, akkor célravezetőbb, ha közvetlenül elosztjuk a teljes terhet a négy oldalra, közelítésképpen parabolikus eloszlást feltételezve. Mivel a két említett térrács közül az elsőnek zérus, a másodiknak pedig igen kicsi a csavarási merevsége, ezért mind a két esetben eltekinthetünk a csavarónyomatékból származó nyíróerő- (és reakcióerő-) résztől.

5.3. A nyírási lehajlás

A jobb megértés kedvéért először összefoglaljuk a nyírási lehajlás számításának a síkbeli tartókra érvényes módszerét.

A síkbeli tartók nyírási lehajlását ismeretes módon az

$$e_{nyír}(x) = \int \varphi(x)\,dx = \frac{1}{S_{síkbeli}} \int T(x)\,dx \tag{5.8a}$$

képlet adja meg, ahol

$$S_{síkbeli} = GA/\varrho \tag{5.8b}$$

a tartó nyírási merevsége, ϱ pedig a keresztmetszet nyírási alaki tényezője.

A nyíróerő integrálja a hajlítónyomatékot szolgáltatja. Figyelembe kell azonban vennünk, hogy az $e_{nyír}$ lehajlásnak mások a peremfeltételei és ezzel együtt az integrálási állandói is, mint a hajlítónyomatéknak: $e_{nyír}$ a támaszok felett kell hogy zérus legyen. Ezt a tartó merevtest-szerű elmozdulásával elégíthetjük ki, ami két integrálási állandót jelent. (A nyírási lehajlás alapvető differenciálegyenlete ennek megfelelően másodrendű és

$$\frac{d^2 e_{nyír}}{dx^2} = \frac{1}{S_{síkbeli}} \frac{dT}{dx} = \frac{1}{S_{síkbeli}} p$$

alakú).

Az a követelmény, hogy a nyírási lehajlás a támaszok felett zérus legyen, kéttámaszú tartókon megegyezik a nyomaték peremfeltételeivel, de már konzolos tartókon nem: itt a nyomatékábra nulla-vonalát úgy kell eltolnunk, hogy a nyomaték a támaszok felett legyen zérus, és a konzolok felett ezt a nulla-vonalat egyenesen meg kell hosszabbítanunk (5.3a ábra). Ha az ettől az eltolt nulla-vonaltól mért nyomatékot $\overline{M}(x)$-szel jelöljük, akkor a nyírási lehajlást az

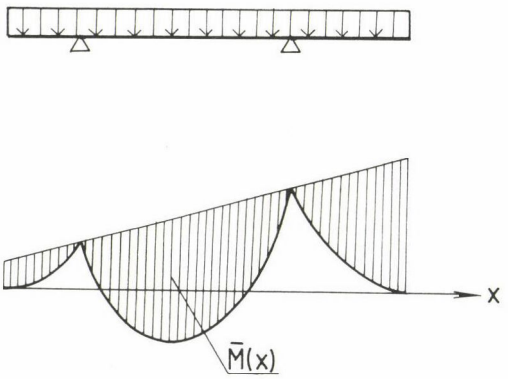
$$e_{nyír}(x) = \frac{\overline{M}(x)}{S_{síkbeli}} \qquad (5.8c)$$

kifejezés adja meg.

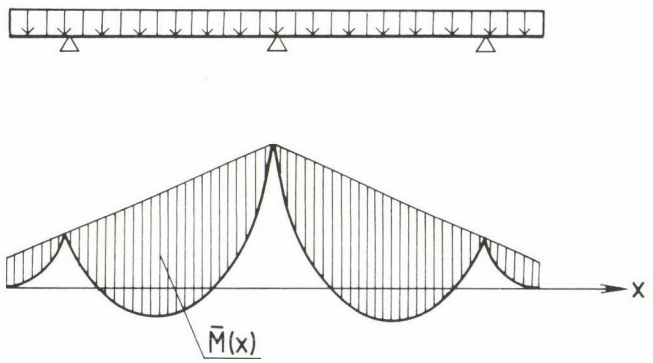
Határozatlan (pl. folytatólagos többtámaszú) tartókon általában nem tudjuk a nulla-vonalat úgy eltolni, hogy valamennyi támasz vonalában zérus lehajlást kapjunk. Ennek oka az, hogy a nyomatékábrát csupán a hajlításból származó alakváltozások figyelembevételével határoztuk meg, holott a nyírási alakváltozások is befolyásolják a statikailag ismeretlen mennyiségek nagyságát. Az elvileg helyes módszer tehát az lenne, hogy mind a két fajta alakváltozást bevonjuk a határozatlan mennyiségek kiszámításába. Ily módon más nyomatékábrát kapnánk, és kielégíthető lenne az a követelmény, hogy valamennyi támasz fölött zérus legyen a lehajlás.

Ha azonban nem az a célunk, hogy pontos megoldást kapjunk, hanem egyszerű közelítő módszert keresünk, akkor az a célszerű, ha alapul vesszük a szokásos módszerrel meghatározott nyomatékábrát, törtvonallal összekötjük a támaszok feletti nyomatékcsúcsokat, a konzolokon egyenes vonalú meghosszabbítással, és ettől mérjük $\overline{M}(x)$-et (5.3b ábra). A nyírási lehajlás korrekció-jellege folytán a teljes lehajlásban nem lesz túlságosan nagy az így elkövetett hiba.

a,



b,

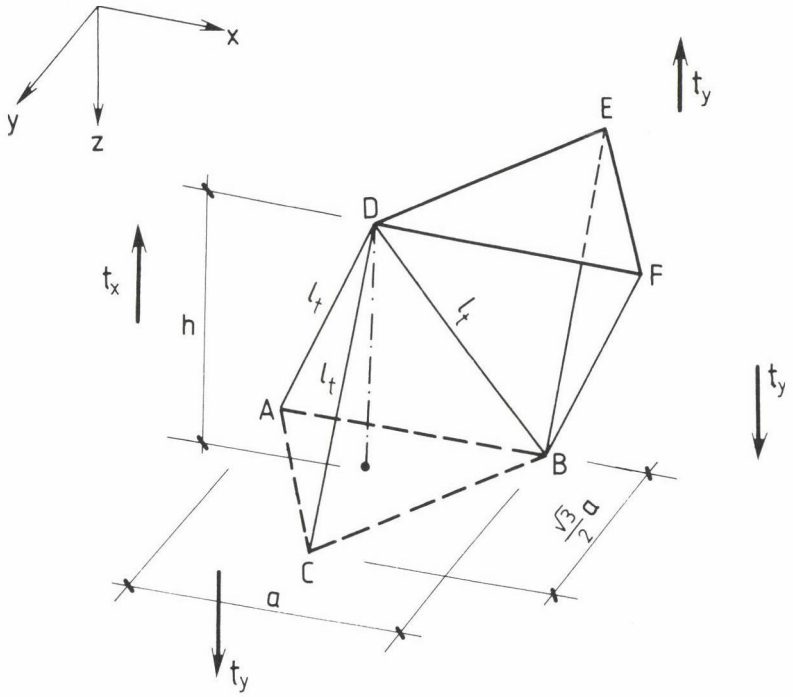


5.3. ábra

A lemezek nyírási lehajlását mindezek alapján úgy kaphatjuk meg, hogy megkeresünk rajta egy (vagy több) olyan egyenes vonalat, amelynek mentén ismerjük a nyíróerő-ábrát, és az (5.8a) képletből az egységnyi szélességre jutó $\underline{t}$ nyíróerővel és $\underline{S}$ nyírási merevséggel számítjuk ki $e_{nyír}$-t:

$$e_{nyír}(x) = \frac{1}{S} \int t(x)\, dx, \tag{5.9}$$

ügyelve arra, hogy $e_{nyír}$ a támaszok felett legyen zérus.



5.4. ábra

Háromszög felett eltolt háromszög (5.4. ábra):

t_x-ből: $N_{AD} = -N_{DB} = -\frac{\ell_t}{h}\frac{\sqrt{3}}{2}\,a\,t_x$, (5.10a)

$N_{CD} = 0$;

t_y-ból: $N_{CD} = \frac{\ell_t}{h}\,a\,t_y$, (5.11a)

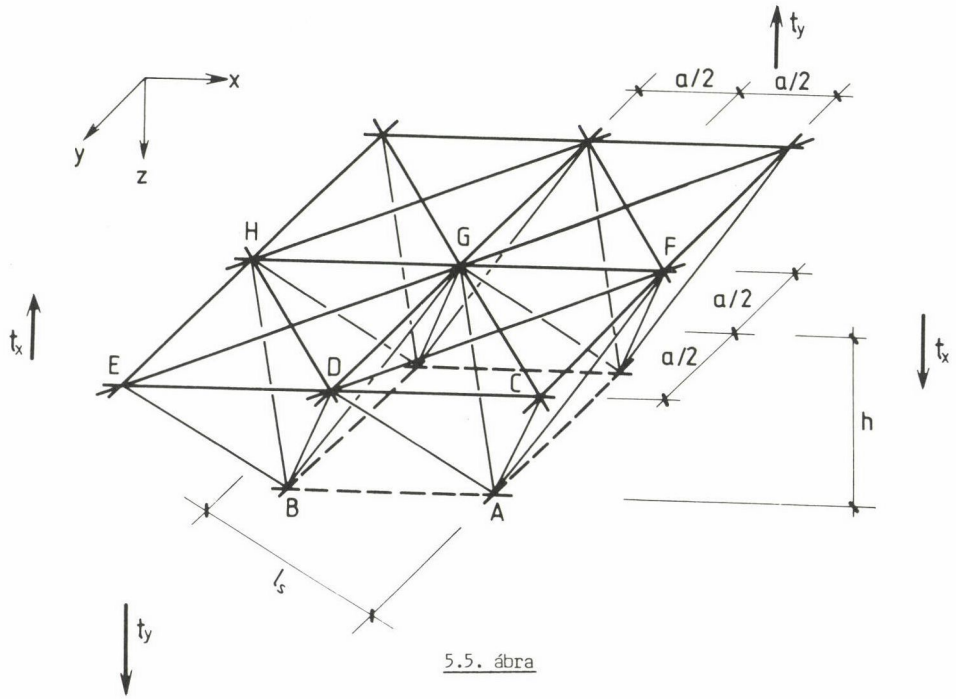
$N_{DA} = N_{DB} = -\frac{\ell_t}{h}\frac{a}{2}\,t_y$. (5.11b)

A rácsrudak ℓ_t hosszát az (5.2b) képlet adja meg.

Négyzet felett eltolt négyzet (5.5. ábra):

$$N_{rács} = \pm\frac{\ell_s}{h}\frac{a}{2}\,t \qquad (5.12)$$

(mindkét irányban). ℓ_s-et (5.3b) adja meg.



5.5. ábra

Háromszög felett hatszög (5.6. ábra):

$$t_x\text{-ből:} \quad -N_{AC} = N_{CB} = -N_{FE} = N_{ED} = \frac{\ell_h}{h}\,\frac{3}{4}\,a\,t_x, \tag{5.13a}$$

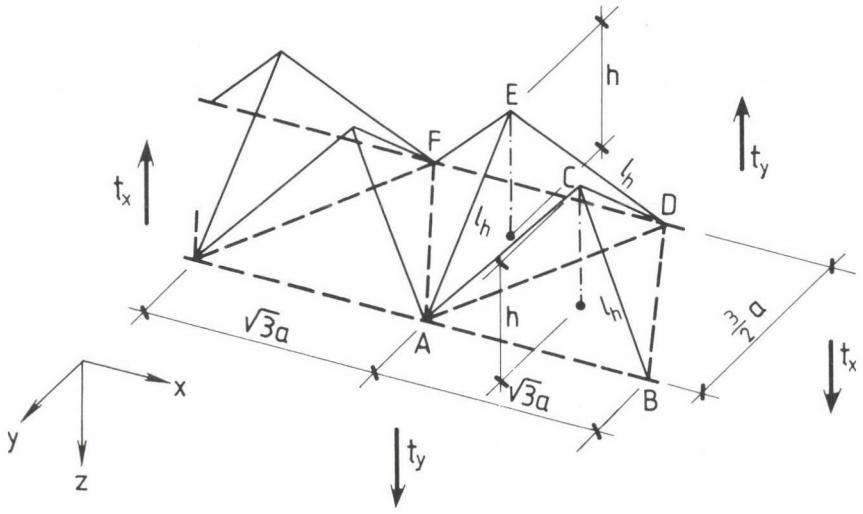
$$N_{AE} = N_{CD} = 0; \tag{5.13b}$$

$$t_y\text{-ból:} \quad N_{AE} = -N_{CD} = \frac{\ell_h}{h}\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,a\,t_y, \tag{5.14a}$$

$$N_{AC} = N_{BC} = -N_{EF} = -N_{ED} = \frac{\ell_h}{h}\,\frac{\sqrt{3}}{4}\,a\,t_y. \tag{5.14b}$$

ℓ_h-t (5.4b)-ből kapjuk meg.

A "négyzet felett elfordított négyzet" típusú rácsban a rácsozások függőleges síkban helyezkednek el, így a rúderőket a síkbeli rácsostartókra érvényes összefüggésekkel számíthatjuk ki.



5.6. ábra

6. KIEGÉSZÍTŐ MEGJEGYZÉSEK

6.1. A közelítő kontinuum-módszerrel elkövetett hiba

A helyettesítő lemezen alapuló számítással elkövetett hibáról a következőket mondhatjuk el:

Az egymással arányos merevségű övsíkokkal bíró térrácsoknak a megfelelően választott merevségekkel rendelkező közönséges lemez pontosan megfelel, ebben az esetben tehát nem követünk el hibát (pontosabban véve csak akkorát, amekkora a folytonos lemez igénybevételeinek az eltérése a diszkrét rácsostartóéitól), feltéve, hogy a lemez merevségei minden pontban megegyeznek a térrács merevségeivel. Az irodalomban található megoldások azonban többnyire állandó merevségű lemezre vonatkoznak, így ha a térrács merevségei -- a rudak jobb kihasználása érdekében -- helyről helyre változnak, akkor az állandó merevségű lemez eredményei emiatt is eltérnek a térrács igénybevételeitől.

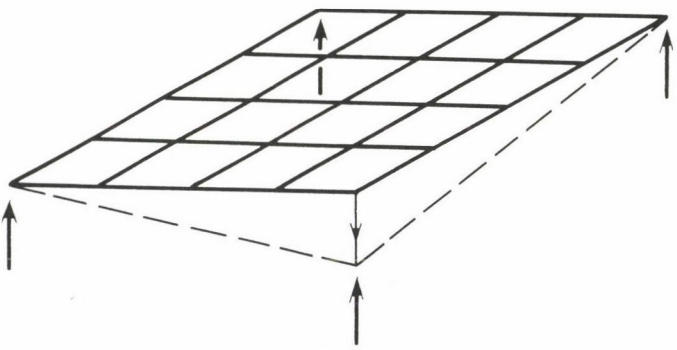
Az egymással nem arányos merevségű övsíkokkal bíró, ill. a rácsos csövekkel merevített térrácsok esetében a most említettnél lényegesen nagyobb hiba adódik abból, hogy elhanyagoljuk valamelyik övsík egyes merevségeit, és az utóbbi típusnál még az alakváltozások összeférhetőségét sem elégítjük ki. Ebből egyrészt az következik, hogy azokban a rudakban, amelyek az elhanyagolt merevségeket adják, a valóságban nagyobb rúderők fognak ébredni,

mint a közelítő számítás szerint; másrészt pedig a térrács valódi alakváltozása (lehajlása stb.) kisebb lesz, mint amit a közelítő számításból kapunk. Ezeknek az eltéréseknek a mértéke változó, és jelenleg nem tudunk módszert adni a megbecslésére.

6.2. A térrácsokhoz szükséges alátámasztás

Ha a térrácsnak megvan mind a három fő merevsége (kétirányú hajlítási, valamint csavarási merevség), akkor elvileg úgy kezelhetjük, mint egy "merev testet", amit a statika szabályai szerint három, nem egy síkban fekvő függőleges rúddal kell a földhöz támasztanunk (és természetesen biztosítanunk kell a vízszintes síkban is az elmozdulásmentességét). Ebből az is következik, hogy a három (vagy több) függőleges megtámasztást szabálytalanul is elrendezhetjük.

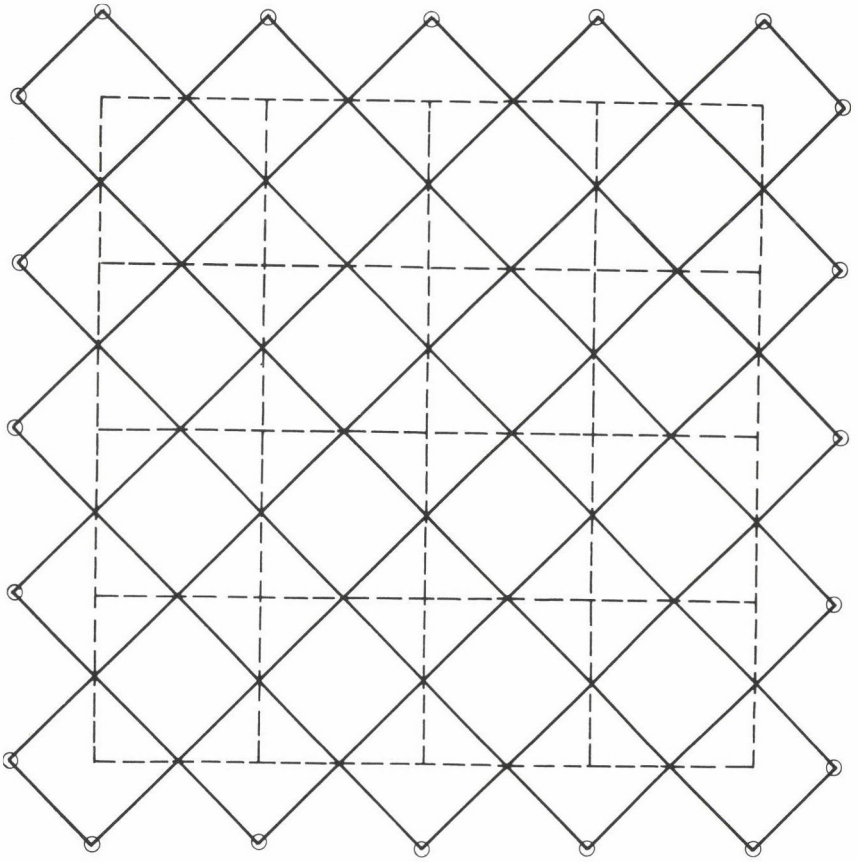
Ha hiányzik a csavarási merevség (négyzet felett eltolt négyzet hálózatú rács), akkor a csavarási alakváltozás meggátlásához még legalább egy negyedik függőleges megtámasztás szükséges. Ezeket úgy kell elrendezni, hogy meggátolják a rácsnak a 6.1. ábrán rajzolt elcsavarodását.



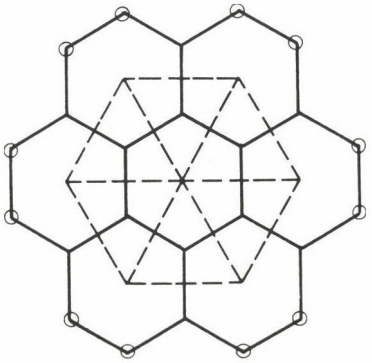
6.1. ábra

A négyzet felett elfordított négyzet hálózatú rácsot a kerületén végig alá kell támasztani mindegyik kiugró csomópontjában, hogy állékony legyen. A 6.2. ábrán a szükséges alátámasztásokat körrel jelöltük.

A háromszög felett hatszög típusú rácsot szintén mindegyik kiugró csomópontjában meg kell támasztani a teljes kerülete mentén (6.3. ábra; az alátámasztások körrel jelölve).



6.2. ábra



6.3. ábra

6.3. Stabilitási kérdések

6.3.1. Az egyes rudak kihajlása

A kétrétegű térrácsok rúdjai a csomópontokban általában fixen meg vannak támasztva minden irányban, így a rácsos tartók elméletében szokásos módon a hálózati hosszukat vehetjük kihajlási hossznak. Ezzel a biztonság javára tévedünk, mivel a csatlakozó rudak mindig többé-kevésbé befogják a vizsgált nyomott rudat. Tájékoztatásul megemlítjük, hogy egy fixen megtámasztott végű, kétcsuklósnak tekintett nyomott rúd kritikus erejét a két végéhez csatlakozó, egy-egy vele azonos merevségű (húzott) rúd befogó hatása mintegy a kétszeresére növeli. Ha tehát a térrács nyomott rúdjainak hálózati hosszát tekintjük kihajlási hossznak, akkor biztonságuk sok esetben nagyobb lesz a húzott rudakénál. Ez főként hegesztett csomópontok esetében igaz, mert ha tompavarrattal illesztik a rudakat, akkor ez húzás esetében sokkal érzékenyebb a kivitelezési hibákra, mint nyomás esetében, s ezen felül a nyomott rúd kihajlási biztonságát még a most ismertetett befogás is fokozhatja.

Másrészt viszont az is következik az elmondottakból, hogy a térrács nem annyira érzékeny a rúderők pontos meghatározására, mint első pillanatban gondolnánk: a kevésbé kihasznált rudak "segítenek" a jobban igénybevetteknek, tehát bizonyos mértékű kiegyenlítődés állhat be, mint a statikailag határozatlan szerkezetekben általában.

6.3.2. Az egész térrács stabilitása

A kétrétegű térrácsok csak akkor vannak egészükben nyomásra igénybe véve, ha héjszerűen, görbe felület szerint vannak kialakítva. Ekkor egészükben héjszerű horpadásra kell ellenőriznünk őket. Ezt a következő alapelvek szerint végezhetjük el:

A horpadást okozó kritikus teher nagyságát a helyettesítő kontinuumra állapítjuk meg, a héjelmélet eredményeinek felhasználásával /Kollár és Dulácska, 1975/. Az eredmény jó közelítéssel érvényes a rácsos szerkezetre is, ha egy horpadási félhullám legalább négy övrúdnyi hosszúságú. Ennél rövidebb horpadási félhullám esetén romlik a közelítés, de két rúdhossznyi félhullámhossz még használható közelítést biztosít. (A horpadási félhullámhosszat szintén a héjelmélet szolgáltatja.)

Helyettesítő kontinuumként első közelítésként izotrop héjat célszerű vennünk, mivel az irodalomban erre találhatjuk a legtöbb megoldást, és a legegyszerűbben az izotrop egyenértékű héjlemez adatait tudjuk meghatározni.

A kétrétegű, háromszöghálózatú övsíkokból álló térrácsot úgy alakíthatjuk át egyenlőoldalú háromszög-hálózatú, minden irányban azonos rúdszelvénnyel bíró, két azonos övsíkból álló ráccsá (3.2. ábra), hogy a hálózatot alkotó általános háromszöget azonos területű egyenlő oldalú háromszöggé alakítjuk át, és a három különböző merevségű rudat is "átlagos merevségű" rudakkal helyettesítjük. Az így kapott térrácsnak már egy izotrop tömör héj felel meg. Ennek az egyenértékű héjnak az adatait abból a követelményből határozzuk meg, hogy mind húzási, mind hajlítási merevsége egyezzék meg a térrácséval.

Az eredményül kapott tömör héj adatai:

Vastagság:

$$t' = \sqrt{3}h, \tag{6.1}$$

rugalmassági modulus:

$$E' = \frac{4}{3}\frac{A}{ah}E, \tag{6.2}$$

harántkontrakciós tényező:

$$\nu' = \frac{1}{3}. \tag{6.3}$$

Itt h — a két övsík egymástól mért távolsága,

a — a háromszögek oldalhossza,

A — a rudak keresztmetszeti területe,

E — a rudak anyagának rugalmassági modulusa.

IRODALOM

Bareš, R. (1971): Berechnungstafeln für Platten und Wandscheiben. Bauverlag, Wiesbaden/Berlin.

Czerny, F. (1976): Tafeln für vierseitig und dreiseitig gelagerte Rechteckplatten. Beton-Kalender Teil I. 305—381. W. Ernst u. Sohn, Berlin/München/Düsseldorf.

Giencke, E. (1955): Die Grundgleichungen der orthotropen Platte mit exzentrischen Steifen. Stahlbau **24**, 128—129.

Kollár L.—Dulácska E. (1975): Héjak horpadása. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Kollár, L.—Hegedűs, I. (1985): Analysis and Design of Space Frames by the Continuum Method. Akadémiai Kiadó, Budapest—Elsevier Science Publ., Amsterdam.

Krug, S.—Stein, P. (1961): Einflussfelder orthogonal anisotroper Platten. Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg.

Timoshenko, S.—Woinowsky-Krieger, S. (1966): Lemezek és héjak elmélete. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Trenks, K. (1954): Beitrag zur Berechnung orthogonal anisotroper Rechteckplatten. Bauingenieur, **29**, 372—377.

Dr. Kollár Lajos, az MTA levelező tagja

A LEMEZMŰVEK NÉHÁNY MÉRETEZÉSI KÉRDÉSE

1. BEVEZETÉS

A lemezművek méretezését az irodalomban sok helyütt megtalálhatjuk (/Born, 1954 és 1965/, /Bölcskei és Orosz, 1972/ stb.) Van azonban néhány olyan részletkérdés, amire az irodalom nem tér ki, pedig a tervezőnek szüksége lenne rá. Ebben a dolgozatban néhány ilyen probléma megoldását szeretnénk bemutatni.

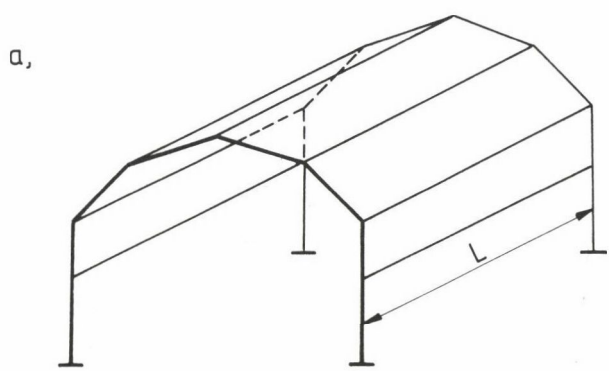
Mindenekelőtt bizonyos fogalmakat kell tisztáznunk. Alapvetően kétféle lemezművet különböztethetünk meg: a hosszú és a rövid elemekből állót. Hosszúnak nevezzük az elemeket akkor, ha az egyik méretük többszöröse a másiknak (1.1. ábra), rövidnek pedig, ha a két méretük közel áll egymáshoz (1.2. ábra). A hosszúelemes lemezműveket tovább oszthatjuk dongaszerűekre (1.1a. ábra) és periodikusakra (1.1b. ábra).

A következő kérdésekre fogunk kitérni:

A hosszúelemes, periodikus lemezművekben

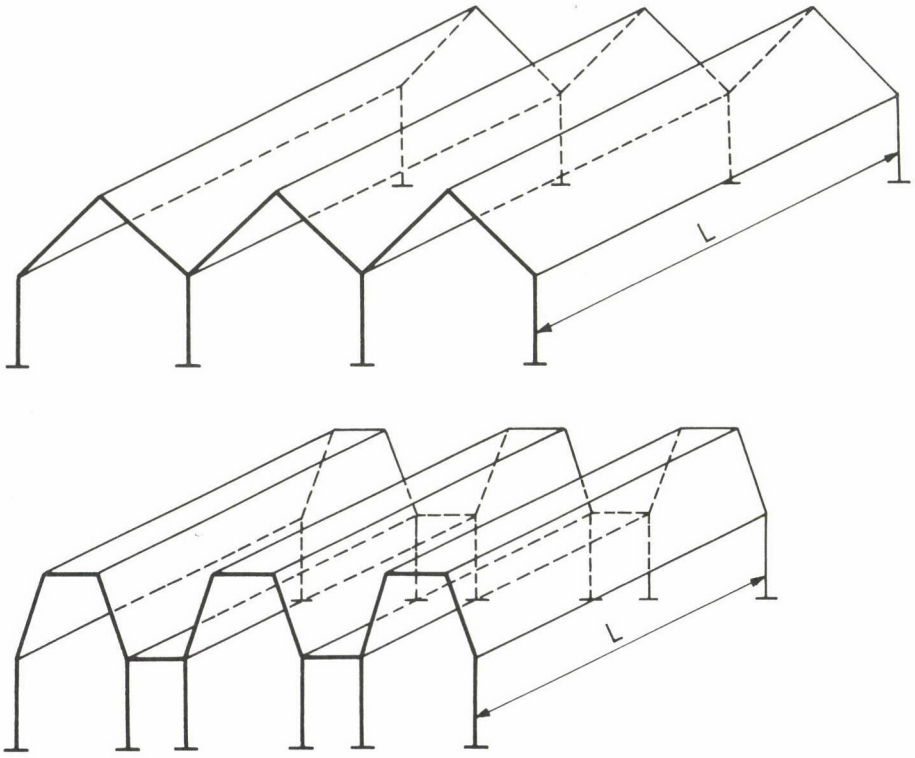
-- a parciálisan terhelt redőt milyen mértékben segítik a szomszédosak?

-- vízszintes erőhatásokra hogyan méretezzük a redőket?



1.1a. ábra

b,

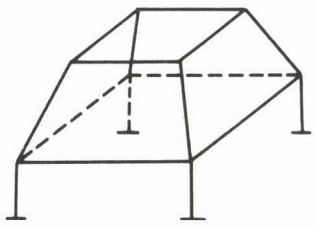


1.1b. ábra

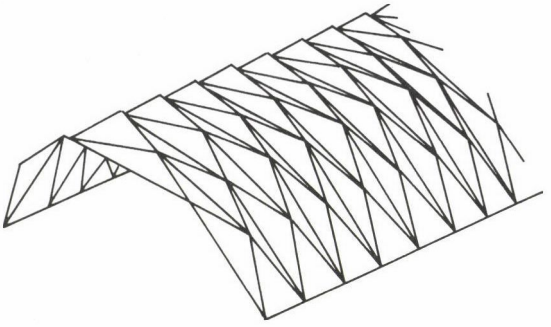
-- a szélső lemez milyen igénybevételeket kap a koncentrált megtámasztásból?

-- hogyan ellenőrizzük a lemezeket horpadásra?

a,



b,



1.2. ábra

A rövidelemes lemezművekben pedig:

-- mekkorák a háromszög alakú lemezek igénybevételei a síkjukra merőleges teherből?

-- milyen feszültségeloszlást idéz elő a lemezelem síkjában ható koncentrált erő a háromszög, ill. a négyszög alakú elem belsejében?

-- hogyan ellenőrizzük a háromszög alakú lemezelemeket horpadásra?

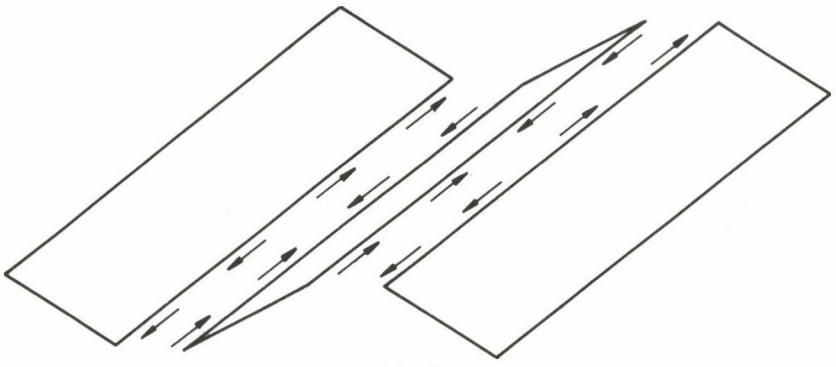
2. A HOSSZÚELEMES LEMEZMŰVEK MÉRETEZÉSI KÉRDÉSEI

A méretezési problémák tárgyalásához át kell tekintenünk a hosszúelemes lemezművek (1.1. ábra) statikai viselkedését.

2.1. A hosszúelemes lemezművek erőjátékának rövid áttekintése

A (rendszerint megoszló) tehernek a lemezelem síkjára merőleges komponensét a lemez hajlítással viseli és hordja át a peremét alkotó élekre. Ott a reakcióerőket fel kell bontani a találkozó lemezek síkjába eső komponensekre, s ezeket az illető lemez (mint tárcsa) a saját síkjába eső húzás-nyomással (hajlítással) és nyírással továbbítja a saját támaszára. Ugyancsak a saját síkjában veszi igénybe valamennyi lemezt a tehernek a lemez síkjába eső komponense.

E hosszirányú teherviselésben azonban az egyes lemezek nem önállóan vesznek részt, hanem a szomszédos lemezelemekkel együttdolgozva nagy vékonyfalú tartókat alkotnak, s ezek a tulajdonképpeni teherhordó elemek hosszirányban. Ezt az együttdolgozást általában az ún. élerők biztosítják, amelyek voltaképpen az élek mentén az egyik lemezről a másikra átadódó nyíróerők (2.1. ábra), és amelyeknek eloszlása a kéttámaszú tartón jó közelítés-



2.1. ábra

sel cosinusnak vehető. Mivel az élerők a lemezek átellenes szélén is okoznak nyúlást, ezért két csatlakozó lemez közös élének azonos nyúlását csak oly módon biztosíthatjuk, hogy a szóban forgó élen kívül még a két szomszédos él mentén működő élerők hatását is figyelembe vesszük. Így jönnek létre az ún. háromélerő-egyenletek, amelyek analógok a folytatólagos tartók Clapeyron-egyenleteivel.

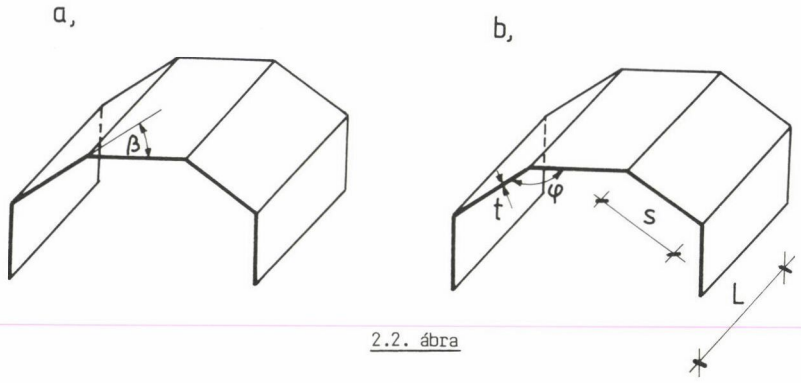
A hosszúelemes lemezműveket az is jellemzi, hogy az egyes (hosszú) lemezsávok élei a lemezek saját síkjában fellépő hajlítás következtében számottevő mértékben lehajolhatnak (különösen akkor, ha a lemezek hosszabbik mérete sokszorosa a rövidebbnek), és ez visszahathat a lemezek primér (azaz síkjukra merőleges, keresztirányú) hajlítási erőjátékára. Külön vizsgálatot igényel tehát annak az eldöntése, hogy mikor szabad mozdulatlan élűnek tekinteni a hosszúelemes lemezművet a lemezek keresztirányú hajlítása szempontjából.

Ha ez élek lehajlása (azaz a lemez támaszainak süllyedése) a lemez keresztirányú hajlítása szempontjából nem hanyagolható el, akkor megváltoznak e lemezsávoknak az élekre leadott reakciói is, ami viszont módosítja a hosszirányú tartók igénybevételeit. A hosszirányú tartók lehajlása és a keresztirányú lemeznyomatékok tehát kölcsönösen hatnak egymásra.

Végül is tehát a lemezmű erőjátékát egy sokismeretlenes egyenletrendszer írja le, amelyben az élerők és a keresztirányú támaszponti lemeznyomatékok szerepelnek ismeretlenekként.

Az élerőket és lemeznyomatékokat tartalmazó egyenletrendszer megoldására /Bölcskei és Orosz, 1972/-ben, valamint /Born, 1954/-ben találhatunk módszereket.

A lemezművek most leírt erőjátéka elsősorban a dongaszerű lemezművek esetében lesz ilyen bonyolult, mivel a sok hosszú lemezelemből álló szerkezet csak az élerők segítségével tud (többé-kevésbé) egységes keresztmetsze-



2.2. ábra

tűként működni. Ezen kívül a csatlakozó lemezelemek iránya sok esetben csak kevéssé tér el egymástól, s így nem képesek "helyben tartani" az éleket. Ezért a számítás egyszerűsítése érdekében már régebben kidolgoztak olyan kritériumokat, amelyeknek teljesülése esetén mozdulatlanoknak tekinthetjük az éleket a lemezek hajlítása szempontjából, vagyis a lemezt fix alátámasztású többtámaszú tartóként számíthatjuk, a háromélerő-egyenletekben pedig csupán az élerők fognak ismeretlenekként szerepelni. Elmarad tehát a lemeznyomatékok és az élerők egymásra hatása.

A legegyszerűbb az a Grubertől származó feltétel, hogy ha a szomszédos lemezsávok irányeltérése (a 2.2a. ábrán a β szög) legalább 40°, akkor mindig mozdulatlanoknak tekinthetjük az éleket /Born, 1954/.

Részletesebb kritériumokat állított fel Grüning /Born, 1954/. Ezek szerint (2.2b. ábra), ha

$$\frac{t^2}{s^2} \leqq 1{,}6 \sin\varphi \cdot \tan\varphi \cdot \frac{s^4}{L^4},$$

akkor mozdulatlannak tekinthetjük az éleket; ha pedig

$$\frac{t^2}{s^2} \geqq 120 \sin\varphi \cdot \tan\varphi \cdot \frac{s^4}{L^4},$$

akkor olyan egységes keresztmetszetű, közönséges gerendatartónak kezelhetjük a lemezművet, amelynek a keresztmetszete nem deformálódik, azaz amelyben lineárisan oszlanak meg a hajlítási feszültségek.

Végül ha t^2/s^2 a fenti két határ között helyezkedik el, akkor figyelembe kell venni az élek elmozdulásának a lemeznyomatékokra gyakorolt hatását.

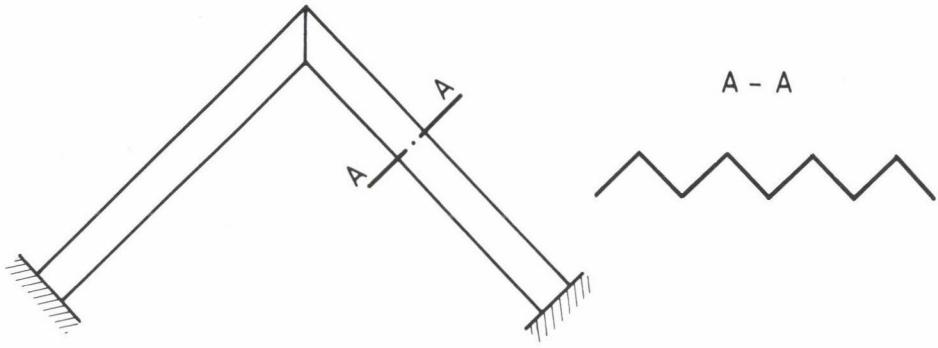
Ha figyelembe kell venni az élek lehajlásának és a lemez hajítási erőjátékának az egymásra hatását, akkor iterációval is célhoz érünk: először meghatározzuk (mozdulatlan éleket feltételezve) a lemeznyomatékokat és -reakciókat, ebből az élerőket és a belőlük származó él-elmozdulásokat, utána ez utóbbiak hatását a lemeznyomatékokra, majd ezekből a lemezek síkjába eső reakció-komponenseket, amelyekből újabb élerők származnak stb. (Mivel a keresztirányú lemeznyomatékok -- a végdiafragmákhoz csatlakozó résztől eltekintve -- hosszirányban nem változnak, az él-lehajlások azonban igen, ezért az egyszerűség kedvéért célszerű az él-lehajlásnak pl. a 2/3-át alapul venni és hosszirányban konstansnak tekinteni.)

Ennek az iterációnak nemcsak az az előnye, hogy elkerüli a nagy (élerőket és lemeznyomatékokat együtt tartalmazó) egyenletrendszer megoldását, hanem szemléletes is: nyomon tudjuk követni az egyes hatások nagyságát, és így

azt is meg tudjuk állapítani: mikor hagyhatjuk abba a számítást. Így pl. bizonyos esetekben megengedhetjük, hogy az élek elmozdulása számításba veendő nyomatékokat okozzon a lemezben, de megkívánjuk, hogy az e lemeznyomatékokból származó reakcióerők csak elhanyagolható mértékben változtassák meg az élerőket. Így a számítás menete az lesz, hogy első lépésben fix támaszok feltételezésével számítjuk a lemeznyomatékokat, majd az élerőket határozzuk meg. Végül az élek lehajlásából korrekciós lemeznyomatékokat kapunk, ezeknek visszahatását az élerőkre azonban már nem kell kiszámítanunk. Mindeme iterációs módszerek nagymértékben egyszerűsítik a számítást, mivel egymástól függetlenül határozhatjuk meg az élerőket és a lemeznyomatékokat.

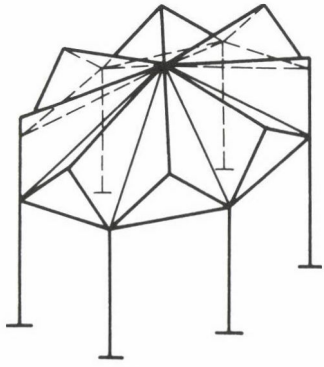
Megemlíthetjük még a lemezművek ún. membránelméletét is. Ez annyiban különbözik a most elmondottaktól, hogy az élek helyén sarokpántos kapcsolatot tételezünk fel az egyes lemezek között, és így a lemezek keresztirányban kéttámaszú tartókként viselik a terhet. Ezzel egyrészt azt érjük el, hogy az élerők egyáltalán nem hatnak a lemeznyomatékokra, hiszen a lemezek keresztirányban határozott tartókként működnek. Másrészt az egyes lemezek síkjába eső teherkomponensek most pusztán egyensúlyi egyenletekből határozhatók meg, hiszen nem keletkeznek támaszponti nyomatékok az élek mentén. Így csupán a háromélerő-egyenleteket kell megoldanunk. Ez tehát egy elvileg ellentmondásmentes, egyszerű feltevésrendszer. A baja csupán az, hogy nem írja le semmiféle lemezmű erőjátékét sem megbízhatóan, mivel a lemezsávok keresztirányban mindig folytatólagosak, és így nem használható semmiféle lemezmű méretezésére; ezért elsősorban elvi vizsgálatok céljára alkalmas, semmint gyakorlati számításokhoz. Erre a célra azonban igen hasznos lehet, mivel a lemezelemek hosszirányú együttdolgozásában elsősorban az élerőknek van szerepük. A membránelmélet keretében az élerőket a nyomatékosztáshoz hasonló módszerrel, egyenletrendszer nélkül is meghatározhatjuk /Becker, 1968/. A 2.2. pontban tárgyalt "együttdolgozó szélességet" is a membránelmélettel határozzuk meg.

A periodikus lemezművek (1.1b. ábra) erőjátéka sokkal egyszerűbb a dongaszerűekénél, mivel a fő teherviselésben (keresztirányban egyenletesen megoszló teher alatt) nem lépnek fel olyan élerők, amelyeket a most leírt módon kellene kiszámítani, és az élek egyenlő mértékben hajlanak le. (A háromszög keresztmetszetű lemezműben egyáltalán nem lép fel élerő, a trapézkeresztmetszetűben pedig az elemi szilárdságtan szerint számíthatjuk ki őket.) Zavart csak a lemezmű két széle okoz: itt megbomlik a szerkezet homogenitása, és az ebből származó igénybevételeket elvileg a korábban leírt módon kell kiszámítani. Gyakorlatilag azonban az esetek legnagyobb részében megelégedhetünk az



2.3a. ábra

b,



2.3b. ábra

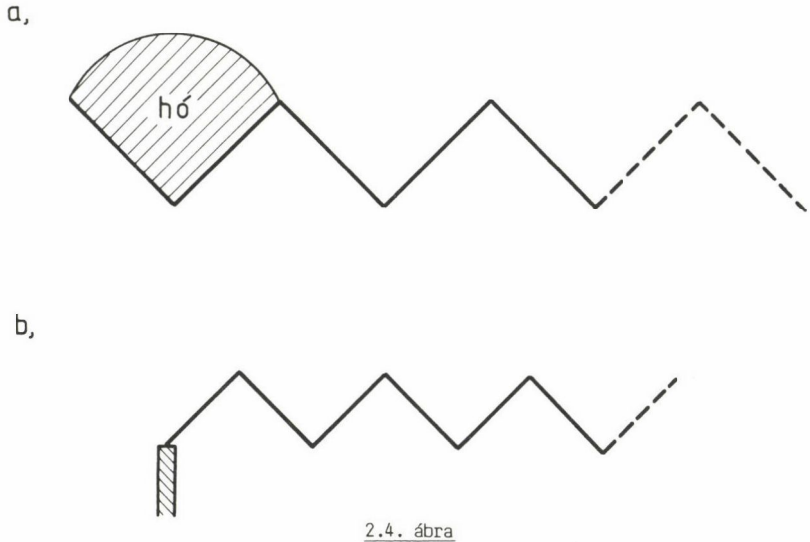
igénybevételek megbecslésével /Kollár, 1993/. Ezek a "peremzavarok" a peremtől távolodva rohamosan csökkennek, lásd részletesen a 2.2. pontban.

Kovács /1978/ részletesen megvizsgálta a háromszög keresztmetszetű lemezművön a zavaró hatások csökkenésének törvényszerűségét, és diagramokban dolgozta fel eredményeit.

Az eddigiekben a hosszúelemes lemezműveket hosszirányban hajlított tartónak tekintettük. Lehet azonban olyan szerkezetet is tervezni, amelyben a hosszúelemes lemezmű a hajlításon kívül nyomást is szenved (2.3. ábra). Ekkor természetesen értelemszerűen ki kell egészítenünk az elmondottakat a nyomásra történő méretezéssel.

2.2. A terheletlen redők által képviselt "együttdolgozó szélesség"

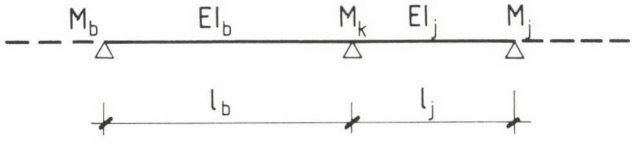
Ha egy redő telik meg hóval vagy ipari porral (2.4a. ábra), akkor a többi, terheletlen redő segíti a terheltet a teherviselésben, mégpedig elsősorban a köztük fellépő élerők révén. Lényegében ugyanez a jelenség játszódik le akkor, ha valamelyik (pl. a szélső) redő meg van támasztva (2.4b. ábra): ekkor azt keressük, hogy meddig terjed az ebből származó "zavarás".



2.4. ábra

Ennek az élerők következtében létrejövő együttdolgozásnak a jobb megértéséhez vizsgáljuk meg az élerők nagyságának alakulását a terheletlen részen.

Amint már korábban mondottuk, a háromélerő-egyenletek analógok a Clapeyron-egyenletekkel. Induljunk ki tehát a fix alátámasztású, állandó támaszközű, egyik irányban végtelen hosszú többtámaszú tartóból, és vizsgáljuk meg: a baloldali támasz fölött ható M_1 nyomaték hatására mekkora támaszponti nyomatékok keletkeznek az egyébként terheletlen tartón, azaz: hogyan csillapodik az M_1 nyomaték hatása.



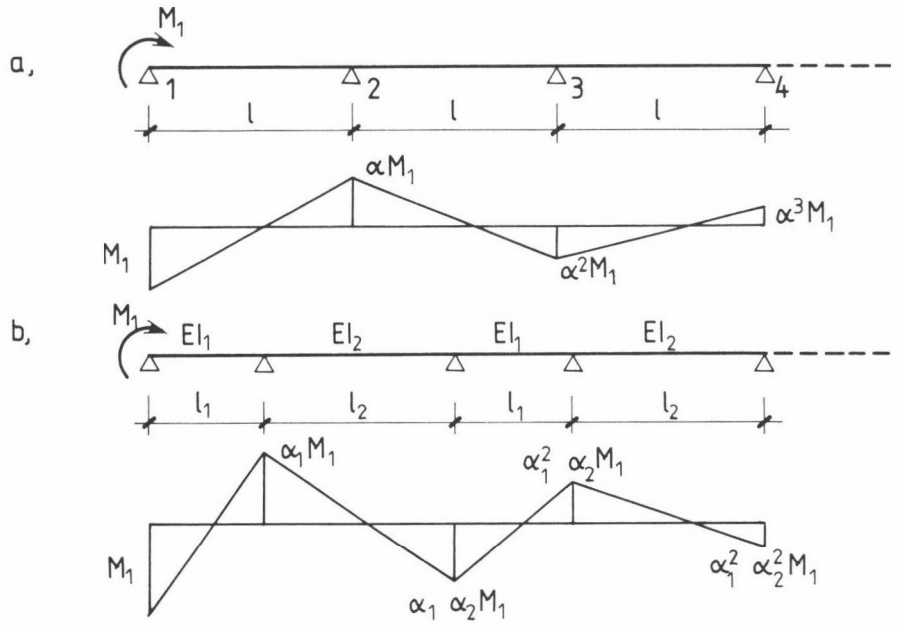
2.5. ábra

Ismeretes, hogy a nyílásaiban terheletlen többtámaszú tartó Clapeyron-egyenlete általános esetben a következő (2.5. ábra):

$$\frac{\ell_b}{EI_b} M_b + 2\left(\frac{\ell_b}{EI_b} + \frac{\ell_j}{EI_j}\right) M_k + \frac{\ell_j}{EI_j} M_j = 0. \qquad (1)$$

Itt a b, k és j indexek a bal, középső és jobb szavakat rövidítik.

Tekintsük a tartót jobboldali irányban végtelen sok támaszúnak.



2.6. ábra

Először legyen a tartó hajlítási merevsége állandó (EI), és támaszközei legyenek egyenlők (ℓ), lásd a 2.6a. ábrát. Ekkor az M_1 nyomaték minden támaszközön belül ugyanolyan mértékben csökken, mégpedig az α -szorosára ($|\alpha| < 1$). A Clapeyron-egyenlet tehát az alábbi alakot ölti:

$$\frac{\ell}{EI}(M_1 + 4\alpha M_1 + \alpha^2 M_1) = 0, \qquad (2a)$$

azaz

$$1 + 4\alpha + \alpha^2 = 0, \qquad (2b)$$

amiből (figyelembe véve, hogy $|\alpha| < 1$ kell legyen):

$$\alpha = -0{,}27. \tag{3}$$

Tételezzük most fel, hogy csak minden második nyílásban egyenlő a támaszköz és a hajlítási merevség (2.6b. ábra). A csökkenés ekkor az ℓ_1 nyílásokban α_1-szeres, az ℓ_2 nyílásokban α_2-szörös. Két Clapeyron-egyenletet írhatunk fel, mégpedig az 1-2-3 és a 2-3-4 támaszokra:

$$\frac{\ell_1}{EI_1} \cdot M_1 + 2\left(\frac{\ell_1}{EI_1} + \frac{\ell_2}{EI_2}\right) \cdot M_2 + \frac{\ell_2}{EI_2} \cdot M_3 = 0, \tag{4a}$$

$$\frac{\ell_2}{EI_2} \cdot M_2 + 2\left(\frac{\ell_2}{EI_2} + \frac{\ell_1}{EI_1}\right) \cdot M_3 + \frac{\ell_1}{EI_1} \cdot M_4 = 0. \tag{4b}$$

Bevezetve az

$$\eta = \frac{\ell_2}{EI_2} : \frac{\ell_1}{EI_1} \tag{5}$$

jelölést, valamint felhasználva azt, hogy

$$M_2 = \alpha_1 M_1, \tag{6a}$$

$$M_3 = \alpha_2 M_2, \tag{6b}$$

$$M_4 = \alpha_1 M_3, \tag{6c}$$

a két Clapeyron-egyenlet így írható:

$$1 + 2(1 + \eta)\alpha_1 + \eta\alpha_1\alpha_2 = 0, \tag{7a}$$

$$\eta\alpha_1 + 2(\eta + 1)\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1^2\alpha_2 = 0. \tag{7b}$$

Megoldásuk (figyelembe véve, hogy $|\alpha_i| < 1$ kell legyen):

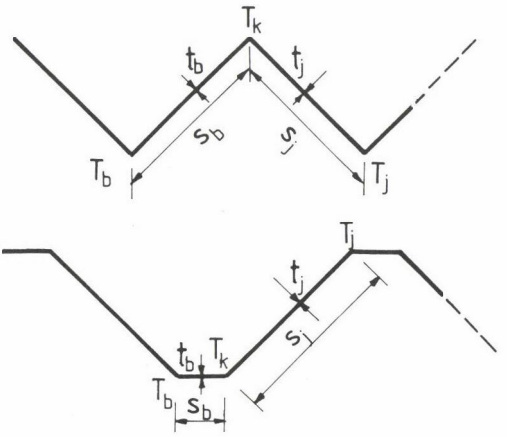
$$\alpha_1 = \frac{-(5 + 3\eta) + \sqrt{(5 + 3\eta)^2 - 16}}{4}, \tag{8a}$$

$$\alpha_2 = -\left(\frac{1}{\eta\alpha_1} + 2\,\frac{1 + \eta}{\eta}\right). \tag{8b}$$

Ha pl. $\eta = 2{,}0$, akkor $\alpha_1 = -0{,}19$, $\alpha_2 = -0{,}34$, az átlaguk (pontosabban: mértani közepük, $\sqrt{\alpha_1\alpha_2}$) tehát igen közel áll a (3) szerinti -0,27-hez.

Mindebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a 2.5. és 2.6. ábráknak megfelelő többtámaszú tartókon a szélső támasz fölött ható nyomaték két támaszközzel távolabb már az eredeti értékének 10%-a alá csökken.

Alkalmazzuk ezeket az eredményeket a lemezmű élerőire, a "membránelméletet" alapul véve (elhanyagolva a keresztirányú lemeznyomatékokat, azaz az élek mentén sarokpántos kapcsolatot feltételezve).

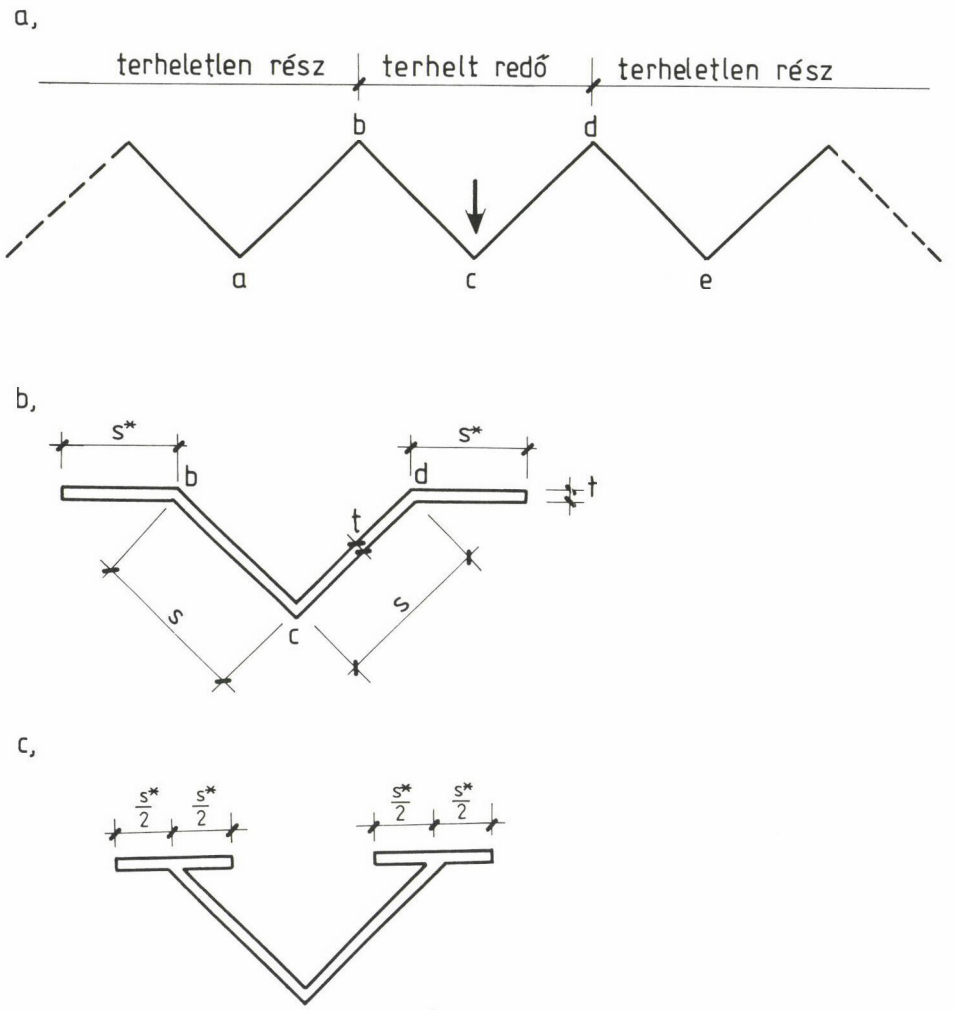


2.7. ábra

A terheletlen lemezmű háromélerő-egyenleteinek általános alakja az alábbi (vö. a 2.7. ábrával):

$$\frac{1}{s_b\, t_b}\, T_b + 2\left(\frac{1}{s_b\, t_b} + \frac{1}{s_j\, t_j}\right) T_k + \frac{1}{s_j\, t_j}\, T_j = 0 \qquad (9)$$

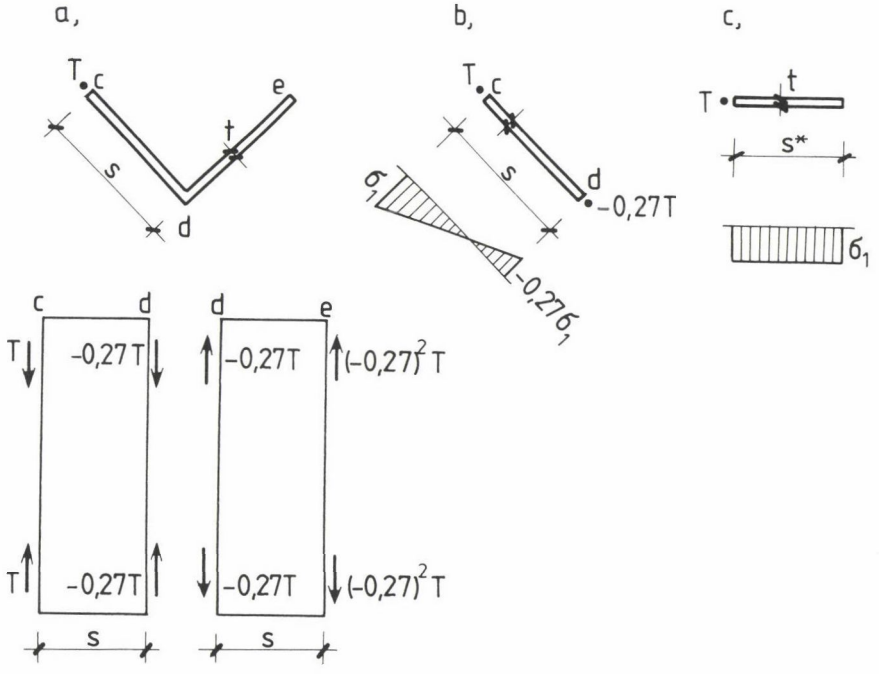
/Bölcskei és Orosz, 1972/. A többtámaszú tartó hajlítási merevségét jellemző EI/ℓ mennyiség szerepét tehát most a lemezdarabok két méretének szorzata (a lemezdarab keresztmetszeti területe) veszi át, vö. az (1) képlettel. Így tehát a 2.7a. ábrán vázolt háromszög keresztmetszetű redőn az élerő egy lemezelem mentén a -0,27-szeresére csökken, a 2.7b. ábrán látható trapéz keresztmetszetű lemezművön pedig a (8) kifejezéseknek megfelelően fog csökkenni. Megjegyezzük, hogy ha a rövidebb lemezdarab vastagságát úgy választjuk meg, hogy a ts szorzata megegyezzék a hosszabb lemezdarabéval, akkor a lemezdarabok szerepe az élerők csökkenése szempontjából azonos lesz, és itt is a -0,27-szeresére csökken az élerő egy-egy lemezdarab mentén.



2.8. ábra

Az elmondottakból az következik, hogy a megterhelt közbenső redőt jó megközelítéssel két-két szomszédos lemezdarab tehermentesíti, ill. megtámasztás esetében két-két szomszédos lemezdarabra terjed ki a zavarás. (A szélső redővel értelemszerűen csak az egyik oldalon lévő két lemezdarab dolgozik együtt.)

Az élerők csillapodására kapott eredmények alapján meghatározhatunk a lemezműre egy "együttdolgozó szélességet", amely statikai szempontból helyettesíti a terheletlen szakaszt a terhelt szakaszra gyakorolt tehermente-



2.9. ábra

sítő hatása szempontjából. Az együttdolgozó szélesség szélén ható élerő az együttdolgozó lemez teljes szélességében definíciószerűen állandó nagyságú σ_1 nyomófeszültséget okoz. A statikai egyenértékűséghez tehát az szükséges, hogy ez a σ_1 feszültség ugyanakkora legyen, mint amekkora az élerő hatására a két lemezdarabból álló valóságos szerkezet-részben az élerő helyén ébredő feszültség (2.8a,b. ábra). Megjegyezzük, hogy ezt az együttdolgozó szélességet helyesebb a 2.8c. ábra szerint szemléltetni, hogy világossá váljék: teljes szélességében azonos σ_1 feszültség ébred benne.

Vizsgáljunk meg egy két lemezdarabból álló redőt (2.9a. ábra) amelynek a szélére egy T élerő hat, és határozzuk meg az élerő helyén keletkező feszültséget. Mivel a lemezdarab túlsó széléig az élerő a -0,27-szeresére csökken, magára a lemezdarabra a 2.9b. ábrán feltüntetett két élerő működik, amelyekből a baloldali élerő helyén

$$\sigma_1 = \frac{T + 0{,}27T}{ts} + \frac{(T - 0{,}27T)\,\frac{s}{2}}{\left(\frac{ts^2}{6}\right)} = 3{,}46\,\frac{T}{ts} \qquad (10)$$

feszültség ébred, a túlsó szélén pedig ennek -0,27-szerese. Ahhoz, hogy az s^* együttdolgozó szélességen belül ébredő $T/(ts^*)$ egyenletes feszültség σ_1 legyen, fenn kell állnia a

$$\frac{T}{ts^*} = 3{,}46\,\frac{T}{ts} \tag{11}$$

egyenlőségnek, amiből az s^* együttdolgozó szélességre

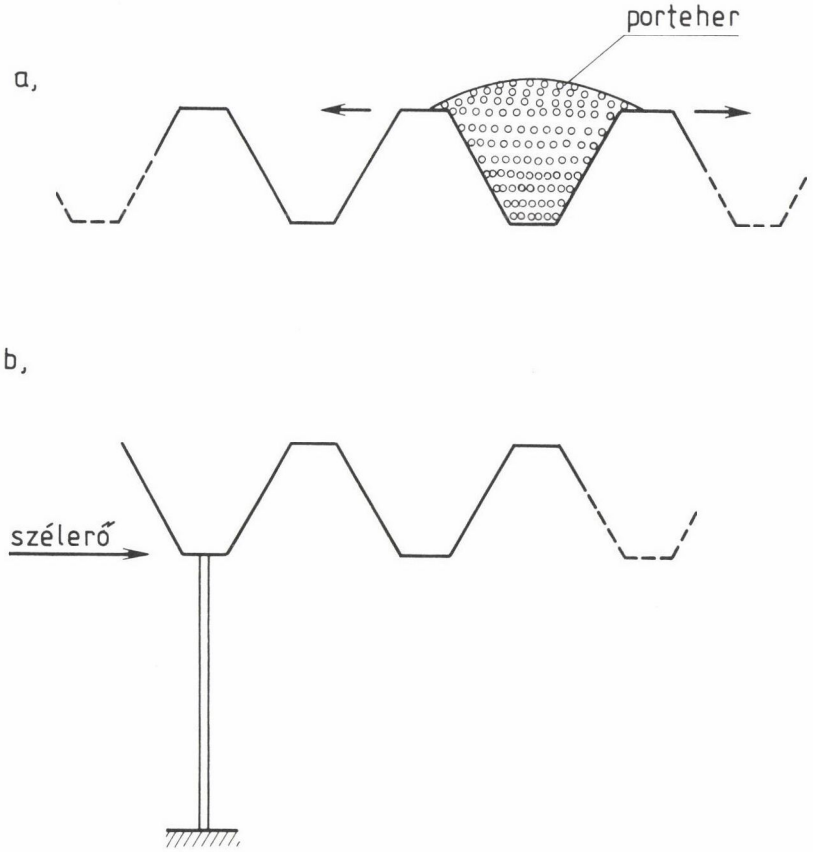
$$s^* = 0{,}29\ s \tag{12}$$

adódik (2.9c. ábra). Ezzel az együttdolgozó szélességgel a 2.8b., ill. 2.8c. ábrának megfelelően helyettesítve a terheletlen redőket, szemléletes képet kapunk ez utóbbiak segítő hatásáról.

2.3. A redők méretezése vízszintes erőhatásokra

Meredek lemezszakaszokat is tartalmazó lemezművekben a parciális tehernek még egy hatása lehet: vízszintes irányban hajlítja a szerkezetet (2.10a. ábra). (A hóteher a szabvány szerint nem fejt ki oldalnyomást, de pl. a lerakódó ipari porteher igen.) Hasonló hatást idéz elő a szélerő is, ha az oldalfalat a lemezműhöz támasztjuk (2.10b. ábra). Ezekre a hatásokra a szerkezet hasonlóképpen működik, mint függőleges terhekre: a lemezdarabok -- az élerőkkel összekapcsolva -- L támaszközű vízszintesen hajlított tartókként hordják a terhet, de ha az éleik elmozdulása nem hanyagolható el, akkor a keresztirányban hajlított lemeznek mint keretnek a hatása is belép az erőjátékba és részben ez viszi át a vízszintes terhet a többi lemezdarabra. /Kollár, 1974/-ben egy közelítő módszert találhatunk a vízszintes teherből származó belső erők meghatározására, amely a következő feltételezéseken alapul.

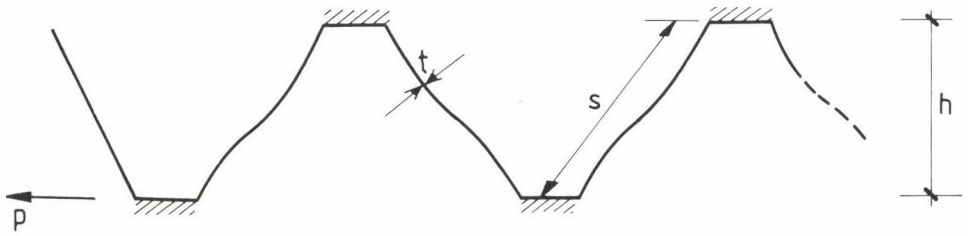
A lemezmű ferde lemezszakaszait elegendően magasnak (azaz merevnek) tekintjük ahhoz, hogy elhanyagolhassuk az élek függőleges lehajlásait; a vízszintes szakaszokat pedig elég keskenynek ahhoz, hogy meggátolják az éleknek (azaz a ferde lemezek végeinek) az elfordulását. Így a szerkezet a 2.11. ábrának megfelelően fog deformálódni: a vízszintes lemezdarabok a ferde lemezek egy-egy szakaszával -- mint együttdolgozó szélességgel -- egy-egy U-tartót alkotnak, s ezeket a ferde lemezek kötik össze, amelyek hajlítási merevségük folytán mint rugók működnek. Így a lemezmű statikai modellje végül is a 2.12. ábrának fog megfelelni: az egymás mögött lévő (vízszintes síkban hajlított) m darab gerendát megoszló rugók kötik össze.



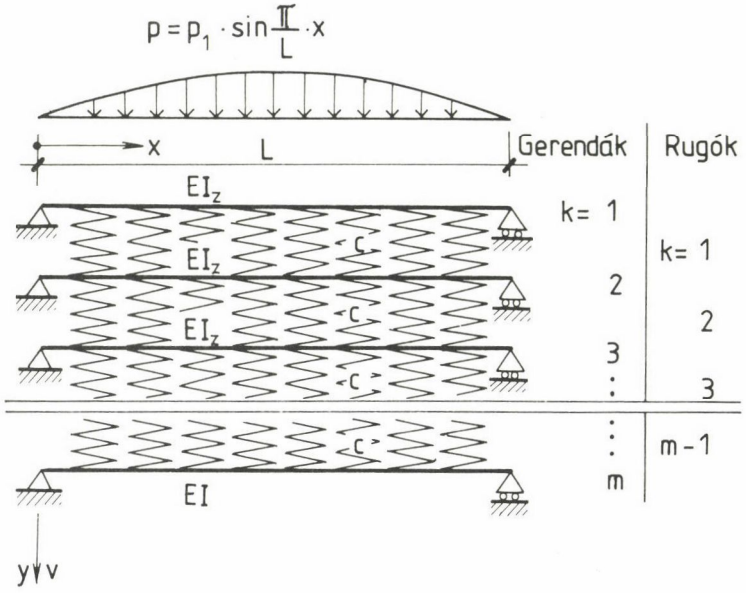
2.10. ábra

A számítás a következőképpen épül fel:

Az (általában) egyenletes p vízszintes terhet Fourier-sorba fejtjük, és egyelőre csak az első tagot (n=1) vizsgáljuk, amelynek alakja



2.11. ábra



2.12. ábra

$$p_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L}\, x\right) \tag{13a}$$

lesz, a maximális p_1 teher-amplitúdót pedig a

$$p_1 = \frac{4}{\pi}\, p \tag{13b}$$

képletből kapjuk meg.

A ferde lemezek egységhosszra eső "rugómerevsége" (a két végén befogott, ferde helyzetű gerenda eltolódási merevsége alapján):

$$c = \frac{12\ EI_{lemez}}{h^2\ s}, \tag{14a}$$

ahol

$$EI_{lemez} = \frac{Et^3}{(1 - \nu^2)\ 12}, \tag{14b}$$

lásd a 2.11. ábrát; ν a harántkontrakciós tényező.

A ferde lemezeknek a vízszintes lemezszakaszokkal együttdolgozó részét a 2.2. pontban mondottak figyelembevételével közelítésképpen az s ferde lemez-

hossz 0,25-szörösére vehetjük fel. Az ily módon kapott U-tartók vízszintes síkban érvényes (azaz a függőleges súlyponti tengelyre vett) hajlítási merevségét EI_z-vel jelöljük.

A k-adik és a (k+1)-edik gerenda között ébredő r_k rugóerő nagyságát a két gerenda vízszintes v lehajlásának különbsége adja meg. Elhagyva a közös $\sin(\pi x/L)$ szorzót:

$$r_k = c\,(v_k - v_{k+1}). \tag{15}$$

Másrészről a gerendák lehajlását a rájuk ható két rugóerő különbsége okozza. Bevezetve a gerendák merevségét jellemző

$$\delta_1 = \frac{\pi^4 EI_z}{L^4} \tag{16}$$

paramétert, a k-adik és a (k+1)-edik gerenda lehajlása

$$v_k = \frac{r_{k-1} - r_k}{\delta_1} \tag{17a}$$

és

$$v_{k+1} = \frac{r_k - r_{k+1}}{\delta_1} \tag{17b}$$

lesz. Behelyettesítve (17a,b)-t (15)-be, a következő homogén lineáris differencia-egyenletet kapjuk az r rugóerőre:

$$r_{k-1} - \left(2 + \frac{\delta_1}{c}\right) r_k + r_{k+1} = 0. \tag{18}$$

A megoldást

$$r_k = C\varrho^k$$

alakban felvéve és behelyettesítve (18)-ba, a következő karakterisztikus egyenlethez jutunk:

$$\frac{1}{\varrho} - \left(2 + \frac{\delta_1}{c}\right) + \varrho = 0, \tag{19}$$

amelynek gyökei:

$$\varrho_{1,2} = \left(1 + \frac{\delta_1}{2c}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{\delta_1}{2c}\right)^2 - 1}; \quad (\varrho_1 < \varrho_2). \tag{20}$$

A megoldás tehát:

$$r_k = C_1 \varrho_1^k + C_2 \varrho_2^k.$$

Ennek ki kell elégítenie a peremfeltételeket:

$$k = 0: \quad r_o = p_1,$$

és

$$k = m: \quad r_m = 0.$$

Ezekből meghatározva a C_1, C_2 állandókat, megkapjuk a rugóerők kifejezésének végleges alakját, azaz a k-adik rugóban működő, sinus szerint változó rugóerő maximális értékét:

$$r_k = \frac{p_1}{1 - \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right)^m} \left[\varrho_1^k - \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right)^m \cdot \varrho_2^k \right]. \tag{21}$$

Az egyes gerendákat a két oldalukon működő rugóerők különbsége terheli. Az első, legjobban igénybe vett gerendára

$$(p_1 - r_1) \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \tag{22}$$

teher fog működni, azaz a teljes p_1 teher $(p_1 - r_1)$-re csökken.

Az eddig elmondottak a (13a) szerinti, félsinus alakú teherre vonatkoznak. Mivel az egyenletes teher Fourier-sora

$$p = \frac{4}{\pi} p \sum_{n=1,3,5,\ldots} \frac{\sin(n \pi x/L)}{n}, \tag{23}$$

az egyes Fourier-tagokhoz tartozó teher

$$p_n = \frac{4}{\pi} \frac{p}{n} \tag{24}$$

alakú lesz, és így

$$p = \sum_{n=1,3,5,\ldots} p_n \sin(n\pi x/L). \tag{25}$$

A magasabbrendű (n=3,5,...) tagokhoz tehát L helyébe (L/n)-et kell írnunk, és mindegyik taghoz ki kell számítanunk a hozzátartozó δ_n-et (16) alapján.

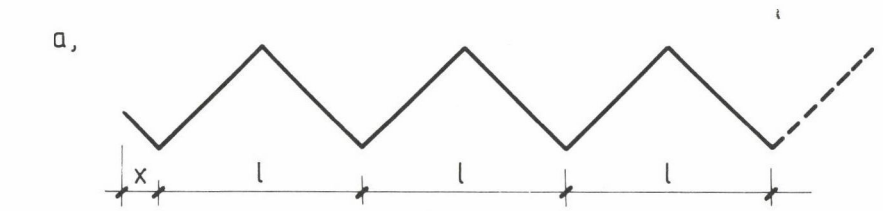
A gerendák nyomatékát a (25) kifejezés kétszeri differenciálásával kapjuk meg:

$$M = \frac{L^2}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\ldots} \frac{p_n}{n^2} \sin (n\pi\, x/L). \qquad (26)$$

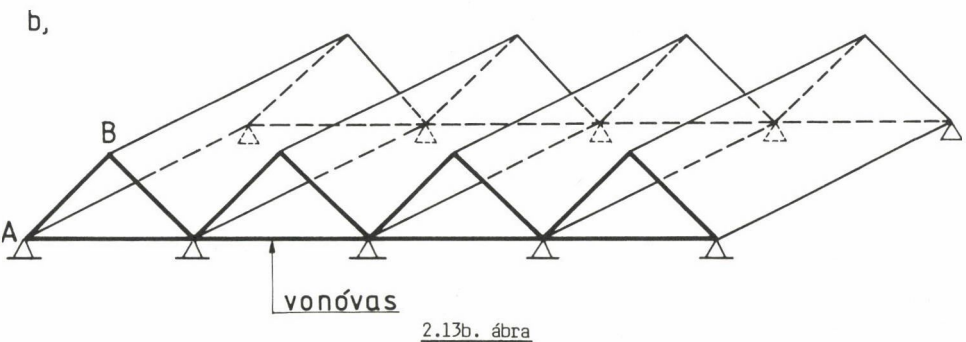
A rugók hatása miatt az első gerendán p_n helyébe (22) szerint $(p_n - r_1)$-et, a többi gerendán $(r_{k-1} - r_k)$-t kell írnunk, mindegyik r-et a megfelelő n-nel kiszámítva. A nyomaték (26) kifejezése azt mutatja, hogy n növekedtével rohamosan csökken a tagok szerepe, és általában elegendő az első két tagot figyelembe venni. A számpéldák tanúsága szerint a legjobban terhelt (n=1) gerenda nyomatéka igen nagy mértékben (1/10-ére is) lecsökkenhet a rugók megtámasztó hatása folytán.

2.4. A szélső lemez igénybevételei a koncentrált megtámasztásból

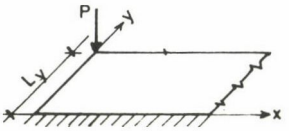
Ha a periodikus lemezmű szélső támaszon túlnyúló szélső lemezdarabjának vízszintes x méretét (2.13a. ábra) zérusra csökkentjük (2.13b. ábra), akkor megszűnik a szélső V-tartó, amely biztosította a "második" lemez végigmenő megtámasztását, és így ez a lemez most már csak a két sarokpontján támaszko-



2.13a. ábra

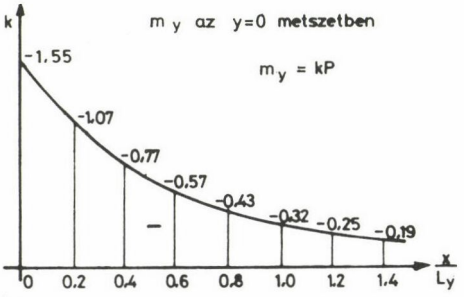


2.13b. ábra



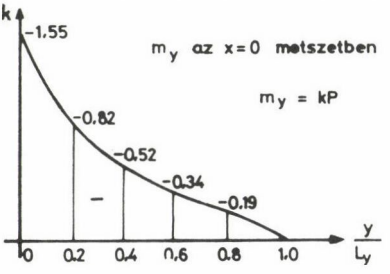
a. m_y az y=0 metszetben

$m_y = kP$



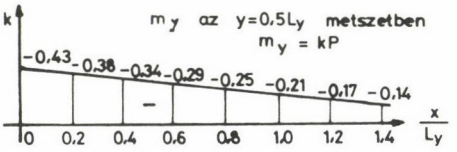
b. m_y az x=0 metszetben

$m_y = kP$



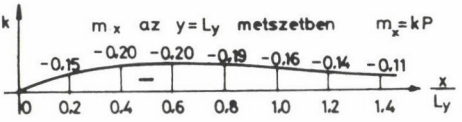
c. m_y az y=0.5L_y metszetben

$m_y = kP$



d. $m_y = 0$ az $y = L_y$ metszetben

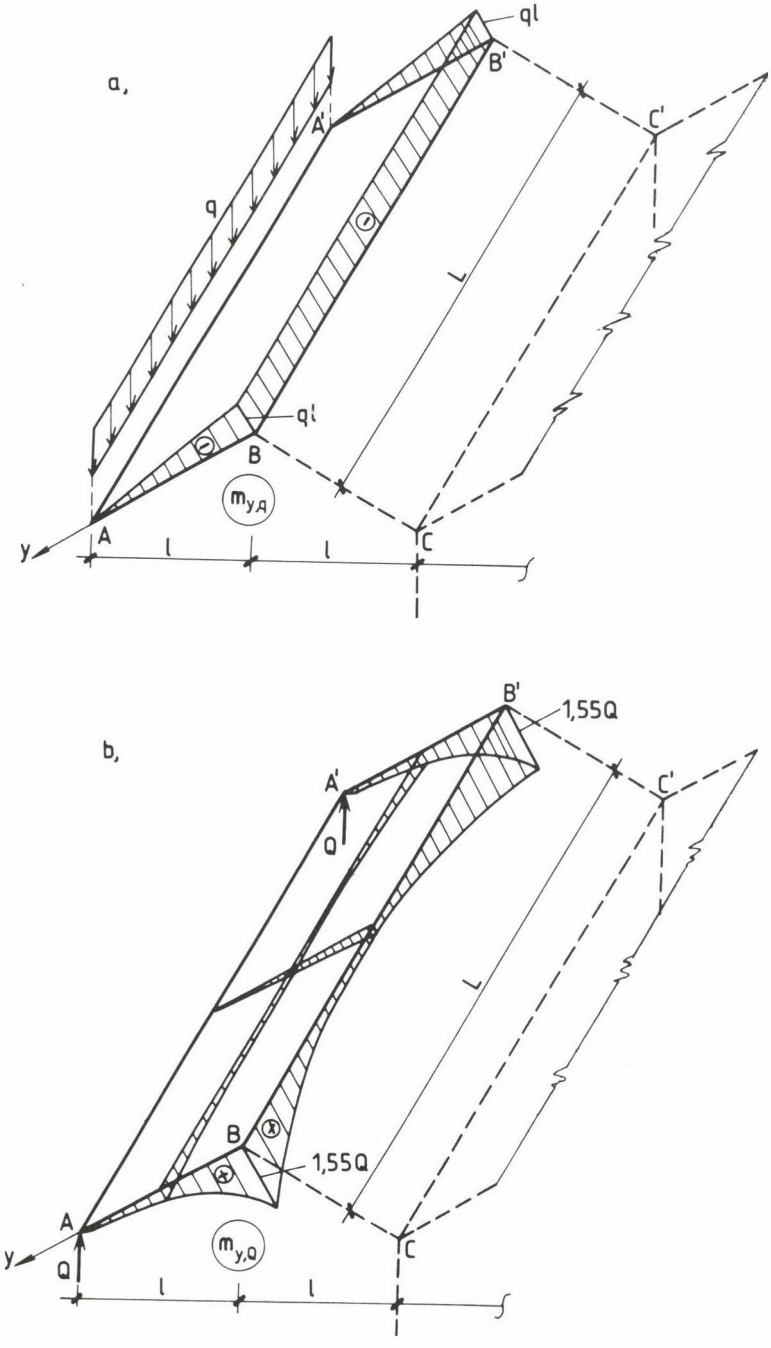
e. m_x az $y = L_y$ metszetben $m_x = kP$



f. $m_x = 0$ az x=0 metszetben

2.14. ábra

dik. Az ennek megfelelő nyomatékot /Stiglat és Wippel, 1983/ segítségével határozhatjuk meg. E műben ugyanis megtaláljuk a sarokpontján terhelt félvégtelen széles konzollemez nyomatékainak eloszlását megadó diagramokat (2.14. ábra). A lemez nyomatékait tehát úgy kapjuk meg, hogy először folyto-

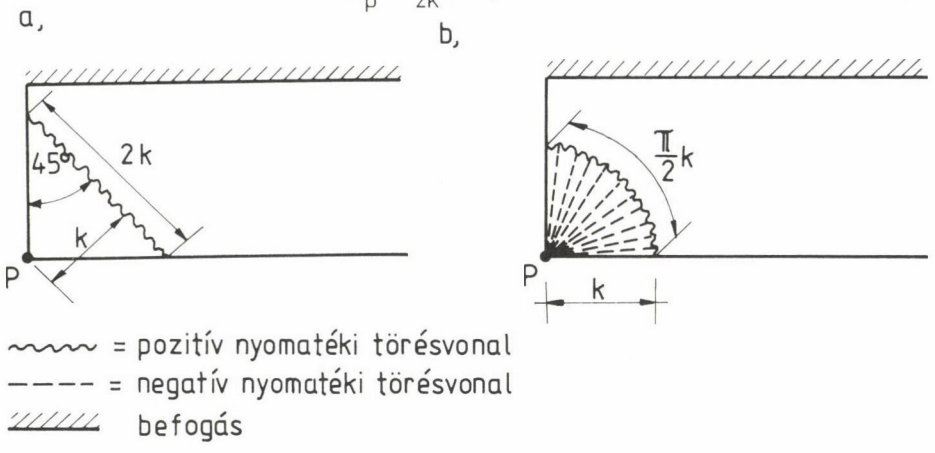


2.15. ábra

nos megtámasztást tételezünk fel az első támasz vonalában és így meghatározzuk a teherből származó nyomatékábrát. Erre szuperponáljuk a hiányzó folytonos megtámasztás és a két sarokponton ható koncentrált erő együttes hatásából származó nyomatékokat: a hiányzó vonalmenti megtámasztás a 2.15a. ábrán látható nyomatékábrát okozza, a koncentrált erők pedig a 2.15b. ábrán láthatókat. E két utóbbi hatásból tehát olyan keresztirányú nyomatékok ébrednek a "B" taréj mentén, amelyeknek az L hosszon vett összegük zérus. Ezek a nyomatékok a többi támasz felé a 2.6. ábrán megadott törvényszerűség szerint csökkennek.

A lemez sarokpontjában ható koncentrált erő okozta nyomatékokat a képlékenységtan segítségével is meghatározhatjuk /Kaliszky, 1967/. Az alulról felfelé ható P erő a 2.16a. ábrán vázolt törésképet okozza, ha a pozitív nyomatéki m_p teherbírás kisebb a negatív nyomatéki m_n teherbírásnál, a törésvonal mentén ébredő nyomaték nagysága pedig

$$m_p = \frac{Pk}{2k} = 0{,}5\ P. \qquad (27)$$



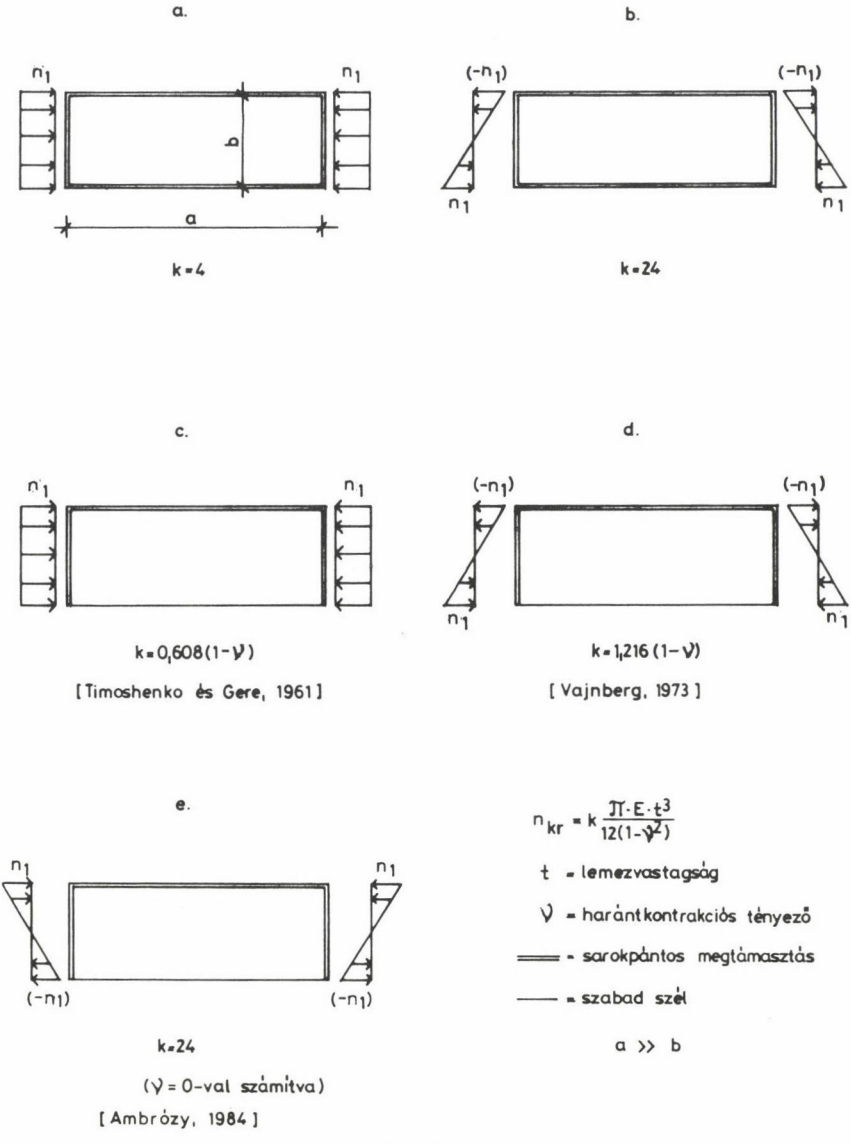
2.16. ábra

Ha viszont a pozitív nyomatéki m_p teherbírás nagyobb m_n-nél (vagy egyenlő vele), akkor a 2.16b. ábrán látható törésképjön létre; a negyedkörív alakú törésvonal mentén fellépő nyomaték nagysága pedig

$$m_p = \frac{Pk}{\frac{\pi}{2}k} = 0{,}636\ P. \qquad (28)$$

2.5. Stabilitási kérdések

A hosszúelemes lemezműveknek — mint az összetett szerkezeteknek általában — kétféle stabilitásproblémájuk van: az egyes lemezdarabok behorpadása ("lokális" stabilitásvesztés), valamint az egész lemezmű instabilitása ("globális" stabilitásvesztés).



2.17. ábra

A közbenső lemezdarabok nyomásra, illetve hajlításra lehetnek igénybe véve (lásd az 1.1. és a 2.3. ábrát). Ezeknek a megtámasztását valamennyi élük mentén a biztonság kedvéért sarokpántosnak tekintjük. A horpadási tényezőket az MSZ 15024/1-85-ben találhatjuk meg. Az egyszerűség kedvéért /Timoshenko és Gere, 1961/ alapján itt is megadjuk az egyenletes nyomásra és hajlításra igénybe vett, körös-körül sarokpántosan támaszkodó lemez kritikus teherintenzitását (2.17a,b. ábrák).

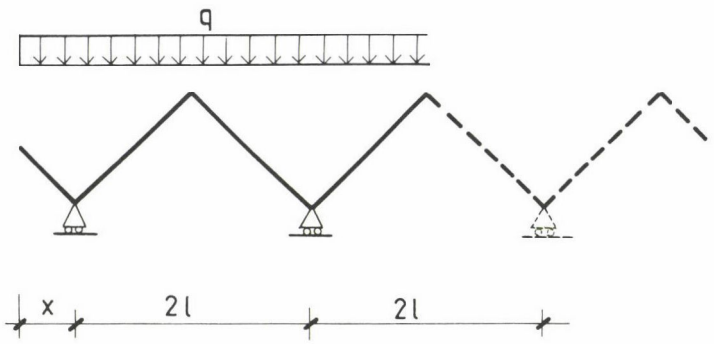
A szélső lemezdarabok szintén nyomást vagy hajlítást szenvedhetnek. A szabad szélük miatt ezeknek a kritikus igénybevétele természetesen kisebb lesz, mint a közbenső lemezeké (2.17c,d,e. ábrák). A számértékeket /Timoshenko és Gere, 1961/-ből, /Vajnberg, 1973/-ból, valamint /Ambrózy, 1984/-ből vettük.

Valamennyi megoldott eset a lemez hossza mentén állandó igénybevételre vonatkozik, a lemezművekben viszont a (parabolikusan) változó nyomatékábrának megfelelően változó igénybevételek keletkeznek. Így ha a legnagyobb nyomatékból számítjuk az igénybevételeket, s ezeket tekintjük a lemez hossza mentén állandónak, akkor kismértékben a biztonság javára tévedünk.

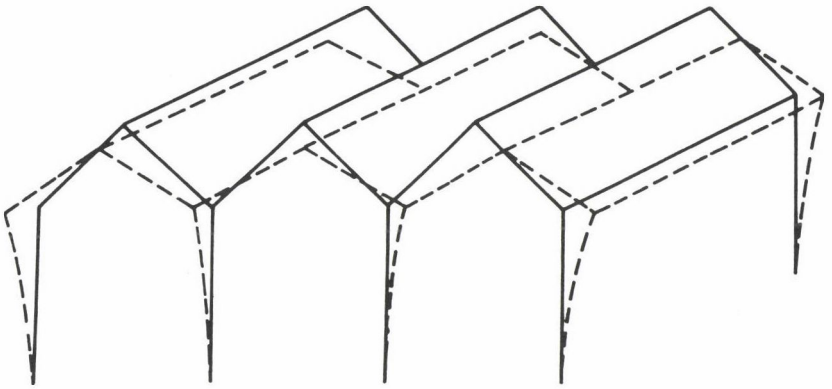
Ha a lemezelem egyidejűleg van hajlításra és nyomásra igénybe véve, akkor a biztonság javára szolgáló közelítéssel használhatjuk a Dunkerley-összefüggést /Kollár, 1991/:

$$\frac{n_1^{hajl}}{n_{1\,kr}^{hajl}} + \frac{n_1^{nyom}}{n_{1\,kr}^{nyom}} = \frac{1}{\gamma}\,, \tag{29}$$

ahol γ a biztonsági tényező.



2.18. ábra



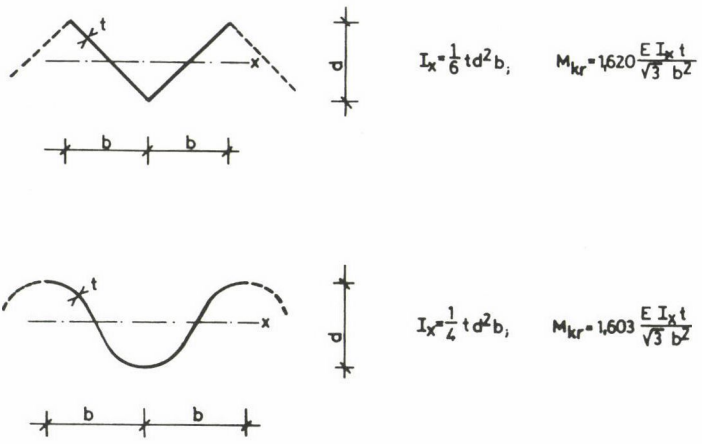
2.19. ábra

A lemezek most leírt behorpadása után a szerkezetnek a rugalmas tartományban emelkedő kritikuson túli teherbírása van, lásd részletesebben /Kollár, 1991/-ben. A fokozatosan bekövetkező képlékennyé válás, valamint a vasbetonszerkezetekre jellemző berepedés és az ezek folytán előálló merevségcsökkenés azonban előbb-utóbb esővé teszi a kritikuson túli teherbírást.

Az egész lemezmű abban az esetben veszítheti el a stabilitását, ha a keresztmetszetei deformálódhatnak (ellapulhatnak). Ez elsősorban akkor következik be, ha a megtámasztásoknál nem alkalmazunk diafragmát (vonóvasat). A dongaszerű lemezművek esetében ez nem szokott előfordulni, mivel a keresztmetszet sok lemezdarabból áll, és diafragma nélkül nem lenne alaktartó. A periodikus lemezművet azonban már ki lehet alakítani diafragma (ill. vonóvas) nélkül. A redők így "szétcsúszhatnak" (2.18. ábra). Ekkor a lemezmű a hajlítás hatására fokozatosan ellapul, majd átpattan (2.19. ábra). Az átpattanást okozó kritikus nyomatékot Kerek /1981/ számította ki, feltételezve, hogy a keresztmetszetek "laposak". A kritikus nyomaték egy hullámra jutó nagyságát állandó falvastagságú V és hullám keresztmetszetű szerkezetre a 2.20. ábrán adjuk meg. A hullámkeresztmetszetre megadott számértéket jó közelítéssel érvényesnek vehetjük a megfelelő arányú trapézkeresztmetszetű lemezműre is.

Az átpattanás után a szerkezetnek már a rugalmas tartományban is csökken a kritikuson túli teherbírása /Kollár, 1991/. Emiatt a biztonsági tényezőt célszerű nagyobbra választanunk, mint az emelkedő teherbírású lemezhorpadáshoz.

Meg kell még említenünk két stabilitásvesztési módot, amelyeknek kritikus terhét azonban még nem számították ki. Az egyik az egész lemezmű most

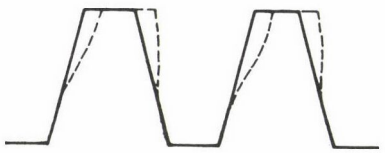


2.20. ábra

leírt ellapuló átpattanása szét nem csúszó támaszok esetében (2.21. ábra). Ez csak igen hosszú lemezelemekből álló szerkezeten következhet be oly módon, hogy a lemezmű középső része szétcsúszik és ellapul, amit az egyes lemezdaraboknak a saját síkjukban bekövetkező aránylag nagy nyírási alakváltozása tesz lehetővé.

2.21. ábra

A másik stabilitásvesztési mód a trapézkeresztmetszetű lemezmű felső nyomott, U-keresztmetszetű részeinek a vízszintes síkban létrejövő kihajlása (2.22. ábra). Ez csak akkor következhet be, ha az "U-szelvények" vízszintes



2.22. ábra

mérete kicsi, és a meredek lemezdarabok csak igen gyengén támasztják meg őket oldalirányban.

E két stabilitásvesztési módról jelenleg csupán annyit tudunk mondani, hogy csak igen szélsőséges geometriai elrendezésű lemezműveken fordulhatnak elő.

3. A RÖVIDELEMES LEMEZMŰVEK MÉRETEZÉSI KÉRDÉSEI

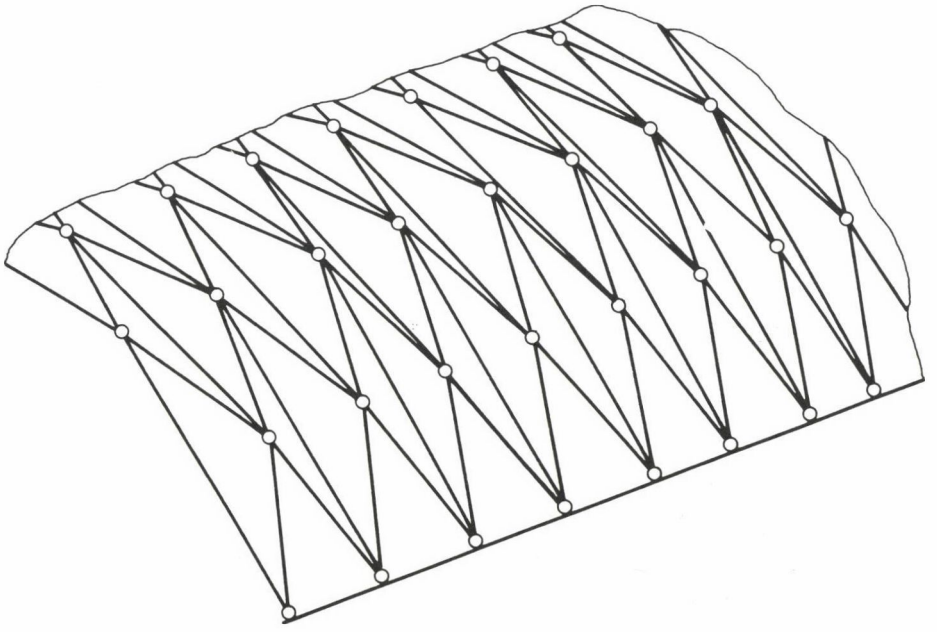
3.1. A rövidelemes lemezművek statikai viselkedése

A rövidelemes lemezművek (1.2. ábra) abban különböznek a hosszúelemesektől, hogy

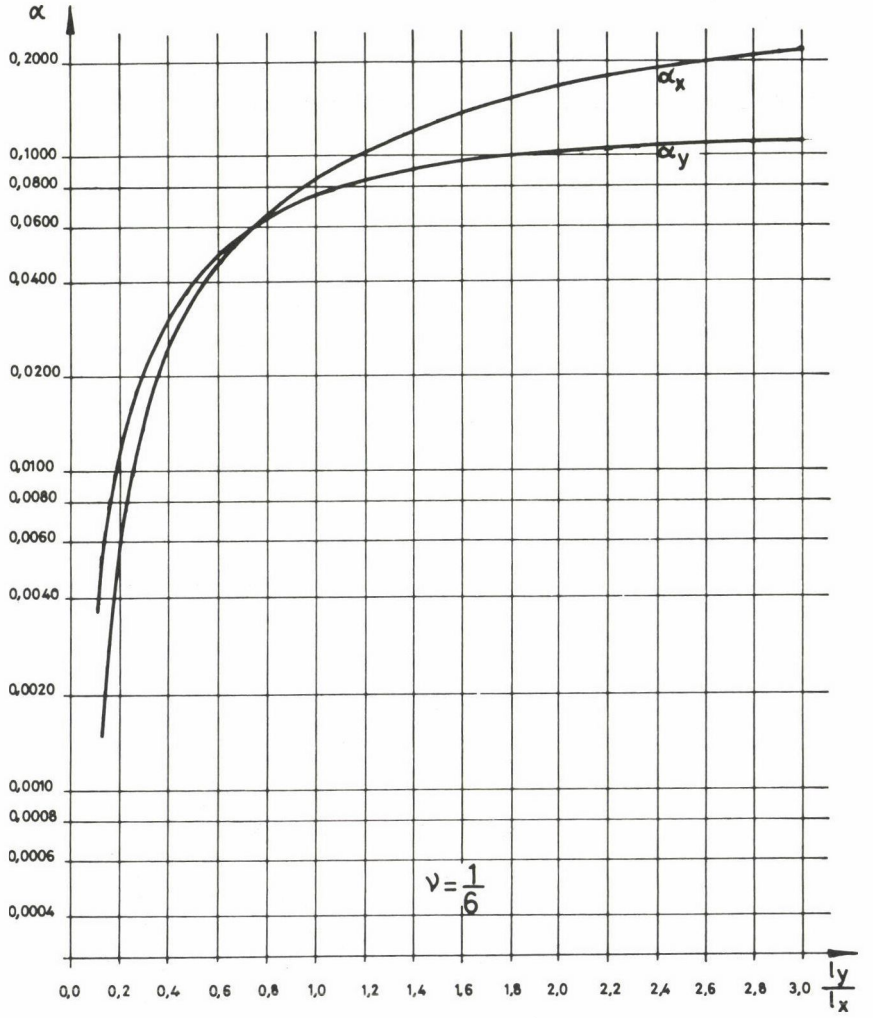
— lemezelemeik "rövidek" és többnyire háromszög alakúak;

— a lemezelemek rövidsége miatt a közöttük fellépő élerők nem okoznak megnyúlást az átellenes élben (mivel egy "magasfalú tartóban" a terhelt él feszültségei elenyésznek az átellenes élig);

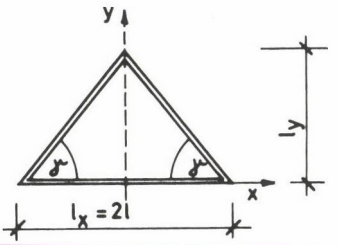
— a lemezelemek általában nem támaszokra, hanem egymásra támaszkodnak.



3.1. ábra



3.2



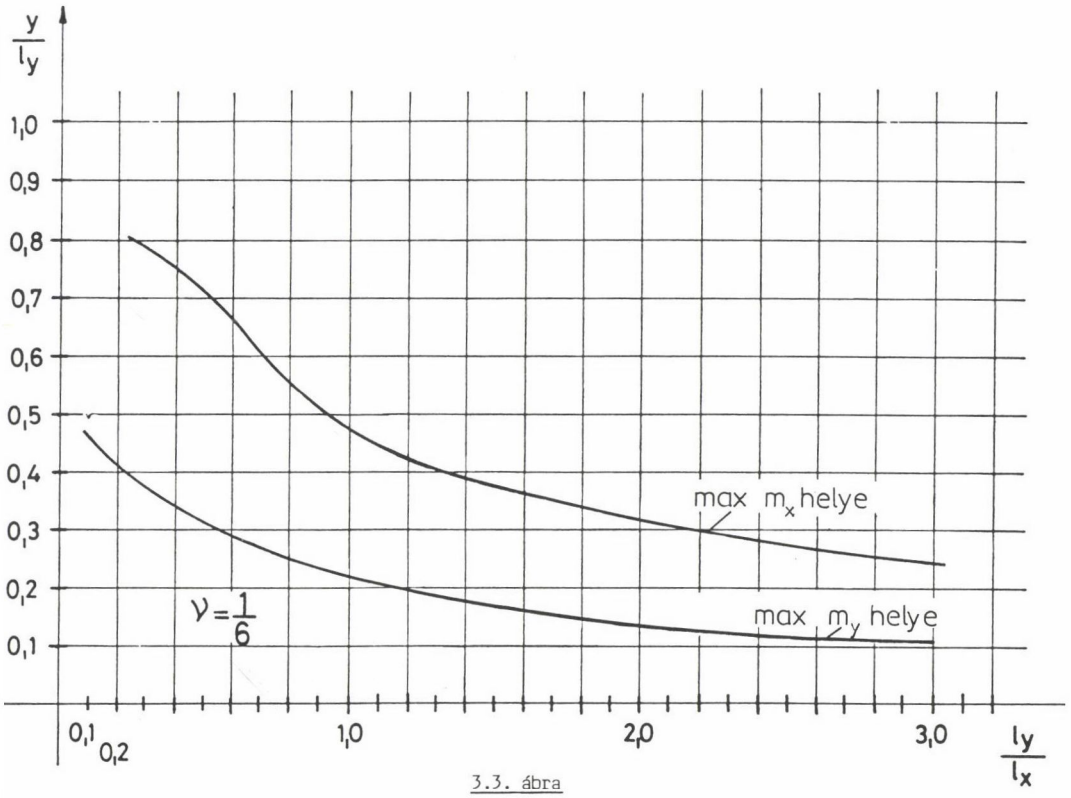
Maximális mezőnyomatékok:

$m_x = \alpha_x p l^2$

$m_y = \alpha_y p l^2$

Helye: 3.3 ábra

3.2. ábra



3.3. ábra

Az elemek rövidsége folytán mindig mozdulatlannak tekinthetjük az éleket a lemez hajlítása szempontjából. A magasfalú tartóról mondottak miatt elmaradnak a háromélerő-egyenletek. Végül az elemek egymásra támaszkodása azt eredményezi, hogy a szerkezet az élek helyére képzelt rudakból álló térbeli rácsszerkezetként viseli a terheket, amint ezt a következő gondolatmenet is mutatja.

A rövidelemes lemezművek erőjátéka lényegében nem különbözik a hosszúelemesekétől: a (többnyire háromszög alakú) lemezelemek itt is hajlítással viszik el a tehernek a lemezre merőleges komponensét az élekig, ezeket most is fel kell bontanunk a találkozó lemezek síkjába eső komponensekre, amelyek -- a tehernek a lemezek síkjába eső komponenseivel együtt -- a saját síkjukban terhelik a lemezeket. A különbség a hosszúelemes szerkezethez képest annyi, hogy a lemezelemek számára csak a lemezmű csúcspontjai jelentenek megtamasztásokat, mivel itt fut össze több él, amely meg tudja támasztani a csúcspontot. Így alakul ki a "térbeli rácsszerkezet" (3.1. ábra), amelynek rúdjait az élek mentén találkozó lemezpárokból kialakuló V keresztmetszetű tartók képezik, és amely a terhet leviszi a támaszokra. A térbeli rácsszerkezetek számítását /Kollár és Hegedűs, 1985/-ben találhatjuk meg.

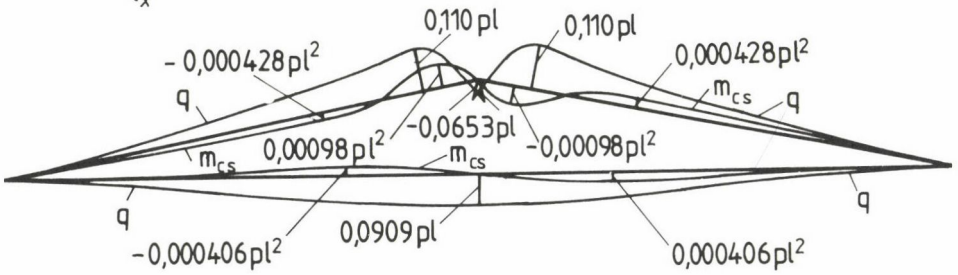
Reakciók megoszlása csuklós megtámasztás esetén

q = reakcióerő

m_{cs} = csavaró nyomaték

a,

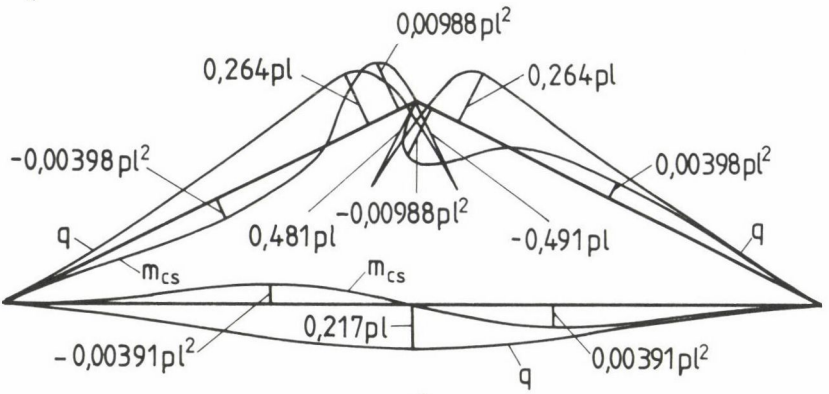
$\frac{l_y}{l_x} = 0,100$



$\nu = \frac{1}{6}$

b,

$\frac{l_y}{l_x} = 0,250$

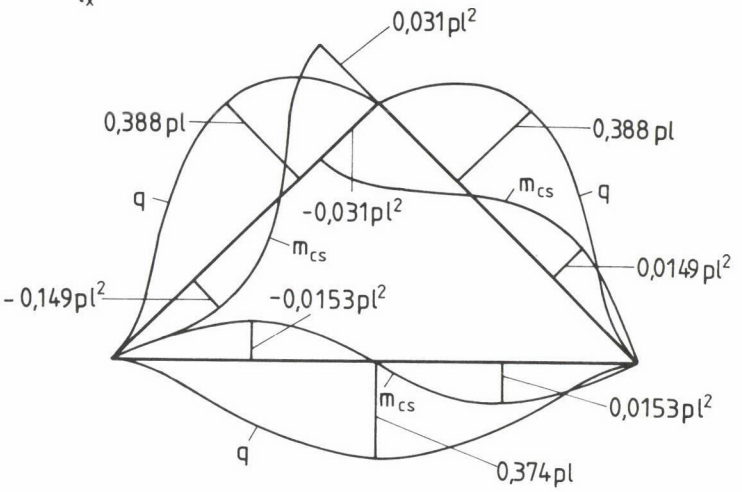


$\nu = \frac{1}{6}$

3.4. ábra

c,

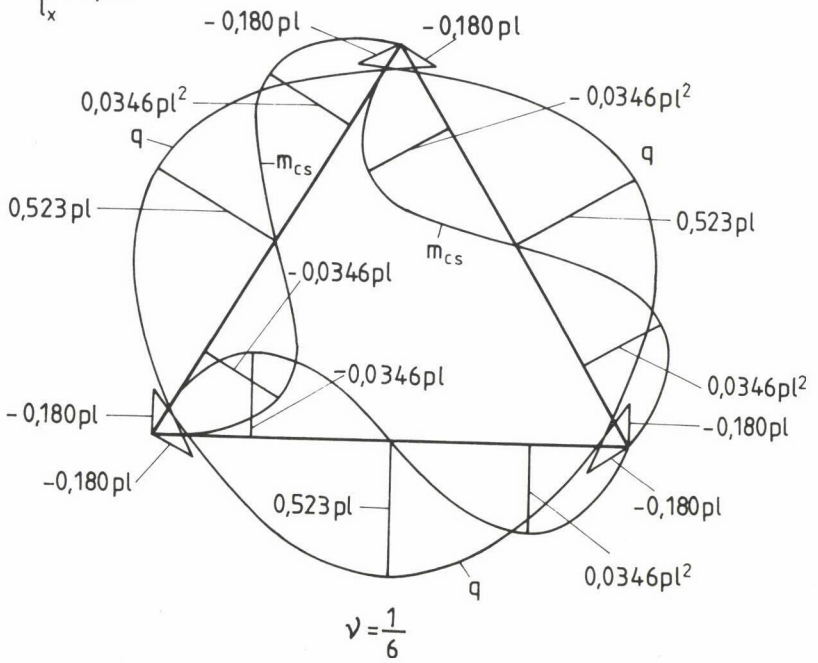
$\frac{l_y}{l_x} = 0,500$



$\nu = \frac{1}{6}$

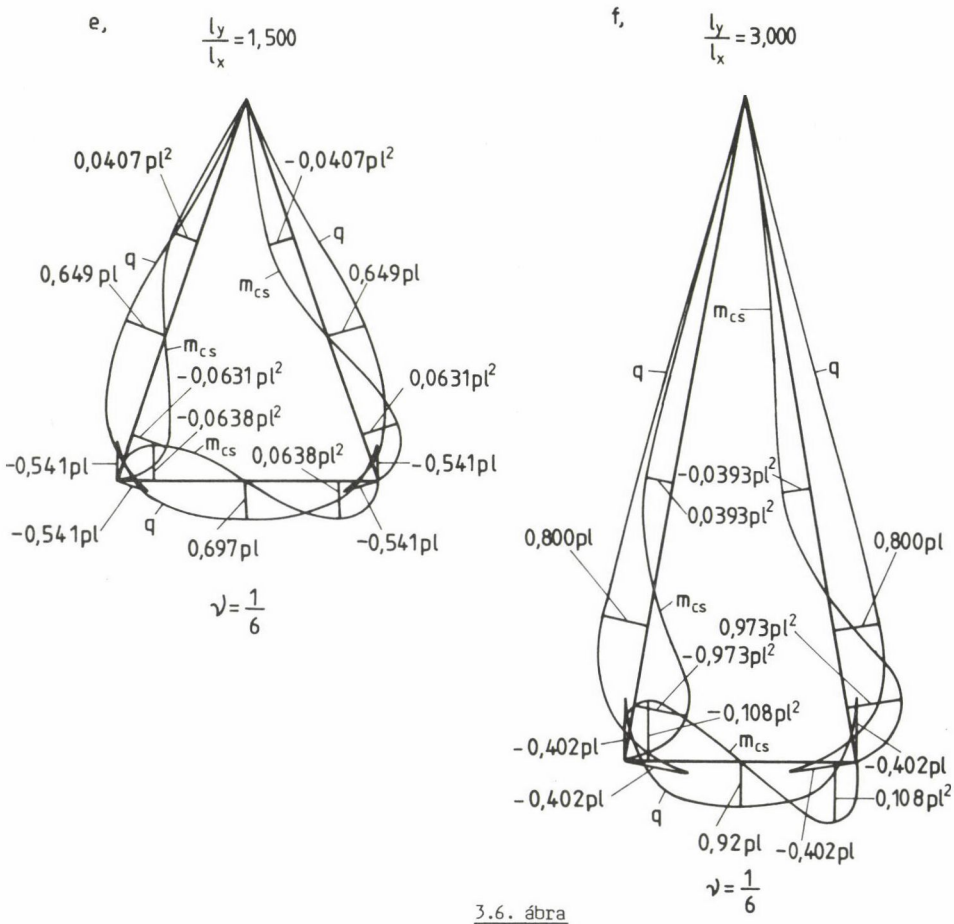
d,

$\frac{l_y}{l_x} = 0,866$



$\nu = \frac{1}{6}$

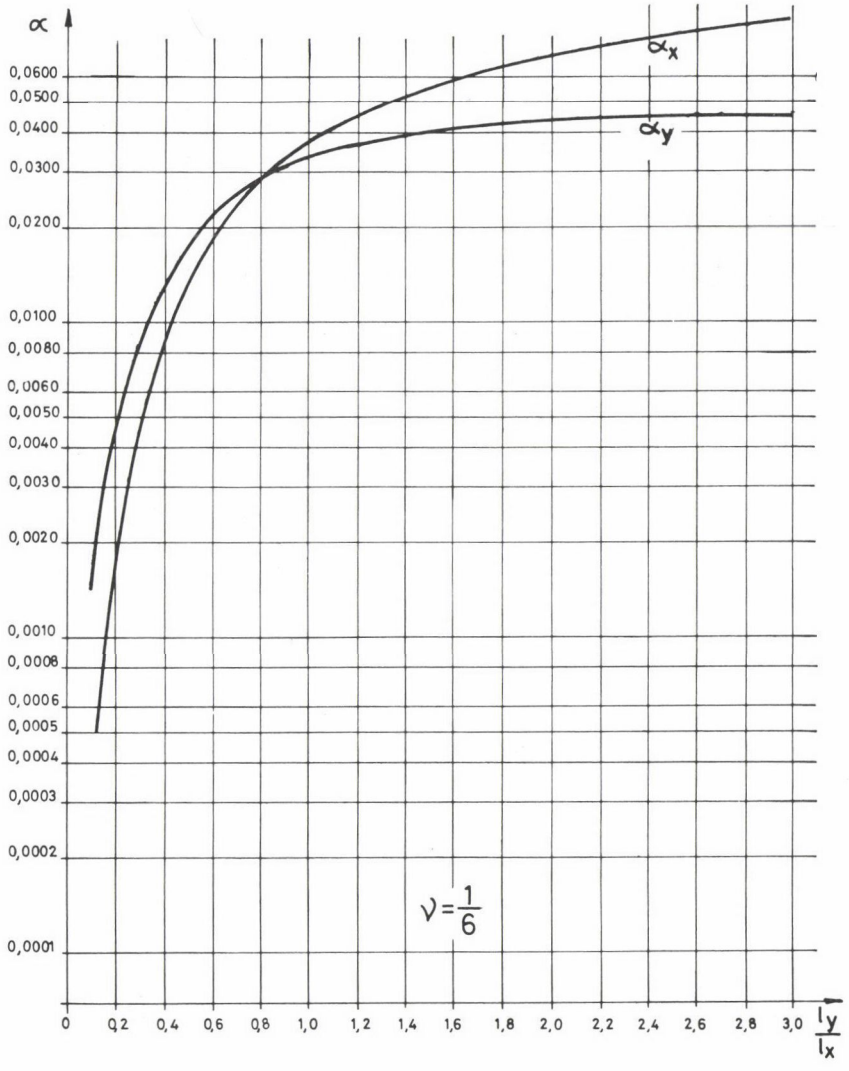
3.5. ábra

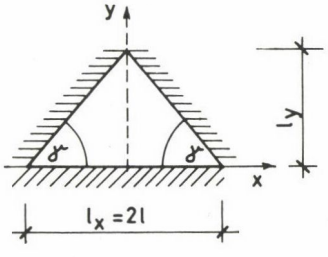


3.6. ábra

3.2. A háromszöglemezek erőjátéka

Mivel a rövidelemes lemezművek a legtöbbször háromszögelemekből állnak, ismernünk kell ezek hajlítónyomatékait és reakcióerőit. A Mérnöki Kézikönyvben /Palotás, 1959 és 1984/ háromszög és trapéz alakú lemezek hajlítónyomatékait találhatjuk meg, Breitschuh könyve /1974/ pedig a háromszöglemezek nyomatékain kívül a reakcióerőket és a lehajlásokat is tartalmazza. Mivel ez a könyv nehezen hozzáférhető, a 3.2.—3.13. ábrákon adjuk meg az egyenlőszárú háromszöglemezek nyomatékait és támaszerőit sarokpántos (csuklós) és be-





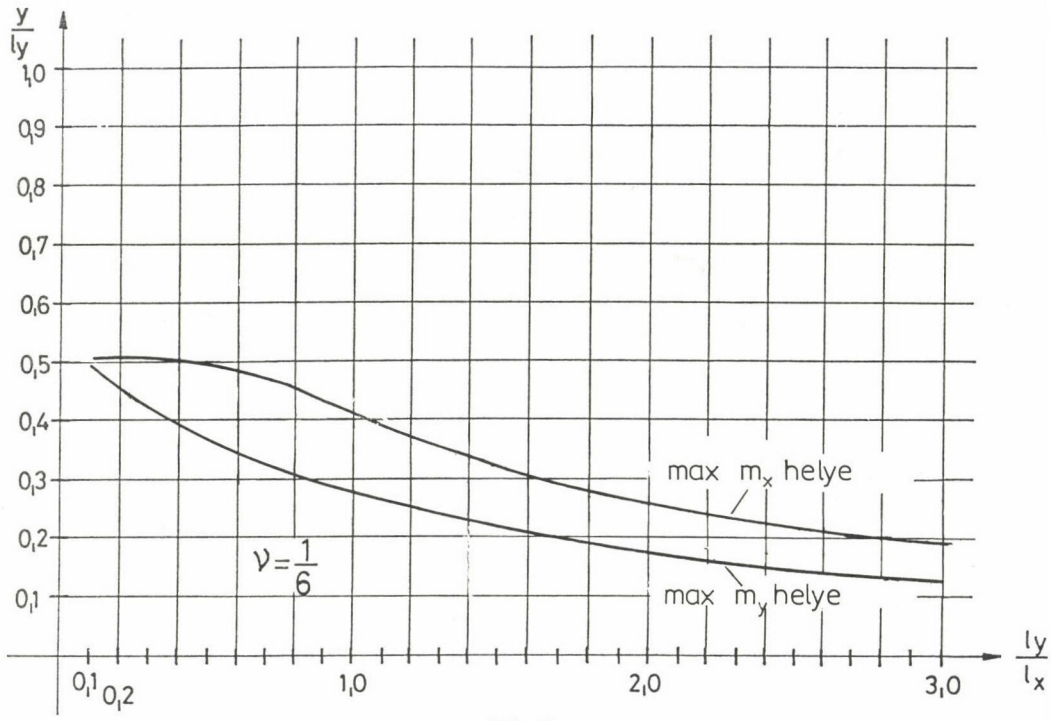
Maximális mezőnyomatékok:

$m_x = \alpha_x p l^2$

$m_y = \alpha_y p l^2$

Helye: 3.8 ábra

3.7. ábra



3.8. ábra

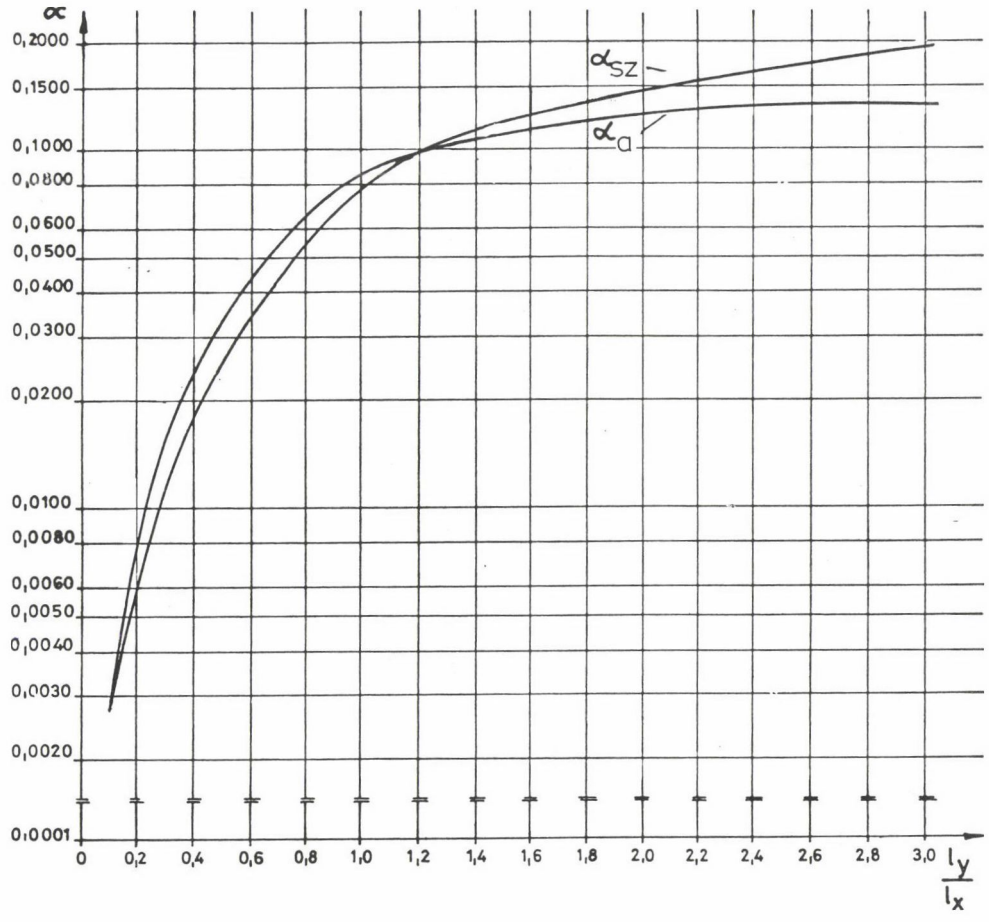
fogott perem esetére. A sarokpántos megtámasztást kettős vonallal, a befogást vonalkázással jelöltük. A harántkontrakciós tényező $\nu = 1/6$.

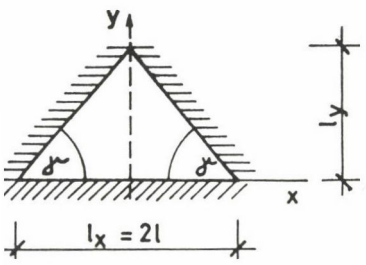
A lemezdaraboknak az élek mentén keletkező reakcióit az egyszerűség kedvéért a következő közelítő módszerrel is meghatározhatjuk.

A sarokpontokból kiindulva megrajzoljuk a szomszédos oldalak szögfelező egyeneseit, majd — ha ezek nem metsződnek valamennyien egy pontban, mint pl. négyszög alakú lemezek esetében — összekötjük a két metszéspontot (3.14a, b. ábrák). Az egyes oldalakra jutó terheket, megoszlásukkal együtt, az így kapott síkidomok szolgáltatják.

Egyszerűen határozhatjuk meg a háromszöglemezekről a csúcspontokra átadódó erőket, amelyek az egész lemezmű (mint térbeli rácsszerkezet) erőjátékának meghatározásához szükségesek.

Az egyes háromszög alakú lemezdarabokról a csúcspontokra átadódó három erőnek a lemezre ható terhekkel statikailag egyenértékűnek kell lennie. Erre pedig a statika egy igen egyszerű elvet kínál: a "háromlábú asztal" analógiáját, amelynek alapján egyszerűen és egyértelműen meg tudjuk határozni azt a három, a terhekkel párhuzamos irányú erőt, amelyeknek a csúcspontokra való működtetésével az eredeti teherrel statikailag egyenértékű erőrendszert





Maximális befogási nyomaték
a szárakon:

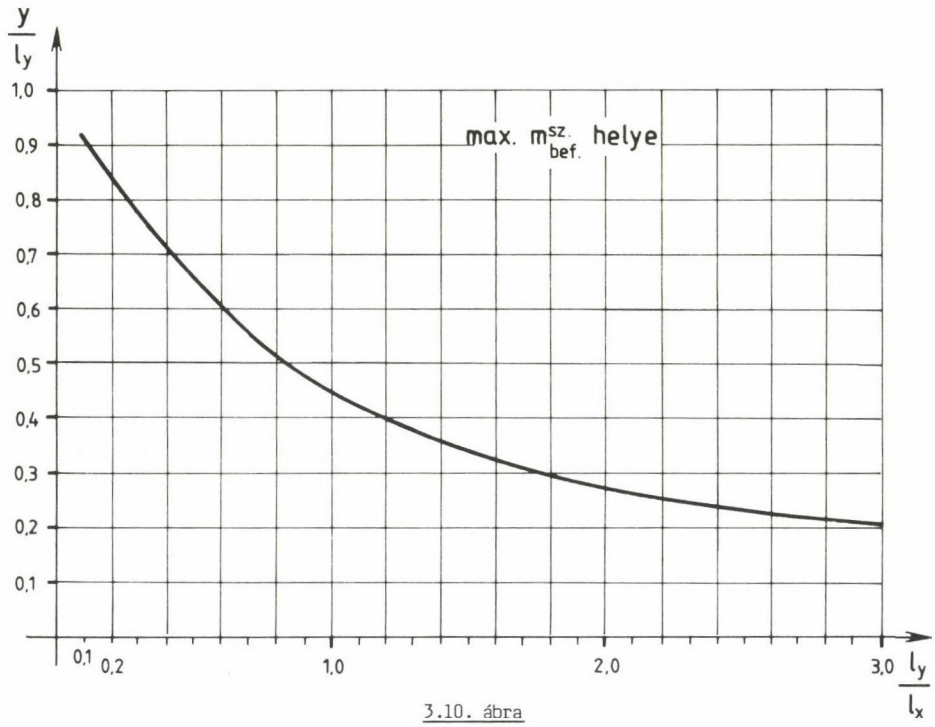
$$m_{bef}^{sz} = -\alpha_s \, pl^2$$

az alapon:

$$m_{bef}^{a} = -\alpha \, pl^2$$

Helye: a 3.10 ábrán.

3.9. ábra



3.10. ábra

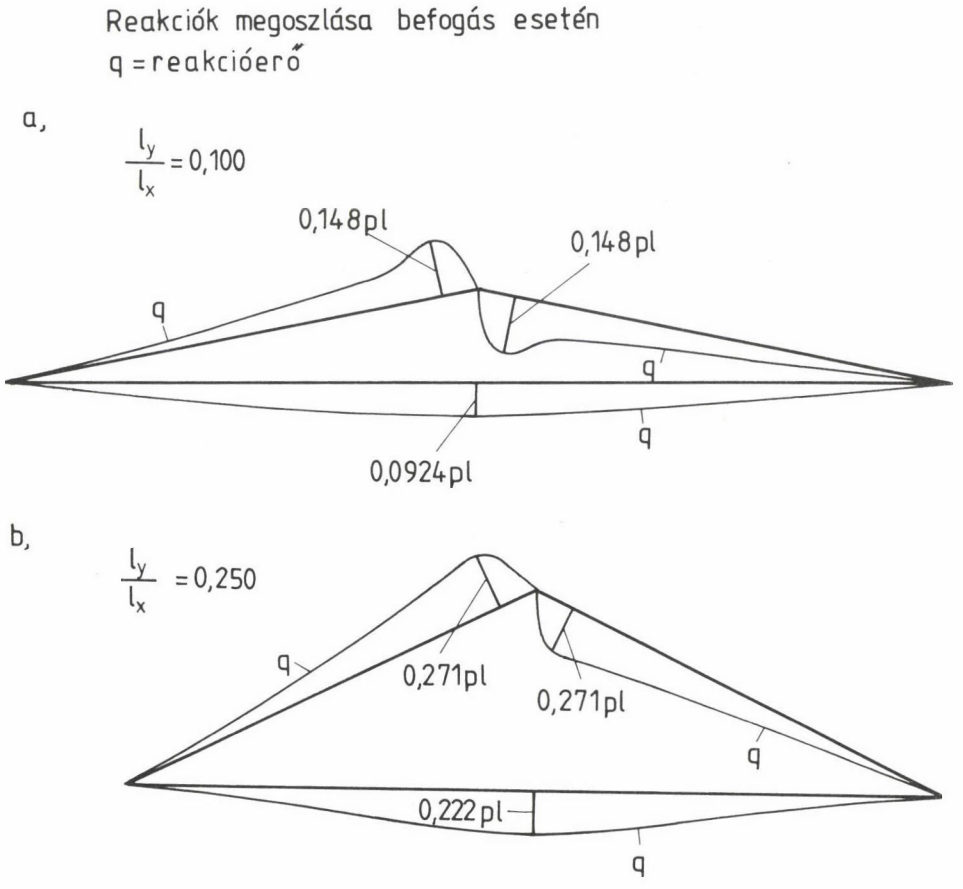
kaphatunk (3.15. ábra). Ez az elv természetesen a lemezre ferdén ható külső teherre is igaz.

Térjünk vissza ezek után az egyes lemezdarabok saját síkjában ható igénybevételek meghatározására.

Ez a "tárcsaszerű" igénybevétel összesen három hatásból származik: a tehernek a lemez síkjába eső komponenséből, az egy élben találkozó két hajlított lemez reakcióinak a lemezek síkjába eső komponenséből, és végül a térbeli rácsostartó rúderőiből, amelyek a csúcspontokról az élek irányában hatnak a lemezre. Ezek közül az utóbbiak önmagukban egyensúlyi erőrendszert alkotnak, az első kettő pedig az őket egyensúlyozó csúcsponti reakcióknak a lemez síkjába eső komponenseivel együtt alkot egyensúlyi erőrendszert.

Mindezeket a (most már egyensúlyban lévő rendszert alkotó) erőket a lemezdarabra helyezve ki tudjuk számítani a lemezdarabnak mint tárcsának az igénybevételeit. Ehhez azonban még egy megjegyzést kell tennünk.

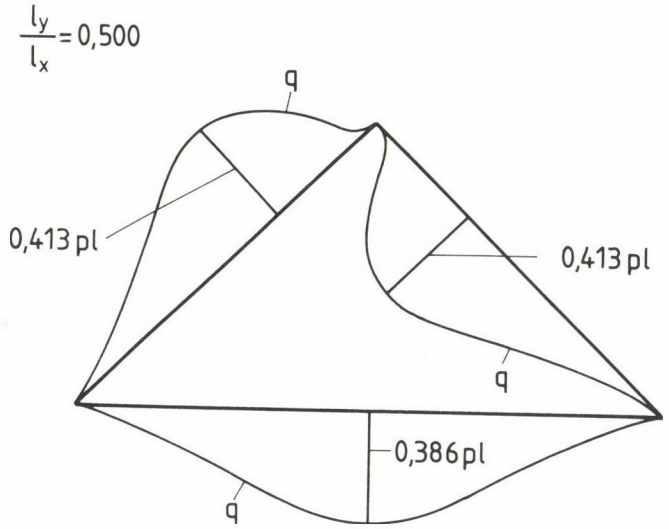
Mivel a rácsostartó "rúderői" az élekben működnek, ezért el kell őket osztanunk a két csatlakozó lemez között. Az elosztás alapja elvileg az összeférhetőség kellene hogy legyen: a két csatlakozó lemeznek ugyanannyit



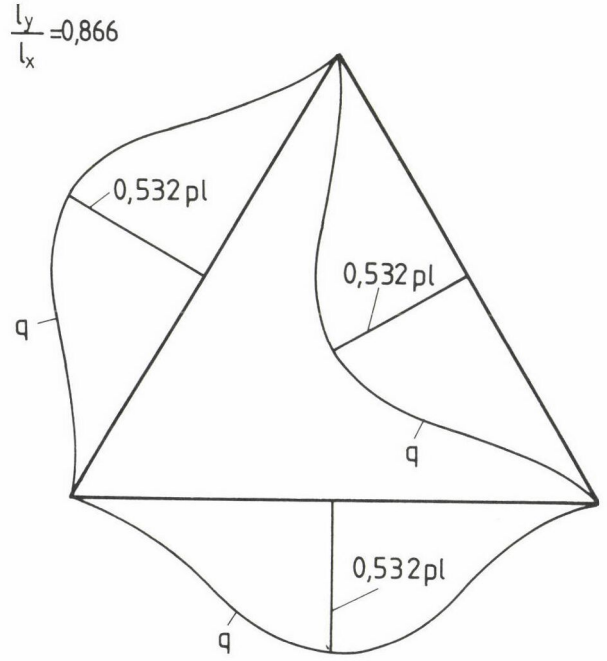
3.11. ábra

kell összenyomódnia (megnyúlnia) a rájuk eső rúderő-rész hatására. Ehelyett az egyszerűség kedvéért megfelezhetjük a rúderőt, feltéve, hogy a két csatlakozó lemez szélessége és vastagsága nem tér el nagyon egymástól. A lemezeknek az erre a hatásra érvényes "együttdolgozó szélességét" a következő pontban tárgyaljuk.

c,


$\frac{l_y}{l_x} = 0{,}500$
q
0,413 pl
0,413 pl
q
0,386 pl
q

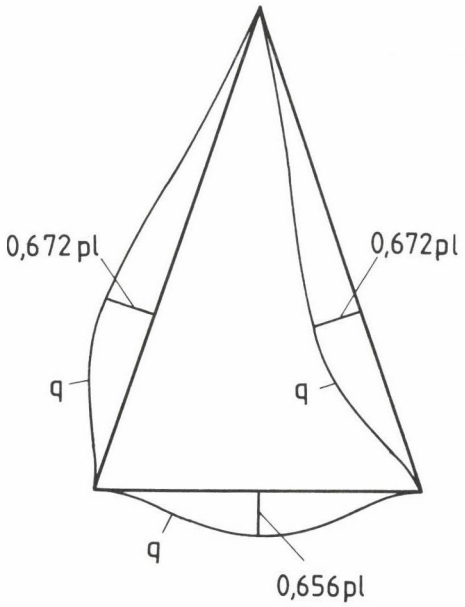
d,


$\frac{l_y}{l_x} = 0{,}866$
0,532 pl
q
0,532 pl
q
0,532 pl
q

3.12. ábra

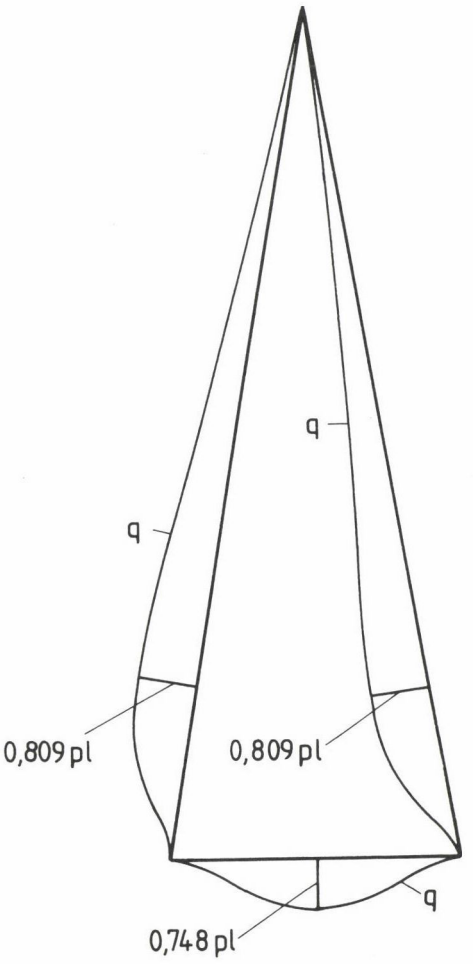
e,

$\frac{l_y}{l_x} = 1{,}500$

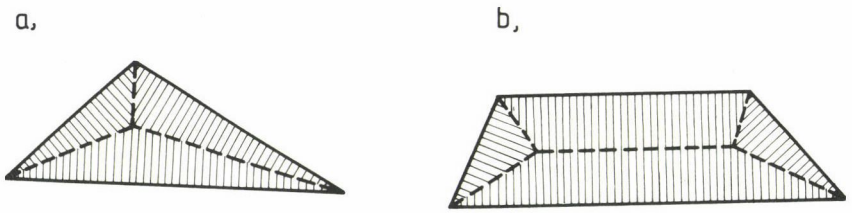


f,

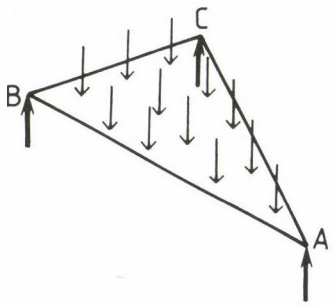
$\frac{l_y}{l_x} = 3{,}000$



3.13. ábra



3.14. ábra



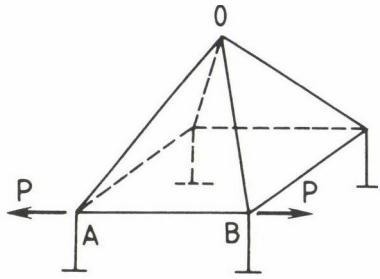
Egyensúlyi egyenletek

$$\Sigma M_{\overline{AB}} = 0$$
$$\Sigma M_{\overline{BC}} = 0$$
$$\Sigma M_{\overline{AC}} = 0$$
$$(\Sigma P = 0)$$

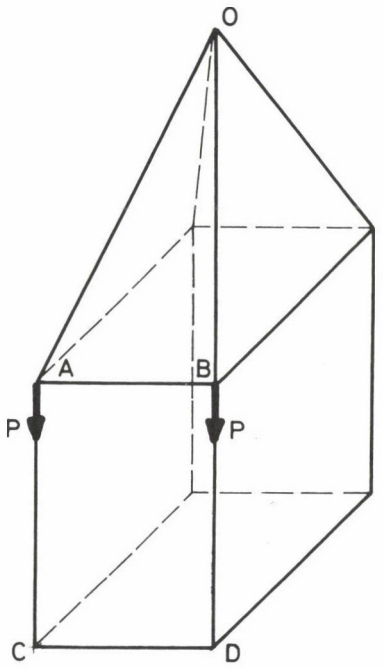
3.15. ábra

3.3. A koncentrált erőből a tárcsák belsejében keletkező feszültségek

A rövidelemes lemezművekben az egyes lemezelemekben az éleik mentén koncentrált erők hatnak. Ezek legnagyobbrészt a sarkaikon terhelik az elemeket, amelyek erre a teherre tárcsaként működnek. Így pl. a 3.16. ábrán vázolt lemezmű ferde éleiben hatnak élmenti koncentrált erők, de ilyen, vízszintes



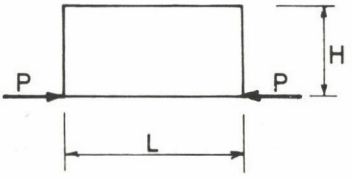
3.16. ábra



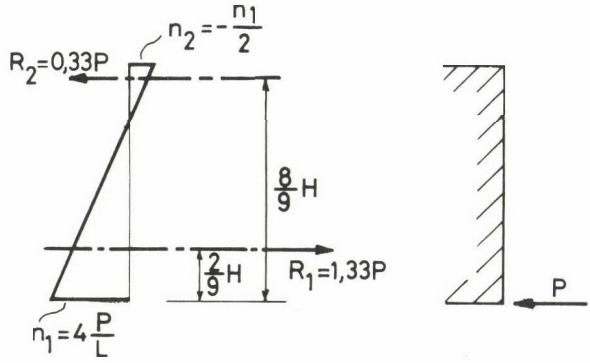
3.17. ábra

húzóerő működik pl. az OAB háromszögelem AB élében is. A 3.17. ábra lemezművének ferde és vízszintes éleiben ugyancsak működnek koncentrált erők, de hatnak ilyenek függőleges irányban az ABCD négyszögelem A és B pontjaiban is. Az 1.2b. ábrán látható szerkezet éleiben működő "rácsrúderők" is hasonló hatást fejtenek ki.

A kérdés: milyen feszültségeket okoz a koncentrált erő a tárcsa belsejében. A problémát úgy is megfogalmazhatjuk, hogy hogyan terjed a koncentrált erő hatása a tárcsa belsejébe, vagy még másképp: mekkora a tárcsa "együttdolgozó szélessége" az élein ható erőre.



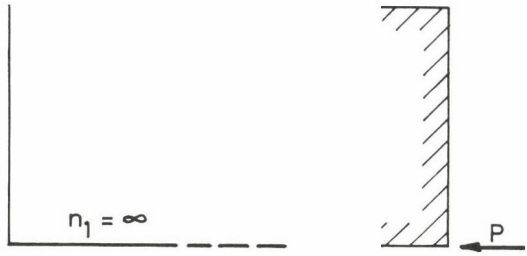
3.18. ábra



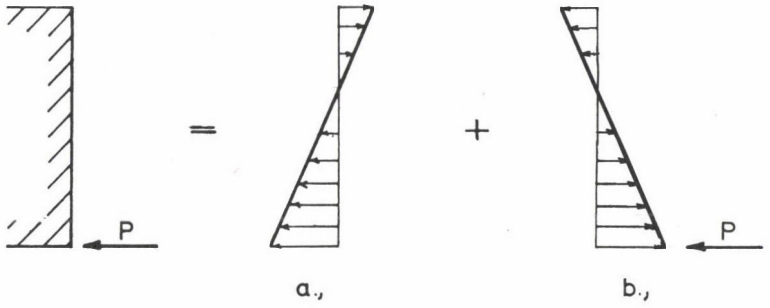
3.19. ábra

A feladat a síkbeli rugalmasságtan körébe tartozik. Mielőtt azonban ismertetnénk a rugalmasságtani eredményeket, néhány elemi megfontolással kíséreljük meg, hogy szemléletes átttekintést adjunk a jelenségről. (Felhívjuk a figyelmet arra, hogy amikor a következőkben feszültségekről beszélünk, akkor ezen tulajdonképpen a tárcsa vastagságával szorzott feszültségeket értjük: $n = t\sigma$).

Induljunk ki az egyik éle mentén két koncentrált erővel terhelt, derékszögű négyszög alakú tárcsából (3.18. ábra). A tárcsa függőleges metszetei külpontos nyomásra vannak igénybe véve. A külpontosan nyomott rúd "természetes" feszültségállapota az elemi szilárdságtan adta lineáris feszültségmegoszlás (3.19. ábra), mert valamennyi más (görbevonalú) feszültségmegoszlás közül ennél lesz a belső munka minimális. Ez az egyenesvonalú feszültségábra azonban csak a teher támadáspontjának keresztmetszetétől bizonyos távolságban jöhet létre, mivel a végkeresztmetszetben a koncentrált erőnek megfelelő feszültségábra keletkezik (3.20. ábra). A Saint-Venant-elv értelmében



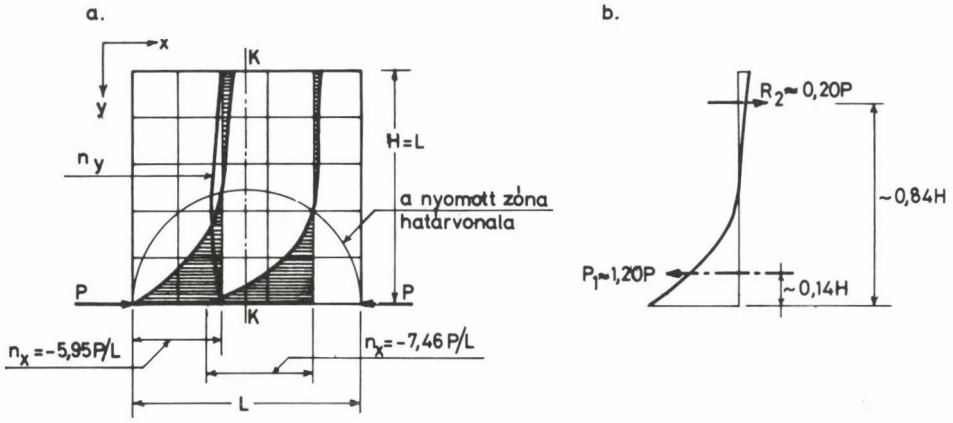
3.20. ábra



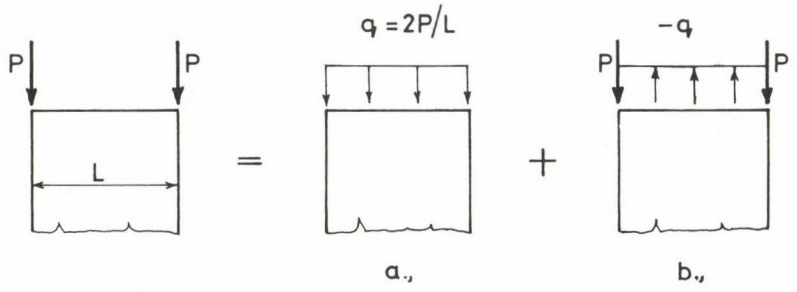
3.21. ábra

ez a távolság a keresztmetszet H magasságával egyenlő, mivel a koncentrált erő hatását a 3.21. ábra szerint két részből tehetjük össze: az a) terhelés végig lineáris feszültségmegoszlást okoz a tárcsában, a b) terhelés pedig — egyensúlyi erőrendszer lévén — csak olyan távolságban okoz feszültségeket, amennyi a terhelt szakasz hossza, azaz H.

Mindebből az következik, hogy ha a tárcsa magassága a hosszának legfeljebb a fele ($H \leq L/2$), akkor a középső keresztmetszetében lineáris lesz a feszültségábra, s a nyomóerők R_1 eredője a nyomott széltől $\frac{2}{9}$ H távolságban fog hatni.



3.22. ábra

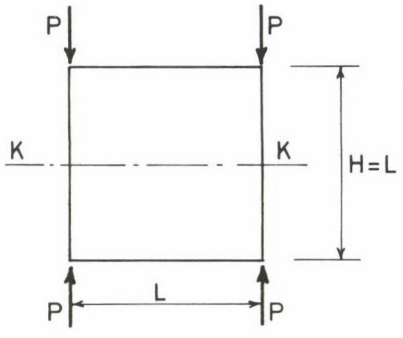


3.23. ábra

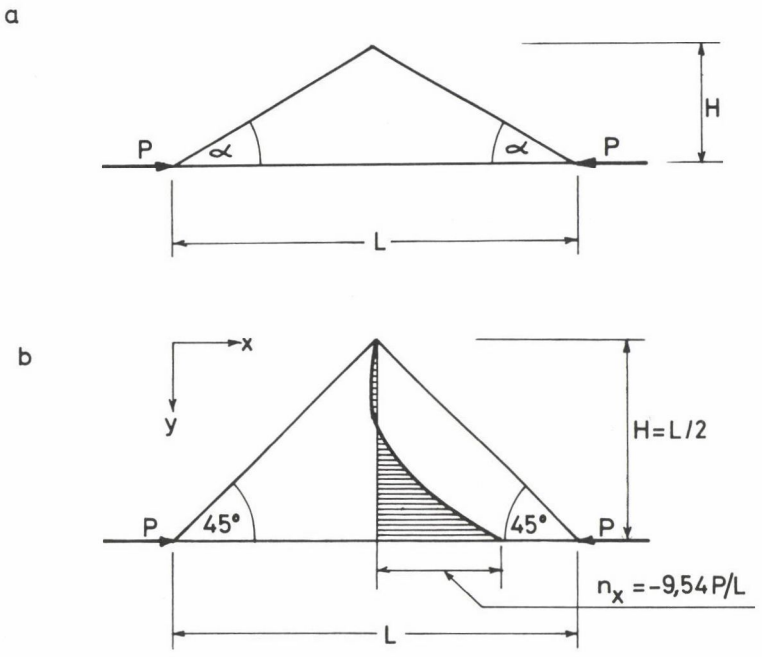
Ha viszont a tárcsa magassága nagyobb a hosszánál (H > L), akkor a Saint-Venant-elvet a magasság irányában alkalmazhatjuk: most az alsó "keresztmetszetre" ható két P erő a zavarást okozó egyensúlyi erőrendszer, amelynek hatása csak az L-nek megfelelő távolságig terjed. A tárcsának a H = L magasság fölötti része tehát nem dolgozik.

A két koncentrált erővel igénybe vett, H = L magasságú tárcsa feszültségállapotát Bay /1938/ számította ki a véges differenciák módszerével, a tárcsát 5+5 részre osztva. Eredményeit a 3.22a. ábrán vázoltuk. Az A-A metszet feszültségeloszlását a középső (k-k) keresztmetszetre is érvényesnek vehetjük, így a középső keresztmetszetben a húzó- és nyomófeszültségek eredőjének nagyságát és helyét a 3.22b. ábra adja meg.

Érdekes megfigyelnünk, hogy a nyomófeszültségek az R=H/2 sugarú félkörnek megfelelően terjednek el a tárcsa belsejében. A nyomófeszültségek R_1 eredője közelebb kerül a terhelt élhez, mint a lineáris feszültségmegoszlás (3.19. ábra) esetében.



3.24. ábra



3.25. ábra

A két felső sarokpontján egy-egy függőleges erővel terhelt tárcsára (3.17. ábra) az előzőekhez hasonló gondolatmenetet állíthatunk fel: a két erő hatása a 3.23. ábra szerint helyettesíthető egy, a "természetes" feszültségmegoszlásnak megfelelő (a) és egy egyensúlyi (b) erőrendszerrel. Az utóbbinak csak L távolságig terjed a hatása, itt tehát már egyenletessé válik a nyomófeszültségek eloszlása.

Ha viszont a négyzet alakú tárcsát négy koncentrált erő terheli (3.24. ábra), akkor a feszültségeloszlás a középső K-K keresztmetszetig nem tud lineárissá válni, hanem görbevonalú marad. Ezt a feszültségeloszlást a 3.22a. ábra diagramjának és tükörképének összegezésével kaphatjuk meg.

A háromszög alakú tárcsa (3.25a. ábra) viselkedése /Bay, 1938/ szerint hasonlít a négyszög alakúéhoz, azzal a különbséggel, hogy a középső keresztmetszet feszültségeloszlása csak akkor tekinthető lineárisnak, ha $\tan \alpha \leq 0{,}5$, azaz $\alpha \leq 26{,}5^{\circ}$, vagyis a háromszög H magassága legfeljebb egynegyede az L alaphossznak.

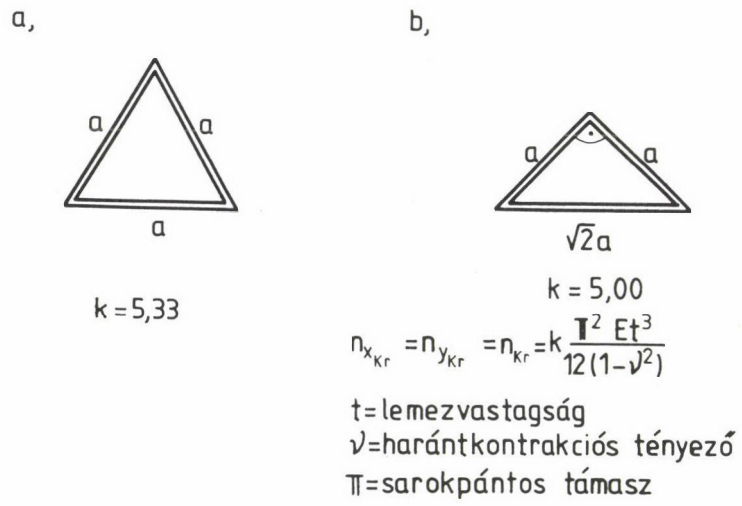
A H = L/2 arányú háromszögtárcsa középső keresztmetszetének feszültségábráját a 3.25b. ábrán vázoltuk. A húzó- és nyomófeszültségek eredője és helye nagyjából megfelel a 3.22b. ábrának.

3.4. Horpadási kérdések

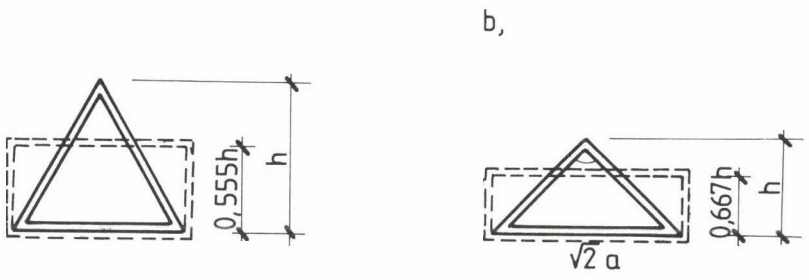
A rövidelemes lemezműveket alkotó háromszög alakú lemezek horpadási problémái még koránt sincsenek olyan mértékben tisztázva, mint pl. a derékszögű négyszöglemezekéi. Az irodalomban két esetre találtunk megoldást: az egyenlőoldalú és a derékszögű egyenlőszárú háromszöglemezre (3.26. ábra), /Timoshenko és Gere, 1961/, /Wittrick, 1954/. Az ábrán megadjuk a szélein sarokpántos (csuklós) megtámasztású lemezek kritikus nyomóerejét hidrosztatikus nyomásra ($n_x = n_y = n$).

A gyakorlati felhasználás céljára előnyös, ha helyettesíteni tudjuk a háromszöglemezt egy, a stabilitási viselkedés szempontjából egyenértékű derékszögű négyszöglemezzel. Megvizsgáltuk ezért, hogy a háromszög alapjára szerkesztett négyszögnek (3.27. ábra) milyen magasságot kell adnunk ahhoz, hogy a négyszög peremén sarokpántosan támaszkodó lemeznek hidrosztatikus nyomásra megegyezzék a kritikus terhe a háromszöglemezével. Eredményül azt kaptuk, hogy a négyszög magassága 0,555-, ill. 0,667-szerese kell legyen a háromszögének. Laposabb háromszögekre nem találtunk adatot, de a 3.27a. és b. ábrán látható tendencia alapján elképzelhető, hogy laposabb háromszögek esetén a magasságuk 2/3-ánál valamivel több kell legyen a négyszög magassága.

Az eddig elmondottak hidrosztatikus nyomásra igénybe vett lemezekre igazak. Más igénybevételekre (nyírás; x és y irányban különböző, ill. változó intenzitású nyomás) nem tudtunk ilyen összehasonlítást csinálni. Így a de-



3.26. ábra



3.27. ábra

rékszögű négyszöglemezzel való helyettesítés esetében célszerű, ha a szokásosnál valamivel nagyobb biztonsági tényezőt használunk. A lemezhorpadás — a 2.5. pontban mondottaknak megfelelően — emelkedő kritikuson túli teherbírással jár, így a 2.5. pontban említett szempontokat célszerű szem előtt tartanunk.

A rövidelemes lemezművek "globális" instabilitási formája az élek helyén lévő rudakból álló térbeli rácsos szerkezet stabilitásvesztése. Ezt a merev csomópontú térbeli rúdszerkezetekre a 2. rendű elmélet alapján kidolgozott (azaz az alakváltozásoknak az erőjátékra gyakorolt visszahatását figyelembe vevő) programmal számíthatjuk ki.

IRODALOM

Ambrózy Gy. (1984): Egyik oldalán szabad szélű lemez horpadása a két végén ható, lineárisan változó normálerőre. Matematikus szakmérnöki diplomadolgozat. Budapest

Bay, H. (1938): Über einige Fragen der Spannungsverteilung in Dreieck- und Rechteckscheiben. Der Bauingenieur 19, 349—356.

Becker S. (1968): Hasáb alakú lemezművek számítása a feszültségosztás-módszerrel. Magyar Építőipar, 85—91.

Born, J. (1954): Faltwerke; ihre Theorie und Berechnung. K. Wittwer, Stuttgart

Born, J. (1965): Faltwerke. Beton-Kalender, Teil II. 385—455. W. Ernst u. Sohn, Berlin

Bölcskei E.—Orosz Á. (1972): Vasbeton szerkezetek. Faltartók, lemezek, tárolók. Tankönyvkiadó, Budapest

Breitschuh, K. (1974): Dreieckplatten. Triangular Plates and Slabs. Berlin, W. Ernst u. Sohn (Bauingenieur-Praxis, Heft 9.)

Kaliszky S. (1967): Vasbeton lemezek méretezése a képlékenységtan szerint. Műszaki Könyvkiadó, Budapest

Kerek, A. (1981): Static and stability investigation of bent folded plates. Acta Techn. Acad. Sci. Hung. **93**, 39—65.

Kollár, L. (1974): A Simple Analysis of Folded Plate Roofs for Horizontal and Partial Loads and its Application to an Erected Structure. Proc. IASS Symp. on Folded Plates and Spatial Panel Structures. Udine (Italy).

Kollár L. (szerk.) (1991): A mérnöki stabilitáselmélet különleges problémái. Akadémiai Kiadó, Budapest

Kollár L.—Hegedűs I. (1985): Analysis and Design of Space Frames by the Continuum Method. Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Akadémiai Kiadó, Budapest

Kollár K. (szerk.) (1993): Mérnöki szerkezetek tervezése. Megjelenés alatt.

Kovács B. (1978): Periodikus keresztmetszetű lemezmű-födém igénybevételeinek számítása. Doktori disszertáció. BME, Budapest

Palotás L. (szerk.) (1959): Mérnöki kézikönyv III. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest

Palotás L. (szerk.) (1984): Mérnöki kézikönyv II. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest

Stiglat, K.—Wippel, H. (1983): Platten. 3. Aufl. W. Ernst u. Sohn, Berlin/München

Timoshenko, S.—Gere, J. (1961): Theory of Elastic Stability. McGraw-Hill, New York

Vajnberg, D. V. (1973): Szpravocsnik po procsnoszti, usztojcsivoszti i kolebanijam plasztin. Izd. Budivel'nik, Kiev

Wittrick, W. H. (1954): Symmetrical Buckling of Right-Angled Isosceles Triangular Plates. Aeronautical Quarterly **5**, 131—143.

Csíki Béla*

RUGALMAS ÁGYAZÁSÚ KÖRGYŰRŰK HATÁSFÜGGVÉNYEI

Dr. Márkus Gyula emlékére

1. BEVEZETÉS

A dolgozat az állandó merevségű, rugalmas ágyazású, tartósíkra merőlegesen terhelt körgyűrűtartó igénybevételeinek és alakváltozásainak meghatározásával foglalkozik. A szakirodalomban zárt matematikai képletekkel leírható megoldások csak egyes speciális terhelési esetekre találhatók: /7/-ben és /9/-ben például szimmetrikus elrendezésű koncentrált erőcsoportok, /6/-ban és /8/-ban pedig szimmetrikus folytonos terhek esetére. Trigonometrikus sorokkal közelítő eljárások számos dolgozatban fellelhetők /1/, /4/, /5/, /10/.

A dolgozat célja olyan általánosnak tekinthető módszer ismertetése, melynek segítségével a körgyűrű belső erői és alakváltozásai tetszőleges külső terhelés esetén meghatározhatók. Az eljárás a tartó hatásfüggvényeinek zárt képletekkel történő előállításán alapul.

Feltételezzük, hogy a gyűrű keresztmetszetének tehetetlenségi főirányai a tartósíkba, ill. annak ívtengelyen lévő normálisára esnek. A rugalmas ágyazást két irányban — a főtengelyek irányában — vesszük figyelembe és az ágyazatok elcsavarodással szembeni ellenállását tekintetbe vesszük. A vizsgálat egyszerűsítése érdekében a következő feltevéseket tesszük:

— fennállnak a görbetengelyű rudak rugalmas szilárdságtanában megtett közelítések,

— a rugalmas ágyazás hatását a Winkler—Schwedler-féle hipotézis alapján vesszük figyelembe,

— a tartótengely ívirányú nyúlását elhanyagoljuk.

*Csíki Béla, 1016 Budapest, Tigris u. 45/B.

2. FŐBB JELÖLÉSEK

D_φ — csavarási merevség (Nm^2),

K_φ — hajlítási merevség (Nm^2),

Q_φ — nyíróerő (N),

M_φ — ívirányú nyomaték (Nm),

M_τ — csavarónyomaték (Nm),

$\overline{M}_\varphi$ — koncentrált ívirányú nyomaték-terhelés (Nm),

$\overline{M}_r$ — koncentrált csavarónyomaték-terhelés (Nm),

$\overline{P}_z$ — koncentrált teher (N),

a — a tartó sugara (m),

b_r, b_z — a tartó r, ill. z irányú szélességének rugalmasan ágyazott része (m),

k_r, k_z — r, ill. z irányú ágyazási tényező (N/m^3),

$\overline{m}_\varphi$ — egységnyi hosszra eső hajlítónyomaték-terhelés (Nm/m),

$\overline{m}_\tau$ — egységnyi hosszra eső csavarónyomaték-terhelés (Nm/m),

$\overline{m}_q = \left(\overline{\psi}\frac{k_z b_r^3}{12} + \frac{k_r b_z^3}{12}\right)\vartheta_r$ — az ágyazaton keletkező reaktív erők egységnyi hosszra vett csavarónyomatéka (Nm/m),

$\overline{p}_z$ — egységnyi hosszra eső terhelés (N/m),

$\overline{q}_z = k_z b_r w$ — egységnyi hosszra eső z irányú reaktív erő (N/m),

w — a tartó z irányú eltolódása (m),

$\nu = \frac{D_\varphi}{K_\varphi}$ — a csavarási és hajlítási merevség aránya (1),

$\vartheta_\varphi = \frac{dw}{ad\varphi}$ — a tartó ívirányú elfordulása (1),

ϑ_r — a tartó elcsavarodása (1),

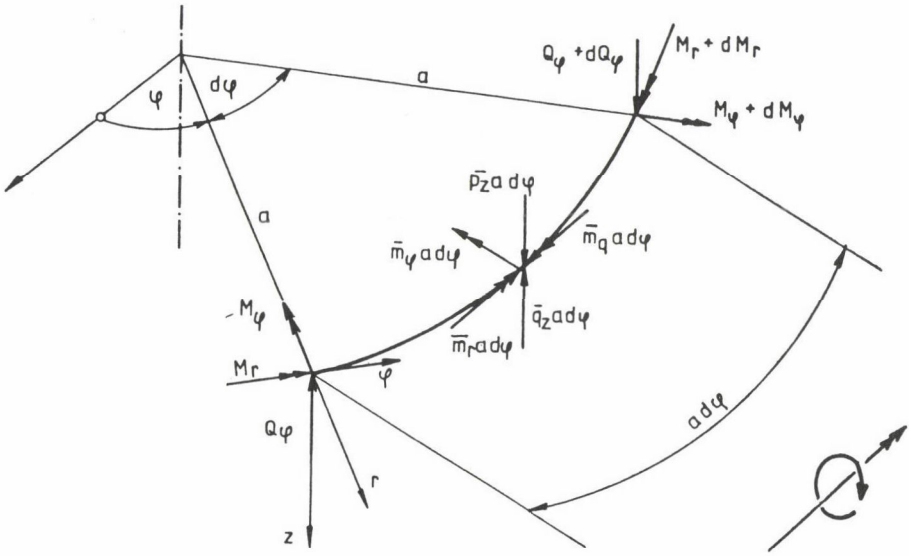
$\overline{\psi} = \left(1 + \frac{b_r}{6a}\right)^2 \left(1 - \frac{b_r}{3a} + \frac{b_r^2}{36a^2}\right)$ — alaki tényező (1).

3. A TARTÓ DIFFERENCIÁLEGYENLET-RENDSZERE

A körgyűrűből kivágott $ad\varphi$ hosszúságú elemi ívszakaszra ható terhelő, belső és reaktív erőket az 1. ábrán eredőjükkel ábrázoltuk. Az egyensúly feltételei a következő összefüggésekkel írhatók fel:

-- tartósíkra merőleges irányú (z) vetületi egyenlet

$$\frac{dQ_\varphi}{d\varphi} - k_z b_r a w = -a\overline{p}_z, \qquad (1)$$



1. ábra. Körgyűrűből kivágott elemre ható külső és belső erők

— a tartó tengelyvonalára (φ) felírt nyomatéki egyenlet

$$M_\varphi - \frac{dM_r}{d\varphi} - a\left(\bar{\psi}\frac{k_z b_r^3}{12} + \frac{k_r b_z^3}{12}\right)\vartheta_r = -a\bar{m}_r, \tag{2}$$

— a sugár (r) körül forgató nyomatékok egyensúlya

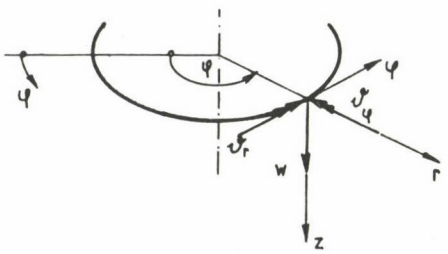
$$M_r + \frac{dM_\varphi}{d\varphi} - aQ_\varphi = a\bar{m}_\varphi . \tag{3}$$

Az (1) és (3) egyenlet Q_φ kiküszöbölésével a következő kifejezéssé vonható össze:

$$\frac{dM_r}{d\varphi} + \frac{d^2M_\varphi}{d\varphi^2} - a^2(k_z b_r w - \bar{p}_z) = a\frac{d\bar{m}_\varphi}{d\varphi} . \tag{4}$$

A metszeterők a körív elmozdulásösszetevőivel (2. ábra) kifejezve a következők /4/:

$$M_\varphi = -\frac{K_\varphi}{a}\left(\frac{d^2w}{d\varphi^2} + \vartheta_r\right), \tag{5}$$



2. ábra. A gyűrű elmozdulásvektorai

$$M_r = -\frac{D_\varphi}{a}\left(-\frac{dw}{ad\varphi}+\frac{d\vartheta_r}{d\varphi}\right), \tag{6}$$

$$Q_\varphi = -\frac{K_\varphi}{a^2}\left[\frac{d^3w}{ad\varphi^3}-\nu\frac{dw}{ad\varphi}+(\nu+1)\frac{d\vartheta_r}{d\varphi}\right]-\bar{m}_\varphi. \tag{7}$$

Az (5) alatti összefüggést, valamint (5) és (6) megfelelő differenciálhányadosait (4)-be és (2)-be behelyettesítve a síkjára merőlegesen terhelt, rugalmas ágyazású körívtartó — két elmozduláskomponens (w és ϑ_r) és két teherkomponens $\left(\bar{p}_z - \frac{d\bar{m}_\varphi}{ad\varphi}\right.$ és $\left.\bar{m}_r\right)$ kapcsolatát leíró — differenciálegyenletrendszerét kapjuk /4/:

$$\frac{1}{a}\frac{d^4w}{d\varphi^4}-\frac{\nu}{a}\frac{d^2w}{d\varphi^2}+\frac{\lambda}{a}w+(1+\nu)\frac{d^2\vartheta_r}{d\varphi^2}=\frac{a^3}{K_\varphi}\left(\bar{p}_z-\frac{d\bar{m}_\varphi}{ad\varphi}\right), \tag{8}$$

$$(1+\nu)\frac{d^2w}{d\varphi^2}+a\kappa\vartheta_r-a\nu\frac{d^2\vartheta_r}{d\varphi^2}=\frac{a^3}{K_\varphi}\bar{m}_r, \tag{9}$$

ahol

$$\lambda=\frac{a^4k_zb_r}{K_\varphi}, \qquad \kappa=1+\frac{a^2k_zb_r^3}{12K_\varphi}\bar{\psi}+\frac{a^2k_rb_z^3}{12K_\varphi}.$$

Bevezetve a $\underline{w}$ és $\underline{p}$ alakváltozás- és tehervektort

$$\underline{w}=\begin{bmatrix} w \\ \vartheta_r \end{bmatrix} \qquad \underline{p}=\frac{a^3}{K_\varphi}\begin{bmatrix} \bar{p}_z-\frac{d\bar{m}_\varphi}{ad\varphi} \\ \bar{m}_r \end{bmatrix}$$

a két lineáris, inhomogén, állandó együtthatójú differenciálegyenletből álló rendszer a következő operátormátrixos formában írható fel:

$$\mathcal{L}\,\underline{w} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a}\,(\partial^4 - \nu\partial^2 + \lambda) & (1+\nu)\partial^2 \\ (1+\nu)\partial^2 & a(\kappa - \nu\partial^2) \end{bmatrix} \underline{w} = \underline{p}. \tag{10}$$

Az $\mathcal{L}$ operátormátrix szimmetrikus és elemei a (8) és (9) alatti egyenletek lineáris differenciál-operátoraiból képzett szimbolikus összegek, tömör alakban:

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{11} & \mathcal{L}_{12} \\ \mathcal{L}_{12} & \mathcal{L}_{22} \end{bmatrix} \tag{11}$$

4. A HOMOGÉN DIFFERENCIÁLEGYENLET-RENDSZER MEGOLDÁSA

Az

$$\mathcal{L}\,\underline{w} = 0 \tag{12}$$

alakú homogén differenciálegyenlet-rendszert a /3/-ban ismertetett és pl. /2/-ben alkalmazott eljárással oldjuk meg. A módszer lényege egy olyan H (φ) skalárfüggvény meghatározása, melyre fennáll a

$$\det \mathcal{L}\,(H) = 0 \tag{13}$$

összefüggés, azaz az operátormátrix H(φ) segédfüggvényre vonatkoztatott determinánsa zérus. A feltétel teljesülésével H(φ) kielégíti az

$$\mathcal{L}\,\mathrm{adj}\,\mathcal{L}\,(H) = 0$$

mátrixegyenletet is /3/.

Ez esetben az $\mathcal{L}$ operátormátrix mátrixaritmetikai adjungáltjának tetszőleges oszlopvektorát alkotó operátor-elemeket a H(φ) skalárfüggvényre vonatkoztatva a keresett alakváltozás-függvényeket kapjuk:

$$\underline{w} = \begin{bmatrix} -\mathcal{L}_{22} \\ \mathcal{L}_{12} \end{bmatrix} H(\varphi). \tag{14}$$

Határozzuk meg az $\mathcal{L}$ operátormátrix determinánsát:

$$\det \mathcal{L} = \mathcal{L}_{11}\,\mathcal{L}_{22} - \mathcal{L}_{12}^{2}. \tag{15}$$

A kijelölt műveleteket elvégezve, rendezés után a következő lineáris differenciál-operátort kapjuk:

$$\det\mathcal{L}(\ldots) = \nu\partial^{6}(\ldots) + (1+2\nu-\kappa)\partial^{4}(\ldots) + \nu(\kappa+\lambda)\partial^{2}(\ldots) - \kappa\lambda(\ldots). \tag{16}$$

Az előző kifejezés felhasználásával a (13) feltételt kielégítő $H(\varphi)$ függvény a

$$\frac{d^{6}H}{d\varphi^{6}} + \frac{1+2\nu-\kappa}{\nu}\frac{d^{4}H}{d\varphi^{4}} + (\kappa+\lambda)\frac{d^{2}H}{d\varphi^{2}} - \frac{\kappa\lambda}{\nu}H = 0 \tag{17}$$

alakú közönséges, hatodrendű, állandó együtthatójú, lineáris, homogén differenciálegyenlet általános megoldásaként áll elő. A lineárisan független partikulás megoldásokat

$$H = e^{t\varphi}$$

alakban keresve a (17) differenciálegyenlet karakterisztikus egyenlete a következő alakú:

$$t^{6} + b\,t^{4} + c\,t^{2} + d = 0, \tag{18}$$

mely kifejezésben

$$b = \frac{1+2\nu-\kappa}{\nu}, \qquad c = \kappa + \lambda, \qquad d = -\frac{\kappa\lambda}{\nu}.$$

A hatodfokú egyenlet

$$t^{2} = x - \frac{b}{3} \tag{19}$$

helyettesítéssel, valamint bevezetve a

$$p = \frac{1}{3}\left(c - \frac{b^{2}}{3}\right), \qquad q = \frac{b^{3}}{27} - \frac{bc}{6} + \frac{d}{2}$$

jelöléseket, az alábbi harmadfokú egyenletté alakítható:

$$x^{3} + 3px + 2q = 0. \tag{20}$$

Mivel a gyakorlati esetekben a gyűrű ágyazási és sajátmerevség-arányaitól függő

$$q^2 + p^3 > 0$$

feltétel valós merevségek esetén teljesül, a harmadfokú egyenlet Cardano eljárásával oldható meg, majd (19) figyelembevételével a (18) alatti karakterisztikus egyenlet gyökei meghatározhatók:

$$t_{1,2} = \pm t = \pm\sqrt{s_1 + s_2 - \frac{b}{3}}\,, \tag{21}$$

$$t_3 = -t_4 = \eta + i\xi\,, \tag{22}$$

$$t_5 = -t_6 = \eta - i\xi\,, \tag{23}$$

mely kifejezésekben

$$s_1 = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}}\,, \qquad s_2 = \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}\,,$$

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\gamma^2 + \delta^2} + \gamma\right)}\,, \qquad \xi = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\gamma^2 + \delta^2} - \gamma\right)}\,,$$

ahol

$$\gamma = -\frac{s_1 + s_2}{2} - \frac{b}{3}\,, \qquad \delta = \frac{s_1 - s_2}{2}\sqrt{3}\,.$$

A gyökök ismeretében a (17) alatti differenciálegyenlet általános megoldása

$$H(\varphi) = \sum_{n=1}^{6} A_n^* e^{t_n \varphi} \tag{24}$$

tömör formában adható meg, ahol A_1^*, A_2^*.....A_6^* tetszőleges állandók.

Figyelembe véve a hiperbolikus függvényekre vonatkozó összefüggéseket, valamint hogy t_3, t_5 és t_4, t_6 konjugált komplex gyökpárok $H(\varphi)$ előző kifejezése a következő valós argumentumú függvényösszeggé alakítható:

$$H(\varphi) = \sum_{n=1}^{6} A_n \Phi_n\,, \tag{25}$$

melyben A_1, $A_2 \ldots A_6$ tetszőleges állandók és

$$\Phi_1 = \sinh t\varphi, \qquad \Phi_2 = \cosh t\varphi,$$

$$\phi_3 = \sinh\eta\varphi \ \sin\xi\varphi\,, \qquad \phi_4 = \cosh\eta\varphi \ \cos\xi\varphi\,,$$
$$\phi_5 = \sinh\eta\varphi \ \cos\xi\varphi\,, \qquad \phi_6 = \cosh\eta\varphi \ \sin\xi\varphi\,.$$

Ezzel a (13) alatti feltételt kielégítő $H(\varphi)$ skalárfüggvényt megadtuk, és (14) felhasználásával az alakváltozások függvényei meghatározhatók:

$$w = -\mathcal{L}_{22}H(\varphi) = a\left(\nu\frac{d^2H}{d\varphi^2} - \kappa H\right), \tag{26}$$

$$\vartheta_r = \mathcal{L}_{12}H(\varphi) = (1+\nu)\frac{d^2H}{d\varphi^2}\,. \tag{27}$$

5. TERHELETLEN KÖRÍVTARTÓ STATIKAI MENNYISÉGEI

A homogén differenciálegyenlet-rendszer (26), (27) alatti megoldás-függvényeinek ismeretében peremkényszereknek kitett — tengelyük mentén terheletlen — körívtartók (tengelyük nem záruló, nem teljes körív) ívirányú elfordulása és belső erői a

$$\vartheta_\varphi = \frac{dw}{ad\varphi}$$

egyenlőség, ill. (5), (6), (7) felhasználásával levezetett következő összefüggésekből határozhatók meg:

$$\vartheta_\varphi = \nu\frac{d^3H}{d\varphi^3} - \kappa\frac{dH}{d\varphi}\,, \tag{28}$$

$$M_\varphi = -\frac{K\varphi}{a}\left[\nu\frac{d^4H}{d\varphi^4} + (1+\nu-\kappa)\frac{d^2H}{d\varphi^2}\right], \tag{29}$$

$$M_r = -\frac{D\varphi}{a}\left(\frac{d^3H}{d\varphi^3} + \kappa\frac{dH}{d\varphi}\right), \tag{30}$$

$$Q_\varphi = -\frac{K\varphi}{a^2}\left[\nu\frac{d^5H}{d\varphi^5} + (1+2\nu-\kappa)\frac{d^3H}{d\varphi^3} + \nu\kappa\frac{dH}{d\varphi}\right]. \tag{31}$$

A (25) képletben szereplő ϕ_n függvényeket foglaljuk a hatelemű $\underline{\phi}$ vektorba

$$\underline{\phi}^T = \left[\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5 \ \phi_6\right], \tag{32}$$

továbbá vezessük be és jelöljük $\underline{S}$-sel az ív statikai mennyiségeinek vektorát:

$$\underline{S} = \left[\frac{w}{a} \quad \vartheta_r \quad \vartheta_\varphi \quad -\frac{a}{K\varphi} M_\varphi \quad -\frac{a}{D\varphi} M_r \quad -\frac{a^2}{K\varphi} Q_\varphi \right], \tag{33}$$

melynek elemei a tartó alakváltozás- és igénybevétel-függvényei.

A statikai mennyiségek (26) ... (31) alatti kifejezéseibe a $H(\varphi)$ segédfüggvényt, ill. kijelölt differenciálhányadosait behelyettesítve a (32) és (33) vektorok közötti kapcsolat a következő formában írható fel:

$$\underline{S} = \underline{\underline{A}}\,\underline{\Phi} , \tag{34}$$

ahol

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix}
\bar{a}_1A_1 & \bar{a}_1A_2 & \bar{a}_2A_3-\bar{a}_3A_4 & \bar{a}_2A_4+\bar{a}_3A_3 & \bar{a}_2A_5+\bar{a}_3A_6 & \bar{a}_2A_6-\bar{a}_3A_5 \\
\bar{b}_1A_1 & \bar{b}_1A_2 & \bar{b}_2A_3-\bar{b}_3A_4 & \bar{b}_2A_4+\bar{b}_3A_3 & \bar{b}_2A_5+\bar{b}_3A_6 & \bar{b}_2A_6-\bar{b}_3A_5 \\
\bar{c}_1A_2 & \bar{c}_1A_1 & \bar{c}_2A_6+\bar{c}_3A_5 & \bar{c}_2A_5-\bar{c}_3A_6 & \bar{c}_2A_4-\bar{c}_3A_3 & \bar{c}_2A_3+\bar{c}_3A_4 \\
\bar{d}_1A_1 & \bar{d}_1A_2 & \bar{d}_2A_3-\bar{d}_3A_4 & \bar{d}_2A_4+\bar{d}_3A_3 & \bar{d}_2A_5+\bar{d}_3A_6 & \bar{d}_2A_6-\bar{d}_3A_5 \\
\bar{e}_1A_2 & \bar{e}_1A_1 & \bar{e}_2A_6-\bar{e}_3A_5 & \bar{e}_2A_5+\bar{e}_3A_6 & \bar{e}_2A_4+\bar{e}_3A_3 & \bar{e}_2A_3-\bar{e}_3A_4 \\
\bar{f}_1A_2 & \bar{f}_1A_1 & \bar{f}_2A_6-\bar{f}_3A_5 & \bar{f}_2A_5+\bar{f}_3A_6 & \bar{f}_2A_4+\bar{f}_3A_3 & \bar{f}_2A_3-\bar{f}_3A_4
\end{bmatrix} \tag{35}$$

A továbbiakban szükségünk lesz az elcsavarodás-függvény első és a lehajlásfüggvény második differenciálhányadosára:

$$\frac{d\vartheta_r}{d\varphi} = \left[\bar{g}_1A_2 \quad \bar{g}_1A_1 \quad \bar{g}_2A_6+\bar{g}_3A_5 \quad \bar{g}_2A_5-\bar{g}_3A_6 \quad \bar{g}_2A_4-\bar{g}_3A_3 \quad \bar{g}_2A_3+\bar{g}_3A_4 \right] \underline{\Phi} , \tag{36}$$

$$\frac{d^2w}{ad\varphi^2} = \left[\bar{h}_1A_1 \quad \bar{h}_1A_2 \quad \bar{h}_2A_3-\bar{h}_3A_4 \quad \bar{h}_3A_3+\bar{h}_2A_4 \quad \bar{h}_2A_5+\bar{h}_3A_6 \quad \bar{h}_2A_6-\bar{h}_3A_5 \right] \underline{\Phi} . \tag{37}$$

A körívtartó peremfeltételeitől függő A_n integrálási állandók együtthatói a következők:

$$\bar{a}_1 = \nu c_1 - \kappa, \qquad \bar{a}_2 = \nu c_2 - \kappa, \qquad \bar{a}_3 = \nu c_3,$$

$$\bar{b}_1 = (1+\nu)c_1, \qquad \bar{b}_2 = (1+\nu)c_2, \qquad \bar{b}_3 = (1+\nu)c_3,$$

$$\bar{c}_1 = \nu d_1 - \kappa b_1, \qquad \bar{c}_2 = \nu d_2 - \kappa b_2, \qquad \bar{c}_3 = \nu d_3 + \kappa b_3,$$

$$\bar{d}_1 = (1+\nu-\kappa)c_1 + \nu e_1, \qquad \bar{d}_2 = (1+\nu-\kappa)c_2 + e_2, \qquad \bar{d}_3 = (1+\nu-\kappa)c_3 + \nu e_3,$$

$$\bar{e}_1 = \kappa b_1 + d_1, \qquad \bar{e}_2 = \kappa b_2 + d_2, \qquad \bar{e}_3 = \kappa b_3 - d_3,$$

$$\bar{f}_1 = \nu f_1 + (1+2\nu-\kappa)d_1 + \nu\kappa b_1, \qquad f_2 = \nu\bar{f}_2 + (1+2\nu-\kappa)d_2 + \nu\kappa b_2,$$

$$\bar{f}_3 = \nu f_3 - (1+2\nu-\kappa)d_3 + \nu\kappa b_3,$$

$$\bar{g}_1 = (1+\nu)d_1, \qquad \bar{g}_2 = (1+\nu)d_2, \qquad \bar{g}_3 = (1+\nu)d_3,$$

$$\bar{h}_1 = \nu e_1 - \kappa c_1, \qquad \bar{h}_2 = \nu e_2 - \kappa c_2, \qquad \bar{h}_3 = \nu e_3 - \kappa c_3,$$

ahol

$$b_1 = t, \qquad b_2 = \eta \qquad b_3 = \xi$$

$$c_1 = t^2, \qquad c_2 = \eta^2 - \xi^2, \qquad c_3 = 2\xi\eta,$$

$$d_1 = t^3, \qquad d_2 = \eta^3 - 3\xi^2\eta, \qquad d_3 = \xi^3 - 3\xi\eta^2,$$

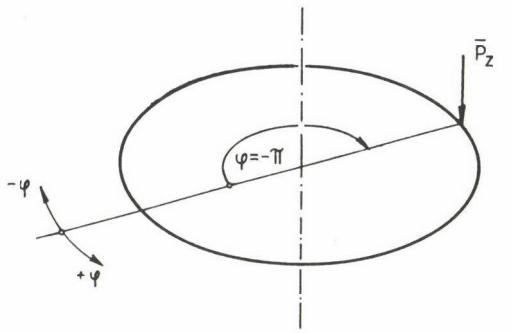
$$e_1 = t^4, \qquad e_2 = \eta^4 - 6\xi^2\eta^2 + \xi^4, \qquad e_3 = 4(\xi\eta^3 - \xi^3\eta),$$

$$f_1 = t^5, \qquad f_2 = \eta^5 - 10\xi^2\eta^3 + 5\xi^4\eta, \qquad f_3 = \xi^5 - 10\xi^3\eta^2 + 5\xi\eta^4.$$

6. KONCENTRÁLT ERŐKKEL TERHELT KÖRGYŰRŰ

A következőkben a koncentrált erővel, csavaró- és hajlítónyomatékkal terhelt rugalmas ágyazású körgyűrűt a statikai vagy kinematikai peremterhekkel igénybe vett körívtartók számítására közvetlenül alkalmas (34), ill. (36), (37) összefüggések felhasználásával oldjuk meg. Ismeretes ugyanis, ha egy szerkezetet geometriai szimmetria-tengelyeihez viszonyítva szimmetrikus (vagy antimetrikus) erőrendszer terhel, akkor a szimmetrikusan (vagy antimetrikusan) ismétlődő szakaszok az egész szerkezetből kiragadva tárgyalhatók. Esetünkben ez -- a koncentrált terhelésfajtákkal külön-külön foglalkozva -- alkalmas feltételek mellett leválasztott félkörívek vizsgálatát jelentheti.

Koncentrált erőterhelés



3. ábra. Koncentrált erővel terhelt körgyűrű

A 3. ábrán látható körgyűrű tengelypontjait értelmezzük a

$$-\pi \leq \varphi < \pi \tag{38}$$

tartományban. A $\varphi = -\pi$ helyen támadó $\overline{P}_z$ erőre a szerkezet szimmetriatengelye az origón átmenő átmérő. A gyűrű /0, $-\pi$/ intervallumába eső ívszakaszt mint körívtartót vizsgálva — a teljes gyűrű szimmetriájából adódóan — a következő feltételeket írhatjuk fel a félkör végpontjaira vonatkozóan:

$$v_\varphi(\varphi=o) = 0, \qquad Q_\varphi(\varphi=o) = 0, \qquad \frac{dv_r}{d\varphi}(\varphi=o) = 0, \tag{39}$$

$$v_\varphi(\varphi=-\pi) = 0, \qquad Q_\varphi(\varphi=-\pi) = -\frac{\overline{P}_z}{2}, \qquad \frac{dv_r}{d\varphi}(\varphi=-\pi) = 0. \tag{40}$$

A feltételeket és Φ_n peremértékeit a (34) alatti összefüggés megfelelő egyenleteibe és (36)-ba behelyettesítve az A_n integrálási állandókra rendezhető lineáris egyenletrendszert kapunk. A (39) alatti feltételeknek megfelelő egyenletekből — létező ágyazási és tartómerevségek esetén — közvetlenül az

$$A_1 = A_5 = A_6 = 0 \tag{41}$$

triviális megoldás adódik. A további három integrálási állandó a (40) alatti feltételekből — (41) figyelembevételével — adódó harmadrendű, inhomogén, lineáris egyenletrendszerből Cramer-szabállyal kifejezhető:

$$A_2 = \frac{a^2\overline{P}_z}{K\varphi}\, l_z, \qquad A_3 = \frac{a^2\overline{P}_z}{K\varphi}\, m_z, \qquad A_4 = \frac{a^2\overline{P}_z}{K\varphi}\, n_z, \tag{42}$$

mely kifejezésekben

$$l_z = -\frac{1}{B}(\bar{c}_2\bar{g}_3 - \bar{c}_3\bar{g}_2)\overline{\alpha}, \tag{43}$$

$$m_z = -\frac{1}{B}\left[(\bar{c}_1\bar{g}_2 - \bar{c}_2\bar{g}_1)\overline{\beta} - (\bar{c}_1\bar{g}_3 - \bar{c}_3\bar{g}_1)\overline{\gamma}\right], \tag{44}$$

$$n_z = -\frac{1}{B}\left[(\bar{c}_1\bar{g}_3 - \bar{c}_3\bar{g}_1)\overline{\beta} - (\bar{c}_1\bar{g}_2 - \bar{c}_2\bar{g}_1)\overline{\gamma}\right], \tag{45}$$

ahol

$$B = \bar{c}_1(\bar{f}_2\bar{g}_3 + \bar{f}_3\bar{g}_2) - \bar{f}_1(\bar{c}_2\bar{g}_3 - \bar{c}_3\bar{g}_2) - \bar{g}_1(\bar{c}_2\bar{f}_3 + \bar{c}_3\bar{f}_2), \tag{46}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2\Phi_1(-\pi)}, \quad \bar{\beta} = -\frac{1}{2}\frac{\Phi_5(-\pi)}{\Phi_5^2(-\pi)+\Phi_6^2(-\pi)}, \quad \gamma = \frac{1}{2}\frac{\Phi_6(-\pi)}{\Phi_5^2(-\pi)+\Phi_6^2(-\pi)}. \tag{47}$$

Az integrálási állandók (41) és (42) alatti értékeit a (34) összefüggésbe helyettesítve rendezés után a következő kifejezést kapjuk:

$$\underline{S}_z = \underline{\underline{A}}_z \underline{\Phi}, \tag{48}$$

melyben

$$\underline{S}_z^T = \left[\frac{K\varphi}{a^3\bar{P}_z} w \quad \frac{K\varphi}{a^2\bar{P}_z}\vartheta_r \quad \frac{K\varphi}{a^2\bar{P}_z}\vartheta_\varphi \quad -\frac{1}{a\bar{P}_z}M\varphi \quad -\frac{1}{\nu a\bar{P}_z}M_r \quad -\frac{1}{\bar{P}_z}Q\varphi \right], \tag{49}$$

és

$$\underline{\underline{A}}_z = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 0 & \bar{a}_1 l_z & \bar{a}_2 m_z - \bar{a}_3 n_z & \bar{a}_2 n_z + \bar{a}_3 m_z & 0 & 0 \\ 0 & \bar{b}_1 l_z & \bar{b}_2 m_z - \bar{b}_3 n_z & \bar{b}_2 n_z + \bar{b}_3 m_z & 0 & 0 \\ \bar{c}_1 l_z & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_2 n_z - \bar{c}_3 m_z & \bar{c}_2 m_z + \bar{c}_3 n_z \\ 0 & \bar{d}_1 l_z & \bar{d}_2 m_z - \bar{d}_3 n_z & \bar{d}_2 n_2 + \bar{d}_3 m_z & 0 & 0 \\ \bar{e}_1 l_z & 0 & 0 & 0 & \bar{e}_2 n_z + \bar{e}_3 m_z & \bar{e}_2 m_z - \bar{e}_3 n_z \\ \bar{f}_1 l_z & 0 & 0 & 0 & \bar{f}_2 n_z + \bar{f}_3 m_z & \bar{f}_2 m_z - \bar{f}_3 n_z \end{array}\right] \tag{50}$$

Az $\underline{\underline{A}}_z$ mátrix struktúrájából megállapítható, hogy a lehajlás-, elcsavarodás- és hajlítónyomaték-függvény csak az origóra szimmetrikus (Φ_2, Φ_3, Φ_4), az ívirányú elfordulás-, csavarónyomaték- és nyíróerőfüggvény pedig csak antimetrikus (Φ_1, Φ_5, Φ_6) függvényeket tartalmaz.

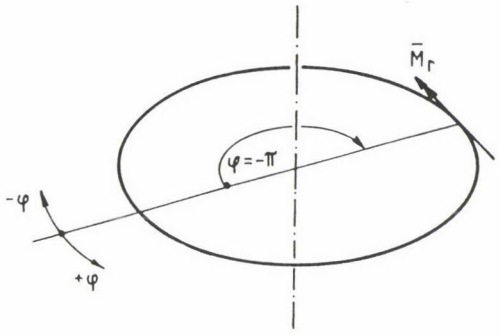
A Φ_n függvények értelmezési tartományát most már a teljes gyűrűre kiterjesztve (38), $\underline{S}_z$ a rugalmas ágyazású körgyűrűtartó statikai mennyiségeinek vektoraként értelmezhető a $\varphi = -\pi$ helyen támadó koncentrált erőre.

Koncentrált csavarónyomaték-terhelés

A koncentrált csavarónyomatékkal terhelt, (38) alapján értelmezett körgyűrűt a 4. ábrán ábrázoltuk.

A terhelés szimmetriájának figyelembevételével ezúttal is a /0, $-\pi$/ félkörívszakaszt vizsgálva a peremfeltételek a következők:

$$\vartheta_\varphi(\varphi=0) = 0, \qquad Q_\varphi(\varphi=0) = 0, \qquad \frac{d\vartheta_r}{d\varphi}(\varphi=0) = 0, \tag{51}$$



4. ábra. Koncentrált csavarónyomatékkal terhelt körgyűrű

$$\vartheta_\varphi(\varphi=-\pi)=0, \qquad Q_\varphi(\varphi=-\pi)=0, \qquad \frac{d\vartheta_r}{d\varphi}(\varphi=-\pi)=-\frac{a\bar{M}_r}{2D\varphi}. \tag{52}$$

A feltételi egyenletrendszert az előzőekben ismertetett módon felírva és megoldva az integrálási állandók:

$$A_1=A_5=A_6=0 \tag{53}$$

$$A_2=\frac{a\bar{M}_r}{D\varphi}l_r, \qquad A_3=\frac{a\bar{M}_r}{D\varphi}m_r, \qquad A_4=\frac{a\bar{M}_r}{D\varphi}n_r, \tag{54}$$

ahol

$$l_r=\frac{1}{B}(\bar{c}_2\bar{f}_3+\bar{c}_3\bar{f}_2)\bar{\alpha}, \tag{55}$$

$$m_r=-\frac{1}{B}\left[(\bar{c}_1\bar{f}_2-\bar{c}_2\bar{f}_1)\bar{\beta}+(\bar{c}_1\bar{f}_3+\bar{c}_3\bar{f}_1)\bar{\gamma}\right], \tag{56}$$

$$n_r=\frac{1}{B}\left[(\bar{c}_1\bar{f}_3+\bar{c}_3\bar{f}_1)\bar{\beta}-(\bar{c}_1\bar{f}_2-\bar{c}_2\bar{f}_1)\bar{\gamma}\right]. \tag{57}$$

A körgyűrű statikai mennyiségeinek vektora (48) mintájára előállítható

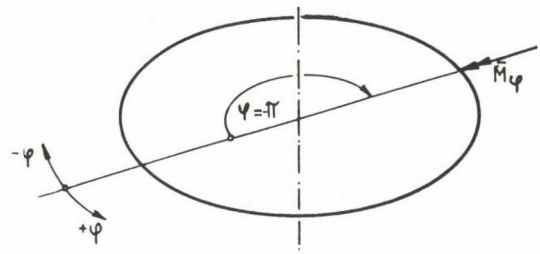
$$\underline{S}_r=\underline{\underline{A}}_r\underline{\Phi} \tag{58}$$

formában, melyben

$$\underline{S}_r^T=\left[\frac{D\varphi}{a^2\bar{M}_r}w \quad \frac{D\varphi}{a\bar{M}_r}\vartheta_r \quad \frac{D\varphi}{a\bar{M}_r}\vartheta_\varphi \quad -\frac{\nu}{\bar{M}_r}M_\varphi \quad -\frac{1}{\bar{M}_r}M_r \quad -\frac{a\nu}{\bar{M}_r}Q_\varphi\right] \tag{59}$$

Az $\underline{\underline{A}}_r$ mátrix az (50) alatti $\underline{\underline{A}}_z$-vel — l_z, m_z, n_z helyébe l_r-t, m_r-t, n_r-t írva — teljesen azonos felépítésű.

Koncentrált hajlítónyomaték-terhelés



5. ábra. Koncentrált hajlítónyomatékkal terhelt körgyűrű

Az úgyszintén (38) szerint értelmezett tengelyű körgyűrűre a $\varphi = -\pi$ helyen működő $\bar{M}_\varphi$ hajlítónyomaték-terhelés az origóhoz tartozó átmérőhöz képest antimetrikus tehernek tekinthető (5. ábra). A /0, $-\pi$/ félkörív végpontjaira a következő antimetria-feltételek írhatók fel:

$$w(\varphi=0) = 0, \qquad \frac{d^2w}{d\varphi^2}(\varphi=0) = 0, \qquad \vartheta_r(\varphi=0) = 0, \tag{60}$$

$$w(\varphi=-\pi) = 0, \qquad \frac{d^2w}{d\varphi^2}(\varphi=-\pi) = -\frac{a^2\bar{M}_\varphi}{2K_\varphi}, \qquad \vartheta_r(\varphi=-\pi) = 0. \tag{61}$$

A feltételeket és ϕ_n peremértékeit (34) megfelelő egyenleteibe és (37)-be behelyettesítve nyert lineáris egyenletrendszerből

$$A_2 = A_3 = A_4 = 0, \tag{62}$$

$$A_1 = \frac{a\bar{M}_\varphi}{K_\varphi} l_\varphi, \qquad A_5 = \frac{a\bar{M}_\varphi}{K_\varphi} m_\varphi, \qquad A_6 = \frac{a\bar{M}_\varphi}{K_\varphi} n_\varphi \tag{63}$$

adódik, mely kifejezésekben

$$l_\varphi = \frac{1}{C}(\bar{a}_2\bar{b}_3-\bar{a}_3\bar{b}_2)\bar{\alpha}, \tag{64}$$

$$m_\varphi = \frac{1}{C}\left[(\bar{a}_1\bar{b}_3-\bar{a}_3\bar{b}_1)\bar{\beta} - (\bar{a}_1\bar{b}_2-\bar{a}_2\bar{b}_1)\bar{\gamma}\right], \tag{65}$$

$$n_\varphi = -\frac{1}{C}\left[(\bar{a}_1\bar{b}_2-\bar{a}_2\bar{b}_1)\bar{\beta} + (\bar{a}_1\bar{b}_3-\bar{a}_3\bar{b}_1)\bar{\gamma}\right] \tag{66}$$

és

$$C = \bar{a}_1(\bar{b}_3\bar{h}_2-\bar{b}_2\bar{h}_3) + \bar{b}_1(\bar{a}_2\bar{h}_3-\bar{a}_3\bar{h}_2) + \bar{h}_1(\bar{a}_3\bar{b}_2-\bar{a}_2\bar{b}_3). \tag{67}$$

Az integrálási állandók (62), (63) alatti értékeit (34)-be helyettesítve és a Φ_n függvények argumentumát (38) szerint értelmezve — rendezés után — a $\varphi = -\pi$ helyen koncentrált hajlítónyomatékkal terhelt rugalmas ágyazású körgyűrű statikai mennyiségeinek vektorát kapjuk:

$$\underline{S}_{\varphi} = \underline{\underline{A}}_{\varphi} \underline{\Phi} \ , \tag{68}$$

ahol

$$\underline{S}^{T}_{\varphi} = \left[\frac{K_{\varphi}}{a^2 \overline{M}_{\varphi}} w \quad \frac{K_{\varphi}}{a \overline{M}_{\varphi}} \vartheta_r \quad \frac{K_{\varphi}}{a \overline{M}_{\varphi}} \vartheta_{\varphi} \quad - \frac{1}{\overline{M}_{\varphi}} M_{\varphi} \quad - \frac{1}{\nu \overline{M}_{\varphi}} M_r \quad - \frac{a}{\overline{M}_{\varphi}} Q_{\varphi} \right] \tag{69}$$

és

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} \overline{a}_1 l_{\varphi} & 0 & 0 & 0 & \overline{a}_2 m_{\varphi} + \overline{a}_3 n_{\varphi} & \overline{a}_2 n_{\varphi} - \overline{a}_3 m_{\varphi} \\ \overline{b}_1 l_{\varphi} & 0 & 0 & 0 & \overline{b}_2 m_{\varphi} + \overline{b}_3 n_{\varphi} & \overline{b}_2 n_{\varphi} - \overline{b}_3 m_{\varphi} \\ 0 & \overline{c}_1 l_{\varphi} & \overline{c}_2 n_{\varphi} + \overline{c}_3 m_{\varphi} & \overline{c}_2 m_{\varphi} - \overline{c}_3 n_{\varphi} & 0 & 0 \\ \overline{d}_1 l_{\varphi} & 0 & 0 & 0 & \overline{d}_2 m_{\varphi} + \overline{d}_3 n_{\varphi} & \overline{d}_2 n_{\varphi} - \overline{d}_3 m_{\varphi} \\ 0 & \overline{e}_1 l_{\varphi} & \overline{e}_2 n_{\varphi} - \overline{e}_3 m_{\varphi} & \overline{e}_2 m_{\varphi} + \overline{e}_3 n_{\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & \overline{f}_1 l_{\varphi} & \overline{f}_2 n_{\varphi} - \overline{f}_3 m_{\varphi} & \overline{f}_2 m_{\varphi} + \overline{f}_3 n_{\varphi} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{70}$$

Mint $\underline{\underline{A}}_{\varphi}$ struktúrájából kitűnik, a lehajlás-, elcsavarodás- és hajlítónyomaték-függvény csak az origóra antimatrikus (Φ_1, Φ_5, Φ_6), az ívirányú elfordulás-, a csavarónyomaték- és nyíróerőfüggvény pedig csak szimmetrikus (Φ_2, Φ_3, Φ_4) függvények kombinációja.

7. A KÖRGYŰRŰ HATÁSFÜGGVÉNYEI

Kiválasztva a körgyűrű tetszőleges φ koordinátájú pontját, melyre

$$0 \leq \varphi < 2\pi, \tag{71}$$

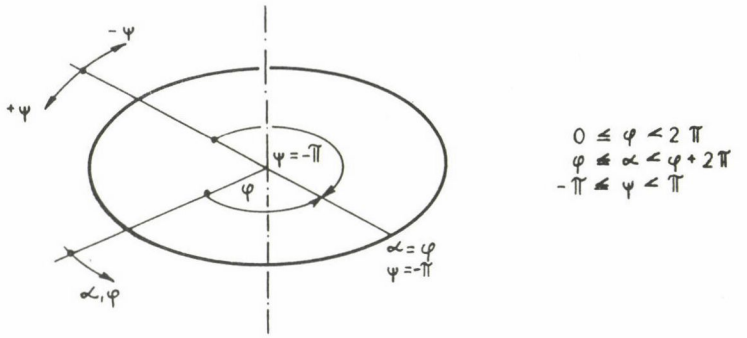
a tartó tengelyvonalát értelmezzük a

$$\varphi \leq \alpha < \varphi + 2\pi \tag{72}$$

tartományban (6. ábra).

Tekintsünk továbbá egy olyan rendszert, melynek ψ argumentuma a

$$\psi = \alpha - (\varphi + \pi) \tag{73}$$



6. ábra. A körgyűrű tengelypontjainak értelmezése

összefüggéssel adható meg, és (71)-nek megfelelő értelmezése pedig:

$$-\pi \leq \psi < \pi. \tag{74}$$

A tetszőleges $\alpha = \varphi$ ($\psi = -\pi$) helyen támadó koncentrált erővel, csavaró-, ill. hajlítónyomatékkal terhelt körgyűrű statikai mennyiségeinek vektorai (48), (58), ill. (68) alapján — a $\underline{\Phi}$ függvényvektor elemeiben φ helyére ψ-t írva — közvetlenül előállíthatók:

$$\underline{S}_z(\psi) = \underline{\underline{A}}_z \underline{\Phi}(\psi), \tag{75}$$

$$\underline{S}_r(\psi) = \underline{\underline{A}}_r \underline{\Phi}(\psi), \tag{76}$$

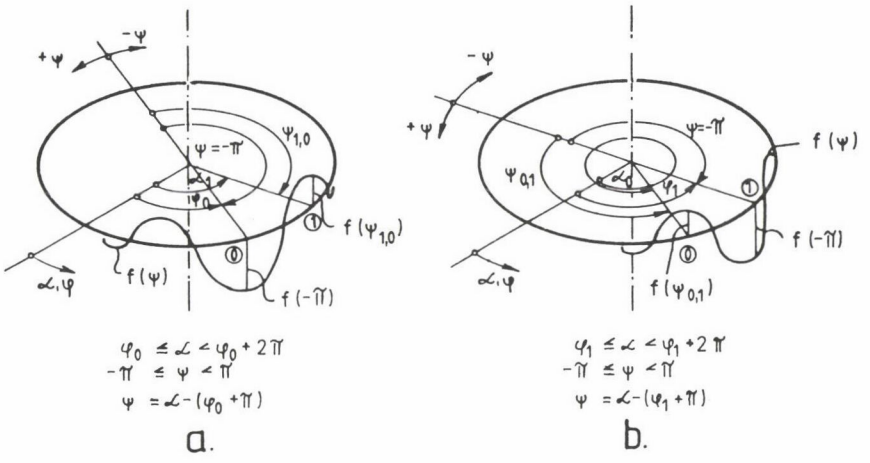
$$\underline{S}_\varphi(\psi) = \underline{\underline{A}}_\varphi \underline{\Phi}(\psi). \tag{77}$$

Itt is megemlítjük, hogy a (75), (76), (77) vektorok elemei -- melyek tehát alakváltozás- és igénybevétel-függvények -- páros, ill. páratlan (ψ origójára szimmetrikus, ill. antimetrikus) folytonos függvények.

Tételezzük fel, hogy a 7a., ill. 7b. ábrán látható szimmetrikus $f(\psi)$ függvény az $\alpha = \varphi_0$ ($\psi = -\pi$), ill. az $\alpha = \varphi_1$ ($\psi = -\pi$) helyen működő, azonos koncentrált teherrel igénybe vett, ugyanazon körgyűrű egy-egy azonos lehetséges alakváltozás- vagy igénybevétel-eloszlása. A φ felvételére nyilván invariáns $f(\psi)$ függvény argumentumában (73) φ a teher, α (ill. ψ) a hatás helyét jelöli. A 7. ábrán kettős indexszel jelölt ψ szögek a következőképpen írhatók fel:

$$\psi_{1,0} = \alpha_1 - (\varphi_0 + \pi), \tag{78}$$

$$\psi_{0,1} = \alpha_0 - (\varphi_1 + \pi). \tag{79}$$



7. ábra. Szimmetrikus függvény értelmezése hatásfüggvényként

Ha a ⓪ és ① pontok az a. és b. ábrán egymásnak megfeleltethetők, akkor az ábrákon jelölt szögekre fennállnak az

$$\alpha_0 = \varphi_0 + 2\pi \tag{80}$$

$$\varphi_1 = \alpha_1 \tag{81}$$

összefüggések, melyeket (79)-be helyettesítve a

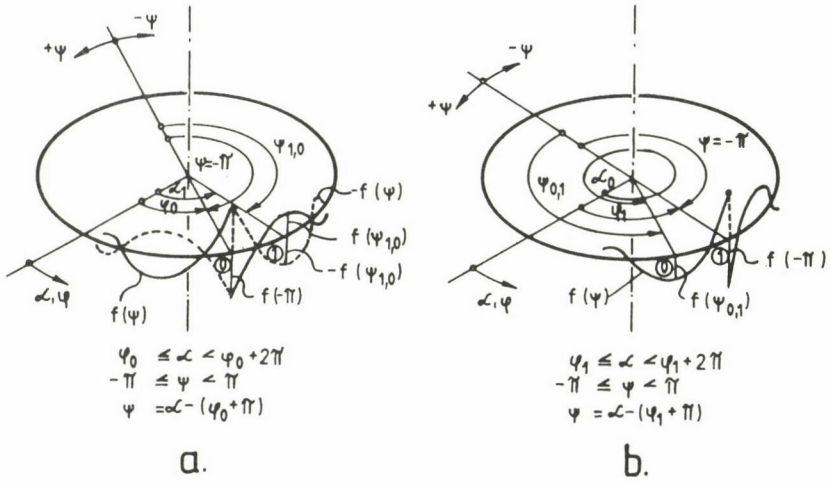
$$\psi_{0,1} = -\psi_{1,0} \tag{82}$$

összefüggést kapjuk. Mivel az $f(\psi)$ függvényt szimmetrikusnak deklaráltuk, ebből

$$f(\psi_{1,0}) = f(\psi_{0,1}) \tag{83}$$

következik. Ez az egyenlőség azt jelenti, hogy a φ_0 helyen működő teherből az α_1 helyen keletkező hatás megegyezik a φ_1 helyen működő teherből az α_0 helyen kiváltott hatással. A (83) összefüggés alapján tehát α és φ jelentésének felcserélésével — azaz α-val a teher, φ-vel a hatás helyét jelölve —, valamint a koncentrált terhet egységnyinek választva $f(\psi) = f(\alpha,\varphi)$ a körgyűrű tetszőleges $\alpha = \varphi$ keresztmetszetének hatásfüggvényeként értelmezhető.

Az előzőkhöz hasonlóan most tételezzük fel, hogy a 8a., ill. 8b. ábrán folytonos vonallal jelölt antimetrikus $f(\psi)$ függvény az $\alpha = \varphi_0$ ($\psi = -\pi$)



8. ábra. Antimetrikus függvény értelmezése hatásfüggvényként

ill. az $\alpha = \varphi_1$ ($\psi = -\pi$) helyen azonos koncentrált teherrel igénybe vett ugyanazon körgyűrű ugyanazon statikai mennyiségének egy-egy lehetséges eloszlása. A 8a. ábrán az $f(\psi)$ függvény ellentettjét szaggatott vonallal ábrázoltuk. A (78) ... (82) alatti összefüggések figyelembevételével az $f(\psi)$ függvény antimetriája miatt a páros indexű függvényértékek között a

$$-f(\psi_{1,0}) = f(\psi_{0,1}) \tag{84}$$

összefüggés írható fel. Eszerint a φ_0 helyen működő teherből az α_1 helyen keletkező hatás ellentettje megegyezik a φ_1 helyen működő teherből az α_0 helyen kiváltott hatással. Ez a tény azt sugallja, hogy $f(\psi)$ ellentettje hatásfüggvényként értelmezhető. Ez azonban közvetlenül nem tehető meg, ugyanis ha a φ helyen támadó teher hatását $\alpha = \varphi$-nél vizsgáljuk, $f(\psi) = f(-\pi)$ adódik (8a. ábra), viszont az ugyanezen a helyen ($\varphi = \alpha$) kiváltott hatásra a $-f(\psi)$ függvényből (mint hatásfüggvényből) — tekintettel α és ψ (72) és (73) alatti értelmezésére — ellentett érték adódik. Ez a hiba kiküszöbölhető és a $-f(\psi) = f(\alpha,\varphi)$ függvény a gyűrű összes pontja fölött hatásfüggvényként értelmezhető, ha — természetesen α és φ jelentésének felcserélése (azaz α-val a teher és φ-vel a hatás helyét jelölve), valamint a koncentrált teher egységnyinek választása mellett — α és ψ értelmezését a következők szerint módosítjuk:

$$\varphi < \alpha \leq \varphi + 2\pi \tag{85}$$

$$-\pi < \psi \leq \pi \tag{86}$$

Ez azt jelenti, hogy a most már a hatás helyét jelölő rögzített φ értékhez -- felette álló teher esetén -- $\alpha = \varphi$ helyett $\alpha = \varphi + 2\pi$ teherkoordináta tartozik.

A továbbiakban ezt -- az egységes kezelhetőség érdekében -- a szimmetrikus hatásfüggvényekre is érvényesnek tekintjük melyeknél ez zavart nem okoz. Az eddigiekből következik, hogy a (75), (76) és (77) alatti vektorokban a $\overline{P}_z$, $\overline{M}_r$, $\overline{M}_\varphi$ koncentrált terheket egységnyinek választva és az antimetrikus vektorelemek ellentettjét véve -- (71), (85), (86) figyelembevételével -- a rugalmas ágyazású körgyűrű hatásfüggvény-vektorait nyerjük:

$$\underline{\eta}_z(\psi) = \underline{\underline{A}}_z \underline{\Phi}(\psi), \tag{87}$$

$$\underline{\eta}_r(\psi) = \underline{\underline{A}}_r \underline{\Phi}(\psi), \tag{88}$$

$$\underline{\eta}_\varphi(\psi) = \underline{\underline{A}}_\varphi \underline{\Phi}(\psi), \tag{89}$$

ahol

$$\underline{\eta}_z^T(\psi) = \left[\frac{K\varphi}{a^3}\eta(w_z) \quad \frac{K\varphi}{a^2}\eta(\vartheta_{r,z}) \quad -\frac{K\varphi}{a^2}\eta(\vartheta_{\varphi,z}) \quad -\frac{1}{a}\eta(M_{\varphi,z}) \quad \frac{1}{\nu a}\eta(M_{r,z}) \quad \eta(Q_{\varphi,z}) \right], \tag{90}$$

$$\underline{\eta}_r^T(\psi) = \left[\frac{D\varphi}{a^2}\eta(w_r) \quad \frac{D\varphi}{a}\eta(\vartheta_{r,r}) \quad -\frac{D\varphi}{a}\eta(\vartheta_{\varphi,r}) \quad -\nu\eta(M_{\varphi,r}) \quad \eta(M_{r,r}) \quad a\nu\eta(Q_{\varphi,r}) \right], \tag{91}$$

$$\underline{\eta}_\varphi^T(\psi) = \left[-\frac{K\varphi}{a^2}\eta(w_\varphi) \quad -\frac{K\varphi}{a}\eta(\vartheta_{r,\varphi}) \quad \frac{K\varphi}{a}\eta(\vartheta_{\varphi,\varphi}) \quad \eta(M_{\varphi,\varphi}) \quad -\frac{1}{\nu}\eta(M_{r,\varphi}) \quad -a\eta(Q_{\varphi,\varphi}) \right]. \tag{92}$$

Megjegyezzük, hogy φ -- azaz a hatás helyének -- rögzítésével a hatásfüggvények csak α -- azaz a teher helyének -- függvényei.

8. A KÖRGYŰRŰ STATIKAI MENNYISÉGEI

A rugalmas ágyazású körgyűrű tengelyvonala mentén működő terhelő erők legyenek adottak:

$$\overline{p}_z = \overline{p}_z(\alpha), \tag{93}$$

$$\overline{m}_r = \overline{m}_r(\alpha), \tag{94}$$

$$\bar{m}_{\varphi} = \bar{m}_{\varphi}(\alpha). \tag{95}$$

Jelölje $\underline{S}_{z,r,\varphi}$ a gyűrű statikai mennyiségeinek vektorát, melynek elemei rendre a (93), (94), ill. (95) alatti terhek által létrehozott alakváltozás- ill. igénybevétel-függvényekből képzett összegek:

$$\underline{S}_{z,r,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{K_{\varphi}}{a^3} w_z + \frac{D_{\varphi}}{a^2} w_r - \frac{K_{\varphi}}{a^2} w_{\varphi} \\ \frac{K_{\varphi}}{a^2} \vartheta_{r,z} + \frac{D_{\varphi}}{a} \vartheta_{r,r} - \frac{K_{\varphi}}{a} \vartheta_{r,\varphi} \\ - \frac{K_{\varphi}}{a^2} \vartheta_{\varphi,z} - \frac{D_{\varphi}}{a} \vartheta_{\varphi,r} + \frac{K_{\varphi}}{a} \vartheta_{\varphi,\varphi} \\ - \frac{1}{a} M_{\varphi,z} - \nu M_{\varphi,r} + M_{\varphi,\varphi} \\ \frac{1}{\nu a} M_{r,z} + M_{r,r} - \frac{1}{\nu} M_{r,\varphi} \\ Q_{\varphi,z} + a\nu Q_{\varphi,r} - aQ_{\varphi,\varphi} \end{bmatrix} \tag{96}$$

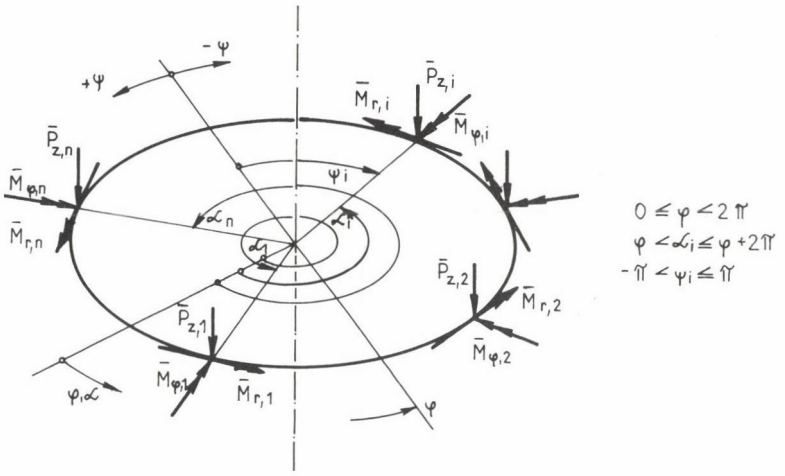
Mint ismeretes, a hatásfüggvények (87), (88), (89) és a külső teher függvényeinek (93), (94), (95) birtokában az alakváltozás- és igénybevétel-függvények (96) a tartó hossza mentén vett határozott integrál formájában állíthatók elő:

$$\underline{S}_{z,r,\varphi}(\varphi) = \int_{\varphi}^{\varphi+2\pi} \left[\underline{\eta}_z(\psi)\bar{p}_z(\alpha) + \underline{\eta}_r(\psi)\bar{m}_r(\alpha) + \underline{\eta}_{\varphi}(\psi)\bar{m}_{\varphi}(\alpha) \right] a\,d\alpha \tag{97}$$

vagy részletesebben kiírva:

$$\underline{S}_{z,r,\varphi}(\varphi) = \int_{\varphi}^{\varphi+2\pi} \left[\underline{A}_z \underline{\Phi}(\psi)\bar{p}_z(\alpha) + \underline{A}_r \underline{\Phi}(\psi)\bar{m}_r(\alpha) + \underline{A}_{\varphi} \underline{\Phi}(\psi)\bar{m}_{\varphi}(\alpha) \right] a\,d\alpha. \tag{98}$$

A dolgozatban a tetszőleges elrendezésű és nagyságú koncentrált terhekkel igénybe vett körgyűrűvel foglalkozunk részletesebben (9. ábra). Az ábrán a koncentrált terheket pozitív előjelüknek megfelelően ábrázoltuk, és a helyzetüket rögzítő α_i értékeket megadtuk. A tetszőleges φ értékkel jel-



9. ábra. Koncentrált terhekkel igénybe vett körgyűrű

lemzett tengelypontban a statikai mennyiségek a következő képlettel számíthatók:

$$\underline{S}_{z,r,\varphi}(\varphi) = \sum_{i=1}^{n} \left[\underline{\eta}_z(\psi_i)\bar{P}_{z,i} + \underline{\eta}_r(\psi_i)\bar{M}_{r,i} + \underline{\eta}_\varphi(\psi_i)\bar{M}_{\varphi,i} \right], \tag{99}$$

ill. felhasználva a (87), (88), (89) alatti összefüggéseket

$$\underline{S}_{z,r,\varphi}(\varphi) = \sum_{i=1}^{n} \left[\underline{A}_z\underline{\Phi}(\psi_i)\bar{P}_{z,i} + \underline{A}_r\underline{\Phi}(\psi_i)\bar{M}_{r,i} + \underline{A}_\varphi\underline{\Phi}(\psi_i)\bar{M}_{\varphi,i} \right], \tag{100}$$

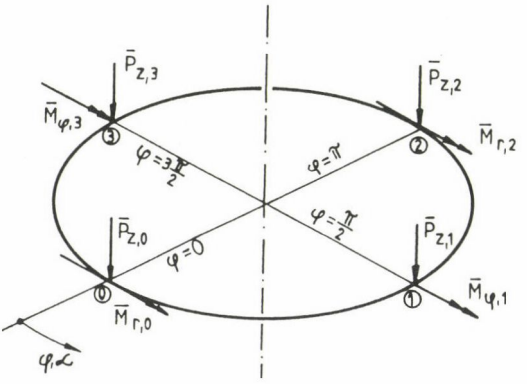
ahol

$$\psi_i = \alpha_i - (\varphi + \pi) \tag{101}$$

és értelmezése az ábrából olvasható ki.

9. SZÁMPÉLDA

Határozzuk meg egy talpgyűrűre alapozott oszlopokkal alátámasztott víztartály alapgerendájának statikai mennyiségeit a φ = o pontban a függőleges terhek és a szélteher hatásának együttes figyelembevételével (10. ábra). A pillérek által a gyűrűre közvetített terhek között tekintsük érvényesnek a következő összefüggéseket:



10. ábra. Víztorony talpgyűrűje

$$\bar{P}_{z,1} = \bar{P}_{z,3} = \bar{P}_z, \qquad \bar{P}_{z,0} = 1{,}2\,\bar{P}_z, \qquad \bar{P}_{z,2} = 0{,}8\,\bar{P}_z,$$

$$\bar{M}_{r,0} = \bar{M}_r, \qquad \bar{M}_{r,2} = -\bar{M}_r, \qquad \bar{M}_{\varphi,3} = \bar{M}_\varphi, \qquad \bar{M}_{\varphi,1} = -\bar{M}_\varphi.$$

(Feltételezzük, hogy a szélteherből a tartósíkba eső koncentrált terheket síkjában ágyazott gyűrűként viseli az alapgerenda.)

A körgyűrű geometriai és merevségi adatai legyenek:

$$\lambda = 60, \qquad \nu = 0{,}7, \qquad \varkappa = 1.$$

A számítás részeredményeit megfelelő sorrendben — részletezés nélkül — közöljük:

$b = 2{,}0$	$c = 61{,}0$	$d = -85{,}71429$
$p = 19{,}88889$	$q = -62{,}89418$	
$s_1 = 5{,}557287$	$s_2 = -3{,}578880$	
$\gamma = -1{,}655870$	$\delta = 7{,}912153$	
$t = 1{,}145312$	$\eta = 1{,}792721$	$\xi = 2{,}206744$
$b_1 = 1{,}145312$	$b_2 = 1{,}792721$	$b_3 = 2{,}206744$
$c_1 = 1{,}311740$	$c_2 = -1{,}655870$	$c_3 = 7{,}912153$
$d_1 = 1{,}502351$	$d_2 = -20{,}42861$	$d_3 = -10{,}53020$
$e_1 = 1{,}720661$	$e_2 = -59{,}86025$	$e_3 = -26{,}20300$
$f_1 = 1{,}970693$	$f_2 = -49{,}48942$	$f_3 = -179{,}0709$
$\bar{a}_1 = -0{,}081782$	$\bar{a}_2 = -2{,}159109$	$\bar{a}_3 = 5{,}538507$
$\bar{b}_1 = 2{,}229958$	$\bar{b}_2 = -2{,}814979$	$\bar{b}_3 = 13{,}45066$

$\bar{c}_1 = -0,092855$ $\bar{c}_2 = -16,09275$ $\bar{c}_3 = -5,164396$

$\bar{d}_1 = 2,122681$ $\bar{d}_2 = -43,06128$ $\bar{d}_3 = -12,80359$

$\bar{e}_1 = 2,647663$ $\bar{e}_2 = -18,63589$ $\bar{e}_3 = 12,73694$

$\bar{f}_1 = 4,284495$ $\bar{f}_2 = -61,98774$ $\bar{f}_3 = -109,0626$

$\bar{g}_1 = 2,553997$ $\bar{g}_2 = -34,72864$ $\bar{g}_3 = -17,90134$

$\bar{h}_1 = -0,1072773$ $\bar{h}_2 = -40,24631$ $\bar{h}_3 = -26,25425$

$B = -6220,759$ $C = 672,3475$

$\Phi_1(-\pi) = -18,25077$ $\Phi_5(-\pi) = -111,1815$ $\Phi_6(-\pi) = -84,43615$

$\bar{\alpha} = -0,0273961$ $\bar{\beta} = 0,00285215$ $\bar{\gamma} = -0,00216605$

$l_z = -4,788418 \cdot 10^{-4}$ $m_z = 25,49393 \cdot 10^{-6}$ $n_z = -8,624256 \cdot 10^{-6}$

$l_r = 9,139347 \cdot 10^{-3}$ $m_r = 3,842987 \cdot 10^{-5}$ $n_r = -2,0510365 \cdot 10^{-5}$

$l_\varphi = 5,480734 \cdot 10^{-4}$ $m_\varphi = -4,080593 \cdot 10^{-5}$ $n_\varphi = -6,473407 \cdot 10^{-5}$

A $\varphi = 0$ keresztmetszet hatásfüggvényeinek értékei:

	α_i	ψ_i	$\frac{K_\varphi}{a^3}\eta(w_z)\cdot 10^4$	$\frac{K_\varphi}{a^2}\eta(\vartheta_{r,z})\cdot 10^4$	$-\frac{K}{a^2}\eta(\vartheta_{\varphi,z})\cdot 10^4$	$-\frac{1}{a}\eta(M_{\varphi,z})\cdot 10^4$	$\frac{1}{\nu a}\eta(M_{r,z})\cdot 10^4$	$\eta(Q_{\varphi,z})\cdot 10^4$
0	2π	π	178,71	250,43	0,00	-1155,9	0,00	-5000,0
1	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	-11,291	-63,506	10,246	-3,0355	65,791	-184,34
2	π	0	1,990	-7,0061	0,00	-9,7147	0,0	0,0
3	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	-11,291	-63,506	-10,246	-3,0355	-65,791	184,34

	α_i	ψ_i	$\frac{D_\varphi}{a^2}\eta(w_r)\cdot 10^4$	$\frac{D_\varphi}{a}\eta(\vartheta_{r,r})\cdot 10^4$	$-\frac{D_\varphi}{a}\eta(\vartheta_{\varphi,r})\cdot 10^4$	$-\nu\eta(M_{\varphi,r})\cdot 10^4$	$\eta(M_{r,r})\cdot 10^4$	$a\nu\eta(Q_{\varphi,r})\cdot 10^4$
0	2π	π	175,12	4505,7	0,00	2361,9	5000,00	0,00
2	π	0	-4,903	209,55	0,00	197,91	0,00	0,00

	α_i	ψ_i	$-\frac{K_\varphi}{a^2}\eta(w_\varphi)\cdot 10^4$	$-\frac{K_\varphi}{a}\eta(\vartheta_{r,\varphi})\cdot 10^4$	$\frac{K_\varphi}{a}\eta(\vartheta_{\varphi,\varphi})\cdot 10^4$	$\eta(M_{\varphi,\varphi})\cdot 10^4$	$-\frac{1}{\nu}\eta(M_{r,\varphi})\cdot 10^4$	$-a\eta(Q_{\varphi,\varphi})\cdot 10^4$
1	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	-10,233	-75,998	-60,467	230,44	4,2922	-677,51
3	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	10,233	75,998	-60,467	-230,44	4,2922	-677,51

A statikai mennyiségek a $\varphi = 0$ pontban:

$$\frac{K_\varphi}{a^3\overline{P}_z} w_z = 193{,}46\cdot10^{-4}, \qquad \frac{D_\varphi}{a^2\overline{M}_r} w_r = 180{,}02\cdot10^{-4}, \qquad -\frac{K_\varphi}{a^2\overline{M}_\varphi} w_\varphi = 20{,}466\cdot10^{-4},$$

$$\frac{K_\varphi}{a^2\overline{P}_z} \vartheta_{r,z} = 167{,}90\cdot10^{-4}, \qquad \frac{D_\varphi}{a\overline{M}_r} \vartheta_{r,r} = 4296{,}2\cdot10^{-4}, \qquad -\frac{K_\varphi}{a\overline{M}_\varphi} \vartheta_{r,\varphi} = 152{,}00\cdot10^{-4},$$

$$-\frac{K_\varphi}{a^2\overline{P}_z} \vartheta_{\varphi,z} = 0{,}00, \qquad -\frac{D_\varphi}{a\overline{M}_r} \vartheta_{\varphi,r} = 0{,}00, \qquad \frac{K_\varphi}{a\overline{M}_\varphi} \vartheta_{\varphi,\varphi} = 0{,}00,$$

$$-\frac{1}{a\overline{P}_z} M_{\varphi,z} = -1400{,}9\cdot10^{-4}, \qquad -\frac{\nu}{\overline{M}_r} M_{\varphi,r} = 2164{,}0\cdot10^{-4}, \qquad \frac{1}{\overline{M}_\varphi} M_{\varphi,\varphi} = -460{,}88\cdot10^{-4},$$

$$\frac{1}{\nu a\overline{P}_z} M_{r,z} = 0{,}00, \qquad \frac{1}{\overline{M}_r} M_{r,r} = 5000{,}0\cdot10^{-4}, \qquad -\frac{1}{\nu\overline{M}_\varphi} M_{r,\varphi} = 0{,}00,$$

$$\frac{1}{\overline{P}_z} Q_{\varphi,z} = -6000{,}0\cdot10^{-4}, \qquad \frac{a\nu}{\overline{M}_r} Q_{\varphi,r} = 0{,}00, \qquad -\frac{a}{\overline{M}_\varphi} Q_{\varphi,\varphi} = 0{,}00.$$

10. ÖSSZEFOGLALÁS

A dolgozatban olyan általános módszer került bemutatásra, mely alapján a síkjukra merőleges teherrel igénybe vett rugalmas ágyazású körgyűrűk alakváltozásai és belső erői tetszőleges terhelés esetén meghatározhatók. Az eljárás az egységnyi koncentrált erővel, csavaró-, ill. hajlítónyomatékkal terhelt gyűrű statikai mennyiségeiből származtatott hatásfüggvények zárt matematikai képletekkel történő előállításán alapul. A dolgozatban számpélda került bemutatásra különféle koncentrált teherfajtákkal igénybe vett körgyűrű statikai mennyiségeinek kiszámítására.

HIVATKOZÁSOK

/1/ **Bechert, H.:** Zur Berechnung der Kreisringfundamente auf elastischer Unterlage. Beton- und Stahlbetonbau, 1958/6. 156—158.

/2/ **Bódi I.:** Befogott végű, rugalmasan ágyazott ívek oldalirányú stabilitása. Építés- Építészettudomány, 1986/1—2. 59—72.

/3/ **Hegedűs, I.:** Influence Function of Skew Circular Rings on Elastic Bedding. Periodica Politechnica, 1981/1—2. 29—45.

/4/ **Márkus Gy.:** Rugalmas ágyazású körívtartók síkjukra merőleges terhelésekkel. MÉLYÉPTERV 1986. (kézirat)

/5/ **Márkus Gy.—Csíki B.:** Síkjára merőlegesen terhelt rugalmas ágyazású körívtartó. Műszaki Tervezés, 1987/11—12. 91—95.

/6/ **Opladen, K.:** Beitrag zur Berechnung des Kreisringes auf elastischer Unterlage. Der Bauingenieur, 1961/12. 460—461.

/7/ **Oravas, G.:** Beitrag zur Berechnung des Kreisringes auf elastischer Unterlage. Der Bauingenieur, 1956/5. 177—180.

/8/ **Rodriguez, D. A.:** Three-Dimensional Bending of a Ring on an Elastic Foundation. Journal of Applied Mechanics, 1961/9. 461—463.

/9/ **Volterra, E.:** Bending of a Circular Beam Resting on an Elastic Foundation. Journal of Applied Mechanics, 1952/3. 1—4.

/10/ **Volterra, E.:** Deflections of Circular Beams Resting on Elastic Foundation. Obtained by Methods of Harmonic Analysis Journal of Applied Mechanics, 1953/6. 227—232.

Dr. Jankó László—Dr. Knebel Jenő

ELJÁRÁS HÍDPILLÉREK KIHAJLÁSI HOSSZÁNAK MEGHATÁROZÁSÁRA

1. BEVEZETÉS. CÉLKITŰZÉS

Cikkünkben az 1. és 2. ábrán vázolt elrendezésű hídszerkezet (oszlopokon álló merev pályaszerkezet; keretjellegű nyitott hídfő) valamely oszlopa ν kihajlási hossz paraméterének meghatározásával foglalkozunk.

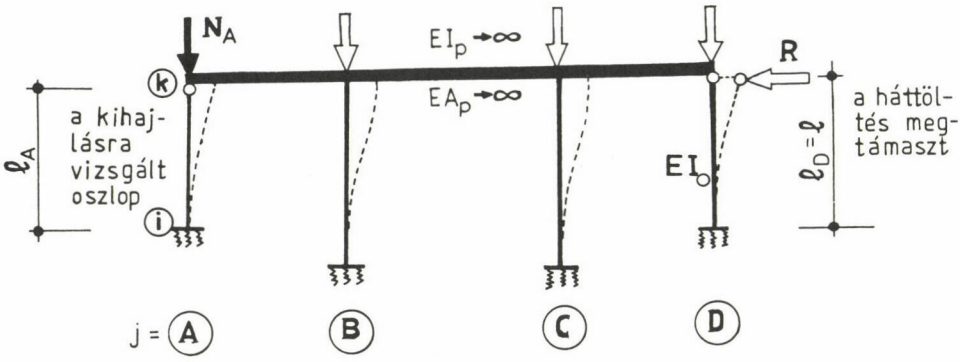
Az oszloprendszernek a vizsgált **A** jelű kihajló oszlopon kívüli **többi** oszlopát **kihasználtnak** tekintjük, ennek megfelelően ezen oszlopok nem tudnak vízszintes megtámasztó hatást kifejteni.

Az **alapkérdés** az, hogy ha pl. az **A** jelű oszlop kihajlik, akkor a **D** jelű hídfő mögötti háttöltés milyen mértékű, a vízszintes **eltolódás elleni** megtámasztó hatást képes kifejteni. E megtámasztó hatás természetesen megoszlik a többi oszlop között is.

Tekintsük a 3. ábrán vázolt, alul c_i^{φ}, felül c_k^{φ} **elfordulási** rugóval és felül c^y **eltolódási** rugóval megtámasztott nyomott rudat (alul a vízszintes megtámasztás fix). Miután egy korábbi dolgozatunkból /2/ ismert az ilyen rúd kihajlási hossz paraméterének meghatározási módja, most tulajdonképpen a c^y **eltolódási** rugó nagyságának számítására teszünk közzé eljárást (az elfordulási rugók nagysága az ismert módon kapható).

Rámutatunk még arra, hogy a helyes kihajlási hossz ismerete a tárgyalt szerkezetnél fokozott jelentőségű, elsősorban azért, mert az oszlopok e_o számítás szerinti alapkülpontossága viszonylag kicsi. Ez azért érdekes, mert az MSZ 15022/1 és az MSZ 07-3709 szabvány által előírt kifejezés a Δe_t törési külpontosság növekmény számítására éppen a kis e_o alapkülpontosságú oszlopokra vonatkozóan túlságosan nagy értéket szolgáltat (hiszen eleve e_o-tól független a képlet). Ilyen körülmények között a megtámasztó hatás elhanyagolása jelentős túlméretezéshez vezet.

A megtámasztó rugót — a valós c^y ismerete híján — fix támasznak feltételezni pedig a biztonság kárára történő közelítést jelent. Így tehát a vázolt probléma megoldását a tervezési gyakorlat igényli.



1. ábra. Általános elrendezés

Tervezési célokra a ν kihajlási hossz paraméter nagyságának felvételéhez diagramokat adunk meg (4. ábra).

2. ALAPFELTEVÉSEK, ELHANYAGOLÁSOK, KÖZELÍTÉSEK

Amint a /2/-ben is, most is feltételezzük, hogy a stabilitásvesztés **lineárisan rugalmas** elágazás.

Mivel az oszloprendszer oszlopai kihasználtak, az oszlopok között nem tételezünk fel az oszlopmerevségeknek megfelelő vízszintes megtámasztó erőket. Erről bővebben lásd a /4/-et. Tehát az oszloprendszert vízszintes irányban valamelyik **hídfő mögötti földtömeg merevíti** (2. ábra).

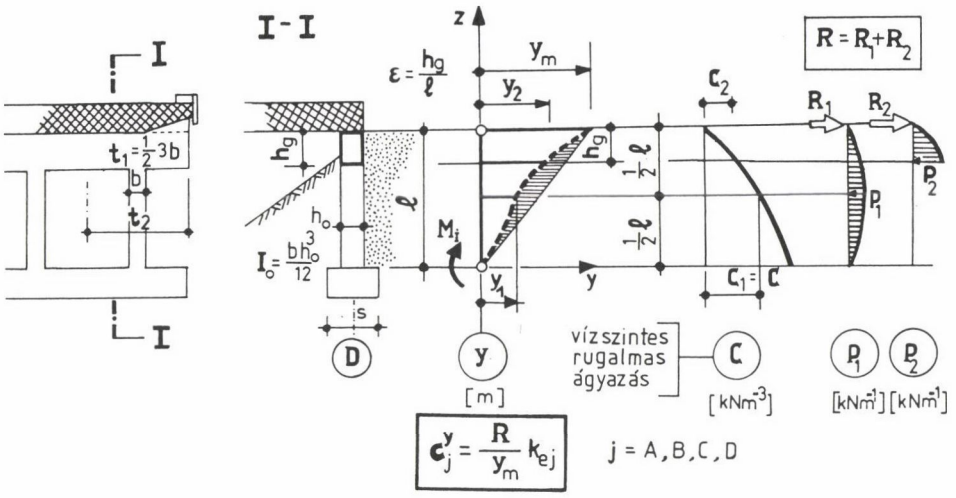
A földtömegre érvényesnek tekintjük a **Winkler-féle hipotézist**, azaz az **y** mértékben vízszintesen összenyomódott **t** szélességű földtömeg **p** fajlagos rugalmas ellenállása az alábbi módon írható fel:

$$p = C\, y\, t. \qquad (2.1)$$

A **C vízszintes irányú ágyazási tényezőt** lefelé nemlineárisan növekvőnek tekintjük. A **C** tényező mértéke /1/, /3/ nyomán: $\mathbf{C} = (1{,}0 - 5{,}0)\cdot 10^4$ kNm^{-3} (szemcsés talajra). Ezt az értéket az oszlopmagasság közepén tekintjük érvényesnek. Az 50 cm-es rétegekben jól tömörített háttöltésre legalább $\mathbf{C} = 3{,}0\cdot 10^4$ kNm^{-3} érték felvétele reális.

Az oszlop mögötti ellenálló földtömeg szélességét a földnyomás számításnál szokásos **3b** helyett $\mathbf{t} = 1{,}5b$ nagyságúra vesszük fel, lévén hogy ellenállásról van szó.

A pályaszerkezet magassága menti kis földtömeg hatását elhanyagoljuk.



2. ábra. Modell az eltolódási rugóállandó meghatározásához

A pályaszerkezetet hajlításra és nyúlásra végtelenül merevnek tekintjük. Ettől függetlenül, a 3. ábra szerinti c_k^{φ} rugó nagyságát a stabilitásvizsgálat során véges mértékűre is fel lehet venni.

A további kis hatású közelítéseket az érintett részeknél tárgyaljuk.

Figyelemre méltó, hogy a 4. ábra szerint az eltolódási rugóállandó felvételében elkövetett viszonylag nagy hiba, a gyakorlatban előforduló ϱ^y = 5—10 tartományban, a ν végeredményre viszonylag kis hatású. Ez a körülmény a már ismert erőjátékú, rugalmasan ágyazott szerkezetek szokásos viselkedésének megfelel.

3. AZ ELTOLÓDÁSI RUGÓÁLLANDÓ NAGYSÁGA

Amennyiben van peremgerenda — mint általában —, akkor a rugóhatás két részből tevődik össze (2. ábra). Először a rugóellenállás kisebbik részét határozzuk meg.

3.1. Az oszlopok mögötti földtömeg rugóhatása

A 2. ábra **y** vízszintes eltolódási ábrájából indulunk ki. A **D** jelű hídfő oszlopának vége y_m mértékben kilendül, s a kialakuló rugalmas vonalnak megfelelő földellenállás képezi a rugóhatás első részét. A merevtestszerű elto-

lódási ábra az oszlop hajlékonysága miatt módosul: sraffozott rész. A középső pont vízszintes eltolódása (alul befogott, felül csuklós tartó):

$$y_1 = 0{,}5\, y_m - \frac{61}{5760}\frac{p_1 \ell^4}{EI_o} + \frac{M_i \ell^2}{16EI_o}, \tag{3.1}$$

ahol

$$M_i = c_i^{\varphi} \cdot \varphi_i, \tag{3.2a}$$

vagy

$$M_i = \frac{p_1 \ell^4}{10}, \tag{3.2b}$$

és

$$p_1 = C_1 y_1 t_1, \tag{3.3}$$

$$t_1 = 1{,}5b. \tag{3.4}$$

A jelen vizsgálathoz nem a rugalmas befogásnak megfelelő (3.2a), hanem az alul merev befogást feltételező (3.2b) összefüggéssel számolhatunk. Részben azért, mert maga a 3.1. pontbeli rugóellenállás rész a teljes ellenállás kis hányada csupán (20-30%), részben pedig azért, mert az M_i befogási nyomatéknak a végeredményre csak korrekciós jellegű hatása van.

A (3.1) egyenletbe helyettesítve a (3.2b), (3.3), (3.4) összefüggéseket, ez a kifejezés adódik az oszlopközépi földellenállás ordináta értékre:

$$p_1 = 0{,}75 y_m \frac{bC}{1 + \frac{u}{154}}, \tag{3.5}$$

ahol

$$u = \frac{C \ell^4}{E I_o} b. \tag{3.6}$$

A (2.1) kifejezésnek megfelelő p_1 diagramot másodfokú parabola alakúnak tekintjük.

A földellenállás előidézte felső megtámasztó erő (alul befogott, felül csuklós tartó):

$$R_1 = \frac{7}{30} p_1 \ell . \tag{3.7}$$

A j-edik oszlop (j = A,B,C,D...) rugóállandója a Hooke-törvény alapján:

$$c_1^y = c_{1j}^y = \frac{R_1}{y_m} k_{ej}. \tag{3.8}$$

Itt k_{ej} a j-edik megtámasztott oszlopra vonatkozó erősztó. Ennek közismert számítási képletei:

$$k_{ej} = \frac{K_j}{\sum_j K_j}, \tag{3.9a}$$

$$K_j = \alpha_j \frac{EI_j}{\ell_j^3}, \tag{3.9b}$$

$$j = A,B,C,D,\ldots,W$$

$$\alpha_j = 3, \text{ ill. } 12. \tag{3.9c}$$

A (3.8) egyenletbe helyettesítve a (3.5) és (3.7) összefüggéseket, kapjuk meg az eltolódási rugóállandó első részét:

$$c_1^y = c_{1j}^y = 0{,}175\, k_{ej}\, b\ell \frac{C}{1 + \frac{u}{154}}. \tag{3.10}$$

A gyakorlati esetek többségét leíró $70 \leqslant u \leqslant 170$ tartományban kielégítő pontosságú az alábbi közelítő képlet is (a (3.10)-hez képesti hiba: $\pm$ 20%, mely a (3.22)-nél kb. $\pm$ 4-6% eltérést eredményez):

$$c_1^y = c_{1j}^y \cong 0{,}10\, k_{ej}\, b\ell\, C. \tag{3.11}$$

3.2. A peremgerenda mögötti földtömeg rugóhatása

A levezetett összefüggéseinkben szerepel az ε arány:

$$\varepsilon = \frac{h_g}{\ell}. \tag{3.12}$$

A gyakorlati esetekben $0{,}18 \leqslant \varepsilon \leqslant 0{,}25$. Ha az y_2 eltolódás (2. ábra) számítására a (3.13) összefüggést alkalmazzuk, akkor az eltérés ε = 0,18-nál -9% (0,73 helyett 0,67), ill. ε = 0,25-nél +6% (0,63 helyett 0,67). A gerenda alsó éle menti p_2 földellenállás nagysága az alábbi ($C_2 \approx 0{,}6C_1 = 0{,}6C$):

$$y_2 \cong 0{,}67\, y_m, \tag{3.13}$$

$$p_2 = C_2 y_2 t_2, \tag{3.14}$$

$$p_2 \cong 0{,}4\ y_m C\ t_2. \tag{3.15}$$

A megfelelő felső megtámasztó erő:

$$R_2 = p_2 \ell \vartheta\ , \tag{3.16}$$

$$\vartheta = \frac{1}{12}\varepsilon(8 - 6\varepsilon + \varepsilon^3). \tag{3.17}$$

A rugóhatás itt tárgyalt második része a Hooke-törvény alapján:

$$c_2^y = c_{2j}^y = \frac{R_2}{y_m} k_{ej}. \tag{3.18}$$

A (3.18) egyenletbe helyettesítve a (3.15), (3.16) összefüggéseket az alábbi kifejezés adódik:

$$c_2^y = c_{2j}^y = 0{,}4\ k_{ej}\ t_2 \ell \vartheta C. \tag{3.19}$$

Ismét megadunk egy, a gyakorlati ε tartományban megfelelően közelítő képletet is (a (3.19)-hez képesti hiba: +20%-tól -10%-ig):

$$c_2^y = c_{2j}^y \cong 0{,}05\ k_{ej} t_2 \ell\ C. \tag{3.20}$$

3.3. Végeredmények az eltolódási rugóállandó számítására

Amennyiben a lehetséges bizonytalanságok (**C** mértéke, kiüregelődés, modell közelítések stb.) miatt $\gamma = 1 - 2$ nagyságú biztonsági tényezőt alkalmazunk, akkor az eredő rugóállandó képlete az alábbi:

$$c^y = c_j^y = (c_{1j}^y + c_{2j}^y)\frac{1}{\gamma}. \tag{3.21}$$

Ide behelyettesítve a (3.10) és (3.19) összefüggéseket, adódik a végeredmény:

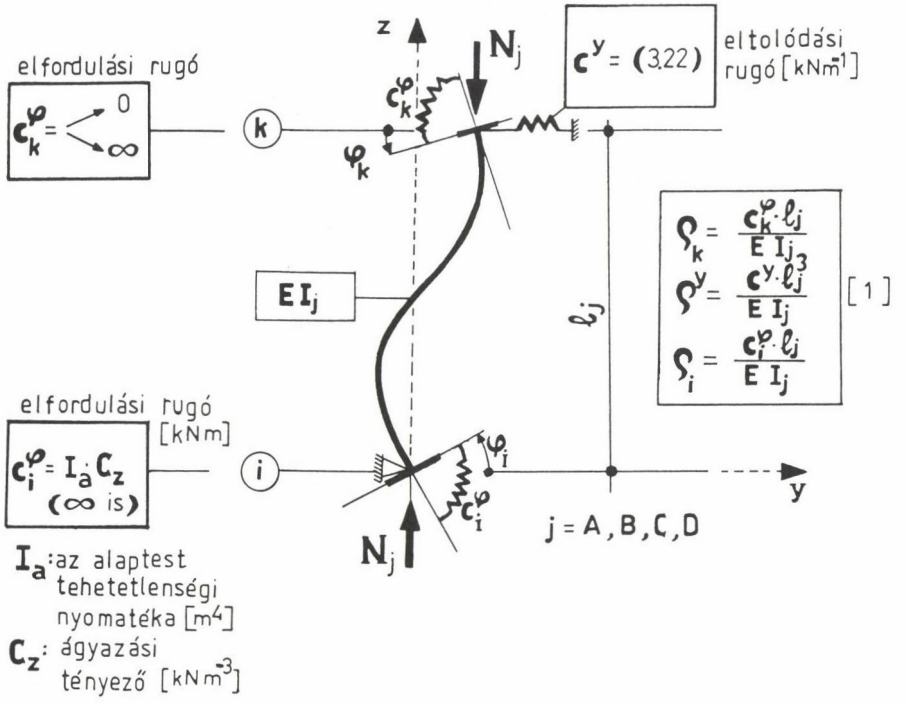
$$c^y = c_j^y = 0{,}4\ k_{ej}\left[0{,}4375\ b\ \frac{1}{1 + \frac{u}{154}} + t_2\vartheta\right]\ell C\ \frac{1}{\gamma}. \tag{3.22}$$

A (3.11)-nek és a (3.20)-nak megfelelő közelítő összefüggés:

$$c^y = c_j^y \cong 0{,}05\ k_{ej}\left[2\ b + t_2\right]\ell C\ \frac{1}{\gamma}\ . \tag{3.23}$$

4. TERVEZÉSI DIAGRAMOK

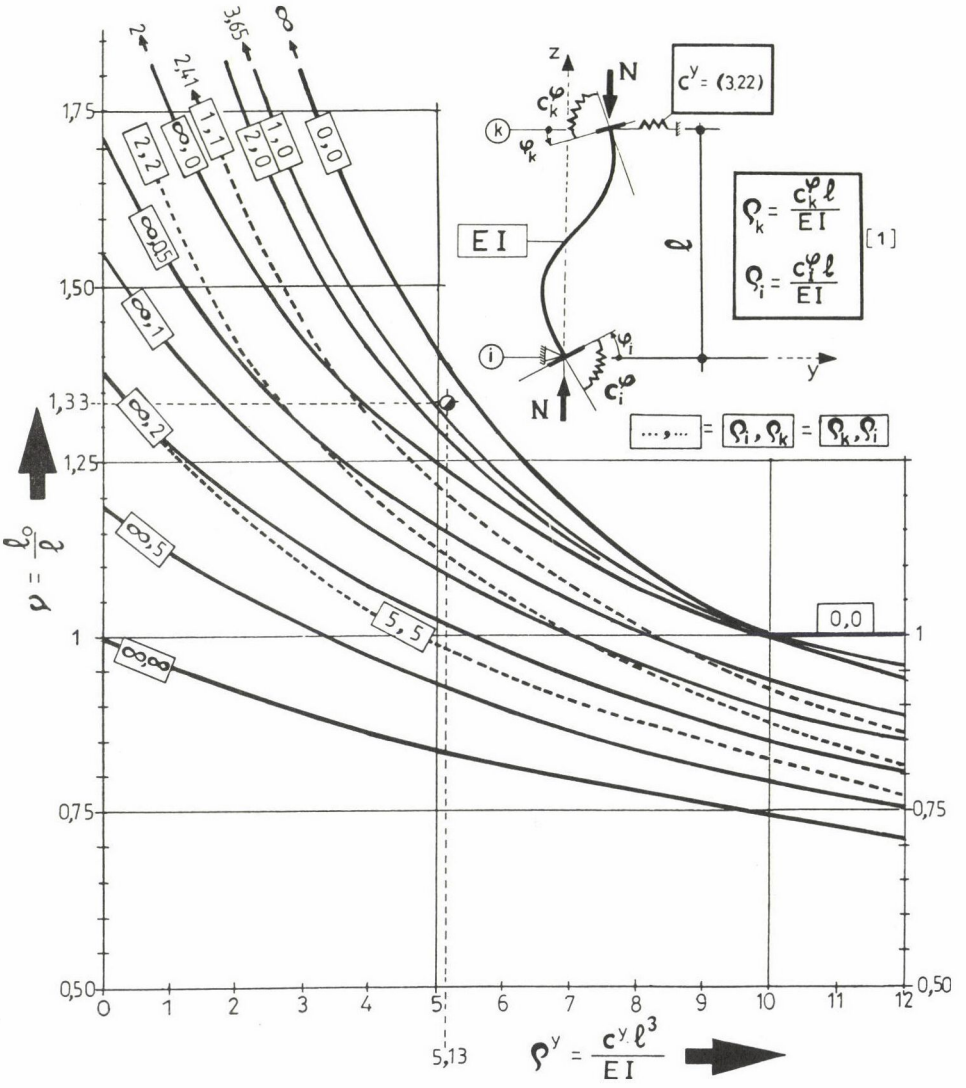
A /2/-ben részletezett eljárással állítottuk elő a 4. ábrát, melyen a vizsgált hídszerkezeteknél előforduló gyakorlati rugóállandó tartományhoz tartozó ν kihajlási hossz paraméter diagramokat adtuk meg. Az ábrán a felső és az alsó csomópont elfordulási rugóállandója egymással felcserélhető (ϱ_k és ϱ_i).



3. ábra. A kihajló oszlop rugóállandói

Jól látható, hogy a vízszintes megtámasztó hatás elhanyagolása jelentős **túlméretezéshez** vezet (különösen az 1. pontban említett Δe_t képletben szerepeltetve). Fix csomópontúként kezelni a szerkezetet szintén hiba, mégpedig **a biztonság kárára.**

Ökölszabályként megállapíthatjuk, hogy a szélső, felül csuklós hídpillér kihajlási hosszának paramétere átlagos, járatos esetekben $\nu \approx 1{,}35$ értékkel becsülhető. Ha felül is (részlegesen) befogott a pillér, akkor $\nu \approx 1{,}05$. Ha a befogás alul merevebb (pl. síkalap helyett két sor cölöp), akkor a ν csökkenthető, de a földnyomásból származó alapnyomaték megnövekszik.



4. ábra. A kihajlási hossz paramétere

5. SZÁMPÉLDA

5.1. Adatok

Rugalmassági modulus: $E_{bo} = 2{,}92 \cdot 10^7$ kNm^{-2}.

Alakváltozási modulus: $E = 1{,}377 \cdot 10^7$ kNm^{-2}.

Vízszintes ágyazási tényező (homokos kavics háttöltés): $C = 3{,}0 \cdot 10^4$ kNm^{-3}.

Függőleges ágyazási tényező (puha altalaj): $C_z = 1{,}5 \cdot 10^4$ kNm^{-3}.

Alaptest szélesség: $s = 2{,}0$ m.

Oszlop oldalhosszak: $b = 0{,}6$ m, $h_o = 0{,}9$ m.

Az oszlop hossza: $\ell = 7{,}07$ m.

A peremgerenda magassága: $h_g = 1{,}8$ m. A földet megtámasztó gerendahossz: $t_2 = 4{,}0$ m.

A biztonsági tényező: $\gamma = 1{,}5$.

A táblázatban az utolsó két oszlop az erősztóra vonatkozó, a (3.9a) szerinti számítás eredményeit mutatja:

Az oszlop jele j	ℓ_j /m/	I_j /m^4/	α_j /1/	$K_j \frac{\ell^3}{E}$ /m^4/	k_{ej} /1/
A	7,07	0,03645	3	0,10935	0,18
B	7,07	0,01620	12	0,19440	0,32
C	7,07	0,01620	12	0,19440	0,32
D	7,07	0,03645	3	0,10935	0,18
				0,60750	1,00

5.2. Az elfordulási rugóállandók

Lásd a 3. ábrát.

j = A a kihajló oszlop jele.

A kihajló oszlop hajlítómerevsége: $EI_A = 1{,}377 \cdot 10^7 \cdot 0{,}03645 = 5{,}0192 \cdot 10^5$ kNm^2.

A felső csomópont (nagyított) elfordulási rugóállandója:

$$\varrho_k = \underline{0}\,.$$

Az alsó csomópont elfordulási rugóállandója:

$$c_i^{\varphi} = I_a \cdot C_z = \frac{t_2 \cdot s^3}{12} C_z = \frac{4{,}0 \cdot 2{,}0^3}{12} 1{,}5 \cdot 10^4 = 40\,000 \text{ kNm}.$$

Nagyítva:

$$\varrho_i = \frac{c_i^{\varphi} \cdot \ell_A}{E\, I_A} = \frac{40\,000 \cdot 7{,}07}{5{,}0192 \cdot 10^5} = \underline{0{,}5634}.$$

5.3. Az eltolódási rugóállandó

Segédmennyiségek:

$$(3.6) : u = \frac{3{,}0 \cdot 10^4 \cdot 7{,}07^4}{5{,}0192 \cdot 10^5} 0{,}6 = 89{,}6,$$

$$(3.12) : \varepsilon = \frac{1{,}8}{7{,}07} = 0{,}2546,$$

$$(3.17) : \vartheta = 0{,}1377.$$

A rugóállandó számítása:

$$(3.22) : c^y = c_1^y + c_2^y = 0{,}4 \cdot 0{,}18 \left[0{,}4375 \cdot 0{,}6 \frac{1}{1 + \frac{89{,}6}{154}} + 4{,}0 \cdot 0{,}1377\right] 7{,}07 \cdot 3{,}0 \cdot 10^4 \frac{1}{1{,}5} =$$

$$= 1689 + 5608 = \underline{7297 \text{ kNm}^{-1}}.$$

Összehasonlításul a (3.23) közelítő összefüggéssel is:

$$(3.23) : c^y = c_1^y + c_2^y = 0{,}05 \cdot 0{,}18 \left[2 \cdot 0{,}6 + 4{,}0\right] 7{,}07 \cdot 3{,}0 \cdot 10^4 \frac{1}{1{,}5} =$$

$$= 1527 + 5090 = 6617 \text{ kNm}^{-1}.$$

A nagyított eltolódási rugóállandó:

$$\varrho^y = \frac{c^y \cdot \ell_A^3}{E\, I_A} = \frac{7297 \cdot 7{,}07^3}{5{,}0192 \cdot 10^5} = \underline{5{,}13}.$$

5.4. A kihajlási hossz paramétere

A 4. ábrán bejelöltük a leolvasott értéket:

$$\nu = \underline{1{,}33}.$$

A kihajlási hossz: $\ell_o = 1{,}33 \cdot 7{,}07 = \underline{9{,}4}$ m.

IRODALOM

/1/ **Hahn, J.:** Durchlaufträger, Rahmen, Platten und Balken auf elastischer Bettung. Werner-Verlag, 1971, 284.

/2/ **Jankó L.—Nagy Z.:** Az eltolódási rugómerevség hatása a rúd kritikus terhére. Építés- Építészettudomány, 1989, 1—2, 109—123.

/3/ **Kemény Á.—Kerényi Gy.:** Alapok rugalmas ágyazásának figyelembevétele hidak alépítményeinél. Tervezési segédlet. UVATERV, 1981, 15.

/4/ **Kollár L.** (szerk.): A mérnöki stabilitáselmélet különleges problémái. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1991, 308—336.

SZEMLE

BESZÁMOLÓ AZ 1990. ÉVI BUDAPESTI "ACÉLSZERKEZETEK STABILITÁSA" C. KONFERENCIÁRÓL

1990 áprilisában rendezték meg harmadízben Magyarországon az "Acélszerkezetek stabilitása" című nemzetközi konferenciát. A konferenciák helyszíne időrendben Balatonfüred (1977), Tihany (1986) és Budapest (1990).

A néhai Halász Ottó akadémikus által kezdeményezett konferenciasorozat elsődleges célja az acél (és más fém anyagú) tartószerkezetekre vonatkozó elméleti és kísérleti kutatás összefoglalása, különös tekintettel az egyes nemzeti és nemzetközi szabványokban bekövetkezett változásokra.

A konferencia elnöke és fő szervezője Iványi Miklós egyetemi tanár volt. A konferencián 173 előadást tartottak a résztvevő európai, amerikai és ázsiai kutatók. Az előadásokat a szervezőbizottság 15 szekcióba sorolta. A szekciók munkáját az elnök vezette, a szekció témájáról és a benyújtott dolgozatokról a general reporter adott áttekintést az ülés elején. Az alábbiakban felsoroljuk a szekciókat az elnök és a general reporter nevével, valamint a magyar előadókat is megemlítjük.

1. szekció:		Általános tervezési elvek
Elnök:		P. J. Dowling, Anglia
General reporter:		T. V. Galambos, USA
Magyar előadás:		Iványi M.
2. szekció:		Nyomott szerkezeti elemek
Elnök:		J. S. B. Iffland, USA
General reporter:		J. Melcher, Csehszlovákia
Magyar előadás:		Gáspár Zs. és Domokos G.
		Szabó Gy. és Szatmári I.
3. szekció:		Összetett szelvényű rudak
Elnök:		R. Bjorhorde, USA
General reporter:		V. Gioncu, Románia
Magyar előadás:		Szittner A.
4. szekció:		Gerendatartók
Elnök:		H.-G. Glas, Németország
General reporter:		D. Nethercot, Anglia
Magyar előadás:		Tomka P.
		Szatmári I. és Tomka P.
		Dulácska E.
		Hunyadi F. és Iványi M.
5. szekció:		Külpontosan nyomott rudak
Elnök:		J. Lindner, Németország
General reporter:		J. Murzewski, Lengyelország
Magyar előadás:		Dunai L. és Horváth L.

6. szekció:		Nyitott és zárt hegesztett szelvények
Elnök:		R. Maqui, Belgium
General reporter:		M. Skaloud, Csehszlovákia
Magyar előadás:		Agócs Z. (Csehszlovákia) és Iványi M.
7. szekció:		Keretek
Elnök:		Iványi M.
General reporter:		R. Zandonni, Olaszország
Magyar előadás:		Iványi M.
		Hegedűs L. (2)
		Szatmári I.
		Papp F.
		Szabó B.
8. szekció:		Ívtartók
Elnök:		Kollár L.
General reporter:		S. Kuraniski, Japán
9. szekció:		Háromszög képzésű rácsostartók
Elnök:		M. C. Temple, Kanada
General reporter:		R. Narayanan, Anglia
Magyar előadás:		Platthy P.
10. szekció:		Zárt szelvények
Elnök:		D. Vandepitte
General reporter:		D. R. Sherman, USA
Magyar előadás:		Farkas J.
11. szekció:		Héjak
Elnök:		B. Edlund, Svédország
General reporter:		I. Arbocz, Hollandia
Magyar előadás:		Tarnai T.
		Kollár L. P.
12. szekció:		Hidegen alakított szelvények, interaktív kihajlás
Elnök:		E. L. Ajrumjan, Szovjetunió
General reporter:		J. Rondal, Belgium
Magyar előadás:		Farkas J. és Jármai K.
		Jármai K.
		Verőci B.
13. szekció:		Kompozit tartószerkezetek
Elnök:		N. Hajdin (Jugoszlávia)
General reporter:		G. H. Sedlacek, Németország
14. szekció:		Méretezés földrengésre és dinamikus hatásokra
Elnök:		F. M. Mazzolani, Olaszország
General reporter:		Y. Fukumoto, Japán
Magyar előadás:		Gyökös F.
		Pammer Z. és Rácz S.
15. szekció:		Speciális problémák
Elnök:		A. P. Seyranian, Szovjetunió
General reporter:		Gáspár Zs.
Magyar előadás:		Kurutz M. (2)
		Roller B.
		Iványi M. és Quang Hoang Van

Az előadások anyaga Iványi Miklós szerkesztésével egy kétkötetes, keménykötéses kiadvány formájában jelent meg angol nyelven ("Stability of Steel Structures") az Akadémiai Kiadó gondozásában 1991-ben. A kiadvány igen hasznos áttekintést nyújt az acélszerkezetek méretezésével kapcsolatos aktuális kérdésekről, számos olyan információt nyújt, mely más forrásból aligha lenne hozzáférhető.

Dr. Domokos Gábor

INHALT

Dr. László Bognár: Berechnung von seismischen Wirkungen ausgesetzten Rahmenwerken aufgrund der Theorie der zufälligen Schwingungen 3

Dr. Géza Lámer: Über die Kinematik von Kontinua mit grossen Verschiebungen bei kleinen Verformungen 35

Dr. Géza Lámer: Ableitung von Problemen zweier und einer Veränderlichen aus dem dreivariablen problem. Eigentümlichkeiten in der Kontinuummechanik 61

Dr. Lajos Kollár: Die Anwendung der vereinfachten Kontinuummethode auf die Vorbemessung von Raumfachwerken 93

Dr. Lajos Kollár: Einige Bemessungprobleme der Faltwerke 147

Béla Csiki: Einflussfunktionen von elastisch gebetteten Ringen 195

Dr. László Jankó—Dr. Jenő Knebel: Verfahren zur Bestimmung der Durchbiegungslänge von Brückenpfeilern 221

RUNDSCHAU

Bericht über die Konferenz "Stabilität von Stahlkonstruktionen" in Budapest, 1990 **(Dr. Gábor Domokos)** 233

CONTENTS

Dr. László Bognár: Design of Frameworks Exposed to Seismic Effects According to the Theory of Random Vibrations 3

Dr. Géza Lámer: Kinematics of Continua Performing Important Displacements at Slight Deformations 35

Dr. Géza Lámer: Two- and Single-Variable Problems Deduced from Three-Variable Problem. Peculiarities in Continuum Mechanics 61

Dr. Lajos Kollár: Application of the Simplified Continuum Method to the Dimensioning of Space Grids 93

Dr. Lajos Kollár: Some Problems of Static Analysis of Folded Plate Structures 147

Béla Csiki: Influence Functions for Rings on Elastic Bedding 195

Dr. László Jankó—Dr. Jenő Knebel: Method for Determining Deflection Lengths of Bridge Piers 221

REVIEW

Report on the Conference "Stability of Steel Structures", Budapest, 1990 **(Dr. Gábor Domokos)** 233

СОДЕРЖАНИЕ

Д-р Ласло Богнар: Расчет рамных конструкций, подвергаемых сейсмическим аффектам на основе теории случайных колебаний 3

Д-р Геза Ламер: О кинематике сплошной среды, производящей большие перемещения при малых деформациях 35

Д-р Геза Ламер: Вывод двух- и одноперменных задач из трехпеременных задач. Их своеобразие в механике сплошных сред 61

Д-р Лайош Коллар: Применение упрощенного метода сплошных сред к расчету двухслойных пространственных решеток 93

Д-р Лайош Коллар: Некоторые вопросы расчета складчатых конструкций ... 147

Бела Чики: Функции влияния торов с упругим основанием 195

Д-р Ласло Янко—д-р Йенё Кнебел: Метод для определения длины изгиба мостовых опор 221

ОБЗОР

Отчет о конференции на тему "Устойчивость стальных конструкций" (1990 г., Будапешт) -- **Д-р Габор Домокош** 233

SOMMAIRE

Dr. László Bognár: Calcul des portiques soumises au séisme à la base de la théorie des vibrations aléatoires 3

Dr. Géza Lámer: Sur la cinématique des continus aux grands déplacements pour des déformations réduites 35

Dr. Géza Lámer: La déduction des problèmes à deux variables et à un variable partant des problèmes à trois variables. Particularités pour la mécanique des continus 61

Dr. Lajos Kollár: Application de la méthode simplifiée des continus pour le calcul des treillis doubles à trois dimensions 93

Dr. Lajos Kollár: Quelques problèmes de calcul des plaques pliées 147

Béla Csiki: Fonctions d'influence des anneaux au lit élastique 195

Dr. László Jankó—Dr. Jenő Knebel: Méthode pour la détermination de la longueur de flambage des piliers de pont 221

REVUE

Compte rendu de la conférence "La stabilité des structures d'acier" à Budapest, 1990 **(Dr. Gábor Domokos)** 233

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat igazgatója
A nyomdai munkálatokat az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat végezte
Felelős vezető: Zöld Ferenc igazgató
Budapest, 1993. - Nyomdai táskaszám: 21551
Felelős szerkesztő: Szabó János
Műszaki szerkesztő: Sándor István
Megjelent: 21 (A/5) ív terjedelemben
HU ISSN 0013--9661

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

Ára: 300,— Ft áfával

316.594

ÉPÍTÉS- ÉPÍTÉSZET- TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: SZABÓ JÁNOS

XXIII. KÖTET
3—4. SZÁM

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1992/93

ÉPÍTÉS-
ÉPÍTÉSZETTUDOMÁNY

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG:

DR. KALISZKY SÁNDOR, DR. PERÉNYI IMRE, DR. SZABÓ JÁNOS,
DR. VÁMOSSY FERENC

TECHNIKAI SZERKESZTŐK:

HORVÁTHNÉ DR. SIPOS EDIT ÉS DR. VÁMOSSY FERENC

1521 BUDAPEST, MŰEGYETEM RAKPART 3. BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
K. II. 60. (ÉPÍTÉSZETTÖRTÉNETI ÉS ELMÉLETI INTÉZET)

A kiadvány példányonként megvásárolható:

Az Akadémiai Kiadó *Stúdium* (1368 Budapest, Váci utca 22., tel.: 118-5881) és *Magiszter* (1052 Budapest, Városház utca 1., tel.: 138-2440) könyvesboltjaiban.

Külföldön terjeszti a

KULTURA KÜLKERESKEDELMI VÁLLALAT

1389 Budapest, Fő utca 32. Telefon: 142-9760
Pénzforgalmi jelzőszám: 218—10 990.

ÉPÍTÉS- ÉPÍTÉSZET- TUDOMÁNY

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI: SZABÓ JÁNOS

XXIII. KÖTET
3—4. SZÁM

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1992/93

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

TARTALOM

Feketeházy János születésének 150. évfordulója alkalmából rendezett tudományos emlékülés, 1992. május 12.

Dr. Iványi Miklós: Feketeházy János (1842—1927) 243

Dr. Platthy Pál: A Keleti Pályaudvar vágánycsarnokának acél tetőszerkezete 251

Dr. Visontai József: A Magyar Állami Operaház tetőszerkezete 259

Dr. Szittner Antal: A Fővám téri — Ferenc József — Szabadság-híd ... 267

Laár Tibor—Szabó László: Feketeházy szerepe a magyar hídépítés történetében 279

*

Dr. Gáll Imre: Hídesztétikai elvárások százéves fejlődésének bemutatása néhány Duna-híd példáján 287

Dr. Roller Béla: Miért szép? Képek és gondolatok hidakról, tájakon és városokban 309

Dr. Guzsik Tamás: Hagyományőrzés és fejlődés az örmény szakrális építészetben 321

Hoppe László: A történeti építészet méretmeghatározó módszerei 351

SZEMLE

Komárik Dénes "Feszl Frigyes, 1821—1884" c. doktori értekezésének vitája **(Kubinszky Mihály, Marosi Ernő** és **Vörös Károly)** 389

KÖNYVSZEMLE

Rudolph Szilard: Finite Berechnungsmethoden der Strukturmechanik. Band 2. Flächentragwerke in Bauwesen **(Roller Béla)** 423

Postaépítészet Magyarországon **(Merényi Ferenc)** 424

A FEKETEHÁZY JÁNOS SZÜLETÉSÉNEK 150. ÉVFORDULÓJA ALKALMÁBÓL RENDEZETT TUDOMÁNYOS EMLÉKÜLÉS ELŐADÁSAI

(1992. május 12.)

Dr. Iványi Miklós, a műszaki tudomány doktora

FEKETEHÁZY JÁNOS*

1. FEKETEHÁZY JÁNOS ÉLETRAJZA

Feketeházy János 1842-ben Vágsellyén született. Atyja a község tanítója volt, ki nehezen tudta 9 gyermekét fölnevelni. János Nagyszombat és Nyitra városok gimnáziumában tanult. Érettségit Nyitrán tett. Utána a bécsi műegyetem matematikai karán tanult két évig, innen Zürichbe ment és mérnöki oklevelet szerzett. Bécsben az Osztrák--Magyar Államvasutak igazgatóságánál kapott először munkát. Részt vett a Wien Stadlaui Duna-híd és a Boszporusz csatorna-híd tervezésében. Bár Bécsben érdekes munkakörre és szép előrehaladásra volt kilátása, mégis hazajött. Állást vállalt a Vasútépítészeti Igazgatóságnál mint mérnökgyakornok. Hidak szabványterveit készítette, valamint fa-, kő- és vashidakat tervezett.

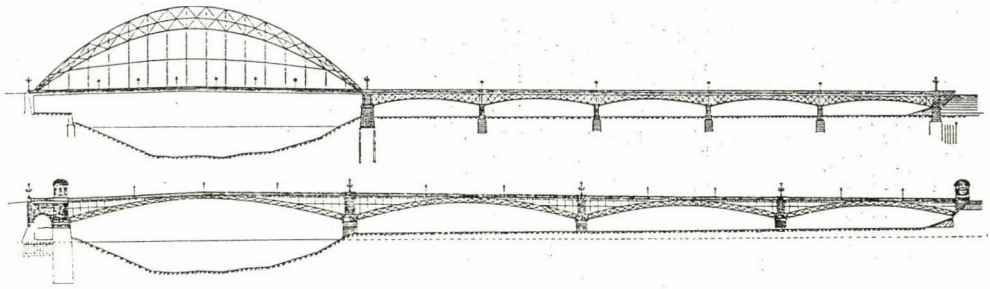
1873-ban a Vasútépítészeti Igazgatóság átkerült a MÁV-hoz, és így Feketeházy János itt dolgozott 1892-ig, amikor főmérnökként nyugalomba vonult.

A fellendült út- és vasútépítésekkel kapcsolatban rendkívül sok hidat kellett tervezni és építeni. E munkák oroszlánrészét Feketeházy végezte.

Irányította a déli összekötő vasúti híd és a szolnoki vasúti Tisza-híd munkáit. Az 1878. évi világkiállítással kapcsolatban az új rendszerű Duna-híd tervével díjat nyert. Ő tervezte az első forgóhidat Fiumében. Fordítókorong-szerkezete pedig a külföld elismerését váltotta ki.

Tervezett közúti hidakat is, így a komáromi Duna-hidat (1892). Pályadíjnyertes tervei alapján épült a nagyváradi Sebes-Körös-híd (1890), valamint a győri közúti Rába-híd (1893--94). A MÁV részére tervezett összerakható és szétszedhető hadi hidakat, melyek teljesen újszerűen, állvány nélkül voltak felépíthetők.

*Vágsellye, 1842. május 16.—Vágsellye, 1927. október 31.



1. ábra. Az Eiffel-cég által a szegedi közúti hídpályázatra benyújtott ajánlati tervek

Hidakon kívül Feketeházy egyéb tartószerkezetekkel is foglalkozott. Így ő tervezte a Keleti pályaudvar (1883), az Operaház (1875--85) és a Vámház (ma Közgazdaságtudományi Egyetem) (1870--74) tetőszerkezetét (Mihailich, 1960).

Legnagyobb sikerű alkotása azonban a szegedi közúti Tisza-híd, valamint a nemzetközi tervpályázaton második díjat nyert pályaterve alapján épült Ferenc József-híd volt. A szegedi közúti híd terve hosszú éveken át Eiffel terveként szerepelt. Lósy-Schmidt (1933) azonban kimutatta, hogy a tervező nem Eiffel, hanem Feketeházy volt. Feketeházy hazai cégeknek és végül a MÁV-nak is felajánlotta tervét, amelyet azonban egyik sem fogadott el. Csak e kudarc után fordult az Eiffel-céghez, mely ismerte Feketeházy képességeit. Az Eiffel-cég saját tervén kívül benyújtotta Feketeházy tervét is. Az volt a megállapodás, hogy Feketeházy tervét is az Eiffel-cég terveként szerepeltetik a bírálóbizottság döntéséig, mindkét fél érdekében. Az 1. ábra az Eiffel-cég által a szegedi közúti hídpályázatra benyújtott ajánlat hídterveinek oldalnézeteit mutatja. A Tisza medrét sarló alakú rácsos tartóval áthidaló felső tervezet az Eiffel-cégnek el nem fogadott párizsi tervét, a felső pályás, íves szerkezetű tervezet pedig Feketeházy János pályanyertes tervét szemlélteti. A híd azután Feketeházy terve szerint 1883--1885-ben Schikedanz Albert építész közreműködésével épült meg. A bírálóbizottság -- melynek Kherndl és Seefehlner is tagja volt -- egyhangú véleménye szerint Feketeházy terve "oly rendkívülien szép és megnyerő, hogy bármely világvárosnak díszére válhatna". A Mérnök-Egylet 1935-ben az újszegedi hídfőn emléktáblával örökítette meg Feketeházy emlékét.

Második főműve a Ferenc József-híd, melynek rendkívül szép vonalozása és művészi kapuzata nagy elismerést váltott ki világszerte.

Mehrtens drezdai professzor Eisenbrückenbau című munkájában (I. köt., 1908, 689.) megállapítja, hogy "die Franz-Jozef Brücke ist in ihrer ausseren Erscheinung nach eine der schönsten Auslegerbrücken der Welt".

Feketeházy kiváló úttörőmunkát végzett, megfelelő elismerésben még sem részesült, sőt sok esetben bántó mellőzést kellett tűrnie. Húszesztendei igen széles körű eredményes munkássága után -- kifáradva a sok megfeszített munkában -- 50 éves korában mint MÁV főmérnök volt kénytelen nyugdíjba menni.

Öregkorában visszaköltözött szülőfalujába. Egy baleset következtében lábát le kellett vágni, majd orbáncot kapott, és 85 éves korában, 1927. október 31-én elhunyt.

2. NEMZETKÖZI PÁLYÁZAT AZ ESKÜ TÉRI ÉS A FŐVÁM TÉRI HIDAK TERVEIRE

Már a Margit-híd forgalomba helyezésekor a nagy forgalom jelezte, hogy a Belváros közelében további hidakra van szükség.

Az 1885. évi XXI. törvénycikk el is rendelte, hogy amint a hidak tiszta jövedelme az évi 650 000 forintot meghaladja, a többletet egy negyedik híd építésére kell fordítani. Ez a feltétel 1890-ben következett be, és az 1893. évi XIV. törvénycikk az Eskü téri és Fővám téri hidak építését biztosította.

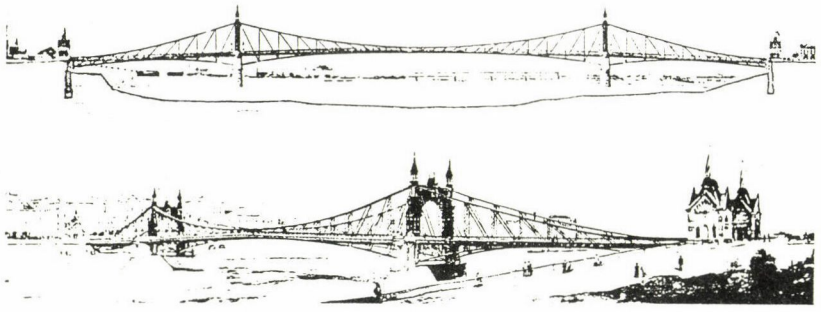
Ezen az alapon 1894-ben nemzetközi pályázatot hirdettek az Eskü téri és Fővám téri hidak terveire.

A pályázatot nagy érdeklődéssel fogadták. 74 pályaterv érkezett be, melyekből 53 az Eskü téri Erzsébet-hídra, 21 pedig a Fővám téri hídra (a mai Szabadság-híd) vonatkozott. Az Eskü téri hídtervek közül 36 egynyílású és 17 háromnyílású volt. A Fővám téri tervek közül pedig egynyílású 5, háromnyílású 16. A magyar mérnökök szép számban és sikeresen vettek részt a pályázaton. Amint a pályaművek felszereléséből kivehető volt, 15 terv magyaroktól származott.

A pályatervek száma szerint az államok sorrendje a következő volt: Amerika, Magyarország, Olaszország, Ausztria, Németország, Franciaország, egy-egy pályatervvel szerepelt Belgium, Hollandia, Oroszország és Algír.

A bírálóbizottságban olyan európai hírű tudósok foglaltak helyet, mint Zimmermann. Az előadó Kherndl professzor volt, aki a budapesti Eskü téri és Fővám téri Duna-hidak pályaterveiről készült nagyszabású tanulmányában számolt be a bizottság munkájáról (Kherndl Antal, 1894). A díjakat a következő pályaművek nyerték:

-- Az első díjat (30 000 korona) Eisenlohr és Weigle stuttgarti építészeknek és Küblernek, az esslingeni gépgyár főmérnökének Eskü téri hídterve,



2. ábra. Feketeházy Jánosnak az 1894. évi nemzetközi tervpályázaton II. díjat nyert pályaterve

-- a második díjat (20 000 korona) Feketeházy János nyugalmazott MÁV főmérnök Fővám téri hídterve (2. ábra),

-- a harmadik díjat (10 000 korona) a Szab. O. M. Államvasúti Társaság magyar bányái, hutái és uradalmi igazgatóságának, Gregersen G. és Fiai budapesti építő vállalkozóknak és Schmal H. budapesti műépítésznek Fővám téri hídterve. Tervező Totth Róbert társulati mérnök.

A nagyértékű díjazott pályatervek felhasználásával sürgősen megindult a tervezés, mivel a Fővám téri hídnak a millenniumi évben el kellett készülnie (a hidat Ferenc Józsefről nevezték el, ma Szabadság-híd). A minisztériumban külön Duna-hídépítő osztály alakult Czekelius Gyula vezetésével.

Alapul Feketeházy pályaterve szolgált. Feketeházy, szakítva az addigi hagyományokkal, a csuklókkal statikailag határozottá tett (Gerber-rendszerű) háromnyílású rácsos főtartó-szerkezetet a függőhidakra emlékeztető kontúrral alakította ki. Esztétikai szempontból különösen előnyösnek bizonyult az alsó övek ívelő vonalvezetése, ami a híd karcsúságát -- főleg a középső nyílásban -- erőteljesen kiemelte. A könnyed, szinte légies megjelenést a parti nyílásokba beépített jelentős öntöttvas-ellensúlyokkal lehetett elérni (az öntöttvas-ellensúly a teljes acélszerkezet súlyának 25%-át tette ki). A bírálóbizottság a tervnek bizonyos hiányait is megállapította. Kifogásolta a hídfők tervezett alapozását, és szükségesnek jelezte a vasszerkezet némely részének megerősítését, kellő merevség biztosítása végett. Mindezen megjegyzéseket a tervezésnél figyelembe vették. Ezenkívül a minisztérium a pályázati feltételeken is változtatott, úgyhogy szükségessé vált a vasszerkezetnek új részlettervét elkészíteni. Feketeházy általános terve azonban teljes mértékben érvényben maradt.

A részletes tervezés a Duna-hídépítési osztály, illetőleg dr. Gállik István és Beke József vezetésével indult meg.

3. A FERENC JÓZSEF- (SZABADSÁG-) HÍD

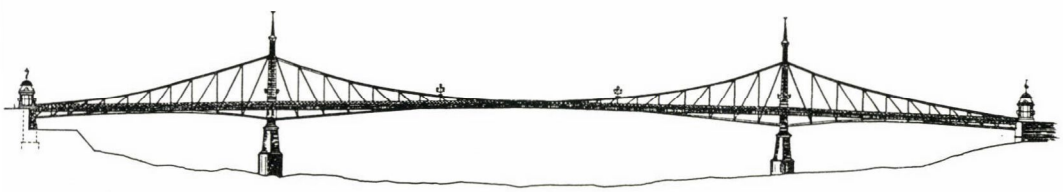
1894—96-ban épült. Egyike volt a millenniumra elkészült kiváló műveknek, melyek világszerte hirdették az ezeréves magyar nemzet alkotó erejét (3. ábra) (Gáll, 1984).

A híd főtartói háromnyílású konzolos tartók, a középső nyílásban két csuklóval. A középső támaszköz 175 méter, a szélsőké 78,10 méter. A híd hossza 331,2 méter, Budapest legrövidebb hídja. A szélső nyílások tartószerkezete konzolszerűen 64 méterre nyúlik be a középső nyílásba, és ezen konzolvégekre fekszik fel a 47 méter támaszközű befüggesztett tartó. A csuklók ingaoszlopszerű megoldásúak.

A híd szépségének egyik fő tényezője a pillérek feletti vaskapuzatok kialakítása, mely Nagy Virgil műegyetemi tanár tervei szerint készült. Az áttört oszlopok igen levegősek, könnyed benyomást keltenek, és amellett mégis hangsúlyozzák a híd ezen részének fontos erőtani szerepét. A hídon végighaladva ezek a hatalmas kapuzatok biztonságérzetet ébresztenek és annak a tudatát, hogy a kapuzat építészeti alakítása a vasszerkezet szerves része, nem pedig odabiggyesztett külön építmény. A turulmadarak a kapuzat tetején is jelzik a kapuzat fontos szerepét. A sikerült kapuzat a mérnök és az építész megértő együttműködésének szép példája.

A pilléreken a főtartót álló saru támasztja alá, a hídfőn pedig mozgó saru. A hídpálya szélessége a korlátok közt 20,1 méter. A kocsipálya 10,5, a járdák pedig 2,90 méter szélesek. A kocsipálya ezen szélessége már a legelső időkben is kevésnek bizonyult, tekintettel arra, hogy két villamosvágány is átmegy a hídon. A hídpálya alatt négy 65 cm átmérőjű vízvezetéki cső, továbbá két kábelszekrény és egy 30 cm-es gázvezeték is megy át a hídon.

A vaskapuzat gombvégződésének magassága a mederpillér felszíne felett 36 méter. A szerkezet méretezése 450 kg/m^2 embertömeg-terhelésre és két 24 tonnás teherkocsira történt.



3. ábra. Ferenc József- (Szabadság-) híd oldalnézete

4. ábra. Feketeházy Jánosról elnevezett emlékérem-tervezet
(készítette Bognár György ötvösművész)

A vasszerkezetet a MÁV gépgyár szállította, az alépítményi munkákat pedig a Gaertner és Zsigmondi társvállalkozók végezték. A vasszerkezet súlya 4884 tonna, a földbillenést akadályozó ellensúlyoké pedig 1218 tonna, összesen tehát 6102 tonna.

Nevezetessége a Ferenc József-hídnak, hogy vasszerkezete nem az addig használt hegeszvasból, hanem folytvasból készült.

A resicai vasmű már a 70-es évek elején gyártott folytvasat, Diósgyőr 1879-től, Salgótarján és Ózd 1895-től kezdve.

Irodalmi adatok szerint az első folytvasból készült híd hazánkban az Osztrák–Magyar Államvasutak által 1873–74-ben épített budapesti Ferdinánd-híd középső nyílása volt. A Ferenc József-híd az első nagy híd, melynek vasszerkezete folytvasból készült.

A Fővám téri híd ünnepélyes megnyitására a millenniumi ünnepségek alkalmával, 1896. október 4-én került sor a király jelenlétében, akiről a hidat Ferenc József-hídnak nevezték el.

A Ferenc József-híd a XX. század első felében a szakirodalom szerint a világ legszebb Gerber-rendszerű rácsos főtartókkal készült hídja volt. Ma az újjáépített híd (Szabadság-híd) sokak szerint a legjelentősebb magyar acélszerkezetű műemlék, megelőzi az Eiffel-cég által tervezett Nyugati pályaudvari csarnokot is.

Feketeházy János életműve megérdemli, hogy emlékét megörökítsük.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya és a Budapesti Műszaki Egyetem Acélszerkezetek Tanszéke 1992. május 19-én, Feketeházy János születésének 150. évfordulója alkalmából tudományos emlékülést rendezett.

A "HIDAK" Nemzetközi Tudomány- és Technikatörténeti Alapítvány Feketeházy Jánosról elnevezett emlékérem kibocsátását határozta el (4. ábra), ezzel is megörökítve a vasszerkezet-tervezés kiemelkedő művelőjének, a nemzetközileg elismert magyar hídépítőnek az emlékét.

IRODALOM

Lósy-Schmidt Ede (1933): Magyar vagy francia alkotás-e a szegedi közúti Tisza-híd? A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye, 35—36. szám. LXVII. kötet, 185—195.

Kherndl Antal (1894): A székesfővárosi dunai hidak terveire kiírt pályázatról. A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye, 1—56., X. tábla.

Mihailich Győző (1960): A XIX. és XX. századi magyar hídépítés története. Akadémiai Kiadó, Budapest.

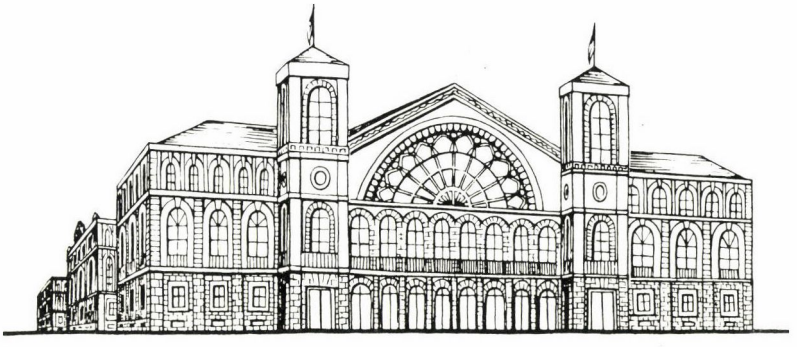
Gáll Imre (1984): A budapesti Duna-hidak. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Platthy Pál, a műszaki tudomány doktora

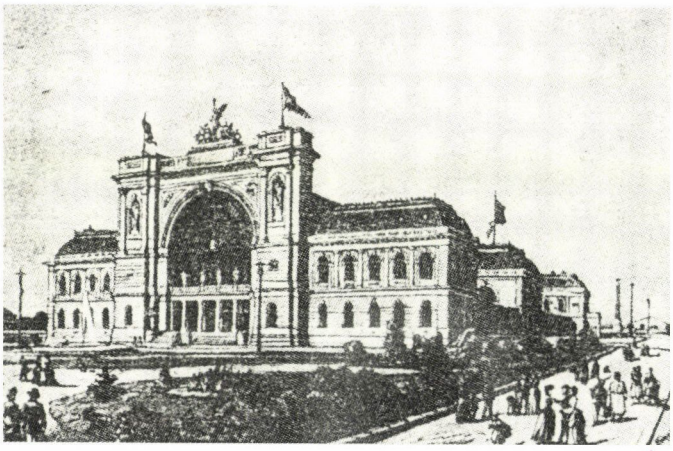
A KELETI PÁLYAUDVAR VÁGÁNYCSARNOKÁNAK ACÉL TETŐSZERKEZETE

Talán szélesebb körben kevésbé köztudott, hogy a XIX. század utolsó évtizedének kiemelkedő tudású mérnöke, az egyik legnagyobb acélszerkezeti tervezőnk, Feketeházy János, számos elismert híd (pl. a budapesti Ferenc József-híd, a régi szegedi Tisza-híd, az első összekötő vasúti Duna-híd, a Boszporusz csatorna hídja stb.) tervének elkészítése mellett több híres épületünk megalkotásában is közreműködött. Így pl. ő tervezte a budapesti Vámpalota (ma Közgazdaságtudományi Egyetem), az Állami Operaház, valamint a Keleti pályaudvari vágánycsarnok acél tetőszerkezetét. Az említettek közül a legutóbbi ma is eredeti formájában áll és betölti funkcióját.

A budapesti Keleti pályaudvar a kiegyezés utáni korszak egyik jellemző, városképet formáló alkotása. Építését hosszú huzavona előzte meg. A Magyar Államvasutak már 1868-ban elhatározta egy új, ún. "Központi pályaudvar" létesítését, amelynek főépületére terv is készült (1. ábra), de amelynek kivitelezési munkáit anyagi okokból — az 1873-as nagy gazdasági válság kitörése miatt — bizonytalan időre el kellett halasztani. Közben megépült a déli



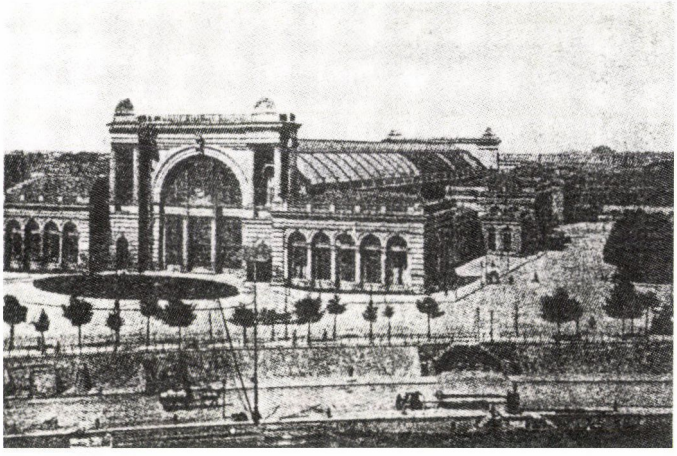
1. ábra



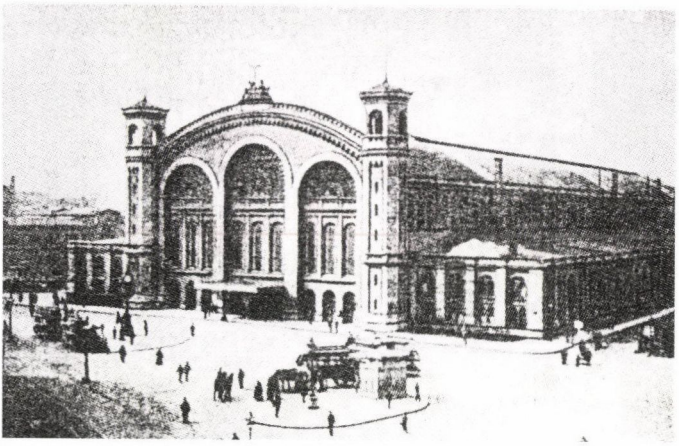
2. ábra

összekötő vasúti Duna-híd, majd osztrák—francia együttműködéssel 1877-ben elkészült a másik nagy budapesti fejállomás, a Nyugati pályaudvar. A Keleti pályaudvar építésének megkezdésére csak 1881-ben került sor. A jelentős munka 1884-ben fejeződött be.

A Keleti pályaudvar főépületének végleges tervei Rochlitz Gyula MÁV főfelügyelő vezetésével készültek. Az épület formailag a késő reneszánsz eklektikához sorolható (2. ábra), s tagoltságát tekintve a korabeli német megoldásokkal mutat rokonságot. Ezt azonnal észrevenni, ha az 1869—71 között

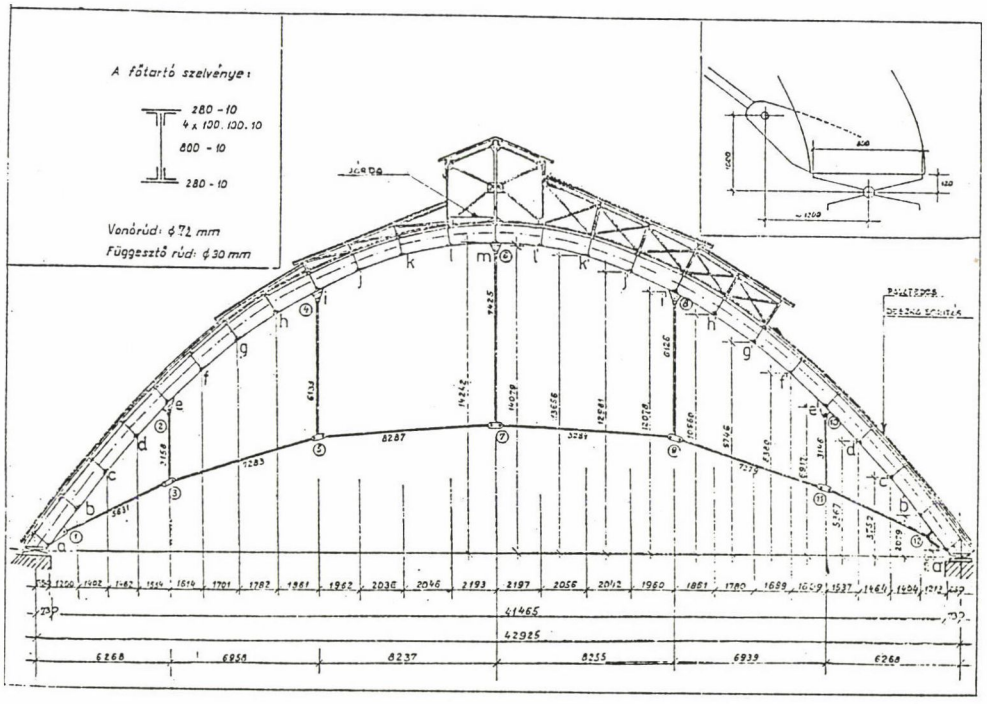


3. ábra

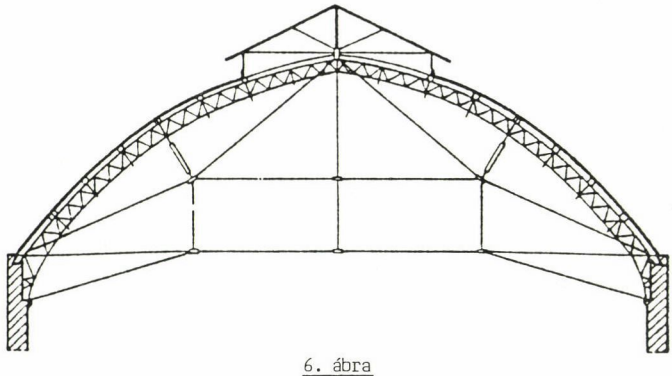


4. ábra

épített berlini Lehrter Bahnhof (3. ábra), vagy az 1876-ban épített ugyancsak berlini Stettiner Bahnhof (4. ábra) képét megnézzük.



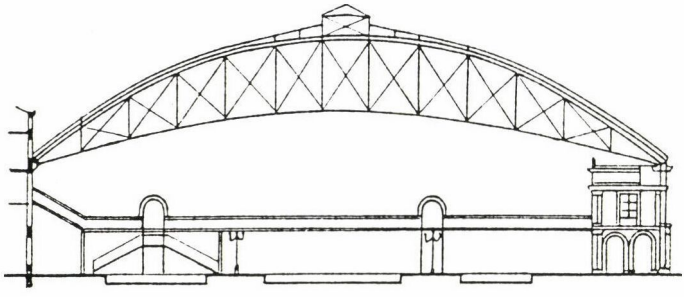
5. ábra



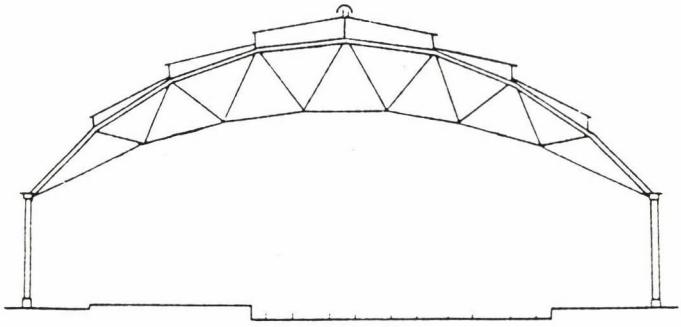
6. ábra

A budapesti Keleti pályaudvar főépületének egyik szakmai érdekessége kétségtelenül a vágánycsarnok acél tetőszerkezete, ami -- mint említettük -- Feketeházy János alkotása.

Feketeházy ennél a munkájánál szakított a kontinensen kialakult tartószerkezeti szemlélettel, s főtartóként tömör gerincű vonóvasas íveket alkalmazott (5. ábra). E lépés újszerűségének érzékeléséhez tudni kell, hogy Feketeházy előtt Európában kizárólagosan a rácsos tartók uralkodtak a nagy térfedéseknél. A rácsos tartók egyik igen elterjedt formája a Polonceau-fedélszék volt, ami tulajdonképpen Franciaországból indult el diadalútjára, s rövidesen elterjedt az egész világon. Az 1847—52 között épült párizsi Gar de l'Est vágánycsarnokánál a Polonceau-fedélszék még bonyolult szerkezeti kialakítással készült (6. ábra), de az 1877-ben átadott budapesti Nyugati pályaudvarnál már Gustave Eiffel (esetleg Seyring Teofil) keze nyomán kiérlelt, klasszikus vonalozású, világos erőjátékú tartóvá vált. A Polonceau-fedélszékekkel egy időben jelentek meg a faszerkezeteket felváltó



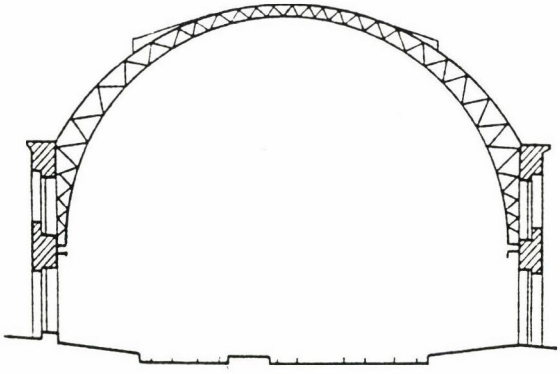
7. ábra



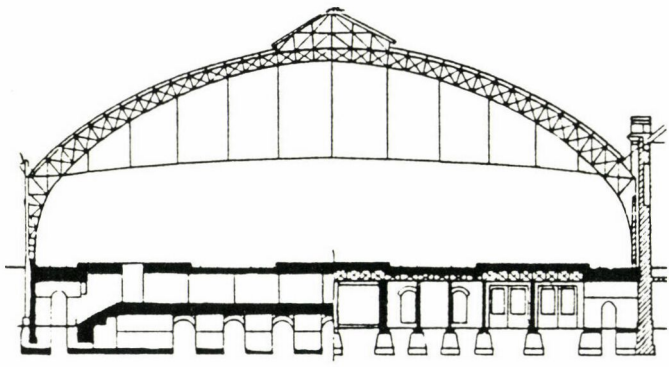
8. ábra

"sarló alakú" acél rácsos tartók (7. és 8. ábra), majd a híres acélszerkezeti tervező, Schwedler különleges kupolaszerkezetei (9. ábra). Végül meg kell említeni a rácsos ívvel és vonóvassal készült térlefedéseket. Ilyen volt az 1878--82 között épült, a budapesti Keleti pályaudvart közvetlenül megelőző Sziléziai pályaudvar második csarnoka Berlinben (10. ábra).

Egyesek feltételezik, hogy Feketeházyt a Keleti pályaudvari tetőszerkezet tervezésekor a zseniális erdélyi hámor-tulajdonos, majd hídépítő mester, Maderspach Károly világszerte elismert találmánya, a vonóvasas közúti ívhíd ihlette meg, s választásánál közrejátszott a hazafiúi gondolkodás, a nagyhatalmi álmokat szövő és a milleniumra készülő Magyarország nemzetieskedő közhangulata is. Az kétségtelen, hogy Maderspach lugosi, herkulesfürdői és karánsebesi hídja -- elsősorban a német szakirodalomnak köszönhetően -- jelentős szakmai sikert aratott, de annak hatása Feketeházy hídjainál sehol sem



9. ábra

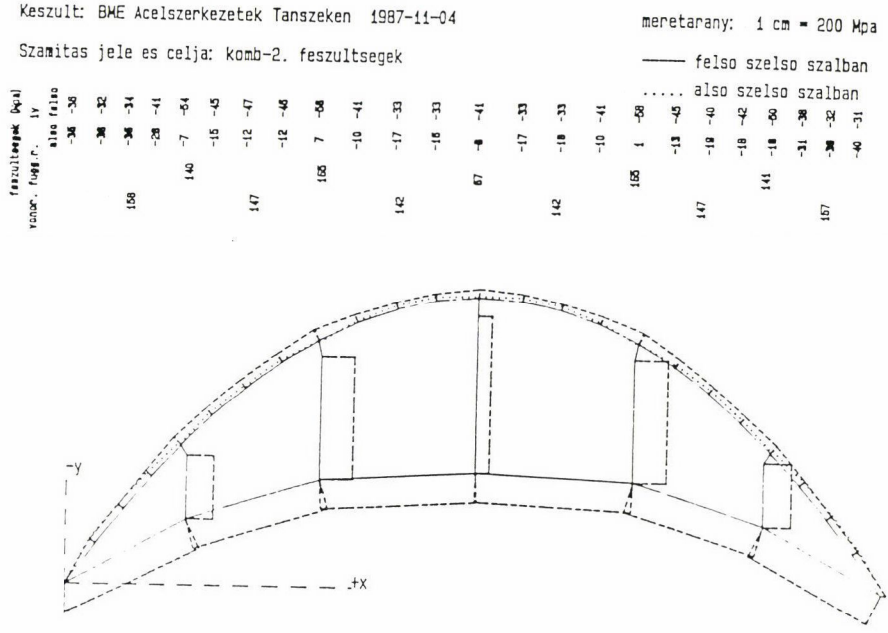


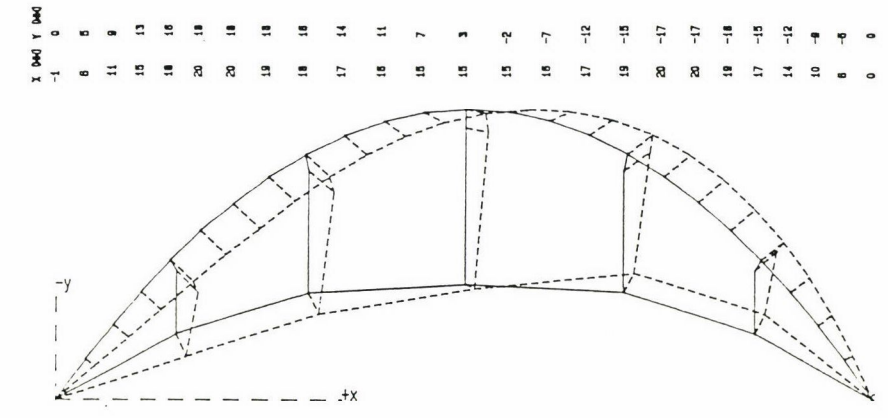
10. ábra

fedezhető fel. Márpedig Feketeházy, aki elsősorban hidász volt, ha Maderspach gondolatát kívánta volna felkarolni, azt a hidaknál tette volna meg.

Az is felmerült — s talán elvileg nem is lehet teljesen kizárni —, hogy a Keleti pályaudvari vágánycsarnok acél tetőszerkezetének sajátos kialakítását az épület főtervezője, Rochlitz sugallta. Ennek azonban ellentmond Rochlitz képzettsége és egyénisége. Rochlitz építész volt, és nem foglalkozott acélszerkezettel, illetve statikával. Építészként is inkább a kitaposott utat kedvelte, amint azt a Keleti pályaudvar főépületének homlokzata és tagoltsága is tanúsítja; német példákat követett. Így nagyon valószínűtlen, hogy Rochlitz a tetőszerkezetet tervező képzett statikusnak egy Közép-Európában akkor újszerűnek mondható acélszerkezet-megoldást javasolt volna.

Nagy a valószínűsége annak, hogy Feketeházy a szerkezet megválasztásánál kiváló konstruktőri érzékére támaszkodva önállóan döntött. A döntésnél szerepet játszhatott egyrészt a vágánycsarnok homlokzatának kapuzatszerű, diadalívre emlékeztető kialakítása, ami miatt az ívtartó alkalmazása előtérbe került, másrészt a tetőszerkezet téglafalakra való helyezése, ami megkövetelte a vonóvas beépítését, nehogy az ív vállnyomása a téglafalazatot károsítsa és az állékonyságot veszélyeztesse. Az ívek tömör kialakítását, az ún. gerinclemezes ívtartók alkalmazását azonban az építés idején nem indokolta semmi. Akkor még tapasztalat hiányában nem tudták, amit ma már minden acélszerkezettel foglalkozó mérnök tud, hogy a tömör gerincű tartóknak óriási előnye van a rácsos tartókkal szemben, ami nem az anyagfelhasználásnál, hanem a gyártásnál, a szerelésnél, a korrózióvédelemnél, a karbantartásnál, az időállóságnál és a nagyobb biztonsági tartaléknál jelentkezik. Feketeházy





11—12. ábra. A Keleti pályaudvar íves főtartójának szilárdsági számítása

zsenialitása itt éppen abban mutatkozott meg, hogy olyankor, amikor minden tervező a rácsos tartókat erőltette, ő korát megelőzve gerinclemez-főtartókkal oldotta meg a 43 m széles csarnok lefedését.

A Feketeházy-féle szerkezet könnyedsége és légiessége vetekszik a rácsos tartókéval, ugyanakkor érzékenysége a sérülésekre lényegesen kedvezőbb. A II. világháború során keletkezett meghibásodásokat viszonylag egyszerűen ki lehetett javítani anélkül, hogy nagyobb állványozási munkára lett volna szükség. Meg kell jegyezni azt is, hogy míg a Nyugati pályaudvar tetőszerkezetét 100 év használat után ki kellett cserélni, a közel 110 éves Keleti pályaudvar acél tetőszerkezeténél a csere szükségessége eddig nem merült fel; a főtartók szerkezete — ha lesz anyagi fedezet — az elhanyagoltság ellenére is feltételezhetően felújítható lesz.

Végezetül megemlítjük, hogy a Budapesti Műszaki Egyetem Acélszerkezetek Tanszékének gépi számítása szerint a vonóvasas ívszerkezet igen kedvező erőjátékú és gazdaságos kialakítású. Ezt tanúsítja a 11. és a 12. ábra, mely a totális teherből számított feszültségeket, illetve a féloldali teherből számított alakváltozást tünteti fel.

A 150 éve született Feketeházy János tehát nemcsak nagyszerű hídtervező, de kiváló magasépítési konstruktőr is volt, amit többek között a Keleti pályaudvar vágánycsarnokának acél tetőszerkezete is bizonyít.

IRODALOM

/1/ **Platthy Pál:** Feketeházy János. Évfordulóink a műszaki és természettudományokban. 1992. METESZ. Bp. 1991. 103—105.

/2/ **Platthy Pál—Farkas Mihály—Papp Ferenc—Szabó Bertalan:** A budapesti Keleti pályaudvari vágánycsarnok acél tetőszerkezetének állapotvizsgálata. Közlekedésépítés- és Mélyépítéstudományi Szemle, XL. évf. (1990) 10. sz. 376—379.

/3/ **Kubinszky Mihály:** Vasutak építészete Európában. Műszaki Könyvkiadó. Bp. 1965.

/4/ **Császár László:** Korai vas és vasbeton építészetünk. Műszaki Könyvkiadó. Bp. 1978.

Dr. Visontai József

A MAGYAR ÁLLAMI OPERAHÁZ TETŐSZERKEZETE

Feketeházy János elsősorban mint jelentős hídépítő mérnök ismeretes a magyar műszaki alkotások történetében. Mint a budapesti Duna-hidak egyik büszkesége, a Szabadság-híd (eredeti nevén Fővám téri híd, majd Ferenc József-híd) tervezője vált igazán híressé, bár emellett számos jelentős, még ma is létező acélszerkezetben hagyta ránk, utódokra alkotói nagyságát. Egyik ilyen, a maga korában is elismert alkotása az Operaház építéséhez kapcsolódik, amelyben több jelentős acélszerkezetet tervezett. A szerkezetek ismertetése előtt nem lenne érdektelen az Operaház építésének történetét röviden összefoglalni.

A magyar operajátszás történetének kezdetét 1837-re tehetjük, amikor Pest első állandó jellegű magyar színháza, a későbbi Nemzeti Színház megnyílt. Ez a színház adott otthont abban az időben az operaelőadásoknak is, és még a megnyitás évében megtartották az első magyar operaelőadást. Két évtizeden keresztül a prózai és zenés dráma egy színház falai között élt együtt. A különválás gondolata Jókai Mórnak egy 1861-ben kelt országgyűlési jelentésében fogalmazódott meg először, de ez az óhaj a kiegyezés utáni fellendülés időszakában nyerhetett csak határozottabb hangot. Egy új dalszínház építésének ügye Andrássy Gyula grófnak 1870-ben a királyhoz intézett felterjesztése után gyorsult fel. 1872-ben Orczy Bódog, a Nemzeti Színház igazgatója nyomtatásban is megjelent tanulmányában részletesen indokolta egy művészi szempontok szerint is önálló dalszínház felépítésének szükségességét, és ebben már konkrét helyeket is javasolt a Pest--Buda--Óbuda egyesítésével megszületett főváros területén. A kiválasztott helyszín végül is a főváros által ingyen adományozott Hermina tér lett, az akkor kiépülőben lévő Sugár út (mai Andrássy út) mellett. Ekkor kezdődött az üggyel hivatalosan is foglalkozó Közmunkák Tanácsa elnökének, báró Podmaniczky Frigyesnek az Operaház építkezésével kapcsolatos szerepe. A Közmunkák Tanácsa programot állított össze a várható költségekkel, és Ybl Miklóst bízta meg egy vázlatterv készítésével.

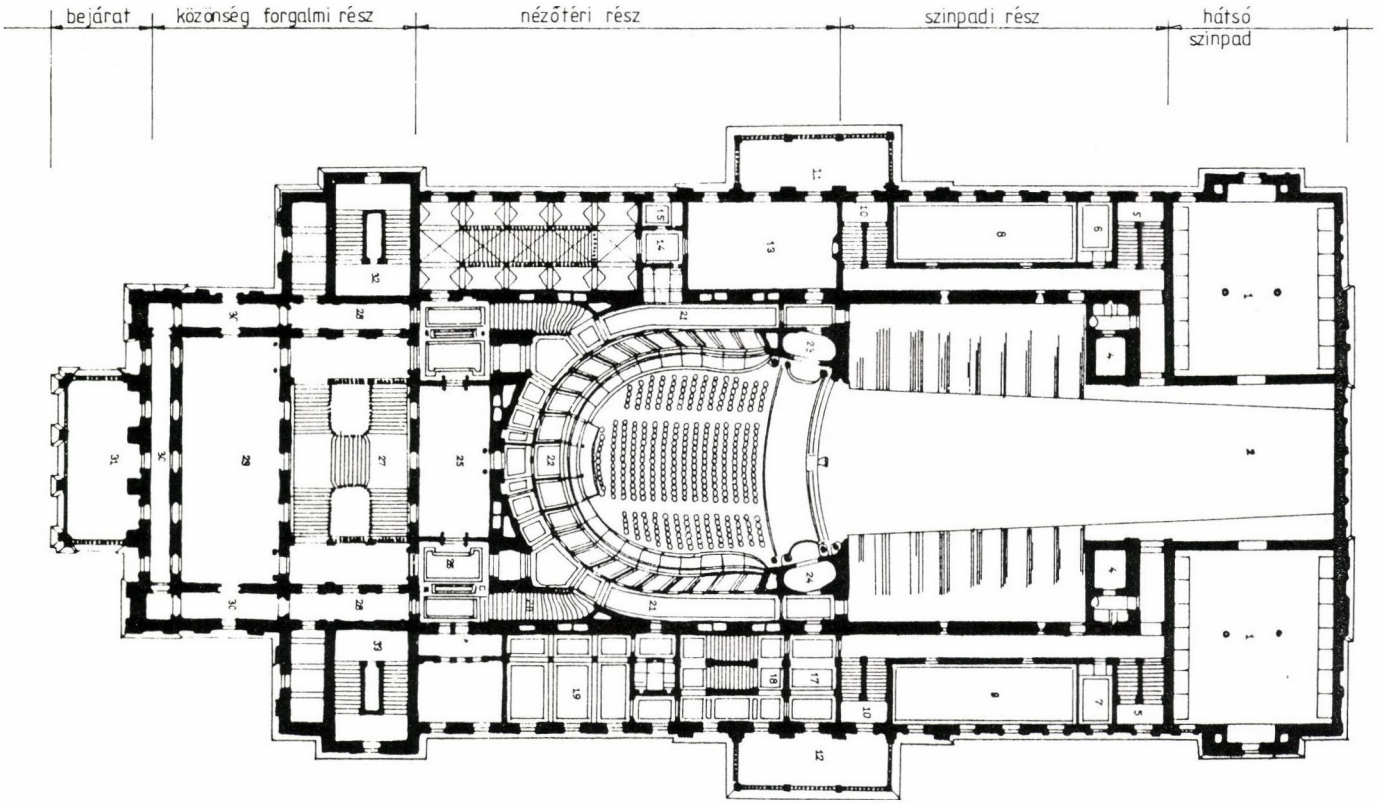
A Podmaniczky által vezetett bizottság Ybl vázlattervét kifogástalannak találta, mégis meghívásos pályázatot írtak ki a részletesebb tervek készítésére. Bár először csak külföldi tervezőkre gondoltak, végül a meghívottak között csak két külföldit és négy magyar építészt találunk, köztük Ybl Miklóst is. Az 1874. januári határidőre be is érkeztek a pályázatok, melyek közül a Podmaniczky által vezetett bírálóbizottság Ybl Miklós tervét fogadta el, és az ő megbízása mellett foglalt állást. Ybl azonnal hozzálátott a munkához, és többszöri átdolgozás után a végleges megoldásra 1875 augusztusában megkapta az építési engedélyt. A kivitelezési munkák még az év októberében megkezdődtek.

Elsősorban pénzügyi nehézségek miatt az építkezés kilenc évre elhúzódott. Az eredeti keretösszeget 2 millió forintban szabták meg még a pályázat időszakában, a részletes tervek szerinti költségvetés 2,11 millió forintot tett ki, végül azonban 3,34 millió forint volt az építési költség. Ehhez a jelentős költség- és időtúllépéshez az is hozzájárult, hogy az építkezés ideje alatt történt az a páratlan méretű színházi katasztrófa Bécsben, amelyet a Ringtheaterben egy előadás közben kitört tűzvész okozott, és amelyben több mint 400 ember lelte halálát. Ez az eset azonnal előtérbe helyezte a tűzvédelem jelentőségét, amelyet Ybl azonnal felismert, és elérte olyan biztonsági berendezések beépítését, melyek ugyan jelentős többletköltséget okoztak, de egyúttal a kor legmodernebb színpadtechnikai berendezését eredményezték.

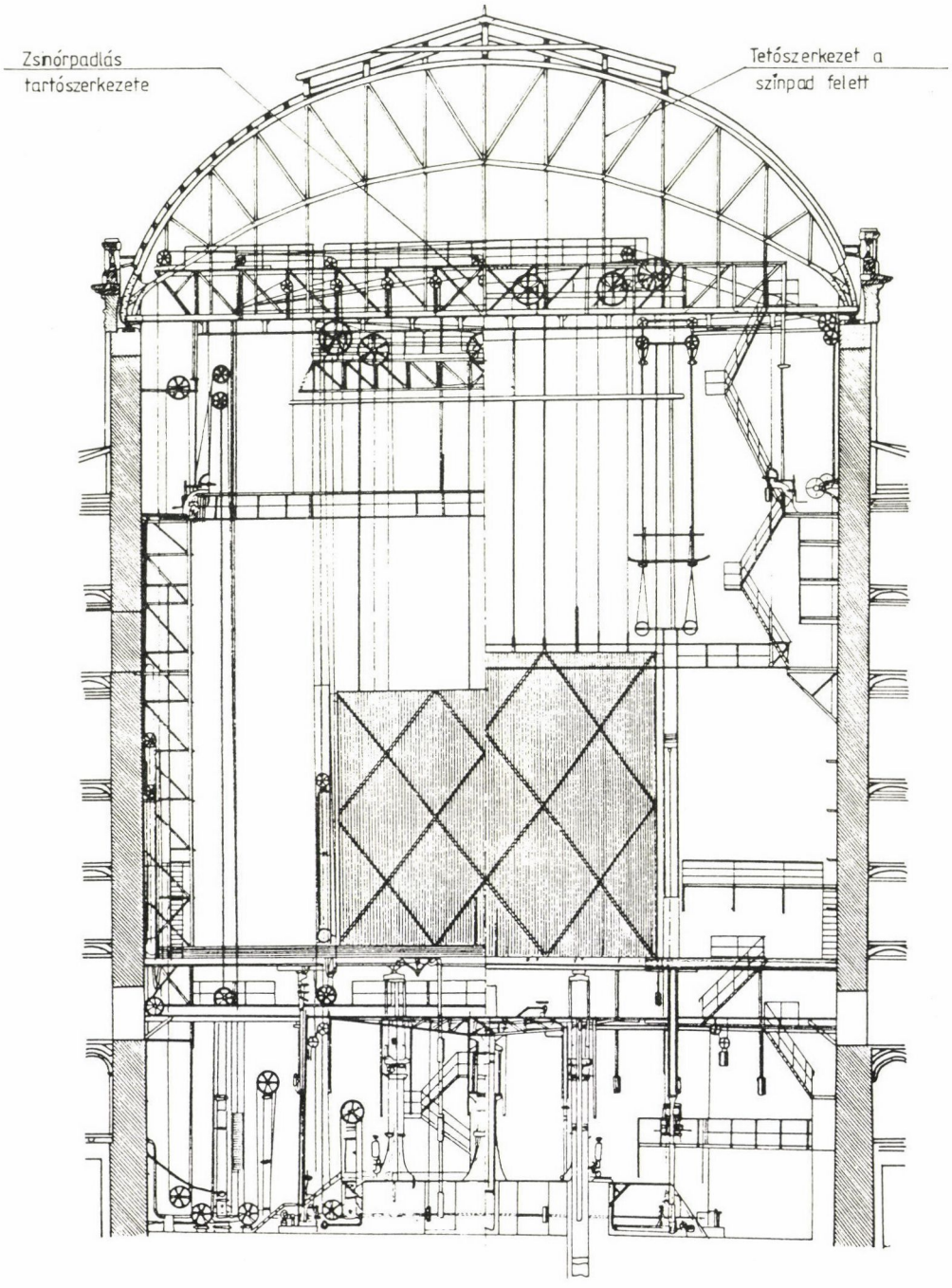
HOGYAN ÉRTÉKELHETJÜK YBL MIKLÓS ALKOTÁSÁT?

Példakép a bécsi és a párizsi operaház volt. Annak ellenére, hogy Ybl értékelése szerint Budapest szerényebb rangfokozatot foglalt el, mint Európa más nagyvárosai, és a pénzügyi keretek igen szűkre szabottak voltak, építészetileg, funkcionálisan, szerkezetileg és főleg gépészetileg kifogástalan, tiszta mérnöki logikával felépített, kimagasló színvonalú alkotás született, amely a maga korában meghaladta Európa legjelesebb színházainak színvonalát is.

Ybl Miklós már a tervezés korai stádiumában megválasztotta és a munkába bevonta korának kimagasló szaktervezőit, így szerkezettervezőként Feketeházy Jánost is. Feketeházy Ybl méltó társának bizonyult; ezt csak azok tudják igazán értékelni, akik belülről ismerik az Operaház tartószerkezeteit. Sajnos a nagyközönség ezeket nem láthatja, mert olyan nagyszerű alkotások takarják el szeme elől, mint a pompázatos nézőtéri csillár, vagy Lotz Károly és Székely Bertalan csodálatos mennyezetfreskói. E mögött azonban olyan



1. ábra. Az Operaház földszinti alaprajza



2. ábra. Keresztmetszet a színpadnál

vasszerkezetek rejtőznek, melyek méltán dicsérik alkotójukat, Feketeházy Jánost.

Az Operaház acélszerkezetei közül említésre méltónak tartjuk:

— a zsinórpadlás tartószerkezetét,

— a színpad feletti tetőszerkezetet és

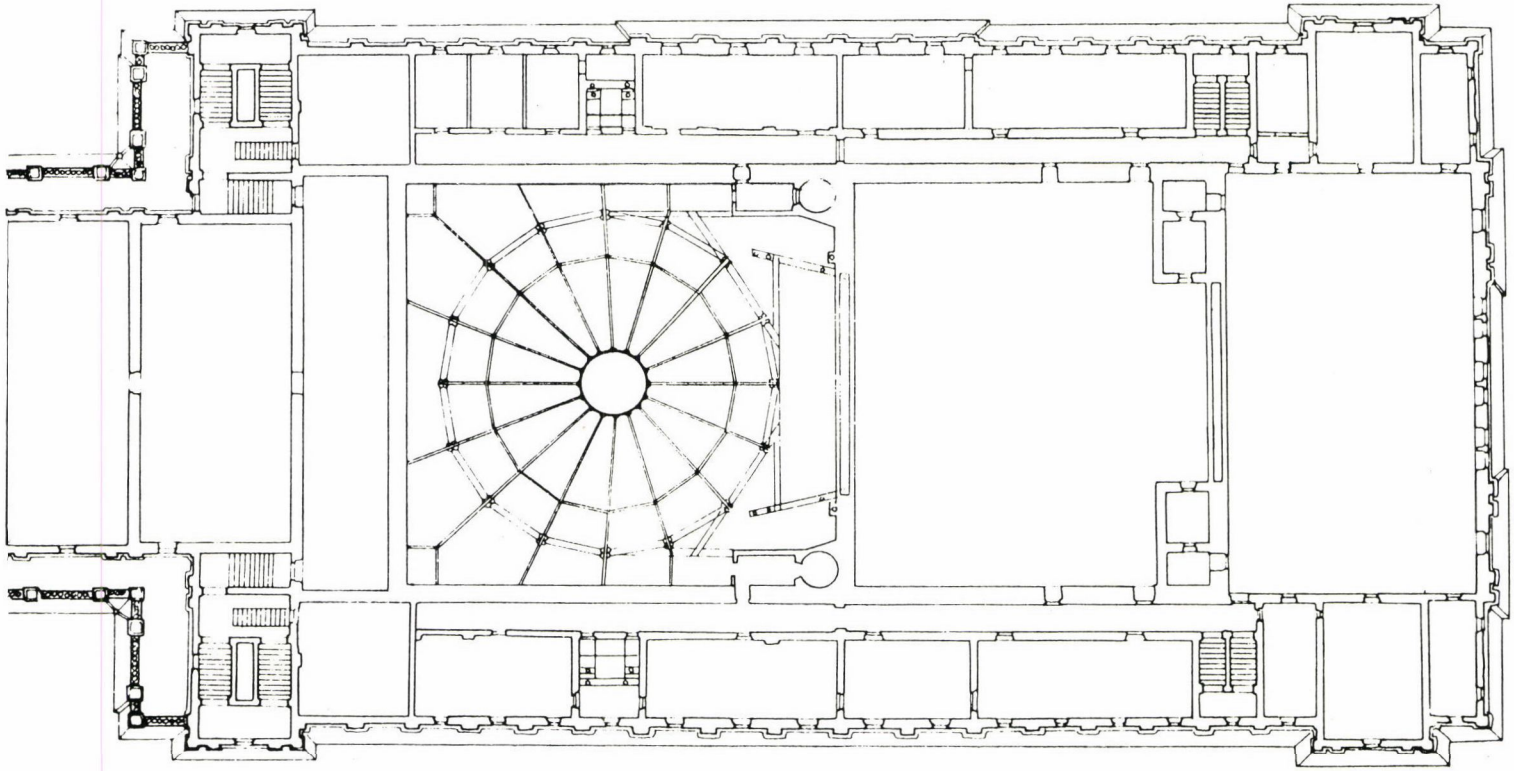
— a nézőtér feletti mennyezet tartószerkezetét.

Ezek elhelyezkedésére ad támpontot az 1. és 2. ábra.

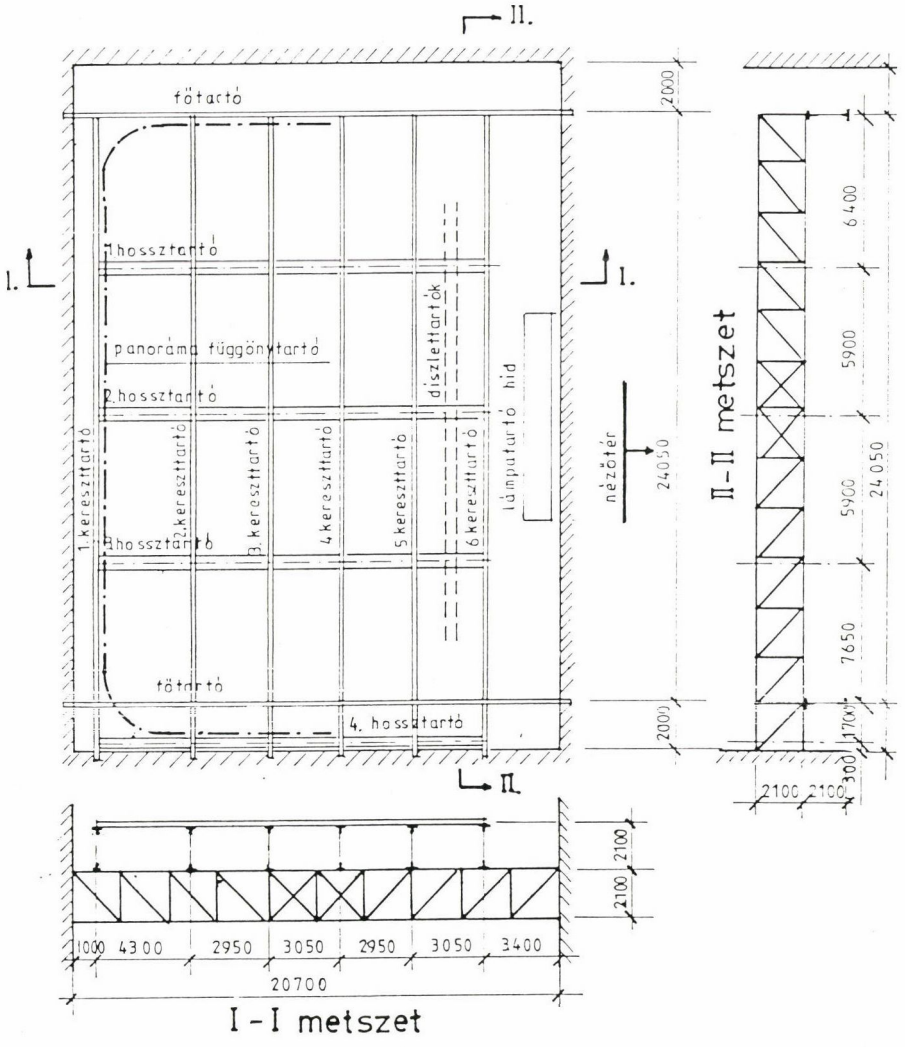
A zsinórpadlás acélszerkezetei az épületben tartószerkezeti szempontból nagy jelentőségűek. A tartószerkezetet 2 db 20,70 m támaszközű rácsos főtartó, azok felső övére támaszkodó 6 db 24 m-es ugyancsak rácsos kereszttartó, valamint ezekre merőlegesen elhelyezkedő 4 db hossztartó alkotja. Az alaprajzi elrendezést, valamint a fő- és a kereszttartók vonalas rajzát a 4. ábrán mutatjuk be. A rácsos tartók hagyományos hengerelt szerkezetűek, a hossztartók régi méretű, párosan elhelyezett U tartók. Utóbbiak a díszlettartók terelő keréksorát támasztják alá. A tartószerkezethez számítható még a kb. 70 db díszlettartó, az 5 db suffita, a horizontfüggöny sínpályája és az első vasfüggöny melletti függesztett lámpahíd. Valamennyi tartószerkezeti elem acélanyagú, kivéve a díszlettartók mintegy felét, amelyeket meghibásodások és egyéb okok miatt folyamatosan alumíniumtartókkal cseréltek ki. Az összes többi tartó eredeti, tehát több mint százéves.

A színpad feletti tetőszerkezet főtartóit eredetileg 28 m támaszközű rácsos ívek alkották, amint az a 2. ábrán látható. A sarló alakú rácsos tartók felső övére támaszkodott a dongahéjazat faszelemenekkel és tömör deszkázattal. 1952-ben egy tűzeset során a tetőszerkezet leégett, a rácsos főtartókat le kellett bontani és tömör ívekkel helyettesíteni. Az eredeti szerkezetből egy főtartó, a Lázár utca felé eső utolsó maradt meg, mintegy műszaki műemlékként. Ezen még ma is tanulmányozhatjuk a tiszta szerkesztés egy szép példáját.

A nézőtér és a tetőszerkezet között van a különleges kialakítású közbenső födém, amely a mennyezetet és a mennyezetfreskót hordja. A 28 m átmérőjű csonkakúp-szerkezet háromszög alakú tartókból áll olyan sugárirányú tartókkal, melyek középütt a csillár feletti kürtőt ölelik körül. Alaprajzi elrendezését a 3. ábra mutatja. A csonkakúp alul (kívül) nyolcszög alakú rácsos kiváltó tartókra, ezek a falakra támaszkodnak. A szerkezetek klasszikus szögecselt tartókból állnak, hagyományos lemez- és idomacél-szelvényekkel. A rácsos tartók alsó övén nyugszik az a farács, amelyre a felerősített nádazás és gipszfelület adja az alapját a híres Lotz-freskónak.



3. ábra. IV. emeleti alaprajz a tető tartószerkezeteivel



4. ábra. Zsinórpadlás tartórendszere

A felső övön acél hullámlemez-borítás és padlástégla-burkolat adja a tűzvédő réteget. Efelett van a tető fa fedélszéke.

Az acélszerkezetek anyagát több ízben, utoljára az 1982--84. évi nagy felújítás során vizsgálták. A diagnosztika során végzett anyagvizsgálat az acélanyag szakítószilárdságát 36 kN/cm^2, a folyási határát 24--26 kN/cm^2, a szakadási nyúlását 10--16% értékűnek találta. A vegyvizsgálat kedvezőtlen foszfortartalmat és igen gyenge fáradási szilárdságot állapított meg. Az anyagok egy része a leggyengébb minőségi szint alatti, más része A0-nak megfelelő. Mindezek miatt az átépítés alatt kicseréltek jó néhány szerkezeti

elemet, de még ma is láthatók az eredeti mű alkotóját dicsérő acélszerkezetek.

Bár nem az acél tartószerkezetek körébe esik, de nem mehetünk el szó nélkül az Operaház gépészeti berendezései mellett. A már építés közbeni sajnálatos bécsi tűzkatasztrófának köszönhetően a budapesti Operaház az akkori legkorszerűbb színpad- és biztonságtechnikai berendezésekkel épült meg. A tűzeset vizsgálatait követően kötelezővé tették a már addig is alkalmazott, de következetesen nem ellenőrzött vasfüggönyt, a díszletek impregnálását, de legnagyobb jelentősége annak a maga nemében páratlan hidraulikus szerkezetnek volt, amelyet egy Robert Gwinner nevű osztrák mérnök talált fel. Az új színházi berendezést "Asphaleiának" nevezték, amely görög szó és "általános biztonságot" jelent. Az Asphaleia nem pusztán a hidraulikusan működő, kizárólag vasból készült színpadi gépezetet jelentette, hanem a biztonságot az egész színházépítészetre, a szcenika minden vonatkozására kiterjesztette. Így került megvalósításra a körhorizont, a kulisszák eltüntetése, a függő díszleteket hordozó, hidraulikával mozgatható vastraverzrendszer (Trägerek), a nézőteret a színpadtól elválasztó 2 méteres fal, az osztott nézőtér, a vészkijáratok számának növelése, a szellőzőberendezések új rendszere, a záporkészülék, az emeletenként egymástól független lépcsőházak és még egy sereg kisebb-nagyobb újítás.

A színpad 1 m-enként elhelyezett álló, hengeres oszlopokon támaszkodik, ezek hidraulikus működésűek és nemcsak az emelést, illetve süllyesztést oldották meg, hanem a színpad síkjának bármilyen irányban való dönthetőségét is. A hatalmas négyszintes színpadi szerkezet a találmány valamennyi felsorolt elemével együtt Magyarországon valósult meg először, amely a maga idejében valóban tökéletesnek volt mondható. A színpadtechnikai berendezések közel 80 évig működtek, később azonban különböző meghibásodások miatt üzemen kívül kellett helyezni, míg az 1982—84. évi nagy felújításkor teljesen kicserélték.

A budapesti Operaház tehát páratlan építőművészeti értékén túlmenően a maga idejében technikailag is túlhaladta korát. A műszaki megoldások tökéletességéhez nagyban hozzájárult Feketeházy János is, akinek sok nagyszerű alkotása között ott vannak az Operaház acélszerkezetei, és ezzel a zseniális Ybl Miklósnak méltó alkotótársává válhatott.

Dr. Szittner Antal

A FŐVÁM TÉRI -- FERENC JÓZSEF- -- SZABADSÁG-HÍD

Különös örömömre szolgál, hogy Feketeházy János születésének 150. évfordulója alkalmából azt a megtisztelő feladatot kaptam, hogy legjelentősebb munkájáról, a Fővám téri Ferenc József- vagy, ahogy most nevezik és a fiatalabbak csak így ismerik, Szabadság-hídról (1. kép) tartsak ismertetést, sajnos csak rövid terjedelemben, holott erről az egyetlen hídról lehetne olyan tudományos ülésszakot rendezni, amely technikatörténeti, ipartörténeti, hídtörténeti, műemlékvédelmi, hídfenntartási és hídrekonstrukciós szempontból is értékes előadásokból állhatna.

1. kép. A Feketeházy tervezte Vámház téri híd ma

*Dr. Szittner Antal tudományos főmunkatárs, Acélszerkezetek Tanszék

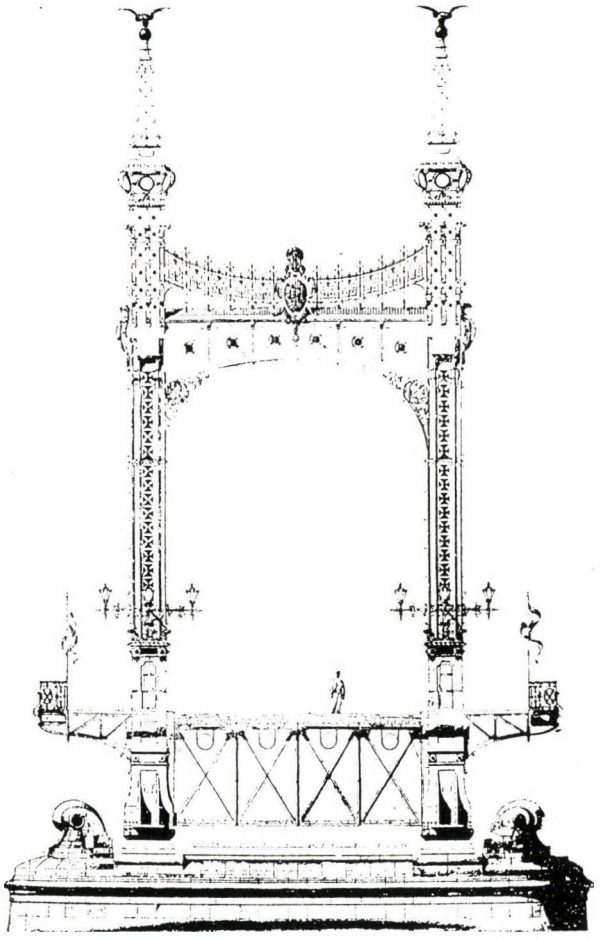
Mint ismeretes, Feketeházy János hídépítő munkássága során először az 1883--85 között megépült szegedi közúti Tisza-híd tervezésével tűnt ki. Ez a kétcsuklós, rácsos ívekből kialakított híd, a többi Tisza-híddal együtt megsemmisült, de az egyik épen maradt ártéri nyílást sikerült megmenteni és átépített formában Szeghalmon a Berettyó fölött újjáépíteni. Abban a szerencsés helyzetben voltam, hogy mint harmadéves egyetemi hallgató nyáron a szegedi új közúti Tisza-híd építésénél dolgozhattam, és első hídtervezési részletmunkaként Fekete János irányításával a szeghalmi híd főtartójának egyik részlettervét rajzolhattam.

E rövid kitérő után szeretnék visszatérni Feketeházy János Szabadsághíddal kapcsolatos munkájára. A híd, sok más jelentős műtárggyal együtt, a honfoglalás ezeréves évfordulójára épült, ami mutatja, hogy egyes történelmi események, ezzel kapcsolatos évfordulók, illetve kiállítások milyen élénkítő hatással vannak a rendező város infrastruktúrájának kialakulására, illetve fejlődésére. A Tierney Clark által tervezett Széchenyi Lánchíd 1849-es forgalomba helyezését és a Gouin tervei alapján 1876-ban megnyitott Margit-híd építését követte az első magyar tervek alapján magyar anyagból készült, budapesti Duna-híd, a Fővám téri híd építése.

Az 1893-ban az Eskü téri és Fővám téri hídra együttesen kiírt versenypályázatra beküldött Feketeházy-terv méltán került az együttes pályázat második, a Fővám téri híd vonatkozásában pedig az első helyre. Az 1894--96. évek között a légnyomásos alapozással készült pillérek építésével együtt két év alatt megépült híd kiviteli terveit Gállik István és Beke József irányításával a MÁV Gépgyár Hídosztálya készítette, Seefehlner Gyula vezetésével. A pilonok építészeti kidolgozása Nagy Virgil érdeme (2. kép). A megépült híd több szempontból is olyan műtárgy, amely feltétlenül rászolgál arra, hogy műszaki emlékként, illetve műemlékként tartsuk nyilván. Ezt a megállapítást az alábbiakkal lehet alátámasztani:

Első szempontként kell megemlíteni, hogy ezt a hidat a világ egyik legszebb csuklós, többtámaszú (régi elnevezéssel konzolos) hídjaként tartják számon. Ez a megállapítás a hídépítési szakirodalomban sok helyen fellelhető. Példaként Mehrtens megállapítását idézhetem: "Die Francz Joseph-Brücke ist ihrer äusseren Erscheinung nach, eine der schönsten Auslegerbrücken der Welt." Ilyen és hasonló megállapítások sok helyen fellelhetők, ezek megismétlése e helyt nem lehetséges.

Második szempontként elmondhatjuk, hogy a történelmi Magyarország területén ez volt az első nagyobb híd, amelyet a korábban használt hegeszvastól eltérően a sokkal kedvezőbb tulajdonságú, már Magyarországon gyártott



2. kép. Az építész-tervező Nagy Virgil szecessziós kapuzat-megoldása

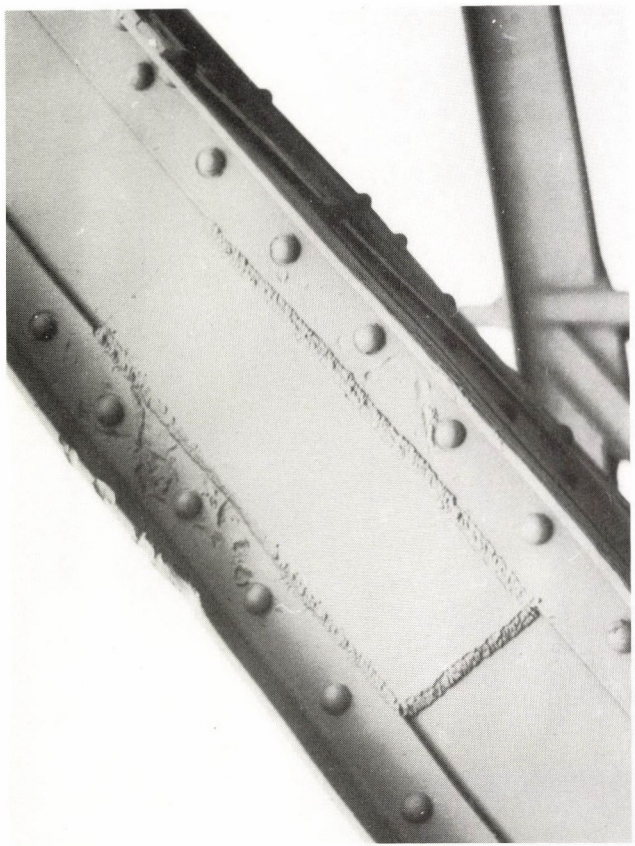
folytvasból, illetve folytacélból készítettek, és amelynek minősége már igen közel áll a jelenleg használt folytacélok minőségéhez, eltekintve a hegeszthetőség, illetve fáradás szempontjából káros igen változó foszfor- és kéntartalomtól, valamint a dinamikus igénybevételek szempontjából fontos csillapító ötvözők hiányától. A szilárdsági egyezés előnyös, de a nem megfelelő hegeszthetőség és a ridegtörésre való hajlam természetesen korlátozza a híd használhatóságát a használati idő és a teher szempontjából.

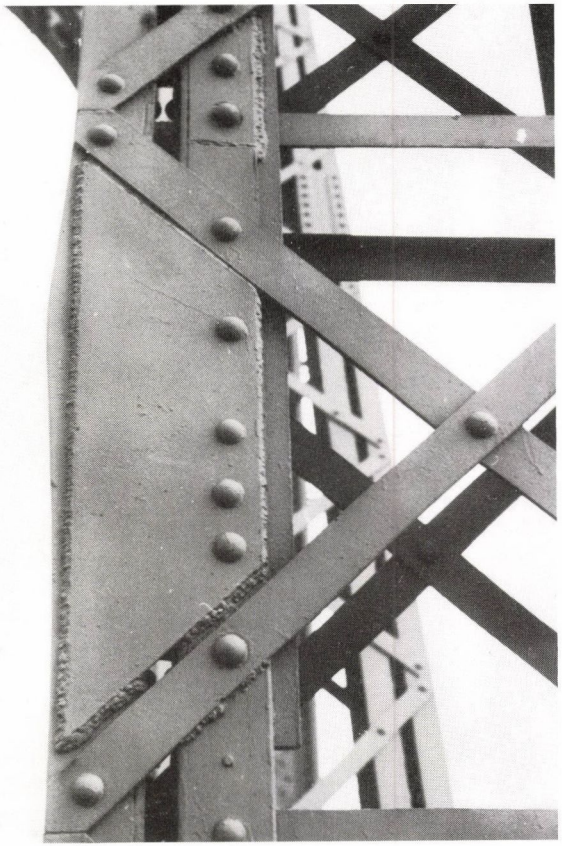
Harmadik szempontként lehet megemlíteni, hogy Feketeházy Jánosnak, a maga korában nemzetközileg is elismert híd- és szerkezettervezőnek ez az egyetlen eredeti formában fennmaradt hídja a komáromi közúti hídon és a régi szegedi hídból kialakított szeghalmi Berettyó-hídon, valamint a már korábban

3. kép. Más híd roncsaiból gyártott hossztartó behegesztett és eredeti szögecslyukakkal

ismertetett tetőszerkezeteken kívül, és így maradandó, látható emlékeként szolgálhat az egyik legkiemelkedőbb képességű magyar mérnök munkásságának, akinek nevét tudomásom szerint sem híd, sem utca, sem intézmény nem őrzi.

Negyedik, tudománytörténetinek felfogható szempont az, hogy ez volt az első olyan nagyobb vasanyagú hídszerkezet, amelynek tervezője, illetve tervezői tudatosan a vasnak mint szerkezeti anyagnak az esztétikumát igyekeztek megtalálni. Mint ahogy a Lánchíd a klasszicista művészeti irányzat remeke, a Ferenc József-híd a századforduló új stílusának, a szecessziónak kitűnő, nem eltúlzott példája. Szerencsére a híd szecessziós elemektől korábban javasolt megfosztása nem történt meg. E helyt lehet egyébként megemlíteni azt is, hogy a budapesti hidak mindegyike egymástól eltérő tartószerkezeti rendszerében, de mindegyik megoldási típusnak mintapéldájaként említhető, és így a budapesti Duna-part "világörökség" jellegének feltétlen részei, illetve el nem bontható tartozékai. A budapesti hidak együttesének dicsérete a szakirodalomban több helyen is előfordul.





4. a, b kép. Háborús sérülések javítása hegesztéssel

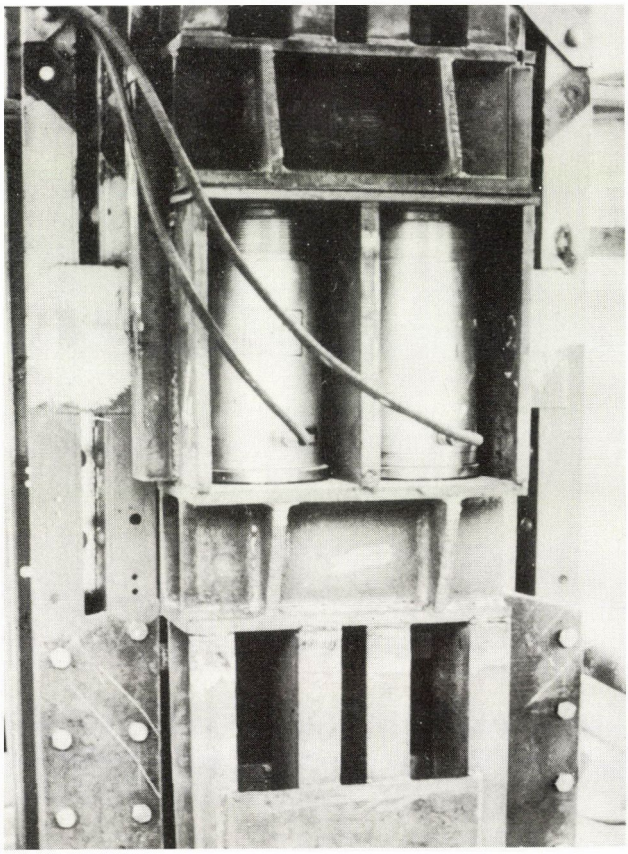
5. kép. Az oszlopokra hegesztett hevederek erős szélbeégéssel

Végül szempontként kell elfogadni azt a tényt is, hogy ennek a hídnak az építése a magyar államiság 1000 éves évfordulójához, illetve ahhoz az időszakhoz kapcsolódik, amely műszaki, urbanisztikai, közlekedési és általában infrastrukturális szempontból Budapest, illetve a magyarság történetének egyik legvirágzóbb, boldog békeidejéhez kapcsolódik.

Visszatérve a híd történetére, a kétéves építési idő után üzembe helyezett 331 m összhosszúságú híd (ez a legrövidebb budapesti híd), amelyet a mai előírásokat is kielégítő 450 kg/m^2 egyenletesen megoszló teherre méreteztek, a forgalmat felrobbantásáig minden különösebb rongálódás nélkül viselte, eltekintve a fakocka-burkolat időnkénti cseréjétől és az 1919-es kisebb sérüléstől.

1945-ben a többi budapesti és a legtöbb magyarországi nagy híddal együtt ezt a hidat is értelmetlenül felrobbantották. A középső rész zuhant le, de a két parti nyílás viszonylag épen megmaradt. Így lehetőség volt arra, hogy egy uszályokra elhelyezett állványra épített pályaszerkezettel az 1945. évi téli jégzajlásig a híd provizóriumként üzemeljen, mialatt a félállandó jellegű Kossuth-híd építése folyt. Annak ellenére, hogy a felrobbantás után a provizóriummá való építés közben a szakszerűtlen munka során a budai parti nyílás is megroppant, ez volt az a híd, amelyet a legkevesebb új anyag felhasználá-

6. a, b kép. A 6-6' oszlop a megroppanás helyén és egy másik korrodált rúd

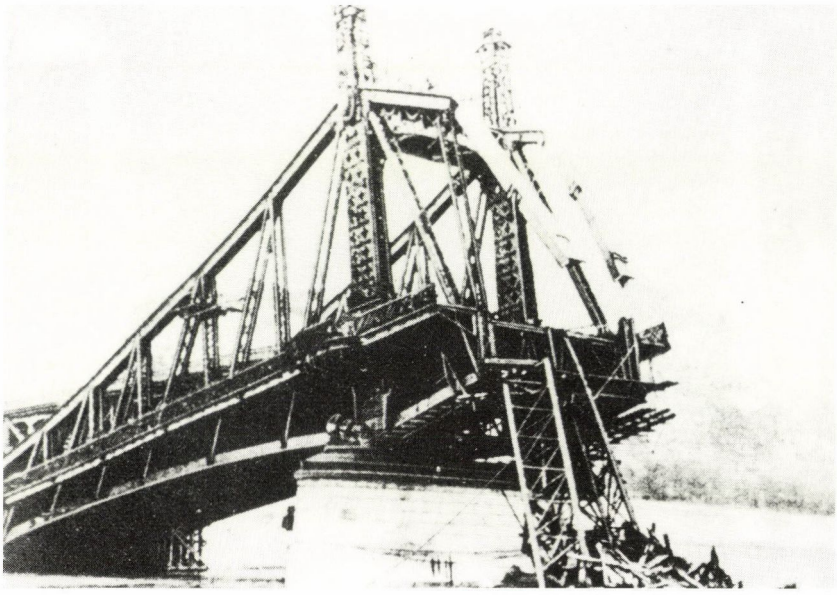


7. kép. A 6-6' oszlop javítása

sával és a legrövidebb időn belül eredeti formájában újjá lehetett építeni. Az újjáépítés során a mederszerkezet főtartóinak nagy részét új anyag felhasználásával építették meg, de a pályatartók legnagyobb részét más roncshidakból kivett, eltérő minőségű anyagból pótolták, sok helyen olyan módon, hogy az illesztési szögecslyukakat meghagyták vagy behegesztették (3. kép). A főtartók régi rúdjai közül is több megsérült, amelyeket sok helyen hegesztéssel javítottak, illetve erősítettek (4. kép). Ugyancsak hegesztéssel történt az összetett szelvényű rudak elemeinek hevederezése is (5. kép). A hegesztés céljára nem minden szempontból megfelelő alapanyag hegesztése elsősorban fáradás és ridegtörés szempontjából kedvezőtlen. A felmerült nehézségek ellenére 1946. augusztus 20-án a hidat a forgalomnak átadták, de mázolására csak később került sor. Ekkor kapta a Szabadság-híd nevet.

8. kép. A híd próbaterhelése az 1985-ös rekonstrukció után

A budapesti és általában a magyarországi nagy hidak újjáépítésének befejezése után vetődött fel a hidak rekonstrukciójának kérdése, amit nagymértékben felgyorsított a bécsi Reichsbrücke 1976-os katasztrófája. Meg kell említeni azt is, hogy a hidak terhelése volumenében és intenzitásában az utolsó 20-30 évben jelentősen megnőtt, és így a közúti hidak elsősorban fáradás szempontjából történő ellenőrzése is szükségessé vált. Ennek a rekonstrukciós munkának a keretében 1978-ban indult meg a Szabadság-híd rekonstrukciója is, amit sürgőssé tett az a korrózió, amit elsősorban az 1964-ben megkezdett útsózás gyorsított fel, és ami első pillanatban az ellensúlyt tartó szerkezetnél és a villamos alatti pályaszerkezetnél látszott a legkritikusabbnak. Ennek eredményeként az UVATERV irányításával, Bácskai Endréné tervei alapján 1980-ban az ellensúlytartókat és a teljes pályalemezt kicserélték, de a főtartóhoz, illetve a gyalogjárókhoz még nem nyúltak hozzá. A rekonstrukciót az Árpád-híd átépítése után, 1985-ben folytatták, amikor kiderült,



9. kép. A felrobbantott híd

hogy a rácsos főtartó függőleges oszlopainak a gyalogjárón való átbújtatásának környezetében, mintegy 20-30 cm-es, nem látható szakaszon egyes, főleg még az 1896-os szerkezetből megmaradt, rudaknál 40-50%-os korróziós keresztmetszet-csökkenés alakult ki, amit műemlékvédelmi szempontból korrekt módon kijavítottak. A rudak kibontása során az egyik rúd (déli főtartó, parti nyílás 6-6' oszlop) a nagymértékű keresztmetszet-csökkenés miatt megroggyant (6. kép). Ez a katasztrófaállapot a híd azonnali lezárását tette szükségessé. Az UVATERV és az Acélszerkezetek Tanszék együttműködésével történt meg a sérült rúd rögzítése, majd kijavítása, amit a KÖZGÉP dolgozói kivitelezték. A helyreállítás előkészítése során meg kellett állapítani a sérült rúdban és a szomszédos rudakban még működő erőt, valamint a helyreállítás során mérésekkel követtük és irányítottuk a teljes munkafolyamatot (7. kép).

A rekonstrukció a híd teljes egészére kiterjedt (az eredeti pilonokat most bontották ki először), és ennek alapján a korábbi korlátozással (C-teher, de teherautó-forgalom nélkül) próbaterhelések után az autóbusz- és villamosforgalom viselésére ismét alkalmassá vált (8. kép). Ez a pillanatnyi állapot azonban nem szabad hogy bárkit is megtévesszen, mert a híd legfontosabb elemei a közeli években elérik a vashidak élettartama szempontjából matuzsáleminek mondható 100 évet.

10. kép. A kissé görbe 9-9' rúd az újjáépítés során

Ehhez hozzá kell tenni:

-- a II. világháború okozta sérüléseket (deformáció, rúdkiesés-pótlás, 9-9 rúd javítása szétnyomás nélkül történt) (9. kép);

-- a II. világháború okozta sérülések javítása során sok helyen beépített, más hídból kivett idegen anyagokat, és a híd mai tudásunk szerint nem kedvező módon és nem kedvező körülmények között végzett javítását (10. kép);

-- a javítás során az eredeti, a helyenként magas kén- és foszfortartalmú elemeknek hegesztéssel történt erősítését;

-- a sikeresnek nem mondható vágánymegoldást, aminek következtében a pálya állandó javításra szorul, és így a pályatartók és kisebb mértékben a fő tartóelemek is fokozott mértékben ki vannak téve fáradásnak;

-- az autóbuszok okozta, nem lebecsülhető dinamikus hatást (különösen a csuklós buszoknál).

Mindezek ismeretében azt mondhatjuk, hogy a híd 100. évén túli fennmaradása a híd jelentős károsodásának vagy tönkremenetelének, illetve a forgalomból való tartós kiesésének veszélye nélkül csak akkor képzelhető el, ha

-- a híd állapotát folyamatosan és gondosan ellenőrzik;

-- gondoskodnak az észlelt hibák azonnali kijavításáról;

-- a villamos- és autóbusz-forgalmat a hídról leveszik, ami célszerűen a dél-budai metró megépítésével oldható meg.

Ilyen feltételek mellett remény van arra, hogy a hídon a személyautóforgalom négy sávon 1996 után is még huzamosan fenntartható és Feketeházy János műemlékhídja unokáinknak megőrizhető és a világörökség részeként még sokáig csodálható legyen.

Laár Tibor—Szabó László

FEKETEHÁZY SZEREPE A MAGYAR HÍDÉPÍTÉS TÖRTÉNETÉBEN*

Az 1867-es kiegyezést követő 25 évben a magyarországi gazdaság a kezdeti nehézségeket leküzdve rohamos fejlődésnek indult. Az ország gazdaságának fellendülésében döntő szerepe volt a közlekedési és szállítási útvonalaknak, azaz az út- és vasúthálózat kiépítésének. Az összefüggés könnyen belátható, ugyanis a nehézipar -- és az ebben döntő szerepet játszó vasipar -- nem alakulhatott ki nyersanyag- és áruszállítás nélkül, azaz vasút nélkül. A vasút pedig nem épülhetett ki vasipar nélkül.

Kezdetben a vasúti fővonalakat és az ipari szárnyvonalakat importált sínekből építették ki. A magyar vasipar a kiegyezés kori 10 kg/fős termelésével nem tudta vassal ellátni a legszükségesebb fejlesztések vasigényét. Ezt akkor az iparegyesületnek is be kellett látnia, és vissza kellett lépnie "A Pesten tervezett országos kiállítás..."-tól. Az 1868-as meghirdetés azt mondja, hogy: "A hazai termelés minden ágában megindult haladási törekvések egy általános kiállítás eszméjét ébresztették." A lelkesedés azonban kevésnek bizonyult, ugyanis a létrehozott szervezőbizottság "sem titkolhatta maga előtt, hogy Pesten egy nagyobb mérvű nemzetközi kiállítást -- könnyen felfogható okoknál fogva, amelyeket különben fejtegetni felesleges volna -- létrehozni nemigen lehet".

A kiállítás akkor elmaradt a gazdaság erőtlensége miatt, azonban olyan jelentős események indultak el, amelyek a kohászat fejlődését hosszú időre meghatározták. Az egyre gyorsuló fejlődés eredményeképpen a vasgyártás 1885-ben 225 000 t-s termelésével az egy főre eső vastermelés elérte a 16 kg/fős szintet, ami már jól megközelítette a Lajtán túli területek 18 kg/fős értékét. Ekkor a magyar ipar már megtarthatta első igazán nagyszabású seregszemléjét az 1885 szeptemberében megrendezett országos kiállításon.

*A tanulmányírók közül Laár Tibor technikatörténész, Szabó László muzeológus.

A kiállítás meggyőzően bizonyította, hogy a vasipar már önálló teljesítményekre is képes, és ezzel egyenrangú szintre került, azaz versenytársa lett az osztrák vasiparnak. Ezt mindkét oldalról belátva, 1886 májusában megkötötték a Monarchia összes vasgyárát magában foglaló vaskartel-egyezményt, amely működőképesen fenn tudta tartani Közép-Európában a vaspiacot a Nyugat-Európában ismétlődően fellépő túltermelési válság bénító hatásával szemben. A vaskartel védelme alatt a hazai vasipar és gépipar zavartalanul továbbfejlődött és megteremtette a nagyszabású fejlesztéseknek, köztük a hazai hídépítésnek technikai alapját.

A fémből készült hidak gondolatát még a XVII. században Verancsics vetette fel, az 1616-ban megjelent könyvében. Az öntöttvasat nem tekintette jó hídépítő anyagnak, ő kovácsolt vasból készült láncra és harangfémre, azaz bronzra gondolt. Verancsicsnak igaza volt abban, hogy az öntöttvas ridegsége miatt nem jó hídépítő anyag, ennek ellenére a XIX. század elején mégis készültek öntöttvas hidak Nyugat-Európában. Magyarországon 1810—13 között Roniczon (Kisgaram) építették az első öntöttvas hidat. Erdélyben Maderspach Károly volt a kezdeményező, aki a ruszkabányai vashámor egyik tulajdonosaként több — így 1833-ban Lugoson, 1837-ben a herkulesfürdői Csernán, 1842-ben a karánsebesi Temesen — öntöttvas hidat épített.

Az öntöttvas ridegségét a folyékonyan előállított nyersvas magas C, Si, S, P szennyezőtartalma okozza. Kezdetben ezeknek a szennyezőknek a kiégetésére a folyékonyan tartott vasat kavargatták, hogy a meg-megújuló felületeken a levegővel érintkezve a szennyezők kiégjenek. Az így előállított ún. kavartvasból már számos vashidat építettek. A vashidak építésének fellendülését valójában az ún. folytvas, más néven folytacél gyártási technológiák elterjedése alapozta meg.

A XIX. század második felében elsőként a Bessemer-eljárás terjedt el, amely szerint a kohóból kicsapolt nyersvasat lyuggatott aljú körte alakú, fűtés nélküli kemencébe csapolják. Ebben a kemencében a folyékony vason levegőt fúvatnak keresztül, így a szennyezők mintegy 15 perc alatt kiégnek a vasból, és az égéshő a folyamatot fenntartja. A Bessemer-eljárás hiányossága az, hogy a szilikát, azaz savanyú bélésű kemencében a P nem ég ki, így az továbbra is törékenységet okoz. Ezért a viszonylag magasabb P-tartalmú nyersvasakra a Thomas-eljárást fejlesztették ki, amely bázikus bélésű, így a P-tartalom a salakban akár 15%-ra is feldúsul, és a salak foszfor-műtrágyának is hasznosítható.

Az igazi nagy fellendülést azonban a francia Martin-testvérek, valamint a német Siemens eljárásának egyesítése hozta meg, amelynél egy nagyméretű,

teknő alakú kemencében a vasfürdőbe rozsdás ócskavas, reve vagy oxidos vasérc formájában adagolják be a szennyezőket kiégető oxigént. Az eljárás nagyon gazdaságos, a fűtésre felhasznált levegőt a távozó füstgázzal előmelegített kamrán keresztül vezetik be a kemencébe, így a hőveszteség csökken.

A magyarországi vasipar a 19. század második felében rendkívül szorosan követte és vezette be a korszerű, kiváló minőségű vasanyagot termelő nyugat-európai technológiákat. Az így dióhéjban összesűrített vasipari fejlődéstörténettel teljesen párhuzamba állíthatók a hazai hídépítés történetének fontosabb eseményei.

Az első pest-budai hidunk, a Lánchíd külföldi tervező és kivitelezést irányító segítséggel, továbbá a teherviselő szerkezet importjával készült el. A híd építésében gr. Andrássy György dernői vasöntödéje már jelentős öntvény-szállításokkal vett részt. Második hidunk, a Margit híd francia tervek alapján és kivitelezéssel készült, bár a rakparti áthidalásokat már a megalapított M. Kir. Államvasutak Gépgyára készítette a mintegy két évtizeddel később megépített szigeti lejáróval együtt. Az 1874--76-ban épült Margit hidat szorosan követte a Déli-összekötő vasúti híd építése, amely francia alapterv hazai adaptációjával készült 1877—78-ban.

A hazai hídgyártás 1880-ban érkezett el fordulópontjához. Akkor meghirdették a szegedi közúti híd tervpályázatát. A nemzetközi pályázatra 12 pályamű érkezett, amelyek közül a francia Eiffel-társaság által benyújtott 2. számú pályamű került az első helyre, amely Feketeházy János munkája volt. Minthogy azt a tervet a francia cég képviselte, a dicsőség is az övé volt. Ha Feketeházy saját nevében vagy magyar vállalat nevében nyerte volna meg a pályázatot, akkor most azt mondhatnánk, hogy Feketeházy a szegedi közúti híd tervezésével berobbant a neves hídtervezők élvonalába.

Minthogy akkor Feketeházy rejtve maradt, az utókornak kellett érdemeit méltó elismerésben részesítenie. Ebben úttörő munkát végzett Lósy-Schmidt Ede, aki minden kétséget kizáróan bebizonyította, hogy az a hídterv Feketeházy munkája volt. Feketeházy ezt az elismerést már nem érhette meg, mert a Magyar Mérnökegyesület csak halála után nyolc évvel helyezte el az emléktáblát a szegedi híd hídfőjén. A szépívű hidat akkor már magyarországi vállalat, az Osztrák--Magyar Államvasút Társaság resicai vasgyára építette 1883-ban.

Feketeházy a kiegyezés után jött haza, 1873-ban lépett a MÁV szolgálatába. Az út- és vasúthálózat kiépítésében vett részt. Irányította a budapesti Déli-összekötő vasúti híd, majd a szolnoki vasúti Tisza-híd építését. Közben önállóan tervezett és pályázatokon vett részt. Ő tervezte a fiumei első for-

góhidat, amelynek forgatószerkezetére külföldön is felfigyeltek. A nevezetes szegedi híd után pályadíj nyertes tervei alapján épült meg a nagyváradi Sebes-Körös-híd 1890-ben, továbbá a győri Rába-híd, amelyet 1893--94-ben építettek meg. Ő tervezte a komáromi Duna-hidat, amelyet 1891--93-ban építettek, közben Feketeházy 1892-ben MÁV-főmérnöki állásából 50 évesen nyugállományba vonult. Akkor úgy érezte, hogy belefáradt az alapvetően nagy jelentőségű, de érdemi elismerést mégsem gyümölcsöző megfeszített munkába.

Amikor a kormányzat elhatározta a Fővám téri és az Eskü téri hidak megépítését, és ezekre a hidakra egyidejűleg 1893-ban pályázatot írtak ki, akkor Feketeházy már nyugállományban volt. A pályázat hírére új erőre kapott, úgy érezte, hogy elérkezett az idő élete fő művének megalkotására. Feketeházy tehát a maga nevében részt vett a számára kedvezőtlen módon kiírt pályázaton, és díjat nyert. A két hídra összesen 74 pályamű érkezett, és azokat összevontan bírálták el. Az első díjat az Eskü téri hídra beküldött pályamű kapta, Feketeházy a Fővám téri híd tervével a második díjat kapta. Feketeházy tervét a Fővám téri hídra beküldött 21 pályamű közül a legjobbnak ítélték, az összevont elbírálás miatt neki mégis csak a második díj jutott.

Feketeházy számára kedvezőtlenül hatott az a pályázati szabályzat is, hogy a díjnyertes és a megvásárolt pályaművek állami tulajdonba kerültek, így a pályaművek kidolgozói elvesztették személyes kötődésüket saját munkájukhoz. Ezt az eljárást így utólag meg lehet érteni, mert ennek a két hídnak a megépítésével akarták bizonyítani, hogy a magyar vasipar képes önálló alkotásra, ezért ezekkel nem szabad kudarcot vallani. Ezért a pályázattal egyidejűleg létrehozták a Duna-hídépítő osztályt Czekeliusz Aurél osztálytanácsos vezetése alatt, azzal a feladattal, hogy a rendelkezésükre bocsátott pályaművek felhasználásával készítsék el az elsőként megépítendő Fővám téri híd kiviteli terveit oly módon, hogy ezek után a felelősség is e tervezőcsoportot terheli. Ezek után -- annak ellenére, hogy a híd karcsú, szép vonalvezetése és általános megjelenési formája teljes egészében Feketeházy tervével azonos maradt -- a híd mégis a kiviteli terveket készítő munkacsoport, valamint a hídépítő gépgyár dicsőségét hozta meg. A mindenki által megcsodált szép hidat, a budapesti látkép ékességét megálmodó és pályaműben megjelenítő Feketeházy a Fővám téri (azaz Ferenc József-, ma Szabadság-) híd megépítésénél is háttérbe szorult.

Ennek okát vizsgálva bizonyos magyarázatot találunk a korabeli szakirodalomban. A Magyar Mérnök és Építész Egylet 1896. március 5-én, az út-, vasút- és hídépítési szakosztálya által megtartott ülésén Seefehlner Gyula számos rajzzal és fényképpel ismertette a Fővám téri Duna-híd vasszerkezetét,

az építés menetét és az egész munkaprogramot. Előadásában kifejtette, hogy az építkezés a tervpályázatok felhasználásával teljes egészében a kereskedelmi minisztérium Duna-hídépítő osztálya által még 1984 szeptemberében befejezett kiviteli tervei alapján indult meg, és még a millennium évében felavatásra kerülhet.

Feketeházy az előadásról a "Heti Értesítő" március 15-én megjelent számából értesült, és rendkívül sértőnek találta, hogy alkotását, a valójában pályázatnyertes szellemi kincsét a többi, az övénél gyengébb munkákkal együtt emlegetve, kivitelezésre alkalmatlanként ismertették. Feketeházy az előadás hangnemét, pályaműve értékének alábecsülésén keresztül, Seefehlner személye elleni támadása jelének tekintette, ezért a vélt sérelemért a közlöny hasábjain kezdeményezett nyilvános vita keretében kívánt elégtételt venni.

A vitát a MMÉK nyilvánosságra hozta, így annak, valamint a már az előbbiekben is említett körülményeknek áttekintése alapján úgy ítélhetjük meg, hogy Seefehlnernek nem volt szándékában Feketeházyt támadni. Seefehlner a MMÉE-ben hosszú idő óta betöltött tisztsége alapján, valamint a hídépítéssel megbízott gyár műszaki vezetőjeként tartotta meg ismertetését a hídépítés állásáról, beleértve a pályázatokat elbíráló Kherndl Antal professzor elnöklete alatt működött bizottság álláspontját is. Mai szemmel nézve az akkori eljárás és döntés célja nem Feketeházy munkájának lebecsülése, hanem a nagyszabású vállalkozás felelősségének a hídépítő osztályra, valamint a kivitelező gépgyárra való átruházása volt. Feketeházy terve bármennyire is kedvező alapot adott a híd megépítéséhez, nyugdíjasként, minden ipari háttér nélkül nem adhatott garanciát és nem vállalhatott felelősséget a híd megépítéséhez.

Amikor Feketeházy hídtervező szerepét vizsgáljuk, hogy az utókor józan ítélőképességével jelöljük ki méltó helyét a magyar technikatörténet nagyjai sorában, akkor óhatatlanul felvetődik a kérdés, hogy hídtervező kortársai közül kinek a munkásságához hasonlíthatjuk.

A kérdés ilyen felvetésére tulajdonképpen egyszerű választ kapunk, hiszen sem elődje, sem kortársa nem volt, aki annyi pályadíjat nyert, a műszaki célszerűséget szép formával egyesítő hídtervet alkotott volna a korabeli Magyarországon.

A kérdést úgy is feltehetjük, hogy a hídépítéshez kapcsolódó iparágak területén találunk-e olyan színvonalon teljesítő munkásságot, amelyhez hozzámérve nemcsak a működési körén belüli, hanem szélesebb körű értékelést is kaphatunk.

Ez utóbbi kérdés megválaszolásához abból indulunk ki, hogy a hídtervező mérnök munkája, tehát maga a kiviteli tervdokumentáció akkor jó, ha a hidak építőanyagát gyártó vasipart, valamint a nyersanyagból, pontosabban a félgyártmányokból a hidakat felépítő gépipart egymást kiegészítő, egymásra épülő munkafolyamattá tudja összefogni. A híd terve tehát nem más, mint a tervezőmérnök elképzelésének életrekeltéséhez szükséges szervezőerő, amely figyelembe veszi az építőanyagok minőségi mutatóit, valamint az építési technológia színvonalát. Ha a terv elszakad akár az építőanyag gyártási minőségi követelményektől, akár az építő gépgyárat állítja megvalósíthatatlan feladatok elé, akkor az a terv korszerűtlen, rossz. (Itt csupán megjegyzésként megemlítjük, hogy a pályázat első díját nyert pályamű, amely egy kábelhíd-megoldást javasolt az Eskü téri híd megépítésére, nem valósult meg, mert a magyar ipar azt legyártani akkor nem tudta, így lett abból egy áttervezett lánchíd.) Feketeházy terve nem szakadt el a valóságtól, a hidak létrehozásában együttműködő mindkét iparág számára teljesíthető tervet készített, azaz azokkal azonos szinten teljesített. Feketeházy munkásságát tehát egyik oldalról a magyar vasipar fejlődését és színvonalát fémjelző kortárs, a nála 5 évvel idősebb Kerpely Antal, másik oldalról pedig a M. Kir. Államvasutak Gépgyára hídépítő gyárrészlegének vezetője, a nála öt évvel fiatalabb Seefehlner Gyula fogta közre.

Kerpely Antal az Osztrák--Magyar Államvasút Társaság ösztöndíjával a selmeci Bányászati Akadémián szerzett kiváló oklevelet. Vállalata, amelynek szolgálatában később Feketeházy is állott, Aninára küldte az ottani vasolvasztó irányítására. Kerpely az öntöttvas minőségének javítására kidolgozott eljárására 1864-ben kapott szabadalmat. 1866 tavaszán szászországi meghívásra sikeresen bemutatta a szabadalmával elérhető eredményeket, és nemzetközi hírű szakemberként tért haza. Közben megtervezte a Lozsna-réti kohókemencét és irányította annak építését, amelyből aztán 1867. január 1-jén csapoltak először nyersvasat. Ezt követően a Pénzügyminisztérium állami szolgálatba kérte, és a zólyombrézói vasgyári körzet főmérnökévé nevezte ki. Egy év múlva a selmeci akadémiára hívták előadónak, majd rövidesen tanszékvezető tanár, a magyar oktatási nyelv bevezetője, az első magyar nyelvű vaskohászati tankönyv szerzője. A Pénzügyminisztérium 1881-ben létrehozta a kincstári vasgyárak központi igazgatóságát, és Kerpelyt bízták meg annak megszervezésével és irányításával.

Nemzetközileg elismert szakemberként, rendkívül gazdag irodalmi munkásságával Kerpely motorja volt a magyarországi vasipar fejlesztésének. 1897-ben ment nyugállományba, és 70 éves korában, 1907. június 20-án halt meg

Selmecbányán, és ott temették el esti, fáklyás kísérettel, felesége mellé, az akadémia tanárainak és diákjainak végső tiszteletadása közben.

Seefehlner Gyula 1847-ben Budapesten született, Feketeházyhoz hasonlóan ő is Zürichben szerzett oklevelet, majd 1869-ben a karlstadt--fiumei vasútnál kapott állást. Seefehlner 1871-ben lépett a M. Kir. Államvasutak Gépgyárának szolgálatába. Előbb tervező, majd a hídépítő gyárrészleg vezetője, 1898-tól pedig a budapesti gépgyár és a diósgyőri vas- és acélmű egyesítésével létrejött gyár műszaki főfelügyelője. Ezzel egyidejűleg a kormány az egyesített gyárat bízta meg az Eskü téri híd teljes vasszerkezetének legyártásával és a híd megépítésével.

Közben 1899-ben az osztrák--magyar vaskartellt nem újították meg, akkor kezdődött a korábban soha nem tapasztalt vasipari válság. A csökkenő rendelések hatására a vasgyártás visszaesett, sok munkást kellett elbocsátani. A gondok terhe alatt Seefehlner agyvérzést kapott. A gyár a híd szerkezetét a válság ellenére zavartalanul legyártotta, ill. a hidat megépítette, és azt 1903. október 3-án meg is nyitották. Közben a vaskartellt is megújították, és azt 1902. június 11-én aláírták, azzal a vasipar helyzetét stabilizálták, de Seefehlner agyvérzése már nem gyógyult meg. Seefehlner Gyula 1905-ben nyugállományba vonult, majd egy év múlva, 1906. július 21-én, 59 éves korában elhunyt.

Az osztrák Akadémia Szilárdtestfizikai Intézetének egyik docense, aki a műszaki tudományok és a technika történetével foglalkozik, már 1987-ben, Kerpely Antal születésének 150. évfordulójának tiszteletére rendezett emlékünnepségen tartott előadásában Kerpely Antalt és Seefehlner Gyulát "osztrák--magyar vasdinasztia" címmel tisztelte meg. Erre az adott alapot, hogy Kerpelynek 1866-ban Ruszkabányán született Antal nevű fia, aki Selmecbányán szerzett oklevelet, majd a witkowitzi szolgálatból 1896-ban kapott meghívást az Österreichisch-Alpienen Montan Gesellschafthoz műszaki igazgatónak, ahol 1904-ben vezérigazgatónak lépett elő. Ebben a minőségében a világhírű forgórostélyos gázgenerátorok feltalálója. A Leobenből Donawitz felé vezető utat róla nevezték el Kerpely útnak, apjáról, id. Kerpelyről pedig Diósgyőrben neveztek el utcát.

Seefehlner Gyula fia, Egon Ewald, 1874-ben Budapesten született, az itteni Műszaki Egyetemen szerzett diplomát, 1895-ben Diósgyőrben gyakornokoskodott, majd 1897-ben a Ganz Villamossági Gyárban kezdődött villamosipari pályafutása. Előbb Berlinben dolgozott, majd 1901-ben került Bécsbe az Union Elektr. Ges.-hoz, amely cég később AEG UNION név alatt villamosította az osztrák bányákat és kohóüzemeket, amelynek során E. Seefehlner sikerekben

gazdag életpályát futott be. E. Seefehlner 1911-ben Budapesten feleségül vette Kerpely legkisebb lányát, Sárát. Első gyermekük, Egon Seefehlner Bécsben született 1912-ben. Nem követte a műszaki pályát, zenei pályája során 20 éven keresztül a bécsi Operaház intendánsa volt. Mindkét nagyszülőjét tiszteletben tartotta, részt vett Kerpely nagyapja tiszteletére rendezett emlékünnepségen, Seefehlner nagyapja kézzel írott munkanaplóját e sorok írójának közvetítésével a Magyar Közlekedési Múzeumnak ajándékozta.

Az 1911-es házassággal összekapcsolódott osztrák–magyar vasdinasztia alapító és másodgenerációs tagjai valóban a maguk korában nyújtott teljesítményükkel méltán sorolhatók a technikatörténet nagyjainak tisztelt gyülekezetébe. Ők életükben minden elismerést, kitüntetést és magas állást megkaptak, ráadásul az utókor sem feledkezett meg róluk: a Kerpelyekről utcanév és kitüntető emlékérem, a Seefehlnerekről emléktábla és az osztrák jeles emberek albuma emlékezik meg.

Ha most Feketeházy teljesítményét összevetjük a minden megtiszteltetést elért vasdinasztiáéval, akkor azt mondhatjuk, hogy munkássága azokéval azonos színvonalat ért el. Azt is látnunk kell, hogy Feketeházyval a sors mostohán bánt mind életében, mind pedig halála után. Életében mindössze Baross Gábor egyetlen oklevéllel elismert dicséretében részesült, halála után pedig a szegedi közúti hídon felavatott emléktábla emlékezik meg gazdag munkásságáról. Ezt a méltánytalanságot úgy hozhatjuk helyre, hogy tiszteletére emlékérmet alapítunk és műveinek évfordulóiról sorra megemlékezünk, valamint mindezekkel a magyar technikatörténet nagyjai közé soroljuk.

IRODALOM

/1/ **Dr. Vajda Pál:** Magyar hidak – magyar hídépítők... Budapest, 1964.

/2/ **Dr. Michailich Győző:** A XIX. és XX. századi magyar hídépítés története. Budapest, 1960.

/3/ MMÉK Heti Értesítője, 1896. március–április.

/4/ A Diósgyőri M. Kir. Vas- és Acélgyár története. 1765–1910.

/5/ Az Ózdi Kohászati Üzemek története. 1980. Szerk.: **Berend T. Iván.**

/6/ Bányászati és Kohászati Lapok 1869. 128. o.; Bányászati és Kohászati Lapok, Wahlner Aladár cikksorozata 1896-ban, "Magyarország bánya- és kohóipara 1896. évben" címmel.

/7/ **Laár–Remport:** Magyarország kohászata az OMBKE megalakulásának időszakában. Kohászati Lapok, 1992. 3–4. jubileumi szám.

Dr. Gáll Imre

HÍDESZTÉTIKAI ELVÁRÁSOK SZÁZÉVES FEJLŐDÉSÉNEK BEMUTATÁSA NÉHÁNY DUNA-HÍD PÉLDÁJÁN*

A hidak esztétikai értékelését az emberi agy — vizuális érzékelés alapján -- érzetei és azokhoz tudatosan vagy öntudatlanul kapcsolódó benyomásai útján végzi el. A XIX. század második felében a hídépítészet elvált az általános építészettől, új formák kerültek kialakításra, melyek új építészeti szempontok megfogalmazását is igényelték. Ebben az időben a fa- és kőarchitektúra szabályait alkalmazó építészek segítették a mérnököket a hidak esztétikai formáinak alakításában. Az esztétikai megközelítés a XX. század kezdetén változott. A hidak szépségének megítélésében a főtartó alakjának megválasztása és a részletek játszották a főszerepet. Később a részletek jelentősége csökkent, és a híd alakja és körvonalrajza jutott döntő szerephez. A híd és környezete közötti összhang szempontjából a fejlődés nagyon hasonló. Kezdetben a hidat kellett harmonikusan beilleszteni a szűkebb környezetébe, később kifejlődött a nagyobb terek esztétikája, és ebben a nagyobb térségben a híd körvonalrajza és formája döntő jelentőségű. Ezen a ponton térhet vissza a hídesztétika az általános esztétikához, melyből 150 évvel ezelőtt vált ki.

A hídesztétika viszonylag új fogalom, mely az építészeti esztétika fogalmából vált ki. Körülbelül akkor keletkezett, amikor a hídépítés tudománya és gyakorlata önállósodott, tehát a XIX. század derekán. Célja és feladata a hidak külső alakjának vizsgálata és azoknak a tulajdonságoknak a számbavétele, amelyek a hidat a szemlélő ember számára kellemessé és vonzóvá, tehát széppé teszik.

Alábbiakban a híd és a szemlélő ember közötti kölcsönhatásról lesz szó, sőt ennek a kölcsönhatásnak is az eddigitől eltérő értelmezéséről. Eddig leginkább azt vizsgálták a tárgykör művelői, hogy az adott időpontban miképpen alakult ez a kölcsönhatás, tehát keresztmetszet jellegű vizsgálódás

*Előadás 1992. szeptember 11-én angol nyelven, a HIDAK A DUNÁN konferencia záróülésén.

folyt. Ezúttal érdekesebbnek ígérkezik a hossz-szelvényszerű vizsgálat, nevezetesen az, hogy ez a kölcsönhatás az idők folyamán miképpen alakult.

Előrebocsátjuk, hogy a közölt következtetések nem tartanak igényt általánosításokra, hanem kizárólag csak a dunai hidakra vonatkoznak még akkor is, ha a lélektan vagy az esztétika területéről vett megállapításokból dedukció útján fogalmazódtak meg.

Az esztétika a filozófiára és a lélektanra, tehát két olyan humán tudományra támaszkodik, mely a tudományentitásnak éppen a reáltudományokkal ellentétes oldalára tartozik. Innen adódik, hogy a reáltudományokkal és azok gyakorlatával foglalkozó ember számára az esztétika már eleve idegen terület, melynek művelése csak szorgos munkával és tanulással közelíthető meg. A kiindulás alapja mindenesetre az a nyilvánvaló tény, hogy az embernek valamennyi eszköze, így minden építménye is, szükséglet kielégítésére irányul, mely elsősorban anyagi. Viszont az eszköz létrehozása során elért kielégülés felfokozására lép fel az esztétikai kielégülés igénye, aminek kialakulásához az eszköz használatával járó örömérzés is hozzájárul.

Amikor megkezdődött a műszaki tudományok nagyobb mértékű fejlődése, az addigi építési tevékenység előtt óriási távlatok nyíltak. Olyan feladatokat kellett és lehetett megoldani, amelyeket eddig sem a hagyományokon alapuló építő kézműves iparos, sem az építőanyaggyártó iparos nem tudott megoldani. Kifejlődött egy új tudományág, a statika, amellyel az új lehetőségeket ki lehetett használni és új feladatokat lehetett kitűzni. Az építőiparban a hídépítés volt az a szakterület, amelyen az új tudományágat alkalmazni lehetett. Mind nagyobb és nehezebb feladatok megoldására került sor.

Az építő tevékenység egyéb területein ekkor még nem volt szükség a statika nagyobb mértékű alkalmazására, ezért a hídépítés elkülönült az építkezés általános tárgykörétől. Még közel száz évnek kellett eltelnie addig, amíg a hangároknál és a felhőkarcolóknál végre a statika kiterjedt alkalmazására sor került.

Közben az építészeti tevékenységhez kapcsolódó tudományág is messze elmaradt a hídépítészet fejlődésétől, illetve annak ütemétől. Az építészet több elméleti megállapítását nem lehetett hidakra alkalmazni. Például az építészet céljának klasszikus megfogalmazása: a térképzés a hidaknál teljesen értelmét veszti. A hidaknál mellőzés lett a sorsa az építészeti esztétikának is, mely a XIX. század közepére tehető sorsforduló után ötven évvel is még ott tartott, hogy a fa- és kőépítmények architektúráját keresse a vas- és vasbeton szerkezetekben, nem véve tudomásul azt, hogy új szerkezetekről

és új anyagokról van szó, amelyek új architektúra kifejlesztését kívánják meg.

Az új anyagok és a statika segítségével kifejlesztett új szerkezetek kiléptek az esztétika addigi kereteiből, és megindult az új esztétika irányába vezető útkeresés. Ennek során olyan hídszerkezetek épültek, amelyek teljesen új formákat mutattak fel, olyanok, amelyek a fa- és kő-építészetben elképzelhetetlenek lettek volna. Ezeket a szerkezeteket az ókori--középkori fa- és kőszerkezetekre érvényes esztétikai szemlélettel megvizsgálni képtelenség. Új hídesztétikának kellett tehát kialakulnia, illetve az esztétikának a fejlődésben utol kellett érnie a statika által elindított ugrásszerű fejlődést. Az útkeresés közben egyaránt születtek mind jó, mind szörnyű megoldások, a szakirodalomban bőven találunk erre vonatkozó példákat és képanyagot.

Érdekes megállapítani, hogy az általános építészetben, ahova a statika és az új anyagok alkalmazása nagyobb mértékben csak századunk második negyedében tört magának utat, az esztétika útkeresése közben csaknem ugyanazok a problémák vetődtek fel, mint a hidaknál a századforduló táján. A felhőkarcolókat sem lehetett a klasszikus építészet mércéjével esztétikai vizsgálat alá vonni. Erről a szemléletváltozásról hosszabban is érdemes lenne elmélkedni, azonban az már nem lenne kapcsolatban a Duna-hidakkal.

Minden híd feladata minden esetben valamely természeti akadály legyőzése. A tartalmi feladat nagysága, nehézsége a természeti akadály nagyságától függ, ami a híd méreteit és alakját is döntő mértékben befolyásolja. Dunahidak esetében és általában nagy hidaknál ez a természetes akadály jelentős, ezért a híd is jelentős és elsősorban tartalmi feladatánál, de formai megnyilvánulásánál fogva is, erősen kötődik az ember életviteléhez. A Duna-hidat az ember használja és szemléli. Mindkét esetben kölcsönhatás alakul ki a híd és az ember között.

Foglalkozzunk a kölcsönhatásnak a formai megnyilvánuláshoz fűződő részével, miután az -- nézetünk szerint -- jelentős lépéssel közelebb visz a hídesztétikához.

A kölcsönhatás-folyamat a következő: az ember érzékszerveivel felfogja a híd látványát, s az a különféle gondolattársítások következtében benne képzeteket vagy érzeteket hoz létre. Ezek részben pozitívak, tehát a hidat előnyösnek mutatják, részben ellenkező hatásúak. E gondolatok szintézise révén jön létre a végeredmény, a híd esztétikai értékelése. A szintézis, valamint annak egyes elemei visszahatnak a hídra mint esztétikai szempontból indokolható elvárások. Mindez részleteiben a következőképpen képzelhető el:

A látvány nyomán szerezhető első benyomások között szerepelhetnek az alábbi ellentétpárok:

Feltűnő — jelentéktelen
Felemelő — lesújtó
Lenyűgöző — nyomasztó
Megnyugtató — felizgató
stb., stb.

A látvány és a gondolattársítások nyomán kialakuló érzetek közé tartozhat

Biztonság — szédülés
Elégedettség — félelem
Öröm — szorongás
Büszkeség — gátlás
stb., stb.

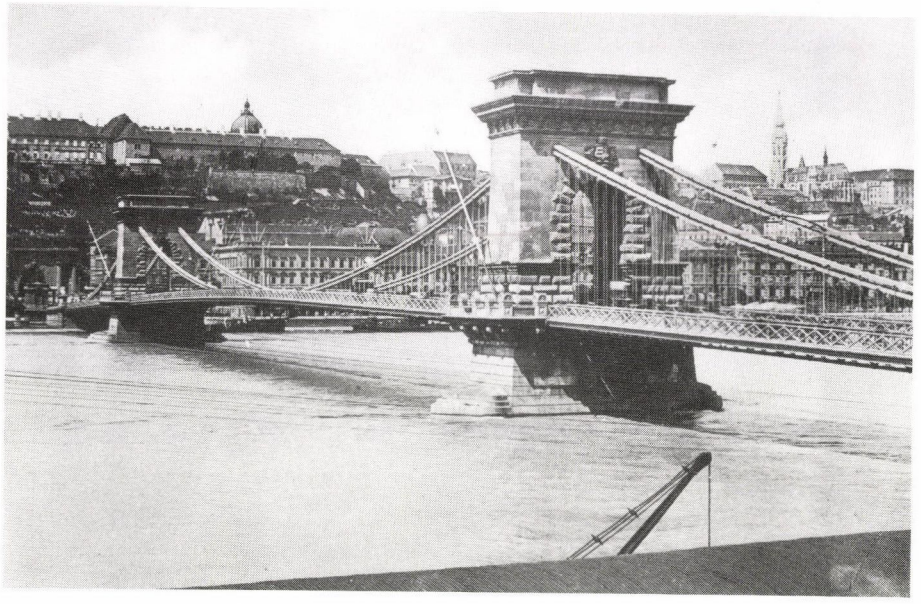
Az ennek nyomán kialakuló szintézis eredménye

Pozitív — negatív
Kedvező — kedvezőtlen
Kellemes — kellemetlen
Előnyös — hátrányos
stb., stb.

Meg kell állapítani, hogy a híd látványában az egyes hatástényezők szerepe nem egyforma és nem mindenkor áll arányban a tényezők tartalmi fontosságával, annak ellenére, hogy az érzetek felkeltésében esetleg döntő módon érvényesülnek. Ez a megállapítás utal arra, hogy a szintézisben a híd egyes elemei súlyozottan értékelődnek és előfordulhat, hogy a híd egyik lényeges eleme az esztétikai értékelésnél ki is marad, más, kevésbé fontos elem viszont döntő jelentőségűvé válik. Ebből a szempontból van értelme annak, hogy keressük a hídnak azokat az elemeit, amelyek az esztétikai értékelésnél fontos szerepet játszanak. Az esztétikai szempontból indokolható elvárásokat elsősorban az ilyen hídelemekre kell összpontosítani.

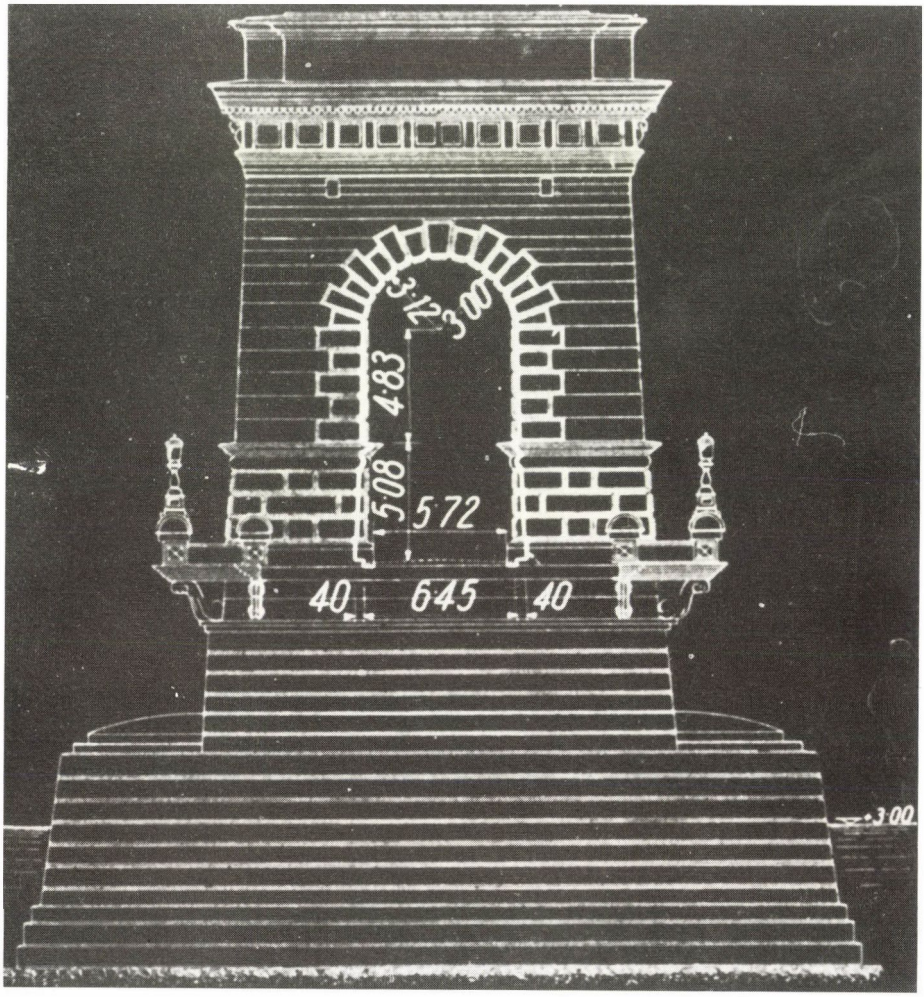
Az esztétikai szempontból kedvező hatást az egyes különféle érzések szintézise útján alakítja ki az emberi agy. Ennek a szintézisnek az összetevői minden egyes embernél különböznek és különböző súllyal befolyásolják a szintézis eredményét. Ha keressük azokat a hídelemeket, amelyeknél a szintézis eredménye pozitív, az általános esztétika legelemibb megállapításaira hivatkozhatunk: a tisztaságra, a rendezettségre, az arányosságra, az egyszerűségre, a ritmusra. Azok a hídelemek tehetik esztétikussá a hidat, amelyeknél ezek a pozitív megállapítások jelentkeznek. Ez szabály is lehetne, amellyel befolyásolni lehetne az emberre gyakorolt hatást. Kár, hogy nem igaz. Hiába kifogástalan, arányos, tiszta, egyszerű és rendezett pl. egy tartósor, attól az a híd még nem válik esztétikusabbá. Az egyes elemek esztétikai jellege nem feltétlenül befolyásolja az egész Duna-híd esztétikáját.

Megkíséreljük a kérdést gyakorlati oldalról megvilágítani. Budapest legrégibb hídján, a Széchenyi-lánchídon az első világháború idején a teljes vasszerkezetet elbontották, és egészen más anyagból új szerkezetet építettek a régi formák megtartásával. A teherbírás növelése és a lengések lehetőségé-



1. ábra. A Széchenyi-lánchíd eredeti vasszerkezete. Karcsú láncok, sok függesztő rúddal

2. ábra. A Széchenyi-lánchíd mai vasszerkezete. Vastagabb láncok, feleannyi függesztő rúd

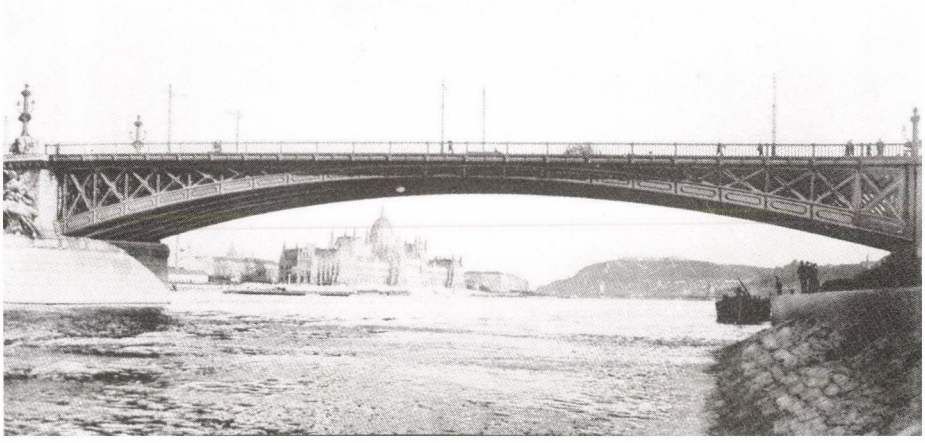


3. ábra. A Széchenyi-lánchíd kapuzatának kiszélesítése

nek kiküszöbölése érdekében azonban a láncok vastagabbak lettek, a függesztőelemek száma ugyan felére csökkent, de a méretek növekedtek. A fából készült merevítő tartót vasszerkezetű rácsos merevítő tartó váltotta fel.

Az építkezés megkezdése előtti sajtóhangok szerint mindenki féltette a híd eredeti könnyedségét és szépségét. Utólag senki sem kifogásolta az újat.

Hasonló eset ismétlődött meg a második világháborút követő helyreállításkor, amidőn a kapuzat szélesítésére került sor. Egyik változtatás sem módosította a híd esztétikai megítélését, pedig a két legfontosabb tartóelemnek, a főtartónak és a kapuzatnak a változtatásáról volt szó.



4. ábra. A budapesti Margit-híd eredeti vasszerkezete. Lapos ív, rácsos szerkezet

Még ennél is behatóbb változtatás történt a budapesti Margit-híd esetében. A második világháború utáni helyreállításnál a főtartó íveinek nyílmagasságát megnövelték és a felfekvési pontokat a pilléreken lejjebb helyezték,

5. ábra. A budapesti Margit-híd mai vasszerkezete. Emeltebb ív, oszlopos szerkezet

ami valóban olyan változtatás, aminek az addigi feltevések szerint, a híd esztétikai megítélésében kifejezésre kellett volna jutni. Ezzel szemben ez a lényeges változás esztétikailag annyira jelentéktelennek tűnik, hogy csak a szakember veheti észre, vagy az sem. Pedig a változást aláhúzza, hogy az ívekre támaszkodó sűrű rácsozású tartószerkezetet ritkábban elhelyezett függőleges oszlopok váltották fel.

Továbbra is kérdés marad tehát, hogy mi befolyásolja a Duna-híd esztétikai megítélését.

Nem vezet eredményre a relatív összehasonlítás sem. Meg tudjuk ugyan mondani, hogy X Duna-híd az értékelés szempontjából előnyösebb-e, mint Y Duna-híd, de ilyenkor csak a teljes szintézis eredményét hasonlítjuk össze, nem pedig azokat az elemeket, amelyeknek ez a szintézis az eredménye, eredője. Végül is meg kell állapítani, hogy a kérdésnek direkt módszerrel való megfejtése nem sikerül. A megoldáshoz tehát más utat kell keresni.

Az ember és a híd közötti kölcsönhatás érvényesülésének tényezőit eddig a Duna-híd oldaláról próbáltuk megvilágítani, és ez a próbálkozásunk nem járt elegendő eredménnyel, mert nem tárta fel direkt módszerrel a hídnak azokat a jellemző tulajdonságait, amelyek az esztétikai értékelést döntően befolyásolják. Most megfordítjuk a keresés irányát és az ember oldaláról keressük a megoldást.

Esztétikai értékelésre csak az kerülhet, amit az ember meglát, észrevesz. Az ember a Duna-híddal esztétikai értékelés szempontjából kétféleképpen kerül kapcsolatba: távlatból, ránézéssel és közelről, a rajta vagy alatta történő áthaladással. Viszonylag könnyen megválaszolható az a kérdés, hogy mit látunk az első és mit a második esetben. Első esetben látjuk a Duna-híd környezetét és a híd távlati képét, és keressük a harmóniát, ami természetesen csak a híd és a természet adta környezet harmóniája lehet. Kissé közeledve látjuk a híd egészét, majd annak egyik nyílását, támaszaival, végül a hídfőt.

Második esetben látjuk a híd pályáját és a hídnak a pálya fölé nyúló részeit: a korlátokat, a pilonokat és a kapuzatokat. Autón történő áthaladásnál a látványigény korlátozottabb. Vasúti hidaknál ez a nézőpont elesik, a híd alatt történő áthaladásnál pedig alárendelt jelentőségű.

A távlati képben a Duna-híd elhelyezését, funkcióját, a teljes főtartó vonalvezetését, a híd alátámasztásainak és főtartóinak alakját vehetjük észre. Látjuk ugyan, de csak szorosabb megfigyeléssel tudatosítjuk a híd anyagát, a felület textúráját és egyes nagyobb alkatrészegyütteseit. Közelnézetben feltűnik az alacsonyan záródó kapuzat és a túl sűrű vagy tömör korlát,

mely a szabad kilátást gátolja. Ha a hídon nincs a pálya fölé nyúló szerkezeti rész és a korlát átlátszó (pl. függőleges elemekből álló létrakorlát), akkor közelnézetben az úttesten kívül semmi sem kerül esztétikai értékelésre, s ilyenkor hajlamosak vagyunk arra, hogy észre se vegyük, hogy hídon haladunk át.

A látványban feltűnő tulajdonságok számbavétele mellett érdemes számba venni azokat a tulajdonságokat is, amelyek kevésbé vagy egyáltalában nem feltűnőek, tehát amelyeket az esztétikai értékelés során hajlandók vagyunk figyelmen kívül hagyni vagy aláértékelni. Ilyen tulajdonság a gerendahidakon a pályaszint alatti szerkezet kiképzése (pl. van-e kiékelés) stb., az ívhidakon az ív vastagságának változása, csuklók jelenléte és száma stb., függőhidakon a merevítő tartó rácsozata, egyszintű vagy kétszintű pálya stb. E tulajdonságok között van olyan is, amelyet a hidak esztétikai értékelésének korábbi időszakaiban nyomós tényezőkként tartottak számon. Erre magyarázatot találunk abban, hogy akkor még az esztétikai értékelésben sokkal nagyobb tere volt a részletesebb vizsgálatnak, amire korunkban már csak a szakemberek vállalkoznak.

Már korábban rámutattunk azokra a hatásokra, amelyeket az emberben a híd látványa ki tud váltani. Ezeket a hatásokat kapcsolatba lehet hozni a látványban általunk érzékelt tulajdonságok fenti elemzésével. Így például a Duna-híd természeti keretben való elhelyezkedése és funkciója az első csoportba sorolt hatásokat válthatja ki, a híd főtartójának vonalvezetése, a híd alátámasztásainak és főtartójának alakja a második csoportba soroltakat. A pályatest, valamint a föléje nyúló hídrészek látványa ritkán vált ki pozitív hatást, de ha igen, akkor a hatás többnyire jelentős.

Az előbbiek alapján, tudatunkban vagy tudatunkon kívül, kialakult szintézis minden emberben más és más eredménnyel jár, azonban mindenesetre beleesik a harmadik csoportban felsorolt szélsőséges érzések közé. Ha ez az érzés közelebb esik a pozitív megnevezéshez, a Duna-hidat szépnek fogjuk látni anélkül, hogy annak egyes szerkezeti elemeit külön-külön szükséges lett volna tudatos esztétikai értékelésnek alávetni. Ha a részleteket utóbb külön-külön is értékeljük, az eredmény az egyes részletekre külön-külön fog vonatkozni, azonban a híd egészének értékelésére nem lesz befolyással.

A kölcsönhatásra felépített gondolatsor utolsó láncszeme a Duna-hídra való visszahatás elemzése, tehát az elvárások megfogalmazása. Ez a hídesztétika voltaképpeni célja. Itt sem követhető a direkt módszer. Nem lehet kimondani olyan alapelveket, amelyekhez a Duna-híd alakjának alkalmazkodnia kellene. Talán éppen azért, mert nem szorosak a kötöttségek.

Többre lehet jutni azzal, ha a fantáziával betölthető tág keretek határait kíséreljük meg felvázolni, tehát azt, hogy milyen ne legyen a Duna-híd. Itt csupán néhány kötöttségre utalunk azzal, hogy számtalan ilyen kötöttség létezik.

A híd ne térjen el alapvető módon a megszokottól. Ne sértse a természettel kialakítható összhangot és ne rejtse el a funkciót. A megszokottól való eltérés addig a mértékig fogadható el, ameddig nem veszélyezteti a funkció kifejezését. A híd ne legyen azonos a korábbival (hacsak nem ikerhídról van szó). A korábbival való azonosság a jelentéktelenség irányába vezet, ami Duna-hidaknál általában nem engedhető meg.

A kötöttségek azonban nem korlátozhatják a fantáziát. A híd alakjában jelentkező újszerűség azonban ne térjen el a fejlődés irányától. Az újszerűség a kialakításban, az elhelyezésben, bármely részlet jól észrevehető méretében stb. kifejezésre juthat. Miután a Duna-hidak hosszú időre épülő létesítmények, megeshet, hogy az esztétika fejlődése más irányt vesz, s a létesítmény "kimegy a divatból". Annál nagyobb az elismerés, ha az esztétika művésze maradandó értéket tud alkotni, vagyis műve beleilleszkedik az ízlésnek annak idején várt és később valóban bekövetkezett fejlődésébe.

Az esztétikai értékelés folyamatának áttekintése után vizsgáljuk meg azt, hogy amióta a hidak esztétikája elkülönült az általános építészeti esztétikától, minő fejlődési folyamatokon ment keresztül, míg a Duna-hidaknál a mai szintjét elérte.

Először a szakirodalom egyes érdekesebb megítéléseit tekintjük át, majd a fejlődési folyamatot három Duna-híd példáján illusztráljuk.

Mint már említettük, a hidaknak a többi építménytől való elkülönülését a XIX. század derekán esztétikai vonatkozásban azzal vették tudomásul, hogy a hidakat egyszerű ipari — tehát nem építőművészeti — létesítménynek tekintették, melynél az esztétika fontossága alárendelt. Ekkor még erősen érvényesült a korábbi építmények és megszokások befolyása az ízlésre, és szép hidak építése csak ösztönszerű törekvések érvényesülése révén sikerült. A hidak esztétikai értékelésére vonatkozó gondolatok csak lassan érlelődnek. Idevágó ötletek felvetődnek, de az összefoglaló munka még várat magára. **Mehrtens** 1900-ban kiadott hídépítési tankönyvében /1/ hídesztétikáról még nem esik szó.

Csak az első világháború után jelenik meg az első nagyobb hídesztétikai munka **Zucker** német építész tollából /2/, mely a statikával foglalkozó mérnök és a híd külső alakját formáló építész ellentétes szempontjait húzza alá. Az épületek térképző funkciójával szemben a híd funkcióját térátmetszésnek

fogja fel. A hídesztétika alkotó tényezői az építőanyag, a műszaki feltételek és a környezet. Megállapítja, hogy a hidat csak a XIX. század derekáig tekintették művészi létesítménynek, utána általános stíluszavar következett, mely a századfordulóig tartott. Csak ezután ismerték fel ismét a híd művészi jelentőségét a vasra és a vasbetonra vonatkozóan is.

Hartmann 1928-ban megjelent munkájában főként a vashidakkal foglalkozik /3/, azonban sok tekintetben Zuckerével ellentétes nézeteket vall. Kimondja, hogy a formaalakításnál a követelmény az igazság, azonban mégis azt hangsúlyozza, hogy a tervezésnél ne a statika, hanem az esztétika legyen az elsődleges szempont. E tekintetben utal a boltívek vastagságára, aminek a statika szerint a vállak felé vékonyodnia kellene, holott azt érezzük természetesnek, hogy vastagodik. A rácsos vashidakat nagyra értékeli. Nagy fontosságot tulajdonít a városképbe való beillesztésnek. Előremutató gondolata: ha az építész a korszerű városépítésről könyvet ír, bizonyára nem fog régi városokról követendő példaként képsorokat bemutatni. A hidak esztétái viszont gátlástalanul hivatkoznak a régi hidakra, szembeállítva azokat a maiakkal.

Rukwied 1933-ban megjelent könyve /4/ tovább megy egy lépéssel. Megállapítja, hogy a vassal mint új építőanyaggal új művészet keletkezett. Nyomott ívek és karcsú pillérek kapnak helyet, továbbá rúdalakzatok, nagy formagazdagsággal. A hídarchitektúrát kialakulóban lévő új művészeti irányzatnak tekinti. Maradi viszont az a megállapítása, hogy a főtartó íve vagy lánca és a pálya közötti függőleges síkot kitöltendőnek véli, és mint írja: a rácsozat elmaradásával a tudomány nyert, de az esztétika vesztett.

A híd látványában **Démaret** (1948) /5/ az érthetőséget, az anyag felismerését és a helyszínhez való alkalmazkodást kívánja meg. Az esztétikai megítélés alapját a következő tulajdonságokban keresi:

Fel lehessen ismerni a funkciót. Látni lehessen a hidat oldalról és elölről, és látni lehessen a tájat a hídról. Legyen a·hídban formaegység, egyszerűség ismétlésekkel, de túlzások nélkül. Az anyag és a szín legyen egységes, egyes részek esetleges kiemelésével. Legnehezebbnek tartja a helyszínhez való alkalmazkodást. Elsőnek mutat rá arra, hogy a szemlélő részéről is vannak feltételek. Ilyenek: fegyelmezett észjárás, a híd feladatainak gondos számbavétele, szorgos és lelkiismeretes kutatás, az egyszerű felismerésen túlmenve.

Pogány Frigyes építész (1969) /6/ szerint esztétikai érzékelő képességünk konzervatívabb, mint műszaki tudatunk. A régi korokkal általában megértők, az új alkotásokkal bizonytalanok vagyunk. Fokozódik ez a bizonytalanság a mérnöki szerkezetek megítélésénél.

Albrecht (1977) /7/ a hidakat elemenként vizsgálja, a kicsiből a nagy felé haladva. Rámutat arra a különbségre, mely a városi területen lévő hidak és a természetbeni környezetben lévő hidak között fennáll, különösen a feljáróik tekintetében. Ő az első, aki a hidat mint az útvonal részét vizsgálja, és ezzel indokolja a tájba illesztés fontosságát. Szerinte az igazi szépség formulája: harmónia, összhang, egység, a részek viszonya az egészhez.

Jurecka (1979) /8/ szerint napjainkban az ember már másképpen viszonyul a hídhoz, mint korábban. Egyszerű használati tárgynak tekinti a hidat, sokkal kevésbé érdekesnek tartja az esztétikáját. Ez nagy általánosságban bizonyára így is van, azonban éppen a hídépítés a példa rá, hogy az egyre nagyobb természeti akadályok legyőzése egyre nagyobb tartalmú teljesítményt kíván meg a hidaktól, amivel egyre hangsúlyosabb formai megnyilvánulások járnak, egyre növekedő esztétikai igényekkel. A kis hidak tömegének már sem tartalmi, sem formai megnyilvánulása nem jelentős, az nem lép fel sem tudományos, sem esztétikai igénnyel. A kis hidak szabvány vagy szokvány alapján keletkeznek és észre sem vevődnek.

Kászonyi Gábor mérnök műszaki doktori értekezésében (1979) /9/ idézi Marx megállapítását: A szép lényege az emberi nem szabadságszintjének kitárulása. Megállapítja, hogy korunk életritmusának felgyorsulása az alkotások alakjától elvárja a világos, szabatos közlést és a lényegre koncentrálást. Nézete szerint az őstermészeti környezet a humanizált emberi környezet alkotásaival gazdagabbá válik. (Ez a megállapítás ugyancsak ellentétben van a mai környezetvédők túlzásokkal telt követelményeivel.) Nagyon helytálló az a megállapítás, hogy ami statikai szempontból nem kedvező, legtöbbször nem felel meg esztétikai szempontból sem. Előremutató és megerősíthető felismerés, hogy igen jó esztétikai hatású a híd alsó és felső élének nyugodt és folytonos vonalvezetése, és ebben az esetben a vonalélmény jelentősen hozzájárulhat a híd dinamikus lendületének kifejeződéséhez.

Végül 1982-ben jelent meg **Leonhardt** gazdagon illusztrált könyve /10/, mely az esztétika alapkérdéseinek részletes elemzésétől kezdve az esztétika érvényesülését a hidak összes megnyilvánulási formáin bemutatja. Minden eddigi munkánál több figyelmet szentel az emberi felfogás elemzésének. Megállapítja, hogy az ember ízlése is változik, ami a kortól, a mindenkori divattól és a történeti és kulturális háttértől függ. Az átlagízlés szerinte nem lehet mértéke az esztétikai értéknek. Jobb, ha a saját érzéseinkre támaszkodunk: szép az, ami bennünk megelégedettség és öröm érzetét kelti. Miután megállapítja, hogy az esztétikai értékek jellemzői kihatnak a tervezés irányelveire, összefoglalja és rendszerezi azokat a tulajdonságokat, ame-

6. ábra. A budapesti Erzsébet-hídnak az 1894. évi nemzetközi tervpályázaton I. díjat nyert pályaterve. A XIX. század ízlésének és stílusának jellegzetes példája

lyeknek a tervezésnél történő érvényesítésével szebbé tehetjük a hidat. Tíz ilyen tulajdonságot sorol fel, és mindegyikről részletes okfejtést közöl.

7. ábra. A budapesti Erzsébet-híd az 1903. évi forgalomba helyezésekor, teljesen újszerű acélarchitektúrával

8. ábra. A budapesti Erzsébet-híd eredeti kapuzata

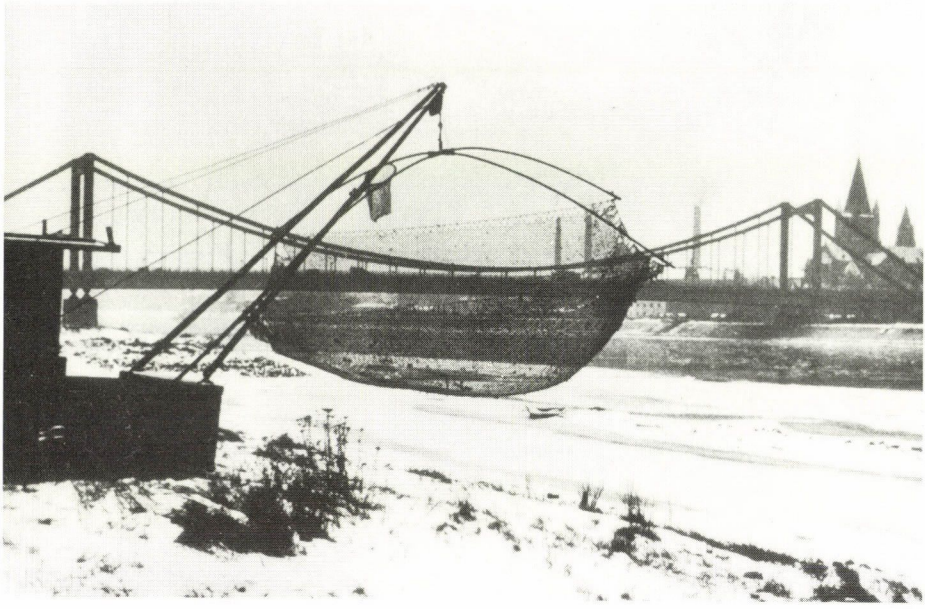
Ezek: funkció, arányosság, rend, az alak finomítása, környezetbe illesztés, textúra, szín, jelleg, komplexitás és a természet belefoglalása. A felsorolás és a magyarázat összesítésénél, igen óvatosan és helyesen, felhívja a figyelmet arra, hogy ha ezeket a tulajdonságokat érvényesítjük, attól még nem lesz szép a híd. Érvényesülnie kell még a fantáziának, a kezdeményezésnek, az egyéni gondolatnak és elképzelésnek: ismerni kell azonban a szigorú statikai előírásokat és a sokkal kevésbé szigorú esztétikai korlátokat is. Valamennyi újabb hídesztétával együtt Leonhardt is kivételes fontosságot tulajdonít a híd fő részei közötti arányoknak, de ő az első, aki az arányok némelyikét mint az esztétika érvényesülésének feltételét számszerűen is vizsgálja. Ezzel reális talajra viszi az esztétikát, ami előtte csupán az aranymetszés szabályainak megalkotásakor sikerült. Ez a számszerűség Leon-

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

9. ábra. A jelenlegi budapesti Erzsébet-híd 1964-ben készült el

hardtnál alsó és felső határok megjelöléséből áll és feltételekhez kötődik, ezért egyáltalában nem minősülhet tervezést korlátozó merev szabálynak, csak olyan kezdeményezésnek, mely korunk egyre bonyolultabbá váló tervező munkájában némi segítséget nyújthat.

A mellékelt képeken a budapesti Erzsébet-híd kialakításának három alakját láthatjuk. A 6. kép Kübler és társai tervét szemlélteti, mely első díjat nyert az 1894. évi tervpályázaton. Jellegzetes példája a XIX. század ízlésének és stílusának. A 7—8. képen látható a jól ismert megépült híd, az 1903-ban történt forgalomba helyezéskor. Ugyanaz a kerete és a lánc alakja, mint Kübler tervén a kábelé, azonban a pilonok architektúrája egészen más. Min-



10. ábra. A bécsi Reichsbrücke, mely 1976-ban összeomlott

11. ábra. Az új bécsi Reichsbrücke masszív, emeletes, feszített vasbeton gerendahíd

12. ábra. A bécsi Reichsbrückén átvezető útvonal

den, ami kőre emlékeztetne benne, elmaradt, és teljesen új acél-architektúra foglalta el a korábbinak a helyét. A változás, mely tükrözi a szerkezeti változás lényegét (ingaoszlop), jellemzi a közben eltelt tíz év alatt az esztétikai igényekben bekövetkezett változást is. A 9. kép a jelenlegi hidat ábrázolja, melyet 1964-ben adtak át a forgalomnak, miután a korábbit a második világháború végén felrobbantották. Ez viszont a jelenlegi ízlésre jellemző architektúrával készült, melyben a határozott vonalaknak és formáknak van döntő jelentősége. Nem tűnik fel benne olyan részlet, mely megzavarná a harmóniát.

A 10--12. képek a bécsi Reichsbrückét mutatják be. Az első híd ezen a helyen még a múlt században épült és az 1930-as években lebontásra került, mert szerkezete nem felelt meg a forgalom egyre növekvő igényeinek. Igen szép lánchíd épült a helyébe, mely megfelelt az akkori követelményeknek. Sajnálatra méltó módon ez a híd 1976-ban összeomlott. Új híd épült, teljesen új funkcionális és esztétikai szempontok szerint. Megfelelve a híddal szemben támasztott megnövelt igényeknek, masszív gerenda-tartószerkezet került a régi híd helyébe, melynek tömege egyensúlyban van a város eme részének nagyobb épülettömegeivel és a környezet nagyobb térségével. A Duna felől nézve az útpálya és a főtartó határozott vonala összhangban van esztétikai elvárá-

13. ábra. A Nemzeti Felkelés Hídja Pozsonyban. Kábelhíd, ferde pilonnal

sainkkal. A hídon áthaladva a híd szerkezeti elemei nem láthatók, csupán lámpaoszlopsor emlékezteti a szemlélőt, hogy hídon halad át.

A 13--14. képeken a pozsonyi Nemzeti Felkelés Hídja látható, mely a kábelhidak egyik szokatlan formája. Ezen a helyen annak előtte nem volt híd. Első benyomásunk: összhang a környezettel. A híd tömege egyensúlyt tart a nagyobb térrel, a parkokkal, az útvonalakkal, beleértve a várat és a várhegyet is. A ferde pilon emlékeztet a batár (delizsánsz) kocsisára, amint a bakon ülve hátradőlve fogja a négy ló gyeplőjét. Helyzete egészen természetes, nem kelt a szemlélőben bizonytalan érzést. Az útpálya vonalának a szerepe domináns, és a merevítő tartó vastagságának az esztétikai megítélésben jelentéktelen szerepe van. A híd jó példája annak, hogyan lehet új eszmét a gyakorlatban úgy alkalmazni, hogy ne zavarjuk meg a biztonság és a megelégedettség érzését.

A hidak esztétikájával foglalkozó szakirodalmi szemelvények rövid ismertetése és a bemutatott Duna-hidak példái alapján több feltűnő változást lehet felismerni a hídesztétika fejlődésében. Ezekre érdemes rámutatni, mert a változások irányzatának felismerése a jövőben várható fejlődésre is útmutatást nyújthat.

14. ábra. A pozsonyi híd kapuzata

A XX. század első felére jellemző változás a kő-architektúrától való teljes elszakadás. A kőnek mint építőanyagnak az alkalmazása csak a pillérekre és a hídfőkre korlátozódik, ott viszont megmarad a kő-architektúra még a betonszerkezeteken is. Az előző évszázadban még ipari létesítménynek tekintik a hidat, esztétikai értékét eleinte fel sem ismerik. Az évszázad végére jellemző az építész-tervezők szerepeltetése kő- és fa-architektúrával. Közben kialakul a rácsos hidak külön architektúrája, a XX. század elejétől kezdve pedig a vasbetonhíd-architektúra, melyre eleinte a kő-architektúrát alkalmazzák. Már ekkor kezdik hangsúlyozni a híd funkciójának fontosságát a külső megjelenésben, továbbá a természettel való összhangot. Elvetik a durva, szegletes, nyomott formákat. Könnyedség lép a nehézkesség helyébe.

A XX. század második felében ismerik fel a híd főformáinak domináns szerepét. Hangsúlyt kap a természeti és városi környezettel való harmónia. Csökken a közelnézeti megítélés szerepe, miután a hídon való átgyaloglás szinte a semmire redukálódik. Az oldalhomlokzatból a keret szerepe fokozódik, a függesztő vagy alátámasztó elemek szerepe csökken és alig befolyásolja az esztétikát. Előtérbe lép az arányok fontosságának felismerése. Fél kilométer hosszú hídon alig játszik szerepet a merevítő tartó vastagsági mérete vagy alakja, a főtartó övek által alkotott kerethez képest. Az övtartók vonala legyen határozott, törésmentes.

A főtartó vonal hangsúlyos volta mellett előtérbe kerül a pályavonal hangsúlyozása, ami gerendánál természetes, ívnél, kábelnél tudatos. A pályavonal válik az esztétikai hatás gerincévé. Mellette minden egyéb zavaró jellegű hatás kiküszöbölésére törekednek.

A Duna-hidakra vonatkozó legfontosabb felismerés, hogy a híd a városkép döntő eleme. Erre a felismerésre a híd és a környezet közötti kapcsolat megítélésének fejlődése vezet. A kezdeti időben arról volt szó, hogy a híd hogyan illeszkedik bele a természet által adott környezetbe, majd később a városi környezetbe. A fejlődés során a megítélés úgy módosult, hogy a híd és a környezet között összhangot kell biztosítani, és tudomásul kell venni, hogy a hídnak is van jelentős hatása a környezetére, főként a városra, és ennek a kölcsönhatásnak az egyensúlyát kell megtalálni és biztosítani.

Ez mindaddig megfelelő szemlélet volt, ameddig nem jelentkezett a híd és a megvizsgált környezet -- leginkább városi környezet -- között nagyságrendi különbség. Ez a nagyságrendi különbség az építészeti esztétikában már korábban kifejlődött. Az egyes épületek, zárt terek, fórumok esztétikai értékelése kiegészült épületsorok, épületegyüttesek, nagyobb terek, főútvonalak, városképek, műemléki együttesek esztétikai értékelésével. Kialakult a városesztétika. A Duna-hidak legtöbbjét már ebben a nagytér-szemléletben kell értékelni, és ebben a szemléletben kell megkeresni az értékelés alapjául szolgáló tulajdonságokat, mind a hídnál, mind a városképnél, amelynek a híd az egyik fő alkotóeleme. A főformák domináns szerepe és a funkciót legjobban kifejező főtartó vonalvezetése már eleve ilyen tulajdonságok. Ezehez még további olyan jellemzőket kell találni, amelyek lehetőleg a városrészt, a főútvonalat vagy a teret is jellemzik, ami által az összhang keresése egyszerűbbé válhat. Itt látjuk a jövőben a lehetőségét annak is, hogy a hídesztétika, mely 150 évvel ezelőtt elszakadt az építészeti esztétikától, oda ismét visszataláljon és a nagytéri esztétikában méltó helyét elfoglalja.

Az emberi természetben megvannak és kezdettől fogva megvoltak az esztétika alapjai. A szépre való törekvés velünk született adottság, mely már az ősemberben is megvolt. Azt tekintjük szépnek, aminek látványa bennünk örömérzetet kelt. Ennek ősi megnyilvánulása a női szépség, fiziológiai és egyéb tudat alatti hatásaival együtt. Ide vezethető vissza a szépség és az arányosság szoros összefüggése is, továbbá az embernek az a törekvése, hogy a szépségből kizárja a túlzásokat és a torz alakokat. Mai életvitelünkben igen nagy helyet foglal el a szépre való törekvés, mely nélkül nem lennének színházak, művészetek, kiállítások, hangversenyek, de nem lennének plasztikai műtétek, divatbemutatók és szépségkirálynő-választások sem. A szépség döntő része a tökéletességnek, s a tökéletesség az, amit a Duna-hidakban keresünk.

IRODALOM

/1/ **Mehrtens, Georg:** Der deutsche Brückenbau im XIX. Jahrhundert, 1900.

/2/ **Zucker, Paul:** Die Brücke, 1921.

/3/ **Hartmann, Friedrich,** dr. Ing.: Aesthetik im Brückenbau, 1928.

/4/ **Rukwied, Hermann:** Brückenästhetik, 1933.

/5/ **Démaret, Jean:** Esthetique et construction des ouvrages d'art, 1948.

/6/ **Pogány Frigyes:** Az építészeti kritikáról. Építés- Építészettudomány, I, 1969.

/7/ **Albrecht, Rudolf:** Schönheit im Brückenbau, 1977.

/8/ **Jurecka, Charlotte:** Brücken. Historische Entwicklung, Fascination der Technik, 1979.

/9/ **Kászonyi Gábor:** Mérnöki létesítmények esztétikai kérdései. Műszaki doktori értekezés, 1979.

/10/ **Leonhardt, Fritz:** Brücken. Aesthetik und Gestaltung, 1984.

Dr. Roller Béla, a műszaki tudomány doktora

MIÉRT SZÉP? KÉPEK ÉS GONDOLATOK HIDAKRÓL, TÁJAKON ÉS VÁROSOKBAN*

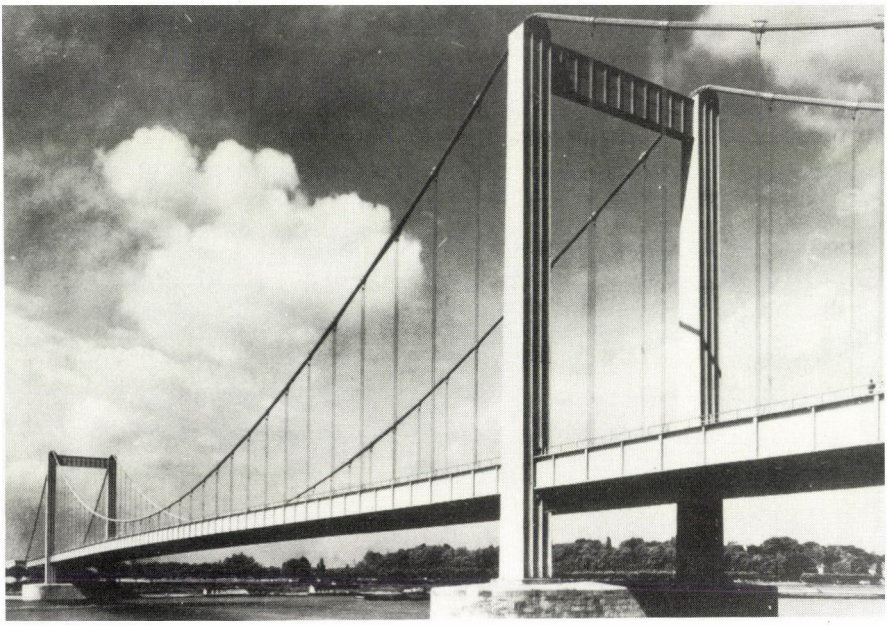
1. Negyvenhét éve, az ostrom alatt fővárosunknak mind a hét Duna-hídját felrobbantották.

A várost azután újjáépítették. Először a Margitsziget oldalán pontonhidat építettek a zajló Dunán. Ezt a pesti akasztófahumor a romba döntött Margit-híd maradványait látva azonnal "Manci"-nak keresztelte el, majd megállapították, hogy a Ferenc József-híd pusztulása nem teljes, ezt először alátámasztványozták, majd a helyére billentették és restaurálták. Következett (felépítésének 100. évfordulójára) a Széchenyi-lánchíd, majd rendre a Margit-híd, a Petőfi-híd, az összekötő vasúti hidak, majd a félben maradt Árpád-híd és végül a teljes megsemmisülés jelképévé lett gyönyörű Erzsébet-híd felépítése. A mai látogató el sem tudja képzelni, hogyan festhetett Budapest hidak nélkül, hogy tudott a városban több mint egymillió ember dolgozni és kommunikálni, amikor a "Mancin" és a nagyon szerény átbocsátó képességű Szabadság-hídon kívül összesen még egy átkelési lehetőség volt a Dunán, éspedig az 1946—60 között működött és eleve ideiglenesre tervezett, hősies munkával felépített, azóta már csak emlékében élő Kossuth-híd, a Parlament oldalán.

Könyvekre azt mondja a latin közmondás, hogy megvan a sorsuk. Hidakról és emberekről azt írja W. Saroyan, a híres amerikai regényíró, hogy addig élnek, amíg szükség van rájuk az életben, és főleg amíg nem válnak benne feleslegessé. Az 1725-ben összedőlt perui Szent Lajos király hídja olyan öt embert temetett maga alá, akiknek már nem volt funkciójuk a Földön.

A felrobbantott budapesti hidaknak volt, ezt az is bizonyítja, hogy újjáépültek. Régi és új képüket összehasonlítva jelentős változást csak az Erzsébet-hídon látunk. Ez a mai formájában talán még szebb, mint régen, de

*A szerző esszé jellegű gondolatsorát mint ide illőt közöljük lapunk e hidakkal és hídépítőkkel foglalkozó számában. (Szerk.)



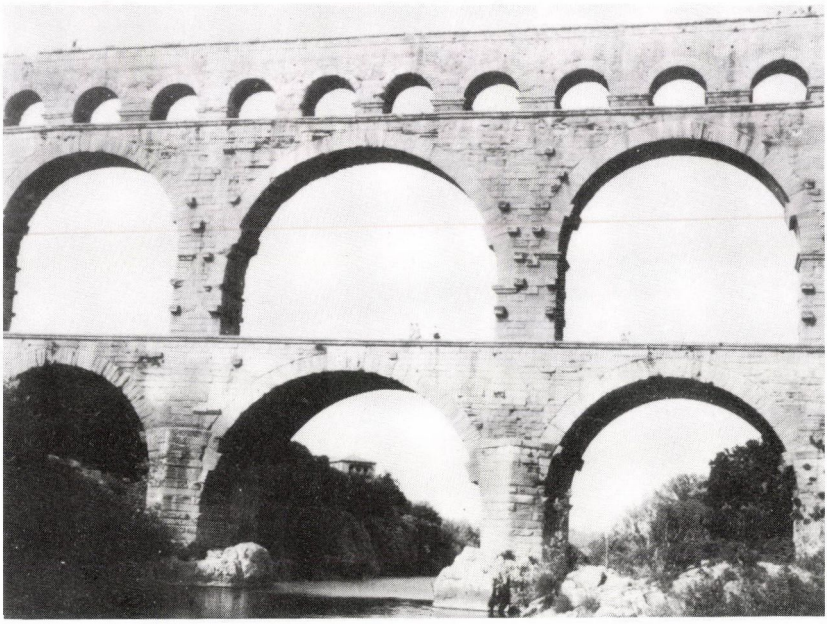
1. ábra. A köln—rodenkircheni függőhíd

tudnunk kell, hogy építészeti szempontból nem eredeti, hanem az 1938-ban épült köln—rodenkircheni Rajna-híd mása. Ettől eltekintve műszaki remekmű, elegáns alakjának létrejöttében a matematika harmóniája is közreműködött, amennyiben a különböző terhek hatására bekövetkező alakváltozásokat Egerváry Jenő műegyetemi tanár mátrix-statikai elméletével állapították meg.

A Lánchíd modernebb lett. A Petőfi- (azelőtt Horthy Miklós-) hídról lebontották a tengerészemlékművet, hiszen Magyarországnak már régen nincs tengere. A Szabadság- (azelőtt Ferenc József-) híd rácsos Gerber-tartója még nagyjából 10 évig viseli a villamosforgalom terhét, de közlekedési szempontból a Lánchíddal együtt, amely talán a világ legelegánsabb hídja, már ma is teljesen korszerűtlen. Az Árpád-híd megépült és kibővítették, de nem jelent olyan forgalmi könnyítést, amilyet vártak tőle. A személygépkocsi-forgalom java része elkerüli. A továbbiakban belép még az M-0 autópálya déli, majd később – sajnos már csak utódaink korában -- az északi elkerülő hídja is.

A sebeknek volt idejük behegedni. A budapesti hidak ma, éppúgy, mint régen, meghatározói a városképi együttesnek.

Felvetődik a kérdés, hogy miért szép egy híd, miért lehet egy táj, esetleg egy város jelképe, miért alkothatnak hidak együtteseket, esetleg jellemezhetnek egy egész környéket.



2. ábra. A Pont du Gard Arles mellett

Ezt segítenek megvilágítani a bemutatott fényképek is, jóllehet a festmény esztétikai hatása a fényképénél sokkal nyomatékosabb lenne. A legszebb -- hídról szóló -- tájképet Van Gogh alkotta.

2. A mérnökök és az építészek között olyan hagyományos szakmai ellentét dúl, mint a sebészek és a belgyógyászok között. Az orvosok között az a nézeteltérés tárgya, hogy a beteget radikális vagy konzervatív úton gyógyítsák-e meg. A vitának semmi értelme nincs, mindkét módszernek megvan a maga létjogosultsága a maga idején, a lényeg az, hogy a betegnek fel kell épülnie. A mérnököket a közvélemény tárgyilagosabb, precízebb és szürkébb, az építészeket szubjektívebb, intelligensebb és színesebb egyéniségeknek tartja, és, ahogy az már lenni szokott, az érdekeltek elfogadják a rájuk osztott szerepeket, beülnek a skatulyába. Így keletkeznek azután a célszerű (és csúnya) épületek, mint például a spenótszínű Roosevelt téri irodaház és gyönyörű kulisszák, mint a Váci utcai szállodakomplexum.

E soroknak némileg az is a célja, hogy a mérnökök és építészek ilyen irányú ellentétét feloldják. A mérnök, ha helyesen dolgozik, kell hogy szeresse a szépet, élvezze az életet, bútorozza a teret. Az építésznek még akkor is konstruktőrnek kell lennie, ha kertet tervez, mert rend, értelem és harmónia nélkül nincs élet.

3. ábra. A Rialto hídja Velencében

Reméljük, hogy megfontolásaink és a bemutatott példák elérik céljukat, azt a gondolatot tehát, hogy a várost és az országot a mérnökök és építészek együttműködésével kell megteremteni; megépíteni és jó állapotban az utókor részére megőrizni.

3. Mindenki ismeri a kanti tételt: "szép az, ami érdek nélkül tetszik", de senki sem tudja biztosan, hogy mi az érdeke. Ezek szerint a szépség szubjektív fogalom lenne. Ez azonban ellentmond annak a tapasztalatnak, hogy nagyjából azonos kultúrfokú, hasonló természetű, egyforma környezeti és biológiai adottságú embereknek körülbelül ugyanazok a dolgok tetszenek. Másik önellentmondás, hogy az embereknek -- mert bizony a szépség az emberekhez kötődő fogalom, az állatvilágban szépség nincs, csak biológiai szükségszerűség, a növényekből és az élettelen dolgokból még az ösztön is hiányzik -- gyakran valószínűleg nosztalgiából, régi korok, elmúlt világok művészete, kultúrája (a civilizációja nem) sokkal jobban tetszik, mint korunk. Továbbá ugyanaz a mű, akár festmény, akár opera, hangulatunktól és beállítottságunktól függően egyszer tetszik, egyszer nem. Így például e sorok írójának mindig tetszik **Rembrandt** "A tékozló fiú megtérése" című képe (Szentpétervár, Ermitázs), ugyancsak mindig tetszik a Pont du Gard, a brüsszeli Grand Place,

4. ábra. A Ponte Vecchio Firenzében

majdnem mindig tetszik a Nürnbergi Mesterdalnokok nyitánya, de néha jobban tetszik Firenze nyolcvan másodperces apotheózisa Puccini Gianni Schicchijében; nem mindig tetszik **Rubens** kövér hullámzása a Louvre Medici-sorozatában, de mindig tetszenek a mester mellékesen, saját örömére festett családi képei. Mindig tetszik a Falstaff záró fúgája, a Don Giovanni regiszter-áriája, a Császár-keringő, a Margitsziget szeptember végén, Vörösmarty és Arany öregkori költészete, nem mindig tetszik Ady, de mindig **József Attila** Eszmélete, mindig **Michelangelo** Mózese, de nem mindig Bernini extatikus Szent Teréz-szobra. A világ legszebb modern épületének tartja **Kenzo Tange** tokiói stadionjait, a legfélelmetesebb várnak Nagy Heródes Matzadáját Izraelben, a Holt-tenger déli vége felett. Tetszik az epidaurusi görög színház, az athéniek kincsesháza Delphoiban, az újjáépített Knossos, a cronachi vár, ahol Luther és Lucas Cranach élt; nem tetszik **Gaudi** temploma Barcelonában, tetszik **Klimt**, de nem tetszik **Hundertwasser** háza Bécsben; és így tovább.

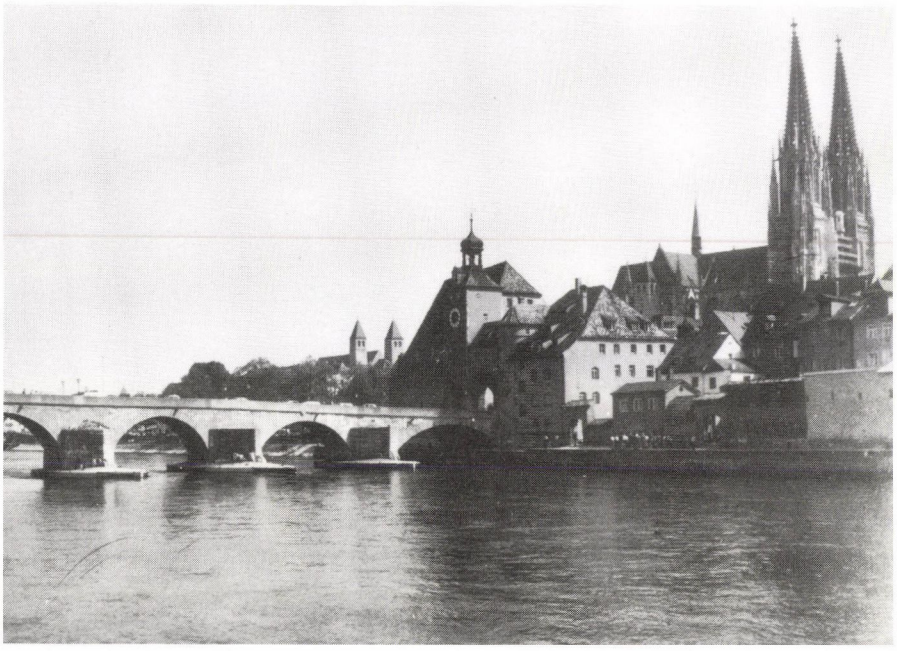
Szóval a szépség valószínűleg megfoghatatlan. Megérezni lehet, megmagyarázni nem. Ahogy az angol költő írja: "A think of beauty is a joy for ever", vagyis a szépség puszta gondolata is öröm.

5. ábra. A prágai Károly-híd

Véleményünk szerint az objektív esztétika reménytelen, hiszen az esztétika éppen az emberi szubjektum terméke. Embertől független, tárgyiasult szépség nincs, az valószínűleg az ember szüntelenül változó viszonya külvilága megfelelő hatásaihoz. Ha örül az életnek, minden szép, még a pók is a mennyezeten. Ha nem, minden szürke és unalmas, várni kell a következő, jobban sikerült napra.

Ne is folytassuk a szépség reménytelen boncolgatását, térjünk rá arra, hogy e sorok írójának ezúttal nemcsak hidakon, de hidak együttesein akadt meg a szeme. Négy ilyen együttesről teszünk említést.

4. Az első a Párizs városának ókori magvát képező, a hely szellemét reprezentáló Ile de France sziget hídjainak sorozata, a leghíresebbet, a kilenc nyílási aszimmetrikus elrendezésű Pont-Neuföt még IV. Henrik király idejében építették, de az is olyan kanonikus forma, hogy klasszicista stílusúnak kell tekinteni, mint a Napóleon sírját rejtő Invalidusok Templomát. A szigeten ezenkívül még tíz híd van, ezek mind az igazságügyi és kormányzati negyed, valamint a Notre Dame és a közeli Louvre-környék megközelítését szolgálják. Kár volna bármelyiküket is átalakítani, noha nem nagyon szélesek. A hidakra jellemző, hogy megjelenésük és hangulatuk egységes. Az ívek nem

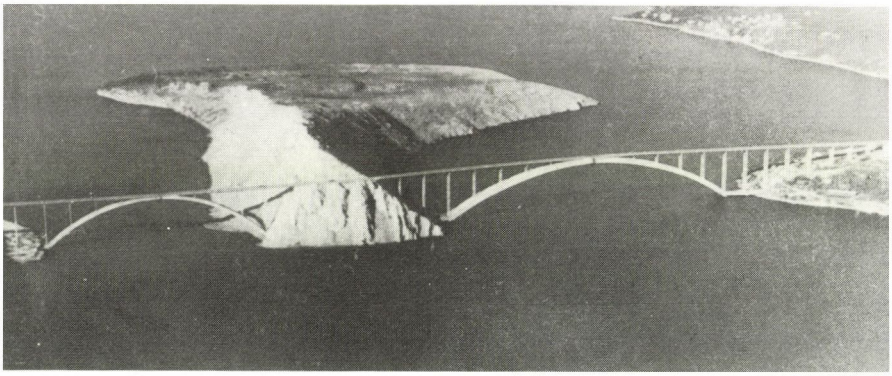


6. ábra. A regensburgi kőhíd

hasasabbak az 1:12 aránynál, ami éppen megfelel a két végén befogott tartón egyenletesen megoszló teher esetén jelentkező aránynak, és azt jelzi, hogy az esztétikus megjelenés és a tökéletes szilárdságtani érzék egybeesik; ami szép, az praktikus is és viszont.

A hídnak ahhoz, hogy szép legyen, nem szabad palástolnia teherhordó szerepét. A Pont-Neuf pilléreinek kiosztása elég levegős a XVI—XVII. század fordulójának hasonló megoldásaihoz képest. A 20 méteres fesztávok a kor legmagasabb műszaki színvonalát tükrözik, a pillérek mindegyike jégtörő védművel van ellátva. A pillérek java részének a tetején szószékszerű emelvény van, ami igen méltóságteljes külsőt kölcsönöz a hidaknak, még a kisebbeknek is.

Az együttest méltán veszi körül az aszfaltra települt kultúra. Egész sereg utcai antikvárius található a környéken. Azt lehet várni, hogy megjelenik Colas Breugnon és méltóságteljesen megállva, torkát megköszörülve nekikezd végtelen anekdotáinak a régi kedvesekre emlékezve. A sziget éke a Notre Dame, amelynek tornyából egy pillantással valamennyi híd áttekinthető. Sok olcsó élelmiszerkereskedés és filléres büfé is található errefelé, az ideve-



7. ábra. Közúti átkelés az Adrián Krk szigeténél

tődő idegen mégis inkább papírzacskóból eszik, mert pénzéből múzeumi belépőkre takarékoskodik. Itt található a Saint Chapelle is, Párizs legszebb gótikus kápolnája, meg az Igazságügyi palota, mellette a börtönök, ahol a francia forradalom sok (mint utólag kiderült) rosszul politizáló résztvevőjét tartották fogva.

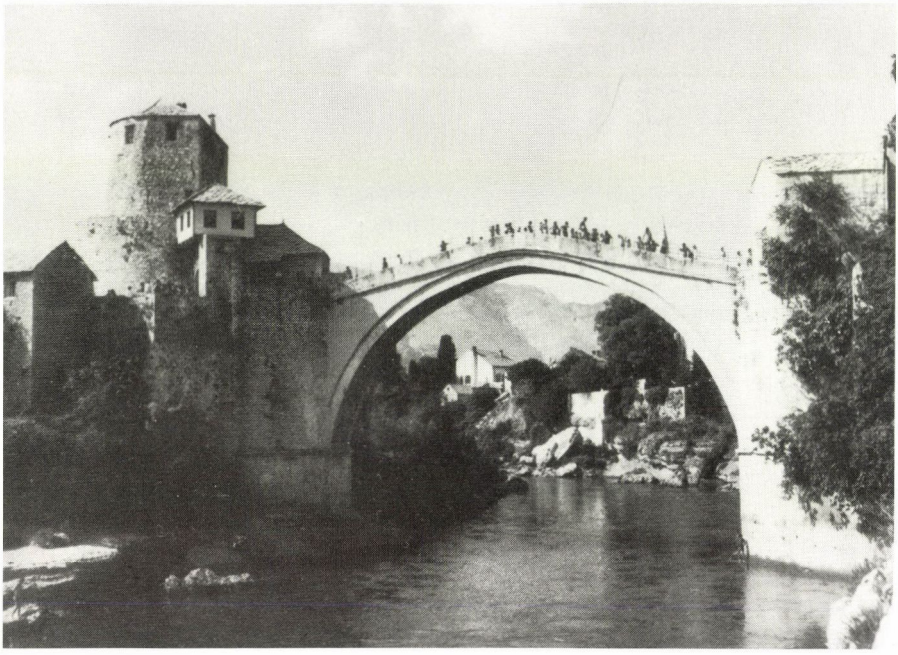
8. ábra. A San Francisco-i Golden Gate híd

9. ábra. Híd a milwaukee-i kikötőben (Wisconsin, USA)

Ezeknek a hidaknak az építésében a tudatos statika még jóformán nem játszott szerepet. Számításokat nem végeztek, de nem is kellett, mert a tapasztalat alapján a befogott íveket meg lehetett szerkeszteni, és mindegyik elem túl volt méretezve. Hasonló hidakat seregestől építettek az akkori Európában, méghozzá ha egy-egy hídnak nagyobb szerepe volt, a pilléreket kőszobrokkal díszítették. Ilyen például a prágai Károly-híd, a regensburgi 13 lyukú kőhíd, a würzburgi híd, hogy csak aránylag közeli példákat említsünk. Az építési technika annál is inkább rutinszerű volt, mert hidakra, folyók fölé vagy mocsaras területeken már sokkal régebben is építettek házakat. Az ókorban egy-egy várost védelmi okból egyenesen mocsarakra építettek, jóllehet ez egészségtelen volt. A példák a firenzei Ponte Vecchión át egészen az ókori világvárosok proletárnegyedeiig mennek vissza, de ezek már aligha esztétikusak.

Az Ile de France hídépítészete tökéletes példája a mérnöki és az építészeti munka harmóniájának, annál is inkább, mert akkoriban a két mesterség még nem volt olyan mértékben elkülönülve, mint napjainkban.

5. A következő, térben sokkal közelebb álló példa Passau, Németország és Ausztria egyik határvárosa, a Duna, az Inn és az Elz összefolyásának háromszöge, a vízállásjelentés egyik nevezetes helye, érsekség, Gizella királynőnek, Szent István magyar király feleségének nyughelye. Ideális tájék hidak-



10. ábra. A mostari híd

nak; a város központja a budapesti Margitszigetnél valamivel nagyobb területen fekszik. Ennek a vidéknek is van markáns pontja, ezúttal nem egy templomtorony, hanem egy várhegy, ahonnan a szigetet körülvevő valamennyi híd belátható.

Ez az együttes több évszázaddal fiatalabb a másiknál, jóval nagyobb területen helyezkedik el, kialakításában a rácsos acélhídtól a merevítőgerendás kábelhídon át az előfeszített, szekrény keresztmetszetű vasbeton autópálya-hídig minden ma elismert konstrukció előfordul. Ez a város egyetemi tananyag lehetne, ha volna szabadtéri hidászati műegyetem. A hidak között a legszebb az Inn soknyílású kőhídja; legkorszerűbb a Linz--Regensburg autópálya hídja a Duna felett. Ez ugyan a városon kívül esik, de már a megközelítése is látványos. A hidakat a háború megkímélte, hiszen Passaut nem ostromolták.

Rövid, de nagy élményt nyújtó látvány volt régebben a Nápolyt Salernóval összekötő autópályának az alsóbbrendű utakat áthidaló szakasza Campaniában. Itt a terep a Sorrentói-félszigetet körülvevő hegyek miatt nagyon tagozott, az autóutaknak közel kell haladniuk a tengerparthoz, seregestől találhatók a közúti közlekedést nehezítő tengeröblök. A hidak szinte mind vasbetonból

vannak, szintben egymás felett és ferdén. A csekély szerkezeti magasság feszített, felsőpályás megoldást kíván. Az egyes autópálya főmérnökségek szakaszain típushidak vannak rendszeresítve, egy-egy híd egy egész területet jellemez, a másik főmérnökség területét tábla helyett a hídtípus megváltozása jelzi.

Európa egyik legnevezetesebb hídkomplexuma Birmingham délkeleti kijáratánál, három autópálya kereszteződésénél a "Spagetti Junction"-nek nevezett csomópont, ahol 10 km^2 területen körülbelül 25 folyókilométer hidat találunk. Itt a városba bevezető útnak legalább kétszer akkora kapacitás kell éppen, mint az egyes expressz-utaknak, mert a városi forgalmat két útra is kiterelik. A kétszer hárompályás utak a kivezetésnél hat sávra bővülnek ki. A valamennyi útsáv felett elhelyezett, irányító szöveget tartalmazó jelző és biztosító berendezés kilométerekre előre jelzi a torlódást, illetve a balesetet. Így tömegszerencsétlenségre a legsúlyosabb hétvégi forgalmi dugóban sem kerül sor. A rendszert egy olyan, radarral rendelkező automata vezérli, amely egy hadihajó nagyságú vezérlő épületben található. A három, egymást nem keresztező főútvonalból és megszámlálhatatlan leágazásból álló komplexum általában 40--50 m fesztávú, kéttámaszú, előregyártott vasbeton szekrényhidakból áll, némelyik részlet egymás fölött 5 hidat jelent.

A csomópont nem annyira az egyes hidak szépsége révén, de bonyolult szervezete segítségével hat, mélységesen funkcionális, mégis -- vagy talán esetünkben éppen ezért -- ízléses.

6. Azért az egyedülálló hidak is felejthetetlenek. Egymagában meghatározza a tájat (Csontváry híres képén is) a Neretva hídja Mostarnál, amelyről nyaranta a turisták szórakoztatására vakmerő fiatalemberek ugranak a mintegy 50 méteres mélységbe, vagy a Pont du Gard Nimes mellett, amely nem is igazi híd, inkább háromemeletes vízvezeték. De ilyen a rijekai öböl hídja Krk szigeténél, a Golden Gate San Franciscóban, a Sandö-híd Svédországban, a Forth folyó hídja Skóciában. Olyanok ezek a hidak az előbbi együttesek között, mint a világjáró szólisták az állandó összetételű zenekarban.

A korszerű hidak a maguk eszköztelen szépségével a funkcionalista építészet remekei. Hatásuk valószínűleg abban nyilvánul meg, hogy kifejezik azt az iszonyú erőfeszítést és végsőkig kiegyensúlyozott könnyed teherelosztást, amit valójában teljesítenek. Nem nyújtanak hamis illúziót, sem többet, sem kevesebbet nem mutatnak magukról, mint amit a város és a táj képében jelentenek. Esztétikai üzenetük mélységesen rövid: nemcsak realisztikusak, mert állnak és gazdaságosan ellátják feladatukat, de szépek is, tehát teljesítik azt, amit megvalósuló "gyönyörű képességünk", a rend köl-

tője, József Attila követelt alkotótól és műalkotástól egyaránt, de előtte Arany János is gyönyörűen fogalmazott meg: "az igazat mondd, ne csak a valódit".

Reméljük, hogy az újjáépült budapesti hidak működésük következő éveiben is megfelelnek ennek a mércének.

A FÉNYKÉPEK EREDETE

A köln—rhodenkircheni híd	L* 285. o.
Pont du Gard	L 71. o.
Ponte Rialto — Velence	L 96. o. 8—16
Ponte Vecchio — Firenze	L 74. o. 7—10
Károly-híd — Prága	L 76. o. 7—15
Regensburgi kőhíd	L 75. o. 7—13
Rijekai öböl hídja Krk szigeténél	L 235. o. 12—61
Golden Gate — San Francisco	L 284. o. 14—12
Harbour Bridge — Milwaukee	L 250. o. 12—96
Mostari híd	L 86. o. 7—37

*L = Leonhardt: Brücken

Dr. Guzsik Tamás

HAGYOMÁNYŐRZÉS ÉS FEJLŐDÉS AZ ÖRMÉNY SZAKRÁLIS ÉPÍTÉSZETBEN

A művészeti szakirodalomban szinte közhelyszámba menő megállapítás, hogy az ó- és középkori Kelet művészetére az állandóság, a hagyományokhoz való ragaszkodás jellemző. A mezopotámiai romokat szemlélve az épületek tömegalakításában, homlokzatképzésében, díszítésében alig vehető észre az évezredek, évszázadok múlása. Még szembetűnőbb ez az állandóságra való törekvés a középkortól kezdve. Míg Nyugaton néhány évszázad, néha néhány évtized az építészeti alkotások megjelenésében gyökeres változást hozott, addig a középkori keleti építészeti kultúra mintha az örökkévalóság számára konzerválódott volna. Különösen igaz ez a templomépítészetre, ahol a szakrális tartalom már magában is a hagyományhoz való ragaszkodást, az "örökérvényűséget" sugallta. A konstantinápolyi Hagia Szofia VI. századi épülete olyannyira a hagyomány megtestesítője lett, hogy az iszlám uralom idején a XVI. században szinte pontos másaként építették meg a szultán nagymecsetjét (Szülejmanije). De ihletője lett a Balkán számos, XIX--XX. századi ortodox templomának is (Szófia, Bukarest), sőt nyugatabbra is hatott (pl. Kolozsvár, ortodox templom, 1921--1933). De szólhatnánk az V--VI. században kialakult bizánci szerzetesi templomtípusról, a középkupolás, ún. "kilencosztatú" térformáról is, mely napjainkig jellemzője az ortodox templomoknak. A Moszkvában dolgozó itáliai reneszánsz mester, Aristotele Fioravanti számára is kötelező volt ez a hagyományos megoldás, amikor az Uszpenszkij székesegyházat építette, ill. befejezte (1467—1479). A jellegzetesen orosz templomépítészeti hagyomány (pl. Vaszilij Blazsennij templom, 1554--1560) élt tovább a XIX--XX. században mindenhol, ahol az orosz ortodox egyháznak gyülekezete volt, ill. van: Jeruzsálem, Mária-Magdolna templom, Párizs, Bécs stb. orosz templomai. A példák sorát hosszasan lehetne folytatni.

Szűkebb vizsgálati területünkön, az örmény templomépítészetben hasonló jelenség figyelhető meg. A VI. és XIII. századi templomok megjelenése között alig van különbség akár a történeti Hajasztan (ma Szovjet-Örményország), akár Kilikia területén. Sőt, egyes kiemelkedő emlékek (pl. Ecsmiadzin,

Geghard) tudatos másolása figyelhető meg, pl. Jereván Sz. Szargisz egyházán (XVII. sz.), Mogni templomán (1661—1669), vagy Jeruzsálem, Libanon, Nikoszia újkori egyházain éppúgy, mint a XX. században épült párizsi örmény érseki vagy bécsi püspöki templomon (mindkettő az 1915-ös török pogrom utáni kivándorlás nyomán keletkezett). Itt hazai példa nem említhető. A történeti Magyarországon a XVIII. században épült örmény templomok — az asszimiláció biztos jeleként — semmit nem őriztek az ősi formákból, szinte a korabeli barokk "típustervek" nyomán születtek (Szamosújvár, 1726, Erzsébetváros, 1738, Újvidék, 1746 stb.). A jelenlegi egyetlen magyarországi örmény templom egy eklektikus villa átalakításával keletkezett (Budapest, Orlay u. 6.), s talán csak a kertjében álló vas harangláb formája emlékeztet a hagyományos örmény toronymegoldásokra.

A hagyományok ilyen, látszólag változatlan továbbélése csupán felszíni jelenség. Alapos vizsgálattal valamennyi, ötletszerűen kiragadott példánál bizonyára igazolható lenne, hogy a féltve őrzött formai azonosság mögött a tartalom változása, fejlődése ment végbe (funkcionális, szerkezeti, technológiai stb. téren egyaránt). E tanulmányban arra teszünk kísérletet, hogy az örmény templomépítészetet kísérjük nyomon, s fejlődését elsősorban a szakrális funkció változásának a tükrében vizsgáljuk. Nem kell hangsúlyozni, hogy bármely épület nem csupán "műalkotás", hanem konkrét, használati értékkel bíró "termék". Ez a használati érték nem más, mint a funkció: az a "technológia", amit az épületnek ki kell szolgálnia. Az ilyen reláció talán az ipari épületeknél a legkézenfekvőbb, de — megfelelő áttétellel — igaz a lakó- és középületekre egyaránt. És ez alól a szakrális épület, a templom sem kivétel. Itt a funkció, a "technológia" maga a szakrális cselekmény, melynek eseményeihez, mozgásaihoz a templomépületnek megfelelő teret kell biztosítania. Vizsgálatunknál, az örmény templomépítészet fejlődésének elemzésénél ez némi ellentmondást is rejt. Egyrészről a tömeg- és homlokzatképzésben maradéktalanul érvényesül a hagyományok őrzése, tisztelete, másrészt a funkció változása az idő folyamán többször is változtatást kívánt. Ezt a folyamatot kíséreljük meg nyomon követni a liturgia alakulásának a függvényében. A vizsgált intervallum lényegében a XI. századdal lezárható, mert ettől kezdve — hasonlóan a többi keleti liturgiához — az örmény rítus gyakorlatilag nem változott.

A hagyomány az örmény kereszténység kezdetét az I—II. századig vezeti vissza. Az apostoli térítések (50—68. k.) során Sz. Bertalan és Sz. Tádé apostolok neve merül fel az örményekkel kapcsolatban (Sz. Tádé karereklyéje máig az ecsmiadzini egyház féltett kincse). Az első, "apostoli" liturgiáról

semmilyen adat nem maradt fönn. Még az I. században a keleti szír területen elterjedt Addai és Mar liturgiája, melynek egyes elemeit a Szir-kháld Egyház napjainkig is őrzi. Valószínűleg ez aliturgia terjedt el az örmény keresztények között is, Kappadókia és Edessza közvetítésével: a IV. század végéig az örmény liturgikus nyelv az ó-szír volt. Euszebiosz Egyháztörténete szerint (VI. 46,2.) a III. századra az örmény keresztények már kialakult helyi hierarchiával rendelkeztek. Erről tanúskodik a Meruzanész (örmény) püspök és alexandriai Dionisziosz levelezése. Az Alexandriai Egyházzal való kapcsolat a későbbiekben is meghatározó volt: az V. században közel egy időben vált mindkét egyház a monofizita tanok követőjévé. A perzsa--szasszanida első uralom (225--252), majd a Diocletianus-féle keresztényüldözés (287) átmenetileg megbénította az örmény egyház működését. III. Tirdat király uralkodása idején (287--330) az örmények nagy része keresztény lett (300 körül maga a király is), majd 305-től -- a világon elsőként -- Örményországban államvallás lett a kereszténység. A térítésben a legnagyobb szerepe Világosító Szt. Gergelynek (Krikorisz Luszavorics) volt, akit 290-ben Leontiosz kappadókiai exarcha szentelt pappá, majd 295-ben püspökké. Ugyanakkor kapott felhatalmazást az örmény egyház további szervezésére is. Az időközben (313) Rómában is államvallássá vált kereszténység első Egyetemes Zsinatán (Nikaia, 325) az örmény egyházat Arisztakesz püspök, Szt. Gergely fia képviselte. Nikaia szellemében tartotta 355--356-ban az örmény egyház az általunk ismert első nemzeti zsinatát Astishatban. Ekkor már elég erősnek és szervezettnek érezhették magukat az önállósulásra, mert nem sokkal később, 374-ben Huszik katholikosz, az örmény nemzeti egyház feje hivatalosan is megszakította a függőségi kapcsolatot az anyaegyházzal, Kappadókiával. Ezzel egy időben történt az önálló örmény liturgia kialakítása, rendezése is. Ez Nerszesz szerzetes nevéhez kötődik (374). A század végére az ó-szír liturgikus nyelvet fokozatosan felváltotta az ó-örmény (kraper). Nerszesz a liturgikus himnuszokat, Nagy Szahak (390--439) a Bibliát fordította le (az utóbbit 433-ig). A nemzeti nyelvű liturgia rögzítésében meghatározó jelentőségű Meszrop Mastoc (361--441) működése, aki 396-ra megalkotta a 36 betűből álló, máig használatos örmény ABC-t. A liturgikus rendezés fő műhelyei a kolostorok voltak, ahol kezdetben a szír szerzetesség szabályai szerint éltek és dolgoztak. Elis'che, Meszrop tanítványa 430--440 körül a szerzetességen belül a remeték életét kívánta -- saját tapasztalatai alapján -- szabályozni. Talán ennek a korai szabályozásnak köszönhető, hogy az örmény egyházon belül nem alakultak ki olyan szélsőséges, önsanyargató szerzetesi mozgalmak (oszlop-állók, nemalvók stb.), melyek az V--VI. században Bizáncban és Szíriában általánosak

voltak. A IV. század végétől (380—387) a perzsa--bizánci érdekek ütközőpontjává vált Hajasztan, ezzel párhuzamosan fokozatosan elszigetelődött. Így a 431-es, III. Egyetemes (Epheszoszi) Zsinaton, majd 20 évvel később a IV. Egyetemes (Khalchédoni) Zsinaton az örmény egyház nem képviseltette magát. Utóbbi zsinaton történt a Szíriából kiinduló monofizitizmus elítélése és eretnekké nyilvánítása. A szíriai monofizita (jakobita) papok és szerzetesek vándorolni kényszerültek. Nagyobb létszámban ekkor kerültek Örményországba, egy részük az Alexandriai Patriarchátus területére és Etiópiába. E vándorlási irányoknak voltak politikai indítékai is. A 451-es zsinat fogalmazta meg Bizánc hegemonisztikus törekvését a keresztény Keleten (28. kánon). Ez természetesen valamennyi keleti egyházi központ, de elsősorban Alexandria érdekét sértette. Részben ennek tulajdonítható, hogy az Alexandriai Patriarchátus -- Bizánc ellenében -- a monofizitizmushoz csatlakozott. Térítési területe, Etiópia így vált szintén monofizitává. Örményország helyzete kicsit eltérő: biztos, hogy a Bizánccal való szembenállás, valamint az Alexandriához fűződő több évszázados jó kapcsolat motiválta az örmény egyház monofizita irányulását. Jelentős tényező a folyamatban a jakobita (monofizita) szírek bevándorlása. A keleti szír (kháld) egyház 431 után nesztoriánus lett, s ekkor éppen élvezte a perzsa--szasszanida birodalom -- Bizánc-ellenes indítékú -- támogatását. Viszont éppen ezért a nesztoriánus kelet-szír egyház szintén nem látta szívesen a monofizita nyugati szíreket. Így számukra keleten szinte egyetlen kiút Hajasztan volt (idővel az indiai Malabár-parton is megtelepedtek -- Malankár Egyház). Az örmény monofizitizmus kialakulásában mégis talán a legdöntőbb tényező az volt, hogy az említett zsinatokon képviselőjük nem vehetett részt. Nyelvi és egyéb akadályok miatt a zsinati anyagokat csak nagy késéssel, vitatható értékű és értelmű fordításban kapták meg. Akakiosz bizánci patriarcha és Zenon császár (474--491) 482-ben kidolgoztak egy "kompromisszumos" hitvallást (Hénotikon), mely a korábbi két zsinat egyház-szakadásait lett volna hivatott elsimítani. Ezt viszont Róma utasította vissza, így az újabb, átmeneti szakadás Róma és Bizánc között következett be, s 519-ig tartott. Az örmények a bizánci közvetítéssel kapott Hénotikont elfogadták, és kitartottak mellette akkor is, amikor azt Bizánc már feladta. Az egyházi történetírók nagy része az így kialakult állapotot "verbális monofizitizmusnak", "verbális skizmának" nevezi. Találó az elnevezés, ha benne a "mondvacsinált" magyar szót használjuk a "verbális" helyett. Mert alapvetően szó sem lehetett érdemi, teológiai nézetkülönbségekről akkor, amikor az illető zsinatokon az örmény egyház jelen sem volt. Nem ismerünk adatot arról, hogy ezekben az évtizedekben valahol is mód nyílt

volna arra, hogy az örmények kifejtsék véleményüket az előadódott krisztológiai kérdésekben. Mire az oda-vissza "csatolások" révén erre alkalom adódott, addigra az idő már túlhaladta mind Khalchédont, mind a Hénotikont. Eközben a pillanatnyi helyi problémák szorításában az örmény egyháznak fenn kellett maradnia. Vardan Mamikonjan herceg nemzeti felkelése (449—450) előkészítette a talajt a viszonylagos vallásszabadsághoz, melyet a perzsák 485-ben biztosítottak. Ilyen előzmények után született meg az I. dvini zsinat határozata 506-ban, mely kimondta a (monofizita) örmény egyház önállóságát. Ugyanekkor megkezdődik az örmény kolostorok alapítása Palesztinában és Egyiptom területén.

Talán a kelleténél többet időztünk az egyházi önállóság történeténél és indítékainál. A későbbiek szempontjából meghatározó ez az időszak, mert mind a liturgiában, mind a szakrális építészetben jelentős változások játszódtak le a VI—VII. században. A dvini zsinat után -- az emlékek tanúsága szerint -- az örmény liturgiában új periódus kezdődött, melyre a szír (jakobita) szertartásrend hatása a jellemző. Az egyes szöveg-elemekben már ekkor fellelhető Nagy Szent Vazul (Baszüleiosz, †379) vagy Aranyszájú Szt. János (Chriszosztomosz, 344--407) bizánci liturgiájának hatása (pl. Szurp Asztvadz, Triszágion, himnusz a szentírási felolvasások előtt). A külsőségek többsége (oltár-elrendezés, mozgások), valamint az anafora (mise közép-része, kánon) szövege viszont inkább a jakobita rítusra emlékeztet. Ilyen az oltár környezetének felmagasítása, az oltár melletti két melléktér, a protheszisz és diakonikon megjelenése, függöny használata az oltárasztal előtt, valamint az "anamneszisz"-ben (megemlékező környörgések) az ún. "kilenc-részes szír formula" elmondása. Eszerint a VI—VII. században az örmény liturgia egyrészt nyelvében függetlenedett az ó-szírtől, másrészt rítusában átvette a monofizita (jakobita) nyugati szír külsőségeket. Ennek kimunkálásában meghatározó szerepe volt II. János (554--574) és II. Mózes (574--602) katholikoszoknak. Az alexandriai (kopt) monofizita egyházzal való kapcsolat tovább élt, bár ennek közvetlen liturgikus hatása jelenleg nem mutatható ki. Megjegyzendő, hogy a magas színvonalú örmény kódex-festészetben, miniatúra-művészetben az afrikai (kopt, etióp) elemek számottevőek, jelezve, hogy ilyen téren folyamatos kapcsolat létezett. Egyes kutatók szerint az etióp ge'ez nyelv írásképe sok örmény elemet is tartalmaz, melyek az említett szír vándorlás közvetítésével juthattak el a távoli, de szintén monofizita egyházi kultúrába. Tény, hogy miután 582-ben Örményországban bevezették az új időszámítást és egyházi naptárt, 584-től a Húsvét-számításban az alexandriai módszert vették át. Khalchedoni János katholikosz (602--612) működésétől

egészen a VIII. század elejéig az örmény egyházpolitikában a bizánci kapcsolatok erősödése tapasztalható. Már I. Jusztinianosz császár (527--565) idején az örmény és szír szerzetesek helyet kaptak a császárvárosban. Theodora császárnő 527—536 között a konstantinápolyi Hormiszdasz palota mellett Szt. Szergiosz és Bakkhosz tiszteletére monostort és templomot alapított, melyben a X. századig monofizita (szír és örmény) szrzetesek éltek. Az épület szíriai előképe (Eszra, Szt. György-templom) vitathatatlan, de hatása az örmény építészetben sem elhanyagolható (lásd alább). A VII. századot az örmény kultúra és építészet "aranykorának" szokták nevezni. Ekkor működött III. (Építő) Nerszesz katholikosz (641--661), s neki dolgozott Ecsmiadzinban és a zvartnoci együttes építésében Hovhan építőmester (641--652). 652-ben Ecsmiadzin és Zvartnoc felszentelésén III. Konsztantinosz bizánci ex-császár is részt vett. Ennek nyomán Hovhan mestert Konstantinápolyba hívták, jelentős megbízások reményében, de a mester útközben meghalt.

Jeruzsálem és Antiochia 638-as, Alexandria 640-ben bekövetkezett iszlám meghódítása egyrészt gyakorlatilag elvágta az örmény egyház kapcsolatait a keleti patriarchátusokkal, másrészt előrevetítette a kaukázusi terület várható sorsát is. 654--885 között gyakorlatilag a teljes örmény terület arab fennhatóság alá került. Ebből az időszakból mindössze néhány tudós főpap neve ismert (Odzneci, Hovhannész Mamigoni, III. Izsák stb.), a liturgiára az elzártság és a szír hagyományok konzerválódása a jellemző.

A IX—X. század, a Bagratida dinasztia uralma (885—1045) újabb fellendülést hozott ("ezüst-kor"). A liturgiatörténet szempontjából pedig a III., egyben utolsó periódust jelenti. VII. Konsztantinosz császár (912--952) a fővárosból és a birodalom területéről 928-tól kiűzte a monofizita (szír és örmény) szerzeteseket. Az örmény szerzetesek nagy része ekkor visszavándorolt Hajasztan területére, magával vive a bizantikus liturgiában szerzett ismereteit, tapasztalatait. Így a közvetlen politikai hatástól függetlenül is számos bizánci elem került az örmény szertartásrendbe. A liturgia ma is látható, immár nagyjából véglegesedett formáját ezek az elemek nagyban befolyásolták.

Ilyen, tipikusan X--XI. századi elemek láthatók pl. az örmény papi istentiszteleti ruházatban. Ilyenek a kézelő (epimanikia, pazban), az elöl kötényszerűen lecsüngő stóla (epitrachilion, porrurar), a diakónusi vállszalag (orarion, urar), a főpapi oldaltáska (epigonation, gonker), a püspöki vállszalag (omophorion, jemiporon), a papi korona (mitra, szaghavard) stb. A régebbi (szír) gyakorlatból csupán az elöl nyitott palást (surdzsarr) és a

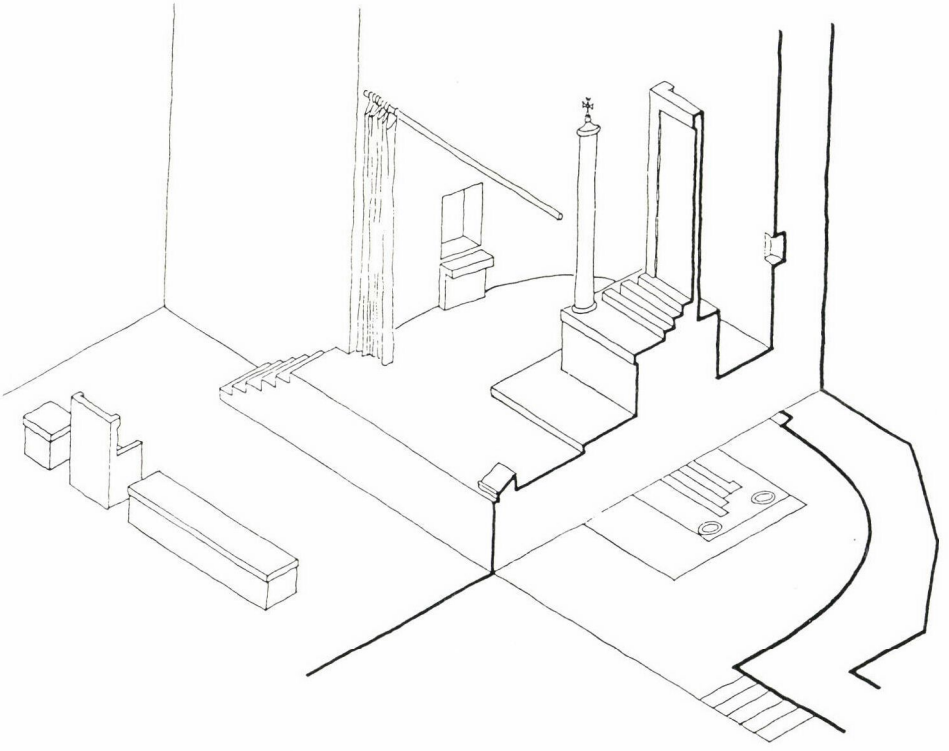
díszes gallér (vagasz) maradt meg. Ekkor került — bizánci mintára — az oltár tartozékai közé a legyező (ripidion, ksoc) és néhány esetben az oltársátor, baldachin (kivorion, ambhovani). Maga a mise (Szent Liturgia, Szurp Badarak) szövege is vett át szinte változatlanul bizánci elemeket (pl. Aranyszájú Szt. János imája az áldozás előtt — Kohanam jev medzacucanem vagy az áldás előtti, ún. "amvon mögötti" ima — vor orhnesz zajnoszig stb.), sőt egyes akklamációk máig görögül hangzanak el (Brosz'chumé, Aléluia, orti).

A továbbiakban a liturgia szempontjából változást hozó események szinte alig történtek. 1113-ban az aghtamari püspökség a Van tó mellett önálló (autokephal) egyházat alapított, mely 1917-ig fennállt; ennek azonban nem volt önálló liturgiája. 1293—1441 között a kilikiai Sziszben szintén külön katholikátus működött, szertartásaiban (így szakrális építészetében is) ez is követte a már állandósult hagyományokat. Az 1439-es firenzei (uniós) zsinat nyomán egyes örmény közösségek egységre léptek Rómával, ezek az uniók azonban nem voltak hosszú életűek. Ez a rövid időszak azonban elég volt arra, hogy néhány "latin" elem kerüljön az örmény liturgiába. Szövegben ilyen az ún. "lépcsőima" a 42. zsoltárral a mise kezdetén; ruházatban a püspök latin típusú süvege (infula, chojr) vagy pásztorbotja (pedum, kavazan); a virágvasárnapi szertartásban a kereszttel kopogtatás a templomkapun stb. A liturgikus építészeti tér alakításában a firenzei, efemer-életű unió változást nem hozott.

Összefoglalónk szűkebb köréhez nem tartozik, csupán említést érdemel, hogy a XVII. századtól létrejött uniált (örmény katolikus) egyházak a liturgia terén csupán lényegtelen változást hoztak. Hiszen valamennyi keleti egyházban a Rómával való jogi egyesülés alapfeltétele volt az ősi rítushoz, annak megtartásához való jog. Ez jellemezte Nikolaosz Torosovicz érsek 1635-ös lembergi unióját éppúgy, mint Oxendius Verserescul szamosújvári örmény püspök 1691-es egyesülését. Ekkor került az örmény katolikus liturgia végére — római mintára — az ún. "Utolsó Evangélium" (Jn. 1,1-14., ma már sem a római, sem az örmény rítus szerint nem mondják), valamint a hívek áldozásának néhány formulája. A templom és az oltár kialakításában sokkal inkább érvényesültek a "latin" elemek, olyannyira, hogy sok esetben az örmény-katolikus oltár teljesen elvesztette eredeti karakterét: elhagyták az oltár előtti, középső lépcső nélküli pódiumot, az oltár elé húzható függönyt, az oltáron lévő ereklyetartókat, viszont megjelent a "latin" típusú szentségház (tabernaculum) stb. Boldog Mechitar (1676—1749), az örmény-katolikus szerzetesség, a mechitaristák alapítója (Velence, 1717) egyik céljául éppen azt tűzte ki, hogy rendje az ősi örmény liturgiát, kultúrkincset és hagyományanyagot

a keresztény Nyugat számára hozzáférhetővé tegye. Hasonló célokat szolgált és szolgál 1883-tól a XIII. Leó pápa által alapított római Örmény Intézet is. Napjainkban, a liturgikus reformok korában a római Szentszék tovább szorgalmazza, hogy az uniált örmények minél többet őrizzenek meg ősi liturgikus hagyományaikból.

Az építészeti példák bemutatása előtt érdemes legalább vázlatosan áttekinteni magának az örmény liturgiának a menetét és terét. Valamennyi keresztény egyházban a leggyakrabban, naponta végzett szertartás az Utolsó Vacsora emléke, a mise. A templom liturgikus tere is elsősorban ennek a célnak van alárendelve, a többi -- alkalomszerűen végzett -- szertartás ennek a térnek az adott keretei között folyik. Az örmény oltár tere a templom keleti felében, az apszisban egy kb. 1 m magas pódiumon (choran) áll. Ide a hajóból közvetlen följárat nincs, csupán az apszis két oldalán vezet fel 1-1 lépcsősor az oltárasztalhoz. Az oltárasztal (szeghan) egy szabadon álló, körüljárható retabulum-oltár, hátfalán többnyire Szt. Mária-képpel. Az asztal sar-



1. ábra. Örmény liturgikus tér (axonometrikus metszet)

kain gyakran állnak oszlopok, melyek azonban nem tartanak baldachint (ez utalás Szt. Gergely látomására, felhőoszlopokon nyugvó tüzes kereszt-kupolára -- Agathangelosz leírásából ismert). Az oltárasztal keleti fele lépcsőzetes kialakítású, itt helyezkednek el a gyertyatartók, ereklyetartók és egyéb kegytárgyak. Szentségház nincs az oltáron, az eltett eukharisztiát vagy kis dobozban az oltáron, vagy dobozban a retabulum mögötti falfülkében őrzik. Az asztal bal oldalán áll vagy fekszik a díszes evangéliumos könyv. Az apszis északi oldalán vagy külön helyiségben (protheszisz), vagy az északi fal fülkéjében van az áldozati adományok előkészítésének (proszkomidia) a helye. Az oltártér előtt függöny (varakojr) van, melyet széthúzva tartanak, csak a szertartás bizonyos részeinél függönyözik el az oltárt és a papot. A főpapi trónus (kah) és a papok ülőhelye a templomhajóban van, az oltártér (szolea) előtt, arccal az oltár felé. Külön szószék nincs, esetenként a főpapi trón egyszersmind ezt a funkciót is betölti. Egy templomban egyetlen oltár van. Ha valamilyen okból a templomhajóban (a kereszt-tengelyben) mégis épültek "mellékoltárok", ezeken liturgiát nem végeznek, csak járulékos szertartások (keresztelés, szentelések, húsvéti szertartások) színhelyéül szolgálnak. Orgona (jerkéhon) a mai örmény templomokban van, rendszerint a nyugati karzaton; az istentisztelet énekeit orgonával kísérik. A középkorban hangszert nem használtak, legföljebb kereplőket, gongokat, csengőket.

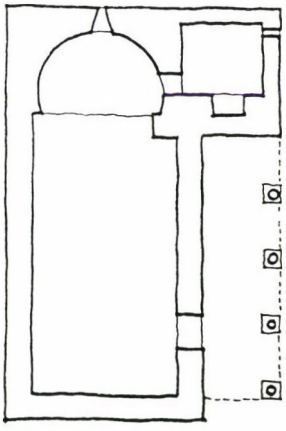
Az örmény mise (Szent Liturgia, Szurp Badarak) az előkészületi térben (sekrestye, diakonikon) kezdődik a papság felöltöztetésével. Innen himnusz éneklése és tömjénezés közben vonulnak az oltár előtti térségbe (szolea), ahol a pap kezet mos. Továbbá itt állva végzi a bevezető imákat, majd felmegy az oltár terébe (choran). Itt mindjárt kezdetét veszi az adományok, a kenyér és bor előkészítése. Ezt a hagyományos megoldásban az apszistól északra lévő protheszisben végezték, újabban ezt egy falfülke helyettesíti a szentély északi falában. Ilyenkor az oltár függönyét behúzzák. Az előkészület befejeztével, a függöny megnyitása után történik -- bizánci mintára -- a "kis bemenet" (mikré eiszodosz), jelképes körmenet az oltár körül az evangéliumos könyvvel. Korábban ez tényleges "bemenet" volt, mert a készületi helyiségből ilyenkor hozták körmenetileg az evangéliumos könyvet az oltárra (szír liturgia). A szentírási szakaszok felolvasása az oltártól történik, vagy ünnepélyes keretek között a szoleán felállított állványról, tömjénezés közepette. A Hiszekegy (Havadamk) elmondása után veszi kezdetét az áldozati adományok oltárra vitele, a "nagy bemenet" (megalé eiszodosz). A pap az előkészítés színhelyére, a falfülkéhez (vagy a protheszisbe) vonul, majd a letakart adományokkal az oltárt megkerülve tér vissza az oltár-

hoz. A következő részeket (kézmosás, békecsók, győzedelmi ének) a pap az oltárnál állva végzi. A győzedelmi ének végén hangzik fel a "Kerub-ének" (Sanctus, Szurp-szurp), ezalatt a pap leveti a liturgikus papucsot, s a további részeket egy párnán állva mezítláb végzi. Az anafora (kánon) részeit a pap egy helyben állva végzi (átváltoztatás, epikleszisz, anamneszisz, könyörgések). A Miatyánkot (Hajr mer) közösen éneklik, eztán a pap visszaveszi a papucsokat. Itt kerül sor a prédikációra (karroz). Ezután következik az "úrfelmutatás" a hívek felé fordulva, egyben felhívás az áldozásra. Ezt követően ismét elfüggönyzik az oltárt. A pap megtöri a kenyeret, megáldozik, majd a függöny széthúzása után a híveket is megáldoztatja. Ez két szín alatt történik; a pap térdel az oltár-pódium szélén, míg a hívek állva közelítik meg és áldoznak. Az áldozás utáni tisztogatás, az edények visszavitele a készületi helyre ismét behúzott függönynél történik. Az újabb megnyitás után a pap az oltárnál a befejező imákat mondja, majd a kezében a szertartáskönyvvel (vagy külön áldó kereszttel) a hívek felé fordulva áldást ad. Lejön az oltár-pódiumról, megáll a szolea közepén, s a hívek odajárulnak megcsókolni a könyvet vagy a keresztet. Ennek végeztével a pap és segédlete a készületi helyiségbe távozik, a hívek pedig a bejáratnál megkapják az áldozati kenyér fel nem használt darabjait (proszfora). Ennek már külön szertartása nincs. Az elmondottakhoz képest a főpapi liturgia lényegesen bonyolultabb elemeket tartalmaz (főpap beöltöztetése a bevezető imák után, áldás), ezek azonban a liturgikus tér alakítását alapvetően nem befolyásolják. Kisebb változások vannak az uniált-örmény liturgiában is (bevezető kézmosás elmaradása, a "bemenetek" jelzésszerű leegyszerűsítése, a prédikáció az evangélium felolvasása után azonnal következik, a befejezés egyszerűbb stb.), a liturgikus tér felépítésére ezeknek sincs hatása.

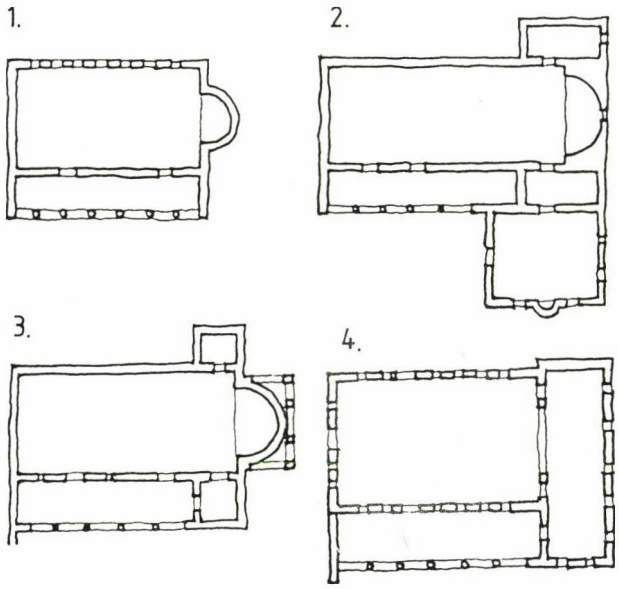
Az egyház- és liturgiatörténet, valamint az örmény mise végzésének megismerése után térhetünk rá arra, hogy a vázolt funkcionális változás, fejlődés hogyan jelent meg a terület templomépítészetében. Előljáróban néhány megjegyzés idekívánkozik. A templomok morfológiai és tipológiai bemutatásánál semmiféle teljességre nem törekedhetünk. Ebben a szerző nem csak és nem elsősorban a saját korlátaira, ismereteinek hiányosságára hivatkozik. Az egykori örmény területek közül kétségtelenül a mai Szovjet-Örményország a legjobban feldolgozott: az itt található jelentősebb templomok, romok anyaga is többnyire publikált, hozzáférhető. De ez is csak a templomoknak egy szűk töredéke, melyek valamelyik kutató -- saját -- szempontjai szerint besorolódtak a reprezentáns, "elit" emlékek közé. Analógiaként említem: a magyar középkort is be lehet mutatni 8-10 kiválasztott román kori és gótikus emlék

felvonultatásával. Csak felszínesség és illúzió lenne abban a hitben élni, hogy az "a magyar középkor". Ugyanígy a még jól feldolgozottnak hitt örmény területek jellemző templomainak bemutatása is csak egy vékony szelet az egészből. S még az sem biztos, hogy ezt a "szeletet" mindig a legjellemzőbb részből vágták ki. Ennél nagyobb gond, hogy egyes területeken (pl. Karabah) egyáltalán nem folyt és nem folyik ilyen kutatás, rendszerezés. A legnagyobb problémát azonban a mai Törökország területére eső, egykori örmény lakta települések és emlékek jelentik. Ezek nagy részében az 1915-ös örmény pogrom következtében az eredeti etnikum eltűnt (néha maga a település is). Így az esetleg fennmaradt templom-műemlékek -- használó és használati érték hiányában -- szinte jelképesen a deportáltak sorsára jutottak: lassú út az enyészetbe. Törökországnak a Szovjet-Örményországgal határos területén számos rommező (köztük az egykori főváros, Ani) -- politikai és hadászati okokból -- nem kutatható, esetenként nem is látogatható. S akkor még nem szóltunk Kilikia olyan területeiről, ahol az új betelepítés tudatosan és radikálisan semmisítette meg az egykori örmény kultúra emlékeit. Mindezeket figyelembe kell venni akkor, amikor a liturgikus fejlődés illusztrálására példákat sorakoztatunk fel, esetleg morfológiai teóriákat alkotunk.

Az első három évszázad ún. "szükségleti" templomépítészetéről eddig nem ismerünk példákat, a szíriaiakhoz hasonló háztemplomok (Dura-Europosz, Qirqbiza) bizonyára működtek itt is. A legkorábbi templomok a IV. század elején épültek, ezek ma vagy romokban vannak, vagy átépültek (Avan, I., Dshards'harisz, Garni, I., Ecsmiadzin, I.). Ezek egyhajós teremtemplomok voltak egyetlen félkörös vagy patkó ívű apszissal. A hajót famennyezet vagy

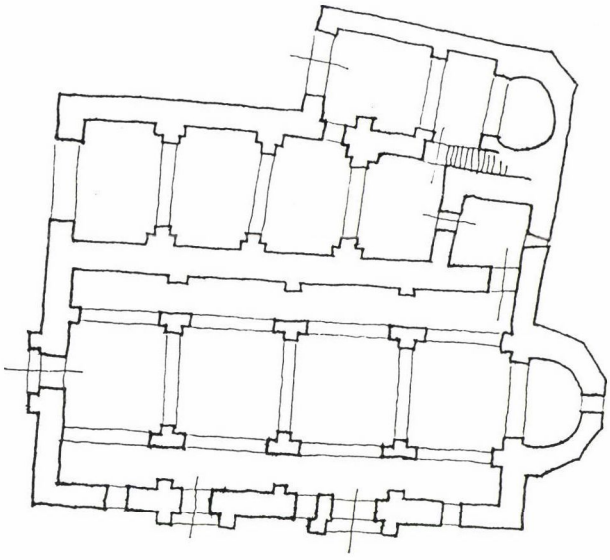


2 ábra. Tanahat, alaprajz

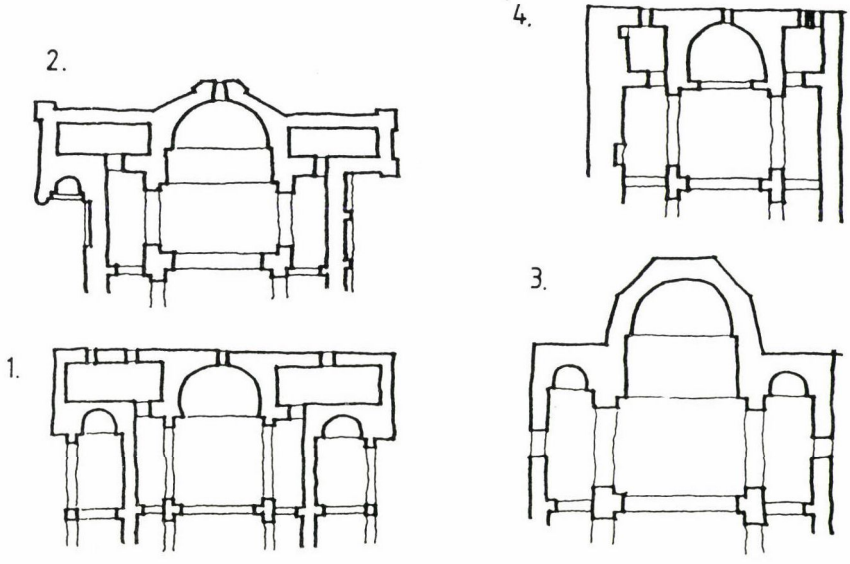


3. ábra. IV—V. századi szír "oldaltornácos" templomok: 1. Nurijeh, 2. Rbé'ah, 3. Kfer, 4. Srir

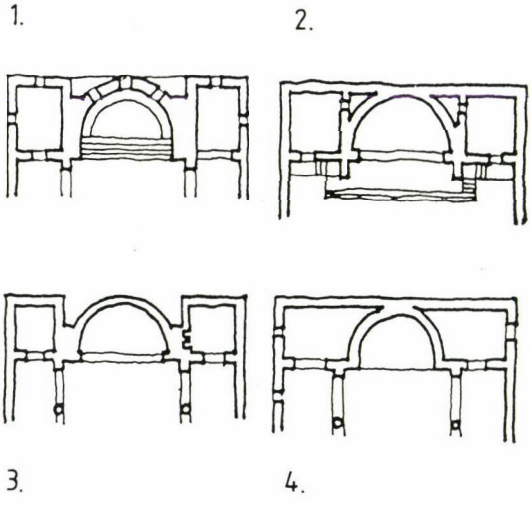
hevederes donga fedte, az apszist félkupola. Bejárat a déli és nyugati oldalon nyílt, s gyakran az egész épület egy háromlépcsős krepidomán állt (mint az antik templomok). Nerszesz liturgikus rendezése (374) nyomán, a IV. század utolsó évtizedeiben már némileg összetettebb templomtér alakult ki: az egyhajós, félkör-apszisos teremtemplom a déli oldalon tornáccal és az apszishoz csatlakozó melléktérrel (sekrestye) gazdagodott (Tanahat, Gjulagarak, Karnut). Ez az "oldaltornácos" típus a IV. században Szíria középső részén volt általános (Nurijeh, Rbé'ah, Kfer, Srir). Különbség, hogy a szír templomoknál gyakoribb (később általános) a hármas szentélyfej, a madbah: az apszis mindkét oldalához kapcsolódik melléktér (protheszisz, diakonikon). A legkorábbi templomokban tehát olyan egyszerű szertartást végeztek, mely semmiféle járulékos teret nem igényelt. Ezekben sejtjük az Addai-Mar-féle liturgia építészeti keretét. Nerszesz első örmény rítusa már megkívánta az előkészületi helyiséget. Az első háromhajós templomok szintén ezt az elrendezést tükrözik: az egyetlen melléktér szervetlenül kapcsolódik a templom keleti részéhez, de mindig a hajóhoz (pl. Kaszach, 400 körül — az északról csatlakozó további terek későbbi hozzáépítések). Az V. században általánossá vált a háromhajós, álbazilikális tértípus (esetleg "oldaltornácos" változatban is). Ezeknél (Jeghvard, Astarak, Ereruk, Tekor stb.) minden esetben ki-



4. ábra. Kaszach, templom, 400 körül



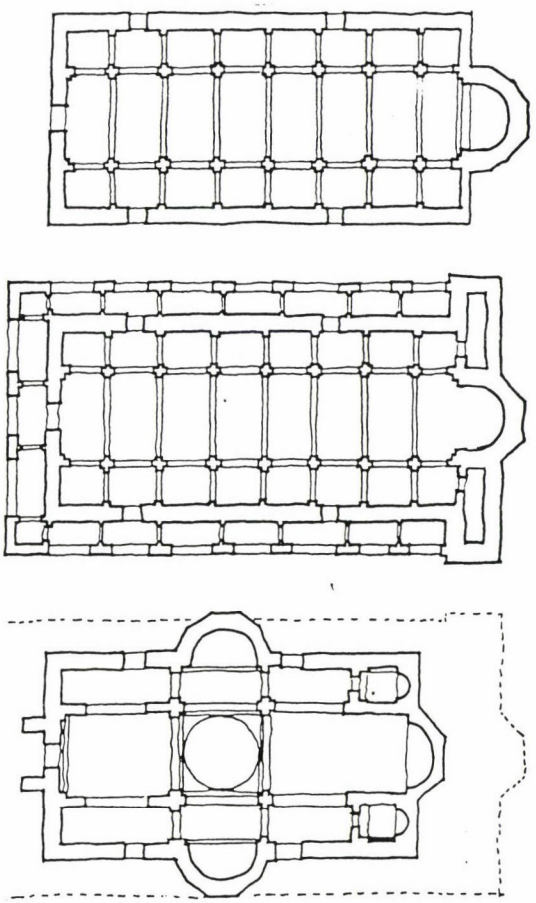
5. ábra. V—VI. századi, szír típusú örmény apszismegoldások: 1. Ereruk, 2. Tekor, 3. Jeghvard, 4. Astarak



6. ábra. IV—V. századi szír apszismegoldások: 1. Bankusza (IV—V. sz.), 2. Dar-Kita (418—431), 3. Babiska (401), 4. Djeradeh (V. sz.)

épült a hármas szentélyfej, a madbah. A szír liturgia követelményeinek megfelelően a mellékterek mindig a mellékhajók felé nyitottak, magával az apszissal nincs közvetlen átközlekedésük (szír analógiák: Bankusza, Babiska, Djeradeh, Dar-Kita stb.). Fokozatosan megjelent viszont az apszis terének felmagasítása, pódiumra helyezése, egyelőre azonban közvetlen lépcsőfeljárattal a főhajó tengelyében.

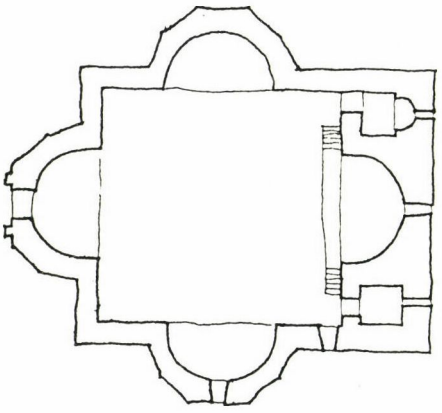
Ne felejtsük el, hogy az Antiochiai Patriarchátus területén ebben az évszázadban véglegesedtek a különböző liturgia-csoportok (keleti és nyugati szír, bizánci), s ekkor következett be a kháld (431) és a jakobita (451) egyházak különválása. Utóbbi nyomán kezdődött meg a monofizita szírek bevándorlása Hajasztanba. Az örmény szakrális építészetet is az útkeresés jellemzi: Nerszesz első rendezett, szabályozott liturgiája fokozatosan bővült és vett fel szír elemeket. A kappadókiai anyaegyházzal való formális szakítás (374) csak jogi értelemben igaz, a szír hatás az V—VII. század folyamán csak erősödött. Az 530 körül épült astaraki bazilika éppúgy szabályos "szír" templom, mint a vele egyidős jeghvardi. Utóbbinál a mellékhajók végében a mellékterek már apszidiálisan végződnek, mint pl. a szír Qalat-Sziman zarándok-templomnál (459). Ez jelzi, hogy itt már nem csupán készületi helyiségekről van szó, hanem ezeknek az egész templom terét betöltő liturgiában is kiemelt szerepe van (adományok ünnepélyes előkészítése, ill. az evangelion őrzése). Az egyházi központ (450 után), Dvin székesegyházának többszöri át-



7. ábra. Dvin, székesegyház, három építési periódus (I.: IV. sz., II.: V—VI. sz., III.: VII. sz.)

építése önmagában is jól szemlélteti ezt a folyamatot, amikor is a szír liturgia elemei fokozatosan tért hódítanak az örmény rítusban.

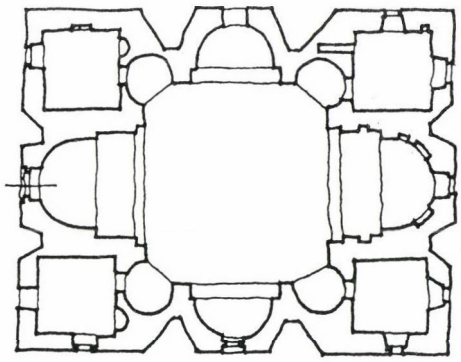
Az V—VII. században Örményországban centrális templomok is születtek, elsősorban halotti és emléktemplom funkcióval. Ezeknél a liturgikus tér elemzése nem lehet mindig egyértelmű, hiszen a memoriális funkció elsődleges volt a mindennapi liturgia-végzéssel szemben. A tetrakonchás (Zrvisz, Vochds'haberd, Mankanoz, Arsni) és trikonchás (Thalin, Alaman, Astarak, Lmbat, Artasavan) emléktemplomok szintén szíriai előképűek (Boszra, Rusafah), de feltételezhető bennük áttételes bizánci és közvetlen grúz hatás is. A "szír szentélyfej", a madbah elemei -- ha csökevényesen is -- valamennyi



8. ábra. Masztara, Szt. János-templom (VI. sz.)

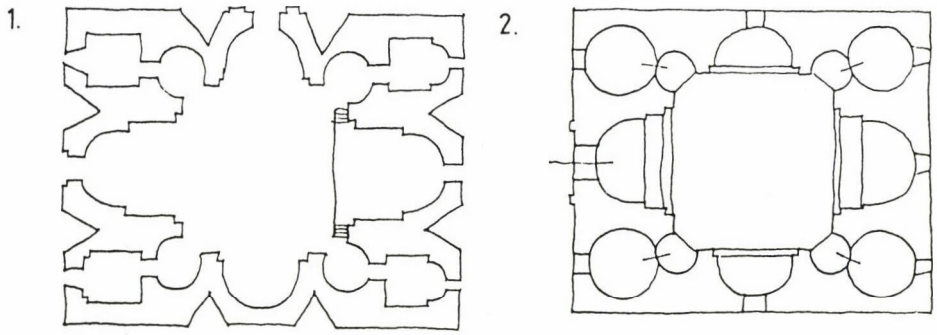
helyen megtalálhatók, jelezve azt, hogy a liturgia a VII. századig nagyjából egységessé vált és állandósult.

Ennek az állandósulásnak az egyik jellegzetes és kizárólagosan örmény eleme az említett oltár-pódium (choran), kétoldali feljárattal, homlokfalán esetleg a bizánci ikonosztaszionra emlékeztető képekkel, felette az egész szentély terét eltakaró függönnyel (varakojr). Ismereteink szerint ez először a masztarai Szt. János-templomon (VI. sz.) jelent meg a máig használatos formában, s a VII. században már mindenhol alkalmazták. Legközelebbi analógiái Hajasztanban: Voszkepar, Arthik, Harics, valamennyien VII. századiak. A szorosan vett liturgikus téren túlmenően az egész épület téralakítása a kezdetét jelenti egy jellegzetesen örmény templomtípusnak. A középkupola köré nagyjából szimmetrikusan kapcsolódnak az apszissal záruló terek, a hozzájuk csatlakozó mellékterekkel együtt. Ezt a szakirodalom "Hripszime típus"-nak nevezi, a Vagharsapatban 614--618 között épült Szt. Hripszime-templomról. Itt az oktogonális térforma és tetrakonchás megoldás ötvöződik, a sarkokban mellékterekkel. Hasonló alaprajz Avanban, Targmancsazvankban, Garnahovitban, Szisszavanban található, valamennyi a VII. századból. Ezt a térformát a szíriai (Eszra, Boszra, Rusafah, Gerasa), egyiptomi (Dongola, Tamit), grúz (Mcheta-Dzsvári) templomokkal szokták kapcsolatba hozni. Kalchédoni János katholikosz 591-től egyre erősödő Bizánc-barát politikát folytatott, tehát a VII. század elején ezzel az igen erős hatással is számolni kell (Avan építtetője éppen maga a katholikosz volt 600 körül). Túl messzire vezetne a konstantinápolyi monofiziták temploma (Hagioi Szergiosz és Bakkhosz, 527--536) és a "Hripszime-típus" között a lineáris kapcsolat keresése:

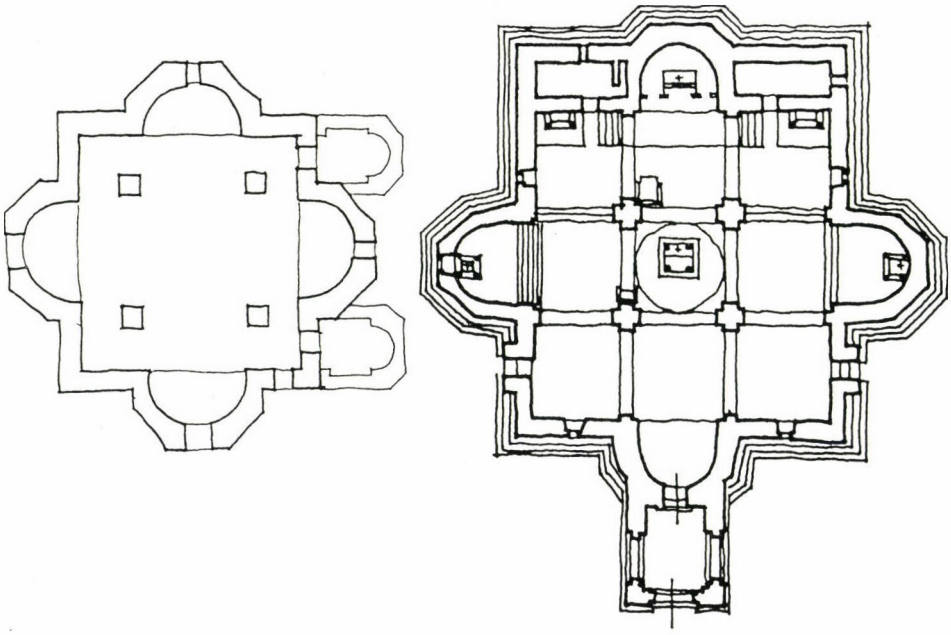


9. ábra. Vagharsapat, Szt. Hripszime-templom (614—618)

valószínűleg ilyen nincs is. De a sarokterekkel bővített oktogon mint liturgikus térforma — Szíria mellett — ide is mutat. A klasszikusan bizáncinak kikiáltott ún. kilencosztású tér néhány örmény emléken is feltűnik: Bagaran (624—631), Garni (VII. sz.), Ecsmiadzin átépítése (641—652). Utóbbinál az építtető III. Nerszesz katholikosz (641—661) és az építő Hovhan mester bizánci kapcsolata ismert. A többi esetben viszont a közvetlen bizánci származtatás megfontolandó. A kilencosztású térnek ez a tetrakonchás változata az egykorú bizánci építészetből hiányzik, a bizánci érdekeltségi területeken jóval később jelent meg (Athosz, 963, Athén, Hagioi Aposztoloi, XI. sz.; Grúziában Oski, X. sz., Kutaiszi, 1003 stb.), de általánossá nem vált. Nyugat- és közép-európai előfordulásai (St. Germigny-des-Prés, Linz, Feldebrő) sem egyértelműen bizánci indítékúak. A középkupolás, a kereszttérben apszi-

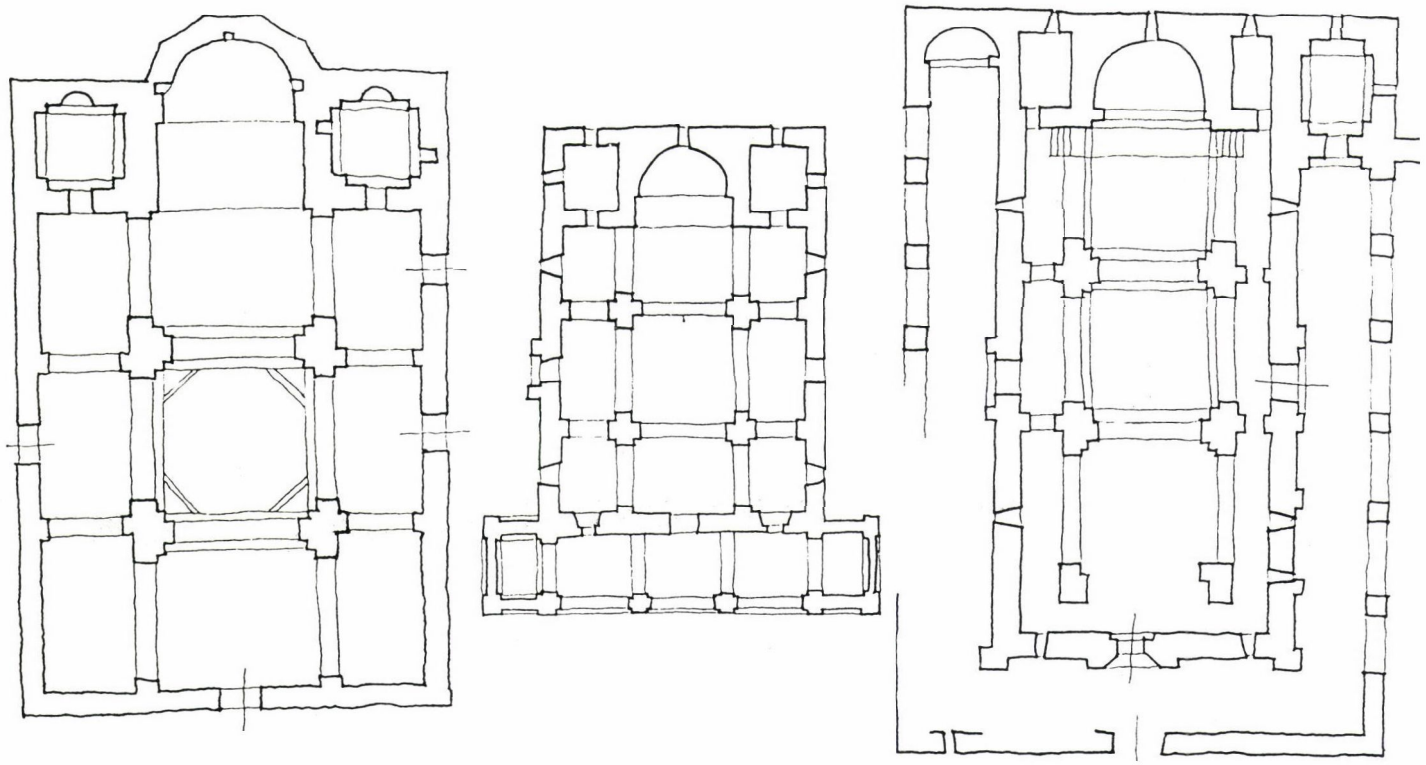


10. ábra. Avan (591—602) és Szisszavan (VII. sz.) alaprajzi vázlata



11. ábra. Tetrakonchás centrális terek: 1. Bagaran (624—631), 2. Szurp Ecsmiadzin (641—652)

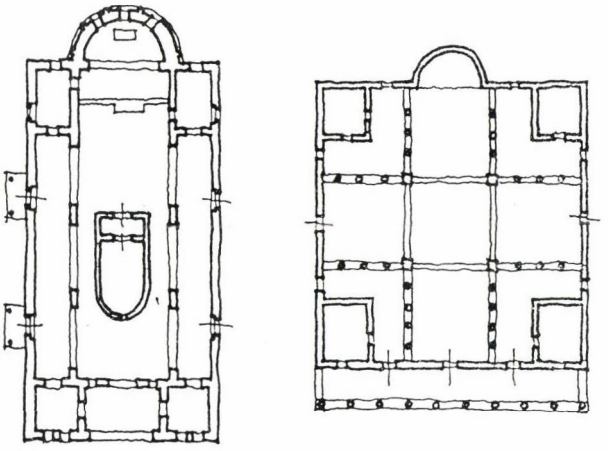
sokkal bővített (tehát alapvetően tetrakonchás) típus viszont Hajasztanban annyira általánossá vált, hogy a VII. században az alapvetően hosszházas templomok is ezt alkalmazták. Itt a példa talán Dvin székesegyházának harmadik átépítése lehetett (607 körül). Hasonló típust képviselő emlékek: Mren (623—640), Ecsmiadzin, Szt. Gajane-templom (630—636), Bagaran, székesegyház (631—639), Odszun, templom (650 körül), Thalin, katedrális, Lovani, templom, Arucs, Szt. Gergely-templom (VII. sz.) stb. Később a X—XIII. századi kolostorok is lényegében ezt a térformát vették át. Még a kolostori liturgia és építészet bemutatása előtt feltétlen szólnunk kellene az "aranykor", majd az "ezüstkor" néhány kiemelkedő alkotásáról, a főúri-főpapi magánegyházakról (Zvartnoc, 641—652, Jeghvard, Zoravor-templom, 662—685, Ani, Gaghik-templom, 1001—1013, Ani, Abugamrenc-templom, X. sz. második fele stb.). Más tárgykörben kétségtelenül nagyon fontos ezek bemutatása, elemzésük azonban a jelen vizsgálatban, a liturgiatörténet és építészet kölcsönhatásában felesleges. Magánegyházakról lévén szó, ezeknél keveredett a hagyományos közösségi istentiszteleti funkció, a kultuszhely-jelleg és az egyéni reprezentáció speciális igénye. A jelek (többnyire romok) szerint ezekben az épületekben semmilyen "extra" liturgia nem folyt.



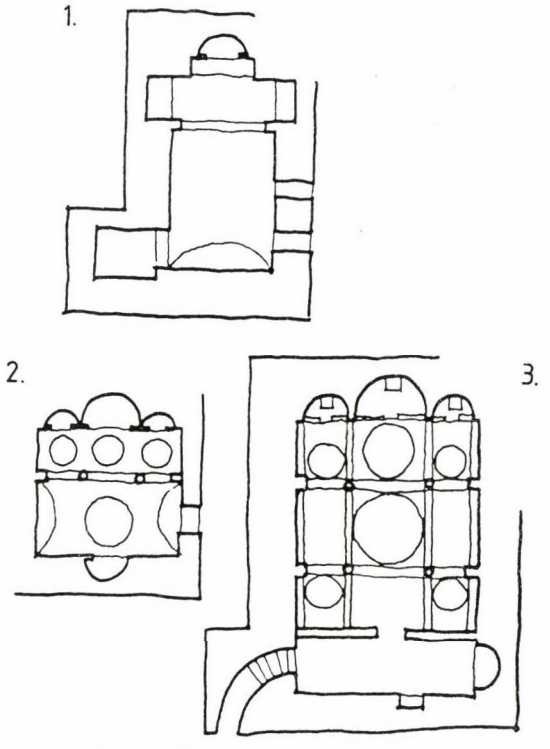
12. ábra. Hosszházas, középkupolás örmény templomok: 1. Mren (623—640), 2. Ecsmiadzin Szurp Gajane (630—636), 3. Odszun (650 körül)

A szakrális építészet és liturgiatörténet harmadik, egyben utolsó fázisát a bizánci hatású kolostori szertartásrend képviseli. Ennek oka többrétű. Valamennyi keleti egyházban általánossá vált a nős, családos papok ténykedése (ma is így van). Ugyanakkor kialakult az a gyakorlat, hogy magasabb egyházi méltóságot csak nőtlen papok tölthetnek be (már ez is Bizáncból kiinduló szokás). Ez praktikusan a szerzetesség előtérbe kerülését jelentette. Keleten mindenhol (Nyugaton is gyakran) úgy alakult, hogy a püspök mellett működő papi testület tagjai szerzetesek voltak, majd közülük került ki a püspök utódja. Ugyanakkor az egyházi szolgálattal elkötelezett szellemi erők olyan koncentrációját is jelentette mindez, hogy a kolostorok a tudomány, kultúra, művészet és hagyományőrzés fellegváraivá válhattak. Az örmény szerzetesség kezdettől nagy szerepet játszott az egyházszervezésben, liturgiafejlesztésben, a tudományos életben. A nemzeti írásmód kialakítása, az első liturgia-rendezés, a szent iratok lefordítása éppúgy a kolostorokhoz kötődött, mint a történetírás, zene-művelés, orvostudomány vagy csillagászat stb. Szinte már a IV. századtól kialakult a nőtlen tanító-papok (vartabed) rétege mint az örmény egyházi "elit" szellemi letéteményese. A helyi szerzetesi regulákban, szokásokban keveredtek a bizánci (Vazul-rendi, bazilita) és a szír-egyiptomi (pachomista, antonita) hagyományok. Kolostorokról a IV. századtól van tudomásunk (pl. Geghard = Ajrivank = Szikla-kolostor), igazán fontossá a IX--X. századtól váltak. A szerzetesség ilyen előtérbe kerülése részben politikai tényezőkre is visszavezethető. A keleti patriarchátusok területén lévő örmény alapítású kolostorok lakói az iszlám foglalások nyomán (638--640) menekülni kényszerültek. Hajasztan arab fennhatósága (654--885) miatt igazi szerzetesi élet az anyaországban sem bontakozhatott ki. A következő -- döntő -- változás akkor következett, amikor Konstantinápolyból és a birodalom területéről elűzték a monofizita szerzeteseket (928-tól). Ezek a Bagratida-dinasztia uralmának (885--1045) viszonylagos függetlensége alatt ("ezüst-kor") immár Hajasztanban nyugodtan működhettek. A Bizáncban szerzett "tapasztalataikat" magukkal hozták, és ezek gyökeresen megváltoztatták a korábbi -- alapvetően szír típusú -- örmény liturgiát. Erről a hatásról a korábbiakban már szóltunk. Az építészetben három térforma-változás jelzi a korszakot: a zsamatun, a kavit és a szentélyfej-kialakítás.

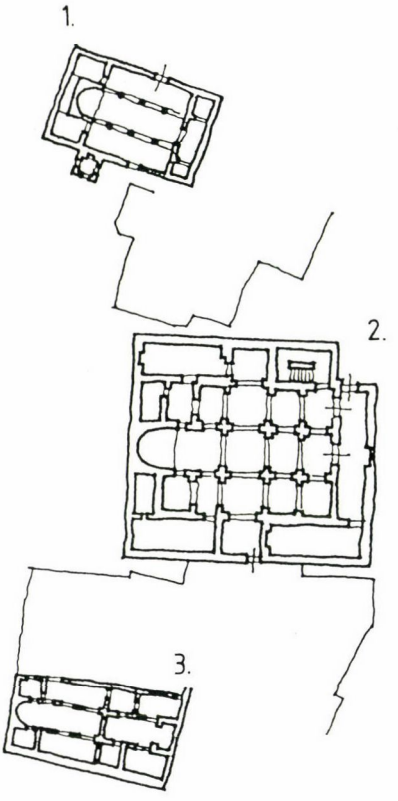
A zsamatun és a kavit (gavit) fogalmát a szakirodalomban gyakran szinonimaként használják. Jelentése mindkettőnek 'előtemplom', 'előcsarnok', 'udvar'. Mind funkciójuk, mind építészeti megjelenésük különböző. A zsamatun (= előtemplom) a templom nyugati részén kialakított oltárhelyet, kápolnát jelent. Funkciója a temetéshez, a halotti, részben a húsvéti szertartáshoz



13. ábra. Nyugati mellékterekkel bővített szír templomok: 1. Qalb-Luzeh (V. sz. második fele), Gerasza, Próféták, apostolok és mártírok temploma (V. sz.)

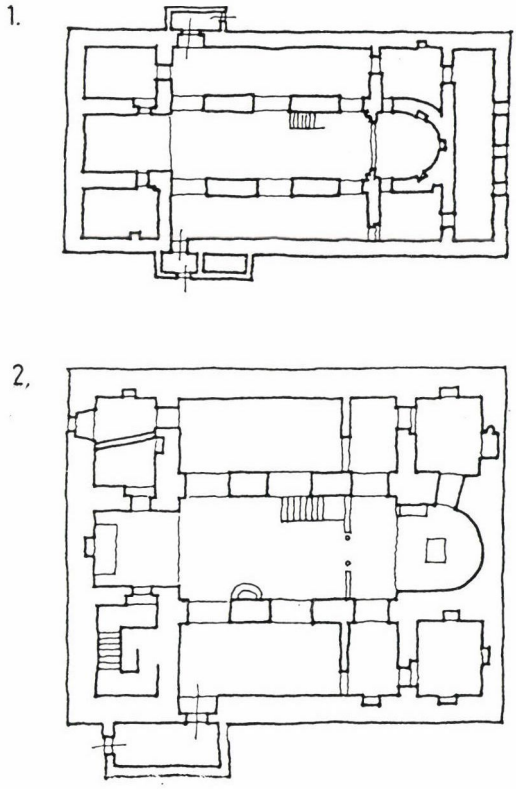


14. ábra. Göreme-völgyi sziklatemplomok nyugati előtérrel: 1. Ihlara-Yilani, 2. Sz. Barbara, 3. Karanlik



15. ábra. Farasz, templomegyüttes: 1. korai templom, 2. kolostortemplom, 3. melkita bazilika (VI—XI. sz.)

kötődik: itt végzik a tényleges vagy jelképes halotti szertartást (requiem), melynek lényeges eleme a tömjénező (thuribulum, purvarr) használata. Kétségtelenül ez is bizánci elem, bár ennek önálló térként való megjelenése a szír és főleg a kopt szakrális építészet sajátja. Az V—VI. századi szír bazilikák (Turmanin, Qalb-Luzeh, Bin-Bir-Kilissze, Tafka, Gerasza stb.) nyugati oldali, kápolnaszerű terei már hasonló célt szolgáltak. Csökevényes formában a szintén szír liturgiájú Göreme-völgyi (Törökország) sziklatemplomoknál (Ihlara-Yilani, Szt. Barbara, Karanlik) is találkozunk hasonló terekkel. Igazán általánossá azonban a kopt területen, főleg Núbiában vált a VII—X. században (Tamit, Sonqi-Tino, Farasz stb.). Itt gyakori, hogy a halottkultusz helye a templom tengelyében, a keleti apszissal szemben van — természetesen ekkor a bejárat a déli oldalra kerül (Sahaba, Abdallah-

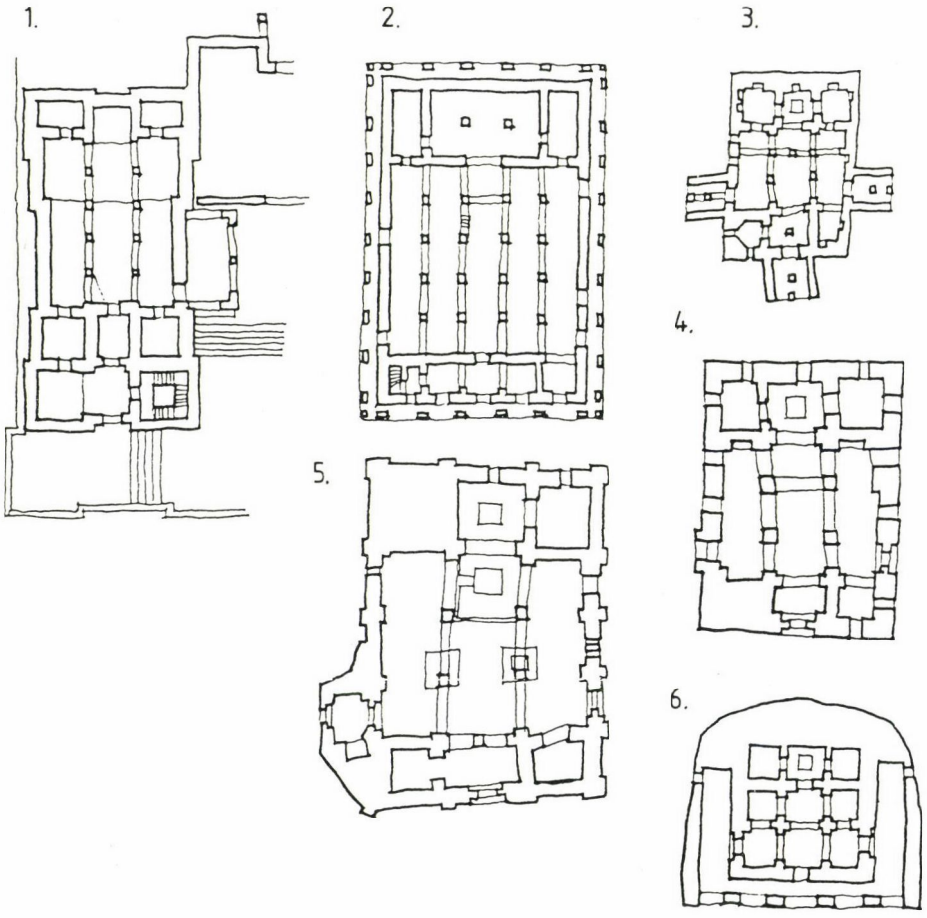


16. ábra. Núbiai templomok nyugati, "halotti" apszis-térrel: 1. Sahaba (750—850 körül), 2. Abdallah-Nirqi (IX. sz.)

Nirqi).* A bizánci liturgiában ez úgy jelentkezik, hogy a Húsvét előtti napokban a templom nyugati felében önálló "szentsír-oltárt" állítanak, s a liturgia nagy részét itt, és nem a keleti oltárnál végzik. De előfordul olyan is, hogy a templom nyugati felében önálló halotti emlékasztal (-oltár) van, s egész évben itt történik a halotti megemlékezés és tömjénezés.

A zsamatunnak mint halotti kápolnának a megjelenése már a VII. századi örmény memoriális templomoknál megfigyelhető (az ún. "Hripszime-típusnál"), általánossá azonban a IX--X. században vált a kolostori építészetben (Tatev, 895--906, Szanahin, 928--944, ill. 967--977, Hachpat, 972--991, Gosavank, X. sz., Hovannavank, X. sz., Geghard, XII. sz.). Mivel ugyanebben az időben vált feleslegessé az apszis melletti északi melléktér, a protheszisz (lásd

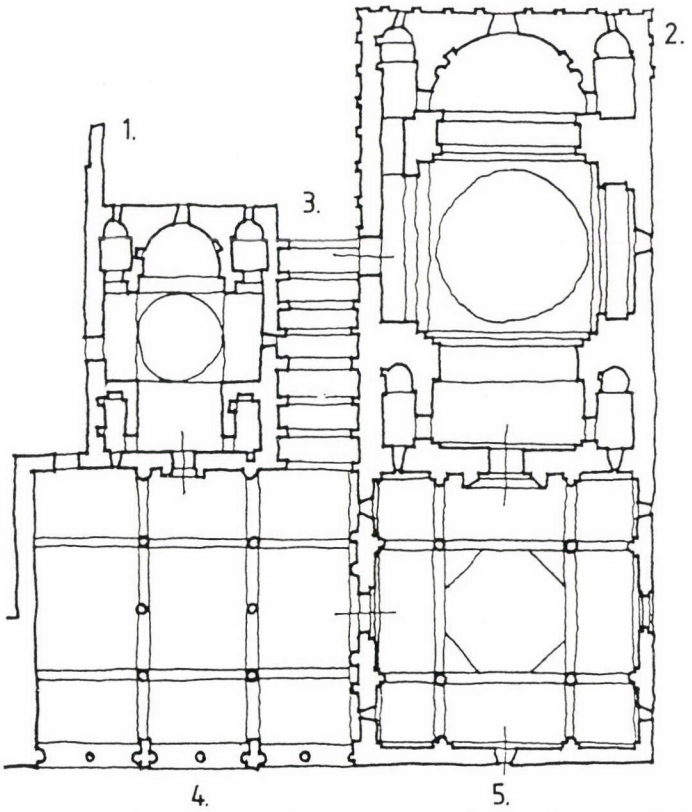
*A kapcsolódó etióp terület templomaiban (Axum, Lalibela) mindenhol kialakítottak ilyen nyugati, halotti csarnokot.



17. ábra. Etióp templomok: 1. Axum (rekonstrukció), 2—6. Lalibela, sziklatemplomok: 2. Biet Medanie Alem, 3. Szt. Mária-"bazilika", 4. Abba Libanosz, 5. Maszkhalé Khresztosz (Szekota), 6. Szt. Mihály-templom

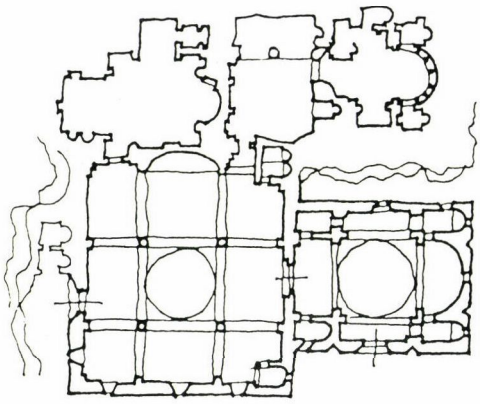
alább), sokszor ezt alakították át halotti emlék-kápolnává. Ilyeneket napjainkban is használnak. A halott-kultusz ilyen épületeinek párhuzamba állítása a gallikán liturgiák Westwerkjeivel meghaladná e tanulmány kereteit és célkitűzéseit, így csupán csak utalhatunk rá.

A kavit (gavit), a kolostortemplom nyugati oldalához csatlakozó hatalmas, háromhajós csarnok egyértelműen a bizánci szerzetesi liturgia terméke, ott litének nevezik. Athoszban (Görögország) 850—963 között kialakult a különböző szigorúsági fokot követő bizánci szerzetes-közösségek együttese. Az alapegység a kinovion (coenobium, monasterion), azaz a monostor volt: a neve



18. ábra. Szanahin, kolostoregyüttes: 1. Istenanya-templom (928—944), 2. Megváltó templom (966), 3. "akadémia", 4—5. Gavit (1185, ill. 1211)

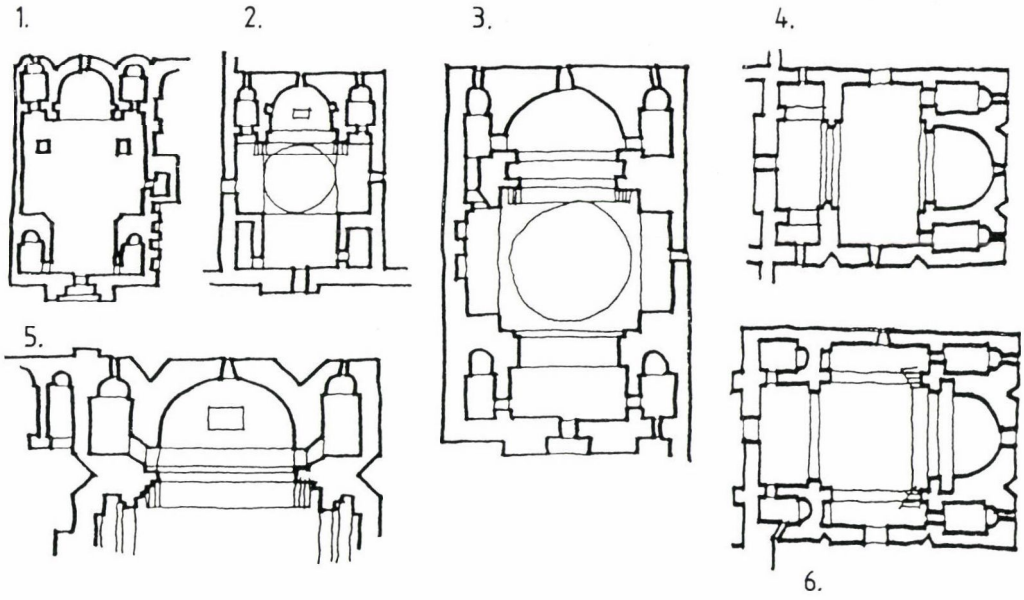
"laura" vagy "szkiti". Itt a szerzetesek a papi imaórákat közösen, néha látványos külsőségek között (vonulások, tömjénezés) végezték. A zsolozsma egy részének volt a színhelye a nyugati csarnok, a lité. Első reprezentatív építészeti megfogalmazása az athoszi Megiszté Laurában ismert (963-tól), funkcionális csírái jóval korábbiak. A Bizáncból 928 után hazatelepülő (kiűzött) monofizita örmény papok ismerték a zsolozsma Bizáncban használatos rendjét és külsőségeit, azt otthon is meghonosították. Ez a funkcionális igény szülte, hogy a X—XI. században a nyugati csarnok (lité = kavit) minden kolostori templom elé felépült. Időrendben Gnadevank (966), Horomosz (1035), Hachpat (1161), Szanahin (1185, ill. 1211), Geghard (1225) követték egymást. A püspökségek mellett működő szerzetesi közösségek (Ecsmiadzin, Dvin, Szisz) nem építettek kavitot. Kivételt képez az 1113-ban elszakadt Van-tavi egyház (Aghtamar), ahol a Szt. Kereszt-templomhoz (915—921) a XII. században tol-



19. ábra. Geghard, sziklakolostor, XII—XIII. sz. (gavit 1225-ből)

dottak nagyméretű nyugati csarnokot. Valószínű, hogy itt inkább egy "divattá" vált térforma utánzásáról van szó, semmint tényleges funkcionális igényről: az aghtamari Szt. Kereszt-templom mellett ugyanis kifejezett szerzetesi közösség nem működött ebben az időben. S a templom apszis-megoldása sem mutat arra, hogy itt a bizánci "tanultság" maradéktalanul érvényesült volna.

Az örmény liturgiatörténet harmadik (bizánci) periódusának talán a legmeggyőzőbb bizonyítéka a templomok szentély-kialakításában történt változás. Mint láttuk, a korábbiakban (a "szír" periódusban) a madbah három eleme, a protheszisz, a szentély, a diakonikon egymástól függetlenül működött: mindhárom csak a templomhajók felé volt nyitott, egymás között nem volt átközlekedésük. Ez így felelt meg a szír típusú örmény rítus követelményeinek: a mellékterekből a szentélybe (vagy vissza) irányuló valamennyi vonulás, mozgás a templomhajón át történt. A bizánci liturgiában e mellékthereknek kezdettől fogva differenciáltabb volt a rendeltetése. Mivel a szentélyt és a mellékthereket végigmenő képfal (templom-fal, ikonosztászion) választotta el a hajótól, s mivel a pap a szertartás nagy része alatt a képfal (csukott) ajtaja mögött volt, szükség volt a csatlakozó terek "belső" átközlekedésére. A hármas szentélyfej ilyen megfogalmazásával legkorábban Thesszaloniké szerzetesi építészetében találkozunk (Hosziosz David, V--VI. sz.), de a VI. századi ravennai templomoknál is látható (S. Apollinare in Classe, S. Vitale). A VII. századtól valamennyi bizánci templomon így építették a szentély-együttest. Később esetenként, majd az újkorban rendszeresen már nem is választották szét a három szentély-elemet: az ikonosztászion mögött csupán egyetlen oltártér létezett. Ezt figyelembe véve értelmezhető az örmény (szerzetesi) templomok



20. ábra. Örmény kolostortemplomok apszis-megoldása: 1. Tatev, Szt. Péter-Pál-templom (895—906), 2. Szanahin, Istenanya (Szurp Asztvadzadzin)-templom (928—944), 3. Szanahin, Megváltó (Amenapörgics)-templom (967—977), 4. Gosavank, kolostortemplom (X. sz.), 5. Hachpat (972—991), 6. Geghard (XII—XIII. sz.)

apszis-változása. A X--XI. században folyamatosan (de nem kizárólagosan) jelentek meg olyan szentélyfejek, ahol a három egység között belső közlekedés van. A már idézett kolostorok közül Tatev, Gosavank és Szanahin első (928--944) temploma még nem alkalmazta, Szanahin második (966), Hachpat (972--991) és Geghard (XIII. sz.) temploma már megépítette a bizánci típusú szentélyfejet. A jelek szerint a nem szerzetesi egyházak nem követték ezt a megoldást, hanem a rítust "ennek szellemében" tovább egyszerűsítették. A déli melléktér (diakonikon) független sekrestyévé alakult, az északit, a protheszisztpedig az apszis északi falában kialakított fülke vagy készületi asztal helyettesíti. Az újkori (és jelenkori) örmény templomok már eszerint épültek és épülnek.

E rövid összefoglaló a liturgiatörténet és építészettörténet egy viszonylag perifériku kérdését, az örmény szakrális építészetet vette alaposabb vizsgálat alá. A történeti, egyháztörténeti adatok alapján sikerült nyomon követni azt a folyamatot, melyben -- lényegében három fázisban -- a liturgia eljutott a ma is használatos formájához. A periódusokat a kezdeti útkeresés és kialakulás, az erős szír hatás, majd a bizánci befolyás jelen-

tik. A töredékesen ismert emlékanyag szerint a templomépületek minden periódusban hűen kiszolgálták a bennük végzett szakrális funkciót, ennek megfelelően időről időre változtak. Az időtlenség, állandóság "mítosza" a keresztény Keletnek ezen a területén (valószínűleg a többin is) csupán felszínes, az épületek lényegét, a funkciót nem megértő vélemény lehet: a hagyományőrzés és a funkcionális fejlődés minden területen és minden korban az építészet egyik meghatározója volt.

*

Tudva azt, hogy a tanulmány témája még az építészettörténetben jártas szakemberek körében is "periferikusnak" számít, illett volna szinte valamennyi sort bőséges lábjegyzettel ellátni. A tapasztalatok szerint a hivatkozások és jegyzetek túlburjánzása egy határon túl az olvashatóság (érthetőség) rovására megy. Ezért maradtak el az egyes adatokat magyarázó utalások; helyettesítésükre a témára vonatkozó bő irodalomjegyzéket közlünk.

FELHASZNÁLT ÉS AJÁNLOTT IRODALOM

— Történet és egyháztörténet:

Bachmann, E. M.: Die Kirche des Ostens. Berlin, 1957.

Berky Feriz (szerk.): Az Ortodox Kereszténység. Bp., 1975.

Félegyházi József: Az Egyház a korai középkorban. Bp., 1967.

Koutcharian, Gerayer: Die Siedlungsräume der Armenier unter dem Einfluss der Historisch-Politischen Ereignisse seit dem Berliner Kongress, 1878. Abhandlungen des Geographischen Instituts Anthropogeographie, 43. Berlin, 1989.

Lippay Lajos: A keleti egyházak. Bp., 1934.

Meyendorff, J.: The Orthodox Church. London, 1962.

Neisser, Maria: 175 Jahre Mechitaristen Congregation in Wien. Wien, 1988.

Shenouda, Hanna: Who are the Copts? Cairo, 1965.

Szántó Konrád: A katolikus egyház története, I—III. Bp., 1983—87.

Timkó Imre: Keleti kereszténység, keleti egyházak. Bp., 1971.

— Építészettörténet:

Arutjunjan, V.: Zvartnoc. Jerevan, 1954.

Badstübner, Ernst: Kirchen der Mönche. Berlin, 1980.

Beke G. László—Gáspárdy András: Magyarországi orthodox templomok, ikonosztázok. Bp., 1989.

Brentjes, Burchard: Drei Jahrtausende Armenien. Leipzig, 1973.

Brentjes, B.—Mnazakanjan, S.—Stepanjan, N.: Kunst des Mittelalters in Armenien. Berlin, 1981.

Buschhausen, Heide—Helmut-Zimmermann, Eva: Die illuminierten armenischen Handschriften der Mechitaristen Congregation in Wien. Wien, 1976.

Effenberger, Arne: Frühchristliche Kunst und Kultur. Leipzig, 1986.

Garthkiewicz, Przemyslaw M.: New Outline of the History of Nubian Church Architecture. BABesch 55/1. 1980. 137—160. pp.

Geghard, Guide-Book of Geghard Monastery. Szurp Ecsmiadzin, 1987.

Gink Károly—Gombos Károly: Örményország. Bp., 1972.

Guzsik Tamás: A keresztény liturgiák építészeti terének fejlődése. Magyar Építőművészet, 79, 1988/4—5. 24—27. pp.

Guzsik Tamás: Szakrális építészeti terek funkcióelemzése, I—III. Bp., 1988.

Harutjunjan, V. M.: Etchmiadzin. Erevan 1985.

Khalpakhchjan, Hovhannész Khachaturovich: Szanahin. Moszkva, 1973.

Khandjian, Grigor: Sz. Ecsmiadzin. Ecsmiadzin, 1981.

Linahl, Bernhard: Architectural history of Ethiopia in pictures. Addis Abeba, 1970.

Mango, Cyril: Byzantine architecture. New York, 1974.

Martirosz, Arutjunjan Varazdat: Zvartnoc. Jerevan, 1954.

Nubia, Kunst und Geschichte Nubiens in Christlicher Zeit. Recklinghausen, 1970.

Strzygowsky, J.: Die Baukunst der Armenier und Europa. Wien, 1918.

Szahinian, Alexandre: Sz. Hripszime. Szurp Ecsmiadzin, 1978.

Szahinian, Alexandre: Garni. Erevan, 1985.

Szentkirályi Zoltán—Détshy Mihály: Az építészet rövid története. Bp., 1986.

Tokarszkij, N. M.: Architektura Armenii IV—XIV. vv. Jerevan, 1961.

Tompos Erzsébet: Az építészet története, középkor. A bizánci és az iszlám építészet. Bp., 1984.

Vogüé, M. de—Waddigton, W. H.: La Syria Centrale. paris, 1865.

— Liturgia:

Jegmalian, Magar: Divine Liturgy of the Armenian Apostolic Church. New York, 1979.

Jegmalian, Magar—Gomidasz, Vardabet: The divine Liturgy of the Armenian Apostolic Church. Fresno, California, 1981.

Guzsik Tamás (szerk.): Magyar—örmény misekönyv és énektár. Bp., 1990.

Jungmann, Josef: A szentmise. Eisenstadt, 1977.

Kádár Dániel (ford.): A szentmise liturgiája örmény rítusban. Kézirat. Bp., 1975.

Liturgikon, Berky Feriz szerk. I—II. Bp., 1955, 1972.

Nor Gdagaran Djarrn Meró Hiszuszi Kriszdoszi. Vienna, 1864.

Szurp Pszagi Jerkecoghutyun. Antelais, Cilicia, 1980.

Szörpó Badarakin, Chorhördatetr. Vienna, 1904.

Szrabjan, H.—Movszész, V.: Szurp Badaraki. Vienna, 1936.

Hoppe László

A TÖRTÉNETI ÉPÍTÉSZET MÉRETMEGHATÁROZÓ MÓDSZEREI

Az építészeti alkotás[1] mint képzőművészeti műfaj lényegesen különbözik más művészetektől, elsősorban abban, hogy realizálásához sok tényező egyeztetett működése szükséges, lényegét tekintve kollektív műfaj, amelynek sikere az építtető szándékától és anyagi erejétől, az építész tervezői gondolatától, a hatóságok szabályzataitól, az adott korszak műszaki teljesítőképességétől, továbbá számos szakma együttműködésétől függ. Az épület minden esetben lassan megvalósuló, költséges és bonyolult, nagyméretű alkotás, amelyet hosszú időre (néhány esetben elvileg az örökkévalóságra) terveznek. Átgondolt koncepció és műszakilag korrekt tervek nélkül semmilyen összetettebb épületet nem lehet megvalósítani, bár a szükséges dokumentáció mélysége és részletessége széles skálán mozoghat, és a legegyszerűbb esetekben elég lehet egy szabadkézi vázlat, máskor több köbméternyi tervrajz és irat készül az első gondolat felbukkanásától a műszaki átadásig és használatba vételig.

Az építészeti terv célja általában kétféle. Egyrészt a kivitelezés számára készül, és kötelező előírásokat tartalmaz a mű megvalósításához, azaz az elvégzendő munkákat kodifikálja, másrészt -- a megrendelő, a nagyközönség vagy az egyes szakhatóságok stb. számára -- érzékelhető formában mutatja be a tervezett objektumot. A kiviteli terv tehát azt mondja el, hogy "mit kell csinálni" a mű megépítéséhez, a másik tervfajta (engedélyezési, javaslatterv, tervtanácsra beterjesztett anyag) pedig azt, hogy "milyen lesz, ha elkészül". A tervek általában rajzokból, szöveges anyagokból: műleírásból, költségvetésből, továbbá fotókból, modellekből állnak. Modellek általában alkalmasak a terv szemléltetésére, de műszakilag kielégítően pontos és részletes modellt általában nem lehet készíteni, pusztán szöveges műleírásból pedig gyakorlatilag semmit sem lehetne megépíteni. A modellek nagy része pl.

[1] Ez a cikk a szerző műemlékvédelmi szakmérnöki szakdolgozatának anyagát tartalmazza. Opponens dr. Sódor Alajos volt, akinek segítségét ezúton köszönöm meg.

tervtanácsi vagy más döntéselőkészítő célra szolgál. A tervezés mindkét esetében a rajznak van döntő szerepe.

A tervrajz tehát a legfontosabb közvetítő eszköz az építési szándék, építészeti gondolat és a valóságos épület között. A rajz általában kicsinyített, síkbeli ábrázolás, a tervezett 3 dimenziós objektum függőleges és vízszintes merőleges vetülete (alaprajz, metszet, homlokzat, részletek) vagy axonometrikus, illetve perspektivikus vetülete. A kivitelezés ebben az összefüggésben felfogható úgy is, mint a kicsinyített síkbeli leképzés természetes méretben, valós anyagból és szerkezetből való térbeli rekonstrukciója. A tervezett objektum leképzése és visszaállítása a geometria szabályai, a munka résztvevői között kialakuló szokások, konvenciók, valamint szabványok és szabályzatok alapján történik, ezek ismerete és egységes betartása garantálja a pontosságot és eredményességet.

Felesleges részletezni, hogy a műemlékek helyreállítása során milyen nagy jelentősége van annak, hogy a legtöbbször pusztult, rongált épület megalkotása idején használt méretezési rendszert meg tudjuk-e találni. A hiányzó részletek tudományos pontossággal való kiegészítése csak akkor lehetséges, ha a kompozíciós rendszer felismerése után a feltárt összefüggések alkalmazásával készítjük el a rekonstrukciót, a logikai (elvi) rekonstrukció mélysége és megbízhatósága pedig eleve meghatározza a fizikai rekonstrukció (helyreállítás, restaurálás, anastylosis) lehetőségeit. Egy műemlék építéstörténetének megítélésekor szintén fontos szerep jut az arányrendszernek: általában azonos rendszer egyetlen, többféle rendszer több periódusú építkezést jelent, fényt deríthet egyes nehezen megfogalmazható műhely- és stiláris kapcsolatokra stb.[2]

A műemlékek építésekor alkalmazott kompozíciós elvek kutatása egyidős a műemlékvédelemmel, a múlt század közepétől--második felétől számítható. Sajátos, hogy elsőként nem építészek, régészek vagy történészek foglalkoztak a múlt építészeti hagyatékának megőrzésével és tudományos vizsgálatával, hanem eredetileg műkedvelő amatőrök, akik koruk építészetében kevésbé voltak járatosak. Legalábbis ezt látszik alátámasztani egy megfigyelés. Hoffstadt "Gotisches ABC-Buch" című könyvét 1840 és 1845 között készítette.[3] Ebben sok

[2] A jáki apátsági templom elemzésénél pl. Csemegi J. és Bogyay T. kétféle rendszert találtak: egy triangulálta és egy kvadratúrást, ebből építés közben történt műhely- és tervváltozást vezettek le, amit stíluskritikai megfontolások is alátámasztottak. Ifj. Csemegi J.: A jáki apátsági templom. Vasi Szemle 1939, 12—14. o.

[3] Hoffstadt, Friedrich: Gotisches ABC-Buch. Megjelent 1840-es évszámmal, bár az egyik rajzon az 1845. évszám és aláírás látszik.

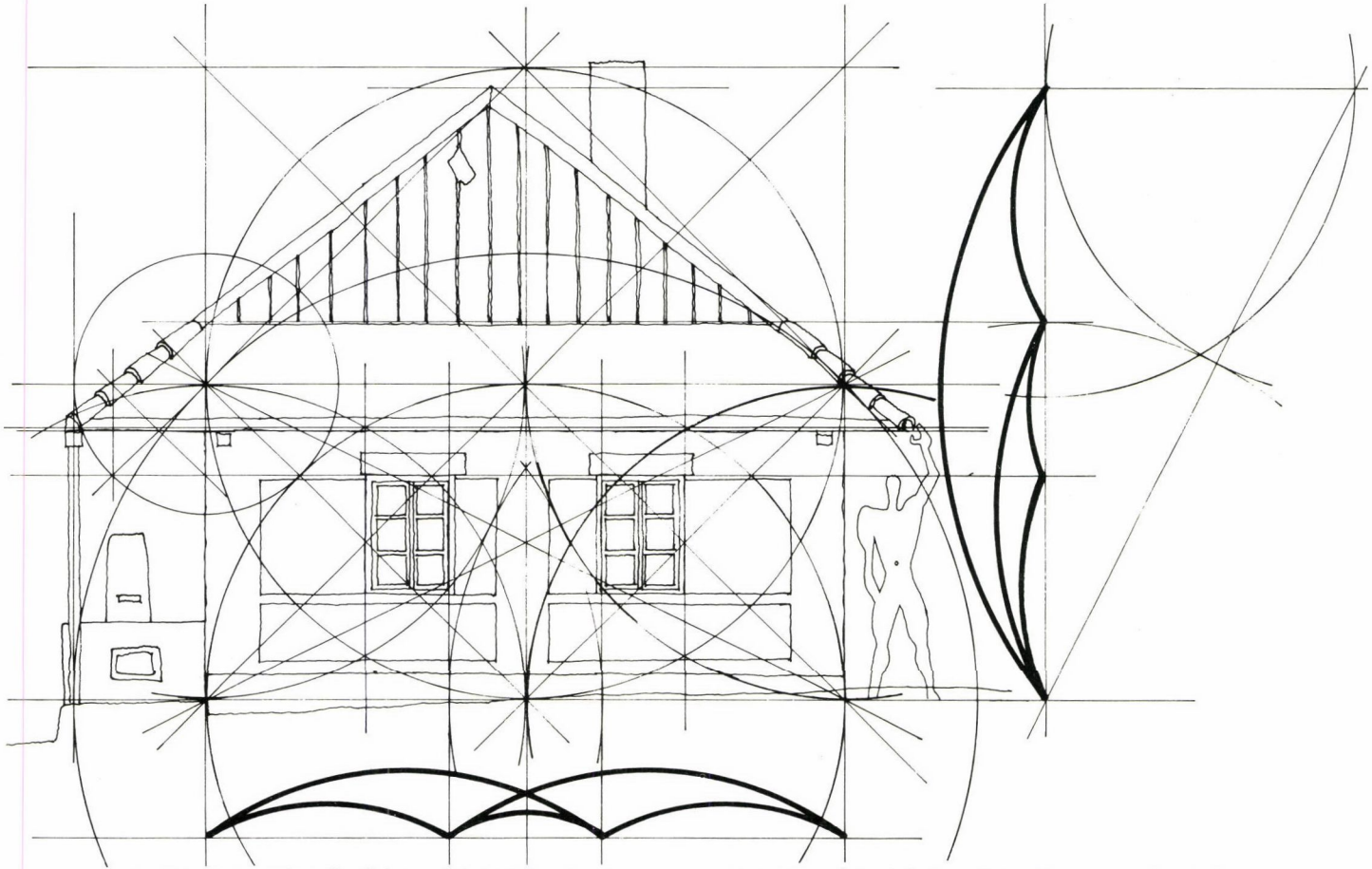
olyan szerkezetet és formát ismertet, amelyek a középkor folytatásának látszanak, és közöl olyan eljárásokat, amelyeket a közbenső időszak, a reneszánsz és barokk egyáltalán nem is használt. A jelek szerint látens módon tovább élt a középkor tudásának egy része, amelyet a céhes "Baumeister"-hagyomány őrzött meg.[4] A hivatalos "Architekt"-hagyomány ettől alaposan különbözött, és -- elsősorban Vitruviusra és reneszánsz kori követőire támaszkodva -- a klasszika kompozíciós elveit követte. Ugyanakkor a műemlékvédelem első művelői nem ismerték -- vagy legalábbis nem értékelték -- sem a Baumeister, sem az Architekt hagyományát, hanem más úton keresték a műemlékekben megnyilvánuló művészi törvényszerűségeket. Így aztán alig néhány évvel Hoffstadt könyvének megjelenése után teljesen új utakon indult meg a kutatás, és szükségszerűen hibás következtetésekre jutott.

Nem segítettek a lényeg megértésén maguk a témával foglalkozó publikációk sem. A -- bármennyire korrekt és logikus -- vonalháló, amit egy rajzba be lehet húzni, első pillantásra kusza vonaltömegnek látszik, és csak nagy erőfeszítéssel tudja az olvasó a lényeget kihámozni (1. ábra). Az ábra dekoratív vonalhálózata inkább elriasztja azokat, akiknek nincs elég idejük vagy türelmük kibogozni az összefüggéseket. A bonyolult hálózatokat általában csak a geometriai törvényszerűségek -- a ma megkövetelt elméleti matematikai pontosság -- szemléltetése kedvéért kell berajzolni, a lényeg maga általában igen egyszerű, néhány körív és egyenes megrajzolásából áll.

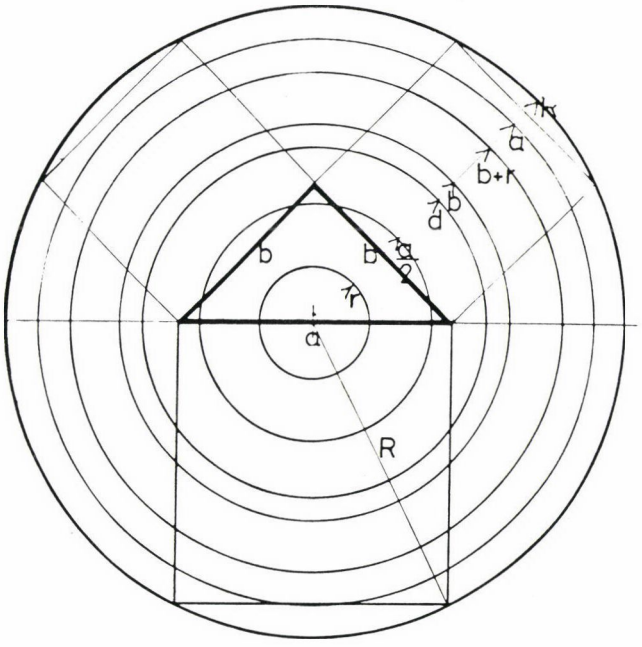
A félreértések okai között maguk a források is szerepelnek. Vitruviustól (és hivatkozásai szerint a már neki is ősréginek tűnő ógörög filozófiától és építészettől) kezdve él az az elképzelés, hogy a világegyetemben -- benne a művészetekben és az építészetben is -- rend és szabályszerűség uralkodik, ez a rend felismerhető és szabályokban, képletekben összefoglalható, új alkotásainkban ezek érvényesítése garantálja a mű "harmóniáját" és művészi kvalitását.[5] Természetesen maga Vitruvius is a korabeli filozófia általános elveit követte, míg a középkor szemlélete a keresztény mikrokozmosz--makrokozmosz misztikus egységében kereste a világot átható egyetlen rendszert. Az építészetesztétika tehát minden esetben a saját kora filozófiájából kölcsönözte a maga félreértéseit az "egyetlen tökéletes rendről és harmóniáról".

[4] Müller, Werner: Die Zeichnungsvorlagen für Friedrich Hoffstadts "Gotisches ABC-Buch" und der Nachlass des Nürnberger Ratsbaumeisters Wolf Jacob Stormer (1561—1614). Wiener Jahrbuch für Kunstgeschichte, Band XXVIII. (1975) 39 skk. o. Müller a XVII. századi mintakönyv segítségével azt mutatja ki ebben a tanulmányban, hogy Hoffstadt eljárásai mennyire pontosan követik a középkori módszereket, illetve mennyi a reneszánsz és barokk korból kölcsönzött újdonságok aránya.

[5] Vitruvius: Tíz könyv az építészetről. Ford. Gulyás Dénes. Bp., 1988.



1. ábra. A szükségesnél több vonalat tartalmazó, zűrzavaros szerkesztőábra (Hollókő, Kossuth u. 89., a szerző rajza)

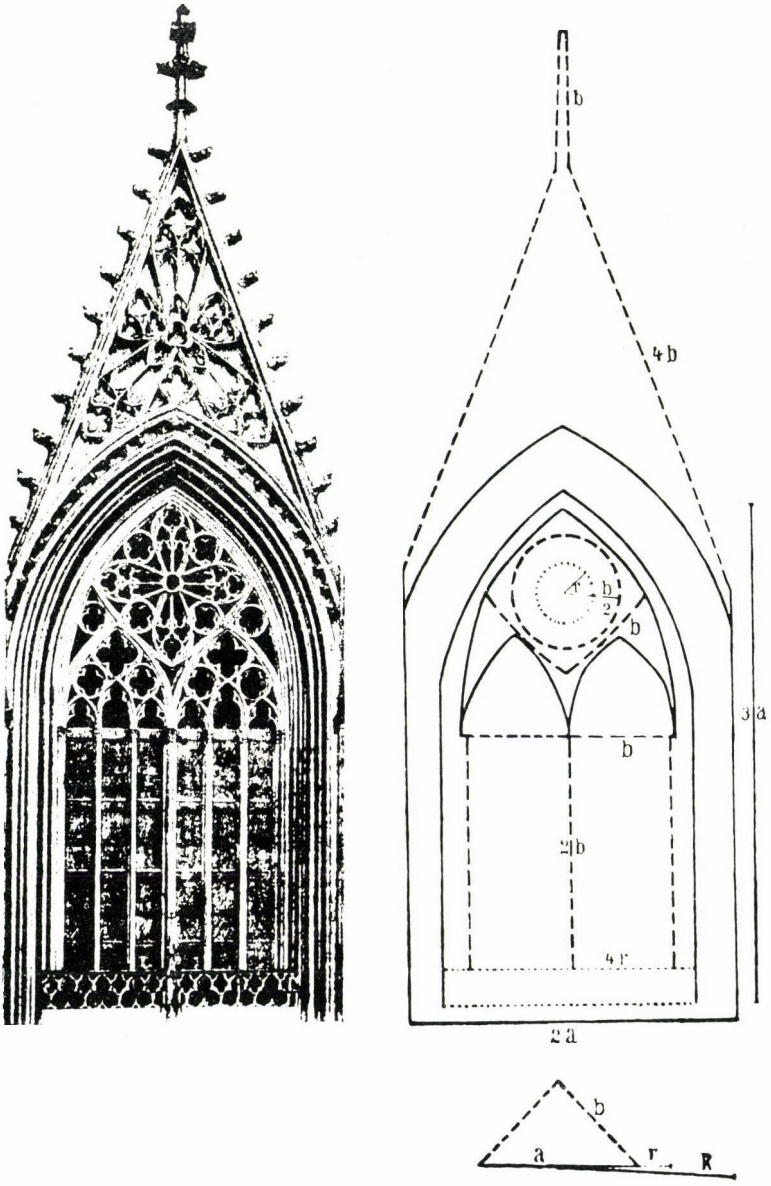


$$a = 1$$
$$b = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$R = \frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$r = b - \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$
$$d = R - \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$
$$b + r = \frac{2\sqrt{2}-1}{2}$$

2. ábra. A "harmonikus háromszög" kulcsábrája Zederbauer szerint, a rendszer alapjául szolgáló méretsor meghatározása. (A szerző rajza Zederbauer, i. m., 1., 2., 3. ábra és a 2—6. o. leírása alapján)

A gondolat logikai hibája kettős. Egyrészt "egyetlen, mindent átható" szabály nem létezik. Minden szerző felvonultat a maga arányelmélete számára sok bizonyító példát, de senki sem vizsgálja azokat a jelenségeket, amelyek a rendszerébe nem illenek bele, pedig mindig ezek vannak elsöprő többségben. Ráadásul az elmélet mindenáron való bizonyítása rendszerint önkényes, helyenként annyira erőltetett arányosításokhoz vezet, hogy az ilyen próbálkozások -- saját tévedéseikben, káros hatásukon túlmenően is -- általános szkepszishez vezetnek, eleve gyanús mesterkedésnek tüntetve fel a valóban alapos és pontos vizsgálatokat is. Egyes esetek egyenesen nevetségesek[6] (2. ábra), mások nyilvánvalóan tévesek; arról, hogy a vimpergát milyen geometriai módszerrel szerkesztették, kivételesen hiteles középkori forrás is

[6] Zederbauer, E.: Die Harmonie im Weltall, in der Natur und Kunst. Leipzig, 1917. Például lásd a 141. ábrát: Rembrandt: Tulp doktor anatómiája című képéhez.



3. ábra. A kölni dóm ablakának és vimpergájának arányrendszere Zederbauer szerint

fennmaradt,[7] Zederbauer arányosítása az ún. "harmonikus háromszög" felhasználásával tehát egyszerűen komolytalan[8] (3. ábra).

[7] Dr. Sódor Alajos: Mathes Roriczer 1486-ban megjelent fiatorony könyve. Építés- Építészettudomány X/3—4, 381—421. o. — Dr. Sódor Alajos: Hans Schmuttermayer kései középkori fiatorony könyve. Építés- Építészettudomány XIII/1—2, 193—209. o. — Dr. Sódor Alajos: Mathes Roriczer

A félreértés másik ága a művészeti alkotás céljának hibás értelmezéséből származik. Ez is Vitruviusra vezethető vissza; az építészettel szemben támasztott hármas igénye — tartósság, hasznosság, szépség — téves felfogásához. A klasszika felé hajló építészetek a "szépség" cím alatt a mű "harmóniáját" keresik és ezt vélik a műalkotás elsődleges, sőt egyetlen eszmei céljának. Azonban a formai szépség, pontosabban a "legkellemesebb hatású forma" -- mint a funkció szellemi oldala -- tulajdonképpen nem követelmény az épülettel szemben. A forma mondanivalóját nem lehet a "harmónia" fogalmára egyszerűsíteni. Szinte érthetetlen a harmónia keresésére irányuló igyekezet, hiszen bizonyítás nélkül is nyilvánvaló, hogy lényegesen eltérő formai követelményeket támasztanak a különböző rendeltetésű épületek. Egy banktól vagy nagy középülettől erő, biztonság, hatalom kifejezését várjuk és nem a "harmóniát".[9] A történelmi korok keresztény templomainak is másféle térbeli igényt kellett kielégíteniük: míg a középkor templomának transzcendens térkompozíciója a vallás misztériumát, a mikro- és makrokozmosz titokzatos egységét kívánja kifejezni, a barokk "diadalmas egyház" térideálja a "Theatrum Sacrum", az extázisig fokozódó elragadtatás ébresztése az építészeti tér megformálásával és az összes többi művészeti műfaj, képzőművészeti alkotások, díszruhák, zene, bonyolult liturgia teljes apparátusának bevetésével, a mai liturgikus reform óta pedig a csendes, szemlélődő áhítat, a korábbinál elvontabb és intellektuálisabb vallási élmény keltése a templom funkciójának szellemi oldala. Egy építészeti alkotás mondanivalója lehet nyugalom, kiegyensúlyozottság vagy diszharmónia, feszültség, kontraszt, statikus vagy dinamikus térélmény, sőt humor, játékosság, a harmónia csupán az egyik ezek

---

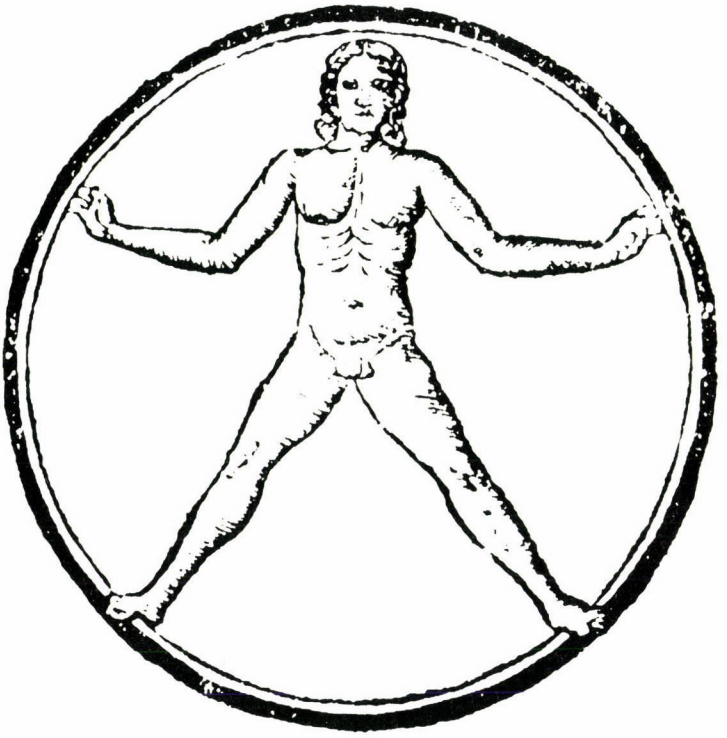
"Geometria Deutsch" és "Wimpergbüchlein" című könyveiről (1486—1490). Építés- Építészettudomány XIV. (192) 373—405. o.

A három cikk közli az eredeti lapokat, a német olvasatot és a magyar fordítást. Részletesen elemzi a bemutatott eljárásokat, többek között a vimperga szerkesztését is.

[8] Zederbauer, i. m., 93. kép.

[9] Haggard, R.: A sárga isten. Ford.: Turcsányi Tihamér (1921). Bp. 1990. A századfordulón író ponyvaregényszerző így festi le egy bank épületét: "Maga a ház is impozáns. Aberdeeni gránitból épült, hogy a pénzét befektetni kívánó közönség már itt a biztonság megnyugtató érzésével teljék el. A többi téglaház ledőlhet vagy pénzügyileg összeomolhat, de ez a gránitból épült sziklaszilárd épület, amelynek peremén — a Kereskedelem és az Ipar szobrai között — az Igazságnak mérleget tartó Justitia életnagyságú szobra áll, bizonyára kibír bármilyen lökést. A földrengés is aligha rázhatná meg erős talapzatát; az Angol Bank sem áll biztosabban a pánikok és szerencsétlenségek idején." Jól látható, hogy az építészetben laikus író mit tart fontosnak egy bank épületében. Szépségről, harmóniáról szó sem esik.

A keresztény templomoknak a történelem során folyamatosan változó tér- és formai igényeiről lásd Levárdy F.: Magyar templomok művészete. Bp. 1982.

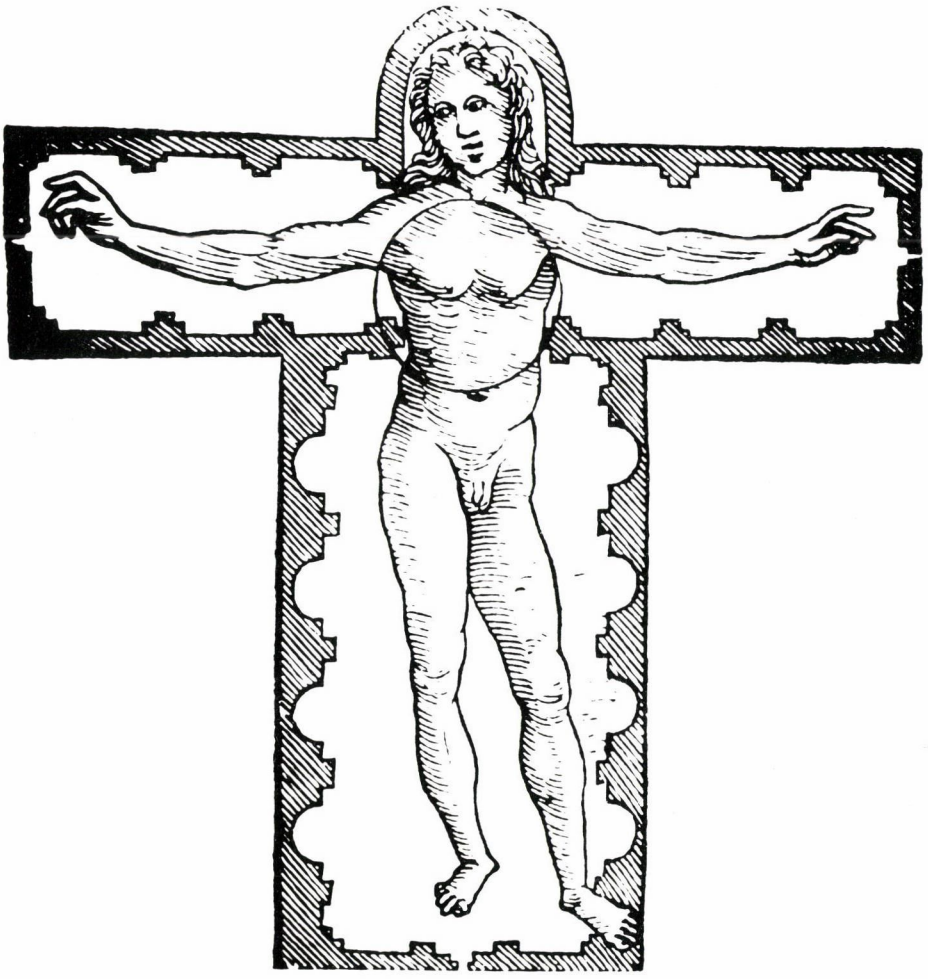


4. ábra. Vitruviusi figura Francesco Giorgi szerint, erősen elrajzolt emberalakkal. Hajnóczi Gábor: Andrea Palladio. Bp. 1979. 14. kép alapján

közül. Értelmetlen tehát az építészet lényegeként önkényesen kiragadni a harmónia fogalmát.

Ismereteim szerint a reneszánsz teoretikusai és építészei maguk sem alkottak olyan építészeti tereket, mint amilyenek vázlatkönyveikben százszámra szerepelnek. Az ún. vitruviusi figurát például mindenki megrajzolta (4. ábra), azonban elég egy pillantást vetni egy antropomorf épülettervre, azonnal nyilvánvalóvá válik, hogy egy ilyen alaprajzú templomot nem lehet használni (5. ábra).[10] Maga a vitruviusi figura pedig arányaiban általában torz, az emberi alak egyszerűen el van rajzolva, a köré írt kör pedig szemfényvesztés: szimmetrikusan elhelyezett 4 pont köré mindig rajzolható kör, a karok és lábak terpesztésével pedig mindig meg lehet találni olyan beállítást, hogy a kör középpontja a köldökre essen. A tiszta reneszánsz centrális tér

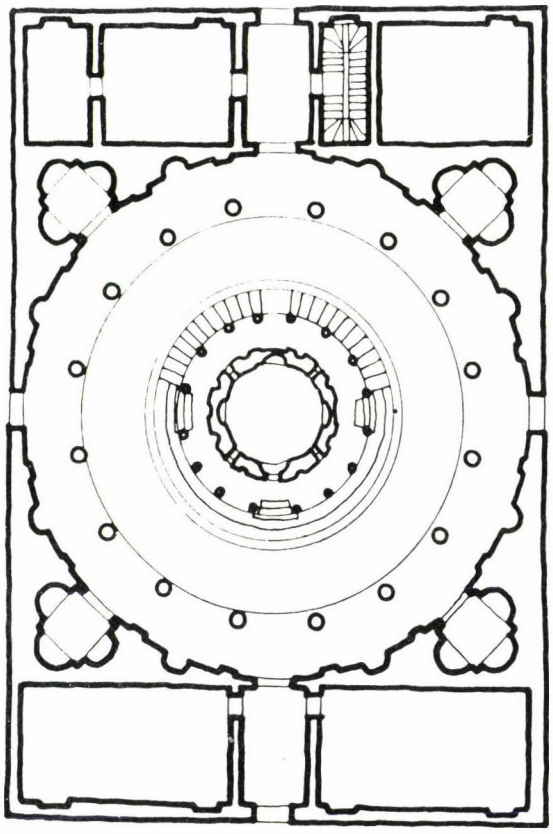
[10] Ember alakú templom alaprajza Pietro Cataneo után. Hajnóczi Gábor: Andrea Palladio. Bp. 1979, 16. kép.



5. ábra. Ember alakú templom alaprajza Pietro Cataneo szerint. A túlságosan hosszú kereszthajót semmilyen célra nem lehet kihasználni. Hajnóczi G., i. m., 16. kép alapján

ideáját csupán egyetlen alkotás tudta majdnem hibátlanul megvalósítani. Ez a példa Bramante Tempiettója. Figyelembe kell azonban venni a mű eredeti tervét: a kolostor udvarát kör alakú oszlopcsarnokká kellett volna átalakítani, ami nem valósult meg (6. ábra);[11] ebben az összefüggésben nyilvánvalóvá vált volna, hogy itt nem valóságos, praktikus használatra szánt templommal

[11] Pogány Frigyes: Róma. II. kiadás, Bp. 1967. 210. kép a tervezett alaprajzról, 177—180. o. — B. Szűcs Margit: Az építészet története. Reneszánsz. Bp. 1986, 110. o. képe.



6. ábra. Bramante: a Tempietto eredetileg tervezett, meg nem valósult alaprajza, a kolostor-udvar kör alakú oszlopcsarnokká való kiépítésével

van dolgunk, hanem "nagyméretű, járható épület-szoborral", amelynek mondanivalója az oszlopcsarnok gyűrűjébe foglalt, mindhárom dimenzióban tökéletesen kiegyensúlyozott épülettömeg. A belső térben már megtörik a teljes térbeli egyensúly, mert valahol el kellett helyezni a bejáratot és az oltárt, az oltár jelenléte pedig már irányítottá teszi a teret, a teljes centrális szimmetriát megtöri. Sajátos cáfolata a reneszánsz statikus harmónia elvének éppen az egész kereszténység főtemploma, a római San Pietro, ahol minden idők legjelesebb mestereinek, Bramanténak, Michelangelónak tervei szerint felépített centrális templom szűkösnek bizonyult, és a tiszta elveket feladva utóbb hosszházat kellett hozzá építeni, a centrális teret a felve-

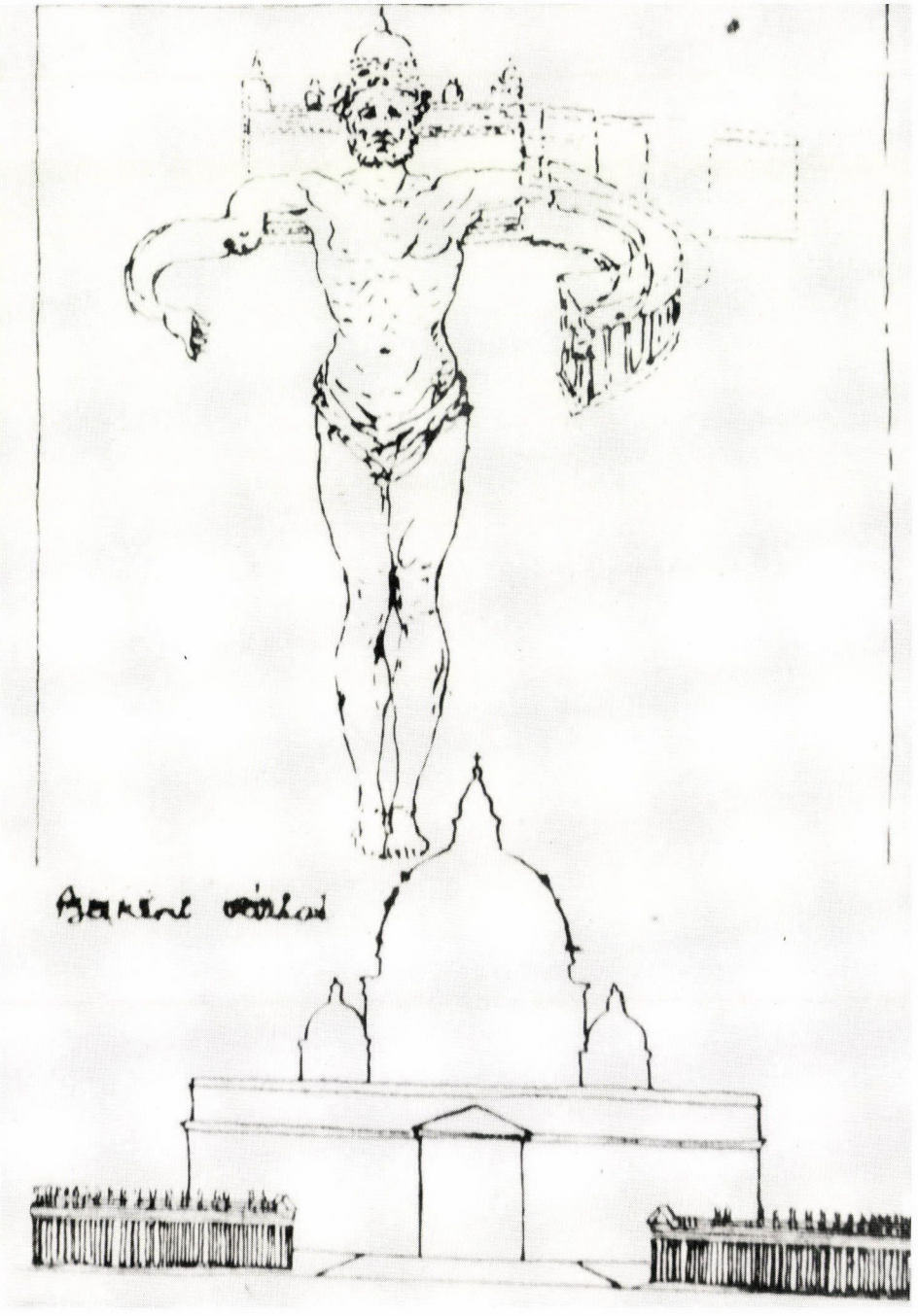
zető út → kitárulkozás → végcél három ütemű térszerkezetévé változtatva.[12]

Az antropomorf gondolat egyetlen általam ismert és komoly szándékú megvalósítása az a rajz, amit Bernini a San Pietro kolonnádhoz rajzolt (7. ábra). A kitárt kezű ember gesztusa valóban a mű vezérgondolata, de az emberalak csak elvi illusztráció.[13] Bernini nyilván nem gondolta, hogy egy ember valóban ellipszis alakúra tudja hajlítani a karját. A gondolat tehát antropomorf, de a megvalósítás egyértelműen építészi.

A történeti építészet tervanyagának csak elenyésző töredéke maradt fenn, ezek sem nyújtanak kellő támpontot a tervezés metodikájára és a tervekhez — esetleg — fűződő elméleti gondolatokhoz. Ezek a rajzok csak nagy óvatossággal használhatók fel a korabeli módszerek elemzésében. Sokkal fontosabbak a legújabb kori építészeti elemzések. Utóbbiak rendszerint egy-egy műemlék feltárása és helyreállítása melléktermékeként keletkeznek. Az ilyen rajzok hitelességét eleve meghatározza, hogy milyen pontos és mekkora léptékű felmérési terv állt rendelkezésre a restaurálás számára, másrészt az ilyen utólagos elvi rekonstrukciók fel tudják ugyan tárni az épületen jelen levő arányokat és összefüggéseket, de nem adhatnak választ arra a kérdésre, hogy a leolvasható szabályszerűségek közül mi szerepelt a tervező gondolatában, mi az, ami a többiből mintegy automatikusan adódik mint a fő rendszer következménye, és végül mi az, ami csak véletlenül alakult olyanra, ami korunkra maradt. E tényezők szétválasztását csak akkor lehet megkísérelni, ha az épület történetére más, nem építészeti adatok is következtetni engednek. Azonban minden korlátjával együtt is éppen a középkori épületek szerkesztési sémáinak vizsgálatában jelentős eredmények születtek. Mindamellett egy műemlék felmérése és aránytani elemzése olyan nagy időráfordítást igényel, hogy a ténylegesen helyreállított épületek mennyiségéhez képest elenyésző az elvégzett, még kisebb a publikált kutatások száma. Nehezíti a helyzetet, hogy egy nyomtatásban kiadott rajz léptéke, néha aránya is torzul a nyomdatechnika következtében, a kinyomtatott rajzok léptéke is olyan kicsi, hogy abból semmilyen komoly következtetést nem szabad levonni, így az olvasó nincs olyan helyzetben, hogy a szerző elemzését ellenőrizhesse.

[12] Pogány F., i. m., több helyen is leírja ezt a jellegzetes háromlépcsős térsorozatot, a San Pietro hajója — kupolatér — szentély, illetve a hozzá vezető út — Bernini kolonnádja és a templom esetében lásd 262—263. o.

[13] Dr. Bánát Istvánné—Kiss Józsefné: Újkori építészettörténeti ábraanyag. Egyetemi jegyzet, BME Építészmérnöki Kar, 1972. 92. o.



7. ábra. Vázlat a San Pietro kolonnádjához az ölelésre tárt karú ember szimbolikus ábrázolásával. Bernini rajza után

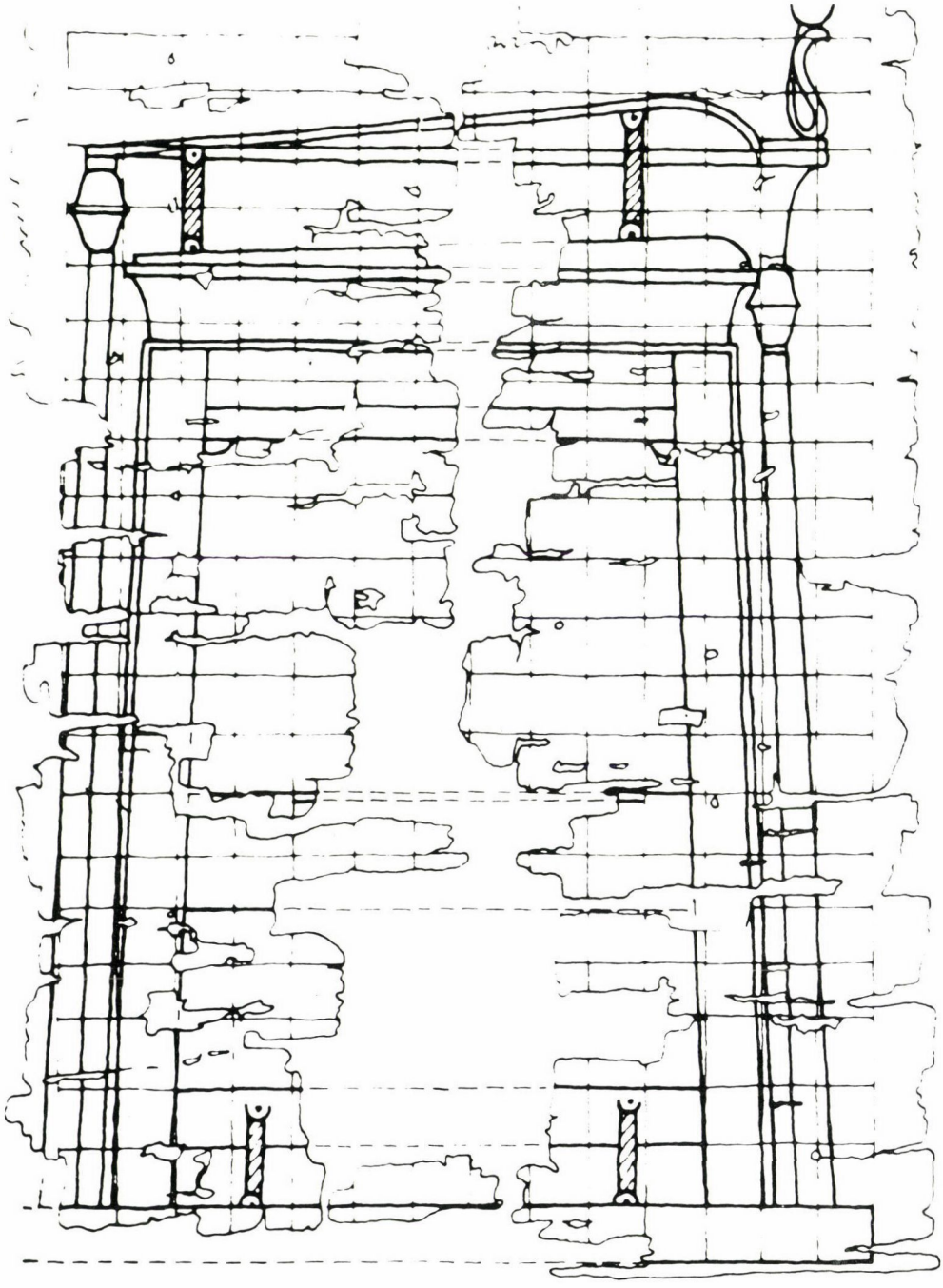
Mint a bevezetőben említettük, az építtetői szándék -- építészeti gondolat -- műszaki tervdokumentáció -- kivitelezett objektum folyamatának minden fázisában a tervrajz jelenti a legfontosabb összekötő szálat. A továbbiakban a tervrajzok készítésének és használatának néhány kérdésével fogunk foglalkozni.

A történeti építészetben a tervezés -- a kicsinyített síkbeli ábrázolás -- és a valóságos épület viszonyának rögzítésére három fő módszer terjedt el. Ezek közül kettő ("arányosító ábrázolás") csak az épület egészének és részeinek egymáshoz való viszonyát köti meg, és az arányosítás alapméretének -- a modulusnak vagy egy geometriai alakzat egyik oldalának -- megadásával válik az objektum meghatározottá, míg a harmadik közvetlenül a valóságos méret adatait jelöli meg. Általánosságban megállapítható, hogy egy adott korszak, illetve adott kulturális környezet ezek közül a megoldások közül egyet-egyet preferált, bár átfedések és átmeneti megoldások szinte mindenütt keletkeztek.

Az építészet legrégebbi korszakairól csak nagyon felületes képet kaphatunk. Az első olyan ábrázolások, melyek a tervkészítés módjáról némi fogalmat adnak, Egyiptomból származnak, és nem feltétlenül épülettervek. Néhány papiruszon négyzethálót láthatunk, ebbe a hálózatba van berajzolva a tervezett objektum képe (8. ábra).[14] Gyakorlati használatát rajzokon kívül[15] néhány festmény, dombormű és befejezetlen szobor igazolja, ahol pl. a megkopott festékréteg alatt előrajzolt négyzetháló látszik. Azonban a hálózat csomópontjai általában nem esnek egybe az ábrázolás jellemző pontjaival. Úgy látszik, ezt a hálózatot csak valamilyen segédeszköznek szánták, és használata úgy történhetett, hogy a leszámolt négyzetek megfelelő osztásába már szabad kézzel, becsléssel rajzolták be magát az alakot. E rajzok többsége festmény kartonja vagy bútor, egyéb kisművészeti tárgy rajzának tűnik. Annyit azonban biztosra vehetünk, hogy valamilyen terv nélkül nem épülhettek volna meg az egyiptomi építészet nagy és bonyolult alkotásai, feltehető, hogy e négyzethálókhoz hasonló segédeszközöket használtak az építészek is. Sajnos az egyiptológiai "szakirodalom" olyan mennyiségű hamis, túlzó és misztikus felfogású művet produkált, hogy szakszerű vizsgálatuk, áttekintésük és bírálatuk, értékelésük szinte lehetetlen, az egyiptomi építészet

[14] Hajnóczi Gyula: Az építészet története. Ókor. II. kiad. Bp., 1969. 102. ábra: négyzethálóba rajzolt épületterv (lehet, hogy bútor terve).

[15] Naredi-Rainer, Paul v.: Architektur und Harmonie. Zahl, Mass und Proportion in der abendländischen Baukunst. Köln, 3. átdolgozott kiadás, 1986. 49. ábra: trónoló alak rajza négyzethálóba rajzolva (Berlin, Ägyptisches Museum).



8. ábra. Egyiptomi épületterv négyzethálóba rajzolva

valóságos viszonyainak tisztázásához csak nagyon kevés műből kaphatunk támpontot.[16]

A többi ókori kultúra vizsgálatában még nehezebb helyzetben vagyunk, hiszen a romlandó anyagon készült tervrajzok fennmaradási esélyei az egyiptomiénál sokkal rosszabbak. Valóságos tervrajzról az ókori Hellaszból nincs is tudomásunk, Mezopotámiából és Rómából van néhány töredék, de pl. Vitruvius rajzai nem maradtak fenn. Arra vagyunk tehát utalva, amit Vitruvius szóban elmond, és amit újkori kiadói a szöveg alapján utánarajzoltak, azt azonban csak remélhetjük, hogy ezek valóban megfelelnek az ókori tervrajzoknak. Vitruviusból annyit mindenesetre teljes biztonsággal meg lehet állapítani, hogy a klasszikus ókori tervezői gondolkodás egy kiválasztott alapméret, általában az oszloptörzs alsó átmérője, a modulus osztásain és sokszorozásain alapult, és hogy az épületek egészének és részeinek viszonyát hosszú évszázadok próbálkozásain alapuló és egész számok arányaiként megfogalmazott tapasztalatok segítettek meghatározni.

A középkor vizsgálatánál már valamivel több forrással rendelkezünk. Csemegi József becslése szerint[17] kb. ezer terv maradt fenn a középkorból. Készült továbbá néhány írásos mű is, igaz, hogy ezek között nincs egységes és teljességre törekvő, enciklopédia jellegű mű, mint Vitruviusé az ókorra nézve. Úgy tűnik, hogy a középkor talán egyáltalán nem definiált a maga számára egységes építészetelméletet,[18] ilyen utalásokat legtöbbször teológusok és nem építészek írásaiban találni, ahol viszont az építészet egyes kérdései megemlítésének célja csupán a keresztény szimbolika egyfajta illusztrálása. Az ismert írások: Villard d'Honnecourt közismert vázlatkönyve,[19] L. Lacher "Unterweisungen"-jének kézirata későbbi másolatokban,[20] a kiadatlan és csak említésből ismert ún. Bécsi Mintakönyv[21] és Hans Hamer szintén kiadatlan vázlatkönyve, továbbá M. Roriczer három és Schmuttermayer egy kis nyomtatott füzete,[22] amelyekben egy-egy tipikus gótikus szerkezet: a fiálé és vimperga

[16] Hajnóczi: Ókor. I. m. egyiptomi fejezete az egyiptomi művészet és építészet történetét alaposan tárgyalja.

[17] Csemegi J.: A középkori építészet szerkesztési módszerei. A Magyar Művészettörténeti Munkaközösség évkönyve, 1953. Bp. 1954. 13—56. o.

[18] Tudomásom szerint dr. Sódor Alajos készülő disszertációjában fogja megkísérelni a középkori építészetelmélet rekonstrukcióját — már amennyire a középkorra ez a kifejezés egyáltalán alkalmazható.

[19] Hahnloser, Hans R.: Villard de Honnecourt. Wien, 1935, teljes kritikai kiadás.

[20] Seeliger-Zeiss, Annelise: Lorenz Lechler von Heidelberg und sein Umkreis. Heidelberg, 1967.

[21] Dr. Sódor A.: Roriczer... fiatorony könyve. I. m., 382. o., 1/o. lábjegyzet.

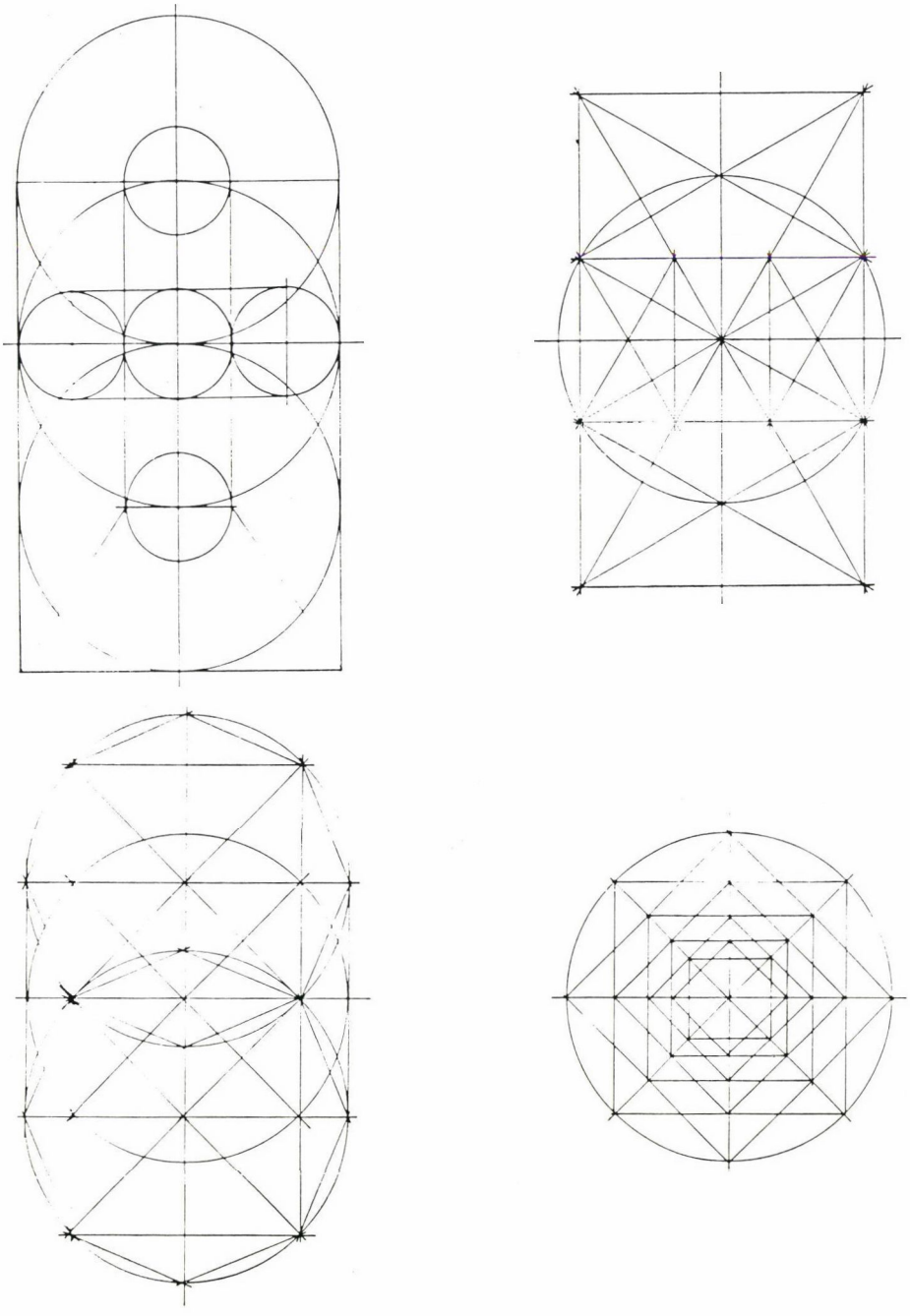
[22] Dr. Sódor Alajos három idézett munkája.

szerkesztését írják le. Minden felsorolt mű gyakorlati tapasztalatok gyűjteménye (Villardé bizonyára egyfajta "műhelykönyvvé" vált, amit utódai is használtak és folytattak), egyikük sem rendszerezett elméleti munka.

A középkori rajzokon legtöbbször nem látható semmilyen jel, amiből a valóságos méretre következtetni lehetne, sem lépték, sem a méretarány feltüntetése, sőt Schmuttermayer könyvének első soraiban mindjárt így kezdi: "először is csinálj egy négyzetet, mégpedig olyan nagyra, amilyenre akarod...".[23] Láthatóan az tehát az elgondolása, hogy a bemutatott módszert tetszés szerint, a mindenkori szükségletnek megfelelő méretben lehet végrehajtani. Vitruviusszal ellentétben azonban nem egész számok arányait említi, hanem mindenekelőtt készíttet egy segédábrát, ahol egy négyzetbe írt kisebb négyzetek sorozatát állítja elő. A léptéksor aránya tehát mai fogalmaink szerint $1:\sqrt{2}$, az irracionális szám fogalmát azonban a középkori építész nem ismerte, sőt a középkori matematikus sem. A középkori rajzokról nemcsak a lépték hiányzik, hanem legtöbbször a szerkesztés is (Roriczer többször említi, hogy "a felesleges vonalakat töröld ki..."), néhány esetben azonban megmaradtak a segédvonalak. Ezek és Roriczerék könyvei bizonyítják, hogy a középkor jellemző tervezési módszere azon alapult, hogy körzős-vonalzós szerkesztéssel állították elő a tervrajzot, a kitűzés pedig a rajzolás valóságos, nagy léptékben való megismétlését jelentette. Megjegyezzük egyébként, hogy ez a felismerés volt a művészettörténet egyik legkorábbi eredménye, a szerkesztések jelentőségét már a múlt században felismerték, azonban a fent már említett előítéletek: az "egyedül üdvözítő egyetlen módszer" keresése és az abszolút harmóniával kapcsolatos nézetek a szerkesztéstan vizsgálatát is sokáig tévútra vitték. Középkori épületek felmérései, helyreállításai és kiszerkesztésük ma már nagyon sok épületre és részletre készültek, e téren született talán a legtöbb eredmény a régi építészet elvei és módszerei vizsgálatában. Mindamellett -- mint már utaltam rá -- a valóban pontos és részletes elemzés pontos felméréseket, nagyon sok időt és munkát igényel, és minden esetben egyedileg kell megvizsgálni, hogy a talált összefüggés a tervezés során alkalmazott eljárás-e vagy annak automatikus következménye, esetleg csak véletlen.[24] Általánosságban azonban teljes biztonsággal ki lehet jelenteni, hogy a középkor tervezői gondolkodásában a geometria, a körzős-vonalzós

[23] Dr. Sódor A.: Schmuttermayer... I. m., 202. o.

[24] A szerző saját gyakorlatában, a csarodai templom elemzése során fedezett fel egyidejűleg érvényesülő kvadratúrás szerkesztőhálót és teljes aranymetszés-sort a templom alaprajza, magassági méretei és részletei között.



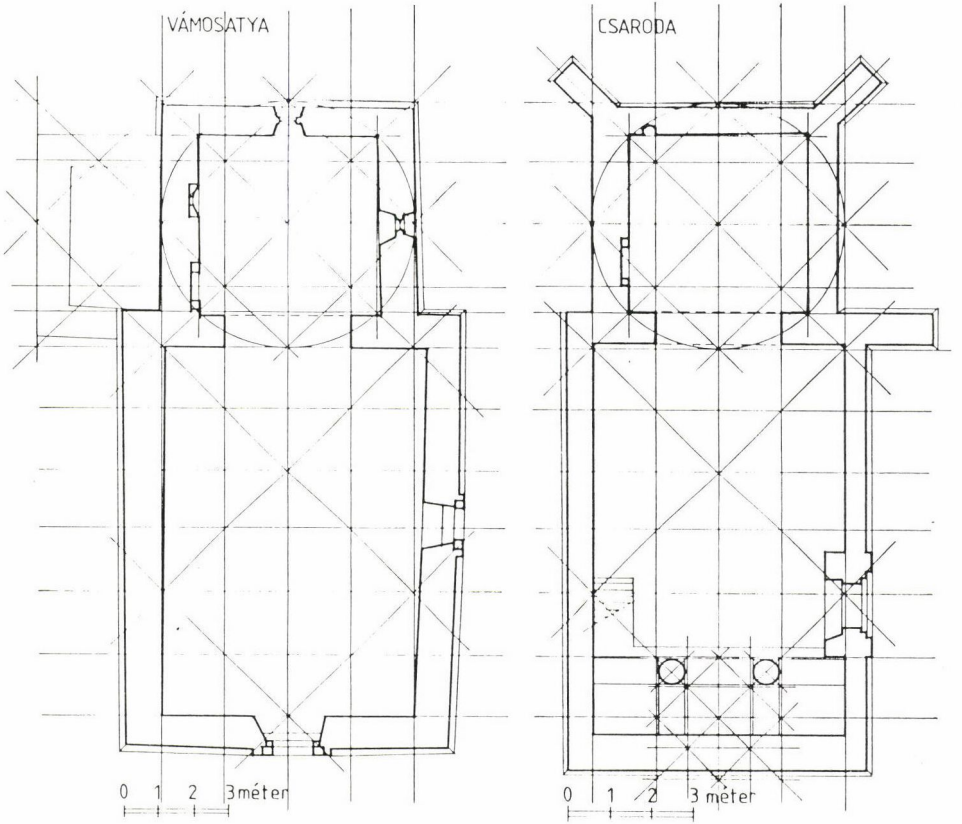
9. ábra. Néhány alapséma a középkori szerkesztések közül: két egymásba forgatott kvadratúra ("Achtort"), szerkesztés egymást metsző kvadratúrákkal és nyolcszögek, a trianguláció alapsémája egymás felé fordított egyenlő oldalú háromszögekkel és szerkesztés egymást érintő körökkel

szerkesztés volt az uralkodó, és a terv elvileg tetszés szerint valós méretben megvalósulhatott.

Mindamellett a középkor elméleti geometriai tudása nem volt magas szintű. Sok, ma primitívnak számító feladatot egyáltalán nem tudtak korrekt módon megoldani, például nem ismerték a szabályos ötszög szerkesztését sem, bár több közelítő eljárást kidolgoztak rá. A középkori Baugeometrie néhány nagyon egyszerű lépést alkalmazott csak, ezek kombinálásával azonban nagyon sokféle, változatos épületet tudtak előállítani. A középkori szerkesztések alapfeladatai a következők voltak: egyszerű négyzetháló osztásai és sokszorozásai, a négyzetbe beírt kör és az átlók metszéspontjának kitűzése (az ún. kvadratúra), amely az $1:\sqrt{2}$ arányt valósítja meg, és kifelé-befelé egyaránt a végtelenségig sokszorozható méretsorozatot alkot, továbbá az egyenlő oldalú háromszög és a beírt és köréírt háromszögek (a trianguláció), amely a kvadratúrához hasonlóan végtelen arányosító sorozatot eredményez, az $1:\sqrt{3}$ arány szerint (9. ábra). Természetesen a középkor építészete nem ismerte a négyzetgyök fogalmát, és ki sem tudta fejezni az előállított négyzetgyökös mennyiségek számszerű értékét, lerajzolásuk és gyakorlati alkalmazásuk azonban a pontos definíció ismerete nélkül is lehetséges.

A csarodai és a vámosatyai templomok elemzésekor további észrevételeket is tehettünk.[25] Mindkét alaprajz 10x4 négyzetből álló hálóba rajzolható be. Ez akár arányszámok szerinti tervezést is jelenthetne, de a szentély falvastagságánál már egyértelművé válik, hogy geometriával van dolgunk, a falvastagságot ugyanis a szentély köré rajzolt kvadratúra tűzi ki. A két alaprajz kismértékben különbözik ugyan, de rokonságuk nyilvánvaló (10. ábra). Az eltérést az okozhatta, hogy Vámosatyán nem épült torony, emiatt a hajó hosszának megállapításakor a háló másik metszéspontját jelölték ki. A négyzet oldalának aránya a két templom között igen jó közelítéssel 5:6, a közös osztó 289 mm, ami megfelelhet a láb méretének. Sejthető tehát -- ha nem is bizonyítható --, hogy a két templomot ugyanaz a műhely, de legalábbis ugyanaz a stíluskör építette. A kapcsolat azt is bizonyítja, hogy az egyszer kialakított szerkesztési rendszert az alapméret megfelelő megválasztásával tetszőleges abszolút nagyságban lehetett alkalmazni, Csarodán tehát 5, Vámosatyán 6 láb lehetett a szerkesztési alapméret. Egyúttal az is látható, hogy az egységes alapelvek betartása mellett is volt lehetőség eltérések kialakítására, a konkrét helyi igények érvényesítésére.

[25] Komjáthy Attila: Református templom helyreállítása, Csaroda. Magyar Építőművészet 1978/1, 46—51. o. — Komjáthy Attila: Felső-Tiszavidéki templomok. I. Bp. 1983, II. tábla. — Hoppe László: A vámosatyai református templom helyreállítása. Műemlékvédelem XXX. (1986) 3, 161—175. o.



10. ábra. A vámosatyai és csarodai templomok összerajzolt alaprajza azonos szerkesztőhálóval, de különböző léptékben. A négyzet oldala Csarodán 5 láb, Vámosatyán 6 láb. A szerző rajza

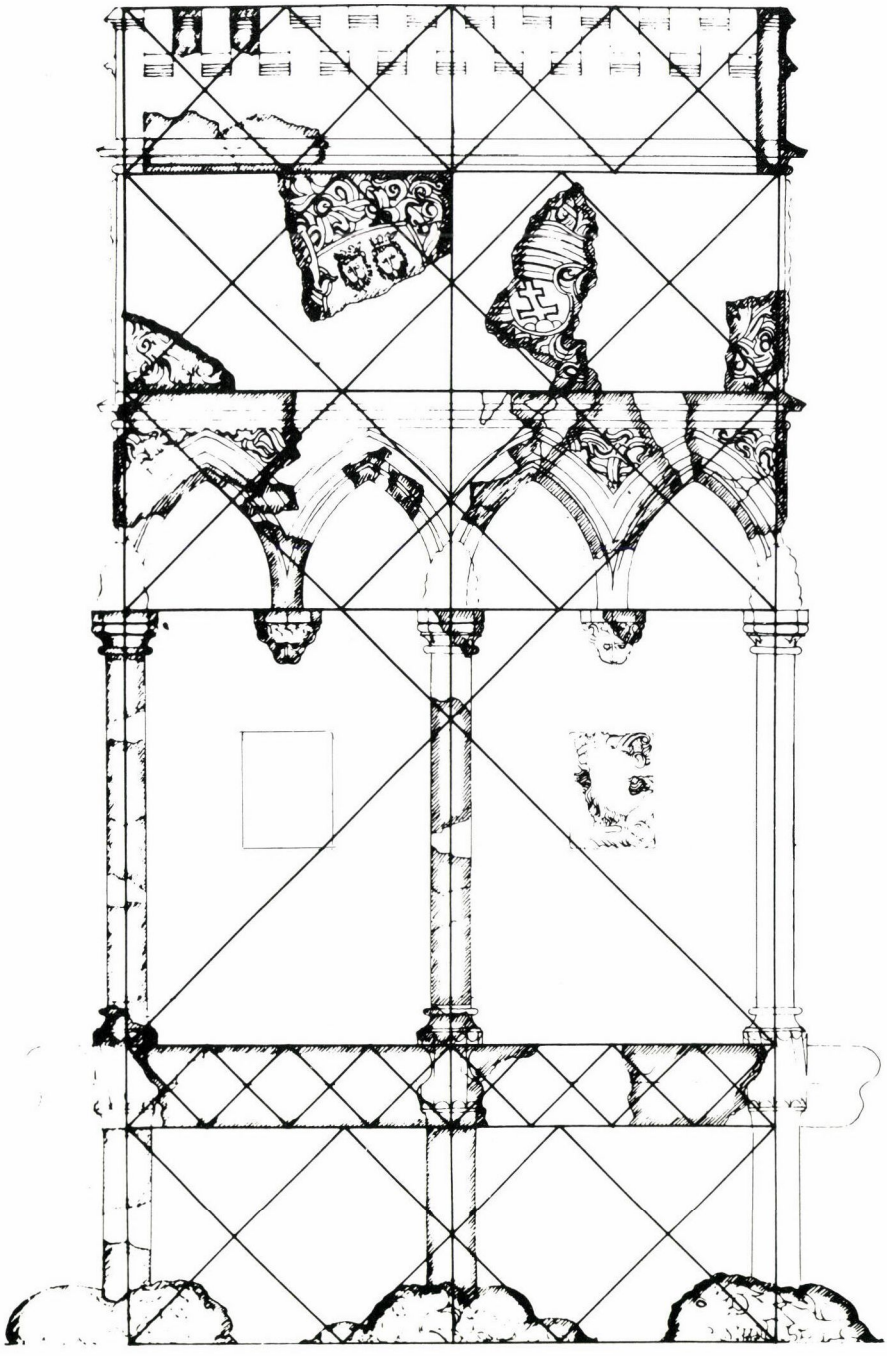
Néhány esetben azonban óvatosnak kell lennünk. Gyakran nehéz eldönteni, hogy egy összefüggést geometriának vagy egész számok arányának tekintsünk-e. Mindjárt a legrégebbi fennmaradt tervrajz, a St. Gallen-i kolostorterv mutatja, hogy a belerajzolható (ha ugyan rajzolható) 160x160 karoling láb méretű négyzethálózat egyaránt jelentette azt, hogy "legyen ugyanolyan széles, mint amilyen hosszú", vagy azt, hogy "rajzolj egy négyzetet".[26] Még érdekesebb Szakál Ernő rajza a visegrádi Mátyás-féle oroszlános falikútról (11. ábra),[27] amelynek nézetrajzába négyzeteket lehet rajzolni, de a feladat szavakkal is elmondható: "Legyen a kút olyan magas, mint amilyen széles! Felső harmadát oszd négy részre és készítsd el benne a csúcsíveket, majd még egy harmadban faragd ki a címereket! Fölötte egy negyed részben faragd ki a pártázatot! Legyen a tál vastagsága egynyolcada a szélességnek, a láb magassága pedig még egy harmad!" A kút terve tehát egyformán megfogalmazható geometriai hálóval és egész számok arányával is. Ez a felismerés arra figyelmeztet, hogy a különböző tervezési módszerek között átfedések és keveredések is vannak, és hogy a régi építész nem fogalmazta meg magában szabatosan, hogy geometriai vagy moduláris módszert követ-e, hanem mindenkor a feladatnak és saját felkészültségének megfelelően igyekezett a megoldást megkeresni. Mátyás udvaráról mindenesetre más források alapján is tudjuk, hogy a gótikus és reneszánsz (középkori és humanista) vónások sajátos módon éltek együtt.

Roriczer és Schmuttermayer gondolkodása is sajátos kettősséget mutat, vélhető, hogy ez is a reneszánsz szellem valamilyen hatása, hiszen könyveik megírásakor, a XV. század végén már Európa széles térségein elterjedt a humanista gondolkodás és a reneszánsz stílus, hatása alól a német mesterek sem tudták kivonni magukat. Mindketten úgy kezdik a szerkesztést, hogy egy segédábrán felrajzolnak egy kvadratúra-sort, a továbbiakban pedig e méretsor egyes elemeiből válogatnak és azokat mérik fel valahányszor az egyik tengelyre (12. ábra). Itt tehát a moduláris tervezés "valamilyen méretet N-szer felmérni" gondolata rakódik rá a tiszta geometrikus, kvadratúra-rendszerre. Végül pedig legkésőbb az építkezés megkezdésekor legalább egy valóságos méretet mindenképpen meg kellett adni, bármilyen módon készült is a terv.

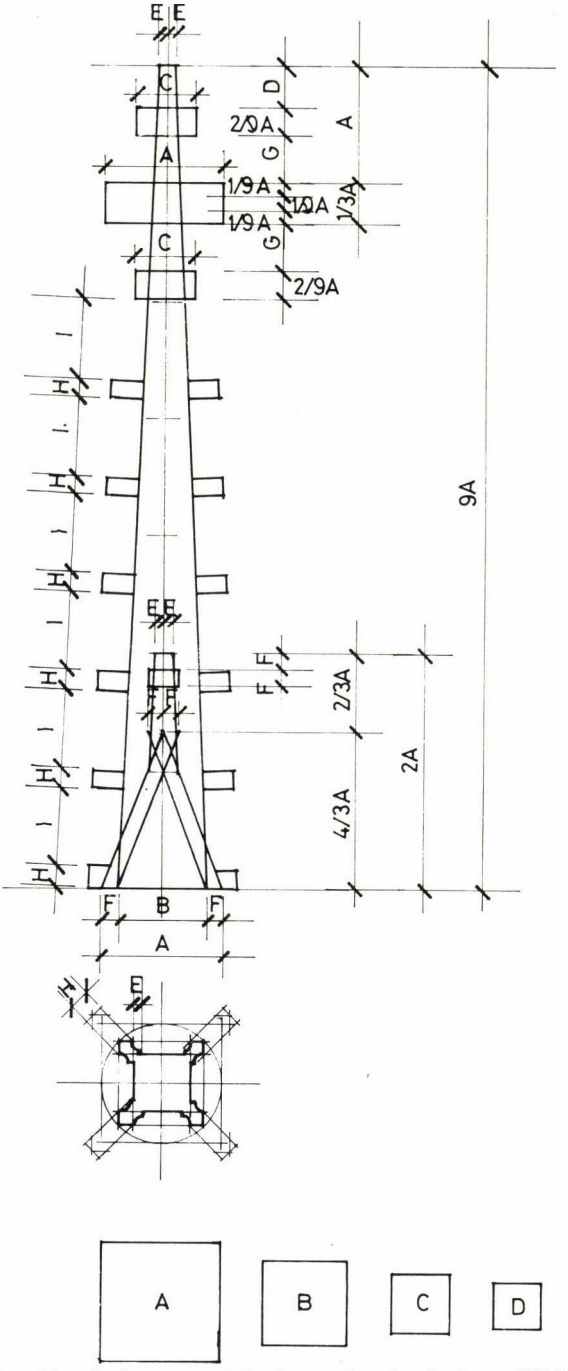
A reneszánsz és az újkor -- Vitruviusra támaszkodva -- ismét a moduláris tervezési módszert követte. Erről már bőséges eredeti forrásanyaggal rendelkezünk, hiszen a reneszánsz korától kezdve nagy számmal írtak építészetelmé-

[26] Horn, Walther—Born, Ernest: The Plan of St. Gall. Los Angeles—London, 1979.

[27] Szakál E.: Mátyás király oroszlános díszkútjának rekonstrukciója. Művészettörténeti Értesítő, Budapest (1959).



11. ábra. A visegrádi oroszlános falikút szerkesztőábrája. Szakál Ernő rajzának reprója, OMF Fotótár



12. ábra. Fiálé szerkesztése Roriczer szerint. A szerző rajza Roriczer "Fiálé könyvecskéje" leírása alapján. Vö. Sódor A.: Roriczer ... fiatorony könyve, i. m.

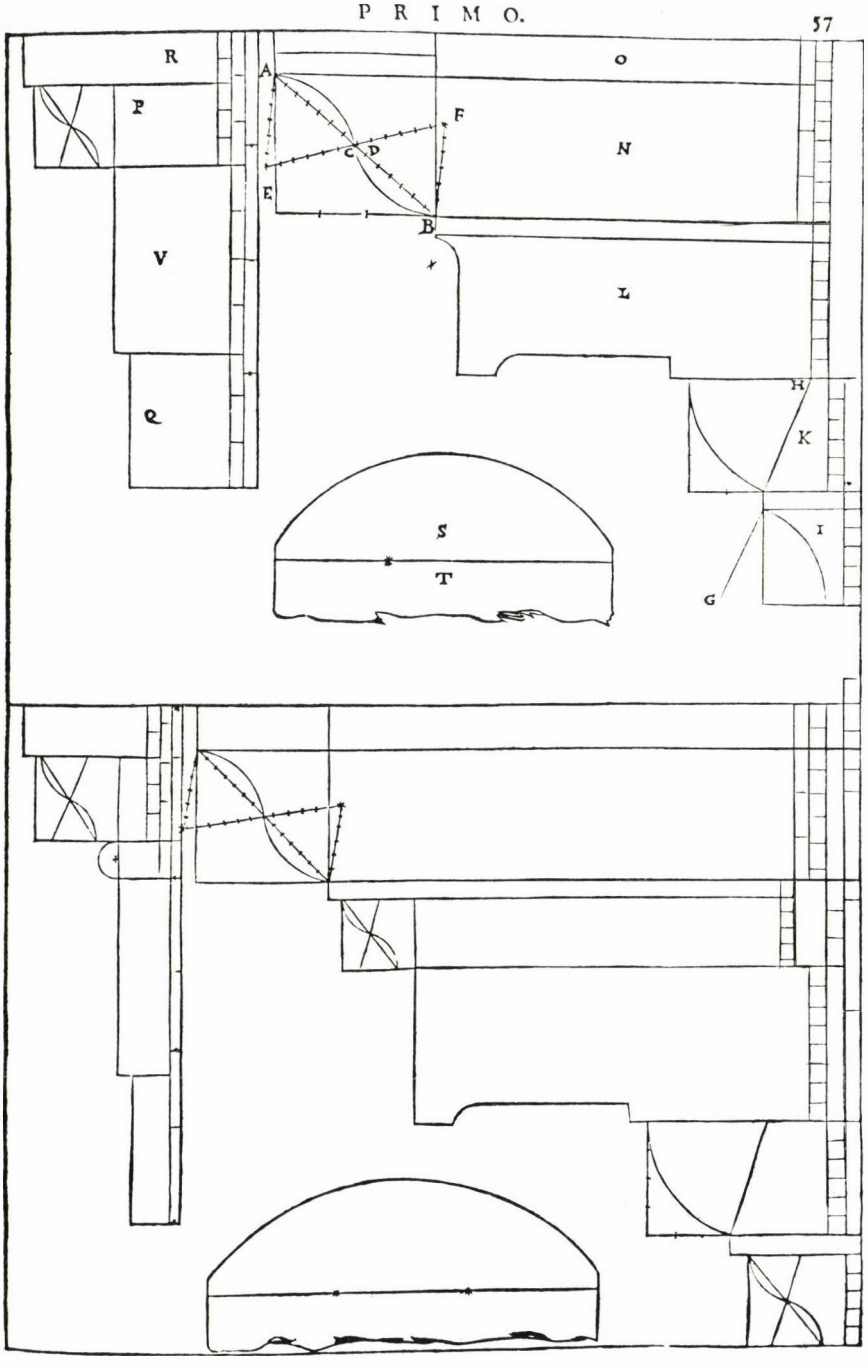
leti műveket praktizáló építészek és filozófusok, esztéták, miközben megjelentek az első építészeti tankönyvek is. Ezek között valóságos, Vitruviusével megegyező műfajú, teljességre törekedő enciklopédiák is vannak.

A moduláris méretezési módszer alapmérete, a modulus általában az oszloptörzs alsó átmérője, ennek osztásai és sokszorozásai határozzák meg az épület összes többi méretét. Jellemző ugyanakkor, hogy az egyes adatokat általában nem az eredeti modulusból adják meg, hanem a közvetlenül megelőző méretből. Így előfordul, hogy -- mai észjárásunkkal -- pl. a modulus 17/19-ének 4/5 részét kell három részre osztani, ami az eredeti modulusból kifejezve bonyolult törtszámokat adna: a modulus 255/285-e, 204/285-e és 68/285-e. Az egyes méretek tehát itt is egymásból következnek, és -- akár a középkori kvadratúra-sorok kifejtésénél -- nem lehet kihagyni a méretezés egyetlen lépését sem, mert a következő méret az előzőből adódik. Sok könyv részletesen taglalja az építészet szabályait és méretezési recepteket, szabályokat is ad. Palladio rajzán pl. a rajz szélén látható téglalapok jelképezik a méret osztását. Jellemző módon ugyanezen a rajzon azt is megfigyelhetjük, hogy a kima középpontjait nem ma természetesnek tűnő módon, a szakaszfelező merőleges megrajzolásával készíti el, hanem a húr 7/6-át adja meg sugárként (13. ábra).[28] Így a betartandó szabály és a megvalósítására való módszer egy és ugyanazt a műveletet jelenti.

A szigorú matematikai szabályosságot sem a középkor, sem a reneszánsz nem vette komolyan. Lényegében "az eredmény szentesíti az eszközt" elve alapján minden olyan fogást felhasználtak, ami célravezetőnek látszott. A középkori geometria sok közelítő szerkesztést használt (legtöbb esetben nem is ismerték a matematikailag pontos megoldást), és egy eljárás akkor felelt meg, ha a hiba az építési kitűzés megkövetelt hibahatárán belül esett. Palladio is mutat "törvénytelen" eszközöket. Az oszlop sudarasodásának szerkesztésére több ókori és reneszánsz, barokk módszer is ismert, ő azonban egy gyakorlati fogást ajánl: meghajlított rugalmas pálca mentén kell az oszlop entházisát megrajzolni (14. ábra). Az elmélet tehát sohasem jelentett korlátot, inkább eligazítást, és tág teret adott az építész invenciójának és az építtető kívánságainak.

A barokk kevés újat hozott a reneszánsz moduláris arányosító módszerével szemben. Jellemzően azonban előkerültek a -- középkoritól egyébként teljesen független -- geometriai módszerek is. Ennek oka, hogy a barokk bonyolult alakú épületeit és szerkezeteit nem lehetett egyszerű arányosító eszközökkel

[28] Palladio: Négy könyv az építészetről. Ford. Hajnóczi Gábor. Bp., 1982.



13. ábra. Párkány szerkesztése Palladio szerint. Az AB szima sugara a húr 6/7 része. Ugyanitt a bal felső sarokban az architráv látható; a kis téglalapok alapján az architráv magasságának 3+4+3 tizedét kell venni, ebből a kima és a zárólemez a 3/10 rész 3 és 2 ötöde. Palladio, i. m., 76. o.

DE' CINQVE ORDINI, CHE VSARONO gli Antichi. Cap. XII

CINQVE ſono gli ordini de' quali gli Antichi ſi ſeruirono, cioè il Toſcano, Dorico, Ionico, Corinthio, e Compoſito. Queſti ſi deono coſi nelle fabriche diſporre, che'l più ſodo ſia nella parte più baſſa: perche ſara molto più atto à ſoſtentare il carico, e la fabrica venirà ad hauere baſamento più fermo: onde ſempre il Dorico ſi porrà ſotto il Ionico: il Ionico ſotto il Corinthio; & il Corinthio ſotto il Compoſito. Il Toſcano, come rozo, ſi vſa rare volte ſopra terra, fuor che nelle fabriche di vn'ordine ſolo, come coperti di Villa: ouero nelle machine grandiſsime, come Anfitheatri, e ſimili: le quali hauẽdo più ordini queſto ſi ponerà in luogo del Dorico ſotto il Ionico. E ſe ſi vorrà tralaſciare vno di queſti ordini, come ſarebbe, porre il Corinthio immediate ſopra il Dorico; ciò ſi potrà fare, pur che ſempre il più ſodo ſia nella parte più baſſa per le ragioni già dette. Io però partitamente di ciaſcuno di queſti le miſure, non tanto ſecondo che n'inſegna Vitruuio, quanto ſecondo c'ho auuertito ne gli edificij Antichi: ma prima dirò quelle coſe, che in vniuerſale à tutti ſi conuengono.

DELLA GONFIEZZA, E DIMINVTIONE DELLE Colonne, de gli Intercolunnij, e de' Pilaſtri. Cap. XIII.

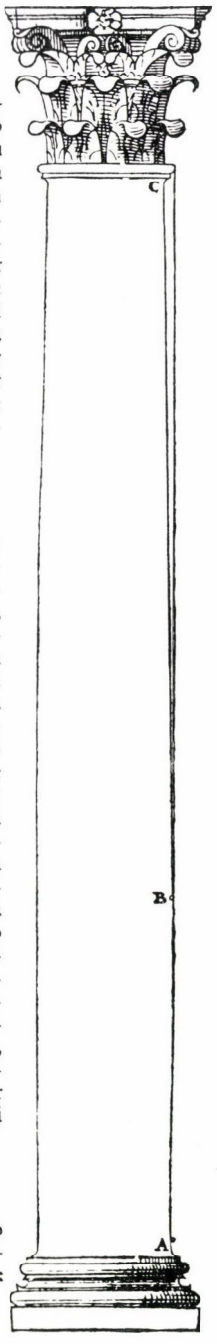
LE COLONNE di ciaſcun'ordine ſi deono formare in modo che la parte di ſopra ſia più ſottile di quella di ſotto, e nel mezo habbiano alquanto di gonfiezza. Nelle diminutioni s'oſſerua, che quãto le colonne ſono più lũghe, tanto meno diminuiſcono, eſſendo che l'altezza da ſe faccia l'effetto del diminuire per la diſtanza: però ſe la colonna ſara alta ſino à quindeci piedi; ſi diuiderà la groſſezza da baſſo in ſei parti e meza, e di v.e meza ſi farà la groſſezza di ſopra: Se da xv. à xx. ſi diuiderà la groſſezza di ſotto in parti vij. e vj. e mezo ſarà la groſſezza di ſopra: ſimilmente di quelle, che ſaranno da xx. ſino à trenta; ſi diuiderà la groſſezza di ſotto in parti viij. e vij. di quelle ſarà la groſſezza di ſopra: e coſi quelle colõne, che ſarãno più alte; ſi diminuiranno ſecõdo il detto modo per la rata parte, come c'inſegna Vitruuio al cap. ij. del iij. lib. Ma come debba farſi la gõfiezza nel mezo; non habbiamo da lui altro che vna ſemplice promeſſa: e perciò diuerſi hanno di ciò diuerſamente detto. Io ſono ſolito far la ſacoma di detta gonfiezza in queſto modo. Partiſco il fuſto della colonna in tre parti eguali, e laſcio la terza parte da baſſo diritta à piombo, à canto l'eſtremità della quale pongo in taglio vna riga ſottile alquanto, lunga come la colonna, ò poco più, e muouo quella parte, che auanza dal terzo in ſuſo, e la ſtorco fin che'l capo ſuo giunga al punto della diminutione di ſopra della colonna ſotto il collarino: e ſecondo quella curuatura ſegno: e coſi mi viene la colonna alquanto gonfia nel mezo, e ſi raſtrema molto garbatamente. E benche io non mi habbia potuto imaginare altro modo più breue, & eſpedito di queſto, e che rieſca meglio; mi ſon nondimeno maggiormente cõfermato in queſta mia inuentione, poi che tanto è piaciuta à meſſer Pietro Cattaneo, hauendogliela io detta, che l'ha poſta in vna ſua opera di Architettura, con la quale ha non poco illuſtrato queſta profeſsione.

A, B, La terza parte della colonna, che ſi laſcia diritta à piombo.

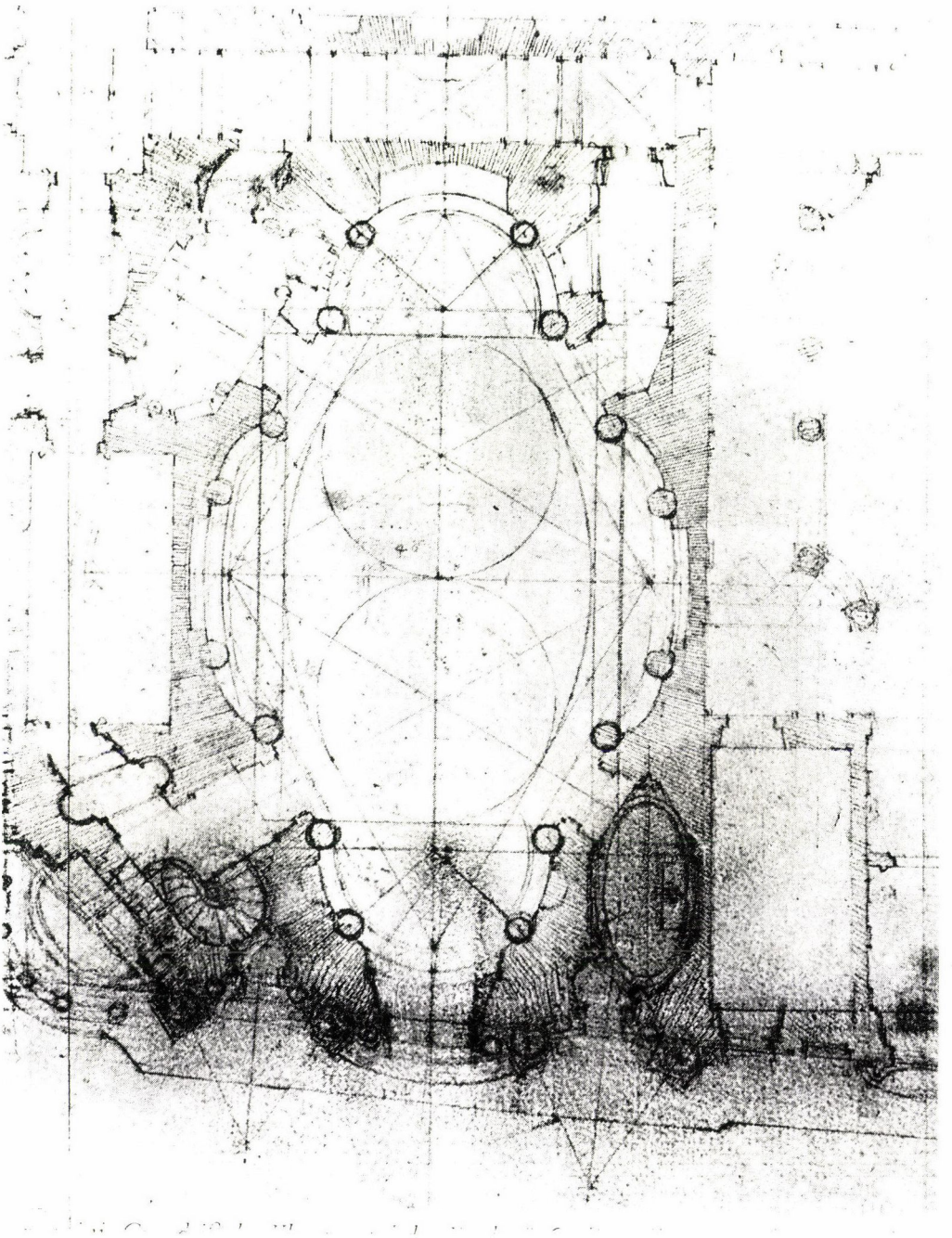
B, C, I due terzi che ſi vanno diminuendo.

C, Il punto della diminutione ſotto il collarino.

Gli intercolunnij, cioè ſpatij fra le colonne ſi poſſono fare di vn diametro e mezo di colonna, e ſi toglie il diametro nella parte più baſſa della colonna; di due diametri; di due, & vn quarto; di tre, & anche maggiori:



14. ábra. Entházis rajzolása Palladio módszerével: az A és B pontokon megfogott hajlékony pálca görbülete mellett kell a sudarasodást megrajzolni. Palladio, i. m., 27. o.



15. ábra. Borromini: a San Carlo alaprajza háromközéppontú kosárgörbével szerkesztve. A geometriát hangsúlyozza, hogy a sraffozás iránya is a középpontokba mutat

meghatározni. Borromini San Carlója (15. ábra)[29] vagy Guarini bordás kupolái, a tört és hullámzó alaprajzok vagy oromfalak már csak körzős-vonalzós technikával határozhatók meg, nem lehet a metszéspontok térbeli koordinátáiad egyszerű arányszámokat adni.

További érdekes megfigyeléseket lehet tenni már Vitruvius módszerének vizsgálatakor is. Az oszlopok méretezésénél például olyan módosító tényezőket javasol,[30] amelyek az entházis relatív méretét (modulusban kifejezve) az oszlop tényleges, lábban kifejezett magasságától teszik függővé:

Oszlopmagasság	Felső átmérő	Architráv magasság
< 15 láb	5 / 6 Mod.	1/2 Mod.
15—20 láb	$5\frac{1}{2}$ / $6\frac{1}{2}$ Mod.	1/13 mag.
20—30 láb	6 / 7 Mod.	1/12,5—1/12 mag.
30—40 láb	$6\frac{1}{2}$ / $7\frac{1}{2}$ Mod.	1/11,5—1/11 mag.
40—50 láb	7 / 8 Mod.	1/10,5—1/10 mag.

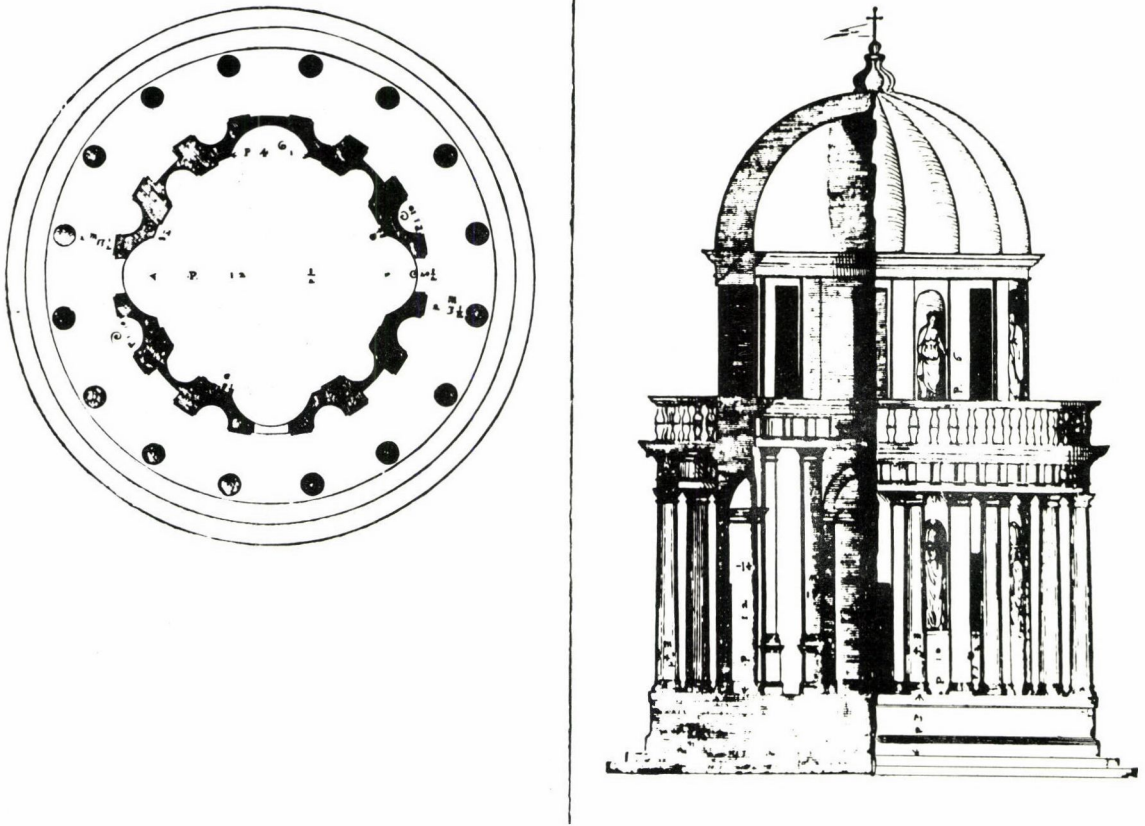
Az ilyenfajta "optikai korrekció", amely egyébként az ókori görög, sőt egyiptomi építészettől kezdve sok helyen megfigyelhető, arra mutat, hogy a valamelyik arányosító módszerrel elméletileg tetszőleges méretben megvalósítható épület kitűzésénél figyelembe kellett venni a valóságos méretet is. Hasonló eset pl. Lachernél is előfordul a középkor végén: az ablak osztásainak távolságát nem aránnyal, hanem közvetlenül lábban adja meg, mert tudja, hogy az ablak szilárdsága az üveg és az azt összefogó pántok szilárdságán múlik, és ez független az épület méretétől.[31]

Volt azonban minden kor építészének egy olyan feladata, amit semmilyen arányosító módszerrel nem lehetett megoldani, csak a valós mértékegységben kifejezett mérőszámokkal, és ez a régi épületek felmérése. Mivel semmilyen módon nem lehet kitalálni egy álló, létező épület tervezésének alapelveit, felmérni csak akkor lehet, ha a méréshez saját mértékegységünkben kalibrált eszközt, mérőrudat, mérőszalagot használunk. A pontos mérés és felszerkesztés után már meg lehet kísérelni a kompozíciós rendszer megállapítását, és

[29] Naredi-Rainer, i. m., 114. ábra közli a San Carlo alaprajzát, ahol triangulációs szerkesztést és háromközéppontú kosárgörbét látunk.

[30] Vitruvius, i. m., III. könyv IV. fejezet 12. pont, 80. o. és V. fejezet 8—9. pont, 90. o., lásd a táblázatot.

[31] Csemegi, i. m., 46. jegyzet: Lacher szerint az ablak szélessége a pillértávolság 3/5-e, az ablakosztó kőrács távolsága pedig 2 láb, mivel utóbbi az üveg szilárdságától függ. Vö. Reichenspergher: Versmischte Schriften über christliche Kunst. Leipzig, 1856. 133. o.



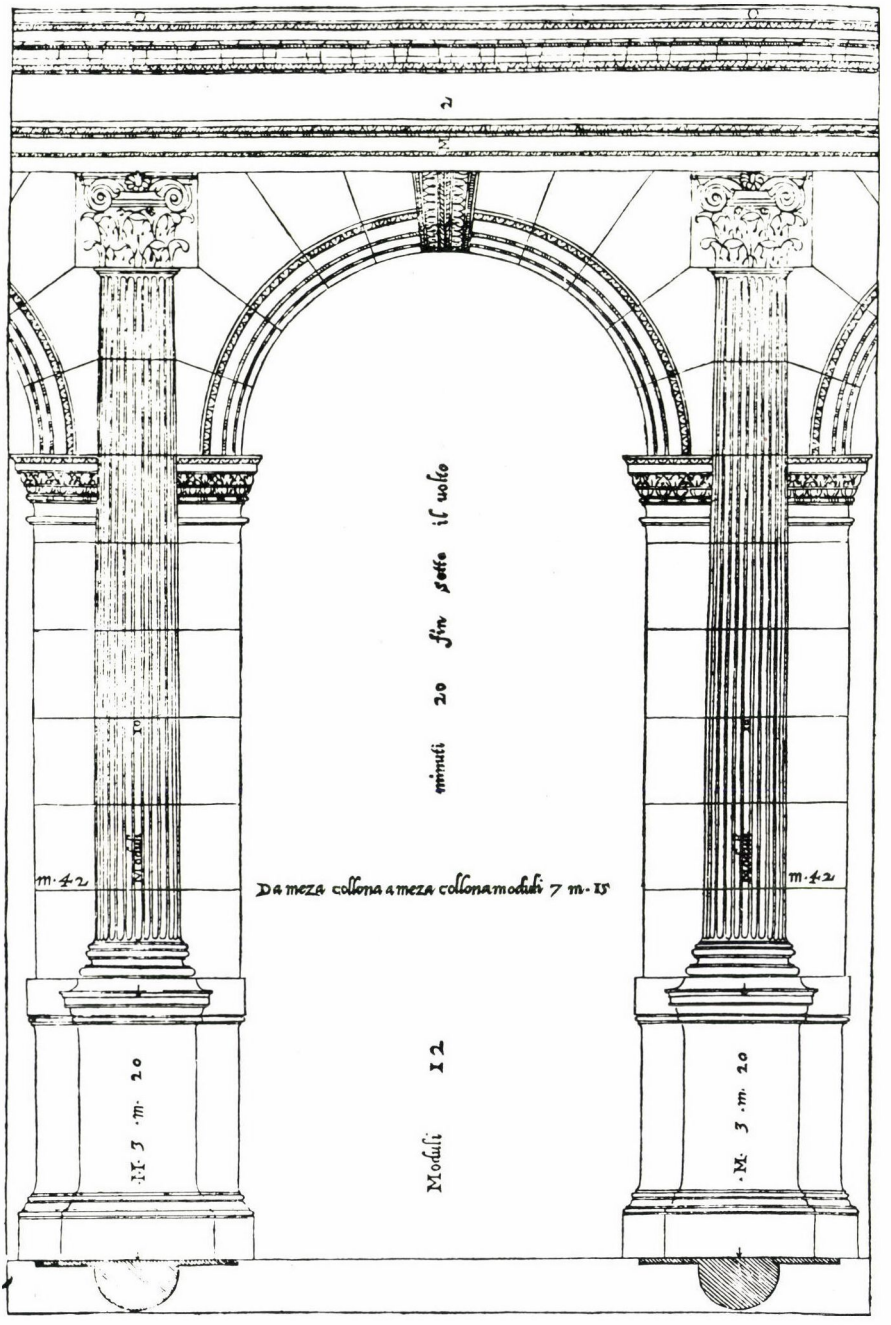
16. ábra. Palladio felmérése a Tempiettóról, valós mértékegységben (vicenzai lábban) kottázva. Palladio, i. m., 294. és 295. o.

fel lehet rajzolni az épület szerkesztési sémáját, meg lehet határozni a részek egymás közötti viszonyát, az ezt leíró arányszámpárokat, de magát a mérést csak a saját mértékegységünkben lehet elvégezni (16. ábra). Így a reneszánsz korában -- az első olyan korban, amikor meglévő épületeket a műszakilag pontos megismerés igényével kezdtek el vizsgálni, vagyis a mai értelemben felmérni -- megjelent a rajzokon a mértékegység is, és kialakultak a méretezett rajzok készítésének szabályai. Régi épületek vizsgálata, kutatása esetén tehát már a reneszánsz kortól létrejöttek a felmérésnek azok az eszközei, amelyeket a mai napig szinte változatlan formában használunk. A felmérések publikálásának igénye pedig szükségessé tette, hogy a rajzokon be lehessen mutatni a méreteket is.

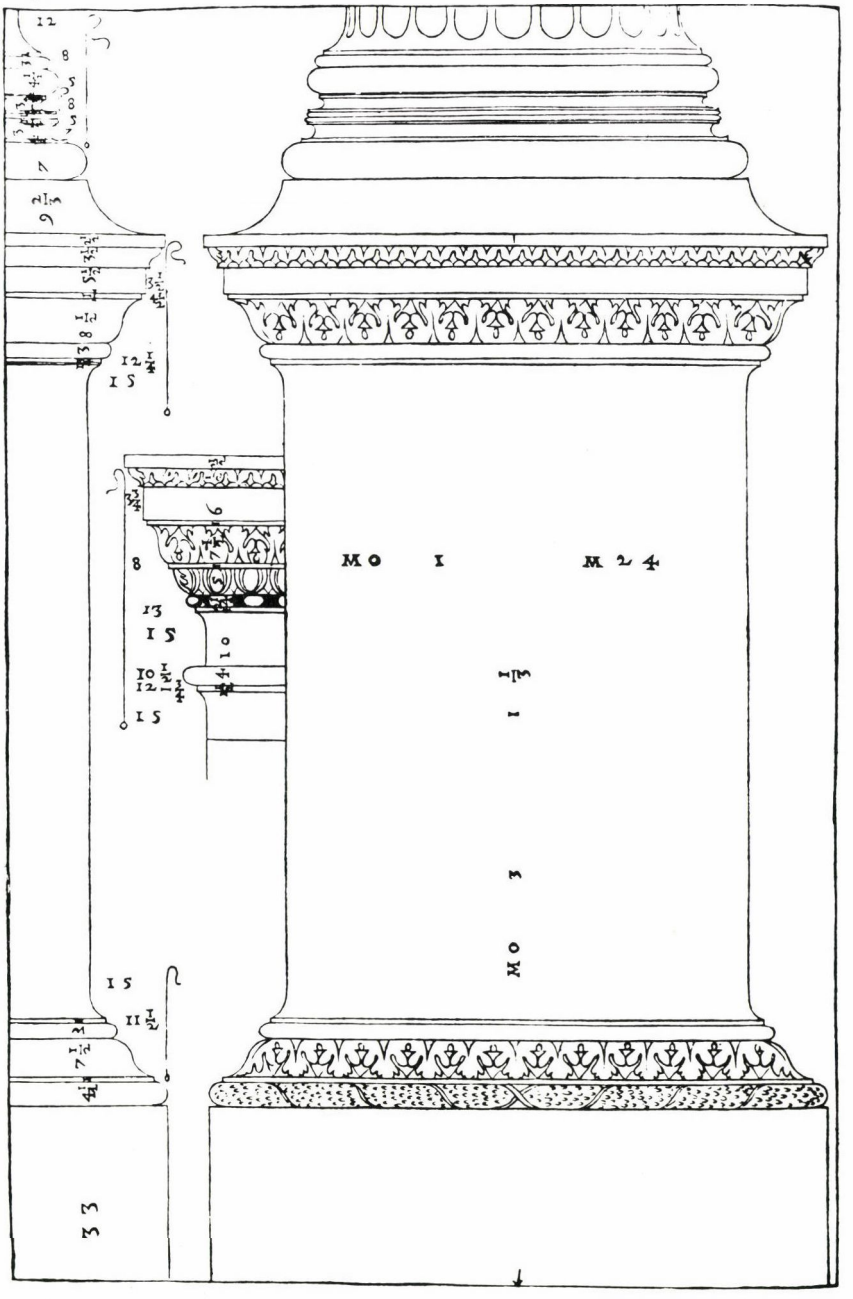
Palladio könyvének rajzain már rendszeresen látható a méret jelölése lábban és hüvelykben, legalábbis azokban az esetekben, amikor valóságos, megépült épületeket mutat be. Ugyanakkor pl. az oszloprendek magyarázatánál, ahol az alapelveket mutatja be (17., 18. ábra) önkényes mértékegységet használ a moduláris tervezési rendszer szerint: a kívánatos méreteket -- Vitruvius után és rá hivatkozva -- "Moduli" és "Minutti", vagyis a modulus és a "modulusperc", a modulus 1/60 része függvényében jelöli meg,[32] míg más esetekben a tervezés menetének leírásakor a korábban már valamilyen módon meghatározott épületszerkezet méretét használja fel a következő méret meghatározásához (vö. 13. ábra).[33] Palladio vicenzai lábban és hüvelykben megadott kottái elsősorban a fő méreteket jelölik meg, és tájékoztatást nyújtanak az épület fő dimenzióinak megértéséhez (19. ábra), kivitelezésre azonban a mai értelemben nem alkalmasak, a részméretek meghatározásához vagy további részletrajzokra volt szükség, vagy az arányozás szabályainak ismeretére, az egy-egy hosszúsági és szélességi méret, ami az alaprajzokon megjelenik, csak nagy általánosságban jelent támpontot a kivitelezés számára. Abban az esetben tehát, ha az építész nem személyesen irányította a kivitelezést, a pallér saját elméleti ismereteire és tehetségére volt utalva, és a fő méretek leolvasása után a részleteket saját ismeretei alapján kellett megoldania, amiben a léptékhelyes homlokzati és metszési rajzoktól csak általános eligazítást kaphatott, részletes adatokat már nem. Ugyanakkor Palladio a rajzokon

[32] Palladio, i. m., 29. o. szerint 1 Modulus 60 egység, de a dór rendszerben a modulus az oszlop átmérőjének fele és 30 percre osztódik.

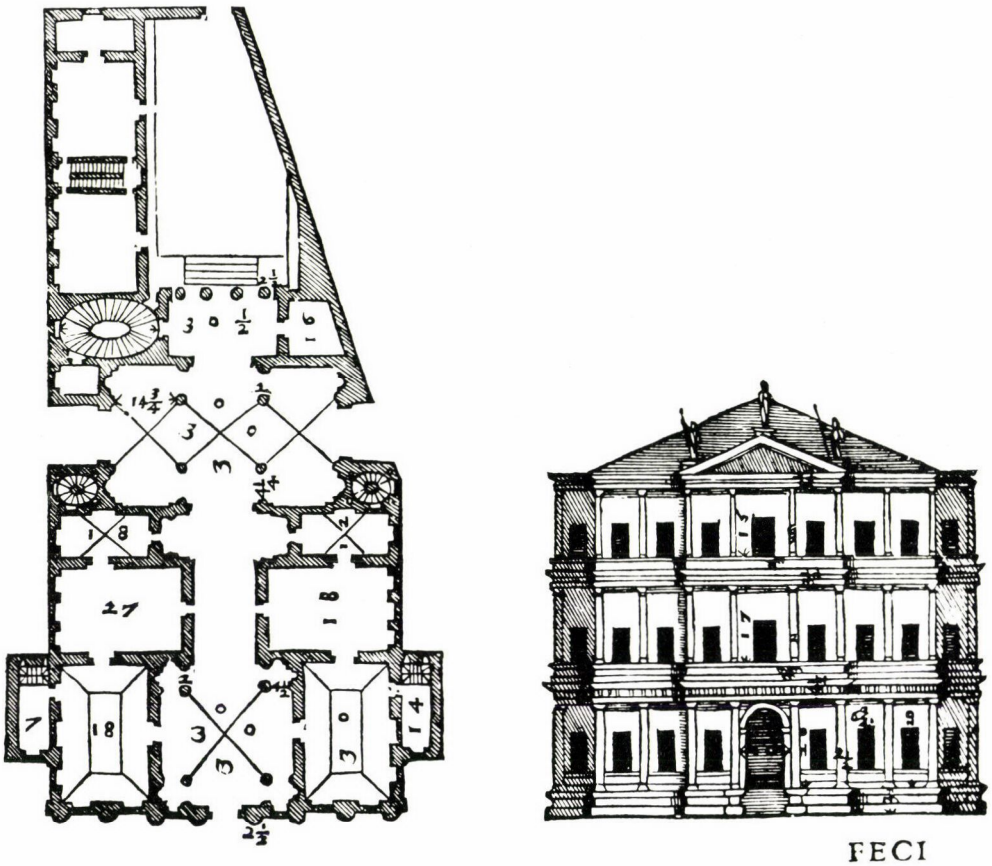
[33] Palladio, i. m., 76. és 78. o. ábrái, ahol az alakzat mellett rajzolt téglalapokkal mutatja be a részek osztásait. Szóban megfogalmazva: 77. o. pl.: "A tagozott szakasz hét részre oszlik: egy az astragal, és ami marad, ismét nyolc részre oszlik: abból három a fordított hullámtag, három a hajlat és kettő a zárólemez." Tehát a hat hetedrészt kell újabb nyolc részre osztani stb.



17. ábra. Palladio ajánlása a kompozit oszloprendhez, modulusban és percben méretezve. Palladio, i. m., 60. o.



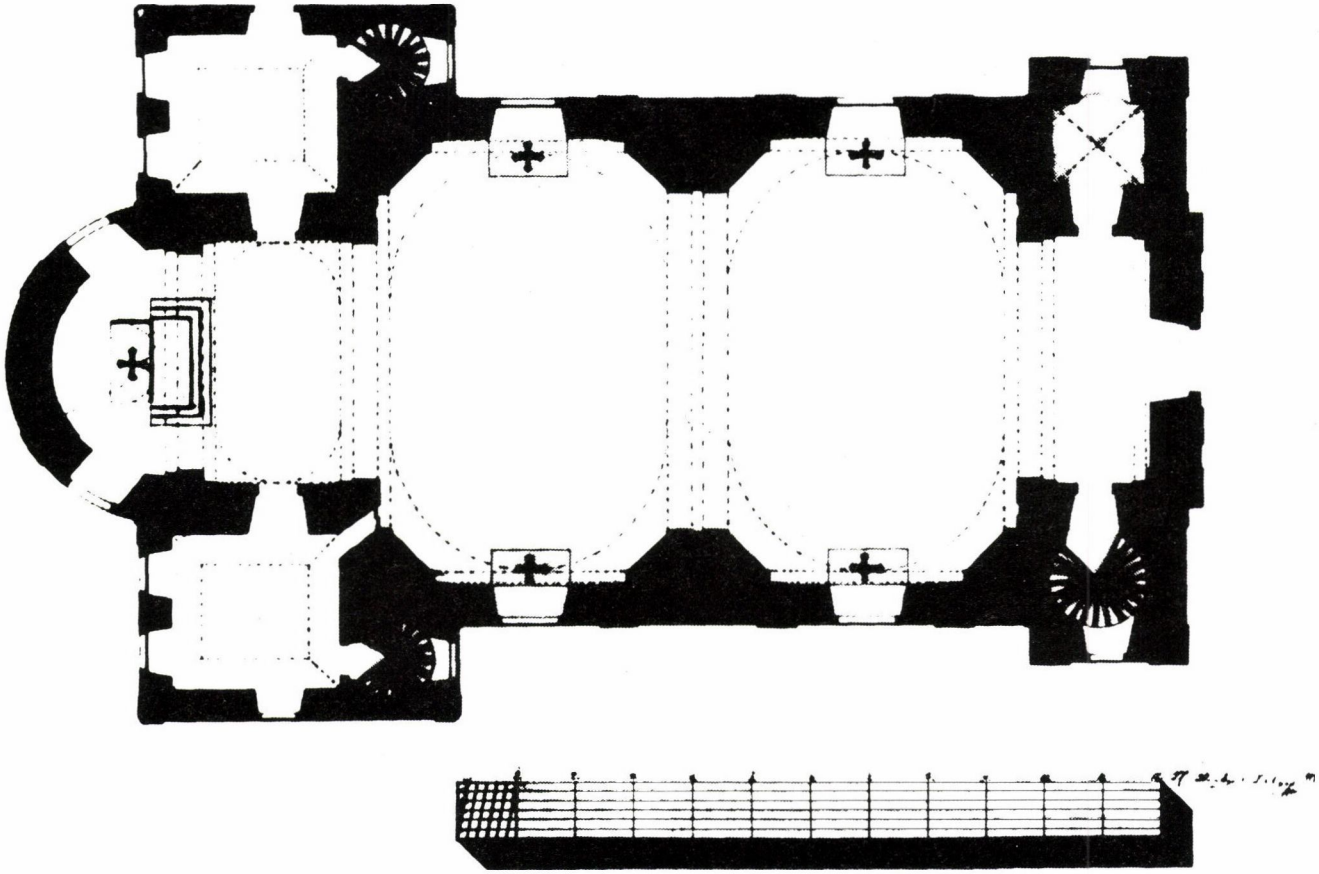
18. ábra. Palladio ajánlása a kompozit oszloprendhez, lábazat terve modulusban és percben méretezve. Palladio, i. m., 62. o.



19. ábra. Palladio saját tervének ismertetése, a főbb befoglaló méretek lábakban kottázva. Palladio, i. m., 165. o.

kottázott tervek magyarázatánál, pl. az egyes helyiségek leírásakor nem méretadatokat közöl, hanem a szélesség, hosszúság, magasság arányszámait. Úgy látszik tehát, hogy a tervezés során arányszámok szerint gondolkodott, és a lábban kifejezett méret csupán a tervezés végeredménye.

A valóságos méret jelölése a barokk kori terveken válik uralkodóvá, először talán a térképeken, ezek nyomán az épületterveken is. Legkorábban a grafikus léptékek különféle formáival találkozunk (20. ábra). Ezek használata úgy történik, hogy a rajzon körzőnyílásba vesszük a kívánt méretet, és a léptékhez illesztve megkeressük, hányadik osztással esik egybe. Az átlós grafikus léptékkel már igen kifinomult módon, három értékes jegy pontossággal lehetett a méretet leolvasni, feltéve, ha maga a rajz elég pontos volt. Igazán egzakt módon, minden szubjektív tényezőtől és a rajzoló és rajzot ol-



20. ábra. Átlós grafikus lépték alkalmazása barokk kori terven. (Bácsalmás, Rk. templom terve. Kelényi György: Az Építészeti Igazgatóság és a "hivatalos" építészet Magyarországon a XVIII. század végén. In: Művészet és felvilágosodás. Bp. 1978.)

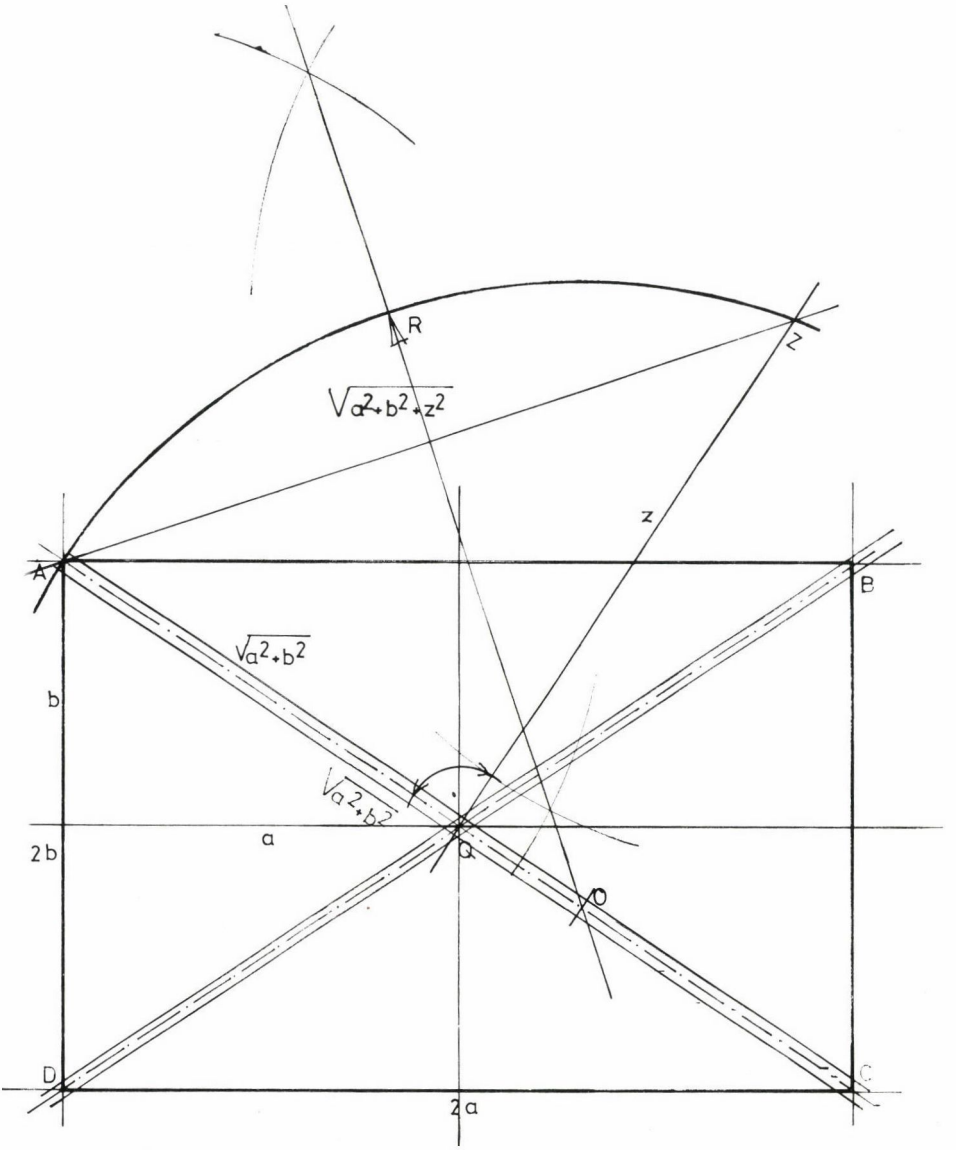
vasó ismereteitől függetlenül azonban csak akkor lehet a méreteket egyértelműen meghatározni, ha a közvetlen mértékegységben való kottázást alkalmazzuk. Ez a gyakorlat a történeti építészet méretmeghatározó módszerei közül a harmadik, legkésőbben kialakult, és ma is használt. Itt már lényegtelen, hogy a tervező milyen gondolatmenettel döntött el egy méretet, a rajzon csak a szerkesztés, mérés, számítás vagy bármilyen más gondolatmenet végeredménye jelenik meg, és szükségtelen, hogy személyes kontaktus vagy megegyező műveltség kösse össze a tervezőt és a megvalósítót.

Az arányosító módszerek akkor válnak végérvényesen használhatatlanná, amikor az épület anyagai és szerkezetei közül egyre többet kell a piacon készen kapható, előregyártott anyagok és szerkezetek (akárcsak az országosan egységes méretű téglafajták) közül kiválasztani. Ide hatnak az ugyancsak valós méretben meghatározott szabályzatok és tervezési előírások követelései is, végül ez az egyetlen olyan módszer, amit az építkezés egyre kiterjedtebb résztvevői köre, több tucat szakma művelője egységesen tud értelmezni. Még az oszlop méreteit is milliméterben kell megadni, ha nem az építkezésen dolgozó kőfaragó, hanem egy esetleg más városban székelő kőfaragóüzem készíti, munkás talán nem is tudja, hogy hova, milyen épületre kerül majd az általa készített munkadarab, még kevésbé, hogy mekkora volt ott a "modulus" mérete.

A történeti építészetben tehát három módszert találtunk a tervezett objektum méreteinek meghatározására, ezek közül kettő arányosító és csak az alapméret megadása után válik konkréttá, a harmadik közvetlenül a mértékegységben megadott méreteket közli. Az arányosító módszerek közül a modulárisat jellemzően a klasszikus ókor, a reneszánsz és a barokk használta, a geometriai, körzős-vonalzós szerkesztéseket pedig a középkor és — szükségletei szerint néha — a barokk. A mértékegységben kottázott tervkészítés pedig a múlt század közepétől kezdve napjainkban is uralkodik. Megállapítható az is, hogy valamilyen mértékben minden korszakban jelen volt mind a három eljárás, de mindenki a feladatának legmegfelelőbbet preferálta. Gyakori az is, hogy egyetlen épületen jelentkezik egyszerre több módszer, míg legalább egy kiinduló méretet minden esetben valósan is meg kellett adni.

Az egyes módszerek használatának okai a következők:

1. A feladat természete. A legegyszerűbb gótikus szerkezet, pl. egy téglalap alakú helyiség keresztboltozatának magassága matematikai képlettel olyan kifejezést ad, amit a középkor építészete, sőt matematikusa sem tudott megoldani, míg a kiszerkesztés csak néhány körív megrajzolását jelenti (21. ábra). Az egyszerű oszlopos-gerendázatos, legfeljebb félköríveket alkalmazó



$$R = \frac{a^2+b^2+z^2}{2\sqrt{a^2+b^2}}$$

BOLTOZATI BORDA ADOTT: ALAPRAJZ, MAGASSÁG (a, b, z)

1. A BORDA ALAPRAJZÁRA Q-BŐL FÖLMÉRNI z-T → Z
2. AZ $\overline{AZ}$ FELEZŐ $\perp$-E KITŰZI A BORDA KP.-JÁT: O

21. ábra. Téglalap alakú helyiség boltozatának szerkesztése és számítása. Az oldalak fél mérete a és b, a magasság pedig y. A megoldás bonyolult négyzetgyökös kifejezés, míg a szerkesztés egyetlen szakaszfelező merőleges megrajzolásából áll. A szerző rajza

klasszikus és reneszánsz építészet jól működött arányszámokkal, de egy bonyolult alakú barokk szerkezetet már megint geometriával lehetett csak meghatározni. Bármelyik stílusban alkalmazott voluta spirálját pl. csak kiszerkeszteni lehet, számolni nem.

2. A számtani és mértani ismeretek viszonya. A körző és vonalzó használatát bizonyára már az építészet legkorábbi szakaszaiban is ismerték, ugyanakkor pl. Palladio számára egy négyzetgyökvonás megoldhatatlan feladatot jelentett, ha a végeredmény nem egész számra adódott.[34] A barokk korban a kosárgörbe szerkesztésére rengeteg megoldás volt használatban, ma zsebszámológéppel könnyen kiszámolunk egy öt középpontos kosárgörbét, míg ugyanezt megszerkeszteni a mai építészek egy része nem is tudja.

3. A munka szervezete. Minél messzebb esik egymástól a tervező és megvalósító, annál fontosabb, hogy saját szubjektumuktól független, egységesen értelmezhető tervekben érintkezzenek egymással. Ha a tervező esetleg maga kivitelez, mint a középkorban, csak néhány elvi emlékeztető ábra és műhelyrajz kell, míg az építőanyag-gyárnak egzaktul megfogalmazott megrendelést kell küldeni. Ugyanígy a szakmák differenciálódása is oda hat, hogy nagyon sok különböző ember között kell egyértelmű közvetítő nyelvet találni. Ezek a tényezők a valós mértékegységben kottázott terveket követelik meg.

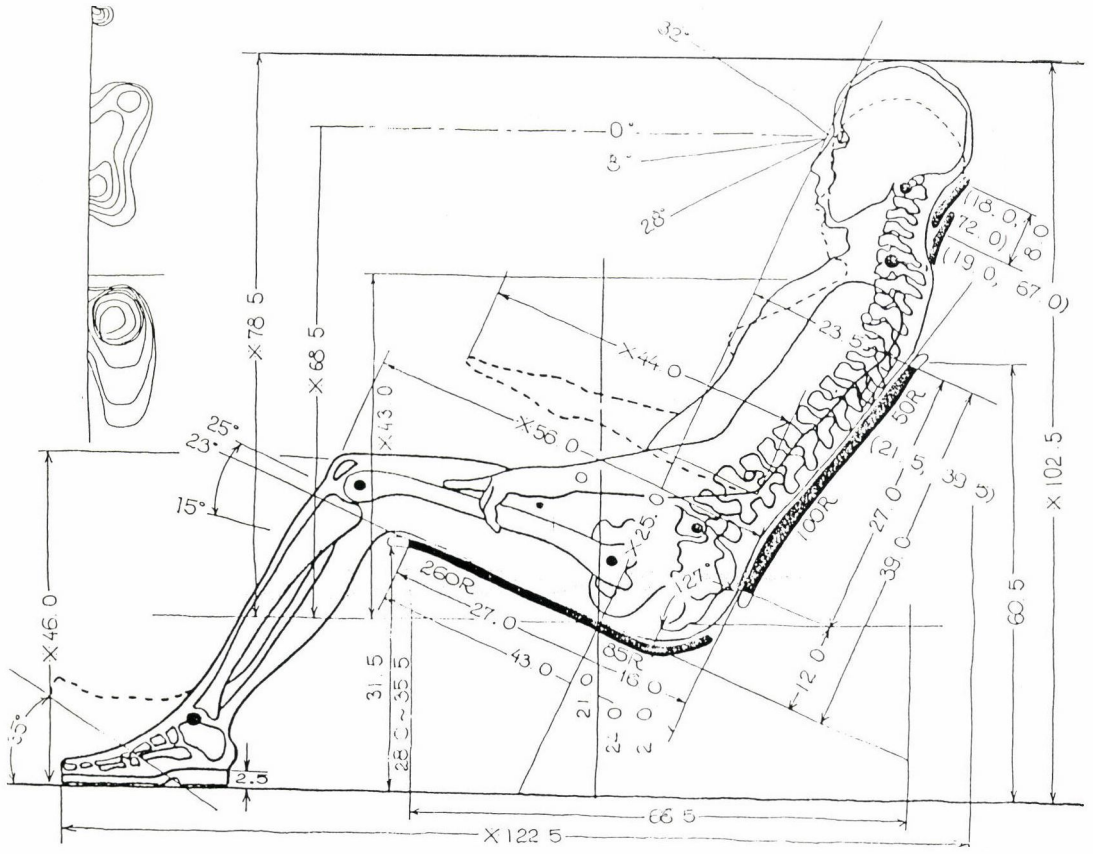
4. A helyszínen készülő és készen vásárolt anyagok aránya. Helyszíni munka esetén még a tégla méretét is egyedileg lehet megtervezni, ma azonban mindenkinek igazodnia kell a 6,5x12x25 cm-es téglamérethez.

5. A korszerű, fiziológiai szempontok szerinti tervezés (22. ábra), továbbá a szabványosítás és az építési szabályzatok. Ezek általában valós mértékegységben teszik meg követeléseiket, betartásukhoz is ugyanabban a mértékegységben kell tervezni.

6. Az egységes (decimális) mértékegységek szerepe. Egy arányosító módszerrel készült tervet elvileg több példányban meg lehet építeni, mindenhol különböző, az adott helyen használt mértékegység alapján. A minden országban egységesen elfogadott és egyformán értelmezett mértékegység-rendszer teszi lehetővé, hogy mindenhol egyformán értelmezhető tervek készüljenek. Az egységes mértékegység ugyanakkor ki is kényszeríti a maga használatát.

Befejezésül megemlítjük, hogy napjainkban kirajzolódik egy újabb, negyedik tervkészítési metódus lehetősége is. A szerelt építéstechnológiák, a na-

[34] Palladio, i. m., 69. o. Eszerint az egyik lehetséges megoldás a helyiség magasságára az oldalak mértani közepe: $m = \sqrt{a \cdot b}$. "De megjegyzendő, hogy nem lehet mindig számokban megkapni ezt a magasságot." A közölt számpélda természetesen olyan, hogy az eredmény egész szám legyen.



22. ábra. Fiziológiai méretek fotel méretezéséhez. Az Iparművészeti Főiskolán terjesztett oktatási segédanyag után

gyon magas szintű előregyártás és a számítógéppel támogatott tervezés újfajta tervrajzokat eredményezhet, amelyek már nem is hasonlítanak a mai, hagyományos "pallértervekhez". A tervdokumentáció szerelési (elrendezési) vázlatokká és elemkonszignációk sorozatává bomlik, hagyományosan kottázott rajzokra nincs is szükség, hiszen a kész épületszerkezetek gyártási mérete adott, belőlük az összes többi méret automatikusan következik. Természetesen a készen vásárolandó szerkezeteket sem kell tervrajzban megtervezni, hanem a gyártó katalógusából kell az elemek típusjeleit kiválasztani. Valójában így csak magas szinten tipizált építészet tervezhető, az egyedi, különleges épületek bizonyára ezután is hagyományos tervekből épülnek, a műemlékek védelme során pedig mindig az egykori, eredeti tervezői metodikához illeszkedve kell a helyreállítást megtervezni.

KOMÁRIK DÉNES "FESZL FRIGYES, 1821—1884" CÍMŰ DOKTORI ÉRTEKEZÉSÉNEK VITÁJA

(1992. december 7.)

A doktori értekezés tézisei

Az értekezés célkitűzése, tudományos előzményei

A magyarországi romantika legjelentősebb építészének, Feszl Frigyesnek szinte teljesen ismeretlen életútját és alig ismert munkásságát e disszertáció kíséreli meg először monografikus igénnyel az olvasó elé tárni. A legszűkebb szakterület számára munkásságának mérföldkövei s néhány részlete -- ha több-kevesebb pontatlansággal is -- ismeretesek voltak ugyan, de szélesebb körben már alkotó pályáját -- az egy Vigadót kivéve --, valamint személyét az ismeretlenség homálya övezte. Ezen a hiányon igyekszik ez a mű segíteni azáltal, hogy minden eddiginél részletesebben és teljesebben mutatja be a nagy mester életét és működését, mind az építészettörténeti kutatás, mind az őt csupán egyremekműves alkotóként ismerő szélesebb olvasóközönség számára.

Feszl munkásságára irányuló csaknem két évtizedes kutatásunk, valamint az egész korszakkal való több évtizedes foglalkozásunk rendkívüli mértékben hozott napvilágra adatokat, bizonyítékokat, tárt fel összefüggéseket, tisztázott problémákat. Kívánatosnak és szükségesnek látszott tehát, hogy ezek -- bármennyire igaz is, hogy egy kutatás végérvényesen soha nem zárható le -- mielőbb hozzáférhetővé váljanak, illetve az általuk s a korábbi eredmények birtokában immár lehetséges árnyalt és megbízható Feszl-pályakép az építéstörténeti kutatás, de az általánosabb művészettörténeti érdeklődés számára is rendelkezésre álljon.

Ami a kutatási előzményeket illeti, elsőként annak a kutatónak munkásságát kell említenünk, aki a korábban csak a Vigadó alkotójaként számon tartott nagy mester életművének kutatását megkezdte. Vámos Ferenc (1895—1969) az 1920-as évek elején -- nem kis munkával -- nyomára jutott az addig ismeretlenségben kallódó Feszl terv- és rajzhagyatéknak, mely aztán az ő segítségével a Magyar Országos Levéltárba került, s mai napig a Feszl-kutatás

legfontosabb, nélkülözhetetlen forrása. 1925-ben egy hosszabb tanulmánnyal megnyitotta a Feszl-oeuvre feldolgozásához vezető utat, s publikációival élete végéig munkálta e cél megvalósítását. S ha szerteágazó érdeklődése, vállalkozásainak sokirányúsága nem is tette lehetővé azt az alaposságot és mindenre kiterjedő részletességet, mely egy megbízható monográfiához szükséges lett volna, megindító tárgyszeretete, az ügynek rengeteg munkát szentelő buzgalma, ma már pótolhatatlan adatok rögzítése és részeredményei úttörő szerepét és érdemét elvitathatatlanná teszik.

Feszl életének és életművének kutatástörténetében azonban nem Vámos Ferenc közel fél évszázados tevékenysége az első lépés. Ez, ha nem is a szó tudományos értelmében, Kauser József (1849—1919) kegyeletes törekvésével kezdődött, aki élete végén az atyai barátként tisztelt és szeretett nagy mesterről először kísérelt meg rövid életrajzot írni. Igaz, ő csaknem kizárólag saját emlékeire, Feszl Frigyessel való beszélgetéseire támaszkodott, s munkájának nagy részét a Vigadó és Feszl nagyságának méltatása tette ki. A 31 oldalas kézirat 1918-ban elkészült, de szerzőjének rövidesen bekövetkező halála, majd egyéb körülmények megakadályozták, hogy napvilágot lásson. Hogy a kéziratba később kinek volt módja betekinteni, kinek nem, hogy ifj. Kauser József kinek mit említett meg belőle, nem tudjuk, csak azt, hogy a kutatásnak nem bocsátotta rendelkezésre. Ennek ellenére több (olykor téves) állítása közkézen forgott már a két háború között is, tartalma tehát -- legalábbis részben -- ismertté vált. Csupán feltételezzük, hogy elsősorban a XIX. század építéstörténetével sokat foglalkozó, id. Kauser Józsefhez közel álló Kismarty-Lechner Jenő révén. A több mint 70 éve lappangó kéziratra ez év őszén, a disszertáció lezárása után sikerült rábukkannunk, ezért kritikai feldolgozására ebben már nem kerülhetett sor, csupán azon általános megállapítások megtételére, melyek feljebb olvashatók.

A romantikus építészetnek a két háború között szórványosan, a második világháború után erőteljesebben meginduló kutatása a Vigadó építőjéről is hozott napvilágra adatokat. Az 1970-es évektől kezdődően pedig e sorok írója végzett módszeres, széles körű kutatást, melynek jelentős állomása volt 1984-ben a centenáris Feszl-kiállítás megrendezése és az addigi eredményeknek egy közel 700 tételes tudományos katalógusban való közzététele.

Az anyaggyűjtés forrásai, a feldolgozás módja

Amit a korábbi kutatás számunkra örökül hagyott, főleg négy forrásból eredeztethető. Abból, ami Kauser József írásából kiszivárgott; ami a jelentős mennyiségű és felbecsülhetetlen értékű terv- és rajzhagyatékban elénk tárul; amit a családi hagyomány megőrzött; és ami az 1864-es Hajnal-albumban szerepel. Kauser írásáról már szóltunk; a szinte kimeríthetetlen rajzhagyatéknak korábban csak egészen sommás átnézése történt meg, s csak ami szembeötlő volt, vált közismertté (pl. az Akadémia addig ismeretlen, gyönyörű terve vagy az ún. magyaros emlékműtervek); a családi hagyomány meglepően gyér volt; a Hajnal-album pályaismertető vázlata jó forrás, bár sajnos csak kevés művet említ. Ami e források alapján fokozatosan ismertté vált, a következőképp jellemezhető: kevés, gyakran pontatlan és a legtöbb esetben nem kellőképpen igazolt. Mindez még így is komoly gazdagodást jelentett a 20-as évekig élő képhez viszonyítva.

A legújabb Feszl-kutatás kétszeresen kedvezőbb körülmények közt indult meg: rendelkezésre állt mindaz, amit az előző fél évszázad kikutatott, illetve megőrizve továbbadott, és párhuzamosan már megindult a korszak építéstörténetének kutatása is.

Ugyanakkor azonban néhány speciális nehézséggel is szembe kellett nézni. Nevezetesen azzal, hogy -- mivel egyremekműves alkotóként szerepelt a köztudatban, s a Vigadón kívül szűkebb szakmai körben is legfeljebb az 1871-es, pályanyertes budapesti városrendezési tervét és homályosan, pontatlanul az 1844-es Országháza pályatervét tartották számon -- alkotói tevékenységéből még életében sem nagyon sokat, halála után pedig úgyszólván semmit nem konzervált a folyamatosan megőrző hagyomány. Továbbá azzal, hogy a többi nagy mesterhez viszonyítva jóval kevesebbet alkotott, s ebből a kevésből is sok minden áldozatul esett a kiegyezés utáni városfejlődésnek és építési konjunktúrának. Végül azzal a ténnyel, hogy hosszú ideig nem lévén céhes mester, működésének jelentős szakaszáról hivatalos, írásbeli, elsődleges nyoma nem maradt (pl. a műszaki közigazgatás nyilvántartásaiban, iratanyagában).

Mindezzel a kutatásnak számolnia kellett, s olyan területekre is ki kellett terjeszkednie, melyek ismerete ugyan mindenkor előnyös, de nem minden esetben nélkülözhetetlen. A kutatások és források azon részéről szólni, melyek minden ilyen munka alapjául szolgálnak, nem szükséges. Csupán arról kell számot adnunk, ami sajátosan ebben az esetben bizonyult nélkülözhetetlennek, illetve ami ugyan általánosan is felmerül, de itt különös hangsúlyt kapott.

Először. Bár minden korban és minden mester munkásságának feltárásához szükséges a korszak építő és munkaszervezetének részletekbe menő ismerete, erre jelen esetben különösképpen szükség volt. Csak ennek labirintusában kigazodva közelíthettük meg azt, amit rendezettebb, áttekinthetőbb körülmények közt alkotó (pl. mesterjoggal rendelkező, állami szolgálatban álló) kortársak esetében mintegy mechanikusabban, közvetlenebbül el lehetett érni. E kényszerűség súlyának érzékeléséhez tudnunk kell, hogy a céhrendszer ez időben kibontakozó válsága s az e téren is mutatkozó, de általában az egész társadalomban ezekben az évtizedekben bekövetkező nagy változások képlékenyebb, sok tekintetben ziláltabb helyzetet teremtettek, mint amellyel a kutatónak talán a korábbi évtizedeket illetően számolnia kellett; s hogy e korszak építőgyakorlatának feltárása távolról sem állt ez időben a kívánatos szinten. Mindennek nyugtalanító következményei természetesen az egész korszak építészettörténeti feldolgozásában nehézséget jelentettek, amelyek e mű szerzőjét -- még a Feszl-probléma számára való felmerülése előtt -- arra indították, hogy ennek kérdéseivel kezdettől fogva behatóan foglalkozzék. Ennek haszna a Feszl-kutatásban is megmutatkozott, csupán mesterünkre vonatkozó ilyen irányú részletkutatásokkal kellett az eddigieket kiegészíteni, hogy alapvető, eddig megbúvó -- korábban félreinterpretálásokhoz is vezető -- mozzanatok, tények világossá váljanak, hozzáférhetőek legyenek. Ez a magyarázata az első tekintetre talán távol eső ipartörténeti és hasonló kutatások végzésének, illetve szerepeltetésének. -- Ide tartozik Feszl Frigyes másokkal való társulásának története is, melynek megfelelő értelmezése, létrejöttének és kivált felbomlásának közvetlen magyarázata az előbb mondottak nélkül nem volna lehetséges, és ami miatt behatóbban kellett tájékozódnunk társai életpályájának, működésének legalább egy része felől.

Másodszor. A Feszl-oeuvre megismeréséhez a megindulásakor rendelkezésre álló csekély és főként néma forrásanyag megszólaltatásában és tetemes bővítésében másodlagos források felkutatása és az azon alapuló vizsgálat nyújtott és nyújt segítséget. Nem kizárólag, de elsősorban a tervhagyaték tartalmaz nagyon sok felirat nélküli vagy számunkra nem kielégítően feliratozott tervet. Ezeket vagy sikerült (korszak- és helyismeret birtokában) gondos tartalmi analízissel megfejteni (pl. a bécsi Votivkirche vagy a Leiningen-Westerburg sírkápolna tervét), vagy máshol megjelenő adatokkal összevetve azonosítani (pl. a pesti Thalia-színház tervét), esetleg e két módszer kombinációja segítségével (pl. a Pesti Első Hazai Takarékpénztár terve esetében) boldogulni. E célra természetesen minden forrás jó volt, ami csak elérhetőnek bizonyult -- akár módszeresen, akár esetlegesen került birtokunkba; akár

egy forráscsoport szisztematikus feltárása során, akár egy emlék vagy építkezés történetének, számunkra megmutatkozó problémájának természete, mivolta diktálta az eredményre jutás módszeres mikéntjét. A másodlagos források közül kiemeljük az egykori napisajtó apró, de olykor felbecsülhetetlen híradásainak, beszámolóinak gyümölcsöző felhasználását. Sajnálatos, hogy az érintett időszak nagy részének sajtója szempontunkból nem vagy alig van feldolgozva, regesztázva, amit a legszorgalmasabb kutatói buzgalom sem pótolhat egy személyben. Ilyen másodlagos forrásnak -- tehát olyannak, amely nem a mű keletkezése során, érdekében jött létre (gondolunk pl. a már említett műszaki közigazgatás ügyviteli irataira, a középítkezéseknek, pályázatok lebonyolításának ugyancsak ügyviteli irataira) -- tekinthetjük a kortársak, kortárs művészek memoárjait, levelezését, de amit eddig alkalmunk volt átnézni, e várakozásunkat nem elégítette ki.

Végezetül szólunk (elsősorban levéltári) források széles körű, sokfelé szerteágazó felhasználásának jellegéről, indokoltságáról és gyümölcsöző voltáról. -- Az eddig elmondottak alapján érthető, hogy e munkában nagyobb nyomatékot kapott mind a személyes, személyre vonatkozó mozzanatoknak, tényezőknek, mind az egyes emlékeknek monografikus, részletezett kutatása. Ami az elsőt illeti, azt sürgette az a remény, hogy ezúton közvetlenül vagy közvetve (úgy, hogy támpontot nyújt egyébként töredékes más adatokhoz) az életmű ismeretének gazdagítására lesz alkalmunk. Ez magyarázza és indokolja a messzemenő családtörténeti (anyakönyvi, birtoktörténeti stb.) kutatást. A második közvetlenül csatlakozik az építészettörténeti végcélhoz. Ez ugyan minden építészmonográfia eszköze, de esetünkben nem csupán elmélyíti ismereteinket, hanem többnyire -- a felbukkanó utalások töredékes volta miatt -- ez biztosítja egyáltalán a szükséges alapvető ismereteket is.

Mindeme kutatásokban szükségszerűen kitüntetett szerep jutott a levéltári forráskutatásnak, esetünkben különösen a pesti városi tanács ügyviteli iratainak, a sokszor meglepő mértékben és közvetlenül is gyümölcsöző csőd-, peres és hagyatéki iratoknak. Megemlítendő, hogy mindezek a forráscsoportok többé-kevésbé kamatoztathatóak voltak a személyi kép kiteljesítéséhez is, és -- bár szerényebben -- jelentőségük van a mesterünkkel kapcsolatban állókat illetően is.

Tudományos eredmények

Azon kívül, amit egy ilyen vállalkozás, mint a jelenlegi, a tudományág belső fejlődésének elősegítése szempontjából jelent, s azon belül, amit egy teljességre törekvő építész-monográfiának nyújtania kell, s amire e munka

természetszerűen irányult és törekedett, az alábbi eredményeket, adódó következtetéseket emelhetjük ki:

1. A kutatások nyomán Feszl Frigyes képe úgy rajzolódik ki előttünk, mint egy habitusában is leginkább romantikus egyéniségé építészkortársai között. Ilyennek mutatkozik festői hatású nagy piros sapkával ábrázolt fiatalkori portréján, Sterio Károly akvarelljén — hasonlítsuk csak össze ezt Pollack, Hild, Zitterbarth vagy Ybl ismert képmásaival! Alkatának, életvitelének romantikus művészetközéppontúságát láthatjuk a festészettel és grafikával való életre szóló összefonódottságában is. Neve hamarabb szerepelt a nyilvánosság előtt kiállító művészként, mint építészként, s halála után fél évvel a Műcsarnokban 37 akvarelljének kiállításával búcsúzott tőle az Országos Magyar Képzőművészeti Társulat. E mentalitás megnyilatkozását sejthetjük tervezői munkamódszerében is. Bár távolról sem rendelkezünk elegendő támponttal ahhoz, hogy e kérdésben tisztán lássunk, tervhagyatékában fennmaradt több akvarellje utal arra, hogy a festői távlati képben való gondolkodás volt számára az elsődleges (Akadémia, bajor hadvezér emlékműve, műromos emlékműtervek stb.).

2. Bár a monográfiaírásnak természetes követelménye a tárgyára vonatkozó minden lehetséges adat felkutatása, mégis említést érdemel a korábban ismeretlen kisebb és nagyobb művek nagy száma, amelyeket az ismertetett módszerek segítségével attribuálni vagy valószínűsíteni lehetett. Bizonyságául annak, hogy egy örökre homályba merültnek látszó oeuvre-ből is milyen sok életre kelthető. Ide tartozik a több-kevesebb biztonsággal, ill. pontossággal ismert művek hitelesítése, igazolása, adatainak pontossá tétele. És ide tartozik mindezek fordítottja: a tévesen mesterünknek tulajdonított művekről vagy eseményekről az igazság kiderítése (pl. az Országháza-pályázat megnyerése, a budai kapucinus templom tervezése), vagy attribuálások kérdésességének, további bizonyításra szorulásának felfedése.

3. A kutatások nyomán világosan áll előttünk Kauser Lipóttal és Gerster Károllyal való társulásának jellege, részletei, időtartama. Ezzel nem csupán egy -- életéhez, működéséhez tartozó — mozzanat vált világossá, hanem segítségével attribuálások, tisztázások is lehetővé váltak. Ugyanez érvényes Feszl pályafutásának további részére nézve is iparjogi helyzetének tisztázása, működése külső kereteinek, feltételeinek tüzetes megismerése által.

4. Feszl Frigyes alkotókorszakának második felét a romantika háttérbe szorulása jellemezte. Stiláris szempontból életének ezt az utolsó 15-20 esztendejét szinte maradéktalanul a historizáló eklektika uralta — ellentétben azzal a köztudattal, hogy mindvégig kitartott a romantika mellett, s éppen

ezért nem is nagyon épített. A historizáló eklektika elfogadásáról tanúskodnak megépült és eddig felkutatott épületei, valamint igen nagy számú terve a tervhagyatékban, melyek közül idővel bizonyára nem egyet megépültként lehet majd azonosítani. Ugyanerről tanúskodnak a városrendezési, városépítési terveiben található épülettervei vagy késői pályatervei. Természetesen mindvégig romantikus korszaka, a romantikus formálás állt közel hozzá, s ha alkalma nyílott, még húsz év múltán is ebben a modorban tervezett, mint élete utolsó két munkájánál, a Sugár úti Bányász-villánál és a kőbányai plébániatemplomnál. Az is figyelemre méltó, hogy historizáló műveiben a jó átlag fölé nem emelkedett.

5. Feszl Frigyes nevével örökre összeforrott "a magyar építőművészeti styl" megteremtésének szándéka, a nemzeti építőstílusra való törekvés. Nyilvánvaló, hogy ennek szorosan kapcsolódnia kellett építészi fejlődése egészéhez, sajátos, jellegzetes stílusához.

Úgy tűnik, hogy alkotó eredetiség és nemzeti jelleg az ő szemléletében mintegy egybeesett, s ha építészként formált, valójában az elsőn volt a hangsúly. Erre mutat, hogy midőn pályája kezdetén társulásuk célkitűzéseit összefoglalja, abban a nemzeti stílus mint ilyen kifejezetten még nem szerepel, csak a hazainak mint eredetinek az arctalan univerzálissal szemben való érvényesítéséről, az egyhangúság csökkentéséről, tehát végső soron eredetiségről van szó. Ugyanakkor épületterveiben már az első években megüti azt a hangot, mely egész oeuvre-jére jellemző, melynek a későbbi művek inkább csak kibontását jelentik, "nemzeti"-nek tekinthető alakulást nem figyelhetünk meg. Illetve csak külsőségekben: a "vitézkötés", a magyar fejes oszlopfő, tükör-díszítésként táncoló parasztfigurák alkalmazásában. Ugyanezt az asszociatív, tematikus magyarságot látjuk még később készült, műromos formában komponált emlékműtervein, melyeken parasztfigurák szerepelnek kariatidákként.

Mindehhez hozzátehetjük, hogy ami a nemzeti építőstílusra való törekvést illeti, az -- némi publicisztikától eltekintve -- nem volt építészeti közügy. Alkotóan csak Feszl Frigyes tette magáévá, s az ő elképzelésében is jórészt megmaradt szervetlen külsőségeknél. Szemléletével azonban két szempontból kiemelkedett kortársai közül. Az "ámbitusos" magyar lakóházhoz, tehát az ősi kúria mintájához visszanyúló törekvése külsőségek helyett valami immanens művészire, építészire irányult. A paraszti világra utaló elemek -- bár művészileg külsőséges -- alkalmazása pedig mutatja, hogy az építészetben is megtörtént a szemléletnek a rendi-nemzetitől a nép-nemzetihez való fordulása. Ezért és ennyiben volt jelentős Feszlnek a nemzet maga-keresése munkájába

való bekapcsolódása a saját területén, még akkor is, ha az előtte nyitva álló út s az általa elérhető eszközök a cél megvalósítását nem tették lehetővé, és ha kérdéses is, hogy nemzeti stílus ily módon, tehát szándékosan, programszerűen egyáltalán megvalósítható-e. Ez azonban nem homályosítja el Feszl szellemi jelentőségét és vállalkozásának etikai tényét. Különösen pedig művészi nagyságát, formaalkotó eredetiségét, mely romantikus építészetünk legjelentősebb mesterévé avatja, viszonylag kevés megvalósult és még kevesebb fennmaradt, a hazai közízléshez soha igazán közel nem kerülő műve ellenére.

A munka témaköréből készült publikációk jegyzéke:

Feszl Frigyes ismeretlen műve.
"Művészettörténeti Értesítő", 1972, 244--248.

Feszl Frigyes és a bécsi Votivkirche.
"Műemlékvédelem", 1976, 199--202.

A pilismaróti Heckenast-villa.
"Műemlékvédelem", 1984, 19--29.

Feszl Frigyes 1821--1884.
Kiállítás a Budapesti Történeti Múzeumban. -- A kiállítás anyagát válogatta, a bevezető tanulmányt és a katalógust írta Komárik Dénes. Bp., 1984.

A nemzeti építőstílus keresése. Feszl és a pesti Vigadó.
"Építés- Építészettudomány", 1985, 127--136.

Az egykori Thália-színház épülete Pesten, 1860--1867.
"Színháztechnikai Fórum", 1990, 2. sz., 32--35.

A romantikus romkultusz Feszl Frigyes hazai tárgyú grafikájában.
"Művészettörténeti Értesítő", 1990, 145--165.

Feszl és Széchenyi.
"Ars Hungarica", 1990, 2. sz.

OPPONENSI VÉLEMÉNYEK

Kubinszky Mihály, a műszaki tudomány doktora

Komárik Dénes elmélyült építészettörténeti kutatásainak középpontjában egész életében a XIX. század hazai alkotásai állnak, köztük is a kiindulást és a kiteljesedést Feszl Frigyes életművének különböző szintű és mélységű megvilágítása alkotta; mint ahogy Feszl Frigyes is központi helyet foglalt el abban a magyar építészeti metamorfózisban, amelyben építészetünk a szabadságharcot követő két évtizedben a romantikus stílusból a historizáló eklektika felé fordult. Feszl Frigyes munkájának jelentőségével mindig is

tisztában volt a magyar építész- és művésztársadalom, mégis szükséges volt, hogy annak idején Vámos Ferenc lángoló lelkesedéssel tárja elénk az életművet, mely épp a túlzások miatt nem volt publikálható. Még inkább szükség van arra a higgadt, tárgyilagos és tudományos előadásmódra, amellyel most Komárik Dénes foglalja össze a Feszl-életművet. Érett munka ez, melyhez a bírálónak nehéz hozzászólnia. A jó értekezésnek azt a kritériumát, mely szerint senki sem ismeri a témát jobban, mint a jelölt, ez az írás messzemenően kimeríti. Több évtizedes kutatás, rendszerezés és értékelés van e munka hátterében, s ami még ennél is több: precíz korismeret, művészeti, építészeti és kultúrtörténeti vonatkozásban egyaránt. Ebben az értekezésben érdemi hibát nem találhattam, ehhez nem tudok hozzátenni mást, mint néhány gondolatot.

A 19. oldalon olvasom, hogy Bürklein a vasútépítésben jelentős szerepet játszott, őt jelöli a 21. oldalon az értekezés Feszl mesterének. Bürklein neve a müncheni Rundbogenstillel, tevékenysége a vasútépítészettel (nem vasútépítéssel) forrt össze, a müncheni pályaudvaron kívül néhány nyugat-csehországi épületet is ő alkotott (Aš, Cheb-Eger). Szerintem I. Lajos bajor királynak a toszkánai reneszánsz iránt táplált csodálata kielégítésére vegyítettek a mecénátussága alatt működő müncheni építészek a kor angliai eredetű romantikus divatjába félkörív-árkádos motívumokat. Ezek ügyes építészeti megfogalmazásban sajátos közép-európai romantikus építészetet teremtettek. Emlékszem, hogy Komárik Dénes ezzel a kérdéssel már kandidátusi értekezésében is foglalkozott, most mégis felvetődik bennem a kérdés, hogy az értekezés 177. oldalán a Feszlhez közel álló magyar falusi, illetve paraszti lakóház ámbitusa, még inkább árkádjainak ívei nem hozhatók-e összefüggésbe életművében -- avagy az építészettörténet egészében -- a Feszl ifjúkorában Bürklein révén a Rundbogenstiltől nyert impressziókkal? Azt hiszem, hogy az építészettörténet adós a Rundbogenstil elemzésével és magyarázatával, még inkább azzal, hogy milyen hatással volt ez a hazai romantikus építészetre, ezen túlmenően esetleg a népi építészetre is.

Rögtön felvetődik bennem egy másik kérdés is. Az értekezés 82/a oldalán olvashatjuk a "velencei fellazítás" fogalmát, mely itt a Feszl-féle Akadémia pályatervvel kapcsolatban szerepel, de utal a Vigadó kompozíciójára is. Velence ezek szerint a romantikus építészetnek egy mediterrán építészeti kultúrörökséggel vegyített sajátos kompozícióját képviselte volna? Érzés ez, vagy bizonyítható művészeti fogalom?

Komárik Dénes Feszl-életrajzának egyik jelentős értéke az építészettörténeti ismereteinkbe beépült sok hibás adat, tévhit szétoszlatása. Az, hogy

Feszl nem nyert I. díjat az Országház 1846. évi tervpályázatán, hogy összetévesztik a budai kapucinusok templomának terveit az Ipartanoda épületével, azt, hogy a Dohány utcai zsinagóga építészeti tervezését nem pályázat, hanem megbízás útján nyerte el, s végül, de nem utolsósorban az, hogy Feszl nem fejezte be alkotótevékenységét a Vigadó elkészültével, hanem -- ugyan Komárik szerint kisebb sikerrel -- mindvégig aktív maradt akkor is, amikor a XIX. század második felében a historizáló eklektika keretében újreneszánsz stílusban illett építeni. Külön érdeme az értekezésnek az is, hogy Feszlt mint grafikust objektíven méltatja, s a dekoratív építészeti vázlatokon genre, tájkép és egyéb festészeti ábrázolásait is értékeli.

Az értekezés 123. oldalának olvasása közben különös örömmel töltött el, hogy nem mindenki hozza össze Feszl -- és mások, így elsősorban Lechner Ödön -- munkásságából mindazt, ami nem illik bele pontosan a kor romantikus vagy újreneszánsz irányába, a magyarság keleti eredetével. Azért, mert erről Lechner később írt, s törekvéseit ezzel összekapcsolta, attól valóban Feszl még más inspirációk alapján is tevékenykedhetett, és tette is bizonyára. Komárik Dénes bennem felvetette azt az igényt, hogy a keleti eredet és az egzotikus motívumok összekapcsolása helyett keresnünk kell építészetünkben a nyugat-európai kötődéseket is. Hiszen Nyugat-Európához keresztény kultúránkkal már ezer éve elválaszthatatlanul csatlakoztunk, s nemcsak befogadtunk tőle impulzusokat, hanem nagyon is sokat magunk adtunk, nyújtottunk. Komárik Dénesnek ez a talán mellékesnek szánt gondolata az értekezésben megítélésem szerint nagyon is jelentős, új szemléletet vezethet be építészettörténet-írásunkba.

Amikor Feszl öt felépült budapesti iskolájáról olvastam, merült fel bennem az a gondolat is, hogy építészettörténet-írásunk adós a magyar iskolaépítés és -építészet történetének feldolgozásával is.

Az értekezés 88. oldalán a Dreher sörgyár központi épületéről írott pár szó az egyetlen, amivel az értekezésben nem tudok egyetérteni. "Az ipari épületek szokványos képe" pejoratív ízű, a 9. ábra éppenséggel ellenkezőjéről tanúskodik: arányos kompozíció, jól kiegyensúlyozott homlokzatformálás, szerény, de jelentős dekoratív elemek az oromfalon, a kéményzáradékokon, párkányon. A jó építész által alkotott ipari épület a korban nem volt "szokványosabb" a belvárosi homlokzatoknál, ellenkezően, szinte nagyob alkotószabadságot biztosított a művésznek. Hogy Feszl Frigyes élt ezzel a lehetőséggel, azt éppen a Dreher sörgyár mutatja.

Összegezve: Komárik Dénes Feszl-életrajzának egésze mélyen tudományos munka, szabatos megfogalmazású, tárgyilagos ítéletű, tévhiteket szétoszlató,

részleteket is feltáró, átfogó munka. Nyomdaérett, meg is kell jelentetni. Új tudományos műnek ismerem el a dolgozat egészét. Kérem és javasolom, hogy a TMB bocsássa nyilvános vitára és adja meg a jelöltnek a tudomány doktora fokozatot.

Marosi Ernő, a művészettörténet-tudomány doktora opponensi véleménye

A most vitatott disszertáció szerzője, Komárik Dénes a magyar építészet történetének egyik legalaposabb, legmódszeresebb és legeredményesebb kutatója. Ezeket a kvalitásait mindenekelőtt a XIX. század építészeti emlékeire vonatkozó kutatásai és eredményei erősítik meg. Elsősorban a praxisból, a főváros műemlékállományának döntő részét kitevő XIX. századi épületek kutatásából indult ki. Ezek, megromlott műszaki állapotukat és megrendült történeti forrásértéküket tekintve, nemcsak az építészettörténeti kutatás és a műemlékvédelem konzerváló-szanáló technikáinak támaszát igényelték, hanem hamar elvezettek ahhoz a belátáshoz, hogy mind hitelük visszanyeréséhez, mind formáik rekonstrukciójához elengedhetetlen a tervezésüket, építésmenetüket, szerzőik részvételét tanúsító, gazdag levéltári források, telekkönyvi, ipartörténeti és építési hatósági iratok, rajzok, várostörténeti képi dokumentumok használata. Ebből a műemlékvédelmi gyakorlat rációja által diktált, következetes eljárásból, az épületarcheológiai tények mellett történeti kutatásokra is felépített dokumentáció igényéből logikusan következtek messzebbre vezető, a XIX. század építészetének egészét érintő, történeti ábrázolásának hitelére vonatkozó szempontok. A forráskutatások eddigieknél nagyobb hangsúlya módosította a túlnyomórészt a stíluskritikára alapozott attribúciós eljárást, az új attribúciók megváltoztatták a vezető mesterek szerepéről, a fejlődés súlypontjairól alkotott képet, s kényszerítő erővel vezettek az építőmunka szervezetének, a megbízások struktúrájának vizsgálatához. Kialakult a kiemelkedő alkotások és a városméretű tömegprodukció reális, a kor feltételeihez és értékrendjéhez alkalmazkodó megítélésének igénye, s ez a XIX. századi építészettörténet egész hagyományos kritériumrendszerének, alapfogalmainak és művészeti kapcsolatainak felülvizsgálatához vezetett.

Hangsúlyozandó, hogy mindez akkor történt, amikor mind a magyar művészettörténet-írásban, mind a nemzetközi szakirodalomban napirendre került a XIX. század hagyatékának és művészettörténeti folyamatainak újjáértékelése. Komárik Dénesnek és a vezetésével a budapesti műemlékvédelem keretében működő kis kutatócsoportnak igen fontos feladat jutott mindebben: az 1970-es

évektől kezdve a FIMÜV műemléki osztálya a magyar építészettörténeti kutatás valóságos iskolájává, tehetséges fiatal kutatók képzésének, egy eljárásmód és szemlélet elsajátításának helyévé vált. Mindezeknek a tényeknek említése független ugyan az előttünk fekvő disszertációtól, de kétségtelenül hozzátartozik annak hátteréhez, és másként is adalék a mostani vitához, amennyiben kiegészíti a disszertánsnak mint a művészettörténet módszertanát is jelentősen gyarapító, eredeti kutatónak és mint iskolateremtő egyéniségnek a jellemzését. Ezek a szempontok pedig a jelenleg szóban forgóhoz hasonló, magas tudományos fokozatok esetében feltétlenül méltánylandó érdemekre világítanak rá.

A bírálatra benyújtott értekezés Feszl Frigyes életrajza. Önálló fejezete foglalkozik a mester külső életkörülményeinek, élete eseménytörténetének, működése, művészi és üzleti tevékenysége környezetének rekonstrukciójával. Ezt követik -- alkotó tevékenységének átgondolt periodizációja alapján -- a művészi munkásságának emlékeit rendszerező fejezetek: Romantikus alkotókorszakának első szakasza: 1845--1854, Romantikus alkotókorszakának második szakasza: 1854--1867, illetve e szakaszból kiemelve, önálló fejezetben Romantikus alkotókorszakának betetőzése: a pesti Vigadó, 1859--1865, továbbá az alkotókorszakok közül az utolsó, A romantika háttérbe szorulása: 1867--1884 címmel. E fejezetek mindegyike megépült, kivitelezett--máig álló és csak másodlagos forrásokból ismert, elpusztult, lebontott épületeket, illetve tervrajzban maradt, kidolgozott vagy csak vázlatosan felvetett építészeti ideákat egyaránt tartalmaz, az építész tevékenységének vázlatát nyújtva. Szembetűnő a szerzőnek az a törekvése, hogy ne hagyja magát megingatni a megépült vagy a gazdagabban, sokoldalúbban dokumentált munkák túlsúlyától, hanem a lehetőség szerint egyenletesen biztosítson teret a feladatoknak és a belőlük fakadó építészeti gondolatoknak. Ezt — és az életmű hagyományozódásának struktúráját is — követi a fejezeteknek az építészeti műfajokra alapozott belső tagolása: középületek — lakóházak — egyéb művek az első két szakaszban, s ezekhez járulóan -- nem számítva a Vigadó épületét — még díszépítmények, síremlékek, egyebek is a másodikban. Magában is struktúraváltozást jellemez két fejezet a harmadik korszakban: városépítés, városrendezés, illetve a nemzeti építőstílus keresése: vázlatok, tervek. Mindezekhez egy függelékszerű fejezet csatlakozik, Feszl Frigyes grafikája címmel, amely a három fejlődési szakaszra tagolt életművet végigkísérő, a legelső kezdetektől a legkésőbbi alkotásokig ívelő, építészeti feladatokkal és ideákkal közvetlen kapcsolatba nem hozható, autonóm képzőművészeti alkotások sorát rendszerezi. Mindenesetre, Feszl tevékenységének ez az aspektusa alkotja a

személyiségképnek leginkább meglepő és számszerűen is legtekintélyesebb gyarapodását.

Az életrajz megírásának hangneme szigorúan és szándékosan objektív és kritikus, követve és alaposan kritizálva a rendelkezésre álló forrásokat, ragaszkodva a tényeken alapuló diskurzushoz, kínosan kerülve a konjektúrákat és kombinációkat. Ez a tudatosan vállalt szikárság kétféle megjegyzésre indítja az olvasót:

-- Mindenekelőtt szembesít az esetenként szinte totális történeti emlékezetkiesés tényével. Ha -- mint ez nyilvánvalóvá válik -- az életrajz hagyományozásának kritikusan kezelendő, tanítványi-családi-irányzatos fő szála mellett a legbiztosabb rekonstrukciós alapnak az egyházi anyakönyvek szűkszavú bejegyzései bizonyulnak, lényegében azt a benyomást nyerjük, hogy -- némi túlzással -- alig több alapunk marad Feszl Frigyes szellemi profiljának, személyiségének rajzához, mint amennyi a régiségben, a magyar középkor vagy barokk bármely alkotójának jellemzéséhez rendelkezésünkre áll. A tudatosan vállalt, kritikus elbeszélői attitűdnek e tekintetben van határozott jelentősége.

-- Másodszor: Komárik Dénesnek, aki az életrajzi szövegnek szinte minden, további, bővebb tárgyalást igénylő pontján saját, megelőző publikációira hivatkozhat, joga van ehhez az állásponthoz. Mert a Feszl-oeuvre tisztításra szoruló pontjainak egész során támaszkodhat saját épület-monográfiáira, az életrajz egész folyamán 1984-es centenáriumi kiállításának tudományos katalógusára, továbbá mindvégig a romantika irányzatának stílustörténetével, a XIX. századi építészképzés, mesterfelvétel, építőgyakorlat és munkaszervezet kérdéseivel foglalkozó szintetikus tanulmányainak sorozatára. Ezekhez képest az életrajzi keret mintegy kísérleti feltételként, önként vállalt szempont lehetett. A fentiek megvilágításában különösnek mondható, hogy épp az életrajzi megközelítés mint egyfajta erőpróba jelenik meg.

Az életrajzi rekonstrukció messzebb vezető szempontjait a bevezető és a záró fejezet foglalja össze, s ezeket a szempontokat emelik ki a disszertáció tézisei is. Így a bevezető Feszl példáján a XIX. századi építészettörténeti kutatás forrásbázisának kritikai szemléjét nyújtja, aminek alapján az életrajzi és az életmű-rekonstrukció mintegy a metodikai demonstráció szerepét kapja. Ugyancsak elvi, a XIX. századi magyar művészettörténet egészét érintő fogalomalkotásra és korszakolásra nézve is döntő jelentőségű az életmű áttekintését sommázó záró fejezet, benne nem utolsósorban a historizmus, romantika és nemzeti stílus viszonyának az életmű rekonstrukciójánál alkal-

mazott kritikai szempontra alapozott, józanságában és történeti objektivitásában példamutató jellemzésével.

A művészi működés külső körülményeit ábrázoló és a műveket az élettörténet egyes fázisaiba besoroló biográfia köztudomásúlag a művészettörténeti ábrázolás legelső és alapvető formája, amint a művésztörténet is a művészettörténeti tárgyalás elemi foka. Mindezek a fentiek tükrében nem szorulnak mentségre, 1. mivel a feldolgozás említett előfeltételei stílustörténeti, eszmetörténeti, társadalomtörténeti jellegűek, 2. mivel a szerző tudatosan, úgyszólván az eddigi kutatások kontrollját vállalva döntött a különböző okokból mindeddig elmaradt alapvetés, az életrajz rekonstrukciója mellett. Az eredmény: életrajz és nem művészmonográfia, sem a személyiség pszichológiai, sem mozgásterének kultúrtörténeti vagy szociológiai, vagy helyének stílustörténeti szempontú rekonstrukciója értelmében. Mindezek a szempontok azonban jogos kiindulópontjai lehetnek a munka kritikai tárgyalásának. Az alábbiakban ez aspektusok némelyikének alkalmazásával próbálkozunk.

Komárik Dénes Feszl Frigyes életrajzának és életművének tagolására három szakaszt javasol: építészként való fellépésétől, 1845-től 1854-ig, majd 1854—67 között, végül 1867-től haláláig, 1884-ig. Ezek a korszakok megfelelnek a biológiai és szellemi érési folyamat három közkeletű fázisának, a fiatal felnőtt kornak (24-től 33 éves korig), az érettségnek, hiszen a 33—46 éves kor szakaszába esik a 38-44 éves mester főműve, a Vigadó és a 46—63 éves koráig tartó öregségnek. Ezt az alapvetően biologikus szkémát a fejezetcímekben stílusfogalmak jelölik; valamennyi a romantikára vonatkozik, ekképpen: romantika I., romantika II. és — jellegzetesen, negatív terminussal — a romantika háttérbe szorulása. A fejezetcímek ilyenformán egy egyenlőséget sugallnak, amely szerint Feszl maga a romantikával, személyes sorsa a romantika sorsával azonos, s a romantika háttérbe szorulása Feszlnek magának háttérbe szorulásával vagy félrevonulásával jelent egyet. Az egyik eltérő interpretációval maga Komárik Dénes szolgál, amikor a harmadik korszak műveit rendre historizáló eklektikus stílusúaknak minősíti, annak fenntartásával, hogy Feszl maga szabadabban és sikeresebben alkotott régebbi, romantikus stílusában. Az öregkor képéhez hozzátartozik a kőbányai elvonultságában magának alkotó, festményeken és ideálterveken dolgozó Feszl Frigyes ábrázolása, Komárik Feszl-képének lényeges eleme ez; mint maga írja (47. o.): Alkatának, életvitelének romantikus művészetközpontúságát láthatjuk a festészettel és grafikával való összefonódottságában is. Neve hamarabb szerepelt a nyilvánosság előtt kiállító művészként, mint építészként...

Kérdés ezután, vajon helytálló-e az életmű és az életrajz tagolásának alapvetően a professzionális működés adataira alapozott tárgyalása, ahol a két romantikus fázis látszólag krisztusi választóvonalát Feszlnek és társainak 1854-es csődje alkotja, majd a következő cezúra vonala a Vigadó 1865-ös befejezése, illetve a mesterjog 1866-os megszerzése helyett kereken a kiegyezés köztörténeti eseményéhez alkalmazkodik. Lehet-e egyáltalán rávetíteni a művészi életrajz szakaszolására a stílustörténet, a köztörténet vagy a külső jogi helyzet kirajzolta fázisokat? E ponton tehát Komárik Dénes mély objektív életrajza sem mentes a tágabb hátterű monográfia, illetve a korszakszintézis szempontjaitól. Felvethető az a kérdés is, vajon nincs-e létjogosultsága annak, hogy az éppen szuverén művész-mivoltának hangsúlyozásával bemutatott Feszl pályaképe se csak építészeti gyakorlatának adataira támaszkodjék. Ilyenformán már a 18 éves ifjú tanulmányrajzai s bizonyosan a 22 éves gelnhauseni albumtervei, nem nagy távolságban a hazai professzionális fellépésével párhuzamosan készített zsámbéki vedutáktól, éppoly kevéssé választhatók el munkásságának szerves egészétől, mint öregkorának ideális tervei. Látszólag csak a kézirat szerkesztésének, tagolásának gyakorlati kérdéséről van itt szó. A kérdés valójában a romantikus művész-egyéniség Komárik Dénes által helyesen felismert jellemzésének adható fokozottabb hangsúlyt érinti, s vele az építészettörténet és a képzőművészettörténet konkordanciájának jobban kihasználható alkalmát is.

E téren a munkában rendkívül tartózkodóan és indokolt kritikával kezelt, a kortársakra, illetve Feszlnek velük való szellemi és művészi érintkezéseire vonatkozó adatok további lehetőségeket kínálnak, mintegy a "párhuzamos életrajzok" történetírói módszerének irányában. Nemcsak Feszlnek Hild Józsefhez fűződő, a Vigadóra vonatkozó megbízatása kapcsán tárgyalt viszonya tartozik ezek közé a művészek stílustörténeti besorolásától független tények közé, amelyek mintegy fellépése, alkotói gesztusai környezetének és fogadtatásának megértéséhez járulhatnak hozzá. Különösen jelentősnek tűnnek Feszl hazai fellépésének körülményei: az a tény, hogy középkori építészeti tanulmányai (mégpedig a Gelnhausenre vonatkozók éppúgy, mint a zsámbékiak) a Henszlmann-nal való baráti érintkezéssel magyarázhatók, felveti meghatározó szerepének kérdését a magyar műemlékvédelmi mozgalom és a művészettörténetírás kezdetei szempontjából is meghatározó körben. Henszlmann személye annál inkább jelentős, mert az ő irodalomkritikai munkássága és esztétikai nézetei egyben hidat is alkotnak a népiesség mozgalmaihoz. Kérdés, vajon nem éppen itt kereshetők-e Feszl népi-nemzetinek jellemzett és az életrajzíró által a rendi-nemesi koncepcióval szembeállított nemzetfelfogásának gyökerei.

E fiatal generáció negyvenes évekbeli fellépésének körülményei a magyar romantika történetének legkevésbé tisztázott fejezetei közé tartoznak. A párhuzamos művészpályák közül a közelmúltban Ybl Miklósé került a kutatás előterébe. Kidolgozásában éppen Komárik Dénes is fontos szerepet vállalt, Ybl és a romantika című, az 1991-es Ybl-emlékkiállítás katalógusába írott tanulmányával. Véleményem szerint az Ybl-tanulmány leglényegesebb eredménye a fokozott számvetés a XIX. századi építészet nagyobb korszakainak és modus-szerű, alternatív, általa irányzatoknak nevezett jelenségeinek kettősségével. Mint írja, ezek az irányzatok nemcsak egyidejűleg egzisztálnak vagy egymást váltva jelentkeznek egy-egy mester munkásságában, hanem gyakran keverednek és ötvöződnek egy-egy műben magában is. Úgy tűnik, ez a felfogás túlmutat a Feszl alkotókorszakainak jellemzésére is alkalmazott fogalmakon, és -- éppen a párhuzamos fejlődések és életművek egzakt leírásában -- nagy tudományos hasznot ígér. A stiláris terminológiának ez a relatív felfogása igen finom mérlegelést igényel az ún. "domináns stílusjelenségek", mint pl. a "klasszicizmus", a "romantika", "eklektika" korstílus-megjelölésként való felhasználásában, s a historizmus általános jelenségének elismerése mellett az individuális stílusformáknak (pl. neoromantika, neogótika, a reneszánsz, barokk különféle stílusváltozásai stb.) ad tág teret a leírásban.

A Feszl--Ybl párhuzamból mindenekelőtt a két mesternek a modusokhoz való attitűdjében mutatkozó különbsége bontakozik ki. A romantikus historizmus félköríves-orientalizáló változatában való működésük Ybl esetében jól elhatárolható korszaknak bizonyul, míg Feszlnél szinte művészi alkatával összeforrott modusként jelenik meg. Kitérései más modusokba a Komárik által "historizáló eklektikusnak" minősített művekben rendre a tőle idegen területriumra lépés benyomását keltik. Vajon az egyművű Feszlről alkotott képet az igazán egy stílusvariánssal azonosuló Feszl képe fogja-e helyettesíteni? Külön, további kérdés, vajon az univerzális sokoldalúság, vagy éppen a személyes jelleg kidolgozottsága fogadható-e el kvalitás-kritériumnak?

Kétségtelen, hogy olyan, hasonló alkatú egyéniségek esetében is, mint Feszl és Ybl, a kritériumoknak van közük olyan, élettörténetüket, sorsuk alakulását is befolyásoló jelenségekhez, mint siker, hírnév, karrier. S az életműben, az egyéniségben a mesterség gyakorlásának jogi és üzleti feltételeihez, a munkaszervezethez hasonlóan, súrlódási együtthatóként szerepet játszó ilyen tényezők működésére kiválóan rámutatnak a konkurencia-jelenségek. A nevezetes versenyfeladatok, mint pl. az 1844-es pesti Országháza-pályázat, a Magyar Tudományos Akadémia 1860/61-es pályázata s talán Budapest 1871-es tervpályázata résztvevőikkel, az általuk képviselt stílusokkal és

ezek közül különbözőeknek győzelmével olyan sűrűsödési pontokat jelentenek, amelyek talán az életrajz szempontjából sem közömbösek. Mindenesetre fejleményeik hozzájárultak ahhoz, hogy Feszl fokozatosan megváltozott világban, s eszméjéhez való hűségében talán nemcsak geográfiailag, az épülő nagyváros szélén, hanem szellemileg is margón találja magát. Attitűdje talán nem teljesen idegen az öreg (hiszen elmúlt már 50 éves!) Arany János magatartásától.

Megjegyzéseimből kitűnik: épp a példásan fegyelmezett pályakép kvalitásai hívják fel a figyelmet minden életrajz második — nem mellékes — követelményére, a személyiségen át tükröztetett korképre.

Végezetül, röviden szükségesnek tartjuk az utalást két, ugyanebből a problematikából kibontható kérdésre. Mindkettő Feszl művészetének sajátosságát és egyben művészettörténeti helyét is érinti.

Az egyik: törekvése a különböző művészeti ágak együttesének létrehozására, amely felfogható az építészet iránti monumentális igény megnyilvánulásának, a gazdag és reprezentatív megjelenés követelményének is, de amelynek kétségkívül eltérő koncepciói fűződnek a különböző stílusváltozatokhoz, mint pl. a romantikus historizmus, illetve a historizmus reneszánsz változatának ismert alkotásain. Megjegyzendő, hogy az építészetet és képzőművészeti dekorációját magukban foglaló együttesek stiláris jellemzése alkalmas lenne annak a terminológiai szakadéknak az áthidalására is, amely mindmáig a XIX. századi építészettörténet és képzőművészettörténet közös nevezőre hozásának legfontosabb akadálya. Kérdés, lehet-e a különböző művészeteknek Feszl épületeit jellemző viszonyára konkrétabb kifejezést találni, mint az újabb építészeti irodalomban zsargonszerűen használt társművészetek szó (114), vagy az ezzel szinonim, wagneri képzeteket keltő Gesamtkunstwerk (117)?

Mi lehetett Feszl saját koncepciója? Korának melyik építészetelméleti felfogásával rokonítható vagy írható le? Henszlmann a Vigadó kritikájában az építészet két leánymővészetéről, a szobrászatról és festészetről beszél, nyilvánvalóan tudatosan eltérve a klasszikus akadémiai disegno-elmélettől, amely szerint mindhárman a rajznak leányai. Elképzelése az építészeti funkcionalizmusnak azzal a felfogásával érintkezik, amelyet már 1834-ben, az épületek polichrómiájáról szólva, Semper érvényesített, s amelyben stíluselméletének magva rejlett. Nem áll távol Viollet-le-Duc racionalizmusa sem. A kérdés azonban, s vele Feszl polichrómia-értelmezése és gyakorlata, bővebb megvilágítást igényel.

A másik kérdés, amelyet már Fülep Lajos is taglalt, mégpedig bizonyos mértékig Feszl rovására, viszonya Izsó Miklóshoz, amelyre nézve különösen

fontosak a most Komárik Dénes által igazi jelentőségükben méltatott, részben Izsó formavilágát és ikonográfiáját alkalmazó emlékmű-tervek. Ezeknek, köztük az atlasz-motívum variánsainak, az előbbi kérdés, a szobrászi és tektonikus monumentalitás szempontjából is nagy a jelentősége. E tervek, amellett, hogy nemcsak az atlasz- és kariatidamotívumok, hanem különböző állatfejes fejezetformák és tektonikus motívumok tekintetében is összekötő kapcsot alkotnak a nemzeti oszloprend megalkotásának korábbi, emblematikus törekvéseivel, határozottan felvetik a görögség építészetének mint a nemzeti jelleg mintaképének értékelését. Ez a probléma Winckelmann görögség-értelmezésében gyökerezik, s a magyar művészettörténet-írásban Fülep elemzése óta témája az Izsó-interpretációnak. Izsónál ezen értelmezésnek nincs explicit forrásos támasza; az ő programja ez: ... egyedüli czélom ... a magyar történetből meríteni tárgyamat, hogy így magyar szobrászatunk is legyen. Az Izsó Búsuló juhászának monumentalizálására és a Hortobágy közepére állítására való állítólagos törekvésről, amelyről egyedül Pasteiner Gyula egy 1883-ban leírt mondata vall (vö. Soós Gyula, Művészettörténeti Értesítő, VI, 1957, 307), éppen Feszl tervei tanúskodnak. Úgy tűnik, Izsóval való kapcsolata, Izsó motívumának ihletforrásként játszott szerepe is rávilágít Feszl népnemzeti törekvéseinek gyökereire, és Komárik Dénes értelmezésének igazát bizonyítja. Valószínűleg abban is igaza van, hogy Feszl nemzeti építészeti törekvésének másik nevezetes eleme, az ámbitus motívuma nem igényel konkrét szociális értelmezést. Ahogyan írja: Hogy az "ámbitusos" falusi házak tornácát, vagy kúriák, udvarházak évszázados hagyományú árkádsorát értette-e, nem tudjuk bizonyosan.

A fentiekben tárgyalt, részben további választ igénylő kérdések mind az életrajzból kibontható, a kor szellemi kultúrájának tágabb összefüggéseire és Feszl ezekben elfoglalt helyére vonatkozó problémák. Hangsúlyozandó, hogy megfogalmazásuk sem lehetséges másként, mint az életrajz nyújtotta biztos bázison. Elsősorban ez az, amivel Komárik Dénes műve -- szándékával teljes összhangban -- előreviszi a kutatást. A disszertáció méltó a tudományok doktora fokozatra, amelynek megadását javaslom.

Vörös Károly, a történettudomány doktora bírálói jelentése

"A magyarországi romantika legjelentősebb építészének, Feszl Frigyesnek szinte teljesen ismeretlen életútját és alig ismert munkásságát e disszertáció kísérli meg először monografikus igénnyel az olvasó elé tárni. A legszű-

kebb szakterület számára munkásságának mérföldkövei és néhány részlete -- ha több-kevesebb pontatlansággal is -- ismeretesek voltak ugyan, de szélesebb körben már alkotó pályáját -- az egy Vigadót kivéve --, valamint személyét az ismeretlenség homálya övezte. Ezen a hiányon igyekszik ez a mű segíteni azáltal, hogy minden eddiginél részletesebben és teljesebben mutatja be a nagy mester életét és működését mind az építészettörténeti kutatás, mind az őt csupán egyremekműves alkotóként ismerő szélesebb olvasóközönség használatára."

Ezekkel a szavakkal határozza meg feladatát és indítja el annak megoldását az előttünk fekvő értekezés szerzője. Feszl az értekezésnek mintegy bevezetéséül szolgáló életrajza ennek a -- láttuk -- sokáig nagyon hiányos biografikus kutatásnak eddigi eredményeit foglalja össze, ennek során hangsúlyozva a Feszl munkásságának feltárásában oly nagy érdemeket szerző Vámos Ferenc kutatásait és eredményeit. A továbbiakban a Szerző röviden bemutatja Feszl életpályájának a származás, a család, a tanulóévek, az itthoni pályakezdés, a házasság, majd a Feszl kezdeményezte egyes gazdasági vállalkozások csődje és közéleti tevékenysége által meghatározott megannyi mérföldkövét, Feszl külföldi útjait, majd az öregedő férfi számára haláláig oly kedves kőbányai környezetet. Az így újonnan feltárt és lelkiismeretesen összeállított gazdag forrásanyagra támaszkodva (a tárgyra vonatkozóan szerencsésen jórészt megtalálható másodlagos levéltári-könyvtári, részben adminisztratív források felhasználásával, és ezen túl kivált az egykorú hatalmas volumenű budapesti sajtó információival és a Pest városi tanács ügyviteli természetű irataival) kísérli meg Komárik Dénes e sokoldalú életrajzi összkép kialakítását: a művészről éppúgy, mint az emberről. De itt már a művek beszélnek tovább.

Az értekezés ennek során először Feszl romantikus alkotó korszakának első, majd második szakaszát ismerteti (1845—1854, illetve 1854—1867), e két korszak legértékesebb építményeinek részletes bemutatásával. Ezt követi a romantikus alkotó korszakot betetőző Vigadó elemző bemutatása; az ezutáni életszakasz (1867—1884) már a romantika háttérbe szorulásának és a historizáló eklektika kibontakozásának jegyében áll. Ennek kapcsán kerül bemutatásra egyrészt Feszl nagy volumenű, több száz lapból álló tervtára és nagyon színvonalas grafikai oeuvre-je, másrészt a magyar nemzeti építőstílus keresésének jegyében álló egyes munkái, illetve tervei. Komárik Dénes mindegyik periódusnál gondos elemzéssel emeli ki Feszl ekkor tervezett vagy (kisebb részben) meg is épített műveit, és foglalja össze tanulságaikat a művész életművét mint olyat bemutató zárófejezetben. Ennek során először azt a szinte mindennél fontosabb kérdést vizsgálja, hogy Feszl milyen épülettí-

pusokat, illetve milyen megrendelők számára épített: itt kiemeli a polgárság, illetve a polgári átalakulás igényeit; pályázatokon való sűrű szereplése is azt jelzi, hogy ezeknek az igényeknek (illetve az általuk jegyzett stílus- és ízlésirányoknak) alapos megismerésére törekedett. Jellemző, hogy az arisztokrácia felé nemigen voltak kapcsolatai, még építészeti megrendelőit illetőleg sem. Ugyanakkor azonban pesti épületeinek nagy építtetői között az induló magyar tőkés fejlődés nagy nevei szerepelnek, de ide kerülnek egyes politikusoknak a villái, városi házai is. A kor építészeti termésének egészéhez mérve Feszl mögött nem állt ténylegesen megépített nagyszámú ház, ám a szerencsésen megmaradt, illetve jórészt meglepő módon évtizedekkel később előkerült tervrajzok révén az értekezés sok szempontból újszerűnek tekinthető következtetésekhez, eredményekhez jut el.

Első tanulságnak joggal tekinthetjük a Szerzőnek azt a munkaszervezést illető megállapítását, mely az építési tevékenységben az építő és a munkaszervező elem jelentőségét hangsúlyozza — mint hátterét és alapját minden esztétikailag és technikailag egyaránt színvonalas, igényes építkezésnek.

Második újszerűnek tekinthető eredménynek több, a korszakra különösen jellemző, értékes, de eddig ismeretlen mester munkájának kezelt budapesti építkezés meggyőző attribúciója tekinthető, és egyáltalán Feszl ténylegesen felépített házai: cáfolataiként annak a sokáig élő véleménynek, mely Feszlt mint egy egyépületű építészt mutatta be. Ami persze nem gátolja meg tévesen Feszlnek tulajdonított épületek vagy tervek életművéből való törlését: negatív attribúcióját.

Harmadik újszerű tanulságokat Feszlnek a Kauser--Gerster-féle részvénytársaságba való bekapcsolódása nyújt: ez már csak a vállalkozás viszonylag hosszú fennállása miatt általában is érzékelhetővé tette (vagy legalább a bőven fennmaradt forrásanyag folytán tehette volna) az ilyenféle korai tőkés építészeti társasvállalkozások mechanizmusát is.

Az értekezés mint Feszl munkásságának negyedik újszerű eredményét az egyesített főváros városrendezési tervében való közreműködését kell hogy elismerje, még akkor is, ha az értekezés e ponton némileg adós marad a terv részletesebb, konkrét ismertetésével. — És nagyon jelentős ötödik új eredménynek ismerhetjük el Feszl képzőművészeti tevékenységének napjainkra mintegy újra történő felfedezését és romantikus ihletésű grafikáinak szakszerű értelmezését, beillesztését az építészi életműbe. — Külön hatodik eredményként kiemelendő, hogy az értekezés minden pontjában szorosan kapcsolódik a Feszl teljes életművét bemutató 1984. évi, minden eddiginél nagyobb szabású és teljesebb horizontú kiállításhoz, illetve annak ugyancsak disszerens ál-

tal kidolgozott katalógusához (benne 687 tételben 96 képpel és dokumentummal), immár megkerülhetetlenül minden további kutatás és újraértékelési kísérlet számára éppúgy, mint a kor művészetének mindazon területén, melyek valamilyen formában az építészethez kapcsolódnak.

Magunk részéről a fenti részleteredményeken túlmenőleg azonban talán nem indokolatlan felhívni a figyelmet egy újabb, és tulajdonképpen az egész biográfiát és életművet át- és összefogó jelenségre: a még a reformkorban kibontakozott, s ezt az egész korszakot minden vonatkozásban meghatározó egyfajta életérzés, a nemzeti romantika kezdődő gyors hanyatlására, a valóság értelmezésének egyre nyilvánvalóbb elégtelen voltára — olyan jelenség ez, mely többé-kevésbé kiterjed a magyar művelődés és művészet majd minden területére.

Áttekintve így e sok szempontból feltáruló életművet, láthatóvá lesz a kutatás végső, hetedik tanulsága: a Feszl pályáját oly erőteljesen szervező, irányító, befolyásoló nemzeti romantika hanyatlása, és mint láttuk, egyre világosabbá váló elégtelensége a kiteljesedő polgári átalakulás valóságának kifejezésére, értelmezésére. Érzékeltetve egyúttal, hogy mindezen törekvések a hazai reformkori kezdeményeknek az európai romantikus szinthez való közvetlen felzárkóztatására még nem bírnak elégséges társadalmi bázissal. Ennek egyik legjellegzetesebb analógiáját és egyúttal bizonyítékát a korszak egyik legjelentősebb magyar festőjének, Madarász Viktornak pályája is mutatja: néhány nagy, valóban európai színvonalú és sikerű alkotás (Hunyadi László siratása, Zrínyi és Frangepán stb.) után megtorpan, és Feszl útjával rokon módon lassan maga is visszavonul az alkotó munkától, építészeti tevékenységében pedig maga is átveszi a historizáló eklektika technikailag és a művészi látványt idézve kétségtelenül haladottabb világát, ha eredeti szenvedélyben nem mindenütt éri is el a romantika színvonalát — amint Erkel is a Bánk bánon túl már ugyanúgy nem alkot annál jobb műveket, aminthogy Madarász Viktor sem készít a Hunyadi László siratását meghaladó erejű-értékű darabokat.

Építészet, képzőművészet vagy akár a zene és ezeknek immár a romantikánál megrekedt útjai mögött azonban éppen Feszlnél, illetve az építészetben felismerhetővé válik az őt — de egyáltalán a hazai romantika egész művészetét — mozgató és meghatározó igény és életérzés egy sajátos, immár magyar nemzeti formanyelvre. Az értekezés nyolcadik új vonását így ennek az általánosuló tendenciának Feszl munkásságában (de legalább annyira utóéletében is) érvényesülő kibontakozása fogja jelenteni, anélkül azonban, hogy a romantikának a historizmussal és az eklektikával szembeni megtorpanásán ez bármit is változtatna. Az út a magyar kultúra egészében a nemzeti romantikát el-

hagyva, vagy akár csak megkerülve vezet tovább majd Lechner Ödön nemzedéke felé -- de már Feszl nélkül.

Végül mondanivalónknak mintegy zárásaként ki kell emelnünk a disszerens szép, romantikus Feszl-portréját, és a forrásokból jó érzékkel kiemelt, a művészre visszautaló információkat.

Olyan tanulságok ezek, melyek mindenben indokolják, hogy a tisztelt Bírálóbizottságnak javasoljam: ajánlja a TMB-nek Komárik Dénes részére a művészettörténeti tudomány doktora fokozat odaítélését.

VÁLASZ A FESZL FRIGYES 1821--1884 C. DOKTORI ÉRTEKEZÉSRŐL ÍRT OPPONENSI VÉLEMÉNYEKRE

Mielőtt válaszomban rátérnék az itt elhangzottakra, nemcsak opponenseim munkáját szeretném hálásan megköszönni, hanem mindazok segítségét, akik e disszertáció létrejöttéhez bármilyen módon hozzájárultak. Külön meg kell említenem azt a támogatást, amit negyedszázadon keresztül utolsó munkahelyem nyújtott a megfelelő munkakörülmények biztosításával, a Művészettörténeti Kutatócsoport pedig elsősorban az 1984-es Feszl-kiállítás ügyének felkarolásával, de ezenkívül is mindenkor.

Opponenseim mindegyike dolgozatomat, természetszerűen, más-más aspektusból, szemléleti beállítottságból, egymástól eltérően artikulált erudíciós megalapozottságra támaszkodva vizsgálta és értékelte -- érdeklődése, illetékességi területe, személyes beállítottsága szerint. Így Kubinszky Mihály részéről szorosan építészettörténeti méltatás hangzott el, Marosi Ernő átfogó művészettörténeti szemponttól vezérelve bontotta ki bírálatát, míg Vörös Károly a történész szemével vizsgálta meg disszertációmat. Mindegyik bírálatnak ezért máshol helyezkedik el a súlypontja, mások a reflexiót igénylő megállapításai. Indokoltnak látszik tehát, hogy a bírálatokra külön-külön válaszoljak.

Kubinszky Mihály opponensi véleményére válaszolva a következőket mondhatom:

A disszertációban Bürklein mellett Klenzéről is szó van, de "... a nagy klasszicista mestertől Feszl ... csak a mesterséget tanulhatta, romantikus ízlésének formálására hatással nem lehetett". Ami pedig magát a Rundbogenstilt illeti, azt Feszl Gärtnernél ugyanúgy magába szívhatta, mint Bürkleinnél. De ez különben is Münchenben, valamint a délnémet államok területén meglehetősen általános és domináló volt ekkor. Úgy gondolom tehát, hogy

Feszl Rundbogenstil-hajlandósága nem egyetlen mestertől eredeztethető, hanem szélesebb művészeti-kulturális hatás eredménye, melyet mesterei csak megerősítettek és artikuláltak benne.

A magyar lakóház "ámbitusá"-nak a Rundbogenstillel való kapcsolatba hozásáról -- melynek kérdését Kubinszky Mihály felveti -- azt gondolom, hogy mesterünk ilyen irányú hangoltsága valóban segíthetett felfedezni, vonzónak találni az árkádos motívumot.

A Dreher sörgyár központi épületéről írva talán valóban egyszerűsítve fejeztem ki magamat. Nem utolsósorban a mintegy indokolásul szolgáló megjegyzéssel, hogy nem tartalmaz számottevő díszítő elemet -- ami ugyan igaz, de alkalmat adhat szándékomtól eltérő értelmezésre. Azt sugallhatja, hogy nézetem szerint az építészet a díszítő elemekben merül ki, ami természetesen nem igaz, még akkor sem, ha a romantika építészetében ennek ténylegesen nagyobb a szerepe. Igaza van viszont bírálómnak, hogy ez az épület több jó szót érdemelt volna: valóban arányos kompozíció, jól kiegyensúlyozott homlokzatformálással. Azt azonban már nem osztom, hogy jelentős dekoratív elemek vannak jelen. Csak annyi van, amennyi egy ipari épületen helyénvaló lehet. A "szokványos" megjelöléssel pedig azt akartam és akarom kifejezni, hogy ez az épület nem emelkedik úgy ki az ipari épületek sorából, mint pl. az Oszvald-ház a városi lakóházakéból, s melynek -- több mással együtt -- végül is jelentősebb a művészi színvonala, érdeklődésünkre, értékelő magatartásunkra jobban számot tarthat. Viszont bírálóm észrevétele alapján el kell ismernem, ez az épület lehetőséget nyújtott volna annak kidomborítására, hogy Feszl helyesen, jó építészhez méltóan kezelte az ilyen feladatot is. A funkciót, szerkezetet jól megoldotta, tömegekkel, arányokkal operált, eredendő díszítőkedvét pedig fegyelmezetten, stílusosan háttérbe szorította ott, ahol annak tárgyszerűen nem volt helye. Ez a vonás is hozzátartozik mesterünk képéhez.

Vörös Károly opponensi véleménye részletesen áttekinti dolgozatomat, s bár bőségesen reagál művészettörténeti mozzanatokra, érdeklődése főként történeti szempontból foglalkozik tartalmával. Ennek során megerősít disszertációm ilyen vonatkozású törekvései, eredményei helyességében. Nem utolsósorban abban az igyekezetemben, mellyel érzékeltettem, hogy személyében nem elsősorban a nemzeti építőstílusra törekvőt, hanem -- az autonóm művész mellett -- a polgársághoz, a polgárosodáshoz kötődő alkotót látom. Bírálatának főként befejező részében pedig nagyobb történeti kontextusban elemzi a disszertációban elénk táruló életmű és működés jellegét, jelentőségét. Ezt örömmel és köszönettel fogadom, mint olyan segítséget, mely arra ösztönöz és

bátorít, hogy a munka további kidolgozása, gazdagítása során a történeti dimenzióval még jobban elmélyítsem a megidézett pályaképet.

Tételes válaszra két helyen késztetnek az elhangzottak.

Bírálóm újszerűként regisztrálja azokat a tanulságokat, melyeket "Feszlnek a Kauser--Gerster-féle részvénytársaságba való bekapcsolódása nyújt", többek között érzékelhetővé téve az ilyenféle korai tőkés építészeti társasvállalkozások mechanizmusát is. Bár valószínűleg csak elírásról van szó, további félreértések elkerülése céljából szeretném megjegyezni, hogy nem részvénytársaságról volt szó, csak egyszerű társas viszonyban való működésről. Továbbá nem egy már létező Kauser--Gerster-féle együttesbe kapcsolódott be, hanem eleve hármas társulás jött létre 1845-ben, mely aztán 1854-ig tartott. Az így rektifikálandó elírást valószínűleg az idézte elő, hogy valóban létezett egy Kauser--Gerster társulás is, de később, 1854--56-ig, a két építész közös csődbe jutásáig. Csak a kép teljessé tétele kedvéért és az akkori idők mobilitásának illusztrálására idézem fel, hogy 1861—1867-ig Gerster--Frey, 1867—1877-ig Frey--Kauser társas cég működött. — Opponensem ezt tárgyalva érzékelteti azt a feltételezését, hogy a bőven fennmaradt iratanyag alapján a hármas társas vállalkozás mechanizmusait illetően többet is megtudhatnánk. Szeretném elmondani, hogy a valóban viszonylag bő forrásanyag alapján az előadottaknál többet nem lehet megtudni. Hogy azonban ez mennyire nem kevés, az akkor látható, ha ismereteinket összevetjük a 25-30 évvel korábbiakkal és főleg azzal a ténnyel, mennyi attribúció, attribúció-igazolás, illetve -korrigálás vált ezek nyomán lehetségessé. A belső mechanizmusra azonban — amit egyébként a jóval későbbi irodákat illetően sem eléggé ismerünk még — már csak azért sem várható több, mert a szóban forgó hivatalos iratok a szóbeli megállapodáson nyugvó, nem bejegyzett cégről, annak működéséről természetesen nem vagy csak mellékesen árulnak el valamit.

Bírálóm másik kritikus megjegyzése Budapest 1871-es pályatervével kapcsolatos. Úgy ítéli, hogy "az értekezés e ponton némileg adós marad a terv részletesebb, konkrét ismertetésével". Igaz, hogy monografikus részletezettséggel nem tárgyalom, mint ahogy azt a legfontosabb Vigadóval sem tettem. Az is igaz, hogy a disszertációban szereplő és a monografikus részletesség között vannak még fokozatok, és valóban nem biztos, hogy a szerző helyesen érzékeli az általa választott fokozat megfelelő voltát. De mindezt önkritikusan újragondolva mégis úgy látom, hogy ennek a monográfiának keretében a nagyobb részletezettség aránytalanságot szült volna. Végül is meglehetősen részletesen ismertettem az átfogó urbanisztikai koncepciót, egyéb vonatkozásban pedig még sehol sem szerepelt ilyen részletekbe menő alapossággal a

rendezési tervnek a tervhagyaték rajzai, vázlatai, valamint a fennmaradt műleírás alapján lehetséges építészeti rekonstrukciója, annak tényleg részletes, konkrét ismertetése. Természetesen Feszl pályatervének (sajnos csak töredékesen lehetséges) monografikus feldolgozása éppen úgy jogos igény, mint a fennmaradt műleírások alapján valamennyi pályaterv (ismét csak töredékesen lehetséges) alapos feltárása. Az is természetes, hogy egy Feszl-nagymonográfia keretében mesterünknek ez az igen jelentős munkája a jelenleginél részletesebb, terjedelmesebb tárgyalást igényel; egyebek mellett például a műleírásnak az adattári részben való forrásközlését is.

Visszatérve a disszertációhoz: a rendezési terv tárgyalásában egy -- bár szóvá nem tett -- enyhe aránytalanságot el kell ismernem, és lehet, hogy ki nem mondva ez motiválta opponensem bíráló megjegyzését. Nevezetesen -- minden részletesség ellenére -- valóban nagyvonalúbban kezeltem a pályamű korábbi publikációkban már többször szereplő, értékelt-bírált vonásait, elemeit -- szemben azokkal a rekonstrukciókkal, melyek végül is (az 1984-es katalógus adatait nem számítva) itt láttak először napvilágot.

Marosi Ernő elmélyüléssel, árnyalatokat is érzékenyen megfigyelő érdeklődéssel vizsgálja monográfiám egészét, regisztrálja sajátságait. Érintettként mondhatom, hogy egészében véve intencióimnak megfelelően ragadta meg a dolgozat karakterét, gondos számbavétellel tárta fel erényeit és gyengébb vagy esetleg vitára indító pontjait, valamint a benne csíraként szunnyadó, kibontható lehetőségeket.

A mondottak jelentős részére általános válaszként két szakaszt idézek disszertációm indító fejezetének bevezető és befejező részéből:

"Feszl munkásságára irányuló csaknem két évtizedes kutatásunk, valamint az egész korszakkal való több évtizedes foglalkozásunk rendkívüli mértékben hozott napvilágra adatokat, bizonyítékokat, tárt fel összefüggéseket, tisztázott problémákat. Kívánatosnak és szükségesnek látszik tehát, hogy ezek a végcélként szem előtt lebegő teljesség, vagyis a nagymonográfia megszületése előtt is hozzáférhetővé váljanak. Illetve az általuk s a korábbi eredmények birtokában immár lehetséges árnyalt és megbízható Feszl-pályakép az építészettörténeti kutatás és az általánosabb érdeklődés számára is rendelkezésre álljon." (2--3. o.)

"Ugyancsak a majdan kibővülő lehetőség nyújt majd teret a kor történeti és művészettörténeti hátterének részletező, a mesterünket befogadó közeget árnyaltabban felidéző megrajzolásához. Most, amikor a nagy hiánynak pótlását, Feszl Frigyes életpályájának felrajzolását tűztük ki célul, elegendőnek látszik az, ami folyamatosan, illetve a pályakép összefoglalásából kivilág-

lik, valamint az arra való utalás, ami máshol — építészettörténeti vonatkozásban éppen e munka szerzőjének korábbi munkásságában, korszakmonográfiájában — megtalálható." (14—15. o.)

A részletesen adandó válasz nagy része az idézetben elhangzottakból jórészt következik, s azokból kibontható. Néhány tételesen felvetett kérdés, javaslat stb. ezen túlmenő reagálást is igényel.

Opponensem a disszertáció alapvető jellegét illetően elfogadó gesztussal állapítja meg, hogy "a szerző tudatosan, úgyszólván az eddigi kutatások kontrollját vállalva döntött a különböző okokból mindaddig elmaradt alapvetés, az életrajz rekonstrukciója mellett" (6. o.). E pozitív állásfoglalás nyomán csupán plasztikus sarkításnak, bizonyos sajátságok demonstratív kiemelése érdekében tett megnyilatkozásnak tekinthetem ennek folytatását: "az eredmény: életrajz, nem művészmonográfia". Vélekedésemet megerősíti e megállapításnak a bírálat egésze kontextusában való értelmezése, ahol a megfelelő helyeken számos, ezzel éppen kiegészítően ellentétes, differenciáltan értelmező megállapítás hangzott el.

Ami ezt a plasztikus sarkítást az általánosságban már mondottakon túl valamelyest érthetővé teszi számomra, azt a következő mozzanatban sejtem. Az említett megalapozás igényének kielégítése során oly nagy mennyiségű adatszerűség vált bizonyítottan bemutathatóvá és hitem szerint bemutatandóvá, hogy annak markáns sokasága elhomályosította, háttérbe szorította a belőle kibontakoztatott, reá épülő, de vele szemben pasztellszerűen finomnak, törékenynek bizonyuló művészportrét. És úgy látszik, kevésbé észrevehetővé tette — nem kis sajnálatomra — a művek gondos formai analíziseit, melyek mindenkor törekedtek a stíluskategóriákon túl az egyedit is megragadni, de ezek alapján a teljes oeuvre-n végigvonuló általános sajátságokat is kitapintani.

Feszl Frigyes életrajzának és életművének tagolásában Marosi Ernő — fenntartással elfogadva (6. o.) — alapvetően biologikus szkémát lát (7. o.), melyhez — más szempontokat is bevonva — észrevételeket, javaslatokat fűz. A kérdés, amiről ezekben szó van, az — mint mondja — "valójában a romantikus művészegyéniség Komárik Dénes által helyesen felismert jellemzésének adható fokozottabb hangsúlyt érinti" (8. o.).

Ami a biologikus szkéma problémájának kritikus felvetését illeti, annak elvi részével nem kell vitatkoznom. A biologikus szempont érvényesítésének dominanciájától vagy pláne kizárólagosságától ugyanis eleve idegenkedem, mert ha szellemről, a szellem bármilyen megjelenéséről van szó, az mint ilyen nem esik a biologikum kategóriái alá. Nem téveszthetjük azonban szem elől, hogy a tapasztalati világban szellemmel kizárólag az emberben, az em-

beren keresztül találkozunk, s mivel az emberben szellemi és vitális szféra szubsztanciális egységben van, a biologikummal akarva-akaratlanul érintkeznünk, számolnunk kell. Fokozottan áll ez életrajz, életmű átfogó áttekintésének, minden irányú megragadásának esetére. A biológiai komponensnek tehát mindenkor van viszonylagos jogosultsága. -- Ennek ellenére az életmű feldolgozása során -- éppen alapvető idegenkedésem következtében -- mindenképpen el akartam kerülni az ifjúkor--érett kor--hanyatlás ritmusára támaszkodó felépítést, amivel ráadásul nézetem szerint a tárgyalt valóság is szembeszegült. Szeretném, ha bírálóm elhinné, hogy ha anyagomat nem biologikus rendező elv szerint tagoltam, akkor ezt komolyan gondoltam, s nem csupán e rendező elv -- akár tudattalan -- sifrírozásáról van szó. Az a körülmény, hogy a választott más szempontú tagolás véletlenül egybeesik a fő életszakaszokkal, nem jelenti azt, hogy azok szempontja vezérelt. Ilyenformán tehát el kell hárítanom opponensem értelmezését, mely szerint stílusfogalmakkal jelölt biologikus szkémáról van szó. Éppúgy nincs, mint ahogy nem lenne akkor, ha például valaki egy festő pályáját sárga, kék, piros korszaka szerint tárgyalná, s ezek véletlenül a mester életkori szakaszaival esnének egybe.

Igazi problémám ebben a vonatkozásban kezdettől fogva az volt, hogy -- talán valamelyest az 1965—67 körüli cezúrán kívül — meglehetősen homogénnek láttam Feszl munkásságát, és nem merült fel előttem olyan művészeti-immanens tagolási szempont, amit alkalmasan és meggyőzően érvényesíthettem volna. Hogy ennek írásomban is hangot adtam, annak tanúságául álljon itt egyetlen idézet: "... erről a sajátos, teljesen egyéni formarepertoárról és formakezelésről enyhe túlzással állíthatjuk, hogy már pályája kezdetén birtokában volt. Amiről korábbi és későbbi műveit valamennyire meg lehet különböztetni egymástól, inkább az, hogy az elemek melyik rétegével operál inkább és mi módon csoportosítja őket." (174. o.) Ezért aztán az anyag kezelése, az áttekintés megkönnyítése érdekében valóságos, de másodrendű mozzanatok szerinti periodizálást választottam. Így ezek a határok eleve halványabbak, kevesebb nyomatékkal rendelkező pragmatikus vonalak; hogy úgy mondjam, szellemileg átjárhatók. Nem állnak útjában a művészi kép, a munkásság szerves egésze érzékelésének, mely saját problémalátásomban, megjelenítési igyekezetemben -- mint már utaltam rá — éppen úgy jelen van, mint opponensem ezt nyomatékozó megnyilatkozásában. Készséggel elismerem azonban, hogy mindezt a megvalósultnál markánsabban, átfogóbban, hangsúlyozottabban lehetett, sőt bizonyára kellett volna is kifejteni, érzékeltetni.

Bírálóm felveti a "párhuzamos életrajzok" mesterünk életútjával való ütköztetésének további lehetőségeket kínáló jelentőségét. Bővebben foglalkozik

a szempontunkból legfontosabb Henszlmann Imre és Ybl Miklós személyével. Az elsővel kapcsolatban a Gelnhausen--Zsámbék problémakört és Feszl Frigyes nép-nemzeti irányulására tett befolyást említi meg. "Az a tény — mondja opponensem --, hogy (Feszl) középkori építészeti tanulmányai (mégpedig a Gelnhausenre vonatkozók éppúgy, mint a zsámbékiak) a Henszlmann-nal való baráti érintkezéssel magyarázhatók ... felveti meghatározó szerepének kérdését..." (9. o.). Henszlmann sok irányú, igen fontos meghatározó szerepe általánosságban elvitathatatlan, de a Feszl Frigyesre 1845 előtt való hatás prekoncepciója, úgy vélem, nem tartható. Prekoncepciót mondok, mert láthatóan arról van szó, hogy midőn mind Feszlnél, mind Henszlmann-nál elénk tárul a Gelnhausen és Zsámbék iránti fokozott érdeklődés, azonnal felmerül a termékenynek ígérkező egybelátás: a tudós műtörténész irányította ezekre erudíciójával a középkor iránt fogékony művész, építész figyelmét. Ennek tarthatatlansága, de legalábbis rendkívül törékeny volta egy opponensi válaszban filológiai igényességgel nem tárgyalható. Csak utalhatok a nézetem szerinti lényegre, ami abban áll, hogy Feszl Frigyes csak 1845-ben, a hármas építészeti társulás nyomán, a kassai Gerster Károly révén ismeri meg Henszlmann Imrét, aki ugyanebben az évben Feszlnek köszönhetően szerez tudomást a zsámbéki romokról. Mindezt nagy vonalakban a következők támasztják alá:

Először: Feszl 1839 és 1845 között rövid megszakításokkal nem volt itthon, főleg Németországban tartózkodott vándorúton, és végezte, amennyire építészeti stúdiumai engedték, középkori építészeti tanulmányait. Henszlmann viszont ez idő alatt, egy évi bécsi tartózkodást leszámítva, Pesten élt, s ami fontosabb, csak 1844 körül fordult igazában a középkori építészet felé érdeklődése.

Másodszor: amint Szentesi Edit nemrégen megjelent kitűnő tanulmánya kifejti, Feszl Gelnhausen iránti rendkívüli érdeklődése az akkori általános müncheni irányulásból, atmoszférából teljesen megmagyarázható, úgyszólván következik belőle.

Harmadszor: Kauser József (1848--1919) 1918-ban írt, fél évszázada lappangó, egy éve kezembe került Feszl-életrajzának tanúsága szerint Feszl Frigyes gyermekkora óta ismerte és csodálta a zsámbéki romokat, melyeket mindig látott, midőn kőfaragó apját a környékbeli kőbányákba elkísérte. Valószínűsíthetően éppen tőle, az 1845-ben gyönyörű zsámbéki litográfiát készítő, Henszlmann által nemrég megismert fiatal építésztől szerzett tudomást a jeles tudós a nevezetes romokról, amit ismert Pesti Hírlap-beli cikkében (1845. szept. 19.) így regisztrál: "... nálunk ... az illyen, épitészet-történeti

tekintetben olly felette fontos emléknek csak hirét is csaknem egészen a' vak esetnek kell köszönnünk ...".

A Gelnhausen--Zsámbék-probléma mellett felmerült a kérdés, vajon nem éppen Henszlmann-nak a népiesség mozgalmaihoz hidat alkotó irodalomkritikai munkásságában és esztétikai nézeteiben kereshetők-e Feszl nép-nemzetinek jellemzett, ahhoz hajló nemzetfelfogásának gyökerei. A kérdésfelvetés messzemenően jogos, de kézenfekvő, hogy más hatásokkal is számolni lehet. Erre vonatkozó minden támpont híján azonban a kérdés egyelőre nem válaszolható meg. Magam részéről inkább az általános és többirányú hatás meglétét anticipálom, komolyan számításba véve Petőfi és Arany közgondolkodást formáló szerepét is.

Örömömre és megnyugtatásomra szolgált a XIX. századi építészet nagyobb korszakaival és modusszerű alternatív jelenségeivel, e jelenségek kettősségével való, Ybl-tanulmányomban található fokozott számvetés pozitív értékelése, taglalása. Annál is inkább, mivel ebben nem frissen kialakított, hanem 15 évvel ezelőtt írt korszakmonográfiámnak csupán megismételt, összefoglalt szemléletéről van szó, tehát olyasmiről, ami részemről tartósan motiválja a XIX. század építészettörténeti jelenségeinek értelmezését. Viszont nem tűnik úgy, hogy ez a felfogás túlmutatna a Feszl alkotókorszakainak jellemzésére alkalmazott fogalmakon, hiszen ugyanúgy az idézett szemlélet szolgál annak hátteréül, mint Ybl munkássága áttekintésének. És a gazdagon burjánzó, sokrétű összképből, annak jelenségeiből a tanulmány további részében Ybl is ugyanúgy csak tényleges tevékenységének megfelelő mértékben részesül, miként ez Feszl esetében is történik. Ami valóban hiányérzetet kelthetett, az a részletes beágyazásnak az általános válaszban motivált hiánya, amire a megíráskor az a naiv, bár nem tudatos feltevés is bátorított, hogy az olvasó úgyis tudja, mibe történik a beágyazás. Ez -- belátom -- még ha fennáll is, nem pótolja az egy helyen elénk táruló megjelenítést, és megfoszt bizonyos árnyalt összevetések lehetőségétől.

Opponensem a Feszl--Ybl-párhuzammal kapcsolatban megállapítja továbbá, hogy abban mindenekelőtt a két mesternek a modusokhoz való attitűdjében mutatkozó különbsége bontakozik ki. Ez a -- gondolom mindnyájunk által elfogadható -- megállapítás első tekintetre nem jelent nehézséget, nem vált ki ellenkezést. Ugyanakkor úgy tűnik, mintha a bírálat ennek nyomán nehezményezné vagy legalábbis problematikusnak látná, hogy Feszlnél a félkörívesorientalizáló változat írásomban művészi alkatával összefonódó modusként, tehát nem pusztán alkalomnak megfelelően magára öltött köntösként jelenik meg. A problémafelvetés nem alaptalan, megfontolandó és általános vonatko-

zásban is gyümölcsözőnek ígérkezik. Az erre vonatkozó, részletekbe menő, elemző tárgyalásnak természetesen nem itt van a helye. Ami a dolgozatot illeti, két vonatkozásban szeretnék reagálni: általánosságban és jobban a jelen esethez kapcsolódóan.

Az utóbbihoz tartozik, hogy Ybl Miklósnál is van, szerepet játszik az alkati elem, a hajlam -- ez az Ybl-tanulmányban is hangot kap. "Kifejezetten romantikus működésére jellemző, hogy benne a két nagy irányulás közül egyértelműen a félköríves stílus dominál, nemegyszer némi orientalizáló ízzel, a művészi alkatának legjobban megfelelő neoreneszánsz forma-fegyelmezettséget, harmonikusságot és választékos ízlést előrevetítő formálással." (19. o.) Ugyanakkor Feszl is használta a modusokat, ami természetesen nem mond ellent annak, hogy velük szemben attitűdje más volt. De ha meggondoljuk, hogy alkotó pályájának kereken felét a historizáló eklektika uralta, akkor talán a kérdésnek, vajon az egyművű Feszlről alkotott képet az igazán egy stílusvariánssal azonosuló Feszl képe fogja-e helyettesíteni, árnyaltabb feltevéséhez nyílik út, melyet feltétlenül árnyaltan is kell megválaszolni. Valóban tény, hogy igazán csak egy, bár több elemből összetevődő, hajlékonyan kezelt stílusvariánssal azonosult lélekben, de -- s ennek bemutatása éppen egyik nóvuma e dolgozatnak -- ténylegesen több változattal dolgozott, miként építészkortársai valamennyien. Ami az idegen területre lépés benyomását sugalló megállapításaimat illeti, arra csak azt mondhatom, akárhogy nézzük is -- én legalábbis úgy látom --, historizáló-eklektikus művei nem mutatják azt a színvonalat, amit romantikus (nevezzük így) alkotásaiban megcsodálunk vagy elismerünk. Ellentétben Ybl Miklóssal, akinél nem látunk ilyen különbséget két nagy korszaka művei között, akkor sem, ha főművei, kiteljesedése neoreneszánsz korszakának köszönhetőek is.

Ide kívánkozik annak -- futólag már érintett -- megjegyzése, hogy éppen e dolgozat, ill. nagy vonalakban annak előmunkálatát jelentő Feszl-katalógus állítja először (nagy és gazdag anyaggal bizonyítva): "... élete utolsó 15-20 esztendejét szinte maradéktalanul a historizáló eklektika uralta -- ellentétben azzal a köztudattal, hogy mindvégig kitartott a romantika mellett, s éppen ezért nem is nagyon épített" (175. o.).

Tehát a kérdés: vajon az egyművű Feszlről alkotott képet az igazán egy stílusvariánssal azonosuló Feszl képe fogja-e helyettesíteni -- nem indokolt, mert nincs szó helyettesítésről. Hiszen az eddigi kép az egyművű Feszl képével párosult radikálisan egy stílusvariánsú mester képe volt, mely képek ilyenformán most nem válthatták fel egymást. Éppen munkám dolgozta ki a korábbi kép teljes ellentétét: a tetemes életművű, több stílusvariánssal dol-

gozó mester képét. Tudom, opponensem nem téveszti ezt szem elől, de a mondottakat felidézve úgy tűnik, az egymodusú Feszl víziója túldimenzionáltan jelenik meg, és a kontextuson kívül tartózkodó hallgatóban bírálóm saját intenciójától is eltérő benyomást kelthet. Továbbá nem helytálló, legalábbis félrevezető lehet az a megjegyzés, ami, tartalmilag ehhez kapcsolódva, eszméihez való hűségéről beszél, ami aztán perifériára szorította. Az ilyesmit állító korábbi patetikus és etikai hangvételű szemlélettel éppúgy szemben állok, mint a historizáló eklektikát életművéből korábban kirekesztő, imént említett látásmóddal. Való igaz, vallottam és vallom, hogy megvolt a maga alkati (nem elvi vagy kvázi-ideológiai) preferenciája, hajlama, ami élete végéig eleven maradt. De amikor eljött az ideje, józanul számot vetett azzal, hogy más formanyelvet kell használnia. Nem állt félre, nem vívott szélmalomharcot. -- Amiért e kérdésekről látszólag többet szólok, az azért van, mert a tárgyalt két dolgot kutatásaim fontosabb eredményei közé számítom, s az eddigi Feszl-képen való korrigálás nem mellékes elemeinek.

Visszatérve historizáló-eklektikus műveinek értékelésére, szeretnék -- mintegy függelékként -- még egy gondolatot érinteni. A historizmus alkotásai iránti differenciált, valósághű kvalitásérzékünk csak hosszabb idő alatt alakulhat ki, minél több művel való minél többszöri érintkezés folytán, ahogyan ez minden korábbi korszak esetében is történt -- hogy Nikolaus Pevsner találó gondolatát idézzem. Nos, ez az idő még távolról sincs mögöttünk. Lehet tehát, hogy néhány évtized múlva másképpen látjuk e kor alkotásainak s benne Feszl Frigyes historizáló-eklektikus műveinek kvalitását és az egyéb műveivel való összehasonlítás mérlegét is. Ma azonban csak mai szemléleti lehetőségeink alapján foglalhatunk állást, s nem vehetünk fel fedezetlen kölcsönt a jövő még felfedezetlen lehetőségeire.

Marosi Ernő problémafelvetése a disszertáció egyedi minőségeinek médiumán keresztül valójában mélyebb és általánosabb rétegeket érint. Ezért a dolgozatra közvetlenül szorítkozó, most elhangzott válasz csak részleges érvényű lehetett. A mélyebb rétegekkel érintkező, adekvát válasznak az egyedin túlemelkedő általánosnak kell lennie. Ennek tárgyalása ugyan -- mint már utaltam rá -- túlnyúlik jelenlegi feladatunk keretein, valami módon azonban utalnunk kell rá, legalább annyiban, amennyiben a dolgozatot mégis érinti.

Amiről szó van itt, az a még forrongó, le nem zárt kérdés, hogy a XIX. századi építészet jellegéről mit tartsunk: abban mi korszak, mi érzület, mi modus; mi historizmus a romantikában, mi romantika esetleg a historizmusban, mi és mennyiben érték, mi az alkotások kvalitás-kritériuma -- és így tovább. A pozitív kutatás számára e kérdések nyomasztó súlya természetesen fokozato-

san halványul, mert egyre növekvő spontán érdeklődés nyilvánul meg e korszak iránt. Az elméleti tájékozódás számára azonban ezáltal még nem szűnnek meg a kérdések, legfeljebb egyre sürgetőbb lesz megválaszolásuk. S a művészettörténet számára végül is az egyik ugyanolyan fontos, mint a másik, a kettő együtt teszi ki az egészet. Azon természetesen nem kell megütköznünk, hogy az értékelést feltételező építészettörténeti feldolgozást nem előzi meg az értékproblémát megoldó, részben egyéb elméleti tisztázás. A kettő mindig, minden korban kéz a kézben, párhuzamosan halad, másképpen nem is lehetséges. S miközben mindkettő lépésről lépésre megy előre, eredményeikkel egymást megtermékenyítik. Így tehát míg egyfelől érthető, indokolt, sőt örvendetes a kimondottan és kimondatlanul gyökereket bolygató, kutató kérdésfelvetés, ugyanolyan érthető és elfogadható a pozitív kutatás eredményeinél az említett fokozatosságra, általános és egyedi egymást kiegészítő megvalósulása elvére, a mindenkor szóban forgó feldolgozás e processzusban jellege szerint betöltött szerepére való utalás.

Befejezésül két dolgot szeretnék még röviden érinteni. Az egyik az a kérdés, vajon Feszl korának melyik építészetelméleti felfogásával rokonítható, írható le a másik, a Feszl—Izsó-probléma.

Mivel Feszl, miként általában építészkortársai, nézeteiről írásbeli vagy szóbelileg hagyományozódó megnyilatkozásokat nem vagy alig hagyott hátra, amit lehet, műveiből, életpályájából kell kihámoznunk. Ezért az első feladat az, hogy ezek minél teljesebben és minél behatóbb analízissel rendelkezésünkre álljanak, ami e munkának egyik elsőrendű célja volt. De ahol ez megvan, ott se könnyű a dolgunk, hiszen egy-egy művésznél általában több hatás érvényesült, ritkák a tiszta, szinte kézzel fogható ilyen jellegű karakterisztikumok. Ugyanakkor nagy a veszély, ha csak a művekből való kiolvasás lehetőségével operálhatunk, akkor legalább annyira nyitva áll előttünk a beleolvasás veszélye is.

Mindenesetre tanulmányai következtében, művei tanúsága szerint elsősorban a müncheni hatás dominanciájával kell számot vetnünk, éspedig nemcsak általános elvi irányulás tekintetében, hanem lokálisabb preferenciákat illetően is. Az opponensem által érintett funkcionalizmussal, funkcionalizmusközelséggel — mesterünk ismert díszítőkedve ellenére — számolnunk kell. Hisz ez a Rundbogenstil egészében kisebb-nagyobb mértékben benne rejlik, gondoljunk csak Heinrich Hübsch alapvetésének szélsőségesen funkcionalista és purista szemléletére. Továbbá mesterei (a Gärtner-tanítvány Bürklein és maga Friedrich Gärtner, aki Párizsban Durand tanítványa volt) ebben az irányban erősen elkötelezettek voltak, munkásságukban, különösen Gärtneré-

ben, markánsan megmutatkozott. -- Abban is igaza van opponensemnek, hogy mind ez, mind a polichrómia-értelmezés, polichrómia-alkalmazás -- mely utóbbi oly jellegzetes müncheni örökség Feszlnél -- még sok kibontakoztatandó, értelmező feladatot rejt magában.

A másik kérdés, amit már Fülep Lajos taglalt, miként alakult a nemzeti forma megvalósítása a magyarországi építészetben, szobrászatban, festészetben. Itt került egymás mellé Izsó és Feszl annyiban, hogy az előzőnek sikerült a feladatot megoldania, Feszlnek a Vigadóban -- minden dicsérendő kvalitása és sajátsága ellenére -- nem. Fülep még ismerte azokat az emlékműterveket, melyeket dolgozatomban alkalmam volt méltatni, s mely méltatást bírálóm -- örömömre -- helytállónak és a problémák megoldásához közelebb segítőnek ítélte. Fülep csak Izsó és Feszl azonos törekvését hasonlíthatta össze, mi és az utánunk következő kutatók e sajátos emlékmű tervek segítségével szorosabb rokonságot, kapcsolatot tudunk vizsgálni.

Arra viszont, hogy Izsó Búsuló juhászának monumentalizálására és a Hortobágy közepén való felállítására való törekvés nem pusztán állítólagos volt -- mint ezt az egyetlen Pasteiner-említés nyomán joggal gondolhattuk --, álljon itt a következő adat. Gerster Kálmánnak (1850--1927), Gerster Károly fiának tervhagyatékában található Szász Gyula (1850--1904) akadémikus szobrász 1894-ből származó költségvetése (OL: T.8. No. 6:21). Ebben a 6 méter magasságú szobor felállítására, a megfelelő részletezés után, 5635 frt-ot irányoz elő, melyből 300 frt Izsó özvegyének jogi díja, Feszlnek ki tudja, milyen indíttatású álma tehát 10 évvel halála után is élt, s talán innen is visszaható érvénnyel, más fényben lesz vizsgálható és értékelhető a két jelentős mester szellemi kapcsolata.

Marosi Ernő bírálatára adott válaszom végén, befejezésül köszönetet mondok a kibontható lehetőségek, a gyümölcsöző, további árnyalást, mélyítést ösztönző problémák felvetésének áradó bőségéért, melyet nemcsak én, további munkám során, hanem a korszakkal és hasonló feladatokkal szembekerülő pályatársak is haszonnal tudnak majd felhasználni.

KÖNYVSZEMLE

Rudolph Szilard: FINITE BERECHNUNGSMETHODEN DER STRUKTURMECHANIK — Band 2. Flächentragwerke im Bauwesen — Ernst und Sohn, Berlin, 1990. 862 oldal

Az építési mechanika bonyolult feladatainak megoldása már jó néhány évtizede a numerikus módszerek irányába halad. Ezt a tendenciát az elektronikus számítógépeknek mindenki által tapasztalt hihetetlen fejlődése az utóbbi időben véglegessé tette. Különösen a nagy kapacitású és egyre kisebb fizikai méretű személyi számítógépek megjelenésének köszönhető, hogy ma jóformán minden aktív korú, tervezéssel vagy kutatással foglalkozó építőmérnök számítógépen realizált numerikus eljárással végzi el műszaki feladatait.

A numerikus módszerek elterjedése mindeközben azzal fenyeget, hogy a mérnök elveszíti érdeklődését a "zárt", klasszikus módszerek iránt, ami azzal a következménnyel jár, hogy számításainak elvi alapjait nem érti meg. De még a modern és teljesen friss módszerek, például a véges Elemek Módszerének alapjait sem fogja fel, ezért hajlamos megalapozatlan és hamis célra vezető eljárásokra is.

Másrészt az új numerikus módszerek nagyon sokrétűek, alkalmazásuk fejlett effektív számolási készséget és tapasztalatot kíván, helyenként pedig művészi színvonalú, alkotó megértésen alapul. Így nemcsak a klasszikus módszerek összefoglalására, de a legújabb eljárások részleteinek bemutatására is nagy érdeklődést mutat a mérnök-társadalom.

Ilyen igényeknek tesz eleget az előttünk fekvő monográfia, emly 862 oldalt tartalmaz, számos ábrával. A könyvről először is azt kell leszögezni, hogy kiállítása példaszerűen rendezett, feldolgozása tagolt, szövege világos, rajzai szemléletesek. Az egész munka azt árulja el, hogy szerzője igen felkészült a szakterületen, és mondanivalói előadásában, illetve rendszerezésében óriási gyakorlata van. Nemhiába tanár mintegy 40 éve.

A könyv tárgyára nézve elmondhatjuk, hogy az a mikrokomputerek belső szervezetére és jelentőségére történő rövid utalás után áttekinti a legfontosabb felületszerkezetek, vagyis a tárcsák, a lemezek és a héjak elméletét, majd operatív numerikus módszerekként a differenciamódszert, a helyettesítő rácsszerkezetek módszerét, a véges elemek módszerét és a peremelem módszert tárgyalja. Külön fejezetet szentel a dinamikai feladatok megoldásának, a fizikai és főleg a geometriai nemlinearitás miatt fellépő nehézségek áthidalásának, végül a gépi programok célszerű megszervezésének is. Néhány programot is közöl munkája befejezéseként. Az elmélet ismertetése és a számítástechnikai módszerek megmagyarázása után mindenütt kellő mennyiségű jól dokumentált mintapéldát is ad, a megértés könnyítésére. A mintapéldák széles körű és élő tanácsadó mérnöki gyakorlatról tanúskodnak, a könyvben található értékelések és irodalmi hivatkozások az óriási kiterjedésű szakirodalom gondos áttekintését mutatják, végül a fejezetenként elhelyezett rövid összefoglalók igen hasznosak is és nagyon találóak.

A tárgyalásmódnak a differenciamódszerre vonatkozó része a módszert a centrális első- és másodrendű differenciahányados evidenciaként elfogadott fogalmán keresztül vezeti be. Rengeteg differenciacsillagot közöl, ezáltal a számolónak sok munkát takarít meg. A módszer pontosabbá tételére nem a rácsosztást szaporítja, hanem a bővített differenciamódszert javasolja és a többhelymódszerrel is foglalkozik. A helyettesítő rácsszerkezet Hrennikoff-féle módszerének lényegét a szerző helyesen látja a rács merevségi adatainak az egyenértékű energia alapján való meghatározásában. A véges elemek módszerének tárgyalása nem annyira a funkcionálanalízisbeli fogalmakon, mint inkább a hagyományos és "hiper-elmozdulásmódszerek" szervezett koncepcióin alapul. A peremelem-módszer elméleti megalapozása igen elmélyült és pedagógiai tekintetben is nagyon sikerült. Végül óriási munkáról tanúskodnak a nagy kiterjedésű tárcsa-, lemez- és héjmerevségi mátrixok részletes táblázatai meg a csatolt, FORTRAN programnyelvű protokollok is.

A differenciamódszerről megjegyezzük, hogy bővített és többhelymódszeres változata hazánkban nem terjedt el, mert — különösen görbevonalú perem és belső folytonossági hiányok esetén — egyenleteinek felírása sokkal munkaigényesebb, mint a végeselem-módszer egyenleteié. A végeselem-módszer ilyen esetekben minden más eljárásnál előnyösebb.

A peremelem-módszer azon alapszik, hogy a véges elemek módszerének párdarabjaként nem a tartományon, hanem a peremen egyezteti a felosztási pontok állapotváltozásainak adatait. Interpolációs alapmegoldásokon kívül és azok helyett a végtelen tartományon érvényes és súlyos potenciálelméleti megfontolásokon alapuló, úgynevezett alapmegoldásokkal dolgozik, a tartományi egyensúly feltételeit pedig a Gauss-tétel segítségével redukálja peremmenti feltételekké.

A véges elemek módszerének gyakorlatilag használatos, de egyszerű konvergencia feltételeit a kötet közli, viszont nem foglalkozik a konvergenciaelmélet ismeretével.

Hasonló a helyzet a legkorszerűbb egyenletmegoldó eljárásokkal, a "skyline" módszerrel és a "frontális" módszerrel is, amelyeket a könyv említ, de nem részletez.

Ezzel együtt a könyv anyaga igen sikeres. Külön öröm a recenzensnek, hogy egy olyan magyar kutató munkájáról tudott beszámolni, aki évtizedek óta külföldön él és szakterületén jelentős sikereket arat.

Dr. Roller Béla

POSTAÉPÍTÉSZET, A POSTA ÉPÍTÉSZEI

A "Postaépítészet Magyarországon"[1] c. reprezentatív kiállítású mű — címében — tipológiai feldolgozás módszerét és igényét sejteti. A tipológia fontos szerepet tölt be az építészettörténet-tudományban, de mint vizsgálati módszernek a legtöbb esetben — így itt is — megvannak a korlátai.

A múlt század közepétől, a távíró, majd később a távbeszélő megjelenésétől kezdődően a hírközlési tevékenységnek a technikai fejlődéssel párhuzamosan egyre fokozódó differenciálódása már elég régen szétfeszítette a hagyományos értelemben vett postai tevékenység kereteit. A "hírközlés" gyűjtőfogalom nyilvánvalóan szélesebb feladatkört — s így újabb, differenciáltabb funkciójú épületigényt is — jelent.[2] Mindazonáltal a "hírközlés" gyűjtőfogalom is meghaladottnak tűnik századunk húszas évei — a rádió megjelenése —, illetve a második világháborút követő évek — a televízió elterjedése — óta. Ezek a "médiák" (de csúnya szó!), mint ismeretes, a hírközlési funkción túlmenően igencsak széles körű egyéb tevékenységet is folytatnak. De még a szoros értelemben vett "hírközlés" eszközei — így épületigényei is — alapvetően megváltoztak; gondoljunk csak pl. egy mikrohullámú hírközlési központ építészeti kialakításával kapcsolatos, az addiagiaktól merőben eltérő feladatok újszerűségére.

A levelek, csomagok továbbítására szolgáló "hagyományos" postaépületektől az űrtávközlési földi állomásig terjedő épületfajták széles skáláját alig lehet, ha lehet, a postaépítészet fogalmi körének Prokrusztész-ágyába erőszakolni. Ezt az ellentmondást "A postaépítészet sajátosságai" című fejezet szerzője — Kovács Sándor — sem tudja, szerencsére nem is kívánja feloldani: "... lehet-e még egyáltalán egységes postaépítészetről beszélni? Aligha. Napjainkra a posta és távközlés szakmai elkülönülése olyan mértékű lett, hogy emiatt a Magyar Posta három fő profilú vállalattá ... vált szét... A feladatok elkülönülnek ... Minőségileg más szerepkört szánnak az építészetnek..."[3]

A könyv célja Kovács Sándor szerint az, hogy egy "... lezárult kor évszázadokat átfogó építészettörténeti áttekintésével..."[4] maradandó emléket állítson az immár eredeti konstrukciójában nem létező Magyar Posta kiemelkedő szerepének építészetünk alakulásában s — ez már az én

[1] Bakos János—Kiss Antalné—Kovács Gergelyné (szerk.): Postaépítészet Magyarországon, Magyar Távközlési Vállalat, Távközlési Kiadó, Budapest, 1992.

[2] Lásd bővebben egyebek közt Durm, Josef etc. (szerk.): Gebäude für den Post-, Telegraphen- und Fernsprechdienst (Épületek a postai, távirati és távbeszélő-szolgálat részére), Handbuch der Architektur, Verlag von Arnold Bergsträsser, Darmstadt, 1896; Vierter Theil, 2. Halb-Band, 3. Heft, 1—142 o., ill. és bibl.

[3] Mint 1, 12. o.

[4] Uo.

véleményem — maradandó érdemeket szerzett építtetői-mecénási tevékenységének, a "... műveknek és alkotóknak, mielőtt nevük teljesen eltűnne a feledés homályába...".[5] A mű — dicséretére legyen mondva — maradéktalanul érvényt is szerez ennek a szándéknak: az alkotó építész neve — külföldön ez természetes, nálunk erény — mindenütt fel van tüntetve. A "létesítmény", az épületek egyike-másika így — így is — válik a köztudatban építészi alkotássá, korát reprezentáló potenciális műemlékké.

A többszerzős könyv úgy tagolódik, hogy Kovács Gergelyné tömörségében is sokat mondó előszava, Kovács Sándor már említett, a témakörbe sorolható épületfajták sajátosságait taglaló, önálló esszé-értékű tanulmánya és dr. Kamody Miklósnak az előzményeket áttekintő, a kezdetektől a XIX. századig tartó időszak — megítélésem szerint — ugyancsak úttörő jelentőségű építészet- és szakmatörténeti áttekintése vezeti be és alapozza meg a mű tulajdonképpeni mondanivalóját. A bevezető tanulmányokat követően a könyv négy fejezetben, történelmi korszakok — azokon belül épületfajták és stílusirányzatok — szerinti felosztásban tárgyalja a háromtagú szerkesztőbizottság (Bakos János, Kiss Antalné és Kovács Györgyné) intenciói szerint a magyar postaépítészet történetét az 1867-es kiegyezéstől 1991-ig, a régi értelemben vett — minden említett tevékenységet magában foglaló — Magyar Posta három önálló vállalattá-intézménnyé történt tagolódásáig.

Az első fejezetben Bene Gábor 1867-től 1918-ig, lényegében a századforduló épületeit mutatja be postai rendeltetésük szerint csoportosítva. Városképi, építészeti jelentősége, de műszaki-funkcionális erényei miatt is külön tárgyalja a Budapesti Főposta Skalnitzky és Koch tervei szerint megvalósult Petőfi Sándor utcai épületét. A következőkben elszorult szívvel olvashatjuk — és a kissé megfakult fotókon ellenőrizhetjük is —, hogy a kiegyezés utáni postaigazgatósági és hivatali épületek zöme a mai országhatárokon kívül épült fel: Kolozsváron, Nagyszebenben, Nagyváradon, Temesváron, Szabadkán, Újvidéken, Zágrábban, Pozsonyban, Kassán. Ezek az épületek — a többi akkor épült középülettel, városházával, igazságügyi épülettel, iskolával, bankkal, kaszinóval, szállodával — jelentős mértékben járultak hozzá az első világháború előtti városiasodásunk immár legendás fejlődéséhez, fellendüléséhez. Dicséretes az is, hogy ez a fejezet az építészetünk történetében méltán kiemelkedő fontosságú, ám a Postához — rendeltetésénél fogva — mégis csak közvetve kapcsolódó budapesti Hold utcai Postatakarékpénztár épületét — Lechner Ödön alkotását — érdeméhez méltó értékeléssel és terjedelemben méltatja.

A második fejezet, Bene Gábor és Gergely László közös műve, 1919-től 1944-ig terjedően taglalja a két világháború közti postaépületeket. A szerzők méltán emelik ki és tárgyalják részletesebben — már csak a városképben betöltött szerepe miatt is — Sándy Gyula szűkös anyagi eszközökkel felépített Budai Postapalotáját. Ugyanígy indokolt a racionalista irányzat és a "római iskola" szerencsés ötvözeteként megalkotott Dob utcai Postapalota — Rimanóczy Gyula műve — részletes bemutatása. A pályaudvari postahivatalok, távbeszélőközpontok, erősítőállomások, rádióállomások, üzemeltetési és szociális épületek szakszerű, az építészet művészi oldalát is mindig szem előtt tartó tárgyalásán túlmenően a fejezet fő erőssége a stílustörténeti fogalmak szerinti tárgyalás. Építészettörténeti szempontból az ebben a szakaszban lényegében párhuzamosan együtt élő — historizáló, magyaros és modern törekvésű — postaépületek irányzatok szerinti különválasztott taglalása a legérdekesebb. Anélkül, hogy itt és most a részletekbe bocsátkozhatnánk, e három párhuzamos irányzat összevetéséből mindenekelőtt az épületek nagy mennyisége a feltűnő. Ha figyelembe vesszük azt, hogy az első világháborút követő infláció után a korona csak 1924-ben kezdett stabilizálódni, a jó pengőt pedig csak 1927-ben vezették be, s a 30-as évek elején bekövetkezett gazdasági válság az éppen megindult építkezések lendületét újra megakasztotta, akkor az alig két évtizedre becsülhető építkezési periódus során elkészült százon felüli kisebb-nagyobb, különféle rendeltetésű postaépületek mennyisége a korszak egyetemes és magyar építészettörténetével hivatásszerűen foglalkozó szakember számára is a reveláció erejével hat. Meg kell ezért ragadnom e helyen is az alkalmat arra, hogy felhívjam a figyelmet a tipológiai vizsgálatok mennyiségi aspektusának fontosságára.

A már említett három — együtt élő — irányzat közül egyébként különösen figyelemreméltó és mai törekvéseink szempontjából is tanulságos a faluképbe illeszkedni kívánó középületként a magyaros törekvést tükröző postaépületek némelyike.

[5] Uo.

A harmadik és a negyedik fejezet — Bene Gábor munkája — a második világháború végétől napjainkig tárgyalja postaépítészetünk alakulását. Az 1956-os forradalomig terjedő időszak immár csak mind kevesebbünk számára jelenti a tegnapot: önálló és lezárt fejezetként taglalása tehát indokolt, csakúgy, mint az ezen belüli hármas tagolása az újjáépítés időszakára (1945—1947), a racionalista (itt: funkcionalista) irányzat térhódítására (1947—1952) és a "szocreál" (itt: archaizálás) viszonylag rövid időszakára (1953—1956).

Ugyancsak elfogadható periodizációs szempontként, hogy a szerző a legutóbbi, több mint három évtizedet (1957—1991) is — mint negyedik fejezetet — önálló, lezárt szakaszként kezeli, hiszen mostantól kezdve immár célszerűbb lesz az önálló posta, a távközlés és a műsorszórás épületfajtáit külön-külön tipológiai kategóriáknak tekinteni és — akárcsak, helyesen, már a könyv e fejezetében is — ilyenekként tárgyalni.

A tüzetesen ismertetett és méltatott vagy bírált épületek sorából ez alkalommal igazságtalanság lenne egyiket-másikat itt most kiragadni akár pozitív, akár negatív példaként. Inkább talán az épületek összességét tekintve a módszerek és az eredmények — egyébként az utóbbi évek egész építészetünkre jellemző — alkotómódszerbeli sokoldalúságára, olykor értékbeli egyenetlenségére kell utalnunk. A nagyjából egy időben készült épületek — különösen az utóbbi tíztizenöt esztendőben — a legkülönbözőbb irányzatokat képviselik, s ez tulajdonképpen pozitív jelenség: az alkotó építész nagyobb szabadságára, az építtető-mecénás és a befogadó közeg — a közönség — nagyobb, az új iránti nyitottságára utal.

A postaépítészet építészetünk összességében betöltött helyének és szerepének vizsgálatában azonban a tipológiai szempont és módszer kevésnek bizonyul. Jó két évtizeddel ezelőtt Bruno Zevi kortárs építészetünkkel kapcsolatosan a következő — megszívlelendő — megállapítással zárta egy, az akkori modern építészetünket is tárgyaló tanulmányról írt recenzióját: "... A (magyar építészetről alkotott) jelenlegi kép pozitív, de csakis akkor lesz jelentős, ha épülettípusok ... helyett építészekről is lehet majd beszélni."[6] A Függelékben közölt adatokból, főleg a kötetben említett épületek tervezőinek és alkotásaiknak jegyzékéből kitűnik, hogy egyrészt kiemelkedő jelentőségű építészeink egyike-másika már a múltban is foglalkozott postaépítészeti feladatok megoldásával, másrészt alkotóerejük teljében lévő, e témakörre szakosodott kortársaink között is vannak olyanok, akik már eddig is jelentős életművel gazdagították a magyar építészetet. Ragadjunk ki önkényesen néhány nevet a könyvben említettek közül. Bierbauer István vagy — például — Bene Antal munkássága immár lezárult életmű. Kortársaink közül K. Artner Klára vagy Kovács Sándor eddigi, alkotásokban gazdag működése kortárs építészetünk utóbbi két-három periódusának színvonalas és hű tükre; nem véletlen, hogy mindketten a funkcionalista irányzattól indulva, az iparosított építészet — jellegéből fakadóan — kissé rideg racionalizmusán át legjobb alkotásaikban, ott, ahol a téma is megengedte, eljutottak az organikus építészet humánumáig. Az ő munkásságuk, más kortárs építészekéivel együtt, bizony-bizony megérdemelne egy-egy monográfiát. Itt és most. Nem később — és nem majd egyszer — nekrológot...

Az előzőekben már utaltam Kovács Gergelyné magvasságában is tartalmas előszavára. Ebben utal arra, hogy a kötet szerzői és szerkesztői — munkájuk során — meglepődve tapasztalták, mennyi értékes alkotással gazdagították a szélesebb értelemben vett postaépületek a magyar építészettörténetet. A tartalmas szöveg és a gazdag illusztrációs anyag — 430 fénykép (ebből 75 színes), 4 térkép és (sajnos csak) 8 alaprajz, valamint a mértéktartóan ízléses, igényes tipográfiai megjelenítés — alapján osztjuk véleményét azzal, hogy e hézagpótló mű megjelentetéséért elismerés és köszönet illeti a három értő és megértő mecénás, a Magyar Posta, a Magyar Műsorközlő Vállalat és a Magyar Távközlési Részvénytársaság generózus vezetőit. Vajha kezdeményezésük példaképül és ösztönzésül szolgálna igazgatási, igazságügyi, oktatási, egészségügyi vagy éppen bank- és hitelintézeti (a sor folytatható) építészetünk gazdáinak, gondozóinak!

Merényi Ferenc

[6] Zevi, Bruno: L'Ungheria si affaccia all' Europa (Magyarország Európa felé fordul), L'Espresso, 1966. ápr. 17., 25. o.

53/4309

INHALT

Wissenschaftliche Gedenksitzung anlässlich des 150. Geburtstages von János Feketeházy, 12. Mai, 1992

Dr. Miklós Iványi: János Feketeházy (1842--1927) 243

Dr. Pál Platthy: Stahl Dachkonstruktion der Halle des Ostbahnhofs in Budapest 251

Dr. József Visontai: Dachkonstruktion der Ungarischen Staatsoper 259

Dr. Antal Szittner: Die Freiheitsbrücke (Franz-Joseph-Brücke) auf dem Fővám-Platz 267

Tibor Laár—László Szabó: Rolle von Feketeházy in der Geschichte des ungarischen Brückenbaus..... 279

*

Dr. Imre Gáll: Entwicklung der Anforderungen an die ästhetische Erscheinung von Brücken am Beispiel von einigen Donaubrücken dargestellt 287

Dr. Béla Roller: Worin besteht ihre Schönheit? Bilder und Gedanken über Brücken in landschaften und Städten 309

Dr. Tamás Guzsik: Traditionalismus und Entwicklung in der armenischen sakralen Architektur 321

László Hoppe: Methode der Massbestimmung in der historischen Architektur 351

RUNDSCHAU

Diskussion der Doktorenabhandlung von Dénes Komárik "Frigyes Feszl, 1821--1884" **(Mihály Kubinszky, Ernő Marosi, Károly Vörös)** 389

BÜCHERSCHAU

Rudolph Szilard: Finite Berechnungsmethoden der Strukturmechanik. Band 2. Flächentragwerke im Bauwesen **(Béla Roller)** 423

Postbauten in Ungarn **(Ferenc Merényi)** 424

SOMMAIRE

Session scientifique en mémoire de la 150ième anniversaire de la naissance de János Feketeházy, le 12 mai 1992

Dr. Miklós Iványi: János Feketeházy (1842—1927) 243

Dr. Pál Platthy: La structure du hall de la Gare de l'Est de Budapest 251

Dr. József Visontai: La structure du toit de l'Opéra d'État Hongrois 259

Dr. Antal Szittner: Le pont François Joseph — Liberté à la place Fővám 267

Tibor Laár—László Szabó: Le rôle de Feketeházy dans l'histoire de la construction des ponts en Hongrie 279

*

Dr. Imre Gáll: Illustration du développement des exigences esthétiques de quelques ponts du Danube durant les cents dernieres années 287

Dr. Béla Roller: Pourquoi c'est beau? Des images et des pensées sur les ponts dans des paysages ou villes 309

Dr. Tamás Guzsik: Traditionalisme et développement dans l'architecture religieuse arménienne 321

László Hoppe: Méthodes de dimensionnement dans l'architecture historique 351

REVUE

La discussion de la thèse de doctorat de Dénes Komárik: "Frigyes Feszl, 1821—1884) **(Mihály Kubinszky, Ernő Marosi, Károly Vörös)** 389

REVUE DES LIVRES

Rudolph Szilard: Finite Berechnungsmethoden der Strukturmechanik. Band 2. Flächentragwerke im Bauwesen **(Béla Roller)** 423

Architecture des bureaux de poste en Hongrie **(Ferenc Merényi)** 424

CONTENTS

Scientific session commemorating the 150th anniversary of birth of János Feketeházy, May 12, 1992

Dr. Miklós Iványi: János Feketeházy (1842—1927) 243

Dr. Pál Platthy: Hall structure of the East Station in Budapest 251

Dr. József Visontai: Roof Structure of the Hungarian State Opera House 259

Dr. Antal Szittner: The Francis Joseph — Liberty bridge in Fővám Square 267

Tibor Laár—László Szabó: The role of Feketeházy in the History of Hungarian bridge construction 279

*

Dr. Imre Gáll: Centennial development of aesthetical expectations to bridges, exemplified on some Danube bridges 287

Dr. Béla Roller: Whence its beauty? Pictures and ideas on bridges in landscapes and in cities 309

Dr. Tamás Guzsik: Traditionalism and development in Armenian sacral architecture 321

László Hoppe: Dimensioning methods in historical architecture 351

REVIEW

Discussion of the Doctor's Thesis by Dénes Komárik: "Frigyes Feszl, 1821—1884) **(Mihály Kubinszky, Ernő Marosi, Károly Vörös)** 389

BOOK REVIEW

Rudolph Szilard: Finite Berechnungsmethoden der Strukturmechanik. Band 2. Flächentragwerke im Bauwesen **(Béla Roller)** 423

Architecture of Post Offices in Hungary **(Ferenc Merényi)** 424

СОДЕРЖАНИЕ

Юбилейное заседание по случаю 150-ого дня рождения Яноша Фекетехази, 12-ое мая 1992 г.

Д-р Миклош Ивани: Янош Фекетехази (1842--1927) 243

Д-р Пал Платти: Конструкция павильона Восточного вокзала 251

Д-р Йожеф Вишонтаи: Конструкция крыши Оперного театра 259

Д-р Антал Ситтнер: Мост Свободы (Франца Иосифа) на площади Фёвам 267

Тибор Лаар—Ласло Сабо: Роль Фекетехази в венгерском мостостроении ... 279

*

Д-р Имре Галл: Иллюстрация развития эстетических требований, предъявленных к мостам, по нескольким дунайским мостам 287

Д-р Бела Роллер: В чем их красота? Картины и мысли о мостах в разных краях и городах 309

Д-р Тамаш Гужик: Традиционность и развитие в армянской сакральной архитектуре 321

Ласло Гоппе: Методы лвя определения размеров в исторической архитектуре 351

ОБЗОР

Дискуссия по докторской диссертации Денеша Комарика "Фрдеш Фесл, 1821—1884" (**Михай Кубински, Ернё Мароши** и **Карой Вёрёш**) 389

ОБЗОР КНИГ

Рудольф Силард: Методы финитных элементов для расчетов в структурной механике. Том 2. Плоские несущие конструкции в строении (**Бела Роллер**) 423

Строение почтовых зданий в Венгрии (**Ференц Мерени**) 424

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat igazgatója
A nyomdai munkálatokat az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat végezte
Felelős vezető: Zöld Ferenc igazgató
Budapest, 1993. — Nyomdai táskaszám: 22072
Felelős szerkesztő: Szabó János
Műszaki szerkesztő: Sándor István
Megjelent: 16,8 (A/5) ív terjedelemben
HU ISSN 0013—9661

Ára: 300,— Ft áfával