

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN

MIT UNTERSTÜTZUNG DER
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA
(UNGARISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN)

REDIGIERT VON
JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

DREIUNDDREISSIGSTER BAND 1923—1925

BUDAPEST
DRUCK DES FRANKLIN-VEREIN

1926

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN

MIT UNTERSTÜTZUNG DER
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
(UNGARISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN)

REDIGIERT VON
JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

DREIUNDDREISSIGSTER BAND 1923—1925

BUDAPEST
DRUCK DES FRANKLIN-VEREIN

1926

300151

MAGY. TUD. AKADEMIÁ
KÖNYVTÁRA

M. T. AKAD. KÖNYVTÁRA
I. sz. Nyvedéknaptó
1928. 2130. sz.

INHALT DES XXXIII. BANDES.

Abhandlungen.

	<i>Seite</i>
1. L. KLUG: Über die einem Kegelschnitt einbeschriebenen Dreiecke mit gemeinsamen Höhenpunkt	1
2. L. KLUG: Über die einem Kegelschnitt umschriebenen Dreiecke mit gemeinsamen Höhenpunkt	9
3. T. v. STACHÓ: Über Riemann—Stieltjessche Integrale die analytische Funktionen darstellen	20
4. K. ZIMÁNYI: Über einige Pyrite aus dem Zips—Gömörer Erzgebirge	33
5. K. ZIMÁNYI: Gediegen Kupfer und kristallisierter Hämatit aus dem Gömörer Komitat	55
6. A. VENDL: Beiträge zur Klassifikation der Amphibole	59
7. B. MAURITZ, N. VENDL u. H. F. HARWOOD: Neuer Syenittypen von Ditró in Siebenbürgen	65
8. B. MAURITZ, N. VENDL u. H. F. HARWOOD: Weitere petrochemische Untersuchungen des Syenites bei Ditró	82
9. A. VENDL: Magnetit Eisen im Sebestal	96
10. F. FILARSZKY: Die Verbreitung der Chara crinita WALLR. beiderlei Geschlechts in Ungarn	104
11. M. v. HOOR-TEMPIS: Der Bedarf der zivilisierten Völker an mechanischer Arbeit I.	133
12. M. v. HOOR-TEMPIS: Die Belastungsdiagramme der Elektrizitätswerke und die Verbesserung der Energiewirtschaft	145
13. M. v. HOOR-TEMPIS: Der Bedarf der zivilisierten Völker an mechanischer Arbeit II.	152



5000
KORVA
1907

1.

ÜBER DIE EINEM KEGELSCHNITT EINBESCHRIEBENEN DREIECKE MIT GEMEINSAMEN HÖHENPUNKT.

Von L. KLUG.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung von 30. Apr. 1903.*

1. Das Dreieck ABC sei dem Zentralkegelschnitt k^2 eingeschrieben; H bedeute dessen Höhenpunkt, H_3 den Fußpunkt der Höhe CH und K den zweiten Treffpunkt dieser Höhe mit k^2 .

Hält man die Dreieckseite AB fest, bewegt aber ihren Gegeneckpunkt C , also auch K auf k^2 , so beschreibt H einen mit k^2 ähnlichen und orthogonal-affinen Kegelschnitt h^2 . In der Ähnlichkeit sind die senkrechten Durchmesser der Kegelschnitte k^2 , h^2 homolog, in der Affinität die Punkte K und H , endlich ist AB die Affinitätsachse.

Ist OD der zu AB parallele, OE der auf diesem senkrechte Halbmesser von k^2 , ferner $\lambda = OD:OE$, so ist das Ähnlichkeitsverhältnis der Kegelschnitte h^2 , k^2 gleich λ und die Charakteristik der Affinität ist $HH_3:H_3K = \overline{OD^2}:\overline{OE^2} = \lambda^2$.

Es ist nämlich $AH_3 \cdot H_3B = CH_3 \cdot HH_3$, dann ist

$$AH_3 \cdot H_3B : CH_3 \cdot H_3K = \overline{OD^2} : \overline{OE^2},$$

woraus für die Charakteristik der Affinität der Wert λ^2 folgt.

Bezeichnen ferner O', D, E' die den Punkten O, D, E ent-

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *Kúpszeletbe írt háromszögek közös magasságponttal*. *Mathematikai és Természettudományi Értesítő XL.*, (1923), p. 161—167.



sprechenden Punkte von h^2 , so ist wegen der Affinität $O'E' : OE = \overline{OD}^2 : \overline{OE}^2 = \lambda^2$, und da $OD \# O'D'$, so steht $D'E'$ auf DE senkrecht und das Verhältnis der aufeinander senkrechten (homogen) Halbmesser $O'E', OD; O'D', OE$ ist gleich λ . Damit sind unsere Behauptungen bewiesen.

Wird die Seite AB des Dreieckes ABC auf ihrer Richtung senkrecht verschoben, so verschiebt sich auch der Kegelschnitt h^2 nach dieser Richtung; und geht AB in die Tangente t des Kegelschnitts k^2 über, so berührt auch h^2 denselben, in seinem Berührungspunkte T . Der Mittelpunkt O_t von h^2 in dieser Lage, ist der Pol der Tangente t nach dem MONGEKREIS x^2 von k^2 (d. h. nach dem Kreis, aus dessen Punkten ausstrahlende Tangenten von k^2 senkrecht sind), und die Sehne TF auf der Normalen des Punktes T von h^2 ist gleich (nach einem STEINER'schen Satz) mit dem Durchmesser des Krümmungskreises von k^2 im Punkte T . Wenn schließlich TI die Normalsehne von k^2 bedeutet, so ist wegen der Affinität $TF = \lambda^2 \cdot TI$. Der Punkt F ist aber der Höhenpunkt desjenigen dem k^2 einbeschriebenen Dreieckes ABC , dessen drei Eckpunkte sich in T vereinigt haben. Also:

Die Höhenpunkte H der einem Zentralkegelschnitt k^2 einbeschriebenen Dreiecke ABC die eine gemeinsame Seite AB haben, liegen auf einem mit k^2 ähnlichen Kegelschnitt h^2 , der mit k^2 homothetisch wird durch Drehung um 90° in seiner Ebene. Ist OD, OE der zu AB parallele, bzw. senkrechte Halbmesser von k^2 , so ist das Ähnlichkeitsverhältnis von h^2 und k^2 gleich $\lambda = OD : OE$. Dabei liegen diese auch orth.-affin; die homologen Punkte sind: die Höhenpunkte H und die zweiten Treffpunkte K der auf AB senkrechten Höhen der Dreiecke mit k^2 ; die Achse und Charakteristik der Affinität ist AB , bzw. λ^2 .

Wenn k^2 eine Hyperbel ist, dann sind die Asymptoten von h^2 zwei Höhen des von AB und den Asymptoten von k^2 umschlossenen Dreieckes. Steht AB auf eine Asymptote von k^2 senkrecht und schneidet diese in einem Punkte S , so zerfällt h^2 in AB und in die aus S auf die andere Asymptote gefällte Senkrechte.

Wird die Seite AB des Dreieckes ABC auf ihrer Richtung senkrecht verschoben bis sie in eine Tangente t übergeht, so

berührt h^2 — als Ort der Höhenpunkte der verkümmerten einbeschriebenen Dreiecke von k^2 — diesen Kegelschnitt im selben Punkte T wie t , und der Höhenpunkt F des zum Berührungspunkt T zusammengeschrunpften Dreieckes ist der andere Endpunkt der Sehne TF auf der Normale von h^2 . Diese liegt zugleich mit der Normalensehne IT des Kegelschnitts k^2 auf der nämlichen Geraden und es ist TF gleich $\lambda^2 \cdot IT$, sowie auch gleich dem Durchmesser des Krümmungskreises von k^2 im Punkte T .

Ist k^2 eine gleichseitige Hyperbel, so koinzidiert h^2 bei allen Lagen der Seite ABC der einbeschriebenen Dreiecke ABC mit k^2 , daher ist der Krümmungsmittelpunkt jedes Punktes der gleichseitigen Hyperbel das Spiegelbild des Halbierungspunktes der Normalensehne des betreffenden Punktes bezüglich seiner Tangente.

2. Bezeichnet M den Mittelpunkt der Seite AB des dem Kegelschnitt k^2 einbeschriebenen Dreieckes ABC , H'_3 den konjugierten Pol zum Höhenfußpunkte H_3 auf AB , so fällt — wie leicht ersichtlich — der Höhenpunkt H des Dreieckes MH'_3C mit dem von ABC zusammen. Diesen Höhenpunkt kann man aber auch dann konstruieren, wenn die Seite $AB = c$ den Kegelschnitt k^2 in keinen reellen Punkten trifft. Koinzidiert M mit H_3 und sind G, G_1 diejenigen konjugierten Pole auf der Seite c des imag. Dreieckes ABC , welche vom M gleichen Abstand haben, welche also die reellen Repräsentanten der imaginären Eckpunkte A, B sind, so fällt das Spiegelbild des Höhenpunktes des Dreieckes GG_1C bezüglich c , mit dem Höhenpunkt des imaginären Dreieckes ABC zusammen.

Diesbezüglich mögen hier zwei Beispiele folgen.

a) Die imaginären Asymptoten r, s einer Ellipse k^2 vom Mittelpunkt O , und eine Tangente t von k^2 bestimmen ein imaginäres Dreieck rst . Trifft t die Verbindungsgerade der Berührungspunkte der auf ihr senkrechten Tangenten von k^2 in H'_3 und ist M ihr Berührungspunkt, so koinzidiert der Höhenpunkt des Dreieckes rst mit dem von OMH'_3 , welcher in bezug auf MONGEKreis von k^2 , der Pol von t ist. Der Ort der Höhenpunkte dieser Dreiecke ist also bei veränderlichen Tangenten t : die Polarfigur von k^2 in bezug auf seinem MONGEKreis.

b) Sind die Seiten AC , BC eines Dreieckes ABC , die aus C ausstrahlenden isotropen Geraden, dann ist das Spiegelbild des reellen Eckpunktes C bezüglich der reellen Gegenseite AB der Höhenpunkt desselben. Schreibt man nun eine Ellipse k^2 deren Halbachsen a , b sind das Dreieck ABC ein, dessen AC , BC Seiten isotrope Geraden sind, so ist die dritte Seite AB die Polare des FRÉGIÉRPUNKTES von C nach k^2 . Sowohl der Ort der FRÉGIÉRPUNKTE, als auch der seiner Polaren nach k^2 ist je eine mit k^2 homothetische konzentrische Ellipse f^2 , bzw. g^2 ; und wenn $a^2 - b^2 = c^2$, $a^2 + b^2 = r^2$ ist, so ist das Ähnlichkeitsverhältnis derselben zu k^2 , bzw. $c^2:r^2$; $r^2:c^2$. Der Ort der Höhenpunkt aller der Ellipse k^2 einbeschriebenen Dreiecke ABC , deren zwei Seiten AC , BC isotrope Geraden sind, ist aber eine mit k^2 konfokale Ellipse mit den Halbachsen $a(a^2 + 3b^2):c^2$, $b(3a^2 + b^2):c^2$.

Die in Nr. 1 gegebenen zwei metrischen Beziehungen, aus welchen man die Affinität der Kegelschnitte k^2 und h^2 ableitete, bestehen auch dann, wenn die dem Kegelschnitt k^2 einbeschriebenen Dreiecke ABC zwei konjugiert-imaginäre Seiten AC , BC haben und nur die Seite AB und ihr Gegeneckpunkt C reell sind; also bleiben auch alle daraus sich ergebenden Folgerungen richtig.

3. Um einem Zentralkegelschnitt k^2 ein Dreieck einzuschreiben, dessen Höhenpunkt H gegeben ist, verbinde man H mit einem beliebigen Punkte K des Kegelschnittes k^2 und teile die Strecke HK im Punkte H_3 so, daß $HH_3:H_3K = \overline{OD}^2:\overline{OE}^2$, wenn OD , OE den auf HK senkrechten, bzw. parallelen Halbmesser von k^2 bedeutet. Die im Teilpunkt H_3 auf HK errichtete Senkrechte ist die Seite $c = AB$ des gewünschten Dreieckes ABC und der zweite Treffpunkt von HK und k^2 sein Gegeneckpunkt C . Der Punkt H_3 ist ein innerer Teilpunkt der Strecke HK , wenn die Halbmesser OD , OE entweder beide den Kegelschnitt in reellen, oder aber beide in imaginären Punkten treffen; im entgegengesetzten Falle ist H_3 ein äußerer Teilpunkt.

Ist k^2 eine Hyperbel, so vereinfacht sich die Konstruktion für zwei besondere Dreiecke. Nämlich die vom gegebenen Höhenpunkt H auf die eine Asymptote r gefällte Senkrechte trifft die andere Asymptote s in einem Punkte S ; und die in diesem

Punkte auf s errichtete Senkrechte ist die Seite AB , und der Höhenpunkt C des Dreieckes ABH der Gegenpunkt eines der einbeschriebenen Dreiecke. (Beiläufig ergibt sich aus dieser letzteren Konstruktion, daß wenn sich zwei Sehnen einer Hyperbel auf einer Asymptote treffen und die eine Sehne AB auf dieser, die andere CD auf die andere Asymptote senkrecht steht, so liegen die Endpunkte der Sehnen auf einen Kreis vom Durchmesser AB .)

4. Der Parabel k^2 (oder auch einem Zentralkegelschnitt) sei das Dreieck ABC einbeschrieben; die Buchstaben H, H_3, K mögen ihre bisherige Bedeutung behalten. Beschreibt bei fester Seite AB der Eckpunkt C den Kegelschnitt k^2 , so beschreiben die Seiten AC, BC , und also auch die Höhen BH, AH projektive Büschel um die festen Eckpunkte; daher ist der Ort der Höhenpunkte H der Dreiecke ABC ein Kegelschnitt h^2 , der, weil er durch A und B geht, und mit k^2 zur Seite AB senkrecht gemeinsame Tangenten hat, zu diesem orthogonal-affin liegt, wobei H und K homologe Punkte sind.

Ist k^2 eine Parabel, so sind die aufeinander senkrechte Richtungen der Durchmesser von h^2 und k^2 homologe Punkte, und es treffen sich daher die durch je zwei entsprechende Punkte H, K gehende Durchmesser derselben in einem Punkte G der Affinitätsachse AB , so daß wenn φ der Winkel ist, den AB mit der Achse von k^2 bildet, so ist die Charakteristik der Affinität $\lambda = HH_3 : H_3K = \cot^2 \varphi$.

Ist $\varphi = 45^\circ$, so sind wie beim Kreis, H und K , Spiegelbilder voneinander. Wenn aber $\varphi = 90^\circ$ ist, also AB zur Achse von k^2 senkrecht steht, so zerfällt die Parabel h^2 in die Gerade AB und in eine zu ihr parallelen Gerade, welche von ihr einen dem Parameter von k^2 gleichen Abstand hat.

Ebenso wie bei den Zentralkegelschnitten finden wir auch hier, daß wenn zwei der Eckpunkte des der Parabel k^2 einbeschriebenen Dreieckes in einem Punkte T der Parabel sich vereinigen, der dritte aber die Parabel beschreibt, so ist der Ort der Höhenpunkte eine k^2 in T berührende Parabel, und wenn auch der dritte Eckpunkt des Dreieckes mit T koinzidiert und FT, TI die Normalsehnen von h^2 und k^2 sind, φ aber der Winkel

ist, den die Tangente von T mit der Achse von k^2 bildet, so wird $FT = TI \cdot \cot^2 \varphi$. Trifft aber die Tangente und Normale des Punktes T die Leitlinie, bzw. in den Punkten L und F , und der durch L gehende Durchmesser die Normale in N , so ist $FT = TI \cdot \cot^2 \varphi = 4 TN \cdot \cot^2 \varphi = 4 LT \cdot \cot \varphi = 4 FT$, also bekanntlich gleich dem Durchmesser des Krümmungskreises der Parabel k^2 im Punkte T .

Will man einer Parabel k^2 ein Dreieck einschreiben, dessen Höhenpunkt H gegeben ist, so verbinde man H mit einem beliebigen Parabelpunkt K ; der durch K gehende Durchmesser trifft die aus H auf ihn gefällte Senkrechte im Punkte G , und die aus G auf HK gefällte Senkrechte trifft die Parabel in den Eckpunkten AB einer der gewünschten Dreiecke. Trifft die Parabelachse die Leitlinie im Punkte L und ist F der Brennpunkt von k^2 , und $HH_3 \neq 2LF$, so ist H_3 der Fußpunkt der Dreieckshöhe CH eines der Parabel einbeschriebenen Dreieckes ABC .

5. Jedes Dreieck ABC ist Polardreieck eines Kreises φ^2 , dessen Mittelpunkt im Höhenpunkt H von ABC liegt, und dessen Halbmesserquadrat dem Produkt der Abstände der Höhenpunkte von einem Eckpunkt und der Gegenseite ($HC \cdot HH_3$) gleich ist. Der Kreis ist reel, wenn die Seite den Höhenpunkt von dem Gegeneckpunkt trennt, anderenfalls aber imaginär und wird durch einen reellen Kreis vertreten. Man nennt dann die Polarität nach dem imaginären Kreis φ^2 , Apolarität nach einem reellen Vertreter $\bar{\varphi}^2$.

Das dem Kegelschnitt k^2 einbeschriebene Dreieck ABC ist also Polardreieck eines Kreis ρ^2 , dessen Mittelpunkt der Höhenpunkt H des Dreieckes ist.

Kann man aber einem Kegelschnitt k^2 ein Polardreieck ABC eines andern Kegelschnitts ρ^2 einschreiben, so kann man ihm ∞^1 einschreiben; jeder Punkt C_i von k^2 ist Eckpunkt eines solchen Dreieckes: die Polare desselben nach ρ^2 trifft k^2 in den beiden anderen Eckpunkten $A_i B_i$ des Dreieckes $A_i B_i C_i$. Der Höhenpunkt dieses Dreieckes ist aber, da ρ^2 ein Kreis ist, sein Mittelpunkt und somit der Höhenpunkt von ABC . Also:

Hat man einem Kegelschnitt k^2 ein Dreieck von gegebenen Höhenpunkt H einbeschrieben, oder bloß einen Eckpunkt C an-

genommen und den Fußpunkt H_3 auf der Höhe CH bestimmt (laut 3 und 4), und beschreibt man aus H als Mittelpunkt mit dem Halbmesser $(HC \cdot HH_3)^{\frac{1}{2}}$ Kreis ϱ^2 , so ist jedes dem Kegelschnitt k^2 einbeschriebene Dreieck vom Höhenpunkt H Polardreieck von ϱ^2 .

6. Der Ellipse k^2 , deren Halbachsen a, b sind, sei ein Dreieck ABC , dessen Seite AB mit seiner Hauptachse parallel liegt, einbeschrieben. Im Höhenpunkt H desselben errichte man die Senkrechte auf der Ellipsebene und trage auf dieser von Punkte H aus die Strecke $(HC \cdot HH_3)^{\frac{1}{2}}$ auf (nämlich den Halbmesser des Kreises für den ABC Polardreieck ist), und suche den Ort der Endpunkte P dieser Strecke, wenn ABC ein beliebiges der Ellipse k^2 einbeschriebenes Dreieck ist.

Schneidet die Senkrechte HP das Rotationsellipsoid F^2 , dessen Meridian k^2 ist, im Punkte R , so hat man wegen den bei I' und R rechtwinkligen Dreiecken CPH_3, CRK (wo H_3 und K die frühere Bezeichnungen sind): $\overline{PH}^2 : \overline{RH}^2 = CH \cdot HH_3 : CH \cdot HK = HH_3 : HK = a^2 : (a^2 + b^2)$, da nach früherem $HH_3 : H_3K = a^2 : b^2$.

Daraus folgt, daß der Ort der Punkte P für innerhalb der Ellipse k^2 liegende Höhenpunkte H ein mit dem Rotationsellipsoid F^2 in bezug auf die Ellipsebene orth.-affines Ellipsoid ist, dessen dritte halbe Hauptachse $c = ab : (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$. Liegt aber der Punkt H außerhalb k^2 , so ist der Ort der Punkte P ein gleichseitiges Hyperboloid, dessen Kehlellipse k^2 ist, welches nämlich zu diesem Ellipsoid in bezug auf die Ebene x von k^2 konjugiert ist. Zwei in dieser Weise konjugierte Flächen haben aber bekanntlich die Eigenschaft, daß je zwei in bezug auf x symmetrische Punkte der einen Fläche konjugierte Pole der anderen sind.

Für die Hyperbel und die Parabel führen ähnliche Untersuchungen zu den folgenden Resultaten:

Betrachtet man einen Kegelschnitt k^2 als Hauptschnitt eines gleichseitigen Hyperboloids (wenn k^2 ein zentraler Kegelschnitt ist) oder eines gleichseitig-hyperbolischen Paraboloids (wenn k^2 eine Parabel ist), und beschreibt mit der Hälfte einer beliebigen auf der Kegelschnittsebene senkrechten Sehne dieser Fläche als Halbmesser aus ihrer Mitte H als Mittelpunkt in der Kegelschnittsebene den Kreis ϱ^2 , so ist jedes dem Kegel-

schnitt einbeschriebener Dreieck, das seinen Höhenpunkt in H hat, ein Polardreieck dieses reellen oder imaginären Kreises ρ^2 .

Damit ist die Aufgabe, wie man einen Kegelschnitt ein Dreieck von gegebenen Höhenpunkt einschreiben soll, mit Hilfe jener Fläche — gelöst.

Wir bemerken noch, daß der Kegelschnitt k^2 aus dem Punkte des diesem gleichseitigen Hyperboloid oder Paraboloid in bezug auf seine Ebene konjugierten Ellipsoids, bzw. Drehparaboloids durch gleichseitige Kegel projiziert wird, wie man dies mittels der dem Kegelschnitt einbeschriebenen Dreiecke leicht ersieht.

ÜBER DIE EINEM KEGELSCHNITT UMSCHRIEBENEN DREIECKE MIT GEMEINSAMEN HÖHENPUNKT.

Von L. KLUG.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung von 4. Juni 1923.*

Wir beginnen unsere Betrachtungen mit dem folgenden Hilfsatz:

1. *Haben zwei Kegelschnitte (a^2 , β^2) die Lage, daß man dem einem (a^2) Polardreiecke des anderen einschreiben kann, so kann man auch diesem (β^2) Polardreiecke des ersteren (a^2) umschreiben.*

Die betrachteten zwei Kegelschnitte sind nämlich Polarfiguren voneinander nach einem dritten Kegelschnitt π^2 . Wenn nun das Polardreieck ABC von β^2 dem a^2 einbeschrieben ist, und a , b , c die Polaren der Punkte A , B , C nach π^2 sind, so berühren diese β^2 , und jede Seite des Dreieckes ABC ist die Polare des Gegeneckpunktes nach β^2 ; also wird jeder Eckpunkt des Dreieckes abc der Pol sein der Gegenseite nach a^2 .

Hieraus ergibt sich, nachdem die FAUREKreise eines Kegelschnittes seinen Polardreiecken umschrieben sind, der folgende Satz:

Die einem Kegelschnitt umschriebenen Dreiecke sind Polardreiecke derjenigen FAUREKreise, deren Mittelpunkte in den Höhenpunkten jener Dreiecke liegen. Das Produkt der Abstände

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *Kúpszelet köré irt háromszögek közös magasságponttal*, Mathematikai és Természettudományi Értesítő, Bd. XL, p. 168—178.

des Höhenpunktes eines dem Kegelschnitt umschriebenen Dreieckes von einem Eckpunkt und der Gegenseite desselben ist also gleich der Potenz dieses Höhenpunktes nach dem MONGEKREIS des Kegelschnitts.

Auf diesem Satz gestützt kann man dem Kegelschnitt k^2 Dreiecke umschreiben deren Höhenpunkt H gegeben ist.

Aus H als Mittelpunkt beschreibt man den FAUREKREIS φ^2 von k^2 ; ist dann C der Pol einer beliebigen Tangente von k^2 nach φ^2 , so treffen die aus C ausstrahlenden Tangenten von k^2 jene erste Tangente in den Eckpunkten AB des gewünschten Dreieckes.

Ist der Kegelschnitt k^2 eine Parabel und H ein Punkt ihrer Leitlinie l , so fällt man aus H eine Senkrechte s auf eine beliebige Tangente t derselben; die aus beliebigen Punkten von s ausstrahlenden Tangenten der Parabel bestimmen mit t Dreiecke, die H zum Höhenpunkt haben. Während also bei den Zentralkegelschnitten k^2 , H der Höhenpunkt von ∞^1 dem k^2 umschriebenen Dreiecken ist, ist er bei der Parabel der Höhenpunkt von ∞^2 umschriebenen Dreiecken.¹

Wenn der Höhenpunkt eines einem Zentralkegelschnitt umschriebenen Dreieckes in einen Brennpunkt desselben liegt, so ist jeder Eckpunkt desselben das Spiegelbild dieses Brennpunktes in bezug auf die zur Gegenseite parallele Kegelschnitttangente.

2. Die Konstruktion der einem Kegelschnitt umschriebenen Dreiecke von gegebenem Höhenpunkt kann man auch auf folgenden Satz gründen:

¹ Der MONGEKREIS κ^2 eines Kegelschnittes trifft dessen FAUREKREISE rechtwinkelig, wenn ihr Mittelpunkt außerhalb κ^2 liegt. Ist ein innerhalb κ^2 liegender Punkt der Mittelpunkt eines FAUREKREISES, so ist dieser FAUREKREIS imaginär und hat einen reellen Vertreter, der von κ^2 in den Endpunkten eines Durchmessers geschnitten wird. Ist aber der MONGEKREIS imaginär und κ^2 sein reeller Vertreter, so schneiden die FAUREKREISE diesen in den Endpunkten von seinen Durchmessern. Die Mittelpunkte der FAUREKREISE der Parabel können nur in seiner Leitlinie liegen, welche ein entarteter MONGEKREIS ist. Auf diese Bemerkung gestützt können wir die FAUREKREISE oder ihre reellen Vertreter aus ihren Mittelpunkten, mit Hilfe des MONGEKREISES konstruieren.

Die aus den Punkten C einer Geraden h der Ebene eines Kegelschnitts k^2 ausstrahlenden Tangentenpaare desselben bilden mit einer beliebigen auf h senkrechten Tangente von k^2 Dreiecke, deren Höhenpunkte H mit den Eckpunkten C projektive Reihen beschreiben; die Gerade h trifft die auf sie senkrechte Tangenten in den Gegenpunkten, den MONGEKREIS x^3 von k^2 in den Doppelpunkten dieser projektiven Reihen, und die Potenz eines Gegenpunktes nach x^2 ist gleich der Potenz der Projektivität.

Es sei G einer der Treffpunkte von h und k^2 . Die auf h senkrechten Tangenten d und e von k^2 mögen h in den Punkten D und E , und die Tangente des Punktes G in dem Punkte I und J treffen, schließlich mögen die aus einem Punkte C der Geraden h ausstrahlende Tangenten von k^2 die d in den Punkten A, B schneiden, und H sei der Höhenpunkt des Dreieckes ABC .

Die Strahlenpaare $CA, CB; CI, CJ; CG \equiv h$ und der auf h senkrechte Strahl, bilden eine Involution; so auch die Treffpunkte derselben mit d ; d. h. $A, B; I, N \equiv (CJ, d)$; D und der unendlich ferne Punkt von d . Also hat man $ID \cdot DN = AD \cdot DB = CD \cdot HD$, woraus dann folgt, daß H auch der Höhenpunkt des Dreieckes ICN ist, d. h. $IH \perp CNJ$.

Beschreibt nun C die Gerade h , also JC den Strahlenbüschel um J , so beschreiben die auf diese senkrechte Strahlen IH einen mit diesen projektiven Büschel um I , also H eine mit C projektive Reihe auf h . Gelangt C nach E oder H nach D , so gelangen ihre entsprechende Punkte ins Unendliche; daher sind D, E Gegenpunkte; und wenn C in einem Treffpunkte Q von h und x^2 angenommen wird, so fällt er mit seinen entsprechenden Punkt H zusammen. Da nun $QE \cdot QD$ gleich ist der Potenz des Punktes D nach x^2 und jenes Produkt auch mit der Potenz der Projektivität $CE \cdot HD$ der projektiven Reihen C, H gleich ist, so ist auch der letzte Teil des Satzes bewiesen.

Hat k^2 auf d und e senkrechte Tangenten, und trifft die eine derselben d in K , die andere e in L , und trifft CL die Tangente d in M , so sind KM zugeordnete Punkte der früheren Involution, also ist wieder $KH \perp CLM$. Drehen sich daher die senkrechte Strahlen CL, HK um die festen Punkte L, K , so treffen

sie h in den projektiven Reihen C, H . Dieser Beweis fordert aber nicht, daß h mit k^2 gemeinsame Punkte habe.

(Im Falle einer stumpfen Hyperbel ist x^2 imaginär, und wenn die frühere Tangente JGI des Punktes G die eine Asymptote in R trifft, und O der Mittelpunkt von k^2 ist, so kann man beweisen, daß $\overline{GR}^2 - \overline{GO}^2 + \overline{OD}^2 = HD \cdot CE$, also daß die Potenz des Punktes D nach x^2 mit der Potenz der Projektivität (von C, H) gleich ist).

Aus dieser Projektivität kann man leicht den letzten Teil des früheren Satzes beweisen. Bezeichnet nämlich r den Halbmesser, O den Mittelpunkt von x^2 , M die der Strecke DE , so ist (um etwa den Fall, wenn H innerhalb x^2 liegt, zu betrachten):

$$\begin{aligned} HD \cdot CE &= r^2 - \overline{OD}^2 \\ HD \cdot EH &= (MD + HM)(MD - HM); \end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned} HD \cdot (CE + EH) &= HD \cdot CH = r^2 - \overline{OD}^2 - \overline{HM}^2 + \overline{MD}^2 = \\ &= r^2 - \overline{OM}^2 - \overline{HM}^2 = r^2 - \overline{OM}^2. \end{aligned}$$

Um aber die Konstruktion auf den letzten Satz gestützt durchzuführen, verbinde man den gegebenen Höhenpunkt H mit einem beliebigen Punkt G des Kegelschnitts k^2 durch die Gerade h , und die auf h senkrechten Tangenten d, e mögen die Tangente von G in den Punkten I, J treffen. Die aus J auf die Gerade HI gefällte Senkrechte trifft h in dem Eckpunkte C des dem k^2 umschriebenen Dreieckes ABC , dessen zwei andere Eckpunkte auf den aus C ausstrahlenden Tangenten auf d ausgeschnitten werden. Ebenso kann man mit Benützung der Diametralpunkte K, L des MONGEKREISES zu H den Punkt C finden.

3. Wir wollen jetzt den Ort der Höhenpunkte der einem Zentralkegelschnitt k^2 umschriebenen Dreiecke bestimmen die einen gemeinsamen Eckpunkt C haben.

Die aus C auf zwei parallele Tangenten c, c' von k^2 gefällte Senkrechte h möge diese in den Punkten D, D' , den MONGEKREIS x^2 von k^2 in den Punkten Q, Q' treffen und M sei die Mitte der Sehne QQ' .

Bezeichnet H den Höhenpunkt des dem k^2 umschriebenen Dreieckes, von dem c eine Seite und C ihr Gegeneckpunkt ist, und liegt H außerhalb x^2 , so ist die Potenz von H nach x^2 gleich: $\overline{MH}^2 - \overline{MQ}^2$, welcher Wert zufolge der Eigenschaft von H mit $HD \cdot HC$ gleich ist; also hat man:

$$\overline{MH}^2 - \overline{MQ}^2 = (HM + MD) (MC - MH).$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} \overline{MC}^2 - \overline{MQ}^2 &= \overline{MC}^2 - \overline{MH}^2 + (HM + MD)(MC - MH) \\ &= (MC - MH)(MC + MH + HM + MD) \\ &= (MC - MH)(MC - MD') = CH \cdot CD'. \end{aligned}$$

Da die linke Seite der Gleichung der Potenz des außerhalb x^2 liegenden C Punktes nach x^2 gleich ist, so sind die Punkte H, D' harmonisch getrennt von dem aus C als Mittelpunkt beschriebenen Kreis γ^2 , dessen Halbmesserquadrat jene Potenz ist; somit ist der Pol jener Tangente c' von k^2 der Punkt H . Und da man diese Eigenschaft auch beweisen kann, wenn C und auch H innerhalb x^2 liegt, so hat man: *Der Ort der Höhenpunkte der einem Zentralkegelschnitte k^2 umschriebenen Dreiecke, die einen festen Eckpunkt C haben, ist die Polarfigur von k^2 nach demjenigen aus dem Mittelpunkt C beschriebenen Kreis γ^2 , dessen Halbmesserquadrat der Potenz von C nach dem MONGEKreis x^2 von k^2 gleich ist; diese Polarfigur geht durch die Treffpunkte von x^2 mit den aus C ausstrahlenden Tangenten von k^2 .*

4. Nimmt man anderseits den Punkt C auf den Kegelschnitt k^2 selbst an, so fallen die aus C ausstrahlenden zwei Tangenten a, b zusammen in \overline{ab} und die dem Kegelschnitt umschriebenen Dreiecke \overline{abc}_i , welche \overline{ab} und die veränderliche Tangente c_i bilden, sind verkümmert. Der Ort ihrer Höhenpunkte, (die man übrigens leicht konstruieren kann) ist, als Polarfigur von k^2 nach den aus C als Mittelpunkt beschriebenen Kreis γ^2 eine Parabel h^2 , welche dem MONGEKreis von k^2 in den Punkten berührt, in welche sie \overline{ab} trifft. Also geht die Polare des Punktes C nach x^2 und h^2 durch den nämlichen Punkt D der normalen n des Punktes C auf k^2 . Da nun C, D konjugierte Pole sind von

h^2 und x^2 , so halbiert die Parabel h^2 die Strecke CD in ihrem Treffpunkte E mit n , und der über CD als Durchmesser beschriebene Kreis trifft x^2 rechtwinkelig und ist also ein FAUREKREIS. Daraus folgt dann, daß D das Spiegelbild des Krümmungsmittelpunktes von C ist bezüglich seiner Tangente \overline{ab} , und der Parabelpunkt E der Höhenpunkt des in die Tangente \overline{ab} verkümmerten umschriebenen Dreieckes von k^2 . Da nun diese Eigenschaft auch für jede Parabel giltig ist, so hat man: «Der Ort der Mittelpunkte der einen Kegelschnitt k^2 berührenden FAUREKREISE ist der Ort der Höhenpunkte der dem k^2 umschriebenen und in die Tangenten der Berührungspunkte verkümmerten Dreiecke. Die Punkte dieses Ortes halbieren die Strecke, welche vom Berührungspunkt und dem Spiegelbild eines Krümmungsmittelpunktes bezüglich der Tangente begrenzt wird.»

Sind also N der Krümmungsmittelpunkt eines Kegelschnittpunktes T , t seine Tangente, und F und E die Höhenpunkte der in T und t verkümmerten, dem Kegelschnitt ein-, bzw. umschriebenen Dreiecke, so ist $TFNE$ ein harmonischer Wurf.

Aus obigen Betrachtungen folgt ferner:

«Die im Treffpunkte P zweier Kegelschnittstangenten auf die eine errichtete Senkrechte trifft die aus dem Berührungspunkte dieser Tangenten auf die andere gefällte Senkrechte im Mittelpunkte des durch P gehenden FAUREKREISES.»

«Ist t die gemeinsame Tangente eines Kegelschnitts k^2 und eines seiner FAUREKREISE ρ^2 , so wird die Polare des Berührungspunktes von t und k^2 nach ρ^2 , die zweite aus dem Berührungspunkte von t und ρ^2 ausstrahlende Tangente von k^2 sein.»

«Der Polarkegelschnitt eines Kegelschnitts k^2 nach einem seiner FAUREKREISE ρ^2 geht durch beide Berührungspunkte jeder ihrer gemeinsamen Tangenten.»

5. Für das Weitere beweisen wir folgenden Satz:

Haben zwei einem Kegelschnitt k^2 umschriebene Dreiecke ein Paare parallele Seiten, und ist der Gegeneckpunkt dieser im ersten Dreieck der Höhenpunkt des zweiten, so ist dies gegenseitig, d. h. der Gegeneckpunkt vom zweiten Dreieck ist Höhenpunkt des ersten.

Treffen nämlich die vom Höhenpunkt H des dem Kegel-

schnitt k^2 umschriebenen Dreieckes ABC ausstrahlenden Tangenten die zu AB parallele Tangente in den Punkten FG , dann wäre zu beweisen, daß der Höhenpunkt H' des Dreieckes FGH in C liegt.

Bezeichnet man mit D und E die Treffpunkte der Höhe CH mit AB, FG , so ergibt sich nach Nr. 3 in bezug auf die Dreiecke ABC, FGH , daß die Punkte CE, HD , bzw. $HD, H'E$ den Potenzen der Punkte D , bzw. E nach dem MONGEKREISE x^2 von k^3 , also auch unter einander gleich sind; daraus ergibt sich, daß H' mit C koinzidiert.

Aus diesem Satz folgt:

Der Polarkegelschnitt k'^2 eines Kegelschnitts k^2 nach einem seiner FAUREKREISE ϱ^2 ist:

1. der Ort der Eckpunkte der dem k^2 umschriebenen ∞^1 Dreiecke, deren Höhenpunkt H im Mittelpunkt von ϱ^2 liegt;
2. der Ort der Höhenpunkte der dem k^2 umschriebenen ∞^1 Dreiecke, welche in H einen gemeinsamen Eckpunkt haben.

Die Gattung des Kegelschnitts k'^2 ist von k^2 und die Lage des Punktes H diesem gegenüber abhängig.

Ist o die Polare von H nach k^2 , und sind U, V diejenigen konjugierten Pole von k^2 auf o , welche aus H durch die Schenkel eines rechten Winkels projiziert werden, so sind die Polaren von U, V die Achsen, und die Polaren der Berührungspunkte der aus H ausstrahlenden Tangenten von k^2 nach ϱ^2 , die Asymptoten von k'^2 . Also:

Der Ort k'^2 der Eckpunkte der einem Zentralkegelschnitt k^2 umschriebenen Dreiecke von gemeinsamen Höhenpunkt H ist eine Ellipse, Hyperbel oder Parabel, jenachdem H innerhalb, außerhalb oder auf k^2 liegt; im letzteren Falle berührt k'^2 den MONGEKREIS x^2 von k^2 in den Punkten, in welchen die Tangente h des Punktes H denselben begegnet.

Liegt H außerhalb (innerhalb) x^2 , so wird k'^2 eine spitze (stumpfe) oder stumpfe (spitze) Hyperbel jenachdem k^2 eine Ellipse oder Hyperbel ist. k'^2 wird immer eine spitze Hyperbel, wenn H außerhalb der stumpfen Hyperbel k^2 liegt.

Der Kegelschnitt k'^2 kann also bei keiner Lage des Punktes H eine gleichseitige Hyperbel werden, wenn k^2 ein Zentralkegelschnitt ist.

Der Kürze halber lassen wir unbewiesen, daß k'^2 und x^2 eine doppelte Berührung haben auf der Tangente h des Punktes H der Hyperbel k^2 für den Fall, daß die Treffpunkte von h und x^2 konjugiert-imaginär sind. Der Beweis ließe sich, z. B. darauf stützen, daß die Treffpunkte jeder Tangente eine Hyperbel mit ihren Asymptoten konjugierte Pole ihres MONGEKREISES sind.

6. Da jeder Punkt der Ebene einer Parabel k^2 der Eckpunkt eines der Parabel umschriebenen Dreieckes sein kann, dessen Höhenpunkt H ein beliebiger Punkt der Leitlinie l ist, so wollen wir, um die vorhergehenden Betrachtungen auch auf die Parabel zu übertragen, den ihr umschriebenen Dreiecken noch die Bedingung auferlegen, daß sie Polardreiecke seien nach einem reellen oder imaginären Kreis ϱ^2 vom Mittelpunkt H (und dessen reeller Vertreter $\bar{\varrho}^2$ im zweiten Falle ebenfalls ϱ^2 sei) und suchen den Ort k'^2 der Eckpunkte dieser Dreiecke.

k'^2 ist als Polarfigur von k^2 nach ϱ^2 stets eine gleichseitige Hyperbel, welche l im Punkte H berührt. Errichtet man auf die Gerade HF , welche H mit dem Brennpunkte F der Parabel verbindet, in F die senkrechte o , so ist der Pol O' oder \bar{O}' derselben nach ϱ^2 , bzw. $\bar{\varrho}^2$ der Mittelpunkt der Polarfigur k'^2 , bzw. \bar{k}'^2 von k^2 nach jenen Kreisen; ihre Asymptoten stehen senkrecht auf die aus H ausstrahlenden Parabeltangente und treffen sich daher auf l , so daß \bar{k}'^2 eine Verschiebung von k'^2 ist in der Richtung HO' um die Strecke $2HO'$.

Während also k'^2 im Falle, daß k^2 ein Zentralkegelschnitt war, niemals eine gleichseitige Hyperbel sein konnte: wird k'^2 immer eine solche sein, wenn k^2 als Parabel angenommen wird, allerdings mit der Beschränkung, daß die Dreiecke deren Eckpunkte den Ort erfüllen, Polardreiecke eines gegebenen Kreises ϱ^2 sind, welcher bei den Zentralkegelschnitten schon mit H bestimmt ist.

Von diesen gleichseitigen Hyperbeln wollen wir eine näher betrachten, nämlich die Polarfigur k'^2 der Parabel k^2 nach demjenigen aus einem Punkt H seiner Leitlinie l als Mittelpunkt beschriebenen Kreis ϱ^2 , welcher durch den Brennpunkt von k^2 geht. Der Mittelpunkt O' dieser Hyperbel ist der Brennpunkt selbst, und ihre Asymptoten treffen l in den nämlichen Punkten,

in welchen sie q^2 begegnet, und schließlich wird k'^2 von l in H berührt.

Auf k'^2 liegen also die Eckpunkte der, der Parabel k^2 umschriebenen ∞^1 Dreiecke mit dem gemeinsamen Höhenpunkt H . Aber nach dem letzten Satz liegen auf k^2 die Eckpunkte der Dreiecke, welche k'^3 umschrieben sind und H zum Höhenpunkt haben. Daraus ergibt sich der bemerkenswerte Satz:

Ein rechtwinkeliges Dreieck bestimmt eine gleichseitige Hyperbel, welche ihm einbeschrieben ist, und eine Parabel, deren Leitlinie und Brennpunkt die Hypothenuse und ihr Gegeneckpunkt im Dreiecke ist. Jedem der beiden Kegelschnitte kann man Dreiecke einschreiben, welche dem anderen umschrieben sind; diese sind Polardreiecke des Kreises, welcher dem angenommenen rechtwinkelligen Dreieck umschrieben ist, und somit fallen die Höhenpunkte im Mittelpunkte dieses Kreises. Diese drei Kegelschnitte: Parabel, Hyperbel und Kreis haben noch die besondere Lage, daß zwei beliebige von ihnen nach dem dritten Polarfiguren sind. (Solche drei Kegelschnitte, deren je zwei Polarfiguren nach dem dritten sind, sind z. B. auch drei gleichseitige Hyperbeln, welche einzeln durch die Eckpunkte von je zwei Gegenseiten eines regelmäßigen Sechseckes gelegt werden können. u. a.)

Wir wollen uns nicht näher mit den Eigenschaften dieser besonderen Kegelschnitte befassen, die sich durch Kollineation oder Polarisierung in allgemeine Kegelschnitte verwandeln, und die man aber auch unabhängig von diesen konstruieren kann und die «trippel konjugierte Kegelschnitte» genannt werden, sondern fragen: ob der Kegelschnitt k'^2 ein Kreis sein kann, und bei welcher Lage des Punktes H ?

Diese Frage beantwortet der folgende Satz: «Dem aus dem Brennpunkt eines Zentralkegelschnitts, als Mittelpunkt mit der Hauptachse als Halbmesser beschriebenen Kreis kann man Dreiecke einschreiben, welche dem Kegelschnitt umschrieben sind; diese Dreiecke sind Polardreiecke des aus dem anderen Brennpunkt des Kegelschnitts als Mittelpunkt beschriebenen FAURE-Kreis desselben und haben daher ihre Höhenpunkte in diesem Brennpunkt.»

Dies kann man auch unmittelbar einsehen. Nachdem näm-

lich die Seiten der dem Kegelschnitt k^2 umschriebenen Dreiecke, dessen fester Eckpunkt in einem Brennpunkt H von k^2 liegt, die aus H ausstrahlende isotrope Geraden, und die veränderliche Tangenten von k^2 sind: so ist des Ort der Höhenpunkte dieser Dreiecke zugleich der Ort des Spiegelbildes von H bezüglich den Tangenten von k^2 , also der aus dem anderen Brennpunkt, als Mittelpunkt mit der Hauptachse von k^2 als Halbmesser beschriebene Kreis k'^2 . (Siehe die vorangehende Arbeit, No 2.).

7. Wir wollen jetzt die Frage beantworten: *Was ist die Gattung des Kegelschnitts k'^2 , den die Seiten der einem Kegelschnitt k^2 einbeschriebene Dreiecke vom gemeinsamen Höhenpunkt H , umhüllen?*

Da k'^2 die Polarfigur von k^2 ist nach einem Kreis vom Mittelpunkt H , so ist die allgemeine Antwort, daß k'^2 eine Ellipse oder Hyperbel sein wird, jenachdem H innerhalb oder außerhalb k^2 liegt.

Im Besondern kann man dem hinzufügen, daß k'^2 ein Kreis wird, wenn man H im Brennpunkt von k^2 annimmt; sein Mittelpunkt O' liegt auf der Hauptachse und hat den Abstand $a^2c:r^2$ vom Mittelpunkt O der Ellipse k^2 ; sein Halbmesser ist $ab^2:r^2$; während der Halbmesser des Kreises, nach welchem polarisiert wurde, damit k'^2 ein Kreis sei $b^2:r$ beträgt, wobei $2a, 2b$ die Haupt- und Nebenachse von k^2 , und $c^2 = a^2 - b^2$, $r^2 = a^2 + b^2$ ist.

k'^2 wird eine gleichseitige Hyperbel, wenn man H auf den MONGÈREKREIS x^2 (oder der Leitlinie der Parabel) annimmt. Wird aber der Punkt H auf den Kegelschnitt k^2 selbst angenommen, so muß k'^2 eine gleichseitige Hyperbel sein und nur in diesem Falle ergibt sich für k'^2 eine Parabel.

Wenn aber k^2 keine gleichseitige Hyperbel ist, und H doch auf k^2 angenommen wird, so zerfällt k'^2 in zwei Punkte: der eine ist H selbst, der zweite der FRÉGIÉRPUNKT desselben. Der FRÉGIÉRPUNKT fällt für jeden Punkt der gleichseitigen Hyperbel ins Unendliche; also: «Schreibt man einer gleichseitigen Hyperbel rechtwinkelige Dreiecke ein, deren Scheitel beim rechten Winkel koinzidieren, so laufen ihre Hypothenusen parallel;» oder auch: jede zu einer Normale parallele Sehne einer gleich-

seitigen Hyperbel wird aus dem Fußpunkte derselben durch rechtwinkelige Strahlen projiziert.

8. Errichtet man auf die Ebene eines Kegelschnitts k^2 Senkrechte und trägt auf diese vom Fußpunkte aus die Halbmesser der betreffenden FAUREKreise von k^2 auf, so ist der Ort ihrer Endpunkte ein mit k^2 konzentrisches Rotationshyperboloid, dessen Asymptotenkegel die Ebene von k^2 unter 45° schneidet. Ist der MONGEKreis x^2 von k^2 reell, so wird H^2 ein einschaliges Hyperboloid, dessen Kegelkreis x^2 ist. In den zwei Fällen, wenn x^2 imaginär ist, wird H^2 ein zweischaliges Hyperboloid, dessen Hauptachse mit dem Durchmesser des reellen Vertreter \bar{x}^2 von x^2 gleich ist. Bei der gleichseitigen Hyperbel k^2 geht H^2 in den Asymptotenkegel über, und wenn k^2 ein Parabel ist, so wird der Ort H^2 die durch die Leitlinie auf ihre Ebene errichtete senkrechte Ebene L sein.

Für die innerhalb der reellen MONGEKreise liegende Punkte sind die FAUREKreise imaginär. Trägt man auch hier die Halbmesser ihrer reellen Vertreter auf die im Mittelpunkte auf ihrer Ebene errichteten Senkrechten, so ist der Ort dieser Endpunkte eine Kugel K^2 deren Hauptschnitt x^2 ist. Auch die Ebene L ist im Falle der Parabel eine Entartung dieser Kugel.

Aus den Punkten von K , bzw. L wird der Kegelschnitt k^2 durch Kegel projiziert die dem gleichseitigen reziprok, also «planar-gleichseitig» sind.

ÜBER RIEMANN—STIELTJESSCHE INTEGRALE, DIE ANALYTISCHE FUNKTIONEN DARSTELLEN.

Von TIBOR v. STACHÓ.

Vorgelegt der III. Kasse der Ung. Akademie in der Sitzung von 30. April 1923.*

In der vorliegenden Note werden einige grundlegende Sätze über DIRICHLETSche Reihen und LAPLACESche Integrale auf eine umfangreiche Klasse von RIEMANN—STIELTJESSchen Integralen, die — wie M. RIESZ gelegentlich bemerkt hat¹ — jene beide umfaßt, übertragen. Stellenweise sind auch die Wege zur Spezialisierung der gefundenen allgemeinen Sätze geebnet. Zum Schluß und als Anwendung dieser Betrachtungsweise wird die auf DIRICHLETschen Reihen bezügliche Verallgemeinerung eines FEJÉR-LANDAUSchen Potenzreihensatzes dargestellt.

§ 1. Über Riemann—Stieltjessche Integrale im Allgemeinen.

a) Es mögen

$$E: a = t_0 \leq \tau_1 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{i-1} \leq \tau_i \leq t_i \leq \dots \leq t_n = \beta$$

eine Einteilung, $u(t)$ und $v(t)$ zwei einfache komplexe Belegungen des Intervalles (a, β) bezeichnen. Strebt dann die Summe

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *Analytikuss függvényeket ábrázoló Riemann-Stieltjes-integrálokról*. Matematikai és Természettudományi Értesítő. Bd. XL. (1923), p. 314—326.

¹ M. RIESZ: Ein Konvergenzsatz für Dirichletsche Reihen. Acta math. Bd. 40 (1916), S. 349—361. Siehe besonders Punkt 4, über eine solche Verallgemeinerung.

$$\sum_{i=1}^n u(\tau_i) [v(t_i) - v(t_{i-1})] = \sum_{i=1}^n u(\tau_i) \Delta v_i \quad (1)$$

bei unbegrenzter Abnahme der Differenzen $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ gegen einen von der sonstigen Wahl der Einteilung unabhängigen, endlichen Grenzwert, so wird dieser mit

$$\lim_{\text{Max } \Delta t_i \rightarrow 0} \sum_{\alpha}^{\beta} u(\tau_i) \Delta v_i = \int_{\alpha}^{\beta} u(t) dv(t) = \int_{\alpha}^{\beta} u dv \quad (2)$$

bezeichnet und die Funktion u nach v über (α, β) in RIEMANN—STIELTJESSCHEM Sinne (kurz RS-) integrabel genannt.

b) Zuzfolge

$$\sum_{i=1}^n v(\tau_i) [u(t_i) - u(t_{i-1})] = [u(t)v(t)]_{\alpha}^{\beta} - \sum_{i=0}^n u(t_i) [v(\tau_{i-1}) - v(\tau_i)]$$

ist mit $\int_{\alpha}^{\beta} u dv$ auch $\int_{\alpha}^{\beta} v du$ vorhanden und

$$\int_{\alpha}^{\beta} u dv = [uv]_{t=\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} v du. \quad (3)$$

c) Zur Existenz von (2) ist z. B. hinreichend, daß $u(t)$ in (α, β) stetig und $v(t)$ von beschränkter Variation, d. h.

$$\sum_{\alpha}^{\beta} |\Delta v_i| \quad (4)$$

in Bezug auf alle E Einteilungen von (α, β) gleichmässig beschränkt sei. Die obere Grenze der Summen (4) wird dann mit $V(\alpha, \beta)$ bezeichnet und nach JORDAN die totale Variation von v

¹ T. J. STIELTJES: Recherches sur les fractions continues. Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, Bd. 8 (1894) oder Oeuvres complètes, Bd. 2 (1918). Siehe besonders S. 71—72., bzw. 472—473.

Die erwähnte Verallgemeinerung des RIEMANNschen Integralbegriffes ist als STIELTJESSCHES Integral bekannt. Die Benennung RIEMANN—STIELTJESSCHES Integral wurde von HOBSON (zur Unterscheidung von der entsprechenden Verallgemeinerung des LEBESGUESCHEN Integralbegriffes) benutzt. Siehe E. W. HOBSON: The theory of functions of a real variable etc. 2. Aufl., Bd. I, Cambridge 1921, S. 507.

über (a, β) genannt. Bei konstantem a und veränderlichem β schreiben wir statt $V(a, \beta)$ kurz $V(\beta)$.

Eine solche Funktion $v(t)$ besitzt an jeder inneren Stelle τ von (a, β) einen *linksseitigen* und einen *rechtsseitigen* Grenzwert; in a ist $v(a+0)$ in β entsprechend $v(\beta-0)$ vorhanden und die Menge der Unstetigkeitsstellen höchstens abzählbar.

d) Ist v von beschränkter Variation, so genügt zur Existenz von (2) bereits — wie leicht zu beweisen — daß

$$\lim_{\text{Max } \Delta t_i \rightarrow 0} \sum_a^\beta \sigma_i \Delta V_i = 0 \quad (5)$$

sei. Mit σ_i wurde hier die Schwankung von $u(t)$ in (t_{i-1}, t_i) bezeichnet und $\Delta V_i = V(t_i) - V(t_{i-1})$ gesetzt. Dann erweist sich $\int_a^t u(t) dv(t)$ in (a, β) als eine (mit Ausnahme der Unstetigkeitsstellen von $v(t)$) stetige Funktion von beschränkter Variation seiner oberen Grenze.

e) Nähern sich die Summen (4) bei unbegrenzter Verfeinerung der Einteilung von (a, β) einem (von der sonstigen Art der Einteilung unabhängigen) endlichen Grenzwert, so nennt man nach JORDAN v über (a, β) *rektifizierbar*.

Dieser Fall tritt dann und nur dann ein, wenn v in (a, β) von beschränkter Variation ist und der Unstetigkeitswert $v(\tau)$ sich auf der Strecke $(v(\tau-0), v(\tau+0))$ befindet. Die totale Variation von v wird dann:

$$V(a, \beta) = \lim_{\text{Max } \Delta t_i \rightarrow 0} \sum_a^\beta |\Delta v_i| = \int_a^\beta |dv(t)|. \quad (6)$$

f) Als einfaches und wichtiges Beispiel für rektifizierbare Funktionen mögen die beiden folgenden angeführt werden:

1. Gehört zu jedem λ_n der Folge

$$a = \lambda_0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_n < \dots \rightarrow \infty$$

eine komplexe Zahl a_n , so ist

$$A(t) = \sum_{\lambda_n < t} a_n \quad (7)$$

eine streckenweise konstante Funktion von t mit

$$V(a, t) = \sum_{\lambda_n < t} |a_n|. \quad (7^*)$$

2) Ist irgendeine Funktion $a(t)$ über (a, β) in RIEMANNSCHEM Sinne integrierbar, so wird

$$A(t) = \int_a^t a(t) dt \quad (8)$$

in (a, β) stetig und mit der totalen Variation

$$V(a, t) = \int_a^t |a(t)| dt \quad (8^*)$$

rektifizierbar sein.

g) Ich nenne die in (a, β) beschränkte Funktion u nach der dortselbst beschränkten Funktion v im RS-Sinne *absolut integabel*, falls der Grenzwert

$$\lim_{\max \Delta t_i \rightarrow 0} \sum_a^\beta |u(\tau_i)| |\Delta v_i| = \int_a^\beta |u(t)| |dv(t)| \quad (9)$$

vorhanden ist. Bei rektifizierbarem v wird dann

$$\int_a^\beta |u(t)| |dv(t)| = \int_a^\beta |u(t)| dV(t). \quad (10)$$

h) Von weittragender Bedeutung erweisen sich die beiden folgenden Bemerkungen:

1. Ist u in (a, β) stetig, ändert sich v bloß an den Stellen $t = \lambda_n$ von der Anzahl $k+1$, und zwar mit dem Sprunge

$$v(\lambda_n + 0) - v(\lambda_n - 0) = a_n,$$

so ergibt sich¹ — wie aus der Definition der RS-Integrale ersichtlich —

$$\int_a^\beta u(t) dv(t) = \sum_{n=0}^k u(\lambda_n) a_n. \quad (11)$$

¹ Diese Bemerkung ist a. a. O. bereits von STIELTJES angewendet worden.

2. **Integration nach einem Integral.** Ist v in (α, β) von beschränkter Variation, genügt ferner u der Bedingung (5), so ist bei beschränktem w

$$\int_{\alpha}^{\beta} w(t) d \int_{\alpha}^t u(t) dv(t) = \int_{\alpha}^{\beta} w(t) u(t) dv(t), \quad (12)$$

d. h. mit dem einen Integral ist auch das andere vorhanden und mit ihm gleich.¹

Für jede E Einteilung von (α, β) ist nämlich

$$\begin{aligned} \left| \int_{t_{i-1}}^{t_i} u(t) dv(t) - u(\tau_i) \Delta v_i \right| &= \left| \int_{t_{i-1}}^{t_i} [u(t) - u(\tau_i)] dv(t) \right| \\ &\leq \sigma_i [V(t_i) - V(t_{i-1})], \end{aligned}$$

wenn σ_i die Schwankung von u in (t_{i-1}, t_i) bezeichnet. Somit wird

$$\left| \sum w(\tau_i) \int_{t_{i-1}}^{t_i} u(t) dv(t) - \sum w(\tau_i) u(\tau_i) \Delta v_i \right| \leq \Sigma |w(\tau_i)| \sigma_i \Delta V_i,$$

woraus nach unbegrenzter Verfeinerung der Einteilung die Richtigkeit unserer Behauptung folgt.

Es sei z. B. $u = ze^{-tz}$, $v = t$, $w = A(t)$, $A(0) = 0$ und somit

$$\int_0^t u(t) dv(t) = z \int_0^t e^{-tz} dt = 1 - e^{-tz}.$$

Nach (3) und (12) sind also in

$$\begin{aligned} \int_0^t e^{-tz} dA(t) &= A(t) e^{-tz} + \int_0^t A(t) d(1 - e^{-tz}) \\ &= A(t) e^{-tz} + z \int_0^t A(t) e^{-tz} dt \end{aligned} \quad (13)$$

¹ Von J. KÖNIG (A határozott integrálok elméletéhez [Zur Theorie der bestimmten Integrale], Math. és Természettud. Értesítő. Bd. XV., 1897, S. 380—384.) wird dieser Satz für reelle Funktionen und den Fall $v = t$ zum Beweise des zweiten Mittelwertsatzes der Integralrechnung benutzt, wiewohl auch später (aber von ihm unabhängig) von W. H. YOUNG. Vgl. S. 608, des angeführten Handbuches von HOBSON.

die beiden ersten Integrale dann und nur dann vorhanden, wenn das letzte existiert, d. h. $A(t)$ nach t integrierbar ist.

i) Im Falle von unendlicher oberen Grenze sei

$$\int_0^{\infty} u(t) dv(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} u(t) dv(t), \quad (14)$$

wenn u nach v über jedes endliche Intervall $(0, \tau)$ im *RS*-Sinne integrabel und der Grenzwert rechter Hand vorhanden ist. *Nach dieser Erweiterung des Integralbegriffes ergibt sich gemäss (11) und (12)*

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda_n z} a_n \\ \int_0^{\infty} e^{-tz} a(t) dt \end{aligned} \right\} = \int_0^{\infty} e^{-tz} dA(t), \quad (15)$$

$$(16)$$

je nachdem $A(t)$ die Belegung (7) bzw. (8) bedeutet. Beide Formeln sind, wie (12) zu verstehen.

(15) überführt die DIRICHLETSchen Reihen, (16) die LAPLACEschen Integrale in *RS*-Integrale.

Die aus (15) nach der Substitution $z = 0$ sich ergebende Formel

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n = \int_0^{\infty} dA(t), \quad (17)$$

in welcher das Gleichheitszeichen im angedeuteten Sinne zu verstehen ist, ordnet jeder unendlichen Reihe *unendlich viele RS*-Integrale zu, da bei der Bestimmung (7) von $A(t)$ die λ unendlich mannigfaltig gewählt werden können.

§. 2. Über ein spezielles *RS*-Integral.

Als eigentlicher Zweck gilt uns die Untersuchung von

$$f(z) = \int_0^{\infty} e^{-tz} dA(t). \quad (18)$$

Dem anschliessend (13) Gesagten gegenüber beschränken wir uns auf solche Funktionen $A(t)$, die in jedem *endlichen* nicht-negativen Intervall von beschränkter Variation sind. Ohne das

Integral zu ändern, kann also die Funktion $A(t)$ an ihren abzählbar unendlich vielen Unstetigkeitsstellen gleich $\frac{1}{2} [A(t+0) + A(t-0)]$ (somit $A(t)$, als über jedes endliche Intervall rektifizierbar) und $A(0) = 0$ gewählt werden.

Die Begriffe der gewöhnlichen, absoluten, bzw. gleichmäßigen Konvergenzhalbebenen und Abszissen können aus der Theorie der DIRICHLETSCHEN Reihen auf die Integrale (18) Wort für Wort übertragen werden, wenn nur die ABELSCHESCHE partielle Summation durch partielle Integration ersetzt wird.

Die Abszisse α der gewöhnlichen Konvergenz ergibt sich gleich

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log A(t)}{t} \quad \text{oder} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log [A(t) - A(\infty)]}{t}, \quad (19)$$

je nachdem $\alpha \geq 0$ oder $\alpha < 0$.

Zufolge (10) wird ferner

$$\int_0^{\infty} e^{-tz} |dA(t)| = \int_0^{\infty} e^{-tx} dV(t),$$

wenn $V(t)$ die totale Variation von $A(t)$ über $(0, t)$ bezeichnet und der Grenzwert linker Hand vorhanden ist. Die Abszisse β der absoluten Konvergenz gewinnt man somit aus (19) mit $V(t)$ an Stelle von $A(t)$.

Mit Hilfe von (13) und (10) können unsere Integrale (18) auf LAPLACESCHE Integrale zurückgeführt werden. Für alle z , die innerhalb des Konvergenzbereiches von (18) und der Halbebene $R(z) > 0$ liegen, ist nämlich

$$f(z) = z^{n+1} \int_0^{\infty} A_n(t) e^{-tz} dt \quad (20)$$

mit

$$A_0(t) = A(t), \quad A_1(t) = \int_0^t A_0(t) dt, \dots, \quad A_n(t) = \int_0^t A_{n-1}(t) dt, \dots$$

Für $\alpha < 0$ gilt innerhalb der ganzen Konvergenzhalbebene

$$f(z) = A(\infty) + z^{n+1} \int_0^{\infty} \left[A_n(t) - A(\infty) \frac{t^n}{n!} \right] e^{-tz} dt. \quad (21)$$

Die Integranden von (20) und (21) streben (nach (19)) im Inneren der erwähnten Halbebenen mit t^{-1} in bezug auf z gleichmäßig gegen Null. Die entsprechenden LAPLACESCHEN Integrale konvergieren somit dort absolut und gleichmäßig.

Nach diesen Bemerkungen können einige grundlegende Fragen über die Integrale (18) leicht erledigt werden. Z. B.:

1. Das Integral (18) stellt innerhalb seiner Konvergenzhalbebene eine reguläre analytische Funktion dar, deren Ableitung man nach Differentiation unter dem Integralzeichen gewinnt.

Für $\alpha = 0^1$ ist nämlich sowohl

$$g(z) = \int_0^{\infty} A(t) e^{-tz} dt,$$

als auch das nach Differentiation unter dem Integralzeichen entstehende

$$g_1(z) = - \int_0^{\infty} t A(t) e^{-tz} dt$$

in bezug auf alle z mit $R(z) \geq \varepsilon > 0$ absolut und gleichmäßig konvergent. Hieraus und aus der für $\text{Min} [R(z), R(z+h)] = \delta > 0$ leicht verifizierbaren Ungleichung

$$\frac{e^{-t(z+h)} - e^{-tz}}{h} = \left| \int_0^t e^{-(t-\tau)(z+h)} e^{-z\tau} d\tau \right| \leq t e^{-t\delta} \quad (22)$$

erhält, daß bei $\delta \geq \varepsilon$ das Integral in

$$g'(z) = \lim_{h \rightarrow 0} \int_0^{\infty} A(t) \frac{e^{-t(z+h)} - e^{-tz}}{h} dt$$

in bezug auf h (!!) gleichmäßig konvergiert. Grenzübergang und Integration dürfen also rechts vertauscht werden, was

$$g'(z) = g_1(z)$$

¹ Andernfalls wird

$$\int_0^{\infty} e^{-t(z-\alpha)} d \int_0^t e^{-t\alpha} dA(t) = \int_0^{\infty} e^{-t\alpha} dB(t)$$

untersucht.

und somit

$$f'(z) = \frac{d}{dz}(zg(z)) = g(z) + zg'(z) = -\int_0^{\infty} te^{-tz} dA(t)$$

ergibt.¹

2. Für $c > a > 0$ wird²

$$A(t) = \lim_{\eta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\eta}^{\eta} \frac{f(c+iy)}{c+iy} e^{t(c+iy)} dy \quad (23)$$

Für $a \leq 0$ tritt an die Stelle von $A(t)$, bzw. $f(c+iy)$ entsprechend $A(t) - A(\infty)$ und $f(c+iy) - f(0)$.

3. Im Falle $A(t) = e^{ie^{t+}}$ erweist sich die Konvergenzabszisse des Integrals (20) kleiner, als jene von (18). Die durch (18) definierte analytische Funktion wird somit durch (20) auch außerhalb des ursprünglichen Definitionsbereiches dargestellt.

§. 3. Über divergente *RS*-Integrale.

Um den Begriff der uneigentlichen *RS*-Integrale zu verallgemeinern kann uns irgendeine Summationsmethode aus der Theorie der unendlichen Reihen als Beispiel dienen. Etwa die folgende:

Der zu summierenden Reihe

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots \quad (24)$$

wird die DIRICHLETSche Reihe

$$a_0 e^{-\lambda_0 z} + a_1 e^{-\lambda_1 z} + \dots + a_n e^{-\lambda_n z} + \dots$$

zugeordnet. Wenn diese für alle positive z konvergiert und bei positiven, gegen die Null abnehmende z Werten sich dem end-

¹ Die Behauptung $g'(z) = g_1(z)$ ist von S. PINCHERLE: Sur les fonctions déterminantes. Ann. de l'Éc. Norm. Sup. (3) Bd. 22 (1905) und E. LANDAU: Über die Grundlagen der Theorie der Fakultätenreihen, Sitzungsber. München, Bd. 36 (1906) — vgl. besonders S. 16–17, bzw. 213–214 — weniger einfach bewiesen worden.

² H. HAMBURGER: Über eine Riemannsche Formel aus der Theorie der Dirichletschen Reihen. Math. Zeitschrift Bd. 6 (1920), S. 1–10.

lichen Grenzwert s nähert, so heißt s die (verallgemeinerte) ABELSche Summe vom Typus λ_n der Reihe (24). Konvergente Reihen erweisen sich mit derselben Summe ABEL-summierbar. (Permanenzprinzip.)

Bei der Untersuchung von $\int_0^\infty u(t) dv(t)$ multiplizieren wir dementsprechend die Funktion $u(t)$ mit einem konvergenzerzeugendem Faktor $c(w, t)$, welcher

- A) für alle positive w und t zwischen Null und Eins liegt,
- B) bei wachsendem t stetig und monoton abnimmt,
- C) für $w \rightarrow \infty$ gegen Eins strebt.

Das Integral

$$\int_0^\infty u(t) dv(t) \tag{25}$$

nennen wir dann mit dem Werte $I c(wt)$ -summierbar, wenn

$$\Phi(w) = \int_0^\infty c(w, t) u(t) dv(t) = \int_0^\infty c(w, t) d \int_0^t u(t) dv(t) \tag{26}$$

konvergiert und für $w \rightarrow \infty$ gegen I als Grenzwert strebt.

Diese Methode genügt dem Permanenzprinzip.

Ist nun die Reihe (24) ABEL-summierbar, so ist das ihr nach (17) entsprechende RS-Integral $e^{-\frac{t}{w}}$ -summierbar, und umgekehrt. Die Reihensumme ist dem Integralwerte gleich und der Summationstypus λ_n durch die Wahl der Belegungsfunktion $A(t)$ bestimmt.

Das Gleiche gilt für die M. RIESZsche Summation der Reihen und für die $c(w, t)$ -Summation der entsprechenden Integrale, wenn

$$c(w, t) = \begin{cases} \left(1 - \frac{t}{w}\right)^\nu & \text{für } 0 \leq t \leq w \\ 0 & \text{für } t \geq w \end{cases} \quad (\nu > 0) \tag{27}$$

gewählt wird.

Die Anwendung dieser konvergenzerzeugenden Faktoren scheint bei Integralen (18) besonders fruchtbringend zu sein, wie das der folgende Satz zeugen mag:

Es sei (18) für $R(z) > 0$ konvergent. Die so definierte Funktion $f(z)$ ist dort dann und nur dann beschränkt, wenn

$$\begin{aligned}\Phi(w) &= \int_0^w \left(1 - \frac{t}{w}\right) d \int_0^t e^{-iyt} dA(t) = \\ &= \frac{1}{w} \int_0^w \left(\int_0^t e^{-iy\tau} dA(\tau)\right) dt = \frac{1}{w} A_1(w, iy)\end{aligned}\quad (28)$$

für jedes reelle y und alle positive w gleichmäßig beschränkt ist. Die oberen Grenzen der absoluten Beträge von $f(z)$ und (28) sind einander gleich.

Die Bedingung ist *hinreichend*. Denn für $z = c + iy$ mit $c > 0$ wird nach zweimaliger partiellen Integration

$$\begin{aligned}\frac{1}{c^2} f(c + iy) &= \frac{1}{c^2} \int_0^\infty e^{-(c+iy)t} dA(t) = \frac{1}{c^2} \int_0^\infty e^{-ct} d \int_0^t e^{-iy\tau} dA(\tau) = \\ &= \int_0^\infty A_1(w, iy) e^{-cw} dw.\end{aligned}$$

Ist also für alle positive y und w

$$\left| \frac{1}{w} A_1(w, iy) \right| \leq 1,$$

so wird

$$\frac{1}{c^2} |f(c + iy)| \leq \int_0^\infty w e^{-cw} dw = \frac{1}{c^2},$$

d. h.

$$|f(z)| \leq 1 \quad \text{für } R(z) > 0.$$

Die erwähnte Bedingung ist aber auch *notwendig*. Nach (20) und (12) ist nämlich zunächst

$$\frac{f(z)}{z} = \frac{1}{z} \int_0^\infty e^{-wz} dA(w) = \int_0^\infty e^{-wz} A(w) dw = \int_0^\infty e^{-wz} dA_1(w),$$

falls

$$A_1(w) = \int_0^\infty A(w) dw = A_1(w, 0)$$

und $c > 0$ ist, so daß gemäß (23)

$$A_1(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{f(z)}{z^2} e^{wz} dz \quad (29)$$

wird.

Es ist ferner $f(z)$ in der Halbebene $R(z) > 0$ regulär, somit

$$\int \frac{f(z)}{z^2} dz = \int \frac{f(z)}{z^2} e^{-wz} dz = 0, \tag{30}$$

wenn die Integration über die zwischen den Punkten $c + iy$, $c - iy$ liegende Strecke und den rechts von dieser um $z=c$ als Mittelpunkt mit dem Radius $|y|$ geschlagenen Halbkreis erstreckt wird. Da nun zufolge

$$|f(z)| \leq 1 \tag{31}$$

die Ausdrücke

$$\left| z \frac{f(z)}{z^2} e^{-wz} \right| \leq \left| z \frac{f(z)}{z^2} \right|$$

für hinreichend große $|z|$ beliebig klein werden, kann die Integration (30) entlang der ganzen Geraden $R(z) = c$ erstreckt werden. Es wird also

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{i\infty}^{c+i\infty} \frac{f(z)}{z^2} e^{wz} [(e^{-wz} - 1)^2 - 1] dz = 0. \tag{32}$$

Einer Bekannten Formel zufolge ist¹ schließlich

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{e^{-w(c+iy)} - 1}{c + iy} \right|^2 dy = \pi \frac{1 - e^{-2wc}}{c}. \tag{33}$$

Die Addition von (29) und (32) ergibt nun

$$A_1(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} f(z) e^{wz} \left(\frac{e^{-wz} - 1}{z} \right)^2 dz,$$

so daß nach (31) und (33)

$$|A_1(w)| \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{wc} \left| \frac{e^{-w(c+iy)} - 1}{c + iy} \right|^2 dy = \frac{e^{wc} - e^{-wc}}{2c},$$

oder — da $A_1(w)$ von c unabhängig ist —

¹ Vgl. etwa C. JORDAN: Cours d'analyse 2. Aufl., Bd. 2, S. 287.

$$\left| \frac{1}{w} A_1(w) \right| = \left| \frac{1}{w} A_1(w, 0) \right| \leq \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{e^{w\epsilon} - e^{-w\epsilon}}{2w\epsilon} = 1$$

wird.

Wenn dies auf die gleichfalls für $R(z) > 0$ reguläre und absolut 1 nicht übersteigende Funktion

$$f(z + iy) = f_1(z)$$

angewendet wird, erhält man die gewünschte Ungleichung

$$\left| \frac{1}{w} A_1(w, iy) \right| \leq 1$$

für beliebiges reelles y und positives w .

Im Falle (15) stellt der soeben bewiesene Satz die auf DIRICHLETSche Reihen bezügliche Verallgemeinerung eines von FEJÉR¹ und LANDAU² für Potenzreihen gewonnenen Satzes dar, nur tritt dabei — wie zu erwarten — an die Stelle der arithmetischen Mittelbildung die typische von M. RIESZ.

¹ L. FEJÉR: Über gewisse durch die Fouriersche und Laplacesche Reihe definierten Mittelkurven und Mittelflächen. Rendiconti del Circ. Mat. di Palermo, Bd. 38 (1914), S. 79—97.

² E. LANDAU: Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie. Berlin, S. 17—19.

ÜBER EINIGE PYRITE AUS DEM ZIPS—GÖMÖRER ERZGEBIRGE.

Von KARL ZIMÁNYI,

MITGLIED DER AKADEMIE.

Mit drei Tafeln und drei Textfiguren.

Vorgelegt der III. Klasse der Akademie der Wiss. in der Sitzung vom 10. Juni 1918.*

In den Eisensteingruben des Zips-Gömörer Erzgebirges wird hauptsächlich Spateisenstein gewonnen, da der Brauneisenstein der oberen Horizonte schon beinahe gänzlich ausgegangen ist. In diesen Eisensteinbergbauen kommt Pyrit mehr oder wenig häufig in Vergesellschaftung mit anderen Mineralien vor, und zw. mit Chalkopyrit, Tetraëdrit, Arsenopyrit, Zinnober, Galenit, Quarz, Baryt, Calcit etc., jedoch nicht in einem derartigen Maße, daß dadurch die Qualität des Haupterzes verschlechtert würde. Die Pyritkristalle findet man entweder im Spateisenstein, seltener im derben Kupferkies eingewachsen, oder an den Wänden der Spalten und Hohlräume aufgewachsen, zuweilen auch auf Baryt. Größere, schön ausgebildete Kombinationen, wie in Sajóháza¹ kommen nur seltener vor; in Rozsnyórudna und am Gretel-Berge bei Igló sind mittelgroße Kristalle ebenfalls gewöhnlich, meistens hypoparallel zusammengewachsen, mit gestörten, unebenen Flächen. Von Ötösbánya² (Kotterbach), Szalánk, Bindtbánya (Bindt) finden sich auch sehr flächenreiche, jedoch kleine

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *A Szepes—Gömöri Érc-hegység néhány kristályosodott pyritjéről*. *Mathematikai és Természettudományi Értesítő*, Bd. XXXVI. (1918), p. 409—434.

¹ Zeitschrift f. Kristall. 1911, Bd. 48, p. 230.

² Zeitschrift f. Kristall. 1904, Bd. 39, p. 125.

Kriställchen meistens in Spateisenstein, oder in derbem, weißen Gangquarz eingewachsen. Die Fundorte der zu beschreibenden Pyrite sind Gömör-rákos, Rozsnyó, Alsósajó im Komitat Gömör, Alsószalánk, Felsőszalánk und Bindtbánya im Komitat Szepes.

1. Gömör-rákos.

In den Eisensteinbergwerken bei Gömör-rákos der Rima-murány-Salgótarjánér A. G. kommt der Pyrit nur sporadisch vor, meistens neben den dort so gewöhnlichen Eisenglimmer, kleine gerieftflächige Hexaëder bildend. Seltener findet man am grobkörnigen Spateisenstein pentagondodekaëdrische Kristalle neben großen linsenförmigen Siderit-rhomboëdern.

Die gemessenen Kristalle waren pentagondodekaëdrisch (Taf. I. Fig. 1.) und hatten die Größe von 1—2 cm. An den Flächen der dominierenden Form $e\{210\}$ sieht man kleine, viereckige, orientiert gelagerte Erhöhungen, welche von den Fazetten von $\vartheta\{430\}$ und anderen vizinalen Formen begrenzt werden. Die Flächen von $\vartheta\{430\}$ sind mit schuppenförmig gekrümmten Vizinalflächen bedeckt. In Folge dieser Flächenbeschaffenheit sind die Reflexbilder gestört, oder gehäuft, hingegen sind jene der übrigen Formen $o\{111\}$, $n\{211\}$, $s\{321\}$ einheitlich und tadellos. Die Oktaëderflächen sind meistens spiegelglatt, zuweilen feingestreift in der Richtung $[o:n]$; $s\{321\}$ ist ebenfalls schwach gestreift parallel $[o:e]$; ferner hat $n\{211\}$ ebene, aber etwas mattglänzende Flächen.

Die kleinen Flächen der seltenen Form $\Sigma\{532\}$ stumpfen tautozonal die Kanten $[s:n]$ ab, und sie gehören gleichzeitig auch zur Zone $[210:112 = 2\bar{4}1]$. An den Pyritkristallen von Sajóháza erscheint diese Form ebenfalls dominierend.

An einem der gemessenen Kristalle wurde noch $\{533\}$ und $\{15.8.8\}$ mit je einer einzelnen, kleinen Fläche beobachtet. Das Ikositetraëder $\{533\}$ fand ich auch in der Zone $\{321:430 = 3\bar{4}1\}$: diese Form beobachtete zuerst MAURITZ¹ an den Kristallen von Porkura, und später auch LIFFA² an denjenigen von Almasel.

¹ Zeitschrift für Kristallogr. etc. 1904, Bd. 39, p. 358.

² Földtani Közlöny, 1908, Bd. 38, p. 405.

Die kleine, schmale Fläche {8.15.8} liegt nahe zu (121) gab aber ein einheitliches, scharfes Reflexbild. Bisher wurde diese Form nur am Pyrit von Porkura¹ beobachtet. Zur Feststellung der Formen wurden folgende Winkel gemessen, n bezieht sich auf die Zahl der gemessenen Winkel.

	Beobachtet :	n	Berechnet :
(210) :	($\bar{2}10$) = 53° 10'	2	53° 7' 48"
	: (430) = 10 15	2	10 18 17
(111) :	(211) = 19 29	4	19 28 16
	:(15.8.8) = 17 44	1	17 42 48
	: (533) = 14 33	1	14 25 32
s :	(321) = 22 8	3	22 12 28
	: (210) = 39 15	3	39 12 53
(211) :	(112) = 33 34	1	33 33 26
	: (532) = 6 32	1	6 35 12
	: (321) = 10 45	2	10 53 36
(532) :	(111) = 20 31	2	20 30 51
	: (210) = 19 31	1	19 25 4
(430) :	(321) = 15 52	2	15 48 58
	: (533) = 27 44	1	27 48 39

2. Rozsnyó.

Die Pyritkristalle entstammen der «Szadlovsky»-Grube; sie haben einen anderen Habitus als die vor einigen Jahren ebenfalls von diesem Fundorte beschriebenen.² Auf weißem, halbdurchsichtigen, prismatischen Quarz sitzen einzelne oder in kleinen Gruppen 1—3 mm große, pentagondodekaëderische Kristalle, deren Flächen mehr oder weniger gerieft, jedoch glänzend waren. Die eine Seite der Quarzkristalle war mit winzigen Dolomitrhomboëdern und Glimmerschüppchen überzogen. An den einfachen Kombinationen dominiert e {210}; das Hexaëder hat glatte, gutentwickelte Flächen; häufig ist ferner noch ϑ {430} mit schmalen glatten, meistens vollzähligen Flächen. — o {111}, n {211} und \star {19.9.1} sind seltener, nur einzelne unbedeutende Flächen sind entwickelt. (Taf. I. 2. Fig.).

Das erwähnte gerieftflächige Pentagondodekaëder erscheint

¹ Földtani Közlöny, 1908, Bd. 38, p. 405.

² Annales hist.-natur. Musei Nation, Hungar. 1915, Bd. 23, p. 560.

bei Betrachtung mit einer einfachen Loupe einheitlich, seine Flächen reflektieren aber 2—4 scharfe, naheliegende sicher einstellbare Bilder; jenoeh waren die Neigungen ziemlich variabel und gehörten an jedem Kristall anderen Formen an. Meistens war ihre Neigung zum Hexaëder 20° — 24° , am häufigsten waren es $\mathfrak{D}\{830\}$, $k\{520\}$, $\{12.5.0\}$ und $O\{730\}$. Ähnliche beobachtete ich auch am Pyrit von Szalánk, am welchem die geriefflächigen Pentagondodekaëder in der Nähe von $f\{310\}$ lagen.

Aus der Winkeltabelle ersieht man die schwankende Neigung dieser Pentagondodekaëder; die besten Messungen¹ stehen zuweilen näher zu den berechneten Werten, jedoch nicht immer; größtenteils gehören sie bekannten Formen an. Das neue Dyakisdodekaëder $\star\{19.9.1\}$ beobachtete ich an fünf Kristallen entweder nur mit einer einzigen Fläche oder in zwei benachbarten Oktanten mit je einer Fläche neben (210) . Manche der kleinen, verhältnismäßig gut spiegelnden Flächen waren parallel den Kanten $[210:19.9.1]$, gerieft; einzelne gemessenen Winkel schwankten auch bis $20'$ — $45'$, deshalb und wegen den hohen Indizes kann ich diese Form nicht als endgültige betrachten. An den Pyriten von Rozsnyó sind die sichergestellten Formen folgende: $a\{100\}$, $o\{111\}$, $e\{110\}$, $\vartheta\{430\}$, $n\{211\}$, $s\{321\}$. Aus der Szadlovsky-Grube beobachteten Kombinationen² waren:

$e, a, o,$	$e, a, \{hko\}, o$
$a, e, o,$	$e, a, \{hko\}, \vartheta, o$
$a, o, e,$	$e, a, \{hko\}, \vartheta, o, n$
o, a, s, e	$e, a, \{hko\}, \vartheta, \star\{19.9.1\}$
$o, a, \{hhl\}$	$e, a, \{hko\}, \vartheta, \star\{19.9.1\}, o$
$o, a, \{hko\}$	$e, a, \{hko\}, \vartheta, \star\{19.9.1\}, o, n$
$e, a, \{hko\}, \vartheta$	

Gemessen wurden folgende Winkel:

	Beobachtet:	n	K'	Berechnet:
$(100) : (210) =$	$26^\circ 33'$	31	9	$26^\circ 33' 54''$
$: (430) =$	36 49	14	6	$36^\circ 52' 11''$
$(211) : (210) =$	24 11	4	2	24 5 41

¹ Durch **fetten** Druck ausgezeichnet.

² Die geriefflächigen Pentagondodekaëder wurden mit den allgem. Indices $\{hko\}$ bezeichnet.

Beobachtet :		<i>n</i>	<i>Kr</i>	Berechnet :	
(100) :	(610) = 9 13— 9° 48'	3	2	9	27 44
:	(510) = 11 13—11 47	5	2	11	18 36
:	(410) = 13 1—13 55	4	3	14	2 10
:	(720) = 15 41—15 51	2	2	15	56 44
:	(10.3.0) = 16 14—16 34	2	1	16	41 57
:	(310) = 18 0—18 56	5	3	18	26 5
= 18° 35'					
:	(14.5.0) = 19 1—19 30	3	2	19	39 14
:	(830) = 20 4—20 49	10	7	20	33 21
= 20° 45'					
:	(520) = 21 3—21 54	16	7	21	48 5
:	(12.5.0) = 22 1—22 59	18	7	22	37 11
:	(730) = 23 0—23 23	17	6	23	11 55
= 23° 10'					
:	(940) = 23 34—24 0	7	3	23	57 45
:	(11.5.0) = 24 3—24 37	3	1	24	26 38
= 24° 12'					
* (19.9.1) :	(100) = 25 8—25 47	5	5	25	28 57
:	(010) = 64 15—64 35	3	3	64	41 4
:	(001) = 87 14—87 20	2	2	87	16 31
:	(210) = 2 44— 2 53	3	3	2	59 0
:	(19.9.1̄) = 5 22— 5 32	2	2	5	26 58

3. Alsósajó.

In den Spateisensteingruben kommt der Pyrit nur sporadisch vor, jedoch in der Nähe der Zinnobergänge ist er im Porphyroidschiefer und selbst als eigentliches Gangmineral häufiger anzutreffen. Nach ZEUSCHNER¹ kam in der «Quodlibet»-Grube der Pyrit mit Chalkopyrit lagerförmig vor.

Der Pyrit von Alsósajó ist älterer Bildung, als der Zinner, man kann nicht selten beobachten, daß der Zinner an den Pyritkristallen angewachsen ist; die Paragenesis ist dieselbe, wie sie bereits von BREITHAUP² festgestellt wurde.

¹ L. ZEUSCHNER: Beschreibung der pluton. und metamorph. Felsarten der Erzgänge in der Tatra etc. Jahresschrift d. Krakauer Gelehr. Gesellschaft. — Jahrg. 1850. Heft Nr. 3.

² A. BREITHAUP: Die Paragenesis der Mineralien. Freiberg, 1849, pp. 259—261.

Das Vorkommen wurde von mehreren Autoren¹ bloß kurz erwähnt, von ZEPHAROVICH und MELCZER fügten auch einige kristallographische Bemerkungen hinzu.

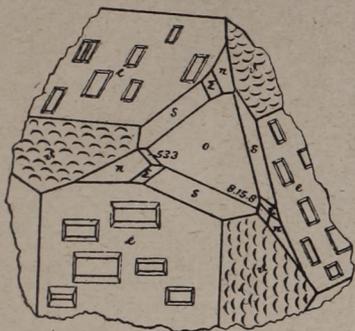
Die untersuchten Kristalle waren alle von Stufen, die aus der Zinnober-Grube «Szent Háromság» («Heilige-Dreifaltigkeit») herkommen.

Die Kristalle waren klein, höchstens 3—5 mm groß und saßen an den Wänden der Hohlräume zusammen mit den Zinnoberkristallen. Sie waren flächenreich und beinahe ringsherum gut ausgebildet, da die Anwachsstelle sehr klein war; hingegen jene, die sich in der Gangmasse (*Quarz, Kalzit, Baryt, derber Tetraëderit*) eingewachsen befanden, waren weniger schön und außerdem formenarm.

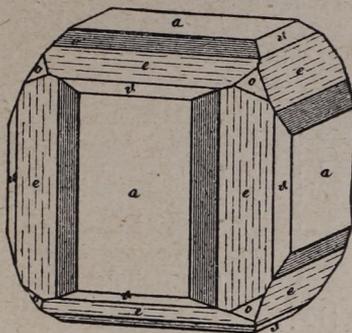
An vierzehn gemessenen Kristallen konnte ich sechszehn Formen sicher beobachten, doch werde ich im Folgenden auch die übrigen fraglichen und neuen Formen miterwähnen.

Formen	Zahl der gemessenen Kristalle.													
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
α {100}	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
ε {10.3.0}	*	*	.
f {310}	*	*	*	*
\mathfrak{D} {830}	*	*	*	.
k {520}	*	.	?	*
e {210}	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
l {530}	.	*	*
α {850}	.	.	*	*	*	*	.	.	*	*
\mathfrak{g} {430}	*	*	*	*	.	*	*	*	*	*	*	*	*	*
j {970}	*	*
ν {650}	*	*	*	*	*	?	*	*	*	*

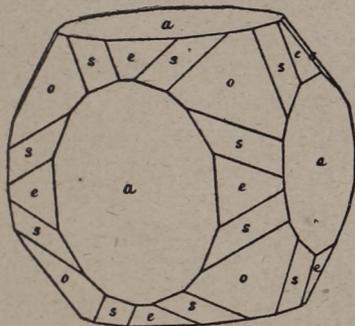
¹ C. C. v. LEONHARD: Handb. einer allgem. topogr. Mineralogie 1808, Bd. 2, p. 560. — C. A. ZIPSER: Versuch eines topogr.-mineralog. Handbuches von Ungarn, 1817, p. 395. — J. JONÁS: Ungarns Mineralreich, 1820, p. 366. — F. S. BENDANT: Voyage miner. et géol. en Hongrie. 1822. Tome 2, pp. 82—84. — F. v. HAUER und F. FÖTTERLE: Geolog. Übersicht d. Bergbaue der österr. Monarchie. 1855, p. 46. — B. v. COTTA und E. v. FELLEBERG: Die Erz-lagerstätten Ungarns etc. 1862, p. 122 und p. 193. — V. v. ZEPHAROVICH: Mineralog. Lexikon, 1873, Bd. 2. p. 253. — MELCZER G.: Gömör megye ásványai p. 533. Refer. Zeitschrift für Kristallogr. etc. 1910, Bd. 47, pp. 294—298.



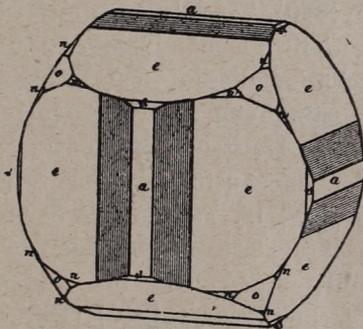
1



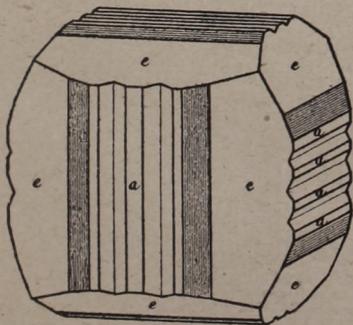
2.



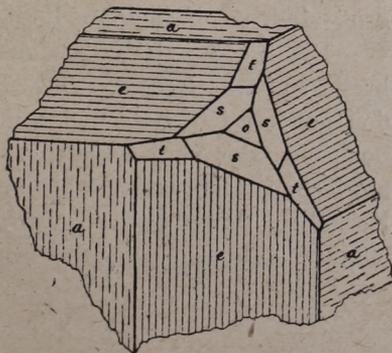
3.



4.



5.



6.

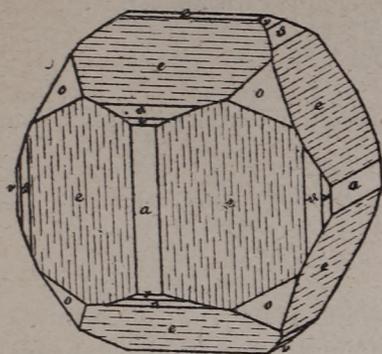
Formen	Zahl der gemessenen Kristalle.													
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
$\{hko\}$	*	*
$o \{111\}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$n \{211\}$.	*	*	*	.	*	*	.	.	.	*	*	*	*
$s \{321\}$	*	*	*	*
$g \{951\}$	*	*	*	.
$Y \{10.6.1\}$.	.	*	*	*
$\{kkl\}$	*	*

Die eigentlichen konstanten Stammformen sind $e \{210\}$, $o \{111\}$, $a \{100\}$ und $\vartheta \{430\}$, dann häufiger $\nu \{650\}$ und $n \{211\}$, während die übrigen selten vorkommen, obzwar einige mit ihren großentwickelten Flächen als charakteristisch für diesen Fundort zu bezeichnen sind. Die Pentagondodekaëder $f \{310\}$, $\xi \{11.4.0\}$, $\mathfrak{D} \{830\}$, $k \{520\}$ treten meistens oszillatorisch auf, scheinbar eine geriefte Fläche bildend. Aus der Reihe der Reflexe entsprechen die scharfen diesen vier Formen, wie man dies aus der guten Übereinstimmung der gemessenen und theoretischen Werte ersehen kann. Meistens dominiert $e \{210\}$, seltener $a \{100\}$, an den in der Gangausfüllung eingewachsenen Kriställchen zuweilen auch $\vartheta \{430\}$ (2. Textfig. auf Seite 47).

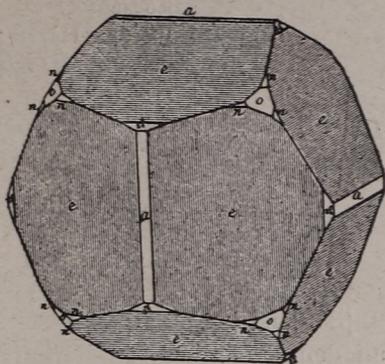
Die großen Hexaäderflächen sind gerieft, die kleineren aber vollkommen glatt; oft erscheinen sie nur als Riefung an den Flächen von $e \{210\}$ (Taf. II. Fig. 1 und 2). Diese Form hat spiegelglatte oder geriefte Flächen, die Streifung ist nicht selten nur in der Nähe der Hexaäderflächen bemerkbar. (Taf. II. Fig. 6).

Die kleinen, schmalen Flächen von $\vartheta \{430\}$ und $\nu \{650\}$ sind von tadelloser Beschaffenheit, wenn sie aber breit oder groß sind, so erscheinen dieselben auch gerieft (2. Textfig.).

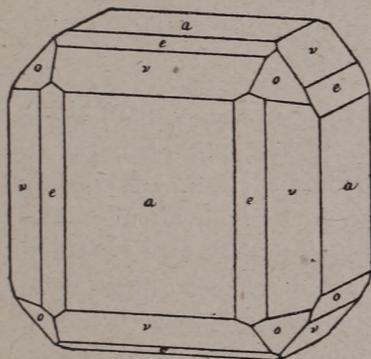
Die Form $\varepsilon \{10.3.0\}$ beobachtete ich an zwei Kristallen mit breiteren, sehr fein geriefte Flächen. (Taf. II. Fig. 5.) Neben den gut einstellbaren Reflexbildern dieser Form befanden sich noch ein oder zwei schwächere Reflexe, die von jenen $15' - 20'$ abweichen und zur (100)-Fläche näher lagen. An denselben Kristallen waren auch einige Flächen von $f \{310\}$ ebenfalls gut entwickelt, aber in anderen Zonen, nicht neben $\varepsilon \{10.3.0\}$.



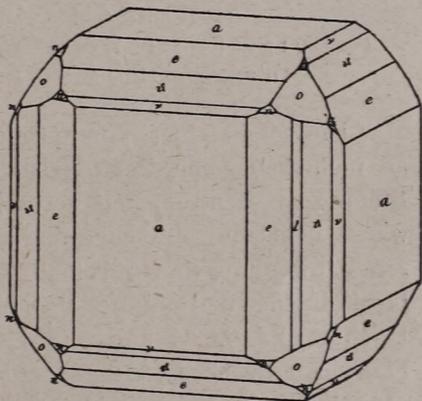
1.



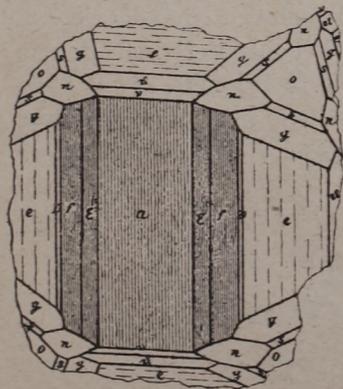
2.



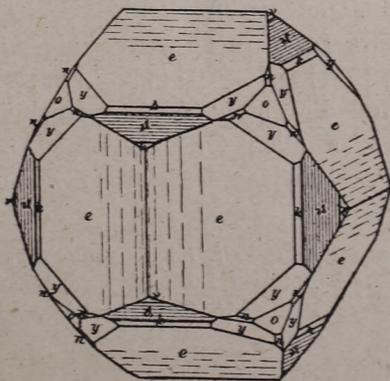
3.



4.



5.



6.

	Beobachtet:	<i>n</i>	Berechnet:
$\varepsilon : o =$	$(10.3.0) : (111) = 43^\circ 58'$	1	$44^\circ 2' 10''$
$: n =$	$: (211) = 25 \quad 53$	1	25 55 28

$f \{310\}$ beobachtete ich an vier Kristallen oszillatorisch mit den schon erwähnten Formen

	Beobachtet:	<i>n</i>	Berechnet:
$f : o =$	$(310) : (111) = 42^\circ 54'$	1	$43^\circ 5' 20''$
$g =$	$: (951) = 11 \quad 53$	3	11 58 0

$\mathfrak{D} \{830\}$ ist überhaupt eine seltene Form des Pyrits; diese wurde an den Kristallen von Porkura,¹ Fojnica² und an einem Fundort in Kolorado³ beobachtet.

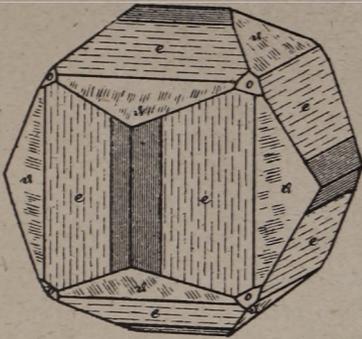
	Beobachtet:	<i>n</i>	Berechnet:
$\mathfrak{D} : g =$	$(830) : (951) = 10^\circ 8'$	1	$10^\circ 8' 16''$
$: n' =$	$: (121) = 48 \quad 1$	1	48 0 51

Die schmalen, streifenförmigen Flächen von $x \{850\}$ waren an mehreren gemessenen Kristalle entwickelt, noch häufiger als Riefung an den Flächen von $e \{210\}$ und $\vartheta \{430\}$. Die Reflexe waren meistens schwächer und etwas dilatiert, daher die weiteren Schwankungen $(100) : (850) = 31^\circ 44' - 32^\circ 9'$. Das Oktaëder, Ikositetraëder und die drei Dyakisdodekaëder haben spiegelglatte Flächen. $Y \{10.6.1\}$ und $g \{951\}$ waren mit größeren, breiteren Flächen entwickelt, als die so gewöhnliche Form des Pyrits $s \{321\}$. Die Flächen beider Dyakisdodekaëder schließen mit den benachbarten der Form $\{210\}$ einen sehr stumpfen Winkel ein; die analogen Winkel beider stehen sehr nahe zu einander, jedoch ihre Lage in zwei verschiedenen und konstatierbaren Zonen, $g \{951\}$ in $[210 : 111 = 1\bar{2}1]$, $Y \{10.6.1\}$ in $[850 : 211 = 5\bar{8}\bar{2}]$, und die guten Messungsergebnisse stellen ihre Sicherstellung außer allen Zweifel. Einige berechneten Normalwinkel dieser Dyakisdodekaëder sind folgende:

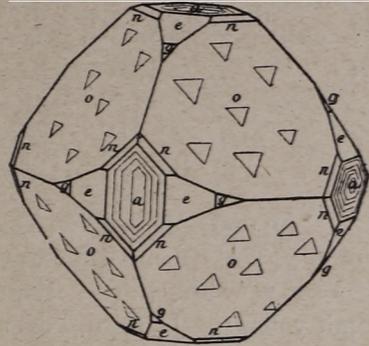
¹ Zeitschrift für Kristallographie, 1904, Bd. 39, p. 357.

² Földtani Közlöny, 1905, Bd. 35, p. 537.

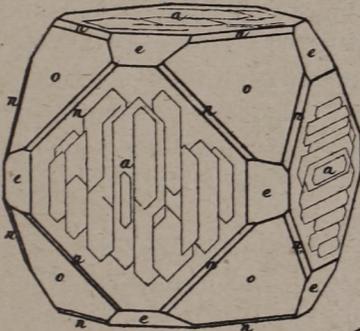
³ Zeitschrift für Kristallographie, 1907, Bd. 44, p. 152.



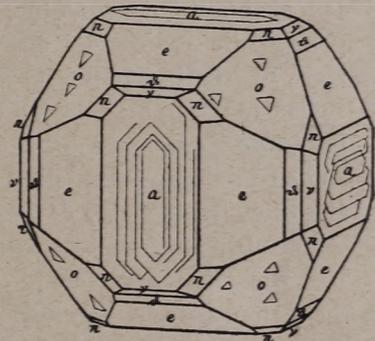
1.



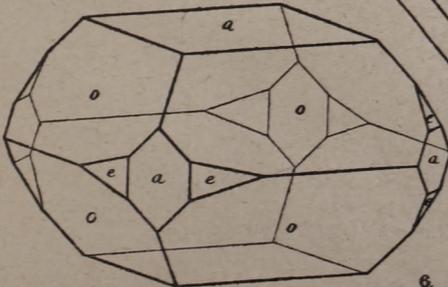
2.



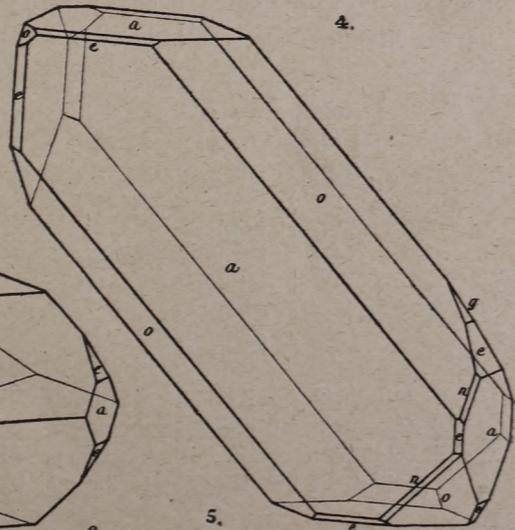
3.



4.



5.



6.

(10.6.1) : (10.6.1) = 61° 41½'	(951) : (951) = 57° 48¾'
: (10.6.1) = 9° 48¼'	: (951) = 11 5¾
: (1.10.6) = 56 18½	: (195) = 56 32¼
: (100) = 31 18¾	: (100) = 29 32
: (111) = 33 0¾	: (111) = 33 9
: (210) = 6 35	: (210) = 6 4¾

An den untersuchten Kristallen waren die Flächen von g {951} und s {321} nebeneinander ausgebildet, und zwar die der ersteren Form gewöhnlich 10—12 an einem Kristall, in einigen Oktanten mit voller Flächenzahl. Außer der flächenreichen Hauptzone [121] des Pyrits gehört g {951} noch zu den Zonen [830 : 121 = 3.8.13], [310 : 021 = 136], diese konnte ich an den gemessenen Kristallen ebenfalls konstatieren. Wenn man von (210) und (111) ausgehend die Indizes der abgeleiteten Flächen wiederholt kompliziert, so erhält man durch Addition der Indizes (210) und (741) die Fläche (951); in dieselbe (IV.) Reihe gehört auch die von Porkura¹ bekannte Form (11.8.5). Bei weiterer Komplikation gelangt man zu den Dyakisdodekaedern der V. und VI. Reihe mit den komplizierteren Symbolen \ddot{u} {14.9.4},² \mathfrak{B} {654}³ und \mathfrak{h} {13.7.1},⁴ alle schon sichergestellte Formen am Pyrit.

Die Mittelwerte der gemessenen Normalwinkel mit den berechneten sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Neigung der Pentagendodekaeder wurde entweder zu den benachbarten Flächen von a {100}, oder e {210} gemessen.

	Beobachtet :	n	Berechnet :
(100) :	(10.3.0) = 16° 50'	1	16° 41' 57"
(210) :	(10.3.0) = 9 47	2	9 51 57
(100) :	(310) = 18 22	4	18 26 5
	: (830) = 20 31	3	20 33 21
(210) :	(830) = 6 2	1	6 0 33
(100) :	(520) = 21 44	3	21 48 5
	: (210) = 26 31	98	26 33 54
	: (530) = 30 57	2	30 57 49
	: (850) = 31 54	7	32 0 15

¹ Zeitschrift für Kristallographie etc., 1904, Bd. 39, p. 357.

² Zeitschrift für Kristallographie etc. 1911, Bd. 48, p. 230.

³ Földtani Közlöny, 1905, Bd. 35, p. 537.

⁴ Zeitschrift für Kristallographie etc. 1904, Bd. 39, p. 125.

	Beobachtet :	<i>n</i>	Berechnet :
(210) :	(850) = 5 24	2	5 26 21
(100) :	(430) = 36 51	52	36 52 11
	: (970) = 37 50	3	37 52 30
	: (650) = 39 46	23	39 48 20
(111) :	(100) = 54 43½	30	54 44 8
	: (211) = 19 28	21	19 28 16
	: (951) = 33 8½	18	33 9 6
	: (321) = 22 14	14	22 12 28
	: (210) = 39 15	24	39 13 53
	: (430) = 36 7	3	36 4 16
	: (650) = 35 33	4	35 36 15
	: (10.6.1) = 33 3	5	33 0 46
(210) :	(102) = 66 20	1	66 25 19
	: (304) = 57 28	1	57 32 38
	: (211) = 24 3½	15	24 5 45
	: (213) = 53 14½	2	53 18 3
(430) :	(304) = 61 14	2	61 18 52
(10.6.1) :	(210) = 6 31	5	6 34 55
	: (102) = 62 41	2	62 42 35
	: (850) = 4 58	1	5 0 37
	: (211) = 19 34½	3	19 39 20
	: (1.10.6) = 56 14½	2	56 18 21
	: (100) = 31 20	2	31 18 40
	: (010) = 59 10	1	59 9 43
	: (650) = 10 4	1	10 6 0
(951) :	(100) = 29 33	6	29 33 3
	: (010) = 61 4	5	61 5 40
	: (951) = 11 7	7	11 5 43

Außer diesen sicheren Formen gab es größtenteils Pentagondodekaëder mit schmalen, unvollzähligen Flächen, welche ich wegen des schwankenden und nicht genauen Messungen nur als fragliche ansehen konnte. Die mit einem * bezeichneten Formen wären für den Pyrit überhaupt neu. Diese Formen sind:

<i>b</i> {910}	<i>π</i> {870}
<i>e</i> {710}	<i>ξ</i> {980}
<i>ζ</i> {11.4.0}	<i>d</i> {110}
{740}	* {551}
<i>g</i> {320}	* {20.11.1}
<i>D</i> {540}	* {45.5.3}

Einige kleine Flächen der neuen Dydkisdodekaëder beobachtete ich an zwei Kristallen mit schwächern, aber einheitlichen und

gut einstellbaren Reflexen; wegen der hohen und komplizierten Indizes betrachte ich diese Formen als fragliche.

Beobachtet:		<i>n</i>	Berechnet:	
* (11.1.20)	: (010) = 87° 26'—87° 35'	2	87° 29' 29"	
	: (001) = 28 36 —28 53	2	28 54 38	
	: (111) = 35 58	1	36 2 13	
	: (10.6.1) = 59 29	1	59 25 55	
* (5.3.45)	: (010) = 93 50	1	93 47 27	
	: (001) = 7 30	1	7 23 0	
	: (111) = 47 18	1	47 35 46	
	: (112) = 27 53	1	28 9 5	
* (155)	: (100) = 82 1	1	81 57 2	
	: (111) = 27 11	1	27 12 54	

Der Kombinationstypus ist häufiger pentagondodekaäderisch, seltener hexaäderisch; es finden sich auch Kristalle, an denen *a* {100} und *e* {210} im Gleichgewichte entwickelt sind. An den in die Gangmasse (hauptsächlich Quarz und Kalkspat) eingewachsenen Kriställchen findet man nicht selten solche mit dominierenden *o* {430}, so auch unbestimmbare Formen mit matten, löcherigen, meistens unebenen Flächen (Textfig. 1 und 2).

Y {10.6.1} und *g* {951} fand ich an keinem der untersuchten Kristalle zugleich an; die Flächen beider waren meistens größer, als die der Formen *o* {111} und *n* {211}.

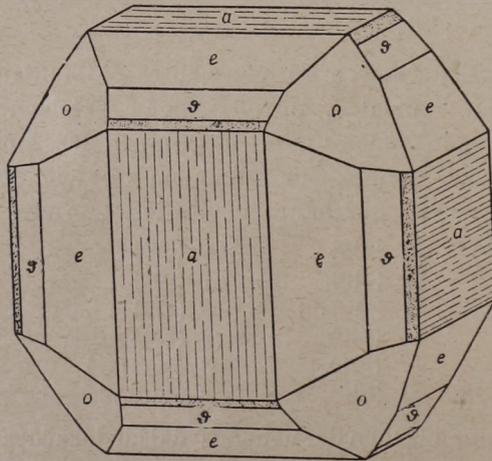


Fig. 1.

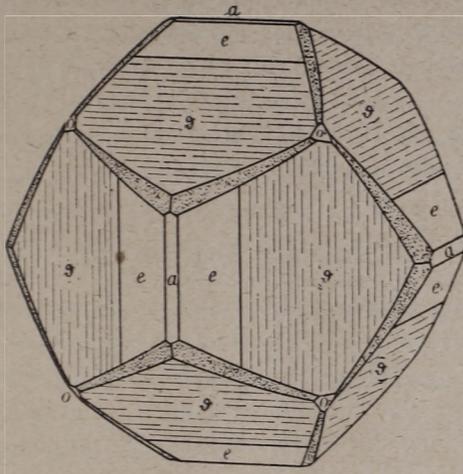


Fig. 2.

An den hexaëdrischen Kombinationen fehlten die Dyakis-dodekaëder, oft auch $n\{211\}$ und wenn ausgebildet nur mit ganz kleinen untergeordneten Flächen (Taf. II. Fig. 3 und 4).

Die beobachteten Kombinationen waren die folgenden; die ganz kleinen oder schmalen Flächen habe ich an den Kristallfiguren nicht gezeichnet.

- e, o
- e, a
- e, o, a
- e, o, n
- a, v, o, e (5. Krist. Taf. II. Fig. 3).
- e, o, a, g, v (1. Krist. Taf. II. Fig. 1).
- $g, e, a, o, z, \{hkl\}$ (10. Krist. Textfig. 2).
- $e, a, g, o, z, \{hko\}$ (8. und 9. Krist. Textfig. 1).
- e, o, g, n, l, a (7. Krist. Taf. II. Fig. 2).
- e, Y, n, g, v, o, a (4. Krist).
- a, e, g, o, n, v, l (2. Krist. Taf. II. Fig. 4).
- a, e, o, g, v, j, n (6. Krist).
- e, g, Y, o, n, v, a, z (3. Krist.) Taf. II. Fig. 6).
- $e, a, o, n, g, g, r, s, f, D, k$ (11. Krist).
- $e, a, g, o, n, e, f, s, g, v, D$ (12. Krist. Taf. II. Fig. 5).
- $e, a, g, e, g, o, v, n, s, f, D, z$ (13. Krist).
- $e, a, Y, g, o, n, v, f, k, z, j, * \{20.11.1\}$ (14. Krist).

An dem vierten Kristall waren zwei Individuen in hyperparalleler Stellung aneinander gewachsen; an dem einen waren die Hexaëderflächen schmal, die Flächen von $Y\{10.6.1\}$ waren größer, als jene von $\vartheta\{430\}$, $\nu\{650\}$ und $o\{111\}$; an den anderen hingegen die Hexaëderflächen breiter, und die Oktaëderflächen größer, als jene von $Y\{10.6.1\}$.

4. Alsó- und Felsőszalánk.

In Alsó- und Felsőszalánk kommt der Pyrit derb, eingesprengt und kristallisiert vor¹; v. ZEPHAROVICH² erwähnt von Szalánk (Slovinka) schöne, kleine Kombinationen der Formen $o\{111\}$ und $a\{100\}$. In den einzelnen Gruben zeigt sowohl das Vorkommen, wie auch die morphologische Ausbildung der Kristalle eine gewisse Verschiedenheit.

Auf den grobkörnigen Eisenspat des *Bogdanecz*-Schachtes sitzen 1—4 mm große, pentagondodekaëderische Kristalle mit den Formen $e\{210\}$, $a\{100\}$ und $o\{111\}$. Seltener findet man auf den gut ausgebildeten, flachen Rhomboëdern des Siderites, schön ausgebildete hexaëderische Kristalle von 4—8 mm Größe (Taf. I, Fig. 3); stellenweise sitzen am Siderit auch noch Dolomit- und Tetraëderitkriställchen.

Ebenfalls vom *Bogdanecz*-Schacht, jedoch in einem anderen Teil der Grube findet man 1—3 mm große gerieftflächige Kristalle in graulich-weißem Baryt eingewachsen. Die löcherige, gehackte Oberfläche des Baryts beweist, daß derselbe ursprünglich im Siderit eingebettet war und die Löcher und Vertiefungen infolge der Auslösung desselben entstanden. Die dominierende Form ist $e\{210\}$, deren Flächen in der Nähe des Hexaëders in stark gestreifte Pentagondodekaëder-Flächen übergehen. Die Reihe der Reflexbilder folgen etwa in einer Bogenlänge von 3° aufeinander. Die stärkeren Reflexe entsprechen meistens den Formen $\varepsilon\{10.3.0\}$, $f\{310\}$ und $\zeta\{11.4.0\}$; die Neigungen sind jedoch sehr schwan-

¹ B. v. COTTA und F. v. FELLEBERG: Die Erzlagerstätten Ungarns und Siebenbürgens. — Freiberg, 1862, p. 116.

² Mineralog. Lexikon etc. — Wien, 1859, Bd. 1, p. 336.

kend, auch über 30', deshalb kann man diese Formen nicht als sichere betrachten. Das Hexaëder hat schmale Flächen, oft alterniert es mit $e\{210\}$; $o\{111\}$, $n\{211\}$ und $\vartheta\{430\}$ treten mit untergeordneten Flächen auf (Taf. I. Fig. 4 und 5).

Die Gangstücke vom XXV. Horizont des *Dorothea*-Schachtes bestehen hauptsächlich aus weißem, derben Quarz, indem die Pyrit- und Arsenpyritkristalle eingewachsen sind, außerdem etwas Siderit und derben Chalkopyrit. Die kleinen Kriställchen (2—3 mm) sind von einfacher Kombination, hexaëderisch oder pentagondodekaëderisch (Taf. I. Fig. 6). Die sichergestellten Formen sind: $a\{100\}$, $o\{111\}$, $e\{210\}$, $\vartheta\{430\}$, $n\{211\}$, $s\{321\}$, $t\{421\}$, zur Feststellung dieser wurden folgende Normalwinkel gemessen:

Beobachtet:	n	Berechnet:
(100) : (210) = 26 31	15	26 33 54
: (430) = 36 44	4	36 52 11
(111) : (210) = 39 19	3	39 19 54
: (321) = 22 3	3	22 12 27
: (211) = 19 30	1	19 28 16
: ($\bar{1}\bar{1}1$) = 70 30	1	70 31 44
(210) : (421) = 12 41	3	12 36 16
(321) : (213) = 38 16	2	38 12 47
: ($3\bar{2}\bar{1}$) = 31 0	1	31 0 10

5. Bindtbánya.

Im großblättrigen, erbsengelben Siderit ist gewöhnlich der weiße Quarz mit derben Chalkopyrit, seltener mit Tetraëderit vorhanden. An den Wänden der Hohlräume setzten sich Quarzkristalle von der gewöhnlichen Kombination m , r , z an.

Die Gangminerale von Bindtbánya werden von BARTELS's¹ und PAPP² in ihren Arbeiten angeführt; einige Mineralien beschrieb auch SCHMIDT³; aber keiner dieser Autoren erwähnt den Pyrit, welcher doch in den Eisensteinbergbauen des Szepes-Gömörer

¹ W. BARTELS: Die Spateisen-Lagerstätten d. Zipser Komitats in Oberungarn. Berlin, 1910, pag. 55—58.

² K. PAPP: Die Eisenerz- und Kohlenvorräte des ungarischen Reichs. — Budapest, 1919, pag. 47—48.

³ Természetrzaji Füzetek, 1886, Bd. 10, pag. 20—22.

Erzgebirges ein gewöhnliches Mineral ist. KRENNER¹ zeigte in der Sitzung der ungar. geolog. Gesellschaft Pyritkristalle von Bindt vor, welche eine ungewöhnliche Ausbildung aufwiesen.

Die Pyritkristalle sind gewöhnlich in weißen, derben Quarz eingewachsen, seltener in Siderit, oder Chalkopyrit. Die unansehnlichen, kleinen Kriställchen (1—2 mm, selten 3—4 mm), wurden mit Fluorwasserstoff vom Quarz isoliert und erwiesen sich bei genauerer Betrachtung zu kristallographischer Untersuchung geeignet. Die häufigste Ausbildung ist in Fig. 1, der Taf. III. veranschaulicht. Gewöhnlich ist es eine Kombination von zwei oder drei Pentagondodekaëdern mit untergeordneten Oktaëder. $\vartheta \{430\}$ und $e \{210\}$ sind beiläufig mit gleichgroßen Flächen entwickelt, die erstere mit glatten, gutspiegelnden, die letztere mit stark gerieften. Die gemessenen Winkel schwankten sehr, selten entsprachen sie den berechneten von $e \{210\}$, sondern meistens den Vizinalflächen $\{17.8.0\}$, $\{21.10.0\}$, $\{19.10.0\}$ und der von Bélabánya bekannten Form $\{11.5.0\}$,² oft alternierten diese Flächen miteinander. Neben der dominierenden Form findet man beinahe immer schmale, sehr fein geriefte Flächen eines stumpferen Pentagondodekaëders, welche mit den Flächen der dominierenden Form einen Normalwinkel von 2° — 3° einschließen. Das Symbol dieser Form konnte jedoch nicht festgestellt werden. (Taf. III. Fig. 1.)

Seltener findet man oktaëdrische Kristalle, an denen $a \{100\}$ und $e \{210\}$ untergeordnet erscheinen. Die Oktaëderflächen sind an diesen häufig gestört und zumeist parallel den Kanten $[111.100]$ gerieft oder haben dreieckige Erhöhungen, deren Seiten sehr schmale Ikositetraëderflächen bilden. Es finden sich auch «Mittelkristalle» von einfacher (Textfigur 3), oder flächenreicherer Kombination (Taf. III, Fig. 3 und 4). Die Oberflächenbeschaffenheit der tadellos spiegelnden Hexaëderflächen ist in den Figuren 2—4 der Taf. III. veranschaulicht. Alle übrigen Formen sind unter-

¹ Földtani Értesítő, 1880, Bd. 1, pag. 33. (Sitzungsbericht vom 4. Febr. 1880.)

² Mathem. és Természettudományi Értesítő 1898, Bd. 16, p. 273. Refer. Zeitschr. f. Kristallographie etc., 1900, Bd. 32, p. 615.

geordnet, die Ikositetraëder erscheinen nur als einzelne, schmale Streifen; sie geben zwar schwache, jedoch gute Reflexe. Es finden sich auch nach den Kanten $[100:111]$ säulenförmig verlängerte

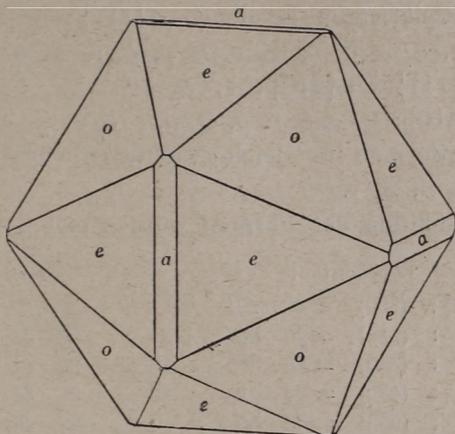


Fig. 9.

oder meroëdrisch ausgebildete Kriställchen mit tetragonalen Habitus (Taf. III, Fig. 5 und 6).

An den gemessenen Kristallen konnten die folgenden zwölf Formen festgestellt werden:

a {100}	v {650}
o {111}	n {211}
\mathfrak{D} {830}	{11.6.6}
e {210}	{744}
g {320}	{10.7.7}
\mathfrak{S} {430}	Φ {11.5.5}

Gut ausgebildet, vollflächig waren nur a {100}, o {111}, s {210} und \mathfrak{S} {430}. Kleine schmale Flächen, welche schwankende Messungen lieferten, gehören zu den unsicheren Formen α {920}, h {410}, ϵ {10.3.0}, f {310}, O {730}, β {322}, {755}, χ {433}, {544}, Π {655}, {15.14.14}. Ich beobachtete die folgenden Kombinationen, die Formen folgen in abnehmender Reihe nach der Größe ihrer Flächen.

Pentagondodekaëdrische Kombinationen: $e, \vartheta; \vartheta, e; \vartheta, e, o; e, \vartheta, o; e, \vartheta, \{hko\} o$; oktaëderische Kombinationen: $o, a; o, a, e; o, a, e, n; o, e, a, n; o, a, e, n, g; o, a, e, n, \{11.6.6\}, \{10.7.7\}; o, a, e, n, \{10.7.7\}, \mathfrak{D}; o, a, e, n, a, g, \nu; o, a, e, \vartheta, g, \{744\}$; Mittelkristalle an denen $o\{111\} = a\{100\}$; $o, a, e; o, a, e, \mathfrak{D}; o, a, e, \vartheta, \nu, n; o, a, e, g, \nu, n; o, a, e, \vartheta, g, \mathfrak{D}$; an denen $o\{111\} = e\{210\}$: $o, e, a; o, e, a, \vartheta$; an denen $a\{100\} = e\{210\}$: $a, e, o, n, g, \vartheta; a, e, o, \vartheta, g, \nu, \Phi$; an denen die drei Hauptformen im Gleichgewichte entwickelt waren: $a, e, o, n; a, e, o, n, \vartheta, \nu$.

Zur Feststellung der Formen wurden gemessen:

Beobachtet:	n	Berechnet:
(100): (830) = 20° 29'	3	20° 33' 21"
: (210) = 26 35	58	26 33 54
: (320) = 33 39	18	33 41 30
: (430) = 36 51	10	36 52 11
; (650) = 39 44	5	39 48 20
(430): (430) = 73 38	8	73 44 22
: (111) = 36 3	9	36 4 16
: (102) = 57 37	1	57 32 38
(210): (102) = 66 20	2	66 25 19
: (111) = 39 6	2	39 13 53
(111): (100) = 54 43	45	54 44 8
(100): (11.5.5) = 32 46	1	32 44 2
: (211) = 35 14	10	35 15 52
: (11.6.6) = 37 32	2	37 38 46
: (744) = 38 53	2	38 56 33
: (10.7.7) = 44 51	2	44 43 38

An sieben Fundorten des Szepes-Gömörer Erzgebirges (Ötös-bánya, Alsó- und Felsőszalánk, Bindtbánya, Gömörrákos, Rozsnyó, Sajóháza, Alsósajó) sind nur a, e, ϑ und o beständige Formen, oft mit großen und vorherrschenden Flächen. In Gömörrákos beobachtete ich a nur als einfaches Hexaëder; die so gewöhnliche Form ϑ fehlte nur in Sajóháza, hingegen war $O\{730\}$ häufig vorhanden. In Alsósajó und Ötös-bánya war das Pentagondodekaëder ν nicht selten, zuweilen auch mit größeren, breiteren Flächen. Die Formen $\delta, a, h, \gamma, f, O$ waren gewöhnlich nur als einzelne schmale Flächen ausgebildet, ausgenommen

$O\{730\}$ an den Kristallen von Sajóháza. Zu dieser Reihe gehört auch $\varepsilon\{10.3.0\}$.

*

Ein allgemeiner Erfahrungssatz ist, daß diejenigen Flächen am häufigsten und zugleich wahrscheinlichsten sind, welche einfache Symbole haben, in erster Reihe jene, die in den Kreuzungspunkten der Hauptzonen liegen. Die Ergebnisse der Untersuchungen GOLDSCHMIDT'S¹ und BAUMHAUER'S² über die Entwicklung der Kristallformen so auch vielfache Beobachtungen bestätigen diesen Satz. Im allgemeinen kam VIOLA³ aus theoretischen Betrachtungen zu denselben Ergebnissen und folgendem Schluß: «Senkrecht zu den Richtungen minimaler Kohäsion bilden sich die Kristallflächen aus», oder in anderer Fassung: «Der Kristall nimmt die Gestalt an, welche durch die Orte der Kohäsionsminima gegeben ist.»⁴ G. WULFF'S⁵ frühere Beobachtungen stimmen sehr gut mit VIOLA'S Ableitungen überein. VIOLA⁶ wies auch nach, daß die Lage der Vizinalflächen nicht allein von der Kohäsion, sondern auch von verschiedenen Kräften und veränderlichen, äußeren Einwirkungen abhängt; er nimmt nur die mit großer Wahrscheinlichkeit auftretenden Flächen als konstant und für den Kristall wichtig an.⁷ Flächen mit höheren Indices oder komplizierteren Symbol gehören zu jenen mit einfacherem Symbol, oder sind Variationen von diesen.⁸

Bei formenreichen Mineralien, wie z. B. Pyrit, Quarz, Epidot, Calcit finden sich in größerer Anzahl auch Formen mit kompliziertem Symbol; jedenfalls werden manche dieser als Vizinale, oder zu den naheliegenden, einfacheren zurechnen anzu-

¹ Zeitschrift f. Kristallogr. 1897, 28, p. 1 und 414.

² Zeitschrift f. Kristallogr. 1904, Bd. 38, p. 628.

³ Zeitschrift f. Kristallogr., 1902, Bd. 36, p. 563.

⁴ C. M. VIOLA: Grundzüge der Kristallographie. Leipzig, 1904, p. 13.

⁵ Zeitschrift f. Kristallogr. 1900, Bd. 34, p. 449.

⁶ L. cit. 1902, Bd. 36, p. 590.

⁷ Grundzüge d. Kristallogr. p. 19.

⁸ Zeitschrift f. Kristallogr. 1902, Bd. 36, p. 571—575 (Pyrit).

nehmen sein. Jedoch finden sich unter diesen auch solche, die trotz der komplizierten Symbole auf Grund der guten Messungen, als selbständige und konstante, wenn auch nicht häufige anzunehmen sind, — umsomehr, wenn dieselben auch durch Zonen feststellbar waren und an mehreren Fundorten beobachtet wurden. Derartige Formen sind, z. B. am Pyrit ζ {11.4.0}, Y {10.6.1}, g {951}, h {13.7.1}.

GEDIEGEN KUPFER UND KRISTALLISIERTER HÄMATIT AUS DEM GÖMÖRER KOMITAT.

Von KARL ZIMÁNYI,

MITGLIED DER AKADEMIE.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie in der Sitzung vom 21. Okt. 1918.*

Mit 5 Textfiguren.

Vor einigen Jahren wurde in der HEINZELMANN-schen Spateisensteingrube von Nandrás in Hoffnungs-Zubaustollen in etwa 10—15 cm mächtiger Gang angeschlagen. Die Gangausfüllung ist größtenteils weißer Quarz, Limonit, Pyrit und Chalkopyrit, in den Spalten- und Drusenräumen findet sich außerdem noch Kupfer, Cuprit und Baryt.

Das Kupfer bildet verzerrte Kristalle (1—3 mm), oder baumförmige Gruppen an den Spaltenwänden, sowie auch blechförmige Gebilde an derben Quarz angewachsen.

Die Kristallflächen sind meistens mit einer matten Oxydationsrinde überzogen, und nur vereinzelt findet man auch glatte mit schwachem Glanz. Beobachtet wurden die Formen $a \{100\}$, $d \{110\}$, $o \{111\}$; die hexaëdrischen Kombinationen sind a, d ; a, d, o ; (Fig. 1—2). Nicht selten befinden sich in den Kristallen auch Hohlräume.

Die kleinen (0.5—1 mm) glänzenden Oktaëder des Cuprits

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *Termésrész és kristályosodott hematit Gömör vármegyéből*. Matematikai és Természettudományi Értesítő, Bd. XXXVII, (1920), p. 40—42.

treten in Begleitung eines weißen, tafeligen Baryts in unmittelbarer Nähe des Kupfers, oder mit denselben zusammengewachsen auf, stellenweise dasselbe umschließend. — Aus der Paragenese und den Begleitmineralien kann man folgern, daß das Kupfer und der Cuprit hier durch Reduktion des Kupfersulfates entstanden ist, wohingegen das letztere aus der Oxydation des Kupferkieses hervorgegangen ist.

Die Beobachtungen und Versuche A. KNOPS¹ und F. WIBELS² sprechen für diese] Bildungsweise. Die berühmten Kupferlagerstätten am Lake Superior³ in Nordamerika

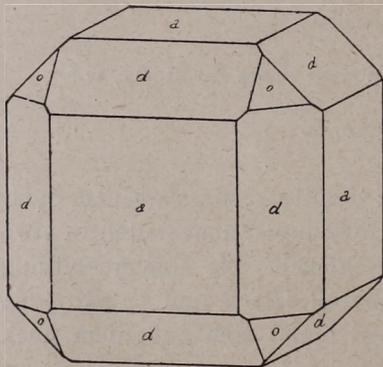


Fig. 1.

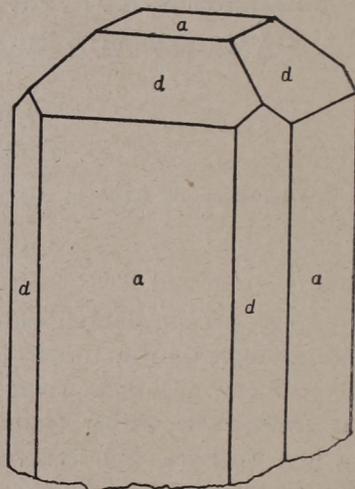


Fig. 2.

entstanden gleichfalls durch die reduzierende Wirkung der Eisenoxydulverbindungen.

Ein anderes Vorkommen gediegen Kupfers liegt bei Sajóháza in der Nähe von Rozsnyó in «Elek»-Stollen der Ríamurány-Salgótarjánér A. G. Das Kupfer kommt hier als dünn-

¹ Neues Jahrb. für Min. etc. 1861, pp. 539—558.

² F. WIBEL: Das gediegen Kupfer u. das Rotkupfererz. Hamburg, 1864.

³ R. PUMPELLY: The Paragenesis and Derivation of Copper and its Associates. Americ. Journ. of Sci. 1871, (3). p. 188. — C. B. v. HISE: Some Principles controlling the Deposition of Ores. Transact. Americ. Instit. Min. Eng. 1900, Febr. p. 72. — I. F. KEMP: Ore Deposits of the United States and Canada. New York, 1900. 3-d edition, pp. 209—211.

blätterig-schuppiger Überzug auf Limonit vor, oder aber an den Wänden der Hohlräume als sehr kleine (0·2—0·3 mm) schlecht ausgebildete Kristalle, welche sich zu mohsartigen Gebilden gruppieren. Beide Vorkommen sind sehr spärlich, und in bergmänn-

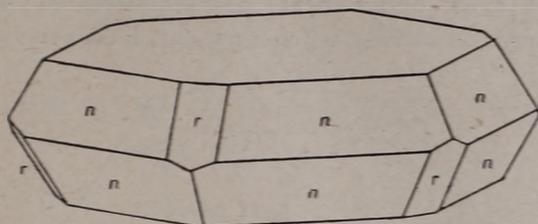


Fig. 3.

nischer Beziehung gänzlich unbedeutend, aber von mineralogischem Interesse, da gediegen Kupfer aus dem Zips-Gömörer Erzgebirge bisher bloß von Dobsina (Dobschau), Szomolnok (Schmölnitz),

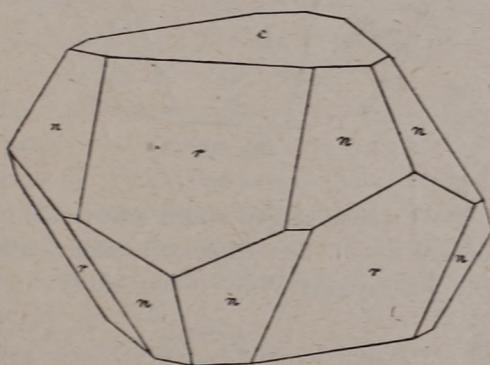


Fig. 4.

Szepesremete (Einsiedel) und im Komitat Abauj-Torna von Rudnok¹ bekannt war.

*

In der nächsten Umgebung von Lieze ging an den Hügeln des Somtető in den Roteisensteingruben der A. G. HEINZELMANN reger Bergbau um. In dem in triassischem Kalkstein eingelager-

¹ V. v. ZEPHAROVICH: Mineralog. Lexicon. Wien, 1859, Bd. I, p. 292.

ten Eisenerz bildet der metallglänzende Hämatit aderförmige Gänge, oder auch kleine Nester; die Kristalle kommen in den Hohlräumen des Hämatits oder in einem porösen, lockeren, sehr unreinem Limonit vor. Es konnten nur die gewöhnlichen Formen c $\{0001\}$, n $\{22\bar{4}3\}$, und r $\{10\bar{1}1\}$ beobachtet werden; die meisten Kristalle waren dicktafelig, seltener pyramidal oder rhomboëdrisch.

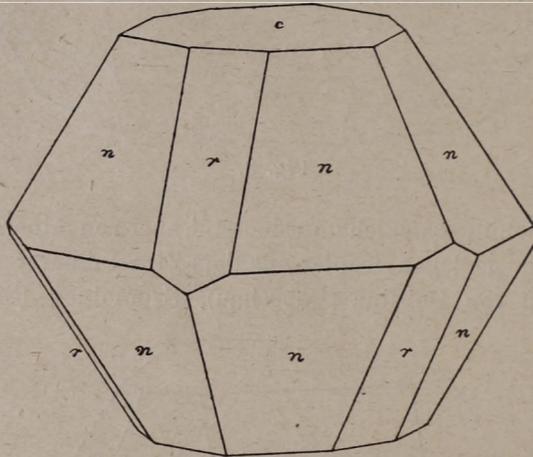


Fig. 5.

(Fig. 3—5.) Die Flächen zeigen einen schwachen Glanz und die des Rhomboëders r von den eingewachsenen Zwillingsslamellen Streifung. Die gemessenen Winkelwerte sind:

	Gemessen:	Berechnet:
$c : r = (0001) : (10\bar{1}1) = 57^\circ 28'$		$57^\circ 37'$
$: n = : (22\bar{4}3) = 61 14$		$61 13$
$n' : n = (22\bar{4}3) : (4\bar{2}23) = 51 54$		$51 59$

Im Limonit befinden sich auch noch weiße Calzitadern und seltener kleine Barytkristalle.

¹ Aus v. KOKSCHAROV's Grundwerten.

BEITRÄGE ZUR KLASSIFIKATION DER AMPHIBOLITE.

Von Dr. ALADÁR VENDL.

Vorgelegt der III. Klasse der Ungarischen Akademie der W. in der Sitzung vom 17. März
1919 durch das ord. Mitglied FRANZ SCHAFARZIK.*

Für die Amphibolite und Eklogite gibt GRUBENMANN die folgenden Mittelwerte an: $S = 52$, $A = 3.7$, $C = 6.8$, $F = 28.5$, $M = 6.0$, $T = 0$, $K = 0.5$. $T = 0$ ist immer konstant. $C > A$, nur ausnahmsweise ist $C \leq A$. $K =$ meistens < 1 , $A =$ circa $3 - 5$, $C = 5 - 15$, $F =$ circa $20 - 40$, $M > 0$.

Die Amphibolite der Südkarpaten stellen typische Vertreter der GRUBENMANN'schen vierten Gruppe dar. Die chemische Zusammensetzung der Plagioklasamphibolite steht immer nahe dem Chemismus der Granatamphibolite ohne bedeutenden Unterschied. Dagegen sind die Werte F und M auffalend groß bei den Zoisitamphiboliten, viel größer, als die entsprechenden Werte der Amphibolite ohne Zoisit.

Nach der allgemeinen Auffassung gibt es keine wesentlichen Unterschiede in der chemischen Zusammensetzung zwischen den Zoisitamphiboliten und den Amphiboliten ohne Zoisit. Ein Vergleich der Zahlen nach OSANN-GRUBENMANN, — berechnet aus den in der Literatur angegebenen Analysen von verschiedenen, ausgewählten Amphiboliten, — hat zu den folgenden Mittelwerten geführt:

* Ungarischerschienen unter dem Titel: *Adatok az amfibolitok osztályozásához*, in *Mathematikai és Természettudományi Értesítő* (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Ung. Akademie der W.), Bd. XXXVIII, (Budapest, 1921). S. 198—206.

I.	II.
Amphibolite	Zoisit } Amphibolite Epidot }
$S = 54.48 (44.08 - 64.44)^1$	$S = 50.94 (48.08 - 55.42)$
$A = 4.19 (1.59 - 9.75)$	$A = 3.30 (0.72 - 5.42)$
$C = 6.54 (1.44 - 11.29)$	$C = 5.63 (3.02 - 9.03)$
$F = 24.01 (8.47 - 28.73)$	$F = 31.24 (29.22 - 34.70)$
$M = 3.94 (0.52 - 7.41)$	$M = 6.41 (3.02 - 10.53)$
$T = 0.00$	$T = 0.00$
$K = 0.89 (0.79 - 1.06)$	$K = 0.82 (0.65 - 0.96)$

Daraus geht hervor, daß die Basizität der Zoisitamphibolite und Epidotamphibolite in den meisten Fällen größer zu sein scheint, als bei den Amphiboliten ohne Zoisit oder Epidot. Die Erstgenannten sind vielleicht etwas ärmer an Alkalien, als die Letzteren. Die Zoisit- respektive Epidotamphibolite enthalten in größerer Menge die Oxide der zweiwertigen Metalle — sehr oft auch von MgO — infolgedessen der Wert von F ziemlich hoch ist. Sie sind oft etwas ärmer an Al_2O_3 , infolgedessen M ziemlich große Zahlen aufweist.

Der Projektionspunkt der Zoisit- und Epidotamphibolite verschiebt sich sehr stark gegen den F -Pol im OSANN'schen Dreieck, entsprechend dem höheren Wert von F . Dadurch nähern sich diese Amphibolite den Magnesiumsilikatschiefern im Systeme GRUBENMANN's.

Als Grundlage zum Vergleich wurden 57 ausgewählte Analysen umgerechnet und dabei die folgenden Werte² erhalten:

Amphibolite ohne { Zoisit
Epidot.

	1*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
S	51.15	53.85	53.89	53.57	59.02	56.47	56.63	49.31	54.32	53.93	51.17	54.92	S
A	2.69	3.42	4.21	4.39	3.79	3.03	5.73	2.44	3.85	3.68	1.59	3.83	A
C	9.40	8.83	7.81	4.46	8.91	5.50	5.77	9.80	5.86	6.45	8.47	5.17	C
F	24.66	21.65	22.07	28.73	15.09	26.47	20.37	26.21	26.26	25.81	28.71	27.08	F
M	2.75	3.56	3.25	6.16	1.05	3.70	1.52	2.43	4.28	1.18	2.55	6.57	M
T	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	T
K	0.85	0.90	0.86	0.84	1.06	1.01	0.85	0.82	0.89	0.89	0.93	0.91	K

¹ Die zwei Grenzwerte.

² Die molekularquotienten sind den OSANN'schen Tabellen entnommen.

* Mit Spuren von Zoisit, zur Bildung der Mittelwerte nicht verwendet!

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
S	56.68	52.71	56.13	54.40	52.09	58.27	55.05	52.47	55.19	52.12	53.70	55.79	S
A	4.02	4.06	3.05	3.84	3.63	5.34	5.85	3.57	4.70	3.66	4.77	3.32	A
C	6.45	6.15	7.28	5.23	8.48	11.29	3.47	6.72	5.16	6.56	5.59	7.78	C
F	22.38	26.87	23.21	27.46	23.69	8.47	26.31	26.95	25.09	27.44	25.58	22.01	F
M	4.30	4.27	2.86	3.08	4.83	1.48	7.01	5.18	6.39	6.38	4.70	2.99	M
T	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	T
K	0.95	0.83	1.00	0.89	0.94	0.92	0.81	0.85	0.87	0.83	0.82	0.97	K
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
S	51.67	52.80	58.12	64.44	52.72	52.16	56.56	58.80	55.73	56.57	51.80	44.08	S
A	2.61	3.95	5.04	9.75	4.87	3.33	5.59	4.18	2.27	4.66	3.22	7.47	A
C	8.16	6.51	4.43	1.44	5.89	9.58	3.75	4.24	6.63	6.23	6.94	8.36	C
F	26.79	26.28	22.94	13.18	25.76	22.02	24.76	24.36	26.47	21.65	27.88	24.26	F
M	0.61	5.29	5.50	4.92	4.27	5.25	2.53	0.66	0.52	4.41	7.41	6.92	M
T	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	T
K	0.88	0.84	0.94	0.86	0.79	0.85	0.86	1.01	1.04	0.91	0.85	0.51	K

Zoisit } Amphibolite.
Epidot }

	37	38	39	40	41	42	43	44	45	
S	48.89	48.75	51.21	48.08	42.92	51.06	50.41	52.92	50.14	S
A	0.72	2.38	1.43	4.43	2.16	1.90	4.02	3.90	4.15	A
C	7.85	7.34	6.94	5.58	9.03	7.28	4.33	4.13	4.14	C
F	33.97	31.81	32.05	31.90	34.70	30.58	32.89	31.02	33.78	F
M	9.58	6.53	6.93	8.77	7.73	3.02	3.83	6.82	10.53	M
T	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	T
K	0.90	0.80	0.94	0.70	0.65	0.90	0.77	0.84	0.75	K
	46	47	48	49	50	51	52	53		
S	55.42	54.21	50.52	52.20	52.47	53.52	51.84	51.46		S
A	3.23	4.01	3.73	3.08	3.57	5.42	4.87	3.02		A
C	3.67	4.29	6.39	5.50	5.23	3.02	4.60	6.36		C
F	30.78	29.19	29.24	30.64	29.93	29.60	29.22	29.78		F
M	4.24	6.00	3.69	7.19	6.73	6.30	6.40	4.72		M
T	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		T
K	0.96	0.88	0.78	0.87	0.85	0.79	0.77	0.95		K

Amphibolite mit wenig } Zoisit
Epidot. }

	54	55	56	57	
S	55.78	58.04	55.99	52.13	S
A	5.21	3.96	4.91	3.41	A
C	4.10	4.45	5.23	6.27	C
F	25.60	25.14	23.73	28.51	F
M	4.94	2.00	3.95	5.16	M
T	0.00	0.00	0.00	0.00	T
K	0.86	1.00	0.88	0.82	K

1. Granatamphibolit, Pareul Rescoalei, Surian; VENDL A. A Surián környékének amfibolitjai. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XXXIII, 1915, p. 264.
2. Plagioklasamphibolit, Salanele, Surian; VENDL l. c. p. 258.
3. Plagioklasamphibolit, Sölden, Ötztal; GRUBENMANN l. c. p. 209—210.
4. Granatamphibolit, Umhausen, Ötztal; GRUBENMANN l. c.; HEZNER: TSCHERMAK'S Mitt. 22, 1903, p. 466.
5. Granatamphibolit (paragonitföherend), erratisch; Brand bei Längenfeld, Ötztal, GRUBENMANN l. c.
6. Amphibolit, Crystall Falls, Mich.; CLARKE: Analysis of rocks from the laboratory of the United States Geol. Survey 1880—1903, Bull. of the United States Geol. Surv. 228, p. 78.
7. Amphibolit (porphyrisch), Heath, Mass.; CLARKE l. c. p. 34.
8. Amphibolit, New Salem, Mass.; CLARKE l. c. p. 34.
9. Amphibolit (dünnchiefrig) aphanitisch, WHITTMANN'S FERRY, Mass.; CLARKE l. c. p. 34.
10. Amphibolit, South Leverett, Mass.; CLARKE l. c. p. 34.
11. Amphibolit, Worthington, Mass.; CLARKE l. c. p. 34.
12. Amphibolit, Palmer Center, Mass.; CLARKE l. c. p. 36.
13. Amphibolit, Palmer Center, Mass.; CLARKE l. c. p. 36.
14. Amphibolit, Guilford Vt, U. S. A.; CLARKE l. c. p. 30.
15. Amphibolit, Bernardston, Mass.; CLARKE l. c. p. 34.
16. Feldspatamphibolit, San Pietro, Campo, Elba; OSANN: Beitr. zur chemischen Petrographie III. Teil, Leipzig 1916, p. 300.
17. Amphibolit, Fehren bei Neustadt; OSANN l. c. p. 296.
18. Amphibolit, reich an Feldspat, Fehren bei Neustadt; OSANN l. c. p. 296.
19. Feldspatamphibolit, Maisachtal; OSANN l. c. p. 295.
20. Amphibolit, Maisachtal; OSANN l. c. p. 295.
21. Amphibolit, pyroxenführend, Maisachtal; OSANN l. c. p. 295.
22. Amphibolit, granatreich, Maisachtal; OSANN l. c. p. 295.
23. Amphibolit, mit Granatan, Maisachtal; OSANN l. c. p. 295.
24. Amphibolit, dicht, Fehren bei Neustadt; OSANN l. c. p. 296.

25. Amphibolit, 3. T. mit braunem Amphibol, Grumbach bei Mittweida, Sachsen; UHLIG: Die Gruppe der Flaseriggabbros im sächsischen Mittelgebirge; Zeitschr. d. Deutsch. Geol. Ges., 59. Bd., 1907, p. 42—43.

26. Amphibolit, Gang in Kalkstein, Township of Methuen, Ontario; OSANN l. c. p. 303.

27. Amphibolit, aus Diabas entstanden, Toldofilo, Ecuador; OSANN l. c. p. 303.

28. Amphibolit, Sara-urcu, Ecuador; OSANN l. c. p. 304.

29. Granatamphibolit, Syra; OSANN l. c. p. 300.

30. Amphibolit, Nordufer des Flusses Angara, Jenissei-Gegend; MEISTER: Sur les roches et les gisements d'or dans la partie sud du district d'Jénissei, Petrograd 1910, p. 401.

31—33. Amphibolite, ebenda; MEISTER l. c.

34. Massiger Amphibolit, Gärtnerskopf, bei Stallenkandel; KLEMM: Über ein Malchitvorkommen im Kirschhäuser Tal bei Heppenheim, Notizbl. Ver. f. Erdkunde, Darmstadt 1907, p. 24. Diese Arbeit enthält noch einige Analysen; da aber diese Amphibolite nicht ganz frei von Epidothornfels sind, wurden sie nicht berücksichtigt.

35. Amphibolit, schiefrig, Alzenau, Spessart; OSANN l. c. p. 297.

36. Massiger Amphibolit, Wenighösbach, Spessart; OSANN l. c. p. 297.

37. Zoisitamphibolit Tremolaschlucht, St. Gotthard; HEZNER: Petrogr. Untersuchung der krist. Schiefer der Südseite des St. Gotthard (Tremolaserie). Neues Jahrb. f. Min. etc. 1909, 27. Beilageband, p. 182.

38. Zoisitamphibolit, Valea Dobrei, Surian; VENDL l. c. p. 266.

39. Zoisitamphibolit, Valea Ditei, Surian; VENDL l. c. p. 268.

40. Zoisitamphibolit, Langenlois, niederösterreichisches Waldviertel; GRUBENMANN l. c. p. 210—111.

41. Epidotamphibolit, Loderio, Bleniotal, Tessin; GRUBENMANN l. c. p. 210—211.

42. Epidotamphibolit, Angara, Jenissei-Gegend; MEISTER l. c.

43. Epidotamphibolit, Angara, Jenissei-Gegend; MEISTER l. c. Diese Amphibolite enthalten nach MEISTER 9·14% Epidot.

44. Epidotamphibolit (amphibolite albito-épidotique), rechte Quelle von Iwdiel, Nord-Ural; DUPARC-PEARCE-TIKANOWITCH: L'Oural du Nord, Genève 1909, p. 83.
45. Amphibolit mit Epidot, Thältistock, Mittleres Aarmassiv; FISCHER O: Über einige Intrusivgesteine der Schieferzone am Nordrand des zentralen Granites. (Mittleres Aarmassiv.) TSCHERMAK's Min. petr. Mitteil. 24, 1905, p. 87.
46. Albit-amphibolit, dicht, mit Epidot, Sasso rosso, Tessin, St. Gotthard; HEZNER l. c. p. 181.
47. Amphibolit, grobkörnig, mit Epidot, Südportal des St. Gotthard; HEZNER l. c. p. 180.
48. Amphibolit mit Zoisit, Plassnitz, Adlergebirge, Östr. Schlesien; PETRASCHKEK: Die krist. Schiefer des nördl. Adlergebirges, Jahrb. k. k. geol. Reichsanst. 59, 1909, p. 496.
49. Amphibolit mit Zoisit und Epidot, Insel Map; KAISER: Beitr. z. Petrographie und Geologie der deutschen Südsee-Inseln, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanstalt, 1903, p. 98.
50. Amphibolit mit Zoisit und Epidot, Insel Map; KAISER l. c.
51. Epidotamphibolit (amphibolite albito-épidotique), Ostflügel von Klein-Ouwal, Nord-Ural; DUPARC-PEARCE-TIKANOWITCH l. c.
52. Epidotamphibolit, Kouriksar, Nord-Ural; DUPARC-PEARCE-TIKANOWITCH l. c.
53. Epidotamphibolit, Wichéra-Quelle, Nord-Ural; DUPARC-PEARCE-TIKANOWITCH l. c.
54. Amphibolit, sehr wenig Zoisit enthaltend, Valea Ditei, Surian; VENDL l. c.; anal: SZINYEI-MERSE Jahresber. d. kgl. Ung. Geol. Reichsanstalt für 1913 p. 482.
55. Epidotamphibolit (wenig Epidot), Ouwal, Nord-Ural. DUPARC-PEARCE-TIKANOWITCH l. c.
56. Amphibolit mit Epidot, Ouwal, rechte Quelle von Iwdiel, Nord-Ural; DUPARC-PEARCE-TIKANOWITCH l. c.
57. Amphibolit, Gang mit Epidot, Prospect Hill, Conn; CLARKE: Analyses of rocks from the laboratory etc. Bull. of the United States Geol. Survey 419, p. 175.
-

NEUERE SYENITTYPEN VON DITRÓ IN SIEBENBÜRGEN.

Von BÉLA MAURITZ,

O. M. DER AKADEMIE.

NIKOLAUS VENDL und H. F. HARWOOD.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wiss. vom 19 Febr. 1923.*

Im folgenden sollen einige neuere, bzw. interessantere Typen des Syenit-Massivs von Ditró besprochen werden. Unter den Gesteinen von Ditró waren, z. B. bis jetzt ganz unbekannt die *Umptekite*, wie auch solche *Alkaligranite*, die bedeutend saurer sind wie die *Nordmarkite*; dieser Umstand läßt sich hauptsächlich dadurch erklären, daß von diesen für unser Vaterland am meisten interessanten Gesteinen verlässliche Analysen bloß in ungenügender Zahl zur Verfügung standen. Nachdem in letzterer Zeit die Zahl der präzisen Analysen in erfreulicher Weise gestiegen ist, können wir die Beschreibung der Gesteine des Massivs mit voller Ausführlichkeit beginnen; nur sind wir gezwungen — infolge der Schwierigkeit der Publikation — die Resultate in Form mehrerer kleineren Abhandlungen vorzulegen.

Noch vor dem Kriege veröffentlichte einer der Verfasser¹ zwei Mitteilungen über die Gesteine und Mineralien von Ditró:

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *A ditrói szienit újabb típusai*. Matematikai és Természettud. Értesítő. Bd. XL., (1923), p. 99—113.

¹ B. MAURITZ: Über den Kankrinit von Ditró. — Über die chemischen Verhältnisse des Syenitmassivs von Ditró. Math. Naturwiss. Berichte aus Ungarn. Bd. XXX. Seite 178—213.

somit ist die vorliegende Abhandlung in der Reihe die dritte und schließt sich organisch an die beiden vorherigen an.

Die petrographische und systematische Untersuchung besorgten die beiden ungarischen Forscher, die Analysen aber stammen von H. F. HARWOOD.

Am meisten interessant von den untersuchten Gesteinen ist ein auffallend leukokrater, etwas hellrötlicher *Alkaligranit* von aplitischem Charakter. Fundort: Halaság (Nr. 368).¹ Die Gemengteile sind ziemlich klein, aber mit freiem Auge kann man neben den glänzenden Feldspäten die reichlichen Quarzkörner noch leicht erkennen.

Unter dem Mikroskope zeigt sich, daß der herrschende Feldspat der *Plagioklasreihe* angehört; er erscheint in kleineren und größeren Körnern, unter denen besonders die kleineren Körner von feinen Sprüngen ganz durchsetzt sind. Dünne Albitzwillingslamellen sind allgemein verbreitet. Hie und da kann man auch *Mikroclinantiperthite* erkennen. An diesen Plagioklasindividuen wurden folgende Auslöschungsrichtungen gemessen:

$$\begin{aligned} \perp \gamma \ a'P &= 20^\circ, 20^\circ, 15^\circ \\ \perp a \ a'M &= 15^\circ. \end{aligned}$$

Die Lichtbrechung: $a' < \text{Balsam} \cong \gamma'$.

Laut diesen Bestimmungen gehören die untersuchten Plagioklase in die *Albitreihe*, oder seltener in die *Oligoklasalbitreihe*.

Neben den Albitkristallen findet man in kleinerer Menge auch Mikrokline mit Gitterstruktur, von denen viele bedeutend groß sind. Allgemein sind die mit Albit feinperthitisch verwachsen, wobei die Albite sehr dicht und fein zwillingslamelliert erscheinen. Die Lichtbrechung der Plagioklase der Perthite ist ungefähr gleich der des Kanadabalsam. Hie und da sieht man auch Karlsbader Zwillinge.

Die reinen *Quarzkörner* sind zumeist genügend groß, xenomorph ausgebildet und im Gestein gleichmäßig zerstreut, sie zeigen eine stark undulöse Auslöschung.

¹ Die Zahl neben dem Fundort bezeichnet die Nummer des Handstückes und des Dünnschliffes in der Sammlung des Min.-petr. Universitätsinstitutes.

Nur hie und da erkennt man einige verrostete, durchlöcherte größere *Magnetit*flappen, in welchen gelbliche xenomorphe, stark doppelbrechende *Leukoxen*körner erscheinen. Äußerst kleine Magnetitkörner sind im ganzen Gestein sehr spärlich zerstreut. Einen ebenfalls sehr seltenen Gemengteil bilden die winzigen, hell grünlichgelb gefärbten *Zirkon*kriställchen. Verstreut finden wir noch bräunliche, lappige oder xenomorphe *hämatit*artige Blättchen und eine feine gelblich-rostartige Aderung.

Die Struktur des Gesteins ist infolge der vielen Sprünge *granitisch-kataklastisch*. Auf Grund der mineralogischen Zusammensetzung kann dasselbe als *Natronalaskit* bezeichnet werden.

Die chemische Analyse und die *OSANN*schen Faktoren sind:

SiO_2	-----	73.45 %	$s = 79.95$
Al_2O_3	-----	14.01 "	$A = 8.80$
Fe_2O_3	-----	1.49 "	$C = 0.16$
FeO	-----	0.58 "	$F = 2.13$
MgO	-----	nicht vorh.	$n = 7.1\beta$
CaO	-----	0.46 %	$k = 1.43$
Na_2O	-----	5.95 "	$a = 23.8$
K_2O	-----	3.67 "	$c = 0.4$
$\text{H}_2\text{O}^{-110^\circ}$	-----	0.14 "	$f = 5.8$
$\text{H}_2\text{O}^{+110^\circ}$	-----	0.06 "	
TiO_2	-----	0.14 "	
CO_2	-----	nicht vorh.	
ZrO_2	-----	" "	
Li_2O	-----	Spur.	
P_2O_5	-----	0.08 %	
S	-----	nicht vorh.	
BAO	-----	Spur.	
Cl	-----	"	
MnO	-----	0.02 %	
SrO	-----	nicht vorh.	
		100.05 %	

Die *OSANN*sche Formel lautet:

$$s_{80} \quad a_{23.8} \quad c_{0.4} \quad f_{5.8}$$

Diese Faktoren zeigen, daß das Gestein ein typischer Alkali-granit ist; im OSANNSchen System¹ findet es seinen Platz zwischen den Typen *Cope Anne* und *Quincy*, welche beide typische Alkali-granite sind:

Typus Cape Anne	— — —	s_{82}	a_{26}	$c_{0.5}$	$f_{3.5}$
“ Quincy	— — —	s_{80}	a_{20}	c_0	$f_{9.5}$

In der OSANNSchen Tabelle befindet sich zwischen diesen beiden Typen eine Lücke, welche durch unseren Natronalaskit von Ditró gerade richtig erfüllt wird; somit kann man denselben als einen neuen Typus in das petrochemische System einführen und nach dem Fundorte als *Typus Halaság* bezeichnen, da das Gestein am nordwestlichen Rande des Massivs bei Halaság eine größere Masse bildet.

Die zweite, von Ditró bis jetzt unbekannteste Gesteinsgattung wird durch die *Umptekite* vertreten, von denen zwei untersucht wurden. Der eine Fundort befindet sich an der Fehérpatak-Höhe (Nr. 370), wo aber das Gestein infolge nicht entsprechender Aufschlüsse nur in zahlreichen losen Blöcken zu finden ist. Mit Rücksicht darauf, daß die Gerölle oben auf der Höhe zerstreut liegen, muß das Gestein dortselbst anstehen.

Dasselbe stellt ein graues gneisartiges Gestein dar, dessen Feldspäte ziemlich groß sind: u. d. Mikroskop erkennt man, daß die Feldspatkörner immer xenomorph sind und teilweise zum *Mikroklin*, teilweise zum *Plagioklas* gehören. An den Plagioklasen konnten folgende Auslöschungsrichtungen bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \perp a \quad a'M &= 5.5^\circ - 5.5^\circ \text{ und } 4^\circ - 4^\circ \\ \perp a \quad a'M &= 7.5^\circ - 7.5^\circ \quad \text{“} \quad 8.5^\circ \\ \text{zonal} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{innen: } a'M = 8^\circ - 8^\circ \\ \text{aussen: } a'M = 15^\circ \end{array} \right. \\ \perp \gamma \quad a'P &= 16^\circ \text{ und } 10.5^\circ \\ \text{zonal} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Kern: } a'P = 12^\circ \\ \text{Rand: } a'P = 16^\circ. \end{array} \right. \end{aligned}$$

¹ A. OSANN: Der chemische Faktor in einer natürlichen Klassifikation der Eruptivgesteine I. 1919. Seite 24 und 115.

Die Auslöschung der allgemein orientierten Feldspatschnitte weist ebenfalls auf *Oligoklasalbit*; somit gehört die Mehrzahl der Plagioklase in die Reihe der *Oligoklasalbite*; daneben erscheint auch sehr saurer *Oligoklas*. Diese Plagioklase sind oft zonal gestaltet; die Albitzwillingslamellen sind bald dicht und dünn, bald erkennt man nur wenige Körner oder breitere Zwillingslamellen, die bogenförmig gekrümmt sind. Letztere Erscheinung sieht man sehr oft in den Gesteinen von Ditró und ist dieselbe wohl auf dynamische Wirkungen zurückzuführen.

Hornblende erscheint in diesem Gestein in ziemlich großer Menge; die Individuen sind ziemlich groß. Die Doppelbrechung ist sehr schwach, die Struktur oft zonal und im letzteren Falle zeigt der Kern eine stärkere Doppelbrechung, als die Umrandung. Die optische Orientierung lautet: $b = b$, der optische Charakter ist negativ, der Achsenwinkel klein, der Pleochroismus stark; wegen dem zonalen Aufbau ist der Pleochroismus in der Richtung c im Kern und Rand verschieden:

a = bräunlichgelb;

b = sehr dunkel bräunlichgrün;

c = im Kern dunkelbräunlichgrün, am Rande dunkelgrünlichbläu.

Infolge des zonalen Aufbaues zeigt sich auch in der Orientierung der Hauptschwingungsrichtungen ein Unterschied zwischen dem Kern und dem Rande: in Schnitten senkrecht zu b findet man im Kern $c:c = ca 11^\circ$, am Rande $ca 23^\circ$. Die Bisektrix-Dispersion ist sehr stark: $c:c_q > c:c_v$.

Der andere ziemlich wichtige farbige Gemengteil des Gesteins ist der Biotit, welcher in zwei Arten erscheint. Die eine Art ist in basalen Schnitten dunkelgrünlichbraun, die andere rotbraun durchsichtig; letztere Art findet man bedeutend seltener. Der grünliche Biotit zeigt folgende optische Eigenschaften: Axenwinkel klein, $a:c = 0^\circ$, sein Pleochroismus:

a = strohgelb;

$b = c$ = sehr dunkel grünlichbraun.

Der rotbraune Biotit hat einen ziemlich großen Axenwinkel: $2E = 30^\circ - 40^\circ$; die Absorption: $c > b > a$, der Pleochroismus

- a = strohgelb;
 b = blaßgaulichbraun;
 c = braun mit einem Strich ins Rote.

Die beiden Biotitarten kommen auch miteinander parallel verwachsen vor, die vertikalen kristallographischen Axen sind gemeinsam; oft zeigen die beiden Arten isomorphe Übergänge: die mittleren Glieder besitzen entsprechenden Pleochroismus und Axenwinkel. Übrigens bildet der Biotit entweder lappenartige Haufen oder ziemlich große Kristalle. Manchmal wächst er in die Hornblende hinein oder es verwachsen beide Mineralien parallel miteinander, wobei die kristallographische Axe c der Hornblende der Glimmer-Basisfläche parallel liegt, infolgedessen erscheinen im Schnitte die Spaltungslinien beider Mineralien einander parallel. Stellenweise sind die Feldspäte trübe, in welchem Falle man sicher den Serizit bemerken kann. Außer dem *Serizit* finden wir auch *Muskovit*, und zwar in selbständigen durchsichtigen Kristallen; der optische Charakter ist negativ, $\gamma - \beta$ sehr klein, $a : c = 0^\circ$. Selten sieht man die beiden Glimmer mit (I) einander in parallele Verwachsung. Dieser Muskovit ist zweifellos von primärer Entstehung.

Der *Pistacit* findet sich in geringer Menge; manchmal sind die Kristalle ersichtlich automorph mit den Flächen der Orthozone. Gewöhnlich erscheinen sie in dem Biotit eingewachsen; daneben findet man aber hie und da auch einige xenomorphe Epidotkörner eingestreut, deren Ränder zick-zackförmig eingebuchtet sind; stellenweise findet man Zwillinge nach $\{100\}$; die Spaltung nach $\{001\}$ und $\{100\}$ ist gut erkennbar. Die Absorption ist deutlich: $c > b > a$; der Pleochroismus gut sichtbar:

- a = farblos;
 b = fast farblos oder gelblich;
 c = schwach grünlichgelb;

$s > v$ schwach erkennbar; optischer Charakter negativ; Interferenzfarben fleckig. Die ganze Art und Weise des Vorkommens, der Idiomorphismus und der Umstand, daß in der Umgebung der Kristalle keine Verwitterungserscheinungen erkennbar sind, spre-

chen dafür, daß der Epidot von primärer Entstehung ist. Selten schließt er xenomorphe Titanitkörner ein.

Übrigens erscheint der graulichgelbe *Titanit* meistens in großen idiomorphen Kristallen, oft bildet er aber nur Einschlüsse in den Hornblendekristallen; außerdem findet er sich in kleinen gerundeten Körnern und in größeren xenomorph ausgebildeten Individuen im Gestein zerstreut.

Die *Apatit*prismen sind ziemlich groß und im allgemeinen idiomorph; die charakteristische Querabsonderung ist stets vorhanden. Der Idiomorphismus erscheint am schärfsten in den hexagonalen Basisschnitten der kleineren Kristalle. Der *Apatit* findet sich als Einschluß in allen andern Gemengteilen vor; übrigens ist er ein ziemlich verbreiteter Gemengteil im Gestein.

Nichts besonderes kann man von den seltenen und schwach verrosteten idiomorphen *Pyrit*kristallen und *Magneteisen*körner erwähnen.

Das Gestein besitzt grobkörnig-granitische Struktur.

Die chemische Analyse und die OSANNSCHE Faktoren lauten:

SiO_2	56.63 %	$s = 65.11$
Al_2O_3	19.86 "	$A = 9.28$
Fe_2O_3	2.05 "	$C = 3.96$
FeO	2.84 "	$F = 8.41$
MgO	1.15 "	$n = 7.4\beta$
CaO	4.73 "	$k = 0.90$
Na_2O	6.22 "	$a = 12.9$
K_2O	3.39 "	$c = 5.5$
$H_2O^{-110^\circ}$	0.24 "	$f = 11.6$
$H_2O^{+110^\circ}$	1.27 "	
TiO_2	1.09 "	
CO_2	0.07 "	
ZrO_2	nicht vorh.	
Li_2O	Spur.	
P_2O_5	0.32 %	
BaO	0.13 "	
S	0.11 "	
Cl	Spur.	
MnO	0.15 %	
SrO	0.08 "	
	<hr/>	
	100.33 %	
O statt S	0.04 "	
	<hr/>	
	100.29 %	

In der OSANNschen Tabelle findet dieses Gestein den nächsten Verwandten im Typus *Tupper Lake*,¹ welcher laut OSANN durch ein einziges Gestein, und zwar durch einen Augitsyenit vertreten wird:

Typus <i>Tupper Lake</i>	s_{67}	a_{13}	c_6	f_{11}
Umptekit von der Fehérpatak-Höhe	$s_{85.1}$	$a_{12.9}$	$c_{5.5}$	$f_{11.6}$

Diesem Umptekit chemisch und mineralogisch äußerst ähnlich beschaffen ist jenes Gestein, welches 200 m nördlich von der Kote \diamond 1009 m im Várpatak-Bache den hellen gröberkörnigen Syenit als schiefrig struierter Gang von grauer Farbe durchquert (Nr. 95). Wie wir aber in folgenden sehen werden, sind diese beiden Umptekite in Bezug auf Struktur und Korngröße von einander stark verschieden. Makroskopisch betrachtet hat das Gestein eine ausgesprochene schiefrige Struktur, indem hornblendereiche Lagen mit feldspatreichen Lagen ziemlich regelmäßig abwechseln und dem Gestein einen schiefrigen Charakter verleihen. Auffallend sind die länglichen *Titanit*kristalle, die oft 5 mm Durchmesser erreichen. U. d. M. ergab sich die folgende mineralogische Zusammensetzung: Der herrschende Feldspat ist der frische *Mikroclin*, welcher in großer Menge in Form kleiner xenomorphen Körner mit Gitterstruktur erscheint. Ähnlich ausgebildet ist der reichliche *Plagioklas*. Diese beiden Feldspate kommen auch in *perthitischer* Verwachsung vor. Die Plagioklase sind meist nicht verzwillingt, jedoch kommen nach dem Albitgesetz dicht zwillingsschlammellierte Kristalle ebenfalls vor; selten findet man Zwillinge, die nur aus wenigen breiten Lamellen aufgebaut sind. Die Lamellen können manchmal schwach gebogen sein; vereinzelt findet man zonalgebaute Körner. Gemessene Auslöschungen:

$$\begin{aligned} \perp a \dots \text{Zonal gebaut} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Kern: } a'M = 10^\circ - 10^\circ \\ \text{Rand: } a'M = 15^\circ - 15^\circ \end{array} \right. \\ \perp a \dots a'M = 9^\circ \text{ und } 8^\circ & \\ \perp \gamma \dots a'P = 16.5^\circ, 19^\circ, 16^\circ, 13^\circ \text{ und } 15.5^\circ. & \end{aligned}$$

Die Lichtbrechung: $a' < \text{Balsam} < \gamma'$ und $\beta \overline{\overline{=}} \text{Balsam}$.

¹ L. c. I. Seite 58 und 116.

Auf Grund dieser Bestimmungen gehören die Plagioklase hauptsächlich in die *Oligoklas-Albitreihe*, untergeordnet findet man aber auch *Albitkörner*.

Die reichlichen kleinen *Alkalihornblende*-Partikeln sind optisch fast einaxig; die Bisektrix-Dispersion ist sehr stark; die Axenebene steht senkrecht auf $\{010\}$; optischer Charakter negativ; Pleochroismus sehr kräftig:

- a = gelblichgrün;
- b = dunkelbläulichgrün;
- c = dunkelbräunlich grün;

c : b = ca 26°, Axendispersion: $\nu > \rho$. Zwillinge nach $\{100\}$ sind häufig.

Neben der Hornblende findet man spärliche grüne Biotitfragmente; dieselben sind optisch einaxig, mit deutlichem Pleochroismus:

- a = sehr blaßgelblich;
- b = c = dunkelgrün mit bräunlichem Stich,

a : c = ca. 0°.

Der *Titanit* findet sich einerseits in den schon vorher erwähnten großen Kristallen, anderseits in sehr kleinen elliptischen Körnern, die im ganzen Gestein reichlich eingestreut sind: letztere Ausbildungsweise erinnert an die in den kristallinen Schiefem.

In den aus farbigen Gemengteilen bestehenden Häufchen und in ihrer Umgebung kommen die spärlichen *Epidotkörner* vor; der Axenwinkel ist beiläufig 90°. Reichlich bemerkt man *serizitische* und *muskovitische* Aggregate.

In den Titanitkristallen und in den farbigen Anhäufungen findet man vereinzelt winzige und stellenweise verrostete *Erzkörner*; wenigstens ein Teil derselben ist wahrscheinlich aus der Hornblende entstanden.

Die *Apatit*prismen und Körner findet man nicht gerade selten. Entprechend dem gangförmigen Vorkommen hat das Gestein ausgesprochene panidiomorph-körnige Struktur; somit kann man dasselbe eigentlich schon unter die *Ganggesteine* einreihen. Trotzdem, daß der vorher beschriebene Umpfektit mikroskopisch eine mehr granitische und nur makroskopisch eine gneisähnliche

Struktur besitzt, ist die chemische Zusammensetzung beider Gesteine sehr ähnlich: die Analyse des zuletzt beschriebenen Umptekitganges hat ergeben:

SiO_2	56.47 %	$s = 65.43$
Al_2O_3	19.29 "	$A = 9.84$
Fe_2O_3	1.65 "	$C = 3.10$
FeO	3.10 "	$F = 8.69$
MgO	1.14 "	$n = 6.2\beta$
CaO	4.33 "	$h = 0.89$
Na_2O	5.57 "	$a = 13.6$
K_2O	5.07 "	$c = 4.3$
$H_2O^{-110^\circ}$	0.23 "	$f = 12.1$
$H_2O^{+110^\circ}$	1.19 "	
TiO_2	1.21 "	
CO_2	0.17 "	
ZrO_2	nicht vorh.	
Li_2O	" "	
P_2O_5	0.27 %	
BaO	0.11 "	
S	nicht vorh.	
Cl	Spur.	
MnO	0.13 %	
SrO	0.04 "	
	99.97 %	

In dem OSANNschen petrochemischen System¹ ist der Typus Mt. Johnson mit unserem am meisten verwandt:

Typus Mt. Johnson	$s_{67.5}$	$a_{1.4}$	c_4	f_{12}
Umptekit a d. Várpatak	$s_{65.5}$	$a_{13.6}$	$c_{4.3}$	$f_{12.1}$

Vergleicht man diese Faktoren mit denjenigen des vorher beschriebenen Umptekites, so findet man nur im Werte von n eine kleine Differenz.

Der folgende Gesteinstypus ist das am meisten verbreitete und am meisten charakteristische Gestein im Syenitmassiv von

¹ OSANN: l. c. I. Seite 55 und 116.

Ditró, nämlich der *biotitführende Eläolitsyenit*. Das analysierte Gestein findet sich anstehend im Tale des Várpatak Baches (Nr. 369 und Nr. 32) zwischen den Koten 1151 m und 1035 m. Das Gestein ist schön hellfärbig. Aus der grellweißen Feldspat-Eläolitmasse heben sich die schwarzen Biotithaufen scharf ab. In der mineralogischen Zusammensetzung spielt der reichliche und oft in großen Individuen erscheinende *Mikroclin* die Hauptrolle. Dieser Feldspat ist zumeist nach $\{010\}$ etwas tafelig ausgebildet; die charakteristische Gitterstruktur sticht auffallend hervor; albitperthitische Verwachsungen sind verbreitet. Neben den *Mikroclin-Albit-Perthiten* findet man ziemlich oft auch *Oligoklasalbit-Mikroclin-Antiperthite*. Diese Mikrocline und ihre Perthite werden von reichlichen *Plagioklas*individuen begleitet, die allgemein bedeutend kleiner, xenomorph und etwas trüb ausgebildet sind. Die Albitzwillingslamellen wiederholen sich äußerst fein; oft sind die Periklin-Zwillingslamellen gleichfalls fein ausgebildet. Lichtbrechung der Plagioklase in Schnitten senkrecht zu γ : $\alpha < \text{Balsam} = \beta$. In einem Mikroclinperthit, in welchem der Plagioklas im Schnitte senkrecht zu γ getroffen wurde, ergab die Auslöschung $\alpha'P = 19^\circ$, in einem andern ähnlich orientierten Perthit 18° . Somit ist der Plagioklas der Mikroclinperthite reiner *Albit*. An den freien Plagioklaskristallen konnten wir folgende Auslöschungen messen:

$$\perp a \dots \alpha' M = 14^\circ - 14^\circ \text{ und } 8^\circ - 8^\circ.$$

Somit gehören diese Plagioklase in die *Albit- und Oligoklasalbitreihe*.

Der *Eläolit*gemengteil ist zumeist ziemlich frisch, stellenweise erblickt man aber kankrinitische, serizitische oder kaolinartige Umwandlungsprodukte. Diese Umwandlung kann nicht als bloße Verwitterung betrachtet werden, sondern sie ist eine Folge der Wirkung der *Mineralisatoren*, wie wir es später ausführlich beschreiben werden. An dieser Stelle soll nur kurz erwähnt werden, daß in diesem Gestein die Eläolite meist ziemlich frisch erhalten und die Muskovite oft schön lamellar ausgebildet sind; beide Erscheinungen sprechen gegen eine gewöhnliche Verwitterung.

Der *Muskovit* erscheint einerseits reichlich in den Kankrinitanhäufungen, welche die Eläolite kranzförmig umgeben und bildet hier oft schönere größere Kristalle, andererseits findet man ihn in Blättchen und Schuppen, die von Kankrinitkörnern durchlöchert sind. Oft verwachsen die beiden Glimmer (Biotit und Muskovit) parallel miteinander. Der Muskovit besitzt im durchfallenden Lichte eine äußerst schwach grünlich gelbe Farbe; $a:c = \text{ca } 0^\circ$. Höchstwahrscheinlich ist der helle Glimmer eine pneumatolitische Bildung ähnlich der des Kankrinites und bildete sich derselbe hauptsächlich aus Eläolit.

Kankrinit findet man nicht sehr häufig; die xenomorphen Körner umgeben einerseits den Eläolit, andererseits sind sie in den Feldspäten zerstreut. Hie und da bemerkt man in den Feldspäten auch noch eine schwache *Kalkspat*bildung.

Der lepidomelanartige *Glimmer* kommt nicht reichlich, jedoch in ziemlich großen Kristallen vor; zumeist bilden dieselben kleine Haufen. Optisch ist derselbe einachsige und stark pleochroitisch:

$a =$ blaßgelb;

$b = c =$ sehr dunkelbraun;

$a:c = \text{ca. } 0^\circ$. Vereinzelt findet man Blättchen mit einem grünen Stich.

Erze sind äußerst spärlich. Im Dünnschliff konnte ein ziemlich großes idiomorphes *Pyrit*korn beobachtet werden an der einen Ecke von einem *Magnetit*rand umgeben. Endlich muß man noch den spärlichen *Sodalith* erwähnen, welcher die Lücken zwischen andern Gemengteilen ausfüllt.

Das ganze Gestein wird durch sehr feine Risse durchadert, die mit einer schwach doppelbrechenden und schwach lichtbrechenden (schwächer als Mikroklin) Masse erfüllt sind. (Gemeinde von Kankrinit und Sodalith?)

Die Struktur ist *hypidiomorphkörnig* übergehend zur *kataklasischen*, mit ziemlich bedeutender Korngröße.

Die Analyse und die OSANNSchen Faktoren sind:

SiO_2	51.91 %	$s = 61.54$
Al_2O_3	23.71 "	$A = 14.47$
Fe_2O_3	0.71 "	$C = 1.95$
FeO	1.84 "	$F = 5.62$
MgO	0.48 "	$n = 7.1\beta$
CaO	3.14 "	$k = 0.64$
Na_2O	8.97 "	$a = 19.7$
K_2O	5.66 "	$c = 2.7$
$H_2O^{-110^\circ}$	0.12 "	$f = 7.6$
$H_2O^{+110^\circ}$	1.46 "	
TiO_2	0.50 "	
CO_2	0.76 "	
ZrO_2	0.01 "	
Li_2O	nicht vorh.	
P_2O_5	0.12 %	
BaO	0.48 "	
S	0.09 "	
Cl	0.15 "	
MnO	0.05 "	
SrO	0.09 "	
	100.25 %	
O für S	0.6 "	
	100.19 %	

In dem OSANNschen petrochemischen System¹ ist der Typus *Fotaba* mit unserem Eläolitsyenit am meisten verwandt; zu diesem Typus gehören Eläolitsyenite, Miascite, Ditroite und Ägirinsyenite:

Typus <i>Fotaba</i>	$s_{65.5}$	$a_{20.5}$	$c_{1.5}$	f_8
Eläolitsyenit von Ditró	$s_{61.5}$	$a_{19.7}$	$c_{2.7}$	$f_{7.6}$

Verwandt ist noch dieses Gestein mit dem Typus *Pic de Maros*, zu welchem OSANN² Eläolitsyenitgesteine rechnet:

Typus <i>Pic de Maros</i>	s_{66}	a_{21}	c_2	f_3
---------------------------	----------	----------	-------	-------

¹ OSANN: l. c. I. Seite 95 und 121.

² OSANN: l. c. I. Seite 96 und 121.

Zwischen diesen beiden Typen und unseren Gestein zeigt sich nur im Werte von s eine Differenz; das Gestein von Ditró ist etwas basischer.

Unter den Ganggesteinen sind in Ditró die *Tinguait* am meisten verbreitet; in folgenden soll ein *Biotit-Ägirin-Tinguait* beschrieben werden; dieser Typus wurde bisher von Ditró nicht erwähnt. Das Gestein fand sich nicht anstehend, aber auf der Höhe «Cseke teteje» (Nr. 168), nördlich von der Kote 1011 m liegen die Gerölle massenhaft. Das Gestein muß jedenfalls in der nächsten Umgebung anstehend zu finden sein; leider ist diese Höhe mit einer üppigen Vegetation und einem dicken Verwitterungsboden bedeckt. Makroskopisch betrachtet ist das Gestein dunkelgraulichgrün und sehr feinkörnig; die glänzenden dunkelbraunen biotitischen Haufen ragen aus der dichten Grundmasse gut hervor.

U. d. M. erkennt man reichlichen, minder gut ausgebildeten *Mikroclin* mit Gitterstruktur; dieselben sind meist leistenförmig, aber es kommen ganz xenomorphe Individuen ebenfalls vor. Unter den leistenförmigen findet man oft Karlsbader Zwillinge. Am meisten verbreitet sieht man die *Albitperthite*, wobei die perthitische Verwachsung sehr grob ist. Der Plagioklas der Perthite besteht aus *Albit*, denn im Schnitt senkrecht zu γ ist die Auslöschung $\alpha' P = 20^\circ$. Die Feldspäte bilden oft zierliche Rosetten, manchmal mit sphärolitischer Auslöschung. Der Plagioklas, welcher neben dem Mikroclin und dem Perthit erscheint, ist gleichfalls sehr unvollkommen ausgebildet: die Albitzwillingslamellierung ist sehr dicht unregelmäßig. Die optischen Verhältnisse deuten auf *Albit*: $\alpha' < \text{Balsam} \bar{\bar{=}} \gamma'$, die Auslöschung gerade oder klein. Unter den Feldspäten herrscht der Mikroclin vor.

Der reichliche xenomorphe *Nefelin* füllt die Lücken aus und enthält oft grüne nadelförmige Einschlüsse (*Ägirin*), die der Hauptaxe parallel angeordnet sind.

Das Gestein wird von größeren und kleineren xenomorphen *Kankrin*itkörnern durchadert; dieses Mineral spielt durchaus die Rolle eines lückenfüllenden intersertalen Gemengteiles. Stellenweise bildet er eine sehr feinkörnige Mosaik mit undulöser Auslöschung.

Der reichliche *Pyroxen* gehört der *Ägirin-Ägirinaugit*-Reihe an; vereinzelt ist er ziemlich idiomorph, wobei an dem Individuen die Formen {100} und {110} ziemlich gut erkennbar sind. Meist findet man den Pyroxen in lappenförmigen Haufen, in denen Biotitförmchen eingewachsen sind. Die Verwachsung beider Gemengteile kann gesetzmäßig sein: die Basisfläche des Glimmers läuft der kristallographischen *c*-Axe der Pyroxens parallel. Pleochroismus des Ägirins:

$$\begin{aligned} a &= b = \text{grasgrün;} \\ c &= \text{gelb;} \end{aligned}$$

c: *a* = ca. 12°. Der Ägirin umschließt stellenweise einen *Diopsid*-kern, welcher farblos bis gelblich durchsichtig wird.

Neben dem Ägirin kommt auch *Biotit* ziemlich reichlich vor und bildet kleine Blättchen oder unregelmäßig begrenzte Haufwerke. Der Pleochroismus:

$$\begin{aligned} a &= \text{blaßgelb mit grünem Stich} \\ b &= c = \text{dunkelgrün,} \end{aligned}$$

a: *c* = ca. 0°. Optisch erweist er sich einaxig. Stellenweise, besonders in der Umgebung der Einschlüsse, zeigt sich eine isomorphe fleckige Schichtung: pleochroistische Höfe sind hie und da erkennbar; an einigen Stellen ist er mit braunschwarzem Pigment (Erz) bestäubt.

In dem Biotit-Ägirin-Anhäufungen erkennt man zwischen den Biotitleisten gelbliche, stark lichtbrechende, isotrope oder schwach doppelbrechende xenomorphe, verwachsene Körner, die sicher dem *Granat* angehören.

Äußerst winzige *Titanit*körner mit ellipsoidischem oder rhombischem Durchschnitte findet man reichlich verstreut im Gestein; sie kommen in sämtlichen Gemengteilen auch als Einschlüsse vor.

Nur vereinzelt bemerkt man einige *Apatit*körner und kleine, stellenweise idiomorphe *Magnetit*körner im Gestein.

Der spärliche *Sodalit* kommt in Form xenomorpher Körner, jedoch auch trumförmig vor; oft überzieht er den Eläolit in Form einer äußerst feinen Hülle.

In der Grundmasse findet man reichlich feine, dünne, lange

gelbliche Nadeln mit schiefer Auslöschung, ziemlich starker Licht- und Doppelbrechung und mit optisch positiver Hauptzone. Diese Nadeln sind höchstwahrscheinlich als *Diopsid* anzusprechen.

Die Struktur des Gesteins ist *panalotriomorph*. Die Unvollkommenheit in der Ausbildung der Gemengteile macht den Eindruck, daß die Erstarrung sich unter ähnlichen Verhältnissen vollgezogen hat, wie bei den Phonoliten. Auf Grund der mineralogischen Zusammensetzung müsse man das Gestein als *Ägirin (Ägirinaugit)-Glimmer-Tinguait* bezeichnen.

Die Analyse und die OSANNSchen Faktoren sind:

SiO_2	53·90 %	$s = 62·23$
Al_2O_3	20·13 "	$A = 13·38$
Fe_2O_3	2·46 "	$C = 0·26$
FeO	2·40 "	$F = 10·09$
MgO	0·98 "	$n = 7·3\beta$
CaO	3·24 "	$k = 0·69$
Na_2O	8·79 "	$a = 16·9$
K_2O	4·87 "	$c = 0·3$
$H_2O^{-110^\circ}$	0·18 "	$f = 12·8$
$H_2O^{+110^\circ}$	1·08 "	
TiO_2	0·56 "	
ZrO_2	nicht vorh.	
CO_2	0·47 %	
P_2O_5	0·28 "	
Cl	0·11 "	
MnO	0·16 "	
BaO	0·03 "	
SrO	0·08 "	
S	0·04 "	
Li_2O	nicht vorh.	
	<hr/>	
	99·85 %	
O für S	0·03 "	
	<hr/>	
	99·82 %	

Der Tinguait von der Höhe «Cseke teteje» zeigt in dem OSANNSchen System¹ die allernächste Verwandtschaft mit dem

¹ OSANN: I. c. I. 93 und II. 34.



Typus *Pilandsberg* der Intrusivgesteine und mit dem Typus *Kibo* der effusiven (Phonoliten).

Tinguait von «Cseke teteje»	— — —	$s_{62.6}$	$a_{16.9}$	$c_{0.3}$	$f_{12.3}$
Typus <i>Pilandsberg</i>	— — — — —	$s_{63.5}$	$a_{17.5}$	$c_{0.5}$	f_{12}
« <i>Kibo</i>	— — — — —	s_{63}	$a_{17.5}$	c_0	$f_{12.5}$

Somit wurden die Gesteinstypen des Syenitmassivs von Ditró mit der Beschreibung neuer Typen vervollständigt (Natronalaskit, Umptekit, Glimmtinguait) und voraussichtlich werden wir auch noch im Laufe weiterer Veröffentlichungen Gelegenheit haben von bisher noch unbekanntem neuen Typen Nachricht zu geben.

WEITERE PETROCHEMISCHE UNTERSUCHUNG DES SYENITES VON DITRÓ.

Von BÉLA MAURITZ,

O. M. DER AKADEMIE,

NIKOLAUS VENDL und H. F. HARWOOD.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wiss. vom 22. Okt. 1923.*

Mit der chemischen Zusammensetzung des Syenites von Ditró haben sich die Verfasser schon in einer vorherigen Abhandlung befaßt; außerdem veröffentlichte B. MAURITZ¹ noch im Jahre 1912 mehrere Daten, die sich auf die petrochemischen Verhältnisse des Massivs beziehen. In der vorliegenden Abhandlung werden fünf neue Analysen mitgeteilt, mit welchen die Zahl der verlässlichen modernen Analysen sich auf 17 erhöht; im ganzen stammen 7 Analysen von B. MAURITZ und 10 Analysen von H. F. HARWOOD. Somit wurde das Syenitmassiv von Ditró in petrochemischer Beziehung eines der am ausführlichsten untersuchten Gebiete von Europa.

In der vorliegenden Abhandlung wurden die petrographischen und systematischen Untersuchungen von den beiden ungarischen Forschern, die Analysen von H. F. HARWOOD ausgeführt.

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *A ditrói szienit további petrokémiai vizsgálata*. Matematikai és Természettudományi Értesítő, Bd. XLI, (1925), p. 61—73.

¹ B. MAURITZ: Math. Naturwiss. Berichte aus Ungarn. Bd. XXX Seite 178—213.

Eines der untersuchten Gesteine ist in Ditró ein sehr verbreiteter Typus, nämlich ein *Ägirinführender-Eläolit-Kankrinit-syenit*. Das analysierte Gestein durchquert in Form zahlreicher Gänge den grobkörnigen hellfarbenen Syenit, welcher südlich von der Spitze des Piricske-Berges (Nr. 143)¹ in der Umgebung der Quelle bei der Kote 1436 m ansteht.

Makroskopisch betrachtet, treten aus der feinkörnigen grauen homogen erscheinenden Gesteinmasse einzelne größere Feldspatfeln und Biotithaufen hervor. Unter dem Mikroskop sieht man reichlich kleinere-größere *Mikroclin*-Kristalle, die teilweise leistenförmig ausgebildet sind und Gitterstruktur besitzen; vereinzelt findet man Bavenoer-Zwillinge. Diese Mikroclinleisten häufen sich oft zu rosettenartigen Gruppen an. Sie werden von reichlichen *Plagioklas* begleitet, dessen kleine xenomorph ausgebildete Körner dicht und fein zwillingslamelliert sind; eine Tendenz zur Leistenform kann man auch an ihnen beobachten. Die Auslöschung wird stellenweise undulös, die Zwillingslamellierung erreicht oft eine unauflösbare Feinheit; Spuren einer Katalase sind erkennbar; unvollkommen sphärolitartige Bildungen mit undulöser Auslöschung kann man ebenfalls beobachten. Perthitische Verwachsungen sind selten; eher könnte man dieselben als antiperthitisch bezeichnen. Lichtbrechung des Plagioklas; $\alpha' < \text{Balsam} < \gamma'$; Auslöschungswinkel:

$$\begin{aligned} \perp \gamma & \quad \alpha' P = 20^\circ \text{ und } 19^\circ, \\ \perp a & \quad \alpha' M = 12^\circ, 13^\circ, 15^\circ. \end{aligned}$$

In einzelnen Partien der größeren Plagioklase sinkt die Auslöschung in Schnitten $\perp a$ mitunter auf 7° herab. Somit gehört die Mehrzahl der Plagioklase zum *Albit*, aber unter den größeren Individuen findet man auch *Albitoligoklase*.

Eläolit ist ziemlich reichlich vorhanden; die Körner erreichen eine bedeutende Größe; im Schliff erkennt man immer eine Tendenz zur prismatischen Form. Fast sämtliche Eläolitkörner

¹ Die Zahl neben den Fundort bezeichnet die Nummer des Handstückes und des Dünnschliffes in der Sammlung des Min.-petr. Universitätsinstitutes.

werden von einer sehr dünnen *Sodalith*-hülle umgeben, so daß das Gestein von *Sodalith* netzförmig durchtrümmert wird. Bei starker Vergrößerung erkennt man, daß die *Eläolith*-Körner infolge heller Interpositionen trübe sind, die aber wegen ihrer Kleinheit nicht bestimmt werden können. Übrigens ist der *Sodalith* kein seltener Gemengteil; stellenweise bildet derselbe größere, aderförmige xenomorphe Haufen.

An den *Ägirin*-Kristallen kann man selten und schwer die achteckigen Durchschnitte erkennen; die Körner sind meist klein, xenomorph oder sogar fragmentarisch ausgebildet. Bald sind sie einzeln verstreut, bald bilden sie kleine Häufchen. Ihr Pleochroismus ist stark: $a > b > c$ und $a:c = ca 11-15^\circ$;

a = dunkel grasgrün;

b = etwas heller grasgrün;

c = mehr bräunlichgelb.

Stellenweise umgibt der *Ägirin* die sonst seltenen *Hornblende*-Kristalle, deren Körner aber viel zu klein sind, um ihre optischen Konstanten bestimmen zu können. Im horizontalen Querschnitt zeigt die *Hornblende* folgenden Pleochroismus: $a' =$ mehr bräunlichgelb, $\gamma' =$ schmutzig, dunkelgrünlichbraun. Die Absorption ist am stärksten parallel der Orthodiagonale; die der vertikalen Axe nahe liegende Elastizitätsaxe zeigt eine dunkelgrünlichblaue Absorptionsfarbe.

Spärlich verstreut findet man im Gestein auch noch den *Biotit*; optisch negativ, scheinbar einaxig; $a:c = ca 0^\circ$; der Pleochroismus:

a = hellgelb;

$b = c =$ sehr dunkelgraulichbraun.

Die *Erze* werden durch spärliches *Magneteisen* vertreten, das teilweise zu *Leukoxen* umgewandelt ist; die Körner sind einerseits größer, aber xenomorph; andererseits findet man kleinere Kristalle mit quadratförmigen Durchschnitten.

Kankrinit findet sich in großer Menge vor; die Lücken zwischen den übrigen Gemengteilen werden durch dieses Mineral ausgefüllt.

Vereinzelt findet man kleine *Titanitkristalle* mit rhombischem Durchschnitten; dieselben erscheinen auch in den Aggregaten, die von farbigen Gemengteilen gebildet werden.

Nur ein Korn eines Minerals fanden wir, welches wahrscheinlich mit *Granat* indentifiziert werden kann; seine Eigenschaften sind: gelbliche Farbe, isotrop oder schwach doppelbrechend und stark lichtbrechend.

Die chemische Analyse und die OSANN'schen Faktoren des Gesteines lauten:

SiO_2	56.61 %	$s = 65.39$
TiO_2	0.21 "	$A = 14.89$
ZrO_2	0.01 "	$C = 0.15$
Al_2O_3	22.20 "	$F = 4.53$
Fe_2O_3	1.62 "	$n = 7.0\beta$
FeO	1.23 "	$k = 0.69$
MnO	0.11 "	$a = 22.8$
MgO	0.03 "	$c = 0.2$
CaO	1.58 "	$f = 7.0$
SrO	nicht vorh.	
BaO	Spur.	
Na_2O	9.40 %	
K_2O	6.01 "	
Li_2O	Spur.	
CO_2	0.30 %	
Cl	0.18 "	
S	0.07 "	
H_2O^{+110}	0.69 "	
H_2O^{-110}	0.18 "	
P_2O_5	Spur.	
	100.43 %	
O für S	0.06 "	
	100.37 %	

s	a	c	f	n	k	
65.39	22.8	0.2	7.0	7.0β	0.69	Ditró (Nr. 143)
66.0	23.5	0.0	6.5	$7.8a$	0.71	Grönland
67.93	23.0	0.0	7.0	$7.8a$	—	Mecsek.

Im OSANN'schen System¹ zeigt der ägirinführende Eläolit-Kankrinityenit die größte Verwandtschaft mit dem Typus von *Kangerdluarsuk* (Grönland); beide sind fast identisch. Zur selber Gruppe gehören die foyaitischen, bzw. fonolithischen Gesteine des *Mecsekgebirges* in Ungarn; aus dieser Verwandtschaft wollen manche Forscher bezüglich der Eruptionszeit der Eruptivgesteine der Ditró- und Mecsekgebirge zu weitgehende Schlüsse ziehen.

Das folgende Gestein repräsentiert nicht nur im Massiv von Ditró, sondern in ganz Ungarn einen neuen Typus. An der Landstraße, welche von Ditró nach Tölgyes führt, wurde zwischen den Kilometersteinen 7·2—7·3 km ein Steinbruch eröffnet (Nr. 156), woselbst dieses Gestein als Randfazies des Eläolitsyenites aufgeschlossen wurde. Das äußerst frische mittelkörnige Gestein besitzt eine schwach schiefrige Struktur und gehört in die *Essexit-Theralit*-Reihe. Makroskopisch kann man darin folgende Gemengteile erkennen: glasglänzende, hellfarbige Feldspäte, grau fettglänzende Eläolitkristalle, dunkle Biotitblätter, herrliche dunkelhoniggelbe Titanitkristalle von der bekannten Briefkouvertform. Im Dünnschliff lassen sich folgende Eigenschaften feststellen:

Der *Eläolit* erscheint einerseits in gerundeten Säulen, andererseits füllt er die Lücken zwischen den Feldspäten aus; derselbe ist jünger, als der Feldspat, und umschließt die letzteren; streifige Auslöschung kann man häufig beobachten. Meist ist die Umwandlung in Muskovit und Kankrinit bereits stark fortgeschritten. Der *Mikroclin* besitzt Gitterstruktur; einerseits erscheint er in Form größerer Tafeln, andererseits bilden die kleineren Körner und Täfelchen mosaikartige Aggregate; im allgemeinen ist er frisch erhalten.

Der *Plagioklas* kristallisierte teilweise gleichfalls in größeren Tafeln, meist aber nur in kleinen Körner aus; die Zwillinglamellierung ist immer sehr dicht; die Zwillinglamellen greifen keilförmig in einander. Der Erhaltungszustand ist vollkommen

¹ A: OSANN: Der chemische Faktor in einer natürlichen Klassifikation der Eruptivgesteine. Abhandl. der Heidelberger Akademie der Wiss. 1919—1920. Seite 92.

frisch; die kleineren Täfelchen und Körner gehören zum *Albit*, da die Lichtbrechung: α und $\beta < \text{Balsam} < \gamma$, die symmetrische Auslöschung = 14° und die Auslöschung

$$\perp \gamma \dots a'P = 17^\circ \text{ und } 20^\circ.$$

Die größeren Täfelchen bilden bereits Übergänge zur *Oligoklas*-Reihe, da die Lichtbrechung:

$$\alpha \text{ und } \gamma > \text{Balsam} \text{ und die Auslöschung} \\ \perp \gamma \dots a'P = 8^\circ \text{ und } 0^\circ \text{ ist.}$$

Der sehr spärliche *Sodalith* spielt nur die Rolle eines lückenausfüllenden Gemengteiles. In großer Menge ist der *Kankrinit* vorhanden; bald sieht man nur kleine Körner, bald erscheinen radialstruierte Haufen, die gleichfalls die Lücken erfüllen; das Mineral entstand aus dem Eläolit. In sehr spärlicher Menge erkennt man schließlich noch den *Kalkspat*.

Unter den farbigen Gemengteilen herrscht die *Hornblende*, meistens mit säuligem Habitus vor; die größeren Kristalle sind an den Enden zerfasert. Optische Orientierung: optische Axenebene parallel $\{010\}$, $b = b$; optisch negativ: mit sehr kleinem optischen Axenwinkel, manchmal sogar einaxig; die Auslöschung $c : c = 24^\circ$; sehr schwache Doppelbrechung; Axendispersion und Bisektrixdispersion sehr stark; gleichfalls starke Absorption: $b > c > a$, der Pleochroismus:

$$\begin{aligned} a &= \text{gelblichgrün;} \\ b &= \text{bräunlichgrün;} \\ c &= \text{bläulichgrün.} \end{aligned}$$

Alle diese optischen Eigenschaften sind für *Na*- und *Fe*-reiche Hornblenden charakteristisch.

Der *Titanit* zeigt verschiedene Ausbildungsformen; neben scharf automorphen Kristallen gibt es siebartig durchlöchertere größere xenomorphe Individuen und außerdem noch sehr kleine Kriställchen und Körner. Im frischen Zustande erscheint der *Biotit* in gründurchsichtigen kleinen fetzenartigen Schuppen; optisch sind sie fast einaxig. Der Pleochroismus des Biotites zeigt hellgelblichgrüne und dunkelgrüne Farben; bei seiner «Ver-

rostung» übergeht die grüne Farbe ins Braune. Die spärlichen und zerhackten *Epidot*körner sind sicher primäre Bildungen. Die siebartig gegitterten und zerschlitzten *Granat*individuen enthalten einerseits Feldspateinschlüsse, andererseits sind sie mit Biotit, Hornblende und Apatit verwoben. *Apatit* erscheint in reichlicher Menge in Form gerundeter und gedrungener Säulchen; *Erze*, *Pyrit* und *Magneteisen*, bilden nur spärliche gelbe und schwarze Partien. Hornblende, Biotit, Titanit und Apatit drängen sich oft zu dunklen Häufchen zusammen. Das Gestein besitzt eine typische hypidiomorphkörnige Struktur. Die chemische Analyse und die OSANN'schen Faktoren sind folgende:

SiO_2	45.73 %	$s = 53.35$
TiO_2	2.02 "	$A = 6.90$
ZrO_2	Spur.	$C = 5.23$
Al_2O_3	18.26 %	$F = 22.39$
Fe_2O_3	3.53 "	$n = 7.8a$
FeO	6.40 "	$k = 0.72$
MnO	0.17 "	$a = 6.0$
MgO	3.70 "	$c = 4.5$
CaO	9.94 "	$f = 19.5$
SrO	0.12 "	
BaO	0.14 "	
Na_2O	4.90 "	
K_2O	2.14 "	
Li_2O	Spur.	
CO_2	0.47 %	
Cl	Spur.	
S	0.28 %	
$\text{H}_2\text{O}^{+110}$	1.80 "	
$\text{H}_2\text{O}^{-110}$	0.14 "	
P_2O_5	0.95 "	
	<hr/>	
	100.69 %	
O für S	0.10 "	
	<hr/>	
	100.59 %	

Im OSANN'schen System tritt dieses Gestein in der Gruppe der *Essexite* zwischen die Typen *Dignaes* (Christiania) und

Alemania (Argentinien) ein; die *Theralite* (Gordons Butte, Montana) repräsentieren bereits basischere Typen:

s	a	c	f	n	k	
53.35	6.0	4.5	19.5	7.8 α	0.72	Ditró (Nr. 156.)
55.0	6.0	4.0	20.5	7.8 α	0.78	Dignaes
54.0	5.5	5.5	19.0	6.6 β	0.78	Alemania
50.0	5.5	3.5	21.0	7.3 β	0.64	Gordons Butte.

Das folgende Gestein gehört schon in die Gruppe der *Camptonite*. Auf der rechten Seite des Orotva-Baches, dicht unter der Mündung des Tászok-Baches, durchquert dieses Gestein den Hornblendit in Form eines dünnen Ganges (Nr. 273); es ist nicht unmöglich, daß dieser Camptonit nur einen Zweig jenes Ganges bildet, welchen MAURITZ¹ schon früher beschrieben hat. In dem dunklen dichten Gestein kann man makroskopisch nur die Hornblendenädelchen erkennen. Stellenweise ziehen dünne epidotische Adern durch. Im Dünnschliff lassen sich folgende Gemengteile bestimmen. Der schon spärlicher erscheinende *Feldspat* bildet kleine, vollkommen xenomorphe Körner, deren Auslöschung nicht homogen ist. Die Albitzwillingslamellierung kann man selten erkennen; die Lamellen sind bald spärlich und breit, bald wieder sehr dünn und dicht. Beginnende Serizitbildung ist wahrnehmbar; der *Serizit* scheidet sich in fächerförmigen schuppigen Aggregate aus. Die Lichtbrechung des Feldspates: a' und $\gamma' >$ Balsam, aber a' fast gleich mit der Brechung des Balsams. Die Auslöschungen sind:

$$\perp \gamma \quad a'P = 2^\circ, 3^\circ, 5^\circ$$

$$\perp a \quad a'M = 2^\circ$$

$$\perp a \quad a'M = 2^\circ.$$

Auf Grund dieser Konstanten gehört der Feldspat in die *Oligoklas*-Reihe; an Einschlüssen sind vorhanden: Epidot, Titanit, wenig Kalkspat als Verwitterungsprodukt und Biotit.

Die Hauptmasse des Gesteins besteht aus *Hornblende*; die-

¹ MAURITZ: Über die chemischen Verhältnisse des Syenitmassivs von Ditró. Math. Naturwiss. Berichte aus Ungarn. XXX. 203.

selbe bildete sich in der Prismenzone ziemlich oft automorph aus. Eine Zerkleinerung der Hornblendeindividuen ist eine gewöhnliche Erscheinung. Optischer Charakter negativ; Axenwinkel sehr klein; Axenebene parallel mit $\{010\}$, $b = b$; starke Absorption: $b > c > a$, jedoch mit geringem Unterschied zwischen b und c ; Pleochroismus:

a = gelblichgrün;
 b = bräunlichgrün;
 c = dunkel bläulichgrün.

Die Auslöschung wurde an Zwillingen $c:c = 17^\circ - 17^\circ$ gemessen. Diese Hornblende enthält oft Biotiteinschlüsse.

Der *Biotit* erscheint in reichlichen kleinen lappenförmigen Schuppen, die einen starken Pleochroismus zeigen:

a = sehr blaß strohgelb;
 b und c = bräunlichgrün.

Die Auslöschung ist fast gerade, $a:c = ca 0^\circ$. Die Biotit-schuppen sind mit schwarzen opaken stäbchenförmigen Einschlüssen dicht erfüllt: letztere ordnen sich in 2-3 parallelen Richtungen aneinander.

In ziemlich reichlicher Menge erscheint der *Epidot*, und zwar einerseits in Form xenomorpher Körner, andererseits in Gestalt skelettförmiger Bildungen. Reichlich verstreut liegen im Gestein die kleinen automorph ausgebildeten stäbchenförmigen Kristalle und xenomorphen Körner des Minerals *Titanit*; die gerundeten Säulchen und Körner des *Apatit*-Gemengteiles sind gleichfalls verbreitet. Stark lichtbrechende, hellgefärbte mikrolitische Nadelchen durchschwärmen kreuz und quer das Gestein; infolge ihrer Ausbildung lassen sie sich aber nicht sicher bestimmen (Augit?). Die größeren und reichlicheren Erzpartikel gehören dem *Pyrit* zu, die kleineren und selteneren sind *Magnetite*; letztere werden im verrosteten Zustande braun durchsichtig. Die Struktur nähert sich der *panidiomorph-körnigen* Ausbildung. Die chemische Analyse und die OSANN'schen Faktoren des frisch erhaltenen Gesteins lauten:

SiO_2	45·13 %	$s = 51·35$
TiO_2	0·84 «	$A = 6·22$
ZrO_2	nicht vorh.	$C = 6·28$
Al_2O_3	18·94 %	$F = 23·65$
Fe_2O_3	4·44 «	$n = 6·8\beta$
FeO	6·80 «	$k = 0·70$
MnO	0·20 «	$a = 5·2$
MgO	5·05 «	$c = 5·2$
CaO	9·17 »	$f = 19·6$
SrO	0·09 «	
BaO	0·14 «	
Na_2O	3·90 «	
K_2O	2·77 «	
Li_2O	Spur	
CO_2	«	
Cl	«	
S	0·21 %	
H_2O^{+110}	1·57 «	
H_2O^{-110}	0·20 «	
P_2O_5	0·94 «	
	100·39 %	
O für S	0·08 %	
	100·31 %	

Dieser Camptonit zeigt die größte Verwandtschaft mit dem Typus *Alemania*¹ (Argentinien) der *Essexite*:

s	a	c	f	n	k	
51·35	5·2	5·2	19·6	6·8 β	0·70	Ditró (Nr. 273)
54	5·5	5·5	19·0	6·6 β	0·78	Alemania.

Das folgende Gestein gehört in die Gruppe der *Tinguait*, deren mehrere schon in unseren vorherigen Abhandlungen beschrieben wurden. Dieser Tinguait durchquert in Form eines 6—10 cm mächtigen grünlichgrauen Ganges den hellen Eläolitsyenit; der Fundort befindet sich im Oberlauf des Békény-Baches

¹ OSANN: L. c. pag. 76.

und zwar in dem mächtigen Wasseriß, welcher zwischen den Koten \diamond 1106 und \diamond 1143 m von der Höhe «Hajnal-patak-tető» von Norden aus in den Békény-Bach mündet (Nr. 146). Makroskopisch betrachtet besitzt das Gestein porphyrische Struktur: aus der vollkommen dicht erscheinenden grünlichgrauen Grundmasse heben sich einzelne makroskopische Feldspat-Einsprenglinge ab; somit ist das Gestein eigentlich als Tinguaitporphyr zu bezeichnen.

Im Dünnschliff erkennt man, daß die Feldspateinsprenglinge teilweise zweifellos zum *Mikroclin* gehören; letztere sind automorph und weisen einen dünnen täfligen Habitus auf; man kann sie nicht allzu reichlich finden; die Gitterstruktur ist nur undeutlich erkennbar; stellenweise beobachtet man auch perthitische Verwachsungen. Die übrigen Feldspateinsprenglinge sind gleichfalls automorph, nur haben sie den *Sanidin*-Habitus: die optische Axenebene liegt normalsymmetrisch, der Axenwinkel ist sehr klein, wie gewöhnlich beim Sanidin.

Der *Eläolit* wird durch spärliche automorph ausgebildete Einsprenglinge vertreten, die mit stäbchenförmigen Einschlüssen erfüllt sind.

Die Grundmasse des Gesteins ist so feinkörnig, bzw. dicht, daß die Gemengteile nur mit großer Schwierigkeit bestimmt werden können. Die *Feldspate* der Grundmasse sind oft dicht zwillingsgestreift; anderseits zeigen sie zonale Struktur und undulöse Auslöschung; eine nähere Bestimmung war unmöglich; wahrscheinlich ist, daß sie bloß reine Alkali-Feldspäte sind. Der *Kankrinit* erscheint nur in Form trüber Körner, bzw. mosaikartigen Aggregaten. Der *Biotit* bildet kleine Schuppen mit gekerbten Konturen und ist in gelben und grünlichbraunen Farben pleochroitisch. Die äußerst feinen *Hornblendestäbchen* zeigen sehr schwache Doppelbrechung; ihre Auslöschung ist bloß wenig schief; Längsrichtung der Stäbchen α ; der Pleochroismus: in der Längsrichtung dunkelbläulich, senkrecht darauf grünlich. Andere optische Eigenschaften konnten nicht festgestellt werden, trotzdem dass diese Hornblendestäbchen in sehr großer Menge vorhanden sind. Der reichliche *Granat* bildet sehr kleine Körner oder skelettartige Häufchen. Das Erz erscheint in Form gut ausgebil-

deter *Magnetit*oktaederchen. Die *Apatit*kristalle bilden stellenweise einzelne etwas größere Säulchen. Die Struktur ist *porphyrisch*: als makroskopische Einsprenglinge erscheinen die Feldspäte und Eläolite, die Grundmasse selbst ist äußerst feinkörnig. Stark lichtbrechende farblose mikrolithische Nadelchen sind vielleicht zum *Pyroxen* zu rechnen. Die chemische Analyse und die OSANN'schen Faktoren sind:

SiO_2	57.66 %	$s = 66.67$
TiO_2	0.18 "	$A = 14.22$
ZrO_2	0.09 "	$C = 0.90$
Al_2O_3	22.30 "	$F = 3.09$
Fe_2O_3	1.13 "	$n = 7.45\beta$
FeO	1.19 "	$k = 0.74$
MnO	0.20 "	$a = 23.4$
CaO	1.29 "	$c = 1.5$
MgO	0.05 "	$f = 5.1$
SrO	nicht vorh.	
BaO	" "	
Na_2O	9.49 %	
K_2O	4.94 "	
Li_2O	Spur.	
CO_2	0.19 %	
Cl	0.22 "	
S	0.03 "	
$\text{H}_2\text{O}^{+110}$	0.74 "	
$\text{H}_2\text{O}^{-110}$	0.17 "	
P_2O_5	0.10 "	
	99.97 %	
O für S	0.06 "	
	99.91 %	

In der Gruppe der Eläolitsyenite ist der Typus *Tamara*¹ (Los-Inseln), in der Gruppe der Phonolithe der Typus *Brown Island* (Südpolar-Gebiet) mit dem Tinguaitporphyr von Ditró fast identisch:

¹ OSANN: L. c. I. 94. und II. 35.

s	a	c	f	n	k	
66·67	23·4	1·5	5·1	7·4 β	0·74	Ditró (Nr. 146)
68·0	23·0	2·0	5·0	6·7 β	0·79	Tamara
67·0	23·0	1·0	6·0	6·8 β	0·75	Brown Island

Entgegen dem schon vorher beschriebenen biotitführenden Ägiritinguait ist dieser Biotithornblende-Tinguaitporphyr aus dem Békény-Tal bedeutend sauer und infolgedessen mehr leukokrat; fast identisch ist aber dieses Gestein mit den beiden Tinguaiten von Ditró, die B. MAURITZ¹ im Jahre 1912 analysierte.

Das letzte Gestein, das analysiert wurde, ist ein typischer *Hornblendit* (*Peridotit*). Die petrographische Beschreibung desselben findet sich in der Abhandlung von B. MAURITZ:² «Über die chemischen Verhältnisse des Syenitmassivs von Ditró»; der Fundort dieses Gesteins befindet sich im Orotva-Bach, und zwar westlich von der Mündung des Tászok-Baches; der Hornblendit bildet dortselbst ein basisches Differentiationsprodukt im Syenit (Nr. 157). Die chemische Analyse und die OSANN'schen Faktoren sind:

SiO ₂	40·87%	s = 45·96
TiO ₂	4·21 "	A = 2·25
ZrO ₂	nicht vorh.	C = 3·82
Al ₂ O ₃	9·88%	F = 41·90
Fe ₂ O ₃	5·36 "	n = 7·0 β
Cr ₂ O ₃	0·02 "	k = 0·73
FeO	8·80 "	a = 1·4
MnO	0·15 "	c = 2·4
NiO	Spur	f = 26·2
MgO	12·05%	
CaO	13·24 "	
SrO	0·05 "	
BaO	0·05 "	
Na ₂ O	1·56 "	
K ₂ O	1·01 "	

¹ MAURITZ: Math. Naturwiss. Berichte aus Ungarn. XXX. 195.

² L. c. XXX. 207.

Li_2O - - - - -	Spur
CO_2 - - - - -	0·59%
Cl - - - - -	Spur
S - - - - -	0·24%
H_2O^{+110} - - - - -	1·49 "
H_2O^{-110} - - - - -	0·23 "
P_2O_5 - - - - -	0·26 "
V_2O_3 - - - - -	0·05 "
	100·11%
O für S - - - - -	0·09 "
	100·02%

Im OSANN'schen System¹ ist der Typus *Yamaskit* (Yamaska Mt., Canada) mit diesem Hornblendit von Ditró fast identisch:

<i>s</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	
45·96	1·4	2·4	26·2	7·0 β	0·73	Ditró (Nr. 157).
45·0	1	2	27	7·6 α	0·73	Jamaskit.

Auf Grund der vorliegenden verlässlichen Analyse dürfte es in den folgenden Untersuchungen schon möglich sein in Verbindung mit den geologischen Lagerungsverhältnissen den Hergang der Differentiation im Syenitmassiv von Ditró genauer zu verfolgen.

¹ OSANN: L. c. I. 84. und 86.

MAGNETITGNEIS IM SEBESTAL.

Von ALADÁR VENDL.

MITGLIED DER AKADEMIE.

(Mit einer Figur im Text).

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie in der Sitzung vom 22. Januar 1923.*

Das Gebiet der obern und mittlern Strecke des Flusses Sebes (Komitat Hunyad und Szeben) wird von der *Glimmerschiefer-Gruppe* der kristallinen Schiefer bedeckt. Der überwiegende Teil dieses Gebietes besteht aus dem Glimmerschiefer selbst, der durch Vermittlung von verschiedenen gangartigen Injektionen mit Orthogneisen in Verbindung steht.¹

Im Tal des Sebes-Flusses zwischen Galcság und Mizslocea fand ich ein sehr interessantes Gestein, welches gangartig, zwischen den Schichten des Glimmerschiefers eingelagert vorkommt. Das Gestein war im Jahre 1913 etwa 50 Schritte nördlich von 48 km teilweise aufgeschlossen. Es ist wegen seines leukokraten Charakters sehr auffallend; nur sehr dünne schwarze Lagen von Magnetit unterbrechen seine einheitliche weiße Farbe. Diese schwarzen Streifchen verlaufen parallel zur Schichtung, welche

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *Magnetitgnájsz a Sebes völgyében*, Matematikai és Természettudományi Értesítő, Bd. XL. (1923), p. 57—66.

¹ LIFFA A.—VENDL A.: Beiträge zur Geologie der Gebirge von Kudzsir und Szeben. Jahresber. d. kgl. Ungar. Geol. Reichsanstalt für 1912, p. 74—86.

LIFFA A.—VENDL A.: Die geologischen Verhältnisse der Umgebung des Cindrel. Jahresber. d. kgl. ungar. Reichsanstalt für 1913, p. 182—194.

VENDL A.: A Surián környékének amfibolitjai. Math. és Természettudományi Értesítő XXXIII., 1915, p. 256—270. (ungarisch.)

VENDL A.—VENDL M.: Über Amphibolite aus den Südkarpaten. Centralblatt f. Min., 1922, p. 3—11.

VENDL A.: Adatok az amfibolitok osztályozásához. Math. és Természettudományi Értesítő XXXVIII., 1920, p. 199—206.

dem Salband ziemlich parallel verläuft und demzufolge auch ziemlich konkordant zu den Schichten des Glimmerschiefers. Das Gestein macht schon im Felde den Eindruck eines sehr sauren, leukokraten Gesteins, da die Menge von Magnetit nicht hoch zu sein scheint.

Da der Aufschluß ziemlich ungünstig war, konnte die Mächtigkeit des Gesteins nicht bestimmt werden. Es schien aber sehr wahrscheinlich, daß seine geringe Mächtigkeit höchstens ungefähr 1.0—1.5 m betragen könne.

Die Dichte des Gesteins wurde pyknometrisch bei Zimmertemperatur im Mittelwert zu 2.651 befunden.

Das Gestein ist gleichmäßig feinkörnig, es erinnert an einen Aplit, oder Granulit, jedoch mit ausgeprägt schiefriger Textur. Die Gemengteile lassen sich teilweise schon makroskopisch erkennen und zwar farblose, oder blaß rosa-farbene Feldspate, farblose Quarzkörner, schwarze Magnetitkörner, wenig Muskovitblättchen und einige sehr kleine Chloritschüppchen. Die Quarzkörner treten oft in dünnen Schichten auf, auch die Magnetitindividuen nehmen eine der Schieferung parallele Lage an.

U. d. M. erweist sich der im Gestein vorwiegende Feldspat als ein farbloser, sehr albitreicher *Plagioklas* von der Grenze des reinen Albitsubstanz, etwa $Ab_{94}An_6$. Die Auslöschungen: $\parallel (001) = 2.5^\circ - 3^\circ$, $\parallel (010) = 16^\circ$, $\perp \alpha = 14^\circ$, $\perp a = 15^\circ$; Maximum in der symmetrischen Zone $= 14^\circ - 15^\circ$; Lichtbrechung: $\alpha' < \omega$, $\gamma' < \epsilon$, $\alpha' < \epsilon$, $\gamma' < \omega$. Zwillinglamellen nach dem Albit-Gesetz sehr dünn; selten treten auch Periklinlamellen auf. Die Zwillinglamellen sind manchmal gebogen. Die Plagioklaskörner sind frisch, wasserklar. Als Einschlüsse wurden manchmal kleine, rundliche Quarzkörner, selten winzig kleine farblose Kriställchen von Zirkon und hie und da feine, staubartige Pigmentkörnchen — vielleicht Magnetit — beobachtet. Die Plagioklaskörner sind durchweg xenoblastisch, höchstens mit Spuren einer Tendenz zum Idiomorphismus, indem die Körner manchmal in der Richtung parallel den Albitlamellen etwas verlängert sind und die Konturen parallel dieser Richtung mehr oder weniger als gerade Linien erscheinen.

Der *Mikroclin* steht was seine Menge anbetrifft dem Plagio-

klas gegenüber etwas nach. Seine farblosen, — für das bloße Auge etwas rötlichen, — wasserhellen Xenoblasten zeigen die typische Gitterstruktur; Auslöschung auf der Fläche (001) = 16° . Als Einschlüsse wurden Quarz, Plagioklas und Magnetit beobachtet.

Quarz kommt reichlich in farblosen Xenoblasten vor, er wird oft in langen, ganz unregelmäßig begrenzten Körnchen beobachtet, welche in den Dünnschliffen in perlschnurartigen, zur Schichtung parallelen Reihen erscheinen. Die dünnen, oft in ihrer ganzen Ausdehnung zusammenhängenden Schichten von Quarz lassen sich schon makroskopisch beobachten. Als Einschlüsse findet man winzige Zirkone, hauptsächlich in der Nähe der Magnetitkörner. In einem Schliff wurde auch ein braunes, stäbchenförmiges Kriställchen von starker Lichtbrechung beobachtet.

Der *Magnetit* erscheint in den Schliffen im allgemeinen in der Richtung der Schieferung langgestreckt, abgeplattet. Seine Körner sind von unregelmäßiger Gestalt mit eckig-buchtigen, manchmal sogar mit bogenförmigen Konturen. Selten sind auch ziemlich isometrische Körner vorhanden und ausnahmsweise kann auf einigen von den kleinsten Körnern ein hochgradiger Idiomorphismus festgestellt werden: in einem einzigen Fall konnte ich an einem Korn von circa 0.33 mm Durchmesser die Form $\{111\}$ feststellen. Die Körner sind im Allgemeinen nicht verzwillingt und nur selten trifft man Zwillinge nach dem Spinell-Gesetz auf. Der Magnetit, auf den Bruchflächen oft mit stahlblauen Farben angelaufen ist stark magnetisch. Die Ränder sind stellenweise limonitisiert. Die Magnetite sind selten mit einem farblos-gelblichen, stark doppelbrechendem Saum umgeben, in dem man Titanit vermuten kann. Als Einschlüsse im Magnetit kommen sehr selten kleine Körnchen von Quarz und Plagioklas vor. Die Magnetitkörner treten in dünnen, zur Schichtung des Gesteins parallelen Lagen auf. Die schiefrige Textur des Gesteins wird neben den Quarzkörnchen besonders durch die Anordnung der Magnetitkörner angedeutet.

Etwas spärlicher tritt hierauf der *Muskovit* auf. Er ist farblos, oder in den dickeren Schnitten etwas gelblich-grün gefärbt und in diesem Fall ist sehr schwacher Pleochroismus bemerkbar: γ = sehr blaßgelblich-grün, $\beta = \alpha$ = farblos. $2E = 66^\circ$, mit

Schraubenmikrometerocular gemessen. Selten ist er mit Chlorit verwachsen. Die Muskovitlamellen treten oft in der Nähe der Magnetitkörner auf; sie sind immer primär.

Sehr selten bemerkt man auch einige *Chloritblättchen*, γ = grasgrün, β = grünlichgelb, α = (lichtgrünlich)gelb. Äußerst selten sieht man den *Biotit* mit dem ursprünglichem Pleochroismus und starker Doppelbrechung, γ = braun, β = gelb, α = etwas heller gelb.



Fig. 1.

Zirkon ist nicht allzu selten in sehr dünnen, nadelförmigen winzig kleinen Prismen, oder in abgerundeten Körnchen besonders in der Nähe der Magnetitkörner. Sehr selten beobachtet man kleine farblose, oder etwas graulich-gelbe Körnchen von hoher Licht- und Doppelbrechung, wahrscheinlich Titanit, ferner gelbliche winzig kleine unregelmäßig oder elliptisch begrenzte Körnchen von Epidot, manchmal mit fleckigen Interferenzfarben. Auch der farblose Apatit scheint sehr spärlich vorhanden zu sein.

Die wesentlichen Gemengteile des Gesteins sind also: Plagioklas cca $Ab_{94}An_6$, Mikroklin, Magnetit und etwas Muskovit. Die Struktur des Gesteins ist granoblastisch (Figur 1), sie erinnert an die Struktur mancher glimmerarmen Gneise (GRUBENMANN).

Die Gemengteile treten in Xenoblasten auf, nur an einzelnen Magnetitkörnern tritt ein gewisser Idiomorphismus auf. Die Textur ist schiefrig, verursacht hauptsächlich durch die erwähnten dünnen Quarzschichten und durch die Anordnung der Magnetitkörner.

Im allgemeinen gewinnt man den Eindruck, wie wenn der Magnetit hier die Rolle eines Glimmers der normalen Gneise übernehmen würde. In den letzteren ist die schiefrige Textur in erster Linie durch die Anordnung der Glimmerblättchen bedingt, hier dagegen durch die Magnetitkörner.

Das Auftreten von Magnetit in größerer Menge in gewissen Graniten und Gneisen ist wohl bekannt, so z. B. im Granit von Wiesenberg, in gewissen Gneisen von Wermland. Auch im Sebestal tritt ein Orthogneis auf, der stellenweise viel Magnetit enthält, aber nur lokal an einzelnen Stellen angereichert. Das beschriebene Gestein ist aber eine leukokrate Bildung von aplitischem Charakter. In ähnlichen Gesteinen kommt Magnetit entweder überhaupt nicht vor, oder aber nur in minimalen Mengen. Der Magnetit verleiht diesem leukokraten Gestein einen eigentümlichen Charakter, um so mehr, als seine Körnchen mit ziemlich deutlicher Regelmäßigkeit so zu sagen schichtenweise erscheinen fast genau so, wie die Glimmerblättchen in den Glimmergneisen.

Die chemische Analyse des Gesteins nach den Methoden von DITTRICH ergab folgendes Resultat:

	%	Mol %
SiO_2	77.80	83.88
TiO_2	Sp.	
Al_2O_3	10.99	6.97
Fe_2O_3	1.53	} 1.90
FeO	0.73	
MnO	0.02	0.02
CaO	0.39	0.45
MgO	0.17	0.27
Na_2O	4.39	4.58
K_2O	2.80	1.93
P_2O_5	Sp.	100.00
H_2O	0.94	

Summe: 99.76

Die entsprechenden Parameterzahlen:

$s = 83.88$	$SAIF = 27, 2, 1$
$A = 6.51$	$AlCalk = 15, 1, 14$
$C = 0.45$	$Nk = 7$
$F = 2.19$	$MC = 3.7$
$M = 0.00$	
$T = 0.01$	
$K = 1.99$	
$n = 7.03$	

$$s_{83} a_{14.2} c_{1.0} f_{4.8}$$

Zum Vergleich sind in den folgenden Angaben die Parameterzahlen einiger Granit- und Aplittypen mitangeführt.

Rapakiwi von Pieterlax, bei Wyborg im Typus Hauzenberg von OSANN:¹

$$s=82.84, A=6.01, C=0.92, F=3.30, n=3.8$$

Granitit Lier, Kristiania (Normal-Granit nach BRÖGGER):

$$s=82.32, A=7.02, C=1.46, F=0.45, n=5.6.$$

Aplit Székesfehérvár, WEINBERG²

$$s=84.63, A=6.45, C=0.28, F=0.24, n=3.7.$$

Aplit Sukoró, Ördöghegy:³

$$s=84.91, A=5.80, C=0.14, F=0.99, n=4.1.$$

Aplit Kirnecktal bei Barr, Unter-Elsaß:⁴

$$s=83.26, A=5.86, C=0.96, F=0.89, n=4.4.$$

Die entsprechenden Zahlen unseres Gesteins zeigen die Zugehörigkeit zu den granitisch-aplitischen Typen. Nur die Werte

¹ OSANN A.: Versuch einer chem. Klassifikation der Eruptivgesteine TSCHERMAK's Min. petr. Mitteil. 19, 1900, p. 453.

² VENDL A.: Die geologischen und petrographischen Verhältnisse des Gebirges von Velence. Mitteilungen aus dem Jahrb. d. kgl. Ungarischen Geol. Reichsanstalt XXII, 1944 p. 133.

³ VENDL A.: l. c. p. 136.

⁴ ROSENBUSCH H.: Elemente der Gesteinslehre 1910, p. 263.

F und n weichen etwas ab. Und zwar stellt dieses Gestein ein Übergangsglied zwischen den erwähnten Graniten und Apliten dar: der Wert von F ist etwas größer, als in den Apliten und kleiner als im Rapakiwi; C steht zu den Apliten näher. Der größte Unterschied zeigt sich aber im Wert von n , indem in diesem Gestein ein sehr natronreicher Plagioklas überwiegt, der Kalifeldspat aber etwas zurücktritt.

In der Gruppe der kristallinen Schiefer zeigt das Gestein mit der chemischen Zusammensetzung der glimmerarmen Gneise die größte Übereinstimmung:

Granitgneis¹ mit einzelnen Glimmerfasern (Forellengneis) Hochalmkern, Tauerntunnel:

$$s=82.3, A=7.1, C=0.8, F=1.5, n=5.6$$

Aplitgneis, Gastein, Hochalmkern:

$$s=81.9, A=6.8, C=1.5, F=0.8, n=6.9$$

Muskovitgranitgneis, Maurach-Schlucht, Öztal:

$$s=83.4, A=5.4, C=0.8, F=1.9, n=5$$

Aplitischer Granitgneis, St Leonhard im Paßeirer, Hofer-schlucht:

$$s=82.9, A=6.3, C=0.5, F=1.4, n=5.7$$

Ein Unterschied besteht darin, daß im Magnetitgneis der Wert von F etwas höher liegt und ferner, daß dieser Wert vorwiegend aus FeO hervorgeht; die Menge von MgO ist weniger bedeutend. Charakteristisch ist ferner der hohe Gehalt an Na_2O . Ich bemerke hier, daß die bis jetzt untersuchten Orthogneise dieser Gegend ziemlich reich an Natronfeldspat sind.

Auch die Werte $Si UL$ nach BECKE: $Si=73.92$, $U=14.2$, $L=11.9$ deuten auf aplitische Zusammensetzung. Das Mittel der

¹ BECKE F. Chemische Analysen von kristallinen Gesteinen aus der Zentralkette der Ostalpen. Denkschriften d. kaiserl. Akad. d. Wissenschaften. Math. naturw. Cl., 57, 1913, p. 170—180. Die folgenden Typen sind auch an dieser Stelle angegeben.

Aplite nach BECKE: $Si=70.8$, $U=15.8$, $L=13.4$; der eutektische Punkt von Quarz und Feldspat: $Si=70.2$, $U=14.9$, $L=14.9$.¹

Wie man aus diesen Angaben erkennen kann, weisen sowohl die mineralogische und chemische Zusammensetzung, als auch die geologische Erscheinungsform des Gesteins darauf hin, daß es sich hier um ein aplitisches, zwischen die Schichten des Glimmerschiefers eingedrungenen Magma handelt, welches aber zugleich ziemlich viel Eisen enthielt. Die Textur des Gesteins ist schiefbrig; die Mikrostruktur ist keine richtige Erstarrungsstruktur, da eine deutlich entwickelte Erstarrungsfolge vollständig fehlt, wie es einerseits aus der Beschreibung der Form der einzelnen Gemengteile, andererseits aber aus dem Umstand, daß manche Gemengteile sich gegenseitig einschließen, ersichtlich ist. Es ist dies also eine Struktur, in welcher die Merkmale der kristalloblastischen Mikrostruktur zum Ausdruck kommen. Diese Struktur scheint aller Wahrscheinlichkeit nach teilweise protoblastisch zu sein (BECKE, WEBER) in dem Sinne, daß dieselbe als das Ergebnis der Differentialbewegungen während der Erstarrung des Gesteins zustande gekommen ist. Das heißt: der Vorgang der Kristallisation verlief zu jener Zeit, als das Magma sich noch in Bewegung befand. Im Laufe einer solchen Kristallisation mußten die ausgeschiedenen Gemengteile sich an die Bewegung des Magmas anpassen. Während der Bildung dieses Gesteins hat außerdem vielleicht auch noch die allgemeine Metamorphose mitgewirkt und eventuell auch der Druck eine gewisse Rolle gespielt.

Infolge seines gegenwärtigen Zustandes ist dieses Gestein einem glimmerarmen Gneis, oder einem Aplitgneis ähnlich und infolgedessen erscheint der Name glimmerarmer «Magnetitgneis» berechtigt. Man könnte es auch «Magnetit-Aplitgneis» nennen und dadurch wäre in gewisser Annäherung auch die Genese angedeutet.

Das ziemlich sonderbare Auftreten von Magnetit in einem derart extrem sauren Gestein kann mit großer Wahrscheinlichkeit eventuell auf die Weise erklärt werden, daß in das schon

¹ BECKE F.: l. c. p. 200.

differenzierte, leukokrate Magma ein halbpneumatolytisches, gasreiches und magnetitreiches Restmagma hineingepreßt worden ist. Auch der Muskovit wäre als Produkt der pneumatolytischen Prozesse aufzufassen, da die Orthogneise dieser Gegend überhaupt keinen Muskovit führen. Derselbe tritt nämlich in diesem Gebiet, — unter den Gesteinen eruptiven Ursprungs, — nur in den unzweifelhaft pneumatolytisch entstandenen Pegmatiten auf.

DIE VERBREITUNG DER CHARA CRINITA WALLR. BEIDERLEI GESCHLECHTS IN UNGARN.

Von FERDINAND FILARSZKY,
MITGLIED DER AKADEMIE.

Mit zwei Tafeln.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung vom 20. Nov. 1922
und 18. Febr. 1924.*

Bekanntlich ist *Chara crinita* WALLR. jene merkwürdige Wasserpflanze, die durch ihre parthenogenetische Fortpflanzung schon lange her in der bot. Literatur zu einer grossen Berühmtheit geworden. Bis in die neueste Zeit waren von dieser allgemein und weitverbreiteten Pflanze an fast allen inländischen und fremdländischen Ständorten nur ♀ Pflänzchen beobachtet worden, die ohne vorhergehende Befruchtung überall regelrecht und in reichlichem Maße ihre Oosporen reiften, also auf rein parthenogenetischem Wege sich fortpflanzten. In den meisten Sammlungen sind auch heute noch fast ausschließlich nur ♀ -Exemplare zu finden. Die einschlägige bot. Literatur verzeichnete bis in die neueste Zeit im Ganzen nur vier fremdländische Fundorte: Courteison in Frankreich, Gurjew am Kaspischen Meere, Pyraeus in Griechenland, Lago di Pergusa auf Sizilien

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: A ♂-*Chara crinita* WALLR. egy új termőhelye hazánkban és a Solt-Vadkerti szikes tavak néhány más moszatja. Matematikai és Természettudományi Értesítő, Bd. LX. (1923), p. 1—15. und Újabb adatok a *Chara crinita* WALLR. mindkét nemének magyarországi elterjedéséhez. Ebendasselbst. Bd. LXI. (1925), p. 132—137. auch unter dem Titel: Újabb adatok a *Chara crinita* Wallr. mindkét ivarának magyarországi elterjedéséhez. Annales Musei Nationalis Hungarici XXI. (1924), p. 1—31.

und zwei inländische Fundorte: Nagyszeben in Siebenbürgen und Gubacsi puszta bei Erzsébetfalva, in der Nähe von Budapest, an welch' letzterem Orte und noch einem, ganz in der Nähe desselben liegendem anderem Orte ich ♀- und ♂-Pflanzen noch im Jahre 1891 ebenfalls vorfand, damals und auch in späteren Jahren wiederholt reichlich einsammelte und auch veröffentlichte.¹ Von den fremdländischen Fundorten ist Sicilien der einzige Ort, wo sie ebenfalls auch in neuerer Zeit aufgefunden und eingesammelt wurde.²

Im Winter des Jahres 1921 fand ich gelegentlich der Revision des im Generalherbarium der bot. Abt. d. Ung. National-Museums befindlichen *Chara crinita*-Materials auf einem Spannbogen mehrere undeterminierte kleine Büschel der *Ch. cr.* mit der mangelhaften Bezeichnung «Vadkertü Búdöstó 1887 június 27». Die Pflänzchen stammten aus dem berühmten großen Haynald'schen Herbarium. Einige dieser Büschel erwiesen sich bei näherer mikrosk. Untersuchung zu meiner nicht geringen Überraschung als ♂-Pflänzchen. Also ein neuer bisher unbekannter, nicht veröffentlichter Standort ♂ *Ch. cr.* in Ungarn.³

Gleich im darauffolgendem Jahre 1922 zog es mich mit Begierde und Verlangen nach diesem neuen Standorte hin; zunächst besuchte ich den von der Ortschaft Solt-Vadkert nördlich entfernter liegenden, schönen, großen «Nagy-Büdös-tó», aber ganz ohne Erfolg, von irgend einer *Chara*-Vegetation fand weder ich, noch mein Gefährte Dr. B. KÜMMERLE trotz eifrigsten langen Suchens irgend eine Spur. Dieser Tieflandsee, dessen salzhaltiges, kristallreines Wasser im Rufe eines krankheit-

¹ Sub *f. microsperma elongata* A. BRAUN in BECK-ZAHLBRÜCKNER «Kryptogamæ exsiccatae Cent. XI. No. 1015» und «Schedæ in Ann. d. k. k. Naturhist. Hofmuseums, XIX. Bd. 1904», p. 408; ferner sub *f. stagnalis Nordst.* in MIGULA, SYDOW et WAHLSTEDT «Characeæ exsiccatae, Berlin, No. 64. et 65» und ebenfalls sub *f. stagnalis Nordst.* in «Flora Hungarica exsiccata Budapest, 1914. Cent. III. No. 224 I. et II.» und «Schedæ» hierzu p. 16., endlich berichtet als *f. pallide-viridis* n. f. in ⁴ und ⁵.

² ERNST ALFR.: Bastardierung als Ursache der Apogamie im Pflanzenreich etc. Jena, 1918. p. 56.

³ FILARSKY N.: A ♂-*Chara crinita* WALLR. egy új termöhelye hazánkban etc. in Természettud. Értesítő, XL. k. 1923. p. 1.

heilenden Wassers steht, wird zur Sommerzeit von den Bewohnern der umliegenden, auch entfernteren Ortschaften und Weilern (fanya) vielfach als freier Badeplatz benützt. Am nächsten Tage (18. Juni) besuchten wir den zur Ortschaft näher gelegenen, unter den Namen «Hosszú tó», auch «Hosszú víz» (Langes Wasser) bekannten seichteren Tieflandsee, den ungefähr in der Mitte seiner Länge ein Fahrstraßendamm in ein nördliches schmäleres und ein südliches breiteres Becken teilt; beide Teile des Sees deckt schon ein ausgedehntes Phragmicetum, doch gibt es beiden Ufern entlang auch noch viele größere und kleinere freie, offene Wasserstellen, wie auch die tiefere Mitte beider Teile des Sees noch frei von Phragmites den vielen Sumpf- und Schwimmvögeln auf weite Strecken hin ein offenes freies Tummelfeld bietet. Zu meiner nicht geringen Freude fand ich an allen diesen freien Stellen des unteren Seeteiles eine solche Menge der *Ch. cr.*, wie ich sie noch nirgends bisher gesehen; aus dichten grünen Rasen leuchteten uns aber überall auch rote Kügelchen entgegen, es waren die Antheridien der ♂-Pflänzchen, die hier mit ♀-Pflänzchen dicht vermischt zusammenstanden und den Beschauern einen wirklich herrlichen Anblick boten. Wir hielten natürlich reiche Ernte und ob des neuen Fundortes der ♂-*Chara crinita* war dieselbe mehr, als zufriedenstellend. Vergnügt zogen wir weiter nach einem dritten Tieflandsee, der sich ganz in der Nähe der Ortschaft befindet, ja sogar weit in den südlichen Teil derselben sich hineinerstreckt, dem großen «Városi tó» (Stadtsee), den noch mehr, als den «Hosszú víz»- See weit ausgedehnte Phragmites- Bestände bedecken, die davon noch freien tieferen Stellen aber der lustigen, munteren Jugend, wie den Haustieren vortreffliche Badeplätze gewähren. Einzelne unbesuchte freie Buchten dieses Sees erfreuten mich allerdings mit einer selteren, interessanten, das salzhaltige Wasser charakterisierenden Algenvegetation, aber von irgend einer *Chara* fand ich diesmal hier nirgends eine Spur.

Noch in demselben Jahre, aber schon Anfangs Oktober besuchte ich neuerdings die beiden letztgenannten Tieflandseen Solt-Vadkert's, diesmal in Begleitung Dr. ALFR. ERNST's Universitätsprofessor in Zürich, der mit zytologischen und entwickelungs-

geschichtlichen Untersuchungen der *Ch. cr.* sich befassend, schon lange plante auch die ungar. Fundorte dieser interessanten Pflanze in Autopsie kennen zu lernen. Wir fanden in dieser vorgeschrittenen Jahreszeit im «Hosszú viz» *Ch. cr.* noch in großer Menge vor, aber schon in verwesendem Zustande mit reifen Oosporen und was als ganz Neues galt, mit Axen- und Rhizoidbulbillen (Thallidien). Auch sammelte ich diesmal an tieferen Stellen, nahe zum Ufer frische, noch ganz niedrige Rasenstücke, die aus einem Gewirre von halb abgestorbenen *Ch. cr.*-Axen, aus denselben hervorsprossenden sekundären *Ch. cr.*-Vorkeimen und nacktfüssigen Zweigen, wie auch aus Oosporen schon keimender jungen Pflänzchen bestanden. Noch im Laufe des Winters erzielte ich aus diesem Materiale eine herrliche *Ch. cr.* Kultur, die zum Teile auch heute noch fortbesteht. Die an diesem neuen Standorte, im «Hosszú viz» bei Solt-Vadkert in ♂- und ♀-Geschlechtszustande aufgefundene *Ch. cr.* erwies sich bei näherer Untersuchung, als eine neue noch unbeschriebene Form, ich benannte sie nach ihren sie charakterisierenden Thallidien (Bulbillen) *f. bulbifera*, zur Ausgabe gelangt sie in der nächst erscheinenden VII. Cent. der «Flora Hungarica exsiccata», wo auch ein Separatum beigegeben wird, das eine ausführliche Beschreibung in ungar. Sprache nebst Abbildung dieser neuen Form enthält.

Die kaum erwarteten Ergebnisse meiner Solt-Vadkerter Exkursion, noch mehr aber meine Revisionsarbeit sämtlichen *Characeen*-Materials der bot. Abt. d. Ungar. N. M., die manch Interessantes zu Tage förderte, bestimmten mich meine früheren Charaforschungen, die ich seit Jahren nur mehr sehr lau betrieben, nun wieder intensiver fortzusetzen; darin bestärkten mich überdies auch einige meiner Amtscollegen, die, wie auch einige meiner gewesenen Schüler von ihren bot. Exkursionen stets reichliche *Chara*-Proben einlieferten, so oft sich ihnen dazu nur Gelegenheit bot. Am allermeisten bestimmte mich zur weiteren Charaforschung Ungarns, die im Jahre 1923, Dank der durch die Agitation der hochgesinnten Gräfin RAPHAEL ZICHY, im Vereine mit unserem jetzigen Kultusminister Grafen KUNO KLEBELSBERG erzielte Munifizienz einiger ungar. Magnaten und

Großgrundbesitzer, vorzüglich aber Dank der großen Opferwilligkeit der Gräfin RAPHAEL ZICHY selbst ins Leben gerufene naturw. Erforschung des «Sárrét-Gebietes», im Komitate Fehér, das als ein einstiges weit ausgedehntes Wasserbecken, heute aber schon fast ganz trockengelegt, Moorweiden und Moorbrüche, hier und da Erlen und andere größere-kleinere Baum- und Sträucher-Bestände, vornehmlich aber fast die ganze Vegetationszeit über mit reichem Flor geschmückte nasse Wiesen, sumpfige Niederungen und sandiges Hügelland, im südlichen Teile auch noch eine Fülle von kleineren seichten Teichen und größeren, tieferen salzhaltigen Landseen aufweisend, in der Tat ein recht interessantes Forschungsgebiet unseres Vaterlandes in naturwissensch. Beziehung bietet. Für den noch an Gewässern reicheren Teil dieses Gebietes hegte ich von Anbeginn das größte Interesse. Die bot. Forschungen, mit denen eben das hierzu berufene, wissenschaftliche Personal der bot. Abt. d. Ung. N. M. betraut wurde, nahmen im Monate Juni des Jahres 1923 ihren Anfang, währten periodisch den ganzen Sommer hindurch und wurden auch Jahre im 1924, leider nur mehr in beschränkter Weise fortgesetzt.

Die Exkursionen auf dem Sárréter Gebiete ergaben ganz ungeahnte Resultate betreff des Vorkommens und der Verbreitung der *Chara crinita* beiderlei Geschlechts.¹ Fast in allen Teichen und Landseen war die Pflanze in großer Menge anzutreffen und weitere Untersuchungen ergaben auch mehrere neue, noch unbeschriebene Formen derselben. Eine überaus schöne Beute lieferte der «Fényestó», auch «Tükörtó» (Spiegelsee) genannt bei Felső Sárszentiván, der kleine «Sóstó» (Salzsee) bei Nagyláng, der große «Sóstó» unterhalb Sárkeresztúr und der «Sárkánytó» (Drachensee) bei der Imre puszta ebenfalls südlich von Sárkeresztúr; überall bildete die Pflanze in einer 2—3 m. Entfernung vom Ufer angefangen gegen die Mitte der Gewässer zu dichte, fast ganz reine Rasen, die gemischt aus ♂- und ♀-Pflänzchen bestanden, während an den seichteren, dem Ufer

¹ FILARSZKY N.: Újabb adatok a *Chara crinita* WALLR. mindkét nemének magyarországi elterjedéséhez in Természettud. Értesítő, Bd. XLI. 1924.

näher liegenden Stellen zumeist vereinzelt stehende ♂ - und ♀ -Büschel den Boden bald dichter, bald zerstreuter, gleichfalls reichlich besetzten. Weniger reines, schon mit anderen Wassergewächsen, namentlich Potamogeton untermischte und auch mit Fadenalgen überzogene *Ch. cr.*-Bestände fanden sich in den seichteren Sümpfen, aber auch an manchen Stellen der größeren Teiche vor, wie z. B. im «Pákozdi tó» (Pákozder See), nördlich von der Ortschaft Aba. Auch hier gab es überall ♂ - und ♀ -Pflänzchen vermischt untereinander. An alle diese Orte Ende Sommers und Anfang Oktobers unternommene Exkursionen waren von äußerst verschiedenem Erfolge. An einigen, der nun mir schon bekannten Standorte war um diese Zeit von einer *Chara* nicht einmal eine Spur mehr zu finden, wie z. B. in den Anfang Oktober schon fast ganz ausgetrockneten Teichen und Seen nördlich von Szt. Ágota: im großen und kleinen «Halásztó» (Fischersee), im großen und kleinen «Sóstó» (Salzsee) und anderen kleinen Teichen dieser Gegend. An anderen Orten hingegen fand ich das schon ganz ausgetrocknete Seebecken mit einer weißlich-grauen Schicht dicht verwobener trockener, von der Sonne gebleichten Pflanzenreste völlig überzogen, die sich bei näherer Besichtigung, als reines *Chara*-Meteorpapier erwies, in welchem die schwarzen Oosporen, wie eingesprengt aufs deutlichste zu erkennen, aber auch in dem Faden-Gewebe die *Chara*-Axen nicht zu verkennen waren. An manchen Stellen zeigte dieses *Chara*-Meteorpapier eine Dicke von fast oder sogar über 1 cm, in welchem Falle der untere Teil der Schicht von schmutzig grüner Farbe ganz monomorph erschien und diese noch feuchte strukturlose Schicht liess gar kein Fadengewebe erkennen; an anderen Stellen wieder überzog das *Chara*-Meteorpapier nur gleich einem feinen Papierblatte den ganz trockenen ebenen Sandboden des Seebeckens und an noch anderen Stellen glich dasselbe einem derberen, lockeren Spinnweben. Da nicht in allen ausgetrockneten Teichen, wo früher eine üppige *Chara*-vegetation vorhanden war, Meteorpapier sich vorfand, ist es anzunehmen, dass zur Bildung desselben nur gewisse Formen der *Ch. cr.* geeignet sind und da wäre an erster Stelle die *f. filiformis* zu nennen, die, wie ich mich aus meiner Aufzeichnung

und meiner früheren Aufsammlung vornehmlich im kleinen «Sóstó» bei Nagyláng überzeugte, an diesem Standorte mit der vorherrschenden f. *minor* vereint überaus reichlich gedieh.

Im Sommer desselben Jahres und leider schon in vorge-rückter Sommerzeit, auch des Jahres 1924 begab ich mich wieder auf einige Tage nach Solt-Vadkert, um diesmal nicht nur den hier mir schon bekannten Fundort der *Ch. cr.* wieder zu sehen, sondern auch die von der Ortschaft entfernter gelegenen Teiche zu besuchen, die unter dem Kollektivnamen «Kis-Büdös» zusammengefaßt werden, an Ort und Stelle aber von den Tanya-Insassen verschieden benannt werden; letztere nennen nur das oberste, nördlichste Becken «Kis-Büdös-tó», die übrigen größeren und kleineren Becken hingegen, die zum großen Teile schon mit Phragmites-Beständen bedeckt sind, zählen sie zu den «Kalocsai vizek» (Kalocsaer Gewässern) nach Kalocsaer Landwirten so benannt, die hier einst Gründe angekauft, Gehöfte gebaut und in diesen sich ständig niedergelassen. Auf dem Wege vom «Nagy-Büdös», den ich auch diesmal wieder vergeblich besuchte, erreichte ich zunächst das größte, lang gestreckte südliche Becken der «Kalocsai vizek»; schon die erste freie Wasserstelle zeigte *Ch. cr.* beiderlei Geschlechts in großer Menge, nur waren die Pflänzchen hier stark veralgt; dem Ufer entlang weiter wandernd gelangte ich zu einer tieferen, reineren Stelle fest an der Zikla-tanya und hier fand ich ♂- und ♀-*Ch. cr.*, in ganz reinen Beständen, in schönster und üppigster Vegetation. Die Beute war mehr, als befriedigend; an noch anderen Stellen stand sie ebenfalls in großer Menge. Ein von der Zikla-tanya ganz unweit, mehr südlich gelegenes, kleines, namenloses Teichbecken, mit außerordentlich niederem Wasserstande bedeckte *Ch. cr.* ♂- und ♀- Geschlechts vollständig in dichtem Rasen; das seichte Wasser, das ich der Kreuz und Quere durchwatete, glich hier mehr einer scharfen Lauge, als gewöhnlichem Wasser, seine stellenweise schaumige Oberfläche schien mir dies schon vom Weiten zu verraten; in meinen Aufzeichnungen bezeichnete ich dieses namenlose Becken auch mit «Lúgós-tó» (Laugen-See). Leider war diese herrliche *Chara*-Vegetation hier schon im Beginne der Verwesung, was ich dem, den glühenden Sonnen-

strahlen preisgegebenen niedrigen Wasserstande zuschrieb. Diesmal untersuchte ich eingehends auch den oberen (nördlichen) Teil des «Hosszú víz», den ich vor einem Jahre bei der überaus reichen Ausbeute im unteren (südlichen) Teile nicht beging; auch dieser war von einem Ufer bis an das andere gegenüber liegende Ufer an seinen von Phragmites freien Stellen mit einem dichten Rasen der *Ch. cr.* beiderlei Geschlechts ganz überzogen. Im «Városi tó», in welchem ich vor einem Jahre von einer *Chara* nichts gesehen, fand ich diesmal an einer geschützteren Stelle ebenfalls die gesuchte *Chara crinita* in vereinzelt stehenden ♂- und ♀-Büscheln, hier aber in Gesellschaft von *Chara aspera*.

Im verflossenen Sommer (1924) besuchte ich alle diese hier schon angeführten Fundorte um Solt-Vadkert herum von Neuem und noch einige andere Wasserbecken in dieser Gegend, die ich noch nicht gesehen. Neue erfreuliche Resultate belohnten auch diesmal meine mühsamen, dreitägigen Wanderungen in der großen Sommerhitze. An den schon bekannten Fundorten überall dasselbe Bild wie im vorigen Jahre. Diesmal kam ich aber auch zu den eigentlichen «Kis-Büdös-tó», der zum größten Teil einen freien Spiegel aufwies; hier fand ich wieder ♂- und ♀-*Ch. cr.* in unaussprechlicher Menge; während ganz niedrige Pflänzchen in dem seichten Wasser nahe zum Ufer meist vereinzelt, aber auch in niedlichen kleinen Büscheln nahe zu einander standen, bildeten sie weiter in den See hinein schon dichte Rasen, die in den tieferen Stellen auch aus größeren Pflänzchen bestehend, dann weiter das ganze Becken überzogen. Mehrere kleinere Vertiefungen des Flachlandes, in der Nähe der «Kalocsaer vizék», die noch kaum eine 6—10 cm hohe Wasserschicht erfüllte, mochten vor Kurzem ebenfalls mit einer schönen *Ch. cr.*-Vegetation bedeckt gewesen sein, nun in vorgeschrittener Sommerzeit (4. Juli), fand ich nur mehr die halb verwesten und zerfallenen Pflänzchen, in dichter Menge zumeist mit Potamogeton vermischt und zusammengepresst, in dichter Schicht den Boden bedeckend und aus dem Wasser hervorragend; auch an allen diesen Stellen konnte ich unter dem schon zerfallenen, reichlich mit reifen Oosporen besetzten *Chara*-Gewirre hier und da auch

leuchtend rote Antheridien noch entdecken. Der «Nagy-Büdös-tó», den ich früher, wie schon erwähnt bereits zweimal vergebens nach *Chara cr.* absuchte, bot mir diesmal ebenfalls eine freudige Überraschung: an seiner nordöstlichen Seite fiel mir ein 4–5 Meter breiter Wasserstreifen auf, der sich zwischen dem weiter im See beginnenden Phragmites-Bestande und dem freien Ufer entlang in einer nicht allzugroßen Länge hin erstreckte, schön ausgeprägte, dunkelgrüne, kräftige Büschel von ♂- und ♀-*Ch. cr.*, jedoch stark veralgt, gab es hier in großer dichter Menge. Zuletzt besuchte ich flüchtig auch noch den «Városi nagytó», wo ich diesmal an den Ufer angeschwemmt reichlich ♂- und ♀-*Ch. cr.*, aber auch ♂-*Ch. connivens* in größeren und kleineren Bruchstücken aufsammeln konnte; nach *Ch. aspera* suchte ich vergebens und die Stelle, woher diese *Chara*-Fragmente herstammten, gelang mir bei dem herrschenden starken Winde, der das Wasser aufpeitschte und trübte, nicht aufzufinden.

Mein vorjähriger Ausflug in die Umgebung von Szeged, zu dem mich eine kleine, von Prof. Dr. I. GYÖRFFY eingelangte und ♀-*Ch. cr.* enthaltende Probesendung anregte, lohnte trotz der vorgerückten Jahreszeit (25. Juli, 1923), ebenfalls ein recht günstiges Resultat. Auf dem Wege zum großen «Öszeszéki tó», woher diese Probesendung stammte, fand ich einen kleinen, sumpfigen Teich, der zum großen Teile einen ganz freien Wasserspiegel aufwies und hier überall mit einem dichten Rasen von ♂- und ♀-*Ch. cr.* bedeckt war. Aus der Mitte des «Öszeszéki-tó» holte mein Begleiter Dr. CHOLNOKY Proben, die zum größten Teile aus Potamogeton bestanden, aber auch halbverwesene ♂- und ♀-*Ch. cr.* Pflänzchen enthielten, ein gleiches Resultat boten auch die seichten freien Uferstellen, während auf dem völlig ausgetrockneten flachen Boden entlang des ganzen freien Ufers nicht die geringste Spur von irgend einer *Chara* zu entdecken war. Im verflossenen Sommer 1924. Jahres besuchte ich in Begleitung Prof. Dr. GYÖRFFY's und Dr. CHOLNOKY's zunächst mehrere Teiche in der Nähe von Szeged, wie «Matyi viz», «Nagy Széki-tó» «Rózsacsapós-tó» und noch einige kleinere Sümpfe dieser Gegend, aber von einer *Chara*-Vegetation war hier nir-

gends auch nur eine Spur zu finden; dafür entschädigte mich am nächsten Tage (19. Juli), ein neuer Ausflug in die Umgebung des «Öszeszéki-tó», wo ich zunächst wieder in dem kleinen Teiche, den ich schon von meinem vorigen Ausflug kannte, *Ch. cr.* in Menge, leider aber schon in stark verwesendem Zustande vorfand und eben in solchem Zustande dann weiter auch noch in zwei anderen Teichen, die nördlich vom großen «Öszeszéki-tó» ganz in dessen Nähe liegen. Schade, daß wir auch diese schon in halbausgetrocknetem Zustande fanden; an den noch unter Wasser stehenden Stellen überzog ein dichter Rasen von schon verwesenden ♂- und ♀-*Ch. cr.* den Boden, die halbtrockenen und schon ganz trockenen freien Uferstellen aber bedeckte überall von der Sonne gebleichtes *Chara*-Meteorpapier.

Meine Exkursionen in der Umgebung von Szeged bekräftigten wieder meine schon früher gemachte Erfahrung, daß *Ch. cr.* vorzüglich in salzhaltigen Gewässern, mit reinem festem Sandboden trefflich gedeiht und außerordentlich verbreitet ist, in Gewässern, wenn sie auch salzhaltig sind, mit bloss lehmigem Boden aber meist nicht vorzufinden ist, in lehmig-sandigem Boden wächst sie ebenfalls; wenig beobachtete Ausnahmen hiervon sowohl im Sárréter Gebiete, als auch in der Umgebung von Szeged scheinen rein auf der Konzentration des Salzgehaltes des Wassers zu beruhen.

Alle bisher angeführten eigenen Beobachtungen und die mitgeteilten Funde hinzugerechnet, ergeben, daß *Chara crinita* in Ungarn eine der verbreitesten *Chara*-Arten ist und ♂- wie ♀-Pflanzen untermischt sich fast überall vorfinden; die ♂-Pflanzen, bisher auch in Ungarn als selten angegeben, sind bei uns nun entschieden als allgemein verbreitet zu betrachten. Nur ein einziger, längst bekannter und noch bestehender Fundort mit Massen *Ch. cr.*-Vegetation ergab bisher immer bloß ♀-Pflanzen; dieser Fundort ist eine seichte freie Uferstelle des «Nádas-tó», sammt der mit ihr in Verbindung stehenden, mannigfach gegliederten Ausbuchtung desselben Sees bei Dinnyés in nächster Nähe der Eisenbahnstation, woher ich Jahre hindurch zu verschiedener Jahreszeit von verschiedenen Punkten frisches Material heimbrachte, aber darin immer nur ♀-Pflanzen vorfand und auch in

der Kultur derselben konnte ich nur ♀-Nachkommen erzielen. An der erwähnten freien Uferstelle des «Nádas-tó» wächst sie in Gesellschaft von *Chara ceratophylla* und ganz an derselben Stelle fand ich jetzt bei meiner allerletzten Dinnyéser Exkursion (29. Juli 1924), in sehr wenigen Exemplaren zwischen der *Ch. cr.* auch eine noch nicht näher geprüfte *Chara*, die zwischen *Ch. tenuispina* und *Ch. delicatula* zu stehen scheint; reicheres, noch einzusammelndes Material halte ich zu ihrer sicheren und engültigen Bestimmung für unbedingt nötig.

In allen drei angeführten, verschiedenen und weit von einander liegenden Gebieten, wo *Ch. cr.* beiderlei Geschlechts allgemein verbreitet ist und nur hier und da auch andere *Chara*-Arten zu finden sind, gibt es, wie überhaupt fast überall im ungar. Tieflande noch eine große Anzahl größerer und kleinerer Flachlandseen, Teiche und Sümpfe, die noch von keinem bot. Fachmanne näher untersucht wurden und in algologischer, insbesondere charologischer Beziehung sicherlich noch manches Interessantes in sich bergen, das zur Erforschung der Mühe lohnen würde. Die Erforschung der niederen Kryptogamen im ungar. Tieflande scheint mir überhaupt eine viel wichtigere und eiligere Aufgabe zu sein; als die Datensammlung über phanerogamische Gewächse, denn es ist zu befürchten, daß die vielen oder doch die meisten stehenden Gewässer des ungar. Tieflandes, so gut, wie dies in der Umgebung der Hauptstadt schon geschehen, in kurzer Zeit der Kultur zum Opfer fallen werden und von ihren Schätzen wird dann weder in der Literatur, noch in den Sammlungen auch nur eine Spur zu finden sein.

In Folgendem gebe ich noch in chronologischer Reihenfolge eine Aufzählung aller bisher bekannten *Chara crinita*-Fundorte in Ungarn, die zum Teile zerstreut schon in der Literatur verzeichnet sind, zum Teile als noch unveröffentlichte Daten dem Generalherbarium des Ung. Nationalmuseums (M.) und dem Herbarium des bot. Institutes für Systematik der k. Universität in Budapest (E.) entnommen wurden, zum Teile aber, als Ergebnisse der allerneuesten Forschungen ebenfalls in dieser Aufzählung aufgenommen wurden. Wo es tunlich war, ist auch die Benennung der beobachteten Form angegeben. Von der Be-

schreibung der neu aufgestellten Formen mußte aber hier abgesehen werden; dieselben habe ich in ungar. Sprache in Begleitung lateinischer Diagnosen an anderer Stelle ¹ veröffentlicht.

1. Die älteste Angabe über das Vorkommen der *Ch. cr.* in Ungarn finden wir bei P. KITAIBEL: «*Iter Baranyense*» (Manuscriptum Musei Nationalis Hungarici); auch veröffentlicht von A. KANITZ: «*Reliquiæ Kitaibelianæ I. Iter Baranyense anno 1799 susceptum*» in Verh. d. zool.-bot. Ges. in Wien, XII. 1862, p. 590 (Sep. p. 2.): Ad Balatonem ad Fok (Siófok) et in agris infra vineas Fok Szabadiensis. H. LEONHARDI «Die bisher bekannten österr. Armleuchtergewächse, Prag, 1864», p. 63 und 95 (Sep.), zog diese im Herbarium des Prager böhm. Museums, als *Chara hispida* bezeichneten Pflänzchen nach eigener und A. BRAUN'S Bestimmung zu *Ch. crinita*. Diese Richtigstellung erwähnt W. MIGULA: «Die Characeen Deutschlands, Österreichs und der Schweiz in Rabenhorst's Kryptogamen-Flora von Deutschland, 2. Aufl. V. Bd. 1890—97», p. 359; dann FILARSZKY: «A Charafélék, 1893», p. 57 und 122; zuletzt V. BORBÁS: «A Balaton tavának és partmellékének növényföldrajza, in «A Balaton tudom. tanulmányozásának eredményei II. k., II. rész, 2. szakasz, 1900», p. 121., 148., 149. és 311.; BORBÁS meint hier ohne die Kitabelischen Original Exemplare oder auch nur neu eingesammeltes Material von diesem Standorte gesehen zu haben, daß «diese, auf Grund der in nächster Umgebung (Tápé und Györköny) gesammelten Pflanzen wahrscheinlich mit der var. *Hungarica Borb.* indentisch seien (var. *laxa*? MIG.)» Das in der bot. Abt. d. Ungar. Nationalmuseums befindliche Kitabelische Herbar enthält weder eine *Ch. crinita* noch eine *Ch. hispida*!

2. Nach WELLWITSCH «Landeskunde von Österreich Bd. IV. 1834», p. 178 überzieht ♀ - *Ch. cr. Bpachysperma* entlang des Ufers große Strecken im südöstlichen Teile des «Fertő-tó» (Neusiedler See). Diese Angabe übernimmt U. GANTERER: «Die bisher bekannten Österr. Characeen, 1847», p. 15 und fügt hinzu, dass er selbst im nördlichen Uferteile des «Fertő-tó» nur wenige Exemplare

¹ FILARSZKY N.: Mind a kétnemű *Chara crinita* WALLR. újabb termőhelyei Magyarországon etc. in Annales Musei Nationalis Hungarici, XXI. 1924.

davon gefunden. Dann zitiert diese Angabe H. LEONHARDI l. c. 1864, p. 62; ferner W. MIGULA l. c. 1890—97, p. 359.; V. BORRÁS: «Flora von Österreich-Ungarn II. West-, Nord- und Mitteleuropa in Österr. bot. Zeitschr. 1892», p. 143 und FILARSZKY l. c. 1893 p. 57 u. 122. Auch ich beobachtete im Juni 1903 an einer sumpfigen Uferstelle des «Fertő-tó», nördlich von Nezsider ♀ - *Ch. cr.* in großer Menge. Das damals hier eingesammelte Material (M.) scheint der *f. humilis* Mrg. am nächsten zu stehen, stimmt aber bezüglich der Bestachelung mit dieser nicht ganz überein.

3. F. SCHUR: «Die Siebenbürgischen Characeen in Österr. bot. Wochenbl. VII. Jhg., 1857», p. 367 sammelte in Sónvár bei Nagy-Szeben, 1847, unter *Ruppia obliqua* eine kleine zerbrechliche *Chara*, die er einesteils der *Ch. crinita* WALLR., anderteils der *Chara baltica* FRIES für ähnlich hielt; nach H. LEONHARDI l. c. 1864, p. 63 bestimmte A. BRAUN, der diese Pflänzchen sah, als *Ch. crinita var. transsylvanica ad. interim* und bemerkt dazu, daß es nur ♂ - Pflänzchen seien, ihre sichere Bestimmung aber nicht möglich sei. Diese Angabe übernimmt P. SYDOW: «Die bisher bekannten europ. Characeen, 1882, p. 55; ebenso W. MIGULA l. c. 1890—97, p. 359; FILARSZKY l. c. 1893, p. 57 u. 122 und noch mehrere andere Autoren, die sich mit der Frage der Parthenogenesis bei *Ch. cr.* befassen.

4. K. KALCHBRENNER sammelte 1863 in dem Mineralwasser des kleinen Badeortes: Zsivabrada bei Szepesváralja rein ♀ - *Ch. crinita*, die in BRAUN, RABENHORST, STITZENBERG: «Characeæ exs. Fasc. III.», unter Nr. 67 mit der Bemerkung A. BRAUN's, «eine lockere, stark inkrustierte Form» ausgegeben wurde. (M.) Diesen Beitrag veröffentlicht H. LEONHARDI l. c. 1864, p. 63 (Sep.); dann K. KALCHBRENNER selbst «Jelentés a Szepes megyében 1863-ban tett természettud. utazásról», in Math. és Természettud. Közlemények III., p. 100 und «Szepesi moszatok jegyzéke» ebendasselbst VI, 1868», p. 365; ferner P. SYDOW l. c. 1882., p. 55; dann W. MIGULA l. c. 1890—97, p. 359 und p. 370, an welcher letzterer Stelle aber die Pflänzchen, welche sich von dem 1889 neuerdings eingesammelten Materiale gar nicht unterschieden, schon als *f. rarispina* n. f. angeführt werden. FILARSZKY l. c. 1893, p. 57 und 122;

V. BORRÁS l. c. 1900, p. 311, erwähnt die Pflänzchen als *f. laxa* KALCHBRENNER auf Grund der von A. BRAUN stammenden obigen Bemerkung, wozu BORRÁS aber gar nicht berechtigt war, denn KALCHBRENNER hat seine Originalexemplare (M.) nur mit «*Ch. crinita*» bezeichnet und selbst gar keine Bemerkung hinzugefügt. W. MIGULA l. c. 1890—97, p. 377 erwähnt noch, daß er in der von KALCHBRENNER für ihn viel später frisch eingesammelten Sendung auch kleine Zweige gefunden, die der *f. thermalis* A. BR. sehr ähnlich schienen; bei BORRÁS l. c. 1892, p. 143.

5. A. KERNER: «Die Vegetationsverhältnisse des mittleren und östlichen Ungarns» in Österr. bot. Zeitschr. XXVII., 1877, p. 133, entdeckte zwischen Potamogeton marinus L. in dem salzhaltigen kleinen Teiche unterhalb des Jägerhauses der Gubacser puszta zwischen Budapest und Soroksár ♂ - *Chara crinita*. Diese Angabe zitiert V. BORRÁS: «Budapest és környékének növényzete, 1879» p. 36.; dann W. MIGULA l. c. 1890—97, p. 359.; FILARSZKY l. c. 1893, p. 57 u. 122 und noch andere. Ich selbst fand an diesem Standorte die Pflanze in ♂ - und ♀ - Büscheln am 12. Juni 1891 nachdem ich sie vorher schon, an demselben Tage in einem, von diesem kleinen Teiche unweit gelegenen Sumpfe entdeckte. Von dieser Zeit angefangen besuchte ich diesen Fundort wiederholt und zu verschiedener Jahreszeit, bald mit gutem Erfolge, bald völlig resultatlos: FILARSZKY «A ♂ - *Chara crinita* WALLR. egy új termelőhelye etc., in Math. és Természettud. Értesítő XL. k. 1923». Mehrere Male brachte ich frisches Material für meine Kulturen; in größerer Menge sammelte ich hier Material für Exsikkate im Monate Mai 1893: BECK—ZÄHLRUCKNER «Kryptogamæ exsiccatae Cent. XI. No. 1015» und «Schedæ» hierzu in Annal. d. k. k. Naturhist. Hofmuseums, Bd. XIX. 1904, p. 408 sub *f. microsperma elongata* A. BR. (M.); dann wieder am 30. Mai 1894: MIGULA, SYDOW et WAHLSTEDT «Characeæ exsiccatae. Berlin, Nr. 64 und 65», wo sie zuerst, wahrscheinlich von P. SYDOW bestimmt als *f. stagnalis* NORDST. ausgegeben wurde; ferner im Juni 1913: «Flora Hungarica exsiccata. Budapest, 1914.» Cent. III. No. 224. I. u. II. und «Schedæ» hierzu p. 16, ebenfalls als *f. stagnalis* NORDST. (M. E.) und noch mehrmals auch in neuerer Zeit. (M.).

Dieses interessante schöne Pflänzchen von der Gubacser Puszta, welches die in Ungarn verbreitete *Chara crinita* bis in die neueste Zeit einzig und allein auch in ♂ Geschlechtsform vertrat und eben aus diesem Grunde fremdländischen Forschern vielfach auch als gesuchtes Material zu ihren cytologischen und entwicklungsgeschichtlichen Untersuchungen diente und von mir auch in allerneuester Zeit wieder eingesammelt und aus Oosporen kultiviert wurde, habe ich jetzt zuletzt einer genauen Revision unterzogen und nun zur Bestärkung meiner schon lange gehegten Vermutung gefunden, daß die Bestimmung als *f. stagnalis* NORDST. in keinerlei Weise mit der Beschreibung der in MIGULA's Werke auf Grund der in Schweden und Wansleben am Mansfelder See gesammelten Pflanzen aufgestellten *f. stagnalis* NORDST. übereinstimmt. Die ungar. Pflänzchen, welche wohl ebenfalls eine Höhe von 10—15 cm erreichen und spärlich verzweigt sich in kleinen Büscheln vorfinden, aber an tieferen Stellen noch höhere, üppigere Büschel bilden können, zeigen eine ganz andere Bestachelung. Auch ihre Strahlen-Wirtel und einzelne Strahlen (folia) sind von anderer Beschaffenheit, das nackte Endglied letzterer ist nicht einzellig sondern zweizellig, zuweilen sogar dreizellig. Die Strählehen (foliola) sind kurz und der ganze nicht inkrustierte Thallusstock zeigt eine frisch-gelbgrüne Färbung, lauter Unterschiede, die zweifelsohne darlegen, daß hier nur von zwei verschiedenen Formen die Rede sein kann. Die Pflänzchen von der Gubacser puszta stehen hinsichtlich ihres ganzen Habitus und Aufbaues sehr nahe den im Sárreter «Sárkánytó» wachsenden Pflänzchen, unterscheiden sich aber auch von diesen und stimmen überhaupt mit keiner der von MIGULA beschriebenen Formen überein. Sie sind also aus diesen Ursachen als eine neue Form unter einem neuen Namen in der Literatur zu registrieren und der für sie in den Exsiccatenwerken sich vorfindende Name in *f. pallide-viridis* n. f. zu berichten. Ich halte diese Benennung für die passendste, da darin eine stark charakterisierende Eigenschaft dieser Pflänzchen zum Ausdrucke gelangt. FILARSZKY «Újabb adatok a *Chara crinita* WALLR. mindkét nemének magyarországi elterjedéséhez in Math. és Természettud. Értesítő B. XLI. 1924» und «Mind a kétnemű

Chara crinita WALLR. újabb termőhelyei Magyarországon etc. in Annales Musei Nationalis Hungarici XXI. 1924.»

6. V. BORBÁS «Floristikai közlemények» in Math. és Természettud. Értesítő I. 1883 p. 87 benennt die von PORUTIU im Jahre? um Tápé und Györköny herum im Comitate Tolna gesammelte *Ch. cr.* var. *Hungarica*; erwähnt dieselbe auch später l. c. 1892 p. 143 und noch später l. c. 1900 p. 311; wo er in Klammer noch hinzusetzt var. *laxa*? MFG. Diese Angabe erwähnt auch FILARSZKY l. c. 1893 p. 57. u. 122.

7. *Ch. cr.* WALLR. var. *Hungarica* BORB. Buda bei der Eisenbahn-Verbindungsbrücke ges. von V. BORBÁS 1882 l. c. 1892 p. 143.

8. G. HERMANN sammelte *Ch. crinita* nur in ♀ Exemplaren im Jahre 1884 bei Kutyavár im Comitate Fehér. Herb. DIETZ (E.) FILARSZKY l. c. 1893 p. 57 u. 122. Gelegentlich meiner Chara-Revision erwies sich dieselbe als *f. comata* n. f. FILARSZKY l. c. 1924.

9. *Chara crinita* WALLR. *f. perpusilla* NORDST. in herb. DIETZ sub *Ch. tortuosa* ges. von DIETZ Budapest im Kelenfölder Donauarm 1885, erwähnt bei FILARSZKY l. c. 1893 p. 57 u. 122, ist in der Liste der ungar. *Ch. cr.* zu streichen, denn bei meiner neuesten Revision ergab sich, daß die winzigen Pflänzchen nur Jugendstadien irgend einer anderen *Ch. cr.*-Form sein können, doch welcher? ist an den mangelhaft gesammelten Material nicht zu bestimmen.

10. *Ch. cr.* in ♂ und ♀ Exemplaren aus dem «Vadkertü Búdöstó» 27. Juni 1887 im Herb. *Haynald* (M.) FILARSZKY l. c. 1923 p. 1. Die kleinen Pflänzchen scheinen der *f. stricta* F. anzugehören und mit jenen im «Kalocsai vizek», allgemein auch «Kis Búdöstó» benannt, bei Solt-Vadkert am 13. Juli 1923 gesammelten Materiale übereinzustimmen. Höchstwahrscheinlich stammen diese HAYNALD'schen Pflänzchen auch aus einem Becken der «Kalocsai vizek».

11. Meine einstigen alljährlichen Aufsammlungen in den Kelenfölder Teichen und Sümpfen, von welchen heute nur mehr zwei schon ganz mit *Phragmites* bewachsene Sümpfe vorzufinden sind, resultierten in den Jahren 1887—1892 mehrere Formen der *Ch. cr.* Veröffentlicht wurden diese Standorte von K. SCHILBERSZKY «Egy ázsiai steppenövénynek europ. vándor-

útjáról in Földrajzi Közlemények 1891» p. 200 (Sep. p. 16.) und von V. BORBÁS l. c. 1892 p. 87. FILARSZKY l. c. 1893 p. 57 u. 122 zählt die hier aufgefundenen Formen nach der damals noch üblichen A. BRAUN'schen Benennungsweise auf. Die Revision dieses reichen Materials ergab die *f. spinosissima* MIG. in ausserordentlich schönen Exemplaren (M. E.), die *f. brachyphylla* MIG. (M. E.) und die *f. reclinata* MIG. (M.), alle nur in ♀ Exemplaren. Letztere gelang es mir Jahre lang in der Cultur zu behalten und durch ihre auf parthenogenetischem Wege reichlich gereiften Oosporen fortzupflanzen.

12. *Ch. cr.* in ♂ Exemplaren sah und sammelte ich zuerst am 12 Juni 1891 in einem schon halb mit Phragmites bewachsenen Sumpfe, der fast an dem von Kossuthfalva zur Gubacser Puszta gerade führenden Wege lag und durch diesen in zwei mit einander nicht communizierende Teile geteilt war; in beiden Teilen waren ♂- und ♀-Pflanzen reichlich vorhanden, jedoch grösstenteils stark veralgt. Ich bestimmte sie, wie die nachher im Teiche unter dem Gubacser Jägerhause aufgefundene Form als *f. microsperma, humilior* A. Br. FILARSZKY l. c. 1893 . 57 et 122. In dem darauf folgenden Jahren fand ich diesen Fundort immer mehr und mehr ausgetrocknet und von einer *Chara* mehr keine Spur. Heute ist dieses ganze Terrain aufgeackert schon zu einem fruchtbaren Felde umgewandelt. Meine *Ch. cr.*-Revision ergab, daß die von hier stammenden Pflänzchen mit den vom klassischen Fundorte unterhalb des Gubacser Jägerhauses eingesammelten Pflänzchen wirklich vollkommen übereinstimmen, also ebenfalls der *f. pallide-viridis* F. angehören. (M.)

13. In der Nähe von Kis Pest sammelte ich am 18. Juni 1892 in einem tieferen Ausstichgraben neben den nach Lajosmizse führenden Eisenbahnkörper auffallend schöne, reingrüne ♀ Stöcke einer *Ch. cr.*, die ich als *f. leptosperma, brevifolia longispina* ABr. in BECK-ZAHLBRUCKNER «Kryptogamæ exsiccatae Cent. I. No. 89» u. «Schedae in Annal. d. k. k. Naturhist. Hofmuseums Bd. IX. 1894» p. 141. zuerst veröffentlichte. (M. E.). Am 22. Juni 1897 sammelte ich sie neuerdings an demselben Orte und wurde auch dieses Material aber schon als *f. Hungarica*

SYDOW in MIGULA, SYDOW et WAHLSTEDT, «Characeæ exsiccatae. Berlin 1692» ausgegeben.

Erst in neuester Zeit, FILARSKY l. c. 1924 veröffentlichte Daten älterer und neuerer Fundorte der *Ch. cr.* in Ungarn sind:

14. Budapest Nádorkert leg. KOCSIS am 22. Juli 1904 in Herb. DEGEN sub var. *Hungarica* BORBÁS; ist ein Gemisch der *f. brachyphylla* MIG. und *f. filiformis* MIG.; nur ♀ Pflänzchen. (M.)

15. In den salzhaltigen Teichen bei Csengele in der Umgebung von Szeged leg. J. TUZSON am 19. Juni 1913; nur einige ♀ Pflänzchen der *f. filiformis* MIG. (E.) Sicherlich werden hier auch ♂-Pflänzchen zu finden sein.

16. Bei Nagytétény unweit Budapest in einem breiten Ausstichgraben entlang des Eisenbahnkörpers der Ungar. Saateisenbahn zwischen *Chara fragilis*, die hier, wie in dem benachbarten großen Sumpfe in dichten Rasen den Boden bedeckt, beobachtete ich mit *Chara aspera* vermischt zuerst am 23. Juli 1915 und auch noch in den folgenden vier Jahren nur mehr vereinzelt sich vorfindende ♀ *Ch. cr.*-Pflänzchen, die ich für eine sehr gestreckte *f. reclinata* MIG. angesehen. (M.)

17. Bei Dinnyés im Comitate Fehér sammelte zuerst Dr. KÜMMERLE u. Dr. JÁVORKA am 5. Juni 1917 an einer freien Uferstelle des übrigens schon ganz mit Phragmites dicht besetzten großen «Velencei-Nádas-tó» nur ♀ *Ch. cr.* Pflänzchen, die ich als *f. filiformis* MIG. bestimmte, aber unter diesen auch eine neue noch unbeschriebene kleine Form, die ich *f. gymnophylloides* n. f. benannte; mit diesem Material zugleich erhielt ich auch einige größere Bruchstücke der *Ch. ceratophylla*. Einen Monat später konnte ich selbst hier nur von letzterer Pflanze reichliches Material einsammeln, von der *Ch. cr.* war damals kaum mehr etwas vorzufinden. Im Juni und Juli der folgenden Jahre insbesondere im Jahre 1922, 1923 und zuletzt 1924 hierher veranstaltete Excursionen ergaben, daß *Ch. cr.* nicht nur an dieser freien Stelle des «Nádas-tó», sondern auch in seiner von Phragmites völlig freien, seichten, reich verzweigten grösseren Ausbuchtung gegen Dinnyés zu überall in ungeheurer Menge, aber nur in ♀ Exemplaren sich vorfindet; in dieser Ausbuchtung rein die *f. filiformis* MIG. nur an den ganz seichten Stellen vermischt mit *f. gymnophylloides*

F.; an ersterem Orte hingegen in Gesellschaft der *Ch. ceratophylla*, die hier schon das tiefere Wasser vorzieht. Nahe zum Ufer fand ich an dieser Stelle des «Nádastó» letzthin (29. Juli 1924) vereinzelt der *Ch. cr.* beigemischt auch eine monoecische *Chara*-Form, die nach oberflächlicher Untersuchung entweder der *Ch. tenuispina* oder der *Ch. delicatula* anzugehören scheint. (M.) *Ch. cr. f. filiformis* MIG. wird von der ersten Aufsammlung in der VII Cent. der «Flora Hungarica exs.» ausgegeben.

18. In stehenden Gewässern bei Hetényegyháza unweit Kecskemét sammelte A. BOROS im Monate Mai 1920. *Ch. cr. f. brachyphylla* MIG. in nur ♀ Exemplaren. (M.)

19. Eine kleine Probesammlung von Dr. I. GYÖRFFY aus dem «Öszeszéki-tó» 18. Juni 1922 enthielt nur ♀ *Chara cr.* Pflänzchen. (M.) Am 25. Juli 1923 fand ich selbst in diesem, nördlich von Szeged, unweit der Eisenbahnstation Szeged-Felsőtanya gelegenen um diese Zeit schon halb ausgetrocknetem großen Tieflandsee zwischen dem hier maßenhaft auftretendem Potamogeton nur noch einige halbverweste Überreste sowohl ♂-wie ♀-*Ch. cr.*-Pflänzchen. Sie erwiesen sich der *f. tenuifolia* F. zugehörend. (M.) Auf den völlig ausgetrockneten sich weit erstreckenden festen sandigen, reinen Uferstellen des Beckens war von irgend welchen *Chara*-Ueberresten nichts zu sehen.

20. *Chara crinita* Wallr. *f. bulbifera* F. im unteren Teile des «Hosszú víz» bei Solt-Vadkert an den freien Stellen des großen Landsees überall ♂ und ♀ Pflanzen dicht vermischt in unaussprechlicher Menge, zuerst am 18. Juni 1922 in schönster Fructification noch ohne Bulbillen (FILARSZKY u. KÜMMERLE); dann am 4. Oktober desselben Jahres in halbverwestem Zustande mit reifen Oosporen, Axen- und Rhizoidbulbillen (FILARSZKY und Prof. Dr. A. ERNST aus Zürich); ferner am 14. Juli 1923 auch im oberen Teile des «Hosszú víz» gleichfalls überall in ungeheurer Menge fructifizierend und auch schon mit reifen Oosporen aber noch ohne Bulbillen (FILARSZKY und KÜMMERLE) und endlich am 5. Juli 1924 reich mit Antheridien und Oogonien besetzt, aber auch schon mit reifen Oosporen, doch ohne Bulbillen. (FILARSZKY, M.) Wird in fructifizierendem und auch in Bulbillen tragendem Zustande

in der VII. Cent. der «Flora Hungarica exsiccata» ausgegeben. Am Ufer und im seichteren Wasser, nahe zum Ufer sowohl im nördlichen, als südlichen Teile desselben Sees, zur selben Zeit auch die *f. humilis* MIG. ebenfalls in ♂ und ♀ Stöckchen. (M.)

21. *Ch. crinita f. heteroteles* F. ♂ und ♀ Pflänzchen in schönster Fructification dicht vermischt, untereinander im großen «Sóstó» unterhalb Sárkeresztúr an allen freien Stellen des Sees in großer Menge am 25. Mai 1923. (MOESZ und JÁVORKA, M.) Am 3. Oktober desselben Jahres in dem schon mehr als halb ausgetrockneten See keine Spur mehr von lebenden *Chara*-Pflanzen und auch vertrocknete, gebleichte Ueberreste derselben waren kaum hie und da auf dem völlig trockenen, festen Sandboden des Seebeckens zu entdecken. (FILARSKY und KÜMMERLE.)

22. Im «Sárkánytó» bei der Imre-pusztá ebenfalls südlich von Sárkeresztúr wieder *f. heteroteles*, ♂ und ♀ Pflänzchen in schönster Fructification dicht untereinander in großer Menge am 25. Mai 1923. (MOESZ und JÁVORKA, M.) Wird in der VII. Cent. der «Flora Hungarica exsiccata» ausgegeben. Am 3. Oktober desselben Jahres an den noch mit einer geringen Wasserschicht bedeckten Stellen des weiten flachen Seebeckens von lebenden *Chara*-Pflanzen mehr keine Spur und auch auf dem völlig ausgetrockneten Sandboden ringsherum kaum auffallende Ueberreste in Form von feinen bleichen oder rötlich schimmernden Fäden der noch vor 3—4 Monaten üppigsten *Chara cr.*-Vegetation. (FILARSKY und KÜMMERLE.)

23. *Chara crinita f. minor* MIG. beiderlei Geschlechts sammelten Dr. MOESZ und Dr. JÁVORKA am 25. Mai 1923 im «Sóstó» bei der Kispusztá nächst Nagyláng. (M.) Am 3. Oktober desselben Jahres fanden wir (FILARSKY und KÜMMERLE) den Teich schon ganz ausgetrocknet, sein flaches Becken aber überzog in seiner ganzen Ausdehnung weiß-graues, hie und da rötlich angehauchtes Meteorpapier, das rein aus abgestorbenen von der Sonne gebleichten *Chara cr.*-Ueberresten bestand (M.) Wird in der VII. Cent. der «Flora Hungarica exsiccata» ausgegeben. Am 16. Juni l. Jahres war der nirgends tiefere Teich wieder mit der schönsten *Chara*-vegetation vollkommen besetzt; in dem dichten *Chara*-Rasen konnte man deutlich zwei Formen, die *f. minor* und die *f. filiformis*

von einander unterscheiden, denn während die niedrigen, tiefgrünen ♂ und ♀ Büschel ersterer aufrecht, sich dicht nebeneinander reihten, breiteten die dazwischen stehenden, heller gefärbten, fast gelbgrünen, weit größeren und lockeren ♂ und ♀ Büschel letzterer Form ihre darnieder liegenden dünnen Axen nach jeder Richtung, fest strahlenförmig über erstere aus; beide Formen standen in schönster Fructification, nur schien es mir, wie wenn die *f. filiformis* in vorgerückterem Entwicklungszustande sich befände als die *f. minor*. (FILARSZKY und KÜMMERLE. M.) Beide Formen werden in der VII. Cent. der «Flora Hungarica exsiccata» ausgegeben.

24. Der kleine «Fényes-tó» auch «Tükör-tó» benannt, nördlich in der Nähe von Sárszentiván gelegen, bot eine der interessantesten Formen der *Ch. cr.* gleichfalls in beiderlei Geschlechtern: die *f. ceratophylloides* F. Dieselbe überzog in dichtem Rasen nur die seichteren Stellen des Seebeckens in einem mehrere Meter breiten Gürtel entlang des ganz freien Ufers und schwand plötzlich gegen die tiefere Mitte des Teiches, wo sie nicht mehr Fuß faßte. ♂ und ♀ Büschel reichten mit ihren schön roth gefärbten Axen- und Zweigenden bis an die Oberfläche des Wasserspiegels, nur die ganz kleinen, ganz niedrigen, nächst dem Ufer, hier auch vereinzelt stehenden Büschel machten hiervon eine Ausnahme. Reichliches Material wurde gesammelt am 6. Juni 1923 und auch am 16. Juni 1924. (FILARSZKY und KÜMMERLE. M.) Wird in der VII. Cent. der «Flora Hungarica exsiccata» ausgegeben.

25. *Ch. cr. f. stricta* F. im großen südlichst gelegenen Becken der «Kalocsai vizek» allgemein auch «Kis Büdös» benannt, nahe zur Zikla-tanya in der Umgebung von Solt-Vadkert ♂ und ♀ *Ch. cr.*-Pflänzchen an den von Phragmites noch nicht besetzten freien seichteren, aber auch tieferen Wasserstellen überall in großer Menge am 13. Juli 1923. (FILARSZKY und KÜMMERLE. M.)

26. Dieselbe Form in Maßenvegetation mit Potamogeton vermischt zur selben Zeit in einem andern, der Zikla-tanya nahe liegenden, in seiner ganzen Ausdehnung sehr seichten, von Phragmites völlig freien Wasserbecken, das ich mit «Lugos-tó» bezeichnete seines laugen-ähnlichen, stark schäumenden

Wassers halber. ♂ und ♀ Pflänzchen dicht vermischt miteinander schon in halb verwesendem Zustande. (FILARSZKY und KÜMMERLE. M.)

27. Im großen «Nagy városi tó», der sich tief in die Ortschaft Solt-Vadkert hinein erstreckt, fand ich an einer engen, geschützteren, von Phragmites noch freien seichteren Stelle am 15. Juli 1923 einige Büschel ♂ und ♀ Geschlechtes der *Ch. cr. f. humilis* in Gesellschaft der *Chara aspera* (M.) und am 7. Juli 1924 am freien Ufer dieses Sees angeschwemmte Bruchstücke desselben Pflänzchens mit Bruchstücken von ♂ *Chara connivens* vermischt (M.), den eigentlichen Standort dieser Pflänzchen konnte ich jedoch in dem vom starken Winde aufgepeitschten und getrübten Wasser nicht auffinden.

28. Auf dem Wege zum «Öszeszéki tó», Umgebung von Szeged in der Nähe der Eisenbahnstation Szeged-Felsőtanya, fand ich am 25. Juli 1923 in einem kleinen sumpfigen Teiche *Ch. cr. f. tenuifolia* F. beiderlei Geschlechts in außerordentlicher Menge, leider aber stark mit Potamogeton versetzt und schon in beginnender Verwesung. (M.) Dasselbe Resultat hier auch am 19. Juli 1924 (M.)

29. *Ch. cr. f. bulbifera* F. sammelte G. TIMKÓ am 30. Juli 1923 im großen «Kolomp-tó» südwestlich von Kecskemét. Die kleine Probe bestand größtenteils aus ♀ Pflänzchen, und enthielt nur wenige ♂ Pflänzchen, beide schon in verwesendem Zustande; an ersteren fanden sich auch schon einige Thallidien vor, wie an den in späterer Jahreszeit gesammelten größeren Solt-Vadkerter Pflanzen. (M.)

30. In dem an seinen wenigen von Phragmites freien Stellen mit dichten Cladophora-Watten überzogenen «Pákozdi-tó» nördlich von Aba, Comitat Fehér im Sárreter Gebiete ist *Ch. cr.* in beiderlei Geschlechtern ebenfalls reichlich zu finden; die hier eingesammelten, leider stark veralgten Pflänzchen sind noch einer näheren Prüfung zu unterziehen, um auch die Form bestimmen zu können. 15. Juni 1924. (FILARSZKY u. KÜMMERLE. M.)

31. Eine auffallend hübsche, der *f. pallide-viridis* F. außerordentlich ähnliche *Ch. cr.*-Form sammelte in ♂ und ♀ Exemplaren Dr. A. BOROS am 19. Juni 1924 in dem sandbodigen, seichten, salzhaltigen Teiche «Sóstó» bei Lajosmizse, unweit der Eisen-

bahnstation Felső Lajos. Sie bildete hier eine Maßenvegetation in Gesellschaft von *Potamogeton pectinalis*. Ist noch einer genaueren Untersuchung zu unterziehen. (M.)

32. In der Umgebung von Solt-Vadkert im eigentlichen «Kis Büdös-tó» nördlich von den «Kalocsai vizék» sammelte ich am 4. Juli 1924 überaus zierliche, kleine *Ch. cr.* Pflänzchen, die in der Nähe des freien Seeufers teils vereinzelt, teils in kleinen, aus ♂ und ♀ Pflänzchen zusammengesetzten Büscheln in Menge standen, weiter in den fast überall seichten See hinein aber schon zu größeren-kleineren Rasenflecken vereinigt, als Maßenvegetation den Boden des weitausgedehnten freien Beckens überzogen. Es scheinen zweierlei Formen vorhanden zu sein, von denen die eine etwas grössere Form der unter 25. schon erwähnten *f. stricta* F. ähnlich sieht, die andere kleinere, zwergartige Form aber der *f. compacta* Mrg. nahe zu stehen scheint. Das hier reichlich gesammelte Material ist noch einer genauen Prüfung zu unterziehen. (M.)

33. Im Solt-Vadkerter «Nagy Büdös-tó», den ich schon früher wiederholt vergebens absuchte, fand ich am 4. Juli 1924 an der nördlichen, mit dichtem Phragmicetum besetzten Seite eine längst dem Ufer sich hinziehende freie Stelle, die ein Gewirr von verschiedenen Wasserpflanzen (*Utricularia*, *Myriophyllum*, *Potamogeton* etc.) aufwies aber unter diesen auch dunkelgrüne, schöne, reichverzweigte Büschel ♂ und ♀ *Ch. cr.* in reichlichem Maße barg. Das eingesammelte Material wartet noch der endgültigen Aufarbeitung, doch werde ich mich kaum irren, wenn ich schon jetzt nach meiner ersten, nur oberflächlichen Untersuchung von einer eigentümlichen neuen Form spreche, die ich *f. gymnopoda* benennen möchte. (M.)

34. Halbverweste, reichlich mit Oosporen besetzte, doch hie und da auch noch Antheridien aufweisende *Ch. cr.*-Bruchstücke mit anderen Wasserpflanzen ein überaus dichtes Gemenge bildend, fand ich auf meiner letzten Excursion in der Umgebung von Solt-Vadkert (4. Juli 1924) in mehreren kleineren-größeren, stark versumpften Wassertümpeln nördlich von der Feuerstein-tanya, auch noch ein näher zu untersuchendes Material. (M.)

35. Nördlich vom «Öszeszéki-tó» (Umgebung Szeged's) gelei-

tete mich am 19. Juli 1924 Dr. I. GYÖRFFY zu zwei kleineren sumpfigen Wasserbecken, die zur Zeit hohen Wasserstandes wahrscheinlich auch mit dem «Öszeszéki-tó» in Verbindung stehen; in beiden fanden wir schon stark in Verwesung befindl. ♂ und ♀ Pflanzen der *Ch. cr.* in großer Menge; die schon ausgetrockneten freien Uferstellen beider Becken aber überzog *Ch. cr.*-Meteorpapier in der verschiedensten Ausbildung. (M.) Noch zu prüfendes Material.

Von diesen 35 Standorten sind 21 solche, an denen sowohl ♂, als auch ♀ Pflanzen gefunden und eingesammelt wurden und 14 Fundorte, an welchen nur ♀ Pflanzen beobachtet wurden. Doch auch unter diesen letzteren gibt es 1—2 solche neuere Fundorte, an denen in der entsprechenden Vegetationsperiode sich wahrscheinlich auch noch ♂ Pflanzen vorfinden werden und ich darf bestimmt behaupten, daß bei fortgesetzter emsiger Forschung, bei entsprechender und systematischer Untersuchung der vielen stehenden Gewässer des ungar. Tieflandes, diese Zahl in kurzer Zeit sich vervielfachen werde. Von den älteren Fundorten sind einige wohl heute nicht mehr aufzufinden, doch sind die Belege von diesen vorhanden und lassen eine einstige noch weit größere Verbreitung der *Ch. cr.* in Ungarn vermuten.

MIGULA beschreibt in seinem Werke¹ insgesamt 23 europ. Formen, ich registriere in meiner erwähnten Abhandlung 19 Formen, denen ich heute noch eine 20-te anschließen kann: *f. heteroteles*, *ceratophylloides*, *stricta*, *tenuifolia*, *comata*, *gymnophylloides*, *pallide-viridis*, *bulbillifera* und *gymnopoda*; ferner *minor*, *transsylvanica*, *rarisipina*, *thermalis*, *pachysperma*, *humilis*, *Hungarica*, *spinosissima*, *brachyphylla*, *reclinata* und *filiformis*. Unter diesen sind die erstgenannten 9 neue Formen, eine derselben *f. bulbillifera* habe ich schon früher beschrieben und auch abgebildet (Taf. I. u. II.), die Beschreibung der übrigen ist in 5. zu lesen, nur eine neue Form *f. gymnopoda* wartet noch der näheren, ausführlichen Beschreibung.

Aus diesen Zahlenangaben geht hervor, daß die in Ungarn

¹ MIGULA: Die Characeen in Dr. L. Rabenhorst's Kryptogamen-Flora von Deutschland, Oesterreich und der Schweiz. V. Bd. Leipzig 1890—97.

viel und weitverbreitete *Ch. cr.* auch in nicht zu unterschätzender Formen-Anzahl anzutreffen ist. Ich habe in dem von mir selbst eingesammelten Materiale, sowie auch in den mir eingelieferten Aufsammlungen überdies mehrere Übergangsformen zu Gesicht bekommen, die an der Hand der bisher bekannten, meist mangelhaften Beschreibungen gar nicht zu bestimmen waren und oft auch die ganz genaue Bestimmung der genannten Formen recht erschwerten; diese habe ich außer Acht gelassen und immer jener genau bestimmbaren Form zugezogen, mit der sie reichlich zusammen vereint sich vorfanden. Aber auch so war ich bei der Aufstellung einiger neuen Formen noch immer in Zweifel, ob die fraglichen Pflänzchen doch nicht einer schon beschriebenen Form angehören; dann klang mir jedoch immer auch der Ausspruch eines vielfach berühmten alten bot. Meisters und allgemein anerkannten großen Floristikers in den Ohren: «es sei immer besser auch nur scheinlich Neuem einen Namen zu geben, als dies zu verschweigen» also hier angewendet, eine scheinbar neue Form namenlos im Herbarium zu begraben.

NACHTRAG.

30. erwies sich als *f. nigricans* (NOLTE) MIG. (*Chara nigricans* NOLTE.)

31. ergab *f. pallide-viridis* FILARSZKY und *f. ceratophylloides* FILARSZKY.

32. ergab nur *f. compacta* MIG.

33. erwies sich wirklich als eine ganz neue Form:

f. gymnopoda n. f.; die kurze Beschreibung derselben lautet:

Ungefähr 8—15 cm. hohe Pflänzchen mit normal verzweigten 0·3—0·8 breiten Axen; sie gedeihen in kleinen Büscheln, bilden aber stellenweise auch lockere Rasen, sind nicht inkrustiert und von auffallend schön dunkelgrüner Farbe, wodurch sie sich, wie auch durch ihre Feinheit gänzlich von allen andern Formen der *Chara crinita* unterscheiden. Die Berindung der Axen ist nicht ganz regelmässig, insofern die Mittelreihen nicht überall aneinanderschliessen, die Internodien also nicht ganz

bedecken, sondern stellenweise in kürzeren, längeren Spalten die freie Oberfläche der centralen Internodiumzelle sehen lassen. Die einzeln stehenden Stacheln sind sehr klein, nur an den oberen Internodien sind sie zerstreut wahrnehmbar, die mittleren und unteren Internodien sind zumeist schon ganz frei von jedweder Bestachelung. Auch die Nebenstrahlen (stipulæ) sind sehr ausgebildet, nur an den oberen Knoten sind sie als kleine stumpfendige Papillen deutlich zu sehen. Die Länge der in den einzelnen Strahlenwirteln meist zu 6 vorhandenen Strahlen variiert ausserordentlich, an manchen Zweigen sind sie kaum 2 mm. lang, an anderen erreichen sie eine Länge von 5—7 mm; sie neigen sich bogenförmig stark zur Axe; die ♀ Strahlen sind zumeist 3-gliedrig, die ♂ Strahlen 4-gliedrig; ihr Endsegment ist 1—3-zellig; das 1-zellige Endsegment ist etwas länger, als die Strahlchen des letzten Knotens, das 2—3 zellige Endsegment so lang, oft länger, als das letzte Internodium der Strahlen; in jedem Falle neigt es sich stark nach innen der Axe zu. Am charakteristischsten für diese Form ist die Berindung der Strahlen: die nicht überall zusammenschliessenden Rindenzellen treffen gewöhnlich unter der Mitte des Internodiums zusammen, in den mittleren und unteren Strahlenwirbeln sind aber immer ein bis einige Strahlen zu sehen, deren unterstes (erstes) Internodium gar keine Berindung aufweist (daher der Name *gymnopoda*), während die darauf folgenden Internodien schon eine normale Berindung besitzen. Die Strahlchen sind an den Strahlenknoten ringsum entwickelt, aber von verschiedener Grösse, im Allgemeinen kurz, die vordern und seitlichen Strahlchen sind sogar kürzer oder höchstens so lang, als die Sexualorgane, die hintern ungefähr so lang, als die Stacheln; auch die Strahlchen sind stark gekrümmt, nicht gerade und oft auffallend dick. Die Oosporen sind schwarz und dreimal länger, als breit.

34 und 35 sind nicht näher bestimmbar, solange nicht frisches Material von diesen beiden Orten eingesammelt wird.

Mit diesen nun auch näher untersuchten und festgestellten Formen erhöht sich die oben angegebene Zahl der in Ungarn bis 1924 beobachteten Formen auf 22.

ERKLÄRUNG DER TAFELN.

I. Taf. Sexuelle Fortpflanzungsorgane.

1. Nodialer Achsenteil mit Antheridien (σ) tragenden Strahlen. i internodialer Achsenteil, daran t Stachelbüschel; s drei aus dem Knoten auszweigende Strahlen, von zwei derselben nur der untere Teil; i_1-i_5 fünf berindete Internodien der Strahlen; v das einzellige Endsegment der Strahlen; sg Strahlchenwirtel an den Knoten der Strahlen; a Antheridien (σ); m Nebenstrahlenkranz am Grunde der Strahlen.

2. Gerades, einzelliges, nacktes Endsegment mit dem letzten Strahlchenwirtel (sg).

3. Nach innen geneigtes zweizelliges, nacktes Endsegment mit dem letzten Strahlchenwirtel (sg).

4. Fertiler Strahlknoten mit Antheridium (a), stärker vergr.

5. Dickwandige Endspitze eines Strahlchens, stärker vergr.

6. Nodialer Achsenteil mit einem Strahle an dem zwei fertile, Oogonien tragende und drei sterile Knoten zu sehen sind. o Oogonium (♀); msg vordere Strahlchen; hsg hintere Strahlchen; i_1-i_5 fünf berindete Strahlinternodien; v einzelliges Endsegment.

7. Fertiler Strahlknoten mit Oogonium (o), stärker vergr.

8. Ausgekeimte Oospore (oo) mit ausserordentlich langem Vorkeime, an letzterem rcs Rhizoidknoten, scs Strahlenknoten, rh Rhizoiden.

II. Taf. Assexuelle Fortpflanzungsorgane.

1. Älterer Achsenteil mit einem Knoten (n), aus welchem nacktfüssige Zweige (cs_1, cs_2, cs_3) und Rhizoide (rh) auszweigen; an der ersten Knotenstelle eines älteren stärkeren Rhizoidfadens grosse, mehrzellige Thallidien (Bulbillen b); s Reste der schon verwesenen Strahlen; cs_1 noch sehr junge nacktfüssige Zweige; cs_2 älterer nacktfüssiger Zweig, an seinem ersten Knoten (n) noch ohne Nebenstrahlen und mit noch ganz unberindeten vierzelligen Strahlen (s); cs_3 noch älterer nacktfüssiger Zweig mit seinem ersten Knoten, an welchem ausser den vierzelligen nackten Strahlen (s) in einer Reihe auch schon Nebenstrahlen (m) sich entwickelt haben; i_1 erstes noch unberindetes Internodium, i_2 zweites schon berindetes mit einzeln stehenden und büscheligen Stacheln (t) besetztes Internodium derselben.

2. Zweiter Knoten desselben nacktfüssigen Zweiges (cs_2), aus welchem schon entwickeltere, aber noch immer unberindete vierzellige Strahlen (s) auszweigen und an der Basis derselben auch schon ein zweireihiger Stipularkranz (m) zu sehen ist, an dem dritten Internodium (i_3) die Rindenreihen im spiralem Verlaufe infolge stärkeren Wachstumes.

3. Ein aus dem Strahlenwirtel des dritten Knotens desselben nackt-

füssigen Zweiges herauspräparirter Strahl, an welchem die zwei untersten Internodien schon berindet erscheinen und die dazugehörigen Knoten schon einen Strahlchenwirtel aufweisen.

4. Mehrzellige Rhizoidthallidien mit aus einem derselben entspringendem nacktfüssigen Zweige (*cs*), an welchem nur der erste Strahlenwirtel (*s*), aber auch schon ein einreihiger Stipularkranz (*m*) sich entwickelte; *rh* Rhizoiden.

5. Schwach vergrößerter älterer Achsenteil mit zwei Knoten, an welchen die Strahlenwirtel schon ganz verwesen sind und an Stelle derselben ein ganzer Kranz von vielzelligen Achsenthallidien (*b*) mit Rhizoiden und Rhizoidfäden (*rh*) zu sehen ist.

DER BEDARF DER ZIVILISIERTEN VÖLKER AN MECHANISCHER ARBEIT. I.

Von MORIZ v. HOOR-TEMPIS,
KORR. MITGLIED DER AKADEMIE.

Erste Mitteilung.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung vom 19. Jänner 1920.*

Es ist ein naheliegender Gedanke, die Arbeitsintegrale der landwirtschaftlichen und industriellen Betriebe, des Bergbaues und der Beförderungsbetriebe, usw. zu bestimmen und auf Grund der so gewonnenen Daten, d. h. aus der landwirtschaftlichen und industriellen Erzeugungs-Statistik, aus der Tonnenkilometer-Leistung der Transportbetriebe, usw. eines Landes, die *gesamte mechanische Arbeit* zu berechnen, die in einem gegebenen Wirtschaftsjahr zur Befriedigung aller Lebensbedürfnisse und zur Erhaltung der staatlichen und gesellschaftlichen Maschine angewendet wird. Wir können diese alljährlich erforderliche durch Tier- und Maschinenkraft erzeugte Arbeit in Kilowattstunden-Äquivalenten ausdrücken, und erhalten — wenn wir den so gewonnenen Integralwert durch die Einwohnerzahl dividieren einen Wert, den ich *Arbeitsquotient* nenne.

Nur auf diesem Wege, nur durch derartige umfassende und vergleichende Untersuchungen gelangt man zu einer richtigen Fassung des großen *Problems der Energiewirtschaft* und zur Erkenntnis deren volkswirtschaftlicher Bedeutung.

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *A művelt nemzetek mechanikai munkaszükséglete*. (Első közlemény.) Matematikai és Természettudományi Értesítő. Bd. XXXVIII. (1921), p. 293–305.

In der Natur, in der menschlichen Gesellschaft, im wirtschaftlichen und kulturellen Zustand der Völker, gibt es keinen Stillstand; überall haben wir es mit stetig veränderlichen Vorgängen zu tun. Wir können daher keinerlei brauchbare Ergebnisse aus derartigen wirtschaftlichen Unternehmungen ableiten, wenn wir aus der Reihe der statistischen Angaben willkürlich auf einzelne Zeitmomente bezügliche Zahlengruppen herausgreifen, etwa bloß die Arbeitsquotienten eines einzigen Jahres bestimmen oder gar Quotenwerte der verschiedenen Völker vergleichen, die sich auf weit auseinanderliegende Zeitpunkte beziehen.

Ein richtiges Bild erhält man nur dann, wenn man auf eine möglichst lange Reihe von Jahren zurückgreifend, von Jahr zu Jahr den Arbeitsquotienten bezeichnet und die erhaltenen Werte $z = f(t)$ als Funktionen der Zeit in ein Koordinatensystem einträgt. Vergleicht man, um die den Entwicklungsgang des Arbeitsbedarfes darstellenden Kurven $z_1, z_2 \dots z_n$ der verschiedenen Völker und Staatsgebilde, so hat man den ersten Schritt zur Begründung der *vergleichenden Energiewirtschaftslehre* getan.

Die wirtschaftliche Entwicklung der Völker zeigt uns eine Reihe von Analogien; ähnliche Vorbedingungen zeitigen ähnliche Ergebnisse. Man kann daher durch kritische Vergleichung der Quotenkurven $z_1, \dots z_n$ und der Erzeugungs- und Verbrauchskurven der Völker, aus der Vergangenheit Schlüsse auf die Zukunft ziehen und den zukünftigen Arbeitsbedarf wirtschaftlich schwach entwickelter Völker aus den Quotenkurven bereits weiter entwickelter Völker *per analogiam* mit ziemlicher Sicherheit voraussagen.

Der Verfasser, der vor etwa zwanzig Jahren die einschlägigen Untersuchungen und die systematische Sammlung und kritische Bearbeitung der einschlägigen Daten begonnen hatte, hat seither die Wichtigkeit der obenentwickelten Leitsätze, die Wichtigkeit der vergleichenden Energiewirtschaftslehre in zahlreichen Abhandlungen, Vorträgen und Projekten verfochten und auf die Mängel und Einseitigkeit der offiziellen Statistik hingewiesen.

Es muß betont werden, daß in den meisten Staaten eine systematische, kritische Sammlung und Verarbeitung der energie-

wirtschaftlichen Daten bis zum heutigen Tage nicht durchgeführt wurde. Selbst dort, wo man derartige Aufnahmen durchführte, ist die Aufarbeitung nicht immer folgerichtig, nicht einheitlich, meistens einseitig, so daß die Ergebnisse nicht unmittelbar verglichen werden können.¹

In der Literatur der Vorkriegszeit finden wir keine einzige umfassende Arbeit über Energiewirtschaft. Die erschienenen volkswirtschaftlichen Sammelwerke behandeln energiewirtschaftliche Probleme entweder garnicht oder begnügen sich mit einer kurzen Darstellung der Heizmaterialstatistik, einer mehr oder minder richtigen (meistens ganz unrichtigen) Einschätzung der Wasserkräfte, usw.²

Von einer kritischen Behandlung der Wärme und Arbeitswirtschaft der Völker, über die Grenzen der Kohlenwirtschaft, über die energiewirtschaftliche Bedeutung der richtigen Wasserwirtschaft finden wir in der Weltliteratur der jüngsten Zeit garnichts. Selbst ein Versuch, das rohe Zahlenmaterial zusammenzustellen, ist nicht zu verzeichnen.

Ganz Hervorragendes wurde jedoch auf einzelnen begrenzten Gebieten der energiewirtschaftlichen Statistik in den Vereinigten Staaten und in Kanada geleistet.³

Der Schweiz gebührt das Lob die Bedeutung der Energiewirtschaft zuerst erfaßt zu haben. Es ist ein unvergängliches Verdienst des «*Schweizerischen Wasserwirtschaftsverbandes*», daß die energiewirtschaftliche Datensammlung rasch vor sich ging und die Ergebnisse Gemeingut wurden. So war denn die

¹ Siehe, z. B.: «*Inspettorato generale dell'Industria e del Commercio: Statistica degli Impianti Elettrici in Italia nel decennio 1899—1908.*» Roma, 1911. Tipogr. Bertero.

S. F.: «*Annuaire Statistique 1911.*» Paris, 1912. Impr. Nationale.

«*13th Census of the U. S.; Abstract.*» Washington, 1913, Government Printing Office.

² Siehe, z. B. WILLIAM SMART: «*Economic Annals of the 19th Century.*» London, 1910. Macmillan & Co., ferner CALWER: «*Jahrbuch der Weltwirtschaft Berlin, 1913; Volkswirtschaftliche Chronik für das Jahr 1913.*» Jena, 1914. G. FISCHER, usw.

³ S.: Department of Commerce, Bureau of the Census: «*Central Electric Light and Power Stations, 1907*», dasselbe 1912 und 1917.

Schweiz der erste Staat, dessen Bedarf an mechanischer Arbeit einwandfrei festgestellt wurde.¹

Als der Verfasser vor Jahren den ersten Versuch unternahm die Arbeitsquotienten der Völker zu berechnen und zu vergleichen, war er auf sehr spärliches Datenmaterial angewiesen und mußte dasselbe durch eigene Aufnahmen und den mühseligen Weg der Fragebogen ergänzen. Die Ergebnisse dieser Voruntersuchungen habe ich im Jahre 1912 veröffentlicht und bereits damals auf die Unhaltbarkeit der fast ausschließlich auf die Kohle sich stützenden Energiewirtschaft hingewiesen.²

Nachfolgend gebe ich kurz gefaßt die Resultate meiner seither ausgeführten Untersuchungen.

1. Den Arbeitsbedarf und die Entwicklung des Arbeitsquotienten einzelner Versorgungsgebiete kann man aus dem Kohlenverbrauch pro Kopf der Bevölkerung oder der von den bestehenden Elektrizitätswerken verteilten elektrischen Energie nicht ableiten; aus diesen zwei Kopfquoten allein können stichhaltige Folgerungen nicht abgeleitet werden.

2. Die Kohlenquote der Völker steigt langsamer, als der Arbeitsquotient, da die zur Erzeugung und Verteilung der mechanischen Arbeit dienenden Einrichtungen in den letzten Jahrzehnten erheblich verbessert wurden, deren Nutzeffekt stetig anwuchs.

¹ «Jahrbuch des Schweiz. Wasserwirtschaftsverbandes», Jahrgänge 1910—1918, ferner C. BAUR: «Die Verwendung der Elektrizität zu elektrochemischen und metallurgischen Zwecken.» Zürich, 1915. Rascher u. Komp.

Seit Fertigstellung der ungarischen Originalabhandlung des Verfassers sind nun mehr als vier Jahre verstrichen. Während dieser Zeit wurden in den Vereinigten Staaten, in England, in Kanada, in der Schweiz, in Bayern und im Deutschen Reich überhaupt von Behörden und Verbänden hervorragende Arbeit auf diesem Gebiet geleistet. Ich verweise, z. B. auf «A Super power System for the Region between Boston and Washington», by W. S. MURRAY. Washington, 1921. Government Printing Office, ferner auf die Jahresberichte der Power Commission of Ontario in Toronto, die Projektberichte der Dominion Water Power Branch in Ottawa. Als besondere Kulturtat möchte ich hervorheben: Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband: «Führer durch die Schweizerische Wasserwirtschaft». Selbstverlag des Verbandes, 1921.

² HOOR: «De l'énergie mécanique consommée par les peuples civilisés et de la houille blanche.» Revue de Hongrie. T. IX. p. 350. Budapest, 1912.

Aus der wirtschaftlichen Entwicklungsstufe und dem Lebensstandard der Völker kann man keineswegs auf den Entwicklungsgrad der Energiewirtschaft und den durchschnittlichen Nutzeffekt schließen, den die Wärme- und Arbeitswirtschaft im Laufe der Entwicklung erreicht hat. In England, in den Vereinigten Staaten und in Frankreich war z. B. der spezifische Kalorienbedarf der mit Kohle erzeugten Arbeitseinheit im Durchschnitt bedeutend größer, als in Deutschland und in der Schweiz und größer als in Ungarn, obzwar Ungarns wirtschaftliche Entwicklung weit hinter jener der erstgenannten zwei Länder zurücksteht.

3. In sehr dicht bevölkerten Versorgungsgebieten mit stark entwickelten gewerblichen Betrieben und besonders in solchen, die über billiges Heizmaterial verfügen, schreitet die *Elektrisierung* der Arbeitsversorgung verhältnismäßig langsamer fort als im Versorgungsgebieten, die noch am Anfang ihrer Entwicklung stehen oder nur über teures Heizmaterial verfügen. Die Ursache liegt auf der Hand: große Maschinenbetriebe, die wirtschaftliche Arbeiten, in deren Kraftanlagen große Kapitalien liegen, übergehen langsamer zum Anschluß an ein elektrisches Verteilungsnetz, als kleine, unwirtschaftlich arbeitende Zwergbetriebe.

Im Allgemeinen nähert sich die auf den Einwohner entfallende Kopfquote der verteilten energischen Energie der Arbeitsquote in wirtschaftlich stark entwickelten Gebieten bei weitem nicht so stark, als in Gebieten deren wirtschaftliche Entwicklung jüngeren Datums ist. Eine unabsehbare Reihe von Beispielen zeigt, daß die Elektrizitätsquote in mittleren und kleinen Städten und auch in landwirtschaftlichen Bezirken gegenwärtig höher ist, als in manchen großen Weltstädten oder Gewerbebezirken, obzwar die Arbeitsquote der letzteren ungleich größer ist. *Aus der in einem gegebenen Versorgungsgebiet verteilten elektrischen Energie, beziehungsweise aus der erreichten Elektrizitätsquote kann man daher keine Folgerungen auf die Größe der Arbeitsquote ziehen.*¹

¹ Die falsche, allzuniedrige Einschätzung der Absatzmöglichkeiten der elektrischen Energie, die Unkenntnis der wirklichen Arbeitsquote und

So betrug, z. B. die Elektrizitätsquote der Schweiz im Jahre 1919 rund 700 kwh, während die Arbeitsquote des Landes mit 1300—1400 kwh zu veranlassen ist. In den Vereinigten Staaten erreichte in 1919 die Elektrizitätsquote 390 kwh, die gesamte Arbeitsquote hingegen berechne ich mit 650—700 kwh. Aus der im Deutschen Reich im Jahre 1913 von den Elektrizitätswerken verteilten Energie ergibt sich eine Elektrizitätsquote von 65—70 kwh, während meiner Rechnung nach die Arbeitsquote Deutschlands in diesem Jahre 800—900 kwh erreichte. Aus der Energielieferung der Elektrizitätswerke in Ungarn ergibt sich die Elektrizitätsquote des Jahres 1913 zu 20 kwh, obzwar ich die Arbeitsquote des Landes für dieses Jahr mit 216 kwh festgestellt habe.¹

Die ermittelten Zahlen, denen ich noch eine Reihe weiterer Beispiele zufügen könnte, beweisen klar, daß *es nicht statthaft ist, aus dem Erzeugungs- oder Verteilungsquoten der bestehenden Elektrizitätswerke oder aus der Kohlenquote auf die Größe der Arbeitsquote zu schließen*. Trugschlüsse, deren Ursache eben in der Unkenntnis der soeben festgestellten Wahrheit zu suchen ist, zeitigen die große Zahl von Widersprüchen und Irrtümern, die in der einschlägigen Literatur der letzten Jahre allenthalben zu finden sind.

ihres Entwicklungsganges führt meistens zu einer Unterschätzung der wirtschaftlichen Bedeutung und der geschäftlichen Aussichten einer allgemeinen Elektrisierung der Arbeitsversorgung.

¹ Siehe die Kartenblätter Nr. 20 und 21 in der ersten Auflage des Wirtschafts atlas Ungarns «The Economics of Hungary in Maps». Budapest, 1920. Herausgegeben von FRANZ v. HEINRICH, Handelsminister; in der zweiten Auflage die Kartenblätter Nr. 8 und 16, auf Grund der Berechnungen des Verfassers unter dessen Anleitung hergestellt.

Siehe ferner: HOOR: «The mechanical Energy in the Household of Hungary and Clémenceau's Demarcational Line of June 13th 1919. Budapest, 1919.

HOOR: «Hungarian Water Power Schemes and the economic Results to be expected in Consequence of their Realization». Budapest, 1919.

Beide Arbeiten, an den Chef der Friedenskommission Ungarns, Grafen PAUL TELEKI gerichtete Abhandlungen, in der Aktensammlung der Ung. Friedensdelegation.

4. Der aus der Erzeugungs- und Beförderungsleistung berechnete gesamte Bedarf an mechanischer Arbeit der Völker nimmt mit auffallender Gesetzmäßigkeit zu. Die Zeitkurve des Arbeitsquotienten $z = f(t)$ ist ohne Ausnahme gegen die Zeitachse konvex. Der Differenzialquotient $\frac{df(t)}{dt}$ steigt mit der Zeit stetig, die Beschleunigung des Arbeitsquotienten, $\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$, ist bei den einzelnen Völkern Jahre hindurch fast konstant. Wir können daher die Zeitkurven der Arbeitsquotienten durch Kegelschnittstücke, in den meisten Fällen durch Hyperbel- oder Ellipsenabschnitte in großer Annäherung ersetzen.¹ Man findet zwar im Laufe der Zeit in manchen Kurven kurze, sich über ein bis zwei Jahre erstreckende — durch wirtschaftliche Krisen, schlechte Ernten oder politische Momente verursachte — Inflexionen. Doch folgt die Zunahme des Arbeitsquotienten nach überwundener Inflexion wieder im großen und ganzen dem alten Gesetz. Die Gestalt der Kurven, die Größe der Beschleunigung der einzelnen Wirtschaftseinheiten ist mindestens seit 20—30 Jahren konstant, so daß die Zeitkurven der Arbeitsquotienten als charakteristische Funktionen der wirtschaftlichen Entwicklung angesprochen werden können.

Man findet ferner, daß die Arbeitsquotienten wirtschaftlich schwacher, jedoch selbständiger Völker in den letzten Jahren der Vorkriegszeit mit größerer Beschleunigung zunahmen, als jene der weit vorgeschrittenen; im Allgemeinen streben die z -Funktionen der zivilisierten Völker einer *gemeinsamen Asymptote* zu. Das ist der energiewirtschaftliche Ausdruck der bekannten Tatsache, daß mit der fortschreitenden Entwicklung der internationalen Verbindungen, des Handelsverkehrs, der Verallgemeinerung des Fortschrittes auf allen Gebieten, der wirtschaftliche Standard der Völker sich einem gemeinsamen Wert mehr und mehr nähert.

Es ist auffallend, daß die Beschleunigung der Arbeitsquotienten

¹ Meine, seit Vorlage dieser Arbeit ausgeführten Untersuchungen zeigen, daß in *wirtschaftlichen Antarchien* Arbeitsquotient eine Exponentialfunktion der Zeit ist.

ten in der Vorkriegszeit selbst dort nicht nachließ, wo der Arbeitsquotient bereits einen verhältnismäßig hohen Wert erreicht hatte, so z. B. in der Schweiz, in England und in Belgien. Die mechanische Arbeit verbrauchenden neueren technologischen Verfahren, die Entwicklung einer intensiven Landwirtschaft, die Erzeugung künstlicher Düngemittel, die elektrochemischen und elektrometallurgischen Fabrikationsverfahren, die zunehmende Beförderungsleistung, der zunehmende Lichtbedarf und das Streben nach einem besseren Lebensstandard sind Faktoren, die das rapide Ansteigen des Arbeitsquotienten zeitigen.¹

5. Die dem wirtschaftlichen Zustand 1913—14 entsprechende Arbeitsquote betrug in der Schweiz (siehe die oben zitierten Veröffentlichungen) rund 1200 kwh; sie betrug nach meiner Rechnung in England 1000—1100, in Belgien 900—950, in Deutschland 800—900, in den Vereinigten Staaten 650—700,² in Frankreich 600—650, in Italien 350—400 kwh.

Die Arbeitsquote Groß-Ungarns betrug nach meiner Rechnung in 1913 216 kwh, jene des Landesteiles innerhalb der

¹ In keinem einzigen Falle fand ich $\frac{d(ft)}{dt} = \text{Konstant}$. Die in vielen volkswirtschaftlichen Werken vertretene Annahme, der Kalorienbedarf, also der Heizmaterialbedarf oder der Arbeitsbedarf der Völker werde in der Zukunft linear anwachsen, ist also ganz falsch und mußte zu folgenreichen Irrtümern führen. Das wirtschaftliche Gleichgewicht der Völkergemeinschaft und in diesem Rahmen der Völker Europas ist *kein statischer*, sondern ein *dynamischer Zustand*.

In einer seit Einreichung der Originalabhandlung veröffentlichten Arbeit habe ich darauf hingewiesen, daß es sich bei der wirtschaftlichen Rekonstruktion Europas nicht bloß um die Wiederherstellung des Zustandes 1913, sondern um die Rekonstruktion des Entwicklungsganges, um eine *dynamische Rekonstruktion* handle. Siehe

HOOR: «On Windmills and Peace Treaties». Oxford Hungarian Review. June 1922. Oxford.

² Ungefähr die Hälfte der Einwohner lebt zerstreut auf Farmen.

Inzwischen ist von der Regierung die bereits zitierte Studie über die Versorgung des Industriegebietes zwischen Boston und Washington veröffentlicht worden. MURRAY berechnet in dieser Arbeit den Arbeitsbedarf pro 1930 mit 31.9 Milliarden kwh bei einer Einwohnerzahl von 27.5 Millionen. Der Arbeitsquotient pro 1930 ergibt sich also zu 1160 kwh.

Grenzen von heute 260 kwh (siehe die oben zitierten Arbeiten des Verfassers in der Aktensammlung der ung. Friedensdelegation).

6. Aus obigen Zahlen — deren Reihe ich durch eine große Zahl weiterer Beispiele ergänzen könnte — ersieht man, welche verhältnismäßig bescheidene Stufe Ungarns wirtschaftliche Entwicklung vor dem Kriege erreicht hatte. Von einer wirtschaftlichen Überentwicklung kann überhaupt nicht gesprochen werden.

Auf Grund seiner Untersuchungen war der Verfasser in der Lage den Arbeitsquotienten Groß-Ungarns pro 1930 und 1940 zu berechnen, unter der Voraussetzung, daß Ungarns wirtschaftliche Entwicklung das bescheidene Maß der Vorkriegszeit eingehalten hätte. Der Arbeitsquotient pro 1930 ergibt sich unter dieser Voraussetzung zu 320, jener des Jahres 1940 zu 500 kwh, falls man die Beschleunigung der letzten Vorkriegsjahre, als konstant annimmt. Soll also das Land seine wirtschaftliche Selbständigkeit, seinen bescheidenen Platz im Wettbewerb der Völker behalten können, muß mit den obigen Arbeitsquoten gerechnet werden.

7. Von dem gesamten Arbeitsbedarf Groß-Ungarns im 1913, 3950 Millionen kwh, wurde meiner Schätzung nach ein Arbeitsäquivalent von 80 Millionen kwh mit Öl- und Benzinmotoren, ein Äquivalent von 550—600 Millionen kwh mit hydraulischen Motoren und 3300 Millionen kwh mit Dampfmaschinen erzeugt.¹ Der spezifische Kohlenbedarf pro kwh war sehr ungünstig, er betrug im Landesdurchschnitt in 1913 meiner Rechnung nach mindestens 4·2—4·6 kg Kohle von durchschn. 5400 Kal. pro kwh Arbeitsäquivalent.²

Setze ich also voraus, daß auf dem Gebiete des ehemaligen Groß-Ungarns die Wasserkraften nicht im höherem Maße ausgenutzt werden, als bisher und daß die bisherige Energiewirtschaft, die dezentralisierte Erzeugung der mechanischen Arbeit in mittleren und kleinen Einzelanlagen und Einmaschinen-Betrieben bei-

¹ Die Tierkraftleistung stellt einen verhältnismäßig unbedeutenden Betrag dar.

² Große moderne Elektrizitätsanlagen brauchen pro erzeugte kwh höchstens 1·0—1·5 kg solcher Kohle im Jahresdurchschnitt.

behalten wird, so haben wir für dieses Wirtschaftsgebiet pro 1930 mit einem gesamten Arbeitsintegral von 5200 kwh, in 1940 aber mit 920 kwh zu rechnen. Diesem Gesamtbedarf an mechanischer Arbeit entspricht laut obigem ein Kohlenbedarf von etwa 220–240 Millionen q beziehungsweise 390–420 Millionen q (von 5400 Kal.).

Setze ich den Bedarf an Hausbrandkohle und für den kalorischen Bedarf der Industrie mit dem sehr bescheidenen Wert von 300 kg per Kopf und Jahr fest, so komme ich zu dem Ergebnis, daß das Wirtschaftsgebiet Groß-Ungarns in 1940 etwa 450–480 Millionen q Kohle à 5400 Kal. benötigen würde. In 1913 betrug die Kohlenförderung Groß-Ungarns rund 100 Millionen q mit einem durchschnittlichen Heizwert von 5400 Kal. und es mußten noch rund 60 Millionen q (in Kohlen von 5400 Kal. ausgedrückt) eingeführt werden.

Das Wirtschaftsgebiet Groß-Ungarns müßte also seine jährliche Kohlenförderung bis zu 1940 auf das vier- bis fünffache der Förderung von 1913 steigern, u. zw. mit dem Durchschnittsheizwert von 1913.

Eine derartige Möglichkeit ist in Hinsicht auf die Spärlichkeit unserer Kohlenvorkommen, deren veränderliche Qualität und geringen Heizwert, den Arbeitermangel, usw. als *vollkommen ausgeschlossen zu betrachten*. Ich schätze den Höchstbetrag der in den nächsten 20 Jahren erreichbaren jährlichen Kohlenförderung im Wirtschaftsgebiet Groß-Ungarn auf etwa 150 Millionen q (auf 5400 Kal. Kohle umgerechnet).

Aus Alldem ergibt sich, daß die gründliche, umfassende Reform der Energiewirtschaft, die Zentralisierung der Arbeitserzeugung in große Anlagen, die Herabdrückung des spezifischen Kohlenbedarfes, die großzügige Ausnützung der Wasserkräfte, *dringende Aufgaben sind*, die unbedingt gelöst werden müssen, wenn die wirtschaftliche Entwicklung und Lebensmöglichkeit dieses Wirtschaftsgebietes gesichert werden soll.

Die vielfach von Uneingeweihten aufgestellte Behauptung, daß das wirtschaftliche Leben und das notwendige Maß der Entwicklung, bei der bisherigen Art der Energiewirtschaft und bei fast ausschließlicher Anlehnung an die Kohle, gesichert erscheint,

mußte ich auf das entschiedenste *widerlegen*. Ich halte es für meine Pflicht im Angesicht der Ung. Akademie der Wissenschaften derartige Lehren richtig zu stellen.

8. Die Wasserkräfte Groß-Ungarns — das muß ich im Gegensatz zu der in Ungarn allgemein verbreiteten irrigen Ansicht feststellen — halten den Vergleich mit den bekannten großen Wasserkräften des europäischen Auslands aus, vorausgesetzt, daß man die projektierten großen Anlagen nicht als isolierte Einzelanlagen anspricht, sondern entsprechend ergänzt in ein einheitliches, das Land umfassende Energieversorgungssystem organisch eingefügt.¹

Bei Ausführung dieser Untersuchungen habe ich die bekannten Wasserkraftprojekte durch alle jene Kunstgriffe ergänzt gedacht, die nach den Regeln einer modernen Energie- und Wasserwirtschaft anzuwenden sind, so z. B. Tagesspeicher, Ausbau auf das Jahresmittel der Wasserleistung oder darüber, in einigen Fällen auf die gesamte Jahresleistung des Wassers, größere Talsperren, richtige Zusammenfassung von Basis- und Spitzenwerken, richtige Einschätzung des zu gewärtigenden Belastungsfaktors,² usw.

Ich habe für eine Reihe von projektierten einheimischen und im obigen Sinne ergänzt gedachten hydroelektrischen Anlagen jene Jahresleistung der Werke bestimmt, die multipliziert mit der erzielten Durchschnittseinnahme pro abgesetzte kwh einen Jahresbetrag ergibt, der zur Deckung der gesamten Betriebs-, Geschäfts- und Kapitallasten eben genügt. Diese Leistung, die ich «kritische Grenzleistung» nenne, ist in den meisten untersuchten Beispielen kleiner, als die mögliche Ausbauleistung und kleiner, als die absetzbare Leistung. Es verbleibt also nach Deckung aller Erzeugungslasten noch eine erhebliche Überschuß-

¹ In meinen bereits zitierten Arbeiten habe ich den Beweis erbracht, daß nach Ausführung der von einheimischen Ingenieuren ausgearbeiteten Projekte, die hydroelektrischen Anlagen Groß-Ungarns — im Parallelbetrieb mit großen thermischen Anlagen — jährlich mindestens 5500 Millionen kwh abgeben könnten.

² Über die Untersuchungen betreffend Belastungsfaktor der Elektrizitätswerke berichte ich anderen Ortes.

leistung, die als «*side business*» im Dienste der Volkswirtschaft zur Geltung kommen wird. Auch in dieser Beziehung halten die ungarischen Wasserkräfte den Vergleich mit bekannten, guten Wasserkräften des Auslandes aus.¹

Die festgestellten Ergebnisse rechtfertigen den Kampf, den der Verfasser seit nunmehr zwanzig Jahren für die Verbesserung der Energiewirtschaft in Ungarn und in erster Linie für die Ausnützung der ungarischen Wasserkräfte geführt hat.

¹ Ich glaube von den Vergleichstabellen, die ich in der Originalabhandlung mitgeteilt habe, absehen zu können.

DIE BELASTUNGS DIAGRAMME DER ELEKTRIZITÄTSWERKE UND DIE VERBESSERUNG DER ENERGIEWIRTSCHAFT.

Von MORIZ v. HOOR-TEMPIS,

KORR. MITGLIED DER AKADEMIE.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung vom 7. Juni 1920.*

In meiner vorgehenden Arbeit¹ habe ich auf die Unhaltbarkeit der allgemein gepflogenen Art der Energiewirtschaft hingewiesen und dargelegt, daß man dringend alles mögliche tun muß, um einerseits den zur Erzeugung der Arbeitseinheit notwendigen spezifischen durchschnittlichen Kalorienbedarf bedeutend unter den gegenwärtigen Durchschnittswert herabzudrücken und andererseits die Wasserkräfte im großen Stil auszunützen.

Um diesem Postulat allgemeine Anerkennung zu verschaffen, müssen vor Allem jene falschen Ansichten widerlegt und beseitigt werden, die in Sachen der Energiewirtschaft und betreffend die Wirtschaftsfaktoren und anderer charakteristischen Zahlenwerte großer Elektrizitätswerke noch vielfach bestehen, in die Literatur Eingang fanden und im Wirtschaftsleben viel Schaden anrichteten.

Nachfolgend gebe ich kurz gefaßt die Ergebnisse jener Untersuchungen, die ich über den Quotienten $\frac{M}{A}$ der Jahres-Maximal-

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: *Az elektromos művek terhelési diagrammjai és az energia-gazdálkodás javítása.* Matematikai és Természettudományi Értesítő, Bd. XXXVIII., (1912), p. 315—328.

¹ Seite 133 dieses Bandes.

Belastung M und der mittleren Jahresbelastung A (oder wenn man will den reciproken Wert $\frac{A}{M}$, den sogenannten Belastungsfaktor) und über die Beziehungen angestellt habe die zwischen diesem Quotienten und dem Arbeitsquotienten bestehen.

Die Zahlenreihen für $\frac{M}{A}$, die aus der Statistik entnommen werden können, schwanken innerhalb weiter Grenzen und es scheint, als ob diese Schwankungen und Unterschiede das Ergebnis des Zufalls wären. Es ist klar, daß man beim Entwerfen großer Anlagen, bei Festsetzung der notwendigen Maschinenleistung, des Kapitalsbedarfes und überhaupt des ganzen Wirtschaftsplanes sich vollkommen im Dunkeln bewegt, inso-
lange man voraussetzt, daß der Quotient $\frac{M}{A}$ ohne Gesetzmäßigkeit als Folge willkürlicher Zufallseinflüsse schwankt und daher mit Sicherheit für ein gegebenes Wirtschaftsgebiet nicht vorausbestimmt werden kann.

Soll der Wirtschaftsplan, den wir zur zentralen Versorgung eines Wirtschaftsgebietes entwerfen den Anforderungen einer guten Energiewirtschaft entsprechen, soll eine gegebene Wasserkraft dem Versorgungssystem organisch eingefügt werden, so muß die mittlere Jahresbelastung A und das Jahresmaximum M in möglichst großer Annäherung voraus bekannt sein, ebenso wie die Gestalt der Belastungsdiagramme überhaupt.

Es sei die Momentanbelastung eines Elektrizitätswerkes in irgend einer Stunde der Ordnungszahl t des Jahres $m = \varphi(t)$, also die mittlere Jahresbelastung

$$A = \frac{1}{8760} \int_0^{8760} \varphi(t) dt.$$

Ferner sei die Kilowattstundenleistung desjenigen Tages, an dem das Jahresmaximum M der Funktion $\varphi(t)$ eintritt,

$$k = \int_0^{24} \varphi(t) dt$$

und die Durchschnittsbelastung $\frac{k}{24} = a$. Die größte tägliche Kilowattstundenleistung des Jahres werde ich mit k_1 , die Durch-

schnittsbelastung dieses Tages $\frac{k_1}{24} = a_1$, die Höchstbelastung dieses Tages aber mit M_1 bezeichnen.

Aus der Statistik ergibt sich nun, daß der Tag der höchsten Belastung nie mit dem Tage der höchsten Kilowattstundenleistung zusammenfällt; es ist also $a < a_1$ und $M > M_1$ und daher immer $\frac{M}{a} > \frac{M_1}{a_1}$. Es genügt also, wenn man die vergleichenden Untersuchungen auf den Quotienten $\frac{M}{a}$ als größtmöglichen Grenzwert für eine gegebene Anlage in einem gegebenen Jahr beschränkt.

Im Laufe der durchgeführten Untersuchungen habe ich das statistische Material von mehr als 800 Anlagen auf viele Jahre zurückgreifend durchgearbeitet und zu ergründen gesucht, welcher Art Beziehungen zwischen dem Quotienten $\frac{M}{A}$ eines elektrischen Versorgungsgebietes und den übrigen charakteristischen Faktoren bestehen. Die gefundenen Ergebnisse fasse ich nachfolgend zusammen:

1. Steigt der Versorgungsradius des von einer Anlage versehenen Wirtschaftsgebietes, nimmt die Zahl und Mannigfaltigkeit der angeschlossenen Arbeitsabnehmer zu, so sinkt der Wert $\frac{M}{A}$ und ebenso der Quotient $\frac{M}{E}$ des Jahresmaximums und des installierten gesamten Leistungsnennwertes E .¹

¹ Daß $\frac{M}{E}$ mit zunehmender Mannigfaltigkeit und Zahl der Abnehmer sinken muß, sieht man ohne weiteres auch a priori ein, wenn man bedenkt, daß die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens der Maximalbelastungen der einzelnen Arbeitsverbraucher umso geringer wird, je größer die Zahl der Mannigfaltigkeit ist. Denkt man sich daher an einem gegebenen Tage eine Reihe von selbständigen kleinen Elektrizitätswerken stillgestellt und die Verteilungsnetze an eine einzige große Anlage angeschlossen, so wird immer das effektive Maximum der großen Anlage $M < \sum_1^n \mu_n$ sein, wenn wir mit $\mu_1 \dots \mu_n$ die Maxima der Einzelanlagen im isolierten Betrieb bezeichnen. Amerikanische Autoren haben den Quotienten $\frac{\sum_1^n \mu_n}{M}$ den Namen Diversitätsfaktor (Diversity factor) gegeben und die wirtschaftliche Bedeutung (Diversity economy) des Faktors richtig erkannt und für einzelne Fälle geschätzt, ohne jedoch die allgemeinen Zusammenhänge zu ergründen.

2. In ein und demselben Versorgungsgebiet (Versorgungsbereich eines Elektrizitätswerkes) sinkt der Wert des Quotienten $\frac{M}{A}$ stetig mit zunehmender Abnehmerzahl, beziehungsweise mit zunehmender Sättigung durch elektrische Energie. Der Quotient $\frac{M}{A}$ sinkt also mit der fortschreitenden «Elektrisierung», mit zunehmender Kilowattstunden-Quote pro Kopf des Versorgungsgebietes.

3. Die Quotienten $\frac{M}{A}$ solcher Elektrizitätsanlagen, die nahezu gleich große Vielheiten von Konsumenten ähnlichen Charakters bei nahezu gleicher Kilowattstunden-Quote versehen, sind nahezu gleich Unterschiede in der geographischen Lage, große Unterschiede der Breitengrade, klimatischen Verhältnisse sind dabei auffallender Weise nicht ausschlaggebend.

4. Die Kurven, die laut Punkt 2. den Quotienten $\frac{M}{A}$ als Funktion $f(q)$ der Kilowattstunden-Kopfquote q darstellen, decken sich für Wirtschaftsgebiete ähnlichen Charakters. Die Kurven aller untersuchten Versorgungsgebiete zeigen denselben, allgemeinen Typus, ohne Rücksicht auf den Wirtschaftscharakter. Ohne Ausnahme ist $\frac{M}{a} < \frac{M}{A}$. Finden wir für eine kurze Zeit, — ein bis zwei Jahre — Abweichungen, Inflexionen, so kann man die Ursache dieser Abweichungen in Tarifänderungen, Einführung falscher Tarife, im Anschluß neuer, bisher unversorgter Gebiete finden.

5. Die in einem gegebenen Versorgungsgebiete in einem gegebenen Wirtschaftszustand absetzbare jährliche Kilowattstunden-Arbeit oder die Kilowattstunden-Kopfquote ist eine Funktion des durchschnittlichen Verkaufspreises der Kilowattstunde. Je niedriger der Preis der Kilowattstunde ist, umso größer wird die Zahl der angeschlossenen Großbetriebe mit großer Gebrauchsstundenzahl. Daraus folgt, daß der Quotient $\frac{M}{A}$ ceteris paribus

Siehe, z. B. Department of the Interior: «A Superpower System for the Region between Boston and Washington» by W. S. MURRAY, etc. Washington. 1921. Government Printing Office.

umso kleiner ist, umso rascher abnimmt, je billiger der Preis der Kilowattstunde festgesetzt wird.

6. Die Ergebnisse sub. 1—5. gelten nicht nur für Elektrizitätswerke die ortsfeste Verbraucher versehen, sondern auch auf Werke, die Vollbahnen oder Straßenbahnen versehen. Mit zunehmender Ausdehnung des an ein Versorgungsnetz angeschlossenen Bahnnetzes, mit ansteigender Stranglänge, Zugzahl, also Tonnenkilometer-Leistung fällt der Quotient $\frac{M}{A}$ stetig.

7. Bei steigendem q nähern sich die $\frac{M}{A} = f(q)$ Kurven verschiedener Versorgungsgebiete zusehends und erreichen bei $q = 400$ Kilowattstunden per Kopf Grenzwerte zwischen 1·4—1·6. Für Wirtschaftsgebiete, die sich durch eine längere Reihe von Jahren stetig entwickeln konnten, wo der allgemeine Charakter des Gebietes unverändert blieb und der Lebensstandard im großen und ganzen in stetiger Weiterentwicklung war, erhalten wir Punktscharen, die sich ohneweiteres zu einer ungebrochenen Schaulinie verbinden lassen. Als typisches Beispiel hierfür möchte ich die Versorgungsgebiete für die E.-Werke Nagyszeben und Kolozsvár anführen.¹

Die Gesetzmäßigkeit dieser Abhängigkeit des $\frac{M}{A}$ von der erreichten Kilowattstundenquote q zeigt sich übrigens augenfällig am Beispiel großer, staatenumfassender Wirtschaftseinheiten.

In der nachfolgenden Tabelle habe ich einige charakteristische Zahlenangaben der Elektrizitätswerke der Vereinigten Staaten (ohne solche, die ausschließlich Bahnanlagen besorgen) zusammengestellt und aus diesen die kwh-Quote q und den Quotienten $\frac{G}{A}$ der eingerichteten gesamten Maschinenleistung G und der Jahresdurchschnitts-Belastung berechnet.

¹ Von der Wiedergabe der in der Originalabhandlung mitgeteilten Diagramme glaube ich hier und im folgenden der Kürze halber absehen zu dürfen.

	Jahr 1902	1907	1912	1917
— G —				
Gesamte installierte Maschinenleistung der elektr. Generatoren in 1000 kw	1210	2710	5160	9000
Zahl der Anlagen	3620	4714	5221	6542
Jahresleistung Millionen kwh	2507	5862	11502	25400
— A —				
Jahresdurchschnitt der Belastung; 1000 kw	287	669	1310	2900
— q —				
Kwh-Quote pro Einwohner	30	64	125	242
G/A	4.22	4.05	3.94	3.10

Wäre das Gesamtgebiet der Union durch ein einziges Versorgungsnetz mit elektrischer Energie versehen worden, so hätte die Durchschnittsbelastung die Werte A erreicht, man sieht, wie mit zunehmendem A und q und zunehmender Konzentration der Arbeitserzeugung (die kwh-Leistung stieg in 15 Jahren auf das Zehnfache, die Zahl der Anlagen nicht einmal auf das Zweifache) das Verhältnis $\frac{G}{A}$ abnimmt. Für 1920 (die Endergebnisse der offiziellen Statistik stehen noch nicht zur Verfügung) schätze ich $G = 12.5$ Millionen kw, A auf 4.8 Millionen kwh und $q = 400$ kwh, also $\frac{G}{A} = 2.6$.¹

Da die einzelnen Werke unbedingt eine größere Generatorleistung eingestellt hatten, als jene die eben noch zur Deckung der Einzelmaxima notwendig war, so folgt daraus, daß G größer sein muß, als die Summe $\sum_1^n \mu_n$ der Einzelmaxima der isolierten Anlagen. Da andererseits die gesamte Jahreserzeugung ungleich rascher anstieg, als die Zahl der Anlagen, also eine erhebliche Konzentration der Arbeitserzeugung eintrat, folgt mit Rücksicht auf Punkt 1., daß der Quotient $\frac{M}{A}$ des gesamten Wirtschaftsgebietes der Union noch rascher abgenommen hatte als $\frac{G}{A}$.

¹ Zur Zeit, bei Durchsicht der Correcturen (November 1925) liegen die Endergebnisse bis einschliesslich 1923 vor. Für 1920 betrug die Jahresleistung 43.55 Millionen kwh, es war $G = 12,760,900$ kw; daraus berechnet sich $q = 412$ und $G/A = 2.57$.

8. Hält man sich den täglichen Gang der Belastung großer Elektrizitätswerke vor Augen, so sieht man sofort, welche Grundlegende Bedeutung dem Quotienten $\frac{M}{A}$ und der Funktion $\frac{M}{A} = f(q)$ eines gegebenen Versorgungsgebietes zukommt, wenn es sich darum handelt große Wasserkräfte herauszuziehen, diese mit Wasserkraftwerken zu verbinden, mit Tagesspeicher auszurüsten usw.

Ich muß feststellen, daß im Allgemeinen der Quotient $\frac{M}{A}$ bedeutend zu hoch veranschlagt wird, was besonders bei Entwurf großer, zur Versorgung hochentwickelter Wirtschaftsgebiete bestimmter Anlagen zu ganz falschen Ergebnissen führt.

Berechnen wir aus der Erzeugungs- und Verkehrsstatistik die Arbeitsquote, also die obere mögliche Grenze der Elektrizitätsquote zu 300—400, kwh, so kann man sicher damit rechnen, daß $\frac{M}{A}$ 2·2—1·8 nicht übersteigen wird, für $q = 500—600$ kwh braucht $\frac{M}{A}$ auf höchstens 1·6 veranschlagt werden. Entwürfe, die für sehr gut entwickelte Wirtschaftsgebiete (deren q auf mindestens 300—400 zu veranschlagen ist) die M auf das Dreifache der Durchschnittsbelastung bemessen, gelangen also zu ganz falschen Ergebnissen, geben ein unrichtiges Bild der Wirtschaftlichkeit und führen zu einer bedeutenden Unterschätzung der Wasserkräfte.

Grundbedingung einer richtigen Energiewirtschaft sind: Zusammenfassung möglichst großer Versorgungsgebiete auf gemeinsame Versorgungsnetze, Saturierung des Versorgungsgebietes mit elektrischer Energie in möglichst kurzer Zeit, Einbeziehung aller Art Verbraucher, auch der *Vollbahnen*. Die Ansicht, Vollbahnbetriebe verschlechterten die Betriebsverhältnisse großer E.-Werke, ist grundfalsch. Aus Obigem ergibt sich das Gegenteil.

DER BEDARF DER ZIVILISIERTEN VÖLKER AN MECHANISCHER ARBEIT. II.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung vom 14. März 1921.*

Von MORIZ v. HOOR-TEMPIS,
KORR. MITGLIED DER AKADEMIE.

Wie aus meinen beiden vorangehenden Arbeiten¹ ersichtlich ist, kann man aus der Kohlenquote und der bisher erreichten Elektrizitätsquote keineswegs auf die Größe und die Entwicklungsgesetze der Arbeitsquote Schlüsse ziehen.

Solange wir *nur* von der *allgemeinen* Förderungs- und Verbrauchs-Statistik der mineralischen Heizstoffe ausgehen, die Heizstoffquote jedoch nicht genau analysieren, können wir über das Wesen der Energiewirtschaft, die zukünftige Entwicklung der Kohlenförderung und des Kohlenbedarfes kein klares Bild erhalten.

Die Literatur der Friedensverträge von 1919 und 1920 behandelt das Problem der Kohlenförderung und des Verbrauchs nur ganz allgemein und die Friedensverträge berühren das Problem der Versorgung mit mechanischer Arbeit und Kalorien nur summarisch, durch allgemeine Bestimmungen betreffend Kohlenlieferung zwischen den friedenschließenden Parteien. In keinem einzigen Vertragsinstrument wurde jener Kohlenbetrag berücksichtigt, dessen die Völker zur Befriedigung der Lebensnotwen-

* Auch ungarisch erschienen. *Mathematikai és Természettudományi Értesítő*, Bd. XXXVIII, (1921), p. 306—314.

¹ Seite 145 dieses Bandes.

digkeiten und Erhaltung des wirtschaftlichen Gleichgewichtes bedürfen.¹

Es scheint, die das Schicksal der Verbündeten Mächte lenkenden Staatsmänner haben noch immer nicht die Wahrheit erkannt, daß die mittel-europäischen Völker das wirtschaftliche Gleichgewicht nicht wieder herstellen und erhalten können, wenn sie sich in ihrer Energiewirtschaft — so, wie das z. B. bis nun in Ungarn der Fall ist — ausschließlich an die Kohle anlehnen.

In Ungarn selbst besteht noch heute die irrige Ansicht, dass man die wirtschaftliche Selbständigkeit im Wettbewerb der zivilisierten Völker bei der bisherigen Art der Energiewirtschaft und ausschließliche Anlehnung an Kohle auch weiter behaupten könne.

Nachfolgend will ich die kurzgefaßten Ergebnisse meiner weiteren Untersuchungen über den Gegenstand gegen die soeben erwähnte irrige Ansicht ins Treffen führen.

1. Untersuchen wir die Entwicklung des Kohlenbergbaues während der letzten 150 Jahre, unterscheiden aber nicht strenge die *geförderte* Menge von der an den Tag gebrachten und dem Verbrauch zugeführten Menge, so erhalten wir in Betreff der weiteren Entwicklungsmöglichkeiten ein vollkommen falsches Bild. Der wirtschaftliche Wirkungsgrad des Kohlenbergbaues, der Quotient $\frac{s}{S}$ der dem Verbrauch zugebrachten Menge s und der abgebrochenen Gesamtmenge S hat sich in diesem Zeitraum stetig verbessert. Einerseits wurde die Technik des Bergbaues fortwährend verbessert, anderseits entwickelten sich die Feuerungs-

¹ Zur Beleuchtung der schädlichen Folgen dieser Unterlassung möchte ich nur ein Beispiel anführen. Die Bahnbetriebe Englands (des Vereinigten Königreichs) nahmen im Jahre 1913 4·8—5 Prozent der Kohlenerzeugung, jene Deutschlands 6·5—6·8 Prozent, in Gross-Ungarn aber 34 Prozent (!) in Anspruch. Während also England oder Deutschland im Falle einer erheblichen Störung oder Abnahme der Förderung, ohne Schwierigkeit für längere Zeit Kohle zur Aufrechterhaltung des Verkehrs aus den Beständen sichern kann, verursacht in Ungarn die geringste Störung in der Förderung oder in der Einfuhr katastrophale Verkehrsstörungen.

einrichtungen; die Verwendungsmöglichkeit von Kleinkohle, Kohlengries und Staubkohle, von Abfallkohle jederart, gestatten die Verfeuerung auch derjenigen Förderergebnisse, die früher als unverwertbar entweder in der Grube verblieben oder auf die Halde geschüttet wurden.

Während des Weltkrieges und auch seither, wurde unter dem Druck der brennenden Notwendigkeit der Wirtschaftsgrad des Kohlenbergbaues noch weiter verbessert und es wurden allenthalben alte Abfallbestände, oft sehr minderwertiger Qualität, den Halden entnommen und dem Verbrauch zugeführt.¹

Trägt man daher die alljährlich in den Verkehr gebrachten Kohlenmengen, als Funktion der Zeit in ein Koordinatensystem ein, so erhält man für einzelne Wirtschaftsgebiete Kurven, die gegen die Zeitachse bei weitem mehr konvex sind, als die Zeitkurven der in der Gruben abgebrochenen Kohlenmengen oder die Zeitkurven des Kalorienwertes der gesamten abgebrochenen Menge. Das heisst so viel, als daß die Beschleunigung der jährlichen Abbaumenge oder abgebauten Kalorienmenge bei *weitem geringer ist*, als jene die sich aus der Bergbaustatistik, beziehungsweise der Verbrauchstatistik des Kohle ergibt.

2. In meinen, in der ersten Mitteilung zitierten Abhandlungen habe ich mit Nachdruck auf die wirtschaftstatistische Bedeutung der Tatsache hingewiesen, daß der Wirkungsgrad der zur Erzeugung der mechanischen Arbeit dienenden Primärmotoren und Einrichtungen, ebenso, wie die Arbeitsquote in den letzten Jahrzehnten bedeutend gestiegen sind. Durch Verbesserung der Arbeitsmethoden, durch fortchreitende Zentralisation der Arbeitsversorgung wurde der durchschnittliche Jahreswirkungsgrad der Arbeitserzeugung erheblich verbessert. Dasselbe gilt vom Wirkungsgrad der eigentlichen Heiz- und Wärmeeinrichtungen des Haushaltes, der Gewerbe.

¹ Diesen Vorgang zeigt z. B. das rasche Sinken des durchschnittlichen Kalorienwertes der ungarischen Kohlenförderung. Im Jahre 1913 betrug der Kalorienwert der in Ungarn geförderten Kohlen im Durchschnitt rund 5400, im Jahre 1920 aber nur 3500.

Ich möchte diesem Wert noch den durchschnittlichen Wert von 3800 Kalorien pro 1922 beifügen.

Daraus folgt, daß in den letzten Jahrzehnten der Arbeits- und Kalorienbedarf der Völker mit weit *größerer* Beschleunigung stieg, als die Beschleunigung ist, die man aus den Zeitkurven des Kohlenverbrauchs berechnen kann.

Während sich also die Zeitkurven des gesamten Kohlenweltverbrauchs mit dem Zeitkurven der Weltförderung $\psi^{(t)}$ naturgemäss decken — man also zu dem Trugschluß gelangt, daß die *Förderung* dem Anwachsen des Arbeits- und Kalorienbedarfes folgen konnte — deckten sich die Zeitkurven des effektiven Kalorien- und Arbeitsbedarfes (in Kohlenäquivalenten ausgedrückt) — $\chi^{(t)}$ — keineswegs mit den Kurven $\psi^{(t)}$. Die Kurven $\chi^{(t)}$, in der fernen Vergangenheit unter den $\psi^{(t)}$ Kurven verlaufend), nähern sich rasch einem *gemeinsamen* Punkt. $\frac{d^2\chi^{(t)}}{dt^2}$ ist ständig $> \frac{d^2\psi^{(t)}}{dt^2}$.

Im Schnittpunkt wird die gesamte Kohlenförderung eben noch den effektiven gesamten Arbeits- und Kalorienbedarf decken, aber über diesen Zeitpunkt — t_1 — hinaus muß eine allgemeine Störung in der Kohlenversorgung eintreten. Ich komme zu dem Ergebnis, daß selbst, wenn es nicht zum Weltkrieg gekommen wäre — dieser Grenzzustand in 1922—23 eingetreten wäre. Man muß sich vor Augen halten, daß der stetigen Vergrößerung der Förderleistung nicht nur die Beschränktheit der wirtschaftlich abzubaunnden Kohlenvorkommen, sondern der Arbeitermangel und die Unmöglichkeit, den zur Verteilung der gewaltigen Kohlenmengen notwendigen Riesenapparat ins Unendliche zu steigern eine Grenze setzen.¹

Mit der gewaltigen Zunahme des Kohlenverbrauchs steigen die Kapitalsbedürfnisse, die Betriebs- und Erhaltungslasten der großen Verkehrseinrichtungen zur Verteilung der Kohle ganz be-

¹ Es ist bekannt, dass z. B. die Vereinigten Staaten ihre Kohlenförderung in den letzten Jahren dem Bedarf entsprechend nur mit Hilfe jener Arbeitskräfte entwickeln konnten, die die Einwanderung zur Verfügung stellte. Frankreich konnte vor dem Kriege trotz brennenden Mehrbedarfes und trotz reichlicher Kohlenvorkommen die eigene Kohlenförderung eben wegen Mangels an Arbeitskraft nicht erheblich über 40 Millionen Tonnen im Jahr bringen.

deutend. Der Bankerott der auf der Kohle fußenden Energiewirtschaft war also unausbleiblich und wäre auch im Laufe einer friedlichen Weiterentwicklung ohne Weltkrieg eingetreten.¹

3. Eine kritische Betrachtung der Zeitkurven des Kohlenverbrauchs allein zeigt bereits die Unhaltbarkeit einer überwiegend auf Kohle fußenden Energiewirtschaft. Betrachtet man z. B. die Zeitkurve des Kohlenverbrauchs in den Vereinigten Staaten, so muß man vor Augen halten, daß die hydroelektrischen Anlagen so wie sonstigen Wasserkraftanlagen der Union eine Arbeitsleistung von rund 20 Milliarden kwh (in elektrische Einheiten umgerechnet) im Jahre 1920 erzeugt haben. Dieser Arbeitsleistung entspricht bei thermischer Erzeugung ein Kohlenquantum von etwa 29 Millionen Tonnen von 7000 Kalorien, so daß ohne diese Wasserkraftleistung die Kohlenquote der Union im Jahre 1920 den Wert von 6090 kg pro Kopf erreicht hätte.

Aus den Zeitkurven des Kohlenverbrauches² ergibt sich, daß im Jahre 1950 die Kohlenquote der Vereinigten Staaten 11,000—12,000 kg, jene Deutschlands 10,000—11,000 kg überschreiten würde, wenn die Union ihre bisherigen gewaltigen Anstrengungen zur Ausnützung der Wasserkräfte nicht fortsetzen würde und Deutschland seine Wasserkräfte nicht in ungleich größerem Maße, als wie bisher heranziehen würde.³

¹ Es ist, z. B. vollkommen ausgeschlossen, daß das Wirtschaftsgebiet Groß-Ungarns nur annähernd jenen Arbeiterbedarf stellen könne, der dazu notwendig wäre, um in den nächsten 10—20 Jahren die Kohlenförderung auf das Doppelte der Förderung 1913, das unbedingt notwendige Mindestmaß zu bringen.

² Ich glaube hier der Kürze halber von der Widergabe der in der Originalabhandlung mitgeteilten Diagramme und Tabellen absehen zu dürfen.

³ Was Voraussicht, Sachkenntnis und Ausdauer, ferner gesellschaftliche Organisation zeitigen können, zeigt das Beispiel der Schweiz und Kanadas. Siehe z. B. Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband: «Führer durch die Schweizerische Wasserwirtschaft» und die Jahrbücher des Verbandes. Der Tätigkeit des Vorsitzenden Prof. O. WERTSTEIN und des Verbandsekretärs, Ing. A. HÄRRY muß ich hier besonders gedenken.

Siehe ferner: «Annual Report of the Dominion Water Power Branch» Department of the Interior. Canada. Ottawa, 1922. F. A. Acland. Die ge-

4. Aus der gesamten Leistungsfähigkeit der zur Erzeugung mechanischer Arbeit dienenden Anlagen, der gesamten Maschinenkapazität und aus der Zunahme derselben kann man auf die Größe der Arbeitsquote und Kalorienquote so wie auf deren zukünftige Entwicklung keinerlei Schlüsse ziehen.

Die Statistik gibt gewöhnlich die Quotienten $\frac{G}{L}$, $\frac{G}{B}$ und $\frac{G}{M}$ der gesamten Maschinenkapazität und der Einwohnerzahl L , der Maschinenzahl B und der Arbeiterzahl M an, ohne weitere kritische Angaben zu machen; diese Quotienten allein geben keine sichere Grundlage zur Beurteilung der Energiewirtschaft eines Wirtschaftsgebietes, noch läßt sich aus diesen Zahlen die zukünftige Entwicklung und die Zeitkurve der Arbeitsquote auch nur näherungsweise ermitteln. Von Land zu Land erhalten wir für diese Quotienten ganz verschiedene Werte; selbst für ein und denselben Gewerbebezweig in ein und dem selben Lande erhalten wir bereits für kurze Zeitintervalle ganz verschiedene Werte, je nachdem der Arbeitsgang, die Arbeitsmethode und die Ausnutzung der Maschinenarbeit in dem gegebenen Zeitraum rascher oder langsamer vorgeschritten sind.

So z. B. findet man, daß in Frankreich der Quotient $\frac{G}{B}$ (für das ganze Land und alle Gewerbe berechnet) im Zeitraume von 1840 bis 1890 auffallend klein war und zwischen 13 und 15

samte Leistungsfähigkeit der bis Ende 1921 in Ostkanada ausgebauten Wasserkraftanlagen betrug 2,459.000 P. S., die Jahresleistung wird auf 10'55 Milliarden P. S. Stunden geschätzt, die ersparte Kohlenmenge in diesem Jahre (Einfuhr) auf rund 16.750,000 Metertonnen mit einem Geldwert von 146.000,000 \$. Somit betrug die entsprechende Kohlenersparnis eines Jahres mehr als ein Viertel des gesamten Anlagebedarfes und Betriebskapitals von 534 Millionen Dollar. Dieses segensreiche Ergebnis ist in erster Linie der «Power Commission of Ontario», Sir Adam Beck und seinem Stabe, so wie I. B. CHALLIES, Direktor der Water Power Branch und seinem Stabe zuzuschreiben.

Es war ein tragischer, kaum gutzumachender Irrtum der deutschen Volkswirtschaft, daß sie irreführt durch die Erfolge ihrer Kohlenwirtschaft, nicht auf die warnende Stimme hervorragender Sachverständiger hörte und die Wasserkräfte vernachlässigte. Siehe die bekannten, vorzüglichen Arbeiten R. CAMERERS, I. HALLINGERS, A. LUDINS u. a.

P. S. per Maschineneinheit schwankte, seit 1890 langsam anstieg, jedoch in 1911 noch immer nicht mehr, als 38·5 P. S. per Maschineneinheit im Landesdurchschnitt betrug. Die Zahl der kleinen Maschineneinheiten ist noch immer auffallend groß, größer, als in anderen weniger entwickelten Ländern und die Konzentration der Arbeitserzeugung weniger fortgeschritten, und die Reserve-Maschinenkapazität verhältnißmäßig hoch.

In den Vereinigten Staaten entfiel in 1909 auf je 10,000 Einwohner eine durchschnittliche Maschinenkapazität von 2009 P. S., die Kohlenquote betrug 4700 kg. In Frankreich entfielen auf je 10.000 Einwohner 837 P. S. an Maschinen Kapazität bei einer Kohlenquote von 1400 kg. Die Maschinenquoten der beiden Staaten verhielten sich also in diesem Jahre, wie 2·4 zu 1, die Kohlenquoten aber wie, 3·6 zu 1.

In den Vereinigten Staaten stieg der Quotient $\frac{G}{M}$ von 2·12 P. S. per Arbeiter in 1899 auf 2·47 und 2·82 P. S. in Jahre 1904, beziehungsweise 1909. In England erreichte der Quotient $\frac{G}{M}$ im Jahre 1907 bloß 1·55 P. S. per Arbeiter, in Deutschland im selben Jahre nur 1·21 P. S. per Arbeiter.

Noch auffallendere Unterschiede findet man, wenn man die Quotienten $\frac{G}{L}$, $\frac{G}{B}$ und $\frac{G}{M}$ für dieselben Gewerbezweige feststellt und die entsprechenden Zahlenreihen der verschiedenen Länder vergleicht.

So findet man, z. B. für den Quotienten $\frac{G}{M}$ der Bergbau betriebe, Industrie der Steine und Erden und den Hochofenbetrieb in den Vereinigten Staaten Durchschnitts werte von 7·2 in 1899, 9·97 in 1904 und 6·14 in 1909. In Deutschland erreichte der Gesamtquotient für obige Gewerbe in 1907 bloß 2·17 P. S. per Arbeiter.

Im Hochofenbetrieb allein finden wir in den Vereinigten Staaten für $\frac{G}{M}$ 12·7 P. S. in 1899, 22 P. S. in 1904 und 30·5 in 1909.

Die zitierten Beispiele, deren Zahl ich durch eine unabsehbare Reihe von Beispielen ergänzen könnte, beweisen, daß man aus der Größe der installierten Maschinenleistung, aus der Arbeiterzahl nicht per Analogiam von Land zu Land auf die Erzeugung und Arbeitsquote Schlüsse ziehen kann. Solche Schlüsse führen zu schweren Irrtümern, ebenso wie jene Folgerungen, die manche Verfasser aus der Zeitkurve der in den Verkehr gebrachten Kohle allein für die zukünftige Entwicklung des Arbeitsbedarfes ableiten.¹

5. Der gesamte Heizwert der in 1913 auf dem Gebiete «Trianon-Ungarns» geförderten Kohlen und Lignite betrug 39.10^{12} Kalorien; für 1920 schätze ich den Heizwert der gesamten Grubenförderung auf höchstens $18-20.10^{12}$ Kalorien.²

Diese Zahlen beweisen deutlich die Richtigkeit des in der ersten Mitteilung abgeleiteten Satzes, daß das wirtschaftliche Gleichgewicht Ungarns nur durch eine durchgreifende Umgestaltung der Energiewirtschaft gesichert werden kann.

Die zur Erzeugung der mechanischen Arbeit dienenden zahlreichen Wärmekraftanlagen, gegenwärtig größtenteils Einzel- und Zweranlagen, sind fortschreitend aufzulassen, durch große Zentralanlagen zu ersetzen, durch Wasserkraftanlagen zu ergänzen, sodann sind die landwirtschaftlichen, gewerblichen und Verkehrsbetriebe so weit es nur tunlich, auf elektrischen Betrieb umzugestalten.

¹ Ich verweise auf einen Vortrag CHARLES STEINMETZ über Amerikas Energievorräte, Proceedings A. I. E. E. Bd. 37, S. 59, 1918, ferner E. T. Z. Bd. 41, S. 400, 1920. STEINMETZ kam zu dem Ergebnis, daß im Jahre 1920 die Kohlenproduktion der Union eine Milliarde Tonnen und in 1958 zehn Milliarden Tonnen erreichen müßte, falls alle Bedürfnisse Befriedigung finden sollen und die Ausnutzung der Wasserkräfte nicht in ganz grossen Stil durchgeführt werden sollte. Diese Zahlen beweisen, wohin Folgerungen aus dem statistischen Rohmaterial, ohne energiewirtschaftliche Kritik führen.

² Der tatsächliche Heizwert ergibt sich aus den seither ermittelten genauen Angaben zu $18.8.10^{12}$ Cal, jener der Gesamtförderung 1922 zu 27.10^{12} Kal., eine Kalorienmenge die nicht einmal zur Deckung der gegenwärtig ganz darniederliegenden Wirtschaft genügte und über die bedeutende Kalorienquanten aus dem Ausland eingeführt werden mußten.

Ich habe oben nachgewiesen, daß Trianon-Ungarn die durch den Friedensvertrag verlorenen großen Wasserkräfte nicht entbehren kann. Die Aufteilung Ungarns erweist sich auch vom energiewirtschaftlichen Standpunkt betrachtet als ein unhaltbarer volkswirtschaftlicher Unsinn.



