MATHEMATIKAI

ÉS

PHYSIKAI LAPOK

AZ EÖTVÖS LÓRÁND

MATHEMATIKAI ÉS PHYSIKAI TÁRSULAT MEGBIZÁSÁBÓL

SZERKESZTIK

FEJÉR LIPÓT ÉS POGÁNY BÉLA

HARMINCADIK ÉS HARMINCEGYEDIK ÉVFOLYAM

1923—1924

BUDAPEST 1924

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA TÁMOGATÁSÁVAL KIADJA

AZ EÖTVÖS LÓRÁND MATHEMATIKAI ÉS PHYSIKAI TÁRSULAT

A tagsági díjat a választmány 1925. jan. 1-től 3 aranykoronában (50,000 papirkoronában) állapította meg.

Minthogy a Mathematikai és Physikai Lapok egyes régibb évfolyamai teljesen elfogytak, kérjük tisztelt tagtársainkat, akik azokat nélkülözhetik, bocsássák a Társulat rendelkezésére.

A folyóirat szellemi részét illető közlemények a szerkesztőkhöz küldendők és pedig a mathematikai tárgyúak *Fejér Lipót* (**V., Falk Miksa-utcza 15.**), a fizikai tárgyúak pedig *Pogány Béla* (**I., Budafoki-út 8.**) címére. T. munkatársainkat kérjük, hogy kézirataikban lehető rövidségre törekedjenek és hogy arra pontos címüket is írják rá.

Minden önálló cikk szerzőjének 25 borítéknélküli különlenyomatot adunk. Címzett boríték és több különlenyomat csak a nyomdával való külön megegyezés alapján kapható.

A Társulat ügyvitelére vonatkozó levelek, tagajánlások *Pogány Béla* titkár címére küldendők.

A folyóirat és a meghivók expedíciójára vonatkozó kérdések, reklamációk, valamint a tagsági és előfizetési díjak *Nagy József* pénztáros címére (IV., Váci-utca 31—33.) intézendők.

Felhívás tagtársainkhoz!

A rendkívüli viszonyok súlyos helyzetbe sodorták Társulatunkat. Folyóiratunkat még redukált terjedelemben sem tudtuk volna megjelentetni, ha a tudományt megbecsülő, áldozatkész emberbarátok és intézmények nem jöttek volna segítségünkre. Ez a Társulatunk iránt megnyilvánuló bizalom mi ránk is kötelezettséget ró. Nekünk is erőnkhöz képest meg kell tennünk mindent, hogy Társulatunkat fenntartsuk és annak működését minél intenzivebbé tegyük. Ezt követeli tőlünk józanul felfogott saját érdekünk, ezt követeli hazánk érdeke is. Csak így alakul ki bennünk a jövőnk biztosításához annyira szükséges bizalmunk önmagunkhoz.

Kérjük ennélfogva tisztelt tagtársainkat,

1. hogy akik az 1924-ik évre a tagsági díjjal hátralékban vannak 20,000 koronát, akik az 1924-ik és 1923-ik évi tagsági díjjal hátralékban vannak, 40,000 koronát szíveskedjenek 1924. dec. 31-ig a mellékelt csekklapon vagy közvetlenül *Nagy József* pénztárnoknak (IV., Váci-utca 31-33.) befizetni. Azon i. t. tagtársainktól, kik a hátralékos tagdíjakat 1924. dec. 31-ig nem fizetik be, 1925. jan. 1, után az 1924. illetve az 1923. évi tagsági díjak fejében is 3 illetve 6 aranykoronát (50,000 illetve 100,000 papirkoronát) fogunk pénzbeszedőnk útján bekérni,

2. hogy megváltozott új címeiket közöljék a Társulat pénztárosával és hogy a világháború alatt és az utána következő időkben költözködésre kényszerített tagtársaink figyelmét hívják fel hasonló cselekedetre,

3. hogy gyűjtsenek új tagokat.

MATHEMATIKAI
ÉS
PHYSIKAI LAPOK

HARMINCADIK ÉS HARMINCEGYEDIK KÖTET

AZ EÖTVÖS LÓRÁND
MATHEMATIKAI ÉS PHYSIKAI TÁRSULAT MEGBIZÁSÁBÓL

SZERKESZTIK

FEJÉR LIPÓT és POGÁNY BÉLA

BUDAPEST 1924

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA TÁMOGATÁSÁVAL KIADJA
AZ EÖTVÖS LÓRÁND MATHEMATIKAI ÉS PHYSIKAI TÁRSULAT

A MATHEMATIKAI ÉS PHYSIKAI LAPOK

harmincadik és harmincegyedik kötetének tartalma.

JELENTÉS AZ 1922. ÉVI KŐNIG GYULA JUTALOMRÓL.

(A Math. és Phys. Társulat 1922 ápr. 20.-án tartott üléséből.)

E hó 8.-án mult kilenc éve annak, hogy Kőnig Gyula kezéből kihullott a toll, midőn utolsó nagy alkotásának éppen befejező sorait készült megirni. A gondolat, szó és irás mesterének emléke ennek a kilenc évnek egymásra tornyosuló világrenditő eseményei után is változatlan épségében megmaradt és ezentúl is meg fog maradni köztünk. Hogy pedig Kőnig Gyula neve ne csak szivünkben és elménkben éljen, hanem tiszteletünk időnként külsőleg és ünnepélyesen is megnyilvánuljon, arról két fiának kegyelete gondoskodott avval az alapitvánnyal, melyet atyjuk nevére a Mathematikai és Physikai Társulatnál tettek. Társulatunk mindenkor a mester emlékünnepének fogja tekinteni, valahányszor egy mathematikusnak tudományos érdemeit a Kőnig-jutalommal fogja koszorúzni vagy ha egy Kőnig-referatum keretében szemlét fog tartani a magyar mathematikusok legújabb tudományos eredményein. Most van az első ilyen ünnepünk; ma itéli oda társulatunk az első Kőnig Gyula jutalmat.

Hogy kit tüntessünk ki a jutalommal, arra javaslattétellel a választmány Farkas Gyula, Kőnig Dénes, Kürschák József és Riesz Frigyes társulati tagokat bizta meg. Mint a kiküldött bizottság előadója jelentésemet a következőkben terjesztem elő.

Az alapitvány ügyrendi szabályzata megengedte, lelkiismeretünk pedig éppenséggel úgy parancsolta, hogy a jutalom első odaitélésénél ne csak az utolsó években megjelent értekezéseket nézzük, hanem mathematikusaink egész tudományos működését vegyük figyelembe. Végig tekintve azok során, kik nem töltenek be rendszeresített főiskolai tanszéket, a bizottság egyhangúlag azt határozta, hogy a jutalomra Bauer Mihály műegyetemi cimzetes rendkivüli tanárt ajánlja, ki három évtized alatt különösen a számelmélet és algebra köréből számos becses értekezéssel gazdagította a mathematikai irodalmat.

Bauer első közleményei egyidejűek a Mathematikai és Physikai Társulatnak, valamint e társulat folyóiratának keletkezésével és szervesen illeszkednek az akkori magyar mathematikai mozgalmakba.

Az 1891-ben megindult Mathematikai és Physikai Lapok egyik rovatukat *feladatoknak* szánták, hogy a beérkezett helyes megoldásoknak közlése közelebb hozza egymáshoz a szaktársakat. Az első feladatot Kőnig Gyula tűzte ki, még pedig a végtelen sorok elméletéből. Első megoldását[1] Bauer Mihály küldte be, majdnem közvetlenül érettségi vizsgálata után. Ez volt irodalmi zsengéje.

Mint műegyetemi hallgató Bauer még két feladatot oldott meg: a 10. számút egy determinánsról[2] és a 20. számút a binomiális együtthatók négyzetösszegének néhány elemi számelméleti tulajdonságáról.[3] A feladatok rovata iránt akkor sokan érdeklődtek. Az ország legtávolabb részeiből érkeztek megoldások. Az érdeklődés fokát az is mutatta, hogy a megoldók néha a kitűzött tétel valamely figyelemreméltó általánosítására vagy analógiájára is kiterjeszkedtek. Bauer is a 20. feladat egy részét jelentékenyen általánosította. Ily módon a következő eredeti tételre jutott:

Ha $a+1$ *osztható a* p *törzsszámmal, akkor az*

$$\binom{a}{0}, \binom{a}{1}, \ldots, \binom{a}{a}$$

[1] Math. és Phys. Lapok, 1. kötet (1892), 169—171. lap.
[2] Math. és Phys. Lapok, 2. kötet (1893), 171—173. lap.
[3] Math. és Phys. Lapok, 3. kötet (1894), 326—331. lap.

binomiális együtthatók 2n-dik hatványainak összege nemcsak az $n=1$ esetben, hanem n bármely pozitív egész értékénél p-vel osztható.

Bauer első jelentékenyebb felfedezése Rados Gusztáv formális algebrai vizsgálatainak benyomása alatt keletkezett. Minden

$$x'_\alpha = a_{\alpha 1}x_1 + \cdots + a_{\alpha m}x_m$$
$$(\alpha = 1, 2, \ldots, m)$$

lineáris helyettesitéssel szoros kapcsolatban vannak más fontos lineáris helyettesitések, egyebek között az úgynevezett adjungált helyettesitések. Rados[1] egyik értekezésében egyszerű kapcsolatot talált az eredeti helyettesitéshez tartozó

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \ldots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mm}-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

karakterisztikus egyenletnek és az adjungált helyettesitések karakterisztikus egyenleteinek gyökei közt. Bauer[2] nyomban egy másik hasonló, nem kevésbbé alapvető kérdést oldott meg.

Két lineáris helyettesitésből indult ki. Figyelmét arra az mn számú $z_{\alpha\beta} = x_\alpha y_\beta$ szorzatra fordította, melyeket úgy kapunk, hogy az

$$x'_\alpha = a_{\alpha 1}x_1 + \cdots + a_{\alpha m}x_m \qquad (A)$$

helyettesitésben szereplő x változókat rendre megszorozzuk az

$$y'_\beta = b_{\beta 1}y_1 + \cdots + b_{\beta n}y_n \qquad (B)$$

helyettesitésben szereplő y változókkal. Az új változókból alkotott

$$z'_{11} = x'_1y'_1,\ z'_{12} = x'_1y'_2, \ldots,\ z'_{mn} = x'_my'_n$$

[1] Rados G.: Az adjungált helyettesitések elméletéről. Math. és Phys. Lapok. 3. kötet (1894). 12—20. lap.

[2] A karakterisztikus egyenletek elméletéhez. Math. és Phys. Lapok 3. kötet (1894), 293—298. lap.

szorzatok az eredeti változókból alkotott

$$z_{11}=x_1y_1,\ z_{12}=x_1y_2,\dots,\ z_{mn}=x_my_n$$

szorzatoknak homogén lineáris függvényei; más szóval a z-ket a z'-kbe szintén homogén lineáris helyettesítés viszi át. BAUER e helyettesítés karakterisztikus egyenletéről kimutatta, hogy gyökei azok a $\varrho\sigma$ szorzatok, melyeket úgy kapunk, hogy (A) karakterisztikus egyenletének minden ϱ gyökét megszorozzuk (B) karakterisztikus egyenletének minden σ gyökével. A talált eredmény mint korollariumot magában foglal egy fontos determináns-tételt, melyet egymástól függetlenül KRONECKER és RADOS fedeztek fel.

Abból, amit BAUER a sikerrel megkezdett pályán azontúl alkotott, legelőször arról a három dolgozatról akarok megemlékezni, melyek úgy mint BAUER zsengéje (a Math. és Phys. Lapok 1. feladatának megoldása) a végtelen műveletsorozatokra vonatkoznak. Közülök az első [1] a következő kérdéssel foglalkozik:

Minő következtetéseket vonhatunk a $\prod_{i=1}^{\infty}(1+a_i)$ valós végtelen szorzat összetartására vagy széttartására, ha a $\sum_{i=1}^{n} a_i$ és $\sum_{i=1}^{n} a_i^2$ sorok mindegyikéről tudjuk, hogy összetartó-e vagy sem.

E dolgozat eredményei közül kiemeljük a következőt:

A $\prod_{i=1}^{\infty}(1+a_i)$ valós szorzatnak akkor és csak akkor van olyan elrendezése, amely mellett összetartó, ha a $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ sornak is megvan az a tulajdonsága. Azok az elrendezések, melyeknél az egyik műveletsorozat összetartó, általában nem ugyanazok, mint amelyeknél a másik műveletsorozat összetartó.

Egy másik dolgozat [2] a limesz fogalmának és a végtelen sorok összeadásának BOREL-féle általánositását ismerteti.

BAUER-nek a végtelen műveletsorozatokra vonatkozó újabb

[1] Adatok a végtelen szorzatok elméletéhez. Math. és Phys. Lapok, 7. kötet (1898), 19—26. lap.

[2] A határ fogalmának általánositása. Math. és Phys. Lapok, 7. kötet (1898), 385—398. lap.

keletű harmadik dolgozata,[1] az iterálással foglalkozik. Problémája ez: *Adva van egy*

$$f(z) = z^n + A_1 z^{n-1} + \cdots + A_n = 0$$

valós együtthatós egyenlet, melynek legalább egy valós gyöke van. Kerestetik olyan $F(z)$ kifejezés, mely a következő követeléseknek megfelel:

α) Bárhogyan választjuk a z_1 valós számot, az $F(z)$ iterálásából származó

$$z_1,\ z_2 = F(z_1),\ z_3 = F(z_2), \ldots$$

számsorozatnak véges valós limesze van.

β) Ha kizárjuk azt a szinguláris esetet, melyben

$$z_1 = z_2 = z_3 = \cdots,$$

akkor $\lim\limits_{k=\infty} F(z_k)$, *kielégíti az $f(z) = 0$ egyenletet.*

γ) A z_1 alkalmas választásával $f(z)$ bármely valós gyöke elérhető $F(z)$ iterálásával.

Arra az esetre, midőn $f(z)$ minden gyöke valós, már Faber szerkesztett ilyen $F(-z)$-t. Bauer tekintet nélkül a valós gyökök számára, a következő általános tételt találta: *Legyenek $a_1 < a_2 < \cdots < a_{l-1}$ olyan valós számok, hogy a*

$$(-\infty a_1),\ (a_1, a_2), \ldots, (a_{l-1}, +\infty)$$

közök mindegyikében az egyenletnek egy és csak egy gyöke van (mely lehet többszörös gyök is), továbbá jelentse M a gyökök abszolut értékeinek felső korlátját: akkor

$$F(z) = z - \frac{(z-a_1)(z-a_2)\cdots(z-a_{l-1})\, f(z)}{(|z| + M)^{n+l-2}}$$

minden esetre megfelel a követelésnek. (Ha az $f(z) = 0$ egyenletnek csak egy valós gyöke van, akkor

$$F(z) = z - \frac{f(z)}{(|z| + M)^{n-1}}$$

lesz.)

---

[1] Az algebrai egyenletek valós gyökeinek meghatározása iterációval. Math. és Phys. Lapok, 26. kötet (1917), 57—66. lap.

Végtelen műveletsorozatok vizsgálata helyett éppen ellenkezőleg azok elkerülését célozzák BAUER azon dolgozatai, melyek DIRICHLET következő híres tételével foglalkoznak: Minden számtani haladvány, melynek l kezdőtagja a haladvány k differenciájához viszonylagos törzsszám, végtelen sok törzsszámot tartalmaz.

E dolgozatok az $l=1$ esetre[1] és az $l=-1$ esetre[2] vonatkoznak. Különösen egyszerű az $l=1$ eset tárgyalása, mely a körosztási egyenlet többtagújából kiindulva tökéletesen elemi eljárást ad a haladvány bárhány törzsszámának előállítására.

Másnemű, de szintén a számtani haladványra (vagy más szóval a $kx+l$ lineáris függvényre) vonatkozó kérdéseket tárgyal BAUER a Math. és Phys. Lapok 5. kötetében.[3] Dolgozata annak a feladatnak általánosításából indul ki, mely az elemi számelméletben a $\varphi(m)$ EULER-féle függvényre vezet. Az általánosítás a következő:

Helyettesítsünk a $kx+l$ lineáris függvényben (melynek együtthatói egész számok) x helyébe olyan $x_1, x_2, \ldots, x_m$ számokat, melyek modulo m teljes maradéksort alkotnak. *A helyettesítési eredmények közül hány egymástól különböző lesz m-hez viszonylagos törzsszám?*

Ha (k, l) és (k, m) — vagyis a zárjelbe foglalt számok legnagyobb közös osztói — egyenlők 1-gyel, akkor a helyettesítési eredmények modulo m teljes maradéksort alkotnak, tehát közülök éppen $\varphi(m)$ lesz az m-hez viszonylagos törzsszám.

Általában ahhoz, hogy a szóbanforgó helyettesítési eredmények között találhassunk m-hez viszonylagos törzsszámot, nyilván szükséges, hogy $(k, l, m)=1$ legyen. Ha e feltétel teljesül,

[1] Megjegyzések Dirichlet egyik tételéhez, Math. és Phys. Lapok, 3. kötet (1894), 368—372. lap.

[2] Megjegyzés Dirichlet egyik tételéhez. Math. és Phys. Lapok 4. kötet (1895), 331—336. lap. — A számtani haladvány elméletéhez. Ugyanott, 11. kötet (1902), 313—317. lap. — A számtani haladványról. Ugyanott 14. kötet (1905), 313—315. lap.

[3] Számelméleti tételek. Math. és Phys. Lapok, 5. kötet (1896), 149—160. és 265—272. lap.

akkor a követelésnek $\frac{\varphi(m)}{\varphi(d)}$ számú egymástól különböző helyettesítési eredmény felel meg, hol $d=(k, m)$.

A dolgozat ennek a tételnek, melyet Bauer Frobenius-tól annak szemináriumában bebizonyítás nélkül hallott, levezetésével kezdődik. Ehhez csatlakozik a tétel alkalmazása a körosztási egyenlet gyökeiből alkotott hatványösszegek egyszerű meghatározása. A dolgozat főeredménye azonban más, új feladat megoldásában áll. Ez az új feladat Frobenius feladatától abban különbözik, hogy x helyébe csak az m-hez képest *relativ prímszámoknak* egy teljes maradéksorát helyettesítjük. Abban a legegyszerűbb esetben, midőn $(k, m)=(lm)=1$, a most szóbanforgó helyettesítési eredmények között

$$\psi(m)=\varphi(m)\left(1-\frac{1}{\varphi(p_1)}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{\varphi(p_s)}\right)$$

lesz m-hez viszonylagos törzsszám. Itt $p_1,\ldots, p_s$ az m-nek törzsszámosztóit jelentik. Az általános esetben az eredmény a φ és ψ függvény segítségével szintén aránylag egyszerűen kifejezhető.

A Math. és Phys. Lapok ugyanazon kötete, melyben Bauer éppen ismertetett dolgozata megjelent, társulatunk egy másik tagjától is tartalmaz egy figyelemreméltó számelméleti dolgozatot, melyről itt meg kell emlékeznem, mert Bauer néhány későbbi dolgozatához innen eredt az ösztönzés. Ez Gruber Nándor az azonos kongruenciák elméletébe tartozó cikke.[1]

Két egész együtthatós racionális egész függvényről akkor mondjuk, hogy modulo m azonosan kongruensek, ha megfelelő együtthatóik egymással kongruensek. Ilyen értelemben bármely p törzsszámmodulus esetében

$$x^{p-1}-1\equiv x-1)(x-2)\cdots(x-p+1) \quad (\mathrm{mod}\, p).$$

E felbontás közvetlen folyománya a kis Fermat-tételnek és

[1] Gruber: A relativ prímszámok szimmetrikus függvényeiről. Math. és Phys. Lapok, 5. kötet, 232–242. lap.

egy ismeretes algebrai tétel következő számelméleti analogiájának: Ha

$$f(x) \equiv g_1(x)\, g_2(x) \quad \text{mod } p,$$

akkor $f(a)$ csak úgy lehet modulo p a zérussal kongruens, ha vagy $g_1(a)$ vagy $g_2(a)$ kongruens zérussal.

Ez a tétel azonban csak törzsszám-modulusra igaz. Azért helytelen volna a kis FERMAT-tétel általánosításából tetszőleges m-re azt következtetni, hogy

$$x^{\varphi(m)} - 1 \equiv (x-\nu_1)(x-\nu_2)\cdots(x-\nu_{\varphi(m)}) \quad (\text{mod } m),$$

hol $\nu_1, \nu_2, \ldots$ azok az m-nél kisebb természetes számok, melyek m-hez képest viszonylagos törzsszámok. Valóban csak részletes vizsgálat döntheti el: *vannak-e olyan összetett m számok, melyekre e kongruencia érvényes és melyek azok?* Ezt a kérdést oldotta meg GRUBER idézett dolgozatában.

BAUER[1] a kérdést kiterjesztette az m modulusról minden olyan d modulusra, mely m-nek osztója; más szóval a következő kérdést oldotta meg:

Hogyan kell választani m-et és annak d osztóját, hogy az

$$x^{\varphi(m)} - 1 \equiv (x-\nu_1)(x-\nu_2)\cdots(x-\nu_{\varphi(m)}) \quad (\text{mod } d)$$

azonos kongruencia fennálljon?

Feleletét a következő táblázat adja meg, melyben p tetszőleges páratlan törzsszámot, q pedig 2^k+1 alakú páratlan törzsszámot jelent:

d	m
p	p^α, $2p^\alpha$
2	2^α, $2^\alpha \prod q_s$ (*a* q tényezők egymástól különbözők)
4	4
$2q$	$2q$.

Hasonló kérdésekkel foglalkozik BAUER-nek két más dolgozata.[2]

---

[1] A Fermat-féle kongruenciatétel elméletéhez. Math. és Phys. Lapok, 10. kötet (1901) 145—152. lap.

[2] A binom kongruenciák elméletéhez. Math. és Phys. Lapok, 10. kötet (1901), 274—278. lap. — Az azonos kongruenciák elméletéhez. Ugyanott 12. kötet (1903), 159—161. lap.

A csoportelmélettel egy hosszabb ismertető cikken[1] kívül Bauer két akadémiai értekezésben foglalkozott. Közülök az elsőből[2] kiemeljük Frobenius egyik tételének következő általánosítását:

Jelentse $\mathfrak{A}$ és $\bar{\mathfrak{A}}$ valamely

$$S_1, S_2, \ldots S_n$$

n-edrendű Γ csoportnak olyan r, illetve s rendű alcsoportját, hogy $\mathfrak{A}$-nak $i = \frac{n}{r}$ indexe és $\bar{\mathfrak{A}}$-nak s-rendje viszonylagos törzsszámok. Továbbá legyen $\mathfrak{A}$ és $\bar{\mathfrak{A}}$ közül legalább az egyik invariáns alcsoport, vagyis annak bármely A elemét Γ bármely S elemével transzformálva, a $B = S^{-1}AS$ transzformált elem tartozzék megint abba az alcsoportba. Akkor $\mathfrak{A}$ az $\bar{\mathfrak{A}}$-t mint alcsoportot tartalmazza (az $r = s$ esetben vele azonos).

Frobenius-nak tétele arra a speciális esetre szorítkozik, midőn $\mathfrak{A}$ invariáns alcsoport és i az r-hez képest relatív törzsszám.

Bauer másik csoportelméleti dolgozata a következő új tétel bebizonyításával foglalkozik:[3]

Legyenek valamely p^α-adrendű csoportnak, hol p törzsszámot jelent, összes $p^{\alpha-1}$-edrendű alcsoportjai

$$\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_r.$$

Ha ezek legnagyobb közös alcsoportjának rendszáma p^γ, akkor

$$r = \frac{p^{\alpha-\gamma}-1}{p-1}.$$

Fontos helyet foglalnak el Bauer vizsgálatai között azok,

---

[1] A véges csoportok elméletének irodalmáról. Math. és Phys. Lapok, 9. kötet (1900), 101—109., 179—194., 264—284. lap és 11. kötet (1902), 340—345. lap.

[2] Adalék a véges csoportok elméletéhez. Math. és Természettud. Ért. 17. kötet. (1899), 611—617. lap.

[3] A törzsszámhatvány-rendű csoportok elméletéhez. Math. és Természettud. Ért. 18. kötet (1900), 133—135. lap.

melyek SCHÖNEMANN következő irreducibilitási tételének általánositására vonatkoznak:

Legyenek $f(z) = z^n + c_1 z^{n-1} + \cdots + c_n$ együtthatói racionális egész számok és legyen e függvény a p törzsszám-modulusra nézve irreducibilis: t jelentsen pozitív egész számot, $M(z)$ pedig olyan racionális egész együtthatós racionális egész függvényt, melynek fokszáma $< tn$ és mely modulo p nem osztható $f(z)$-vel. *Akkor az*

$$F(z) = f^t(z) + pM(z) = 0$$

egyenlet irreducibilis.

A mathematikai irodalomban szép számmal találkozunk olyan vizsgálatokkal, melyek e tételnek általánositásával foglalkoznak. Közöttük BAUER értekezései kiváló helyet foglalnak el. Ismertetésüknél numerikus egyenletekre akarunk szoritkozni, bár a szerző eredményeinek kimondásánál az algebrai mennyiségek általános elméletét tartotta szem előtt.

Első idevonatkozó új eredménye[1] az, hogy a SCHÖNEMANN-*féle egyenlet akkor is irreducibilis marad, ha benne $M(z)$ együtthatója p helyett p^a-val egyenlő, ha csak a a t-hez képest viszonylagos törzsszám.*

Ez SCHÖNEMANN tételének első olyan általánositása, mely annak *egész tartalmát* magában foglalja. Odáig mindenki a tételnek csak ama (rendesen EISENSTEIN-ról nevezett) speciális esetét tartotta szem előtt, melyben $f(z) = z$, és megelégedett ennek egy vagy más irányú általánosításával.

BAUER maga is e tárgyra vonatkozó további értekezéseiben csak az $f(z) = z$ eset általánosításával foglalkozik. Ezen értekezések közül az egyik[2] két olyan fogalom bevezetése által tűnik ki, melyek BAUER-nek több későbbi, fontos és nehéz kér-

[1] Adalékok az irreducibilis egyenletek elméletéhez. Math. és Phys. Lapok, 13. kötet (1904). L. különösen a második közleményt a 318—322. lapon.

[2] Az algebrai mennyiségek általános elméletéhez. Math. és Természettud. Ért., 23. kötet (1905), 127—138. lap.

désekre vonatkozó vizsgálatában csodálatosan termékenyeknek bizonyultak. Ezek: az egyváltozós algebrai függvények elméletéből ismeretes Puiseux-*féle poligon* kiterjesztése tetszőleges algebrai mennyiségek esetére, tehát egyebek között annak átvitele numerikus egyenletekre, továbbá az egész algebrai mennyiségek *charakteristikájának* fogalma.

A Puiseux-*féle poligon* az algebrai számok elméletében következően lép fel. Legyenek $f(z) = z^n + c_1 z^{n-1} + \cdots + c_n = 0$ együtthatói racionális számok; r_i jelentse a c_i együtthatóinak egy meghatározott p törzsszámra vonatkozó *rendjét*, (mely megmondja, hogy c_i a p-t hányszor tartalmazza, mint tényezőt). Az egyenlet minden $c_i z^{n-i}$ tagjához (egy derékszögű koordináta rendszer felvétele után) egy pontot rendelünk, még pedig a $P_i = (i, r_i)$ pontot. (Ha $c_i = 0$, akkor a megfelelő pont elmarad.) A P_0 pontból P_n-hez egy és csak egy olyan L törött vonal húzható, mely a következő két követelést kielégíti: 1. L minden pontja a $P_0, P_1, \ldots, P_n$ pontokhól való, 2. a $P_0, P_1, \ldots, P_n$ pontok közül egyik sem esik L alá. Ez az L vonal az $f(z) = 0$ egyenletnek a p törzsszámra vonatkozó Puiseux-*féle poligonja*. Oldalainak iránytangenseit Bauer a Puiseux-*féle számoknak* nevezi.

A *charakteristika* fogalmát Bauer következően értelmezi. Jelentsen ω algebrai egész számot, Γ pedig olyan számtestet, mely ω-t tartalmazza; $\mathfrak{P}$ legyen e testnek valamely a p természetes törzsszámban foglalt törzsideálja. Ha $\mathfrak{P}$-t a p pontosan e-szer, ω pedig pontosan a-szor tartalmazza, mint tényezőt, akkor Bauer az ω szám $\mathfrak{P}$-re vonatkozó *charakterisztikájának* az $\frac{a}{e}$ hányadost nevezi. Ha Γ-ról áttérünk ennek valamely Γ' kibővítésére és $\mathfrak{P}'$ a Γ'-ben a $\mathfrak{P}'$-nek primideálosztója, akkor ω-nak a $\mathfrak{P}'$-re vonatkozó charakterisztikája egyenlő a $\mathfrak{P}$-re vonatkozóval.

A Puiseux-féle számok a charakterisztika fogalmával a következő kapcsolatban vannak. Legyenek az $f(x) = 0$ egyenletnek a p-re vonatkozó Puiseux-féle poligonjának szögpontjai:

$(0, 0), (k_1, a_1), (k_1+k_2, a_1+a_2) \cdots (k_1+k_2+\cdots+k_s, a_1+a_2+\cdots+a_s)$
és innen a Puiseux-féle számok:

$$\frac{a_1}{k_1} < \frac{a_2}{k_2} < \cdots < \frac{a_s}{k_s}.$$

(A $k_1, k_2, \ldots$ számokat, melyek az oldalak vízszintes vetületeinek hosszát adják meg, a Puiseux-féle számok többszörösségének fogom nevezni.)

Továbbá jelentsen Γ olyan számtestet, mely $f(x) = 0$ valamennyi gyökét tartalmazza és legyen $\mathfrak{P}$ ebben a testben p-nek valamely törzsideál-osztóját. Akkor az $f(z) = 0$ egyenlet gyökeinek $\mathfrak{P}$-re vonatkozó charakterisztikái közül éppen k_1 gyöknek charakterisztikája egyenlő az $\frac{a_1}{k_1}$ Puiseux-féle számmal, k_2-é egyenlő $\frac{a_2}{k_2}$-vel, stb.

A Puiseux-féle számoknak e jelentéséből közvetlenül világos a következő tétel: *Ha az $f(x) = 0$ egyenletnek a p-re vonatkozó* Puiseux-*féle számai közül valamelyik $\frac{a}{k}$ -nak k többszörössége a-hoz képest viszonylagos törzsszám, akkor $f(x) = 0$ irreducibilis tényezői közül legalább egynek foka $\geq k$.* (Ha $k = n$ és $a = 1$, akkor ez éppen Schönemann-tétele.)

Bauer-től függetlenül és vele majdnem egyszerre eljutott Dumas is a Puiseux-féle poligon és az irreducibilitási kérdések kapcsolatának felismerésére. Dolgozatában[1] különös avval a kapcsolattal foglalkozott, mely valamely $f(x)\, g(x)$ szorzatnak és az $f(x)$, $g(x)$ tényezőknek Puiseux-féle számai között fennáll. A *charakteristikák* fogalma nélkül, de geometriai szemléletre való hivatkozással azt találta, hogy a szorzat Puiseux-féle számait (többszörösségükre nézve is) a tényezők Puiseux-féle számai együttvéve alkotják.

Dumas-nak e tétele a Puiseux-féle számoknak *charakterisztika*-jelentéséből közvetlenül világos. Dumas dolgozatának hatása

[1] Dumas: Sur quelques cas d'irréductibilité etc., Journal de mathématiques, VI. sorozat, 2. kötet (1906), 191—258. lap.

alatt azonban BAUER e tárgyra még egyszer visszatért,[1] és most már a *charakterisztikák* fogalmának és egyszersmind a geometriai szemléletnek teljes kizárásával DUMAS tételét egészen elemi úton bizonyította be. (Erre természetesen a PUISEUX-féle számoknak egy elemi *arithmetikai* értelmezése kellett.)

Szándékosan foglalkoztam részletesebben a SCHÖNEMANN-tételével kapcsolatos vizsgálatokkal. Nemcsak azért tettem ezt, mert lényegükben mindent magukban foglaltak és mindennek nyitját adták, ami odáig ebben az irányban történt, hanem még inkább azért, mert a PUISEUX-féle poligon és a charakterisztikák fogalma BAUER kezében csakhamar az algebra és számelmélet igen hatalmas segédeszközévé fejlődött s mert — mint ezt BAUER legújabban megmutatta[2] — ezek a fogalmak nyitják meg előttünk az útat, ha a HENSEL-féle számelmélet alapjaihoz a klasszikus számelméleten keresztül akarunk férkőzni.

A PUISEUX-féle poligon nemcsak egyes egyenletek irreducibilitásának, vagyis csoportjuk tranzitiv voltának felismerésére ad módot, hanem sokszor az egyenlet csoportjának szerkezetébe más tekintetben is nyújt betekintést. Erre alapította BAUER annak az először HILBERT által bebizonyított tételnek új bebizonyítását,[3] hogy a racionális együtthatós n-edfokú numerikus egyenletek között mindig van *affektus* nélküli. Bebizonyítása a következő tételen alapszik:

Ha valamely n-ed fokú egyenletnek valamely p törzsszámra vonatkozó PUISEUX-*féle számai 1. rendre pozitivok, 2. közülök az egyiknek többszörössége valamely q törzsszámmal, a többié pedig 1-gyel egyenlő, 3. a q-szoros* PUISEUX-*féle szám* $\frac{a}{q}$ *alakú, hol a nem osztható q-val: akkor az egyenlet* GALOIS-*féle cso-*

[1] Elemi irreducibilitási vizsgálatok. Math. és Természettud. Ért., 25. kötet (1907), 312—317. lap.

[2] A p-adikus, illetőleg $\mathfrak{P}$-adikus számok elmélete és a közönséges algebrai számtestek. (Bemutatva a M. T. Akadémia III. osztályának 1921 október 24.-iki ülésén).

[3] Affectus nélküli egyenletekről. Math. és Természettud. Ért., 24. kötet (1906), 30—33. oldal.

portjának van oly helyettesítése, mely egyetlen q-tagú ciklusból áll.

Sőt Bauer[1] azt is kimutatta, hogy minden valós együtthatós $F(x) = 0$ egyenlethez található oly racionális együtthatós affektus nélküli egyenlet, melynek együtthatói $F(x)$ együtthatóitól tetszőlegesen keveset különböznek és amelyeknek gyökei ugyanazokat a realitási viszonyokat mutatják, mint $F(x) = 0$ gyökei. Ugyancsak a Puiseux-féle számok tulajdonságainak segítségével Bauer a lényegtelen diszkrimináns-osztók gyakori fellépését is szemléletessé tette és ezen osztókra nézve olyan tényeket is megállapított,[2] melyek Dedekind és Hensel idevonatkozó vizsgálataiból nem következnek.

Az algebrai mennyiségek elméletében elért eme sikereket azóta más nem kevésbbé jelentékenyek követték.

Ismételten és különböző módszerekkel foglalkozott Bauer[3] a következő, már Dedekind-től sejtett és először Hensel által a p-adikus számok elméletének segítségével bebizonyított tételnek egyszerűbb segédeszközökkel való levezetésével:

Legyen $\mathfrak{p}$ a K algebrai számtestnek olyan f-edfokú törzsideálja, mely a p természetes törzsszámban éppen g-szer foglaltatik, mint tényező. Továbbá legyen g a p-nek éppen s-dik hatványával osztható. *Akkor a test differense* $\mathfrak{p}$-*t legfeljebb az* $(s+1)g-1$ *kitevőjű hatványon tartalmazza.*

Épp oly fontosak Bauer azon vizsgálatai,[4] melyekben Dedekind-nek a test differensére és diszkriminánsára vonatkozó tételeinek eddigi bebizonyításainál lehetséges egyszerűsítéseket mérlegelte.

---

1 Az affectusnélküli egyenletek sűrűségéről. Math. és Természettud. Ért. 25. kötet (1907). 82—85. lap.

2 A lényegtelen discriminans-osztókról. Math. és Természettud. Ért. 25. kötet, 359—362. lap.

3 Vizsgálatok az algebrai számtest discriminansáról. Math. és Temészettud. Ért., 36. kötet (1918), 56—67. lap. — Az algebrai számtest differenséről. U. o. 38. kötet (1921), 178—181. lap.

4 Az algebrai számtest differenséről és discriminansáról. Math. és Természettud. Ért. 38. kötet, 421—428. lap.

Lehetetlen volt e jelentés körében BAUER minden dolgozatára kiterjeszkednem. Több igen becses értekezést nem érinthettem. De talán így is sikerült némi képet adni arról a pályáról, mely aránylag egyszerű kérdésekből kiindulva az algebra és számelmélet nehéz, modern problémáinak magaslatáig vezetett. Több mint három évtizedre kiterjedő irodalmi működése alatt BAUER-t tanulmányai és invenciója számos új eredményre, különösen ismeretes tételek messzemenő általánosítására vezették. Talán még jelentékenyebbek methodikai sikerei, melyek abból a törekvésből eredtek, hogy a különböző irányzatok módszereit összehasonlítva, gondosan mérlegelje, miként lehet az egyik tudósnak eredményeit a másiknak módszereivel egyszerűbben és természetesebben levezetni. Valamint fiatalkori munkássága szépen illeszkedett az akkor társulatunkban megindult magyar mathematikai mozgalmakba, úgy újabb mély vizsgálatai mindenütt elismert jelentős szerepet játszanak az algebra és számelmélet éppen napjainkban megint szép virágzásnak indult világirodalmában. *Kürschák József.*

Zur ersten Verteilung des Julius König-Preises am 22. April 1922.

Zum Andenken des am 8. April 1913 verstorbenen Mathematikers, JULIUS KŐNIG, gründeten seine beiden Söhne eine Stiftung, aus welcher die Mathematische und Physikalische Gesellschaft jedes zweite Jahr einen ungarischen Mathematiker, der nicht planmäßiger Hochschulprofessor ist, für seine wissenschaftlichen Leistungen mit einem JULIUS KŐNIG-Preis auszeichnet. Bei dieser ersten Verteilung erhielt den Preis MICHAEL BAUER, für seine vieljährige erfolgreiche wissenschaftliche Tätigkeit, besonders für seine Abhandlungen über Algebra und Zahlentheorie.

Die Anfänge von BAUERS wissenschaftlicher Tätigkeit fallen in die Zeit der Gründung der Gesellschaft (1891) und stehen in engem Zusammenhange mit der Tätigkeit anderer Mitglieder der Gesellschaft. Der Referent bespricht eingehend diese geschichtlich interessanten Zusammenhänge.

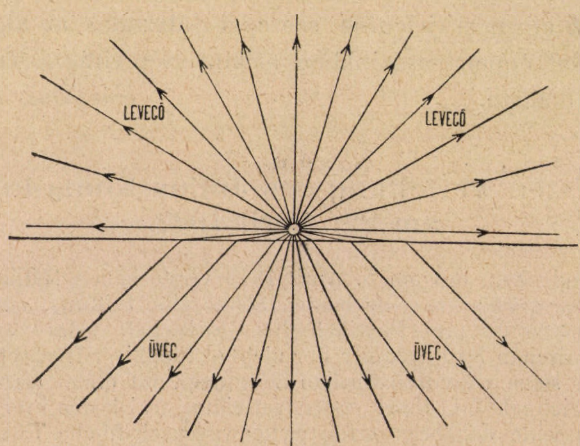
Einen Wendepunkt in BAUERS Entwicklung bilden seine Untersuchunden über die Verwendung des PUISEUXschen Polygons in der allgemeinen Theorie der algebraischen Größen.

Das Referat schließt mit den schönen Untersuchungen von BAUER über affektlose Gleichung, ferner über die Diskriminante und Differente des Zahlenkörpers. *J. Kürschák.*

A FÉNYTÖRÉSRŐL.

Legyen optikailag különböző két közeg síkhatárfelülete közelében, de az optikailag ritkább közegben egy pontszerű fényforrásunk. Az ebből szétküldött sugarak a határfelületen törést szenvedve a sűrűbb közegben olyan egyenes körkúpon belül haladnak, melynek nyílása a totális reflexió határszögének kétszerese.

Nevezzük ezt a kúpot a totalis reflexió határkúpjának. Akkor tehát a ritkább közegben elhelyezett e pontszerű fényforrás a



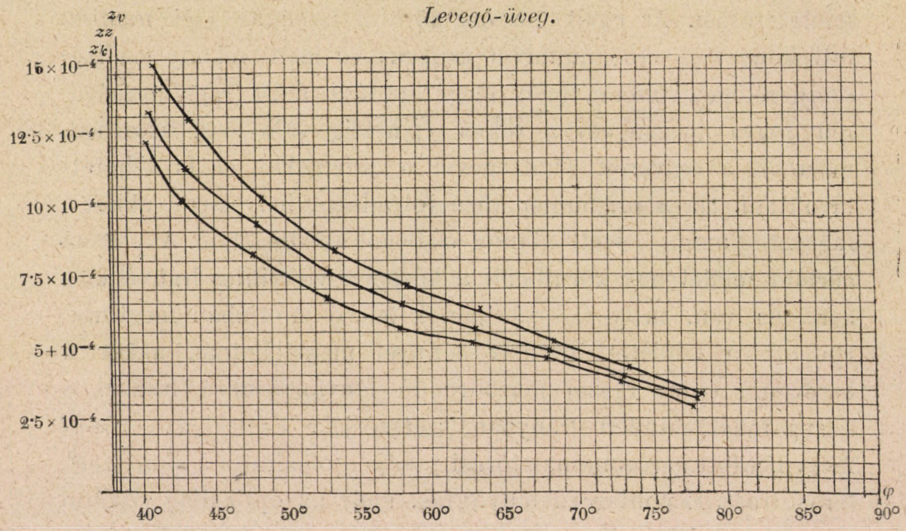
1. ábra.

sűrűbb közegből nézve csakis a határkúpon belül látható és a határkúpon kívül nem látható. Azonban úgy elméletileg, mint kisérletileg kimutatható, hogy ha ez a pontszerű fényforrás, a határfelülethez igen kis, hullámhossznyi rendű távolságra van, akkor a totális reflexió határkúpján kívül is láthatóvá lesz. Vagyis a törés geometriai törvényének érvényessége megszűnik, ha a fényforrás a két közeg határfelületéhez meghatározott kicsiny távolságon belül van.

E távolság kisérleti meghatározásánál a legnagyobb nehézség egy pontszerű fényforrást két közeg határfelületéhez hullámhossznyi közelségbe vinni és hosszabb ideig ott tartani. Elsőrendű fényforrás e célra nem lévén alkalmas, a következőkép jártam el. Két üvegprizmát oly módon helyeztem rézkeretbe, hogy átfogó lapjaik csavarok segítségével az érintésig összeszoríthatók legyenek. Mindkét prizma átfogó lapjai igen nagy sugarú gömbfelület részei. Az egyik prizma görbült lapjának élei mentén folyékony ragasztó gummival keskeny és igen vékony szallagszerű réteget vontam, mely megszáradása után rugalmasságánál fogva megengedi a teljes érintésig való összeszorítást, másrészt a csavarok segítségével a prizmákat el is lehetett távolítani. Ha a prismapár közé folyadékot helyeztem, akkor a ragasztó gummi helyett staniol szallagot alkalmaztam. A prizma görbült felületének körülbelül a közepén vízszintes irányú éles karcolás van, mely hosszúságának felező pontjában megtörik. Ha ezt a felületet intenziv fénnyel megvilágítom, akkor a karcvonal érdes részei másodrendű fényforrásokká lesznek s a sugarakat minden irányban szétszórják. Ennek az erősen megvilágított karcvonalnak törési pontja szolgáltatta a pontszerű fényforrást. E pontszerű fényforrás, mely az optikailag ritkább közegbe, a két prizma közötti levegő, vagy folyadékrétegbe küldi a sugarait, a második prizmától, vagyis az optikailag sűrűbb közegtől tetszésszerint eltávolítható, vagy ahhoz az érintésig közelíthető. A fényforrás és határfelület közötti távolság pedig a rétegben keletkező NEWTON-féle szines gyűrűk segítségével teljes pontossággal meghatározható.

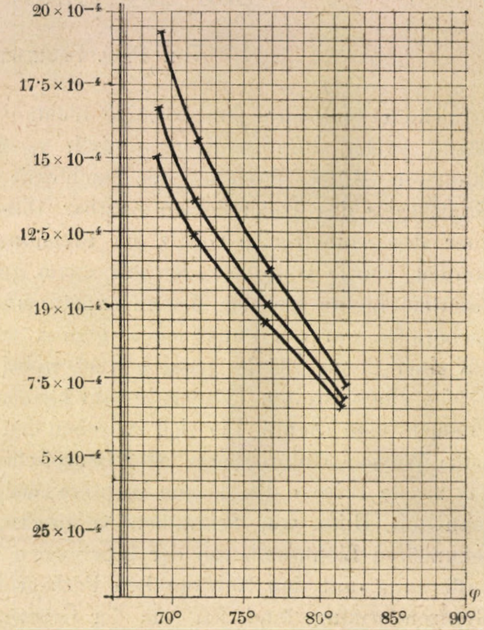
A totális reflexio határkúpján túl eső térnek meghatározott helyéről nézve a karcot a prizmákat annyira szorítottam össze, hogy az éppen láthatóvá legyen, azután annyira távolítottam el a prizmákat egymástól, hogy a karcolás éppen eltűnjék. A két esetben a prizmák távolságainak középértéke lesz a geometriai optika érvényességi határa.

Eddigi észleléseim eredményeinek egy részét, melyeket két ízben a MagyarTudományos Akadémia elé, a 2. és 3. ábrák szemléltetik. Itt a z tengelyen azok az igen kis távolságok vannak nagyított mértékben feltűntetve, amelyekben a ritkább közegben lévő világító pont a két közeg határfelületétől van, a φ tengelyre pedig azok a határszögek vannak felvive, amelyeken belől a sűrűbb közegből a világító pont látható. A 2. ábra levegő-üveg, a 3. benzolüveg határfelületére vonatkozik. Ezeken kívül víz-üvegre



2. ábra.

és kloroform-üvegre is végeztem megfigyeléseket Minden ábrán a felső görbe vonal a vörös, a középső a zöld, az alsó a kék fényre vonatkozik. Így például, ha a világító pont kék fényt bocsát ki és $2{\cdot}79 . 10^{-4}$ mm távolságra van levegő-üveg esetén az elválasztó felülettől, akkor a sűrűbb közegből még akkor is látható e pont, ha a nézési irány a beesési merőlegessel 77·8° szöget zár be. Ez egyszersmind az eddig megfigyelt legkisebb határtávolság. A totálreflexio határszöge, amelyen belől a geometriai optika rendes törvényei szerint a pont látható volna levegő-üveg esetén 37·8°, 38° és 38·3°, víz-üveg esetén 55·7°, 55·3° és 56·1°, kloroform-üveg esetén 63·6°, 63·2° és 63·0°, benzol-üveg esetén 66·8°, 66·6° és 66·5° a kék, zöld és vörös fényre vonatkozólag. Az ábrán e szögek is fel vannak tűntetve az ábra balszélén álló merőlegesek által.



3. ábra.

E görbékből látható, hogy a határtávolság minden anyag és szín esetén a határkúptól a razans irány felé eléggé szabályos menetű csökkenést mutat. A nagyobb törésmutatójú anyagoknál a csökkenés menete meredekebb. Ugyanazon észlelési irány (φ), de különböző hullámhosszúságú fény esetén a határtávolságok különbözők és pedig nagyobb hullámhosszúságú fény esetén nagyobb. A legkisebb megfigyelt határtávolság kék fény és levegő-üveg határfelülete esetén a határkúpon kívül 40°-ra $2{\cdot}79 \,.\, 10^{-4}$ mm.

Frőhlich Pál.

Irodalom.

Quincke: Pogg. Annalen 1866, 127. k., 199. o. Elmor Hall: Physical Rewiew 1902, 15. k., 73. o. W. Voigt: Annalen der Physik 1899, 67. k., 185. o.; 1899, 68. k., 135. o.; 1911, 36. k., 866. o.; 1911, 34. k., 797. o. Ketteler: Annalen der Physik 1899, 67. k., 879. o. Eichenwald: Annalen der Physik 1911, 35. k., 1037. o. L. Mandelstam: Physikalische Zeitschrift. 1914., 5 k., 2200. Fröhlich Izidor: Math. és Természettud.. Értesítő 1916, XXXIV. k., 453. o. Frőhlich Pál: Math. és Természettud Értesítő 1922, XXXIX. k., 84. o. és 1923, XL. k., 840. Annalen der Physik 1921, IV—65, 578. o.

ÜBER LICHTBRECHUNG.

Von Paul Frőhlich.

Befindet sich eine punktförmige Lichtquelle in der Nähe der Grenzfläche zweier durchsichtigen, optisch verschiedenen Medien, aber im dünneren Mittel, dann ist der leuchtende Punkt auch außerhalb des Grenzkegels des Totalreflexion sichtbar. Diese Grenzentfernung, bei welcher das geometrische Gesetz der Brechung eben beginnt ungültig zu werden, wurde vom Verfasser mit rotem, grünem und blauem unpolarisiertem Lichte bei vier Medien experimentell bestimmt. Die benutzte Lichtquelle war ein Punkt einer intensiv beleuchteten Furche, welche auf einer Prismenfläche gezogen war; wobei als Grenzfläche die polierte Fläche eines zweiten Prismas in sehr kleinen Entfernung von der ersten Prismenfläche diente. Die sich zwischen den Prismenflächen befindliche Luft-, Wasser-, Chlorophorm- oder Benzolschicht ist das optisch dünnere, das zweite Prisma das optisch dichtere Medium. Die Schichtdicke kann man mit Hilfe von Schrauben verändern, und die Entfernung der sekundären Lichtquelle von der brechenden Fläche, die gesuchte Grenzentfernung, mit den Newtonschen Farbenringen genau bestimmen. Die Grenzentfernung fand ich von der Grössenordnung der Wellenlänge; bei Licht von längerer Wellenlänge ist sie grösser. Vom Grenzkegel gegen die Tangentialrichtung nimmt sie regelmäßig ab. Diese Verminderung ist bei denjenigen Medien schneller, deren Brechungsindex größer ist.

Ann. d. Phys. (4.) 65. 1921. Nr. 15.

FÉNYHULLÁMOK VAGY FÉNYQUANTUMOK?

A quantumelmélet a mikrokozmoszban, az atomok és elektronok világában lejátszódó jelenségekről igyekszik számot adni. Legtermészetesebb volna annak a feltevése, hogy azok a törvényszerűségek, melyeket a makrokozmoszban érvényesnek ismertünk el, itt is érvényben vannak, csak a méretek kisebbek. A tapasztalat azonban nem igazolta e feltevést, sőt a mikrokozmosznak egészen sajátszerű berendezésére engedett következtetni. Ez a berendezés szoros kapcsolatban van a fény alkatáról, terjedésének módjáról alkotott nézeteinkkel is. E dolgozat keretében rá akarok mutatni azokra a fontosabb kísérleti tényekre, melyeknek alapján a fényquantumok gondolata keletkezett. Igyekszem e jelenségeknek a hullámelmélet alapján is magyarázatát adni s végül vázolom azt az útat, mely a fényhullámok vagy fényquantumok dilemmájából kivezethet.

A klasszikus elemi sugárzóforrás a quazielasztikus erőkkel nyugalmi helyzetéhez kötött elektron, mely e helyzet körül különböző rezgéseket végezhet, miközben folytonosan abszorbeálhat vagy emittálhat hullámokban terjedő elektromágneses sugárzó-energiát. Ha ilyen elemi sugárzóforrásokat használunk fel arra a célra, hogy közvetitésük révén a fekete sugárzás problémáját megoldjuk, vagyis kifejezzük a térfogategységben foglalt egyszínű sugárzó-energiamennyiséget mint a hőmérséklet és a rezgésszám függvényét, arra az eredményre jutunk, hogy a végtelen nagy rezgésszámokhoz tartozó sugárzó-energia sűrűsége és a teljes energiasűrűség is végtelen nagy lesz bármilyen véges hőmérséklet mellett. Ez a tapasztalattal ellenkezésben áll. Az ellenmondás okát Planck abban látta, hogy az elemi sugárzóforrás működéséről alkotott kép nem lehet helyes. S valóban — miután feltételezte azt, hogy az elemi sugárzóforrások nem változtathatják folytonosan energiájukat, hanem ugrásszerűen, quantumokban, tehát csak bizonyos előre meghatározott energiaértékekkel bírhatnak — levezetett egy a tapasztalattal egyező sugárzási formulát. Ezt a formulát levezette később úgy is, hogy az elemi sugárzóforrások részére bármilyen energiabeli állapotot megengedett s csak az emissiot gondolta ugrásszerűen történő jelenségnek.

Planck a sugárzó energia terjedését illetőleg összes munkáiban a hullámelmélet alapján áll, az ő quantumai csak in statu nascendi léteznek; olyanok, mint a vízcseppek, melyeknek önálló exisztenciája megszűnik, mihelyt egy nagyobb víztömegbe jutnak. Ő szándékosan kerülte, Einstein azonban kimondta a fényquantumok hypothézisét, mely szerint a fény s általában a sugárzó-energia nem hullámokban terjed tova, hanem pontszerűen koncentrált energiaatomokban. Einstein e föltevését többek között a fekete sugárzás energia-ingadozásának kiszámítása révén igyekezett megalapozni. Ha ugyanis a fekete sugárzással telt űrben egy tetszésszerinti v térfogatot gondolunk, a benne foglalt egyszínű sugárzó energia az időben ingadozásoknak van alávetve, ami könnyen megérthető, ha a minden oldalról érkező hullámok interferenciájára gondolunk. Einstein a thermodynamika alapelveire s a Planck-féle sugárzási formulára támaszkodva kiszámította, hogy a v térfogathoz tartozó középenergiaértéktől való eltérés (ingadozás) négyzetének időbeli középértéke a következő:

$$\overline{E^2} = \overline{E}h\nu + \frac{c^3(\overline{E})^2}{8\pi\nu^2 v d\nu},$$

hol $\overline{E}$ jelenti a ν rezgésszámú sugárzó energia időbeli középértékét a v térfogatban. E kifejezésnek csak második tagját szolgáltatja a hullámelmélet, míg az első, mely nagy rezgésszámok mellett dominál, nyerhető, ha feltesszük, hogy a sugárzó-energia $h\nu$ nagyságú quantumokból áll. A fényquantumoknak a relativitás elve értelmében meghatározott tömege is van:

$\frac{h\nu}{c^2}$, egymással, elektronokkal és atomokkal a súlyos anyag módjára összeütközhetnek. Újabban még méreteiket is kiszámitották s kiderült, hogy a terjedés irányára merőleges átmérő arányos a hullámhosszúság négyzetével. A molekulaképződés utánozásaképen feltételezték a fényquantumok társulását is: két, három... fényquantum egymással kapcsolatba léphet s igy kettős, hármas... qantumok keletkeznek. E föltevésnek az adta meg a támaszát, hogy belőle a teljes ingadozás levezethető, míg az egyes quantumokból csak az első rész. Mostanában jelent meg PLANCK-nak egy dolgozata az Annalen der Physik *Wien*-füzetében, mely a fényquantumokra nem kedvező, ugyanis ő itt egy speciális esetben a hullámelmélet alapján is előállitja a teljes ingadozási formulát.

Vizsgáljuk most azokat a jelenségeket, melyeknek megmagyarázása céljából szükségesnek látszik, hogy a sugárzó energia a tér egyes pontjaiban koncentrálva legyen s pillanatnyilag rendelkezésre álljon. Ezek közül a fontosabbak a BOHR-féle atom működése, a fényelektromos jelenség, a fény chémiai hatása, a fluoreszcencia, a RÖNTGEN-sugarak abszorpciója és a secundär-sugárzás.

BOHR szerint a pozitiv töltésű, pontszerű atommag körül kör- és ellipszis-pályákon keringenek az elektronok, melyeknek száma az elem rendszámával egyenlő; mindegyik perodiussal egy-egy új pályarendszer kezdődik s ezek sorban a *K, L, M*... pályák. A normális pályáról kimozditott elektron nem keringhet tetszésszerinti pályán, hanem csak olyanokon, melyeken az elektron meghatározott energiaértékkel bir. Egy belső pályáról külsőre való átjutás mindig energiafölvétellel, a forditott jelenség pedig energiakiadással jár. Egyetlen ugrás közben — bármelyik külső pályáról bármelyik belsőre történt is az — a kisugárzott energia egyenlő $h\nu$-vel, hol ν a kibocsátott fény rezgésszáma. A BOHR-féle modell helyessége mellett szól, hogy belőle a szinképvonalsorozatokra levezetett formulák bámulatosan egyeznek a tapasztalattal, de kézzelfoghatólag támogatják ezt FRANCK és HERTZ kisérletei is. Ők szabad elektronoknak gázatomokkal való összeütközését vizsgálták, miközben az elektronok mozgási energiáját mérhető módon növelték. Kiderült, hogy az elektronoknak meghatározott mozgási energiával kell bírni, hogy ütközés közben az atomoknak energiát adhassanak át, ami amellett bizonyít, hogy az atom elektronjai csak egyik BOHR-féle pályáról egy másikra ugorhatnak át. Ha most a fény abszorpciójára gondolunk, a BOHR-féle modell alapján szinte szükségszerűnek látszik, hogy a tér egyes pontjaiban pillanatnyilag akkora fényenergia legyen összpontosítva, amely szükséges az elektronnak egy belső pályáról egy külsőre való átvitelére, szóval a BOHR-féle atom egyenesen követeli a fényquantumok feltevését. Azonban jogunk van feltételezni, hogy a quantumpályákon keringő elektronokon kívül a maghoz kapcsolva még más elektronok is vannak jelen, melyek elsőrendűleg abszorbeálják a folytonosan rájuk eső hullámokat s csak másodrendűen ütközés révén adják át az energiát a BOHR-féle pályákon keringő elektronoknak.

Ha fémlapra fényt ejtünk, belőle elektronok repülnek ki — ez a *fényelektromos jelenség.* A jelenségre fennálló törvényszerűségek közül különösen nevezetes a LÉNÁRD által megállapított törvény, mely szerint a kirepülő elektronok maximális sebessége, mozgási energiája független a beeső homogén fényintenzitásától. E tapasztalati törvényt EINSTEIN úgy magyarázza, hogy a fény diszkrét quantumokból áll s ha egy elektron az atomkötelékből kirepül, energiája legfeljebb az általa abszorbeált quantummal lehet egyenlő:

$$\frac{1}{2} mv^2 = h\nu,$$

hol m az elektron tömegét, v pedig max. sebességét jelenti. Ebből természetesen következik, hogy ha a fény intenzitása nagyobb, több quantum van benne, tehát több elektron repül ki, de egy elektron mozgási energiája — míg a fény szine nem változik — ugyancsak változatlanul marad. Viszont rövid hullámhosszúságú fény becsesebb, mint a nagy hullámhosszúságú. E törvény a tapasztalattal nagyon jól egyezik, mint azt különösen MILLIKAN mérései bizonyítják, aki ennek alapján a h állandót is meghatározta. Csak az a különös, hogy miért nem abszorbeállhat egy kirepülő elektron két vagy több quantumot is! Legyen a kibocsájtott elektronok száma N s ezeknek összes mozgási energiája E, akkor a fenti törvény így is írható:

$$N = \frac{E}{h\nu},$$

vagyis a kilövelt elektronok száma egyenlő a gerjesztéskor felhasznált fényenergiában foglalt quantumok számával. Kényszerít-e a fényelektromos jelenség a fényquantumok feltevésére? LÉNÁRD a kiváltási elméletet állította fel, mely szerint az elektronok az anyag belsejében valószínűleg bonyolultabb pályákon mozognak s a legkisebb fényhatásra kötelékükből kiszabadulva meglévő mozgási energiájukkal repülnek ki. Ez az álláspont homlokegyenest ellentéte EINSTEIN felfogásának, mert szerinte a kirepülő elektronok teljes energiája a beeső fényből származik. SOMMERFELD elmélete szintén nehézségekbe ütközik. Azonban magyarázatot találhat a jelenség, ha feltesszük, hogy a magban bármi módon rezgésre képes magelektronok (és esetleg hydrogen-magok) folytonosan abszorbeálják a fényenergiát s az összeütközések alkalmával lesznek olyan szerencsés elektronok (valószínűleg a BOHR-féle körökön), melyekre gyakorolt komponens hatások egyirányú eredőt adnak s ezek az elektronok kirepülnek az atomkötelékből. Tehát sok elektron által egyénenként abszorbeált csekély energiamennyiség egy-egy elektro javára összeadódik. Persze igen kevés elektronra nézve valószínű ez, ami szintén összhangban áll a tapasztalattal, mely szerint a meglévő elektronoknak csekély száma válik ki a fényelektromos hatás alkalmával. Nagyobb rezgésszámú fényre nagyobb sebességgel rezgő elektronok reszonálnak, érthető tehát, hogy ekkor a kirepülő elektronok mozgási energiája is nagyobb.

A *fény chémiai hatását*, továbbá a *gázok ionizációját* illetőleg EINSTEIN a következő törvényt mondotta ki: a szétvált molekulák, ill. ionizált atomok száma egyenlő az abszorbeált fényenergiában foglalt quantumok számával:

$$N = \frac{E_a}{h\nu}.$$

Ez a photochemiai æquivalencia törvénye, melyet EINSTEIN később csak a WIEN-formula érvényességi körére korlátozott. E törvényt gázokon WARBURG, bromezüst rétegű fényképezőlemezeken pedig EGGERT és NODDACK vizsgálták. WARBURG csak a fény primær hatását követő, maguktól lefolyó szecundær reakciók bevezetése révén tudta igazoltnak kijelenteni az EINSTEIN-féle törvényt. EGGERT és NODDACK azt találták, hogy amig a megvilágítás nem túlságosan erős, a szétbontott bromezüst-molekulák, tehát a kivált ezüst-atomok száma nagyjában egyenlő az abszorbeált quantumokéval. De erősebb megvilágítás mellett 50%-os eltérések is fellépnek, sőt az említett kutatók korábbi méréseiben még sokkal nagyobbak is előfordultak. Kisérletileg szigorúan igazoltnak a photochemiai alaptörvény nem tekinthető, a tapasztalat csak annyit mond, hogy minden molekula szétválasztására vagy minden atom ionizációjára szükséges egy bizonyos energiamennyiség s természetesen a szétválasztott molekulák számát közelítőleg megkapjuk, ha ezzel osztjuk az abszorbeált energiamennyiséget. Egyébként bizonyos ellenmondás is látszik a fényelektromos és a photochemiai alaptörvény között, melyek formálisan egyeznek. A fényelektromos törvény szerint ugyanis egy ibolyaquantum többet ér, mint egy zöld, mert nagyobb mozgási energiát ad az elektronnak, míg a photochemiai alaptörvény szerint mindkettő csak ugyanarra képes: pl. szétbont egyetlen bromezüst-molekulát.

A *fluoreszcencia* jelenségét illetőleg említésre méltó a STOKES-féle törvény, mely szerint a gerjesztett fény mindig kisebb rezgésszámú vagy nagyobb hullámhosszúságú, mint a gerjesztő fény. A fényquantumok feltevését összekapcsolva az energia megmaradásának elvével azt mondhatjuk, hogy a kisugárzott quantum kisebb vagy legfeljebb ugyanakkora energiával bírhat, mint a gerjesztő quantum, s így fennáll:

$$h\nu_k = h\nu_g,$$

amely egyenlőtlenség már kifejezi a STOKES-féle törvényt. Ezzel szemben ismeretes LÉNÁRDnak a lumineszcenciára vonatkozó fényelektromos elmélete. Eszerint a gerjesztő fény az ú. n. fényelektromos elektronokra hat, melyek nagyobb rezgésszámmal birnak, mint a nekik megfelelő s általuk gerjesztett emittáló elektronok. STOKES törvénye megmagyarázható a BOHR-féle modell alapján is: egy elektron valamelyik körről kirepül az atom periferiájára olyan magbeli elektronnal való ütközés révén, mely rezonál a gerjesztő fényre, helyébe repül már most valamelyik külső körről egy másik elektron s természetesen a kibocsátott quantum kisebb lesz, mint előbb az ütközés révén nyert quantum. Ez utóbbi pedig — tekintettel SOMMERFELDnek a fényelektromos hatásra vonatkozó számításaira — valószinűleg kisebb $h\nu$-nél, ha ν a gerjesztő fény rezgésszáma.

A BOHR-féle atom kapcsán kedvezők a fényquantumokra a RÖNTGEN-*sugarak által gerjesztett szecundär-sugárzásra* és a nevezett sugarak *abszorpciójára* fennálló tapasztalatok. Ismeretes dolog, hogy az elemeknek megvannak a jellemző RÖNTGEN-színképvonalai, seriesei s várható volna, hogy mihelyt a K-series első legkisebb rezgésszámú vonala ráesik valamely fémre, a megfelelő vonal — mint szecundär-sugárzás — fellépjen. Ez azonban nem így van, hanem a K-series határának megfelelő legnagyobb rezgésszámnak elő kell fordulnia a gerjesztő RÖNTGEN-fényben s ekkor a K-series összes vonalai egyidejűleg fellépnek. Ha pedig folytonos RÖNTGEN-színkép abszorpcióját vizsgáljuk, a K-series határánál élesen határolt abszorpcio-tartomány keletkezik. E jelenségek azt kivánják, hogy a gerjesztő RÖNTGEN-fényben pillanatnyilag akkora energiamennyiségek álljanak rendelkezésre, melyek az elektronokat a legbelső K pályákról az atom periferiájára röpitik s megkezdődhetik elektronoknak az L, M . . . pályákról a K-ra való átugrása és viszont. Ha a magban a folytonos abszorpciót közvetitő elektronokat tételezünk fel, a jelenségek megmagyarázhatók, bár a nehézségek tagadhatatlanok.

Most még néhány súlyos kérdést szeretnék felvetni a fényquantumokkal szemben. Hogyan lehet ezeknek alapján a *fény színéről*, a rezgésszámról, a hullámhosszúságról fizikai képet alkotni? Hogyan lehet a *diffrakciónak* és az *interferenciának* csak közelitő magyarázatát is adni, hiszen kétségtelen, hogy quantum quantumhoz adva csak nagyobb fényhatást létesithet? Hogyan lehet a *polározásról* fogalmat alkotni? Hogyan lehet továbbá Fröhlich, Rybár és Pogány prof. úraknak az elhajlitott fény polározási állapotára, a totálisan reflektált fény komponenseinek absolut fázisváltozására, a Faraday-effektusra vonatkozó nagyjelentőségű vizsgálatait a fényquantumok alapján megmagyarázni? S így tovább.

Einstein is érezte a lehető ellenvetések súlyát s enyhitette a fényquantumok feltevését. Elméleti meggondolások alapján felállitotta az *irányított kisugárzás* vagy *tűsugárzás* (Nadelstrahlung) hypothezisét, mely szerint az elektron sugárzása nem történnék gömbhullámokban a tér minden irányában, hanem a kisugárzott energia mindig egy igen kis nyílású kúpszög (tölcsér) belsejében maradna. Ennek következménye lenne aztán az ú. n. foltos hullámfelület. Ez a föltevés 1917-ből való, azonban további kiépitésre nem talált. Hasonló hypothesizt már J. J. Thomson is felállitott.

Az elmondottak alapján le kell szűrnünk azt, hogy a fény emissziójánál a quantumszerű sugárzást alig lehet nélkülözni s ez a hullámelmélettel ellentétben nem áll; az abszorpciónál ugyancsak több jelenség kivánja látszólag a quantum szerinti abszorpciót, de ez a hullámelmélet katasztrófáját jelenti. Úgy tünik fel, hogy különbséget kell tennünk az anyag fényt emittáló és abszorbeáló szervei között. Emittálnak a Bohr-féle pályákon keringő elektronok, ha belső pályákra repülnek át, de az abszorpciót az atommagban lévő elektronok (s esetleg maguk a magok is) végzik; egyes mag elektronok a többiekkel való ütközés révén nagyobb energiára tesznek szert, melyet ugyancsak ütközés útján átadhatnak a Bohr-féle pályákon keringő elektronoknak s azok külső pályákra repülhetnek át. Így a Bohr-féle atom összeegyeztethető a hullámelmélettel.

Császár Elemér.

LICHTWELLEN ODER LICHTQUANTEN?

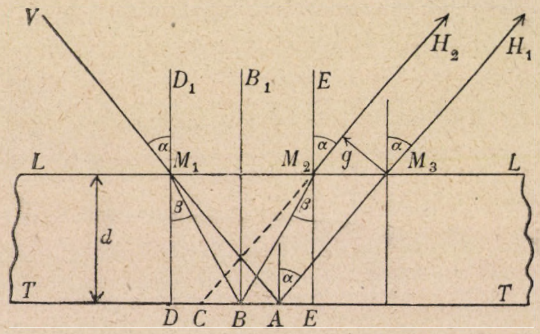
Von E. Császár.

Nach kurzer Schilderung der Entstehung der Lichtquantentheorie werden die Erscheinungen erörtert, welche diese Theorie unterstützen. (Wirkung der Bohrschen Atome, lichtelektrische Erscheinung, chemische und ionisierende Wirkung des Lichtes, Fluoreszenz, Absorption der Röntgenstrahlen und Sekundärstrahlung.) Es wird versucht die genannten Erscheinungen auch auf Grund der Wellentheorie zu erklären. Da scheint es nützlich die Absorption des Lichtes auf die Kernelektronen zurückzuführen, welche die absorbierte Energie den Elektronen auf den Bohrschen Bahnen durch Stoß übergeben. Auf die Schwierigkeiten der Lichtquantentheorie wird ebenfalls hingewiesen.

TÖRÉSES FÉNYVISSZAVERŐDÉS.

A gyakorlati életben használt üvegtükrök egy parallel üveglemezből és a reája erősitett visszaverő fémrétegből állanak. Ezeken a tükrökön végbemenő fényvisszaverődésnél a fény a határfelületen kétszer megtörik. A fényvisszaverődésnek ezt a módját *töréses* fényvisszaverődésnek nevezhetjük. Ide sorolható a folyadékok fenekén történő szétszórt fényvisszaverődés is.

Az 1. ábrán TT jelentse a fémtükröt és LL a d vastagságú planparallel üveglemeznek a levegővel érintkező felületét. Ha $d=0$, akkor a V világítópontból kiinduló fénysugár a fémtükör



1. ábra.

visszaverődési törvénye szerint a V, A, H_1 pontokon megy át. Ha d különbözik nullától, akkor a V-ből kiinduló fénysugár M_1-ben megtörik B-ben visszaverődik M_2-nél ismét megtörve a levegőbe lép.

Könnyen igazolható, hogy a VM_1, M_1B, BM_2 és M_2H_2 sugárrészek egy síkban feküsznek, mely a tükör síkjára merőleges. A ráeső (VM_1) és a visszavert (M_2H_2) fénysugár egyenlő szögeket zárnak be a két töréspontban (M_1M_2) a tükör síkjára emelt merőlegesekkel. $VM_1D_1\sphericalangle = E_1M_2H_2\sphericalangle$.

Látjuk továbbá, hogy az M_2H_2 visszavert fénysugár a fémtükrön visszavert sugárhoz M_2H_1-hez viszonyitva el van tolva. Az 1. ábra alapján egyszerű számitással megmutatható, hogy az eltolódás

$$q = \frac{2d \sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}. \tag{1}$$

Ez kétszer akkora, mint a tükör üveglemezén, mint planparallel lemezen áthaladó fénysugáré.

A törőtükrökre alkalmazott fényvisszaverődési törvény a következőképen fogalmazható meg: *a tükörre eső és visszavert fénysugár a két törési és visszaverődési ponton átfektetett síkban feküsznek, amely merőleges a tükör síkjára; a ráeső és visszavert fénysugár egyenlő szögeket zárnak be a törési pontokban a tükör síkjára emelt merőlegesekkel; a visszavert fénysugárnak párhuzamos eltolódása van, amely kétszerakkora, mint a tükör planparallel lemezén áthaladó sugáré.*

Ha egy üvegedénybe higanyt öntünk, azután az edényt egy üveglap segitségével két rekeszre osztjuk és az egyik rekeszbe a higany fölé vizet öntünk, akkor e törvényeket igazolhatjuk, sőt ez egyszerű eszközt felhasználhatjuk arra is, hogy vele az 1. képlet alapján a higany fölött lévő folyadék törésmutatóját meghatározzuk.

A következőkben meg fogjuk vizsgálni, lehetséges e a törőtükröket fémtükrökkel helyettesiteni és ha igen, minő feltételek mellett. A 2-ik ábrán P azt a pontot jelenti, amelyben egy visszavert sugár a saját beeső sugarának meghosszabbitását metszi. Egy másik visszavert sugárnál e pont P_1.

Kérdés, hogy a P és P_1 ugyanazon fémtükrön feküsznek-e vagy két különbözőn, vagyis az üvegtükör egy vagy több fémtükörrel helyettesithető-e? Ennek megállapitására keressük a P pontok lelőhelyét. Egy derékszögü koordináta-rendszer y tengelyét vegyük fel a világitó ponton át a tükör síkjára bocsátott merőlegesen és az x tengelyt a tükör határfelületén. A P pont koordinatái: $x=OE$, $y=EP$. Ha $VO=h$-val, akkor a P pontok lelőhelyének paremeteres egyenlete:

$$x = h \operatorname{tg} \alpha + d \operatorname{tg} \beta; \quad y = -\frac{d \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}, \tag{2}$$

ahol $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n =$ törésmutató.

Megfelelő átalakitás és a parameterek kiküszöbölése után kapjuk

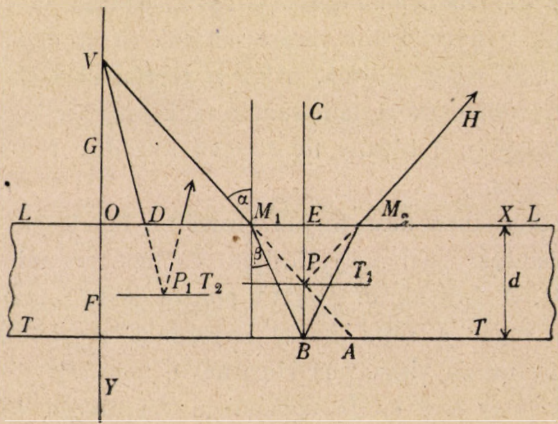
$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \frac{h-y}{y} \sqrt{d^2-n^2y^2}. \tag{3}$$

Ez görbevonal egyenlete s így az üvegtükör egyetlen fémtükörrel nem helyettesithető.

A görbe metszi az y tengelyt ha

$$d^2 - n^2y^2 = 0 \quad \text{azaz} \quad y = \pm \frac{d}{n}.$$

Az y-nak $-\frac{d}{n}$ és $+\frac{d}{n}$ között van reális értéke, vagyis az F és G (2. ábra) ponton át az x tengellyel párhuzamosan fek-



2. ábra.

tetett egyenesen kivül a görbének nincs pontja. A görbe x tengely fölötti részének fizikai jelentése nincs, a prameteres egyenletrendszerben nem foglaltatik, a kifejtett egyenletbe (3) a parameterek kiküszöbölésével került, mint mathematikai megoldási pontok lelőhelye. Ennek tárgyalását egyelőre mellőzöm.

A parameteres egyenlet-rendszerrel megadott görberészt, vagyis az üvegtükröt helyettesítő számtalan képzelt fémtükör visszaverődési pontjának a lelőhelyét nevezzük *tükörvonalnak*. A tükörvonal szimmetrikus az y tengelyre, ezért elegendő csak az egyik felének pl. a pozitívnek vizsgálata.

A 3-nak első diff. hányadossa:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \, \frac{hd^2-n^2y^3}{y^2\sqrt{d^2-n^2y^2}}. \tag{4}$$

Ha $-y=0$, akkor az első differenciálhányados ∞ vagyis az x tengely assymptota. Végtelen nagy a differenciálhányados akkor is ha $y = -\frac{d}{n}$. A tükörvonalnak ebben a pontjában rajzolható érintője merőleges az y tengelyre. A differenciálhányados zéró, ha

$$hd^2-n^2y^3=0 \quad \text{vagyis} \quad y=\sqrt[3]{\frac{hd^2}{n^2}}>0.$$

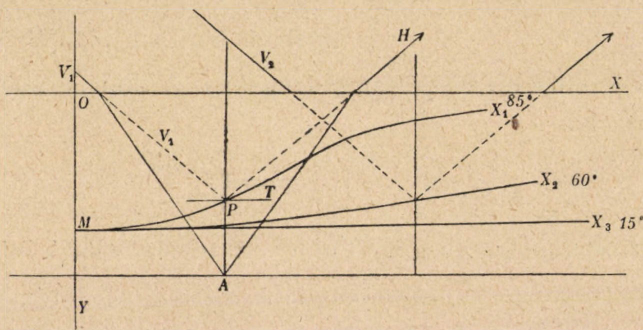
A tükörvonalon ilyen pont nincs. A tükörvonalnak inflexiós pontja van $y = -\frac{d}{n}$ és 0 között. A tükörvonal pontos alakjának megállapítására kiszámítottam három tükörvonal elegendő adatát; a kapott görbéket arányosan kisebbítve a 3-ik ábra tünteti fel. A számítást olyan törőtükörre végeztem, melynél a higany felszíne a fémtükör s a párhuzamos törőközeg vízréteg. A számításnál felvett adatok $d=10$ cm, $n=1{\cdot}333$ $h_1=1$ cm, $h_2=10$ cm, $h_3=100$ cm.

A parameteres egyenletből (2) látható, hogy az y koordináták csak d és n állandóktól függnek, míg az x-ek a h-tól is. Igy a három tükörvonalnak adott α szögnél ugyanazok az y koordinátái csak az x-ek különbözők; különböző x távolságba elhelyezve ugyanazon y-kat, kapjuk a három görbét.

Az MX_1 mutatja a tükörvonal jellemző alakját, ez akkor áll elő, midőn a világító pont távolsága (h_1) $\frac{1}{10}$ része a törőközeg vastagságának. Az MX_2-nél $h_2=d$-vel; már erősen megnyújtott alakot mutat. MX_3, melynél $h_3=10$ d-vel a rajzolt határon belül alig emelkedő egyenesnek vehető. A tükörvonalak végéhez irt *fokszámok* a végpontok α értékei. A három tükörvonal összehasonlitásából látható, hogy a tükörvonal alakja h és d arányától függ, minél nagyobb a h a d-hez viszonyitva a tükörvonal annál jobban el van nyújtva.

Ha a tükörvonal ismeretes, akkor annak segitségével a hozzátartozó világitó pontból kiinduló fénysugár visszaverődését törés nélkül úgy szerkeszthetjük, mint fémtükrön való visszaverődést.

A 3-ik ábrán feltűntetett 3 tükörvonal közös M pontjának y koordinátája 7·50 cm, a végpontok y koordinátái 0·98 cm ($\alpha = 85°$), 4·93 cm, ($\alpha = 60°$) és 7·38 cm ($\alpha = 15°$). Az M pont



3. ábra.

és a végpontok közti távolság a határfelületre merőleges irányban 6·52 cm, 2·57 cm és 0·12 cm. Ha a h_1 távolságból kiinduló fénysugarak visszaveréséhez törőtükör helyett fémtükröket alkalmaznánk, akkor — a feltűntetett határon belül — 6·52 cm távolságon kellene a határfelülettel párhuzamosan fémtükröket elhelyezni, a h_2 távolságból kiinduló fénysugarak visszaverésére 2·57 cm és a h_3-távolságnál 0·12 cm távolságon.

A gyakorlati életben előforduló üvegtükrök méreteire is végeztem ilyen számitást. Felvettem, hogy $d = 1$ cm, $n = 1·520$, a tükör szélessége 1 m, $h_1 = 100$, cm, $h_2 = 500$ cm és $h_3 = 1000$ cm. A három világitó ponthoz tartozó 3 tükörvonal x koordinátái a tükör szélénél $x_1 = x_2 = x_3 = 50$ cm, az y koordináták a három x értékeinél $y_1 = 0·6121$ cm, $y_2 = 0·6554$ cm és $y_3 = 0·6572$ cm. A tükörvonal minimális pontjának ($x = 0$) y koordinátája 0·6579 cm.

Ha ezt az üvegtükröt fémtükrökkel akarnók helyettesíteni, akkor a h_1 távolságban lévő világító pontból kiinduló sugarak visszaverésére 0·0458 cm távolságon kellene 1 m széles fémtükröket elhelyezni h_2-nél 0·0025 cm távolságon és h_3-nál 0·0007 cm-en. Ezek a fémtükrök oly közel feküsznek a minimális ponton át fektetett fémtükörhöz, hogy azzal egybeesőnek vehetjük az összest s a felvett határon belül az üvegtükrön történő fényvisszaverődést — elhanyagolható hibával — úgy vehetjük, mint egyetlen fémtükrön végbemenő visszaverődést. Ezen megállapítás alapján az üvegtükrön történő fényvisszaverődést elegendő pontossággal törés nélkül úgy szerkeszthetjük, *mint a határfelülettel párhuzamos és attól* $\frac{d}{n}$ *távolságban lévő fémtükrön végbemenő fényvisszaverődést.*

Megvizsgáltam még, hogy a kétféle törőképességű anyagon áthaladó, homocentrikus fénynyaláb virtuális képeinek helyét hogyan lehetne megszerkeszteni. GLEICHEN szerint ha a fénysugár sűrűbb közegből ritkábba halad, akkor egy világító pont első képe a pontból a határfelületre merőlegesen állított egyenesen, a második képe, egy ellipsis evolutájának forgásfelületén van.[1]

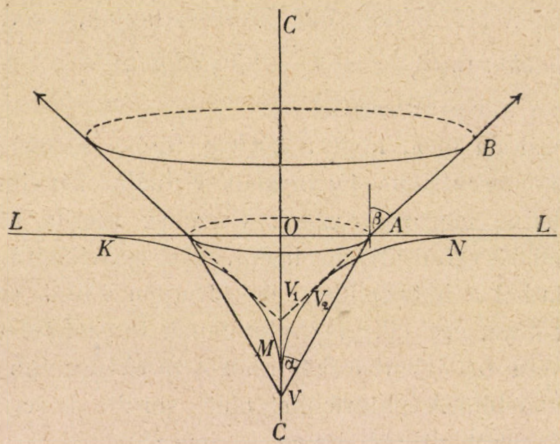
A 4. ábrán LL jelentse különböző törőképességű anyagok sík határfelületét. A határfelület alatt sűrűbb közeg-víz, — a határfelület fölött ritkább közeg, — levegő van.

A sűrűbb közegben lévő V világítópontból kiinduló VA fénysugár folytatása a levegőben törés után AB, ennek meghoszszabbítása V_1-ben metszi a VC egyenest a V-ből az LL-re állított merőlegest. Ha a VA-val a VC körül kúpfelületet írunk le, akkor a VC-vel ugyanolyan szöget alkotó fénysugarak ezen a kúpfelületen feküsznek A kupfelületen fekvő sugarak folytatását képező megtört sugarak az AB-vel szintén VC körül leirható csonkakup felületén feküsznek s valamennyi meghosszabbítva V_1-ben metszi a VC-t. A fénysugarak találkozásának ez az esete érvényes olyan sugarakra, melyek a teljes visszaverődés

[1] GLEICHEN: Handbuch der Geometrischen Optik. 29. old.

szögénél kisebb szöget zárnak be a VC tengellyel. E határon belül fekvő összes sugaraknak találkozó helyei a VC egyenesen egy távolságot határoznak meg, melynek hossza $\frac{d}{n}$. Ez elsőrendű sugártalálkozáson kívül vannak még másodrendű sugártalálkozások is. Nevezetesen a 4. ábrában a rajz síkjában fekvő szomszédos sugarak találkozásai egy ellipszis evolutáján feküsznek (KMN).

Az összes ily helyzetű síkban keletkező hasonló találkozási pontok az evolutának a VC körül leírható forgásfelületén



4. ábra.

feküsznek. Ha pedig nemcsak a szomszédos sugarak metszéspontjait, hanem minden egyes sugárnak a többivel képzett metszéspontjait is figyelembe vesszük, akkor a rajz (4. ábra) síkjában fekvő megtört sugarak meghosszabbításának metszéspontjai a $KONM$ területen feküsznek. Az evoluta forgásfelülete és a határfelület egy körlapja olyan tért zárnak be, amelyen belül feküsznek a V-n át fektetett és a felületre merőleges síkokban keletkező nem szomszédos sugarak meghosszabbításának metszéspontjai.

E másodrendű sugártalálkozások fényerőssége elegendő az elsőéhez képest, mivel az első képet egy kúpfelületet alkotó sugárnyaláb, míg a második képet két-két szomszédos fénysugár találkozása alkotja.

Ha már most azt keressük, hogy egy szem, mely a felső ritkább közegben van, hol fogja látni a V világitó pont virtuális képét, akkor bizonyos megfontolások megtevése után, melyeknek részletezésére tér hiányában nem térhetünk ki, arra az eredményre jutunk, hogy mindig abban a pontban, vagy ahhoz végtelen közel, *ahol a szembe lépő sugárkúp tengelyének meghosszabbítása a pontból a határfelületre merőlegesen állított egyenest metszi,* amit a tapasztalat is igazol.

Ez az egyszerű eredmény módot nyújt arra, hogy a törő tükrökre nyert eredményt felhasználhassuk a következő kérdés megoldására: minő alakúnak látjuk valamely folyadékkal megtöltött edény fenekét?[1]

A fenék egy anyagi pontjára a levegőből számtalan fénysugár érkezik, melyek ott diffuzive visszaverődnek, tehát a fenék minden pontja úgy szerepel, mint egy homocentrikus sugárnyaláb kiinduló pontja, ezért a fenék láthatató alakjának megállapitásánál minden változtatás nélkül alkalmazhatjuk a tükörvonalra megállapitott eredményeket.

A tükörvonal ugyanis változatlanul megmarad, ha a V pontból kiinduló sugarak irányát ellenkezőleg vesszük, vagyis ha egy összetartó sugárnyaláb a törés és visszaverődés után egy pontban találkozik. *Ennélfogva a folyadék felületével párhuzamos feneket olyan alakúnak látjuk, mint aminő a pupilla középpontjához tartozó tükörvonal függőleges tengelye körül leírható forgásfelülete.* A tükörvonal derékszögű koordinátarendszere a pupilla középpontjához és a folyadék felületéhez van erősitve és alakját a mindenkor szereplő állandók (h, d, n) határozzák meg.

Ezt az eredményt a következő egyszerű kisérlettel igazol-

---

[1] Értekezésem összeállitása után találtam egy dolgozatot, melyben a folyadék fenék látszólagos alakjára vonatkozó eredmény ugyanaz, mint amit én más úton állapitottam meg. L. MATTHIESSEN: Das astigmatische Bild des horizontalen, ebenen Grundes eines Wasserbassins. Annalen der Physik. IV. sorozat 6. kötet 347. old. 1901. év.

hatjuk. Négyoldalú felül nyitott hasábalakú fa- vagy fémedénynek — melynek hossza 60 cm, szélessége 30 cm, mélysége 20 cm — egyik 60 cm-es oldalára rajzoljunk a fenékkel párhuzamos egyeneseket mintegy 4 cm távolságban egymástól, a szemben lévő másik oldalra is ugyanolyan vonalakat és azonkívül 8 cm távolságban a fenékre merőleges egyeneseket is. A két rövidebb oldalt is ugyanolyan kétféle rajzzal láthatjuk el és a fenékre is rajzoljunk párhuzamos egyeneseket.

Töltsük meg az edényt vízzel; s ha a víz felülete megnyugodott, akkor az egyik végtől nézzük az oldalra rajzolt egyeneseket a vízréteg vastagságával közel egyenlő távolságból. A párhuzamos egyeneseket különböző görbületű fél tükörvonalaknak látjuk. Az alsó a leggörbébb, a felette lévők fokozatosan kevésbbé görbülteknek látszanaka fölöttük lévő folyadék-réteg vastagságcsökkenésének következményeképen. Az egyenesek úgy szerepelnek, mintha különböző mélységű edények fenekén volnának.

Ha szemünket közelítjük a folyadék felületéhez, akkor a vonalak fokozatosan görbültebbnek látszanak, távolításnál a görbültség csökken. Az edény másik oldalán a függőleges vonalak csak fokozatosan rövidebbnek látszanak, eltolódás a vízszintes irányban nem észlelhető rajtuk, ami azt bizonyitja, hogy a folyadék fenekének látszólagos emelkedése *csak a függőleges* irányban történik, eltolódása nincs, mint ahogy az egyes kézikönyvekben látható rajzokon fel van tűntetve.[1] Minden pont látszólagos emelkedése

$$d\left(1-\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}\right).$$

Ezt külön úgy bizonyíthatjuk, hogy egy homályos üveglemezre párhuzamos egyeneseket rajzolunk és az üveget félig vízbe merítjük; a vízbe merült vonalrészek rövidebbeknek látszanak, de folytatását képezik a levegőben lévő részeknek, ha eltolódás is volna, akkor törötteknek látszanának.

---

[1] E. GRIMSEHL: Lehrbuch der Physik. 3-ik kiadás, 670. old.
RHORER LÁSZLÓ: Physika. 1. kiad. 387.
A. HÖFLER: Physik. 337. old. (1904.)

Ha a hosszabbik oldal közepe fölött nézzük a vonalakat, akkor a szemen átmenő tengelytől két oldalt szimmetrikusan látjuk az előbbi fél tükörvonalakat, vagyis a tükörvonalak középső részét látjuk az edény méretén belül. Magát a fenéket is két oldalt a végek felé erősen fölfelé görbültnek látjuk. Ha szemünk a folyadék vastagságánál közelebb van a felülethez, akkor a feneket olyan alakúnak látjuk, mint a tükörvonal fél forgásfelülete. Nagyobb edényben a jelenség sokkal feltűnőbb. Az első megfigyeléseimet egy 7 m hosszú, 3 m széles, 1·5 m mély fürdőmedencén végeztem, ahol a jelenség meglepően mutatkozott.

Abból a megállapitásból, hogy a folyadékokban levő tárgy minden pontjának látszólagos emelkedése csak függőleges irányban történik, következik, hogy a folyadék felületével párhuzamos tárgyakat nagyobbaknak látjuk. A nagyitás mértéke, valamint a folyadékba merült függőleges vagy ferde vonalszerű tárgyak látszólagos megrövidülésének mértéke és látszólagos iránya a megelőzőekből egyszerűen kiszámitható. Az erre vonatkozó eredményeket hely hiányában más alkalommal közlöm.

Befejezésül röviden arról is meg kell emlékeznem, hogy a 2. egyenlettel megadott tükörvonal a 3-ik egyenlettel meghatározott teljes görbének csak egyik ága, amely fizikailag értelmezhető. Ezt a teljes görbét is megvizsgáltam és megrajzoltam.

Az alakja a Nikomedes-féle kagylóvonalhoz hasonlít, mely következőképen van meghatározva: adva van egy pont, mint polus, egy egyenes, mint bázis és egy állandó távolság r, a pólusból tetszőleges egyeneseket húzunk, melyek a bázist metszik, a metszési pontoktól két oldalt a szelőkre rámérjük az r távolságot, az így kapott pontok alkotják a kagylóvonalat. Ha az állandó r távolságot irány szerint egy középpont körül felrakjuk, akkor az r másik végpontja egy körön fekszik, melyet a Nikomedes-féle kagylóvonal karakterisztikus görbéjének nevezzük.

A 3. egyenletrendszerrel megadott görbe szerkesztéséhez adva van a világitópont, mint pólus, a világitó ponton át a határfelületre merőlegesen álló sik és a határfelület metszésvonala, mint bázis, a bázissal párhuzamos vonal a fémtükör és a merőleges sík metszésvonala; d a törőréteg vastagsága.

A pólusból tetszőleges sugarat rajzolunk, mely a bázis metszésénél a fénytörés törvénye szerint megtörik, a fémtükrön visszaverődik, a visszaverődési pontban a tükörre merőlegest emelünk s ahol ez metszi a sugár egyenes meghosszabbítását, ott van görbe egyik pontja.

Az így kapott távolságot rámérve ellenkező irányban a sugárra kapjuk a görbe felső pontját.

Az utóbbi görbe karakterisztikus görbéjének egyenlete részére egyszerű megfontolásokkal

$$\frac{x^2}{\left(\frac{d}{v}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{d}{n}\right)^2}-1=0 \qquad (5)$$

$$v=(n^2-1)$$

kapjuk. Tehát a karakterisztikus görbe ellipszis.

A 3. egyenlettel meghatározott kagylóvonal és a Nikomedes-féle közt az a különbség, hogy az előbbinek a karakterisztikus görbéje ellipszis, az utóbbié kör. Az előbbi egyenlete általánosabb, mint az utóbbié, mivel az ezt is magában foglalja, mint határesetet. *Kedves Miklós.*

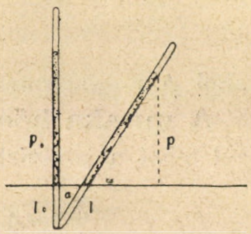
REFLEXION MIT BRECHUNG.

Von M. Kedves.

Verfasser untersucht die Erscheinungen der Brechung an einer planparallelen Platte und findet einen Zusammenhang zwischen der von der Oberfläche der planparallelen Platte aus gerechneten Tiefe eines einfach reflektierenden Ersatzspiegels und dem Einfallswinkel. Blickt man nach dem horizontalen Grund eines mit Flüssigkeit gefüllten Bassins, so ordnet das Brechungsgesetz jeder Blick-, bezw. Austrittsrichtung eine Tiefe des Ersatzspiegels zu. Bei Beleuchtung mit einer ausgedehnten Lichtquelle erscheint der Schnitt des Grundes mit der Einfallsebene von der Form der Kurve der Fig. 3. Dieselbe ist eine Conchoide mit einer elliptischen Charakteristik. Die Ergebnisse sind in Übereinstimmung mit den Resultaten der zitierten Abhandlung von Matthiessen.

LABORATÓRIUM.

Módosított Melde-féle cső. A közönséges MELDE-féle kapilláris barometer 80—90 cm hosszú 1—2 mm belvilágú, egyik végén nyitott, másik végén zárt üvegcső. Ebben a csőben 10—15 cm hosszú légoszlopot kb. 50 cm hosszú higanyoszlop zár el. Ha a csövet a vízszintes síkhoz különböző szögek alatt hajlítjuk, az elzárt légtömeg különböző nyomások alá jut és így vele a BOYLE—MARIOTTE-törvényt könnyű mérésekkel igazolhatjuk.



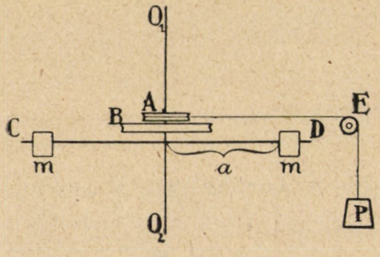
1. ábra.

E csövön igen érdekes módosítást végezhetünk, ha a csőben a levegőt kb. $^1/_8$ atmoszférára megritkítjuk és a másik végét is beforrasztjuk, miáltal a külső levegő nyomását kirekesztjük. Ha most függőleges helyzetben a nyomás l_0, a térfogat v_0, egy tetszőleges ferde helyzetben a nyomás l (a higanyoszlop függőleges vetülete) és a térfogat v, akkor $v_0 l_0 = vl$ lévén

$$\frac{v_0}{v} = \frac{l}{l_0} = \sin \alpha,$$

ahol α az a szög, melyet a cső a vízszintes síkkal bezár, ami csak úgy lehetséges, ha a levegőoszlop felső vége vízszintes egyenesen mozog (föltéve természetesen, hogy a cső alsó vége ugyanazon vízszintes síkban marad. Ez a tény kísérletileg könnyen konstatálható és így a BOYLE—MARIOTTE törvény igazolható. Ha a higany eléri a cső felső végét, az alkalmazhatóság is elérte határát.

A szöggyorsulás nagyságát a következő egyszerű készülékkel lehet meghatározni. A Q_1Q_2 függőleges tengely körül foroghat a CD könnyű kar, amelyen a forgási tengelytől egyenlő a távolságban egyenlő m tömegek vannak. A tengelyen van még két csiga (A, B), melyeknek sugarai 1 : 2 arányúak. A csigák peremére felcsavart cérnát az E könnyű csigán átvetve a végét P súllyal megterheljük.



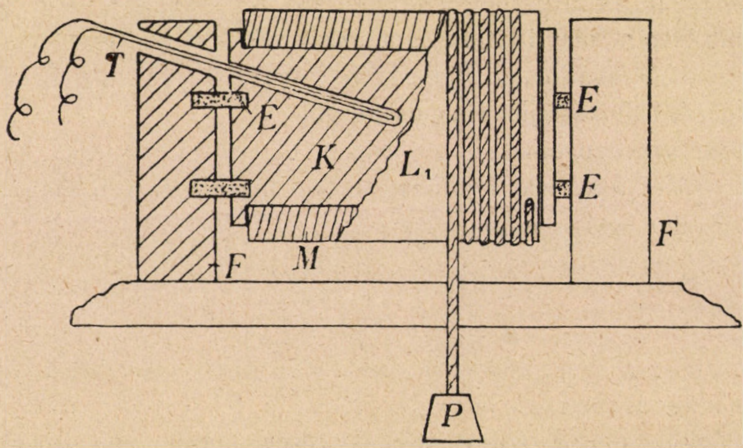
2. ábra.

A körülfordulások idejéből kisérletileg kaphatjuk meg a következő egyenletet:

$$\psi = \frac{pr}{ma^2},$$

ahol ψ a szöggyorsulás és r csiga sugara.

A munka hőegyenértékét a következő három eszközzel lehet a középiskolában kisérletileg meghatározni:



3. ábra.

1. A Whiting-féle ejtő cső kb. $1^1/_2$ m magas, 4—10 cm belvilágú papír-henger két vége fa-hengerrel lezárva; az egyiken át egy hő-elem egyik vége nyúlik be. A csőbe apró ólomsörétet teszünk és a hengert vizszintes tengely körül többször

megfordítjuk. Az egyes mérési eredmények egymástól nagyon eltérők. Kvantitatív mérésre kevésbé alkalmas.

2. HIRN *módszere*. Kis ólomtömbbe hőelemet erősítünk. Az ólmot kemény fára tesszük és a magasból súlyt ejtünk rá. A felmelegedést a hőelem mutatja.

3. PASCHEN és WOLF tömör rézhengerbe hosszú lyukat fúrt és ebbe helyezte a hőelemet. E henger körül két félhengerből álló másik hengert forgatott felcsavart kötélre erősített súly segítségével. A tömör és a forgó henger közé vékony, gyengén beszappanozott selyemfátyolszövetet tett a surlódás szabályozására. A legpontosabb eredményt ezzel lehet elérni. Mindhárom esetben érzékeny galvanoszkópot kell használni és azt skálázni.

Kis nyílású domború lencsék görbületi sugarainak és törésmutatójának meghatározása. Valamely tárgyról a domború lencse a tárgygyal egyező oldalon is ád reális képet, amely kétszeri törés és egyszeri visszaverődés által jön létre. Ha a lencse görbületi sugarai r_1, r_2, törésmutatója n, a tárgy- és képtávolságokat megfelelő indexű t és k-val jelöljük, akkor elemi úton a következő eredményhez jutunk:

$$\frac{1}{t_1}+\frac{1}{k_1}=\frac{2n}{r_1}+\frac{2(n-1)}{r_2}$$

$$\frac{1}{t_2}+\frac{1}{k_2}=\frac{2(n-1)}{r_1}+\frac{2n}{r_2}:$$

Amint látjuk a távolságok reciprokusainak összege állandó szám ez adja a lencse tükörfókuszainak reciprokusát:

$$\frac{1}{t_1}+\frac{1}{k_1}=\frac{1}{f_1}, \quad \frac{1}{t_2}+\frac{1}{k_2}=\frac{1}{f_2}.$$

Ezen két egyenlethez hozzávéve a lencse

$$(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)=\frac{1}{f}$$

egyenletét, meghatározhatjuk a lencse három állandóját.

$$r_1=\frac{2ff_1}{f-2f_1}, \quad r_2=\frac{2ff_2}{f-2f_2}, \quad n=1+\frac{r_1r_2}{f(r_1+r_2)}.$$

Nagy József.

A BUDAPESTI TUDOMÁNYEGYETEM EÖTVÖS LORÁND ÜNNEPE.

A budapesti kir. magy. Pázmány Péter tudományegyetem bölcsészeti kara 1923. évi május hó 27-én az egyetem aulájában Eötvös Loránd emlékezetének szentelt rendkívüli ünnepélyes ülést tartott, melynek következő tárgysorozata volt: 1. Himnusz, énekelte a központi papnevelő-intézet énekkara, 2. Siegescu József bölcs. kari dékán elnöki megnyitó beszéde, 3. gróf Klebelsberg Kuno vallás- és közoktatásügyi miniszter beszéde, 4. Tangl Károly emlékbeszéde, 5. Siegescu József dékán záróbeszéde, 6. Hiszekegy, énekelte a központi papnevelő-intézet énekkara. Ez ünnep keretében leplezték le Eötvös Lorándnak Glatz Oszkár festőművész által festett arcképét, amely az Országos Központi Hitelszövetkezet adományából készült. Kiváló jelentőséget nyert az ünnep még azáltal is, hogy gróf Klebelsberg Kuno ez ünnepen kultúránk fejlesztésének irányításáról szóló megörökítésre méltó beszédett tartott.

Az ünnepen elhangzott beszédeket — hely hiánya miatt sajnos csak bő kivonatokban — alább közöljük.

Siegescu József dékán megnyitó beszéde.

Kettős célból gyültünk ma össze: Egyrészt hódolni báró Eötvös Lorándnak, másrészt hódolat bemutatása által kiengesztelni ezt a szellemet azért a sérelemért, mely őt halála után és temetése alkalmával érte.

Ünnepelni oly hatalmas és magasröptű szellemet, mint báró Eötvös Loránd oly feladat, mely büszkeséget és örömet kelt minden oly lélekben, melyben valaha életrekeltek a kultúra, a haladás és az örök emberi ideálok magasztos eszméi. De ez az ünnep sokszorosan kell, hogy emberi méltóságunk tudatára emeljen minket magyarokat, kiket az események sujtó ereje arra ítélt, hogy jóformán kirekesztjük magunkat az emberi eszmék és a kultúra symposonjából.

Eötvös Lorándra gondolva keblünket az a felemelő gondolat hatja át, hogy volt idő, amikor a szellemi élet asztalához a magyarság képviselőit a főhely felé vezették. Eötvös Loránd azok közé tartozott, akiket az egyéniség súlya önerejűleg emelt fel az emberiség vezető szellemei közé.

Az atyai házból kettőt hozott magával: izzó magyarságot, mely az egyetemes kultúrember széles horizontjával szemléli a világot és a haladás szellemét, mely a régi nemesveretű értelemben vett szabadelvűség jegyében ezt az országot naggyá és boldoggá tette. Eötvös Loránd működésének titka az, hogy ő mindig egyéniség és mindig eredeti elme volt. A genie iramával száguldott végig a természet birodalmának azokon a területein, amelyeket a tudás és a tudomány már meghódított és feltört, átlépte ez ismert területnek a mesgyéjét, belevágta ekéjét a szűz talajba, oda, ahová eddig még emberi lábnyom be nem hatolt. S azért, mert új volt és eredeti, mert sajátos volt és egyéni, bevonult a tudományos világ előkelőségeinek pantheonjába.

De nemcsak alkotó, de rendező elme is volt. Ezt láttuk tőle akkor, amikor átvette atyja örökét, a vallás- és közoktatásügyi minisztérium vezetését. Miniszterségének ideje alatt fellendült minden, ami kultúrát és magyarságot jelentett e földön. Csak egy valami volt, ami hanyatlott az ő minisztersége idején, ez pedig az egyetem volt, melynek őt a közérdekében nélkülöznie kellett. Alkotni törekvő ösztöne visszahozta őt e falak közé. Ez az ő eljegyzettsége az egyetemmel minket büszkeséggel tölt el, neki pedig megadta az eredményes tanári munka öntudatát. Ezeknek a tényezőknek a világában, az alkotás lázának kellős közepén érte őt utól a könyörtelen halál.

S itt már fel kell hagynom a büszkeségnek és az öntudatnak hangjával és a szégyenkezésnek a hangjára kell áttérnem, itt kezdetét veszi a mai ünnep második céljának a halott kiengesztelésének a megvalósítása. Mert amilyen harmonikus és visszaesés nélküli volt Eötvös Lorándnak élete, olyan diszharmonikussá tette reá nézve a körülmények fájdalmas alakulása, az örök elköltözést. Meghalt, az őrülettől és betegségtől tomboló világ kellős közepében, hol a negácio foglalta el az igazság trónját. Szégyenkeznünk kellett, hogy a halott szellemét el akarták tulajdonítani, el akarták tulajdonítani azt a hatalmas erkölcsi és szellemi tőkét, melyet nagy halottunk az aktív élet lankadatlan szorgalmával, hőn szeretett nemzete és az európai kultúrközösség részére gyűjtött. Ebben a lesújtó aktusban talán egy vigasztaló momentumot lehetne felfedezni: Eötvös Lorándot csak akkor tudták, merték eltulajdonítani, amikor már ő maga tehetetlenül kiterítve feküdt. Ám örökéletű lelke, minden bizonnyal tiltakozott ez ellen a halál utáni számkivetés ellen. Reánk az a fájdalmasan megtisztelő feladat hárult, hogy a megbántott és megalázott szellemet kiengeszteljük és visszavezessük őt abba a szent cœtusba, melyet a magyar tudományosság kiváló vezéralakjai sub specie æternitatis alkotnak.

Így merült fel az a gondolat, hogy Eötvös Loránd arcvonásait a művész kezevonása által megörökítsük. A terv megtalálta a Mæcenást Horánszky Dezsőnek, az O. K. H. vezérigazgatójának személyében s így a nagy halottnak nemes arcvonásait ábrázoló Glatz Oszkár művész által festett kép az Önök szemei előtt áll. Engesztelődj ki tehát nagy szellem és térj vissza közénk, akik azóta is mindig körünkben levőnek éreztünk Téged.

Gróf Klebelsberg Kúnó vall. és közokt. miniszter beszéde.

Az emberi lélek nemes megnyilatkozása a megemlékezés, a család megemlékezése elhúnyt tagjairól, a nemzeté elköltözött nagyjairól. De miránk magyarokra nagyjaink emlékének felidézése egyúttal erkölcsi tiltakozás is az ellen a sors ellen, amelyet a világháború győztesei reánk róttak. A nemzet, melynek olyan költői voltak mint Petőfi és Madách, kiknek centenáriumát ez évben ünnepeljük és olyan természettudósa, mint báró Eötvös Loránd, kinek képe leleplézésére ma egybegyűltünk, az a nemzet a népek nagy családjában nélkülözhetetlen tag, a Mindenható világtervében szükségszerű elem, melyet így eltiporni nem lett volna szabad, melynek gyöngítése szegényebbé teszi az emberiség szellemi életét.

Eötvös vonzó egyéniségének megrajzolására énnálam sokkal alkalmasabbak azok, kik hozzá, mint emberhez és mint tanárhoz közelebb állottak. De mivel korban tőlem távolabb állott, talán inkább láthatom már történeti körvonalait. Én életének sommáját abban ismerem fel, hogy mint tanár egyúttal kutató, mint politikus organizátor volt. Három fizikai probléma: a felületi feszültség, a nehézség és a mágnesség kísérleti kutatásának rendjén olyan felfedezéseket tett, melyeket a világ tudományossága is elismert és amelyek további vizsgálódásoknak eddig nem ösmert lehetőségeit nyitották meg. Mint kultuszminiszter és kultúrpolitikus pedig megszervezte az Eötvös-kollégiumot, mely intézmény felállítása középiskolai tanárképzésünk terén korszakalkotó.

Humboldt Vilmosnak, a porosz nagy kultúrpolitikusnak az volt az egyetemi koncepciója, hogy ott a tanításnak és a kutatásnak egybe kell kapcsolódnia. Sőt a docet omnia, az összes szakokat felölelő egyetemlegességen kívül a leglényegesebb jegy az univerzitás fogalmában az — a puszta tanításon messze túlmenő — követelmény, hogy az egyetem egyúttal kutatási intézet is legyen. Az emberi tudás magasabb régióiba tartozó ismereteknek közlése sok más felsőbb fokú iskolában is folyik, de a tanítás a kutatással rendszerint csak az egyetemeken párosul. A kutató professzornak volt eszményképe Eötvös. Álljon példaképpen a magyar egyetemi tanár előtt.

A német egyetemek a tanítás és a kutatás egybekapcsolásának HUMBOLDT-féle gondolatát oly tökéletesen oldották meg, hogy Németországban a XIX. század folyamán kizárólag a tudományos vizsgálódás céljait szolgáló külön intézetek szükségét alig érezték. Csak amikor az amerikai nagy mecénások, a Carnegiek, a Rockefellerek a természettudományi s különösen az orvosi kutatás előmozdítására a tudománypártolás terén addig hihetetlennek látszott összegeket áldoztak és óriási méretű intézményeket alapítottak, melyekkel a német egyetemek laboratóriumai és intézetei pénzügyi okokból lépést tartani nem tudtak, akkor létesültek ADOLPH HARNACK nagyvonalú terve alapján a berlin-dahlemi Vilmos császár-intézetek, melyek tanítással nem foglalkoznak és kizárólag a tudományos kutatást tűzték ki célul. Ha az utóbbi két évtizedben igazi megértés mutatkozott volna minálunk is a tudomány nagy szükségletei és nemzeti jelentősége iránt, ha lenne nálunk egyáltalában adakozási morál, akkor éppen EÖTVÖS felfedezései nyomán külön fizikai kutatási intézetnek kellett volna keletkeznie. SEMSEY ANDOR kivételével Magyarországon alig akadt a természettudományoknak nagy stílusú pártfogója. Pedig éppen az utolsó évek eseményeinek meg kellett volna tanítaniok azokat, akiket a gondviselés földi javakkal bőségesen megáldott, hogy a polgári törvénykönyvnek az a rendelkezése, mely a magántulajdont elismeri és a törvény hátterében ott álló szuronyok korunk kommunista vajudásainak közepette távolról sem elégségesek a tulajdon intézményének fenntartására. Az emberek nagyon is hajlanak arra, hogy csak a vagyonukkal egybekötött jogokat és élvezeti lehetőségeket nézzék s megfeledkeznek a gazdagok kötelezettségeiről, az emberi szolidaritás magas szempontjairól. EÖTVÖS lángelméje és jellemereje sikerrel küzködött azokkal a külső nehézségekkel, melyekkel egy inkább a tanítás céljaira felszerelt egyetemi fizikai intézet vezetőjének bajlódnia kell, ha a természettől eddig nem ismert igazságokat akar ellesni; de a század fordulójának magyar államát és társadalmát nem lehet egészen felmenteni a vád alól, hogy e ritka magyar lángelmének nem adta meg a nagyarányú tudományos kutatás összes külső előfeltételeit.

Nemzeti szerencsétlenségünk után önálló kutatási intézetek felállítására egyelőre alig gondolhatunk. Hiszen még a Történelmi Társulat által alapított bécsi intézet is anyagi nehézségekkel küzd. Pedig a bécsi levéltárak az összeomlásig titkos osztályainak megnyitása adja csak meg a lehetőségét annak, hogy egész újkori történelmünk legfőbb kérdéseit a hiteles és döntő adatok, az államiratok alapján oldhassuk meg. Ma sajnos be kell érnünk azzal, hogy legalább egyetemi szemináriumainkat, intézeteinket és laboratóriumainkat a szükséges könyvekkel, műszerekkel és vegyszerekkel ellássuk. A folyamatos könyvbeszerzések a világháború kitörésével majdnem egy évtizeddel ezelőtt megszakadtak. Az Erzsébet- és a Ferencz József tudományegyetem pedig csak könyvtárai és műszerei hátrahagyásával menekülhetett. Mindenütt hiány tátong és minden súly a roskadozó államra hárul. Alig-alig mutatkozik társadalmi áldozatkészség.

Minálunk, hol gyakori ünnepélyek rendezése divat, a kelleténél több beszéd pedig valóságos nemzeti betegség, ügyelnünk kell arra, hogy igazi nemzeti ünnepeink valóban termékenyek legyenek. Az olyan konstruktiv, az olyan termékeny elmének, mint amilyen Eötvös volt, az emlékét akkor ünnepeljük a legméltóbbképpen, ha a nemes egyéniségéről való megemlékezést kultúrális tettekkel kötjük egybe. A bölcsészeti kar, melyhez tartozott, művészeti tettel, arcképének megfestésével rója le a kegyelet adóját. Mint kultuszminiszter pedig azzal igyekszem mai ünnepünk belső értékét emelni, hogy a bölcsészeti kar szemináriumainak és intézeteinek könyvvásárlásra 12 millió koronát bocsájtok ezennel rendelkezésre. Kérem, hogy az ez összegből beszerzett könyvekbe ex librist alkalmazzanak, mely a most leleplezett festmény után Eötvös arcképét tüntesse fel oly felírással, mely a könyveket használni hivatott magyar ifjúságot e nagy magyar ember életművére emlékezteti.

Eötvös szenvedélyes hegymászó volt, miben nála nem csupán a sportszenvedély, a turistakedvtelés nyilvánul meg, hanem a fenkölt lelkeknek rejtett vágya, a vágy föl a magasba. Amint elméje nagy magasságokba tudott emelkedni és éles szeme belátott a természet titkainak mélységeibe, úgy testileg is fölkívánkozott a csúcsokra, ahol tisztább a levegő, ahonnan messze a mélységben elenyésznek a kicsinyességek s csak a nagy vonalakat látjuk. Igen, az álláspontoknak ez az emelkedettsége, a gondolkozásnak a kicsinyességtől való mentessége, az élet egy tisztább erkölcsi légkörben, ez az, ami az igazi tudós lényege, amire szüksége van. Eötvös Lorándnak az igazi, a nagy magyar tudósnak ünneplésére gyűltünk egybe ma s büszke emléke előtt kegyelettel hajtom meg a magyar közoktatás zászlaját.

Tangl Károly emlékbeszéde.

Tek. Bölcsészeti Kar!

Tisztelt ünneplő Közönség!

Ünneplésre gyűltünk össze, hogy kegyelettel adózzunk hazánk nagy fia, br. Eötvös Loránd emlékének, kinek Egyetemünk s a hazai tudomány annyit köszön. Körünkbe idézzük az ő fenkölt szellemét, hogy büszkeséggel mutathassunk rá: íme ilyen fiakat szült ez a szegény, letiport, megalázott s annyit megrágalmazott magyar haza, hogy ebből erőt merítsünk ahhoz a nagy küzdelemhez, mellyel vissza akarjuk állítani hazánk régi fényét. Amikor azt látjuk, hogy ideális törekvések bántóan hangos szóval hirdetése a legrútabb anyagias gondolkodást, anyagi érdekekért tülekedést leplez s mindazt, amit egykoron nagynak, szépnek, nemesnek vallottak, mint értéktelen lomtári tárgyat félredobnak, hazánk régi nagyjai felé fordítjuk tekintetünket, hogy átérezzük, mekkora erőt rejt magában az eszményi törekvés, hogy a mi lelkünket is megragadja ez az erő. Br. Eötvös Loránd szellemét szeretném a t. ünneplő közönség lelki szemei elé idézni, hogy meglássuk benne azt a hatalmas eszményi törekvést, mely kora ifjúságától fogva mindvégig áthatotta, hogy ebben keressük az ő nagyságának titkát. Egész életének munkáját egy magasztos cél irányította, bármiféle ügynek szentelte erejét, akár a tudományos búvárkodásnak, akár a hazai oktatásügynek, akár tudományos testületek vezetésének, szervezésének.

Már kora ifjúságában tisztán látta azt a célt, melynek egész életének erejét szentelte. Atyjához, br. Eötvös Józsefhez 1869 január 30-án írt levelében így szól: «de én azt hiszem, hogy az alapelvnek, melyet minden tevékenységünkben alapelvül választunk, olyannak kell lenni, melyért szívünk feldoboghat s mely már magában elég bátorságot önthet keblünkbe hozzá nehézségek közt is hűnek maradni. «Nem látok magam előtt fontosabb, sőt mondhatnám nem látok más feladatot, mint az ország művelődésébeni közreműködést . . . az ez országban lakó emberek szellemi művelése legyen életcélom . . .» Nincs út, mely egyenesebben, biztosabban vezetne e célhoz, mint a tudomány terjesztése; csak ha a fiatalság a tudományt szeretni, tisztelni tanulja, lehet reményünk, hogy a kitűzött célhoz el fogunk érni. Feltett szándékom e szerint a tudomány terén, és mert ez erőmet teljesen igénybe veszi, kizárólag a tudomány terén működni.»

A piaristák pesti gimnáziumát elvégezve, 1865-ben apja kívánságára a pesti egyetem jogi fakultására iratkozott be. De a jogtudomány nem nagyon érdekelte, szíve a természettudományok felé vonzotta s szorgalmasabban látogatta Petzval Ottó mathematikai, Than Károly kémiai előadásait, mint a római jogot. Atyja nem szívesen látta fia eme elkalandozását, mert nem bízott e vonzalom állhatatosságában. A természettudományok szeretete azonban ellenállhatlanul vitte hivatása felé s atyja is látva az erős elhatározást s most már bízva annak komolyságában, talán Kirchhoff, híres német fizikus biztatására, végre beleegyezett, hogy fia 1867-ben a heidelbergi egyetemre menjen, hol már csak mathematikát, fizikát és chemiát tanult.

Még később is megható szavakkal ecseteli azt a boldog érzést, mely lelkét eltöltötte, amikor régi vágya teljesült s elindulhatott a természet rejtelmes világának kutatására. Trefort Ágost miniszterhez 1887-ben írt nyilt levelében olvassuk: «Nem fogom feledni soha a percet, amikor a vonat a Neckar völgyének mentében a heidelbergi pályaházba berobogott. Boldog voltam már azért is, mert ugyanazt a levegőt szívhattam, mint ama tudós férfiak, kiknek híre ide vezérelt. Nem átallok ez egyéni érzésemre hivatkozni, nem bánom, ha azt némelyek nevetséges érzelgésnek fogják nevezni, mert meggyőződésem, hogy a tanulónak a tudomány művelői iránti tisztelete és szeretete az első és legerősebb biztosítéka annak, hogy a tanulási szabadságát valóban tanulásra használja.»

Heidelbergben mint Helmholtz és Kirchhoff, majd később Königsbergben mint Franz Neumann tanítványa szívta magába azt az analizáló szellemet, mely egész tudományos egyéniségét jellemzi. Elfogulatlanul megfigyelni a természeti jelenségeket, azok szövevényében meglátni a lényegest, a sok burkoló rétegből kihámozni a jelenségek magvát, ott keresni a természet titkát, ahol legkevésbé sejtik, ebben volt ő igazi mester, ebben az irányban szerezte legszebb babérjait. Ez az elemző kutatás okozta neki a legnagyobb lelki gyönyörűséget, ez a munka adott tartalmat egész életének.

Felejthetetlen az az idő, amikor mint hallgató tudós műhelyébe léphettem s az akkor megindult gravitációs kutatásaiban apró munkákkal bízott meg. Éreztem, hogy a tudomány fölkent papja fogja meg kezemet s elvezet a legtisztább, legmagasztosabb lelki gyönyörűség forrásához s megértette velem, mekkora erkölcsi erő rejlik a kutatás örömében. Hogy sugárzott arca, ha az észlelés, megfigyelés jól sikerült, ha a kísérlet a várakozásnak megfelelő eredményre vezetett vagy ha új, előre nem látott dolgot fedezett fel. Ilyenkor mintha az új jelenségben a tudomány istennőjét pillantotta volna meg, ki bűbájos szavakkal teljesen hatalmába vette lelkét, pihenést, fáradságot nem ismerve nem nyugodott meg addig, míg tisztán nem látott minden szálat a jelenség szövevényes szerkezetében; ilyenkor sok éjjelen át is világított az észlelő lámpása.

Meglátni a természetben azt, amit a jelenségek tarkasága elföd, meghallani a hangok sokaságába rejtett csodás melódiát, ez lelkesítette br. Eötvös Lorándot, nem törődve azzal, értékesíthető lesz-e a gyakorlatban az, amit meglátott, meghallott. Egyik akadémiai elnöki megnyitó beszédében így szól: «A tudomány nemtője csakúgy nem hagyja magát igába fogatni, mint a költő pegazusa. Azok, akik ezt tenni mégis szeretnék s a tudományt a hasznosság mértékével mérik, rendesen a természettudományokat magasztalják. Észre sem veszik, hogy ilyenkor nem is ezekre, hanem csak alkalmazásaikra gondolnak, a tiszta tudományt pedig, legyen az bármiféle, haszontalannak mondják. Pedig tudomány nélkül nincs gyakorlat . . .» Kiknek köszönhet többet az emberiség, azoknak-e, akik a bölcsek kövét vagy a perpetuum mobilét makacs kitartással keresvén, egyszerre minden bajától meg akarták menteni? vagy azoknak, kik az égi testek mozgásának kutatásán kezdve, lassan, de lépésről-lépésre haladva, a természet megismerésének mai magaslatáig emelkedtek.» Csak természetes, hogy kutatásaiban a legtisztább tudásvágytól vezettetve egy percig sem gondolt arra, hogy eredményeit gyakorlati irányban értékesítse.

Azonban a tiszta tudásvágyon kívül egy másik erő is a tudomány művelésére vezette. Ez az erő mélységes hazafias érzéséből fakadt. A mélyen fekvő érzelmekről nem igen szeretünk beszélni, a legértékesebb ékszereket sem mutogatjuk fűnek-fának; gondosan elrejtjük, óvjuk őket s csak a legmeghittebbek pillanthatják meg azokat. Br. Eötvös Loránd is szíve mélyén hordta hazafias érzését; nem szerette a csillogó, puffogó hazafias frázisokat, melyek sokszor az áldozatra kész, dolgozó, igazi hazaszeretet hiányát leplezik. Jellemző egyik akadémiai megnyitó beszéde, melyet e szavakkal fejezett be: «Ünnepnapunk van; azt kérdezhetné valaki, hol marad hát az, aminek fennen hangoztatása nélkül nincsen ünnep e hazában, hol marad a hazaszeretet? Ezt szívemben hordom, szívünkben hordjuk valamennyien.» Az abszolutizmus szomorú kora fogékony ifjú lelkében mély hazafias fájdalmat vált ki, melynek megható és igaz költői lélekre valló versekben ad kifejezést. Költői lelkét megőrizte akkor is, mikor már egészen a tudományhoz szegődött, de verseket többé nem ír. Egyik akadémiai elnöki megnyitó beszédében mondja, hogy a tudomány emberének érzelmi világa a költőétől alig különbözik egyébben, mint abban, hogy eszményeit versekben kifejezésre juttatni nem tudja s azokat azért még mélyebben rejti szívébe.

Tudományos kutatásait végigkíséri szive mélyébe rejtett hazafias érzés; nemcsak azért kutat, hogy tudományszeretetét kielégítse, hanem azért is, hogy a magyar tudomány zászlaját a világ szemei előtt fennen lobogtassa, mert átérezte Széchenyi szavait «Felsőbbség által vagy sehogysem menthetjük meg fajtánkat a bukástól s emelkedhetünk nagy, hatalmas, dicső nemzetté». 1895-i akadémiai ünnepi beszédében fájdalmasan panaszolja: «Mi tagadás benne, nemzetünk a tudományos világban még nem foglalta el azt az állást, mely őt számának arányában és politikai súlyának megfelelően, a többi nemzetek közt megilleti s melyet sokoldalú képességével, ha komolyan hozzálátna, bizonyára rövid idő alatt el tudna foglalni.» Majd így folytatja: «Ez a mi évről-évre visszatérő ünnepünk akkor lesz majd igazán diadalünnep, amikor a magyar tudomány haladását meg fogja látni és gazdagodásának fogja tekinteni az egész világ.»

Tudós munkája mellett időt talál arra is, hogy az egyetemi oktatás kérdésével foglalkozzék. Többször szólal fel nyomatékosan ez ügyben, így Trefort Ágost miniszterhez 1887-ben írt nyilt levelében, rektori székfoglalójában 1891-ben az egyetem újjáalakítása ünnepén mondott rektori beszédében. Nagy erővel síkra száll az ellen, hogy az egyetem gyakorlati szakiskolává váljék; fennen követeli, hogy az egyetem maradjon mindig a tiszta tudomány iskolája. Így szól: «Tudományos az iskola, tudományos a tanítás ott, de csakis ott, ahol tudósok tanítanak. Hozzáteszem, hogy tudósnak nem a sokat tudót, hanem a tudomány kutatóját nevezem. Tudományos legyen a tanítás azért, hogy már a kezdő is bepillanthasson a tudomány lényegébe s ne csak eredményeit csodálja meg, hanem kutatásának módszereivel is megismerkedjék. Az egyetem tudományos tanításának színvonalát egyedül tanárainak egyénisége állapítja meg. Az egyetemi kérdés ezért mindenekelőtt személyi kérdés, amely mellett a szervezetére, szabályaira vonatkozó kérdések csak másodrendű érdeküek.» A franciák főiskolái előírt tanrendjükkel éppen olyan jól képzett férfiakat adnak Franciaországnak, mint a tanszabadság elvét követő német egyetemek Németországnak.»

Ez a gondolat vezérelte, amikor rövid nyolc hónapig tartó közoktatásügyi minisztersége alatt 1894-ben az atyjáról elnevezett Eötvös-kollégiumot alapította, azt a kitünő tudós nevelőintézetet, mely 29 évi fennállása óta a hazai tudománynak, irodalomnak s a közművelődés más ágainak sok kiváló férfiút adott.

Nehezemre esik nem szólanom báró Eötvös Loránd tevékenységéről a M. Tud. Akadémiában, melynek elnöki tisztét 1889-től 1905-ig, lemondásáig, annyi fénnyel viselte, kezdeményező és irányító szerepéről más tudományos társulatok életében. Nem tudnám mindezt e megemlékezés keretébe szorítani.

Talán sikerült megláttatnom a tisztelt ünneplő közönséggel azt az eszményi célt, mely br. Eötvös Loránd egész munkásságát irányította: a tudomány kutató művelése magáért a tudományért s hazánk boldogulásáért. Nem volna teljes a kép, ha nem mutatnám be egyúttal azokat a tudományos problémákat, melyek br. Eötvös Lorándot lekötötték, melyek fényes megoldása a magyar tudomány örök dicsőségét hirdetik. Annál inkább teszem ezt, hogy kitűnjék, nagyszabású tudományos munkássága is mennyire harmóniában áll egész egyéniségével. A tudományban sem bilincselik le figyelmét a népszerű, divatos, mutatós jelenségek, melyeket a távolabb álló is érdekeseknek talál, hanem inkább azok, melyek folyton szemünk előtt vannak s melyeket éppen mindennapos voltuknál fogva annyira megszoktunk, hogy titokzatos voltukat csak az olyan mélyen járó analizáló szellem veszi észre, mint amilyen br. Eötvös Loránd volt. Hogy a pohárban a víz a fal mentén felhajlik, hogy a szabadon engedett kő a földre esik, annyira közönséges jelenség, hogy egyszerű tudomásvétellel elsiklunk felettük; pedig bennök a legtitokzatosabb erők nyilvánulnak meg, mintha a természet a legmélyebb titkokat nem csillogó fényes köntösbe, hanem a legigénytelenebb gúnyába rejtené.

Németországból visszatérve többféle tudományos kérdéssel foglalkozik. Próbálgatások ezek, hogy merre vegye útját a tudomány mezején, melyek megszűnnek, amint első nagy problémáját meglelte, mely évekre teljesen lekötötte, melynek megoldásán most már lankadatlan erővel dolgozott. Első nagy felfedező útja a kapillaritás országába vezette s eredménye az Eötvös-féle törvény.

Lépten-nyomon találkozunk kapilláris jelenségekkel, csak nézzük bármely folyadék szabad felületének alakját. A víz a tiszta pohár fala mentén felhajlik, a higany lehajlik; az üvegcsőben a viz felülete felfelé homorú, a higanyé domború; szűk csőben a víz magasabban, a higany alacsonyabban áll, mint a vízbe közlekedő tág csőben, a harmadik szabályos csepp alakjában rakódik a virágra; ki ne emlékeznék gyönyörűséggel gyermekéveinek ama örömére, melyet a színekben pompázó szappanbuborékok szereztek neki. Ezek mind kapilláris jelenségek.

Az analizáló kutató szellemet erősen izgató probléma, hogy milyen általános törvényszerűség nyilatkozik meg a folyadék felszínének annyira változatos alakjában? A törvényszerűséget úgy fejezhetjük ki, hogy a folyadék szabad felülete úgy viselkedik, mint egy kifeszített rugalmas hártya, mely lehetőleg össze akar húzódni. Eme törekvés mértékét a fizikusok az ú. n. felületi feszültséggel fejezik ki számszerűen. Ez a felületi feszültség jellemző a folyadék anyagi minőségére, a vízé például nagyobb, mint az alkoholé. E feszültséget mint a folyadék molekulái közt működő erők eredményét foghatjuk fel s beláthatjuk, hogy akkor a felületi feszültségből bepillantást kaphatunk a molekuláris erők természetébe vagy a molekuláris szerkezetbe.

Br. Eötvös Loránd kapilláris vizsgálatait azzal kezdte, hogy új, pontos módszert dolgozott ki a felületi feszültség mérésére. E módszerével mindenekelőtt a vizet vizsgálta s megállapította, hogy a vizen észlelt különös rendellenességek mind hibás kísérleti berendezések, a víz felületére került szennyezések következményei. Módszerének nagy előnye abban állott, hogy a felületi feszültséget igen magas hőmérsékleteken mérhette, egész az ú. n. kritikus hőmérsékletig, ahol a folyadékállapot egyáltalában megszűnik. Ezen mérései vezettek az ú. n. Eötvös-féle törvényhez, mely arról szól, hogy miképpen változik a felületi feszültség a hőmérséklettel. A folyadék szabad felületének éppúgy, mint a kifeszített rugalmas hártyának van bizonyos energiája, éppen feszültségi állapotánál fogva. Magasabb hőmérsékleten ez az energia kisebb, kisebb tehát az összehúzódási törekvés. Báró Eötvös Loránd a különböző folyadékok molekuláris mennyiségeinek energiáját, az ú. n. molekuláris felületi energiát hasonlította össze s azt a nagyfontosságú tételt fedezte fel, hogy a különböző folyadékok így mért energiája ugyanúgy változik a hőmérséklettel, azaz minden folyadék egyformán viselkedik tekintet nélkül anyagi minőségére. A változás mértékét kifejező szám, az ú. n. Eötvös-féle állandó minden folyadékra ugyanakkora s független a hőmérséklettől. E törvény éppúgy jellemző a cseppfolyós halmazállapotra, mint a Boyle—Gay—Lussac-törvény a gázállapotra.

Van azonban sok folyadék, mely nem követi az Eötvös-törvényt. De ez eltérésből nevezetes következtetést vonhatunk a folyadék belső szerkezetére, mert hisz a felületi energia a folyadékmolekulák közt működő erőknek következménye. Így pl. a víz nagyon rendellenesen viselkedik az Eötvös-törvénnyel szemben, amiből következik, hogy a folyadékvízben nagyobb molekulák vannak, mint a vízgőzben, több molekulából álló csoportok alakulnak benne. Az Eötvös-törvény szinte az egyetlen eljárás, mellyel a folyadékmolekulák nagyságáról kapunk fölvilágosítást.

Br. Eötvös Loránd e törvényt 1885-ben mutatta be az Akadémiában, s közölte a legtekintélyesebb német folyóiratban is. Mégis megtörtént, hogy 1893-ban Ramsay angol kémikus mint saját vizsgálatainak lényegében új eredményét publikálta. A dolog azután tisztázódott, sajnos azonban Ramsay különös beállítása azt eredményezte, hogy az irodalomban némelyek, örvendetes módon a kisebbség, Eötvös—Ramsay-törvényről beszélnek.

A folyadék részei közt működő és csak kicsiny távolságra számottevő erők vizsgálatát br. Eötvös Loránd a róla elnevezett törvény felállításával fejezte be. Ezután csak elvétve foglalkozott kapilláris jelenségekkel, mert érdeklődését majdnem kizáróan egy másik erő, a gravitációerő kötötte le, az az erő, mely érezteti hatását az égi testeket egymástól elválasztó óriási távolságokra, de érezteti a földi testek és távolságok szerény méretei közt is; pl. a nehézségi erő, mely mindnyájunkat a földhöz köt, javarészben a föld gravitációs vonzásából áll.

A gravitációra vonatkozó vizsgálatai során br. Eötvös Loránd eszközeinek érzékenységét és biztosságát annyira fokozta, hogy a földi tárgyak közt működő kicsiny gravitációs vonzóerőt szinte szemmel láthatóvá tette és olyan feladatok megoldására vállalkozhatott, melyek előtte megközelíthetetleneknek látszottak. 30 év szakadatlan munkájának eredménye egyrészt alapvető a gravitáció természetének felfogására, másrészt a föld alakjára és belső szerkezetére vonatkozó kutatásoknak új irányt és évszázadokra szóló feladatokat tűzött ki melyek megoldására ő maga hazánk területének rendszeres átkutatásával klasszikus példát adott.

Mindeme méréseket br. Eötvös Loránd olyan eszközzel végezte, melynek egyszerűsége meglepő. Vékony platinaszálon vízszintes könnyű rúd lóg, két végén egy-egy golyó vagy henger. Csavarási ingának nevezik ezt az egyszerű eszközt, melyet régen ismertek már, de br. Eötvös Loránd kezében valóságos varázsvesszővé vált, mely mesterének csodás dolgokat regélt a gravitációs erőről és a föld mélyében elterülő világról. Br. Eötvös Loránd megtalálta a bűvös jeligét, mely megszólaltatta ezt az eddig néma eszközt.

Az első mérések ez eszközzel a gravitáció állandójának meghatározására irányultak. E végből le kellett mérni azt a vonzóerőt, melyet földi tárgyak, pl. ólomgolyó, ólomkocka gyakorolnak a csavarási ingára. Ebből kiszámítható a gravitáció állandója, vagyis az az erő, melyet 1 grammnyi tömeg gyakorol 1 grammra. Rendkívül kicsiny erő ez, 15 milliószor kisebb, mint 1 mg súlya. Elgondolhatjuk, milyen érzékenynek kell lennie annak az eszköznek, mely ilyen rendű erőt mérni tud. Br. Eötvös Loránd az eddigieknél érzékenyebb, egészen új módszert adott a gravitáció állandójának mérésére. Végleges értékhez ugyan e mérések még nem vezettek, de kétségtelen, hogy e módszerrel az eddigieknél biztosabb érték vezethető majd le.

A gravitáció természetének megismerésére alapvetőek ama mérések, melyekkel br. Eötvös Loránd a gravitáció és tehetetlenség arányosságát bizonyította. Már Newton állította, hogy a gravitációs vonzóerő független az anyagi minőségtől, azaz 1 gramm ólom pl. 1 gr üveget 1 cm távolságból ugyanakkora erővel vonz, mint 1 gr ólmot vagy ezüstöt, vagy bármely más anyagot. Ez nyilván a gravitációs erő jellemző sajátsága, melyet a nehézségi erő vizsgálatával igazolhatunk. Hogy a nehézségi erőt erre felhasználhatjuk, azt annak köszönjük, hogy nehézségi erő két erőből rakódik össze: az egyik, a túlnyomó rész a Föld gravitációs vonzása, a másik a Föld forgásából származó tehetetlenségi erő, az ú. n centrifugális erő, utóbbi természeténél fogva mindenféle anyagra egyforma. Hogy ez a Föld gravitációs vonzására is áll, az úgy nyilvánul meg, hogy minden test nehézségi gyorsulása ugyanakkora. Ennek durva igazolása az a kísérlet, hogy légüres térben a pénzdarab és pehely egyformán esnek. Pontosabban már Newton s különösen Bessel igazolták az ingával, melyet a nehézségi erő hajt. Kitűnt, hogy az inga egy lengésére szükséges idő független attól, hogy milyen anyagból készült az inga, ez pedig azt jelenti, hogy minden test ugyanakkora gyorsulással esik. Azonban a nehézségi erő még másképpen is elárulja, egyformán vonzza-e a Föld a különféle anyagokat vagy nem, t. i. a nehézségi erő iránya is más-más volna, ha a különféle anyagokat más-más erővel vonzaná. Br. Eötvös Loránd csodálatos eszközét erről a kérdésről is megszólaltatta s bámulatosan pontos feleletet csalt ki belőle. A csavarási inga rúdjának egyik végére platinagolyót, a másikra üveg- vagy más anyagú golyót erősített. Ha a két anyagra ható nehézségi erő iránya különböző volna, akkor a rúd meghatározott irányban törekednék elhelyezkedni. A rúdon azonban semmiféle ilyen törekvés nem volt észlelhető s br. Eötvös Loránd kimondhatta azt az alapvető eredményt, hogyha van is különbség a Földnek a különféle anyagokra gyakorolt vonzó erejében, akkor az legalább 200 milliószor kisebb mint a testre ható egész nehézségi erő. Akkora pontosság ez, melyet a fizika más mennyiségek mérésében alig tud elérni. E megállapodás annyira alapvető, hogy Einstein az általános relativitás merész szerkezetű hatalmas épületét éppen az Eötvös-féle tapasztalati eredményre építi fel. Az épület talán nem marad meg, talán át kell konstruálni, de a tapasztalati alapok örökre változatlanul megmaradnak, hirdetve a magyar géniusz dicsőségét.

Br. Eötvös Loránd e klasszikus kísérleteit 1890-ben végezte. Kevesen tudtak róla, minek oka részben az, hogy nyugati nyelven csak rövid ismertetés jelent meg róluk. A göttingeni tudós társaság mégis tudomást vett róluk s a kérdést annyira fontosnak tartotta, hogy pályakérdésnek tűzte ki 1906-ban. Egyetlen pályamunka érkezett be, melynek a pályadíjat oda is ítélték. A pályamunka szerzője br. Eötvös Loránd, munkatársai Pekár Dezső és Fekete Jenő.

Hogy br. Eötvös Loránd méréseiről kezdetben kevesen vettek tudomást, ez részben annak is tulajdonítható, hogy abban az időben a gravitáció kevés fizikust érdekelt, a gravitáció nem volt divatos téma. De br. Eötvös Loránd sohasem járt a tudomány nagyforgalmú országútján; úttörő volt ő, új utakat keresett és talált, melyek ismeretlen tájakra vezettek. Magányosan indult el felfedező útjára, melyen alig akadt más kutatóra, mert vagy nem találták a célt kecsegtetőnek, vagy elérhetetlennek tartották. Még akkor is, mikor hírt adott az ismeretlen országban talált kincsekről, kétkedve, tartózkodóan fogadták, míg saját maguk is el nem indultak azon az úton, melyet br. Eötvös Loránd jelölt ki s tett járhatóvá.

Áll ez különösen azokról a vizsgálatokról, melyekkel br. Eötvös Loránd legszívesebben és legtöbbet foglalkozott s melyek akkora anyagot ölelnek fel, hogy ő csak megindítójuk és szervezőjük lehetett, de melyen tudós generációk fognak dolgozni, míg a nagy mű befejezést nyer.

ha befejezésről egyáltalában szó lehet. Értem a földi nehézség erőterének azt a részletes, mondhatnám mikroszkopikus átkutatását, melyet br. Eötvös Loránd hazánk területén végzett, melyet előtte lehetetlennek tartottak, mert nem ismerték fel a csavarási ingának azt a csodálatos képességét, hogy ezen erőtér finom szerkezetét elárulja, csak érteni kell a szavát. A tudomány e nagy művének hazánk a klasszikus földje, mert itt született meg az eszme, itt állta ki fényesen első tűzpróbáját.

Földünk felületén mindenütt hat a nehézségi erő, de más-más erősséggel és más-más irányban; szóval a nehézségi erő helyről-helyre változik. Mivel a nehézségi erő főrészében a Föld gravitációs vonzásából áll, természetes, hogy a nehézségi erő eloszlásában a Föld felületén kifejezést nyer a Föld tömegének belső eloszlása; ha pl. a Föld színe alatt valahol nagyobb sűrűségű tömb vagy réteg, vagy gerinc van, akkor ez megváltoztatja a nehézség eloszlását a felületen. Ezért a nehézség térbeli változásából visszakövetkeztethetünk a Föld mélyében elhelyezett kisebb vagy nagyobb sűrűségű tömegekre. Eötvös báró előtt úgy jártak el, hogy ingával megmérték a nehézségi erőt a Föld sok-sok helyén. Arra azonban az inga nem elég érzékeny, hogy a belső tömegeloszlás finomságait észrevegye.

Br. Eötvös Loránd mélyreható éleslátásával felismerte, hogy a csavarási inga kiválóan alkalmas erre a célra, mert kereken egy milliószorta kisebb változásokat érez meg, a nehézség erőterében, mint a közönséges inga. A csavarási inga rúdjának két felével belenyúl a nehézség terébe és mint valami érzékeny csáppal kitapogatja, vajjon változik-e a rúd mentén a nehézség vagy nem. Arról pedig, hogy milyen ez a változás, azzal ad hírt, hogy meghatározott irányba iparkodik elhelyezkedni. Ezt a törekvést le lehet mérni s ebből megtudjuk, miképpen változik a nehézség a vízszintes sík bármely irányában.

De ennél többre is képes a csavarási inga, ha lefelé nyúló csáppal is ellátjuk. Ezt tette br. Eötvös Loránd, mikor a rúd végén lévő egyik súlyt mélyebbre helyezte el úgy, hogy a rúd végére akasztotta 50—100 cm hosszú dróton. Ezzel az egyszerű zseniális gondolattal ingáját képessé tette arra, hogy elárulja, miképpen változik a nehézség lefelé.

Ezzel a két eszközzel, melyet később egy eszközbe egyesített, br. Eötvös Loránd átkutatta hazánk nagy részét, sűrűn behálózva egyes érdekes területeket észlelő állomásokkal. Kezdetben szerényebb keretek közt folytak a mérések a Magy. Tud. Akadémia és Semsey Andor bőkezű támogatásával. 1906-ban Budapesten tartotta XV-ik általános összejövetelét az Internationale Erdmessung, melynek egyes tagjai az Arad környékén folyó mérésekhez is ellátogattak. Br. Eötvös Lorándnak ezen összejövetelen tartott előadása s még inkább eljárásának aradi bemutatása keltette fel tulajdonképpen nagyobb mértékben a külföld érdeklődését, ámbár báró Eötvös Loránd módszerét már 1896-ban publikálta. De a külföldi tudósok csak az aradi bemutatáson győződtek meg a módszer nagy értékéről, aminek első hatása abban nyilvánult, hogy az értekezlet a magyar kormányt a mérések támogatására kérte. E kérés a kormánynál megértésre talált s azóta állami támogatással széles mederben, nagy erővel folynak a mérések s bízhatunk benne, hogy a kormány további támogatásával folytatják br. Eötvös Loránd lelkes tanítványai, kik mesterük szellemétől áthatva hivatásukat a nagy mű továbbfejlesztésében látják.

A földi nehézség lemért változásából következtetéseket vonhatunk földalatti nagyobb vagy kisebb sűrűségű hegyvonulatokra, tömbökre, gerincekre, azok alakjára, méreteire, helyzetére. Így pl. az Arad vidékén végzett mérések világosan mutatják, hogy az aradi hegyalja szélén, Ménes falu környékén, a hegység sziklás rétege a síkság alatt folytatódik lefelé, körülbelül 760 méterig, azután megint lassan emelkedik. E sziklás, nagyobb sűrűségű altalajt borítja az Alföld lazább földje.

Kecskemét városa közelében a nehézségnek jól kifejlett minimuma észlelhető. Ha itt is olyan földalatti tömegeket tételezünk föl, melyek sűrűsége kereken 0·6-del nagyobb a felső talaj sűrűségénél, akkor a nehézség észlelt eloszlását egy 30 km átmérőjű körhegység okozza, melynek közepén kráterszerű mélyedés van.

A földalatti tömegek alakjára, helyére vont ilynemű következtetések biztonságban nyernek, ha sűrűségükről a geológia valamiféle útbaigazítást ad, mint pl. Arad vidékén, hol a földalatti vonulat a síkság szélén fölbukkan. Nehezebb a helyzet a Nagyalföldön; de itt is fontos felvilágosításokat adnak a br. Eötvös Loránd-féle mérések. Így pl. a Hortobágyon a mérések a nehézségnek egy maximumát, meg egy minimumát jelzik. Az egyik vagy másik helyen kell, hogy a föld mélyében olyan alakulat legyen, melyet a geológusok antiklinálisnak neveznek. Tudvalevő dolog, hogy a földgáz az antiklinálisokon gyűl össze. Ha tehát a Hortobágyon földgázt keresünk, elég két helyen, a maximum és minimum helyén fúrnunk; ha egyáltalában van ott földgáz, akkor azt a két hely egyikén kell meglelnünk. Ha br. Eötvös Loránd módszerével nem is lehet eldöntenünk, van-e az illető helyen földgáz vagy nincs, mégis felette értékes utasítást ad arra, hogy hol keressük s így sok hiábavaló költséges fúrást elkerülhetünk.

Amióta a külföld meggyőződött arról, hogy a szeszélyesnek ismert csavarási mérleget annyira meg lehet fékezni, hogy a szabad ég alatt egyszerű sátorban felállítva a nehézségi erőtér finomságait híven és biztosan jelzi, az új módszer lelkes pártolójává és terjesztőjévé lett. Jelenleg már Ausztriában, Német-, Francia-, Angol-, Olasz-, Lengyel-, Oroszországban, Japánban, az amerikai Egyesült-Államokban, Mexikóban mérnek az Eötvös-féle ingával és pedig nagyrészt itt Budapesten készült eszközökkel.

Méltán csodálkozhatunk azon, hogy a föld mélyében elterülő világról ez az igénytelennek látszó eszköz, ez az egyszerű rúd ad hírt. De még inkább csodálhatjuk a mester szellemi erejét, ki e bűvös szerszámmal maga elé idézte a Föld szellemét, hogy a Föld belső rejtelmeiről évmilliók titkát fedje fel. S br. Eötvös Loránd szelleme évszázadokon át irányítani fogja ama tudósokat, kik az Eötvös-féle ingával felfegyverkezve, behálózzák majd a földkerekséget megfigyelő állomásokkal, hogy annak bemondásai alapján megrajzolják majd Földünk földalatti térképét.

Br. Eötvös Loránd tudós munkájának legfőbb eredményeit mutathattam csak be, pedig mennyi más probléma fordult meg agyában! Bármelyikkel foglalkozott, mindig eredeti módon fogta meg s értékes eredményekhez jutott. Persze igen sokszor megelégedett azzal, hogy tudós vágya kielégült s nem helyezett súlyt arra, hogy eredményeit közzétegye. Csak egy problémát fogok röviden érinteni, hisz a problémára feleletet adó klasszikus kísérlet hattyúdala volt, mellyel még egyszer utoljára gyönyörködtette a tudós világot.

A Föld forgása következtében a Föld vonzásához hozzájárulnak még más erők tisztán azért, mert mi is mint észlelők a Földdel együtt forgunk. Egyik ilyen erő a centrifugális erő, melyhez hasonlót minden forgó testen észlelhetünk; ezen erő független attól, hogy a test mozog-e a Földhöz képest vagy nem. A másik erő az ú. n. Coriolis-féle erő, mely csak olyan testen jelentkezik, mely a Földhöz képest mozog. Ez az erő úgy jelentkezik, hogy a test súlya függ a mozgási állapotától, sebességétől. Mindez következik a klasszikus mechanika Newton-féle axiomáiból. Így pl. a vízszintesen keletre mozgó test könnyebb, a nyugatra mozgó nehezebb, mint a nyugalomban lévő; a nyugat felé haladó hajón a testek súlya nagyobb, mint nyugvó hajón. E változás akkora, hogy még kimutatható. O. Hecker 1901—1905. az Indiai- és Csendes-óceánon mozgó hajón mérte a nehézséget. Br. Eötvös Loránd figyelmeztette őt, hogy a hajó mozgása miatt mérési eredményeit korrigálni kell. Eötvös báró e figyelmeztetésére 1909-ben a Fekete-tengeren e méréseket megismételték két hajón, melyek egyike kelet felé, másika nyugat felé haladt; a nyugatra haladón a nehézség nagyobb volt.

A Coriolis-féle erő kísérleti kimutatása régen foglalkoztatta br. Eötvös Lorándot; a kérdést fényesen oldotta meg a Math. és Phys. Társulat közgyűlésén 1917-ben bemutatott kísérletével. Érzékeny mérleget készített, melyen a mérlegkarra serpenyők helyett súlyokat erősített. A mérleget függélyes tengely körül egyenletes forgásba hozta. Forgás közben mindegyik súly felváltva kelet, illetve nyugat felé mozog s a kelet felé mozgó könnyebb, a nyugat felé mozgó nehezebb lesz. A súlyváltozás azonban sokkal kisebb, semhogy egy körülforgás alatt a mérleg félrebillenését már észre lehetett volna venni. Ha azonban a keringési idő egyezik a mérleg lengésidejével, akkor a mérleg rezonál a súly periodikus változására s a mérleg erőteljes lengésbe jő.

E kísérletben relativ mozgásról, a Földhöz viszonyított mozgásról van szó s így azt hihetnők, hogy szerepe jut az általános relativitás Einstein-féle elmélet ellenőrzésében is. Azonban a Coriolis-erő eme tapasztalati megnyilvánulása egyformán folyománya a régi klasszikus, mint az újabb relativitási elméletnek, úgy hogy e kísérletnek semmi szerepe sem lehet a két elmélet közötti döntésben. E klasszikus kísérlet elméletét és leírását tartalmazó dolgozatát br. Eötvös Loránd már betegágyában írta, szellemének utolsó ragyogása ez, mellyel örökre elbúcsúzott tőlünk.

Erömhöz képest megpróbáltam hű képet nyujtani br. Eötvös Loránd nagyságáról, arról, hogy mit köszön neki egyetemünk, hazánk és az egész világ tudománya. Látva az ő nagyságát, kiújul szívünkben a fájdalom az ő elveszte felett, hiszen alig négy éve, hogy örökre búcsúztunk tőle. De midőn keresztényi megnyugvással meghajlunk a Mindenható rendelkezése előtt, töltse el büszkeséggel lelkünket az a tudat, hogy ez a megalázott nemzet az exakt tudományok terén is megállja helyét a legnagyobb nemzetek mellett, hogy fiának vallhat olyan tudósokat, mint a két Bólyai, mint br. Eötvös Loránd. Amíg tudomány lesz e földön, br. Eötvös Lorándot mindig, mint a legnagyobbak egyikét fogják tisztelni és szeretni. E büszkeségből merítsünk bizakodást egy szebb jövőben, mert azt a nemzetet, mely ilyen fiakat szül, nem lehet eltiporni, ez a nemzet élni akar és élni fog.

REDE DES UNTERRICHTSMINISTERS

Sr. EXCELLENZ GRAFEN KUNO v. KLEBELSBERG AN DER EÖTVÖS-GEDÄCHTNISSFEIER.

Der im Jahre 1919 verstorbene ungarische Physiker: Baron Roland von Eötvös war ein im Humboldt'schen Sinne vollkommener Hochschullehrer. Er widmete sich nicht nur seiner Unterrichtstätigkeit, sondern war auch ein wissenschaftlich bedeutungsvoller Forscher, dessen bahnbrechende Untersuchungen auf dem Gebiete der allgemeinen Gravitation in der gesammten wissenschaftlichen Welt voll gewürdigt wurden. Während seiner kurzen politischen Tätigkeit als Unterrichtminister schuf er ein mustergültiges Bildungsheim für Oberlehrer aller Fächer: das Eötvös-Kollegium. Es wäre wohl zu erwarten gewesen, dass nach dem Vorbilde der in den Vereinigten Staaten von Carnegie und Rockefeller und in Deutschland auf Veranlassung von Harnack gegründeten Forschungsinstitute auch Eötvös zur Ausübung seiner Forschungstätigkeit ein eigenes Institut erhält, aus dessen Betriebe die Unterrichtstätigkeit gänzlich ausgeschaltet ist. Jedoch vermissen wir leider unter den Begüterten unseres Landes den Sinn für die Bedürfnisse der wissenschaftlichen Forschung und die Erkenntniss der hohen kulturellen Bedeutung derselben. Die Naturwissenschaften hatten bei uns bisher nur einen einzigen Gönner: Andor von Semsey, die anderen zogen es vor, die Rechte der Reichen zu geniessen, ohne sich auf deren Pflichten ebenfalls besinnen zu wollen. Wir sind heute mehr denn je gezwungen an diese Pflichten zu erinnern und ich möchte als Unterrichtsminister mit gutem Beispiele vorangehen und glaube das Andenken Eötvös's am besten zu ehren, wenn ich der Philosophischen Fakultät zwecks Anschaffung von Bücher 12 Millionen Kronen zur Verfügung stelle.

SOUVENIR DE ROLAND EÖTVÖS.

Par Charles Tangl.

La vie du baron Roland d'Eötvös a été consacrée tout entière à la science d'abord et à la vie scientifique de son pays ensuite.

Inscrit en 1865, sur le désir de son père, l'éminent écrivain et homme d'Etat Joseph Eötvös, à la Faculté de droit de l'Université, Roland Eötvös suit déjà en 1867 à Heidelberg l'enseignement de Helmholtz et de Kirchhoff, et nous le trouvons plus tard à Königsberg parmi les élèves de F. Neumann. De retour d'Allemagne, nommé professeur à l'Université de Budapest, il n'a cessé de donner le meilleur de son temps à la recherche scientifique, jusqu'à ce que la mort vînt arrêter ses travaux en 1919.

L'autre grande préoccupation de sa vie fut le développement de la vie scientifique dans son pays, et en particulier la question de l'enseignement universitaire. En 1894, pendant son court passage au ministère, il prit l'initiative de fonder un institut pour la formation de professeur de l'enseignement secondaire sur le modèle de l'École Normale Supérieure de Paris. Son successeur au ministère M. Jules Wlassics adopta le projet et, en hommage à la mémoire du premier ministre hongrois de l'instruction publique il donna à cet institut le nom Collège Eötvös (Báró Eötvös József-Collegium) et invita l'auteur du projet à patronner sa réalisation en tant qu' Inspécteur général (Curateur). R. Eötvös garda cette fonction jusqu'à ses derniers jours et eut la satisfaction de voir l'heureux dévéloppement de son idée. Le Collège est devenu par suite une véritable pépinière de jeunes savants.

De 1889 à 1905, il remplissait, d'un éclat exceptionnel, les fonctions de président de l'Académie hongroise des Sciences.

Ses investigations portèrent sur les forces d'attraction qui se manifestent dans les phénomènes capillaires et dans la gravitation que révèlent les mouvements grandioses du système solaire.

Il conçut une méthode nouvelle pour mesurer la tension superficielle, méthode qui utilise la réflexion et dont l'avantage consiste à éliminer l'influence de l'angle de raccordement entre le liquide et la paroi. Cette méthode reste applicable jusque au voisinage de la température critique. Les mesures exécutées par la nouvelle méthode l'ont conduit à énoncer la loi. appelée plus tard «loi d'Eötvös» disant que l'énergie moléculaire superficielle de chaque liquide diminue proportionnellement à l'élévation de la température. Le rapport des deux variations est ce qu'on appelle la constante d'Eötvös, celle-ci est une constante universelle comme la constante des gaz puisque ni la température, ni la composition chimique du liquide n'ont d'influence sur elle.

La loi d'Eötvös fournit le seul moyen de trancher la question suivante : les molécules des liquides ont-elles la même grandeur que les molécules des vapeurs? Lorsque la constante d'Eötvös relative au liquide a une valeur inférieure à la normale, les molécules du liquide sont associées.

Au cours de ses recherches sur la gravitation, Eötvös réussit à accroître la sûreté et la sensibilité des instruments à tel point que l'attraction infime s'exerçant entre les objets terrestres devint manifeste à nos sens et qu'il put entreprendre la résolution de problèmes réputés inabordables. Les résultats qu'il a acquis jettent une vive lumière sur la nature intime de la gravitation et, par surcroît, impriment une orientation insoupçonnée aux recherches relatives à la figure et à la structure de la Terre.

Le progrès décisif de nos connaissances sur la gravitation doit beaucoup aux expériences grâce auxquelles Eötvös établit que la gravitation est proportionelle à la masse révélée par l'inertie. Déjà Newton a affirmé que la gravitation est indépendante de la nature des corps, que, par exemple, un gramme de plomb, place à la distance d'un centimètre, exerce sur un gramme de verre la même force attractive que sur un gramme de plomb ou de cuivre ou de n'importe quelle autre matière. Il a invoqué comme preuve les phénomènes de la pesanteur. La pesanteur est la résultante de l'attraction exercée par la Terre et de la force centrifuge née de la rotation diurne. Cette dernière, tirant son origine de l'inertie, est identique pour toutes les matières. S'il en est de même pour l'attraction terrestre, l'accélération due à la pesanteur a nécessairement même grandeur et même direction pour les corps.

La balance de torsion se transforma entre les mains d'Eötvös en un instrument extrêmement sensible permettant de vérifier si la pesanteur s'exerce sur différents corps suivant la même direction ou non. A l'une des extrémités de la tige horizontale suspendue par un fil, Eötvös a placé une sphère en platine, à l'autre extrémité, une sphère en verre ou en cuivre ou en tout autre matière. Si la pesanteur n'avait pas la même direction pour les deux sphères, la tige aurait une tendance à prendre une orientation déterminée, notamment celle du méridien du lieu. Cependant, aucune tendance de ce genre n'a pu être observée. Eötvös est arrivé ainsi à formuler la proposition fondamentale suivante: A supposer que l'attraction exercée par la Terre sur les corps varie avec la nature de ces corps, la variation est inférieure à la 1/200.000.000^e partie de la valeur de l'attraction.

L'Académie de Göttingen avait, en 1906, mis au concours le problème auquel le résultat précédent fournit la réponse. Un seul travail prit part au concours et le prix lui fut décerné; l'auteur en était le baron Roland d'Eötvös.

La cause de la pesanteur résidant principalement dans l'attraction de la Terre, la distribution des masses à l'intérieur du globe doit évidement déterminer les variations de la pesanteur sur la surface. Mais alors l'étude de la pesanteur comme fonction du lieu comporte nécessairement des conclusions relatives à la distribution des masses à l'intérieur de la Terre. C'est à Eötvös que revient le mérite d'avoir reconnu que la balance de torsion se prête à la mesure des variations infimes de la pesanteur dans l'espace. A cet égard, la balance de torsion possède une sensibilité environ un million de fois plus grande que le pendule ordinaire; elle est, pour ainsi dire, le microscope du champ de gravitation. La balance de torsion avance les deux bras de la tige pour explorer le champ de gravitation. Aussitôt qu'elle perçoit une variation, la tige cherche à prendre, comme l'aiguille aimantée, une position déterminée, celle qui est tangente à la section principale de la surface de niveau, de courbure minimum. La tendance manifestée par la tige est susceptible de mesures précises. Mais il y a plus. Eötvös a suspendu une des masses à l'extrémité de la tige, sur un fil métallique d'une longueur de 50 à 100 cm. Cette modification lui permit de constater la variation de la direction de la pesanteur le long d'une verticale.

Armé des deux balances réunies dans le gravimètre, Eötvös a exploré des régions étendues du territoire hongrois, en a dressé la carte souterraine, et a fait ainsi de notre pays la terre classique des recherches de ce genre. Les expériences se sont poursuivies d'abord grâce aux subsides de l'Académie hongroise des Sciences et à ceux d'André Semsey, plus tard, sur l'initiative de l'Association Géodésique Internationale, avec l'aide matérielle du gouvernement hongrois.

A côté de leur haut intérêt théorique, ces recherches présentent une grande importance pratique. Les prospecteurs de pétrole et de gaz minéral en reçoivent des indications précieuses pour choisir l'emplacement des puits.

Dans les dernières années de sa vie, Eötvös fut vivement préoccupé de la vérification expérimentale de la force de Coriolis à laquelle la rotation de la Terre donne naissance. Cette rotation fait que le poids d'un corps se déplaçant horizontalement vers l'est est diminué, celui d'un corps en mouvement vers l'ouest est augmenté en comparaison du poids des mêmes corps en repos. O. Hecker avait, de 1901 à 1905, mesuré l'intensité de la pesanteur sur les Océans Indien et Pacifique à bord d'un navire en marche. Eötvös l'avertit que les résultats devaient subir une correction en raison du mouvement du navire. Pour mettre en évidence la variation du poids dans le mouvement horizontal, Eötvös construisit une balance sensible à laquelle il imprimait une rotation uniforme autour d'un axe vertical. Les deux masses attachées aux extrémités du fléau se déplaçaient ainsi alternativement vers l'est et vers l'ouest; celle qui marchait de l'ouest à l'est, s'allégeait, l'autre s'alourdissait. Lorsque la durée de la rotation diffère très peu de la période des oscillations propres de la balance, il se produit un phénomène de résonance et la variation de poids extrêmement petite finit par provoquer des oscillations de grande amplitude.

TANULÓVERSENYEK FELADATAI.

Az 1922-ik évi XXVI-ik mathematikai tanulóverseny feladatai.

1. Adva van a térben négy pont: A, B, C, D. Meghatározandó az S sík úgy, hogy A és B a sík egyik oldalán, C és D a sík másik oldalán legyenek és hogy a négy pont S-től egyenlő távolságú legyen.

2. Bebizonyítandó, hogy az x^4+2x^2+2x+2 kifejezés nem bontható fel két oly x^2+ax+b és x^2+cx+d kifejezés szorzatára, melyekben a, b, c és d egész számok.

3. Ha $a, b, \ldots, n$ egymástól különböző pozitív egész számok és egyik sem osztható a 3-nál nagyobb törzsszámmal, akkor

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\cdots+\frac{1}{n}<3.$$

Az 1922-ik évi IV-ik fizikai tanulóverseny feladatai.

1. Egy vízszintes fenekű parallelepiped alakú kádat vezető folyadék tölt meg, melynek sűrűsége $s=1{\cdot}1$. A kád magassága $h=10$ cm, szélessége $d=3$ cm, hossza $l=30$ cm. A folyadékban $I=5$ Amp. erősségű elektromos áram halad l irányban. A folyadék homogén vízszintes mágneses térben van, mely merőleges l-re, a tér erőssége $H=1000$ abs. elektromágneses *cgs* egység. Mekkora a folyadék hidrosztatikai nyomása az edény alján?

2. Egy köralakú csőben az m tömegű golyó mozoghat surlódás nélkül a nehézség hatása alatt; az r sugarú kör síkja függélyes. A csövet T függélyes tengely körül forgatjuk ω szögsebességgel; T átmegy a kör középpontján. A cső melyik helyén lesz a golyó egyensúlyban.

3. 1 m^3 0°-ú levegőt állandó 1 légköri nyomáson melegítünk, míg térfogata kétszeresére növekszik. A felvett melegből hány kalória fordíttatik külső munka végzésére?

Az 1923-ik évi XXVII-ik mathematikai tanulóverseny feladatai.

1. Három egyenlő és pedig r sugarú kör átmegy az O ponton és O-n kívül páronként az A, B, C pontokban metszik egymást. Bebizonyítandó, hogy az A, B és C pontokon átmenő kör sugara ugyancsak r.

2. Bebizonyítandó, hogy ha

$$s_n=1+q+q^2+\cdots+q^n$$

és

$$S_n=1+\frac{1+q}{2}+\left(\frac{1+q}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1+q}{2}\right)^n,$$

akkor

$$\binom{n+1}{1}+\binom{n+1}{2}s_1+\binom{n+1}{3}s_2+\cdots+\binom{n+1}{n+1}s_n=2^nS_n.$$

3. Bebizonyítandó, hogy pozitív egész számokból álló végtelen számtani haladványnak nem lehet minden tagja törzsszám (föltéve, hogy a haladvány nem áll csupa megegyező számból).

Az 1923-ik évi V-ik fizikai tanulóverseny feladatai.

1. Nyilt síkon vonuló egyenes pálya mellett magányos épület áll, merőlegesen a sínek irányára. Az épülettől 100 m-nyire a pálya mellett álló egyén egy 72 $\frac{\text{km}}{\text{óra}}$ sebességgel közeledő vonat sípjának hangjára figyel. Milyen hangtüneményeket állapít meg *a*, a vonat közeledése közben *b*, annak előtte való elvonulása után és *c*, az épület előtt való áthaladás után? Milyen hangtüneményeket vesz észre a vonaton levő egyén az épülethez való közeledés és távolodás közben? A hang terjedéssebessége az uralkodó hőmérsékletnek mogfelelőleg 340 $\frac{\text{m}}{\text{mp}}$.

2. Egy 3 gr súlyú négyszögletes drótkeret az $AB—CD$ vízszintes tengely körül foroghat; e tengely merőleges a mágneses meridiánra. A keret vízszintes oldalának hossza $L_1=10$ cm; a reá merőlegesé $L_2=20$ cm. A keretbe elektromos áramot viszünk a tengelyen át; az áramerősség a tengelyben $I=10$ amp. Milyen irányban helyezkedik el a keret a földi mágneses térben, melyben a teljes térerősség $T=0{\cdot}40$ *cgs* egység, az inklináció pedig $i=60°$?

TÁRSULATI ÉLET.

Az 1921-ik évi XXVII-ik közgyűlés. E közgyűlés idejét a választmány különböző okok miatt elhalasztotta s 1922 nov. 9-én tartotta meg. A titkári jelentés utal arra, hogy a Társulat első közgyűlését 30 év előtt tartotta meg s visszapillantást vet a lefolyt 30 év történetére. Az 1921-ik évben a Társulat munkálkodása még csekély volt, de már megkezdődött. 7 előadó ülés volt, melyeken 11 előadó 7 fizikai s 4 mathematikai tárgyról értekezett. A Math. és Phys. Lapok 1921-ik évi 28-ik kötete $6^1/_4$ ív terjedelemben jelent meg. A tanulói versenyeket ez évben még nem lehetett megtartani. A választmány összesen 4 ülést tartott. A tagok száma 21 rendes és 1 alapító taggal gyarapodott. A belügyminiszter úr az új alapszabályokat jóváhagyta s ezek alapján a Társulat új címe: «Eötvös Loránd Mathematikai és Physikai Társulat», a választmányi tagok száma 18. A közgyűlés Bartoniek Géza indítványára elhatározta, hogy azt a termet, melyben üléseit tartja, Jedlik Ányos és Eötvös Loránd domborművű arcképeivel diszíti. A közgyűlés Rybár Istvánt pénztárnokká, Bláthy Otto, Bauer Mihály, Jordan Károly, Kőnig Dénes, Lóky Béla, Riesz Frigyes, Pogány Béla, Rohrer László és Szíjártó Miklós urakat választmányi tagokká választotta.

Az 1922-ik évi XXVIII-ik közgyűlés. E közgyűlés 1923 május hó 18-án tartatott meg. A titkári jelentés szerint ebben az évben 10 előadó ülésen 10 előadó 4 mathematikai és 5 fizikai tárgyú előadást tartott. A Math. és Phys. Lapok ez évi XXIX-ik kötete $7^1/_4$ ívnyi terjedelemben jelent meg. A tanulóversenyeket 3 évi szünet után ismét meg lehetett tartani. A math. versenyre, mely sorrend szerint a XXVI-ik, 55, a fizikai versenyre, mely sorrend szerint a IV-ik, 18 pályázó jelentkezett. Az első br. Eötvös Loránd-díjat Kalmár László, a másodikat Schmidt Vilmos, az első Károlyi Irén-díjat Reguly Zoltán, a másodikat Fábry József nyerte el. Ez évben osztottuk ki először a König Gyula-jutalmat, melyet a kiküldött bizottság ajánlata és a választmány határozata szerint Bauer Mihály, régi érdemes tagtársunk kapta. A Társulat belépett a Tudományos Társulatok és Intézmények Orsz. Szövetségébe, amely Klebelsberg Kuno gróf vallás- és közoktatásügyi miniszter úr elnöklete alatt ez évben kezdte meg működését. A Genfben székelő Commission de Coopération Intellectuelle-nek kérdéseire feleletet küldtünk be, mely feltüntette a nehézségeket, melyekkel küzdünk. A választmány 7 ülést tartott. A tagok száma 32 rendes és 1 alapító taggal gyarapodott. A választmány köszönetét fejezte ki Király László szentesi tanárnak, aki a Math. és Phys. Lapok egy teljes sorozatát a Társulatnak ajándékozta. A közgyűlés a megüresedett két választmányi tagsági helyre Fröhlich Károly és Ortvay Rudolf tagtársakat választotta.

Az 1923-ik évi XXIX-ik közgyűlés. E közgyűlést a Társulat 1924 május 28-án tartotta meg. A titkári jelentés szerint ebben az évben 8 előadó ülésen 13 előadó 7 math. és 6 fizikai tárgyú előadást tartott. A Math. és Phys. Lapok XXX-ik kötetéből ez évre $3^1/_2$ ívnyi terjedelmű füzet jelent meg (e füzet). A mathematikai és fizikai tanuló versenyeket okt. 20-án és 27-én tartottuk. A math. versenyre, mely sorrend szerint a XXVII-ik 43, a fizikaira, mely sorrend szerint az V-ik, 16 pályázó jelentkezett. Az első báró Eötvös-díjat Ländler György, a budapesti V. ker. áll. Berzsenyi Dániel főgimn.-ban Csopey László tanítványa, a másodikat Izsák Miklós, a budapesti VII. ker. Szent István főgimn.-ban Mende Jenő tanítványa kapta. Dícséretben részesült Stolczer Miksa és Tuschák György. A Károlyi Irén-díjakat nem adtuk ki, jutalomban részesültek Izsák Miklós és Stolczer Miksa. A math. verseny díjaira Sasváry Géza 60,000 koronát, a fizikai verseny díjaira Nagy József 75,000 koronát adományozott. A választmány 4 ülést tartott. A tagok száma 10 rendes és 1 alapító taggal gyarapodott. A közgyűlés az alapszabályokat oly értelemben módosította, hogy a tagsági díj megállapítása a választmány hatáskörébe tartozik. A közgyűlés Pogány Bélát titkárrá, Nagy Józsefet pénztárnokká, Császár Elemért jegyzővé, Kopp Lajost, Mikola Sándort és Rybár Istvánt választmányi tagokká választotta.

Előadások. 1922 nov. 9-én SZARVASSY IMRE: Gázreakciók elektromos térben. 1923 jan. 23-án RADOS GUSZTÁV alelnök üdvözli FRÖHLICH IZIDORT, Társulatunk elnökét 70-ik születése napján; RYBÁR ISTVÁN: Fröhlich Izidor optikai kutatásai. 1923 febr. 8-ikán RADÓ TIBOR: Reye-féle pontcsoportokról, NAGY JÓZSEF: Három középiskolai fizikai kísérlet. 1923 febr. 22-én: LIPKA ISTVÁN: Két hatványsor közös zérushelye; GYULAI ZOLTÁN: Hangkeltés melegítéssel. 1923 márc. 22-én KLUG LIPÓT: Kúpszeletek újabb tulajdonságairól. 1923 máj. 18-án: MIKOLA SÁNDOR: Kísérleti adatok a dielektromos anyagok elektromozásához. 1923 nov. 8-án: Az ifjúsági matematikai és fizikai versenyek eredményeinek kihirdetése; KÜRSCHÁK JÓZSEF: Megemlékezés Bolyai Jánosról («uj világa» megteremtésének 100-ik évfordulója alkalmából). 1923 nov. 22-én: SZÁSZ PÁL: Az összeadás és szorzás formális törvényeinek a természetes számok tartományabeli elméletéhez: NAGY JÓZSEF: Két középiskolai kísérlet. 1923 dec. 6-án: RADÓ TIBOR: Egy leképezési tételről; SCHAY GÉZA: Az oldatok kinetikai elméletéről. 1924 febr. 21-én: KALMÁR LÁSZLÓ: Egy tétel a Dirichlet-sorról; CSÁSZÁR ELEMÉR: Fényhullámok vagy fényquantumok? 1924 márc. 6-án: HOOR-TEMPIS MÓRITZ: A gépquota növekedésének energia-gazdaságtani hatása; KEDVES MIKLÓS: Töréses fényvisszaverődés. 1924 márc. 20-án: MIKOLA SÁNDOR: A szilárd dielektromos anyagok állandó polározásáról. 1924 ápr. 10-én: RIESZ FRIGYES: Bizottsági jelentés az 1924-ik évi Kőnig Gyula-jutalomról; RIESZ FRIGYES: A függvénytan egy elemi módszeréről. 1924 máj 15-én: NAGY JÓZSEF: Előadási kisérletek. FRANK JÁNOS: Az elektroncső ismertetése. 1924 máj. 28-án: POGÁNY BÉLA: A Fresnel-féle coefficiensről.

Megválasztott új tagok.

1921-ben rendes tagok: Vámos Sándor tr. Szentgotthárd, Kedves Miklós tr. Budapest, Frőhlich Pál tr. Bp., Kronstein Béla tr. Debrecen, Bay Zoltán trj. Bp., Dutkó Zoltán, Grynaeusz István, Jakab Imre, Molnár Tibor, Moravetz Károly, Szabó Sándor, Oravecz Lajos, Tóth Lajos, Török Elemér, Tomán Kálmán tanárjelöltek Bp., Huszár Geyza tr. Bp., Tóth Géza tr. Bp., Kerékgyártó Béla adj. Bp., Stachó Tibor adj. Bp., Krbek Ferenc P. M. K. bank tisztv. Bp., Vadászy Bertalan tg. Bp.; **alapító tag:** Sasváry Géza műegyet. m. tr.

1922-ben rendes tagok: Gróh Gyula főisk. tr. Bp., Radvánczi Novotny Margit tr. Bp., Szabó Gábor főisk. tr. Bp., Körös László műegyet. hgó. Bp., Megesi István tr. Bp., Longauer Albin, Pellei Emil, Simon Béla, Vass Jenő Bp., Bendzsák Jenő, Jankó Antal, Kiss Jenő, Nagy Borbála, Pandler Éva, Vigassy Lajos tanárjelöltek, Matics Árpád gép. mérnök Bp., Demeter János trj., Novák István Szentgotthárd, Volenszky Gyula tr. Bp., Prost János trs. Bp., Silber József földr. int. ass. Bp., Csapodi Vera tr. Bp., Lipka István, Darkó Béla trj. Bp., Pintér

Mihály tr. Bp., Ádám Margit tr., Perényi Gizella tr., Csaplár Konrád tr., Koronczy Teofil tr., Manger Emil tr., Szilvásy János tr., Szüts Pál tr., mind a hét Székesfehérvár; **alapító tag**: Seitz Ottó vegyészmérnök.

1923-ban rendes tagok: Kisfaludy István mérnök Bp., Hartvig Domokos trs., Surin Elemér trj., Szijjártó Irén trj., mind a három Szeged, Vajk Magda trj. Kispest, Nagy Sándor műegy. h. Bp., Szabó Gusztáv műegyet. tr. Bp., Schay Géza kémiai int. tisztv. Bp., Szász Pál trj., Kalmár László trj., Schmidt Vilmos trj. mindhárom Bp.; **alapító tag**: Aujeszky László trj. Bp.

1924-ben rendes tagok: Csegény Margit trj. Bp.

A Társulat pénztárába befolyt segélyek, adományok és tagdíjak a befizetés időbeli sorrendjében.

1922. év. Július hó: Debreceni ref. főgimnázium 50 K, Államsegély 15,000 K, Oszlacky Szilárd 50 K, Székeslehérvári főreálisk. 50 K, Winter József 50 K, Renner János 30 K. Augusztus: Neumann Jenő 50 K, Fábián Béla 50 K, Rhorer László 50 K, Bicskei áll. polg. iskola 100 K. Szeptember hó: Államsegély I. és II. r. 15,000 K. Október hó: Ujj Gyula 50 K, Fekete Jenő 200 K, Radó Simon 50 K. Vajnoczky István 50 K. November hó: Bogyó Samu 100 K, Frőhlich Pál 200 K, Klug Lipót 70 K, Rucsinszky Lajos 80 K, Kőnig Dénes 140 K, Kürschák József 200 K, Kurdilla Ferenc 300 K, B. Eötvös József Collegium 200 K, Rejtő Sándor 200 K, Darkó Béla 300 K, Manger Emil 200 K, Fejes Zsigmond 200 K, Kornstein Béla 200 K, Nyáry Béla 200 K, Bozóky Endre 50 K. Nov.: Volenszky Gyula 250 K, Kuzaila Péter 200 K, Kopp Lajos 120 K, Folkner Frigyes 200 K, Gyulai Zoltán 200 K, Woyciechowsky József 50 K, Hartli Domokos 200 K, Simon Elemér 200 K, Kilczer Gyula 200 K, Paudler Eva 200 K, Finkey József 300 K, Krbeck Ferenc 500 K Szarvassy Imre 1000 K, Körös László 200 K, Fenyvesi Andor 200 K, Mátray Rudolf 100 K, Eberhardt Béla 200 K, Vadász Bertalan 200 K, Kaposvári áll. főgimn. 200. Megesi Isván 200 K, Heuer Ede 200 K, Emanuel László 350 K, Koronczy Teofil 50 K, Balyi Ferenc 1000 K, Hittrich József 250 K, Szekszárdi áll. főgimn 200 K, Pannonhalmi sz. Benedekrend közp. fők. 200 K, Fábián Béla 300 K, Nagy József 400 K, Kisfaludy P. István 200 K, Groh Gyula 200 K, Calderoni és Társa 200 K, Lévay Ede 100 K, Bauer Mihály 200 K, Cholnoky Jenő 200 K, Visnya Aladár 400 K, Somogyi Antal 220 K, Neumann Miksa 15,000 K, Vas Jenő 50 K. December hó: Neustadt Lipót 20 K, Csaplár Konrád 100 K. Baranyai Balázs 200 K, Soproni áll. főreálisk. 200 K, Lovas Andor 200 K, Debreceni ref. főgimn. 200 K, Walther Béla 150 K, Havas Miksa 100 K, Roznovszky János 100 K, Pannonhalmi sz. Benedekr. kv. fők. 200 K, Romsauer Lajos 200 K, Rosenbaum Ödön 300 K, Rigó Ferenc 100 K, Gans-Danubius 200 K, Czekeliusz Aurél 200 K.

1923. év. Január hó: Renner János 250 K, Pfeifer Péter 360 K, Gyulai Zoltán 50 K, Szigyártó Irén 200 K, Lassovszky Károly 200 K, Kiss Jenő 200 K, Frauenhoffer Lajos 200 K, Jakucs István 200 K, Szabó Jenő 500 K, Király László 200 K, Kisújszállási ev. ref főgimn. 200 K, Szüts Pál 200 K, Nagy Sarolta 200 K, Richter Rezső 60 K, Török Elemér 260 K, Galffy Lajos 600 K, Győri m. kir. főreálisk. 450 K, Blathy Ottó Titus 25,000 K, Waldapfel János 500 K, Székely Károly 100 K, Pintér Mihály 200 K, Schwarz Ilka 200 K. Február hó: Szőke Béla 200 K, Koren Dénes 100 K, Sárközy Pál 200 K, Jakab Imre 200 K, Vámos Sándor 200 K, Szarvasy Imre 10,000 K, Rados Ignác 220 K, Sós Ernő 300 K, Magdics Gáspár 200 K, Riegl Sándor 200 K, Csapody Vera 200 K, Borosay Dániel 100 K, Ernszt Kálmán 300 K, Oszlaczky Szilárd 50 K. Márcins hó: Széky István 200 K, Budapesti X. ker. főgimn. 200 K, Szalay-Ujfalussy László 300 K, M. kir. bányamérnöki főiskola 200 K, M. Tud. Akadémia 25,000 K, Mihalovits Alajos 100 K, Szász Ottó 250 K, Hoor-Tempis Mór 3000 K, Müller József 30 K. Április hó: Benedek Margit 200 K, Tihanyi Miklós 200 K, Farkas Gyula 800 K, Államsegély III. és IV. r. 15,000 K. Május hó: Bogyó Samu 200 K, Loky Béla 5000 K, Bartoniek Géza 500 K, Bihari Ferenc 1000 K, Marcell György 1500 K, Bozóky Endre 200 K, Klug Lipót 200 K, Hausbrunner Vilmos 200 K. Június hó: Vajk Magda 200 K, Hajdúnánási ref. főgimn. 200 K, Ujj Gyula 100 K, Lukács Tibor 500 K, Tóth Lajos 500 K, Benda Jenő 300 K, Palatni Gergely 100 K, Arató Frigyes 200 K. Július hó: Winkler József 200 K, M. Tud. Akad. II. segélye 25.000 K, Franklin-Társulat segélye 25,000 K, Székesfehérvári áll. főreálisk 200 K. Szeptember hó: Kreszmarics Károly 5600 K, Benda Jenő 1000 K, Déner Ármin-Surányi Károly «Haladás» előkészítő tanfolyam adománya az Eötvös Loránd plaquette alapjára 30,000 K. Október hó: Sasváry Géza 6000 K, Vadászy Bertalan 4000 K. November hó: Nagy József adománya 75,000 K, Demeter János 5000 K, Hanauer Jenő 200 K, Hausbrunner Vilmos 2000 K, Kedves Miklós 1000 K, Klúg Lipót 1000 K, Kürschák József 1000 K, Stachó Tibor 1000 K. December hó: Tóth Géza 1250 K, Államsegély 90,000 K, Államsegély I. r. 1.540,000 K, Milakovszky László 300 K, Molnár Tibor 3000 K, Fodor László 300 Á, Árvayné Ádám Margit 1000 K, Székesfehérvár 1000 K.

1924. év. Január hó: Államsegély II. r. 1.540,000 K, id. Szily Kálmán 1000 K. Febrnár hó: Ciszt. r. tanárképző elöljáróság 15,000 K, Aujeszky László 5000 K, egy magát megnevezni nem akaró az 1924. évi Kőnig Gyula jutalom kiegészítésére 150,000 K. Március hó: Bauer Mihály 11,000 K, Rados Ignác 10,000 K, Füzy Rezső 10,000 K, Vigassy Lajos 3000 K, Tass Antal 5000 K, Soós József 300 K, Füzy Rezső 5000 K, Pogátsa János 3000 K. Április hó: Farkas Gyula 20,000 K, Rados Gusztáv 10,000 K, Riesz Frigyes 25,000 K, Bartoniek Géza 10,000 K, Winter József 5000 K.

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA: GÉCZY KÁLMÁN.