fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/1

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

A felvétel a triangulum csillagképben levő M33 jelzésű galaxisról készült a piszkéstetői obszervatórium 90 cm átmérőjű Schmidt-teleszkópjával. Expoziciós idő 30 perc volt, Kodak 0a—0 lemezre. Ez a galaxis közel 3 millió fényév távolságra van tőlünk, lineáris átmérője 41 ezer fényév. (Lovas Miklós felvétele)

A kiadásért felelős:
Sala Sándor

Műszaki szerkesztő: Falbizoner Erzsébet

A kézirat beérkezett 1965. XI. 8.

Terjedelem: 4 (A/5) ív

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.61672
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

F. Hoyle: Egy csillagász véleménye az életről
Ortvay Rudolf: Newton és korunk tudománya
Jánossy Lajos: A ponderomotoros erő kérdéséről
Berényi Dénes: Újabb eredmények az elektronbefogással kapcsolatban
I. E. Tamm: A fizika fontos változások előestéjén

A FIZIKA TANITÁSA

Vermes Miklós — Wiedemann László: A rugalmasfonalú ingáról
J. M. Atkin — R. Karplus: Felfedezés vagy meglátás?

EGYESÜLETI ÉLET—HÍREK

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

СОДЕРЖАНИЕ

Ф. Хойль: Взгляды астронома по вопросу жизни
Р. Ортваи: Ньютон и наука нашей эры
Л. Яноши: К вопросу пондеромоторных сил
Д. Береньи: Новые результатьи в области захвата электронов
И. Е. Тамм: Физика накануне важных изменений

ПРЕПОДАВАНИЕ ФИЗИКИ

М. Вермеш—Л. Видеман: Маятник с эластической нчтью
М. Аткин—Р. Карплюс: Открытие или познание

ИЗВЕСТИЯ—ИЗ ЖИЗНИ ОБЩЕСТВА ФИЗИКОВ

ИЗ УСПЕХОВ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

INHALT

F. Hoyle: Ansichten eines Astronomen über das Leben
R. Ortvay: Newton und die Wissenschaft unsereres Zeitalters
L. Jánossy: Zur Frage der ponderomotorischen Kräfte
D. Berényi: Neuere Ergebnisse auf dem Gebiete des Elektroneneinfangs
I. E. Tamm: Die Physik am Vorabend wichtiger Änderungen

UNTERRICHT DER PHYSIK

M. Vermes—L. Wiedemann: Ein Pendel mit elastischem Faden
J. M. Atkin—R. Karplus: Entdeckung oder Erkenntnis?

NACHRICHTEN AUS DEM VEREINSLEBEN

FORTSCHRITTE DER PHYSIK

A FIZIKAI SZEMLE XVI. ÉVFOLYAMÁNAK TARTALOMJEGYZÉKE

TUDOMÁNYOS CIKKEK

Abonyi Iván: Zemplén Győző (1879—1916) ... 289
Abonyi Iván—Elek Gábor: A biológiai termodinamika elemei ... 111
A Gombás-iskola ... 197
Auger, P.: A csillagászati kutatás irányai korunkban ... 47
Balázs Béla—Virághalmi Géza: A polarizációs mérések jelentősége a csillagászatban ... 326
Baszov, N. G.: Félvezető kvantumgenerátorok (1964. évi Nobel-előadás) ... 50
Berényi Dénes: Újabb eredmények az elektronbefogással kapcsolatban ... 21
Bernal, J. D.: Tudományos kutatás a fejlődő országokban ... 140
Békéssy András: A Monte Carlo módszer I—II. ... 101, 144
Deme Sándor: A gyorsneutron-sugárzás dozimetriája sugárbiológiai vizsgálatoknál ... 173
Elek Gábor—Abonyi Iván: A biológiai termodinamika elemei ... 111
Elemi részecskék 1966. (M. Gy.) ... 299
Fejes István: Néhány rádiócsillagászati probléma a Tejútrendszer kutatásában ... 273
Fényes Imre: Az exergia és a hatásfok irreverzibilis termodinamikai értelmezése I—II. ... 238, 378
Fényes Imre: Huszonötéves visszaemlékezés ... 219
Gábor Dénes: Holográfia vagy a „teljes kép" ... 294
Goldsmith, M.: A tudományok tudománya ... 170
Gombás Pál: Pszeudopotenciálok ... 200
Hajdu János: Hasznos örvényáramok ... 225
Hagedorn, R.: A diszperziós összefüggések és az okság elve ... 342
Hoffmann Tibor: Kvantumkémia a fizikában, kémiában, biológiában és az iparban I—II. ... 167, 212
Hoyle, F.: Egy csillagász véleménye az életről ... 1
Jánossy Lajos: A két rakéta paradoxona ... 108
Jánossy Lajos: A ponderomotoros erő kérdéséről ... 16
Kapuy Ede: Elektronkorreláció atomokban és molekulákban ... 209
Kisdi Dávid: Energia összefüggések a semleges atomok elméletében ... 203
Kisdi Dávid: Fermi folyadékok I—II. ... 56, 77
Kürti Miklós: Erős mágneses terek ... 165
Ladányi Károly: Nem-lineáris spinor egyenletek vizsgálata ... 218
Marx György: A természet töltésaszimmetriája ... 33
Marx György: Neutroncsillagok? ... 229
Marx György: Az Eötvös kísérlet mai szemmel ... 372
Mátrainé Zemplén Jolán: Az Eötvös Társulat története ... 356
Nagy Károly: Neutrinófizika ... 261
Novobátzky Károly: Hetvenöt esztendő ... 354
Ortvay Rudolf: Newton és korunk tudománya ... 7
Rényi Alfréd: Levelek a valószínűségről ... 279
Pál Lénárd: Iréne Joliot-Curie (1879—1956) ... 259
Petrov, A. Z.: A gravitációs térelmélet fejlődésének fő szakaszai ... 122
Powell, C. F.: A tiszta tudomány szerepe az európai civilizációban ... 243
Radnai Gyula: A termodinamikai fundamentális egyenletek tanításához ... 41
Reimann József: A játékelmélet elemei ... 178
Salam, A.: A csoportelmélet és a szimmetriafizikus ... 266
Shakeshaft, J. R.: Rádiógalaxisok és quasarok ... 161
Socolov, R. H.: A kvarkmodell legújabb eredményei ... 309
Szent-Györgyi Albert: A tanítás és a bővülő tudás ... 74
Szmorogyinszkij, J. A.: Az elemi részecskék spektruma ... 151
Szmorogyinszkij, J. A.: Kinematika és Lobacsevszkij-geometria ... 248
Szondy Tamás: A statisztikus atommodell ... 198
Tarnóczy Tamás: Megoldható-e az önműködő beszédfölismerés kizárólag elemzés alapján ... 133
Tamm, I. E.: A fizika fontos változások előestéjén ... 24
Vekerdi László: Gottfried Wilhelm Leibnitz ... 337
Virághalmi Géza—Balázs Béla: A polarizációs mérések jelentősége a csillagászatban ... 326
Weisskopf, V. F.: Kvantumelmélet és az elemi részek ... 65
Wiener, N.: A megfordítható és a megfordíthatatlan idő ... 116
Wiener, N.: Tanuló és önreprodukáló gépek ... 321
Zámori Zoltán: Szcintillációs energiaspektrumok gépi dekomponálása ... 89
Zeldovics, Ja. B.: Kvarkok ... 303
Zeldovich, Ja. B.: A forró Világegyetem és az elemi részek ... 315
Zemplén Győző: A lökéshullámok elméletéhez ... 291

A FIZIKA TANÍTÁSA

Atkin, J. M.—Karplus, R.: Felfedezés vagy meglátás ... 28
Holics László: Új oktatási módszer a televíziótechnika felhasználásával az Eötvös Loránd Tudományegyetem tanárképzési munkájában ... 98
Horváth János: Egy érdekes egyetemi oktatási kísérlet ... 100
Karplus, R.—Atkin, J. M.: Felfedezés vagy meglátás ... 28
Krauss Ottó—Székely Vladimir: Vetítés nappali fény mellett ... 126
Radnai Gy.—Schuszter F.: Egy érdekes rezgőköri jelenségről ... 381
Székely Vladimir—Krauss Ottó: Vetítés nappali fény mellett ... 126
Vermes Miklós: Kiegészítés az 1965. évi Eötvös-verseny mechanikai feladatához ... 60
Vermes Miklós—Wiedemann László: A rugalmas fonalú ingáról ... 26
Zsoldos Lehel: Termoelektromos hűtőelemek vizsgálata a hallgatói laboratóriumban ... 97

EGYESÜLETI ÉLET – HÍREK

31, 61, 62, 63, 102, 194, 195, 221, 222, 226, 257, 288, 289, 319, 347, 351, 352, 365, 366, 368, 369

KÖNYVSZEMLE

Balázs Tibor: Az izzólámpa története (L. Gy.) 382
Föld és Ég (M. Gy.) 197
Károlyházy—Marx—Nagy: Statisztikus mechanika (M. T.) 353
Könyvankét (B. G.) 64
Marx—Károlyházy—Nagy: Statisztikus mechanika (M. T.) 353
M. Zemplén Jolán: A magyarországi fizika története a XVIII. században (H. I.) 197
Nagy—Károlyházy—Marx: Statisztikus mechanika (M. T.) 353
Horváth János: Optika (M. Gy.) 197
Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról (M. Gy.) 128
Simonyi Károly: Elektronfizika (H. I.) 196
Tarján Rezső: Kibernetika (A. I.) 290
Természettudományi Lexikon I. A—C, II. D—G. (Gy. G.) 232
Valkó Iván Péter: Az elektronakusztika alapjai (I. A.) 166

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

31, 32, 65, 66, 129, 232, 354

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 1. szám 1966. január

Egy csillagász véleménye az életről

Azzal kezdeném, hogy megkérdezem, mit is értünk életen. Régebben, vagy százötven évvel ezelőtt az a megnyugtató hiedelem élt, hogy az állati vagy növényi életet létrehozó kémiai anyagok alapvetően különböznek a szervetlen anyagoktól, olyanoktól pl., mint a közönséges konyhasó. Azután felfedezték, hogy az élethez tartozó legegyszerűbb szerves molekulákat elő lehet állítani a laboratóriumban, szervetlen anyagokból. Így fel kellett adni ezt az elképzelést, legalábbis legegyszerűbb formájában.

Ennek a régi álláspontnak néhány maradványa a legutóbbi időkig fennmaradt. A rendkívül bonyolult szerves molekulákat, proteineket és nukleinsavakat, valamiképp különbözőnek gondolták — már rendkívüli bonyolult voltuk miatt is. Tegyük fel tehát a következő kérdést: lehetséges-e egészen egyszerű kémiai anyagokból felépíteni egy emberi sejtet, összes kromoszómáival, DNA és RNA-jával? Azt hiszem, hogy szószerint véve ez gyakorlatilag lehetetlen, mert egy ilyen rendkívül bonyolult szintézis messze meghaladja a mai laboratóriumi technikát. Ha viszont azt felelnénk, hogy a szintézis nem lehetséges, akkor ugyanarra az útra térnénk, mint amit százötven évvel ezelőtt követtünk, és ami már egyszer tévesnek bizonyult. Mély meggyőződésem, hogy a lehetőség tagadása ismét hibás lenne.

Ha egyszer elfogadjuk, hogy egyetlen emberi sejt pontosan felépíthető, akkor felépíthetünk sok ilyen sejtet is, és ezeket a megfelelő sorrendben összerakhatjuk egy tényleges, élő ember mintájára. Mi lenne akkor az eredmény? Észre lehetne venni valami különbséget a szokásos módon született, valódi ember és a mesterséges élőlény között, amelyet egyszerű kémiai anyagokból — szénből, oxigénből, nitrogénből, foszforból stb. építettünk fel? Tegyük fel, hogy a mesterséges ember pontos kémiai másolata a valódi embernek, lenne akkor valami különbség?

Itt egy fontos tudományos megjegyzést tehetünk. Kémiai hasonlóság lehet, hogy nem elegendő a hasonló viselkedés biztosításához. Ugyanolyan atom, ugyanolyan elrendezésben nem viselkedik szükségképpen ugyanúgy, mert az atom állapota is lényeges. Mindnyájan jól tudjuk, hogy az atomok különböző állapotokban lehetnek, és hogy átugorhatnak az egyik állapotból a másikba. Ugyanez vonatkozik a molekulákra is, sőt molekulákra a helyzet valójában még bonyolultabb. Ha az atomokat és molekulákat nem a megfelelő állapotban raknánk össze, akkor a mesterséges ember különbözne a valódi embertől. Az is lehet, hogy a mesterséges ember egyáltalán nem működne hanem csak a vegyészet értelmetlen terméke lenne. Így a mesterséges élőlény előállításának egész problémája mérhetetlenül nehezebb, mint egyszerűen összerakni a megfelelő atomokat a megfelelő sorrendben, és éppen ez az, ami meghaladja a mai technikát. Ennek ellenére, a kellő technikai felkészültséget feltételezve neki lehetne kezdeni a feladatnak. Felmerül azonban egy érdekes kérdés. Az is lehet, hogy nemcsak nehéz, hanem egyenesen lehetetlen egymásnak pontosan megfelelő dolgokat kapni. Ha tökéletes egyezést akarunk, akkor az összes kvantumos effektust is figyelembe kell venni: pontosan reprodukálni kell az egész test hullámfüggvényét, és előfordulhat, hogy ez nem lehetséges. Mindig lehetnek kis eltérések, amelyek elkerülhetetlenek. Ez a viselkedésben esetleg lényeges eltérésre is vezethet. Én nem hiszem, hogy így van, de a lehetőséget nem zárhatjuk ki.

Önök azt gondolhatják, hogy nem ez a helyes út az élő és élettelen közötti különbség fejtegetésére — a „lélek" fogalmát mindenképpen a megfelelő helyre kell tenni. Esetleg hajolhatnak a feltevés felé, hogy kémiai anyagok bizonyos elrendezésben valami új, rajtuk kívül álló minőséget nyerhetnek. Ebben az esetben tegyük föl, hogy visszamegyünk a biológiai fejlődésben, kezdve az első, önmagát reprodukáló sejttől, és megkérdezzük: egészen pontosan hol jelent meg ez az új minőség először a fejlődésben. Már az első sejtben megvolt, vagy csak az első primitív állatban — a medúzának van már lelke? Vagy meg kell várnunk az emlősöket — a patkánynak például van lelke? Vagy ez csak az ember jellegzetessége? Az a gyanum, hogy minél pontosabban érvelnek, annál kevésbé találnak valami különleges minőséget. És azt hiszem, hogy amit találnak az nagyon különbözik attól, amit vártak.

Tegyük fel, hogy megkérik önöket, állítsák az állatokat valamilyen sorrendbe, az emberrel legfölül. A zoológusok „fejlettebb" és „fejletlenebb" állatokról beszélnek. A lista körülbelül így nézhet ki: ember, majom, kutya, nagyobb emlősök (pl. elefánt), kisebb emlősök (pl. mókus), madarak, halak, rovarok, stb. Nem törekedtem arra, hogy nagyon pontos legyek, egy durva és gyors rendezés is elég, hogy megmutassa: sorrendünk az idegrendszer és az agy bonyolultsági fokának felel meg. Itt egy érdekes ironikus helyzetbe kerültünk. Közülünk senki sem kívánja, hogy egy számológéppel hasonlítsák össze, de amikor az állatokkal szembeni felsőbbrendűséget kell bizonyítani, rögtön mindenki az intelligenciánkban keres menedéket, abban, hogy ítéleteket tudunk alkotni stb. Ezek a tulajdonságok elkerülhetetlenül gondolkozási képességünktől függenek, röviden egy olyan számológépi tulajdonságtól, amellyel mi is rendelkezünk.

Persze az összehasonlítás az ember-csinálta számológéppel nem egészen helyes, és ennek az az oka, hogy a számológépek viszonylag egyszerű szerkezetek, amelyek a legtöbb szempontból alatta maradnak az embernek. Ez igen figyelemreméltónak tűnhet, tekintettel az ember-csinálta számológépek aritmetikai képességére. Az agynak a vizuális adatokat kiértékelő képessége sokkal komolyabb. Tekintélyes anyagi elismerésre számíthat bárki, aki megfelelő elektronikus készüléket szerkeszt a közönséges nyomtatott szöveg olvasásához, ami számunkra egy elég egyszerű művelet, de az élettelen számológépeknek nagyon nehéz. Itt két lényeges dolgot kell megjegyeznünk. Először, annak soha sem volt komoly biológiai jelentősége, hogy a másodperc töredéke alatt összeszorozzunk két nagy számot, következésképpen ilyen szempontból nem estünk át kiválogatódáson. Másodszor, nem sok értelme van olyan számológép készítésének, amelyik olyan dolgokat művel amit mi magunk is pompásan tudunk.

Tegyük fel, hogy a jövőben a számológépek egyre inkább egyszerűsödnek. Lesz akkor valami szigorú elválasztóvonal az ilyen számológépek és az állatok — mondjuk a patkány — agyveleje között? Meggyőződésem, hogy az elektronikus elválasztóvonal feltételezése ugyanúgy illuzórikusnak bizonyulna, mint ahogy a kémiai elválasztóvonalé annak bizonyult. És ha nincs elválasztóvonal az élettelen számológép és a viszonylag egyszerű állatok között, akkor nincs a számológépek és az ember között sem. A különbség csak fokozati, és nem minőségi. Az én álláspontom szerint mi a világmindenség által a biológiai fejlődés hosszú folyamatában előállított számológépek vagyunk. A laboratóriumi számológépek ugyanúgy a világmindenség termékei, amelyek a mi közbeiktatásunkkal készültek. Ez a következtetés bizonyára sokak számára kifogásolhatónak tűnik, elismerem, de előfordulhat, hogy mégis igaz! A gyereket, amíg felnő, sok durva megrázkódtatás éri a világgal való megismerkedés közben. Hasonlóan, az emberi fajnak, mint egésznek is sok megrázkódtatásra kell felkészülnie, amíg felnő. Az egyik, amiről meg vagyok győződve, az az, hogy a tudat, az értelem, függetlenség, esztétika jelenségei olyan irányban fejlődnek, ami most különösnek tűnne nekünk. Fel kell készülnünk arra, hogy a világmindenségben, a Földön kívül nemcsak hozzánk nagyon hasonló élőlények, hanem erősen különbözőek is vannak, például „ítéletalkotás" képességével rendelkező „szervetlen" anyaghalmaz is.

Természetesen sokkal könyebb hozzánk hasonló élőlények szempontjából nézni a dolgokat. A képzeletünk alig képes ezen lényegesen túlhaladni. A fantázia hamar eléri a tudományos utópiák birodalmát. De ha olyan körülményeket tekintünk, mint amilyenek itt a Földön vannak, akkor a problémák csillagászatiak, biológiaiak és kémiaiak. A biológiai probléma könnyen megfogalmazható. Adott nem egyetlen bolygó, mint a Föld, hanem igen nagy számú, hasonló hőmérsékleti viszonyokkal, a Naphoz hasonló csillag által megvilágítva, ugyanolyan kémiai anyagokból — ugyanazokkal az elemekkel és vegyületekkel, mint amelyek eredetileg a Föld felszínén voltak. Kérdezzük, hogy milyen mértékben lenne különböző az egyes bolygókon kialakult helyzet, mondjuk ötezer millió év múlva? Ez egy igen határozott, mennyiségi kérdés, amelyhez hasonlóakat a fizikában gyakran kérdezünk. A fogalom a bolygók *statisztikus sokaságának* fogalma.

Először kérdezhetjük azt, hogy ha a dolgok kezdeti állapota két bolygón pontosan azonos, akkor lenne-e különbség a fejlődésükben, akár egy olyan hosszú idő múltán is, mint ötezer millió év. Erre azt felelhetjük, hogy csak akkor, ha egyes különálló kvantumos események döntő jelentőségűek lennének — és ez igen valószínűtlennek tűnik olyan nagy makroszkopikus rendszer esetében, mint egy bolygó. Ugyanakkor ez igen fontos kérdés, mert a gyakorlatban két bolygó sohasem lehet pontosan egyforma. A hőmérséklet nem lehet pontosan ugyanaz — csak bizonyos ésszerű határok között, mondjuk egy pár fokra. A probléma ekkor az, vajon ezek a kis különbségek lényeges különbségekhez vezetnének-e a fejlődés folyamán. Nekem az a gyanúm, hogy nem.

Azt nehéz tagadni, hogy létezhetnek különböző módok önmagukat reprodukáló sejtek kialakulására egy kezdeti kémiai keverékből. De semmi sem lehet valóban sokkal hatékonyabb, mint a földi életformák sejtjei. Megvizsgálhatjuk az öröklődést az információelmélet szempontjából. Milyen sok információ szükséges még egyetlen, legegyszerűbb sejt meghatározásához is? Több, mint ami egy atomreaktorhoz vagy egy olajfinomítóhoz, vagy talán egy csillaghoz kell. Nos a néhány tízmilliomod centiméter kiterjedésű sejtben az összes információ a nuleinsavban, elterjedt nevén a DNA-ban van. Az információ-tárolás tehát rendkívül jó hatásfokú. Biztosak lehetünk abban, hogy lényegesen hatékonyabb rendszerek kémiailag *nem* lehetségesek. A miénk majdnem biztosan az egyik legrátermettebb erre. Lehetnek más utak, de a

miénknek az élet egyik fő formáját kell képviselnie. Ezért biztos vagyok benne, hogy bolygóhalmazunkból sokon a földihez nagyon hasonló életformák alakulnának ki.

Ennyit a kémiáról. De mi van a biológiai fejlődéssel? Azaz, milyen jelentősége van annak a fejlődési folyamatnak, melynek során a sejtek összeállnak bonyolult, soksejtű növényekké és állatokká? Ha a földi életformák pompás sokaságát nézzük, könnyen hajolhatunk afelé a feltevés felé, hogy a változatosság, ami bolygóhalmazunkon kifejlődhet, óriási lehet. Bizonyos értelemben igen, más értelemben azonban — azt hiszem — a lehetséges formák száma meglehetősen korlátozott. Hadd fejtsem ki, mit értek ezen a két állításon.

Abban az értelemben, hogy egy madarat egy vidrától nagyon különbözőnek tekintünk, igen nagy különbség lenne. A repülési követelmények diktálják a madár alkatának részleteit — üreges csontok stb. —, míg a vidra áramvonalas alakját az úszási követelmények határozzák meg. A vidra vagy a fóka sokkal ügyesebben tud úszni, mint önök vagy én, és ennek éppen az áramvonalasság az oka, nem pedig az, hogy a vidrának vagy fókának sokkal alkalmasabb izmai vagy tüdeje lenne. A követelmények mások a madár és a vidra számára, és ezért különbözik a két élőlény *látszólag* oly nagyon. Hasonló módon várható, hogy egy másik bolygón az élőlények látszólag nagyban különböznek a földiektől.

Ugyanakkor a vidra és a madár valójában nagyon hasonló, alkatuk fő jellegzetességeit tekintve. Vegyük például a szemüket. Mindkettő az elektromágneses színképnek lényegében ugyanarra a tartományára érzékeny. Mindkettő képet alkot a retinán. Mindkettő idegi impulzusokat továbbit a retináról az agyba. Mindkettőben a szemből jövő információ az agyban adatfeldolgozásnak van alávetve stb. Szokásos gondolatmenetünkben mind ezt a döntő hasonlóságot magától értetődőnek vesszük, és szinte megrázkódtatásként ér bennünket a felismerés, milyen elkerülhetetlenül szükséges egy olyan érzékszerv, mint a szem. Egyszerűen nem lehet olyan élőlényt elképzelni, amelynek ne fejlődne ki a biológiai fejlődés normális menetében szeme, feltéve, hogy a kérdéses bolygón nagyjából a Földhöz hasonló viszonyok uralkodnak. A napsugár számára átlátszó atmoszféra, körülbelül ugyanazt a fényt kibocsátó Nap, mint a miénk, szárazföld és tenger tetszőleges eloszlásban—nyilván ezek azok a hasonlóságok, amelyeket elvárhatunk, nemcsak a mi hipotetikus bolygóhalmazunkban, hanem a tényleges világmindenségben is.

A legutóbbi néhány évben lehetővé vált, hogy Naprendszerünk születésének titkát egész részletesen megfejtsük, többek között ami a bolygók anyagának keletkezését illeti. Ezek a részletek kezdik felvenni az elkerülhetetlenség látszatát. Például úgy tűnik, hogy a bór (amit a Richfield Gas Company úgy szeret) a Naprendszer korai történeti szakaszában képződött a szomszédos elemekkel, a litiummal és berilliummal együtt. Az a helyzet, hogy a litiumot elég könnyű a távoli csillagok fényében kimutatni, a bórt és berilliumot sokkal nehezebb. Bebizonyosodott, hogy litiumot kivételesen nagy mennyiségben találni nemrég kialakult csillagokban, többek között olyanokban, mint a Nap. (Emlékeztetek arra, hogy csillagok állandóan keletkeznek a Tejútrendszert kitöltő gázfelhőből.) A csillagok által kibocsátott fényben, a színképvonalak között megtaláljuk az árulkodó litiumot, ami azt jelzi, hogy ugyanaz a folyamat, ami a mi bolygónk keletkezésekor lejátszódott, lejátszódik akkor is, amikor más csillagok keletkeznek. Következésképpen egész biztosra vehető, hogy más rendszerekben is épülnek fel bolygók, mintha csak itt lennének, noha ezt közvetlenül nem ellenőrizhetjük, mert a távoli csillagok körül keringő bolygókat még a legnagyobb távcsővel sem láthatjuk.

Hogy milyen gyakran keletkeznek más bolygórendszerek? Nos, olyan gyakran, mint a Naphoz hasonló közönséges vagy kerti csillagok, mondjuk 10^{11} van belőlük egyedül a Tejútrendszerben, és körülbelül 10^{20} a legnagyobb távcsővel látható összes galaxisban. Ezek az óriási számok értelmetlenné teszik azt a törekvést, hogy bebizonyítsuk, a mi rendszerünkben speciális feltételek vannak. Talán a Földnek a Naptól való távolsága különösen kedvező az életnek. Talán a Föld mérete kedvező, talán a geológiai és kémiai története és így tovább. De 10^{20} példány között nagyon nagy számban kell lennie olyannak, ahol a feltételek ugyanilyen kedvezőek. Ez a nagy számú eset alkotja azt a bolygóhalmazt, amiről beszéltünk.

A biológiai fejlődés vizsgálata azt sugallta, hogy a szemhez hasonló érzékszerveknek igen elterjedtnek kell lenniük. Ugyanez érvényes az élőlények csontváz-szerkezetére is. Nem sok olyan hatásos felépítési módja lehet egy ízületnek, mint pl. a térd vagy a könyök, és az ízületek nélküli élőlények egészen biztosan rettenetesen fárasztónak találnák az életet. Az a benyomásom, hogy a világmindenségben létező életformák összessége olyan, mint egy fantasztikus állatkert — nagyon különböző a madár és vidra értelmében, de hasonló, sőt figyelemreméltóan hasonló az alapvető elrendezést illetően.

Korábban már említettem, hogy létezhetnek igen különböző kémiai módozatok élőlények kialakulására. Például felmerült az a gondolat, hogy az élet a szénatomok helyett alapulhat sziliciumatomokon. Azonban, mint már megjegyeztem, nem lehet sok módja az öröklődési információk tárolásának, amelyik olyan jó hatásfokú, mint a földi élő sejteké. És még ha tucatnyi más út is lenne, ami ugyanilyen jó, vagy akár egy millió, ami elképzelhetetlen, még akkor is nagyon sok olyan bolygó lenne a 10^{20} között, amelyiken ugyanígy alakultak a dolgok, mint nálunk. Ezek a bolygók azok, amelyek bennünket különösen érdekelnek.

Amit a szemnek, mint az élőlények általános tulajdonságának elkerülhetetlenségéről mondtam, talán még jobban igaz az agyra. Amit én az *értelem* tág

fogalmával jelölök — adatfeldolgozás és számolás, ha tetszik — az nyilvánvalóan előnyös biológiai tulajdonság. Valóban, az érzékszervek, még a legegyszerűbb is, megkövetelnek bizonyos mértékű adatfeldolgozást. Olyan viszonylag egyszerű élőlényben, mint a rovar, egy kémiai rendszer, vagy kémiai rendszerek keveréke bizonyos kezdetleges elektronikával elkerülhetővé teszi a magas fejlettségű agy kialakulását. De szerintem az értelem komoly kifejlődése nem lehetséges elektronikus impulzusokkal működő agy nélkül. Csak a legkezdetlegesebb, legnyomorúságosabb élőlényt tudjuk elképzelni anélkül az elektronikus számológép nélkül, ami nekünk is van.

Ezután vegyük észre, hogy az agy egy finom műszer, amit valamilyen védő páncéllal kell körülvenni — mondjuk csontból. Vegyük észre azt is, hogy a szemeknek a talajtól a lehető legnagyobb távolságban kell lenniök, hogy minél nagyobb terület áttekintését tegyék lehetővé. Ezen kívül a szemeknek az agyhoz közel kell elhelyezkedniük, hogy az optikai információk a lehető legrövidebb idő alatt az agyba jussanak. És akkor mi áll előttünk? Kétségtelenül egy fej.

Az okoskodás tovább vihető, ha akarjuk. Nem hinném, hogy szerszám-készítő állat (az archeológus kifejezésével élve) kifejlődhetne olyan eszköz nélkül, ami lehetővé teszi az élettelen tárgyakkal való műveleteket. A mi esetünkben ez az eszköz a kéz. A fogak erre nyilván nem jók. Ezt más földi élőlények fáradhatatlan erőfeszítéseiből láthatjuk, az erőfeszítésekből és kudarcokból. És ha egy élőlénynek valami nem sikerül, akkor az esélyek ellene vannak. Így valószínűnek tartom egy kézhez hasonló testrész kifejlődését. Nem szükségképpen kezet, de valami olyat, ami hasonló feladatkör betöltésére képes.

Tegyük fel, hogy a lehetőségeket egy kicsit jobban le akarjuk szűkíteni a magas értelmi fejlettségű élőlények speciális esetére. Minden nagy mértékű fejlődéshez lényeges a kifinomult érintkezés lehetősége. Az ember ereje nemcsak agyvelejének más állatok agyvelejével szembeni magasabbrendűségében rejlik. Közülünk senki sem cselekszik valóban egyénileg. Mindenki sok egyén halmaza. Mindig, amikor önök új gondolatokat hallanak, amikor azokat fejükben forgatják, megváltoztatják énjüket. Egész életünkön keresztül állandóan mások gondolatait vessük agyunkba. Nem sok elképzelhető közünk van ahhoz az élőlényhez, ami belőlünk lett volna akkor, ha születésünkkor minden emberi érintkezéstől elszigetelnek bennünket. Ha önök látnák önmagukat, hogy mivé lettek volna, biztosra veszem, hogy komoly és kellemetlen megrázkódtatásban lenne részük. Különleges erőnk abban rejlik, hogy mindannyian valójában egyének sokasága vagyunk, mindannyian adunk és kapunk egyszerre. Ezt a folyamatot mi nevelésnek hívjuk, legyen az hivatalos nevelés, mint az egyetemi előadásokon, vagy nem hivatalos, mint a gyermek otthoni felnevelkedése.

Visszatérve az eredeti gondolatra, nem hiszem, hogy egyetlen élőlény is, bárhol a bolygóhalmazunkban említésre méltó szellemi teljesítményre lenne képes anélkül a lényeges egy-sok folyamat nélkül, amelyet mi nevelésnek hívunk. Kifinomult közlési rendszer nélkül pedig nem hiszem, hogy lehetséges lenne a magasfokú nevelés. Nem annak a lehetőségét tagadom, hogy a medvemama a bocsait dörmögéssel és mancspofonokkal taníthatja, hanem azt, hogy ilyen módszerrel meg lehetne tanítani a relativitáselméletet.

Kialakulhat-e megfelelő hangrendszer a víz alatt? Kétlem, a delfinekkel szemben támasztott követelmények ellenére is. A hanghullámok folyadékban jobban torzulnak, mint gázban, különösen ha a folyadék állandó mozgásban van, mint a tenger. Emiatt az a gyanúm, hogy magas szellemi fejlettségű élőlények mindig a szárazföldön élnek, vagy legalább is kétéltűek. Azt is gyanítom, hogy nincs sok — természetes eszközzel — repülő értelmes lény sem. De ennek már más az oka.

Csupán állattani szempontból a madár egy hatalmas siker. A helyváltoztatási képesség, ami a növényt és állatot megkülönbözteti, lehetővé teszi az élelemgyűjtést nagy területről, szemben a helyhezkötöttséggel, ami sokkal nagyobb kiszolgáltatottságot von maga után. A madár a legjobb „mozgó élelemgyűjtő", az élelemgyűjtési területe hatalmas. Vándormadarak számára a gyűjtőterület az egész bolygó jókora darabja. De ahhoz, hogy repülni tudjon, a madárnak könnyűnek kell lennie — már beszéltünk az üreges csontokról. A madárnak nem lehet nagy agyveleje, nemcsak magának az agyvelőnek a súlya miatt, hanem a nagy mennyiségű vér miatt is, amire egy nagy agyvelőnek szüksége van. Ez erőteljes szivattyúzó berendezést követel, a szívet stb. Következésképpen ha értelemről van szó, akkor a madár zsákutcát jelent. Ha ez nem így lenne, akkor földönjáró állatoknak semmi esélye sem lenne ezen a bolygón a madarakkal vívott versenyben. Ezért fejlődési szempontból a madár zsákutcát jelent — akármennyire is kedveset, de azért csak a fejlődés holtágát. Így kell lennie ennek minden Földhöz hasonló bolygón. Csak sokkal kisebb nehézségi erő esetén lehet más a helyzet, de ha sokkal kisebb a nehézségi erő, akkor a bolygó lényegesen különbözik a Földtől.

Összegezve, véleményem szerint a miénkhez hasonló bolygón minden magasan fejlett értelmi képességekkel rendelkező élőlénynek, amelyik ugyanezen a kémiai rendszeren épül fel, szárazföldi állatnak kell lennie, mint mi vagyunk, és lényeges felépítésbeli hasonlóságot kell mutatnia — szemek, csontváz, fej, stb.

Az viszont még ennél is jobban érdekel, és sok éven át érdekelt, hogy milyen esélye van a kapcsolat felvételének más csillag körül keringő bolygórendszeren élő értelmes lényekkel. Az előadás hátralevő részét ennek a kérdésnek szentelem.

Az első gondolata mindenkinek az űrutazás. De a távoli bolygórendszerekre történő űrutazás lehetőségeinek minden ésszerű felbecsülése rögtön szinte leküzdhetetlen nehézségekre mutat rá. Mindenki ismeri a tervezett Hold-utazás már-már

hihetetlenül magas költségeit. A mai rakéta-technikának nagyon csekély tökéletesítése, és valóban csak csekély tökéletesítés szükséges a holdutazáshoz, ami tízmilliárd dollárokba kerül. Ezzel szemben tegyük fel, hogy a mai elképzeléseken messze túlnövő, igen jelentős fejlődést érünk el. Tegyük fel, hogy tízszer akkora sebességet tudnánk elérni, mint jelenleg. Még ekkor is ezer éveket venne igénybe még a legközelebbi csillag elérése is. Amíg megtalálnánk a legközelebbi lakott bolygót, az eltarthatna egy millió évig is.

A távoli űrutazással szemben erős biológiai jellegű érveket is felhozhatunk. Ha mi meg tudnánk ezt tenni, akkor már más is megtette volna. Nagyon valószínűtlen, fantasztikusan valószínűtlen, hogy ezen a területen véletlenül mi lennénk az elsők. Ha ez lenne a helyzet, akkor előttünk nagyon sokan ideérkeztek volna. Miért mentek volna el? Ez a bolygó igazán értékes birtok. Mi egyáltalán nem is fejlődtünk volna ki a Földön, mert azt már előbb, kívülről benépesítették volna. Az a tény, hogy ez nem történt meg engem arra a meggyőződésre vezet, hogy az űrutazás nemcsak nehéz, hanem lehetetlen. Ezt egy olyan érvelésre alapozom, amit nemcsak töprengéseimben, hanem komoly tudományos munkában is előszeretettel használok, bár egy kicsit vallásos jellegűnek is tekinthető. De ezért nem szoktam mentegetődzni.

A tudományos problémáknál, különösen a csillagászatban az a tapasztalatom, hogy ha egyszerre több lehetőség van, akkor sohasem az bizonyul helyesnek, ami zsákutcába vezet, amelyiknek nincsenek érdekes következményei. Úgy tűnik, hogy a fizikai törvények alapvető jellegzetessége: egyre elegánsabbak, egyszerűbbek lesznek azáltal, hogy jobban megismerjük őket, és ugyanakkor következményeik egyre változatosabbak, bonyolultabbak. Minden olyan javaslat egy fizikai törvény megfogalmazásának megváltoztatására, amely a törvény állítását egyszerűsíti, de következményeinek sokrétűségét növeli, nagy valószínűséggel tökéletesítés a dolgok jelenlegi állásához képest.

Pillanatnyilag az űrutazással foglalkozunk. Ha a Galaktikán belüli űrutazás lehetséges lenne, amit én nem hiszek, akkor a Galaktika összes bolygója benépesült volna az első néhány élőlénnyel, amely képessé vált saját rendszere elhagyására, és a távoli űrutazásra. Az érdekesség szempontjából mi lenne abban jó, hogy az emberi faj benépesítse az egész Galaktikát? Ahelyett, hogy 10^{10} ember élne, ami körülbelül i. u. 2000-ben lesz a Földön, a szám megnövekedhetne 10^{16} vagy 10^{17}-re. De van valami érdekesség ezekben az óriási számokban? Én nem hiszem. Így nagyon unalmas helyzet alakulna ki. Sokkal jobb, ha az embereknek ezen a bolygón kell maradniuk, más élőlényeknek pedig a *sajátjukon*. Így különböző bolygók milliói létezhetnek, különböző fajta élőlényekkel, amit én úgy emlegettem, mint a fantasztikus állatkertet. Ha rajtam állna, én ezt választanám, és a dolgok tényleges állása aligha érdektelenebb és kevésbé változatos, mint ahogy mi elrendeznénk, ha rajtunk állna a dolog.

De akkor mi van a kapcsolat felvételével? Itt nem nagyon lehet semmi baj. Az értelem fejlődése szoros kapcsolatban van az egymással való érintkezéssel. Tapasztalhattuk saját fajunkon, hogy azáltal haladunk előre, hogy összegyűjtjük az egész faj kultúráját és tudását, nemcsak agyunknak azon képessége által, hogy befogadja és megjegyzi a körülöttünk élők gondolatait, hanem elraktározza a régen halott emberek által először kimondott gondolatokat is — pl. Newton művét tudományban, Beethovenét a zenében, Izsaiásét a vallásban. Ebben rejlik az emberi faj nagy ereje. De hogyan lehet megtenni ugyanezt sokkal nagyobb mértékben, összegyűjtve más fajok gondolatait és fogalmait is? Vajon van-e a fejlődésnek egy olyan magas, a miénket messze felülmúló foka, amelyen az egész Galaktikában létező különböző élőlények kicserélik felfedezéseiket?

Itt két lehetőség van. Az első az, hogy tisztán technikai okokból a bolygórendszerek közötti érintkezés lehetetlen. A második, hogy az érintkezés technikailag megvalósítható. Tegyük fel, hogy alkalmazhatjuk azt a kritériumot, miszerint mindig az érdekesebb lehetőség teljesül, úgy ahogy arról beszéltünk. Azt hiszem mindnyájan megegyezünk abban, hogy következményeiben messze érdekesebb, ha a világmindenség állatkertjén belül lehetőség van az érintkezésre. Az sokkal unalmasabb lenne, hogy minden közlés eleve kizárt. Úgy érzem, hogy ha ez a változat lenne igaz, akkor az Életnek nem sok értelme lenne, és csupán kozmikus szerencsés véletlennek tekinthetnénk.

A technikai részletekre kitérve, a dolgok pontosan úgy állnak, mint ahogy vártuk. Az érintkezés majdnem biztosan megvalósítható. A mai technika még nem megfelelő, de már látjuk, hogy mire lenne szükség. Tegyük fel, építenénk egy rádiótávcsőhöz hasonló műszert, amelyik használható rádiójelek kibocsátására és felfogására egyaránt. Ezen kívül építenénk egy nagy, csészealj szerű fémtükröt, ami a Puerto Rico-i új műszer méreteinek felel meg 1000 láb átmérőjével, és ugyanakkor olyan hihetetlenül pontos, mint az ausztráliai 210 láb átmérőjű távcső. Azt hiszem, egy ilyen műszerrel lehetséges lenne a legközelebbi csillag távolságába (mintegy négy fényév), vagy talán még távolabbra is értelmes üzenetet eljuttatni. Ezt annak a figyelembevételével állítom, hogy adásunknak le kell küzdenie nemcsak a Nap háttérsugárzását, hanem a rádiócsillagászok által tanulmányozott, általános kozmikus háttérsugárzást is.

Tegyük fel, hogy ennél egy kicsit még jobban, mondjuk tízszer ilyen messzire tudjuk elküldeni üzeneteinket. Ez elég a legközelebbi ezer csillag eléréséhez. Ha pedig százszor olyan messzire tudjuk kiterjeszteni a hatósugarat, amit én nem tekintek elképzelhetetlennek, akkor el tudjuk érni a legközelebbi egymillió csillagot. Ezek között valahol valószínűleg ott van a keresett szomszé-

dunk. Ennél távolabbra nem kell mennünk, mert mint a láncszem a láncban, a szomszédunk közvetíteni tudja üzeneteinket a következőnek, és így tovább. Először körülbelül mindössze annyit kell mondanunk, hogy „Fiúk, itt vagyunk". A további finomságok nem ránk tartoznak.

Az üzenetek kicseréléséhez szükséges idő összehasonlíthatatlanul kevesebb az űrutazásénál. Az utóbbira egy millió év is elmehet, ezzel szemben az üzenetek kicserélése csak néhány évszázadot venne igénybe. Természetesen még ez sem valami jó kilátás a türelmetleneknek. De vajon miért? Miért kellene álláspontunkat az egyén érdekéhez illeszteni, miért az önök vagy az én kíváncsiságom kielégítése a legfontosabb? A lényeges dolog szellemi fejlődésünk hosszútávú előrehaladása, ami évszázadokat, sőt évezredeket igényel. Az emberi kultúra fejlődésének időskálájához mérve a néhány évszázados időtartam nagyon megfelel. A nagy gondolatokra van szükségünk, és nem a mindennapos baseball eredményekre. Véleményem szerint az üzenetek kicserélése befolyásolhatja az emberi kultúra jövőbeli fejlődését, és ehhez egyáltalán nem szükséges állandóan fecsegni a csillagközi téren át.

Hadd szóljak néhány szót arról, hogy eddig mit mondtak és mit tettek ennek az ügynek az érdekében. Hat vagy hét évvel ezelőtt vetettem fel, hogy egyszer esetleg lehet az űrből jelzéseket felfogni. Javaslatom alapján a West Virginia-i, Green Bank-beli National Radioastronomy Observatory-ban kísérletet tettek a közeli csillagokról érkező jelzések felfogására. Bár itt az antenna nem volt elég nagy a terv végrehajtásához, és véleményem szerint sem a használt frekvencia nem volt elég nagy, sem a hullámsáv nem volt elég keskeny. Ezt nem az illető rádiócsillagászok kritizálására szántam, hanem inkább annak megmutatására, hogy komoly akadályokba ütközött volna a jelek felfogása még akkor is, ha véletlenül valaki az irányunkban éppen üzeneteket sugárzott volna. De miért tette volna ez? A Naprendszer élettelen volt közel ötmilliárd éven át. Hát komolyan feltételezhetjük, hogy a Föld irányában reményteli üzeneteket küldtek az egész, hallatlanul hosszú idő folyamán, annak ellenére, hogy a Földről soha semmilyen válasz nem érkezett? Ha ezt feltesszük, akkor szomszédainknak nálunknál sokkal de sokkal több lelkierőt tulajdonítunk. Nem hiszem, hogy bármelyik jelenlegi kormány is aláírná a csillagok közötti üzenetváltás reális tervét, éppen azért, mert a terv néhány évszázadon belül nagy valószínűséggel nem lenne kifizetődő. Mégis nyugodtan azt gondoljuk, hogy valaki más aláírta azt a tervet, hogy nekünk üzeneteket küldjenek nem százéveken, hanem milliárd éveken keresztül. És mi pontosan ezt tételezzük fel, ha azt várjuk, hogy jelzéseket fogunk fel azon az egyszerű és olcsó úton, hogy a csillagok felé irányítjuk a rádiótávcsövünket. De az imént említettem, hogy még ezt sem tettük pontosan és hibátlanul.

Nem tudom, vajon helyesen idézték-e Edward Tellert, amikor azt mondták róla, hogy kijelentette: „Ha van valaki ott fenn, miért nem hallottunk róla?" Ez nekem olyannak tűnik, mintha egy New York-i felhőkarcoló tetejére épített kis házikóban bezárt ember így szólna: „Ha van valaki odakint az utcán, akkor miért nem hallottam róla?" Sokkal inkább helyénvaló azt kérdezni, hogy mit mondhatnánk valakinek is odakint, ami érdekes lenne számára? Az a gyanúm, hogy eleinte nagyon keveset, bár évezredek múltán talán mi is hozzájárulhatunk valamivel ahhoz, amit magamban úgy szeretek hívni, hogy „galaktikus kultúra".

Elérkeztünk oda, hogy rátérhetek egy feltevésre, amellyel ezt az előadást befejezném. Önök mindnyájan jól ismerik a közönséges telefonközpontot. Ha valakivel beszélni akarnak, akkor kikeresik a számát és feltárcsázzák. Az én feltevésem szerint a Tejútrendszerben hasonló a helyzet már milliárd évek óta. Feltevésem az, hogy üzenetek kicserélése állandóan folyik, nagy arányokban, és mi ennek ugyanúgy nem vagyunk tudatában, mint ahogy egy pigmeus az afrikai rengetegben nincs tudatában a Föld körül fénysebességgel száguldó rádióüzenetnek. Úgy gondolom, hogy a központnak egy millió vagy még annál is több előfizetője van. A mi feladatunk az, hogy bekerüljön a nevünk az előfizetők névsorába. Ezt elérhetjük valamikor az elkövetkező néhány évszázadban. Ha ezt megtettük, akkor a létra aljáról kell indulnunk. Az új előfizető értelmezés szerint a legszegényebb felebarátok egyike, hiszen tudása csak éppen hogy elég a vizsga letételére. Úgy érzem, hogy az emberi faj helyzete először olyan lesz, mint a kisgyereké, aki első nap van az óvodában.

De milyen kár, mondhatják önök, hogy soha sem láthatjuk a többi bolygót, hogy soha sem láthatjuk kozmikus állatkertbeli társainkat. De hát miért nem? Ugyanilyen joggal mondhatjuk, hogy milyen kár, Seattle-ben az emberek sohasem láthatnak világbajnoki mérkőzéseket. Hát persze, hogy láthatnak: a televízión. Sokan azt mondják, hogy többet lát az ember a mérkőzésből a televízión, mintha kimenne a stadionba. Nos az üzenetcsere nem feltétlenül csak szövegek vagy matematikai szimbólumok kicserélését jelenti, hanem magába foglalja televíziós képek kicserélésének lehetőségét is. Nincs semmi, ami megtiltaná, hogy ugyanolyan kézzelfoghatóan lássuk a többi bolygót, mint a sajátunkét látjuk például a Cinerámában. Miért ne lenne például rengeteg filmsztár az állatkert többi tagja között, és miért ne szerezhetnénk tudomást mondjuk valamiféle kozmikus *Tom Jones* közvetítéséről.

Fred Hoyle

Az „Of Men and Galaxies" c. kötetből
fordította Montvay István

Newton és korunk tudománya

I.

1642. január 8-án halt meg Galileo Galilei és 1642. december 25-én (az új naptár szerint 1643. január 8-án) született Isaac Newton.

Az újkori tudományos gondolkodás fejlődésének igen nevezetes korszaka az, melyet Galilei és Newton tevékenysége határol. Galilei nem volt a legelső, ki az újkori tudományos gondolkodást megindította, előtte volt Copernicus és mások, de ő volt az, aki a tudományos mechanikát, nevezetesen a dinamikát megalapította, aki az égi jelenségekre a megfigyelés új módszereit alkalmazta és számos felfedezésével a Copernicus-féle felfogást diadalra juttatta. Az ő érdeme elsősorban, hogy a spekulatív, illetőleg a tekintélyre támaszkodó aristotelikus-szkolasztikus természetfelfogás helyet adott egy a jelenségek megfigyelésére támaszkodó természetszemléletnek. Ezért nehéz küzdelmei voltak és amint közismert, üldözésben is volt része. Az ő pompás egyénisége kiválóan alkalmas volt arra a szerepre, amit a sors számára kijelölt: megnyerő, temperamentumos egyéniség, kitűnő társalkodó és író, aki a harc elől nem tért ki és aki igyekezett felfogását érvényre is juttatni. Ha volt is üldöztetésben része, ha élete végét házi fogságban töltötte is, ez sikerült is neki és hatása egész Európában óriási volt, úgyhogy utána az egész szellemi szituáció megváltozott, sokhelyütt közvetlen vagy közvetett tanítványai voltak, akik és mások nem hagyták kialudni az új szellemi mozgalom fáklyáját. Viviani, Borelli, Tericelli, Gilbert, Pascal, Grimaldi, Descartes, Huygens és mások jelentékeny megfigyelésekkel és belátásokkal vitték előre természetfelfogásunkat. Midőn Newton 1665 körül megkezdi tudományos kutatásait, a megfigyelésre támaszkodó tudomány már számos eredményre hivatkozhatott, és sok és jelentékeny híve volt. Nagy felfedezések és gondolatok, mély sejtések szinte burjánoztak ebben az időben. Newton szerepe nem az volt, hogy a kor irányzatával megküzdjön, nem is az, hogy beilleszkedve a kísérleti kutatás irányába, azt néhány nagyértékű eredménnyel gazdagítsa, hanem hogy a szétszórt kezdeményezéseket egy nagy egységbe foglalja össze, és az egész természetfelfogást oly relatív befejezéshez juttassa, amely közel két évszázadig a természettudományos gondolkodás formáit óriási tartalmi gazdagodás és elmélyülés dacára egyértelműen megszabta.

Életpályája nélkülözi azokat a drámai momentumokat, amelyekkel Galilleinél találkozunk. Született Woolsthorpe-ban, ahol atyjának kis birtoka volt. Csendes magábavonuló gyermek, aki szenvedéllyel foglalkozik kis gépek előállításával, majd kémiai kísérletekkel. Cambridge-ben a Trinity Collegeben végzi egyetemi tanulmányait és tanárában, Barrowban hű támogatót és barátot nyer, aki majd tanszékét is átadja neki, midőn teológiai kérdésekbe elmerülve a tanítástól visszavonul. Midőn eléri azt a kort, hogy tudományos kérdésekkel önállóan kezd foglalkozni, a Cambridge-ben duló pestis két évi vakációt szerez számára, amelyet visszavonulva Woolsthorpe-ban, birtokán tölt. Ez egy olyan, magábavonuló, külső buzdításra csak kevéssé szoruló egyéniség számára, mint amilyen Newton volt, a sors megbecsülhetetlen ajándéka volt. Ekkor alakultak ki korszakalkotó felfedezései: optikai vizsgálatai, a fluxiószámítás és gravitációs kutatásai. Visszatérve Cambridge-be elnyeri Barrow tanszékét és évekig teljes nyugalomban dolgozhat. Gondolatait közli barátaival, de publikálásra csak nehezen, sok biztatásra szánja el magát. Irtózik nemcsak a külső harctól, de minden tudományos vitától is és e tekintetben minden határon túl érzékeny. Mégis számos tudományos vitája volt, így Leibniz-cel, Huygens-sel és Hooke-kal. Ötvenéves korában egy múló megbetegedéssel, amely időből néhány különös levele maradt fenn, produktív tudományos működése megszűnik, későbbi publikációi régebbi gondolatainak kifejtései. Ír még néhány teológiai művet, így Dániel jóslatainak értelméről.

1694-ben Montague, a későbbi Halifax grófja támogatásával az állami pénzverde ellenőre, 1699-ben igazgatója lesz, ez kényelmes és jól javadalmazott állás, amely igen megfelelt Newton-nak. Tekintélye igen nagy, az udvar kegyeltje, a Royal Society elnöke. Midőn 1727-ben meghal, a Westminster apátságban temetik el, a gyászszertartásnál halotti leplét az angol arisztokrácia tagjai tartják. Sírfelirata a következő:

Hic situs est
Isaacus Newton, Eques Auratus,
Qui animi vi prope divina,
Planetarum motus, figuras,
Cometarum semitas, Oceanique aestus,
Sua Mathesi facem praeferente,
Primus demonstravit.
Radiorum Lucis dissimilitudines,
Colorumque inde nascientum proprietates,
Quas nemo antea vel suspicatus erat, pervestigavit,
Naturae, Antiquitatis, S. Scipturae,
Sedulus, sagax, fidus Interpres,
Dei Opt. Max. Majestatem philosophia asseruit,
Evangelii simplicitatem moribus expressit.
Sibi gratulentur Mortales, tale tantumque extitisse
HUMANI GENERIS DECUS.
Natus XXV. Decemb. MDCXLII.
Obiit. XX. Mar. MDCCXXVII.

Magyar fordításban:

Itt nyugszik
Newton Izsák lovag.
Ki majdnem isteni szellemi erejével
A bolygók mozgását, alakját,
Az üstökösök pályáját, az Oceán járását
Az Ő matematikája által vezérelve
Először határozta meg.

A fénysugarak különbségét,
Az ebből eredő színek sajátságait,
Amit senki addig nem is sejtett, kikutatta,
A természet, a régiségek, a Szentírás,
Szorgalmas, éleseszű és hű magyarázója,
A mindenható Isten fenségét bölcseletileg hirdette,
Életmódjában az evangéliumi egyszerűség nyilvánult meg,
A halandók szerencséseknek tekinthetik magukat,
hogy köztük élt
AZ EMBERISÉGNEK EZ A DISZE.

Született 1642. dec. 25., meghalt 1727. márc. 20.

Cambridge-ben a Trinity Collegeben szobrot emeltek emlékére, melynek felirata: „Qui genus humanum ingenio superavit". „Ki az emberi nemet szellemével felülmúlta".

Ha ezt a megbecsülést, mellyel kortársai Newton szellemének hódoltak, összehasonlítjuk Galilei sorsával, kinek nem engedték meg, hogy a S. Croce-templomban levő családi sírboltjába temetkezhessék, fájdalmas érzés tölt el.

A kontinensen Newton korában a Descartes-féle természetfilozófia uralkodott és eltartott 50 évig a Principia megjelenésétől számítva, míg Newton tanai elismerést nyertek. Nagy kortársai közül Leibniz ellenfele volt és Huygens csak félig ismerte el, és végre Voltaire „Elements de la Philosophie de Neuton" c. munkájával, mely 1738-ban jelent meg, juttatta Franciaországban elismeréshez, hol azután tanai a legnagyobbszerű fejlődésnek indultak és hová a XVIII. század végén a fizikai kutatás súlypontja áthelyeződött. Laplace, az égi mechanika legnagyobb továbbfejlesztője úgy nyilatkozott, hogy a „Principia" kimagaslik az emberi szellem összes alkotásai közül, és Langrange, akinek az általános mechanika mai alakját köszönhetjük, azt írja, hogy „Newton nemcsak a legnagyobb szellem volt, aki valaha élt, hanem a legszerencsésebb is, mivel csak egy mindenség létezik és így a világtörténet folyamán csak egy embernek adatik meg, hogy a világ törvényeit felfedezze".

Ezen elsőrendű szellemek hódolatát nem tekinthetjük szónoki frázisnak, amely sokszor igen gyorsan múló nagyságoknak is kijut, hanem ama rendkívüli benyomás tanúságának, amelyet Newton műve a legjobbakra tett. Láthatjuk, hogy Newton teljesítményeit nemcsak nagynak és korszakalkotónak tekintették, hanem szószerint felülmúlhatatlannak és egyedülinek. Megindult tehát az a folyamat, amellyel a szellemi élet más területein is annyiszor találkozunk és amely abban áll, hogy egy emberi kiválósággal szemben minden mértéket elveszítenek, azt szinte kozmikus méretekre nagyítják, amit egy pregnáns szóval abszolutizálásnak nevezhetünk.

Mi volt evvel szemben Newton saját véleménye önmagáról? Kétségkívül tudatában volt saját jelentőségének és főkép élete későbbi szakaszában igen jelentékeny önérzetet árult el; nem volt mindig igazságos és méltányos más kutatókkal és versenytársaival, mint Leibniz, Huygens és főképp Hooke-kal szemben. De ismeretes egy nyilatkozata:

„I do not know what I may appear to the World but to myself I seem to have been only like a boy playing on the sea-shore, and diverting myself in now and then finding a smoother pebble or a prettier shell than ordinary, whilst the great ocean of lay all indiscovered before me."

„Nem tudom, hogy minek látszom a világ szemében, de magam szemében hasonlónak látszom egy gyermekhez, aki a tengerparton játszik és avval mulat, hogy néha egy simább kavicsot és szebb kagylót talál, mint közönségesen, míg az igazság nagy óceánja kifürkészetlenül terült el előttem."

E sorok mutatják, hogy Newton távol volt saját fizikai világfelfogása abszolutizálásától és távol attól, hogy azt lezártnak tekintse. Felfogása az volt, amit ma úgy szoktunk jellemezni, hogy „felfelé nyitott" világképe volt, mely új elvi lehetőségek sorát megengedi. E sorok Newton vallásosságára is jellemzőbb világot vetnek, mint a naiv és absztrúz, kora felfogásán egyáltalában felül nem emelkedő spekuláció Dániel jövendöléseiről.

Különben megjegyezhetjük, hogy a tartózkodás a túlságos egyszerűsítéstől tipikusan angol jellemvonás és legnagyobb ellentét a franciák által olyannyira értékelt egységes és végletekig következetes beállítással szemben. Ezt fejti ki Taine, ha Shakespeare-ről vagy Carlyle-ról ír, ezen esik kétségbe Duhem, ha az angol és a francia fizikát hasonlítja össze. Milyen tiszta, logikus alapfeltevések Descartes-nál, és Laplace-nál, milyen képletes, inkonzekvens, sokszor homályos, de erőtől duzzadó képek Faraday-nál, Maxwell-nél, J. J. Thomson-nál! Ezek tudják, hogy az erővonalak, feszültségek csak képek, amelyeket addig használunk, míg előreviszik az elméletet, azután meggondolás nélkül elejtik vagy mással helyettesítik.

Newton is, aki a racionális, az átérthető, a konzekvens körét annyira kiterjesztette, mint senki más előtte, nem terjesztette ezt ki világnézete egészére és tudatában volt annak, hogy a világos látás tartományát a sejtések széles birodalma veszi körül. Azonban meg kell jegyezni, hogy túlzott szkematizálástól népek jellemzésénél óvakodnunk kell, mert éppen Newton kortársa, Blaise Pascal, igen elüt attól a típustól, amit Taine és Duhem a franciákra jellemzőnek tart.

Hogy Newton érdemeit helyesen értékelhessük, vegyük jobban szemügyre azt a szellemi szituációt, amelyben élt. Már említettük, hogy ez a kor tele volt a legértékesebb kezdeményezésekkel, sejtésekkel és teljesítményekkel. Newton olyan kérdések megoldásaival érte el legnagyobb sikerét, amelyek napirenden voltak, melyekben mások értékes részleteredményeket értek el.

Newton egyik nagy felfedezése a biomális tétel volt. $1-x$ egész számú hatványainak kifejezése ismeretes volt. Newton interpolációval megadta a kifejtést, ha a kitevő közbenső szám 1/2, 3/2, 5/2,.., és összehasonlította a megfelelő gyökfejtéssel nyert

kifejezéssel. Majd a sorok általánosabb kérdéseivel foglalkozott és néhány fontos sorkifejtést, mint a szinusz, koszinusz és az exponenciális függvény sorát adta meg.

Az integrál- és differenciálszámítás számos problémájával, mint terület, köbtartalom, ívhossz, az érintő meghatározásának és a szélső értékek megállapításának kérdéseivel Newton előtt több kiváló matematikus foglalkozott és egyes speciális problémáknál jelentékeny eredményeket értek el. Így, ha Archimedes régebbi vizsgálataitól eltekintünk, felemlíthetjük Cavalieri, Kepler, Pascal, Fermat, Vallis és Barrow idevonatkozó vizsgálatait. A nagy lépés annak a felismerése volt, hogy ezek a problémák lényegileg összefüggnek és megoldásukra általános módszer adható meg. Ezt a lépést Newton és Leibniz tették meg tudatosan és evvel megállapították a differenciál- és integrálszámítás módszerét. Kettőjük közt hosszú és elkeseredett prioritási vita folyt le, amelyben a párt és nemzeti hiúság szempontjai nagyon elhomályosították a tényállást. Newton később publikált, mint Leibniz, a „fluxió" szó, Newton jelölése a differenciálhányados számára csak 1687-ben a Principiában fordul elő először a formalizmus közlése nélkül, amelyet csak Wallis közölt 1693-ban, míg Leibniz alapvető értekezése 1684-ben jelent meg, melynek célszerű jelölései a matematikusok közkincsévé váltak. Másrészt nem tartják kizártnak, hogy Newton régebbi célzásairól Leibniz tudomást szerezhetett. Azt hisszük, az egykorú irodalomban célzás elég volt, de két olyan univerzális gondolkodóra, mint amilyen Leibniz és Newton, volt szükség, hogy a problémát teljesen megoldják.

Érdekes különben, hogy bár a fluxió szó és fogalom Newton Principiájában előfordul, tételei levezetésénél úgy az ő új eljárását, mint az analitikai geometriát is mellőzi és mindenütt a régi geometriai módszereket használja, ami műve olvasását ma igen megnehezíti.

Newton alapvető mechanikai felfedezései is elő voltak készítve. Miután Galilei a mechanika alapelveit nagymértékben tisztázta, Descartes 1644-ben a Newton-ról nevezett első axiómát expliciten ki is mondta. Hogy az erő mértéke a gyorsulás, azt is a földnehézségi erő esetében már Galilei megállapította, de nem mondta olyan általánosságban ki, mint Newton. Sőt már 1500 évvel előbb Plutarchos „De facie in orbe lunai" c. művében kifejti, hogy a Holdat nem a könnyű lég tartja lebegve és akadályozza meg abban, hogy a Földre essék, hanem mozgása, úgy mint a parittyánál a mozgás tartja a zsinórt kifeszítve.

Sőt a gravitáció speciális feltevése sem volt merőben új. Gilbert „De magnete" c. művében, 1600-ban kifejti, hogy a Föld úgy vonzza a Holdat, mint egy mágnes. Kepler tovább megy, azt hiszi, minden anyag vonzza egymást és az apályt és dagályt a Hold vonzása idézi elő. A bolygók mozgását a Nap vonzása idézi elő, amelyről felteszi, hogy a távolság négyzetével fordítva arányos. Persze itt helyes belátása zavaros gondolatokkal van keverve. Még nem szabadult meg a régi felfogástól, amely szerint a mozgás fenntartására van szükség erőre, és nem a mozgás megváltoztatására és azért azt hiszi, hogy ez az erő nem vonzó, hanem mozgató, „non est attractoria, sed promotoria". Azután fel is adja részben helyes feltevését és a távolság első hatványával való fordított arányosságot vesz fel. Arra nem is tesz kísérletet, hogy ezen feltevésből a bolygómozgás általa felismert törvényeit levezesse. Newton szűkebb környezetében is diszkutálták a távolság négyzetével fordított erőtörvényt is, ebből a bolygók pályáinak levezetését, sőt éppen ezek a diszkussziók indították Newtont eredményei publikálására. Tehát ezek a gondolatok a levegőben voltak, a nélkül azonban, hogy a kor uralkodó felfogását képezték volna. Az uralkodó felfogás, miután az arisztotelikus és szkolasztikus természetszemlélet a vezető szellemeknél hitelét veszítette, Descartes felfogása volt, ez volt a felfogás Cambridge-ben is. Descartes alapfelfogása az volt, hogy mindenekelőtt tiszta, átlátszó alapfeltevésekből kell kiindulni, akkor helyes következtetésekkel szükségképpen helyes eredményre jutunk. Kifogásolja, hogy Galilei mechanikáját kísérletekre és nem általános elvekre alapítja. Ő maga kiindul abból a feltevésből, hogy az anyag alapvető sajátsága a kiterjedés, üres tér nincs, a világteret finom anyag tölti be. Ezen anyagban örvények vannak, amelyek magukkal ragadják a bolygókat. Vonzó, általános, de nem kvantitatív világkép volt ez. Azt nem kísérelte meg, hogy ezen alapon a bolygómozgás törvényeit levezesse. Az üstökösök mozgását úgy fogta fel, hogy ezek egyik örvénytől egy másikig sodródnak.

Newton felfogása ettől a felfogástól igen mélyen eltért. Ő nem kérdezte, hogy miért mozog egy test, hanem hogy hogyan mozog. Többször kifejtette, hogy ő csak arra szorítkozik, ami látható, a többi az hipotézis, amit lehet így és úgy felvenni. „Hypotheses non fingo." Egyik legnagyobb érdemének tartotta, hogy a Descartes-féle örvényelmélet tarthatatlanságát kimutatta.

Láthatjuk, hogy Newton korában mechanikájának számtalan gondolata már felvetődött, de keverve egészen másnemű gondolatokkal, amelyek közt sok hibás volt, és a jók közt sok csak sejtés volt, vagy meg nem alapozott feltevés. Newton nagy érdeme nem az volt, hogy addig fel nem merült, merőben új gondolatokat vetett volna fel. Hanem olyan gondolatokra jött reá, amelyek a levegőben voltak, de ezek közül csalhatatlan biztonsággal kiválasztotta az értékeseket. Mások is felvetették a távolság négyzetével fordítottan arányos vonzás gondolatát, azonban Newton kimutatta, hogy az erőtörvény nem is lehet más, ha a bolygómozgás törvényei olyanok, mint ahogy azokat tapasztaljuk. Másrészt azt is kimutatta, hogy az erőtörvényből a Kepler-féle törvények következnek. A mi másnál sejtés, az nála bizonyosság, ami pedig nagy különbség.

Newton gravitációelmélete a pestis éveiben, 1665-ben és 1666-ban, Woolsthorpe-i magányában alakult ki. Az első konkrét eredmény a Hold

mozgásának értelmezése volt avval a feltevéssel, hogy a földnehézség és a Holdra ható erő ugyanaz. Eredményeit nem publikálta, az elterjedt felfogás szerint azért, mert a Föld sugarára rossz adat állott rendelkezésére, és így a Holdnak észlelt és elméletéből számított gyorsulása nem egyezett eléggé meg. De úgy látszik, más nehézségei is voltak, így nehézséget okozott az a gondolat, hogy a Föld belsejének tömegei a Föld tömegén át hassanak és a Föld vonzó hatása úgy jelentkezzék, mintha az egész tömeg középpontjában volna egyesítve.

Newton a mechanika alapelveit és a gravitáció elméletét a Philosophiae Naturalis Principia Mathematica c. főművében fejtette ki, mely mű a Royal Society kiadásában, Londonban, 1687-ben jelent meg.

Megjelenésének története annyira jellemző Newtonra, hogy röviden felemlítjük. 1679-ben Hooke, a Royal Society titkára felszólította Newtont, hogy írjon valamit, és főképp kérte véleményét arra vonatkozólag, hogy a bolygómozgás hogyan jön létre az érintő irányában való sebesség és a központ felé irányuló erő hatása alatt. Newton válaszában kifejezi ellenszenvét, hogy ezekről bármit is közöljön, de hogy mégis kielégítse Hooke kérését, egy kísérletet javasol, mely a Föld forgását volt hivatva bizonyítani és nagy magasságból eső testek pályájára vonatkozik. Levélváltás kezdődött Hooke-al, melynek folyamán Hooke expliciten kijelentette, hogy a bolygómozgás magyarázatára szolgáló erő a távolság négyzetével fordítva arányos erő. Ugyanakkor Hooke, Wren és Halley is tárgyalták a bolygómozgást, és ekkor Hooke azt állította, hogy a pálya az említett erőtörvény esetében ellipszis, bizonyítást is ígért, de nem szolgáltatott. Ekkor Halley Cambridge-be ment és megkérdezte Newton véleményét, aki megmondta, hogy a pálya ellipszis, ő már régebben kiszámította és néhány nap múlva el is küldte a bizonyítást. Evvel a jég meg volt törve és Halleynek sikerült Newtont rávenni mechanikája publikálására, magára vállalva a kiadás adminisztrációját, sőt az azért való anyagi felelősséget is.

Foglalkozzunk kissé bővebben evvel a rendkívüli művel. Bevezető részében a mechanikának Newtonról elnevezett axiomáit tárgyalja. Megjegyzései az abszolút térre és időre vonatkozóan ma igen szolasztikus benyomást tesznek, mert Newton, ki mindig az észlelhetőre való megszorítást hirdette, itt nyilván nem tudta magát függetleníteni a korában elterjedt felfogásoktól, és oly dolgokról beszél, amelyek nem észlelhetők.

Axiomái mai napig a mechanika alapját képezik, csak a fogalmak némi szabatosabbá tételére volt szükség. Már az első axiománál meg kell mondani, hogy mit értünk magára hagyott test alatt, hogy milyen koordinátarendszerre vonatkoztatjuk a test mozgását és milyen órával mérjük az időt. Erre röviden azt lehet mondani, hogy találhatók olyan koordinátarendszerek, amelyekben minden más testtől elegendő távol levő test egyenesvonalú egyenletes mozgást végez, ha az időt alkalmas periodikus jelenséggel mai tudásunk szerint pl. kvarc piezoelektromos rezgés által szabályozott órával mérjük. Egy olyan koordinátarendszert, amelyben az első axioma érvényben van, inerciarendszernek neveznek. Minden, egy inerciarendszerhez egyenletes mozgást végző rendszer szintén inerciarendszer. Jó megközelítésben az állócsillagokhoz rögzített rendszer egy inerciarendszer.

A második axiómát felfoghatjuk mint az erő definicióját, ha a tömeget, ill. az impulzust definiáltuk. A tömeg általános definíciójára a harmadik axióma szolgálhat. Ha az erőt statikailag definiáljuk, úgy a második axióma egy természeti törvényt fejez ki, azt, hogy a statikai erő az, ami az impulzus változására, ill. a gyorsulásra mérvadó.

Meg kell azonban jegyezni, hogy a Newton-féle axiómatika nem tekinthető egyenértékűnek egy olyan szigorú értelemben vett axiomatikával, mint azt ma Hilbert óta értelmezzük, tehát egy olyan rendszerrel, mely minden alapfogalmat és köztük fennálló összes független relációkat felsorolja, miáltal a fogalmak is definiálva vannak.

Ilyen értelemben vett axiomatika felépítésére Hamel és legújabban Hermes tettek kísérletet, az utóbbi a Whitehead—Russel-féle Principia nyelvén. Mivel ma a klasszikus mechanikát a relativisztikus, ill. a kvantummechanika bizonyos határesetének tekintjük, lehet, hogy ezekre előbb fog egy modern axiomatika kialakulni.

A Principia első könyvében a testek mozgását tárgyalja, midőn a következő tételeket mutatja ki:

Centrális erő esetében a rádiusvektor által súrolt terület az idővel arányos. A távolság négyzetével fordítottan arányos erő esetében a pálya kúpszelet. A kúpszelet meghatározására több tételt közöl. Megvizsgálja kiterjedt testek vonzását és kimutatja, hogy homogén gömb külső pontra olyan erőt gyakorol, mintha tömege középpontjában volna egyesítve, és az erő a távolság négyzetével fordítva arányos, míg belsejében az erő a távolsággal arányos. Tárgyalja az ingamozgást és a kényszermozgást.

A második könyvben a mozgást súrlódással bíró közegben tárgyalja, tekintetbe véve a sebességgel és a sebesség négyzetével arányos ellenállást. Levezeti a légnyomás változását a magassággal. Tárgyalja az ingamozgást és először hozza javaslatba az inga felhasználását a földnehézségi erő változásának kimutatására. Egy kifejezést ad a hang sebességére, ami az első példa arra, hogy egy hullám terjedési sebességét a közeg sajátságai alapján ki lehet számítani. Azután tekintettel Descartes örvényelméletére, megvizsgálja azt az áramlást, amelyet egy forgó gömb végtelen kiterjedésű súrlódó közegben kelt és kimutatja, hogy így a bolygók mozgása nem értelmezhető.

A harmadik könyvben a világegyetemet tárgyalja. Kimutatja, hogyan kell a Nap és a bolygók tömegeit a Föld tömegével kifejezni. Megállapítja a bolygók alakját, a nehézség változását a szélességgel, az árapály és dagály főbb jellemvonásait, értelmezi a napéjegyenpontok precesszióját, a

Napnak a nem-gömbalakú Földre való vonzó hatásából.

A Hold mozgásának főbb perturbációiról is számot tudott adni. Így a Tycho által felfedezett ún. variációról, mely abban áll, hogy a Hold pályáját változó sebességgel futja be, amennyiben a Naptól a Holdra ható erő annak mozgását hol gyorsítja, hol hátráltatja. Azonkívül számot tudott adni még két ún. szekuláris perturbációról, amelyek nem a Hold mozgására vonatkoznak egy változatlannak feltett pályájában, hanem a pálya elemeinek, speciálisan helyzetének megváltozásában állanak. Az egyik abban áll, hogy a Hold pályájának az ekliptika síkjával való metszésvonala a Hold mozgásával ellentett irányban mozog. Ez onnan ered, hogy a Nap vonzóerejének, mely az ekliptika síkjában hat, van egy olyan komponense, amely merőleges a Hold pályájára és amelynek folytán a Hold előbb éri el az ekliptikát. Hasonlóan számot adott a Holdpálya nagytengelyének előrehaladásáról is.

Igen fontos az üstökösök pályáira vonatkozó vizsgálata. Kimutatta, hogy egy üstökös pályáját három észlelésből meg lehet határozni. Módszerét az 1680. évi üstökösre alkalmazta, és kimutatta, hogy a számított helyek az észleltekkel megegyeznek, és így a gravitációs törvény érvényességét üstökösökre is kimutatta. Ez igen fontos volt már azért is, mert az üstökösök minden irányban, így a bolygók mozgásával ellentett irányban is mozognak, ami lehetetlenné teszi mozgásuknak a Descartes-féle örvényekkel való értelmezését. A Halleyről nevezett üstökös újra való megjelenése az elmélet nagy diadala volt.

Példátlanul gazdag tartalom, hasonlít egy tankönyvhöz, mely generációk munkájáról számol be.

Még hozzátehetjük, hogy az égi mechanika további fejlődése a Newton-féle alapok változatlanul való megtartásával történt, és a pontosabb számítás teljesen igazolta Newtont. A Merkur pályájának kismérvű elforgása az egyetlen, amiről nem lehet számot adni és amelyet a Newton-féle törvénynek az általános relativitás elméletéből adódó kismérvű módosulása magyaráz.

A földi testek közt fennálló vonzás kimutatása Newton idejében nem volt lehetséges. Csak miután a kísérleti technika előrehaladt, nevezetesen miután Cavendish a torziós ingát alkalmazta, sikerült ez és az ún. gravitációs állandó meghatározása. Hogy a vonzás a tömeggel arányos és nem függ az anyagi minőségtől, ezt az alapvető természeti törvényt, melyre később Einstein gravitációelméletét alapította, legnagyobb pontossággal Eötvös Loránd mutatta ki, aki különben is a földnehézségi erő változásainak kutatásában összes előzőit felülmúlta.

Newton Principiájában a mechanika megkapta azt a biztos alapot, amely megengedte, hogy sok kérdést deduktíve lehessen az alapfeltevésekből kiindulva tárgyalni. Evvel a fizikának sőt a tudománynak kétségtelenül új korszaka kezdődött.

Kissé más Newton optikai felfedezéseinek jelentősége. A fényről való felfogások kétségtelenül kevésbé előrehaladt állapotban voltak Newton idejében, mint a mechanikára vonatkozóak. Ismeretesek voltak a visszaverődés és részben a törés törvényei, a távcsöveket már felfedezték, de a színekről igen homályos fogalmak voltak elterjedve. A színeket sötétség és világosság keverékének tartották. Descartes szerint a fény mint nyomás terjed a mindent betöltő közegben. A színek a közeg részecskéinek forgási sebességével függnek össze. Másrészt Huygens felállított egy hullámelméletet, amellyel a visszaverődés, törés és kettőstörés törvényeit sikerült megmagyaráznia. Érdekes, hogy Newton a kettőstörésnek Huygens-féle értelmezését nem fogadta el, hanem helyette egy másikat adott, ami semmit sem magyaráz. Hooke is a hullámelmélet híve volt, szerinte a színek a hullám alakjával függnek össze, amit azonban igen zavarosan jellemez. Különben Huygens is távol volt attól, hogy a színeket vagy a Grimaldi által 1666-ban felfedezett elhajlásjelenségeket értelmezni tudta volna, ami csak sokkal később sikerült Fresnelnek.

Newtonnak két nagy felfedezése volt az optika területén. Először híres prizmakísérletével kimutatta, hogy a fehér fény különböző törésmutatója színes fényre bontható fel.

Másodszor gondosan és kvantitatíve megvizsgálta a vékony lemezek színeinek korában már ismert jelenségét. Egy nagy görbületi sugarú lencsét helyezett sík üveglapra. Ezáltal elérte azt, hogy a réteg vastagságát mindenütt megtudta határozni és így az előálló színgyűrűk függését a rétegvastagságtól meg tudta vizsgálni. Newton a jelenséget úgy értelmezte, hogy a fénysugár mentén a fény állapota periódikusan változik úgy, hogy egy szakaszban olyan állapotban van, hogy könnyen szenved reflexiót, ez váltakozik egy másik állapottal, melyben könnyen áthalad a határfelületen. A periódus hosszát különböző színű fényre meg is állapította megegyezésben a hullámhossznak ma ismert értékével. Csodálatos, hogy Newton, ki a hullámtermészetre vonatkozó alapkísérletet végezte el és egészen helyesen a fény periódikus sajátságára következtetett belőle, a hullámelmélettel ellentétes álláspontot foglalt el. Nehézséget okozott számára az, hogy a fény (nem túl kicsiny !) nyiláson át egyenesvonalban terjed.

Ujabban felismerték, hogy a fény korpuszkuláris sajátságokkal is bír, nevezetesen az energia és impulzus átadása bizonyos elemi mennyiségek egész számú sokszorosa szerint megy végbe. Azonban alig mondhatjuk, hogy ez a fotonelmélet Newton sejtését igazolta volna, mert Newton korpuszkulái és a fotonok lényegesen más sajátságokkal bírnak és a hullámtermészetet a fotonelmélet sem nélkülözheti.

Newton különben arra is gondolt, hogy a fénysugárban bizonyos kitüntetett síkok létezhetnek és a polárosság neve is tőle ered.

A törés vizsgálatánál Newton azt találta, hogy a spektrumok egyenlő hosszúak, ha a közepes

eltérítés megegyezik különböző törésmutatójú prizmáknál. Ebből azt következtette, hogy achromatikus lencsék nem készíthetők. Ez a téves megállapítás, nagymértékben hátráltatta a távcsövek fejlődését, másrészt előmozdította a tükrös teleszkópok tökéletesítését, ami tekintve, hogy mai nap milyen szerepet játszanak azok az asztronomiában, talán nem is volt olyan nagy baj ! Különben Newton készítette az első tükrös távcsövet és a hajózásban oly fontos szextáns alapgondolata is tőle ered.

Newton optikai vizsgálatai nagy lépéssel vitték előre a fényre vonatkozó ismereteinket, de a mai optika összképe sokkal jobban különbözik Newton elgondolásától, mint a mai mechanika a Principia mechanikájától.

II.

Az előbbiekben vázolni igyekeztük azt az átalakulást, amelyet Newton fellépte fizikai világképünkben előidézett. Most néhány pillantást szeretnénk vetni arra, hogy hogyan fejlődtek gondolatai tovább és főképp, hogy mennyiben tekinthető a mai fizikának több eltérő felfogása a Newton féle fizika folytatásának?

A mechanika és speciálisan az égi mechanika szorosan Newton elgondolásainak keretei közt fejlődött és éppen ez volt az, ami Newton mechanikájának szinte dogmatikus tekintélyt kölcsönzött. De sikerült elgondolásait a fizika más területeire is nagy eredménnyel átvinni. Így az elektromos töltések közt működő Coulomb-féle erő teljes analogonja a tömegvonzásnak és hasonlóan a mágnesek közt működő erő is. Az elektromos áramok által létesített erőhatások, valamint a stacionárius áramok közt működő erők szintén beilleszthetők a távolbaható erők szkémájába, ha nem is az erőtörvény szinte szószerinti átvitelével, mint a sztatikus esetben.

Nagyobb nehézség adódott, miután Faraday felfedezte a közeg sajátságainak, nevezetesen a dielektromos állandónak, ill. a permeabilitásnak hatását egyrészt, másrészt az elektromágneses indukció jelenségét. Történtek ugyan kísérletek az indukció jelenségének értelmezésére távolbaható erők felvételével, de ezek a töltések közt működő erők már igen eltértek a Newton-féle típusától, mert már a sebességtől függtek, ill. az idővel való terjedést is figyelembe vették és végeredményben nem is bizonyultak kielégítőknek.

A további fejlődés útja más volt. Faraday a figyelmet a töltésekről a köztük levő térre irányította, bevezetve az erőtér fogalmát. Ő úgy fogta fel, hogy a tér olyan állapotba jut a töltések körül, mint egy erőhatásoknak kitett rugalmas közeg. Mélyenjáró, de matematikailag meg nem fogalmazott gondolatait Maxwell öntötte matematikai alakba. Maxwell bizonyos tekintetben visszatért a Descartes-féle felfogáshoz, midőn közeg a mechanizmusával óhajtotta az elektromágneses tér sajátságait értelmezni. Ez az elgondolás kitűnően bevált a gázok kinetikai elméletében, de az elektrodinamikában csak mesterkélt konstrukciókhoz vezetett. Lord Kelvin, J. J. Thomson, H. Hertz, L. Boltzmann igen szellemes étermodelleket gondoltak ki és evvel a cartezianizmus modern alakját valósították meg, amely azonban szintén nem bizonyult termékenynek.

De már Maxwell a téregyenleteket tekintette tulajdonképpeni alaptörvénynek, és ezt azután Hertz és Heaviside nyomatékosan kiemelte. H. A. Lorentz elektronelméletében visszatért ugyan az elektromosság korpuszkuláris szerkezetének gondolatára, de e részek kölcsönhatását nem elemi törvényekkel, hanem az üres térre vonatkozó Maxwell-féle egyenletekkel fejezte ki.

A fizika fejlődésének ezt a szakaszát szokták úgy jellemezni, hogy az elektrodinamika a mechanikával szemben mint a fizika önálló tartománya alakult ki.

Kétségtelenül a különbség a régebbi felfogással szemben jelentékeny, és érthető, hogy eleinte szeretik a különbséget hangsúlyozni. Az elektronelmélet más, mint egy rejtett mozgásokra alapított mechanika, és más, mint a közvetlen távolbahatásokra alapított mechanika. De kérdezhetjük, valóban nem mechanika-e az elektronelmélet? Nem mechanika, ha a mechanika fogalmát szűk körre szorítjuk, de ha azt kissé tágabban fogjuk fel, úgy igenis mechanika. Hogy ezt belássuk, térjünk vissza a XIX. század elejére, midőn a Newton-féle mechanika szoros keretein belül kialakult a potenciálelmélet. Az erő levezethető a potenciálból, a potenciál pedig kielégít egy parciális differenciálegyenletet, az ún. Poisson-féle differenciálegyenletet, mely alkalmas egységek alkalmazásával a következő:

$$\Delta \varrho = -\varrho \qquad (1)$$

hol a potenciál, a Laplace-féle operátor és a q a sűrűség, ϱ a hely függvénye, mely egy skaláris teret határoz meg, ha a sűrűség adva van. ϱ gradiense negatív előjellel az erő, szintén a hely függvénye. Erőtér és potenciál itt matematikai segédfogalmak, minden meg van határozva a sűrűség (töltések vagy tömegek sűrűsége) eloszlásával. Másrészt éppen olyan joggal tekinthetnők a teret az alapvető fizikai mennyiségnek, midőn a sűrűséget mint az erőtér divergenciáját határozhatjuk meg. A töltések közti kölcsönhatás és a térfelfogás ezen az álláspontón ekvivalens, ugyanazon tényállás két különböző alakban való kifejtése. Azonban nem egészen egyenlő értékű egy általánosítás szempontjából. Így a Poisson-féle egyenlet egy hullámegyenletté válik, ha a második térkoordináták szerinti derriváltakhoz az időszerinti második deriváltat adjuk negatív előjellel:

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\varrho\,. \qquad (2)$$

Ennek az egyenletnek megoldása nem a Newton-féle potenciál, hanem a retardeált potenciál:

$$\varphi_p(x_0, y_0, z_0, t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\iiint \frac{\varrho\left(x, y, z, t - \frac{\gamma}{c}\right)}{r}\,dx\,dy\,dz, \qquad (3)$$

amelybe a sűrűségnek azt az értékét kell betenni, amellyel annyi idővel előbb bírt, mint amennyire a fénynek szüksége van arra, hogy az illető térfogatelem és a P pont közti r távot megtegye.

Az elektrodinamika térfelfogása a távolbaható erő fogalmának általánosítása, amelyben bizonyos dolgok, amelyek előbb puszta segédfogalmak voltak, önálló jelentést nyertek.

Hogy itt egy általánosítással és nem valami egész másról van szó, az abból is kiviláglik, hogy a mechanika olyan tipikus fogalmai, mint energia, impulzus, impulzusnyomaték, feszültség, mind átvihetők az elektromágneses térre. Sőt írhatók a tér alaptörvényei az általános mechanika bármely szokott alakjában, így a Hamilton-féle elv alakjában is, midőn a Lagrange-féle függvény a térintenzitásokkal fejezhető ki a következő alakban:

$$L = \frac{1}{2}(\mathbf{H}^2 - \mathbf{E}^2). \tag{4}$$

Az ebből eredő másodfajtájú Langrange-féle egyenletek éppen a Maxwell-féle egyenletek. Éppúgy használhatjuk alapegyenletnek a Hamilton-féle kanonikus alakot is.

Egy másik nevezetes általánosítására a mechanikának akkor volt szükség, mikor olyan részek mechanikájával kezdtek foglalkozni, amelyek sebessége megközelíti a fény sebességét. Ilyen részek, pl. elektronok, elektromos és mágneses tér hatásának kitéve, úgy viselkednek, mintha tömegük megnövekedne. Legcélszerűbben ezt úgy fejezhetjük ki, hogy a Newton-féle mozgásegyenletek alakját nevezetesen az erő definícióját, mint az impulzus deriváltját megtartjuk, de az impulzus fogalmát megváltoztatjuk. Az impulzus lesz:

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \beta = \frac{v}{c}, \tag{5}$$

és így a mozgásegyenlet:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \mathbf{F}. \tag{6}$$

Ha a mozgásegyenlet tömeg×gyorsulás alakjában akarjuk írni, úgy meg kell különböztetni „longitudinális" és „transzverzális" tömeget, amelyek a következők:

$$m_l = \frac{m}{(1-\beta^2)^{3/2}} \qquad m_{tr} = \frac{m}{(1-\beta^2)^{1/2}}. \tag{7}$$

Írhatjuk a mozgásegyenleteket olyan alakban is, hogy a bal oldalon a nyugalmi tömegnek a gyorsulással való szorzata álljon. Ezt úgy érjük el, hogy a mozgásegyenlet bal oldalán a deriválást elvégezzük, a baloldalon hagyjuk $m\dot{\mathfrak{v}}$—t és minden további tagot a jobb oldalra viszünk át. Ha most $m\dot{\mathfrak{v}}$—t nevezzük erőnek, úgy mint a klasszikus mechanikában, akkor azt mondthatjuk, hogy az erő kifejezése változott meg.

Mindezek azonban csak felesleges komplikációk és ezért relativisztikus esetben arra az álláspontra helyezkedünk, hogy az impulzus változott meg, és a mozgásegyenlet (6) alakban írandó.

Az impulzus relativisztikus kifejezése átmegy a klasszikus kifejezésbe, ha a test sebessége kicsiny a fénysebességhez képest, ami még bolygók és üstökösök esetében is ki van elégítve.

A nagy sebességekre érvényes ún. relativisztikus mechanika formális befejezettség tekintetében nem marad el a klasszikus mechanika mögött, amelybe határesetben átmegy. Fontos elvi belátásokra vezet, mint a tömeg és az energia ekvivalenciájára.

Az itt vázolt módosítások egy egységes követelmény következményei, ti. hogy úgy a mechanika, mint az elektrodinamika, tehát a fény jelenségeinek törvényei invariánsak legyenek, ha egy koordinátarendszerről egy hozzá képest egyenletes egyenesvonalú mozgást végző rendszerre térünk át. Ha csak szorosabb értelemben vett mechanikai jelenségekre kívánjuk, akkor a klasszikus mechanikából ismeretes ún. Galilei-transzformációt alkalmazhatjuk, amelyben az idő nem transzformálódik:

$$x' = x - vt\,,\quad y' = y\,,\quad z' = z\,,\quad t' = t\,. \tag{8}$$

Ha azt kívánjuk, hogy a fénysebesség a tapasztalatnak megfelelően invariáns legyen, akkor az ismert Lorentz-féle transzformációt kell használnunk:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad y' = y,\quad z' = z,\quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{9}$$

A relativitáselmélet a mechanika és az elektrodinamika egyenleteinek igazi szimmetriáit kellő világításba helyezi, és ma általában a klasszikus mechanika természetes továbbfejlődésének és nem ellentétének tekintik.

A relativitáselmélet egy általánosítása, az ún. általános relativitáselmélet a Newton-féle gravitáció módosított felfogásához vezetett.

Einstein ezen gravitációelméletének alapgondolata a következő:

A tér, pontosabban a négydimenziós tér-idő halmaz egy görbülettel bíró Riemann-féle tér. A tömegpont e tér geodetikus görbéin mozog, úgy, mint ahogy egy olyan tömegpont, mely görbült felületen kénytelen mozogni és erő nem hat reá, szintén a felület geodetikus görbéin mozog. A tér görbültségi viszonyait az anyag eloszlása és mozgási állapota határozza meg, úgy, mint a klasszikus elméletben a sűrűség a potenciát a Poisson-féle egyenlet segélyével határozza meg. Pontosabban a gondolatmenet a következő:

A sűrűség helyébe lép egy másodrendű tenzor, az energiaimpulzus-tenzor. Másrészt a tér-idő-halmaz görbültségi viszonyait meghatározzák az ívelem:

$$ds^2 = \sum_{ik=1}^{4} g_{ik}\, dx_i\, dx_k \tag{10}$$

együtthatói, a g_{ik}-k. Ezek egy másodrendű tenzort képeznek. Még egy másodrendű tenzor képezhető az ívelem együtthatóiból és azok deriváltjaiból, a Riemann-féle görbülettenzor, az R_{ik}. A legegyszerűbb feltevés, hogy az energiaimpulzus-tenzor, T_{ik} és R_{ik} közt lineáris összefüggés áll fenn:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = \varkappa T_{ik} \qquad (11)$$

hol R az invariáns görbület. Ez az egyenlet a Poisson-féle egyenlet általánosításának tekinthető, melybe határesetben át is megy.

Az elmélet a következő eredményekhez vezet: Számot ad a Merkur perihéliumának mozgásáról a Nap mellett elhaladó fénysugarak eltérítéséről, a vöröseltolódásról. Megengedi a Coriolis- és centrifugális erők olyan értelmezését, amelynél mindegy, hogy a test forog vagy a mindenség forog körülötte.

Azonkívül igen jelentékeny kozmológiai lehetőségekre mutat reá. Így lehetséges, hogy a világtér véges, de határtalan; és az is lehetséges, hogy a világtér méretei változnak.

Bármily nagy perspektívákat nyit is az általános relativitáselmélet, azokban az esetekben, amelyekre a klasszikus mechanika vonatkozik, átmegy abba, és így mint igen jó közelítést kiadja a Newton-féle gravitáció törvényét.

Mielőtt a mechanika egy másik elvi kibővítésével foglalkoznánk, néhány szóval megemlékezünk arról a fejlődésről, amely a szigorúan vett klasszikus mechanika határain belül Newton után végbement. Ez lényegében a matematikai módszerek kifejlődése és az általános formális törvényszerűségek felismerése volt. Ez egyrészt lehetővé tette a mechanika széleskörű alkalmazását, másrészt előkészítette általánosítások lehetőségét, amint azt a relativitás elméleténél láttuk. Ezek: a mechanika a differenciál- és integrálelvei, az általános koordináták bevezetése a mozgásegyenletekben, a Hamilton—Jacobi-féle elmélet, a kanonikus transzformációelmélet, a vektor és tenzorkalkulus, az invariánselmélet és újabban pl. az ergodelméletben operátor- és mértékelméleti meggondolások.

Ezen formális fejlődés jelentősége kiderült akkor, midőn az újonnan felfedezett kvantumszerű jelenségeknek a mechanika általános rendszerébe való beillesztésének problémája felmerült.

A kvantumelmélet kiindult a fekete sugárzás energiaelosztása értelmezéseinek nehézségeiből, amelyek elhárítására vezette be Planck 1900-ban az energiakvantumokat mint egy ad hoc feltevést. De csakhamar kiderült, hogy ezek feltevése más jelenségek értelmezésénél, mint a fotoelektromos effektus, specifikus hő, Compton-effektus, termékenynek bizonyultak. 1912-ben Bohrnak sikerült a spektrumok törvényszerűségeinek megfejtése avval a feltevéssel, hogy az atomok csak diszkrét energiájú állapotokban létezhetnek, amely állapotban nem sugároznak, míg a sugárzás két állapot közti átmenet alkalmával jön létre a Bohr-féle frekvenciatételnek megfelelően. Nemsokára Franck és Hertz kísérletileg igazolták az elmélet alapfeltevéseit a róluk elnevezett kísérletekkel. Bár a kvantumelmélet alapfeltevései idegen elemet képeztek a klasszikus mechanika és elektrodinamika rendszerében, az alapok tisztázását későbbre hagyva egy igen átfogó elmélet alakult ki, amely egész fizikai felfogásunkat átalakította. Már az elmélet fejlődésének ebben a stádiumában nélkülözhetetlennek bizonyultak az általános mechanika módszerei, így a Hamilton—Jacobi-elmélet, a kanonikus transzformációk elmélete és a feltételesen periodikus rendszerek elmélete.

Miután az elmélet egyes konkrét esetekben, így a héliumspektrum esetében elégtelennek bizonyult, az alapok tisztázása elkerülhetetlenné vált. Sikerült is néhány rövid év alatt 1925-től 1928-ig egy olyan elméletet felállítani, amely a kvantumszerű jelenségeket és a klasszikus mechanikát egységesen magába foglalja. Hogy ez lehetséges volt, az azon múlott, hogy a klasszikus mechanika alapjai annyira egészségesek, formális törvényszerűségei pedig általánosításokra annyira alkalmasak voltak. Hozzájárult ehhez, hogy a tiszta matematika olyan fogalmi segédeszközöket épített ki, amelyek a szükséges általánosítások megfogalmazását lehetővé tették. Ezek voltak: hiperkomplex számok, mátrixelmélet, sajátértékelmélet, operátorelmélet, ortogonális függvények elmélete, Hilbert-tér.

A kvantummechanika két különböző kiindulási pontból alakult ki. Az egyik, a Heisenberg—Born—Jordan-féle mátrixelmélet, az egyes fizikai mennyiségekhez, mint koordináta, impulzus, impulzusnyomaték, energia nem számokat, hanem mátrixokat rendel. Az alapvető probléma a mátrix diagonális alakra való transzformációja, a diagonális elemek az illető mennyiség lehetséges értékei. Minden mátrix a koordináta és impulzus mátrixaiból épül fel, amelyek nem cserélhetők fel és amelyekre a Heisenberg-féle relációk állanak fenn. A mechanika formális alaptörvényei, így a kanonikus egyenletek mint mátrixegyenletek érvényben maradnak.

A másik kiindulási pont volt a klasszikus mechanika és a hullámok analógiája, amelyet De Broglie kezdeményezése után Schrödinger épített ki egy elméletté. Kiindulásul szolgált a klasszikus mechanika Hamilton—Jacobi-féle egyenlete. Ezt az egyenletet Hamilton a távcsövek sugármenete tanulmányozásánál vezette be. Az egyenlet bizonyos felületeket szolgáltat, melyek ortogonális trajektorái optikai esetben a fénysugarak, mechanikai esetben a tömegpont lehetséges pályái. A klasszikus mechanika ezáltal szoros analógiába jut a geometriai optikával. Amint ismeretes, a geometriai optika csak olyan viszonyok közt érvényes, midőn az elhajlásjelenségektől eltekinthetünk, ellenkező esetben át kell térnünk a hullámoptikára, midőn a Hamilton-féle egyenlet helyébe egy hullámegyenlet lép. Az analóg átmenet a mechanikában elvezet a klasszikus mechanikától a hullámmechanikához, a Hamilton—Jacobi-féle

egyenlettől a Schrödinger-féle egyenlethez. Míg a Hamilton—Jacobi-féle egyenletet úgy nyerjük, hogy a Hamilton-féle függvényben, azaz az összenergiának kifejezésében az impulzusok helyébe egy S koordinátafüggvénynek a megfelelő koordináta szerinti deriváltját tesszük:

$$H(q_i\, p_i) = E\,,\quad p_i \to \frac{\partial S}{\partial q_i}\,,$$

$$H\left(q_i\, \frac{\partial S}{\partial q_i}\right) = E\,, \tag{12}$$

addig a Schrödinger-féle egyenletet úgy nyerjük, hogy az impulzus helyébe egy operátort teszünk:

$$p_j \to \frac{\hbar}{i}\,\frac{\partial}{\partial q_j}\,, \tag{13}$$

hol a Planck-féle állandó osztva 2-vel, az imaginárius egység, és az így nyert energiaoperátort egy koordinátafüggvényre alkalmazzuk:

$$H\left(q_j\,, \frac{\hbar}{i}\,\frac{\partial}{\partial q_j}\right)\psi = E\psi. \tag{14}$$

Ezen egyenlet sajátfüggvényei szolgáltatják a stacionárius állapotok energiáit, a megfelelő sajátfüggvények pedig a rendszer állapotát jellemzik. A klasszikus esetnek megfelelő viszonyok közt a Schrödinger-féle egyenlet átmegy a Hamilton—Jacobi-féle egyenletbe.

Kiderült, hogy a hullámmechanika és a mátrixmechanika egy elmélet két különféle alakja. A Schrödinger-féle egyenletnek megfelel az az egyenlet, mely az energiamátrix főtengelyekre való transzformációját fejezi ki,

$$S^{-1}HS = W, \tag{15}$$

hol S a transzformációs mátrix, S^{-1} a reciprokja. Ha az egyenletet S-sel elölről szorozzuk, az egyenlet alakja lesz

$$HS = SW, \tag{16}$$

midőn az analógia még nyilvánvalóbb. A transzformációs matrix oszlopainak a Schrödinger-egyenlet sajátfüggvényei felelnek meg.

Ha röviden akarjuk jellemezni a különbséget a klasszikus mechanika és a kvantummechanika közt, úgy azt mondhatjuk, hogy az előbbi differenciálegyenleteket ad meg a fizikai mennyiségekre, amelyekből azok mint az idő függvényei meghatározhatók, addig a kvantummechanika a fizikai mennyiségekhez operátorokat (ill. mátrixokat) rendel. Két főprobléma merül itt fel. Az egyik: milyen értékeket vehet fel valamely mennyiség? Erre a felelet, hogy az operátor sajátértékeit. A másik probléma az, ha valamely állapot jellemezve van azáltal, hogy az összes egyszerre megmérhető mennyiségeket megadjuk, egy más méréshez tartozó mennyiség meghatározott értékét milyen valószínűséggel fogja felvenni? Azok a fizikai mennyiségek, amelyek felcserélhető operátorokhoz tartoznak, ugyanazon állapotban mérhetők, míg a fel nem cserélhető operátorok, mint koordináta és sebesség, ugyanazon állapotban nem mérhetők. Ez azután odavezet, hogy egy mechanikai rendszernek nem határozható meg annyi jellemző adata, hogy a kezdeti állapotból a jövőt egyértelműen meg lehessen határozni. Tehát nem lehetséges egy rendszer állapotának olyan szoros determinálása az egy időben megadott helyzetekkel és impulzusokkal, mint a klasszikus mechanikában, aminek Laplace adott jellemző kifejezést.

Ez kétségkívül nagy elvi eltávolodás a klasszikus mechanikától, ami atomi folyamatoknál fontos és ellenőrizhető következtetésekre is vezet, de érintetlenül hagyja a klasszikus mechanika elgondolásait makroszkopikus viszonyok közt, pl. a csillagok pozíciójának kiszámítása egy későbbi időpontra nem szenved változást.

Az elmélet további fejlődésénél a relativitáselmélet szempontjai itt is igen termékenynek bizonyultak, és elvezettek az elektron Dirac-féle egyenletéhez, amellyel az elektron viselkedését és sajátságait, beleértve a spint is, legpontosabban tudjuk leírni, és amely olyan feltűnő jelenségekről, mint a párképződésről is felvilágosítást tud adni.

Nem lehet célunk a kvantummechanika teljesítményeinek felsorolása, mert ez a fizika ma aktuális problémái túlnyomó részét magában foglalná. Csak azt említjük meg, hogy az elektron hullámtermészetének kísérleti kimutatása éppúgy lehetséges, mint a fénynél, és a fennálló hullám-korpuszkula dualitás egy alapvető kísérleti tény.

Azonban ma ismét az a helyzet, hogy élénk szükségét érezzük annak, hogy túlhaladjuk ismereteinknek a kvantummechanika által jellemzett fokát. A korpuszkula-hullám dualitás általános megalapozása, az elektromágneses tér kvantumelmélete, az atommagok alkatrészei, a protonok és neutronok közt működő erők, az elemi részek problémái egy további elmélyítés szükségére utalnak. Ez irányban igen jelentékeny kezdeményezések és részleteredmények vannak, de az elmélet súlyos nehézségekkel küzd, mutatva, hogy még lényeges gondolatok hiányzanak. Ez az ún. második kvantálás elmélete, amelyhez tartozik a kvantumelektrodinamika is, amely a klasszikus Maxwell-féle elmélethez úgy viszonylik, mint a kvantummechanika a klasszikus mechanikához. A második kvantálás elmélete rendkívül messze távozik ugyan minden köznapi elgondolástól és a klasszikus mechanikától is, de a mechanika formális elvei itt is vezetőül szolgálhatnak, és ismét az alapok helyességét igazolják.

A második kvantálás elmélete általában nehezen hozzáférhető és azért a fizikusok körében is kevésbé ismert, mint megérdemelné. Ez annál is inkább sajnálatos, mert itt vannak a ma aktuális legfontosabb elvi problémák. Ezért néhány szóval megkísérlem általánosságban jellemezni, hogy az érdeklődést reá irányítsam.

Az alapgondolat a következő: Adva van valamely téregyenlet vagy egyenletek rendszere, pl. a Maxwell-féle egyenletek, a Schrödinger-féle vagy Dirac-féle egyenlet. Ezekben előfordul egy vagy

több függvény: elektromos és mágneses térintenzitás függvény stb. mint a hely és idő függvényei. Az egyenletek ekvivalensek egy Hamilton-féle variációelvvel, amelynek Lagrange-függvénye a térfüggvényeket és azok idő és koordináták szerinti első deriváltjait tartalmazza. A pontmechanika koordinátáinak itt a térfüggvények felelnek meg, és ezek szerint variálunk, midőn a nyert Lagrange-egyenletek éppen a téregyenletek lesznek. Ismert formalizmus, ti. egy Legendre-transzformáció megengedi, hogy a Lagrange-függvényből áttérjünk a Hamilton-féle függvényre és a kanonikus egyenletekre. Ez addig még mindig klasszikus elmélet. Kvantumelméletre úgy térünk át, hogy a koordináták analogonjai és a hozzájuk definiált és a formalizmus által előírt kanonikusan konjugált impulzusokat operátoroknak tekintjük, melyekre jellemző felcserélési relációk állanak fenn, mégpedig a Heisenberg-féle relációk a Bose—Einstein- és egy előjelben különböző relációk a Fermi—Dirac-féle esetben.

Ha az egyenlet, melyből kiindultunk, egy már kvantálás által nyert egyenlet, mint a Schrödinger- vagy Dirac-féle egyenlet, akkor ez az eljárás a kvantálás másodszori alkalmazását jelenti, innen az elmélet elnevezése.

Az elmélet igen szép eredményekhez vezet, és pl. üres elektromágneses tér esetében tökéletes: kiadja a fotonok jellegzetes sajátságait, azaz, hogy a tér energiája és impulzusa úgy adódik, mint korpuszkulák energiáinak és impulzusainak összege. A nehézségek ott kezdődnek, ha töltések vannak jelen, ekkor divergens kifejezések lépnek fel.

Hasonlóan kiadja a Schrödinger-egyenletre alkalmazva, hogy a töltések egy elemi töltés sokszorosai. Tehát a fény és a töltések korpuszkuláris sajátságai egy kvantálás eredményei.

Ezen gondolatkörben próbálják a mezonok elméletét is felépíteni.

Ha az itt vázolt fejlődést végigtekintjük, úgy azt a benyomást nyerjük, hogy tudásunknak elég jól elkülöníthető fokozatai, emeletei vannak. Az újkori tudományos fellendülés egy ilyen emeletet megnyitott számunkra, és Newton volt az, ki először tudta áttekinteni ezen emelet viszonyait, és aki lehetővé tette ezáltal, hogy meglássuk azt a lépcsőt, amely ezen emeletről a következőre felvezet. Egy következő emeletet az elektrodinamikának Maxwell-féle elmélete és a relativitás elmélete jellemez és az ezekben előforduló univerzális állandó, a fénysebesség. A következő a kvantumelmélet emelete, a jellemző univerzális állandó a Planck-féle, állandó, a $\hbar$.

Mindezekhez az út a klasszikus fizikán át vezet, sohasem tudtuk volna magunkat az elektrodinamika és a kvantummechanika jelenségei közt kiismerni, ha a klasszikus fizika iskoláján nem mentünk volna át.

Reméljük, megadatik nekünk, hogy amaz új emeletbe, amelynek ajtajain kissé be tudunk pillantani, valóban be is tudjunk lépni. És ha ez sikerülni fog, akkor is hálával kell emlékeznünk Newtonra, aki egy alsóbb emeleten megtanított arra, hogy mi egy tudományos rendszer.

Ortvay Rudolf

(Előző számunkban megemlékeztünk a húsz éve halott Ortvay Rudolfról. Itt közölt előadása 24 évvel ezelőtt jelent meg a Mathematikai és Physikai Lapokban.)

A ponderomotoros erő kérdéséről*

I.

Ponderomotoros erő alatt azt az erőt értjük, amit egy elektromágneses mező anyagra kifejt. A Maxwell-elmélet megfogalmazása után két különböző kifejezést adtak meg az erő értékére, és hosszú vita alakult ki, vajon a két kifejezés közül melyik felel meg a valóságnak. A vitatott kifejezések közötti különbség általában nagyon kicsi, és ezért nem látszott lehetségesnek a kérdést kísérletileg eldönteni. A tényleges helyzet az, hogy már maga a ponderomotoros erő fogalma egy leegyszerűsítést tartalmaz, mely nem felel meg tökéletesen a valóságnak, és a probléma eltűnik, ha egy konkrét rendszerben gyakorolt elektromágnes hatást kívánunk tárgyalni.

II.

Induljunk ki Maxwell egyenleteiből, melyek a szokásos jelöléseket alkalmazva a következőképpen írhatók fel:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c}\dot{\mathbf{B}}\,, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c}\dot{\mathbf{D}} + 4\pi\,\mathbf{i}\,, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi\varrho\,, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0\,. \end{aligned} \tag{1}$$

A fenti egyenletekhez hozzátehetjük a kontinuitási egyenletet:

$$\operatorname{div} \mathbf{i} + \frac{1}{c}\frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0\,, \tag{2}$$

és a Lorentz-erő kifejezését

$$\mathbf{F} = \varrho\mathbf{E} + c\,[\mathbf{i}\times\mathbf{B}]\,, \tag{3}$$

ahol **F** jelenti az erősűrűséget, amely a ϱ sűrűségű töltést és az **i** sűrűségű áramot hordozó anyagra hat. A ϱ és **i** sűrűségek az ún. igazi töltés sűrűségét illetve az igazi töltések által létrehozott konvekciós

* Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1964. évi közgyűlésén elhangzott előadás.

áramot jellemzik. Ha csak egyfajta töltéshordozóval rendelkezünk, akkor

$$\mathbf{i} = \varrho\, \mathbf{v}/c\,, \tag{4}$$

ahol $\mathbf{v}$ a töltéshordozók áramlási sebessége.

Az (1), (2) és (3) egyenletekhez hozzá kell még vennünk a térerősség vektorok és az elektromos és mágneses polarizáció közti összefüggéseket, azaz a

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}\,,$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \tag{5}$$

egyenleteket, ahol $\mathbf{P}$ és $\mathbf{M}$ jelenti az elektromos, illetve mágneses polarizációt. Fenti egyenletek helyett azt is mondhatjuk, hogy

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E} \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = \mu\,\mathbf{H}\,, \tag{5a}$$

ahol

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\varkappa \qquad \mu = 1 + 4\pi\chi.$$

Míg azonban (5a) csak különleges esetekben áll fenn, addig az (5)-ös összefüggések egészen általános érvényűek, és a $\mathbf{P}$ és $\mathbf{M}$ polarizációk értéke az anyag tulajdonságainak figyelembevételével határozható meg:

Az (1) egyenleteket más formában is írhatjuk, ha az áram-, illetve a töltéssűrűség kifejezését nemcsak az „igazi" töltésekkel hozzuk kapcsolatba, hanem ha ezeken túl az atomokban lejátszódó folyamatokból származó töltés- és áramsűrűségeket is figyelembe vesszük. Így az effektív töltés-, illetve áramsűrűségre írhatjuk:

$$\varrho_{eff} = \varrho - \operatorname{div}\mathbf{P}\,, \tag{a}$$

$$\mathbf{i}_{eff} = \mathbf{i} + \frac{1}{c}\dot{\mathbf{P}} + \operatorname{rot}\mathbf{M}. \tag{b} \quad (6)$$

A (6) egyenletek magyarázatára a következőket jegyezzük meg:

1. Elektromosan polarizált atomok dipólusként viselkednek. Mint egy részletesebb számítás mutatja, a dipólok által létrehozott mező olyan, mint egy

$$\varrho_p = -\operatorname{div}\mathbf{P} \tag{7}$$

töltéssűrűség elektromos mezője. A ϱ_p-t Poisson-töltésnek is szokás nevezni. Egyes tárgyalásokban a (7) kifejezésben megadott sűrűséghez hozzáadnak még egy $\sigma = 4\pi\mathbf{P}$ felületű töltéssűrűséget is. E felületi sűrűségre azonban nincs szükség, ha a tényeknek megfelelő módon feltételezzük, hogy egy dielektrikum felületén a $\mathbf{P}$ polarizáció nem ugrásszerűen változik, hanem a $\mathbf{P}$ változása, noha egy nagyon vékony, de mégis véges rétegen keresztül történik.

2. A (6)-os kifejezés szerint a valódi áramsűrűséget két taggal kell kiegészíteni. Az első tag $\frac{\dot{\mathbf{P}}}{c}$ azt az áramot képviseli, amely az atomokban folyik, mialatt az elektromos polarizáció kialakul. Ez az áram egyszerűen az atomi elektronok eltolódásával kapcsolatos konvekciós áram $\left(\text{az } \frac{1}{c}\right.$ faktor az általunk használt egységek miatt lép fel$\left.\right)$.

3. Az áramsűrűségben fellépő rot $\mathbf{M}$ tagnak a jelentősége valamivel bonyolultabb. Amennyiben feltételezzük, hogy az atomok mágneses momentumát zárt pályán keringő töltések hozzák létre, akkor az ennek megfelelő konvekciós áram sűrűsége rot $\mathbf{M}$-el arányos. Ugyancsak egy rot $\mathbf{M}$-es tagot kapunk az áramsűrűség kifejezésében, ha feltételezzük, hogy az atomok mágneses momentumainak egy része valódi mágnesezésnek köszönhető; ez esetben azonban a rot $\mathbf{M}$ nem igazi áramot jelent, hanem ekvivalens áramot, vagyis egy ilyen áramsűrűség lenne képes a ténylegesen meglevő mágneses mezőt létrehozni. A további tárgyalásaink szempontjából azonban nem lényeges, hogy az áramsűrűségben fellépő rot $\mathbf{M}$-es tag milyen arányban származtatható az atomi töltések által létrehozott áramok sűrűségéből, illetve az atomok valódi mágnesezettségének megfelelő áramsűrűségből; az itt tárgyalt esetekben mind a két felfogás ugyanerre az eredményre, az effektív áramsűrűségben egy rot $\mathbf{M}$-es tag fellépésére, vezet.*

Ha az (5) és (6) kifejezéseket az (1)-es egyenletrendszerbe behelyettesítjük, ügyelve arra, hogy kifejezéseinkben csak az $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, a ϱ_{eff} és $\mathbf{i}_{eff}$ szerepeljen, a következőket kapjuk:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\dot{\mathbf{B}} \tag{a}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{1}{c}\dot{\mathbf{E}} + 4\pi\,\mathbf{i}_{eff} \tag{b} \quad (8)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0\,, \quad \operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\varrho_{eff}. \tag{c}$$

Az így megadott egyenletrendszer a mező mozgását tökéletesen leírja: magát az elektromágneses mezőt az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{B}$ vektorok jellemzik, az $\mathbf{i}_{eff}$ és ϱ_{eff} sűrűségek pedig az anyag összes elektromágneses hatásait képviselik.

III.

Az energia- és impulzus-viszonyok tárgyalásához a (8)-as egyenletrendszer bizonyos átalakítására van szükségünk.

Szorozzuk meg skalárisan a (8a) egyenletet $\mathbf{B}$-vel és (8b)-t $\mathbf{E}$-vel, akkor ha az így kapott egyenletet egymásból kivonjuk, kapjuk:

$$\mathbf{B}\operatorname{rot}\mathbf{E} - \mathbf{E}\operatorname{rot}\mathbf{B} =$$

$$= -\frac{1}{2c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) - 4\pi\mathbf{E}\,\mathbf{i}_{eff}$$

* A két felfogás között különbség csak akkor lép fel, midőn az atomok impulzusmomentumát is vizsgáljuk (lásd Acta Physica Hungarica, 20. 3. 1966.).

Az ismert vektoriális összefüggés felhasználásával, mely szerint

$$\operatorname{div}[\mathbf{a}\times\mathbf{b}] = \mathbf{b}\operatorname{rot}\mathbf{a} - \mathbf{a}\operatorname{rot}\mathbf{b},$$

a baloldali kifejezés egy vektorszorzat divergenciájává alakítható át, és így azt kapjuk, hogy

$$\operatorname{div}\mathbf{S} + \frac{\partial u}{\partial t} + c\,\mathbf{E}\,\mathbf{i}_{eff} = 0, \tag{9}$$

amennyiben bevezetjük a

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\times\mathbf{B}], \tag{10a}$$

$$u = \frac{1}{8\pi}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) \tag{10b}$$

mennyiségeket.

A (9)-es egyenlet szemléletes fizikai tartalommal rendelkezik. Legyen $\mathbf{S}$ az energiaáramlás sűrűsége, u az elektromágneses energia sűrűsége, így (9) az energia megmaradását írja le. Azt mondhatjuk tehát, hogy $-\operatorname{div}\mathbf{S}$ adja meg az egy másodperc alatt a mező áramlása folytán köbcentiméterenként lerakódó energia mennyiségét. Ez az energia részben mint elektromágneses energia jelenik meg, részben pedig a mező munkát végez a jelenlevő áramokon, és így másodpercenként $c\,\mathbf{E}\,\mathbf{i}_{eff}$ mennyiségű energia alakul át elektromágneses energiából más energiaformává.

Szorozzuk meg ezek után vektoriálisan a (8a) egyenletet $\mathbf{E}$-vel és (8b)-t $\mathbf{B}$-vel, és az így kapott egyenleteket összegezzük, ily módon az

$$[\mathbf{E}\times\operatorname{rot}\mathbf{E}] + [\mathbf{B}\times\operatorname{rot}\mathbf{B}] = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}[\mathbf{E}\times\mathbf{B}] + 4\pi[\mathbf{B}\times\mathbf{i}_{eff}] \tag{11a}$$

összefüggésre jutunk. Foglalkozzunk először a baloldal átalakításával. Az

$$\frac{1}{2}\operatorname{grad}\mathbf{a}^2 = (\mathbf{a}\operatorname{grad})\mathbf{a} + [\mathbf{a}\times\operatorname{rot}\mathbf{a}]$$

vektoriális összefüggés felhasználásával a (11a) egyenlet bal oldalán álló kifejezés az

$$\frac{1}{2}\operatorname{grad}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) - (\mathbf{E}\operatorname{grad})\mathbf{E} - (\mathbf{B}\operatorname{grad})\mathbf{B}$$

alakra hozható. Tekintve, hogy a (8c) egyenletek szerint

$$-\mathbf{E}\operatorname{div}\mathbf{E} + 4\pi\varrho_{eff}\cdot\mathbf{E} = 0$$

és

$$-\mathbf{B}\operatorname{div}\mathbf{B} = 0,$$

a fenti kifejezés tovább alakítható, és kapjuk:

$$\frac{1}{2}\operatorname{grad}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) - \{(\mathbf{E}\operatorname{grad})\mathbf{E} + \mathbf{E}\operatorname{div}\mathbf{E} + (\mathbf{B}\operatorname{grad})\mathbf{B} + \mathbf{B}\operatorname{div}\mathbf{B}\} + 4\pi\varrho_{eff}\mathbf{E}.$$

Mivel a $\{\}$-ben álló kifejezés nem más, mint az

$$\mathbf{E}\circ\mathbf{E} + \mathbf{B}\circ\mathbf{B}$$

tenzor divergenciája (a $\circ$ a diadikus szorzat szokásos jele) a (10)-es egyenletek figyelembevételével a (11a) a következőképp írható:

$$\operatorname{Div}\mathbf{T} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c^2}\mathbf{S}\right) + \mathbf{F}_{eff} = 0; \tag{11b}$$

itt

$$\mathbf{F}_{eff} = \varrho_{eff}\mathbf{E} + [\mathbf{i}_{eff}\times\mathbf{B}]$$

és a $\mathbf{T}$ szimmetrikus tenzor ik komponense:

$$(\mathbf{T})_{ik} = \begin{cases} -\frac{1}{4\pi}(E_i^2 + B_i^2) + \frac{1}{8\pi}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2), & \text{ha } i = k \\ -\frac{1}{4\pi}(E_i E_k + B_i B_k) & \text{ha } i \neq k, \end{cases}$$

vagyis maga a $\mathbf{T}$ tenzor:

$$\mathbf{T} = -\frac{1}{4\pi}(\mathbf{E}\circ\mathbf{E} + \mathbf{B}\circ\mathbf{B}) + \mathbf{1}\cdot u,$$

ahol $\mathbf{1}$ az egységtenzor.

Bevezetve az

$$\frac{1}{c^2}\mathbf{S} = \mathbf{G} \tag{11c}$$

mennyiséget, mely az impulzus sűrűségének fogható fel, a (11b) egyenletet még egyszerűbb formában kapjuk, mégpedig:

$$\operatorname{Div}\mathbf{T} + \frac{\partial\mathbf{G}}{\partial t} + \mathbf{F}_{eff} = 0 \tag{11}$$

A (11)-es egyenlet tartalma a következő: Div $\mathbf{T}$ a mező áramlása folytán felhalmozódott impulzus, mely részben mint impulzus sűrűségnövekedés ($\dot{\mathbf{S}}/c^2$) jelenik meg, részben pedig, minthogy az $\mathbf{F}_{eff}$ éppen az anyagra való erőhatás, azt az impulzusmennyiséget adja meg, amely elektromágneses impulzusból másfajta impulzussá alakul át.

Összefoglalva tehát mondhatjuk, hogy a (9) és (11)-es egyenletek az energia és impulzus mozgását mint átalakulást pontosan leírják. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy mivel ezekben a kifejezésekben nem a valódi töltés- és áramsűrűségek szerepelnek, hanem az $\mathbf{i}_{eff}$ és ϱ_{eff}, az egyenleteink azokat az energiákat és impulzusokat is tartalmazzák, amelyeket az egyes atomok vesznek fel.

IV.

A (9) és (11) egyenletek egyértelműen megadják az energia- és impulzusviszonyokat egy anyagon kiterjedt elektromágneses mezőben. Mielőtt azonban ezen egyenletek tartalmát részletesebben taglalnánk, megjegyezzük, hogy mind az energiasűrűségre (10b), mind az impulzussűrűségre (11c) adott kifejezéseink eltérnek a szokásosan

használtaktól. A régebbi irodalomban használatos kifejezések ui.:

$$\mathbf{S}' = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] \qquad \text{(a)}$$

és (12)

$$u' = \frac{1}{8\pi}(\mathbf{ED} + \mathbf{HB}) \qquad \text{(b)}$$

illetve ennek megfelelően:

$$\mathbf{G}' = \frac{1}{c^2}\mathbf{S}'. \qquad \text{(c)}$$

Ha a III. pontban leírt számítást a Maxwell-egyenleteknek (1) alatt megadott szokásos alakjával végezzük el, a

$$\operatorname{div} \mathbf{S}' + \frac{\partial u'}{\partial t} + c\,\mathbf{E}\,\mathbf{i} = 0 \qquad (13)$$

összefüggésre jutunk, ahol

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}(\mathbf{E} \cdot \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{H} \cdot \dot{\mathbf{B}}). \qquad (13a)$$

A (13) és (9) egyenletek analógiája nyilvánvaló, fel kell azonban hívnunk a figyelmet arra, hogy a (13a) alatti kifejezésből — mint az az (5a) felhasználásával könnyen belátható — az energiasűrűség (12b)-ben megadott szokásos alakja csak abban a speciális esetben következik, ha mind ε, mind μ konstansnak tekinthetők, vagyis midőn feltételezhető, hogy

$$\int \mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{D} = \frac{1}{2}\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \quad \text{és} \quad \int \mathbf{H}\,\mathrm{d}\mathbf{B} = \frac{1}{2}\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}.$$

Mivel azonban ez, főként a mágneses mező vonatkozásában, nem áll fenn, a szokásos tárgyalásmódban is helyesebb a (11b) helyett azt írni, hogy

$$\mathrm{d}u' = \frac{1}{4\pi}(\mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{D} + \mathbf{H}\,\mathrm{d}\mathbf{B}). \qquad (13b)$$

Mint azt a fentiekben láthattuk, az általunk követett gondolatmenetben semmi ilyen közelítő feltételezésre nem volt szükségünk, amit egyszerűen a polarizációs effektusok megfelelő csoportosításával sikerült elérnünk.* Röviden még csak az általunk felírt kifejezések fizikai tartalmát szeretnénk szemléletesebbé tenni.

Az energiasűrűség elektromos részére (10b), illetve (11b) szerint azt kaptuk, hogy

$$u_{el} = \frac{1}{8\pi}\mathbf{E}^2 \quad \text{és} \quad u'_{el} = \frac{1}{4\pi}\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}.$$

Ha tehát **D**-t (5) értelmében a **P** és **E** vektorok segítségével fejezzük ki, a két energia különbségére

$$\Delta u_{el} = u'_{el} - u_{el} = \frac{1}{2}\mathbf{EP}$$

adódik. Ha (11b) helyett a pontosabb (13b)-ből indulunk ki, akkor azt írhatjuk, hogy

$$\Delta u_{el} = \int \mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{P}.$$

A Δu_{el} azt a munkát fejezi ki, amelyet az elektromos térerősség térfogategységként végez az elektromos dipólokon. Ez a munka az atomok potenciális energiáját növeli, azaz Δu_{el} a dipólusokban felhalmozott energiasűrűséget jelenti. Minthogy ez az energia nem szükségszerűen elektromágneses energia, helyesen járunk el, ha pusztán az u_{el}-et tekintjük úgy, mint az elektromos mező energiáját, u'_{el}-t pedig mint az elektromos energia és a dipólusokban felhalmozott másfajta energiák összegét.

Hogy a dipólusokban valóban Δu_{el}-nek megfelelő energia van felhalmozva, azt onnan is láthatjuk, hogy ha az **E** térerősség eltűnik, akkor a polarizált dipólok rezgésbe kezdenek, és csak akkor jutnak vissza nyugalmi állapotba, miután sugárzás formájában Δu_{el}-nek megfelelő energiamennyiséget leadtak.

Hasonló módon tárgyalható az

$$u'_{mágn.} - u_{mágn.} = \Delta u_{mágn.}$$

kifejezés, és ki lehet mutatni, hogy az $u_{mágn.}$ adja meg a tisztán mágneses mezőben rejlő energiát. Végül a $\Delta \mathbf{S} = \mathbf{S}' - \mathbf{S}$ energia áramlása nem a mezőhöz tartozó mechanikus és más jellegű energiaáramlás sűrűségét adja meg.

Felmerül a kérdés, hogy miért vezették be eredetileg az u' és $\mathbf{S}'$ mennyiségeket, mikor az u és **S** mennyiségek tisztán matematikailag is könnyebben kezelhetők, és azonkívül nyilvánvaló, hogy u' és $\mathbf{S}'$ a nem a mezőhöz tartozó járulékokat is magukban foglalják. Az u' és $\mathbf{S}'$ kifejezések bevezetésének nyilvánvalóan történelmi okai vannak. A múlt század végén a tudományos törekvések általában olyan törvények felállítására irányultak, amelyeknek általános érvényességet lehet tulajdonítani. Ennek megfelelően az energiasűrűség kifejezését is úgy kívánták felírni, hogy az lehetőleg az összes energiafajtákat magába foglalja. E törekvések azonban nem lehettek sikeresek, mert, mint később kiderült, a különböző anyagfajtáknak nagyon differenciált tulajdonságai vannak, és így nem lehet egyszerű kifejezésekkel megadni, hogy pl. egy adott elektromágneses mező különböző közegekben milyen anyagi változást hoz létre. A követendő út tehát az, hogy a mező által létrehozott változásokat az anyagi minőségtől függő mennyiségekkel, a polarizációs vektorokkal jellemezzük és megadjuk, hogy a polarizáció létrejötte milyen mennyiségű energiaátalakulással járt. Az anyag szerepe abban áll, hogy meghatározza az **E**, **B** és a **P**, **M** vektorok közötti esetleg nagyon bonyolult összefüggéseket.

V.

Vizsgáljuk meg ezek után azt a kérdést, hogy egy anyagi rendszerre egy külső elektromágneses mező milyen erőhatást gyakorol. Az első feladat e

* Acta Physica Hungarica, 19, 39, 1965.

célból annak megállapítása, hogy a rendszer egyes részei mennyi impulzust kapnak másodpercenként, tekintve, hogy az impulzus idő szerinti deriváltja határozza meg az anyagra kifejtett ponderomotoros erőt. Ha azonban ezt az impulzust meg akarjuk határozni, akkor azt vesszük észre, hogy a valódi anyag bonyolult szerkezete miatt nem lehet egyértelműen megállapítani, hogy a fellépő impulzus-sűrűségeknek tulajdonképpen melyik részét lehet ténylegesen az anyag által felvett impulzusnak minősíteni.

A kérdés jobb megvilágítására írjuk fel az impulzus-átadást leíró (11)-es egyenlet integrális alakját, melyet (11)-ből a Gauss-tétel alkalmazásával a következő alakban nyerünk:

$$-\int_S \mathbf{T}\,\mathrm{d}\mathbf{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \mathbf{G}\,\mathrm{d}V + \int_V \mathbf{F}_{eff}\,\mathrm{d}V. \qquad (14)$$

A (14) egyenlet szerint tehát a V térfogatba az $\mathbf{F}$ felületen keresztül beáramló impulzus ott részben elektromágneses impulzus formájában marad meg $\mathbf{G}$ sűrűséggel, részben pedig átadódik magának az anyagnak. Ha azonban az egyenlet jobb oldalán álló kétféle kifejezésben ($\mathbf{G}$ és $\mathbf{F}_{eff}$) szereplő mennyiségeket, úgymint a $\mathbf{S}$-t, a ϱ_{eff} ill. $\mathbf{i}_{eff}$-et pontosabban szemügyre vesszük, akkor a valódi anyag bonyolult szerkezete miatt nem lehet egyértelműen megállapítani, hogy a fellépő impulzus sűrűségének mely részét lehet ténylegesen az anyag által felvett impulzusnak minősíteni, vagyis az ún. ponderomotoros erő meghatározása nem egyértelmű kérdésfelvetést tartalmaz.

Nézzük meg először is ebből a szempontból a kifejezéseinkben szereplő effektív töltés- és áramsűrűség (6) alatt megadott alakját. Az ezekben szereplő div $\mathbf{P}$ ill. $c^{-1}\dot{\mathbf{P}} + \mathrm{rot}\,\mathbf{M}$ az atomokon belüli töltés- ill. árameloszlásokat képviselik, és az ezekre ható térerősség közvetlenül az atomoknak ad át impulzust. Tehát ez a része a kölcsönhatásnak mindenesetre a ponderomotoros erőhöz tartozik. Nehezebb már eldönteni, hogy vajon az igazi áramokra gyakorolt hatás valóban az anyagnak adja-e át az impulzust. Az erőhatás által létrejött impulzust szabadon mozgó vezetési elektronok veszik át, és ezek egy súrlódási folyamathoz hasonló módon az impulzusokat később az anyag atomjainak átadják, ez azonban már egy közvetett hatás.

Legproblematikusabb az a kérdés, hogy a Poynting-vektor által kifejezett impulzusáramlás, vagyis a $\mathbf{G}$ vektor, hozzátartozik-e az anyag impulzusához vagy sem. Az elektromágneses hullámok ugyanis szabadon szelik át az anyagot, megfelelő körülmények között azonban reflexió vagy abszorbció által szintén átadhatnak impulzust az atomoknak.

Látjuk tehát, hogy az anyagon belül rendkívül bonyolult folyamatok folynak le, és igen nehéz feladat egy anyagi rendszer impulzusát pontosan meghatározni. Egy egyértelmű kérdésfeltevést a következőképpen lehetne például megfogalmazni: egy anyagi rendszer, miután az elektromágneses mezővel kölcsönhatásban volt, vajon milyen módon, mennyi impulzus átadásával fog mondjuk egy falnak nekiütközni?

Hogy erre a kérdésre szemléletes választ adjunk összehasonlíthatjuk a problémát azzal az esettel, midőn egy limlommal telt láda egy falnak nekiütközik. Felmerül ugyanis ott is a kérdés, hogy vajon a ládával együtt mozgó limlomnak impulzusa az ütközéskor érvényesülni fog e? Amennyiben a sok apró holmi a ládában lazán van elhelyezve, úgy ezek miután a láda elülső oldala a falnak ütközött, tehetetlenségük folytán tovább fognak repülni, és így első pillanatban a nekik megfelelő impulzus nem játszik szerepet. A lazán elhelyezett tárgyak azonban előbb-utóbb a láda falaiba ütköznek, és ily módon impulzusaikat átadják a ládának, vagyis szerephez jutnak az ütközési folyamatban.

A kérdés azonban az, hogy az ilyenfajta impulzusátadás megtörténik-e, mielőtt a láda visszaverődik a faltól, vagy csak azután. Ha tudniillik utána történik, akkor a fallal való ütközésnél a ládában elhelyezett tárgyak impulzusa nem érvényesül.

Visszatérve az elektromágneses esetre, ha a töltéseket és áramot, valamint elektromágneses sugárzást tartalmazó rendszer egy falnak ütközik, akkor csakis a konkrét adottságokból lehet megállapítani, hogy vajon az impulzusnak melyik része fog az ütközésben érvényesülni. Az elektromágneses hullámok elhagyhatják a rendszert és abszorbeálódhatnak, vagy reflektálódhatnak a falon. Ilyen esetben az elektromágneses sugárzásnak fele vagy egésze részt vesz az ütközésben. Azonban az is megtörténhet, hogy az elektromágneses sugárzás a falon átmegy és akkor a sugárzás impulzusa nem érvényesül az ütközésben.

Hasonló módon lehet az anyagban folyó áramok hatását megbecsülni. Olyan mértékben, amennyire az ütközés alatt az áramok lefékeződnek, átadják impulzusukat a falnak. Az átadott impulzus mennyisége kizárólag az ütköző rendszer elektromos tulajdonságaitól függ.

Az atomok által felvett impulzus általában egy ütközéssel át fog adódni, azonban az egzakt tárgyalásnál nem kielégítő a rendszert tömegpontnak kezelni, hanem a deformálható testek mechanikai törvényeit alkalmazva kell az ütközési folyamatot részletesen leírni.

A fentiekből láthatjuk tehát, hogy egy anyagi rendszer mozgásállapotát nem lehet egyszerűen egy impulzus értékkel leírni, és ily módon nem is lehet egyértelműen ponderomotoros erőről beszélni, amelyik hivatva volna ezt az impulzust létrehozni. Az irodalomban szokásos tárgyalása az anyagnak ezt a bonyolultságot nem veszi figyelembe és igyekszik egy általános, az anyagra általában érvényes törvényszerűséget kidolgozni. E törekvés a múlt századbeli gondolkodásmódnak felel meg, amely gondolkodásmódot már előbb is kritika tárgyává tettük.

Mindezekből tehát arra a következtetésre juthatunk, hogy egy tényleges rendszerben az energia és impulzusviszonyok valójában komplikáltak, értelmetlennek tűnik a valóságban különböző előforduló változatokra érvényes ponderomotoros erő kifejezést meghatározni. Az irodalomban épp ezért a ponderomotoros erőre többféle kifejezést találhatunk, melyek egymástól abban különböznek, hogy szerzőik a fent leírt impulzus kifejezés négy részéből melyiket tulajdonítják a ponderomotoros erő hatásának. Azonban a fent mondottakból is nyilvánvaló, a kérdésfelvetésnek ilyen formája értelmetlen.

VI.

Röviden kitérünk még arra a kérdésre, hogy a Poynting-vektor olyan esetben is energia- és impulzusáramlást fejez ki, amikor az elektromágneses mező stacionárius, tehát ha mind **E**, mind **B** időben konstans értékkel bírnak. Ebben az esetben

$$\operatorname{div} \mathbf{S} = 0 ,$$

tehát az áramlás stacionárius és közvetlenül nem észlelhető.

Igazából ezt a stacionárius áramlást is valóságos áramlásnak kell tekinteni. Ha ti. egy rendszert, amely egy elektromos töltésből és egy attól távoli mágnesből áll, vizsgálunk, akkor addig, amíg e két forrás által létrehozott mezők gyakorlatilag külön vannak, a $\mathbf{S} = 0$. Ha most a mágnes közeledik az elektromos töltéshez, akkor az energiaáramlás megindul olyan mértékben, hogy a **S** nullától különböző értékeket vesz fel. Ha most a mágnes egy végleges helyzetben megáll, akkor a közeledés folytán elindult energiaáramlás — tehetetlensége folytán — továbbmegy mindaddig, amíg újra szétválasztódik a rendszer. Semmi indok nincs rá feltételezni, hogy az ilyen módon létrejött áramlás megszűnik a végleges konfiguráció létrejötte után.

Jánossy Lajos

Központi Fizikai Kutató Intézet,
Budapest

Újabb eredmények az elektronbefogással kapcsolatban*

Az elektronbefogás a radioaktív átalakulás jól ismert formája. Természetére nézve béta-bomlás, azaz ugyanaz a kölcsönhatás hozza létre, mint a negatív vagy pozitív béta-bomlást. Figyelemre méltó azonban, hogy az egyéb bomlásmódokhoz (α-bomlás, negatív β-bomlás) viszonyítva viszonylag későn, csak 1937-ben került sor felfedezésére, és a mai napig is talán a radioaktív bomlásnak ezen a területén legtöbb a tisztázatlan kérdés.

Magyarázható ez az elektronbefogási folyamatok viszonylag nehéz kimutathatóságával. Mind ismeretes, a pálya elektronbefogás általában csak a gyakorlatilag észlelhetetlen neutrinó és karakterisztikus röntgensugarak, illetve a megfelelő Auger-elektronok kibocsátásával jár. A röntgensugarak és Auger-elektronok kimutatása pedig alacsony energiájuk miatt sokszor, különösen régebben, elég speciális feladatot jelentett.

Ha tehát az elektronbefogásos átmeneteket akarjuk tanulmányozni, nem állnak rendelkezésünkre elektronok, amelyeknek spektrumát vizsgálva megállapíthatjuk a teljes bomlási energiát (a spektrum maximális energiájából), az átmenet tiltottságát (a spektrumalakból), nem végezhetünk továbbá a béta-részecskére vonatkozó szögeloszlási, szögkorrelációs vagy polarizációs méréseket sem.

Mi az, amit itt megvizsgálhatunk? Meghatározhatjuk a különböző atomi héjakról történő befogás valószínűségét (a karakterisztikus röntgenvonalak segítségével), tanulmányozhatjuk az ún. belső fékezési sugárzási spektrumot, amely bizonyos valószínűséggel együtt jár az elektronbefogás folyamatával, és megmérhetjük, hogy milyen az elágazás az elektronbefogás és a pozitron-emittálás között egy adott átmenetben, ahol a pozitronok fellépte is megengedett energetikailag.

Ezekkel a jelenségekkel kapcsolatban, *különösen tiltott átmenetek esetében*, ma is sok a tisztázatlan kérdés, és nagyon kevés a megbízható, kielégítő pontosságú adat. Márpedig ezek tisztázása mindenképpen kívánatos, akkor, amikor olyan programok indulnak (CERN), amelyekben az ismert izotópok számát meg akarják duplázni (1000-ről mintegy 2000-re emelni); és így természetes az igény és a törekvés, hogy a már ismeretes izotópok körén belül sötét foltok ne maradjanak. Egy további fontos indíték, hogy ezeknek a paramétereknek a meghatározása újabb kísérleti lehetőséget teremt a magstruktúra mélyebb megismerésére, mégpedig olyan magok, ill. átmenetek esetében (az elektronbefogással bomló izotópoknál), amelyeknél más módszerek nem vezetnének eredményre. Végül érdemes megemlíteni, hogy ezen a területen (pl. a belső fékezési sugárzás intenzitására és spektrális eloszlására vonatkozólag, vagy különböző atomi héjakról történő befogás valószínűségére tiltott átmenetekben és í. t.) rendelkezésre állnak elméleti előrejelzések, amelyeknek megfelelő kísérleti adatok hiányzanak. Éppen ellenkező tehát a helyzet, mint a magfizika nem egy másik ágában, pl. a belső konverziós folyamatoknál, ahol a kísérleti adatok olyan pontosak, hogy értelmezésükhöz további és pontosabb elméleti számításokra van szükség.

A következőkben az itt felvetett jelenségekkel (a különböző atomi héjakról történő befogás relatív valószínűsége, elektronbefogást kísérő belső féke-

* Előadás az Eötvös Loránd Fizikai Társulatban 1965. október 4-én.

zési sugárzás, az elektronbefogás és a pozitív bétabomlás közötti elágazás) kapcsolatos problémákat szeretném kissé részletesebben kifejteni (rámutatva közben az ezen a területen elért saját eredményeinkre), és befejezésképpen röviden ismertetni egyik legújabb eredményünket, amelyet a belső fékezési sugárzási spektrum alakjának tanulmányozásában elértünk.

Pálya-elektronbefogás a különböző atomi héjakról

Éveken keresztül a hibahatáron kívüli (egészen 20%-ig menő) szisztematikus eltérés mutatkozott a K/L befogási viszony elméleti és kísérleti értéke között megengedett átmenetekben. Legújabban ezt az eltérést teljesen megszüntették *Bahcall* számításai, aki figyelembe vette a különböző atomi héjak közötti átfedési és kicserélődési effektusokat. Ugyancsak a legutóbbi években váltak lehetővé a magasabb héjakra vonatkozó mérések (M/L elágazási viszonyok).

Tiltott átmenetekre vonatkozólag viszont alig van egy-két megbízható adat, elsőnél magasabb rendekre pedig egyáltalán nincs. Így végeredményben hiányzik tiltott esetekre az elmélet kísérleti ellenőrzése.

Ilyen jellegű mérések és megfelelő számítások pedig általában az átmeneti matrixelemek és ezáltal a magstruktúra mélyebb megismeréséhez vezetnek. Ilyen jellegű mérések folyamatban vannak intézetünkben is a Cr^{51} $7/2^-$ alapállapota és a V^{51} 645 keV-os $(3/2^+)$ gerjesztett állapota közötti átmenetre.

Belső fékezési sugárzás

A megengedett esetben a spektrumalakra vonatkozó mérések csak a legutóbbi években igazolták legalább főbb vonásokban az elméleti számításokat, azonban az intenzitásra vonatkozó adatok itt is nagyon gyérek, és nagy hibával rendelkeznek. Így pl. az egyik legismertebb tisztán elektronbefogással bomló izotóp esetében, a Fe^{55}-nél a Columbia-egyetemen Wu és csoportja legutóbb $(1{,}5 \pm 0{,}8) \cdot 10^{-5}$ elágazási viszony értéket talált a fékezési sugárzás intenzitására vonatkozólag. A megfelelő elméleti érték: 2,2. Ugyanez a csoport a Cs^{131}-nél $1{,}4 \pm 1$-et mért, míg az elmélet szerint a viszony 2,0.

Tiltott átmenetekben mindössze két esetre (Ni^{59}, Cl^{36}) ismeretesek adatok a spektrum alakra vonatkozólag. Ezek egyikénél (Cl^{36}) az intézetünkben és később egy zürichi kutatócsoport által végzett mérések szerint határozott eltérés mutatkozik az elmélet és kísérlet között. Meg kell itt jegyezni, hogy a Cl^{36} belső fékezési sugárzási spektrumra vonatkozó újabb nagy pontosságú méréseink, amelyeket a KFKI egész test számlálókamrájában végeztünk a spektrum végpont körüli tartományában, olyan pontos alakfaktor értéket szolgáltattak, amelyek összehasonlíthatók a legpontosabb béta-spektrum alakfaktor értékekkel.

Ugyancsak mértük intézetünkben a Cl^{36} belső fékezési sugárzásának intenzitását is a spektrum egy korlátos tartományában, és nagyságrendi eltérést találtunk a kísérlet és az elmélet között.

Meg kell még jegyezni itt, hogy a fenti átmenetek egyikében (Ni^{59}) fellépő fékezési sugárzás spektrumának tüzetes vizsgálata vezetett legújabban az ún. virtuális elektronbefogás kimutatásához, amelyet Rose és munkatársai jeleztek előre elméletileg.

Yujiro Koh viszont egy új mechanizmus felléptét jósolta meg 1 MeV körül a belső fékezési sugárzási spektrumban, azoknál az elektronbefogással bomló izotópoknál, amelyeknél a teljes bomlási energia 1 MeV felett van. Ez az anomália azonban nem jelentkezett a Cl^{36}-ra vonatkozó, már említett igen pontos méréseinkben sem, ahol pedig az energetikailag várható lenne.

Az elektronbefogást követő belső fékezési sugárzás problematikájával kapcsolatban megjegyezzük még, hogy semmiféle szögeloszlási vagy szögkorrelációs mérés nem történt ezen a területen, pedig részletes elméleti számítások állnak rendelkezésre.

Rá kell mutatni még végül itt is azokra a lehetőségekre, amelyek az elektronbefogást követő belső fékezési sugárzás tiltott átmenetekben történő tanulmányozásából a mag-mátrixelemek meghatározását illetően adódnak. Ezek még teljesen kiaknázatlanok, bár a lehetőség feltétlenül megvan, és számítások már történtek ilyen irányban.

Elágazás az elektronbefogás és a pozitron-emittálás között

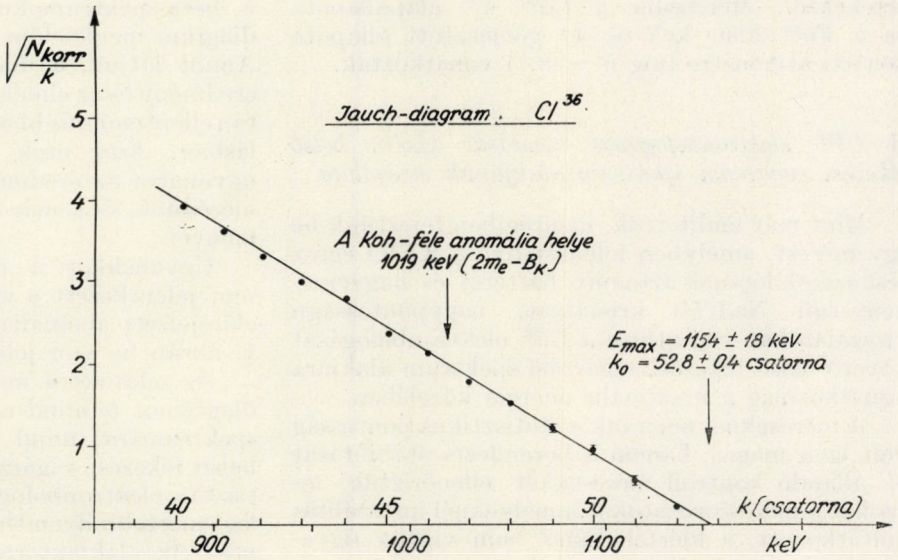
Röviden összefoglalva a helyzetet az ε/β^+ viszonnyal kapcsolatban a megengedett átmeneteknél úgyszólván teljes az egyezés a kísérlet és az elmélet között. Ugyancsak hasonló egyezés állapítható meg az elsőrendben egyértelműen tiltott esetben.

Az elsőrendben nem egyértelműen tiltott átmeneteknél az elmélet szerint az ε/β^+ értékei gyakorlatilag a megfelelő megengedett értékekkel kell megegyezést mutassanak. A kísérleti adatok viszont egészen 50%-ig terjedő, hibahatáron kívüli eltérést mutatnak. Az eltérés értelmezése vitatott a brookhaveni és a holland csoport között. További mérésekre lenne szükség, különösen olyan esetekben, amelyekben $\Delta I = 1$, igen, mert az összes eddig itt mért ilyen jellegű átmenet $2^+ \rightarrow 2^-$ típusú.*

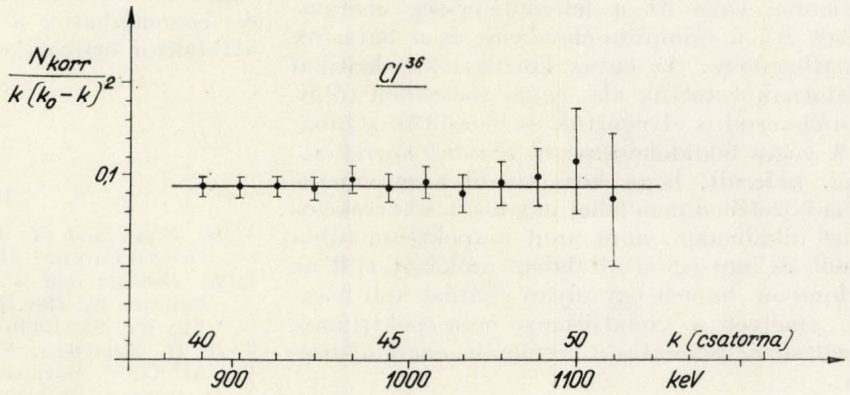
Az egynél magasabb rendben egyértelműen tiltott átmenetekben egyetlen kísérleti adat sem ismeretes, bár az elméleti számítások rendelkezésre állnak.

Az egynél magasabb rendben nem egyértelműen tiltott bomlásokra az elmélet csak annyit

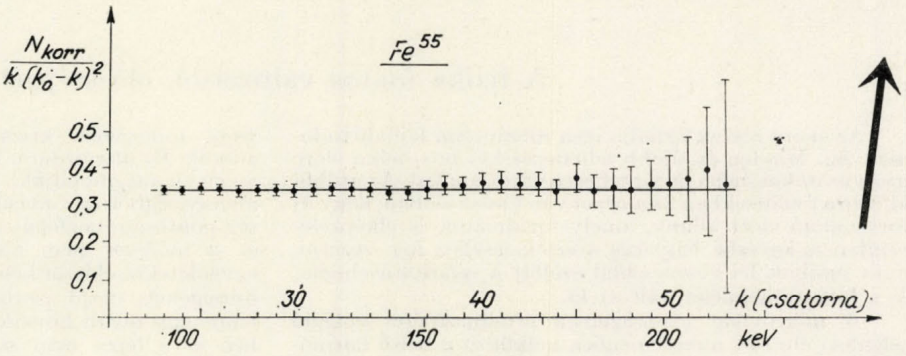
* Legújabban (1965) már az előadás megtartása után kézhez kapott közlemények szerint egy dubnai és egy leningrádi együttműködés keretében megnézték az ε/β^+ viszonyt $5/2^+ \rightarrow 3/2^-$ és $5/2^+ \rightarrow 7/2^-$ (Eu^{145}), valamint $5/2^+ \rightarrow 3/2^-$ és $5/2^+ \rightarrow 5/2^-$ (Eu^{147}) átmenetekben.



1. ábra: Jauch diagram a Cl^{36} elektronbefogást követő belső fékezési sugárzásra a maximális energia közelében.



2. ábra. Alakfaktor diagram a Cl^{36} elektronbefogást követő belső fékezési sugárzásra.



3. ábra: Alakfaktor diagram a Fe^{55} elektronbefogást követő belső fékezési sugárzásra.

tud mondani, hogy a megengedett ε/β^+ értékhez képest bizonyos fokú növekedés kell jelentkezzen. Erre eddig egy izotóp esetében van kísérleti bizonyíték, a Cl^{36}—S^{36} átmenetben, amelyet függetlenül mértek a glasgowi csoportban és intézetünkben 1962-ben. Ugyanakkor a tiltott átmenetek ezen csoportja a legígéretesebb a magmátrix elemek meghatározása szempontjából még bonyolultabb magok esetében is. Itt nemcsak komplex mérésekre, de további konkrét átmenetekre vonatkozó számításokra is szükség van. Gyakorlati kivitelezhetőségét Montvay István számításai mutatták meg.

Megemlítjük még itt, hogy intézetünkben felvetettük az 1-tiltott átmenetekben is az ε/β^+ viszony kérdését, és részben saját méréseink, részben irodalmi adatok alapján megállapítottuk, hogy nincs kimutatható eltérés a megengedett

értékektől. Méréseink a Co^{56} 4^+ alapállapota és a Fe^{56} 2080 keV-os 4^+ gerjesztett állapota közötti átmenetre (log ft = 8,7) vonatkoztak.

A Cl^{36} elektronbefogásos bomlását kísérő belső fékezési sugárzási spektrum alakjának vizsgálata

Mint már említettük, nemrégiben fejeztünk be egy mérést, amelyben felhasználva a KFKI egész test számlálójának alacsony hátterét és nagyérzékenységű NaJ(Tl) kristályát, nagypontosságú vizsgálatokat végeztünk a Cl^{36} elektronbefogását követő belső fékezési sugárzási spektrum alakjára vonatkozólag a maximális energia közelében.

A méréseknél nemcsak a statisztikus pontosság volt igen magas, hanem a berendezés stabilitását is állandó kontroll mérésekkel ellenőriztük, és azokat a méréssorozatokat, amelyeknél instabilitás mutatkozott, a kiértékelésnél nem vettük figyelembe.

A kísérleti adatokat korrigáltuk a háttérre, a szcintillációs számláló véges feloldóképességére (figyelembe véve itt a feloldóképesség energiafüggését is), a Compton-eloszlásra és a hatásfok energiafüggésére. Az egyes korrekciókat kritikai vizsgálatnak vetettük alá, egyes esetekben többféle módszerrel is elvégeztük és becsültük a hibákat. A véges feloldóképességre történő korrekciónál pl. kiderült, hogy közvetlenül a maximális energia közelében nem lehet ugyanazt a korrekciós eljárást alkalmazni, mint amit a spektrum többi részénél, és ami eddig általában szokásos volt az irodalomban, hanem egy olyan eljárást kell használni, amelyet a szcintillációs béta-spektrumok korrigálásánál ismeretes a maximális energia közelében.

Az így korrigált mérési adatokból szerkesztettük meg az ún. Jauch-diagramot (1. ábra), amely a béta-spektrumoknál ismeretes Fermi—Kurie-diagram megfelelője a belső fékezési sugárzásnál. Amint látjuk, a diagram egyenes, ami meglepő eredmény és az elméleti előrejelzéseknek határozottan ellentmondó ebben a másodrendben tiltott bomlásban. Azaz ezek az igen pontos mérések is ugyanarra az eredményre vezettek, mint korábbi méréseink, és a már említett zürichi csoport eredményei.

Ugyanekkor a mérések pontossága ellenére sem jelentkezett a spektrum alakban a Koh által előrejelzett anomália, amelynek várható helye az 1. ábrán be van jelölve.

Az adatokból megkonstruáltuk az alakfaktor diagramot is mind a Cl^{36} belső fékezési sugárzási spektrumára, mind a kontrollként vizsgált Fe^{55} belső fékezési sugárzásra (2. és 3. ábra). Az Fe^{55} tisztán elektronbefogással bomló izotóp, egyike a legismertebb ilyen típusú megengedett átmeneteknek. Az alakfaktorra kapott numerikus értékek mind a Fe^{55}, mind a Cl^{36} esetében a legpontosabb adatok közé tartoznak, amelyeket a belső fékezési sugárzásokra vonatkozólag valaha sikerült mérni, és összemérhetők a legpontosabb béta-spektrum alakfaktor értékekkel.

Berényi Dénes

ATOMKI, Debrecen

IRODALOM

1. *H. Brysk and M. E. Rose:* Theoretical Results on Orbital Capture. Revs. Mod. Phys., *30* (1958) 1169.
2. *R. Bouchez and P. Depommier:* Orbital Electron Capture by the Nucleus. Reports on Progress in Physics, *23* (1960) 395.
3. Л. П. Зырянова, Уникальные бета-переходы. Изд. АН СССР, Москва-Л., 1960.
4. *D. Berényi:* Problems and Results in Theoretical and Experimental Investigations of the ε/β^+ Ratio. Nucl. Phys., *48* (1963) 121.

A fizika fontos változások előestéjén*

Az elemi részek fizikája igen rohamosan fejlődő tudományág. Minden év újabb felfedezéseket hoz, néha előre megjósoltakat, néha pedig teljesen váratlanokat. Az utóbbi időben a fizikusokban az a nézet van kialakulóban, hogy új forradalom előtt állunk, amely fogalmaink és elképzeléseink nem kevésbé lényeges átértékeléséhez fog vezetni, mint amilyet fél évszázaddal ezelőtt a relativitáselmélet és a kvantumelmélet váltott ki.

A mikrovilág jelenségeinek értelmezésére szolgáló jelenlegi elmélet messzemenően nélkülözi a belső harmóniát és a teljességet. Természetesen ez egyáltalában nem vonatkozik az elméletnek arra a részére, amelyben a viszonylag kis sebességű és energiájú atomokról és molekulákról van szó. Itt az elmélet teljesen tiszta, következetes és a saját alkalmazási területén éppolyan megingathatatlan, mint Newton elmélete a makroszkópikus jelenségek körében.

Azonban a nagyon nagy energiákra és a nagyon kicsi térbeli méretekre való áttéréskor a helyzet megváltozik. Mindenekelőtt a jelenlegi elméletben bármely konkrét mennyiségnek: a részecske hullámhosszának, töltésének vagy tömegének kiszámításánál eredményül végtelen adódik. Ez abszurdum. Igaz, találtunk olyan recepteket, amelyek megmondják, hogyan vonjunk ki egy végtelen mennyiségből egy másikat, hogy a megmaradó különbség pontosan megfeleljen a kísérleti adatoknak. Azonban ez a módszer nem általános érvényű. Azonkívül, az egyenletekbe először beleveszünk megfigyelhetetlen mennyiségeket, majd pedig kiküszöböljük őket. Szükséges lenne egy olyan következetes elmélet felállítása, amelyben ez a lépés nem szerepelne.

Továbbá egy sor körülmény arra a meggyőződésre vezet, (amelyet mindenki, vagy legalább is a többség, köztük én is, elfogad) hogy az elemi részek fizikájában a határozatlansági elv elmélyítésére van szükség. Ennek az elvnek megfelelően nem lehet egyszerre megmérni egy elemi részecske koordinátáját és impulzusát (sebességének és tömegének szorzatát). És itt nem csak a megmérésről van szó; a részecske elvileg nem lehet olyan állapotban, hogy koordinátája is és impulzusa is jól meghatározott érték legyen. Ez nem a mi ismereteink korlátozottságát jelenti, hanem egyszerűen annak a következménye, hogy a „részecske" és a „hullám" klasszikus fogalmai túlságosan szűknek bizonyulnak egy elemi részecske számára. Egy elemi részecske ennél sokkal gazdagabb tar-

* A Szovjetunió Tudományos Akadémiájának közgyűlésén elhangzott előadás (Известия 1965. febr. 21.).

talommal bír. Hiszen nincsen egyetlen klasszikus tárgy sem, amelynek egyidejűleg részecske- és hullám-sajátosságai volnának, míg az elemi részeknél ezt megfigyelhetjük.

A jelenlegi kvantumelmélet a határozatlansági elvet a fent vázolt formában használja, míg az új elméletben minden bizonnyal a térről alkotott elképzelések gyökeres felülvizsgálására lesz szükség. Minden alapunk meg van arra, hogy azt higgyük: elvileg lehetelten a részecske helyzetét jellemző mindhárom koordináta egyidejű pontos meghatározása, ugyanúgy, ahogyan lehetetlen a kvantumelméletben a részecske impulzusának és koordinátájának egyidejű pontos meghatározása.

Amikor én fizikával kezdtem foglalkozni a „világ épületének" mindössze két „téglája" volt — az elektron és a proton, és a természet összes jelenségeit csupán két erő — a nehézkedési és az elektromágneses — hatásaival magyarázták. Minden egyszerű, világos és jó volt. Ez az idillikus kép azonban hamarosan megváltozott. Újabb és újabb elemi részecskék jelentek meg. Tegyük hozzá, hogy minden új elemi részecske felfedezése általában a fizikai jelenségek új osztályának feltárását vonta maga után.

Így például a 30-as évek elején Paul Dirac angol fizikus megjósolta a pozitronok — az elektronokhoz hasonló, csak pozitív töltésű részecskék — létezését. Ma már ez mindennapossá vált: antirészecskék, antianyag stb.

Akkoriban azonban ez annyira paradox volt, hogy maga Dirac sem tudta ,mihez kezdjen. Nem talált hibát az elméletben és mégis csak nehezen tudta elhinni a fantasztikus antirészecskék létezését. A Dirac által megjósolt pozitron felfedezése egy új fizikai jelenséggel ismertetett meg bennünket – a részecskék szétsugárzásával, amikor a részecskék teljes nyugalmi energiája sugárzási energiává alakul át.

Az egyik legnagyobb megrázkódtatást a fizika 1956-ban élte át, amikor felfedezték a paritás meg nem maradását. Mindig világosnak tűnt, hogy a jobb és bal közti különbség tisztán megállapodás dolga és hogy ezt a különbséget csak kezeink segítségével tudjuk megmagyarázni. Szentül hittük, hogy, ha egy fizikai folyamat képét annak tükörképével helyettesítjük, akkor semmi sem fog változni. Váratlanul kiderült, hogy bizonyos kölcsönhatásoknál ez a tükörszimmetria nem teljesül.

Különféle paradox magyarázatok születtek a jelenség magyarázatára. L. D. Landau akadémikus felállította az ismert „kombinált tükrözés" hipotézist. Landau arra a gondolatra jutott, hogy ha a tükörképben az anyagot antianyaggal helyettesítjük, akkor a fizikai folyamatok képe nem változik meg. Landau hipotézisét általánosan elfogadták. Azonban a múlt évben olyan új kísérleti adatok láttak napvilágot, amelyek kétségessé teszik e hipotézis helyességét.

Mostanában a kombinált tükrözés megsértése a fizikusok figyelmének középpontjában áll. Több tucat hipotézist állítottak fel ennek a jelenségnek a magyarázatára; még az állítólag a galaxisok által létrehozott különlegesen gyenge erők kölcsönhatásának elméletével is próbálkoztak. Nehéz megmondani, hogy mindez mire fog vezetni. Részemről hajlamos vagyok azt hinni, hogy itt is körülbelül úgy fog végződni a dolog, mint a vélt energia meg nem maradás esetében a rádióaktív béta-bomlásnál. Annak idején sokan készek voltak ezt tényként elfogadni, de végül kiderült, hogy a vélt energia meg nem maradás egy új, korábban ismeretlen részecske, a neutrinó kirepülésével magyarázható. Könnyen lehetséges, hogy maga a kombinált tükrözés törvénye helyesnek bizonyul majd, csak ebben az esetben egyszerűen egy új törvényszerűséggel találkoztunk.

Igen figyelemreméltó, hogy ez a bal-jobb inekvivalencia és bizonyos más fizikai törvények megsértése is csak azt ún. gyenge kölcsönhatásokban jelentkeznek. Ma a nehézkedési és az elektromágneses erőkön kívül az erőknek még két alaposztálya ismeretes. Egyrészről az erős kölcsönhatás, amely együtt tartja a protonokat és a neutronokat az atommagban; ezek az erők igen kis távolságokon belül hatnak, ott viszont ezerszer erősebbek az elektromágneses erőknél. Másrészt a gyenge kölcsönhatások, amelyek kb. 10^{-14}-szer gyengébbek az erős kölcsönhatásoknál. A gyenge kölcsönhatások az atommagok és az elemi részek bomlásánál figyelhetők meg.

Bizonyos feltevések szerint a gyenge kölcsönhatásokon alapulnak az összes fizikai erők. Ezek szerint csak a gyenge kölcsönhatás fundamentális, az összes többi levezethető belőle. Diadalt arat-e majd ez az álláspont — ma még nem tudhatjuk. Egyelőre ez egy a sok hipotézis közül.

Jelenleg a fizikában a fundamentális kölcsönhatás keresése párhuzamosan halad a fundamentális, valóban elemi részecskék keresésével. Most kb. 200 részecskét ismerünk. Ez lényegében azt jelenti, hogy az „elemi" fogalom elvesztette értelmét, hiszen nem lehet hogy ez a nagy csomó részecske mind „elemi építőköve" legyen a „világ épületének". Ezért a részecskéknek ezt az előttünk feltáruló csodálatos világát elmélyülten kell elemezni és tanulmányozni.

Az utóbbi időben igen intenzíven fejlődik az az irányzat, amely a részecskéket a szimmetria segítségével igyekszik osztályozni. Sajnos, egy újságcikkben igen nehéz megmagyarázni e törekvések fizikai alapjait. Ennek ellenére örömmel közölhetem, hogy ez az irányzat igen gyümölcsözőnek bizonyult. A részecskéket sikerült bizonyos családokba osztani és sikerült megtalálni a családok egyes részecskéinek meghatározott tulajdonságait (pl. tömegeit) összekötő törvényszerűségeket. Ezek az elképzelések tették lehetővé egy korábban ismeretlen részecske — az „omega mínusz" — létezésének megjósolását. Az „omega=mínuszt" kísérletileg meg is figyelték és tömege 0,1% pontossággal egyezett az előre kiszámítottal.

Egy évvel ezelőtt igen nagy hatást váltott ki a Gell-Mann, ismert amerikai fizikus, és Zweig német fizikus által kidolgozott ún. kvark-elmélet. Szerintük az összes ún. erősen kölcsönható részecskék (és a részecskék döntő többsége ilyen) 3 igazán elemi részecskének, a kvarkoknak különböző kombinációiból állnak.

Az elemi részeket alkotó kvarkok kötési energája igen nagy és egyenlőre nincsenek „lövedékeink", amelyekkel a részecskéket az őket alkotó kvarkokra lehetne bontani. Ezt csak a kozmikus sugárzás egyes részecskéi tudják megtenni, amelyek a világmindenségben való bolyongásaik során óriási energiát halmoztak fel. Ezért most Amerikában, és hazánkban is, kezdik a kvarkokat a Föld felszínén keresni. Bolygónk sok millió éven át ki volt téve a kozmikus sugarak hatásának. Ezalatt bizonyos ütközések során az elemi részeknek szét kellett esni alkotó részeikre. Ezeket a szilánkokat — a kvarkokat — igyekeznek tehát most megtalálni.

Ha erről az irányzatról egészében kívánunk szólni, akkor meg kell jegyezni, hogy a szimmetriák keresése, a szimmetriák elemzése ma igen népszerű. A legkülönbözőbb teoretikusok népes csoportja foglalkozik jelenleg ezzel a kérdéssel. Azonban ennek ellenére ez a hozzáállás bizonyos fokig előkészítő jellegű. Érdemes itt megemlíteni a Mengyelejev-féle periódusos rendszerrel való analógiát, hiszen ez a rendszer igen jelentős szerepet játszott a kémia és a fizika fejlődésében. Mengyelejev az atomok tulajdonságainak általános szisztematikája alapján alkotta meg táblázatát, anélkül, hogy ismerte volna a mechanizmust, amely a periodikus törvény alapjául szolgál. Csak a lényegesen később létrejött kvantummechanika mutatta meg, hogy az atomok tulajdonságainak periodicitása az elektronhéjak szerkezetével magyarázható. Egyenlőre a részecskék rendszerbe foglalását célzó kutatások hozzávetőlegesen ugyanolyan stádiumban vannak, mint az elemek periódusos rendszerének kutatásai Mengyelejev munkásságának kezdetén. Ez az irányzat igen fontos és szükséges, azonban egyáltalában nem várhatjuk tőle az alapvető kérdés megoldását: a mikrovilág összes törvényeinek megértését. Ez minden bizonnyal csak akkor következik majd be ha megszületik a mindnyájunk által annyira várt új fizikai elmélet. Véleményem szerint az új elmélet helyességének egyik kritériumaként kell elfogadni, hogy az valamilyen általános elv alapján számot tudjon adni az „elemi" részecskék sokaságáról.

Meg kell mondani, az elemi részek fizikája területén végzett kutatások elsősorban ismeretszerző szempontból

igen jelentősek. Jelenleg új szakaszhoz közeledünk a természet legalapvetőbb törvényeinek megismerésében, amelyeknek speciális esetként tartalmazniok kell a kvantumelméletet, a relativitáselméletet és a Newton-elméletet. Azonban emellett felvetődik az e területen végzett kutatások lehetséges gyakorlati alkalmazásainak kérdése.

A tudomány fejlődésének egész története arról tanúskodik, hogy a tudás egy új területének meghódítása rendszerint olyan egészen váratlan alkalmazásokhoz vezet, amelyekre maguk a felfedezők nem is igen gondolhattak. Hadd emlékeztessek arra, hogy Heinrich Hertz kísérletileg megfigyelte az elektromágneses hullámokat, melyek létezését Maxwell megjósolta. De amikor Hertzet megkérdezték, hogy gyakorlati célokra felhasználhatók-e ezek a hullámok, ő kategórikusan kijelentette, hogy nem, ezeknek a hullámoknak soha sem lesz gyakorlati jelentőségük. Pedig tudjuk, hogy mindössze 5—6 évvel később megvalósult az első — bár primitív — drótnélküli összeköttetés, napjainkban pedig a rádió az ember életének elválaszthatatlan része lett.

Mellesleg az elemi részek fizikájának már most is jelentkeznek bizonyos alkalmazási területei, pl. az orvostudományban. A rosszindulatú daganatok röntgen sugarakkal való gyógyításánál akaratlanul az egészséges szöveteket is éri sugárzás. A nagyenergiájú fizikával foglalkozó, 1964 nyarán tartott konferencián R. Marshak amerikai fizikus elmesélte nekem, hogy náluk erre a célra röntgen sugarak helyett pi-mezonokat kezdenek használni. Arról van szó, hogy a töltött pi-mezonoknak, a röntgen sugaraktól eltérően, elég jól meghatározott úthosszuk van. Az energiától függően egy adott közegben a pi-mezonok megtehetnek 2 milimétert, 10 centimétert, másfél métert vagy akár egy kilométert is. Lényeges, hogy a pi-mezonok egész energiájukat gyakorlatilag a bomláskor adják le, azaz ott, ahol megállnak. Ilymódon lehetségessé válik csaknem a teljes besugárzási dózis koncentrálása egy kívánt pontra. Ez lehetővé teszi a daganat besugárzásának százszoros növelését a környező szövetek károsodása nélkül. Marshak szavai szerint Amerikában kiváló eredményeket értek el a központi idegrendszer megbetegedéseinek gyógyítása terén az agykéreg egy bizonyos részének pi-mezonokkal való besugárzásával.

Ma még nem tudjuk milyen irányban halad majd az elemi részek fizikájának fejlődése: minden e területen dolgozónak meg van a maga kedvenc utacskája. Én magam az utóbbi másfél évben kitartóan dolgozom — változó sikerrel — egy ötleten, amely magávalragadott. Kiderülhet, — és ilyen már előfordult a tudomány történetében, — hogy a most különbözőknek tűnő irányzatok egy egységes képbe szintetizálódnak majd. Nem tudjuk, mikor fog ez bekövetkezni, de egy új alapvető fizikai elmélet megalkotásának szükségessége nagyon is megérett. Egyáltalában nem értek egyet Dyson amerikai elméleti fizikussal, aki annak a feltételezésnek adott hangot, hogy ez az elmélet csak a XXI. században jelenik majd meg. Szerintem Dyson nem veszi figyelembe a tudomány rendkívül gyors növekedését napjainkban, nem veszi figyelembe, hogy egyre több ember kapcsolódik be a kutatásokba. Míg Einstein megjelenése ritka kivétel volt, a nagyszámú elméleti fizikus sorai közül sokkal valószínűbb jelenség egy új zseni feltűnése, mint fél évszázaddal ezelőtt volt. Leghőbb vágyam, hogy megérjem az új elmélet megalkotását, és hogy akkor még olyan állapotban legyek, hogy meg is érthessem azt.

I. E. Tamm
Moszkva
(Fordította: Révai János)

A FIZIKA TANÍTÁSA

A rugalmas fonalú ingáról

Az 1965. évi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny második fordulójának 1. feladata így szólt:

Felfüggesztett L hosszúságú, elhanyagolható tömegű rugóra kisméretű testet akasztunk. A rugót a testtel együtt vízszintes helyzetbe hozzuk (a rugó akkor nyújtatlan állapotban van, hossza L) és elengedjük. Ismeretes a rugó D állandója, amely szerint a rugalmas erő arányos x megnyúlással: $P = -Dx$. Mekkora a rugó megnyúlása, amikor a test éppen a felfüggesztési pont alatt halad át?

A probléma esetében nyilván érvényes az energiatörvény, amely szerint a helyzeti energia csökkenése egyenlő a megszerzett mozgási energia és a rugóba táplált rugalmas energia összegével; tehát a pálya η-tengelyben levő A pontjában, ha itt a sebesség v (1. ábra):

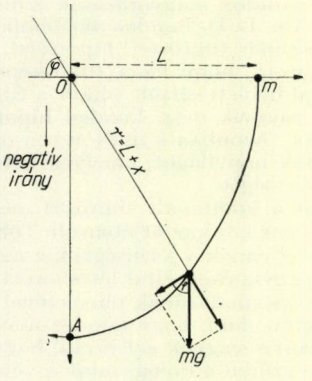
$$mg(L+x) = \frac{mv^2}{2} + \frac{Dx^2}{2}.$$

Ebben az egyenletben két ismeretlen van, x és v. A feladathoz tartozó hivatalos megoldás szerint a második egyenlet onnan eredne, hogy A pontban a rugalmas erő egyenlő a súly és a centrifugális erő összegével:

$$Dx = mg + \frac{mv^2}{R}.$$

Itt R az A pontban szerepelő görbületi sugarat jelenti. A hivatalos megoldás abban téved, hogy R számára egyszerűen a megnyúlt rugó $L + x$ hosszát használja. Pedig a priori egyáltalán nem biztos, illetőleg bizonyítandó volna, hogy az A-hoz tartozó görbületi középpont 0-ban van. Tehát a feladat megoldhatatlan.

Ezek után két kérdés merül fel. Egyrészt érdekes volna megismerni a rugalmas fonalú inga pályagörbéjét,



1. ábra

másrészt meg kellene vizsgálni, hol fekszik az A-hoz tartozó görbületi középpont.

I. Lépésről-lépésre történő, szukcesszív számítással közelítően megállapítható a pálya alakja. A közelítő számítás $L = 50$ cm hosszú, $D = 2000$ din/cm rugóállandójú ingával történt egyrészt $m = 34$ gramm, másrészt $m = 102$ gramm esetében. A pálya valamely ξ, η koordinátájú pontjába eljutva ismeretes volt az ottani v_h vízszintes és v_f függőleges sebességösszetevő. Abban a pontban $x = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} - L$ a rugó megnyúlása, tehát számítható a rugalmas erő, valamint ennek vízszintes és függőleges összetevői. A függőleges összetevőből levonandó mg. Az erőösszetevőket osztva m tömeggel megkapjuk a gyorsulás a_h és a_f összetevőit, amelyekkel

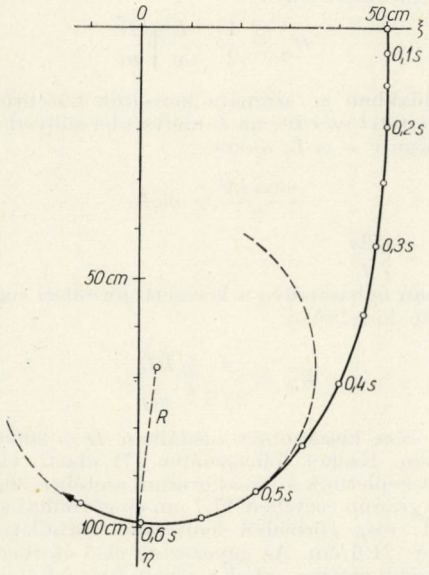
kiszámítható a Δt idő alatt bekövetkező sebesség- és koordinátaváltozás:

$$v_h = \Delta t \cdot a_h, \quad v_f = \Delta t \cdot a_f,$$

$$\Delta\xi = \Delta t \cdot v_h + \frac{a_h \cdot \Delta t^2}{2}, \quad \Delta\eta = \Delta t \cdot v_f + \frac{a_f \cdot \Delta t^2}{2}.$$

Így kapjuk a pálya következő pontját. A számítás $\Delta t = 0{,}01$ sec-os időközökkel történt, 0,65 sec-ig, illetve 0,85 sec-ig, hétjegyű függvénytáblázattal. Végül meghatároztuk a kapott görbék A-pontjához tartozó görbületi középpontját.

$m = 34$ gramm esetében a 2. ábra mutatja a pályagörbét. A görbe az η-tengelyt 99,4 cm mélyen metszi, tehát itt a tényleges nyúlás 49,4 cm (ellentétben a hivatalos megoldás 35,35 cm-es értékével). Az A-hoz tartozó görbületi középpont koordinátái $\xi_0 = 4{,}9$ cm, $\eta_0 = 67{,}9$ cm és a görbületi sugár $R = 31{,}8$ cm.



2. ábra

$m = 102$ gramm esetében a 3. ábra mutatja a pályagörbét. Az A pont mélysége 179,5 cm, így a tényleges nyúlás 129,5 cm, (ellentétben a hivatalos megoldás 91,1 cm-ével). Az A-hoz tartozó görbületi középpont koordinátái $\xi_0 = -9{,}3$ cm, $\eta_0 = 158{,}7$ cm, a görbületi sugár $R = 21{,}6$ cm. Tehát egyik esetben sem kerül a görbületi középpont O-ba, sőt talán az η-tengelyben sincs benne pontosan.

II. Az elméleti vizsgálat kiindulásául felírjuk a feladathoz tartozó differenciálegyenlet-rendszert (4. ábra). Az általános koordináták jele q_i, a kinetikus energia T, a potenciális energia V. Mivel a mozgás konzervatív erőtérben megy végbe, továbbá a rendszer holonom-szkleronom, a Langrage-függvény $L = T - V$ és a másodfajú Lagrange-egyenletek így írhatók:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial V}{\partial q_i}.$$

Polárkoordinátákat használva $q_1 = r$, $q_2 = \varphi$. Ekkor T és V :

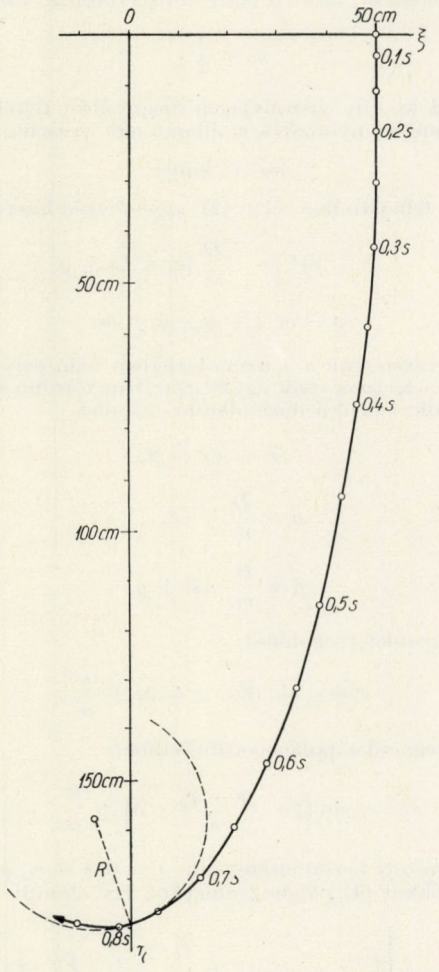
$$T = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{\varphi}^2),$$

$$V = \frac{1}{2} D(r - L)^2 - mgr \sin \varphi.$$

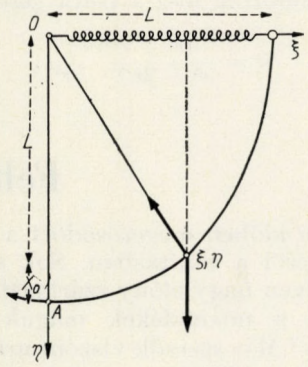
Felhasználva Lagrange-egyenleteinkben:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{r}) - mr\dot{\varphi}^2 = - D(r - L) + mg \sin \varphi,$$

$$\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = mgr \cos \varphi.$$



3. ábra



4. ábra

Vagyis a feladat exakt megoldását tartalmazó differenciálegyenletrendszer:

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = - \frac{D}{m}(r - L) + g \sin \varphi, \qquad (1)$$

$$2r\dot{r}\,\dot{\varphi} + r^2\ddot{\varphi} = gr \cos \varphi \qquad (2)$$

Egyenleteink Newton erőtörvényét és az impulzusmomentum tételét tartalmazzák.

Az egyenletrendszer megoldása nem vezethető vissza alapintegrálokra, ezért közelítésekkel élünk. Minthogy a görbületi középpontot az η-tengelyben fekvő pályapontra

nézve keressük, ezért e pont környezetében közelítéssel:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Továbbá kicsiny viszonylagos megnyúlást feltételezve a tehetetlenségi nyomatékot állandónak vesszük:

$$mr^2 = \text{konst.}$$

Ezeket felhasználva (1), (2) egyenletrendszerünk:

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -\frac{D}{m}(r - L) + g,$$

$$\varphi = \omega\ t + \varphi_0,\quad \dot{\varphi} = \omega.$$

Ezzel elvesztettük a φ azimutszögben való periodicitást. Ezután a testnek csak egyik irányban történő mozgását vizsgáljuk. Végül a megoldandó egyenlet:

$$\ddot{r} + a\,r = \beta, \tag{3}$$

ahol

$$a = \frac{D}{m} - \omega^2,$$

$$\beta = \frac{D}{m} \cdot L + g.$$

A (3) egyenlet megoldása:

$$r = r_0 \sin(\sqrt{a} \cdot t + \delta) + \frac{\beta}{a}.$$

A pályaegyenlet polárkoordinátákban:

$$r = r_0 \sin\left(\sqrt{a} \cdot \frac{\varphi - \varphi_0}{\omega} + \delta\right) + \frac{\beta}{a}. \tag{4}$$

Megválasztott kezdőfeltételeink: $t = 0$, $r = r_0$, $\varphi = \varphi_0 = \pi/2$. Ekkor (4) pályaegyenletünk így alakul:

$$r = r_0 \sin\left[\frac{\sqrt{a}}{\omega} \cdot \varphi + \arcsin\frac{r_0 - \frac{\beta}{a}}{r_0} - \frac{\sqrt{a} \cdot \varphi_0}{\omega}\right] + \frac{\beta}{a}. \tag{5}$$

Ezután határozzuk meg a pálya görbületi sugarát:

$$R = \frac{(r^2 + r'^2)^{3/2}}{r^2 + 2r'^2 - rr''}.$$

Itt a vessző a φ azimutszög szerinti deriváltat jelenti, (ellentétben a betű fölé írt ponttal, amely idő szerinti deriváltat jelent.) Alkalmazva (5) pályagörbére, A pontra (1. ábra), amikor $\varphi_0 = \pi/2$ és $\gamma = 1 - \frac{\beta}{r_0 a}$ egy rövidítő jelölés:

$$R_A = \frac{\left[r_0^2\gamma^2 + \left(\frac{\beta}{a}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\beta}{a} \cdot r_0\gamma + \frac{a}{\omega^2} \cdot r_0^2(1 - \gamma^2)\right]^{3/2}}{r^2\gamma^2 \cdot \left(1 + \frac{a}{\omega^2}\right) + r_0 \cdot \frac{\beta}{a} \cdot \gamma \cdot \left(2 + \frac{a}{\omega^2}\right) + 2r_0^2\frac{a}{\omega^2} \cdot (1 - \gamma^2) + \frac{\beta^2}{a^2}}.$$

Ha teljesülnek ezek a közelítő feltevések:

$$\frac{\omega^2}{D/m} \ll 1,\quad \frac{mg}{DL} \ll 1 \text{ és } r_0 \sim L,$$

akkor a görbületi sugár:

$$R_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{\omega}\sqrt{\frac{D}{m}}. \tag{6}$$

A továbbiakban ω számára keresünk közelítő értéket. Az energiatétel szerint, ha L mélységbe süllyed m tömeg és sebessége $v = \omega L$, akkor

$$\frac{m(\omega L)^2}{2} = mgL,$$

innen $\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}$.

Ezt (6)-ban felhasználva a keresett görbületi sugár elméleti értéke közelítően:

$$R_A = \frac{L}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{DL}{mg}}. \tag{7}$$

Az I. rész kiszámított példáiban $D = 2000$ din/cm, $L = 50$ cm. Ezeket felhasználva (7) alatti, elméletileg levezetett képletünk $m = 34$ gramm esetében 30,6 cm-es, $m = 102$ gramm esetében 17,7 cm-es görbületi sugarakat ad. Az I. rész görbéiből leolvasott görbületi sugarak 31,8 cm és 21,6 cm. Az egyezés az első esetben nagyon jó, a második esetben, ahol a közelítések feltételei kisebb mértékben valósultak meg, részben még elfogadható. Mindenképp a két eljárás kétséget kizáróan mutatja, hogy a felfüggesztési pont semmiképp sem görbületi középpont.

Vermes Miklós-Wiedemann László

Felfedezés vagy meglátás

Az utóbbi időben megerősödött a vita a felfedezés szerepéről a tanításban. Sok szerző hangsúlyozta, milyen nagy előny származhat a nevelés számára, ha a növendékek maguk fedezik fel a fogalmakat.[1] Más szerzők viszont arra figyelmeztetnek, hogy a felfedezés tanítási módszere sok időt emésztő és nem hatékony és hogy ez általában nem helyettesítheti a fejtegető oktatást[2].

Van egy mód, amellyel a diákok által önállóan felismert összefüggéseket, azaz „felfedezést" össze lehet és kell kapcsolni a fogalmak szemléltető bevezetésével egy hatásos program keretén belül. Ez sokkal inkább a tanultak megértését mint gépies betanulását eredményezi. Az ehhez vezető út még világosabban leírható, ha egy tudományos fogalom kifejlődésére megadunk egy történelmi példát.[3]

Az ember a régmúlt időkben megfigyelte a napot és bolygókat. Ezek a megfigyelések különböző felfogásbeli értelmezéshez vezettek: a mitológiai értelmezéshez; a bizonyos tulajdonságokkal rendelkező „égi anyag" értelmezéséhez, és a végleges, a Nap körül keringő bolygók modern elképzeléséhez. Az ember megpróbálhatott minden egyes fogalom segítségével az eredeti elképzelést sugalmazó jelenségen kívül más jelenséget is

[1] Jerome Bruner. *The Process of Education*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts. 1960.

[2] David Ausubel. *Learning by Discovery: Rationale Mystique*. Bureau of Educational Research, University of Illinois, Urbana, Illinois. 1961.

[3] E példában a történelmi fejlődés és ennek elemzése nagymértékben leegyszerűsített. Egy teljesebb és mélyebb tárgyalását l.: Thomas Kuhn, „The Nature of Scientific Revolutions", University of Chicago Press, Chicago, Illinois. (Előkészületben.)



1. ábra. A tanulók két nagy mágnessel kísérleteznek, amelyeket görgős talpakra szereltek úgy, hogy könnyen mozogjanak. Megállapították a két mágnes között fennálló távoli kölcsönhatást.

értelmezni. Ezek a próbálkozások, ha sikeresek voltak, a fogalom megerősítéséhez és finomításához vezettek; ha hibásnak mutatkoztak, feltárták a fogalom hasznosságának határait, vagy éppen egy új fogalom keresésére serkentettek. A három általunk említett elképzelés közül az utolsó és jelenleg elfogadott sokkal erőteljesebbnek bizonyult elődeinél.

Egy fogalom fejlődésénél célszerű megkülönböztetni az új fogalom eredeti bevezetését a fogalom hasznosságának állandó ellenőrzésétől vagy kiterjesztésétől. Az előbbit meglátásnak, az utóbbit felfedezésnek nevezhetjük. Természetesen ez a megkülönböztetés nem teljesen tiszta, miután az eredeti fogalom kigondolójának fel kell ismernie, hogy az új fogalom alkalmazható-e arra a jelenségre, amelyet értelmezni kíván; egyébként azonnal elvetné elgondolását. Térjünk ezért vissza példánkhoz, hogy megállapítsuk, hogyan kell ezt a megkülönböztetést alkalmaznunk. Tételezzük fel, hogy az istenek, az égi anyag és a naprendszer fogalmak voltak. A mitológia keretén belül az ember felfedezhette, hogy az istenek bizonyos módon beleavatkoznak az emberi ügyekbe, és továbbfinomíthatta az istenek tulajdonságairól alkotott elképzelést. Az égi anyag létezésére alapított elképzelés keretén belül felfedezhette, hogy az égitestek körés ellipszis-pályán mozognak. Végül a naprendszerelképzelésen belül további bolygókat tudott felfedezni.

Kétségtelen, hogy egy meglátás nem tökéletes és állandó, viszont egy olyan fogalom magva, amelyet egymásra következő felfedezések fejlesztenek egyre nagyobb jelentőségűvé. Amikor egy meglátás megszületik, teljes jelentősége nem nyilvánvaló. Ennek ellenére a fogalmat be kell vezetni, az elképzelést létre kell hozni, ha azt akarjuk, hogy jelentésében továbbfejlődjön.



2. ábra. Miközben a görgőkre szerelt mágnesek felett tűt tartanak, a tanulók észreveszik, hogy a tűre valami hatást gyakorolt.

Alkalmazva a tudomány tanítására a felfedezés és meglátás ezen megkülönböztetését, ismerjük el azt a tényt, hogy a tanuló mind az iskolába iratkozása előtt, mind az iskolaévek alatt az iskolai környezeten kívül rendelkezik tapasztalatokkal. Tehát mindezidőben megfigyeléseket végez, és egyúttal fogalmakat alkot, amely megfigyeléseit értelmezi. Olyan felfedezéseket is tesz, amely lehetővé teszi fogalmainak finomítását. A legtöbb felfedezés és meglátás bizonyos fajta természetfilozófiáról tanúskodik — egy ,,józan ésszel'' való tájékozódásról, amely a történelem egy adott pontján közkedveltté válik.

Mármost a tudományos program célja, hogy a gyerekeket megtanítsa a természeti jelenségeket a modern tudomány különböző előnyös szempontjai szerint szemlélni. És a huszadik század közepén



3. ábra. Egy tantermi foglalkozás alatt az egyensúlyról és egy új környezetbe helyezett rendszernek az egyensúlyt történő megközelítéséről szóló megbeszélés kapcsán a tanulók felfedezéseket tesznek Karplus professzor vezetése mellett.

ezek az előnyös szempontok nem azonosak az általános műveltségben uralkodó szempontokkal. Kicsiben azonos a helyzet a kopernikuszi tanító esetével, aki azt tanította tanítványainak, hogy a nap a bolygórendszer középpontja, míg a társadalomban mindenki más úgy *tudta*, hogy a Föld áll az univerzum középpontjában.

Általában nem nyilvánvaló az eredmény, ha a tanítási program arra van felépítve, hogy a gyerekek maguk meglátják a modern tudományos fogalmakat, mivel spontán megalkotott fogalmaik, melyek közül néhány már iskolába iratkozásuk idején is létezik, túl nagy gátat képeznek. Végül is a fogalmak tapasztalataik értelmezésére fejlődtek ki, saját maguktól miért cserélnék ki ezeket? Valóban nem az látszik döntőnek, hogy a gyerekeket fogalmak meglátására tanítsuk, mivel ők maguk képesek erre, sőt már alkottak is fogalmakat. Az oktatási probléma inkább az, hogy megtanítsuk a gyerekeket bizonyos szellemi szakszerűséggel alkotóan gondolkodni. És a modern tudományos fogalmaknak a megfigyelések fényében történő fejlesztése, csiszolása kiváló eszköznek tűnik, hogy elérjük ezt a célt.

Ha a gyerekek nem képesek maguk *meglátni* a modern tudományos fogalmakat, szükséges, hogy a tanár *vezesse be* azokat. A bevezetés során a tanárnak tisztáznia kell, hogy a gyerekek mely előzetes megfigyelései értelmezhetők (vagy éppen átértelmezendők) a fogalom segítségével. Továbbá a bevezetést kedvező alkalmakkor folytatnia kell, hogy a gyerekek felfedezzék, hogy új megfigyelések is értelmezhetők a fogalom segítségével. A felfedezésnek ezt a típusát a fogalomnak a gyerekek számára való hozzáférhetősége teszi lehetővé, mivel érzékelésüket az új elképzelésnek a tanár által adott megfogalmazása irányítja. A felfedezés e típusa kimagasló értékű lehet a tanulás megkedveltetésében és a gyerekeknek adott magyarázatnál; de egyben lényeges, ha a fogalmat növekvő precizitással és finomítással akarjuk használni. Határozottan kijelenthetjük, a tanítónak nem szabad a fogalmat teljességében, körülhatároltan és tekintélyre hivatkozó módon bemutatni, mivel a fogalmak sohasem véglegesek.

E tanítási módszer példájaként egy harmincperces órát írunk le, amely alatt a második osztályosok felfedezték a mágneses tér fogalmának hasznosságát, miután a tanító felismertette azt velük. Tizenötös létszámú osztály tanulói tizenhárom megelőző foglalkozáson tárgyalták rendszerek kiválasztását a rendszerben található tárgyak alapján, a tárgyak közötti kölcsönhatás létezését, és bevezették számukra a rendszer szabad energiájának gondolatát.

Két új fogalmat vezettek be a tanulóknak az óra alatt: a távolba ható kölcsönhatást és a mágneses teret. Ezeket a fogalmakat kísérletek sorozatával fejlesztették tovább.

1. Kísérlet : két fiú ellenkező irányba húzott egy kötelet. A tanulók azonosították a pillanatnyilag érdekes rendszert a Bruce, James és a kötél által alkotott rendszerrel. A rendszer tárgyai közül egyrészt James és a kötél, másrészt Bruce és a kötél állott kölcsönhatásban. Bruce-t és James-t úgy tekintették, mint akik nem lehetnek kölcsönhatásban egymással. *A távolba ható kölcsönhatás felismerése :* Ezután a tanító kiemelte, hogy Bruce és James voltak valójában a rendszer fontos elemei; így az egész osztály gondolhatott arra, hogy a két fiú között kölcsönhatás állott fenn (egy jelre Bruce elrántotta James-t a kötéllel), ez azonban nem *közvetlen*, hanem *távolba ható kölcsönhatás* volt. Az új fogalmat a tanító kihangsúlyozta. A kötél tette lehetővé a távoli kölcsönhatást. A tanító felkérte Bruce-t és James-t, hogy erősen, majd gyengén, majd megint erősen hassanak kölcsön.

2. Kísérlet. A tanító két fagolyót vett elő, melyeket a hozzájuk erősített gumiszalag kapcsolt össze. A rendszerben öt tárgyat azonosítottak: a két golyót, a gumiszalagot és a két rajzszeget. A tanulók azonosították a gumi—gumi, golyó—rajzszeg és gumi—rajzszeg közötti közvetlen kölcsönhatást. Azonosították a golyó golyó, rajzszeg—rajzszeg és a gumi két vége között fennálló távoli kölcsönhatást. A tanulók gyengének mondták a kölcsönhatást, ha a golyók közel voltak egymáshoz, erősnek, ha távol voltak egymástól, és közepesnek, ha csak kevéssé voltak elkülönítve. A gumiszalag tette lehetővé a távoli kölcsönhatást.

3. Kísérlet. A tanító az egyik fiú fejére tette a kezét. A tanulók pontosan azonosították a tanító és a fiú közt levő közvetlen, a tanító és a többi diák közt levő távoli, akusztikus kölcsönhatást.

4. Kísérlet. A tanító megismételte a 2-es számú kísérletet egy hosszú sárgaréz rugóval. A diákok azonosították a rugó két vége közötti kölcsönhatást és a kölcsönhatás erősségét. A rugó tette lehetővé saját végei közt fennálló kölcsönhatást.

5. Kísérlet. A tanító elővett két, görgőkre erősített U-mágnest, amelyek vonzották egymást, és eközben könnyen mozoghattak. A tanulók azonosították a rendszerben a két mágnes közötti távoli kölcsönhatást. Azt is megállapították, hogy a kölcsönhatás gyengült, ha a mágneseket eltávolították egymástól. A kölcsönhatás elég erős volt ahhoz, hogy a két mágnes 10 cm távolságból egymásba rohanjon. *A mágneses tér felismerése :* A tanító kérdésére: „mit szerettek jobban, a közvetlen, vagy távoli kölcsönhatást?" a diákok a közvetlen kölcsönhatást részesítették előnyben. A tanító erre azt mondta, hogy a legtöbb ember a közvetlen kölcsönhatás fogalmában gondolkodik. Az előbbi kísérletekben a két tárgy között volt valami, ami lehetővé tette a távoli kölcsönhatást. Volt-e valami most is a két mágnes között, amely létre tudta hozni közöttük a távoli kölcsönhatást? Semmi látható nem volt. (Elég furcsa, egy tanuló sem vetette fel, hogy a levegő van a dologban.) Jóllehet a mágneses teret még nem említették nevén, a gyerekekbe már beleoltották a mágneses kölcsönhatás közvetítőjének (egy „valaminek") eszméjét. Ez a lépés alkotja azt, amit „meglátás"-nak neveztünk.

6. Kísérlet. A mágneses tér jelentőségének felfedezése :

a) Három gyerek jött a demonstrációs asztalhoz, hogy ujjaival megtalálja a „valamit". Nem észlelték a „valamit".

b) Két gyerek jött a demonstrációs asztalhoz, hogy a „valamit" egy favonalzó segítségével találja meg. Nem észlelték a „valamit".

c) Egy gyerek jött, hogy megtalálja a „valamit" egy tűvel, amelyet egy darab drót végén tartott. A tűre valami hatással volt!

d) Az összes tanuló szeretett volna kutatni a tűvel. Miután már másoknak is volt alkalmuk erre, a tanító szóban megerősítette, hogy a tűre valami hatással volt. Már éppen meg is akarta azt nevezni, amikor az egyik tanuló félbeszakította, mondván: „Én tudom, hogy 'azt' hogy hívják. 'Az' a mágneses!" A tanító beleegyezett a „mágneses" szóba, mivel a fogalom a mágneses kölcsönhatás esetében merült fel, de javasolta a „mágneses tér" elnevezést. Ezután a beszélgetés arra terjedt ki, hogyan kutatható fel a mágneses tér, az a „valami" amely a két mágnes közötti távoli kölcsönhatást lehetővé teszi.

e) Néhány újabb tanuló kutatta tűvel és meg is találta a mágneses teret.

d) A kísérlet utolsó lépéseként a tanító felkérte a diákokat, hogy más tárgyakkal találják meg a mágneses teret. Csavart, papírt, gemkapcsot, csavarhúzót, ékszert és fémpénzt használtak ehhez. Némely tárgyra közülük hatással volt a mágneses tér, néhányra nem.

Szükséges itt rámutatnunk, hogy a gyerekek ösztönszerű előítéletére való támaszkodás, amely jelentős volt a tér fogalmának felismerésében, egyáltalán nem volt tudománytalan, ellenkezőleg, a szükséges első lépése volt az új fogalom befogadásának. Amíg a tudományos megfigyelés kérdéseit a kísérlet, az értelmezés kérdéseit elsősorban az utolsó tapasztalatok fényében kialakított előítélet és később az értelmezésnek az általánosító felfedezésekben megmutatkozó hasznossága dönti el. A mágneses tér egy hasznos *észrevétel*, de nem lényeges ahhoz, hogy leírjuk a mágneses kölcsönhatásokat[4]. A tűvel, stb. történő kísérletsorozat a mágneses tér elképzelés nélkül a mágnes és a tű vagy más tárgyak közötti további távoli kölcsönhatás felfedezésére vezetett volna.

Az 1—4. előkészítő kísérletek egy vonását ki kell hangsúlyoznunk. Ezeket a kísérleteket megelőzően egy kicsit másképpen már elvégeztük, de a távoli kölcsönhatás és a kölcsönhatás erősségének fogalmait újonnan vezettük be ezen az órán. A kísérletek elvégzésének sorrendje nem lényeges. A tanulókat nem lépésről lépésre vezettük el a mágneses tér fogalmáig. Inkább „a mágneses tér fogalma körüli kör mentén vezettük őket úgy, hogy a középpont felé különböző irányokból közeledhetnek." Ez a stratégia több sikert ígér.

Mármost, a leírt tanórát egy tanfolyamba kell beépíteni. Lényeges, hogy ne érjen itt véget, ne határolódjék el a mágneses térről tartott megbeszélés a leírt felfedezéssel. Ehelyett ez a felfedezés önmagában része kell legyen egy még elvonatkoztatott fogalom megértésére irányuló hadműveletnek. Második osztályosok esetén az energia a megértés szempontjából egy fokkal magasabb rendű fogalom. Előzőleg már megismertek olyan tárgyakat, mint rugók, gumiszalag, száraz elem, gyertyák, levegő. A mágnesek olyan rendszereknek látszanak, amelyekben energia halmozható fel. Az energia-fogalom pedig a továbbiakban egy olyan stratégia része, amelyet egy magasabbrendű fogalom, egy rendszer tárgyai közötti kölcsönhatás fogalmának tanításához dolgozunk ki.

Végül a kihangsúlyozandó pedagógiai szempont az, hogy a felfedezésre tanítás ezen módszere igen szemléltetőnek és kifizetődőnek tűnik. Emellett éppen a sokkal szóbelibb fejtegető módszerrel összehasonlítva látszik ésszerűen hatásosnak. A tanulók eljutnak ahhoz a ponthoz, ahol tudják, hogy felfedeznek majd valamit, és tudják, hogy mit jelent a felfedezésük. Így bár talán új fogalmakat nem láttak meg, de felfedezéseket tettek.

J. M. Atkin—R. Karplus

Berkeley—California

(Megjelent: *The Science Teacher*, *29*, 1962. szeptemberi számában. Fordította Nagy Elemér)

[4] J. A. Wheeler and Richard P. Feynman. „Classical Electrodynamics in Terms of Direct Interparticle Action." *Reviews of Modern Physics*, 21 : 425. 1949.

EGYESÜLETI ÉLET—HÍREK

HUSVÉTI FIZIKUS ISKOLA BAD KREUZNACHBAN

A CERN (Egyesített Nyugat-Európai Magfizikai Kutató Intézet) az idén is megrendezte fiatal fizikusok részére szokásos tavaszi iskoláját. A hallgatók felső korhatárát 30 évben állapították meg, és megköveteltek a fizikusi diploma megszerzése után egy kutatásban eltöltött évet, amely alsó korhatárnak gyakorlatilag 24 évet jelent. Az iskola tananyagát a CERN vezető fizikusai állították össze, s az előadók is főként közülük kerültek ki, de más ország neves professzorai közül is felkértek néhányat előadások megtartására. Így élvezhették például az ezévi iskola résztvevői többek közt korunk két világhírű fizikusának, Heisenbergnek és Dalitznak személyesen megtartott előadásait.

A tananyagot az iskola fő céljának megfelelően válogatták össze, azaz főként elméleti jellegű témák kísérleti vonatkozásait ismertették, azzal a szándékkal, hogy a kísérleti fizikusok tisztában legyenek az elméleti fizika legfrissebb, a kísérleti kutatást érintő eredményeivel, s elsajátítsanak néhány olyan számolástechnikai fogást, amely nélkülözhetetlen a kísérleti eredmények értelmezésében, előrelátásában. (Pl. hatáskeresztmetszetek, ágarányok kiszámítása.)

Az iskola két főelőadását Van Hove és Veltman tartotta az erős, ill. gyenge kölcsönhatások tárgyköréből.

Mindketten nemcsak elsőrangú szakemberei ezeknek a területeknek, de egyben kiváló pedagógusok is, akik az egy évvel ezelőtti Herceg Novi iskolán már nagy népszerűséget szereztek előadásaik nyomán. Idén tehát a hallgatók nagy örömmel vették tudomásul, hogy az erős kölcsönhatások egyik legérdekesebb és legmodernebb fejezetéről, az SU_3 és SU_6 szimmetriákról Van Hove, a gyenge kölcsönhatások új eredményeiről pedig Veltman beszél.

Van Hove először bemutatta az SU_3 csoport irreducibilis reprezentációit és az elemi részek ezekkel való kapcsolatát, majd levezetve a tömegformulát és az elemi részek mágneses momentumait, részletesen tárgyalta az elmélet eddigi sikereit, további kísérleti ellenőrizhetőségét. Természetesen szó esett egy sor eddig még tisztázatlan kérdésről is. Előadássorozatának második felében a forgáscsoport és SU_3 kombinációjából adódó SU_6 csoport reprezentációit vizsgálta, majd megmutatta, hogy az SU_3-elméletben mutatkozó bizonyos nehézségek miként oldódnak fel ebben az általánosításban. (ω—Φ keveredés, F és D csatolási állandók aránya, stb.) Beszélt az új elmélet nehézségeiről, s arról, milyen módon próbálkoznak ezek elhárításával. (Ezek között a leglényegesebb, hogy a nemrelativisztikus elméletet relativisztikus formába írják át.) Előadásai mellett nagy gyakorlati haszna volt külön megtartott szemináriumainak, amelyeken a hallgatókat a számolástechnika elemeibe vezette be. (Megmutatta pl., milyen úton lehet irreducibilis reprezentációk direkt szorzatából irreducibilis direkt összegeket kapni, hogyan lehet bizonyos folyamatok ágarányait kiszámolni, stb.)

Hasonlóan, Veltman is nagy súlyt helyezett arra, hogy a hallgatókat lehetőleg még az előadásai folyamán megtanítsa a fizikai lényeg elsajátítása mellett bizonyos egyszerűbb folyamatok kvantitatív kiszámítására is. Bemutatta az SU_3 szimmetria szerepét a gyenge kölcsönhatásban, Cabbibo elméletét. Hosszasan elemezte az elmélet eddigi kísérleti ellenőrzését és további kontrollehetőségeket. Egy másik előadásban a CP invariancia megsérülését tárgyalta, s egy sor elméletet mutatott be a híres Cronin-kísérlet magyarázatára.

Ezen a téren érdekes beszámolót tartott Winter, aki résztvett a K°-bomlási kísérlet CERN-ben történt megismétlésében. Ez a kísérlet megerősítette az előző amerikai eredményt, vagyis, hogy a hosszúéletű K°-ok között is találtak 2π-re bomlót $\sim$ 0,2%-ban. Újdonság azonban ennél a kísérletnél is akadt, aholis nagy biztonsággal kizárták az ún. spionok befolyását. A spionok — eddig csak feltételezett részecskék — olyan pionok, melyeknek spinje 1. Ha a K°-bomlásnál talált kritikus két pion közül legalább az egyik spion lenne, nem kellene az eredményt az időtükrözési szimmetria megsértéseként értelmezni, ez ugyanis megengedne ilyen típusú bomlást. A spionokat az erős kölcsönhatásban nem találták meg, azt lehet mondani az eddigi kísérletek alapján, hogy a spionoknak nincsen erős kölcsönhatásuk. De akkor a K° bomlástermékei közül a spionok áthatolnak olyan vastag betonfalon is, ahol a közönséges pionok gyakorlatilag egyáltalán nem. Így vált lehetővé az előbbiek kiszűrése. Az eredmény pedig, mint már említettük, pontosan megegyezett az amerikai kísérlet végeredményével.

Ezen az iskolán, a tavalyi, Herceg Noviban megrendezettől eltérően, újonnan felfedezett rezonanciákról nem számoltak be. Annál többet beszéltek viszont elméleti fizikusok olyan részecskékről, amelyeket az elmélet feltételez, de eddig még nem találtak meg. Előbb már említettem a spionokat, amelyek létezésére néhány kísérlet ugyan utal, de nem eléggé meggyőzően.

Heisenberg a Goldstone tétel bebizonyítása során rámutatott arra, hogy az SU_3 szimmetria megsértésének egy lehetséges mechanizmusa feltételezi egy 0 tömegű, a leptonokhoz igen erősen csatolt, erősen kölcsönható részecske létezését. A keltési energia-küszöb alacsony volta miatt abból a tényből, hogy az eddig rendelkezésre álló gyorsítós energiákon nem figyeltek meg ilyen részecskéket, nyugodtan mondhatjuk, hogy azok nem is léteznek.

További keresett részecske a közvetítő bozon. Véges tömegére az eddigi kutatások sikertelensége egy alsó határt, $\sim$ 2 GeV-et szab meg.

Igen nehéz részecskéknek képzelik el a Gell-Mann által bevezetett kvarkokat, ha azok egyáltalán léteznek. Úgy gondolják, hogy a jelenlegi gyorsítós energiákkal nem állíthatók elő, ezért a kozmikus sugárzásban keresik őket. Vannak számolások, amelyek megadják, kb. mennyi időkéséssel lehet detektálni ilyen nehéz tömegű részeket vagy azok bomlástermékeit kiterjedt záporok detektálása után, ha a zápor kialakulásával egyidőben keletkezett a kvark. A részecskének — mint ismeretes — jellemzője, hogy töltése az elemi töltéskvantum $^1/_3$-a vagy $^2/_3$-a, s az elektromos töltés megmaradása folytán bomlástermékei között is kell lenni törtrész-töltésűnek.

A kvarkokat az elemi részecskék építőköveinek tekintik, vagyis úgy gondolják, hogy az elemi részek kvarkok kötött állapotai. Erről az elképzelésről Dalitz beszélt részletesen. Eszerint egy kvark és egy antikvark alkotná a mezonokat és mezonrezonanciákat, három kvark a barionokat és barionrezonanciákat. Az elemi részek struktúrája így a kvarkok között ható erőkre lenne visszavezethető.

Az elektromágneses kölcsönhatások köréből főleg az új hamburgi elektrongyorsító mellett dolgozó elméleti fizikusok tartottak előadásokat. A témakör az $e - p$ szóródás és formfaktorok vizsgálata, a PAPEP és PAPLEP, vagyis $p + \bar{p} \to e^+ + e^-$ és $p + \bar{p} \to l^+ + l^-$ ($l \equiv$ lepton) folyamatok tanulmányozása. Az érdekes új eredmények közé tartozik, hogy az $e - p$ szórás kísérleti eredményei megerősítik az e és p vertex közötti egyetlen γ kicserélődésének hipotézisét, valamint, hogy a formfaktor tanulmányozása egy új, 940 MeV tömegű izoszingulett elemi részecske felfedezésére vezetett. Ebben az irányban még jelenleg is folynak a vizsgálatok.

A nagyenergiájú erős kölcsönhatások két, eddig legjobban bevált leírásmódjáról, a perifikus modellről és a sokcsatornás formalizmusról Schmitz ill. Tripp tartott szemináriumot. Részletesen ismertették a rezonanciák kísérleti szeparációjának lehetőségét, s a kvantumszámok — különös tekintettel a spinre és paritásra — meghatározását. Egy másik szemináriumon Rubbia számolt be a Ξ^- hiperon paritásának megméréséről.

Rendkívül érdekes volt Gregory beszámolója a CERN jövőbeli terveiről. A fejlesztésnek két főiránya van. Az 1-es számú programpont a 300 GeV-es gyorsító, amelyet 1967-ben kezdenének el megépíteni, s elkészítése nyolc évet venne igénybe. Ez az energia a jelenlegi protonszinkrotron energiája 12-szeresének felel meg, az új gyorsító intenzitásban kb. 100-szor múlná felül a jelenlegit. A 2-es számú terv, melynek megvalósítására 1965—1975 között kerülne sor, a jelenlegi gyorsító intenzitásának megnövelése, majd ezzel egyidőben két egymást metsző gyűjtőgyűrű megépítése, mely lehetővé teszi, hogy a gyorsítóból két különböző helyen kivezetett nyaláb egymással szembe találkozzon. Ha a két szembehaladó proton energiája külön-külön 25 GeV, akkor az ütközés egy nyugvó és egy 1250 GeV-es proton ütközésének felel meg. Persze ez a módszer nem egyenértékű egy 1250 GeV-es gyorsítóval, mert az 1 sec-ra eső ütközések száma több nagyságrenddel nagyobb az utóbbi esetben. Mindenesetre az intenzitás elegendő lesz ahhoz, hogy a fent említett, valószínűleg nagyon nagy tömegű elemi részecskéket tanulmányozzák.

Az új energiaterület minőségileg is új, az eddiginél sokszorta drágább detektáló eszközöket követel. Ha egy nagyon hozzávetőleges kalkulációt csinálunk, ahogy ezt Gregory tette, az adódik, hogy a CERN jelenlegi, évi 350 millió SFr-ra rúgó költségvetése 1973-ra háromszorosára növekedik.

Az iskolát gyönyörű környezetben és igen körültekintő szervezés után rendezték meg. A hallgatók ellátása s a szervezőbizottság részéről élvezett állandó, mindenre kiterjedő figyelem még az előző évből származó nagyfokú várakozást is felülmúlta. Nagymértékben hozzájárul az iskola sikeréhez az a tény, hogy majdnem az összes fentemlített előadásról nyomtatott jegyzeteket bocsátottak a résztvevők rendelkezésére. Két kirándulás a festői szép Rajna vidéken s az esténkénti beszélgetések még jobban elmélyítették a hallgatók és az előadók közti baráti hangulatot.

N. E

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

Antideuteronok Az anti-deuteron ($\bar{d}$) a legegyszerűbb összetett anti atommag: az antiproton és az antineutron önmagában stabilis kötött állapota. Az antinukleonok felfedezése óta eltelt csaknem tíz esztendő alatt a mesterséges proton-atommag—folyamatok energiájának növelése — és a detektálási technika fejlesztése — egyre több antibarion észlelését tette lehetővé. Az antideutoron kísérleti kimutatása azonban csak néhány hónappal ezelőtt sikerült.

Az antideuteron előállítása céljából *A. Zichichi és munkatársai* a CERN proton-szinkrotronjának 19,2 GeV/c impulzusú nyalábját belső berillium-céltárgyra ütköztették és a keletkező termékek közül mágneses eltérítés és fókuszálás után a negatív töltésűeket elektrosztatikusan kiválasztva végezték a további analízist (Nuovo Cim. — *39* [1965] 10). A gyorsító átlagosan 8.10^{11} protont tartalmazó nyalábjának kb. 80%-a érte a targetet 2,3 sec-onként 300 msec-ig. A meglehetősen ritka antideuteronok detektálásához a pion-hátteret antikoincidenciába kapcsolt nagy hatásfokú gáztöltésű Cserenkov-számlálókkal, az antiproton-hátteret (!) pedig szcintillációs számlálók megfelelően késleltetett koincidenciába való kapcsolásával választották le (repülés—idő—módszer). A sugármenet teljes hossza 61 méter volt. Kétszáz besugárzásból nyert detektálási adatok statisztikus feldolgozása (χ^2-próba) határozott effektus fellépését jelezte: (1867 ± 80) MeV/c^2 tömegű, negatív elektromos töltésű részek létezését a nyalábban. Ezt a tényt antideuteronok észlelésével lehet a legegyszerűbben értelmezni. A detektált antideuteronok pionokhoz viszonyított fluxusa $(8 \pm 1) \cdot 10^{-9}$ volt, aminek a keletkezése helyén $(1{,}2 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-8}$ arány felel meg.

Az előbbi kísérletsorozattal csaknem egyidejűleg *L. M. Lederman és munkatársai* is észleltek antideuteronokat Brookhaven-ben hasonló körülmények között (Phys. Rev. Lett. — 14 (1965) 1003). A nyaláb antideuteronjainak kb. 1%-át kitevő antitritonok kimutatását is remélik.

I. F.

Rövid élettartam (10^{-20} sec) **meghatározása a „közelszórás" mérésével.** Atommagok gerjesztett állapotainak élettartamát időmérés segítségével meghatározni csak kb 10^{-10} — 10^{-12} sec-ig lehetséges. Ennél rövidebb idők meghatározását már közvetett úton végzik, elsősorban a gerjesztett állapotok nívószélességének mérése alapján.

Érdekes — bár nem általánosan alkalmazható — módszert választottak *P. Lang* és munkatársai (Helvetica Physica Acta, 38, 369 és Physics Letters **15**, 248) az N^{13} atommag 3,5 MeV-es állapota élettartamának mérésére. 5,4 MeV-es deuteronokkal bombáztak C^{12} magokat és mérték a C^{12}(d, pn) C^{12} reakció során azonos irányban kilépő protonok és neutronok energiaeloszlását. A spektrum vonalas szerkezete közbenső mag elmélettel volt értelmezhető: az N^{14} közbenső mag egy neutron kibocsátása útján gerjesztett N^{13}-ba bomlott, ez pedig protonemisszióval C^{12}-be. Ha az N^{13} gerjesztett állapota nagyon rövid élettartamú, és a proton gyorsabb, mint a megelőzően kibocsátott neutron, akkor ezt még a C^{12} maradékmag közelében „utolérheti" és energiaátadás következhet be. Az ilyen „közelszórás" eredményeképpen az energiaspektrumok megfelelő vonalai mellett lépcsőszerű eloszlások alakulnak ki. Ezeknek intenzitása annál nagyobb, minél nagyobb a közelszórás valószínűsége, vagyis minél rövidebb a második közbenső mag — jelen esetben a gerjesztett N^{13} mag — élettartama.

Ezzel a módszerrel az N^{13} mag 3,5 MeV-es vonalcsoportjának élettartamára $0{,}6\ (^{+0{,}3}_{-0{,}2}) \cdot 10^{-20}$ sec-ot kaptak.

A. I.

Quasarok vizsgálata interferométerrel B. Anderson és munkatársai a Jodrell Bank Obszervatórium 0,4" felbontóképességű új interferométerével 408 MHz-en 13 quasart és 9 eddig még nem azonosított rádióforrást vizsgáltak meg azzal a céllal, hogy a rádiótartományban e szokatlanul jó feloldóképességű műszerrel az objektumok pozícióit pontosabban meghatározzák. A mérések eredményeként remélhető, hogy további igen intenzív rádióforrást sikerül az optikai tartományban azonosítani. (Nature, 1965. *205*. 375.)

T. Gy.

A quasarok neutrinó-sugárzása D. Boccaletti munkatársaival, G. Mannino olasz elméleti csillagász hipotézisét felhasználva kiindulásként, kiszámították, hogy a quasarok 10^{48} erg/sec nagyságrendű grandiózus teljesítménnyel neutrinókat kell kibocsássanak magukból. Úgy látszik, hogy a feltevés fiatal galaxisok esetére kitűnően alkalmazható. (Nature, 1965. *205*. 60.)

T. Gy.

Tejútrendszerünk más tipusba sorolása H. Arp (M. Wilson és Palomar Obsz.) legutóbbi vizsgálatai szerint Galaktikánk Hubble-féle *Sb* jelölése módosításra szorul. Eddigi ismereteinkkel ellentétben megállapította, hogy Galaxisunk magját az Andromeda ködével összehasonlítva (ugyancsak *Sb*-típusú), a centrumtól azonos távolságban Tejútrendszerünk magja halványabb és kékebb. A mi magunk mérete a korong nagyságához viszonyítva csak mindössze fele az Andromédáénak. Galaktikánk tehát nem hasonló az Andromeda ködhöz, nyitottabb spirális annál, így (egyéb kritériumok alapján is) a zártabb *Sb* típusmegjelölést *Sc*-re kell módosítanunk. (Astrophys. Journ., 1965. *141*. 43.)

T. Gy.

A napszél hatása a Hold felszinére Rosenberg és Wehner amerikai kutatók laboratóriumi modellkísérleteket végeztek a holdfelszíni képződmények néhány különös sajátságának megmagyarázására. Különféle anyagokat sugároztak be protonokkal (hidrogén plazma) és alfa-részecskékkel (hélium-plazma). Ezek a legfontosabb alkotó részei az ún. napszélnek, melyek — mivel a Holdnak nincs számottevő légköre és mágneses tere — a Hold felszínét állandóan „bombázzák". Jogos volt a feltételezés, hogy ezek a részecskék a holdfelszín anyagával kölcsönhatásba lépnek. A kutatók 2 sec alatt olyan intenzitással sugároztak be 2—10 mikron szemcseméretű bazaltport, melyet egyébként az anyag a Holdon 1 év alatt kapna. A protonnal besugárzott bazaltpor optikai sajátossága megegyezett a holdfelszíni adatokkal. A por a sugárzás hatására elsötétedett, albedoja kisebb lett. Alfa-részecskékkel végzett kísérleteknél a fenti hatás lassabban állt be. Ezzel a kísérletsorozattal meg lehet magyarázni a Hold alacsony albedoját, sőt még a porréteg szemcseméretére is határadatokat kapunk. (J. Geophys. Res., 1964. *69*. 3307.)

T. Gy.

Ára: 6,— Ft *Előfizetés egy évre 48,— Ft*

MEGALAKUL AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT CSILLAGÁSZATI SZAKCSOPORTJA

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1964. évi közgyűlése elhatározta, hogy a Társulat Csillagászati Szakcsoportot alakít.

A Szakcsoportnak az lehet tagja, aki vagy valamely rokontudományból egyetemi végzettséggel rendelkezik, vagy rendszeresen csillagászati irodalmi tevékenységet fejt ki. Jelentkezni lehet ún. ifjúsági tagnak is. Ifjúsági tagként egyetemi hallgatók, vagy egy évnél nem régebben végzettek vehetők fel. A Szakcsoport tagjai egyúttal a Fizikai Társulat tagjaivá válnak.

A felvétellel kapcsolatban a Fizikai Társulat Elnöksége dönt.

A tagdíj általában évi 60,— Ft, középiskolai tanárok részére 24,— Ft, nyugdíjasok részére 12,— Ft. Ifjúsági tagok tagdíjat nem fizetnek.

A Szakcsoportnak a Fizikai Társulaton belül való létrehívását a csillagászat és a fizika mind szorosabb kapcsolata tette indokolttá. A Szakcsoport feladatainak a következőket tekinti:

1. Önállóan vagy más intézményekkel közösen különböző csillagászati témakörökből tudományos rendezvényeket szervez. (Pl. részt vesz az 1967-es nemzetközi napfizikai konferencia és az 1968-as nemzetközi változócsillag konferencia szervezésében.)

2. Biztosítja a csillagászat legújabb eredményeinek színvonalas és rendszeres ismertetését. (Már 1966-ban több központi előadás megtartására kerül sor. Később vidéki előadásokéra is.)

3. Kritikailag figyelemmel kíséri a csillagászati szakirodalmat; ankétokat rendez, könyvismertetéseket közöl és a kiadók felé javaslatokat tesz könyvfordításokra ill. eredeti munkák írására.

4. Foglalkozik a csillagászati oktatás aktuális problémáival, és javaslatokat juttat el az illetékes oktatásügyi szervekhez.

A Szakcsoport tevékenységéről a Fizikai Szemle közöl rendszeres tájékoztatót.

Érdeklődni és jelentkezni személyesen vagy írásban az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Titkárságánál (Budapest, V. Szabadság tér 17, II. 204) lehet.

MEGALAKUL A MŰSZAKI KÖNYVKLUB

A műszaki könyvek és folyóiratok olvasói régen felismerték, hogy szakmai fejlődésükhöz a korszerű műszaki irodalom nyújtja a legeredményesebb segítséget. Számos újításnak és találmánynak a műszaki irodalom a forrása.

A magyar műszaki könyvkiadás legfőbb célkitűzése az, hogy világszínvonalon is korszerű műszaki ismereteket adjon az olvasónak, kiadványai adataiban pontosak, megbízhatók legyenek. Ezt a célját a műszaki könyvkiadásunk többé-kevésbé el is érte, amit legjobban az bizonyít, hogy a különböző országok könyvkiadói — beleértve a tőkés országok könyvkiadóit is — egyre nagyobb érdeklődést tanúsítanak a magyar irodalom iránt.

Ugyanakkor a belföldi szakirodalmi tájékoztatás nem kielégítő, és szakembereink éppen ezért gyakran nem ismerik eléggé a rendelkezésre álló műszaki irodalmat. Ennek megszüntetése érdekében határozta el a MTESZ és a Műszaki Könyvkiadó, hogy Műszaki Könyvklubot létesít.

A Műszaki Könyvklub célja, hogy tagjait rendszeresen tájékoztassa a már megjelent és az előkészületben levő műszaki könyvekről, kívánságra tájékoztatást adjon a felmerülő termelési problémák hazai és külföldi szakirodalmáról, a tagság véleménye alapján, a könyvkiadási tématervek kialakításánál, a tényleges szükségletek feltárására törekedjen.

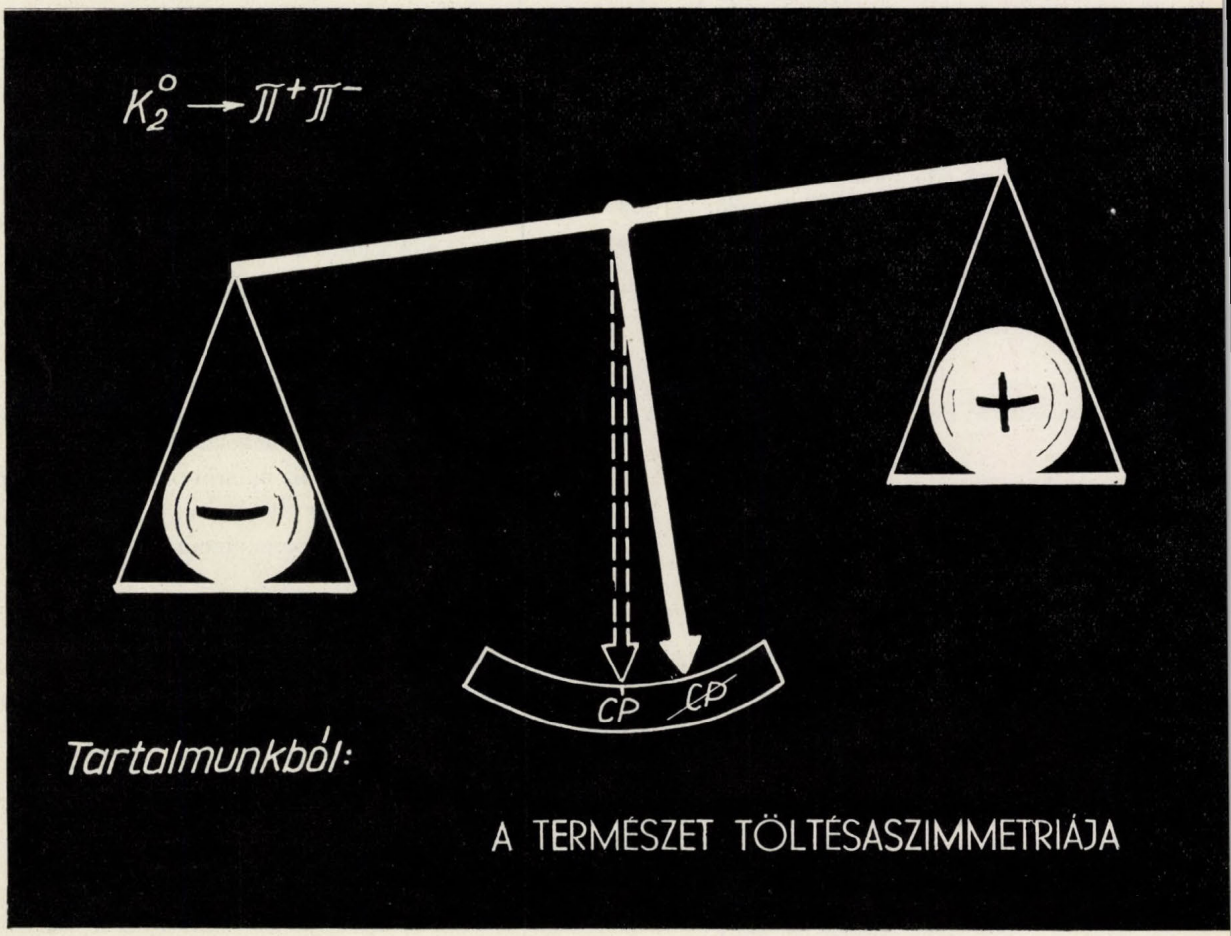
A Műszaki Könyvklub tagjainak a rendszeres és pontos szakirodalmi tájékoztatáson felül, a műszaki könyvek beszerzésénél sokirányú kedvezményeket biztosít. Szolgáltatásai díjmentesek, tagjaitól sem tagsági díjat, sem egyéb anyagi hozzájárulást nem kíván!

A Technika Házában közeljövőben megnyíló klubhelyiségeiben állandó kiállításon mutatja be a legújabb hazai és külföldről behozott műszaki könyveket. A klubtagok részére lehetővé teszi, hogy a kiállított könyveket és folyóiratokat ne csak megtekintsék, hanem tanulmányozhassák olvasgathassák is.

Klubtag lehet bárki, aki a műszaki irodalom után érdeklődik. Bővebb felvilágosítást a Műszaki Könyvklub ad. Cím: Budapest 5, postafiók 581. Telefon: 112—273.

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



Tartalmunkból:

A TERMÉSZET TÖLTÉSASZIMMETRIÁJA

1966/2

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

Műszaki szerkesztő: Falbizoner Erzsébet

A kézirat beérkezett 1965. XI. 26.

Terjedelem: 4 (A/5) ív

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.61752
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Marx György: A természet töltésaszimmetriája
Radnai Gyula: A termodinamika potenciális egyenleteinek tanításához
P. Auger: A csillagászati kutatás irányai korunkban
N. G. Baszov: Félvezető kvantumgenerátorok
Kisdi Dávid: Fermi folyadékok I.

A FIZIKA TANITÁSA

Vermes Miklós: Kiegészítés az 1965. évi Eötvös-verseny mechanika feladatához

EGYESÜLETI ÉLET—HÍREK

KÖNYVSZEMLE

СОДЕРЖАНИЕ

Дь. Маркс: Асимметрия зарядов в природе
Дь. Радиаи: К преподаванию потенциальных уравнений термодинамики
П. Оже: Главные направления научных исследований наших дней
Н. Г. Басов: Полупроводниковые квантовые генераторы
Д. Кишди: Фермиевские жидкости Ч. I.

ПРЕПОДАВАНИЕ ФИЗИКИ

М. Вермеш: Дополнение к конкурсной задачи по механике (Премия им. Л. Этвеша)

ИЗВЕСТИЯ—ИЗ ЖИЗНИ ОБЩЕСТВА ФИЗИКОВ

ОБЗОР КНИГ

ИЗ УСПЕХОВ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

INHALT

G. Marx: Die Ladungs-Asymmetrie der Natur
Gy. Radnai: Zur Darlegung der Potentialgleichungen der Thermodynamik im Unterricht
P. Auger: Die Tendenzen der astronomischen Forschung unserer Zeit
N. G. Bassow: Halbleiter — Quantumgeneratoren
D. Kisdi: Fermi Flüssigkeiten I.

UNTERRICHT DER PHYSIK

M. Vermes: Ergänzung zur Mechanik-Aufgabe des Eötvös-Wettbewerbs 1965

NACHRICHTEN AUS DEM VEREINSLEBEN

BUCHBESPRECHUNGEN

FORTSCHRITTE DER PHYSIK

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 2. szám 1966. február

A természet töltésaszimmetriája

A tudomány az elmúlt évszázadokban rájött és kisiskolás korunkban mindnyájan megtanultuk, hogy a legtöbb anyag érdekes dualitást mutat, amit két különböző elektromos töltés bevezetésével jellemeztek. *Az elektromos töltésnek kétféle előjele lehet: pozitív és negatív, és ez a kétfajta töltés a természetben egyenrangú szerepet játszik.* A megdörzsölt üvegrúd által szerzett töltést megállapodásszerűen pozitívnak, a dörzsölő selyemkendő töltését negatívnak mondjuk, de a *pozitív* és *negatív* jelző itt nem jelent feltétlenül éppen *többletet* és *hiányt*. A lényeges a relatív előjel ellentett volta: a kétfajta töltés egymást közömbösíteni képes. Ha elfelejtjük vagy felcseréljük a definíciót, éppoly könnyen megérthetjük és taníthatjuk az elektromosságtant, mert a természetet a kísérletek szimmetrikusnak mutatták a kétféle töltés szempontjából.

A múlt században nyert atomfizikai ismereteink ezt a töltésszimmetriát szétrombolni látszottak. A gyakorlati elektrotechnikában a negatív elektromosság hordozóiul a könnyű és mozgékony elektronokat ismertük meg, ezek özöne létesítette a fémekben az elektromos áramot. A pozitív töltés nehézkes, szilárd anyagban helyhezkötött: a nagytömegű atommagok állandó tulajdonsága. Pozitív töltés gyakorlatilag akkor jelentkezik, ha az eredetileg semleges atomok elektront veszítenek. Ilyen szempontból az elektronok negatív töltését tekintették tulajdonképpeni fizikai töltésnek, és jogosnak tűnt, hogy a pozitív töltésben töltéshiányt lássanak. A makroszkopikus elektromosság töltésszimmetrikus, de az atomi elektromosság nem.

1930 táján tovább mélyültek tapasztalataink az atomalkotó részecskékre vonatkozólag. Kiderült, hogy a negatív töltésnek a kistömegű elektronhoz, a pozitív töltésnek a nagytömegű protonhoz való kapcsolódása valóban jellemző környezetünkre, de ez — szemléletesen szólva — geológiai és történeti jellegű aszimmetria, nem pedig fizikai. Valójában az anyag minden elektromos megjelenési formája előfordulhat és létrejöhet a természetben pozitív és negatív töltéssel egyaránt. A Tejútrendszerben történetesen gyakoribb negatív elektron (negaton) és ritkább pozitív elektron (pozitron) közt nincs semmi elvi, fizikai különbség a töltés relatív előjelétől eltekintve. Ha intergalaktikus rádióiskola keretében egy távoli csillagrendszer lényeit megtanítanánk a mi fizikánkra, mely szerint a közönséges elektronok töltése definíció szerint negatív, a közönséges atommagoké pozitív, nem lehetnénk biztos benne, hogy az ő szabványuk abszolút megegyezik a miénkkel. Elképzelhető ugyanis, hogy az ő világuk antianyagból épül fel, és nem tudnánk semmiféle rádióüzenetváltással eldönteni, hogy ez e a helyzet vagy sem. Csak két anyagdarab találkozása, két elektron ütközése döntheti el töltésük *relatív* előjelét: azonos jelű elektronok taszítják, különböző jelűek vonzák egymást. Az abszolút előjel-definíció az egész univerzumra kiterjedő érvényű szabványként nem fogalmazható meg. Lokálisan a Tejútrendszerben a *gyakori elektron = negatív, gyakori atommag = pozitív* megállapodás használható, de a fizikusok itt is láttak már pozitív elektront és negatív nehéz hidrogén atommagot. — A mondottak nem korlátozódtak az elektromos töltésre. Ugyanilyen dualitás mutatkozott meg a részecskék más tulajdonságánál is, amit a bariontöltés, leptontöltés, hipertöltés bevezetésével írtak le. Minden töltésnek közös vonása, hogy az anyag ellentett töltésű állapotai fizikailag teljesen ekvivalensen viselkednek.

A történet negyedik felvonása 1956—1957-ben játszódott le. Az elemi részek *gyenge kölcsönhatásainak* részleteit vizsgálva úgy tűnt, hogy alig észrevehető differencia adódik az anyag kétféle töltésállapota között. Finom polarizációs mérések megmutatták, hogy a radioaktív β-bomlásánál keletkező negatív elektronok többsége az atommag magperdület által értelmezett földrajzi déli pólusa közelebb lép ki és maguk balmenetű csavarhúzóként pörögnek. A pozitív elektronok többsége viszont a mag földrajzi északi pólusa közelében lép ki és maguk jobbmenetű csavarhúzóként pörögnek. Ez azt jelenti, hogy két lehetőség közt választhatunk:

a) Ha szabványosítva van a töltéselőjel (pl. a földi elektron mint etalon által), akkor a *bal* és *jobb* geometriai fogalma szabványosítható azáltal, hogy a *negatív* elektronok β-bomlásban *balcsavart* képezve emittálódnak, a *pozitív* elektronok jobbcsavarként.

b) Ha szabványosítva van, mit nevezünk balnak és jobbnak (pl. gyerekkori utasítások alapján kezünkbe idegződve), akkor értelmezhetjük a két ellentett belső anyagtulajdonságot, a pozitívot és negatívot, mondván: Negatív azon elektron töltése, amely β-bomláskor balcsavarként emittálódik, pozitív azon elektroné, amelynek csavarodása jobbmenetű.

Ezek a definíciók azonban nem a pozitív és negatív, bal és jobb abszolút megkülönböztetései. Pusztán azt a felismerést fejezik ki, hogy a bal és negatív, jobb és pozitív egymáshoz kapcsolt fogalmak, egymásnak mintegy szinonimái, de megkülönböztethetően kitüntetve egyik sincs, a bal-negatív és jobb-pozitív duális lehetőségek közül. Közös tárgyi etalon hiányában, pusztán rádió- vagy TV-üzenet formájában nem tudunk egy fizikust vagy geométert a pozitív töltés vagy jobbcsavar kiemelésére utasítani, mert ezek relatív előjel-fogalmak, nem pedig abszolút megkülönböztetések, mint pl. fehér és fekete, vagy gömbölyű és szögletes. A tükrözési (P) és töltésjelváltási (C) transzformációk szétválasztva nem egzakt szimmetriái az anyagnak, de az aszimmetrikus alakzatok tükrözése és az összes töltések jelváltása együttesen (CP) továbbra is szigorúan érvényes természetszimmetriának bizonyult: a pozitív és negatív elektron éppúgy egyenrangú és éppazért egyenrangú, mint a jobbkezes és balkezes kesztyű. A természet tükrözésszimmetrikus is, mert a két töltéselőjel rejtett geometriai szimmetriaként volt értelmezhető. Legalább is így tudtuk és ezt írtuk (pl. Fizikai Szemle 1957 májusi számában).

1956 januárjában princetoni fizikusok egy csoportja, Christenson, Cronin, Fitch és Turlay, felfedezett egy jelenséget, amelynél egy töltésszimmetrikus alakzat (a K_2^0-mezon) egy töltésaszimmetrikus alakzattá ($\pi^+ \pi^-$ mezon-rendszer és $\pi^+ \pi^\circ \pi^-$ mezon-rendszer szuperpozíciójává) alakult át. A kezdeti állapot önmagába ment át, ha szimultán tértükrözést (P) és töltéskonjugációt (töltésjelváltást, C) hajtunk végre, de a végállapot nem. Ez azt bizonyította, hogy a reakció során valami olyan hatott, ami szétrombolja a természet kombinált töltés + tükrözés (CP) szimmetriáját. A rejtélyes hatás azonban nagyon gyenge, csak igen szerencsés kísérleti körülmények közt, a legnagyobb technikai felkészültséggel volt kimutatható. A $\pi^+ \pi^\circ \pi^-$ rendszerhez a $\pi^+ \pi^-$ rendszer igen kismértékben keveredik hozzá: a bomlás elágazási aránya

$$\frac{K_2^0 \to \pi^+ \pi^-}{K_2^0 \to \text{összes}} = (2{,}1 \pm 0{,}4) \cdot 10^{-2}, \qquad (1)$$

annak ellenére, hogy a $\pi^+ \pi^-$ végállapot fázistérbeli súlya többszázszor nagyobb a $\pi^+ \pi^\circ \pi^-$ végállapoténál. Ez a kis számérték arra utal, hogy a természetben a töltés + tükrözés (CP) szimmetria megsérül, de ez igen kis mértékben: csupán a 17-ik tizedesjegyben jelentkezik. A tudomány egyik legelképesztőbb diadala volt, hogy ilyen halovány aszimmetriát egyáltalán meg lehetett figyelni. Mégis ez a felfedezés vált az 1964. év legnagyobb fizikus-szenzációjává.

Így kezdődött az ötödik felvonás. A játék ma is folyik, nem tudjuk milyen hosszúra nyúlik ez a felvonás, mikor és hogyan fog végződni. A pozitív és negatív töltést kétezer éve fedezték fel Görögországban, és ezzel kezdjük elektrosztatika tanításának első óráját, de a kérdés még messze nincs lezárva, és egyre izgalmasabb területekre csalja a kutatókat.

A semleges K-mezon

A pozitív és negatív elektromos töltésű anyagformák durva összehasonlítása már évtizedekkel ezelőtt megmutatta, hogy azok fizikai tulajdonságai nagyjából azonosak (ill. ellentettek). Pontos, sok tizedes pontosságú egybevetésre azonban nem volt mód, mert a pozitív és negatív töltésű állapotok kvantumfizikai szempontból idegenek (azt mondjuk: köztük szuperkiválasztás áll fenn), így pl. nem alakíthatók egymásba, nem létesíthető köztük interferencia.

A *töltés*konjugáció szimmetriajellegének precíziós tanulmányozását érdekes módon az elektromosan *semleges* K-mezon két módosulatának (K^0, $\widetilde{K}^0$) egybevetése tette lehetővé. Ezek ellenkező előjelű *hipertöltésük* (Y) különbözteti meg egymástól. Viszont a hipertöltésre a megmaradási törvény csak közelítőleg áll fenn, a *gyenge kölcsönhatások* a hipertöltést megváltoztathatják. Így *a K^0 és $\widetilde{K}^0$ egymással koherens hullámokat alkothatnak*, interferálhatnak, egymásba történő átalakulásuk sem abszolút tiltott. Ezen különleges sajátságuk a K-mezonokat igen használható „kísérleti nyulakká" avatta a részecskefizikusok kezében a természet töltésszimmetriájának kikémlelésére.

Négyfajta K-mezont ismerünk. A K^+ és K^- mezon egymásnak töltéskonjugált állapotai. (A $K^+ \to \pi^+ \pi^0$, $K^+ \to \pi^+ \pi^+ \pi^-$ bomlások egyidejű előfordulása vezetett a P paritás megnemmaradásának felismeréséhez, hiszen a K- és π-mezonok sajátparitása egyaránt -1, és a paritás multiplikatív kvantumszám.) A semleges K-mezon K^0 és $\widetilde{K}^0$ állapotai szintén töltéskonjugáltjai egymásnak, a K^0 hipertöltése $Y = +1$, a $\widetilde{K}^0$-é $Y = -1$. Ütközési folyamatokban túlnyomórészt a K^0-mezon keletkezik, pl.

$$\pi^- + p^+ \to \Lambda^0 + K^0, \qquad (2)$$

a $\widetilde{K}^0$-mezon keltésének küszöbenergiája ennél lényegesen magasabb.

A K-mezonok bomlásmódjai közül a $\to \pi^+ \pi^-$ és $\to \pi^+ \pi^0 \pi^-$ csatornákat vegyük szemügyre. Mindkét végállapot olyan, hogy a töltéstükrözés nem változtat rajtuk, $C = +1$. Mivel a π-mezon paritása -1, a $\pi^+ \pi^-$ rendszerre $P = (-1)^2 = +1$, a $\pi^+ \pi^0 \pi^-$ rendszerre $P = (-1)^3 = -1$. Ugyanez a két végállapotban a CP szorzat értéke is:

$$CP(\pi^+ \pi^-) = +1, \quad CP(\pi^+ \pi^0 \pi^-) = -1.$$

Kezdetben úgy vélték, hogy a CP szorzat a bomlás során megmarad. Ekkor a $\pi^+ \pi^-$ rendszer csak $CP = +1$ kvantumszámú kezdőállapot, a $\pi^+ \pi^0 \pi^-$ rendszer csak $CP = -1$ kvantumszámú kezdőállapot elbomlásából jöhet létre. A K^0-mezon önmaga ugyan nem CP-sajátállapot, de felfogható két CP-sajátállapot szuperpozíciójaként. Ti. vezessük be a következő két sajátállapotot:

$$\Phi(K_1^0) = \frac{1}{i\sqrt{2}} [\Phi(K^0) - \Phi(\widetilde{K}^0)],$$
$$\Phi(K_2^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Phi(K^0) + \Phi(\widetilde{K}^0)]. \qquad (3)$$

Mivel C a $K^0 \rightleftarrows \widetilde{K}^0$ helyettesítést végzi el, P pedig mindegyik állapotnál -1 szorzóként jelentkezik, a K_1^0

állapotban $CP = +1$, K_2^0 állapotban $CP = -1$. A (2) reakcióban keletkező K-hullám $t = 0$ pillanatban tisztán K^0-mezon ($Y = -1$):

$$\psi(0) = \Phi(K^0)\,,$$

ami azonos átalakítás után, (3)-ra való tekintettel így is felírható:

$$\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Phi(K_2^0) + i\Phi(K_1^0)].$$

Idő múltával mindegyik állapot $mc^2/\hbar$ körfrekvenciával rezeg, egyúttal spontán bomlik, a CP-őrzés miatt

$$K_1^0 \to \pi^+\,\pi^-, \qquad K_2^0 \to \pi^+\,\pi^0\,\pi^-$$

(és egyéb) csatornákba. Előbbinek valószínűsége nagyobb, mert a $\pi^+\,\pi^-$ végállapot számára kb. 700-szor nagyobb fázistérfogat áll rendelkezésre, mint a $\pi^+\,\pi^0\,\pi^-$ végállapot számára.

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Phi(K_2^0)\; e^{-imt} e^{-\frac{1}{2}t/\tau_2} + i\,\Phi(K_1^0)\; e^{-imt} e^{-\frac{1}{2}t/\tau_1}]\,,$$

ahol $\tau_1 = 0{,}881 \cdot 10^{-10}$ s, $\tau_2 = 5{,}77 \cdot 10^{-8}$ s. Így a K_1^0-komponens a K^0-ból hamar (1—2 cm-es úton) kibomlik, a keletkezési helytől 1—2 m-re a K-nyaláb kizárólag K_2^0-komponenst tartalmaz. *A keletkezési hely közelében a $\pi^+\,\pi^-$-bomlások, attól távol a $\pi^+\,\pi^0\,\pi^-$-bomlások dominálnak.* Gell—Mann, Pais és Piccioni ezen jóslatát a későbbi kísérletek nagymértékben megerősítették. Ez volt a CP-megmaradás fő tapasztalati alapja, egyben a kvantumfizikai szuperpozíció-elv leglátványosabb megnyilvánulása.

1964 nagy felfedezése volt, hogy a hosszúéletű K_2^0-komponenst 2%-ben szintén bomlik $\pi^+\,\pi^-$-ra. Ez az átalakulás a CP-megmaradás nyílt megsérülése. A CP-sértő átmenet ($K_2^0 \to \pi^+\,\pi^-$) valószínűsége azonban igen kicsiny. Összehasonlítva az azonos statisztikus súlyú $K_1^0 \to \pi^+\,\pi^-$ folyamattal azt kapjuk, hogy a valószínűségek viszonya

$$\frac{K_2^0 \to \pi^+\,\pi^-}{K_1^0 \to \pi^+\,\pi^-} = 3{,}4 \cdot 10^{-6}. \qquad (2)$$

A CP-sértő kölcsönhatás tehát milliószorta ritkábban vezet átalakulásra ($K_2^0 \to \pi^+\,\pi^-$), mint a gyenge kölcsönhatás ($K_1^0 \to \pi^+\,\pi^-$).

A felfedezett CP-sértő kölcsönhatás rendkívül alacsony intenzitását másképpen is megbecsülhetjük. Tételezzük fel, hogy t_0 pillanatban ($\tau_1 \ll t_0 \ll \tau_2$) már tiszta K_2^0-nyalábunk van:

$$\psi(t_0) \sim \Phi(K_2^0) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Phi(K^0) + \Phi(\widetilde{K}^0)].$$

Tételezzük fel továbbá, hogy a K^0- és $\widetilde{K}^0$-mezonok közt van egy kis fizikai különbség: energiájuk $2\,V$ értékkel eltér:

$$E(K_1^0) = m - V\,, \qquad E(K_2^0) = m + V. \qquad (3)$$

Ekkor egy későbbi t pillanatban a K-hullám így alakul:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Phi(K^0)\, e^{-i(m-V)(t-t_0)} +$$

$$+ \Phi(K^0) e^{-i(m+V)(t-t_0)}] e^{-\frac{t-t_0}{2\tau_2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}[\Phi(K^0) + \Phi(K^0) e^{-2iV(t-t_0)}] e^{-i(m+V)(t-t_0)} e^{-\frac{t-t_0}{2\tau_2}}.$$

Amikor $t - t_0 = 4/hV$, akkor a K^0- és $\widetilde{K}^0$-komponens fáziskülönbsége éppen π lesz, ami azt jelenti, hogy a V energiafelhasadás a relatív előjelet —1-re fordítja, azaz K_2^0 spontán K_1^0-gyé alakul át:

$$\psi(t) \sim \Phi(K_1^0), \quad \text{ha } t = t_0 + h/4V\,,$$

így a $\pi^+\,\pi^-$ bomlás útja szabaddá vált. Hogy megkapjuk a mért (1) elágazási arányt, $V = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ eV energiafelhasadást kell feltételeznünk. Tekintettel arra, hogy a K-mezon nyugalmi energiája 498 MeV, ez azt jelenti, hogy a CP-sértő bomlásért felelős kölcsönhatás a K^0- és $\widetilde{K}^0$-mezon tömegében a *tizenhetedik tizedesjegyben* okoz csupán eltérést. Az új kölcsönhatás tehát gyengébb a természetben korábban ismert összes erőnél.

Az ötödik erő

A (1) elágazási arány, a CP-sértő ismeretlen eredetű és CP-őrző gyenge bomlás (2) viszonya leírható egy $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ eV mértékű energiafelhasadással a K^0 és $\widetilde{K}^0$-mezon közt. Ebben két momentum nagyon meglepő. Az egyik az, hogy a K^0 és $\widetilde{K}^0$-mezon, egymás töltéstükörképei egyik fontos fizikai tulajdonságukban: energiájukban különböznek, ami cáfolja a természet eddig mindenütt megnyilvánuló töltésszimmetriáját. A másik meglepő körülmény pedig az, hogy ez az aszimmetria milyen elképesztően gyenge: mindössze a nyugalmi energia tizenhetedik jegyében jelentkezik. Ez Fitch-kísérletet a természettudomány messze legpontosabb mérésévé avatja.

Hasonlítsunk össze néhány számadatot, amelyek a természet erői és energiái közt a nagyságrendi tájékozódást nyújtanak:

Nukleáris kölcsönhatás mértéke	
a K^0-mezon nyugalmi energiája ...	497,7 MeV
a K^0- és π^0-mezon energiakülönbsége	358,2 MeV
Elektromágneses kölcsönhatás mértéke	
a K^+ és K^0 mezon energiakülönbsége	3,9 MeV
Gyenge kölcsönhatás mértéke	
a $K_2^0 \to \pi^+\,\pi^-$ megengedett bomlást leíró $<\pi^+\,\pi^-\,\vert\, H \,\vert\, K_1^0>$ mátrixelem	100 eV
a másodrendű gyenge kölcsönhatást jellemzi a K_2^0 és K_1^0 energiakülönbsége	10^{-5} eV
Gravitációs kölcsönhatás mértéke	
pl. a K^0-mezon potenciális energiája a Tejútrendszer gravitációs terében	100 eV
a Föld gravitációs terében	1 eV
Az ötödik kölcsönhatás	
amely a CP-sértést előidézi, egyetlen kísérletben jelentkezett, értéke itt, mint láttuk	$1{,}2 \cdot 10^{-8}$ eV

A fizikai *slang* az új effektust (a magerő, elektromosság, radioaktivitás, gravitáció után felfedezett) *ötödik erőként* emlegeti. A fenti számadatok mutatják, hogy az ötödik erő messze gyengébb még a gyenge kölcsönhatásnál és a gravitációnál is. Azt, hogy egyáltalán sikerült egy kísérletben nyomára bukkanni, a körülmények rendkívül szerencsés találkozásának, a fizika egyik legmeglepőbb sikerének tekinthetjük. Ez a kis érték egyben teljesen kilátástalanságra ítél minden olyan próbálkozást, amely másutt az ötödik erő egyéb jelentkezései után kutatna. Évtizedek telhetnek el, amíg a tizenhatodik jegyig mégegyszer előrehatolhat a kísérleti technika.

Az pedig szinte reménytelen, hogy egyetlen mért adatból kiismerjünk egy ismeretlen kölcsönhatást, ami talán a fizikai jelenségek új fejezetét jelentheti, mint az égi mechanika, elektrodinamika vagy magfizika jelentette valaha. Az ötödik erő talán évtizedeken át kérdőjel marad, amit az elméleti fizikusok ingerlésére írt be a Fitch-féle kísérlet a fizikus jegyzetfüzetébe.

A fizikusok azonban nem szeretik a megoldatlan kérdéseket. Még alig egy év telt el a kísérlet óta, még nem tudjuk, mi az ötödik erő. De a gondolkodás és a kísérletezés áradata megindult, és már eddig is sokat tanultunk, noha próbálkozásaink még nem vezettek el a teljes megértéshez. A fizikatörténet egyik legizgalmasabb detektívstoryjának vagyunk szemtanúi. Érdemes megismerni, milyen utakon indultak el a nyomozók az ötödik erő felkutatására.

Egy láthatatlan CP-tolvaj?

Az energiamegmaradás tételét a neutrinó bevezetése „mentette meg", amikor a β-bomlás azt megsérteni látszott. Ugyanígy többen (Okun, Lévy, Nauenberg és mások) felvetették, hogy a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlásban „elvesző" CP-t egy könnyű semleges részecske viszi magával, tehát CP valójában megőrződik:

$$\begin{array}{lccccc} K_2^0 \to K_1^0 + (?), & & K_1^0 \to & \underbrace{\pi^+} & \underbrace{\pi^-} & \\ CP\colon -1 \quad +1 & -1 & +1 & & +1 & \end{array}$$

Egy új részecske bevezetése árán egy új kölcsönhatásformát takaríthatunk meg. A hipotézis kísérletileg ellenőrizhető. Említettük, hogy a laborban K^0-nyalábot állítanak elő, az egy K_1^c és egy K_2^0 hullám koherens szuperpozíciója. A K_1^0 komponens gyorsan és 68%-ban, a K_2^0 komponens lassan és 0,2%-ban bomlik $\pi^+ \pi^-$-ra. Ha a K_2^0 bomlásakor a $\pi^+ \pi^-$-szal együtt egy harmadik fizikai részecske, (?) is keletkezik, ez rendezetlen fázist visz magával, ami a két $\pi^+ \pi^-$-hullám koherenciáját szétrombolja. Fitch 1965 nyarelején elvégzett kísérlete viszont kimutatta a rövidéletű K_1^0 és a hosszúéletű K_2^0 bomlásból keletkező $\pi^+ \pi^-$ hullámok interferenciáját, ezáltal a „harmadik partner" lehetőségét megcáfolta.

Ugyanez a kísérlet döntötte meg legnyomatékosabban azt az elképzelést, hogy a „látszólagos" $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlás valójában a berendezés atommagjaival ütköző K_2^0-nek K_1^0-gyé való átalakulásából és a $K_1^0 \to \pi^+ \pi^-$ spontán bomlásából jön létre:

$$K_2^0 + \textit{környezet} \to K_1^0 + \textit{környezet},\ K_1^0 \to \pi^+ \pi^-.$$

Mivel a környezet atomokból és nem antiatomokból épül fel, az CP-aszimmetrikus, így a vele való kölcsönhatás a kezdőállapot CP-szimmetriáját eleve elrontaná. Fitch már 1956 végén technikailag nagymértékben kiküszöbölt minden ilyen lehetőséget, de ezt a hibalehetőséget elvileg és véglegesen megcáfolta a K_1^0-eredetű $\pi^+ \pi^-$-hullám és a K_2^0-eredetű $\pi^+ \pi^-$-hullám kimutatott koherenciája.

Az interferenciakísérlet fényében reális részecskének mint harmadik komponensnek a szerepe kizárható. Nem zárható ki azonban egy merev objektummal való kölcsönhatás, mint a CP-szimmetria „látszólagos" megsértésének forrása. Hiszen tudjuk, hogy a Compton-szórás egy fénysugár másikkal való koherenciáját elrontja, de egy üveglencsében levő eltérülés nem. Az elektronnyaláb elektrosztatikus téren áthaladó komponense sem veszti el a másik komponensre vonatkoztatott koherenciáját. Viszont egy elektrosztatikus térben a pozitív elektron és a negatív elektron mozgása többé nem szimmetrikus: a pozitron a negatív, a negaton a pozitív töltésű kondenzátorlap felé térül el. Talán a princetoni fizikusok vákuumkamrájában sincs tökéletes üresség, hanem egy külső erőtér hatol be oda és téríti kétfelé a K^0- és $\tilde{K}^0$-mezonokat? Ezt a gondolatot egymástól függetlenül vetették fel Bell és Pering, valamint Bernstein, Cabibbo és Lee, és ők a következményeket végig követték.

Nyilvánvaló, hogy az „ötödik" erőtérnek hosszú hatótávolságúnak kell lennie, és ellentett hatást kell gyakorolnia a K^0 és $\tilde{K}^0$ komponensre. Nem lehet sem elektromágneses természetű (a K-mezonok semlegesek), sem gravitációs (az minden testen egyforma gyorsulást létesít). A $\tilde{K}^0$ és $\tilde{K}^0$ közt egyedül azok hipertöltése ($Y = -1$, ill. $+1$) tesz különbséget. Az erőtérnek tehát formailag az elektromágneseshez hasonló szerkezetű *vektortérnek* kell lennie, amelynek forrása az Y hipertöltés és amely azonos hipertöltésű testek közt taszítólag, ellentett hipertöltésű testek közt vonzólag hat. Környezetünkben Y-szempontból a legnagyobb töltött test a Tejútrendszer, ebben minden proton és neutron $Y = +1$ hipertöltést hordoz. Így a Tejútrendszerre $Y = +10^{10}$. A K^0- ill. $\tilde{K}^0$-mezon potenciális energiája ebben az erőtérben

$$V = \frac{(Y_1 e') \cdot (Y_2 e')}{r} = \pm 10^{70} \frac{e'^2}{r}. \qquad (4)$$

Itt e' az „ötödik erő" elemi töltése, r Brookhavennek (ahol a kísérletet végezték) a galaxiscentrumtól számított távolsága. Egybevetve (4)-et a tapasztalat magyarázatához szükséges, korábban kapott

$$V = \pm 1{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{eV} \qquad (5)$$

értékkel, e'-re az elektromos elemi töltésnél (e) 24, a K-mezon gravitációs tömegénél ($k^{1/2} m$) 5 nagyságrenddel kisebb érték adódott. Tehát az „ötödik erő" még a gravitációnál is tíz nagyságrenddel gyengébb! A Föld és más égitestek a gravitáció túlsúlya miatt minden testet vonzanak, de antirészecskéknél a súly és tehetetlenség viszonya a tizedik tizedesben jelentkező mértékben nagyobb lenne, mint a közönséges részecskéknél. Így az „ötödik erő" megsértené az ekvivalencia elvét, de csak olyan kis mértékben, ami még összefér az Eötvös-kísérlet pontosságával (Fizikai Szemle, 1950 június).

Volna azonban ennek az „ötödik erőnek", ennek a mindenhová behatoló vektortérnek egy másik, még fontosabb megnyilvánulása: mindenütt kitüntetne egy speciális vonatkoztatási rendszert, azt, amelyik a Tejútrendszer centrumához van rögzítve, így mintegy az éter szerepét játszaná. Olyan megfigyelő (pl. olyan K-mezon), amely ehhez képest mozog,

$$V = \pm \frac{1{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{eV}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

szerint nagyobb potenciális energiát észlel, ami azt eredményezi, hogy a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ elágazási

arány az energia négyzetével arányosan nő:

$$\frac{K_2^0 \to \pi^+ \pi^-}{K_2^0 \to \textit{bármi}} = 2 \cdot 10^{-3} \times \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{1 - v^2/c^2}.$$

Az „új éter" lehetősége, a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlásnak, mint éterszél-sebességmérőnek a lehetősége, végeredményben a kozmikus környezet laboratóriumba történő behatolásának a lehetősége nagy érdeklődést és izgalmat váltott ki széles körökben, pl. egy kimondottan csillagászati tematikájú kongresszus is napirendjére tűzte a kérdést 1964 decemberében.

A kísérleti ellenőrzés nem váratott sokáig. Az elmúlt télen Európa bekapcsolódott a kérdés vizsgálatába, különböző energiákon mérve az (1) bomlásarányt. A mérési eredmények:

Laboratorium	Kinetikus energia	jósolt	mért
		elágazási arány	
Brookhaven-Princeton	1 GeV	$2{,}3 \pm 0{,}4 \cdot 10^{-3}$	$2{,}3 \pm 0{,}4 \cdot 10^{-3}$
Nimrod-Bristol	≤ 5 GeV	$13{,}4 \pm 3{,}0 \cdot 10^{-3}$	$2{,}8 \pm 0{,}35 \cdot 10^{-3}$
CERN-Genf	10 GeV	$16{,}0 \pm 3{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}5 \pm 1{,}4 \cdot 10^{-3}$

A várt kvadratikus energiafüggés nem jelentkezett, az éter reneszánsza elmaradt. Ha létezik egy „merev fal", amin való ütközés közben veszti el a K_2^0-mezon CP-jét és alakul át K_1^0-gyé, akkor ennek a merev falnak nincs sebessége egy vonatkoztatási rendszerben sem. A relativitás elve töltésszimmetriánál is érvényesnek bizonyult.

A kísérletek rendre kizárták azokat az elméleteket, amelyek a CP-vesztést a „durva" külvilággal való észrevétlen kölcsönhatásra vezetik vissza. Ha a CP-vesztésnek valóban ilyen kölcsönhatás az oka, akkor a kölcsönhatás másik partnerének olyan objektumnak kell lennie, amely minden koordinátarendszerből nézve ugyanazt a képet nyújtja. Az elméleti fizika modern axiomatikájában az ilyen objektum a „vákuum" nevet viseli, de ehhez már nem kapcsoljuk feltétlenül az üresség képzetét (Fizikai Szemle, 1955, 2. szám). Az elmúlt tavaszon jelen sorok írója dolgozott ki egy elméletet, amely szerint az „ötödik erőtér" önmagára való hatása önként CP-aszimmetrikus vákuumra vezet, annak ellenére, hogy az alapvető fizikai törvények tökéletes szimmetriát mutatnak. Az ilyen töltés-aszimmetrikus háttérben mozgó anyagban, megérezve a vákuum aszimmetriáját, válnak el a pozitív és negatív részecskék sajátságai. A vákuum optikailag aktív közegként viselkedhet a K-mezonok hullámai számára. Ahelyett, hogy részletekbe mennénk, talán egy hasonlattal szemléltetjük, miként kényszeríthet ki egy bonyolultabb kölcsönhatás aszimmetrikus alapállapotot, „optikailag aktív" vákuumot. Példánk a következő: A talajon két gödör helyezkedik el, teljesen szimmetrikusan. (Ez a *CP-szimmetrikus erőtörvényt* jelképezi.) Egy golyót a két gödör távolságának felezőpontja fölött ejtsük el. A golyó stabilis alapállapota az lesz, hogy a golyó az egyik vagy másik gödör fenekére gurul, ott a nyugalom jelenti számára a minimális energiájú helyzetet. *Ez az alapállapot aszimmetrikus.* Hogy a való világban is a szimmetriatörés spontán következik-e be, vagy az erők eleve aszimmetrikusak, annak eldöntése még hosszú tanulmányokat igényel. Tekintsük át ezért a kísérleti kutatás eredményeit 1965 folyamán.

Erős aszimmetria?

A CP-t ténylegesen vagy láthatatlan ágense révén látszólag megsértő ötödik erő a Lorentz-invarianciát tehát nem bántja. Ha a Lorentz-invariancia fennáll és a természetben a közelhatás érvényes, akkor a Lüders és Pauli által bizonyított CPT-tétel értelmében a töltéskonjugáció (C), tértükrözés (P) és időtükrözés (T) együttes alkalmazása feltétlen szimmetria. Ebből több dolog azonnal következik: elsősorban a CP-sértést a T-sértésnek kell kompenzálnia, azaz a természet alaptörvényeinek egyike az időtükrözési szimmetriát is szétrombolja. Azt tudjuk, hogy a makrofizika törvényei az időirányt kitüntetik. (Az entrópia időben növekedik.) Ennek azonban nem fizikai, hanem matematikai oka van: a rendezetlenség növekedése nagyszámú objektuma együttesének statisztikus sajátossága akkor is, amikor az elemi mozgások megfordíthatók időben. (Ujdonsült autótulajdonosok tudják, hogy mennyivel nehezebb beállni egy szűk parkolóhelyre, mint elhagyni azt.) Az időben szimmetrikus klasszikus mechanika vagy kvantummechanika alapján is eljutottunk az aszimmetrikus statisztikus mechanikához. A T-sértés azonban ennél többet jelent: azt, hogy az elemi folyamatok, pl. kéttest-ütközések *sem* megfordíthatók időben. A természet a pozitívot a negatív mellett, de egyúttal a jövőt a múlt mellett már a mikrofizika legegyszerűbb jelenségeinél is kitünteti. E felismerésnek nyilván nagy elvi hordereje van.

A CPT-tétel másik, gyakorlati következménye, hogy a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlást valószínűleg előidéző $K_2^0 \to K_1^0$ regeneráció oka nem lehet a K_2^0-t és K_1^0-et koherensen felépítő K^0- és $\widetilde{K}^0$-mezon tömegének felhasadása (ez CPT-t sértene), hanem csak a $K^0 \leftrightarrow \widetilde{K}^0$ egymásba alakulás. Mármost a $K^0 \leftrightarrow \widetilde{K}^0$ átalakulás nem csupán CP-t (töltésszimmetriát, tükrözésszimmetriát) sért, hanem a hipertöltés megmaradását is: a K^0-mezon ($Y = +1$) $\widetilde{K}^0$-mezonná ($Y = -1$) alakul át, és viszont, így $\Delta Y = 2$.

A hipertöltés nukleáris, elektromos és gravitációs folyamatokban megmarad, csupán gyenge radioaktív bomlásokban sérül meg, ott $\Delta Y = 1$ lehet. 1965 tavaszán Prentki állt elő a merész feltevéssel: talán az ötödik kölcsönhatás sem sérti meg Y megmaradását! Ekkor pedig a $K^0 \to \widetilde{K}^0$ átalakulás nem direkt, hanem háromlépcsős folyamat: az ötödik kölcsönhatás a CP-t változtatja, utána pedig két gyenge kölcsönhatás szükséges $\Delta Y = 2$ előidézéséhez. Az átmeneti amplitúdó ez esetben három tényező szorzata. Közülük egy az ötödik, kettő a gyenge kölcsönhatásra jellemző. Mivel pedig a gyenge faktorok (a radioaktív bomlások lassúságából megismert módon) kicsinyek, az ötödik kölcsönhatás járulékát nagyra kell választanunk, hogy az $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ eV kiadódjék! Így jutott Prentki arra a gondolatra, hogy talán az ötödik kölcsönhatás erős, talán intenzívebb az elektromágnesesnél is, és a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlást csupán a hozzá szükséges *két gyenge átmenet* szorítja vissza.

Természetesen a tértükrözés erős megsértése ki van zárva. A spektroszkópia Landé-féle kiválasztási szabályai, a magspektroszkópia egész tapasztalati köre bizonyítja a P paritás nagypontosságú megmaradását. Erős CP-sértés tehát csak mint erős C-sértés képzelhető el: töltésaszimmetria erős megnyilvánulásaként. Ez a CPT-tétel miatt azonban továbbra is jelenti az időtükrözési aszimmetriát.

Az állítás mindenesetre meglepő. Egyetemi előadásban bizonyítani szoktuk, hogy a töltésszimmetriát és időmegfordítási szimmetriát nagyszámú kísérlet igazolja.

Az elektrodinamikában az ortopozitrónium hosszú élettartama (Fizikai Szemle 1956. január) a töltésszimmetriát (C-megmaradást), a magreakciók körében a részletes egyensúly elve (a direkt is fordított folyamat hatáskeresztmetszete közt fennálló összefüggés) a megfordíthatóságot (T-megmaradást) bizonyítja.

Prentki mutatta ki 1965 tavaszán gondos analízissel, hogy az eddigi kísérletek nem bizonyítják meggyőzően azt, hogy a töltésaszimmetria csak nagyon gyengén nyilvánul meg a természetben. Az elektron-foton *elektrodinamikájában* a Lorentz-invariancia és a mértékinvariancia kizárja a C-sértés elvi lehetőségét. Ezért a közönséges elektromágneses folyamatok tartományában nem várható töltésaszimmetriát mutató jelenség.

Hasonlóképpen gyakorlatilag nincs mód a töltésszimmetria megsértésére a proton-neutron-pion kölcsönhatások tartományában sem, ha ott a Lorentz-szimmetriát és az izotóp spin megmaradását figyelembe vesszük. Így a magerők π-mezonok által közvetített hosszú hatótávolságú komponensénél, periferikus ütközésnél, általában az egész *alacsonyenergiájú magfizikában* kizárt a C- és T-sérülés megnyilvánulása.

Viszont a *nagyenergiájú fizikában*, ritka elemi részecskék és elemi rezonanciák keletkezésénél és bomlásánál számos reakciócsatorna nyitva van, és ezek közt szép számmal találhatók olyan eshetőségek, amelyek végigfutását a C-megmaradás törvénye megtiltaná. Ha egyes folyamatok bekövetkeznek, akkor azok puszta előfordulása már C-sérülést, töltésaszimmetriát jelent.

Például tudjuk, hogy a nagyenergiájú fizika sok semleges zérus-spinü anyagállapota olyan, hogy a C töltéskonjugáció operátor alkalmazása azt önmagába viszi át, a C töltésparitás értéke $+1$, ilyenek pl. a π^0, η^0, X^0 mezonok, a proton-antiproton rendszer ellentett spinü (szingulett) állapota, $(p\tilde{p})^1$. A semleges és egyes spinü rendszereknél viszont C jelváltást okoz (pl. az elektromágneses hullámban a térerősségeknél), azaz a töltésparitás $C = -1$. Ilyenek a γ foton, a ϱ^0, ω^0, Φ^0 mezonok, a párhuzamos spinü (triplett) proton-antiproton rendszer: $(p\tilde{p})^3$. Figyelembe véve, hogy a töltésparitás multiplikatív kvantumszám (összetett rendszer töltésparitása a komponensek töltésparitásának szorzata), ilyen nyilvánvalóan C-megmaradást, C-szimmetriát sértő bomlások a következők:

$$\pi^0 \to 3\,\gamma,$$
$$\varrho^0 \to \eta\pi^0,$$
$$X^0 \to \varrho^0\pi^0,$$
$$\eta^0 \to \pi^0\gamma_{virtuális} \to \pi^0\, e^+\, e^-,$$
$$\omega^0 \to \varrho^0\gamma,$$
$$\Phi^0 \to \varrho^0\gamma,$$
$$\Phi^0 \to \omega^0\gamma \text{ stb., stb.}$$

A C-sértés kimutatását célzó kísérletek második csoportja az, amelyikben egy töltésszimmetrikus (semleges) kezdeti állapot töltött részecskékre esik szét, és ebben a végállapotban a $+$ és $-$ töltésű részecskék aszimmetrikusan jelentkeznek. Ilyenkor a kezdeti töltésszimmetria spontán megszűnt, ami a bomlást leíró természettörvény töltésaszimmetriájának tudható be. Tekintsük pl. a következő bomlást:

$$\eta^0 \to \pi^+\,\pi^0\,\pi^-.$$

Ha több esetben vinné el a π^+-mezon a felszabaduló energia nagyobb hányadát, mint a π^-, az nyilvánvaló C-sértés volna. Hasonló példák:

$$\omega^0 \to \pi^+\,\pi^-\,\gamma,$$
$$p\tilde{p} \to \pi^+\,\pi^0\,\pi^-,\ \pi^\pm\,\varrho^\mp \text{ stb.}$$

Mindezek a kísérletek azonban nagyon ritka folyamatokra vonatkoznak és statisztikus hibák, háttéreffektusok visszaszorítása céljából nagyszámú eset (esetleg többezer vagy többszázezer bomlás) feldolgozására van szükség. Mindez a világon 2—4 példányban fellelhető magasenergiájú gyorsítóberendezések hosszú munkaidejét veszi igénybe. A kísérletek tehát igen költségesek. Jó volna, ha nem kellene teljesen sötétben tapogatózni, hanem a munka a legreményteljesebb jelenségre volna koncentrálható, oda, ahol a természet töltésszimmetriája a legszembeszökőbben árulja el magát.

Az „ötödik erő" fizikájából egyetlen adatot ismerünk eddig, az (1) alatt idézett $2{,}1 \pm 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ bomlásarányt. Ebből akarjuk egy egészen más feltételek mellett elvégzendő kísérlet eredményét megjósolni. Olyan célkitűzés ez, mintha a megdörzsölt üvegrudakkal és bodzabélgolyókkal elvégzett elemi elektrosztatikus mérés (zérus frekvencia!) után, minden közbeeső elektromágneses mérés nélkül fognánk hozzá egy URH-vevő (magas frekvencia!) építéséhez.

A célkitűzés e hasonlat után abszurdnak tűnik. De aki ismeri a természetkutatás általános eredményeit, az elméleti fizika alapelveinek hatalmas metodikai erejét, nem csodálkozik azon, hogy a kutatók vállalkoztak a lehetetlenre. A relativitás elve, kauzalitás, belső szimmetriák és más egyetemes érvényűnek tudott törvények eléggé leszorították a lehetőségeket.

Első alternatíva : nukleáris kölcsönhatás

Prentki, Cabibbo, a szerző és többen mások azt a lehetőséget vették szemügyre, hogy az „ötödik erő", amely a töltésaszimmetriát okozza, nem új elem, hanem a természet legintenzívebb és erőssége miatt legkomplexebb jelenségének: a nukleáris kölcsönhatásnak egyik megnyilvánulása.

Ha ez igaz, az „ötödik kölcsönhatást" előidéző csatolási állandók („töltések") az elemi elektromos töltésnél nagyobbak, és a C-sértés viszonylag erősen jelentkezik, nukleáris részecskék olyan nagyenergiájú folyamataiban, ahol az izotóp spin megmarad. Pl. ilyen az $\eta^0 \to \pi^+\,\pi^0\,\pi^-$ bomlás, a $\varrho^0 \to \eta^0\,\pi^0$, $X^0 \to \varrho^0\,\pi^0$ bomlásságak, a proton-antiproton-szétsugárzás.

Második alternatíva : elektromágneses kölcsönhatás

T. D. Lee (aki a P-sértés felismeréséért már Nobel-díjat kapott), azt az álláspontot képviseli, hogy a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlás gyengesége kisebb csatolási állandóra utal. Ezért ő a töltésaszimmetriát elektrodinamikai jelenségnek tudja be. Állítása megdöbbentő, hiszen az elektrodinamika lényege a pozitív és negatív töltés egyenrangú kettőssége! Lee azonban mesteri analízissel megmutatta a következőket: az elektrodinamika (és a fizika) általános elvei a 0 és $^1/_2$ spinű részecskék kölcsönhatását az elektromágneses térrel egyértelműen előírják, a + és — töltésű részecskék tökéletes szimmetriájára vezetnek. Nem ilyen egyszerű a helyzet azonban magasabb spinű részecskék esetében. Ezek nagyobbszámú szabadsági foka többfajta elektromos kölcsönhatást enged meg. Felléphet pl. az egyes spinű mezonok (ϱ^0, ω^0, Φ^0) körében olyan mágnesség, ami a C-szimmetriát szétrombolja.

Lee a töltésaszimmetria legerősebb felbukkanását a nukleáris részecskék (elsősorban 1, $^3/_2$ stb. spinű részecskék) elektromos folyamatainál várja, a többi elektromos folyamattal egyenlő intenzitással.

Harmadik alternatíva : gyenge kölcsönhatás

Természetesen nem lehet kizárni azt a —voltaképpen legkézenfekvőbb — feltevést sem, hogy a természet töltésaszimmetriája valóban igen gyenge: pl. a gyenge kölcsönhatásnak egy kis járuléka. E mellett szól az is, hogy a $K_1^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlás gyenge kölcsönhatás következménye, és a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ az előbbi rokonának tűnik. Természetesen ez ellen szól az is, hogy a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlás az előbbieknél jóval kisebb valószínűségű.

Végül lehet, hogy az „ötödik erő" valóban új, eddig ismeretlen fejezete a fizikának: akár egy új, gravitációnál is nagyságrendekkel gyengébb kölcsönhatás sérti meg a töltésszimmetriát, akár egy messzeérő szupergyenge erő hozza létre a kapcsolatot a töltésaszimmetrikus anyagból felépült galaxisok és az aszimmetria kikémlelésére messzemenően legérzékenyebb próbatest: a K_2^0-mezon között.

Mit válaszol a Természet?

A feltett alternatívák közt csak a tapasztalás dönthet. A harmadik — voltaképp legkézenfekvőbb — lehetőség az, hogy a Természet töltésaszimmetriája igen gyenge, és valamilyen különleges, ismeretlen jelenségkör első megnyilvánulása a CP-sértő $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlás. Ha így van, a helyzet elég szomorú, mert nem a fizika egy ismert fejezetének kibővítéséről, hanem egy új fejezet megnyitásáról van szó, és a jelenség rendkívül gyenge volta miatt további információ, további aszimmetriakísérletek formájában esetleg éveket, évtizedeket várathat magára.

Ezért fordult a tudományos érdeklődés az első és második alternatíva felé, ahol megfigyelhető gyakoriságú események bekövetkezését jósolták meg különböző fizikusok. 1964 nyara óta elsőbbséget élveznek ezek a töltésaszimmetria-kísérletek a nagyenergiájú részecskegyorsítókkal dolgozó laboratóriumokban, hiszen az esetleges siker a Természet megismerésére nyithat új kaput. Vegyük sorra a legfontosabb kísérleteket.

Az $\eta^0 \to \pi^+ \pi^0 \pi^-$ bomlás

Prentki ötlete nyomán Lee és Nauenberg analizálta elméletileg ezt a folyamatot. Az η^0-mezon leggyakoribb $\pi^+ \pi^0 \pi^-$-bomlása az izotóp spin megváltozásával ($0 \to 1$) jár, tehát nem tiszta nukleáris, hanem rejtett elektromágneses átmenet. Ez az η-bomlását lassítja, így mellette a C-sértő „ötödik erő" kibújhat. A kétfajta folyamat interferenciája különbséget eredményezhet a π^+ és π^- energiaspektrumában.

Lee ajánlására Martin Schwartz (Brookhaven) hozzálátott a világ laboratóriumában eddig gyűjtött $\eta^0 \to \pi^+ \pi^0 \pi^-$-bomlások feldolgozásához. Az 1100 bomlásból 600 esetben a π^+, 500 esetben a π^- repült ki nagyobb kinetikus energiával. A 10%-os aszimmetria a statisztikus hiba háromszorosát éri el, ami a Prentki-féle jóslat ragyogó igazolásnak tűnik. Ezen eredmény híre 1965 júniusában lázba hozta a világot: a töltésaszimmetria a nukleáris kölcsönhatás tulajdonsága?!

Az eredményt később kritika érte: lehet, hogy az aszimmetria nem a (töltésszimmetrikus-semleges) η^0 bomlástermékeinek a tulajdonsága, hanem háttérjelenség, az η-t keltő

$$K^- + p^+ \to \eta^0 + \Lambda^0$$

reakcióval párhuzamosan közvetlenül keletkező π-mezonokra vezethető vissza:

$$K^- + p^+ \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^- + \Lambda^0$$

Utóbbi folyamatban a π-ket keltő állapot nem töltésszimmetrikus, így a direkt keltett π-knél sem várható szimmetria. Schwartz ezen kritika miatt feldolgozásának eredményét nem publikálta, hanem a brookhaveni 30 GeV-es gyorsítóval hozzálátott töltésszimmetrikus eredetű η^0-k gyűjtéséhez:

$$p + \tilde{p} \to \eta^0 + \text{semlegesek},$$

ahol a járulékos háttér is töltésszimmetrikus:

$$p + p \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^- + \text{semlegesek}.$$

Kiderült azonban, hogy a folyamat η-produktivitása nagyon kicsiny, így belátható időn belül kellő számú η-mezon keltése reménytelen eset. Meg kell elégedni a jó hatásfokú aszimmetrikus (5) reakció η^0-termelésével.

Schwarz újra kiértékelte a világstatisztikát, igyekezett a háttér-aszimmetriát ott megbecsülni, ahol a $\pi^+ \pi^0 \pi^-$-energia nem egyezik az η^0 nyugalmi energiájával, és ezt levonta. Így kb. 3% aszimmetria maradt vissza. Ez még arra utal, hogy a C-sértő „ötödik erő" néhányszorta erősebb, mint az elektromágneses kölcsönhatás, de az egész effektus csupán egyszerese a statisztikus hibának, így a kísérleti eredmény végeredményben nem bizonyító erejű.

A $\varrho^0 \to \eta^0 + \pi^0$ bomlás

Ez és néhány más folyamat (pl. $X^0 \to \varrho^0 + \pi^0$) megőrzi az izotóp spint, így abszolút valószínűségük számottevő lehet az 1. alternatíva esetén. Viszont a ϱ^0, X^0 C-őrző nukleáris kölcsönhatás révén is bomolhat, e mellett kell az esetleges halvány C-sértést kimutatni. A $\varrho^0 \to \eta^0 + \pi^0$, $X^0 \to \varrho^0 + \pi^0$ bomlások százalékos gyakorisága néhány százaléknál nagyobb nem lehet a megfigyelések szerint (eddig egyetlen ilyen bomlást sem láttak), ez arra utal, hogy az „ötödik erő" nem lehet egy vagy több nagyságrenddel erősebb az elektromos erőnél.

A $\pi^0 \to 3\gamma$ bomlás

A második alternatíva a fotonfolyamatoknál jósol legerősebb C-sértést. Pl. a π^0-mezon megfigyelt $\pi^0 \to 2\gamma$ bomlása C-őrző, e mellett a $\pi^0 \to 3\gamma$ bomlás megfigyelése C-sértő lenne. De a végállapot kedvezőtlen statisztikus súlya és impulzusmomentum-viszonyai miatt az elektromágneses C-sértés esetén

$$\frac{\pi^0 \to 3\gamma}{\pi^0 \to 2\gamma} \sim 10^{-7}$$

elágazási arányt várunk csak. A CERN-ben nyáron végzett mérés pontossága még nem kielégítő: mindössze annyit állapítottak meg, hogy

$$\frac{\pi^0 \to 3\gamma}{\pi^0 \to 2\gamma} < 2 \cdot 10^{-5}.$$

A $\Phi^0 \to \omega^0 + \gamma$ bomlás

Szerző mutatott rá Y. Fujival a $\Phi^0 \to \varrho^0 + \gamma$, $\Phi^0 \to \omega^0 + \gamma$, $\omega^0 \to \varrho^0 + \gamma$ bomlásokra, mint lehetséges experimentum crucisra. Ezek valószínűsége különösen a 2. alternatívában említett mágneses elmélet szerint volna kedvező. Ilyen bomlást azonban nem figyeltek meg, a nukleáris bomláslehetőségek ($\Phi^0 \to \pi^+ \pi^0 \pi^-$ stb.) elnyomták. Pontosabb mérések folyamatban vannak.

Az $\eta^0 \to \pi^0 + e^+ + e^-$ bomlás

Lee elektromágneses elméletében először

$$\frac{\eta^0 \to \pi^0 e^+ e^-}{\eta^0 \to 2\gamma} \sim 1$$

bomlásarányt jósolt, lévén az első C-sértő, a második C-őrző másodrendű elektromágneses folyamat. 1965 júniusában Berkleyben elvégzett kísérlet szerint 250 $\eta^0 \to 2\gamma$ bomlás mellett mindössze két eseményt találtak, ami lehet $\eta^0 \to \pi^0 e^+ e^-$ bomlás, ez utóbbi C-sértést jelentene. A megfelelő $0{,}7 \pm 0{,}7\%$ elágazási arány azonban túlságosan kicsiny és nem szignifikáns.

Az antiproton-kísérletek

A lassú antiprotonok hidrogénban történő szétsugárzása,

$$p + \tilde{p} \to \textit{mezonok},$$

egy töltésszimmetrikus állapot elbomlása, amelynél nagy energia szabadul fel, sok reakciócsatorna van nyitva, így nagyszámú folyamat tanulmányozható esetleges töltésaszimmetria kimutatása céljából.

Armenteros és munkatársai 1965 nyarán a CERN-ben a

$$\frac{p + \tilde{p} \to \varrho'^+ + \pi^-}{p + \tilde{p} \to \varrho'^- + \pi^+}$$

reakcióarányt vizsgálva egynél lényegesen nagyobb értéket kaptak, ami C-sértést jelent. (ϱ' egy ϱ-mezonhoz hasonló kvantumszámokkal jellemzett, de a ϱ-nál lényegesen nehezebb mezon.) Az aszimmetria azonban nem bizonyult statisztikailag szignifikánsnak.

Brookhavenben végzett kísérletek szerint a

$$p + \tilde{p} \to \pi^+ + \pi^- + \textit{semlegesek}$$

típusú szétsugárzásnál azon esetek száma, amelynél a π^+ ill. π^- viszi el a nagyobb energiát, nem mutatott 1%-nál nagyobb eltérést.

Áttekintettük az 1965 őszén rendelkezésre álló kísérleti anyagot. Látjuk, hogy a $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomláson kívül nem rendelkezünk olyan megfigyeléssel, amelyik CP-sértést jelentene. Nincs biztos tapasztalat az erős C-sértés mellett sem. Ellenkezőleg: az $\eta^0 \to \pi^+ \pi^- \pi^0$ és $p\tilde{p} \to \pi^+ \pi^- \pi^0$ bomlásokban az aszimmetria két százaléknál nem nagyobb volta az első alternatívát (nukleáris eredetű aszimmetria), az $\eta^0 \to \pi^0 e^+ e^-$ bomlás zérus vagy kicsiny relatív gyakorisága a második alternatívát látszik kizárni. Ekkor pedig csak a harmadik alternatíva: a Természet nagyon halovány töltésaszimmetriájának lehetősége maradna vissza, ami pedig az előrehaladást — kísérleti lehetőségek hiányában — nagyon lefékezné.

Az alternatívák között a döntést mégsem tekintik teljesen lezártnak. Az elektromágneses $\eta^0 \to \pi^0 e^+ e^-$ bomlást kiválasztási szabály tilthatja. A nukleáris töltésaszimmetria elmaradása annak lehet a következménye, hogy a p — π rendszerben a C-sértés elvi lehetőségei matematikailag is korlátozottak. A kísérleti kutatás ezen a télen megfeszített erővel megy tovább, és főleg a proton-antiproton szétsugárzásnál esetleg fellépő aszimmetriák kutatására összpontosul. A nagy laboratóriumok a végleges — igenlő vagy tagadó — választ az első és második alternatíva ügyében 1966-ra ígérik.

A $K_2^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlás elárulta a természet pozitív és negatív közt fennálló, sokáig elrejtett aszimmetriáját, de szinte csak azért, hogy rejtvényt adjon fel az elméleti fizikusoknak, és ösztönözzön a kísérleti technika fejlesztésére. A megfejtés idestova két éve várat magára. Ez az idő a fizika mai gyorsult iramát tekintve meglepően hosszúnak tűnik. De valójában nem a fizika megtorpanásáról van szó. Talán inkább arról, hogy egy szerencsés ponton előretört a tudomány a tizenhetedik tizedesjegyig, ott talált valami minőségileg új jelenséget, és a teljes kibontakozás nem következik be, amíg a szomszédos arcvonalak is fel nem zárkóznak a sikeres ugrást végrehajtott élcsapathoz. A megoldatlan problémák mindig a haladás fő ösztönzői.

És nekünk, akik a területen dolgozunk, életünk legizgalmasabb élményei közé fog tartozni az 1965-ös év. A töltésaszimmetria forrásának felkutatása nehezebbnek bizonyult, mint bármelyikünk hitte, és ez munkánkat még érdekesebbé, még szebbé teszi.

Honnan ered a pozitív és negatív töltés nem egyenértékű volta?

Megfejtés — talán — a Fizikai Szemle valamelyik jövő számában következik.

Marx György
Eötvös Loránd Tudományegyetem
Elméleti Fizikai Intézete

A termodinamikai fundamentális egyenletek tanításához

Az egyetemi termodinamika oktatásban másodévben induktív kísérleti úton jutunk a főtételekhez, az ezekkel való számolásra viszonylag csekély idő jut. Harmadévben viszont a statisztikus mechanika kiépítésén, a modern kvantumstatisztikák megértésén s a főtételek elvi jelentőségén van a hangsúly, a főtételek alkalmazásáról itt is kevés szó esik. Talán ez az oka, hogy a hallgatókban a termodinamika főtételei nem nyernek eléggé konkrét tartalmat, s a főtételeket, de talán az egész termodinamikát — összehasonlítva a klasszikus fizika más fejezeteivel — ködösnek, nehezen foghatónak érzik. A cikk célja az, hogy néhány konkrét példán keresztül a fundamentális egyenletek felhasználásával rámutasson a főtételek alkalmazásának jelentőségére.

Egykomponensű anyag entrópiája és kémiai potenciálja

Mivel csupán termikus effektusokkal kívánunk foglalkozni, termodinamikai rendszeren a továbbiakban a következő tulajdonságú anyagot értjük:

1. Makroszkópikusan homogén
2. Izotrop
3. Kémiaiag semleges
4. Töltetlen
5. Mágneses és elektromos momentuma nincs
6. Semmilyen tér hatása alatt nem áll.

A felsorolt tulajdonságokkal rendelkező rendszernek a termodinamika nulladik főtétele szerint léteznek egyensúlyi, — vagyis azonos körülmények között reprodukálható, időben állandó — állapotai. Ha azt a további feltevést tesszük, hogy *az anyag tömege is állandó*, akkor erre vonatkozóan tetszőleges reverzibilis folyamat során a termodinamika első és második főtételének összefoglaló matematikai alakja a következő:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I.} & \mathrm{D}Q = dU + p\,dV \\ \text{II.} & \mathrm{D}Q = T\,dS \end{array}\right\} \quad T\,dS = dU + p\,dV \tag{1}$$

(*T* : abszolút hőmérséklet, *p* : nyomás, *S* : entrópia, *U* : belső energia, *V* : térfogat).

Az itt szereplő extenzív állapotjelzők közül *V* közvetlenül mérhető, *U* és *S* meghatározása azonban csak az (1) egyenletek felhasználásával történhet a következő módon:

Adiabatikusan zárt rendszerben (DQ = 0) (1) alapján

$$\Delta U = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV, \tag{1'}$$

(1') segítségével *U* egy additív konstans erejéig meghatározott mennyiség. Ez után egy olyan állapotváltozásban, ahol a belső energia állandóságát biztosítjuk.

$$\Delta S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p}{T}\,dV, \tag{1''}$$

tehát az entrópia is egy additív integrációs állandó erejéig van meghatározva. Ez természetes is, hiszen a definíciós (1) egyenletek differenciálegyenletek.

Példaképpen adjuk meg egy igen egyszerű rendszer, 1 mol ideális gáz esetén a definíciónak használt (1) egyenletből az entrópia explicit kifejezését. Felmerül a kérdés, hogy mely állapotjelzők függvényében kívánatos megadni az entrópiát, ha az a célunk, hogy a kapott kifejezés a lehető legtöbb információt tartalmazza a vizsgált rendszer termodinamikai viselkedéséről. Megmutatjuk, hogy az entrópia mint a másik két extenzív mennyiség (*U*,*V*) függvénye teljes mértékben jellemzi az egy komponensü *állandó molszámú* rendszer termodinamikai viselkedését.

Legyen ugyanis

$$S = S\,(U,V) \tag{2}$$

és képezzük ennek differenciálját:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V dU + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U dV \tag{3}$$

Összehasonlítva a (3) és (1) egyenleteket, a következő egyenlőségeket kapjuk:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V = \frac{1}{T}, \tag{4}$$

és

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U = \frac{p}{T}, \tag{5}$$

1 mol ideális gázra elhagyva *U*-nak $T = 0$ hőmérsékleten is megmaradó részét, $U = C_v T$ és $pV = RT$, tehát

$$dS = \frac{C_v}{U}\,dU + \frac{R}{V}\,dV \tag{6}$$

Ezt integrálva kapjuk

$$S - S_0 = C_v \log \frac{U}{U_0} + R \log \frac{V}{V_0}. \tag{7}$$

Legyen $U = U_0 \neq 0$ és $V = V_0 \neq 0$ esetén $S' = S_0 = 0$ és ezután $U \cdot t$ és $V \cdot t\ U_0$ illetve V_0 „egységekben' mérve

$$S' = C_V \log U' + R \log V'. \tag{8}$$

Itt S', U', V', jelenti 1 mol ideális gáz entrópiáját, belső energiáját és térfogatát az adott egységekben kifejezve. Ha U_0 és V_0 azt a minimális belső energiát és térfogatot jelöli, amely mellett még kísérletileg igazolható, hogy az $U = C_v T$ és $V = RT/p$ egyenletekben C_v = állandó és R = állandó, akkor csupán az $U' = U/U_0 > 1$ és $V' = V/V_0 > 1$ érdekes, vagyis ekkor (8) szerint $S' > 0$.

Az entrópia nullapontjának fenti megválasztása egy látszólagos paradoxonhoz vezethet: tudjuk, hogy állandó hőmérséklet és nyomás esetén az entrópia a részrendszerek entrópiáinak összege, tehát ideális gáz esetén a molszámmal arányosnak kell lennie. Viszont mivel *U* és *V* szintén hasonló tulajdonságú extenzív állapotjelzők, ezért (8) alapján (aholis *U* és *V* logaritmusa szerepel) *S* nyilván nem lehet arányos *n*-el. Az ellentmondás úgy tűnik, csak úgy oldható fel, ha S_0-t különböző molszámok esetén különbözőnek választjuk. Változó tömegű ideális gáz folyamatainak leírására a (8) egyenlet tehát nem használható. Nem is lehet használható, hiszen levezetésekor az első és második főtétel (1) alatti alakjából indultunk ki, amely állandó tömegű termodinamikai rendszerre vonatkozott. Változó tömeg esetén az első és második főtétel (1) alatti alakja megváltozik, minthogy állandó entrópiájú ($dS = 0$) és állandó térfogatú ($dV = 0$) rendszer belső energiáját úgy is növelhetjük, hogy további dn mol anyagot viszünk be a rendszerbe.

Tegyük fel, hogy dn mol anyag bevitele a belső energiát μdn-el növeli, ekkor az első és második főtétel összefoglaló alakja a következő:

$$dU = T\,dS - p\,dV + \mu\,dn. \tag{9}$$

Ezen egyenlet alapján sikerülni fog a (8) összefüggés helyébe lépő $S = S(U, V, n)$ függvény meghatározása ideális gáz esetén. Erre a későbbiekben kerül sor, most egyelőre vizsgáljuk meg kissé részletesebben a μ menynyiséget.

Ha állandó hőmérsékletű és térfogatú rendszerbe viszünk dn mol anyagot, s ezzel $\mu\,dn$ energiát, akkor ez a rendszer ún. szabad energiáját növeli meg, mivel (9) így is írható:

$$d(U - TS) + S\,dT + p\,dV = \mu\,dn, \tag{10}$$

vagyis $dT = 0$ és $dV = 0$ esetén

$$d(U - TS) = \mu\, dn \tag{11}$$

s ez $U - TS$ mennyiséget nevezzük szabad energiának.

Ha a dn anyaggal állandó hőmérsékletű és nyomású rendszerbe viszünk be μdn energiát, ezzel az ún. szabad entalpiát növeljük, mivel (9) így is írható

$$d(U - TS + pV) + SdT - Vdp = \mu\, dn \tag{12}$$

vagyis $dT = 0$ és $dV = 0$ esetén

$$d(U - TS + pV) = \mu\, dn \tag{13}$$

és az $U - TS + pV$ mennyiséget nevezzük szabad entalpiának.

Láttuk, hogy μdn energia dimenziójú, n pedig szám, ezért μ is energia jellegű mennyiség. Mivel pedig μ a változó molszámú állapotváltozások — például kémiai reakciók — esetén lesz az anyag fontos állapotjelzője, ezért *kémiai potenciálnak* nevezik.

A fundamentális egyenlet fogalma

Ha valamilyen egykomponensű termodinamikai rendszerre vonatkozóan az $S = S(U, V, n)$ függvényt konkrét alakjában ismerjük, akkor ez a rendszerről minden lehetséges információt tartalmaz, mivel a nyomás, hőmérséklet, kémiai potenciál egyaránt meghatározható belőle:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,n} dU + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{U,n} dV + \left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_{U,V} dn \tag{14}$$

(9) így is írható:

$$dS = \frac{1}{T}\, dU + \frac{p}{T}\, dV - \frac{\mu}{T}\, dn \tag{15}$$

s (14) és (15) összehasonlításából

$$T = \frac{1}{\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,n}}$$

$$p = \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{U,n}}{\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,n}} \tag{16}$$

$$\mu = -\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_{U,V}}{\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,n}}$$

Nemcsak az $S(U,V,n)$ függvény rendelkezik ezzel a fontos tulajdonsággal, ugyanis az entrópia általában a belső energiának monoton növő függvénye. Létezik tehát az $U = U(S,V,n)$ inverzfüggvény, amely az $S = S(U,V,n)$ függvényhez hasonlóan folytonos, differenciálható, s a változók homogén elsőrendű függvénye az egyensúlyi állapotokban.

Ekkor viszont

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V,n} dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,n} dV + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S,V} dn \tag{17}$$

Összehasonlítva (17)-et (9)-el adódik:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V,n}$$

$$p = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,n} \tag{18}$$

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S,V}$$

Az $U = U(S,V,n)$ függvény tehát azonos információi tartalmú az $S = S(U,V,n)$ fügvénnyel. Az olyan egyenleteket, melyekből a termodinamikai rendszerre vonatkozó összes információ kiolvasható, *fundamentális egyenletnek* nevezzük. Ilyen fundamentális egyenlethez jutunk, ha akár az entrópiát, akár a belső energiát sikerül a többi extenzív mennyiség függvényeként előállítani. (Viszont például ideális gáz esetén a $pV = nRT$ állapotegyenlet nem fundamentális egyenlet, mert csupán ebből nem tudjuk meghatározni sem a belső energiát, sem az entrópiát.)

Láttuk, hogy a fundamentális egyenlet segítségével az intenzív mennyiségek hogyan határozhatók meg. Anélkül azonban, hogy ezeket közvetlenül meghatároznánk, az $S(U,V,n)$ illetve $U(S,V,n)$ függvényeknek egy szemléletesen is belátható tulajdonságából fontos összefüggéshez juthatunk el. A felírt fundamentális egyenletek extenzív állapotjelzők közti kapcsolatot fejezenek ki, s ezért a következő tulajdonsággal kell rendelkezniök: ha kétszerannyi anyagot veszünk ($n' = 2n$) ugyanabban az állapotban, vagyis az intenzív állapotjelzők ugyanazon értékei mellett, akkor az anyag térfogata, belső energiája, entrópiája is kétszeres lesz ($V' = 2V$, $U' = 2U$, $S' = 2S$). Matematikailag ez így fejezhető ki

$$\lambda S = S(\lambda U, \lambda V, \lambda n) \tag{19a}$$

$$\lambda U = U(\lambda S, \lambda V, \lambda n) \tag{19b}$$

Differenciáljuk λ szerint (19b)-t:

$$U = \frac{\partial U}{\partial \lambda S} \cdot S + \frac{\partial U}{\partial \lambda V} \cdot V + \frac{\partial U}{\partial \lambda n} \cdot n \tag{20}$$

A (20) összefüggés $\lambda = 1$ esetén a következőt jelenti (felhasználva a (18) egyenlőségeket):

$$U = TS - pV + \mu n \tag{21}$$

Ezzel a kémiai potenciált új megvilágításba helyezhetjük:

$$\mu = \frac{U + pV - TS}{n} \tag{22}$$

vagyis μ éppen egy mol anyag szabad entalpiája.

A (21) ún. Euler-reláció differenciális alakja:

$$dU = TdS + SdT - pdV - Vdp + \mu dn + nd\mu \tag{23}$$

Összehasonlítva (9)-el:

$$0 = SdT - Vdp + nd\mu \tag{24}$$

Ezt az egyenletet *Gibbs—Duhen összefüggés*nek nevezik

Egykomponensű ideális gáz fundamentális egyenlete

Ebben a fejezetben meg fogjuk határozni az ideális gáz entrópiáját, mint a belső energia, a térfogat és a molszám függvényét. Ha ez sikerül, csupa extenzív állapotjelző függvényeként írtuk fel az entrópiát, vagyis fundamentális egyenlethez jutottunk.

Induljunk ki a két főtételnek (15)-ben már összefoglalt alakjából:

$$dS = \frac{1}{T}\, dU + \frac{p}{T}\, dV - \frac{\mu}{T}\, dn \tag{15}$$

Használjuk fel az egykomponensű ideális gáz állapotegyenleteit:

$$U = nC_v T \tag{25}$$

$$pV = nRT \tag{26}$$

valamint az ideális gáz kémiai potenciáljának (22) alatti kifejezését

$$\mu = \frac{nC_v T + nRT - TS}{n} \tag{27}$$

Ezekből

$$\frac{1}{T} = nC_v \frac{1}{U}, \tag{28}$$

$$\frac{p}{T} = nR \frac{1}{V}, \tag{29}$$

$$\frac{\mu}{T} = (C_V + R) - \frac{S}{n}. \tag{30}$$

(28), (29) és (30) kifejezéseket (15)-be helyettesítve kapjuk:

$$dS = nC_v \frac{dU}{U} + nR \frac{dV}{V} - (C_v + R)\,dn + \frac{S}{n}\,dn. \tag{31}$$

(31)-et n-el osztva és rendezve:

$$\frac{dS}{n} - \frac{S}{n^2}\,dn = C_v \frac{dU}{U} + R \frac{dV}{V} - (C_v + R)\frac{dn}{n},$$

$$d\left(\frac{S}{n}\right) = C_v d(\log U) + R d(\log V) - (C_v + R)\, d(\log n),$$

$$d\left(\frac{S}{n}\right) = C_v d\left(\log \frac{U}{n}\right) + R d\left(\log \frac{V}{n}\right).$$

Integrálva:

$$\frac{S}{n} - \frac{S_0}{n_0} = C_v \log \frac{\frac{U}{n}}{\frac{U_0}{n_0}} + R \log \frac{\frac{V}{n}}{\frac{V_0}{n_0}}. \tag{32}$$

Legyen $\frac{S_0}{n_0} - C_v \log \frac{U_0}{n_0} - R \log \frac{V_0}{n_0} = A$, ekkor (32)-ből az entrópia:

$$\boxed{S = nA + nC_v \log \frac{U}{n} + nR \log \frac{V}{n}} \tag{33}$$

Ez az egykomponensű ideális gáz fundamentális egyenlete. $n = 1$ molra visszaadja a már levezetett (7) és (8) összefüggéseket. Az ott felmerült paradoxon most természetesen oldódik fel: állandó hőmérséklet esetén $\frac{U}{n}$ állandó, állandó nyomás és hőmérséklet esetén $\frac{V}{n}$ állandó, és ebben az esetben az entrópia valóban arányos a molszámmal, amint azt egy extenzív állapotjelzőtől el is várjuk.

Az egykomponensű ideális gázra levezetett (33) fundamentális egyenlet lehetőséget ad arra is, hogy erre az esetre bebizonyítsuk: *zárt rendszer entrópiája irreverzibilis folyamat hatására csak növekedhet.* Vegyünk két egymástól merev és adiabatikus fallal elválasztott különböző hőmérsékletű és nyomású, de azonos minőségű ideális gázt (pl. szoba hőmérséklet és 1—2 atmoszféra körüli oxigént kétféle állapotban).

Az egyik rendszerre $S_1 = S_1(U_1\, V_1\, n_1)$, a másikra $S_2 = S_2(U_2\, V_2\, n_2)$. A falat eltávolítva a zárt rendszerben irreverzibilis folyamat játszódik le, s a beálló egyensúlyi állapotban $S = S(U_1 + U_2,\ V_1 + V_2,\ n_1 + n_2)$. Azt állítjuk, hogy

$$S \geqq S_1 + S_2 \tag{34}$$

vagyis az irreverzibilis kiegyenlítődési folyamat entrópianövekedéssel jár.

A bizonyítandó feltevés tehát:

$$(n_1 + n_2)A + (n_1 + n_2)\, C_v \log \frac{U_1 + U_2}{n_1 + n_2} +$$

$$+ (n_1 + n_2)\, R \log \frac{V_1 + V_2}{n_1 + n_2} \geqq \left(n_1 A + n_1 C_v \log \frac{U_1}{n_1} + n_1 R \log \frac{V_1}{n_1}\right) + \left(n_2 A + n_2 C_v \log \frac{U_2}{n_2} + n R \log \frac{V_2}{n_2}\right).$$

Nyilván elegendő azt belátni, hogy például

$$(n_1 + n_2)\, C_v \log \frac{U_1 + U_2}{n_1 + n_2} \geqq$$

$$\geqq n_1 C_v \log \frac{U_1}{n_1} + n_2 C_v \log \frac{U_2}{n_2}, \tag{36}$$

vagy ami (36)-tal egyenértékű:

$$\frac{\left(\frac{U_1 + U_2}{n_1 + n_2}\right)^{n_1 + n_2}}{\left(\frac{U_1}{n_1}\right)^{n_1} \left(\frac{U_2}{n_2}\right)^{n_2}} \geqq 1, \tag{37}$$

Vezessük be az $x = \frac{U_1}{U_2}$ és $y = \frac{n_1}{n_2}$ mennyiségeket akkor azt kell bebizonyítani, hogy

$$\frac{\left(\frac{1 + x}{1 + y}\right)^{1+y}}{\left(\frac{x}{y}\right)^{y}} \geqq 1. \tag{38}$$

(38) viszont így is írható:

$$\frac{(1 + x)^{1+y}}{x^y} \geqq \frac{(1 + y)^{1+y}}{y^y}. \tag{39}$$

Differenciálással könnyen igazolható, hogy az $f(x) = \frac{(1 + x)^{1+a}}{x^a}$ függvénynek $x > 0$ értékeire az $x = a$ helyen van minimuma — s ezzel (39)-et igazoltuk.

Az említett kísérletben a molszámok, a belsőenergia s a térfogat additivitásából számítható a beálló közös nyomás és hőmérséklet:

$$T = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}, \tag{40}$$

$$p = \frac{V_1 p_1 + V_2 p_2}{V_1 + V_2}. \tag{41}$$

Egykomponensű van der Waals gáz fundamentális egyenlete

Kísérletileg igazolható, hogy állandó mennyiségű ideális gáz belső energiája csak a hőmérséklet függvénye (Joule—Thomson kísérlet).

Az egyatomos ideális gáz kinetikus modelljének tárgyalásakor, csupán a $PV = nRT$ állapotegyenletet mint kísérleti tényt felhasználva adódik, hogy a belső energia a molekulák mozgási energiáinak összege

$$U = n \frac{3R}{2} T. \tag{42}$$

Az energia ekvipartíciójának tétele ezt annyiban általánosítja, hogy minden további — nem transzlációs energiával kapcsolatos — termodinamikai szabadsági fokra is $\frac{1}{2} kT$ energia jut (k a Boltzmann-állandó), vagyis a teljes belső energia általában

$$U = n \frac{f}{2} RT, \tag{43}$$

ahol f a termodinamikai értelemben vett szabadsági fokok száma. Az említett kinetikus modell azonban nem veszi figyelembe azt, hogy a molekulák között vonzóerők lépnek fel. Ezt figyelembe véve a reális gáz belső energiája az ideális gáz belső energiájától annyiban különbözik, hogy az ideális gáz belső energiájához hozzá kell adni a vonzóerők miatt fellépő kölcsönhatási potenciált is. Ez a potenciális energia negatív, mivel a vonzóerő a távolsággal monoton csökken, és a végtelenben vesszük fel a potenciál nulla szintjét. Ebből következik, hogy adott mennyiségű reális gáz belső energiája kisebb, mint ugyanannyi, ugyanolyan hőmérsékletű ideális gázé.

Első közelítésben azt mondhatjuk, hogy a kölcsönhatási energiajárulék egyenesen arányos bármely molekula körüli tetszőleges térfogatban levő molekulák számával, vagyis a sűrűséggel. Az egész rendszert tekintve tehát fordítva arányos az edény térfogatával, vagyis 1 mol-ra:

$$U_{\text{reális}} = U_{\text{ideális}} - \frac{a}{V}. \tag{44}$$

ahol V az edény térfogata, a pedig egy pozitív arányossági tényező.

(44) alapján adott mennyiségű reális gáz belső energiája már nemcsak a hőmérséklet függvénye, hanem a térfogaté is. Állandó térfogaton vett molhője azonban ugyanannyi, mint az ideális gázé, tehát a van der Waals gáz C_v-jét is jó közelítéssel állandónak vehetjük.

Ha nem tekintjük „pontszerűnek" a reális gáz molekuláit, akkor azt a térrészt, amely bármely molekula rendelkezésére áll rendezetlen mozgása közben, nem tekinthetjük egyenlőnek az edény térfogatával, ahogy azt ideális gáz esetén tettük. Az edény valódi térfogatánál feltétlenül kisebb az a térfogat, amely a molekulák szabad mozgásának rendelkezésére áll, vagyis ami a megfelelő ideális gáz térfogata. Ezért

$$V_{\text{ideális}} = V - b, \tag{45}$$

ahol b a molekulák saját térfogatától függő pozitív konstans.

1 mol ideális gáz entrópiája (33) alapján:

$$S_{id} = A + C_v \log U_{id} + R \log V_{id}. \tag{46}$$

A van der Waals gáz viszont úgy viselkedik, mint $V-b$ térfogatú és $U + \frac{a}{V}$ belső energiájú ideális gáz. Ezért 1 mol reális gáz entrópiája:

$$S_{\text{reális}} = A + C_v \log\left(U + \frac{a}{V}\right) + R \log (V-b) \tag{47}$$

ahol V az edény térfogata, U a reális gáz belső energiája

Ha azokat a fizikai meggondolásokat, melyeket idáig 1 mol reális gázra alkalmaztunk, n molra is elvégezzük, ugyanahhoz az eredményhez jutunk, melyet egy látszólag formális, mégis fizikai tartalommal bíró matematikai átalakítással kaphatunk (47)-ből. Ha (46)-ból akarnánk (33)-at kapni, ezt egyszerűen úgy érhetnénk el, hogy a benne szereplő állapotjelzőket — melyekről feltesszük, hogy mondjuk n molra vonatkoznak — elosztanánk n-el. Mivel a fundamentális egyenlet csupa extenzív állapotjelző közötti kapcsolatot fejez ki, ezért az 1 molra vonatkozó alakból azonnal adódik az n molra vonatkozó alak, csupán a szereplő extenzív állapotjelzőket kell n-el elosztani.

Tegyük meg ezt (47) esetén is, így kapjuk:

$$\boxed{\frac{S}{n} = A + C_v \log\left(\frac{U}{n} + \frac{a}{\frac{V}{n}}\right) + R \log\left(\frac{V}{n} - b\right)} \tag{48}$$

Ez n mol van der Waals gáz fundamentális egyenlete.

Nézzük meg, milyen egyéb információkat (állapotegyenleteket) rejt magában a (48) alatti fundamentális egyenlet!

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,n} = n C_v \frac{1}{\frac{U}{n} + \frac{a}{\frac{V}{n}}} \cdot \frac{1}{n}, \tag{49}$$

Átrendezéssel adódik:

$$\boxed{U = nC_vT - \frac{a n^2}{V}} \tag{50}$$

megkaptuk n mol reális gáz belső energiáját, mint a hőmérséklet és a térfogat függvényét. Másrészt

$$\frac{p}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{U,n} = nC_v \frac{1}{\frac{U}{n} + \frac{a}{\frac{V}{n}}}\left(-\frac{an}{V^2}\right) + nR \frac{1}{\frac{V}{n} - b}\frac{1}{n}. \tag{51}$$

Felhasználva (49)-et és megfelelő átalakítások után

$$\frac{p}{T} = \frac{n}{T}\left(-\frac{an}{V^2}\right) + \left(\frac{nR}{V - nb}\right)$$

$$p + \frac{an^2}{V^2} = \frac{nRT}{V - nb}$$

$$\boxed{\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right) \cdot (V - nb) = nRT} \tag{52}$$

van der Waals gáz közismert állapotegyenletéhez jutottunk.

Láthatjuk, hogy valóban minden, a rendszerre jellemző információ — a lényeges és szemléletes fizikai mondanivalót hordozó (50) és (52) állapotegyenletek is — meghatározhatók a (48) fundamentális egyenletből

Gázok kémiai potenciálja

Egykomponensű rendszerek fundamentális egyenletéből a $\frac{\mu}{T} = -\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_{U,V}$ egyenlet alapján számítható kémiai potenciál közvetlenül is megkapható a (22) alatti kifejezésből (mely az Euler reláció következménye).

Ideális gáz esetén

$$\mu = \frac{U + pV - TS}{n} = \frac{nC_vT + nRT - TS}{n} = T\left(C_v + R - \frac{S}{n}\right). \tag{53}$$

(24)-ből látszik, hogy a kémiai potenciál csupán a hőmérséklet és a nyomás függvénye egykomponensű anyag esetén.

Határozzuk meg az egykomponensű ideális gáz kémiai potenciálját, mint a hőmérséklet és a nyomás függvényét. (33) alapján:

$$\frac{S}{n} = A + C_v \log\frac{U}{n} + R \log\frac{V}{n}. \tag{54}$$

Felhasználva az ideális gáz (25) és (26) alatti állapotegyenleteit

$$\frac{S}{n} = A + C_v \log C_vT + R \log R\frac{T}{p}. \tag{55}$$

ezt behelyettesítve (53)-ba:

$$\mu = T\left(C_v + R - \frac{S}{n}\right) = T\left(C_v + R - A - C_v \log C_vT - R \log R\frac{T}{p}\right),$$

$$\mu = T\left[C_v\,(1 - \log C_vT) + R\left(1 - \log R\frac{T}{p}\right) - A\right]. \tag{56}$$

$$\boxed{\mu = T\,[R \log p - (C_v + R)\log T + B]} \tag{57}$$

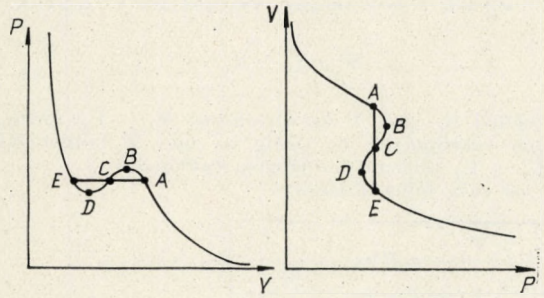
(56)-ban szereplő A állandó a (33) fundamentális egyenletből adódó konstans, míg az (57)-ben szereplő B-re

$$B = C_v(1 - \log C_v) + R(1 - \log R) - A = \text{állandó}.$$

(57) alapján állandó hőmérsékletű ideális gáz kémiai potenciálja a nyomásnak *monoton növekvő* függvénye. Adott tömegű ideális gázról viszont tudjuk, hogy állandó hőmérséklet esetén igyekszik a legnagyobb térfogatú és a lehető *legkisebb nyomású* állapotot felvenni (ehhez

tartozik a legnagyobb entrópia). Ezek szerint tehát állandó hőmérsékleten az ideális gáz kémiai potenciálja is minimumra törekszik. Ezt a felismerést a keverékgázok entrópiájának értelmezésekor fogjuk felhasználni.

Az, hogy a kémiai potenciál csupán a hőmérséklet és a nyomás függvénye, bármilyen egykomponensű anyagra, tehát van der Waals gázra is igaz. A van der Waals állapotegyenlet nem ad ugyan pontos felvilágosítást a fázisátalakulásra (cseppfolyósodásra), de jelzi azzal, hogy van a van der Waals izotermának egy pozitív meredekségű, tehát nemlétező állapotokat reprezentáló szakasza. Ez azt jelenti, hogy ebben a tartományban létezik más, a gázállapottól eltérő stabil egyensúlyi állapot is. A reális gázokkal végzett kísérletek azt mutatják, hogy a gáz ebben a tartományban fázisátalakuláson megy át. Ezt, hogy általában adott hőmérsékletű anyag milyen nyomása mellett történik a fázisátalakulás, elvben a Clausius — Clapeyron egyenlet integrálásával lehet meghatározni. Van der Waals gáz esetén azonban nincs erre szükség.



a) *b)*

Az *a* ábrán látható a van der Waals gáz egy izotermájának szokásos (pV) diagramban való ábrázolása. Az AB és DE görbedarabok metastabil, a BCD görbe instabil egyensúlyi állapotokat reprezentálnak az illető hőmérsékleten. A kísérletek szerint a stabil egyensúlyi állapotok az AE egyenes szakasz pontjai, s közben fázisátalakulás történik. Az A ponthoz tartozó nyomás lesz az illető hőmérséklet melletti állandó nyomása a rendszernek, fázisátalakulás közben.

Állandó tömegű anyag állandó hőmérsékleten történő fázisátalakulása közben állandó az anyag nyomása és kémiai potenciálja. (Utóbbi 29-ből közvetlenül is belátható:

$$d\mu = -SdT + Vdp = 0, \text{ mert } dT = 0 \text{ és } dp = 0.)$$

Az ábrán látható A és E pontban a kémiai potenciálnak ugyanazt az értéket kell felvennie akkor is, ha gondolatban a rendszert az $ABCDE$ görbe mentén visszük az A-ból E-be. E számítás elvégzésével meghatározhatjuk az AE egyenesszakasz helyzetét. Az $ABCDE$ izotermán haladva is $dT = 0$, azonban $dp \neq 0$, tehát

$$\mu_E - \mu_A = \int_{(ABCDE)} Vdp = 0. \qquad (58)$$

Az integrál kiszámításához tekintsük a *b* ábrát.

$$\mu_E - \mu_A = \int_A^B Vdp + \int_B^C Vdp + \int_C^D Vdp + \int_D^E Vdp,$$

$$\mu_E - \mu_A = \int_A^B Vdp - \int_C^B Vdp - \int_D^C Vdp + \int_D^E Vdp,$$

$\mu_E - \mu_A = 0$ miatt:

$$\int_A^B Vdp - \int_C^B Vdp = \int_D^C Vdp - \int_D^E Vdp. \qquad (59)$$

Ezen egyenlet baloldalán az AC szakasz és az ABC görbe által bezárt terület áll, jobboldalán a CE szakasz és a CDE görbe által bezárt terület.

E két terület egyenlősége határozza meg a van der Waals izotermán az A pont helyzetét: ennek megfelelően kell elhelyeznünk az egyenest a van der Waals izotermán, s megkapjuk jó közelítéssel a reális gáz valódi viselkedését.

Azonos molhőjű ideális gázok keverékének entrópiája, fundamentális egyenlete

Helyezzünk el egy fallal elválasztott edény két részében két azonos molhőjű, de különböző anyagi minőségű ideális gázt, például oxigént és nitrogént. Legyen a fal olyan, hogy el is mozdulhasson, valamint hőt is engedjen át. Bizonyos idő múlva a két gáz nyomása és hőmérséklete így kiegyenlítődik. Vegyük ekkor ki a falat! A két gáz között azonnal megindul egy irreverzibilis folyamat: a keveredés. A kialakuló új egyensúlyi helyzet olyan lesz, hogy az edény minden részében egyenlő arányban lesz nitrogén és oxigén is. E folyamattal kapcsolatban két kérdés azonnal felvetődik:

1. Mi e keveredési folyamat „hajtóereje"?
2. Honnan látszik ebben az irreverzibilis folyamatban az entrópia növekedése?

Próbáljunk először az első kérdésre válaszolni. Láttuk, hogy egykomponensű ideális gáz kémiai potenciálja minimumra törekszik. Írjuk fel az egykomponensű ideális gáz kémiai potenciálját, mint a hőmérséklet és a térfogat függvényét:

$$\mu = T\left(C_v + R - \frac{S}{n}\right),$$

és

$$\frac{S}{n} = A + C_v \log C_v T + R \log \frac{V}{n},$$

tehát

$$\mu = T\left(C_v + R - A - C_v \log C_v T - R \log \frac{V}{n}\right), \qquad (60)$$

(60)-ból látható, hogy adott tömegű (n = állandó) és konstans hőmérsékletű ideális gáz kémiai potenciálja a térfogatnak *monoton csökkenő* függvénye, tehát a kémiai potenciál mindaddig csökken, amíg a gáz az edény teljes térfogatát egyenletesen ki nem tölti. Ez a folyamat viszont független attól, hogy van-e az edényben még más (ugyanolyan hőmérsékletű) ideális gáz, vagy nincs. Az előbbi kísérletben mind az oxigén, mind a nitrogén kémiai potenciálja egymástól függetlenül mindaddig csökken, amíg mindkét gáz egyenletesen el nem keveredik a teljes térfogatban. A keveredési folyamat hajtóereje tehát a különböző komponensek kémiai potenciáljainak az az egymástól független tulajdonsága, hogy valamennyi külön-külön minimumra törekszik.

Ha eredetileg n_1 mol oxigén volt V_1 térfogatban és n_2 mol nitrogén V_2 térfogatban, s a nyomás mindkettőben p, a hőmérséklet pedig T volt, akkor a keveredés után a keverék nyomása és hőmérséklete nem változik, viszont az oxigén kémiai potenciálja μ_1'-ről, μ_1-re, a nitrogéné pedig μ_2'-ről, μ_2-re csökken, ahol

$$\mu_1' = T\left(C_v + R - A - C_v \log C_v T - R \log \frac{V_1}{n_1}\right), \qquad (61)$$

$$\mu_1 = T\left(C_v + R - A - C_v \log C_v T - R \log \frac{V_1 + V_2}{n_1}\right), \qquad (62)$$

$$\mu_2' = T\left(C_v + R - A - C_v \log C_v T - R \log \frac{V_2}{n_2}\right), \qquad (63)$$

$$\mu_2 = T\left(C_v + R - A - C_v \log C_v T - R \log \frac{V_1 + V_2}{n_2}\right), \qquad (64)$$

Az egyensúlyi állapotban általában tehát $\mu_1 \neq \mu_2$ a különböző komponensek kémiai potenciáljainak nem kell azonosaknak lenniök. (Ugyanazon komponensen belül viszont a különböző fázisok kémiai potenciáljainak —

lásd van der Waals gáz — egyensúlyi állapotban azonosaknak kell lenniök.) Azt is észre kell vennünk, hogy keverékgázban egyensúly esetén az egyes komponensek kémiai potenciáljai a közös hőmérséklet mellett már nem a közös nyomástól függnek, hanem attól a fiktív nyomástól, amely az illető komponens saját nyomása lenne, ha egyedül ő foglalna helyet az edényben. Ezt a fiktív nyomást nevezzük az illető komponens parciális nyomásának, s ideális gázok keverékének nyomása ezen parciális nyomások összege.

Most már megpróbálhatunk a feltett második kérdésre is válaszolni. Határozzuk meg a keverékgáz entrópiáját! A keverékgázt jellemző extenzív állapotjelzők: S, U, V, n_1, n_2. Ezek között teremt kapcsolatot a fundamentális egyenlet, vagyis az entrópia most már négyváltozós függvény lesz:

$$S = S(U, V, n_1, n_2)$$

Ennek az entrópiafüggvénynek is homogén lineárisnak kell lennie, vagyis fenn kell állnia az Euler relációnak a következő alakban:

$$U + pV - TS - \mu_1 n_1 - \mu_2 n_2 = 0\,, \tag{65}$$

Legyenek

$$\frac{S_1'}{n_1} = A + C_v \log C_v T + R \log \frac{V_1 + V_2}{n_1}, \tag{66}$$

$$\frac{S_2'}{n_2} = A + C_v \log C_v T + R \log \frac{V_1 + V_2}{n_2}, \tag{67}$$

akkor (62) és (64), valamint (66) és (67) felhasználásával kapjuk:

$$\mu_1 = T\left(C_v + R - \frac{S_1'}{n_1}\right), \tag{68}$$

$$\mu_2 = T\left(C_v + R - \frac{S_2'}{n_2}\right), \tag{69}$$

μ_1 és μ_2 fenti kifejezését (65)-be helyettesítve:

$$U + pV - TS - n_1 T\left(C_v + R - \frac{S_1'}{n_1}\right) - n_2 T\left(C_v + R - \frac{S_2'}{n_2}\right) = 0,$$

$$U + pV - TS - (n_1 + n_2) C_v T - (n_1 + n_2) RT + T(S_1' + S_2') = 0\,.$$

Felhasználva, hogy $U = (n_1 + n_2) C_v T$ és $pV = (n_1 + n_2) RT$ a keverékgáz entrópiájára ez adódik:

$$S = S_1' + S_2'. \tag{70}$$

S_1' jelenti n_1 mol T hőmérsékletű $V_1 + V_2$ térfogatú oxigén entrópiáját, S_2' pedig n_2 mol T hőmérsékletű és $V_1 + V_2$ térfogatú nitrogén entrópiáját.
(66) és (67) felhasználásával

$$\boxed{S = (n_1 + n_2)(A + C_v \log C_v T) + n_1 R \log \frac{V_1 + V_2}{n_1} + n_2 R \log \frac{V_1 + V_2}{n_2}}\,. \tag{71}$$

Számítsuk ki most egyetlen komponensű T hőmérsékletű $n_1 + n_2$ molnyi és $V_1 + V_2$ térfogatú ideális gáz entrópiáját. (33) alapján ez:

$$\bar{S} = (n_2 + n_2) \cdot \left(A + C_v \log C_v T + R \log \frac{V_1 + V_2}{n_1 + n_2}\right). \tag{72}$$

(71) és (72) összehasonlításából

$$S - \bar{S} = R\,[(n_1 + n_2) \log (n_1 + n_2) - n_1 \log n_1 - n_2 \log n_2]. \tag{73}$$

Nyilvánvaló, hogy

$$S > \bar{S}, \text{ mivel } (n_1 + n_2)^{n_1 + n_2} > n_1^{n_1} \cdot n_2^{n_2}\,.$$

Az $S - \bar{S} > 0$ különbség az ún. *keveredési entrópia*, ennyivel nagyobb tehát n_1 és n_2 mol különböző anyagi minőségű, de ugyanolyan molhőjű ideális gáz keverékének entrópiája, mint ugyanolyan hőmérsékletű $n_1 + n_2$ mol azonos minőségű ideális gáz entrópiája ugyanabban a térfogatban, egyensúlyi állapotban. A keverési entrópia (73) alatti kifejezése — bevezetve az $n_1 + n_2 = n$ jelölést — így is írható:

$$S - \bar{S} = R\left(n_1 \log \frac{n}{n_1} + n_2 \log \frac{n}{n_2}\right) \tag{74}$$

Felhasználva a (33) fundamentális egyenletet, a *keverékgáz fundamentális egyenlete* lesz:

$$\boxed{S = nA + nC_v \log \frac{U}{n} + nR\left(\log \frac{V}{n} + \frac{n_1}{n} \log \frac{n}{n_1} + \frac{n_2}{n} \log \frac{n}{n_2}\right)} \tag{75}$$

Az entrópia (75) alatti kifejezését általánosíthatjuk tetszőleges sok azonos molhőjű ideális gáz keverékének entrópiájára is. Legyen a komponensek száma k, ekkor az entrópia fundamentális egyenlete

$$S = S(U, V, n_1, n_2, \ldots n_k)$$

a következő alakú:

$$\boxed{\frac{S}{n} = A + C_v \log \frac{U}{n} + R\left(\log \frac{V}{n} - \sum_{i=1}^{k}{}' x_i \log x_i\right)} \tag{76}$$

ahol S a keverék entrópiája
U „ belső energiája
V „ térfogata

$$n = \sum_{i=1}^{k}{}' n_i$$

$$x_i = \frac{n_i}{n}$$

Természetesen, ha csak egyetlen komponens van, (vagyis $x_i = 0$ ha $i \neq j$ és $x_i = 1$ ha $i = j$), akkor ebben az esetben (76) speciális esetként tartalmazza (33)-at is.

Végül meg kell jegyezni, hogy a fundamentális egyenletek tárgyalása azért volt viszonylag egyszerű, mert eltekintettünk a C_v hőmérsékletfüggésétől. Ha viszont figyelembe vesszük C_v hőmérsékletfüggését is, akkor a fundamentális egyenlet szerepét a következő (T paraméteres) egyenletrendszer veszi át:

$$S = S(T, V, \ldots n_i \ldots) \quad \text{és} \quad U = (T, V, \ldots n_i \ldots)\,.$$

Ebben az alakban a fundamentális egyenlet azonban sokkal nehezebben kezelhető és kevésbé áttekinthető eredményekre vezet, mint a most levezetett összefüggések, s a fizikai lényeg megértése szempontjából sem jelent különösebb előnyt.

Radnai Gyula
ELTE Kísérleti Fizikai Tanszék

IRODALOM

H. B. Callen : Thermodynamics.
Horváth János: Termodinamika és statisztikai mechanika.

A csillagászati kutatás irányai korunkban*

A magaslégkör

Egészen a legutóbbi évekig ismereteinket a légkör nyolcvan és néhányszáz kilométer közé eső részében végbemenő jelenségekről kizárólag közvetett, Földről végzett mérésekből nyertük. Napjainkban a repülőgépekkel, léggömbökkel és rakétákkal végzett mérések révén ismereteink oly mértékben gyarapodtak, hogy a nyert adatokat rendszerezve lehetővé vált egy átfogó összkép kialakítása; ez a tudományág az aeronómia nevet kapta.

A Nemzetközi Geofizikai Évre kitűzött kutatási tervek végrehajtása az igen magas légkörrel kapcsolatban új távlatokat nyitott meg, fény derült továbbá a Nap s a Föld egymáshoz való viszonyával összefüggő jelenségek egész sorára. Annak, hogy ma már rendelkezésünkre állnak az eszközök a légkör felső részébe való rendszeres behatoláshoz, további következménye, hogy a fizikusok tevékenységének nem kell többé a megfigyelésre szorítkoznia, hanem módjukban áll a helyszínen is kísérletezni. Bizonyos vegyületeket a légkör egyik vagy másik felső rétegébe bocsátva a fizikusok mesterségesen módosíthatják az ott uralkodó természetes feltételeket, figyelve, milyen következményekkel jár beavatkozásuk. Ilyen kísérletek közvetlen adatokat szolgáltattak a légkör felső részének vegyi összetételéről, olyan rétegekben, melyek túl magasan fekszenek, semhogy a mintavétel belőlük lehetséges volna. Hasonlóképpen, nagy energiájú elektronokat belőve a rétegekbe, rendkívül fontos ismereteket nyertek a Föld mágneses terének szerepéről az északi fényt létrehozó töltött részecskék pályáinak kialakításában. A légkörnek ebben a részében egészen 300 kilométer magasságig, még sokáig csak a rakéták segítségével lesz lehetséges az ilyen kísérletek gyakorlati elvégzése, minthogy ebben a rétegben a mesterséges holdak nem keringhetnek hosszú ideig. Ennek megfelelően hosszú időre szóló rendszeres programot kellene kidolgozni rakéta-szondázási kísérletekre. Mindazonáltal a mesterséges holdak fontossága igen nagy még a felső légkör e közepes magasságban fekvő rétegeinek tanulmányozása szempontjából is; segítségükkel ugyanis lefelé irányuló megfigyeléseket tudunk végezni, míg a Földről csupán felfelé irányuló megfigyeléseket végezhetünk. A mesterséges holdak az ionoszférának felülről történő kiszondázása mellett meteorológiai fényképfelvételeket is képesek számunkra készíteni a Föld nagyobb kiterjedésű részeiről; e felvételek alapján bizonyára hamarosan elkészítik majd a légkör átfogó térképeit. Ezzel kapcsolatban érdemes hangsúlyozni a sarkvidékeken végzett légkörkutatások, valamint az általános aeronómiai kutatások kapcsolatának fontosságát, minthogy a sarkvidékek szerepe különösen fontos a földmágnesség szempontjából.

A kozmikus térség

Háromszáz kilométeren felül a tanulmányozott jelenségek főképpen az elektromosan töltött részecskékkel kapcsolatosak; itt a rakétáknak és a mesterséges holdaknak egyaránt lényeges szerep jut. A Földet körülölelő és több földsugárnyi távolságig terjedő Van Allen-féle sugárzási övek felfedezése a plazmafizika szempontjából igen érdekes problémákat vet fel. Még sok a tisztázni való kérdés a kozmikus ionizált anyagában végbemenő energiaátadás mechanimusával kapcsolatban, remélhető azonban, hogy a részecskék természetéről, a különböző sugárzás-típusokról és azok intenzitásáról, valamint a kozmikus térségben uralkodó elektromos és mágneses terekről, melyek ott az anyag mozgását befolyásolják, részletes ismereteket nyerünk.

Annak, hogy e tartományokba mérőberendezéseket, megfigyelési eszközöket vagyunk képesek küldeni, egy további következménye: ki tudjuk küszöbölni azt az árnyékoló hatást, melyet a légkörnek fényképezőgépeink és az égitestek között való elhelyezkedése okoz. Lehetséges például ultraibolya felvételeket készíteni a Napról. Igen fontos volna hosszú időn át végezni ilyen megfigyeléseket; a mesterséges holdak erre lehetőséget nyújtanak. Ugyancsak érdekes volna felszerelni a mesterséges holdakat rádiócsillagászati műszerekkel.

Az egyes kutatási irányokat összefoglalóan a következőképp jellemezhetjük:

1. A légkör kutatásának kiterjesztése igen nagy magasságokig, Földről végzett mérések (rádiószondák), valamint léggömbök, rakéták és mesterséges holdak segítségével.
2. A bolygóközi térség fizikai tulajdonságainak kutatása rakéták és mesterséges holdak segítségével.
3. A kozmikus térségben jelenlevő sugárzások tanulmányozása.

Csillagok

A csillagászat az egyik legrégibb tudomány, s egyszersmind az egyik legújabb is. Más szavakkal: ez az a tudomány, melyben a leggyakrabban bukkannak fel mélyértelmű és nagyhorderejű új jelenségek és elméletek. Ez a korszerű technikán és az alapvető feltevések megújításán alapuló megfigyelési módszerek bevezetésének köszönhető. A csillagászat lényegében megfigyelésen alapul. A közvetlen kísérletezés űrhajók alkalmazásával még gyermekkorát éli. A csillagászok tevékenységét nagyjában két alcím alá foglalhatjuk: *csillagok* és *galaxisok*.

* Részlet az UNESCO megbízásából készült un. Auger-jelentésből, melynek ismertetését és több részletét a Fizikai Szemle korábban közölte (XII. évf. 9. sz., 261. old.; 10. sz. 303. old.; 11. sz. 343. old.; 12. sz. 376. old.).

Valamely csillag fizikai jellemzői (pl. tömege, luminozitása, átmérője) ritkán határozhatók meg közvetlenül. A legközelebbi objektumokat kivéve a színkép alapján végzett félempirikus meghatározásokra kell támaszkodnunk.

A Balmer-diszkontinuitás, valamint a vonalas és molekuláris abszorpció mérése különösen hasznos, minthogy ezek függetlenek a csillagközi vörösödéstől. Nagyfontosságúak az új fotoelektromos mérési módszerek, melyek megfelelő kalibrálás után pontos értékeket szolgáltatnak a csillag légkörének hőmérsékletére és nyomására, fémek előfordulásának gyakoriságára és a csillag luminozitására.

A csillaghalmazok tanulmányozása viszonylag egyszerű, minthogy a halmaz minden tagja azonos távolságra van a Naptól s így azonos mértékű vörösödést szenved. Ezek a vizsgálatok szoros kapcsolatban vannak a csillagfejlődés problémájával. A kicsiny luminozitású csillagok lassan fejlődnek és felhasználhatók kalibrációs célokra, a halmaz távolságának és vörösödésének meghatározására. Tanulmányozni lehet a nagy luminozitású csillagok különböző fejlődési fokozatait, egybevetve a különböző korú halmazokról nyert ismereteket.

A galaktikai halmazok a galaktikai rendszer igen lapos korongjában fordulnak elő. Koruk nagymértékben különböző. A korongot szórványosan benépesített, majdnem gömb alakú burok (halo) veszi körül. A burokban találjuk a gazdag és kompakt gömbhalmazokat, melyek úgy látszik igen idősek (koruk durván 10^{10} év). Színképük azt mutatja, hogy fémtartalmuk kicsiny.

A változó csillagokat gyakran felhasználták távolságjelző „mérföldkő" gyanánt. A szükséges kalibrációs eljárás sokkal bonyolultabb, mint korábban gondolták, s jelenleg éppen folyamatban van a felülvizsgálata.

Az a körülmény, hogy a csillagok közül egy, a Nap, tőszomszédságunkban foglal helyet, olyan lehetőséget nyújt a külső rétegek részletes tanulmányozására, amilyenhez a többi csillag esetében sohasem fogunk hozzájutni. A Nap felületi rétegeiben és a napkoronában előforduló gyakori zavarok vizsgálatának nagy a gyakorlati jelentősége; a geofizikai vonatkozások azonban nem tartoznak e szakasz tárgykörébe. A Napon végbemenő jelenségek önmagukban is igen érdekesek. Az ezen jelenségeket kísérő korpuszkuláris és elektromágneses sugárzások tanulmányozása céljára az észlelési módszerek változatos sokasága áll rendelkezésünkre.

A Napon észlelt jelenségek részben kapcsolatba hozhatók más, kiterjedt atmoszférával rendelkező csillagokra, változó csillagokra és kettős csillagokra vonatkozó megfigyelésekkel. Ezek a vizsgálatok összefüggésben állnak a csillagközi közegbe leadott anyagveszteség problémájával, mely nagy jelentőségű a csillagok és galaxisok fejlődése szempontjából.

A magfizika fontos kulcsot adott kezünkbe a csillagok szerkezetének és fejlődésének elméleti tanulmányozásához. A hidrogénnek héliummá való átalakulásában felismerték a csillagfejlődés hajtóerejét. Mindaddig, míg a hidrogén fúziója a belső tartományban folyamatban van, a csillag külső tulajdonságai nem nagyon változnak. Midőn a csillag középső részének hidrogénkészlete kimerül, a törzs összehúzódik, sűrűsége és hőmérséklete tekintélyes mértékben megnő; ilymódon a termonukleáris reakciók új fokozata indulhat meg. A törzset körülvevő héjban a hidrogén fúziója tovább folytatódik. A csillag luminozitása nő, miközben a külső rétegek nagy mértékben kitágulnak és a csillag felületi hőmérséklete jelentékenyen lecsökken. Ez az óriáscsillag-állapot modern értelmezése, mely majdnem tökéletes ellentéte a 15 év előtti felfogásnak.

A csillagfejlődés további lefolyása nem ismeretes, habár várható, hogy a fejlődés utolsó állomásaként a csillag fehér törpévé, vagyis nagy sűrűségű kicsiny luminozitású csillagmaradvánnyá alakul. A fejlődés kritikus és katasztrofális állomásai (változó jelleg és nova-kitörés) a csillagközi közegnek leadott anyagveszteség, mely az óriásoktól a fehér törpékig vezető fejlődést feltehetően kíséri, a csillagfejlődés függése az eredeti összetételtől, megannyi megoldatlan problémát vet fel.

A csillagok szerkezetét ma már nem lehet tanulmányozni a csillagfejlődés tanulmányozása nélkül. A csillag fejlődése megint csak szorosan összefügg a csillagrendszer történetével, s így szerkezetével és dinamikájával is.

Az óriáscsillagok nagy sűrűségű törzsében az elemek szintézise igen messze elvezethet. Ez fontos eredménye a csillagfejlődés elméletének. A rövid élettartamú technécium előfordulása egyes óriáscsillagok színképében a legszembeszökőbb bizonyítéka a folyamatnak. A csillagok fokozatos vagy katasztrofikus anyagvesztesége révén a csillagközi közeg egyre gazdagabbá válik közepes és nehéz elemekben.

A csillagok kialakulása a csillagközi anyagból napjainkban is folyik, de a folyamat fizikai értelmezése még nem ismeretes. Bőségesen állnak rendelkezésre bizonyítékok fiatal csillagok létezésére vonatkozóan. A különböző korú csillagok összetételében mutatkozó különbségek megerősítik a csillagközi közeg összetételének változására, valamint a csillagokban végbemenő elemszintézisre vonatkozó elméleteket.

Galaxisok

A Nap környezete mintegy 2 kiloparsec (kpc) távolságig a hagyományos módszerekkel tanulmányozható. Ebben a tartományban a csillagpopulációra vonatkozóan statisztikai adatok rendelkezésünkre állnak. Az ebben a tartományban elhelyezkedő csillagok a csillagközi közeg tanulmányozásához háttérként szolgálnak.

A csillagközi közeg gázból (leginkább hidrogénből s valószínűleg héliumból), valamint kicsiny szilárd részecskékből áll. Az igen forró csillagok ultraibolya sugárzása ionizálhatja a környező tartományban elhelyezkedő hidrogént. Ezen H^+ tartományok nagy távolságról H_α emissziójuk folytán láthatók. Lehetséges, hogy e tartományok kelet-

kezése a végső oka a csillagközi közegben jelentkező szabálytalan mozgásoknak.

A távoli csillagok részlegesen elhalványodott fénye polarizált. Ez a jelenség bizonyítékul szolgál a csillagközi mágneses tér létezése mellett. Az erővonalak előszeretettel a spirálkarok mentén helyezkednek el. E karok menetét a csillagközi anyag, az újonnan született csillagok, s így egyszersmind H^+ tartományok is jelzik.

A rádiócsillagászat a semleges hidrogén kibocsátotta 21 cm-es vonal intenzitásának és Doppler-eltolódásának vizsgálatával lehetővé tette a Tejútrendszer szerkezetének nagyszabású tanulmányozását. Új adatokat szolgáltatott a rádiócsillagászat a forgás törvényére vonatkozóan is. Mindazonáltal, ezeket a vizsgálatokat ki kellene egészíteni a spirálkarokban elhelyezkedő objektumok távolságának optikai (fotometrikus) meghatározásával, hogy kiküszöböljük a feltételezett körmozgástól való eltérésekből származó esetleges hibalehetőségeket. Ilyen eltérések szembeszökően jelentkeznek a Tejútrendszer középpontjától számított 3 kpc-en belül, ahol gyors tágulást figyeltek meg.

Az ionizált hidrogén eloszlása általánosságban a folytonos rádió-emisszió termikus komponenséből határozható meg. Mind a semleges, mind az ionizált hidrogén nagymértékben koncentrálva van a Tejútrendszer síkja mentén.

A nem-termikus komponenst, mely a hosszú hullámhosszakon uralkodó szerepet játszik, a csillagközi mágneses térben lefékeződő nagy energiájú elektronok szinkroton-sugárzásaként értelmezik. Ilyen sugárzást a Tejútrendszert körülvevő, közel gömbalakú galaktikai gázburok is kibocsát; e gázburok nagy hőmérsékletű ritka gázokból áll.

Tejútrendszerünkben sok diszkrét rádiófrekvenciás sugárforrás van; ezek közül egyesek termikus jellegűek; (így a sűrű H^+ tartományok), a többiek pedig, a nemtermikus források, feltehetően szupernova-robbanások maradványai.

A Tejútrendszer centrumában nagyteljesítményű rádió-forrás helyezkedik el. E forrást semleges hidrogénből álló gyors forgást végző korong veszi körül. A centrális forrás, melynek kiterjedése nem több, mint néhányszáz parsec, okvetlenül jelentős tömeget és sűrű csillag-populációt foglal magában. A Tejútrendszer magjának tanulmányozása fontos szempontokat szolgáltathat a rendszer fejlődésével kapcsolatosan. Több más galaxisban a mag optikailag észlelhető, s egyes esetekben nagyfokú aktivitás jeleit mutatja.

Ami a csillag-populációkat illeti, a különböző típusú és korú csillagok térbeli eloszlásának Tejútrendszerünkben és a többi galaxisokban való tanulmányozása fontos szempontokat szolgáltathat ezen rendszerek fejlődésére vonatkozóan.

Az Univerzum mint egész tanulmányozása szempontjából nagy fontossága van a megjavított távolság-skála felállításának, valamint e skála kiterjesztésének a jelenlegi távcsövekkel elérhető legtávolabbi tartományokig. Alapvető követelmény, hogy a legközelebbi galaxisokban távolságjelzőket (pl. változó csillagokat) figyeljünk meg. Hasonlóképpen fontos a radiális sebességek mérése és a különféle látszó fényességű objektumok tényleges fotometriája. A galaxisok számának a látszó fényesség függvényeként való meghatározása, valamint a lineáris sebesség—távolság összefüggéstől való minden lehetséges eltérés megállapítása alapvető fontosságú kozmológiai elméleteink szempontjából.

A távoli rádió-források megfigyelése képessé teszi majd a csillagászokat arra, hogy mélyebben hatolhanak be az űrbe, mint ahogy az optikai módszerekkel lehetséges.

Összefoglalásképpen felsoroljuk a fő kutatási irányokat és néhány alapvető fontosságú ponttal kapcsolatosan megjegyzéseket teszünk (egyes esetekben túllépve a fenti áttekintés kereteit):

Új megfigyelési módszerek:

1. Rádiócsillagászat.

2. Új módszerek kifejlesztése a jel per zaj viszony megjavítására, melyek megnövelik a jelenlegi berendezések hatékonyságát. Példák: fotoelektronsokszorozók, képkonverterek és zajmentes erősítők.

3. Távcsövek elhelyezése mesterséges holdakon. Űrhajók.

Kutatási területek, melyeken jelentősebb előrehaladás történt:

1. A csillagok fizikai tulajdonságainak meghatározása fotometrikus ismérvek alapján.

2. A csillag-populációk tanulmányozása, ideértve a halmazok és a változó csillagok vizsgálatát.

3. A csillagok szerkezete és fejlődése.

4. A Nap külső rétegei, ideértve a kromoszférát és a koronát; a megfelelő vizsgálatok más csillagok esetében.

5. A Tejútrendszer szerkezete; különösképpen a csillagközi gáz spirális szerkezete és e gáz mozgása a centrális tartományban.

6. Előrehaladás az Univerzum külső határai felé.

Általános megjegyzések:

1. A magfizika kezünkbe adta a csillagszerkezet és csillagfejlődés elméletének kulcsát. Ez az elmélet viszont kapcsolatot létesít az asztrofizika és a galaxisok szerkezetének elmélete között.

2. A gázdinamika, ideértve a turbulencia elméletét, a plazmafizikát és a hidromágneses jelenségeket, alapvető fontosságú a csillagok külső rétegeinek megértése, valamint a csillagközi közeg nagybani szerkezete szempontjából.

3. A csillagászat leíró tudományból jelentős mértékben olyan tudománnyá fejlődött, mely az Univerzumnak, mint az alkotórészek folytonos kölcsönhatása eredményeképpen állandó fejlődésben levő szervezett egésznek megértésére törekszik.

Pierre Auger
(Paris)

Félvezető kvantumgenerátorok

N. G. Baszov Nobel előadása, 1964

A modern fizikában — lehet, hogy korábban is így volt — két különböző irányzat létezik. A fizikusok első csoportja feladatát abban látja, hogy új törvényszerűségeket ismerjen meg, illetve megszüntessen adott ellentmondásokat. A munka eredményének az elméletet tekintik, pl. a modern fizika matematikai apparátusának kifejlesztését. Munkájuk melléktermékeként születnek új műszerkészítési elvek és fizikai eszközök. A fizikusok másik csoportja viszont arra törekszik, hogy új elveken alapuló készülékeket alkosson s célja felé haladva igyekszik elkerülni a szükségszerűen adódó nehézségeket, ellentmondásokat. E csoport hipotéziseit és elméleteit munkájuk melléktermékének tekinthetjük.

Mindkét csoport kiemelkedő eredményeket ért el. Az egyik csoport szolgáltatja a másik számára a „tápanyagot" s ezért nem élhetnek egymás nélkül, bár viszonyuk meglehetősen feszült. Az első csoport a másodikat „feltalálóknak" titulálja, a második pedig az elsőt elvontsággal, gyakran céltalansággal vádolja.

Első pillanatra úgy tűnhet, hogy elméletiekről és a kísérletezőkről van szó. Pedig nincs így, hiszen mind az első, mind a második csoportban mindkét fizikus fajta egyaránt megtalálható. Manapság az említett két csoport annyira élesen különválik, hogy egész tudományos irányzatokat lehet egyikhez vagy másikhoz hozzákapcsolni, bár vannak a fizikának olyan területei, ahol mindkét csoport együttesen dolgozik.

A fizikusok első csoportjába sorolhatók többnyire azok a kutatók, akik kvantumtérelmélettel, az elemi részek elméletével, vagy a magfizika bizonyos kérdéseivel foglalkoznak, ugyanígy a gravitáció, a kozmogónia és a szilárd-test fizika számos területének művelői. A második csoport markáns képviselői azok a fizikusok, akik a termonukleáris fúzió, vagy a kvantum- és félvezető-elektronika problémáinak megoldásán fáradoznak.

Eltekintve attól, hogy a második csoportbeli fizikusok természetszerűen igyekszenek új készülékeket létrehozni, általában jellemző rájuk az előzetes elméleti elemzés. Így pl. a kvantumelektronikában elméletileg előre megjósolták általában kvantumgenerátorok készítésének lehetőségét, jelezték a sugárzás nagyfokú monokromatikusságát és frekvenciaállandóságát, előre rámutattak a kvantumerősítők nagy érzékenységére s kidolgozták a különböző típusú laserek készítésének lehetséges útjait. Előadásunkat főként a kvantumelektronika legfiatalabb ágának: a félvezetős kvantumgenerátoroknak szenteljük. Ezek mindössze két esztendeje láttak napvilágot — bár az előzetes elméleti analízis kezdete visszanyúlik 1957-re [1].

Mielőtt azonban a félvezető generátorokon végzett munkák elemzésére térnénk, néhány megjegyzést szeretnénk tenni a kvantumelektronika elméleti „melléktermékeiről". Sok ilyen van, de maradjunk csak háromnál.

1. A nagystabilitású kvantumgenerátorok megalkotása és az atomi idő-etalonra való áttérés ösztönzőleg hatott az atomi idő sajátságai kérdésének tisztázására. Dicke [2] az első kvantum-elektronikai kongresszuson tartott előadásában rámutatott arra, hogy lehetséges a világkonstans időbeli változása hipotézisének kísérleti igazolása, a különböző kvantum-standardok időbeli frekvenciaváltozásának vizsgálata alapján. Felmerült olyan kérdés is, mi az atom- és molekula-órák pontosságának a sugárzás kvantumos természete által megszabott végső határa, mekkora a nagyon kis időtartamok mérési pontossága?

2. A kvantumelektronika adott polgárjogot az anyag egy új „nem egyensúlyi állapotának" — a negatív hőmérsékletű állapotnak, amely határpontjában, a negatív zérus hőmérsékletű állapotban tulajdonságait tekintve közel áll az abszolút rendezettség állapotához, mely az abszolút zérus hőmérséklet sajátságos állapota. Nevezetesen a negatív hőmérsékletű rendszer nagyfokú rendezettsége teszi lehetővé, mind a kvantumgenerátorok rendkívül koherens sugárzásának előállítását, mind a nagy érzékenységű kvantumerősítők készítését. Ez ad módot arra, hogy visszanyerjük a negatív hőmérsékletű állapotban raktározott energiát igen rövid, a rezgés periódusával azonos nagyságrendű időtartamok alatt.

3. A kvantumelektronika példát szolgáltatott olyan rendszerekre, melyek igen kis entrópiaérték mellett sugároznak. Pl. a lámpákból az igen nagyszámú szabadsági fok miatt szétszórt, alacsony hőmérsékletű spontán sugárzás a negatív hőmérsékletű rendszerek (kvantumgenerátorok) révén átalakul a laser igen koherens sugárzásává, melynek hőmérséklete már ma is eléri a 10^{20}—10^{25} fokot.

Nyilvánvaló, hogy azok a törvényszerűségek, melyeket a kvantumelektronika tárt fel a sugárzás vizsgálatánál, általánosíthatók más mozgásformákra is. Annak lehetősége, hogy fordított viszonyokkal rendelkező rendszerek segítségével nagyfokúan rendezett mozgást kapjunk, érdeklődésre tarthat számot a kémiai és biológiai kutatások, a kozmogónia területén is. Felmerülhet a kérdés: vajon a természet felhasználja-e a maserelvet?

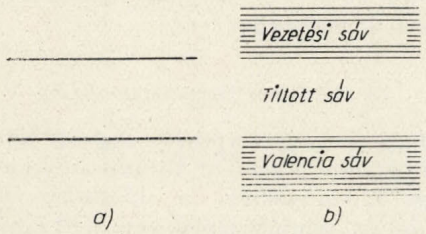
Úgy tűnik, hogy az említett kérdések az első csoportbeli fizikusok közreműködését igénylik, hiszen messze túlhaladják a rezgéselmélet, a sugárzáselmélet és a hagyományos optika kereteit, melyek a modern kvantumelektronika alapját alkotják.

I. *Negatív hőmérséklet létrehozásának feltételei félvezetőkben*

A félvezető kvantumgenerátorokkal kapcsolatos kutatások a molekuláris generátorok és paramágneses erősítők területén végzett munkák köz-

vetlen folytatását képezik. Említésre méltó, hogy a félvezető kvantumgenerátor-kutatások kezdetének idejére — hála a félvezető-elektronikai vizsgálatoknak — már tisztázódtak a félvezetők alapvető fizikai tulajdonságai, amelyek a laserek kidolgozásához nélkülözhetetlenek voltak: optikai és elektromos sajátságok, az energiasávok szerkezete; relaxációs idők stb. Előállítottak különféle tiszta és ötvözött félvezető anyagokat, megalkották a különböző jellemzők mérési módszereit, kidolgozták a p-n átmenetek, kontaktusok készítésének technológiáját stb. Mindezek jelentősen megkönnyítették az előrehaladást a félvezető laserek kutatásában.

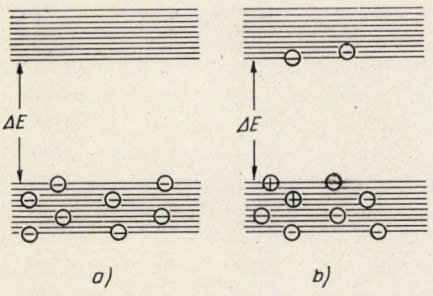
A félvezető anyagok azzal hívták fel magukra a figyelmet, hogy velük megvalósíthatónak látszott a távoli infravöröstől a láthatóig vagy akár az ultraibolyáig terjedő spektrumtartományban működő rezgéskeltők építése, sokféle módszer kínálkozott nem egyensúlyi állapotok gerjesztésére bennük, s nagy abszorpciós együtthatóval rendelkeztek (erősítés). Mint a későbbi kutatások azután megmutatták, a félvezetők hatásfoka igen jó lehet, bizonyos esetekben megközelíti a 100 %-ot. Az elszigetelt atommal szemben a félvezetőkben nincsenek különálló nívók, hanem energianívók folyamatosan elhelyezkedő csoportjai: sávok. A felső nívócsoport: a vezetési sáv, a betöltött nívók legalacsonyabban fekvő csoportja: a valencia sáv, a kettőt szétválasztja: a tiltott energiasáv. (1. ábra.)



1. ábra. Energianívó-vázlat *a)* két energianívós atomnál, *b)* félvezetőnél

Az elektronok eloszlását az energianívókban a Fermi-függvény írja le: minden nívó két elektronnal van betöltve, az elektronok a hőmozgás energiájának nagyságrendjébe eső energiatartományban helyezkednek el. Annak valószínűsége, hogy az elektront a kT intervallumon kívül találjuk, az energianövekedésével gyorsan csökken. Ha a hőmozgás kT energiája jelentősen kisebb a vezetési és valencia sáv közötti energiakülönbségnél, gyakorlatilag az összes elektron a valencia sávban található és betölti annak nívóit, míg a vezetési sáv összes nívója szabad. (2a ábra.) Ilyen állapotban a félvezető nem tudja vezetni az elektromos áramot, vagyis szigetelőként viselkedik, minthogy a félvezetőre kapcsolt elektromos tér nem tudja megváltoztatni a valencia sáv elektronjainak mozgását (minden energianívó be van töltve).

Ha a hőmozgás energiája elegendő ahhoz, hogy az elektronok eljuthassanak a tiltott sávon át a vezetési sávba, az elektronok egy része átmegy ide.



2. ábra. Elektroneloszlás az energianívókon *a)* $\Delta E > kT$; *b)* $\Delta E \leq kT$

Az ilyen rendszer már képes vezetni az elektromos áramot. Ez folyhat mind az elektronoknak a külső tér hatására bekövetkezett energiaváltozása révén, mind a valenciasávbeli elektronok energiájának megváltozása révén. Az áram a valenciasávban olyannak tűnik, mintha elektronok által be nem töltött helyek (lyukak) mozognának ellentétes irányba. Az üres hely (lyuk) teljesen ekvivalens egy pozitívan töltött részecskével (2b ábra).

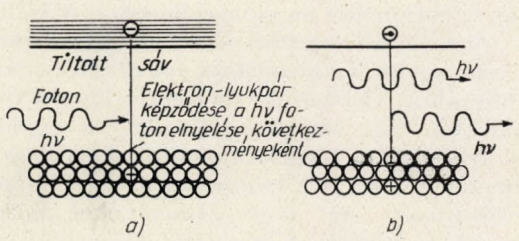
Fénnyel való kölcsönhatásnál, éppúgy, mint az elszigetelt atom esetében is, a félvezetőben háromfajta folyamat mehet végbe.

1. Egy fénykvantum elnyelődhet a félvezetőben. Ekkor elektron-lyukpár keletkezik, ahol az elektron és a lyuk közötti energiakülönbség a kvantum energiájával egyenlő. Ez a folyamat az elektromágneses tér energiájának csökkenésével jár együtt és *rezonancia abszorpciónak* nevezzük (3a ábra).

2. Fénykvantum hatására az elektron átmehet a vezetési sávból a valenciasáv egy szabad helyére: lyukba. Eközben kisugároz egy fénykvantumot, melynek frekvenciája, terjedési iránya és polarizációja a sugárzást kiváltó kvantuméval megegyezik. Ez a folyamat a tér energiájának növekedésével jár együtt és *indukált sugárzás* a neve (3b ábra). Megemlítjük, hogy az indukált emissziót A. Einstein fedezte fel 1917-ben az atomok és a sugárzási tér termodinamikai egyensúlyának vizsgálata közben.

3. A rezonancia-abszorpción és az indukált emisszión kívül egy harmadik folyamat is lehetséges: a *spontán emisszió*. Sugárzási kvantum jelenléte nélkül is átmehet az elektron egy üres helyre; egy lyukba (rekombináció egy lyukkal), miközben fénykvantumot sugároz ki.

Mivel az indukált emisszió és a rezonancia abszorpció valószínűsége pontosan egyenlő egy-



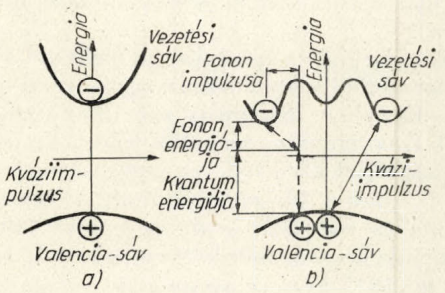
3. ábra. Fénnyel való kölcsönhatási folyamatok: *a)* rezonancia abszorpció, *b)* indukált emisszió

mással, a félvezető egyensúlyi állapotban — bármilyen hőmérsékletnél — csak fénykvantum elnyelésére képes, hiszen az elektronok megtalálási valószínűsége az egyes nívókon növekvő energiákkal csökken.

Ahhoz, hogy a félvezető erősítse az elektromágneses sugárzást, meg kell zavarnunk a nívókon az elektronok egyensúlyi eloszlását és mesterségesen olyan eloszlást kell létrehoznunk, hogy a magasabb energianívókon az elektronok megtalálási valószínűsége nagyobb legyen, mint az alacsonyabb nívókon [1] [3]. A sávon belüli eloszlás megbontása nagyon nehéz a félvezető rácsa és az elektronok közötti erős kölcsönhatás miatt: 10^{-10} — 10^{-12} sec alatt visszaáll az eredeti eloszlás.

Lényegesen egyszerűbb az egyensúly felborítása a sávok között, hiszen az elektronok és lyukak élettartama az egyes sávokban sokkal nagyobb: a félvezető természetétől függően 10^{-3} — 10^{-9} sec.

Annak következtében, hogy az elektronok és lyukak mozognak a félvezetőben, az energiamegmaradás törvényén kívül a sugárzásnál teljesülnie kell az impulzusmegmaradás törvényének is. Minthogy a kvantum impulzusa igen kicsi, az impulzus-megmaradás törvénye durván azt követeli meg, hogy az elektron és a lyuk a fénykvantum kisugárzásánál (ill. elnyelésénél) ugyanakkora sebességgel rendelkezzenek. A 4. ábrán vázoltuk az energia függését az impulzustól. Két félvezető-



4. ábra. Az elektronok és lyukak energiájának a kvázi impulzustól való függése vázlatosan *a)* közvetlen átmenetek, *b)* közvetett átmenetek esetén

típus van. Az egyik félvezető-típusnál a vezetési sávbeli elektronok energiaminimuma pontosan megegyezik a valenciasávbeli lyukak maximális energiájával (4a ábra). Az ilyen félvezetőkben létrejöhetnek úgynevezett *közvetlen átmenetek*. A minimális energiával rendelkező elektron rekombinálódhat a maximális energiájú lyukkal. Más félvezető-típusnál a vezetési sáv energiaminimuma nem esik egybe a valenciasáv energiamaximumával (4b ábra). Ebben az esetben a fénykvantum kisugárzási, vagy elnyelési folyamatával egyidejűleg a kristályrács rezgési állapotának is meg kell változnia, ennek kell kompenzálnia az impulzus megváltozását. Az ilyen átmeneteket *közvetett átmeneteknek* hívják. A közvetett átmenetek valószínűsége rendszerint kisebb, mint a közvetlen átmeneteké.

Ahhoz, hogy egy félvezető a beeső sugárzást sávok közötti átmenetekkel erősíteni tudja, a következők szükségesek:

a) *Közvetlen átmenetek esetében*

Meg kell tölteni elektronokkal és lyukakkal a nívóknak több mint a felét kT nagyságú tartományban a sávok határa közelében. Az ilyen állapotokat, mint az atomoknál és molekuláknál, fordított eloszlású, vagy negatív hőmérsékletű állapotoknak nevezik. A mínusz zérus hőmérséklet az elektronok olyan eloszlásának felel meg, amikor a vezetési sáv kT tartományában minden nívó be van töltve elektronokkal, a valenciasávban pedig lyukakkal. Ebben az állapotban (szemben a pozitív zérus fok állapotával) a félvezető csak sugározni képes (indukáltan vagy spontán) fénykvantumokat, de sugárzást elnyelni nem tud.

A félvezető azon állapotát, amikor valamilyen energiatartományban a nívók többsége be van töltve elektronokkal vagy lyukakkal, „elfajult állapot"-nak nevezzük.

Ennek megfelelően a negatív hőmérsékletű állapot létrejöttéhez a félvezetőben az elektronok és lyukak elfajultsága szükséges. Adott elektron- és lyukmennyiség mellett mindig létre lehet hozni elfajulást a félvezető hőmérsékletének csökkentése révén, mivel hőmérsékletcsökkenésnél az elektronoktól elfoglalt energiatartomány szélessége csökken. A cseppfolyós nitrogén hőmérsékletén az elfajuláshoz kb. 10^{17} — $10^{18}/cm^3$ elektronkoncentrációra van szükség [3].

b) *Közvetett átmenetek esetén*

Itt nincs szükség elfajulásra negatív hőmérséklet előállításához. Ez azzal áll kapcsolatban, hogy közvetett átmeneteknél a kvantum indukált kisugárzási valószínűségének nem kell egyenlőnek lennie a rezonancia-abszorpció valószínűségével.

Tekintsük pl. azt a közvetett átmenetet, amelynél egy fénykvantum és vele egyidőben egy fonon emittálódik. Az abszorpció valószínűsége arányos a kristályrácsban levő fononok számával. A hőmérséklet csökkenésével a fononszám csökken: alacsony hőmérsékleten egyáltalán nincsenek fononok. A minta hőmérsékletét lecsökkentve az emisszió valószínűségét az abszorpció valószínűségének sokszorosára növelhetjük. Ennélfogva közvetett átmenetekre a negatív hőmérsékletek sokkal kisebb elektron-lyuk koncentráció esetén is el lehet érni [4].

Meg kell jegyeznünk, hogy kvantumok egy sávon belüli abszorpciója és emissziója ugyancsak közvetett átmenetek útján megy végbe. Sávok közötti negatív hőmérséklet létrehozása esetén az elektronok (és lyukak) sávon belüli eloszlása pozitív hőmérsékletnek felel meg és a sugárzás abszorpciójához vezet.

A közvetlen átmenetek esetében, amikor a sávok közötti átmenetek valószínűsége a sávon belüli átmenetekénél sokkal nagyobb, a sávon

belüli átmeneteket el lehet hanyagolni, vagyis mondhatjuk, hogy a negatív hőmérsékletű állapotok erősíteni fogják a sugárzást.

A közvetett átmenetek esetében viszont a negatív hőmérséklet még nem elegendő az erősítéshez, hanem az is szükséges, hogy a sávok közötti átmenetek valószínűsége nagyobb legyen, mint a sávon belüli átmeneteké.

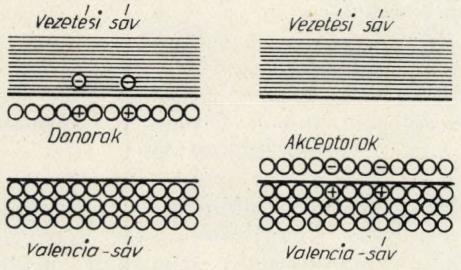
Ezen feltétel teljesülésének szükségessége megnehezíti a közvetett átmenetek felhasználását Dumke [5] becslése szerint pl. germániumra a feltétel nem teljesíthető. Más félvezetőkre viszont teljesülhet [6].

Sokszor a félvezetőkben az elektron és lyuk az atomhoz némileg hasonló kötött állapotot: exitont hoz létre. Az exitonok fénykibocsátás kíséretében rekombinálódhatnak. Exitonokat is felhasználhatunk kvantumgenerátorok készítésére, — ezzel azonban most nem foglalkozunk.

Áttekintettük a negatív hőmérséklet létrehozásának feltételeit ideális rácsú félvezetőkben. Nem ideális kristályban további energianívók lépnek fel, melyek a kristályrács hibáival állnak kapcsolatban. (Szennyezések, vakanciák, diszlokációk stb.) Rendesen ezen állapotok a megfelelő centrum (pl. a szennyező mag) környezetére korlátozódnak, ebben különböznek a megengedett sávon belüli állapotoktól, melyek a kristály egészéhez tartoznak.

Ideális kristályban a vezetési sávban levő elektronok száma pontosan megegyezik a valenciasávban levő lyukak számával. Reális kristályban azonban az áramhordozók: az elektronok és lyukak számát alapjában véve a szennyezések határozzák meg.

Kétfajta szennyezés létezik. Az egyik olyan energianívókkal rendelkezik, melyek a vezetési sáv közelében helyezkednek el és ionizációval hoznak létre fölösleges elektronokat. Ezeket *donor*-szennyezéseknek nevezzük. A másik fajta szennyezés nívói a valencia-sáv közelébe esnek és elektronokat tudnak elrabolni a valencia-sávból, lyuk-felesleget hozva létre benne. Ezeket *akceptor*-szennyezéseknek nevezzük (5. ábra).



5. ábra. Donor és akceptor nívók

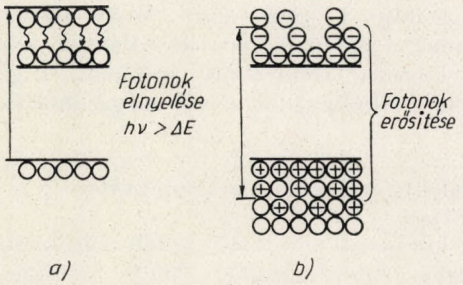
Meg kell jegyeznünk, hogy az olyan félvezető, amelyben azonos mértékű a donor- és akceptorszennyezés, tiszta félvezetőként viselkedik, hiszen az akceptorok közreműködésével létrejött lyukak a donorok révén keletkezett elektronokkal rekombinálódnak.

Sok esetben a szennyező atomok és a sávok közötti elektron-átmeneteket, vagy a szennyező atomok nívói közti átmeneteket is fénysugárzás kísérheti. Ilyen átmenetek is felhasználhatók negatív hőmérséklet létesítésére, most azonban ezzel a kérdéssel sem foglalkozunk.

II. *Negatív hőmérsékletű állapotok megvalósítási módszerei félvezetőknél*

a) Az optikai pumpálás módszere

Félvezetők esetében is használni lehet azt a „háromnívós" szkémát [7], melyet sikeresen alkalmaztak a paramágneses kvantumerősítőknél [8] és a lumineszcens kristály-, illetve üvegközegű optikai generátoroknál [9] (6. ábra).



6. ábra. Optikai pumpálás: *a)* háromnívós vázlat atomoknál *b)* félvezetőknél

Minthogy a sávok nívóin az elektronok és lyukak relaxációs ideje sokkal kisebb, mint az elektronok és lyukak élettartama a megfelelő sávokban [10], megvalósítható inverz eloszlás fénybesugárzás segítségével.

A félvezetők abszorpciós tényezője igen nagy, s a fény rezgésszámának növekedésével igen erősen növekszik. Ezért ahhoz, hogy a minta viszonylag nagy térfogatában fordított eloszlást kapjunk, célszerű olyan monokromatikus fényt használni, melynek frekvenciája közel esik a sávok közötti átmenetek frekvenciájához [11]. Abban az esetben, amikor a gerjesztő sugárzás frekvenciája nagyobb, mint a tiltott sáv szélessége, a negatív hőmérsékletű állapot a minta felülete mentén egy keskeny rétegben keletkezik, ennek mélysége néhány mikron (az elektronok diffúziós hosszának nagyságrendje).

Fényforrásként felhasználhatók a különböző laser-típusok: gáz laserek, lumineszcens kristálylaserek, és p-n típusú félvezető-laserek. [11].

b) Félvezetők gerjesztése gyors elektron nyalábbal.

Ha félvezető felületére gyors elektron-nyalábot bocsátunk, az elektronok mélyen behatolnak a félvezető belsejébe. Útközben a kristály atomjaival ütközve, a gyors elektronok elektron-lyukpárokat hoznak létre. A számítások és a kísérletek azt mutatják, [12], [13], hogy egyetlen elektron-lyukpár keletkezéséhez felhasznált energia közelítőleg háromszor akkora, mint a sávok közötti minimális energiakülönbség. A képződött elektronok és

lyukak, átadva felesleges energiájukat a rács atomjainak, a megfelelő sávok határa közelébe eső nívókon gyűlnek össze. Eközben negatív hőmérsékletű állapot is keletkezhet [14], [15]. Minél nagyobb az elektronok energiája, annál nagyobb behatolási mélységük. Van azonban egy olyan küszöb-energia, melytől kezdve az elektronok elváltozásokat hoznak létre a kristályokban, megbontják a kristályrácsot. E határenergia az atomok kristályon belüli kötési energiájától függ, értéke rendesen néhány száz KeV. A kísérletek azt mutatják, hogy 200—500 KeV energiájú elektronok még nem nagyon teszik tönkre a rácsot.

A gyors elektronok azon áramsűrűsége, amelynél a negatív hőmérséklet megvalósul, erősen függ az elektronok és lyukak élettartamától. Olyan félvezetőknél, ahol a cseppfolyós nitrogén hőmérsékletén az élettartam 10^{-8} sec, a küszöb áramsűrűség nagyságrendje 1 amper/cm^2. Mivel ilyen nagy áramoknál a félvezetőben felszabaduló energiát nehéz elvezetni, rendszerint impulzusos gerjesztési módot alkalmaznak rövid megszakítási időkkel.

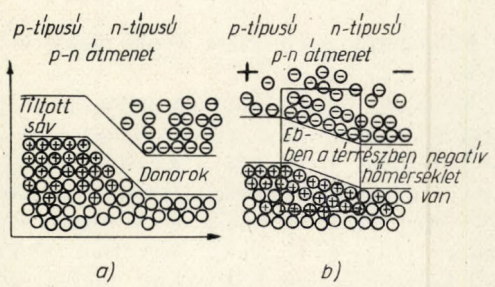
c) Elektronok és lyukak injektálása p-n átmenetek útján.

Már korábban említettük a félvezetőknek azt a különleges tulajdonságát, hogy energianívóik elektronokkal, vagy lyukakkal telhetnek meg speciálisan megválasztott szennyező atomoknak a kristályba való bevitele révén. Donor- és akceptorszennyezések egyidejű bevitele azonban nem vezet negatív hőmérsékletű állapot keletkezéséhez.

Az inverz eloszlás megvalósítását ezért a következőképpen oldják meg. Vesznek két „darabka" félvezetőt, az egyikbe donor, a másikba akceptor szennyezést visznek bele. Ezeket a félvezetőket egyesítve p-n átmenet jön létre: a félvezetők közös határfelületén potenciálugrás keletkezik, s ez megakadályozza az elektronok behatolását abba a kristályba, ahol a lyukak vannak, a lyukak behatolását pedig oda, ahol az elektronok vannak (7a. ábra). Mint korábban említettük, az inverz eloszlás megvalósításához nagy elektron- és lyukkoncentráció szükséges (bizonyos energiatartomány nívóiból több mint felének kell betöltve lennie), azaz a félvezetőnek nagymennyiségű szennyező anyagot kell tartalmaznia.

Mikor a p-n átmenetre külső feszültséget kapcsolunk, lecsökkentve ilymódon a potenciálugrást a két félvezető-rész között, megbomlik az egyensúlyi elektroneloszlás és a félvezetőn áram folyik át. Ekkor az elektronok mintegy beáramlanak abba a tartományba, ahol sok a lyuk, a lyukak pedig oda, ahol sok az elektron és a p-n átmenet közelében néhány mikron kiterjedésű keskeny sávban inverz eloszlás keletkezik. Olyan félvezető réteg jön létre, amely a vezetési sáv és a valencia sáv közötti elektronátmeneteknél kisugárzott kvantumok felhasználása révén elektromágneses rezgések erősítésére képes. [16] (7b ábra).

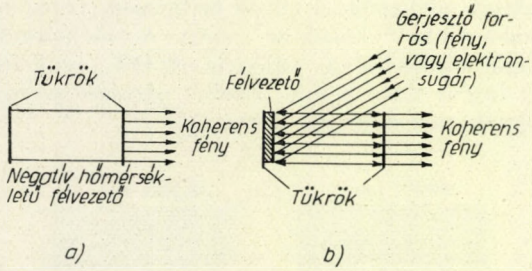
A félvezetős eszközök megalkotása során sok módszert dolgoztak ki p-n átmenetek készítésére. Ma laserek előállításához két p-n átmenet készítési módszert használnak sikeresen: a diffúziós módszert [17], [18], és a kristály növesztése közben különböző szennyezőkkel való ötvözés módszerét [19].



7. *ábra.* p-n átmenet *a)* egyensúly esetén, *b)* külső elektromos térben

III. *Félvezető kvantumgenerátorok*

A negatív hőmérsékletű rendszerekkel való rezgéskeltéshez a rendszereken visszacsatolást kelalkalmazni. A visszacsatolás rezonátorokkal valób sítható meg. Optikai tartományban legegyszerűbr típus a párhuzamos síktükrök alkotta rezonáto- [20], [21]. A tükrökről visszaverődve a fénykvantumok sokszor áthaladnak az erősítő közegenl Ha fénykvantum a tükrökön vagy a közegben való elnyelődése előtt egy fénykvantumnál több indukált sugárzást tud létrehozni (vagyis a rendszerben teljesül a generátor ön-gerjesztésének feltétele), akkor az ilyen rendszer generátorként fog működni (8a ábra). A közegben külső energiaforrás segítségével negatív hőmérsékletet létesítve, a rezonátorban a fénykvantumok száma mindaddig növekedni fog, míg az időegység alatt gerjesztett elektronok száma egyenlő nem lesz a kisugárzott fénykvantumok számával.



8. *ábra.* Félvezető laserek vázlata: *a)* szokásos laser *b)* sugárzótükrös laser

Külön szeretnénk aláhúzni, hogy amikor a visszacsatolásos kvantumrendszer generátorként működik, sugárzásának szigorúan meghatározott frekvenciaértéke van. Ez a tulajdonság megkülönbözteti a generátorok sugárzását minden más fényforrásétól, az izzólámpák, fénycsövek vagy az igen éles spektrumvonalakkal rendelkező atomi és molekuláris fényforrások fényétől.

A kvantumgenerátor fényének monokromatikussága az indukált emisszió tulajdonságaiból következik. Az indukált fénykvantum frekven-

ciája ugyanis egyenlő a sugárzást kiváltó kvantum frekvenciájával. Félvezetőkben az eredeti vonalszélesség rendesen néhány száz Angström. Ezzel szemben a p-n átmenetet felhasználó gallium-arzenid generátoroknál újabban megmutatták, hogy a vonalszélesség 0,0017 Å-nél kisebb [22], [24]. A generátorok vonalszélességének alsó határa a spontán sugárzással áll kapcsolatban.

Azon kívül, hogy a gerjesztett rendszerben keletkező sugárzás spektrális állapota megváltozik; térbelileg is irányítottá válik. Ez szintén az indukált emisszió következménye: indukált sugárzásnál a keltett fénykvantum terjedési iránya megegyezik az őt kiváltó kvantuméval.

Félvezető kvantumgenerátoroknál a rezonátor rendszerint maga a közeg, hiszen a félvezető kristályok dielektromos állandója nagy, és lepolirozva a dielektrikum- levegő határfelület a sugárzásnak mintegy 30%-át vissza tudja verni.

Az első félvezető generátorokat GaAs kristályokból készítették p-n átmenet felhasználásával [17], [18], valamivel később elektronsugaras [15], legújabban pedig optikai gerjesztéssel is [23]. Az 1. táblázatban felsoroltuk azokat a félvezető anyagokat, melyekkel sikerült fényrezgést kelteni. Külön megjelöltük a gerjesztés módját is.

1. *táblázat*

Félvezető kvantumgenerátorok

Félvezető anyag	Sugárzás hullámhossza μ	Gerjesztés módja	Irodalom
CdS	0,5	Gyors elektron-nyaláb	[15]
CdTe	0,8	„	[30]
GaAs	0,85	„	[29]
		p-n átmenet	[17], [18]
		optikai pumpálás	[23]
InP	0,9	p-n átmenet	[31]
GaSb	1,6	p-n átmenet	[32]
		gyors elektron-nyaláb	[33]
InAs	3,2	p-n átmenet	[34]
		gyors elektron-nyaláb	[6]
InSb	5,3	p-n átmenet	[36]
		gyors elektron-nyaláb	[35]
PbTe	6,5	p-n átmenet	[24]
PbSe	8,5	p-n átmenet	[24]
GaAs—GaP	0,65—0,9	p-n átmenet	[37]
InAs —InP	0,9 —3,2	p-n átmenet	[25]
GaAs—InAs	0,85—3,2	p-n átmenet	[38]

Félvezetők segítségével sikerült széles, 0,5 μ-tól 8,5 μ-ig terjedő spektrumtartományt átfogni. Sok esetben folyamatosan lehet lefedni nagy hullámhossz-tartományt, mivel hármas félvezető vegyületekben a komponensek koncentrációjának változtatása a sávok közötti távolság megváltoztatásával jár együtt, vagyis a fényfrekvencia folyamatos változtatását teszi lehetővé. Pl. az InAs — InP rendszer összetételének változtatása 0,9 μ — 3,2 μ tartományon belül eredményez hullámhossz-változást.

Jelenleg legnagyobb a fejlődés a GaAs p-n átmeneti kvantumgenerátoroknál. Készítettek impulzusüzemű és folyamatosan működő rendszereket néhány watt átlagos teljesítménnyel, ill. kb. 100 watt csúcsteljesítménnyel, kb. 30% hatásfok mellett [24].

A félvezető kvantumgenerátorok legérdekesebb sajátossága a nagyon jó hatásfok. Mivel a p-n átmenetű generátorok esetében az elektromos áram energiája közvetlenül koherens sugárzássá alakul át, a hatásfok közel egységnyi is lehet. Már ma is sikerült készíteni olyan diódákat, melyek hatásfoka 70—80% [26].

Nagyon jó hatásfoka lehet a monokromatikus fénnyel pumpált kvantumgenerátoroknak is, minthogy a pumpálási frekvencia a sugárzási frekvencia közelébe eshet [11].

Az elektrongerjesztéses laserek hatásfoka nem lehet 30%-nál nagyobb, az energia kétharmadrésze u. i. az elektron-lyukpár keletkezése közben a rács melegítésére pazarlódik el. Ezeknek a generátoroknak azonban igen nagy lehet a teljesítménye. Úgy látszik továbbá, hogy ez a gerjesztési mód teszi majd lehetővé a távoli ultraibolya tartományban működő generátorok készítését.

A félvezetők másik jellemző tulajdonsága a nagy erősítési tényező. Ez elérheti a néhány ezer cm^{-1} értéket is, ami lehetőséget nyújt néhány mikron méretű kvantumgenerátor készítésére, ahol tehát a rezonátor mérete megegyezik a fény hullámhosszával. Ilyen rezonátorok beindulási ideje igen kicsi, 10^{-12} — 10^{-13} sec. nagyságrendű, ami megnyitja az utat félvezető generátoroknak igen nagy frekvenciájú rezgésekkel való vezérléséhez. E lasereket fel lehet majd használni nagysebességű rendszerek, pl. igen gyors elektronikus számológépek elemeiként. Félvezető anyagokkal készíthetők majd modulált jóságú generátorok, melyek igen rövid fényimpulzusokat szolgáltatnak.

A félvezető laserek kis méretei módot adnak igen nagy érzékenységű kvantumerősítők építésére is. Az érzékenység u. i. növekszik, a rezonátorban gerjeszthető rezgéstípusok számának csökkenésével. Az elkészült első fényerősítő erősítési tényezője kb. 2000 [28].

Nagy erősítési tényezőjük miatt a félvezetőkből egy új típusú rezonátor: sugárzó tükrös rezonátor készíthető (8b ábra) [27]. Ezüst tükröt vékony félvezető filmmel, ezt pedig T-réteggel borítják be. Ha a félvezető filmben negatív hőmérsékletű állapotot létesítenek, s ez kompenzálni tudja a tükör veszteségeit, a tükörből kvantumgenerátor építhető. Mint a gáz-lasereknél, itt is a fény nagyfokú monokromatikusságára és térbeli koherenciájára számíthatunk. A rendszer nagy előnye, hogy a vékony félvezető filmről viszonylag könnyű a hőt elvezetni, emiatt remélhetjük, hogy jelentős teljesítményt kapunk.

Negatív hőmérsékletet elektrongerjesztéssel vagy optikai pumpálással hozhatunk létre a félvezetőben. Az optikai pumpáláshoz p-n átmeneti típusú félvezető lasert használva, az egész rendszerre igen jó hatásfokot érhetünk el.

A félvezető laserekkel elérhető teljesítmény határának kérdése jelenleg még nem tisztázott. Mindenesetre elég nagy felületű sugárzó tükrök készítésével tekintélyes mennyiségű félvezetőanyagot tudunk majd kihasználni. A tükrök keresztirányú méretének végső értékét azok készítési pontossága, a félvezető réteg homogenitása stb. határozza meg. Az optikai homogenitásban mutatkozó különböző zavarok magasabb rezgéstípusok keletkezéséhez vezethetnek.

A félvezető generátorok hibái között meg kell említenünk a viszonylag kis teljesítményt, a nagy térbeli széttartást és a nem elég nagyfokú monokromatikusságot.

E gyengeségek említésekor azonban emlékezetünkbe kell idéznünk azt, hogy a félvezetős kvantumelektronika még csak gyermekcipőben jár. De már látszanak ma is a jelzett hibák kijavításához vezető utak, a kvantumelektronika fejlődésének és a félvezető laserek készítésének távlatai. Ezek alapján bízvást mondhatjuk, hogy a félvezetők kvantum-elektronikája a laserek fejlődésének egyik alapvető irányát jelenti.

(Fordította: *Csillag László*)

IRODALOM

1. *Н. Г. Басов, Б. М. Вул, Ю. М. Попов,* ЖЭТФ 37, 585 (1959).
2. *R. H. Dicke,* Quantum Electronics, Columbia University Press., New York, 1960, 572. l.
3. *Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, Ю. М. Попов,* УФН 72, 161 (1960).
4. *Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, Ю. М. Попов,* ЖЭТФ 39, 100 (1960).
5. *W. P. Dumke,* Phys. Rev. 127, 1559 (1962).
6. *C. Benoita la Guillaume, J. M. Debever,* Symp. Radiative Recombination, in Semiconductor Paris, 1964.
7. *Н. Г. Басов, А. М. Прохоров,* ЖЭТФ 28, 249 (1955).
8. *N. Bloembergen,* Phys. Rev. 104, 324 (1956).
9. *T. H. Maiman,* Nature 187, 493 (1960).
10. *О. Н. Крохин, Ю. М. Попов,* ЖЭТФ 38, 1589 (1960).
11. *Н. Г. Басов, О. Н. Крохин,* ЖЭТФ 46, 1508 (1964).
12. *Ю. М. Попов,* Труды ФИАН 23, 67 (1963).
13. *В. С. Вавилов,* УФН 75, 263 (1961).
14. *Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, Ю. М. Попов,* Adv. Quant. Elektr., New York, 1961, 496.
15. *Н. Г. Басов, О. В. Богданкевич, А. Девятков,* ДАН СССР 55, 783 (1964).
16. *Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, Ю. М. Попов,* ЖЭТФ 40, 1879 (1961).
17. *B. H. Hall, G. E. Benner, J. D. Kingsley, T. J. Soltus, R. Carlos,* Phys. Rev. Letts. 9, 366 (1962).
18. *M. I. Natham, W. P. Dumke, G. Burns, F. H. Dill, G. J. Lasher,* Appl. Phys. Letts. 1, 62 (1962).
19. *M. Bernar,* szóbeli közlés
20. *А. М. Прохоров,* ЖЭТФ 34, 1658 (1959).
21. *A. L. Schawlow, C. H. Townes,* Phys. Rev. 112, 1940 (1958).
22. *J. A. Armstrong, A. W. Smitt,* Appl. Phys. Letts. 4, 196 (1964).
23. *Н. Г. Басов, А. З. Грасюк, В. Катулин,* ДАН СССР 165, № 6 (1965).
24. *C. Hilsum,* Lasers and Their Applications, London 1964.
25. *F. B. Alexander,* Appl. Phys. Letts. 4, 1 (1964).
26. *M. I. Nathan,* PI EEE 52, 770 (1964).
27. *Н. Г. Басов, О. В. Богданкевич,* Symp. of Radiative Recombination in Semiconductor, Paris, July 23, 1964.
28. *J. W. Crowe, R. W. Graig,* Appl. Phys. Letts. 4, 57 (1964)
29. C. E. *Hurwitz, R. J. Kayes,* Appl. Phys. Letts. 5, 139 (1964).
30. *В. С. Вавилов, Э. Л. Нолее, В. Д. Егоров,* ФТТ 7, № 3 (1965).
31. *G. Burns, R. S. Lewitt, M. I. Nathan, K. Weiser,* PI EEE 51, 1143 (1963).
32. *T. Deutsch* et al., Phys. Stat. Solidi 3, 1001 (1963).
33. *C. Benoit* a la *Guillaume, J. M. Debever,* Preprint, Compt. rend. (1964).
34. *I. Melngilis,* Appl. Phys. Letts. 2, 176 (1963).
35. *C. Benoitala Guillaume, J. M. Debever,* Sci. St. Com. 2, 145 (1964).
36. *R. J. Phelan, A. R. Calawn, R. H. Redikes, R. J. Keyes, B. Lax,* Appl. Phys. Letts. 3, 143 (1963).
37. *N. Holonyak, Jr.,* and *S. F. Bevaqua,* Appl. Phys. Letts. 1, 82 (1962).
38. *T. M. Quist, R. H. Rediker, R. T. Keyes* and *W. E Dray,* Bull. Amer. Phys. Soc., 88 (January 1963).

Fermi-folyadékok I.*

Fermi-rendszernek nevezzük az egymástól megkülönböztethetetlen Fermi—Dirac-statisztikát követő részecskékből felépülő rendszert, melyben az egyes részecskék kölcsönhatásban állnak egymással. Fermi-rendszernek tekintendő pl. az atommag, a maganyag, az atomok és molekulák elektronfelhője, a fémekben levő elektrongáz, a folyékony He^3, a csillagok belsejében levő neutron-anyag, stb. A Fermi-rendszerek vizsgálata már a kvantummechanika felfedezésének idején az érdeklődés homlokterébe került (az oszcillátor és a hidrogénatom kvantumelméletének felállítása után az érdeklődés azonnal a héliumatom problémája felé fordult) és a Fermi-rendszerek vizsgálata napjaink kutatási programjában is előkelő helyet foglal el.

* Az ATOMKI-ben 1965 januárjában tartott szeminárium sorozat rövidített anyaga. Megjelent az ATOMKI Közlemények VII. kötetének 1. számában, 1965.

Az alapvető probléma megállapítani a vizsgált rendszer H Hamilton-operatorának sajátértékeit. vagyis meghatározni a rendszer gerjesztési nívóit, E feladat megoldása a *kvantummechanikai többtest-probléma* célkitűzései közé tartozik. Landau elmélete pedig, amely jelenlegi megbeszéléseink tárgya, arra ad felvilágosítást, hogy hogyan lehet a rendszer fizikai jellemzőit és külső behatásokra való reagálását a gerjesztési nívók ismeretében meghatározni. A Landau-elmélet jelentősége igen nagy. Tegyük fel, hogy egy adott Fermi-rendszer, pl. 1 liter folyékony He^3 valamennyi energiasajátértékét meghatároztuk. Ez általában óriási, áttekinthetetlen adathalmaz. Ha most fizikai képet akarunk festeni arról, hogy tulajdonképpen milyen anyag ez a folyékony He^3, akkor Landau elméletét kell segítségül vennünk. Másrészt az energianívók kísérleti meghatározása sokszor közvetett úton,

egyéb fizikai tulajdonságok meghatározásán keresztül történik. A mért adatok és a rendszer gerjesztési nívói közti kapcsolatot a Landau-elmélet szolgáltatja.

Az elmondottakból következik, hogy a Landau-elmélet jelentősége igazában olyan rendszereknél domborodik ki, melyek gerjesztési spektruma valóban nagyon komplikált. Ezek a rendszerek a sok részecskét tartalmazó, tehát igen nagy szabadsági fokú rendszerek. Ezért is adta Landau az elméletének a *„Fermi-folyadékok elmélete"* elnevezést. E kategóriába tartozik pl. a fémekben levő elektrongáz, a folyékony He^3, a neutron-anyag és a hipotetikus maganyag. De a Landau-elmélet alkalmazása igen hasznos lehet egy viszonylag korlátozott számú részecskéből álló rendszer, pl. egy nehezebb atommag esetében is. A héjfizikában szerepe — úgy látszik, — minimális.

Mielőtt a Landau-elméletet megbeszélnénk, röviden át kell tekintenünk a legegyszerűbb Fermi-rendszer, az ideális Fermi-rendszer elméletét. Ideális rendszerben a részecskék között semmiféle kölcsönhatást nem tételezünk fel. Ilyen rendszerben minden egyes részecskéhez egy-egy kvantumállapot rendelhető. Az egyrészecske állapot jellemzésére a k indexet (kvantumszámot) vezetjük be. Az állapot energiáját $e(k)$-val jelöljük. Pl. atommagfizikában az ideális rendszer az atommag független részecske- vagy héjmodellje. Itt az egyes nukleonok egy $U(r)$ gömbszimmetrikus átlagpotenciálban mozognak és első közelítésben közöttük semmiféle kölcsönhatást nem tételezünk fel. Egy nukleon kvantumállapotát az n_r radiális kvantumszám, az l pályaimpulzusmomentum és a j összimpulzusmomentum kvantumszáma, az m_j mágneses kvantumszám és végül az m_t izospin kvantumszám határozzák meg:

$$k = n_r, l, j, m_j, m_t.$$

Az állapot energiája a gömbszimmetria és a töltésfüggetlenség miatt:

$$e = e(n_r, l, j).$$

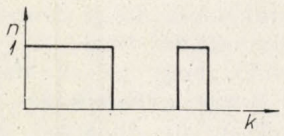
Egy másik fontos példa a kiterjedt Fermi-folyadékok esete. Itt az ideális rendszer egyes részecskéire semmiféle külső erőtér nem hat, egy részecske állapotát a $\hbar p$ impulzus és az m_s spinvetület határozza meg:

$$k = p, m_s.$$

Az állapot energiája az adott impulzushoz tartozó kinetikus energia:

$$e = \hbar^2 p^2 / 2m.$$

Az egész ideális Fermi-rendszer kvantumállapotát azzal írhatjuk le, ha megadjuk, hogy az egyes k egyrészecske állapotokhoz mekkora $n(k)$ betöltési szám tartozik. Mivel Fermi—Dirac statisztika van érvényben, ezért $n(k)$ vagy 0, vagy 1 lehet (1. ábra).



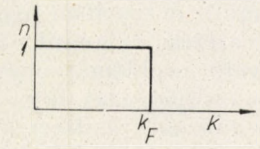
1. ábra

Az $n(k)$ eloszlással jellemzett állapotban rendszerünkben a részecskeszámot és az energiát a következő képletek adják meg:

$$N = \sum_k n(k) \quad \text{és} \quad E = \sum_k e(k)\, n(k).$$

Néhány szóval meg kell még beszélnünk az ideális rendszer alapállapotát Az ideális rendszer legmélyebb energiájú állapotához úgy jutunk, ha az N részecske az N legmélyebb energiájú egyrészecske állapotot tölti be. Ha a növekvő energiák szerint rendezett egyrészecske állapotok sorában az N-ediket k_F-el jelöljük, akkor az alapállapot eloszlásfüggvénye (2. ábra)

$$n_0(k) = \begin{cases} 1, & \text{ha } k \leq k_F; \\ 0, & \text{ha } k > k_F. \end{cases}$$



2. ábra

A $k \leq k_F$ állapotok összességét „Fermi-tengernek", a $k = k_F$ állapotot a Fermi-tenger tetejének nevezzük (3. ábra).



3. ábra

Amikor az ideális Fermi-rendszerről áttérünk a reális — tehát a részecskék közötti kölcsönhatást is figyelembe vevő — Fermi-rendszerre, akkor feltételezzük, hogy ez a kölcsönhatás csak fokozatosan, adiabatikusan épül ki a részecskék között. Landau az elméletét két, meglehetősen plauzibilis feltevésre alapozza. Az első feltételezés az, hogy a kölcsönhatás adiabatikus bekapcsolása folyamán az ideális rendszer valamennyi kvantumállapota a reális rendszer egy kvantumállapotába transzformálódik át. A kölcsönható rendszer így nyert állapotát az ideális rendszer megfelelő állapotának $\{n(k)\}$ eloszlásfüggvényével indexeljük. A reális rendszer energiája és részecskeszáma az $\{n(k)\}$ állapotban:

$$E = E\{n(k)\}; \quad N = \sum_k n(k).$$

(Az $E\{n(k)\}$ funkcionál alakja a részecskék közötti konkrét kölcsönhatástól függ.)

Megjegyzendő, hogy ez az alaphipotézisünk nem zárja ki annak a lehetőségét, hogy a reális rendszernek olyan új állapotai is fellépjenek, melyeknek az ideális rendszerben nincs megfelelőjük. Ezeket az új állapotokat kollektív gerjesztéseknek nevezzük. (Ilyen pl. a hangrezgés.)

A Landau-elmélet második alapfeltételezése az, hogy az ideális rendszer *alapállapota* a kölcsönhatás adiabatikus bekapcsolásával a reális rendszer *alapállapotába* transzformálódik át.

$$E_0 = E\{n_0(k)\}.$$

Landau elméletének ezen alaphipotéziseit intuitív úton állította fel, ma már viszont tisztán látjuk érvényességi körüket. A második alapfeltevés, nevezetesen az, hogy az ideális alapállapot a reális alapállapotba transzformálódik, az ún. normál rendszerek esetében áll fenn. *Normál* rendszer például egy nem szupravezető fém elektrongáza, a folyékony He^3 és a neutron-anyag, valamint a nuklidok legnagyobb része. *Nem normál* rendszerek a szupravezető és a ferromágneses rendszerek. Nincs eldöntve, hogy a végtelen maganyag normál rendszer-e. (A nem normál rendszerek kutatása az elmúlt évtizedben igen intenzíven folyt és a szupravezetési, valamint a ferromágneses jelenségek alapvető problémái nagyjából tisztázódtak. Érdemes megjegyezni, hogy ma az érdeklődés inkább a normál rendszerek felé fordul; a Landau-elmélet a kutatások kiindulópontja lett.) A többtest-probléma modern Green-függvényes módszerei az első alapfeltevés érvényességi határait is tisztázták. Kiderült, hogy ez a feltételezés az alapállapoton kívül csak az alapállapothoz közel eső, alacsonyan gerjesztett állapotokra igaz, tehát amelyekre:

$$n(k) = n_0(k) + \delta n(k),$$

ahol $\delta n(k)$ csak $k = k_F$ környékén különbözik zérustól. Ezt nagyon fontos mindig az emlékezetünkben tartani, nehogy a Landau-elméletet az érvényességi körén túl fekvő esetre alkalmazzuk. A reális rendszer egy alacsonyan gerjesztett állapotának energiáját már most *Landau* nyomán a következő alakban írhatjuk:

$$E = E_0 + \sum_k \varepsilon(k)\, \delta n(k) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{k_1 k_2} f(k_1, k_2)\, \delta n(k_1)\, \delta n(k_2) + \ldots$$

[Itt $\varepsilon(k) = \delta E/\delta n(k)$ és $f(k_1 k_2) = \delta^2 E/\delta n(k_1)\, \delta n(k_2)$. Természetesen $f(k_2 k_1) = f(k_1 k_2)$.] Megemlítjük, hogy az energiának a fenti „hatványsor" alakja nem minden rendszer esetén konvergens. Biztosan konvergens, ha a reális rendszer részecskéi közötti kölcsönhatás tisztán taszító jellegű, és biztosan divergál, ha a kölcsönhatás tisztán vonzó. Vegyes jellegű kölcsönhatás esetén (a természetben főleg ilyenek fordulnak elő) külön meg kell vizsgálni, hogy a Landau-féle sornak van-e értelme.

Ha a Landau-formulában $\delta n = 0$, akkor E az E_0 nullpont energiával egyezik meg. Vizsgáljuk most azt az esetet, amikor $\delta n(k)$ egyetlenegy $k > k_F$ állapotra 1, különben 0. Ez annak az esetnek felel meg, amikor az alapállapotban levő ideális rendszerhez még egy k állapotú részecskét adunk, majd bekapcsoljuk a kölcsönhatást. A reális rendszer ezen állapotát, *Landau* szóhasználatával élve, úgy jellemezhetjük, hogy a reális rendszer alapállapotához hozzáadtunk egy k állapotú *kvázirészecskét*. A reális rendszer energiája:

$$E = E_0 + \varepsilon(k)\,,$$

a nullpontenergiánál $\varepsilon(k)$-val több. $\varepsilon(k)$ tehát a kvázirészecske energiája. (Még egyszer emlékeztetünk arra, hogy a kvázirészecske fogalma csak a $k = k_F$ Fermi-nívó közelében értelmezhető!) Hasonló módon definiálható a kvázilyuk is: az ideális rendszerben a Fermi-nívó közelében egy $k < k_F$ állapotot betöltetlenül hagyunk, majd a kölcsönhatás bekapcsolásával a reális rendszerre térünk át. A kvázilyuk energiája: $-\varepsilon(k)$.

Most már könnyen értelmezhetjük a több kvázirészecskét (és lyukat) tartalmazó állapotokat is. Ugyanaz a $\delta n(k)$ függvény, mely az ideális rendszer gerjesztett állapotát írja le, jellemzi a reális rendszer állapotát, és a reális rendszerben a kvázirészecskék és lyukak eloszlását írja le. A reális rendszer alacsonyan gerjesztett állapotait tehát mint kvázirészecskékből és lyukakból álló híg gázt képzeljük magunk elé. A rendszer E energiája az E_0 nullponti energiából és a kvázirészecskerendszer

$$\delta E = \sum_k \varepsilon(k)\, \delta n(k) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\, \delta n(k_1)\, \delta n(k_2)$$

energiájából tevődik össze. Az első tag az egyes szabad kvázirészecskék energiájának összege, a második a kvázirészecskék kölcsönhatási energiája. (Egy kvázirészecske-pár kölcsönhatási energiája tehát $f(k_1 k_2)$.)

*

Összefoglalva, a Landau-elmélet a következő állításokon alapszik: A reális Fermi-rendszer alapállapota általában igen komplikált állapot, melyben az egyes részecskék mozgásának korrelációja magas fokú. Bizonyos esetekben, melyek az ún. normál rendszerek esetén valósulnak meg, az alacsonyan gerjesztett állapotok struktúrája egyszerű: egyértelműen kapcsolatba hozhatók az ideális Fermi-rendszer alacsonyan gerjesztett állapotaival. Mind az ideális, mind a reális rendszer gerjesztését a $\delta n(k)$ mennyiséggel, az eloszlásfüggvény variációjával jellemezhetjük. Az ideális rendszer gerjesztési energiája:

$$\delta E = \sum_k e(k)\, \delta n(k)\,,$$

a reális rendszeré pedig első közelítésben:

$$\delta E = \sum_k \varepsilon(k)\, \delta n(k).$$

A változás mindössze az, hogy az $e(k)$ egyrészecske-energia helyébe az $\varepsilon(k)$ kvázirészecske-energia kerül. Elképzelhető, hogy az ideális és reális rendszer igen hasonlóan viselkedik olyan fizikai tulajdonságok vizsgálatánál, melyek mérése csak az alacsonyan fekvő állapotokat gerjeszti. Valóban, tudjuk, hogy mind a fémek, mind az atommagok esetében az intuitíve felállított Fermi-gáz modell igen nagy sikereket könyvelhet el. (Kvantitatíve pontos eredmények eléréséhez azonban az szükséges, hogy a Fermi-gáz elektronjainak [nukleonjainak] tömegét a szabad elektron [nukleon] m tömege helyett egy m^* effektív tömeggel helyettesítsük. Ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a kvázielektronok [nukleonok] energiája $\varepsilon = p^2/2m^* + const.$ alakú.) Fordítva, a Fermi-gáz modellek sikere arra utal hogy a természetben valóban előfordulnak normál rendszerek.

A Landau-elmélet magasabb közelítésében figyelembe vesszük a kvázirészecskék kölcsönhatását is. Ekkor a reális rendszer gerjesztési energiája:

$$\delta E = \sum_k \varepsilon(k)\, \delta n(k) + \frac{1}{2} \sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\, \delta n(k_1)\, \delta n(k_2).$$

Egy kvázirészecske összenergiája pedig

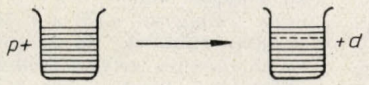
$$h(k) = \varepsilon(k) + \sum_{k'} f(kk')\, \delta n(k')$$

szerint a szabad kvázirészecske energiájából és a többivel való kölcsönhatásból épül fel.

*

A továbbiakban a Landau-elmélet fenomenológiai kifejtését adjuk. Az $\varepsilon(k)$ kvázirészecske energiát és az $f(k_1 k_2)$ kölcsönhatást adott mennyiségeknek tételezzük fel, és megvizsgáljuk, hogy különböző konkrét fizikai behatásoknak megfelelő $\delta n(k)$ eloszlásfüggvény variációk milyen δE energiaváltozással járnak. Ezúton illusztrálni tudjuk, hogy a Landau-féle kvázirészecske elmélet milyen sikerrel alkalmazható egy egész sor fizikai jelenség leírására, továbbá, hogy a reális rendszert jellemző fizikai paraméterek kvantitatíve meghatározhatók az $\varepsilon(k)$ és $f(k_1 k_2)$ mennyiségek ismeretében. A kvázirészecskékben, azok ε energiájában és f kölcsönhatásában olyan fogalmakkal ismerkedünk tehát meg, melyek a reális Fermi-rendszerek fizikájában alapvető szerepet játszanak.

Befejezésül azt kell megbeszélnünk, hogy hogyan lehet magukat az alapvető $\varepsilon(k)$ és $f(k_1 k_2)$ mennyiségeket meghatározni. E kérdés túlmegy a jelenlegi fenomenológiai tárgyalás keretein. Elvileg a reális Fermi-rendszer valamennyi gerjesztési energiája és így a kvázirészecskék $\varepsilon(k)$ energiaspektruma és $f(k_1 k_2)$ kölcsönhatása meghatározható a rendszer Schrödinger-egyenletéből. Ilyen irányú többtestproblémai kutatások az utóbbi években intenzíven folytak, s több különböző módszer született a feladat megoldására. Elsősorban *K. A. Brueckner* nevét kell említeni, az ő módszere tekinthető a legpontosabbnak. Az elméleti úton való kiszámítás mellett rendkívüli jelentősége van a kvázirészecske-energiaspektrum és kölcsönhatás kísérleti tanulmányozásának is. Az e téren történő vizsgálatok szintén igen intenzívek. Tekintsünk pl. egy (p,d) pick-up reakciót. A reakció folyamán a bombázó proton kiragadja a target mag egy neutronját és a target magban egy kvázineutron-lyuk jön létre (4. ábra).



4. ábra

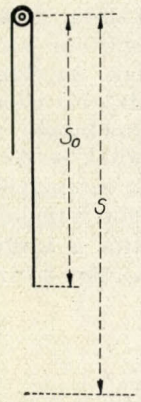
A kvázilyuk ε energiája a reakció energiamérlegéből meghatározható. Tudnunk kell azonban azt is, hogy ez a kvázilyuk a megfelelő ideális nukleonrendszer melyik k állapotához tartozik. Ennek megállapítása a target mag kezdeti és végállapotához tartozó „jó kvantumszámok" meghatározásával történik, mert ezek egyaránt alkalmasak az ideális és a reális rendszer állapotainak jellemzésére. (Ilyen jó kvantumszám pl. az impulzusmomentum, a paritás, az izospin, stb.) E mennyiségek meghatározása a deuteronon végrehajtott szögkorrelációs és polarizációs mérések végrehajtásával történik. Ha a magreakcióról ilyen értelemben teljes képet készítünk, ezzel tulajdonképpen $\varepsilon(k)$ mérését hajtjuk végre. A Fermi-rendszerek elméleti és kísérleti vizsgálatai ma, az alapállapot tanulmányozásán kívül, elsősorban a *Landau* által bevezetett $\varepsilon(k)$ kvázirészecske-energiaspektrum és $f(k_1 k_2)$ kölcsönhatás meghatározására irányulnak.

(Folytatása következik.)

Kisdi Dávid
Elméleti Fizikai Kutatócsoport
Budapest

Kiegészítés az 1965. évi Eötvös-verseny mechanikai feladatához

Az 1965. évi Eötvös-verseny 1. feladatában egy $S = 20$ méter hosszú, súlyos, hajlékony kötél volt átvetve egy kisméretű, hajlékony csigán úgy, hogy egyik oldalon $s_0 = 12$ méter hosszú darabja lógott le. A kötelet elengedjük. Az egyik kérdés, hogy mennyi lesz a kötél sebessége akkor, amikor alsó vége 16 méterre van a csiga alatt?



1. ábra

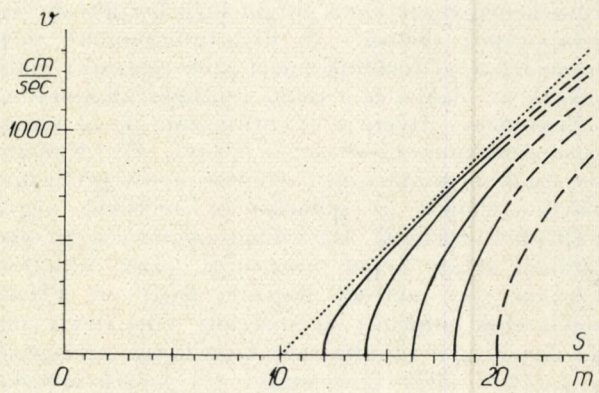
Azok a feladatok, amelyekben a sebességnek a helytől való függését kérdezik, általában könnyen oldhatók meg a mechanikai energiamegmaradás tételével. Határozza meg a kötél helyzetét alsó végének a csiga alatti s mélysége (1. ábra). Ha egyenlővé tesszük a kötél lejjebb jutott részének munkavégzését az egész kötél megszerzett mozgási energiájával, akkor azonnal megkapjuk a sebesség számára ezt az eredményt:

$$v = \sqrt{2g \cdot \frac{(s - s_0) \cdot (s + s_0 - S)}{S}}.$$

Ez a képlet csak $s_0 < s < S$ között érvényes. v függését s-től a 2. ábra folytonos vonalai tüntetik fel s_0-nak 12, 14, 16 és 18 méteres értékei mellett. Ha $s > S$, akkor függőleges lefelé hajításról van szó (2. ábra szaggatott vonalai).

Ha a mozgás adatainak az időtől való függését keressük, akkor alkalmaznunk kell az infinitezimális számítást. Előbbi sebességképletünk átalakítva:

$$\frac{ds}{dt} = k \cdot \sqrt{s^2 - Ss + s_0(S - s_0)}.$$



2. ábra

Itt $k = \sqrt{2\,g/S}$ rövidítő jelölés és azon idő felének reciprokát jelenti, amely alatt S mélységbe esik le egy test. A változók szétválasztása és integrálás után kapjuk (a $t = 0$, $s = s_0$ határfeltétel figyelembevételével) az utat mint az idő függvényét:

$$s = \frac{S}{2} + \frac{2s_0 - S}{2} \cdot \cosh kt.$$

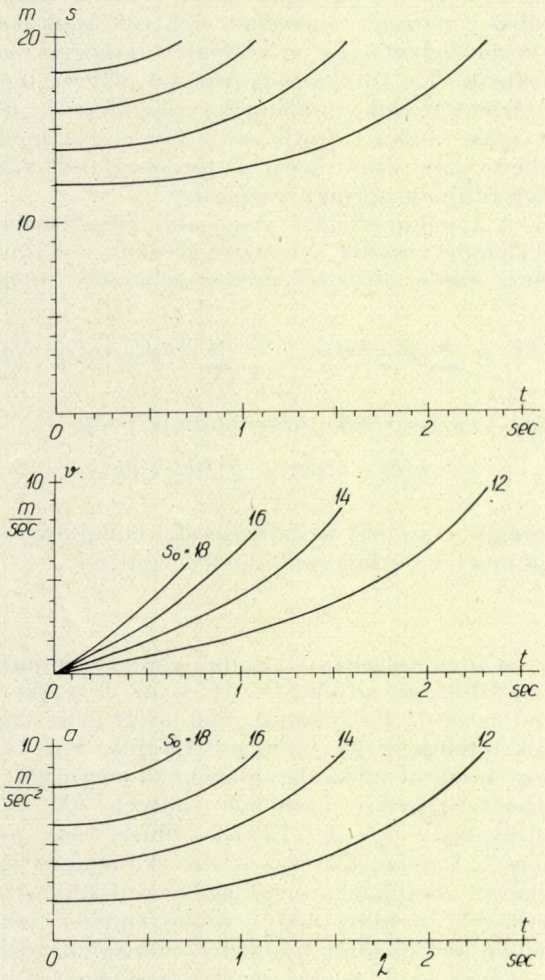
Az első differenciálás megadja a sebességet mint az idő függvényét:

$$v = \frac{k(2\,s_0 - S)}{2} \cdot \sinh kt,$$

a második differenciálással pedig a gyorsulást kapjuk meg mint az idő függvényét:

$$a = g \cdot \frac{2\,s_0 - S}{S} \cdot \cosh kt.$$

Mindhárom függést a 3. ábra tünteti fel 12, 14, 16 és 18 méteres indulási s_0-értékek mellett ($g = 10$ m/sec²). A képletek és görbék csak a mozgás azon részére vonatkoznak, amikor $s < S$.



3. ábra

A gyorsulásra és az útra vonatkozó képletek összehasonlítása mutatja, hogy s_0 kezdeti értékétől függetlenül

$$a = g \cdot \left(\frac{2}{S} \cdot s - 1\right),$$

vagyis a gyorsulás s út lineáris függvénye. Ezt az elemi úton is belátható összefüggést több versenyző használta fel a feladat megoldására.

Vermes Miklós

Beszámoló a trieszti „Nagyenergiájú és Elemi Részecskefizikai Szemináriumról"

1965. május 1 és június 30 között tartották meg Triesztben a Nemzetközi Atomenergia Ügynökség Nemzetközi Elméleti Fizikai Centrumában a második Nagyenergiájú és Elemi Részecskefizikai Szemináriumot. A szeminárium, mely jellegét tekintve átmenet volt egy konferencia és egy nyári iskola között, mint látható, különlegesen hosszú ideig tartott. A szeminárium célkitűzése ennek megfelelően kettős volt, egyrészt a tapasztaltabb és a fiatalabb kutatók közötti kontaktus megteremtése, részint előadások, részint személyes diszkussziók útján, másrészt, hogy a világ e téren vezető fizikusainak módot nyújtsanak egy hosszú és termékeny együttlétre, melyre egy-egy rövidebb konferencia alkalmával természetesen nincsen lehetőség. Ennek a szemináriumnak előde volt az 1962. évi, melyről a Fizikai Szemle 1963. évi 4. számában olvashattunk beszámolót.

A szeminárium igazgatója az intézet vezetője, Abdus Salam professzor volt, tudományos titkára Christian Fronsdal professzor. A résztvevők száma 120 körül ingadozott, de összesen körülbelül 170 fizikus jelent meg, ha nem is a teljes két hónapra. Fel lehet sorolni egy pár nevet a megjelent nevesebb fizikusokból, annak illusztrálásaképpen, hogy mennyire sikerült a szeminárium igazgatóságának az a célkitűzése, hogy minél nagyobb számban gyűjtse össze a világ vezető elemi részecske fizikusait: G. Bernardini, G. Feldman, S. Fubini, M. Gell-Mann, S. Glashow, W. Heisenberg, G. Källen, N. Khuri, H. Lipkin, S. Mandelstam, R. Marshak, A. Martin, P. Matthews, L. B. Okun, T. Regge, R. G. Sachs, J. Schwinger, D. V. Sirkov, L. Van Hove. A fentieken kívül is találkozhattunk sok ismert nevű tudóssal, kiket szintén ki lehetne emelni, akár csak az előbb említetteket.

Az előadásokat az intézet épületében, Piazza Oberdan 6. sz. házban, tartották. Ötször egy héten voltak előadások, délelőtt kettő, délután egy, valamennyi másfél órás. Ezen kívül két csoportban szemináriumok is folytak délutánonként. Az előadások legnagyobb része rövid volt, s adott tudományos eredményt ismertetett, kisebb részük előadássorozatokat alkotott, melyek egy szélesebb területet ismertettek részletesen. A centrum dolgozói mindent megtettek a szeminárium zavartalan lebonyolítása érdekében. Az előadások légkondicionált teremben folytak. a tájékoztatás kiváló volt. Az előadások nagy részéről xerox levonatokat készítettek, melyek különösen az első időkben a kézirat leadásától számított egy-két óra alatt készen voltak. A szeminárium résztvevői 29 országot képviseltek, szép számmal jelentek meg fiatal fizikusok a fejlődő ázsiai és afrikai országokból.

Az előadások összessége világos képet adott az elemi részecskefizika jelenlegi állásáról, problémáiról. Az előadások téma szerint két nagy csoportba oszthatók. A legtöbb előadás az elemi részecskék szimmetriatulajdonságaival foglalkozott. Ez a témakör most különösen nagy érdeklődésre tart számot a nagyenergiájú fizikával foglalkozó kutatók között. A tisztán belső, tehát téridő szerkezettől független, szimmetriák kérdése elvi szempontból lezártnak tekinthető. Általánosan elfogadott, hogy az elemi részecskék közelítőleg az SU(3) csoport ábrázolásai szerint transzformálódó téroperátorokkal írhatók le. Ezen a téren a leglényegesebb problémák technikai jellegűek: a szimmetriasértés magasabb rendjeiben kellene számolni tömegeket, csatolási állandókat és hatáskeresztmetszeteket, majd az eredményeket összehasonlítani a kísérlettel.

Egészen más a helyzet az úgynevezett magasabb szimmetriák esetén. Ezeket olyan csoportok írják le, melyek magukban foglalják az SU(3) csoportot, mint alcsoportot és a Lorentz csoportot, vagy annak egy részét. Az SU(3)-mal szemben sajnos az ilyen magasabb csoportokra nem lehet térelméleti modellt adni, csak a szórási mátrixra lehet értelmezni az invarianciát. Az egyik első ilyen irányú próbálkozás a Gürsey és Radicati által javasolt SU(6) csoport volt, melynek segítségével sikerült elméleti úton megmagyarázni a proton és neutron mágneses momentumának arányát, továbbá új tömegformulákat nyerni. A szemináriumon F. Gürsey (Törökország) és H. Lipkin (Izrael) beszéltek az SU(6) interpretálásáról és a belőle levezethető eredményekről.

Egy olyan csoport, mely a belső szimmetriacsoporton kívül a Lorentz-csoportot is tartalmazza, szükségképpen nem kompakt, mivel a Lorentz-csoport maga is egy nem kompakt csoport. Tekintve, hogy a nem kompakt csoportok elmélete nem túl széles körökben ismert, sőt nem is nagyon részletesen kidolgozott, több előadássorozat foglalkozott ezek elméletével, például Stein és Hermann amerikai matematika professzorok és Fronsdal norvég fizikus (ICTP) előadásai.

A. Salam és munkatársai (ICTP) ismertették az általuk kidolgozott SŰ(12) elemi részecske elméletet, Rühl német fizikus (CERN) az SL(6) csoport alkalmazásáról beszélt. Ezen csoportok szerepe még rengeteg megoldatlan problémát vet fel, melyekről H. Lipkin és S. Coleman (Egyesült Államok) professzorok beszéltek. Egy szórási mátrix, mely invariáns a fenti csoportok egyike által definiált transzformációkra, nem lehet unitér, ami ekvivalens a valószínűség nem megmaradásával. Az ilyen típusú szimmetriák tehát csak akkor egyezhetnek meg az elmélet egyéb követelményeivel, ha eleve nem exaktak. A szimmetriák sértésének mértéke elvileg automatikusan meghatározódik. Természetesen az adott csoport csak akkor „hasznos", ha ez a sértés kis mérvű. Sajnos egyes, az exakt szimmetriából levezethető eredmények erősen ellentmondanak a kísérleti adatoknak, ami kétségessé teszi ezen szimmetriák „hasznosságát".

A magasabb szimmetriák új interpretációjáról beszélt M. Gell-Mann (Egyesült Államok) és B. Lee (Egyesült Államok), akik az áramok algebrájának módszerével kapták meg ugyanazokat az eredményeket, mint amelyeket mások az SU(6) invariáns elmélet segítségével.

Több előadás foglalkozott a szimmetriák eredetével. J. Schwinger Nobel-díjas tudós (Egyesült Államok) és A. N. Tavkelidze (Dubna), aki a Bogoljubov professzor vezette kutatásokat ismertette, beszámoltak olyan elemi részecske modellekről, melyek három alapvető fermiontérből, a kvarkokból próbálják felépíteni az összes erősen kölcsönható elemi részecskét. A kvarkok megtalálásának kísérleti lehetőségeiről beszélt L. B. Okun szovjet fizikus.

Az előadások másik nagy csoportja térelméleti problémákkal foglalkozott. W. Heisenberg Nobel-díjas professzor (NSzK) beszámolt az ő és munkatársai által tanulmányozott térelméletben elért újabb eredményekről. Ezen az előadáson kívül ki lehet emelni H. J. Borchers (NSzK) előadását, aki az axiomatikus térelméletben ért el kiemelkedő új eredményeket. L. Van Hove (CERN), A. Martin (Franciaország) és N. Khuri (Libanon) a nagyenergiájú szórás elméletéről beszéltek, azon eredményekről és kísérleti igazolásukról, melyek az elmélet alapfeltevéseiből vezethetők le. Nishijima professzor (ICTP, Japán) igen érdekes előadást tartott kutatásairól, az összetett részecskék téroperátorának definíciójáról. J. Bros (CERN) beszámolt a H. Epsteinnel és V. Glaserrel együtt végzett kutatásokról, melyek során sikerült bebizonyítani a keresztezési szimmetriát az axiomatikus térelméletben.

Több előadás foglalkozott a „bootstrap" elméletekkel (R. Cutkosky és F. Zachariasen amerikai és B. M. Udgaonkar indiai professzorok), melyek úgy tekintik az elemi részecskéket, mint egymás kötött állapotait, és az ily módon nyert összefüggésekből vonnak le következtetéseket az elemi részecskék tulajdonságaira vonatkozólag.

A szeminárium végén a résztvevők egyöntetűen állást foglaltak az ilyen jellegű hosszabb szemináriumok helyessége mellett. Mindnyájan annak reményében utaztak el, hogy a Centrum a jövőben is megrendezi a Nagyenergiájú és Elemi Részecskefizikai Szemináriumot.

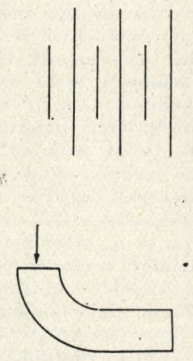
Surányi Péter

Az 1965. évi Eötvös-verseny

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1965. évi fizikai versenyét október 23-án tartotta. A verseny feladatai a következők voltak.

1. $S = 20$ méter hosszú, súlyos, hajlékony kötél egy kisméretű, súrlódás nélküli csigán van átvetve úgy, hogy az egyik oldalon $s_0 = 12$ méter hosszú darabja lóg le. A kötelet elengedjük. Mennyi a kötél sebessége akkor, amikor az alsó kötélvég a) 16 méterre, b) 40 méterre van a csiga alatt? $g = 1000$ cm/sec^2.

2. Hat kör alakú vezető fémlemezt helyezünk el egymás mellé, párhuzamosan. A szomszédosak közötti d távolság egyenlő és kicsiny a lemezek sugarához képest. A lemezek sugara váltakozva R és $2R$. A lemezek középpontjai a síkjaikra merőleges egyenesen vannak. Kapcsoljuk össze a lemezeket úgy, hogy a keletkező kondenzátor kapacitása maximális legyen! Mekkora ez a kapacitás? Hogyan helyezkednek el a töltések a lemezeken?



3. Adva van egy negyedkörben meghajlított vastag üveglemez, amely egyenes részben folytatódik. Mi a feltétele annak, hogy az egyik véglapra merőlegesen beeső fénysugár ne lépjen ki az üveglemez oldalfalain? (Csak a másik véglapon.) Csak a rajz síkjában haladó fénysugarakkal foglalkozzunk.

A versenyen a munkaidő 5 óra volt és bármely segédeszköz használata meg volt engedve. Összesen 106 versenyző szerepelt: Budapesten 48, Debrecenben 35, Szegeden 3, Miskolcon 7, Veszprémben 4, Egerben 6 és Pécsett 3. A verseny ezeken a helyeken egyidejűleg folyt le. Az 1965-ben érettségizettek versenyeztek, de versenyen kívül dolgozatot adott be Budapesten 34, Debrecenben 6, Szegeden 1, Miskolcon 1 és Veszprémben 12 középiskolai tanuló (összesen 54-en). Végeredményben 160 dolgozat került a bíráló bizottság elé. A budapesti versenyzők közül 35 tudományegyetemi természettudományi kari, 6 műegyetemi, 1 orvoskari egyetemi hallgató volt és 6 nem jár jelenleg egyetemre. A debreceniek közül 8 a tudományegyetem természettudományi karán, 24 az orvoskaron, 1 felső technikumban hallgató és 2 nem jár egyetemre. A szegediek természettudományi kari, a miskolciak és veszprémiek műszaki egyetemi hallgatók voltak. Egerben és Pécsett tanárképző főiskolai hallgatók jelentkeztek a versenyre. A versenyzők között 25 leány szerepelt (Budapesten 8, Debrecenben 8, Szegeden 1, Egerben 6, Pécsett 2).

A versenyzők létszáma a tavalyinak majdnem kétszerese volt. Hasonlóan a tavalyi versenyhez Budapesten kevés műszaki egyetemi, Debrecenben sok orvoskari egyetemi hallgató szerepelt és kevés volt a szegedi versenyző. A dolgozatok minősége nem érte el a tavalyi szintet és minden eddiginél feltűnőbb volt a vidéki versenyzők gyenge szereplése. A 48 budapesti versenyző közül az első feladatot 20-an, a másodikat 5-en, a harmadikat 5-en oldották meg, tehát az 1 főre jutó megoldások száma 0,6. Az 58 vidéki versenyző részéről együttvéve mindössze 4 eredményes feladatmegoldás érkezett (0,07-es átlag). Jobban szerepeltek a gimnáziumi tanulók: a 34 budapesti középiskolás közül az 1., 2. és 3. feladatra 10, 10 és 6 eredményes megoldás érkezett (0,8-as átlag), a 20 vidéki középiskolástól pedig 6 eredményes feladatmegoldás származik (0,3-es átlag).

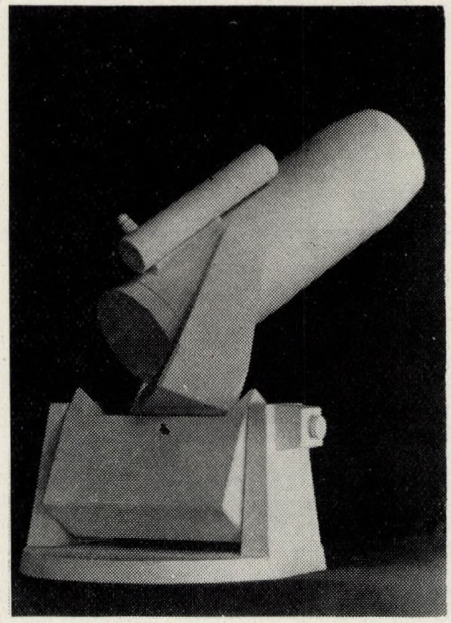
Első díjat kaptak *Gnädig Péter* honvéd, aki a budapesti Táncsics Mihály gimnáziumban érettségizett mint Henter Lászlóné tanítványa és *Juvancz Gábor*, a budapesti Eötvös Loránd Tudományegyetem természettudományi karának fizikus hallgatója, aki a budapesti Fazekas Mihály gimnáziumban érettségizett mint Fábián Zoltán és Wiedemann László tanítványa. Mindegyikük megoldotta mind a három feladatot. Két feladat szép megoldásáért dicséretet kaptak könyvjutalommal *Szalay Mihály*, a budapesti Eötvös Loránd Tudományegyetem természettudományi karának matematika-fizika szakos hallgatója, aki a budapesti Vörösmarty Mihály gimnáziumban érettségizett mint Csekeő István tanítványa és *Várhegyi Gábor*, a Budapesti Műszaki Egyetem vegyészmérnök hallgatója, aki a budapesti Bolyai János gimnáziumban érettségizett mint Münster Tiborné tanítványa. A versenyen kívül szereplő gimnáziumi tanulók közül mindhárom feladat megoldásáért dicséretet kaptak (könyvjutalommal) *Herényi István* (budapesti I. István gimnázium IV. o., tanára Cserép Lajos), *Lovász László* (budapesti Fazekas Mihály gimnázium IV. o., tanára Szalay Béla és Wiedemann László) és *Tüttő Péter* (budapesti Eötvös József gimnázium IV. o., tanára Veres Mihályné).

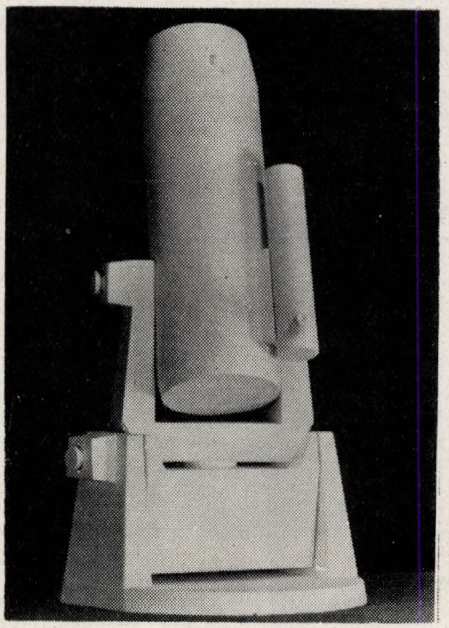
Az eredményhirdetés középiskolai fizikai délután keretében november 20-án ment végbe Budapesten az egyetemi fizikai intézet nagy előadótermében. Vermes Miklós a feladatok megoldását ismertette, azután a nyertesek átvették jutalmukat.

Az évek óta kialakult szokás szerint az Eötvös verseny eredményének kihirdetése után megtörtént a díjkiosztás a *Középiskolai Matematikai Lapok fizika pontversenyén* is. A *„Gyakorlatokra"* az általános iskolák tanulói és a középiskolák I. osztályának tanulói küldték be megoldásaikat. A *„Feladatok"* három csoportjában a középiskolák II., III. és IV. osztályának tanulói versenyeztek. Egy-egy feladatra 20—150 megoldás érkezett. A versenyben résztvett 102 iskola 389 tanulója. Közülük 345 volt fiú, 44 lány. A budapesti iskolák száma 44, általános iskola 13, technikum ugyancsak 13. Az osztályok szerinti megoszlás a következőképpen alakult: ált. isk. 8. oszt: 46, középiskola I. oszt.: 54, II. oszt.: 100, III. oszt.: 100, IV. oszt.: 89. A különböző kategóriákban első helyezést értek el a következők: Herendi Ágnes (Bp. V. Nádor u. Ált. Isk.), Babai László (Bp., Fazekas M. g.), Marossy Ferenc (Bp., Fazekas M. g.), Szalay Sándor (Debrecen, Kossuth Lajos Te gyak. g.), Herényi István (Bp., I. István g.), Pátkai Péter (Bp., Kandó K. techn.), Vicsek Tamás (Bp., Radnóti M. g.), Szász András (Bp., Radnóti M. g.), Gnädig Péter (Bp., Táncsics M. g.), és Szőrényi Miklós (Pécs, Széchenyi I. g.). A felsoroltakon kívül még számos tanuló kapott könyv ill. pénzjutalmat és dicsérő oklevelet. A díjakat a Lapkiadó Vállalat adományozta és a Középiskolai Matematikai Lapok Fizika Rovatának szerkesztője osztotta ki a nyerteseknek.

A mesterséges holdak megfigyelése egy budapesti nemzetközi konferencia programján

A mesterséges holdak nemcsak a légkör és a világűr határán mozognak, hanem — képletesen — egyúttal több tudomány nehezen definiálható határvonalán is. Megfigyelésük például csillagászati feladat, de a leszűrhető eredmények a Föld gravitációs terére, légkörének szerkezetére és összetételére, tehát a földtudományokra vonatkoznak. A mesterséges holdak megfigyelésén alapuló tudományos eredményekről rendezett konferenciák tehát szükségképpen heterogén jellegűek és a kis létszám ellenére erősen differenciáltak. Ugyanakkor a megfigyelési anyag gyűjtése olyan szoros nemzetközi együttműködést kíván a tudományos programokban résztvevő intézmények (csillagászati, geofizikai, geodéziai intézetek és tanszékek) részéről, hogy a mesterséges holdak megfigyelése a szocialista akadémiák egyik legjobban koordinált közös kutatási programjává vált.





A Zeiss Művek új, négytengelyű, Schmidt-rendszerű, szputnyikkövető távcsövének modellje két különböző helyzetben.

E témakörben a Szovjetunió 1961 óta évről évre rendezett tudományos tanácskozással egybekötött nemzetközi értekezletet, de határain kívül most első ízben került sor ilyen összejövetelre. A konferenciát 1965. október 14. és 16. között Budapesten, az Eötvös Fizikai Társulat előadótermében, 17-én a bajai Csillagvizsgáló Intézetben tartottuk. A Szovjetunió 21, az NDK 7, Csehszlovákia 6, Románia 5, Lengyelország 4, Bulgária 3, Franciaország és Olaszország 2—2, Hollandia, Svédország, Finnország és az USA 1—1 küldöttel képviseltette magát. A nyugati kollégák megnövekedett száma (legutóbb Rigában még csak hárman voltak) jelzi az érdeklődés fokozódását a mesterséges holdak megfigyeléséből származó eredmények iránt.

A konferencia első napján Bognár Géza akadémikus és Detre László lev. tag üdvözlő szavai után Maszjevics professzor, a konferencia elnöke nyitotta meg a hivatalos beszámolók sorát az 1965-ben végzett munkáról. Ezután 12 előadás hangzott el a légsűrűség hirtelen változásainak kimutatását célzó, ún. Interobs programról. A programot Ill Márton (Baja) kezdeményezte és koordinálja, rendszeresen megjelentetve a résztvevő országok 25—30 megfigyelőállomásáról hozzá beküldött megfigyeléseket. Ezek egybevetése és összesített kiértékelése lehetőséget ad a holdak egyes pályaelemeinek kiszámítására, a pályaelemváltozások viszont elsősorban a légsűrűség pillanatnyi ingadozásaival függnek össze. A légsűrűség és a naptevékenység közti kapcsolat tisztázása az Interobs-program végső célkitűzése. Az 1963—64-es megfigyelési anyag feldolgozásának első eredményeiről számolt be a konferencián Kaszimenko (Moszkva), Pál (Kolozsvár), Baran (Olsztyn), Ill (Baja), Illés és Almár (Budapest). Noha sikerült bizonyos összefüggéseket találnunk a holdak drakonikus periódusának hirtelen lecsökkenése és a naptevékenység között, a különböző módszerek részben ellentmondó eredményekre is vezettek. Zsongolovics leningrádi professzor javasolta további momentán pályaelemek meghatározását a rendelkezésre álló anyagból, Lozinszkij (Moszkva) pedig új módszert ajánlott a keringési idő meghatározására egyetlen állomásról végrehajtott megfigyelések alapján. Az Interobs-programról rendezett külön megbeszélésen többek között határozat szü-

letett a nyugati megfigyelőállomások önálló Interobs-hálózatba rendezéséről, és a lengyel, német és bolgár számítóközpontok bekapcsolásáról az efemeriszekkel (a megfigyelők részére küldött előrejelzésekkel) való ellátás nehéz feladatába. Egységes vélemény szerint az Interobs program folytatása, sőt kiterjesztése kívánatos, mivel ez ad egyedül lehetőséget a felsőlégkör hirtelen változásainak vizsgálatára a megkövetelt időbeli felbontással.

Egy napot foglalt le az a 12 előadás is, amely a „kozmikus geodézia" témakörével foglalkozott. A mesterséges holdakat kiemelkedő háromszögelési pontként alkalmazó programok ugyancsak túljutottak az egyszerű adatgyűjtés stádiumán. A Pulkovóban kezdeményezett „kozmikus háromszögelési" program (koordinátora Scsegoljev) évente kétszer szervez megfigyelési kampányokat, melyek során elsősorban Kelet-Európában felállított fotokamerák kváziszinkron felvételeket készítenek az Echo léggömbholdakról. Az együttműködés eredményeképp a bemérő állomások helyzete egységes koordinátarendszerben 50—60 méternyi hibával adódik. Miután a próbamérésekre és az első kampányok kiértékelésére sor került, 1964 végén újabb állomások kapcsolódtak be Ázsiában és Afrikában (a Mali Köztársaságban dolgozó szovjet geofizikai expedíció). A végső cél ugyanis egyes nehezen megközelíthető földrajzi helyek (szigetek, Antarktisz stb.) gyors és

viszonylag olcsó bekapcsolása az egységes térképészeti hálózatba. A konferencián többek között Pachelski számolt be a lengyel Számítástechnikai Központban Riga, Poznan, Ungvár, és Nikolajev megfigyelőállomásainak helyzetére kapott eredményeiről. E programmal egyidejűleg Arnold potsdami geodéta kezdeményezésére speciális fotokamerákkal 1 : 120 000 pontossággal meghatározták a Potsdam—Bukarest azimutot. A konferencián összefoglaló előadás hangzott el a Smithsonian Observatory „Standard Earth" programjáról is, amely egyetlen ellentmondásmentes földmodellben kívánja összegezni a kozmikus geodéziai mérések eredményeit.

Új színfoltot képviseltek a konferencián a fotometriai előadások. A mesterséges holdak fényváltozási periódusának ingadozásait a változó csillagoknál kifejlesztett módszerekkel analizálva, Grigorjevszki (Kisinyev) érdekes összefüggéseket talált a rotáció fékeződése és a naptevékenység között. Link professzor beszámolt a Prága melletti obszervatórium új, speciális fotoelektromos berendezésével az Echo holdak árnyékbalépésekor kapott fénygörbékről. Ezek analízise lehetőséget ad a légkör pillanatnyi ózoneloszlásának és aeroszol tartamának meghatározására.

A további előadások közül említést érdemel a Műegyetem Rakétatechnikai Diákkörének beszámolója az OSCAR—3 amerikai híradástechnikai hold rádiómegfigyeléseiről, és a bajai csillagvizsgálóban elkészített új, glimmlámpás kronográf ismertetése. Ugyancsak Baján került sor a jénai Zeiss Művekben építés alatt álló négytengelyes, Schmidt-rendszerű, univerzális megfigyelőtávcső terveinek bemutatására (1. és 2. ábra). Ez a műszer azáltal, hogy bármely égi kör mentén tetszőleges (változó) szögsebességű mozgásra beprogramozható, követni tudja a mesterséges holdak gyors mozgását az égen. A felvételek során a fókuszsíkban elhelyezett fényképlemez hol a csillagokhoz, hol a mesterséges holdhoz képest van pillanatnyi nyugalomban, ezért halvány szputnyikok pontszerű leképezését (és a kép helyzetének kimérését) teszi lehetővé. A műszer prototípusa a soronkövetkező, potsdami konferencián kerül bemutatásra.

A jövő évi feladatok megbeszélésére a Tudományos Akadémián rendezett értekezleten került sor. Budapesten és Baján a tudományos ülések mellett lehetőség nyílott ismerkedésre, városnézésre is. Az egész programot jólsikerült kétnapos mátrai—bükki autóbuszkirándulás fejezte be. A konferencia hatására — tényeken lemérhetően — új lendületet kapott Magyarországon az űrkutatás ezen kevéssé látványos, de szerény eszközökkel is művelhető ága, a mesterséges holdak megfigyelése.

Almár Iván
MTA Csillagvizsgáló Intézete

KÖNYVSZEMLE

Könyvankét

A Magyar Tudományos Akadémia III. osztálya és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat közös ankétot rendezett Mátrainé Zemplén Jolán: A magyarországi fizika története 1711-ig (1961) és A magyarországi fizika a 18. században (1964) c. könyveiről. Az ankét egész lefolyása élénk bizonyíték amellett: mennyire nincs éles határ humán és természettudományos kultúra közt, pontosabban, hogy ezek a valóságban mennyire egységbe ötvöződnek.

Már az ankéton felszólalók „foglalkozás szerinti megoszlása" is bizonyíték e mellett: az ankét bizonysága szerint Mátrainé magyarországi fizikatörténete iránt érdeklődést mutatnak nemcsak a fizikusok, fizikatörténészek, kémiatörténészek, hanem az ankéton filozófus, történész, irodalomtörténész is felszólalt.

Hegedüs Géza író azt fejtegette, hogy Mátrainé Zemplén Jolán könyveinek megjelenése óta nem lehet többé úgy írni a 17—18. századról, hogy fel ne üsse az ember Zemplén Jolán könyveit: mit tudott, mit tudhatott akkor valaki nálunk a természetről, a természet törvényeiről. Makkai László történész kandidátus azt mondta, hogy ha Zemplén Jolán könyvei a fizikus számára *érdekesek*, akkor a történész számára *izgalmasak*: a felvilágosodás jelentősége, a Habsburg-kultúrpolitika és gyarmatosító politika haladó és reakciós oldalainak árnyalt értékelése sokkal teljesebbé vált Zemplén Jolán munkássága által. „Mi történészek ezért a két kötetért . . . rendkívül nagy hálával tartozunk, mert olyan területen kalauzolnak el minket, amihez mi szakmai korlátoltságunknál fogva . . . nem is tudnánk behatolni és így nem tudnánk történelmünkből fontos dolgokat megérteni."

A kultúra egységének bizonyítéka: magyarország *fizika*története volt a tárgyalt mű, és a hazai általános történelem szempontjából hangoztatták jelentőségét.

Zemplén Jolán könyveinek egyetemes fizikatörténeti jelentőségéről szólva Biró Gábor (ÉKME Kísérleti Fizikai Tanszék) hangsúlyozta: a tudományok története nemcsak a nagy felfedezések és új gondolatok létrejöttének története, hanem szorosan hozzátartozik az új felfedezések és gondolatok *elterjedés*ének története is, ami által a tudomány fejlődésének finom-mechanizmusa, finom-szerkezete is feltárul. Több példával illusztrálta: mennyiben jelentenek Zemplén Jolán kutatási eredményei ilyen szempontból előrelépést az egyetemes fizikatörténeti kutatás számára.

Abonyi Iván (ELTE Elméleti Fizikai Intézet) a fizikusoknak Zemplén Jolán kutatásai iránti érdeklődéséről és a fizikatörténeti oktatás szakmai jelentőségéről beszélt.

Müller Antal (MTA Filozófiai Intézet) arról szólt a többi között, hogy a fizika világnézeti kérdései nem a modern fizikával kezdődnek, és ebből a szempontból méltatta Zemplén Jolán könyveit.

A vitában felszólalt még Tettamanti Károly professzor (BME Vegyipari Műveletek Tanszék) és Szőkefalvi Nagy Zoltán kémiatörténész (Egri Pedagógiai Főiskola).

A vitavezető Kovács István akadémikus (BME Atomfizikai tanszék) azzal zárta az ankétot, hogy jóllehet Zemplén Jolán munkássága iránt érdeklődést mutatnak a kultúrtörténet különböző területein dolgozó szakemberek, mégis elsősorban a fizikusok számára fontosak fizikatörténeti kutatásai.

A jól sikerült ankét mintaszerű szervezéséért elismerést érdemelnek annak előkészítői. *B. G.*

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

Szupravezető tellur. A tellur közönséges hőmérsékleten és nyomáson félvezető, de ha 20 000, ill. 30 000 kg/cm² nyomás alá helyezik, ellenállása század-, ill. hatszázadrésznyire csökken. Legutóbb *B. T. Matthias*, a kaliforniai egyetem munkatársa és *J. L. Olsen*, a svájci Szövetségi Műszaki Főiskola kutatója arról számoltak be, hogy a tellur 50 000 kg/cm² nyomáson és 3,3 Kelvin fok hőmérsékleten szupravezetővé válik. Ugyanezen feltételek mellett a szupravezető állapot 100 oersted erősségű mágneses tér alkalmazása esetén megszűnik. Ez az első szupravezető, amelyet a periódusos rendszer 6A csoportjában találtak. (La Nature — Science Progrès, Mars 1965, p. 92.)

Gy. G.

Neutrinók az aranybányában. A *Pauli*tól 1930-ban — a mechanika alapvető megmaradási tételeinek „megmentésére" — feltételezett neutrinó okozta magátalakulást 1956-ban sikerült első ízben megfigyelni. Pontosabban szólva az antineutrinóval kiváltott $\bar{\nu} + d \rightarrow 2\,n + e^+$ reakciót mutatta ki ekkor *Reines* és *Cowan*. A felhasznált neutrinók mesterséges eredetűek voltak: az Egyesült Államok Atomenergiabizottságának egyik nagy magreaktorából származtak. (A reaktorban antineutrinók nagy számban keletkeznek a hasadási termékek bétabomlásakor.)

Most arról érkezett hír, hogy *Frederick Reines* kutatócsoportja a dél-afrikai Johannesburg közelében egy aranybánya mélyén berendezett laboratóriumban 1965. február 23-án első ízben mutatott ki természetes (a kozmikus sugárzás részecskéi által keltett) neutrinó okozta magátalakulást. E kísérletek célja azon müonok detektálása, amelyeket a kozmikus sugárzás által a földi légkörben létrehozott neutrinók a laboratórium környezetében található sziklák atommagjaival kölcsönhatásba lépve keltenek.* A müonok detektálására 36 folyadékkal töltött szcintillációs számláló szolgál, melyek egy vízszintes alagút két fala mentén helyezkednek el, mintegy 110 lábnyi távolságon. A 36 számláló 4400 gallon ásványolajat tartalmaz, melyben szcintilláló anyagot szuszpendáltak. A nagy energiájú töltött részecskék okozta kis felvillanásokat fényérzékeny fotoelektron-sokszorozó csövek regisztrálják. Csak azokat a müonokat számlálják, amelyek áthaladnak az alagút két szemközti oldalán; ezekről feltehető, hogy neutrinó okozta magátalakulásban keletkeztek. Sok olyan müon is áthalad az alagúton, amelyeket a kozmikus sugárzás a légkörben hozott létre, ezek azonban függőleges irányban haladnak és így csak az alagút egyik oldalán eredményezhetnek szcintillációt. *Reines* csoportja eddig összesen hét neutrinót észlelt. Más kutatócsoportok is végeznek kísérleteket földalatti laboratóriumokban természetes neutrinók kimutatására. A dél-indiai Kolar aranymezőn dolgozó indiai—japán—angol csoport kb. egy hónappal az első dél-afrikai esemény után észlelt először neutrinót. *(Sci. Am.* 1965. október.)

Gy. G.

Örvény a lefolyóban. A genfi tó partján nyaraló, természettudományosan iskolázott milliomost — kezdődik az ismert tréfás-találós rémtörténet — elrabolják és megkötözve, bekötött szemmel, elkábítva repülőgére rakják. A hosszú repülőút után elrablói egy luxusvillába viszik, s amikor visszanyeri eszméletét, a gáztűzhelyhez láncolva találja magát. A lánc hossza megengedi, hogy a lakásban körbejárjon, így eljuthat pl. a fürdőszobába; majd a szalonba lépve az asztalon üzenetet talál. Szabadságát visszaszerezheti — olvassa — milliós váltságdíj árán, de úgy is (a mesebeli banditák a pénz mellett láthatóan a tudományt is becsülik, s készek az elme találékonyságát jutalmazni . . .), ha választ ad a kérdésre: három város, Los Angeles, Cambridge és Sydney közül melyikben tartják fogva elrablói. A milliomos rövidesen újra zavartalanul élvezi szabadságát és csorbítatlan vagyonát . . .

(Megfejtés: Sydney)

A forgó Földhöz rögzített koordinátarendszerben fellépő Coriolis-féle tehetetlenségi erő hatását számos ismert jelenség mutatja. Ilyen pl. az Eötvös-jelenség (a nyugati, ill. keleti irányban mozgó azonos tömegű testek súlykülönbsége) vagy a szabadon eső testek pályájának eltérése a függőlegestől kelet felé. Coriolis-erő hat a Foucault-ingára, vagy pl. a lövedékre, az északi féltekén jobbra, a délin balra igyekezvén azt eltéríteni. Ez az erőhatás okozhatja az $\left\{\begin{matrix}\text{északi}\\ \text{déli}\end{matrix}\right\}$ féltekén (egyirányú forgalom esetén) a vasúti sínpárok $\left\{\begin{matrix}\text{jobb}\\ \text{bal}\end{matrix}\right\}$ sínjének erősebb kopását s azt, hogy a folyók vize a $\left\{\begin{matrix}\text{jobb}\\ \text{bal}\end{matrix}\right\}$ partot erősebben mossa (*Baer* törvénye). A Coriolis-erő következménye, hogy a ciklon az $\left\{\begin{matrix}\text{északi}\\ \text{déli}\end{matrix}\right\}$ féltekén általában az óramutató járásával $\left\{\begin{matrix}\text{ellenkező}\\ \text{egyező}\end{matrix}\right\}$ értelmű (Buys-Ballott-féle törvény).

Közismert jelenség, hogy a fürdőkádból leeresztve a vizet, a lefolyó körül örvény alakul ki. Újra meg újra találkozhatunk a nézettel, hogy ez az örvény is a földforgás okozta Coriolis-erő hatását mutatja, mely a víz részecskéit az $\left\{\begin{matrix}\text{északi}\\ \text{déli}\end{matrix}\right\}$ félgömbön $\left\{\begin{matrix}\text{jobb}\\ \text{bal}\end{matrix}\right\}$ felé eltérítve, az $\left\{\begin{matrix}\text{északi}\\ \text{déli}\end{matrix}\right\}$ félgömbön az óramutató járásával $\left\{\begin{matrix}\text{ellenkező}\\ \text{egyező}\end{matrix}\right\}$ értelemben forgó örvényt eredményez. (Ennek a jelenségnek a segítségével nyerte vissza szabadságát a találós mese milliomosa, ki megfigyelve az óramutató járásával egyező értelmű örvényt a lefolyóban, kiválaszthatta a három város közül azt az egyet, amely a déli féltekén fekszik.) De kételyekkel is találkozunk, melyek szerint a Coriolis-erő hatása más perturbációké mellett háttérbe szorul, és így mindkét félgömbön mindkét értelemben forgó örvény kialakulhat. *Ludwig Prandtl* például, a folyadékok mechanikájában a legnagyobb szaktekintélyek egyike, arra a következtetésre jutott, hogy „minden ilyen esetben (amikor örvény alakul ki), a folyadéknak már előzőleg cirkulációt kellett végeznie". Valóban, a víz meglepően hosszú időn át „emlékszik" arra, hogy milyen irányú volt a cirkuláció, miközben a kád megtelt. Több órával az után, hogy a kádat megtöltötték, a lefolyó körül kialakuló örvény forgásának értelme megegyezik a feltöltés közben kialakult cirkulációéval. Szerepe van ezen kívül az örvény kialakításában a lefolyócső alakjának.

Néhány évvel ez előtt *A. H. Shapiro*, a cambridgei Massachusetts Institute of Technology kutatója kísérletsorozatában a kád kiürítése előtt több napot szánt arra, hogy a víz teljes nyugalomba kerüljön. A kialakuló örvény forgása minden esetben az óramutató járásával ellenkező értelmű volt. Most Sydney egyetemének öt kutatója *(Lloyd M. Trefethen, R. W. Bilger, P. T. Fink, R. E. Luxton* és *R. I. Tanner)* adott hírt hasonló kísérletsorozatról a *Nature* c. folyóiratban. Kísérleteiket *Shapiro* kísérletsorozatának mintájára végezték. Tartályuk átmérője hat láb, magassága kilenc hüvelyk volt, a lefolyócső a középen helyezkedett el. A tartályt hét hüvelyk magasságig töltötték fel, úgy irányítva a töltő gumicsövet, hogy a víz a töltés közben az óramutató járásával ellentétes értelemben cirkuláljon. Azokban az esetekben, amikor a nyugalom elérésére 18 óránál hosszabb időt hagytak, a kialakuló örvény forgásának értelme kivétel nélkül mindig az óramutató járásával egyező volt. Minden esetben kb. 11 perc elteltével jelentkezett a forgás. Ez kb. fele annak az időnek, ami alatt a tartály kiürült.

*Megjegyezzük, hogy itt a neutrinó müon-rekciókban résztvevő fajtájának (az un. müon-neutrinónak vagy neutrettónak) kimutatásáról van szó, míg a fent említett Reines-Cowan-féle kísérletben az un. elektron-neutrinót detektálták.

Összefoglalásképpen ezeket írják az ausztráliai kutatók: „Sohasem lehet bebizonyítani, hogy a cirkulációt, melyet megfigyeltünk, nem valamiféle kicsiny légáramlás okozta, vagy azt, hogy *Shapiro* eredményei nem egy hasonló, de ellentétes irányú légáramlás következtében adódtak ... Mindazonáltal, megerősödött bizalmunk a feltevés iránt, mely szerint gondosan elvégzett kísérletek a déli féltekén azt adják, hogy egy tartályból kifolyó folyadék az óramutató járásával egyező értelmű forgásba jön." *(Sci. Am.* 1962. november; 1965. november.)

Gy. G.

Az általános relativitáselmélet verifikálására javasolt radarkísérlet. *I. Shapiro* amerikai fizikus új csillagászati kísérletet javasol az általános relativitáselmélet következményeinek vizsgálatára. Annak az időnek igen pontos mérését javasolja, amelyre a Földről kibocsátott radarimpulzusnak szüksége van ahhoz, hogy eljusson valamelyik belső bolygóra (a Vénuszra vagy a Merkurra) s azon reflektálódva visszajusson a Földre. Ha a szóban forgó bolygó és a Föld felső együttállásban vannak (azaz a Nap két ellentétes oldalán helyezkednek el), a radar-nyalábnak a Nap szomszédságában kell elhaladnia. A Földön tartózkodó észlelő megítélése szerint a Nap erős gravitációs terében lassabban múlik az idő s ez a radar-jel futási idejét megnöveli. A számítás szerint a növekedés tízezred másodperc nagyságrendű, ha a radar-jel útja oda-vissza néhány percig tart. A radar-technikában csak a legutóbbi időben vált lehetővé ilyen rövid időközök mérése. *Shapiro* ezen kívül rámutat arra, hogy az ilyen mérések pontossága lehetővé tenné, hogy a bolygópálya különböző pontjaiból érkező radar-„visszhangot" összegyűjtve, az eddiginél pontosabb értékeket nyerjünk a pálya paramétereire. Ez szükséges is ahhoz, hogy ismerjük a pontos Föld—Bolygó távolságot a kísérlet pillanatában s így lássuk, eltér-e a futási idő a „klasszikus" értéktől: a megtett út és a fénysebesség hányadosától. Tisztában kell lennünk ezen kívül azokkal az esetleges hibaforrásokkal, amelyek elfedhetik a keresett hatást. A legfontosabbnak a bolygóközi térben jelen levő elektronok látszanak, melyek sűrűsége elég nagy lehet ahhoz, hogy a radar-jel terjedését kissé perturbálják. Ez a futási idő megnövekedésére vezet. Ez a hatás azonban, ellentétben az általános relativitáselméletből következő megnövekedéssel, frekvenciafüggő. Ha a frekvencia elég nagy, úgy ez a zavaró hatás elenyészővé válik. A két bolygó légkörének és ionoszférájának szerepe nem látszik lényegesnek. Végül a bolygófelszín domborzatában mutatkozó esetleges 60 km-es szintkülönbség okozhat a kimutatni kívánttal azonos nagyságrendű késést, az ilyenek létezése azonban kevéssé valószínű. *Shapiro* véleménye szerint az M. I. T. építés alatt álló radar-berendezése alkalmas lesz a kísérlet elvégzésére. Érdekes megemlíteni, hogy míg az általános relativitáselmélet korábbi három csillagászati igazolása (perihélium-elfordulás, fény-eltérítés, vörös-eltolódás) „egyszerű" megfigyelésen alapult, ebben az esetben valódi *csillagászati kísérlet* elvégzésére kerülne sor. (La Nature — Science Progrès, Mars 1965.)

Gy. G.

A rádiócsillagászat védelmében. Az *Interunion Commission on Frequency Allocations for Radio Astronom and Space Science* (IUCAF) és az *International Radio Consultative Committee* (CCIR) ismételten foglalkozott bizonyos frekvenciatartományok védelmével a rádiócsillagászat céljára. Az 1965 februárjában Monte Carlóban tartott legutóbbi ülés a következő ajánlásokat hozta:

„a) A rádiócsillagászat fejlődése nagy technikai előretörést eredményezett, különösen a vétel-technikában és felismerte a rádiózaj okozta korlátozások bénító jellegét.

b) Bizonyos frekvenciákon az interferenciától való védelem elengedhetetlen a rádiócsillagászat és rokontudományok számára.

c) Az ismert színképvonalak megfigyelése céljából néhány frekvenciasáv elsőrendű fontosságú.

d) Figyelembe kell venni a színképvonalak Doppler-eltolódását, amint a rádió forrás eltolódása (többnyire távolodása) okoz.

e) Mástípusú rádiócsillagászati megfigyelések céljára több frekvenciasáv van használatban, melyek egzakt színképi helyzete nem lényeges, de szükség van arra, hogy azok legalább egy kettes faktorra[1] legyenek egymástól elválasztva.

f) A Hold mozgása rádióforrások elfedését idézi elő, amely egyedülálló rádiócsillagászati megfigyeléseket tesz lehetővé nagy irányfelbontással, különösen a méteres hullámhossz-tartományban.

g) A rádiócsillagászati vevők érzékenysége messze meghaladja a távközlési és radar berendezések érzékenységét, és ez az érzékenység fokozódik.

h) A csillagászati rádióhullámok károsan interferálhatnak a Holdról, repülőkről, esetleg mesterséges holdakról reflektált földi eredetű rádióhullámokkal.

i) Bizonyos rádiócsillagászati megfigyelések hosszú, zavartalan vételidőt kívánnak, néha több napot.

j) Az 1963-as, e tárgyban tartott genfi értekezlet elérte néhány rádiócsillagászati fontosságú frekvenciasáv védelmét, de még további védett sávokra volna szükség a spektrum más helyein, különösen 10^9 hertz közelében.

Mindezt figyelembe véve a CCIR egyhangúan ajánlja a következőket:

1. A rádiócsillagászok által használt sávokat saját országuk és a szomszédos országok nyilvánítsák védetté.

2. A világszerte védettként elismert

$$1{,}400 - 1{,}427 \cdot 10^9 \text{ hertz}$$

sávon (a hidrogén 20 cm-es hullámhossza környezetén) kívül különösen az alábbi színképvonalak nemzetközi védelmében való részesítését kell szorgalmazni:

Deutérium: $0{,}3274 \cdot 10^9$ hertz,

OH^+: $1{,}6654$ és $1{,}6674 \cdot 10^9$ hertz.

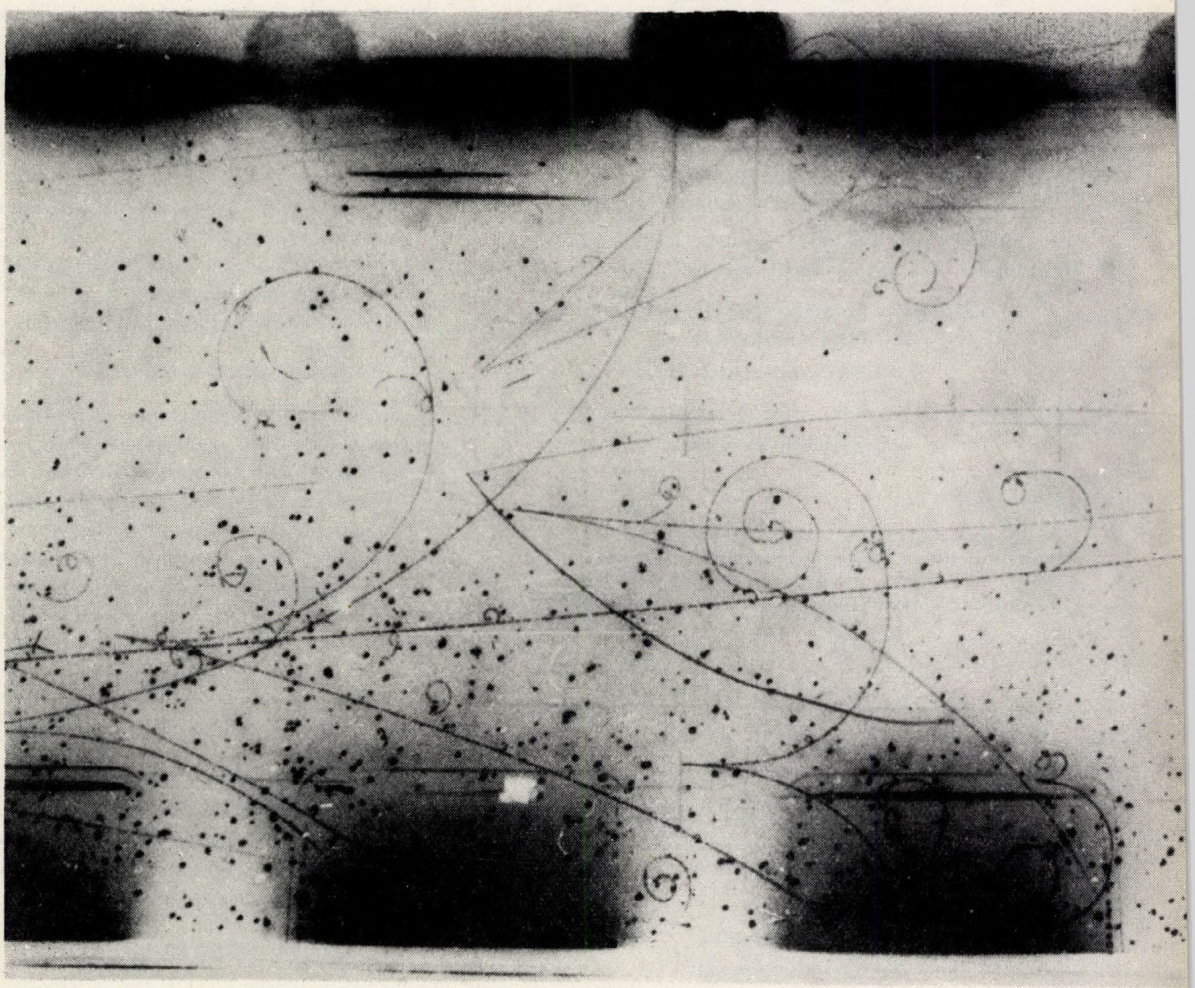
3. A 2,5; 5,0; 10,0 és 20,0 $\cdot 10^6$ hertz sávokon a szokásos frekvencia- és időjel-adásokon kívül semmi más adás ne történjék, hogy e sávok rádiócsillagászati vételre felhasználhatók legyenek.

4. A $3 \cdot 10^7$ hertz feletti rádiócsillagászati sávokat a jövőben fokozottabban védjék."

M. Gy.

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/3

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

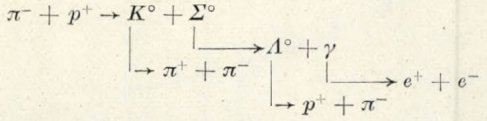
Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

A dubnai Egyesített Atomkutató Intézet 1 m-es propán töltésű buborékkamrájával készített felvétel. A kamrát 5 GeV/c impulzusú π^- mezonnyalábbal sugározták be. A kamra közepén egy



kölcsönhatás látható. A felvételt a hiperon és kaon rezonanciák elektromágneses bomlására vonatkozó kutatások során értékelték ki a KFKI Kozmikus Sugárzási Laboratóriumában. Az ábra magyarázó rajza a borítóoldalon hátul látható.

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

A kézirat beérkezett 1965. XI. 26.

Terjedelem: 4 (A/5) ív

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.61829
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

V. Weisskopf: Kvantumelmélet és az elemi részek
Szent-Györgyi Albert: A tanítás és a bővülő tudás
Zámory Zoltán: Szcintillációs energiaspektrumok gépi dekomponálása
Kisdi Dávid: Fermi folyadékok II.

A FIZIKA TANITÁSA

Zsoldos Lehel: Termoelektromos hűtőelemek vizsgálata a ballgatói laboratóriumban
Holics László: Új oktatási módszer a televíziótechnika felhasználásával az ELTE tanárképzési munkájában
Horváth János: Egy érdekes egyetemi oktatási kísérlet

СОДЕРЖАНИЕ

В. Ф. Вейскопф: Квантовая теория и элементарные частицы
А. Сентдьердьи: Обучение и возрастающее количество наших знаний
З. Замори: Машинное разложение сцинтилляционных спектров энергий
Д. Кишди: Фермиевские жидкости Ь. II.

ПРЕПОДАВАНИЕ ФИЗИКИ

Л. Жольдош: Исследование термоэлектрических охлаждающих элементов в практикуме
Л. Голич: Новая методика обучения будущих учителей на Университете им. Л. Этвеша с использованием телевизионной техники
Я. Хорват: Замеьательный эксперимент по преподаванию физики на университетах

INHALT

V. F. Weisskopf: Quantentheorie und Elementarteilchen
A. Szent-Györgyi: Der Unterricht und die zunehmende Menge unseres Wissens
Z. Zámori: Die maschinelle Zerlegung von Szintillations-Energiespektren
D. Kisdi: Fermi-Flüssigkeiten II.

UNTERRICHT DER PHYSIK

L. Zsoldos: Untersuchungen an thermoelektrischen Kühlelementen im Studentenpraktikum
L. Holics: Die Fernseh-Technik im Rahmen einer neuen Methodik der Ausbildung von Lehramtskandidaten an der Roland Eötvös Universität
J. Horváth: Ein interessanter Versuch für Universitätsunterricht

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 3. szám 1966. március

Kvantumelmélet és az elemi részek

„Mindezek megfontolása után számomra lehetségesnek látszik, hogy Isten kezdetben az anyagot szilárd, áthatolhatatlan, mozgékony részecskék formájában teremtette, amelyeknek olyan az alakjuk és nagyságuk, olyanok a többi tulajdonságaik, és olyan az arányuk a térhez, hogy legjobban szolgálják a célt, amelyért teremtette őket. Ezek az ősrészecskék szilárdak, összehasonlíthatatlanul keményebbek, mint bármely porózus test, amely belőlük felépül : sőt olyannyira szilárdak, hogy sohasem kopnak vagy törnek darabokra, nincs olyan közönséges erő, amely szétválasztaná, amit Isten maga hozott létre a Teremtés pillanatában. Míg a részecskék teljes egészükben folytatják létüket, minden korban ugyanolyan szövedékű és természetű testekké tevődhetnek össze. De ha lekopnának, vagy darabokra törnének, a dolgok természete, amely tőlük függ, megváltozna. Az a víz és az a föld, ami a régóta használt részecskékből és részecsketöredékekből állna, nem lenne ugyanolyan természetű és szövedékű most, mint az a víz és föld, amely ép részecskékből állt össze a kezdet kezdetén. És ezért, minthogy a természet tartós, a testi dolgok változásait csak ezeknek a permanens részecskéknek különböző szétválásaiban és új társulásaiban kereshetjük"*

Ebben a jólismert és méltán híres megállapításban Newton elismeri az elemi részek logikai szükségességét ahhoz, hogy a jól meghatározott tulajdonságú anyagok, mint például a „víz" és a „föld", fém, vagy ásvány, folyadék vagy gáz, és ezek jellegzetes, mindig visszatérő minőségeinek létezését meg lehessen magyarázni. Az anyagnak olyan alkotó elemekből kell felépülnie, amelyekre ezek a tulajdonságok alapulnak. Ezeket az alkotóelemeket manapság atomoknak és molekuláknak nevezzük. Newton szembekerül azonban egy problémával: az anyag elemi építőköveinek specifikus tulajdonságokkal kell rendelkezniük, amelyek nem változnak az idővel, „nem szabad elkopniuk a használatban", minden durva bánásmóddal szemben immunisaknak kell lennünk. Ezt a problémát azzal oldja meg, hogy felteszi: „összehasonlíthatatlanul" kemények és közönséges eszközökkel elpusztíthatatlanok. De ma már tudjuk, hogy ez nem így van. Az atomokat igen közönséges eszközzel össze lehet törni, például azzal, hogy gyufát gyújtunk, de mégis rendelkeznek valami sajátságos alakkal. Regenerálódnak, amint az eredeti feltételek újból megvalósulnak. Amit Newton a „Teremtésnek" tulajdonít, bárhol és bármikor megtörténik. A jól definiált alakot megtaláljuk az egyed saját permanenciája nélkül.

Ma tudjuk, amit Newton még nem tudott, hogy ez a kvantummechanikára alapul; egy igen egyszerű gondolatra, nevezetesen arra, hogy az energia a szimmetriával és az alakkal van kapcsolatban. A kvantummechanika megkívánja, hogy a legalacsonyabb energiájú állapot egyszerű alakokat mutasson, amelyeket a rendszeren belül a belső körülmények sajátságos szimmetriája határoz meg. Ez a szimmetria az alakformáló ágens. Az atomok világában két szimmetria döntő jelentőségű. Az egyik a tér szimmetriája, a forgási és eltolási (rotációs és transzlációs) szimmetria, a másik a permutáció szimmetriája, az elektronok azonossága.

A tér szimmetriája az atomi állapotok jellegét és alakját határozza meg. Megenged egykomponensű skalárhullámokat, kétkomponensű spinorhullámokat és így tovább. Az állapot alakja a mag Coulomb-terének gömbszimmetriájából következik, a legalacsonyabb energiájú állapotoknak egyszerű gömbi harmonikus függvényeknek kell lenniük.

A permutációs szimmetria két alternatívát vet fel: A kvantumállapot vagy szimmetrikus, vagy antiszimmetrikus lehet a részecskék felcserélésével szemben. A természet az elektronok esetében a második alternatívát választotta, ebből ered a Pauli-elv. Ma már tudjuk, hogy az elektron-hullámok spinor jellege ennek szükségszerű következménye. Innen származik az atomok alakjának nagy változatossága, az elektronok ugyanis bonyolultabb és változatosabb szerkezetekbe kényszerülnek, amikor az egyszerűbbek már el vannak foglalva. A Pauli-elv sok vonatkozásban helyettesíti az áthatolhatatlanságot, a keménységet. Két azonos részecske, amely a Pauli-elvnek engedelmeskedik, sohasem hozható ugyanarra a helyre. Ennélfogva elfogadható, hogy a „részecske" elnevezést azoknak az objektumoknak tartjuk fenn, amelyek a Pauli-elvnek engedelmeskednek.

Az atomok energiaszintjeinek spektruma az alapvető szimmetriákat tükrözi. Az energiaszintek jellegzetes csoportokba — multiplettekbe —

* Isaac Newton: *Optics*, Dover, New York 1952.

tömörülnek, amelyek multiplicitását, hullámalakját és más tulajdonságait a szimmetriák határozzák meg. Ezen az úton az atomi energiaszintek spin és impulzusnyomaték kvantumszámok alapján kiépített osztályozási szkémájához jutunk.

Fontos emlékezetben tartani, hogy ezek a szimmetriák nem határozzák meg teljesen a kvantumállapotokat. Az általános alakot és más tulajdonságokat meghatározzák, így például a szintek spektrumának szerkezetét és az átmeneti valószínűségekre vonatkozó részleteket. *Nem* adják meg viszont a kvantumállapotok energiáját vagy méretét. Ezeket a tulajdonságokat azoknak az erőknek a nagysága és természete határozza meg, amelyek a részecskéket a szóbanforgó rendszerben kötve tartják. A szimmetriák egyedül nem elegendőek a rendszer teljes leírásához, a dinamikai feltételek ismeretére is szükség van.

A kvantummechanika és a „permanens" részecskék

Térjünk most vissza Newton megjegyzéseihez. Az atomszerkezet kvantummechanikája vajon teljesen eltávolítja-e azt a nehézséget, amit Newton tárt fel? A kvantummechanika a természetben előforduló fundamentális alakzatok keletkezésébe lényeges betekintést enged: kiderítette, hogy az atomok sajátságos alakja és mindig visszatérő tulajdonságai lehetségesek anélkül, hogy az atomok összehasonlíthatatlanul kemények lennének. Newtont azonban nem elégítette volna ki tökéletesen ez a válasz, mert következtetéseink más részecskék, elektronok és atommagok létezésére alapulnak, amelyeknek maguknak is vannak sajátságos tulajdonságaik, mint például tömeg, töltés, spin és mágneses nyomaték. Nyilván így a kérdés új szinten ismét felvetődik. Vajon az atomok alkatrészei összehasonlíthatatlanul kemények? Van olyan közönséges hatalom, amely széttörheti őket?

Ami az atommagot illeti, a válasz ismeretes. Az atommagok közönséges hatalommal részeikre bonthatók: neutronokból és protonokból állanak. Az atommagok sajátos alakjait ugyanazok a szimmetriák határozzák meg, mint az atomokét. Ezért van az, hogy a magfizika olyan sok vonatkozásban hasonlít az atomfizikához, például a héjszerkezet és spektrum multiplett szerkezete tekintetében. A nukleáris kvantumállapotokon azonban még egy további szimmetria is uralkodik; a magerők függetlenek a nukleon természetétől, függetlenek attól, hogy neutronról vagy protonról van szó. Ez a kettősség hasonlatos ahhoz, amelyet a két spinirány esetében tapasztaltunk és ezért ez a további szimmetria egy szimbólikus spin, az izotóp spin forgásaival szemben mutatott invariancia alakját ölti. Ennélfogva a nukleáris kvantumállapotoknak egy további jellegzetes kvantumszámuk van, amellyel az atommag energianívóit olyan szupermultiplettekbe lehet csoportosítani, amelyek ezt az új szimmetriát tükrözik.

Az izotóp szimmetria új színt hoz be: a multiplettek különböző töltésű állapotokat tartalmaznak: különböző töltésű izobár atommagok ugyanahhoz a spektrumhoz tartoznak és ugyanazon rendszer állapotainak tekinthetők. S még egy további új vonást is meg kell itt említenünk: az atomban a színkép állapotai közti átmenetet fénykvantum kibocsájtása vagy elnyelése kíséri, legalábbis zárt rendszerben. Az atommagnál a gerjesztett állapot alacsonyabb energiájú állapotba való átmenetének új módját is megtaláljuk, nevezetesen egy leptonpár, vagyis egy elektronokból, egy neutrinóból álló részecskepár emisszióját. Természetesen ilyen átmenetek különböző töltésű állapotok között fordulnak elő. E körülménytől és az új szimmetriától eltekintve az atommag szerkezete és dinamikája nagy mértékben hasonlít az atomok szerkezetéhez és dinamikájához.

Itt ismét emlékezetünkbe kell idézni, hogy a szimmetriák csak a kvantumállapotok alakját és a multiplettekbe való csoportosulásukat határozzák meg. Az állapotok tényleges nagyságát és a jellegzetes energiákat a magerők határozzák meg. Ezért érdekes összehasonlítani az atomi és a nukleáris méreteket és energiákat. Az atomot elektromos erő tartja össze, amelynek potenciálja e^2/r, ahol $e^2/\hbar c = 1/137$ és e az elektron töltése, r az erőtér centrumától mért távolság, h a Planck-állandó, c pedig a fény terjedési sebessége. Ebből következik, hogy az atomi méretek az $a = \hbar^2/me^2$ Bohr-radius nagyságrendjébe, míg az atomi energiák az $R_y = me^4/\hbar^2$ Rydberg-állandónagyságrendjébe esnek, ahol m az elektron tömege. Az atommagot a magerőtér tartja össze, amelynek potenciálja kissé bonyolultabb. Ennek a potenciálnak a legfőbb járuléka a

$$\frac{g^2}{r} \exp\left\{-\frac{r}{r_0}\right\}$$

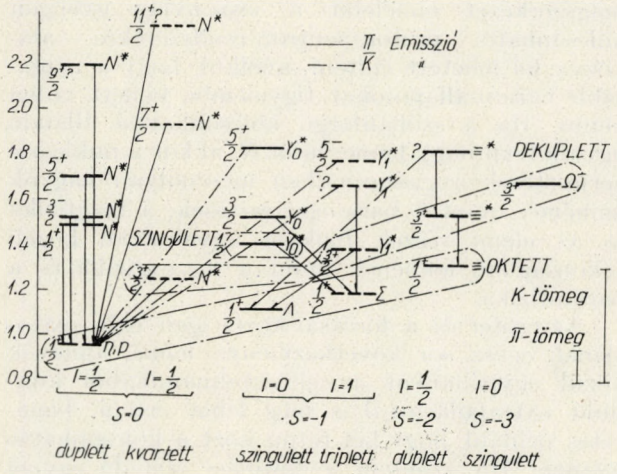
Yukawa-potenciál, ahol $g^2/\hbar c = 0{,}08$ és r_0 a magerők hatótávolsága. Ha egy pillanatra az exponenciális tényezőt egységnyinek vesszük, akkor ugyanazt a potenciáltípust kapjuk, mint az atomoknál és várhatjuk, hogy az atommagok mérete az $a_N = \hbar^2/Mg^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm, úgynevezett „nukleáris Bohr-rádiusz" nagyságrendű lesz, ahol M a nukleon tömege; s az atommag energiái viszont a $R_{yN} = Mg^4/\hbar^2 = 6$ MeV „nukleáris Rydberg állandó" nagyságrendjébe esnek. Ezek az értékek valóban jó tájékozódást nyújtanak a nukleáris jelenségek méreteit és energiáit illetően. Az a tény, hogy a_N ugyanolyan nagyságrendű, mint a magerők hatótávolsága, igazolja a Yukawa-potenciálban az exponenciális tényező elhanyagolását.

A barion-spektrum

Vajon Newton ezen a ponton elégedett lett volna? Nem teljesen; az elemi részecskék száma lényegében háromra redukálódott: proton, neutron, elektron. (Nem számítjuk a fotont a részecskék közé, mert az az elektromágneses

erőtér kvantuma és Bose-statisztikának engedelmeskedik. A neutrinó is ki van zárva a felsorolásból, mert sohasem szerepel az anyag alkatrészeként építőköveként.) De ezeknek az elemi részecskéknek a léte még mindig feltevés marad: „isten adta" tulajdonságaik vannak és hogy „használatban" meg ne változzanak, esetleg „összehasonlíthatatlanul keményeknek" kell lenniük.

Tekintsük először a szituációt a proton és a neutron esetében. Mindezideig még senki sem szedte szét a nukleont. E szint Rutherfordja még nem ismeretes. Mindezek ellenére valószínű, hogy a nukleon sem „összehasonlíthatatlanul" kemény. Világosan megjelennek a belső szerkezetre vonatkozó utalások; a nukleon gerjesztett állapotainak spektruma létezik. Ezeket általában nem nevezik gerjesztett állapotoknak, de a megfigyelt jelenségeket nehezen lehetne másként elemezni. Mit is figyelünk meg? Amikor a nukleont bármilyen nagy energiájú nyalábnak tesszük ki, magassabb energiájú rövid élettartamú állapotokba alakul át. Ezeket különböző néven, hiperonok és rezonanciák nevén ismerjük. A barion nevet annak az objektumnak a megjelölésére fogjuk használni, amely a proton vagy a neutron, vagy ezek gerjesztett állapotai formájában jelenik meg. A barionállapotok spektrumában (1. ábra) a proton és a neutron alapállapotként szerepel — ezek dublett állapotokat képeznek. Pontosan mondva a neutron is a proton gerjesztett állapota. Bármely másik állapot elérhető azáltal, hogy az alapállapotban levő nukleonnak a szükséges gerjesztési energiát ilyen vagy olyan formában átadjuk. A gerjesztett állapotok közül egyesek töltése különbözik az alapállapotétól, egyesek ritkasága vagy hipertöltése más — ez egy olyan új tulajdonság, amely először ezekben a jelenségekben tűnt fel. A gerjesztett állapotok az alapállapotba térnek vissza egy vagy több lépésben, miközben π-mezonokat, K-mezonokat, fotonokat vagy elektronneutrinó (lepton) párokat bocsájtanak ki.

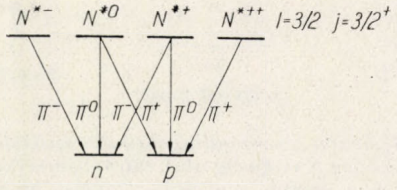


1. ábra. A barion energiaállapotainak spektruma. Az I izotóp-spin és az S ritkaság alul van feltüntetve, a közönséges spin és a paritás a nívó baloldalán, az állapot jele pedig a nívó jobboldalán. Az izotóp-multiplicitást és a mezonemisszióval járó átmeneteket, valamint az egyes $SU(3)$multipletteket is feltüntettük.

A töltött mezonok és a lepton-párok töltéshordozók, ezért ezek akkor sugárzódnak ki, amikor a gerjesztett és az alapállapot között töltéskülönbség van. A K-mezonok ritkasághordozók is, s akkor sugárzódnak ki, amikor a ritkaság változik. A K-mezon pozitív egységnyi, az anti-K-mezon negatív egységnyi ritkaságot hordoz.

Atomoknál a kvantumállapotok közti átmenet többnyire fénykibocsátással vagy fényelnyeléssel, vagyis az elektromágneses erőtérhez csatolva megy végbe. Az atommagok esetében a fénykibocsátáson túl még leptonpár (elektron-neutrinópár) kibocsátását is megtaláljuk, amit a lepton térhez csatoló gyenge kölcsönhatás hoz létre. A barion-spektrumban e két fajta emisszióhoz járulnak még a mezonkibocsátással járó átmenetek, amelyeket a nukleonok és a mezontér közti erős kölcsönhatás vált ki. Mindhárom csatolás mindhárom esetben aktív. Az atomi állapotok energiakülönbségei azonban túl kicsik ahhoz, hogy a lepton-párok emisszióját megengedjék, amihez legalább 0,51 MeV szükséges, hiszen a leptonok egyikének elektronnak kell lennie. A nukleáris állapotok energiakülönbségei már elég nagyok ahhoz, hogy a lepton-pár emisszióját (a β-radioaktivitást) megengedjék, de túlságosan kicsik a mezonemisszióhoz, a legkisebb mezonnak ugyanis kb. 140 MeV tömege van. A barion spektrumában viszont az átmeneteket új devizában — mezonokban — fizetik, bár a szokásos devizák (a fotonok és leptonpárok) sincsenek kizárva.

Idézzünk néhány példát a nukleonállapotok közti átmenetre: a legegyszerűbb példa a π-mezon kibocsátása a barion első gerjesztett állapotából, $^3/_2$ izotóp és $^3/_2$ közönséges spin értékű multiplettből való átmenet során. Ennek az állapotnak a ritkasága megegyezik az alapállapotéval, az átmenetet ezért egy π-mezon kibocsátása kíséri. A kibocsátott π-mezon töltése az alap-, és gerjesztett állapotok közti töltéskülönbség függvénye (2. ábra). Egy másik példa lenne az alapálapottól eltérő ritkaságú, erősen gerjesztett állapotból történő átmenet. Itt egy K-mezon emissziójára kerülne sor azért, hogy az a ritkaságkülönbséget elvigye. A különböző ritkaságú, alacsonyabban gerjesztett állapotokkal mint például a Σ, Λ és Ξ állapotokkal különös helyzet áll elő. Ezek nem bomolhatnak K-mezon kibocsátásával az alapállapotba, mert a K-mezon tömege nagyobb, mint az energiakülönbség. Ezért ezek az állapotok stabilisak lennének, ha a ritkaság megmaradása



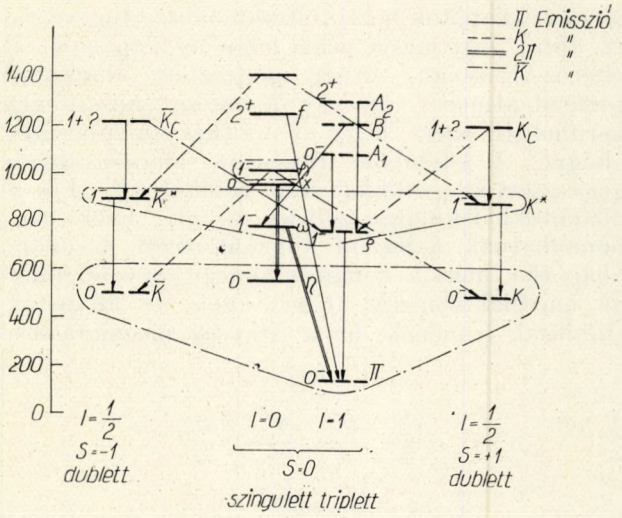
2. ábra. Átmenetek a barion (3/2, 3/2) állapota és az alapállapota között. (I = izotóp-spin, j = közönséges spin)

egzakt törvény lenne, (miként a közönséges töltés megmaradása). Valójában azonban a ritkaság csak a gyenge kölcsönhatások során nem marad meg. Ennélfogva léteznek ezekből az állapotokból igen lassú átmenetek az alapállapotba π-mezonok, vagy leptonpárok kibocsátásával, a gyenge kölcsönhatások közvetítésével. Így a legalacsonyabb, nem zérus ritkaságú állapotok metastabilisak és lassan az egyetlen stabilis állapotba bomlanak, ami a proton.

Ezeknek a metastabilis állapotoknak a gerjesztése többnyire kétlépcsős folyamat. Előbb a nukleont lehet egy magasabb állapotba juttatni a ritkaság megváltozása nélkül protonnal való ütközés vagy pion elnyelése során. Ezután következik a hipertöltés megváltozásával járó átmenet K-mezon emissziójával. Ezt a folyamatot társas keletkezésnek hívjuk, mert a végállapotban két ellenkező ritkaságú objektum van: egy gerjesztett barion és egy K-mezon.

A bozon-spektrum

A nagyenergiájú gyorsítókkal végzett kísérletek nemcsak a nukleon gerjesztett állapotainak a spektrumát fedték fel, hanem egy másik színképet is, a mezonokét, vagyis a bozon-spektrumot (1.,3. ábra). A nagyenergiájú ütközések során keltett mezonok gondos tanulmányozásából kiderült, hogy a π-mezonok és a K-mezonok a mezonok megjelenési formáit nem merítik ki. A gerjesztett állapotok sorozata létezik, amelyet különböző betűkkel jelöljük: ϱ-mezon, ω-mezon, η-mezon és így tovább. Ezek közül a π és a K jelenti a legalacsonyabb állapotot. Valójában sem a π, sem a K maga nem ténylegesen stabilis. Mindketten gyenge kölcsönhatással leptonokra bomlanak. Ennélfogva ezeket a mezonspektrum alapállapotainak csak akkor



3. ábra. A mezon energiaállapotainak spektruma. Az I izotóp-spin és az S ritkaság alul van feltüntetve, a közönséges spin és a paritás a nívó baloldalán, az állapot jele pedig a nívó jobboldalán. Az izotóp-multiplicitást és a mezonemisszióval járó átmeneteket, valamint egyes multipletteket is feltüntettünk.

tekinthetnénk, ha a gyenge kölcsönhatásoktól eltekinthetnénk.

A gerjesztett állapotból az alacsonyabb energiájú állapotba történő bomlás során az energiakülönbség leggyakrabban mezonok alakjában sugárzódik ki. Például az úgynevezett ϱ-mezon két π-mezonra bomlik. Ezt a folyamatot így is értelmezhetjük: átmenet a ϱ-mezon állapotból a π-mezon állapotba egy további π-mezon kibocsátásával. A 3. ábra a ma ismert legfontosabb mezonkvantumállapotokat mutatja és feltünteti kvantumszámaikat. Itt — miként a barion spektrumánál is — ugyanazokat a kvantumszámokat találjuk, mint a magspektrumoknál: a közönséges és az izotóp spin, a paritás és a ritkaság kvantumszámait.

A gerjesztett mezonállapotok létezése talán nem is olyan meglepő, mint gondolnánk. Vizsgáljuk az esetet a fénykvantum és a mezon közti hasonlóság szemszögéből. Mindkét objektum erőterek kvantuma. Az elektromágneses erőtér kvantumainak a csatolását az erőtér forrásaival az $e^2/hc = 1/137$ kis konstans határozza meg. Ez gyenge csatolás. A magerőtér csatolása a forrásaihoz (a nukleonokhoz) sokkal erősebb. A megfelelő paraméter G^2/hc, körülbelül 15. Ez sokkal nagyobb, mint a $g^2/hc \approx 0{,}08$, amit arra használtak, hogy a magerőtér erősségét az atommagokon belül jellemezzék; a magerőknek ugyanis az a különös tulajdonságuk van, hogy egészen kicsik olyan nukleonok között, amelyeknek a relatív impulzusa nemrelativisztikus, (miként az atommag belsejében végbemenő mozgások esetén). Ebben a speciális esetben a tényleges csatolást a $g^2/G^2 = m\pi/2M$ tényező csökkenti, ahol m_π a pion tömege és M a nukleon tömege. A csatolás értéke nagy lesz azonban általános körülmények között, például a nagy relatív impulzussal rendelkező nukleonok, vagy nukleonok és antinukleonok között ható erők esetében.

Ennek a körülménynek köszönhető, hogy a magszerkezet elméletét a viszonylag gyengén kölcsönható proton-neutron-rendszerekre alapozva fel lehetett építeni, anélkül, hogy a magasabb barion-állapotokat figyelembe kellett volna venni. Ha a szóbanforgó kölcsönhatási állandó ugyanolyan nagy lenne, mint G, akkor a nukleáris gerjesztések nagyságrendben ugyanolyan nagyok lennének, mint a bariongerjesztések, a magfizika és az elemi részek fizikája ugyanolyan közeli rokonságban lennének, mint a mezonfizika és a barionfizika

Az erőtér és a forrásai közti igen erős csatolásnak egész sor következménye lenne, amelyek közül egynéhányat az elektrodinamikából kiinduló extrapolációval is meg lehet érteni. Ismeretes például, hogy két foton közt a kölcsönhatás gyenge. Ha azonban a csatolási állandó egynél nagyobb lenne, a kölcsönhatás erősebb lenne, a kölcsönhatási energia a foton energiával összemérhető lenne. Ekkor nem volna meglepő, hogy olyan állapotokat találnánk, amelyekben több térkvantum kapcsolódik össze. Ilyen csomagok talán

megfelelő leírásai lennének a gerjesztett mezonállapotok természetének. Nyitva marad még az a kérdés, hogy miért nem létezik zérus nyugalmi tömegű mezon, a foton esetéhez hasonlóan. Vajon ez is az erős kölcsönhatás egyik következménye, vagy pedig van valami lényeges különbség az elektromágneses és mezontér között? Ez igen érdekes kérdés, amelyet jelenleg még tökéletes sötétség fed.

A fotonok fentebb említett kölcsönhatása abból a tényből származik, hogy a két foton virtuális elektron-pozitron párt tud kelteni. Minthogy a nukleonok és a mezonok között a csatolási állandó nagy, a virtuális párokat tartalmazó állapotok a mezonállapotokban sokkal fontosabb szerepet játszanának. Valójában nem is lenne ésszerűtlen feltenni, hogy a mezonállapotok barion—antibarion rendszerek állapotai. Nem lenne lényeges különbség a térkvantumok „kötege" és a barion—antibarion-rendszer állapotai között, mert az egyik a másikat létre tudja hozni és megfordítva. Az erős kölcsönhatás miatt e „kötegek" bármelyike tetemes részben tartalmaz majd egyenlő spinű és azonos szimmetriájú barion—antibarion párokat.

A barionok szavatolják a stabilitást

Nemcsak a mezonokat, hanem a barionokat is valójában úgy kell tekinteni, hogy virtuális barion-antibarion párokkal vannak körülvéve. Tulajdonképpen a barion szomszédságában az erős mezontér is virtuális párokat kelthet. A fizikai barion és a fizikai mezon ténylegesen rendkívül bonyolult rendszerek, amelyek sok különböző állapot keverékeiként írhatók le. Tartalmaznak — kvantumszámoknak megfelelően — barionpárokat és mezonkötegeket. A barion és a bozonállapotok között a lényeges különbség a ténylegesen jelenlevő barionok számában (B) van. A barionspektrumban az anyag olyan állapotai vannak, amelyekben ez a szám egyenlő eggyel (az antibarionokat negatív érték jellemzi) míg a bozonspektrumban a $B = 0$ val jellemzett állapotok szerepelnek.

A $B > 1$ értékkel jellemzett állapotok spektruma tartalmazná az $A = B$ nukleonszámú (tömegszámú) atommagok és az izobár hipermagok spektrumát. Ennek a spektrumnak volna durva-, és finomszerkezete. A finomszerkezetek a közönséges nukleáris és hipernukleáris spektrumból adódnak, amelyek arra a durvaszerkezetre épülnek, ami megmondja, hogy egy vagy több nukleon van gerjesztett állapotban.

Itt felismerjük annak az okát, hogy a mezonspektrumnak még a legalacsonyabb energiájú állapotai is mért metastabilisak és miért bomlanak gyenge kölcsönhatással leptonpárokra, míg a barionspektrum alapállapota — a proton és a $B > 1$ spektrumok alapállapota — stabilis. A B barionszám olyan mennyiség, amely minden kölcsönhatás során megmarad, így csak a mezonok tűnhetnek el úgy, hogy leptonokká bomlanak. A barionok megmaradnak mindörökké — ez szavatolja világunk stabilitását.

Ha a barionokat és a mezonokat ilyen szemszögből tekintjük, kínálkozik az a kijelentés, hogy a mezon semmi más, mint a barion—antibarion-rendszer egy adott állapota, vagy hogy a barion nem más, mint egy másik barionállapot és néhány mezon keveréke. Más szavakkal: ezen állapotok bármelyike az összes többi egy kombinációjaként gondolható el. Egy részecskecsoport „self — Konzistens" leírására irányuló kísérlet ismeretes a „bootstrap"-módszer nevén. Megkívánjuk hogy a tömegek és a csatolási állandók olyanok legyenek, hogy selfkonzistens eredményeket kapjunk bármely lehetséges kombinációban.

A fizikai barion és mezon bonyolult természetét ma a kölcsönhatási folyamatok magyarázatára is használják, kiszakítva a részecskék kusza környezetének egy különös tulajdonságát, amely bizonyos kölcsönhatás szempontjából lényeges lehet. Így például olyan ütközést, amelynek során egységnyi töltés vagy ritkaság megy át egyik részecskéről a másikra, e tulajdonságokat hordozó mezon cseréjével írnak le. Az ilyen félkvantitatív módszerek időnként sikerrel magyaráznak néhány vonást. Megkísérlik, hogy elkülönítsenek egy tipikus Feynman-diagrammot, ami a sok lehetséges kölcsönhatási mechanizmus közül egyet jellemez, és ennek nagyobb fontosságot tulajdonítanak, mint az összes többi lehetséges mechanizmusnak. Ilyen ismeretes a „perifériku-folyamat" elnevezés alatt.

A két új spektrumot, a barion- és a mezonspektrumot még nem értettük meg. Úgy látszik, mintha ezeknek az objektumoknak a belső szerkezetére utalnának, ugyanabban az értelemben, ahogyan az atomi és nukleáris színképek az atom illetve az atommag belső dinamikáját tükrözte. Ezekben az esetekben azonban ismerjük a dinamikát is, tudjuk, hogy az atomok színképe a Coulomb-térben mozgó elektron kvantumállapotait képviseli, míg az atommagok színképe a nukleonok közös vonzó erőterében kialakult nukleáris mozgás kvantumállapotait tükrözi. Ez az ismeret lehetővé teszi, hogy megállapítsuk azokat a szimmetriaszabályokat, amelyek a fontos kvantumszámokat és a megfelelő multipletteket meghatározzák. Megengedi, hogy kiszámítsuk — legalább is elvben — a kvantumállapotok energiáit, méreteit és egyéb tulajdonságait.

A barion- és a bozon-spektrum esetében a helyzet más. Nincsen még határozott elgondolásunk azok dinamikai bázisára vonatkozóan. Ezért nem is tudunk semmiféle szimmetriaszabályt rájuk előre megmondani. Ennek ellenére a színkép empirikus vizsgálata határozottan feltárja a multiplett szerkezetet, ami egy még ismeretlen dinamika bizonyos szimmetriáinak érvényességére, vagy közelítő érvényességére mutat. Melyek ezek a szimmetriák? Mindenekelőtt mindegyik állapotnak tulajdonítható J teljes impulzusmomentum, ami a szokásos $(2J + 1)$-szeres degenerációhoz vezet. Ez nyilvánvalóan a forgási szimmetria tükröződése és az alapvető kvantummechanikai fogalmaink érvényességének következménye. Az instabilis konfigurációk bomlásképei ugyan-

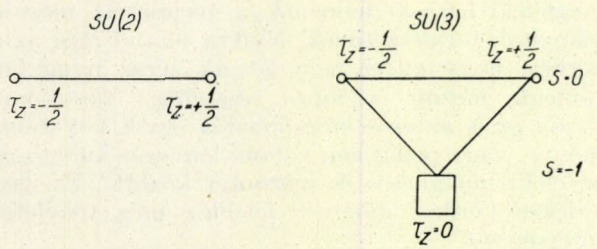
azokat az egyszerű geometriai alakokat mutatják az egyszerű gömbi harmonikusokban, amik ennek a szimmetriának tipikus alak-elemei. Valóban, több alkalom kínálkozik itt, mint az atomi, vagy nulkeáris színképek tanulmányozásában, hogy az impulzusmomentumot közvetlenül a geometriai alakkal definiáljuk. Ez azért van így, mert a nagyenergiájú folyamatokban a részecskék gyakrabban keletkeznek polarizált állapotokban, mint alacsonyabb energiáknál.

Kevésbé nyilvánvaló, hogy izotópspin-multiplettek is vannak, vagyis csaknem azonos energiájú nívók olyan csoportjai, amelyekben az egyes nívók csak töltésben különböznek. A dublett-alapállapot (neutron-proton) egy példa erre, a három π mezon, (a π^+, π^- és π^0) egy másik. Ugy látszik, hogy a töltésfüggetlenség, amit a magszerkezetben találtunk, átvezet a barion-, és bozonszerkezetbe is. (Vagy inkább az a helyzet, hogy a barion-, és mezonszerkezetben megfigyelt töltésfüggetlenség az alapvető tény, amiből következik, hogy a nukleonok közti kölcsönhatás, tehát a magszerkezet is töltésfüggetlen.) A legérdekesebb megfigyelés azonban az, hogy még egy további szimmetria is fennáll; ami a hipertöltéssel vagyis a ritkasággal kapcsolatos. Mint már előbb említettük minden nukleon-, vagy mezonállapotnak tulajdonítható egy ritkaság-kvantumszám. Nyilvánvalóan a ritkaság kvantumszámnak fontos szerepe lesz ezeknek az állapotoknak az elrendezésében. Van-e valamilyen mód, ahogyan ez egy új szimmetriáról árulkodik?

Az SU(3) szimmetria

Ezt az új szimmetriát nemrégiben fedezték fel, és az $SU(3)$ szimmetria néven ismeretes. Az $SU(3)$ csoport, ami ennek az új szimmetriának az alapja, az $SU(2)$ csoport általánosítása. Ez utóbbi pedig a „speciális unitér csoport" ami jól ismert onnan, hogy ez a csoport a közönséges vagy akár az izotóp spin formalizmus alapja. Azon a felismerésen nyugszik, hogy a két alapállapotot „kétértékűség" jellemzi, — pl. a proton-neutron párt — és azoknak a nukleáris rendszereknek a tulajdonságait vizsgálja, amelyeket úgy épít fel, hogy az ennek az alapvető párnak a felcserélésével szemben invariáns legyen. Jól ismert dolog az is, hogy ez a formalizmus a spektrum multiplett szerkezetéhez vezet. Természetesen kiadódik az alapvető proton-neutron dublett ($^1/_2$ izotóp-spin), továbbá a két-nukleon-rendszerből a szingulettek (0 izotóp-spin) és triplettek (1 izotóp spin); a három-nukleon-rendszerből $^1/_2$ izotóp-spinű dublettek és $^3/_2$ izotóp-spinű kvartettek állnak elő.

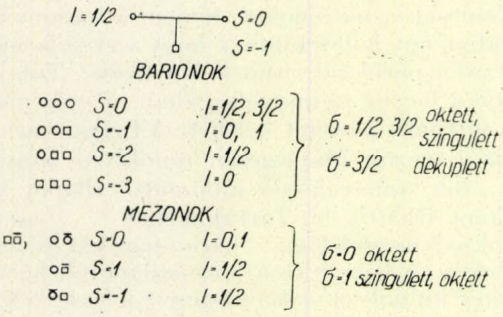
Az $SU(3)$ csoport három állapotot foglal egybe: ezek közül kettő zérus ritkaságú izotóp dublettet képvisel, a harmadik pedig zérus izospinű és egységnyi ritkaságú. Ezt általában negatív egységnyi ritkaságúnak tételezik fel (l. a 4. ábrát). Nyilvánvaló, hogy az első ilyen irányú próbálkozásokban a protont, a neutront és a hiperont tekintették ezen alapvető triplett állapotainak. Hamarosan



4. ábra. Balra. Az $SU(2)$ két alapállapota, az izotóp-spin τ_z komponense 1/2 és — 1/2. *Jobbra:* Az $SU(3)$ három alapállapota, amely egy harmadik állapotot ($S = -1$ és $\tau_z = 0$) tartalmaz.

kiderült azonban, hogy a helyzet sokkal bonyolultabb és érdekesebb.

Tekintsük csak a barion-spektrumot. Találunk itt $I = \frac{1}{2}$ és $I = \frac{3}{2}$ izospint és zérus ritkaságot; $I = 0$ és $I = 1$ izospint $S = -1$-gyel, továbbá $I = \frac{1}{2}$ izospint $S = -2$ ritkasággal és $I = 0$-t $S = -3$-mal (5. ábra). Mit jelent ez? Ez arra a tényre enged következtetni, hogy a barionok úgy viselkednek, mintha az alapvető hármas tagjaiból álló három állapotnak lennének a kombinációi.



5. ábra. A három-kvark-állapot kombinációi és a kvark-antikvark-állapotok kombinációi az eredő ritkaság S, az I izotóp-spin és a σ közönséges spin feltüntetésével.

Ezek az objektumok a csúnya „kvark" elnevezést kapták. (Ne hagyjuk összezavarni magunkat attól, hogy a „három" két különböző módon is szerepel. Először a „kvark" három alapvető állapotban létezhet, másodszor a barionról feltesszük, hogy három kvark kombinációjából jön létre.) Nézzük meg, hogyan működik ez a modell. Háromféle kvark van: egy $I = \frac{1}{2}$ izospinű és $S = 0$ ritkaságú pár meg egy harmadik, amelynek izospinje $I = 0$, de $S = -1$. Milyen barionokat építhetünk fel, ha minden barionnak a három kvark kombinációjából kell állnia? Ha mind a három kvark az $I = \frac{1}{2}$, $S = 0$ típusú, akkor $I = \frac{1}{2}$, vagy $\frac{3}{2}$ és $S=0$ rendszereket kapunk. Ha kettő van az $I = \frac{1}{2}$, $S = 0$ és egy az $I = 0$, $S = -1$ típusból, akkor $I=0$, vagy 1 és $S = -1$ adatokkal jellemezhető rendszer, ha két kvark való az $I = 0$, $S = -1$ faj-

tából, akkor a rendszer $I = \frac{1}{2}$, $S = -2$ típusú, és végül ha mindhárom az, $I = 0$, $S = -1$ fajtájú, akkor $I = 0$ és $S = -3$ adódik. És ez pontosan az, amit a barionspektrumban találunk.

Vizsgáljuk most a bozon spektrumot! Itt a következő jellegzetességeket figyelhetjük meg: (1) szimmetria a pozitív és nagatív ritkaság tekintetében: minden részecskének, ami az egyik csoportba tartozik, van egy antirészecskéje a másikban; (2) az S = 0 tulajdonságú bozonok önmaguk antirészecskéi; (3) az $I = \frac{1}{2}$ csak $|S| = 1$ esetén fordul elő. Ez arra mutat, hogy a bozonok egy kvark és egy antikvark kombinációi. Ha a két kvark $I = \frac{1}{2}$, $S = 0$ típusú, ez a kombináció $I = 0$, vagy 1 és $S = 0$ tulajdonságú rendszert ad, amely önmaga antirészecskéje. Ha az egyik kvark az $I = 0$, $S = -1$ második típushoz tartozik, $I = \frac{1}{2}$ izospinű és $S = +1$ vagy -1 ritkaságú mezont kapunk, aszerint, hogy a kvark, vagy az antikvark tartozik a második típushoz. Ekkor az $S = +1$ és az $S = -1$ kombinációk egymás antirészecskéi.

Ezeknek a gondolatoknak kvantitatívabb kidolgozása még meglepőbb egyezésekre vezet a megfigyelt tényekkel. Ha feltesszük, például, hogy azok a dinamikai feltételek, amelyek a hipotetikus kvarkokat együtt tartják, invariánsak azzal szemben, hogy a háromféle kvark egyikét egy másik típusú kvarkkal helyettesítjük, leszármaztatható a háromkvark-rendszer és a kvark-antikvark-rendszer nívórendszereinek szuper-multiplett-szerkezete. A formalizmusból kitűnik, hogy az előbbinek szingulett, oktett és dekuplett, míg az utóbbinak szingulett és oktett szerkezet adódik. A barion-oktett például tartalmazná a protont a neutront, a három Σ-hiperont, a Λ-hiperont és a két Ξ-hiperont. A dekuplett tartalmazná a tíz megfigyelt $^3/_2$ impulzusmomentumú barion-állapotot. Az egyik bozon oktettbe tartozna a három pion, a két kaon, a két antikaon és az η-mezon (lásd az 1. és 2. ábrán).

A háromféle kvark tökéletes egyenértékűségének feltevése arra az eredményre vezetne, hogy a multiplettek tagjainak a tömege azonos. Valójában ez nem így van, energiában nagyobb az eltérésük, mint az izospin multiplettek tagjaié, amik valójában az $SU(3)$ multiplettek alcsoportjai. Ezekben a multiplettekben az energiafelhasadás szabályos képet mutat, és pedig éppen azt a képet, ami az $SU(3)$ formalizmusból gyenge szimmetriasértő erőhatás létezésének esetére következik.

Durván kifejezve, ezt a felhasadást reprodukálni lehet azzal, az egyszerű szimmetriasértő feltevéssel, hogy az a kvark, amelyik a ritkaságot is hordozza, nehezebb, mint a másik kettő. Ez magyarázná azt az általános tendenciát, hogy a tömeg növekszik, ha a ritkaság abszolút értéke nő. Finomabb megfontolások lehetővé teszik azt is, hogy azonos ritkaságú multiplett-tagok tömegfelhasadását reprodukálhassuk. Igen szembeszökő az a pontosság, amivel ezek a kijelentések teljesültek és ami a -3 ritkaságú barion-állapot, a híres Λ részecske megjóslásához és azt követően a felfedezéséhez vezetett. A közelítő $SU(3)$ szimmetria kijelentései nem korlátozódnak csak az energiafelhasadásra, lehetőség nyílik arra is, hogy egy multiplett tagjai között bizonyos kvantitatív összefüggéseket állapítsanak meg más tulajdonságokra, így pl. mágneses nyomatékokra és átmeneti valószínűségekre vonatkozóan is. Ezek a kijelentések is általában jól beváltak*

Az $SU(6)$ szimmetria

Ujabban az elméleti fizikusok megkísérelték, hogy ne csak az izotóp spint és a ritkaságot foglalják alapvető triplettbe, hanem figyelembe vegyék a spin kettősségét is. A kvarkokat $\frac{1}{2}$ spinű részecskéknek tekintik, a kvark három alapállapota helyett most hat alapállapot van, hiszen mindegyiknek lehet felfelé, vagy lefelé irányított közönséges spinje. Ha feltesszük, hogy a körülmények a közönséges spin irányításával szemben is invariánsak, az ún. $SU(6)$ szimmetriát kapjuk. Ennek a tágabb szimmetriának a következményei meglepően jól teljesülnek. Így pl. azt találjuk, hogy a kvark-antikvark multiplettjei a közönséges spin 0 és 1 értékei mellett létezhetnek, míg a három-kvark-rendszerek spinje vagy csak $^1/_2$ vagy csak $^3/_2$ lehet, a dekuplett esetében csak az utóbbi. Ez éppen az, amit a természetben megfigyelhetünk. Továbbá a legérdekesebb jóslatot a mágneses nyomaték tekintetében tehetjük. Először fordul az elő, hogy a proton és a neutron mágneses nyomatékai hányadosát (3/2) egy elmélet megmagyarázza.

Ennek az $SU(6)$ szimmetriának figyelemreméltó vonása, hogy ez egybeötvözése a közönséges és az izotóp-spin szimmetriájának. Ez mélyebb betekintést engedhet az elemi részek leírásában használt spinor fogalom fundamentális szerepébe. Mindezideig azonban csak egy csomó nehézséghez vezetett. Ez abból a tényből fakad, hogy a közönséges spin elszakíthatatlan kapcsolatban áll a pályaimpulzusmomentummal. Emlékezzünk arra, hogy egy relativisztikus részecske impulzusnyomatéka spin-, és pálya-járulékokból tevődik össze, amelyek különbözőképpen kombinálódnak az ún. „nagy" és „kis" komponensekben. Csak a nemrelativisztikus határesetben lehet tiszta spinkettősségről beszélni. Természetesen ilyen, a pályaimpulzusnyomatékhoz hasonló dolog az izotóp-spin terében nincsen. Az izotóp-spin és a közönséges spin közti analógia, amely az alapállapotok kettős-

* Februárban érkezett hírek arra utalnak, hogy Brookhaven és a Yale Egyetem kutatói a kozmikus sugárzás nagyenergiájú folyamataiban e/3, 2e/3 töltésű, tehát a kvarkok megjósolt tulajdonságait mutató részecskéket találtak. (Szerkesztő megjegyzése)

ségére alapul, a relativisztikus körülmények között elvész.

Az új szimmetriák sikere az elemi részecske állapotok leírásában igen jó benyomást kelt. Ugy látszik, hogy a barion és a mezon állapotai valamilyen vezérelv szerint rendeződnek el, amelyet most kezdünk megismerni. Az állapotok multiplettekbe rendeződnek, amelyek jellegzetesek a bizonyos egyszerű, hipotetikus egységekből felépülő háromrészecske vagy részecske-antirészecske rendszerekre. Ez azonban semmiképpen sem vonja maga után, hogy a barion és a mezon valóban kvarkokból épül fel úgy, ahogyan az atomok atommagokból és elektronokból tevődnek össze. A kvark triplettet csak abból a célból használják, hogy a spektrumban megfigyelt bonyolultabb multipletteket meg lehessen konstruálni. A következő hasonlat elősegítheti a helyzet megértését. A foton egységnyi spint hordoz. A legkisebb spin azonban $^1/_2$, az egységnyi spin tekinthető két feles spin kombinációjaként. De ebből nem következik szükségképpen, hogy a foton okvetlenül két feles spinű részecskéből álló rendszer.

Van egy néhány következtetés, amit az $SU(3)$ és az $SU(6)$ multiplettek létéről le lehet vonni. Ma még nem ismerjük a mezonok és a barionok belső dinamikáját, de nyilvánvalónak látszik, hogy azoknak a feltételeknek, amelyek azt a dinamikát kormányozzák, közelítőleg invariánsoknak kell lenniük azokkal a transzformációkkal szemben, amelyek egyik kvarktípus másikkal való helyettesítésének felelnek meg. Ez a megfigyelt $SU(3)$ és $SU(6)$ invariancia logikai tartalma. Ennek az invarianciának a közelítő jellege jelentős; a multiplettek felhasadásának megfigyelt szabályszerűségei az invariancia megsértésének, bár kismértékű megsértésének tipikus jelei. Bár a tényleges energia különbségek tetemesek, — néhány százmillió elektronvoltra rúghatnak, — a felhasadások viszonya olyan, amilyet akkor találnánk ha egy gyenge kölcsönhatás okozná őket. Ez azt sugallja, hogy ezen objektumok között két „erő" hat, az egyik $SU(6)$-invariáns és rendkívül erős, a releváns energiák 10^9 elektronvoltnál sokkal nagyobbak; a másik nem $SU(6)$-invariáns, azonban sokkal gyengébb, és ez felelős a multiplettek felhasadásáért.

Így az új invarianciatörvények felfedezése semmiképpen nem oldja meg a nukleonok és a mezonok szerkezetének problémáját. Ellenkezőleg éppen azt mutatja, hogy a probléma sokkal bonyolultabb, mint korábban látszott. A belső szerkezetért felelős dinamika minden látszat szerint sokkal nagyobb energiákat von be, mint amilyenekkel manapság dolgozunk. Igaz, hogy a spektrum törvényszerűsége kezd feltárulni előttünk, de kiderült, hogy az nem más, mint a finomszerkezete egy reális dolog alapállapotának. Az eddig felfedezett gerjesztett állapotok legtöbbje szoros kapcsolatban áll egymással, ugyanannak a multiplettnek tagjai. Ez azt jelenti, hogy lényegében ugyanazt az állapotot jelentik, de egy absztrakt tér különböző irányaiból tekintve. Emiatt találunk egyszerű relációkat a megfigyelt tulajdonságaik között.

Amikor a nukleon feltárta jelenleg ismert spektrumát, azt hihettük, hogy rendelkezünk azokkal a lényeges alkatelemekkel, amelyekkel megérthetjük szerkezetét, pontosan úgy, ahogyan a hidrogén színkép Balmer-formulája Bohr kezébe adta a hidrogén dinamikájának kulcsát. Most úgy tűnik, hogy mindaz, amit ma tudunk, csak a dinamika egy gyengébb és valószínűleg kevésbé fontos részének effektusait tárja fel. A fő rész effektusai nagyobb energiák mögött rejtve maradhatott. Egy csúcsot láttunk és azt hittük róla, hogy egy hegy teteje, amikor felmásztunk rá, szembe találtuk magunkat a sötét felhőkbe burkolódzó valódi csúccsal.

Az elektron kérdése

Így Newton kérdésére még nem válaszoltunk. Nem ismerjük a nukleon változatlan tulajdonságainak alapját. De több alakformáló szimmetriát találtunk és jó úton lehetünk a nukleon létezése okainak megértése felé. Azonban Newtonnak adósak vagyunk egy válasszal az elektront illetően. Az elektron tulajdonságai több tekintetben egyszerűbbnek látszanak, minthogy nem vesz részt közvetlenül a barionok és mezonok újonnan felfedezett világának közjátékában. A világ többi részével az elektromos erőtér és a gyenge kölcsönhatás közvetítésével áll kapcsolatban. De nagyon keveset lehet mondani ahhoz, hogy Newton és a magunk kíváncsiságát kielégítsük arra vonatkozóan, hogy miért vannak az elektronnak olyan tulajdonságai, amilyeneket megfigyeltünk. Igaz, hogy minden eddiginél jobban értjük az elektron kapcsolatait az elektromágneses térrel. A kvantumelektrodinamika megengedi, hogy az ilyen típusú jelenségek mindegyikét látszólag tetszőleges pontossággal kiszámítsuk. Ezt a tökélyt azonban azzal az áldozattal biztosítottuk, hogy lemondtunk minden kívánságunkról, ami az elektron tömegének és töltésének megértésére irányul. Ezeket ugyanis a kísérleti értékekre „renormáltuk". Minthogy nem tudjuk megmagyarázni őket, tudatlanságunk miatt arra a feltevésre kényszerülünk, hogy ezek a tulajdonságok *ab initio* adottak. S ami még roszszabb, a természet még tartogat a számunkra egy másik fajta elektront is, a müont, ami mai tudásunk szerint a közönséges elektrontól csak tömegében különbözik. Ennek a duplicitásnak az okai ma még teljesen ismeretlenek.

Gyenge kölcsönhatások

Még sokkal rejtélyesebb a két elektron szerepe a gyenge kölcsönhatásban. Ma már megállapított tény, hogy valamennyi ismert részecske kölcsönhat egymással egy univerzális gyenge kölcsönhatás közvetítésével. Bármely gyenge kölcsönhatási folyamat legjellegzetesebb vonása, hogy töltéskicserélléssel jár. Amikor az elektron egy nukleonnal kölcsönhat, átadja töltését a nukleonnak és maga pedig töltetlen állapotba megy át: neutrinó lesz belőle. Ennek a folyamatnak a legközönségesebb formája a bétabomlás, amelyben mondjuk a pro-

tonból neutron lesz és egy pozitron-neutinó-pár emittálódik. Itt a pozitron kibocsátása az elektron elnyelődésével egyenértékű; azért ez a folyamat megfelel annak, amikor egy „befutó" elektron találkozik egy pozitronnal és töltéseiket kicserélik. A nehéz elektron pontosan ugyanúgy viselkedik, mint a könnyebbik, ami a gyenge kölcsönhatást illeti. Van neki töltetlen formája is, a neutretto, vagy müon-neutrinó, amiről most már határozottan bebizonyították, hogy különbözik az elektron-neutrinótól.

Mindezideig a legkisebb jel sem mutatott a leptonok belső struktúrájára. Az elektromágneses kölcsönhatás egyik elektron esetében sem mutatott eltérést a ponttöltés terétől, és semmi olyan, mint leptonállapotok spektruma nem létezik, kivéve a töltött és semleges állapotokat.

A gyenge kölcsönhatás második szembeszökő vonása a paritássértés. Balkezes és jobbkezes folyamatok nem egyenértékűek. Mindkét neutrinó mindig úgy jelenik meg, hogy a spin a mozgásiránnyal szemben áll (balkezes csavar). A legutóbbi időkig ezt az asszimetriát elfedte az a tény, hogy az antirészecskék pontosan az ellenkező tulajdonságokat mutatják a gyenge kölcsönhatásaikban, az antineutrinók például jobbkezes csavarként jelennek meg. Ebből következik, hogy a gyenge kölcsönhatási folyamatok a bal-jobb tükrözéssel szemben megőrzik az invarianciát, ha a bal-jobb tükrözést a részecske-antirészecske transzformációval kapcsoljuk egybe (CP invariancia). Később azonban még ezt az invarianciát is kétségbe vonták a K-mezonok bomlásával végzett kísérletek.

A barionok minden kvantumállapotban alá vannak vetve a gyenge kölcsönhatásnak. A ritkaság és az izotóp spin nem marad meg ezekben a kölcsönhatásokban. Igen érdekes volt megfigyelni, hogy a barion magasabb kvantumállapotainak gyenge kölcsönhatásai milyen szoros kapcsolatban vannak a proton és a neutron gyenge kölcsönhatásaival. Ezek a kapcsolatok ismét aláhúzzák a különböző barionállapotok egyenértékűségét az $SU(6)$-szimmetria alapján.

A gyenge kölcsönhatás még egy alapvető problémát rejteget számunkra: ahogyan jelenleg a kölcsönhatási folyamatokat értjük, szükség van egy erőtérre a kölcsönhatás átviteléhez, mint amilyen az elektromágneses vagy a mezontér. A megfelelő erőtér kvantumának kimutatására irányuló legújabb kísérlet is negatív eredménnyel zárult. Azt jelenti-e ez, hogy a kvantum tömege túl van azon a határon, amit a jelenlegi gyorsítókkal elérhetünk (körülbelül két protontömeg) vagy pedig a közönséges erőtérfogalmak nem alkalmazhatók a gyenge kölcsönhatásokra?

Összefoglalás

Kíséreljük meg összefoglalni, mit válaszolhatunk Newtonnak a természet változatlan tulajdonságainak okát kereső kérdéseire. A jellegzetes és jóldefiniált atom-, és atommagszerkezetek ezen összetett egységek kvantumállapotainak szimmetriáira alapulnak. De az építőköveik stabilitását még csak gyengén értjük. Kétfajta objektumtípussal találkozhatunk itt, a leptonokkal és hadronokkal. A leptonok közé tartozik a két elektron, töltött és semleges formáikban, míg a hadronok közé tartoznak a barionok és a mezonok. Tudásunk szerint ezek az objektumok négy különböző típusú kölcsönhatásban állanak egymással, ezeket erősségük szerint sorolhatjuk fel: gravitációs, gyenge, elektromágneses és erős kölcsönhatásban. Megfontolásainkból kihagyjuk a gravitációt, mert az elemi részek világában játszott szerepe teljesen ismeretlen.

A gyenge kölcsönhatás minden elemi rész között, a leptonok és a hadronok között is egyaránt fellép; elektromágneses kölcsönhatás megtalálható minden olyan részecske között, amely töltést, vagy mágneses nyomatékot hordoz. Ma nem tudjuk még, hogy van-e a hadronoknak belső szerkezetük s így még nem világos az sem, hogy az erős kölcsönhatásokat maguk a hadronok között vagy a hadronok alkatelemei között kell tekintetbe venni.

Ezeknek a kölcsönhatásoknak a szimmetriája az „egységek" sok tulajdonságát meghatározzák és ezért ezek a lényeges alakadó tényezők. Rendkívül érdekes, hogy a szimmetriák száma nő a kölcsönhatás erősségének növekedésével. (I. táblázat). Minden kölcsönhatás alá van vetve azon (geometriai) tér eltolási és forgatási szimmetriájának, amelyben a folyamat lezajlik. Ezek a szimmetriák egészen természetesnek tűnnek számunkra.

1. táblázat

A négy kölcsönhatás és a szimmetriáik

Kölcsönhatás	Szimmetriák				
	eltolás és forgatás	töltés és barionszám megmaradása	paritás megmaradása	ritkaság megmaradása	izotóp spin megmaradása
gyenge	×	×			
elektromágneses	×	×	×		
erős	×	×	×	×	
igen erős	×	×	×	×	×

Az energia, az impulzus és az impulzusmomentum megmaradásának törvényei ezeknek a szimmetriáknak egyenes következményei. Minden kölcsönhatás alá van vetve még két további megmaradási tételnek, amelyeket jelenleg még nem érthetünk tökéletesen. Ezek a töltés és a barion-, ill. leptonszám megmaradási törvényei. A paritás és a ritkaság azonban már nem maradnak meg a gyenge kölcsönhatásoknál, csak az elektromágneses és az annál erősebb kölcsönhatásokban. Az izotópspin csak az erős kölcsönhatásoknál marad meg, míg az $SU(6)$-szimmetria az erős kölcsönhatásokra érvényes, de ugyanakkor van ezen kölcsönhatásoknak egy viszonylag gyengébb része, amely ezt megsérti.

Minél erősebb a kölcsönhatás, annál több szimmetria létezik. Ez a figyelemreméltó tény vajon

szignifikáns-e az elemi részek létezésének végső magyarázata szempontjából? Előfordulhat, hogy egy bizonyos számú szimmetriaelv egyértelműen előír egy dinamikát, amely azután meghatározza az alapvető egységeinek tulajdonságait is. Az is lehet, hogy a hadronok és a leptonok egyáltalán nem a végső szerkezeti elemek. A hadronok is részecskékből, pl. kvarkokból összetett rendszereknek bizonyulhatnak. Ha ez lenne az eset, akkor a proton és a neutron a fundamentális részecskékből felépülő „molekulaszerűség" lenne, a nukleonok között ható magerő egy fajta Van der Waals-erő a „molekula" belsejében ható sokkal erősebb kölcsönhatás közvetett megnyilvánulása lenne. S ekkor az elemi részek alapproblémája magasabb szinten újra felvetődik, amikor azt kérdezzük majd hogy miért léteznek a kvarkok? Igen valószínű a probléma tényleges megoldása merőben új és teljesen váratlan formát fog ölteni.

Illendő, hogy ezeket a megjegyzéseket Newton egy másik profetikus megállapításával zárjuk, amelynek időszerűsége csaknem hátborzongató:

„Az anyag legkisebb részecskéi a legerősebb vonzással tapadhatnak egymáshoz, és nagyobb részecskékké állhatnak össze, amelynek tulajdonságai (erényei) gyengébbek. Ezek közül több ismét összeállhat és még nagyobb részecskéket eredményezhet, amelynek tulajdonságai még gyengébbek és így tovább egymás után, míg a folyamat a legnagyobb részecskéken végződik, amelyektől már a kémiai műveletek és a testek színei függenek, és amelyek egymáshoz kapcsolódva alkotják az érzékelhető nagyságú testeket.

Ezért tehát vannak a természetben olyan ágensek, amelyek képesek előidézni, hogy a testek részecskéi igen erős vonzással ragadjanak egymáshoz. És a kísérleti természettudomány feladata éppen az, hogy ezeket megismerje"*

Megjegyzés

Ez a cikk nem tartalmaz irodalmi hivatkozásokat a Newton-idézeteken kívül. Ilyen sok kiváló gondolat forrásait mind összeszedni túlságosan nehéz feladatnak bizonyult. A szerző ennek a komoly hiányosságnak egyetlen mentségéül csak azt a körülményt hozhatja fel, hogy az itt kifejtett gondolatok közül egyetlen egy sem az ő sajátja.

Victor F. Weisskopf
(Genf)

Megjelent a Science 149. kötete 1181—1189 oldalain 1965. szeptember 10-én. Fordította: *Abonyi Iván*

* Newton: Optics, Dover, New York (1952) 400.

A tanítás és a bővülő tudás*

Azt, hogy az oktatás átfoghassa állandóan gyarapodó ismereteinket, az a leegyszerűsödés teszi lehetővé, amely a tudás bővülésével együtt jár.

Reménytelen volna minden igyekezet, hogy a tanítást a robbanásszerűen fejlődő tudással összehangoljuk, ha a növekedés nem vonna egyszerűsödést is maga után. A következőkben ezen a napos oldalon kívánok maradni. A tudás szent tehén és én arról akarok beszélni, miképpen fejhetjük meg anélkül, hogy a szarvaival érintkezésbe kerülnénk.

Az egyik okom az optimizmusra az, hogy a természet alapjaiban egyszerű. Ez akkor vált világossá előttem, amikor sok évvel ezelőtt Princetonban az Institute for Advanced Study tagja lettem. Abban reménykedtem ugyanis, hogy azok között a nagy atomfizikusok és matematikusok között megtanulok majd valamit az élő anyagokról. De mihelyt elárultam, hogy az élő szervezetben kettőnél több elektron van, a fizikusok többet nem álltak velem szóba. A sok számológépükkel együtt nem tudták megmondani, hogy a harmadik elektron mit fog csinálni. Az elektron pontosan tudja, ez a dologban a nevezetes. A parányi elektron tehát tud valamit, amit Princetonban a sok bölcs nem tud, ez pedig csak valami nagyon egyszerű lehet. A természetnek alapjában véve sokkal egyszerűbbnek kell lennie, mint amilyennek a számunkra tűnik. Nekünk olyannak tűnik, mint egy titkos írás, amelyhez nincs kulcsunk. Amilyen mértékben tisztulnak és tökéletesednek a módszereink, s kerülünk a kulcs birtokába, olyan mértékben válnak a dolgok nemcsak világosabbá, hanem szükségképpen sokkal egyszerűbbé is.

A tudomány általánosításra tör, az általánosítás pedig egyszerűsödést jelent. Az én saját tudományágam, a biológia manapság nemcsak sokkal gazdagabb, mint diákkoromban volt, hanem sokkal egyszerűbb is. Annak idején rémségesen bonyolult volt, nagyszámú elszigetelt princípiumra esett szét. Ma ezek mind egyetlen tömbbe olvadnak, közepén az atomról alkotott képünkkel. Kozmológia, kvantummechanika, DNS és örökléstan többé-kevésbé mind ugyanannak a mesének részei — igazán csodálatos egyszerűsödés. Az általános jobban ki is elégíti az értelmet, mint a részletek. Amikor tanítunk, nagyobb hangsúlyt kell fektetni az általánosra, mint a részletekre. Természetesen

* Szent-Györgyi Albert ezen előadása az amerikai Brown Egyetem fennállásának 200. évfordulója alkalmából tartott konferencián hangzott el. A szerző a tárgyalt kérdéseket természetesen biológus szemmel nézi, úgy véljük azonban, hogy előadásában a fizikus is figyelemre méltó gondolatokat talál. *(A szerk.)*

a részletek és az általános egyensúlyban kell, hogy legyenek: általánosítani csak az egyes esetekből lehet, ugyanakkor az egyes eseteket az általánosítás teszi értékessé és érdekessé.

Ezekután néhány általános megjegyzést szeretnék tenni, először a tanítás legfőbb eszközéről: a könyvekről. Van egy széles körben elterjedt félreértés az ismereteket tartalmazó könyvek természetét illetően. Sokak szerint az ilyen könyvek arra valók, hogy a tartalmukat a fejünkbe gyömöszöljük. Azt hiszem, ennek inkább az ellenkezője igaz. A könyvek azért vannak, hogy a tudást bennük tartsuk, míg a fejünket valami okosabbra használjuk. A könyvek valószínűleg jobban meg is felelnek ennek a célnak. Ami engem illet, az én fejemben minden lexikális tudásnak pár hét a felezési ideje. Ezért az ismereteket ,,értékmegőrzés céljából'' átengedem a könyveknek és könyvtáraknak, jómagam pedig elmegyek halászni, olykor halra, olykor új tudásra.

Tudom, hogy megbotránkoztatóan tudatlan vagyok. Elmehetnék akármilyen kollégiumi vizsgára, de egyiken sem tudnék átmenni. Ami még rosszabb: dédelgetem a tudatlanságomat; jól megbújok benne. Mert nem homályosítja el a naivitásomat, az együgyűségemet, azt a képességemet, hogy gyermekként csodáljam a természetet és hogy felismerjem a csodát még akkor is, ha minden nap látom. És ha, hetvenegy éves koromban, még mindig elásogatok a tudás kertjének szélén, azt ennek a gyermeki beállítottságnak köszönhetem. ,,Boldogok a tisztaszívűek, mert ők meglátják Istent'', mondja a biblia. ,,Mert ők képesek megérteni a Természetet'', mondom én.

Ne értsenek félre — én nem vetem meg a tudást, hosszasan és keményen dolgoztam, hogy megtanuljak valamit a tudomány minden területéről, ami a biológiával kapcsolatban áll. Enélkül nem kutathattam volna. De csak annyit tartottam meg, amennyire szükségem volt a megértéshez, a problémák intuitív megragadásához, és ahhoz, hogy tudjam, melyik könyvben mit lehet megtalálni. Ez jó mulatság volt, arra pedig szükségünk van, különben a munkánk nem sokat ér.

A második megjegyzésem az időtényezőre vonatkozik. Az iskolában eltöltött idő viszonylag rövid ahhoz képest, ami utána következik. Azért hangsúlyozom ezt, mert sokan úgy gondolják, hogy mindazt, amit a jó munkavégzéshez tudnunk kell, az iskolában kell megtanulni. Ez tévedés, hiszen az iskolát követő hosszú idő alatt elsősorban is hajlamosak vagyunk elfelejteni azt, amit ott tanultunk, másodsorban bőségesen van időnk tanulni. Sőt ténylegesen legtöbbünknek egész életén át tanulnia kell, jómagam ősz hajjal fogtam hozzá a kvantummechanika tanulmányozásához. Így hát az iskola feladata elsősorban az, hogy megtanítson arra, hogyan kell tanulni, hogy felkeltse az étvágyunkat a tudásra, hogy megismertesse velünk a jól végzett munka gyönyörűségét, az alkotás izgalmát, hogy megszerettesse velünk amit csinálunk, és hogy segítsen megtalálni azt, amit kedvvel csinálunk.

Gerard barátom Fouchet-t idézte, aki arra intett bennünket, hogy a tudás oltáráról a tüzet szerezzük meg ne pedig a hamut. Én, evilágibb beállítottságommal, arra intem Önöket, hogy a húst keressék és ne a csontokat. A tanítók általánosságban feltűnő előszeretettel viseltetnek a csontok, különösen a száraz csontok iránt. Persze a csontok fontosak és egyszer-másszor valamennyien szívesen szopogatjuk őket, de csakis akkor, ha a húst már megettük. Azt akarom kifejezni, hogy a dolgokat nem *tanulni*, hanem *élni* kell. Ez majdnem mindenre vonatkozik. Shakespeare-t és az egész irodalmat *élni* kell, a zenét a festményeket és a szobrokat *csinálni* kell, a drámákat *játszani* kell. Még a történelemre is igaz ez: át kell éljük, végighaladva a különböző korok szellemén, ahelyett, hogy elraktároznánk az adatokat. Örömmel állapíthatom meg, hogy ez a tendencia — átélni a dolgokat — egyre kifejezettebbé válik a természettudomány tanításában is. Legújabban nem tanítani törekszünk a természet legegyszerűbb törvényeit, hanem diákjainkkal felfedeztetni önmaguk számára, egyszerű kísérletekben. Természetesen az adatok is fontosak. Még érdekesek is lehetnek, de csak a húsnak, a lényegnek a bekebelezése után. Ez esetben akár meg is jegyezhetjük őket. De előre megtanítva unalmasak és elszürkítik, ha meg nem ölik a szellemet.

Széles körben elterjedt vélemény, hogy a memorizálás nem fáj, a tudás nem árt. Attól félek, igenis árthat. A holt tudás megfakítja a szellemet, megtölti a gyomrot anélkül, hogy táplálná a testet. Az ész nem feneketlen gödör, ha egy dolgot belerakunk, egy másikat esetleg kint kell hagynunk. Elevenebb tanítással jóllakathatjuk a lelket, ugyanakkor fenntarthatjuk az észt az igazán fontos dolgok számára. Még időt is takaríthatunk meg, amire szükségünk is van, ha a folyton bővülő tárgykörökkel lépést akarunk tartani.

Így az eleven oktatás, amely a lelket és az agyat egyaránt kielégíti, hozzásegítheti az embert, hogy szembeszálljon minden problémáinak egyik legszörnyűbbikével, hogy ti. mit csináljon önmagával. A legfejlettebb társadalmak, amilyen pl. a mienk, már most többet tudnak termelni, mint amennyit el tudnak fogyasztani és az automatizálás előrehaladásával ez az ellentmondás növekedni fog. Jelenleg azzal próbáljuk lebírni ezt a nehézséget, hogy haszontalan dolgokat termelünk, pl. fegyvereket. Ez azonban nem lehet a végleges válasz. Szükségképpen eljön majd az idő, amikor kevesebbet kell dolgozni, és akkor mit kezdünk majd magunkkal? Az életet nem hagyhatjuk üresen. Az embernek szüksége van izgalomra és a nehéz feladatokban rejlő kihívásra, a bőség társadalmában pedig minden könnyen megszerezhetővé válik. Márpedig az unalom veszélyes, könnyen arra indíthatja ugyanis a társadalmat, hogy felelőtlen és tudatlan vezetőket követve politikai kalandokban keressen izgalmat. Társadalmunk a legutóbbi időkben riasztó jeleit mutatta ilyesfajta tendenciáknak. És ez egy olyan világban, aminek egyik szélétől a másikig az atombombák másodpercek

alatt elrepülhetnek, öngyilkossággal érhet fel. Eleven művészetet és tudományt tanítva az iskolák feltárhatják a művészi és intellektuális élet kihívásait, végtelen horizontját és az egész életet izgalmas kalanddá tehetik. Meggyőződésem, hogy oktatói tevékenységünkben nemcsak a részleteknek és általánosításoknak kell egyensúlyban lenniük, hanem egész tanításunknak az egyetemes emberi értékekkel.

Befejezésül néhány apróbb megjegyzés, először a tudományról. A tudománynak két oldala van: része kell legyen minden nevelésnek, emberi kultúrának. Ezen kívül azonban a tudományt a leendő munkánkra való felkészülés eszközeként is tanítani kell. Ha a tudomány e két oldalát kellő gonddal megkülönböztetjük, „a két kulturáról" szóló panaszkodások értelmüket vesztik.

Utolsó megjegyzésem a történelem tanítására vonatkozik, részint azért, mert ez a legfontosabb tantárgy, részint mert még ma is orromban érzem saját veritékem savanyú szagát, melyet az adatok bemagolása közben izzadtam ki. A történelem két fejezetre, a nemzeti történelemre és a világtörténelemre oszlik. A nemzeti történelem, hogy úgy mondjam, családi ügy s itt nem akarok róla beszélni. Mi a világtörténelem? Lényegében az ember története, a fejlődésé, az állati állapotból a jelenlegi szintre. Ez a történet nagyon lelkesítő és egy kisszámú alkotó egyéniséghez, az emberiség hőseihez kapcsolódik, akik új ismereteket, új morális és etikai értékeket vagy új szépséget teremtettek. A történelemnek e pozitív oldalával negatív, romboló oldal néz farkasszemet, ez a királyok, bárók, generálisok és diktátorok nevéhez kapcsolódik, akik kapzsiságukban és hatalmi vágyukban háborukat indítottak, csatákat vívtak és legtöbbnyire nyomorúságot teremtettek, elpusztítva azt, amit más ember épített. Annak a történelemnek, amit jelenleg tanítunk, ők a hősei. Ez a történelem nemcsak negatív és feje tetejére állított, hanem hamis is, mert nem szól a tetvekről, patkányokról, éhségről és járványokról, amelyeknek pedig, mint azt Zinsser olyan helyesen kifejtette, fontosabb szerepük volt a dolgokban, mint a tábornokoknak és a királyoknak. Annak a világtörténelemnek, amit tanítunk, igazabbnak kell lennie, magában kell foglalnia az elmúlt korok nyomorúságát, a bűzt a piszkot, az esendőséget, hogy megtanuljuk értékelni a haladást és azt, amink ma van. Szükségtelen meghamisítani a történelmet, az amúgy is hajlamos arra, hogy meghamisítsa önmagát, minthogy csak az élők térnek vissza a csatatérről, hogy mesélhessenek. Ha a halottak is visszatérhetnének, hogy legalább egyszer elmeséljék névtelen pusztulásukat, a ma történelme és politikája másképp festene. Egy igazabb történelem egyszerűbb is volna.

Ahogy a különböző tudományok között eltűntek a korlátok, ugyanúgy elmosódik majd esetleg a határ a tudomány és a humaniorák között is. A fizikai módszerekkel történő kormeghatározás a kutatás eszközévé vált a történelemben, akárcsak a röntgenspektroszkópia és a mikroanalízis a festmények tanulmányozásában. Remélem, hogy a pszichológiában elért új eredmények ahhoz is hozzásegítenek bennünket, hogy egységesebb és világosabb alakban írjuk át az emberi történelmet.

Az ember fejlődésének története, amelyet nem sajátíthat ki egyik korszak, nemzet, hit vagy bőrszín sem, a mainál átfogóbb emberi szolidaritásra nevelhetné fiataljainkat. És éppen erre van égető szüksége az új generációnak, ha úgy akarja átalakítani politikai és emberi kapcsolatait, hogy fennmaradását biztosítsa.

Számos fejezete ellenére a mi oktatásunknak lényegében egyetlen tantárgya van, olyan emberek nevelése, akiknek a lábán nem lötyög a felnőttek cipője, és akik képesek egyenesen állni, tekintetüket a szélesebb horizonton hordozva. Ez a feladat az iskolát — bármely szinten — legfontosabb közintézményünkké, a tanítót a legfontosabb közéleti személlyé teszi. A holnap olyan lesz, amilyen a ma oktatása.

Szent-Györgyi Albert

Woods Hole, Mass.
(Fordította: *Károlyházy Frigyes*)

Lapunk példányonként megvásárolható:
V., Váci u. 10.
VI., Bajcsy-Zsilinszky út 76. sz. alatti
HÍRLAPBOLTOKBAN

Fermi-folyadékok II.*

1. §. *Bevezetés*

Dolgozatunk I. részében (a Fizikai Szemle előző számában) bemutattuk a Fermi-rendszerek Landautól származó fenomenológiai elméletét. Az elmélet a normál Fermi-rendszereknek az alapállapothoz közel eső gerjesztett állapotait vizsgálja. Az elméletben alapvető szerepet játszik a gerjesztett állapot jellemzésére szolgáló $\delta n(k)$ eloszlásfüggvény-variáció. Segítségével a gerjesztett állapot energiáját az

$$E = E_0 + \sum_k \varepsilon(k)\ \delta n(k) + \frac{1}{2}\sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\ \delta n(k_1)\ \delta n(k_2) \tag{1.1}$$

képletből számíthatjuk ki, melyben $\varepsilon(k)$ egy kvázirészecske energiája és $f(k_1, k_2)$ két kvázirészecske kölcsönhatása. A dolgozat II. részében a különböző konkrét fizikai gerjesztéseknek megfelelő $\delta n(k)$ mennyiségeket fogjuk meghatározni, és a gerjesztés energiáját az (1.1) formulából kiszámítani. A tárgyalás folyamán az ε és f mennyiségeket ismerteknek tételezzük fel, és elsődleges célunk annak illusztrálása, hogy a Landau elmélettel bevezetett kvázirészecskék, ezek ε energiája és f kölcsönhatása olyan fogalmak, melyekkel a normál Fermi-rendszerek fizikai viselkedése rendkívül egyszerűen és szemléletesen leírható. De megbeszéljük azt a lehetőséget is, hogy a rendszer kísérletileg meghatározott fizikai viselkedéséből következtessünk a kvázirészecskék energiájára és kölcsönhatására. A korlátozott terjedelem miatt a Landau-elmélet valamennyi alkalmazását bemutatni nem tudjuk, csak néhány jellemző példát tárgyalunk. A Landau-elmélettel kapcsolatos jelentősebb munkákat az irodalomjegyzékben soroljuk fel.

2. §. *Hőmérsékleti gerjesztés*

A hőmérsékleti gerjesztés problémáját a Landau-elmélet első közelítésében tárgyaljuk, amikor is a kvázirészecskék kölcsönhatását nem vesszük figyelembe. A rendszer energiája ebben a közelítésben:

$$E = E_0 + \sum_k \varepsilon(k)\ \delta n(k). \tag{2.1}$$

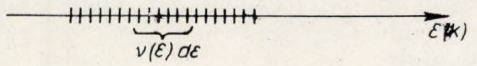
Adott hőmérsékleten bizonyos valószínűséggel minden $\{\delta n(k)\}$-val jellemzett gerjesztett állapot előfordul. (Kvantummechanikai értelemben véve „kevert állapottal" van dolgunk.) Az átlagos $\delta n(k)$ kvázirészecske-számot a Fermi—Dirac-statisztika jól ismert képlete adja meg:

$$\delta n(k) = \frac{1}{\exp\left[\dfrac{\varepsilon(k) - \mu}{kT}\right] + 1} - n_0(k), \tag{2.2}$$

ahol k a Boltzmann-állandó, T a hőmérséklet és μ a kémiai potenciál, melyet úgy kell megállapítani, hogy $\sum_k \delta n(k) = 0$ legyen. (Ugyanis a hőmérsékleti gerjesztés nem változtatja meg az anyag részecskéinek számát, a kvázirészecskék számának meg kell egyeznie a kvázilyukak számával.)

*

A továbbiakban azt az esetet vizsgáljuk részletesebben, amikor az $\varepsilon(k)$ kvázirészecske-energiák igen sűrűn helyezkednek el az energiatengelyen:



1. ábra

A nívósűrűséget $\nu(\varepsilon)$-al jelöljük, és a $\sum_k F[\varepsilon(k)]$ típusú összeget (ahol F valamilyen függvénye ε-nak) a következő integrállal pótoljuk:

$$\int F(\varepsilon)\ \nu(\varepsilon)\ d\varepsilon.$$

(2.2) alapján a μ kémiai potenciál és az E energia kiszámítására a következő képleteket írhatjuk fel:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\nu(\varepsilon)}{\exp\left[\dfrac{\varepsilon - \mu}{kT}\right] + 1}\, d\varepsilon - \int_{-\infty}^{\varepsilon_F} \nu(\varepsilon)\, d\varepsilon = 0.$$

(Ebből μ kiszámítható.)

$$E(T) = E_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon\nu(\varepsilon)}{\exp\left[\dfrac{\varepsilon - \mu}{kT}\right] + 1}\, d\varepsilon - \int_{-\infty}^{\varepsilon_F} \varepsilon\nu(\varepsilon)\, d\varepsilon.$$

Ezekben az egyenletekben az $\varepsilon_F = \varepsilon(k_F)$ jelölést vezettük be.

Ismeretes a $T \to 0$ határesetre vonatkozó következő aszimptotikus sorfejtés:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\varepsilon)}{\exp\left[\dfrac{\varepsilon - \mu}{kT}\right] + 1}\, d\varepsilon \approx \int_{-\infty}^{\mu} F(\varepsilon)\, d\varepsilon +$$

$$+ \frac{(\pi kT)^2}{6} F'(\mu) + \frac{7(\pi kT)^4}{360} F'''(\mu) + \ldots \tag{2.3}$$

ahol $F(\varepsilon)$ tetszőleges analitikus függvénye ε-nak. Ezen aszimptotikus sorfejtésből csak az első két tagot véve figyelembe, a μ kémiai potenciálra

* Az ATOMKI-ban 1965 januárjában tartott szemináriumi sorozat rövidített anyaga. Megjelent az ATOMKI Közlemények 1965. évi 2. számában.

vonatkozó egyenletünk a következőképpen alakul:

$$\int_{\varepsilon_F}^{\mu} \nu(\varepsilon)\, d\varepsilon + \frac{(\pi\, \mathrm{k}T)^2}{6}\, \nu'(\mu) = 0. \qquad (2.4)$$

Ebből az egyenletből $\mu = \mu(T)$ meghatározható. Természetesen az eredményt csak a T^2 nagyságrendű tagig szabad felírni, hiszen számításainkban T magasabb hatványait elhanyagoltuk. Az elemi számítás eredménye:

$$\mu = \varepsilon_F - \frac{(\pi\, \mathrm{k}T)^2}{6} \cdot \frac{\nu'(\varepsilon_F)}{\nu(\varepsilon_F)}. \qquad (2.5)$$

A kémiai potenciál ismeretében kiszámíthatjuk a rendszer $E = E(T)$ energiáját. Ismét csak a T^2 nagyságrendű tagokig menve el a (2.3) sorfejtésben, kapjuk:

$$E(T) = E_0 + \int_{\varepsilon_F}^{\mu} \varepsilon \nu(\varepsilon)\, d\varepsilon + \frac{(\pi\, \mathrm{k}T)^2}{6} [\nu(\mu) + \mu\nu'(\mu)]. \qquad (2.6)$$

Ha ide behelyettesítjük μ-nek az (2.5) alatti képletét, és elhagyjuk a T^2-nél magasabb T hatványokat, akkor a következő végeredményhez jutunk:

$$E(T) = E_0 + \frac{(\pi\, \mathrm{k}T)^2}{6} \nu(\varepsilon_F). \qquad (2.7)$$

Eredményünk szerint minden normál Fermi-rendszer esetén a hőmérsékleti gerjesztés energiája, az $E(T) - E_0$ mennyiség T^2-el arányos. Ezt az eredményt a tapasztalat valóban alátámasztja. $E(T)$ mérésével, (2.7) alapján, a $\nu(\varepsilon_F)$ mennyiség meghatározható. Kísérleti lehetőség nyílik tehát arra, hogy a kvázirészecskék energianívóinak sűrűségét az $\varepsilon \sim \varepsilon\,(k_F)$ energia környezetében meghatározhassuk.

*

A (2.7) formulából megállapíthatjuk azt a T_1 hőmérsékletet, melynél az $E(T) - E_0$ hőmérsékleti gerjesztési energia eléri az E_0 nullponti energia 1%-át. Ez a hőmérsékletérték nyilvánvalóan a $\nu(\varepsilon_F)/E_0$ mennyiség függvénye. Az alábbi táblázatban megadtuk $\nu\,(\varepsilon_F)/E_0$ elméletileg meghatározott értékét néhány érdekesebb anyag esetében, valamint az ebből számított T_1 értéket.

	$\nu\,(\varepsilon_F)/E_0$	T_1
Maganyag	$0{,}14 \cdot 10^{+14}$ eV^{-2}	$2 \cdot 10^{10}$ °K
He^3 folyadék	$0{,}88 \cdot 10^{+8}$ eV^{-2}	0,1 °K
Li fém	0,28 eV^{-2}	2000 °K

A maganyag hőmérsékleti gerjesztéséhez húszmilliárd °K hőmérsékletértékre van szükség. Ilyen magas hőmérséklet a természetben egyes, egészen különös szerkezetű állócsillagok belsejében valósul csak meg. Viszont lehetőség van arra is, hogy földi laboratóriumban egyes atommagokat ilyen hőmérsékletre melegítsünk fel azáltal, hogy őket egy koncentrált részecskenyalábbal bombázzuk. A folyékony He^3 hőmérsékleti gerjesztéséről éppen az ellenkező végletet mondhatjuk el. A He^3 folyadék már 0,1 °K-nál hőmérsékletileg gerjesztve van, csak egy igen korszerű hideg laboratóriumban lehet a He^3 folyadékot annyira lehűteni, hogy a hőmérsékleti gerjesztése elhanyagolható legyen. A Li és általában a többi fém hőmérsékleti gerjesztése szobahőmérsékleten még elhanyagolható, csak néhány ezer °K esetén játszik szerepet.

*

A hőmérsékleti gerjesztés problémáját az előzőekben a legalacsonyabb közelítésben tárgyaltuk. Ha a T^4 nagyságrendű tagokat is figyelembe akarjuk venni, akkor a kvázirészecskék kölcsönhatását már nem hanyagolhatjuk el. Ebben az esetben a (2.2) formulában a szabad kvázirészecske $\varepsilon(k)$ energiája helyébe a kölcsönható kvázirészecske energiája kerül. $\delta n(k)$ kifejezése ekkor a következőképpen alakul:

$$\delta n(k) = \frac{1}{\exp\{[\varepsilon(k) + \sum_{k'} f(k,k')\, \delta n(k') - \mu]/\mathrm{k}T\} + 1} - n_0(k). \qquad (2.8)$$

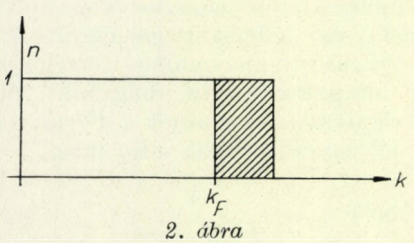
Ez tulajdonképpen egy integrálegyenlet $\delta n(k)$-ra, melynek megoldását kell aztán az

$$E = E_0 + \sum_k \varepsilon(k)\, \delta n(k) + \frac{1}{2} \sum_{kk'} f(k,k')\, \delta n(k)\, \delta n(k')$$

képletbe behelyettesíteni. (A kémiai potenciált ismét az $\sum_k \delta n(k) = 0$ mellékfeltétel szabja meg.) A (2.8) egyenlet azonban oly komplikált, hogy konkrét számításokat még senki sem végzett a hőmérsékleti gerjesztés magasabbrendű korrekcióinak meghatározására.

3. §. *Részecskeszám növelés*

Az N részecskéből álló, alapállapotban levő rendszerhez adjunk még δN számú részecskét oly módon, hogy az $N + \delta N$ részecskéből álló rendszer alapállapotához jussunk. A részecskeszám növelésének nyilvánvalóan a következő eloszlásfüggvény megváltozás felel meg:



2. ábra

A részecskeszám megváltozása magával vonja a k_F Fermi-szint eltolódását és természetesen az $\varepsilon_F = \varepsilon(k_F)$ Fermi-energia megváltozását. A részecskeszám változás:

$$\delta N = \sum_k \delta n(k) = \int_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + \delta\varepsilon_F} \nu(\varepsilon)\, d\varepsilon =$$

$$= \nu(\varepsilon_F)\,\delta\varepsilon_F + \frac{1}{2}\nu'(\varepsilon_F)\,(\delta\varepsilon_F)^2 + \ldots \qquad (3.1)$$

Ha csak a másodrendű tagokat írjuk ki, (3.1)-ből $\delta\varepsilon_F$-et kifejezhetjük, ismét csak másodrendnyi pontossággal:

$$\delta\varepsilon_F = \frac{1}{\nu(\varepsilon_F)}\,\delta N - \frac{1}{2}\,\frac{\nu'(\varepsilon_F)}{\nu^3(\varepsilon_F)}\,(\delta N)^2. \qquad (3.2)$$

A megnövelt részecskeszámú rendszer energiája:

$$E_0(N + \delta N) = E_0(N) + \sum_k \varepsilon(k)\,\delta n(k) +$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\,\delta n(k_1)\,\delta n(k_2).$$

Először az energiaváltozás első tagját, a szabad kvázirészecskék energiaösszegét számítjuk ki:

$$\sum_k \varepsilon(k)\,\delta n(k) = \int_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + \delta\varepsilon_F} \varepsilon\nu(\varepsilon)\,d\varepsilon = \varepsilon_F\nu(\varepsilon_F)\,\delta\varepsilon_F +$$

$$+ \frac{1}{2}[\nu(\varepsilon_F) + \varepsilon_F\nu'(\varepsilon_F)]\,(\delta\varepsilon_F)^2.$$

Ha ide beírjuk $\delta\varepsilon_F$ (3.2) alatti kifejezését, akkor a kvázirészecskék energiaösszegére a következő kifejezés adódik:

$$\sum_k \varepsilon(k)\,\delta n(k) = \varepsilon_F\,\delta N + \frac{1}{2}\,\frac{(\delta N)^2}{\nu(\varepsilon_F)}. \qquad (3.3)$$

Most foglalkozzunk a kvázirészecskék kölcsönhatási energiájával, tehát az

$$\frac{1}{2}\sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\,\delta n(k_1)\,\delta n(k_2)$$

kifejezéssel. Ha az f kölcsönhatás csak az egyes kvázirészecskék energiájától függ, tehát ha $f = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, akkor legalacsonyabb közelítésben:

$$\frac{1}{2}\sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\,\delta n(k_1)\,\delta n(k_2) =$$

$$= \frac{1}{2} f(\varepsilon_F, \varepsilon_F) \sum_{k_1 k_2} \delta n(k_1)\,\delta n(k_2) =$$

$$= \frac{1}{2} f(\varepsilon_F, \varepsilon_F)\,(\delta N)^2. \qquad (3.4)$$

Általában azonban az f kölcsönhatás a kvázirészecskék energiája mellett egyéb állapotjelzőknek is függvénye: $f = f(\varepsilon_1\sigma_1, \varepsilon_2\sigma_2)$. Könnyű belátni, hogy ez esetben (3.4) a következőképpen módosul:

$$\frac{1}{2}\sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\,\delta n(k_1)\,\delta n(k_2) =$$

$$= \frac{1}{2}\ \underset{\sigma_1\sigma_2\text{-re}}{\text{Átlag}}\ \langle f(\varepsilon_F\sigma_1, \varepsilon_F\sigma_2)\rangle\ (\delta N)^2 \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{2} f_F\,(\delta N)^2 \qquad (3.5)$$

ahol f_F-vel jelöltük az f kölcsönhatásnak a Fermi-tenger felszínén vett átlagát. (3.3) és (3.5) figyelembevételével az energiakifejezés a következőképpen alakul:

$$E_0(N + \delta N) = E_0(N) + \varepsilon_F\delta N +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\nu(\varepsilon_F)} + f_F\right)(\delta N)^2 + \ldots \qquad (3.6)$$

Kiszámítottuk tehát, δN-ben másodrendnyi pontossággal a részecskeszám változással járó energiaváltozást. (3.6)-ot összehasonlítva az $E_0(N)$ függvény Taylor-sorával:

$$E_0(N + \delta N) = E_0(N) + E_0(N)\,\delta N +$$

$$+ \frac{1}{2}E_0''(N)\,(\delta N)^2 + \ldots \qquad (3.7)$$

megállapíthatjuk, hogy

$$E_0'(N) = \varepsilon_F \text{ és } E_0''(N) = \frac{1}{\nu(\varepsilon_F)} + f_F. \qquad (3.8)$$

Az alapállapot energiája, mint a részecskeszám függvénye (tehát az $E_0 = E_0(N)$ függvény) kísérletileg meghatározható. (3.8) felhasználásával a kísérleti adatokból kiszámíthatjuk egyrészt ε_F-et, a Fermi-szinthez tartozó kvázirészecske energiát, másrészt f_F-et, a Fermi-szinthez tartozó átlagos kölcsönhatási energiát. Ez utóbbi meghatározásánál $\nu(\varepsilon_F)$-et a hőmérsékleti gerjesztés vizsgálatával kaphatjuk meg [lásd (2.7)-et].

4. §. *Kiterjedt Fermi-folyadékok*

A következőkben az eddig elért eredményeinket akarjuk alkalmazni kiterjedt Fermi-rendszerekre, vagy más néven Fermi-folyadékokra. A Fermi-folyadéknak megfelelő ideális rendszer az ideális Fermi-gáz. Az ideális Fermi-gázban egy részecske kvantumállapotát az impulzusa és a spinkvantumszáma határozza meg: $k = (\mathbf{p}, m_s)$. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a rendszerünk $\frac{1}{2}$-es spinű részecskékből áll, akkor m_s két értéket vehet fel: $m_s = \pm 1/2$. (Maganyagban a k kvantumállapotot az impulzuson és a spinkvantumszámon kívül a nukleon izotópspin kvantumszáma határozza meg. Az elméletet igen könnyű általánosítani erre az esetre is.) Az ideális Fermi-gáz k állapotaira való összegezés egyrészt egy összegezést jelent az m_s spinkvantumszámokra, másrészt egy integrálást a $\mathbf{p}$ impulzusvektorokra, a következő jól ismert szabály szerint:

$$\sum_k (\ldots) = \frac{\Omega}{(2\pi\hbar)^3}\sum_{m_s}\int d^3\mathbf{p}\,(\ldots), \qquad (4.1)$$

ahol Ω a rendszer térfogata és $(\ldots)$ a $k = (\mathbf{p}, m_s)$ állapotnak valamilyen függvénye. Az ideális Fermi-gázban a $k = (\mathbf{p}, m_s)$ állapotú részecske energiája egyszerűen a $\mathbf{p}$ impulzusnak megfelelő kinetikus energia lesz: $e = p^2/2\,m$.

Az alapállapot betöltési függvénye:

$$n_0(k) = n_0(\mathbf{p}, m_s) = \begin{cases} 1, & \text{ha } p < p_F \\ 0, & \text{ha } p > p_F \end{cases} \quad (4.2)$$

Itt p_F a Fermi-féle impulzus. A részecskeszámot a (4.1) szabály alkalmazásával számíthatjuk ki:

$$N = \sum_k n_0(k) = \frac{2\,\Omega}{(2\,\pi\hbar)^3} \int_0^{p_F} 4\pi\, p^2 dp = \frac{\Omega p^3{}_F}{3\pi^2\hbar^3}. \quad (4.3)$$

Ebből a p_F Fermi-impulzusra a következő kifejezés adódik:

$$p_F = (3\pi^2)^{1/3}\,\hbar \left(\frac{N}{\Omega}\right)^{1/3}. \quad (4.4)$$

A Fermi-impulzus az N/Ω anyagsűrűség függvénye, és annak köbgyökével arányos.

Az ideális Fermi-gáz alapállapotának energiája pedig:

$$E_0 = \sum_k e(k)\, n_0(k) = \frac{2\Omega}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2}{2\,m} 4\,\pi p^2\, dp = \frac{\Omega p_F^5}{10\,\pi^2\hbar^3 m}. \quad (4.5)$$

Az egy részecskére jutó energia: $E_0/N = (3/5)\,(p_F^2/2\,m)$, az előforduló maximális kinetikus energia 3/5-öd része.

*

A reális Fermi-folyadékban a kvázirészecskék ε energiája elvben a $k = (\mathbf{p}, m_s)$ kvantumszámoktól függ. A rendszer izotrópiája miatt azonban ε független a $\mathbf{p}$ impulzus irányától és az m_s spintől. Tehát:

$$\varepsilon = \varepsilon(p) \quad (4.6)$$

csak a p impulzus abszolút értékének függvénye. Két kvázirészecske kölcsönhatása, izotróp rendszerben, csak a $\mathbf{p}_{12} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)$ relatív impulzus abszolút értékétől, valamint a relatív spinállásoktól függhet:

$$f = \begin{cases} f_{\uparrow\uparrow}(p_{12}), & \text{ha } m_{s_1} = m_{s_2} \\ f_{\uparrow\downarrow}(p_{12}), & \text{ha } m_{s_1} = -\,m_{s_2} \end{cases} \quad (4.7)$$

Az f kölcsönhatás képletét a következő alakban is felírhatjuk:

$$f = \frac{1}{\Omega}\left\{f_a(p_{12}) + \left(\delta_{m_{s_1} m_{s_2}} - \frac{1}{2}\right) f_e(p_{12})\right\}. \quad (4.8)$$

Az $f_a = \Omega(f_{\uparrow\uparrow} + f_{\uparrow\downarrow})/2$ mennyiséget átlagos kölcsönhatásnak nevezzük (az átlagolás a spinre vonatkozik), az $f_e = \Omega(f_{\uparrow\uparrow} - f_{\uparrow\downarrow})$ mennyiség neve pedig a (spin-) kicserélődési kölcsönhatás. f_a és f_e a relatív impulzus abszolút értékének, p_{12}-nek a függvényei. (4.8)-ba az $1/\Omega$ faktort pusztán formális okokból vezettük be, de ez azzal jár, hogy az f_a és f_e mennyiségek erg.cm^3 dimenziójúak.

*

Termikus gerjesztés. A hőmérsékleti gerjesztés energiáját a (2.7) formula adja meg. Az ebben szereplő $\nu(\varepsilon)$ nívósűrűséget a (4.6) alatti kvázirészecske-energiaspektrumból számíthatjuk ki. A (4.1) összegezési szabály szerint a p, valamint a $p - dp$ impulzusértékek közé eső kvázirészecske állapotok száma:

$$\nu(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{2\Omega\, 4\pi\, p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.9)$$

Ebből a nívósűrűség:

$$\nu(\varepsilon) = \frac{\Omega p^2}{\pi^2\hbar^3 \varepsilon'(p)}, \quad (4.10)$$

ahol $\varepsilon'(p) = d\varepsilon/dp$, a (4.6) alatti energiaspektrum deriváltja. A termikus gerjesztés energiaképletében, (2.7)-ben a nívósűrűségnek a Fermi-szinthez tartozó értéke szerepel, tehát (4.10)-et a $p = p_F$ helyen kell vennünk:

$$E(T) = E_0 + \frac{(\pi\, \mathrm{k}T)^2\, \Omega p_F^2}{6\pi^2\,\hbar^3 \varepsilon'(p_F)}. \quad (4.11)$$

Ebben a formulában két elemi változtatást hajtunk végre. Egyrészt az Ω térfogat helyett, (4.3) alapján az N részecskeszámot vezetjük be. Másrészt bevezetjük a kvázirészecskék effektív tömegét az

$$m^+ = \frac{p_F}{\varepsilon'(p_F)} \quad (4.12)$$

definícióval. Kiadódik, hogy

$$E(T) = E_0 + \frac{(\pi\, \mathrm{k}T)^2\, m^+}{2p_F^2} N. \quad (4.13)$$

A Fermi-folyadék fajhőjét a $c_v = \frac{1}{\Omega}(\delta E/\delta\, T)_N$ formula alapján állapíthatjuk meg:

$$c_v = \frac{k^2 m^+ p_F}{3\hbar^3} T \equiv \alpha T. \quad (4.14)$$

A fajhő, alacsony hőmérsékleten arányos T-vel. Ez az eredmény minden reális Fermi-folyadékra egyaránt érvényes, hiszen a levezetésnél csak annyit használtunk fel, hogy léteznek kvázirészecskék. Az

$$\alpha = \frac{\mathrm{k}^2 m^+ p_F}{3\hbar^3}$$

fajhőkoefficiens kísérleti meghatározása útján az m^+ effektív tömeg értéket állapíthatjuk meg.

*

Érdemes megjegyezni, hogy a (4.13) kifejezés az ideális Fermi-gáz esetében is érdekes eredményre vezet. Ideális Fermi-gáz esetén a (4.12)-vel definiált effektív tömeg a részecskék tényleges tömegével egyezik meg: $m^+ = m$, az E_0 nullponti

energiát pedig (4.5) adja meg. Ideális Fermi-gázra tehát:

$$\frac{E(T)}{N} = \frac{3}{5}\frac{p_F^2}{2m}\left\{1 + \frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{2m\,kT}{p_F^2}\right)^2\right\}. \quad (4.15)$$

Ez az eredmény *Sommerfeld*től származik.

*

Kompresszibilitás. Az alapállapotban levő, tehát $T = 0$ hőmérsékletű Fermi-folyadék nyomását a termodinamika elemeiből jól ismert képlet adja meg:

$$P = -\left(\frac{\delta E_0}{\delta \Omega}\right) N\,, \quad (4.16)$$

ahol E_0 az alapállapot energiája, mely az Ω és N mennyiségek függvénye. A Fermi-folyadék kompresszibilitását, $\varkappa$-t, pedig a következő képletből számíthatjuk ki:

$$\frac{1}{\varkappa} = -\Omega\left(\frac{\delta P}{\delta \Omega}\right)_N = \Omega\left(\frac{\delta^2 E_0}{\delta \Omega^2}\right)_N. \quad (4.17)$$

Mivel igen nagy kiterjedésű anyagot vizsgálunk, ezért az anyag energiája arányos lesz az Ω térfogattal, az arányossági tényező csak az N/Ω viszonytól függ. Tehát: $E_0 = (\Omega, N) = \Omega u(N/\Omega)$. Ezt felhasználva a kompresszibilitás (4.17) kifejezése a következőképpen alakítható:

$$\frac{1}{\varkappa} = \frac{N^2}{\Omega}\left(\frac{\delta^2 E_0}{\delta N^2}\right). \quad (4.18)$$

E_0-nak N szerinti második differenciálhányadosát a 3. §-ban meghatároztuk, kifejezését (3.8) adja meg. A kompresszibilitás tehát:

$$\frac{1}{\varkappa} = \frac{N^2}{\Omega}\left(\frac{1}{\nu(\varepsilon_F)} + f_F\right). \quad (4.19)$$

A $\nu(\varepsilon)$ nívósűrűséget már kiszámítottuk (4.10) alatt, az effektív tömeg bevezetésével a képlet a következőképpen írható:

$$\frac{1}{\nu(\varepsilon_F)} = \frac{\pi^2\hbar^3}{\Omega m^+ p_F}. \quad (4.20)$$

A Fermi-tenger felszínére átlagolt kvázirészecske kölcsönhatást, f_F-t, pedig úgy kapjuk meg, ha (4.8)-ban $\mathbf{p}_1$ és $\mathbf{p}_2$ helyébe a p_F Fermi-impulzusnak megfelelő hosszúságú impulzusvektorokat írunk: ez esetben $p_{12} = p_F \sin\theta/2$ lesz, majd pedig átlagolunk a $\mathbf{p}_1$ és $\mathbf{p}_2$ vektorok által bezárt θ szögre, valamint az m_{s_1} és m_{s_2} spinkvantumszámokra. Ily módon kapjuk, hogy:

$$f_F = \frac{1}{2\Omega}\int_0^\pi f_a\left(p_F \sin\frac{\theta}{2}\right)\sin\theta\, d\,\theta. \quad (4.21)$$

Az integrandusban szereplő $f_a(p_F \sin\theta/2)$ függvény helyett célszerű lesz bevezetni az ún. dimenziómentes kvázirészecske kölcsönhatást:

$$F_a(\theta) = \frac{m^+ p_F}{(2\pi\hbar)^3} f_a\left(p_F \sin\frac{\theta}{2}\right); \quad (4.22)$$

$\nu(\varepsilon_F)$ valamint f_F kifejezéseit a kompresszibilitás (4 19) képletébe helyettesítve végül is a következő kifejezéshez jutunk:

$$\frac{1}{\varkappa} = \frac{p_F^5}{9\pi^2\hbar^3 m^+}\left(1 + 4\pi\int_0^\pi F_a(\theta)\sin\theta\, d\,\theta\right). \quad (4.23)$$

A kompresszibilitás tehát a spinre átlagolt, dimenziómentes kvázirészecske-kölcsönhatásnak, $F_a(\theta)$-nak a teljes térszögre vett integráljával fejezhető ki.

*

A hidrodinamika tanítása szerint az anyag $\varkappa$ kompresszibilitása és a hanghullámok C terjedési sebessége szorosan összefüggő mennyiségek. A kettő kapcsolatát a következő képlet adja meg:

$$C^2 = \frac{\Omega}{Nm\varkappa}. \quad (4.24)$$

Itt m a Fermi-folyadékot alkotó részecskék tényleges tömege. A kompresszibilitásra vonatkozó képletünk felhasználásával és (4.3) figyelembevételével kapjuk:

$$C^2 = \frac{p_F^2}{3\,mm^+}\left(1 + 4\pi\int_0^\pi F_a(\theta)\sin\theta\, d\,\theta\right). \quad (4.25)$$

Ha ezt az általános formulát az ideális Fermi-gázra alkalmazzuk, akkor az $m^+ = m$ és $F_a(\theta) \equiv 0$ helyettesítéseket kell elvégeznünk, és a következő eredményt kapjuk:

$$C = \frac{p_F}{\sqrt{3}m}. \quad (4,26)$$

Ez az eredmény jól ismert az elfajult elektrongáz elméletéből.

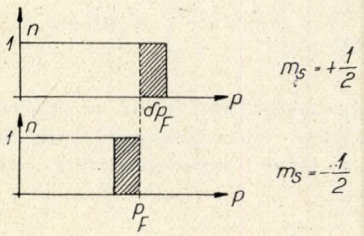
5. §. *A Pauli-féle paramágnesség elmélete*

Helyezzük a Fermi-folyadékunkat egy külső, homogén mágneses térbe, melynek térerőssége H. A rendszerünket alkotó fermi-részecskék mágneses nyomatékát jelöljük $\beta/2$-vel. Pl. elektronok esetén $\beta = -e\hbar/mc$. Szeretnénk meghatározni, hogy hogyan befolyásolja a H mágneses tér a Fermi-folyadék szerkezetét és energiáját.

Elsősorban a Fermi-folyadékunknak megfelelő kölcsönhatásmentes rendszer, az ideális Fermi-gáz mágneses térben való viselkedését beszéljük meg. Mágneses tér nélküli esetben az ideális Fermi-gáz alapállapotát a (4.2) eloszlásfüggvény írja le, mely nem függ a részecskék m_s spinkvantumszámától, következésképpen a pozitív és negatív spinű részecskék száma egyenlő. A H mágneses tér hatására az anyag polarizálódik: a mágneses térrel paralel spinű részecskék N_+ száma nagyobb lesz, mint az antiparalel spinű részecskék N_- száma. Ha a kétféle spinállású részecskék számának különbségét δN-el jelöljük, akkor nyilván:

$$N_+ = \frac{1}{2}(N + \delta N) \text{ és } N_- = \frac{1}{2}(N - \delta N)\,, \quad (5.1)$$

ahol N az összes részecskék száma. A mágneses térben kialakuló eloszlásfüggvényt az alább ábra szemlélteti:



3. ábra

A p_F Fermi-impulzus a pozitív spinű részecskékre megnő $\delta p_F = (\pi^2/p_F^2) \cdot (\delta N/\Omega)$-val, a negatív spinű részecskékre ugyanennyivel csökken. Az így kialakuló eloszlásfüggvény és a (4.2) eloszlásfüggvény különbsége fogja adni azt a $\delta n(p, m_s)$ eloszlásfüggvény-változást, mely a külső mágneses tér hatására jött létre.

Az eloszlásfüggvény-változás birtokában most már képezhetjük, Landau képlete alapján, a Fermi-folyadék energiakifejezését. A számítások, a 3. §-ban részletezett számításokkal analóg módon vihetők keresztül. A szabad kvázirészecskék energiaösszegére a következő kifejezést kapjuk:

$$\sum_k \varepsilon(k)\, \delta n(k) = \frac{1(\delta N)^2}{2\nu(\varepsilon_F)} = \frac{p_F^2}{3m^+} \cdot \frac{(\delta N)^2}{2N}. \qquad (5.2)$$

A kvázirészecskék kölcsönhatási energiájához csak az f_e kicserélődési kölcsönhatás szolgáltat járulékot:

$$\frac{1}{2} \sum_{k_1 k_2} f(k_1 k_2)\, \delta n(k_1)\, \delta n(k_2) =$$

$$= \frac{(\delta N)^2}{8\Omega} \int_0^\pi f_e\left(p_F \sin\frac{\theta}{2}\right) \sin\theta d\theta. \qquad (5.3)$$

A mágneses térben levő Fermi-folyadék energiája az E_0 alapállapot (mágneses tér nélküli állapot) energiájából és az (5.2), (5.3) energiaváltozásokból tevődik össze. Fellép ezenkívül még egy tag, a Fermi-folyadékot alkotó részecskék $\beta/2$ mágneses momentumainak a külső H térrel való kölcsönhatása. Paralel spinállású részecskékre az az energia $-(\beta/2)\, H$ lesz, míg antiparalel spinállás esetén $+(\beta/2)\, H$. Az eredő mágneses energia:

$$N_+\left(-\frac{\beta}{2}H\right) + N_-\left(\frac{\beta}{2}H\right) = -\frac{1}{2}\beta H\, \delta N. \qquad (5.4)$$

Mindezt összevéve a mágneses térben levő anyag energiája:

$$E(H) = E_0 +$$

$$\frac{p_F^2}{3m^+}\left(1 + 2\pi \int_0^\pi F_e(\theta) \sin\theta d\theta\right) \frac{(\delta N)^2}{2N} - \frac{1}{2}\beta H \delta N. \qquad (5.5)$$

Itt bevezettük az $F_e(\theta)$ dimenziómentes kicserélődési kölcsönhatást, mely (4.22)-vel teljes analógiában:

$$F_e(\theta) = \frac{m^+ p_F}{(2\pi\hbar)^3} f_e\left(p_F \sin\frac{\theta}{2}\right). \qquad (5.6)$$

Az (5.5) energiakifejezésben egyelőre határozatlan maradt a spin-polarizáció mértékét megadó δN mennyiség. Az egyensúlyi állapotban nyilván az a δN érték valósul meg, mely esetén $E(H)$ minimális. E minimum feltételből δN-re a következő érték adódik:

$$\delta N = \frac{\beta N H}{\frac{2p_F^2}{3m^+}\left(1 + 2\pi \int_0^\pi F_e(\theta) \sin\theta d\theta\right)}. \qquad (5.7)$$

A δN spin-polarizációval szorosan összefüggő mennyiség a Fermi-folyadékunk indukált mágneses nyomatéka:

$$M = \frac{1}{2}\beta\delta N =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\frac{2p_F^2}{3m^+}\left(1 + 2\pi \int_0^\pi F_e(\theta) \sin\theta d\theta\right)} NH \equiv \chi\Omega H, \qquad (5.8)$$

ahol χ a mágneses szuszceptibilitás, melyre (5.8)-ból a következő kifejezés adódik:

$$\frac{1}{\chi} = \frac{4\pi^2\hbar^3}{\beta^2 m^+ p_F}\left(1 + 2\pi \int_0^\pi F_e(\theta) \sin\theta d\theta\right). \qquad (5.9)$$

A mágneses szuszceptibilitás tehát a dimenziómentes kicserélődési kölcsönhatásnak, $F_e(\theta)$-nak a teljes térszögre vett integráljával fejezhető ki.

Megemlítjük, hogy olyan Fermi-folyadékokban, melyekben a kvázirészecskék kölcsönhatása független a relatív spinállástól, nincs kicserélődési kölcsönhatás: $F_e(\theta) \equiv 0$. Ilyen esetben a mágneses szuszceptibilitás:

$$\chi' = \frac{\beta^2 m^+ p_F}{4\pi^2\hbar^3} = \frac{3\alpha\beta^2}{4\pi^2 k^2}, \qquad (5.10)$$

ahol α a (4.14) alatt bevezetett fajhőkoefficiens. Az (5.10) formula természetesen érvényes az ideális Fermi-gázra, hiszen ott nincs semmiféle kölcsönhatás a részecskék között. A természetben előforduló anyagok között viszont nem ismeretes egy sem, melyre $F_e(\theta) \equiv 0$ lenne, tehát melynek szuszceptibilitását (5.10) adná meg. A χ szuszceptibilitást tehát mindig az általános (5.9) képlet alapján kell kiszámítanunk.

*

A fentiekhez teljesen hasonló módon tárgyalhatjuk a *maganyag elektromos „polarizációját"*. Maganyag alatt olyan homogén sűrűségű nukleonrendszert értünk, melyben a neutronok és protonok száma megegyezik: $N = Z = A/2$. A nukleonok kvantumállapotát az impulzuson kívül a spin és az izotópspin kvantumszámok adják meg: $k = (\mathbf{p}, m_s, m)$. A kvázinukleon ε energiája a térbeli és izotóp szimmetria miatt, (4.6)-hoz hasonlóan, csak az impulzus abszolút értékétől függ: $\varepsilon = \varepsilon(p)$; két kvázinukleon kölcsönhatását, a szim-

metriák figyelembevételével a következő alakban írhatjuk fel:

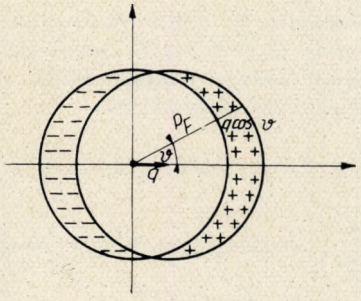
$$f(k_1k_2) = f_0(p_{12}) + f_s(p_{12})\left(\delta\, m_{s_1}m_{s_2} - \frac{1}{2}\right) + \\ + f_\tau(p_{12})\left(\delta\, m_{\tau_1}m_{\tau_2} - \frac{1}{2}\right) + \\ + f_{s\tau}(p_{12})\left(\delta\, m_{s_1}m_{s_2} - \frac{1}{2}\right)\left(\delta\, m_{\tau_1}m_{\tau_2} - \frac{1}{2}\right).$$

Ha a maganyagot egy külső elektromos térbe helyezzük, melynek potenciálja Φ, akkor a legstabilabb állapot már nem az $N = Z$ állapot lesz. Az $N \neq Z$ esetben a maganyag az izotópspin szempontjából polarizálva van; e polarizáció mértékét (5.7)-el teljesen analóg képletből kaphatjuk meg, a következő változtatásokat kell végrehajtanunk: a mágneses nyomaték helyébe a protonok e töltése kerül, az N részecskeszám helyébe az $A = N + Z$ nukleonszámot, δN helyébe pedig az $N - Z$ neutrontöbbletet írjuk és végül H helyébe a külső tér Φ potenciálját tesszük. A kvázinukleonok kölcsönhatásából csak az f_τ töltéskicserélődési kölcsönhatás ad zérustól különböző járulékot, f_0, f_s és $f_{s\tau}$ hatása kikompenzálódik. Az eredmény tehát:

$$N - Z = \frac{e\Phi A}{\dfrac{2p_F^2}{3m^+}\left(1 + 2\pi\int\limits_0^\pi F_\tau(\theta)\,\sin\theta\, d\theta\right)}. \qquad (5.11)$$

6. §. *Galilei-invariancia*

Mozogjon egy ideális Fermi-gáz súlypontja a koordinátarendszerünkhöz képest $\bar{\mathbf{v}}$ sebességgel. E gáz impulzus eloszlását egy olyan impulzusgömb írja le, melynek középpontja az impulzus tér origójából $\bar{\mathbf{q}} = m\bar{\mathbf{v}}$-vel el van tolva, hiszen valamennyi részecskének $m\bar{v}$-vel nagyobb az impulzusa, mint a nyugvó gázban.



4. ábra

Az impulzusgömb $\mathbf{q}$-val való eltolása a következő δn eloszlásfüggvény-változásnak felel meg:

$$\delta n(p, \zeta) = \\ = \begin{cases} +1, \text{ ha } p_F < p < p_F + q\cos\zeta; \left(0 < \zeta < \dfrac{\pi}{2} \text{ esetben}\right) \\ -1, \text{ ha } p_F + q\cos\zeta < p < p_F; \left(\dfrac{\pi}{2} < \zeta < \pi \text{ esetben}\right) \\ 0 \text{ egyébként.} \end{cases} \qquad (6.1)$$

Most — gondolatban — kapcsoljuk be a részecskék közti kölcsönhatást és így térjünk át a reális Fermi-folyadék tárgyalására. A Galilei-féle relativitási elv szerint a kölcsönhatások nem változtatják meg a rendszer összimpulzusát, így az továbbra is $N\bar{q}$ lesz, a rendszer energiája pedig $E_0 + (q^2/2m)N$ lesz, ahol E_0 a nyugvó Fermi-folyadék energiája. A mozgó Fermi-folyadék energiájára Landau képlete alapján írhatjuk:

$$E_0 + \frac{q^2}{2m}N = E_0 + \sum_k \varepsilon(k)\,\delta n(k) + \\ \frac{1}{2}\sum_{k_2k_1} f(k_1k_2)\,\delta n(k_1)\,\delta n(k_2), \qquad (6.2)$$

melyben $k = (\bar{p}, m_s)$ és $\delta n(k)$ a (6.1) alatti eloszlásfüggvény-változás. A szabad kvázirészecskék energiaösszegére (4.1) és (4.6) alapján írhatjuk:

$$\sum_k \varepsilon(k)\,\delta n(k) = \\ = \frac{2\Omega}{(2\pi\hbar)^3}\int \varepsilon(p)\,\delta n(p,\zeta)\,2\pi p^2\sin\zeta\, dp\, d\zeta.$$

Kicsiny q impulzusérték esetén a (6.1) alatti δn mennyiség csak az impulzusgömb felszínének környékén különbözik zérustól. Ezért (6.3)-ban $\varepsilon(p)$-t a következő sorfejtéssel vehetjük figyelembe:

$$\varepsilon(p) = \varepsilon(p_F) + \varepsilon'(p_F)\,(p - p_F) = \varepsilon_F + \frac{p_F}{m^+}(p - p_F). \qquad (6.4)$$

Ennek felhasználásával a szabad kvázirészecskék energiaösszege:

$$\sum_k \varepsilon(k)\,\delta n(k) = \frac{q^2}{2m^+}N. \qquad (6.5)$$

A kvázirészecskék kölcsönhatási energiáját is könnyen meghatározhatjuk. (4.8) alapján a kölcsönhatási energia:

$$\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2} f(k_1k_2)\,\delta n(k_1)\,\delta n(k_2) = \\ = \frac{1}{2}\left(\frac{2\Omega}{8\pi^3\hbar^3}\right)^2\frac{1}{\Omega}\int f_0\left(p_F\sin\frac{\theta}{2}\right)\delta n(p_1\zeta_1)\,\delta n(p_2\zeta_2)\times \\ \times p_1^2p_2^2\,dp_1\,dp_2\,d\Omega_1\,d\Omega_2.$$

Itt θ jelöli a $\mathbf{p}_1$ és $\mathbf{p}_2$ vektorok által bezárt szöget, melyet a $\mathbf{p}_1$ és $\mathbf{p}_2$ vektorok ζ_1, Φ_1 és ζ_2, Φ_2 polárkoordinátáival a következőképpen fejezhetünk ki:

$$\cos\theta = \cos\zeta_1\cos\zeta_2 + \sin\zeta_1\sin\zeta_2\cos(\Phi_1 - \Phi_2). \qquad (6.6)$$

Továbbá $d\Omega_1$-el jelöltük a ζ_1, Φ_1 irányú elemi kúpszöget: $d\Omega_1 = \sin\zeta_1 d\zeta_1\, d\Phi_1$ (és hasonló módon vezettük be $d\Omega_2$-t is). Ha a kvázirészecskék kölcsönhatását megadó fenti kifejezésünkbe beírjuk δn-nek (6.1) alatti képletét, akkor néhány elemien elvégezhető integrálás után a következő eredményhez jutunk:

$$\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2} f(k_1k_2)\,\delta n(k_1)\,\delta n(k_2) =$$

$$= \frac{4\pi Nq^2}{2m^+}\int_0^\pi F_a(\theta)\cos\theta\sin\theta d\theta\,, \qquad (6.7)$$

melyben F_a a dimeziómentes kölcsönhatás [lásd (4.22)-t].

Ha már most (6.5)-öt és (6.7)-et beírjuk a mozgó Fermi-folyadék (6.2) energiaképletébe, akkor a következő végeredményhez jutunk:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m^+}\left(1 + 4\pi\int_0^\pi \mathrm{F}_a(\theta)\cos\theta\sin\theta d\theta\right). \qquad (6.8)$$

A Galilei-féle relativitási elv tehát egy érdekes összefüggésre vezet a kvázirészecskék $\varepsilon(p)$ energiaspektrumából meghatározható m^+ effektív tömeg, valamint a dimenziómentes $F_a(\theta)$ kölcsönhatás egy integrálja között. A fajhő méréssel megállapítható m^+-ból tehát bizonyos következtetést vonhatunk le a kvázirészecskék kölcsönhatására vonatkozólag.

7. §. *Inhomogén Fermi-folyadékok*

Ez ideig a Fermi-folyadékoknak csak olyan állapotaival foglalkoztunk, melyekben az anyagsűrűség homogén volt: ezeket az állapotokat a kvázirészecskék $\delta n(k)$ eloszlásfüggvényével jellemezhettük. Most a Fermi-folyadék olyan gerjesztéseit fogjuk vizsgálni, melyek inhomogének: a folyadék állapota pontról pontra változik. De feltételezzük, hogy az inhomogenitás skálája makroszkopikus, tehát olyan távolságokon belül, melyek a részecskék átlagos távolságával összemérhetők, az anyag homogénnek tekinthető. Ez esetben bevezethetünk egy lokális $\delta n(k, \mathbf{r})$ eloszlásfüggvényt, mely az $\mathbf{r}$ pont körüli egységnyi térfogatelemben levő kvázirészecskék számát adja meg. A Fermi-folyadék energiája (a Landau-formula) most így alakul:

$$E = E_0 + \sum_k \int d^3r\varepsilon(k, \mathbf{r})\,\delta n(k, \mathbf{r}) +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\int d^3r_1 d^3r_2 f(k_1\mathbf{r}_1, k_2\mathbf{r}_2)\,\delta n(k_1, \mathbf{r}_1)\,\delta n(k_2, \mathbf{r}_2). \qquad (7.1)$$

Ha a folyadékunk alapállapota homogén, akkor bármely $\mathbf{r}$ pontban ugyanakkora energia kell egy kvázirészecske létrehozásához. Ez esetben $\varepsilon(k, \mathbf{r})$ független lesz $\mathbf{r}$-től és $f(k_1\mathbf{r}_1, k_2\mathbf{r}_2)$ csak az $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ távolságtól függ.

*

A továbbiakban a kvázirészecskék kölcsönhatásának két alapvetően fontos típusát beszéljük meg részletesebben: egyrészt az igen rövid hatótávolságú erők, másrészt a végtelen hosszú hatótávolságú Coulomb-kölcsönhatás esetét. A rövid hatótávolságú kölcsönhatást az jellemzi, hogy $f(k_1\mathbf{r}_1, k_2\mathbf{r}_2)$ elhanyagolhatóan kicsinnyé válik, ha az $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ távolság nagyobb, mint a kölcsönhatás a hatótávolsága. Ha a kisebb, mint az inhomogenitás d skálája, akkor olyan távolságokra, ahol $f(k_1\mathbf{r}_1, k_2\mathbf{r}_2)$ jelentős, $\delta n(k_2\mathbf{r}_2)$ és $\delta n(k_2\mathbf{r}_1)$ gyakorlatilag egyenlők. Ekkor (7.1) helyett írhatjuk:

$$\begin{cases} E = E_0 + \sum_k \int d^3r\varepsilon(k, \mathbf{r})\,\delta n(k, \mathbf{r}) + \\ + \frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\int d^3r f(k_1k_2, \mathbf{r})\,\delta n(k_1, \mathbf{r})\,\delta n(k_2, \mathbf{r}). \\ f(k_1k_2, \mathbf{r}) = \int d^3r',\, f(k_1\mathbf{r}, k_2\mathbf{r}'). \end{cases} \qquad (7.2)$$

(7.2) hibája a/d nagyságrendű, makroszkopikus skálájú inhomogenitás esetén a hiba jelentéktelen. (7.2)-t a következő alakban is felírhatjuk:

$$\begin{cases} E = E_0 + \int d^3\mathbf{r}\,\delta E(\mathbf{r}). \\ \delta E(\bar{r}) = \sum_k \varepsilon(k, \mathbf{r})\,\delta n(k, \mathbf{r}) + \\ \frac{1}{2}\sum_{k_1k_2} f(k_1k_2, \mathbf{r})\,\delta n(k_1, \mathbf{r})\,\delta n(k_2, \mathbf{r}). \end{cases} \qquad (7.3)$$

Ez a felírási mód mutatja, hogy a Fermi-folyadékot minden $\mathbf{r}$ pont környezetében homogénnek vehetjük és egy *lokális* $\delta n(k, \mathbf{r})$ eloszlásfüggvénnyel jellemezhetjük. Az egész δE gerjesztési energia az egyes térfogatelemek $\delta E(\mathbf{r})\,d^3r$ energiáiból additíve tevődik össze: tehát a Fermi-folyadék különböző tartományai egymástól teljesen függetlenek.

Másként alakul a helyzet, ha a kvázirészecskék kölcsönhatása nagy $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ távolságok esetén sem válik elhanyagolhatóvá, hanem Coulomb-szerű lefutást mutat. Ebben az esetben a kvázirészecskék kölcsönhatását célszerű két részre bontani: egy elektrosztatikus kölcsönhatásra és egy rövidhatótávolságú (korrelációs) kölcsönhatásra:

$$f(k_1\mathbf{r}_1, k_2\mathbf{r}_2) = \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} + f_R(k_1\mathbf{r}_1, k_2\mathbf{r}_2). \qquad (7.4)$$

Az így bevezetett f_R kölcsönhatásnak megfelelő energiatag már a (7.2) alatt megbeszélt módon lokális energiák összegévé redukálható. Az energiakifejezés tehát a következő lesz:

$$E = E_0 + \sum_k \int d^3r\varepsilon(k, \mathbf{r})\,\delta n(k, \mathbf{r}) +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\int d^3r f_R(k_1k_2, \mathbf{r})\,\delta n(k_1\mathbf{r})\,\delta n(k_2\mathbf{r}) +$$

$$+\frac{e^2}{2}\iint\frac{d^3r_1\,d^3r_2}{|r_1 - r_2|}\sum_{k_1k_2}\delta n(k_1\mathbf{r}_1)\,\delta n(k_2\mathbf{r}_2). \qquad (7.5)$$

Ezt az energiakifejezést (7.3) analógiájára a következőképpen írjuk:

$$\begin{cases} E = E_0 + \int d^3r\,\delta E(\mathbf{r}). \\ \delta E(\bar{r}) = \sum_k \left[\varepsilon(k, \mathbf{r}) + \frac{e}{2}\varphi(\mathbf{r})\right]\delta n(k, \mathbf{r}) + \\ + \frac{1}{2}\sum_{k_1k_2} f_R(k_1k_2, \mathbf{r})\,\delta n(k_1, \mathbf{r})\,\delta n(k_2, \mathbf{r}). \end{cases} \qquad (7.6)$$

A kvázirészecskék ε energiája mellett megjelenik a kvázirészecskék által keltett $\varphi(\mathbf{r})$ elektromos potenciál, melyet (7.6)-ban mint egy adott külső erőteret tekinthetünk. De (7.6)-al szimultán figyelembe kell venni a φ-t meghatározó

$$\Delta\varphi(\bar{r}) = -4\pi e \sum_k \delta n(k, r) \qquad (7.7)$$

Poisson-egyenlet is.

Az inhomogén Fermi-folyadék elméletének alkalmazásai közül csak egyet említünk meg, az *atommagok neutron- és protoneloszlása közötti különbség* meghatározását. Kiindulunk egy olyan magmodellből, melyben a protonok közötti elektrosztatikus kölcsönhatást figyelmen kívül hagyjuk. Egy ilyen magban teljes az izo-szimmetria: a neutronoknak és protonoknak nemcsak a száma, hanem a térbeli sűrűségeloszlása is megegyezik:

$$\varrho_n(\mathbf{r}) = \varrho_p(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\varrho(\mathbf{r}) \qquad (7.8)$$

ahol $\varrho(\mathbf{r})$ a nukleonsűrűség. Most kapcsoljuk be a protonok közötti Coulomb-kölcsönhatást. A fellépő $\delta n\,(k, \mathbf{r})$ eloszlásfüggvény módosulást a (7.6) energiakifejezés minimalizálásával kapjuk. Az eredmény kiolvasható a homogén maganyagnak elektromos erőtérben való viselkedését leíró (5.11) egyenletből, csak az N, Z és A mennyiségek helyébe most a megfelelő sűrűségek, tehát $\varrho_n(\mathbf{r})$, $\varrho_p(\mathbf{r})$ és $\varrho(\mathbf{r})$ kerülnek, továbbá a Φ potenciál helyébe a protonok által keltett $\varphi(\mathbf{r})$ potenciált kell írnunk:

$$\varrho_n - \varrho_p = \frac{e\,\varphi\,\varrho}{\dfrac{2\,p_F^2}{3\,m^+}\left(1 + 2\pi\int_\pi^\pi F_\tau(\theta)\sin\theta\,d\,\theta\right)}. \qquad (7.9)$$

Itt a nevező szintén a ϱ nukleonsűrűség függvénye. Bevezetve az

$$\eta(\mathbf{r}) = \varrho_n(\mathbf{r}) - \varrho_p(\mathbf{r}) \qquad (7.10)$$

neutron-proton sűrűségkülönbséget, továbbá a

$$D(\varrho) = \frac{\varrho}{\dfrac{2\,p_F^2}{3\,m^+}\left(1 + 2\pi\int_0^\pi F_\tau(\theta)\sin\theta d\theta\right)}. \qquad (7.11)$$

rövidítő jelölést, kapjuk, hogy

$$\eta(\mathbf{r}) = eD[\varrho(\mathbf{r})]\cdot\varphi(\mathbf{r}). \qquad (7.12)$$

Ezt az egyenletet a (7.7) alatti Poisson-egyenlettel, tehát a

$$\Delta\varphi(\bar{r}) = -4\pi e\varrho_p(\mathbf{r}) = -2\pi e[\varrho(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{r})] \qquad (7.13)$$

differenciálegyenlettel szimultán megoldva kiszámíthatjuk az $\eta(\mathbf{r})$ neutron-proton sűrűségkülönbséget. Az $N - Z = \int \eta(\mathbf{r})\,d^3r$ integrálból pedig a legstabilabb izobár $N - Z$ neutrontöbbletét kaphatjuk meg.

8. §. *A kollektív rezgések elmélete*

A Landau-elméletet mind ez ideig a Fermi-folyadékoknak csak a sztatikus, egyensúlyi állapotaira alkalmaztuk. Az elmélet kiterjeszthető azonban a Fermi-folyadék dinamikai jelenségeinek leírására is, feltéve, hogy a dinamikai jelenségek tér- és időbeli skálája makroszkopikus nagyságrendű olyan értelemben, ahogy azt az előző §-ban megbeszéltük. Ekkor bevezetjük a helytől és időtől függő eloszlásfüggvényt: a Fermi-folyadékunk t időpillanatbeli állapotának megfelelő ideális Fermigázt az $n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ eloszlásfüggvény jellemzi. (A tárgyalás leegyszerűsítése végett az m_s spinváltozótól egyelőre eltekintünk.) Hangsúlyoznunk kell, hogy az $n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ eloszlásfüggvény időbeli változását nem az ideális, hanem a reális Fermi-folyadék mozgásegyenletei határozzák meg. Mivel a dinamikai változások során a rendszerünkben levő részecskék száma változatlan marad, ezért az $n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ eloszlásfüggvény ki kell, hogy elégítse a fázistérben felírt kontinuitási egyenletet:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(n\mathbf{v})}{\partial r} + \frac{\partial(n\bar{F})}{\partial\bar{p}} = 0, \qquad (8.1)$$

ahol $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ és $\bar{F} = d\mathbf{p}/dt$, a sebesség és az erő vektorai a fázistér $\mathbf{r}, \mathbf{p}$ pontjában. A sebesség és az erő kifejezéseit a Hamilton-féle kanonikus egyenletek szolgáltatják:

$$\mathbf{v} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{p}} \quad \text{és} \quad \bar{F} = -\frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}}, \qquad (8.2)$$

melyben $h = h(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ a Hamilton-függvény, tehát az $\mathbf{r}$ helyen levő $\mathbf{p}$ impulzusú részecske energiája. Ez természetesen implicite függ a rendszer állapotát megadó $n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ eloszlásfüggvénytől. (8.1) és (8.2) kombinálásával kapjuk az ún. Boltzmann-egyenletet:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial \mathbf{r}}\cdot\frac{\partial h}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial n}{\partial \mathbf{p}}\cdot\frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}} = 0. \qquad (8.3)$$

Ez az egyenlet, mivel h implicite függ n-től, egy igen komplikált nemlineáris egyenlet az eloszlásfüggvényre. A Landau-elmélet keretében minket csak az alapállapot közvetlen közelében levő gerjesztések érdekelnek. Ekkor az eloszlásfüggvény:

$$n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = n_0(p) + \delta n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \qquad (8.4)$$

csak kicsit különbözik az alapállapotot leíró, (4.2)-vel megadott $n_0(p)$ eloszlásfüggvénytől. A h Hamilton-függvény pedig egy (kölcsönható) kvázirészecske energiája lesz:

$$h(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \varepsilon(p) + \\ + \frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\,\delta n(\mathbf{p}', \mathbf{r}, t)d^3\mathbf{p}'. \qquad (8.5)$$

Beírva (8.4)-et és (8.5)-öt a Boltzmann-egyenletbe, és δn-ben csak a lineáris tagokat tartva meg, a következő integro-differenciálegyenlethez jutunk:

$$\frac{\partial \delta n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial \delta n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} -$$

$$- \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\partial n_0}{\partial p} \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\partial \delta n(\mathbf{p}', \mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} d^3p' = 0. \quad (8.6)$$

Mivel ε és n_0 csak a $\mathbf{p}$ vektor abszolút értékétől függ, ezért:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} = \varepsilon'(p) \frac{\mathbf{p}}{p} \quad \text{és} \quad \frac{\partial n_0}{\partial \mathbf{p}} = n_0'(p) \frac{\mathbf{p}}{p} =$$

$$= - \delta(p - p_F) \frac{\mathbf{p}}{p}. \quad (8.7)$$

(8.6) írja le a Fermi-folyadék kollektív gerjesztéseit. Mivel az egyenlet lineáris és homogén az ismeretlen δn-ben, ezért elegendő a lineárisan független megoldások megkeresése, az általános megoldás ezek szuperpozíciója lesz. A lineárisan független megoldásokat monofrekvenciás síkhullámok alakjában keressük. Legyen:

$$\delta n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = a(\mathbf{p})\, e^{i(\mathbf{kr} - \omega t)}, \quad (8.8)$$

ahol $a(\mathbf{p})$ az amplitúdó, $\mathbf{k}$ a hullámszám-vektor és ω a körfrekvencia. A hullám fázissebessége pedig $c = \omega/k$. Ezt a síkhullám kifejezést (8.6)-ba írva, az a amplitúdóra a következő egyenlet adódik:

$$\left(\frac{\mathbf{kp}}{p} \varepsilon^3(p) - \omega\right) a(\mathbf{p}) +$$

$$+ \frac{\mathbf{kp}\, \delta(p - p_F)}{p\ (2\pi\hbar)^3} \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\, a(\mathbf{p}')\, d^3\mathbf{p}' = 0. \quad (8.9)$$

Ebből azonnal következik, hogy az $a(\mathbf{p})$ amplitúdó

$$a(\mathbf{p}) = u(\zeta, \varphi)\, \delta(p - p_F) \quad (8.10)$$

alakú kell, hogy legyen, ahol ζ és φ a $\mathbf{p}$ vektor irányát megadó polárszögek. Ha a polárkoordináta-rendszerünk tengelyét a $\mathbf{k}$ vektor irányában vesszük fel, úgy $\mathbf{kp} = kp \cos\zeta$. Ezt, valamint (8.10)-et a (8.9) egyenletbe írva kapjuk:

$$\left(\frac{kp_F}{m^+} \cos\zeta - \omega\right) u(\zeta, \varphi) +$$

$$+ \frac{kp_F^2}{(2\pi\hbar)^3} \cos\zeta \int f\left(p_F \sin\frac{\theta}{2}\right) u(\zeta', \varphi')\, d\Omega' = 0, \quad (8.11)$$

ahol $d\Omega'$ az elemi kúpszög és bevezettük az m^+ effektív tömeget a (4.12) definícióval, továbbá θ-val jelöltük a $\mathbf{p}$ és $\mathbf{p}'$ vektorok által bezárt szöget. A θ szöget (6.6) adja meg a ζ és φ, valamint a ζ' és φ' polárszögekkel kifejezve:

$$\cos\theta = \cos\zeta \cos\zeta' + \sin\zeta \sin\zeta' \cos(\varphi - \varphi'). \quad (8.12)$$

Ha most (8.11)-be bevezetjük a (4 22)-vel definiált $F(\theta)$ dimenziómentes kvázirészecske kölcsönhatást, továbbá a

$$\lambda = \frac{m^+\omega}{kp_F} = \frac{m^+c}{p_F} \quad (8.13)$$

jelölést (c fázissebesség), úgy a következő egyenletet kapjuk:

$$\left(\frac{\lambda}{\cos\zeta} - 1\right) u(\zeta, \varphi) = \int F(\theta)\, u(\zeta', \varphi')\, d\Omega'. \quad (8.14)$$

Ez egy lineáris, homogén integrálegyenlet az $u(\zeta, \varphi)$ amplitúdóra. Az egyenletnek a triviális $u \equiv 0$ megoldástól különböző megoldása csak akkor van, ha a λ paraméter az egyenlet valamely sajátértékével egyezik meg. A (8.14) egyenlet λ sajátértékeinek és u sajátfüggvényeinek meghatározása persze nem könnyű matematikai feladat, de a gömbhullám-analízissel elvégezhető. A sajátértékprobléma különböző megoldásai a Fermi-folyadékban gerjeszthető kollektív rezgések különböző módusainak felelnek meg. Valamely módushoz tartozó fázissebesség (8.13) szerint: $c = \lambda(p_F/m^+)$. Mivel (8.14)-ből kiesett az ω frekvencia, ezért a λ sajátérték egy ω-tól független szám lesz. Ez azt jelenti, hogy a fázissebesség független az ω frekvenciától: nincs diszperzió.

*

Ha a kollektív rezgések elméletébe bevonjuk az m_s spinváltozót is, akkor a (8.14) integrálegyenlet a következőképpen alakul:

$$\left(\frac{\lambda}{\cos\zeta} - 1\right) u(\zeta, \varphi, m_s) =$$

$$= \int \sum_{m_s'} F(\theta, m_s m_s')\, u(\zeta', \varphi', m_s')\, d\Omega'. \quad (8.15)$$

A kvázirészecske kölcsönhatás spinfüggését (4.8) adja meg. E szerint:

$$F(\theta, m_s, m_s') = F_a(\theta) + F_e(\theta) \left(\delta_{m_s m_s'} - \frac{1}{2}\right), \quad (8.16)$$

ahol F_a az átlagos és F_e a kicserélődési (dimenziómentes) kölcsönhatás. Bevezetve az

$$u_+(\zeta, \varphi) = u\left(\zeta, \varphi, m_s = +\frac{1}{2}\right)$$

$$u_-(\zeta, \varphi) = u\left(\zeta, \varphi, m_s = -\frac{1}{2}\right) \quad (8.17)$$

jelöléseket, a (8.15) integrálegyenlet-rendszer részletesen kiírt alakja a következő lesz:

$$\left(\frac{\lambda}{\cos\zeta} - 1\right) u_+(\zeta, \varphi) = \int \left\{ \left[F_a(\theta) + \frac{1}{2} F_e(\theta) \right] u_+(\zeta', \varphi') + \right.$$

$$\left. + \left[F_a(\theta) - \frac{1}{2} F_e(\theta) \right] u_-(\zeta', \varphi') \right\} d\Omega'$$

$$\left(\frac{\lambda}{\cos\zeta} - 1\right) u_-(\zeta, \varphi) = \int \left\{ \left[F_a(\theta) - \frac{1}{2} F_e(\theta) \right] u_+(\zeta', \varphi') + \right. \quad (8.18)$$

$$\left. + \left[F_a(\theta) + \frac{1}{2} F_e(\theta) \right] u_-(\zeta', \varphi') \right\} d\Omega'.$$

Ezen egyenletrendszer szétesik két integrálegyenletté, ha u_+ és u_- helyett bevezetjük az u_n normál-hullám és az u_s spin-hullám amplitúdót a következőképpen:

$$u_n = \frac{1}{2}(u_+ + u_-) \quad \text{és} \quad u_s = \frac{1}{2}(u_+ - u_-). \tag{8.19}$$

Ezekkel az amplitúdókkal a (8.18) integrálegyenletek így írhatók fel:

$$\left(\frac{\lambda}{\cos\zeta} - 1\right) u_n(\zeta, \varphi) = 2 \int F_a(\theta)\, u_n(\zeta', \varphi')\, d\Omega' \tag{8.20a}$$

$$\left(\frac{\lambda}{\cos\zeta} - 1\right) u_s(\zeta, \varphi) = \int F_e(\theta)\, u_s(\zeta', \varphi')\, d\Omega'. \tag{8.20b}$$

Mindkét egyenlet matematikailag azonos a (8.14) integrálegyenlettel. Mindkettőben ugyanaz a λ paraméter szerepel, ha λ a (8.20a) egyenlet egy sajátértéke, akkor u_n-re van a triviálistól különböző megoldás, de ekkor $u_s \equiv 0$*. Ezeket a módusokat normál módusoknak nevezzük. Hasonlóképpen, ha λ (8.20b)-nek egyik sajátértéke, úgy u_s a hozzátartozó sajátfüggvény, és $u_n \equiv 0$. Ezek a spin módusok.

9. §. *A kollektív rezgési módusok meghatározása*

A kollektív rezgéseket leíró (8.14) integrálegyenlet sajátértékeinek és sajátfüggvényeinek meghatározása egy adott kvázirészecske kölcsönhatás esetén általában bonyolult matematikai feladat. Nem célunk most az általános esetet vizsgálni, hanem csak néhány, igen egyszerű $F(\theta)$ esetén oldjuk meg a sajátértékfeladatot és az eredmények fizikai jelentését fogjuk megvizsgálni.

Tekintsük először azt az esetet, amikor az $F(\theta)$ kölcsönhatás független a θ szögtől:

$$F(\theta) = F_0. \tag{9.1}$$

Ekkor a (8.14) integrálegyenlet a következő lesz

$$\left(\frac{\lambda}{\cos\zeta} - 1\right) u(\zeta, \varphi) = F_0 \int u(\zeta', \varphi')\, d\Omega'. \tag{9.2}$$

Ebből az $u(\zeta, \varphi)$ amplitúdóra a következő kifejezést kapjuk:

$$u(\zeta, \varphi) = B \frac{\cos\zeta}{\lambda - \cos\zeta}, \tag{9.3}$$

melyben a B konstans a következő integrállal egyenlő:

$$B = F_0 \int u(\zeta, \varphi)\, d\Omega. \tag{9.4}$$

(9.3)-at (9.4)-be helyettesítve a következő egyenletet kapjuk:

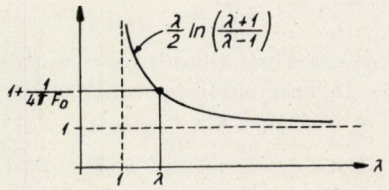
$$B = F_0 B \int \frac{\cos\zeta}{\lambda - \cos\zeta}\, d\Omega =$$

$$= 4\pi F_0 B \left[\frac{\lambda}{2} \ln\left(\frac{\lambda + 1}{\lambda - 1}\right) - 1\right]. \tag{9.5}$$

Ebből B kiesik, és a λ sajátértékre a következő transzcendens egyenlet adódik:

$$\frac{\lambda}{2} \ln \frac{\lambda + 1}{\lambda - 1} = 1 + \frac{1}{4\pi F_0}, \tag{9.6}$$

amiből λ egyértelműen kiszámítható. A sajátérték grafikus módszerrel való meghatározását az alábbi ábra szemlélteti:



5. ábra

Egyszerűen belátható, hogy ha $F_0 \to \infty$ (erős kölcsönhatás), úgy $\lambda \to (4\pi F_0/3)^{1/2}$ és ha $F_0 \to 0$ (gyenge kölcsönhatás), úgy $\lambda \to 1$. $F_0 < 0$ esetben (9.6)-nak nincs megoldása.

A λ sajátértékek ismeretében az $u(\zeta, \varphi)$ sajátfüggvényt (9.3)-ból kapjuk, melyben B egy tetszés szerinti állandó. (Nyilvánvaló, hogy a lineáris és homogén (8.14) egyenlet megoldása egy szorzó faktor erejéig határozatlan.) A (9.3) amplitúdó egy olyan kollektív rezgést ír le, melyben a Fermi-gömb felszíne tojás formájúvá deformálódik, melynek hegyes vége a $\zeta = 0$ irányba, tehát a hullám terjedését megadó $\bar{k}$ vektor irányába esik. Ezt a longitudinális módust „zérus hangnak" nevezzük. A (9.1) kölcsönhatás esetén nincs is másfajta kollektív rezgési módus. Általános $F(\theta)$ esetén is fellép a zérus hang, de emellett még egyéb módusok is. Be lehet bizonyítani, hogy $F(\theta)$ speciális alakjától függetlenül igaz az a fenti eredmény, hogy a gyenge kölcsönhatás határesetében a zérus hangnak megfelelő sajátérték $\lambda \to 1$, tehát a zérus hang terjedési sebessége:

$$c = p_F/m, \tag{9.7}$$

a Fermi-impulzusnak megfelelő sebességgel egyenlő.

Érdemes összehasonlítani a zérus hang jelenségeit a közönséges hanghullámokkal. Ez utóbbi az anyag áramlási sebességének, valamint (90°-os fáziseltéréssel) a nyomásnak periodikus oszcillációjából áll. Az áramlást a Fermi-gömb deformáció nélküli eltolódása, a nyomást pedig a Fermi-gömb sugarának megváltozása írja le, de a Fermi-felület mindenképpen gömb formájú marad. A közönséges hangban a Fermi-gömb felszínének elmozdulását tehát az $u = A + iB\cos\zeta$ komplex amplitúdó adja meg, mely gyökeresen különbözik a zérus hangot leíró (9.3) amplitúdótól. A közönséges hang terjedési sebessége, gyenge kölcsönhatás esetén, (4.26) szerint:

$$C = p_F/\sqrt{3}\, m,$$

* Nem tárgyaljuk azt a patologikus esetet, amikor (8.20a)-nak és (8.20b)-nek közös sajátértéke van.

$\sqrt{3}$-szor kisebb, mint a zérus hang terjedési sebessége.

*

Második példaként vizsgáljuk a következő kvázirészecske kölcsönhatást:

$$F(\theta) = F_0 + F_1 \cos\theta \tag{9.8}$$

és keressük az u amplitúdót cirkulárisan polározott hullámnak megfelelő alakban: $u(\zeta, \varphi) = g(\zeta)\, e^{i\varphi}$.

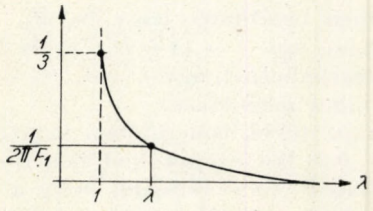
(8.14)-ből, elemi számítások elvégzése után, a következő eredményt kapjuk:

$$u(\zeta, \varphi) = B \frac{\sin\zeta \cos\zeta}{\lambda - \cos\zeta} e^{i\varphi}, \tag{9.9}$$

ahol B tetszés szerinti állandó, a λ sajátérték pedig a következő transzcendens egyenletnek tesz eleget:

$$\lambda^2 - \frac{2}{3} + \frac{\lambda(1-\lambda^2)}{2} \ln\frac{\lambda+1}{\lambda-1} = \frac{1}{2\pi F_1}, \tag{9.10}$$

melyből λ egyértelműen kiszámítható. A grafikus megoldást az alábbi ábra szemlélteti:



6. ábra

A görbe vonal λ-nak (9.10) baloldalán álló függvényét ábrázolja. Látható, hogy megoldás csak akkor van, ha $F_1 > 3/2\,\pi$. Általában, $F(\theta)$ alakjától függetlenül igaz, hogy egy adott típusú módus fellépése csak akkor lehetséges, ha a kölcsönhatás erőssége egy bizonyos kritikus értéket meghalad.

Befejezésül még egyszer hangsúlyozzuk, hogy a kollektív rezgések Landau-elmélete csak akkor érvényes, ha a hullámok makroszkopikus méretűek, tehát a $2\,\pi/k$ hullámhossz sokkal nagyobb, mint a részecskék átlagos szabad úthossza, és a $2\,\pi/\omega$ rezgésidő sokkal hosszabb, mint a részecskék átlagos ütközési periódusa.

10. §. *Összefoglalás*

A Landau-elmélet érvényességi határait a bevezető részben már megbeszéltük, és tudjuk, hogy az elmélet csak az ún. normál rendszerekre alkalmazható, ezekre is csak akkor, ha az alacsonyan gerjesztett állapotokat vizsgáljuk. E korlátok között a Landau-elmélet igen egyszerű, vonzó és hatásos módszer, mellyel a Fermi-rendszerek egész sereg fizikai tulajdonságát értelmezni lehet. Hogyan használjuk az elméletet? E kérdésre három különböző nézőpontból felelhetünk.

a) Az elmélet, elsősorban, lehetővé teszi a Fermi-rendszerek általános tulajdonságainak kvalitatív leírását és a fizikai viselkedésük interpretálását. Itt olyan megállapításokra gondolunk, mint pl. az, hogy a Fermi-rendszerek fajhője alacsony hőmérsékleten mindig arányos T-vel, függetlenül a speciális anyagi minőségtől.

b) Másrészt a Landau-elmélet lehetővé teszi, hogy egy Fermi-rendszer kísérletileg meghatározott fizikai paramétereiből megpróbáljuk meghatározni a kvázirészecskék kölcsönhatását. Idézzük a (4.25), (6.8) és (5.9) eredményeket:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi \int_0^\pi F_a(\theta) \sin\theta\, d\theta &= \frac{3mm^+C^2}{p_F^2} - 1 \\ 4\pi \int_0^\pi F_a(\theta) \cos\theta \sin\theta\, d\theta &= \frac{m^+}{m} - 1 \\ 2\pi \int_0^\pi F_e(\theta) \sin\theta\, d\theta &= \frac{\beta^2 m^+ p_F}{4\pi^2 \hbar^3 \chi} - 1 \end{aligned}\right\} \tag{10.1}$$

Itt p_F meghatározható az anyagsűrűségből, m^+ a fajhőből, a C hangsebesség és χ szuszceptibilitás pedig közvetlenül mérhető, (10.1)-ből tehát a dimenziómentes kölcsönhatásokra nyerünk bizonyos felvilágosítást. Ezek az adatok pedig újabb mennyiségek, pl. különböző kollektív rezgésmódusok terjedési sebességének kiszámítását teszik lehetővé.

c) Végül, lehetőség van arra is, hogy kiindulva a Fermi-rendszer Schrödinger egyenletéből, többtestproblémai módszerekkel kiszámítsuk a kvázirészecskék ε energiáját és f kölcsönhatását. Az így nyert adatokból, a Landau-elmélet segítségével kvantitatív eredményeket kaphatunk a rendszer fizikai paramétereire.

A jelen cikkben nem térhettünk ki a Landau-elmélet valamennyi alkalmazási lehetőségére. A jelentősebb eredeti munkákat az irodalomjegyzékben állítottuk össze.

Kisdi Dávid
Elméleti Fizikai Kutató Csoport
Budapest

IRODALOM

Fermi-rendszerek elmélete

L. D. Landau, ZSETF, *30*, 1058 (1956); *32*, 59 (1957).
J. Ia. Pomerancsuk, ZSETF, *35*, 524 (1958).

Alkalmazás a He^3 folyadékra

I. M. Kalatnyikov, A. A. Abrikoszov, Repts. Progr. Phys., *XXII*, 329 (1959).
V. P. Szilin, ZSETF, *33*, 1227 (1957).
I. L. Bekarevics, I. M. Kalatnyikov, ZSETF, *39*, 1699 (1960).
A. A. Abrikoszov, I. M. Kalatnyikov, ZSETF, *41*, 544 (1961).
A. J. Ahiezer, A. I. Ahiezer, I. Ia. Pomerancsuk, ZSETF, *41*, 478 (1961); Nucl. Phys., *49*, 139 (1963).
D. Hone, Phys. Rev., *121*, 669 (1961); *125*, 1494 (1962).

Alkalmazás elektrongázra

V. P. Szilin, ZSETF, *33*, 495 (1957); *34*, 707 (1958); *34*, 781 (1958); *35*, 1243 (1958); *37*, 273 (1959).
M. Ia. Azbel, ZSETF, *39*, 1138 (1960).

Alkalmazás maganyagra

K. A. Brueckner, J. L. Gammel, J. T. Kubis, Phys. Rev., *118*, 1438 (1960).

Alkalmazás ferromágneses anyagokra

A. J. Ahiezer, I. Ia. Pomerancsuk, ZSETF, *36*, 859 (1959).

Szcintillációs energiaspektrumok gépi dekomponálása

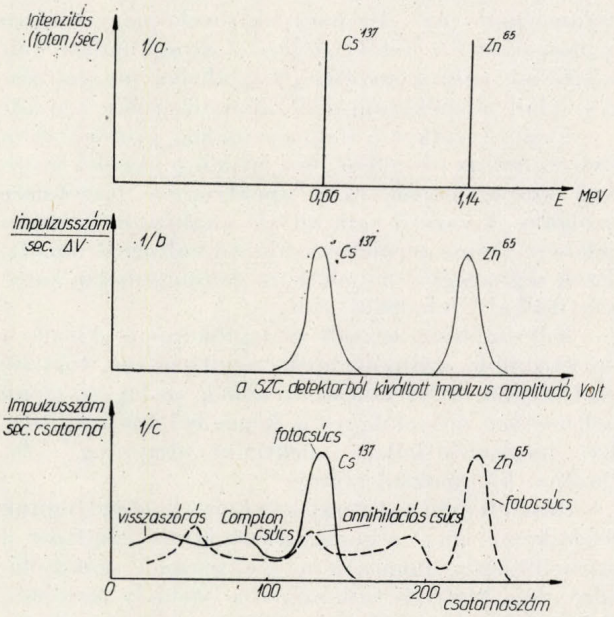
A radioaktív vagy gerjesztett atommagok által emittált gamma-fotonok energiája jellemző az őket kibocsátó izotópra. Az ilyen gamma-sugárzás energiaspektruma diszkrét szerkezetű, a spektrumvonalak energiáinak mérése alapján a különböző radioaktív izotópok azonosíthatók.

Ez a tény — az optikai spektroszkópiához hasonlóan — felhasználható összetett anyagminták elemek illetve izotópok szerinti kvalitatív és kvantitatív elemzésére. Míg azonban az optikai spektroszkópiában szikra- vagy ívkisüléssel az atomok *elektronhéját* gerjesztik, a gamma-spektroszkópiában az atom*magokat* gerjesztik vagy aktiválják különböző részecskékkel létrehozott magreakciók segítségével. Magreakciók létrehozására, analitikai célokból, főleg atomreaktorok vagy neutrongenerátorok által szolgáltatott neutronokat használnak. A neutrongenerátorok körülbelül a röntgenkészülékekhez hasonló technikai bonyolultságú és költségű berendezések. Így már kisebb laboratóriumok számára is hozzáférhetők. Magreakciók létrehozására speciális feladatok esetén, a nagyobb intézmények több millió voltos gyorsítóberendezései által szolgáltatott töltött részecskéket (főleg protonokat és deuteronokat) is felhasználják. Ha az anyagminták atommagjait a gamma- vagy általában a magspektroszkópia eszközeivel történő analízis céljából aktiválják fel, aktivációs analízisről beszélünk. Az aktivációs analízis, mint alkalmazott tudomány, éppen napjainkban vonul be a gyakorlati életbe.

A gamma-spektroszkópia iránt így a magfizikán kívül főleg a most népszerűsödő aktivációs analízis területéről merül fel érdeklődés. Sok analitikai feladat, különösen a nagy tisztaságú anyagok nyomelemeinek meghatározása, az aktivációs analízis eszközeivel oldható meg legcélszerűbben. Például a félvezető kutatásban a germánium és szilícium különböző szennyezőinek meghatározásához a vizsgálni kívánt anyagmintát neutronokkal aktiválják, s az így létrejött radioaktív minta gamma-spektrumából következtetnek a szennyező elemek milyenségére és mennyiségére.

A gamma-spektrumok felvételére, különösen gyakorlati célokra, ma még majdnem kizárólag szcintillációs detektort használnak. Ezek spektrometriai célokra való alkalmazhatósága viszont távolról sem a legideálisabb. Energia-felbontóképességük szégyellnivalóan rossz (6—10%), és ráadásul az eredetileg diszkrét (vonalas) gamma-spektrumot az egyes vonalaknak megfelelő, egymásra szuperponálódó folytonos, bonyolult rajzú spektrum-eloszlással tükrözik csak vissza. A spektrumvonalak felismerése és intenzitásuk meghatározása — egyszóval a spektrum dekomponálása — elriasztóan nehéz feladat. Akik az aktivációs analízisért mint ötletes, elegáns és nehéz helyzetekben is célravezető módszerért feltétel nélkül lelkesednének, azoknak a bonyolult és kusza szcintillációs gamma-spektrumokra való rátekintés fogja szinte biztosan kedvüket szegni.

Vessünk egy pillantást az 1. ábrára. Itt a Cs^{137} radioaktív izotóp bomlásából származó 661 keV energiájú, valamint a Zn^{65}-ből keletkező 1,14 MeV energiájú gammasugárzás energiaspektrumát látjuk. Az 1*a* ábrán feltüntettük, hogy milyen lenne e két esetben az ideális spektrum. Az 1*b*



1. ábra

ábrán felrajzoltuk, hogy ha csak a szcintillációs spektrométerek elkerülhetetlenül rossz felbontóképessége rontaná, milyen lenne a spektrum. Kevésbé ideális, de még könnyen áttekinthető. Az 1*c* ábrán végül bemutatjuk, hogy milyen egy szcintillációs detektorral mért tényleges gamma-spektrum. A mért spektrumban a különböző csúcsok és a folytonos eloszlás a gamma-sugaraknak a szcintillátorral való különböző lehetséges kölcsönhatásai (fotoelektromos abszorbció, Compton-szórás, párkeltés) következtében jelennek meg [1].

Az egyetlen vonalat kibocsátó Cs^{137} és Zn^{65} forrás a gamma-spektroszkópiában majdnem olyan speciális helyzetet foglal el, mint az optikai spektroszkópiában a durva rápillantásra csak a sárga vonalával jelentkező Na spektrum. De a radioaktív elemek többsége, ha nem is olyan mértékben, mint optikai spektrumaikban, többféle energiájú sugárzást is kibocsát. Képzeljük most el az 1*c* ábrán bemutatotthoz hasonló, de különböző ener-

giáknak megfelelő spektrumok ismeretlen arányokkal vett szuperpozícióját. Az összekevert spektrum-komponenseket kellene azonosítani és intenzitás-arányukat meghatározni. Az intenzitásarányok utalnak ugyanis az emittáló izotópok keveredési arányaira.

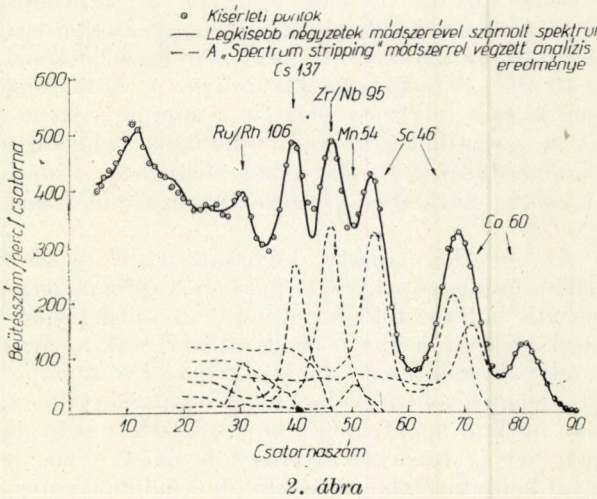
A 2. ábrán bemutatunk egy ilyen bonyolult, többféle radioaktív elem keverékéből származó gamma-spektrumot. Egy ilyen spektrumnak a dekomponálása láthatóan nehéz feladat. Sok időt emésztő munkával, sorozatos próbálkozással meg lehet kísérelni a komponens-spektrumok olyan arányú összegének a felrajzolását, amely eredőként a teljes spektrumot adja vissza. Ez azonban kézi munkával, a grafikonon történő törléssel—rajzolgatással igen sok időt igényel, és sok bizonytalansággal jár. A magspektroszkópia azonban lépten-nyomon felvet ilyen dekomponálási feladatokat, nem is beszélve pl. az aktivációs analízisről, ahol a spektrum-dekomponálás rutin-feladat.

Ezzel a cikkel e dekomponálási problémában szeretnénk az olvasó segítségére lenni. Az elektronikus számológépek és a spektrumok felvételére szolgáló korszerű amplitúdó-analizátorok megjelenése ezen a területen is döntő változást hozott. Ezek segítségével a spektrum-dekomponálás automatizálható feladattá vált.

Két módszer terjedt el legfőképpen. Egyik a spektrumok számológépek segítségével történő statisztikus kiértékelése, a másik pedig az elemi aritmetikai műveletekre is képes cél-analizátorokkal megvalósítható „spektrum stripping" (lehántás, kihámozás) eljárás.

Részleteiben a statisztikus kiértékeléssel fogunk foglalkozni, mert a bemutatásra kerülő módszer, a görbeillesztés, nemcsak a spektrumok szétszedésére, de a kísérleti tudományok bármely területén felmerülő problémák kiértékelésére is használható.

A görbeillesztés tulajdonképpen klasszikus módszer, az egyetemeken szigorúan vett tananyag. Hosszú, fárasztó és monoton számításokat igénylő természete miatt azonban sose hallottunk róla különös lelkesedéssel beszélni. Reneszánsza napjainkban az elektronikus számológépek megjelenésével kezdődik, melyek mindazt, ami a módszerben hosszú, fárasztó és monoton, másodpercek alatt elintézik, s az eredményt elegáns formában nyújtják át.



2. ábra

Mielőtt azonban a statisztikus kiértékelésre rátérnénk, részben a teljesség, részben az egységspektrum fogalmának később is szükséges, de itt szemléletesebb bevezetése céljából röviden a spektrum-stripping módszert ismertetjük.

A spektrum-stripping módszer

A spektrum-stripping módszer a mért keverékspektrumból az ismertnek feltételezett komponensspektrumok különböző arányú, próbálgatással történő grafikus levonogatásának módszeréből fejlődött ki. Olyan amplitúdó-analizátorokat fejlesztettek ki, melyekkel az oszcilloszkópon megjelenő keverékspektrumból a például lyukszalagon tárolt, a komponensvonalaknak megfelelő és valami módon normált spektrumok tetszőleges többszörösei automatikusan, gombnyomással levonhatók. Minden levonás eredménye az oszcilloszkópon vizuálisan ellenőrizhető. Lényegében a spektrumok felrajzolásának és kivonogatásának a művelete van automatizálva. A spektrumok megjelentetésére szolgáló milliméterpapírt az analizátor oszcilloszkóp-ernyője helyettesíti, a spektrumok egymásból való kivonását pedig az analizátor aritmetikai egysége végzi el. A legtöbb modern amplitudó analizátor, pl. a hazánkban gyártott tranzisztoros NTA—256 és 512 típus is képes ennek a feladatnak a megoldására.

A spektrum-stripping eljárás tehát a következő lépésekből tevődik össze:

a) Adott körülmények között (ismert forrás-detektor távolság, mérési idő és erősítés mellett) analizátorral felvesszük a radioaktív elemek ismeretlen keverékéből származó komplex gamma-spektrumot. Ezt az analizátor ernyőjén megjelentetjük. A vizsgálat alá vett radioaktív anyagban levő különböző elemektől származó komponensspektrumok a komplex spektrumban lineárisan szuperponálódnak. A feladat a lineárkombinációs együtthatóknak, azaz a komponens-spektrumok relatív intenzitásának a meghatározása.

b) A keverékspektrumban megjelenő fotocsúcsok alapján, valamilyen gammaspektrum-atlasz [2] birtokában megvizsgáljuk, hogy mely radioaktív elemek keverékéből áll a vizsgált forrás.

c) A komplex spektrumban komponensként szereplő elemekből külön-külön egységnyi intenzitású (pl. 1 mCurie erősségű) forrásokat preparálunk, s ezek spektrumait az előbb megválasztott körülmények között felvesszük az analizátor egyik résztárolójába, majd e komponens spektrumokat lyukszalagra perforáljuk. Ezzel a problémában szereplő komponens-spektrumok normált (egységnyi intenzitású) formában rendelkezésünkre állnak. A szóba jöhető radioaktív elemek normált spektrumát már előbb is felvehetjük, s így lyukszalagon egyszer s mindenkorra tárolhatjuk.

d) Megállapítjuk, hogy az analizálandó spektrumban melyik komponens-elemből származik a legnagyobb energiájú gamma-vonal. Ennek lyukszalagon meglevő egységpsektrumát szalagolvasóval beolvasva, az analizátor aritmetikai egységének segítségével levonjuk az analizálandó spektrumból. Az oszcilloszkópon figyeljük, hogy az egyszeres levonás eredményeként a vizsgált fotocsúcs eltűnt-e. Ha nem, akkor e spektrum kivonását többször megismételjük. Ahányszor a kivonást meg kellett ismételni a csúcs eltüntetéséhez, annyi egységnyi intenzitással van jelen a kiválasztott radioaktív elem az analizálandó sugárforrásban. A berendezéseken természetes mód van arra is, hogy a normált egységspektrumnak csak tetszőleges tört részét vonjuk le.

e) Az oszcilloszkóp-ernyőn megmaradt spektrumban ismét kikeressük a legnagyobb energiájú fotocsúcsot, s most az ehhez tartozó normálspektrumot fűzzük be a lyukszalag-olvasóba, s ezt vonjuk ki annyiszor, ahányszor a csúcs eltüntetéséhez kell. Ez a faktor adja meg ezen elemnek a forrásban levő intenzitását. Ezt az eljárást az energiával lefelé haladva addig folytatjuk, míg az eredetileg komplex spektrumot az oszcilloszkóp ernyőjéről teljesen el nem tüntettük. Közben az egyes egység-spektrumok levonási számait feljegyezve eredményként a komponens-elemeknek a forrásban levő intenzitását kapjuk meg.

A spektrum-stripping módszer pontosságát az analizátor csatornáiba gyűjtött beütésszámok statisztikus szórása természetesen korlátozza. A meghatározott intenzitásértékek hibái ezen túlmenően az eljárást végző személy szubjektív ítéletétől erősen függnek. E módszerrel nehéz elérni azt a pontosságot, amit a beütésszámok statisztikus hibája megengedne.

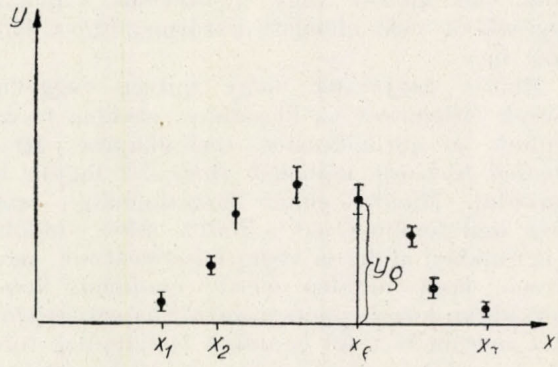
A görbeillesztés

Tekintsük a görbeillesztés problémáját egy pillanatra általánosságban.

Tegyük fel, hogy valamilyen mérés eredményeként a (3) ábrán feltüntetett adatokat kaptuk. Mérési elrendezésünkben az x független változó értékeit valahogyan megválasztva, lemértük, hogy x különböző értékeihez milyen y értékek tartoznak. Az y értékei mérésből származnak, tehát bizonyos hibával terheltek. A hibák megbecsült átlagértékeit az ábránkon fel is tüntethetjük. Mérésünk eredményéről a (3) ábra ily módon tulajdonképpen minden információt megad.

További okoskodásunkban helyezkedjünk most a gyakorlatlan kezdő kísérletező álláspontjára. Mérési eredményeink megvannak, s a könnyebb áttekinthetőség kedvéért ábrázoltuk is azokat. A vizsgált jelenségkör összefüggéseit így már a tudományos világ közkincsévé is tehetnénk, valamilyen, a problémánk iránt érdeklődő szaklapban le is közölhetnénk.

Ezt általában mégsem tesszük, mert neveltetésünk éveiből él bennünk valami nosztalgia a tudományos megfogalmazás iránt. Úgy tanultuk, hogy az egzakt tudományok feltárt összefüggéseiket mindig a *matematika* nyelvén igyekeznek megfogalmazni. Előttünk eredményként pedig egy *ponthalmaz* fekszik csak.



3. ábra

A tudományosság igényével küszködve megpróbálunk hát „matematizálni". A (3) ábrán közölt példához tapadva azonnal felrémlenek előttünk az analízisből, fizikából megismert elemi függvények. A (3) ábrán felvett pontok esetleg egy szinusz-görbe vagy talán egy másod- vagy magasabb fokú parabola egy részletét tükrözik. De az sincs kizárva, hogy egy Gauss- vagy diszperziós típusú harang-görbe áll a mért pontjaink mögött. Mennyivel elegánsabb lenne e függvények valamelyikét a mért adatokból meghatározható paramétereivel együtt leközölni, mint az esetlen, semmiféle intuícióval nem dicsekvő ponthalmazt, kísérleti munkánknak csak mechanikus jellegéről árulkodó nyers tényeit közzé tenni. És ezután már csak a választás nehéz problémája következik. Ha a szinusz függvényhez ragaszkodnánk, annak amplitúdóját, periódusát és fázisát a pontsorozatra való rátekintésből is mindjárt leolvashatnánk. Eredményünk így szólna: a kísérleti vizsgálataink során x és y értékei között talált összefüggés $y = A \sin(\omega x + \varphi)$, ahol A, ω és φ értéke ez és ez. Ha egy Lorenz-típusú diszperziós görbéhez ragaszkodnánk, a pontsorozatból a maximumhely, a félszélesség és az amplitúdó értékét olvashatnánk le azonnal, vagyis $y = B/[(x - x_0)^2 + \Gamma^2]$, x_0, Γ és B-nek a mérésünk alapján kiolvasott ilyen és ilyen értékeivel. Az x, y adatpárok grafikonon megjelentethető pontsorozata helyett függvénytípusokról s az azokat jellemző paraméterekről beszélhetnénk. Ez már olyan, mint a tudomány. Kérdés azonban, hogy közleményünk olvasója milyen használható információkat nyerne az A, ω, φ vagy x_0, Γ és B paraméterek közölt értékeiből? Semminőt. Ezeknek a paramétereknek, ha a függvényeket csak így *találomra* választottuk, nem sok köze lenne a problémánkhoz.

Pedig a paraméterek — ha azok a problémánkat tényleg leíró függvények paraméterei — igen jelentős, alapvető tényeket tükrözhetnek vissza. És hogy melyek a problémánkat tényleg leíró függvények, azt nem a mért pontsorozatunkhoz való esetleges hasonlítgatás, hanem a problémánk mögött levő mennyiségek összefüggéseinek elemi, eddig már igazolt vagy hipotetikus alapösszefüggésekből való elméleti leszármaztatása határozza meg.

Miután tisztáztuk, hogy milyen függvénytípusok érdemesek az illesztésre, röviden rá kell térnünk a görbeillesztés technikájára. Itt a *súlyozott legkisebb négyzetek módszerét* fogjuk felhasználni. Mielőtt ehhez hozzáfognánk, ismét szóvá kell tennünk azt a tényt, amit gondolatmenetünkben eddig is végig feltételeztünk, nevezetesen, hogy minden mérési eredmény hibás. A (3) ábrán közölt pontsorozattal kapcsolatban is azért merülhetett fel bennünk egyidejűleg többféle, a mérési pontjainkhoz többé-kevésbé jól illeszthető függvény képe, mert az illesztésnél — éppen a mérési hibák miatt — sosem tökéletes, hanem legfeljebb csak optimális illesztésre gondolhattunk.

Vegyünk alapul egy három paraméteres parabola-röppályát. Ezt a parabolát az a, b és c paraméterek egyértelműen jellemzik. Ha három mérési pontunk lenne, akkor a hozzájuk szigorúan illeszkedő, mindhárom ponton átmenő parabola paramétereinek értékét egyértelműen tudnánk meghatározni. Így van ez mindig, ha a mérési pontok száma megegyezik az illesztendő függvényben szereplő paraméterek számával. A mérési pontok hibás volta miatt azonban ilyenkor nem a tényleges függvény (esetünkben a röppálya) paramétereit kapnánk vissza, hanem egy attól — a mérési hibáktól függően — többé vagy kevésbé eltérő függvény paramétereit. A mérési bizonytalanságok a paraméterértékek bizonytalanságában tükröződnek. A paraméterértékekből a továbbiakban leszármaztatott mennyiségek — példánkban pl. a kilövőállás x_0 koordinátája — ugyancsak hibásak. Ez elkerülhetetlen következménye annak, hogy a méréseink nem lehettek abszolút pontosak.

Felismerve ezt a helyzetet, kiértékelési eljárásunktól legalább azt várhatnánk el, hogy az a mérésekből leszármaztatott mennyiségek lehetséges hibájáról, a számított adatok *szórásáról* is mondjon valamit. A szórások ismeretére adataink megbízhatóságának értékelésekor mindig szükség van.

Ha a mért adatok száma megegyezik az illesztendő függvényben szereplő paraméterek számával, akkor az illesztés matematikai értelemben egyértelmű. Annyi egyenlet írható fel, amennyi az ismeretlenek száma. Ekkor a megoldás egzakt, azonban nincs közvetlen lehetőségünk arra, hogy a paraméterek szórását is kiszámoljuk.

Ha az illesztésre váró pontjaink száma meghaladja a paraméterek számát, akkor a szigorú analitikus eljárás során a minden ponthoz való egzakt illesztés feltételeként több egyenletet kellene felírnunk, mint a problémánkban szereplő ismeretlen paraméterek száma. Erre mondják azt, hogy a paraméterek túlhatározottak. Ilyenkor nincs egzakt megoldás. Valami speciális matematikai, pontosabban statisztikus módszert kell a paraméterek — ha nem is egzakt, de optimális — meghatározásához igénybe venni. Viszont ilyenkor lehetőség nyílik a paraméterek hibáinak a meghatározására is. Ilyen módszer a súlyozott legkisebb négyzetek módszere.

A súlyozott legkisebb négyzetek módszere

E módszert Gauss vezette be heurisztikus úton. Az adott típusú — de ismeretlen $A_1, A_2, \ldots, A_\sigma, \ldots, A_s$ paraméterekkel rendelkező — függvények közül azt jelentette ki a mért pontokhoz optimálisan illesztett függvénynek, amelytől számítva a mért pontokig való eltérések négyzetösszege minimális. Az illesztendő függvény legyen $y = f(x; A_1, A_2, \ldots, A_\sigma, \ldots, A_s)$ vagy másképpen $y = f(x; \mathbf{A})$, ahol $\mathbf{A}$ egy s komponensű, $A_1, A_2, \ldots, A_\sigma, \ldots, A_s$ paraméter-értékekkel mint vektorkomponensekkel megadott formális vektor, és legyen az x_ϱ helyen mért függvény értéke y_ϱ, úgy e feltétel

$$\sum_{\varrho=1}^{r} [y_\varrho - f(x_\varrho\,;\, \mathbf{A})]^2 = \min\,, \qquad (2)$$

ahol az összegezés r felső határa a mérési pontok száma. Az x_ϱ értékeket hibátlannak tekintjük, ezért számítjuk az eltérést „függőlegesen", az y-tengely irányában. E módszer szerint tehát az az adott alakú $y = f(x; \mathbf{A})$ függvény illeszkedik a mért pontokhoz optimálisan, amelyben a formálisan $\mathbf{A}$ vektorral jelölt $A_1, A_2, \ldots, A_\sigma, \ldots, A_s$ paraméterek oly értékeket vesznek fel, hogy a (2) minimum-feltétel teljesül. Ha az illesztésre kerülő függvény pl. szinuszfüggvény, azaz $y = A \sin(\omega x + \varphi)$, úgy a formális $\mathbf{A}$ paraméter-vektor 3 komponense, vagyis a 3 ismeretlen paraméter: $A_1 = A$; $A_2 = \omega$; és $A_3 = \varphi$.

Ha az y_ϱ mért adatok szórása különböző, akkor a fenti összegben az egyes eltérés-négyzeteket alkalmas ω_ϱ súlyfaktorokkal célszerű megszorozni. Az ún. maximális valószínűség módszere kézenfekvőnek tűnő feltevéseit elfogadva, elemi úton levezethető, hogy az ω_ϱ súlyfaktor leghelyesebb értéke $\omega_\varrho = \dfrac{1}{\sigma_\varrho^2}$, ahol σ_ϱ a ϱ-adik mérési helyen mért y_ϱ valószínűségi változó szórása. A súlyozott legkisebb négyzetek módszerében a minimum-feltétel alakja tehát

$$H = \sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho [y_\varrho - f(x_\varrho; \mathbf{A})]^2 = \min\,. \qquad (3)$$

E kifejezés tartalma szemléletesen az, hogy a helyes **A** paraméterekkel leírt függvény keresésekor a nagyobb szórású, tehát nagyobb bizonytalanságú mérési pontoktól való eltéréseket kisebb súllyal szerepeltetjük a minimum-feltételben, s ezzel tulajdonképpen nem engedjük meg, hogy a nagyobb mérési hibájú pontok ugyanolyan súllyal húzzák maguk felé az illesztendő görbét, mint a nagy pontosságú, kis szórású adatok.

Mint említettük, a módszer heurisztikus okoskodásból született. Létjogosultsága mellett többel most mi sem érvelünk. Bizonyítása csak a maximális valószínűség gondolatának bevezetése után történhetne. Ehhez azonban inkább forrásmunkákra utalunk [3].

Figyelmünket most az optimális paraméterértékek meghatározásának technikájára fordítjuk. További céljainkhoz elég, ha csak olyan függvényekkel foglalkozunk, melyekben az $A_1, A_2, \ldots, A_\sigma, \ldots, A_s$ paraméterek *lineárisan* fordulnak elő. Az ilyen $f(x; \mathbf{A})$ függvény általános alakja

$$y = f(x; A_1, A_2, \ldots, A_\sigma, \ldots, A_s) = \sum_{\sigma=1}^{s}{}' A_\sigma b_\sigma(x) , \quad (4)$$

ahol $b_\sigma(x)$ tetszőleges függvény. Ha például $y = ax^2 + bx + c$, akkor $A_1 = a$, $b_1(x) = x^2$; $A_2 = b$, $b_2(x) = x$; $A_3 = c$, $b_3(x) = 1$.

A (3) minimum-feltétel alakja ekkor

$$H = \sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho [y_\varrho - \sum_{\sigma=1}^{s}{}' A_\sigma b_{\sigma\varrho}]^2 = \min , \quad (5)$$

ahol bevezettük a $b_\sigma(x_\varrho) = b_{\sigma\varrho}$ jelölést.

E szélsőérték-feladat megoldásához a fenti kifejezést az s darab A_σ paraméter szerint rendre differenciálva s a deriváltakat zérussal egyenlővé téve egy s ismeretlenes lineáris egyenletrendszerhez jutunk, melyet a minimum-követelményt biztosító A_σ együtthatókra megoldhatunk. A differenciálást az A_τ együttható szerint végezve

$$\frac{\partial H}{\partial A_\tau} = 2 \sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho \left[y_\varrho - \sum_{\sigma=1}^{s}{}' A_\sigma b_{\sigma\varrho} \right] b_{\tau\varrho} = 0 ,$$

amiből

$$\sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho y_\varrho b_{\tau\varrho} = \sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho \sum_{\sigma=1}^{s}{}' A_\sigma b_{\sigma\varrho} b_{\tau\varrho} ,$$

vagy

$$\sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho y_\varrho b_{\tau\varrho} = \sum_{\sigma=1}^{s}{}' A_\sigma \sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho b_{\sigma\varrho} b_{\tau\varrho} . \quad (6)$$

Ezzel, figyelembe véve, hogy a τ futó index 1-től s-ig minden értéket felvesz, az A_τ együtthatókra vonatkozóan egy lineáris egyenletrendszert kaptunk.

Bevezetjük a következő jelöléseket:

$$R_\tau = \sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho y_\varrho b_{\tau\varrho} , \quad (7)$$

$$Q_{\sigma\tau} = \sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho b_{\sigma\varrho} b_{\tau\varrho} , \quad (8)$$

ahol R_τ egy s elemű **R** vektor, $Q_{\sigma\tau}$ pedig egy $s \times s$ elemű szimmetrikus **Q** mátrix elemeinek foghatók fel. Ezen jelölésekkel a fenti (6) egyenlet

$$R_\tau = \sum_{\sigma=1}^{s}{}' A_\sigma Q_{\sigma\tau} = \sum_{\sigma=1}^{s}{}' Q_{\tau\sigma} A_\sigma , \quad (9)$$

ahol a második egyenlőség a **Q** mátrix szimmetriája ($Q_{\sigma\tau} = Q_{\tau\sigma}$) következtében áll fenn. A teljes egyenletrendszer (amikor is $\tau = 1, 2, \ldots, s$) tömör mátrix-írásmódban

$$\mathbf{R} = \mathbf{QA} . \quad (10)$$

Ez az egyenlet az (5) minimum feltételt kielégítő — tehát az optimálisan illeszkedő — $f(x; \mathbf{A})$ függvény A_σ együtthatóira áll fenn. **R** és **Q** a (7) és (8) egyenletekből megítélhetően ismert értékű kifejezések, így az **A** vektort a (10) egyenletből kifejezve megkapjuk a paramétervektor keresett értékét.

Ehhez a (10) egyenlet jobb és bal oldalát is beszorozzuk a **Q** mátrix inverzével,

$$\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{QA} ,$$

tehát

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R} , \quad (11)$$

vagy a mátrix-egyenlet komponensekben kiírva

$$A_\sigma = \sum_{\tau=1}^{s}{}' (\mathbf{Q}^{-1})_{\sigma\tau} R_\tau . \quad (12)$$

Az **R** vektornak a (7) összefüggés s a **Q** mátrixnak a (8) összefüggés alapján való képzésével, majd az utóbbi mátrix invetálásával a (12) egyenlet alapján kiszámolhatjuk az adott $f(x; \mathbf{A})$ alakú és az y_ϱ mérési pontokhoz optimálisan illeszkedő függvény A_σ paramétereit.

A fenti formalizmussal további néhány lépésben egyszerűen kimutathatnánk [4], hogy az A_σ paraméterek szórásnégyzetei éppen a számítás során különben is előforduló **Q** mátrix inverzének diagonális elemeivel egyenlők, azaz

$$\langle (\delta A_\sigma)^2 \rangle = (\mathbf{Q}^{-1})_{\sigma\sigma} . \quad (13)$$

A bemutatott eljárás tehát nemcsak az illesztésre szánt függvényben szereplő paraméterek értékeiről, hanem azoknak a mérési adatok hibás voltából következő várható bizonytalanságairól is tájékoztatást ad.

Spektrum-dekomponálás

A görbeillesztés statisztikus módszerével megismerkedve visszatérhetünk eredeti feladatunkhoz, a komplex energiaspektrumok dekomponálásához. Feladatunk tehát annak meghatározása, hogy egy analizátorral mért összetett spektrumban milyen intenzitással szerepelnek az egyes komponens-spektrumok. E célra fogjuk most felhasználni a görbeillesztés módszerét. Az első kérdés az, hogy a mért komplex spektrum pontjaihoz milyen típusú görbét lehet, illetve kell illeszteni. Mivel a mérés természetéből következik, hogy az eredő spektrum a különböző $b_\sigma(x)$-el jelölt komponens-spektrumok-

nak egyelőre ismeretlen A_σ együtthatókkal képzett lineáris kombinációja, azonnal felírhatjuk, hogy mostani problémánkban az illesztendő függvény

$$y = \sum_{\sigma=1}^{s} A_\sigma b_\sigma(x) , \qquad (15)$$

ahol x az energiával arányos amplitúdó, $b_\sigma(x)$ a σ-adik komponensvonalból származó, egységnyi intenzitásra normált, már a spektrum-stripping módszernél megismert komponens-spektrum, A_σ pedig a σ-adik komponensvonal ismeretlen és most meghatározandó intenzitása. Az összegezés felső határaként szereplő s szám a komplex spektrumban szereplő vonalak száma. Ha a spektrumot sokcsatornás amplitúdóanalizátorral vesszük fel, úgy $b_\sigma(x_\varrho) \equiv b_{\sigma\varrho}$ a σ-adik komponens elemtől a normált körülmények mellett az analizátor ϱ-adik csatornájába beérkezett beütésszám.

Az A_σ intenzitás-paraméterek meghatározásához a súlyozott legkisebb négyzetek módszerét használva az (5) formulában már felírt

$$\sum_{\varrho=1}^{r} \omega_\varrho [y_\varrho - \sum_{\sigma=1}^{s} A_\sigma b_{\sigma\varrho}]^2$$

kifejezést kell minimalizálni. E kifejezésben most ϱ az analizátor csatorna sorszámát jelenti, y_ϱ a komplex spektrum felvételekor a ϱ-adik csatornában mért beütésszámot, ω_ϱ a ϱ-adik csatornához tartozó súlyfaktort, r pedig a mért spektrum által elfoglalt csatornák összes számát. Az ω_ϱ súlyfaktor most is a ϱ-adik csatornában mért beütésszám σ_ϱ^2 szórásnégyzetének a reciproka. Ennek meghatározása ennél a speciális feladatnál nem okoz gondot. Egy radioaktív forrásból származó részecske-beütésszámok Poisson-eloszlást követnek. Poisson eloszlásnál a σ_ϱ^2 szórásnégyzet a várható értékkel egyenlő. S jóllehet az egyes csatornákba érkező beütésszámok várható értékeit nem ismerjük, de a várható érték helyett jó közelítéssel használhatjuk a ténylegesen mért beütésszámot. Így $\omega_\varrho = \frac{1}{\sigma_\varrho^2} = \frac{1}{\langle y_\varrho \rangle} \simeq \frac{1}{y_\varrho}$.

Ezzel a súlyozott legkisebb négyzetek módszerében használt összes változót definiáltuk, s az A_σ ismeretlen intenzitás-paramétereket az **R** vektor, valamint a **Q** mátrix képzése, majd az utóbbi invertálása után a (13) formula alapján azok $\sqrt{(\mathbf{Q}^{-1})_{\sigma\sigma}}$ szórásaival együtt meghatározhatjuk. A számítás elemi műveleteket igényel, de — figyelembe véve, hogy a használt r csatornaszám 100—500, az ismeretlen intenzitású komponens elemek száma 5—10 is lehet — kézi számolással kilátástalanul hosszadalmas.

Itt kínálkoznak megváltásként a már nálunk is egyre jobban terjedő elektronikus számológépek. Ezekre a gépekre a fenti illesztési feladat megoldásához kész algoritmusok állnak rendelkezésre, de minimális programozási ismeretek alapján a bemutatott formalizmusra támaszkodva könnyen bárki által el is készíthetők. Modern számológépekkel a teljes statisztikus kiértékelés maximálisan is csak néhány percet vesz igénybe.

A kiértékelési eljárás ezek után a következőképpen történik. Felvesszük analizátorral az analizálandó komplex spektrumot. A teljes spektrum valamilyen r számú csatornát foglal el. Az egyes csatornákban mért $y_1, y_2, \ldots, y_\varrho, \ldots, y_r$ beütésszámokat lyukszalag segítségével vagy „on line" rendszer esetén közvetlenül beolvastatjuk a számológépbe. Ezzel az $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_\varrho, \ldots, \omega_r$ súlyfaktorok közelítő értékei is a számológép rendelkezésére állnak, hiszen problémánkban $\omega_\varrho \simeq 1/y_\varrho$. Az analizátor ernyőjén megjelenő spektrumból megítéljük, hogy az hány és milyen energiájú vonalból tevődik össze. Az összes vonalak száma s. Ezután a spektrumban felfedezett vonalak — előzőleg vagy ezután mért —. egységnyi intenzitásra normált spektrumait szintén beolvastatjuk a számológépbe. A σ-adik vonaltól származó $b_\sigma(x)$ spektrum a különböző ϱ indexszel jelölt csatornában a $b_\sigma(x_\varrho) \equiv b_{\sigma\varrho}$ beütésszámokkal reprezentálódik. Ezen adatok birtokában a számológép a beprogramozott (12) formula alapján végzi el az A_σ együtthatók számítását.

A módszernél nehézségek támadhatnak abból, hogy a komplex spektrum vizuális észlelésekor nem ismerjük fel az ott jelenlevő, sokszor nem elég határozott csúcsokból az összes vonalat. Emiatt a komplex spektrumban ténylegesen jelenlevő s számú vonalnak megfelelő s komponensspektrum helyett csak $s' < s$ komponensspektrum (15) alakú lineáris kombinációjaként vagyunk kénytelenek megkísérelni az illesztést. Ilyenkor pedig az illesztés — mivel az ilyen alakú függvény fizikailag nem fér össze a mérési adatokkal — nem lehet helyes. Kérdés, van-e olyan ellenőrzési lehetőség, olyan számítási kontroll, amely az ilyen jellegű hibát felfedi. És van-e egyáltalán olyan módszer, amely az illesztés kielégítő voltát igazolja? Az erre a kérdésre adandó válaszhoz a khi-négyzet vizsgálatra fogunk támaszkodni.

A χ^2-próba

Az egységnyi szórású, zérus várható értékű

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} \qquad (16)$$

Gauss-eloszlású y valószínűségi változó z-vel jelölt négyzete ún. egy szabadsági fokú χ^2-eloszlást követ. Először z eloszlásfüggvényét felírva

$$P(y^2 \leq z) = P(-\sqrt{z} \leq y \leq \sqrt{z}) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\sqrt{z}}^{\sqrt{z}} e^{-y^2/2} \, dy = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{0}^{\sqrt{z}} e^{-y^2/2} \, dy,$$

amiből z valószínűségi sűrűségfüggvényét deriválással kapjuk,

$$p(z) = \frac{dP(y^2 \leq z)}{dz} = \frac{d}{d\sqrt{z}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sqrt{z}} e^{-y^2/2} dy \cdot \frac{d\sqrt{z}}{dz} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-z/2} \frac{1}{2\sqrt{z}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z^{-1/2} e^{-z/2}. \quad (17)$$

Ezek szerint ha a legkisebb négyzetek módszere során bevezetett y_ϱ valószínűségi változó $f(x_\varrho; \mathbf{A})$ várható értékkel jellemzett Gauss-eloszlást követ (ezen állítás második fele sugárzásmérési problémáknál általában igaz, mert a Poisson-eloszlás nagy várható érték esetén jól közelíthető Gauss-eloszlással), akkor az

$$\frac{y_\varrho - f(x_\varrho; \mathbf{A})}{\sigma_\varrho}$$

most már zérus várható értékre és egységnyi szórásra normált valószínűségi változó négyzete a fenti $p(z)$ sűrűségfüggvénnyel jellemzett χ^2-eloszlást kell hogy kövesse. De ez csak akkor igaz, ha $f(x_\varrho; \mathbf{A})$ valóban megegyezik az y_ϱ változó $\langle y_\varrho \rangle$ várható értékével. A legkisebb négyzetek módszerével számolt $\mathbf{A}$ paramétervektort viszont éppen akkor fogadhatjuk el helyesnek, ha az ennek behelyettesítésével az x_ϱ helyen számolt $f(x_\varrho; \mathbf{A})$ függvényérték valóban az y_ϱ mért érték várható értékével egyezik meg. Ennek viszont egyértelmű következménye, hogy ilyenkor a

$$z_\varrho = \left[\frac{y_\varrho - f(x_\varrho; \mathbf{A})}{\sigma_\varrho}\right]^2 \quad (18)$$

kifejezés a fenti (17) sűrűségfüggvénnyel megadott ún. egy szabadsági fokkal rendelkező χ^2-eloszlást követi.

Ennek ellenőrzése azonban nehézségbe ütközik, mivel mérésünkből — ha csak nem akarjuk azt éppen a most vázolt teszt kedvéért többször megismételni — y_ϱ értékére csak egy adatunk van. Egy valószínűségi változó egyetlen értéke viszont semmit sem mond e változó eloszlásáról. Valamiképpen azt a tényt kellene kihasználni, hogy bár ϱ egy megadott értékére y_ϱ-nak csak egyetlen értéke áll rendelkezésünkre, de mivel a ϱ index egy r értékkészletű diszkrét változó, a teljes mérésből mégis csak egy r elemből álló statisztikus sokaság áll majd rendelkezésünkre.

Meg lehet mutatni, hogy a most bevezetett z változónkhoz analóg (pl. ϱ egy másik értékére felírt (18) alakú kifejezéssel definiált) változók összege ugyancsak egy jól definiált eloszlással írható le. Nevezetesen a

$$z = \sum_{\varrho=1}^{r} z_\varrho = \sum_{\varrho=1}^{r} \frac{1}{\sigma_\varrho^2} [y_\varrho - f(x_\varrho; \mathbf{A})]^2 \quad (19)$$

változó a

$$p_n(z) = \frac{z^{n/2-1} e^{-z/2}}{2^{n/2}(n/2-1)!} \quad (20)$$

ún. n szabadsági fokú χ^2-eloszlásnak megfelelő valószínűségi sűrűségfüggvénnyel írható le, amelynél példánkban a szabadsági fokok száma $n = r - s$. Az ilyen eloszlás várható értéke n, szórása pedig $\sqrt{2n}$ [5].

Ezek után vegyük észre, hogy a (19) összefüggéssel megadott z kifejezés megegyezik a súlyozott legkisebb négyzetek módszerében minimalizálandó, a (3) kifejezéssel definiált H mennyiséggel. A módszerben keresett minimumnak tehát nem teljesen esetleges az értéke, hisz a fentiek szerint a (19) kifejezés várható értéke n, s az ettől való eltérés a $\sqrt{2n}$ szórásnak megfelelő lehet csak. Mindez persze csak akkor igaz, ha az $f(x; \mathbf{A})$ függvény valóban úgy megy el a mért y_ϱ pontok között, hogy $f(x_\varrho; \mathbf{A}) = \langle y_\varrho \rangle$, ami az illesztés jóságának elemi kritériuma. Ez a tény ellenőrizhető a χ^2 próbálva, ami egyszerű megfogalmazásban a következő alakú:

$$\left| \frac{1}{r-s} \sum_{\varrho=1}^{r} \frac{1}{\sigma_\varrho^2} [y_\varrho - f(x_\varrho; \mathbf{A})]^2 - 1 \right| \leq \alpha \sqrt{\frac{2}{r-s}}. \quad (21)$$

Ez az egyenlőtlenség $\alpha = 1$ esetén 60—70%-os (pontosabban n ismeretében a (20) sűrűségfüggvényből számolható) valószínűséggel, $\alpha = 4$ esetén pedig 99%-nál nagyobb valószínűséggel kell igaz legyen. Amennyiben ez az egyenlőtlenség $\alpha \leq 4$ esetén nem áll fenn, úgy arra következtethetünk, hogy a legkisebb négyzetek módszerével számolt A_σ paramétereket az illesztéshez választott típusú függvénybe helyettesítve, az statisztikus értelemben sem illeszkedik kielégítően a mért pontsorozathoz. Az első kézenfekvő következtetés ilyenkor az, hogy mivel a választott függvénytípus a paraméterek semmilyen megválasztása mellett sem képes a mért pontokhoz kielégítően illeszkedni, így magának a függvénynek a megválasztása nem helyes.

Ilyen következményekkel jár például, ha az illesztéshez felvett (15) lineárkombinációból egy vagy több $b_\sigma(x)$ komponensfüggvényt kihagyunk. Ha ez egy bizonyos vonalnak a komplex spektrumban való fel nem ismeréséből ered, úgy éppen a fenti χ^2-próba lehet az, amely a számítás végén erre figyelmeztet bennünket.

Pusztán csak annak indikációja azonban, hogy a kiértékelésünk hibás, nem lehet elegendő számunkra, ha a kiértékelést javítani akarjuk. Valami útmutatást várnánk pl. arra nézve, hogy mely vonalakat nem vettük észre a spektrumban, s ennek következtében mely komponensfüggvényeket hagytuk ki az illesztendő (15) függvényből.

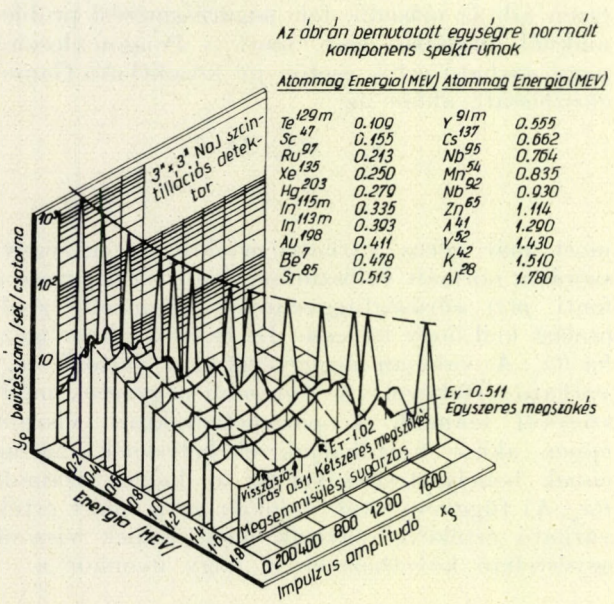
Erre vonatkozólag Salmon [6] javasolt egy indokolható, de matematikai értelemben szigorúan még nem igazolt eljárást. Ez a következőkből áll. A súlyozott legkisebb négyzetek módszerével meghatározzuk először az illesztésre legjobb tudásunk szerint alkalmas (15) függvény A_σ optimális paramétereit. Ezek értékét behelyettesítve a (15) formulába, s az $f(x; \mathbf{A})$ függvény értékét x_ϱ

minden értékére kiszámolva és ábrázolva, megítélhetjük, hogy az illesztett függvényünknek az x_ϱ helyeken felvett értékei mennyire térnek el a mért y_ϱ pontoktól. Ha az eltérés nagy, azt a χ^2-próba nagy α értéke ($\alpha > 4$) objektíven is jelzi. Az ábrázolt két pontsorozatból rátekintésre is megállapíthatjuk, hogy a spektrum mely szakaszán nagy a különbség a mért és számolt adatok között, s ott egy kihagyott spektrum komponensre gyanakodhatunk. De számológéppel végeztethetjük automatikusan is az ilyen nyomozást. S ebben áll a Salmon által javasolt eljárás lényege. A súlyozott legkisebb négyzetek módszerét nagy α érték esetén ismételten elvégeztetjük, de most súlyfaktorok gyanánt az $\omega_\varrho = [y_\varrho - f(x_\varrho; \mathbf{A}]^{-2}$ értékeket használjuk, vagyis az olyan mért pontokhoz való ismételt illesztést, melyek az első számított függvényértékektől jobban eltértek, erősen „alásúlyozva" végezzük. Ez kissé túlozva azt jelenti, mintha e következő illesztést a spektrumnak csak arra a tartományára végeznénk el, ahol az illesztés minősége már az első számításra is kielégítő volt, amely tartományban tehát minden ténylegesen részt vevő vonal jelenlétével már eleve is számoltunk. Kiszámítva az ezen másodszorra kapott $f^{(1)}(x; \mathbf{A}^{(1)})$ függvény x_ϱ helyen felvett értékeit, s képezve és ábrázolva az

$$y_\varrho - f^{(1)}(x_\varrho; \mathbf{A}^{(1)})$$

kifejezést, a kihagyott $b_{\sigma'}(x)$ spektrum-komponenssel bizonyos mértékig arányos spektrumot fogunk eredményként kapni. Az illesztendő (15) függvénybe még az ezen vonalnak megfelelő $b_{\sigma'}(x)$ függvényt is lineárisan belekombinálva, a legközelebbi számítás már a statisztikailag elfogadható helyes eredményre kell hogy vezessen. E módszer a gyakorlatban bevált, és szép példáját mutatja annak, hogy miként lehet egy statisztikus kiértékelést éppen statisztikai úton értelmezett indexek segítségével önjavítóvá s ezzel automatizálhatóvá tenni.

A kiértékelés automatizálhatóvá tételének egy másik akadálya, hogy a komplex spektrumban szereplő vonalakat, illetve az ezeknek megfelelő csúcsokat vizuálisan kell felismerni, valamint, hogy a lyukszalagon tárolt $b_\sigma(x)$ egységspektrumok seregéből az ezeknek a vonalaknak megfelelő lyukszalagokat a számológépbe esetenként kell befűzni. Ugyanakkor azt is meg kell említeni, hogy az egész eljárás legmunkaigényesebb része éppen a $b_\sigma(x)$ egységspektrumok kísérleti felvétele. Ugyanis az ismert radioaktív izotópok által emittált különböző diszkrét energiájú gammasugárzásokhoz tartozó összes $b_\sigma(x)$ egységspektrumok rendelkezésünkre kell álljanak. Egy hatalmas lyukszalagkönyvtárat kell berendezni belőlük, s eközben minden egyes $b_\sigma(x)$ egységspektrum felvétele esetén nem kis kísérleti nehézséggel találjuk szembe magunkat. Ez visszataszítóvá teheti a módszert. Ferguson vezetett be először ennek elkerülésére egy kézenfekvő eljárást. Ő csak néhány (5—10) különböző energiájú gammasugárzásnak megfelelő egységspektrumot vett fel kísérletileg, ezek alapján a tetszőleges energiájú gammasugárzáshoz tartozó egységspektrumot interpolációval határozta meg — természetesen egy gépi program segítségül hívásával. Ehhez először a (4) ábrán bemutatott, kísérletileg felvett és három dimenzióban ábrázolt függvényseregre kifeszíthető felület egyenletét kell meghatározni, ugyancsak függvényillesztéssel [6]. Ezután a különböző energiájú gammasugárzásoknak megfelelő egységspektrumok



4. ábra

e felület és az energiatengely megfelelő pontjára állított merőleges sík metszésvonalával rajzolódnak ki.

Ezek után az automatizált spektrumdekomponálás programvázlata könnyen elképzelhető. Először az analizálandó komplex spektrumot (y vektor) visszük be a számológépbe. A gép egy egyszerű program alapján megkeresi, hogy mely x értékeknél van csúcs a spektrumban. Az első lépésben feltételezzük, hogy mindezen csúcsok a spektrumban szereplő gamma-vonalak fotocsúcsainak felelnek meg. A fotocsúcsok x_σ amplitúdóinak ismeretében a gamma-vonalak ezekkel lineáris kapcsolatban levő E_σ energiái meghatározhatók. Minden E_σ energiához tartozó $b_\sigma(x)$ egységspektrumot generálunk ezután a számológépbe ugyancsak bevitt 5—10 kísérleti egységspektrumból való interpolálás útján, s azonnal megindíttathatjuk a súlyozott legkisebb négyzetek módszere alapján készített dekomponálási programot. A komplex spektrumban levő összes csúcsokhoz ilymódon számolt A_σ intenzitások között statisztikus értelemben elhanyagolhatóan kicsinyek lesznek azok, melyek nem tényleges fotocsúcshoz tartoznak, hanem a gép által tévesen egy komponens vonalnak tulajdonított pl. Compton vagy valamilyen megszökési csúcshoz. Azon vonalak jelenlétére

viszont, melyek a komplex spektrumban nem tűntek ki önálló csúccsal — hanem pl. csak kis inflexiós könyökkel vagy pusztán vonalszélesedéssel — az ismételt χ^2-próba kell rávezessen. Nagy vonalakban tehát látszik, hogy megfelelően tervezett rekurzív programmal a kiértékelési eljárás teljesen automatizálható.

Érdemes és ma különösen szükséges rámutatni arra, hogy az e cikkben a gamma-spektrumok dekomponálására bemutatott statisztikus módszer a kísérleti tudományok egyéb területein is a leghatásosabban alkalmazható. Ezzel persze nem új dologra hívjuk fel a figyelmet. A módszer már évszázados, mint főiskolai tananyag is a messzi múltba nyúlik vissza. De eddig — elriasztóan nagy számolásigénye miatt — igen nehézkes, a széles gyakorlat szempontjából alkalmatlan volt. A most megjelenő számológépek, a ma még ugyan szűkös, de hónapról hónapra rohamosan növekvő kapacitás kínálata az, ami sokak figyelmét felé kell irányítsa.

A statisztikus kiértékelés egész problémakörének szabatos és kimerítő tárgyalása Jánossy Lajos [3] könyvében található meg. Személyesen neki tartozom köszönettel amiért ezen alapvető eljárással megismertetett és a számológépek megjelenése kapcsán annak minél szélesebb körű alkalmazására és népszerűsítésére biztatott.

Zámori Zoltán

Központi Fizikai Kutató Intézet
I. Magfizikai Laboratórium

IRODALOM

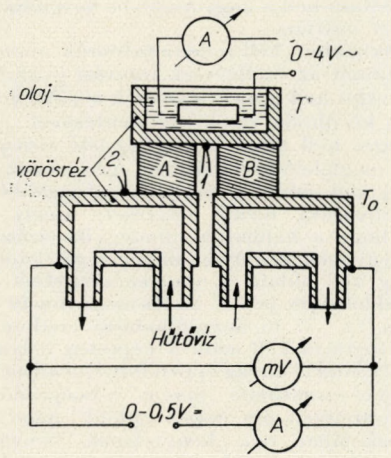
1. *Keszthelyi L.:* Szcintillációs számlálók. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1964.
2. *R. L. Heath:* Scintillation Spectrometry, 2-nd ed. Philips Petr. Comp. 1965.
3. *Jánossy L.:* A valószínűségelmélet alapjai és néhány alkalmazása. Tankönyvkiadó, Budapest. (1965)
4. *Rupp E., Tóth I. és Zámori Z.:* KFKI Közl. *10.* 219 (1962)
5. *Prékopa A.:* Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1962
6. *G. D. O'Kelley:* Application of Computers in Nuclear and Radiochemistry, NAS-NS 3107. 1963.

A FIZIKA TANÍTÁSA

Termoelektromos hűtőelemek vizsgálata a hallgatói laboratóriumban

Az oktatási reform megvalósítása során néhány olyan új méréssel kívántuk a laboratóriumi gyakorlatok programját bővíteni, amelyek didaktikai szempontból és a későbbi években várható gyakorlati alkalmazások szempontjából egyaránt fontosnak látszanak. Tipikus példája ennek a termoelektromos hűtőelemek vizsgálata. Ez egyrészt alkalmas a termodinamikában tanultak illusztrálására (2 hőtartó közé kapcsolt „szerkezet", amely a folyamat irányától függően munkavégzésre vagy hőszivattyúzásra használható), másrészt pedig megismerteti a hallgatókat a hűtő- (ill. fűtő-) elemek tulajdonságaival.

Tekintettel arra, hogy a jelenlegi praktikumok hasonló feladatokat általában nem tartalmaznak, úgy véljük, érdemes a mérést vázlatosan ismertetni. A mérési elrendezést vázlatosan az 1. ábra mutatja. *A* és *B p* ill. *n* típusú félvezető „pogácsák". Az árambevezetés, a vízhűtéssel állandó T_0 hőmérsékleten tartott, melegponton történik. A hűtött oldalon a két félvezetőt kádalakúra kiképzett vörösréz „híd" köti össze. Ebben — olajba merítve — egy kis fűtőtestet lehet elhelyezni. A hőmérsékletmérés termoelemekkel történik. Az *1* termoelem referencia pontja T_0 hőmérsékleten van, tehát közvetlenül a két oldal között kialakult hőmérsékletkülönbséget méri, a *2* termoelem pedig T_0-t méri, 0 °C-hoz viszonyítva (a vízhűtés miatt a stacionér állapot beállítása után T_0 gyakorlatilag állandó, ezért nem kell állandóan mérni). A jó hőszigetelésés a jegesedés elkerülése érdekében a hűtőelemek vákuumozhatóan, üvegbura alatt vannak elhelyezve. Az energiabetáplálás kis feszültségen (átlagosan 0,1 V) történik, viszont a maximális áramerősség eléri a 40—50 A-t. Áramforrásul egy Ge-diódás egyenirányító egységet alkalmaztunk és a szabályozást ennek primérkörében végeztük.



1. ábra. Kapcsolás a termoelektromos hűtőelemek vizsgálatához.

A fent leírt elrendezésben a következő méréseket lehet elvégezni.

a) A Peltier elem α_{AB} *Seebeck együtthatójának* közvetlen mérése úgy, hogy a „híd" és a vizes blokk között hőmérsékletkülönbséget hozunk létre, majd a főáramot kikapcsolva mérjük a két oldal potenciálkülönbségét (a Peltier-elem belső ellenállása 10^{-3} — 10^{-2} ohm, így nyugodtan alkalmazhatunk mV-mérőt).

b) A π_{AB} *Peltier-együttható mérése* úgy, hogy a kádba belemerülő fűtőtesttel mindig annyi Q_0 teljesítményt táplálunk be, hogy $T = T_0$ legyen. Ilyenkor a „hídba" betáplált hők összege (Q_0 +Peltier-hő + a Joule-hő fele) nulla, tehát

$$Q_0 + \frac{1}{2} I V_0 - \pi_{AB} I = 0,$$

ahol V_0 az elemen eső feszültség, $T = T_0$ esetén.
(A fenti meggondolásban feltételezzük, hogy a hővezetés lefelé és felfelé egyenlő mértékű, ezért a Joule-hő másik fele a T_0 hőmérsékletű tartóba áramlik.) Ebből

$$\pi_{AB} = \frac{Q_0}{I} + \frac{V_0}{2}. \qquad (1)$$

E két mérés elvégzése után érdemes megvizsgálni, hogy a

$$\pi_{AB} = \alpha_{AB} T \qquad (2)$$

Kelvin-összefüggés teljesül-e. (Rendszerint számottevő eltérés van. Ezt egyrészt a félvezető elemek belső inhomogenitása, másrészt a forrasztások tökéletlensége okozza.)

c) A *hőmérsékletkülönbség mérése az áramerősség* függvényében (kívülről betáplált fűtőteljesítmény nélkül). Közel parabolikus függést kapunk amelynek $I_0 = \frac{\alpha_{AB} T}{R}$-nél maximuma van ($R$ a hűtőelem teljes ellenállása, és a teljes feszültségesés $I_0 R + \alpha_{AB}(T_0 - T) = \alpha_{AB} T_0$). A maximális hőmérséklet különbség:

$$(T_0 - T)_{max} = \frac{1}{2} z T^2, \qquad (3)$$

ahol z az elemekre jellemző *jósági-szám* (a félvezető elemek optimális alakja esetén csak az anyagi állandók függvénye). A laborban használt hőelemekkel mintegy 50—55 °K hőmérsékletkülönbséget lehet előállítani ($T_0 \approx$ $\approx$ 290 °K). Ez kb. $z = 2.10^{-3} \cdot {}^\circ\mathrm{K}^{-1}$-nek felel meg.

d) A hűtőelemek *hatásfokának mérése* (adott $T_0 - T$ hőmérsékletkülönbséggel, az áram függvényében). A hasznos hűtőteljesítményt a „hídba" kívülről betáplált fűtőteljesítmény adja. A hatásfoknak ($T_0 - T$)-vel közel arányos I_{opt} áramerősségnél maximuma van. Ez a maximum csak a jósági-szám és a hőmérsékletek függvénye. Ezért tanulságos a mérés eredményét az elméleti értékekkel összehasonlítani.

A fentiekből kitűnik, hogy a mérési feladatok rendkívül változatosak; úgy szólván minden héten más-más feladatot lehet kiadni. A fenti feladatkomplexum elvégzését érdemes az egymás után dolgozó hallgatók egy csoportjára bízni úgy, hogy mindegyik felhasználja az előtte mérők eredményeit. Ez szerintem nevelési szempontból is hasznos.

A mérés jelenleg a II. éves fizikus hallagtók feladatai között szerepel. Tagadhatatlan, hogy bár elvileg nagyon egyszerű, mégis jól átgondolt munkát igényel, mert némely esetben egyidejűleg öt adatot kell meghatározni. Ezért csak akkor szerepelhet a feladatok között, ha az egyes mérőműszerek és más csatlakozó egységek működése illetve kezelése a hallgatóknak már semmiféle problémát nem okoz. Ebből a szempontból vitatható, hogy vajon a II. évben a mérés jó helyen van-e. A mi esetünkben a mérés bevezetését az tette lehetővé, hogy a hallgatók előzőleg már egy félév elektrotechnikai stúdiumot végeztek, bár a gyengébb hallgatóknál még így is akadtak problémák.

Befejezésül megemlítem, hogy a mérés megtervezése ill. összeállítása során tevékeny segítséget kaptam Vesztergombi György és Horváth Zalán volt II. éves hallgatóktól, akiknek értékes diákköri munkájáért ezúton is köszönetet mondok.

Zsoldos Lehel
Eötvös Loránd Tudományegyetem
Kísérleti Fizikai Tanszék

Új oktatási módszer a televíziótechnika felhasználásával az Eötvös Loránd Tudományegyetem tanárképzési munkájában

1965. október 6-án adták át rendeltetésének az Eötvös Loránd Tudományegyetem Apáczai Csere János gyakorló iskolájában felépült Televízió Stúdiót, amely e naptól kezdve a tanárképzés folyamatos munkájába bekapcsolódva, a várakozásnak megfelelő módon teljesíti feladatát. A kívülálló, aki a tanárképzés részleteibe, problémáiba nincs beavatva, nehezen tud képet alkotni magának, hogy ez az új berendezés milyen módon segítheti a tanárképzés ügyét, ezért az alábbiakban röviden ismertetni fogjuk a technikai tudományok és pedagógiai tudományok eredményeinek összefogásából keletkezett új eszközt, amely megjelenésével visszahat mindkét életrehívójára, új igényeket támasztva a technikai megoldások elé, és *új módszerek* kialakítását követelve a pedagógiai tárgyak oktatásában.

Ifjúságunk nevelésének és oktatásának színvonala nagymértékben függ tanáraink képzésének színvonalától, amelynek emelkedése nem utolsó sorban a szaktudományok helyzetének egyre kedvezőbb alakulását is természetszerűleg magával vonja. Szaktanáraink feladata a középiskolában a fiatalok teljes emberré nevelése, amely munkában csak egy részt jelent a szaktárgy oktatása, de rendkívül lényeges az is, hogy az átadott szaktárgyi ismeretek mélysége és későbbi sorsa hogyan alakul a középiskolát végzett tanulók útján. A jó szaktárgyi alapok viszont a szaktárgyi ismeretek optimális átadásának, ez utóbbi pedig az „átadás tudományának" és a „megnyerés tudományának", a didaktikának, neveléselméletnek, pszichológiának függvénye. Egyetemi oktatásunkban a pedagógiai tárgyak (ideértve a szakmódszertant is) oktatási színvonalának hatékonyságának növelése sokrétű feladat, amelynek problémái a tanárképzés legkülönbözőbb vetületeiben jelentkeznek, és amelyek egész sorának megoldását hivatott elvégezni a televíziós módszer.

Tanárképzésünk jelenlegi helyzetéről

A tanári szakokon már a második évtől kezdve képezik a tanterv anyagát pedagógiai tárgyak (fejlődéslélektan, neveléslélektan, neveléselmélet, didaktika stb.), amely tárgyakhoz minden félévben iskolai megfigyelési gyakorlatok is kapcsolódnak. Ezeknek a gyakorlatoknak egyik fontos szerepük az elméleti anyaghoz fűződő szemléltetés, másik az elméleti anyagnak valóságos szituációkon való gyakorlása a hozzá kapcsolódó megbeszélések, óraelemzések és szemináriumi viták során. Az ötödik év teljes egészében a tanítási gyakorlaté, amikor a gyakorló iskolákban töltik teljes idejüket a tanárjelöltek, vezetőtanáraik óráin állandóan, személyesen részt vesznek, majd maguk veszik át 18—22 órára valamelyik osztály tanítását.

Az iskolai gyakorlatok lényeges és szerves részei a pedagógusképzésnek, azonban szervezésük, valamint színvonaluk minőségének tartása és a követelmények növekedésének megfelelő fokozása rendkívül súlyos feladatok elé állítja az Egyetemet és a gyakorló iskolákat. Ilyenek a következők:

1. Javítani kell a hagyományos hospitálások *statikus megfigyelési módján*.
2. Csökkenteni kell a bemutatóórák miatti *törések* és *kiesések* számát az ötödévesek tanítási gyakorlatában.
3. Növelni kell a megfigyelések *objektivitását* a jelenlét zavaró körülményeinek csökkentésével.
4. Eleget kell tenni a *megfigyelési szempontok nagy számának* megfelelő szemléltetési igényeknek.
5. Meg kell oldani a *tömeges megfigyelésből* adódó, a minőség rovására menő helyzetet, amely nem teszi lehetővé, hogy a hallgatók mindegyike számára hozzáférhetők legyenek bizonyos lényeges részletek.
6. Meg kell oldani a *tanteremméretekből* adódó zsúfoltság problémáját. (a 30—35 fős csoport a 40-es létszámú osztályban 72—77 fő bezsúfolódását eredményezte).
7. Változtatni kell azon a képtelen helyzeten, hogy az elméleti tantervi anyag éppen folyó előadásaitól sokszor teljesen *eltérő szemléltetés* „jusson" a hospitáló csoportoknak, mert amilyen óra éppen „akad" azon a napon a gyakorló iskolában, oda „kénytelenek" bemenni (és egyszerre 10—15 csoportnak nem lehet az egy napra eső 20—30 meglátogatandó óráját az egyetemi tanmenethez „válogatni").

8. Megoldatlan a hagyományos hospitálásnál a kezdő hallgatók *figyelmének irányítása* az óra zavarása nélkül.

Ezek főbb vonalakban a problémacsoportok, amelyekhez még számos részlet tartozik, amelyre nem tértünk ki e helyen.

A Zártláncú Iskolai Televízió Stúdió technikai rendszere

A zártláncú televízió ún. ipari televíziós kamerákkal, a csatlakozó kiszolgáló berendezésekkel, valamint kellő számú monitorral működik. Építésénél figyelembe kellett vennünk az épületadta lehetőségeket, a műszaki követelményeket a felvevő kamerák és mikrofonok részéről, a tanárképzés igényeit a pedagógiai, didaktikai, pszichológiai megfigyelési szempontok tekintetében, figyelemmel kellett lennünk az iskola tanulóira és természetesen a termek esztétikai kialakítására. A berendezés telepítése egy akusztikailag különlegesen kialakított tantermen kívül elhelyezett, oda több, számszerint 16 benézőnyíláson betekintő kameraállás kiépítésével kezdődött, amely kameranyílások rejthetők és a kamerák a célnak megfelelő kombinációban kapcsolhatók a megfigyelő láncba.

Iskolánk legfelső emeletén, az udvari fronton két szomszédos tantermet választottunk ki, amelyek így a külvilág zajától legtávolabb estek. A két tanterem közötti válaszfalat eltávolítottuk, viszont az így kapott 18 m hosszú terem két végéből két-két méternyit újabb fal emelésével „levágtunk". Így keletkezett egy átlagosnál hosszabb, 14 méteres tanterem, és a két végéhez csatlakozva egy-egy kis, a terem teljes szélességében húzódó kamra. A 14 m hosszú teremnek a folyosó felőli oldalán három, teljesen elzárható fülkét alakítottunk ki, amelyekből a terem felé áttöréseket vágtunk. Innen a tanterem jobboldalról teljes hosszában áttekinthetővé vált. Az átellenes oldalon az udvar fölé kiugró fülkét építettünk, hogy az osztályterem bal oldaláról is megfigyelhető legyen. A terem két végén felhúzott fallal elválasztott kamrákat két szintre bontottuk, és mindkét szinten, összesen öt-öt helyen kisebb (30×50-es) benéző nyílásokat alakítottunk ki, ahonnan az osztály elölről, hátulról, szemmagasságból és magasabbról való rálátással áttekinthető. Egy mennyezeti áttöréssel a terem közepén függőleges optikai tengellyel elhelyezhető kamerának biztosítottunk helyet, és különleges megfigyelések céljára a teremben levő tanári asztal egyik végében, közvetlenül az első padokat jól befogó kamera számára készítettünk elhelyezési lehetőséget. Az így elkészült, összesen 16 kameraállás belső falait feketére festettük a belátás zavaró hatásának csökkentése céljából.

Minden kamerahelyhez kábelcsatornában ill. falba süllyesztve távvezérlő kábelt vezettünk, amely a központtal köti össze a működő kamerákat.

A 14 m hosszú, speciális akusztikai burkolatú terem, az úgynevezett stúdiótanterem a színhelye az összes bemutató óránk. Minden benéző nyílás rejthető, csak az éppen működő kamerák ablakai „aktívak", a többi a burkolattal azonos minőségű és kiképzésű takaróval van elzárva. A tanári asztal berendezése folytán bármilyen óra megtartására alkalmas. (Kívül szerelt gáz, víz, villany, kapcsolótábla, kiöntő nincs a teremben!)

A stúdió gépi felszerelése jelenleg négy darab állandóan működő és egy tartalék ipari kamerából áll, amelyek teljesen távvezérelt mozgató állványokon helyezhetők el. A távvezérlést egy pult végzi, amelyen a négy működő kamera mindegyikének vízszintes és függőleges síkú mozgását, optikai és elektronikus élességállítását, blendézést és a gumioptika működtetését lehet végrehajtani. A távvezérlő pult rendkívül egyszerűen kezelhető, *egyetlen ember* könnyen elvégezheti vele négy operatőr és a rendező teljes munkáját. A mechanikus műveleteket egy „botkormány" mozgatásával lehet végeztetni, amellyel egymás után hat műveleti utasítás adható, a választó gomb által kiválasztott kamerának. A távvezérlő pultról tetszőleges számú monitor működtethető, amelyek a kereskedelmi forgalomban kapható nagyképernyős vevőkészülékek.

Tanárképzési célokra négyes csoportokban alkalmazzuk a monitorokat, a négy működő kamera képét *egyszerre* négy képernyő vetíti a hallgatóság elé. A távvezérlés a pult áthelyezésével megoldható a stúdióközpont helyiségéből, vagy a hallgatóságot befogadó ún. demonstrációs termekből is, kívánság szerint.

A központba fut a stúdiótanterem 13 db kondenzátormikrofonjának vezetéke, ahol többcsatornás keverőasztalon optimálisra beállítjuk a hangminőséget (szükség esetén a monitorról ellenőrizhető, az éppen beszélő helyzetének megfelelő kieméléseket is végezhetünk.) Innen fut szét a három, egyenként 160—120 — 45 főt befogadó demonstrációs terembe a komplett kép- és hangműsor.

A berendezéshez csatlakoztatható egy videomagnetofon is, amely lehetővé teszi bármely órának mágnesszalagra való képi és hangi rögzítését, annak teljes reprodukálhatóságát.

A képernyők előtt ülők egyszerre láthatják a felső készüléken a táblát és a tanárt — *ahogy a tanuló látja* (!), és az alsó három készüléken — két premier plán és egy totál képben — az osztályt, az egyes tanulókat, — *ahogy* az ott tanító *tanár látja* (!). A képek ilyen kontrapunktja jól kiemeli a két szint különbségét (topológiailag és hangulatilag) és jól egységbe foglalja az egyébként ilyen kettősséget sohasem mutató — mert egyszerre csak két szemen keresztül látható — valóság-arculatot. (A valóság valóban ilyen, de egyszerre rendszerint csak egyik arculata észlelhető!)

A televízió stúdió szerepe a tanárképzés munkájában

Televízió stúdiónkat elsősorban a pedagógiai tárgyak szemléltetési eszközének, egyben az iskolai gyakorlatok munkaeszközének tekintjük. Összehasonlítva a hasonló funkciót elvégző — nem nagy számú — mozgófilmmel, szembetűnőek az alábbi gazdasági és minőségi előnyök:

Nincs nyersanyagigény, nincs laboratóriumi munka, nincs várakozási idő, a *történéssel egyidőben* szemlélhető. (Egyetlen, hasonló rendeltetésű film elkészítése 1962-ben 250 000 forintba került, és háromnegyed évnél hosszabb volt a rendeltetési helyére jutás ideje!) Az órát *nem zavarja*, különösebb megvilágítást nem igényel — kb. egyenletes 500 lux a megvilágítás. *Mozgékonyabb*, mint a film. Megfelelő szerelés esetén nemcsak a teremhez *alkalmazkodik*, hanem az egyes órák jellegzetességéhez, a speciális megfigyelési szempontokhoz is. (Mennyezeti kamerával a dolgozatírás követhető a fogalmazvány készítésétől a tisztázásig.)

A hallgatóság egyszerre, *egyidőben több képen* szemlélheti az osztályt. Ezzel a megfigyelés *teljességét* tulajdonképpen több, mint 100%-osan megvalósítjuk. A hallgatóság nemcsak, hogy többféle szemszögből látja megfigyelésének tárgyát, mintha változtatná helyzetét az osztályban, hanem, amit a helyszíni hospitálással sosem érhet el, *egyszerre több helyről láthatja ugyanazt*. Többet lát, mint az ott éppen tanító tanár! Így nemcsak a tanuló „két oldalát" tanulmányozhatja, vagy az osztály katedra felőli és padsorok felőli világát, hanem a térben távoleső részeket *egymás mellé* téve jobban *áttekinti* azokat.

Nincs rendezés, vágás, hangosítás, utólagos korrekció, ennek ellenére rendelkezik a film összes *plán-* és *perspektíva* lehetőségeivel. Fennáll a közben történő, paralel magyarázat, *kommentár* lehetősége, anélkül, hogy az órát a hangos beszéd zavarná. Így lehetővé válik a *figyelem irányítása*. A valóságérzet meglehetősen nagy, így a szemlélés értékesebb, maradandóbb, mint a filmnél. A filmmel ellentétben fennáll a hallgatók számára az a lehetőség, hogy előzetes megbeszélést tartsanak az órát bemutató tanárral problémáikról, vagy akár személyes kapcsolatot teremtsenek a tanulókkal. Témája nem avulhat el.

Egyszerre több teremben és esetleg más épületben is szemlélhető. Ugyanazt az órát más más gyakorlatvezetővel, más és más szempont szerint elemezhetik a különböző évfolyam hallgatói. A 25—30 fős csoportok helyett 350 *fő* szemlélheti egyszerre az órát, így nagymértékben megnövekszik egyetlen bemutató óra *kihasználtsága*, kevesebb, mint *tizedére csökken* a bemutató órák száma, a bemutató tanárok speciális külön munkája és nem

utolsó sorban a bemutató órát elszenvedő osztályok, ill. alkalmak száma.

A bemutató órák számának csökkenése lehetővé teszi azok *tematikájának* gondosabb megválasztását, az egyetemi elméleti anyaghoz való adekvát szemléltetéskénti alkalmazását, a jobb tanárok felkérését, az egyetemi órarend és beosztás *jobb szervezését*, az évi 6 hospitálási alkalom többre való felemelését számottevő túlterhelés nélkül, így minőségileg emelkedik az elméleti stúdiumok értéke a bő, és az anyaghoz szorosan kapcsolódó szemléltetés és a gyakorlattal való mélyebb kapcsolat révén.

A videomagnetofon alkalmazásával megoldható a szemléltetési anyagnak az egyetemről való *telefon-rendelése*, és a hallgatóknak át sem kell fáradni a gyakorló iskolába! Ezzel a módszerrel az elméleti óra közben, az előadó helyiségben részletek játszhatók képpel és hanggal a megfelelő tanórából illusztrációként.

A videoszalagon rögzített óra *archív anyagként* tárolható, a legjobb óra-szalagok kiválogathatók, így biztosítható az egyre javuló bemutató-minőség.

Lényeges megjegyezni a következőket: A televíziós hospitálásnak nem célja, hogy felváltsa a személyes jelenléti óralátogatásokat, hanem *kiegészítse* azokat. Mindkét módszernek megvannak azok a speciális tulajdonságai, amelyeket a másik képtelen nyújtani. Egymást *kiegészítő* módszereknek kell tekintenünk őket. Az alsóbbévesek képernyőről való — és szorosan a kitűzött szempontokat érvényesítő televíziós hospitálása nem fosztja meg őket a személyes jelenlét mással nem pótolható, sajátos atmoszférájú hatásától, mert az ötödik évben *minden nap* jelen vannak vezetőtanáraik vagy kollégájuk óráján (egyszerre azonban csak két, három jelölt!), így számszerűen elenyésző azoknak az óráknak a száma, amelyet a televízió képernyőin tekintenek meg. (Kb. 450 : 36 az arány!)

Az ötödik, úgynevezett gyakorlóévben a jelölt páratlan, egyedülálló lehetőség birtokába jut a videomagnetofonnal kiegészített televízió stúdió jóvoltából: a *gyakorlótanítások történetében először képes saját magát, óravezetését, mozgását, hangját, mimikáját, az osztály reakcióit stb. azonnal, az óra befejezése után a megbeszéléskor viszontlátni*, tetszőleges számszor megismételni, részleteket valósághű kép alapján elemezni, vitás kérdésben *dokumentumot* és minden esetben *önkontrollt* végezni egyetlen berendezéssel. Képes két óráját, az elsőt és az utolsót egymás mellé tenni, összehasonlítani, *fejlődését lemérni*!

Lehetővé válik egy *tanítási folyamat*, egy didaktikai egység több órára széttagolt részeinek rögzítése és a teljes sorozat bemutatása egyetlen napon (egy hospitálási alkalommal), ami egyébként csak hetekre elnyújtott, állandó iskolalátogatással lenne megoldható! Ezáltal nem kiszakított órát lát a hallgató, ami vajmi keveset ér, hanem oktatási folyamatot, amit eddig csoportos látogatással soha sem lehetett megoldani. Az pedig önmagában is egyedülálló lehetőség, hogy *egy ugyanazon tanuló*, vagy tanulócsoport fejlődésére jellemző hangos, mozgó képsorokat lehet majd néhány óra alatt áttekinteni, amelyek az általános iskola *első osztályának padjaitól* kezdődnek, és az érettségi feleleteknél való helytállásig tartanak!

A fentiekből látható, hogy a modern technika megfelelő alkalmazása nemcsak megold bizonyos égető problémákat az oktatás területén, hanem új, és teljes egészében még beláthatatlan perspektívákat nyithat az oktatás korszerűsítésében, amelyek bejárása és kimunkálása a közeljövő kísérletező és kutató munkájának feladata lesz.

Holics László
Apácai Csere János
Gyakorló Gimnázium
Budapest

Egy érdekes egyetemi oktatási kisérlet

A fizikának az utóbbi évtizedekben bekövetkezett rohamos fejlődése miatt egyre problematikusabbá vált a korszerű oktatás tartalmi és formai kérdéseinek kielégítő megoldása. Az alapvető nehézséget az okozza, hogy az újabb, elméleti s gyakorlati szempontból egyaránt fontos ismeretek ill. módszerek nem nélkülözhetik az önmagukban is eléggé kiterjedt klasszikus előzmények ismeretét, viszont a képzési idő és az emberi elme befogadóképessége távolról sem növelhető olyan mértékben, hogy a szokásos felsőoktatási formák keretében ne a régi ismeretek rovására nyerjünk időt az újak oktatása számára. A hagyományos, ill. a modern anyagrészek arányának az eldöntése és részleteinek a kiválasztása ezért sokat vitatott probléma. Ilyen körülmények között, ha e probléma megoldására a modern fizika egy olyan zseniális kutatóegyénisége vállalkozik mint az 1965-ben Nobel-díjat nyert R. P. Feynman, az ő nagyszabású oktatási kísérletének a tanulmányozása a legnagyobb érdeklődésre tarthat számot. A szerző előadássorozatát a „Caltech" (California Institute of Technology) első és másodéves hallgatói számára tartotta az 1961/62 és 1962/63 tanévben. Hallgatóinak csak egy része választotta a fizikát élethivatásának, nagyobb részük olyan természettudományos és műszaki szakmára készült, ahol ugyan a fizikai módszerek és ismeretek csak az általános alapvetéshez voltak szükségesek, mindazonáltal ezek egyre nagyobb szerepet játszanak szaktudományukban. Előadássorozata tehát, mint az ún. „Általános fizika", viszonylag széles körben a további tanulmányok megalapozását célozta. Az egyetemekre kerülő ifjúság — mint Feynman megállapítja — általában érdeklődik a fizika modern vívmányai iránt, amelyek egyre inkább átszövik mindennapi életünket, és érdeklődéssel várja a fizikai előadásokat. A hagyományos oktatási rendszer keretében azonban az érdeklődése nagymértékben csökken, mert a bevezető előadásban — — általában az első két évben — alig hall valamit a modernebb kérdésekről, hiszen ezek az előadások rendszerint elmerülnek olyan klasszikus ismeretek részletes taglalásában, amelyek elemeivel már alsóbb fokon is megismerkedett és első pillanatra látszólag kevéssé vannak kapcsolatban az oly izgató modern eredményekkel. Ezért előadását úgy építi fel, hogy az kezdettől fogva a modern szemléleti módot tükrözze minden részletében.

Az előadásokat hangszalagra vették, ennek alapján készült az a könyvsorozat, amelyet az asszisztensek rendeztek sajtó alá. Ennek alapján mi is képet alkothatunk Feynman kísérletéről, amelynek ő két éven keresztül teljes munkaidejét szentelte, és amely nagy nemzetközi érdeklődést váltott ki. A könyv első három fejezetében általános bevezetést találunk. Ismerteti a modern atomfizikai felfogást, az atomi folyamatok lényegét és a kémiai reakciók atomfizikai szemléleten alapuló értelmezését (1. előadás), majd a fizika módszereit és szemléleti módját vázolja 1920 előtt, ill. a kvantumfizika kialakulásával, végül ismerteti a magfizika valamint az elemi részek elméletének a főbb vonásait (2. előadás). A 3. előadásban a fizika kapcsolatáról beszél a kémiával, biológiával, csillagászattal, geológiával és pszichológiával.

A következő előadásokban azt a módszert alkalmazza a szerző, hogy elsősorban az alapvető természettörvényeket emeli ki, és a hagyományos felépítéssel szemben ezek köré csoportosítja a mondanivalóját. Ezenközben messzemenően kiaknázva a fizika egyes fejezeteiben jelentkező matematikai analógiákat. Rámutat a valóságban lejátszódó természeti jelenségek bonyolultságára, a fizikai törvények közelítő jellegére és az emberi megismerés fokozatos fejlődésére. Általában arra törekszik, hogy ezt a gondolatmenetet minden egyes részletprobléma esetében szembeszökően illusztrálja. Attól sem idegenkedik, hogy egy-egy kérdéscsoportot először csak vázlatosan ismertessen, máskor fejlettebb ismereteket előlegezzen, majd az előadás későbbi részében egyes kérdésekre visszatérjen.

Kiindulásul az energia különböző megjelenési for-

máit definiálja és az energia megmaradási tételével foglalkozik (4. előadás), majd az idő- és a távolságmérés módozatait taglalja. (5. előadás), végül a valószínűségszámítási alapfogalmakat és a valószínűségszámítás módszereinek a fizikai törvényszerűségek megfogalmazásában betöltött szerepét ismerteti (6. előadás). Az előadás következő részében a gravitációs elméletet, a kinetikai alapfogalmakat, a newtoni dinamika alapjait, az impulzusmegmaradás tételét, a surlódástól a molekuláris erőkön át a magerőkig a tipikus fizikai erőhatásokat, a munka és a potenciális energia fogalmát, a speciális relativitáselmélet, a relativisztikus energia- és impulzus megmaradási tételt, a téridő-kontinuum fogalmát, a forgómozgásokat és az impulzusmomentum megmaradási tételét, a harmonikus rezgések és a rezonancia problématikáját, a csillapodási jelenségeket, végül a lineáris rendszerek általános elméletét tárgyalja (7—25. előadás). A 26. előadásban ismerteti a Fermat-elvvel kapcsolatoban a legrövidebb idő elvét, majd megalapozza és tárgyalja a geometriai optikát, a dipólsugárzásból kiindulva az elektromágneses sugárzás fontosabb törvényszerűségeit, az interferencia és elhajlási jelenségeket, a törésmutató eredetét és a törési diszperziós, ill. abszorpciós törvényeket, a fényszóródási és polarizációs jelenségeket, a relativisztikus sugárzási effektusokat, a színes látást, végül a látás mechanizmusának törvényszerűségeit (27—36. előadás). Ezután kerül sor a kvantumeffektusok és a részecske-hullámdualizmus problémájának az ismertetésére (37—38. előadás) majd a kinetikai gázelmélet, ill. a statisztikai mechanika, a Brown-féle mozgás, a diffúzió, a termodinamika alapjainak és alkalmazásainak, ill. az irreverzibilitás problémájának a tárgyalására (39—46. előadás). A következő előadások (47—51. előadás) a hullámegyenlet megoldásainak a sajátosságait tárgyalják, és alkalmazásképpen hangtannal, különböző rezgés- és hullámtípusokkal foglalkoznak. Végül az elsőéves kurzus egy rendkívül érdekes előadással (52. előadás) záródik, amelyben a szimmetriatörvények és a megmaradási tételek kapcsolatát taglalja, amelyre az egyes megmaradási tételekkel kapcsolatban már előzőleg is utalt.

A II. kötet a második tanév negyvenegy előadását tartalmazza és főleg az elektromágneses jelenségekkel foglalkozik. Az elektromos erők természetének és az elektromágneses térelmélet lényegének ismertetése után (1. előadás), foglalkozik a vektorterek általános matematikai elméletével, ill. a vektoranalízis fontosabb tételeivel (2—3. előadás). Ezután következnek az elektrosztatikai problémák, a légköri elektromosság, a dielektrikumok, stacionárius áramok mágneses terének, az indukált áramok tulajdonságainak az ismertetése és az előadás e része a Maxwell-egyenletek rendszerének, valamint potenciálok alapegyenletének a taglalásával záródik (4—18. előadás). A 19. előadásban rövid időre megszakad az elektromágneses jelenségek tárgyalása és a legkisebb hatás elvét ismertető általános fejezetet iktat be a szerző. Ezután következik a Maxwell-egyenletek megoldása különböző speciális esetben, AC-körök, üregrezonátorok, hullámvezetők tárgyalása, a relativisztikus elektrodinamika, az elektromágneses tér energiájának és impulzusának a vizsgálata, az elektromágneses tömeg problematikájának az ismertetése, végül töltések mozgásának tárgyalása külső elektromágneses térben, azaz az elektronoptika alapjainak az ismertetése (20—29. előadás). A kötet további részében először a kristályok szimmetriatulajdonságaival és a szilárd test fizika általános alapjaival, majd az anyag elektromos és mágneses tulajdonságaival, valamint a rugalmasság és az áramlások törvényszerűségeinek a tárgyalásával foglalkozik a szerző (30—41. előadás). A mágneses tulajdonságok tárgyalásánál az impulzusmomentum és a mágneses momentum közti kapcsolaton túlmenően, előlegezi a szükséges kvantumelméleti eredmények ismertetését, és így képet ad e problémakör modern tárgyalásáról. A III. kötet a másodéves kollégium még hátralevő előadásait tartalmazza és megalapozza a kvantummechanikát. Ez a kötet önmagában is ragyogó kvantummechanikai bevezető tankönyvnek tekinthető, és a fokozott érdeklődésre való tekintettel nagyobb példányszámban jelent meg. Frisseségére jellemző, hogy pl. a szupravezetés, a mágneses fluxus kvantáltsága a Schrödinger-egyenlet elemi alkalmazásai között szerepel, ezzel is illusztrálva a kvantummechanikai törvények korábbiaknál is átfogóbb jellegét.

Mindent összefoglalva rendkívül érdekes és tanulságos olvasmány Feynman előadássorozata. Nem csalatkozik az olvasó a szerző rendszerező képességében és méltán csodálhatja, mélyenszántó szemléleti módját, magával ragadó egyéniségét, amely e kötet minden sorából kicsillan. Bár az anyag csoportosítása — amint az a fenti vázlatos ismertetésből is kitűnik — rendkívül szokatlan, egyik részletében sem válik rendszertelenné, és olyan a stílusa, hogy valóban mindvégig felkelti az érdeklődést. Ugyanakkor a felsőoktatásban járatos olvasó méltán meghökken azon, hogy ez az előadás bevezető fizikai előadásul szolgált. Igaz, hogy az előadásokat kis csoportok számára tartotta repetitórumok és számolási gyakorlatok egészítették ki, mégis egy ilyen nívójú általános fizikát igen alapos matematikai és kísérleti fizikai előkészítő kurzusnak kellett megelőznie ahhoz, hogy a hallgatóság jelentékeny része számára érthetővé váljon. Maga a szerző is bizonyos szkepticizmussal nyilatkozik előadásának szélesebb körű sikerességéről. Mindazonáltal ha az előadássorozatnak „Elemi fizika magasabb szemszögből" címet adnánk, továbbképző kurzus céljait igen jól szolgálhatná. A minden ízében modern szemléletmóddal összeállított anyag sok részlete egyetemi oktatók és bárki más számára hasznos tartalmi és módszertani újdonságokat nyújthat.

Horváth János
JATE Elméleti Fizikai Tanszék

LUMINESZCENS KONFERENCIA

A Magyar Tudományos Akadémia és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat közös rendezésében a IUPAP védnöksége mellett 1966. aug. 23—30 között kerül megrendezésre a következő lumineszcens konferencia.

A konferencia felöleli mind a szerves, mind a szervetlen lumineszcencia tématerületét. A konferencián többek között az alábbi kiemelt területekről hangzik majd el bevezető előadás:

A lumineszcencia elméleti kérdései
Halogenidek, szulfidok és oxidok lumineszcenciája
Szerves és amorf anyagok lumineszcenciája
Elektrolumineszcencia és injekciós jelenségek
Paramágneses rezonancia jelenségek lumineszcens anyagokban
Ritka földfém aktivátorok
A lumineszcencia alkalmazása.

A konferenciára benyújtható minden lumineszcens tárgyú rövid előadás. Az előadások elfogadásáról az Előkészítő Bizottság dönt. Előadásokat, melyek a bevezető előadásokhoz kapcsolódnak, az Előkészítő Bizottság előnyben részesíti.

A rövid előadások a konferencián nem kerülnek elmondásra. Az előzetesen benyújtott kéziratok sokszorosított formában állnak majd a konferenciarésztvevők rendelkezésére. Az egyes üléseken felkért referálók ismertetik majd a rövid előadásokról véleményüket, egyben összehasonlítva azokat az irodalmi adatokkal.

A Konferencián a szóban elmondott előadások és referátumok a rendelkezésre álló időnek csak egy részét töltik ki. Az Előkészítő Bizottság bőséges időt kíván biztosítani a referátumok után a rövid előadások vitájára, melynek során a szerzők megtehetik a refeártummal kapcsolatos észrevételeiket is.

A konferencia nyelve angol, francia, német és orosz. Az Előkészítő Bizottság kéri a szerzőket, hogy az angol és orosz nyelvet helyezzék előtérbe.

Az Előkészítő Bizottság a beküldött rövid kivonatok alapján dönt az előadás elfogadásáról. Mivel az elfogadott előadások rövid kivonata fotoprint technikával kerül sokszorosításra, az Előkészítő Bizottság előzetes kérésre a fotoprint technikával használható speciális papírt, „tükröt" bocsát a szerzők rendelkezésére, s kéri, hogy a rövid kivonatot arra gépelve, nyomdakész állapotban bocsássák rendelkezésére.

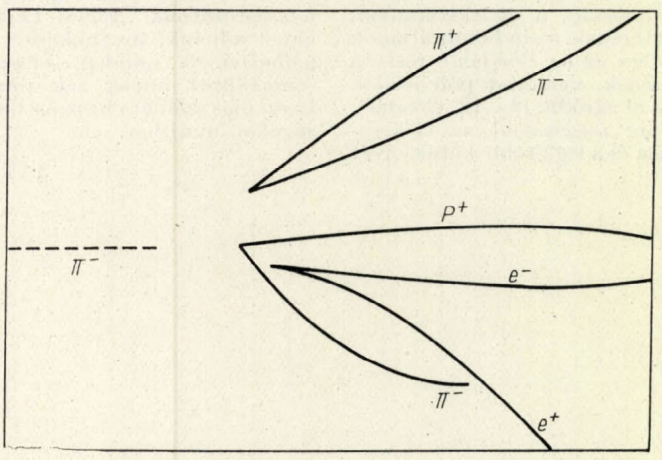
A konferenciára részvételt *1966. ápr. 30-ig* lehet bejelenteni, a részvételi díj (700,— Ft) egyidejű befizetése mellett. A résztvevők a részvételi díj fejében a rövid előadások teljes szövegét még a konferencia előtt kézhezkapják.

Mindennemű, a Konferenciával kapcsolatos levelezést közvetlenül a Konferencia Előkészítő Bizottságához kell intézni. Cím: International Conference on Luminescence, Budapest, 1966. Budapest, Újpest 1, Pf. 76.

KONFERENCIA AZ ELEMI RÉSZEK GYENGE KÖLCSÖNHATÁSAIRÓL

Társulatunk az Akadémia támogatásával május 31 és junius 5 közt Balatonvilágoson nemzetközi konferenciát rendez az elemi részecskék gyenge kölcsönhatásairól és bizonyos ezekhez kapcsolódó problémákról (neutrinócsillagászat, C-sértés, részecskék algebrai elmélete, kvarkok). A felkért előadók plenáris előadásokon vázolják egy-egy területen a jelen helyzetet és nyilt kérdéseket. A résztvevők 15 perces előadásokban számolhatnak be önálló eredményeikről. A konferenciával kapcsolatos tájékoztatást Társulatunk Titkársága (V. Szabadság tér 17) nyújt.

CÍMKÉPÜNKHÖZ

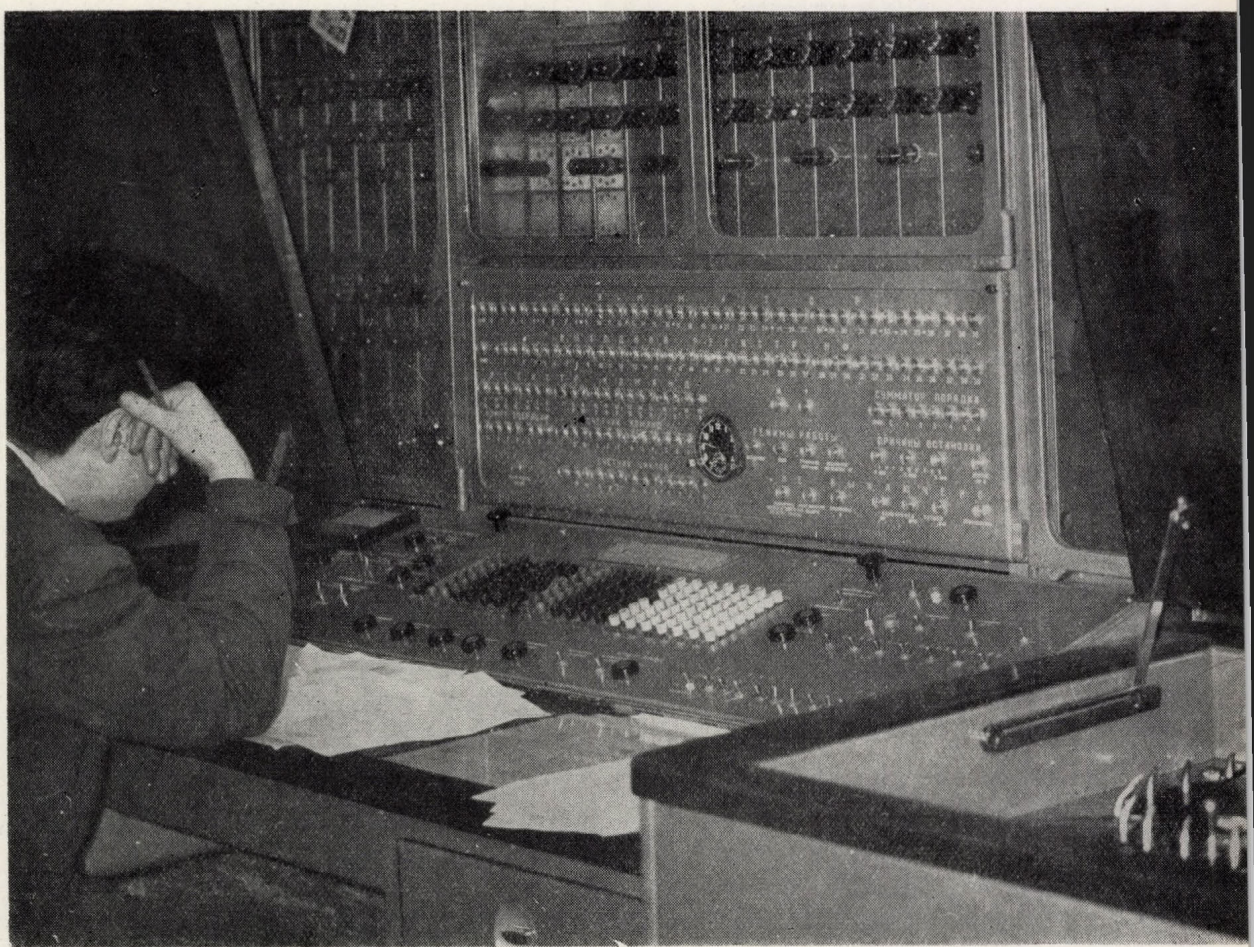


A címoldalon közölt buborékkamra-felvételre balról π^- nyaláb érkezik. A képen való tájékozódást segíti elő vázlatunk. A felvétel ritka elemi részecskék bomlásainak szép csoportját mutatja:

$$\pi^- + p^+ \rightarrow K^\circ + \Sigma^\circ$$
$$\Sigma^\circ \rightarrow \Lambda^\circ + \gamma$$
$$K^\circ \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$
$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$
$$\Lambda^\circ \rightarrow p^+ + \pi^-$$

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/4

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

Munkában az URAL számítógép
a Közgazdaságtudományi Egyetemen

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

A kézirat beérkezett 1966. I. 15.

Terjedelem: 4 (A/5) ív

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.61919
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Békéssy András: A Monte-Carlo módszer I.
Jánossy Lajos: A két rakéta paradoxonja.
Abonyi Iván—Elek Gábor: A biologiai termodinamika elemei.
N. Wiener: Megfordítható és megfordíthatatlan idő.
A. Z. Petrov: A gravitációs térelmélet fejlődésének fő szakaszai.

A FIZIKA TANÍTÁSA

Székely Wladimir—Krauss Ottó: Vetítés nappali fény mellett.

KÖNYVSZEMLE

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

СОДЕРЖАНИЕ

А. Бекеши: Метод Монте-Карло I.
Л. Яноши: Парадокс двух ракет
И. Абоньи—Г. Элек: Элементы биологической термодинамики
Н. Винер: Обратимое и необратимое время
А. З. Петров: Главные этапы развития теории поля тяготении

ПРЕПОДАВАНИЕ ФИЗИКИ

В. Секей—О. Краус: Проекция при дневном свете

ОБЗОР КНИГ

ИЗ УСПЕХОВ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

INHALT

A. Békéssy: Die Monte-Carlo-Methode I.
L. Jánossy: Das Paradoxon der zwei Raketen.
I. Abonyi—G. Elek: Die thermodynamischen Elemente der Biologie.
N. Wiener: Die umkehrbare und nichtumkehrbare Zeit.
A. Z. Petrov: Die Hauptabschnitte in der Entwicklung der Feldtheorie der Gravitation.

UNTERRICHT DER PHYSIK

W. Székely—O. Krausz: Projektion bei Tageslicht.

BUCHBESPRECHUNGEN

FORTSCHRITTE DER PHYSIK

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 4. szám 1966. április

A Monte Carlo módszer I*

1. Az utánzás (szimuláció) mint számítási módszer

Bizonyos mértékig a múltban is fennállt, de a jelen korban egyre általánosabbá váló jelenség, hogy a matematikát alkalmazó tudományok részéről a matematikához érkező igények messze meghaladják a — legáltalánosabb értelemben vett — matematikai analízis teljesítőképességét, legalábbis a jelenlegit. Ilyen helyzetekben meglehetősen keserves megoldási módszerek születnek, olyanok, amelyek esetleg éppen csak valamelyest megközelítik a felvetődött probléma megoldását, olyanok, amelyek létjogosultságukat egyedül annak köszönhetik, hogy a problémára megoldási módszer a szó szigorú értelmében nincs is.

A múltból vett, de a mai állapotra is alkalmazható példa a mondottakra a differenciálegyenletek helyzete. Ez a példa „klasszikus" abban az értelemben, hogy éppen a differenciálegyenletekkel kapcsolatban mutatkozott első ízben áthidalhatatlan hézag az alkalmazások *igényei* és az analízis *lehetőségei* között. Az égi mechanika és a rohamosan fejlődő fizika ugyanis nagy mennyiségben követelte a legkülönbözőbb differenciálegyenlet-típusok és a rájuk vonatkozó különféle feladatok megoldását, mégpedig olyan formában, amelyet értékelni lehet, amelyből tovább következtetni lehet, amelyből integrális törvényszerűségeket lehet levezetni, azaz lehetőleg zárt algebrai formula alakjában. Erre azonban az analízis *általában* képtelen. A differenciálegyenletek elméletében elért nagyszámú és csodálatosan szép eredmény mellett az általános, minden esetre alkalmazható megoldási módszer mégis csak a numerikus módszer maradt. Természetesen senki sem alkalmaz numerikus módszert egy differenciálegyenlet megoldására, ha csak nem kényszerűségből, ez a kényszerűség azonban — sajnos — igen gyakori.

Mármost, ha közelebbről megnézzük azt a módszert, amelyet közönségesen differenciálegyenletek kezdőértékfeladataira alkalmazott *numerikus* megoldási módszernek neveznek, akkor azt látjuk, hogy ez a módszer bizony messze esik azoktól a látványos probléma-megoldási módszerektől, amelyeket a matematika más területeken produkál. Kérdés egyáltalán, hogy nevezhető-e ez a numerikus megoldási módszer egyáltalán matematikai módszernek. Mert amit numerikus megoldás címén csinálunk, az valójában a természet *utánzása, szimuláció*, a modellkísérletek rokona. Vegyük ugyanis például azt a legegyszerűbb esetet, hogy egy természeti folyamatot elsőrendű közönséges differenciálegyenlet ír le.

Az egyenlet általában

$$dy = f(y, t)\,dt$$

alakú, és kifejezi, hogy *ismerjük azt az elemi törvényt, amely a folyamatot szabályozza, amely y változását meghatározza t változásának függvényében*. Szeretnénk ismerni a folyamat egész lefolyását, az integrált, a szintetikus törvényeket. Ha t az idő, akkor kivárhatjuk, amíg a természet elvégzi nekünk a differenciálegyenlettel leírt folyamat szintézisét, és kedvező körülmények között az integrálgörbét ki is tudjuk mérni. Azonban *előre* szeretnénk tudni, milyen lesz az integrálgörbe, akár azért, mert nincs időnk kivárni, amíg a folyamat a valóságban végbemegy, akár mert éppen meg akarjuk tervezni a folyamatot, akár mert bele akarunk avatkozni, és így tovább.

A differenciálegyenlet úgy is felfogható, mint egy — végrehajthatatlan — utasítás: *haladj végtelen kis lépésekben (végtelen gyorsan) előre, minden lépésnél számítsd ki y-nak a dt lépésre eső végtelen kis növekményét*. A természetben valóban valami ilyesmi történik. Ezt az utasítást azonban *pontosan* nem tudjuk követni, csak véges kis lépésekben (és véges sebességgel) haladunk tehát előre az integrálásban, vagyis az adott egyenlet helyett a

$$\Delta y = f(y, t)\,\Delta t$$

differenciaegyenletre térünk át és ezt oldjuk meg. Ezzel természetesen hibát viszünk a számításba és minden ügyeskedés, amely a megoldás tökéletesítését célozza, és amely Runge—Kutta módszer, Adams módszer stb. néven ismeretes, arra irányul, hogy e hiba hatását csökkentse. A numerikusnak nevezett módszer lényege, magja azonban marad

* Előadás a *Számítógépek* nyári iskolán, Budapest, 1965. május.

ami volt: ez a lényeg *utánzás*, — igaz ez az utánzás nem primitív, nyers formájában történik, hanem javított, matematikai módszerekkel tökéletesített formában.

Az effajta utánzás a modellkísérlettől abban különbözik, hogy a folyamat kvalitatív vonásait nem, hanem csak a kvantitatívakat tükrözi; ha például a valóságos folyamat elektrodinamikai, akkor nem létesítünk valódi elektromágneses tereket, hanem csak az elektrodinamikai mennyiségek számszerűen kifejezhető elemi kölcsönhatását utánozzuk, amelyet éppen a differenciálegyenlet ír le.

A differenciálegyenlet a folyamat matematikai *modellje*, és a numerikus megoldás ennek a modellnek realizálása, lefuttatása. Az ilyen utánzást, mint megoldási módszert, *digitális szimulációnak* nevezzük.

A közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldási módszereinek lényege digitális szimuláció; keserves, tökéletlen, a feltett problémák igazi megoldását csak megkerülő, lényegében nem megoldó módszer, — de örülünk, hogy van, mert legtöbbször nincs jobb.*

2. *Sztochasztikus szimuláció*

Szinte törvényszerű, hogy azokon a pontokon, ahol a klasszikus matematikai módszerek elégtelenek, megjelennek a szimulációs módszerek. Így történt ez a sztochasztikus, a véletlen folyamatok területén is. Az olyan folyamatok számszerű analízisére, amelyek véletlen változókra vonatkoznak, ugyanúgy nincsen általános módszer, mint ahogy a sztochasztikus jelleg nélküli, differenciálegyenletek segítségével leírható folyamatokra sincs, illetőleg van, de az a szimulációs módszer.

Modern szóhasználat szerint, ha szimulációról beszélünk, akkor nem differenciálegyenletek numerikus megoldására gondolunk, — bár tágabb értelemben ezek is szimulációs módszerek, — hanem általában sztochasztikus szimulációt értünk rajta. Lényege ennek az, hogy ha sztochasztikus folyamatot kell szintetizálni, vagyis ha szükség van egy sztochasztikus folyamat lefutásának egészét jellemző paraméterekre vagy függvényekre, akkor megkíséreljük utánozni e folyamat lefutását, mert bonyolultabb esetekben az az út, amely a valószínűségszámításnak és az analízisnek csak a szokásos eszközeit kívánná alkalmazni, nem járható. Itt is, mint a differenciálegyenletek esetében, az utánzás rendszerint nem lehet pontos, eleve hibát viszünk be a számításba, és e hibák csökkentésére vagy legalábbis becslésére irányul a matematikai vizsgálat.

* Annak hangsúlyozása mellett, hogy a szimuláció mint megoldási módszer csak mintegy végső mentsége a matematikának, védelmünkbe kell vennünk bizonyos kiértékelhetetlen álmegoldásokkal szemben: két méter hosszú, az analízis komplikált tulajdonságú speciális függvényeivel teletűzdelt formulánál sokszor messze hasznosabb egy numerikus megoldás.

Differenciálegyenletek esetében mód van az egyenletek analitikus módszerekkel való átalakítására. Lehet, hogy semmiféle átalakítás nem teszi lehetővé ugyan az analitikus megoldást, de legalább annyit elérhetünk, hogy az egyenletet a numerikus megoldás számára kényelmes alakra hozzuk. Mivel az átalakított egyenlet más egyenlet, más folyamatot ír le, ilyenkor a numerikus megoldás, mint szimuláció már nem az eredeti folyamatot utánozza, hanem egy másikat, de a két folyamat között fennálló analitikus összefüggések birtokában az eredetire tudunk következtetni. Ugyanígy, ha a sztochasztikus folyamatok esetében le is kell mondanunk esetleg az analitikus megoldásról, még mindig lehetséges, hogy az eredeti folyamatról a valószínűségszámítás eszközeivel át tudunk térni olyan más folyamatra, amelynek szimulációja kisebb hibával jár, vagy gyorsabban keresztülvihető. Az ilyen átalakítási lehetőségek megtalálása a szimulációs számítást előkészítő matematikus fő gondja, és a kutatás főleg éppen arra irányul, hogy kidolgozzanak lehetőleg minél általánosabban alkalmazható elveket és technikát a sztochasztikus modell átalakítására, a hibák csökkentése végett.

Azt mondhatjuk, hogy a sztochasztikus szimuláció a numerikus analízisnek, vagyis a számítási módszerek matematikájának a szochasztikus folyamatokra vonatkozó modern ága, olyan megoldási eszköz, amely az igények és a lehetőségek közötti űrt áthidalni igyekszik, és amely ezért igen-igen hasonlít a differenciálegyenletek numerikus megoldásának módszereire, nem technikájában, hanem a matematikában elfoglalt helyét, alkalmazásának körülményeit illetően.

Mindeddig kerültem a „Monte-Carlo-módszer" elnevezést. Később vissza fogok térni erre a kérdésre, most azonban és a továbbiakban is maradjunk meg a sztochasztikus szimuláció elnevezés mellett, bár az irodalomban olyan fejtegetések során, amilyeneket a továbbiakban előadni szándékozom, sokszor a Monte-Carlo elnevezéssel élnek és joggal.

Mielőtt a részletekre térnék rá, néhány mondattal kitérnék az elektronikus számológépeknek a sztochasztikus szimulációnál betöltött szerepéről. Az analógia a differenciálegyenletekkel itt is teljes. Differenciálegyenleteket elektronikus gép nélkül is lehet numerikusan megoldani, — ezt tették másfél évszázadon keresztül, — az elektronikus számológép ugyanezt teszi, de gyorsabban. Mármost amennyiben a differenciálegyenlet egy valóságos folyamat modellje és a megoldási módszer numerikus, — tehát, mint láttuk szimulációs, — azt is mondhatjuk, hogy a differenciálegyenlet numerikus megoldása a gépben a valóságos folyamat szimulált megvalósítása, egy modellkísérlet helyettesítése. Mivel a gép számológép, a folyamat minőségi részleteit nem tudjuk utánozni, hanem csak a mennyiségi vonatkozásokat, de ezek a minőségi részletek nem is érdekesek: a folyamatra vonatkozó összes információt a differenciálegyenletekben sűrítettük össze. Nos hát

sztochasztikus szimulációnál is ez a gép szerepe: felállítjuk a modellt, amelyben a problematikus sztochasztikus folyamat mennyiségi összefüggései elég pontosan tükröződnek, szintetizálására szimulációt használunk, a gép ezt a modellt realizálja; lefuttatja a szimulált folyamatot. Lefuttathatnánk kézi számolás útján is, de az elektronikus gépen gyorsabb. A különbség talán csak annyi, hogy a differenciálegyenletek numerikus integrálása kézi úton sokszor elvégezhető belátható idő alatt, míg a sztochasztikus szimuláció kézi úton csaknem mindig elviselhetetlenül lassú.

Azt hiszem, ez így világos, és semmi misztikusat nem fogunk találni abban, ha azt mondják: szimuláltunk a gépben egy neutronáthatolási folyamatot. Nem arról van szó, hogy a gépben maguk a neutronok és a velük kölcsönhatásban álló atommagok valahogyan realizálva volnának, hanem az áthatolást leíró mennyiségi összefüggések, az egyes változók értékének időbeli változása van utánoztatva.

Marad azonban a szimulációban mégis valami, ha nem is misztikus, de romantikus vonás, mert a szimuláció során a gépben mégis egy valóságos folyamat utánzása folyik, és némi fantáziával azt mondhatjuk, hogy a gépben a világ egy kis részét utánzó modell valóban életre kel. Ha a gép egy áruházban folyó eseményeket szimulál, — ez is komplikált sztochasztikus folyamat —, és ha egy vevő érkezik a 26-os pénztárhoz 263 Ft 20 filléres számlával, akkor a gépben valóban egy bit érkezik a 26-os pénztárt reprezentáló memóriarekeszbe és 263,20 adódik a 26-os pénztár rekeszébe abban a — szimulált — időpontban, amikor a vevő „fizet". Vagy ha az volna a szabály, az *elemi törvény*, hogy raktárból 200 férfiinget hoznak ki egy eladópultnál levő helyi raktár pótlására abban az időpontban, amikor a helyi raktár állománya 10 alá csökken, akkor a gépben szimulált áruház „központi raktár, férfiingek" nevű memóriarekeszéből valóban 200-at von le a gép vezérlő egysége, amikor regisztrálja a „helyi raktár, férfiingek" rekesze tartalmának 10 alá csökkenését.

Ilyen szempontból természetesen mindegy, hogy a gépben realizálódó folyamat sztochasztikus-e vagy determinált.

Van azonban egy körülmény, amely élesen megkülönbözteti a természetben végbemenő folyamat-rendszereket a gépben realizált szimulációs modellek lefutásától. (Ha gép nélkül, papíron, ceruzával számolunk, akkor is fennáll ez a különbség.) A valóságban folyamat-rendszerek az egységes időben *párhuzamosan* folynak le, és kölcsönhatnak. Ha függetlenek volnának, akkor külön kezelhetnénk őket, de éppen mert kölcsönhatnak, kénytelenek vagyunk őket rendszerként kezelni. Mármost *egy* ember vagy *egy* gép nem képes ilyen rendszerek szimultán, párhuzamos lefolyását szimulálni, kénytelen az egyes folyamat-komponenseket külön-külön, egymás *után* kézbevenni, (vagy a gép „vezérlő egységébe" venni). Az ember tehát bizonyos értelemben az idő „fölött" dolgozik: a t időben elvégzi az első folyamaton (pl. differenciálegyenletén) a szükséges teendőket, a folyamatparamétereknek, a függő változónak változtatását, eközben azonban eltelik a valóságos időből mondjuk Δt, és a valóságban ez alatt az idő alatt a többi folyamattal is történt valami. Az ember mármost azt mondja, hogy *visszatérek a korábbi t időponthoz*, és elvégzem a második folyamaton is a teendőket; vagy ami ugyanaz, azt mondja, hogy ő tulajdonképpen az első folyamaton szükséges teendőket *időn kívül*, vagy *idő fölött* végzi el, és amikor a második folyamatra rátér, az *idő még mindig t*. A szimulálás tehát nem egy valóságos időben folyik, az idő szimulálása nem úgy történik, hogy a valóságos időt a modellnél arányosan felgyorsítjuk vagy lelassítjuk, (jobban mondva, hogy a folyamatok szimulálását a valóságosnál arányosan gyorsabban vagy lassabban végezzük), mert szimultán folyamatok szimulálása *egyetlen* géppel így nem megy, hanem a gép, amely az idő múlását is szimulálja, rögzíti a szimulált t időpontot, elvégzi mindazokat a műveleteket, amelyek a t időpontban szükségesek, — elvileg mindegy, hogy mennyi idő alatt, mert a szimulált idő eközben nem változik, — és ha mindent elvégzett, akkor megnöveli a szimulált időt annyival, amennyivel szükséges.

Azt hiszem ideje, hogy példát mutassak, nem ugyan problémamegoldásra, hanem csak annak megvilágítására, hogy sztochasztikus folyamatok szintézisénél mi a szimuláció vonzereje.

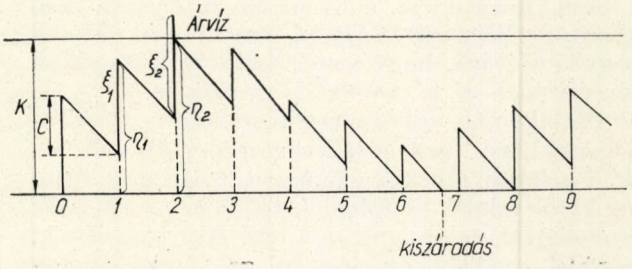
Példaképpen szeretném elmondani a „víztárolási probléma" egy igen leegyszerűsített változatát. Ismétlem, a példa nem a víztárolási problémához kíván adalékul szolgálni, tehát ne azon tessék gondolkozni, hogy a modell, amelyet ismertetek, megfelel-e például az asszuáni gát működési feltételeinek. Bizonyára nem fog megfelelni. Hanem csak azt szeretném bemutatni, hogy még ilyen egyszerűsítések mellett is analitikus nehézségek mutatkoznak, ugyanakkor viszont a szimuláció egyszerű eszközökkel keresztülvihető, és az is látszik, hogy ha a modellt bonyolítjuk avégett, hogy valamilyen valóságos szituációnak jobban megfeleljen, akkor az analitikus nehézségek rohamosan súlyosbodnak, a szimulációval kapcsolatos nehézségek viszont alig.

A modell tehát a következő. Van egy változó, amely az időben lineárisan csökken, — vízmennyiség egy víztárolóban — amelyből egy csövön keresztül víz folyik ki. Minden év elején jön egy felhőszakadás, amely egy *véletlentől függő* vízmennyiséget juttat a tárolóba. Többet aztán a tároló vízutánpótlást nem is kap a legközelebbi év január 1-ig. Akkor megint lezúdul ξ mennyiségű víz, a következő év január 1-ig lineárisan csökken, tehát egy bizonyos C mennyiség elfogy belőle és így tovább. Tegyük fel, hogy ismerjük a tároló kapacitását, K-t, és ismerjük az év elején adódó vízmennyiséget, ξ-t, illetőleg ennek valószínűségi eloszlását; annak valószínűsége, hogy ξ az y_0 és $y_0 + dy_0$ közé esik, legyen $f(y_0) \cdot dy_0$. Legyen tehát f sűrűségfüggvénye a ξ eloszlásának.

Mármost, ha a tároló túl kicsiny, akkor egyrészt nem tudja befogadni a vizet esős években és ebből — mondjuk — árvíz lesz, másrészt viszont száraz években a víz év végére kifogy. Ha a tároló túl nagy volna, abból éppen nem lenne baj, csak éppen azt nem tudjuk, hogy mi itt a „nagy". Éppen ezt akarjuk megbecsülni.

Láthatólag a modell végtelenül primitív, annyira hogy talán legjobb lenne modellkísérletet csinálni: kádban, csővel. Egy ilyen modellkísérlet azonban láthatólag ugyancsak szimuláció, úgynevezett *analóg szimuláció*, és ha már úgyis szimuláció, akkor miért ne csinálja ezt egy elektronikus számológép, amely esetleg 10 000-szer is gyorsabban elvégez egy-egy kísérletet.

A problémát nyilvánvalóan az okozza, hogy a beérkező vízmennyiségek nem egyformák, vagyis hogy a modell sztochasztikus. Még az is egyszerű volna, ha az árvíz-állapot vagy kiapadás csak attól a vízmennyiségtől függne, amely a tekintett év kezdetén jön. Azonban nem ettől függ, hanem a száraz és nedves évek sorozataitól (bizonyos kedvezőtlen sorozataitól), és adataink birtokában nem látjuk, hogy ezek a kedvezőtlen sorozatok milyen gyakorisággal lépnek fel. Éppen ezt szeretnénk becsülni. (1. ábra).



1. ábra

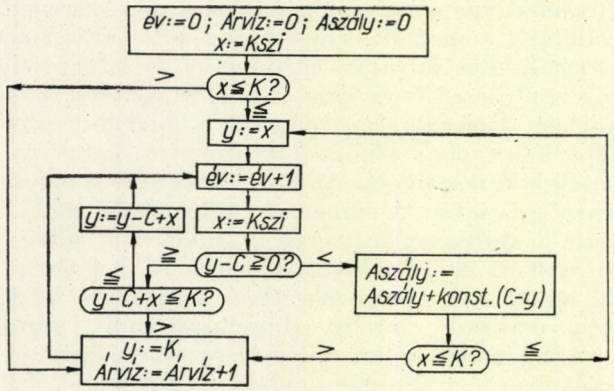
K a tároló befogadóképessége; η_0 a 0-ik év kezdeti vízmennyisége. C az évenkint elfogyó vízmennyiség. Elemi törvények:

$$\eta_0 = \begin{cases} \xi_0, \text{ ha } \xi_0 \leqq K, \\ K, \text{ ha } \xi_0 > K, \end{cases}$$

és $k = 1, 2, \ldots,$ -ra

$$\eta_k = \begin{cases} \eta_{k-1} - C + \xi_k, \text{ ha } \eta_{k-1} - C \geqq 0 \\ \text{és } \eta_{k-1} - C + \xi_k < K, \\ K, \text{ ha } \eta_{k-1} - C \geqq 0 \text{ és } \eta_{k-1} - C + \xi_k > K, \\ \xi_k, \text{ ha } \eta_{k-1} - C \leqq 0 \text{ és } \xi_k \leqq K, \\ K, \text{ ha } \eta_k - C < 0 \text{ és } \xi_k > K. \end{cases}$$

A 2. ábra mutatja a szimulációs eljárás fő ciklusának (egy lehetséges) blokkdiagramját. Láthatólag könnyen kódolható, egyetlen egyelőre tisztázatlan részlet van benne, a *kszi*-eljárás, amely azt kívánja, hogy ξ ismert $f(x)$ sűrűségfüggvényű eloszlásából (minden ciklusmenetben egy-egy új) *véletlen számot* kell kérni, „generáltatni", és ez legyen x értéke. A főciklus egyébként méri az évek múlását, az y vízmennyiséget, a tároló ürességét ábrázoló



2. ábra

„aszály"-ok időtartamának összhosszát és az „árvíz"-ek számát. Más értékelés is lehetséges volna, a program mérhetné az aszályok hosszát évi bontásban, vagy felmérhetné az árvizek „hevességét" is valamilyen módon, és így tovább. Mielőtt rátérnék erre a bizonyos véletlenszám-eljárásra, szögezzük le, hogy *elvileg* nem lennének új nehézségek a szimulációs modellel akkor sem, ha egy adott, konkrét helyzethez jobban illesztendő, bonyolultabbá tennénk; ha például olyan feltevést tennénk, hogy a tároló feltöltődése nemcsak január elsején történik, hanem az év folyamán folyamatosan, valamilyen, ugyancsak véletlen eloszlás szerint, véletlen időpontokban és véletlen vízmennyiségekkel. A program blokkdiagramja kétségtelenül jóval bonyolultabb bármilyen gyakorlatilag használható esetben, de a program írójának nem kell *elvileg* új nehézségekkel megbirkóznia.

Mármost nézzük ugyanezt a primitív modellt analitikus megfogalmazásban. Először egy *hibás* modellt állítunk fel: elfelejtjük, hogy a tároló ki is apadhat. Legyenek $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots$ véletlen változók és jelöljék a beérkező vízmennyiségeket. A ξ_i-k legyenek függetlenek és azonos valószínűségi eloszlásúak.

Jelölje $\eta_0, \eta_1, \eta_2, \ldots$ a víztárolóban levő vízmennyiségeket, közvetlenül azután, hogy víz érkezett a tárolóba. Ilyen módon érvényesek a következő összefüggések:

$$\eta_0 = \xi_0$$
$$\eta_1 = \eta_0 - C + \xi_1$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\eta_n = \eta_{n-1} + \xi_n - C$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

A ξ_n változó legyen független η_{n-1}-től (az, hogy mennyi víz érkezik, nem függ attól, hogy mennyi van a tárolóban). Keressük a

$$P\{\max(\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n) \leqq K\}$$

valószínűséget, tehát annak valószínűségét, hogy n éven keresztül egyszer sem lesz árvíz.

Először keressük az η_1 változók együttes eloszlásának sűrűségfüggvényét.

Felírhatók a következő összefüggések:

$$P\{y_0 \leqq \eta_0 \leqq y_0 + dy_0\} = f(y_0)dy_0$$

$$P\{y_1 \leqq \eta_1 \leqq y_1 + dy_1 / \eta_0 = y_0\} = f(y_1 - y_0 + C)dy_1$$

.....

$$P\{y_n \leqq \eta_n \leqq y_n + dy_n / \eta_{n-1} = y_{n-1}\} =$$

$$= f(y_n - y_{n-1} + C)dy_n.$$

Ennélfogva

$$P\{y_0 \leqq \eta_0 \leqq y_0 + dy_0,\ y_1 \leqq \eta_1 \leqq y_1 + dy_1, \ldots$$

$$y_n \leqq \eta_n \leqq y_n + dy_n\} = f(y_0)\, f(y_1 - y_0 + C)\, f(y_2 -$$

$$- y_1 + C) \ldots f(y_n - y_{n-1} + C)\, dy_0 dy_1 \ldots dy_n.$$

Láthatólag a valószínűséget, amelyet keresünk, egy n-szeres integrál alakjában írhatjuk fel:

$$P\{\max(\eta_0 \eta_1, \ldots \eta_n) \leqq K\} =$$

$$= \int_{y_0=0}^{K} \int_{y_1=y_0-C}^{K} \int_{y_2=y_1-C}^{K} \ldots \int_{y_n=y_{n-1}-C}^{K} f(y_0)\, f(y_1 - y_0 + C) \ldots$$

$$f(y_{n-0} - y_{n-1} + C)\, dy_0 dy_1 \ldots dy_n$$

Ha n pl. 30 vagy 50, és olyan integrálról van szó, amely numerikus meghatározásra szorul, (ez attól függ, hogy milyen a ξ-k eloszlása, az $f(x)$ sűrűségfüggvény) akkor, még úgy is, ha megelégednénk dimenziónkint 2—2 részre bontással, 3^{30} ill. 3^{50} osztópontra volna szükség. De $3^{30} \approx$ $\approx 2 \cdot 10^{14}$, tehát a feladat reménytelen. Ezenfelül a modellt még korrigálni is kell: elfelejtettük, hogy a tároló ki is száradhat. Így ugyanis azt kell írnunk, hogy:

$$\eta_0 = \xi_0$$

$$\eta_1 = \begin{cases} \eta_0 - C + \xi_1, \text{ ha } \eta_0 - C \geqq 0, \\ \xi_1, \text{ ha } \eta_0 - C < 0, \end{cases}$$

és így tovább. Az integrálban az integrandust *szakaszokból* kell összeállítanunk, az $n = 30$ esetben 2^{30} szakaszból, résztartományból, ami a feladat közönséges numerikus eszközökkel való megoldását még reménytelenebbé teszi.

3. *Véletlen számok.* Sztochasztikus szimuláció során szükség van arra, hogy a program egy vagy több pontján valamilyen „generátor"-nak nevezett programrészlethez (szubrutinhoz) tudjunk fordulni, amely hívásra egy-egy olyan számot ad ki, amely *egy előírt $G(x)$ eloszlásfüggvényű véletlen η változó megfigyelt értékének tekinthető.* Röviden: kell olyan programrészlet is, amely a szükséges valószínűségi (véletlen) változókat szimulálja.

A generátorral kapcsolatos problémákhoz legközelebb állnak az olyanok, amilyenekkel a matematikai statisztika foglalkozik: adva van egy véges számsorozat, egy *minta*, — amelyről eleve felteszik, hogy egy η véletlen változó által felvett, megfigyelt értékek sorozata, — és a kérdés például az, hogy lehet-e egy $G(x)$ függvény az eloszlásfüggvénye annak az η véletlen változónak, amely ezt a mintát szolgáltatta. E kérdésre azonban a véges sok számból álló minta alapján csak igennel válaszolhatunk, mert egy *véges* számhalmaz mindig tekinthető η értéksorozatának, — hacsak a mintában található számértékeket η egyáltalán felveheti. Ennek ellenére érezzük, hogy bizonyos esetekben a „nem" feletet kellene kapni: ha adnak nekünk egy húsz egyesből álló mintát, és azt kérdezik, hogy lehet-e ez a minta egy hibátlan kocka dobálásának eredményeként adódó sorozat, akkor nyilván azt mondjuk, hogy „nem", vagy legalábbis, hogy „igen kevéssé valószínű" — bár nem lehetetlen. Ezért a matematikai statisztikából is olyan válaszokat kapunk, amelyek a minta előfordulásának, mint esemény bekövetkezésének valószínűségére vonatkoznak. Az *egyik* tipikus felelet lehet: „ha az adott minta a $G(x)$ eloszlásfüggvényű változó felvett értékeinek sorozata, akkor igen kis valószínűségű esemény következett be"; a *másik* pedig: „a minta és a statisztikai vizsgálat lefolytatott rendszere alapján nincs elégséges ok arra, hogy elvessük a hipotézist, amely szerint η eloszlásfüggvénye $G(x)$." Az első típusú felelet nyomán a hipotézist általában elvetik, a második típusú felelet alapján megtartják.

Eltekintve attól, hogy a minták vizsgálata önmagában nem segít ahhoz, hogy olyan programot írjunk, amely éppen a kívánt tulajdonságú számsorozatokat szolgáltatja, a statisztika problémái azért is jelentősen különböznek a sztochasztikus szimuláció problémáitól, mert az előbbiekben feltevés, hogy a minta valóban véletlen folyamatból való, az utóbbiakban viszont ez éppen kérdés: jól utánozza-e a véletlenszám-generátor (vagy a véletlenszám-táblázat) valamely véletlen változó viselkedését?

Az így felvetődő elvi problémákra a későbbiekben még visszatérek, ez előtt azonban szeretnék rámutatni arra, hogy előírt eloszlásból való véletlen számsorozatok generálásának feladata két, egymástól nagymértékben független, továbbá módszereiben erősen eltérő feladatra bontható. Igaz ugyanis, hogy egy *tetszőleges* eloszlásból való véletlen számsorozat előállításának problémája visszavezethető *egy a (0,1) intervallumban egyenletes eloszlásból való véletlen számsorozat generálásának problémájára*, és egy úgynevezett *transzformációs* problémára.

Részletesebben: legyen η egy véletlen változó és $G(x)$ az előírt eloszlásfüggvénye, legyen ξ a (0,1) intervallumban egyenletes eloszlású véletlen változó, legyen tehát eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{ ha } x < 0; \\ x, \text{ ha } 0 \leqq x < 1; \\ 1, \text{ ha } x \geqq 1. \end{cases}$$

Ha $\eta = G^{-1}(\xi)$, ahol $G^{-1}(y)$ jelenti a $y = G(x)$ monoton függvény inverz függvényét,* akkor η éppen $G(x)$ eloszlású, hiszen

* Némi bonyodalom van, ha $G(x)$ nem folytonos; ez a bonyodalom elhárítható, de a részletekre nem térünk ki.

$$P\{\eta < y\} = P\{G^{-1}(\xi) < y\} = P\{\xi < G(y)\} = G(y).$$

Ha tehát $x_1, x_2, \ldots, x_n$ az $F(x)$ eloszlásából való véletlen számsorozat, akkor $G^{-1}(x_1), G^{-1}(x_2) \ldots, G^{-1}(x_n)$ az η változó $G(x)$ eloszlásából való véletlen számsorozatnak tekinthető.

Ha tehát szimulációs eljárás során sokféle eloszlásból való véletlen számokra van szükség, akkor nem szükséges ehhez annyifajta véletlenszám-generátor, ahányfajta eloszlás a problémában szerepel, hanem csak egy, nevezetesen egy olyan, amely a (0,1) intervallumban egyenletes eloszlásból való véletlen számsorozatot szolgáltat. A mondottakkal összefüggésben az irodalomban az a szokás, hogy ha egyszerűen csak *véletlen számokról* beszélnek, annak megjelölése nélkül, hogy milyen eloszlásból valók, akkor hallgatólagosan feltételezik, hogy ezek a (0,1) intervallumban egyenletes eloszlásból valók.**

A $G(x)$ eloszlásból való véletlen számsorozat előállításának problémája a $G^{-1}(y)$ inverz függvénnyel való transzformáció útján ezzel *elvileg* el lenne intézve, nincs elintézve azonban *gyakorlatilag*. Gondoljunk csak arra, hogy elektronikus számológépen a függvényértékeket függvénygenerátor-szubrutinokkal szoktuk előállítani: a szubrutin átveszi az argumentum értékét, kiszámítja a függvényértéket és az eredményt visszaadja a hívó rutinnak. Az előírt eloszlásfüggfények rendszerint elég komplikáltak, és inverzük generátorszubrutinjai terjedelmesek, időigényesek lesznek. Gondoljunk csak például arra, hogy az egyik legközönségesebb eloszlásnak, a *normális* eloszlásnak inverz függvényét realizáló szubrutin mennyire vesződséges. A függvény a [0,1] zárt intervallumban nem reguláris, a két végpontban logaritmikus szingularitásai vannak, reménytelen tehát polinomapproximációval kísérletezni, illetőleg e szingularitásokra tekintettel külön kell kezelni egy-egy logaritmikus tagot. A generálás problémája azért megoldható, nem jár leküzdhetetlen akadályokkal, csak éppen a szubrutin nagyon időigényes lesz.

Ezért és hasonló okok miatt a transzformációs probléma gyakorlatilag nincs megoldva az inverztranszformációval, és így különböző speciális és gyakran előforduló eloszlások esetére különféle, az inverz transzformációnál gyorsabb eljárásokat dolgoztak ki; az egész problémakörnek elég hirtelen, úgy 1959-től kezdve, hatalmas irodalma támadt.

Összefoglalva: Az a probléma, hogy adott eloszlásból való véletlen számsorozatra van szükség egy szimulációs modell realizálásához, két részre bontható: az egyik univerzális, és azt kívánja, hogy legyen valamilyen generátor, amely a (0,1)-ben egyenletes eloszlásból valónak tekinthető számsorozatot produkál; a másik pedig specifikus, és azt kívánja, hogy az adott eloszláshoz keressünk valamilyen *gyors* transzformációs eljárást amely a ξ „standard" véletlen számokból a számunkra előírt eloszlású véletlen számsorozatot állít elő.

** A (0,1) intervallumban egyenletes eloszlású véletlen számok előállításának problémája tovább redukálható és visszavezethető véletlen számjegyek (például bináris vagy decimális jegyek) előállításának problémájára, és néha véletlen számokon nem az előbbi típusúakat, hanem éppen ilyen véletlen *számjegyekből* álló sorozatokat értenek. Az, hogy éppen melyik típusról van szó, a szövegösszefüggésből rendszerint egyszerűen megállapítható.

4. *Néhány transzformációs eljárás*

Legyen ξ mindig „standard", (0,1)-ben egyenletes eloszlású véletlen változó. Ha többre van szükség akkor indexezzük őket: $\xi_1, \xi_2, \ldots$ Feltesszük, hogy függetlenek.

Mint látni fogjuk, a transzformációs eljárások józan valószínűségszámítási alapokon nyugszanak, feltételezik azonban, hogy rendelkezésünkre áll a *standard véletlen változó*, pl. egy „random kszi" ALGOL függvényeljárás formájában, amely hívásra kiad egy véletlen számot, ξ eloszlásából valót.

Az egyszerű alternatíva. Szimulálni akarunk egy eseményt, amely p valószínűséggel következik be.

Kérjük egy véletlen számot „random kszi"-ből. Ha a kapott n szám kisebb mint p, akkor azt mondjuk, hogy az esemény bekövetkezett, ha pedig $n \geqq p$, akkor azt, hogy nem következett be.

Diszkrét eloszlású (véges) véletlen változó. A módszer általánosítása az előbbinek. Olyan η-ból kell véletlen szám, amely az y_i értéket p_i valószínűséggel veszi fel ($i = 1, 2, \ldots, n$, $\Sigma_1 p_i = 1$).

Osszuk a (0,1) intervallumot p_i hosszúságú I_i intervallumokra. „Dobjunk fel", kérjünk egy ξ számot; ha $\xi \subset I_i$, akkor η-nak adjuk az y_i értéket. Ez természetesen „programban" értendő, tehát pl.

```
real procedure random éta (n, p, y); integer n;
    array p, x; begin integer k; array határ [1 : n];
    határ [1]: = p [1]; for k: = 2 step 1 until n
    do határ [k]: = határ [k — 1] + p [k];
    for k: = 1 step 1 until n do if random kszi <
    határ [k] then
begin random éta: = y [k]; go to vége end; vége:
    end proced
```

(Nem nagyon jó, mert minden hívásnál újraszámolja a „határ"-okat).

Binomális eloszlás. „Dobjunk fel" n darab ξ-t, és számoltassuk meg, hány volt olyan, amelyik nem nagyobb p-nél. Ha ilyen k darab volt, akkor a k-hoz tartozó A_k esemény „jött ki", tehát rendeljük η-hoz az y_k értéket. Ezzel tulajdonképpen szimuláltuk azt a folyamatot, amely a binomális eloszlás valószínűségelméleti definíciójául szokott szolgálni. Természetesen lehet táblázattal is dolgozni, mint előbb: a $p_{n,k} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ értékeket táblázatban előre tároljuk. Azt az eljárást válasszuk, amelyik az adott gépen előnyösebb.

Az efficiencia. Az előbb egyetlen binomális eloszlású véletlen szám előállítására n standard véletlen számot használtuk fel. Egy módszer efficienciájának nevezik a szükséges standard véletlen számok számának reciprokát, százalékban. Ez a szám bizonyos mértékig jellemzi a módszer hatásosságát, de nem teljesen, mert nemcsak a standard véletlen számok előállítása kerül időbe, hanem az egyéb műveletek is.

Látni fogunk olyan eljárásokat is, ahol a felhasználandó standard véletlen számok száma is véletlen változó. Ilyenkor a felhasználandó számok *várható számának* reciprokát nevezik efficienciának.

Végtelen diszkrét eloszlások. Elhanyagolva az eloszlás nagyon kis valószínűségű „szélét", közelítőleg használhatók az előbbi eljárások. Néha van jobb. Legyen pl. $\eta = k^2$, $p_k = (1-p)\, p^{k-1}$ valószínűséggel, ($k = 1, 2, \ldots$). Vegyünk addig standard véletlen számokat, amíg csak a $(0, p)$ intervallumba esnek. Ha a k-ik a (p, 1) intervallumba esik, akkor legyen $\eta = k^2$, (k = 1, 2,...). Végtelen sokféle η-t így sem tudunk megkülönböztetni, de mindenesetre, a p_k értékek táblázatára, amely igen

terjedelmes is lehet, ha p közel esik 1-hez, nincs szükség. A módszer efficienciája:

$$1(1-p) + 2(1-p)p + 3(1-p)p^2 + \ldots = \frac{1}{1-p}$$

miatt $\mathrm{Eff} = (1-p) \cdot 100\%$.

Exponenciális és gamma eloszlás. Legyen

$$P(\eta < y) \equiv G(y) = 1 - e^{-\alpha y}.$$

Elég kézenfekvő az inverz-transzformáció:

$$\eta = \frac{1}{\alpha}(\ln \xi).$$

Vannak olyan módszerek is, amelyek terjedelmesebb program alapján, de anélkül adnak exponenciális eloszlású η-t, hogy logaritmust kellene számolni —, a logaritmus számítása ugyanis viszonylag hosszú időt igényel.

Legyen

$$P(\eta < y) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^y t^{s-1} e^{-t}\, dt$$

(s-paraméterű gamma eloszlás). Tudjuk, hogy s darab független exponenciális eloszlású véletlen változó összege gamma-eloszlású. Ha tehát $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_s$ standard véletlen változók és *függetlenek*, akkor

$$\eta = \frac{1}{\lambda} |\ln(\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_1)|$$

s paraméterrel gamma-eloszlású lesz. Ha a standard véletlen generátorunk, a „random kszi" jó, akkor egymásután kért véletlen számok „függetleneknek tekinthetők" * és s ilyen szám szorzatának a logaritmusát kell képeznünk.

Poisson-eloszlás. 1-paraméterű exponenciális eloszlású $z_1, z_2, \ldots$ számokból addig veszünk mintát, amíg összegük T-nél nem nagyobb. Megnézzük, hány kellett ehhez, és ha k kellett, akkor a

$$p_k = \frac{T^k e^{-T}}{k}$$

valószínűségnek megfelelő esemény következett be, (η-hoz az y_k értéket rendeljük). A z számoknak „függetleneknek" kell lenniök.

Megfigyelhető, hogy nem kell k számú logaritmust számolnunk, kiindulhatunk standard $x_1, x_2, \ldots, x_n$ számoknak egy sorozatából és a mintavételnél a feltétel szerint ott kell megállnunk, ahol még

$$\prod_{j=1}^{k} x_j > e^{-T}$$

de

$$\prod_{j=1}^{k+1} x_j \leq e^{-T}.$$

Könnyű kiszámítani, hogy az efficiencia $1/T$. A módszer nem jó, ha T nagy az egységhez képest.

Szitálás. Rejektív-technika. Legyen η a (0,1) intervallumban értelmezve, és legyen sűrűségfüggvénye

$$C\,\varphi(y)$$

alakú, ahol legyen $0 \leq \varphi(y) \leq 1$.

Vegyünk a standard generátorból két számot, x_1-et és x_2-t, és nézzük meg, hogy $x_2 \leq \varphi(x_1)$ igaz-e. Ha igaz, akkor fogadjuk el x_1-et, ha nem, akkor dobjuk el az (x_1, x_2) párt és kérjünk a generátortól egy másik párt. „Csodálatosképpen" az elfogadott x_1 értékek a fenti sűrűségfüggvényű véletlen változóból vett véletlen számoknak tekinthetők.

Igaz ugyanis egyrészt az, hogy

$$P\{\eta \leq y\} = C \int_0^y \varphi(t)\, dt,$$

* Ugyanilyen követelmény már előbb is hallgatólagosan szerepelt.

ahol, mivel $C\,\varphi(y)$ sűrűségfüggvény, $C = 1/\int_0^1 \varphi(t)\, dt$. Másrészt viszont

$$P\{\xi_1 < y/\xi_2 < \varphi(\xi_1)\} = \frac{\int_{t=0}^{y} \int_{s=0}^{\varphi(t)} dt\, ds}{\int_{t=0}^{1} \int_{s=0}^{\varphi(t)} dt\, ds},$$

tehát

$$P\{\xi_1 < y/\xi_2 < \varphi(\xi_1) = C \int_0^y \varphi(t)\, dt.$$

Szemléletes magyarázat: a standard $x_1, x_2 \ldots$ sorozatot *párokra* bontottuk, olyanokra, amelyekre $x_{2i} < \varphi(x_{2i-1})$, és olyanokra, amelyekre ez az egyenlőtlenség nem teljesül. Ez utóbbiakat kihagytuk a sorozatból. Mármost kiderül, hogy a meghagyott, „kiszitált" párok esetében $x_{2i-1} < y$ ugyanolyan gyakorisággal, mint amilyen gyakorisággal $\eta < y$.

A módszer efficienciája $1/C$, a módszer tehát rossz, ha C nagy.

Ennek a szita-technikának (rejection technics) igen változatos általánosításai vannak és igen kiterjedten használatos. Így nem mulaszthatom el, hogy be ne mutassam *Neumann* János egy igen szellemes eljárását.

Véletlen irányú vektorok vetületei. Legyen a φ szög egyenletes a $(0, 2\pi)$ intervallumban és válasszunk egy (például egységnyi hosszúságú) véletlen vektort, amelynek iránysziöge φ. E vektor vetületeire van szükség továbbszámoláshoz, tehát $\cos\varphi$ és $\sin\varphi$ értékére. Láthatólag különösebb probléma nincs, mert egy standard x_1 szám segítségével $\varphi = 2\pi x_1$, és ki kell számítani $\cos\varphi$ és $\sin\varphi$ értékét. Valóban nincs is probléma, csupán a $\cos\varphi$ és $\sin\varphi$ kiszámolása viszonylag hosszadalmas lévén, elkerülnénk, ha lehetne. Neumann a következőt ajánlotta:

Legyen x_1 véletlen szám a $(-1, 1)$ intervallumban egyenletes eloszlásból, és legyen x_2 véletlen szám a (0,1) intervallumban egyenletesből. Fogadjuk el ezt a párt, ha $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$, vessük el, ha nem. Ha elfogadhattuk, akkor

$$\cos\varphi = \frac{x_1^2 - x_2^2}{x_1^2 + x_2^2}, \quad \sin\varphi = \frac{2x_1x_2}{x_1^2 + x_2^2},$$

és itt csak alapműveletek szerepelnek. (A levezetéssel nem foglalkozom, azon alapszik, hogy $\cos\varphi$ és $\sin\varphi$ racionálisan fejezhető ki $\mathrm{tg}\,(\varphi/2)$-vel.) Ennek az egyszerű példának az volt a jelentősége, hogy a Monte-Carlo-módszerrel foglalkozó programozók figyelmét ráirányította ilyesfajta fogások lehetőségére. Azóta hasonlókat csináltak például *térben* izotróp vektor iránykoszinuszainak kisorsolására is. (Ez fontos részfeladat magfizikai folyamatok szimulációjánál, ott gyakran van szükség egy térben izotróp egységvektor kisorsolására, a számítás folytatása pedig e vektor iránykoszinuszait igényli.)

Normális eloszlás. A normális eloszlás centrális jelentőségű a valószínűségelméletben, éppen ezért igen sokféle módszert dolgoztak ki rá. A leggyorsabb talán *Marsaglia* eljárása, de nem ezt ismertetem, mert ennek bonyolult programja van, hanem két egyszerűbbet. Világos, hogy elég 0 várható értékű és 1 szórású c normális eloszlásból való véletlen számok generálásának problémájára szorítkozni.

Ha nem nagyon fontos, hogy a kapott számok igen pontosan normálisak legyenek, hanem csak úgy hozzávetőlegesen, akkor kézenfekvő a centrális határeloszlástétel alkalmazása közelítőleg normális eloszlású véletlen számok generálására. Adjunk össze k számú standard véletlen számot és képezzük a standardizált összeget:

$$\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_k - \frac{k}{2}}{\sqrt{\frac{k}{12}}}.$$

Aránylag elég kis k értékre (pl. $k = 6$) már jó közelítéssel normális eloszlású véletlen számokat kapunk, különösen, ami a várható érték, a 0 körüli részt illeti. A széleken a torzítás erős, vagyis nagy abszolút értékű számokat más gyakorisággal kapunk, mint ahogy azt a normális sűrűségfüggvény előírja.

Egy másik, elvileg pontos eljárás G. E. P. Box és M. E. Muller eljárása: Legyen ξ_1 ill. ξ_2 egy-egy standard független véletlen változó, akkor

$$\eta_1 = \sqrt{-2 \ln \xi_1} \cos 2\pi \xi_2$$

ill.

$$\eta_2 = \sqrt{-2 \ln \xi_1} \sin 2\pi \xi_2$$

független és normális eloszlású. (Kell tehát kérnünk *két* véletlen számot a standard véletlen generátortól, és a képleteknek megfelelően számolni. Eredményül kapunk *két* használható (mivel függetlenek) normális eloszlású véletlen számot.

Az eljárásban az a fájdalmas, hogy — bár az efficiencia 1, hiszen két standard véletlen számból két normálisat kapunk — három transzcendes műveletet is igényel (ln, cos, sin).

Box és *Muller* eljárása azon a tényen alapszik, hogy ha egy síkbeli véletlen vektor iránya egyenletes és hosszúságának eloszlásfüggvénye $1 - e^{-r^2/2}$ alakú, akkor vetületei függetlenek és normális eloszlásúak. A levezetés részleteivel nem foglalkozom.

(Folytatása következik)

Békéssy András

MTA. Matematikai
Kutató Intézete

A két rakéta paradoxona

I.

Tekintsünk két egyforma felépítésű rakétát, az egyiket jelöljük R_1-el, a másikat R_2-vel. Ha a rakéták egymáshoz képest nyugalomban vannak, méreteiket könnyen össze tudjuk hasonlítani, a bennük működő órákat pedig úgy tudjuk szinkronizálni, hogy azonos ritmus* szerint járjanak.

Ha a rakéták mozgásba jönnek gyorsulás következtében deformációt szevednek, vagyis hosszirányban összehúzódnak és a bennük működő órák más ritmusban fognak járni.

Gyakran találkozunk azzal az állítással, hogy amikor a rakéták már mozognak egymáshoz képest, R_1-ből „nézve" úgy tűnik, hogy R_2 rövidebb lett és órája lassabban jár, míg R_2-ből „nézve" ellenkezőleg úgy látszik, hogy nem R_2 hanem R_1 rövidült meg és az R_1 órája lassult le.

Itt ugyanarról a dologról egymásnak ellentmondó ítéleteket alkottunk; ezt gyakran „paradoxon"-nak tüntetik fel, és azt a következtetést vonják le belőle, hogy a kontrakciók és az órák lelassulásai csupán „látszólagosak."

Hangsúlyozzuk, hogy ha egy fizikai rendszert gyorsítunk, az a gyorsulás következtében bizonyos deformációt szenved. Ezek a deformációk feltétlenül valóságosak, de különbözőeknek tűnnek attól függően, hogy milyen mérőszámokat használunk a deformációk leírására.

Továbbá, ha azt mondjuk, hogy pl. R_2 az R_1-ből „nézve" valamilyen tulajdonsággal rendelkezik, akkor valamilyen módon beleértjük, hogy R_2 fizikai sajátságairól, az R_1-be szerelt műszerekkel végzett bizonyos mérések eredményei alapján tettünk kijelentéseket. Hogy ez miképpen lehetséges, erre adunk a következőkben magyarázatot.

II.

Először írjuk le a rakétáknak a K_0 vonatkoztatási rendszerhez viszonyított mozgását, mely rendszerhez képest a fény izotróp módon terjed. Eme K_0 rendszer koncepciójára vonatkozó megfontolásainkat egy előző cikkben már kifejtettük.*

Vegyük azt az esetet, mikor R_1 w sebességgel mozog a K_0 rendszerben az x tengely mentén negatív irányban, még R_2 v sebességgel halad pozitív irányban. Ekkor a rakéták (azaz valamely meghatározott pontjuk) koordinátája a t időben a következőképp írható:

$$x_1(t) = x_1 - wt, \qquad x_2(t) = x_2 + vt. \tag{1}$$

A két rakéta távolsága a t időpontban:

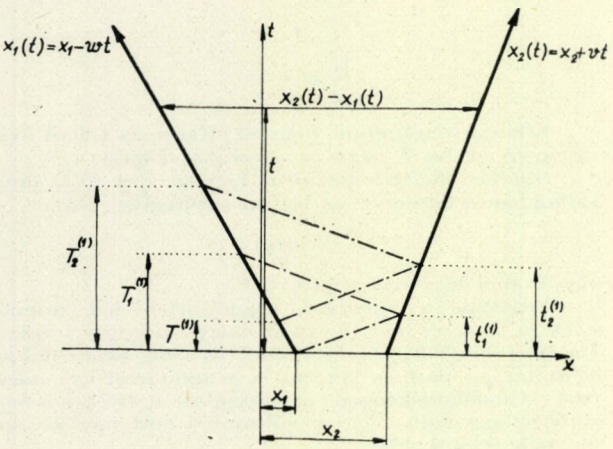
$$a(t) = x_2(t) - x_1(t) = a + (v + w)t, \tag{2}$$

ahol $a = x_2 - x_1$ a rakéták távolsága $t = 0$ időpontban.

A rakéták közötti relatív sebesség:

$$\frac{da(t)}{dt} = v + w. \tag{3}$$

Ezt a kifejezést a relatív sebesség definíciójának



1. ábra. A két rakéta pályája az $x - t$-síkban ábrázolva. A $t = 0$ pillanatban kibocsátott fényjel (szaggatott vonal) $t_1^{(1)}$-ben éri el R_2-t és $T^{(1)}$-ben érkezik vissza R_1-hez; a $t = T^{(1)}$ pillanatban kiküldött jel $t_2^{(1)}$-ben éri el R_2-t és $T_2^{(1)}$-ben ér vissza R_1-hez.

* Egy óra mozoghat bizonyos sebességgel, viszont, az óra mutatói is bizonyos sebességgel haladhatnak, hogy e két sebesség között különbséget tehessünk, az utóbbit az óra ritmusának fogjuk nevezni.

* Jánossy L.: Fizikai Szemle *15*, 81 (1965)

tekinthetjük. Az ilymódon definiált relatív sebesség megadja a távolság időegységre eső növekedését. (Lásd az 1. ábrát.)

III.

A két rakéta relatív sebességét az R_1-en levő műszerek segítségével kívánjuk megmérni, ebből a célból R_1-ről $t = 0$ és $t = T^{(1)}$ időpontokban egy-egy fényjelet bocsátunk ki. Ezek a jelek R_2-t egy $t = t_1$ és $t = t_2$ időben érik el. A jelek verődjenek vissza R_2-ről, és $t = T_1^{(1)}$, illetőleg $T_2^{(1)}$ időpontokban térjenek vissza R_1-re. A felső (1) indexek azt jelzik, hogy R_1-ről kibocsátott jeleket vizsgálunk.

A $T_2^{(1)} - T_1^{(1)}$ időintervallum a rakéták relatív sebességétől függ, így feltehetjük, hogy ez a sebesség a két jel beérkezése között mért időintervallumból meghatározható. A jelek haladásához szükséges idők és a rakéták sebességei közötti összefüggést egyszerű kinematikai meggondolásokból kaphatjuk meg, melyeket az 1. ábrán illusztráltunk.

Valóban az R_1-ből $t = 0$-kor induló jel a t időpillanatban az x tengely

$$x_s(t) = x_1 + ct \tag{4}$$

koordinátájú pontját éri el.

A jel R_2-t $t = t_1$-kor éri el, mikoris

$$x_s(t_1) = x_2(t_1). \tag{5}$$

Ezek alapján (4), (5) és (1)-ből azt találjuk, hogy

$$t_1 = \frac{a}{c - v}. \tag{6}$$

A visszavert jel visszafelé haladva egy $t > t_1$ időpillanatban az

$$x_{s'}(t) = x_2(t_1) - (t - t_1)c \tag{7}$$

koordinátájú pontot éri el.

Az utóbbi jel $t = T_1^{(1)}$-kor éri el R_2-t, mikoris

$$x_{s'}(T_1^{(1)}) = x_1(T_1^{(1)}). \tag{8}$$

(1), (6), (7) és (8)-ból következik, hogy

$$T_1^{(1)} = \frac{2ac}{(c - v)(c - w)}. \tag{9}$$

Hasonlóan kaphatjuk meg, hogy egy jel, mely R_1-ből $t = T^{(1)}$-kor indult, visszaverődve a

$$T_2^{(1)} = \frac{2(a + (v + w)T^{(1)})c}{(c - v)(c - w)} \tag{10}$$

időpillanatban érkezik vissza R_1-re.

(9) és (10)-ből azt találjuk, hogy az érkezések közötti időintervallum osztva az indulások közötti időtartammal, azaz

$$\frac{T_2^{(1)} - T_1^{(1)}}{T^{(1)}} = \frac{2c(v + w)}{(c - v)(c - w)}. \tag{11}$$

Vezessük be a következő jelölést:

$$\frac{T_2^{(1)} - T_1^{(1)}}{T^{(1)}} = q^{(1)}. \tag{12}$$

$q^{(1)}$ számértékét az R_1-en levő műszerekkel végrehajtott mérés eredményeiből kapjuk meg, és ez a számérték valamilyen módon a két rakéta relatív sebességére jellemző.

Hogy (11) fizikai jelentését világosabban lássuk, megjegyezzük, hogy (11) és (12) a következő formára hozható:

$$\frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}} = V, \tag{13a}$$

ahol

$$V = \frac{cq^{(1)}}{2 + q^{(1)}} \tag{13b}$$

A mért értékekből kiszámíthatjuk a sebességdimenziójú V mennyiséget; ha $v, w \ll c$, akkor $V \approx v + w$, így ez a mennyiség közelítőleg a relatív sebességet adja meg. Azonban látjuk, hogy az R_1-ből R_2 felé küldött jelek oda- és visszafutási idejéből nem tudjuk meghatározni a rakéták $v + w$ relatív sebességét.

Megjegyezzük még, hogy a (13a) képletből kis átalakítással a következő igen szimmetrikus összefüggést kaphatjuk

$$\frac{c + V}{c - V} = \frac{c + w}{c - w} \cdot \frac{c + v}{c - v}. \tag{13c}$$

A rakéták sebességére feltételezhetünk bármilyen olyan $-w', v'$ sebességpárt, melyre fennáll, hogy

$$\frac{v' + w'}{1 + \frac{v'w'}{c^2}} = V, \tag{14}$$

feltételezésünk összhangban lesz a mérés eredményével. Csak, ha az egyik rakéta sebessége ismert, lehet a másikét a mérés eredményéből meghatározni. Ha történetesen $w = 0$ akkor (13a, b) alapján

$$v = V = \frac{cq^{(1)}}{2 + q^{(1)}}.$$

Érdemes megjegyezni, hogy ha R_2-ről küldünk jeleket R_1-re, az oda- visszafutási időkre hasonló kifejezéseket kapunk, mint abban az esetben, mikor a jelek R_1-ről indultak ki. Így azt találjuk, hogy

$$q^{(1)} = q^{(2)} = q \tag{15}$$

ahol

$$q^{(2)} = \frac{T_2^{(2)} - T_1^{(2)}}{T^{(2)}}.$$

A felső (2)-es index az R_2-ről kibocsátott jelek segítségével mért időkre vonatkozik.

$q^{(1)}$ és $q^{(2)}$ olyan mennyiségek, melyeket közvetlenül mérhetünk. A (15)-ös összefüggés alapján ellenőrizhetjük, hogy mérési eredményeinket következetesen interpretálhatjuk-e? Ha ti. a mért $q^{(1)}$ és $q^{(2)}$ értékek különbözőek, akkor arra kellene következtetnünk, hogy a fény terjedésére vonatkozó feltételezéseink nem egészen fedik a

valóságot. A következőkben tételezzük azonban fel, hogy mérésünk (15) képlettel egyező eredményre vezetett.

Megjegyezzük, hogy R_1 és R_2 lelassult óráit használva, nem a $T_1^{(1)}$, ... stb. értékeket kapjuk közvetlenül, hanem

$$T^{(1)\prime} = T^{(1)} \sqrt{1 - w^2/c^2}, \ \ldots \text{ stb.}$$

értékeket kapjuk a leolvasás eredményéül. Mivel V-t és q-t a leolvasás eredményeiből homogén kifejezéssel kapjuk meg, q értékét közvetlenül, korrekció alkalmazása nélkül, a lelassult órák leolvasásának eredményéből kaphatjuk meg.

Foglalkozzunk azzal, hogy lehet az R_1-en és R_2-n levő órák ritmusát összehasonlítani.

Vizsgáljuk az R_1-ről $t = 0$ és $t = T^{(1)\prime}$-kor kibocsátott jeleket. R_1 órájáról a fényjelek kibocsátásakor leolvasott idők:

$$t' = 0, \ t' = T^{(1)\prime} = T^{(1)} \sqrt{1 - w^2/c^2}. \tag{16}$$

A jelek R_2-be

$$t_1 = \frac{a}{c - v}, \ t_2 = T^{(1)} + \frac{a + T^{(1)}(v + w)}{c - v} = \\ = \frac{a + T^{(1)}(c + w)}{c - v} \tag{17}$$

időpillanatokban érkeznek meg (lásd (6)). Ezen időpontokban az R_2-őn levő óra

$$t_1'' = t_1 \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad t_2'' = t_2 \sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{18}$$

időt fog mutatni.

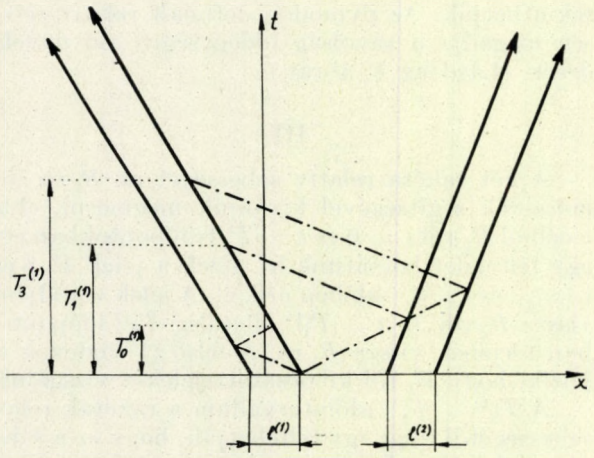
(16), (17) és (18)-ból a következő összefüggést nyerjük:

$$\frac{t_2'' - t_1''}{T^{(1)\prime}} = \frac{c + w}{c - v} \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} = \sqrt{\frac{c + w}{c - w}} \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}. \tag{19}$$

(19) jobboldalát R_1 és R_2 óráinak leolvasási eredményeiből kaphatjuk meg, így (13a,b) és (19) látszólag két egyenletet határoz meg a két ismeretlen sebességre. Valójában (13a,b) és (19)-ből nem tudjuk v-t és w-t külön-külön meghatározni, hiszen a (13c) segítségével (19) a következőképpen alakítható át:

$$\frac{t_2'' - t_1''}{T^{(1)\prime}} = \sqrt{\frac{c + V}{c - V}}. \tag{20}$$

Mivel V mérési eredményekből határozható meg, látjuk, hogy (20) további ellenőrzésre ad alkalmat, hogy feltevéseink helyességét bizonyítsuk. Mindamellett, ha a kapott leolvasási eredmények megfelelnek a fény terjedéséről és az órák lelassulásáról alkotott feltevéseinknek, mérési eredményeinknek nem fog ellentmondani bármilyen $-w'$, v' sebességet is tételezünk fel a rakéták sebességéről, ha továbbá azt is feltételezzük, hogy az órák $\sqrt{1 - w'^2/c^2}$ és $\sqrt{1 - v'^2/c^2}$ faktorokkal lassultak le és a w' és v' értékek eleget tesznek a (14)-es összefüggésnek.



2. ábra. Séma az R_2 hosszának megállapítására R_1-ből kibocsátott jelekkel. A fényjelek szaggatott vonallal vannak jelölve.

V.

A rakéták hosszának összehasonlítását következőképpen vihetjük végbe. Kibocsátunk egy jelet R_1 egyik végéről és megmérjük azt a $T_0^{(1)}$ időt, ami alatt a jel R_1 másik végéről visszaverődve megérkezik a kibocsátás helyére. Ez az idő

$$T_0^{(1)} = 2l^{(1)} \left(\frac{1}{c + w} + \frac{1}{c - w} \right) = \frac{2l^{(1)}c}{c^2 - w^2}. \tag{21}$$

Továbbá kibocsátva $t = 0$-kor egy jelet R_1-ről megmérhetjük a $T^{(1)}$ időt mely alatt a jel az R_2 közelebbi végéről verődve vissza érkezik meg R_1-re és megmérhetjük azt a $T_3^{(1)}$ időpontot is, mikor a jel R_2 távolabbi végéről verődik vissza. (Lásd az 1. ábrát.) Ezen időkre azt kapjuk, hogy

$$T_1^{(1)} = \frac{2ac}{(c - v)(c - w)}, \\ T_3^{(1)} = \frac{2(a + l^{(2)})c}{(c - v)(c - w)}. \tag{22}$$

Így (21) és (22) segítségével:

$$\frac{T_3^{(1)} - T_1^{(1)}}{T_0^{(1)}} = \frac{l^{(2)}}{l^{(1)}} \frac{c + w}{c - v}. \tag{23}$$

A kifejezés baloldalának értékét méréssel kaphatjuk meg — mivel a kifejezés homogén, nem tesz különbséget, ha azokat a korrigálatlan leolvasási eredményeket $T^{(1)\prime}$ ... stb.-t használjuk, melyeket közvetlenül a lelassult órákról olvasunk le a $T^{(1)}$ ... stb. értékek helyett.

Ha a mozgó rakéták hosszának értékei valóban

$$l^{(1)} = l \sqrt{1 - w^2/c^2}, \\ l^{(2)} = l \sqrt{1 - v^2/c^2}, \tag{24}$$

amit a Lorentz kontrakció alapján tételezünk fel, (24)-et (23)-ba helyettesítve és (13c)-t is felhasználhatjuk, hogy

$$\frac{T_3^{(1)} - T_1^{(1)}}{T_0^{(1)}} = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} \sqrt{\frac{c + w}{c - w}} = \sqrt{\frac{c + V}{c - V}}. \tag{25}$$

Szimmetriaokokból várható, hogy:

$$\frac{T_3^{(2)} - T_1^{(2)}}{T_0^{(2)}} = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}. \qquad (26)$$

Igy (25) és (26) további lehetőségeket nyujtanak hipotézisünk helytállóságának ellenőrzésére, mivel összefüggéseket adnak bizonyos mért oda-visszafutási idők között. Ha a mért értékek ($T_\nu^{(r)}$, $r = 1, 2$, $\nu = 0, 1, 2, 3,$) eleget tesznek a megfontolásainkból adódó különböző próbáknak, akkor a méréseket úgy lehet interpretálni, hogy föltesszük, hogy az R_1-en és R_2-n levő órák $\sqrt{1 - w'^2/c^2}$ ill. $\sqrt{1 - v'^2/c^2}$ faktorral lassultak le, a rakéták hossza hasonló faktorokkal rövidült meg, ahol v' és w' bármely olyan értékpár lehet amely (14)-et kielégíti.

VI.

Megfontolásaink összefoglalásául a következőket állapíthatjuk meg. Két mozgó rakétát vizsgáltunk; különböző fényjelek oda-visszafutási idejének mérésével meg tudjuk vizsgálni hosszuknak és a rajtuk levő órák ritmusának arányát. Az így kapott oda-visszafutási időktől azt várjuk, hogy kielégítsenek néhány számszerű összefüggést, melyeket explicite megadtunk. Ha a mért eredmények valóban eleget tesznek ezen relációknak, akkor az eredményeket azzal a feltételezéssel lehet interpretálni, hogy a rakéták a (14)-es összefüggésnek megfelelő $-w'$ ill. v' sebességgel mozognak, az órák megfelelő faktorokkal lassultak le és a hosszak ugyanezen faktorral lettek rövidebbek. Mindamellett az összefüggések nem nyújtanak lehetőséget, hogy a lehetséges $-w'$, v' sebességek közül meghatározzuk, hogy melyik a valóságos. Így a hosszak kontrakciója és az órák lelassulása egy olyan szimmetriát ad, melyben a kapott mérési eredményeknek megfelel bármely olyan $-w'$, v' sebességpár, mely eleget tesz (14)-nek s így nem kapunk információt a rakéták K_0-hoz viszonyított igazi transzlációs mozgásáról.

Jánossy Lajos
Központi Fizikai Kutató Intézet
Budapest

A biológiai termodinamika elemei

A természettudományok bizonyos fejlődés után matematikai módszereket alkalmaznak. Lehetővé teszi ezt a mérési módszerek pontosabbá válása, és szükségessé teszi az, hogy kvantitatív eredményekre törekszünk. A matematikai alkalmazás azután behatol az illető természettudomány elméleti területére is — az átfogó elméletek is kvantitatív kifejezést nyernek. A matematikai leírásban kezdetben szinte mindig fizikai fogalmakat használnak. Természetes ez — hiszen a fizika az a természettudomány, ahol a jelenségek kvantitatív leírásához szükséges módszerek és fogalmak a legkidolgozottabbak.

Hasonló folyamat tanúi vagyunk a biológiában. Az alábbiakban a termodinamika biológiában történő alkalmazásának egy lehetséges kísérletét ismertetjük.

A termodinamika II. törvénye szerint a környezetével anyag-, és energiacserét nem folytató zárt rendszer a maximális entrópia állapota felé halad.

Az entrópia — durván fogalmazva — termodinamikai valószínűséget jelent, a maximális entrópia a „legvalószínűbb állapotot" — az egyensúlyt tünteti ki. A termodinamikai egyensúlyban csak igen kis valószínűséggel következhet be olyan változás, mely az entrópia csökkenését jelentené. Ebben az állapotban gyakorlatilag nem történik hőátadás, nincs diffúzió, a kémiai reakciók sebessége is zérus. Világos, hogy az élet — melyre éppen a szüntelen kémiai és fizikai tevékenység jellemző — ilyen állapotban nem képzelhető el. A termodinamikai egyensúly a biológiai objektum számára a halált jelentené.

Úgy tűnik, hogy az élő szervezet épp ellentétes irányba fejlődik, mint ahogy azt a II. főtétel előírja: növekedésekor egyre bonyolultabb szerveket és szöveteket hoz létre, melyek működése fokozatosan sokrétűbbé válik. Energiát halmoz fel magában (éppen hőből: fotoszintézis). Munkavégzése is mind nagyobb, testhőfoka lassan független lesz a környezet hőmérsékletétől.

A termodinamika II. főtétele teljesen általános természettörvény. A fenti látszólagos ellentmondást úgy oldhatjuk meg, hogyha belátjuk: az élő szervezet nem zárt rendszer. Környezetével anyag-, és energiacserét folytat. Az entrópiaváltozás két kifejezés összege:

$$dS = dS_e + dS_i,$$

ahol dS_i a szervezetben lejátszódó irreverzibilis folyamatok entrópiaváltozása, dS_e pedig az *anyagcserétől* függő tag, melynek előjele negatív is lehet.

A természetben a nyitott rendszereknek nagy szerepük van, ugyanis egy zárt rendszernek egyik része mindig nyitott. Jég és víz együttesen lehet zárt rendszer, de a két fázis egymással szemben már nem az. Ha megnövelem a nyomást, erre a jég egy része vízzé alakul, a nyomás csökken, és új sztatikus állapot keletkezik.

A biológiai szervezet azonban nem állítható teljesen párhuzamba a fenti modellel. A nyitott rendszer a dinamikus egyensúly állapotában van: minden változást hatástalanít egy egyidejű, de ellentétes változás. Az élő szervezetet úgy jellemezhetjük, mint amelyik szabadenergiája ter-

hére munkát képes végezni; állapotában spontán változások figyelhetők meg.

„Spontán" változások természetesen egy felhúzott gépen, egy összenyomott rugón is észlelhetők. A változás után azonban itt mindig újabb egyensúly következik. Ilyen rugóra vagy gépre ható erők és kényszererők egyensúlyi állapotot határoznak meg (d'Alembert-elv). Az élő rendszer azonban nincs az egyensúly állapotában, munkavégzése éppen a bekövetkezhető egyensúly ellen irányul. A biológiában gyakran beszélnek egyensúlyról, de ez mást jelent, mint a fizikában. A biológiai egyensúly csak annyi, hogy az élő szervezet a környezetben fenn tudja tartani belső állapota állandóságát. A környezetváltozás az élő szervezetből olyan munkavégzést vált ki, melynek forrása maga az élő struktúra. A táplálék kémiai energiáját az élő szervezet ilyen energiadús struktúrák létrehozására, fenntartására, pótlására fordítja. Ez az asszimiláció — a felvett tápanyagnak olyan formába hozatala, ami az élő anyagra jellemző. Az anyagcsere azonban nem az élet oka, hanem annak következménye. Nem is az élet maga. Ha az volna, akkor az élő szervezet munkájának forrása a külvilágban lenne, és az élő semmiben sem különbözne az egyszerű nyitott fizikai rendszertől. A környezetből történő energiafelvétel oka azonban magában az élő szervezetben van — ellentétben minden élettelen rendszerrel. Így jutunk el a magyar származású *Bauer Ervin** megfogalmazta biológiai alaptörvényhez (1920, 1935.): „*Élő rendszerek azok a nyitott rendszerek, amelyek nincsenek az egyensúly állapotában, hanem szabadenergiájuk terhére állandóan munkát végeznek azon egyensúly beállásával szemben, melynek az adott külső feltételek mellett — a fizikai és kémiai törvények ételmében — be kellene következniük*" [1]. Bauer tehát az élet lényegét az élő szervezet struktúráinak (ma úgy mondanánk: molekuláinak) aktivált állapotában látta.

A sztatikus rendszerekre vonatkozó *Le Chatelier*-elvet *Prigogine* kiterjesztette stacionárius rendszerekre is (1946) [2]. A termodinamika II. főtételéből következik, hogy a fennálló stacionárius, de nem egyensúlyi állapotot az entrópia keletkezés; $\frac{dS}{dt}$, ill. a hőkeletkezés sebessége jellemzi $\left(\frac{DQ}{dt} = T\frac{dS}{dt}\right)$. A hő valamilyen munkavégzés miatt szabadul fel: $DA_i = X_i dx_i$ ahol DA_i a munka, X_i a „termodinamikai erő" és x_i a „termodinamikai sebesség"-ben $\left(\frac{dx_i}{dt}\right)$ szereplő mennyiség. A DA a mechanikai munkafolyamat általánosításából keletkező absztrakció, ezért a munkavégzés képletében az X_i nem okvetlenül dyn-ben mérhető mennyiség, és x_i dimenziója sem okvetlenül távolság.

* Kaffka Margit férje.

A végzett összes munka:

$$\frac{DA}{dt} = \sum_{i=1}^{n} X_i \frac{dx_i}{dt} = T\frac{dS}{dt} = \frac{DQ}{dt} \qquad (1)$$

éppen az a munka, mely a nem egyensúlyi állapot stacionaritását biztosítja. Feltehető, hogy a termodinamikai sebesség a nyitott rendszer stacionárius állapota közelében arányos a termodinamikai erőkkel [3]:

$$\frac{dx_i}{dt} = LX_i\,, \qquad (2)$$

amiből következik, hogy

$$T\frac{dS}{dt} = LX^2, \qquad (3)$$

és mivel $X > 0$, $L > 0$, az entrópiaváltozás mindig pozitív:

$$\frac{dS}{dt} > 0\,.$$

A fenti *Le Chatelier—Prigogine*-elv szerint a stacionárius állapotban a termodinamikai erők vagy nem változnak, vagy csökkennek:

$$d\,X \leq 0,$$

és az entrópia változás is csökkenő irányú:

$$\frac{d}{dt}(LX^2) = 2LX\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt}\left(T\frac{dS}{dt}\right) \leq 0\,.$$

A hőáramlás nagysága arányos a felülettel (F), és a környezet és élőlény hőmérsékletének különbségével:

$$T\frac{dS}{dt} = kF(T' - T) = \frac{DA_i}{dt},$$

ahol k a szervezet átlagos hővezető képessége. A fenti képlet azonban stacionárius állapotban érvényes, amikor az élő szervezet időegységenként változatlan mennyiségű energiát fogyaszt.

$$\frac{DA_i}{dt} = \frac{d}{dt}\left(T\frac{dS}{dt}\right) = \frac{d}{dt}[kF(T' - T)] = 0 \qquad (4)$$

Ez éppen a Le Chatelier—Braun elv, ez a felnőtt szervezetére igaz. Nem érvényes azonban növekvő, fejlődő szervezetre. A fejlődő szervezet tömege az idővel nő:

$$m(t) = F(t)a(t)\varrho, \qquad (5)$$

ahol egyszerűség kedvéért a szervezet sűrűségét átlagosnak tételeztük fel: ϱ, a pedig valamilyen az idővel lineárisan növekvő paraméter, mely az élőlény nagyságát jellemzi, F ennek a felülete. Ekkor (4)-ből és (5)-ből:

$$\frac{DA}{dt} = \frac{km(t)}{a(t)\varrho}(T' - T) = T\frac{dS}{dt}, \qquad (6)$$

$$\frac{1}{m(t)}\frac{dA}{dt} = \frac{1}{m(t)}T\frac{dS}{dt} = T\frac{dS_f}{dt}, \qquad (7)$$

ahol dS_f a szervezet tömegegységére eső fajlagos entrópia. Átrendezéssel (6)-ból adódik:

$$\frac{k(T' - T)}{\varrho} \frac{1}{a(t)} = \frac{1}{m(t)} \frac{DA}{dt},$$

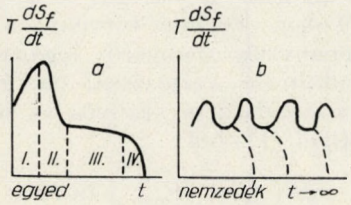
továbbá:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{k(T' - T)}{\varrho} \frac{1}{d(t)}\right] = \frac{d}{dt}\left(T \frac{dS_f}{dt}\right) \leq 0, \qquad (8)$$

mert $a(t)$ az idővel nő. Ennélfogva

$$T \frac{dS_f}{dt} = \frac{1}{a} \frac{k(T' - T)}{\varrho} = \frac{\text{const}}{a}.$$

Ez utóbbi egyenlet azt jelenti, hogy a nagyobb élőlény környezetébe kevesebb hőt ad le. Ilyen biológiai törvényszerűséget experimentálisan *Rubner* állapított meg [4]. Ezt az összefüggést a mindennapi élet is ismeri — hidegben a gyermeket a felnőttnél sokkal jobban kell öltöztetni, mert könnyebben lehűl. Látjuk tehát, hogy növekvő, vagy stacionárius fázisban levő élőlényre a $\frac{d}{dt}\left(\frac{dS}{dt}\right) \leq 0$ entrópiaváltozás jellemző. A kísérleti adatok szerint azonban ez nem érvényes az embrionális élet szakaszára [5]. amikor a szervezet differenciálódik: a sejtcsoportokból szövetek és szervek alakulnak ki. A szervezet ekkor nincs stacionárius állapotban. E szakaszban az élőlény tömegegységére vonatkoztatott hőleadása növekszik. Egy teljes élettartam: az embriogenezis a növekedés, a stacionárius és az agonális állapot szakaszának hőleadását az 1. ábrával jellemezhetjük. Az ábrán (*a*) az életszakaszok (az idő) függvényében a fajlagos hőkeletkezés sebességét látjuk. A (*b*)-n ugyanezt három egymásután következő nemzedéken mutatjuk be.



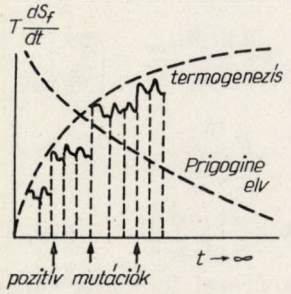
1. ábra :

I. embriogenezis II. növekedés
III. stacionaritás IV. agonalis életszakasz

Fel kell tehát tételeznünk, hogy embriogenezis szakaszára a *Le Chatelier—Prigogine*-elv nem érvényes, hanem:

$$\frac{d}{dt}\left(T \frac{dS_f}{dt}\right) > 0$$

azaz a fajlagos entrópiaváltozás növekvő. Ez fizikailag azt jelentheti, hogy a dinamikus egyensúly nem stabilis, és ezért valamilyen kis valószínűségű véletlen tényező módosítja az entrópia alakulását. Mivel a *Häckel*-féle biogenetikai alaptörvény szerint az embriogenezisben a filogenezis megismétlődik, *Trincser* feltételezi, hogy a fenti egyenlőtlenség a filogenezis egészében érvényes [6]. A 2. ábra ezt a gondolatot rögzíti — a törzsfejlődési (filogenetikai) idő függvényében a tömegegységre eső fajlagos entrópiaváltozás irányát adja meg. Ebben az összefüggésben a fajlagos entrópiaváltozás folyamatát „termogenezis"-nek nevezik. Újabb és újabb pozitív mutációk megnövelik az entrópiakeletkezés sebességét. (Természetesen a legtöbb spontán mutáció negatív; relative életképtelenebb egyedeket eredményez, így statisztikus középértékben a progresszív biológiai evolució folyamán a mutációk csökkentik, az entrópiát.) Ez egyben annyit jelent, hogy az élő szervezet egyre messzebb kerül a termodinamikai egyensúly állapotától.



2. ábra

Hogy a fajlagos entrópiaváltozást leíró függvényt megkaphassuk, fel kell tételeznünk a következőket: hogy a filogenezisben $\frac{dS_f}{dt} = f(t)$ az idő függvénye, méghozzá:

1. növekvő függvénye
2. $f(t)$ annál lassabban nő, minél több idő telt el a t_0-tól,
3. az evolúció végtelenbe tartásával ($t \to \infty$) $f(t) \to \left(\frac{dS_f}{dt}\right)_{\max}$ = Const. határértékhez tart. Például a következő alakot vehetjük:

$$\frac{dS_f}{dt} = \left(\frac{dS_f}{dt}\right)_{\max} (1 - e^{-t/\tau}). \qquad (9)$$

Ez annyit jelent, hogy az evolúció iránya az élő világban az entrópia produkció növekedése felé halad. A képletben szerepel a τ, mely a biológiai idő valamilyen egységét — pl. sejtoszlások közötti időt — jelenti ($t \gg \tau$). Az élettelenben ilyen egységidő nincs.

A fizikai entrópia állapotvalószínűséget jelent. Jellemzésére *Boltzmann* a statisztikus mechanikában a

$$H = \int f(x) \log f(x) dx$$

függvényt használta, ahol $f(x)$ a valószínűségi eloszlás. A valószínűségszámításban *Shannon* egy esemény bekövetkezéséből nyert információt a

$$-\int_{\infty}^{\infty} f(x) \log_2 f(x) dx$$

függvénnyel jellemezte. Az esemény bekövetkezése bizonytalan, ezt jelzi a valószínűségi eloszlás. A kifejezés által meghatározott ún. *negatív entrópia* a bizonytalanság egy lehetséges mértéke [7].

Ha egy zárt élettelen rendszert az entrópia fogalmával írunk le, az élő nyitott rendszert a negentrópiával S_{neg} kell jellemeznünk, mely az entrópia ellentettje [8]:

$$S = k \ln W,$$

$$S_{fneg} = -k \ln W_{biol} = k \ln \frac{1}{W_{biol}}. \qquad (10)$$

Az élő szervezet elemei nem az egyöntetű rendezetlenség, hanem az életfolyamatok optimális lefolyását biztosító morfológiai-funkcionális rendezettség állapota felé haladnak. A (9) és (10) összefüggésből adódik, hogy

$$\frac{dS_{fneg}}{dt} = -k \frac{d \ln W_{biol}}{dt} = \left(\frac{dS_f}{dt}\right)_{max} (1 - e^{-t/\tau}),$$

$$-\ln W_{biol} = K \int_{t_0}^{t} (1 - e^{-t/\tau})\, dt \simeq K(t - t_0),$$

ha $\tau \ll t$ és $K = \frac{1}{k}\left(\frac{dS_f}{dt}\right)_{max}$. Ebből következik, hogy az élő szervezet biológiai valószínűsége

$$W_{biol} \simeq W_0 e^{-K(t-t_0)} \qquad (11)$$

ahol W_0 a $t = 0$ idő biológiai valószínűsége. Ez azonban nem különbözhet az élettelen rendszer termodinamikai valószínűségétől:

$$W_0 = W = e^{S/k} \qquad (12)$$

Ennek felhasználásával:

$$W_{biol}(t) = e^{S/k - 1/k\left(\frac{dS_f}{dt}\right)_{max}(t-t_0)}, \qquad (13)$$

amit a biológiai evolúció termodinamikai egyenletének tekinthetünk. Az egyenlet azt fejezi ki, hogy a biológiai evolúció a minimális termodinamikai valószínűség felé tart, ha $t \to \infty$.

Az élővilág — és az élő egyed — fejlődését, létét az alkalmazkodás biztosítja. Az alkalmazkodás úgy történik, hogy a környezetből az élőbe információ (I) jut, amit az élő szervezet képes *megőrizni*, *átalakítani*, *továbbadni*. Az információ az életműködéseket irányító, szabályozó központokba kerül, módosítja ezek működését, s így változást: alkalmazkodást hoz létre. Az információ és az entrópia ellentett mennyiségek, ugyanúgy, mint az entrópia és negentrópia

$$\left.\begin{aligned} S_{neg} &= -S, \quad S(t) = k \ln W(t) \\ &\frac{d}{dt} W(t) > 0. \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

és S_{neg} az I információ monoton növekvő függvénye. Ebből következik, hogy a biológiai evolúcióban $\frac{d}{dt} I(t) > 0$. Ekkor a *Boltzmann* összefüggéshez formálisan hasonló kifejezést nyerhetünk:

$$S_{neg}(t) = K \ln I(t). \qquad (15)$$

Ebben az egyenletben K olyan szerepet játszik, mint 14-ben k, egysége is energia $\times T^{-1}$,

$$k = \frac{R}{N} = \frac{\text{gázállandó}}{\text{Avogadro szám}}$$

az egy molekulára jutó energia, ami a molekuláris fluktuációs folyamatokban jelentkezik. Ha a makrorendszer energiája időbeli átlagban állandó, akkor

$$S_{t+\Delta t} - S_t = \frac{A_{min}}{T},$$

E kifejezésben A_{min} az az elemi külső munka, melyet a rendszeren azért kell végezni, hogy entrópiaváltozás nélkül megkapjuk a fluktuáció okozta változás *előtti* állapotot. A biológiai K az a „belső" — a szervezet által végzett — munka, mely megszünteti a fluktuáció okozta változást:

$$KT = A_{min\,i}. \qquad (16)$$

Ez a munka biztosítja tehát a biológiai rendszer termikus állandóságát az életfolyamatokban. Ekkor (15) és (16) alapján:

$$S_{neg}(t) = \frac{A_{min\,i}}{T} \ln I(t). \qquad (17)$$

Az információ és negentrópia között az összefüggés logaritmikus. Ez a biológiai adaptáció törvénye. Ha ismert az élő szervezet valamilyen strukturális változása (y), a változás és az adaptáció ideje között a (17)-nek megfelelő

$$y = \ln t$$

összefüggés áll fenn. A biológus és a fizikus előtt ismert a Weber—Fechner-törvény, ahol az információ mennyiség (hangerő) logaritmusa arányos a strukturális változással (az érzettel). A szem alkalmazkodása is arányos az idő logaritmusával. Mivel (17)-ből:

$$\frac{dS_{f\,neg}}{dt} = \frac{A_{min}}{T} d \frac{\ln I_f}{dt} \qquad (18)$$

és (9)-ből $\frac{A_{min}}{T} \frac{d \ln I_f}{dt} = \left(\frac{dS_f}{dt}\right)_{max} (1 - e^{-t/\tau})$.

Idő szerint integrálunk:

$$\ln I_f = C \int_{t_0}^{t} (1 - e^{-t/\tau})\, dt \simeq C(t - t_0),$$

ahol $C = \frac{T}{A_{min}}\left(\frac{(dS_f)}{dt}\right)_{max}$. Végeredményben tehát

$$I_f(t) = I_0 e^{c(t-t_0)}.$$

Ez utóbbi egyenletben I_0 azzal a maximális termo-

dinamikai valószínűséggel fejezendő ki, ami a $t = 0$ időben van:

$$I_0 = \frac{1}{W_t} = e^{-S/k}.$$

Ezt felhasználva

$$I_f = \exp\left\{\frac{T}{A_{\min}}\left(\frac{dS_f}{dt}\right)_{\max}(t - t_0)^{-S/k}\right\}. \qquad (19)$$

A (19) kifejezés azt írja le, hogy a biológiai rendszer a maximális információtartalom irányába fejlődik.

A szervezetben állandóan végbemenő biológiai jelenség a sejtoszlás, mikor az anyasejt a belőle keletkező leánysejteknek információt ad át. Trincser feltételezi, hogy a sejtvonalban (a leánysejtek egymás után következő generációiban), az információ átadásának folyamatában információveszteség lép fel, tehát

$$S_{\text{neg}\,n} < S_{\text{neg}\,m} \text{ ha } n < m.$$

Ezzel ellentétben a sejtek összeolvadásánál, (pl. a petesejt megtermékenyítésénél: kopuláció) információnyereség lép fel. Ez a gondolat párhuzamba állítható azzal a jelenséggel, amikor két elkülönített térben levő gáz összekeveredik, s ilyenkor az entrópia megnő, nagyobb mint a két alkotó gáz entrópiájának összege.

$$S_{\text{neg}}\,(\text{kopulációs}) = S_{\text{neg}\,m} + S_{\text{neg}\,n} + \Delta S_{\text{neg}} =$$

$$= \frac{A_{\min i}}{T} \ln\left[I_m I_n I_{\text{kop}}\right]$$

ahol I_{kop} az információnyereség, ΔS_{neg} a negentrópianyereség. A kopuláció után az oszló petesejt két utódjának negentrópiája:

$$S_{\text{neg}(mxn)} = \frac{1}{2}\,\frac{A_{\min i}}{T} \ln\left[I_m I_n I_{\text{kop}}\right].$$

Befejezésül vizsgáljuk meg, hogy összehasonlítható-e az élő szervezet valamilyen információfelhalmozó, tároló és átalakító mesterséges berendezéssel? Hogy erre a rendkívül divatos kérdésre válaszolhassunk, részletesebben meg kell vizsgálnunk a negentrópia kifejezését. A negentrópia kétfelé használódik el — részben az élő struktúra rendezettségének fenntartására, részben külső munkára:

$$\frac{\Delta(TS_{\text{neg}})}{\Delta t} = \frac{\Delta(A_{\min i} \ln I_{\text{struk}}\, I_m)}{\Delta t} = A_{\text{str}} + A_m \qquad (20)$$

ahol A_{str} a struktúra termostabilitására A_m pedig a munkavégzésre fordított hányad. A (20) egyenletből következik:

$$A_m = \frac{\Delta(A_{\min i} \ln I_m)}{\Delta t},$$

Az evolúció vagy alkalmazkodás során megfigyelhető, hogy A_{str} egyre kisebb, A_m pedig egyre nagyobb lesz. Az élő „masina" tehát egyre jobb.

Egy gépben is megtaláljuk ezt a két összetevőt, de ezek függetlenek egymástól. Amikor a gépet javítják, a gép nem dolgozik. Az élő szervezetben (20) szerint ez a két mennyiség összefügg. Az élő masina egyszerre végzi ezt a két tevékenységet: a struktúra fenntartását és a külső munkát egy szűk hőmérsékleti intervallumban. A struktúra reparálásának szünetelése: a halál. Egy „csinált" gép alkatrészeinek megfelelő kis darabját tekintve, az azt alkotó anyag homogén eloszlású. Az élő szervezet viszont vízbeágyazott mikroheterogén rendszer, ahol az információt a szilárd fázis tartalmazza, de a munka csak folyékony közegben lehetséges. A szilárd fázis információja pedig részben a struktúra fenntartására, részben munkavégzésre irányul. Mindebből következik: létrehozhatunk ugyan modellt, mely életfolyamatokat még részleteiben is helyesen tükrözi, de nem tudunk elképzelni olyan gépet, mely az életfolyamat programja mellett tartalmazza a termikus destrukció kijavítására szolgáló utasítást is.

Abonyi Iván—Elek Gábor
(Eötvös Loránd Tudományegyetem)

IRODALOM

1. *Tokin, B. P.* : Az elméleti biológia és Bauer Ervin munkássága. Bp. 1965. Akadémiai Kiadó.
2. *Prigogine, J.—Wiame, J. M.* : Biologie et thermodinamique des phenomènes irreversibles. Experientia 2, 451, 1946.
3. Денбиг: Термодинамика стационарные необратимых процессов. И. Л. 1954.
4. *Rubner, M.* : Stoffwechsel bei verschiedenen Temperaturen. Beziechung zur Grösse und Oberfläche. Handbuch norm. Pathol. Physiol. 1928.
5. *Romijn, C.* :—*Lockhorst, W.* : Foetal heat production in the fawl. J. Physiol. 150. No. 1. 239, 1960.
6. *Trincher, Karl, S.*: Biology and Information. Elements of Biological Thermodynamics. N.—Y. Consultants Bureau. 1965.
Тринчер, К. Ш: Биология и информация Москва, Наука 1964.
7. *Balatoni, F.—Rényi, A.* : Entrópia a fizikában és a valószínűségszámításban. MTA. Mat. Kut. Int. Közl. 1, 9, 1956.
8. *Schrödinger, E.* : What is life? Cambridge, Univ. Press. 1944.

A megfordítható és a megfordíthatatlan idő

Van egy kis versike, amelyet minden német gyermek ismer:

„Weisst du, wieviel Sternlein stehen
An dem blauen Himmelszelt?
Weisst du, wieviel Wolken gehen
Weithin über alle Welt?
Gott, der Herr, hat sie gezählet,
Dass ihm auch nicht eines fehlet
An der ganzen, grossen Zahl.

(W. Hey)

Ez a vers érdekes témát vet fel a filozófus és a tudománytörténész előtt, amennyiben két tudományt állít egymás mellé, mindkettőben az a hasonlóság, hogy a felettünk elterülő éggel foglalkozik, de csaknem minden tekintetben szélsőséges ellentéteket mutatnak egyébként. A csillagászat minden tudomány között a legrégibb, míg a meteorológia a legifjabbak közé tartozik, amelyek méltóak lettek a tudomány névre. Az ismertebb csillagászati jelenségeket sok évszázadra előre meg lehet mondani, azonban a holnapi időjárás pontos előrejelzése általában nem könnyű, sőt sok helyen nagyon bonyolult feladat.

A költeményhez visszatérve, az első kérdésre az a válasz, hogy bizonyos határok között igenis tudjuk, mennyi csillag van az égen. Először is, eltekintve a kettős és a változó csillagokkal kapcsolatos kisebb bizonytalanságoktól, a csillagok jól meghatározott objektumok, kiválóan alkalmasak arra, hogy megszámoljuk és katalogizáljuk őket. Amennyiben a csillagok emberi áttekintése — „Durchmusterung"-ja, ahogyan ezeket a katalógusokat hívjuk — bizonyos magnitúdónál kisebb csillagokat nem sorol fel, nincsen semmi elfogadhatatlan abban a gondolatban, hogy egy isteni „Durchmusterung" sokkal messzebb mehet.

Másrészt, ha megkérnénk egy meteorológust, hogy a felhőkről adjon egy hasonló katalógust, valószínűleg szemünkbe nevetne, vagy nyugodtan magyarázni kezdené, hogy a meteorológia egész fogalomkörében nincsen a felhő, mint kvázipermanens objektum definiálva; de ha volna is ilyen, akkor neki nincsen meg a lehetősége, hogy megszámolja őket és valójában ez a probléma nem is érdekli őt. A topológiai hajlamú meteorológus talán úgy definiálná a felhőt, hogy a tér olyan összefüggő tartománya, amelynek a víztartalma — szilárd vagy folyékony formában — meghalad egy bizonyos értéket. Ezt a definíciót azonban senki sem értékelné, és ez csak egy rendkívül időleges állapotot képviselne. Ami a meteorológust valóban érdekli, az ilyen statisztikai megállapítás, mint például „Boston, 1950 január 17., az égbolt 38%-ban borult; cirrocumulus."

Természetesen van a csillagászatnak egy ága, ami azzal foglalkozik, amit kozmikus meteorológiának is nevezhetnénk. Ez a galakszisok, ködök, csillaghalmazok és statisztikájuk vizsgálata, ahogyan ezt például Chandrasekhar csinálja. De ez a csillagászatnak nagyon fiatal ága, fiatalabb mint maga a meteorológia, és az egész a klasszikus csillagászat hagyományos keretein kívül esik. Ez a hagyomány, eltekintve a tiszta osztályozás, katalogizálás szempontjaitól, eleinte inkább a Naprendszer, mint a csillagok világa felé fordult. Éppen a Naprendszer csillagászata az, ami leginkább összefonódott Kopernikusz, Kepler, Galilei és Newton nevével, és éppen ez volt a modern fizika dajkája.

Ez valójában egy ideálisan egyszerű tudomány. Már az adekvát dinamikai elmélet kialakulása előtt is felismerték, hogy a fogyatkozások reguláris, előrejelezhető ciklust követnek, amely ciklus időben előre és hátrafelé is kiterjed. Felismerték, hogy magát az időt is jobban lehetne mérni az égitestek mozgásával, mint bármi más módon. A Naprendszer minden eseményét ábrázolni lehetett egy keréknek vagy kerekek rendszerének a forgásával, akár az epicikloisok Ptolemaiosz-féle elméletében, akár a pályák Kopernikusztól származó elméletében; s bármelyik ilyen elméletben a jövő adott módon ismétli a múltat. A szférák zenéje: palindroma, és a csillagászat könyve is ugyanazt mondja előről olvasva, mint hátulról visszafelé. A kezdeti helyezetek és irányok kivételével nincs semmi különbség egy előre vagy visszafelé forgatott planetárium mozgásában. Végül, amikor Newton mindezt a posztulátumok formális és zárt mechanikára vezette vissza, ennek a mechanikának az alaptörvénye változatlan maradt a t időváltozó $(-t)$-re való transzformációjával szemben.

Így, ha a bolygók mozgását filmre vennénk olymódon felgyorsítva, hogy tevékenységükről felfogható képet alkothassunk magunknak, s ezt a filmet visszafelé pörgetnénk, ez a newtoni mechanikával összeférő lehetséges bolygómozgás képe maradna. Ellenben ha egy zivatarfrontban vennénk filmre a felhők turbulenciájának alakulását, és ezt vetíthetnénk le megfordítva, az eredmény teljesen hamis lenne. Lefelé irányuló légáramlatokat látnánk ott, ahol felfelé irányulókat várnánk, a turbulencia szövedéke egyre durvább lenne, a villámlás megelőzné, ahelyett, hogy követné azokat a felhőváltozásokat, amelyek általában megelőzik, és így tovább vég nélkül sorolhatnánk a különbségeket.

Mi a különbség a csillagászati és a meteorológiai állapot között, amely mindezeket az eltéréseket létrehozza, különösképpen azt, hogy a csillagászati idő megfordíthatónak, a meteorológiai idő megfordíthatatlannak látszik? Először is a meteorológiai rendszer igen nagy számú, közelítőleg egyenlő részecskéből áll, amelyek között jónéhány igen szorosan kapcsolódik egymáshoz, míg a Naprendszer csillagászati felépítése viszonylag kis számú részecskét tartalmaz, amelyek kiterjedése nagyon változó és egymáshoz való csatoltságuk eléggé laza ahhoz, hogy a másodrendű csatolási effektusok már ne változtassák a megfigyelt képet, a magasabb rendű csatolási effektusokat pedig teljesen el lehet hanyagolni. A bolygó-

mozgás sokkal kedvezőbb körülmények között zajlik le az erők bizonyos határolt rendszerének elszigeteltsége szempontjából, mint bármely laboratóriumban lefolyó fizikai kísérlet. A köztük levő távolságokhoz képest a bolygók, de még a Nap is közelítőleg pontnak tekinthetők. Azokhoz a rugalmas és plasztikus deformációkhoz képest, amelyeket elszenvednek, a bolygók nagyon jó közelítésben merev testekként tárgyalhatók, s amennyiben ez nem teljesül, a bennük fellépő belső erők mindenesetre viszonylag jelentéktelen szerepet játszanak, ha a középpontjaik mozgását vizsgáljuk. A tér, amelyben mozognak, csaknem teljesen mentes minden ellenálló közegtől, kölcsönös vonzásukban tömegüket igen jó közelítésben állandónak és középpontjukban egyesítettnek tekinthetjük. A gravitáció törvényének eltérése a távolság négyzetével fordítottan arányos erőtörvénytől rendkívül kicsi. A Naprendszer tagjainak pozícióját és sebességét nagyon jól ismerjük bármely pillanatban; későbbi helyzetük és sebességük kiszámítása — ha részleteiben nem is könnyű — elvben egyszerű és pontosan keresztülvihető. A meteorológiában viszont a tekintetbe vett részecskék száma oly hatalmas, hogy kezdeti helyük és sebességük feljegyzése teljességgel lehetetlen; és ha ezt mégis ténylegesen keresztülvihetnénk, s a későbbi hely-, és sebességadatokat kiszámítanánk, nem kapnánk mást, mint egy kezelhetetlen számjegyhalmazt, amelyet igencsak gyökeresen át kellene értékelni, mielőtt a legcsekélyebb szolgálatunkra lenne. A „felhő", a „hőmérséklet" a „turbulencia" stb. mind olyan kifejezések, amelyek nem egyetlen fizikai szituációra, hanem a lehetséges szituációk egy sokaságára vonatkoznak, amelyekből csak egyetlen egy valósul meg. Amennyiben a Föld minden meteorológiai állomásán szimultán végeznék a megfigyeléseket, ez nem adná meg még egymilliárdod részét sem annak a szükséges adathalmaznak, amely szükséges volna ahhoz, hogy a légkör pillanatnyi állapotát newtoni szempontból jellemezzük. Ez csak olyan állandókat szolgáltatna, amelyek végtelen sok különböző atmoszférával összeegyeztethetőek, és többnyire csak bizonyos a *priori* feltevésekkel együtt képesek arra, hogy valószínűségi eloszlás módjára mértéket rendeljenek a lehetséges atmoszférák halmazára. A Newton-törvényeknek, vagy kauzális törvények bármely más rendszerének a felhasználásával is csak a rendszer állandóinak valószínűségi eloszlását adhatjuk meg a jövőre nézve, és még ez a fajta előrejelezhetőség is szertefoszlik az idő növekedésével.

Így még egy newtoni rendszerben is, ahol az idő tökéletesen megfordítható, a valószínűség és az előrejelzés kérdései a múlt és jövő tekintetében aszimmetrikus válaszokhoz vezetnek, mert maguk a kérdések, amelyekre a választ kapjuk, aszimmetrikusak. Ha egy fizikai kísérletet állítok össze, a vizsgált rendszert a múltból a jelenbe olymódon hozom, hogy bizonyos mennyiségeket rögzítek, és bizonyos joggal feltételezhetem, hogy néhány más mennyiség ismert statisztikai eloszlást követ. Ezután bizonyos idő elteltével megfigyelem az eredmény statisztikus eloszlását. Ez nem olyan folyamat, amit megfordíthatnék. Hogy ezt megtehessem, ki kellene választani a rendszerek egy olyan eloszlását, amely bizonyos statisztikai határok között változna, minden részünkről történő közbelépés nélkül, és így megállapíthatnánk, milyenek voltak a korábbi feltételek egy adott idővel ezelőtt. Ismeretlen helyzetből induló és szorosan definiált statisztikai határok közé érkező rendszerek előfordulása azonban olyan ritka, hogy csodának nézhetnénk, s nem alapozhatjuk kísérletező technikánkat csodák várására és számlálására. Röviden: időben irányítva vagyunk, jövőhöz való viszonyunk különbözik a múlthoz való viszonyunktól. Minden kérdésünk feltételezi ezt az aszimmetriát és minden ilyen kérdésre adott válaszunkat hasonlóképpen befolyásolja ez az aszimmetria.

Igen érdekes csillagászati kérdés vetődik fel az idő iránya tekintetében az asztrofizika idejével kapcsolatban. Az asztrofizikában távoli égitesteket figyelünk meg egyetlen megfigyelési aktusban, és itt a kísérlet természetében nem világlik ki egyetlen irány kitüntetettsége sem. Miért juttat akkor az asztrofizikában olyan jó helyzetbe bennünket a termodinamika, amely földi kísérletekre alapul? A válasz érdekes és nem is annyira nyilvánvaló. A csillagokra vonatkozó megfigyeléseinket a vizsgált objektumból kibocsátott fénysugárzás, vagy részecskenyaláb felfogásával végezzük. Felfoghatunk befutó fényt, kifutót azonban nem, vagy legalább is a kifutó fény felfogása nem végezhető el olyan egyszerű és közvetlen kísérlettel, mint a befutó fényé. A befutó fényjel felfogásában végül a szemünk, vagy fényképezőlemez kap szerepet. Ezeket a képek felfogására úgy tesszük alkalmassá, hogy a múltban egy időre elszigeteljük: a sötétre kondícionáljuk szemünket, hogy az utóképeket elkerüljük; a fényképezőlemezeket sötét papírba csomagoljuk, hogy a fényudvarképződést elkerüljük. Világos, hogy csak ilyen szem, csak ilyen lemez használható egyáltalán: ha előképeket kellene észlelnünk, éppenséggel vakok is lehetnénk, s ha a lemezeket használat után kellene becsomagolni, és használat előtt kellene előhívni, a fényképezés valóban igen bonyolult eljárás lenne. Minthogy ez a helyzet, láthatjuk azokat a csillagokat, amelyek felénk és az egész világ felé sugároznak; ha ellenben van olyan csillag, amelynek fejlődése az ellenkező irányban halad, az a sugárzást az egész mindenségből vonzza. Ezt a vonzást azonban nem tudjuk észlelni semmiféleképpen, mert ismerjük múltunkat, míg a jövőt nem. Így tehát az univerzumnak az a része, amelyet látunk, szükségképpen a mienkkel megegyező múlt—jövő viszonyokkal kell rendelkezzék, már ami a sugárzás emisszióját illeti. Maga az a tény, hogy a csillagokat látjuk, azt jelenti, hogy a csillagok termodinamikája a mienkével megegyezik.

Valóban igen érdekes intellektuális kísérlet elgondolni egy olyan intelligens lényt, akinek az

ideje a mienkével ellenkező irányban telik. Egy ilyen lény számára lehetetlen volna minden hírközlés. Bármilyen általa kibocsátott jel úgy érne hozzánk, hogy logikai következmények áramlata az az ő szempontját tükrözné, az előzmények a mienkét. Ezek az előzmények a mi tapasztalatunkban az őáltala kibocsátott jelek természetes magyarázatai lennének, anélkül, hogy feltennénk: ezeket egy értelmes lény küldte. Ha egy négyzetet rajzolva, a kép maradványait tekintenénk a rajz kezdetének, s ez a kép a maradványok sajátságos — mindig teljesen megmagyarázható — kikristályosodása lenne. Jelentése éppoly esetleges, mint azoké az arcoké, amelyeket a hegyek és sziklák alakzataiba beleolvasunk. A négyzet rajzolása katasztrófaként jelenne meg számunkra: hirtelenül, de a természettörvényekkel magyarázható módon, a négyzet megszűnne létezni. Ellenlábasunknak pontosan ugyanilyen gondolatai lennének ránk vonatkozóan. Ezért leszögezhetjük: *Minden olyan világban, amellyel hírközlési kapcsolatot tarthatunk fenn, az idő iránya ugyanaz.*

Térjünk vissza a newtoni csillagászat és a meteorológia közti ellentétre. A legtöbb tudomány e kettő közé eső helyet foglal el, többnyire inkább a meteorológiához, mint a csillagászathoz állnak közelebb. Mint láttuk, még a csillagászat is tartalmaz egy kozmikus meteorológiát. Szintúgy tartalmazza az árapály-jelenséget, amelyet Sir George Darwin tanulmányozott. Mondottuk, hogy a Nap és a bolygók relatív mozgását merev testek mozgásaként tárgyalhatjuk, ez azonban nem egészen helytálló. A Földet, csaknem teljesen, óceánok borítják. Azt a vízmennyiséget, amely közelebb van a Holdhoz, mint a Föld középpontja, erősebben vonzza a Hold, mint a Föld szilárd részét, és a másik oldalon elhelyezkedő vizet még kevésbé. Ez a viszonylag kis effektus a vizet két dombban gyűjti össze, egyik a Hold alatt van, a másik a Holddal átellenes oldalon. Egy teljesen folyékony gömbben ezek a dombok különösebb energiaveszteség nélkül tudnák követni a Hold mozgását és ennek következtében csaknem pontosan a Hold alatt, illetve az átellenes oldalon maradnának mindig. Következtetésképpen olyan húzóerőt gyakorolnának a Holdra, amely nem nagymértékben befolyásolná a Hold szög-helyzetét az égbolton. Az árapály-hullámok azonban, amelyeket ezek létrehoznak a Földön, a partokon és sekély tengerekbe jutva (Bering-tenger, Ír-tenger) késést szenvednek. Ennélfogva lemaradnak a Hold helyzetéhez képest. Az ezt létrehozó erők általában turbulensek és disszipatívok, jellegük igen hasonlít a meteorológiában talált erőkéhez és ezek is statisztikai tárgyalást igényelnek. Az óceánográfia valóban a hidroszféra meteorológiájának nevezhető.

Ezek a súrlódási erők visszatartják a Holdat földkörüli mozgásában és gyorsítják a Föld forgását. Arra törekszenek, hogy a hónap és a nap hossza mindjobban megközelítse egymást. Hiszen a Hold „napja" a hónap, és a Hold mindig majdnem ugyanazzal a felével fordul a Föld felé. Felvetették már azt a lehetőséget, hogy ez egy régi árapály-fejlődés eredménye, amikor a Holdnak még volt valamilyen folyékony, gázszerű vagy plasztikus anyaga, amely a Föld vonzásának ilymódon alávetve nagy energiamennyiséget disszipálhatott volna. Az árapály-fejlődés ilyen alakulása nem korlátozódik a Földre és a Holdra, hanem bizonyos fokig az egész gravitáló rendszerben megfigyelhető. Az elmúlt korokban komolyan módosította a Naprendszer arculatát, bár természetesen történelmi időszakok alatt ez a módosulás kicsi a Naprendszer bolygóinak „merevtestszerű" mozgásához képest.

Tehát még a gravitációs csillagászatban is fellépnek súrlódási folyamatok, amelyek lecsengenek. Egyetlen olyan tudomány sincsen, amely pontosan megfelelne a szigorú newtoni mintának. A biológiai tudományoknak is bizonyára megvan a részük az egyirányú folyamatokból. A születés nem pontos megfordítottja a halálnak; az anabolizmus — a szövetek felépülése — sem pontos megfordítottja a katabolizmusnak — a szövetek lebomlásának. A sejtek osztódása nem követ időben szimmetrikus mintát, a csírasejtek megtermékenyített petét létrehozó egyesülése sem. Az egyén az időben egyféleképpen irányított nyíl, és a faj fejlődése is hasonlóképpen a múltból a jövőbe mutat.

A paleontológiai leletek határozott, hosszú időn át érvényesülő tendenciára mutatnak, amely bármily bonyolult vagy meg-megszakadó legyen is, az egyszerűből az összetett felé vezet. Ez a tendencia múlt század közepe táján minden tisztességesen nyíltelméjű tudós számára láthatóvá vált. Nem véletlen hát, hogy mechanizmusának felfedezését ugyanazzal a nagy lépéssel két, körülbelül egyidőben élő tudós, Charles Darwin és Alfred Wallace vitte előre. Ez a lépés annak a felismerése volt, hogy a faj egyedeinek esetleges variációi egyirányú (vagy csak kevés irányban szerteágazó) fejlődést eredményeznek a különböző variációk eltérő életképessége folytán. Az a kutya, amely a mutációk folytán láb nélkül születik, minden bizonnyal éhenpusztul, míg annak a hosszú vékony gyíknak, amely kifejlesztette a képességét, hogy bordáin csússzon, nagyobb esélye van az életbenmaradásra, ha simák a vonalai és megszabadult a kiálló végtagoktól. Egy vízi lény, legyen az, hal hüllő vagy emlős, jobban fog úszni orsóalakkal, erőteljes testizomzattal, s olyan hátsó nyúlvánnyal, amely a vizet csapkodja; s ha tápláléka gyors áldozat üldözésétől függ, életbenmaradása függhet attól, hogy ezt a formát felveszi.

A darwini evolúció így egy olyan mechanizmus, amelyben egy többé-kevésbé esetleges mutáció meglehetősen meghatározott formává ötvöződik. Darwin elve ma is helytálló, jóllehet ma sokkal jobban ismerjük azt a mechanizmust, amelytől függ. Mendel munkája nyomán sokkal pontosabb és szabatosabb képünk van az öröklődésről, mint amit Darwin alkothatott magának, míg a mutáció fogalma, de Vries ideje óta teljesen megvál-

toztatta a fejlődés statisztikai alapjáról alkotott koncepciónkat. Tanulmányoztuk a kromoszóma anatómiáját és lokalizáltuk benne a gént. A modern genetikusok listája hosszú és nagy nevekkel teli. Közülük többen, így Haldane, a mendelizmus statisztikai vizsgálatát az evolúció kutatásának hathatós eszközévé tették.

Beszéltünk már az árapály-fejlődés Sir George Darwintól, Charles Darwin fiától származó elméletéről. Sem a fiú gondolatainak az apa gondolatával való kapcsolata, sem az evolúció, a „fejlődés" név választása nem véletlen. Az árapály-fejlődésben csakúgy, mint a fajok kialakulásában, olyan mechanizmussal állunk szemben, amellyel egy esetleges variálhatóság, a hullámok rendezetlen mozgása az áradó-apadó tengerben, dinamikai folyamat során egyirányban kialakuló fejlődéssé alakul. Az árapály-fejlődés elmélete egész határozottan az idősebb Darwin gondolatának csillagászati alkalmazása.

A Darwin-dinasztia harmadik tagja, Sir Charles egyike a modern kvantumelmélet szaktekintélyeinek. Ez a tény véletlen is lehet, azonban mindamellett a Newton-féle gondolatok statisztikai ideákkal való további elözönlését képviseli. A nevek következő egymásutánja: Maxwell—Boltzmann—Gibbs, a termodinamika statisztikus mechanikára való fokozódó visszavezetését jelképezi; vagyis a hővel és a hőmérséklettel kapcsolatos jelenségek visszavezetését olyan jelenségekre, amelyekben a newtoni mechanikát nem egyetlen dinamikai rendszerre, hanem dinamikai rendszerek statisztikus sokaságára alkalmazzuk, és amelyben következtetéseink nem érintik az összes ilyen rendszert, hanem csak azok túlnyomó többségét. Az 1900 körüli években nyilvánvalóvá vált, hogy valami komoly baj van a termodinamikával, különösen, amikor a sugárzás kérdéseire vonatkoztatták. Az éter a nagyfrekvenciás sugárzások esetében sokkal kisebb elnyelőképességet tanúsított — Planck törvényének tanúsága szerint —, mint a sugárzáselmélet bármilyen mechanizálása megengedte. Planck kidolgozta a sugárzás kvázi-atomisztikus elméletét, — a kvantumelméletet, — amely elég kielégítően számot adott ezekről a jelenségekről, azonban ellentétbe került az egész maradék fizikával. Ezt követte Niels Bohr az atom hasonlóan *ad hoc* elméletének felállításával. Így Newton, másfelől Planck és Bohr felállították egy hegeli antinomia tézisét és antitézisét. A szintézis a Heisenberg által 1925-ben felállított statisztikus elmélet, amelyben Gibbs-féle statisztikus newtoni dinamikát a mikroméretű jelenségek körében vele nagyon hasonló statisztikus elmélettel cserélte fel. Ebben a jelenre és múltra vonatkozó adatok teljes gyűjteménye csupán a jövő statisztikai leírását engedi meg, a determinisztikus leírást nem. Ezért nem túlzás azt mondani, hogy nemcsak a newtoni csillagászat, hanem még a newtoni fizika is egy statisztikus szituáció átlagos eredményeinek képévé, tehát egy evolúciós folyamat leírásává változott.

A newtoni, a megfordítható időről, a Gibbs-féle megfordíthatatlan időre történő áttérésnek megvoltak a maga filozófiai visszhangjai. Bergson hangsúlyozta a különbséget a fizikai megfordítható idő — amelyben semmi új nem történik — és az evolúció megfordíthatatlan ideje — amelyben mindig van valami új — között. Az a felismerés, hogy a newtoni fizika nem megfelelő keret a biológia számára, talán a vitalizmus és a mechanizmus régi vitájának középpontja volt, bár ezt bonyolították olyan törekvések, hogy a lélek és az isten valamilyen formáját, vagy legalább is árnyékát megőrizzék a materializmus térhódításaival szemben. Végül is, a vitalisták — mint láttuk — túl sokat bizonyítottak. Ahelyett, hogy az élet és a fizika igényei közé falat építettek volna, olyan nagy terület köré építették falat, hogy mind az anyagot, mind az életet körülzárták vele. Igaz, hogy az újabb fizika anyaga már nem a newtoni fizika anyaga, azonban ugyanolyan távol áll a vitalisták antropomorfizáló vágyaitól, mint az. A kvantumteoretikusok esélye nem az augustiniánus etikai szabadsága, és Tyche ugyanolyan kérlelhetetlen úrnő, mint Ananke.

Minden kor gondolatai tükröződnek a technikájában. Az ókori napok mérnökei földmérők, csillagászok, navigátorok voltak, a XVII. század és a XVIII. század elejének mérnökei órákat készítettek és lencséket csiszoltak. Miként a régi időkben, a kézművesek szerszámaikat az égi képmások után készítették. Az óra nem más, mint egy zsebben hordozható planetárium, szükségszerűség irányítja működését, akárcsak az égitestek mozgását. Ha a súrlódás és az energiadisszipáció szerepet játszik benne, akkor le kell győzni ezeket a hatásokat, úgy, hogy a mutatók mozgása végeredményben a lehető legperiodikusabb és legszabályosabb legyen. Ennek a Huyghens és Newton modelljére alapuló mérnöki munkának a legfőbb technikai eredménye a hajózás korszaka volt, amelyben először vált lehetővé a hosszúságok kiszámítása tiszteletreméltó pontossággal és a nagy óceánok kereskedelmének kaland és véletlen mozzanataiból szabályos és érthető üzletté alakítása. Ez a merkantilisták mérnöki tudománya.

A kereskedőt a manufaktúra-tulajdonos követte, a chronométert felváltotta a gőzgép. Newcomen gépétől csaknem napjainkig a mérnöki tevékenység középpontjában a hőerőgépek tanulmányozása állt. A hőt sikerült a forgás és az elmozdulás hasznosítható energiájává átalakítani, Newton fizikáját kiegészítették Rumford, Carnot és Joule fizikájával. Megjelenik a termodinamika, az a tudomány, amelyben az idő kiugró módon megfordíthatatlan. A termodinamika korai fejlődési szakaszaiban úgy látszott, hogy csaknem kontaktus nélkül marad a newtoni mechanikával. Az energiamegmaradás tételének felismerése és a termodinamika második főtételének (amely miatt a gőzgép elérhető maximális hatásfoka a kazán és a sűrítő hőmérsékletétől függ) statisztikus magyarázata után a termodinamika és a newtoni dinamika végül ugyanannak a tudománynak statisztikus és nemstatisztikus aspektusaivá váltak.

Ha a XVII. és a korai XVIII. század az órák korszaka, a XVIII. század vége és a XIX. század a gőzgépeké, a jelen korszak a hírközlésé és a szabályozástechnikáé. A villamosmérnöki tudományokban történt egy kettéhasadás, amelyek a német nyelvben erős-, és gyengeáramú elektrotechnikának neveznek, az angolnyelvű irodalomban teljesítménytechnika és híradástechnika szavakkal különböztetnek meg. Ez a hasadék választja el az elmúlt korszakot attól, amelyben élünk. Valójában a híradástechnika bármekkora áramokkal tud bánni, foglalkozni tud gépek mozgatásával is, amelyek elég hatalmasak ahhoz, hogy masszív ágyútornyokat lengésbe hozzanak. A híradástechnikát a teljesítménytechnikától az különbözteti meg, hogy fő érdeklődése nem az energia gazdaságosságára, hanem a jelek pontos reprodukálására irányul. Ez a jel lehet egy kulcskoppantás, amelyet egy távíró vevőállomás koppanásaként kell reprodukálni a másik oldalon, vagy lehet hang, amit a telefon segítségével viszünk át és vesszük fel, de lehet egy hajókormány elfordulása is, amit a tengely szögelfordulásaként továbbítunk. Így a híradástechnika Gauss-szal, Wheatstonnal és az első távírókkal kezdődik. Első elfogadható tudományos tárgyalását Lord Kelvin kezeiben kapta, miután az első tengerentúli kábelvonal balsikerre vezetett a múlt század első felében. A nyolcvanas évektől kezdve talán éppen Heaviside tett a legtöbbet annak érdekében, hogy a tudományt új, modern alakba öntse. A radar felfedezése és használata a II. világháborúban a légelhárítás ellenőrzésének követelményeivel együtt nagyszámban vonzott jól képzett matematikusokat és fizikusokat erre a területre. Az automata számítógépek csodái az ideák ugyanehhez a területéhez tartoznak, velük soha nem foglalkoztak annyira aktívan, mint napjainkban.

A technika minden szintjén Daedalustól vagy Alexandria Hősétől kezdve izgatta a népeket a szakembereknek az a képessége, hogy egy élő szervezet működő hasonmását létrehozzák. Az a vágy, hogy létrehozzanak és tanulmányozzanak egy automatát, mindig kifejeződött a kor élő technikájában. A mágusok korában ott van a Golem bizarr és végzetes fogalma, az agyagfiguráé, amelybe a Prágai Rabbi életet lehelt Isten Kimondhatatlan Nevének kimondásával. Newton idejében az automata óraműves muzsikáló doboz, meredten piruettező kis figurával a tetején. A XIX. században az automata a dicsőített hőerőgép, amely valamilyen éghető üzemanyagot éget az emberi izom glykogénfogyasztása helyett. Végül napjaink automatái ajtókat nyitnak fotocellákkal, vagy ágyúkat irányítanak arra a helyre, ahol a radarsugárzás egy repülőgépet észlel, vagy kiszámítják egy differenciálegyenlet megoldását.

A görögök és a mágusok automatái egyaránt nem mutatnak a modern gép fejlődésének főbb irányaiba, s nem is nagyon befolyásolták a komoly filozófiai gondolkodást. Az óraműves automatákkal már egészen más a helyzet. Ez a gondolat igen eredeti és fontos szerepet játszott a modern filozófia korai történetében, bár eléggé hajlamosak vagyunk ennek ignorálására.

Kezdjük azzal, hogy Descartes az alacsonyabbrendű állatokat automatáknak tekinti. Ezt azért teszi, hogy elkerülje az ortodox keresztény álláspont vitábavonását, amely szerint az állatoknak nincsen, megváltani vagy elítélni való lelkük. Csak éppen azt, hogy ezek az élő automaták hogyan működnek, — amennyire tudom, Descartes sohasem tárgyalja. Azt az ezzel kapcsolatos kérdést azonban, hogy hogyan kapcsolódik az emberi lélek mind az érzékelésben mind az akaratban az anyagi környezettel, Descartes igenis tárgyalja. Ezt a csatolást az agy egy középső részében helyezi el, amelyet tobozmirigynek nevez. A csatolás természetére vonatkozóan — vajon az anyagnak az elmére, illetve az elménck az anyagra közvetlenül gyakorolt hatását képviseli-e — nem nagyon világos. Valószínűleg mindkét irányban közvetlen hatásnak tekinti, de az emberi tapasztalat érvényességét a külső világra gyakorolt hatásában az Isten jóságának és becsületességének tulajdonítja.

Ebben az összefüggésben az Istennek tulajdonított szerep nem stabilis. Vagy teljesen passzív az Isten, és ebben az esetben nehéz meglátni, hogy Descartes magyarázata hogyan magyaráz meg valamit is. Vagy aktív résztvevő, amely esetben nehéz látni azt, hogy az ő becsületessége által adott garancia hogyan lehet más, mint aktív részvétel az érzékelés folyamatában. Így az anyagi jelenségek kauzális láncolatával párhuzamosan kialakul egy kauzális lánc, amely az Isten cselekedetével kezdődik, ami által létrehozza bennünk azokat a tapasztalatokat, amelyek az adott anyagi szituációnak megfelelnek. Ha egyszer ezt feltesszük, akkor egészen természetes, hogy az akaratunk és azok a hatások között, amelyeket a külvilágban létrehozni látszik, a megfeleltetést hasonló isteni intervenciónak tulajdonítsuk. Ez az az ösvény amit az okkazionalisták, Guelincx és Malebranche követtek. Spinozánál, aki sok vonalon folytatója ennek az iskolának, az okkazionalizmus azt a sokkal ésszerűbb formát ölti, hogy a megfeleltetés az elme és az anyag között ugyanaz, mint Isten két egymásba foglalt tulajdonsága között, de minthogy Spinozát nem érdekli a dinamika, ennek a mechanizmusnak nem, vagy csak kevés figyelmet szentel.

Ez az a helyzet, ahonnan Leibnitz elindul. Leibnitz éppannyira érdeklődik a dinamika iránt, mint Spinoza a geometria iránt. Először az elmét és az anyagot, ezt az elempárt az elemek sokaságával helyettesíti, bevezetve a monádokat. Ezeket ugyan a lélek mintájára alkotta meg, de olyan eseteket is magukba foglalnak, amelyek a teljes lelkek öntudatának fokát nem érik el, és amelyek a világnak azt a részét alkotják, amit Descartes az anyagnak tulajdonított volna. Mindegyik a maga zárt univerzumában él, tökéletes kauzális láncban a teremtés óta, vagyis időben mínusz végtelentől a távoli jövőig, de Isten által előre megállapított harmónia szerint. Leibnitz

az órákhoz hasonlítja őket, amelyeket úgy húztak fel, hogy együtt mérjék az időt a teremtéstől az örökkévalóságig. Az emberkéz által készített órákkal szemben ezek az órák nem esnek ki a ritmusból, de ez csak a teremtő csodálatosan tökéletes hozzáértésének tulajdonítható.

Így Leibnitz egy automata-világot lát, amelyet — egy Huyghens-tanítványtól várható módon — óraszerkezetek mintájára szerkeszt meg. Bár a monádok egymást tükrözik, ez a tükrözés nem jelenti azt, hogy egyikről a másikra oksági láncolat megy át. Valójában ugyanolyanok, vagy éppen még inkább önmagukba zártak, mint a zenélő doboz tetején paszívan táncoló figurák. Nincs reális befolyásuk a külső világra, az sem tudja hatásosan befolyásolni őket. Amint mondja, nincsen ablakuk. Az általunk látott világ látszólagos organizációja valami a koholmány és a csoda között. A monád a newtoni naprendszer kicsiben.

A XIX. században az ember által szerkesztett és a másfajta természetes automatákat, a materialista növényeit és állatait egészen más szempontból tanulmányozzák. A korszak uralkodó elvei az energiamegmaradás és az energia degradációja. Az élő szervezet mindenekelőtt egy hőerőgép, amely glukózt, glykogént vagy keményítőt, zsírokat és fehérjéket éget széndioxiddá, vízzé és ureává. A metabolikus egyensúly van a figyelem központjában, s ha az állati izom alacsony működési hőmérséklete magára vonja a figyelmet a hasonló hatásfokú hőerőgépek magas üzemi hőmérsékletével szemben, akkor ezt a tényt a sarokba dobják, simán magyarázva a különbséget az élő szervezet kémiai és a hőerőgép termikus energiájának szembeállításával. Minden alapfogalom az energiával kapcsolatos, s ezek közül legfontosabb a potenciál. A test műszaki tudománya a teljesítménytechnika egy ága. Még ma is ez az uralkodó szempont a klasszikusabb beállítottságú, konzervatív fiziológusok körében, és olyan biofizikusok, mint Rashevsky és iskolája, tanúsítják folytatódó szerepüket.

Ma közeledünk ahhoz a felismeréshez, hogy a test messze nem konzervatív rendszer, hogy összetevő részei olyan környezetben működnek, ahol a rendelkezésre álló teljesítmény kevésbé korlátozott, mint eddig gondoltuk. Az elektroncső megmutatta, hogy egy rendszer külső energiaforrással, amely csaknem teljesen kimerült, még mindig igen hatásos eszköz lehet kívánt műveletek elvégzésére, kiváltképp akkor, ha alacsony energián üzemeltetjük. Kezdjük látni, hogy olyan fontos elemek, mint a neuronok, (a test ideghálózatának atomjai,) munkájukat a vákuumcsövekéhez nagyon hasonló körülmények között végzik, a viszonylag kis teljesítményszükségletüket a cirkuláció kívülről pótolja, s hogy a könyvelés, amely leglényegesebb funkciójuk, nem az energiára vonatkozik. Röviden: akár fémből, akár húsból felépült automaták újabb vizsgálata, a híradástechnika egy ága, és sarkalatos fontosságú fogalmai az üzenet, (a telefontechnikából átvett kifejezéssel információmennyiség), kódolás, zörej (zavarmennyiség) stb.

Egy ilyen elméletben az automatákat úgy tárgyaljuk, mint amely a külső világgal effektív csatolásban van, nem csupán energiakicserélődésükkel, metabolizmusukkal, hanem az impressziók, s bejövő üzenetek áramával és a kifutó üzenetek hatásai révén is. Azok a szervek, amelyek a benyomások befogadására szolgálnak, egyenértékűek az emberi és állati érzékszervekkel. Ezek magukban foglalják a fotocellát és más fényfelfogó berendezéseket, radarrendszereket, amelyek saját rövid Hertz-féle hullámaikat fogják fel, hidrogén-ion-potenciálmérőket, amelyek az ízlelés céljaira szolgálhatnak, termométereket, különböző fajta nyomásmérőket, mikrofonokat, stb. Az effektorok lehetnek elektromotorok, szolenoidok vagy fűtőtekercsek, vagy még más igen változatos berendezések. A receptor és az érzékszerv között a közvetítőelemek sokasága áll, amelyeknek az a funkciójuk, hogy a beérkező impressziókat olyan formába alakítsák át, amelyek az effektorok kívánt típusú reakcióját kiválthatják. Az információ, amit ebbe a központi ellenőrző rendszerbe táplálunk, igen gyakran tartalmaz maguknak az effektoroknak a működésére vonatkozó információkat is. Ezek többek között az emberi rendszer kinesztétikus szerveinek és proprioceptorainak felelnek meg, mert nekünk is vannak olyan szerveink, amelyek az érintkezés vagy egy izom kontrakciójának észlelésére szolgálnak. Továbbá az automata által felvett információt nem okvetlenül kell azonnal felhasználni, sokszor késleltetni, vagy éppen raktározni kell, hogy egy későbbi időpontban rendelkezésre álljon. Ez a memória analogonja. Végül, amíg az automata jár, feltételezhető, hogy a működési szabályai is megváltoznak azoknak az adatoknak az alapján, amelyek receptorain a múltban áthaladtak, s ez nem kevéssé hasonlít a tanulás folyamatához.

Azok a gépek, amelyekről most beszélünk, nem egy feltűnéshajhász álmai, s nem is a jövő reménységei. Ilyenek már léteznek termosztát, automata girokompasszos hajókormányozó rendszer, önirányítású rakéták (különösképpen azok a fajták, amelyek maguk keresik meg célpontjukat), légvédelmi irányítórendszerek, automatikusan vezérelt olajlepárlók, ultragyors számítógépek és hasonlók formájában. Ezeket a háború előtt kezdték használni — valójában a nagyon öreg gőzgépregulátor is hozzájuk tartozik —, de a második világháború nagy mechanizációja tette őket a nekik megfelelő helyre, és az atom rendkívül veszélyes energiájának kezelése iránti szükséglet bizonyára még magasabb fejlettségi fokra emeli őket Alig telik el egy hónap, és máris egy új könyv jelenik meg ezekről az úgynevezett szabályozó, vagy szervomechanizmusokról. A jelen korszak igazán a szervomechanizmusok kora, miként a XIX. század a gőzgép, vagy a XVIII. század az óraművek kora volt.

Összefoglalva: a jelenkor sok automatája a

külvilághoz kapcsolódik a benyomások befogadása és a hatások kiváltása útján. Tartalmaznak érzékszerveket, effektorokat és az idegrendszer analogonja is meg van bennük, amely az egyikből nyert információt integrálja és eljuttatja a másikba. Igen alkalmasan leírhatók fiziológiai kifejezésekkel. Alig csodálatos ezek után, hogy a fiziológiai mechanizmusokkal egy elmélet alá foglalhatók össze.

Ezeknek a mechanizmusoknak az időhöz való viszonya gondos vizsgálatot igényel. Természetesen világos, hogy a bevitel—kivétel viszonya időben egymásutáni és ez határozott múlt—jövő sorrendet von maga után. Ami talán nem olyan világos, az az, hogy az érzékelő automata elmélete statisztikus elmélet. Talán sohasem érdekelt minket egy hírközlő berendezés működése egyszeri bevitel esetére. A megfelelő működés érdekében kielégítően kell viselkednie a bevitelek egész osztályával szemben, és ez statisztikailag kielégítő viselkedést jelent azon bevitelosztállyal szemben, amelyet statisztikailag feltehetően kapni fog. A modern automaták működése tehát inkább a Gibbs-féle statisztikus mechanikához, mint a klasszikus Newtoni mechanikához tartozik.

Norbert Wiener

(Részlet „Cybernetics" c. könyvéből)
Fordította: Abonyi Iván

A gravitációs térelmélet fejlődésének fő szakaszai

Nehéz feladat lenne a gravitációs térelmélet jelenlegi állásáról kimerítő tájékoztatást adni, de feltehetően hasznosnak bizonyul egy rövid összefoglalás is, amely ismerteti az alapvető kérdéseket, külön választja azokat a véletlen, átmeneti jellegű problémáktól.

A gravitáció filozófiai megfogalmazása esetében először is felmerül az alapvető kérdés: vajon a gravitációs tér az anyag különleges megnyilvánulási formája-e? A felelettől függően egyrészt levonhatjuk a megfelelő filozófiai jellegű következtetéseket, másrészt messzevezető konstruktív fizikai következményekhez jutunk, amelynek olyan fogalmakat tesznek szükségessé és jósolnak meg, mint a potenciál, a térerősség, sőt egyes effektusok nagyságrendje.

A cikk szerzője abból a feltevésből indul ki, hogy a gravitációs tér az anyag egy megjelenési formája, amely a mozgásban nyilvánul meg és „nem mozoghat másként, mint a térben és időben" [1]. Ismeretesek azonban más álláspontok is. Többek között Wheeler amerikai tudós, az ún. „geometrodinamika" megteremtője, az alábbiakat írja ezzel kapcsolatban: „A fizika lényegét tekintve két alapvetően különböző felfogás létezik;

1. A tér-idő kontinuum a terek és részecskék megnyilvánulásának csupán mintegy színpadául szolgál. Maguk a részecskék és terek a geometriától idegen fogalmak, és azért kell őket külön bevezetnünk, hogy egyáltalán beszélni lehessen valamiféle fizikáról.

2. A világon nincs semmi a puszta görbült téren kívül. Az anyag, a töltés, az elektromágneses és egyéb terek ebben az esetben a tér görbültségének megnyilvánulásai, és a fizika maga a geometria" [2].

Szerintünk az idézetben megjelölt két alternatíva egyáltalán nem kötelező, mivel beszélhetünk arról, hogy az anyag térben és időben mozog, — és ebben az értelemben a tér-idő az anyag megjelenésének arénája, — viszont az anyag egyáltalán nem idegen a geometriától, hanem meghatározza azt a tér-idő kontinuum görbültségének értelmében. Mégis, ha egyszer ilyen alternatívák léteznek, a kérdést így, vagy úgy el kell dönteni. A szovjet tudósok körében is megoszlanak a vélemények (lásd pl. [3]). Ezért a gravitációs térelmélet jelenlegi állásának vizsgálatához szükségesnek tűnik különösen plasztikusan megmutatni a gravitációs tér specifikus voltát, mint az anyag egy megnyilvánulási formáját, az anyag e formájának kapcsolatát a térrel és idővel, valamint azt, mi a közös a gravitációs térben és az anyag egyéb megnyilvánulási formáiban.

Különösen lényeges hangsúlyozni azt, hogy a gravitációs elmélet állandóan fejlődik, és korántsem tekinthetjük befejezett és egész elméletnek, amelyhez már csak apró megjegyzéseket fűzhetünk. Sajnos az irodalomban meglehetősen gyakori a helyzet ilyen beállítása. Ebben a kérdésben teljesen egyetértünk P. A. M. Dirac-kal, aki a következőket mondja:

„Biztos vagyok benne, hogy a fizika mai állása nem végleges, csupán a természetről alkotott kép fejlődésének egy stádiuma, és várható, hogy ez a fejlődés folytatódni fog a jövőben is" [4].

1.

Bizonyos mértékig egyszerűsítve a helyzetet, nem tekintve a fejlődés folytonos voltát, a gravitációs elmélet történetének három alapvető korszakát különböztethetjük meg:

1. A gravitációs tér Newton-féle klasszikus elmélete.

2. Az Einstein-féle gravitációs elmélet, az általános relativitáselmélet.

3. Kísérletek az „egységes térelmélet" megteremtésére.

A klasszikus térelmélet, amely a Newton-féle potenciál elméletében csúcsosodik ki, a Newton-

féle általános tömegvonzás törvényei szerint kölcsönható rendszerek mozgásának vizsgálatából született. Ismeretesek a csillagászat nagyszerű eredményei, amelyek ezen az elméleten alapulnak, így nyugodtan állíthatjuk, hogy a klasszikus gravitációs elmélet nagy pontossággal tükrözi a valóságot, nincs azonban alapunk azt hinni, hogy teljesen kimeríti az adott kérdést. Ellenkezőleg, csillagászati megfigyelések mutatják, hogy egyes jelenségeket a newtoni elmélet nem képes megmagyarázni (pl. a Merkur periheliumának elfordulását, vagy a fénysugár útjának görbülését nagy gravitációs tömeg terében). Ezeket a jelenségeket a klasszikus elmélet megjósolja, de kvantitatíve nem egyezik a megfigyelt eredményekkel.

Közelítsük meg most a kérdést más oldalról, filozófiai lényegét ragadva meg. Tekintsük a tartalom és forma viszonyát. A tér és idő a mozgó anyag létezésének formái, tehát nem lehetnek tőle függetlenek. A klasszikus mechanikában azonban alapvető az az állítás, hogy a tér és idő független az anyag mozgásától általában, és a gravitációs tértől speciálisan.

A klasszikus tömegvonzási elmélet tehát egészében leírható a newtoni potenciál segítségével és azon a feltevésen alapul, hogy a tér és idő sehogyan sem függ a gravitáló testektől. Ez az elmélet nem fér össze a négydimenziós Minkowski-térrel és nem invariáns a Lorentz-tranzformációkkal szemben. Mivel azonban a Maxwell-egyenleteken alapuló elektrodimanika, amely széles körben igazolt, Lorentz-invariáns, felmerül egy olyan gravitációs térelmélet igénye, amely invariáns a transzformációk valamely csoportjával szemben.

2.

Tekintsük most azokat az alapvető hipotéziseket, amelyeken az általános relativitáselmélet alapul.

1. A gravitáló anyag hat a tér-idő kontinuumra.

2. A tér-idő riemanni geometriával rendelkezik. Itt helyénvaló néhány megjegyzés. Először is kétségtelen, hogy a felsorolt axiómák sorát ki kell egészíteni. Másrészt az adott axiómák helyett megfogalmazhatunk másokat, amelyek egy ekvivalens axiómarendszert adnak. Például a téregyenletek megkaphatók tisztán deduktív úton, valamely variációs feladat stacioner voltának posztulálásából kiindulva. Meg kell jegyeznünk azt is, hogy maga Einstein más alapról indult ki, és meggondolásai ma talán nem hatnak olyan meggyőzően, mint az általános relativitáselmélet megteremtésének idején. Általában, bár az elmélet alapvető posztulátumainak megválasztása természetesen nagyon lényeges, egy fizikai elmélet számára mégis az alábbi kritériumok a leglényegesebbek: kísérleti igazolás, heurisztikus jelentőség, általánosság.

Jelenleg állíthatjuk azt, hogy a téregyenletekből nyert következtetések a kísérleti eredményekkel viszonylag jól megegyeznek, és nem tudunk ellentmondó tényekről. (Meg kell azonban jegyezni, hogy csak egy meglehetősen szűk speciális esetről beszélhetünk, mégpedig a centrálisan szimmetrikus statikus tér esetéről). Mindenesetre az eddigiek a relativitáselmélet alapvető helyes voltát igazolják. Az einsteni elmélet egyik leglényegesebb hipotézise az a feltételezés, hogy a tér-idő riemanni, azaz görbült. E tény matematikai megfogalmazása a következő: a tér-idő görbületi tenzora nem zérus. Ez a kitétel ellentmond a tér-időről alkotott newtoni elképzelésnek, és nagyhatású következményekre vezet.

Einstein alapvető munkájának megjelenése után [5] rengeteg cikket szenteltek az általános relativitáselméletnek. A legfontosabbak közé tartozik a mozgásegyenletek levezetése a téregyenletek alapján Fock és Einstein—Infeld munkáiban, valamint a téregyenletek megoldása a relativisztikus mechanikában.

A kísérletre nem nagyon támaszkodó fizikát mindig fenyegeti az a veszély, hogy formálissá, tisztán spekulatívvá válik. Éppen ez a veszély jelentkezett az általános relativitáselmélet esetében, miután az első nagysikerű felfedezések napvilágot láttak, és bármilyen különösen is hangzik, az első meggondolatlan lépést ezen az úton maga Einstein, a relativitáselmélet zseniális megalkotója tette meg, akinek tudományos tekintélyéhez és hozzáállása mélységéhez pedig nem férhet kétség. Itt arra a hosszú, a 30-as években kezdődő periódusra gondolunk, amelynek folyamán az ún. „egységes elméletek" egész sora született meg.

3.

A relativitáselmélet továbbfejlesztésével kapcsolatos munkák nagy része csupán minimális figyelmet szentelt a kísérleteknek. Ez az állapot magyarázható a kísérleti technika akkori fejlettségi szintjével, és főleg a feladat nehézségével. A legtöbb törekvés a különböző problémák elméleti-matematikai kidolgozására, az általános relativitáselmélet további kiszélesítésére irányult.

Az ilyen jellegű kutatások között ki kell emelnünk az egységes elmélet megteremtésére vonatkozó nagyszámú kísérletet. Ezek az elméletek a szerzők elképzelése szerint hivatottak voltak egyesíteni a gravitációs, elektromágneses, mezon és egyéb tereket. Ilyen elmélet ma több mint 20 létezik, és bár részletes elemzésükre itt nincs hely, néhányuk puszta felsorolása is érdekes következtetésekre ad alkalmat.

Valamennyi ilyen elmélet alapvető ötlete a következő. Az általános relativitáselméletben a $g_{\alpha\beta}(x)$ metrikus tenzorkomponensek által meghatározott tér-idő struktúrát a gravitációs tér határozza meg; az elektromágneses és más terek ezzel a struktúrával semilyen kapcsolatban nem állnak. Következésképpen az egységes elméletek szerzőinek véleménye szerint olyan általánosabb geo-

metriára van szükség, amely további, nem gravitációs terek leírására szolgáló függvényeket tartalmaz. Ez az elgondolás képezi az „egységes elmélet" valamennyi változatának alapját. A továbbiakban felmerül az alapötlet konstruktív felhasználásának igénye, és itt sok lehetőség kínálkozik. Alapul vehetünk egy nem szimmetrikus fundamentális tenzort (ennek első variánsát Einstein ajánlotta 1945-ben, a másodikat 1953-ban több szerző); növelhetjük a tér-idő dimenziószámát, amely 5 dimenziós terekhez (Kaluza, Veblen, P. Jordan), 6 dimenziós elméletekhez (Klein, Yano-Ogane és mások), sőt végtelen dimenziójú terekhez (Kalicin) vezet; Riemann-féle sokaságok helyett kiindulhatunk általánosabb terekből (Weyl, Einstein—Schrödinger) és így tovább.

A célszerűség egyetlen kritériuma csaknem valamennyi elméletben az a követelmény, hogy ilyen vagy olyan megkötések mellett az „egységes elmélet" téregyenleteiből megkapjuk az általános relativitáselmélet egyenleteit, vagy a Maxwell-egyenleteket. Szó se róla, ez a követelmény valóban szükséges feltétele annak, hogy egy elmélet fizikailag racionális legyen; azonban a követelmény nem elégséges, és a számtalan formális általánosítási lehetőség nem vezet egyértelmű eredményre. Ezekben az elméletekben teljesen elmosódik a négydimenziós fizikai tér-idő, mint az anyag létezési formája. Itt azonban egy megjegyzést kell tennünk. Ismeretes, hogy általában hasznos matematikai módszer a tér-idő leképezése valamely más sokaságra (pl. a Minkowski-geometria izomorf a Lobacsevszkij-féle sebességtér geometriájával, ez utóbbi pedig a 3 dimenziós komplex térrel.) Azonban mindezen elképzelések hátterében van egy reális fizikai objektum: a tér és idő, és éppen ez tűnik el általában az „egységes elméletekben".

Ezenkívül az ilyen elméletek egyike sem adott olyan eredményeket, amelyek ellenőrizhetők lettek volna — heurisztikus jelentőségük egyszerűen nincs.

Persze, mindebből nem vonhatunk le olyan következtetést, hogy az „egységes" vagy „általános" elmélet megteremtése elvben lehetetlen. Ellenkezőleg, a fizika fejlődése azt bizonyítja, hogy egyre több régen függetlennek vélt fogalom és tény között létezik szoros kapcsolat (pl. elektromosság + mágnesség + fény-elektromágneses tér; a tér és idő a speciális relativitáselméletben a fénysebesség segítségével tér-idővé egyesül, stb., stb.). Ezért a különböző terekre vonatkozó általános törvények megállapítása az elméleti fizika lényeges feladata. A probléma megoldásának jelentőségét nem lehet túlbecsülni, hiszen a legszorosabb kapcsolatban áll az elemi részek elméletével, és a fizika sok, ma még egymástól független ágával. A kérdés története azonban azt mutatja, hogy az egységes elmélet megteremtésére vonatkozó kísérletek mindeddig sikerteleneknek bizonyultak. Ilyen elmélet, ha egyáltalán létezik, a probléma behatóbb vizsgálatát és alapos kísérleti ellenőrzést igényel.

4.

Miután az idők folyamán egyre világosabbá vált a legtöbb „egységes" elmélet formális volta, az általános relativitáselmélet más kérdései kezdtek előtérbe kerülni. A formális általánosítások tendenciájával szemben az elméleti alapok mélyebb vizsgálata, az elméleti következmények és a kísérleti eredmények összevetése vált központi kérdéssé.

A gravitációs elmélet, mint minden térelmélet, elsősorban arra a kérdésre köteles válaszolni, hogyan viselkednek a téroperátorok térben és időben. Ez az alapvető feladat (de nem a megoldás!) nyer matematikai megfogalmazást az Einstein-féle téregyenletek segítségével. Ezek után kell hozzálátni az egyenletek megoldásához adott fizikai feltételek mellett, majd fel kell építeni a gravitációs tér mechanikájának konkrét rendszerét, felelni kell gyakorlati jellegű kérdésekre és új eredményeket kell kapni, amelyek összevethetők a kísérlettel.

Einstein általános relativitáselméletének specifikus jellege, eltérése a klasszikus térelméletektől először is abban nyilvánul meg, hogy az ismeretlen potenciálokat itt azonosítjuk a $g_{\alpha\beta}(x^1, x^2, x^3, x^4)$ fundamentális metrikus tenzor komponenseivel, amelyek lényegesen függnek a koordinátarendszer megválasztásától. Így míg a klasszikus térelméletben a Descartes-koordinátarendszer kitűntetett szereppel bír, az általános relativitáselméletben nem túl egyszerű ilyen privilegizált koordinátarendszert találni. Itt találkozunk tehát az egyik lényeges problémával: egy *kitüntetett koordinátarendszer* létezésének kérdésével. Különböző időkben különböző tudósok különböző módon oldották meg ezt a kérdést, azonban általánosan elismert álláspont, sőt, újabban egyre többen jutnak arra a következtetésre, hogy az általános relativitáselméletben egy privilegizált koordinátarendszer kimutatása lehetetlen.

Még 1916-ban Hilbert bebizonyította, hogy lehetséges bizonyos koordinátafeltételeket kiróni, és megadta a probléma pontos megfogalmazását egy speciális esetre. Több tudós (Veblen, Pirani és mások) megmutatta, hogy sok esetben célszerű az ún. normál-koordináták alkalmazása.

Fock és tanítványai kimutatták, hogy a relativisztikus mechanika több speciális kérdésében, például a mozgásegyenletek esetében igen hasznosak a Lánczos által bevezetett ún. harmonikus koordináták. Más tudósok szerint (Thomas, Keresz) fizikailag legkönnyebben interpretálhatók a félgeodetikus koordinátarendszerek.

Sokan, többek között Fock vetették alá beható analízisnek az *ekvivalencia és a kovariancia elvének* értelmét és jelentőségét az általános reletivitáselméletben. A kutatások azt mutatják, hogy az adott elvek nem olyan nagy jelentőségűek, mint azt általában feltételezik, sőt kérdéses, hogy szükséges-e egyáltalán ezekre alapozni a gravitáció elméletét.

1915 óta foglalkoznak a *téregyenletek megoldásának* kérdésével és ma már ismert a probléma megoldásának általános módszere, amely a csoportelméleteken alapszik. Az általános relativitáselmélet egyik leglényegesebb kérdése a *gravitációs tér energiájával* kapcsolatos. A probléma hosszú évek óta áll a viták középpontjában, már Einstein, Levi—Civita és Schrödinger is sokat foglalkoztak vele. Jelentős tevékenységet fejtett ki ebben a témakörben Möller. A probléma nehézsége abban áll, hogy a gravitációs tér energiáját nem tenzorok, hanem ún, pszeudotenzorok segítségével szokták kifejezni, amelyek általában nem kovariánsak a koordinátatranszformációkkal szemben, és fizikailag és matematikailag egyaránt távolról sem határozhatók meg egyértelműen (lásd [6]). Mindeddig nem vezettek célra azok a törekvések sem, amelyek a klasszikus mechanika mintájára egy kitűntetett koordinátarendszer segítségével próbálták a kérdést megoldani. (Dirac, Arnowitt, Deser, Misner, Bergmann, Komar és Zelmanov).)

A gravitáció elméletének alapvető kérdései közé sorolhatjuk még a következőket.

A testek mozgásának egyenlete gravitációs térben. Míg a klasszikus lineáris térelméletekben a testek mozgásegyenleteit nem a téregyenletek indukálják, hanem külön kell őket bevezetni, az általános relativitáselméletben, ahol a téregyenletek nem lineárisak, a mozgásegyenletek a téregyenletek következményeként adódnak. Az elméletnek ezt az elvi jelentőségű tulajdonságát először Einstein) Hoffmann és Infeld az $1/c$ szerinti sorfejtés közelítő módszerének alkalmazásával) valamint Fock (a harmonikus koordináták felhasználásával) mutatta meg. A továbbiakban Plebanski, Bertotti és Infeld tökéletesítette a közelítő módszert, De Witt és Brehme pedig arra a következtetésre jutott, hogy a gravitációs térben mozgó töltött részecske elektromágneses sugárzást bocsájt ki (ez lehetővé teszi a Dirac-egyenlet általánosítását).

A tömegvonzási terek invariáns osztályozásának kérdése. A tér-idő görbületi tenzorának struktúráját algebrailag analizálva, az utóbbi időben a szerzőnek sikerült a lehetséges tömegvonzási terek invariáns osztályozását adni. Így lehetővé válik az általános relativitáselmélet tetszőleges kérdésében a kutatás pontos határainak megállapítása, legalábbis matematikai kritériumok segítségével.

A kozmológia problémái. Az általános relativitás kozmológiai alapjait Einstein rakta le 1917-ben írt munkáiban, amelyekben a téregyenletek megoldását kutatta az egész világegyetemre vonatkozóan. Einstein véges közepes anyagsűrűséget tételezett fel. 1929-ben Hubble folytatva 1920-ban megkezdett munkáját felfedezte a vöröseltolódást az extragalaktikus ködök színképében. 1960-ban R. Minkowski hasonló megfigyeléseket végzett rádiócsillagászati módszerekkel. A vöröseltolódást a Doppler-effektus segítségével lehet megmagyarázni, ha feltesszük, hogy a ködök a megfigyelőtől való távolságukkal arányos sebességgel távolodnak. Fridman szovjet fizikus 1922-ben szép elméletet állított fel a távolodásra vonatkozóan. Mindazonáltal a kozmológia problémaköre a legutóbbi időkig nem fejlődött, gyakorlatilag megszületésének állapotában stagnál. A közelmúlt azonban olyan gazdag csillagászati megfigyelési anyaggal szolgált, amely nélkül ezideig nem lehetett szó komoly elmélet felállításáról. Megemlítjük ezzel kapcsolatban Zeldovics—Lifsic—Halatnyikov eredményeit.

A gravitációs tér kvantálása. Az elmúlt tíz évben meglehetősen sok munka foglalkozott a gravitációs tér kvantálásával. Eleinte a gyenge teret kvantálták klasszikus módszerekkel, a későbbiekben azután a kölcsönhatások felírásában elterjedtek Schwinger és Feynman módszerei. A gravitációs tér vizsgálatának ez az érdekes és fontos irányzata egyelőre teljesen formális, nincs semmilyen kísérleti alapja. Szoros kapcsolatban áll ezzel a kérdéssel az elemi részek és a gravitáció kölcsönhatásának elmélete, amelynek fejlődését leginkább éppen a gravitációs tér kvantálásának homályos volta akadályozza. Nem világos a gravitációs tér és a részecskék kölcsönhatásának természete sem, nem beszélve arról, hogy mindeddig a gravitációs tér figyelembevétele sem tüntette el a kvantumelmélet divergenciáit.

A *gravitációs hullámok* kérdése az elméletnek kétségtelenül egyik legaktuálisabb problémája. Ez a tény elsősorban a kísérleti ellenőrzés lehetőségével kapcsolatos. Már Einstein felhívta a figyelmet az energiát hordozó gravitációs hullámok vizsgálatának lehetőségére. Mindazonáltal az alapvető nehézségeket nem sikerült legyűrni mind a mai napig még a kérdés korrekt megfogalmazásában sem. Éppen ezen a területen látszanak a legjobban a gravitáció elméletének homályos pontjai. Először is pontosan meg kellene határozni a gravitációs tér energiájának fogalmát, és tisztázni a koordinátarendszer megválasztásának kérdését, hiszen ezek nélkül a probléma megfogalmazása sem lehetséges. Nem világos az sem, milyen mechanizmussal terjednek a gravitációs hullámok, ha ilyenek egyáltalában léteznek. Túlzás nélkül állíthatjuk, hogy a kérdés megoldása óriási kihatással lenne a gravitációs tér egész elméletére, és valószínűleg egycsapásra megoldaná a felvetett problémák legnagyobb részét. Így érthető, hogy ezzel a témakörrel igen sok tudós foglalkozik. Lényegében a gravitációs radiáció során történő információátvitel elméletével (Bondi „new function" elmélete) foglalkozik az angol kutatók egy csoportja (Bondi, Pirani, Penrose). Nagy nemzetközi kutatócsoport dolgozik ezen a területen az Egyesült Államokban. (Bergmann, Robinson, Weber, Schiff, Bel Feltételezik és mások). a kvadrupólsugárzás figyelembevételének szükségességét; a konkrét számítások eredményeit azonban egyelőre nem tekinthetjük megbízhatóaknak, mivel a pszeudotenzor és a speciális koordinátarendszer fogalmán alapulnak.

Összefoglalva a gravitációs tér elméletének mai állásáról adott, közel sem teljes képet, lássuk,

milyen tendenciák nyilvánulnak meg az elmúlt évek kutatásaiban.

Először is erősen csökkent az „egységes elmélet" felépítésére irányuló törekvések száma. Első helyre kerültek a tér energiájával foglalkozó kutatások, és ezt a problémát a korábbi munkáktól eltérően pontos fizikai és matematikai feltételek mellett igyekeznek megoldani. Az elmélet fejlődése során el kell távolítani abból a véletlen elemeket, tehát szükségessé válik az elméleti alapok felülvizsgálata.

Az elmélet ilyen nagyarányú megváltoztatását elsősorban a kísérleti kutatások szükségessége indokolja. Amíg az elmélet olyan szegényes tényanyagra támaszkodik, mit eddig, nem beszélhetünk komoly fizikáról a szó mai értelmében. Visszavonhatatlanul elmúlt a relativitáselmélet első nagy felfedezéseinek és merész, de sokszor megalapozatlan feltételezéseinek romantikus periódusa; ma már olyan prózaibb korszakában vagyunk a kutatásoknak, amikor a kísérleteknek kell előtérbe lépniök.

Nehéz megjósolni a gravitációs térelmélet fejlődésének további útját, aligha tudná valaki megmondani, ogyan, mely ponton sikerült ezt a nagyon nehéz problémát megoldani. Valószínű azonban, hogy a leglényegesebbnek a gravitációs hullámok kérdésének elméleti és kísérleti megoldása bizonyul. Nyilvánvaló, hogy a feladat igen bonyolult és ha sikerül eredményt elérni, úgy ennek jelentősége talán az elektromágneses hullámok felfedezéséhez lesz hasonlítható.

Ezen az úton nagyon fontosnak tűnik a fizikai feladat helyes filozófiai megértése, amely konstruktíven hat az elmélet megalkotására. (Valószínűtlen pl., hogy sikeresnek bizonyul Wheeler toplogikus „egységes elmélete", amely az anyag és a tér-idő, a forma és a tartalom filozófiai kategóriáinak keverékén alapszik.)

Igy kívánatos a fizikusok és filozófusok alkotó együttműködése a gravitáció problémájának megoldásában.

A. Z. Petrov
(Kazany)

*Вопросы философии **18** (1964) 85
(Fordította: *Nyíri Júlia*)

[1] В. И. Ленин. Соч., Т. 14
[2] Уилер: Гравитация, нейтрино и вселенная
[3] Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистская космолотия.
[4] Вопросы „философии" 1963 No. 12.
[5] A. Einstein, Annalen der Physik Bd 47, 1916.
[6] Гравитация и теория относительности. Казань. 1963.

A FIZIKA TANÍTÁSA

Vetítés nappali fény mellett

Napjainkban, a hatékonyabb oktatás célkitűzésének megvalósítása során rohamosan szaporodnak az ezt a célt szolgáló technikai eszközök — egyetemen és középiskolákban egyaránt. Ezek közül az állóképvetítés (diavetítés) ma már műszakilag is, módszertanilag is klasszikusnak tekinthető. Ismerjük előnyeit: a figyelem lekötő hatást, a szinte korlátlan képlehetőségeket, a viszonylag kis költségeket, a módszer nagy rugalmasságát (mind az előadásra kerülő képsorozat összeállításában, mind az új képanyag gyors elkészíthetőségében). Egyre jobban terjednek a korszerű, távvezérelhető diavetítők is.

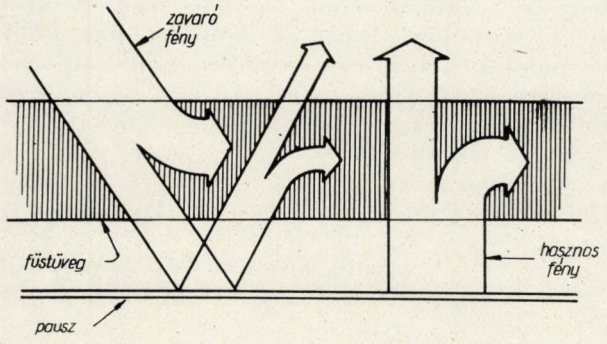
Egy részben módszertani, részben technikai probléma — a sötétítés kérdése — azonban ma is sok gondot okoz. A diakép szemléltetés alkalmazására két lehetőségünk van. Elképzelhető az óra képanyagának egy egységbeni, folyamatos levetítése. Az egyszeri sötétítés előnyével szemben nagy nehézségként áll a képek nem megfelelő helyen jelentkezése. Ha viszont minden képet a legcélszerűbb pillanatban akarunk vetíteni — ami vitathatatlanul a módszertanilag helyes megoldás —, a kellemetlen sokszori sötétítést kell választanunk. Mindkét esetben hátrányos, hogy a vetítés alatt a hallgatók nem tudnak jegyezni, a vetített képet nem tudják lerajzolni.

A célszerű módszer tehát: a diaképek beszövése az előadásba, s a vetítés alatti jegyzés lehetőségének biztosítása. A fentieket megvalósító legkézenfekvőbb megoldás: a *nappali fény mellett üzemképes vetítőberendezés*. Egy ilyen berendezést valósítottunk meg a BME Elektroncsövek és Félvezetők Tanszékén. Ennek leírásával, és további ötletekkel kívánunk segítséget nyújtani a hasonló problémákkal küzködőknek.

A nálunk alkalmazott eljárásnál a vetítés *hátulról*, a hallgatósággal ellentétes oldalról történik egy áttetsző ernyőre (pausz, vagy zsírpapírra, esetleg homályos üvegre). Az ernyő, esetünkben a pauszpapír körben elhelyezett feszítő rugókkal egy fakeretre van rögzítve. Az ernyő vetítőgép felőli oldalán a zavaró megvilágítást teljesen ki kell zárni, mert ez nagyon lerontaná a kialakuló kép kontrasztosságát. A teremben a világítás a megszokott, vagy csak egészen kis mértékben csökkentett; számítanunk kell tehát a vetítőernyőre elölről beeső, kontrasztcsökkentő zavaró fényre.

Ezért célszerű a hallgatóság felőli oldalon az ernyő elé egy kontrasztemelő előtétet helyezni. Ez a mi megoldásunknál két db egymásmellé helyezett füstüveg lemez (a televízió készülékeknél hasonló célra használt előtét), melyeket a pauszpapírral közös keretben helyeztünk el. Kontrasztemelőnek használható például az olcsó és könnyen beszerezhető sárga cellofán is. (Sajnos ez színes képeknél kellemetlen színtorzulást okoz.)

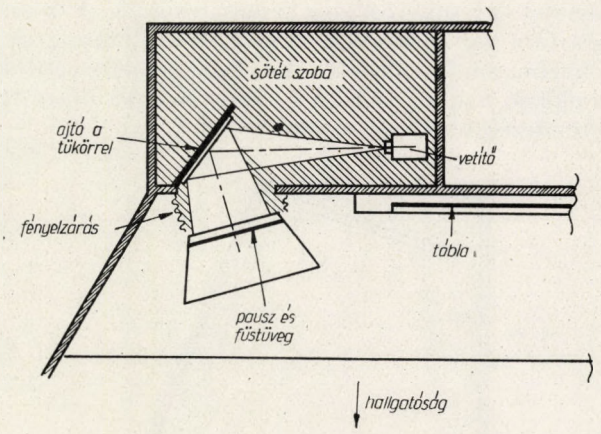
A kontrasztemelő hatás az 1. ábra szerint magyarázható. Ha például a füstüveg a rajta áthaladó fény felét elnyeli, akkor a hasznos fény fele átjut rajta, míg a zavaró fénynek csak 1/4-e verődik vissza, így a kontrasztemelés kétszeres.



1. ábra

A kapott kép kontrasztossága a terem felől beeső, zavaró fény mennyiségétől is függ. Ezért az ernyőt kétoldalról és felülről lehető nagy kiterjedésű feketére festett lemezekkel kell árnyékolni (3. ábra). Ezeket is a keretre rögzítettük. A lemezek méretének, alakjának és elhelyezésének meghatározásához szempont, hogy a terem fényforrásai (ablakok, lámpák stb.) ne tükröződjenek a képernyőn, ezenkívül lehetőleg a terem minden ülőhelyéről látható legyen a kép és a vetítőberendezés egyetlen hallgató elől se takarja a táblát. Ezeknek a feltételeknek a kielégítése nem mindig könnyű, de kompromisszumok árán általában megoldható. Nálunk különösen nehéz volt a helyzet, mert a 450 ülőhelyes, nagy előadóterem kétoldalról és tetőablakokból kap megvilágítást. Megfelelő árnyékoló lemezekkel és elhelyezéssel mégis sikerült elérni, hogy kb. 250 helyről élvezhető a kép.

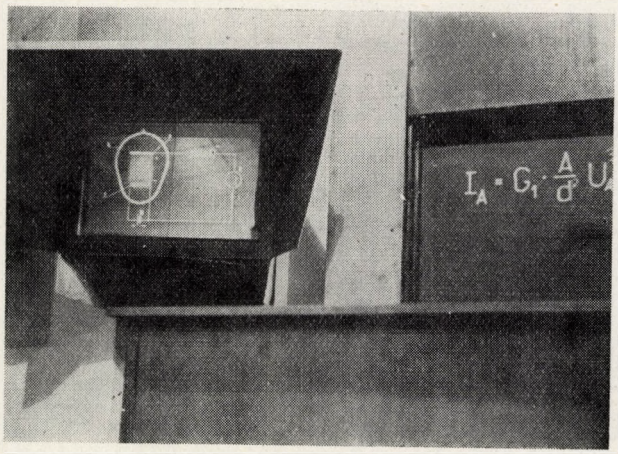
A vetítőgép és az ernyő távolságát a gép optikája és a képméret határozza meg. Ez esetünkben (60×100 cm-es kép, MEOPTA-ADIOR vetítő) kb. 2,5 m-re adódott. A helyi adottságok nem teszik mindenütt lehetővé, hogy a vetítőt több méterrel az ernyő mögé vigyük; gyakran kényszerűség a sugármenetnek egy *tükörrel* való megtörése. Ez kétségtelenül drágítja a berendezést — hiszen itt csak megfelelő minőségű, csiszolt tükröt alkalmazhatunk. A tükrös megoldás előnyeként kell megemlítenünk, hogy a tükör, illetve a hátulról vetítés által okozott oldal-felcserélődés egymást kiegyenlíti. A diaképeket így a megszokott pozícióban kell a gépbe rakni, sőt oldalhelyes mozgóképvetítés is lehetséges.



2. ábra

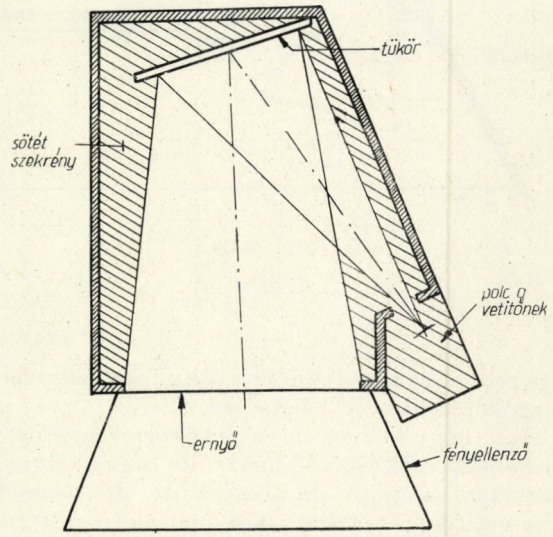
Azt, hogy közvetlen vagy tükörrel megtört sugármenetű vetítést alkalmazzunk, az előadóterem adottságai alapján dönthetjük el. Jó megoldás, ha a vetítőgépet a teremhez csatlakozó sötétített szobában helyezzük el. A szokásos, szertár és tanterem közti, tábla mögötti előkészítő ablakban például jól elhelyezhető a vetítőernyő.

A nálunk megvalósított elrendezésben felhasználtuk az előadóterem mögötti ablaktalan szobácskát. Innen vetítünk; a fénysugár a tábla melletti ajtó nyílásán át jut a terembe (2. ábra). Az ernyőt és a kontrasztemelő lemezt magábanfoglaló, fényellenzős keret kötélen lóg az ajtó előtt és használaton kívül magasra felhúzható. Használat közben a keret és az ajtófélfa felső széle egy síkban van. Ilyen megoldásnál az ernyő vetítőgép felőli oldalának fényelzárása egyrészt a kis szoba sötétben tartásával, másrészt az ajtóra és a vetítőkeretre illeszkedő sűrűszövésű textilből készült „alagút" segítségével történhet. A pontos beállíthatóság és a stabil helyzet kedvéért az ernyőt az ajtófélfához egy vas távtartóval támasztjuk ki. Ez a távtartó képezi egyúttal a „sötét alagút" vázát is. Az előadóterem melletti szoba kis méretei miatt a sugár-



3. ábra

menetet egy tükörrel meg kellett törnünk. A tükör az ajtóra van felszerelve, a megfelelő állásszög így kényelmesen beállítható. A távvezérelhető vetítőt az előadó maga kezeli. A 3. ábra: a megvalósított berendezés fényképe üzemközben.



4. ábra

Berendezésünk megvalósítását a tábla mögötti helyiség viszonylag könnyűvé tette. Ha ilyen nem áll rendelkezésre, akkor a vetítő- tükör- ernyő rendszert egy fénytől elzárt, önálló egységként lehet megvalósítani. Célszerű a 4. ábrán látható elrendezés: egy asztal tetejére épített, fénymentesen zárt szekrény, melynek elülső fala az ellenzőkkel ellátott vetítőernyő; hátsó falán a tükör van. (A vetítőgép a szekrényen kívül is lehet.) A sugármenet megtörésével elkerülhetők a túlzottan nagy méretek; a berendezés mélysége 1,5—1,7 m között lehet.

Természetesen még számos célszerű, a helyi adottságokhoz illeszkedő megoldás képzelhető el.

Tudjuk, hogy sokan — és nem is eredménytelenül — próbálkoznak hasonló megoldásokkal. Mégis reméljük, hogy az általunk megépített berendezés leírását, egyes részletmegoldásait hasznosítani lehet. Örömünkre szolgál, ha segítséget tudtunk adni a sötétítés nélküli vetítés problémájának megoldásához.

Székely Vladimir—Krauss Ottó

Budapesti Műszaki Egyetem
Elektroncsövek és Félvezetők Tanszék

KÖNYVSZEMLE

Rényi Alfréd:

Dialógusok a matematikáról

(Akadémiai Kiadó, 1965 — 156 oldal — 12 Ft.)

A Természet könyve a matematika nyelvén van írva, — mondta Galilei negyedfélszáz évvel ezelőtt, és mondja Rényi Galileije a Harmadik Dialógusban. Valóban, a fizika után a kvantumkémiában, biológiában, de a közgazdaságtanban, hadtudományban, nyelvészetben stb. is feltartózhatatlanul folyik a matematizálódás. Mi a matematika — költészet vagy valóság? Mi vetítjük agyszüleményünket a természetbe? A természettel korrelációban működik eleve agyunk, lévén maga is az egység része? Vagy talán a természetből tanuljuk a matematika minden egyes tételét? Olyan kérdések, amelyekre nem volna könnyű egyértelmű igennel vagy nemmel felelni. De a probléma mindnyájunkat érdekel, és megértjük Rényit, aki e problémák tisztázását a filozófia egyik centrális feladatának tartja.

Rényi kis könyvében tesz kísérletet a kérdések megválaszolására. A dialógus-formát választja, amihez csak gratulálni lehet: valóban kiválóan alkalmas e műfaj a helyes válasz fokozatos (és élvezetesen történő) kialakításához itt, ahol egy sematikus válasz a mélységek elsekélyesítését jelentené. Az Első Dialógusban Szókratész vitatkozik egy tanítványával arról, hogy mi a matematika, és miért tanuljuk azt. A háttér a kor, amikor az embert az éhség, tudatlanság és zsarnokság nyügeiből kiemelő görög társadalom éppen létrehívja azt, amit ma matematikának mondunk. A Második Dialógusban Hieron király vitatja Archimédesszel a matematika alkalmazását, a tiszta és alkalmazott matematika problémáját. Még a levegőben érződik a nagy győzedelmi ünnep emléke, amit Szirakuza ostromának legendás visszaverése alkalmával tartottak, ünnepelve a tudomány első látványos diadalát az erőszak felett. A Harmadik Dialógusban Galilei tanítja Niccolininét a természet nyelvére: a matematikára. A színhely a nagy inkvizíciós per Rómája, az idő az elméleti fizika és a matematikai analízis születésének előestéje.

Nem akarok utalni a matematikus körökben elhangzott véleményekre. Azt feltétlenül le kell írni, hogy a fizikusok mindenhol a teljes egyetértés és lelkesedés hangján élvezték a dialógusok fordulatait. Talán nem véletlen, hogy a dialógusok első publikálásához (a Physics Todaytól a Fizikai Szemléig) a fizikusok is hozzájárultak. Mindenesetre a magyar olvasóközönség lebecsülésének bizonyult az Akadémiai Kiadó 1800-as példányszáma. Hiszen ezer és ezer gondolkodni szerető ember olvasta végig a dialógusokat, mondván: Milyen jó, hogy világosan és meggyőzően megfogalmazva olvashattuk, amit valahogy mindnyájan éreztünk, és amire tudományaink legnagyobbjai is ismételten utaltak. Szókratész mindnyájunkat rávezet tanítványaiként arra, miként alakult ki fejünkben a matematika, miért illik az mégis a való világra? Miért legtisztább alkotása az emberi elmének és egyben legerőteljesebb eszköz a gyakorlati élet problémáinak megoldására? Archimédesz nem csak a görögségnek ad történelmi leckét, hanem a mi társadalmunkat is tanítja, amikor arról szól, hogy miként ápoljuk a matematikát, ha azt termelőerővé akarjuk tenni. Galilei pedig a természetkutatás egész metodikáját foglalja össze, hogy megvilágítsa a matematika szerepét.

Aki matematikát fejleszt és alkalmaz, aki íróasztal mellől a matematika fejlesztéséről és alkalmazásáról intézkedik, akit foglalkoztat a matematika meglepő hatékonysága a természettudományokban, aki szereti a szép és igaz gondolatokat — egyaránt haszonnal és élvezettel olvassa végig a három dialógust. De talán legnagyobb élményt mégis a fizikus számára nyújtanak, akinek kenyere és nyelve a matematika. Különösen az első dialó-

gus ragad ellenállhatatlanul magával: a platoni dialógusforma ragyogóan illik a feldolgozandó problémához, Rényi Alfréd itt valóban remeket alkotott. De igaznak érezzük mindhárom dialógus tanulságát. A megindított gondolatsor azonban nem áll meg. Szeretnénk Neumann Jánossal mi is megkérdezni Szókratészt, Archimédeszt, Galileit, vagy talán egy Negyedik Dialógus modernebb mesterét: mi az a matematika belső dinamikájában, ami a jót a haszontalantól elválasztja? Fizikusok vagyunk. Tudjuk, hogy a geometria, a differenciálszámítás, parciális differenciálegyenletek és sorok, a disztribucióelmélet, a valószínűségszámítás születésénél ott bábáskodott a természetkutató. De a Riemann-geometria, a Hilbert-tér, vagy közelebb a mához: a komplex analízis, a nemkompakt algebra készen várta a pillanatot, amikor a fizikus felismeri jelenlétüket a természetben ott, ahol a jelenségfelszín mögött a legalapvetőbb összefüggéseket kutatja. Miért fejlődtek ki ezek a matematika óriásainak, köztük Bolyainak, Riesznek, Fejérnek a kezében, és miért vetélt el a matematikus-törpék sok mondvacsinált fogalomszüleménye? Pauli, Wigner és más kortársak sok nehéz kérdést vetettek fel a jövő fejlődést illetően. Jó volna tudni azt is, mi e kérdésekről a véleménye annak, aki oly szépen beszélt Szókratész, Archimédesz, Galilei maszkjában a tudományok királynőjéről.

Van még a dialógusoknak sok egyetemesebb mondanivalója is. Egyes drámai helyzetekben áthevül a matematikus szerző hangja, és többre tanít, mint amit ígért. *Minek köszönhetik a matematikusok nagy eredményeiket? Semmi másnak, mint annak, hogy a gondolkodás, tisztaságát illetően olyan magas követelményeket állítottak maguk elé, mint senki más azelőtt, hogy megalkuvás nélkül törekedtek az igazságra, és következetesen tartották magukat ehhez. Én megpróbáltam az embereket rábírni, hogy ugyanolyan igényesek legyenek gondolkodásmódjukkal szemben, bármiről is gondolkodnak a mindennapi életben, meg a közéletben, mint a matematikusok a maguk területén. Ezzel azonban csak azt értem el, hogy mindenkit magamra haragítottam. Mindenki számára, aki tunyán megelégszik a homályos fogalmakkal, és lusta a gondolkodásra, én vagyok az élő szemrehányás. Egy szép napon összefognak ellenem és elpusztítanak, de addig is folytatom tovább amit elkezdtem,* — szól súlyos szavakkal Szókratész az Első Dialógusban. És századok múltán, a Második Dialógus Archimédesze átéli az atomtudósok összes dilemmáját. Megrendítő a Szirakuzát védő tudós keserű kifakadása: *Lehet, hogy naiv voltam, de azt hittem, hogy meg tudom változtatni a történelem menetét. Aggódtam a mi görög világunkért. Azt gondoltam, ha széles körben alkalmazni fogjuk a matematikát — ami a görög szellem legjellemzőbb és legnagyobb vívmánya —, talán még meg tudjuk menteni a mi görög életformánkat. De most már látom, hogy ezzel elkéstünk. A rómaiak elfoglalják majd Szirakuzát; a mi időnk lejárt. De a rómaiak sohasem fogják a matematikát igazán megérteni. Túlságosan gyakorlati a gondolkodásuk.* Más Archimédesz, mint a *noli tangere* mesebeli öregje. (Vagy talán mégis ugyanaz?) Számomra a legmegragadóbbak végülis Galileinek Toricellihez intézett búcsúszavai voltak.

M. Gy

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

A rádiócsillagászat technikai problémái

1. *Bevezetés*

A Kozmoszból érkező rádiósugárzást először — a rövidhullámú hírközlésre gyakorolt zavaróhatásán keresztül — K. G. Jansky, a Bell Telephone Laboratory mérnöke mutatta ki. Elektromos zajon lényegében a feszültség vagy az áram statisztikus fluktuációját értjük, amely a távközlési csatorna minden pontján felléphet. A rendszer elektronikus részében keletkező zaj a vezetőkben levő töltéshordozók viselkedéséből következik. Ez az effektus függ a vezető abszolút hőmérsékletétől, valamint ellenállásától, és ún. zajfeszültséget eredményez, amely rárakódik az áramkörben levő más jelekre. A zaj ennélfogva az eredő jel részévé válik. Az eredeti jeleket azonban le kell választani a statisztikusan fluktuáló háttérről. Az éterben való terjedés közben a csatornába belépő zajok az atmoszférának, villámlásoknak, naptevékenységnek vagy elektromos készülékek zavaró hatásának köszönhetők. Az 1920-as évek vége felé a vevők érzékenységének és szelektivitásának növekedésével egy újabb, eddig még ismeretlen rádiózaj-forrást fedeztek fel. A kutatások kimutatták, hogy ezen zajok a Világűrből jönnek, és részben a Naptól erednek.

Technikai szempontból alapvető az a tény, hogy a külső térből jövő jelek — kevés kivételtől eltekintve — amplitudó és frekvencia eloszlásukat tekintve véletlenszerűek, így nehéz leválasztani őket a berendezésben keletkezett zajokról.

2. *Antennák*

A rádiócsillagász teleszkópja lényegébe szelektív rádióvevő, és mint ilyen felfogó berendezén, erősítőrendszert és regisztráló szerkezetet tartalmst A vétel során az elektromágneses hullámokat potenaz.változásokká transzformálják, és az erősítő bemenetérciálplálják. Erre a célra a rádiócsillagászatban leginke tá dipólt (1/*a* ábra) vagy hullámvezetőtánbba(s1z)rhaábbálnak./

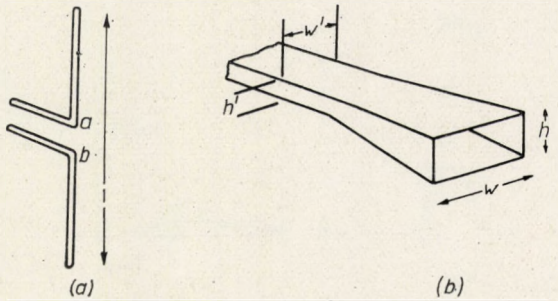
A dipól főtengelyével párhuzamos elektromágneses tér az $a-b$ részben V potenciált kelt:

$$V^2 = 2R_e A E^2/120\pi$$

itt E a beeső elektromágneses tér erőssége Volt/m-ben,
R_e az antenna effektív ellenállása ohmokban,
A az antenna hatásos felszíne m²-ben.

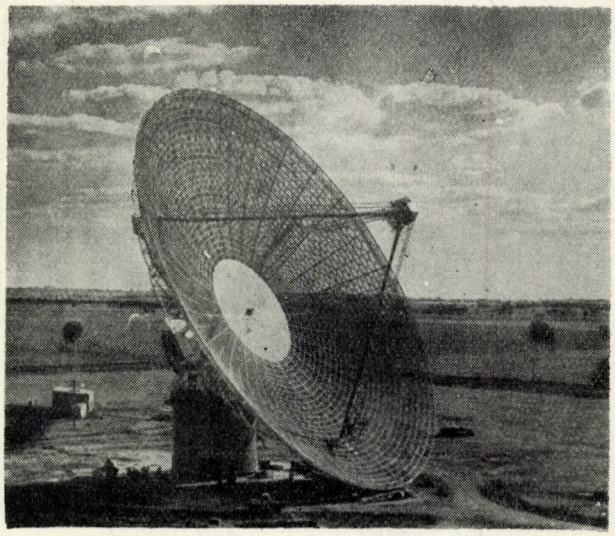
Ha a dipól vékony (azaz átmérője $\ll \lambda$) és 1 hosszúsága $\lambda/2$, akkor $R_e = 73\Omega$ és $A = 0{,}13\ \lambda$ [m²].

A tölcsérantennában a beeső elektromágneses hullámok hatására módusok alakulnak ki, amelyek egy rövid dipóllal vagy mágneses indukció segítségével elektomos jellé formálhatók. Az antenna méretei olyanok, hogy λ hullámhosszú jel esetén $\lambda > W > \frac{\lambda}{2}$ és a $h < \frac{\lambda}{2}$ egyenlőtlenségek teljesülnek. A tölcsér szűkebb végének méretei W'; h', ahol $W' < W$, $h' < h$ (lásd. az 1/*b* ábrát).



1. ábra a) $\lambda/2$-es dipól
b) Tölcsér antenna

Tekintve, hogy ezen egyszerű antennákból nyerhető kimenő energia arányos a bejövő energia-fluxussal, ez utóbbinak emelésére gyakran alkalmaznak különféle reflektorokat. A legelterjedtebb a forgásparaboloid



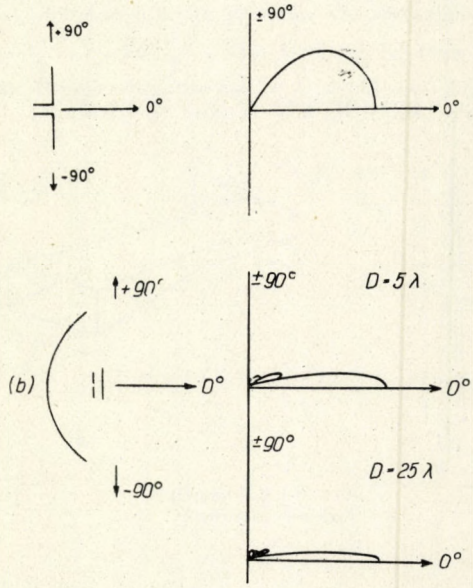
2. ábra Az Australian National Radio Astronomy Observatory Parkesban levő 65 méteres teleszkópja

forma, amelyet a parke-i 65 m-es rádióteleszkópról készített felvételen is láthatunk (2. ábra). Minden antenna valamilyen irányítottságot mutat, akár polarizációs érzékenységével, akár az antennának a bejövő hullámfronthoz való helyzetével kapcsolatban. A dipólnak a 3/*a* ábrán látható egyszerű érzékenységi görbéje van. A 3/*b* ábra pedig két különböző méretezésű forgásparaboloid és dipól kombináció érzékenységi görbéjét mutatja. A középső érzékenységi zóna a paraboloid átmérőjét növelve egyre keskenyebb lesz. A zóna fokokban kifejezett szélességét — nagy átmérő esetén — a

$$\Theta \approx 140/D$$

képlettel adhatjuk meg, ahol D a paraboloid átmérője a λ hullámhosszban mérve. A nagyobb felületű reflektor tehát nagyobb jelérzékenysége mellett nagyobb irányérzékenységet is biztosít.

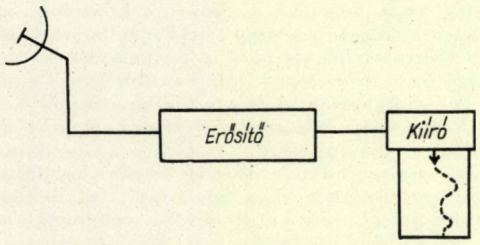
A rádiócsillagászatban használt teleszkópok hullámhosszban mért mérete kicsi. 408 Mc-nál pl. a legnagyobb



3. ábra a) A dipól érzékenységi görbéje
b) A paraboloid-dipól rendszer érzékenységi görbéje $D = 5\lambda$ és $D = 25\lambda$ esetén

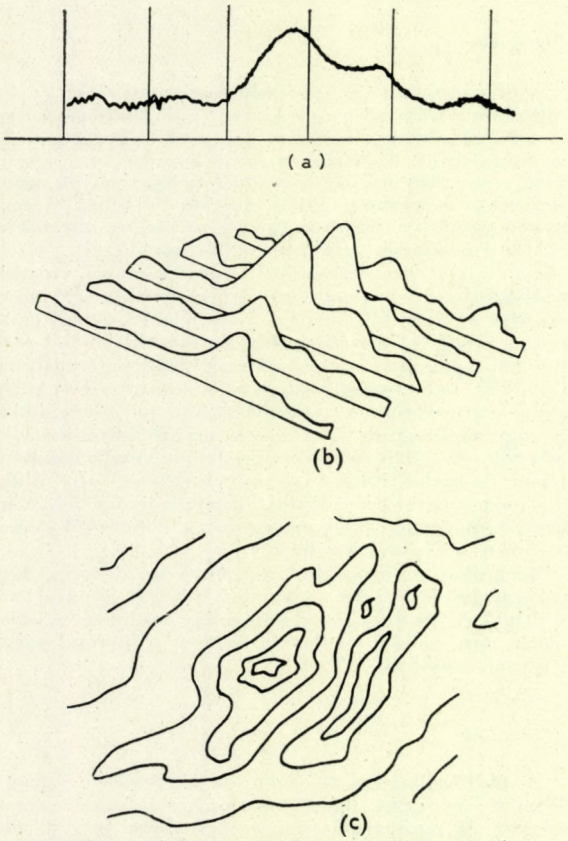
rádióteleszkóp (Arecibo, Puerto-Rico) csak 400 λ, ezzel szemben egy 15 cm-es optikai reflektor nátriumfényben mérve $5 \cdot 10^5$ λ átmérővel rendelkezik. A jelenlegi rádióteleszkópok nem készítenek két dimenziós képet. Az antenna az égboltnak a középső érzékenységi zóna által meghatározott részéből érkező sugárzást veszi, melyre az oldalsó zónákból jövő kicsiny, de zavaró jelek még szuperponálódnak.

A 4. ábrán egy antennából, erősítőből és regisztráló berendezésből álló vevő sémáját látjuk. Az erősítő szelektálja a kozmikus jeleket, amennyire lehetséges eltávolítja a földi eredetű zavarokat, és felerősíti a jelet 1 mW-ra.



4. ábra A rádiótávcső blokksémája

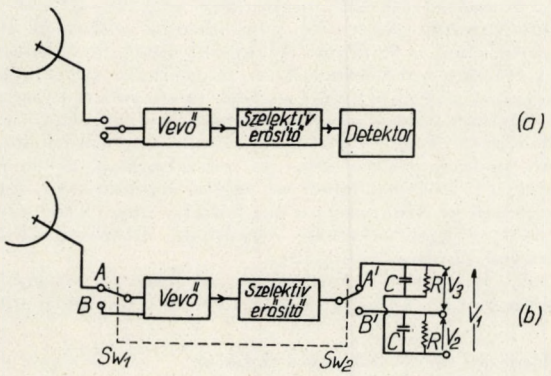
Ha az antennát rögzítjük, akkor a fölötte elmozduló égről az 5/*a* ábrán látható görbéhez hasonló alakú jel nyerhető. Az észlelést különböző azimutállások mellett megismételve az 5/*b* ábrán bemutatott fluxus-görbe sorozatot kapjuk, amelyből a megszokott égi koordinátákra (rektaszcenzió, deklináció) való áttérés után izofót görbék készíthetők. Az 5/*c* ábra az Andromeda-köd e módszer alapján szerkesztett rádióképét mutatja.



5. ábra a) Pontszerű forrás rádiódiagramja
b) Az előző forrásról különböző antenna-állásoknál felvett diagramok sorozata
c) Az Andromeda-köd rádióképe

3. *A jelek feldolgozása*

Még nagyteljesítményű antennák esetén is a világűrből jövő rádiójelek rendszerint lényegesen gyengébbek, mint a vevő önzaja. Ezért a bemenő jelet valamilyen f_0 frekvenciával megszaggatják. (6/*a* ábra.) Minthogy az erősítő belsejében keletkezett zaj viszonylag állandó szinttel rendelkezik, az f_0 frekvencián megjelenő fluktuáló komponens bemeneti jel jelenlétére utal. Olyan kimeneti erősítőt alkalmaznak, amely az f_0 körüli frekvenciasávban érzékeny. A belső zaj f_0 körüli komponensét 0-vá átlagolhatjuk ki a 6/*b* ábrán feltüntetett elrendezés segítségével. Az Sw_2 kapcsoló alternatívan köti össze a vevő kimenetét két RC körrel. Antenna nélkül a kapcsoló mindkét körre egyformán szétosztja a pozitív és negatív impulzusokat, és a v_1, v_2, v_3 potenciálok időátlaga 0 lesz. Ha az antennát bekötjük, az *A* pontban pozitív, *B* pontban negatív töltés halmozódik fel. Amennyiben az antenna valamilyen rádióforrást követ, ezek a feszültségek az RC kör időállandója által megszabott értéket érnek el. Az időállandó optimális nagyságát a megfigyelés módja, az antenna milyensége és a fluxus-változás mértéke határozza meg.



6. *ábra a)* Bemeneti megszakítóval működő vevő blokksémája
b) Alternatív bemenet-kimenet megszakítóval működő vevő blokksémája

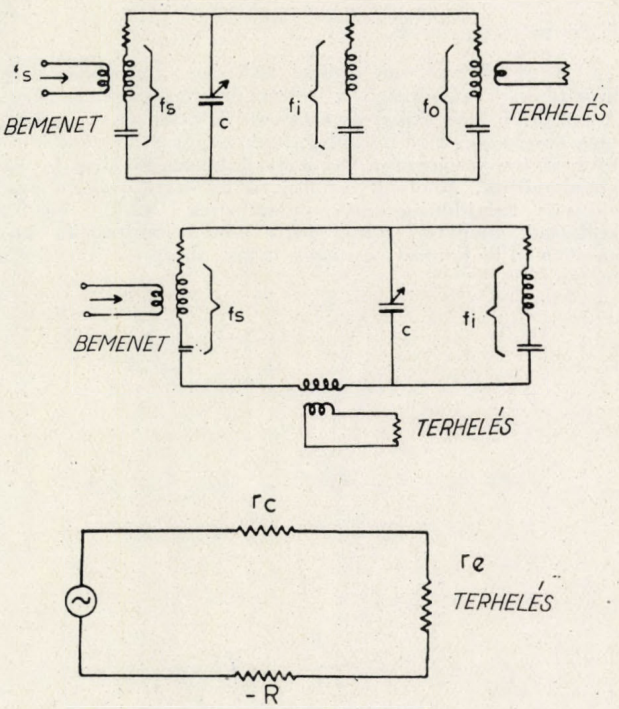
4. *Gyenge jelek erősítése*

1930 és 1955 között az erősítők zaj-karakterisztikái elég lassan javultak. Ekkor két teljesen különböző módszert fedeztek fel, amelyek jelentősen kisebb önzajú erősítők készítését tették lehetővé. A kezdeti nehézségek ellenére mind az ún. „maser", mind az ún. „parametrikus erősítő" a gyakorlatban rövidesen elterjedt.

A parametrikus erősítő lényegében az elektronikus erősítés új formája, mivel az aktív elem nem elektroncső vagy tranzisztor, hanem változó kapacitás — az ún. varactor — amely tulajdonképpen fordítva előfeszített rétegdióda. A tranzisztoros és csöves erősítőkben az energiaforrás egyenfeszültség. Ezzel szemben a varactoros erősítőknél az energia nagyfrekvenciás forrásból, az ún. „pumpából" származik, amely a kapacitás f_p frekvenciával való változását idézi elő.

Az áramköri sajátságoktól függően különféle üzemmódok alkalmazhatók. A 7/*a* ábra sematikus körében f_s a jelfrekvencia, az $f_i = f_p - f_s$ és $f_0 = f_p + f_s$ frekvenciákra nézve pedig alacsony impedanciájú körök vannak. A kimenő ellenállás az f_0 hurokban található. Ezen feltételek mellett az erősítés f_0/f_s. A 7/*b* ábrán egy másik lehetséges elrendezés látható, amelyben az áram csak f_s és $f_i = f_p - f_s$ frekvenciákon folyhat. Az előző esettel ellentétben a kimenet is f_s frekvencián van. A 7/*c* ábra esetében f_s kivételével minden más frekvenciát elnyomunk. Ezáltal az f_s hurokban negatív R ellenállás jön létre, amely függ a dióda feszültség-kapacitás karakterisztikájától, a „pumpa" amplitudójától, a dióda előfeszültségétől vagy munkapontjától. A kapható teljesítményerősítés

$\frac{r_e}{r_1 + r_e - R}$, ahol r_e a kör, és r_1 a terhelés ellenállása.



7. *ábra. a)* f_0 kimenő-frekvenciájú parametrikus erősítő vázlata, az ún. *up*-converter
b) f_s kimenő-frekvenciával működő erősítő, az ún. degenerált üzemmód
c) Negatív ellenállású erősítő

Parametrikus erősítéssel 10—100-szorosig terjedő erősítés viszonylag könnyen és stabilan nyerhető. Mivel az aktív elem nagyjából puszta reaktancia, ezért az erősítők ezen típusának önzaja nagyon kicsiny, és folyékony nitrogénnel való hűtéssel még tovább csökkenthető.

A maser, mind formájában, mind koncepciójában radikálisan új irányzat, és az első volt azon rendszerek között, amelyek működése kvantummechanikai átmeneteken és kölcsönhatásokon alapul. A maserek önzaja meglehetősen kicsiny, és ez nagyjelentőségű a rádiócsillagászat számára.

Az 1. táblázat összehasonlítást tesz lehetővé a tipikus csöves, parametrikus és maser erősítők között. Egyfokozatú maser vagy parametrikus erősítővel kb. 10—100-szoros teljesítményerősítés érhető el. Szükség lehet azonban 10^{12}-szeres vagy még nagyobb erősítésre is. Az alacsony zajszint biztosítására azonban gyakorlati-

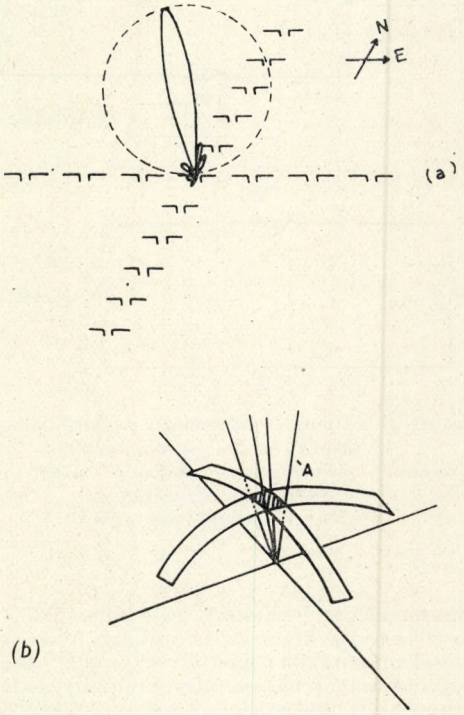
1. táblázat

	Működési frekvencia	Effektív zajhőmérséklet
Konvencionális szuperheterodyn kristály keverőcsöves előerősítővel	1400 Mc/s	450° K
Parametrikus erősítő		
Up-konverter	961 Mc/s	125° K
Degenerált	408 Mc/s	105° K
Degenerált (hűtött) 78° K	1410 Mc/s	55° K
Maser	4995 Mc/s	28° K

lag teljesen elegendő, csupán első fokozatként alkalmazni maser vagy parametrikus erősítőt, tekintve, hogy a rendszer effektív zaját túlnyomó részt az első fokozat zaja határozza meg. Ez tetemes költség megtakarítást jelent, és technikai szempontból is egyszerűbb.

5. *Összetett antennák*

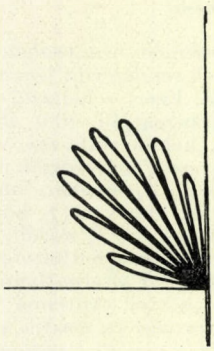
A rádiótávcsövek építési költsége, vezérlésének és készítésének nehézsége a teleszkóp nagyságától függ. A nagyobb felbontású és erősítésű készülékek megalkotása érdekében a rádiócsillagászok nagyszámú szellemes, több antenna összetett hatását felhasználó elrendezést konstruáltak, amelyek a nagy rádióteleszkópok néhány előnyös tulajdonságával rendelkeznek (sokkal kisebb költségek mellett). Ezek közül kettőt mutatunk be: egyik a Mills-kereszt, a másik a két antennás interferométer.



8. ábra. a) A Mills-kereszt, az É—D irányú antennasor érzékenységi görbéjével
b) A Mills-kereszt vázlatos érzékenységi zónája

Ha dipólokból az É—D vonal mentén hosszú sorozatot készítünk, a 8/*a* ábrán látható módon, az eredő antennarendszer É—D irányban igen éles központi érzékenységi zónával rendelkezik, míg érzékenysége a Ny—K irányban a magános dipóléhoz hasonló. A teljes zóna ennélfogva vékony legyezőlap alakú Készítsünk egy másik hasonnló antennarendszert, amely az előzővel 90°-os szöget zár be, és azonos érzékenységi zónával rendelkezik. A két zóna sematikusan a 8/*b* ábrán látható, ahol a közös térszöget *A'*-vel jelöltük. A két antennarendszer kimenő jelének összege két komponenst tartalmaz: az egyik a közös *A'* területről jön, a másik a fennmaradó részekről. Ha az összeg és különbség között periódikusan kapcsolgatunk, akkor egy állandó szintű és egy fluktuáló komponenst tartalmazó kimenetet kapunk, ahol a fluktuáció mértéke függ az A'-n beérkező jel intenzitástól. Az ismertetett elrendezést Mills-keresztnek nevezik, és a nagy reflektorok több előnyével rendelkezik, tekintve, hogy két irányban jól definiált érzékenységi zónát szolgáltat.

A fentebb említett antennasor legyező alaku érzékenységi zónája a nagyszámú elemi antenna összetett hatásának a következménye. Hagyjuk el most mindegyiket, kivéve a két szélsőt, és tekintsünk egy rádióforrást a függőlegestől Θ irányban. A két antennára érkező jel között útkülönbség van, amely a két kimenetelen keletkező feszültség fáziskülönbségeként jelentkezik. Ha ezen feszültségeket megfelelő módon egyesítjük, $\Theta = 0°$-nál és 180°-nál maximumot, míg 90°- és 270°-nál nullát kapunk. Az eredő jelamplitudó változását a Θ függvényében a 9. ábrán láthatjuk, amely azt mutatja, hogy ennek a rendszernek több, nagyjából azonos méretű érzékenységi zónája van. Ez a tény megnehezíti a források poziciójának pontos meghatározását, és az interferométer használatát olyan objektumok tanulmányozására korlátozza, melyek pontos helyzete más eljárások révén már ismert, és szögterjedelme az egyes érzékenységi zónák szögátmérőjét lényegesen nem haladja meg. Ezen rádióforrások szögterjedelmét legjobban interferometrikus eljárással határozhatjuk meg.



9. ábra Az interfrerométer érzékenységi görbéje

A. D. Frost „Astronomy at radio frequencies" (Contemporary Physics, Vol. 6, No. 6) c. cikke nyomán.

Csillagászati távcső irányítása rádióval

A tautenburgi (NDK) 2 m-es teleszkópot rádió távirányítással szerelték fel. A távcső beállítása, különböző irányokba való irányítása, finommozgások, koordinátatranszformáló berendezések stb. vezérlésére olyan távirányító berendezést helyeztek üzembe a közelmúltban, mely lehetővé tesz egyszerre 19 csatornás összeköttetést a megfigyelő pult és a távcső között. A berendezés ezenkívül még egy beszédcsatornát is tartalmaz, hogy a megfigyelő csillagász az asszisztenssel is értekezhessen munka közben. A berendezést a Zeiss Művek készítette. *T. Gy.*

Radio u. Ferns., 1965. No. 18.

Szupernova maradványok radioaktivitása

Clayton és Craddock amerikai kutatók kvantitatív vizsgálat alá vetették az ún. kalifornium hipotézist. Ez utóbbi Burbidge és munkatársaitól származik (még 1956-ból), mely szerint az I. típusba sorolható szupernóvák fénygörbéje meglepően hasonlatos a Cf^{254} mesterséges radioaktív izotóp bomlási görbéjéhez. Az elmélet további részei szerint ez az elem szintetizálódik a szupernova robbanáskor. Clayton és társa az elméletet a Crab ködre alkalmazta. Szerintük a szupernova maradvány sugárzása és a kalifornium spontán hasadása energetikailag elég jó egyezésben van. Jó energia- és szögfelbontóképességű rakétára szerelt gammasugárészlelő teleszkóppal a hipotézis helyessége kísérletileg ellenőrizhető. *T. Gy.*

Astrophys. J., 1965. *142*. 189.

Molekuláris hidrogén és víz a csillaglégkörben

Spinrad és Newburn infravörös spektrográffal a Mira változók és az alfa Orionis spektrumában a H_2 molekula vonalait mutatta ki. A vízgőz molekula sávjai minden M6-nál hidegebb csillag spektrumában kimutat-

hatók. A legerősebb H_2O-abszorpció a Mira Ceti, R Leonis, U Orionis és R Cassiopeiae fényminimumában mutatkozik. A megfigyelt H_2O /H_2 gyakorisági arányból igen alacsony oxigén/hidrogén arány adódik a Mira Cetire. *T. Gy.*

P. A. S. P., 1965. 77. 138

Vannak-e valóban quasarok?

A quasi stellar radio sources elnevezésből rövidítve quasaroknak nevezett rejtelmes égitestek, melyek optikai képe csillagszerű és feltételezik róluk, hogy hatalmas méretű energiaforrások, esetleg olyan optikai csalódásnak bizonyulhatnak, melyet egy a távoli térben elhelyezkedő gravitációs lencse okoz.

A több milliárdnyi csillag csoportosulásából álló óriásgalaxisok mágneses tere lencseként viselkedik, eltérítve a távoli objektumokról érkező fényt. Így optikai csalódás állhat elő. Dr. Barnóthy Jenő (Biomagnetic Research Foundation, Evanston, Illinois USA) felvetette a gondolatot, hogy egy ilyen gravitációs lencse azon galaxisok fényéből, amelyek magjában heves robbanások játszódnak le quasar-szerű jelenséget hozhat létre. Az ilyen „lencse" igen hatásos képerősítő — fejtette ki Dr. Barnóthy az American Astronomical Society konferenciáján, melyet a Michigan-beli Ann Arborban tartottak.

Az ún. Seyfert-galaxisok magjában különösen heves lobbanási folyamatok mennek végbe, így ezek fénye rendkívül látványos hatásokat kelthet, ha egy nagy galaxis gravitációs mezeje eltéríti. Dr. Barnóthy számításai szerint ez az effektus olyan képeket hozhat létre, amelyek „minden szempontból hasonlatosak a quasarokhoz". Elmélete számot ad a quasarok legtöbb tulajdonságáról, beleértve csillagszerű külsejüket, a nagy vöröseltolódást, rendkívüli abszolút fényességüket, intenzív sugárzásukat az ultraibolya tartományban, irreguláris fényváltozásukat és erős rádiósugárzásukat.

Még ha a quasarok nem egyebek optikai csalódásnál, akkor is hatékony eszközt jelentenek a Világegyetem helyes modelljének kiválasztásában. Dr. Barnóthy számításokat végzett a látható quasarok számára vonatkozóan kétféle stacionárius kozmológiai modell esetén és egy evolúciós modellre. Számításainak megfigyelések útján való ellenőrzése folyamatban van.

B. K.

Science News Letter *88*, No.8

A quasarok fényének aberrációjáról

A speciális relativitáselmélet azon tételét, hogy a fény sebessége független a fényforrás és az észlelő relatív mozgásállapotától, a tőlünk igen nagy sebességgel távolodó extragalaxisok sugárzásán közvetlenül ellenőrizni lehet; a róluk érkező fény sebessége ugyanis az évi aberráció* mérésének segítségével meghatározható. Ha ugyanis a fény észlelt sebessége a fényforrás radiális sebességétől függene, akkor a szóbanforgó extragalaxisok aberrációs konstansainak (különböző mértékben) el kellene térnie a csillagokétól. Ilyen irányú méréseket már több ízben is végrehajtottak, (utoljára O. Heckmann Hamburgban), de anomáliát nem tapasztaltak. E megfigyelések perdöntő voltát H. Dingle angol fizikus kétségbe vonta azon az alapon, hogy a felhasznált extragalaxisok pozíciója ilyen mérésekhez pontatlan, hiszen látszólagos szögátmérőjük többszöröse az aberrációs konstans esetleges megváltozásából eredő szögeffektusénak.

* Aberrációnak nevezzük a csillagászatban az égitesteknek a Föld mozgása és a fény véges terjedési sebessége következtében létrejövő látszólagos helyzetváltozását. A Föld tengelyforgása, évi keringése illetőleg a Naprendszerrel együtt való mozgása okozzák az ún. napi, évi, ill. szekuláris aberrációt.

Ez a hibaforrás azonban a quasarok felhasználásával megszüntethető, hiszen ezek éppúgy pontszerűnek látszanak, mint a közönséges csillagok. A 3C 48 és 3C 273 extrém nagy radiális sebességű kvazisztelláris rádióforrásokról a heidelbergi obszervatóriumban egy év leforgása alatt 21 felvételt készítettek és segítségükkel megállapították, hogy az aberrációban — mint az alábbi táblázat jól mutatja — semmiféle rendellenesség sem tapasztalható.

Objektum	Radiális seb. km/sec	Az aberrációkonstans anomáliája	
		H. Dingle szerint	mért érték
3C 48	110 200	7″,5	+0″,171±0″,321
3C 273	47 400	3″,2	+0″,057±0″,102

A H. Dingle (és mások) által kidolgozott ún. ballisztikus fényelmélettel — mely szerint a fény sebessége a fényforrás radiális sebességével megváltozik — már akkor is ellentmondásba kerülnénk, ha az említett quasarok radiális sebessége csak a színképvonalaik vöröseltolódásából számított érték 1/10-e lenne. (Az ellentmondás persze csak azon feltevés mellett áll fenn, hogy az extragalaxisok — így velük együtt a quasarok — fényének vöröseltolódását az Univerzum tágulása, és nem valamilyen más folyamat okozza. Ha például jövőbeni laboratóriumi mérések megdöntenék a fénysebesség állandóságának tételét, akkor megdőlne a Világegyetem tágulásáról alkotott kép is.)

B. B.

Egy tudós javaslata: leszállás üstökösre

Javaslat hangzott el a jövő űrtudósai számára arra vonatkozóan, hogy űrhajó szálljon le valamely üstökösre és úgy derítse fel rejtelmeit.

Az elgondolást Dr. Fred *Whipple* a Smithsonian Astrophysical Observatory (Cambridge, Mass.) igazgatója vázolta egy, Denverben, az Amerikai Asztronautikai Társaság rendezésében megtartott konferencián, melyen a Naprendszernek automatikusan működő mesterséges égitestekkel történő kutatásáról volt szó.

Dr. Whipple még két másik „távolbahatható" tervről is említést tett a konferencián.

Készítsenek a tudósok egy hétig tartó űrfilm-felvételt, melynek főszereplője egy üstökös lenne. A felvételeket a Föld különböző pontjain elhelyezett Baker-Nunn kamerák rendszerével készítenék. Ha egyes filmfelvevő-állomásokon borult lenne is az idő, elegendő kamera áll rendelkezésre ahhoz, hogy 3 vagy 5 percenként készüljön egy-egy felvétel.

A másik terv arra vonatkozik, hogy egy szárazjég tömb kilövésével az űrben mesterséges üstököst lehetne létrehozni. Dr. Whipple elmélete szerint az üstökösök „szennyezett jéggöröngyökből" keletkeztek évmilliárdokkal ezelőtt lejátszódott kozmikus folyamatok során.

A mesterséges üstökös értékes adatokat szolgáltatna az üstökösök kialakulásáról és a rejtélyes üstökös-csóvákról. Ezen kívül, ha az üstökös közelébe űrhajót küldenének — folytatta gondolatmenetét Dr. Whipple — ennek pályáját úgy lehetne megszabni, hogy akár egy hétig vagy még tovább is az üstökös szomszédságában maradjon. Ilyen módon tanulmányozni lehetne a gáz- és gőzrészecskék sebesség-eloszlását, amelyek az üstökösről a Nap sugárzásának hatására párolognak el. Az űrszondával az üstökös magjából is anyagmintát lehetne venni, és így lehetővé válna, hogy közvetlen méréseket végezzenek a Naprendszer egyik legrégebben végbement fizikai folyamatával kapcsolatban — fejezte be fejtegetéseit Dr. Whipple.

B. K.

Science News Letter, Vol. 87. No. 9.

Külföldön megrendelhető az alábbi címeken:
Orders can be placed with the following addresses:
Zu beziehen durch:
Veuillez adresser vos commandes à:
За границей заказы принимаются по следующим адресам:

ARGENTINA
Juan Horváth
Lavalle 361
Entre Piso 5
Buenos Aires

AUSTRALIA
A. Keesing
G.P.O. Box 4886
Sydney

BELGIQUE — BELGIE
Agence Messagerie de la Presse
14—22 Rue du Persil
Bruxelles
Du Monde Entier
5 Place St. Jean
Bruxelles

BRASIL
Livraria Bródy Ltda.
Caixa Postal 6366
Sao Paulo

BULGARIA
Direkzien REP
Sofia

CANADA
Forum Books
L. Iványi
140 Kipling Avenue, North
Islington Ont.
Pannonia Books
2 Spadina Avenue
Toronto 4 Ont.
Progress Books
42—48 Stafford Street
Toronto 3, Ont.

CCCP
„Sojuspechatj" Import
Prospekt Mira, 112-a
Moskva

CESKOSLOVENSKO
PNS Praha
Vinohradska 46
Praha
PNS Bratislava
Leningradska 14
Bratislava
Magyar Kultúra
Vaclavske nam 2
Praha II

CHILE
Humanitas
Augustinas 972, Op.515-a
Santiago de Chile

CHINA
Waiwen Shudian
P.O.B. 88
Peking
Peking Post Office
Branch No 106

DANEMARK
Ejnar Munksgard
Hörregaden 6
Copenhagen K
Hunnia Books
Norrebrogade 18 B
Copenhagen N

DEUTSCHE DEMOKRATISCHE REPUBLIK
Zeitungsvertriebsamt
Clara Zetkin Strasse 62
Berlin N. W.

BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND
Griff Verlag
Sedanstrasse 14
München 8
Kubon und Sagner
Schliessfach 68
München 34
Kunst und Wissen
Erich Biebor
Wilhelmstrasse 4
Stuttgart N
W. E. Saarbach
Gertrudenstrasse 30
Köln

FRANCE
Agence Litteraire et Artistique Parisienne
7, Rue Debelleyme
Paris
Societé Balaton
12, Rue de la Grande Bateliére
Paris 9

GREAT BRITAIN
Collet's Holdings Ltd.
44—45, Museum Street
London, W.C.1.
Danubia Book Company
B. I. Iványi
11, Archer Street
London W. 1.
I. R. Maxwell and Co. Ltd.
4—5, Fitzroy Square
London, W. 1.

INDIA
National Book Agency Private Ltd.
12 Bankim Chatterjee Street
Calcutta 12

ITALIA
Libreria Rinascita
Via della Botteghe cure 2
Os *Roma*
Libreria Commissionaria Sansoni
Via Lamarmore 45
Firenze

ISRAEL
Alexander Fisher
Rh. Strauss 3
Jerusalem
Gondos Sándor
Herzl 16, Béth Hakranoth
P.O.B. 44515
Haifa
Hadash
P.O.B. 3319
Tel-Aviv
Haiflepac
P.O.B. 1794
Haifa
Lepac
20, Brenner St.
P.O.B. 1136
Tel-Aviv

JAPAN
Nauka Ltd.
Kanda Zinbocho 2
Chome Chiyoda-ku
Tokyo 2
Maruzen Company
6, Teri Nichome
Tokyo

JUGOSLAVIJA
Forum Novinsko Izdavacko
Vojvode Misica broj 1
Novi Sad

NEDERLAND
N. V. Martinus Nijhoff
Postfach 269
Den Haag
Meulenhoff and Co. N. V.
Boulingstraat 2
Amsterdam C.
Pegasus Boekhandel
Leidsestraat 25
Amsterdam
Swet
Keizersgracht 487
Amsterdam C

NORGE
Commermeyers Boghandel A/S
Karl Johasgatan 41
Oslo

ÖSTERREICH
Globus Buchvertrieb
Salzgriess 16
Wien I
Rudolf Novák
Köllnerhofgasse 4
Wien I

POLSKA
Bkwz „RUCH"
Ul. Wronia 23
Warszawa

ROMANIA
OSEP
Gara de Nord
Bucuresti
Oficiul Raionai
P.T.T.R.
Oradea

SUOMI — FINLAND
Akateeminen Kirjakauppa
Keskuskatu 2
Helsinki
Rautatiekirjakauppa Oy
Kampinkatu 2
Helsinki

SVERIGE
Nordiska Bokhandeln
Drottninggatan 7—9.
Stockholm
Sandbergs Bokhandel
Brahegatan 3
Stockholm 5
Wennergren Williams Ab
Nordonflychtsvägen 70
Stockholm

SCHWEIZ
AZED AG.
Postfach
Basel 2

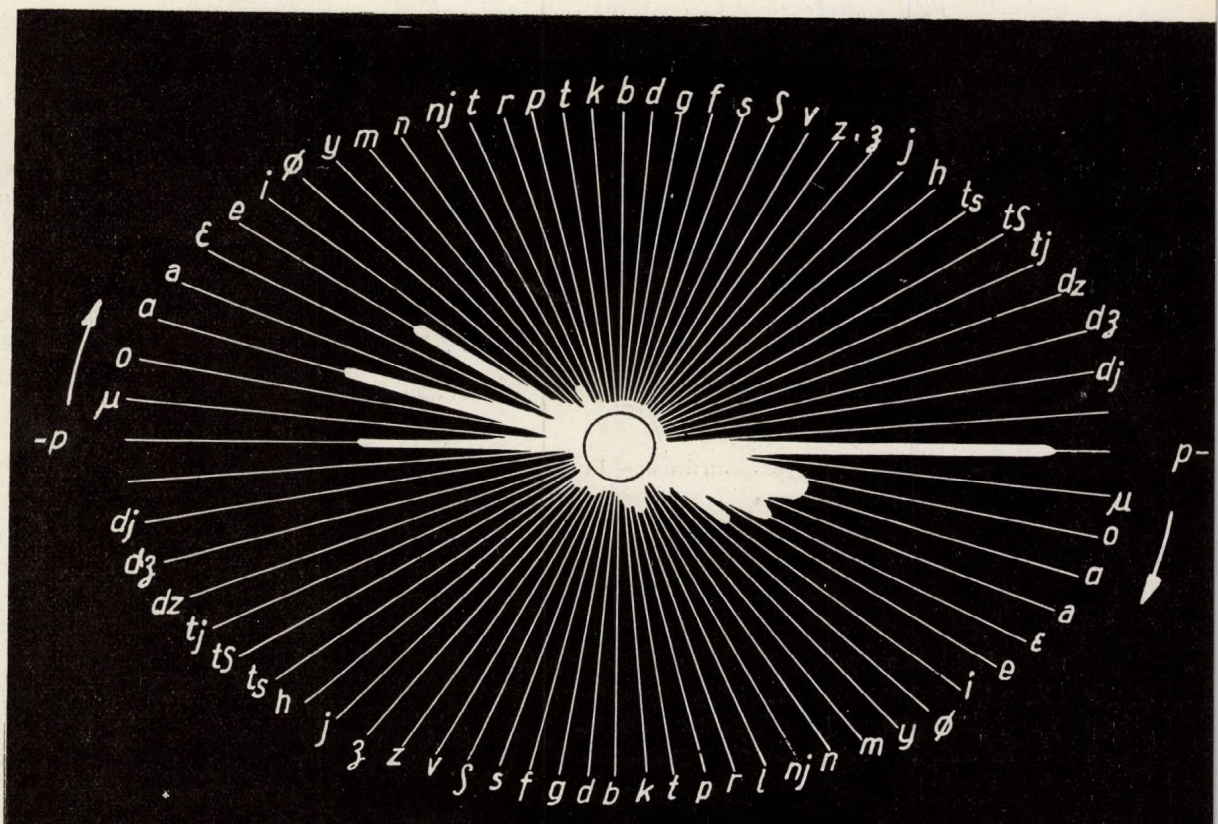
UNITED STATES OF AMERICA
Joseph Brownfield
15 Park Row
New York 38 N.Y.
Walter J. Johnson, Inc.
111 Fifth Avenue
New York 3, N.Y.
Stechert—Hafner, Inc.
31 East 10th Street
New York 3, N.Y.
Fam Book Service
69 Fifth Avenue
New York 3, N.Y.

URUGUAY
Library Szücs
Ituzaingo 1266
Montevideo

VENEZUELA
Luis Tarcsay
Calle Iglesia Edif.
Villoria Apto 21
Sabana Grande
Caracas

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



Tartalmunkból:

MEGOLDHATÓ-E AZ ÖNMÜKÖDŐ BESZÉDFELISMERÉS?

1966/5

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

A „p" hang kapcsolatainak gyakorisága a magyar nyelvben (részletesebben l. a Tarnóczy Tamás cikkének 7. ábráját magyarázó szövegrészben).

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

A kézirat beérkezett 1966. I. 15.
Terjedelem: 4 (A/5) ív
Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62015
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Tarnóczy Tamás: Megoldható-e önműködő beszédfelismerés kizárólag elemezés alapján?
J. D. Bernal: Tudományos kutatás a fejlődő országokban
Békéssy András: A Monte Carlo módszer II
J. A. Szmorigyinszkij: Az elemi részecskék spektruma
J. R. Shakeshaft: Rádiógalaxisok és quasarok

KÖNYVSZEMLE

СОДЕРЖАНИЕ

Т. Тарноци: Осуществлимо-ли автоматическое распознавание речи на основе только лишь анализа?
Д Бернал: Научно-исследовательская деятельность в развивающихся странах
А Бекеши: Метод Монте-Карло II
Я. А. Смородинский: Спектр элементарных частиц
И. Р. Шекшафт: Радиогалактики и квазарий

ОБЗОР КНИГ

INHALT

T. Tarnóczy: Ist es möglich die menschliche Rede ausschliesslich auf Grund von Analysen automatisch zu erkennen?
J. D. Bernal: Wissenschaftliche Forschung in den Entwicklungsländern
A. Békéssy: Die Monte-Carlo Methode II
J. A. Smorodinski: Das Spektrum der Elementarteilchen
J. R. Shakeshaft: Radiogalatiken und Quasaren

BUCHBESPRECHUNG

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 5. szám 1966. május

Megoldható-e az önműködő beszédfölismerés kizárólag elemzés alapján?*

Az elemzés és összetétel folyamata

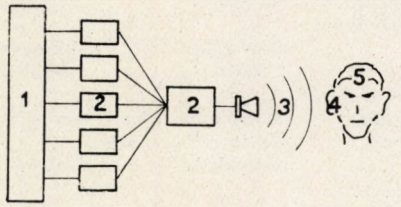
A fizikai beszédkutatás világszerte két irányban halad. Ez a két irány az analízis és a szintézis. Érdekes tény, hogy míg a szintézis terén a kutatás nagyon jó eredményeket tud fölmutatni, az analízisnek még sok alapvető problémája sincs megoldva. Dolgozatomban ebből a tényből kiindulva kívánom taglalni az önműködő beszédfölismerés nehézségeit és lehetőségeit. A fonetikai példákat a magyar nyelvből fogom venni.

Az analízis a beszédnek mint akusztikai jelenségnek és a beszéd kisebb akusztikai egységeinek, pl. a beszédhangoknak információs elemekre való bontása. Az információs elemekkel szemben az a követelményünk, hogy azok, ill. azok kombinációi egyértelműen meghatározzák a beszéd akusztikai egységeit és azoknak egymással való kapcsolatait, vagyis, hogy a beszéd, mint akusztikai jelenség, az információs elemekből ismét szintetizálható legyen.

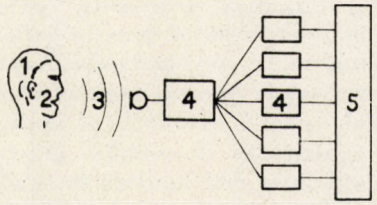
Az elemzés után végzett összetétel, mint ellenőrző eljárás azonban nagy elvi hibával rendelkezik. A szintézis és ezen keresztül az analízis helyessége ugyanis nem értékelhető objektív módszerekkel, mert a megfigyelést ember végzi. Az elemzési adatok objektív ellenőrzéséhez csak úgy juthatunk, ha a nyert információs elemek segítségével egyértelmű jelrendszer formájában önműködően, gépi úton rögzíteni tudjuk az eredeti beszéd minden akusztikai részletét. Ez az utolsó programpont definíciószerűen nem tartozik az elemzési folyamathoz, de mint egyetlen objektív ellenőrzési és értékelési lehetőséget hozzá kell csatolnunk. Ezt az egyelőre meg nem oldott tudományos feladatot nevezzük *önműködő beszédfölismerés*nek.

Az előbbiekben megfogalmazott *elemzési folyamat* sémáját az 1. ábrán foglaljuk össze. Eszerint az elemzési folyamat fő részletei: 1. a lappangó információ, amely pszichológiai szinten van jelen, 2. a beszédképzés, amelyben fiziológiai tényezők játszanak szerepet, 3. a beszédképzés eredményeként megjelenő közbeeső vagy akusztikai információ, 4. az elektroakusztikai fölvevő és az elektronikus földolgozó rendszer, amely tulajdonképpen az elemzést végzi, végül 5. valamilyen jelrendszer szerint regisztráló önműködő beszédfölismerő egység.

A beszédkutatás másik említett módszere az összetétel. Az *összetétel folyamatá*ban az emberi beszédet utánzó akusztikai információt információs elemekből állítjuk össze, az ítéletet pedig a megfigyelő ember hozza. A folyamat gyors áttekintésére a 2. ábra szolgál. Az egyes összetevők most így alakulnak: 1. a lappangó információ, amely tárolt formában, pl. mágneses szalagon vagy



1. ábra. Az elemzés folyamata: 1. lappangó információ, 2. beszédképzés, 3. közbeeső (akusztikai) információ, 4. fölvevő és elemző rendszer, 5. önműködő beszédfölismerés



2. ábra. Az összetétel folyamata: 1. lappangó információ szalagon vagy kártyán, 2. szorosabb értelemben vett szintézis és reprodukáló rendszer, 3. közbeeső (akusztikai) információ, 4. fiziológiai fölvevő és földolgozó rendszer

lyukasztott kártyán van jelen, 2. a beszédképzés, vagyis a tulajdonképpeni szintézis, rendszerint elektronikus-elektroakusztikus megoldásban, 3. a közbeeső vagy akusztikai információ, 4. a megfi-

* Fölkért előadásként elhangzott Liègeben, 1965. szeptember 14-én az V. Nemzetközi Akusztikai Kongresszuson „*Can the Problem of Automatic Speech Recognition Be Solved by Analysis Alone?*" címmel.

gyelő ember fiziológiai hallásfolyamata mint fölvevő és földolgozó rendszer, végül 5. a beszédfölismerés agyi folyamata pszichológiai szinten.

Az elemzés és az összetétel folyamatai között fontos elvi különbség, hogy az egyiknek az *elején*, a másiknak a *végén* áll a gondolkodó ember. Emlékeztetőül közöljük az 1. táblázatot. Az elemzés eszerint sem nem analóg, sem nem fordított folyamata az összetételnek. Nem analóg folyamat, mert a beszédképzés fiziológiai része nem szintézis jellegű, a hallás útján való fölvétel és földolgozás pedig nem analízis jellegű. És nem fordított folyamat, mert az ember helyzetéből következik, hogy az elemzés során az embertől gép felé haladó akusztikai információ „*teljes*", míg a szintézisnél a géptől ember felé haladó információ az eljárás módjától függően „*részleges*". Az akusztikai információ teljessége úgy értendő, hogy a beszélő ember önellenőrzése folytán az akusztikai információ minden gondolati-akarati információt tartalmaz. A szintetizáló berendezéseknek nincs meg ez az önellenőrző lehetőségük, és így az összetétel akusztikai információját kizárólag eleve rögzített információs elemek és a berendezés nehezen változtatható tulajdonságai szabják meg.

1. táblázat

Az analízis és szintézis folyamata

A folyamat része	Analízis	Szintézis
1. Lappangó információ	emberi	Mágneses, elektronikus vagy más elektroakusztikai
2. Beszédképzés	emberi	
3. Közbeeső információ	akusztikai (teljes)	akusztikai (részleges)
4. Felfogás és osztályozás	elektroakusztikai	emberi
5. Fölismerés	elektronikus (nincs megoldva)	emberi

Az embernek a láncban való helyzetéből adódó további következmény, hogy a szintézis részleges akusztikai információját a hallgató fonetikailag és értelmileg kijavítja, kiegészíti, egyszóval átformálja. Sokszor többet ad hozzá a hallott anyaghoz saját kombinatív tevékenysége folytán, mint amennyit az eredeti információ tartalmazott. Jól ismert példák ezzel kapcsolatban, hogy az anya értelmesre egészíti ki csecsemője gügyögését, a papagáj tulajdonosa érti madara hangadását stb.

Mindez természetesen egy megállapodásszerű jelrendszer — a *nyelv* — keretein belül folyik le. Ugyanazt az akusztikai információt két különböző anyanyelvű ember különbözőképpen értékeli ki. Ez természetes következménye annak, hogy egy nyelvközösségen belül élő ember saját nyelvének fonetikai és grammatikai rendszerében hall és gondolkodik. A legtöbb ember csak anyanyelvének fonetikai rendszerében rendelkezik „abszolút" hallással.

Ez a fonetikai átértékelés érthetőségi vizsgálatokkal kísérletileg is kimutatható. Sokszor azonban az előbbieken túlmenőleg tapasztalhatunk akár hosszabb szöveg esetén is teljes fonetikai és értelmi átértékelést. Többször megfigyeltem magamon, hogy csökkent figyelem és erős alapzaj mellett a zajból ki-kibukkanó néhány szavas mondatot világosan értem saját anyanyelvemen, holott az utólagos ellenőrzés teljes bizonyossággal megállapította, hogy az akusztikai információ idegen nyelvű volt. Ennek az effektusnak tervszerű kísérleti kimutatása igen nehéz, mert olyan érthetőségi vizsgálatról van szó, amikor a kísérleti személy figyelmét valamilyen más, pl. vizuális élménnyel el kell terelni a vizsgálandó akusztikai információról. Szubjektív megfigyelés alapján azonban már mások is megerősítették az effektus létezését.

Az előbbiekből nyilvánvaló az a többször hangsúlyozott tény, hogy nem azt vesszük tudomásul hallásunk útján, amit az akusztikai információ *tartalmaz*, hanem amit kiértékelő tevékenységük során a legvalószínűbbnek *ítélünk*, hogy *tartalmazott*. S ebben nagyon lényegesen különbözik egymástól az emberi fölismerés és a reálisan megvalósítható önműködő fölismerés.

Az azonosítás és megkülönböztetés problematikája

Vizsgáljuk meg a továbbiakban kissé alaposabban az elemzés által szállított információs elemek kapcsolatát az eredeti akusztikai információval. Vágjuk két részre az elemzés folyamatát az akusztikai információ helyén és vizsgáljuk meg az elemzési és fölismerési résznek, tehát, a folyamat 4. és 5. számmal jelölt részének működési mechanizmusát. Az akusztikai információ időtartama, intenzitása és hangmagassága berendezéseink által nagyjából követhető, a színképi változás azonban csak elég nagy hibával ellenőrizhető. Berendezéseink a színképet nem egységes információként veszik tudomásul, hanem a színkép egyes részleteit külön információs elemnek értékelik. Akár színképi elemzést, akár formánselemzést végzünk, a hangszín legmegfelelőbb információs elemeként a *formánsokat* kell tekintenünk. A formánsok frekvenciája és sávszélessége, továbbá egymással, az alaphanggal és az intenzitással való kapcsolata bizonyos megszorító föltételek mellett nagyjából meghatározza a formánsoknak az eredeti akusztikai információhoz való viszonyát. Az információs elemek és a beszédhangok közötti egyértelmű kapcsolat megtalálása egyben az önműködő fölismeréssel volna azonos. Tehát pótolná az emberi megismerő tevékenység azonosító és megkülönböztető módszerével elérhető eredményt.

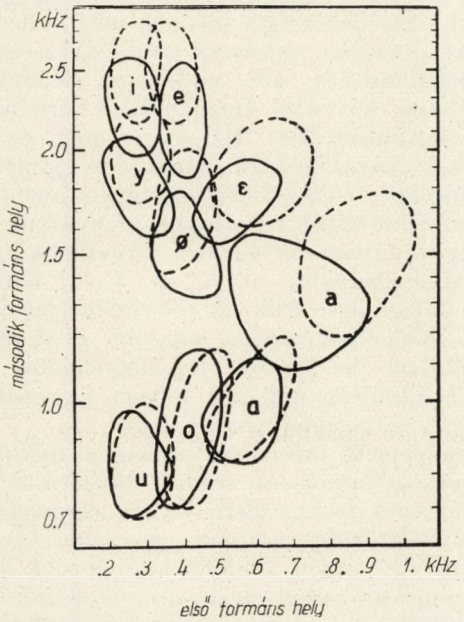
Ilyen egyértelmű kapcsolat a kielemzett információs elemek és az akusztikai információ között izolált, esetleg rövid szavakban előforduló magánhangzókra talán található, de folyamatos beszédre vagy annak tetszés szerinti hangjára nem.

Fontos követelmény, hogy a kapcsolatot a beszélő hangjának egyéni sajátosságaitól függetlenül kell megtalálnunk. Természetes azonban, hogy a feladat csak egyazon nyelven belül oldható meg. Megnehezíti a megoldást, hogy az egyéni ejtésben és a szöveg hangsúlyozásában mutatkozó színképi eltérések igen nagy szórást árulnak el.

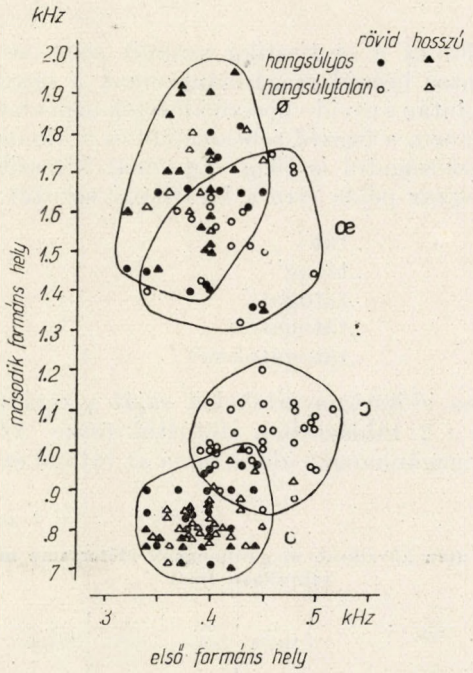
A szokásos műszaki megoldások mellett a magánhangzók általában sokkal jobban azonosíthatók, mint a mássalhangzók. Az elmondottak megvilágítására a magyar magánhangzók formánseloszlását ismertetjük. A magyar köznyelvi ejtésben 14, ritkán vagy nyelvjárásokban előforduló formákkal együtt 16 *magánhangzó fonémát* tartunk nyilván. A fonéma nyelvi fogalom és olyan hangok neve, amelyeknek egymáshoz képest a nyelvben jelentéselhatároló szerepük van. A 14 fonémából csak 9 választható biztosan szét a formánshelyek alapján. A rövid-hosszú magánhangzó párok kvalitásbeli különbözősége a mai elemzési módszerekkel nem mutatható ki. A 3. ábrán a magyar magánhangzók két formánshely szerinti eloszlását mutatjuk be 4 férfi és 4 nő ejtésének szórása alapján. Elemzési módszer: Sona-Graph és a Speech Transmission Laboratory (Stockholm) 51 csatornás berendezése. Az elemzett anyag kéttagú szavak magánhangzóit tartalmazza. Minden személy ugyanazt a 32 kéttagú szót mondta. Minden magánhangzó hangsúlyos és hangsúlytalan helyen szerepelt, többféle mássalhangzó környezetében. A teljes szórás 512 magánhangzó színképe alapján van az ábrába berajzolva. Látható, hogy még a 9 féle kvalitás szétválasztása is milyen nehéz: egyazon magánhangzó adatai nagy területet szórnak be, részben egymásba is nyúlnak, a férfi és női beszélők formánsai pedig nem azonos helyen feküsznek. Az alaphang magasságának és a hangerőnek egyidejű ismerete némileg pontosabb azonosítást enged meg az akusztikai információval, pl. a férfi és női adatok közötti eltérés korrigálható. Így azt mondhatjuk, hogy négy információs elem segítségével a magánhangzó kvalitás elég nagy valószínűséggel egyértelműen megállapítható. Ez azonban még nem a nyelvi kategória, vagyis nem a fonéma meghatározása. Egyes nyelvekben, pl. az angolban a hosszú—rövid magánhangzó párok között lényeges kvalitásbeli különbséget is találtak. A magyar vizsgálatok azonban nem hoztak ilyen vonatkozásban megnyugtató eredményt. Pedig az elválasztás nagyon is fontos volna különösen az o—ó és ö—ő esetében.

Pl.	„foka"	„fóka"
	„por"	„pór"
	„szoba"	„szóba"
	„török"	„tőrök"
	„töröl"	„tőröl"
	„növel"	„nővel"

Az o—ó és ö—ő párok szétválasztása érdekében külön vizsgálatsorozatot végeztünk, ahol a hosszú—rövid ellentét mellett a hangsúlyos—hangsúlytalan ellentétet is figyelembe vettük. A magyar nyelvben mindig az első szótagon van a hangsúly, tehát kéttagú szavakban törvényszerűen az első magánhangzó hangsúlyos, a második hangsúlytalan. Mivel hosszú és rövid magánhangzó egyaránt kerülhet az első és második szótagba, négy változat lehetséges. Az eredményeket a 4. ábrán láthatjuk. Az ábra szerint a *hangsúlytalan rövid* forma bizo-

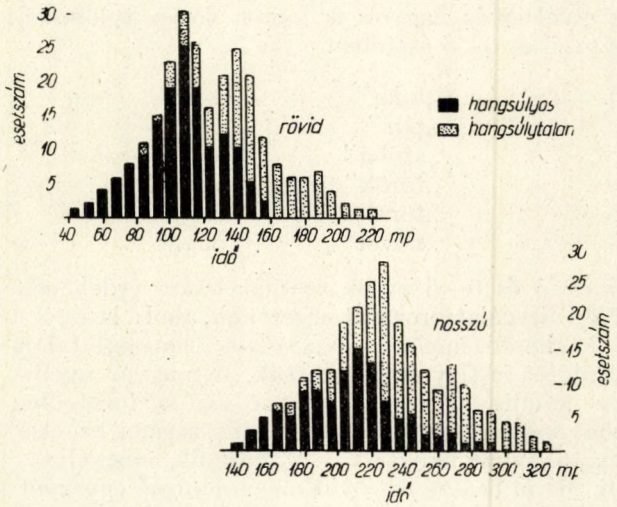


3. ábra. A magyar magánhangzók első/második formánshelyei: a kihúzott vonal 4 férfi, a pontozott vonal 4 nő hangjának szórásképét fogja össze. A fonetikai jelölések: ɑ = „a", a = „á", ε = „e", e = „é", ø = „ö—ő", y = „ü"



4. ábra. A magyar „o—ó" és „ö—ő" párok első/második formánshelyei az összes kiértékelt adattal. A rövid hangsúlytalan változat úgy látszik, hogy megkülönböztethető a másik háromtól. A fonetikai jelölések: o = „ó" és hangsúlyos „o", ɔ = hangsúlytalan „o"; ø = „ő" és hangsúlyos „ö" œ = hangsúlytalan „ö"

nyos valószínűséggel a másik háromtól megkülönböztethető. A megkülönböztetés azonban nem megbízható. Fölmerül az a lehetőség, hogy a magánhangzók időtartamának örödik információs elemként való bekapcsolásával oldjuk meg a problémát. Sajnos azonban az *időtartam* sem biztos információ a magánhangzó hosszúságára. Ennek megvilágítására közöljük a vizsgált magánhangzók időtartam statisztikáját az 5. ábrán. A statisztika szerint 160—200 ms között teljesen bizonytalan, 140—220 ms között pedig részben bizonytalan, hogy egy magánhangzó hosszú vagy rövid volt-e.



5. ábra. Az összes megvizsgált magyar magánhangzó időtartamának statisztikus szórása. A hangsúlyos magánhangzók általában rövidebbek, mint a hangsúlytalanok. A bizonytalan terület 140 és 220 ms között van

Azonfelül ez a statisztika semmit sem mond a folyamatos beszéd magánhangzóinak a hosszúságáról, miután a rövid—hosszú időérték nem abszolút adat, hanem a beszéd sebességétől és a kimondott szó hosszúságától is függ. Egy már klasszikussá vált magyar példa erre a következő sorozat:

„tát"
„tátog"
„tátogat"
„tátogatók"
„tátogatóknak"

Az egyes időtartam értékeket saját vizsgálatunk alapján a 2. táblázatban állítottuk össze. Az első hosszú magánhangzó időtartama az öttagú szóban

2. táblázat

Egymás után következő magánhangzók időtartama magyar szavakban (ms)

Szó	1. hosszú	2. rövid	3. rövid	4. hosszú	5. rövid
tát	210				
tátog	180	145			
tátogat	140	95	115		
tátogatók	120	85	105	130	
tátogatóknak	110	80	90	110	140

rövidebb, mint akármelyik szóvégi rövid magánhangzóé. Az abszolút időtartam információja tehát nem elegendő a magánhangzó hosszú vagy rövid voltának eldöntéséhez.

Az eddigiek alapján csak az következtethető, hogy öt mérhető információs elem, még együttesen sem határozza meg egyértelműen a 14 magyar magánhangzót. Természetesen más nyelvekben másképpen alakulnak a problémák. Az olasz magánhangzók önműködő felismerése lényegesen kevesebb, az angoloké lényegesen több nehézséggel jár.

A magánhangzók azonosításánál sokkal nagyobb nehézséget jelent a *mássalhangzók* azonosítása. Különböző nyelvek területén végeztek eredményes munkát a mássalhangzók önműködő felismerése irányában. Azt mondhatjuk, hogy a *réshangok* (f, sz, s, v, z, zs) már négy információs elemmel (időtartam, intenzitás, zöngésség és színképi egyensúly) elválaszthatók más hangzóktól és nagyjából megkülönböztethetők egymástól is. A *nazálisok* (m, n, ny, ng) és *likvidák* (l, r) azonosítása a magánhangzókéval nagyjából azonos nehézséget jelent. A *zárhangok* (p, t, k, b, d, g), *affrikáták* (c, cs, dz, dzs) és *palatizált hangok* (gy, ty) tekintetében csak részeredményeket értek el a kutatók. Ma még nem állíthatjuk, hogy bármelyik nyelvben is ezeknek a hangoknak a pontos megkülönböztető információs elemei rendelkezésünkre állnának.

Ha a beszéd kisebb egységeinek elemzés útján való fölismerése, megkülönböztetése és azonosítása meg lenne oldva, akkor is további problémákkal kerülnénk szembe, amennyiben a folyamatos beszéd folyamatos följegyzését, fölismerését és azonosítását akarnánk biztosítani.

Az információs elemek folyamatos följegyzésének technikai nehézségei jelenleg még nem láthatók előre. Azonban az *elemző szűrők* sávszélességének megállapítása sok vitára ad lehetőséget. A férfihang két alsó formánsának eredményes szétválasztásához 100 Hz vagy még ennél is keskenyebb sávszélességű szűrőkörök ajánlatosak. A *Küpfmüller—Gábor*-féle összefüggés szerint ezeknek a szűrőköröknek a berezgési ideje 10 ms körül van, vagyis ugyanezek a szűrők a rövidebb lefolyású hangjelenségeket, pl. a „p—t—k"-hangokat azonos jellegűnek ítélik. A rövididejű megkülönböztető jelleg tisztázására nagyobb sávszélességű szűrőrendszer kívánatos. Legmegfelelőbb lenne két párhuzamosan működő, kétféle sávszélességű szűrőrendszer egyidejű használata.

A kielemzett információs elemek folyamatos följegyzése alkalmas az eredeti akusztikai információval való azonosításra, ha az azonosítást pl. vizuális kiértékelés alapján végezzük. Így működnek a 20 évvel ezelőtt kidolgozott *Visible Speech* eljárások, amelyek ugyan forradalmi újításnak tekinthetők, de amelyek nem oldották meg az önműködő fölismerés problémáját. Az önműködő fölismeréshez a folyamatos anyagot kvantumozni kell. Minden hangról egy és csak egy adatra van szükségünk, ami természetesen több informá-

ciós elem kombinációja is lehet, de ami mindenegyes beszédhangot kölcsönösen és egyértelműen meghatároz. Ennek az adatnak a megkeresését segíti elő a *szegmentáció*, amely lényegében a beszédfolyamat hangokra való szétválasztása. A szegmentáció ismét nyelvek szerint változó nehézségű műszaki feladat. Olyan nyelvekben, amelyekben a magánhangzó—mássalhangzó arány közel egységnyi, a leggyakoribb szótagtípusok: VC, CV, CVC, és a kiejtés jól meghatározott, könnyebb, mint amelyekben sok a mássalhangzó- vagy magánhangzótorlódás és sok a rövidített vagy elnyelt hang. Az előbbieket *kemény*, vagy *határozott*, az utóbbiakat *lágy* vagy *határozatlan* fonetikájú nyelveknek lehetne nevezni. Az olasz pl. sokkal határozottabb fonetikájú mint az angol, amelyben a „*how are you*" kifejezést az Owe-I szintetizáló gép segítségével csupa magánhangzóból össze lehet állítani. Egészen biztos, hogy a szegmentáció a japáni, finn, olasz vagy magyar nyelvre lényegesen könnyebb probléma, mint az angolra, németre vagy oroszra.

Az előbb említett kvantumozáshoz természetesen a szegmentációval együtt meg kell oldani az elemzési időpont és időtartam problémáját is. A *szonogramok*ból jól ismerjük a hangkapcsolatok okozta bonyolult kvalitásváltozásokat. De különben is a beszédhangok képzése olyannyira dinamikus tevékenység, hogy 50 ms időtartamú állandósult állapot ritkán figyelhető meg az oszcillogramokon. Így aztán megfontolandó, hogy ha az elemzés időadatait kézben is tudjuk tartani, hol és hogyan válasszuk meg azokat? Bármilyen újabb módszerhez nyúlunk és bármilyen ügyes műszaki megoldásokat választunk, biztos, hogy önműködő beszédfölismerő szerkezeteink sok téves információt fognak összegyűjteni. Egyik legfontosabb kérdés, hogyan lehet ezeket a téves információkat kijavítani?

Az önműködő fölismerés lehetőségei

Utolsó kérdésünk megválaszolásához tekintsük át a szintézis folyamatának fölismerő részét, vagyis az ember *beszédfölismerő* és *megértő* tevékenységét. Az agy nagy valószínűség szerint nem annyira információs elemek kiértékelése alapján, hanem inkább közvetlenül a kvalitás fölismerése útján azonosítja a hangokat. Valószínűleg úgy dolgozik, hogy a hallószerv által szállított egységes információkat emlékképeivel vagy mintáival összehasonlítja és ezek közül a legközelebb állóval azonosítja. A fonetikai elemeket beilleszti saját kvantumozott fonetikai rendszerébe, majd a hiányos vagy hibás információkat nyelvi emlékképek alapján korrigálja, végül a hosszabb idejű információs anyagot értelmi formájában is ellenőrzi. A teljes megértéshez lépésről-lépésre fejti ki tevékenységét a rövididejű emlékezéstől a hosszúidejű emlékezésig, s közben igénybe veszi kombinatív és asszociációs képességét is.

Nagyban hozzásegít az agy ebbéli tevékenységének eredményességéhez a nyelvi információ *redundanciája*. Már maga a fonetikai rendszer is redundáns minden nyelvben. Egy szó hírtartalmát a hangkapcsolatokon kívül a szótagtípus, a szóhosszúság, jellegzetes helyen álló hangok jelenléte stb. többszörösen is meghatározza. De redundáns a grammatika is és maga a közölnivaló megfogalmazása is. Mindez segíti a megértést. A többoldalról való ellenőrzés lehetővé teszi rosszulértett vagy félreértett részek haladéktalan kijavítását. Azonkívül a redundáns információs anyag a zavarokra is sokkal érzéketlenebb. Erre optikai példaként mutatjuk be a 6. ábrát. Az információs szempontból kifogástalan, kevés részlettel jellemzett forma zavar esetén hírtartalmának lényeges elemeit elveszti, míg a cikornyás, tehát redundáns forma ugyanezen zavar alatt érthető marad.



6. ábra. Optikai példa a redundancia előnyös voltára zavarás esetén. A jobb oldali redundánsabb formák érthetőbbek maradnak mint a bal oldaliak, ha a figurák ugyanazon részei hiányoznak

Ha az agy tevékenységét akarnók utánozni az önműködő fölismerés technikai megoldására, nagyon bonyolult berendezéseket kellene szerkesztenünk. A gépnek a nyelv teljes szótári anyagát tárolnia és teljes grammatikai rendszerét „ismernie" kellene. Tudnia kellene az összehasonlítás és szétválasztás legeredményesebb módszereit és a műveleteket igen gyorsan kellene végrehajtania. Ha ez az út nem is megoldhatatlan, de mindenesetre igen drága volna.

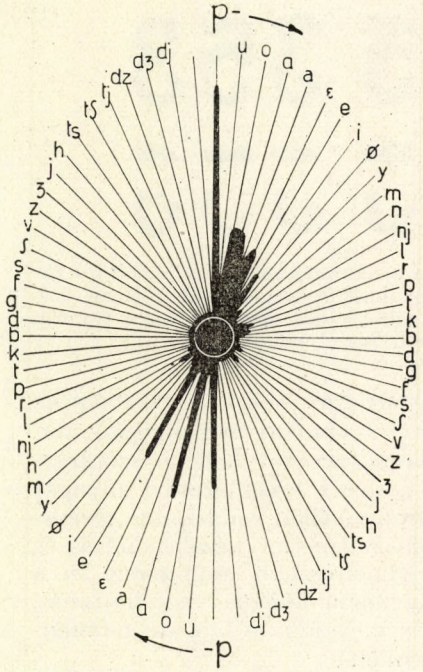
Elképzelhető azonban egy egyszerűbb megoldás is. Tegyük fel, hogy berendezésünkkel szegmentálást, információs elemekre bontást és ezek alapján bizonyos mértékű azonosítást már el tudunk végeztetni. Az adatok „ellenőrzését" egy olyan számológép is végezheti, amely csak a nyelv fonetikai törvényeit veszi figyelembe. Ha egy 24 fonémából álló hangzókészletből 5-elemű hangzókapcsolatokat képezünk minden lehetséges módon, mintegy 8 millió különböző szót alkothatunk. Egyetlen nyelv sem használja ki ennek a lehetőségnek még század részét sem. Sok gyakori hangzókapcsolat mellett még több a tiltott, vagy a nyelv által kihasználatlan. A nyelvi statisztikák figyelembe vétele tehát sok hibás azonosítás korrigálását teszi lehetővé. A magyar nyelvben pl. a szókezdő difoném a 3. táblázatban közölt eloszlást mutatja. Az esetek 99,7%-ában magánhangzó—mássalhangzó vagy fordított váltakozás következik. Ez részben a szegmentációt is megkönnyíti, részben lehetőséget biztosít arra, hogy a gép valamilyen formában jelezze saját valószínűtlen vagy hibás megállapítását.

3. táblázat

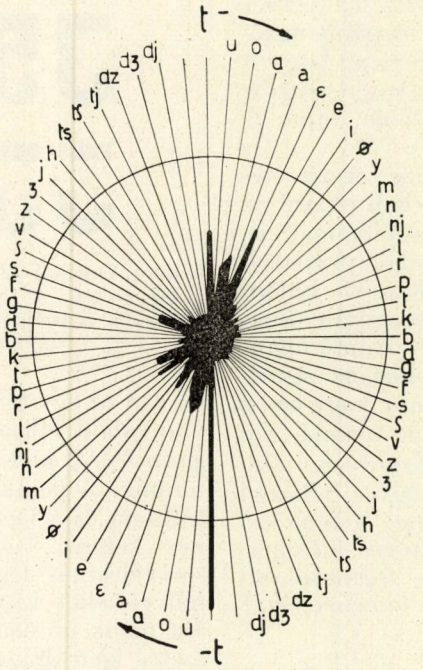
Szókezdő difoném a típusok előfordulási gyakorisága a magyarban

VV	VC	CV	CC
0,0%	19,2%	80,5%	0,3%

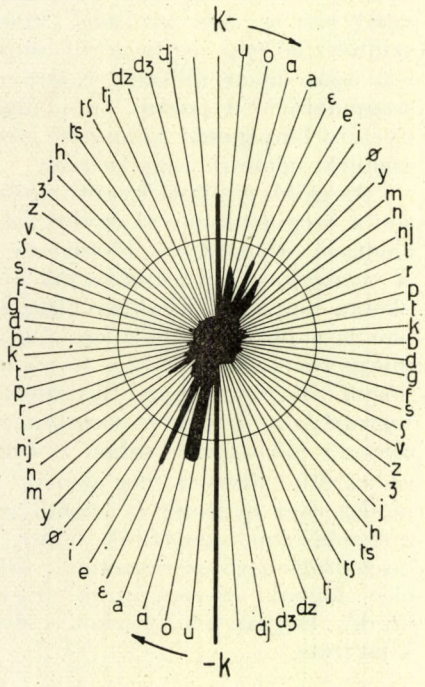
Még nagyobb lehetőséget nyújt a difonémák teljes statisztikája. A 7—9. ábrákon a zöngétlen zárhangok kapcsolatainak a magyar nyelvben tapasztalható gyakoriságát igyekeztük föltüntetni. A három ábrán látható kör sugara a hangzó gyakoriságával arányos. A fekete figura tüskeszerűen kiálló részei azt mutatják, hogy a jelzett után álló magánhangzók között pl. „o", „a", „á", „e" és „i" csaknem egyenlő gyakoriságú, míg az előtte állók között dominál az „a" és az „é". A „t"-nél nem tapasztalhatunk nagy ingadozásokat a magánhangzók elől-hátul állásának gyakoriságában. Ezzel szemben a „k" a „p"-hez hasonlóan viselkedik, azzal a különbséggel, hogy előtte „o", „a" és „e" áll igen gyakran. Másképpen válik el a három zárhang, ha a mássalhangzós kapcsolatait vesszük szemügyre. A „p" előtt csak „n" jelentkezhet észrevehető gyakorisággal, mögötte sok mássalhangzó. A „t" éppen fordított viselkedésű: sokféle mássalhangzó szerepelhet előtte, alig valami utána. A „k" inkább a „t" jelleget követi, feltűnően sok „n—k" kapcsolattal. Ezek-



7. ábra A „p—x" (jobbra) és „x—p" (balra) magyar difonémák statisztikus szórása. A különböző fonémajelekre mutató tüskék hossza arányos a difonémák előfordulási gyakoriságával. A fehér kör a „p" előfordulási gyakoriságát mutatja a magyar nyelvben, ami kb. 0,9%. Az egyes hangzók fonetikai jelükkel vannak föltüntetve



8. ábra. Hasonló mint a 7. ábra, de „t"-re vonatkoztatva, aminek a magyar nyelvben 7,9% az előfordulási gyakorisága



9. ábra. Hasonló mint a 7. ábra, de „k"-ra vonatkoztatva, aminek a magyar nyelvben 5,5% az előfordulási gyakorisága

hangzó saját előfordulási gyakoriságát egységnyinek tekintve milyen gyakorisággal társul más hangzókkal. A függőlegesen fölfelé mutató jel a szó elején, a lefelé mutató a szó végén tapasztalható gyakoriságot jelzi. A „p" inkább szó elején, a „t" és „k" inkább szó végén fordul elő. A jobb oldal a vizsgált hangzó után következő hangokkal való kapcsolatra, a bal oldal az előtte álló hangokkal való kapcsolatra utal. Mind a három ábra meggyőzően utal arra, hogy a magánhangzókkal való kapcsolódás túlnyomó a mássalhangzós kapcsolódásokkal szemben. Emellett azonban elég sok megkülönböztető jelleget találhatunk. A „p" nek a tulajdonságoknak az alapján egy aránylag nem túl bonyolult diszkriminátorral a magyar zöngétlen zárhangok nagy valószínűséggel elválaszthatók egymástól anélkül, hogy maguknak a zárhangoknak a színképét ismernénk. Hasonló megoldás más nyelvben nem feltétlenül eredményes, viszont elképzelhető, hogy a színképek alapján történő szétválasztás eredménnyel járhat.

Még egy szétválasztási problémát szerenénk említeni. A zöngés—zöngétlen párokat automatikusan általában a zöngehang jelenlétének vagy jelen-nem-létének kimutatásával választják szét. Ez a módszer suttogó ejtéskor csődöt mond.

4. táblázat

Suttogott magyar réshangok tévesztési mátrixa

	f	sz	s	v	z	zs	más	semmi
f	46			17			1	1
sz		89	1		13		1	
s			246			1		
v	12			84			15	6
z		45	1		82	1	1	
zs			11			2		

Suttogott érthetőségi vizsgálatok azonban arra utalnak, hogy a párok között nemcsak zöngésségi, hanem minőségi különbség is van. Erre mutatjuk be példának a 4. táblázatot. A vizsgálatok fonetikailag kiegyensúlyozott, de nem értelmes suttogott szavakkal folytak, 0 dB jel/zaj viszony mellett. A pártévesztések viszonylag kis százaléka arra mutat, hogy az emberi fölismerésben a zöngésségi adat fontos, de nem döntő tényező.

A zöngésség információt adó szerepe a mássalhangzóilleszkedés alkalmával zavarhatja az önműködő fölismerést. A magyarban az illeszkedés hátraható. Pl. az „s—g" kapcsolat „zs—g"-nek hangzik: a zönge már az előző zöngétlen mássalhangzóban jelen van. Pl. „vas" és „golyó", együtt „*vazsgolyó*". A német illeszkedés általában előreható, vagyis pl. egy „sz—d" kapcsolat „sz—t"-nek hangzik. Pl. „Nuss" és „Dorf", együtt „*nusztorf*" Az illeszkedés szavakon belül természetes, és nem is volna helyes kiküszöbölni. Két szó között azonban csak a gyors beszédben van meg, lassú kiejtés esetén megszűnik. Illeszkedés sokszor esik két-három hang távolságra is. A magyarban nincs nazalizált magánhangzó, akkor sem, ha utána nazális következik. De ha a magánhangzó + orrhangzó kapcsolat után egy „h" következik, a vokális visszahatólag nazalizálttá válik. Pl. „*van hát*". Az illeszkedés szerinti önműködő korrekciókat tehát szintén a nyelvek egyéni sajátságai szerint kell megtervezni.

Összefoglalás

A beszédhangkutatás az akusztika egyik igen nagy haladást elért területe. Fontossága mind elméleti, mind gyakorlati vonatkozásban elismert. Kétségtelen, hogy az ismeretek növekedésével a kutatás ezen a területen is kiszélesedett és igen nehezen áttekinthető. Éppen ezért előnyös, ha határozott elérendő célokat is látunk magunk előtt. Egyik ilyen határozott, de egyelőre nehezen megközelíthető cél az önműködő beszédfölismerés. Volt idő, amikor a feladat majdnem egyszerűnek tűnt, és úgy gondoltuk, hogy az elemzés technikájának megjavításával a probléma megoldható. Ma azonban már világos, és rövid dolgozatomban is ezt igyekeztem vázolni, hogy a megoldástól még igen messze vagyunk.

Magával az elemzéssel kapcsolatban is van elég tennivalónk. Világosan látnunk kell, hogy melyek azok a határok, amelyeket az *elemzés mai módszereivel nem tudunk átlépni*. Az összes beszédhang tökéletes fölismerése és azonosítása még különálló szavakon belül sem lehetséges. A folyamatos beszéd pedig bőven szállítja az új problémákat. Ezek közül az egyéni ejtésbeli sajátságoktól való függetlenítés elég jól, a szegmentáció sokkal kevésbé jól megoldott probléma. Egyelőre teljesen tehetetlenek vagyunk a hibás fölismerések korrekciója tekintetében.

Az önműködő beszédfölismerés megoldásához tehát a dolgozatban érintett megfontolások szerint az elemzés mellett *más módszereket* is föl kell használnunk és más tudományágak eredményeit is meg kell ismernünk. Rögzítenünk kell, hogy a feladat minden nyelvben más és más nehézségű, és hogy a részletproblémák az egyes nyelveken belül külön-külön oldandók meg. Sokkal jobban *meg kell ismernünk a nyelvek természetét*, a nyelvtudomány által elért eredményeket. Egyeztetni kell a fizikailag kimutatható azonosító és megkülönböztető jellegeket a nyelvi egységekkel: a fonémákkal.

További fontos lépés lenne *nyelvi statisztikák készítése* az eddigieknél alaposabb és átgondoltabb formában. Ezek a statisztikák mutathatnának utat az önműködő fölismerés logikai alapra való helyezése irányában. A hangkapcsolódások, sőt, esetleg a nyelvtani szabályok törvényszerűségei *számológépek segítségével* bekapcsolhatók lesznek az azonosítás és megkülönböztetés mechanizmusába. Az emberi agyműködés ugyan semmiképpen nem helyettesíthető, de az emberi fölismerés menetének egyes fázisai számológépekkel elképzelhetően utánozhatók.

Sok problémát lehetne megoldani és gyors megoldást elérni azzal, ha sikerülne egy, a gépek fölismerő képességéhez alkalmazkodó *határozott fonetikájú mesterséges nyelv* megalkotása. Ez a mesterséges akusztikai jelrendszer a természetes nyelvekhez hasonlóan már akkor is lehetővé tenné minden fogalom és nyelvtani alak kombinációját, ha csak 5 magánhangzóból és 13 mássalhangzóból lenne megszerkesztve. Elkerülhetőek lennének a nemkívánatos hangzókapcsolatok is: pl. sem két magánhangzó, sem három mássalhangzó nem követné egymást. Ezt a mesterséges nyelvet a gépek kevés tévesztéssel ismernék föl és a különböző átviteli rendszerek könnyen továbbítanák. Előnyt jelentene még az is, hogy a fordításokat csak a saját nyelvről a mesterséges nyelvre és fordítva kellene elvégezni. Minden nemzetközi anyagot szóban és írásban ezen az egyszerű nyelven lehetne közölni, amelyet a gépek könnyen föltudnának ismerni.

Összefoglalva: négy olyan momentumot emeltünk ki, amelynek a jövő kutatásában döntő szerepet kell kapnia. Ezek: a nyelvtudomány módszereinek és eredményeinek átvétele, nyelvi statisztikák készítése és eredményeinek fölhasználása, a számológép-technika intenzív alkalmazása és végül egy új mesterségesen megszerkesztett nyelv lehetőségének tanulmányozása. Ennek a négy módszernek egyesített bevetése kétségkívül meg is fogja hozni a kívánt eredményt.

Tarnóczy Tamás
MTA Akusztikai Kutatócsoport

Tudományos kutatás a fejlődő országokban

A Tudományos Munkások Világszövetsége kezdettől fogva figyelemmel kísérte a fejlődő országok tudományának problémáját. Ezt a kérdést tárgyalja a Világszövetség alapokmánya is, amely nem sokkal a TMV 1946-ban történt megalakulása után került nyilvánosságra:

„Arra kell törekednünk, hogy valamennyi országban a lehető legrövidebb időn belül a hazai tudósoknak olyan gárdája alakuljon ki, amely a politikai és gazdasági szabadság körülményei között dolgozhat. Ennek előfeltétele, hogy a haladottabb országok tudományos munkásai neveljék a gyengén fejlett országok népét, kiváltképpen pedig ezeknek az országoknak a jövőbeli tudósait. Az ipari országok tudományos dolgozóinak kötelessége, hogy ugyanakkor támogassák a gyengén fejlett országok lakosságát égető problémáinak megoldásában is. Ennek a célnak megvalósításához a következőkre van szükség:

A tudomány vívmányait a legsürgősebb helyi szükségletek kielégítésére kell igénybe venni, például: a természet erőforrásainak fejlesztése és konzerválása; a helyi mezőgazdasági feltételek megvizsgálása annak érdekében, hogy különféle élelmiszerek maximális mennyiségben, de a talaj kimerülése nélkül legyenek termelhetők; figyelmet kell szentelni továbbá az egészségügyi problémáknak, hogy a világ minden részében ugyan az a várható átlagos életkor legyen elérhető.

Gondoskodni kell a tanító- és tanárcseréről az egyes országok között, továbbá arról, hogy ezeknek az országoknak a diákjai külföldön tanulhassanak.

Gondoskodni kell arról, hogy a gyengén fejlett országok megfelelő számú tudományos dolgozót és felszerelést kapjanak külföldről sürgős problémáiknak a helyszínen való megoldására, továbbá abból a célból, hogy az illető országban munkásokat képezzenek ki.

Minden ilyen tervet úgy kell megvalósítani, hogy külföldi hatalom ne gyakorolhasson semmiféle gazdasági és politikai felügyeletet e tervekre támaszkodva.

Nos, ebben a vonatkozásban, de más vonatkozásokban is korszerűsíteni kell az Alapokmány gondolatait. Az Alapokmány megfogalmazói teljes mértékben tudatában voltak annak, hogy a tudomány vívmányait feltétlenül fel kell használni a gyengén fejlett országok problémáinak megoldásában, s tisztában voltak ennek perspektíváival is. Nem voltak viszont tisztában azokkal az akadályokkal, amelyek az ilyen felhasználás útjába tornyosulhatnak és amelyek némely területeken az ilyen felhasználást teljes mértékben meg is hiúsíthatják.

Ha a tudomány eredményeinek felhasználásában elért új vívmányokat az emberi fejlődés nagy távlataiból tekintjük, mindjárt világossá válik, hogy e vívmányoknak, amelyek az elsőnek iparosított országokban összpontosultak, az egész világon el kell terjedniök, de világossá válik az is, hogy ennek az elterjedésnek útjába akadályok gördülhetnek. A megoldandó probléma e vonatkozásban alapjában véve az, hogy megállapítsuk: milyen mértékben közelítheti meg vagy haladhatja meg az az ütem, amelyben a tudomány az őt nélkülöző országokban elterjedt, azt az ütemet, amelyben a tudomány a világ haladottabb részein fejlődik. Az egyik irányzat az utolérés felé mutat, a másik tendencia viszont a még nagyobb egyenlőtlenség, vagyis a stabilitás hiányának irányába. Világos, hogy jelenleg ez utóbbi irányzat az erősebb. Valamennyi legújabb világméretű feltérképezés azt mutatja, hogy a haladottabb és a gyengébben fejlett országok közötti egyenlőség nem csökken, hanem ellenkezőleg, növekszik.

Mi, a Világszövetség tagjai helyes célok megvalósításában reménykedtünk; abban azonban tévedtünk, hogy ezek a célok könnyen elérhetők, mert figyelmen kívül hagytuk a gátló tényezőket. Ebben az előadásomban éppen ezekről a tényezőkről szeretnék beszélni. Nézetem szerint abban tévedtünk, hogy azt képzeltük: az Alapokmányban foglalt elvek megfogalmazóinak önzetlenségéhez méltó lesz majd azoknak az embereknek a működése, akik a fejlődő országok tudományos életének támogatását kapják feladatukul. A tudományos, oktatási és ipari segítség megközelítően sem volt olyan nagy, mint vártuk, ezen kívül pedig sok esetben egyáltalában nem volt önzetlen. Az efféle segítséget egyre nyíltabban használják fel politikai és katonai célokra. Továbbá: a politikai és katonai események együttes hatása a legtöbb ország gazdaságának fejlődését igencsak korlátozta, ez pedig katasztrofális módon befolyásolta ez országok tudományos kutatási terveit. A terveket azért persze elkészítik, de megvalósításuk gyakran késik, s olykor pedig az egész tervet sutba kell dobni.

Nem azt akarom ezzel mondani, hogy Ázsia, Afrika és Latin-Amerika országai nem használják fel növekvő mértékben a tudomány vívmányait. Csak azt akarom leszögezni, hogy az ipari országokban észlelhető haladással szemben e vívmányok felhasználásának üteme az előbb említett országokban sokkal lassúbb, mint akár csak öt évvel ezelőtt volt. Éppen akkor, amikor a tudományos kutatásra a legnagyobb szükség van a fejlődő országokból származó termékek termelési költségeinek csökkentése és minőségének javítása céljából, maguknak az ipari országoknak a pénzügyi nehézségei csökkentik a keresletet, következésképpen tehát az ezekért a termékekért ajánlható árakat. Egyéb tényezők, mint például a „tudóselszívás", ami annak következménye, hogy a gyorsan militarizálódó ipari országokban még mindig aránylag kevés a tudós, tovább apasztották a feljődő országok amúgyis csekély tudóslétszámát. Mindennek ellenére, amint a szimpóziu-

mon elhangzó beszámolókból is nyilvánvalóvá válik majd, ezekben az országokban számottevő tudományos munka folyik. Ennek egy része még a gyarmati felügyelet alatt folytatott kutató tevékenység kiterjesztéséből, illetve meghosszabbításából származik. Más része lényegében gyarmatosítás-ellenes törekvések folyománya. Egy további része szándékában gyarmatosítás-ellenes, eredményében azonban pusztán tudomány-ellenes.

Minden lehetőségünk megvan arra, hogy világosan megkülönböztessük a tudománynak azt az irányzatát, amely messzemenően figyelembe veszi a gazdasági és politikai szempontokat a tudománynak azoktól az eredményeitől, amelyeknek szerves tartozéka a tudományos bírálat hagyománya, továbbá egy másik lényeges ellenőrző faktor: a kísérlet. Van ugyan egy közbeeső övezet, amelyben a viták lehetségesek, sőt előmozdíthatók; de már a múltban is veszedelmesnek bizonyult, ha itt a politikai célszerűséget tartották szem előtt. Ha nagyobb figyelmet fordítunk a tudományok vizsgálatának tudományára, jobban szét fogjuk tudni választani a tudomány két oldalát, tudniillik útmutató és kritikai vonatkozásait.

A TMV 1959. évi varsói szimpóziumán első ízben kaptunk világméretű képet arról, hogyan használják fel a tudomány vívmányait számos, bár még mindig nem elég nagy számú, fejlődő országban. Megtudtuk belőle, hogy a fejlődő (és a gyarmati és volt gyarmati) országokban a tudományt összekapcsolták a gyors készpénzhasznot hajtó termények szorgalmazásával, s igen csekély gondot fordítottak a szóbanforgó országok lakosságának valódi szükségleteire, vagy arra, hogy kiegyensúlyozott gazdasági életet hozzanak létre. Most, ezen a budapesti szimpóziumon közelebbről és több realizmussal kell megvizsgálnunk a dolgot. Nem elég fontolgatni, hogy mi a kívánatos vagy az elméletileg megtehető, hanem azt kell megnézni, hogy az adott, a létező feltételek, körülmények között mit lehet megvalósítani. A dolgozó tudósoknak ebben a gyülekezetében nem igen látnók hasznát azoknak a különben jószándékú közhelyeknek, amelyeket a kormányokkal szemben felelős testületeknek kell minduntalan hangoztatniok, hogy ne sértsenek meg senkit. Vitáinkban tehát nemcsak a tudománnyal és a tudományos tevékenység megszervezésével kell foglalkoznunk, hanem még nagyobb mértékben — mégpedig személyekre vagy rendszerekre való tekintet nélkül — azokkal a politikai és gazdasági körülményekkel, amelyek a tudományos tevékenység megszervezését befolyásolják.

Tisztában kell lennünk azzal, hogy a kolonializmus új ellentámadása játszódik le a szemünk előtt, amely ellentámadás óhatatlanul érinti a tudományt is. Ez nemcsak abban mutatkozik meg, hogy felütötte a fejét az úgynevezett neokolonializmus, amelyben tovább élnek a kolonializmus régi tulajdonságai — persze más neveken — és amelyben gondosabban álcázzák azt, hogy kik az igazi urak; manapság már azt látjuk, hogy mindjobban megközelítik a régi kolonializmus körülményeit: rendőri és katonai akciókat hajtanak végre, elgáncsolják vagy megsemmisítik azokat a kormányokat, amelyek a politikai függetlenséget valóra akarják váltani. Mindenki láthatja ennek az ellentámadásnak nyíltan katonai oldalát: Afrika déli része, beleértve a Kongót és a tőle északabbra fekvő területeket, névleg afrikai vezetés alá került, de ezek a vezetők fehér zsoldosokat alkalmaznak, a régi gyarmattartó hatalmak és az új gyarmatosító hatalom, az Egyesült Államok hallgatólagos beleegyezésével és támogatásával. Vietnámban az Egyesült Államok csapatai egyre nyíltabb módon viselnek háborút az ország népe ellen. Latin-Amerikában a Dominikai Köztársaság újkeletű példája és a Kuba ellen irányuló állandó fenyegetés szemléltetik, hogy milyen eszközökkel avatkozik be az Egyesült Államok ezeknek az országoknak az életébe és milyen eszközökkel gyakorol uralmat az egész kontinens fölött. Egyre nyíltabban esik szó a kommunizmus megfékezésének szükségességéről, s ezen a téren még messzebbre mennek, mint maga Mr. Dulles, a hidegháború legsúlyosabb napjaiban.

A tudomány szempontjából éppen ilyen jelentős, ha ugyan nem jelentősebb az a körülmény, hogy az utóbbi öt évben az egész világon — főként az Egyesült Államok égisze alatt működő — tudományos konszernek alakultak ki, az olaj, az ásványok és a közlekedés (főleg a légiforgalom) birodalmában. A politikai, katonai és gazdasági szempontok szorosan összefüggnek: a világ egyetlen részén sem választható el az olaj a politikától. Azt a körülményt, hogy a nagy olajtársaságok birtokolják az olajkutak fúrásának, az olajfinomítás technikájának és felszerelésének tulajdonképpeni monopóliumát, felhasználták például számos latin-amerikai ország természeti erőforrásai régóta szükséges fejlődésének megakadályozására, az értékesítési piacok feletti ellenőrzés pedig még ott is gátat vetett a fejlődésnek, ahol az már megindult.

Amikor arról beszélünk, hogy a fejlődő országokban fel kell használni a tudomány vívmányait, nem szabad figyelmen kívül hagynunk azt a tényt, hogy ezek a nemzetközi gazdasági konszernek mindenütt növekvőben vannak, különösen pedig azokban az iparágakban, amelyekben a tudomány vívmányai leginkább kerülnek alkalmazásra, vagyis a villamossági és a vegyiparban; ez utóbbiak szükségképpen azok az iparágak, amelyeknek növekedésében a tudományos kutatás a legjelentősebb szerepet játssza.

Az elektronika az elektronikus számológépek korszakának jelképeivel, a vezérlő mechanizmusokkal és az automatizálással, rohamosan terjed valamennyi iparágban. Szorosan kapcsolódnak hozzá az úgynevezett világűr-iparágak, vagyis azok, amelyek — főként katonai célokra — a hihetetlenül költséges rakétákkal helyettesítik a repülőgépeket, mégpedig a holdra vagy a bolygókra kiterjedő feladatkörrel. Az Egyesült Államok világűrkutatása például valószínűleg többet költött a tudományra, mint amennyit a többi ország együttvéve a tudomány valamennyi más ágazatára.

Az új vegyipar, különösen a műanyagipar forradalmat idézett elő az anyagokat előállító iparágakban, következésképpen tehát az építési módszerekben is, a gyógyszer- és műtrágyaipar pedig még ennél is nagyobb befolyást gyakorol az orvostudományra és a mezőgazdaságra. A „Nagykaliberű Tudomány"-nak ebben a világában, amely szinte teljes mértékben kiszorította a 19. század Kiskaliberű Tudományát — mondom: ebben a világban kell kialakulnia a tudománynak a fejlődő országokban, viszonylag egyre hátrányosabb helyzetben, még akkor is, ha bizonyos vonatkozásokban esetleg jelentős támogatásban van része.

A Nagykaliberű Tudomány kialakulásával mint jelentős tényezővel kell számolni, amikor azt vizsgáljuk, hogyan használják fel a tudományos kutatás eredményeit a fejlődő országokban. A Nagykaliberű Tudomány szükségképpen befolyásolja a tudomány-politikát, nem különben pedig az egyes tudósok sorsát és pályafutását: olyan probléma tehát, amellyel nekünk itt sokat kellene foglalkoznunk. Elsősorban azonban mégis elvi kérdéseknek kell szentelnünk figyelmünket. A tudomány van az emberért, nem pedig az ember a tudományért, ezt le kell szögeznünk, jóllehet mint tudósnak eléggé nehezünkre esik ezt a nézetet vallanunk. Nehéz megtalálni az egyensúlyt az egyéneknek az alkotó tudományban való felhasználása és az egyes országok szükséglete között, mert az ilyen szükséglet értelmezés kérdése. Fennáll az a veszély, hogy az egész világ tudományát tovább monopolizálják, különösen fenyeget ez a veszedelem az Egyesült Államok részéről. Másrészről viszont az a veszély fenyeget, hogy a Kiskaliberű Tudományt tovább művelik, mégpedig a fejlődésben levő országok súlyos hátrányára, hiszen így ezek az országok tudományos, műszaki, ipari és kulturális szempontból még inkább lemaradnak. A tudományos segítség elfogadása hasonló problémákat vet föl, mint a gazdasági segítség elfogadása. Mindkettő esetleg közvetlen előnyökkel kecsegteti a fejlődő országok tudósait és gazdasági életét. De hátha ennek az éremnek is megvan a maga másik oldala, és a segítség, ahelyett hogy valóban segítené az illető országot, elszegényíti, s nemcsak anyagi erőforrásaitól fosztja meg, hanem munkaerejétől és intellektuális erőforrásaitól is? Veszedelmes dolog az ilyen ajándékot elfogadni, de visszautasítása esetleg még ártalmasabb és az illető országot talán még jobban kiszolgáltatja a külföld kereskedelmi érdekeinek, amelyek mögött ott van az imperialista országok egész diplomáciai és katonai hatalma. Igen fontos kérdés ez, amelyet e szimpóziumon meg kell vitatnunk.

Amikor a fejlődő országok tudományos életének hosszú- és rövidtávú vonatkozásait vizsgáljuk, elsősorban azt kell eldöntenünk, milyen célokat szolgáljon a tudomány ezekben az országokban? Az illető ország népének érdekeit szolgálja-e, vagy pedig idegen országok kereskedelmi érdekeit? Másodsorban azt kell megnéznünk, kik a tudomány művelői a fejlődő országokban? Az ország népe avagy a külföldiek? Vagy esetleg talán éppen k ü l f ö l d ö n vannak a művelői?

Néhány évvel ezelőtt Afrikában jártam, egy védőgát-építkezés színhelyén, és láttam, hogy a talajból nagymennyiségű mintát csomagolnak ládákba, hogy repülőgépen Amerikába szállítsák, kikísérletezés céljából. A tudomány új nagyhatalmainak nem szabad titkos hatalmaknak lenniök, nem engedhető meg, hogy a tudományt csak azok használják fel, akik koncessziót kaptak a tudománynak különféle országokban való fejlesztésére. Márpedig fennáll az a súlyos veszély, hogy éppen ez történik, ma, jelenleg, nem pedig valamilyen távoli jövőben.

Először is: ami a tudományos kutatás hosszúlejáratú vonatkozásait illeti, ezek lényegében attól függnek, mennyire tudnak megfelelő káderekét nevelni az egyes országokban. Másszóval: ez a szilárd alapozású tudományos oktatás állapotától függ. Itt mindjárt nyelvi nehézségekbe ütközünk, és szemben találjuk magunkat a külföldre emigráló tanító-személyzet problémájával is. A kínai példából már meg kellett volna tanulnunk, mily hatalmas előnyökkel jár, hosszútávon, ha a tanítás a népi nyelveken folyik és ha a tankönyveket is e nyelvek alapján szerkesztik. Az ilyesminek gyors és eredményes végrehajtásához azonban olyan hatalmas országra van szükség, mint amilyen Kína. Mint ahogyan a termelésnek nagy kiterjedésű piacra van szüksége: a tudományos kutatásnak is nagykiterjedésű intellektuális „piac"-ra van szüksége; ez a piac viszont nagymértékben függ az egyes népi nyelvek elterjedtségétől. Ezek önmagukban véve is nagy problémák, főként nevelési problémák, s nem tárgyalhatjuk őket részletesen ennek a szimpóziumnak keretében.

Nekünk itt különösen a második kategóriával, a tudományos kutatás rövidlejáratú aspektusaival kell foglalkoznunk. Ha eredményes tudományos kutatást akarunk végezni, mégpedig a lehető leggyorsabban, akkor együttműködésen alapuló vállalkozásokra van szükség, mint amilyenek például azok a hatalmas, világméretű laboratóriumok, amelyek jelenleg gyakorlatilag az olaj- és gyógyszervállalatok kereskedelmi monopóliumának laboratóriumai. A tudományos kutatás egy része a szovjet és a kínai tapasztalatok részbeni felhasználásával is elvégezhető; a Szovjetunióban és Kínában a tudományos kutatás a termék jellegével áll szoros összefüggésben. Ha valamely országnak a nagy külföldi repülőgép-gyártóktól kell beszereznie repülőgépeit, akkor képtelen aerodinamikai kutatások végzésére. Ami az ezeken a kritikus területeken folyó kutatást vagy fejlesztést illeti, az egyes európai országok máris képtelenek igazi haladást elérni. Még az olyan országoknak is, mint Franciaország vagy Nagybritannia, közös kutatási programot kell kialakítaniuk. Ez a tendencia a jövőben valószínűleg erősödni fog. Sőt: már eddig is minden bizonnyal annyira megerősödött, hogy a fejlődő országok teljesen ki vannak rekesztve az ilyen természetű tudományos kutatásból.

Meg tudjuk-e állapítani, akár a gyakorlatban, akár elméletileg, milyen mértékben irányuljon az érdeklődés az idegenből importált és azonnali eredményt hozó tudományos kutatás felé, s milyen mértékben a magában az országban kezdeményezett, s hosszúlejáratú eredményekkel kecsegtető tudományos kutatás és fejlesztés felé? Minden valószínűség szerint az történik majd, hogy a legnehézkesebben mozgó és a legkevésbé szervezett közösségek fognak a legtöbbet szenvedni attól, hogy hagyják a dolgokat menni a maguk útján. Az Egyesült Államokban, Nagybritanniában, Németországban és más tőkés országokban a nagy monopóliumok egy sereg másodlagos vállalatot tömörítettek maguk köré; ezek a vállalatok gyakran egészen kicsik; alkatrészeket készítenek; így hát könnyen lehetséges, hogy az ipari országok repülőgépeinek és hasonló produktumainak felhasználása azzal a következménnyel jár, hogy a karbantartás, a kezelés kisebb jelentőségű munkáinak elvégzésére megfelelő személyzet és felszerelés alakul ki és az illető országból származó jólképzett emberek csoportja fogja ellátni ezeket a feladatokat. Ez történt bizonyos mértékben a háború alatt is; Ghanában például a fizika, a gyakorlati fizika fejlődése nagyrészt a Royal Air Force radarkezelési kiképző tanfolyamának melléktermeke volt; de pusztán csak melléktermék, úgyszólván holmi műszaki hamueső.

A tudomány fellendülésének egyik legnagyobb akadálya a fejlődő országokban a technikus-hiány. Még ha van is mód műszaki emberek képzésre — mint ahogy rendszerint nincs —, a tudományos kutatás műszaki részét a jólképzett elméleti tudósokra bízzák, ami csökkenti teljesítőképességüket, jóllehet persze sok gyakorlati tapasztalatot szerezhetnek. Ez a kérdés szoros összefüggésben van egy sokkal fontosabb problémával, mégpedig a „tudósszipkázás" problémájával.

Ma már oda jutottunk, hogy a világ jónéhány részében — Afrikában, Latin-Amerikában, Ázsiában — a tudósok képessége más országoknak hajt hasznot; szülőhazájuk, amely pedig manapság a legkevésbé tudja nélkülözni ezeket az embereket, rendszerint elveszti őket. Ez lényegében politikai probléma; remélem, hogy ezen a szimpóziumon megvitatjuk ezt a kérdést és tájékoztatást kapunk arról, milyen mértékben lehet ezt a folyamatot meggátolni például úgy, hogy minden szerződésbe belefoglalnak egy záradékot, hogy a külföldön kiképzett emberek bizonyos százalékának vissza kell térnie hazájába és ott jó állást kell kapnia. De valójában ennél többre van szükség: nagyszabású kampányra, amely visszavezeti ezeket az embereket a hazájukba és ellensúlyozza a külföldi országokban végzett munka állítólagos előnyeit. (Hiszen ne felejtsük el, hogy külföldön ezek az emberek gyakran hátrányos megkülönböztetést szenvednek!)

Annak meghatározása, hogy milyen mértékű tudományos kutatás folyjék egy-egy fejlődő ország speciális körülményei között — s ez az olyan országokra is áll, ahol a tudomány csak gyermekcipőkben jár —, annak eldöntésén alapuljon, hogy milyen kutatási területekre terjedjen ki a munka és milyen fontossági sorrendben. Ebben a vonatkozásban a magam részéről három kategóriát állapítanék meg: 1. a terület jellege; 2. a lakosság szükségeletei; 3. milyen ágazatbeli tudósok közreműködésére lehet számítani a startnál vagy milyen tudósok hajlandók az illető területen dolgozni. Ezen kívül vannak még olyan alapelvek, amelyek meghatározzák a tudományos kutatás arányát az illető ország és más országok között, akár fejlődő, akár fejlett országokról van szó.

Egy-egy országnak megvannak a maga adott sajátságai, s csak e sajátságok helyszíni vizsgálata tudja meghozni a kellő eredményt. E sajátságok közé tartozik elsősorban a terület geológiája, kiváltképpen a gazdasági geológiája (ércek és különféle fémek fellelhetősége, a kerámia- és az üvegipar céljait szolgáló nyersanyagok jelenléte, beleértve a cementét is).

A következő tényező az éghajlat, annak helyi és évszak szerinti változásai, a száraz és vízben gazdag területek, a szavanna-típusú területek stb. felmérése. Ennek alapján elvégezhető a különféle talajok vizsgálata, annak megállapítása, hogyan lehet ezeket a talajokat javítani; a következő lépés bizonyos mezőgazdasági vizsgálatok elvégzése, ezek nyomán pedig az illető terület különböző részeinek megfelelő növények kiválasztása és termesztése. Tanulmányozni kell — járványügyi és táplálék-szempontból egyaránt — az állatvilág és a növényzet betegségeit is. Ekkor kerülhet sor a tájnak megfelelő termékek meghatározására. Egy országnak nem szabad teljesen a monokultúrától és a gyors bevételt igérő termékektől függnie, kezdetben azonban keresztül kell menni ezen a fázison is. Jelentkezik továbbá a lakásépítés és a várostervezés szükségelte: el kell kerülni a túlzsúfoltságot, meg kell teremteni a vízvezetékhálózatot, az egészségügyi berendezéseket, a csatornázást. E feladatok elvégzésére megfelelően felszerelt laboratóriumok egész sorára lesz szükség.

Az ipari kutatásnak arra kell irányulnia, hogy olyan termékeket állítsanak elő az országban, amelyek kedvezőbbé teszik a fizetési mérleget, s amelyek később majd exportálhatók. Különösen arra kell ügyeni, hogy a kizsákmányolás kiküszöbölődjék. A cél: mindenfajta kész alkatrész kivitele; inkább fémet exportáljanak mint ércet, inkább feldolgozott, mint nyers termékeket. A helyszínen található fát a helyszínen is kell felhasználni épületfának, de papír- és textilgyártásra is. Az építőipari kutatómunkának annak megállapítására kell irányulnia, hogy hogyan használják fel a helyszínen található anyagokat az építkezésekhez.

Felmerül a továbbiakban a hagyományos ismeretek és technológia, a hagyományos orvosi ismeretek, a hagyományos gyógyszerek és a hagyományos szakértelem különféle megnyilvánulásainak felmérése és összegyűjtése. Tanulmányozni kell a fejlődő országok népeinek történelmét, zenéjét és nemzeti hagyományainak egyéb oldalait,

mert mindez megfelelő eszköz arra, hogy helyreállítsa az iparosítás-megtörte népek morálját.

A fejlett országokkal folytatott tudományos együttműködésben olyan alapelveket kell megállapítani, amelyek eleve kizárnak mindenfajta neokolonialista nyomást vagy kényszer-eszközt. Említsük meg ez alapelvek közül a következőket: a kétirányú támogatás ésszerű alkalmazása; rövidtartamú látogatások; külföldi tanulmányutak, ösztöndíjak, szankciókkal a tartós elidegenedés („szipkázás") ellen; tudományos és laboratóriumi felszerelés juttatása.

Jelentős mértékű együttműködés jöhet létre az olyan fejlődő országok között is, amelyek a fejlődésnek körülbelül ugyanazon a szintjén vannak és amelyeknek éghajlata és geológiája körülbelül azonos. (Pl. nedves-trópikus, monszun-trópikus területek.) Ebben a vonatkozásban a mezőgazdasági tapasztalatok összegyűjtése és kicserélése igen jó eredményeket hozhat. A cél tehát: a lehetőséghez képest siettetni a tudomány fejlesztését és vívmányainak felhasználását, és ugyanakkor minden fázisban kerülni, kiküszöbölni a kizsákmányolást. Ha lehetetlen is — mint ahogy a kezdeti stádiumban nyilván lehetetlennek fog bizonyulni — teljesen mentesülni a külföldi beavatkozás hatásaitól, mégis meg kell tenni a megfelelő óvintézkedéseket, különféle ellenőrző intézkedések kikötésével és azzal, hogy a munkával kapcsolatos valamennyi laboratóriumban növekvő számú bennszülött tudós alkalmazását követelik, különösen ami az olaj-, ásványi, ipari és közlekedési laboratóriumokat illeti. Mi több, a „bennszülött" tudósoknak aktívabb részt kell vállalniok mindennemű nemzetközi tevékenységből. Mindehhez erélyes intézkedésekre van szükség, mert számolni kell a politikai és pénzügyi ellenállással.

Ezekre a kérdésekre nincs egyszerű felelet. A mienkhez hasonló szimpóziumok fő előnye, hogy szövetségünk tagjai össze tudják hasonlítani a különböző országokban szerzett tapasztalatokat, és meg tudják vizsgálni, milyen intézkedések történtek némely olyan országban, amelyek most segítséget tudnak nyújtani más országoknak, s amelyekről régebben azt hitték, hogy képtelenek ilyesmire. A tudomány szükségletei és az egyes országok szükségletei között tulajdonképpen nincsen konkurrencia. A TMV politikájának kezdettől fogva az volt az egyik legfontosabb vonása, hogy abból a meggyőződésből indult ki: nemcsak azt kell megnézni, mennyire tud segíteni a tudomány a gyengén fejlett országokon, hanem azt is meg kell vizsgálni, hogy a gyengén fejlett országok lakossága, különösen pedig a tudósok, milyen mértékben profitálhatnak a legmagasabb szintű tudományból. Mondjuk, hogy ez azzal jár, hogy ezek a tudósok hosszabb időt — talán tíz évet is — hazájuktól távol töltenek, mert enélkül nem tudják megszerezni a nélkülözhetetlen tapasztalatot; ez nem baj, ha a végén hazamennek és nem szippantja fel őket az a külföldi ország, ahová tanulmányútra távoznak. A TMV-nek különösen ezen a téren kell segítséget nyújtania. Sok alkalommal tettünk már ilyen vonatkozású javaslatokat; varsói szimpóziumunk, meg a moszkvai is megmutatta, hogy mind testületi, mind pedig nemzeti alapon sokat tudunk tenni a tudományos fejlődés érdekében nyújtandó kölcsönös segítségért, alapokmányunk szellemében, vagyis úgy, hogy „Minden ilyen tervet úgy kell megvalósítani, hogy külföldi hatalom ne gyakorolhasson semmiféle gazdasági és politikai felügyeletet e tervekre támaszkodva."

Ez nem csupán politikai vagy akár csupán tudományos probléma, hanem egyéni és közösségi morál kérdése. Felveti azt a kérdést, milyen mértékben mozgósítható az újonnan felszabadult népek lelkesedése, hogy átsegítse őket azokon a súlyos nehézségeken, amelyek velejárói annak a törekvésnek, hogy országuk értelmi és kulturális színvonalát a lehető legrövidebb időn belül a világ többi országának színvonalára emeljék. Hatalmas és — sokak szerint növekvő — űrt kell itt betölteni, de az újonnan felszabadult népek lelkesedése bizonyára el is tudja végezni ezt a feladatot.

(Előadás a TMV budapesti tanácskozásán)

J. D. Bernal
(London)

A Monte Carlo módszer II.

5. Újra a véletlen számok. Elvi kérdések

A véletlen számok generálásának kérdéseit a 3. pontban kezdtem el tárgyalni. A tárgyalást némileg megszakította a közbeiktatott 4. pont, amely csak a transzformálás problémáival foglalkozott, és amelyben feltettük, hogy „standard" véletlenszám-generátor rendelkezésre áll. A közbeiktatásra azért volt szükség, hogy lássuk, milyen súlyos követelményeket támaszt a legtöbb transzformációs eljárás a standard véletlenszám-generátorral szemben; látható, hogy ha a standard-generátor, amely a (0,1) intervallumban egyenletes eloszlásból való véletlen számokat szolgáltatja, nem egészen korrekt, akkor a más eloszlású, transzformációval kapott számok sem fognak megfelelni szimulációs célokra, sőt a standard véletlen-generátor hibái a transzformált eloszlásban sokszor még fokozottabb mértékben ütköznek ki.

Megjegyzem azért, hogy annak, aki szimulációs módszert gyakorlatilag alkalmazni akar, a standard véletlenszám-generátor kérdéseivel nem kell sokat törődnie, mert úgy dolgozhat, hogy ez a generátor „könyvtári" szubrutin formájában rendelkezésére áll. Az alkalmazónak meg kell fogalmaznia modellje programját; esetleg foglalkoznia kell transzformációs problémákkal, mert szubrutinokat kell írnia a modellben

előforduló eloszlású véletlen számok előállítására; ismétlem azonban, speciálisan a standard véletlenszám-generálás nem az alkalmazó problémája.

Ezért tulajdonképpen kitérést jelent, ha mégis foglalkozunk, — legalábbis elvileg — azzal a kérdéssel, hogy mit jelent, ha egy számsorozat „véletlen". A számsorozatok lehetnek különböző eloszlásokból valók, de ha a véletlenség kérdését kielégítően tisztáznánk a legegyszerűbb esetre, véletlen bináris számjegyekből — nullákból és egyesekből — álló sorozatokra, akkor lényegében más szerkezetű véletlen sorozatok véletlen jellege is tisztázva lenne, mert véletlen számjegyek sorozataiból standard véletlen számok sorozatai építhetők fel (tetszőlegesen jó közelítésben), ez utóbbiakból pedig bármilyen más eloszlású véletlen számsorozatok transzformálhatók.

Próbáljunk meg kiindulni abból a szemléletes, heurisztikus elképzelésből, hogy véletlen számsorozat az, amelyben nincsen szabályszerűség. Ez annyit jelentene, hogy ha a sorozatban bármilyen szabályszerűséget fedeznénk fel, akkor nem tekintjük véletlennek. Ilyen módon azonnal elvetjük például a 0, 1, 0, 1, 0, 1, . . . sorozatot, amelyről „ordít" a szabályszerűség. A szabályszerűség azonban komplikált is lehet, és egyáltalán nem kritériuma a szakaszos ismétlődés. Például: 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, . . . véletlen sorozat vagy sem? Bár itt szabályszerűség nem „látszik", mégis van. A képzési szabályból látható lesz, hogy a sorozatnak periódusa nincs.

Írjuk fel a természetes számokat bináris alakban egymás mellé:

$$\underbrace{1}_{1},\ \underbrace{10}_{2},\ \underbrace{11}_{3},\ \underbrace{100}_{4},\ \underbrace{101}_{5},\ \underbrace{110}_{6},\ \underbrace{111}_{7},\ \underbrace{1000}_{8},\ \underbrace{1001}_{9},\ \underbrace{1010}_{10},\ \ldots$$

és minden számnál cseréljük meg a jegyek sorrendjét, tehát például 8 = 1000 helyett írjunk 0001-et. Így áll elő a fenti sorozat, ez benne a „szabályszerűség". Halton-féle sorozatnak nevezik.

A matematikai statisztikában nem okoz túl sok gondot, hogy egy minta, például bináris jegysorozat „véletlen"-e, mert a minta valóban egy véletlen folyamatból származik, — vagy legalábbis eleve felteszik, hogy onnan származik —, és a kérdés csak az, hogy milyen eloszlásból való. A posztulátum, hogy a sorozat „véletlen", abban jut kifejezésre, hogy az egyes mintaelemeket független véletlen változók egy-egy megfigyelt értékének tekintik*. A mi kérdésünk azonban éppen az, hogy egy számsorozat egymásutáni tagjai, amelyeket a véletlenszám-generátorból kapunk, tekinthetők-e független és egyforma eloszlású véletlen változók megfigyelt értékeinek, hiszen ilyen sorozatokat követelnek a transzformációs eljárások és maga a szimulációs modell is.

Bevezető fokon szokásos a véletlenséget azzal jellemezni, hogy a sorozatban a nullák és egyesek relatív gyakorisága stabilis, egy meghatározott érték körül ingadozik, és éppen ez az érték a valószínűségük. Fordítva azután, ha feltesszük, hogy a sorozat tényleg független és véletlen változók felvett értékei sorozatának tekinthető, akkor bizonyítani lehet, hogy a nullák és egyesek relatív gyakorisága a valószínűségükhöz konvergál (majdnem mindig, vagyis az összes lehetséges sorozatoknak egy nullmértékű halmazától eltekintve). Ahhoz azonban, hogy egy adott sorozat véletlen legyen abban az értelemben, hogy használható mint véletlen számjegy-generátor egy szimulációs eljáráshoz, sokkal több szükséges, mint az, hogy a nullák és egyesek relatív gyakorisága stabilis legyen és például az 1/2 érték körül ingadozzék. A transzformációs probléma tárgyalásánál láttuk, hogy számos módszer — például a „szitálás" — csak akkor korrekt, ha a véletlenszám-generátortól kapott értékek független (és egyforma eloszlású) véletlen változók felvett értékeinek tekinthetők. A függetlenség az, ami nyilván nem igaz például a 0, 1, 0, 1, 0, 1, . . . sorozat esetében, holott itt a relatív gyakorisága mind a nulláknak, mind az egyeseknek annyira stabilis, amennyire csak egyáltalán lehet, — és az 1/2 érték körül ingadozik. Nem teljesül azonban például az a követelmény, hogy az egyesek után ugyanolyan gyakorisággal forduljon elő egyes mint a nullák után.

Az a baj ezzel a sorozattal, hogy a nullák és egyesek előfordulásának relatív gyakorisága 1/2 körül ingadozik ugyan, de ha kiválasztunk belőle valamilyen módon egy részsorozatot, akkor már nem 1/2 körül fog ingadozni, sőt esetleg nem is lesz stabilis. Ha például minden második elemet választjuk be a részsorozatba, akkor csupa egyest kapunk, az egyesek relatív gyakorisága ugyan stabilis marad, de nem 1/2 körül ingadozik, hanem „abszolút stabilisan" 1. Első pillanatra tehát helyesnek látszanék, ha azt a követelményt támasztanánk a véletlen sorozatokkal szemben, hogy a nullák és egyesek relatív gyakorisága stabilis maradjon és változatlan érték körül ingadozzék bármilyen módon kiválasztott részsorozatban is. Ez a követelmény azonban túlzott, nincsen olyan sorozat, amely ennek eleget tehetne, hiszen a *bármilyen módon kiválasztott* részsorozatok közé tartozik az a sorozat is, amely az eredeti sorozat egyeseit és csak azokat tartalmazza, ebben pedig az egyesek relatív gyakorisága 1, a nulláké 0. Azt tehát, hogy a relatív gyakoriság stabilis maradjon és ugyanazon érték körül ingadozzék mint az eredeti sorozatban, nem szabad *minden* részsorozattól megkövetelnünk, hanem csak bizonyos részsorozatoktól. Melyektől? Gondoljunk arra, hogy ösztönösen nem tekintünk véletlen sorozatnak olyat, amelyben valamilyen „szabályszerűség" ismeretes vagy felfedezhető. Ezért ele-

* A matematikai statisztikában tárgyalt minták azért nem mindig ennyire primitívek. Sokszor felteszik, hogy a mintaelemek nem teljesen függetlenek, hanem például meghatározott módon korreláltak.

gendőnek látszik, — de szükségesnek is — a fenti követelményt csupán olyan részsorozatokra kiszabni, amelyeknek kiválasztása valamely kiszámítási módszer, *algoritmus* alapján történik. (Algoritmus alatt itt rekurzív függvényt, Markov-féle normálalgoritmust vagy Turing-gépet értek; azok, akik előtt ezek a fogalmak nem ismeretesek, gondoljanak például ALGOL programra: a relatív gyakoriságok stabilitását és a valószínűségek változatlanságát csak olyan részsorozatokban követeljük meg, amely részsorozatok kiválasztására felírható valamely ALGOL-program; olyan, amely megadja, hogy a részsorozat n-ik tagja az eredeti sorozatnak hányadik tagja legyen, és ez a szabály ne függjön attól, hogy az eredeti sorozatban hol vannak egyesek vagy nullák). *Church* bebizonyította, hogy ilyen sorozatok léteznek a szó matematikai értelmében: vannak olyan, nullákból és egyesekből álló *végtelen* sorozatok, amelynél a 0 ill. 1 előfordulásának relatív gyakorisága stabilis és ugyanazon érték körül ingadozik minden olyan részsorozatban is, amely algoritmussal választható ki. Ezek a véletlen sorozatok.

Ha egy sorozatban valamely szabályszerűséget tudunk felfedezni — vagyis ha a sorozatot a szó köznapi értelmében nem tekinthetjük véletlen sorozatnak —, akkor ezt a szabályszerűséget azonnal fel tudjuk használni olyan részsorozat kiválasztásának algoritmusául, amely például egy csupa egyesekből álló részsorozatot választ ki, — vagyis az ilyen sorozat a Church-féle értelemben sem véletlen sorozat.

Mégegyszer: egy végtelen sorozat nem véletlen, ha létezik olyan, akármilyen komplikált, de véges sok szimbólummal felírható algoritmus, amelyeknek alapján ki lehet választani belőle olyan végtelen részsorozatot, amelyben az egyesek és nullák relatív gyakorisága nem ugyanazon érték körül ingadozik mint az eredeti sorozatban (vagy esetleg a gyakoriság nem is stabilis).

Ezek után kívánatos volna egy „példa", vagyis egy Church-féle értelemben véletlen sorozat felírása. Csakhogy ez *lehetetlen*: bár Church kimutatta, hogy véletlen sorozatok *vannak*, egyetlen egyet sem lehet közülük felírni. Mert mit jelent egy *végtelen* sorozatot „felírni"? Nem írhatunk le végtelen sok jelet, az lehetetlen, hanem, véges sok jellel leírunk egy szabályt, amelynek alapján a sorozat *bármely sorszámú* tagjának értéke (hogy nulla-e vagy egyes-e) véges sok művelettel kiszámítható. Csakhogy, ha ilyen szabály volna, akkor a sorozat „szabályos", nem véletlen, és akkor ezt a szabályt fel tudnánk használni például a sorozat összes egyeseinek — és csak az egyeseknek — egyetlen részsorozatba való beválasztására. Ezt a lehetőséget pedig éppen kizártuk: Church-féle értelemben nem véletlen az olyan sorozat, amelynek összes egyesei — és csak azok — algoritmussal kiválaszthatók.

Mulatságos a *végtelen* sorozatok véletlen-nem véletlen jellegének elemzése, mindez azonban nem segít *véges* sorozatok esetében. Hiszen semmilyen véges sorozat sem véletlen sorozat a fenti értelemben, márcsak azért sem, mert véges sorozatból nem választható ki végtelen részsorozat; egy véges sorozat mindig „felírható", az egyesei vagy nullái véges sok művelettel kiválogathatóak. Ezért az általános vélemény és általános gyakorlat az, hogy véges sorozatok véletlen jellegének kérdését egészen másképpen, a matematikai statisztika segítségével kell tárgyalni és vizsgálni.

A véges véletlen sorozatoknak a matematikai statisztika eszközeivel való vizsgálata azonban, — bár jelenleg jobb módszer nincsen — erős kritika tárgyává tehető. Valamely objektum tulajdonságai matematikai eszközökkel ugyanis nyilván csak akkor vizsgálhatók, ha az illető tulajdonságok matematikailag vannak definiálva, márpedig a véges sorozatok véletlen jellegének, mint tulajdonságnak, valójában nincsen szabatos matematikai definíciója, hanem csupán heurisztikus: azt mondjuk, hogy valamely véges számsorozat véletlen sorozat, ha statisztikai teszek alapján nem különböztethetők meg olyan mintáktól, amelyek valóban valamely sztochasztikus jellegű természeti folyamatból származnak.

Már korábban idéztem azonban, hogy milyen típusú feleleteket adnak statisztikai tesztek: *igen* helyett csupán annyit mondanak, hogy *nincs elégséges alap annak feltételezésére, hogy a minta valamely tulajdonságára vonatkozó hipotézisünket valamely mással szemben elvessük*. Az utóbbi kijelentésben rejlő gyengeség jobban érzékelhető, ha egy bíróságra gondolunk, amely a gyanúsítottat felmenti vagy elítéli. A „teszt-bíróság' a „gyanusított mintát" sohasem azért „menti fel", mert bizonyítékai vannak rá, hogy nem tettes, hanem mindig csak „elégséges bizonyítékok hiányában".

Ezenfelül olyan teszt nincsen, amely akár csak a fentihez hasonló feleletet adna igazi kérdésünkre, hogy tekinthető-e az adott számsorozat független és egyforma eloszlású véletlen változók felvett értékeinek. Ha a sorozat véletlen volta ellen valamilyen pozitív gyanúnk van, akkor szerkeszthető olyan teszt, amely megvizsgálja a sorozatot éppen erre a gyanúra nézve. Ha például az a gyanúnk, hogy a sorozatban túl sok az 111 jelhármas az 110 jelhármashoz képest, vagy másszóval, hogy két egyes után nagyobb valószínűséggel jön még egy egyes, mint nulla, akkor statisztikai teszttel megvizsgálhatjuk a sorozatot erre a gyanúra nézve, és elítélő vagy felmentő választ kaphatunk. Nincs azonban olyan teszt, amely *bármely* gyanúval szemben vizsgálna, amint egy vizsgálóbíróság is a gyanúsítottat egy bizonyos vádpontra nézve vizsgálja, nem pedig az összes lehetséges és elkövethető bűncselekményekre.

Az egyes tesztekből rendszereket állíthatunk össze, és egy ilyen együttes megbízhatóbb mint egyetlen teszt. Sohasem tudunk azonban olyan tesztrendszert kialakítani, amely tökéletes volna.

Más baj is van a véges sorozatokkal. Ha a sorozat tizenöt tagból áll és az mind nulla, akkor a gyakoriság-teszt határozottan lebeszél bennünket arról, hogy ezt a mintát 15 darab, a nullát és

egyest 1/2—1/2 valószínűséggel felvevő véletlen változó felvett értéksorozatának tekintsük. Ha viszont a sorozat 10^7 tagú, és egyetlen egyszer sem fordul elő benne egymásután 15 nullát tartalmazó részlet, akkor a gyakoriság-teszt ugyan elfogadhatja, de egy másik, az ismétlődéseket vizsgáló teszt elutasítja, mert ilyen hosszú sorozatban nagy valószínűséggel illenék előfordulnia egy tizenöt nullából álló sorozatnak, legalább egyszer, ha nem többször. Lehet tehát, hogy egy óriási mintát a tesztrendszer elfogad, de ugyanennek a mintának egy részletét nem, — és fordítva. Ha elfogadjuk, hogy egy véges sorozat véletlenszerűségének kérdését egy ügyesen megválasztott statisztikai tesztrendszer döntésére bízzuk, akkor ez a tulajdonság a sorozat hosszától is függni fog.

Összefoglalva: a jelenlegi gyakorlat szerint akárhonnan származik is egy nullákból és egyesekből álló véges sorozat, véletlen sorozatnak és sztochasztikus szimulációhoz alkalmas táblázatnak tekintjük, ha a matematikai statisztikában *szokványos* tesztek egy jól megválasztott rendszere nem talál elégséges alapot arra, hogy a sorozatot, mint nem véletlen jellegűt, elvesse. Van néhány, inkább történetileg kialakult, semmint bizonyíthatóan jó tesztrendszer. Ezekről látható ugyan, hogy nem elégségesek, arra nézve azonban, hogy melyekkel kellene kiegészíteni őket, megoszlanak a vélemények. Ezenfelül a tesztrendszerekkel való vizsgálat, mint alapelv ellen súlyos kifogások emelhetők. A gyakorlatban nem ennyire vigasztalan a helyzet: azok a generátorok, amelyeket elég alaposan megvizsgálnak tesztekkel, és amelyeket ezek a tesztek elfogadnak, sztochasztikus szimuláció céljaira jól használhatóak.

Egy nemrég megjelent munkájában *A. N. Kolmogorov* visszatért a véges sorozatok véletlen jellegének elvi kérdéseire. Vizsgálatai kezdő lépéseknek tekinthetők és — legalábbis egyelőre — nem nyújtanak sok segítséget annak, aki gyakorlatilag véletlen számsorozatokat akar előállítani, de mégis valami kiindulópontot jelentenek és nagyon érdekesek.

Church szerint véletlen végtelen sorozatok azok, amelyekben a jelek előfordulásának relatív gyakorisága lényegében ugyanaz *minden* algoritmussal kiválasztható részsorozatban. Véges sorozatoknál ezt a tulajdonságot nem lehet megkövetelni *minden* algoritmusra, hanem csak az *elég egyszerűekre*.

Tegyük fel, hogy bolygóközi együttműködési szerződés alapján valamilyen függvénytáblázatot, például tízjegyű logaritmustáblát akarunk közölni a Mars lakóival. A bináris ábrázolású táblázat mindenestül egy véges bitsorozatnak tekinthető, és ha az egyezmény alapján a Mars lakói tudják, hogy miként kell a leadott üzeneteket megfejteni, akkor a legegyszerűbb, ha táblázatot, úgy ahogy van, jelenként közöljük velük egy nagyon hosszú, például 10^8 bitből álló sorozat segítségével. Van azonban egy más lehetőség is. Ha meg tudunk egyezni velük, hogy hogyan értelmezzék egy algoritmus leírását (ALGOL szöveget vagy akármilyen programozási nyelvet), akkor a 10^8 bitből álló szó helyett, amely a közölni kívánt táblázatot tartalmazza, leközölhetjük a táblázat értékeinek kiszámítására vonatkozó programot. Igaz, hogy ennek alapján nekik számolniok is kell, de a szükséges felvilágosítást ezzel megkapják, mégpedig 10^8-nál jóval kevesebb bit segítségével.

Általában is egy véges jelsorozat kétféleképpen közölhető: vagy magának a sorozatnak leadásával, vagypedig a kiszámítására vonatkozó algoritmus közlésével. Ez utóbbi, kódolt alakban, ugyancsak bináris jegyek egy sorozata, amely lehet rövidebb annál a sorozatnál, amelyet tulajdonképpen közölni akarunk.* Ha rövidebb, akkor ez annyit jelent, hogy az eredeti sorozat kevesebb információt tartalmaz, mint ahány bitből áll, hiszen kevesebb bitből álló sorozattal is meg lehetett adni az előállítására vonatkozó tudnivalókat. Kolmogorov abból indult ki, hogy véges hosszúságú véletlen sorozatnak az olyat nevezhetjük, amelynek előállítására szolgáló algoritmusok közül a legrövidebb sem lényegesen rövidebb magánál a jelsorozatnál. Másszóval egy véges jelsorozat számára egyszerű algoritmusok azok, amelyek kódolt alakban rövidebbek magánál a jelsorozatnál, és akkor nevezhetjük őket véletlen jellegűeknek, ha az ilyen értelemben egyszerű algoritmusokkal kiválasztott részsorozatokban a jelek előfordulásának relatív gyakorisága lényegében ugyanaz mint az eredeti sorozatban.

Az eddig elmondottakból következik, ami első pillanatra paradoxonnak tűnik, hogy mennél több információt tartalmaz egy jelsorozat, annál véletlenszerűbb. Ha két társadalom bolygóközi beszélgetést folytat, és nagyon jó, zajmentes leadásra és felvételre alkalmas csatornáik vannak, akkor természetesen tömör, redundanciamentes üzeneteket küldenek egymásnak, hogy a közvetítés gyorsan menjen, tehát olyanokat, amelyeknek információtartalma nagy. Ennek következtében mi, és mindazok, akik az üzenet megfejtésének kulcsát nem ismerik, a leadott jelsorozatot a lehető legnagyobb mértékben véletlenszerűnek értékelnénk. Pedig valóban így van: ha a jelsorozat nagyon „szabályos", akkor „ránézésre látjuk", hogy mi a szabály, és azonnal ki tudjuk számítani, hogy melyek lesznek a következő jelek. Ha pedig ki tudjuk számítani, akkor teljesen mindegy, hogy leadják-e ezeket a következő jeleket vagy sem, e jelek nem adnak további információt.

Az olyan számsorozatokat, amelyek standard véletlen számok sorozatának (a [0,1] intervallumban egyenletes eloszlású független $\xi_1, \xi_2, \ldots$ véletlen változókból vett mintának) tekinthetők, és valamely algoritmus (program) állítja elő őket, pszeudo-véletlennek nevezik az irodalomban, megkülönböztetésül azoktól, amelyek egy „valódi" sztochasztikus természeti folyamat származtat. Ez a „pszeudo" jelző eredetileg arra utalt, hogy a programmal kapható standard véletlen számsorozatok „nem igazi" véletlen sorozatok, hiszen van bennük szabály-

* A legrövidebb algoritmus nem lehet hosszabb magánál a jelsorozatnál, mert egy véges jelsorozat egyben a saját maga előállítására szolgáló algoritmus is.

szerűség, éppen az, amelynek segítségével ki lehetett őket számítani. Csakhogy ilyen jellegű megkülönböztetésnek nincs matematikai értelme, hiszen először is egy véges sorozat sohasem lehet a Church-féle értelemben véletlen, akárhonnan is származik; másodszor, statisztikai tesztekkel a pszeudo-véletlen sorozatokat a „valódi" véletlenektől megkülönböztetni nem lehet, mert ha lehetne, akkor a sorozatot már a „pszeudo" jelzővel degradált véletlen sorozat rangja sem illetné meg; végül, ha fizikai folyamatból veszünk véletlen számokat, akkor is csupán *feltételezzük*, hogy a kapott sorozat egy Chuch-féle értelemben véletlen sorozat véges szelete.

A standard véletlen számok voltaképpen valós, irracionális számok volnának, végtelen bináris vagy decimális törtek. Gyakorlatilag a standard véletlen sorozat *véges* bináris törtekből áll, például 30 jegyűekből. Ez a sorozat nem lehet a [0,1] intervallumban *egyenletes, folytonos* eloszlású változóból vett mintha, hanem inkább egy *rácsos, diszkrét* eloszlásból való. Az ilyen eloszlást *kvázi-egyenletesnek* nevezik. Az a tény, hogy véletlen számsorozatunk, akármilyen jó is, tulajdonképpen nem egyenletes, hanem csak kvázi-egyenletes eloszlású, egy bizonyos mértékű torzítást visz a számításainkba, amely azonban rendszerint elhanyagolhatóan kicsiny, és annál jelentéktelenebb, minél több jegyű véletlen számokat használunk. A legtöbb alkalmazáshoz harminc bináris jegy bőven elegendő ahhoz, hogy a jelzett torzítás ne okozzon gondot. A torzítás jellege és hatása egyébként nagyon hasonlít a kerekítési hibák jellegéhez és hatásához.

Magukkal a jelenleg gyakorlatban használatos véletlenszám előállítási módszerekkel a jelen előadás keretei között nem foglalkozom, főképp éppen azért, mert ezzel a kérdéssel a szimuláció programozása során nem kell bajlódni. Feltehetjük, hogy a véletlenszám-generátor valahogyan, például standard szubrutin formájában rendelkezésre áll. Ehhez a szubrutinhoz azért természetesen egy specifikációnak is kell tartoznia, amely megmondja, hogy körülbelül milyen hosszúságú véletlen sorozatot lehet vele biztonságosan előállítani, vagy ami ugyanaz, hányszor szabad hívni, tőle véletlen számot kérni.*

6. Sztochasztikus szimuláció és „igazi" Monte-Carlo-módszer

A sztochasztikus szimulációval kapcsolatos első sikerek után — ezek a sikerek hasadó anyagok kritikus tömegének meghatározására szolgáltak — olyan javaslatok merültek fel (Ulam, Mitropolis, Neumann, stb.), hogy ezt a módszert nemcsak sztochasztikus folyamatokkal kapcsolatos számítástechnikai problémáknál lehetne hasznosítani, hanem másoknál is, „egyáltalán", tehát pl. lineáris egyenletrendszerek megoldására vagy általában integrálok számítására. A numerikus analízis számos „klasszikus" problémájának megoldására sok igen szellemes és érdekes javaslat született, amely sztochasztikus szimulációra van alapozva: e módszerek alapgondolata az, hogy adva van a számítástechnikai probléma megfogalmazása, abban az alakban, ahogyan a numerikus analízisben szokásos, tehát lineáris vagy nem lineáris egyenletrendszer, differenciálegyenlet, integrál, integrálegyenlet, funkcionálegyenlet, sajátértékprobléma, stb. alakjában. Keressünk ehhez egy sztochasztikus modellt, amely olyan legyen, hogy realizálásának, szimulálásának eredménye éppen a kívánt feladat megoldását jelentse.

Legyen tehát pl. a kiindulópont egy

$$I = \int_0^1 f(t)dt$$

integrál, ahol az általánosság megszorítása nélkül feltehettük, hogy az integrációs határok 0 és 1. Nem kérdezzük, hogy ennek az integrálnak a kiszámítására vonatkozó feladat honnan jött, fizikai vagy közgazdasági folyamatból-e és hogy a folyamat sztochasztikus volt-e vagy sem, hanem *keresünk hozzá* egy sztochasztikus folyamatot, és ennek szimulálása eredményeképpen adódjék az integrál értéke. Egy igen egyszerű modell a következő: legyenek $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_N$ függetlenek és egyenletes eloszlásúak a [0, 1] intervallumban. Ekkor az $f(\xi)$, $f(\xi_2)$, ... változók várható értéke

$$\int_0^1 f(x)\, dF_\xi(x) = \int_0^1 f(x)\, dx,$$

és az $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(\xi_1)$ összeg várható értéke is I. A fenti összeg egy *becslése* az integrálnak, kérjünk tehát a N számú véletlen számot a standard eloszlás generátorából és ezek számtani közepe becslése az integrálnak. Természetesen felmerül a kérédés, hogy mekkora a becslés hibája és erre vissza fogunk térni.

Az integrálra szóló előbbi fejtegetést például szántam a Monte-Carlo-módszerre. Ilyenféle elgondolások alapján születtek más numerikus feladatok megoldására szolgáló Monte-Carlo-módszerek is. Az ajánlott sztochasztikus modellek általában jóval komplikáltabbak, mint a fenti példa esetében, ahol a „folyamat" egyszerűen független és egyforma eloszlású véletlen változók sorozata. Lineáris egyenletrendszerek megoldására például hasonló, de nem független változók sorozatát, éspedig úgynevezett Markov-láncot ajánlottak, mint szimulációra alkalmas modellt.

Mindezek a módszerek azonban jobbára csak „ajánlatok" maradtak. Bár semmi elvi ok nincs rá, de a sztochasztikus szimulációval kapcsolatos gyakorlat, a sikeres szimulációra vonatkozó irodalom arra utal, hogy ez a módszer, a Monte-Carlo, csak akkor volt hatásos, amikor a numerikus probléma, amelyet meg kellett oldani, eleve sztochasztikus folyamatra vonatkozott, sztochasztikus szimuláció jellegű volt. A „klasszikus" számítástechnikai problémánál ugyanis a sztochasztikus szimulációnak, a Monte-Carlo-módszernek félelmetes versenytársai azok a szokványos numerikus módszerek, amelyek végülis több évszázados erőfeszítéseknek az eredményei, és éppen ezért a leghatásosabbak, amennyire csak lehetséges. Ebben a versenyben a Monte-Carlo-módszer rendszerint alulmarad, bár nem kis munkát fektettek olyan

* Egyes gépekhez külön elektonikus véletlen számgenerátor tartozik, amely valamely véletlen természeti folyamat (véletlen anódáram-ingadozás) segítségével állít elő véletlen számokat. Mivel ilyen gépünk nincs, nem foglalkozom azokkal a kérdésekkel, amelyek egy ilyen generátor használatával kapcsolatosak.

jellegű vizsgálatokba, amelyek azt célozták, hogy klasszikus feladatok esetében is valamiféle előnyt mutassanak ki a Monte-Carlo-módszer javára, *bizonyos különleges körülmények között*. Így például kimutatható, hogy ha egy lineáris egyenletrendszer igen nagyméretű, pl. 100-nál több ismeretlent tartalmaz, a pontossági igény aránylag kicsiny (becslés jellegű értékre van szükség, pl. 1—2 értékes jegyre), továbbá, ha a mátrix olyan, hogy a közönséges iteráció is gyorsan konvergálna, akkor a Monte-Carlo-módszer előnyösebb. Láttuk a víztároló példánál azt is, hogy bizonyos speciális sokszoros integráloknál a Monte-Carlo-módszer az egyetlen hatásos módszer. (De hogy az integrál hogyan legyen speciális, azt pontosan nem tudom megmondani, csak a tapasztalat mutatja, hogy legyen az integrál valamilyen egyszerű sztochasztikus folyamatból származó probléma megoldása.)

Végül mármost mi a Monte-Carlo és a sztochasztikus szimuláció fogalmak kölcsönös viszonya? Tehetnénk valami ad hoc elhatárolást, de mivel az irodalomban ilyen nincs meg, — és talán jó is, hogy nincs —, maradjunk abban, hogy szimulációról beszélünk, amikor a hangsúlyt arra fektetjük, hogy sztochasztikus folyamatot akarunk realizálni elektronikus számológépen (vagy papíron, ceruzával), valamiféle *sztochasztikus folyamattal kapcsolatos számítástechnikai probléma* elintézésére, és Monte-Carlóról, amikor ilyen hangsúlya a mondanivalónak nincsen. Így például beszélni fogok még a „modelljavítás" problémaköréről. Ez a problémakör a Monte-Carlo-módszerek problémakörébe tartozik és tipikus valószínűségszámítási-statisztikai módszerekkel végzik. Ugy tűnik, hogy a két fogalom keresztül-kasul össze van fonódva: ha sztochasztikus szimuláció során modelljavítást akarunk végezni, akkor Monte-Carlo-módszerekhez nyúlunk ugyan, mert a javított modell már nem hű képe az eredeti sztochasztikus folyamatnak, tehát valahogyan kilépünk az eredeti szimulációs problémakörből, másrészt viszont a Monte-Carlo számítások sztochasztikus szimuláció útján realizálódnak.

7. *A szimulációból kapott eredmények kiértékelése*

Majdnem kivétel nélkül el lehet mondani, hogy a szimulációt arra használjuk, hogy egy (vagy több) a szimulált sztochasztikus folyamaton értelmezett véletlen változó (vagy vektor, változósorozat) *várható értékét* akarjuk meghatározni.

Mindjárt megjegyzem, hogy amennyiben valószínűséget akarunk szimulációval megbecsülni, az is várható érték-becslés. Tegyük fel ugyanis, hogy valamilyen A esemény valószínűségét akarjuk becsülni, pl. azt, hogy a víztároló n éven belül kiszárad. Ehhez az eseményhez rendelhetünk egy úgynevezett karakterisztikus változót, amely 1, ha az A esemény bekövetkezik, 0, ha nem következik be. E karakterisztikus változó várható értéke éppen az a p valószínűség, amellyel A bekövetkezik.

Tehát általában várható értéket akarunk becsülni. Egy változó várható értéke az

$$\int_{-\infty}^{\infty} x dF(x).$$

Stieltjes-integrál, amely a gyakorlati esetekben vagy egy összeg (ha a változó diszkrét), vagy egy közönséges integrál (ha a változó [abszolút] folytonos). Tulajdonképpen tehát mindig egy integrált becsülünk, és kiszámíthatnánk azt numerikus integrációval is, ha a sűrűségfüggvény elég egyszerű volna, — de nem az. Ha azonban a keresett változó aránylag egyszerű függvénye aránylag egyszerű eloszlású más változóknak, akkor a nélkül, hogy a keresett változó keresett sűrűségfüggvényét expliciten meg tudnánk adni, a kívánt várható érték, az integrál kifejezhető

$$\int f(x_1, x_2, \ldots, x_\nu) dx_1 dx_2, \ldots dx_\nu$$

alakban, ahol f a felhasznált egyszerűbb változók együttes eloszlásának sűrűségfüggvénye. A probléma numerikusan rendszerint így sem kezelhető, mert az integrál túl sokszoros (esetleg végtelenszeres), támaszkodhatunk azonban a matematikai statisztika becsléselméletére.

Először is vegyünk egyetlen egy mintát (egyelemű mintát) a keresett véletlen változóból. Ha ennek szórása elég kicsiny volna, akkor maga az a véletlen szám, amelyet mint mintaelemet kapunk, a várható érték jó becslése volna. Mivel azonban az a folyamat, amelyet szimulálunk, éppen sztochasztikus és nem determinált, a szórás úgyszólván sohasem olyan kicsiny, hogy egyetlen mintaelem elfogadható becslés volna.

Ha több, pl. N számú *független* mintaelemet veszünk, vagyis ha a szimulációs kísérletet N-szer megismételjük, akkor ezeknek *számtani közepe* ugyancsak a várható érték becslése, a számtani közép szórása azonban jóval kisebb, a változó D szórásának $1/\sqrt{N}$-ed része. Ezenkívül, mivel a mintaelemek függetlenek, ha N elég nagy, akkor a centrális határeloszlástétel szerint a számtani középnek, mint véletlen változónak eloszlása közelítőleg normális, így a szórással a becslés hibája elég jól jellemezhető. Mivel a keresett változó szórását még kevésbé ismerjük, mint várható értékét, gyakorlati Monte-Carlózás esetén a szórást is becsüljük, a valódi szórást annak becsült értékével helyettesítjük.

Olyan véletlen változóra, amelynek szórása végtelen, a közvetlen Monte-Carlózás teljesen kilátástalan. „Modelljavítás" után lehet csak foglalkozni vele.

Sajnos, a szórásnak $1/\sqrt{N}$-nel való csökkentése olyan lassú, hogy a mintaelemek számának növelésével vajmi keveset lehet elérni annak érdekében, hogy a szórást, és ezzel a szimuláció útján kapott becslés lehetséges hibáját elegendő kicsinyre csökkentsük. Ha a szórás D, akkor 100 elemű mintát véve a szórást 10-edére tudjuk csökkenteni, és ha egy minta eléréséhez szükséges idő például 1 perc, akkor az egész 100 perces munka

lesz, vagyis kb. két óra. Ha azonban a szórást még tízszeresen le akarjuk csökkenteni (még egy értékes jegy), akkor a mintaelemek számát 10 000-re kell növelni, vagyis az idő 180 óra volna. A mintaelemek számát tehát csak addig növeljük, amíg a számítás ideje ésszerű keretek között marad.

8. *Modelljavítás*

Mindabban, amit eddig elmondtam, nagyon kevés a matematika. Adva van a sztochasztikus folyamat, annak jellemző összefüggései. Adva van a véletlenszám-generátor. Ilyen körülmények között a szimuláció végrehajtása (és a kiértékelés, amely egyszerűen közepelést és szórásbecslést kíván) nem annyira matematikai — azaz matematikusnak való — mint inkább programozástechnikai feladat, amelytől azért természetesen nem akarom megvonni a tudományos munka rangját, mert éppen eleget kell tudni hozzá, éppen eleget kell vesződni vele és éppen elég programozástechnikai ügyességre van szükség ahhoz, hogy a gép a szimulációt elkezdje.

A matematika valójában két ponton lép be, az egyikről már beszéltem, ez a véletlen számsorozat előállításának problémája, és ha standard véletlenszám-generátor már van, akkor különböző eloszlásokat generáló módszereknek és szubrutinjaiknak, a specifikus generátoroknak megszerkesztése.

A másik pont a modelljavítás. Mint említettem, egy bizonyos határon túl a pontosság növelése a mintaelemek számának növelésével reménytelen, és ha a szükséges pontosság ésszerű idő alatt nem érhető el, akkor egy nehezebb, de hatásosabb út van a pontosság növelésére: ez a modell szórásának csökkentése. Természetesen egy véletlen változó szórása annyi, amennyi, lecsökkenteni nem lehet. Mivel azonban mi nem a véletlen változónk teljes eloszlására vagyunk kíváncsiak, hanem csupán a várható értékére, elvileg megtehetjük, hogy a keresett véletlen változót előállító sztochasztikus folyamat *helyett egy olyan másik* sztochasztikus folyamatot szimulálunk, amely ugyan egy más véletlen változóból ad mintát, de mégis olyanból, amelyről matematikailag bizonyítható, hogy a *várható értéke megegyezik a keresett változó várható értékével*, szórása azonban kisebb, mint az előbbié.

Csaknem minden szimulációs modell igényli a javítását. Ha fizikus dolgozik egy ilyen szimulációs modellel, akkor elsősorban azzal segíthet, hogy fizikai tudása alapján megbecsüli, melyek a folyamatnak azok az elemei, amelyek nagymértékben szórásnövelő hatásúak, de a várható értékre nem sok befolyással vannak. A szimulációt bonyolító, de a várható értékre nézve nem sok befolyással bíró részleteket el lehet hagyni.

A matematikusnak rutinmódszerei vannak modelljavításra. Bármennyire és érdekesek ezek, a részletekbe nem tudok belemenni, csak megjegyzem, hogy ha a szórás miatt egy-egy folyamat szimulálása teljesen reménytelennek látszik is: nem szabad csüggedni, azért a dolog még nem okvetlenül reménytelen, sokféle hatásos modelljavítási lehetőség van.

Vannak rutinmódszerek, de ezek tulajdonképpen csak elvek, amelyeknek alkalmazása azért jelentős munkát kíván a matematikustól, ha konkrét problémára akarja őket alkalmazni, és ha nem is talál ki valami gyökeresen új módszert, elég dolga van avval, hogy hatásosan tudjon valamilyen ismert elvet problémájára alkalmazni.

A mondottakat néhány példával szeretném illusztrálni. Először is a bonyolult, de nem lényeges részletek elhagyására. *C. D. Zerby* pl. szcintillációs számláló válaszspektrumának meghatározására készített szimulációs modellt. A detektorba lépő nagyenergiájú fotonok szekudéreffektusokat okoznak, amelyek következtében a primér foton energiájának jórésze bennfogódik, egy kis része elszökik. A válaszspektrum a bennfogott energiával nagyjából arányos, a probléma tehát az, hogy adott geometria mellett mennyi energia marad a számláló kristályában. Ez az energia véletlen változó, első sorban érdekes mennyiség a várható értéke. A szimulációs modell szerint követni kell a belépő foton pályáját, ki kell sorsolni számára egy szabad úthosszat (exponenciális eloszlású véletlen változó), azután egy ütközést, a keletkezett szekundérek pályájának irányát és energiájukat, majd ezeket ismét követni, szabad úthosszat kisorsolni, ütközést, stb., mindaddig, amíg vagy egy „utód" pályája el nem hagyja a számláló kristályát, ami természetesen azt jelenti, hogy a megfelelő energiamennyiség megszökött, vagy addig, amíg olyan kis energiájú részecske nem keletkezik, amely már biztosan nem szökik meg, hanem energiáját a kristályban hagyja. Mármost nyilván iszonyú sok „utód" keletkezik, és ezeknek pályáját mind követni kellene. Zerby sok-sok egyszerűsítő feltevést alkalmazott, egyet szeretnék említeni például: ha a szekundér részecske elektron vagy pozitron (párképződés, Compton-effektus), akkor felteszi, hogy annak pályája olyan rövid, hogy nem is követi, hanem azon nyomban kisorsol valamilyen effektust számára az ismert hatáskeresztmetszetek alapján. Ezzel nyilván megtakarítja egy sereg pálya követését.

A modelljavítás sok módszere közül egyet szeretnék megemlíteni, azt, amely atom-, ill. magfizikai alkalmazásoknál a legnagyobb szerepet játszik, ez a *súlyozás*. A módszert a víztároló példán mutatom be.

Az egyszerű szimulációs eljárás kiértékelése úgy történhet, hogy elindítjuk a szimulációt és folytatjuk mindaddig, amíg vagy az „árvíz", vagy „kiszáradás" eset be nem következik. Ha ez pl. 50 év alatt egyszer sem következik be, akkor azt mondjuk, hogy a kísérlet eredménye sikeres volt és 1-et írunk a számlálóba; ellenkező esetben azt mondjuk, hogy a kísérlet eredménye sikertelen, és 0-t írunk, a tároló nem bizonyult elég jónak. N számú kísérlet után megnézzük, hányszor

volt siker és ez becslése lesz annak a valószínűségnek, hogy 50 év alatt a tároló sem ki nem szárad, sem ki nem árad. A tárolót olyan nagyra akarjuk építeni, hogy ez a valószínűség közel legyen az 1-hez, ha még kicsiny, akkor a szimulációs modellben a gátmagasság-paramétert nagyobbra fogjuk venni.

Mármost jön a modelljavítás, a súlyozás. Először is azt mondjuk, hogy a szimulációt nem egyetlen tárolón, hanem például 1 000 000 hasonló tárolón egyszerre akarjuk végrehajtani, a kísérlethez kezdetben az 1 000 000 súlyt rendeljük. Az első évben megérkezik a víz, kisorsoljuk, hogy mennyi érkezett, az adott valószínűségi eloszlás alapján. Az eredmény például az lenne, hogy a tároló 99,9% valószínűséggel nem csordul ki, 00,1% valószínűséggel kiárad. A helyett, hogy kisorsolnánk az eredeti eloszlás szerint, hogy mi történjék a szimulált tárolóval, egyszerűen levesszük a kísérlet súlyát 1 000 000-ról 999 000-re, mondván, hogy a többire nézve a kísérlet sikertelen és nem az eredeti, hanem a tároló nagyságára csonkított feltételes eloszlásból sorsoljuk ki, hogy tovább mi történjék. (A kiszáradás lehetőségétől most tekintsünk el egy pillanatra). A következő évbe érkezve a tároló valamilyen szinten áll; mind a 999 000 tárolónak ugyanaz a szintje, és most újból sorsolunk az előbbi rendszer szerint, amelynek eredményeképpen a következő évre már nem 999 000 tárolót fogunk átvinni, hanem csak pl. 998 100 tárolót, mert a többi megadott valószínűségi eloszlás alapján kiárad, ránézve a a kísérlet sikertelen és így tovább. Végül meg fogunk érkezni 50 év múlva pl. 486 372 tárolóval és most a kísérlet eredményéül nem a nulla számot írjuk fel, hanem a 486 372/1 000 000 számot, mert ez a kísérlet azt mutatta, hogy az 1 000 000 tárolóból ennyi, 486 372 nem áradt ki. Ha a kísérletet ilyen módon ismételjük N-szer, mindig más-más számú tárolóval fogunk megérkezni az 50-ik évbe, és a felírt eredmények számtani közepét kell vennünk. Ez a számtani közép ugyancsak a keresett valószínűségnek lesz becslése, azonban lényegesen kisebb szórással. Az elmondott, heurisztikusan, szemléletesen elmondott javítási módszert matematikailag korrekt módon lehet igazolni és tapasztalat szerint a szórás igen jelentős mértékben csökken, tehát jóval kisebb hibával kapjuk meg a keresett valószínűséget, mint a primitív szimuláció során.

Ugyanígy például a Zerby-féle modellnél lehet súlyozni a pályákat olyan módon, hogy sohasem engedünk ki egy részecskét sem a (szimulált) számlálóból, csupán azzal a valószínűséggel csökkentjük a súlyát, amilyen valószínűséggel kirepülne és a szabad úthosszát nem az eredeti eloszlás szerint, hanem a csonkított eloszlás szerint sorsoljuk ki.

*

Elérkeztem előadásom végéhez. Annyit szeretnék még elmondani, hogy hogyan képzelem el egy olyan számítástechnikai csoport munkáját, amelyik Monte-Carlózni akar. Világos, hogy egyetlen kutató nem elég, az ilyenfajta munkákat munkaközösségekben szokták végezni. Kell a csoportba valaki, aki pontosan tudja, hogy mit akar kiszámíttatni, — és azt is tudja, hogy miért — kell hozzá egy matematikai valószínűségszámításhoz, speciálisan Monte-Carlóhoz értő specialista és egy programozó specialista. Kell egy gyors, de nem okvetlenül nagy tároló kapacitású gép, és aránylag sok gépidő, de nem szükséges, hogy ez a gépidő *egyben* legyen. Lehet apró darabokra osztva, és ilyen szempontból egy multiprogramozású gép nagyon jó, futhat benne egy szimulációs program alacsony prioritással. A gépet fel kell szerelni szubrutin könyvtárral a szimulációhoz; ennek lényeges alkatrészei a véletlenszám generátor, illetőleg generátorok, és különböző, gyakran előforduló eloszlásokhoz szubrutinok, amilyenekről a transzformációs problémánál beszéltem.

Későbbiekben hasznos egy szimulációs programozási nyelv és a hozzátartozó fordítóprogram. Az ilyen autokódok egy közönséges algebrai autokódtól lényegében abban különböznek, hogy a szimulált idő nyilvántartását automatikusan programozzák és a szimulációhoz szükséges speciális szubrutinok bele vannak építve: névvel, deklaráció nélkül hívhatók. Ez szimultán folyamatok szimulálása során, mint említettem, lényeges probléma, és lényeges könnyítés, ha a programozónak az időnyilvántartó programot nem kell egyedileg programozni, hanem ezt gép megadott információk alapján automatikusan elvégzi.

Békéssy András
MTA Matematikai Kutató Intézete

Az elemi részecskék spektruma*

Az elemi részek fizikájában nemegyszer megtörtént, hogy éppen akkor, amikor megerősödött a remény, miszerint a mikrovilág törvényeinek megértéséig már csak néhány lépést kell megtennünk, akkor derült ki, hogy mindössze egy új világ partjaira jutottunk, melynek tanulmányozásához csak hozzá kell látnunk. Ilyen esemény játszódott le újra néhány évvel ezelőtt, amikor felfedezték a ritka részecskéket. Ettől az időtől kezdve a nukleonok elvesztették kiváltságos helyzetüket, s immár csupán legkönnyebb (és stabil)

* *J. A. Szmorogyinszkij* professzor 1965. októberében az ELTE Elméleti Fizika Tanszékén előadássorozatot tartott az elemi részek tömegspektrumáról és az annak értelmezését célzó elméleti törekvésekről e szakterület specialistái számára. Ebben a cikkében, melyet a Fizikai Szemle szerkesztőségének közlésre átadott, ugyanezeket a kérdéseket az érdeklődők szélesebb köre számára dolgozta fel. Oroszul megjelent: Природа 1965. febr. 2. old.

képviselői a barionok részecskefajának, melybe beletartoznak a viszonylag régen ismert hiperonok is, valamint az újabb és újabb felfedezésekből megismert rövid életű részecskék, a rezonanciák, amelyek számára eddig a „rezonon" névnél nem találtak ki jobb elnevezést.

Ezeknek a részecskéknek — melyeket inkább szokásból mint a lényeg kifejezésére továbbra is elemi részeknek neveznek — a gazdag sokfélesége megkívánja, hogy újszerűen közelítsük meg az egész összegyült kísérleti anyag leírásának problémáját. A mikrovilág birodalmának állapota egyre jobban és jobban kezd hasonlítani az atomspektroszkópia állapotára századunk elején, amikor a kimért színképvonalak hatalmas mennyisége várta Bohr elméletének születését, mely azután rendet teremtett a számok kaotikus halmazában.

Most a mikrovilágban is kialakul a rend. Az új részecskék kezdik megtalálni a helyüket egy egyszerű szkémában; igaz, hogy ennek jelentését eddig homály fedi. Az idő azonban elvégzi a munkáját. Az elemi részecskék fizikája szemünk láttára alakul át. Azt, hogy mi a jelentősége ennek az átalakulásnak — az délibáb-e a pusztában vagy pedig fordulat a tudományban —, a jövő fogja megmutatni. De már most is látható, hogy az elemi részecskékről nem úgy kell beszélnünk, amint azt még nemrégen is tettük. Az új nézetek éppen csak feltűntek, és azokról különféleképpen szólhatunk.[1] Amikor a tudomány új fejlődés kezdeti szakaszába lép, észszerű, ha történeti analógiákhoz folyamodunk, melyek segítséget nyújthatnak az új eszmék valamiféle értékeléséhez (vagy legalább is ahhoz, hogy megbarátkozzunk velük).

A fizika történetében három nagy korszakot különböztethetünk meg. Az első azt az időszakot foglalja magában, amikor az ember a világegyetem, a bolygómozgás törvényeit fejtette meg. A második korszakban, mely századunk elején kezdődött meg, az ember megismerte az atom mechanikáját. Végül a harmadik, mely szemünk láttára folyik le, a nukleonok, mezonok és más elemi részecskék tanulmányozásával kapcsolatos. A fizikusok jelenleg olyan folyamatokat tanulmányoznak, amelyek a modern lehetőségek határain mennek végbe: 1 ferminél (10^{-13} cm) kisebb távolságokon. Ebben a három korszakban sok a közös vonás. Ezért ha akár csak keveset tudunk is az első kettőről, könnyebben megértjük, mi izgatja a fizikusokat a harmadikban.

Az égi mechanikáról és az atom mechanikájáról csupán rövid megjegyzéseket teszünk bevezetésképpen. Az elemi részecskék fizikájának kérdéseit illetően a jelenleg legérdekesebb részre szorítkozunk: az erős kölcsönhatásokban résztvevő részecskék, a barionok és mezonok — újabban használatba jött nevükön: a „hadronok" — szisztematikájával foglalkozunk.[2]

[1] Érdekes beszámoló az új részecskékről Chew, Gell-Mann és Rosenfeld cikke [Fizikai Szemle **14**, 307, (1964)].

[2] Ennek az elnevezésnek a bevezetését L. B. Okun javasolta (*ἁδρός* a. m. tömör, hatalmas). Ezzel az erős kölcsönhatásban álló részecskéket a leptonoktól különböztetjük meg (*λεπτός* a. m. gyenge, finom).

A bolygók mechanikája

Amikor a fizikus megkísérel rendet találni az elemi részecskék világára vonatkozó ismeretek egyre növekvő áradatában, helyzete hasonló az antropológuséhoz, akinek állkapocs-maradványok alapján kell rekonstruálnia régen élt elődünk arcvonásait. De az antropológus komoly előnyben van a fizikussal szemben; tudja, hogy ősünk mégiscsak hasonló volt hozzánk, s miközben rekonstruálja arcképét, még ha csak közelítőleg is, van elképzelése minden egyes megtalált részlet szerepéről. Még ha hiányzó, még meg nem talált részleteket kell is kiegészítenie, akkor sem kínozzák kétségek a tudóst a lábak vagy a fejek számát illetően. A fizikus esetében a dolgok állása összehasonlíthatatlanul rosszabb. Neki a mikrovilág képének kialakításakor kezdetben a leghalványabb elképzelése sincs arról, hogy milyennek kell lennie e képnek. Ami még ennél is rosszabb: a fizikus sohasem tudja, megtalálta-e már e kép lényeges részleteit, vagy pedig az eddig rendelkezésére álló tények csupán másodrendű fontosságúak. Így azután annak az embernek a helyzetébe kerülhet, aki ismeretlen gépet akarna rekonstruálni néhány megtalált csapágy alapján. Igen nehéz szavakkal leírni, hogy mi vezeti a fizikust, miközben fokról fokra halad előre az előtte álló rejtvény megfejtésében. Először egyszerű modellt választ, s az abból adódó következtetéseket összehasonlítva a kísérletek eredményeivel, eredeti hipotézisét lépésről lépésre finomítja; így jut közelebb a természet törvényeinek teljesebb megértéséhez.

A kopernikuszi világkép keretei között a bolygók a legszimmetrikusabb pályákon: körök mentén végezték mozgásukat. Annak felismerésére, hogy a bolygók pályái ellipszisek — bár eltérésük a körtől igen csekély —, Kepler lángelméjére volt szükség. De még Kepler sem tette fel magának a kérdést: vajon miért ellipszisek mentén végzik mozgásukat a bolygók? Erre a kérdésre csak Newton mechanikája alapján lehetett választ adni, amikor már ismert volt az égitestek kölcsönhatási törvénye és ki voltak munkálva a mozgástörvények is. Megjegyzendő, hogy Kepler nem csak a bolygók pályáinak alakját állapította meg, hanem egy új megmaradási törvényt is felismert a mechanikában, az impulzusmomentum megmaradásának törvényét, melyet ő a felületi tétel alakjában fogalmazott meg. Emlékeztetünk rá, hogy az elsőnek felismert megmaradási törvény az impulzusmegmaradás, a tehetetlenségi mozgás törvénye volt, melyet — úgy látszik — már Leonardo da Vinci is ismert. Számunkra fontosabb ennél a harmadik Kepler-törvény, mely arányosságot állapít meg a bolygók T keringési idejének négyzete és a Naptól mért R közepes távolság köbe között. Korszerű szemszögből tekintve Kepler azt fedezte fel, hogy R^3/T^2 nem függ a pálya alakjától, hanem azt egyedül a Nap tulajdonságai meghatározzák. Ezzel Kepler valójában elsőként meghatározta a Nap és a bolygók kölcsönhatására jellemző erőállandó nagyságát. Valóban, a G

gravitációs állandó és az M naptömeg GM szorzatának cm^3/sec^2 a dimenziója. Azt is mondhatjuk, hogy Kepler a bolygómozgás egy fundamentális szimmetriáját ismerte fel: az R^3/T^2 viszony függetlenségét az ellipszispálya alakjától, méretétől. Ez előkészítette a talajt a bolygók mozgástörvényeinek felfedezése számára, mely Newtonnak köszönhető.

Az elmélet kiépítésének ezt az útját (szimmetria → a kölcsönhatás jellege → mozgásegyenletek) követte a XX. században az atomelmélet fejlődése is. Nehéz szabadulni az érzéstől, hogy az elemi részek elméletében a tudomány fejlődése ismét hasonló szkéma szerint megy végbe. De időzzünk egy keveset az atommodellek problémájánál.

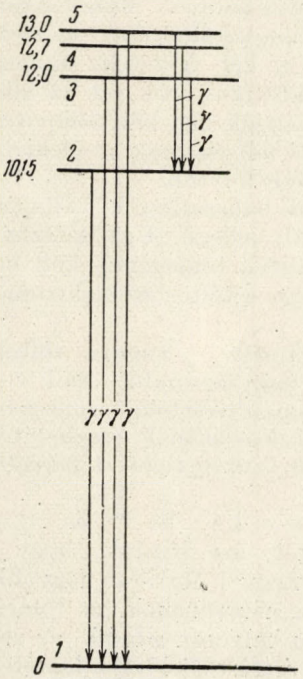
Az atom mechanikája

Az első lépés az atomszerkezet megértése felé: az atommag felfedezése, mely Rutherfordnak köszönhető. Az atommodell, mely ezzel a felfedezéssel bevonult a fizikába, hasonlít a bolygók rendszerére.

Az atomszerkezet leírására született meg a Bohr-modell. Ennek fő sajátossága, hogy az elektronok mozgásának leírásában a pályák szerepe háttérbe szorul; az elektronok mozgását a mag elektromos terében energiájuk jellemzi. Bohr felfedezte, hogy az elektron energiája az atomban az

$$|E_n| = R\frac{1}{n^2} \qquad (1)$$

képlettel meghatározott diszkrét értékeket veheti fel (1. ábra), ahol n pozitív egész szám, R pedig egy állandó, melynek értéke a hidrogén atom esetében mintegy 13,5 eV. Ez a képlet helyettesíti Kepler harmadik törvényét. Az atomi elektronnak azokat az állapotait, amelyek energiáját (1) adja meg, stacionárius állapotoknak nevezzük.



1. ábra. A hidrogén atom első öt energiaállapotának spektruma. A legmélyebb állapot a −13,0 eV energiának felel meg. A szintektől balra az intervallumok értékét (az adott szint és az alapszint energiáinak különbségét) tüntettük fel (eV-ban), valamint az n főkvantumszámot. A függőleges vonalak két spektrálszerieszt ábrázolnak. Balra a Lyman-, jobbra a Balmer-szeriesz

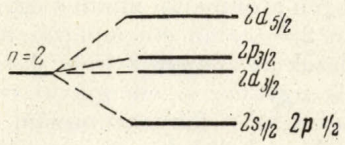
A hidrogén atomban n minden egyes értékének az elektron $2n^2$ számú stacionárius állapota felel meg. Mindezek az állapotok Bohr durva modelljében egy és ugyanazon energiával rendelkeznek. Ezek leírására az n főkvantumszám mellett még két egész számot kell bevezetni: a pályamomentumot megadó l kvantumszámot, mely 0-tól $n-1$-ig változik, amely tehát pontosan n számú különböző értéket vesz fel, valamint az m mágneses kvantumszámot, mely a $-l$ és l határok között változik (amely tehát $2l+1$ értéket veheti fel). Minden egyes n, l, m értékrendszernek két lehetséges elektronállapot felel meg; ezek az elektronspin létezésével kapcsolatosak.

Az R állandó a Bohr-modellben az erőtér jellegét jellemzi; R összefügg a h Planck-állandóval, hasonlóan ahhoz, amint a harmadik Kepler-törvény a gravitációs állandóval állott kapcsolatban. A Bohr-modell az atomot egész számok sorozata, s az atomnak ezekkel a számokkal összefüggő szintrendszere segítségével írja le. Nem adott azonban magyarázatot arra, hogy miért diszkrétek a hidrogén atom szintjei, és miért írhatók le oly egyszerű képlet segítségével.

Ebben az elméletben csupán megállapítást nyert, hogy az atomi pályákra érvényes törvényszerűségek különböznek a bolygók mozgását kormányzó törvényektől, és hogy az atomban érvényesülő kölcsönhatásra jellemző állandó egy új mennyiséggel: a Planck-állandóval kapcsolatos. Éppen ez bizonyult azután az új mechanika korai előhírnökének. Az atom dinamikai elméletét csupán tíz évvel később adta meg a kvantummechanika, melynek egyenletei az atom esetében ugyanolyan szerepet játszanak, amilyet Newton egyenletei a bolygók rendszere esetében. Így azután az atom mechanikájának kialakulása ugyancsak három szakaszban történt: az első lépés a stacionárius állapotok létezésének megállapítása volt, melyeket a főkvantumszám segítségével megszámoztak; a második szakaszban megállapítást nyert a stacionárius állapotok energiáinak kapcsolata a Placnk-állandóval; végül a harmadik szakaszban felfedezték a kvantummechanika egyenleteit.

Amikor azt mondottuk, hogy az egyes szintek energiái csak az n főkvantumszámtól függnek, csupán durván jellemeztük a viszonyokat. A valóságban különféle gyenge hatások azt eredményezik, hogy az egyes szintek, amint azt mondani szokás, felhasadnak úgy, hogy l különböző értékeihez kissé különböző energiaértékek tartoznak (2. ábra). A felhasadás dinamikai oka a hidrogén atomban főként az elektron tömegének változása a sebességgel, mely a relativitás elméletének következménye. A hidrogénnél nehezebb atomok esetében, melyek burka több elektront tartalmaz, a felhasadás ezen elektronok kölcsönhatásával van kapcsolatban.[3]

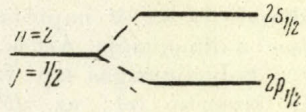
[3] A Naprendszerben a bolygók között uralkodó kölcsönhatás (különösen a kölcsönhatás a legnagyobb bolygóval, a Jupiterrel) azt eredményezi, hogy a pályák



2. ábra. A hidrogén atom $n = 2$ főkvantumszámú energiaszintjének felhasadása, figyelembe véve a tömeg sebességfüggését. Az indexek az atom teljes impulzusmomentumát jelentik. A $2s_{1/2}$, $2p_{1/2}$ szintek, azaz a két $j = {}^1/_2$ impulzusmomentumú szint, melyek egyikét $l = 0$, másikát $l = 1$ jellemzi, egybeesnek. A legmélyebb szintet a $2p_{1/2}$ szinttől elválasztó intervallum a közepes energiának mintegy $3 \cdot 10^{-5}$-szerese, azaz kb. $2{,}4 \cdot 10^4$ megaciklus/sec (1 eV = $2{,}4 \cdot 10^{14}$ ciklus/s = $2{,}4 \cdot 10^8$ megaciklus/s)

Van még egy érdekes és fontos fizikai jelenség, mely ugyancsak az atom szintjeinek felhasadására vezet, még ha ez a felhasadás igen csekély mértékű is. A Lamb-féle vonaleltolódásra gondolunk, melynek felfedezése a kvantumtérelmélet diadalát jelentette: ez megerősítette annak létezését, amit a fizikusok fizikai vákuumnak neveznek.

Ma már tudjuk, hogy a protont környező térrész igen bonyolult szerkezetű. Szakadatlanul részecskék keletkeznek és tűnnek el itt. Ezek a folyamatok igen gyorsan mennek végbe. A megszülető részecske csaknem azonnal elenyészik. Egy-egy részecske élettartama 10^{-23}—10^{-24} s nagyságrendű. Ezen időtartam alatt a részecske mindössze 10^{-13}—10^{-14} cm utat tesz meg. A legtöbb kísérletben ezek a keletkezési és eltűnési folyamatok nem lépnek előtérbe és a proton a kísérletező számára mint stabil rendszer jelenik meg, melynek átmérője valamivel nagyobb mint 0,1 fermi (1 fermi = 10^{-13} cm). A proton „belsejében" végbemenő folyamatok azonban nemcsak „elkenik" annak töltését, hanem ezen kívül még azt is eredményezik, hogy a proton elektromos tere nem a mozdulatlan ponttöltésével egyezik meg, hanem inkább a rezgőmozgást végző töltés terére emlékeztet. Ennek folytán a hirogén atom elméletén javítást kell eszközölni. Eredményként az adódott, hogy a hidrogén $2s_{1/2}$ és $2p_{1/2}$ szintjei, melyeknek a régi elméletben azonos volt az energiájuk, a korrekciók bevezetése után mintegy $4 \cdot 10^{-6}$ eV-nyira eltávolodtak egymástól (3. ábra).[4] A Lamb-féle vonaleltolódás elméletében a hidrogén atomot nem izolált kétrészecske-rendszernek gondoljuk, hanem tekintetbe vesszük az atom kölcsönhatását a fizikai vákuum szabadsági fokaival, melynek tulajdonságairól így első ízben nyertünk kísérleti úton ismereteket. Az elemi részecskék



3. ábra. A hidrogén atom $2s_{1/2}$, $2p_{1/2}$ energiaszintjeinek felhasadása, tekintetbe véve a sugárzási korrekciókat (az elektromágneses vákuummal való kölcsönhatást). A felhasadás nagysága 1057 megaciklus/sec

fizikájában a hasonló effektusok már nem kicsiny korrekciókra vezetnek, hanem lényeges befolyást gyakorolnak a részecskék tulajdonságaira.

A nukleonok

Hosszú időn át úgy vélték, hogy csupán kétféle nehéz elemi részecske létezik: a protonok és neutronok. A neutron kevéssel nehezebb, mint a proton. Energia-egységekben kifejezve e különbség értéke 1,293 MeV (1 MeV = $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ erg = $= 1{,}77 \cdot 10^{-27}$ g). Minthogy a proton tömege kb. 1000 MeV (pontosabban 938,26 MeV), a neutron és a proton tömegének különbsége viszonylag kicsiny, és durva közelítésben a két részecske tömege azonosnak vehető. Míg a részecskék egymástól nagy távolságra helyezkednek el, csak elektromos erők hatnak közöttük, s a protonokat természetesen könnyű megkülönböztetni a neutronoktól. Kicsiny távolságokon azonban, pl. az atommag belsejében, a protonok és neutronok között intenzív magerők hatnak, melyek többtízezerszer felülmúlják az elektromágneses erőket. Következésképpen a könnyű magokban, melyek összes elektromos töltése kicsiny, a két részecskefajta csaknem azonos módon viselkedik. Ezért a magfizikában már régen elfogadottá vált egységesen szemlélni ezt a két részecskefajt; azt mondjuk, hogy egyféle részecske létezik, a nukleonok, melyek számára két stacionárius állapot lehetséges; az alsó (a kisebb tömegű, ill. energiájú) a proton, a felső (a nagyobb tömegű) a neutron. Mondhatjuk, hogyha valamiképpen kikapcsolhatnánk az elektromos töltéseket, úgy a két részecske tömege azonossá válnék; az elektromos erők ezt az állapotot pontosan úgy hasítják fel két állapotra, ahogy a hidrogén szintjei felhasadnak az elektron tömegének sebességfüggése folytán.

A nukleon állapotának felhasadása két állapotra meglehetősen váratlan jellegű. Úgy látszhat, hogy a — töltött — proton tömegének kell nagyobbnak lennie, minthogy a töltéshez elektromos energia tartozik.

Mint ismeretes, valamely r_0 sugarú töltött gömb energiája $e^2/2r_0$ nagyságrendű, ahol e a gömb töltése. Az energia pontos értéke természetesen függ a gömb töltéseloszlásának részleteitől, a mi céljainkra azonban szükségtelen a képletet pontosabbá tenni.

Behelyettesítve az $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ és $r_0 = = 7 \cdot 10^{-14}$ cm értékeket, azt kapjuk hogy a proton energiájának mintegy 1 MeV-tal nagyobbnak kell lennie, mint a neutronénak. A tömegkülönbség nagyságrendje helyesen adódik, az előjel azonban a megfigyelt érték előjelével ellentétes.

valójában nem zárt görbék. Így a Merkur pályája fokozatosan elfordul a térben, 130 000 év alatt végezve egy fordulatot. Ennek az effektusnak kb. 3%-a a Merkur tömegének sebességfüggésével kapcsolatos, kb. 1% az általános relativitáselmélet (a térgörbület) folyománya.

[4] Emlékeztetünk arra, hogy $2s_{1/2}$ az $n = 2$ főkvantumszámhoz, az $l = 0$ pályamomentumhoz és a $\hbar/2$ teljes impulzusmomentumhoz tartozó szint jele. A Lamb-féle vonaleltolódás elméleti értelmezését Bethe, Schwinger és Feynman adta meg. A két szint energiakülönbsége (a frekvenciaskálán) 1057 megaciklus/sec.

Ránk nézve igen szomorú következményekkel járna, ha a tapasztalat megerősítené ezt a durva elméletet: a protonok nem fordulhatnának elő a természetben szabad állapotban, hanem neutronokká alakulnának át, pozitron és neutrinó kibocsátása közben, és még kevésbé képezhetnének — elektronnal egyesülve — stabil hidrogén atomot.

Természetesen az ilyen durva elmélet túlságosan leegyszerűsíti a jelenséget. A valóságos neutron-proton tömegfelhasadást nem csak az elektrosztatikus energia okozza. A helyes elmélet jelenleg nem ismeretes előttünk: ehhez pontosan tekintetbe kellene venni a nulkeon körül keletkező és eltűnő részecskék kölcsönhatását.

Bár a probléma jelenlegi állapota, amint látjuk, egyáltalán nem kielégítő, mindazonáltal már most is láthatjuk azokat az új fizikai tulajdonságokat, amelyekkel a mikrovilágban feltétlenül találkozunk. A fizikai vákuum nem passzív közegként viselkedik, hanem mint nagyszámú új szabadsági fokkal rendelkező rendszer (ez közelítőleg a — meg nem figyelhető — virtuális részecskék folytonos keletkezésén és eltűnésén keresztül vehető figyelembe), mellyel az ún. elemi részek intenzív kölcsönhatásban állnak. Nem nehéz felismerni a hasonlóságot, mely ezen jelenség és a Lamb-féle vonaleltolódás között fennáll, mely utóbbiról korábban beszéltünk és amelyet virtuális elektron-pozitron-párok születése, vagyis az elektron-pozitron-vákuummal való kölcsönhatás eredményez.

A hiperonok

A protonokkal és neutronokkal azonban nem merül ki a nehéz részecskék — barionok — családja. Az első hiperonok (a Λ- és a Σ-hiperon) felfedezése új korszakot nyitott meg az elemi részek fizikájában. A nukleonokról kiderült, hogy azok csupán a legkönnyebb (és így a legstabilabb) képviselői nagyszámú részecskeállapotnak és rezonanciának, melyeknek „se szeri, se száma". Az új részecskék új rendszerezést igényeltek. Keletkezési folyamataik jellege szokatlan volt, s azok egyáltalán nem hasonlítottak a bomlási folyamatokra. Ezek a részecskék sohasem keletkeztek egyenként, hanem mindenkor egy további új részecske, egy K-mezon vagy kaon társaságában.

Ha a gyorsító protonnyalábja a céltárgyba ütközik, a Λ-hiperon például egy pozitív kaonnal együtt távozik: $p + N \rightarrow \Lambda + N + K^+$. A Λ-hiperon töltetlen; a nukleon (jele: N), mellyel a proton a céltárgy valamelyik magjában ütközik, változatlanul marad hátra, s a proton töltését a kaon viszi magával. A másik reakciót, mely természetesebbnek látszhat: $p + n \rightarrow \Lambda + p$ (amelyben tehát a neutron a nehezebb, de ugyancsak semleges Λ-hiperonná alakulna át), nem sikerült megfigyelni; ez a reakció valamely okból kifolyólag tiltott. Majdnem ugyanígy festenek a Σ^--, Σ^+-, Σ°-hiperonok keletkezésére vezető reakciók:

$$p + n \rightarrow p + \Sigma^- + K^+;$$
$$p + n \rightarrow n + \Sigma^+ + K^\circ;$$
$$p + n \rightarrow p + \Sigma^\circ + K^\circ.$$

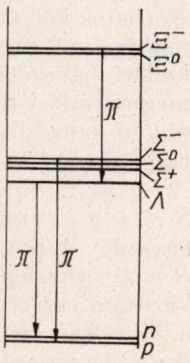
A hiperonok nehezebb fajtájának, a Ξ-hiperonoknak (melyekből kétféle van: negatív és semleges) kelekezése meg nem egy, hanem két kaon kibocsátásával jár együtt:

$$p + n \rightarrow n + \Xi^- + K^+ + K^+;$$
$$p + n \rightarrow p + \Xi^- + K^\circ + K^\circ.$$

Mindezeknek a reakcióknak természetesen megvan az ellentett töltésű ikerpárjuk, melyben a megfelelő antirészecskék keletkeznek antiprotonok és antineutronok ütközésekor. Az ilyen reakciókban a $\bar{K}^\circ$, K^- antikaonok kibocsátására kerül sor. Az első reakció esetében például ez az „ikerpár" a következőképpen fest ($\bar{p}$ az antiproton jele, $\bar{\Xi}^-$ pedig az anti-kszi-mínusz hiperoné): $\bar{p} + n \rightarrow \bar{n} + n + \bar{\Xi}^- + K^- + K^-$. Nyomban felmerül a kérdés: Miképpen bomlanak a hiperonok? Ha a bomlásra csak egy mód volna, a keletkezés folyamatának fordítottja, úgy az egyszer létrejött hiperonok élettartama igen hosszú volna. A Λ-hiperonnak ahhoz, hogy elbomoljék, egy K-mezonnal és egy nukleonnal kellene egyszerre ütiöznie. Az ilyen folyamat oly ritkán valósul meg, hogy az gyakorlatilag lehetetlennek tekinthető.

A természet azonban gondoskodik a bomlás merőben más módjáról is (4. ábra): a hiperonok képesek π-mezonokat (vagy ahogy még nevezik őket: pionokat) kibocsátani, pontosan úgy, ahogy az atomok fénykvantumokat sugároznak ki:

$$\Lambda \rightarrow n + \pi^\circ; \qquad \Lambda \rightarrow p + \pi^-;$$
$$\Sigma^\circ \rightarrow n + \pi^\circ; \qquad \Sigma^\circ \rightarrow p + \pi^-;$$
$$\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+; \qquad \Sigma^+ \rightarrow p + \pi^\circ;$$
$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-; \qquad \Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-;$$
$$\Xi^\circ \rightarrow \Lambda + \pi^\circ.$$



4. ábra. A hiperonok tömegspektruma. (A szemléletetés kedvéért a tömegfelhasadásokat aránytalanul nagyobbnak tüntettük fel.) A függőleges vonalak pion-emisszióval járó átmeneteket jeleznek

Úgy látszhat, hogy a magot pionokkal bombázva Λ-hiperonok keletkezésére számíthatunk. Kísérletileg ily módon nem sikerült Λ-hiperonokat nyerni. A rejtély megoldása az, hogy a felsorolt bomlási folyamatok igen kis valószínűséggel, rendkívül lassan mennek végbe. A hiperonok átlagos élettartama 10^{-10} sec körül van. Ha a Λ-

hiperont mint egy neutronból és egy akörül keringő pionból álló rendszert gondoljuk el, úgy a pion keringési ideje — a „pion-év" — mintegy 10^{-23} s. Ez azt jelenti, hogy a Λ-hiperon bomlásáig átlagosan 10^{13} pion-év telik el.

Másrészről a hiperon keletkezése kb. annyi idő alatt megy végbe, amennyi ahhoz szükséges, hogy a pion áthaladjon a magon, ami a legjobb esetben néhány „pion-év". Éppen ezért a hiperonok bomlását eredményező folyamatoknak nincs köze azok keletkezéséhez.

Abból a célból, hogy ezeket a jelenségeket röviden jellemezni lehessen, szokás beszélni erős kölcsönhatásról, mely a keletkezésért felelős (a hiperonokkal együtt keletkező kaonokéért is), és gyenge kölcsönhatásról, mely bomláskor nyilvánul meg. Hasonlóan ahhoz, ahogy kikapcsoltuk az elektromágneses kölcsönhatást (mely többek között a gerjesztett atomi állapotok bomlásának oka), itt is beszélhetünk a gyenge pionos bomlási kölcsönhatás „kikapcsolásáról".

Ha a bomlásokat (természetesen gondolatban) „kikapcsoljuk", úgy a hiperonok stabil részecskék, melyek a nukleonokkal együtt egy családban egyesíthetők. Megemlítjük, hogy a „pionos" gyenge bomlásokon kívül[5] vannak más gyenge bomlások is, a „leptonos"-ak (melyekben elektron, müon keletkezik), melyekre egy példa: $\Lambda \to p + e + \nu$. Ezek tanulmányozása eredményeképpen dolgozták ki a gyenge kölcsönhatások igen érdekes elméletét, melynek gyors ütemű kiteljesedése napjainkban megy végbe.

Az első kérdés, amelyre az elméletnek válaszolnia kellene: Miért keletkeznek a hiperonok kaonok társaságában? Mindjárt meg is mondjuk, hogy ezt mindeddig nem sikerült megérteni. De ha a jelenség értelmezését nem is tudjuk megadni, legalább is helyesen le tudjuk azt írni. Ez Nishijima és Gell-Mann érdeme. (Ez a leírás kétségtelenül többet jelent, mint egyszerűen új elnevezések bevezetését.) Minthogy a megszokott megmaradási törvények (energiamegmaradás sit.) segítségével nem lehet magyarázatot adni arra, hogy a természetben a keletkezésnek miért nem a legegyszerűbb módja valósul meg, új megmaradási törvényt kellett bevezetni, melyet a ritkaság (strangeness) megmaradási törvényének neveztek el. A hiperonok mindegyikéhez hozzárendeltek egy új kvantumszámot, a ritkaságot, melyet S-sel jelölünk. A Λ és Σ hiperonok ritkasága $S = -1$; a Ξ-é $S = -2$, a nukleonok ritkasága pedig zérussal egyenlő. A pozitív kaonnak $S = +1$, a pionnak $S = 0$ ritkaságot tulajdonítva, a hiperonok keletkezésére vezető reakciókban a ritkaság megmarad, a bomlási reakciókban pedig eggyel változik. Az antirészecskék esetében a ritkaság előjele a megfelelő részecskék ritkaságáénak ellentettje, úgyhogy részecske és antirészecske együtt zérus ritkaságúak.

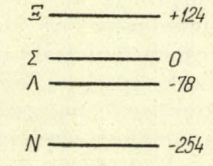
[5] Rendszerint „leptonmentes" bomlásról beszélnek ilyenkor, aláhúzva ezzel, hogy ezekben sem elektronok, sem müonok nem keletkeznek.

A továbbiakban kiderült (s ez sokak számára váratlan volt), hogy nem található egyetlen olyan erős reakció sem, amelyre ne volna érvényes a ritkaság megmaradása. A ritkaságváltozás mindenkor gyenge kölcsönhatások következményének bizonyult. Minthogy a gyenge kölcsönhatásokkal nem kívánunk foglalkozni, a ritkaságot megmaradó mennyiségnek fogjuk tekinteni.

A legutóbbi időben célszerűnek bizonyult a ritkaság helyett egy másik kvantumszámot bevezetni; ez a hipertöltés, mely a mezonok esetében megegyezik a ritkasággal, a barionok esetében pedig attól eggyel különbözik. Bevezetve a B bariontöltést, mely a barionokra 1-gyel, az antibarionokra -1-gyel és a mezonokra zérussal egyenlő, a ritkaság és a hipertöltés kapcsolata így írható: $Y = S + B$.

A barionok rendszere ezek után a következőképpen fest. Ha a barionok különböző töltésállapotaira nem vagyunk tekintettel, úgy azt mondhatjuk, hogy négyféle barion létezik. A nukleonok tömege a legkisebb: 939 MeV (ez a n és a p tömegének középértéke), hipertöltésük $+1$. Ez után következnek a hiperonok, a Λ 1115 MeV tömeggel s a Σ 1192 MeV közepes tömeggel, és végül a legnehezebb, a Ξ, melynek tömege 1318 MeV. A különbség a Λ és a Σ között nyilvánvalóan abban áll, hogy a Σ három töltésállapotban fordul elő, a Λ azonban csak egyben. Ennek megfelelően azt mondjuk, hogy a Λ izospinje $T = 1$, a Λ izospinje 0 (a T izospinű részecske különböző töltésállapotainak száma $2T + 1$).

Az 5. ábrán a négyféle barionot oly módon tüntettük fel, ahogy az atom szintjeit szokták felrajzolni. Az energiaskála (tömegskála) kezdőpontjának a Σ hiperont választottuk, így az ábrán nem maguk a tömegek vannak feltüntetve, hanem az adott részecske tömegének és Σ (Σ^0) tömegének különbsége. Azt várjuk, hogy ez a diagramm is olyan szerepet töltsön be, amilyet az atomok esetében a hidrogén atom nívószkémája játszott.



5. ábra. A barion-oktett intervallumai. A jobb oldalon az adott hiperon és Σ^0 tömegkülönbségét tüntettük fel (MeV-ban)

Az oktett

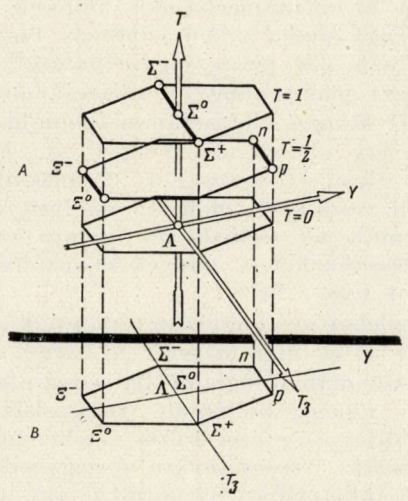
A hiperonok felfedezését követő években osztályozásuk számos különféle variánsát próbálgatták végig. Ezek némelyikét nyomban elvetették, mások hosszú időn át tartották magukat. Előrehaladás akkor következett be, amikor Gell-Mann és Ne'eman a nyolcas útnak nevezett szkémát javasolta. Ezt kezdetben igen szekptikusan fogadták, de csakhamar igen sikeresnek bizonyult. A nyolcas út alapján tett kijelentések kísérleti igazolása igen valószínűvé teszi, hogy ez az új út a célhoz vezet (bár az még távol van).

Az új szkéma a két nukleont, a Λ-t, a három Σ-t és a két Ξ-hiperont egyetlen családba, egy oktettbe foglalja össze (azért oktett, mert nyolc különböző részecske van). Az egyes részecskéket három szám jellemzi: az Y hipertöltés, a T izospin és a Q elektromos töltés. A nyolc részecskét ábrázolhatjuk olyan koordinátarendszerben, amelyben a három tengelyre ezt a három számot, Y-t, T-t és Q-t mérjük fel.

Célszerűbb azonban, ha nem magát a Q töltést, hanem Q és az Y hipertöltés $T_3 = Q - Y/2$ kombinációját mérjük fel a koordinátatengelyre (6A ábra). A T_3 mennyiség neve: az izospin vetülete. A T izospin bármely adott értéke mellett T_3 a $-T$ és $+T$ határok között változik, egymástól eggyel különböző értékeken keresztül. Az egyes kvantumszámok értékeit a barion-oktett esetére az 1. táblázatban tüntettük fel.

1. táblázat

	Y	T	T_3	Q
Neutron	+1	½	−½	0
Proton	+1	½	+½	+1
Λ	0	0	0	0
Σ^-	0	1	−1	−1
Σ^0	0	1	0	0
Σ^+	0	1	+1	+1
Ξ^-	−1	½	−½	−1
Ξ^0	−1	½	+½	0



6 A. ábra. A hiperonok szisztematikája három dimenzióban. A három tengelyre a T izospint, az Y hipertöltést, ill. az izospin T_3 komponensét mértük fel; az utóbbi a Q elektromos töltéssel a $Q = T_3 + Y/2$ kapcsolatban áll.
6 B. ábra. A háromdimenziós diagramm vetülete a vízszintes (Y, T_3) koordinátasíkra. Itt Σ^0 és Λ, melyek csak az izospin értékében különböznek, ugyanabban a pontban fekszenek: a hatszög centrumában

Ahelyett, hogy a térbeli diagrammot rajzolnánk meg, felrajzolhatjuk annak a (T_3, Y) síkra ejtett vetületét. Ebben a síkban a részecskék egy hatszög csúcsain és középpontjában helyezkednek el (6B ábra). A részecskék szkémáját rendszerint így szokták felrajzolni.

Az intervallum-képlet

Eszerint a nyolc barion immár egy és ugyanazon részecske nyolc különböző állapotát jelenti. Ez a megállapítás önmagában azonban igen keveset mond. Az oktett tagjai oly nagymértékben különböző tömegűek, hogy az ezt okozó — ez esetben erős — kölcsönhatás „kikapcsolása" gondolatkísérletképpen most nem vezet semmilyen érdekes eredményre. Éppen ezért látszott az oktett-szkéma[6] kezdetben mesterkéltnek és haszontalannak. A szimmetriasértés — a tömegek felhasadása — mely a nukleonok esetében kicsiny, az oktettben a részecskék közepes tömegének 10—20%-át teszi ki. A következő lépés, mely megerősítette a bizalmat a szkéma iránt, egy érdekes képlet felfedezése volt, mely a részecsketömegeket elválasztó intervallumok között ad meg egy összefüggést. A tömegkülönbségek abból erednek, hogy a részecskék pionokat és kaonokat emittálnak és abszorbeálnak. A pionos kölcsönhatások az azonos hipertöltésű részecskék tömegei között eredményeznek felhasadást, a kaonos kölcsönhatások következménye pedig a különböző hipertöltésű részecskék tömegei között fellépő „taszítás". Ez a kölcsönhatás a „mezon-vákuummal" jóval bonyolultabb, mint az „elektromágneses vákummal" való kölcsönhatás, mely a proton-neutron tömegfelhasadást okozza. Ezen folyamatok eredményeképpen a különböző Y hipertöltéssel vagy T_3 izospinnel rendelkező részecskék tömegei felhasadnak. Levezethető egy képlet, mely a részecskék tömegét Y és T segítségével fejezi ki (Okubo képlete):

$$M = a + bY + c\left[T(T+1) - \frac{1}{4}Y^2\right].$$

Ebben a képletben három együttható áll: a, b és c. Az elmélet jelenleg nem képes arra, hogy megadja ezek számértékét, minthogy ehhez szükséges lenne a nukleon környezetében végbemenő dinamikai folyamatok részletes leírása. Az elmélet csupán azt adja meg, miként függ a tömeg a kvantumszámoktól. Emlékeztetünk arra, hogy ugyanez volt a helyzet az atomelméletben Bohr előtt, mikor még nem ismerték fel a hidrogén színkép állandójának kapcsolatát a Planck-állandóval.[7]

A tömegképletben a felírt tagokon kívül elvben más tagok is felléphetnének (pl. a szögletes záró-

[6] Minthogy az oktett-szkéma az unitér csoportokkal kapcsolatos, így szokás az elemi részecskék unitér elméletéről beszélni, mely általánosítása az izospin elméletének.

[7] Igaz — és ezt nem szabad szem elől tévesztenünk —, hogy a színképek elméletében a Balmer-képletet lényegesen nagyobb tapasztalati anyag segítségével igazolták, és lényegesen nagyobb pontossággal.

jelben álló kifejezés négyzete). A felírt képlet a legegyszerűbb, melyet az elmélet ad; mint az a fizikában nem egyszer megtörténik, a legegyszerűbb képlet helyesnek bizonyul. E képlet mélyebb megalapozása az elmélet további fejlődésétől várható.

Célszerű ezt a képletet úgy átalakítani, hogy az ne a tömeg értékét adja meg, hanem az „intervallumét"; az adott részecske tömegének és a Σ-hiperon tömegének különbségét. Minthogy a Σ-hiperonra $T = 1$, $Y = 0$, tömege $a + 2c$-vel egyenlő. Az intervallumot m-mel jelölve kapjuk

$$m = M - M(\Sigma) =$$

$$= bY + c\,[T(T+1) - 2 - 1/4\ Y^2]\,.$$

E képlet segítségével a barionok tömegspektrumának (lásd 5. ábra) három intervallumát két együttható által állítottuk elő. Ez azt jelenti, hogy az intervallumok között egy azonosság áll fenn. Könnyű meggyőződni róla, hogy ez az azonosság a következő alakú:

$$\frac{m(\Xi) + m(N)}{2} = \frac{3}{4}\,m(\Lambda)\,.$$

Az intervallumokról közvetlenül a tömegekre áttérve kapjuk:

$$\frac{M(\Xi) + M(N)}{2} = \frac{M(\Sigma) + 3M(\Lambda)}{4}\,.$$

2. táblázat

	Tömeg (M)	Közepes tömeg MeV-ban	Intervallum (m)
n p	939,5 938,26	938,90	−254
Λ	1115	1115	78
Σ^- Σ° Σ^+	1197 1192 1189	1193	0
Ξ^- Ξ°	1321 1314	1317	+124

A táblázatból a nukleon és a Ξ-hiperon intervallumainak számtani közepére −65 adódik, ami a $\frac{3}{4}\,m(\Lambda) = -58$ értéktől kb. 10%-kal különbözik. Ez egyszersmind meghatározza a szkéma pontosságát.

Mezon-rezonanciák

Az oktett-szkéma további igazolást nyert a részecske-rezonanciák felfedezésével. Ezek az igen rövid élettartamú képződmények gyors részecskéknek az anyaggal való ütközési folyamataiban jelentkeznek. Rezonanciák létrehozására a legkényelmesebb forrásnak az antiproton-proton reakciók bizonyultak[8]. A proton-antiproton rendszer (mint minden más részecske-antirészecske rendszer) esetében az olyan kvantumszámok, mint a töltés, a barionszám, a hipertöltés zérussal egyenlők. Ütközéskor nagy energia szabadul fel, minthogy a részecskék mozgási energiájához hozzájárul a nyugalmi tömegekből felszabaduló kb. 1900 MeV. Sok esetben ez az energia több pion keltésére fordítódik. Azt találták, hogy keletkezés pillanatában a pionok gyakran szoros csoportokat alkotva, néhány részecskévé tömörülve repülnek ki; ezek igen rövid idő alatt két-három, sőt olykor öt pionra bomlanak. Abból a célból, hogy megértsük, miképpen vehetők észre az ilyen csoportok, tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy egy $p + \bar{p}$ reakcióban három pion keletkezett. Ha ezek közül kettő együtt repül ki, úgy az impulzusmegmaradás folytán a harmadiknak szigorúan az ellentétes oldalon kell kirepülnie. Ha két részecske a különböző esetekben különböző szögek alatt repül ki, úgy a harmadik is más és más szög alatt fog haladni az első kettőhöz viszonyítva. Másképpen is el lehet azonban járni. Ha megmérjük az előbb említett két részecske energiáját és impulzusát, és kiszámítjuk azok E összenergiáját és $\mathbf{p}$ összimpulzusát, úgy a relativitáselmélet képletei értelmében az ilyen rendszer tömege $M = \sqrt{E^2 - p^2}$. Ha minden esetben közel ugyanazt az M értéket kapjuk, úgy azt mondhatjuk, hogy egy M tömegű részecske keletkezett itt. Ha azonban M értéke a különböző esetekben különbözőnek adódik, úgy ez azt jelenti, hogy a pionok függetlenül repülnek ki. A valóságos kísérletekben az analízis jóval bonyolultabb, de mindenkor ilyen kinematikai megfontolások képezik alapját. Rendszerint azt találjuk, hogy a különböző kísérletekből nyert M értékek szórása tíz MeV vagy a legrosszabb esetben néhány 10 MeV körüli érték. A kvantummechanika alapvető elveiből tudjuk, hogy amennyiben valamely részecske M tömege csak ΔM pontossággal határolható meg, úgy ez azt jelenti, hogy a részecske instabil és $t = \hbar/\Delta M$ átlagos élettartammal bomlik el ($\hbar \sim$ $\sim 10^{-27}$ erg s $\sim 6 \cdot 10^{-22}$ MeV s). Ha tehát $\Delta M = 6$ MeV, a részecske 10^{-22} másodpercig él. Az olyan részecskék mellett, amelyek csak pionokra bomlanak, felfedeztek pionra és kaonra bomló részecskéket is, melyek hipertöltése ennélfogva +1 vagy −1.

A meglehetősen nagyszámú mezonikus részecske közül 17-et már sikerült a barion-oktetthez hasonló szkémában foglalni. Itt csupán felsoroljuk ezeket a „rendszerbe foglalt" részecskéket. A tömeg, a töltés és a hipertöltés értékei mellett (az utóbbi ezekre a részecskékre megegyezik a ritkasággal) a táblázatban feltüntettük az intervallumokat is. Ezek a mezonokra kissé másként vannak definiálva, mint a barionokra. Bizonyos okokból, melyeket itt nehéz volna kifejteni (s amelyek — őszintén szólva — a fizikusok számára sem telje-

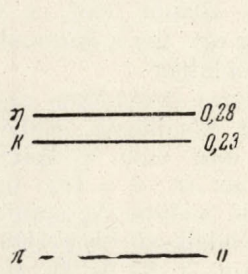
[8] Az előadásban nem ragaszkodunk a történeti sorrendhez: a természet titkai sohasem olyan egymásutánban tárulnak elénk, ahogy azokat a legkönnyebb megérteni.

sen világosak), a mezonok esetében nem a tömegek, hanem a tömegek négyzeteinek intervallumait kell összehasonlítani. A tömegskála zéruspontjának az egyike esetében a π°-mezon tömegét, a másik oktett esetében a ϱ°-mezon tömegét választjuk.

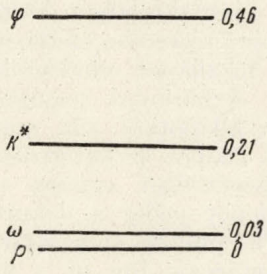
Ennek megfelelően az intervallumot a π-, K- és η-mezonok esetében a $\mu = M^2 - M^2(\pi^\circ)$, a ϱ-, K^*-, φ- és ω-mezonok esetében a $\mu = M^2 - M^2(\varrho^\circ)$ képlettel definiáljuk. Az intervallumot a $(\mathrm{GeV})^2$ egység többszöröseként adjuk meg. Ezeket az intervallumokat tüntettük fel a 3. táblázatban. A csillaggal megjelölt részecske a

3. táblázat

	Q	Y	T	Tömeg MeV-ban	Közepes tömeg	Mire bomlik?	Intervallum $(\mathrm{GeV})^2$
π^-	−1	0	1	139,6	138,1		0
π°	0	0	1	135,0			
π^+	+1	0	1	139,6			
K^+	+1	1	½	494	496		0,23
K°	0	1	½	498			
η	0	0	0	549		3π	0,28
ϱ^-	−1	0	1		763	2π	0
ϱ°	0	0	1				
ϱ^+	+1	0	1				
K^{*+}	+1	1	½		891	$K\pi$ vagy $K\pi\pi$	0,21
$K^{*\circ}$	0	1	½				
φ	0	0	0		1019	KK vagy $\pi\pi$	0,46
ω	0	0	0		783	3π	0,03



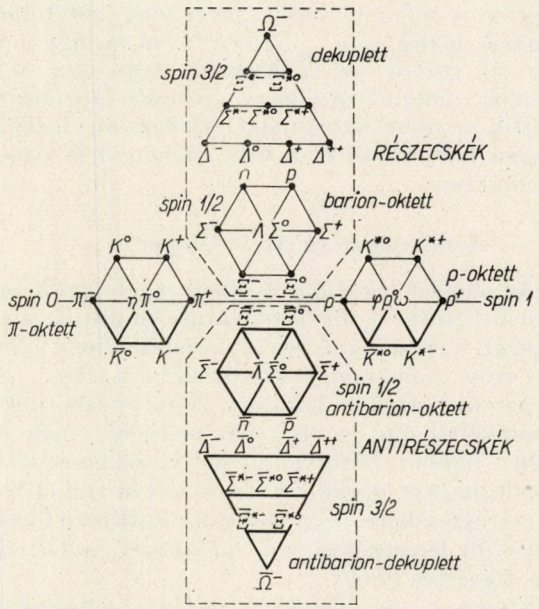
7. ábra. A π-mezon-oktett intervallumai. A jobb oldalon feltüntetett számok az egyes mezonok négyzetre emelt tömegének és π° négyzetre emelt tömegének különbségeit adják meg $(\mathrm{GeV})^2$-ben.



8. ábra. A ϱ-oktett intervallumai (az ω-mezont is figyelembe véve). A jobb oldalon az egyes mezonok tömegének négyzete mínusz a ϱ° tömegének négyzete áll $(\mathrm{GeV})^2$-ben.

kaon „gerjesztése" útján áll elő, s kaonra és pionra bomlik. Csak a mezonokra való bomlásokat írtuk ki; így pl. a $\pi \to \mu + \nu$ bomlást a táblázatban nem tüntettük fel.

Ami a fennmaradó rezonanciákat illeti, megjegyezzük, hogy létezik egy η-ra és két π-re bomló rezonancia. Minthogy az η-mezonok maguk három pionra bomlanak, végeredményben összesen öt pion keletkezik (mintegy 960 MeV össztömeggel). Az oktett-klasszifikáció ezeket a mezonokat két csoportba sorolja. A megfelelő intervallumokat a 7., ill. 8. ábrán tüntettük fel, az (Y, T_3) síkra való vetítéssel nyert szkémát pedig a 9. ábra általános diagramja foglalja magában.



9. ábra. A hadronok (barionok és mezonok) osztályozása. A részecskéket úgy rendeztük el, hogy a vízszintes középvonal a „világ" és az „anti-világ" között húzódjék. A hatszögek és a háromszögek a 6. ábrán bemutatott típusú térbeli ábrák vetületei az (Y, T_3) síkra. Annak érdekében, hogy az egyes antirészecskék a megfelelő részecskék alatt helyezkedjenek el, a T_3 tengelyt a „világban" (azaz a felső félsíkon) balról jobbra, az „anti-világban" jobbról balra irányítottuk. Másként szólva, a „világban" a töltések jobb felé növekszenek, az „anti-világban" viszont csökkennek. A barionok 56 állapotot tartalmazó szupermultiplettbe:

$$8\,(2 \cdot {}^1\!/_2 + 1) + 10\,(2 \cdot {}^3\!/_2 + 1) = 56,$$

a mezonok pedig 35 állapotból álló szupermultiplettbe:

$$8\,(2 \cdot 0 + 1) + 9\,(2 \cdot 1 + 1) = 35$$

egyesíthetők. Itt a gömbölyű zárójelbe foglalt számok $2S + 1$ alakúak, ahol S a részecske spinje. A $2S + 1$ a spinállapotok számát adja meg. Az egyes szupermultiplettek spinjét feltüntettük az ábrán

Az első oktettben nyolc mezon: π^-, π°, π^+, K^+, K°, anti-K^+, anti-K° és η kap helyet. Minthogy a K és az anti-K tömegei szigorúan egyenlők, az intervallumokra vonatkozó, korábban közölt összefüggés a $\mu(K) = \frac{3}{4}\mu(\eta)$ kapcsolatra vezet. Minthogy $\mu(K) = 0{,}23$ és $\mu(\eta) = 0{,}28$, az összefüggés 10%-os pontossággal teljesül.

A másik mezon-oktettre (ϱ, K^*, anti-K^* és φ) az analóg $\mu(K^*) = \frac{3}{4}\mu(\varphi)$ képletnek kellene fennállnia, mely nyilván nem teljesül. Ennek oka

valamiképpen azzal függ össze, hogy ugyanebbe a tömegtartományba még egy mezon esik, az ω, és így összesen nem nyolc, hanem kilenc mezonal állunk szemben. Ez az elmélet további fejlődésének útjában komoly nehézséget jelentett. Időközben a szisztematika új változata látott napvilágot, melyről kicsit később szólunk. Ebben az új változatban a tömegképletek új alakot öltöttek. Két képlet adódott. Egyikük az $M^2(\omega) = M^2(\varrho)$ vagy a $\mu(\omega) = 0$ alakú, mely elég jól teljesül, a másik pedig $\mu(\varphi) = 2\mu(K^*)$, mely ugyancsak nem áll távol az igazságtól ($0{,}46 \simeq 2 \cdot 0{,}21$). Jelenleg valamennyi nagy gyorsító segítségével gyűjtik az adatokat annak tisztázására, hogy miképpen helyezhető el a többi rezonancia hasonló szkémákban.

A dekuplett és az Ω^--hiperon

Az elmélet legnagyobb sikere, mely gyökeresen megváltoztatta a fizikusok iránta mutatott magatartását, a részecskék egy új rendszerének felfedezése volt, mely nem hasonlít az oktettre.

Az elméletből az adódott, hogy létezhetnek tíz részecskéből álló rendszerek, melyeket nem hatszögű, hanem háromszög alakú szkémába kell elrendezni (a 9. ábrán két ilyen háromszög látható: egy a részecskére, egy pedig az antirészecskékre; ez utóbbi létezéséhez sem fér kétség, noha eddig nem figyelték meg).

Ebben a rendszerben, melyet dekuplettnek neveznek, tíz részecske, ill. rezonancia foglal helyet, melyek legtöbbnyire egy barionra és pionokra bomlanak. A négy részecskét, melyek jele Δ, mint a pion-nukleon-szórás rezonanciáit (maximumait) figyelték meg. A három Σ^* mint a Σ-hiperonból és egy pionból álló rendszer szintje jellemezhető. A két Ξ^*-részecske a Ξ-hiperonból és egy pionból álló rendszer szintjének tekinthető. Végül az utolsó, a nemrég felfedezett Ω^--hiperon az elmélet diadalává vált. A 4. táblázatban közöljük ezen részecske-család tömegeit, valamint a töltéseket.

4. táblázat

	Tömeg MeV-ban	Q	Y	T
Δ^-	1236	-1	1	$^3/_2$
Δ°		0		
Δ^+		$+1$		
Δ^{++}		$+2$		
Σ^{*-}	1385	-1	0	1
$\Sigma^{*\circ}$		0		
Σ^{*+}		$+1$		
Ξ^{*-}	1529	-1	-1	$^1/_2$
$\Xi^{*\circ}$		0		
Ω^-	1675	-1	-2	0

Ebben a táblázatban szokatlan tulajdonságú részecskékkel találkozunk. Először itt lépett fel elsőízben $+2$ töltésű rezonancia, mely a π^+-mezonok protonokon való szóródásakor jelentkezik. Másodszor fellép benne a -2-hipertöltéssel rendelkező Ω^--hiperon. A hipertöltés ily nagy értéke lehetetlenné teszi, hogy az Ω^- gyors bomlást szenvedjen; ezen bomlás közben ugyanis két kaont kellene kibocsátani (melyek hipertöltését vinnék magukkal) ezt azonban nem teheti meg, mert nem elég nehéz. Ennélfogva épp oly stabil, mint az oktettbe tartozó hiperonok és kb. 10^{-10} másodpercig „él".

Az elmélet szerint hogy a tömegeknek ebben a részecske-családban számtani sort kell képezniök. Valóban, a tömegeket egymástól kb. 145 MeV-nyi közök választják el egymástól. Az intervallum-szabály itt még jobban teljesül, mint az oktettek esetében. Éppen ez tette lehetővé azt, hogy a fizikusok előrelássák a részecskék valamennyi alapvető tulajdonságát. Bár eddig csupán két Ω^--hiperont figyeltek meg, a szkéma kétségkívül megerősítést nyert. Természetesen még igazolni kell, hogy az Ω^- spinje ugyanúgy $^3/_2$, mint a dekuplett többi tagjáé. Meg van azonban az alap a reményre, hogy a következőkben elvégzendő kísérletek nem fognak csalódást okozni.

35 és 56

Az elemi részecskék táblázatára vonatkozó kutatómunka szakadatlanul új, váratlan eredményekkel szolgál. A legnevezetesebb eredmények akkor adódtak, amikor azt kezdték részletesen vizsgálni, hogy mi a helyzet a spinek terén.

A π, η, K mezonok oktettjének zérus a spinje, a ϱ, φ, ω, K^* mezonok nonettjéé pedig 1. Kitűnt, hogy létezik egy igen természetes osztályozás [ennek neve $SU(6)$], melyben mindezek a mezonok egy multiplettbe kerülnek. Ebben a multiplettben 35 hely van. Minthogy az S spinnel rendelkező részecske spinállapotainak száma $2S + 1$, az 1 spinű részecske esetében $2 \cdot 1 + 1 = 3$ ilyen, a spinvetületben különböző állapot van, a 0 spinű részecske esetében pedig egy, így a mezonok a 35 állapot mindegyikét elfoglalják.

A barionok számára ebben a szkémában egy 56 állapotból álló multiplett kínálkozik. Ebből 16 állapot az oktettnek felel meg, mely $^1/_2$ spinű részecskéket egyesít magában ($8 \cdot 2 = 16$), 40 állapot pedig a dekuplettnek, melybe $^3/_2$ spinű, 4 különböző spinvetülettel rendelkező részecskék tartoznak. Így ez a két szám, a 35 és az 56, az osztályozásba bevont összes részecske leírását lehetővé teszi.

Az új szimmetria új képletekre vezet. Kettőt ezek közül felírtunk, mikor a mezonokról szólottunk; most még egyet felírunk. Kitűnt, hogy a neutron és a proton mágneses momentumaira az elmélet a $\mu(n) = -^2/_3\,\mu(p)$ összefüggést szolgáltatja. A kísérlet $-^2/_3$ helyett $-0{,}682$-t ad!

A részletesebb elméleti megfontolások további összefüggésekre vezetnek. Ezek egyike így fest:

$$m(\Xi^-) - m(\Xi^\circ) + m(n) - m(p) = \\ = m(\Sigma^-) - m(\Sigma^+).$$

Ez az összefüggés meglehetősen jól teljesül. A jobb oldal értéke 6,5 + 1,3 = 7,8 (a hiba 10%), a bal oldalé 8,25 (a hiba 3%).

Más összefüggések tartalmazzák a dekuplettbe tartozó részecskék tömegeit, melyek értéke még nem ismert elegendő pontossággal. Jegyezzük fel itt ezeket minden kísérőszöveg nélkül:

$$m(\Delta^+) - m(\Delta^0) = m(\Sigma^{*+}) - m(\Sigma^{*0});$$

$$m(\Delta^-) - m(\Delta^0) = m(\Sigma^{*-}) - m(\Sigma^{*0});$$

$$m(\Sigma^{*0}) - m(\Sigma^{*-}) = m(\Xi^{*0}) - m(\Xi^{*-});$$

$$m(\Delta^0) - m(\Delta^+) = m(n) - m(p);$$

$$m(\Delta^-) - m(\Delta^0) = m(n) - m(p) +$$

$$+ m(\Sigma^-) + m(\Sigma^+) - 2m(\Sigma^0);$$

$$m(\Delta^-) - m(\Delta^{++}) = 3m(n) - 3m(p).$$

Végeredményként jelenleg úgy látszik, hogy a tömegkülönbségeket az elmélet mintegy 10% eltéréssel írja le. Lehetséges, hogy a továbbiakban sikerül tisztázni ezen eltérések okát.

J. A. Szmorogyinszkij
Egyesített Atommag Kutató Intézet, Dubna
(Fordította *Györgyi Géza*)

Rádiógalaxisok és quasarok

Általánosan elfogadott, hogy az ismert rádióforrások nagy része Tejútrendszerünkön kívül fekszik. A harmadik Cambridge katalógusból (3C), amelyet széles körben mint kézikönyvet használnak, a 100 legfényesebb rádióforrás közül 57 objektumot identifikáltunk. Ezek közül 40 többé kevésbé pekuliáris galaxisokkal esik egybe; 13 pedig csillagszerű objektumokkal (feltételezés szerint ezek ugyancsak extragalaktikusak); 2 Tejútrendszer-beli szupernova maradvány; további 2 pedig ionizált hidrogénből álló forró gázfelhő, ugyancsak a Tejútrendszerben.

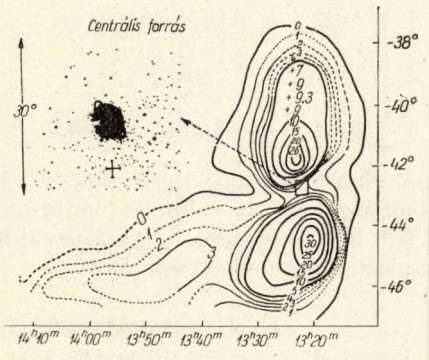
A 43 még nem identifikált forrás közül nem kevesebb mint 30 helyezkedik el 10°-on belül a galaktikus egyenlítő környezetében, vagyis olyan irányokban, ahol porfelhők homályosítják el a vidéket. Ha ezeket elhagyjuk, akkor a forrásoknak legalább 80, de lehet hogy 90%-a extragalaktikusnak bizonyul. Ebből mintegy 75% „rádiógalaxis", amely kb. 10^6-szorosát sugározza ki a mi Tejútrendszerünk, vagy egyéb normális galaxis rádió-teljesítményének, kb. 25% quasar, ezek hasonlóan hatalmas mennyiségű energiát sugároznak ki. Az úgynevezett normális spirális galaxisok közül többről — pl. az Androméda ködről — kimutatták, hogy rádióforrások, de ezek viszonylag annyira gyengék, hogy kis távolságuk ellenére is igen nehéz felfedezni őket. Az 1. és 2. fejezetben a rádiogalaxisok optikai és rádió-tartománybeli jellemzőiről lesz szó. A 3. fejezet a quasarokkal foglalkozik, a 4. pedig felvet néhány problémát megértésükkel és értelmezésükkel kapcsolatban.

1. A rádiógalaxisok optikai tulajdonságai

Hogy a rádiógalaxisok megértésében valóban előrehaladhassunk, lényeges a hozzájuk tartozó optikai objektumok tanulmányozása. Részben azért, hogy speciális optikai sajátságaikat megismerjük, de azért is, mivel a spektrumvonalak vöröseltolódása megadja távolságukat. A távolságok ismerete szükséges a rádióforrás abszolút teljesítményének és lineáris méreteinek meghatározásához, de ezt sajnos nem lehet minden esetben tisztán rádiócsillagászati módszerekkel meghatározni. Elvileg lehetséges volna az atomos hidrogén 21 cm-es vonalának vöröseltolódásából, de távoli galaxisok esetében még a rádiótartománynak ez a legerősebb vonala is a detektálhatóság határa alá esik és a rádióspektrum nem mutat semmi egyéb jellegzetes sajátosságot, amit e célra fel lehetne használni.

Az első két rádiógalaxis, melyet optikai objektumokkal azonosítottak, az NGC 5128 — ennek magján egy szokatlanul sötét sáv húzódik keresztül (1. ábra) — és az M 87, amely egy óriási elliptikus galaxis a Virgo halmazban. Az NGC 5128, a Centaurus A rádióforrás, csak 4 megaparszek távolságra van tőlünk (1 pc = 3,26 fényév), és eddig a részleteiben legjobban tanulmányozott rádiógalaxis. Az M 87, vagyis a Virgo A forrás távolsága 12 Mpc. Különös képződmény, ún. „jet" nyúlik ki belőle magjától 15" távolságra. E két objektum azonban kivételesen fényes. A többi 83 ismert rádiógalaxis és 44 quasar optikai képe igen halvány; látszólagos magnitúdójuk $+16^m$ és $+20^m$ közé esik. Mivel e fényességtartományban a galaxisok és csillagok száma igen nagy, igen pontos rádió-pozíciók alapján lehet csak biztonsággal eldönteni, hogy melyik optikai objektum tartozik a rádióforráshoz. Hogy egy példát említsünk: 1952-ben az intenzív Cygnus A rádióforrásnak egy 17^m-os galaxissal való identifikálása csak úgy volt lehetséges, hogy pozícióját az ívperc törtrészeire pontosan meghatározták (F. G. Smith, Cambridge).

Az elmúlt 10 évben gyorsan növekedett az ismert rádióforrások száma. Felkutatásukra az északi égbolton végzett legnagyobb szabású vizsgálat eredménye a 3C katalógus elkészítése volt; ez 470 rádióforrást tartalmaz, továbbá a nemrég befejezett 4C katalógusé, 5000 forrással. A déli égbolt vizsgálatát *Mills* és munkatársai végezték



1. ábra. Az NGC 5128 (Centaurus A). A bal oldali kis rajz a galaxis negatív optikai képe. Látszanak az erős abszorpciós területek. A két ovális rész a belső kettős rádióforrás helyét mutatja. Az intenzitás-görbék a külső kettős rádióforrásra vonatkoznak.

Sydney-ben; 2270 forrást találtak. Egy másik felmérés is folyamatban van, az ausztráliai Parkesban levő 210 láb átmérőjű rádiótávcsővel.

E nagy területre kiterjedő kutatás pontossága a pozíciókat illetően jelenleg 0'.5—2' között van és ez a legtöbb esetben nem elegendő ahhoz, hogy kétségtelenül azonosítani lehessen a rádióforrást valamely optikai objektummal, hacsak annak nincsenek szembetűnően különleges sajátosságai. Ezért néhány száz fényesebb rádióforrás felhasználásával speciális méréseket végeztek a pontosság fokozására. *Mrs. M. Clarke* Cambridge-ben, továbbá a Californian Institute of Technology egyik kutatócsoportja interferometrikus módszerekkel rektaszcenzióban $\pm 10''$, deklinációban pedig $\pm 10''$—$40''$ pontosságig jutott. *R. L. Adgie* (Royal Radar Establishment, Malvern) még jobb eredményeket kapott: több mint 100 rádióforrás helyzetét néhány ívmásodperc pontossággal határozta meg. Ha egy rádióforrás a pozícióméréspontosságán belül valamely optikai objektummal esik egybe, nagy galaktikai szélességen további megerősítő optikai vizsgálat nélkül is igen valószínűnek lehet tekinteni, hogy a kettő egymáshoz tartozik. Hasonló pontosságot sikerült elérni kisszámú rádióforrásra Hold-fedések felhasználásával. Ha a pontos pozíció megvan, a következő lépés rendszerint az, hogy a forrást bejelölik az American National Geographical Society Sky Survey atlaszon, ebből igen sok obszervatóriumban vannak példányok. Ez az atlasz a Mount Palomar obszervatórium 121 cm-es Schmidt-kamerájával készült; 940 pár lemezt exponáltak a program keretében kék, illetve vörös fényben. A felvételek —33° deklinációtól északra az egész eget befedik. Ha jó egyezést lehet találni valamely optikai objektummal és különösen ha az rendkívüli tulajdonsággal rendelkezik, mint például sötét abszorpciós csíkok, vagy „jet"-ek, erős kék szín, vagy rendkívül nagy méretek galaxis esetében, akkor valószínűen a keresett rádióforrást találtuk meg és optikai spektrumot kell felvenni. Az így talált objektumok sokszor oly halványak, hogy csak az 5 m-es teleszkóp alkalmas erre a célra és még ezzel is több órás expozíció szükséges. Kb. 60 rádiógalaxis spektruma és így vöröseltolódása ismeretes és kb. 80—90%-uknál rendkívül erős emissziós vonalak lépnek fel, melyek nagy mennyiségű mintegy 10 000 K°-os gáz jelenlétére utalnak.

E galaxisok típusának vizsgálata azt mutatja, hogy 88 objektum közül 67% „D" galaxis, vagy „E" (elliptikus), többnyire azonban az előbbi. Ezek a „D" galaxisok általában elliptikus magot tartalmaznak nagy kiterjedésű burokban és ezek igen gyakran galaxishalmazok legfényesebb tagjai. 26%-uk vagy csillagszerű forrás (quasar), vagy „N" galaxis: fényes csillagszerű maggal és halvány ködszerű burokkal. Kettő közülük súlyzó alakú galaxis", azaz 2 mag van közös burokban, és csak 4 pekuliáris spirális, vagy irreguláris galaxis. Mivel a „normális" galaxisok, melyekről kiderült, hogy gyenge rádióforrások, csaknem mind spirális galaxisok, úgy tűnik, hogy világosan különbséget lehet tenni a rádiógalaxisok és a „normális" galaxisok között. Az egész kisugárzott rádióteljesítmény 10^{45} erg · s^{-1}—10^{40} erg · s^{-1}-ig terjed; a felső határon a quasarok és a törpe galaxisok vannak, az alsó határon pedig az elliptikus galaxisok. Az ún. „normális" galaxisok teljesítménye ezzel szemben 10^{39} erg · s^{-1}. Talán ki kell hangsúlyozni, hogy a „D" és „E" galaxisok nagy többsége *nem* erős rádióforrás és semmiképpen nem érthető, hogy egyes ilyen galaxisok miért erős források, mások pedig miért nem.

2. A rádió-tartománybeli jellemző sajátságok

a) A *spektrum*

A források vizsgálata a pozíciójuk mellett megadja relatív intenzitásukat is az adott frekvencián. A különböző frekvenciákon mért adatokat összevetve meghatározható a források spektruma. A spektrum folytonos, leszámítva a hidrogéntől és az OH-gyököktől származó néhány gyenge abszorpciós vonalat. Alakja általában a (fluxussűrűség, S) $\sim$ (frekvencia, ν)$^{-\alpha}$ hatványfüggvénnyel írható le a 38—1400 Mc/sec frekvencia tartományban. Az α spektrál-index* más és más az egyes forrásokra, de az értékek eloszlása normális eloszlás, melynek várható értéke 0,76 és szórása 0,14. A szórás sokkal nagyobb mint az egyes mérések hibája, így valódi eltérésekről van szó. A spektrum hatványfüggvény alakjából és az α konstansra kapott értékből következtettek először arra, hogy a rádiógalaxisok sugárzása szinkrotron sugárzás, vagyis relativisztikus elektronoknak (vagy pozitronoknak) a kozmikus mágneses terekben létrejövő sugárzása.

Ezt később megerősítették azok a mérések, amelyek kimutatták a sugárzás lineárisan polarizált komponensét (lásd később). A szinkrotron sugárzás elmélete alapján az α spektrálindex és az elektronok

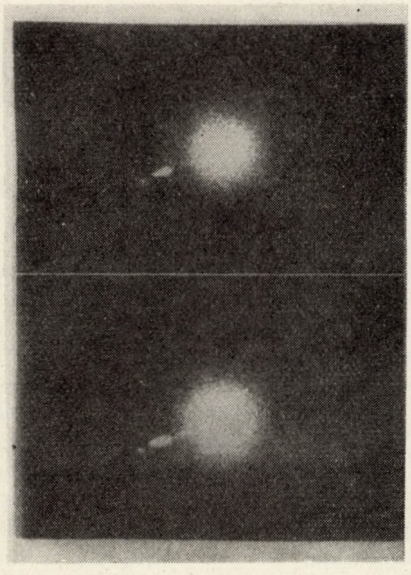
$$N(E)dE \sim E^{-\gamma}dE$$

* Néhány szerző az α spektrál indexet a (fluxus sűrűség) $\sim$ (frekvencia)$^{\alpha}$ összefüggéssel definiálja.

differenciális energia-spektrumában szereplő γ index kapcsolatba hozható: $\gamma = 2\alpha + 1$. A γ-t még eddig nem mérték meg a kozmikus elektronokra, de a Föld légkörébe lépő protonokra értéke 2,5—2,7. A Naprendszer közelében uralkodó állapotok természetesen nagyon különböznek a rádiógalaxisokbeli állapotoktól, mégis érdekes és jelentős, hogy ez a γ érték jól egyezik $2\alpha + 1$-gyel, ha α-t 0,76-nak vesszük.

Kb. a spektrumok 15%-a nem írható le egyszerű hatványfüggvénnyel. A $\log S - \log \nu$ görbe néha a nagy frekvenciák felé relatíven csökkenő alakú. Ennek valószínűleg a relativisztikus elektronok energiavesztesége az oka. Máskor a kisebb frekvenciáknál csökken a görbe. Ez az utóbbi effektus rendszerint igen nagy sugárzási hőmérséklettel, vagy igen kis szög-kiterjedéssel együtt lép fel. Valószínűleg önabszorpciónak tulajdoníthatjuk, ami akkor jön létre, ha a sugárzási hőmérséklet meghaladja a relativisztikus elektronok ekvivalens kinetikus hőmérsékletét. Néhány esetben a kis energiáknál nő a fluxus. Ez könnyen megérthető, ha a forrásban két különböző spektrálindexű tartomány van. Ekkor a kisebb spektrálindex dominál a nagyobb frekvenciákon, a nagyobb index pedig a kisebbeken. Két forrás, a 3C 84 (Perseus A) és a 3C 279 anomáliát mutat: a fluxus az egészen nagy frekvenciák felé újra nőni kezd. Ezt ma még nem értjük.

Néhány szerző (pl. *Heeschen*) megpróbálta az optikai csillagászat jól ismert szín-fényesség össze-



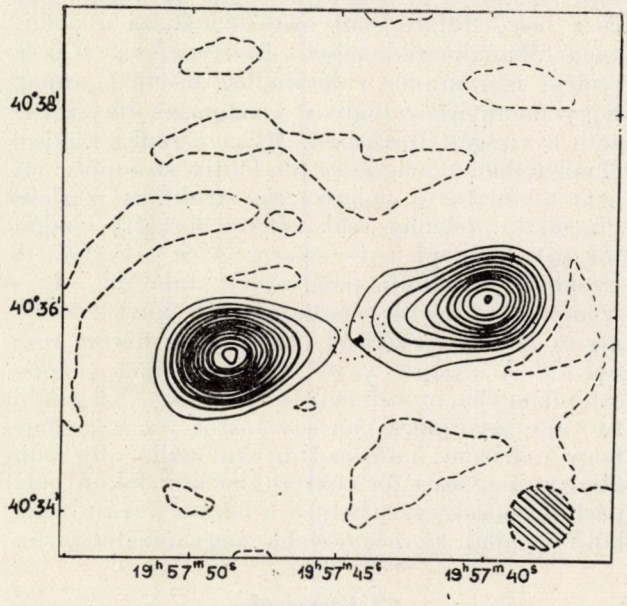
2. ábra. Az M 87 (Virgo A). A galaxis magját W. Baade polarizált fényben fényképezte le. A felső képen a maximális elektromos térerősség iránya a jet irányába mutat, az alsón merőleges rá. A jet fényének különböző erőssége a két képen azt mutatja, hogy a fény polarizált, és majdnem biztos, hogy szinkrotron sugárzás.

függéséhez hasonlóan, a spektrál indexet összefüggésbe hozni a forrás abszolút rádió-fényességével. Laza korrelációt találtak olyan értelemben, hogy a gyengébb források spektruma laposabb, de még nem lehet egyértelmű kijelentéseket tenni.

b) Méret és intenzitás eloszlás

A rádiógalaxisok méretéről és fényesség-eloszlásáról majdnem minden ismeretünket interferometrikus rádióteleszkópokkal végzett mérésekből szereztük. Ennek oka az, hogy egymagában még a legnagyobb teleszkóp is csak néhány forrást tudott felbontani. Két különböző antennával azonban, ha azonos vevőkészülékre vannak kapcsolva, interferenciacsíkok figyelhetők meg. Ezek amplitúdójából egy adott antennatávolság mellett megkapjuk a rádiófényesség eloszlás Fourier-transzformáltjának egy komponensét. A távolság és a beállítási irány változtatásával megszerkeszthetjük a teljes transzformáltat, ezt invertálva megkapjuk a fényességeloszlást. Valójában csak néhány meghatározott antennatávolságnál mértek és az észlelt interferenciacsík intenzitásokat különböző egyszerű fényességeloszlási modellekkel értelmezték.

A legátfogóbb vizsgálatokat Californian Institute of Technology kutatócsoportja és a Jodrell Bank-i csoport végezte. Az első csoport 1557 hullámhossznyi távolságon mért, a második pedig rádió-lánc segítségével egészen 61 100 hullámhosszig. Ezen az egészen nagy alapon már majdnem minden forrást fel tudtak bontani. A legkülönbözőbb szög-méreteket találták. Az átlagos érték 1 ívperc. Az a meglepő, hogy a források több mint 70%-át kettősnek találták. A maradéknak vagy haloval körülvett fényes magja van, vagy egyszerűen Gauss-eloszlású a fényessége, minden szerkezet nélkül. Ha ismerjük a forrás szög-kiterjedését és távolságát, lineáris méretét is kiszámolhatjuk. Ez nagyon különböző lehet. Ennek ellenére *Allen*, *Hanbury Brown* és *Palmer* megadták egy tipikus rádióforrás modelljét. Ez két egymástól 100 kpc-re levő 25 kpc átlagos sugarú



3. ábra. A Cygnus A rádióforrás emissziójának egyenlő intenzitású görbéi. A feltérképezéshez használt sugár nagyságát a jobb oldali kis rajz mutatja. A látható galaxis határait a pontozott vonal jelzi.

tartományból áll. Az optikailag észlelhető mintegy 25 kpc átmérőjű galaxis rendszerint a két sugárzó tartomány között van (3. ábra), amelyeknek alig vagy egyáltalán nincs látható fénye. Ebből arra lehet gondolni, hogy a galaxisban valamilyen robbanás történt, ami ellentétes irányokban kidobta a rádiósugárzó részeket.

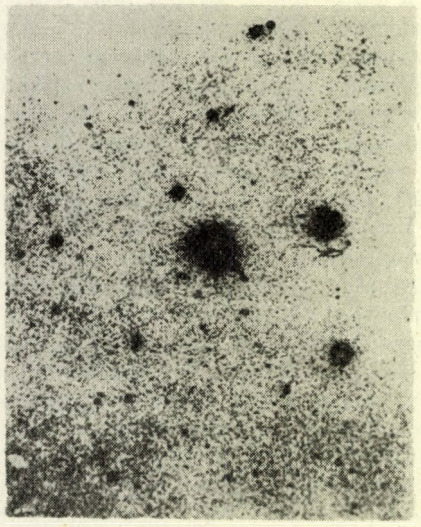
Néhány hozzánk közel eső forrás, pl. a Centaurus A, Fornax A esetében, továbbá az olyanoknál, amelyeket Hold-fedés alkalmával meg lehetett figyelni, részletesebb adataink vannak. Ezek azt mutatják, hogy a valódi fényesség-eloszlás, ha elég nagy felbontó képességgel mérünk, sokkal bonyolultabb annál, amit eddig az egyszerű modellre javasoltak. A Centaurus A-ban például (1. ábra) van egy kettős forrás, ami egybe esik az optikai objektummal és még egy másik jóval nagyobb is, ami közel 10° átmérőjű.

c) Polarizáció

Úgy találták, hogy a rádiógalaxisok sugárzása kb. 1000 Mc/s frekvencia felett lineárisan polarizált. A frekvencia növekedtével a polarizáció foka is nő és a rádióforrástól függően 1—30%-ig terjedhet. Ilyen fajta polarizáció a szinkrotronsugárzás sajátja, mivel ekkor az elektromos vektor merőleges a mágneses térre. Így e megfigyelések azt a nézetet támogatják, hogy ez a sugárzás mechanizmusa. Legtöbb esetben a megfigyelt elektromos vektor pozíció szöge a hullámhossz négyzetével változik, amiből az következik, hogy a rotáció a Faraday effektusnak tulajdonítható, vagyis hogy szabad elektronok vannak jelen és a látóvonal irányában longitudinális a mágneses tér. Az elfordulás legnagyobb része saját galaxisunkban jön létre, mivel erős a korreláció a galaktikus szélességgel. Feltehetőleg azonban magában a sugárforrásban is végbemegy, és a belső differenciális rotáció okozza a polarizáció fokának csökkenését a frekvenciával. A polarizáció maximuma valószínűleg mértéke annak, hogy mennyire szabályos a mágneses tér szerkezete a vizsgált forrásban. Mivel a rádiógalaxisok elméleteiben a mágneses tér fontos szerephez jut, igen kívánatos a polarizációs struktúra részletes vizsgálata. Jelenleg csak néhány forrásra vizsgálták ezt, ilyen pl. a Centaurus A és a Fornax A. Ezekben nagyfokú polarizációt találtak. Az e szempontból legfigyelemreméltóbb forrást *Gardner* és *Davies* vizsgálták. Ez a forrás három részből áll. A középső az IC 4296 elliptikus galaxissal esik egybe, ez 12^m fényes. A két szélső legalább 240 kpc távolságra van egymástól. Az a meglepő hogy e három határozottan különálló objektum átlagos mágneses tér vektorai néhány fokon belül párhuzamosak egymással és a három forrást összekötő vonallal. Ez még bővebb magyarázatot kíván.

3. Quasarok

Három évvel ezelőtt egy sor rádióforrást azonosítottak olyan objektumokkal, melyek teljesen eltértek a szokásos rádiógalaxisoktól, amennyiben csillagszerűnek látszottak, színük igen kék volt és színképükben néhány szokatlan, széles emissziós vonal mutatkozott. Az volt a közvélemény, hogy esetleg felfedezték az első valódi „rádiócsillagokat". Ez az elgondolás megváltozott azonban, mikor a 3C 273 (4. ábra) rádióforrás pontos pozícióját meghatározták és ennek alapján ezt egy ilyen, az előbb említett csillagszerű



4. ábra. A legfényesebb objektum a 3C 273 quasar. Rádió-tartományban vizsgálva kettős, az egyik forrás egybeesik a „csillaggal", a másik a 20″-ra kinyúló jet képével.

objektummal lehetett azonosítani, ami azonban sokkal fényesebb volt mint a többi. Optikai színképet *Schmidt* készített róla, és ezen felismerte a hidrogén Balmer-sorozatának a vöröseltolódás következtében 1,158-szorosára növekedett hullámhosszúságú vonalait. E nyomon elindulva újra vizsgálat alá vették a 3C 48 emissziós vonalait és úgy találták, hogy $z(=\Delta\lambda/\lambda) = 0{,}3675$ nagyságú vöröseltolódás található. Ezt követően két további quasar vöröseltolódását sikerült meghatározni. Ezek közül a 3C 9-re $z = 2{,}012$ adódott. Ez az eddig ismeretes legnagyobb érték.

Ha a vöröseltolódás kozmológiai eredetű, a quasarok optikai fényessége kiszámítható. Kiderül hogy ez a legfényesebb közönséges galaxisok fényének százszorosát is meghaladja. Ez eléggé meglepő dolog, a továbbiakban azonban az is kitűnt, hogy e hatalmas fényesség értékek néhány év leforgása alatt 50%-os változást is mutathatnak. Rövidebb lefolyású változások is lehetségesek, de ez sokkal kevésbé biztos. Mindenesetre a nagy változások annyit jelentenek, hogy az égitest méretei néhány fényévet nem haladhatnak meg, mert különben a fényesség ingadozásoknak ki kellene egyenlítődniök. Azt az izgató következtetést, hogy 100 óriás galaxis energiájának megfelelő sugárzó energia egy 10 fényévnél kisebb átmérőjű területről induljon ki, igen nehéz elfogadni, de az egyéb interpretációk, gravitációs vöröseltolódás vagy relativisztikus sebességgel

mozgó közeli csillagok feltételezése még sokkal kevésbé megnyugtató.

Jelenleg 44 quasart ismerünk. Legtöbbjükről, rádiósugárzásuk alapján gyanítani lehet, hogy kis frekvenciákon levágnak, vagy pedig igen kis szögátmérőjűek. Ezt megerősíti rendkívül erős kék színük, vagy ultraibolya excesszusuk. Annak a néhány quasarnak, melynek távolsága ismeretes, rádiófrekvenciás teljesítménye a legerősebben sugárzó rádiógalaxisok teljesítményéhez mérhető. *Sandage* azonban a közelmúltban újfajta objektumokat fedezett fel, melyek optikai képe a quasarokéhoz hasonló, de nem lehet kimutatni, hogy rádiósugárzásuk volna. Ő ezeket „csillagszerű galaxisoknak" nevezi, bár egyáltalán nem biztos, hogy akár ezek, akár pedig a quasarok határozottan valamely galaxishoz tartoznának. Hátra van még annak kiderítése, hogy milyen kapcsolat van a csillagszerű galaxisok és a quasarok között. A 3C 48 és a 3C 273 quasarok szerkezetét részletesen vizsgálták *Greenstein* és *Schmidt*. Ők a következő három részből álló modellt javasolták.

1. Az energia és az optikai kontinuum egy része a magban keletkezik.

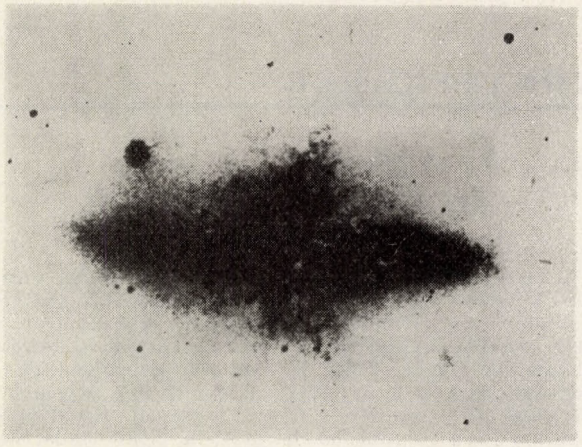
2. Ezt a magot ionizált hidrogénfelhő veszi körül, mely az emissziós vonalakat és az optikai kontinuum fennmaradó részét szolgáltatja.

3. A még nagyobb kiterjedésű „halo", amely a rádiósugárzást hozza létre. A következő fejezetben lesz szó arról, hogy milyen lehetőségek vannak a szükséges energia előállítására. Azt majd az idő dönti el, hogy az ilyen modell elegendő magyarázatot ad-e a quasarokról hirtelen növekvő adatok halmazára. Ebben benne van az a tény is, hogy egyes quasarok kettős rádióforrások és hogy több „fellángolást" is átéltek és hogy a 3C 2 mely 1965-ben ultraibolya excesszust mutatott, 1961-ben még vörös színű volt.

4. Az energiaviszonyok és az elmélet

A főbb elméleti problémák a következők: 1. hogyan keletkezik a szükséges mennyiségű energia, 2. hogyan fejlődnek ezek az objektumok. Feltehetjük-e, hogy a rádiógalaxisok a quasarok fejlődésének utolsó állomása? Erre ma még nem tudunk kielégítően felelni.

A rádiógalaxisok tulajdonságainak számbavétele azt mutatja, hogy a rádiósugárzásért a szinkrotron-mechanizmus felelős és feltesszük, hogy így van ez a quasarok esetében is. A rádióteljesítmény és a spektrum ismeretében ki lehet számítani, mi az a minimális energiamennyiség, melyet a mágneses mezőnek és a relativisztikus részecskéknek képviselniük kell ahhoz, hogy a megfigyelt teljesítmény legyen kisugározható. A számítás attól is függ, milyen feltevéseket teszünk az elektronok eredetére vonatkozóan. Ha például azt tesszük fel, hogy a kozmikus sugárzás protonjainak atommagokkal való ütközése során keletkeznek, akkor a relativisztikus protonokban százszor annyi energiának kell lenni, mint az elektronokban. További tényezők, melyek még tovább növelik a szükséges energiamennyiséget: eltérés az ekviparticiótól, a turbulencia kinetikus energiájának fedezése, stb. Ha ez utóbbit elhanyagoljuk, rádiógalaxisok esetén a szükséges energia 10^{59}—10^{61} erg közt van 10^{-4} gauss térerősséggel; quasaroknál hasonló energiamennyiség szükséges talán erősebb mágneses térrel. Ha viszont a turbulencia kinetikus energiáját is figyelembe vesszük, a szükséges energia 10^{62} erg vagy még több. Ezt az értéket a legkönnyebben úgy tehetjük szemléletessé, ha felidézzük hogy Napunk tömegének energia-ekvivalense 2×10^{54} erg. Vagyis 10^{5}—10^{8} naptömeg megsemmisülése árán keletkezhet a fenti energiamennyiség. Ez azonban már egy 10^{11} naptömegű nagy galaxis tömegének jelentős hányadát teszi ki. Hogy a megfelelő energiát csupán magreakciókkal állítsuk elő, melyek konverziós hatásfoka 0,1—1%, ahhoz az volna szükséges, hogy 10^{8}—10^{11} naptömegnyi hidrogén teljes mértékben vassá alakuljon és a felszabaduló energia relativisztikus részecskékké és mágneses térré váljon. Ebből nyilvánvaló, hogy az energiaprobléma még sok fejtörést kíván.



5. ábra. Az M 82 szabálytalan galaxis fényképe. Ezt az 5 méteres teleszkóppal vették fel, a $H\alpha$ vonal fényében. A nyúlványok a magból expandálnak 400 km/sec sebességgel.

Egy tipikus rádiógalaxis lehetséges korát megadja a rádió-sugárzó területnek az optikai objektumtól fényévekben mért távolsága. Ez talán 10^{5} év körül van, bár 10-szer ekkora érték sokkal plauzibilisabb, mert igen valószínűtlen, hogy a keletkező relativisztikus részecskék és a mágneses tér fénysebességgel mozogjon. 10^{-4} gauss erősségű térben a szinkrotron veszteségnek tulajdonítható relativisztikus elektronok fél élettartama 10^{6} év, így tehát a legtöbb rádióforrásnál nem kell folyamatos energia keletkezését feltételezni. Más esetekben azonban mint pl. a Virgo A forrás és az M 82 esetén — ezek optikai szinkrotron-sugárzást bocsátanak ki —, a relativisztikus részecskék fél élettartama csak 10^{2}—10^{3} év, itt tehát az elektronokat vagy pótolni, vagy folyamatosan gyorsítani kell. A quasarok esetében az igen erős és változó

intenzitású optikai szinkrotron sugárzás szintén megkövetel egy folytonos energiaforrást.

E. M. és *G. R. Burbidge* vizsgálat alá vették az erős rádióforrások keletkezésére vonatkozó elméleteket. *Baade* és *Minkowski* kollíziós hipotézise nem tud elég energiát termelni és a legtöbb más elgondolás is feltételez valami heves folyamatot a galaxis magjában, továbbá anyag kilövellést is meg kell követelni a dupla rádióforrások magyarázatára. *Lynds* és *Sandage* már szolgáltattak bizonyítékot a M 82 galaxis magjában végbemenő robbanásra (5. ábra). Az elméletek abból indulnak ki, hogy a szupernova kitörések igen gyakoriak, talán a „galaxis születését" követő időkben. Mások a mágneses terek neutralizációján állnak vagy buknak. A legérdekesebb elgondolást azonban *Hoyle* és *Fowler* vetette fel: ez egy nagytömegű gázköd gravitációs kollapszusa. Ez jelentékeny mennyiségű munkára ösztönzött, mert a kollapszus folyamán már meglepően korai stádiumban alkalmazni kell az általános relativitás elméletet, a vele járó matematikai nehézségekkel együtt. A probléma teljes analízise még hátra van, és nincs tisztázva, hogyan megy végbe egy ilyen kollapszus és mennyi energia távozik sugárzás útján a rendszerből. A rádiógalaxisok és quasarok energiaellátásának kérdése nyitva marad és ezt mondhatjuk fejlődésükről is, mert éppen azt nem tudjuk, hogy a sok esetben mutatkozó kettősség az energia produkció mechanizmusának sajátja, vagy pedig — ahogy van der Laan javasolta — a nagy kiterjedésű külső mágneses tér rovására írandó. Egy dolog biztos: a rádiógalaxisok és quasarok magyarázatára törekvő átfogó elmélet jelentős mértékben kiterjeszti a relativisztikus részecskék, a plazmafizika, a szuperszónikus lökéshullámok és a mágneses terek kölcsönhatásáról való tudásunkat.

J. R. Shakeshaft
Mullard Radio Astronomy Observatory,
Cavendish Laboratory, Cambridge

(Fordította *Barlai Katalin*)

KÖNYVSZEMLE

Dr. Valkó Iván Péter :

Az elektroakusztika alapjai

(Akadémiai Kiadó, Budapest, 1963.)

Tudományos és műszaki könyvkiadásunk széleskörű fejlődése az utóbbi években több akusztikai tárgyú szakkönyv megjelenését eredményezte. A fizikai akusztikát összefoglaló kiadvány (Tarnóczy Tamás: Akusztika. Akadémiai Kiadó, 1963) mellett a részterületekről az elektroakusztikát 3, az ultrahang témát 1, a zajvédelem kérdéseit pedig szintén 1 könyv képviseli. Ezekben az években ez a szakterület hazánkban elektroakusztikai ipari háttérrel rendelkező önálló szaktudománnyá fejlődött, amelynek külföldön is elismert tudományos és ipari eredményei, megnövekedett szakemberszükséglete indokolták újabb magyar nyelvű összefoglalások kiadását.

Dr. Valkó Iván Péter könyve az elektroakusztika alapkérdéseinek első magasszínvonalú magyar nyelvű feldolgozása. A monográfia a szerzőnek a Budapesti Műszaki Egyetemen 12 éven keresztül tartott előadásai anyagára épül. Mérnöki szinten a további, elmélyültebb tanulmányokhoz nélkülözhetetlen alapkérdéseket foglalja össze. Mint minden magyar nyelvű összefoglaló munkának, különös jelentősége, hogy a külföldi szakirodalomban számos könyvben és közleményben szétszórt eredményeket egységesen a hazai alkalmazási lehetőségek figyelembe vételével adja az olvasó kezébe. Az elektroakusztika elméleti kérdéseit, az alkalmazások belső összefüggéseit világos és érthető stílusban tárgyaló munka értékét emeli a mikrofonokra vonatkozó magyar eredmények beillesztése, továbbá néhány, specialisták (Baráth Zoltán, Huszty Dénes, Takács Ferenc) bevonásával készült részlet.

A könyv 11 fejezetre tagolódik. Az első három fejezet a fizikai alapokat ismerteti. Ebben a részben a szerző a pontszerű mechanikai rendszerek rezgéseit, a hullámterjedés és hangsugárzás alapvető kérdéseit tárgyalja. A következő három fejezetben az elektromechanikai átalakítás, a hallás és beszéd, valamint a helyiségek akusztikai problémáival ismerkedhetünk meg. Az alkalmazásokat: mikrofonok, hangrögzítés, átviteli rendszerek rendszertechnikai problémáit és hangszórók kérdéseit a további négy fejezetben találjuk meg. Az utolsó fejezet az elektroakusztikai méréstechnika jól sikerült feldolgozása. A könyvet az alkalmazott matematikai eszközök függelékében történő felsorolása egészíti ki. Ki kell emelnünk az elektromechanikai átalakítók feldolgozását, amelyeknek a négypólus elméleten alapuló egységes tárgyalásmódja nagy segítséget jelent a nehezen áttekinthető jelenségcsoport alkalmazásában. Ezt a „Mikrofonok" és „Hangszórók" c. fejezetekben található gyakorlati példák is igazolják. Örömmel olvastuk a hazai irodalomban kevéssé ismert térhatású hangvisszaadás kérdéseit tárgyaló részt. Kár, hogy a sugárzási rendszerekre kevés hely jutott a könyvben. Az elvi részben ismertetett vonalsugárzókat, mint a gyakorlatban jól ismert hangoszlopokat, alkalmazási példaként szívesen láttuk volna a „Hangszórók" c. fejezetben is. Érdemes megjegyezni, hogy ezeket a hangsugárzó elemeket (eredetileg német szabadalom) magyar konstruktőrök alkalmazták a világon először fizikai szempontból helyesen 1952-ben a Népstadion hangosító rendszerének kidolgozásakor. A szokásos irányjelleggörbe elnevezés helyett az iránygörbe kifejezés zavaró.

Az említett észrevételektől függetlenül jól sikerült könyv jelentőségéhez méltó kiviteléért az Akadémiai Kiadót illeti elismerés. A szemléletében elsősorban villamosmérnökökhöz szóló könyv, amint ezt a megjelenése óta eltelt idő is igazolta, hasznos segédkönyve az elektroakusztikai szakterületen dolgozó fizikusoknak és mindenkinek, aki kutató munkája során elektroakusztikai kérdésekkel találkozik. A hangátvitel közérdekű problémái méltán keltik fel a középiskolai tanárok figyelmét is. A könyv szerencsés feldolgozása lehetővé teszi egyes részleteinek szakköri foglalkozásokhoz való felhasználását.

A szakemberek körében népszerű, úttörő „Valkó-könyvet" a jövőben, reméljük, újabb színvonalas munkák követik. Az elmúlt években e téren elért magyar eredmények — amelyeket nem mindig kísért kellő támogatás — az élet adta szükségszerűség folytán előre rohanó ipari termelés, a részletkérdések további feltárását és ismertetését sürgetik.

I. A.

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/6

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.
Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

Az 1895. évi nyári fizikai tanfolyam résztvevői
(l. a 186. oldalon levő közleményt)

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

A kézirat beérkezett 1966. III. 4.
Terjedelem: 4 (A/5) ív
Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62103
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Kürti Miklós: Erős mágneses terek
Hoffmann Tibor: Kvantumkémia a fizikában, biológiában, kémiában és az iparban I.
M. Goldsmith: A tudományok tudománya
Deme Sándor: A gyors neutron sugárzás dozimetriája sugárbiológiái vizsgálatoknál
Reimann József: A játékelmélet alapfogalmai
EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK
KÖNYVSZEMLE

СОДЕРЖАНИЕ

М. Кюрти: Силные магнитные поля
Т. Гоффман: Квантовая химия в физике, химии. биологии и в промышлениости
Н. Голдсмит: Наука наук
Ш. Деме: Дозиметрия быстрых неумтронов в исследованиях радиационной биологии
И. Реиман: Основные понятия теории игр
ИЗВЕСТНЯ — ИЗ ЖИЗНИ ФИЗИЧЕСКОСО ОБЩЕСТВА
ОБЗОР КНИГ

INHALT

M. Kürti: Starke magnetische Felder.
T. Hoffmann: Die Quantenchemie in der Physik, Chemie, Biologie und Industrie I.
M. Goldsmith: Die Wissenschaft der Wissenschaften.
S. Deme: Die Dosimetrie schneller Neutronenstrahlungen bei strahlenbiologischen Untersuchungen.
J. Reimann: Grundbegriffe der Theorie der Spiele
NACHRICHTEN — AUS DEM VEREINSLEBEN
BUCHBESPRECHUNG

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 6. szám 1966. május

Erős mágneses terek*

Az erős mágneses terek előállítása aránylag új területe a fizikának és a technológiának, amely szorosan összefügg a szilárdtestfizika és a mélyhőmérsékletű fizika utóbbi évtizedekben bekövetkezett kifejlődésével. A témakör nagyon sokfelé ágazik, ezért elsősorban szeretnék rámutatni azokra a feltételekre, amelyek segítségével ez a témakör némileg beszűkíthető.

1. Csupán igen erős mágneses terekkel fogok foglalkozni, főként az 50 kilogauss-nál erősebb terekkel:

$$H > 50 \text{ kilogauss}$$

2. Mivel a szilárdtestfizikai és mélyhőmérsékletű fizikai készülékek rendszerint elég nagyok, fontos, hogy a mágneses tér is nagykiterjedésű legyen. Ha d jelzi a mágneses tér lineáris dimenzióját, akkor

$$d > 2 \text{ cm} ,$$

3. Vannak ugyan fizikai kísérletek, amelyek egy ezredmásodperc, sőt, egy mikromásodperc alatt folynak le, de nagyon sok kísérlet, főleg a termodinamikai mérések lényegesen hosszabb időt, másodperceket, perceket, sőt, órákat is igényelnek. Ez a feltétel tehát úgy fejezhető ki, hogy a mágneses tér fennállásának t időtartama legalábbis egy másodperc

$$t > 1 \text{ s} .$$

A legegyszerűbb és a legrégibb készülék mágneses terek előállítására az elektromágnes, amely a vas, vagy acél mágneses indukcióját használja fel. Miután a legjobb mágneses ötvözetek telítési mágnesessége körülbelül 25 kilogauss, ilyen mágneses teret minden további nélkül elő lehet állítani. A mágneses teret tovább lehet növelni azáltal, hogy az erővonalakat koncentráljuk. A csúcsos mágnespofák között levő mágneses teret a következő egyenlettel írhatjuk le:

$$H = B_s \left(0.4 + 0.7 \log \frac{d'}{d}\right)$$

tehát elvben tetszőlegesen lehet növelni a mágnesteret azáltal, hogy a d'/d arányt növeljük. Azonban, sajnos, a logaritmus igen lassan növekvő függvény, így a d'/d arány tízszeres nagyobbítása csak körülbelül 15 kilogausszal növeli meg az erőteret. Ha azonban a mágnesmag átmérője elég nagy, akkor mind az első, mind a második feltétel kielégíthető, azaz erős mágneses teret aránylag nagy térfogatban állíthatunk elő. Az elérhető méretek jellemzéséül megemlítjük a Bellevue-elektromágnest, amelyet a Francia Tudományos Akadémia állított fel a huszas években egy Párizs közelében fekvő laboratóriumban. A mágnesmag körülbelül 1 méter átmérőjű, míg a mágnestekercsek körülbelül 2 méter átmérőjűek. A mágnestekercsek és a magok mozgathatók, ez lehetővé teszi komplikált fizikai készülékek felállítását is a mágneses térben. A mágnes körülbelül 100 Kw-ot fogyaszt, 2 cm-nyi póluscsúcs-távolsággal 55 kilogauss 2 mm-nyi távolságnál 75 kilogauss erősségű teret kelt. Ha azonban 75 kilogausst akarnánk előállítani egy 2 cm-es pólushézagnál, akkor az összes lineáris dimenziókat tízszeresen meg kellene növelni, és az elektromágnesnek 100 tonna helyett 100 ezer tonna súlya lenne. (Ez gyakorlatilag nem volna könnyen megvalósítható.)

Eddig csupán a vas mágnesessége által előállított tereket diszkutáltam. Természetesen a mágnesező tekercs szintén gerjeszt mágneses teret és ez, legalábbis elvben, nincsen korlátozva. Ha egy olyan erőteljes tekercset használunk, hogy az általa gerjesztett tér jelentősen több mint 25 kilogauss, akkor előnyösebb elhagyni a vasmagot és inkább vasmag nélküli tekercscsel érdemes dolgozni.

Lássuk már most, milyen körülmények között lehet egy ilyen vas nélküli szolenoiddal olyan erős tereket gerjeszteni, amelyek a mi eredeti feltételeinket kielégítik. Van egy egyszerű képlet, amelyből mindezt le lehet olvasni:

$$H = G \left(\frac{W \lambda}{d \varrho}\right)^{1/2}$$

Itt d a tekercs felső átmérője, ϱ a fajlagos ellenállás, λ a kitöltési tényező, ami azt fejezi ki,

* Előadás az Eötvös Loránd Fizikai Társulatban, Budapesten.

hogy a tekercsben milyen arányban van a vezető és a szigetelő vagy hűtőanyag. Végül G egy dimenziótlan tényező, ami a tekercs alakjától és az áramsűrűség elosztásától függ. Különös tény, hogy az első ilyenfajta számításokat C. H. Fabry végezte el, ő arra használta fel ezt a képletet, hogy galvanométer-tekercseket tervezzen. Azt a képletet, amelyet eredetileg millimikrowattos tekercsek konstrukciójára vezettek le, most megawattos szolenoidok számára használjuk.

Ha számszerű adatokat helyettesítünk ebbe a kifejezésbe, akkor egy szobahőmérsékletnél működő vörösréz mágnestekercs, amelyben egyenletes áramelosztás van, a következő mágneses teret gerjeszti:

$$H \text{ (kilogauss)} = 5\left[\frac{W \text{ (kwatt)}}{\text{d(cm)}}\right]^{1/2}$$

Látjuk tehát, hogy egy 2,5 cm átmérőjű tekercs 1000 Kw-ot igényel 100 kilogauss előállítására.

A nagyhatású vasmag nélküli szoleoidok kifejlesztése a harmincas években kezdődött meg, főként F. Bitter végzett a MIT-ben e téren úttörő munkát. Érdemes azonban megjegyezni, hogy a legelső ilyesfajta tekercset 1914-ben Franciaországban Deslanders és Perot készítette, és az 340 kilowattal 50 kilogausst állít elő egy 2 cm átmérőjű térben.

1945. óta nagyon sok laboratórium foglalkozott erős mágneses terek ilyenfajta gerjesztésével. Jelenleg mintegy 10—15 intézet található az egész világon, ahol létre tudnak hozni 75 és 150 kilogauss között levő intenzitással mágneses teret.

Ugyan a legutolsó képlet szerint elég nagy elektromos teljesítménnyel korlátlanul lehetne fokozni a mágneses teret; azonban vannak különböző gyakorlati korlátozások. Elsősorban is az elektromágneses erők, amelyek ilyen tekercsekben fellépnek, igen nagyok, például egy 150 kilogaussos tekercsben ezek az erők 1000 atmoszféra nyomást jelentenek, így a vezetők és szigetelők korlátozott szilárdsága folytán igen nehéz lenne 500 kilogaussnál intenzívebb tereket ilymódon előállítani. A másik korlátozást a hűtés problémája jelent, szerintem azonban ez a kérdés még megoldható. Természetesen nagy elektromos teljesítményre van szükség, pl. egy 4 dm átmérőjű tekercsben 300 kilogauss előállítása 20 megawatt teljesítményt igényel.

A szükséges teljesítményt azonban le lehet csökkenteni azáltal, hogy a fajlagos ellenállást csökkentjük. Ez ismeretes módon megoldható hűtés segítségével. Ha W_0, illetve W az az elektromos teljesítmény, amelyre szükség van, hogy egy megadott mágneses teret előállítsunk, mikor a vezető $T_c = 300°\text{K}$, illetve T hőmérsékleten van, akkor tudjuk, hogy

$$W = W_0 \frac{\varrho(T)}{\varrho(T_0)}$$

$\varrho(T)$ a fajlagos ellenállás T hőmérsékleten. Miután igen tiszta fémeknek a fajlagos ellenállását erős hűtéssel egy ezred részére lehet csökkenti $\varrho(T)/\varrho_0 = 0{,}001$; egy tekercs, amely szobahőmérsékletnél 2 megawattot igényelne, 20°K-nél csupán 2 kilowattot igényel. Azonban a Joule-hőt a mélyhőmérsékletnél el kell vezetni, ehhez egy hűtőgépre van szükség, ami természetesen szintén igényel elektromos energiát. Tehát a totális energiát a következő képlet fejezi ki:

$$W_{\text{totális}} = W_0 \frac{\varrho(T)}{\varrho_0 T}\left[1 + \frac{1}{\eta}\frac{T_0 - T}{T}\right],$$

ahol η a Carnot-hűtőgép hatásfoka. Ha most számértékeket helyettesítünk be, azt találjuk, hogy egy 15 és 20°K között működő alumínium, vagy réztekercs összesen kevesebb, mintegy tizedrésznyi energiát igényel, mint a szobahőmérsékletnél működő tekercs.

Ez nagyon előnyösnek tűnik, a nehézség azonban abban rejlik, hogy egy ilyen hűtőgép, méghozzá a szükség szerint óriási hűtőgép nagy beruházást jelent. Az a véleményem, hogy mélyhőmérsékletű mágnestekercsek csak speciális esetekben válnak előnyössé. (Pl. ha egy laboratórium már amúgyis rendelkezik egy nagy hidrogén-cseppfolyósító berendezéssel.)

Bizonyos joggal beszélek cseppfolyós hidrogénnel hűtött mágnestekercsről, miután én „úttörőnek" számítok e téren. Mikor Berlinben a doktori értekezésemen dolgoztam, szükségem volt 5—6 kilogaussra. De nem volt mágnesünk, és a professzorom, néhai F. Simon, azt mondotta, hogy miután a mérőkészülék amúgyis egy cseppfolyós hidrogént tartalmazó dewarben volt elhelyezve, a legcélszerűbb az volna, ha a mágnestekercsemet szintén a cseppfolyós hidrogén hőmérsékletre hűtsem le. Ez elvben egy nagyon jó idea volt, de nem vette tekintetbe a doktoránsok szokásos sutaságát. Mikor az első kísérletemet akartam végezni, cseppfolyós nitrogén helyett cseppfolyós levegővel hűtöttem elő a tekercset; sajnos, az egyik elektromos kontaktus nem volt jó és mikor 30 amperes áramot bocsájtottam keresztül a fél milliméteres rézdróton, egy igen hangos robbanás volt az eredmény, továbbá két bedőlt fal, 14 eltörött ablak, ugyanannyi eltörött dewar edény, és természetesen készülékem teljes pusztulása.) (Érdekes megemlíteni, hogy dr. G. v Elbe, aki mint Simon professzornak az asszisztense segített ennél a kísérletnél, most az Egyesült Államokban él, és ő a világ egyik legnagyobb robbanóanyag szakértője.)

Végülis fel kell tenni a kérdést, miért nem használunk vezetőnek olyan anyagot, amelynek az elektromos ellenállása, 0, azaz miért nem használunk szupravezetős mágnestekercseket. 1962-ig erre nem gondolhattunk, miután az akkor ismeretes szupravezető anyagok tökéletes vezetőképességüket 15—20 kilogaussos mágneses tér befolyása alatt elvesztették. Az utóbbi pár évben azonban olyan új ötvözeteket fedeztek fel, főként az Egye-

sült Államokban, amelyek szupravezetők maradnak még 100 vagy 200 kilogaussos mágneses térben is. A legerősebb mágneses tér, amelyet eddig ilyen módon előállítottak, 110 kilogauss.

Felszínesen szemlélve, azt várnánk, hogy a szupravezetős mágnestekercsek ki fogják szorítani a szobahőmérsékleten működő konvencionális mágnestekercseket. Én azonban azt hiszem, hogy egy szupravezetős mágnestekercs ugyan olcsóbb és célszerűbb lehet, főleg amikor a mágneses teret hélium-hőmérsékletű kísérletekre használják, egy általános mágnes laboratórium számára mégis a konvencionális megoldás a célszerűbb. Megjegyzem azt is, hogy a konvencionális eljárással eddig 200 kilogauss-t hoztak létre az MIT National Magnet Laboratory-jában és előreláthatólag 500 kilogaussig el lehet majd ezúton jutni, míg szupravezető segítségével előállítható terek — elméleti okokból — valószínűleg csak 350—400 kilogaussig lesznek fejleszthetők.

Kürti Miklós
F.R.S. Clarendon Laboratory
Oxford

Kvantumkémia a fizikában, kémiában, biológiában és az iparban* I.

Az előadás címéből következik, eleve az az elképzelés ezen összefoglalóval, hogy a hely kötelez. A Veszprémi Vegyipari egyetemen tartjuk 1965-ben a vándorgyűlést, tehát kell, hogy a fizikusok és kémikusok közötti kapocs valahogyan hallassa a hangját. Ugyanakkor éppen Ernst akadémikus előadásából hallottuk, hogy a fizikusok és a biofizikusok közötti kapocsnak is sok tekintetben a kvantumkémia képezi az alapját. De ezeknél távolabbi, kevésbé lokális jelentősége is van a kvantumkémia hangsúlyozásának, amennyiben a Magyar Tudományos Akadémia III. osztálya, tulajdonképpen az atomhéj-fizikai bizottság úgy látta az idén, hogy eljött az idő, hogy az e téren az országban folyó és már jókora hagyománnyal rendelkező kutatási iránynak nagyobb súlyt kell adni. Bár az ezen a téren folyó munkák *nem kizárólag* elméleti jellegűek, kétségtelen, hogy mégis nagyobbrészt azok, és így a látványosabb, hangzatosabb, nagyobb berendezéseket igénylő és felmutató kísérleti munkákkal szemben kevésbé voltak ezek a munkák propagálva. Ebben része van nyilván annak is, hogy az új elvi fizikai eredményeket szolgáló absztrakt elméletekkel szemben az itt jelentkező eredmények csak szerény alkalmazásoknak tűnnek. De talán éppen ebben rejlik ezeknek a jelentősége is, tudniillik az alkalmazás mindig közelebb hozza az elméletet a kísérleti ágakhoz, és így több lehetőséget ad az elméletek gyakorlati ellenőrzésére és helyenkénti korrekciójára. Ez a kölcsönhatás a kísérleti, gyakorlati és az elméleti fizika között nagyon erősen hangsúlyozódik a kvantumkémiában. Ebben az értelemben lett az előadásnak a címe a kvantumkémián kívül az, hogy a kvantumkémia szerepe a *fizikában, kémiában, biológiában és az iparban.*

Módszerek szempontjából ennek ellenére a kvantumkémia mindig fizikai módszerekkel dolgozik, viszont az alkalmazási területek természetesen az említett különböző területekre is átnyúlhatnak. Mint az előbb már említettem, ez talán a fizikusok előtt kissé visszatetsző; új elvi fizikai problémákat a kvantumkémia nem vet fel. Inkább úgy lehetne mondani, hogy a kvantumkémia tiszta deduktív alkalmazásával különböző közelítési szinteken és különböző közelítési technikával foglalkozik.

Minthogy neve alapján a kémiával kapcsolódik legjobban ez a tudományág, először szabadjon a kémiának szolgáltatott eredménye kegy részén átfutni.

Ilyen rövid előadás keretén belül természetesen nem lehet minden — akár a legutóbbi időben elért — eredményt vázolni, szeretnék rövid vázlat után egy pár pontra részletesebben rátérni, talán olyan módon, hogy mi az a pont, amelyik a kémikusok számára, mi az a pont, amelyik a fizikusok számára, az ipar, vagy a biológia számára valami újat vagy érdekeset ad.

Magán a kvantumkémián az előbb vázoltak szerint alkalmazott elméleti atomfizikát értek, de hogy bármilyen körvonalazás, körülhatárolás mennyire nem lehet pontos, arra a legjobb példa az, hogy a spektroszkópia névvel illetett tudományág sok területen teljesen azonosan fedi azt, amit mások kvantumkémiának neveznek. A 30-as években végzett kvantumkémiai elgondolások és eredmények egytől-egyig abban az időben a spektroszkópiába sorolt eredmények voltak. Határterületeken természetesen nagyon sokszor viták voltak arról, hogy hova tartoznak ezek a területek. Véleményem szerint itt azonban nem az a fontos, hogy az illető határterület hova tartozik, hanem az a fontos, hogy az illető határterületet műveljék. Legfeljebb nem lesz neve, vagy két neve lesz, de a lényeg az, hogy az illető területen az ismereteink bővüljenek.

Most a kvantumkémiára, az általam még pontosan nem is definiált kvantumkémiára áttérve, azt mondhatjuk, hogy két fő irányban, két fő alkalmazási irányban halad a mai kvantumkémia. Az egyiket úgy nevezhetnénk, hogy *ab initio* számítások, a másikat pedig *szemiempirikus* számítások. Nem akarok itt történeti áttekintést adni, de feltétlenül meg kell említeni azt, hogy az elsők az *ab initio* számítások voltak.

Ez alatt a következő értendő: Megszületett a 30-as évek táján a kvantummechanika megala-

* Előadás az 1965. évi veszprémi Vándorgyűlésen

pozása. Ekkor merült fel az, hogy a kvantummechanikai adatokkal meg lehessen magyarázni a kémia alapvető jelenségeit. A legelső alapvető jelensége a kémiának nyilván a kötés, tehát az ezzel kapcsolódó kötéselméletnek óriási jelentősége van. Ebben az időszakban alapvető fizikai állandókból, fizikai mennyiségekből kiindulva próbálták a kémiai effektusokat magyarázni. Körülbelül ez az, amit az *ab initio* számításoknak nevezünk, amikor semmiféle kémiai vagy más jellegű tapasztalatot, kísérleti eredményt nem veszünk tekintetbe, hanem az alapvető fizikai alapokból, fizikai állandókból kiindulva próbáljuk a kémiai jelenségeket kvalitatíve és kvantitatíve is értelmezni.

A legelső ilyen jellegű *ab initio* számítás a hidrogén molekula ion, majd a hidrogén molekula kötésének és egyes tulajdonságainak a magyarázata volt a 30-as években. Érdekes és jellemző, hogy pontosan erre a problémára még ma is visszavisszatérnek a fizikusok. Kb. 35 év után még ma is újabb és újabb cikkek jelennek meg a problémák ilyen vonatkozású finomításáról. Így pl. a hidrogén molekula és hidrogén molekula ion *ab initio* számításának a finomításával sokat foglalkozik az irodalom. Az oka ennek az, hogy a kísérletek egyre finomabb és finomabb eredményeket szolgáltattak, és ahhoz, hogy az *ab initio* számításokkal ténylegesen igazolni tudjuk, hogy a fizikai alapokra épül fel az egész kötéselmélet, ahhoz az volt szükséges, hogy ezeket az új és új kísérleti eredményeket fokozatosan pontosabb és pontosabb számítási módszerekkel beledolgozzuk az elméletbe. Ezek az *ab initio* számítások ma is abban az alapvető irányban folynak, hogy az egyszerű kötéselméletnek az eredményeit szolgáltassák. Ugyanezek az *ab initio* számítások fordulnak elő kétatomos, vagy akár kevés számú, de többatomos molekulák spektroszkópiájának az elméleti magyarázataiban, amelyek szintén egyre finomabb módszerekkel, finomabb eredményeket adnak. Manapság többatomos molekulák számítására is tettek már *ab initio* számítási próbálkozásokat, azonban, ha tekintetbe vesszük azt, hogy még 35 év után is érdekessége van, hogy a két legegyszerűbb atomból álló hidrogén molekulának a számításánál újabb és újabb közelítésekkel menjünk közelebb a végleges eredményhez, akkor elképzelhető, hogy egy több atomos molekulának a számításánál milyen óriási számítási háttérnek, számítási volumennek az elvégzésére van szükség. De ezek mégis folynak különböző okoknál fogva. Nagyon nagy helyet foglal el az ilyenirányú munkákban a világirodalomban az ezen számításoknál fellépő két- és többcentrum integrálok kiszámítása. Azt az energiát, amit ezeknek a két- és többcentrum integráloknak a kiszámítására fordítottak, nem tudnám közlemények számában megbecsülni, de óriási. Különösen akkor, ha figyelembe vesszük, hogy az ilyen jellegű közlemények rendszerint ma már nem azzal foglalkoznak, hogy analitikus módszereket adnak meg ilyen két és többcentrum integrálok számítására, hanem egészen mással. Éppen erre szeretnék röviden rátérni.

A második világháború előtt általában az ilyen két- és többcentrum integrálokkal kapcsolatos irodalmi közlés annyiból állt, hogy analitikus módszereket dolgoztak ki ezeknek a kiszámítására. A másik irány az volt, hogy ezeknek a két- és többcentrum integráloknak az értékeit bizonyos meghatározott paraméterekre tabellázták. Ebben főleg a japánok voltak nagyok, akik nagyon nagy szorgalommal aránylag nagy számítási eredményt, talán európaiak számára elképzelhetetlenül nagy számítási mennyiséget produkáltak rövid táblázatokban. A háború utáni években azonban az elektronikus számológépeknek az elterjedésével megváltozott a helyzet. Ma már, és itt most már rögtön a végeredményre térhetünk rá — ma már egyszerűen az történik, hogy ilyen két- és többcentrum integrálokra kész programok állnak rendelkezésre és amikor valamilyen közlemény jelenik meg ilyen két- vagy többcentrum integráloknak a kiszámítási módjára, nem a kiszámításnak az eredményeit adják, hanem a programokat, hogy hogyan lehet azokat számológépre alkalmazni. Ennek a jelentősége abban nyilvánul meg, hogy táblázatos rendszerben nagyon rossz hatásfokkal lehet egy közleményt megadni. Tegyük fel ugyanis, hogy egy 100 paraméterre terjedő tabellát kell megadnunk. Ennek minden értékét ki kell számítanunk, annak ellenére, hogy a valóságban ténylegesen mindössze 3—4 paraméter értéke az, amely fizikailag lényeges. Nyilvánvaló. az egész táblázatot meg kell *ab ovo* csinálni, ha nem tudjuk előre, hogy milyen paraméter körül kell majd dolgoznunk. Ugyanezt az elektronikus számológép programmal, úgynevezett szubrutinokkal úgy végzi el, hogy éppen azokon a helyeken számolja csak ki a megadott program segítségével az értékeket, az integrál értéket, amelyekre éppen szükség van. Tehát gazdaságossági szempontból, tudománygazdaságossági szempontból jelent óriási lépést az, hogy ilyen programok állnak rendelkezésre. Érdekes az, hogy ezek a programok úgynevezett nemzetközi programcsere formájában lehívható programok. Van egy kvantumkémiai nemzetközi programcsere központ, amely lehetőség szerint mindenki számára hozzáférhető nyelven közvetlenül magát a programot is, tehát nemcsak annak a leírását küldi. Az eddig mondottak talán egy kicsit arra mutattak rá, hogy *milyen módon* lehet kvantumkémiával foglalkozni, de kevésbé mutattak rá, hogy *milyen eredmények* és milyen problémák merülnek fel.

Az egyik problémát szeretném itt részletesebben megemlíteni. Általában kvantummechanikai, elsősorban kvantumkémiai problémáknál felmerül az a kérdés *ab initio* számításoknál, hogy a számítások véghezviteléhez mindig valamilyen közelítésre van szükség. A közelítéssel való számítások esetén, itt vagy ott, elhanyagolásokra szorítkozik az ember és nem mindegy, hogy milyen számítási módszereket vesz igénybe. Eszerint más- és más eredmények adódnak. Ezen a téren nagy probléma volt, hogy általában nem lehetett megbecsülni egy számítás pontosságát. Pontosabban csak azzal lehetett valami értékelést adni, hogy a kapott eredmény a kísérleti tapasztalattal közelebbi vagy távolabbi egyezést mutat. Ez azonban nem volt mindig teljesen egyértelműen világos. Tudniillik lehet, hogy a kísérleti eredménnyel egy közelítésekkel rendelkező számítás nagyon jó egyezést mutat, de hogy úgy mondjam véletlenül. Ugyanakkor lehetséges, hogy egy elvileg jobban megalapozott, de bizonyos tekintetben több elhanyagolással rendelkező számítás rosszabb közelítést ad a kísérleti eredményekhez. Ennek ellenére ennek az utóbbinak a javítása később közelebb vihet bennünket a megfelelő pontossághoz. Tehát felmerült az a kérdés, hogy a kísérleti tapasztalattól függetlenül meg tudjuk-e becsülni azt, hogy egy

kvantummechanikai számításnak mi a matematikai közelítési mértéke. Ha a matematikai közelítési mértéket már ismerjük, akkor állíthatjuk azt, hogy ha az eredmény nem egyezik a kísérleti tapasztalattal, akkor nem a matematikai közelítésben, hanem valami fizikai alapban van az eltérés, tehát akkor tudjuk, hogy valamely fizikai jelenséget hanyagoltunk el, valamit nem vettünk figyelembe, vagy pedig el tudjuk dönteni, hogy a matematikai apparátus megfelelő volt-e.

Ilyen értelemben a nehézségeken csak úgy lehetett túljutni, hogy meg kellett vizsgálni, hogyan lehet a közelítés pontosságát valamilyen mértékkel mérni. A hibaszámításból vannak ismert eljárások erre. Itt azonban a nehézség az, hogy a számítás egzakt közelítendő eredményét *ab ovo* nem ismerjük. A követendő utat a következőképpen jelölhetjük ki: legyen valamilyen kvantummechanikai, vagy kvantumkémiai számításnál az egzaktul megoldandó kvantummechanikai probléma teljes általánosságban a következő. Legyen a megoldandó feladat egy vagy több mátrixegyenletből álló rendszer, amely tartalmazza a fizikailag megadott adatokat, a Hamilton-operatort és egyéb fizikai tulajdonságokat, és tartalmazzon egy **R** sűrűségmátrixot, amelyet keressünk olyan módon, hogy az eleget tegyen ennek az egyenlet rendszernek. Itt egy mátrixegyenletről, vagy ha úgy tetszik, mondhatjuk úgy, egy egyenletrendszerről van szó, amelyben a **H**-t adottnak tekinthetjük, az **R**-et keresettnek. Teljes általánosságban véve példának okáért ez lehet a Schrödinger-egyenlet az összes határfeltételeket figyelembe véve. Nem akarok részletekbe belemenni, hogy hogyan írható ez fel, de példaképen ez megadható a következőképpen: A Schrödinger egyenlet

$$\mathbf{HR} - \mathbf{RH} = \mathbf{0},$$

a normálási és ortogonalitási feltételek (amelyek a a határfeltételekkel ekvivalensek)

$$\mathbf{R}^2 - \mathbf{R} = \mathbf{0},$$

és a dimenzió meghatározó feltétele

$$\mathrm{tr}\,\mathbf{R} - \mathrm{n} = \mathbf{0}.$$

Ha most ilyen **O** mátrixra redukált alakban írjuk fel ezt az egyenletrendszert, akkor általában valamilyen közelítéssel kell élni, mert csak a legritkább esetben lehetséges az, hogy ezt az **R** mátrix értéket egzaktul meg tudjuk határozni ebből az egyenletrendszerből. A reálisan felhasználható esetek közül egyetlen egyet sem tudnék felemlíteni, mint egzaktul megoldható problémát. Ellenben azt az eljárást követjük, hogy valamilyen módon közelítő megoldást keresünk, tehát egy olyan **R** mátrixot, amely többé kevésbé kielégíti a felírt mátrixegyenleteket. Igen ám, de a többé kevésbé való kielégítés annyit jelent, hogy ezt az **R**-et behelyettesítve a rendszerbe, ez most már nem fog **O** marixot adni a jobboldalon, hanem valamilyen **O**-tól különböző **D** mátrixot. És a közelítésnek a mértékéül azt tekinthetjük, hogy ez a **D** mennyire különbözik a **O** mátrixtól. Vizsgálatok kimutatták, hogy megfelelő eredményeket kapunk akkor, ha erre a közelítő mátrixra vonatkozóan a következő kifejezéseket képezzük:

$$\begin{aligned} \mathrm{A} &= \mathrm{tr}\,(\mathbf{HR} - \mathbf{RH})^2 = \mathrm{tr}\,\mathbf{D}_1^2, \\ \mathrm{B} &= \mathrm{tr}\,(\mathbf{R}^2 - \mathbf{R})^2 = \mathrm{tr}\,\mathbf{D}_2^2, \\ \mathrm{C} &= (\mathrm{tr}\,\mathbf{R} - \mathrm{n})^2. \end{aligned}$$

Itt tr a nyom kifejezésnek a szokásos jelölése, tehát egy mátrixból, — amely nem feltétlenül négyzetes mátrix — képzett négyzetes mátrix alapján mindig képezhető egy ilyen nyom kifejezés. Az A, B és C mennyiségek ugyanis eleget tesznek azoknak a feltételeknek, amiket egy mértéktől elvárunk, mégpedig 1. hogy valós pozitív számok legyenek (amelyekre nézve eldöntendő az, hogy egyik vagy másik közelítés jobb-e, tehát a nagyobb-kisebb reláció egyértelműen meghatározza a közelítés jóságát), 2. az A, B, C legyen egyenlő 0-val, abban az esetben, ha a közelítés az illető egyenletre egzakt, vagyis ha $A = 0$, akkor $\mathbf{D}_1 = \mathbf{0}$, ha $B = 0$, akkor $\mathbf{D}_2 = 0$, és ha $C = \mathbf{0}$, akkor $\mathrm{tr}\,\mathbf{R} - n = 0$. A 3. lényeges feltétel pedig az, hogy ezek csak akkor legyenek egyenlők 0-val, ha a közelítés egzakt. Nem akarok megint a részletekre rátérni, de ennek az elméletnek a felhasználásával sikerült egy olyan eljárást produkálni, amely nemcsak hogy megadja azt, hogy a közelítésnek a mértéke mekkora, de továbbmenve ebből meg tudja azt is adni, hogy ha van egy közelítésünk, akkor abból hogyan találunk egy jobb közelítést. Ez megint csak a módszernek egy *kvantumkémiai módszernek* a javítása és hangsúlyoznom kell, hogy itt ez a módszer egyáltalán nem szorítkozik a kvantumkémiára, ez egy általános *matematikai módszer.*

(Folytatása következik.)

Hoffmann Tibor
Vegyipari Tröszt Számítástechnikai Központ

A tudományok tudománya*

I.

Ha manapság a tudományt egészében kívánjuk tanulmányozni, el kell vetnünk a kliséket és a valóságot friss szemmel kell néznünk. Miért szükséges ez? Azért, mert a klisék kényszerzubbonyba szorítják eszünket és nem engedik meglátni a felmerülő újat; pedig témánk ilyen most születő valami. De ezt talán nem is kellene mondanom műszakiaknak és tudósoknak, hiszen kétségtelen, hogy mi a legtisztábban látás hívei vagyunk, akiket a tudományos módszer óv a hamistól és félrevezetőtől; mégis talán csak a laboratóriumban. Én azonban nem a normális, rutinkutatómunkáról beszélek, hanem a huszadik század utolsó szakaszában kialakult tudományról, a tudomány társadalmi szárnyú nagy madaráról, amelynek sikeres röpte, úgy hisszük, elvihet bennünket végre az ígéret és remény mindenki számára tejjel-mézzel folyó országába.

Be kell mégis vallanunk, hogy mi, a tudomány gyakorlói, akik azt a leglogikusabb emberi tevékenységnek tartjuk, soha nem használtuk a tudományt maguknak a tudomány folyamatainak a tanulmányozására. Engedtük, hogy a tudomány oly vadul burjánozzék, hogy rossz hatásfokkal fejlődik, és haladása üteme eltorzult.

Nem lehet a tudományt egy olyan fejőstehéncsordának tekinteni többé, — s elnézést kérek a metafora változtatásért, — amelyet kívánatra megfejhetünk. Való igaz, hogy a tudományos ismeretek bölcs alkalmazása kézzelfogható termékekkel lát el minket. Való igaz, hogy a tudomány termelőerő; de éppen ezek olyan klisék, amelyeket nem szeretünk. Meg kell értenünk, hogy a tudomány érdekében kell terveznünk, ha tovább akarjuk azt „fejni". De eddig kevesebbet tudunk a tudomány fejlődéséről és szervezéséről, használatáról, azoknak a kiképzéséről, akik mint mi, azt művelik, mint a Hold felületéről.

A tudomány ma egyik legfontosabb emberi tevékenység, és mint ilyent tanulmányoznunk kell azt, éppúgy, mint más emberi tevékenységeket, olyan tudományok segélyével, mint a gazdaságtan vagy a szociológia. Meg kell határoznunk a tudomány fejlődésének törvényeit; belülről, mint egy saját történelmével és logikájával rendelkező tant; és kívülről, társadalmi kihatásaiban.

A tudományt, — talán nagyon tiszteletlenül — egy tehéncsordához hasonlítottam, amivel azt akartam érzékeltetni, hogy a tudomány hasznos; azt amiben mindannyian egyetértünk manapság, még a politikusok is. De senki sem tudja pontosan, milyen méretű ez a haszon. A tudomány fejlődése kritikus szakaszba jutott. A tudomány költsége pénzösszegben és munkaerőben kifejezve, egyes országokban olyan mértékűvé nőtt, hogy ott felmerül a kérdés, lehet-e engedni, hogy szabadon nőjjön tovább?

Igaz, mindmáig a tudományok költsége nem volt magas. Becslés szerint az Archimedes napjai óta kifejtett egész elvi tudományos tevékenység, pénzkiadásban kifejezve, kevesebbet tesz ki, mint a világ ipari termelésének tíz napra eső értéke; ez kevesebbet jelent, mint amennyi a világ évi termelésnövekedése napjainkban. Így hát valójában, ha meggondoljuk, milyen nagy része származik a jelenkor ipari termelésének kutatásból, igen jó tőkebefektetésről van szó.

Kiváló kollégánk, J. D. Bernal professzor volt az, aki „A tudomány társadalmi funkciója" című jelentős könyvében mintegy harminc éve rámutatott azonban arra, hogy a tudomány „hatékonysága", tényleges hozamának, a hozam elméletileg lehetséges maximumához való viszonyszámával kifejezve, rendkívül alacsony; valószínűleg alig 2%; és kétséges, vajon ez a szám az utóbbi években megváltozott-e.

Miért van ez így? A tudományos munka talán lényegében pazarló jellegű? Vagy talán olyan emberek irányítják a tudományt akik nem értik ezt, és olyanok költenek rá, akik keveset tudnak arról, mit kellene várniok tőle?

E fontos kérdések megválaszolása a gazdasági jellegű alapelvek kidolgozását teszi szükségessé a tudományos kutatásra és fejlesztésre vonatkozólag. De a tudományban nagy szerepe van a véletlennek. Hogyan állíthatunk fel úgy egy haszon- és veszteségmérleget a tudományos kutatásról, hogy számbavesszük ezt a tényezőt?

Ma minden nemzet egyetért azzal, hogy a tudományra költeni kell. De nem tudjuk meghatározni mekkora összeget költsünk rá; s még ha egy ilyen határozatot végül meg is hoztak, nem tudjuk, hogyan osszuk el a pénzt a tudományon belül: a biológiai tudományokhoz viszonyítva mennyit szánjunk pl. a fizikai tudományokra? Vagy az egyes tudományszakokon belül mennyit szánjunk pl. a nagyenergia fizikájára a mélyhűtés fizikájához, vagy a molekuláris biológiára a növényi genetikához képest?

De más kérdéseket is feltehetünk. Melyik az optimális létszám egy laboratóriumban? Ez nyilván az elvégzendő kutatás típusától függ, de a válasz ugyanazon laboratóriumtípusra vonatkozólag, egyéb tényezőktől függően, más- és más lesz. Egy laboratórium igazgatója legyen egyúttal adminisztratív főnök is? Költsön-e pénzt egy emberre, s nem inkább egy tervre? Ezek a kérdések a tudomány változásával változó válaszokat igényelnek, mert mai tudományunk más, mint a tegnapé volt, s a holnap tudománya más lesz mint a máé. A mai tudomány tágabb és több területre vonatkozik, mint a tegnapi; a különböző tudományágak kölcsönhatása szorosabb, a műszaki lehetőségek amelyekkel a kutató élhet, nagyobbak mint

* Előadás az MTESz bizottságában 1965. aug. 10-én.

valaha, ezért sokkal több vonalon kutathat és sokkal több tudományos kutató van körülötte mint eddig bármikor az emberi történelemben: hiszen valószínű, hogy a tudomány egész történetében működő tudósoknak kilencven százaléka a ma élők közé tartozik. Ennek egyik eredménye az, hogy a legcsodálatosabb képzeletbeli ugrásokat tehetjük már az ismeretlenbe.

Engedtessék meg, hogy itt a tudósok létszámáról még valamit mondjak. De Solla Price professzor rámutatott, hogy Galileo Galilei ideje óta a tudósok, a tudományos publikációk és a kutatási tevékenységek száma exponenciálisan nőtt. Így a tudomány minden tíz-tizenöt évben megkétszereződött. Ma több tudós él, mint ahány az egész emberi történelem során élt, amiről egy érdekes anekdotát mondhatok el. Gerald Holton fizikus, az Amerikai Fizikai Társulat egyik összejövetelén elnökölve, körültekintett és így szólt: „Uraim, abban a kiváltságos helyzetben vagyunk, hogy együtt ülünk azokkal az óriásokkal, akiknek a vállain állunk."

Fel vagyunk-e vajon készülve mindennek a következményeire? Brecht „Galilei" című darabjában a következő áll: „Önök idővel minden felfedezhetőt feltárhatnak, de a haladás csupán az emberségtől való távolodás lesz. A szakadék Önök és az emberek között olyan szélessé válhat, hogy az Önök teljesítményei fölött elhangzó diadalordításra a borzalom kiáltása fog felelni." — Gondolkozzunk el ezen a figyelmeztetésen.

De ebben az országban talán ezt a figyelmeztetést nem találják fontosnak. Amit Önöknek tudniok kell, az egy beruházási programm megtervezésének módszere, amely számításba veszi a tudományos növekedés ütemét. Itt meg kell különböztetni természetesen a hagyományos iparágakat a tudományos iparágaktól. Az elsők állandó növekedést mutatnak, de keveset vesznek fel a tudományból. Angliában pl. az építőipar mindössze 0,05%-át a költségeknek fekteti kutatásba, és a hajóépítőipar még kevesebbet. Ebben egy probléma mutatkozik: Nem kellene nagyon óvatosaknak lennünk a tudomány bevetése dolgában a tradicionális iparok terén, ha nem akarjuk kockáztatni azok pusztulását? És mi legyen a tudományos alapú iparokkal, amilyenek pl. a repülő, az elektromos-, a távközlési, a vegyiparok és a tudományos műszeripar? Hogyan határozzuk meg azokat? Egyszerűen mint olyan iparokat, amelyekben a tudomány és a technika kölcsönhatása feltűnőbb és közvetlenebb?

Az itt következő táblázat az Egyesült Államok iparára vonatkozik és a költségfejlődést mutatja be, a netto bevételek százalékában, a különböző iparágak terén. A táblázatból láthatják a százalékos értékeket a 4,4% átlag fölött és alatt.

A százalékok aránya a léghajózási és az élelmezési iparok között 80 : 1, ha az előbbi iparág magában foglalja az Egyesült Államok kormányának költségeit repülőgépekre és távirányítású lövegekre is. De ennek a költségnek a levonása után

Kutatási és fejlesztési kiadások az iparra vonatkoztatva
(A NSF 64-A adatai szerint 1961-re vonatkozóan)

	Kutatási költségek a bevételek %-ában:
Repülőipar	24,2
Elektromos és távközlési ipar	10,4
Műszeripar	7,2
Vegyipar	4,6
Gépipar	4,4
Járműipar	2,9
Kohászat	0,8
Élelmiszeripar	0,3
Az összes iparokra vonatkozólag	4,4

is mutatkozik, az itt következő másik táblázatban, a két iparág százalékos részesedésének óriási különbsége. arány 8 : 1.

Kutatási és fejlesztési kiadások a repülőiparra és az élelmiszeriparra vonatkoztatva

Iparág	Össz. bevétel mill. $	Kutatási és fejlesztési kiadás millió $			Kutatási költségek a magánvállalati kiadások %-ában.
		Összesen	Állami	Magánváll.	
Repülőipar	16 400	3957	3537	385	2,35
Élelmiszeripar	35 000	105	4	101	0,3

A tudományos alapú iparágak igen nagy közvetett hatással vannak az egész népgazdaságra és ezért döntő szerepük van a tervezésben, szükségük van megfelelő pénzügyi és szervezési megalapozásra. De ez csak akkor lehetséges, ha a kormány világosan látja, hogy a tudományos és technikai kutatás alapvető tevékenység, és hogy az egyenrangúnak tekinthető a nemzeti ügyekben a gazdasági, külügyi és katonai területekkel. Egy nemzeti terjedelmű kutatási politikára van szükség.

Úgy vélem, Önök Magyarországon valószínűleg rendelkeznek ilyennel népgazdasági tervükben. Nem vagyok azonban biztos, milyen mértékig világosak annak kihatásai. Nem látom világosan, milyen mértékben bátorítják és segítik pl. az elvi kutatást, a műszaki kutatáshoz viszonyítva. Mindannyian tudatában vagyunk annak, hogy egy országban könnyebb eldönteni mit kívánnak tenni, mint azt, hogy mit kívánnak tudni. Elvi kutatás nélkül azonban a haladás lehetetlen. Az Egyesült Államok Nemzeti Tudományos Akadémiája nemrégiben foglalkozott ezzel a problémával és egy jelentést terjesztett be a képviselőház Tudományos és Űrhajózási Bizottságának „Alapkutatás és nemzeti célok" címmel. A jelentés két nagy kérdéssel foglalkozik:

1. A nemzet biztonsága és jóléte iránti felelősségnek tudatában mennyit költsön az Egyesült Államok kormánya az elvi tudományos kutatás támogatására?

2. Hogyan ossza fel ezeket a költségeket a különböző tudományágak között?

E kérdéseket egy bizottság tanulmányozta George B. Kiztiakowsky professzornak, a Howard

Egyetem tanárának és azelőtt Eisenhower tudományos tanácsadójának elnöklete alatt. A válaszokat nem könnyű megadni. Az világos, hogy az elvi kutatást támogatni kell; azonban az összszövetségi kormány erre vonatkozó döntéseihez szükséges kritériumok még ismeretlenek. Objektív kutatásra van szükség, de a határozatok lényegükben még mindig szubjektív tényezőkön alapulnak.

II.

Az előbbiekben egy sor kérdést tettem föl, amelyek objektív választ követelnek, de mindmáig egyetlen tudományág sem gondolt arra, hogy e válaszokat megadja. Ezért született egy új tudományág: a tudomány tudománya. Önök e hónap folyamán hallani fogják e tudományág egyik vezető művelőjének, a már említett Derek J. de Solla Price-nak, a Yale Egyetem professzorának előadását. Ahogy ő maga kifejezte, ,,A diszciplinák, amelyek a tudományt elemzik, mozaikszerűen alakultak ki, de több jele van annak, hogy egy olyan egésszé kezdenek összeolvadni, ami több, mint a részek összege. Az új tudomány a tudományok, a technikák, az orvostan, stb. történetének, filozófiájának, szociológiájának, pszichológiájának, gazdaságtanának, politikai tudományának stb. nevezhető.

Két lengyel tudós, Ossowsky Mária és Stanislaw volt az, aki először állt ki 1936-ban a ,,tudomány tudománya'' kifejezés mellett. Az ,,Organon'' folyóiratban közöltek egy ütemtervet a tudományos kutatás rendszeres tanulmányozására. Ahogy ott írták — és egyetértek velük — ,,a tudomány gyakorlati alkalmazása nem igényel magyarázatot; a tudományos munka szervezése, — legyen az egyéni vagy kollektív — az intézmények szervezése, a tudomány állami és társadalmi szervezeti istápolása, a tudósok nevelése, mindez, ha megbízható kell, hogy legyen, — nem valósítható meg tanulmányozás nélkül; amelynek épp olyan speciálisnak és komplexnek kell lennie, mint azoknak, amelyek nagyüzemek tervezéséhez szükségesek.''

Bernal professzor is a tudomány tudományának nevezi ezt az új kutatási irányzatot, amely olyan sokkal tartozik neki. Ő hangsúlyozza, hogy a tudomány szó ismétlése a meghatározásban egy új szintézis kísérletét emeli ki, ahogy azt a fizika, a pszichológia, sőt a vallás, stb, az alany és a tárgy, a megfigyelő és a megfigyelt, az alkotó és alkotott, az élőlény és a környezet megkövetelik. Goedel tétele alapján tudatában vagyunk annak, hogy ellentmondások következhetnek be, de mindez serkentés lesz a további munkára. A tudomány tudománya sajátos tudomány kell, hogy legyen, nem pedig valamely sekélyes általánosítások összessége, s ezért a megfigyelés-kísérlet-elmélet stb. szakaszain kell hogy áthaladjon, Éppúgy, ahogy egy nyíl röptének tanulmányozása nem elegendő a fizikai törvények bevezetésére, egy korlátolt tapasztalat arról, hogyan működik valahol a tudomány, nem elegendő a tudomány tudománya felépítésére. Ezt az új tudományt nem lehet a levegőből kiszőni, fáradságosan kell azt kibányászni a valóságból.

Mindannyian egyetértünk a változás gyorsulása dolgában. Ebből az következik, hogy minden ember élete egyre kevésbé lesz apja életéhez hasonló. Egyre több probléma fog felmerülni, amelynek nem lesz hagyományos megoldása. Ebben tudományosan kell előrehaladnunk, s ezért szükséges tudnunk, hogyan működik a tudomány a történelemben. Először látjuk azt immár három különböző szemszögből: mint a változás okát, mint a változás következményét és mint a változás kezelésének eszközét.

Bernal professzor 1939-ben ,,A tudomány társadalmi funkciója'' című nagy munkájában először vizsgálta mennyiségileg a tudományt. Témája az volt: mi a tudomány, mit tehet a tudomány?'' Ez az úttörő munka alapozta meg a tudomány tudományát. Nagyon örvendek, hogy alkalmam van itt képviselni azt az 1964 októberében létrehozott alapítványt, a *Science of Science Foundation*t, amelynek célja a tudomány tudományának fejlesztése. Ámbár központunk Londonban van, nemzetköziek kívánunk lenni. A Magyar Tudományos Akadémia elnöke, Rusznyák István professzor felhatalmazott annak kijelentésére, hogy a legnagyobb mértékben érdekli a tudomány tudománya, és hogy erre bizottságot kíván Magyarországon létrehozni az Akadémia aktív együttműködésével. A Sience of Science Foundation célja az, hogy a nemzeti és nemzetközi tudománypolitika, a tudomány, a technológia és a társadalom kölcsönhatásainak tudományos kutatását istápolja és mozdítsa elő. Az alapítványnak egy tanácsadó testülete van. amelynek tagjai: J. D. Bernal, a Royal Society tagja, a Londoni Egyetem Kristályi tani Intézetének vezetője; Asa Briggs, a Sussex-Egyetem Társadalomtudományi Tagozatának dékánja; Dr. A. King, az O. B. C. D. (Gazdasági és Kereskedelmi Fejlesztési Szervezet), Párizs, tudományos igazgatója; Sir Peter Medawar, a Royal Society tagja, Nobel-díjas, a Londoni Nemzeti Orvostudományi Intézet igazgatója; Gerard Piel, a ,,Scientific American'' kiadója; Derek J. de Solla Price, a Yale Egyetem tudománytörténet professzora az Egyesült Államokban; Lord Snow, az angol képviselőház titkára, a Technológiai Minisztérium miniszterhelyettese.

Minden hónapban szemináriumokat tartunk Londonban, pl. a következő tárgyakról: ,,A tudomány tervezésére vonatkozó intézkedések az USA-ban.'' — ,,Tudomány- és oktatáspolitika a gazdasági változások szemszögéből''. — ,,A tudománypolitika ismertetése a távközlésben és a filmben.'' — ,,A tudomány nemzeti finanszírozásának optimizálása.'' — ,,Elvi kutatás és nemzeti célkitűzések.'' — ,,Az alkotás szerepe a tudományban.'' Tervbevettük egy sor kutatás előmozdítását is. Örömünkre fog szolgálni, ha Önökkel a lehető legintenzívebben együttműködhetünk. Ki kell ezenkívül fejeznem azt a reményt, hogy a ,,Science of Science'' című könyv, amelynek a kiadása adott alkalmat az alapítvány létrehozására Londonban,

Magyarországon is meg fog jelenni. Ez a könyv bizonyos értelemben „emlékkönyv" J. D. Bernal tiszteletére. A könyv már megjelent az Egyesült Államokban is és a jövő év elején a Szovjetunió oktatásügyi miniszterének előszavával orosz fordításban Moszkvában is megjelenik.

Úgy gondolom, hogy ennek a könyvnek — amelynek egyik szerkesztője vagyok — bizonyos jelentősége van. A „Nature" című folyóirat ezévi februári számában pl. a következőt írják róla: „Nemcsak a tudomány oktatói, hanem mindazok, akiknek bárhol a világon szívügyük az ember jövendő sorsa, jó lenne, ha ismernék az e könyvben tanulmányozott problémákat. Ha jövendő képviselőjelöltek megválasztásuk előtt valaha elemi vizsgát lesznek kötelesek letenni, ez a könyv egyike kell legyen a féltucat előírt vizsga-könyvnek."

—„Mi, akik egy olyan korban élünk — írja Bernal — amelyben a tudományt az élet vagy halál eszközének ismertük fel, nem mulaszthatjuk el, hogy a tudomány következményeit, sőt eszközeit körülöttünk szemügyre vegyük. Magában az a tény azonban megnehezíti a tudomány kibogozását a társadalmi és gazdasági tényezők közül, amelyekkel összefonódik. Maguk a tudósok sincsenek tisztában azzal, milyen messzire terjed felelősségük a gyakran inkább kollektív, mint egyéni eredetű felfedezések és alkalmazásaik jó, vagy rossz következményeiben. Nincs felismert módszer annak a megállapítására, milyen mértékű közköltségeket juttassanak a tudománynak, hogyan kell azt felosztani, sőt vajjon nem volna-e jobb az egészet a véletlenre bízni, ahogy az a múltban olyan nagymértékben történt. Ezek nem akadémikus kérdések; szükségünk van mindennapi problémáink megoldására és a közeljövő tervezésének módszereire. Ezeket azonban csak olyan tanulmányozással alakíthatjuk ki, amely megállapítja, hogyan nőtt ki a ma a tegnapból, mert a tudomány és technika eminensen hagyományos társadalmi intézmények, amelyek puszta léte sokkal nagyobb mértékben és sokkal tudatosabban függ egy felhalmozott tény- és módszertőkétől, mint a művészeteké." (J. D. Bernal Science and Industry in the Nineteenth Century, 1953.)

M. Goldsmith
London

A gyorsneutron-sugárzás dozimetriája sugárbiológiai vizsgálatoknál

Bevezetés

A nagyteljesítményű neutronforrások létrehozása után megindult a neutronok biológiai hatásának vizsgálata. A neutronforrások (atomreaktor, atombomba, radioaktív neutronforrások, egyes részecskegyorsító berendezések) sugárvédelme megkövetelte, hogy a röntgen- és gamma-sugárzáshoz hasonlóan megállapítsák az időegységre vonatkoztatott maximálisan megengedhető dózisokat és kiinduló adatokat kapjanak védelmi berendezések tervezéséhez. A kísérletek megmutatták, hogy a kis fajlagos ionizációt* kiváltó röntgen- és gamma-sugárzás és a nagy fajlagos ionizációt kiváltó neutronsugárzás egymástól eltérő fizikai dózis esetén hozza létre ugyanazt a biológiai hatást. A két ekvivalens fizikai dózis aránya nagymértékben függ a biologiai objektumtól és a vizsgált hatás fajtájától (1. táblázat). Láthatjuk, hogy a sugárexpozíció időeloszlásán kívül a sugárzás fajlagos ionizációs képessége is befolyásolja a hatásosságot.

Röntgen- és gamma-sugárzásnál az átlagos LET-érték nem haladja meg a 3,5 keV/μ_{vlz}, illetve a 100 iopár/μ_{vlz} értéket, míg gyorsneutron-sugárzásnál elérheti ennek 10—15-szörösét is. Ennek alapján a röntgen- és gamma-sugárzás,

* A fajlagos ionizációs képességgel arányos lineáris energiaátadást a nemzetközi irodalomban az angol „linear energy transfer" kifejezés röviditéseként LET-nek nevezik.

1. táblázat

Kísérleti adatok a különböző fajlagos ionizációs képességű (LET-értékű) sugárzások viszonylagos biológiai hatásosságáról [1].

A hatás típusa	A sugárzás típusa és a besugárzási körülmények			
	Kis LET-érték		Nagy LET-érték	
	Egyszeri besugárzás	Nyújtott besugárzás	Egyszeri besugárzás	Nyújtott besugárzás
	Dózis vagy hatás arány			
Élethossz rövidülés (egereknél)	1	0,2—1	1—5	4—10
Lencsehomály				
egér	1	0,3	5—9	2—9
patkány	1		3	
tengeri malac ...	1		3	
nyúl	1		9	
majom.....	1		1—4	
ember	1	0,4		
Rákkeltés (egérnél)	1	0,2—0,3	0,4—5	1
Termékenység csökkenés		1		3—7
Bőrgyulladás		1		4

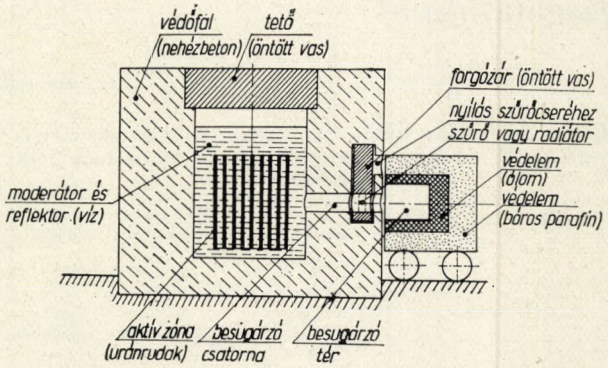
Megjegyzés: Az adatok közötti nagy eltérés részben a vizsgált csoportok közötti eltéréssel, részben a különböző vizsgálati és dozimetriai módszerekkel magyarázható.

valamint a gyorsneutron-sugárzás alkalmas a kis és nagy LET-értékű sugárzások összehasonlító vizsgálatára. Meg kell jegyezni, hogy a különböző LET-értékű sugárzások összehasonlító vizsgálata értékes adatokat szolgáltathat a sugárzás biológiai hatásmechanizmusának tanulmányozására.

A gyorsneutron-sugárzás terápiás alkalmazhatóságát többen vizsgálták [2, 3]. A vizsgálatok szerint a gyorsneutron-sugárzás oxigéneffektusa sokkal kisebb, mint a kis LET-értékű sugárzásoké [4, 5].*

Neutronforrások

A legintenzívebb állandó erősségű neutronforrások az atomreaktorok. A reaktorok belsejében helyezkedik el az aktív zóna (1. ábra), ennek töltete rendszerint urán. Itt megy végbe a láncreakció, ennek folyamán gyorsneutronok és gamma-sugarak keletkeznek. A sugárzást a reaktor sugárvédelmére szolgáló vastag betonfalon kivezethetjük és felhasználhatjuk biológiai objektumok besugárzására. Egyes nagyobb élőlényeket (sertés, öszvér) különleges, védőfalak nélkül megépített reaktorok mellett helyeznek el. Ez a megoldás a nagykiterjedésű, homogén besugárzási teret jobban biztosítja, mint a kisméretű besugárzó csatornák, azonban külön, csak sugárbiológiai kísérletekre alkalmas reaktorok építését teszi szükségessé [6].



1. ábra. VVR-Sz-típusú reaktor vázlata a biológiai besugárzó térrel.

A reaktorok sugárbiológiai felhasználása szempontjából fontos, hogy besugárzó terében minél nagyobb legyen a gyorsneutron-sugárzás dózisintenzitása a gamma-sugárzás dózisintenzitásához viszonyítva. A kis neutron/gamma-dózisintenzitás arány két nehézséget okoz. Az egyik nehézség az, hogy a kísérletek kiértékelése nehezebb lesz, mert a kis és nagy LET-értékű sugárzások hatása szuperponálódik, másrészt fokozódnak a dózismérés nehézségei, hiszen mindkét összetevőt (a neutron-, és a gamma-sugárzást) nagy pontossággal kell megmérni, ez pedig olyan dózismérési eljárás használatát követeli meg, melynél különkülön tudjuk meghatározni a két összetevő dózisát vagy dózisintenzitását.

A hazánkban működő VVR-Sz-típusú reaktor eredeti formájában kevéssé alkalmas a gyorsneutronokkal végzendő sugárbiológiai kísérletekre, mert a vizsgálati célra használható vízszintes csatornák neutronsugárzás-dózisintenzitása — az aktív zóna elrendezésétől függően — csak $^1/_{10}$—$^1/_3$-ad része a gamma-sugárzás dózisintenzitásának. A helyzet javítható a vízszintes csatornában elhelyezett uránradiátor alkalmazásával, mely a reaktorból a gyorsneutronok mellett kilépő termikus neutronok hatására is a kísérletekhez szükséges gyorsneutronokat bocsát ki. Ez a megoldás a sugárzási tér intenzitásának gradiensét fokozza, az így fellépő inhomogenitás miatt egérnél nagyobb méretű élőlényekkel nem végezhetők kísérletek. Technikai szempontból egyszerűbb olyan szűrők használata, melyek a neutronsugárzást csak kevéssé, viszont a gamma-sugárzást intenzíven gyengítik. Ilyen szűrőnek rendszerint bizmutot használnak, ez a gamma-sugárzást az ólomhoz hasonlóan jól, míg a neutronokat kevésbé gyengíti. Kedvezőtlen ennél a módszernél, hogy a neutronsugárzás is gyengül, ez a szükséges besugárzási időket növeli.

A reaktorokból kilépő neutronok energiája különböző, a széles energiaspektrum az elektronvolt ezredrészétől néhány megaelektronvoltig terjed. Ez a széles energiaspektrum a rendszer dozimetriai vizsgálatát tovább bonyolítja, a LET-értéket bizonytalanná teszi. Egyszerűsítést hoz a kis energiájú neutronokat nagymértékben elnyelő szűrők alkalmazása. Ilyen szűrőket litium és bórvegyületekből szokás készíteni. A láncreakciónál keletkező gamma-sugárzás szintén széles energiaspektrumu, de a lágy komponens rendszerint elhanyagolható, így a gamma-sugárzás dózisintenzitásának mérése csak azért problematikus, mert a gamma-sugárzást mérő dóziméterek többsége érzékeny a neutronsugárzásra is, s így a neutronsugárzás jelenléte meghamisítja a gamma-dózismérők értékjelzését.

Egyszerűbb feladat a részecskegyorsítókkal előállított neutronsugárzás dozimetriai vizsgálata. A részecskegyorsítók rendszerint monoenergiás neutronokat állítanak elő, néhány megaelektronvoltos energiával, a neutronokat általában nem kíséri gamma-sugárzás. Sugárbiológiai felhasználásukat elsősorban az nehezíti meg, hogy a gyorsítók teljesítőképessége kicsi, a megfelelő intenzitású és homogenitású besugárzó teret csak kis méretű állatok (egér) vizsgálatára lehet alkalmazni [7]. A leggazdaságosabb, tricium-deutérium magreakciót alkalmazó berendezésekben létrejövő 14 megaelektronvoltos neutronok fajlagos ionizációs képessége lényegesen kisebb, mint a reaktorokból nyerhető neutronoké, ez a vizsgálandó hatás csökkenésével jár. Így — bár a dózismérés pontosabban oldható meg az ilyen, gyorsítókkal előállított

* A testszövetek sugárzás iránti érzékenysége nagyobb, ha azok oxigénellátása jó. A daganatos szövetek oxigénellátottsága sokszor gyengébb, mint az egészséges szöveteké, igy azok terápiájára előnyösebbnek látszik olyan sugárzást használni, melynek hatása kevéssé függ az oxigénellátottságtól, azaz amelynek oxigéneffektusa kicsi.

neutronok használatánál — a sugárbiológusok mégis a reaktorokat alkalmazzák szívesebben. Nem elhanyagolható szempont az sem, hogy a reaktoroknál a besugárzás gyakorlatilag költségmentes, mert egyidejűleg a reaktorokat izotóptermelésre és fizikai kísérletekre is használják, míg a gyorsítóberendezéseket egyidejűleg más célra nem lehet felhasználni, ezért a tetemes üzemi költségek kizárólag a biológiai kísérleteket terhelik.

A radioaktív neutronforrások neutronhozama kicsi, emiatt nem használatosak sugárbiológiai vizsgálatoknál.

Dózismérés

Az elmondottak alapján láthatjuk, hogy ha nagy fajlagos ionizációs képességű sugárzások biológiai hatását kívánjuk vizsgálni, akkor feltétlenül szembetaláljuk magunkat a kevert, neutron és gamma-sugárzás dózismérésének problémájával. (A kontrollkísérleteket röntgen-, vagy gamma-sugárforrásokkal szokták folytatni, ezek dozimetriája közismert, így arról itt nem szólunk.) A sugárzások dozimetriai vizsgálatánál szükséges, hogy ismerjük az anyag, esetünkben a testszövet és a sugárzás kölcsönhatását, mert csak ez teszi lehetővé a megfelelő dózismérő rendszer kiválasztását, a kapott eredmények helyes értékelését. E helyen nem foglalkozunk a gamma-sugárzás és a testszövet kölcsönhatásával, vizsgálatunk csak a gyorsneutronokra fog kiterjedni, feltételezve azt, hogy a kisenergiájú (lassú) neutronokat megfelelő szűréssel sikerült a sugárnyalábból eltávolítani, az esetleg megmaradó kevés kisenergiájú neutron dózisjáruléka pedig elhanyagolható.

A neutronok és az anyag közötti kölcsönhatás módja és nagysága erősen függ a kölcsönhatásban résztvevő anyag minőségétől, ezért a testszövetnek átadott dózis meghatározásánál pontosan kell ismernünk a testszövet összetételét. Ennek ismeretében megválaszthatjuk a dózisméréshez használt eszközök anyagát és megfelelő fantomok készítése is lehetővé válik. A 2. táblázatban megadjuk az emberi testszövet átlagos atomi összetételét. Külön tüntettük fel a lágy emberi testszövet (pontosabban: harántcsíkolt izom) és a csontszövet összetételét a köztük levő jelentős különbségre való tekintettel. A különféle vizsgálati állatok atomi összetétele nagyon hasonló a megadott összetételhez.

2. táblázat

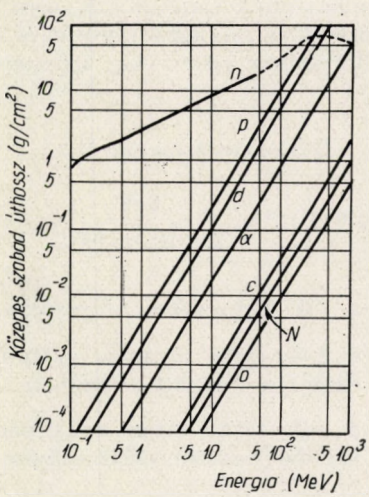
A harántcsíkolt izomszövet és a csontszövet atomi összetétele [8].

Elem	Harántcsíkolt izom, súlyszázalék	Csontszövet, súlyszázalék
H	10,0	4,0
C	12,0	17,0
N	4,0	5,0
O	73,0	48,0
P	0,2	5,0
S	0,2	0,2
Ca	0,01	20,0
Egyéb	0,59	0,8

A vizsgált gyorsneutronok energiatartományát tekintsük 0,1—14 megaelektronvolt (MeV) közöttinek. Ebben az energiatartományban a dózismechanizmus szempontjából az atommagokon létrejövő rugalmas ütközésnek van döntő szerepe. A rugalmas ütközésnél az E_n energiájú neutron az M atomsúlyú magnak átlagosan

$$E = E_n \frac{2M}{(M+1)^2}$$

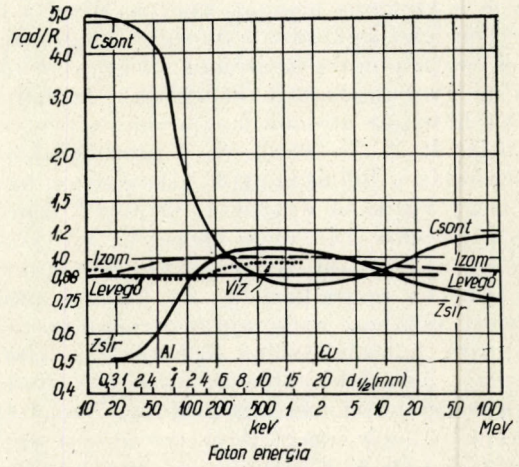
energiát ad át. A fenti összefüggés azt mutatja, hogy minél kisebb atomsúlyú egy mag, a neutron energiájának annál nagyobb hányadát tudja a neutron a kérdéses magnak átadni. Mivel a testszövetben levő legkisebb atomsúlyú mag a hidrogén, és éppen a hidrogén-atomok a leggyakoribbak, ezért a gyorsneutronok energiájuk legnagyobb részét a hidrogén-atomok magjainak, a protonoknak adját át. A neutronok és a protonok közötti kölcsönhatás a billiárdgolyók ütközéséhez hasonlóan megy végbe. A meglökött protonok iránya a beeső neutronok irányához képest 0—90° közötti lehet, míg az ütközést szenvedett neutronok tetszőleges irányba szóródhatnak. Az ütközés után a szóródott, csökkent energiájú neutronok természetesen újra kölcsönhatásba léphetnek a vizsgált anyaggal. Az újabb kölcsönhatás valószínűsége függ a vizsgált test méreteitől és a szóródást szenvedett neutronok energiájától. Az emberi testben sokkal nagyobb a többszörös szóródás valószínűsége, mint egy egér testében. Ezért szükséges, hogy az emberi testre vonatkozó dózismérésnél a többszörös ütközés dózisát mérjük meg, míg egy egérnél — ha körülötte csak kevés, a sugárzást reflektáló anyag van — elegendő az egyszeres ütközés dózisának meghatározása. Tájékoztatásul bemutatjuk a különböző energiájú neutronok és néhány meglökött atommag átlagos szabad úthosszát testszövetben (2. ábra). Ha a test méretei kisebbek,



2. ábra. Neutronok, protonok, deuteronok, valamint a szén, nitrogén és oxigén magok közepes szabad úthossza testszövetben.

mint a felhasznált energiájú neutronok átlagos szabad úthossza, akkor csak egyszeres ütközéssel kell számolni, ellenkező esetben a neutronok többszörös ütközésének valószínűsége nagy. Az ütközésnél meglökött atommagok hatótávolsága kicsi, a neutronoktól kapott energiájukat az ütközés közvetlen közelében adják le. A másodlagos részek kis hatótávolsága miatt a sugárzási egyensúly 0,5—1 mm-es testszövet réteg után már beáll. A bőrreakciók tanulmányozásánál viszont [9] testekvivalens falú besugárzó készülék alkalmazása szükséges.

A neutronok dózisát rad egységekben szokás kifejezni. Kevert sugárzásnál a gamma-sugárzás dózisát is célszerű radban megadni. A röntgenről a radra való átszámítást néhány anyagra a 3. ábra



3. ábra. A rad/röntgen arány energiafüggése gamma-fotonoknál néhány anyagra.

mutatja. Az ábrából láthatjuk, hogy izomszövetnél 50 keV és 5 MeV energiatartományban a rad és a röntgen számszerűen egyezik, ezért a levegőekvivalens dózismérő eszközök lágy testszövet besugárzásánál nemcsak a besugárzási, hanem az abszorbeált dózist is helyesen mérik.

A gyorsneutronok radban kifejezett egyszeres ütközési dózisát az anyagi összetétel és a neutronenergia ismeretében viszonylag egyszerű meghatározni:

$$D\,(\text{rad/neutron cm}^{-2}) =$$

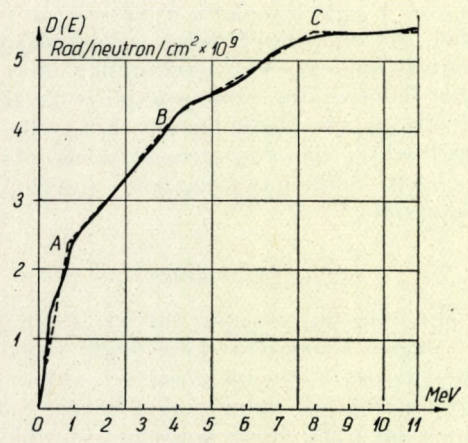
$$= 1{,}6 \cdot 10^{-8} E_n \sum_j \frac{2 M_j}{(M_j + 1)^2} N_j \sigma_j(E)$$

ahol M_j a j-ik fajta atom atomsúlya,

N_j a j-ik fajta atomok grammonkénti száma a vizsgált anyagban

$\sigma_j(E)$ a j-ik fajta atom rugalmas neutron szórási hatáskeresztmetszete cm²-ben.

A fenti képlet csak a rugalmas energiaközlést írja le, ehhez hozzá kell adni az egyéb kölcsönhatások útján közölt energiát, ez azonban esetünkben elhanyagolható. A leírtak alapján számított első ütközési dózis energiafüggését lágy testszövetre a



4. ábra. Gyorsneutronok első ütközési dózisa testszövetben. A szaggatott vonal a számításokhoz használt közelítő, A, B és C töréspontú, egyenes szakaszokból álló görbét mutatja.

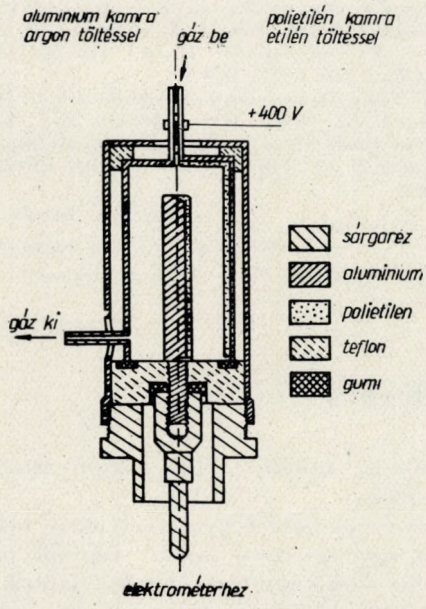
4. ábrán mutatjuk be. E görbe alapján — ha ismerjük a neutronok számát és energiáját, — módunk van a neutrondózist kiszámítani. Ez a lehetőség gyakorlatban csak a részecskegyorsítókkal előállított neutronoknál valósítható meg, ahol monoenergiás neutronok állnak rendelkezésre és a neutronok száma viszonylag egyszerűen határozható meg. Reaktorból nyert neutronoknál összetett, folyamatos spektrummal állunk szemben, és itt mind a spektrum (a neutronok energia szerinti eloszlása), mind a fluxus csak nagy nehézségek árán határozható meg és így célszerűbb a dózis közvetlen megmérése.

A gyorsneutronok testszövet dózisának megmérésére alkalmasnak látszik az olyan ionizációs kamra, melynél a falanyag és a töltőgáz atomi összetétele megegyezik a testszövet atomi összetételével. Ez a megoldás alkalmas is abban az esetben, ha a neutronsugárzáshoz képest elhanyagolható a gamma-sugárzás dózisintenzitása. Az ilyen ionizációs kamra alkalmas a teljes dózis vagy dózisintenzitás megmérésére, de nem tud különbséget tenni a neutron- és gamma-sugárzás között.

A kevert sugárzások mérésére elvileg egy olyan összeállítás lenne a legalkalmasabb, melynek egyik tagja csak a neutron- másik tagja csak a gammasugárzásra lenne érzékeny. Megoldást jelent az is, ha az egyik kamra nagy neutronérzékenység mellett kis, de nem elhanyagolható gamma-érzékenységgel rendelkezik, míg a másik kamra a nagy gamma-érzékenység mellett kis, de szintén nem elhanyagolható neutronérzékenységű. Ilyen ionizációs kamrapárokat gyakran alkalmaznak, hátrányuk az, hogy a zavaró sugárzás energiáját legalább közelítőleg ismerni kell, mert a zavaró sugárzásra e kamrák rendszerint nem energiafüggetlenek. Kis energiafüggéssel rendelkeznek a polietilén falú, etilén gáz töltésű és az alumínium falú, argon

töltésű ionizációs kamrapárok. Egy ilyen, a VVR-Sz reaktor biológiai besugárzó berendezésénél, a sugárvédő vegyületek vizsgálatánál használt kamrapárt mutat be az 5. ábra. A vizsgálatok célja a különböző LET-értékű sugárzásoknál (egereken) fellépő védőhatás tanulmányozása volt [11].

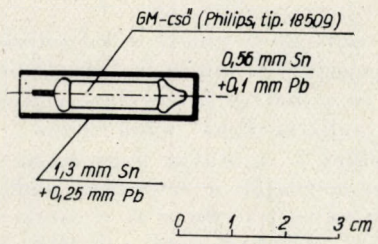
A kísérleteknél fellépő gamma-sugárzás külön mérését nem ionizációs kamra elven működő eszközökkel is meg lehet oldani. A filmdoziméte-



5. ábra. Ionizációs kamrapár. A baloldali félkamra a gammasugárzást mérő kamra metszetét, a jobboldali a neutronsugárzást mérő kamra metszetét mutatja [10].

rek például nagyon kevéssé érzékenyek gyorsneutronokra, ugyanez mondható el a szilárdtest dózismérőkről (termolumineszcens és radiofotolumineszcens dozismérők) is. Az utóbbi eszközök nagy lassú-neutron érzékenységgel rendelkeznek, ezért használatuknál gondosan ki kell szűrni a neutronnyaláb kisenergiás összetevőjét.

Nagyon kis neutronérzékenységgel rendelkeznek a kisméretű Geiger—Müller-számlálócsövek (6. ábra). Kis méret és kis töltőgáznyomás esetén



6. ábra. Kisméretű GM-cső (Philips N°-18509) ón—ólom árnyékolással.

e számlálócsövek impulzusüzemben 10 röntgen/óra, áramüzemben 100—200 röntgen/óra dózisintenzitásig használhatók [12]. Az előbbiekben leírt eszközök megfelelő kompenzáló szűrőkkel 100—200 keV-os fotonenergia felett energiafüggetlenné tehetők.

A gyorsneutronok mérésére alkalmasak a hidrogén, vagy etilén töltésű, polietilén falú proporcionális számlálók. E proporcionális számlálók neutronsugárzásra energiafüggetlenek, azaz jelzésük a neutronenergiától függetlenül csak a gyorsneutronok testszövet dózisával arányos. További előnyük, hogy a gamma-sugárzásra csak nagyon kevéssé érzékenyek, mert a gamma-fotonok által kiváltott szekundér elektronok a gyorsneutronok által meglökött protonokhoz képest nagyon kis impulzusokat keltenek, ezeket elektronikus úton könnyen le tudjuk választani. Hátrányuk, hogy felső méréshatáruk kisebb, mint amilyen a sugárbiológiai kísérleteknél szükséges lenne, így csak közvetve használhatók. Ezen kívül szélesebb körű elterjedésüket a kiértékeléshez szükséges elektronikus rendszerek bonyolultsága is hátráltatja.

A gyorsneutronok mérésére elterjedten használják az ún. küszöbdetektorokat. Ezek olyan anyagok, melyeket — az adott anyagra jellemző küszöbenergia feletti energiájú — gyorsneutronok aktiválnak, az aktiválódás után keletkezett radioaktivitás pedig a szokásos eszközökkel (GM-cső, szcintillációs számláló) mérhető. A legelterjedtebb küszöbdetektorok a kén, a foszfor, a magnézium és az indium. A küszöbdetektorok nagy előnye, hogy a gamma-sugárzásra egyáltalán nem érzékenyek, kis méretük folytán dózistérképek felvételére is alkalmasak. Jelentős hátrányuk, hogy nem energiafüggetlenek, hitelesítésük körülményes, a nyert adatok kiértékelése sok kiegészítő mérést és nagy körültekintést igényel, viszont azonos gyorsneutronspektrum esetén relatív mérésre nagyon jól használhatók. Thomas és Brown [6] például öszvérek gyorsneutronérzékenységének tanulmányozásánál a gyorsneutron dózist — csökkentett reaktorteljesítménynél — proporcionális számlálóval mérték meg, majd a teljesítményarányt aktivációs detektorral határozták meg. A gamma-dózis meghatározására a radiofotolumineszcens dózismérőt közvetlenül alkalmazták.

A leírtakon kívül még használnak egyéb módszereket is a kevert, gyorsneutron- és gammasugárzási tér mérésére. Így nem emlékeztünk meg a sugárvédelemben használt, moderációs elven működő dozimeterekről, mert ezeket nagy geometriai méretük miatt közvetlenül a sugárbiológiai kísérleteknél nem lehet használni, de értékes kiegészítő információt nyújtanak [8]. Ugyanígy nem foglalkoztunk az egyéni dózismérésre alkalmazott nyomdozimeterekkel sem, mert ezek rendeltetése is elsősorban sugárvédelmi jellegű.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a különböző fajlagos ionizációs képességű sugárzások biológiai hatásának vizsgálatánál felmerülő dozimetriai kérdéseket több módon is megoldhatjuk, azonban jelenleg még nem áll rendelkezésünkre olyan módszer, mely pontosságában és kényelmességében hasonló lenne a röntgen- vagy a gammasugárzás dózisának meghatározásához. Itt természetesen szerepet játszik az is, hogy a neutronsugárzás tanulmányozása a röntgen- és a gamma-

sugárzás tanulmányozásához képest viszonylag nem régen kezdődött el. Minden bizonnyal számolni kell azzal, hogy a neutronforrásokat a jövőben szélesebb körben fogják alkalmazni, s ez szükségessé teszi a neutrondózisok mérési módszereinek további tökéletesítését is. Bár feltételezhető, hogy még újabb dózismérési eszközöket és módszereket is ki fognak a jövőben dolgozni, mégis a jelenleg alkalmazott dózismérési eljárások már alkalmasnak bizonyultak a gyorsneutronokkal végzett vizsgálatoknál, s e vizsgálatok révén sok adat áll rendelkezésünkre a gyorsneutronok biológiai hatásáról. A vizsgálatok folytatása megnyithatja az utat a gyorsneutronok terápiás alkalmazásához is.

IRODALOM

[1] Report of the RBE Committee, Health Physics, *9*, 357 (1963).

[2] *Bewley, D. K. and Hornsey, S.:* Biological effects of neutron irradiations, vol. II. p. 173. IAEA, Vienna, 1964.

[3] *Fowler, J. F.*; mint [1], 185. o.

[4] *Thomlinson, R. H. and Chir, B.:* British Journal of Radiology, *36*, 90 (1963).

[5] *Fowler, J. F.: Morgan, R. L. and Wood C. A. P.:* British Journal of Radiology *36*, 77 (1963).

[6] *Thomas, R. E., Brown, D. G.:* Health Physics, *6*, 19 (1961).

[7] *Krüger, H., Graul, E. H. und Hundeshagen, H.:* Atompraxis, *10*, 278 (1964).

[8] *Makra Zs.:* Magyar Fizikai Folyóirat, *12*, 1, 1 (1965).

[9] *Bewley, D. K., Fowler, J. F., Morgan, R. L., Silvester, J. A. and Turner, B. A.:* British Journal of Radiology, *36*, 107 (1963).

[10] *Makra Zs.:* Atomtechnikai tájékoztató, *6*, 743 (1963).

[11] *Sztanyik L., Geszti O. és Makra Zs.:* Előadás a Magyar Radiológus Kongresszuson, Budapest, 1964.

[12] *Wagner, E. B., Hurst, G. S.* Health Physics, *5*, 20 (1961).

Deme Sándor

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

A játékelmélet elemei

1. A játékelmélet alapfogalmai*

A játékok matematikai elmélete századunkban fejlődött ki. Az első e tárgyba vágó munka E. *Zermelo*-nak a sakkjáték elméletét tárgyaló dolgozata volt 1912-ben. Később a húszas években É. *Borel*, majd a magyar származású *Neumann* János, valamint *Kalmár* László munkái segítették elő nagymértékben a játékelmélet kialakulását. A következő időkben már számos matematikus foglalkozott ennek az elméletnek a fejlesztésével, s napjainkban a játékelmélet szélesen szétágazva egyrészt a matematika több ágával összefonódik, másrészt különböző tudományok, valamint a hadászat és a gazdasági élet területein felmerülő számos probléma megoldásában használható fel.

A következőkben csak a játékok néhány egyszerű típusát mutatjuk be, ismertetést adunk a játékelméleti alapfogalmakról, s példákon illusztráljuk egyes játékok megoldását egyszerű algebrai és geometriai módszerekkel.

A *játék* szót többféle értelemben használjuk. A játékelméletben játékon olyan tevékenység kellően egyszerűsített modelljét értjük, amelyben bizonyos számú *játékos* vesz részt, ezeknek különböző érdekeik vannak, s küzdenek a szóban forgó érdekek megvalósításáért. Játékosokon érthetünk személyeket, versengő csoportokat, hadviselő feleket stb. Minden játékos különböző módon cselekedhet; ezt úgy mondjuk, hogy különféle stratégiák között választhat. Az általunk tárgyalt játékokban két játékos áll egymással szemben, jelöljük őket A-val és B-vel, s mind az A, mind a B játékos számára véges számú stratégia áll rendelkezésre.

A most bevezetett fogalmak megértését megkönnyíti egy egyszerű példa. Tegyük fel, hogy A és B ún. „fej vagy írás" játékot játszik. Ennek az a szabálya, hogy mindkét játékos letesz egy pénzdarabot, pl. egy forintost az asztalra oly módon, hogy egyikük sem látja, melyik felével felfelé tette a másik. Ha mindkét érmén a fej vagy mindkettőn az írás van felfelé, akkor A nyer 1 forintot B-től, viszont ha egyik fej, a másik írás, akkor B nyer 1 forintot A-tól. Ebben a játékban mindkét játékosnak két stratégiája van: 1) írás vagy 2) fej, s a választott stratégiának megfelelő érme-oldalt helyezi felfelé. A kifizetést az A játékos számára az alábbi táblázat tünteti fel:

$$A: \begin{array}{c|cc} & B:1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{array}.$$

Ezt a táblázatot, amely a kifizetéseket az A játékos szemszögéből mutatja, *kifizetési mátrix*nak nevezzük; ez a mátrix lényegében a játékszabály. A mátrix i-edik sorának j-edik eleme — amelyet a_{ij}-vel jelölünk — mutatja, hogy ha az A játékos az i-edik stratégiáját, a B játékos pedig a j-edik stratégiáját választja, akkor az A játékos számára a kifizetés a_{ij}. (Ennyit fizet a B játékos A-nak.) A fenti példában:

$$a_{11} = a_{22} = 1, \qquad a_{12} = a_{21} = -1.$$

Az említett játékban amit az A játékos nyer, azt a B játékos veszti. Megjegyezzük, hogy az előbbi mátrix minden eleme előjelének megváltoztatása révén a B játékos szemszögéből tekintett kifizetési mátrixot kapjuk.

* Több oldalról merült fel az igény arra vonatkozólag, hogy a játékelmélet témakörét ismertessük meg az olvasókkal.

Az olyan játékot, amelyben két játékos játszik, s az egyik játékos nyereménye megegyezik a másik játékos veszteségével, *kétszemélyes zérő-összegű játéknak*, vagy másképpen *zéró-játék*nak nevezzük. A továbbiakban csakis ilyen játékokkal foglalkozunk, mert ezek elmélete az általános játékelmélet egyik legfontosabb és legjobban kidolgozott része.

A kétszemélyes zéró-játékok olyan tevékenységek modelljei, amelyekben a két résztvevő fél érdekei teljesen ellentétesek. Az olyan kétszemélyes zéró-játékot, amelyben mindkét játékosnak csak véges számú stratégiája van, *mátrix-játék*nak nevezzük. Ezt az elnevezést az indokolja, hogy ilyen játékokat az alábbi módon lehet értelmezni:

Tegyük fel, hogy az A játékosnak m-számú, a B játékosnak n-számú stratégiája van. Ekkor S_1-gyel, ill. S_2-vel jelölve az A ill. a B játékos stratégiáinak összességét (matematikai kifejezéssel élve: halmazát)

$$S_1 = \{1, 2, \ldots, m\}$$

$$S_2 = \{1, 2, \ldots, n\}$$

a játékot az alábbi mátrixszal írhatjuk le:

$$S_1 : \backslash S_2 : \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & & n \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{array}$$

E mátrixnak az a_{ij} eleme mutatja a kifizetést az A játékos számára (amit a B fizet az A-nak), ha az A játékos az S_1 halmaz i-edik, a B játékos pedig az S_2 halmaz j-edik elemét választja. A játék során egyik játékos sem tudja, melyik stratégiát választja a másik. Az a probléma, hogy az egyes játékosok hogyan válasszák meg stratégiáikat annak elérése végett, hogy a lehető legjobban járjanak.

Ezt a kérdést egy konkrét példán világítjuk meg. Tegyük fel, hogy mind az A játékosnak, mind a B-nek három lehetséges stratégiája van, s a kifizetési mátrix a következő:

$$A : \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \multicolumn{3}{c}{B:} \end{array} \\ \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

A mátrix az A játékos számára történő kifizetéseket tartalmazza az egyes stratégia-pároknak megfelelően. Ha pl. A a 2. stratégiát, B pedig a 3. stratégiát választja, akkor A 1 forintot kap, továbbá, ha A az 1. stratégiát B a 3. stratégiát választja, akkor A -2 forintot kap, más szóval ő fizet B-nek 2 forintot. Az A játékos a kifizetést maximálni, a B pedig minimalizálni akarja.* Az A játékos számára történő kifizetés természetesen mindkét játékos választásától függ. Ha A választott egy stratégiát, akkor a kifizetési összeg B választásától függ. Bármelyik stratégiát választja is A, tartania kell attól, hogy B azt a stratégiát fogja választani, amellyel a legkevesebb lesz a kifizetés az A számára. Ezért az A játékos azt a stratégiát fogja választani, amellyel a B játékosnak az A számára legkedvezőtlenebb választásakor A a legtöbbet kapja. A fenti játékban ha A a 2. stratégiát választja, akkor számára a kifizetés 1, 0, vagy 1 lesz, aszerint, hogy B az 1, 2. vagy 3. stratégiát választja.

Ezen választása esetében B-nek nincs olyan stratégiája, amelynek az lenne az eredménye, hogy A-nak kell fizetnie, ha pedig A az 1. vagy 3. stratégiát választaná, akkor B szerencsés választással (mely A számára persze szerencsétlen választás) elérhetné, hogy A fizessen 1 vagy 2 forintot. Az A játékos ebben a játékban minden bizonnyal a 2. stratégiát választja, mert a legrosszabb esetben nem kap semmit, de semmi esetre sem kell fizetnie.

A B játékos a fenti mátrixot vizsgálva, nyilván azt a stratégiát fogja választani, amelyben a számára legkedvezőtlenebb választás esetén is a legkevesebbet kell A részére fizetnie. A mátrixot szemügyre véve könnyen belátható, hogy B is a 2. stratégiát fogja választani.

Példánkban az A játékos, midőn vizsgálja, hogy mit eredményezne az ő számára az egyes stratégiák választása, rendre megnézi a mátrix sorait, megkeresi minden sorban a legkisebb elemet, a sorminimumot, majd kikeresi, hogy melyik sorban legnagyobb ez a minimum elem, s az ehhez a sorhoz tartozó stratégia mellett dönt.

Az 1. sorban a 2, -1, -2 elemek közül a minimum -2,

a 2. sorban az 1, 0, 1 elemek közül a minimum 0,

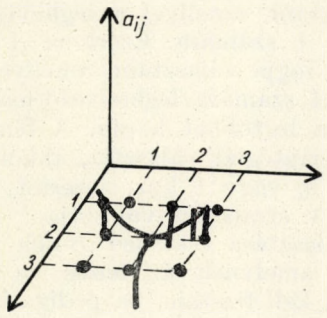
a 3. sorban a -2, -1, 2 elemek közül a minimum -2.

A $-2, 0, -2$ minimumok között 0 a legnagyobb, a maximum. Mivel ez A 2. stratégiájának a sorában van, ezért A ezt a stratégiát választja. A B játékos saját stratégiáit elemezve a következőképpen gondolkodik: ha ő az 1. stratégiát választja, akkor A választásától függően 2, 1 vagy -2 forintot kell neki fizetnie, tehát a legrosszabb esetben 2 forintot fizet A-nak. Ha 2. stratégiát választja, akkor legrosszabb esetben 0 forintot fizet A-nak, ha pedig a 3. stratégiát választja, akkor a számára legrosszabb esetben ismét 2 forintot fizet A-nak. A B játékos oszloponkénti maximális fizetési kötelezettségét a mátrix egyes oszlopainak legnagyobb eleme jelzi. Ezek a fenti játékban 2, 0, 2. Itt a B azt a stratégiáját fogja választani, amelyre maximális fizetési kötelezettsége a legkisebb. Ez jelen esetben a 0, ez az oszlopmaximumok minimuma, s mivel ez a 2. oszlopban van, tehát a második stratégia mellett dönt.

A fenti mátrixban találtunk egy olyan elemet, a 0-t, amely saját sorában (a 2. sorban) minimális, saját oszlopában viszont maximális. Az ilyen elem a mátrix *nyeregpont*ja. Ezt az elnevezést

* Mivel a kifizetést most az A játékos szemszögéből tüntettük fel.

egy nyilánvaló geometriai analógia indokolja. A (2, 2) stratégiapárhoz tartozó kifizetéseket ugyanis kétváltozós függvényként ábrázolva, az 1. ábrát kapjuk:



1. ábra

Ezt a nyeregpontbeli értéket nevezzük a *játék értékének*.

Általában ha egy játék kifizetési mátrixa

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

és ha az A játékos az i stratégiát választja, akkor nyeresége legalább annyi, mint az i-edik sor legkisebb eleme, tehát legalább

$$\min_j a_{ij}$$

Az A játékos természetesen azt az i-t választja, amelyre a $\min_j a_{ij}$ a lehető legnagyobb. Tehát bármiképpen is játszik B az A játékos nyeresége legalább

$$\max_i \min_j a_{ij}$$

lesz.

Ha a B játékos a j-edik stratégiát választja, akkor vesztesége (ami A számára nyereség) legfeljebb

$$\max_i a_{ij}$$

lesz, ezért a B azt a j-t választja, amelyre a $\max_i a_{ij}$ a lehető legkisebb, tehát a $\min_j \max_i a_{ij}$ számot. Ez B-nek a minimális vesztesége, bárhogy is játszik A.

Megtörténhet, mint az előző példában is láttuk, hogy

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij}$$

vagyis, hogy a mátrix sorainak minimum-elemei közül a legnagyobb az ún. *maximin* megegyezik a mátrix oszlopainak maximális elemei közül a legkisebbel, az ún. *minimax*szal. Ekkor beszélünk nyeregpontról, s ez az elem a játék értéke, amelyet a továbbiakban V-vel jelölünk. Ebben az esetben tehát

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = V$$

Ha ez az összefüggés minden mátrix-játékra igaz lenne, akkor a játék értékének meghatározása egyszerűen a nyeregpont meghatározásából állna, s ennek sora az A játékos számára, oszlopa pedig a B számára a legkedvezőbb stratégia, más szóval optimális stratégia lenne. A helyzet azonban nem ilyen egyszerű.

Vegyük ismét szemügyre a „fej vagy írás" játék mátrixát.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Itt az első sor minimum eleme -1, a második soré ugyancsak -1, ennélfogva

$$\min_j a_{1j} = \min_j a_{2j} = -1$$

ezek maximuma ugyancsak -1, tehát

$$\max_i \min_j a_{ij} = -1$$

Ellenben

$$\max_i a_{i1} = \max_i a_{i2} = 1$$

tehát

$$\min_j \max_i a_{ij} = 1$$

Itt a maximin nem egyezik meg a minimaxszal, azaz ennek a játéknak nincs nyeregpontja.

Meg kell említenünk, hogy a „fej vagy írás" játékot oly módon is leírhatjuk, hogy csak az egyik, pl. a B játékos tesz egy pénzérmét az asztalra, A pedig nem láthatja, hogy a fej vagy az írás van-e felül, s ezt kell eltalálnia. Teljesen mindegy, hogy véleményét szóban, vagy egy forintosnak a letevésével juttatja-e kifejezésre. Ugyanez a helyzet ha B a pénzérme letétele helyett pl. valamelyik kezébe kavicsot rejt, és A-nak azt kell eltalálnia, hogy a kavics B melyik kezében van. Itt az írás szerepét pl. a jobb kéz, a fej szerepét a bal kéz játssza. Teljesen analóg a helyzet, amikor egy ellenséges katonai egység két útvonalon közelíthet meg egy célt, s ki kell találnunk, hogy melyik utat választotta. Ez a játék tehát általános modellje minden olyan helyzetnek, amikor a szembenálló felek mindegyike két alternatíva között választhat, s egyik félnek ki kell találnia a másik választását.

Felvetődik tehát a kérdés, hogy amikor

$$\max_i \min_j a_{ij} \neq \min_j \max_i a_{ij}$$

hogyan határozzuk meg az optimális stratégiát mindkét játékos számára?

Az

$$\begin{array}{c} \\ \\ \text{A:} \end{array} \begin{array}{c} \quad B: \\ \quad 1 \quad\quad 2 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrix világosan mutatja, hogyha B megsejti, hogy A pl. az 1. stratégiát választja, akkor B a 2. stratégiát fogja választani, s ekkor A nyeresége

-1 forint, tehát ő fizet B-nek 1 forintot. Ha viszont B azt sejti, hogy A a 2. stratégiát választja, akkor az 1. stratégiát fogja választani, s ugyancsak B jár jól. A játékelméletben általában abból a feltevésből indulunk ki, hogy a játékot sokszor megismétlik. Az A játékos számára nagyon fontos, hogy B ne sejthesse meg az ő választását.

Tegyük fel, hogy A stratégiáinak választását minden egyes lépés során a véletlenre bízza. Ezt megteheti pl. úgy, hogy feldob egy forintost, és az 1. stratégiát akkor választja, amikor a dobás írást, a 2. stratégiát akkor, amikor a dobás fejet eredményez. (A forintos érméről feltételezzük, hogy 1/2 valószínűséggel esik bármelyik felére.) Ekkor az A játékos várható nyereménye feltéve, hogy a B játékos mindig az 1. stratégiát választja:

$$\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot (-1) = 0.$$

Ugyanez A várható nyereménye, ha B a 2. stratégia mellett dönt. A várható nyereménye tehát 0 olyankor, amikor egyforma valószínűséggel használja mindkét stratégiáját, tekintet nélkül arra, hogy B hogyan játszik.

Ezek után tételezzük fel, hogy az A játékos az összes játszmák x-edrészében az 1. stratégiáját, $(1 - x)$-edrészében pedig a 2. stratégiáját használja. Ha a játékot nagyon sokszor megismétlik, akkor mondhatjuk, hogy az A játékos x valószínűséggel használja az első stratégiát, $(1 - x)$ valószínűséggel pedig a második stratégiát. Ekkor A nyereményének várható értéke, ha a B az 1. stratégiáját használja:

$$x \cdot 1 + (1 - x) \cdot (-1) = 2x - 1$$

Másrészről ha B a 2. stratégiáját használja, akkor A nyereményének várható értéke:

$$x \cdot (-1) + (1 - x) \cdot 1 = 1 - 2x$$

Ha $x > \frac{1}{2}$, akkor $1 - 2x < 0$, tehát az A várható nyereménye 0-nál kisebb lesz, ha a B a 2. stratégiát használja. Ha viszont $x < \frac{1}{2}$, $2x - 1 < 0$, tehát A várható nyereménye kisebb lesz mint 0, ha a B az 1. stratégiáját használja.

Az A játékos számára tehát az a legkedvezőbb, ha mindkét stratégiáját 1/2 valószínűséggel használja, mert ekkor nyereményének várható értéke nem kisebb, mint 0, akárhogyan is játszik B. Ugyanez az optimális módszer a B játékos számára; ezt hasonló meggondolással beláthatjuk. A játék értéke (vagyis az A játékos várható nyereménye, ha stratégiáit optimális módon használja) erre a játékra 0.

Tegyük fel ugyanis, hogy az A játékos mindkét stratégiáját $\frac{1}{2}$ valószínűséggel használja:

$$\begin{array}{cc} & 1 \quad 2 \\ A\colon & \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\} \end{array}$$

a B játékos pedig az 1. stratégiát q, a 2. stratégiát 1 — q valószínűséggel választja:

$$\begin{array}{cc} & 1 \quad 2 \\ B\colon & \{q \;\; 1 - q\} \end{array}$$

Ekkor az

$$\begin{array}{cc} & B\colon \\ & 1 \quad 2 \\ A\colon \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \left[\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

mátrix alapján könnyű belátni, hogy annak valószínűsége, hogy az A nyer 1 forintot

$$\frac{1}{2}q + \frac{1}{2}(1 - q)$$

annak valószínűsége pedig, hogy A veszít 1 forintot:

$$\frac{1}{2}(1 - q) + \frac{1}{2}q.$$

Az A játékos nyereményének várható értéke tehát:

$$\left[\frac{1}{2}q + \frac{1}{2}(1 - q)\right] \cdot 1 + \left|\frac{1}{2}(1 - q) + \right.$$

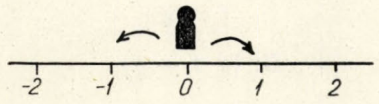
$$\left. + \frac{1}{2}q\right](-1) = 0.$$

Mint láttuk, a „fej vagy írás" játék mátrixának nincs nyeregpontja, tehát sem A sem B számára nem tanácsolhatjuk, hogy csupán az egyik vagy a másik stratégiáját használja, mert egyik „tiszta stratégiája" sem optimális. Találtunk azonban mindkét játékos számára optimális „kevert stratégiát", amikor is bizonyos arányban mindkét stratégiáját használja. A későbbiekben látni fogjuk, hogy minden mátrix-játéknak van optimális stratégiája.

Az a tény, hogy a játék értéke 0, természetesen nem jelenti, hogy adott véges számú játékban egyik játékos sem fog nyerni vagy veszíteni. Páratlan számú játszma esetén pl. valamelyik játékos feltétlenül nyerésben van. Páros számú játszma esetén viszont akkor a legvalószínűbb, hogy a játék döntetlenre áll, azaz a kifizetések összege 0, ha mind az A mind a B játékos mindkét stratégiáját $\frac{1}{2}$ valószínűséggel használja. Ezt a következő meggondolások alapján láthatjuk be. Tegyük fel, hogy az A, ill. a B játékosok egyes stratégiáikat az alábbi valószínűségekkel használják

$$\begin{array}{cc} & 1 \quad 2 \\ A\colon & \{p, \; 1 - p\} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & 1 \quad 2 \\ B\colon & \{q, \; 1 - q\} \end{array}$$

Számítsuk ki, mi a valószínűsége annak, hogy $2n$ számú játszma után a játék döntetlenre áll, tehát sem A, sem B nem nyert semmit. Avégett, hogy a játék állását minden játszma után jól szemlélhessük, képzeljük el, hogy egy bábut mozgatunk a számegyenes mentén. A bábu 0-ból indul és valahányszor A nyer 1 forintot, a bábut egy hellyel jobbra, amikor pedig B nyert 1 forintot, egy hellyel balra toljuk. (2. ábra.)



2. ábra

Keressük annak a valószínűségét, hogy a bábu $2n$ lépés után a 0 pontban lesz. Ez az esemény akkor következik be, amikor a bábu ugyanannyiszor lépett jobbra, mint balra, vagyis n-szer. P-vel jelölve a jobbra, $1 - P$-vel a balra lépés valószínűségét, a $2n$ lépésben az origóba való visszatérés valószínűsége:

$$\binom{2n}{n} P^n(1 - P)^n$$

Ez a valószínűség olyan P-re maximális, amelyre a $P(1 - P)$ szorzat maximális értéket vesz fel; ez $P = \frac{1}{2}$ esetben következik be.

Esetünkben kell, hogy

$$P = pq + (1 - p)(1 - q) = \frac{1}{2},$$

$$1 - P = p(1 - q) + (1 - p)q = \frac{1}{2}$$

legyen, ez pedig csak akkor állhat fenn, ha $q = 1 - q = \frac{1}{2}$ és $p = 1 - p = \frac{1}{2}$. Viszont, ha $p = q = \frac{1}{2}$, akkor a bábu $2n$ lépés után legnagyobb valószínűséggel éppen a 0 pontban lesz. Ekkor ugyanis annak valószínűsége, hogy a bábu $2n$ lépés után az 0-tól k távolságra legyen ($k = 0, \pm 2, \pm 4, \ldots, \pm 2n$)

$$\binom{2n}{n+k} \frac{1}{2^{2n}}$$

és ez a valószínűség most már csak a binomiális együtthatótól függ, amely $k = 0$ esetben maximális értékű, amint azt a *Pascal*-féle háromszög igen jól szemlélteti.

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

$$\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$$

$$\binom{5}{0} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}$$

$$\binom{6}{0} \quad \binom{6}{1} \quad \binom{6}{2} \quad \binom{6}{3} \quad \binom{6}{4} \quad \binom{6}{5} \quad \binom{6}{6}$$

$$\vdots$$

$$1$$

$$1 \quad 1$$

$$1 \quad 2 \quad 1$$

$$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$$

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

$$1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1$$

$$\vdots$$

2. A játékelmélet algebrája

2.1. *A játékelmélet alaptétele*

Mint az előzőkben láttuk, amikor adott mátrix-játék esetén a mátrixnak van nyeregpontja, akkor a nyeregpontbeli érték az az összeg, amelynél többet egyik játékos sem érhet el, ha ellenfele a maga számára legkedvezőbb stratégiát választja. A nyeregpontbeli összeget a játék értékének neveztük. Másrészt mind az A, mind a B játékosnak van olyan stratégiája, amelynek választásával a nyeregpontbeli összeget biztosítani tudja a maga számára. Ha a nyeregpont a_{ij}, akkor A számára az i-edik, B számára a j-edik stratégia ilyen, ezeket a stratégiákat nevezzük optimális stratégiáknak. A játék megoldásán a játék értékének, valamint az A, ill. a B játékosok számára optimális stratégiának a meghatározását értjük.

Adott mátrix-játék esetén megkíséreljük a nyeregpont meghatározását. Ha a mátrixnak van nyeregpontja, a fentiek értelmében máris adódik a játék megoldása.

Mi a teendő azonban olyankor, amikor a mátrixnak nincs nyeregpontja? Mit értünk akkor a játék értékén és az optimális stratégián? Egyáltalán léteznek-e ilyenek?

A „fej vagy írás" játék a példája annak az esetnek, amikor a mátrixnak nincs nyeregpontja. A játék vizsgálatakor láttuk, hogy amennyiben az A és a B játékos egyaránt a játék sokszori megismétlése folyamán váltakozva használja a stratégiáit, mégpedig mindkettőt $\frac{1}{2}$ valószínűséggel, akkor mindkét játékos számára az átlagos kifizetés 0, ennél többet viszont egyik játékos sem érhet el, ha ellenfele a „lehető legjobban" játszik. Azt is láttuk, hogy amikor az A játékos stratégiáit nem $x = \frac{1}{2}$ $1 - x = \frac{1}{2}$ valószínűségekkel, hanem valamilyen más valószínűségeloszlás szerint alkalmazza, akkor az ő számára a várható kifizetés 0-nál kevesebb lesz. Ugyanez érvényes a B játékosra is.

Azt mondhatjuk tehát, hogy az A játékos számára az az optimális játékmód, amelyben az

$$A: \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \end{array} \overset{\begin{array}{cc} B: & \\ 1 & 2 \end{array}}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}$$

játék esetében 1. és 2. stratégiáit (az ún. tiszta stratégiákat) váltakozva alkalmazza $x = \frac{1}{2}$, $1 - x = \frac{1}{2}$ arányban, más szóval az ő számára az összes lehetséges $X : \{x, 1 - x\}$ kevert stratégiák közül az $X^* = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ stratégia az optimális. Ugyanúgy a B játékos számára az $Y : \{y, 1 - y\}$ kevert stratégiák közül az $Y^* = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ kevert stratégia az optimális.

Vegyünk szemügyre most egy másik példát. Legyen a játék mátrixa:

$$A: \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \end{array} \overset{\begin{array}{cc} B: & \\ 1 & 2 \end{array}}{\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}}.$$

A sorminimumok maximuma 2, az oszlopmaximumok minimuma 3, tehát nyeregpont nincsen. Tegyük fel, hogy az A játékos x és $1 - x$, a B játékos y és $1 - y$ arányban használja az 1., ill. 2. stratégiát. A játék várható értéke az A játékos számára, más szóval az ún. nyereségfüggvény:

$$E(x, y) =$$

$$= 2xy + 4x(1 - y) + 3(1 - x)y + 1(1 - x)(1 - y) =$$

$$= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{2}.$$

Ebből a kifejezésből látható, hogy amikor A az $x = \frac{1}{2}$ valószínűséggel választja az 1. stratégiát, akkor biztosítani tudja a maga számára, hogy a kifizetés legalább $\frac{5}{2}$ legyen, viszont abban már nem lehet bizonyos, hogy ennél többet is el fog érni. Ha ugyanis a B játékos $y = \frac{3}{4}$ gyakorisággal használja az 1. stratégiáját (és $\frac{1}{4}$ gyakorisággal a 2. stratégiáját) akkor a kifizetés ténylegesen $\frac{5}{2}$ lesz.

E játékban az a legésszerűbb, ha A egyforma gyakorisággal használja mindkét stratégiáját, B pedig $\frac{3}{4}$ gyakorisággal az 1. és $\frac{1}{4}$ gyakorisággal a 2. stratégiát. Ebben a játékban ésszerű az $X^* = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ és $Y^* = \left\{\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right\}$ stratégiákat optimális stratégiáknak nevezni A, ill. B számára. Ugyancsak ésszerűnek látszik az $\frac{5}{2}$ nyereséget a játék értékének nevezni.

A fentiek alapján könnyen belátható, hogy a jelen példában az $E(x, y)$ nyereségfüggvény a 0 és 1 közé eső bármely x és y számokra a következő összefüggést teljesíti:

$$E\left(x, \frac{3}{4}\right) \leq E\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) \leq E\left(\frac{1}{2}, y\right).$$

Más szóval mindkét játékos számára fennáll az ilyen 2×2-es mátrixú játékok esetén az x, ill. az y valószínűségek olyan x^* ill. y^* optimális megválasztása, hogy

$$E(x, y^*) \leq E(x^*, y^*) \leq E(x^*, y).$$

Ekkor $E(x^*, y^*)$ a játék értéke.

Vizsgáljuk meg most azt az esetet, amikor mind az A, mind a B játékosnak nemcsak két, hanem több stratégiája van. Legyen A stratégiáinak a száma m, B stratégiáinak a száma pedig n. Ha az A játékos a stratégiáit rendre $x_1, x_2, \ldots, x_m$ valószínűséggel használja, ahol $x_1 + x_2 + \ldots + x_m = 1$, B pedig a stratégiáit $y_1, y_2, \ldots, y_n$ valószínűséggel, ahol $y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 1$, akkor A kevert stratégiáját röviden $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$-mel, B kevert stratégiáját pedig $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$-nal jelöljük.

Legyen a kifizetési mátrix a játékra

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Ha A az X, B pedig Y kevert stratégiát használja, akkor az átlagos kifizetés az A játékos számára, vagyis a már említett nyereségfüggvény:

$$E(x, y) = \sum_i \sum_j a_{ij} x_i y_j$$

Tegyük fel, hogy az A játékos választ egy stratégiát, jelöljük ezt $\bar{X} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_m)$-mel. A B játékos olyan $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ stratégiát fog választani, amelyre

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \bar{x}_i y_j$$

a lehető legkisebb. Ha B ezt el tudja érni egy vegyes stratégiával, akkor mindig elérheti egy tiszta stratégiával is, hiszen a nyereség

$$\sum_i \sum_j a_{ij} \bar{x}_i y_j = \sum_j y_j \left(\sum_i a_{ij} \bar{x}_i\right)$$

vagyis a $\sum_i a_{ij} \bar{x}_i$ számok súlyozott számtani középarányosa, ahol a súlyok összege 1, az ilyen közép-

arányos pedig nem lehet kisebb mint a $b_j = \sum_i a_{ij}\bar{x}_i$ számok közül a legkisebb. Tehát

$$\sum_j y_j b_i \geq \min_j b_j$$

Mátrixos jelöléssel ez így adódik:

$$(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_m) \begin{bmatrix} a_{11}\, a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}\, a_{22} \ldots a_{2n} \\ \vdots \\ a_{m1}\, a_{m2} \ldots a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} =$$

$$= (\sum_i a_{i1}\bar{x}_i, \ldots, \sum_i a_{in}\bar{x}_i) \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}.$$

Ha a sorvektornak a k-adik komponense a legkisebb akkor

$$(\sum_i a_{i1}\bar{x}_i, \ldots, \sum_i a_{ik}\bar{x}_i, \ldots, \sum_i a_{in}\bar{x}_i) \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \geq$$

$$\geq (\sum_i a_{i1}\bar{x}_i, \ldots, \sum_i a_{ik}\bar{x}_i, \ldots, \sum_i a_{in}\bar{x}_i) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ k \\ \vdots \\ n \end{matrix}$$

ahol az utolsó oszlopvektor azt jelöli, hogy B a k-adik tiszta stratégiát használja. Az A játékos számára tehát elegendő alaposan megvizsgálni a B tiszta stratégiáit és megjegyezni, hogy az ő (A) egyes stratégiáira melyik eredményezi a legkisebb nyereséget.

Amennyiben adva van $(\bar{X})$, a legkisebb nyereséget $\min_j b_j = \min_j \sum_i a_{ij}\bar{x}_i = \sum_i a_{ij(\bar{x})}\bar{x}_i$-vel jelöljük, ahol $j(\bar{x})$ jelöli B-nek azt a tiszta stratégiáját, amelyre adott $\bar{x}$ esetén a minimum elérhető.

Az A játékos ezt a minimumot olyan naggyá akarja tenni, amennyire csak lehet. Ezért az összes lehetséges $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ stratégiái közül olyan X stratégiát fog választani, hogy elérje a $\max_{(x)} \min_j \sum_i a_{ij}x_i = \max_x \sum_i a_{ij(x)}x_i = V_1$ értéket. A V_1-et nevezzük maximinnek. Megjegyezzük, hogy a „tiszta" maximin, azaz $\max_i \min_j a_{ij}$ nyilván kisebb vagy egyenlő V_1-gyel.

Most megismételjük az eljárást a B játékos szempontjából. Tegyük fel, hogy B választ egy $\bar{Y}$ stratégiát. Ezután észre veszi, hogy A akkor tenné legjobban, ha olyan stratégiát választana, amelyre a nyereség

$$\max_i \sum_j a_{ij}\bar{y}_j = \sum_j a_{i(\bar{y})j}\bar{y}_j$$

lesz. A B játékos ezért olyan stratégiát fog választani, amelyre A nyeresége minimális:

$$\min_{(Y)} \max_i \sum_j a_{ij}y_i = \min_{(Y)} \sum_j a_{i(y)j}y_i = V_2 .$$

A „tiszta" minimax azaz

$$\min_j \max_i a_{ij} \geq V_2$$

A játékelmélet alaptétele, az ún *minimax-tétel* szerint mindig igaz, hogy

$$V_1 = V_2$$

Amikor maximumról, ill. minimumról beszélünk, akkor úgy kell értenünk, hogy lehet több stratégia is, amellyel a max., ill. min. elérhető, s valahányszor optimális stratégiát említünk, ezek egyikére gondolunk.

A minimax-tétel bizonyításához könnyű belátni, hogy $V_1 \leq V_2$ mindig fennáll.

Legyen $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ az a stratégia, amelyre

$$V_1 = \min_j \sum_i a_{ij}x_i$$

és legyen $Y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_n^*)$, amelyre

$$V_2 = \max_i \sum_j a_{ij}y_j^*.$$

Ekkor a súlyozott számtani középarányos ismert tulajdonsága alapján

$$V_1 \leq \sum_i \sum_j a_{ij}x_iy_j \text{ és } V_2 \geq \sum_i \sum_j a_{ij}x_iy_j ;$$

tehát

$$V_1 \leq V_2.$$

Ezek után már csak azt kell kimutatni, hogy $V_1 \geq V_2$ is mindig fennáll. Ennek bebizonyításához két segédtételre van szükségünk.

1. *segédtétel :*

Legyen adva a nyereségmátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11}\, a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}\, a_{22} \ldots a_{2n} \\ \vdots \\ a_{m1}\, a_{m2} \ldots a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Tekintsük a mátrix egyes oszlopait az m dimenziós tér egy-egy pontjának:

$$A_1 = (a_{11}, a_{21}, \ldots, a_{m1})$$
$$A_2 = (a_{12}, a_{22}, \ldots, a_{m2})$$

általában $\quad A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj}).$

Ha a $0 = (0, 0, \ldots, 0)$ pont nem eleme az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok konvex burkának*, akkor a konvex burok minden $A = (a_1, a_2, \ldots, a_m)$ pontjához találhatók olyan $S_1, S_2, \ldots, S_m$ számok, melyekkel

$$S_1a_1 + S_2a_2 + \ldots + S_ma_m > 0.$$

* Az m dimenziós tér egy H részhalmazát konvexnek nevezzük, ha bármely két $A \in H$ és $B \in H$ elemére teljesül, hogy

$$\lambda A + (1 - \lambda)B \in H \quad (\lambda \geq 0)$$

(azaz ha az A és B pontokat összekötő egyenes minden pontja benne van a H-ban). Az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok konvex burkán a legkisebb konvex halmazt értjük, amely az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok mindegyikét tartalmazza.

Az m-dimenziós tér egy $A = (a_1, a_2, \ldots, a_m)$ pontjáról azt mondjuk, hogy pontja az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok konvex burkának, ha találhatók olyan nem negatív-$t_1, t_2, \ldots, t_n$ számok, amelyek összege 1 és amelyekre

$$a_i = t_1 a_{i1} + t_2 a_{i2} + \ldots + t_n a_{in}. \qquad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

Más szavakkal, az A pont eleme az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok konvex burkának, ha A minden koordinátája az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok megfelelő koordinátáinak súlyozott számtani középarányosa $t_1, t_2, \ldots, t_n$ súlyokkal. Az ilyen számtani középarányost az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok konvex lineáris kombinációjának nevezzük. (A súlyokról tehát csak annyit teszünk fel, hogy nem-negatívok és összegük 1.)

Könnyen belátható, hogy az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok összes konvex lineáris kombinációi konvex halmazt alkotnak. Legyenek ugyanis A és B pontjai ennek a halmaznak, vagyis A és B legyenek egyaránt az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok konvex lineáris kombinációi, ekkor

$$a_i = t_1 a_{i1} + t_2 a_{i2} + \ldots + t_n a_{in}$$

$$b_i = s_1 a_{i1} + s_2 a_{i2} + \ldots + s_n a_{in} \quad (i=1,2,\ldots m)$$

és itt

$$\sum_1^n t_i = 1, \qquad \sum_1^n s_i = 1.$$

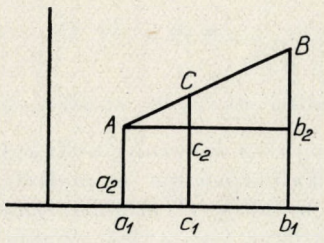
Az A és a B pontokat összekötő egyenes valamely pontjának minden egyenes koordinátájára fennáll, hogy

$$c_i = (1 - \alpha)\, a_i + \alpha\, b_i,$$

ahol

$$0 \leq \alpha \leq 1.$$

Ez szembeötlő pl. $n = 2$ esetén, tehát a síkban:



3. ábra

A háromszögek hasonlóságából (3. ábra) adódik, hogy

$$\frac{c_1 - a_1}{b_1 - a_2} = \frac{c_2 - a_2}{b_2 - a_2}.$$

Jelöljük ezt az arányt α-val, ahol természetesen

$$0 \leq \alpha \leq 1.$$

Ekkor

$$c_1 - a_1 = \alpha\,(b_1 - a_1)$$

$$c_1 = (1 - \alpha)\, a_1 + \alpha\, b_1,$$

és

$$c_2 = (1 - \alpha)\, a_2 + \alpha\, b_2.$$

Ugyanez a helyzet akárhány dimenziós térben. Már most

$$(1 - \alpha)\, a_i + \alpha b_i = [(1 - \alpha)\, t_1 + \alpha s_1]\, a_{i1} + \ldots + [(1 - \alpha)\, t_m + \alpha s_n]\, a_{in}.$$

Vezessük be az $r_i = (1 - \alpha)\, t_i + \alpha\, s_i$ jelölést, ekkor

$$c_i = (1 - \alpha)\, a_i + \alpha\, b_i = r_1\, a_{i1} + r_2 a_{i2} + \ldots + r_n a_{tn}$$

Igaz lévén, hogy

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 0 \leq t_i \leq 1, \quad 0 \leq s_i \leq 1,$$

következésképpen

$$0 \leq r_i \leq 1$$

és

$$r_1 + r_2 + \ldots + r_n =$$

$$= (1 - \alpha)\,(t_1 + t_2 \ldots + t_n) + \alpha(s_1 + s_2 + \ldots + s_n) =$$

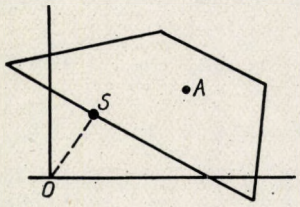
$$= 1 - \alpha + \alpha = 1$$

mivel

$$\sum t_i = 1 \quad \text{és} \quad \sum s_i = 1.$$

A C pont tehát pontja az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok összes konvex lineáris kombinációiból álló K halmaznak, mivel maga is ezen pontok konvex lineáris kombinációja.

Tegyük fel ezek után, hogy a $0 = (0, 0, \ldots, 0)$ pont nem eleme a K halmaznak. Ekkor a K-nak van olyan pontja, amely a 0 ponthoz legközelebb esik (4 ábra). Jelöljük ezt a pontot $S = (s_1, s_2, \ldots, s_m)$-mel.



4. ábra

Legyen $A = (a_1, a_2, \ldots, a_m)$ a K konvex halmaz tetszőleges pontja. Az A és az S pontokat összekötő egyenes minden pontja a K halmazhoz tartozik. Egy ilyen pont koordinátái $ta_i + (1 - t)\, s_i$ alakúak, ahol

$$0 \leq t \leq 1.$$

Természetesen egy ilyen pont legalább olyan távol van a 0 ponttól, mint az S (lévén az S a K-halmaznak a 0-hoz legközelebb eső pontja)
azaz

$$\sum_i [ta_i + (1 - t)\, s_i]^2 \geq \sum_i s_i^2,$$

vagyis

$$\sum_i [ta_i + (1 - t)\, s_i]^2 - \sum_i s_i^2 \geq 0.$$

Elvégezve a négyzetre emelést és a lehetséges összevonásokat, kapjuk:

$$t \sum_i (a_i - s_i)^2 + 2 \sum_i s_i\,(a_i - s_i) \geq 0$$

Ha most $t \to 0$ adódik, hogy

$$\sum_i a_i\, s_i \geq \sum s_i^2 > 0$$

s ezzel az 1. segédtételt bebizonyítottuk.

2. segédtétel.

Ez a mátrixokra vonatkozó alternatíva tétel. Legyenek adva ismét az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok

$$A_1 \; A_2 \; \ldots A_n$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots a_{mn} \end{bmatrix}$$

Vegyük hozzá ezekhez a pontokhoz az

$$e_1 = (1, 0, 0, \ldots, 0)$$
$$e_2 = (0, 1, 0, \ldots, 0)$$
$$\vdots$$
$$e_m = (0, 0, 0, \ldots, 1)$$

pontokat.

Tekintsük most ezen $n + m$ számú pont konvex burkát. A 0 pont vagy hozzá tartozik ehhez a burokhoz, vagy nem. Tételünk azt állítja, hogy vagy létezik egy olyan $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ vektor, hogy

(I) $a_{i1} y_1 + a_{i2} y_2 + \ldots + a_{in} y_n \leq 0$ minden i-re vagy létezik egy olyan $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ vektor, hogy

(II) $a_{1j} x_1 + a_{2j} x_2 + \ldots + a_{mj} x_m > 0$ minden j-re. A bizonyításhoz az I. segédtételt használjuk fel.

1. eset. a 0 pont a fenti $n + m$ számú pont konvex burkának eleme, vagyis léteznek olyan nem-negatív $t_1, t_2, \ldots, t_n + m$ számok, amelyek összege 1, és amelyekre

$$t_1 a_{i1} + t_2 a_{i2} + \ldots + t_n a_{in} + t_{n+i} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

azaz

$$t_1 a_{i1} + t_2 a_{i2} + \ldots + t_n a_{in} = - t_{n+i} \leq 0 .$$

$t_1 + t_2 + \ldots + t_n$ feltétlenül pozitív, mert különbe,n mindegyik t_i $(i = 1, 2, \ldots, m + n)$ 0 volna, ekkor pedig az összegük nem lehetne 1. Válasszuk $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$-nek azt a vektort, amelynek komponensei

$$y_j = \frac{t_j}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n} .$$

Ez a vektor kielégíti az (I) feltételt.

2. eset : a 0 pont nem tartozik hozzá a fenti $n + m$ számú pont konvex burkához. Ekkor az 1. segédtétel alapján találhatók olyan $s_1, s_2, \ldots, s_m$ számok, hogy

$$s_1 a_{1j} + s_2 a_{2j} + \ldots + s_m a_{mj} > 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

és

$$s_1 > 0, \quad s_2 > 0, \ldots, s_m > 0$$

Legyen

$$X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

az a vektor, amelynek komponensei

$$x_i = \frac{si}{s_1 + s_2 + \ldots + s_m} .$$

Ez a vektor kielégíti a (II) feltételt.

A 2. segédtétel segítségével most már be tudjuk bizonyítani a minimax tételt. Az 1. esetben olyan Y, hogy minden i-re

$$\sum_j a_{ij} y_j \leq 0$$

tehát

$$\max_i \sum_j a_{ij} y_j \leq 0$$

Ezért

$$V_2 = \min_y \max_i \sum_i \sum_j a_{ij} y_j \leq 0$$

A 2. esetben létezik olyan X, hogy minden j-re

$$\sum_i a_{ij} x_j > 0$$

ezért $\min_j \sum a_{ij} x_i > 0$. Ebből következik, hogy

$$V_1 = \max_x \min_j \sum_i \sum_j a_{ij} x_i > 0 .$$

Ezzel kimutattuk, hogy nem állhat fenn egyszerre a $V_1 < 0$ és a $V_2 \geq 0$ reláció.

Ha ezek után a nyereségmátrix elemei helyébe $a_{ij} - k$-t írunk, ahol a k tetszőleges állandó, akkor teljesen analóg módon kimutatható, hogy nem lehetséges a $V_1 < k < V_2$ reláció teljesülése, bármilyen szám is a k. Ebből látható, hogy V_1 nem lehet kisebb mint V_2, vagyis

$$V_1 \geq V_2 .$$

Ilyenformán bebizonyítottuk, hogy kevert stratégiák alkalmazásakor mindkét játékosnak van optimális stratégiája.

Ha az optimális stratégia az A játékos számára $X^* = (x_1^*, x_2^* \ldots, x_m^*)$ a B játékos számára pedig $Y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_n^*)$, akkor a bevezetett mátrix jelölés segítségével írhatjuk, hogy

$$(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*) \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21} a_{22} \ldots a_{2n} \\ \vdots \\ a_{m1} a_{m2} \ldots a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ y_n^* \end{bmatrix} = V,$$

azaz

$$E(X^*, Y^*) = V,$$

és fennáll az

$$E(X, Y^*) \leq E(X^*, Y^*) \leq E(X^*, Y)$$

reláció. Ez azt jelenti, hogy amikor az A játékos nem optimális stratégiát alkalmaz, a B viszont igen, akkor A számára az átlagos kifizetés kevesebb lehet a V-nél ha pedig az A optimális stratégiát alkalmaz, a B viszont nem, akkor az A átlagos nyeresége a V-nél több lehet.

A fenti reláció vonatkozik természetesen arra az esetre is, amikor az X vagy az Y az illető játékos valamelyik tiszta stratégiájával egyenlő, vagyis

$$E(i, Y^*) \leq E(X^*, Y^*) \leq E(X^*, j)$$

minden $i = 1, 2, \ldots, m$ és $j = 1, 2, \ldots, n$ értékre.

2.2. *Az optimális stratégiák megkeresése*

Az előző pontban bebizonyítottuk, hogy kevert stratégiák alkalmazásakor a mátrix-játékokban mind az A, mind a B játékos számára *létezik* optimális stratégia. Gyakorlati szempontból az a legfontosabb kérdés, hogyan lehet ilyen optimális stratégiákat meghatározni, más szavakkal hogy lehet a játékot megoldani. Az eredményre vezető számítások általában nem egyszerűek, s legtöbbször igen munkaigényesek, hosszadalmasak, ezért rendszerint számítógépek használatát igénylik, amelyekre jól programozhatók. Az alábbiakban két olyan tételt ismertetünk, amelynek ismeretében a játék megoldását sokszor megtalálhatjuk.

1. tétel :

Ha $Y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_n^*)$ optimális kevert stratégia a B játékos számára és $y_k^* > 0$, akkor az A játékos minden $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*)$ optimális kevert stratégiájára

$$E(X^*, k) = \sum_{i=1}^{m} x_i a_{ik} = V.$$

A megfelelő eredmény igaz a másik játékos számára is.

A tétel tehát lényegében azt mondja, hogy ha A optimális kevert stratégiával játszik, akkor a játék értéke lesz számára az átlagos nyereség abban az esetben is, ha B valamelyik olyan

tiszta stratégiáját alkalmazza, amely az Y^* optimális kevert stratégiában pozitív súllyal szerepel.

Bizonyításunk a következő: legyen $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*)$ az A számára optimális stratégia. Ha B a j-edik tiszta stratégiáját alkalmazza:

$$(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \underset{j}{1} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \geq V$$

azaz

$$\sum x_i^* a_{ij} \geq V$$

minden j-re.

Tegyük fel, hogy $j = k$-ra a szigorúan vett egyenlőtlenség érvényes, tehát

$$\sum_i x_i^* a_{ik} > V$$

Ekkor

$$y_k^* \sum_i x_i^* a_{ik} > V y_k^*$$

Mivel $y_j^* > 0$, $j \neq k$ esetén

$$y_j^* \sum_i x_i^* a_{ij} \geq V y_j^*$$

ezért

$$\sum_j y_j^* \sum_i x_i^* a_{ij} > V \sum_j y_j^* = V.$$

Ez viszont ellentmond annak az állításnak, hogy Y^* az optimális kevert stratégia.

Tételünk nagy gyakorlati jelentősége rögtön kitűnik az alábbiakból. Tegyük fel, hogy egy mátrix-játék kifizetési mátrixa egy $n \times n$-es négyzetes mátrix, amely nem szinguláris:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

és legyenek az $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ és az $Y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_n^*)$ olyan optimális kevert stratégiák az A, ill. a B játékos számára, hogy $x_i^* > 0$, $y_j^* > 0$ minden $i, j = 1, 2, \ldots, n$-re. Tegyük fel egyelőre azt is, hogy a játék értéke $v \neq 0$. Ekkor az 1. tétel alapján:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ y_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ v \\ \vdots \\ v \end{bmatrix}$$

és

$$(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix} = (v, v, \ldots, v)$$

A fenti egyenleteket röviden

$$AY^* = V$$

illetve az

$$X^*A = V^T{}^1$$

alakban írva fel, s az első egyenletet balról, a másodikat jobbról szorozva az A mátrix inverzével, az A^{-1} mátrixszal, kapjuk:

$$Y^* = A^{-1}V = vA^{-1}e_m \tag{1}$$

$$X^* = V^T A^{-1} = ve_m^T A^{-1} \tag{2}$$

ahol

$$e_m^T = (\underset{1}{1}, \underset{2}{1}, \ldots, \underset{n}{1})$$

Ha ismernénk a játék értékét máris kezünkben lenne a játék megoldása. A V értéke azonban könnyen kiszámítható az alábbi egyszerű meggondolás alapján:

$$1 = \sum_j y_j^* = (1, 1, \ldots, 1) \begin{bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ y_n^* \end{bmatrix} = (e_m^T, A^{-1}v) = (e_m^T, A^{-1}e_m v) = v(e_m^T, A^{-1}e_m)$$

azaz

$$v = \frac{1}{(e_m^T, A^{-1}e_m)} \tag{3}$$

Az (1) és (2) összefüggések alapján az X^*, ill. az Y^* optimális stratégiákat az

$$X^* = \frac{e_m^T A^{-1}}{(e_m^T, A^{-1}e_m)} \tag{4}$$

illetve

$$Y^* = \frac{A^{-1}e_m}{(e_m^T, A^{-1}e_m)}$$

képletek szolgáltatják.

Amint látjuk, amikor a kifizetési mátrix nem szinguláris négyzetes mátrix, s az A a B játékosnak egyaránt van olyan optimális kevert stratégiája, amelyben valamennyi tiszta stratégia pozitív súllyal szerepel, akkor a játék megoldását az A^{-1} inverz mátrix segítségével igen egyszerűen lehet meghatározni. Itt feltételeztük még azt is, hogy a játék értéke $v \neq 0$.

Bizonyítás nélkül megjegyezzük, hogy ha a játék értéke V, akkor az A kifizetési mátrix minden eleméhez egy k számot hozzáadva olyan új játékot kapunk, amelynek értéke $v + k$, az optimális stratégiák viszont megegyeznek az eredeti optimális stratégiával.*

Ilyenformán abban az esetben, ha a játék értéke 0, és ezt előre ismerjük, az A kifizetési mátrix minden eleméhez k-t adva a játék értéke $k \neq 0$ lesz, s a játék megoldása a fenti módszerrel megtalálható, hacsak feltételezéseink egyébként teljesülnek.

[1] V^T jelentése: a V oszlopvektor transzponáltja, vagyis sorvektor.

* A bizonyítást lásd pl. (5).

Így pl. mint tudjuk, a már többször említett „fej vagy írás" játékra $v = 0$.

Az $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ kifizetési mátrix minden eleméhez 1-et adva az $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ mátrixot kapjuk.

E mátrix inverze:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

A (3), (4) és (5) összefüggések alapján:

$$v = \frac{1}{(1,1)\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = 1.$$

$$X^* = \frac{(1,1)\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}{1} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$Y^* = \frac{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

adódik, tehát a már ismert optimális stratégiákat kaptuk.

Már említettük, hogy mátrix-játék esetében mind az A mind a B játékos általában több optimális X^*, ill. Y^* stratégia között választhat. Pontosabban szólva, mindkét játékos számára vagy csak egy-egy, vagy mindkettőjük számára végtelen sok optimális kevert stratégia létezik. Tegyük fel, hogy az A játékos tiszta stratégiáinak száma m. Ekkor A minden kevert stratégiája egy m dimenziós: $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ vektor, természetesen az optimális stratégiái is m-dimenziós $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*)$ vektorok, vagyis az m-dimenziós tér bizonyos pontjai.

Jelöljük A összes optimális stratégiáinak halmazát T_A-val. Be lehet bizonyítani, hogy T_A az m-dimenziós térnek konvex részhalmaza, amely *véges számú* ún. extrém pont* összes konvex lineáris kombinációja. Egy $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*)$ optimális stratégiát extrém optimális stratégiának nevezzük, ha X^* mint m-dimenziós vektor extrém pontja az összes optimális stratégiák T_A konvex halmazának.

* Akkor nevezünk egy $x \varepsilon T_A$ pontot a T_A halmaz extrém pontjának, ha nincs két olyan $x_1 \varepsilon T_A$ és $x_2 \varepsilon T_A$ pont hogy $x = \lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2$ $(0 \leq \lambda \leq 1)$.

Mint mondottuk, az extrém optimális stratégiák száma véges. Ha meg tudjuk határozni az A játékos számára az extrém optimális stratégiákat, akkor ezek minden lehető konvex lineáris kombinációját képezve megkapjuk valamennyi lehetséges optimális stratégiát, azaz a T_A halmazt. Ugyanez a helyzet a B játékos számára is.

2. tétel.

Ha X^* és Y^* extrém optimális stratégiák az A kifizetési mátrixú játékra és ha $v \neq 0$ akkor létezik az A-nak olyan négyzetes részmátrixa, hogy

$$v = \frac{1}{(e^T, B^{-1}e)} \tag{6}$$

$$X^* = \frac{e^T B^{-1}}{(e^T, B^{-1}e)} \tag{7}$$

$$Y^* = \frac{B^{-1}e}{(e^T, B^{-1}e)} \tag{8}$$

ahol B^{-1} a B mátrix inverze, e olyan vektor, amelynek minden összetevője 1, és összetevőinek száma (dimenziója) megegyezik a B^{-1} mátrix rendjével. Tételünk, amelynek bizonyítását itt nem adjuk, lényegében a (3), (4) és (5) összefüggések általánosítása, s módot ad arra, hogy mindkét játékos extrém-optimális stratégiáit meghatározzuk. Ehhez a tétel az alábbi rendszeres eljárást sugallja.

Megvizsgáljuk az A kifizetési mátrix összes B részmátrixait abból a szempontból, hogy létezik-e inverzük. (A vizsgálatot magával az A mátrixszal kezdjük.) Ha az inverz létezik, kiszámítjuk a v-t, X^*-t és Y^*-t a 2. tétel (3), (4) és (5) képletei segítségével. $\Sigma x_i^* = 1$ és $\Sigma y_j^* = 1$ automatikusan teljesülnek. Megtörténhet, hogy $x_i^* < 0$ vagy $y_j^* < 0$ valamely i-re. ill. j-re. Ha ez az eset forogna fenn, akkor a B-t elvetjük és újabb részmátrixot veszünk.

Ha az X^* és az Y^* minden komponense nemnegatív, az elhagyott soroknak és oszlopoknak megfelelő összetevők helyébe 0-t írunk. Az előbbi (3) és (4) összefüggésekből következik, hogy X^*-nak minden el nem hagyott oszloppal való skalárszorzata egyenlő v-vel. Előfordulhat azonban, hogy az X^*-nak valamely elhagyott oszloppal képezett skalárszorzata a v-nél nagyobb. Hasonlóan az Y^*-nak minden el nem hagyott sorral való skalárszorzata v-vel egyenlő, de lehetséges, hogy valamely elhagyott sorral való skalárszorzata kisebb mint v.

Mindezt ellenőrizni kell, s ha valamely skalárszorzat nem egyenlő V-vel, akkor a szóban forgó részmátrixot elvetjük és újabbat vizsgálunk. Ha viszont valamennyi skalárszorzat V-vel egyenlő, a fenti módon számított X^*, Y^* optimális extrém stratégiapár. Ilyen módon az összes extrém optimális stratégiák konvex burka adja az optimális stratégiák halmazát.

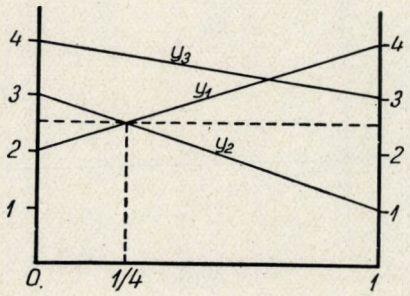
3. Geometriai módszerek játékok megoldására

Azok számára, akik szívesen gondolkodnak geometriai fogalmakban, hasznos lesz megmutatni az előzőkben megismertek geometriai interpretációját, s egyeben egy-két nem lebecsülendő grafikus módszert adni bizonyos játékok megoldására. Az itt ismertetett módszerek akkor alkalmazhatók, ha az egyik játékos tiszta stratégiáinak száma kettő, vagy ennyire redukálható.

Vizsgáljuk az alábbi kifizetési mátrixnak megfelelő játékot:

$$\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} B_1 & B_2 & B_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \end{array}$$

Mint látjuk az A-nak két, a B-nek három tiszta stratégiája van, Az A választhatja tiszta stratégiáinak valamelyikét vagy azok keverékét. Vizsgáljuk előbb a vegyes stratégiát (5. ábra).



5. ábra

Tegyük fel, hogy az A játékos x valószínűséggel használja az (1) stratégiát és $1 - x$ valószínűséggel a (2) stratégiát.

Ha B az 1. stratégiáját használja, akkor A nyereménye:

$$4x + 2(1 - x) = 2x + 2$$

Ha B a 2. stratégiát használja, az A nyereménye

$$x + 3(1 - x) = 3 - 2x$$

Ha a B a 3. stratégiát használja, A nyereménye

$$3x + 4(1 - x) = 4 - x$$

A (0,1) intervallum fölött megrajzoljuk az

$$y_1 = 2x + 2, \quad y_2 = 3 - 2x, \quad y_3 = 4 - x$$

egyeneseket.

Bármely x választásakor az A játékos az x-hez tartozó három ordináta közül legalább a minimumot kapja. Az A természetesen azt az x-et választja, amelyre ez a minimum maximális. Mint a 6. ábrából látható, ez azon a helyen teljesül, ahol az y_1 és y_2 egyenesek metszik egymást, vagyis ahol $y_1 = y_2$ azaz

$$2x + 2 = 3 - 2x$$

és ebből

$$x = \frac{1}{4}$$

A játék értéke:

$$2 \cdot \frac{1}{4} + 2 = 2\frac{1}{2}$$

A diagram azt is mutatja, hogy a B nem fogja használni a 3. stratégiát, mert az ennek megfelelő y_3 egyenes végig az y_2 egyenes fölött van, tehát B-nek feltétlenül többet kellene fizetnie, ha 3. stratégiáját használja, mintha a 2. stratégiáját vagy az 1. és 2. stratégiájának valamely keverékét.

Az A játékos optimális stratégiája tehát az, amelyben az 1. tiszta stratégiát $1/4$, a 2. tiszta stratégiát pedig $3/4$ valószínűséggel használja.

$$A: \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{4}, & \frac{3}{4} \end{pmatrix} \end{array}$$

Kérdés, hogy mi lesz a B optimális stratégiája? A B játékosnak három lehetséges stratégiája van. Feleltessük meg ezek mindegyikének a sík azon pontját, amelynek koordinátái rendre a mátrix megfelelő oszlopának elemei, azaz a $P_1(4, 2)$; $P_2(1, 3)$; $P_3(3, 4)$ pontokat. Ha B stratégiáinak valamely keverékét használja, akkor ennek a kevert stratégiának is egy pont felel meg. Tegyük fel, hogy B az egyes stratégiáit rendre p, q, r valószínűségekkel használja. ($p + q + r = 1$). Ekkor ennek a vegyes stratégiának a

$$P = pP_1 + qP_2 + rP_3$$

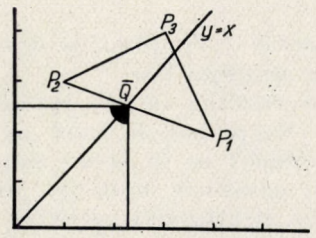
pont felel meg.

Ennek a $P(x, y)$ pontnak a koordinátái tehát:

$$x = p \cdot 4 + q \cdot 1 + r \cdot 3$$
$$y = p \cdot 2 + q \cdot 3 + r \cdot 4$$

vagyis a tiszta stratégiákat reprezentáló pontok megfelelő koordinátáinak súlyozott számtani középarányosai p, q, r súlyokkal.

Könnyű belátni, hogy az (x, y) pont a $P_1 P_2 P_3$ csúcspontú háromszög belsejébe (vagy határára) esik (6. ábra).



6. ábra

Tegyük fel, hogy adva van B kevert stratégiájának megfelelő $P(x, y)$ stratégia-pont. Az A játékos olyan stratégiát fog választani, amellyel a nyeresége a lehető legnagyobb. Ha A az első stratégiát választja, a nyereménye x, ha a máso-

dikat, akkor a nyereménye y lesz. Rajzoljuk meg ezek után az $y = x$ egyenest. Ha a $P(x, y)$ pont ezen egyenes alatt van, A az első stratégiát használja, ha fölötte, akkor a másodikat.

Ha a $P(x, y)$ pont éppen az $y = x$ egyenesen van, akkor A nyereménye ugyanannyi, akármelyik stratégiát használja.

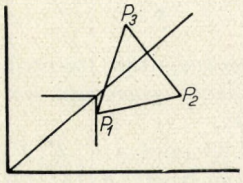
A B játékos a $P_1 P_2 P_3$ háromszögnek, az ő ún. *stratégiapoligonjának* azt a pontját fogja választani, amelynek nagyobbik koordinátája a legkisebb. Avégből, hogy ezt a pontot geometriailag megtaláljuk, képzeljünk el egy derékszöget, amelynek szárai párhuzamosak a koordinátatengelyekkel, de azok negatív irányba mutatnak, és toljuk el ezt a derékszöget az $y = x$ egyenes mentén mindaddig, amíg lesz egy közös pontja a $P_1 P_2 P_3$ háromszöggel. (Az ábrán a Q pont.)

Szembeötlő, hogyha az $y = x$ egyenes metszi a háromszöget, és a fent említett derékszög csúcspontja találkozik először a háromszöggel, akkor a B játékos optimális stratégiája az $y = x$ egyenes és a $P_1 P_2 P_3$ háromszögnek a koordinátarendszer kezdőpontjához legközelebbi metszéspontja lesz.

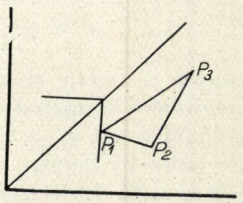
A fenti példában $Q = \frac{P_1 + P_2}{2}$, tehát ebben a játékban a játékos optimális stratégiája:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2}, & 0 \end{pmatrix}$$

Ha a derékszögnek valamelyik szára találkozik először B játékos stratégia-háromszögével, akkor ez csak úgy lehetséges, hogy a háromszög valamelyik csúcspontjával találkozik, mint a 7. és a 8. ábrákon is látható:



7. ábra



8. ábra

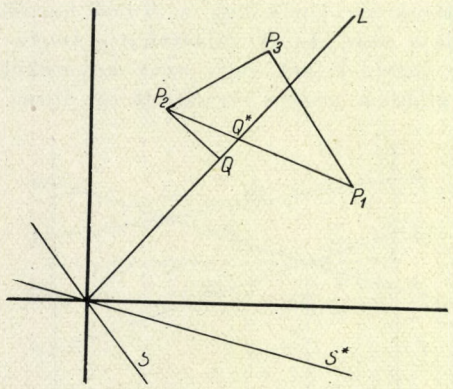
Ez utóbbi esetben a B optimális stratégiája valamelyik tiszta stratégia lesz.

Ezzel megtaláltuk a B játékos optimális stratégiáját. Megpróbáljuk most az ábrára felvinni A stratégiáit is, és olyan szerkesztést végezni, amely egyszerre mutatja mindkét játékos optimális stratégiáját. Jelöljük az A játékos tiszta stratégiáit A_1 és A_2-vel, és tegyük fel, hogy az A_1 stratégiáit p_1 az A_2 stratégiát p_2 valószínűséggel használja, ahol természetesen $p_1 + p_2 = 1$.

Ha B a $P(x_1, y_1)$ stratégiapontot használja, akkor az A játékos nyeresége $p_1 x_1 + p_2 x_2$ és most ennek a kifejezésnek alkalmas geometriai értelmét keressük. Rajzoljunk egy egyenest a kezdőponton keresztül, amelynek egyenlete $p_1 x + p_2 y = 0$ és nevezzük ezt az A játékos *stratégiavonalának* (9. ábra). Mivel mind a p_1 mind a p_2 nem negatív számok, a szóban forgó egyenes vagy megegyezik a koordináta tengelyek valamelyikével, vagy negatív irányhatározójú. Ha $p_1 = 1$, $p_2 = 0$, akkor az Y tengelyről van szó és $p_1 x_1 + p_2 y_1$ egyszerűen a $P(x_1, y_1)$ pont távolsága ettől a tengelytől, azaz a P pont abszcisszája. Ha $p_1 = 0$, $p_2 = 1$, akkor $p_1 x_1 + p_2 y_1$ a P pont ordinátája.

Húzzunk a P ponton át egy párhuzamost a $p_1 x + p_2 y = 0$ egyenessel, vagyis rajzoljuk meg azt az egyenest, amelynek egyenlete

$$p_1 x + p_2 y = p_1 x_1 + p_2 y_1$$



9. ábra

Ez az egyenes metszi az $y = x$, azaz L egyenest. Jelöljük a metszéspontot Q-val. E metszéspont abszcisszája és ordinátája egyaránt:

$$\frac{p_1 x_1 + p_2 y_1}{p_1 + p_2} = p_1 x_1 + p_2 y_1$$

tehát éppen az A nyereménye.

Vegyük ismét szemügyre az A stratégiavonalát: $p_1 x + p_2 y = 0$-t. B-nek módjában van olyan stratégiapontot választani, amelyen keresztül A stratégiavonalával párhuzamost húzva olyan metszéspontot kap az L egyenesen, amelynek abszcisszája (és egyben ugyanakkora ordinátája) a lehető legkisebb.

Az A nyilván olyan (S^*-gal jelölt) stratégiavonalat fog választani, amellyel ha a B párhuzamost húz stratégia-poligonjának $P(x_1 y_1)$ pontján keresztül, az L egyenessel való metszéspont abszcisszája (ordinátája) a lehető legnagyobb lesz. Példánkban A az S^* egyenes fogja választani. Mint láttuk B optimális stratégiája:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2}, & 0 \end{pmatrix}$$

A optimális stratégiáját könnyen megkapjuk a P_1 és P_2 ponton átmenő egyenes egyenletéből.

Csak ezen egyenes irányhatározójára van szükségünk. Minthogy

$$P_1 = (4, 2); \quad P_2 = (1, 3)$$

$$\frac{y-3}{x-1} = \frac{3-2}{1-4} = -\frac{1}{3},$$

$$y = -\frac{1}{3}(x-1) + 3 = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$$

vagyis

$$p_1 : p_2 = 1 : 3, \qquad p_1 = \frac{p_2}{3},$$

és $p_1 + p_2 = 1$-ből következik, hogy $p_2 = \frac{3}{4}$

$$p_1 = \frac{1}{4}.$$

Tehát A optimális stratégiája:

$$\begin{matrix} 1 & 2 \\ \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right) \end{matrix}$$

A játék értéke a Q pont abszcisszája (ordinátája):

$$2\frac{1}{2}$$

4. Közelítő módszer a játékok értékének kiszámítására

Nagy mátrixok esetén az előzőkben ismertetett számítási módszerek rendkívül munkaigényesek és hosszadalmasak. A következőkben egy olyan módszert ismertetünk, amelynek segítségével tetszőleges pontossággal lehet meghatározni a játék értékét. Ez a módszer az optimális stratégia meghatározására is igen alkalmas. Közelítő módszerünket egy példán mutatjuk be.

Legyen a játék nyereségmátrixa:

A számára:

	B_1	B_2	B_3
A_1	1	2	3
A_2	4	0	1
A_3	2	3	0

B számára:

	B_1	B_2	B_3
A_1	−1	−2	−3
A_2	−4	0	−1
A_3	−2	−3	0

Mint már többször hangsúlyoztuk, feltesszük, hogy a játékot többször egymásután játsszák. Most még azt is feltesszük, hogy sem A sem B nem ismeri a játékelméletet, így nem tudják matematikai úton meghatározni optimális stratégiájukat. Mint látni fogjuk, logikus okoskodás segítségével, lépésről-lépésre haladva, mégis meg fogják azt találni.

Tegyük fel, hogy az első játszmában A az A_1, B a B_1 stratégiát használja. A B játékos most felteszi, hogy A-nak a viselkedése a játék során nagyjából ugyanolyan lesz a jövőben mint amilyen a múltban volt, tehát a második játszmában is az A_1 stratégiát fogja választani. Ugyanígy gondolkodik A is, és azt teszi fel, hogy B ismét a B_1 stratégiát választja majd. Ez azonban nem egészen így fog történni. B úgy gondolkodik tovább, hogy ha A az A_1 stratégiát használja, akkor a nyereség B számára attól függően, hogy melyik stratégiájához folyamodik:

	B_1	B_2	B_3
B kap	−1	−2	−3

(ez azt jelenti, hogy B fizet A-nak 1, 2, 3 forintot).

B maximálni akarja a nyereségét, ezért valóban a B_1 stratégiát használja. Az A játékos viszont úgy okoskodik, ha B a B_1 stratégiát használja, akkor A nyeresége attól függően, hogy melyik stratégia mellett dönt:

	A_1	A_2	A_3
A kap	1	4	2

Mivel a saját nyereségét A maximálni akarja, az A_2 stratégiát fogja választani. A második játszma végén tehát A az A_1 stratégiát egyszer és az A_2 stratégiát is egyszer használta, a B játékos pedig kétszer használta a B_1-et.

Itt közbevetőleg el kell végezni egy költségvetést. B az alábbi táblázatot készíti el:

1. táblázat

Játszma	A játékos választásai	A B nyereségei, ha		
		B_3	B_2	B_3
1	A_1	−1	−2	−3
2	A_2	−4	0	−1
	Összesen:	−5	−2	−4

A B játékos ebből azt látja, hogy jobban járt volna, ha mindkét játszmában a B_2-t választotta volna, mert 5 forint helyett csak 2 forintot kellett volna fizetnie, ezért úgy dönt, hogy a harmadik játszmában a B_2-t választja.

Az a következő táblázatot készíti.

2. táblázat

Játszma	B játékos választásai	Az A nyereségei, ha		
		A_1	A_2	A_3
1	B_1	1	4	2
2	B_2	1	4	2
	Összesen:	2	8	4

Ennek alapján A úgy dönt, hogy ismét az A_2 stratégiát fogja választani.

A harmadik játszma után az alábbi táblázatot készíthetjük, amely most már mindkét játékos tevékenységét tükrözi:

3. táblázat

Játszma	A választásai	A összesített nyereségei			B választásai	B összesített nyereségei		
		A_1	A_2	A_3		B_1	B_2	B_3
1	A_1	1	4	2	B_1	−1	−2	−3
2	A_2	2	8	4	B_2	−5	−2	−4
3	A_3	4	8	7	B_3	−9	−2	−5

Mindkét játékos azt a stratégiát választja a továbbiakban, amelynek oszlopában a legnagyobb összesített nyereség áll.

Pl. az első nyolc játszma után a táblázat az alábbi képet mutatja:

4. táblázat

Játszma	A választásai	B választásai	A nyereségei			B nyereségei		
			A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3
1	A_1	B_1	1	4	2	−1	−2	−3
2	A_2	B_1	2	8	4	−5	−2	−4
3	A_2	B_2	4	8	7	−9	−2	−5
4	A_2	B_2	6	8	10	−13	−2	−6
5	A_3	B_2	8	8	13	−15	−5	−6
6	A_3	B_2	10	8	16	−17	−8	−6
7	A_3	B_3	13	9	16	−19	−11	−6
8	A_3	B_3	16	10	16	−21	−14	−6

Tisztázni kell, hogy olyankor, amikor az összesített nyeremény több oszlopban is ugyanaz, mi legyen a választás a következő játszmában. A fenti példában is előjön 16, 10, 16.

Állapodjunk meg abban, hogy ilyenkor a választás a kisebbik indexű stratégiára esik, vagyis A a 10. játszmában az A_1 stratégiát fogja választani. Ezzel minden esetben egyértelművé tettük a döntést. A 9—20 játszmákra a következő táblázat mutatja a játék menetét:

5. táblázat

Játszma	A választásai	B választásai	A nyereségei			B nyereségei		
			A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3
9	A_1	B_3	19	11	16	−22	−16	− 9
10	A_1	B_3	22	12	16	−23	−18	−12
11	A_1	B_3	25	13	16	−24	−20	−15
12	A_1	B_3	28	14	16	−25	−22	−18
13	A_1	B_3	31	15	16	−26	−24	−21
14	A_1	B_3	34	16	16	−27	−26	−24
15	A_1	B_3	37	17	16	−28	−28	−27
16	A_1	B_3	40	18	16	−29	−30	−30
17	A_1	B_1	41	22	18	−30	−32	−33
18	A_1	B_1	42	26	20	−31	−34	−36
19	A_1	B_1	43	30	22	−32	−36	−39
20	A_1	B_1	44	34	24	−33	−38	−42

Jelölje $\overline{V}_i$ minden i-re A összesített nyereségei közül a maximumot, V_i a B összesített nyereségei közül a minimumot.

A 4. és az 5. táblázatból

$$\begin{array}{llll} \overline{V}_1 = 4 & \overline{V}_6 = 16 & \overline{V}_{11} = 25 & \overline{V}_{16} = 40 \\ \overline{V}_2 = 8 & \overline{V}_7 = 16 & \overline{V}_{12} = 28 & \overline{V}_{17} = 41 \\ \overline{V}_3 = 8 & \overline{V}_8 = 16 & \overline{V}_{13} = 31 & \overline{V}_{18} = 42 \\ \overline{V}_4 = 10 & \overline{V}_9 = 19 & \overline{V}_{14} = 34 & \overline{V}_{19} = 43 \\ \overline{V}_5 = 13 & \overline{V}_{10} = 22 & \overline{V}_{15} = 34 & \overline{V}_{20} = 44 \\ V_1 = 1 & V_6 = 6 & V_{11} = 15 & V_{16} = 29 \\ V_2 = 2 & V_7 = 6 & V_{12} = 18 & V_{17} = 30 \\ V_3 = 2 & V_8 = 6 & V_{13} = 21 & V_{18} = 31 \\ V_4 = 2 & V_9 = 9 & V_{14} = 24 & V_{19} = 32 \\ V_5 = 5 & V_{10} = 12 & V_{15} = 27 & V_{20} = 33 \end{array}$$

Ki lehet mutatni, hogy tetszőleges mátrixjáték esetén fennáll

$$\frac{V_i}{i} \leq V \leq \frac{\overline{V}_i}{i}$$

akármekkora az i. Az is bebizonyítható, hogy V a $\frac{\overline{V}_i}{i}$ számokra a legnagyobb alsó, s ugyanakkor a $\frac{V_i}{i}$ számokra a legkisebb felső korlát.

A $\frac{V_i}{i}$ számok közül a legnagyobbat, a $\frac{\overline{V}_i}{i}$ számok közül pedig a legkisebbet választva, V-re az alábbi becslést nyerjük:

$$1{,}8125 = \frac{29}{16} = \frac{V_{16}}{16} \leq V \leq \frac{\overline{V}_8}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

V tényleges értéke 1,85, tehát már 20 játszma alapján jó közelítést kaptunk.

Összeszámlálva, hogy A, ill. B hányszor használta az egyes tiszta stratégiáit, az optimális stratégiák közelítéseként kapjuk, hogy

$$X_{20} = \left(\frac{11}{20}, \frac{3}{20}, \frac{4}{20}\right); \quad Y_{20} = \left(\frac{6}{20}, \frac{4}{20}, \frac{10}{20}\right).$$

Könnyen ki lehet számítani, hogy a tényleges optimális stratégiák:

$$X^* = \left(\frac{11}{20}, \frac{4}{20}, \frac{5}{20}\right); \quad Y^* = \left(\frac{8}{20}, \frac{7}{20}, \frac{5}{20}\right).$$

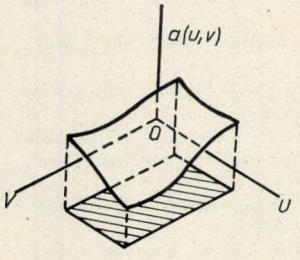
Ha a játékot tovább folytatnák és a táblázatot tovább is készítenénk, tetszőleges pontosságú közelítést érhetnénk el.

5. Néhány végtelen játék megoldása

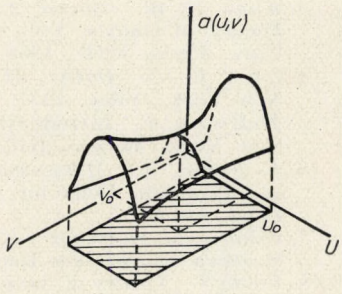
Az olyan játékot nevezzük végtelen játéknak, amelyben legalább az egyik játékos stratégiáinak halmaza végtelen halmaz. Az ilyen játékok általános megoldási módszere még nagyon kevéssé van kidolgozva. Ennek ellenére a gyakorlat számára érdekes lehet néhány speciális eset, amelynek aránylag egyszerű a megoldása.

Tegyük fel, hogy a játékot két ellenfél: A és B játssza, s mindkét játékos stratégiái nem megszámlálható végtelen halmazt alkotnak. Az A játékos egy stratégiája most egy folytonos változó u paraméter értékének, a B játékos egy stratégiája pedig az ugyancsak folytonosan változó v paraméter egy értékének felel meg. Ez esetben az $\| a_{ij} \|$ nyereségmátrix helyett egy $X = a(u, v)$ kétváltozós

függvény határozza meg. (Megjegyezzük, hogy magának a függvénynek nem kell feltétlenül folytonosnak lennie.) Nevezzük az $a\,(u, v)$ függvényt a továbbiakban nyereségfüggvénynek. Az $a\,(u, v)$ nyereségfüggvény az (u, v) argumentum értelmezési tartománya fölötti felülettel reprezentálható, mint azt pl. a 10. ábra mutatja.



10. ábra



11. ábra

A nyereségfüggvény analizálása hasonló módon történik, mint a kifizetési mátrixé.

Az A játékost az érdekli, hogy egy adott u stratégiája mellett legalább mennyi lesz a kifizetés, ha B a különböző v stratégiákat használja, azaz vizsgálja a $\min_v a\,(u, v)$ értékeket, keresi ezek maximumát u-ra.

Bevezetve az

$$\alpha = \max_u \min_v a\,(u, v) \qquad \text{(maximin)}$$

valamint a

$$\beta = \max_v \min_u a\,(u, v) \qquad \text{(minimax)}$$

jelöléseket, vizsgáljuk most azt az esetet, amikor $\alpha = \beta$. Mivel a játék értéke, mint az könnyen belátható, mindig α és β közé esik, tehát $\alpha = \beta$ esetében a játék értéke $v = \alpha = \beta$.

Az $\alpha = \beta$ egyenlőség geometriailag azt jelenti, hogy az $a\,(u, v)$ felületnek nyeregpontja van (11. ábra). vagyis létezik olyan (u_0, v_0) pont, ahol $a\,(u_0, v_0)$-nak v szerint minimuma, u szerint maximuma van, tehát

$$V = a\,(u_0, v_0)$$

A nyeregpont jelenléte hasonlóképpen, mint véges stratégiák esetében, most is azt jelenti, hogy a játéknak van megoldása a tiszta stratégiák körében, azaz u_0, ill. v_0 optimális stratégiák azaz az A, ill. a B játékos számára. Általános esetben $\alpha \neq \beta$ optimális stratégiák tehát csak a vegyes stratégiák halmazában találhatók. (Előfordul természetesen, hogy mindkét játékos számára nemcsak egyetlen optimális stratégia létezik.) Ezek után felvetődik a kérdés: mit értünk vegyes stratégián a végtelen játékok esetében. Amikor véges mátrix-játékokról van szó, akkor a vegyes stratégia bármelyik játékos számára az ő tiszta stratégiáinak halmazán értelmezett diszkrét valószínűség-eloszlást jelenti.

Hasonlóan áll a dolog a végtelen játékok alkalmával is. Tekintsük az u és v paramétereket valószínűségi változóknak. Ekkor vegyes stratégia az A és a B játékos számára egyaránt az u, ill. v valószínűségi változók egy-egy eloszlását jelenti. Ezeket az eloszlásokat megadhatjuk valamely $f_1\,(u)$ és $f_2\,(v)$ sűrűségfüggvények segítségével. Az eloszlások lehetnek diszkrétek is.

Arra az esetre, amikor a végtelen játéknak nincs nyeregpontja, ugyancsak szemléletes geometriai interpretáció adható a maximin-re és a minimax-ra. Vegyük szemügyre az $a\,(u, v)$ függvényt. Az u, ill. v stratégiák folytonosan kitöltik az (u_1, u_2), ill. (v_1, v_2) intervallumot, A maximin megtalálásához az $a\,(u, v)$ felületet vetíteni kell az UX síkra. Ekkor valamely síkbeli figurát kapunk amelyet két oldalról az $u = u_1$, ill. $u = u_2$ egyenesek, továbbá egy K_A alsó és egy K_B felső kontúr határolnak, mint az pl. a 12. ábrán látható.

Az alsó K_A kontúr pontjai a $\min_v a\,(u, v)$ értékeket reprezentálják. A K_A görbe u szerinti maximuma nyilván a maximin, azaz

$$\alpha = \max_u \min_v a\,(u, v)$$

Analóg módon szemléltethető a minimax, ha az $a\,(u, v)$ felületet VX síkra vetítjük és a K_B felső kontúr v szerinti minimumát keressük meg.

Nézzünk végül a végtelen játékokra egy elemi példát. Az A és a B játékosok mindegyikének nem megszámlálhatóan sok u, ill. v stratégiája van, ahol $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 1$. A nyereségfüggvény legyen

$$a\,(u, v) = (u - v)^2$$

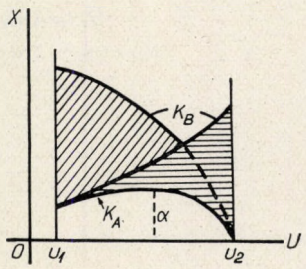
Keressük a játék megoldását. Az $a\,(u, v)$ felület parabolikus henger, amelynek nincs nyeregpontja.

Először a maximint állapítjuk meg:

$$\min_v a\,(u, v) = 0 \quad \text{minden } v\text{-re.}$$

innen $\alpha = \max_u \min_v a\,(u, v) = 0$

A következő lépésben a minimum meghatározása céljából keressük a $\max_u (u - v)^2$ értékét, rögzített v-re. Az adott esetben ez csak a $0 \leq u \leq 1$ intervallum valamelyik határán következhet be, tehát vagy az $u = 0$



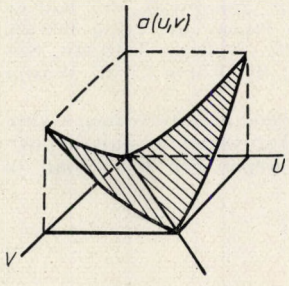
12. ábra

vagy az $u = 1$ mellett, mint ezt a 13. ábra is mutatja. Maga a $\max_u (u - v)^2 = v^2$ vagy $(1 - v)^2$ közül a nagyobbik. Vetítsük most az $a\,(u, v)$ felületet a VZ síkra, ekkor a 14 ábrán látható konfigurációt kapjuk:

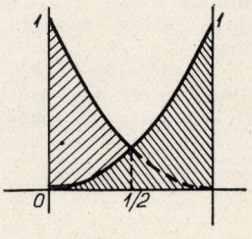
Nyilván $\max_u (u - v)^2 = v^2$ minimumát v szerint a $v = \frac{1}{2}$ helyen veszi fel; ugyanitt van az $(1 - v)^2$ kifejezésé is.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Tehát $\beta = \min_v \max_u (u - v)^2 = \frac{1}{4}$.



13. ábra



14. ábra

Példánkban a minimax egyben a játék értéke is. Az A játékos ugyanis a következő vegyes stratégiát használhatja:

$$S_A : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Ekkor a B játékosnak bármely v stratégiája mellett az A játékos nyeresége

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}(1-v)^2 .$$

Könnyű belátni, hogy minden $0 \leq v \leq 1$ értékre

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}(1-v)^2 \geq \frac{1}{4} .$$

A fenti S_A stratégia biztosítani tudja az A részére a legalább 1/4 nyereséget. Mivel a jték értéke nem lehet nagyobb, mint a minimax, a fenti S_A stratégia A számára optimális, vagyis $S_A = S_A^*$.

Hátra van még B optimális stratégiájának meghatározása. Nyilvánvaló, hogy amikor a játék értéke a minimax, akkor B optimális stratégiája egyetlen tiszta stratégia, amely biztosítja számára a minimumot; ez példánkban az $v_0 = \frac{1}{2}$ stratégia. Ha a B játékos ezt a stratégiát használja, A nyeresége nem lesz több, mint 1/4, ugyanis

$$\left(u - \frac{1}{2}\right)^2 = u(u-1) + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4} .$$

Reimann József
Budapesti Műszaki egyetem

IRODALOM

1. *Kalmár L.* : Zur Theorie der abstrakten Spiele. Acta Univ. Szegediensis. *4.* 1928—1929.
2. *Karlin, S.* : Mathematical Methods and Theory in Games, Programming and Economics. London, Pergamon, 1959.
3. *Kuhn, H. W.—Tucker, A. W.*: Contributions to the Theory of Games. Vols 1—4. Princeton, Princeton Univ. Press, 1950—1959.
4. *Luce, R. D.—Raiffa, H.* : Games and Decisions. New York, Wiley, 1957.
5. *McKinsey, J.* : Introduction to the Theory of Games. New York, McGraw-Hill, 1952.
6. *Neumann, J.—Morgenstern, O.* : Theory of Games and Economic Behavior, Princeton, Princeton Univ. Press, 1947.
7. Primenenie teorii igr v voennom dele — Szbornik. Moszkva, Szovetszkoe Radio, 1961.
8. *Vajda S.* : Theory of Games and Linear Prgoramming. New York, Wiley, 1957.
9. *Vencel', E. Sz.* : Elementü teorii igr. Moszkva, Fizmatgiz, 1961.
10. *Vorob'ev, N. N.* : Véges, kolacicómentes játékok, MTA MTA III. oszt. közl. *10.* 1960.
11. *Vorob'ev, N. N.* : Matricsnüe igrü. Moszkva, Fizmatgiz, 1961.
12. *Wald A.* : Statistical Decision Functions. New York, Wiley, 1959.
13. *Williams, J. D.* : The Compleat Strategyst. New York, McGraw-Hill, 1954.
14. *Zermelo, E.* : Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels. Cambrídge, Proceedings of the 5-th International Congress of Mathematiciens, *2.* 1912.

EGYESÜLETI ÉLET — HIREK

Az 1895. évi nyári fizikai tanfolyam

„Képezzük tudósokká középiskolai tanárainkat azért, hogy tanítani tudjanak", mondotta Eötvös Loránd egyik rektori beszédében. (Természettudományi Közlöny, 1892. 297. o.) Ennek a célnak szolgálatában szervezte meg miniszterségének idején, 1895-ben az első nyári továbbképző tanfolyamot a középiskolai fizikatanárok részére. A tanfolyam augusztus 22-én délelőtt kezdődött a Fizikai Intézetben, és szeptember 10-én fejeződött be.

Előadói Eötvös Loránd (1848—1919) mellett Frőhlich Izidor (1853—1931), Bartoniek Géza (1854—1930), Gruber Nándor (1858—1936), Kiss Károly (1858—1914) és Klupathy Jenő (1862—1931) voltak.

A tanfolyamon a következők vettek részt: Abrahám János, Besze Mihály, Baranyi Balázs, Bodola Lajos, Budaházy Tamás, Bulyovszky Sándor, Dietz Lajos, Félegyházi Antal, Gidró Bonifác, Jenei Pál, dr. Károly Irén, Krüger Viktor, Kerekes Dezső, dr. Láng István, Molnár József, Petry Gyula, dr. Szekeres Kálmán, Szigethy István, Szijártó Miklós, dr. Vörös Cirill, Winter József.

Az előadókat és a résztvevőket örökítette meg a címlapon közölt kép, amely egy Nagyváradon talált diapozitívkép nagyított másolata. A képen Eötvös jobbján ül Demeczky Mihály (1855—1920), Eötvös mögött áll Beke Manó (1862—1946), aki az 1895/96. iskolai évben került a Gyakorló Gimnáziumba Demeczky helyére. Eötvös balján Bartoinek és Gruber ülnek. Frőhlich a kép bal oldalán áll (balról a negyedik). A felvétel a Fizikai Intézet udvarán készült.

Az előadások tárgyáról nem sikerült adatokat szerezni, mert a ELTE természettudományi kara dékáni hivatalának közlése szerint (855—226/1964—65. sz.) az 1895. évi nyári fizikai tanfolyam adatai a háborús károk következtében megsemmisültek. A résztvevők névsorát közölték: Orsz. Középisk. Tanáregyesületi Közlöny, 1895/96. 82. és 127. o., továbbá a Pesti Hírlap és a Pesti Napló 1895. július 24-i száma; ez utóbbiban az előadók nevét is megtaláljuk. A két napilap szerint a tanfolyam célja az volt, hogy a középiskolai tanárok a fizika újabb eredményeit megismerjék.

Az első fizikai továbbképző tanfolyam 70. évfordulóján emlékezzünk Eötvös Loránd kultúrpolitikai érdemeire!

Balyi Károly
tanár, Szolnok

V. Magyar Elméleti Fizikai Iskola

Balatonkenese, 1966. január 3—14

Az immár hagyományos Elméleti Fizikai Nyári skola ezúttal télen került megrendezésre, a Veszprémi Vegyipari Egyetem üdülőjében. A Fizikai Társulat által rendezett iskola témája az „Elemi részek gyenge kölcsönhatása" volt.

Visszaforgatva egy kicsit az idő kerekét, képzeljük magunkat a több mint 30 szerencsés magyar fizikus helyébe, akik január 3-án reggel, az ismeretlen felfedezésének izgalmával megérkeztek a balatonkenesei vasútállomásra. Az ismeretlen ezúttal Balatonkenese és a Veszprémi Egyetem üdülője volt. Az előadások röviddel a megérkezés után megkezdődtek. Ezután majdnem két héten keresztül az előadótermet csak néha alakították át, rövid időre ebédlővé vagy társalgóvá, egyébként állandóan érdekes előadások és parázs viták színtere volt. Az előadásokon sorrakerült az elemi részecskék elméletének úgyszólván minden érdekes új vívmánya, módszere és óhaja. A tudománynak ez a területe ma minden bizonnyal igen sok érdekes és jelentős újat tartogat művelői számára, ezért érdemes az „iskolát járt" szemével röviden, csak néhány fontos vonást kiragadva végigtekinteni.

Az utóbbi néhány év kétségtelenül legjelentősebb vívmánya az elemirészfizika területén, hogy az egyre nagyobb számban megtalált részecskéket sikerült megnyugtató módon rendszerbe foglalni. Mondhatjuk azt, hogy megtaláltuk az atomok periódusos rendszerének megfelelő rendszert, amelybe az eddig ismert mintegy 200, többnyire rendkívül rövid élettartamú (kb. 10^{-20} sec!) részecske jól beleillik. Ez a rendszerezés (az ún. „nyolcas út") azon alapszik, hogy a részecskéknek vannak bizonyos családjai, amelyek tagjait egymás között felcserélgetve az elemirész folyamatok közül a leggyorsabbak, legintenzívebbek — az ún. nagyon erős kölcsönhatások — változatlanok (invariánsak) maradnak. Azt mondjuk, hogy a felcserélés a nagyon erős kölcsönhatások szimmetriája. A lehetséges elemirész családokat (a bennük levő részecskék számát és tulajdonságait) és a családokon belüli lehetséges felcseréléseket matematikailag az SU(3) *szimmetriacsoport* írja le. Az SU(3) csoport elemei a felcseréléseket adó *szimmetriatranszformációk*, a lehetséges részecskecsaládok [az „SU(3) multiplettek"] pedig az SU(3) szimmetria *ábrázolásai*. Az SU(3) rendszerezés igen nagy horderejű, ami például az egyes multiplettekből hiányzó „lyukak" (még fel nem fedezett részecskék) tulajdonságainak előrejóslásával bizonyosodott be. Az egyik leglátványosabb SU(3) siker kétségtelenül az Ω^- részecske megjóslása volt. Ennek a részecskének igen „különös" tulajdonságai vannak, csak nagyon speciális reakciókkal állítható elő, de ugyanakkor viszonylag hosszú élettartamú (10^{-10} s ami megfelel a jól ismert barionok élettartamának.)

Az SU(3) sikerei ellenére még számos megoldatlan kérdés van ezen a területen. Az egyik legmerészebb feltevés éppen *Gell-Mann*tól [az SU(3) elmélet egyik megalkotójától] származik. *Gell-Mann* feltételezte (1964), hogy minden erősen kölcsönható részecske 3 alapvető részecskéből, a proton-, neutron- és lambda-*kvark*ból: p', n', Λ', és a 3 antirészecskéből: $\tilde{p}'$, $\tilde{n}'$, $\tilde{\Lambda}'$ tevődik össze. A kvarkok az SU(3) legegyszerűbb, ún. *fundamentális ábrázolás*ában vannak (a fenti szóhasználattal élve 3 tagú családot: SU(3) triplettet alkotnak). A barionok (proton, neutron, Λ, Σ, Ξ stb.) 3 kvarkból állnak, a mezonok (pion, káon, η, ϱ stb.) egy kvarkból és egy antikvarkból épülnek fel. Ez maga után vonja, hogy a kvarkok különböző töltései törtszámú értékeket vesznek fel: a kvarkok *barionszáma* 1/3, elektromos töltése (elektrontöltés egységekben) a Λ' és n'-nek $-1/3$, a p'-nek 2/3, stb. Ha kvarkok valóban léteznek, akkor az bizonyos szempontból nagyon leegyszerűsíti az elméletet: újra van (és csak 3!) valóban *elemi* részecske, amelyből a nagyszámú, megfigyelt részecskeállapot felépül, ezen kívül az is érthető, hogy miért éppen az SU(3) az a szimmetriacsoport, ami a természetben megjelenik. A kvarkok felkutatására végzett kísérletek azonban mindmáig eredménytelenek maradtak. Nagyon valószínű, hogy ha egyáltalán léteznek kvarkok, akkor igen nagy a tömegük és eddig ezért nem sikerült még megtalálni őket. Ha ezeket a részecskéket valamikor mégis felfedeznék, akkor az elmélet eddigi egyik legvakmerőbb jóslata igazolódna be.

Az SU(3) elmélet másik megválaszolandó kérdése az, hogy a megtalált SU(3) multiplettek spin- és paritáskvantumszámaiban fellelhető törvényszerűséget felfedje. Ez azt jelenti, hogy kapcsolatot kell keresni az ún. belső- [SU(3)] szimmetria és a spint és paritást definiáló térbeli szimmetriák között. E célból, a Wigner-féle szupermultiplett elmélet analógiájára *Gürsey*, *Radicati* és *Sakita* az SU(3) szimmetria kibővítését javasolták (1964): bevezették az SU(6) szimmetriát. A különböző SU(6) multiplettek több SU(3) multiplettet tartalmaznak: így pl. a barionok egy 56 dimenziós SU(6) multiplettbe kerülnek, a mezonok egy 35 dimenziós SU(6) multiplettbe stb. Az SU(6) elméletben azonban még ma is számos problémára nincs megnyugtató megoldás. Elsősorban a Lorentz-invariancia kérdését kell tisztázni. Erre több próbálkozás van, pl. az SU(6,6) elmélet, az $SU(6)_W$ stb., amelyek helyességét további kutatásokkal kell eldönteni.

A részecskék rendszerezése terén tehát már jelentős sikerek születtek. Ez azonban nem feledteti, hogy jelenleg nem lehet kellő képpen megmagyarázni a törvényszerűségek okát, nem ismerjük azt a *dinamikai törvényt*, amely a már megismert rendszerességet létrehozza. Erős kölcsönhatásokról lévén szó, a térelmélet módszere (a perturbációszámítás), amely a kvantumelektrodinamikában olyan jól bevált, nem alkalmazható. Új módszerek után kell nézni: az új lehet matematikai természetű (leegyszerűsítve a dolgot: egy új egyenlet vagy megoldási módszer), vagy lehet egy új fizikai felismerés.

Az erős kölcsönhatások dinamikájának ismeretlen volta mellett a másik megoldatlan probléma a gyenge kölcsönhatások pontos, matematikai elmélete. Az ismert részecskebomlásoknak igen nagy hányada gyenge folyamat, mert az erős átmenetek olyan gyorsan játszódnak le, hogy szinte követhetetlenek. A gyenge bomlások olyankor kerülnek előtérbe, amikor az erős kölcsönhatásokban érvényes megmaradási törvények egy folyamatot megtiltanak. Mondhatjuk azt is, hogy az erős kölcsönhatások hozzák létre (termelik) a részecskéket, de azok elbontása a gyenge kölcsönhatásokra vár. (Természetesen ez a megfigyelt jelenségek egy bizonyos, eléggé önkényes felbontása. A valóságban a két dolog mindig együtt és egyszerre játszódik le, az erős és gyenge kölcsönhatás szétválasztása a természeti törvények analizálásának egy módja.) Aki tehát az elemi részek különböző bomlásfolyamatait akarja megmagyarázni, annak nagyon jól tisztában kell lennie a gyenge kölcsönhatások törvényszerűségeivel.

Az iskola felépítése ezeket az általános szempontokat követte. Tárgyalta a már jól ismert gyenge kölcsönhatási formákat: általában a *leptonos* folyamatok (μ-bomlás, neutronbomlás, atommagok β-bomlása), foglalkozott a nemrég megismert, újabb fajta gyenge kölcsönhatással (K° bomlás, CP sértés). Nagy súllyal szerepeltek a programban az erős kölcsönhatások elméletének új eredményei (rendszerezés: SU(3), (SU)6, SU(6,6), $SU(6)_W$, $U(6) \times U(6)$;kvarkok; egy új elképzelés: a spektrumalgebrák). Szóba kerültek az újabb próbálkozások, amelyek a *dinamikai* törvények jellegének megismerését tennék lehetővé [térelméleti jellegű meggodolások: CVC, PCAC; analitikus S-mátrix elméleti próbálkozás: oktett túltengés; a térelméleti és diszperziós módszereket felhasználó, sok újjal kecsegtető algebrai módszer: áramalgebrák]. Számos előadás foglalkozott ezen kívül bizonyos részecskecsaládokkal, azok tulajdonságaival, és a konkrét számolási módszerekkel.

Az iskola részletes programja a következő volt:

Január	3.	14—16^h	*Marx György*	Leptonos folyamatok
		16—18	*Nagy Károly*	Müonbomlás
	4.	8—10	*Nagy Tibor*	SU(3)
		10—12	*Montvay István*	Neutronbomlás
		16—18	*Nagy Tibor*	SU(3)
	5.	8—10	*Nagy Tibor*	SU(6)
		10—12	*Kuti Gyula*	Kvarkok
		16—18	*Marx György*	Mezonok természetrajza
	6.	8—10	*Nagy Tibor*	SU(6,6)
		10—12	*Kuti Gyula*	Kvarkok
		16—18	*Frenkel Andor*	Barionok természetrajza
	7.	8—10	*Nagy Tibor*	$SU(6)_w$
		10—12	*Marx György*	K° bomlás
		16—18	*Sebestyén Ákos*	Dalitz diagram
	8.	8—10	*Pócsik György*	CVC
		10—12	*Marx György*	K° bomlás
		16—18	*Györgyi Géza*	Spektrumalgebrák
	9.	8—10	*Kuti Gyula*	Oktett túltengés
		10—12	*Nagy Tibor*	U(6) × U(6)
	10.	8—9	*Frenkel Andor*	Nemleptonos bomlások
		9—10	*Marx György*	K° bomlás
		10—12	*Pócsik György*	PCAC
		16—18	*Kuti Gyula*	Oktett túltengés
	11.	8—10	*Surányi Péter*	Áramalgebrák
		10—12	*Pócsik György*	PCAC
		16—18	*Marx György*	CP sértés
	12.	8—10	*Surányi Péter*	Áramalgebrák
		10—12	*Kuti Gyula*	Bozonrezonanciák
		16—18	*Berényi Dénes*	Bétaspektroszkópia
	13.	8—10	*Surányi Péter*	Áramalgebrák
		10—12	*Berényi Dénes*	Bétaspektroszkópia
		16—18	*Nyiri Júlia*	Barion dekuplett
	14.	8—10	*Surányi Péter*	Áramalgebrák
		11—12	Konklúzió	

Megemlítjük még, hogy a rendezőbizottság kulturális különdíját *Nagy Tibor* nyerte el, a következő verssel:

Az Ω nem volt már fiatal,
Érezte, hogy nem él már soká,
Egy szerelme volt, csak érte bomlott
Egy karcsú anti-K.

M. I.

KÖNYVSZEMLE

SIMONYI KÁROLY: ELEKTRONFIZIKA

(Tankönyvkiadó, Budapest, 1965)

A szerző tankönyvírói erényei: a világos előadási mód, a jó didaktikai készséggel szerkesztet szemléltető ábrák, valamint a gyakorlati és elméleti vonatkozások arányának szerencsés megválasztása jól ismeretesek korábbi műveiből, amelyeket fizikusok és mérnökök, elméleti és gyakorlati érdeklődésű olvasók egyaránt haszonnal forgathattak. Ezek az adottságok különösen fontosak ennél a műnél, amelynek a címéből nem sok információt kap az olvasó a könyv tartalmáról, hiszen olyan ismeretanyagot dolgoz fel, mely végső soron — a fizikai és műszaki tudományok határterületén — szinte most kialakulófélben levő műszaki tudományágat ismertet. Örömmel üdvözöljük tehát ezt a munkát, mert a Műszaki Egyetemen folyó oktatás korszerűsítését szolgálja, nemzetközi szinten is többé-kevésbé az úttörő tankönyvek közé tartozik, és ily módon nagy nyeresége fejlődő tankönyvirodalmunknak.

A tartalomjegyzékből, ill. az előszóból megtudjuk, hogy ez a tankönyv végső soron a szerző „Villamosságtan II" (Akadémiai Kiadó, 1957) c. műve első részének alaposan átdolgozott és több érdekes résszel kiegészített második kiadása. Az *1. rész* töltött részecskék elektromágneses térben való mozgásával (relativisztikus és nem-relativisztikus mozgásegyenletek, és azok megoldása több fontos speciális esetben, elektronoptika, ionoptika, részecskegyorsító berendezések, a nagyfrekvenciás elektromos tér fontosabb tulajdonságai), a *2. rész* mikrorendszerek törvényszerűségeivel (Bohr-elmélet, hullámmechanika, atom- és molekulaszínképek, rádióspektroszkópia, a kvantummechanika általánosabb módszerei, perturbációszámítás, kvantummechanikai többtestprobléma, röviden az alapvető magfizikai ismeretek), a *3. rész* makrorendszerek statisztika elméletével (klasszikus és kvantumstatisztikák, gáztörvények, alapvető szilárd test fizikai ismeretek, ingadozási jelenségek, transzportjelenségek), a *4. rész* elektronok fémekből való kilépésének a problémájával (termikus és téremisszió, vákuumcsövekben lejátszódó jelenségek, ill. e berendezések alkalmazásai, szekundér emisszió, fotoeffektus), az *5. rész* a félvezetőkkel (alapvető elméleti ismeretek rétegdióda ill. -tranzisztor működési elve és alkalmazásai, fotoeffektusok), a *6. rész* gázokban lejátszódó elektromos (ill. „villamos") jelenségekkel (a töltéshordozók mozgása, gázkisülések a plazmafizika elemei) a *7. rész* az elektrodinamika anyagi állandóinak mikrofzikai értelmezésével, a *8. rész* az elektromágneses tér és töltött részecskék energetikai kölcsönhatásával (klisztron, haladóhullámú cső, magnetron, gyorsuló elektron sugárzása, Cserenkov-effektus), végül a *9. rész* kvantumelektronikával (spontán és indukált emisszió, maserek és laserek) foglalkozik. A tárgykör iránt érdeklődő műszaki és tudományegyetemi hallgatókon kívül, mérnököknek és fizikusoknak egyaránt ajánlhatjuk ezt a korszerű kiállításban megjelentetett, igen színvonalas és tanulságos tankönyvet.

A szerző előszavában kellően indokolja a könyv címének megválasztását, mégis ezt vitathatónak tartjuk, és kissé idegenkedünk tőle, ami szóra sem lenne érdemes, ha ez egyben nem a műszaki tudományok egy éppen napjainkban kibontakozó, új és fejlődőképes fejezetének a megjelölésére szolgálna. Nyilvánvaló, hogy az atom-, molekula-, szilárdtest és statisztikai fizikáról szóló önmagában is érdekes, de jelen esetben nem öncélú fejezetek részben a vákuumcsövekben lejátszódó jelenségekről, ill. a plazmafizikáról és a kvantumelektronikáról szóló fejezetek előkészítését szolgálják, a könyv többi fejezetei pedig az elektronika mikrofizikai alapjait taglalják. Ily módon nem lenne helyesebb, ha e témakör megjelölése inkább ezt a körülményt hangsúlyozná? Talán a „mikro- és (ill. vagy) kvantumelektronika" a „modern villamosságtan" e fontos témakörének szerencsésebb elnevezése lenne.

H. J.

M. ZEMPLÉN JOLÁN: A MAGYARORSZÁGI FIZIKA TÖRTÉNETE A XVIII. SZÁZADBAN

(Akadémiai Kiadó, Budapest 1964)

A XVIII. században Galilei és Newton fizikája egyre inkább háttérbe szorítja a kártézianizmust, ill. a többi próbálkozásokat, és megindulnak azok a kutatások, amelyek a mai értelemben vett fizika alapjait rakják le. Így van ez az egész világon, és a fizika hazánkban is — ahogyan a szerző találóan jegyzi meg — „szaktudománnyá" válik. Erre az időszakra esik a legendás hírű Hatvani István tevékenysége, ennek ellenére e korszak története nálunk még mindig inkább fizikai irodalomtörténet, mint fizikatörténet. A szerző hézagpótló munkájában hatalmas, javarészt ismeretlen, ill. feledésbe ment anyagot dolgozott fel, és ennek alapján — jelentéken levéltári anyag feldolgozásával — részletesen ismerteti a felső- és középiskolai jellegű fizikaoktatást a különböző oktatási intézményekben, a latin és magyar nyelvű tankönyvirodalmat, külön részletezve a szorosabb értelemben vett fizikai irodalmat, a fizikának a műszaki tudományokkal és a csillagászattal való kapcsolatát, valamint a mechanikán túlmenő, a fizika további speciális fejezeteivel foglalkozó, ill. ismeretterjesztő irodalmat.

Nem a szerzőnek róható fel, hogy e korszak hazai történetének a tanulmányozása valamelyest csalódást okoz, hiszen a történész feladata az objektív adatok feltárása, összeállítása és értékelése, amit a szerző igen színvonalas és olvasmányos formában tár az olvasó elé. Mégis sajnálattal vesszük tudomásul, hogy e korszakban hazánkban alig akad nemzetközi színvonalon működő fizikus, még „Hatvani professzorról" is oly kevés irodalmi adat áll rendelkezésünkre, és a külföldön működő Segner János, aki színes és a nemzetközi élvonalba tartozó kutatóegyéniség, alig gyakorolt hatást a hazai fizika fejlődésére. Bár remélhetnénk, hogy a történeti kutatások a jövőben még további részleteket tárnak fel! Mindazonáltal nem becsülendő le e provincionális jellegű évszázadunkban dolgozó lelkes fizikaoktatók tevékenysége sem, hiszen ők teremtették meg a hazai fizika XIX. évszázadban bekövetkezett fejlődésének kedvező feltételeit.

A könyv szép, és technikailag igen magas színvonalú kiállítása, valamint gazdag illusztrációs anyaga összhangban áll a szerzőnek e kötetben közzé tett igényes kutatómunkájával, ami művét fizikai irodalmunk maradandó értékű dokumentumgyűjteményévé teszi.

H. J.

OPTIKA

(Tankönyvkiadó, 1966, 230 oldal.)

Az egyetemi elméleti fizikai tankönyvek teljességéhez konvergáló sorozat újabb értékes művel gazdagodott: az elektromágneses fényelméletet bemutató könyv az optika című kollégium támaszául szolgál. A könyv korábban a Műszaki Kiadónál megjelent kék könyvek Elméleti Optika tartalomban gazdagabb, feldolgozásában elmélyültebb változata.

A könyv az elektromágneses tér elméletére alapozódik és Born klasszikus Optikájának jólbevált felépítését követi: Elektromágneses síkhullámok szigetelőben, vezetőben, kristályban. Törés és visszaverődés. Geometriai optika, mint a hullámoptika határesete. Interferencia. Fényelhajlás. A könyv kielégítő részletességgel tartalmazza az egyetemi tananyagot, sőt nem egy helyen túl is megy rajta, így az optikával hivatásszerűen foglalkozók is haszonnal forgathatják.

A könyv elsősorban klasszikus beállítottságú, az egyetemi oktatás gyakorlatához igazodva. A modern szemléletmódra való törekvés legdicséretreméltóbb jele az ugyan régi, de hangsúlyt korunkban kapott diszperziós összefüggések tárgyalása. Ha azonban egy új könyvvel, tankönyvvel és monográfiával gazdagodunk, amely a kötelező tananyagon túlmegy, nem tudjuk megállni, hogy el ne mondjuk: mit látnánk még szívesen a következő kiadásban.

Elsősorban a modern kutatások előterében álló problémát: a fény hullámoptikai mikrostrukturájának taglalását. (A természetes fehér fény sajátságai, fluktuációk, hosszútávú és nagyszögű koherencia, laser-sugárzás, a holográfia elemei mind klasszikus hullámoptikai jelenségek, és kedvet csinálhatnak a modern optikai kutatásokhoz, ha rendszeres egyetemi tanításuk még nem is valósult meg.) Másik hiányérzet, hogy a témakörben elért magyar eredmények, noha nemzetközi szempontból is jelentősek, még említést sem nagyon kaptak. (Gondolunk — időrendben — a Zemplén, Selényi, Novobátzky, Jánossy és tanítványai által elért érdekes eredményekre.) Természetesen teljességre itt nem lehet törekedni, de egy vagy két kiragadott témával a modern fizikai optika metodikáját szemléltetni lehetne. Ez napirendre tűzné az optikai tananyag részleges modernizálásának kikísérletezését.

Természetesen egy kis óraszámú kollégium tankönyve nem nőhet korlátlanul, helyet máshol kell megtakarítani. Gondolunk itt elsősorban a könyv első harmadára, ahol sok volna megtakarítható. (Nem hallgathatjuk el, hogy a könyv egy olyan mértékrendszert ismertet a szabványok által ajánlott és megkövetelt cm —g—s és MKSA rendszerek helyett, amelyet egyetlen élő fizikus nem használ, elvileg fenntartással fogadható és amelynek kihasználására az optikai fejezetekben nem kerül sor.) A fényelhajláson is lehetne rövidíteni, noha csak kismértékben.

Végül legyen szabad megemlíteni, hogy az elterjedt *dielektromos állandó* kifejezés helyett a IUPAP és az MNSZ egyaránt a *permittivitás* szót ajánlja.

A fenti megjegyzések nem kívánnak lényegbevágó kritikát jelenteni. A könyv bizonyára egyetemi hallgatóink, tanáraink és fizikusaink állandó kézikönyvévé válik majd, ezzé teszi tartalma, világosan érthető stílusa és az optika soha nem szűnő szépsége, aktualitása.

M. Gy.

FÖLD ÉS ÉG

(A TIT új csillagászati és földrajzi folyóirata)

A magyar csillagászoknak, köztük az amatőr csillagászoknak már volt sikeresen működő folyóiratuk. A Csillagászati Lapok a két világháború közt, a Csillagok Világa a negyvenes években sok barátra tett szert. Ezért indokolatlan volt az ötvenes évek hallgatása. A TIT égisze alatt most megindult 50%-ban csillagászati tárgyú közleményeket tartalmazó lap nem is annyira az amatőr csillagászok, hanem a laikus érdeklődők még szélesebb köréhez kíván szólni. Kulin György, az Uránia Bemutató Csillagvizsgáló igazgatója szerkeszti, kéthavonta jelenik meg, példányonként két ív terjedelemben, 4 forintos árban, a Fizikai Szemlét egy nagyságrenddel felülmúló példányszámban.

Az áprilisban napvilágot látott első szám tanúsága szerint a szerkesztőség az elevenséget, a frisseséget helyezte előtérbe, ami első számnál indokolt. Reméljük, hogy a következő számok fokozatosan haladnak a rendszeresebb ismeretközlés felé. Kiemeljük a szép, igényes nyomdatechnikai kiállítást, a gyönyörű képanyagot, amely az ismeretterjesztő folyóirat egyik vonzereje.

Szeretettel köszöntjük a rokonszakmában ismeretterjesztésre vállalkozó laptársunkat!

M. Gy.

Külföldön megrendelhető az alábbi címeken:
Orders can be placed with the following addresses:
Zu beziehen durch:
Veuillez adresser vos commandes à:
За границей заказы принимаются по следующим адресам:

ARGENTINA
Juan Horváth
Lavalle 361
Entre Piso 5
Buenos Aires

AUSTRALIA
A. Keesing
G.P.O. Box 4886
Sydney

BELGIQUE — BELGIE
Agence Messagerie de la Presse
14—22 Rue du Persil
Bruxelles
Du Monde Entier
5 Place St. Jean
Bruxelles

BRASIL
Livraria Bródy Ltda.
Caixa Postal 6366
Sao Paulo

BULGARIA
Direkzien REP
Sofia

CANADA
Forum Books
L. Iványi
140 Kipling Avenue,
North
Islington Ont.
Pannonia Books
2 Spadina Avenue
Toronto 4 Ont.
Progress Books
42—48 Stafford Street
Toronto 3, Ont.

CCCP
„Sojuspechatj" Import
Prospekt Mira, 112-a
Moskva

CESKOSLOVENSKO
PNS Praha
Vinohradska 46
Praha
PNS Bratislava
Leningradska 14
Bratislava
Magyar Kultúra
Vaclavske nam 2
Praha II

CHILE
Humanitas
Augustinas 972, Op.515-a
Santiago de Chile

CHINA
Waiwen Shudian
P.O.B. 88
Peking
Peking Post Office
Branch No 106

DANEMARK
Ejnar Munksgard
Hörregaden 6
Copenhagen K
Hunnia Books
Norrebrogade 18 B
Copenhagen N

DEUTSCHE DEMOKRATISCHE REPUBLIK
Zeitungsvertriebsamt
Clara Zetkin Strasse 62
Berlin N. W.

BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND
Griff Verlag
Sedanstrasse 14
München 8
Kubon und Sagner
Schliessfach 68
München 34
Kunst und Wissen
Erich Biebor
Wilhelmstrasse 4
Stuttgart N
W. E. Saarbach
Gertrudenstrasse 30
Köln

FRANCE
Agence Litteraire et Artistique Parisienne
7, Rue Debelleyme
Paris
Societé Balaton
12, Rue de la Grande Bateliére
Paris 9

GREAT BRITAIN
Collet's Holdings Ltd.
44—45, Museum Street
London, W.C.1.
Danubia Book Company
B. I. Iványi
11, Archer Street
London W. 1.
I. R. Maxwell and Co. Ltd.
4—5, Fitzroy Square
London, W. 1.

INDIA
National Book Agency Private Ltd.
12 Bankim Chatterjee Street
Calcutta 12

ITALIA
Libreria Rinascita
Via della Botteghe cure 2
Os *Roma*
Libreria Commissionaria Sansoni
Via Lamarmore 45
Firenze

ISRAEL
Alexander Fisher
Rh. Strauss 3
Jerusalem
Gondos Sándor
Herzl 16, Béth Hakranoth
P.O.B. 44515
Haifa
Hadash
P.O.B. 3319
Tel-Aviv
Haiflepac
P.O.B. 1794
Haifa
Lepac
20, Brenner St.
P.O.B. 1136
Tel-Aviv

JAPAN
Nauka Ltd.
Kanda Zinbocho 2
Chome Chiyoda-ku
Tokyo 2
Maruzen Company
6, Teri Nichome
Tokyo

JUGOSLAVIJA
Forum Novinsko Izdavacko
Vojvode Misica broj 1
Novi Sad

NEDERLAND
N. V. Martinus Nijhoff
Postfach 269
Den Haag
Meulenhoff and Co. N.V.
Boulingstraat 2
Amsterdam C.
Pegasus Boekhandel
Leidsestraat 25
Amsterdam
Swet
Keizersgracht 487
Amsterdam C

NORGE
Commermeyers Boghandel A/S
Karl Johasgatan 41
Oslo

ÖSTERREICH
Globus Buchvertrieb
Salzgriess 16
Wien I
Rudolf Novák
Köllnerhofgasse 4
Wien I

POLSKA
Bkwz „RUCH"
Ul. Wronia 23
Warszawa

ROMANIA
OSEP
Gara de Nord
Bucuresti
Oficiul Raionai
P.T.T.R.
Oradea

SUOMI — FINLAND
Akateeminen Kirjakauppa
Keskuskatu 2
Helsinki
Rautatiekirjakauppa Oy
Kampinkatu 2
Helsinki

SVERIGE
Nordiska Bokhandeln
Drottninggatan 7—9.
Stockholm
Sandbergs Bokhandel
Brahegatan 3
Stockholm 5
Wennergren Williams Ab
Nordonflychtsvägen 70
Stockholm

SCHWEIZ
AZED AG.
Postfach
Basel 2

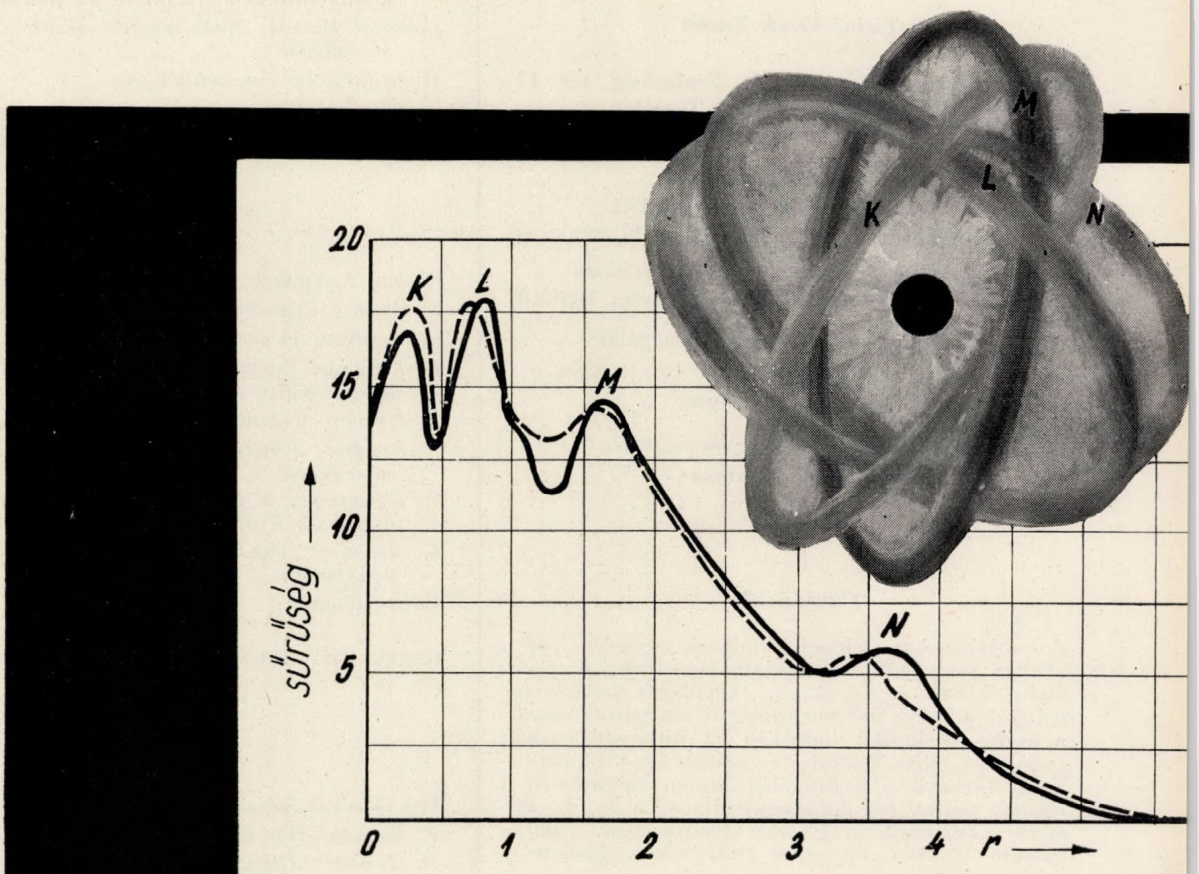
UNITED STATES OF AMERICA
Joseph Brownfield
15 Park Row
New York 38 N.Y.
Walter J. Johnson, Inc.
111 Fifth Avenue
New York 3, N.Y.
Stechert—Hafner, Inc.
31 East 10th Street
New York 3, N.Y.
Fam Book Service
69 Fifth Avenue
New York 3, N.Y.

URUGUAY
Library Szücs
Ituzaingo 1266
Montevideo

VENEZUELA
Luis Tarcsay
Calle Iglesia Edif.
Villoria Apto 21
Sabana Grande
Caracas

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



Tartalmunkból: Az atom statisztikus elmélet

1966/7

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.
Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

A rubidium-ion elektronfelhőjének sűrűsége, vízszintes tengelyen az r radiális koordináta a_0 első Bohr-rádiusz egységekben, függőleges tengelyen a $4\pi\varrho r^2$ radiális elektronsűrűség. A szaggatott vonal a hullámmechnikai sűrűséget, a kihúzott vonal pedig a Gombás, Ladányi és mások által tökéletesített statisztikus atommodell alapján számított sűrűséget tünteti fel. Jól szembetűnnek a K, L, M elektronhéjaknak megfelelő maximumok. (Lásd Szondy Tamás „Az atom statisztikus elmélete" című cikkét.)

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

A kézirat beérkezett 1966. III. 10.
Terjedelem: 4 (A/5) ív
Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62214
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

A Gombás iskola
Szondy Tamás: A statisztikus atommodell
Gombás Pál: Pszeudopotenciálok
Gáspár Rezső: Energiaösszefüggések a semleges atomok elméletében
Kisdi Dávid: A statisztikus magmodell
Kapuy Ede: Elektronkorreláció atomokban és molekulákban
Hoffmann Tibor: Kvantumkémia a fizikában, kémiában, biológiában és az iparban II
Ladányi Károly: Nem lineáris spinor egyenletek vizsgálata
Huszonötéves visszaemlékezés

EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK

СОДЕРЖАНИЕ

Школа Академика П. Гомбаша
Т. Сонди: Статистическая модель атома
П. Гомбаш: Псевдопотенциалы
Р. Гашпар: Энергетические соотношения в теории нейтральных атомов
Д. Кишди: Статистическая модель ядра
Э. Капуи: Электронная корреляция в атомах и молекулях
Т. Гоффманн: Квантовая химия в физике, химии, биологии и в промышленности Ч. II.
К. Ладаньи: Исследование нелинейных спинорных уравнений
Воспоминания

ИЗВЕСТНЯ — ИЗ ЖИЗНИ ФИЗИЧЕСКОСО ОБЩЕСТВА

INHALT

Die Gombás-Schule
T. Szondy: Das statistische Atommodell
P. Gombás: Pseudopotentiale
R. Gáspár: Energiebeziehungen in der Theorie der neutralen Atome
D. Kisdi: Das statistische Kernmodell
E. Kapuy: Elektronenkorrelation in Atomen und Molekülen
T. Hoffmann: Die Quantenchemie in der Physik, Chemie, Biologie und Industrie II
K. Ladányi: Die Untersuchung nichtlinearer Spinorgleichungen
Erinnerungen

NACHRICHTEN — AUS DEM VEREINSLEBEN

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 7. szám 1966. június

A Gombás-iskola

Tíz esztendővel ezelőtt alakult meg a Magyar Tudományos Akadémia Elméleti Fizikai Kutató Csoportja, hogy önálló keretet adjon a Gombás Pál által irányított elméleti atomfizikai kutatásoknak. A Gombás-iskola azonban az egyik legrégibb, legeredményesebb magyar tudományos műhely, több mint negyedszázados múltra tekinthet vissza, a magyar fizika újabb története, jelen állapota nem mondható el nélküle.

A kiindulás itt is, akár a fiatalabb Novobátzky-iskolánál, Ortvay Rudolf tanszéke a budapesti Tudományegyetemen. A modern elméleti atomfizikát Ortvay hozta Magyarországra, és annak első aktív művelői nálunk Neugebauer Tibor és Gombás Pál tanársegédek voltak. Gombást harmincévesen Szegedre nevezik ki professzornak, onnan került 1940-ben Kolozsvárra. Eközben már nemcsak önmaga végez eredményes kutatást, hanem tanítványaiból nevel kutatókat, munkatársakat. 1944-ben, Pogány Béla halálával átveszi egyik legnagyobb és legrégibb fizikai intézetünknek, a budapesti Műszaki Egyetem Fizikai Intézetének a vezetését. Ezt irányítja mind a mai napig, az 1955-ben megalakult Elméleti Fizikai Kutató Csoport vezetése mellett.

Gombás Pál tudományos működéséről nem lehet szólni, hogy a tanítványairól, munkatársairól szintén ne szólnánk. Talán a Gombás-iskola a legegységesebb arcú a magyar fizikai műhelyek között. A régebbi tanítványok, Fényes Imre, Gáspár Rezső, Hoffmann Tibor, Kónya Albert, Kozma Béla, Lukács József, Péter Gyula ma professzorok, igazgatók, osztályvezetők. Ennek az igényes munkán nevelődött gárdának köszönhető nagymértékben, hogy amikor a felszabadulás után a szocializmus útját választott népünk megkezdte a fizikai kutatás fokozott támogatását, hazai kibontakoztatását, volt kikre támaszkodni, honnan elindulni. Az új kutató-csoport lehetőségeit is kihasználva egy újabb nemzedék nő fel a Gombás-műhelyben: Hahn Emil, Kapuy Ede, Kisdi Dávid, Ladányi Károly, Szépfalussy Péter innen kandidálnak; azóta is folyamatosan nevelődik itt az elméleti fizikus-utánpótlás.

A Gombás-iskola kialakulása összeforrott az atomburok szerkezetének kvantummechanikára támaszkodó feltárásával. Több módszer kínálkozott e téren. Az egzaktabb, de csak nagy segédlettel és gépparkkal művelhető Hartree—Fock-módszer helyett Gombás az egyszerűbb statisztikus atommodelt választotta, amely Kolozsvár és Budapest korlátozott lehetőségei mellett is eredményesen művelhető. Kezében a statisztikus atommodell több évtizedes munkával a Hartree—Fock módszert szorosan megközelítő kutatási eszközzé finomult. A korrelációs energia, a Pauli elvet helyettesítő pszeudopotenciál, az inhomogenitási energia radiális korrekciója lépésről lépésre javította a statisztikus modellt, végül nem csupán az elektronfelhő sűrűségeloszlását, hanem annak energiáját is százalékos pontossággal előállította. A statisztikus modell egyszerűsége azonban leginkább széleskörű gyakorlati alkalmazhatóságában volt gyümölcsöző. Gombás és Kónya a főkvantumszám szerint csoportosított statisztikus atommodell alapján pontosan értelmezte a periódusos rendszer betöltési rendjét. Leírta a nagy nyomás alá helyezett anyag atomi elektronfelhőinek torzulásait. Gáspár, Kónya, Kapuy a molekuláris szerkezetet, Gombás, Hoffmann, Kónya, Ladányi a fémek szerkezetét írják le a statisztikus modellel és annak továbbfejlesztésével, végül Gombás, Szépfalussy és Kisdi az atommag statisztikus modelljének kiépítését kísérelték meg. A Gombás-iskolából hasznot merítettek a később meghonosodott kutatási témák: statisztikus mechanika, kvantumkémia, molekuláris biológia, szilárd anyag szerkezete, de még a nagyenergiájú fizika közelítő módszereinél is hasznos volt az alacsony energiákon begyakorlott közelítő módszerek ismerete.

Az eredményeket világszerte nem csupán a folyóiratokból ismerték meg, hanem a Gombás-iskolán kívül is sokan tanultak a Gombás-könyvekből. A kolozsvári szürke „Atomfizikai többtestprobléma" csakhamar a Birkhäuser-kiadta zöld monográfiává nőtt. A „Bevezetés az atomelméletbe" című könyvből a felszabadulás után

sokáig tanultuk a kvantummechanikát, mert annak egyetlen magyar tankönyve volt. A piros-Gombás, az „Atom statisztikus elmélete" klasszikus kézikönyvvé vált, magyarul, németül, oroszul, angolul forog sok kiadásban kézen világszerte. Most dolgozik szerzője új, átdolgozott változatán. Az eredmények megérdemelt elismerését jelentette, hogy a Handbuch der Physik új kiadásakor Gombást kérték fel az atom statisztikus elméletét bemutató rész megírására. Ilyen megtiszteltetés magyar fizikust Zemplén Győző óta nem ért.

Egy nemzet méltán lehet büszke nagy tudósaira, akik neve a világ tankönyveiben, szakfolyóirataiban szerepel, büszke tudományos intézeteket alapító, szervező egyéniségeire. Gombás Pált kétszer tüntették ki a Kossuth-díj aranyfokozatával, hosszú időn keresztül volt Akadémiánk alelnöke, Társulatunk elnöke, szerkeszti az Acta Physicát, szerkesztő bizottsági tag a Physics Lettersnél. De a nemzet életében legmaradandóbb és legmélyebb azok hatása, akik új kutatókat nevelnek, kutatási irányt jelölnek ki, ezáltal önmagukat megsokszorozva szolgálják a tudományt, és népünket. Ezért mutatjuk be jelen számunkban nemcsak a tízesztendős Elméleti Fizikai Kutató Csoportot, hanem a negyedszázados Gombás-iskolát is.

A statisztikus atommodell

A környezetünkben előforduló anyagok szinte teljes egészükben egymással kölcsönhatásban álló atommagokból és elektronokból épülnek fel. Nyilvánvaló, hogy ezeknek a rendszereknek a vizsgálata, tulajdonságaik előrelátása nagyon nagy fontossággal bír. Bár a kvantummechanika törvényei elvben alkalmasak ennek a feladatnak szinte minden gyakorlati igényt kielégítő pontosságú megoldására, alkalmazásuk a bonyolultabb rendszerek esetén rendkívüli matematikai nehézségekbe ütközik. Ez indokolja a kvantummechanikai egyenletek közelítő megoldására szolgáló módszerek nagy jelentőségét.

Az atomi rendszerek statisztikus elmélete a kvantummechanikai soktestprobléma közelítő módszereinek egyike. A statisztikus elmélet a kvantummechanika közelítő módszerei közül konceptuális és számítástechnikai egyszerűségével tűnik ki. Pontossága számos gyakorlati igényt kielégít, és különös erénye, hogy az igen sok — gyakorlatilag végtelen sok — részecskékből álló rendszerek esetén is egyszerűen kezelhető marad, holott a kvantummechanika legtöbb közelítő módszerénél a nehézségek a részecskeszám növekedtével rohamosan nőnek.

A statisztikus elmélet alapját az a felismerés alkotja, hogy az atomok, molekulák, kristályok és hasonló, röviden atomi rendszereknek nevezhető rendszerek elektronjai abszolút zérus fokon vagy annak közvetlen környezetében levő, elektromos töltéssel bíró Fermi-gáznak tekinthetők. Az egyes elektronok a nyugalomban levő, vagy az elektronokhoz viszonyítva igen lassan mozgó atommagok és a többi elektron elektrosztatikus potenciálterében mozognak úgy, hogy alapállapotú rendszer esetén a rendszer energiája a lehető legmélyebb legyen. (Bár történtek kezdeményezések a statisztikus elmélet gerjesztett rendszerekre történő alkalmazására, ez a probléma még nem tekinthető minden szempontból megnyugtatóan megoldottnak, és ezért a továbbiakban figyelmünket a gyakorlati szempontból is kiemelkedő fontosságú, alapállapotban levő rendszerekre összpontosítjuk.)

A statisztikus elmélet elnevezés tulajdonképpen a kvantummechanikai soktestprobléma közelítő módszereinek népes családját foglalja magában, melynek közös alapja a Thomas—Fermi modell. A statisztikus elmélet bármely, a Thomas—Fermi modellnél magasabb közelítést nyújtó alakjának megismeréséhez a Thomas—Fermi-modell nyújtja a legjobb alapot, és ezért mi is először a Thomas—Fermi-modell alapjait ismertetjük.

A statisztikus modellek mindegyikében, így a Thomas—Fermi-modellben is elsőnek a rendszer E energiáját állítjuk elő a rendszer ϱ elektronsűrűségének — némely modell esetén bizonyos elektroncsoportok ϱ_i elektronsűrűségeinek —funkcionálja alakjában. Ezután a ϱ elektronsűrűséget abból a feltételből határozzuk meg, hogy a rendszer energiája a lehető legmélyebb legyen. Eközben természetesen gondoskodni kell arról, hogy a ϱ elektronsűrűség kielégítse az

$$\int \varrho(\mathfrak{r})dv = N \qquad (1)$$

összefüggést, ahol N a rendszer elektronjainak száma és $\mathfrak{r}$ a helyvektort jelöli.

A Thomas—Fermi modell energiakifejezésének levezetése céljából fel kell tételeznünk, hogy a rendszer elektronjai az atommagok és az elektronok kiátlagolt elektrosztatikus potenciálterében mozognak. Az átlagolás úgy értendő, hogy feltételezzük, hogy a $\varrho(\mathfrak{r})$ sűrűségű elektrongázban mozgó elektronra a

$$V_e(\mathfrak{r}) = -e\int \frac{\varrho(\mathfrak{r}')}{|\mathfrak{r}' - \mathfrak{r}|}\,\mathrm{d}v' \qquad (2)$$

potenciál hat, ahol e a pozitív elemi töltést jelöli. Ez a közelítés két elhanyagolást tartalmaz: nem vesszük figyelembe, hogy a kiszemelt elektron önmagára nem gyakorol elektrosztatikus hatást, és nem vesszük figyelembe, hogy a kiszemelt elektron

körül a többi elektron tartózkodási valószínűsége határozott minimumot mutat, azaz elhanyagoljuk a cserélődési és korrelációs effektusokat.

Ahhoz, hogy a Thomas—Fermi-modell energiakifejezéséhez jussunk, további lépésként a rendszer elektronfelhőjét gondolatban választalakkal olyan térfogatelemekre bontjuk, melyek elég kicsinyek ahhoz, hogy bennük a potenciál már jó közelítéssel konstansnak legyen tekinthető, de mindegyik térfogatban még sok elektron tartózkodjék. A sok elektront tartalmazó atomi rendszerek térfogatának jelentős hányadában ez a két feltétel szimultán jól teljesíthető, de bizonyos tartományokban (mint pl. a magok közvetlen közelében) nem. Ezek a tartományok azonban számos gyakorlati fontosságú szempontból kis jelentőségűek és ezért a modell használhatóságát csak kis mértékben csökkentik.

Az egyes térfogatelemekben levő elektronokat ezután abszolút zérus hőmérsékleten levő elektrongáznak tekintjük. A konstans potenciáltérben mozgó sok elektronból álló elektrongáz kvantummechanikai vizsgálata alapján egyszerűen belátható, hogy a gáz $E^{(kin)}$ kinetikus energiája az elektronsűrűség $^5/_3$-ik hatványának integráljával arányos

$$E^{(kin)} = \varkappa_k \int \varrho^{5/3}(\mathfrak{r})\, \mathrm{d}v\,. \tag{3}$$

Itt az elektron tömegétől függő univerzális állandó számértéke: 2,871 $\hbar^2/m_0$ és az integrál a vizsgált térfogatra terjesztendő ki. Az egész rendszer elektronjainak kinetikus energiáját úgy kapjuk meg, ha az egyes térfogatok járulékait összegezzük, ami egyértelmű azzal, hogy (3)-ban az integrálást az egész térre kiterjesztjük. A Thomas—Fermi-modellben tehát az elektronok teljes energiáját az alábbi három tag összegével közelítjük:

$$E = \varkappa_k \int \varrho^{5/3}(\mathfrak{r})\, \mathrm{d}v + \int \varrho(\mathfrak{r})\, V_m(\mathfrak{r})\, e\, \mathrm{d}v + \\ + \frac{1}{2} \int \varrho(\mathfrak{r})\, V_e(\mathfrak{r})\, e\, \mathrm{d}v\,. \tag{4}$$

Itt V_m a magoktól származó potenciált jelöli, a jobboldal harmadik tagjában szereplő 1/2-es faktort pedig azért kellett bevezetnünk, hogy elkerüljük az elektronok kölcsönhatásának kétszer történő számbavételét.

Mint említettük, a (4) energiakifejezés segítségével a vizsgált rendszer elektronsűrűségére egyszerűen tudunk közelítést nyerni. Az így kapott közelítések általában — a magokhoz igen közel eső és a magoktól igen távol fekvő térrészek kivételével — a hullámmechanikai úton számított elektronsűrűségeknek igen jó középértékét adják. Anélkül, hogy részletekbe bocsátkoznánk megemlítjük, hogy nem jelent nehézséget a (4) energiakifejezés olyan bővítése sem, hogy az az elektronok cserélődési és korrelációs energiáját is jó közelítésben magában foglalja.

Jó tulajdonságai ellenére is van a Thomas—Fermi-modellnek egy olyan hiányossága, amely elsősorban kémiai problémák tárgyalásánál nehézségeket okoz. Ismeretes ugyanis, hogy a kémiai elemek számos, kémiai viselkedésük szempontjából döntő fontosságú sajátsága (pl. az ionizációs energia) a rendszám növekedtével többé-kevésbé periodikusan változik míg a Thomas—Fermi-modell ezen sajátságokra csupán egy, a hullámhegyeket és völgyeket átvágó monoton változó középértéket szolgáltat. Hasonló módon keni el a Thomas—Fermi-modell az atomok elektronsűrűségében jelentkező jellegzetes maximumokat és minimumokat azaz az elektronburok héjszerkezetét is.

Az elmondottak alapján világos hogy nagy gyakorlati jelentősége van egy olyan statisztikus atommodell kidolgozásának, amelyik az atomoknak az elektronburok finomszerkezetéből fakadó sajátságáról is számot tud adni, és ugyanakkor megőrzi a statisztikus modellek konceptuális és számítástechnikai egyszerűségét is.

A kérdés eddig ismert legjobb megoldását Gombás Pál és Ladányi Károly találta meg. Az általuk kidolgozott statisztikus modell az atomok és ionok sok, kémiai szempontból fontos egyedi sajátságára a tapasztalattal nem csupán kvalitatív de kvantitatív igényeket is kielégítő közelítést tud adni. Bár a modell részletes kidolgozása atomok esetére történt meg, molekulákra és más bonyolultabb rendszerekre történő alkalmazása sem elvi sem leküzdhetetlen gyakorlati nehézségekbe nem ütközik.

A modell alapgondolatát az alábbiakban lehet összefoglalni.

Hartree—Fock-közelítésben minden elektronállapothoz egy számot, az ún. főkvantumszámot lehet hozzárendelni. A főkvantumszám az elektron állapotot leíró egy-elektron hullámfüggvény csomósíkjainak számával van szoros kapcsolatban és első közelítésben az elektronállapothoz tartozó egyelektron energiát határozza meg. A Hartree—Fock-számítások analíziséből kiderül, hogy az azonos főkvantumszámhoz tartozó egy-elektron sűrűségek lefutása csak kis mértékben tér el egymástól. Ezért ésszerű egy statisztikus modell keretében az azonos főkvantumszámú elektronokat egy csoportba összefogni. Az azonos főkvantumszámú elektronok alkotnak egy elektronhéjat és az atom teljes elektronsűrűsége az egymással kölcsönhatásban álló héjak járulékaiból adódik

$$\varrho(\mathfrak{r}) = \sum_{n=1}^{n\,\max} \varrho_n(\mathfrak{r})\,, \tag{5}$$

ahol $\varrho_n(\mathfrak{r})$ jelöli az n főkvantumszámhoz tartozó héj elektronsűrűségét.

Az azonos héjba tartozó elektronok viselkedését a statisztikus elmélet alapján számoljuk. Az egyes héjak közötti kölcsönhatás a legegyszerűbb esetben két tagból tevődik össze. Az egyik tag az elektronok jól ismert elektrosztatikus kölcsönhatása. A másik tag a különböző csoportok elektronjai között ható nem-klasszikus taszítás következménye, amely megakadályozza hogy az elektronok már betöltött, a Pauli-elv következtében tiltott kvantumállapotokba kerüljenek.

Ennek a nem-klasszikus taszításnak a figyelembe vételére jól bevált egy Gombás által a statisztikus elméletből levezetett kifejezés.

Az így nyert, és röviden az elektronok főkvantumszám szerinti csoportosításával bővített statisztikus atommodellnek nevezett modell tovább finomítható az elektronok cserélődési és korrelációs energiájának figyelembevételével. Az eddig végzett vizsgálatok arra utalnak, hogy ezek a korrekciók a modellel elérhető közelítést tovább javítják. A modellel számított elektronsűrűségek jól elkülönülő maximumokat és minimumokat mutatnak és igen jól egyeznek a hullámmechanikai elektronsűrűségekkel. (Címképünk a Rb^+ ionra végzett számítás eredményét tünteti fel.) Hasonlóan jól egyezés tapasztalható számos egyéb fizikai tulajdonság, pl. az energiák esetében is.

Szondy Tamás
MTA Elméleti Fizikai Kutató Csoport

Pszeudopotenciálok

Atomok elméleti úton való tárgyalása, az atomban levő elektronok energianívóinak és az elektronok térbeli eloszlásának meghatározása csak a modern atomelmélet, a kvantummechanika alapján vált lehetségessé. De a kvantummechanika alapegyenlete az ún. Schrödinger-egyenlet, melynek megoldása az atom viselkedéséről és tulajdonságairól számot ad, csak a legegyszerűbb atom, a hidrogén atom esetében volt egzaktul megoldható, az összes többi atom esetében, ahol az elektronok száma egynél több, az alapegyenletnek csak közelítő megoldását lehetett megadni. Ez általában így van a kvantummechanikában; az atomfizikai többtestprobléma megoldása csak közelítő eljárásokkal sikerül. A közelítő eljárásoknak szerepe éppen ezért a kvantummechanikában igen nagy. Jó ill. eredményes közelítő eljárásnak kidolgozása, azonos a kérdéses atomfizikai probléma mai ismereteink alapján történő megoldásával. Atomok tárgyalására szolgáló közelítő módszerek az ún. self-consistent-field-módszer, a variációs módszer és a statisztikus módszer.

A self-consistent-field-módszerben az atom sajátfüggvényét egy-elektron sajátfüggvényekből építjük fel. A módszernek két közelítését ismerjük. Az egyik a Hartree-módszer, melynél az egyes elektronokat egymástól függetleneknek tekintjük, vagyis az atom sajátfüggvényét az egyes elektronok sajátfüggvényeinek egyszerű szorzatával állítjuk elő. A másik közelítés a Fock-módszer, melynél a Pauli-elvet az atom sajátfüggvényébe eleve beépítjük, miáltal a módszer a Hartree-módszerhez képest lényegesen komplikáltabbá válik.

Igen hatásos a variációs módszer, különösen könnyű atomok esetében. Nehéz atomokra azonban ez a módszer a nagyszámú sajátfüggvény ortogonalizálása miatt nem alkalmazható, mert matematikai nehézségek lépnek fel.

Végül röviden megemlítjük a statisztikus módszert. Ennél a módszernél az elektronokat statisztikusan, globálisan kezeljük, minek következtében az elektronok és így az atomok egyedi tulajdonságai elmosódnak. A módszer természeténél fogva elsősorban nehéz atomokra alkalmazható és az előző kettőhöz képest lényegesen durvább közelítést ad, felépítésében és alkalmazásaiban viszont rendkívül egyszerű.

Jóllehet az említett közelítő módszerek több elektronnal rendelkező atomok hullámmechanikai alapproblémáját nagyon leegyszerűsítik, a hullámmechanikai közelítő módszerek, a self-consistent field-módszer és a variációs módszer különösen nehéz atomokra való alkalmazásaikban még mindig annyira bonyolultak, hogy további egyszerűsítésük igen kívánatos. Ilyen irányban jelentenek egyszerűsítést az ún. pszeudopotenciálok úgy, mint a kicserélődési potenciál, a korrelációs potenciál és a Pauli-féle betöltési tilalmat helyettesítő potenciál. A pszeudopotenciálok potenciálszerű kifejezések, melyekkel az ún. hullámmechanikai kicserélődési kölcsönhatást, a korrelációs kölcsönhatást és a Pauli-féle betöltési tilalmat igen leegyszerűsített módon, de mint a számítások eredményei mutatják, többnyire igen jó közelítésben helyettesíteni lehet. Vegyük sorra ezeket a pszeudopotenciálokat.

Hogy a kicserélődési potenciál szerepét megvilágíthassuk, előbb az ún. kicserélődési kölcsönhatással kell röviden foglalkoznunk. Ez tipikusan hullámmechanikai kölcsönhatás, mely egy bizonyos közelítés esetén lép fel. Lényege a következő. Ha az atom sajátfüggvényét Ψ-t az egyes elektronok sajátfüggvényeiből $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_N$-ből építjük fel, akkor az N elektront tartalmazó atom sajátfüggvénye első közelítésben a következő szorzattal állítható elő:

$$\Psi(1, 2, 3, \ldots, N) = \psi_1(1)\,\psi_2(2)\,\psi_3(3)\ldots\psi_N(N), \quad (1)$$

ahol az argumentumokban álló számok az egyes elektronok koordinátái és spinjei helyett állnak. Minthogy az elektronok egyenlőek, ugyancsak megoldást kapunk, ha két elektront, pl. az 1 és 2 elektront egymással felcseréljük, aminek a következő sajátfüggvény felel meg:

$$\Psi(2, 1, 3, \ldots, N) = \psi_1(2)\,\psi_2(1)\,\psi_3(3)\ldots\psi_N(N), \quad (2)$$

amely éppen úgy megoldás mint a fentebbi. További argumentumcserével összesen $N!$ megoldást lehet előállítani, melyek mind egyenlő létjogosultsággal rendelkeznek. Ennek az $N!$ megoldásnak a lineárkombinációjából kell felépíteni az atom sajátfüggvényét, mégpedig a Pauli-elv szerint oly módon, hogy az az elektronok felcse-

rélésével szemben antiszimmetrikus legyen. Annak következtében, hogy az atom teljes sajátfüggvénye az elektronok felcserélésével nyert megoldások lineárkombinációja, az atom energiájában a klasszikus elméletben ismeretlen új tagok lépnek fel, melyeket, minthogy a fentebb említett elektronkicserélődés következményei, kicserélődési tagoknak nevezünk. Mivel részecskék, jelen esetben elektronok, energiája általában a köztük ható kölcsönhatásból származik, beszélünk kicserélődési kölcsönhatásról, anélkül azonban, hogy ehhez bármilyen szemléletes képet fűznénk.

A kicserélődési kölcsönhatás, pontosabban a belőle származó tagok az alapegyenletekben, az ún. Fock-egyenletekben igen bonyolult szerkezetűek. Ezek okozzák elsősorban azokat a matematikai nehézségeket, amelyek ezen egyenletek megoldásánál fellépnek. Éppen ezért fontos ezen tagoknak jó közelítő egyszerűbb kifejezéssel való helyettesítése. Atomok valenciaelektronjaira vonatkozóan a statisztikus elmélet alapján még a 40-es évek elején[1] sikerült kimutatni, hogy a kicserélődési kölcsönhatás potenciállal helyettesíthető, amelynek alakja a következő

$$V_a^{\mu} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} e\,\varrho^{1/3}, \tag{3}$$

ahol e a pozitív elemi töltés, ϱ pedig annak az ionnak az elektronsűrűsége, mely keletkezik, ha az atomból a valenciaelektront leválasztjuk. Ez a kifejezés rendkívül leegyszerűsíti a kicserélődési kölcsönhatásból adódó tagokat, mert ez az egyszerű kifejezés helyettesíti a kicserélődési kölcsönhatást a Fock-egyenletekben az elektrosztatikus potenciál mellett járulékos potenciál gyanánt. De e nagy egyszerűsödés mellett van hátránya is ennek az eljárásnak, mert az eredmények pontossága az általános Fock-egyenletek megoldásához képest csökken.

Később Slater az atom elektronjaira vonatkozóan átlagban érvényes ún. általos kicserélődési potenciált adott meg,[2] melynek alakja a következő

$$V_a^{m} = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} e\,\varrho^{1/3}, \tag{4}$$

ahol ϱ helyébe az atom teljes elektronsűrűségét szokás írni. Ez a Slater-féle átlagpotenciál tehát teljesen hasonló (3)-hoz és attól csak egy 3/2-es faktorban különbözik.

A kicserélődési potenciáloknak létezik egy egzaktabb hullámmechanikai alakja is, de ez eléggé bonyolult és ezért nem igen talált alkalmazásra.

A kicserélődési potenciálok kapcsán a kicserélődési kölcsönhatásnak ill. energiának igen szemléletes értelmezését lehet adni. Eszerint azon elektronok, amelyek között kicserélődési kölcsönhatás működik (parallel spinű elektronok), nem mozognak egymástól függetlenül, hanem igyekeznek egymástól lehetőleg távol tartózkodni, mintha közöttük taszító erő működne. Ennek a taszításnak azonban semmi köze az elektronok között működő elektrosztatikus taszításhoz, hanem annak következménye, hogy a Pauli elv szerint az atom sajátfüggvényét a fentebb említett $N!$ sajátfüggvény antiszimmetrikus lineárkombinációjaként kell előállítani. A kicserélődési energia ennek alapján ezen nem klasszikus eredetű taszításnak a következménye.

Ezek után térjünk rá a korrelációs potenciálra ill. a korrelációra. Mint említettük, parallel spinű elektronok a kicserélődési kölcsönhatás következményeként igyekeznek egymástól lehetőleg távol tartózkodni. Ha az elektrosztatikus taszítást is figyelembe vesszük, akkor az elektronok e taszítás következményeként függetlenül a spinek irányától szintén igyekeznek egymástól lehetőleg távol elhelyezkedni. Tehát az elektronok a közöttük működő elektrosztatikus taszítás következményeképpen sem mozognak egymástól függetlenül. Ezt nevezzük korrelációnak. A korreláció elsősorban antiparallel spinű elektronok között érezteti a hatását, parallel spinű elektronok esetében alig van szerepe, mert ott a kicserélődési kölcsönhatás dominál, melyet a korreláció csak igen kis mértékben módosít.

Egy atom korrelációs energiájának nagyságáról fogalmat alkothatunk, ha az atom energiáját kiszámítjuk Fock szerint és ezt az energiát összehasonlítjuk az atom empirikus energiájával. A Fock-féle energia mindig nagyobb mint az empirikus, a kettő közti differencia magasabb rendű kicsi tagoktól eltekintve a korrelációs energiával egyenlő. Ez a He-atom esetében 1 eV nagyságrendű.

A korrelációs kölcsönhatást is helyettesíteni lehet közelítőleg pszeudopotenciállal, melynek alakja, ha az atom elektronjai átlagos korrelációs kölcsönhatását akarjuk leírni, a következő[3]:

$$V_k^{m} = \frac{2\beta_1}{\varrho^{1/3} + \beta_2}\varrho^{1/3} + 2\gamma_1 \ln\left(1 + \gamma_2 \varrho^{1/3}\right); \tag{5}$$

a β_1, β_2, γ_1 és γ_2 a következő állandók:

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= 0{,}0357_0\,\frac{e}{a_0}, & \beta_2 &= 0{,}0562_5\,\frac{1}{a_0}, \\ \gamma_1 &= 0{,}0311_0\,\frac{e}{a_0}, & \gamma_2 &= 2{,}39\,a_0 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

ahol a_0 az első Bohr-féle H-rádiusz.

A legmagasabb állapotban levő elektronra vonatkozóan is levezethetünk egy pszeudopotenciált,[4] melyet V_k^{μ}-vel jelölünk. Ez V_k^{m}-ből a következőképpen nyerhető

$$V_k^{\mu} = \frac{1}{2}V_k^{m} + \frac{1}{6}\varrho^{1/3}\frac{\partial V_k^{m}}{\partial(\varrho^{1/3})}. \tag{7}$$

A korrelációs kölcsönhatásnak pszeudopotenciálokkal való helyettesítése természetesen durva közelítést jelent, de e potenciáloknak ennek ellenére megvan a jelentőségük, ha figyelembe vesszük, hogy a korrelációra vonatkozó számítások mennyire bonyolultak és nehéz atomokra

éppen ezért egzakt számításokat még nem lehetett végezni.

Végül rátérünk a Pauli-féle betöltési tilalmat helyettesítő potenciálra. A Pauli-féle betöltési tilalom teljesen betöltött kvantumállapotokra vonatkozik és elektronok esetében úgy szól, hogy két egymáshoz képest antiparallel spinű elektronnal betöltött kvantumállapotba (mely ebben az esetben teljesen betöltött kvantumállapotnak felel meg) még egy elektron nem léphet. Ez az elv az alapja pl. annak a ténynek, hogy az elektronok atomok esetén nem esnek le mind az energetikailag legmélyebb kvantumállapotba, hanem a betöltési elvnek megfelelően a legmélyebb kvantumállapottól kezdődően magasabb energiájú kvantumállapotok felé haladva szukcesszíven töltik be a kvantumállapotokat. Így pl. a K-atom legkülső elektronja, az ún. valenciaelektron a 4s-állapotban foglal helyet, mert a mélyebb kvantumállapotokat, az 1s-, 2s-, 2p-, 3s-, 3p-kvantumállapotot, a K atom belső 18 elektronja teljesen betölti, tehát a valenciaelektron a legmélyebb szabad energiaállapotban, a 4s-állapotban, foglal helyet.

Ki lehet mutatni,[5] hogy a betöltési tilalmat taszító potenciállal lehet helyettesíteni, aminek nemcsak gyakorlati, hanem elvi jelentősége is van. E potenciálnak, mely a statisztikus elmélet alapján vezethető le, két alakja ismeretes. Ezek egy valenciaelektronra vonatkozóan magasabb rendű kicsi tagoktól eltekintve a következők[6]:

$$G_l = -\frac{\pi^2}{8(2l+1)^2} e a_0 D_l^2 - \frac{1}{8} e a_0 \frac{1}{r^2}, \quad (8)$$

és

$$F_l = -\frac{1}{2}(3\pi^2)^{2/3} e a_0 (\varrho^{2/3} - \varrho_0^{2/3}),$$

ahol D_l a valenciaelektronnak az atomról való leválasztása után visszamaradó ionban az l mellékkvantumszámú elektronok radiális sűrűsége, r a magtól való távolság, ϱ az ion összes elektronjainak sűrűsége, ϱ_0 pedig az ion azon elektronjainak sűrűsége, melyek energiája kisebb mint ε_l, ahol ε_l $l = 0, 1, 2, \ldots$ esetében rendre az 1s-, 2p-, 3d-, ... kvantumállapotok energiája.

E potenciálok alkalmazásával energianívók számítása atomokban és kristályokban nagyon leegyszerűsödik, mert ezek figyelembe vételével a Pauli-féle betöltési tilalom, vagyis a valenciaelektron sajátfüggvényének a mélyebb állapotok sajátfüggvényeire való ortogonalizálása elesik, ami igen nagyfokú egyszerűsödést jelent. Az alkalmazások atomokra és kristályokra a tapasztalattal igen jól egyező eredményeket adnak, ami mutatja, hogy a G_l és F_l potenciálokkal nyert közelítés jó.

Hogy a betöltési tilalmat helyettesítő potenciálnak két egymástól különböző alakja létezik, melyek mindegyike helyesen írja le a tapasztalatot, nem jelent ellentmondást, hanem csak azt jelenti, hogy a Schrödinger-egyenletnek különböző potenciálok esetén lehetnek praktice azonos sajátértékei és sajátfüggvényei.

E potenciálok alapján lehetségessé vált igen szemléletes és egyszerű fémelméletnek a kidolgozása,[7] mely az alkáli fémek és földalkáliák sok tulajdonságáról tisztán elméleti úton, empirikus vagy félempirikus paraméterek nélkül, tud számot adni.

A betöltési tilalmat helyettesítő potenciáloknak a hullámmechanikában operátorok felelnek meg. Alakjuk lényegesen komplikáltabb, mint az itt tárgyalt betöltési tilalmat helyettesítő statisztikus potenciáloké, minek következtében alkalmazásuk is jóval komplikáltabb, mint a statisztikus potenciáloké.

Gombás Pál

Műszaki Egyetem Fizikai Intézete,
MTA Elméleti Fizikai Kutatócsoport,
Budapest

IRODALOM

1. *Gombás P.:* Zs. f. Phys. **119,** 318 (1942). Továbbá *Gáspár R.* Acta Phys. Hung. **3,** 263 (1954).
2. *J. C. Slater:* Phys. Rev. **81,** 385 (1951).
3. *Gombás P.*, Acta Phys. Hung. **13,** 233 (1961); Fortschritte d. Physik **13,** 137 (1965).
4. *Gombás P.:* Fortschritte d. Physik **13,** 137 (1965).
5. Az errevonatkozó irodalom a következő helyen található *Gombás P.:* Handb. d. Physik **36/2,** 108 old., Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1956.
6. *Gombás P.:* Acta Phys. Hung. **1,** 285 (1952); Zs. f. Phys. **118,** 164 (1941).
7. Errevonatkozó összefoglalás és irodalom a következő helyen található *Gombás P.*, Die statistische Theorie d. Atoms u. ihre Anwendungen, 299 old., Springer, Wien, 1949.

Energia összefüggések a semleges atomok elméletében

A semleges atomok szerkezetére vonatkozó kutatások ujabban igen nagy lendülettel folynak [1]. Clementi a "selfconsistent field módszerrel meghatározta a $Z = 36$ rendszámig a semleges atomok szerkezetét. Ezeknek a vizsgálatoknak a teljes energiára E-re nyert eredményeit foglaltuk össze az 1. ábrában, ahol a $\log(-E)$ mennyiséget látjuk a rendszám logaritmusának függvényében. Ugyanezen az ábrán láthatjuk az $\eta = E/Z^{2.4}$ mennyiség logaritmusát is, ami meglepően függetlennek látszik a rendszámtól. Ebben a dolgozatban meg akarjuk mutatni, hogy, igen egyszerű megfontolások alapján számot tudunk adni a teljes energiának erről a meglepő viselkedéséről.

Az asszimptotikus hullámfüggvény és energia

Legyen a semleges atom rendszáma Z, elektron száma $N = Z$ és Hamilton operátora

$$\mathbf{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{i=1}^{N}\Delta_i - \sum_{i=1}^{N}\frac{Ze^2}{r_i} + \sum_{i>j=1}^{N}\frac{e^2}{r_{ij}}, \qquad (1)$$

ahol Δ_i a Laplace-operátor, r_i a mag–elektron távolság és r_{ij} az elektronok kölcsönös távolsága; $\hbar$ a Planck állandó 2π-vel osztva; m az elektron tömege és e a töltése. A mag együttmozgásától valamint minden relativisztikus hatástól eltekinthetünk.

A Schrödinger-egyenlet

$$\mathbf{H}\,\Psi = E\,\Psi \qquad (2)$$

sajátfüggvénye Ψ és saját értéke E. Kíváncsiak vagyunk ezeknek nagy rendszámnál való viselkedésére. E célból vezessük be a $\varrho_i = Z\,\mathbf{r}_i$ és $\varrho_{ij} = Z\,\mathbf{r}_{ij}$ új változókat, melyekkel a (2) sajátértékprobléma a következő alakban írható

$$\mathbf{H}_\varrho\,\Psi(\varrho) = \left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{i=1}^{N}\Delta_{i\varrho} - \sum_{i=1}^{N}\frac{e^2}{\varrho_i} + \frac{1}{Z}\sum_{i>j=1}^{N}\frac{e^2}{\varrho_{ij}}\right\}\Psi(\varrho) = \qquad (3)$$

$$= \left\{\sum_{i=1}^{N}\mathbf{H}_{\varrho i} + \frac{1}{Z}v\right\}\Psi(\varrho) = E_\varrho\,\Psi(\varrho),$$

ahol

$$E_\varrho = E/Z^2 \qquad (4)$$

és

$$\mathbf{H}_{\varrho i} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{i\varrho} - \frac{e^2}{\varrho_i} \qquad (5)$$

a hidrogén-probléma Hamilton operátora és

$$v = \sum_{i>j=1}^{N}\frac{e^2}{\varrho_{ij}} \qquad (6)$$

a perturbációs operátor Z-szerese.

A (3) egyenlet azt teszi valószínűvé, hogy az elektron elektron kölcsönhatási tag jelentősége a rendszám növekedésével csökken. Fejtsük erre való tekintettel a hullám függvényt és energiát sorba [2]:

$$E_\varrho = \sum_{i=0}^{\infty}\varepsilon_i(1/Z)^i \qquad (7)$$

és

$$\Psi(\varrho) = \sum_{i=0}^{\infty}\psi_i(1/Z)^i\,. \qquad (8)$$

A (7) és (8) sorokat a (3) összefüggésbe helyettesítve és az egyforma nagyságrendű tagokat összegyűjtve kapjuk:

$$\sum_{i=1}^{N}\mathbf{H}_{\varrho i}\,\psi_0 = \varepsilon_0\,\psi_0\,, \qquad (9,a)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\mathbf{H}_{\varrho i}\,\psi_1 + v\,\psi_0 = \varepsilon_1\,\psi_0 + \varepsilon_0\psi_1\,, \qquad (9,b)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\mathbf{H}_{\varrho i}\,\psi_2 + v\,\psi_1 = \varepsilon_2\,\psi_0 + \varepsilon_1\,\psi_1 + \varepsilon_0\,\psi_2\,. \qquad (9,c)$$

. . . . . .

Ezekből az egyenletekből a

$$<\psi_i\,|\,\psi_k\,|> = 0 \qquad i \neq k \qquad (10)$$

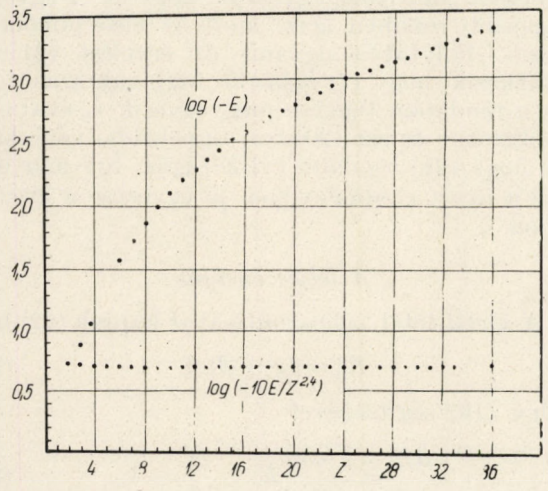
és $<\psi_0\,|\,\psi_0> = 1$ feltevés segítségével azonnal nyerjük, hogy

$$\varepsilon_1 = <\psi_0\,|\,v\,|\,\psi_0> \qquad (11,a)$$

$$\varepsilon_2 = <\psi_0\,|\,v\,|\,\psi_1>, \qquad (11,b)$$

ahonnan nyilvánvaló (10)-re való tekintettel, hogy $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_1$. (9a) azonnal megoldható

$$\varepsilon_0 = \sum_\alpha \varepsilon_{0\alpha}\,q_\alpha \quad \text{és} \quad \varepsilon_{0\alpha} = -(1/2)(1/n_\alpha^2)(e^2/a_0)\,, \qquad (12)$$



1. ábra. Semleges atomok teljes energiája E és $\eta = E/Z^{2.4}$ a Clementi által végzett Hartree Fock számítások szerint. Az energiát atomi egységben adtuk meg

ahol $a_0 = \hbar^2/me^2$ a hidrogén sugár és n_α a $2n_\alpha^2$-szeresen degenerált hidrogén pálya főkvantumszáma; q_α az n_α főkvantumszámú pálya betöltési száma, amit előre adottnak veszünk.

ψ_0 a (12)-ben betöltött hidrogén pályákból képezett determináns illetve ilyenek lineáris kombinációja. A lineáris kombinációk úgy képzendők, hogy a H-val felcserélhető operátoroknak is sajátfüggvénye legyen ψ_0. Az $\varepsilon_{0\alpha}$ értékek degeneráltságára való tekintettel ez nem változtat ε_0 értékén.

Első közelítésként szorítkozzunk a (7) sorfejtés első tagjára. Ha $q_\alpha - k$ az ún. „anomális" betöltési számok, akkor ez jól közelíthető a

$$\varepsilon_0 = \gamma Z^\beta, \tag{13}$$

kifejezéssel, ahol $\beta = 0{,}3969 \sim 0{,}4$ jó átlagértéket ad a Z összes értékére. Jobb közelítést kapunk, ha csak a $10 \leq Z \leq 100$ közre szorítkozunk, mikor is $\beta' = 0{,}379$.

Elektron—elektron és az elektron—mag kölcsönhatási energia

Az atom teljes energiája a Hamilton operátor (1) alakjára való tekintettel a következő alakba írható

$$E = E_k + E_p^n + E_p^e, \tag{14}$$

ahol E_k a kinetikus energia; E_p^n az elektron—mag kölcsönhatási energia és E_p^e az elektron—elektron kölcsönhatási energia. A (2) Schrödinger egyenlet megoldásaival a fenti energiarészek eleget tesznek [3] a viriál tételnek

$$E = -E_k = \frac{1}{2}\{E_p^n + E_p^e\}. \tag{15}$$

A Hellmann—Feynman tétel [4] szerint pedig

$$\left(\frac{\partial E}{\partial Z}\right)_{N=\text{const.}} = \frac{1}{Z} E_p^n. \tag{16}$$

A két tételt egyesítve kapjuk, hogy

$$E_p^e = 2E - Z\left(\frac{\partial E}{\partial Z}\right)_{N=\text{const.}}. \tag{17}$$

Semleges atomokra

$$\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}Z}\right)_{\frac{N}{Z}=1} = \left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_{Z=\text{const.}} \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}Z} + \left(\frac{\partial E}{\partial Z}\right)_{N=\text{const.}} = \left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_{Z=\text{const.}} + \left(\frac{\partial E}{\partial Z}\right)_{N=\text{const.}}. \tag{18}$$

A fenti kifejezésben $(\partial E/\partial N)_{Z=\text{const.}}$ egy fluktuáló, de a rendszámmal nagy átlagban csökkenő függvénye Z-nek. Ez a derivált az első ionizációs energia és az elektron affinitás középértékével becsülhető felül. Ez a mennyiség kisebb mint 10 eV. A második derivált $(\partial E/\partial Z)_{N=\text{const.}}$ viselkedése abból ítélhető meg, hogy a rendszám változása minden elektron energiájára s így a legbelsőkre is kihat. Ez a tag így jóval nagyobb az előzőnél és a rendszámmal is erősen nő. Ezek a megfontolások lehetővé teszik, hogy (18) jobb oldalán semleges atomokra az első tagot elhanyagoljuk

$$\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}Z}\right)_{\frac{N}{Z}=1} \cong \left(\frac{\partial E}{\partial Z}\right)_{N=\text{const}}. \tag{19}$$

Ennek és a (17) összefüggésnek a felhasználásával kapjuk, hogy

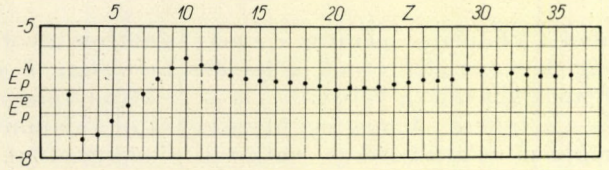
$$\frac{E_p^e}{E} = -Z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Z}\left\{\log\left(\frac{-E}{Z^2}\right)\right\}\frac{N}{Z} = 1. \tag{20}$$

A (13) összefüggés felhasználásával kapjuk ebből, hogy első közelítésben

$$\frac{E_p^e}{E} = -\beta = \text{const} \tag{21}$$

és ezzel a viriál tételt felhasználva

$$\frac{E_p^n}{E_p^e} = -\frac{2+\beta}{\beta} = \begin{cases} -6.039 \sim -6, & \text{ha } \beta = 0.3969 \sim 0.4 \\ -6.277 \quad\;\; , & \text{ha } \beta' = 0.379 \end{cases}. \tag{22}$$



2. ábra. Az elektron—mag és elektron—elektron kölcsönhatás hányadosa a Clementi által végzett Hartree Fock számítások szerint. [5]

A 2. ábrán láthatjuk az E_p^n/E_p^e mennyiséget, melyet Fraga [5] határozott meg a Hartree—Fock módszerrel Clementi számításai alapján. Az elemi elmélet és Hartree—Fock módszerrel meghatározott értékek egyezése igen jó és növekvő rendszámmal egyre jobb. Megjegyezzük, hogy ez az egyezés magasabb rendben igaz, mint az első pillanatra látszik. Folytatva ugyanis az érvelést (21)-ből következik, hogy (7) második tagjának azaz ε_1/Z-nek a rendszám függése megyegyezik ε_0-éval első közelítésben és ezt (20)-ban figyelembe véve kapjuk, hogy (21) legalább $0(1/Z^2)$ igaz. Így már érthető a nyert eredmény igen jó egyezése a kísérletekkel.

A teljes energia

A viriál-tétel felhasználásával kapjuk (22)-ből:

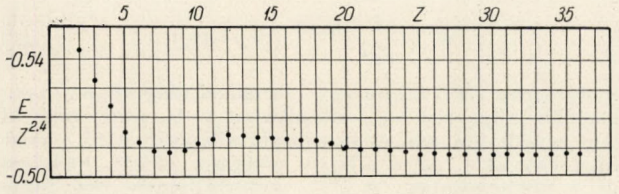
$$E_p^n = (2+\beta)E \tag{23}$$

és így (16) segítségével

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}Z} = \frac{2+\beta}{Z}E, \quad \frac{N}{Z} = 1, \tag{24}$$

azaz

$$E = \gamma Z^{2+\beta} \tag{25}$$



3. ábra. $\eta = E/Z^{2.4}$ a Clementi által végzett Hartree-Fock számítások szerint

és ez az összefüggés is magas közelítésben igaz. Az 1. ábrán jól látható, hogy (25) jól teljesül. A 3. ábrán nagyobb léptékben is bemutatjuk ezt a Hartee—Fock számításokkal meghatározott E energiákra. Egy későbbi dolgozatban szándékozunk foglalkozni ennek az összefüggésnek a hullámfüggvény számításokban való felhasználásával.

IRODALOM

1. *E. Clementi:* IBM Journal of Research and Development **9,** 2, 1965; és Tables of Atomic Functions, az első dolgozathoz kiadott kiegészítő füzet.
2. Lásd pl. A. Dalgarno és A. L. Stewart, Proc. Roy. Soc., **238,** 269, 1957.
3. Lásd pl. J. C. Slater J. Chem. Phys., **1,** 687, 1933 és W. J. Carr, Phys. Rev., **106,** 414, 1957.
4. *H. Hellmann:* Einführung in die Quantenchemie, F. Deuticke, Leipzig, 1937, 2850; R. P. Feynman, Phys. Rev., **56,** 340, 1939; R. E. Stanton, J. Chem. Phys., **36,** 1298, 1962. megmutatta, hogy a Hellmann Feynman tétel a Hartree-Fock elmélet keretében is igaz.
5. *S. Fraga:* Theoret. Chem. Acta **2,** 406, 1964.

Gáspár Rezső

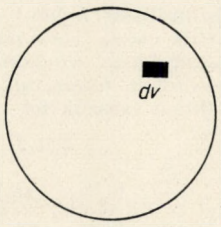
MTA Elméleti Fizikai Kutató Csoportja, Budapest

és

Elméleti Fizikai Intézet Kossuth Lajos Tudományegyetem Debrecen

A statisztikus magmodell

Az atommagok Fermi-gáz modellje az atomok, molekulák elektronfelhőjének statisztikus elmélete mintájára született meg. A modell alapfeltevése szerint a magot — gondolatban — felosztathatjuk olyan dv nagyságú térfogatelemekre, melyek elég kicsinyek ahhoz, hogy bennük a nukleonsűrűség konstansnak legyen tekinthető, másrészt elegendően sok nukleont tartalmazzanak ahhoz, hogy egy nukleon-gázról beszélhessünk. Nyilvánvaló, hogy a két kritérium ellentmond egymásnak, és csak egy kompromisszumos megoldásról lehet szó. Különösen problematikus a mag felületének környezete, ahol a nukleonsűsűség kicsiny és gyorsan változik. Magmodellünk alapfeladata a következő: meg kell határoznunk a mag teljes E belső energiáját, mint a $\varrho_p(r)$ proton-, és a $\varrho_n(r)$ neutronsűrűségek funkcionálját. (r-el a magcentrumtól mért távolságot jelöljük.) Az $E[\varrho_p, \varrho_n]$ energiakifejezés ismeretében aztán ki kell számítanunk azokat a nukleonsűrűségeket, melyek az E energiát minimummá teszik. Ezek a nukleonsűrűségek felelnek meg a mag stabilis egyensúlyi állapotának, és a megfelelő E energiaérték lesz a mag kötési energiája. A variációs probléma megoldásánál még két mellékfeltételre is tekintettel kell lennünk, melyek azt biztosítják, hogy a protonok száma az általunk vizsgált mag Z rendszámával, az összes nukleonok száma pedig az A tömegszámmal egyezzék meg.

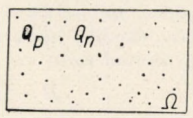


1. ábra. A statikus magmodell alapfeltevése: a mag felosztható olyan dv térfogatelemekre, melyek konstans sűrűségű nukleongáznak tekinthetők

A következő feltételes szélső érték problémáról van tehát szó:

$$\left.\begin{aligned} &E[\varrho_p, \varrho_n] = \text{minimum!} \\ &\int \varrho_p \, dv = Z, \\ &\int \varrho_n \, dv = A - Z \equiv N. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Az $E[\varrho_p, \varrho_n]$ energiakifejezést — alapfeltevésünk szerint — az egyes dv térfogatelemekben lévő nukleongázok energiáiból építhetjük fel. Foglalkoznunk kell tehát először is egy konstans sűrűségű és igen sok nukleont tartalmazó nukleongáz energiájával. A gáz energiáját nyilván az Ω térfogat, továbbá a protonok Q_p, valamint a neutronok Q_n száma határozza meg:



2. ábra. A Q_p protonból és Q_n neutronból álló nukleongáz sematikus képe

$$U = U(Q_p, Q_n, \Omega). \qquad (2)$$

Mivel az U energia — termodinamikai értelemben — extenzív fizikai mennyiség, ezért igen nagy térfogatú és igen sok nukleont tartalmazó gáz esetén, arányos lesz a $Q = Q_p + Q_n$ nukleonszámmal; az arányossági tényező pedig csak a Q_p/Ω és Q_n/Ω viszonyoktól, tehát a nukleonsűrűségtől függ:

$$U(Q_p, Q_n, \Omega) = Q\,\mu\left(\frac{Q_p}{\Omega}, \frac{Q_n}{\Omega}\right). \qquad (3)$$

Ha most még feltételezzük, hogy a protonok és neutronok száma nem tér el lényegesen egymástól, tehát $Q_n - Q_p \ll Q$, akkor (3)-at közelítőleg a következő alakban írhatjuk fel:

$$U(Q_p, Q_n, \Omega) = Q\left[\mu_b\left(\frac{Q}{\Omega}\right) + \left(\frac{Q_n - Q_p}{Q}\right)^2 \mu_t\left(\frac{Q}{\Omega}\right)\right]. \qquad (4)$$

Itt μ_b és μ_t már csak egyváltozás függvények,[1] argumentumukban a $\varrho = Q/\Omega$ nukleonsűrűség szerepel. Alkalmazzuk ezt a formulát a mag egy dv térfogatelemére! A protonok száma $Q_p = \varrho_p \, dv$ lesz, a neutronoké pedig $Q_n = \varrho_n \, dv$, végül a Q teljes nukleonszám helyébe $(\varrho_p + \varrho_n)\, dv = \varrho \, dv$ kerül. A (4) képletből tehát az

$$\left[\mu_b(\varrho) + \left(\frac{\varrho_n - \varrho_p}{\varrho}\right)^2 \mu_t(\varrho)\right] \varrho \, dv$$

[1] E függvények meghatározása az elméleti magfizika egyik legtöbbet vizsgált kérdése. E problémára alább még visszatérünk.

energiát kapjuk, a mag teljes energiája — a Fermi-gáz közelítésben — ennek integrálja lesz:

$$E_F = \int \left[\mu_b(\varrho) + \left(\frac{\varrho_n - \varrho_p}{\varrho} \right)^2 \mu_t(\varrho) \right] \varrho \, dv. \tag{5}$$

Ha az (1) alatti variációs problémát ezzel az energiakifejezéssel oldjuk meg, úgy a statisztikus magmodell legegyszerűbb változatához, a konstans sűrűségű magmodellhez jutunk. A nukleonsűrűségek egy R magsugáron belül konstans ϱ_{p_0} ill. ϱ_{n_0} értékek, azon kívül zérusok. A ϱ_0 összesűrűség az

$$\mu_b(\varrho) + \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \mu_t(\varrho) \tag{6}$$

függvény minimumának felel meg; ennek kiszámítása után a ϱ_{p_0}, ϱ_{n_0} és R értékeket az alábbi képletekből kapjuk meg:

$$\varrho_{p_0} = \frac{Z}{A} \varrho_0, \quad \varrho_{n_0} = \frac{N}{A} \varrho_0, \quad R = \left(\frac{3A}{4\pi \varrho_0} \right)^{1/3}. \tag{7}$$

Ez az egyszerű magmodell is számot tud adni a magfizika egyik legszembeötlőbb jelenségéről, a magok telített jellegéről. Mivel a természetben előforduló magok esetében az $\left(\frac{N-Z}{A} \right)^2$ mennyiség igen szűk határok közt változik,

$$0 \leqslant \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \lesssim 0{,}05,$$

ezért a (6) kifejezés minimumának megfelelő ϱ_0 sűrűség minden atommag esetében gyakorlatilag ugyanaz az érték, az $\mu_b(\varrho)$ függvény minimum-helyének megfelelő sűrűség lesz. A modell visszaadja tehát azt a tapasztalati tényt, hogy a különböző atommagokban a nukleon sűrűség ugyanaz. (Ezt a jelenséget a sűrűség telítettségének nevezzük.) A (7) alatti utolsó képletből pedig az következik, hogy az R magsugár az A tömegszám köbgyökével arányos:

$$R = r_0 A^{1/3}, \qquad r_0 = (3/4\,\pi \varrho_0)^{1/3}. \tag{8}$$

A mag kötési energiájára (5)-ből a következő érték adódik:

$$E_F = A\,\mu_b(\varrho_0) + \frac{(N-Z)^2}{A} \mu_t(\varrho_0). \tag{9}$$

Ez a képlet az energia telített jellegéről ad számot: az E_F/A mennyiség, az egy nukleonra jutó kötési energia gyakorlatilag minden magra ugyanaz az μ_b érték. A (8) és (9) képletek nemcsak kvalitatíve, hanem kvantitatíve is megegyeznek a mért adatokkal, ha a következő numerikus helyettesítést végezzük el:

$$r_0 = 1{,}07F, \; \varrho_0 = 3/4\pi r_0^3 = 0{,}195\, F^{-3}, \; \mu_b(\varrho_0) = -15{,}75\,\text{MeV},$$
$$\mu_t(\varrho_0) = 23{,}7\,\text{MeV}. \tag{10}$$

Az elméleti magfizika egyik alapvető problémája az μ_b, (ϱ) és $\mu_t(\varrho)$ függvényének kiszámításában, vagy kissé általánosabban, a (2) energiakifejezés meghatározásában áll. Az elméletileg levezetett $\mu_b(\varrho)$ és $\mu_t(\varrho)$ függvények nyilván akkor vannak összhangban a tapasztalattal, ha reprodukálni képesek a (10) numerikus adatokat. Az $U(Q_p, Q_n, \Omega)$ energiakifejezést legegyszerűbben úgy számíthatjuk ki, ha a nukleonok kölcsönhatási energiáját perturbációnak tekintjük a kinetikus energiájukhoz képest. Megjegyezzük, hogy ez a közelítés — konstans sűrűségű nukleongáz esetében — azonos a Hartree—Fock módszerrel, melyet a héjfizikában igen pontosnak tekintünk.

E közelítésben az energia képlete:

$$U(Q_p, Q_n, \Omega) = \sum_\alpha \frac{p_\alpha^2}{2M} n(\alpha) +$$
$$+ \sum_{\alpha\beta} \frac{1}{2} [(\alpha\beta \mid V \mid \alpha\beta) - (\alpha\beta \mid V \mid \beta\alpha)]\, n(\alpha)\, n(\beta). \tag{11}$$

Itt α-val jelöltük egyetlen nukleon állapotát megadó kvantumszámokat; α magába foglalja a nukleon impulzusát, spin- és izotópspin kvantumszámait:

$$\alpha = \mathbf{p}_\alpha, \; \sigma_\alpha, \; \tau_\alpha.$$

Az α állapotot leíró egyrészecske hullámfüggvény:

$$\varphi_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\mathbf{p}_\alpha \mathbf{r}/\hbar} \chi(\sigma_\alpha)\, \omega(\tau_\alpha), \tag{12}$$

melyben az $1/\sqrt{\Omega}$ faktor egy normálási tényező, az exponenciális függvény egy síkhullámot ír le, mely még ki van egészítve a spin és izotópspin állapotot leíró χ és ω függvényekkel. Az α állapot energiája $p_\alpha^2/2M$, melyben M a nukleontömeg. A (11) energiakifejezés első tagja a nukleonok kinetikus energiáinak összege, azaz a nukleongáz teljes kinetikus energiája. A képletben szereplő $n(\alpha)$ mennyiség az ún. betöltési szám, mely 1-el egyenlő a betöltött, és 0-val az üres α állapotok esetében. A betöltött állapotok az impulzustérben egy gömbön belül helyezkednek el, a gömb sugara a részecskesűrűség köbgyökével arányos. Ha a Q_p és Q_n számok különböznek, úgy az impulzus-gömb sugara is különbözik a protonok és neutronok esetében, vagyis az impulzus-gömb sugara függ a τ izotópspinkvantumszámtól. Végeredményben tehát $n(\alpha)$-t a következőképpen adhatjuk meg:

$$n(\alpha) = \begin{cases} 1, \text{ ha } p_\alpha < p_F(\tau_\alpha) \\ 0, \text{ ha } p_\alpha > p_F(\tau_\alpha) \end{cases}, \quad p_F(\tau) = (3\pi^2)^{1/3} \hbar \left(\frac{Q_\tau}{\Omega} \right)^{1/3}. \tag{13}$$

A (11) energiakifejezés második tagja a nukleongáz kölcsönhatási energiáját adja meg. Ez a tag a magerők V potenciáljának mátrixelemeit tartalmazza; a mátrixelemek definíciós képlete a következő:

$$(\alpha'\,\beta' \mid V \mid \alpha\beta) = \int \varphi_{\alpha'}^*(1) \varphi_{\beta'}^*(2)\, V(1,2)\, \varphi_\alpha(1)\, \varphi_\beta(2)\, d(1)\, d(2). \tag{14}$$

Végül még szólnunk kell a (11) kifejezésben kitűzött szummációk kiszámításáról. Az α kvantumállapotokra való összegezésnél összegeznünk kell a σ_α spin és τ_α izotópspin változók lehetséges értékeire, továbbá integrálnunk kell a $\mathbf{p}_\alpha$ impulzus szerint az egész impulzustérre. A szabály tehát a következő:

$$\sum_\alpha (\ldots) = \sum_{\sigma_\alpha = -1/2}^{1/2} \sum_{\tau_\alpha = -1/2}^{1/2} \frac{\Omega}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3 p_\alpha (\ldots), \tag{15}$$

ahol $(\ldots)$ a $\mathbf{p}_\alpha$, σ_α, τ_α változók tetszés szerinti kifejezése lehet. A (12)—(15) képletekkel a (11) energiakifejezés kiszámítását néhány elemi művelet végrehajtására vezettük vissza. Ha a nukleonok között a kisenergiájú nukleon-nukleon szóráskísérletekkel összhangban lévő Serber-erőket tételezünk fel, tehát $V(1,2)$-t a következő alakban vesszük fel:

$$V(1,2) = V_0 \frac{e^{-\mu r_{12}}}{\mu r_{12}} \frac{1 + P_{12}^r}{2},$$
$$V_0 = -48{,}1\,\text{MeV}, \quad \mu = 0{,}857\, F^{-1}, \tag{16}$$

(r_{12} a két nukleon relatív távolsága és P_{12}^r a Majorana-féle helyfelcserélő operátor), úgy az $U(Q_p, Q_n, \Omega)$ energiát a fentiekben vázolt úton meghatározva, és az eredményt (4)-el összevetve az $\mu_b(\varrho)$ függvényre a következő, viszonylag egyszerű formulát kapjuk:

$$\mu_b = \frac{3\hbar^2\mu^2}{10M} \omega^2 + \frac{V_0}{2\pi} \Big[\omega^3 + \frac{9}{4}\omega - \frac{3}{8\omega} +$$
$$+ \frac{3}{32\omega^3} (1 + 12\omega^2) \ln (1 + 4\omega^2) - 3 \operatorname{arctg} 2\omega \Big], \tag{17}$$

melyben ω a sűrűség köbgyökével arányos dimenzionélküli változó:

$$\omega = \frac{1}{\mu} \left(\frac{3\pi^2 \varrho}{2} \right)^{1/3}. \tag{18}$$

Ezt az $\mu_b(\varrho)$ függvényt a 3. ábrán szaggatott vonallal ábrázoltuk. Látható, hogy növekvő ϱ-val μ_b monoton csökken; a stabil egyensúlyi helyzetnek megfelelő minimum egyszerűen nem létezik, illetve a $\varrho = +\infty$ esetben, a ponttá zsugorodott mag esetében valósul meg. Az elmélet ebben a formájában tehát képtelen leírni az atommagok tapasztalatilag ismert egyensúlyi állapotát.

Ezen a ponton az elméleti magfizika, a II. világháborút követő időkben, évekre megrekedt. A probléma gyökere az 1950-es évek elejére tisztázódott. Kiderült

ugyanis, hogy a nukleongázban két nukleon relatív mozgásának energiája szerencsés esetben elérheti a 200 MeV-ot is, átlagértéke pedig 60 MeV körül van. Ezek az energiák jóval a kisenergiájú magfizika energiatartománya (0—20 MeV) felett vannak, a (16) Serber-kölcsönhatást pedig e tartományban megfigyelt szóráskísérletekből állapították meg. A nagyenergiájú gyorsítókkal a 0—310 MeV energiatartományban végzett szóráskísérletek analízise alapján kiderült, hogy a (16) Serber-formula a magerőknek csak a nagy r_{12} távolságokra vonatkozó aszimptótikus alakját adja meg. Kisebb relatív távolságok esetén a V kölcsönhatás viselkedése gyökeresen megváltozik és a vonzó jellegű potenciál egy taszító törzsbe megy át. A magerők távolságfüggő részét (közelítőleg) a következő képlettel adhatjuk meg:

$$V = \begin{cases} +\infty & , \text{ ha } r_{12} < a \\ V_0 \dfrac{e^{-\mu r_{12}}}{\mu r_{12}} & , \text{ ha } r_{12} > a. \end{cases} \tag{19}$$

A taszító törzs sugara a szóráskísérletek szerint: $a = 0{,}4F$.

Egy ilyen erős és gyorsan változó potenciál esetén azonban már nem használhatjuk a (11) Hartree-Fock energiakifejezést. Az egyes részecskepároknak a nukleon anyagon belüli kölcsönhatását egzaktul leíró energiakifejezést K. A. Brueckernek sikerült megalkotnia, és (11)-el igen rokon szerkezetű eredményt kapott:

$$U(Q_p, Q_n, \Omega) = \sum_{\alpha} \frac{p_x^2}{2M} n(\alpha) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} [(\alpha\beta \mid K \mid \alpha\beta) - (\alpha\beta \mid K \mid \beta\alpha)]\, n(\alpha)\, n(\beta). \tag{20}$$

A lényeges eltérés a Hartree-Fock módszertől abban áll, hogy a magerők V potenciáljának matrixelemeit ki kellett cserélni a Brueckner-féle K reakcióoperátor hasonló matrixelemeire. A K operátort úgy foghatjuk fel, mint két nukleon effektív kölcsönhatását egy homogén sűrűségű nukleon anyagon belül. Nyilvánvaló, hogy ha az anyag sűrűsége kicsiny, úgy a K operátor meg kell, hogy egyezzen a vákuumbeli kölcsönhatást megadó V potenciállal, de a magok egyensúlyi állapotának megfelelő ϱ értéknél V és K már lényegesen eltérhetnek egymástól. A K effektív kölcsönhatás és a V tényleges magerő közötti kapcsolatot egy komplikált, nem-lineáris integrálegyenletrendszer adja meg:

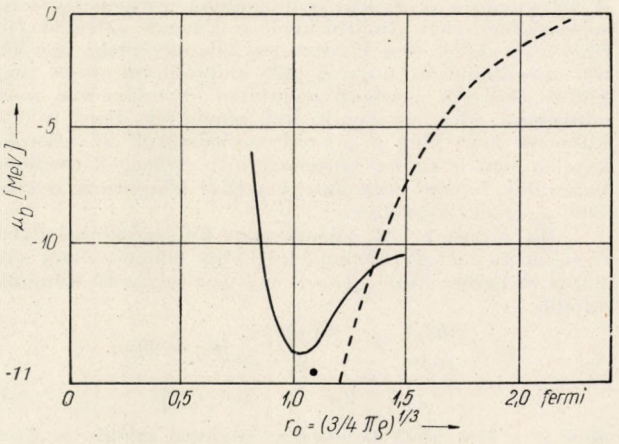
$$\left.\begin{aligned} (\alpha'\beta' \mid K \mid \alpha\beta) &= (\alpha'\beta' \mid V \mid \alpha\beta) + \\ &+ \sum_{\alpha''\beta''} \frac{(\alpha'\beta' \mid V \mid \alpha''\beta'')(\alpha''\beta'' \mid K \mid \alpha\beta)}{\varepsilon(\alpha) + \varepsilon(\beta) - \varepsilon(\alpha'') - \varepsilon(\beta'')} \times \\ &\times (1 - n(\alpha''))(1 - n(\beta'')) \\ \varepsilon(\alpha) &= \frac{p_x^2}{2M} + \sum_{\beta} [(\alpha\beta \mid K \mid \alpha\beta) - (\alpha\beta \mid K \mid \beta\alpha)]\, n(\beta). \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Ebben az egyenletrendszerben egyrészt a K operátor mátrixelemei, másrészt az $\varepsilon(\alpha)$ egyrészecske-energiák az ismeretlen mennyiségek. A (21) egyenletek megoldása csak numerikus úton végezhető el, nagykapacitású elektronikus számológépek felhasználásával. A megoldás birtokában a (20) energiakifejezés már egyszerűen képezhető. Ilyen számításokat Brueckner és munkatársai végeztek, az alapul vett magerők a Gammel-Christian-Thaler (GCT) erők voltak. Ezek V potenciálját a (19) képlet adja meg, melyben azonban a V_0 és μ mennyiségek a nukleonok relatív spin- és paritásállapotának függvényei. A számítások végeredményéül adódó $\mu_b(\varrho)$ függvényt a 3. ábránk szemlélteti. A görbének valóban van egy mélypontja, mely a magok stabil egyensúlyi állapotának felel meg, e mélypontot az

$$r_0 = 1{,}01\ F \text{ és } \mu_b = -14{,}6 \text{ MeV}$$

adatok jellemzik, melyek igen jól egyeznek a (10) alatti tapasztalati értékekkel.

A tapasztalattal összhangban álló $\mu_b(\varrho)$ (és $\mu_l(\varrho)$) függvények levezetését egyrészt a nagyobb energiájú



3. ábra. Az $\mu_b(\varrho)$ függvény
— GCT kölcsönhatás és Brueckner módszer; ---- Serber kölcsönhatás és Hartree-Fock módszer; • Az empirikus egyensúlyi helyzet

szóráskísérletekkel is összhangban álló magerőknek az elméletbe való beépítése, másrészt a kétészecske korrelációkat egzaktul figyelembe vevő K-matrix módszer felhasználása tette lehetővé. Maradnak azonban továbbra is nyitott problémák. A (19) típusú GCT kölcsönhatás nem a magerők „végleges" alakja. Több olyan V potenciál kifejezést lehet találni, melyekkel a nagyenergiájú szóráskísérletek éppen olyan pontosan leírhatók, mint a GCT erőkkel. Ennek oka kettős: egyrészt a nagyenergiájú szóráskísérletekben az ütközési energia felső határa 310 MeV körül mozog, és nem végtelen nagy. Elképzelhető, hogy több olyan V is van, melyek a 310 MeV alatti ütközésekre ugyanazt a szórásképet adják, eltérésük csak a még nagyobb energiák esetén lenne észlelhető. De ha a szóráskísérletek energiatartományát a végtelenig sikerülne megnyújtani, akkor is egyértelmű V kölcsönhatást csak akkor vezethetnénk le belőlük, ha eleve feltételezzük, hogy a magerők sebességfüggetlenek, tehát nem függnek az ütközés energiájától. Ilyen hipotézisre pedig elvben semmilyen jogalapunk nincs.

A sebességfüggetlen magerő kétségtelenül a *legegyszerűbb* kölcsönhatási forma. Az elméleti fizikában igen gyümölcsözőnek bizonyult az egyszerűség hipotézise, legalábbis akkor, ha a természet alapvető törvényeit kutatjuk. Az utóbbi években azonban egyre több érv merült fel a mellett, hogy a magot alkotó nukleonok maguk is összetett rendszerek. Összetett rendszerek kölcsönhatása sohasem alapvető természeti törvény, és nem is adható meg egyszerű formában. (Gondoljunk például az atomok, molekulák kölcsönhatását leíró kémiai erőkre.) A magerőkről sem tételezhetünk fel eleve valamilyen egyszerű matematikai formát.

A helyzet tehát az, hogy egyrészt a magerőknek a nukleon-nukleon szóráskísérletek analízisével való megállapítása elvben reménytelen feladat, másrészt pedig, ha ismernénk is a magerők (komplikált) V potenciálját, a (21) Brueckner egyenletek megoldása egy igen fáradságos, munkaigényes feladat. Ilyen körülmények mellett igen nagy a jelentősége azoknak a vizsgálatoknak, melyek közvetlenül a K effektív kölcsönhatás félempirikus meghatározását tűzik ki célul. E téren, időrendi sorrendben, a legelső eredmény Gombás Pál nevéhez fűződik. A magok egyensúlyi helyzetének megfelelő $\varrho_0 \sim 0.2\ F^{-3}$ sűrűség környezetében $K(1,2)$-re a következő képletet adta meg:

$$K(1,2) = -\frac{1}{3} J(r_{12}) [1 - 4 P_{12}^r - 2 P_{12}^\sigma + 2 P_{12}^r P_{12}^\sigma], \tag{22}$$

ahol P_{12}^r a hely és P_{12}^σ a spinváltozók felcserélési operátora, $J(r)$ pedig az effektív kölcsönhatás távolságfüggő része, melyet egy Gauss-függvény ír le:

$$J(r) = V_0 e^{-(\mu r)^2},\ V_0 = -104{,}3 \text{ MeV},\ \mu = 0{,}738\ F^{-1}. \tag{23}$$

A (22) kifejezés az effektív potenciálnak egy igen egyszerű, sebességfüggetlen közelítő képlete. A benne szereplő $J(r)$ függvény alakja és a V_0 csatolási állandó értéke úgy lettek megállapítva, hogy a (22) alapján számított mag kötési energiák a lehető legjobban egyezzenek a mért adatokkal. Még egyszer ki kell emelnünk, hogy a (22) kifejezés nem függ a ϱ nukleonsűrűségtől, következésképpen nem is szabad tetszésszerinti sűrűségek esetében használni, hanem csak az egyensúlyi állapotnak megfelelő ϱ_0 érték közelében.

Ha K-nak a (22) félempirikus kifejezését behelyettesítjük az energia (20) képletébe, úgy néhány elemi számítás elvégzése után $\mu_b(\varrho)$-ra egy igen egyszerű kifejezés adódik:

$$\mu_b = \frac{3\hbar^2\mu^2}{10M}\omega^2 + \frac{3\sqrt{\pi}V_0}{2}\frac{1}{\omega^3}\left[\sqrt{\pi}\,\omega^3\Phi(\omega) + \right.$$
$$\left. + (\omega^2 - 2)e^{-\omega^2} - 3\omega^2 + 2\right], \qquad (24)$$

ahol ω a (18) alatt bevezetett rövidítő jelölés és $\Phi(\omega)$ a Gauss-féle hibaintegrál: $\Phi(\omega) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\omega} e^{-x^2}\,dx$. A (20) és (22) képletek kombinálásával, a fentiekhez hasonló módon, $\mu_t(\varrho)$-t is meghatározhatjuk, melyre szintén egy elemi, de (24)-nél valamivel hosszadalmasabb képlet adódik. Ezek az $\mu_b(\varrho)$ és $\mu_t(\varrho)$ kifejezések felhasználhatók aztán a magok egyensúlyi helyzetének és kötési energiáinak meghatározására.

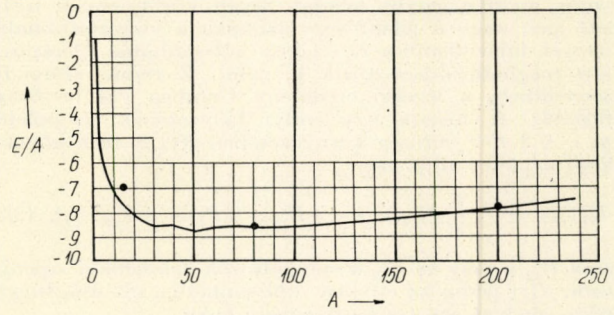
Az előzőekben a statisztikus magmodell legegyszerűbb változatát ismertettük, melyben teljesen elhanyagoltuk a nukleonsűrűségeknek a magon belüli változásait. Ez pedig, különösen a mag felületének környékén, igen fontos lehet. Ha a sűrűség térbeli változásaival is számolni akarunk, úgy az (5) alatti E_F energiát még ki kell egészítenünk az ún. inhomogenitási korrekcióval. A kinetikus energia inhomogenitási korrekcióját, az atomburok statisztikus elméletének keretében C. F. v. Weizsäcker határozta meg, az analóg képleteket a statisztikus magelméletbe pedig Gombás vezette be. Ezen energiatag kifejezése:

$$E_w = \frac{\hbar^2}{8M}\int\left[\frac{(\operatorname{grad}\varrho_p)^2}{\varrho_p} + \frac{(\operatorname{grad}\varrho_n)^2}{\varrho_n}\right]dv. \qquad (25)$$

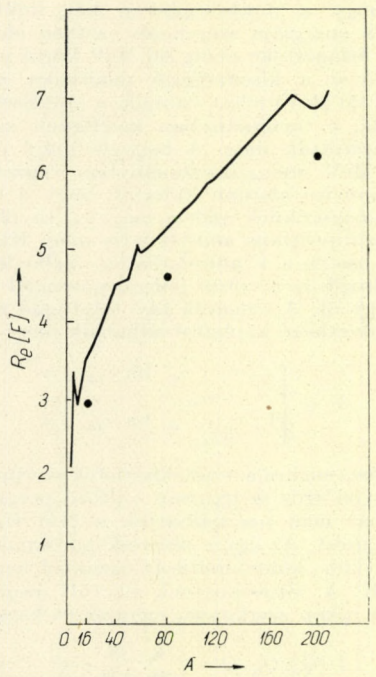
Megjegyezzük, hogy a Fermi-gáz (5) energiája és a (25) Weizsäcker-energia egyaránt tartalmazza a nukleongáz energiájának egy részét, nevezetesen a nukleonok radiális kinetikus sajátenergiáját. Ha tehát (5)-öt és (25)-öt egyszerűen összeadjuk, úgy ezt az energiarészt duplán vesszük számításba. Az így adódó hiba korrekcióba vételével a héjfizikában az atomok energiáira meglepően jó értékek adódnak (1. Fizikai Szemle, XI, 355. (1961)); a korrekció szerepe a magfizikában még nincs tisztázva.

A nukleonsűrűségek térbeli eloszlásának kialakításában a Weizsäcker-energia mellett nem elhanyagolható szerepet játszik a protonok elektrosztatikus Coulomb-kölcsönhatása is. Ennek energiáját a jól ismert

$$E_c = \frac{e^2}{2}\int\int\frac{\varrho_p(\mathbf{r})\,\varrho_p(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\,dv\,dv' \qquad (26)$$



4. ábra. Az egy nukleonra eső kötési energia
— Empirikus görbe; • Számított értékek

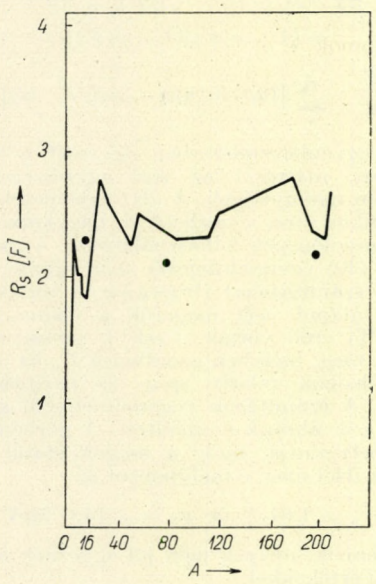


5. ábra. Az elektromos ekvivalens magrádiusz
— Empirikus görbe; • Számított értékek

kifejezés adja meg. A statisztikus magelmélet egy igen realisztikus formájához jutunk, ha a mag teljes energiáját az

$$E = E_F + E_W + E_C \qquad (27)$$

tagokból építjük fel, majd ezen E energiakifejezéssel megoldjuk az (1) alatt kitűzött variációs problémát. E_F konkrét alakját igen egyszerűen úgy kaphatjuk meg, hogy (5)-be μ_b-nek és μ_t-nek a félempirikus $K(1,2)$-vel meghatározott alakját, tehát a (24) képletet helyettesítjük be. A 4. ábrán láthatjuk, hogy e számítások elvégzésével Gombás a tapasztalati kötési energiákkal menynyire jól egyező eredményeket kapott. A számítások az $A = 16$, 80 és 200 tömegszámoknak megfelelő legstabilabb izobárokra lettek elvégezve, és látható, hogy az egyensúlyi helyzetnek megfelelő E energiaértékek teljesen beleillenek az empirikus kötési energia-völgybe.



6. ábra. A felületi réteg vastagsága
— Empirikus görbe; • Számított értékek

Az (1) variációs probléma megoldásával nem csak a kötési energia, hanem a $\varrho_p(r)$ és $\varrho_n(r)$ sűrűségeloszlások is birtokunkba jutnak. Az egyensúlyi állapotnak megfelelő nukleonsűrűségeket a következő analitikus formulával lehet leírni:

$$\varrho_p(r) = \varrho_{p0}\, e^{-\lambda^2 r^2}\left(1 + \frac{1}{3}\gamma\,\lambda^2 r^2\right),$$
$$\varrho_n(r) = \varrho_{n0}\, e^{-\lambda^2 r^2}\left(1 + \frac{1}{3}\gamma\,\lambda^2 r^2\right), \tag{28}$$

ahol ϱ_{p0} és ϱ_{n0} normálási állandók, a λ és γ paraméterek értékeit pedig az alábbi táblázat tartalmazza. A táblázat ötödik oszlopában megadtuk az egy nukleonra eső kötési energiát, E/A-t is, MeV egységekben.

A	Z	λ	γ	E/A
16	8	0,645 F^{-1}	0,43	— 7,07 MeV
80	36	0,493	1,4	— 8,73
200	83	0,378	1,9	— 7,81

A nukleonsűrűségek ismeretében a mag olyan fontos jellemzőit, mint pl. az elektromos ekvivalens rádiuszát és a felületi réteg vastagságát tudjuk kiszámítani. Az elektromos ekvivalens rádiusz

$$R_e = \left(\frac{5}{3Z}\int \varrho_p\, r^2\, dv\right)^{1/2} \tag{29}$$

lényegében véve a protonok átlagos távolsága a magcentrumtól; az integrál előtti konstans úgy van megválasztva, hogy a konstans sűrűségű magmodellben R_e megegyezzen az R magsugárral. A felületi vastagságon annak a rétegnek a vastagságát értjük, melynek belső oldalán a nukleonsűrűség értéke 90%-a, a külső oldalán pedig 10%-a a magcentrumban lévő sűrűségnek. Az R_e elektromos ekvivalens rádiuszt és az R_s felületi vastagságot, az A tömegszám függvényében az 5. és 6. ábrákon mutatjuk be. A (28) sűrűségekből számított értékek kielégítően egyeznek az empirikus adatokkal.

Befejezésül érdemes kiemelni, hogy a statisztikus magmodell nem csak értelmezni tudja, a tapasztalattal teljes összhangban, az atommagok legfontosabb fizikai tulajdonságait, hanem ezeket az eredményeket *igen egyszerű matematikai eszközökkel* éri el. Ezt a modell továbbfejlesztési lehetőségeit kutatva nem szabad szem elöl téveszteni. A további fejlődésnek — véleményem szerint — a következő két problémát kell megoldania: egyrészt a félempirikus $K(1,2)$ kölcsönhatásnak a ϱ nukleonsűrűségtől való függését, legalábbis valamilyen közelítő formában figyelembe kell venni, másrészt a kinetikus energia Weizsäcker-korrekciója mellett meg kell határozni a kölcsönhatási energia inhomogenitási korrekcióját is.

Kisdi Dávid
MTA. Elméleti Fizikai Kutató Csoport

Elektronkorreláció atomokban és molekulákban

Az atomok és molekulák kvantumelméletének egyik fontos feladata a stacionárius állapotok energiasajátértékeinek és sajátfüggvényeinek meghatározása. Mivel az elektronok száma egy-két kivételes esettől eltekintve (H atom, H_2^+ molekulaion stb.) nagyobb mint egy, közelítő módszerekre vagyunk utalva. Első közelítésnek a Hartree-Fock (HF) modell tekinthető, amely a teljes hullámfüggvényt egyrészecske spinpályák antiszimetrizált szorzataként veszi fel. A HF hullámfüggvény egyetlen determinánsból áll: a) ha a rendszer csak zárt héjakkal rendelkezik; b) ha egyetlen héjban csak egy részecske vagy csak egy lyuk van a többi héj pedig zárt; c) vagy ha a nyílt héjban az összes egyrészecske állapot ugyanazon spinfüggvénnyel rendelkezik. [1] Ellenkező esetben a HF hullámfüggvény több determináns lineárkombinációja, de az együtthatókat a szimetria teljesen meghatározza. A HF módszer kitüntetett szerepet játszik az atomok és molekulák elméletében, mivel a jelenlegi számítástechnika lehetővé tette, hogy atomokra és kis molekulákra nagymennyiségű szisztematikus számítást végezzenek. Ezek a számítások az elektronikus számológépeknek legalkalmasabb analitikus approximációval készültek (Roothaan módszer [2]).

A rendszer egzakt energiasajátértékei és a HF módszerrel nyert energiaértékek természetesen nem egyeznek egymással. Ennek oka az, hogy a HF módszer a) nem veszi figyelembe az ún. elektronkorrelációt vagyis azt, hogy a rendszeren belül valamennyi elektron (nemcsak a párhuzamos spinűek) igyekszik a lehetőséghez képest egymástól távol helyezkedni; b) nem veszi figyelembe a relatívisztikus effektusokat (beleértve a Lamb-féle eltolódást). Korrelációs energiának nevezzük az egzakt nem-relativisztikus energiaérték és a megfelelő HF energiaérték különbségét. Az előbbi a vizsgált rendszer nem-relativisztikus Hamilton operátorának energiasajátértéke (egy közvetlenül nem mérhető mennyiség). A mérhető energiaértékekből úgy kapható meg, hogy a relativisztikus korrekciókat belőlük levonjuk. (Meg kell jegyezni, hogy a relativisztikus korrekciók gyorsan nőnek a rendszámmal. $Z = 30$-nál (Zn atom) már meghaladják a teljes energia 1%-át. Ezért újabban az is felmerült, hogy $Z \geqslant 40$ esetén relativisztikus HF modellt kellene használni mindjárt a kiindulásnál, de ennek konkrét alakja még vitatott.) Ilymódon a He-tól az Ar-ig a korrelációs energiát néhány százalékos pontossággal sikerült meghatározni. [3] Azt lehet mondani, hogy a korrelációs energia durván az elektronszámmal arányos (és nem annak négyzetével, ami várható volna), de egy periódusban belül meglehetősen rapszódikusan változik. A He-nál $-1{,}2$ *eV*, a Li-nál (egy újabb elektron a $2s$ héjban) alig nő valamit, de a Be-nál egy ugrással $-2{,}6$ *eV* lesz. Ezután a B-tól a N-ig lineárisan, nem nagyon meredeken, majd az O-tól a Ne-ig lineárisan, de meredeken, emelkedik $-10{,}7$ eV-ig. A következő periódusban (a Na-tól az Ar-ig) a korrelációs energia menete hasonló az előbbihez. Ebből Allen, Clementi és Gladney [4] azt a következtetést vonták le, hogy a) a teljes elektronkorreláció jó közelítéssel a párkorrelációk összege, b) a legnagyobb járulékot azok a párok adják, amelyek azonos pályán (különböző spinkvantumszámmal) helyezkednek el, c) a párkorreláció csak a pár kvantumszámaitól és a rendszámtól függ, de független a rendszer teljes elektronkonfigurációjától. Ujabb számítások azonban megcáfolják a c) pontot. Így ha pl. a Ne atomból eltávolítunk egy 2s elektront a korrelációs energia nő, 0,84 eV-tal viszont az előbbiek szerint csökkennie kellene 3,2 eV-tal. Ebből az a következtetés vonható le, hogy a korreláció erősen függ az elektronkonfigurációtól [5].

Kis molekulákra végzett HF számolások ugyancsak lehetővé tették a korrelációs energia meghatározását. Molekulák esetén nem maga a korrelációs energia, hanem a molekula és a megfelelő szabad atomok korrelációs energiája közötti különbség (ΔE_C: az ún. molekuláris extrakorrelációs energia) lényeges. Ez adódik ugyanis hozzá a HF módszerrel nyert disszociációs energiához (D_{HF}). A H_2 esetén: $D_{HF} = 3{,}6$ eV, $\Delta E_C = 1{,}1$ eV míg a Li_2-re: $D_{HF} = 0{,}17$ eV, $\Delta E_C = 0{,}88$ eV. A HF molekulára: $D_{HF} = 4{,}38$ eV, $\Delta E_C = 1{,}7$ eV; az N_2-re; $D_{HF} = 5{,}27$ eV, $\Delta E_C = 4{,}63$ eV; a CH_4-ra: $D_{HF} = 13{,}0$ eV, $\Delta E_C = 5{,}2$ eV. Ezek szerint tehát a kötésben résztvevő elektron-páronként a korrelációs energia járuléka 0,9—1,7 eV között van. Nagyon eltér ezektől a F_2 molekulára kapott eredmény: $D_{HF} = -1{,}37$ eV, $\Delta E_C = 3{,}05$ eV vagyis a korreláció figyelembevétele nélkül kötés nem is adódik és a kötő elektronpárra eső járulék 3,05 eV. [3] Ezekből az eredményekből rögtön látható, hogy a kor-

relációs energia ismerete feltétlen szükséges, ha disszociációs energiákat akarunk számítani.

A Hellmann-Feynman-tétel segítségével egy izoelektronos soron belül a korrelációs energiának a magtöltéssel való változása összefüggésbe hozható a HF és az egzakt hullámfüggvénnyel számított elektron-mag kölcsönhatási energiák különbségével. Ez lehetőséget ad arra, hogy az elektronkorrelációnak a sűrűségre való hatásáról következtetéseket vonjunk le. [6, 7]

Az alábbiakban áttekintjük azokat a módszereket, amelyek alkalmasak lehetnek a korrelációs energia „ab initio" kiszámítására.

1. *A perturbációszámítás* olymódon használható, hogy a HF állapotot perturbálatlan állapotnak, a HF egyrészecske potenciális energiáknak és a tényleges kölcsönhatás potenciális energiájának különbségét pedig perturbációnak tekintjük. Így sikerült kiszámítani a nagysűrűségű homogén elektrongáz korrelációs energiáját. [8] Mivel ebben az esetben az összes gerjesztett egyrészecske állapotok síkhullámok, a szükséges matrixelemek könnyen előállíthatók és bizonyos típusú tagok végtelen rendig felösszegezhetők. Atomoknál és molekuláknál is nyerhetők gerjesztett egyrészecske állapotok (a HF egyenletek ún. virtuális megoldásai) de ezek száma a nagy számolási munka miatt erősen korlátozott, az így kapott matrixelemek (véges) felösszegezése pedig nehézkes. A perturbációszámítás tehát ebben a formában nem alkalmazható. (Kivételek a zárt héjú kis elektronszámú atomok, pl. a Be atomú ahol az összes gerjesztett egyrészecske állapot a kontinuumba esik és így a felösszegezés végrehajtható. [9])

Jelenleg a variációs módszer különböző változatai látszanak legalkalmasabbnak konkrét számolásokra.

2. *A konfigurációs kölcsönhatás* módszere egy véges számú egyrészecske függvényből álló bázisból indul ki és a rendszer közelítő hullámfüggvényét ezen egyrészecske függvényekből képzett determinánsok lineárkombinációjaként állítja elő. Az energiát a szekuláris egyenletből határozhatjuk meg. Ha bázis tartalmazza az alapállapothoz tartozó összes HF egyrészecske állapotot, akkor — a variációs módszer alkalmazásának következményeként — a szekuláris egyenlet legmélyebb gyökének és a HF energiának különbsége a korrelációs energia felső korlátja. A módszer hátránya, hogy a konvergencia általában igen lassú és erősen függ a kiindulási bázistól. Egy adott rendszer minden állapotához tartozik egy bázis, amely a leggyorsabb konvergenciát biztosítja (az ún. „természetes spinpályák" [10]), de ez csak akkor határozható meg, ha előtte a számolást már egy tetszőleges bázisra elvégeztük. Meg kell azonban jegyezni, hogy még az optimális bázis esetében is az első néhány konfiguráció után a konvergencia lelassul. Pl. a H_2 molekulánál az első három konfiguráció megadja a korrelációs energia 90%-át, újabb hat konfiguráció kell, hogy 99%-ot és még legalább tíz, hogy 99,9%-ot kapjunk [11].

3. A konvergencia meggyorsul, ha a próbafüggvénybe explicite bevezetjük az elektronok *relatív koordinátáit*. Ez a módszer lehetővé tette, hogy a két elektronból álló rendszerek energiáját a spektroszkópiai pontosságnál egy nagyságrenddel nagyobb pontossággal kiszámítsák. [12, 13] Mivel a relatív koordináták száma az elektronok számának négyzetével arányosan nő, ez a módszer a közel jövőben aligha terjeszthető ki tíznél több elektront tartalmazó rendszerekre.

4. A számítástechnika jelenlegi fejlettsége a sokelektronrendszerek eredményes tárgyalását akkor teszi lehetővé, ha két-elektron és esetleg a három-elektron korrelációk kivételével az összes több-elektron korreláció hatása elhanyagolható. Az utóbbiak a hullámfüggvény ún. *cluster-sorfejtése* segítségével választhatók le. [14] Írjuk egy N-elektron rendszer egzakt hullámfüggvényét Ψ a következő alakba

$$\Psi = A\,\varphi_1\varphi_2 \ldots \varphi_N \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{N} \frac{U_i}{\varphi_i} + (2!)^{-\frac{1}{2}} \sum_{i>j=1}^{N} \frac{U_{ij}}{\varphi_i \varphi_j} + \right.$$
$$\left. + (N!)^{-\frac{1}{2}} \frac{U_{12\ldots N}}{\varphi_1 \varphi_2 \cdots \varphi_N} \right\}. \qquad (1)$$

Itt A az ismert antiszimetrizáló operátor, $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_i, \ldots \varphi_N$ a betöltött HF állapotok hullámfüggvényei, az $U_i, U_{ij}, \ldots U_{12\ldots N}$ pedig az ún. cluster függvények, amelyek az indexek számával egyenlő számú elektron koordinátáitól függnek és azokban antiszimetrikusak. A cluster-függvényektől megköveteljük, hogy *a*) legyenek „egyelektron ortogonálisak" a betöltött HF állapotokra vagyis pl.

$$\int U_{12\ldots n}(12\ldots n)\,\varphi_k(1)\,d\tau_1 = 0, \text{ ha } k = 1, 2, \ldots N;$$

b) összességük az (1) képlet segítségével adja meg a rendszer egzakt hullámfüggvényét.

Ezen két követelmény segítségével egy csatolt egyenletrendszert vezethetünk le a cluster függvényekre, amely ekvivalens a Schrődinger egyenlettel. A korrelációs energia (E_C) csak a két-elektron clusterektől függ

$$E_C = 2^{\frac{1}{2}} \sum_{i>j=1}^{N} \int \varphi_i(1)\,\varphi_j(2)\,r_{12}^{-1}\,U_{ij}(12)\,d\tau_1\,d\tau_2\,, \qquad (2)$$

de ezek nem határozhatók meg külön, hanem csak a többi cluster függvénnyel együtt a fentemlített csatolt egyenletrendszerből. Ha feltételezzük, hogy az (1) sorfejtés konvergál, a sort valahol megszakíthatjuk (az elhagyott tagokat zérussal téve egyenlővé) és a figyelembe vett cluster függvényeket variációs módszerrel határozhatjuk meg. Ha az elektronok száma nő, a közelítés egyre rosszabb lesz, mivel a konvergencia romlik és végül $N \to \infty$ esetén visszakapjuk a HF energiát [8]. Hogy ezt elkerüljük, át kell alakítanunk az (1) sort az ún. irreducibilis cluster függvények $u_{ij}, u_{ijk}, \ldots$ bevezetésével. Az $U_{ij}, U_{ijk}, \ldots$ két- és több- elektron clusterek tartalmaznak olyan részeket, amelyek kisebb elektronszámú irreducibilis clusterek szorzataként állíthatók elő, pl.

$$U_{ij} = 2^{-\frac{1}{2}}(U_iU_j - U_jU_i) + u_{ij}\,.$$

Az (1) sort az új $u_{ij}, u_{ijk}, \ldots$ clusterekkel kifejezve a konvergencia megjavul. Ha most a három- és több -elektron clustereket tesszük zérussal egyenlővé az (1) sor egyetlen tagja sem lesz zérus, mivel pl. az utolsó tagnak is megmarad az a része, mely az egy- és két -elektron clusterek szorzataként előállítható. Az energiakifejezés azonban rendkívül bonyolult lesz, ezért egy sereg tagot el kell hanyagolni. Ennek az az ára, hogy a kapott energiaérték nem felső korlátja az egzakt energiának még akkor sem, ha a variációs módszert alkalmazzuk [15]. Előnye ennek a módszernek a perturbációszámításhoz képest az, hogy a két- elektron korrelációkat végtelen rendig figyelembe veszi, ami ekvivalens bizonyos diagramok végtelen felösszegezésével.

Sinanoğlu, elhanyagolván az egyrészecske clustereket is (ezek zárt héjakkal rendelkező rendszerek esetén valóban kicsinek adódtak), a következő egyszerű kifejezést vezette le a korrelációs energiára:

$$E_C \cong \sum_{i>j=1}^{N} \varepsilon_{ij}.$$

Az ε_{ij} párkorreláció a hozzátartozó u_{ij}-vel kifejezhető és független a többi két- elektron clustertől, míg az egyes két -elektron clusterek a variációs módszer segítségével egymástól függetlenül meghatározhatók [14].

A módszer teljesítőképességének vizsgálata most van folyamatban. A Be-atomra alkalmazva megadja a korrelációs energia 97%-át. [16] Mivel itt a K és L héj elektronpárjai erősen lokalizáltak, az összes elhanyagolások indokolhatók. Más a helyzet azonban olyan rendszereknél, ahol az elektronpárok csak gyengén lokalizáltak (pl. a Ne atom L héja). Ebben az esetben az elhanyagolt tagok jelentős járulékot adhatnak [15].

5. A rendszer közelítő hullámfüggvényét előállíthatjuk mint különböző számú elektron koordinátáit tartalmazó *csoportfüggvények* ψ_I, $I = 1,2, \ldots M$ antiszimetrizált szorzatát. Ha megköveteljük, hogy a csoportfüggvények legyenek páronként „erősen ortogonálisak" [17] vagyis

$$\int \psi_I^*(1,2 \ldots N_I)\,\psi_J(1,2', \ldots N'_J)\,d\tau_1 = 0, \text{ ha } I \neq J, \quad (3)$$

akkor az energiakifejezés (és más fizikai mennyiségek középértéke is) rendkívül egyszerű alakot ölt. [18] A (3) mellékfeltételek akkor teljesülnek, ha az egyelektron Hilbert teret felosztjuk M ortogonális altérre és minden ψ_I-t külön altérben helyezünk el. [19] Ezt figyelembe véve egyenleteket vezethetünk le a csoportfüggvények meghatározására, amelyek minden altérben nem egyetlen ψ_I-t, hanem általában egy ψ_{Ii}, $i = 1,2, \ldots$ sorozatot adnak, amelyek egymásra ortogonálisak. [20] Minden sorozatból a legmélyebb ψ_{Ii}-t kiválasztva az alapállapotot közelítő teljes hullámfüggvényt kapunk. A sorozat többi tagjából képzett teljes hullámfüggvények perturbációszámítás alapjául szolgálhatnak. Ha a perturbáció egy külső elektromos vagy mágneses tér, kimutatható, hogy a polarizálhatóság és a mágneses szuszceptibilitás az egyes csoportok járulékából additív tevődik össze. [21] Meg kell jegyezni azonban, hogy az így nyert teljes hullámfüggvények a (3) mellékfeltételek miatt nem képeznek teljes rendszert, de viszont a segítségükkel számított energia mindig felső korlátja az egzakt energiának.

A Be-atomra [22] és a LiH molekulára [23] végzett számítások azt mutatják, hogy amennyiben az egyes elektroncsoportok erősen lokalizáltak a (3) mellékfeltételek automatikusan teljesülnek. Gyengén lokalizált csoportok esetén azonban ez a módszer valószínűleg csak kisebb részét adja a teljes korrelációs energiának. Erősen lokalizált elektroncsoportokból álló rendszerekben az egyes csoportfüggvények valószínűleg jó közelítéssel kémiailag invariánsak vagyis átvihetők molekuláról molekulára. Ez a nagy molekulák kvantitatív tárgyalását nagyban leegyszerűsítené és alapul szolgálhat a tapasztalatból régen ismert additivitás értelmezésére.

6. Az elektronkorreláció közelítőleg figyelembe vehető úgy, hogy a HF Hamilton operátorba egy korrekciót építünk be az ún. *korrelációs potenciált* és az így módosított HF egyenleteket oldjuk meg self-consistent módon. Gombás a nagy sűrűségű és a kis sűrűségű homogén elektrongáz korrelációs energiájára kapott képleteket egy interpolációs formulával kapcsolta össze és az ebből nyert potenciált beépítette a Thomas-Fermi-Dirac egyenletbe. [24, 25, 26, 27, 28] Ilymódon sikerült értelmezni azt a tényt, hogy a rendszám növekedésével atomoknál a korrelációs energia az elektronszámmal lineárisan nő. Ez a korrelációs potenciál csak az elektronsűrűség függvénye. A He atomra [29] és a Na_2 molekulára [31] végzett hullámmechanikai számítások eredményei bízhatóak.

A korrelációs potenciál erős állapotfüggését legegyszerűbben félempirikus módszerrel vehetjük figyelembe olymódon, hogy a Coulomb integrálokat állapottól függően módosítjuk paraméterek beépítésével és ezeket a paramétereket úgy határozzuk meg, hogy néhány atom HF energiája megegyezzen az egzakt energiával. A He-ra és a Ne-ra beállított paraméterekkel a Li-tól az Ar-ig viszonylag tűrhető energiák és elektronsűrűségek nyerhetők evvel a módosított HF módszerrel. A korrelációs energia menetének egy perióduson belüli töréseit ez az eljárás természetesen nem képes visszaadni.[3]

7. Az eddig tárgyalt módszerekkel a korrelációs energiát a rendszer minden állapotára külön kell kiszámítani. A *Green függvények* módszere, amelyet nagy sikerrel alkalmaztak a nagyszabadságfokú rendszerek elméletében, lehetővé teszi, hogy az ionizációs energiákat és az elektronaffinitásokat valamint az alacsonyan fekvő gerjesztési energiákat egyszerre határozzuk meg. [31] A Hamilton operátort leegyszerűsítjük, de úgy, hogy az elektronkorreláció fontos részeit azért megtartsa. Ennek segítségével azután meghatározhatjuk az egy- és kétrészecske Green függvényt valamilyen közelítésben. Ezt a módszert eddig csak π -elektronrendszerekre alkalmazták. A gerjesztési színképre kapott eredmények jól egyeznek a tapasztalattal. [32, 33]

Meg kell említeni, hogy molekuláknál a forgási és rezgési állapotok csatolódnak az elektronállapothoz és bizonyos esetekben (pl. a szupravezetés) azt gyökeresen megváltoztathatják. A rezgési és az elektronmozgás együttes tárgyalása eddig csak a legegyszerűbb molekulák (H_2^+ és H_2) esetén sikerült.

A fent ismertetett módszerek még kísérleti stádiumban vannak. A jelen és a közel jövő konkrét számításai döntik el, hogy melyek felelnek meg jobban céljuknak. A számítástechnika gyors fejlődése újabb módszereket is felvethet, amelyekre jelenleg az ijesztő mennyiségű számolási munka miatt gondolni sem lehet. Így remélhető, hogy ez a rendkívül fontos kérdés a jövőben, legalább is főbb vonalaiban, tisztázódik.

Kapuy Ede
MTA. Elméleti Fizikai Kutató Csoport

IRODALOM

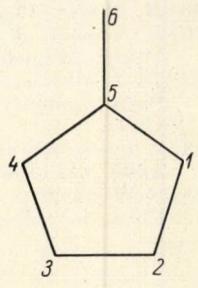
[1] *P. E. Cade, K. D. Sales and A. C. Wahl,:* Technical Report 1964, Laboratory of Molecular Structure and Spectra, University of Chicago, pp. 93 ff.
[2] *C. C. J. Roothaan*, Rev. Mod. Phys. **23,** 69 (1951); ibid. **32,** 179 (1960);
C. C. J. Roothaan and P. S. Bagus: Methods in Computational Physics, (Academic Press, Inc., New York, 1963).
[3] *E. Clementi, I. B. M.:* Journal of Research and Development, **9,** No. 1, Jan. 1965 and Supplement.
[4] *L. C. Allen, E. Clementi and H. M. Gladney,:* Rev. Mod. Phys. **35,** 465 (1963).
[5] *P. S. Bagus:* Technical Report 1964, Laboratory of Molecular Structure and Spectra, University of Chicago, pp. 2 ff.
[6] *R. Gáspár:* Acta Phys. Hung. **16,** 169 (1963).
[7] *R. Gáspár:* Publ. of the Joint Institute for Laboratory Astrophysics (Megjelenőben)
[8] *K. A. Bruckner:* The Many—Body Problem (Dunod Cie, Paris, 1959).
[9] *H. P. Kelly:* Phys. Rev. **131,** 684 (1963).
[10] *P.—O.Löwdin:* Phys. Rev. **97,** 1479 (1955).
[11] *E. R. Davidson and J. L. Jones:* J. Chem. Phys. **37,** 2966 (1962).
[12] *C. L. Pekeris:* Phys. Rev. **112,** 1649 (1958).
[13] *W. Kolos and L. Wolniewicz:* J. Chem. Phys. **41,** 3663 (1964).
[14] *O. Sinanoğlu:* J. Chem. Phys. **36,** 706, 3198 (1962); Advan. Chem. Phys. **6,** 315 (1964).
[15] *E. Kapuy:* J. Chem. Phys. **44,** 956 (1666).
[16] *M. Geller, H. S. Taylor and H. B. Levine:* J. Chem. Phys. **43,** 1727 (1965).
[17] *A. C. Hurley, J. E. Lennard—Jones and J. A. Pople:* Proc. Roy. Soc. (London) **A220,** 446 (1953).
[18] *E. Kapuy:* Acta Phys. Hung. **9,** 237 (1958); *R. G. Parr:* Quantum Theory of Molecular Electronic Structure (Benjamin, New York, 1963).
[19] *T. Arai:* J. Chem. Phys. **33,** 95 (1960).
P.—O. Löwdin, J. Chem. Phys. **35,** 78 (1961).
[20] *E. Kapuy:* Physics Letters **1,** 205 (1962).
[21] *E. Kapuy:* Acta Phys. Hung. **15,** 177 (1962).
[22] *R. E. Watson:* Phys. Rev. **119,** 170 (1960).
[23] *D. D. Ebbig:* J. Chem. Phys. **36,** 1361 (1962).
[24] *P. Gombás:* Zs. f. Phys. **121,** 523 (1943).
[25] *P. Gombás:* Die statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen (Springer, Wien, 1949).
[26] *P. Gombás:* Handb. d. Phys. Bd. 36/II, (Springer, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1956).
[27] *P. Gombás:* Acta Phys. Hung. **13,** 233 (1961).
[28] *P. Gombás:* Acta Phys. Hung. **14,** 83 (1961).
[29] *H. Mitler:* Phys. Rev. **99,** 1835 (1955).
[30] *P. Gombás: T. Szondy* und *E. Mágori*, Acta Phys. Hung. (Megjelenőben.)
[31] *D. J. Thouless:* The Quantum Mechanics of Many-Body Systems (Academic Press, Inc., New York, 1961).
[32] *J. Linderberg and Y. Öhrn:* Proc. Roy. Soc. (London) **A285,** 445 (1965).
[33] *A. Herzenberg, D. Sherrington and M. Süveges:* Proc. Phys. Soc. (London) **84,** 465 (1964).

Kvantumkémia a fizikában, kémiában, biológiában és az iparban II.

Az előző részben az egzakt kiindulású (ab initio) kvantumkémiai számítások helyzetét tekintettük át. Most hasonlóképpen a szemiempirikus kiindulású módszereknél is egy pár eredményt szeretnék megemlíteni, tehát nem általánosságban kvantumkémiai eredményeket, hanem a kvantumkémiában használható újabb módszereket. Ehhez egész röviden ismertetnem kell egy, a kvantumkémiában igen elterjedt módszert, az úgynevezett Hückel molekula-pálya módszert. Azonban hogy ezt felvázolhassam, meg kell még mondanom, hogy mit értünk szemiempirikus módszer alatt.

Szemiempirikus módszernél a következőképpen járunk el: kémiai tapasztalatokat veszünk figyelembe. Lesznek olyan molekulák, amelyeknek amellett, hogy valamilyen elméleti számításaik rendelkezésre állnak, nagyon jól ismertek a kísérleti kémiai tapasztalati eredményeik, energiájuk, spektrumuk és így tovább. És most a következő eljárást hajtjuk végre. Ahol ismertek az eredmények, a kísérletekből számításokat végezünk; a számításokban bizonyos paraméterek fognak szerepelni, ahelyett, hogy ab initio módszerekkel az elvi fizikai alapokból indulnánk ki, azokat egyszerűen kényelmességből, vagy lustaságból bizonyos paraméterekkel helyettesítjük. Ezeket a paramétereket most abból határozzuk meg, hogy az ismert kémiai tulajdonságokhoz az adott kísérleti eredményeket hozzápásszítjuk, hozzásimítjuk. Ezek a paramétereknek akkor bizonyos értékeket adnak, és most jön a következő lépés, ami miatt szemiempirikusnak nevezik ezt a módszert. Ezeket, ugyanezeket a paramétereket felhasználjuk a most már általunk *nem ismert* kémiai molekulák, kémiai struktúrák vizsgálatánál, és ilyen módon feltételezzük, hogy minthogy egyes molekuláknál helyesek voltak ezek a paraméter megválasztások, más molekuláknál is ugyanezek lesznek helyesek. Így tehát megengedett, vagy meg nem engedett extrapolációt végzünk. Hogy helyes-e az extrapoláció vagy nem, azt megint csak a kísérleti tapasztalat tudja eldönteni.

Egy ilyen szemiempirikus módszer a Hückel-féle molekula-pálya módszer. Ennél vegyünk fel bizonyos atomokból álló rendszert, példának okáért a fulvén molekulát (l. az 1. ábrát). Ennek a molekulának a számítását ilyen szemiempirikus módszerrel úgy vehetjük figyelembe, hogy a szénatomokhoz bizonyos paramétereket rendelünk hozzá, energiaparamétereket. Ugyanis két szén összekötéséhez bizonyos paramétereket rendelünk hozzá, amely paramétereknek az effektív értékét más tapasztalati mérési értékekből vettük át. Ilyenek segítségével ennek a fulvén struktúrának az energiáját és egyéb tulajdonságait ki tudjuk számítani. Ezt a módszert kb. a 35-ös évektől használták és használják még ma is. Ez a legegyszerűbb módszer a kvantumkémiai alkalmazásoknál, mert hiszen egy aránylag egyszerű sajátértékproblémának a megoldásáról van szó, amelyre numerikusan a megfelelő módszer rendelkezésre áll. Bizonyos szempontból ezek a módszerek jó eredményeket adnak, ha nagy mennyiségű molekulát választunk ki, és nagy mennyiségű molekula közti összehasonlítást végzünk. Ebben az esetben még bizonyos irányt is mutatnak, hogy egymáshoz képest ezek a molekulák milyen különböző tulajdonsággal rendelkeznek. Ellenben abszolút értékben már egy ilyen aránylag kis molekulánál is eléggé rossz eredményeket kapunk. Ezért szükséges ennek a Hückel molekula-pálya módszernek a javítása. A javítás most vagy olyan módon történik, hogy úgynevezett *self consistent field* számítást végeznénk az egész molekulára, ami óriási munkát jelent. A másik mód, amiről itt be akarok számolni, az hogy lehetséges éppen az elhanyagolásoknak a pontos figyelembevételével egy úgynevezett elektrosztatikus korrekciós módszernek az alkalmazása.



1. ábra. Fulvén molekula

Tudniillik, ha végrehajtjuk ezt a Hückel-féle molekulapálya-módszer számítást erre a molekulára nézve, akkor *eredményként*, tehát nem feltételként, azt kapjuk, hogy a különböző helyeken elhelyezkedő szénatomokon nem ugyanakkora számú elektron, nem ugyanakkora elektron-sűrűség helyezkedik el. Olyan esetben azonban, melynél a töltéseloszlás nem egyenletes, az egyes atomokon kissé különböző számú elektronok helyezkednek el (törtszámú elektronok is). Az elektrosztatikus korrekciós módszer most a következő:

Az egyszerű Hückel-számítás csak azt vette figyelembe, hogy a szomszédos szénatomok között, vagy általában a szomszédos atomok között milyen kölcsönhatás van. Technikai okoknál fogva távolabbi kölcsönhatást nem vett figyelembe. Az elektrosztatikus korrekció ekkor a következőképpen javít. Az első lépésben a Hückel-módszerrel kiszámítjuk az alapmolekulának a teljes eloszlását, és utána az így kapott elektrosztatikus töltéskülönbségekkel, tehát az egyes atomoknál fellépő töltés hiányokkal vagy többletekkel egy egyszerű elektrosztatikus számítást végzünk az energiára. Példának okáért ha csak két pontot veszünk figyelembe, és ezek közül egyiken +0,02 (pozitív) töltés, a másikon −0,03 (negatív) töltés marad, akkor ezek között a klasszikus elektrosztatikus számítás szerint megállapíthatjuk, hogy milyen elektroszta-

tikus vonzó vagy taszító hatás van (jelen esetben vonzó). Ilyen módon a páronkénti elektrosztatikus kölcsönhatást figyelembe véve a teljes energiát kiszámítva egy olyan korrekciót kapunk, amelyik több lépésben hasonló jó eredményeket képes adni, mint a *self consistent field* eljárás. Tehátez azt mutatja, hogy félklasszikus módszerekkel lehetséges kvantumkémiai számítások elvi javítása olyan mértékben, hogy a helyes töltéseloszlás megközelíthető.

Az idő rövidsége miatt nem akarok most sokat beszélni arról a módszerről, hogyan lehet ezeknek a számításoknak a végrehajtását elvégezni, azonban meg kell említeni, hogy ezek is eléggé leegyszerűsödnek ma a számológépek segítségével. Könnyű programokat lehet megadni ezeknek a számításoknak az elvégzésére, — mintegy ez az egész munka egyszerű „favágássá" válik, — amennyiben a kvantumkémikusnak, ha tudja, hogy miről van szó és milyen programot kell alkalmazni, elegendő beadni az egyes atomoknak a táblázatból vagy máshonnan ismert paramétereit, s utána a számítás már, például a *self consistent field* módszerrel automatikusan kiadja az eredményt.

Mindeddig módszerekről beszéltünk, azonban lássuk most csak egy-egy szóval, hogy milyen eredményeket kaphattunk eddig. Röviden említeném meg a kémikusokat elsősorban érdeklő eredményeket.

Organikus vegyületek: elsősorban telítetlen vegyületek energetikai viszonyainak a vizsgálata, az organikus szubsztitúcióknak az elmélete, ez mind olyan jellegű eredményeket kaphatott a kvantumkémiától, amely lehetővé tette azt, hogy az óriási mennyiségű empirikus adat között bizonyos rendszert kapjunk és így elméleti irányban tudjuk alátámasztani és irányítani a soron következő kísérleteket. A tiszta empíria felől így a céltudatos irányban való haladást tette ez lehetővé. Hasonló eredmények jelentkeznek az organikus festékek vizsgálatánál, ahol már a kvantumkémiai számításokban nemcsak az alapállapot, hanem a gerjesztett állapotoknak a számítására is (és így az átmeneti spektrumoknak a számítására is) sor kerül. Itt távolabbinak látszik, azonban szintén ehhez a területhez tartozik a sugárkémiai védőhatásnál föllépő egyes jelenségeknek a tisztázása, amennyiben kiderült, hogy ott is, — mint ahogy Ernst akadémikus előadásában volt szó a π-elektronok jelentőségéről —, ott is a π-elektronoknak a mozgékonysága az, amelyik a védőhatás szempontjából szerepet játszik és nyilvánvalóvá válik, hogy elméletileg az egyes molekulákat olymódon tudjuk összehasonlítani, hogy a π-elektron struktúráknak a vizsgálatát és a fizikailag definiált mozgékonyságot próbáljuk összevetni a védőhatás definiálta mozgékonysággal.

Az eredmények újabban olyan téren is jelentkeznek, amelyek szinte egész mai, mindennapi életünkkel összefüggnek, a polimerizáció kérdésében. A mai műanyagtechnika alapjait képező tudományágakban lépten-nyomon találkozunk ilyen kérdésekkel és körülbelül az ma a helyzet, hogy túl kevés a kvantumkémikus ahhoz, hogy elméletileg ezeket a problémákat megvizsgálja. Egyes problémákat, de teljesen szpóradikusan, kezdtek ezen a téren is vizsgálni. Azonban sokkal több volt a kísérleti munkákon dolgozó, szintetizáló kémikus, aki kísérletileg foglalkozott a kérdésekkel. A manapság olyan elterjedt műanyagiparnak a hátterében is óriási lehetőség nyílik ezeknek az alkalmazására. Ezeket a kérdéseket egy-egy szóval említettem, azonban most szeretnék egy kicsit részletesebben rátérni egy olyan problémára, ami talán a biofizikusokat, de talán a fizikusokat is egy kicsit közelebbről érinti.

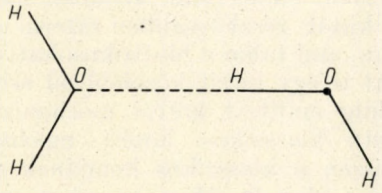
Az eddig említett kötési mechanizmusok az úgynevezett klasszikus kötési mechanizmusok voltak, hiszen a klasszikus kémiának a kötéselmélete ezen alapult. Mint mondottam, a 30-as évek táján ezzel meg tudták magyarázni az egyszerűbb kötések elméletét. Manapság azonban egyre többet emlegetnek egy olyan kötésfajtát, melynek a megmagyarázására a 30-as években még nem került sor, noha már minden rendelkezésre állt volna a megmagyarázásához. Ez a kémikusok előtt olyan kötésforma volt, ami eleve megmagyarázhatatlan volt a klasszikus kémiában.

Az úgynevezett hidrogénkötésről van szó. Ismeretes, hogy kémiai szempontból a hidrogén egy vegyértékű atom, éppen úgy, ahogy az oxigénatom két vegyértékű. Tehát ez annyit jelent, hogy a hidrogén azzal az egy vegyértékkel kötődni tud egy valamely atomhoz, de egy másikhoz már nem.

A kvantummechanikai számítások nem adnak ilyen éles elhatárolásokat. A kvantummechanikai számítások azt az eredményt szolgáltatják, hogy valamilyen kölcsönhatás van két hidrogénatom között. Ez kétségkívül arra vezet, hogy a két hidrogénatom egy molekulává egyesül, a klasszikus kémia fogalmai szerint. Kvantummechanikailag felvethetjük azonban a kérdést, mi a helyzet három hidrogénatomnál. A három hidrogénatommal kvantummechanikailag éppen úgy el tudjuk végezni a számításokat, vagy akár négy hidrogénatommal is. Milyen lehetőségek állnak fenn, mi történik ezzel a hipotetikus rendszerrel? A számításokkal ezt lehet követni. És kiderültek a következők:

Nem teljesen igaz az, hogy a hidrogén egy vegyértékű. Példának okáért a legegyszerűbb molekulánál, a víz-molekulánál az oxigénhez két hidrogénatom kötődik. Ez ilyen formában teljesen tiszta helyzet kvantumkémiailag is és elméleti kémia nélkül is. Mi történik azonban, ha a H_2O-hoz közeledik egy másik vízmolekula (l. a 2. ábrát). Kiderül az, hogy ennek a másik vízmolekulának az oxigénje nagyon lényeges hatást fog gyakorolni az előző molekulának a hidrogénjére. Nem teljesen igaz az, hogy ez a hidrogén csak az első molekula oxigénjéhez kötődik. Ki lehet mutatni, hogy a hidrogénatom egyszerre kötődik bizonyos mértékben a másik molekula oxigénjéhez is (szaggatott vonal a 2. ábrán). Hogy most

mit jelent ez a kötődés, nem akarok részletekbe menni. Tény az, hogy energetikailag kedvező helyzetet teremt az, hogy ha a közelében van a másik oxigén ilyen értelemben. Azt mondjuk, hogy a két oxigén között úgynevezett hidrogén-híd, vagy hidrogén-kötés lépett fel. Ez annyit jelentene, hogy a klasszikus kémia értelmezésében a hidrogén atomnak nem egy a vegyértéke, de nem is kettő, mert nem egészen egyforma a két oxigénhez való kötődése, hanem valami egy és kettő közötti



2. ábra. Két H_2O molekula

érték. A kvantumkémia nem veti fel így a kérdést. Azt mondja, hogy tekintsük az egész rendszer energiáját és ebből kapunk valami felvilágosítást, ami a hidrogénnek a két oxigén közötti szerepére vonatkozik. Ez pedig az, hogy az egész rendszer összenergiája kisebb, ha a hidrogénatom a két oxigén között van, mintha ezek másként helyezkednének el. Ugyanez fönnáll akkor is, ha nem két oxigén között, hanem mondjuk két nitrogén között, vagy egy nitrogén és egy oxigén között van ez a hidrogén. Ezeket közös néven hidrogén-kötésnek, vagy hidrogénhídnak nevezzük.

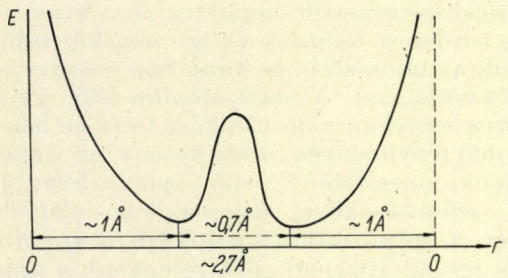
Annak illusztrálására, hogy a hidrogén kötés fogalma mennyire alapvető, új lehetőségeket hozott be a kémiai gondolkodásmódba, felvetek egy olyan problémát, amelyik egyike a legrégebben megismert fizikai tényeknek, az egyik legrégebben ismert kísérleti fizikai jelenség, és amelynek az elméleti megmagyarázását csak ennek a hidrogénkötésnek a figyelembe vétele tudta kielégítő módon megoldani. Ez pedig a legalapvetőbb fizikai tény, amit már azt hiszem a VI. általános iskolai osztályban fizikában legelőször tanítanak, hogy a víz 4° C-nál a legsűrűbb. A tény már több száz éve ismeretes volt a fizikusok előtt, de érdekes módon az elméleti fizikusok elmentek emellett a tény mellett és ennek a magyarázatára, — egyszerű magyarázatára, — nem próbáltak semmiféle konzekvens elméletet felállítani. Később próbáltak magyarázatokat hozni, ezek azonban túl bonyolultak voltak és túl sok nagyon elködösített más fogalmat vezettek be: az alapvető problémát nem tudták kielégítő módon megközelíteni.

Szeretném megmutatni röviden, hogy a hidrogén kötésnek a léte hogyan magyarázza rögtön meg ezt az alapvető jelenséget.

A legdurvább közelítésben tekintsük a 2. ábrán látható OHO rendszert, a rendszer többi részétől függetlenül. Azért merjük ezt függetlennek tekinteni, mert a rendszer többi részét már nagyon alaposan megvizsgálták, és nagyon alapos kvantummechanikai, kvantumkémiai számítások állnak rendelkezésre. Ezekkel most nem foglalkozunk. Most csak azzal a korrekcióval szeretnék foglalkozni, amelyet az OHO rendszer figyelembevétele ad. Hol lép fel egy ilyen OHO rendszer? Nyilvánvalóan akkor nem, amikor gáz alakban van jelen a H_2O, tehát pára van jelen. Akkor ugyanis az egyes vízmolekulák egymástól függetlenül szabadon mozognak, egymástól nagyobb távolságban vannak. Amikor azonban folyékony víz vagy jég alakjában van jelen a H_2O, akkor már szerepe van az OHO rendszernek. A pontos röntgenstruktúra vizsgálatokból pontos adatunk van arra, hogy milyen távolságra van a H atom a két O-tól.

Vizsgáljuk most meg egy-egy ilyen két oxigén közötti hidrogénhíd rendszer energiáját. Az itt következő vizsgálatban úgy tekintjük az OHO rendszert, mintha az a többi H atomtól, ill. molekulától teljesen független lenne. Tekintsük továbbá az O atomok helyzetét rögzítettnek. Ebben az esetben potenciál térképet kapunk a köztük levő hidrogén mozgására. Egyszerűsítsük most még egy pillanatra tovább a helyzetet és a hidrogént ne engedjük máshol mozogni, csak a két oxigént összekötő egyenes vonalában. Valóságban a hidrogénatom erre az egyenesre merőleges irányban is kimozdulhat. Ez utóbbi kissé módosítja a feladatot, azonban egyszerűség kedvéért erre most nem akarok rátérni.

Ebben az esetben a számítás eredményeként vázlatosan a következő diagramot kapjuk (l. a 3. ábrát.) Az egyik oxigéntől való hidrogéntávolságot r-rel jelöljük, s a két O közti távolságot rögzítettnek tekintjük.

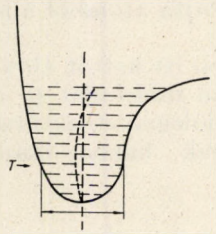


3. ábra. A H potenciálja az OHO-ban

Egy potenciálminimumot találunk balról jobbra haladva, tehát a hidrogénnek van egy minimális energiához tartozó értéke. Ez azonban nem a két oxigén távolságának a felében van, hanem az egyik oxigén atomhoz közelebb, kb. 1 Å távolságra. Ha most tovább növeljük a hidrogén távolságát, akkor megint csak növekszik a potenciális energia, végül elér egy maximumot középen, és ugyanennek a hegynek a másik oldalán kapjuk az előzőhöz szimmetrikus lefutást.

Tehát egy kettős potenciálvölgyet kapunk a hidrogén-atom számára. Ez így nagyjából rendben van, pontosan meg lehetett azt is állapítani, hogy ennek a potenciál hegynek a magassága kb. 0,9 elektron volt, ami elég magas ahhoz, hogy normális körülmények között a hidrogén vagy az

egyik vagy a másik potenciál völgyben legyen, tehát csak igen kicsiny valószínűsége van annak, hogy a H-atom az egyik völgyből átjusson a másikba. Hogy mekkora ez a valószínűség és hogy ennek például a biológiában milyen jelentősége van, most nem adok választ. Érdemes megjegyezni azonban a számítás következő eredményét. A 3. ábrán levő potenciálgörbe baloldali völgyét tekintve ez a potenciál völgy sematikusan a következő furcsa képet mutatja (l. a 4. ábrát):



4. ábra. A H potenciálja az egyik energiavölgyben

Az ábrából világosan látható, hogy a potenciál völgy baloldali lejtője lankásabb, mint a jobboldali, tehát a potenciál völgynek az alakja aszimmetrikus, mégpedig olyan mértékben aszimmetrikus, hogy a jobb felé eső része meredekebb, mint a baloldali. Mielőtt ennek a jelentőségére rátérnék, meg akarom mondani azt, hogy közönséges molekulák kötésénél általában nem ez a helyzet. Azoknál ugyanis arról van szó, hogy a potenciálvölgyből valami nagyon távoli nem kötő állapot felé halad a rendszer, aminek általában az a következménye, hogy a kifelé való távolodás felé kevésbé meredek, lankásabb lesz a lejtő.

Mi lesz a fentiek következménye?

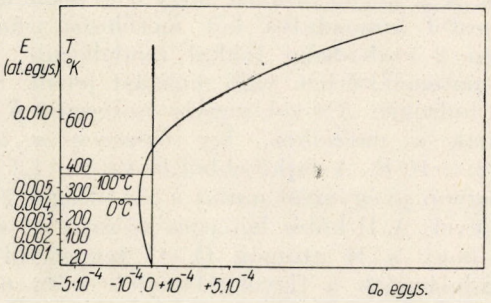
Tegyük fel, hogy nem túl magas hőfokon van az egész rendszer. Ebben az esetben a potenciálvölgynek a fenekétől a H-atom energiája a T abszolút hőmérsékletnek megfelelő magasságban van.

A H-atom helyzetét (a nullponti energiától eltekintve) az abszolút nulla hőmérsékleten a potenciálgörbe minimuma adja meg. Magasabb hőmérsékleten a H-atom helyzete a hőmérsékletnek megfelelő energiaszint által a potenciálgörbéből kimetszett szakaszon változhat, a H-atom rezgést végez. Az átlagos helyzetet kiszámíthatjuk. Durván azt vehetjük fel, hogy az átlagos helyzet a kimetszett szakasz geometriai középpontja. Így szerkesztettük meg a 4. ábrán a vastagon kihúzott görbét, mint a különböző hőmérsékletekhez tartozó középpontokat összekötő görbét.

Tekintettel arra, hogy ebben az esetben a potenciál-völgy jobboldali emelkedő része meredekebb a baloldalinál, rögtön látható, hogy a H atom átlagos távolsága a hőmérséklet emelkedésével először csökkenő tendenciát mutat, majd egy minimális távolság (legnagyobb sűrűség) után, újból növekszik. Ez a víz ismert tulajdonságára utal.

Lényegileg itt tehát arról van szó, hogy pusztán ilyen félig empirikus módszerekkel számítást végeztünk az OHO rendszerre és pusztán ennek az energiagörbének a diszkussziója megmagyarázta a víz anomális jelenségét. Hogy félig empirikus volt a számítás, az csak annyit jelent a jelen esetben, hogy Slater-pályákkal dolgoztunk.

A következő eredmények adódnak (l. 5. ábra). A 0 helyzet az ábrán jelenti az abszolút 0 hőmérsékleten vett átlagos helyzetet és az attól való eltérést jelenti az atomi egységben az abszcissza. Az abszcissza tehát 10^{-4} atomi egység léptékű s az ordináta az energiát adja atomi egységekben és mellé a számítással megadott abszolút hőmérsékletet. Látható, hogy ennek a minimuma valahol 300° K körül van. A valóságban a számítás $7 \sim 8°$ C-nak megfelelő értéket adott a 4° C-os legsűrűbb helyzethez képest, ami már nem látszik olyan nagyon durvának, különösen ha tekintetbe vesszük, hogy itt 300° K körüli abszolút hőmérsékletről van szó. A számítás ilyen értelemben megadja az elvi magyarázatát annak, hogy a víz 4° C körül képes egy legsűrűbb struktúrának a felépítésére. Ugyanakkor korántsem akarom azt állítani, hogy ez egzakt számítás, amely minden vonatkozásban visszaadja a jelenség minden részletét. Példának okáért nem adja helyesen vissza különösen a felmenő ágon a víz tényleges hőtágulását. A valóságban lényeges eltérés van az itt számított és a mért hőtágulás között, azonban a képnek az elvi tisztázásához ez mégis közelebb hozott bennünket.



5. ábra. Az OH távolság változása víznél a hőmérséklet függvényében

Most egy másik érdekes dolog, amit itt meg kell jegyezni, a következő. Azt találtuk, hogy ez a modell azt az ismert fizikai tényt, hogy 4° C-nál a legsűrűbb a víz, meg tudja magyarázni. Ugyanakkor van egy másik fizikai tény, amely épp oly ismert és alapvető, s melynek szintén nem volt egyszerű magyarázata. Ez a következő.

Ismeretes, hogy a víznek a többi anyaghoz képest igen nagy a fajhője. Erre a fajhőre, ha az egyszerű klasszikus módszerekkel próbáljuk értelmezni, sokkal kisebb értéket kapunk a tapasztalatinál. Vizsgáljuk ezt meg kissé részletesebben.

A klasszikus fajhő meghatározásánál miket kell figyelembe venni? Figyelembe kell venni, hogy az illető rendszernek, molekulának milyen szabadsági fokai vannak, és hogy a szabadsági fokokhoz milyen potenciális energiák járulnak. Ezekből az elmélet szerint szabadsági fokonként $1/2\ R$ hőmennyiség adódik a fajhőhöz.

Ilyen módon azt kell csinálni, hogy le kell számolni a szabadsági fokokat.

Milyen szabadsági fokok vannak?

Egyik szabadsági fok a hidrogén atomok oxigéntől való távolságának a változása. Ebből kettő van molekulánként. Másik a HOH szög változása. Ez eddig összesen 3 szabadsági fok. Mindezek potenciáltérben való mozgást jelentenek, s e miatt a potenciális energiát is ugyanilyen mértékben figyelembe kell venni. Ez 6-ot jelent. Gőzállapotban a molekulát szabadnak tekintve a molekula helykoordinátái még 3-at adnak a rendszerhez és így összesen 9 szabadsági fokot tekintve $\frac{9R}{2}$ a mólhő, és mivel a molekulasúly 18, a fajhő $\frac{9R}{2.18} = \frac{R}{4} \sim 0{,}5$ cal/g. Ez nagyjából megegyezik a vízgőz fajhőjével.

Vizsgáljuk most meg, hogy kondenzált állapotban mennyi a fajhő. Az OH távolság változása és a HOH szög ismét 3 szabadsági fokot jelent a megfelelő potenciális energiákkal, tehát $6R/2$-t. Most a molekula nem szabadon mozog, hanem valamely pontja, pl. a O az egyensúlyi helyzete körül végezhet kis mozgásokat. Mivel ez a tér minden irányába történhet, ez 3 szabadsági fokot jelent, de ugyanakkor ez a potenciáltérben való mozgás is, tehát ez is $6R/2$-vel járul hozzá a mólhőhöz. A 2. ábrán látható, hogy a H atom az OO egyenestől kimozdulva két merőleges irányban szintén 2 szabadsági fokkal rendelkezik. Mivel ez is potenciáltérben való mozgást jelent, mindegyik hidrogén $R/4$-vel, vagyis összesen $8\ R/2$-vel járulnak a mólhőhöz. Így összesen a mólhő $20\ R/2 = 10\ R$. A fajhő ebből $10\ R/18 \sim 1{,}1$ cal/g. Ez nagyon jó egyezést mutat a víz átlagos 1 cal/g fajhőjével. A H-kötés lényeges szerepe itt abban volt, hogy a H atomok O—O tengelytől való kimozdulásának a figyelembevétele adta meg a hiányzó szabadsági fokokat.

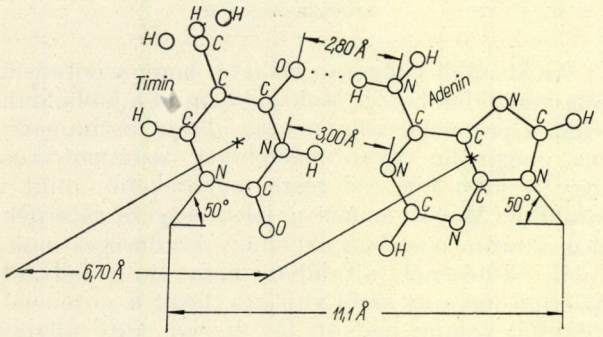
Azt hiszem, ezek a rövid megjegyzések rámutattak arra, hogy a kvantumkémia a fizikának, tehát a legalapvetőbb elvi fizikának képes valamilyen új eredményt szolgáltatni.

Szeretnék most egy pár szóval tovább menni, hogy a biológusoknak, biofizikusoknak is adjak valamit. Ez pedig az előzőekhez kapcsolódik, a hidrogén-kötéshez. Ha a fizikában nagy jelentősége van a hidrogén-kötésnek, akkor fokozottan nagy jelentősége van ennek a biofizikában.

A legegyszerűbb élőlényektől a legbonyolultabbakig az élő szervezetek döntő részben vízből épülnek fel. A víz tehát mint egy lényeges, háttéranyaga a biológiának, a biológiai *jelenségekben* lényeges szerepet kell játsszon. Nyilvánvaló, hogy a víznek a szerepét pontosan kell ismerni ahhoz, hogy ismerjük a biológiai jelenségeket pontosan. S egyben ez a hidrogénkötés jelentőségét is hangsúlyozza. De ezen túlmenően, ha mondjuk a víztől eltekintünk a biológiai rendszerekben és csak az alapvető biológiailag lényeges molekulákat vizsgáljuk, kiderül, hogy a víztől függetlenül is azoknál lépten-nyomon fellép a hidrogén-kötés. Én a kutatásokból egy eredményt szeretnék itt felmutatni, mégpedig a DNS, a desoxiribonukleinsavnak a kutatásával kapcsolatban.

Ismeretes, hogy a nukleinsavak négy alapmolekulából tevődnek össze: timinből, citozinból, adeninből és guaninból. (A ribonukleinsavban timin helyett uracil van, de ezzel most nem foglalkozunk.) Hogy ezek milyen molekulák, azt a kvantumkémikusok és kémikusok részletesen ismerik, de nagy általánosságban talán csak annyit jegyezzünk itt meg, hogy sok szénből, sok oxigénből, sok hidrogénből és pár másfajta atomból álló molekulák.

Ezek közül a molekulák közül itt kettőt ábrázolunk: egy timin és egy adenin molekulát (l. a 6. ábrát). Ezek a molekulák a biológiai struktúrában már nem szabadon vannak, hanem össze



6. ábra. Timin és adeninből összetett bázispár két hidrogénkötéssel

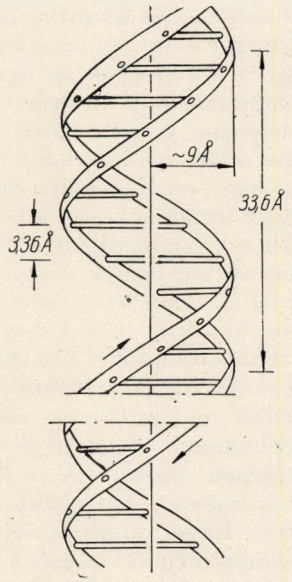
vannak kötve, a jelen esetben pl. a két N közötti hidrogén segítségével, és az egyik O és egyik N közötti hidrogén segítségével két hidrogénhídon keresztül. A kvantumkémiai számítások segítségével megállapítható, milyen kötés jön létre a két alapmolekula között. Valóban eredményül azt kapjuk, hogy az adenin és timin között két ilyen hidrogénhíd segítségével kialakuló, a guanin és a citozin között három hidrogénhíd segítségével kialakuló kötés jön létre. Mi most a jelentőségük ezeknek? Ezek a molekulák alkotják a DNS úgynevezett spirál struktúrájának az építőköveit. Itt egy ilyen DNS-t próbálunk vázlatosan ábrázolni (l. a 7. ábrát). A rajzon úgy látszik, mintha valami szalagból levő spirális lenne, a valóságban ezek a vonalak csak a könnyebb áttekinthetőségért szerepelnek itt. Egy ilyen spirális úgy értendő, hogy bázis párok egymás fölött vannak elhelyezve 36°-os elfordítással a szomszédosok között. Felvetődik az a kérdés, milyenek a kötési energiák a bázispárok között. Ezek azok a hidrogén kötési energiák, amikről épp most beszéltünk. Felvetődik az a kérdés is, hogy milyenek a kötési energiák egymás fölött levő bázispárok között. Mindezeket kvantumkémiailag jól lehet számítani. Ezeket mind elméleti, mind kísérleti módon megvizsgálhatjuk.

A tapasztalat azt mutatta, hogy ez a kettős spirális, amely a fentiek szerint épül fel, bizonyos körülmények között szét tud válni két egyszeres

spirálissá és ebben az esetben az egyes spirálisokhoz felépül a rendelkezésre álló anyagból a második ilyen kettős spirális. Mégpedig, mivel determinisztikusan fennáll, hogy egy adeninhez normális körülmények között mindig egy timin, egy guaninhoz mindig egy citozin kapcsolódik, ebből következik, hogy ha a szétvált spirálisnál valamely helyen egy adenin van, az determinálja, hogy a rendelkezésre álló anyagból való újbóli hozzáépülésnél a párja mindenképpen timin lesz.

Ez tehát módot ad arra, hogy elképzeljük a sejtosztódás, sejtszaporodás mechanizmusát olyan módon, hogy ez a kettős spriális valamilyen ok folytán — erre majd később visszatérek, — szétváljék két egyszerű spirálissá és utána az egyszerű spirális *pontosan lemásolja* az elődjét, mint kettős spirálist. A kérdés most az, hogy hogyan történik, amit az előbb említettem, ennek a két egyszerű spirálissá való szétválása. Mint említettem, hidrogén-kötések tartják együtt a két egyszerű spirálist, tehát egyszerűen ezeknek a hidrogén kötéseknek a felbontásáról kell gondoskodni. Valóban, ha megindult valahol már a felbontás, akkor, — ezt Watson és Crick kimutatta, — a megindult felbontás tovább folytatódik, mindig szolgáltat annyi energiát, hogy a következő hidrogénhidat felbontsa és ilyen módon mintegy lefejti zippzárszerűen az egész kettős spirálist. Ezután kérdéses csak az maradt, hogy hogyan történik meg az első lépés, mi okozza a legelső szétválást. És erre vonatkozóan egy érdekes kvantumkémiai mechanizmus lehetőségét vetette fel Hoffmann és Ladik elmélete:

Ha egymás fölötti bázispárokat veszünk figyelembe, akkor kiderül, hogy ezeknek a távolsága kb. ugyanakkora, mint a grafitban levő egymás fölötti grafit síkoknak a távolsága, és részletes számításokat elvégezve kiderül, hogy ilyen irányban a spirális struktúrája valami hasonló struktúrát mutat, mint a grafité. Ez annyit jelent, hogy ha normális körülmények között külső behatás nem éri a rendszert, ez szigetelő, nem vezető, de ha bizonyos sugárzás, vagy fényenergia éri, vagy elektron akceptorként, vagy elektron donorként viselkedik, tehát ha egy többlet elektron vagy egy elektronhiány van, a vezetési sávban, vagy az alapsávban létrejöhet elektromos vezetés. Ez a vezetés viszont, tekintettel arra, hogy mindig rendelkezésre áll külső elektromos tér a sejtben, azzal járhat, hogy egy bizonyos irányban elmozdulnak az elektronok. Mivel a spirális mindkét felében ugyanabban az irányban mozdulnak el az elektronok, ennek az lesz a következménye, hogy a kettős spirális egyik végén ugyanaz a töltés lép fel, tehát, vagy pozitív vagy negatív töltés akkumulálódik. Ki lehet mutatni, hogy ha egyetlen egy elektronnak megfelelő töltés jut a kettő spirális végére, ez már elegendő lehet ahhoz, hogy a hidrogénkötéseket széttörje. Tehát ez magyarázatát adhatja annak, hogy egy fénykvantum, vagy egy donor, vagy egy akceptor megjelenése máris megindítja a DNS felbomlásának a mechanizmusát. Ez annyit jelent, hogy ki kell számítani statisztikusan, hogy normális körülmények között átlagosan mennyi időnként kap a sejtmag annyi fénykvantumot, vagy donor elektront, vagy akceptor elektront, amennyi az osztódáshoz szükséges és ez szabályozza akkor a sejt-osztódás normális mechanizmusát.



7. ábra. A DNS kettős spirális.

Rögtön felvetődik a kérdés, hogy ebben az esetben fizikai módon tudnánk ezt a sejtosztódási frekvenciát szabályozni. Tényleg, tudjuk is szabályozni, vagy úgy, hogy a sugárzásnak a mennyiségét változtatjuk meg, mert hiszen akkor az több kvantumot tud szolgáltatni, vagy elektronokat szolgáltatunk, vagy elektronokat vesztünk el. De még egy másik módon is elképzelhető, hogy tudjuk a frekvenciát szabályozni. Úgy, hogy az elektrosztatikus teret változtatjuk a sejt környezetében. Erre vonatkozóan kísérleteket is végzett Bozóky, Hoffmann, Kiszely és Ladik és ezek eléggé alátámasztották ezt az elméletet.

Röviden rátérek még a címben említett negyedik alkalmazási területre, arra, hogy az iparban milyen alkalmazási lehetősége van a kvantumkémiának. Nyilvánvaló, hogy az iparban az iparágak közül a vegyiparban való alkalmazás szinte azonos a kémiai alkalmazással, tehát arra nem akarok bővebben szót fecsérelni. Egyetlen egyet kell megemlítenem, amit nem említettem, hogy az iparban nagyon fontos a reakciók lefolyásának a mechanizmusa. Nem mindegy ipari szempontból az, hogy egy reakció gyorsan, egyszerűen folyik le, vagy pedig nehezen, nagy aktiválási energiát szükséges hozzá biztosítani. Ilyen értelemben tehát az ipari alkalmazáshoz egészen közel áll a reakciókinetikai jelenségek kvantumkémiai vizsgálata.

Mit jelent a reakciókinetikai vizsgálat a kvantumkémiában? Mint már említettem, kvantumkémiai módszerekkel meg tudjuk vizsgálni nemcsak azt, hogy két H-atom hogy áll össze egy hidrogén-molekulává, hanem azt is, hogy három

hidrogénatom, vagy több hogyan viselkedik. Hasonlóan követni lehet kvantumkémiai módszerekkel két hidrogénatom egymás felé való közeledésének és így a kötődésnek az egyes fázisait is. Ennek a mechanizmusnak az összes fázisait szinte le tudja térképezni a szó szoros értelmében a kvantumkémia olyan módon, hogy a térbeli koordináták függvényében az összenergiát mint egy hegy- és vízrajzi térképnek a domborzati térképét felveszi és akkor eredményként azt kapjuk, hogy ezen a domborzati térképen a reakciónak a mechanizmusa mindig a legmélyebb energiákat kijelölő pályák mentén folyik le. Ezzel a módszerrel sikerült az elvi reakciókinetikai kérdéseket megvizsgálni és a reakciókinetika néhány kérdését tisztázni egyszerűbb molekuláknál. Nem akarok itt részletekbe belemenni, de nyilvánvalóan ugyanezek a lehetőségek fennállnak a kvantumkémia fejlődésével manapság bonyolultabb molekularendszereknél is. Egyet említek csak meg. A reakciókinetika szempontjából nagyon lényegesek a katalizátor problémák mind biofizikai, mind ipari vonatkozásban. Ezeknek megvizsgálása kvantumkémiai módszerekkel igen lényeges eredményeket hozhat. Egy nagyon érdekes tény lerögzíthető. Az összes katalizátor problémáknál lényegileg d-elektron problémák lépnek fel. Ez azt mutatja, hogy a d-elektronok vizsgálata felé kell irányítani a kvantumkémiát ahhoz, hogy komolyabb, újabb lényeges eredményeket érhessünk el ezen a téren.

Ez lett volna az utolsó előtti szó, amit akartam mondani, és még egy utolsó szó, ami mindattól amiről eddig beszéltem távol áll. Ernst akadémikus említett egy pszichológiai törvényt példaként arra, hogy még egy pszichológiai törvényhez is közelebb lehet jutni elektron-biológiai alapon. Én még tovább megyek, nem a pszichológia, hanem a társadalomtudomány felé. A társadalomtudománynak egy olyan ágát akarom felvetni, amely a második világháború vége felé született meg, az operációkutatást. Valószínűleg sokan vitatnák, hogy az operációkutatást lehet-e a társadalomtudomány egy ágának tekinteni. Valóban a helyes kifejezés az lenne, hogy az operációkutatás egyes módszerei alkalmazhatók a társadalomtudományban is. De kétségtelen, hogy a kettő között igen szoros összefüggés van. Az operációkutatás kérdései a második világháborúban a hadistratégiában léptek fel először, majd a gazdasági élet területén. Felvetődik a kérdés, hogy hogyan kerül a csizma az asztalra? Mi köze ennek a kvantumkémiához? Ennek két összekapcsoló oka van. Az egyik ok történelmi, éspedig az, hogy a háború alatt, amikor az operációkutatás megindult, ezt kvantumkémikusok csinálták, mégpedig többek között Walter, Kimball és Morse fizikusok, illetőleg kvantumkémikusok voltak az elsők, akik megszervezték az első ilyen operációkutatási csoportot. A második ok rögtön rávilágít arra is, hogy miért. Tudniillik az operációkutatás miből áll? Az egész gazdasági életnek az operációkutatása miből áll? Bizonyos potenciálokat, bizonyos energiaértékeket felvázolhatunk az összes paraméterek, tehát a munkaerő, a nyersanyagkészlet, a beruházandó gépek, a rendelkezésre álló pénz, stb. függvényében. Ezeket éppen úgy fel lehet vázolni, mint egy domborzati térképet, hasonlóan ahhoz, mint ahogy a reakciókinetikai térképen az energiát felvázoltuk, mint egy domborzati térképet. És tulajdonképpen az egész operációkutatást pontosan azzal a módszerrel végezték el a kvantumkémikusok, mint amivel a reakciókinetikai kutatást végezték. Megkeresték azt, hogy melyik az a legkevesebb energiát igénylő út, a legmélyebben futó út, amely a leggazdaságosabban vezet az eredményhez. Ezt nevezték ők optimális útnak, és ahhoz, olyan kvantumkémiai fogalmakat vettek figyelembe, mint például, hogy mennyi aktiválási energia, mennyi pénzbefektetés szükséges stb.

Ezek ma még nevetségesnek hatnak, de végső formában a gazdasági és társadalmi tervezésnél pontosan ugyanezek a kvantumkémiai fogalmak használhatók fel, mint a reakciókinetikában. Mintegy azt mondhatjuk, hogy a gazdasági élet törvényeit mint a társadalomban lefolyó reakciókinetikai jelenséget lehet tárgyalni.

Szeretném azzal befejezni, hogy talán sikerült egy kis képet alkotni arról, hogy mennyi különböző terület felé nyújtja ki a kvantumkémia a csápjait, függetlenül attól, hogy azt kvantumkémiának nevezzük-e vagy sem.

Hoffmann Tibor
Vegyipari Tröszt Számítástechnikai központ

Nem-lineáris spinor egyenletek vizsgálata

Az utóbbi években a csoportelmélet alkalmazásai igen eredményesnek bizonyultak az elemi részecskék elméletében. E vizsgálatok Gell-Mann, Ne'eman és mások úttörő munkásságából kiindulva általában két feltevésen alapulnak. Az első feltevés a mozgástörvények közelítő szimmetriáit, a második e szimmetriák sérüléséhez vezető perturbáció transzformációs tulajdonságait adja meg. E feltevések helyességét az eredményeknek a tapasztalattal való összehasonlítása dönti el. A magasabb szimmetriákkal kapcsolatos vizsgálatok egyik legmeglepőbb eredménye, hogy a magasabb szimmetriák sérüléséhez vezető perturbációk transzformációs tulajdonságai egyszerű és elegáns módon adhatók meg. A csoportelméleti vizsgálatok mellett igen lényeges feladat a részecske-folyamatok dinamikájának tisztázása. Az egyik legérdekesebb feltevés Heisenbergtől származik. E feltevés szerint az elemi részecske-folyamatok mozgástörvénye egy spinor-operátor nem-lineáris egyenletével adható meg. A gondolatot először Marshak és Okubo általánosították a közelítő SU_3-szimmetria feltételezésével nyert eredmények figyelembevételével. Elméletük szerint a nem-lineáris egyenletben fellépő téroperátor egy $\varphi_{m\alpha}$ quark spinor, ahol m (m = 1, 2, 3) az SU_3-spin index és α ($\alpha = 1 \ldots 4$) a Dirac spinor index.

A quark hipotézis szerint a három quark töltése $\frac{2}{3}e$, $-\frac{1}{3}e$ és $-\frac{1}{3}e$ (e a proton töltése), tehát egyikük stabil.

E szokatlan töltések elkerülése céljából vetették fel Van Hove és munkatársai a trion hipotézist. A trion sextett tagjainak töltése e vagy zérus, feltételezik továbbá, hogy az erős kölcsönhatások mozgástörvényei közelítőleg invariánsak az Sp_6 unitér szimplektikus csoport transzformációival szemben. Ugyanakkor megadják a szimmetria sérüléséhez vezető perturbáció transzformációs tulajdonságait is.

Az Elméleti Fizikai Kutató Csoportban folyó legutóbbi vizsgálatok során feltételeztük, hogy a t trion operátor egy nem-lineáris spinor egyenletet elégít ki. Két lehetőséget vizsgáltunk meg. Az első esetben a mozgásegyenlet alak-invariáns a γ^5 csoport, valamint az Sp_6 csoport transzformációival szemben. Nambu és Jona-Lasinio eredményeiből kiindulva megvizsgáltuk e szimmetriák spontán sérülésének lehetőségét is. Feltételeztük, hogy a szimmetriasérülések mechanizmusa hasonló a mértékinvariancia sérüléséhez a szupravezetés elméletében. A divergencia nehézségek elkerülhetők, ha a sokpont amplitúdók néhány egyszerű határfeltételt elégítenek ki eltűnő relatív koordináták esetén. Megmutattuk, hogy e határfeltételek csak a tömegek és csatolási állandók meghatározott értékei mellett teljesülhetnek. A relativisztikus amplitúdók kovariáns Fock egyenletrendszerének közelítő megoldása céljából egy nem-perturbációs módszert dolgoztunk ki. Az eljárás Bethe—Salpeter típusú egyenletek megoldását teszi szükségessé. Megmutattuk, hogy a trion-antitrion párok nem-perturbációs korrelációja kiküszöbölheti a kölcsönhatás veszélyes szingularitásait. Gorkov ismert vizsgálatainak relativisztikus általánosításával lehetővé vált a kötött trion-antitrion állapotok konzisztens figyelembevétele is. A módszer alkalmazásaként meghatároztuk néhány fontos csatolási állandó értékét.

Megvizsgáltunk egy másik spinor egyenletet is, mely alakinvariáns az SO_6-csoport transzformációival szemben. A nem-lineáris kölcsönhatást V—A csatolás és maximális „belső" szimmetria jellemzi. A Heisenberg program általánosításaként felvetettük valamennyi belső szimmetria dinamikai eredetének lehetőségét is. Megmutattuk, hogy az állapotok terének fizikai alterében a trion operátor SO_6-kovariáns egyenlete ekvivalens egy kétkomponensű Weyl spinor nem-lineáris egyenletével, ha a Fock amplitúdók néhány egyszerű feltételt elégítenek ki.

Ladányi Károly
MTA Elméleti Fizikai Kutatócsoport

Huszonötéves visszaemlékezés

Talán éppen 25 éve történt és véletlenül akkor is ilyen napos februárvég volt, mint mostanában. A kolozsvári egyetem elméleti fizikai intézetének szemináriumi helyiségében a tábla mellett tanulgattunk. Manapság egyetemeinken ezzel a tanulási formával nemigen találkozom, akkor viszont megszokott és szükséges volt. Sem tankönyv, sem jegyzet nem állott rendelkezésünkre, magunkra voltunk utalva. Az előadáson hallottakat még melegében megbeszéltük, jegyzeteinket kiegészítettük, nehogy valami lényeges feledésbe menjen. Ilyen alkalmakkor gyakran előfordult, hogy Gombás professzor kijött közénk. Kérdezett, tanácsot adott sőt, olykor soron kívüli kiselőadást tartott egy-egy érdekes problémáról (pl. első ízben így értesültem az U^{235} hasadásáról!).

Mondottam, az ilyesmi gyakori volt, de az említett nap különösképpen azért nevezetes számomra, mert visszamenőben Gombás a szobájába hívott és közölte: ha magam is akarom, felvesz az intézetbe díjtalan gyakornoknak. Hogy akartam-e? Nem hiszem, hogy az álláselosztások és ösztöndíjak mai rendszeréhez hozzászokott tudósjelöltek meg tudják érteni, mennyire akartam és milyen nagy lehetőséget jelentett ez számomra. Én, mindenesetre, ma is úgy emlékszem vissza azokra a percekre, mint amelyek tudományos pályám szempontjából a legdöntőbbek voltak. Változnak az idők, most már bennem is mosolyt kelt, ha arra gondolok, hogy a díjtalan gyakornokság sem fizetéssel nem járt, sem végleges státuszt nem jelentett. Ezek a fogalmak hasonló helyzetben, senkinek a fejében nem fordultak meg; jövőnket illetően rangot jelentő tudományos intézményekre és az ott kapható minél magasabb fizetésre egyikünk sem gondolt. Engem éppen a fizika érdekelt és 25 évvel ezelőtt Magyarországon aligha lehetett valaki szerencsésebb, mint az, aki Gombás intézetébe kerülhetett tanulónak.

Nem emlékszem már, mi és mennyire volt akkor tudatos bennem a fenti gondolatokból. Most csak azt tudom, hogy valahányszor ezzel az elvont fogalommal találkozom: tudományos iskola, mindig az említett szemináriumi helyiség jut eszembe. Nyilván azért, mert az egyébként elvont fogalom nekem itt öltött valóságos formát. Szerettem azt a kis termet. Hiszen — „mozgalmasabb" időkben, szinte naponként — itt tárgyaltuk meg az intézetben folyó kutatás egy-egy újabb fordulatát. Mindig az beszélt, akinek valamilyen új ötlete volt. A spontán fogalmazás egy pillanatra meghökkent: „tárgyaltuk"? Azt hiszem, mégis maradhat így, mert kifejezésre jut benne, hogy a hivatali függés fogalma ilyenkor egyáltalán nem jutott eszünkbe. Közkeletű szóval ma azt mondanánk, hogy Gombás volt az egyszemélyes felelős vezető, de akkor mi ezt nagyon aktaszagúnak éreztük volna. Egyszerűen az volt a helyzet, hogy Gombás sokkal többet segített nekünk (ti. intézeti tagoknak) mint mi neki.

Kicsi volt az intézet, de professzorunk a kis létszámú gárda lendületét mindig élesztette. Nem is jutott eszünkbe, hogy kevesen vagyunk. Sokmindent mesélhetnék erről a korszakról, de nem akarok sem túlságosan szakszerűvé válni, sem az én szubjektív megítélésem szerint ismertetni a kialakulóban levő „Gombás iskolá"-t. A szubjektivitás viszont az iskola körüli dolgokról már bizonyára megengedhető. Sem Gombás, sem mi nem voltunk ún. „szakbarbár"-ok, a tudományos munka mellett egyéb tényezők is szerepet játszottak az intézet életében. Kezdjük talán a legkellemetlenebbel. Adminisztráció, ha nem is sok, de volt. Titkárnő viszont nem, így a dolognak ez a része mint rangban legfiatalabbra, rám hárult. Emlékszem, hogy első alkalommal ebben a minőségemben botránkoztattam meg professzoromat. A levelezések lebonyolításához, tíz pengős keret erejéig,

saját kasszánk volt. A bélyegkiadásokról egy kis füzetben nyilvántartást kellett vezetnem. Nem is volt baj hosszú ideig, de egyszer valahogy heteken át semmi postázni valónk nem akadt, és én teljesen elfeledkeztem a füzetről is, meg a bélyegekről is. Úgy elhányódtak, hogy mikor egyszer mégis bélyegre lett volna szükségünk, sehol nem találtam őket. A keresés Gombás jelenlétében zajlott le, de eredménytelenül. (Évek múlva találtam rájuk, de akkor már haszon nélkül.) Borbély Samu mondta később, hogy Gombást az eset nagyon meghökkentette, nem tudta eldönteni, saját céljaimra használtam-e fel a bélyegeket, vagy — horribile dictu — rendetlen vagyok? Figyelmetlenségem máskor is okozott galibát, de sehogysem találtam módot annak bizonyítására, hogy ilyesmi mindenkivel megeshet. Egyszer aztán a sors szeszélye némi igazságot szolgáltatott nekem is. A dolog úgy kezdődött, hogy első tudományos közleményemben a képleteket oly csúnyán írtam be, hogy Gombás megjósolta: a kéziratot legjobb esetben visszaküldik, vagy az első korrektúra tele lesz az olvashatatlanság miatt rosszul szedett képletekkel. Megmutatta akkor készített és elküldés előtt álló, valóban precíz kéziratát, így kell csinálni. Szerencsém volt, az én szövegemet szinte hibátlanul kiszedték, a Gombás cikkében viszont értelemzavaró elírás csúszott be: „Atomterm" helyett következetesen „Atomkern" szerepelt a lapok tetején megjelölt címben. Persze, a „biztató" tanulságot csak a magam számára vontam le. A sors mégsem volt hozzám elég kegyes és valamilyen, akkortájt kiderült újabb „bűnöm" miatt, jobbnak láttam hallgatni.

Szóval az iskola vezetése a vezetőnek ilyesfajta problémákat is adott. Ha ebben én tüntem volna ki legjobban a tanítványok közül, ezúttal kérem meg Gombás Pált, a múlt szépítő hatásának elve alapján adjon felmentést. Ezúttal azonban hadd adjak magyarázatot valamire, amiben hibásnak látszottam, de valójában semmi közöm nem volt hozzá. Gyuri bácsi (az intézeti hivatalsegéd) fizetése bizonyos korábban vitatott szolgálati idő beszámítás folytán jelentősen emelkedett. E fölötti örömében barátaival áldomást ivott és egyik délben meglehetősen jó hangulatban engem is hívott, menjek át a szemközti bodegába. Az italt sohasem bírtam és féltem, hogy az obligát két pohár bortól rosszul leszek, kitértem előle. Nem lehettem elég határozott, mert kb. egy óra múlva, midőn ebédelni indultam, azt vettem észre, hogy asztalomra Gyuri bácsi egy üveg bort csempészett. Otthagytam, hogy majd visszaadom neki. Miközben ebédelni voltam, Gombás váratlanul bent járt az intézetben és meglátta az asztalomon a bort. Én erről, persze, mitsem tudtam. Három óra körül visszamenet, az egyetem kapujában Gombással találkoztam össze. Rosszat sejtve megkérdeztem: fel jön-e az intézetbe. Igen, volt a válasz, mire én valamilyen ürüggyel előre szaladtam és a bort eltüntettem. Később egy javító szándékú fejmosásnál ez a ténykedésem kiemelt súllyal szerepelt: nem elég, hogy iszom az intézetben, még félre is akartam vezetni. Ettől az esettől eltekintve, Gombásnak más tévedésére nem emlékszem. Pedig máig is rejtély számomra, honnan ismerte fel, hogy a szobájában levő kanapén időnként egyik kollegám szokott aludni és hogy így a kanapé párnázott szegélyén időnként az ő cipőtalpa hagyott nyomot és nem az enyém.

1941 őszétől már rendszeresen az intézetben dolgoztam, és Gombásnak gondja volt rá, hogy kezdettől fogva értsem is a folyó munka lényegét. Az év karácsonyára már annyira jutott velem, hogy a vakációban önálló munkára szántam rá magam. Gyorsan, és érzésem szerint igen eredményesen haladtam előre. A dolog annyira izgatott, hogy még szilveszter előtt visszamentem Kolozsvárra és rögtön felhívtam Gombást telefonon. Jelentettem: megpróbáltam csinálni valamit, ami értelmes dolognak látszik, szeretném a véleményét kikérni. Rendben van, volt a válasz, majd újév után az intézetben megbeszéljük. Úgy éreztem, nem bírom ki azt a néhány napot és spontán kifakadtam: „Professzor úr, én az éjjel emiatt már nem bírtam aludni, tessék minél előbb bejönni az intézetbe". Pillanatnyi szünet után, némi derűvel a hangjában, azonnali meghívást kaptam Tőle, látogassam meg a lakásán. Negyed óra múlva ott voltam és előadtam elgondolásomat. Nem volt jó, de Gombás kellő tapintattal megnyugtatott azzal, hogy ezt az utat már ő is megjárta és éppen ezért látja elgondolásom hibái mellett az erényeit is. Ne keseredjen el, hiszen — mint mondta — a próbálkozás reménytkeltő.

Visszagondolva a Gombás mellett eltöltött időre, egy pillanatra meghökkent az a tény, hogy együttvévealig tesz ki két és fél évet. Nekem igy is döntő módon jelentős volt. Azóta kifejlődött iskoláját maguk a tények eléggé értékelik. Mindezek protokolláris formában való elismerése nálam hivatottabb személyekre és fórumokra tartozik. Amit a magam részéről hozzátehetek, nem lehet más, mint a volt tanítvány hálás visszaemlékezése és köszönete.

Fényes Imre
ELTE Elméleti Fizikai Intézet

Tízéves a Magyar Tudományos Akadémia Elméleti Fizikai Kutató Csoportja

Tíz évvel ezelőtt alakult meg a Magyar Tudományos Akadémia Elméleti Fizikai Kutató Csoportja. Ez alkalomból Dr. Gombás Pál, a Csoport igazgatója a Magyar Tudományos Akadémián tartott előadásában beszámolt a Csoport tízévi munkásságáról. A jelen cikkben ezen előadás alapján ismertetjük a Csoportban elért tudományos eredményeket.

A Csoportban folyó kutatások hét, egymással összefonódó témakörbe sorolhatók. Ezek a következők:

1. Atomi rendszerek statisztikus elmélete
2. Kvantumkémia
3. Szilárd testek elmélete
4. Magok elmélete
5. A kvantumkémiai soktestprobléma közelítő módszereinek vizsgálata
6. Elemi részecskék elmélete
7. Relativitáselmélet

Az alábbiakban e témafelosztás szerint ismertetjük a Csoport egyes kutatóinak tudományos eredményeit.

1. *Atomi rendszerek statisztikus elmélete*

Az elmélet célja egy olyan hullámmechanikai alapokon nyugvó, mégis szemléletes és könnyen kezelhető atommodell kiépítése, mely a tapasztalással egybehangzóan írja le az atomi rendszerek tulajdonságait. Ez irányú kutatások nem újkeletűek Magyarországon, Gombás Pál és munkatársai igen fontos eredményeket értek el e területen a Csoport megalakulása előtt is. Mi most csak a Csoport keretében elért eredményekről számolunk be.

Gombás Pál a Thomas—Fermi—Weizsäcker-féle statisztikus atommodell egyik alapvető hiányosságát kiküszöbölő korrekciót vezetett le. A korrekció bevezetésével a statisztikus atommodellel számított energiaértékek és elektronsűrűség-értékek nagyságrendileg jobban megközelítik a megfelelő hullámmechanikai értékeket, mint az eredeti Thomas—Fermi—Weizsäcker modell esetén.

Ladányival együtt kidolgozta az elektronok főkvantumszám szerinti csoportosításával bővített statisztikus atommodellt. A modell az első a statisztikus modellek sorában, mely az atomok számos kémiai és spektroszkópiai fontosságú egyedi sajátságáról is számot tud adni. A modell finomításába később Szondy is bekapcsolódott.

Az elektrongáz korrelációs energiájára nyert interpolációs formula segítségével bővített statisztikus atommodellt dolgozott ki, mely az atomok számos sajátságáról számot tud adni.

Általánosította és továbbfejlesztette a statisztikus elméletbe általa már korábban bevezetett perturbációs technikát.

Rámutatott a statisztikus egyenletek és a Schrödinger-egyenlet egy fontos analógiájára, mely fontos következtetéseket tesz lehetővé.

Kónya Albert eredményes vizsgálatokat végzett a kvantumállapotoknak a periódusos rendszerben észlelt betöltődési sorrendjének értelmezésére vonatkozóan.

A WKB módszer alkalmazásával módszert vezetett le, mellyel az atomok termjei egyszerűen és nagy pontossággal meghatározhatók.

Értelmezni tudta a főkvantumszámot a statisztikus modell keretében. Az eredmények nem csak elvi érdekességűek, hanem a statisztikus modell finomítására is felhasználhatók. Ez lehetőséget ad a statisztikus modell elérhető pontosság növelésére.

Gáspárral együttműködve a statisztikus modellt eredményesen alkalmazta a HJ molekula szerkezetének vizsgálatára.

Gáspár Rezső eredményesen alkalmazta a statisztikus elméletet számos kvantumkémiai érdekességű kérdés vizsgálatára.

Ladányi Károly a statisztikus atommodell és a hullámmechanika közötti kapcsolat vizsgálata során megmutatta, hogy a hullámmechanikai variációs módszer alkalmas próbafüggvények választásával a statisztikus atommodell ismert egyenleteihez, illetve ezek általánosításaihoz vezet.

2. *Kvantumkémia*

Gáspár Rezső a molekulák egyesített atommodelljét a kvantumkémiai számításokba az elsők között vezette be. Ez a modell különösen a többatomos hidridek tárgyalására alkalmas és a mai napig az erre a célra használható egyik legpontosabb módszer. A módszerrel számos hidrid hullámfüggvényét határozták meg.

Kapuy Ede foglalkozott a lokalizált elektroncsoportokból álló rendszerek elméletével. A Hartree—Fock egyenletek olyan általánosításait vezette le, melyek megoldásai erősen ortogonális többrészecskefüggvények. Ilyen függvényekből fölépített molekula-hullámfüggvényektől a molekulák többsége esetén igen jó közelítés várható. Kimutatta, hogy a rendszer sok fontos sajátsága ebben a közelítésben a csoportok járulékaiból additive tevődik össze.

AH_4 típusú molekulák hullámfüggvényét határozta meg egycentrum közelítésben. A módszer kitűnik matematikai egyszerűségével és segítségével a molekulák számos sajátsága a tapasztalattal jó egyezésben meghatározható. A metán-molekula mágnesen szuszceptibilitására olyan értéket nyert, mely a számítások idején a kísérleti értéknél lényegesen pontosabb volt. Az újabb kísérletek számításait mindenben igazolták.

Szondy Tamás új, a problémák széles körére alkalmazható közelítő módszert vezetett le a kvantumkémiai számítások során föllépő elektronkölcsönhatási integrálok kiszámítására.

Süveges Máté vizsgálta elektron-plazmarezgések kis molekulákban történő föllépését.

3. *Szilárd testek elmélete*

Gombás Pál a statisztikus elmélet felhasználásával értelmezte a nagy nyomás alatt álló anyagok számos fontos tulajdonságát. Ezeknek az eredményeknek elsősorban a csillagok belső szerkezetének tisztázásában van fontos szerepe.

Gáspár Rezső a statisztikus fémmodell általánosításával kidolgozta az alumínium fém elméletét.

Figyelembe véve az egyes atomok helyén uralkodó kristálytér szimmetriáját sikerrel értelmezni tudta a szelén és tellur kristályok elektromos és optikai anizotrópiáját.

Antal János foglalkozott alkáli és nemesfémek elasztikus jellemzőinek meghatározásával. Gombás fémelméleti eredményeiből kiindulva meghatározta a kálium és az ezüst fém Wigner gömbjének rotációs ellipszoiddá történő torzításához szükséges munkát és a Poisson-arányt. A deformált rácsra vonatkozó energiaszámításokból kiindulva vizsgálatok folytatott C_{11} és C_{12} meghatározására.

Kónya Albert eredményeket ért el a kristályok hibahelyeinek vizsgálatában.

Ladányi Károly a fémek statisztikus elméletének alkalmazásaként a nemesfémek kötését vizsgálta.

4. *Magok elmélete*

Gombás Pál a statisztikus elmélet alapján magmodellt dolgozott ki, mely az atommagok kötési energiájáról igen nagy pontossággal számot tud adni.

Kisdi Dáviddal együttműködve megállapította, hogy az elmélet szerint — a tapasztalattal jó egyezésben — a 266 tömegszámú és 107 magtöltésű magoknál nehezebb

magok nem stabilak spontán maghasadással szemben. Ugyancsak a tapasztalattal jól egyező eredmények adódtak az atommagok kollektív rezgéseinek és a C^{12}—C^{12} magmolekula szerkezetének vizsgálata során is.

5. *A kvantumkémiai soktestprobléma közelítő módszereinek vizsgálata*

Gombás Pál az elektronok mellékkvantumszám szerinti csoportosításával bővített statisztikus atommodellből a Pauli-elvet helyettesítő nem-klasszikus taszítópotenciálra egy széles körben alkalmazható kifejezést vezetett le.

A konstans sűrűségű elektrongáz korrelációs energiáját Brueckner, Gell-Mann, Bohm, Pines és Wigner által levezetett kifejezéseket közös interpolációs formulába foglalta össze.

Gáspár Rezső megmutatta, hogy a semleges, izolált, alapállapotban levő atomokban az elektronokra ható effektív potenciál jobb közelítésben írható le egy — lineáris transzformációktól eltekintve — univerzális potenciálfüggvénnyel, mint ahogy az a Thomas—Fermi modellből következik. Az univerzális potenciálfüggvényt számos atom közelítő egy-részecske hullámfüggvényeinek meghatározására alkalmazta.

Az elektronok mellékkvantumszám szerinti csoportosításával bővített statisztikus atommodellből származtatott, a Pauli-elvet helyettesítő nem-kasszikus taszítópotenciál alkalmazhatóságát kiterjesztette nem impulzus-momentum-sajátállapotban levő függvényekre. Vizsgálta a potenciál alkalmazhatóságát szóráselméleti problémák esetére.

Gáspár Rezső a Hellmann—Feymann tétel felhasználásával kimutatta, hogy bizonyos feltevések teljesülése esetén hogy atomok korrelációs energiája egy izoelektronos soron belül jó közelítéssel állandó, és ugyanez áll molekulákra is egy, a magkonfigurációtól függő tag figyelembe vétele esetén.

Kisdi Dávid megmutatta, hogy zérus hőmérsékletű kvantumfolyadékok sűrűségkorrelációs függvényét — mely lassú neutronok rugalmatlan szórásának leírására szolgál — a Bogoljubov-féle kanonikus transzformációk segítségével egyszerűen ki lehet számítani. Az az eredmény adódott, hogy míg a Bose-rendszereknél a neutronszóródás folyamán egy- vagy kétfotonos gerjesztések fordulhatnak elő, a Fermi-rendszereknél csak két, egymással ellentétes spinű kvázirészecske gerjesztése az egyedüli folyamat, ami rugalmatlan szóródást eredményez.

Szondy Tamás megmutatta, hogy molekuláris rendszerek hullámfüggvényének közelítő meghatározására a momentumok módszere jól alkalmazható. A javasolt módszer mely a hasonló célból eddig alkalmazott variációs módszerek többségét speciális esetként magában foglalja, alkalmas a számolások során föllépő integrációs nehézségek csökkentésére és lehetőséget nyújt a variációs módszerek egyes tulajdonságainak jobb megismerésére is.

Az elektronok mágneses kvantumszám szerinti csoportosításával bővített statisztikus modellből új, hengerszimmetrikus rendszerekre is érvényes kifejezést vezetett le a Pauli-elvet helyettesítő nem-klasszikus taszítópotenciálra.

6. *Elemi részecskék elmélete*

Ladányi Károly az elemi részecskék Heisenberg-féle nemlineáris spinorelméletéhez csatlakozva a relatikus Fock-módszer általánosításával self-consistens módszert dolgozott ki, mely alkalmas lehet elemi részecskék tömegének, csatolási állandóknak és relativisztikus amplitúdóknak a közelítő meghatározására.

Foglalkozott az izoszimmetria és az S_{p_6} szimmetria spontán sérülésének lehetőségével. A feltevés lényege, hogy az említett szimmetriák sérülésének mechanizmusa hasonló, mint a mértékinvariancia sérülése a szupravezetés elméletében. Megmutatta, hogy a feltevés alapján az elmélet az izoszimmetria elektromágneses típusú sérüléseihez és a tapasztalattal igen jól egyező Gell-Mann—Okubo—Schwinger tömegformulákhoz vezet.

7. *Relativitáselmélet*

Süveges Máté kapcsolatokat derített fel az általános relativitáselméletben az Einstein-terek klasszifikációs problémája és az elmélet fizikai tartalma között.

KITÜNTETETTJEINK

Az 1963. évi Bródy díj egyik kitüntetettje **Somogyi Antal.**

1950 óta folyamatosan a kozmikus sugárzás kísérleti vizsgálatával foglalkozik Somogyi Antal. E munkája során először kidolgozta a Geiger—Müller számlálócsövek előállításának eljárását, majd egy számlálócsöves kiterjedt légizápor mérő berendezést épített fel, amellyel a kiterjedt légizáporok elektron-foton komponensének egyes fontos sajátságait, mint pl. az elektron-foton arányt, mérte ki. Eredményei közül kiemelkedik a kiterjedt légizáporok gyengülési tényezőjének meghatározása a légizáporok irányeloszlásából, valamint az extrém nagy sűrűségű záporok sűrűségspektrumának meghatározása. Ez utóbbi méréssel egy sokat vitatott kérdés megoldásához járult hozzá.

Somogyi Antal a kiterjedt légizáporok vizsgálatán kívül megszervezte a Nemzetközi Geofizikai Év, és az ezt követő együttműködések során a kozmikus sugárzás müon komponensének föld alatti vizsgálatát. Munkája elismeréséül a Nemzetközi Geofizikai Együttműködés Európai—Ázsiai Régiója a kozmikus sugárzási ügyek előadójának választotta meg. — A fizikai tudományok kandidátusi fokozatát 1959-ben nyerte el a kozmikus sugárzás kiterjedt légizáporainak atmoszferikus effektusairól és az elektron-foton arányának vizsgálatáról írt disszertációjával.

A fizikai tudományok doktorának címét 1965-ben kapta meg az extrém nagy sűrűségű kiterjedt légizáporok vizsgálatáról írott disszertációja alapján.

1964. szeptembere óta Angliában dolgozik vendégprofesszorként a Durhami Egyetem-en illetve a londoni „Imperial College"-ben. — Lapunk szerkesztőbizottságának tagja.

1963 évben részesült Bródy díjban **Koltay Ede** kandidátus, az ATOMKI tudományos munkatársa Van de Graaff típusú gyorsítók fejlesztése és alacsony energiájú megfolyamatok vizsgálatára történő felhasználása terén elért nemzetközi értékű eredményeiért.

Koltay Ede 1954-ben végzett a debreceni Kossuth Lajos Tudományegyetemen. A Kísérleti Fizikai Intézetben végzett oktató munkája mellett, majd később, mint aspiráns, készítette el az Intézet 2 MV-os Van de Graaff generátorának gyorsító csövét és annak segédberendezéseit, (amelyek közül talán érdemes külön ki emelnünk a generátor lassú feszültségszabályozását végző referenciateres rotációs voltmérőt). Ennek során az elektron- és ionoptika olyan elméleti és kísérleti problémáival is foglalkozott, amelyek már túlnyúltak az adott feladat keretein. Az 1960-ban üzembe állított gyorsítón végezte el a Be^9/d, n/B^{10} reakció gerjesztési függvényének vizsgálatát, amely kandidátusi disszertációjának témájául szolgált, s amely értékes információt szolgáltatott a reakció mechanizmusának sokat vitatott kérdéséhez. Külön említésre méltó az ezen méréshez kidolgozott abszolút, energiafüggetlen neutronintenzitásmérő módszer kifejlesztése.

A gyorsító tervezése során Koltay Ede az irodalom alapján bevezetett egy elektrolittankos modell-mérő módszert, amellyel adott elektród-elrendezések esetén kialakuló térerősségeloszlásra lehet következtetni. Nagyfeszültségű gyorsítóberendezéseknél ez rendkívül fontos, mert az elérhető maximális feszültséget mindig a legnagyobb térerősségű pont szabja meg; ezért lehetőleg egyenletes térerőeloszlásra kell törekedni. Ez a módszer kerül alkalmazásra az ATOMKI jelenlegi elektron- és ionoptikai problémáinál is.

Ilyen elektrolittank-mérésekkel párosult számítások képezték alapját a ferdeterű gyorsítócsövekre vonatkozó következtetéseinek is. Teljesen hengerszimmetrikus geometria esetén ugyanis a céltárgy környékéről kiváltott elektronokat a tér az ionforrás felé gyorsítja, ami elektronsokszorozás miatt az átültetési feszültség csökkenéséhez, tehát — adott elektród-elrendezés mellett — az alkalmazható nagyfeszültség csökkenéséhez vezet; egyúttal növekszik a generátor környezetében a γ-háttér is a visszafutó elektronok által kibocsátott fékezési sugárzás miatt. Ha a szimmetriát megfelelő elektród rendszer alkalmazásával kissé „elrontjuk", ez a veszély nagymértékben csökken, de — amint Koltay Ede kimutatta — az ionforrásból jövő nyaláb továbbra is a targetre fókuszálható. Ezt a munkáját részben már Koppenhágában, a Bohr-intézetben végezte (1962—63), ahol egyúttal az ottani 4,5 MV-os tankgenerátor szerkesztési elveit és üzemeltetését tanulmányozta.

Ugyancsak Koppenhágában végezte — ottani kutatókkal együttműködésben — a Mg^{25}/d, α/Na^{23} gerjesztési függvényének, ill. szögeloszlásának vizsgálatát, amelynek során elsőízben alkalmazták az ún. „(2J + 1)-szabályt" gerjesztett magállapotok spinjének meghatározására. A közbenső mag élettartamára a mért gerjesztési függvény fluktuációiból következtettek.

Koltay Ede derűs, kiegyensúlyozott egyénisége „fantáziát" talál az apró jelenségekben is, de széleskörű tájékozottsága révén jelentőségüknek megfelelően tudja értékelni a fizika alapkérdéseiben elért eredményeket is. Kollégái, barátai akik tudják, hogy közvetlen, mindig segítségre kész munkatárs, vele együtt örülnek a kitüntetésének.

Az 1963. évi Schmid Rezső díjban részesült **Kisdi Dávid** a MTA Elméleti Fizikai Kutató Csoportjának tudományos munkatársa, a zérustól különböző impulzusmomentumú atommagok statisztikus modelljének kidolgozásáért, továbbá a téridőbeli sűrűségkorrelációs függvényeknek a Bogoljubov-féle kanonikus transzformációk módszerével való meghatározásáért.

Kisdi Dávid a budapesti Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Karán 1951-ben szerzett oklevelet, a kandidátusi címet pedig 1955-ben nyerte el. Kandidátusi disszertációjában a teljesen lezárt nukleonhéjakból felépülő Pb^{208}_{82} atommagnak nukelonokkal való kölcsönhatását határozta meg a statisztikus magelmélet alapján. Azóta egy egész sor érdeklődést keltő munkája jelent meg a statisztikus magelmélet különböző alkalmazásaival és bővítésével kapcsolatban. Ezek közé tartozik a Schmid-díj odaítéléséül szolgáló egyik dolgozata, a zérustól különböző impulzusmomentumú magok statisztikus elméletéről szóló munkája is. Az elmélet alapján megállapíthatóvá vált az a (tömegszámtól függő) kritikus impulzusmomentum érték, melynél a magnak a gömbszimmetrikus alaktól való deformálódása olyan mértéket ölt, ami a mag kettéhasadásához vezet. A = 266, Z = 107 esetén a kritikus impulzusmomentum már zérus, ennél nehezebb magok az elmélet szerint már nem stabilisak a spontán maghasadással szemben.

A Schmid-díj odaítéléséül szolgáló másik dolgozata a zérus hőmérsékletű kvantumfolyadékok elméletével foglalkozik. Itt az energiasűrűség mellett azok a sűrűségkorrelációs függvények játszák a legfontosabb szerepet, amelyek a lassú neutronok rugalmatlan szórásának leírására szolgálnak. E korrelációs függvényeket a legegyszerűbb módon a Bogoljubov-féle kanonikus transzformációk segítségével lehetett kiszámítani. Az az eredmény adódott, hogy míg Bose-rendszereknél a neutronszóródás folyamán egy- vagy kétfononos gerjesztések fordulhatnak elő, addig a Fermi-rendszereknél csak két, egymással ellentétes spinű kvázirészecske gerjesztése az egyedüli folyamat, ami rugalmatlan szóródást eredményez.

Amikor Kisdi Dávid kitűntetéséhez őszinte örömmel gratulálunk, eredményes kutató munkáján kívül szólnunk kell számos kitűnő előadásáról Elméleti Fizikai Iskoláinkon és Soktestproblémái Szemináriumainkon, melyeknek rendezésében is tevékenyen részt vett. Előadásaiban is tükröződik lényeget megragadó kiváló fizikai érzéke, mely a formalizmusok átfogó ismeretével párosul. További munkájához sok sikert kívánunk.

Az 1963. évi Schmid Rezső díj másik kitüntetettje **Pócsik György,** kvantumtérelméleti kutatásaiért.

Az igazi kávés cukor nélkül issza a feketét. És akinek „második anyanyelve" lett a matematika, az nem szorul rá, hogy beszédébe „idegen szavakat" keverjen. Ilyen kutató Pócsik György.

Dolgozataiban kevés a „szöveg", mégis, vagy éppen ezért, mindig világosan körvonalazódnak a vizsgált problémák. Tudományos egyéniségének ez a vonása különösen fontos a térelméletben, ahol a legsúlyosabb nehézségekkel kapcsolatban pontosan azt nem lehet tudni, hogy az alkalmazott közelítő matematikai módszerek vagy a kiindulásul választott fizikai koncepciók csődjével állunk szemben.

A térelméletben az előbbrejutás világszerte néhány, egymástól elkülönülő útvonal mentén történik. A két legfontosabb az *a)* egzaktul tárgyalható modellek és a *b)* nem-perturbatív közelítések útja. E két irányzatba kapcsolódik bele elsősorban Pócsik György munkássága. Az első irányzat célkitűzése: a reális viszonyok olyan leegyszerűsített modelljének megkonstruálása, amely egyfelől elég egyszerű ahhoz, hogy egzakt matematikai tárgyalást tegyen lehetővé, másfelől elég bonyolult ahhoz, hogy még hűen tükrözze a tényleges fizikai problémákat. Pócsik György két dolgozatban járul hozzá a Thirring által felvetett, öncsatolt spinortér szerkezetének tisztázásához. A második irányzat a közvetlen, nem leegyszerűsített problémák körében marad. Egzakt megoldásokról itt szó sem lehet. Egy-egy közelítő eredmény elméleti igazolására a következő lehetőség kínálkozik. Ugyanazt az eredményt több, alapjaiban független közelítő eljárással kell leszármaztatni, majd összehasonlítani. Számos egyéb dolgozat mellett a nem perturbatív módszerek körébe vág Pócsik György 1962-ben írt kandidátusi értekezése is. Matematikában való jártassága lehetővé teszi Pócsik György számára, hogy késedelem nélkül kerüljön kapcsolatba a térelmélet minden aktuális problémájával, legyen az a közelítő szimmetriák vagy a soktestprobléma térelméleti módszereinek kérdése. Pócsik György jelenleg az ELTE Elméleti Fizikai Intézetében dolgozik. 1958-ban került ide, egyetemi tanulmányait Szegeden végezte.

Az 1964. évi Bródy-díjat **Fényes Tibor,** az alfa-spektroszkópia hazai meghonosításáért és eredményes műveléséért kapta meg. Fényes Tibor már fiatal egyetemi hallgató korában, 1950-ben bekapcsolódott a debreceni egyetem Kísérleti Fizikai Intézetének munkájába, mint demonstrátor. Az egyetem elvégzése után ugyanitt lett gyakornok 1952-ben, majd tanársegéd és adjunktus és ebben az intézetben dolgozott egészen 1962-ig. 1962-ben került át az MTA Atommag Kutató Intézetébe és innen ment ki Dubnába 1963 szeptemberében, ahol jelenleg is dolgozik csoportjával együtt.

Tudományos munkáját Fényes Tibor Szalay Sándor professzor mellett kezdte egy speciális mágneses alfa-spektrométer építésével. Ezzel a berendezéssel mérte meg nagy pontossággal a Po^{210} gyenge alfacsoportjának energiáját 1958-ban. Ezért a munkájáért nyerte el a kandidátusi fokozatot a rákövetkező évben. Figyelme ezután a deformált magok alfa-sugárzása felé fordult. Ezzel párhuzamosan tanulmányozta és hazánkban először alkalmazta a félvezető detektorok technikáját éspedig alfa-spektroszkópiai célra. Ez jelentette a megfelelő elektrónika kifejlesztését és a félvezető technika akkor meg világszerte is kezdeti stádiumában levő alfa-

spektroszkópiai módszereinek kidolgozását. Az itthon kifejlesztett technikával és megépített berendezéssel Fényes Tibor és csoportja a dubnai EAKI-ben ért el jelentős eredményeket a neutron deficites ritka föld atommagok alfa-sugárzására vonatkozólag. Legjelentősebb eredményük egy új alfa-sugárzó, a Tb—150 felfedezése. Munkáját rendkívüli körültekintés és szívósság jellemzi. Sokan csodálták, ahogy dubnai munkáját megszervezte és néhány hónappal Dubnába érkezésük után, már komoly eredményekről számolhattak be. Fényes Tibor azonban nemcsak kutató, de egyetemi oktatói és tudományos nevelői munkája is jelentős. Több egyetemi special-kollégiumot, haladó gyakorlatot tartott nagy odaadással és felkészültséggel. Szakkörös, diplomamunkás hallgatók és nem utolsó sorban csoportjának tagjai tanulták meg tőle a tudományos munka szeretetét és módszereit. Megjelent tudományos munkáinak száma 1965 elejéig 16.

1964. évben részesült Bródy díj kitüntetésben **Szilágyi Miklós** a Műszaki Fizikai Kutató Intézet munkatársa, az elektronoptika területén elért eredményeiért. Szilágyi Miklós a Leningrádi Műszaki Egyetem ösztöndíjas hallgatójaként 1954-ben kezdte meg tanulmányait. 1957-től tanulmányaival párhuzamosan résztvett az Egyetem Elektronfizikai Tanszékének kutatómunkájában is. Itt Kelman akadémikus és Dobrecov professzor irányítása alatt az antiszemmetria síkkal rendelkező mágneses hengerlencsék vizsgálatával foglalkozott. Még egyetemi hallgató korában 2 munkáját fogadták el közlésre szovjet akadémiai folyóiratok. Az egyetemet mint mérnök-fizikus 1960-ban fejezte be, kitüntetéssel. Hazatérése után a MTA Műszaki Fizikai Kutató Intézetének lett a munkatársa. Tudományos tevékenysége a középsíkkal rendelkező kétdimenziós elektronoptikai rendszerek, valamint a tértöltés problémáinak vizsgálatára összpontosul.

Mint ismeretes, az utóbbi időben előtérbe kerültek a nem hengerszimmetrikus fokuszáló rendszerek. Ezek közül kettős fókuszállású tömegspektrométerek, továbbá a sebességanalizátorok tökéletesítése szempont jából különös érdeklődésre tarthatnak számot a középsíkkal rendelkező kétdimenziós rendszerek. Éppen ezen a területen vont le Szilágyi Miklós részben Sz. A. Jarov szovjet fizikussal közösen több általános érvényű elméleti következtetést. Sikerült az ilyen rendszerekben mozgó részecskék pályáit leíró egyenletekben a változókat szétválasztania. Két fontos esetre ezeket az egyenleteket analitikusan is megoldotta. Elvégezte két új mágneses hengerlencse számítását és kísérleti vizsgálatát. A tértöltéses problémák vizsgálatával kapcsolatban komoly eredményeket ért el a periodikus elektrosztatikus terekkel fokuszált hengerszimmetrikus nyalábok optimális fokuszálási viszonyainak vizsgálata területén. Munkássága kiterjedt a vékony lencsék sorozatával fokuszált szalagnyalábok elméletének vizsgálatára is. A legutóbbi időben elsősorban az intenzív szalagnyalábok és üreges nyalábok tulajdonságaival és fokuszálásával kapcsolatban végzett kutatásokat. Ez ideig a fenti tárgykörből 10 dolgozata jelent meg, ill. a közeljövőben megjelenik. A tértöltéses elektronoptika tárgyköréből írt egy monográfiát is, amit az Akadémiai Kiadó ad ki.

Az 1964. évi Schmid díjjal **Szondy Tamást** tüntették ki. Szondy Tamás 1959. novemberében került az MTA Elméleti Fizikai Kutató Csoporthoz. Itt a kvantummechanikai közelítő számítások terén sokrétű eredményes kutatómunkát végzett részben önállóan, részben másokkal együttműködve. Gombás Pállal közösen továbbfejlesztette az elektronok főkvantumszám szerinti csoportosításával kiépített statisztikus atommodellt. A Pauli-elvet helyettesítő taszító potenciálra egy, a réginél pontosabb kifejezést vezettek le és figyelembevették a kicserélődési és a korrelációs korrekciót is.

Szondy Tamás az elektronoknak a mágneses kvantumszám szerinti csoportosítása alapján ugyancsak levezetett egy, a Pauli-elvet helyettesítő taszítópotenciált. Ez hengerszimmetriával rendelkező rendszerekre is alkalmazható. Foglalkozott a kvantumkémiában fellépő integrálok kiszámításával és bizonyos típusú integrálok meghatározását sikerült nagymértékben leegyszerűsítenie.

Részletes vizsgálatokat végzett az ún. momentumok módszerének az alkalmazhatóságával kapcsolatban. Kimutatta, hogy a momentumok módszere a kvantumkémiában eddig alkalmazott variációs módszereket speciális esetként magában foglalja. Sőt, képes arra, hogy ezeknél többet nyújtson; pl. lehetőséget ad arra, hogy a közelítő hullámfüggvény pontosságát a konfigurációs tér előírt tartományaiban megjavítsuk. Szondy Tamás mutatott rá elsőként arra, hogy lehetségessé teszi az integrációs nehézségek jelentős részének kiküszöbölését is a próbafüggvények alakjának korlátozása nélkül.

Eddig több, mint 10 dolgozata jelent meg hazai és külföldi szakfolyóiratokban.

1964-ben kapott ugyancsak Schmid díjat **Tompa Kálmán** aki 1957-ben fizikusként végzett az Eötvös Loránd Tudományegyetemen. Diplomamunkájában indiumrétegek kitüntetett orientációját határozta meg elektrondiffrakciós módszerrel.

1957-től kezdve a MTA Központi Fizikai Kutató Intézet Elektromágneses Hullámok Osztályán dolgozott. Résztvett szabad elektronok és mikrohullámú tér kölcsönhatásának vizsgálatában, majd az elektron-mag kettős rezonancia (Overhausen-effektus) egy speciális kérdésével foglalkozott.

1959 óta a Szilárdtestfizikai Laboratórium keretében szilárd testek mag mágneses rezonancia (NMR) vizsgálatával foglalkozik. Felépített egy automatikus szélessávú NMR spektrométert, valamint réz és alumínium fém texturák spektrumának hideg megmunkálás és hőkezelés hatására történő változásait tanulmányozta és értelmezte. Bebizonyította a Knight eltolódás izotópiáját köbös kristályban; meghatározta a rezonancia vonal második momentumának értékét különböző kristálytani irányokban, valamint a Rudermann—Kittel kicserélődési állandó felső határát rézben. Jelenleg a módszer mágneses anyagok vizsgálatára történő kiterjesztésével, azaz a mag helyén levő belső mágneses tér mérésével foglalkozik.

Munkáját alapos kísérleti és elméleti felkészültséggel végzi, rátermettségének és eredményes munkájának elismeréséül kapta a Schmid Rezső díjat.

1964-ben került első ízben kiosztásra a Selényi díj. 1951-ben Pécsett tartotta az Eötvös Loránd Fizikai Társulat első vándorgyűlését. Ott egy fiatal fizikus, Ádám András, nagy érdeklődés mellett mutatta be a résztvevőknek a híres Selényi-féle nagyszögű interferencia kísérletet, amely a fény tulajdonságainak kutatásában oly jelentős volt. 1964-ben a Társulat új díjat alapított — a Selényi-díjat — és ezt első ízben — eredményes tudományos kutatómunkájának elismeréseként — **Ádám Andrásnak** a Központi Fizikai Kutató Intézet laboratóriumvezetőjének adományozta.

Munkáját Jánossy Lajos vezetésével a fény kettős természetével kapcsolatos kutatásokkal kezdte, ennek kapcsán került sor a Selényi-kísérlet megismétlésére. Kandidátusi disszertációjában is ezzel a témakörrel foglalkozik, nagyrészt az azóta híressé vált foton-koincidencia kísérlettel, amelyet Jánossy Lajossal és Varga Péterrel közösen végeztek. Az ötvenes évek közepén kezdett épülni Magyarországon a kísérleti atomreaktor a KFKI-ban, általa új lehetőségek nyíltak a fizikai kutatásban. Ez terelte Ádám András pályáját is új irányba, először a reaktorfizikai kutatások felé, amiből jelenlegi témaköre — a gyors (1-20 MeV) neutronokkal végzett magreakciók kísérleti vizsgálata — kialakult. Reaktor-paramétrrek (diffúziós hossz, lelassulási hossz) mérésére neutrongenerátort épített; mérései nemcsak paraméter számadatokat szolgáltattak, hanem hozzájárultak az elméletben használt paraméterek valóságos jelentésének fogalmi tisztázásához is. Munkájában, eredményeiben talán a legmegragadóbb az eredeti kísérleti módszereket kitaláló, invenciózusan kísérletező Ádám András. Az elsők között találta meg a gyors neutronok energiamérésének azóta is legkorszerűbb módszerét, az ún. α-visszalökéses módszert. A gyors neutronokkal végzett kísérletek

szempontjából alapvetően fontos a pontos energiamérés-sel összefüggő koincidencia körök felbontási idejének csökkentése — Ádám András és munkatársai által kidolgozott „kompenzációs módszer" ennek megvalósítása. Az utóbbi években legfontosabb kutatási területe az n → 2n magreakciók vizsgálata, részletesebben a reakciók lehetséges mechanizmusainak megtalálása, tulajdonságainak feltárása kísérletileg. Ezekhez a vizsgálatokhoz elengedhetetlenül szükséges olyan detektáló berendezés, amely kiküszöböli az átszórást, azaz azoknak a folyamatoknak n → 2n reakcióként történő észlelését, amelyek úgy jönnek létre, hogy egy neutron, miután keresztülhalad és megszólaltatja az egyik neutrondetektort, ott irányt változtatva a másik neutrondetektorba is belép és szintén megszólaltatja. Az átszórásból adódó nehézségek miatt az n → 2n reakciót jobbára csak aktivációs módszerrel vizsgálják, de ez nem érzékeny a reakció-mechanizmusra. A közelmúltban Ádám András egy új elvet talált az igazi n → 2n és az átszórási — hamis — események megkülönböztetésére, amely alapját képezi és lehetővé teszi az ilyen típusú magreakciók vizsgálatát. — Eredményei mellett mint munkatárs és mint vezető megnyerő emberi tulajdonságokkal rendelkezik, ezért mindenki őszinte szeretettel gratulált a Selényi-díjjal történt kitüntetése alkalmából.

A Béta- és Gamma-spektroszkópiai kutatások terén végzett kiemelkedő munkájáért kapta meg **Berényi Dénes** az 1965. évi Selényi Pál díjat. Berényi Dénes tanulmányait Debrecenben végezte és fizikusi oklevelét is az ottani egyetemen szerezte meg 1952-ben az elsők között, akik már e szakon kezdték felső tanulmányaikat. A diploma megszerzése után a debreceni Kossuth Lajos Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézetében volt tanársegéd. Az ATOMKI kutatói gárdájának az intézet megalakulásától tagja és ott jelenleg mint tudományos osztályvezető a Magspektroszkópiai Osztályt vezeti. Ez osztályt tulajdonképpen ő szervezte meg és annak élén 1961 januárja óta áll. A természettudományi doktori fokozatot 1959 júniusában, majd 1963-ban a fizikai tudományok kandidátusa fokozatot szerezte meg. Berényi Dénes kandidátus tudományos munkássága három közlemény kivételével, amelyekben Szalay Sándorral a szabályozott, fúziós atomenergiatermelés problémáival, nehézségeivel foglalkoznak, mind a magspektroszkópia fizikai és metodikai problémáira, illetve a magstruktúra kutatás területére vonatkozik.

Tudományos tevékenységének első lépéseit természetesen a megfelelő berendezések és műszerek kifejlesztése jelentette. Legelőször egy toroid-szektor típusú béta-spektrométer épült fel és helyezték üzembe, amelyet még a negyvenes évek végén Szalay Sándor elgondolása alapján az egyetemi tanszéken kezdtek készíteni. 1957-től már a magspektroszkópiai mérésekkel párhuzamosan építi tovább munkatársaival közösen az újabb spektrométereket és fejleszti a mérési technikai módszereket, azok alkalmazását.

Ezen műszerpark megteremtése — ami önmagában is szép méréstechnikai eredmény — magasszintű kutató munka végzését tette lehetővé. A béta- és gamma-spektroszkópiai vizsgálatai az első években elsősorban a közepes tömegszámú magok tanulmányozására irányult (Nd^{147}, Fe^{59}, I^{131}, Ag^{110}, Cr^{51}). Felismerte, hogy a magstruktúrára vonatkozó elméletek a magok e tartományában mennyire hiányosak. Béta-spektrum, béta-gamma koincidencia spektrum, gamma-spektrum, gamma-gamma koincidencia spektrum, a gamma-spektrum és a gamma-gamma szögkorreláció tanulmányozásával számos új kísérleti adattal gazdagította e magokra vonatkozó ismereteket. Anélkül, hogy teljességre törekednénk, csak a I^{131} magra vonatkozó eredményeket említjük meg e témakörből. E mag egyike a legismertebb és különösen az orvosi gyakorlatban sokszor használt izotópoknak. Berényi Dénes, Máthé Györggyel és Scharbert Tiborral közösen végzett vizsgálatai a I^{131} izotóp bomlási spektrumában korábbi szerzőknél felmerült bizonytalanságokat egy addig ismeretlen gamma-vonal, továbbá egy új kaszkád átmenet felfedezésével, valamint egy addig csak kérdéses cross-over átmenet jelenlétének megállapításával tüntették el. Eredményüket több külföldi szerzőtől azóta megjelent közlemény is megerősítette, részben továbbfejlesztette.

Kutatásait az utóbbi években két nagyobb program keretében végzi. Az egyik az elektronbefogási folyamatokkal és a belső-fékezési sugárzással kapcsolatos jelenségek vizsgálata, a másik a belső konverzió folyamatában az ún. dinamikus magstruktúra effektusok tanulmányozása.

A felsőéves fizikus hallgatókat és diplomamunkásokat lelkiismeretes, tervszerű pontos munkával vezeti be a kutatói tevékenység megismerésébe és ez rendszerint közlésre alkalmas eredményt gyümölcsöz.

Nem szabad elhallgatni, hogy 1963 óta a Washingtoni Tudományos Akadémia Nuclear Data csoportjának külső munkatársa, és lapunk Szerkesztő Bizottságának aktív tagja.

Berényi Dénes munkássága igen gazdag máris az eredményekben, mert 51 tudományos közleménye jelent meg ez év februárjáig, de nem szűkölködik az elismerésben sem. Igen szép számmal és elismeréssel idézik dolgozatait a nemzetközi szakirodalomban. Munkásságának pozitív értékelését jelentik azok a meghívások is, amelyekrévén külföldre utazhatott.

1963-ban a Magyar Tudományos Akadémia Elnöksége az akadémiai díj III. fokozatával jutalmazta, majd 1964-ben a munkaérdemrend ezüst fokozata kitüntetésben részesült. A sort most Társulatunk 1965-ben adományozott Selényi Pál díja folytatja, melyhez ez alkalommal is őszinte szívből gratulálunk.

Az 1965. évi Bródy Imre díjban **Bartha László,** a MÜFI munkatársa részesült. Bartha László a Debreceni Kossuth Lajos Tudományegyetem Természettudományi Karán nyerte el diplomáját, mint fizikai-kémiai szakos vegyész. 1950—52 között részt vett az egyetem Ásványés Földtani Intézetének demonstrátoraként a Dunántúl radiológiai térképezését végző kutató csoportjának munkájában és 1953—58-ig Imre Lajos professzor mellett a Fizikai-Kémiai Intézetben tanársegéd volt. Ezen időszak alatt a természetes és mesterséges radioaktív anyagokkal való preparatív és indikációs munka technikáját sajátította el és alkalmazta felületi jelenséges tanulmányozására. Vizsgálta kis koncentrációjú szilárd oldatok képződését, és 1956-ban jelent meg dolgozata a kristálynövekedés kinetikájáról, 1959-ben készítette el doktori értekezését. Ezt követően rádiumemanáció preparálási technikájáról, valamint dekatroncsöves regisztrálásról jelent meg dolgozata.

1958-tól a MTA Műszaki Fizikai Kutató Intézetének tudományos munkatársaként a fémek kiskoncentrációjú szennyezőinek a rekrisztallizációban játszott szerepével, e szennyezők eloszlásának, valamint helyzetváltozásának kérdéseivel foglalkozott.

Radioaktív izotópok segítségével és a mikroautoradiográfiás módszer hazai kifejlesztésével e területen rövid idő alatt nemzetközileg is elismert jó eredményeket ért el.

A hazai wolframkutatás egyik alapkérdésének, a nyomszennyezők (hatásos adaléknyomok) rekrisztallizációban való magatartásának tanulmányozására — mivel közvetlen módszerek itt nem ismeretesek — modellként Ag^{110} és Ag^{111} sugárzó izotópokkal indikált 10^{-2} — 10^{-6} % Ag szennyezés viselkedését vizsgálta autoradiográfiásan ón újrakristályosodásában. Egyik nagy érdekességű megállapítása, hogy a diffundáló ezüst a krisztallithatárokat nem egyenletesen (nem monotonan) tölti fel, hanem pontonként nagy felhalmozódásokban gyűlik össze. Majd kiderítette, hogy a határok ilyen Ag-szennyezése az újrakristályosodás alatt, tehát egy szilárd fázisban lefolyó átalakulás alatt, eredeti helyét elhagyja és új felhalmozódási pontsorokat alkotva a keletkező új határokon jelenik meg. Ezzel felhívta a figyelmet egy olyan addig nem ismert jelenségre, amelynek jelentős szerepe lehet más fémek (pl. wolfram stb.) rekrisztallizációja folyamán egyes fémtulajdonságok kialakulásában ill. azok változásában. Ilyen irányú vizsgálatai ma már wolframfémre is kiterjednek.

Az idegen anyagnyomok helyváltoztatásának értelmezése érdekében vizsgálatait diffúziós folyamatok kvantitatív vizsgálatára is kiterjesztette. Az ezzel összefüggő metallurgiai diffúziós vizsgálatok területén az 1963—1965 időszakban a National Research Council of Canada ösztöndíjával az Ottawai kutatótelepen a Metallurgical Chemistry részlegben végzett kutatásokat (az aranykadmium rendszeren.) E nem izotopos vizsgálatait ma a wolframfém öndiffúziójának kvantitatív vizsgálatára terjesztette ki sugárzóizotópos módszer alkalmazásával. Sugárzóizotópos vizsgálatainak komoly jelentősége van a heterogén diffúzió megismerése terén.

1965-ben Schmid Rezső díját **Bozóki György**, a Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Laboratóriumának főmunkatársa kapta. Bozóki György 1953-ban, közvetlenül egyetemi tanulmányainak elvégzése után kapcsolódott be a laboratórium munkájába. Kutatásait a kozmikus sugárzás nagy jet-jeinek és az áthatoló kozmikus záporoknak kísérleti vizsgálatával kezdte. Ezen a területen elért eredményei közül csak kettőt említünk itt meg: a jet-ekben keletkező részecskék anizotróp szögeloszlásának energiafüggésére és a kozmikus záporok magaktív komponensének hatáskeresztmetszetére vonatkozó vizsgálatokat. Ez utóbbi témához kapcsolódik Bozóki György „Magaktív kozmikus sugárzási részecskék abszorbciója levegőben és sűrű közegben" című kandidátusi értekezése is, melyet 1962-ben védett meg sikerrel.

Az 1950-es évek vége felé megépültek az első nagyenergiájú részecskegyorsítók, és ez új lehetőségeket nyitott a kutató számára. Bozóki Györgynek is érdeme, hogy a KFKI Kozmikus Sugárzási Laboratóriuma kiterjeszthette kutatásait erre a területre. Ekkor nyílt először lehetőség az alapvető nukleon-nukleon, π-mezon-nukleon kölcsönhatás közvetlen kísérleti vizsgálatára. A budapesti kutatócsoport eredményesen kapcsolódott be a nemzetközi kooperációba; ezt számos, külföldi folyóiratokban megjelent közlemény is tanúsítja, és ezek jó részében a szerzők között Bozóki György nevét is megtalálhatjuk.

Bozóki György egyik erős oldala az a képessége, hogy idejekorán észreveszi az új kutatási irányokat és jó érzékkel kiválasztja azokat, amelyek a hazai adottságoknak megfelelnek. Pl. a diffrakciós disszociáció vizsgálata, amellyel csak nemrég kezdett foglalkozni a Bozóki György vezetésével működő kutatócsoport, szintén ilyen idejében felfedezett új irány. Hogy a választás most is ésszerű volt, a már elért eredmények is bizonyítják. Reméljük, hogy ezeket újabbak követik, és hogy Bozóki György csoportja a jövőben is szép eredményekkel fogja gazdagítani a rohamosan fejlődő, mindig megújuló elemi rész fizikát.

IV. BUDAPESTI AKUSZTIKAI KONFERENCIA
1967. október 17—21

Az Optikai Akusztikai és Filmtechnikai Egyesület Akusztikai Szakosztály a hagyományoknak megfelelően 1967-ben rendezi meg a IV. akusztikai konferenciát.

A konferencia tematikája felöleli az akusztika korszerű kutatási ágait; ezek területéről eddig még nem közölt tudományos és műszaki eredményeket tartalmazó előadásokat a konferencián szívesen látunk. Az előadások 20 percesek és a magyaron kívül a szokásos konferencia nyelvek (angol—francia—német—orosz) mindegyikén tarthatók. Az előadások szövegét később kiküldendő speciális papírra kell gépelni, amelyről sokszorosítás készül. A konferencia teljes anyaga a konferencia megnyitásakor a résztvevők rendelkezésére fog állni.

A konferencia jelentkezési lapjait az érdeklődök és az intézetek részére 1966. november hó folyamán fogjuk szétküldeni. Ezek visszaküldésének határideje 1967. március 1. A jelentkezéssel együtt az előadások címét és rövid kivonatát is kérjük az Egyesület címére beküldeni (Budapest, V. Szabadság tér 17.).

Részvételi díj: 470.— Ft (az Egyesület tagjai, ill. jogi tag vállalatok dolgozói részére 300.— Ft).

A konferencia ideje alatt akusztikai és elektroakusztikai termékek, műszerek és könyvek kiállítását is tervezzük. Az érdeklődőknek erre vonatkozólag szívesen szolgálunk felvilágosítással.

Az Optikai, Akusztikai és Filmtechnikai Egyesület
Akusztikai Szakosztálya

II. SUGÁRVÉDELMI SZIMPÓZIUM

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Sugárvédelmi Szakcsoportja a II. Sugárvédelmi Szimpóziumot 1966. szeptember 26—30. között Pécsett kívánja megrendezni.

A Szimpózium témaköre

I. Külső és belső sugárzás mérésének korszerű módszerei

a) mérőberendezések fizikai alapjai és konstrukciós kérdései

b) korszerű mérési módszerekkel nyert alkalmazási tapasztalatok.

II. Populáció sugárterhelése

a) medicinális sugárterhelés problémája

b) természetes és mesterséges radioizotópoktól származó külső és belső sugárterhelések vizsgálata.

Részvételi díj: 200,— Ft.

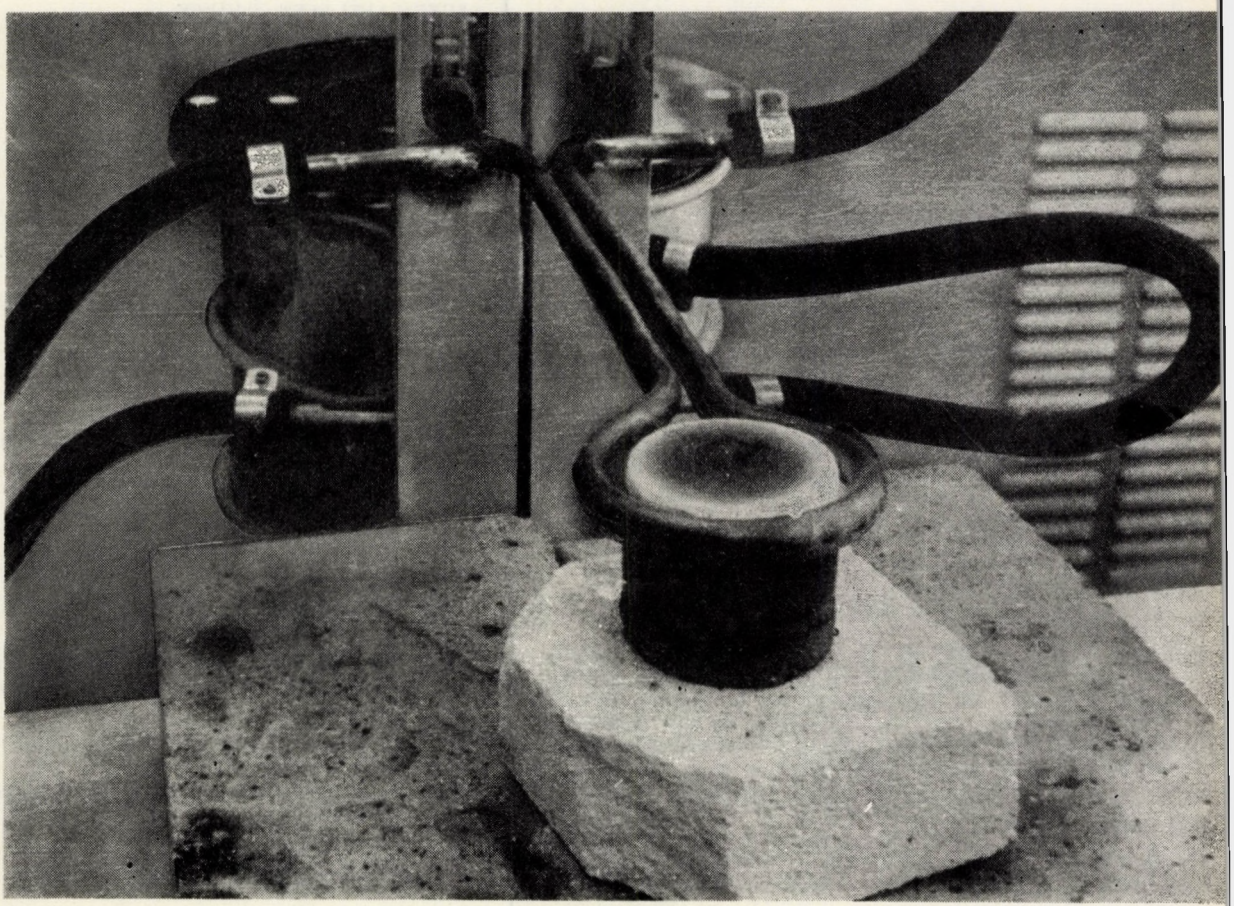
Szimpózium nyelve: magyar, és angol, valamint orosz.

A leveleket kérjük a Társulat címére küldeni.

Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Sugárvédelmi Szakcsoport
Budapest V., Szabadság tér 17.

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/8

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadóhivatal:
Lapkiadó Vállalat Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

Vashenger felületi izzítása nagyfrekvenciás elektromágneses térrel. A 10 kW-os indukciós generátor a B. R. G. gyártmánya. A megfelelő alakú izzítóhurkok az ELTE Kísérleti Fizikai Tanszékén készültek és azokat Hajdu János nagytisztaságú fémek vákuum-olvasztására használja. A fényképet *Csekő Árpád* készítette.

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

A kézirat beérkezett 1966. IV. 12.
Terjedelem: 4 (A/5) ív
Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62214
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Hajdu János: Hasznos örvényáramok
Marx György: Neutroncsillagok
Fényes Imre: Az exergia és a hatásfok irreverzibilis termodinamikai értelmezése I
C. F. Powell: A tiszta tudomány szerepe az európai civilizációban
J. A. Szmorogyinszkij: Kinematika és a Lobacsevszkij-geometria

EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK

СОДЕРЖАНИЕ

Я. Гайду: Полезные вихревые токи
Дь. Маркс: Нейтронные звезды
И. Феньеш: Истолкование эксергии и к. п. д. с позиций необратимой термодинамики I
С. Ф. Пауелл: Роль чистой науки в европейской цивилизации
Я. А. Смородинский: Кинематика и геометрия Лобачевского

ИЗВЕСТНЯ — ИЗ ЖИЗНИ ФИЗИЧЕСКОСО ОБЩЕСТВА

INHALT

J. Hajdu: Nützliche Wirbelströme
G. Marx: Neutronensterne
I. Fényes: Die Deutung der Exergie und des Wirkungsgrades vom Standpunkt der irreversiblen Thermodynamik I
C. F. Powell: Die Rolle der reinen Wissenschaft in der europäischen Zivilisation
J. A. Smorodinskij: Kinematik und Lobatschewski'sche Geometrie

NACHRICHTEN — AUS DEM VEREINSLEBEN

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 8. szám 1966. augusztus

Hasznos örvényáramok

Az elektrotechnikai gyakorlat számos területén találkozunk olyan megoldással, amely az örvényáramok csökkentését célozza. Transzformátorok, váltakozóáramú motorok és a legváltozatosabb fojtótekercsek vasmagjait vékony, egymástól szigetelt lemezekből készítik. A vaslemezeket különböző fémekkel (Pl. Si) ötvözik azok fajlagos ellenállásának növelésére, s így a kialakuló örvényáram erősségét csökkentik. Ezeket a megoldásokat az ún. „káros örvényáramok" csökkentésére alkalmazzák. Káros, mert a betáplált energia egy része hővé alakul, melegíti a vasat és a hatásfok csökkenésén kívül esetleg veszedelmesen túl is melegíti a vasmagot. Viszont éppen ezzel a „túlmelegedéssel" juthatunk el az örvényáramok egyik igen érdekes és rendkívül hasznos alkalmazásához.

Ha egy tekercsbe tömör fémrudat helyezünk és a tekercsre váltakozó feszültséget kapcsolunk, akkor a fluxus-változás feszültséget indukál és az a fémben annak ellenállásától függő erősségű áramot — örvényáramot — indít. Az örvényáram Joule-hője melegíteni fogja a fémrudat, és elegendő teljesítmény esetén meg is olvaszthatja azt.

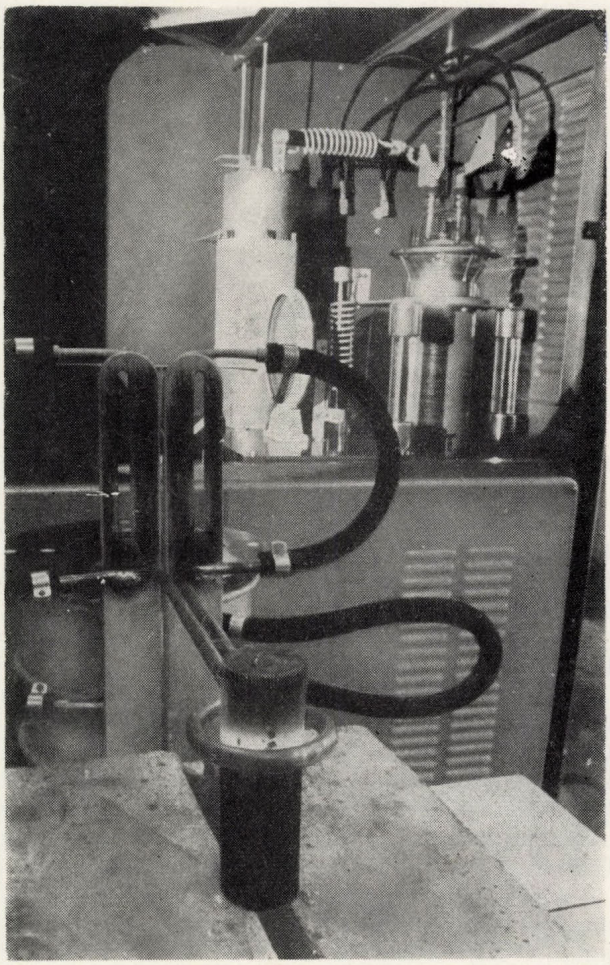
Lenz-törvénye szerint az örvényáram iránya olyan, hogy saját mágneses terével az őt létrehozó teret — a tekercs mágneses terét — megszüntetni igyekszik. Az örvényáram erőssége — tehát melegítő hatása — pedig ott lesz a legnagyobb, ahol a tekercs mágneses tere a legnagyobb, vagyis a tekercs közelében.

Az induktív melegítés egyik jellemző tulajdonsága tehát, hogy a meleg magában a hevítendő fémben keletkezik és csak azon részén, amely a tekercshez közel van. A tekercs alakjának alkalmas megválasztásával lehetőség van a munkadarab részleges melegítésére is. Ha pl. a hevítő tekercs (ún. induktor) csupán egyetlen menetből áll, (lásd 1. fénykép) akkor a munkadarab csak egy keskeny zónában melegszik fel vagy olvad meg. Hosszabb ideig tartó melegítés esetén természetesen hővezetéssel az anyag többi része is felmelegszik, de mindig a tekercshez közeli rész hőmérséklete lesz a legmagasabb.

Az indukciós melegítés másik jellemzője, hogy a fémben keletkező örvényáramok áramsűrűsége az ún. bőrhatás (szkin effektus) miatt a felületen a legnagyobb és befelé csökken. A keletkezett meleg 83%-a a munkadarab δ vastagságú külső rétegében összpontosul, melyet behatolási mélységnek nevezünk. Közelítő értéke cm-ben:

$$\delta = 5030 \sqrt{\frac{\varrho}{\mu_r \nu}}$$

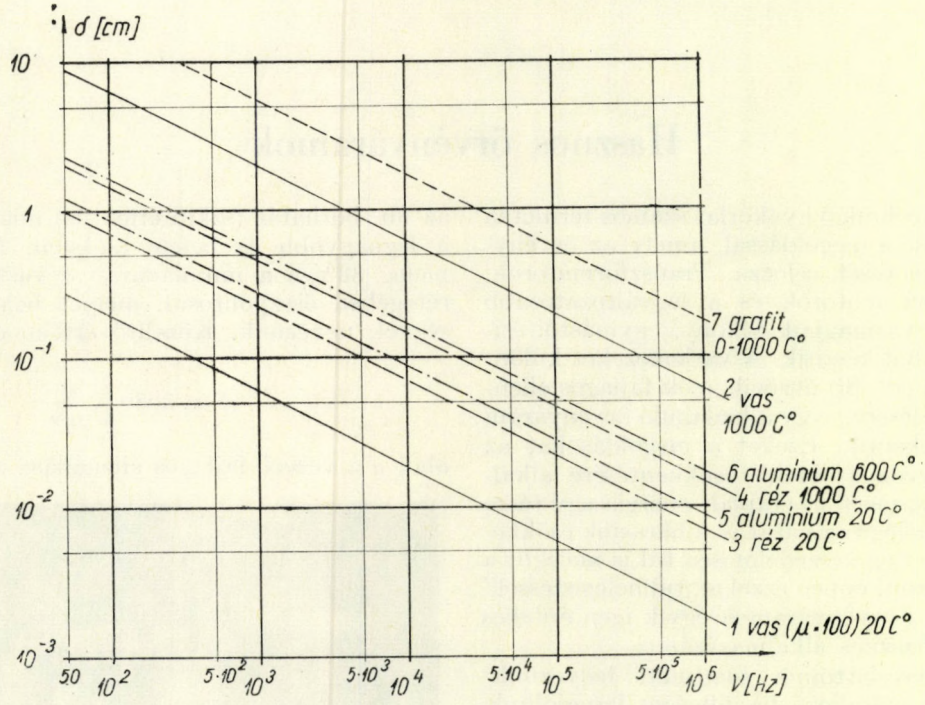
ahol ϱ a vezető fajlagos ellenállása ohmcm-ben, ν



1. ábra

a frekvencia Hz-ben, és μ_r a vezető relatív permeabilitása.

A behatolási mélység tehát a vezető fizikai állandóitól és a frekvenciától függ. Miután a fajlagos ellenállás, valamint ferromágneses anyagoknál a Curie-pont alatt a permeabilitás is erősen függ a hőmérséklettől, így melegítés során a behatolási mélység is változik. (Lásd a grafikont.) Acélra pl.



2. ábra

20 °C-on	50 Hz	esetén	= 0,3 cm,
	500 kHz		$= 3{,}10^{-3}$ cm
1200 °C-on	50 Hz		= 9 cm
	500 kHz		$= 9{,}10^{-2}$ cm

A frekvencia alkalmas megválasztásával elérhető, hogy az áram jelentős része csak egy igen vékony felületi rétegben folyjék, tehát csak azt melegítse fel (lásd a címképet).

Az induktív hevítésre használatos frekvenciákat három csoportba soroljuk:

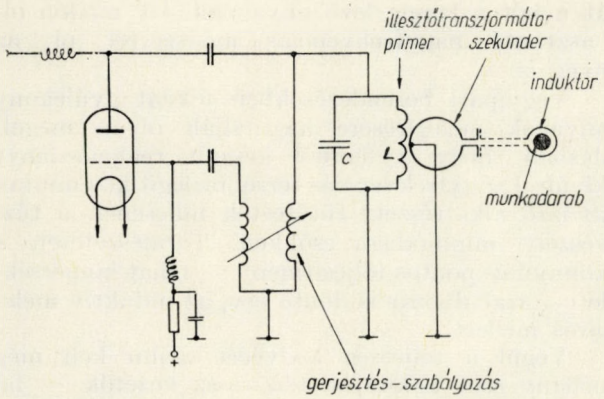
1. *Hálózati frekvencia 50 Hz.* Előállítása külön berendezést nem igényel. Megfelelő illesztéssel a hevítő induktor közvetlenül a hálózatra kapcsolható. Az igen nagy behatolási mélység miatt főként nagyméretű tárgyak hengerlés, kovácsolás előtti izzítására, ill. több tonnás olvasztó kemencék fűtésére használják. Hatásfokuk kb.75%.

2. *Középfrekvencia 500 Hz-től 10 kHz-ig.* Legnagyobbrészt különleges motor-generátorral állítják elő. Teljesítményük néhány kVA-tól több ezer kVA-ig terjed. Az ipari olvasztó és izzító berendezések legnagyobb része ebben a frekvencia tartományban dolgozik. Hatásfokuk 50% körüli.

3. *Nagyfrekvenciája 10^5—10^6 Hz.* Kizárólag elektroncsöves oszcillátorokkal állítják elő és kb. 40%-os hatásfokúak. A kis behatolási mélység miatt főként kisméretű tárgyakat izzítanak, olvasztanak velük. Kiválóan alkalmas acélok felületi hőkezelésére, mert az ehhez szükséges vékony rétegben a 600—1000 C°-ot másodpercek alatt el lehet érni. Teljesítményük néhány száz VA-tól 2—300 kVA között van. Könnyű hangolásuk és viszonylag kisméretük miatt laboratóriumokban is kiterjedten használják.

Az elektroncsöves generátorok igen egyszerű kapcsolásúak. Néhány MHz frekvenciáig önrezgető, visszacsatolt oszcillátorokat, míg magasabb frekvenciákon kvarc-vezérlésűeket készítenek. A frekvencia megválasztása elvileg tetszőleges lehet, de rádió és TV zavarvédelmi okokból az ipari adóberendezések frekvenciáit minden országban szigorú postai előírás szabályozza. Szokásos oszcillátor kapcsolást mutat a 3. ábra.

A nagyfrekvenciás energiát a frekvencia meghatározó párhuzamos LC-kör tekercséről csatoljuk ki induktív úton. A szekunder „tekercs" általában egyetlen ezüstözött rézlemezből áll, és a hevítő induktort ehhez csavarozzuk. Az ilyen transzformátoros csatolás előnye, hogy a rezgőkörökön levő 10 kV körüli feszültséget letranszformálja, másrészt ezzel illesztjük a néhány kohm belső ellenállású triódát a századohm körüli induktorhoz.



3. ábra

Az illető transzformátorban és az induktorban folyó nagyfrekvenciás áram természetesen azokat is melegíti, ezért ezüstözött vörösrézcsőből készítik és bennük hűtővíz áramlik a keletkezett meleg elvezetésére. Nagy melegítési teljesítmény elérésére az induktorban az áramsűrűség 100 A/mm² is lehet.

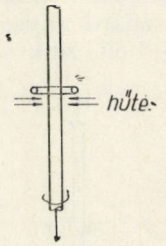
Csupán tájékozódás kedvéért nézzünk néhány tényleges adatot. Felületi edzéshez egy 6 cm átmérőjű és 2 cm magas acélhenger palástját 0,5 cm vastag rétegben 20° C-ról 900° C-ra kell felmelegíteni. Egymenetes rézinduktort és 2500 Hz frekvenciát használunk. Ahhoz, hogy hővezetéssel ne melegedjék fel a munkadarab belseje, rövid ideig, de nagyteljesítménnyel kell fűteni. A melegítendő anyag minőségétől, az elérni kívánt keménységtől stb. függő értékeket gyors számolás érdekében grafikonokon, és táblázatokban rögzítik. A fenti acélhenger megfelelő gyors melegítéséhez a számítások szerint 0,65 kW/cm² felületi teljesítmény-sűrűség szükséges és ekkor a melegítési idő 9 másodperc.

A melegítendő felület 37,8 cm² tehát 24,6 kW hatásos teljesítményt kell bevezetni a munkadarabba. Amennyiben az induktor hatásfoka 70%-os, akkor az induktorba 33 kW-ot kell betáplálni.

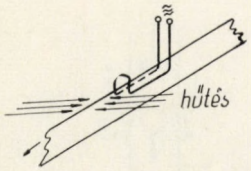
Kiszámolva az induktor és a munkadarab együttes ellenállását, ekkora teljesítmény esetén az induktor-menetben 6600 A erősségű áram folyik. Ha figyelembe vesszük, hogy 2500 Hz frekvencián a behatolási mélység rézben 0,14 cm és 1,6 cm magas induktort használunk, akkor a 6600 A áram csak 0,224 cm² keresztmetszetben folyik, tehát ebben a rétegben közel 300 A/mm² áramsűrűséget kapunk!

A rendkívül gyors hevítésre jellemző, hogy pl. 10 tonna acélt befogadó hálózati frekvenciás kemencében, amely 3000 kW teljesítménnyel dolgozik, az olvasztási idő kb. 100 perc.

A helyi és felületi melegítés lehetősége, a nagy melegítési sebesség az indukciós hevítésnek igen széles körű alkalmazást biztosít. Az indukciós felületi melegítés jellegzetesen tömeggyártási eljárás. Pontosan beállítható a melegítendő réteg vastagsága és hőmérséklete. A munkadarabok cseréje, a ki- bekapcsolás és a teljesítmény szabályozás teljesen automatizálható. Felületi hőkezelés esetén a felmelegítést követő gyors lehűtés a melegítés befejezésének pillanatában megkezdhető, pl. úgy, hogy az induktorból a munkadarab egyszerűen beleesik a folyadékba, vagy az induktor menetei között elhelyezett szórófejből folyamatosan ömlik a hűtővíz. Előnyösen alkalmazható hosszú egyenletes keresztmetszetű tengelyek, végtelenített szalagfűrészlapok folyamatos hőkezelésére is az indukciós hevítés. A generátor állandóan működik és pl. a szalag mozog egyenletes sebességgel a megfelelően kialakított induktoron és a hűtő folyadékon keresztül. Az edzés kb. 10—50 mm/s sebességgel végezhető.



4. ábra



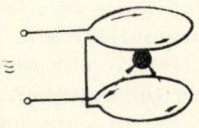
5. ábra

Érdekes probléma a kisméretű finommechanikai — óra és műszer — alkatrészek felületi edzése. Ilyen esetben a nagyfrekvenciás generátor impulzusszerűen működik, és 10^{-2} — 10^{-3} s alatt melegíti fel 1100° C-ra a kérdéses alkatrészek felületét.

Az indukciós hevítés, főként automatikus üzemben, igen nagy termelékenységet és egyenletes minőséget biztosít.

Nagy tisztaságú fémek és ötvözetek olvasztását, különösen magas hőmérsékleten, szinte kizárólag indukciós vákuumkemencében végzik. A vákuumtérben nincsenek izzó szerkezeti elemek, pl. kerámia vagy ellenállás huzal, amelyek szennyeznék az olvadékot, vagy rontanák a vákuumot. Kisebb térfogatú kemencékben még az induktort is kívül helyezik el. A nagyobb befogadó képességű kemencékben az induktoron és tégelyen kívül az öntőformát — kokillát — is a vákuumtérbe helyezik. A kemencében 10^{-2}—10^{-5} torr nyomás van és ilyen kis nyomáson az olvadékban található gáz-zárványok is eltávoznak, oxidáció pedig még magas hőmérsékleten sem következik be. A maximális hőmérséklet 3000° C-ot is elérhet.

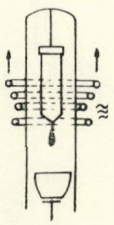
Rendkívül nagy tisztaságú fémek olvasztásakor még a tégely anyagából sem kerülhet szennyezés az olvadékba. Kis mennyiségű anyagok (10—1000 g) olvaszthatók tégely nélkül is, az ún. lebegtető olvasztással. Az induktor olyan alakú, hogy az olvasztandó fémben folyó örvényáramok elektrodinamikus hatása kompenzálja a ráható nehézségi erőt, s így stabil, lebegő egyensúlyi helyzetet hoz létre. Megolvadás után vékony sugárban folyik le az alatta elhelyezett hideg kokillába. A vékony sugárra erő nem hat, mert az a behatolási mélységnél vékonyabb és benne ör-



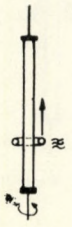
6. ábra

vényáramok nem tudnak kialakulni. Természetesen az egész olvasztási folyamatot vákuumban végzik.

Az ún. leolvasztásos eljárásnál vákuumozott kvarccsőben felfüggesztik a szilárd anyagot és a kívülről elhelyezett induktorral elkezdik az anyag



7. ábra



8. ábra

alsó részét olvasztani. A szilárd anyag fokozatosan megolvad, és belefolyik az alatta levő kokillába, miközben az induktort megfelelő sebességgel emelik.

Lényegében szintén tégely nélküli módszernek nevezhető az igen nagy tisztaságú fémek előállítására alkalmas zónás olvasztás. Jelentősége főként a félvezető anyagok tisztításában igen nagy. A tisztítandó anyagból rúd alakú mintát készítenek, s ezt függőleges helyzetben úgy tolják át egy rövid induktoron, hogy a megolvadó keskeny zóna végig haladjon az egész rúdon. Mivel a szennyező fém jobban oldódik a folyékony fázisban mint a szilárdban, ezért az olvadt zóna haladásával a szennyezés is végig vándorol az egész rúdon, és azon a végén koncentrálódik, amelyik legutoljára dermedt meg. A rúdnak ezt a végét levágják és a tisztított részt esetleg többször is újra átzónázzák, mindig eltávolítva a szennyezett részt. A tisztítás olyan fokot is elérhet, hogy az alap-fém minden 10^{10} atomjára jut egy szennyező atom. Jelentős alkalmazási területre talál az induktív melegítési módszer az elektroncső gyártásban. Az elektródák felületén megkötött szennyező gázokat úgy távolítják el, hogy szivattyúzás közben azokat kívülről nagyfrekvenciás térrel melegítik, esetleg izzítják, s csak ezután forrasztják le a csövet. A getteranyag elpárologtatását is ehhez hasonlóan külső nagyfrekvenciás térrel végzik.

Az eddig ismertetett induktív melegítési módszer természetesen csak fémek olvasztására, melegítésére alkalmas. Közvetve melegíthetők olyan anyagok is, amelyekben azok nagy fajlagos ellenállása miatt nem tud jelentős erősségű örvényáram kialakulni. Ilyenkor grafit, vagy pl. nikkel tégelybe helyezik az olvasztandó anyagot, és a nagyfrekvenciás tér keltette örvényáramok csak a grafit tégelyt melegítik fel és az vezetéssel adja át a hőt a benne levő anyagnak. Ily módon olvasztható nagyfrekvenciás módszerrel pl. az üveg is.

Vegyipari berendezésekben főként gyúlékony anyagok melegítésére használják olyan megoldásban, hogy a fémből készült reakcióedényt kívülről nagyfrekvenciás térrel melegítik, s miután itt izzó alkatrészek, fűtőtestek nincsenek, a tűzveszély minimálisra csökken. Természetesen a könnyű és pontos teljesítmény — tehát hőmérséklet — szabályozás is döntő érv, az induktív melegítés mellett.

Végül a teljesség kedvéért szólni kell még néhány szót a kifejezetten rossz vezetők — fa, textiliák, parafa, műanyagok és különböző ételek — nagyfrekvenciás melegítéséről. Szigetelőkben örvényáram egyáltalában nem vagy csak alig folyik, tehát ezek nagyfrekvenciás melegítésének alapja elvileg különbözik az eddigiektől. Az előzőkben leírt közvetett melegítés — fém közbeiktatásával — ilyen anyagoknál a felület túlmelegedése miatt természetesen nem használható.

(Vegyük figyelembe, hogy a rossz elektromos vezetők általában rossz hővezetők is!) Olyan eljárást kell tehát keresni, amelynél a hő magában az anyagban keletkezik és nem vezetéssel, vagy sugárzással adjuk át annak.

A módszer azon a fizikai jelenségen alapszik, hogy a szigetelő anyagok elektromos térben polarizálódnak, s a dipólok a térerősség irányába állnak be. Ha a tér iránya megváltozik, a polarizált molekulák átfordulnak, az anyag átpolarizálódik, éspedig nem túl nagy frekvencia esetén azzal azonos frekvenciával. A molekulák között fennálló súrlódó erő következtében ez a folyamat hőfejlődéssel jár, tehát az anyag teljes keresztmetszetében egyszerre melegszik. Az időegységre eső hőmérséklet emelkedés a frekvenciával és a térerősség négyzetével arányos. Az arányossági tényezőben olyan anyagállandók szerepelnek, mint a dielektromos állandó, a veszteségi tényező, és fordított aránnyal a sűrűség és fajhő.

A gyors melegítés érdekében tehát nagy térerősségre lenne szükség. Olyan esetben viszont, amikor a melegítendő anyagból vízgőz szabadul fel — pl. enyvezett fa — az átütés veszélye miatt a térerősség 100 V/mm-nél nagyobb nem lehet. A kapacitív generátorok éppen ezért jellegzetesen nagyfrekvenciás berendezések. Üzemi frekvenciájuk 1—1000 MHz között van, és kizárólag elektroncsöves generátorokkal állítják elő. Az induktív és kapacitív *generátorok* kapcsolása között elvileg semmi különbség nincs, csupán ez utóbbiaknál a teljesítmény kicsatolás nem induktív, hanem kapacitív úton történik. A melegítendő tárgyat kondenzátor lemezek közé helyezik. Sokszor maga a prés szerszám képezi a kondenzátor fegyverzeteket. A nagyfrekvenciás ételmelegítő és sütő készülékek, az orvosi diatermiás berendezések, a PVC hegesztőgépek szintén a most ismertetett elven működnek.

Hajdu János
ELTE Kísérleti Fizikai Tanszék

Neutroncsillagok?

Midőn az ember földén megjelent,
jól beruházott éléskamra volt az:
csak kezét kellett kinyújtani,
hogy készen szedje mindazt, ami kell.
De már nekünk a legvégső falatnál
fukarkodnunk kell, általlátva rég,
hogy elfogy a sajt, és éhen veszünk.
Négyezred év után a Nap kihűl,
növényeket nem szül többé a Föld;
e négyezred év tehát a mienk,
hogy a Napot pótolni megtanuljuk.
Elég idő tudásunknak, hiszem.
Fűtőszerül a víz kínálkozik,
ez oxidált legtűztartóbb anyag ...

A Madách által elénk vetített kozmikus alkony még messze van. Százötven millió kilométerre tőlünk egy termonukleáris reaktor működik, bolygórendszerünk központi fűtése, a Nap. A reaktor tizenötmillió fokos kazánjában, a Nap centrumában a vízalkotó elem fuzionál a Napról elnevezett elemmé. A *hidrogén → hélium* fúzió 4.10^{23} kilowatt teljesítménnyel gyártja a fényt, a vezetéknélküli energiatovábbítás legjobb hatásfokú anyagát. Neki köszönhető, hogy egy bolygó felületén kizöldült az élet. Az élők közül értelmessé öntudatosult ember már vizsgálódva tekint túl Földjén, ki a világtérbe.

Az univerzum anyagának javarésze előbb-utóbb csillagokká tömörül. A gravitációs kontrakció meggyújtja a termonukleáris tüzet, és a könnyű hidrogén egyre nehezebb atommagokká ég el. Vajjon mi lesz a történet vége? Milyen végzet felé fejlődik az anyag a csillagokban lejátszódó metamorfózis után? Miként hunynak ki azok a hidrogéntüzek, amelyek ma fiatalosan ragyognak egünkön?

Az anyagfejlődés végső állomásait ma kezdi kutatni és megérteni a tudomány. Lenyűgözve pillantjuk meg az anyag olyan szinguláris állapotait, amelyeket minden földi laboratóriumot felülmúlva állít elő a természet nagy műhelye, a Világegyetem. Róluk szól ez az írás.

Sárga csillagok

A Nap, csillagok, izzó vasdarab, fazékban forró víz, gerjesztett atom magárahagyva lehűl, spontán sugároz. Az energia szabadulni akar a nyugalmi energia inaktív állapotából, mozgási energiává kíván éledni. A *sugárzás*, tiszta mozgási energiájával az anyag termodinamikailag legstabilabb állapota.

Az ismert elemi részecskék száma 200 körül van. Különböző a nyugalmi tömegük, különböző a bennük palackozott energiamennyiség. Ezek az energiapalackok azonban szinte kivétel nélkül instabilak. 10^{-6}, de legtöbbjük 10^{-20} másodpercnél hamarabb széttörik, szétolvad sugárzássá. A törvényszerű felaprózódás folyamata csupán két helyen torkol zsákutcába, csupán két nyugalmi tömeggel rendelkező részecske stabil.

Ha egy anyagdarabkának elektromos töltése van, a töltés megmaradása miatt a bomlástermék is csak töltött részecske lehet. A bomlássor végén a legkönnyebb elektromosan töltött részecskének kell állnia, amely már nem eshet szét: nincs minek továbbadnia töltését. Ezt a részecskét is *elektromos erőtér* övezi, amiben energia van lekötve, így e részecskének nyugalmi energiája, nyugalmi tömege van, amelyet tartósan megőriz. Ezt a stabil részecskét úgy hívjuk, hogy *elektron*.

Ha egy anyagdarabkának *bariontöltése* van, amelyre szintén megmaradási tétel érvényes, csak olyan bomlás lehetséges, amelynek termékei is bariontöltést hordoznak. A bomlássort itt is le fogja zárni a legkönnyebb bariontöltött részecske. Mivel a bariontöltés az elektromosságnál nagyságrendekkel intenzivebb erőkkel, a *nukleáris kölcsönhatással* társul, a bariontöltött részecskét vastag erőtér burkolja, benne nagy nukleáris energiák vannak lekötve, így a legkönnyebb barion töltésű részecske is jóval nehezebb az elektronnál. Úgy hívjuk: proton. Mint neve is mondja: a legősibb anyagdarabka.

Az elemi részecskék bármilyen halmazából indulunk ki, az mikroszekundum alatt sugárzássá olvad szét. Csak zérustól különböző elektromos töltés vagy bariontöltés menthet meg egyes anyagcsomókat. A sugárzás mellett elektronok és protonok maradnak vissza. A Coulomb-taszítás az elektromos töltésfelhőt szétoszlatja. Ha azonban protonok pozitív elektromos töltését egyenlő számú elektron negatív töltése kompenzálja, a gázfelhő együttmaradhat. Szétsugárzását pozitív bariontöltése tiltja. Az elemi részek sugárzástól megmenekült része *hidrogén* gázzá alakul. A Tejútrendszer őse óriás hidrogénszigetként úszott a sugárzások tengerében, a csillagok és csillagközi tér anyaga kétharmadrészt ma is hidrogén.

A hidrogénfelhőt messzeérő egyetemes kölcsönhatás, a *gravitáció* tömörítette egybe. A mozgó-ütköző részecskék raja, a meleg hidrogéngáz állandóan sugároz, hogy minél több energia szabaduljon el a nehéz anyagtól. A sugárzást a gravitációs energia csökkenése fedezi: az anyag sűrűsödik. Ha azonban a felhőnek az impulzusmomentuma különös véletlen folytán nem pontosan zérus, (és a Tejútrendszernél messze nem az,) forgás akadályozza a gravitációs kontrakciót. Csak olyan kontrakció mehet végbe, amely a tehetetlenségi momentumot nem csökkenti, a forgási energiát nem növeli. Így a Tejútrendszer hidrogénfelhője belapul, spirálkarokba sűrűsödik, majd kisebb gázgolyókká szakadozik szét. Megszületnek a *csillagok*.

A csillagokban formát nyert anyag az impulzusmomentumot javarészt a galaktikus centrum körüli keringésében hordozza, nem forgása révén. A csillag tovább zsugorodik, hogy az anyag gravitációs energiáját kisugározhassa. A sűrűsödő szférákban g, a gravitációs gyorsulás egyre nő.

Hogy a hidrosztatikai egyensúly ne boruljon fel, a gáznyomásnak is növekednie kell, mert a külső rétegek fokozódó súlyát kell hordoznia. A gáz nyomása akkor fokozódik, ha a hőmérséklet emelkedik. Ezért a fokozatosan összehúzódó csillag felszabadított gravitációs energiájának egy részét a belső hőmérséklet növelésébe fekteti be, és csak a felesleget sugározza ki.

A hőmérséklet sok ezer, majd millió fokra emelkedik a csillag belsejében. A protonok hőmozgása, ütközése egyre vehemensebbé válik. Legyőzve a kölcsönös Coulomb-taszítást, egyre többször kerülnek be egymás sűrű nukleáris erőterébe. A magerő egy pillanatra szóhoz jut, de a proton csakhamar kiszakítja magát a másik proton nukleáris szférájából, és önállóan folytatja mozgását. A két proton nem tud összetapadni, mert ez He^2 atommag képződésének felelne meg, amiben a Pauli-elv szerint két *ellentett* spinű proton foglalna helyet, és a magerők nem elég erősek ilyen kötött állapot kialakulásához. A héliumnak kettes izotópja nincs. Ha a természetben más kölcsönhatás nem létezne, az anyag fejlődése pár millió év alatt befejeződött volna saját gravitációs kráterükbe lezuhant hidrogénszférák összesűrűsödésével. A Nap és csillagok évmilliárdokkal ezelőtt kialudtak volna. A termonukleáris fúzió beindításának és szabályozásának feladatát az anyag negyedik kölcsönhatása, a gyenge kölcsönhatás (a radioaktivitás) látja el.

Ha a két protont erőszakkal hosszabb ideig együtt tartanánk, az kb. 10 perc felezési idővel elbomlana nehéz hidrogénné:

$$He^2 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu.$$

A pozitron és a neutrinó együtt egységnyi spint vihetnek el, így a visszamaradt deuteronban (H^2) a proton és neutron spinje párhuzamosra válthat. (Mivel a proton és a neutron különböző részecskék, spinkvantumszámuk egyezést a Pauli-elv nem tiltja.) Párhuzamos spinű részecskék közt viszont a magerő dipólus-típusú része erősebb kölcsönhatást épít ki. A proton 2MeV felszabadulásával a neutronhoz kötődik.

A természetes magfúziót akadályozza, hogy a két ütköző proton tartósan nem marad együtt. Az ütközés rövid 10^{-20} másodperces időtartama áll csak rendelkezésre a gyenge kölcsönhatás, a neutronná alakulás számára. De a gyenge kölcsönhatás nevéhez hiven igen lomha, átlagosan 10 percre van szüksége, míg cselekvésre szánja el magát. Ezért a protonnak borzasztó sok ütközést kell végigszenvednie, míg egyszer csak neutronná alakul át. De egyszer aztán kialakul a kötés, felszabadul a 2 MeV kötési energia, megindul az energiatermelő termonukleáris fúzió.

A gyenge kölcsönhatás visszafojtott volta miatt a termonukleáris reakciók hidrogénben csak tízmillió fok körül indulnak meg. Sok milliárd évnek kell eltelnie, amíg egy proton megkötése sorrakerül. 10—20 millió fokon sok milliárd év alatt merül ki egy csillag hidrogéntüzelője. A Napon a hidrogén elégése 12 milliárd évre van szétnyújtva, szemben a hidrogénbomba robbanásának ($Li^6 + H^2 \rightarrow He^4 + He^4$) mikroszekundumos tartamával. A gyenge kölcsönhatás az a regulátor, amely a termonukleáris reakciók ütemét lelassítja. Ha már nem működik ez a lassítás, a magfelépülés gyorsan megy tovább. A deuteron kb. 2 másodpercen belül fuzionál hidrogénnel:

$$H^2 + H^1 \rightarrow He^3,$$

és a He^3-ak is gyorsan He^4-gyé alakulnak:

$$He^3 + He^3 \rightarrow He^4 + H^1 + H^1.$$

10—20 millió fok hőmérsékleten a héliumnál nehezebb elemek nem alakulhatnak ki, mert a nehezebb magokat nagyobb elektromos töltésük miatt magasabb Coulomb-gát tartja távol egymástól.

Ha este feltekintünk a csillagos égre, ezernyi csillagot látunk. Megannyi termonukleáris reaktor, amelyekben szinte kivétel nélkül az ősi anyag, a hidrogén ég héliummá, ennek fúziós hője világít sárgás fénnyel a világtér sötétjében. *Fősorozatbeli csillagoknak* nevezzük őket. A kisebb tömegű csillagokban kisebb a nehézségi gyorsulás, könnyebbek a külső rétegek, ezért kisebb nyomású gáz tudja hordozni azokat. Így a csillagok közepén alacsonyabb a hőmérséklet is, kisebb intenzitással égnek el a protonok nehéz atommagokká. A törpecsillagok fénye változatlanul pislákol százmilliárd évig. Az óriáscsillagokon a nehézkedéssel csak óriási nyomás tud egyensúlyt tartani, magas centrális hőmérsékletnek kell uralkodnia. Az élénk hőmozgás nemcsak a nyomást szolgáltatja, hanem bővebben táplálja a termonukleáris kazánt, amely nagy teljesítménnyel égeti a hidrogént. A sárga és *fehér óriások*, így a Sziriusz vagy a Rigel gazdag fénnyel ragyognak, de ezért gyorsabb öregedéssel fizetnek. Fehér ragyogásuk nem tarthat tovább 10 vagy 100 millió évnél.

Vörös óriások

A csillagok hidrogénkészlete véges. A Napé még hatmilliárd évig eltart, a Capelláé hamarabb kimerül. Mi történik ezután? A madáchi eszkimókor fenyeget, amikor majd sok lesz az eszkimó és kevés a fóka?

A hélium nagyon stabil, sem a $He^4 + H^1 \rightarrow Li^5$, sem a $He^4 + He^4 \rightarrow Be^8$ fúzió végterméke nem állandó atommag. A fősorozatbeli csillagokban a héium nem használódik el. A hidrogénkészlet megfogyatkozása, kimerülése esetén a fedezetlenné váló sugárzásszámla kifizetését ismét csak a gravitációs kontrakció vállalhatja. A felszabaduló gravitációs energia részben fénykisugárzást fedez, részben — a növekedő súly ellenében — a belső hőmérsékletet növeli. Százmillió fok körül „meggyullad" a hélium, megindul a

$$3He^4 \rightarrow C^{12}$$

fúzió. A hármas ütközés miatt viszonylag lassú reakció rövid időre ismét stabilizálja a csillagot. A magas belső hőmérséklet miatt nagy sugárnyomás felfújja a csillaglégkört. A kiterjedt burkú csillag *vörös óriásként* parázslik az égen: az Antares és Betelgeuse ilyen közismert héliumégető termonukleáris reaktorok. A megnövekedett felület nagyobb fényességet jelent. Így Napunknál a hidrogénkészlet kimerülése után, mához hatmilliárd évre nem lehűlést, hanem felmelegedést várhatunk.

A hélium-égést a gravitációs kontrakció, hőmérsékletemelkedés, a keletkezett szén, oxigén, neon, magnézium, kalcium nukleáris meggyulladása és nukleáris elégése követi. A csillagok centrális hőmérséklete túllépi a milliárd fokot, újabb és újabb magok épülnek ki. A fajlagos kötési energia legnagyobb a vasatommagokban. Azt várnók, hogy a csillaganyag vassá ég el, majd a termonukleáris energiakészlet kimerültével kihűl, elhalványul. A sötét vascsillag veszélyes gravitációs terével gyakran veszélyeztet merész űrhajósokat a fantasztikus regények lapjain. A valóságban a történet másként alakul. A Pauli-elv a csillag agóniáját megnyújtja, az anyag végállomásaként más állapotot jelöl ki.

Fehér törpék

A csillag sorsa a kontrakció, amit néha állít meg egy új elem termonukleáris gyulladása, de csak átmeneti időre. A csillag magas hőmérsékleten ionizált anyaga egyre sűrűbbé válik. Magasabb rendszámú elemek kialakulásával az atommagok száma egyre kisebb az elektronokéhoz képest, így a nyomás javarészt az ideális elektrongáztól származik:

$$p = n_e kT. \qquad (1)$$

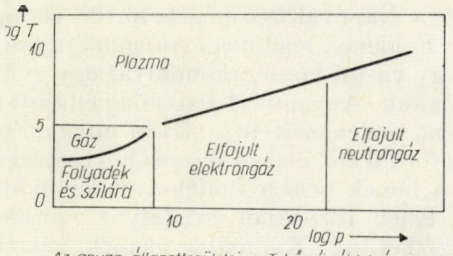
(n_e az elektronok sűrűsége, k a Boltzmann-állandó, T a hőmérséklet.) Amint a kontakció előrehalad, n_e nő, az elektronok egyre közelebb kerülnek egymáshoz. A közeledésnek azonban a Pauli-elv korlátot szab: egyetlen kvantumállapotba egynél több elektron nem juthat. Ha ugyanarra a helyre további elektronokat akarunk elhelyezni, azok csak a még üres magas impulzusú állapotokba kerülhetnek. A sűrűség növekedése csupán az egyre magasabb impulzusú állapotok benépesülésével érhető el. A nagy sebességű elektronok Pauli-elv okozta szaporodása viszont éppúgy nyomásnövekedést idéz elő, mint a hőmérséklet-növelés:

$$p = \varkappa n_e^{5/3} \quad (\varkappa = 3^{2/3}\, 20^{-1}\, \pi^{-2/3}\, \hbar^2\, m_e^{-1}) \qquad (2)$$

Az elektrongáz nyomását a

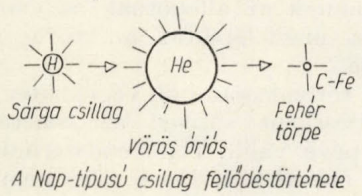
$$T_0 = \frac{8\pi}{15\, h^3\, m_e\, k}\, n_e^{2/3} \qquad (3)$$

elfajulási hőmérséklet felett (1) szerint elsősorban a hőmérséklet szabja meg, de az alatt a Pauli-elv miatt fellépő (2) Fermi-nyomás dominál. A nyomás



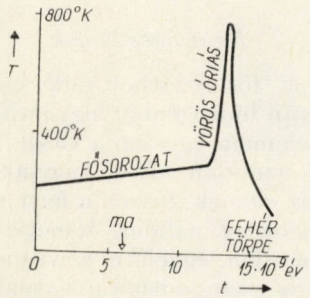
Az anyag állapotterületei a T hőmérséklet és p nyomás függvényében

1. ábra



A Nap-típusú csillag fejlődéstörténete

2. ábra



A Föld-felszín átlaghőmérséklete a Nap fejlődése folyamán

3. ábra

praktikusan függetlenné válik a hőmérséklettől, de (2) szerint érzékeny függvénye az n_e elektronsűrűségnek.

Ha a csillaganyag a megismétlődő gravitációs kontrakciók során eléri az elfajult elektrongáz állapotát, a hőmérséklet elveszti szabályozó szerepét. A sűrűség azt az értéket veszi fel, amely (2) szerint a hőmérséklettől függetlenül ellen képes állni a súlynak, így a gravitációs kontrakció lefékeződik, a csillag dinamikailag stabilizálódik. A sugárzást további nukleáris és gravitációs energiakitermelés nem fedezi, a csillag fokozatosan elhalványul. Az elfajult elektrongáz jó vezetőképessége miatt a felületi és belső hőmérséklet különbsége lecsökken, de egyben a csillag felületi fényessége is mérséklődik, a Stefan—Boltzmann-féle érték alá csökken. Ennek oka az, hogy az elektronok kvantumugrásai megritkulnak, hiszen elfajult elektrongázban a legtöbb végállapot eleve el van foglalva, oda újabb elektron nem ugorhat be. A törpévé zsugorodott csillag felülete is parányi törtrésze a korábbi felületnek. A csillag nagyon elhalványul, kihűlése sok milliárd évre lassul. *Fehér törpének* mondjuk ezeket az elevenen mumifikálódott csillagokat. Ilyen a Sziriusz kísérője, vagy az egyik legközelebbi szomszédunk, a Nyílcsillag. Kis távolságuk ellenére sem láthatók szabad szemmel.

Tömegük a Napéval összemérhető, de térfogatuk inkább a Földének felel meg. Anyaguk olyan sűrű, mintha egy vasúti kocsi rakományát egy gyűszűbe csomagolnánk. Anyagukat fizikailag elfajult elektrongázként jellemezhetjük. Ilyen anyag Földünkön nem fordul elő, elektromos és hővezetési szempontból a fémek belseje emlékeztet leginkább rá, noha a fehér törpéknél kristályos szerkezetről nem beszélhetünk. Kémiailag elemek valamilyen keverékével állunk szemben a periódusos rendszer hélium és vas közé eső szakaszáról, ugyan igazi kémiáról itt természetesen nem lehet szó. A kémiai összetétel annak az állapotnak az emlékét őrzi, amelynél a magfelépülést az anyag elfajulása megállította.

A fehér törpe lassan hűl, végül sötét megmerevedett égitestként süllyed az ismeretlenségbe. Fekete törpévé válik. Tejútrendszerünk mintegy tízmilliárd éve alakult ki, ez még nem volt elég fekete törpék képződéséhez, de a fehér törpék már milliószám pislákolnak szerteszét.

Neutroncsillagok

A csillagok fősorozatból fehér törpéig tartó fejlődésük során hidrogénből legyártják a periódusos rendszer elemeit, egészen a vasig. Nem tudunk számot adni azonban arról, hogyan jutottak a Földre ezek az elemek, hiszen a leírt módon született atommagok el vannak temetve a csillagok mélyén. Ismeretlen egyelőre a vasnál nehezebb, tehát nukleáris szempontból a vasnál instabilabb elemek eredete. Szükségszerűen léteznie kell az anyagfejlődés más ágának is.

Hogy nem minden csillag alakulhat át fehér törpévé, az nyilvánvaló: Ha a csillag tömegét gondolatban növeljük, gravitációja növekszik. Egyszer csak olyan nagy gravitációs gyorsuláshoz érünk el, amelyet az elfajult elektrongáz (2) nyomása tovább ellensúlyozni képtelen.

Valóban, a csillag belsejében, a középponttól r távolságra a gravitációs gyorsulás a Newton-féle tömegvonzási törvény szerint

$$g(r) = \gamma \frac{M(r)}{r^2}, \tag{4}$$

ahol γ a gravitációs állandó, $M(r)$ pedig az r sugarú gömbfelületen belül található tömeg,

$$M(r) = \int_0^r \varrho(r')\, 4\pi r'^2\, dr'. \tag{5}$$

(Itt ϱ a tömegsűrűség, ami ami Z rendszámú és A atomsúlyú gázban

$$\varrho(r) = m_p \frac{A}{Z} n_e(r) \tag{6}$$

alakban írható fel.) Ha a csillaganyag hidrosztatikai egyensúlyban van, a $g(r)$ által létesített súlyt a nyomásgradiens ellensúlyozza:

$$\frac{dp}{dr} = -\varrho(r)\, g(r). \tag{7}$$

Ha a (2), (4), (5), (6) kifejezéseket a (7) egyenletbe behelyettesítjük, egy integrodifferenciálegyenlet adódik $\varrho(r)$ meghatározására:

$$\frac{d\varrho}{dr} = -\frac{\text{const}}{r^2} \varrho(r)^{1/3} \int_0^r \varrho(r')\, r'^2\, dr'. \tag{8}$$

Az integrodifferenciálegyenlet számítógépen könnyen integrálható: minden $\varrho(0) = \varrho_0$ központi sűrűséghez lépésenként felépíthető a csatlakozó $\varrho(r, \varrho_0)$ sűrűségeloszlás, amely monoton csökken. Ahol

$$\varrho(r, \varrho_0) = 0$$

lesz, az az $r = R(\varrho_0)$ érték a ϱ_0 centrális sűrűséggel karakterizált csillag sugara, és nyilván

$$M(\varrho_0) = \int_0^{R(\varrho_0)} \varrho(r, \varrho_0)\, 4\pi r^2\, dr$$

a tömege. Az ily módon nyert $M(\varrho_0)$ görbét szaggatva tüntet fel 5. ábránk. Pl. He-ra ($A = 4, Z = 2$) $M(\varrho_0)$ maximálisan az

$$M_{\max} = 1{,}66\, M_\odot \tag{9}$$

értéket veheti fel ($M_\odot$ a Naptömeg). Ez a legnagyobb tömeg, ahol az elfajult elektrongáz nyomása még ellensúlyozni képes a gravitációt. Ennél nagyobb tömegű csillagnál elfajult állapotba jutva a kontrakció nem áll meg fehér törpe állapotban, hanem az tovább folyik. A gravitáció egyre nagyobb és nagyobb sűrűségeket gyárt meg. Mi történik ezután?

Ha bármilyen kémiai összetételű anyagot, pl. könnyű elemek keverékét vagy vasat folyamatosan összenyomunk, az elektronok Pauli-elvből, Fermi-statisztikából következő maximális energiája, a Fermi-energia egyre növekszik:

$$\varepsilon_F^{(e)} = \alpha\, n_e^{2/3}. \quad \left(\alpha = \frac{3^{2/3} h^2}{8\pi^{2/3} m_e}\right) \tag{10}$$

Annál a sűrűségnél, ahol a Fermi-energia elég nagy lesz ahhoz, hogy az elektront atommagok befoghassák,

$$m_e c^2 + \varepsilon_F^{(e)} + M_{Z\,A} c^2 \geqq M_{Z-1,A}\, c^2,$$

az elektrongáz sűrűségének növekedése megáll. A további összenyomás azt eredményezi, hogy az elektrongáz az atommagokba „kondenzálódik":

$$e^- + \text{mag}_{\,A,Z} \rightarrow \text{mag}_{\,A,Z-1} + \nu.$$

A mag protonjai folyamatosan neutronokká alakulnak át. A magok végül neutronokká disszociálódnak. Pl. egy hideg hidrogéngáz hideg kompreszszióval neutrongázzá kezd alakulni, amikor $\varrho = 500$ tonna cm^{-3}.

10^{10} g cm^{-3} sűrűség felett az anyag összetétele teljesen megváltozik: elektrongázban úszó atommagok helyett neutrongázzal állunk szemben, melyben csak itt-ott úszik egy-egy elektron, proton, ill. nehéz mag. A neutrongáz nem képes önmagában kötött állapottá, atommaggá alakulni, a neutrontengert a gravitációs nyomás tartja csak össze. A neutronokra szintén érvényes a

Pauli-elv, így azok nyomását a (2)-höz hasonló képlet írja le, csak más tömeggel:

$$p = \varkappa \frac{m_e}{m_n} n_n^{5/3}. \qquad (11)$$

Ez a képlet azonban azonos sűrűség mellett alacsonyabb értéket ad, mint az elektrongáz nyomása.

A sűrűséget tovább növelve a neutronok Fermi-energiája egyre nagyobb és nagyobb lesz. Ha olyan magas

$$\varepsilon_F^{(n)} = a \frac{m_e}{m_n} n_n^{2/3}$$

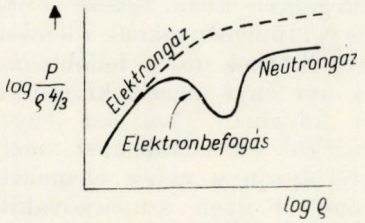
Fermi-energiájú neutronok jelennek meg, amelyekre

$$m_n c^2 + \varepsilon_F^{(n)} > m_\Sigma c^2 + m_e c^2,$$

ezek a neutronok instabillá válnak: $n \to \Sigma^- + e^+ + \nu$ bomlással Σ—hiperonokká alakulnak át. A maganyag sűrűségét (10^{13} g cm^{-3}) túlhaladva megindul a neutrongáz átalakulása hiperongázzá. A hiperonok ilyenkor stabilak: nem bomlanak el protonná és neutronná, mert a proton- és neutron-állapotok mind be vannak népesülve. Végül egész nagy sűrűségeknél, ahol a nukleonok Fermi-energiája több száz GeV-ra emelkedik (10^{20} g cm^{-3} körül), az elemi részek nehéz alkotórészeikre disszociálnak, talán elfajult kvarkgáz képződik, feltéve természetesen, hogy a gravitáció ilyen magas sűrűségeket is képes produkálni (és hogy vannak kvarkok).

Az anyag $p(\varrho)$ állapotegyenletét elfajult állapotban az egyes szakaszokban nyomon követhetjük. A számítások eredményét 4. ábránk szemlélteti. Látjuk, hogy az elektronbefogás miatt a nyomásgörbe alatta halad az elfajult elektrongázokénak, 10^{13} g cm^{-3} körüli sűrűségeknél az elfajult neutrongázéval közelíthető, a fölött pedig erősen bizonytalanná válik.

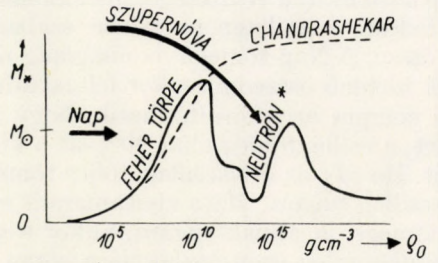
Tegyük (2) helyett a 4. ábra által mutatott realisztikus $p(\varrho)$ függvényt a (8) egyenletbe.



Nyomás és sűrűség kapcsolata

4. ábra

Az eredményül adódó $M(\varrho_0)$ görbét 5. ábránk mutatja. Látjuk, hogy a Napnál nem nehezebb csillagok nem csak elfajult elektrongáz *(fehér törpe)* állapotban létezhetnek, hanem elfajult neutrongáz (neutroncsillag) állapotban is. Az ilyen neutroncsillag kicsiny lenne, egy-két km átmérőjű, belsejében az anyag atommag sűrűségű. Az anyagnak ilyen $A = 10^{57}$ atomsúlyú atommagszerű állapota a gyenge és erős kölcsönhatások, valamint a gravitáció egyensúlyának eredménye. Ha lennének neutroncsillagok az égen, optikailag még akkor is láthatatlanok lennének, ha nem volnának messzebb a Plutónál, mert kicsiny a sugárzó felületük. A neutroncsillag optikai észlelése még akkor is reménytelen, ha felületi hőmérséklete sok millió fokot ér el (ami jó hővezetőképesség miatt nem abszurd feltevés). Az ilyen forró neutroncsillag sugárzása a Wien-féle eltolódási törvény szerint főleg a Röntgen-tartományba esnék, de ezt a sugárzást légkörünk elnyeli. Természetesen egyelőre nem világos: kialakulnak-e egyáltalán neutroncsillagok, hiszen a csillag zsugorodása a (9) Chandrasekhar-határt el nem érő tömeg esetén



Centrális sűrűség és csillagtömeg kapcsolata elfajult állapotban

5. ábra

fehér törpe állapotban akad meg. Ennél nagyobb elfajult tömeg viszont neutroncsillag állapotban sem stabilizálódhat. Az 5. ábrán az elektrongáz által produkált baloldali hegy elzárja az utat a neutroncsillag békés kialakulása elől. Pedig ha ilyen csillagok léteznének, róluk nagyon furcsa képet mutatna a világ. A geometriai tér az erős gravitáció folytán olyan görbült lenne, hogy az vákuumban is nagyon erős fénytörést produkálna.

Szupernóvák

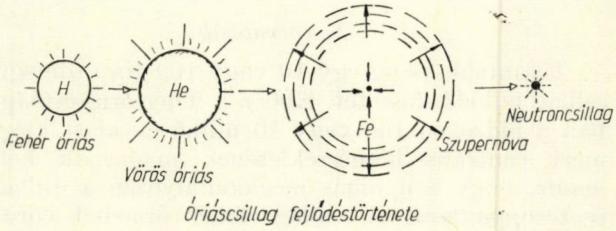
Tekintsük végig egy 10 vagy 100 Nap-tömegű csillag fejlődésmenetét. Ebben a fehér óriáscsillagban a hidrogén 100 vagy 10 millió év alatt kiég, mert centrális hőmérsékletének magasnak kell lennie, hogy a nyomás megakadályozza a csillag összeroppanását. A csillag fehér óriásból vörös óriássá alakul: a hélium, majd más könnyű elemek gyulladnak meg. A magas centrális hőmérséklet miatt összes nukleáris energiaforrását gyorsan emészti a termonukleáris kemence, a vörös csillag állapot rövidebb ideig tart, mint millió év. A magas hőmérséklet, nagy gáz- és sugárnyomás miatt e csillagok anyaga még a centrumban is olyan ritka, hogy az elfajulás nem következik be. A csillaganyag akadály nélkül éri el a hárommilliárd fok centrális hőmérsékletet, a vas-állapotot. A vas-állapotban leáll a termonukleáris energiatemelés, hiszen a vas az *abszolút hamu*, vas-állapotban süllyed a barion-töltött anyag a legmélyebb energiaszintre. A vörös óriás nagy fényvesztesége ismét gravitációs kontrakciót kényszerít ki. Ideális gázról lévén szó, a növekvő súlyt csak a csillag hőmérsékletének további emelkedése képes ellensúlyozni. Kb. 6 milliárd fokon a romboló intenzitásúvá erősödő hőmozgás megfordítja az anyagfejlődés útját: a magas hőmérsékleten megindul a vasatommagok

felaprózódása, a törmelék neutronok pedig vasba befogva a nehéz atommagokat építik fel. A gravitációs energiát most már két fogyasztó csapolja: a vas disszociájához szükséges energia és a csillag sugárzása. A fény számára átlátszatlan csillag csak felületén sugároz, de a gyenge kölcsönhatás által termelt neutrinók számára a csillagtömeg átlátszó. A csillag fejlődésének legutolsó szakaszában a térfogati sugárzásként jelentkező neutrinófényesség felülmúlja az optikai fényességet és domináns energiaveszteségként jelentkezik.

A tragédia végső fejezete percek alatt lepereg. A csillag a sokirányú veszteséget gravitációs implózióval fedezi, a csillagmag szinte szabadeséssel roskad össze. A Nap-tömegnyi csillagmag neutroncsillaggá történő összeomlásakor felszabaduló gravitációs energia arra fordítódhatik, hogy a külső rétegeket, a csillagtömeg akár 90%-át a világűrbe veti szét. Ha M_* az óriáscsillag teljes tömege, R_* az óriáscsillag sugara, $M_\odot$ a visszamaradt neutroncsillag tömege, R annak sugara, akkor a gravitációs energiamérleg ezen átalakulása során

$$-\gamma \frac{M_*^2}{2R_*} \simeq -\gamma \frac{M_\odot}{2R}.$$

Mivel a sűrűség az impulzió révén 10^7 g cm^{-3} (elektrongáz) értékről 10^{13} g cm^{-3} (neutrongáz) értékre nő fel, R a kezdeti R_* századrészénél is kisebb, így az egyenlőség még $M_* = 10\ M_\odot$ felett is teljesülhet. Az óriáscsillag magja a neutroncsillag stabil állapotába megy át, ezáltal felszabaduló gravitációs energiája elegendő ahhoz, hogy sok naptömegnyi tömegfeleslegét levetkőzze, és az űrbe szórja.



6. ábra

A szétterjedő forró anyag óriásira növeli a csillag sugárzó felületét. A csillag átmenetileg, néhány hétre-hónapra fellángol, széttékozolja utolsó energiatartalékát, majd a kidobott anyag lehűlésével fénye elenyészik. Ezeket a csillagkatasztrófákat az égen ismételten megfigyelt szupernóvákkal azonosítjuk. Az első hitelt érdemlő feljegyzés szupernóva-kitörésről 1054 július 4-éről származik. Kínai, japán és arab csillagászok a Bika csillagképben új csillag fellángolását jegyezték fel, amelynek fénye a Nap és Hold kivételével minden égitestét felülmúlt: a Sziriuszt és a Vénuszt is. A csillag hónapok múltán megfigyelhetetlenné halványult, de a csillagászati távcsövekkel ennek a helyén fedezték fel a Rák-ködöt, egy 3600 fényév távolságban levő, két fényév átmérőjű, 1300 km s^{-1} sebességgel expandáló gáztömeget. Ha az expanziót visszafelé extrapoláljuk, annak kezdeteül éppen a XI. századot kapjuk. A Rák-köd tehát az SN 1054 maradékának tűnik.



7. ábra Az SN 1054 maradványa: a Rák-köd

1572-ben Tycho de Brache a Cassiopeiában jegyezte fel egy Vénusznál némileg halványabb szupernóva megjelenését. Kepler pedig 1604-ben az Ophiuncus csillagképben észlelt szupernóvát. 1942-ben a SN 1604, 1955-ben a SN 1572 maradványát, a több száz km s^{-1} sebességgel kiterjedő gázfelhőket is megtalálták.

Századunkban évente fedeznek fel szupernóvákat távoli galaxisokban. Messze vezetne ezeknek a látványos égi tüneményeknek a leírása, amelyekben a csillag életének utolsó fellobbanásaként pár nap alatt annyi fényt sugároz ki, mint a Nap egymilliárd év folyamán. Csak azt jegyezzük meg, hogy megtaláltuk a mechanizmust, amely termeli és a világtérbe szórja a nehéz elemeket. Földünk nehéz elemei is ilyen szupernóvakitörés által kerültek ki egy csillag gyomrából, az ekkor felhúzott radioaktív órák mai mutatóállása szerint kb. 6—7 milliárd évvel ezelőtt. A katasztrófa centrumában pedig ott lapul az az anyagtömb, amely kollapszusával megfizette az égi tüzijáték árát: a gravitáció és elfajulás börtönébe örökre bezárult neutroncsillag. Megszületésekor felületi hőmérséklete milliárd fokokban mérhető, így a friss neutroncsillag intenzív Röntgen-sugárzás forrása, amit azonban a légkör elfed előlünk. A neutroncsillag belső energiájának fő csapolója a neutrinósugárzás. A neutroncsillag tehát a szupernóvakitörésben születik, de rohamosan hűl, és végül alapállapotba került óriási atommagként

merül el a világtér sötétjébe, mint (a fehér és fekete törpék mellett) az anyagfejlődés másik végállomása.

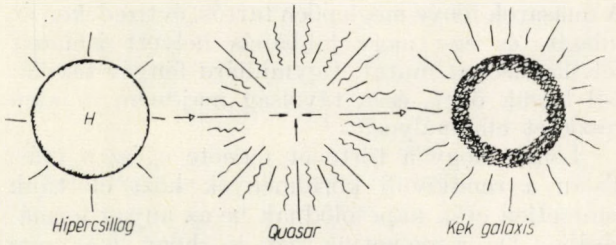
Quasarok

Ha egy csillag tömege a Napét ezerszerte vagy akár milliószorta felülmúlná, nem tudná létét szupernóvakitörés árán egy neutroncsillagba átmenteni. A neutroncsillag Nap-tömegűnél nagyobb nem lehet, ezen tömeg atommag-sűrűségre történő kollapszusában csak véges nagyságú gravitációs energia szabadul fel, ami nem elegendő korlátlan tömegmennyiségek kidobására, gravitációs kráterből történő kiemelésre. Nem elég arra, hogy ezer vagy millió napnyi fölösleges tömeget le tudjon vetkőzni a születő kis neutroncsillag.

Mi lehet az ilyen hipercsillag végzete? Hidrogénjét ez is vassá égeti. Magjában magas hőmérséklet uralkodik, mert óriási nyomások tudják csak elviselni a hipercsillag elképzelhetetlen súlyát a sajátmaga produkálta erős gravitációs térben. A vasállapot elérésekor a hipercsillagnak is szembe kell néznie az elkerülhetetlen halállal. A nukleáris energiakészlet elfogytával ez a csillag sem húzhatja soká aktív életét. A hipercsillag végső energiatartalékához nyúl: a gravitációhoz. A zsugorodás tovább, egyre tovább hevíti a csillagot, a vasatommagok neutrontengerbe folynak szét. De a magas hőmérséklet miatt a sűrűség itt alacsonyabb, mint a közönséges csillagokban. Speciális elemek alakulhatnak így ki, jód, arany, ezüst, ritkaföldfémek. A haldoklás nem tart tovább pár másodpercnél. A csillag óriási magja a Napot nagyságrendekkel felülmúló tömegével egyre sűrűbb és sűrűbb állapotba kerül, de a zsugorodó csillag erősödő gravitációs terében felszökő súlynak semmi nyomás nem képes ellenállni. Szó szerinti értelemben következik be az összeomlás. A gravitációs kollapszus teljes, korláttalan. A csillagmag egy ponttá zsugorodik össze, az anyag eltűnik az általa keltett a szinguláris térgörbület árnyékában. A csillagról többé semmi jel nem jut ki a világűrbe. Még fény sem hatol ki a végtelen mély gravitációs akna fenekéről, mert a fotonok is mind visszahullanak. Csak a tér szinguláris görbülete jelzi az összeesett anyag létét.

A teljes kollapszus olyan nagy gravitációs energiát szabadít ki, amekkora az összeomlott csillagmag nyugalmi energiája. A felszabadult energia szétveti a sírba hulló hipercsillag külső rétegeit, és a világűrbe szórja szét. A robbanás a szupernóvák fellángolását is sok nagyságrenddel felülmúlhatja. E robbanás révén szennyeződhetnek be a térben úszó hidrogénfelhők a robbanást megelőző pillanatokban keletkezett olyan ritka elemekkel, amelyek még a szupernóvák vegykonyhájában sem szintetizálhatók.

Mindez a fizikai törvények értelmében előreláthatóan, kikerülhetetlenül bekövetkezik, ha vannak egyáltalán hipercsillagok. Ha a centrifugális erő nem töredezte szét a nagy hidrogénfelhőket törpe Nap-típusú csillagokká. A legtöbb csillagász



Hipercsillag hipotetikus fejlődéstörténete

8. ábra

a legutóbbi időkig kételkedett abban, hogy ilyen hipercsillag kialakulhat, együttmaradhat, végigélheti életét forgás okozta felaprózódás nélkül. De úgy tűnik, hogy a korábban a Hoyle és Fowler által megjövendölt hipercsillag-kitörést 1963-ban mégis felfedezték. A 3C273 rádiócsillagról kiderült, hogy másfél milliárd fényévre van tőlünk, és kisugárzása — összemérhetően az optikai és rádiótartományban — 10^{45} erg s^{-1}. Ez a Nap teljesítményének egybilliószorosa, felülmúlja a Tejútrendszer együttes fényességét. A hipernóva kitörésben aktivizált energia mennyiségét 10^{61} ergre becsülik, ami milliószorosa a Nap *nyugalmi* energiájának. A kis kiterjedésű, tehát csillagnak látszó intenzív rádióforrásokat azóta egymás után fedezték fel. *Quasarok*nak nevezték őket, ami a *quasistellar radio source* rövidítése. Felfedeztek pusztán optikai fényben tündöklő *kék galaxisokat*, amelyek fényessége a quasarokéval vetekszik. És nagyon csalogató az az értelmezés, hogy ezek mind a galaxisok magjában kialakult hipercsillagok kollapszusából nyerték elképesztő energiájukat.*

A kép csábítóan lenyűgöző. A csillagfejlődés három országútja bontakozik ki előttünk:

fősorozatbeli sárga csillag → vörös óriás → fehér törpe

$$(\text{ha } M_* < 1{,}66\ M_\odot)$$

fősorozatbeli fehér óriás → vörös óriás → szupernóva → → neutroncsillag

$$(\text{ha } 1{,}66\ M_\odot < M_* < 100\ M_\odot)$$

hipercsillag → quasar → kék galaxis

$$(\text{ha } M_* \gg 100\ M_\odot)$$

A fejlődésmenet erőszak nélkül adódik fizikai alapismereteinkből, és alkalmas arra, hogy kielégítő képet adjon főbb vonásaiban az anyag históriájáról, hidrogénből kiindulva a kémiai elemek kialakulásáról és a térben való szétszórattatásáról. *Messze vagyunk azonban attól, hogy a kép teljes és igazolt legyen.* A vörös óriás és fehér törpe állapot közti átmenetről alig van empirikus ismeretünk. Egy XX. századbeli csillagász sem látott szupernóva-kitörést egymillió fényévnél közelebbről. Szupernóva-kitörést megelőző állapotban emberszem nem látott csillagot. A neutroncsillag biztonsággal csak tudományos folyóiratok hasábjain fordul elő, csillagászati felvételeken nem, sem a Rák-köd magjában nem látszik, sem máshol.

* A quasarokról lapunk ismételten írt (1964. 149. oldal, 1966. 160. oldal), így részletesebben nem foglalkozunk ezzel a fejlődési ággal.

A quasarok fénye meglepően tartós, évtizedeken át világít, és egy nagy lobbanás helyett ismételt felvillanásokat mutat. Egymilliárd fényév távolából lessük őket, és a távolság majdnem minden részletet elhomályosít.

Lehet, hogy a történet menete egészen más. Talán a rendkívüli körülmények közt előttünk ismeretlen erők kapcsolódnak be az anyag formálásába. De remélhetjük azt is, hogy már mai ismereteink elegendőek a nagy színjáték megértéséhez, és a fejlődés fő vonala az, amilyennek leírtuk. A természet azonban egyre tartogat meglepetéseket.

Röntgencsillagok

A Fehér Homok Sivatagban, New-Mexicoban 1962 nyarán lőtték fel az első műszeres rakétát, amelyiknek feladata volt a Röntgen-fényben átlátszatlan légkör fölé emelkedni, és különböző irányokban megmérni az égbolt Röntgen-sugárzását. Erős intenzitásmaximumot találtak Röntgen-sugárzásban a Galaktika centruma, a Sagittarius csillagkép irányából. Ekkor indult meg az égbolt Röntgensugárzásának rendszeres kutatása.

Egész a legutóbbi időkig az ember két természetes ablakon pillanthatott ki a világűrbe. A látható fény színképtartományában, és ultrarövid rádióhullámok tartományában. Most rakétáival új nyílást tört a világtér felé a tudomány. Az első kísérlet óta eltelt néhány esztendő során bizonyos irányokból erősebb Röntgen-sugárzást észleltek, mint a háttérsugárzás. Elnevezték ezeket az ismeretlen sugárzó objektumokat röntgencsillagoknak. Legtöbbjük helyén optikai vagy rádiócsillagot nem látni, de a Röntgen-sugárzás intenzitása vetekedett az optikai és rádiócsillagok intenzitásával.

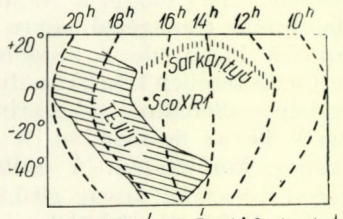
Az égbolt legelőször megismert, legfényesebb tíz röntgencsillaga a következő:

Sco XR1	RA = 16^h15^m	$\delta = -15{,}2°$	m = 3	(optikai objektum nincs)
Sco XR2	17^h8^m	$-36{,}4°$	6	(optikai objektum nincs)
Sco XR3	17^h32^m	$+44{,}30°$	8	(optikai objektum nincs)
Oph XR1	17^h32^m	$-20{,}70°$	6	(SN1604)
Sgr XR1	17^h55^m	$-29{,}2°$	6	(optikai objektum nincs)
Sgr XR2	18^h10^m	$-17{,}1°$	6	(Galaktika centruma)
Ser XR1	18^h45^m	$+5{,}3°$	7	(optikai objektum nincs)
Cyg XR1	19^h53^m	$+34{,}6°$	5	(optikai objektum nincs)
Cyg XR2	21^h43^m	$+38{,}8°$	7	(optikai objektum nincs)
Tau XR1	$5^h31{,}5^m$	$+22°$	5	(SN 1054)

A röntgencsillagok fényességét — csupán tájékozódás kedvéért — energiafluxusuk alapján optikai csillagokkal hasonlítjuk össze, és magnitúdóban adjuk meg. A legfényesebb közülük, a Sco XR1 kb. $1{,}2.10^{-7}$ erg $cm^{-2}s^{-1}$ intenzitású. Ha Röntgen-sugárzását ($\lambda = 1$ és 15 Å között) hőmérsékleti sugárzásként értelmezzük, a Wien-féle eltolódási törvényből felületi hőmérsékletnek 10^6—10^7 °K adódik! Azt, hogy a legtöbb röntgencsillag, köztük a legfényesebb Sco XR1 optikailag nem látszik, vagy azzal magyarázható, hogy igen messze van, vagy pedig nagyon kicsiny a sugárzó felület. Előbbi lehetőség ellen szól az a körülmény, hogy a halványabb röntgencsillagok a Tejút mentén sűrűsödnek. Így valószínűbb az a lehetőség, hogy nagyon forró, de nagyon kis átmérőjű, viszonylag közeli égitestekkel állunk szemben, amelyek — legalább is részben — szupernóvakitörés maradványai.

Nehéz elkerülni azt a konklúziót, hogy a *röntgencsillagok a fiatal (még teljesen ki nem hűlt) neutroncsillagokkal azonosak, és a Naprendszer közelében a nem túlságosan távoli szupernóvakitörések emlékét őrzik.*

A feltevés ellenőrzésénél nyilván a Sco XR1 játsza a kulcsszerepet. Ez volna a messze legragyogóbb égi tűnemény, ha röntgenszemekkel pillantanánk fel az égre. Fénye még a Napot is túlragyogná. A Skorpió csillagképben nem figyeltek meg történelmi időkben szupernóvát. Meg kell vizsgálnunk annak a lehetőségét, hogy egy közeli szupernóva történelem előtti kitörésének emlékével állunk szemben.



A Sco XR1 és az Északi Sarkantyú

9. ábra

A SN 1054 szupernóva távolsága 3600 fényév, az SN 1604 szupernóváé 22 000 fényév. Az utóbbi Röntgen-intenzitása az előbbiének fele. Az Sn 1054 kisebb abszolút fényessége nyilván azzal magyarázható, hogy az 550 évvel öregebb. E két adatból azt a következményt vonhatjuk le, hogy a szupernóva-maradvány fényessége az első évezredben évenként 5%-kal halványul. Ha a Sco XR1 az SN 1054-nél és SN 1604-nél lényegesen idősebb, és elfogadjuk, hogy a fénygyengülés legalább a kezdeti évezredben 5% volt, akkor a Sco XR1 szupernóvának nagyon közel kellett lennie, távolsága talán 100 fényév körül volt. Ilyen közeli szupernóva fényessége annakidején a Teleholddal kelt versenyre. Mivel ennek a megrázó tüneménynek, egy második Hold ragyogásának semmi jelét nem őrzik az ókori népek annalesei, csak egy történelemelőtti eseménnyel állhatunk szemben.

Már 1960-ban, a Sco XR1 felfedezése előtt felvetették annak lehetőségét, hogy a rádiócsillagászok által felfedezett Északi Sarkantyú néven ismert körív alakú ködvonulat talán egy olyan szupernóva által kidobott anyag, amely a Naptól 75 fényévre tört ki nagyon régen, esetleg 50 000 vagy 100 000 évvel ezelőtt. Ezt az ősember második Teleholdként láthatta az égen, de írásban nem tudta megörökíteni csodálatát vagy rémületét. A Sco XR1 szögátmérője kisebb 0,2°-nál. Ha távolsága 75 fényév, akkor a röntgencsillag átmérője fényévnél lényegesen kisebb, tehát feltehetően nem ködfolttal, hanem kompakt égitesttel állunk szemben. Az új megfigyelések azzal kecsegtetnek tehát, hogy rakétáink a neutroncsillagokat pillantották meg: azokat a gravitációs aknába süllyedt anyagtömböket, amelyek megfizették a nehéz elemek szétszóródásának energiaárát.

A részletes elemzés azonban számos nehézséget tárt fel. A Tau XR1 távolságát pontosan ismerjük: az valószínűleg a Rák-ködével azonos. Így a Tau XR1 röntgencsillag látszó szögátmérőjének ismeretében el lehet dönteni, hogy az a kiterjedt Rák-ködde l azonosítandó-e, vagy pedig pontszerű neutroncsillag. Éppen ezért nagy jelentősége volt annak, hogy 1964-ben a Hold eltakarta a Rák-ködöt. Egy rakétát lőttek fel ebben az időben, amely regisztrálta a röntgencsillag intenzitását. Az elhalványodás nem élesen következett be, hanem véges ideig tartott. Ebből a Tau XR1 átmérője egy fényévnek adódott. *A röntgenfény a teljes Rák-ködből jött, nem egy pontszerű neutroncsillagból.*

A másik súlyos nehézséget a neutroncsillag lehűlési idejének rövid volta képezi.

Eleinte csak az elektromágneses sugárzást vették figyelembe. A kezdeti 10^{10} °K hőmérséklet a számítások szerint egy-két év alatt lehűl 10^6—10^7 °K-ra, ezután a lehűlés százezer évig is eltarthat, mert az elfajult anyag a mondott okokból sokkal kevésbé sugároz, mint azt a feketetestre érvényes sugárzási törvények előírják.

A legutóbbi időben megismételték a számításokat, úgy, hogy figyelembe vették a neutrinókisugárzást is. A neutrinók szabad úthossza a neutroncsillagban ugyan nem éri el a csillagátmérőt, de mégis olyan nagy, hogy a neutroncsillag jelentős térfogata közvetlenül veszít energiát neutrinóemisszió (gyenge kölcsönhatás) következtében. Egyes számítások ebből egy-két éves lehűlési időt adtak. Ha ez igaz, reménytelen vállalkozás forró neutoncsillag keresése, azok születésük után olyan hamar elhalványulnak. Az égen meglepő nagy számban feltűnő röntgencsillagok e szerint semmiképpen nem lehetnek szupernóva remanennensek.

Ginzburg még arra is felhívta a figyelmet, hogy a neutroncsillag anyagának jelentős része szuperfolyékony lehet, akárcsak azt a nehéz atommagokról tudjuk. A szuperfolyadék hőkapacitása praktikusan zérus, így a forró neutroncsillag belső energiája nem lehet jelentős. Szuperfolyékony neutroncsillag egy-két hét alatt teljesen kihűl.

Látjuk, hogy a neutroncsillag lehűlésére különböző elméletek százezer év és néhány hét közt különböző időtartamokat adnak. A fő probléma az, hogy az elméleti magfizika megállt $A = 300$ atomsúlynál. Az $A = 10^{57}$ atomsúlyú magok, gravitációs nyomás alá helyezett kiterjedt maganyag elméletét csak most kezdik kidolgozni. Hogy az elmélet összeegyeztethető lesz-e a Sco XR1-nél szükséges több ezer éves lehűlési idővel, nem tudjuk.

A röntgencsillagoknak más meggyőző értelmezése sem ismeretes. A Rák-köd röntgensugárzása származhat fékezési sugárzásból, de az is lehet, hogy éppen a Rák-köd központjában feltételezett neutroncsillag sugárzása szóródik a ködön, ez okozza Tau XR1 nagy látszólagos átmérőjét.

Az elméletek és megfigyelések kezdetleges volta sok bizonytalanság forrása. Sok csillagász és fizikus reméli, hogy a

röntgencsillag = neutroncsillag

egyenlet helyesnek bizonyul, és így az új felfedezések beilleszthetők lesznek abba a képbe, amelyet az anyag fejlődéséről próbálhatunk elméleti úton festeni.

A Föld

Nap körül rója pályáját a harmadik bolygó. Mélyében vas rejtőzik, felszínét szilícium, kalcium, alumínium, magnézium, oxigén atomjaiból felépült sziklák borítják. A mély kőzeteket urán és tórium atommagok radioaktív szétesésének hője olvasztja. A kőzetekben arany, ezüst telérek futnak. A felszínen oxidált hidrogénből kialakult óceánok hullámzanak. Az óceánokban a szén vegyületeiből furcsa láncmolekulák alakultak ki, és százmillió évvel ezelőtt élőlények kúsztak ki az óceán partjára. Egyikük kétlábra állt, hogy mellső lábait munkára használhassa. A függőleges gerincoszlop teherbírása nagyobb, így átlagosnál nehezebb agyveleje fejlődhetett ki. Értelmes tekintettel tekint körül az *ember* a mindenségben. Csak most kezd tájékozódni, de lenyűgöző színjáték tárul ki szeme elé.

A világtérben óriási hidrogénfelhők úsznak, ezek a csillagok bölcsői. A Nap, a csillagok hidrogént égetve melegítik környezetüket. A termonukleáris kazánt a *gravitáció* gyújtotta be, ő melegítette fel kontrakció által a tüzelőanyagot. A protonokat *magerők* rántják össze, a nukleáris kölcsönhatás munkavégzése termeli a hőt. A szabályozó szerepét a *radioaktivitás* látja el: a gyenge kölcsönhatások fékezik le a fúziót, sok milliárd év időtartamra biztosítva a csillagot övező tér egyenletes fűtését. És a termelt energiát az *elektromosság* transzformálja drótnélkül szállítható formára: fénnyé. Ennek az összjátéknak köszönhető, hogy a csillagtól száz—kétszáz millió kilométerre, bolygók kemény felületén lassan-lassan komplikált vegyületek épülhessenek fel, megjelenik az élet, aminosavaktól eljut az emberig. Az élőlények szer-

vezetében levő *szén* valamikor régen vörös óriáscsillagokban százmillió fokon képződött. A Föld mélyéből felhozott *vas* atommagjai hárommilliárd fokon ötvöződtek össze. Az *ólom*, az *uránium* a szupernóva-katasztrófa pillanataiban pár perc alatt épült fel a neutrontörmelékből.

Az óriáscsillag, amely kulcsunk nyersanyagát legyártotta, rég beroskadt a neutroncsillag sirba, de halálából élet fakadt. A gravitációs implózió lehetővé tette a szupernóva explóziót. A világtérbe szórattak az óriáscsillag külső rétegei, amelyek évmilliók folyamán nehéz atommagokban dúsultak fel. Innen került ki a Föld anyagának java része. Az *arany* talán még távolabbról, talán a Tejútrendszer centrumának még lenyűgözőbb katasztrófájából származik, ezért ritkább és drágább, mint a vas. A *litium* bölcsője pedig a világűr, ahol a kozmikus sugárzás kalapácsütései aprózták fel a vasatomokat ezekké a (forró helyen instabil) könnyű elemekké.

A Föld a Mindenség része, őrzi azoknak a kozmikus eseményeknek az emlékét, amelyekben hidrogén a periódusos rendszert végig kitöltő elemekké alakult. Hogy Földünk 88 elemének sorsa milyen változatos, azt most kezdi megérteni az ember, aki maga is ezen elemeknek, ezen kozmikus genetikának a terméke.

Marx György

ELTE Elméleti Fizikai Intézete
Budapest

Az exergia és a hatásfok irreverzibilis termodinamikai értelmezése I.

Bevezetés

Az 1930-as években F. Bosnjakovič az energia hasznosíthatóságának jellemzésére új fogalmat vezetett be. Ez az a technikai munkavégző képesség, amelyet Z. Rant (1956.) javaslatára, ma már egyre elterjedtebben, exergiának neveznek. Természetesen nem az elnevezés újdonságán, hanem azon van a hangsúly, hogy az új fogalom a klaszszikus termodinamikai szemlélet módosulásával is jár. Ismert tény, hogy a termodinamika szemléletmódja — történeti fejlődésének folyamán — többször változott. A változás azonban sohasem volt olyan gyökeres, hogy az előző hibás nézetekkel teljesen szakított volna. Ezért a termodinamika ma ismert tárgyalásmódjai többé-kevésbé valamennyien eklektikusak. Valóban nem nehéz észrevennünk, hogy a klasszikus termodinamika szemléletmódjában sohasem tudott teljesen elszakadni a hőanyagelmélettől, ami bizonyos esetekben konfúzióhoz vezetett. Úgy látjuk, hogy a hőtechnikusoknak az exergia fogalom bevezetésével éppen az volt (ha nem is tudatosan) a törekvésük, hogy a hőanyagelmélet zavaró hatásától mentesüljenek. A továbbiakban azt szeretnénk megmutatni, hogy ezzel a hőtechnika modernizálásának folyamata még nem fejeződött be. Ezért kívánatos, hogy az egész problémakört az irreverzibilis termodinamika alapján tárgyaljuk. Ennek kapcsán általános szabályt adunk az exergia meghatározására, megmutatjuk, hogy a hőmérleggel szemben az energiamérleg reálisabb képet ad az energia hasznosíthatóságáról, valamint kritikai vizsgálat alá vesszük a klasszikus hőelmélet reverzibilitás- és irreverzibilitás fogalmát. Az utóbbi kérdés kapcsán azzal is foglalkozunk, hogy a folyamatok sebessége, vagyis a teljesítmény milyen viszonyban van a hatásfokkal.

1. *A Carnot-féle körfolyamat.* Bár a címben jelzett gondolati kísérlet a tankönyv-irodalomból is jól ismert, mégis foglalkozunk vele. Nem csupán a teljesség kedvéért, hanem azért, hogy rámutathassunk a klasszikus termodinamika szemléletmódjának azokra a vonásaira, amelyekben a hőanyagelmélet felfogástól még nem tudott megszabadulni.

Mindenekelőtt figyelemre méltó, hogy Carnot idejében az *energia* fogalma még nem volt ismeretes. Ezért volt kénytelen kizárólagosan a *hő* és a *munka* fogalmával kifejezni mondanivalóját. Igaz, hogy mai nézetünk szerint a hő és a munka egyaránt az *energiaközlés* formái, de a két dolog kapcsolata a *hőanyag*elmélet alapján is szemléltethető, és ennek gondolatvilágához igazodva fogalmazott Carnot is. A hőanyag létezésének explicit hangoztatásával ugyan ritkán találkozunk, de a *hő* a végül kimondott tételben, észrevehetően, önálló szubsztanciaként szerepel.

Carnot problémája a következő volt: adott hőből nyerhető munka mennyisége korlátozott-e, vagy sem? A választ olyan megállapításokból kiindulva dedukálta, amelyeket általános érvényűnek és így következményüket is igaznak tekintette. Vázlatosan tárgyalva a kérdést, a következő négy alapfeltevést emeljük ki:

1. A hő megmaradó szubsztancia, amelyik nem alakul át és

2. munka kifejtésre azáltal képes, hogy magasabb hőmérsékletű helyről alacsonyabbra áramlik. (Mint a vízesés, amelyik a magasabb nívójú helyről alacsonyabbra esve: munkát végez, de a víz mennyisége megmarad.)

3. „Perpetuum mobile mechanicum" (mai nyelven: első fajú p. m.) lehetetlensége: kompenzálatlan munkavégzés nem lehetséges.

4. „Perpetuum mobile physicum" (mai nyelven: másodfajú p. m.) lehetetlensége: az elveszett munka visszanyerésével sem működtethető gép.

E feltevésekre épülő következtetés módja: gondolati kísérlet, a ma is gyakran idézett Carnot-féle körfolyamat, amelyik négy szakaszból áll;

I. A munkát végző közeg állandó hőmérsékleten *hőt* vesz fel és közben munkát végez,

II. (csupán) munkavégzéssel hőmérséklete csökken,

III. az alacsonyabb hőmérsékleten munkát vesz fel, hőt ad le,

IV. munkafelvétel közben hőmérséklete (és teljes állapota) az eredetibe tér vissza.

A tétel abban áll, hogy a magasabb hőmérsékletű állapotban felvett hő mindaddig munkát végez, amíg az alacsonyabb hőmérsékleti szintet el nem éri, amikor — munkavégző képesség szempontjából elértéktelenedve — kilép a környezetbe. A körfolyamat bevégeztével a közeg ismét alkalmassá válik arra, hogy magasabb hőmérsékleti szinten levő hőt vegyen fel, így a folyamat megismételhető.

Az elmondottakból már világosabban látszik, mit értett Carnot a „p. m. mechanicum" lehetetlenségén: mechanikai mozgás, ill. hő nélkül nem végezhet a gép munkát. A „p. m. physicum" pedig, ezen túlmenően, azt jelentette, hogy a hő nem mindig alkalmas munkavégzésre, hanem csak akkor, ha magasabb hőmérsékleti szintről alacsonyabbra tud átmenni.

Carnot, jobbára kvalitatíve megfogalmazott megállapításait B. P. E. Clapeyron fogalmazta meg (1834) matematikai formában, de lényegesen újat nem tett hozzá. A hő nála is önálló és megmaradó szubsztancia, éppen ezért a Carnot—Clapeyron-féle fogalmazás ma már túlhaladott, így nem is foglalkozunk vele részletesen. (Ismertetését l. pl. E. Mach: Die Prinzipien der Wärmelehre, 227—232. o.)

A Carnot-féle körfolyamatnak az energetikai hőelméletbe beillesztett tárgyalását W. Thomsonnak köszönhetjük (1851), ma is gyakran idézett formája pedig C. Clausius könyvében található (Die mechanische Wärmetheorie 2. kiadás, 1876). Ez utóbbit éppen közismert volta miatt nem idézzük. E helyett inkább T. Ehrenfest-Afanassjewa (1925) tárgyalásmódját ismertetjük, ami azért tanulságos, mert eléri az egzaktságnak azt a legmagasabb fokát, amit a klasszikus hőelmélet keretében egyáltalán el lehet érni. T. Ehrenfest-Afanassjewa tárgyalása a következő axiomákon alapul. (Csak azokat az axiomákat említjük, amelyek itt közvetlen felhasználásra kerülnek.)

1. Első főtétel (E = belső energia, DQ = elemi hő, DA = elemi munka)

$$\int_1^2 dE = E_2 - E_1 = \int_1^2 DQ + \int_1^2 DA$$

2. Egyértelműségi axioma (S az entrópia)

$$\oint dS = 0$$

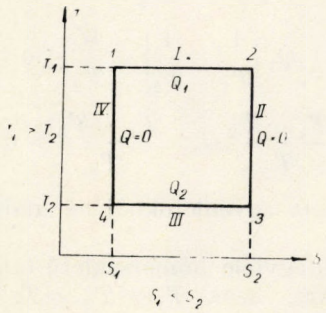
3. Az abszolút hőmérsékleti skála a körfolyamatban nem válthat előjelet. Megállapodásszerűen $T > 0$ vehető.

4. Irreverzibilitás és revirzibilitás jellemzése

$$\int_1^2 \frac{DQ}{T} \leq S_2 - S_1$$

(Az $=$ a reverzibilis, a $<$ reláció az irreverzibilis folyamatra vonatkozik.)

$T - S$ diagrammon ábrázolva a Carnot-féle körfolyamatot a mellékelt ábra szemlélteti. Az egyes állapotokat arab, a folyamatokat római



1. ábra

számokkal jelölve, az egyes állapotok és a folyamatok a következők:

I. $(1 \to 2)$ $T_1 =$ állandó, Q_1 hőcsere

II. $(2 \to 3)$ $T_1 \to T_2$, hőcsere nincs (adiabatikus folyamat)

III. $(3 \to 4)$ $T_2 =$ állandó, Q_2 hőcsere

IV. $(4 \to 1)$ $T_2 \to T_1$, hőcsere nincs (adiabatikus folyamat)

Alkalmazzuk a körfolyamatra az első főtétel 1) alatt idézett formáját, az integrációt a négy folyamatszakaszra külön-külön végezve a következő módon

$$\oint dE = 0 = \int_1^2 DQ + \int_2^3 DQ + \int_3^4 DQ + \int_4^1 DQ + \oint DA$$

$$Q_1 + Q_2 = -\oint DA = W \qquad (*)$$

(W = kifelé végzett munka.)

A 2. szerint $\oint dS = 0$, tehát a 4.-ben szereplő integrál, a hőt tartalmazó részt ismét szakaszokra osztva:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \qquad (**)$$

Ui. az I. és III. szakaszon T_1 ill. T_2 állandó, tehát kihozható az integrál jele elé, pl.

$$\int_1^2 \frac{DQ}{T} = \frac{1}{T_1} \int_1^2 DQ = \frac{Q_1}{T_1}$$

Továbbá a II. és IV. szakaszban $DQ = 0$, tehát

$$\int_2^3 \frac{DQ}{T} = 0, \int_4^1 \frac{DQ}{T} = 0$$

Mivel 3. szerint $T_1 > T_2 > 0$, a hőmérséklettel szorozhatunk és oszthatunk, miközben az egyenlőtlenség iránya sem változik meg. Ennek megfelelően (*)-ból Q_2-t kifejezve

$$Q_2 = W - Q_1$$

és ezt (**)-ba helyettesítve

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{W - Q_1}{T_2} \leq 0$$

$$Q_1\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) + \frac{W}{T_2} \leq 0$$

$$W \leq \frac{T_1 - T_2}{T_2} Q_1; \quad \frac{T_1 - T_2}{T_1} > 0 \quad (***)$$

A *-al jelzett egyenletekből az alábbiak következnek:

Ha csak egyféle hőmérsékletű tartály áll rendelkezésünkre, azaz $T_1 = T_2 = T$, akkor (**) szerint

$$Q_1 + Q_2 \leq 0$$

és így (*) alapján

$$W \leq 0$$

Vagyis ilyenkor a kifelé termelt munka nem lehet pozitív. (Másodfajú p. m. lehetetlensége.)

Mivel T_1 és T_2 egyaránt pozitív, a (**) csak úgy állhat fenn, ha Q_1 és Q_2 közül legalább az egyik negatív. Pontosabban: reverzibilis körfolyamat esetén Q_1 és Q_2 feltétlen különböző előjelűek, irreverzibilis körfolyamat esetében vagy különböző előjelűek, vagy mindkettő negatív:

$$\left.\begin{array}{ll} \operatorname{sgn} Q_1 = -\operatorname{sgn} Q_2 & \text{rev.} \\ \left.\begin{array}{l} \text{vagy } \operatorname{sgn} Q_1 = -\operatorname{sgn} Q_2 \\ \text{vagy } Q_1 < 0,\ Q_2 < 0 \end{array}\right\} & \text{irrev.} \end{array}\right\} (+)$$

A (***) szerint

$$\left.\begin{array}{ll} \operatorname{sgn} Q_1 = \operatorname{sgn} W & \text{rev.} \\ \left.\begin{array}{l} \text{ha } W > 0 \text{ akkor } Q_1 > 0, \\ \text{de } W < 0 \text{ esetén } Q_1 \lesseqgtr 0 \end{array}\right\} & \text{irrev.} \end{array}\right\} (++)$$

A (++)-ból az is látszik, hogy reverzibilis körfolyamat esetén, ill. ha $Q_1 > 0$:

$$|Q_1| > |Q_2| \qquad (+++)$$

A nyert előjel- és egyenlőtlenségi relációk felhasználásával, T. Ehrenfest-Allamasjewa nyomán a következő tételeket tudjuk bebizonyítani:

a) Hőt csak úgy alakíthatunk át munkává, ha egyúttal a nagyobb hőmérsékletű tartályból a kisebb hőmérsékletűbe hő megy át. Ui. ha pozitív munkát akarunk nyerni, vagyis, ha

$$W > 0$$

úgy (++) szerint, mind reverzibilis, mind irreverzibilis folyamatokra nézve, egyidejűleg

$$Q_1 > 0$$

és így (+)-ból

$$Q_2 < 0$$

Vagyis pozitív munka csakis a nagyobb hőmérsékletű tartályból felvett ($Q_1 > 0$) hőből nyerhető, de (+++) szerint Q_1-nek egy $|Q_2| < |Q_1|$ része a T_2 hőmérsékletű tartályba megy át szükségszerűen. Ezzel a tételt bizonyítottuk, megjegyezve azt, hogy a bizonyítás szerint a tétel érvénye egyaránt kiterjed mind a reverzibilis, mind az irreverzibilis körfolyamatra.

b) Kisebb hőmérsékletű testről nagyobb hőmérsékletű testre csak egyidejű munkavégzés árán vihető át hő. Ui. ha kisebb hőmérsékletű testről viszünk át hőt, azaz ha

$$Q_2 > 0$$

úgy (+) szerint (rev. és irrev. folyamat esetében egyaránt)

$$Q_1 < 0$$

és így (++) szerint

$$W < 0.$$

A további két tétel, amelyek az előbbiek megfordításaiként tekinthetők, csak reverzibilis körfolyamatra érvényes.

c) Munkát csak úgy alakíthatunk át hővé, ha egyidejűleg hidegebb testről melegebbre hőt viszünk át. Ui. ha munkát hővé alakítunk, azaz ha

$$W < 0$$

akkor (++) szerint (csak) reverzibilis körfolyamatra

$$Q_1 < 0$$

és így (+) alapján (rev. folyamatra)

$$Q_2 > 0$$

d) Melegebb testről hidegebbre csak úgy vihetünk át hőt, ha egyidejűleg hőt munkává alakítunk át. Ui., ha melegebb testről hőt vonunk el, azaz, ha

$$Q_1 > 0$$

úgy (csak) reverzibilis folyamat esetén

$$Q_2 < 0$$

és ugyancsak

$$W > 0.$$

A (***) reláció a következő formában írva

$$\frac{W}{Q_1} \leq \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1,$$

szemmel láthatóan mutatja, hogy az ún. Carnot-féle hatásfok mindig kisebb 1-nél és, hogy az irreverzibilis folyamat hatásfoka kisebb, mint a reverzibilisé.

Tudomásunk szerint a Carnot-féle körfolyamatnak és az irreverzibilitás problémájának fent ismertetett T. Ehrenfest-Afanassjewa-féle tárgyalásmódja, a klasszikus termodinamikai szemléletmód keretein belül a legkorszerűbb. Ennek ellenére ez a tárgyalásmód is olyan nézetre ösztönöz, mintha a hő, ha nem is önálló szubsztancia, hanem legalábbis önálló energiaforma volna, amelyik a folyamat első szakaszában belép a

munkaközegbe és csak fokozatosan távozik belőle: részben munkává alakulva, részben pedig átmenve a kisebb hőmérsékletű tartályba. Mindezek ellenére tudjuk, hogy a hő nem energia fajta és hogy ennek a feltételezése ellentmondásokra vezet. Kérdés tehát, valóban lehetséges-e, hogy a folyamat első szakaszában felvett Q_1-hőnek Q_2-nyi része egész a harmadik szakasz megkezdéséig a munkaközegben marad. Mit jelenthet egyáltalán az ilyen kijelentés, ha tudjuk, hogy a hő csupán az energiaátalakulásnak egyik formája, de nem energiafajta, mint ahogyan a munka sem energiafajta. Azt mondhatjuk, hogy egy anyagi testnek energiája van, de azt nem, hogy munkája van.

Hogy ezekre a kérdésekre válaszolhassunk, próbáljuk a Carnot-féle gondolati kísérletet a valóságban részleteiben elképzelni.

2. *A hő- és az energiamérleg viszonya a Carnot-féle körfolyamatban.*

Előző tárgyalásunk minden vonatkozásban rendbenlevőnek látszik, hiszen mind az energiatétellel, mind az entrópiatétellel összhangban van. Ennek ellenére kétféle szempontból is gyanú merülhet fel a fenti tárgyalásmóddal szemben Az egyik: vajon a hő-mérleg egyértelműen jellemzi-e az energiatranszportot? A másik: a hőerőgépek munkavégzése véges sebességgel történik, így nem elegendő tudnunk, hogy adott energiamennyiségből mennyit transzportálunk munka formájában, a folyamat időtartamának is lényeges szerepe van. Az időtartam kérdése nem csak önmagáért fontos, hiszen tudjuk, hogy az idő és az irreverzibilitás egymástól függő tényező. Még a klasszikus termodinamika csupán a *nyerhető munka* felső határára vonatkozó becslést képes csak adni, az irreverzibilis termodinamikától a *teljesítmény* optimumának meghatározhatóságát is elvárjuk.

Először az egyszerűbb kérdéssel, a hő- és energia-mérleg viszonyával foglalkozunk.

A mondandók megalapozása érdekében foglalkozzunk ismét a Carnot-féle körfolyamattal, részletesen megvizsgálva az egyes szakaszok energiamérlegét. (L. a folyamat $T - S$ diagramját.) Hogy a kérdés fizikai lényegét világosabban láthassuk, a számítások egyszerűsítése érdekében használjunk munkaközegül ideális gázt. Az egyes szakaszokban végbemenő folyamatok és energiamérlegük a következő:

I ($1 \rightarrow 2$): Izoterm hőfelvétel T_1 hőmérsékleten és egyidejű (izoterm) munka. Tehát a T_1 hőmérsékletű tartályból a munkaközeg ΔE_I mennyiségű energiát vesz fel hőhatás formájában

$$\Delta E_I = Q_1 = T_1 (S_2 - S_1) > 0$$

és *ugyanezt az energiát munkavégzés formájában leadja a környezetnek* (A_I a rendszer által kifelé termelt munka)

$$-\Delta E_1 = A_I = -T_1 (S_2 - S_1)$$

A teljes energiamérleg:

energiaváltozás hő (Q_1) munka ($-A_I$)

$$0 = \Delta E_I - \Delta E_I = T_1 (S_2 - S_1) - T_1 (S_2 - S_1)$$

Közben tehát a munkaközeg belső energiája nem változik. Ha a munkaközeg nem ideális gáz lenne, úgy

$$E(T_1 S_2) - E(T_1 S_1)$$

nagyságú belsőenergia változás lépne fel. Ha ez pozitív, úgy a kifelé termelt munka valamivel kisebb, mint a felvett hő, ha negatív, úgy a kifelé termelt munka nagyobb a felvett hőnél. Látni fogjuk, hogy a körfolyamat befejezésével e munkahiány, ill. többlet, mindenképp kompenzálódik, tehát a végeredmény ugyanaz, mint ideális gáz esetében.

II. ($2 \rightarrow 3$). Adiabatikus munkavégzés a környezet irányába. A munkaközeg sem a T_1, sem a T_2 hőmérsékletű tartállyal nincs termikus kontaktusban, de az energialeadás következtében hőmérséklete T_1-ről T_2-re csökken. Az energiamérleg:

energiaváltozás hő munka

$$-C_v(T_1 - T_2) = 0 - C_v(T_1 - T_2)$$

Tetszőleges munkaközeg esetén:

$$-\{E(T_1 S_2) - E(T_2 S_2)\} = 0 - \{E(T_1 S_2) - E(T_2 S_2)\}$$

Vagyis ezúttal a rendszer energiavesztesége teljes egészében munka formájában jut ki a rendszerből.

III. ($3 \rightarrow 4$). Izoterm munkafelvétel és hőleadás T_2 hőmérsékleten, analóg módon az I. szakaszbeli folyamattal. Az energiamérleg

energiaváltozás hő munka

$$0 = \Delta E_{II} - \Delta E_{II} = -T_2(S_2 - S_1) + T_2(S_2 - S_1)$$

Tetszőleges munkaközeg esetén az I.-belivel analóg mérleget kapunk.

IV. ($4 \rightarrow 1$). Adiabatikus munkavégzés a munkaközeg irányába, a hőmérséklet emelkedés kompenzálására. Az energiamérleg ideális gáz esetében ellenkező előjellel azonos a II. szakaszbelivel.

Vizsgáljuk meg mostmár az ideális gázon végzett körfolyamat egyesített energiamérlegét. Látjuk, hogy a tényleges munkaprodukció a folyamat I. szakaszából származik. Ekkor ui. a végzett munka éppen a felvett hővel egyenlő

$$A_I = T_1(S_2 - S_1)$$

A II. szakaszban nyert adiabatikus munka csak átmeneti nyereség, hiszen ezt a IV. szakaszban vissza kell adni a munkaközegnek, hogy a körfolyamatot befejezhessük.

A III. szakasz szintén csak az eredeti állapot visszaállításának érdekében történik, amit csak kívülről beveztett

$$A_{III} = -T_2(S_2 - S_1)$$

munkavégzéssel tudunk elérni. Az első szakaszban nyert munka tehát végső fokon ennyivel csökken és a teljes munkaprodukció

$$A = A_I + A_{III} = T_1(S_2 - S_1) - T_2(S_2 - S_1)$$

aminek az I. szakaszban felvett hővel,

$$Q_1 = T_1(S_2 - S_1)$$

való viszonya

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ha a munkaközeg nem ideális gáz, az eltérés az ideális gázhoz viszonyítva csupán annyi, hogy A_{II} és A_{IV} nem kompenzálják teljesen egymást, de a folyamat által termelt munkát szintén főleg az I. szakaszban nyerjük. A folyamat többi része együttesen munkaveszteséges és csupán arra szolgál, hogy a munkaközeget minél kevesebb munkaveszteséggel juttassuk vissza eredeti állapotába.

Ideális gázon végzett Carnot-féle körfolyamat esetében világosan látható, hogy az I. szakaszban hőhatás formájában felvett energia ugyancsak e szakasz folyamán ki is jut a rendszerből, mint munka. Energetikai szempontból megítélve a kérdést tehát a Q_1 hőből semmit sem tart meg a rendszer. Ennek megfelelően a folyamat III. szakaszában a T_2 hőmérsékletű tartálynak átadott Q_2 hő semmilyen vonatkozásban nem része a Q_1-nek, hanem energetikailag a munkaközeggel közölt külső munka kompenzálja. Ti. a kívánt entrópiacsökkenés hő formájában történő energialeadással érhető el, amit — mivel T_2, azaz a belső energia végeredményben nem változtat — csak a munkavégzés formájában bevezetett energia tud kikompenzálni. Így az energetikai (mechanikai) hőelmélet szempontjából semmi konkrét jelentése nincs e szokásos megfogalmazásnak: a T_1 hőmérsékleten bevitt Q_1 hő egy részét, Q_2-t a T_2 hőmérsékletű tartályba kell juttatni. Ennek értelme csak a hőanyag elmélet szempontjából van, ami viszont fikció, amelyiknek fizikai konktrétum nem felel meg. A klasszikus termodinamikában e körümény abban jut kifejezésre, hogy a belső energiát lehetetlen egyértelműen felbontani „hőenergiára" és pl. mechanikai energiára. Különös, hogy a klasszikus termodinamikának e vitathatatlan megállapítását éppen egyes klasszikus termodinamikai tételek megfogalmazásakor nem veszik figyelembe.

Ezúttal nem pusztán elvi okokból állapítjuk meg, hogy az $A = \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1$ kapcsolat nem ad reális képet a technikai munkavégző-képességről. Nem a befektetett hőhöz, hanem a rendszer által felvett energiához kell viszonyítani a végzett munkát. Hogy ez mennyire így van, azt a következőkből láthatjuk be. Az ún. reverzibilis (az irreverzibilis termodinamika szerint ui. ez a folyamat is irreverzibilis) Carnot-féle körfolyamatnak előbb tárgyalt feltételei a munkanyerés szempontjából optimálisak voltak. Nézzük meg most a másik szélsőséges esetet. Formailag az előbbivel azonos I. szakasszal induljon a folyamat, azzal a különbséggel, hogy most a munkaközeg *ne vegyen fel energiát* a T_1 hőmérsékletű tartályból és *ne adjon le munkát a környezetnek*. Ez úgy valósítható meg, hogy a munkaközeg légüres térbe terjed ki és állandó T_1 hőmérsékleten, ily módon növeli entrópiáját S_1-ről S_2-re. A folyamat úgy jellemezhető, hogy a gáz munkát végez ugyan, de a „leadott" energiát hőhatás formájában vissza is „kapja". Ez is úgy tekinthető, mint egy Carnot-féle körfolyamat első lépése, de most a

$$T_1(S_2 - S_1) > 0$$

hőt kívülről nyert energia *nem kompenzálja*. Az energiamérleg az általános érvényű

$$\Delta E = T\,\Delta S - p\,\Delta V$$

reláció szerint most is a következő formájú:

energiaváltozás	hő	munka
0	$=T_1(S_2 - S_1)$	$-T_1(S_2 - S_1)$

A folyamat többi szakasza menjen végbe úgy, mint az előzőekben tárgyalt II, III, IV. szakaszbeli folyamatok. Megjegyzendő, hogy míg az I. szakaszban a $T_1\,(S_2 - S_1)$ és a $-T_1\,(S_2 - S_1)$ munka külső kompenzáció nélkül is fellép, a III. szakaszban a $T_2\,(S_2 - S_1)$ munkát feltétlenül kívülről történő energiaközléssel kell kompenzálni. Mivel a körfolyamat energiamérlege most is ugyanaz, mint a korábban tárgyalt esetben, az I. szakaszbeli

$$T_1(S_2 - S_1)$$

hőprodukcióból

$$T_1(S_2 - S_1) - T_2(S_2 - S_1)$$

munkaprodukciót nyerünk, pedig a folyamat valójában munkaveszteséges. Hiszen a rendszerből munka végső fokon nem jut ki, sőt a III. szakaszban bevitt $T_2\,(S_2 - S_1)$ munka mindkét ciklusban elvész. Hő és munka viszonyát vizsgálva a helyzet mindkét esetben azonos, de lényeges eltérés van a környezettel történő energiacseréket illetően. Az első esetben tökéletesen kompenzált hőhatás szerepel, a második esetben a kompenzáció minimális. Az irreverzibilis termodinamika törvényei alapján beláthatjuk, hogy a reális esetek a két szélsőség közé esnek. — Félreértés ne essék, a *szokványos* megfogalmazás értelmében a két szélsőséges eset egyaránt a *reverizibilis* Carnot-féle körfolyamattal lehet azonos, így a közbülső esetek is ide tartozhatnak, és szó sincs az említett "reverzibilitás„-tól való eltérésről. Valójában persze e folyamatok valamennyien és el nem hanyagolható mértékben irreverzibilisek.

Hogyan adhatunk reális mértéket, amelyik a technikai munkavégző képességet jellemzi? Carnot elgondolásait a következő személetes képre alapozta. A T_1 hőmérsékletű szinten levő Q_1 hőanyag T_2 hőmérsékletű szintre jutva

$$A = \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1$$

munkát végez, miközben Q_1 mennyisége változatlan marad, de a T_1 hőmérsékletű tartályból a T_2 hőmérsékletűbe kerül át. A mechanikai (energetikai)

hőelmélet ugyanezt a formulát úgy interpretálta, hogy Q_1-nek $A = \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1$ nagyságú része munkává alakul át és a maradék

$$Q_2 = Q_1 - A$$

rész kerül át a T_2 hőmérsékletű tartályba. Az előbbiekben láttuk, hogy ez a megfogalmazás az energetikai megfogalmazás szempontjából nem következetes: Q_1 a folyamat első szakaszában teljes egészében munkává alakul, tehát optimális esetben kijut a rendszeből: a T_2 hőmérsékletű tartálynak átadott Q_2 hőt nem ez a Q_1, hanem a kívülről beiktatott izoterm munka kompenzálja. Azt is láttuk, hogy az optimális hatásfokot nem csupán a folyamat Carnot-jellege biztosítja, hanem az, hogy az I. szakaszban fellépő

$$T_1(S_2 - S_1)$$

hőt kívülről jövő energiabefektetéssel valóban kompenzáljuk.

Röviden emeljük ki a mondottak lényegét: A Carnot-féle körfolyamatra vonatkozó mérlegegyenletek explicite nem mutatják nyomát sem annak, hogy a folyamat első (döntő) szakaszában a „felvett" hő valóban kívülről származik-e, vagy pedig részben, esetleg teljesen, a munkaközegben fellépő irreverzibilis változás nem-kompenzált hőjeként adódik. A Carnot-féle körfolyamat fenti mérlegegyenletei, természetesen, a munkaközeg változásának irreverzibilitását szintén nem képesek kifejezni. Mint láttuk, lehetséges, hogy a reverzibilisnek minősülő Carnot-féle körfolyamat első szakaszában a tejes hő nem kompenzált, vagyis irreverzibilis produkció legyen.

(Folytatjuk.)

Fényes Imre
ELTE Elméleti Fizikai Intézete

A tiszta tudomány szerepe az európai civilizációban*

A tárgy, amelyről beszélni fogok, újfajta és rendkívül fontos közérdekű problémákat vet fel. Mindnyájan tudjuk, hogy a tudomány viharos haladása és az ezzel járó műszaki fejlődés mélyrehatóan módosította egész civilizációnkat; ez a fejlődési folyamat nyilvánvalóan továbbra sem szűnik meg. A tudomány nélkülözhetetlen és egyre nagyobb szerepet játszó eleme kultúránknak.

Bizonyos értelemben ez a fejlődés váratlanul ért bennünket, minthogy a tudomány haladását, legalábbis a legutóbbi időkig, nem annyira valamiféle jól átgondolt elvek, mint inkább korlátozott technikai segédeszközökkel rendelkező tehetséges emberek speciális érdeklődése és képességei határozták meg. Egészen mostanáig a tudomány haladása mind emberben, mind anyagi eszközökben elhanyagolhatóan kis ráfordításokat követelt, összehasonlítva azokkal a mélyreható változásokkal, amelyekre ezek a ráfordítások vezettek. Azokon a köralakú ábrákon, amelyeken a nemzeti torta elosztását szokták szemléltetni, soha nem tüntették fel az alaptudományokra kiadott összegeket, minthogy ezek kisebb területnek feleltek volna meg, mint az egyes szektorokat elválasztó vonalak. És ez még ma is így van.

A háború után azonban a tudomány technikai szükségletei gyorsan növekedtek, és egyik-másik tudományágban elérték azt a pontot, ahol a legjelentősebb kutatások költségei — a gazdaságilag legerősebb államoktól eltekintve — már meghaladták az egyes országok anyagi lehetőségeit. Ez a helyzet először a nagyenergiájú magfizikában, a részecskefizikában állt elő, s ezért jöttek létre a nemzetközi kutatóintézetek, amelyekben sok ország egyesíti erőforrásait, és közösen viseli a kutatás költségeit.

De mi mostmár előre tekintünk az 1980-as évek felé, és itt új gyorsítótípusok építését indítványozó javaslatokat fognak hallani. Ezek a gyorsítók a következő évtizedben olyan évi kiadásokat tesznek szükségessé, amelyek többszörösen meghaladják egy intézet jelenlegi költségeit. Habár a tiszta tudományok egészét tekintve a ráfordítások ily mérvű relatív növekedése nem terheli is meg súlyosabban gazdaságunkat, a szóban forgó összegek már nem jelentéktelenek, s a kormányoknak mindenképpen szembe kell nézniük a következő kérdésekkel: Célszerű-e a várható költségszinten is tovább támogatni a tiszta tudományokat általában és a részecskefizikát speciálisan? Mit nyerhetünk ezáltal, és mit veszíthetünk, ha a támogatást megvonjuk? Ezeket a problémákat taglalva én főleg a részecskefizikával kívánok foglalkozni, de azt hiszem, meggondolásaim jó része más tudományágakra is alkalmazható lesz az elkövetkezendő húsz évben; sok esetben jóval előbb is.

A nagyenergiájú fizika kialakulása és fejlődése

Engedjék meg, hogy mindjárt kezdetben erősen hangsúlyozzam a részecskefizika tárgykörének hallatlanul ígéretes és eleven voltát, hiszen ez a körülmény lényeges feltétele a további támogatásnak. A nagyenergiájú részecskefizika korszerű for-

* C. F. Powell, aki tagja a CERN Tudománypolitikai Tanácsának, ezt a beszédet a CERN Tanács 1964 október 10-i genfi ülésén mondta el, ahol jelen voltak a résztvevő országok miniszterei és képviselői. A cikket a SCIENTIFIC WORLD 1965-évi 3. száma alapján közöljük.

mája azoknak a régi korokra visszanyúló kísérleteknek, hogy megtaláljuk az anyagi világ alapvető építőköveit. Harminc évvel ezelőtt, amikor egy sor nagy európai felfedezés eredményeként kialakult a protonokból és neutronokból álló atommag képe, hajlamosak voltunk azt hinni, hogy mélyebbre már nem hatolhatunk a természetben; úgy tűnt, hogy végső soron a világot nukleonokra, elektronokra, sugárzási kvantumokra és ezek kölcsönhatásaira vezethetjük vissza. Ez az elképzelés azonban csalókának bizonyult. A kozmikus sugárzással végzett kísérletekben, főleg a legutóbbi háború után, egy új részecskevilág tárult elénk, a mezonok és a hiperonok, amelyek addig rendkívül rövid élettartamuk miatt kerülték el a felfedezést.

Ezután, különösen az utóbbi tíz évben, amikor az új nagy gyorsítók működni kezdtek, gyorsan haladt az újonnan felfedezett részecskék tulajdonságainak részletes tanulmányozása. A kísérleti lehetőségeket nagymértékben növelték az új hatékony megfigyelési módszerek, a buborékkamrák és a szikrakamrák, amelyeket bonyolult számítóberendezésekkel kapcsolnak össze a nagy számban regisztrált események analizálásra.

Az új módszerek segítségével a jelenségeknek ismét egy újabb világát fedeztük fel. Az ismert, túlnyomórészt igen rövid életű részecskék száma ma már meghaladja a százat, és létük alapvető fontosságú következményekkel jár filozófiánk szempontjából. Mindenekelőtt egyre erősödik az a meggyőződésünk, hogy a világról alkotott régi elképzelés, amely szerint az anyag az „atom", az „oszthatatlan" görög értelmezésében vett elemi részekből épül fel, illuzórikus. Minden részecske, ideértve a protont is, szerkezettel rendelkezik, amelyet egyre részletesebben felderítünk. Részecskék elegendő nagy energiával történő ütközése során mindenfajta más részecske keletkezhet; és a részecskék az anyag tetszőleges más formáiba átalakulhatnak, ha antirészecskéjükkel találkoznak. Az elemi rész nem állandó szerkezetként áll előttünk, mint amilyen a görög atom volt, hanem mint olyasvalami, ami rövid időtartamokra állandóan átalakul az anyag más formáiba, azután gyorsan visszaalakul önmagába. Ismert világunk túlnyomó része nukleonokból, elektronokból és sugárzási kvantumokból áll; de ez nem azért van így, mintha ezek a részecskék alapvetőbbek lennének a többinél. Csupán arról van szó, hogy a részecskék nagy családjának ezek a legstabilabb tagjai, s a szokásos hőmérsékleteken igen valószínűtlen, hogy más részecskék, akár az élettartamuk által megszabott rövid időre is, önálló életre keljenek. Maga az „elemi rész" fogalma is, abban az értelemben, ahogyan a klasszikus ókortól napjainkig használták, alaposan megrendült.

Másrészt a részecskék egymás közti kölcsönhatásaikban mutatott viselkedése a klasszikus fizikában megszokott megmaradási törvények széles kiterjesztésére késztetett bennünket. A velük kapcsolatos bonyolult jelenségek leírásánál fel kellett ismernünk, hogy olyan tulajdonságokkal rendelkeznek, amelyeknek nincs megfelelőjük a klasszikus fizikában, vagy a mindennapi tapasztalatok világában.

Íly módon, miközben a részecskefizika szokásos szerepének megfelelően egyre mélyebben hatol az anyagi világ jelenségeibe, kénytelenek vagyunk alapvetően új fogalmakat bevezetni a gyökeresen új tapasztalatok leírására. „A kísérleti tudomány" — mondotta száz évvel ezelőtt Clerk Maxwell — „a természet folyamatainak egyre újabb vonásait tárja fel, s ezek megfelelő leírására egyre újabb gondolatformákat kell keresnünk."

Ugyanerről beszél Bacon: „A Világegyetemet nem szabad megértésünk korlátai közé szorítani, amint eddig tették; ellenkezőleg, megértésünk határait kell úgy kiterjeszteni, hogy magunkba fogadják a Világegyetem képét, úgy, amint az elénk tárul." A részecskefizika jelenleg rendkívüli mértékben tágítja fogalmi körünket, és az emberi értelem rohamosan gazdagodik. Számunkra, akik jóval túl vagyunk első ifjúságunkon, ez a folyamat hallatlanul ösztönző, de néha egy kicsit kényelmetlen.

Végül, a legutóbbi évben igen fontos lépést tettünk előre, amikor felismertük, hogy a részecskék világában egy figyelemre méltó rendszer uralkodik. Egészen mostanáig a részecskék pontos tömege, spinje, élettartama és egyéb paraméterei a kísérleti tények egy halmazát jelentették számunkra, és igen kevés jelentős szabályszerűséget vettünk észre. Most azonban kiderült, hogy a részecskék jól meghatározott csoportokba rendezhetők, s az új csoportosítás érvényét mutatja az a tény, hogy a rendszer addig ismeretlen, meghatározott tulajdonságú tagjainak létezését a tapasztalat igazolta.

Az új eredmények jelentősége

Úgy tűnik, hogy ezen rendszerezés és a kémiai elemek Mengyelejev-féle periódusos táblázata között igen szoros analógia van. Ismét bizonyos szabályszerűségek felismeréséről van szó, amelyek garantálják egy, a dolgok mélyén uralkodó rend létezését, s azt reméljük, hogy sikerül ennek a rendnek az alapjait feltárni. Ez a felismerés még nem ekvivalens a kvantummechanika vagy a Pauli-féle kizárási elv felfedezésével, ami megadta a kulcsot a kémiai elemek között, mint egyetlen rendezett családban tapasztalható összefüggések megértéséhez, de biztosíték arra, hogy, talán igen hamar, nem kevésbé fontos alapvető felfedezések tanúi leszünk.

A vázolt, és más, hasonló jelentőségű problémák megoldása rendkívül fontos az anyagi világ mélyebb megértéséhez. A tudomány fejlődéséből leszűrt minden eddigi tapasztalatunk azt sugallja, hogy a természetben valóban rend uralkodik, amelyet feltárhatunk, és hogy jelenlegi problémáink megoldása nem reménytelen. A világ jelenségeinek ez a fajta megközelítése mélyen gyöke-

rezik hagyományainkban. Az a meggyőződés, hogy a természetben rend uralkodik, s hogy léteznek természettörvények, melyeket megismerhetünk, lényeges feltétele volt annak, hogy a modern tudomány Európában fejlődött ki, és nem valamelyik más, mondjuk a keleti civilizációban, ahol a gondolkodás bizonyos tekintetben kifinomultabb volt, de amelyben a természetet kifürkészhetetlennek tartották.

A részecskefizika eleven és életerős, és a gazdaságilag fejlett országokban továbbra is magához vonzza a tudományos pályára törekvő fiatalok legtehetségesebbjeinek nem kis százalékát. Bizonyosnak látszik azonban, hogy a jelenlegi problémák megoldása megköveteli technikai felszerelésünk jelentős fejlesztését, így a 300 GeV-es protongyorsító megépítését. Kérdés, megengedhetjük-e ezt magunknak?

A tiszta tudományok által igényelt befektetések és a belőlük származó anyagi haszon

Ezt a kérdést taglalva el kell ismernünk, hogy a tudomány, vele együtt az alaptudományok részesedése a gazdasági erőforrásokból gyorsan növekszik, s hogy ez egy olyan folyamat, amely nem tarthat örökké. Bizonyos ideig azonban folytatódhat a jelenlegi ütemben anélkül, hogy ebből komolyabb megterhelés származna gazdaságunkra. A gazdaságilag fejlett országokban a teljes nemzeti jövedelem 2—3 százalékát fordítják a kutatás és fejlesztés mindennemű formájára, s körülbelül 2—3 ezrelék jut az alaptudományoknak, szemben a fegyverkezésre fordított 7 százalékkal. Azt hiszem ez az arány semmiképp sem jelenti az alapkutatások túlzásba vitt támogatását az emberiség történelmének egy olyan időszakában, amikor a tudomány meghatározó szerepet játszik, olyannyira, hogy egyetlen ország sem tekinthető erősnek semmiféle értelemben, ha nem rendelkezik fejlett tudománnyal és kiváló tudósokkal.

Bár a magfizikai kutatásokra csak mintegy hatodrésze esik a tiszta tudományok egészére fordított összegnek, anyagi erőforrásainknak még ez a fél ezreléke is tekintélyes summa, amikor egyéb igények is erősen ostromolják az államkasszát. Mi indokolja, hogy tudományos erőtartalékainkat a részecskefizikának juttassuk? Bár a tudománynak ez az ága sokatígérő, nem lehet pontosan megmondani, mennyire lesz hasznos más tudományokra és a gyakorlatra való kihatásaiban. Ugyanabban a beszédében, amelyből már idéztem, Clerk Maxwell megjegyezte: „Mi, akik saját korunk szellemét lélegezzük magunkba, és csak korunk gondolkodásának jellegzetességeit ismerjük, ugyanúgy nem láthatjuk előre a jövő tudományának általános irányát, mint ahogy nem tudjuk megjósolni az ezután születendő felfedezéseket." Csak annyit mondhatunk, hogy a múltban a természetfilozófia nagy eredményei hosszú távon mindig gyökeres változásokat idéztek elő egész gondolkodásunkban, és a tudomány szellemére és lehetőségeire gyakorolt hatásukon keresztül egész gyakorlati életünkben.

Ha tehát *tiszta* tudományról beszélünk, ez alatt olyan tudományt értünk, amely nem törekszik közvetlenül konkrét gyakorlati problémák megoldására; ez azonban nem jelenti, hogy hosszú távon nem lehet mérhetetlenül jövedelmező. Az alaptudományokra fordított múltbeli befektetések hosszú lejáratra vett megtérülését nehéz megbecsülni, de azok, akik a kérdéssel foglalkoztak, megegyeznek abban, hogy igen magas. Így újabban megállapították, hogy míg lényegében egész civilizációnk a múltbeli tiszta tudományok eredményein alapszik, mindaz, amit eddig a tiszta tudományokra költöttek, nem több a modern ipar kétheti termelésének értékénél. Vagy, másképpen kifejezve, mindaz, amit a múltban az alaptudományokra költöttek, megfelel annak az összegnek, amellyel az ez évi termelési érték várhatóan meghaladja a tavalyit.

Persze, a különböző tudományágakban erősen különböző a felfedezés és a belőle származó haszon realizálódása közötti idő. A Franklin Benjáminnal kapcsolatos régi történetben szereplő hölgynek igaza volt, amikor a tudós új felfedezésének haszna felől érdeklődött, s igaza volt a tudósnak is, amikor hangsúlyozta, hogy időbe telik, amíg a dolgok megérnek. Ha emlékeznek rá, a hölgy, akinek bemutatták a tiszta tudomány egy újonnan felfedezett jelenségét, megkérdezte: „De Franklin professzor, mi ennek a haszna?" Mire Franklin: „Asszonyom, mi a haszna egy újszülöttnek?"

Az olyan különösen mélyre hatoló és jelentős tudományok esetében, mint a részecskefizika, vagy a biofizikának a genetikai kódok felderítésével foglalkozó ága, a végső jövedelmezőség nagyságrendekkel különbözik a kevésbé átfogó kutatásokétól, s a ráfordítások haszna csak hosszabb idő múlva jelentkezik.

A tudomány és a technika arányos fejlődésének fontossága

Világosan kell látnunk, hogy a tiszta kutatásoknál végső soron nemcsak a közvetlen haszonnal kell számolnunk. A magfizikai alapkutatás kétségkívül lényeges feltétele volt annak, hogy lehetségessé váljék az atomerőművek megépítése; de ehhez a feltételhez sok más is csatlakozott, így a kémia, a műszaki tudományok és a szilárdtestfizika fejlődése, hogy csak néhányat említsek. A tudományos kor az összes tudomány és a technika bonyolult kölcsönhatásának terméke. A probléma az, hogy biztosítsuk ezek arányos fejlődését, mert bármelyik téren mutatkozik is elmaradás, az a haladás egész frontját gyengíti.

Nagyon fontos, hogy a problémákat ne vizsgáljuk túlságosan szűk szemszögből, s hogy egy tudomány értékét ne csupán a közvetlen anyagi haszon alapján ítéljük meg. Az általános gravitációs törvény, vagy a fajok eredetének felfedezése kevés közvetlen hatást gyakorolt a gazdasági

ügyekre, de felmérhetetlen kihatással volt a tudomány egész állapotára és fejlődésére. Vagy, hogy más példát mondjak, a kvantummechanika kialakulása először valami távoli és absztrakt fejleménynek tűnt, s ugyanakkor a fizika szempontjából játszott jelentős szerepén túlmenően lerakta az elméleti kémia alapjait. Ily módon nélkülözhetetlen eleme volt annak a fejlődési láncnak, amely elvezetett a molekuláris biológia kialakulásához és az életfolyamatok megértésében elért legújabb nagy és jelentős eredményekhez. Egyéb kihatásai szinte felbecsülhetetlenek.

Ésszerű feltételezni, hogy az új eredmények, amelyeket a részecskefizika ígér, hosszú távon nem lesznek kevésbé jelentősek és hasznothajtók, mint azok, amelyek a múltban születtek ezen a téren. Valószínű, hogy például a kémia fejlődése szempontjából nem lesz jelentőségük, mivel azok a módszerek és elméletek, amelyeket az eddigi fizika alkotott, elegendőnek bizonyulhatnak a kémiai vizsgálatok számára. Könnyen lehetséges ezzel szemben, hogy az új eredmények új, soha nem sejtett területeket nyitnak meg az emberi gyakorlat számára. Senkinek sem volt sejtelme a tizennyolcadik században elektromos iparról, vagy a tizenkilencedik században atomiparról; és minden bizonnyal a huszonegyedik század gyakorlatának is meglesznek azok a területei, amelyeket a huszadik században még nem láthatunk előre, de amelyekhez az alapokat korunk tudománya rakja le.

Mindez nem puszta ábránd. Az elmúlt év felfedezései világosan utaltak arra, hogy a részecskefizikának, önmagában vett érdekességén túl, nagy szerepe lesz egy másik alapvető tudományágban is: a kozmológiában. A rádiócsillagok között vannak bizonyos újonnan felfedezett látható objektumok, az ún. quasarok, amelyek fényessége a Napénak 10^{12}-szerese, és amelyek energiatartalékai közelítően egymillió nyugalmi naptömeggel egyenértékűek. Közülük kerülnek ki a Világegyetem eddig megfigyelt legtávolabbi objektumai. Energiatermelésük olyan óriási mérvű, hogy semmiképp sem alapulhat a közönséges csillagfejlődés energiaforrásául szolgáló magfolyamatokon. Valószínűnek látszik, hogy ezeknek az objektumoknak a megértéséhez szükségünk lesz az általános relativitáselmélet teljes apparátusára, és mindazokra a folyamatokra, amelyekkel a részecskefizikában a legnagyobb energiákon találkozunk; azaz, a Világegyetemben általunk megismert legnagyobb energiaforrásainak megértéséhez nélkülözhetetlen a természetfilozófia két olyan ága, amelyet rendszerint a gyakorlattól legtávolabb eső területként tartanak számon.

A tudomány fejlődése során újra és újra előadódtak hasonló helyzetek; mégis, van bennünk valami velünkszületett intellektuális konzervativizmus, amely miatt mindig késlekedve vesszük tudomásul, hogy a tudomány viharos fejlődése, amelyet átélünk, minden bizonnyal tovább folytatódik, s hogy, ha csak valami nagy világkatasztrófa nem történik, a tudomány haladása, a felfedezések és a technikai újítások folyamata nem ismer határokat; s elmulasztjuk levonni a megfelelő következtetéseket a politika legfontosabb problémái szempontjából is.

A tiszta tudomány, mint kultúránk nélkülözhetetlen eleme

De miért kell támogatnunk az elemirész-fizikát *nekünk Európában*, itt és akkor, amikor a kiadások oly nagymértékben növekednek, és az egyéb igények annyira megterhelik az államkincstárt? Miért ne engedjük át ezt a területet más országoknak, abban a reményben, hogy megosztják velünk kutatásaik gyümölcseit, amikor azok megérnek? Ezzel a kérdéssel szembe kell néznünk, és meggyőző választ kell rá adnunk, ha tovább akarunk jutni.

Egy laboratórium, egy nemzet, sőt, egy civilizáció szelleme, hangulata igen finom és kitapinthatatlan valami, de hallatlanul fontos az egész szervezet szempontjából. A múltban sokszor mintha csak hajszálon múlott volna a nagy teljesítmények és a hanyatlás közötti átmenet. Az önbizalom hirtelen elveszik; olyan, mintha hirtelen elapadtak volna az emberi alkotóerő kútforrásai; s következik a gyors hanyatlás.

A tudományos kultúra felemelkedőben van, s ha mi itt Európában lényegesen hozzá akarunk járulni ehhez a kultúrához, továbbra is el kell köteleznünk magunkat a legfejlettebb tudomány és technika mellett, mind nemzeti szinten, mind a nemzetközi együttműködés szintjén. Az ember nemcsak kenyéren él, és a tudományból származó hasznot nem csupán az eredmények műszaki kihatásain keresztül kell lemérni. Elődeink korszakalkotó művekkel gazdagították az összes művészetet: a zenét és a drámát, a szobrászatot és az építészetet, a festészetet és az irodalmat; felépítették a Parthenont, és székesegyházakat emeltek Chartres-ban és Bourges-ban, Durham-ben és Salisbury-ben, Toledóban és Burgosban, Pisa-ban és Lucca-ban, Freiburgban és Ulmban. Mindezek a dolgok gazdaságilag kevés hasznot hajtottak, de akad-e valaki, aki sajnálná a beléjük fektetett erőfeszítést? Korunkban a tudomány az emberi alkotószellem egyik fő kifejezési módja. Éppen ezért legtehetségesebb fiataljainkat arra kell buzdítanunk, hogy forduljanak a legnehezebb, legjelentősebb és legtöbbet kívánó tudományok felé, melyek közt ma feltétlenül ott van az „elemi" részek fizikája.

Hosszabb távlatban rendkívül lesujtó, és igen költséges is, csak idegenből átvett kultúrával rendelkezni, s lemondani mindarról, amit a saját kultúra jelent: a gondolkodás függetlenségéről, az önmagunkba vetett bizalomról s a magasfokú műszaki jártasságról. Ha a tudomány fejlődését az egész világon kizárólag a gazdasági tényezők szabad játékára bíznánk, az eredmény elkerülhetetlenül az lenne, hogy a tudományos munka és a tudósok nem kívánatos módon túlságosan is kevés

központban koncentrálódnának, azok, akik tudományosan fejlettek még fejlettebbé válnának, s azok, akik elmaradottak, viszonylag méginkább elmaradnának.

A közszellem kialakulásában közrejátszó tényezőket nem könnyű különválasztani egymástól, de azt hiszem, egész nevelési rendszerünk szempontjából igen fontos, hogy a hatékony és független kutatás hagyományát elevenen tartsuk. Különösen így van ez korunkban, amikor a tudomány minden vonalon betör a nevelésbe, s legjellemzőbb vonása a változás és a fejlődés. Az emberiség történelmének meg-megújuló témája a nagy harc a bennünket körülvevő világ jobb megértéséért és az életkörülmények megjavításáért az általános emberi haladás érdekében. Az emberek, köztük a gyermekek, tisztelik azokat, akik bármilyen szinten is, sikerrel veszik ki részüket ebből a harcból. Mihelyt félreállunk, tanításunk rögtön sablonossá és tudákossá kezd válni; éppen ezért egyetemeinken soha nem szabad megszűnniük a jelentős és alapvető kutatásoknak.

Rendkívül fontos tehát, hogy továbbra is hatékonyan fejlesszük Európában a tudományt, és ennek igen fontos ágát, az elemirész-fizikát. A program, amelyről hallani fognak, fontos eleme a fejlődéshez szükséges feltételek kialakításának. Mindnyájan megértjük, hogy tanulmányozásánál nem lehet figyelmen kívül hagyni más tudományágak jogos igényeit és egyéb közérdekű szükségleteket. Az arányos fejlődés mindannyiunknak szívügye. A tehetséges embereket mindig igénylik, és a műszaki élet sok területén ugyanúgy szükség van rájuk, mint az alaptudományokban. Szeretném azonban megjegyezni, hogy az a nagy vonzás, amit az elemirész-fizika és a tiszta tudományok többi növekedésben levő ága gyakorol a legtehetségesebb fiatal elmékre, nem egyszerűen divathóborton alapszik. A fiatalokat vonzzák a megismerés határterületei, ahol az intellektuális erőpróba a legnagyobb. Számukra az új területeknek olyan varázsa van, hogy céljuktól nagyon nehéz eltéríteni őket, s elmennek oda, ahol munkájukhoz lehetőséget találnak. De mihelyt a téma elveszti jelentőségét, rögtön áteveznek más területekre.

A részecskefizika művelése napjainkban nagy arányokban folyik, kutatók ezrei dolgoznak a nagy nemzeti és nemzetközi laboratóriumokban, de a kulcsemberek száma igen kicsiny, és úgy tűnik, hogy nem egyenesen arányos az egyetemekről kikerülők egyre növekvő számával. Valaki megjegyezte, hogy ha a legjobb fiatal európai fizikusok közül egy tucatnyit elveszítenénk, a jövőbeli eredményekre ez igen súlyos kihatással lenne. Nagyszámú jóképességű tudós maradna megfelelő vezetés nélkül, pedig a jó tábornok hadseregek sorsát döntheti el. Ma Európában azért tudunk örvendetesen sok tehetséges fiatal fizikust kiképezni, mert e téren nagy hagyományaink vannak, s a háború óta nem volt hiány a megfelelő támogatásban; vigyáznunk kell, hogy el ne veszítsük, amit eddig elértünk.

Következtetések

A jövőben a tudományt talán már nem országos vagy kontinentális keretek között, hanem világméretekben fogják szervezni. A tudomány az emberiség fő alkotótevékenységévé válik, s növekvő erőforrásaink tekintélyes része rendelkezésére fog állni. Akkor majd a tudomány és a technika általános fejlesztését az egész világon arányosan, az egyes tudományágak belső tudományos szükségleteinek megfelelően tervezhetjük, ésszerűen megosztva az erőfeszítéseket az országok és a kontinensek között, s anélkül, hogy mindenekelőtt a költségek és a megtérülés arányát vizsgálnánk. Nyilvánvaló azonban, hogy ma még ettől messze vagyunk; és nekünk itt Európában a saját kultúránkkal és saját jövőnkkel kell törődnünk.

Nálunk Angliában az a mondás járja, hogy a suszternak semmi sem becsesebb a bőrnél. Én, mély tiszteletet érezve mind azok iránt, akikhez alkalmam volt fordulni, mind az általuk viselt súlyos felelősség iránt, kötelességemnek éreztem, hogy bölcs mérséklettel fejezzem ki magam. Mindazonáltal meg vagyok győződve, hogy végkövetkeztetésünk csak egy lehet: kontinensünk életerejének és nagy tudományos hagyományainak megőrzése érdekében feltétlenül biztosítanunk kell az összes tudományágak és a technika arányos és hatékony fejlesztését. E célból jól tájékozott módon, bátor fantáziával kell állást foglalnunk, amikor az alaptudományok szerepét és jelentőségét mérlegeljük egész jövőnk alakulása szempontjából, és megállapítjuk a helyes támogatás mértékét szabályozó elveket; s ma a tudományok arányos támogatása feltétlenül magába kell, hogy foglalja az egyik legalapvetőbb és legígéretesebb tudományág, a nagyenergiájú részecskefizika igényeinek megfelelő kielégítését. A tudomány szükségletei néhány évtizeden keresztül gyorsan növeledtek, de viszonylag még most sem jelentenek nagy megterhelést erőforrásaink számára, s ez nem az az idő, amikor meg szabad állnunk. Ha megtorpanunk, lassan sorvadni kezdünk, mint a végtag, amely nem kap elegendő vért. Kontinensünk nem lesz más, mint a múlt dicsőségének és vívmányainak szomorú emléke, s emléke annak, hogy erőfeszítéseink elmaradtak a kor követelményei mögött.

De ha bátran folytatjuk, amit elkezdtünk, teljes értékű részesei lehetünk a jövő ragyogó világának. Ez a világ egyre közelebb lesz hozzánk, amint az emberiség tudományos korszaka, melynek most még csak a kezdetén vagyunk, teljes gazdagságában kibontakozik.

C. F. Powell
Bristol
(Fordította Nagy Tibor)

Kinematika és Lobacsevszkij-geometria*

Пусть Лобачевского кривые
Украсят города...
(В. Хлебников: «Ладомир»)

Bevezetés

Bár sok év eltelt már azóta, hogy *Felix Klein* 1909-ben észrevette [1]: a speciális relativitáselmélet sebességtere Lobacsevszkij-féle (azaz: állandó negatív görbületű) tér, ezt a geometriai modellt mégsem használják fel eléggé a relativisztikus kinematika leírására.

A relativisztikus mechanika sebességösszetevési törvénye és a Lobacsevszkij-geometria vektorösszeadási szabálya között fennálló megfelelés, melyre *Sommerfeld* mutatott rá [2, 3], a sebességtér geometriai tulajdonságainak gyakorlatilag egyetlen illusztrációja maradt.

A sebességtér geometriájának részletesebb kidolgozását adta a [4] dolgozat, mely azonban kevéssé vált ismertté. Az utóbbi érvekben *N. A. Csernyikov*, ki tevékeny terjesztője *Lobacsevszkij* eszméinek, foglalkozott újra ezzel a feladattal [5, 6]. A tankönyvek és monográfiák közül csak *V. A. Fock* könyve [7] szentel elegendő figyelmet a Lobacsevszkij-geometriának.

A relativisztikus kinematikának a Lobacsevszkij-geometria segítségével megadott leírása megmutatja a különféle kinematikai képletek egyszerű értelmét. A szokásos leírásban ezek a képletek elveszítik szemléletességüket. Ez különösen a forgó testek, s a kvantummechanikában a spinnel rendelkező részecskék kinematikájára áll.

A következőkben a példák sorát ismertetjük a Lobacsevszkij-geometria alkalmazására az elemi részecskék fizikája és a magreakciók területén. Eközben geometriai előismereteket nem feltételezünk; az összes szükséges ismeretet közöljük a tárgyalás során.

Megtiszteltetés számomra, hogy ezt a cikket I. V. Kurcsatov emlékének ajánlhatom, ki szerette az elméleti fizikát.

1. *Vektorok a sebességtérben*

Megfontolásainkat rövid kitérővel kezdjük a közönséges vektoralgebrába. Vektornak három olyan mennyiség rendszerét nevezzük, amelyek a koordinátarendszer elforgatásakor ugyanúgy transzformálódnak, mint a koordináták: az **r** rádiusz-vektor komponensei. Nyilvánvaló, hogy a kérdés: miképpen transzformálódik valamely tetszőleges más mennyiség, csak fizikai megfontolások alapján dönthető el. A Newton-féle mechanikában a sebességet ugyancsak vektornak tekintjük; ez azzal függ össze, hogy az időintervallum skalár, s ennek megfelelően a differenciálás az idő szerint: skaláris operáció. Innen következik, hogy az $\Omega(v)$ sebességtér ugyanolyan geometriai tulajdonságokkal rendelkezik, mint az $\Omega(r)$ koordinátatér, vagyis euklideszi. Minthogy továbbá a Newton-féle mechanikában valamely részecske tömege skaláris mennyiség, a részecske impulzusa ugyanúgy transzformálódik, mint a sebesség, ennek folytán az impulzustér is euklideszi tér. Így tehát a Newton-féle mechanikában az $\Omega(r)$, $\Omega(v)$ és $\Omega(p)$ háromdimenziós terek azonos metrikájúak.

Az Einstein-féle mechanikában más a helyzet. Itt a koordinátatér és az impulzustér pszeudoeuklideszi metrikával rendelkezik; az invariánsok $c^2(\Delta t)^2 - (\Delta l)^2 = (\Delta s)^2$ és $\varepsilon^2 - c^2p^2 = m^2$. E terek tulajdonságainak leírása bárhol megtalálható.

Bennünket a következőkben a harmadik tér, a sebességtér tulajdonságai fognak érdekelni. Négydimenziós sebességnek, vagy röviden négyessebességnek a részecskekoordináta sajátidő szerint képezett deriváltját nevezik. Ennek komponensei:

$$\left.\begin{aligned} u_x &= \frac{\beta_x}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ u_y &= \frac{\beta_y}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ u_z &= \frac{\beta_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ u_0 &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned}\right\} \qquad (1.1)$$

ahol β a közönséges nemrelativisztikus sebesség, egységnek a fénysebességet választva ($0 < \beta < 1$). Az u négydimenziós sebesség — noha négyesvektor (a négyesimpulzus és a nyugalmi tömeg hányadosa) — nem teljesen felel meg a sebesség fizikai fogalmának. Sebességnek rendszerint a β mennyiséget nevezzük, mely a részecske impulzusának és energiájának hányadosa: $\beta = p/\varepsilon$. Ez a mennyiség adja meg annak a háromdimenziós vektornak a hosszát, amely a részecskének és a választott koordinátarendszer kezdőpontjának relatív sebességét meghatározza. A relatív sebességek geometriája képezi a következő fejtegetések tárgyát.

A négyessebesség jellegzetes sajátossága, hogy négydimenziós hossza eggyel egyenlő:

$$u_0^2 - u_x^2 - u_y^2 - u_z^2 = u_0^2 - \mathbf{u}^2 = 1 . \qquad (1.2)$$

Ezért a négyessebesség vektorának végpontja a négydimenziós pszeudoeuklideszi térben mindenkor az (1.2) kétköpenyű hiperboloid egyik köpe-

* Ez a dolgozat, melyet *Szmorogyinszkij* professzor a Fizikai Szemle szerkesztőségének közlésre átadott, képezte az alapját a szerző 1965. októberében az ELTE Elméleti Fizika Tanszék szemináriumán tartott előadásának. Megjelent oroszul: Атомная энергия **14** (1963) 110, németül: Fortschritte der Physik **13** (1965) 157.

nyén fekszik, mégpedig azon, amely az u_0 komponens pozitív értékeinek felel meg. Ily módon minden részecske sebességének egy háromdimenziós felületen fekvő pontok felelnek meg, míg a részecskék impulzusai (a tömeg különböző értékei mellett) kitöltik az egész teret. A sebesség így lényegileg háromkomponensű mennyiség, melyet a hiperboloid felső köpenyének egy pontja ábrázol.

A sebességek geometriájának tekinthetjük a pszeudoeuklideszi metrikájú négydimenziós tér vektorainak geometriáját, vagy ezen tér egy hiperboloidjának felszínét alkotó pontok geometriáját. Ez emlékeztet a Föld felszínével kapcsolatos helyzetre, amelynek tulajdonságai természetesen leírhatók úgy, mint a háromdimenziós euklideszi térben elhelyezkedő felület tulajdonságai, kényelmesebb azonban, ha ezt két dimenzióban, a szférikus geometria segítségével tesszük meg.

Amidőn a sebességteret mint hiperboloidfelületet írjuk le, nincs arra szükség, hogy a koordinátarendszer kezdőpontját kitüntessük; valamennyi összefüggés felírható úgy, hogy azokban csakis e felület pontjainak egymástól való távolságai szerepeljenek.

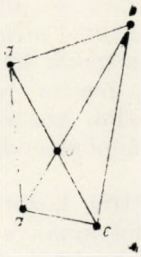
Ha a v_0 valós koordináta helyett bevezetjük a képzetes $v_4 = iv_0$ koordinátát, úgy a hiperboloid gömbbe megy át, melynek sugara az imaginárius egység; a sebességeknek ekkor a gömbfelület felső felének pontjai felelnek meg. Ilyen leírásmód mellett a számítások a gömbháromszögtan képletei segítségével végezhetők el, ha azokban az a sugarat ia-val helyettesítjük (a következőkben a-t, mely a fénysebességgel egyenlő, mindenkor egynek vesszük).

2. *A Newton-féle kinematika*

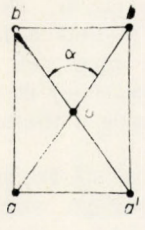
Idézzük fel röviden a nemrelativisztikus mechanika alapvető kinematikai összefüggéseit. Vegyük szemügyre az

$$a + b \to c + d$$

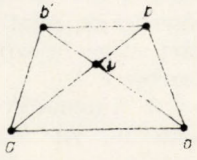
reakciót. A c és d részecskék megegyezhetnek a-val, ill. b-vel (szórás), vagy azoktól különbözők lehetnek (rugalmatlan reakció). A részecskék tömegét ismerve meghatározható a tömegközéppont u sebessége. Maguknak a részecskéknek a sebességét jelöljük rendre ugyancsak az a, b, c, d betűkkel. A c, d sebességeket az energia és az impulzus megmaradásának tétele határozza meg. Szokás a kinematikai viszonyokat körökkel szemléltetni (lásd [8]); itt célszerűbb négyszögeket rajzolni (vö. 1. ábra). Az ábrán a pontok a részecskék sebességvektorának végpontját szemléltetik; a nemrelativisztikus mechanikában ezek hármas-, a relativisztikus mechanikában négyesvektorok. Az egyes pontokat elválasztó távolságok a nemrelativisztikus mechanikában a relatív sebességeknek, a relativisztikus mechanikában pedig e sebességek arth-ának felelnek meg. Az $\overline{ua}$ szakasz az a részecskének az u pontra vonatkoztatott sebessége, azaz: a sebessége a tömegközéppontrendszerben. Az $\overline{ab}$ szakasz b sebességét a nyugalmi rendszerében adja meg sit.



1. ábra. Az $a + b \to c + d$ reakció kinematikáját leíró négyszög



2. ábra. Azonos részecskék rugalmas szóródása ($a + b \to a' + b'$)



3. ábra. Különböző részecskék rugalmas szóródása

Ha a szórást valamely meghatározott koordinátarendszerben szemléljük, úgy az egyes szakaszokhoz (vagyis a négyszög oldalaihoz és átlóihoz) meghatározott irányokat kell rendelnünk. Ha a szórást pl. az a részecske nyugalmi rendszerében vesszük szemügyre, úgy beeső részecskét a-tól b felé irányított vektor írja le, a két kirepülő részecskét pedig az a-tól c, ill. d felé irányított vektorok.

Vizsgáljunk meg két példát:

1. Azonos részecskék szóródása esetén (2. ábra) az u pont azonos távolságra van mind a négy csúcsponttól; az ábra most derékszögű négyszögbe megy át. Ez azt jelenti, hogy a kirepülő részecskék, a' és b' sebességei által közbezárt szög abban a rendszerben, amelyben a kezdetben nyugalomban volt, $\pi/2$-vel egyenlő.

2. Ha az a, b részecskék különböző tömegűek, a szórás azonban rugalmas, úgy az ábra trapézbe megy át (3. ábra): $\overline{ub} = \overline{ub'}$, $\overline{ua} = \overline{ua'}$. A b részecske szórás utáni sebessége abban a rendszerben, melyben a kezdetben nyugalomban volt (ezt az $\overline{ab'}$ szakasz adja) a következőképpen függ össze a ϑ szórási szöggel (ez a bab' szög):

$$\cos\vartheta = \frac{b_u^2 - a_u^2 - b_a'^2}{2\,a_u\,b_a'};$$

ezt a képletet a $b'ua$ háromszögből nyertük. Itt a_u és b_u az a, ill. b részecske sebességét jelöli a tömegközéppontrendszerben (u-ra vonatkoztatva); b_a' a b részecske sebessége a szórás után, abban a rendszerben, amelyben a kezdetben nyugodott.

Ezekből a példákból látható, hogy a síkbeli trigonometria a különféle koordinátarendszerekre vonatkoztatott részecskesebességek (valamint a relatív sebességek) és a szórási szög között fennálló kapcsolatnak teljes leírását adja.

Még megjegyezzük, hogy amennyiben a mozgást valamely más, tetszőleges koordinátarendszerre vonatkoztatva kívánjuk leírni, könnyen megkaphatjuk valamennyi szükséges kinematikai összefüggést, ha még egy pontot rajzolunk (ugyan-

abban a síkban vagy a térben) és azt összekötjük a négyszög csúcspontjaival. Megemlítjük még, hogy adott tömegek mellett a négyszögeket két paraméter határozza meg: az átló hossza (a részecskék relatív sebessége) és az átlók közbezárt szöge (a szórási szög a tömegközéppontrendszerben).

A kinematika és a sík-trigonometria között fennálló, itt leírt analógia annak folyamánya, amit úgy neveztünk, hogy a sebességtér euklideszi jellege.

Mint látni fogjuk, a kinematika ilyen fajta leírása fontos következményekre vezet. Az Einstein-féle mechanikára áttérve a geometriai ábrákat nem kell megváltoztatnunk, csak a síktrigonometria képleteit kell a hiperbolikus geometria képleteivel (vagy a gömbi geometriáéival, imaginárius sugár mellett) helyettesítenünk.[1]

3. *Lobacsevszkij-geometria a sebességtérben.*

A Lobacsevszkij-geometria a megszokott euklideszi geometriától abban különbözik, hogy hiányzik belőle a párhuzamosak axiomája. Ez mindenek előtt oda vezet, hogy a háromszög szögeinek összege többé nem π, hanem annál mindig kisebb. Egyenlő szögeik csak egybevágó háromszögeknek lehetnek; ez a geometria nem ismer hasonló háromszögeket.

A Lobacsevszkij-geometria legegyszerűbb és „legszemléletesebb" realizációját a pszeudoeuklideszi metrikájú négydimenziós tér egy hiperboloidjának felső köpenye, vagy az i sugarú gömb felülete szolgáltatja.[2]

Ahhoz, hogy megfeleltetést létesítsünk a Lobacsevszkij-geometria és a háromdimenziós sebességtér között, meg kell állapítanunk a hiperboloid felszínén mért távolságok és a relatív sebességek kapcsolatát. Emlékeztetünk arra, hogy a hiperboloid felszínének egy pontja egy négyessebességnek felel meg; nyilvánvaló azonban, hogy az intervallumnak, mely két pontot egymástól elválaszt (ezt $ds^2 = du_0^2 - d\mathbf{u}^2$ definiálja), nincs semmi köze a relatív sebességhez. Ha a hiperboloidon mért távolságnak *per definitionem* a két pontot összekötő geodetikus hiperbola-szakasz hosszát tekintjük, úgy ezt a mennyiséget kifejezhetjük a relatív sebességgel. Vegyünk szemügyre ebből a célból két négyessebesség-vektort, u_1-et és u_2-t, és képezzük azok négydimenziós skalárszorzatát:

$$u_1 u_2 = u_{10} u_{20} - \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \,. \tag{3.1}$$

Minthogy ez a szorzat invariáns, az egyszerűség kedvéért határozzuk meg azt a részecskék egyikének nyugalmi rendszerében, azaz abban a rendszerben, amelyben a sebességek valamelyikének, mondjuk u_1-nek, csak az $u_{10} = 1$ komponense különbözik zérustól. Ebben a rendszerben u_{20} értéke $(1 - \beta^2)^{-1/2}$, ahol β a relatív sebesség. Így tehát

$$u_1 u_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \,. \tag{3.2}$$

Minthogy u_1 és u_2 négyeshosszúsága eggyel egyenlő (u_1 és u_2 egységvektorok), euklideszi metrikájú térben e két vektor skaláris szorzata az általuk közbezárt szög koszinuszát adná meg. Pszeudoeuklideszi metrikájú térben természetes dolog ezt a szorzatot a hiperbolikus koszinusszal (ch) egyenlővé tenni:

$$u_1 u_2 = \operatorname{ch}(u_1 u_2) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \equiv \gamma_{12} \,. \tag{3.3}$$

Ami a γ_{12} Lorentz-faktort illeti, megjegyezzük, hogy azt az első és a második részecske relatív sebessége határozza meg. Fennáll:

$$\operatorname{sh}(u_1 u_2) = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \,; \tag{3.4}$$

$$\operatorname{th}(u_1 u_2) = \beta \,. \tag{3.5}$$

A hiperbolikus függvények argumentumát képező hiperbolikus szög legegyszerűbben a (3.3) skalárszorzatból határozható meg. Az, hogy az ív jelölése a skalárszorzatéval megegyezik, aligha okozhat félreértést.[3]

A (3.3), (3.4) összefüggések megadják az u_1, u_2 pontoknak a hiperbola (vagy a képzetes gömb) felületén mért távolsága, valamint a skaláris relatív sebesség között fennálló kapcsolatot. Ezek után megtehetjük, hogy a hiperboloid pontjait síkban ábrázoljuk, a számításokhoz azonban hiperbolikus geometria képleteit kell használnunk. Ebben a geometriában a háromszög szögeinek összege kisebb mint π; π-nek és a szögek összegének különbsége egyenlő a háromszög felszínével:

$$S = \pi - A - B - C \,. \tag{3.6}$$

A (3.6) összefüggés egyik következménye, hogy a hiperbolikus geometriában nincsenek hasonló háromszögek. Két olyan háromszög, amelyeknek szögei rendre egyenlők, egymással megegyezik. Ennek fizikai magyarázatát a fénysebesség határsebesség-jellege nyomban megadja. A Newton-féle kinematikában a sebességek között fennálló összefüggések nem változnak meg, ha minden sebességet egy és ugyanazon tényezővel megszorzunk. Az Einstein-féle kinematikában ez már nem igaz, minthogy a részecske sebességének és a fénysebességnek a viszonya megváltozik. Ez

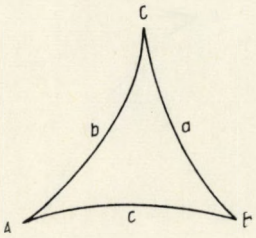
[1] Ha a számításokat nem a sebességtérben, hanem az impulzustérben végezzükel, úgy a relativisztikus kinematikában bonyolultabb geometriai viszonyokkal találjuk szemben magunkat, melyek az ellipszis tulajdonságaival függnek össze (vö. [8]).

[2] A Lobacsevszkij-geometria leírását gyakran a projektív geometria fogalmai segítségével adják meg, a gömb vagy a hiperboloid pontjait egy érintősíkra projiciálva. Ez a projekció megváltoztatja a szöget, egy görbék alkotta háromszöget egyenesek alkotta háromszögbe visz át. Még másképpen is leírható ez a geometria; a részletek (ezekre itt nincs szükségünk) megtalálhatók a nemeuklideszi-geometria bármely tankönyvében.

[3] Ha a részecske nyugalmi tömege m, úgy a másik részecske nyugalmi rendszerében energiája $m \operatorname{ch}(u_1 u_2)$-vel, impulzusa $p = m \operatorname{sh}(u_1 u_2)$-vel egyenlő.

a példa jól mutatja a fénysebesség véges voltának és a sebességtér nem-euklideszi geometriájának kapcsolatát.

A szemléletesség növelése érdekében rajzolhatunk görbevonalú (kívülről konkáv) oldalakkal rendelkező háromszögeket (4. ábra); megőrizve



4. ábra. Hiperbolikus háromszög vázlatos rajza. A szögek összege kisebb mint π

az oldalak által közbezárt szögeket; az oldalak hossza ilyenkor természetesen torzulást szenved.

A következőkben felsorolunk néhány, a hiperbolikus geometriában a háromszögekre érvényes képletet (vö. [9]):

Az egyik koszinusz-tétel:

$$\operatorname{ch} a = \operatorname{ch} b \operatorname{ch} c - \operatorname{sh} b \operatorname{sh} c \cos A \,. \tag{3.7}$$

Ha görbület zérushoz tart (vagyis: az oldalak hossza zérushoz tart; a görbületi sugarat ugyanis egységnyinek választottuk), úgy (3.7) átmegy a síkgeometria koszinusz-tételébe.

A másik koszinusz-tétel:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \cos B \cos C \operatorname{ch} a; \tag{3.8}$$

ez $A + B + C = \pi$ esetén azonossággá válik.

A szinusz-tétel:

$$\frac{\operatorname{sh} a}{\sin A} = \frac{\operatorname{sh} b}{\sin B} = \frac{\operatorname{sh} c}{\sin C} \,. \tag{3.9}$$

Mindezekhez járul még a háromszög felszínét megadó képlet:

$$\cos \frac{S}{2} = \frac{1 + \operatorname{ch} a + \operatorname{ch} b + \operatorname{sh} c}{4 \operatorname{ch}^2 \frac{a}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{b}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{c}{2}} \,. \tag{3.10}$$

Ezen képletek használatával, ha nem hivatkozunk a párhuzamosokra vonatkozó képletekre (a szögek azonossága párhuzamosok metszésekor, a háromszög területe stb.), a kinematikai összefüggések síkgeometriai ábrák segítségével nyerhetők.

Példaképpen foglalkozzunk két azonos részecske ütközésével. Fordítsuk figyelmünket a 2. ábrára. Az a és b pontok távolsága megfelel az a és b részecskék relatív sebességének:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{ch} \overline{ab} &= \gamma_{ab}\,; \\ \operatorname{th} \overline{ab} &= \beta_{ab} \,. \end{aligned}\right\} \tag{3.11}$$

A tömegközéppont-rendszer sebességét ismét az u pont határozza meg, mely felezőpontja az $\overline{ab}$ szakasznak. Kapjuk:

$$\beta_{au} = \operatorname{th} \frac{\overline{ab}}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \overline{ab} - 1}{\operatorname{ch} \overline{ab} + 1}} \,. \tag{3.12}$$

Ha valamennyi csúcspont koordinátái (azaz: a tömegközéppont-rendszerbeli sebességek és a szórás szöge) adottak, úgy a részecskék sebességét mondjuk az a rendszerben a koszinusz-tétel adja meg:

$$\gamma_{ab'} = \operatorname{ch}^2 \overline{au} + \operatorname{sh}^2 \overline{au} \cos \alpha; \tag{3.13}$$

$$\gamma_{aa'} = \operatorname{ch}^2 \overline{au} - \operatorname{sh}^2 \overline{au} \cos \alpha \,. \tag{3.14}$$

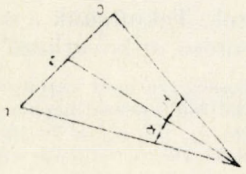
A szórt részecskék által közbezárt szög az $a'ab'$ szög) az a rendszerben kifejezhető a δ hiperbolikus defektussal:

$$\sphericalangle (a'ab') = \frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2} \,. \tag{3.15}$$

Az $a'ab'$ háromszög felszínét (a c^2 egységben kifejezve) a (3.10) adja meg a háromszög ismert oldalainak kifejezéseként. Eszerint minden kinematikai összefüggés meg van határozva, hacsak a csúcspontokat és a parallelogramma (általában: négyszög) állóinak metszéspontját jellemző koordinátáik adottak. Meghatározva a háromszög oldalainak hosszát, valamint a felszínét, megkapjuk a probléma teljes megoldását. Megjegyezzük, hogy valamennyi ily módon nyert összefüggés csak a részecskék sebességétől függ, tömegüktől nem.

Ha a kinematikai összefüggéseket valamely más koordinátarendszerben kell megállapítanunk, úgy csupán azt a pontot kell megjelölnünk, mely ezt a rendszert a sebességek síkján ábrázolja, s összekötnünk azt az eredeti négyszög csúcspontjaival. Ezek után a probléma a leírt módon megoldható.

Ez az eset áll elő, ha valamely részecske két részecskére való bomlását írjuk le. A négyszög egyik átlója ponttá fajul; a bomlást az 5. ábra



5. ábra. Részecskebomlás ($c \to a + b$)

szemlélteti, ahol L a megfigyelő vonatkoztatási rendszerének sebessége, a c a bomló részecske, az a és a b pedig a bomlástermékek sebessége (c egyben a bomlástermékek tömegközéppont-rendszerének a sebessége). Az a sebesség az L rendszerben a kirepülésnek erre a rendszerre vonatkoztatott α szögével a (3.7) koszinusz-tétel értelmében a következő kapcsolatban áll:

$$\cos \alpha = \frac{-\operatorname{ch} \overline{ac} + \operatorname{ch} \overline{La} \operatorname{ch} \overline{Lc}}{\operatorname{sh} \overline{La} \operatorname{sh} \overline{Lc}} \,. \tag{3.16}$$

A továbbiakban az összes mennyiséget kifejezhetjük a részecskék energiájával és impulzusával

(mint ezt rendszerint tenni szokták), így azonban már nem oly nyilvánvaló, hogy az összefüggésekben csak a sebességek szerepelnek, a tömegektől azok nem függnek. Megjegyezzük még: a minimális és maximális sebességet megkapjuk, ha az $\overline{ab}$ oldalt a c pont körül oly módon forgatjuk el, hogy az rajta feküdjön $\overline{Lc}$-n.

A fent vizsgált példák természetesen igen egyszerűek. Azokat vizsgálhatnánk a szokásos algebrai módszerrel. Mindazonáltal tagadhatatlan, hogy a geometriai módszer szemléletesebb.

4. *Sebességek összeadása*

Mint már mondottuk, sebességnek két különböző mennyiséget neveznek: a sebességvektort és a relatív sebességet, mely utóbbi a hiperbolikus geometriában két pont távolságával egyenlő. A sebesség négyesvektorára a lineáris vektorterek szokásos összeadási szabályai érvényesek, a relatív sebességek összeadása ezzel szemben egészen más szabályok szerint történik.[4]

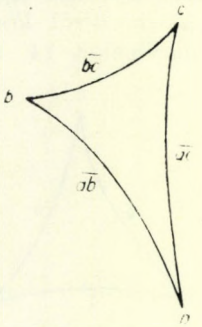
Mindenek előtt meg kell jegyeznünk, hogy a hiperbolikus geometriában nem definiálható a sebesség iránya; minthogy a geodetikus vonal görbe, iránya változik. Speciálisan ezokból b sebességének iránya az a rendszerben nem esik egybe (pontosabban nem szigorúan ellentétes) az a részecske b rendszerbeli sebességével (noha nagyságra nézve e sebességek egyenlők).

Az $\overline{ab}$ és $-\overline{ba}$ irányok által közbezárt szög nem más, mint az a szög, amellyel egy infinitezimális vektor elfordult az ab görbeszakasz mentén való párhuzamos átvitelkor. Nyilvánvaló, hogy azt egyedül $\overline{ab}$ hossza meghatározza. Alább megmutatjuk, hogy ezt az α szöget a

$$\operatorname{sh}\alpha = \operatorname{th} x \tag{4.1}$$

képlet adja meg.

A hiperbolikus háromszögekre vonatkozó képletek segítségével a vektorösszeadás szabályai is megfogalmazhatók. Tekintsünk a 6. ábrára, melynek fizikai jelentése a következő: a b rendszer az a rendszerhez képest az $\overline{ab}$ szakasz által meghatározott (pontosabban $\operatorname{th}\overline{ab}$ nagyságú) sebességgel mozog. A b rendszerben a c részecske $\operatorname{th}\overline{bc}$



6. ábra. Sebességösszeadás a hiperbolikus geometriában $(ab + bc = ac)$

sebességű mozgást végez. Ekkor $\operatorname{th}\overline{ac}$ a c részecske sebessége az a rendszerhez viszonyítva. Az $\overline{ac}$ szakasz hosszát a

$$\operatorname{ch}\overline{ac} = \operatorname{ch}\overline{ab}\operatorname{ch}\overline{bc} - \operatorname{sh}\overline{ab}\operatorname{sh}\overline{bc}\cos b \tag{4.2}$$

koszinusz-tétel szolgáltatja, ahol b a szög ebben a csúcspontban. Az a szög a szinusz-tétel alapján határozható meg:

$$\sin a = \operatorname{sh}\overline{bc}\,\frac{\sin b}{\operatorname{sh}\overline{ac}}. \tag{4.3}$$

Ezek a képletek határozzák meg a sebesség összeadás törvényét az Einstein-féle kinematikában.

5. *Párhuzamos egyenesek. Zérus tömegű részecskék*

Vegyük szemügyre most a zérus tömegű részecskéket, azaz: a fotont és a neutrinót. Ezek sebességének, mely egységnyi, végtelen távoli pont felel meg. Azok a geodetikus vonalak, amelyek ezt a végtelen távoli pontot két másik ponttal kötik össze, *per definitionem* párhuzamosak (mint olyan vonalak, melyek a végtelenben metszik egymást). Két ilyen geodetikus vonal közbezárt szöge (a végtelen távoli metszéspontban) ugyancsak *per definitionem* zérus. *Lobacsevszkij* geometriájában az ilyen kinematikai ábrának az a megállapítás felel meg, hogy bármely ponton át húzható valamely adott egyenessel párhuzamos egyenes. Két ilyen egyenes létezik: az egyik az adott egyenest jobbról metszi (a végtelenben), a másik balról (vö. 7. ábra). A szöget, melyet a párhuzamos egyenes a merőlegessel képez, a párhuzamosság Lobacsevszkij-féle szögének nevezik és $\Pi(x)$-szel jelölik, ahol x a távolság az adott egyenestől. Ha $x = 0$, nyilvánvalóan $\Pi(x) = \dfrac{\pi}{2}$. Az x távolság növelésekor $\Pi(x)$ zérushoz tart. A párhuzamosság szöge az x távolsággal a

$$\operatorname{th} x = \cos\Pi(x) \tag{5.1}$$

kapcsolatban áll. A párhuzamosság szöge helyett bevezethetjük az azt $\pi/2$-re kiegészítő szöget; ezt

[4] A relatív sebesség szerepet kap a σ invariáns hatáskeresztmetszetet definiáló összefüggésben. Ha az ütköző részecskék sűrűsége ϱ_1, ill. ϱ_2, a dv térfogatelemben és a dt időközben bekövetkező reakciók dN számát a megszokott

$$\frac{dN}{dt\,dv} = \varrho_1\,\varrho_2\,\sigma V \tag{*}$$

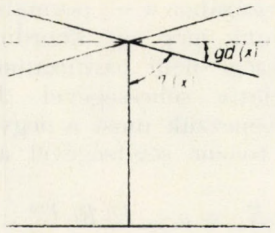
képlet határozza meg. Itt $V^2 = (\boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{\beta}_1)^2 - (\boldsymbol{\beta}_1 \times \boldsymbol{\beta}_2)^2$, ahol $\boldsymbol{\beta}_1$ és $\boldsymbol{\beta}_2$ részecskék sebességvektorai. Ez a képlet így is írható:

$$\frac{dN}{dt\,dv} = (j_1^2\, j_2^2)^{1/2}\operatorname{sh}\alpha\cdot\sigma\,, \tag{**}$$

ahol $j_{12}^2 = \varrho_{1,2}^2 - j_{1,2}^2$ az áramvektorok hosszának négyzetét adja meg; α az áramok közbezárt „szöge". Ha ϱ_{01}, ill. ϱ_{02} a sűrűség (a térfogategységre vonatkoztatott részecskeszám) a megfelelő nyugalmi rendszerben, úgy (**) a következőképpen írható:

$$\frac{dN}{dt\,dv} = \varrho_{01}\,\varrho_{02}\operatorname{sh}\alpha\cdot\sigma. \tag{***}$$

Eszerint a nemrelativisztikus képletben szereplő relatív sebesség helyét a relativisztikus képletben $\operatorname{sh}\alpha$ foglalja el (vö.[10]).



7. ábra. Párhuzamos egyenesek (baloldali és jobboldali) a Lobacsevszkij-síkban. $\Pi(x)$ a párhuzamosság Lobacsevszkij-féle szöge; $\mathrm{gd}(x) + \Pi(x) = \pi/2$

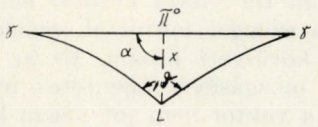
hiperbolikus amplitudónak vagy Gudermann-függvénynek (jele: gd x) nevezik:

$$\mathrm{gd}\, x = \frac{\pi}{2} - \Pi(x) \,. \tag{5.2}$$

Az (5.1) képlet helyett írható:

$$\mathrm{th}\, x = \sin(\mathrm{gd}\, x) \,. \tag{5.3}$$

A (4.1)-ben szereplő α szög éppen gd x-szel egyenlő. Ennek a képletnek kinematikai értelmezés adható. Az egymást valamely végtelen távoli pontban metsző párhuzamos egyenesek a foton (vagy a neutrinó) sebességének felelnek meg, ha azt két tetszőleges koordinátarendszerre vonatkoztatjuk. Ha pl. a π°-mezon két fotonra bomlik



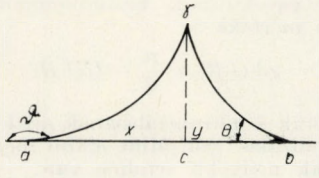
8. ábra. A $\pi^0 \to 2\gamma$ bomlás

(8. ábra), úgy a kinematikai ábrán két zérussal egyenlő szög van. A két kibocsátott kvantum által bezárt ϑ szög olyan hiperbolikus háromszög egyik csúcspontjában levő szöggel egyenlő, amelynek két másik szöge zérus. A ϑ szög kifejezhető a π°-mezon th x sebességével és a kilépés α szögével, melyet az L megfigyelőnek a π° nyugalmi rendszere vonatkoztatott sebesség vektorától mérünk. Könnyen látható, hogy a ϑ szög akkor veszi fel legkisebb értékét, ha $\alpha = \pi/2$. Ebben az esetben ϑ nyilvánvalóan a párhuzamosság szögének kétszerese (th $x = \beta$):

$$\vartheta_{\min} = 2\,\Pi(x) = 2 \arccos \beta \,, \tag{5.4}$$

ahol β a pion sebessége.

Második példaként vegyük szemügyre a relativisztikus aberrációt, a foton (vagy a neutrinó) és két rendszer $\overline{ba}$ relativ sebessége által közbezárt szög transzformációját (9. ábra).



9. ábra. Az aberráció. Az a megfigyelő a ϑ', a b megfigyelő a ϑ szög alatt látja a fotont

Jelöljük a szöget, mely alatt a foton az a rendszerben a $\overline{ba}$ sebességhez képest kisugárzódik, ϑ'-vel. Ugyanezt a szöget a b rendszerben jelölje ϑ. A pontozott vonal $\overline{ab}$-re merőleges. Az $\overline{a\gamma}$, $\overline{c\gamma}$, $\overline{b\gamma}$ „egyenesek" párhuzamosak; így

$$\left.\begin{aligned} -\cos\vartheta' &= \mathrm{th}\, x, \\ \cos\vartheta &= \mathrm{th}\, y \,. \end{aligned}\right\} \tag{5.5}$$

Képezve a th $(x + y) = \beta$ mennyiséget (mely a sebessége a b rendszerben), kapjuk:

$$\frac{\cos\vartheta - \cos\vartheta'}{1 - \cos\vartheta\cos\vartheta'} = \beta \,. \tag{5.6}$$

Ha (5.6)-ot megoldjuk valamelyik koszinuszra, úgy a megszokott képletre jutunk. Ha $\vartheta' = \pi/2$, a háromszög derékszögűvé válik (egyik szöge ϑ, a másik $\pi/2$). Ilyen háromszögben $\vartheta = \arccos\beta$ (a párhuzamosok tulajdonságainak megfelelően). A foton, mely az a rendszerben $\pi/2$ szög alatt repül ki, a b rendszerbe olyan szög alatt érkezik meg, mely ($\beta \simeq 1$ esetén) csaknem egybeesik a mozgásiránnyal. Így az észlelő az a rendszerből a világító objektumot $\pi/2$ szöggel elforgatva látja. Ezt a szép jelenséget, valamely gyorsan mozgó objektum elfordulását, *Terrell* fedezte fel (vö. [11]).

Érdekes megjegyezni, hogy a hiperbolikus geometriában van olyan háromszög, melyben mind a három szög zérussal egyenlő; oldalai ennélfogva páronként párhuzamosak. Az ilyen háromszög felszíne $\pi/2$, minthogy a felszín $\pi/2$-nek és a szögek összegének különbsége. Ilyen kinematikai háromszög lép fel, ha valamely részecske három fotonra bomlik; ezeknek felel meg a három végtelen távoli pont.

6. *A pörgettyű és a Thomas-precesszió*

Foglalkozzunk most egy forgó részecske kinematikájával. Ebben az esetben a hiperbolikus geometria hasznos volta még inkább észrevehető.

A nemrelativisztikus mechanikában a forgást a szögsebesség háromdimenziós vektorával írjuk le. Az Einstein-féle mechanikára való áttéréskor bizonyos elővigyázatra van szükség. A szögsebességet — hasonlóan a mágneses térhez — tekinthetnénk egy másodrendű antiszimmetrikus tenzor részének. Ekkor a relativisztikus esetben be kell vezetnünk még egy háromdimenziós vektort, mely az elektromos térrel áll analógiában. Ily módon a szögsebesség és a tömegközéppont sebességének egyetlen tenzorrá való egyesítéséhez jutunk, mely tenzor az elektromos és mágneses dipolmomentumokat összefoglaló tenzorhoz hasonló. Ezen egyesítés fizikai értelme abban áll, hogy a szögsebességhez pályamenti sebesség járul. Az ily módon megszerkesztett tenzor egyszerű kapcsolatban áll a részecske teljes impulzus-momentumával (a pálya- és spinmomentum eredőjével). Mindazonáltal nem szükséges a leírást a pályamenti sebesség bevonásával ily bonyo-

lulttá tenni. Vegyünk szemügyre egy pörgettyűt, mely valamely egyenletes mozgást végző koordinátarendszerben pörög. A pörgettyű minden egyes felületi pontja a laboratóriumi rendszerben nyugvó megfigyelőhöz viszonyítva a forgó és a haladó mozgás eredőjeként adódó görbe mentén mozog. A Lorentz-transzformáció, mely a pörgettyű rendszeréből a labor-rendszerbe visz át, egy tiszta forgás és egy nem zárt görbén végzett mozgás között teremt kapcsolatot. Amikor forgásról beszélünk, akkor intuitíve szétválasztjuk a haladó mozgást és a tulajdonképpeni forgást. Könnyen megadható ezen eljárás szigorú kinematikai értelme. Ebből a célból bevezetjük a szögsebesség négyesvektorát, mégpedig oly módon, hogy a pörgettyű saját rendszerében ennek csak térbeli komponensei különbözzenek zérustól; ezek egyezzenek meg a nemrelativisztikus szögsebesség komponenseivel. E tulajdonság kovariáns kifejezése a szögsebesség négyesvektorának és a haladó mozgás sebességének ortogonalitása:

$$\omega u = 0 \,. \tag{6.1}$$

A (6.1) képlet az ω négyesvektor definíciójaként szolgál minden más koordinátarendszerben. Nevezetesen az $u(\gamma, \mathbf{u})$ sebességgel mozgó részecske [itt $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$] négyes szögsebességét az

$$\omega' = \frac{(\omega\,\mathbf{u})\,\mathbf{u}}{1+\gamma} + \omega \,, \quad \omega'_0 = (\omega\beta) \tag{6.2}$$

képletek határozzák meg.

A hiperbolikus geometriában a (6.2) képletek azt mutatják, hogy a szögsebesség négyesvektora egy háromdimenziós térben fekszik, mely ortogonális a részecske sebességvektorára, azaz: a szögsebesség vektora mindenkor hármasvektor marad. Vizsgáljuk meg a vektor komponenseit különböző megfigyelők szempontjából. Ahhoz, hogy a komponensek összehasonlítását el lehessen végezni, ezeknek a megfigyelőknek meg kell állapodniok valamiféle módszerben maguknak a koordinátarendszereknek az összehasonlítására. Ha L a megfigyelő, R pedig a részecske rendszere, úgy (6.2) a szögsebességet az L rendszerre vonatkoztatva írja le. Eljárhatunk másképp is, L-ben egy másik koordinátarendszert konstruálva, mely R-nek felel meg. Ekkor az R-beli megfigyelő az L-beli megfigyelő számára megadhatja a sebességvektor három komponensét, melyekből e vektor L-ben képezhető. Itt láthatjuk, miként merül fel a nem-euklideszi geometriában az olyan vektorok összehasonlítása, amelyek a tér különböző pontjaiban találhatók. Ahhoz, hogy az ilyen összehasonlítást elvégezhessük, az összehasonlítandó vektorokat ugyanabba a pontba kell átvinnünk. Itt felmerül a kérdés, melyet már taglaltunk, hogy miképpen definiálható az ilyen eljárás invariáns módon.

Mindenek előtt mindkét megfigyelő definiálhatja a tengelyek egyikét oly módon, hogy az relatív sebességük irányában mutasson (a megfigyelők egyike tekintse azt a sebességet pozitívnak a másika pedig negatívnak). A második tengely meghatározásához a sík normálisát képezzük. Segítségül hívunk még egy koordinátarendszert, melynek sebessége nem párhuzamos az L és R rendszerek relatív sebességével. Jelölje ezt a rendszert U. Képezzük most a negyedrendű antiszimmetrikus tenzor segítségével az N négyesvektort:

$$N_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} L^\beta R^\gamma U^\delta \,. \tag{6.3}$$

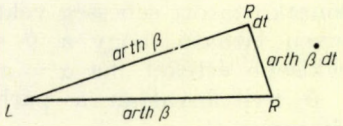
Könnyű belátni, hogy az L, R, U rendszerek mindegyikében e vektor közönséges vektorszorzatra redukálódik. Valóban, ezekben a rendszerekben az indexek egyike zérussal egyenlő; a másik két index csak a térbeli értékeken fut végig.

Ily módon az R és az L rendszerben megszerkesztettünk két-két térbeli tengelyt. A harmadik tengelyt mindegyik rendszerben a már megszerkesztett két tengelyre merőlegesen vehetjük fel. Geometriailag a most leírt eljárás valamely vektor párhuzamos eltolásának felel meg az R és L pontokat összekötő geodetikus vonal mentén.[5]

Minthogy az egyes megfigyelők különböző koordinátarendszerben foglalnak helyet, a koordinátarendszerek ilyen „szinkronizálása" nem vezet ellentmondásra.[6]

Új jelenséggel találjuk szemben magunkat, ha valamely zárt görbe mentén végzünk párhuzamos eltolást. Amint az a geometriából ismert, ilyenkor a vektor nem tér vissza kezdeti helyzetébe, hanem akkora szöggel fordul el, amekkora a zárt görbe által körülvett felszín. Ez az elfordulás a görbementi mozgásával ellentétes irányban történik (azaz a vektor nem jut vissza kezdeti helyzetébe). Háromszög esetében a felszín egyenlő a hiperbolikus defektussal.

A legegyszerűbb példa erre a jelenségre az úgynevezett Thomas-precesszió. Vegyünk szemügyre egy β sebességgel tovahaladó pörgettyűt. Tegyük fel, hogy $\dot{\beta}$ gyorsulást szenved el; sebessége dt idő múltán $\beta + \dot{\beta}\,dt$ (10. ábra).[7] Annak tisztázása céljából, hogy miképpen változik a szög-



10. ábra. A Thomas-precesszió. A pörgettyű tengelyének elfordulása első közelítésben egyenlő azon háromszög területével, amelyet a pörgettyű t és $t + dt$ időpontokhoz tartozó sebességei határoznak meg

[5] Említettük, hogy az R relatív sebesség L szemszögéből tekintve nem pontosan ellentétes L sebességének szemszögéből adódó irányával. Éppen ez az „elfordulás", mely a pszeudoeuklideszi metrikával kapcsolatos, ad az ω négyesvektornak háromkomponensű alakot. Az elforgatás mértéke

$$\mathrm{gd}\,(LR) = \frac{\pi}{2} - \Pi(LR)$$

[6] Itt az órák szinkronizálásának analógiájára beszélünk „szinkronizálás"-ról. Mint alább meglátjuk, ennek az analógiának mélyebb értelme van.

[7] A háromszöget egyenlőszárúnak rajzoltuk, minthogy $\dot{\beta}\,dt$ infinitezimális.

sebesség iránya, a pörgettyű R kezdeti rendszeréből a megfigyelő L rendszerébe átvitt szögsebességvektort ezen vektornak az R_{dt} rendszerbeli irányával kell összehasonlítanunk, ugyancsak az L rendszerbe való átvitel után.

A keresett különbség nem más, mint a vektor elfordulása egy háromszög kerülete mentén elvégzett párhuzamos átvitel közben, mikor is az elfordulás egyenlő a háromszög felszínével. Ennek kiszámítására célszerű (3.10) helyett a vele egyenértékű

$$\sin S = \frac{1 + \operatorname{ch} a + \operatorname{ch} b + \operatorname{ch} c}{8 \operatorname{ch}^2 \frac{a}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{b}{2} \operatorname{ch}^2 \frac{c}{2}} |\varepsilon u_A u_B u_C| \quad (6.4)$$

képletet felhasználni.

Ebben a képletben az utolsó tényező az u_A, u_B, u_C szögpontokkal rendelkező háromszög síkja normálisának hosszát adja meg. Pl. a nyugalmi rendszerében ez a tényező egyszerűen a b és c négyessebességek térbeli komponenseiből képezett vektorszorzat hosszával egyenlő. Írjuk: $\operatorname{th} a = \operatorname{th} b = \beta$. Tekintetbe véve, hogy $\dot{\beta} dt$ infinitezimális mennyiség, továbbá, hogy $\operatorname{ch} a = \operatorname{ch} b = \gamma$ s így $4 \operatorname{ch}^2 \frac{a}{2} = 1 + \gamma$, kapjuk:

$$S = \frac{\gamma}{1 + \gamma} |\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}| \, dt \,. \quad (6.5)$$

Így tehát a pörgettyű a $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ gyorsulás hatására

$$\Omega = -\frac{\gamma}{1 + \gamma} |\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}| \quad (6.6)$$

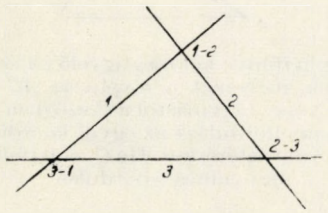
szögsebességgel precessziót végez. A precesszió sebessége a β-ban legalacsonyabb rendű tagokra szorítkozva

$$\Omega \simeq -\frac{1}{2} |\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}| \,, \quad (6.7)$$

azaz egyenlő a háromszögnek az euklideszi geometria képlete szerint kiszámított területével. Ezt a jelenséget nevezik Thomas-precessziónak; szokásos levezetése meglehetősen hosszadalmas (vö. [12]).

A Thomas-precesszióval kapcsolatban a koordinátarendszerek szinkronizálásának kérdése részletesebben megvilágítható. Tegyük fel, hogy a megfigyelők három rendszerével állunk szemben, melyek egyenletes mozgást végeznek oly módon, hogy először az 1 rendszer találkozik a 2 rendszerrel, azután a 2 rendszer a 3 rendszerrel, végül a 3 rendszer az 1 rendszerrel. Az 1 rendszernek nagy kiterjedésűnek kell lennie, hogy bekövetkezhessék az utóbbi találkozás (nyilvánvaló, hogy az az 1 rendszer más helyén megy végbe.) Ha az első találkozáskor az 1, 2 megfigyelők szinkronizálják koordinátarendszerüket, majd ez után a 3 megfigyelővel találkozva 2 átadja neki az őáltala nyert irányt, úgy amidőn a 3 és 1 megfigyelők találkozásakor az információ visszakerül az 1 rendszerbe, kitűnik, hogy a koordinátarendszer a Thomas-precesszió Ω szögével elfordult. Ennek folytán mozgó rendszerekben nem lehet egységes módon háromdimenziós koordinátarendszereket választani. Ez a jelenség hasonló az ismert óraparadoxonhoz, melyet a 11. ábra szemléltet.

Ha a megfigyelők találkozásukkor kicserélik az időre vonatkozó információkat, úgy az 1 rendszerbe való visszatéréskor az órák késnek. A késés, mint ismeretes, egyenlő a háromszög kerületével (a közönséges térben), a koordinátarendszerek között mutatkozó „lemaradás" pedig a (sebességtérben szerkesztett) háromszög felszínével egyenlő.[8]



11. ábra. A koordinátarendszerek és az órák szinkronizálásának vázlata három megfigyelő segítségével

7. *A spin*

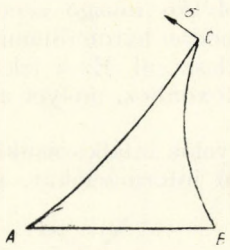
Mindaz, amit a pörgettyűről mondottunk, átvihető a spin kinematikájára.[9]

Speciálisan a spin transzformációs törvénye megegyezik (1.2)-vel, minthogy a transzformáció kinematikai operáció, mely csak a sebességtől függ. Ez azonban csak szabad részecskékre igaz. Külső erőtér hatásának kitett részecskék esetében más a helyzet. A külső térben tartózkodó részecskének nincs meghatározott impulzusa és sebessége, ezért nem vezethető be nyugalmi rendszer, következésképpen a spinre nem adható egyszerű definíció. Ennek folytán az erőtérben mozgó részecske esetében alacsonyabb spinállapotok keverednek hozzá az adott állapothoz, s ez különféle mellékfeltételek bevezetését teszi szükségessé. Csupán az $\frac{1}{2}$ (és természetesen a (0) spinű részecskék, valamint — hála a mértékinvarianciának — a fotonok esetében marad a spin jól meghatározott fogalom. Ezért csak szabad részecskékkel foglalkozunk.

[8] Az óraparadoxont rendszerint csak két megfigyelő segítségével vizsgálják. Ekkor azonban egyikük mozgása nem egyenletes (megfordulás !). Három rendszer esetében ez a nehézség nem lép fel, ugyanakkor azonban foglalkoznunk kell az órák szinkronizálásával az első rendszeren belül, minthogy az 1—2 és 3—1 találkozások e rendszer különböző pontjaiban mennek végbe. Az egyenletes mozgást végző koordinátarendszerekben egyébként az órák szinkronizálása nem jelent nehézséget. Mind a két jelenség, vagyis az órák késése és a koordinátatengelyek elfordulása természetesen a térgörbülettől függ.

[9] A magok más multipólmomentumaira is melyekkel azonban itt nem foglalkozunk (vö. [13]). A spin és a Lobacsevszkij-geometria kapcsolatának vizsgálatával a [14] munka foglalkozott.

Ha a spint a nyugalmi rendszerben mint vektort tüntetjük fel, úgy a 12. ábrából látható, hogy az A, ill. a B megfigyelő nézőpontjából



12. ábra. A spin iránya két megfigyelő (A és B) nézőpontjából. A szögek, melyeket a σ spin az AC és BC relatív sebességekkel képez, egymástól a C szögben különböznek. Ez éppen a spin elfordulása az egyik koordinátarendszerből a másikba való áttéréskor. Ha $C = 0$ (foton, neutrinó), úgy nincs elfordulás

tekintve a spin és a sebesség által közbezárt szögre különböző érték adódik; ezek egymástól a C-beli szöggel különböznek (C felel meg a részecske nyugalmi rendszerének). Zérus nyugalmi tömegű részecskére a C-beli szög zérussal egyenlő. Innen azonnal következik, hogy valamely longitudinálisan polározott részecske, ha nyugalmi tömege zérus, tetszőleges koordinátarendszerben longitudinálisan polározott marad, azaz: a longitudinális neutrinó és a cirkulárisan poláros foton fogalma relativisztikusan invariáns.

Ha a spinnel rendelkező részecske szóródást szenved, ami megfelel a klasszikus feladatban elszenvedett gyorsulásnak, úgy a spin nemrelativisztikus szóráskor fellépő Φ irányváltozása mellett jelentkezik az Ω Thomas-precesszió is; ez utóbbi annak a háromszögnek a felszíne segítségével számítható ki, amelynek három szögpontja a labor-rendszernek, valamint a részecske szóródás előtti, ill. utáni nyugalmi rendszerének felel meg.[10]

A spin teljes Ψ elfordulása így (vö. [16]) .

$$\Psi = \Phi - |\Omega| .$$

A spin precessziója a szórásnál lényeges szerepet játszik. A Coulomb-térben lejátszódó elektronszóráskor a spin elfordulása a klasszikus mechanikában spin-pálya-kölcsönhatást jelent. A Thomas-precesszió okozza a spin-pálya-felhasadást a H atomban s a magon szórt elektron polarizációját; klasszikus szemszögből tekintve mindezek a jelenségek érthetetlenek, minthogy a Coulomb-kölcsönhatás nem függ explicite a spintől.

A spin párhuzamos átvitele lehetővé teszi, hogy szemléletes képet alkossunk magunknak a spinek összeadásáról. Minthogy a párhuzamos átvitel lehetőséget ad arra, hogy valamennyi spint egy pontba (egy koordinátarendszerbe) vigyük át, és minthogy az átvitt spinek által közbezárt szögek egyszerűen a hiperbolikus geometria képletei szerint számíthatók ki, a probléma az egy koordinátarendszerben elvégzett spin-összeadásra, azaz a szokásos nemrelativisztikus feladatra redukálódik.

[10] E jelenség leírását *Stapp* (vö. [15]) adta meg.

Összefoglalás

Ebben a cikkben rá kívántuk irányítani a figyelmet arra a csaknem nyilvánvaló körülményre, hogy ha a sebességtér vektoraival dolgozunk, jó tisztában lenni a tér geometriájával. Hasonlóan ahhoz, ahogy a közönséges geometriában beérhetjük az analitikus képletekkel, sohasem folyamodva a trigonometria szemléletes módszereihez, ugyanúgy az Einstein-féle kinematikában is meglehetünk ábrák és trigonometriai képletek nélkül. Ez az út azonban, mely annak idején *Lagrange* mechanikájának ideálja volt, aligha lehet napjaink ideálja.[11]

Az elméleti fizika apparátusa napjainkra oly bonyolulttá vált, hogy minden fajta szemléletes (és annál inkább: egzakt) modellnek egyre nagyobb és nagyobb szerepet kell játszania a tudományban.

Végezetül szeretnék köszönetet mondani *N. A. Csernyikov*nak a vele az itt tárgyalt kérdésekről folytatott hasznos diszkussziókért.

J. A. Szmorogyinszkij

Egyesített Atommag Kutató Intézet,
Dubna
(Fordította: Györgyi Géza)

[11] *Langrange* ezeket írta analitikus mechanikájának előszavában: „módszerem ... nem igényel sem szerkesztéseket, sem geometriai vagy mechanikai megfontolásokat; kizárólag algebrai operációkra van szükség, melyek alkalmazása szabályszerű és egyöntetű eljárást képez" (vö. [17]).

IRODALOM

[1] *F. Klein*, «Новые идеи в математике» („Új eszmék a matematikában"). Cikkgyűjtemény. 5. kötet. Szentpétervár, 1909, 144. o.
[2] *A. Sommerfeld*, Phys. Z. *10*, 286 (1909).
[3] *A. Sommerfeld*, Elektrodynamik, Leipzig, 1949.
[4] *Н. П. Котельников*, Сборник в память Лобачевского, Казань, Изд. Гос. ун-та, 1928.
[5] *Н. А. Черников*, Научн. доклады Высшей школы, *2*, 158 (1958).
[6] *Н. А. Черников*, Препринт ОИЯИ № 723, Дубна, 1961.
[7] *В. А. Фок*, Теория пространства и времени, Изд. 2. М.—Л., Физматгиз, 1961.
[8] *Л. Ландау, Е. Лифшиц*, Теория поля, Изд. 4. М.—Л., Физматгиз, 1962.
[9] *А. П. Ямпольский*, Гиперболические функции, М., Физматгиз, 1960.
[10] *Н. А. Черников*, Докл. АН СССР, *114*, 530 (1957).
[11] *J. Terrell*, Phys. Rev. *116*, 1041 (1959).
[12] *C. Möller*, Theory of Relativity. Oxford, 1952, 53. o.
[13] *В. Л. Любошиц, Я. А. Смородинский*, Ж. эксперим. и теор. физ. *42*, 846 (1962).
[14] *Я. А. Смородинский*, uo. *43*, вып. 6, 2217 (1962).
[15] *H. Stapp*, Phys. Rev. *103*, 425 (1957).
[16] *G. Wick*, Ann. Phys. *13*, 65 (1962).
[17] *J. Lagrange*, Mécanique Analitique, Paris, 1788.

Információcsere a nagyenergiájú elméleti fizikában*

Gyakran találkozunk azzal a meglepő ténnyel, hogy a világon valaha is élt tudósoknak jóval több mint a fele ma fejti ki tevékenységét. Feltéve, hogy nem vagyunk kevésbé intelligensek elődeinknél, és hogy a tudomány haladása durván az adott területen dolgozó kutatók számával arányos, ebből az következik, hogy ma a tudomány soha nem látott ütemben fejlődik. A fejlődés üteme természetesen nem minden tudományágban egyforma. Vannak területek, ahol, legalábbis egyelőre, bizonyos telítődés állt be, ahol tehát az előrehaladás aránylag mérsékeltebb. Vannak ugyanakkor olyan területek, ahol nagyszámú kutató lázas tevékenységét figyelhetjük meg, és amelyekre a kutatók közötti intenzív kölcsönhatás jellemző. Régebben, amikor az ilyen kölcsönhatás csak néhány személyre korlátozódott, és az idő kevésbé sürgetett, a kapcsolatok alkalomszerű személyes látogatásokon és magánlevelezésen keresztül valósultak meg. Ezek a közlésformák a gyorsan fejlődő és nagyszámú kutatót foglalkoztató területeken ma már nem kielégítőek, és kiegészültek a tudományos konferenciákkal, valamint a különféle nyomtatott közleményekkel — preprintekkel —, amelyek lehetnek megjelenés előtt álló cikkek, kötetlen formájú megjegyzések, áttekintő vagy bíráló elemzések, cáfolatok, vagy előadási jegyzetek.

A preprint nem más, mint a kutatások eredményeiről előzetesen kiadott közlemény, amelyet gyorsan sokszorosítanak és eljuttatnak azokhoz a kutatókhoz, akik érdekeltek a szóbanforgó tudományágban. Nem helyettesíti a folyóiratban közölt cikkeket, mivel az utóbbiak általában gondosabban készülnek, rendszerint bírálaton mennek keresztül, és szélesebb közönséghez jutnak el, olyan tudósokhoz is, akik eltérő, de rokon területen dolgoznak; a folyóiratban megjelent cikk maradandó rögzítése a kutatási eredményeknek. A preprint fő előnye a gyorsaság. Az az idő, amely egy cikknek a folyóirathoz való beküldése és megjelenése között eltelik (4, 6, sőt néha 12 hónap) bizonyos kutatások esetében megengedhetetlenül hosszú lehet. A preprint másik előnye a terjesztés szelektív volta. Legalábbis elvben eljut mindazokhoz — és csak azokhoz —, akiket tartalma érdekel. Ez ma, amikor a tudományos információk száma robbanásszerűen növekszik, nem elhanyagolható szempont. A preprint előnyei közé tartozik végül, hogy igen olcsó módja a tudósok egymás közötti információcseréjének.

A preprinteknek vannak veleszületett hátrányaik is. Nem esnek át bíráláton, így könnyebben előfordulhatnak bennük hibák. Nagyban hozzájárulnak a lázas sietség légkörének kialakulásához, és kellően át nem gondolt dolgozatok megjelentetésére ösztökélnek. Ez a két fogyatékosság azonban elkerülhetetlenül együttjár a tudományos problémák tárgyalásával, a konferenciákon vagy a munkatársak körében tartott előadásoknál ugyanúgy, mint a preprintek esetében. A gyakorlatban rendszerint bízhatunk abban, hogy a kutatóknak maguknak is érdeke a fogyatékosságok kiküszöbölése. Hosszú távon az át nem gondolt megállapítások megbosszulják magukat, és csökkentik a szerző jövőbeli állításainak hitelét.

A preprinteken keresztül történő közlés rendszere, abban a formájában, amely a fizika területén kialakult, gyakorlati szempontokból sem mentes különböző hibáktól. Minden kutatási centrumnak, sőt, sok szerzőnek is, megvan a maga címlistája. Időről-időre új nevek kerülhetnek rájuk, de régieket ritkán törölnek. Nemigen ellenőrzik, hogy ugyanaz a név nem fordul-e elő kétszer, vagy hogy több ugyanabban az intézetben dolgozó személynek nem lenne-e elegendő egyetlen példány. Egyeseknél van olyan tendencia, hogy a fizika összes nagy neveit felvegyék a listájukra, függetlenül attól, hogy az illetőket érdekli-e az adott kutatási terület. Ugyanakkor fiatal fizikusok, kisebb intézetek, vagy a tudományosan kevésbé fejlett országok kutatói, akiknek legnagyobb szükségük lenne a preprintekre, gyakran kimaradnak a listából. Ezek a kutatók rendkívüli nehézségekbe ütköznek, ha rendszeresen meg akarják kapni a szakterületükkel kapcsolatos preprinteket; rendelkezniük kellene többek között a preprinteket kibocsátó intézetek teljes listájával, ami önmagában is nehézséget jelent, ha valaki a fizika fő centrumaitól elszigetelten él. Összefoglalva tehát, a preprintcsere jelenlegi rendszere költséges, időrabló, szervezetlen és napról-napra kényelmetlenebb.

A tudósok közötti kötetlen formájú közlések általában csak néhány (legtöbbször két) levelezésben álló személyre korlátozódnak. Igen hasznos lenne, ha ezek a közlések a szakemberek szélesebb köréhez jutnának el, de jelenleg ez ritkán történik meg.

Előadásomban egy kísérleti programról szeretnék beszélni, amelynek az a célja, hogy kiküszöbölje a jelenlegi preprintrendszer bizonyos hiányosságait. Minthogy manapság divatban van mindenféle felfedezés elsőbbségének vitatása, hadd jelentsem ki gyorsan, hogy nem tudom, ki javasolta elsőnek a programot. Legvalószínűbb, hogy az általános elgondolás sokszor felvetődött, és sokan beszélgettek róla különböző formában. Annyit tudok, hogy Oreste Piccioni legalább nyolc évvel ezelőtt javasolta egy ilyenféle program megvalósítását. A részletes programért, amelyről beszélni fogok, Charles Gottschalk-ot, az USAEC Technikai Információs Osztályának munkatársát illeti az elismerés. Az indítvány egyesíti magában

* Előadás az Amerikai Fizikai Társulat ülésén (New York, 1866 január), az információtárolásról és visszakeresésről rendezett szimpózium keretében.

a korábban felvetett különböző elképzeléseket, és támaszkodik arra a programra is, amely a biológusok között volt érvényben az elmúlt négy év során, nyilvánvaló sikerrel.

A program elnevezése Physics Information Exchange (Fizikai Információcsere), rövidítve PIE. Kezdeti stádiumában a nagyenergiájú elméleti fizikára korlátozódna. Ha sikere lesz, ki lehet terjeszteni a fizika más olyan területeire is, amelyek gyorsan fejlődnek, sok kutatót foglalkoztatnak, és ahol lényeges a fizikusok közötti szoros kapcsolat. Ugyanakkor lehetnek olyan ágai a fizikának, ahol alkalmazása nem lesz célszerű. A fizika eléggé specializálódott az utóbbi néhány évtizedben, úgy hogy szervezését nem szükséges uniformizálni.

A PIE működése a következő lenne:

1. A nagyenergiájú elméleti fizika területén dolgozó kutatók bárhol a világon tagjai lehetnek a PIE-nek.

2. A tagok helyi „preprintkönyvtárakat" alakítanak, ahol több azonos érdeklődésű kutató közösen használhatja az egyes példányokat.

3. Ha egy kutató-tag megír egy új cikket (vagy egy kötetlen formájú közleményt, amely reagálást, bírálatot, elemzést vagy cáfolatot tartalmaz egy másik tag közleményével kapcsolatban), beküld egy jó példányt a PIE hivatalába.

4. A PIE sokszorosítja a közleményt, és egy-egy példányt elküld minden helyi preprintkönyvtárnak. A tervek szerint a sokszorosított példányokat a cikk beküldésétől számított egy héten belül szétküldik.

5. A tagok a PIE által terjesztett anyagokat ingyen kapják.

6. A PIE természetesen semmiféle felelősséget nem vállal a kiadott cikkekért. Így továbbra is maguk a szerzők lesznek felelősek azért, hogy eleget tegyenek azoknak az esetleges követelményeknek, amelyeket intézetük támaszt a preprintek kibocsátásával kapcsolatban.

7. Jogi szempontból a PIE által terjesztett cikkek ugyanolyan elbírálás alá esnek, mint a jelenlegi preprintek. Például hivatkozás esetén megjelölésük továbbra is „személyes közlemény", „magánközlemény", „megjelenés alatt" stb., s minden olyan helyzetben, amikor az elsőbbség kérdése merül fel, a PIE útján közölt kutatási eredmények ugyanazon hitelességgel bírnak, mint a mostani preprintek.

A PIE sok tekintetben előnyösebb lenne a jelenlegi preprint-előállítási rendszernél.

1. Biztosítja a preprintek egyenletes és igen gyors terjesztését. Ma sok intézményben két hétnél is jóval több idő telik el, mielőtt a befejezett cikket sokszorosítják és szétküldik.

2. Jelentősen csökken a preprintek előállítási költsége, mégpedig több okból is. Először, a címlistán csak a preprintkönyvtárak szerepelnek, amelyeknek teljes száma kisebb, mint a jelenlegi címlistákon szereplő egyedi címek száma. Másodszor, egyetlen preprint-címlista fenntartása jóval gazdaságosabb lesz, mint a különböző intézetek titkárságain fenntartott sokszáz magánlistáé, többek közt azért, mert a csupa preprintkönyvtárat tartalmazó listán kevesebb változtatást kell eszközölni, mint a jelenlegi egyéni címekből álló listákon. Harmadszor, a központosított és nagyban végzett sokszorosítás hatékonyabb, mintha ugyanez sok helyen, kicsiben történik. Negyedszer, a PIE (minthogy naponta több cikket fog kapni) sok preprintet küldhet egyszerre egy csomagban, ily módon postaköltség takarítható meg.

3. Az intézetek hivatali személyzete és a tudósok megszabadulnak bizonyos terhes munkáktól.

4. A program megvalósítása jelentősen csökkentheti azokat a különbségeket, amelyek folytán jelenleg a tudományosan fejlett országokban, nagy kutatócentrumokban dolgozó szerencsésebb fizikusok előnyösebb helyzetben vannak, mint a kisebb intézetek, vagy a kevésbé fejlett országok kutatói. Aki nem tapasztalta személyesen, az nehezen tudja elképzelni, mennyire demoralizáló lehet egy kutató számára az a tudat, hogy *eleve* hátrányban van egyes szerencsésebb kollegáival szemben, csupán azért, mert csak későn, vagy egyáltalán nem juthat hozzá alapvetően fontos információkhoz. Meg vagyok győződve, hogy ha ezen a téren sikerül javulást elérnünk és ezáltal a kutatómunkát fellendítenünk, már nem lesz hiábavaló a program.

5. A PIE serkenti a módszerek, eljárások, elméletek, eredmények stb. megvitatását, és ezek a viták a PIE-tagok közti kötetlen formájú közlemények elterjesztése révén a szakemberek szélesebb köre előtt válnak ismertté.

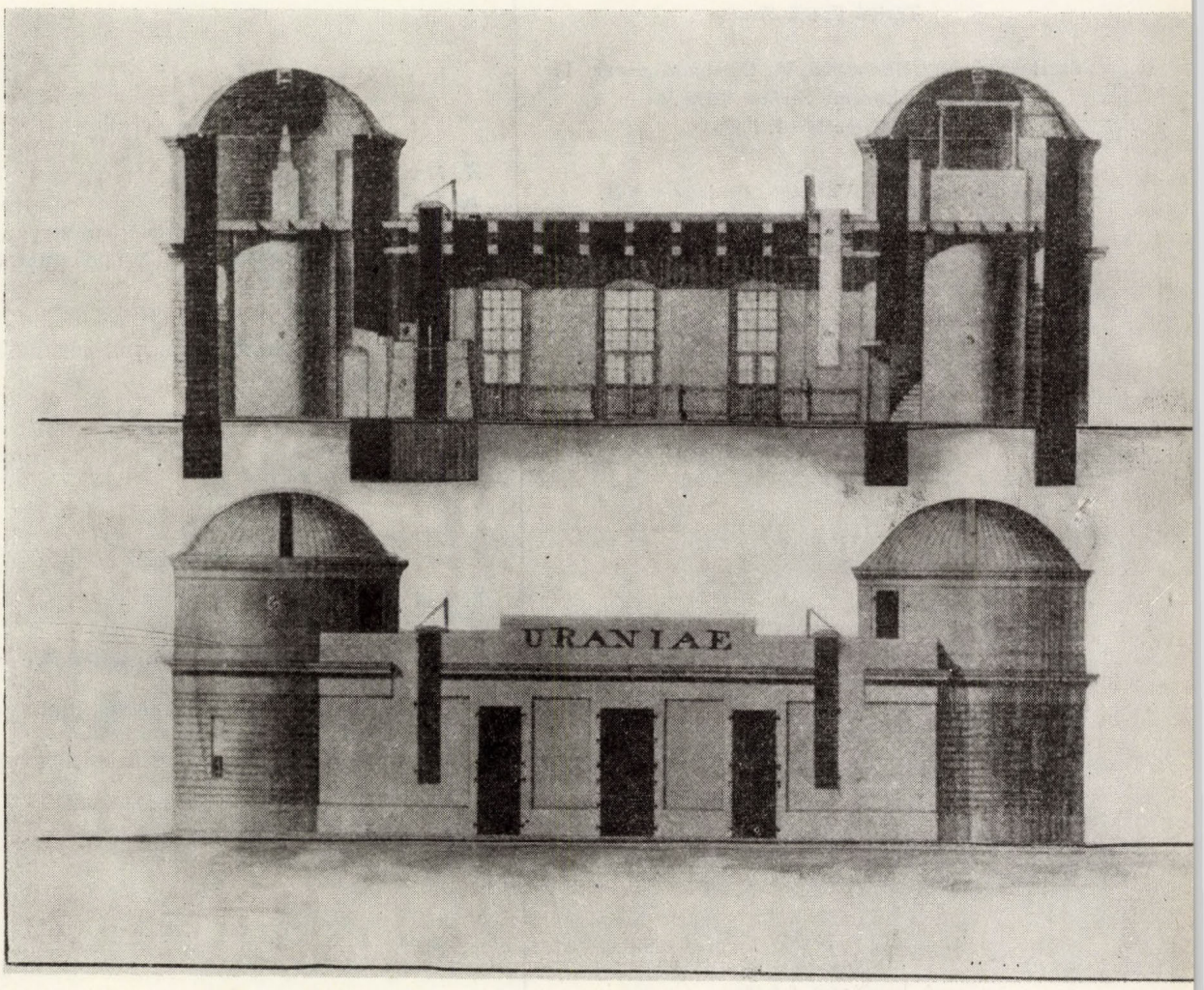
Mint korábban említettem, a preprintek nem helyettesítik a folyóiratokban való közlést, és a PIE-tagoktól elvárnánk, hogy megfelelő dolgozataikat ugyanúgy beküldjék a folyóiratoknak, mint eddig.

Befejezésül szeretném hangsúlyozni, hogy a PIE, úgy, ahogyan én körvonalaztam, az előzetes közlés kísérleti rendszerének tekintendő. Létezésének szükségességét a gyakorlatnak kell igazolnia, s felépítésének részletei nyitva állnak bármiféle, a gyakorlat által diktált módosítás előtt. A PIE igen hajlékony ebben a tekintetben, mivel a felsőbb szervek szerepe minimális, és szervezete igen egyszerű. Lehetséges például, hogy minden helyi preprintkönyvtár más és más érdeklődési profilt alakítson ki, és ily módon az információterjesztést még szelektívebbé lehet tenni. A részproblémák megoldása, valamint a PIE-nek, mint egésznek a jövője teljesen attól függ, hogy hogyan fogadják és mennyire támogatják a programot maguk a kutatók, akik munkájának elősegítése a PIE legfontosabb feladata.

Moravcsik Mihály
Lawrence Radiation Laboratory, Livermore
California
(Fordította: Nagy Tibor)

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/9

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadja Lapkiadó Vállalat, Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.
Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

150 éve nyitották meg a Gellérthegyi Csillagvizsgálót (hátsó fedőlapon lévő megemlékezésünkhöz)

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62435
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Pál Lénárd: Iren Joliot-Curie
Nagy Károly: Neutrinófizika
A. Salam: A csoportelmélet és a szimmetriafizikus
Fejes István: Néhány rádiócsillagászati probléma a Tejútrendszer kutatásában
B. Pascal: Levelek a valószínűségről

EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK

KÖNYVSZEMLE

СОДЕРЖАНИЕ

Л. Пал: И. Ж. Кюри
К. Надь: Физика неутрино
А. Салам: Теория групп и физик симметрии
И. Фейш: Радиоастрономические проблемы исследования галактики
Б. Паскал: Письма о вероятности

ИЗВЕСТИЯ — ИЗ ЖИЗНИ ОБЩЕСТВА ФИЗИКОВ

ОБЗОР КНИГ

INHALT

L. Pál.: Irene Joliot-Curie
K. Nagy: Die Neutrinophysik
A. Salam: Die Gruppentheorie und der Symmetriephysiker
I. Fejes: Einige radioastronomische Probleme der Erforschung des Milchstrassensystems
B. Pascal: Briefe über die Wahrscheinlichkeitstheorie

NACHRICHTEN — AUS DEM VEREINSLEBEN

BUCHBESPRECHUNG

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

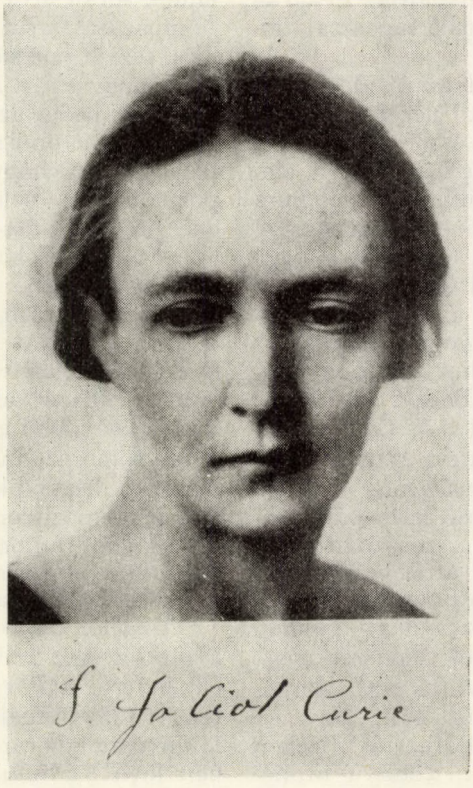
XVI. évfolyam 9. szám 1966. augusztus

IRÉNE JOLIOT-CURIE

(1897—1956)

Tíz évvel ezelőtt halt meg Irène Joliot Curie, a magfizika és a magkémia kiváló művelője, akinek életútja mind a tudósok, mind az egyszerű emberek számára nagyszerű példamutatás.

Irène Curie életéről lehetetlen írni anélkül, hogy ne írjunk férjéről, Frédéric Joliotról, a kommunista tudósról, hiszen munkásságuk egy és oszthatatlan. Semmi sem bizonyítja ezt jobban, mint az a néhány mondat, amelyet Irène Curie Nobel-díjának átvételekor mondott: „Ezeket a kísérleteket mind Frédéric Joliot-val együtt csináltam. Azt, hogy előadásunkat megosztottuk, kizárólag a kifejtés megkönnyítéséért tettük." A Joliot házaspár egész tevékenységére jellemző, hogy szinte minden dolgozatukat közösen publikálták. Ez a körülmény már önmagában arra kötelez, hogy kettőjük munkásságát e megemlékezés keretében se válasszuk szét.



Irène Curie 1897 szeptember 12-én Párizsban született. Középiskoláinak elvégzése után a Sorbonne vegyészkarára iratkozott be. 1920-ban, 23 éves korában, anyja laboratóriumába lépett be és az alfa-sugarak tulajdonságaival kezdett foglalkozni. Értékes megállapításokat tett az ionizációs képesség, a hatótávolság és az alfa-sugarak energiája közötti összefüggésről. 1925-ben doktorált, majd egy év múlva férjhez ment Frédéric Joliothoz, aki ugyancsak Marie Curie laboratóriumában dolgozott. Az 1932—34-ig terjedő időszakban a természetes radioaktív elemek eloszlásával és tulajdonságaiknak vizsgálatával foglalkozott.

Annak érdekében, hogy erős magsugárzással lehessen bombázni atommagokat, a polónium 210-es izotópjából viszonylag nagy mennyiséget gyűjtött össze és férjével együtt hozzákezdett az alfa-sugarakkal létrehozható magreakciók tanulmányozásához. Ezekről a vizsgálatokról férje tudományos életrajzában a következőképpen ír: „Marie Curie kezdeményezésére az Intézetben már korábban jelentős mennyiségű polóniumot gyűjtöttünk össze. Azonban a rendelkezésre álló mennyiség nem volt elegendő az új kutatásokhoz. Feleségem és én, különböző időben, különböző módszerekkel mintegy 1,5 g rádiummal ekvivalens polóniumot extraháltunk. Ennek az igen értékes anyagnak a kezelése ilyen mennyiségben nagyon bonyolult és nagyfokú elővigyázatosságot igényelt intenzív alfa-sugárzása miatt. Az általunk extrahált polóniummal megnégyszereztük az Intézet polónium-készletét. Feleségemmel olyan módszereket dolgoztunk ki, amelyeknek segítségével nagy fajlagos aktivitású polónium preparátumot lehetett készíteni. Sikerült 20 mm^2-nyi felületre 200 mC polóniumot koncentrálnunk."

Az eredményes kutató munkához mindig a legkorszerűbb eszközökre van szükség. A legkiválóbb tudósok mindig nagy gondot fordítottak arra, hogy megteremtsék ezeket a korszerű eszközöket. A Joliot házaspár felismerte, hogy intenzív magsugárzást adó forrás nélkül, aligha lehet a magreakciók vizsgálatával eredményesen foglalkozni.

Akkor még nem voltak gyorsítók, és így a természetben előforduló, alfa-sugárzó polónium izotópot kellett felhasználniok erre a célra. Egyébként még a részecskegyorsító berendezések elterjedése után is sokhelyütt használták eredményesen a polónium alfa-sugárzását magfizikai vizsgálatokra. Nyugodtan állíthatjuk, hogy az a módszertani munka, amelynek eredményeképpen a Joliot házaspár nagy fajlagos aktivitású polónium preparátumokat készített, tette lehetővé a mesterséges radioaktivitás felfedezését.

Ennek a rövid írásnak a keretében lehetetlen Irène Curie és Frédéric Joliot tudományos munkásságáról mélyreható beszámolót adni. A mesterséges radioaktivitás felfedezéséről és a maghasadással kapcsolatos vizsgálataikról azonban feltétlenül meg kell emlékeznünk. Szeretném felidézni azt a gondolkodásmódot, amely a harmincas évek elején megszabta a tudós házaspár kutatásainak irányát. Most, 30—35 év múltával, hajlandók vagyunk mai szemmel vizsgálni az akkori erőfeszítéseket és ez sok esetben megnehezíti annak a hatalmas szellemi küzdelemnek a megértését, amelyet az újnak a feltárásáért akkoriban folytattak. Pedig ennek a küzdelemnek a logikájából sokat tanulhatunk, és sajnos, manapság gyakran elmulasztjuk az idősebb nemzedék tapasztalatainak elemzését.

1930-tól lehet számítani azt az új időszakot, amikor az atommagra vonatkozó nézeteink megváltoztak. Mint ismeretes, Bothe és Becker Németországban azt találták, hogy egyes könnyű elemek, mint például a bór és a berillium, a polónium alfa-sugarainak a hatására, nagy áthatoló képességű sugárzást bocsátanak ki. Ezt a sugárzást a fenti szerzők gamma-sugárzásnak hitték, azonban a vizsgálatok megmutatták, hogy a sugárzás tulajdonságai merőben eltérnek a gamma-sugárzásétól. Irène Curie és Frédéric Joliot azonnal megismételték Párizsban Bothe és Becker kísérletét. Később megtudták, hogy Chadwick Cambridgeban hasonló vizsgálatokhoz kezdett Wilson-kamrával. Bothe és Becker a méréseiket Geiger—Müller számlálóval végezték, míg a Curie házaspár ionizációs kamrát és Wilson-kamrát is használt. Érdemes elolvasni a Curie házaspár által erről a kísérletsorozatról publikált dolgozatokat, mert ezekből világosan lehet látni, milyen nagy gondot fordítottak az alkalmazott kísérleti módszer megválasztására és a kísérlet lefolytatására. Helyesen választott módszerrel kimutatták, hogy ez az újfajta sugárzás, amelyet Bothe és Becker után gamma-sugárzásnak hittek, könnyű atommagokat képes szilárd anyagból kiütni. Ennek a jelenségnek az észrevétele igen nagyfontosságú volt, mert Chadwick ennek alapján tudta saját kísérleteit úgy értelmezni, hogy a Bothe és Becker által észrevett sugárzás nem gamma-sugárzás, hanem körülbelül a protonokéval azonos tömegű, töltés nélküli részecskék árama. Ezeket a részecskéket nevezték el neutronoknak.

Frédéric Joliot tudományos életrajzában a következőket írja: „Természetesen egy előre kigondolt hipotézisből kell kiindulni. Azonban mindannyiszor, valahányszor ez lehetséges, a kísérletet úgy kell lefolytatni, hogy minél több ablak maradjon nyitva az ismeretlen felé." A Joliot házaspár éppen azáltal készítette elő a neutron felfedezését, hogy olyan kísérleteket végzett, amelyekben az ismeretlen jelenségnek új oldalai mutatkoztak meg. Chadwick rendelkezett azzal a bátorsággal, hogy saját kísérleteivel összhangban levonja a szükséges következtetéseket és kijelentse, hogy a polónium alfa-részecskéinek hatására a könnyű elemekből új sugárzás: neutron sugárzás váltható ki.

A mesterséges radioaktivitás felfedezéséhez ebben a rendkívüli fontos munkában való részvételen keresztül jutott el a Curie házaspár.

Volt azonban még egy lépés, amelyet a mesterséges radioaktivitás felfedezéséhez vezető úton meg kellett tenni. Anderson, Blackett és Ochiallini észrevették, hogy a kozmikus sugárzásban pozitív töltésű elektronok, úgynevezett pozitronok keletkeznek. A Joliot házaspár azonnal felfigyelt arra a lehetőségre, amit a pozitív elektronok léte bizonyos folyamatok magyarázásában szinte automatikusan felkínált. A nemrég felfedezett neutronsugarakkal különböző anyagokat bombáztak, s ennek során arra jöttek rá, hogy a nehéz elemek bombázásakor az Anderson, Blackett, Ochiallini által észlelt pozitron sugárzás is fellépett. Kétséges volt, hogy ezt a sugárzást a neutronok váltják-e ki, vagy pedig azok a gamma-kvantumok, amelyek a neutronokat kísérik. A Joliot házaspár bebizonyította, hogy a pozitív töltésű elektronok, a pozitronok, a nehéz atommagokba ütköző, nagyenergiájú gamma-sugarakból keletkeznek.

A vizsgálatokat szisztematikusan folytatták és arra a meglepő eredményre jutottak, hogy az alfa-sugarakkal bombázott anyagok egy része a bombázás után pozitron-sugárzó marad. Bór esetében a pozitron-sugárzást az alfa-sugarakkal való bombázás abbahagyása után még egy óra múlva is észlelni tudták. Kiderítették, hogy a bór 10-es tömegszámú izotópjából 13-as tömegszámú nitrogén képződik, amely a természetben nem létezik és pozitron-sugárzással bomlik. Így állítottak elő radioaktív nitrogént, foszfort és alumíniumot, s természetesen a teljes bizonyosság kedvéért ezeket kémiailag is identifikálták.

A Joliot család közeli barátja, Pierre Biquard a mesterséges radioaktivitás felfedezésének nagy élményéről a következőket írja: „Sohasem felejtem el 1934 januárjának egyik napját, amikor telefonhívásra laboratóriumomból a Pierre Curie utcában levő Rádium Intézetbe mentem, ahol Irène Curie és Frédéric Joliot vártak. A kísérleti berendezést, amelyet gyorsan megmutattak, néhány asztalon helyezték el. Látni lehetett a berendezésen a sietség nyomait és azt, hogy külön abból a célból szerelték össze, hogy a néhány órával ezelőtt felfedezett, új jelenséget a vendégeknek bemutassák. Később, ez a demonstrációt szolgáló berendezés erősen megváltozott, elvesztette időleges jellegét. Joliot röviden elmagyarázta nekem a kísérlet lényegét, és befejezésül a következő-

ket mondotta: „A céltárgyat ennek az alfa-sugárforrásnak a segítségével besugárzom és te hallhatod a Geiger-számláló jelzéseit. Most elviszem az alfa-sugárforrást, a jelzéseknek meg kellene szűnniök, de ez nem következik be." A bemutatás nem tartott tovább 30 percnél. A jelenlevők előtt világos volt, hogy a Joliot házaspár valami új, nagyszerű felfedezésre bukkant."

A tudományos közvélemény azonban nem volt ilyen egyszerűen meggyőzhető. A 30-as években a legkiválóbb fizikusok évről évre összegyűltek a híres Solvay-Kongresszuson, hogy informálják egymást a legújabb eredményekről és megvitassák az új elgondolásokat. A Joliot házaspár is beszámolt arról a kísérletről, amely bizonyította, hogy a könnyű elemek alfa-részecskékkel való bombázásakor nemcsak neutronok, hanem pozitív töltésű elektronok is keletkeznek és amelyek keletkezése az alfa-sugárzás megszűnése után sem áll le. A beszámolót nagy vita követte és az ismert német fizikus, Lise Meitner közölte, hogy megismételte a Joliot házaspár kísérletét, azonban semmi hasonlót nem tapasztalt. Annak ellenére, hogy a Joliot házaspár meg volt győződve kísérleteik megbízhatóságáról, a kongresszuson kialakult, kétkedéssel teli légkör nagy csalódást okozott nekik. Mindössze ketten voltak, akik az ülés után gratuláltak a házaspárnak. Az egyik Niels Bohr volt, aki felismerte Joliot-ék kísérletének nagy jelentőségét; a másik pedig Wolfgang Pauli volt, aki bátorította őket kísérleteik folytatására. Hogy mennyire igazuk volt, azt mi sem bizonyítja jobban, mint az, hogy 1935 december 12-én Stockholmban kémiai Nobel-díjjal tüntették ki a Joliot házaspárt a mesterséges radioaktivitás felfedezéséért.

Nemrég egy társaságban vita kerekedett arról, hogy Irène Curie és Frédéric Joliot fizikusok voltak-e, vagy kémikusok? Ha a Nobel-díj Bizottság döntését vesszük alapul, akkor kémikusoknak kell őket tekintenünk, hiszen a kémiai Nobeldíjat kapták meg. Azonban a dolog lényege nem ebben van, hanem abban, hogy a Joliot házaspár éppen olyan jó volt kémikusnak, mint fizikusnak. A mesterséges radioaktivitás felfedezésével kapcsolatban írják, hogy néhány perc alatt kellett kémiai műveleteket elvégezniök a kémiai azonosítás céljából és ez arra késztette őket, hogy új módszereket dolgozzanak ki. Ezek a kémiai módszerek képezték az alapját a transzurán elemek vizsgálatánál ma is használatos kémiai módszereknek. Nemrég, Magyarországon jártakor Florov akadémikus, aki az Egyesített Atomkutató Intézetben a 103-as és 104-es elem szintézisével és kémiai vizsgálatával foglalkozik, emlegette, hogy az úgynevezett express-kémia megteremtője tulajdonképpen a Joliot házaspár volt.

A Joliot házaspár a mesterséges radioaktivitás felfedezése után továbbfolytatta a neutronokkal kiváltható magreakciók vizsgálatát, és így figyelmük Hahn és Strassman felfedezése után, a maghasadás fizikájára és az önmagát fenntartó maghasadási láncreakció megvalósítására koncentrálódott. 1935-ben, Nobel-díjas előadásukban — még a maghasadás felfedezése előtt — a világon először ők hívták fel a figyelmet az atommagokban rejlő energia makroszkopikus méretekben való felszabadításának lehetőségére. Gondolataik annyira lebilincselőek, hogy érdemes idéznünk előadásuk egy részét: „A kifejtett tények arra késztetnek bennünket, hogy azt állítsuk, hogy a Földünket alkotó elemek néhányszáz féle atomját nem szabad úgy tekintenünk, mint egyszer és mindenkorra adottakat. Mi azért észlelhetjük ezeket az atomokat, mert keletkezésük óta mind a mai napig megmaradtak. Más, kevésbé hosszú életű elemek eltűntek. Lehetséges, hogy éppen ezeknek az eltűnt elemeknek az atomjait hoztuk létre mesterségesen a laboratóriumban. A legutóbbi időkig csak egészen rövid életű, a másodperctől néhány hónapig terjedő felezési idővel rendelkező mesterséges atommagokat tudtunk létrehozni. Hogy a hosszabb ideig élő elemekből nagyobb mennyiséget tudjunk előállítani, ahhoz rendkívüli intenzív sugárforrásra van szükségünk. Aligha lehet gondolni, hogy nincs remény ennek az álomnak a megvalósítására. Ha a múltat vizsgáljuk és elemezzük a tudomány fejlődését, amely egyre jobban növekedő tempóval bontakozik ki, akkor jogunk van azt gondolni, hogy azok a kutatók, akik kívánság szerint új elemeket hoznak létre, vagy régieket rombolnak szét, létrehozhatnak olyan magátalakulásokat, amelyek robbanásszerűek és láncreakció típusúak. Ha sikerül ilyen magátalakulásokat előidézni, akkor hatalmas mennyiségű energia szabadítható fel, amelyet felhasználhatunk. De, ha ilyen láncreakció planétánk valamennyi elemére átterjed, óriási katasztrófa jöhet létre. Az asztronómusok néha megjegyzik, hogy egyes kis fényességű csillagok időnként erősebben világítanak, sőt eddig nem látható csillagok fényesen ragyogni kezdenek. A csillagok fényességének ilyen hirtelen megnövekedése nagyon valószínű, hogy magátalakulással kapcsolatos robbanás következménye. A kutatók minden bizonnyal reprodukálni akarják ezt a folyamatot és mi bízunk abban, hogy szükséges óvatossággal fognak eljárni."

Tíz évvel később Hiroshima és Nagaszaki felett atombomba robbant, ami megrázóan mutatta, hogy a „szükséges óvatosság" helyébe a pusztítás és megfélemlítés akarása lépett. A Joliot házaspár mindig azt hangoztatta, hogy az atommagokban rejlő energiát az emberiség javára kell felhasználni és ezért következetesen távoltartotta magát minden olyan törekvéstől, amely a háborús felhasználást tűzte zászlajára.

A maghasadás vizsgálatában a Joliot házaspár ugyanazokat a kiváló kísérletezői tulajdonságokat mutatta be, amely korábbi tevékenységére is jellemző volt. Az egyszerűség, a szemléletesség, az egyértelműség kísérleti stílusuknak legfőbb vonásai. Annak a felismerésnek a birtokában, hogy a maghasadásnál keletkező hasadási termékek igen nagy (mintegy 200 MeV) energiájuak, Frédéric Joliot és Irène Curie igen egyszerű módszerrel szeparálni tudták a hasadási termékeket. Urán-

ból vékony réteget készítettek, a vékony rétegre szűrőpapírt helyeztek, majd termikus neutronokkal besugározták az uránréteget. A hasadási termékek befúródtak a szűrőpapírba és ilyen módon azonosításuk már nem okozott különösebb gondot. Ez a módszer egyszerűsége és szellemessége miatt érdemel említést. Ma már sokhelyütt középiskolában használják a maghasadás szemléltetésére. A hasadási termékekre vonatkozó felismerések mellett, a Joliot házaspár egyik legnagyobb felfedezése az volt, hogy Halbannal és Kowarskival együtt kimutatták, hogy az U^{235} atommagok hasadásánál rendszerint nem egy neutron keletkezik, hanem több, átlagosan 2,4 neutron. Ma már nem kell részletesen magyarázni, hogy az önmagát fenntartó láncreakció megvalósításának a lehetőségét ez a felfedezés adta meg. Gondos méréssel meghatározták a hasadásnál keletkezett neutronok energia eloszlását. Felismerve a nagy lehetőséget, elsőként kezdtek hozzá ahhoz a nagy vállalkozáshoz, amelynek célja az önmagát fenntartó láncreakció létrehozása volt. Elképzeléseik szerint a hasadásnál keletkező gyors neutronok lassítására grafitot vagy nehézvizet akartak felhasználni. Azt is tudták, hogy a hasadásra képes U^{235} magokat tartalmazó fémes uránt, vagy uránoxidot a lassító közegül választott grafitban nem szabad egyenletesen elkeverni, mert a természetben előforduló urán és a grafit homogén keverékében önmagát fenntartó láncreakciót nem lehet kialakítani. Első terveikben világosan kirajzolódnak a heterogén reaktorok konstrukciós alapelvei. Még a fasiszta Németország támadása előtt, sikerült megszerezniök a világ nehézvíz készletének nagyobbik részét, és elvégezték az első méréseket a termikus neutronok nehézvízre vonatkozó befogási hatáskeresztmetszetével kapcsolatban. Ezeket a kísérleteket 1940 júniusában, a német megszállás következtében abba kellett hagyniok, bár munkatársaik közül Halban és Kowarski Angliában, a korábban közösen kidolgozott tervek szerint folytatták a vizsgálatokat. Öt szabadalmat is bejelentettek, amelyek közül három a reaktorok kritikus tömegére, míg kettő a természetes urángrafit reaktor heterogén szerkezetére vonatkozott. Talán kevesen tudják, hogy a Joliot házaspár is eljutott ahhoz a gondolathoz, hogy az U^{238} is átalakítható hasadó izotóppá. Elgondolásaikat nem tudták közölni, a kéziratot lepecsételt csomagokban őrizték 1939 október 30-tól, és csak Franciaország felszabadulása után, 1949 november 7-én publikálták elgondolásaikat a Comptes Rendusben.

A világon az első önmagát fenntartó, maghasadási láncreakciót Fermi és munkatársai valósították meg; az U^{238}-ból Pu^{239}-et először Amerikában állítottak elő. Mindennek ellenére, a teljes igazsághoz az is hozzátartozik, hogy a legkorábban és a legjobban Joliot-ék közelítették meg mindkét feladat megoldását. Joliot-ék Franciaországban maradtak, harcoltak a német megszállókkal szemben és egy időre félretették kutatásaikat. Sokan tudják azonban, mi volt a jelentősége kutatásaiknak. A Nobel-díjas Blackett írja: „Abban az időben, azaz 1939 végén, valószínű, hogy mindössze Joliot-ék és munkatársaik voltak azok a világ tudósai közül, akik reálisan gondolhattak arra, hogy az uránból gyakorlati célokra hasznosítható energiát lehet felszabadítani."

Megkapták a nemzeti elismerést is, bár a későbbi években a francia politikai élet irányítói megfeledkeztek erről. 1948 március 8-án Franciaország miniszterelnöke a következőket írta Joliot-éknak: „Az Önök döntése önfeláldozó volt, ismételten a legvilágosabb módon az Önök személyes érdekeinek háttérbe szorításáról, az Önök hazafiasságának mélységéről tanúskodik. Nekem az a kellemes kötelességem, hogy Franciaország nevében hálámat fejezzem ki Önöknek."

1951-ben Frédéric Joliot-t eltávolítják az Atomenergia Bizottság éléről és Irène Curiet is kizárják az Atomenergia Bizottságból. A küzdelmes évek, a megfeszített munka aláásták Irène Curie egészségét. 1956 március 17-én halt meg fehérvérűségben. Halála után a Béke Világtanács tiszteletbeli nagydíjával tüntette ki. Élete utolsó éveiben férjével együtt az Orsay-i Atomkutató Intézet tervein dolgozott. Utolsó, közös dolgozatuk Pierre Curie-ről és a tudomány állásáról szólt.

Irène Curie-ről, mint emberről, a család közvetlen barátai és ismerősei meleg szavakkal írnak. Nagyon szerette a poézist, a zenét. Különösen a francia népzene érdekelte. Sok népdalt kottázott le, szerette a bretagne népzenei motívumokat és ezeknek a felhasználásával maga is komponált egy-egy dalt. Szerette a sportot, fiatal korától kezdve sielt. Amikor beköszöntött a tél, felment a hegyek közé valamelyik eldugott faluba. Ilyenkor szinte kicserélték. A komoly, szótlan tudós merészen siklott le a legmeredekebb lejtőkön, kacagva hógolyózott a falusi gyerekekkel. Frédéric Joliot mondta róla: „Sok szempontból szinte eleven mása apjának. Megtalálom benne Pierre Curie éleslátását, józanságát és nyugodt természetét." Tudományos ismereteinek alapossága, tiszta, világos gondolatai, szorgalma és szerénysége nagy hatással voltak környezetére. Joliot találékonyságát, merészségét, ötletességét jól kiegészítette Irène pontossága, tudományos lelkiismeretessége.

Tíz év telt el Irène Curie halála óta, s bár a kortársak méltatták és tisztelték ennek a tudós asszonynak életművét, most, 10 év távlatából még nagyobb meggyőződéssel csatlakozhatunk azokhoz, akik a nagyok között is nagynak látják Irène Curie-t.

Pál Lénárd
Központi Fizikai Kutató Intézet

Neutrinófizika*

A természettudományok, de különösképpen a fizika fejlődése korunkban oly rohamos léptekkel halad előre, hogy annak új tudományos eredményeit még a legjobb képességekkel megáldott tudós sem tudja ma átfogni. A tudományos pályára lépő fiatal ember az alapok elsajátítása után igen hamar specializálódik egy szűkebb területre. Ahogy az évek múlnak és munkánkkal egyre mélyebbre hatolunk a természet csodálatos világába, egy-egy probléma rabul ejti az újat kutató elménket és az érdeklődési körünk még tovább szűkül.

Az egyetem elvégzése után tisztelt tanítómesterem, Novobátzky Károly, figyelmemet az elektromágneses tér kvantumelméletére irányította. A mozgó szigetelők elektrodinamikájának energia-impulzus-viszonyait tisztázni akaró vizsgálatok mintegy fél évszázadon át foglalkoztatták a fizikusokat. A tér energia-impulzus-tenzorával kapcsolatos problémák Novobátzky Károly és fiatal tanítványainak vizsgálataival nyertek végleges megoldást. Tudományos pályám első lépéseit e témakörben tettem meg. Első eredményeim is e problémakörben születtek. Az említett kutatások klasszikus fizikai lezárását a kvantumelméleti tárgyalással egészítettem ki. Nevezetesen, kidolgoztam az elektromágneses tér kvantumelméletét homogén, izotróp szigetelőkben. E vizsgálataim befejeztével érdeklődésem az elemi részek fizikája felé fordult. Előbb a spinnel és mágneses momentummal rendelkező részecskék relativisztikus mozgásproblémáit tanulmányoztam. Ebben az időben lepte meg a fizikus világot *Lee* és *Yang* először hihetetlennek tűnő felismerése a gyenge kölcsönhatások paritássértéséről. Az egész világon megindult lázas kutatás terelte figyelmemet a gyenge kölcsönhatások elméleti vizsgálata felé. Az utóbbi nyolc évben e területen dolgozom, és különösen a neutrinókkal kapcsolatos problémák vonzzák érdeklődésemet. Ezért választottam székfoglaló előadásom témájául a neutrinófizikát. A nagyenergiájú fizika ezen új ágának kialakulását ismertetem röviden, majd az e problémakörbe tartozó szerény eredményeimről kívánok vázlatosan beszámolni.

A fizikusok előtt ismertek azok a körülmények, amelyek 1933-ban *Paulit* arra a gondolatra vezették, hogy a neutrinó létezését feltételezze. A béta-bomlásban emittált elektronok vagy pozitronok energiaspektruma egy bizonyos E_{max} maximális energiáig folytonos. Ha a folyamatban csak egy részecske keletkezik (pl. az elektron), akkor energiájának a kvantumelmélet szerint monokromatikusnak kellene lennie. Úgy tűnt, hogy a folyamatban az impulzusmomentum megmaradásának törvénye is megsérül. Példaként tekintsük a C^{14} mag $C^{14} \rightarrow N^{14} + e^-$ bomlását. A mag impulzusmomentuma ($\hbar$ egységekben) eggyel változik, az elektron viszont csak $1/2$ impulzusmomentumot visz el. A mutatkozott ellentmondások feloldására *Pauli* feltételezte, hogy az elektronnal együtt egy semleges, valószínű zérus nyugalmi tömegű fermion is emittálódik. Ez a részecske a *neutrinó*. (Pontosabban: a pozitron emissziójával együtt keletkezett semleges fermiont nevezzük neutrinónak, az elektronnal együtt az antineutrinó emittálódik.) A neutrinó viszi el a hiányzó energiát, impulzust és impulzusmomentumot. *Fermi* a neutrinó-hipotézis alapján dolgozta ki 1934-ben a béta-bomlás első elméletét. E szerint a béta-kölcsönhatás Hamilton-operátora:

$$H = \int (\overline{\psi}_p O_\alpha \psi_n)\,(\overline{\psi}_e O_\alpha \psi_\nu)\, dV + \text{herm. konj.} \quad (1)$$

Itt ψ_i $(i = p, n, e, \nu)$ a proton-, neutron-, elektron- és neutrinótér operátora. $\overline{\psi} = \psi^+ \gamma_4$, O_α a γ_α mátrixokból felépíthető mátrix, a $+$ jel a hermitikus konjugáltat jelzi. Az (1) Hamiltonoperátorra vonatkozó relativisztikus invariancia követelménye O_α-ra öt különböző alakot megengedett. A későbbi vizsgálatok döntötték el végül, hogy

$$O_\alpha = \gamma_\alpha (1 + \gamma_5), \quad (2)$$

ahol

$$\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4. \quad (3)$$

Az atommagok béta-bomlásával kapcsolatos kísérleti és elméleti vizsgálatok (mint pl. az emittált elektron energiaspektruma, elektron-neutrinó szögkorreláció, magvisszalökődés stb.) mind-mind bizonyították, hogy a Pauli-féle neutrinó-hipotézis reális, a neutrinó tényleg létezik. Húsz éven keresztül azonban csak indirekt kísérleti bizonyítékok álltak rendelkezésünkre. Ezek alapján meglehetősen sok információt sikerült nyernünk a neutrinó fizikai sajátságairól: pl. nyugalmi tömegéről, mágneses momentumáról. Ezen két mennyiségre vonatkozó kísérleti értékek nagyon valószínűvé tették, hogy mindkettő zérussal egyenlő.

Mivel a neutrinó fermion, ezért létezik antirészecskéje is: az *antineutrinó*. Mindkettő elektromosan semleges, spinje $1/2$, tömege és mágneses momentuma valószínű zérus. (E mennyiségek jelenlegi kísérleti korlátjáról később lesz szó.) A neutrinófizika kezdeti szakaszában volt olyan elképzelés is, hogy az antineutrinó azonos a neutrinóval, tehát $\nu \equiv \overline{\nu}$. Erre az elgondolásra épült a *Majorana-féle neutrinóelmélet*. Felmerült a gondolat, milyen kísérlettel lehet eldönteni, hogy a két részecske valóban különbözik-e egymástól. Az ún. kettős-bétabomlás alkalmasnak mutatkozott a kérdés eldöntésére, mert e folyamat másként megy végbe ha a neutrinó nem a *Dirac-*, hanem a *Majorana*-elmélet szerint írható le.

* Székfoglaló előadás. Elhangzott az MTA III. Osztályának felolvasóülésén 1966. március 30.-án.

a) A Dirac-egyenlet szerint $\nu \neq \bar{\nu}$. A kettős béta-bomlás alapfolyamata a következőképpen képzelhető el:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}, \tag{4a}$$

és ezt követi a

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \tag{4b}$$

bomlás. Mivel (4a)-ban $\bar{\nu}$ emittálódik, ez nem tud a másik neutronon befogódni. Az atommag két neutronja átalakul tehát két protonná, miközben két elektron és két antineutrinó keletkezik:

$$2\,n \rightarrow 2p + 2e^- + 2\bar{\nu}. \tag{4c}$$

A bomlás felezési ideje 10^{20} év, ha a felszabaduló kinetikai energia 2 MeV.

b) A Majorana-elmélet szerint $\nu \equiv \bar{\nu}$. Ekkor a kettős béta-bomlás alapfolyamata a következő:

$$n \rightarrow p + e^- + \nu, \tag{5a}$$

$$\nu + n \rightarrow p + e^-. \tag{5b}$$

Az első bomlásban keletkezett neutrinó a második neutronon befogódik, így a mag két neutronja neutrinóemisszió nélkül alakul át két protonná két elektron emissziója kíséretében. A bomlás felezési ideje 2 MeV felszabaduló kinetikai energia esetén 10^{12} év.

A kísérleti adatok a Dirac-féle neutrinó-elméletet támogatják. Ebből a szempontból legjelentősebb a Davis-féle kísérlet. Atomreaktorból kijövő antineutrinókkal vizsgálta az

$$\bar{\nu} + Cl^{37} \rightarrow Ar^{37} + e^- \tag{6}$$

folyamatot. Ha $\nu \neq \bar{\nu}$, akkor ennek a folyamatnak tiltottnak kell lennie. Ha viszont $\nu = \bar{\nu}$, akkor a folyamatnak 1 MeV energiájú neutrinókra $\sim 10^{-44}$ cm^2 hatáskeresztmetszettel kell bekövetkeznie. Davis mérései azt mutatták, hogy (6) hatáskeresztmetszete biztosan $< 0{,}9 \cdot 10^{-45}$ cm^2, ami a neutrinó és antineutrinó egymástól különböző voltát bizonyítja.

A neutrinófizika fejlődésében igen jelentős eredményeket hoztak az atomreaktorból nyert szabad neutrinókkal végzett kísérletek. Itt az alapfolyamatok a következők:

$$\nu + n \rightarrow p + e^-,$$

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+. \tag{7}$$

Ezek hatáskeresztmetszete *Bethe* számítása szerint 1 MeV energiájú neutrinókra $\sim 10^{-44}$ cm^2. A hatáskeresztmetszet kis értéke miatt a folyamat hosszú ideig megfigyelhetetlen volt és csak 1956-ban sikerült. A kísérlet *Reines* és *Cowan*, valamint munkatársai nevéhez fűződik. Ez volt az első kísérlet, amely közvetlen bizonyítékot szolgáltatott a neutrinók létezéséről.

A gyenge kölcsönhatások paritássértő voltának felismerése 1956-ban a neutrinófizikában új szakasz kezdetét jelentette. A nagymértékben megindult elméleti és kísérleti vizsgálatok egész sora egyértelműen bizonyította a neutrinó és antineutrinó lényegesen különböző voltát. A *Salam*, *Landau*, *Lee* és *Yang* által egymástól függetlenül kidolgozott kétkomponensű neutrinóelmélet szerint a neutrinó spinje az impulzusával antiparalel, az antineutrinóé pedig párhuzamos. Eszerint az elmélet szerint — amely a paritássértést mutató kísérletekkel igen jól egyezik — a neutrinó nyugalmi tömege azonosan zérus: $m_\nu \equiv 0$. Ugyanis, ha $m_\nu \neq 0$ lenne, lehetne olyan megfigyelő, aki a neutrinónál nagyobb sebességgel haladna s így számára a neutrinó-impulzus ellenkező irányúra változna, amikor a megfigyelő túllépi a neutrinó sebességét. A spin iránya viszont változatlan maradna. A neutrinó eközben a természetben nem létező állapotba menne át. Ez az ellentmondás csak akkor nem lép fel, ha $m_\nu \equiv 0$, mert ilyen részecske a vákuumbeli fénysebességgel mozog és azt semmilyen megfigyelő nem lépheti túl. A kétkomponensű neutrinóelmélet szerint a neutrínó nyugalmi tömege tehát azonosan zérus.

A gyenge kölcsönhatások fizikájában ez időtájt igen komoly problémát jelentett, hogy az elmélet által várható egyes folyamatok nem fordulnak elő a természetben. Ilyenek pl.

$$\mu \rightarrow e + \gamma,$$

$$\mu^- + Z \rightarrow Z + e^-, \tag{8}$$

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + e^+ + e^-,$$

s.i.t.

Az elmélet szerves részét alkotó megmaradási tételek megengednék e folyamatok létezését. Érthetetlen volt, hogy akkor miért nem fordulnak mégsem elő. Ekkor vetődött fel az a gondolat, hogy a természetben esetleg nemcsak egyfajta neutrinó létezik, hanem kettő. Az egyik a müonnal, a másik az elektronnal van kapcsolatban. Pontosabban szólva: az

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \tag{9}$$

béta-bomlásban az ún. *el-neutrinó* antirészecskéje, a

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu \tag{10}$$

pion-bomlásban pedig az ún. *mü-neutrinó* keletkezik.

Ha kétfajta neutrinó létezik, akkor a (8) folyamatok tiltottak. Nézzük pl. a $\mu \rightarrow e + \gamma$ bomlást. A Fermi-féle elmélet szerint ez a folyamat

egyfajta neutrinóval a következőképpen mehetne végbe:

$$\begin{matrix}\text{gyenge k.} & & \text{elektromágneses k.} & & \text{gyenge k.}\\ \mu \longrightarrow e + \nu + \bar{\nu} & \longrightarrow & e + \gamma + \nu + \bar{\nu} & \longrightarrow & e + \gamma.\end{matrix} \tag{11}$$

Ez a gyenge kölcsönhatásban másodrendű folyamat. Ha két fajta neutrinó van a természetben és egyik a müonnal, másik az elektronnal társul, akkor (11) a következőképpen módosul:

$$\begin{matrix}\text{gyenge k.} & & \text{elektromágneses k.} & & \text{gyenge k.}\\ \mu \longrightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e & \longrightarrow & e + \gamma + \nu_\mu + \bar{\nu}_e & \not\longrightarrow & e + \gamma.\end{matrix} \tag{12}$$

A második gyenge folyamat nem következhet be, mivel ν_μ-t az elektron nem tudja befogni. Tehát a $\mu \to e + \gamma$ bomlás tiltott. Hasonlóképpen látható be a (8)-beli többi folyamatra is.

A második neutrinó létezésére célzó elgondolások után igen nagy érdeklődés nyilvánult meg világszerte a neutrinófizika iránt. E vizsgálatok között azok voltak a legjelentősebbek, amelyek a második neutrinó kísérleti kimutatására irányultak. A döntő kísérletet 1962-ben végezték el Brookhavenben, amely kétséget kizáróan igazolta, hogy kétfajta neutrinó létezik és $\nu_e \neq \nu_\mu$. Meg kell jegyezni, hogy a kísérlet alapgondolata *B. Pontecorvó*tól származik, aki azt 1959-ben javasolta a kievi nagyenergiájú fizikai konferencián. A brookhaveni kísérletben a neutrinókat a $\pi \to \mu + \nu_\mu$ bomlásból nyerték. A pionokat 15 GeV energiájú protonok keltették berillium céltárgyon ütközve. A keletkezett részecskenyalábot 13,5 m vastag vas leárnyékoláson vezették keresztül. Ez az erősen kölcsönható pionokat megkölcsönhatás, a müonokat pedig ionizációs veszteség révén abszorbeálta. A mű-neutrinó és az anyag kölcsönhatása a vas-árnyékolás mögé helyezett alumínium szikrakamrában, mint detektorban ment végbe. Ez a következő alapfolyamatokat váltja ki.:

$$\begin{aligned}\nu_\mu + n &\to p + \mu^-,\\ \bar{\nu}_\mu + p &\to n + \mu^+.\end{aligned} \tag{13}$$

Ha csak egyfajta neutrinó létezne, akkor végbe mennének a

$$\begin{aligned}\nu + n &\to p + e^-,\\ \bar{\nu} + p &\to n + e^+\end{aligned} \tag{13'}$$

folyamatok is. Ekkor egyforma gyakorisággal keletkeznének elektronok és müonok. Ha viszont $\nu_e \neq \nu_\mu$, akkor elektronok keletkezése nem várható. A kísérlet gondos analizálása azt mutatta, hogy a keletkezett töltött részek müonok. Ez tehát azt jelenti, hogy a természetben két fajta neutrinó létezik: ν_e az el-neutrinó, ν_μ a mü-neutrinó. Az 1962—64 között Brookhavenben és a CERN-ben elvégzett kísérletek az elsőnél sokkal nagyobb számú mérési adattal megerősítették a két neutrinó létezését igazoló első megfigyelést.

Még a mű-neutrinó kísérleti kimutatása előtt több elméleti munka foglalkozott a két neutrinó problematikájával. Felvetődött a kérdés, hogy milyen fizikai sajátságokkal rendelkezik a mü-neutrinó? Miben különbözik a két neutrinó egymástól?

A mű-neutrinóval — mint a müon-dublett semleges részecskéjével — én először 1959-ben, akadémiai doktori értekezésem utolsó fejezetében foglalkoztam, amikor az elemi részecskék lehetséges kölcsönhatásainak egy szimmetria-elvvel, az ún. tömegtükrözési transzformációval szembeni invarianciáját vizsgáltam. Megjegyzem, hogy az irodalomban először *Sakatá*nál szerepel a ν_μ, aki még 1943-ban gondolt egy semleges, zérus tömegű fermionra. Hazánkban először Marx György egyik dolgozatában fordul elő, amelyben a müon és az elektron közötti tömegkülönbséget értelmezi egy új középerős kölcsönhatás feltételezésével.

1960-ban kezdtem el foglalkozni azzal a kérdéssel, hogy milyen fizikai mennyiség különbözteti meg a két neutrinót egymástól. Arra a gondolatra jutottam, hogy esetleg létezik egy eddig ismeretlen kölcsönhatás, amelyben a müon-dublett résztvesz, de az elektron-dublett nem, és ez a kölcsönhatás végül is azt eredményezi, hogy a mü-neutrinó nyugalmi tömege zérustól különböző. Hogy e gondolatnak van-e reális magva, ahhoz először azt kellett megnézni, hogy a zérustól különböző mü-neutrinó-tömeg az eddigi kísérleti eredményekkel összeegyeztethető-e. A müon-bomlást találtam a legegyszerűbb olyan folyamatnak, amely elméletileg könnyen tárgyalható, mivel ebben erősen kölcsönható részek nem vesznek részt és így az ismeretlen erős kölcsönhatás nem okoz problémát. Megvizsgáltam a

$$\mu^- \to e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \tag{14}$$

müon-bomlás elektron-energiaspektrumát azzal a feltevéssel, hogy $m_{\nu_e} = 0$, de $m_{\nu_\mu} \neq 0$. A folyamatot kiváltó gyenge kölcsönhatásra a

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} \int \left(\bar{\psi}_e \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \psi_{\nu_e}\right) \left(\bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \psi_\mu\right) dV \tag{15}$$

kölcsönhatási Hamilton-operátort használtam, amely mint ismeretes, a gyenge kölcsönhatás $V - A$ csatolásának felel meg. A bomlás átmeneti valószínűségét az S-mátrix formalizmus alapján határoztam meg az ismert módon:

$$w = (2\pi)^4 |M|^2 \delta^4(p_f - p_i) \prod_{l=1}^{3} \frac{d\mathbf{k}_l}{(2\pi)^3}, \tag{16}$$

ahol

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}_e \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_{\bar{\nu}_e}\right) \left(\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\mu\right), \tag{17}$$

p_i a kezdeti, p_f a végállapotban levő részecskék négyesimpulzusa, $\mathbf{k}_l$ a végállapotbeli fermionok hármas-impulzusa, u_k $(k = e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \mu)$ a megfelelő fermionok egység-spinorjai. Az itt nem részletezendő számítás az elektron energiaspektrumára a következő eredményt adja:

$$w(E)dE = A\sqrt{E^2 - m_e^2}\,F^2\left\{K(E_0 - E) - \right.$$

$$\left. - \frac{FE_0}{3}[3(E_0 - E)^2 + E^2 - m_e^2]\right\}, \quad (18)$$

ahol

$$F = \frac{E_0^2 - 2E_0E + m_e^2 - m_{\nu_\mu}^2}{E_0^2 - 2E_0E + m_e^2},$$

$$K = E_0^2 - m_e^2 - m_{\nu_\mu}^2, \quad (19)$$

E az elektron energiája, E_0 a müon nyugalmi energiája. Mivel az energiaspektrum a nagyenergiás végén függ érzékenyen m_{ν_μ}-től, az $E \gg m_e$ határesetet vizsgáljuk. Ekkor

$$w(\varepsilon)d\varepsilon = A\,E_0^5\,I(\varepsilon)\,d\varepsilon, \quad (20)$$

ahol

$$I(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{4}\left[1 - \frac{2\varepsilon}{3} - \mu^2 - \frac{\mu^4}{(1-\varepsilon)^2} + \right.$$

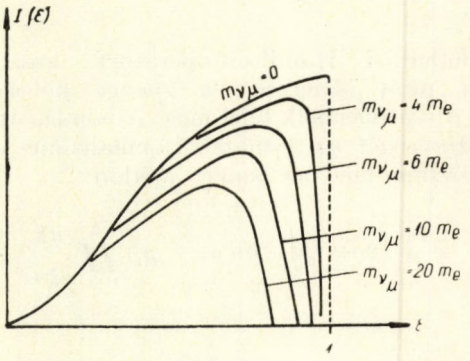
$$\left. + \frac{\mu^6}{(1-\varepsilon)^3}\left(1 - \frac{\varepsilon}{3}\right)\right], \quad (21)$$

$$\varepsilon = 2\frac{E}{E_0}, \qquad \mu = \frac{m_{\nu_\mu}}{E_0}. \quad (22)$$

A (20)-ban szereplő A együttható a csatolási állandót és más univerzális állandókat magába foglaló konstans. Az $I(\varepsilon)$ függvényt különböző m_{ν_μ} értékekre az alábbi görbék ábrázolják. Az elméleti görbéknek a mérési eredményekkel való összehasonlításából az látszik, hogy az

$$m_{\nu_\mu} < 10\,m_e$$

tömegérték nem mond ellene a tapasztalatnak. E vizsgálataimmal egyidőben *Bahcall* és *Curtis* is foglalkozott a problémával és ők az $m_{\nu_\mu} \sim 5m_e$ tömegértékre következtettek.



1. ábra

Abban a reményben, hogy m_{ν_μ}-re pontosabb felső korlátot kapok, megvizsgáltam más folyamatot is, nevezetesen a $\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e/\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ bomlási arányt. A pion-bomlás egy erős és egy gyenge kölcsönhatáson keresztül megy végbe:

$$\begin{matrix} & \text{erős k.} & & \text{gyenge k.} & \\ \pi^- & \longrightarrow & n + \bar{p} & \longrightarrow & e^-(\mu^-) + \bar{\nu}_e(\bar{\nu}_\mu). \end{matrix} \quad (23)$$

A $\pi \to e\bar{\nu}_e$ bomlás átmeneti valószínűségére jellemző M átmeneti mátrixelem:

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} A_\alpha(\bar{u}_e\,\gamma_\alpha\,(1 + \gamma_5)\,u_{\bar{\nu}_e}), \quad (24)$$

ahol A_α az axiálvektor áram átmeneti mátrixeleme a $|\,\pi>$ és a $|\,0>$ állapotok között. Mivel ugyanez az A_α szerepel a $\pi \to \mu\bar{\nu}_\mu$ átmeneti valószínűségben is, a bomlási arányból kiesik, és azért az

$$R\left(\frac{\pi \to e\bar{\nu}_e}{\pi \to \mu\bar{\nu}_\mu}\right) \quad (25)$$

arány az erős kölcsönhatás ismerete nélkül is pontosan kiszámítható. R kifejezése egyedül a bomlásban szereplő részecskék tömegeitől függ.

$$R\left(\frac{\pi \to e\bar{\nu}_e}{\pi \to \mu\bar{\nu}_\mu}\right) = R_0\,r, \quad (26)$$

ahol

$$R_0 = \frac{m_e^2}{m_\mu^2}\left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2 \quad (27)$$

az $m_{\nu_\mu} = 0$ esetre érvényes bomlási arány, és

$$r^{-1} = \left[1 + m_{\nu_\mu}^2 \frac{m_{\nu_\mu}^2 - 2m_\pi^2 - 2m_\mu^2}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2}\right]^{1/2} \times$$

$$\times\left[1 + m_{\nu_\mu}^2 \frac{2m_\mu^2 + m_\pi^2 - m_{\nu_\mu}^2}{m_\mu^2(m_\pi^2 - m_\mu^2)}\right]. \quad (28)$$

A tömegek legújabb értékeit beírva, adódik: az $m_{\nu_\mu}/m_e = 5 - 10$ értékekre $r \sim 1, R \sim R_0 = 1{,}282 \cdot 10^{-4}$.
Az $m_{\nu_\mu}/m_e = 20$ értékre $R = 1{,}32 \cdot 10^{-4}$ adódik. *Anderson* 1960-ban végzett mérései szerint: $R_{\text{exp}} = (1{,}21 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-4}$.

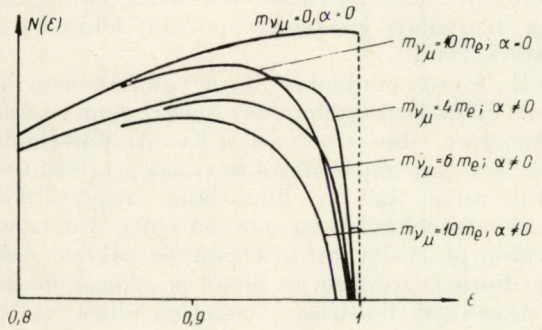
m_{ν_μ}/m_e	0	5	10	20
r	1	0,99996	1,00001	1,00259

2. ábra

Ezek a számítások is azt mutatják, hogy az $m_{\nu_\mu} \leq 10\,m_e$ érték még összefér a tapasztalattal.
Mivel a müon- és pion-bomlásban elektromosan töltött részek is szerepelnek, figyelembe kell ven-

nünk az elektromágneses térrel való kölcsönhatást is. Ez a kölcsönhatás korrekciót ad a fenti eredményekhez. Ezen ún. sugárzási korrekciók meghatározása a relativisztikus kvantumtérelmélet módszereivel történik. A számításokat véges müneutrinó tömeggel *Csikor* Ferenc végezte el szakdolgozatában mindkét bomlásra. A müon-bomlás elektronenergiaspektrumát a finomszerkezeti állandóban $\left(\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}\right)$ lineáris korrekció a spektrum nagyenergiás végén befolyásolja jelentősen, és pedig csökkenti.

A mért spektrummal való összehasonlításból az $m_{\nu_\mu} < 6\, m_e$ értékek látszanak valószínűnek.



3. ábra

A pion-bomlás bomlási arányához számított korrekciókat gyakorlatilag nem befolyásolja az m_{ν_μ} véges értéke. Így ebből nem adódott m_{ν_μ}-re pontosabb érték a korrekciók-nélküli felső korlátnál.

A mü-neutrino nyugalmi tömegének közelítő megbecslésére végzett vizsgálataink eredményeit összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a jelenlegi kísérleti adatokkal nincs ellentétben az a feltevésünk, hogy $m_{\nu_\mu} \neq 0$. Sőt, a müon-bomlás spektrumának nagyenergiás végén mutatkozó leesés határozottan amellett szól, hogy $m_{\nu_\mu} \neq 0$.

Mivel az elemi részek tömegeit a különféle terekkel való kölcsönhatásuk eredményezi, feltételezhető, hogy a mü-neutrinó véges nyugalmi tömegét valamilyen eddig ismeretlen kölcsönhatás okozza. Nagyon vonzónak látszik az a gondolat, hogy ebben az ismeretlen kölcsönhatásban nemcsak a mü-neutrinó, hanem a müon is résztvesz és ez eredményezi az $m_\mu - m_e \neq 0$ tömegkülönbséget is. Az utóbbi probléma magyarázatára már vezettek be korábban ilyen kölcsönhatásokat (pl. Marx Gy. és Nagy Kázmér), azonban ezekben m_{ν_μ}-t zérusnak vették. Érdemes lenne ezeket a vizsgálatokat kiterjeszteni az $m_{\nu_\mu} \neq 0$ értelmezésére is. Újabban *M. A. Markov* foglalkozik ilyen vizsgálatokkal, aki feltételezi, hogy a müon-dublett egy pszeudó-vektor térrel van kölcsönhatásban. E kölcsönhatást a

$$g \frac{\hbar}{mc} \gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x_\nu}$$

alakban veszi fel. A g csatolási állandó 10^{-6} — 10^{-7} értékű. Elképzelhető, hogy ez, vagy más hasonló kölcsönhatás a mü-neutrinó nyugalmi tömegén kívül a legújabb kozmikus neutrinós kísérletek eredményeit is értelmezni tudja.

A mü-neutrinó felfedezése az utóbbi években elért fizikai eredmények között az egyik legjelentősebb tudományos eredmény. Ha sikerül megtalálnunk azt a törvényt, amely helyesen írja le a többi elemi résszel való kölcsönhatását és amely számot ad annak minden fizikai sajátságáról, akkor kezünkben lesz annak az ajtónak a kulcsa, amely a neutrinófizika igen gazdag világát ma még elzárja előlünk.

Befejezésül összefoglalom a két neutrinó fizikai mennyiségeire vonatkozó jelenlegi ismereteinket:

	ν_e	ν_μ
tömeg	$< 200eV$	$< 3MeV$
töltés	$< 10^{-17}e$	$< 10^{-13}e$
mágneses momentum	$< 10^{-10}\mu_{\text{Bohr}}$	$< 10^{-10}\mu_{\text{Bohr}}$
$\sigma_{\nu N}$	10^{-44}cm^2; $E_\nu \sim 1\ MeV$	
	10^{-38}cm^2; $E_\nu \sim 1\ GeV$	10^{-38}cm^2; $E_{\nu_\mu} \sim 1\,GeV$.

Igen tisztelt Tudományos Akadémia! Megköszönöm azt a személyemet kitüntető bizalmat, amellyel levelező tagjai sorába beválasztott. Életem egyik legfőbb törekvésének azt tekintem hogy erre a magas kitüntetésre méltó legyek.

Engedjék meg, hogy székfoglalómat Eötvös Loránd azon szavaival zárjam, amelyeket hasonló alkalomból mondott a Magyar Tudományos Akadémia III. Osztálya előtt: „Érdemtelenségem érzete sokáig visszatartott abban, hogy e tudományos testületben széket foglaljak; mert ámbár megválasztásom óta többször voltam szerencsés e helyen értekezhetni, székfoglalóul valami késszel, egy kikerekített egésszel kívántam volna fellépni. De az idő múlt s az idővel én is idősebb lettem, napról-napra meggyőződve arról, hogy a tudományban készek sohasem leszünk. Kérem ezért a tisztelt Akadémiát, legyen elnéző most is, midőn e zöld asztal előtt széket foglalva, arra csak töredéket hozhattam."

Nagy Károly
Eötvös Loránd Tudományegyetem,
Elméleti Fizikai Tanszéke,
Budapest

A csoportelmélet és a szimmetriafizikus*

1. Bevezetés

A kvantumelmélet művelői sohasem kételkedtek abban, hogy a csoportelméletet külön a fizikai alkalmazások céljára találták fel. Egy öntelt és hálátlan kisebbség, nem érve be ennyivel, még a feltaláló érdemét is a fizikusok számára igényli. Természetesen ez az igény a múltat illetően képtelen, felelőtlen és teljesen alaptalan. Ami azonban a jövőt illeti, meglehet, hogy az ilyen kijelentésre több alap lesz majd. Napjainkban a matematikai kutatás első vonalai a nem-kompakt csoportok elméletének területén fekszenek. Úgy esett, hogy az elmúlt év folyamán a szimmetriafizika kezdte felismerni a nem-kompakt csoportok gyümölcsöző alkalmazásának lehetőségét a részecskefizikában. A fizikusnak újabb eredményekre van szüksége. Nem számítva az illetékes csoportelméleti szakember azonnali érdeklődésére, a fizikus kétségkívül számos sejtést kockáztat meg, s munkájában felhasználja azokat. Nagyon remélem, hogy ezek nem valamennyien fognak végül is tévesnek bizonyulni.

Ebben az előadásban a csoportelméleti módszer néhány legújabb sikeréről szeretnék beszélni, melyeket az ún. elemi részek osztályozása terén értek el. Röviden vázolni fogom a nem-kompakt csoportok ábrázoláselméletének néhány speciális problémáját, melyekkel kapcsolatban a fizikus szívesen látna előrehaladást. Hadd jelentsem ki kellő alázattal: valamely matematikai diszciplina alkalmazása esetében a lényeges pontot nem mindig azok a megismerések képezik, amelyeket a fizikus előre képes megjelölni. Ezeknél fontosabbak lehetnek azok a felismerések, amelyekről jelenleg fogalmunk sincs, és amelyekre csak akkor sikerülhet majd eljutnunk, ha már a teljes elmélet rendelkezésre áll.

Az első kérdés, mely felmerül, a következő: Miért játszott a csoportelmélet oly fontos, oly mélyreható szerepet a kvantummechanika fejlődésében, szemben — mondjuk — a klasszikus mechanikával? Ennek okát *Yang* és *Wigner* fejtette ki; az az elmélet egy alapvető tulajdonságával kapcsolatos. A kvantummechanika azon alapvető posztulátumának köszönhető ez, amely szerint valamely fizikai rendszer kvantumállapotai *lineáris sokaságot* alkotnak.

Abból a célból, hogy ezt megvilágítsuk, vegyük szemügyre a térbeli elforgatások csoportját, az O(3) forgáscsoportot. A fizika története folyamán mindenkor kiindulópontként szolgált a feltevés, mely szerint a fizika törvényei térbeli elforgatáskor változatlanok maradnak. Végső soron ez egy empirikus posztulátum, melynek helyessége a következményein keresztül ellenőrizhető. Ezt a posztulátumot a klasszikus fizikában oly módon építjük be, hogy előírjuk: bármily mozgásegyenletet írjunk is fel, az maradjon változatlan az elforgatásokkal szemben. Ez a posztulátum — meglehetősen szubtilis módon — az impulzusmomentum megmaradásának törvényéhez vezet el. Ha azonban naiv módon alkalmazzuk ezt a forgásinvarianciát a klasszikus trajektóriákra — például a bolygók pályáira —, úgy az csupán annyit mond, hogy valamely adott pályából kiindulva, elforgatással más fizikailag lehetséges pályák létére következtethetünk.

Ez fontos eredmény, de egyáltalán nem bizonyul különösen gyümölcsözőnek; nem nyújt új felismerést. Más a helyzet a kvantummechanikában. A kvantumpályákról ugyanaz a kijelentés tehető, mint fent a klasszikus trajektóriákról. A kvantumelméletben azonban ott van még a további posztulátum: a lehetséges pályák összessége *lineáris sokaság*, és ebből a sokaságból kiválasztható egy lineárisan független teljes rendszer, melynek segítségével bármely pálya lineárisan kifejezhető; azaz

$$|\Psi> = \sum_j a_j |\Psi_j> .$$

A g elforgatásához rendelt forgásoperátort jelölje $U(g)$. Ha $|\Psi>$ egy lehetséges pálya, úgy $|\Psi'> = U(g)|\Psi>$ ugyancsak az. Legyen speciálisan $|\Psi> = |\Psi_i>$. A teljességet felhasználva írható:

$$U(g)|\Psi_i> = \sum_j \alpha_{ij} |\Psi_j> .$$

Az α_{ij}-k nyilvánvalóan a g elforgatások csoportjának egy *ábrázolását* szolgáltatják. A kvantumelmélet e posztulátuma folyományaképpen, mely szerint a pályák lineáris sokaságot képeznek, *azon nyomban egy a klasszikus mechanika szintjén nem sejtett, ismeretlen és gazdag szintre bukkanunk, hol a csoportok ábrázolásainak matematikai elméletével találjuk magunkat szemben.*

Haladjunk e kérdés vizsgálatában tovább. A kvantumelméletben csak *unitér* ábrázolásokkal van dolgunk. Ez összefügg a kvantummechanikai méréselmélettel. Itt nem megyünk bele a fizikai méréselmélet részleteibe, de a továbbiakat illetően elfogadjuk, hogy mindenkor unitér ábrázolásokkal foglalkozunk. Valamely infinitezimális unitér forgásoperátort az

$$U(g) \approx 1 + i\varepsilon_j J_j \qquad (j = 1, 2, 3)$$

alakban írunk fel. Az J_i hermitikus ($J_i = J_i^+$) operátorok felcserélési összefüggéseinek megszokott alakja:

$$[J_i, J_j] = i\varepsilon_{ijk} J_k ;$$

$\mathbf{J}^2 = J_1^2 + J_2^2 + J_3^2$ a Casimir-invariáns, mely mindhárom J_i-vel kommutál. Jól ismert, hogy a kompakt O(3) csoportnak véges-dimenziós, két-

* A Londoni Matematikai Társaság centenáris ülésén, 1965. július 14-én elhangzott előadás. Köszönet illeti *Abdus Salam* professzort azért, hogy előadásának szövegét a Fizikai Szemle szerkesztőségének elküldte és hozzájárult annak magyar nyelvű közléséhez.

értékű, unitér ábrázolásai vannak. Az állapotokat két szám jellemzi, j és j_3:

$$\mathbf{J}^2 \,|j, j_3> = j(j+1)\,|j, j_3> ,$$

$$J_3\,|j, j_3> = j_3\,|j, j_3> ;$$

j egész vagy feles értéket vehet fel: $j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots$; j_3 pedig $+j$-től $-j$-ig fut. A térbeli forgásinvariancia posztulátuma, kiegészítve a $|\Psi_i>$ állapotok alaprendszerének teljességével, lehetővé teszi, hogy megállapítsuk: bármely kvantummechanikai rendszer fizikai állapottere (Hilbert-tere) diszkrét alaprendszerrel realizálható. Az állapotteret mint az O(3) forgáscsoport irreducibilis unitér ábrázolásainak direkt összegét nyerjük:

$$|H> = \ldots \oplus |j, j_3> \oplus \ldots .$$

A csoportelméleti leírás, ha úgy tetszik, lényeges részévé vált a kvantumelmélet *„kinematikai"* szerkezetének. A j *kvantumszámot* a $|j, j_3>$ tiszta állapot teljes impulzusmomentumának — spinjének — nevezik (az egység a $\hbar$ Planck-állandó); j_3 a spin z-komponense. Mind j_3, mind j kvantált; mindkettő egész vagy feles. Mint valamennyien tudjuk, a kvantummechanika lényege: a fizikai mennyiségek diszkrét jellege. A csoportok ábrázolásainak elméletével fennálló kapcsolat önmagától biztosítja j és j_3 kvantáltságát.

Rögzítsük a következőkben használt kifejezéseket. A j és $-j \leq j_3 \leq j$ kvantumszámokkal jellemzett $2j + 1$ számú

$$|j, j>, \quad |j, j-1>, \ldots, |j, -j>$$

állapot (vektor) összességét az O(3) csoport $2j + 1$ dimenziós ábrázolásának *megfelelő*, $2j + 1$-szeres multiplettnek mondjuk. Egy-egy részecskemultiplett közvetlen kapcsolatban áll a csoport adott irreducibilis ábrázolásának megfelelő, független vektorok alkotta alaprendszerrel. A későbbiekben szembekerülünk majd a megfordított feladattal: a multiplett adott dimenziójához s az adott állapotokat jellemző, megadott kvantumszámokhoz kell majd megtalálnunk az alapul szolgáló invarianciacsoportot. Napjainkban a részecskefizikában a kísérleti fizikusnak az a feladata, hogy egyre több részecskét, mind több rezonanciát soroljon multiplettekbe (e multiplettek mindegyikét — úgy sejtjük — valamely Casimir-invariáns értéke jellemzi). A szimmetriafizikus pedig azzal a feladattal került szembe, hogy meghatározza, melyik a jelenség mélyén rejtőző dinamika számára lehetséges szimmetriacsoport. Mihelyt a csoportot megismertük, a megmaradási tételek, melyek — hasonlóan az impulzusmomentum-megmaradáshoz — burkoltan benne foglaltatnak az invarianciaposztulátumban, a tapasztalati mennyiségekre vonatkozó új és ellenőrizhető összefüggések egész seregét szolgáltatják.

2. *A részecskék „kinematikai" osztályozása*
Belső szimmetriák

Fent tárgyaltuk valamely nyugvó rendszer spinjének kvantálását, alapul véve az O(3) kompakt csoportot. Az a természetesség, amellyel a csoportok ábrázoláselmélete biztosítja a fizikai mennyiségek diszkrét jellegét, és elvezet a multiplett-szerkezethez, elénk vetíti a részecskefizika minden fajta jövendő osztályozási szkémájának modelljét. Ahhoz, hogy mindezt megvilágítsam, röviden át kell tekintenem a tárgykörrel kapcsolatos kísérleti szituációt, amint annak fejlődése 1926-tól kezdődően nyomonkövethető.

1926 körül a fizika két ún. elemi részecskét ismert: a protont és az elektront. Ezek parányi anyagdarabkák; a proton tömege mintegy 10^{-24} gramm, az elektron pedig kb 2 000-szer könnyebb. Mindkettő elektromosan töltött; a proton töltése pozitív, az elektroné negatív. Az „elemi" szó arra utalt, hogy úgy vélték (tévesen): minden fajta anyag — mind a 92 atom — pusztán e két objektumból épül fel.

A protonok és az elektronok nem egészen egyszerű anyagdarabkák; mindkét részecske sajátimpulzusmomentummal (spinnel) rendelkezik. A csoportelmélet szemszögéből ez azt jelenti, hogy e részecskék az O(3) csoport spinor-ábrázolásának felelnek meg $\left(j = \frac{1}{2}, j_3 = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$. A korábban használt elnevezéssel élve mondhatjuk: a proton (vagy az elektron) kétszeres ($2j + 1 = 2$) multiplettet képez. A proton számára lehetséges két állapot

$$|j = \frac{1}{2}, \; j_3 = +\frac{1}{2}> \text{ és } |j = \frac{1}{2}, j_3 = -\frac{1}{2}> ;$$

ezeket a fizikusok balra, ill. jobbra polározott állapotnak is nevezik.

Ami meglepő volt ezzel a két részecskével kapcsolatban — s mindmáig az is maradt —, az elektromos töltésük abszolútértékének számszerű egyezése. Az elektron és a proton tömege annyira különböző. Az elektromos töltés azonban — úgy látszik — hasonlóan az impulzusmomentumhoz, kvantált; nevezetesen: értéke egyetlen alapvető egység egész számú többszöröse lehet csak. Ez igen titokzatos tény, természetleírásukba azonban ezt be kell építenünk.

A spin kvantáltságának megértéséhez vezető csoportelméleti elgondolások sikere nyomán világosan kirajzolódtak előttünk a töltés-kvantálás csoportelméleti *leírásának* körvonalai. A kétdimenziós forgáscsoport ábrázolásait, amint az jól ismeretes, pozitív vagy negatív egész számok jellemzik. Tegyük fel, hogy létezik egy kétdimenziós „belső" tér — nevezzük ezt „töltéstér"-nek — és tegyük fel, hogy valamennyi mozgásegyenlet invariáns az ebben a térben végrehajtott elforgatásokkal szemben. Ez a forgásinvariancia kvantummechanika korábban vázolt posztulátumaival kombinálva maga után vonja mind a töltés kvantált-

ságát, mind pedig a töltésmegmaradást. Az összkép ugyanaz, mint a háromdimenziós forgáscsoport esetében; az érvelés logikája azonos az ott alkalmazottal. Az eltérés abban áll, hogy a háromdimenziós fizikai térrel ellentétben a „töltéstér" két új dimenziójának nyilvánvalóan nincs közvetlen jelentése. E tér alkalmas megjelölésként a „belső tér" nevet kapta; meglehet hogy ez a protonok és elektronok valamiféle belső szerkezetével kapcsolatos. De mégsem volt bátorsága senkinek sem, hogy ténylegesen felírja az egyenleteket, melyekben explicite jelentkeznék a függés e tér koordinátáitól. Másként szólva, a térbeli elforgatások esetében a forgáscsoport maga is fizikai jelentéssel rendelkezik, s nem csupán a J_1, J_2, J_3 infinitezimális generátorok; ami a belső teret illeti, ott csak az infinitezimális generátorok algebrája és sajátértékei azok, amelyeknek fizikai értelmük van. A belső szimmetriákkal dolgozó fizikus a csoportnak nem veszi hasznát; kiterjedten alkalmazza azonban annak algebráját.

Egészen 1932-ig az elemi részecskék egyetlen ismert „belső" jellemzője éppen ez az egy kvantált mennyiség volt: az elektromos töltés. Fordulatot eredményezett, amikor *Chadwick* 1932-ben felfedezte a neutront. A neutron volt a harmadik „elemi részecske"; tömege csaknem olyan nagy mint a protoné, de elektromos töltése nincsen. A proton és az elektron, ha egymás közelébe kerülnek, a klasszikus elektrosztatikus erőtér közvetítésével vonzzák egymást. A proton-neutron rendszer esetében az elektromos erőnek természetesen nincs szerepe, minthogy a neutron semleges. Két neutron, vagy egy proton és egy neutron között mindazonáltal erős vonzás jelentkezik, ha azok egymást szorosan megközelítik. Itt nyilvánvalóan egy új természeti erő nyilatkozik meg. A távolság megfelelő értékei mellett tapasztalatilag azt találták, hogy ennek erőssége az elektromos erőkét legalább százszorosan felülmúlja. Eszerint igen jó közelítésben — abban a közelítésben, amelyben az elektromos erők elhanyagolhatók a magerőkhöz képest — a proton és a neutron egyetlen részecske, az ún. nukleon két állapotának tekinthető.

Az előzőkben már találkoztunk olyan esettel, hogy valamely részecske két különböző (polarizációs) állapotban fordulhat elő. Láttuk, hogy valamely $\frac{1}{2}$ spinű részecske (elektron vagy proton) két polarizációs állapottal rendelkezik:

$$|j = \frac{1}{2},\ j_3 = \frac{1}{2}> \text{ és } |j = \frac{1}{2},\ j_3 = -\frac{1}{2}>.$$

Ismét kieszelhetünk egy új „belső" teret — ezúttal háromdimenzióst — és bevezethetünk három infinitezimális generátort: I_1, I_2, I_3, melyek az

$$[I_i, I_j] = i\,\varepsilon_{ijk} I_k$$

felcserélési összefüggéseknek tesznek eleget. Ennek az új csoportnak a spinor-ábrázolása azonosítható a nukleonnal. Ez a javaslat *Kemmer*től, *Heisenberg*től, *Breit*től származik (1934—38). Az új „belső tér" az „izotóp-tér" nevet kapta; a magok, melyek nukleonokból épülnek fel, multipletteket képeznek, melyek az izotóp-forgáscsoport irreducibilis ábrázolásainak felelnek meg. Minden magnak izotópspin tulajdonítható, természetesen a közönséges spinen kívül, melyet a következőkben Poincaréspinnek fogok nevezni.

A fejlődés következő állomását a részecskefizikában *Yukawa* elgondolásai jelentették. *Yukawa* felidézte, hogy a gyorsuló elektromos töltések elektromágneses sugárzást bocsátanak ki, összhangban a Maxwell-egyenletekkel. Az elektromágneses erő kvantumos megnyilvánulása a foton. *Yukawa* felvetette a kérdést: mi a foton analogonja a magerő esetében? Milyen fajta sugárzást bocsátanak ki a gyorsuló nukleonok? *Yukawa* kimondotta a feltevést: a természetben előfordulnak a fotonhoz hasonló részecskék, az ún. mezonok, melyek tömege az elektroné s a nukleonoké közé esik, és amelyeket gyorsuló nukleonok emittálnak. A csoportelmélet szemszögéből tekintve e részecskék — amennyiben léteznek — ugyancsak az izotóp-csoport irreducibilis ábrázolásainak felelnek meg. Továbbá ha ezeket — hasonlóan fotonokhoz — egyesével bocsátják ki a nukleonok, úgy az izotóp-spin megmaradása megkívánja, hogy azok I-spinje egész, ne pedig feles legyen.

Yukawa ezeket az elgondolásait 1935-ben fejtette ki. Elgondolásai meggyőzőek voltak; az ezen részecskék után folyó kutatást megszakította a háború, de nem sokkal annak befejezése után, 1947-ben *F. C. Powell* professzor bejelentette a Yukawa-részecskék, az ún. „pionok" felfedezését. Kitűnt, hogy három pion van, melyek az izospin $I = 1$ értékének felelnek meg:

$$\pi^+ \to |I = 1,\ I_3 = 1>,$$

$$\pi^0 \to |I = 1,\ I_3 = 0>,$$

$$\pi^- \to |I = 1,\ I_3 = 1>.$$

E részecskék J Poincaré-spinjét zérusnak találták; a pionok a nukleonokkal ellentétben, spintelenek. Összefoglalva: a megerőkkel kapcsolatos részecskék (emlékeztetünk arra, hogy az elektron nem ilyen részecske) osztályozását szolgáló rendszer három jellemző felhasználásával építhető fel:

(1) „Külső" jellemző a J Poincaré-spin [csoport: O(3)];
(2) két „belső" jellemző:
  (a) izotóp-spin [csoport: O′(3)],
  (b) elektromos töltés [csoport: O″(2)].

Az izotóp-spinnel kapcsolatos belső szimmetria nem egzakt; csak akkor volna egzakt, ha az elektromágneses erőket — a magerők mellett — figyelmen kívül hagynánk. Jegyezzük fel a következő lineáris összefüggést:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} \quad \text{nukleonokra},$$

$$= I_3 \quad \text{mezonokra}.$$

A következőkben találkozni fogunk azzal az általános összefüggéssel, amelynek a fentiek speciális eseteit képezik; nyilvánvaló, hogy az ilyen fajta összefüggés kapcsolatot fejez ki az $O''(2)$ töltéstér és az $O'(3)$ izotóp-tér között.

További kísérleti felfedezések következtek 1947 után is. Az új objektumok egész seregét fedezték fel; különféle tömeggel, töltéssel, Poincaré-spinnel és izotóp-spinnel rendelkező részecskéket. A legmerészebb képzelettel sem nevezhetők többé ezek „elemi részek"-nek. De akár egyszerűbb objektumokból épülnek fel ezek, akár nem, kvantumelméleti leírást kellett számukra találni. A helyzet 1964. januárjában a következőképpen festett:

Türelmes és ernyedetlen kísérleti munka eredményeképpen, melyet mind a kozmikus sugárzás területén, mind a CERN, Brookhaven, Berkeley és más centrumok óriás gyorsítóival folytattak, az újonnan felfedezett részecskéket a következő multiplettekbe lehetett besorolni:

(1) 8 részecske $\frac{1}{2}$ Poincaré-spinnel (nukleon-család),

(2) 9 részecske $\frac{3}{2}$ Poincaré-spinnel (gerjesztett nukleonok),

(3) 8 mezon 0 Poincaré-spinnel,

(4) 9 gerjesztett mezon 1 Poincaré-spinnel.

Szükségtelen, hogy e multipletteket illetően részletekbe bocsátkozzam; így teljesen szükségtelen, hogy a multiplett-komponensek nomenklatúráját stb. részletezzem. Van azonban a multipletteknek egy közös vonásuk, melyet meg kell világítanom; evégből a 8 részecskét magában egyesítő nukleon-multiplettre fogok hivatkozni, mely a következő „komponensek"-ből áll:

1. táblázat

	I	I_3	Q	$Y = 2(Q-I_3)$
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
n		$-\frac{1}{2}$	0	1
Λ^0	0	0	0	0
Σ^+	1	1	1	0
Σ^0		0	0	0
Σ^-		-1	-1	0
Ξ^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
Ξ^-		$-\frac{1}{2}$	-1	-1

Ez a 8 tagú részecske-család — melynek tagjai közel egyenlő tömeggel s valamennyien ugyanakkora Poincaré-spinnel rendelkeznek — négy izotóp-multiplettből áll: (p, n), (Λ), $(\Sigma^+\Sigma^0, \Sigma^-)$ és (Ξ^0, Ξ^-). Egy-egy izotóp-multipletten belül a tapasztalat szerint az Y $[= 2(Q - I_3)]$ kvantumszám — az ún. hipertöltés — ugyanazon egészszámú értéket veszi fel. Ha tekintetünket I_3-ra és Y-ra függesztjük, nyilvánvalónak látszik, hogy kell léteznie egy magasabb szimmetriacsoportnak, egy magasabb invarianciának; meglehet, egy 2 rangú csoportról van szó, minthogy (legalább) két szimultán diagonalizálható operátorral állunk szemben (I_3 és Y). Az, hogy a magkölcsönhatások fizikájában szerepe van valamiféle magasabb szimmetriának már, korán (1956—57 körül) világossá vált. Az, hogy az előrehaladás útja: szisztematikus kutatás egy 2 rangú kompakt csoport után, csak igen halványan derengett 1961 előtt. Az előrehaladás terén a legfőbb bizonytalanság természetesen mindig kísérleti eredetű volt. Könnyedén jelentem ki: azt találták, hogy a nukleon-család 8 tagból áll, melyek valamennyien $\frac{1}{2}$ Poincaré-spinnel rendelkeznek, közöltem mindegyik részecske I izotóp-spinjének és Y hipertöltésének értékét, mintha minden kísérletileg megfigyelt objektum címkét viselne magán, melyről leolvashatnánk annak jellemző adatait. A való életben a dolgok sohasem festenek így; pl. mind a mai napig csupán 95% biztonsággal állíthatjuk, hogy a Ξ^0 és a Ξ^+ részecske Poincaré-spinje $\frac{1}{2}$-del egyenlő. Csak egyetlen kísérlet van, mit egy részecskefizikus elvégezhet: az egyik részecskefajtát szórhatja a másikon, megszámlálva az ütközéskor adott irányba kirepülő részecskéket; így törekszik meghatározni a különféle végtermékek spinjét, izotóp-spinjét stb. Ahhoz hasonlít ez, mintha egy sötét szobában öntözőcsővel játszadoznánk, a vízsugarat egy szoborra irányítva, és összegyűjtve a szoborról visszafröccsenő vizet. Méltányolni fogjuk a kísérleti fizikus fáradozásait, ha gondolatban kitűzzük a feladatot: leirandók a szobor vonásai egyedül a felületének egy-egy négyzetcentiméteréről visszafröccsenő víz mennyiségének mérése alapján.

Térjünk vissza az osztályozás problémájához. Összesen négy, 2 rangú félegyszerű Lie-csoport van: A_2, B_2, C_2 és G_2. A leginkább félrevezető az a klasszikus fizika korára visszanyúló hagyomány volt, mely a felhasználandó csoportok körét a forgáscsoportokra [mint O(2), O(3)] korlátozta. Meglehet, hogy ez igen banálisan hangzik, de az egyik jelentős frontáttörést az a felismerés eredményezte, hogy miután a szóbanforgó csoportoknak kétértékű ábrázolásai is felhasználásra kerültek, O(3) és $A_1 \approx U(2)$ izomorfiáját kihasználva a belső szimmetriák problémája a következőképpen fogalmazható meg:

Az I izotóp-spinnek feleljen meg az U(2) csoport,

az Y hipertöltéshez tartozzék az U(1) csoport;

megkeresendő az a 2 rangú csoport, melynek mind U(2), mind U(1) alcsoportja, és amelynek van 8 dimenziós ábrázolása, az 1. táblázatban összefoglalt jellemzőkkel rendelkező független (alap-) vektorokkal.

Hadd hangsúlyozzam újra, hogy a kutató fizikus a problémát ilyen alakban a felfedezés

előtt sohasem, csupán utána fogalmazhatja meg. Oly sok fenntartás és habozás játszik abba bele, annyi mindenben kell vakon bízni, és ami a legnehezebb, annyi mindent kell figyelmen kívül hagyni. De éppen ez — ne feledjük — adja meg a felfedezés örömét a fizikában.

A problémának, amint azt fent megfogalmaztuk, egy megoldása van; a magasabb szimmetriacsoport csak $A_2 \approx U(3)$ lehet; ezt a megoldást elsőként *Ohnuki*, *Ogawa* és *Sawada* japán fizikusok javasolták 1959-ben. Az U(3) szimmetria az „unitér szimmetria" nevet kapta. Sajnos e japán szerzők helytelenül végezték el e részecskék fizikai azonosítását; a csoportnak azok az ábrázolásai, amelyekre az ő választásuk esett, nem reprodukálták az 1. táblázatot. Az elmélet későbbi változata, melyet 1961-ben egyidejűleg és egymástól függetlenül dolgozott ki *M. Gell-Mann* Kaliforniában, valamint *Y. Ne'eman*, ki az Imperial College-ben végezte kutatásait, inkább összhangban állt a tényekkel.

Ez bátorító volt, de nem eléggé. A nyolc tagú nukleon-multiplett mellett ott volt a további kilenc gerjesztett nukleonból álló multiplett a következő jellemzőkkel:

2. táblázat

	I	Y
N^{*++}, N^{*+}, N^{*0}, N^{*-}	$\frac{3}{2}$	1
Y^{*+}, Y^{*0}, Y^{*-}	1	0
Ξ^{*0}, Ξ^{*-}	$\frac{1}{2}$	-1

Az U(3) csoportnak mármost nincs 9 dimenziós irreducibilis ábrázolása; a „legközelebb" eső ábrázolás, melynek $U(2) \times U(1)$ felbontása az I_3 és Y generátorok sajátértékeire a 2. táblázatban közölt értékeket szolgáltatná, 10 objektumot foglal magában. Egy döntő jelentőségű részecske hiányzott; e részecskére a szóbanforgó ábrázolás csoportelméleti szerkezetéből $I = 0$, $Y = -2$ adódott. A $Q = I_3 + \frac{1}{2} Y$ tapasztalati képlet a -1 elektromos töltést szolgáltatja. E részecske *in absentia* az Ω^- nevet kapta. Az U(3) szimmetria sorsa ennek a részecskének a felfedezésétől függött.

Ez volt a helyzet, mint említettem, 1964 januárjában. Ugyanez év februárjában a buborékkamra-felvételek millióinak átvizsgálása folyamán két Ω^--t fedeztek fel Brookhavenben. E részecskék keletkezése és bomlása igen látványos; az a tény, hogy a részecskéből mindössze két példány ismeretes, igen értékessé tette a felvételeket. Az U(3) magasabb szimmetrián alapuló szkéma teljes igazolást nyert; az U(2) „izotópspin" csoport általánosításaként előállt az U(3) „unitér-spin" csoport, mint a magerők magasabb rendű, átfogóbb szimmetriacsoportja.

Mindezt csakhamar követte a fejlődés újabb hulláma, 1964. szeptemberében. Ez még látványosabb volt. A fejlődés e fokán összesen négy teljes multiplett volt ismeretes:

3. táblázat

N (nukleonok) $J = \frac{1}{2}$, a részecskék száma 8

N^* (gerjesztett nukleonok) $J = \frac{3}{2}$, a részecskék száma 10

M (mezonok) $J = 0$, a részecskék száma 8

M^* (gerjesztett mezonok) $J = 1$, a részecskék száma 9

A kvantumszámok két fajtába sorolhatók:
(1) Külső, Poincaré-spin; a csoport: $O(3) \approx U(2)$.
(2) Belső, izotóp-spin és hipertöltés; a csoport: U(3).
Amikor megszámláltuk a részecskéket valamely belső, U(3) multiplettben, nem vettük tekintetbe a polarizációs (spin-) állapotokat, a spin-multiplicitást. Ha az egyes Poincaré-spinállapotokat különbözőnek tekintjük, a leszámlálás eképpen történik:

4. táblázat

N (nukleonok) $J = \frac{1}{2}$, $8 \times (2J + 1) = 16$ részecske-állapot

N^* (gerjesztett nukleonok) $J = \frac{3}{2}$, $10 \times (2J + 1) = 40$ részecske-állapot

---

M (mezonok) $J = 0$, $8 \times (2J + 1) = 8$ részecske-állapot

M^* (gerjesztett mezonok) $J = 1$, $9 \times (2J + 1) = 27$ részecske-állapot

A kérdés 1964 szeptemberében vetődött fel: Talán jelen van a természetben egy az U(3)-nál magasabbrendű szimmetria, mely magában foglalja mind a „külső" Poincaré-spint, mind a „belső" unitér-spint, és amelyek egyetlen multiplettjeként jelenik meg valamennyi nukleon, azok is, amelyeket gerjesztetteknek neveztünk, s azok is, amelyek nem gerjesztettek; a mezonok esetében talán ugyanez lehetséges. Lehetséges „eltörölni" a külső és belső szimmetriák között mutatkozó különbséget? Ki lehet eszelni egy olyan szimmetriacsoportot, melynek U(3) és U(2) egyaránt alcsoportja? Nyilvánvaló jelöltként U(6) kínálkozott. Ezt a lehetőséget 1964. szeptemberében *F. Gürsey*, *L. Radicati* és *B. Sakita* próbálta ki. Az U(6) csoport irreducibilis ábrázolásai között van egy $35 = 8 + 27$ és egy $56 = 16 + 40$ dimenziós. Ezek éppen a fent közölt különböző részecskeállapotok számát szolgálják. Első pillantásra úgy látszik tehát: U(6) lehet a magkölcsönhatásoknak az a még magasabb szimmetriája, amelyet kerestünk.

Az U(6) szimmetria jelentősége a következőkben áll: ha esetleg további részecskéket fedeznek fel kísérletileg, úgy várható, hogy azok az U(6)

csoport magasabb ábrázolásainak felelnek meg. Úgy látszik, hogy a kulcs-szimmetriát felfedezték; az U(6) kompakt csoport összekapcsolja a külső és belső spin-jellemzőket.

3. Dinimikai megfontolások, nem-kompakt csoportok

Eddig minden rendben volna; történt előrehaladás, de hol marad a dinamika? Miképpen érthető meg a „külső" Poincaré- és a „belső" unitérspin összeolvasztása? De mielőtt teljes mélységében áttekinteténk e problémát, a spinnel kapcsolatos gyakorlati kérdéseket kell megvilágítanunk.

Az előbbiekben a Poincaré-spin elméletét a háromdimenziós forgáscsoportból kiindulva ismertettem. Ez megfelelő nyugvó rendszer esetén, de ha a rendszer mozgásban van, a relativisztikus kinematikát kell használnunk. Tekintetbe kell vennünk a téridőbeli elforgatásokkal szemben mutatott invarianciát, megfontolásainkba be kell vonnunk a Lorentz-csoportot.

A Lorentz-csoport nem-kompakt csoport. Minden unitér ábrázolása végtelendimenziós. A spinnel rendelkező részecskék véges multiplettjeinek leírására végesdimenziós ábrázolásokat kellene használnunk.

E zavarbaejtő dilemma Dirac—Wigner-féle megoldása jól ismert. Csoportelméleti vonatkozásban *Wigner* volt az első, aki felismerte, hogy a spin-ábrázolásokkal kapcsolatban nem a homogén Lorentz-csoport a lényeges; jelentősége az inhomogén csoporttal — az ún. Poincaré-csoporttal, mely a 6 elforgatáson kívül tartalmaz 4 eltolást — szemben mutatott invarianciának van. *Wigner* volt az első, aki 1939-ben az Annals of Mathematics lapjain megjelent klasszikus dolgozatában tanulmány tárgyává tette a Poincaré-csoport unitér ábrázolásait. Amint az jól ismert, ez volt a kezdete az indukált ábrázolások elméletének.

Wigner meg tudta mutatni: lehet definiálni unitér normát a homogén Lorentz-csoport végesdimenziós ábrázolásai számára, feltéve, hogy a négy eltolást kellő módon tekintetbe vesszük. Az inhomogén Lorentz-csoport részecskeszerű ábrázolásai esetében — vagyis azon ábrázolásokra, amelyekre a $P_\mu^2 = P_0^2 - P_1^2 - P_2^2 - P_3^2$ Casimir-invariáns sajátértéke, pozitív — a második Casimir-invariáns, a

$$(J_{\alpha\beta})^2 - \frac{(P_\alpha J_{\alpha\beta})^2}{(P_\alpha)^2}$$

operátor, a szóbanforgó részecskék nyugalmi rendszerében az O(3) csoport $J_1^2 + J_2^2 + J_3^2$ invariánsát szolgáltatja, mellyel már korábban találkoztunk. *Dirac* — természetesen — kitűnő fizikai intuiciójával a Poincaré-csoport pontosan ilyen ábrázolását generálta 1928-ban, felhasználva elektronegyenletét.

A részecskefizika szisztematikája számára levonható tanulság nyilvánvaló. Ha relativisztikusan invariáns szimmetriaszkémával kívánunk dolgozni, mely (1) helyet ad az U(3) csoportnak, (2) a végesdimenziós ábrázolások számára unitér normát szolgáltat, minimális akceptálható kiterjesztésnek a nem-kompakt inhomogén SL (6, C) csoport tekintendő. Ez volna az a legkisebb csoport, melynek mind az SL (2. C) (azaz a homogén Lorentz-csoport), mind pedig az U(3) alcsoportja. A maximális kompakt alcsoport pedig az U(6) csoport, melyet a részecske-multiplettek osztályozására használhatunk. Ezt a javaslatot *B. Sakita* és *W. Rühl* tette 1965 első felében.

Itt nem részletezhető okokból *Dr. R. Delbourgo*, *Dr. J. Strathdee* kollégáimmal együtt mi ehelyett egy nagyobb (inhomogén) nem-kompakt csoporttal, az U(6,6) csoporttal kívántunk dolgozni. (Az Egyesült Államokban *Sakita*, *Wali*, *Bég* és *Pais* ugyanezt az utat választotta.) A matematikai irodalmat illetően 1965. januárjában, amikor ezen a problémán dolgoztunk, tudatlanságunk oly mélységes volt, és vizsgálatainkat oly nagy mértékben a fizika dinamikai követelményei irányították, hogy mihelyt tisztáztuk: milyen az a nem-kompakt jelleg, amelyre szükségünk van, új nevet adtunk a csoportnak; $\tilde{U}(12)$-nek neveztük, minthogy az U(1), U(2), U(3) és U(6) csoportok sorozatának újabb tagjaként jelentkezett, a $\sim$ pedig a nem-kompakt jelleget kívánta jelezni. Az U(6,6) csoportban az SL (6, C) alcsoportként bennfoglaltatik; maximális kompakt alcsoportja az U(6) $\times$ U(6) csoport. Az U(6) $\times$ U(6) magasabbrendű szimmetriát képvisel, mint az SL(6,C).

Itt fel kell idéznünk: nem egyszerűen arra törekszünk, hogy az elemi részecskék multiplettszerkezetét reprodukáljuk. Szándékaink mélyrehatóbbak: a dinamikához vezető utat kívánjuk megtalálni. Ismét messze vezetne, ha mindazt meg akarnánk tárgyalni, amit elértünk. Meg kell elégednem a kijelentéssel: részben ragyogó volt a siker. Azokban a fűtött hangulatú januári és februári napokban, amikor az ún. hárompont-függvényt vizsgáltuk, úgy éreztük: a magfizika összes problémáját megoldottuk. Amikor ez után elérkeztünk a négypont-függvényhez, a szimmetria gondolatának naiv alkalmazása olyan kijelentésekre vezetett, amelyek némelyike összhangban állt a kísérletekkel, míg mások ellentmondottak a tapasztalatnak.

Könnyen a nyomára juthatunk, mi az oka a hárompont-függvény esetében elért sikernek és a négypont-függvény esetében vallott kudarcnak. Az inhomogén U(6,6) csoport 143 eltolást és 143 elforgást foglal magában. A fizikai téridőben 4 eltolásnak jut szerep. Ami fennmarad, az a belső terekhez tartozó eltolás. Ha a téridő-invarianciát tisztességesen akarjuk összeházasítani a belső szimmetriákkal, úgy szükségszerű, hogy minden eltolást egyenrangúként kezeljünk. Még mi sem voltunk azonban hajlandók erre. A fizikai viszonyok megközelítése érdekében megsértettük az egzakt invarianciát, kiválasztva az eltolások egy részsorozatát. E közelítő eljárásban és a megmaradt szimmetriákban a nyomára tudtunk jutni sikereink és kudarcaink okainak.

Vajon e közelítő belső szimmetriák esetében olyasvalamivel állunk szemben, ami miatt szégyenkeznünk kellene? A fejlődés jelenlegi fokán csakis „nem" lehet erre a válasz. Mint korábban hangsúlyoztam, a töltés és Poincaré-spin megmaradásán kívül semilyen más belső szimmetria nem egzakt. Előadásomban korábban azt mondottam, hogy a proton és a neutron két komponense egyetlen fizikai objektumnak, a nukleonnak, abban a közelítésben, amelyben az elektromágnesség elhanyagolható. Idézzük fel, hogy a proton és a neutron ezen (közelítő, $1^0/_{00}$ pontosságú) azonosságán nyugszik az izotóp-spin fogalma. Az izospin-csoporton és — természetesen — az unitér csoporton alapuló osztályozás közelítő jellegű. Az inhomogén U(6,6) csoport bevezetésével még tovább idealizáltuk a viszonyokat; a szimmetria akkor egzakt, ha tekintetbe vesszük mind a 143 eltolást. A valóságos fizikai viszonyok, melyekhez mindössze 4 eltolás tartozik, ennek közelítését képezik. A tanulság az volt, hogy csiszolnunk kell a négypontfüggvényre alkalmazandó matematikai közelítő módszert.

Az előzőkben a nem-kompakt csoportok alkalmazásának egyik vonatkozását jellemeztem a fizikai elmélet újabb fejezeteiben. Idézzük fel, hogy a nem kompakt csoportokkal kapcsolatban a fő probléma ábrázolásaik unitér-jellege. Az ilyen csoportok minden véges-demenziós ábrázolása nem-unitér; ábrázolásiak közül csak a végtelen-dimenziósak azok, amelyek unitérek. Ha valamely unitér multiplett minden egyes komponensének egy-egy részecske vagy egy-egy energiaszint felel meg, úgy nyilvánvaló, hogy végtelen-dimenziós ábrázolásokkal dolgozni nem túl kellemes dolog. A fizikában a részecskék vagy az energiaszintek nem mindig alkotnak véletlen sorozatot, melyet aztán végtelen-dimenziós ábrázolásnak lehetne megfeleltetni. *Dirac* és *Wigner* nyomán általában arra hajlottak a fizikusok, hogy a spin-multiplettekkel kapcsolatos ezen dilemmát az inhomogén csoporttal szemben invarianciát posztulálva kerüljék el. Az eltolások bevezetésével ekkor lehetővé vált a véges dimenziós ábrázolások használata; az unitér normát az eltolások segítségével lehetett bevezetni, az indukált ábrázolások eszméjének megfelelően.

Van azonban a fizikában néhány olyan eset, amikor csakugyan végtelen sok energiaszinttel van dolgunk, és talán használhatók a végtelen-dimenziós ábrázolások anélkül, hogy az inhomogén csoporthoz kellene folyamodnunk. Ezen esetek leghíresebbike a hidrogén atom, a legelső rendszer, melyet a kvantumelméletben tanulmányoztak. Ez az eset oly tanulságos, hogy kissé részletesebben foglalkozom vele. A hidrogén atom Hamilton-operátora

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$$

ahol szokás szerint $\mathbf{r}(x_i)$ és $\mathbf{p}(p_i)$ kanonikusan konjugált operátorok, melyekre a kvantummechanika szabályainak megfelelően megköveteljük az

$$[x_i, p_j] = i\hbar\,\delta_{ij}$$

felcserélési összefüggések teljesülését. Az impulzusmomentum definíciója a szokásos:

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}\,.$$

Vezessük be az ún. Lenz-vektort:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2e^2m}(\mathbf{L} \times \mathbf{p} - \mathbf{p} \times \mathbf{L}) + \frac{\mathbf{r}}{r}\,.$$

Hulthén, *Bargmann* és *Fock* munkája alapján 1936 óta ismert, hogy a $\mathbf{J}$ és $\mathbf{M} = \left(\frac{me^2}{-2H}\right)^{\frac{1}{2}}\mathbf{A}$ operátorok az SO(4) kompakt csoport Lie-algebráját generálják. Figyelemre méltó, mily különös módon lép fel itt a Hamilton-operátor.

Ezen SO(4) csoport ábrázolásait két impulzusmomentum-kvantumszám, k és l jellemzi; a megfelelő impulzusmomentum-operátorok

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2}(\mathbf{J} + \mathbf{M})\,,$$

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{J} - \mathbf{M})\,.$$

Van egy további megszorítás: $\mathbf{K}^2 - \mathbf{L}^2 = 0$, mely a mozgásegyenletekből következik. A hidrogén energiaszintjei eszerint a $k = l$ indexű SO(4) ábrázolások végtelen sorozatának felelnek meg:

$$(0,0)\,;\ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right);\ (1,1);\ \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right);\ \ldots$$

Amint azt korábban megjegyeztem, ez igen speciális probléma, igen speciális Hamilton-operátor, s a csoportelméleti struktúra, mellyel szemben találtuk magunkat, ugyancsak igen speciális.

Hol kapnak itt szerepet a nem-kompakt csoportok? *Barut*, *Budini*, *Fronsdal* és *Gell-Mann*, *Ne'eman* és *Dothan* azt az észrevételt tették, hogy bevezető négy további N_α nem-kompakt generátor, melyek $\mathbf{J}$-vel és $\mathbf{M}$-mel együtt SO(1,4) Lie-algebráját generálják. E nem-kompakt csoport egy végtelen-dimenziós ábrázolása éppen a fent említett

$$(0,0),\ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right),\ (1,1),\ \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right),\ \ldots$$

végtelen sorozatot foglalja magában. Ezen igen speciális probléma esetében SO(1,4) a helyes dinamikai csoport. Talán vannak más esetek is, melyekben nem kompakt csoportok hasonló módon a rendszer dinamikájának teljes megoldását szolgáltatják.

A nem-kompakt csoportok tekintetbe vétele és a fent vázolt gondolatok alkalmazása terén mindaddig nem lehetséges előrehaladás, amíg nem ismerjük e csoportok unitér ábrázolásainak sorozatát. Erre elengedhetetlenül szükség van. Ebben

a vonatkozásban lényeges észben tartani a következőt. Amint az egész előadásmódból látható, a fizikus diszkrét számokban leli örömét; ennélfogva rendszerint az ún. degenerált sorozat az, amely őt érdekli. A hangsúly továbbá mindig a (Lie-) algebrán van, a generátorok diagonalizálásán; a csoport vagy a függvénytér, melyre az hat, rendszerint nem kap hangsúlyt. Mihelyt az ábrázoláselmélet rendelkezésre áll, következik a szorzatábrázolások kiredukálásának siralmas feladata. Még legmerészebb álmainkban sem remélhetjük, hogy a matematikusok akár a kisujjukat is megmozdítsák, és segítségünkre legyenek e probléma megoldásában. De talán kellemesen fogunk csalódni!

Abdus Salam
A Nemzetközi Atomenergia Ügynökség
Elméleti Fizikai Központja,
Trieszt
(Fordította: *Györgyi Géza*)

Néhány rádiócsillagászati probléma a Tejútrendszer kutatásában

A gondolat, hogy Tejútrendszerünk spirálszerkezetű lehet, már az első spirális ködök észlelésekor felmerült. Stephan Alexander (1852), majd Proctor (1869) próbáltak elsőnek a Tejútrendszerre vonatkozó spirálmodellt kidolgozni. Munkájukban főleg Herschel észlelési anyagára támaszkodtak. Elméletük helyességét az egyes irányokban mutatkozó erős intersztelláris abszorpcióval támasztották alá.

Saját Galaktikánk kutatása optikai módszerekkel azonban igen nagy nehézségekbe ütközött, és hosszú időn keresztül lassan haladt. Az egyik módszer például a korai (fiatal) típusú csillaghalmazok eloszlásának vizsgálata. Hogy sokszor mennyire téves következtetéseket lehet levonni ilyen vizsgálatokból, arra példa Trumplernek, a Lick obszervatórium csillagászának 1930-ban megjelent cikke. Trumpler a nyilthalmazokra vonatkozó kiterjedt vizsgálatai alapján azt bizonygatta, hogy a Tejútrendszer centruma a Carinában van.

Bár Morgannak az OB csillagokra, majd az ionizált hidrogén eloszlására vonatkozó vizsgálatai kétségtelenül bebizonyították spirális karok létezését Tejútrendszerünkben, még mindig csak viszonylag szűk területről voltak információink. Az optikai mérések alig terjedhettek a Tejút síkja menetén 3 kpc-nél nagyobb távolságra a belső területek felé. Ennek oka a sík mentén elhelyezkedő intersztelláris gáz és por erős abszorpciója a látható fény frekvenciatartományában (1. ábra).



1. ábra. Sötét köd a Monoceros csillagképben

A Tejútrendszer szerkezetének kutatásában egy rádiócsillagászati felfedezés hozott döntő változást (1951): az intersztelláris neutrális hidrogénatomok 21 cm-es emissziós vonalának kimutatása. A rádióhullámok akadálytalanul hatolnak keresztül azokon az intersztelláris porfelhőkön, amelyek a látható fényt elnyelik, és ezáltal a rádiótávcsövek számára az egész Tejútrendszer hozzáférhetővé vált.

A spirális szerkezet feltérképezése

A 21 cm-es sugárzás információja alapján 5 év alatt lényegesen többet tudtunk meg a Tejútrendszer szerkezetéről, mint a megelőző 100 év optikai észleléseiből. A csillagközi gáz a Tejút síkjában koncentrálódik és a síkban való sűrűségeloszlása jól jellemzi a Tejút spirálszerkezetét, mert a spirálkarokban sűrűbb a gáz, mint a spirálkarok között. 1951 után nagy lendülettel indult meg a Galaktika korongjának tanulmányozása rádiótávcsövekkel.

1958-ban publikálták a hollandiai és ausztráliai rádiócsillagászok a 21 cm-es mérések alapján kidolgozott első képet a Tejútrendszer spirális szerkezetéről (2. ábra). Ez a kép azonban távolról sem végleges. Sok vitára adnak okot az így nyert struktúra egyes szembeötlő, szisztematikus hibákat sejtető tulajdonságai, illetve azok a feltevések, amelyek a következtetések kiindulópontjául szolgálnak.

Érdemes röviden megvizsgálni, hogyan lehetséges 21 cm-es rádióészlelésekből a Tejút szerkezetére következtetni.

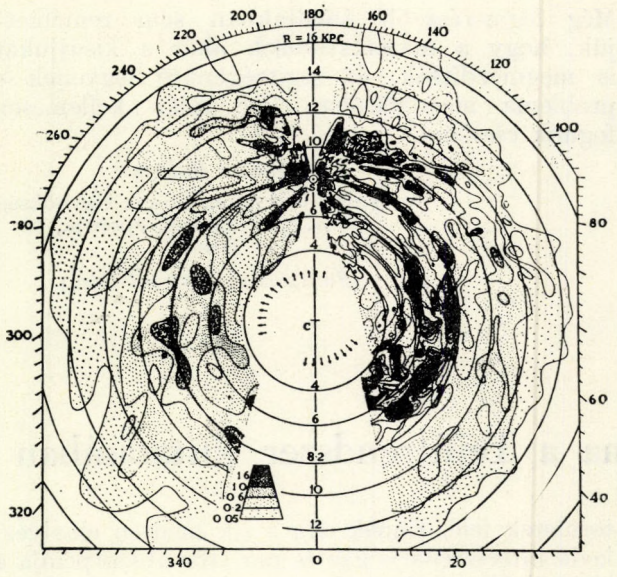
Milyen információt nyújt a 21 cm-es sugárzás? Informál

1. a látóirányban elhelyezkedő H atomok számáról,

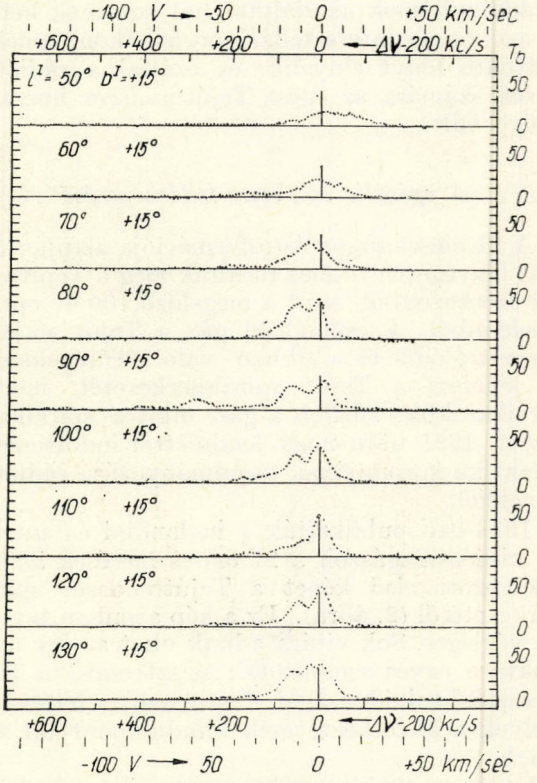
2. a különböző radiális sebességű H koncentrációk számáról,

3. ezek radiális sebességéről

4. a H felhők sűrűségviszonyairól (3. ábra).



2. ábra. A semleges hidrogén eloszlása a Galaxisban. A kép keleti része holland, nyugati része ausztrál mérések alapján készült. Leideni sebességmodell alapján.



3. ábra. 21 cm-es észlelések közepes galaktikus szélességeken. Az l' = 90 b' = + 15° pozíciójú profilnál egy nagy negatív sebességű H felhő figyelhető meg.

A feladat ezen információk alapján a galaktikus hidrogéngáz sűrűségeloszlását feltérképezni. Az egyes koncentrációk, vagy H felhők sűrűségét az észlelt profilból integrálással könnyű meghatározni. Nem ilyen egyszerű a koncentrációk távolságának, illetve helyének meghatározása. Hogy azt a Doppler-elv alapján meghatározhassuk, igen lényeges feltevések szükségesek a Tejút sebességeloszlását illetően. A holland J. H. Oort professzor által felállított modell a következő alapvető tulajdonságokkal rendelkezik:

1. A Tejút síkjában levő anyag körpályán kering a Tejút centruma körül.

2. A keringés szögsebessége a centrumtól való távolságtól függ (differenciális rotáció).

A keringési sebesség centrumtól való távolságfüggését mérések útján lehet meghatározni és az így nyert függvény képe a rotációs görbe. A rotációs görbe segítségével a 21 cm-es észlelés radiális sebességadatai alapján meghatározható az egyes koncentrációk távolsága a Tejút centrumától, vagy ha úgy tetszik, a Naprendszertől. Kivételt képez a a Tejút középponti része 3 kpc körzetben. Itt bonyolult, a rotációs törvénytől eltérő mozgások zajlanak. A centrum és anticentrum irányában nincs radiális sebességkomponens, emiatt nem lehetséges távolságot számítani. Ezért maradnak fehéren a centrum és anticentrum irányában az eloszlásdiagramok.

A holland és ausztrál egyesített diagram a leideni sebességmodell alapján készült. Meglepő a a képen a keleti (holland) mérések és nyugati (ausztrál) mérések szembetűnő aszimmetriája. A spirálstruktúra a Nap közelében összesűrüsödik, mintha a Naprendszernek valami kitüntetett szerepe lenne a Tejútrendszerben. A nyugati oldalon 6—8 kpc-re a Naptól H hiány mutatkozik, amely területek magukbafoglalják az ú. n. tangenciális pontokat. (Tangenciálissak azon pontok a Tejút síkjában, ahonnan a centrum — Naprendszer szakasz derékszög alatt látszik. A rotációs görbe meghatározásánál van nagy szerepük.)

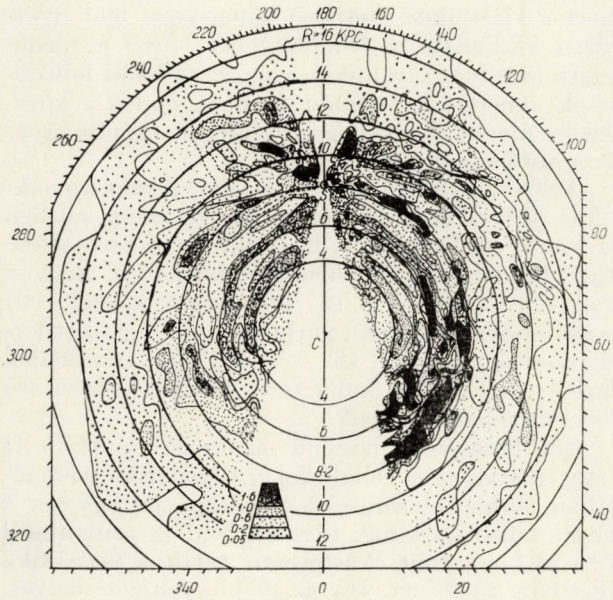
F. J. Kerr ausztráliai rádiócsillagász 1961-ben részletes kritika tárgyává tette a 21-cm-es észlelések holland interpretációját. Feltételezte, hogy a Tejút szerkezetére szélesskálájú szimmetria jellemző, és az említett aszimmetria hibás, vagy hiányos feltevésekből ered. Az ausztrál felfogás szerint a Galaktika rotációs görbéje más, mint az eddig általánosan elfogadott leideni rotációsgörbe. Az pedig teljesen megmagyarázhatatlan, miért mutatkozik az ausztráliai és a hollandiai mérések fényességi hőmérsékletében, 1,28-as arány. Kerr szerint a Galaktika két oldalán (kelet és nyugat felé) fellépő aszimmetria kiküszöbölésének egyik útja egy kifelé mutató sebességkomponens bevezetése, ami kb. 7km/s. a Nap lokális környezetére. Az ötlet alapját a Galaktika magjában kimutatott expanziós jelenségek szolgáltatták.

Az a spiráldiagram, ami a rotació mellett az expanziót is figyelembeveszi, „sokkal ésszerűbb", mint a korábbi intepretációk — mondja Kerr. A spirálkarok jobban megközelítik a köralakot, és a kép szimmetrikusabb (4. ábra).

Más próbálkozások is történtek a sebességmodell javítására. Genkin 1962-ben dinamikai megfontolások alapján egy befelé, a centrum irányába haladó gázáramlást tételezett fel. Csupán körmozgást feltételezve a spirálstruktúra rövid idő alatt

felbomlana. Genkim modellje szerint a karok logaritmikus spirálishoz hasonlóak.

A kérdést spekulatív úton eldönteni természetesen nem lehet. L. L. E. Braes kísérletet tett az



4. ábra. A semleges hidrogén eloszlása a Galaxisban. A felhasznált sebességmodell a Kerr-féle expanziót is tartalmazza.

előbb említett feltevések ellenőrzésére. 1963-ban a dwingeloi (Hollandia) rádióteleszkóppal széleskörű méréseket végzett annak eldöntése céljából, kimutatható-e a neutrális H rétegben expanzió a centrumtól számított 3—8 kpc között, mint ahogy azt Kerr feltételezte, vagy kontrakció Genkin modellje szerint. A mérések a galaktikus centrum és anticentrum irányába koncentrálódtak, mivel ebben az irányban a differenciális rotáció nem érezteti hatását, annál inkább vizsgálható egy esetleges expanzió, vagy kontrakció. Braes a mérési eredményeket összevetette a különböző modellszámításokkal, és arra a következtetésre jutott, hogy az eredetileg feltételezett körmozgás közelíti meg legjobban a valóságot. A kontrakciót, illetve az expanziót a mérések nem igazolják.[1]

Az utóbbi évek mérései alapján maga Kerr is belátja, hogy az aszimmetria a keleti és nyugati eredmények között reális, nem tételezhető fel, egy centrumra vonatkozó szigorú szélesskálájú szimmetria a Tejútrendszerben. Ezt az aszimmetriát tükrözi az ausztráliai és leideni rotációs görbe némi eltérése is.

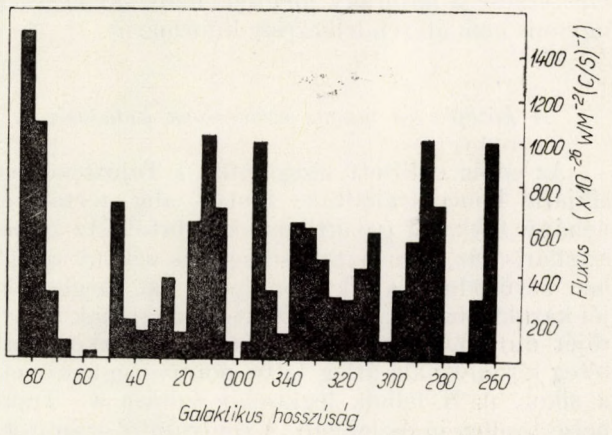
A 60-as évek elején a korai típusú halmazokra és hosszúperiódusú cepheidákra vonatkozó optikai vizsgálatok szükségessé tették egyes galaktikus konstansok megváltoztatását. Az 1963-ban Ausztráliában tartott 20. IAU/URSI szimpozium vitája alapján a következő módosításokat határozták el.

Régi érték	Új érték
$R_0 = 8{,}2$ kpc	$R_0 = 10$ kpc
$\Theta_0 = 216$ km/s	$\Theta_0 = 250$ km/s
$A = 19{,}5$ km/s kpc	$A =$ km/s kpc
$B = -6{,}9$ km/s kpc	$B = -10$ km/s kpc

R_0: a Naprendszer távolsága a Tejútrendszer centrumától. Θ_0: A Naprendszer keringési sebessége a Tejútrendszer centruma körül. A és B: Oort féle konstansok.) 1963 óta a rádiócsillagászatban egységesen az új konstansokat használják.

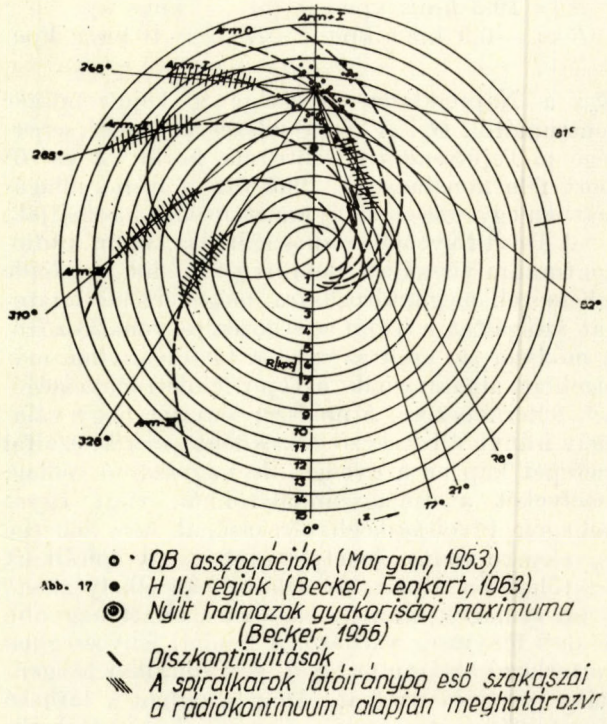
A Tejút folytonos rádiósugárzása, az ún. rádiókontinuum vizsgálata nem nyújt módot a radiális sebességek meghatározására, mégis értékes adatokat szolgáltat a Tejút szerkezetére vonatkozóan. A módszer az, amit az optikai tartományban már régebben alkalmaznak: a Tejút felületi fényességének feltérképezése. A módszer lényege, hogy valamely irányból beérkező összes fényt mérik, ezáltal szerepet kap az a gyenge, de nagyszámú csillag, amelyeket a csillagszámlálásoknál, vagy egyes csillagok távolságmeghatározásánál nem lehetne figyelembe venni. Amely irányban egy spirálkart érintőlegesen látunk, ott a karokban elhelyezkedő fiatal csillagok intenzív sugárzása miatt nagyobb felületi fényesség várható. A felületi fényességben mutatkozó maximum tehát, egy spirálkar tangenciális pontjára utalhat. Amíg azonban a látható fény hullámtartományában az erős és szabálytalan intersztelláris abszorpció miatt torz, vagy teljesen hamis következtetésekre juthatunk, addig a rádiókontinuum intenzitásdiagramja lényegesen megbízhatóbb információt nyújt (5. ábra).

A rádiókontinuum két különböző természetű sugárzáskomponensből tevődik össze. Az egyik az úgynevezett „termális" (hőmérsékleti) komponens,



5. ábra. A rádiokontinuum integrált sugárzása a $b = +6° \times 5° = 1$ intervallumban 1440 MHz-n (Richter 1964)

ami lényegében a fiatal, forró csillagok által ionizált csillagközi H rétegekből származik (HII régiók). Ez különösen alkalmas a spirálkarok indikálására. A másik a „nemtermális" sugárzáskomponens, aminek létrejöttében a nagysebességű töltött elemi részecskéknek és a Galaktika mágneses terének van szerepe, valószínűleg szintén kapcsolatban van a spirálkarokkal. Ezen a módon nyert észlelések interpretációja, gyakran lényegesen eltér a 21-cm-es észlelésekből nyert képtől (6. ábra).



Ábr. 17

6. ábra. A Tejútrendszer spirálkarjai rádiókontinuum észlelések alapján. A Nap környéken fel vannak tüntetve az optikai mérések is (Richter, 1964.)

Az 6. ábra egy kontinuum észleléseken és optikai megfigyeléseken alapuló modellt ábrázol. Erősen vitatható a tangenciális területek önkényes elhelyezése a látóirány mentén. Ezek távolságára ugyanis nem áll rendelkezésre információ.

A közepes és magas szélességek kutatása

Az eddig említett vizsgálatok a Tejútrendszer síkjára koncentrálódtak, illetve alig tértek el néhány fokkal a galaktikus ekvátortól. Az intersztelláris gáz, de a fiatal csillagok is vékony rétegben sűrűsödnek a sík mentén és azt meglepően jól karakterizálják. Ha a Tejút korongjának átmérőjét durván 30 000 pc-re becsüljük, akkor a H réteg középvonala átlag 1/100 pontossággal követi a síkot. A H felhők legkisebb szórása a Tejút belső területein észlelhető. A centrumtól számított 6 kpc sugarú körön belül a H réteg átlagos szórása kisebb, mint 30 pc (1/1000 korongátmérő!) Távolodva a centrumtól a síkmenti koncentráció romlik 12 kpc-en kívül a szórás 6—800 pc-re növekszik.

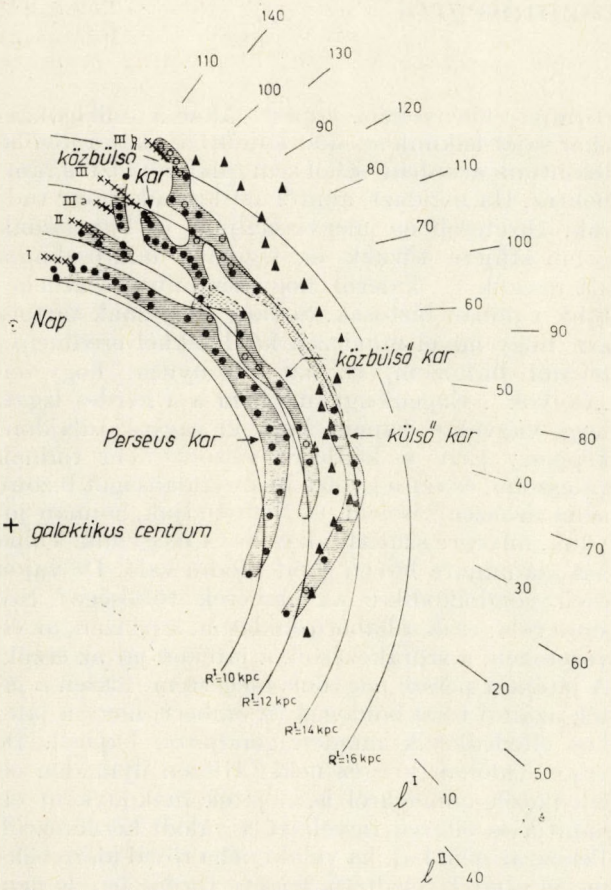
Ez az oka annak, hogy ha vizsgálatunkkal 10—15 fokkal eltérünk a Galaktika síkjától, már csak a környezetünkbe eső részeket tanulmányozhatjuk kb 1 kpc-es körzetben a Naprendszertől (kivételes esetektől eltekintve.) Ezért is nevezik a közepes és magas galaktikus szélességek kutatását a Nap-környék kutatásának. (Nincs hivatalos megállapodás arról melyek az alacsony, közepes, magas galaktikus szélességek. Praktikusan a $|b| < 10°$ alacsony $10° < |b| < 30°$ közepes és $|b| > 30°$ magas galaktikus szélességek.) Ezen területek feltárását a rádiócsillagászok később kezdték meg, aminek elsősorban technikai okai voltak, másrészt sokan úgy vélekedtek, hogy a Nap-környék rádiókutatása csak másodrendű jelentőséggel bírhat, mert a klasszikus (optikai) csillagászat már úgyis régen kiaknázta a lehetőségeket. Erre a hiedelemre azonban rácáfoltak azok az érdekes felfedezések, amelyek az utóbbi években éppen a közepes és magas galaktikus szélességek tanulmányozása során születtek.

1962-ben Hollandiában a pozitív közepes galaktikus szélességek 21 cm-es átvizsgálása közben H. van Woerden egy kis intenzitású emissziós jelenséget figyelt meg. A jelenség érdekessége, hogy a $b = +10°$ és $b = \pm 15°$ szélességek között 100° hosszúságban elnyúlva párhuzamosan a galaktikus ekvátorral ($l = 42°$-tól $l = 142°$-ig) mindenhol észlelhető és -70 km/s és -130 km/s közé eső sebességgel rendelkezik.

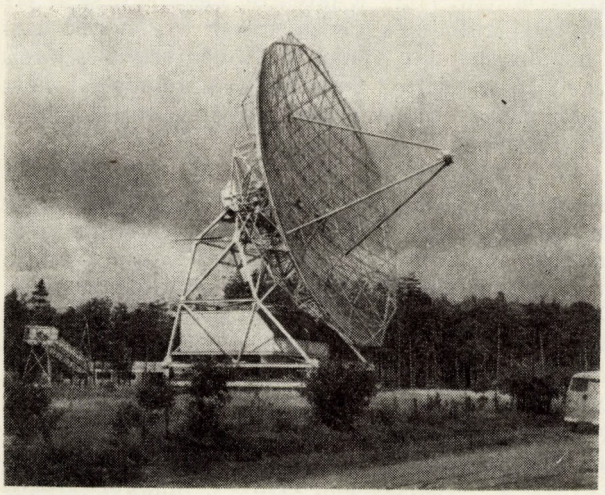
Ha feltesszük, hogy a sugárzást emittáló H réteg résztvesz a Galaktika differenciális rotációjában, akkor a számított távolsága jól egyezik a Tejút külső karjának távolságával (a centrumtól 12—14 kpc), amit Westerhout talált a Galaktika síkjában 1957-ben. Ha az előbbi feltevés helyes, akkor a H réteg meglepően nagy, 2—3 kpc távolságra terjed ki a Galaktika síkjától északra, ami kb. háromszor akkora távolság, mint amit eddig a Galaktika külső területein találtak. Ilyen, a Galaxis síkjától, nagy távolságra levő, a Nap tömegét több milliószor felülmúló tömegű H réteg súlyos dinamikai problémákat vet fel.

A jelenséget H. Habing vizsgálta részletesen a groningeni Kapteyn Laboratóriumban. Habing felvetette annak a lehetőséget is, hogy az objektum mozgása eltér a Galaktika differenciális rotációjától, és ebben az esetben nincs mód távolságának meghatározására. Lehetséges, hogy a Naprendszerhez viszonylag közeli nagysebességű hidrogénfelhőről van szó. Ebben az esetben távolsága maximum 300 pc, mert nagyobb távolságot feltételezve a H felhő tömegére és kiterjedésére valószínűtlenül nagy érték adódna. A legtöbb érv az első feltevés mellett van. Ilyen a már említett jó egyezés a Galaktika síkjában végzett korábbi észlelésekkel, továbbá, ha a külső kar nem létezne, akkor a Galaktika külső karja (a jellegtelen közbülső kartól eltekintve) a Perseus kar lenne, ami a legerősebb az összes spirálkarok között. Összehasonlítva más spirálgalaxisokkal (Pl. M. 31) igen valószínűtlen, hogy a legerősebb kar helyezkedjen el a Galaxisban legkívül (7. ábra).

Ugyancsak meglepő jelenségeket tapasztaltak a magas galaktikus szélességeken. A Nap néhány száz parszekes környezetében a H réteg ahhelyett, hogy nyugalomban lenne, átlag 4—6 km/s-os sebességgel áramlik a Galaktika síkja irányába a déli és északi oldalon egyaránt. A $+40°$ és $+90°$ szélességek között a síkhoz tartozó H réteg átlagos sebessége -4 km/s, a $-40°$ és $-90°$ szélességek között -6 km/s. Az áram erőssége $0{,}2 \times 10^{20}$ H cm^{-2} millió évenként.



7. ábra. A Tejútrendszer külső H karja a Galaktika síkjára vetítve H. Habing észlelései szerint (régi távolságskála.)



8. ábra. A dwingelooi 25 m-es rádióteleszkóp.

1963-ban Dwingelooban végzett észlelésekből A. Blaauw és C. R. Tolbert egy kiterjedt, nagy sebességgel közeledő felhő vagy felhőkomplexus jelenlétére következtetett. A jelenség a $b = +75°$ szélességen a legszembeötlőbb. A lokális nyugalomban levő hidrogénnek az $100° < l < 280°$ hosszúságok között alig van nyoma, helyette a H réteg kb 60 km/s sebességgel közeledik felénk. Ez a H áram megfigyelhető a $b = +85$-től lefelé $b = +30°$-ig minden galaktikus szélességen. A jelenség arra mutat, hogy az eredetileg nyugalomban levő H réteget valamely más nagysebességű felhő, vagy felhőkomplexum maga előtt tolja. A síkkal párhuzamos sebességkomponensek az $l = 310°-350°$ irányba mutatnak. Az áram elég meredeken érkezik a sík felé, azzal kb 40°-os szöget zár be. A zavart területek határai nincsenek pontosan meghatározva, és ez egyenlőre nem is várható, mert az intersztelláris felhőstruktúra különböző áttöréseket okozhat a front különböző pontjain.

A zavart hidrogénréteg tömegére becsléseket lehet végezni. A nyugalomban levő H réteg nem terjed messzebb a Galaktika síkjától, mint 120 pc. ezért a zavart réteg átlagos távolsága nem lehet több 70 pc-nél. Ebben az esetben a zavart H teljes tömege az $l^{I} = 30°-200°$ és $b^{I} = +40°-+90°$ galaktikus koordinátak között kb 2600 naptömeg.

A helyzetet tovább komplikálja, hogy Leidenben az előbb említett területek közelében több individuális, extrém nagy sebességű H felhőt észleltek. A H felhők az $l = 120°$, $b = +40°$ pozíció körül koncentrálódnak, átlagos sebességük -115 km/sec. Az áram erőssége a felhőn belül 8×10^{17} H/cm^2 millió évenként. A galaktikus síkhoz tartozó H réteg a síkra merőlegesen kb 5×10^{20} H/cm^2 atomot tartalmaz. Ha időben tartós áramról van szó, akkor a Tejút síkjában levő H mennyisége 600 millió évenként ennek révén megduplázódhat.

Könnyen lehetséges, hogy a nagysebességű individuális H felhők szoros kapcsolatban vannak a Blaauw professzor által a magas galaktikus szélességeken tanulmányozott feltűnő gázárammal.

A nagysebességű jelenségek magyarázatára több hipotézist dolgoztak ki, de döntő bizonyíték egyenlőre egyik mellett sincs (lásd Fizikai Szemle 1965. 4. szám A Tejútrendszer Szerkezete és Fejlődése c. cikket).

A közepes és magas galaktikus szélességeken további kiterjedt észlelések folynak a fenti jelenségek részletesebb megismerése céljából.

Fejes István
Kapteyn Csillagászati Laboratórium,
Groningen

IRODALOM

L. J. Steinberg and Lequeux: Radioastronomy 1963. *Elvert:* Ergebnisse der Exakten Naturwissenschaften. 32. 1959.
Oort, Kerr, Westerhout, M. N.: 118. p. 379. 1958.
F. J. Kerr, M. N.: 123. p. 327. 1962.
W. Shane G. P. Bieger—Smith: The gal. rot. curve derived from obs. of neutral H. BAN 18. (előkészületben)
L. L. E. Braes: BAN. 17. p. 132. 1963.
G. Richter: Mitt. aus der Heinrich Hertz Institut 1964.
H. Habing: Privát közlemény.
A. Blaauw: et al, 21 cm line observation at high gal. latitud. (még nem publikált)
Symp. URSI/IAU No 20. Camberra 1963.

Levelek a valószínűségről*

1. levél

Paris, Faubourg Saint Michel
1654 október 28.

Pierre Fermat úrnak,

Toulouse

Uram,

Közös barátunk, Carcavi úr tegnap értesített, hogy Toulouseba utazik és kérdezte, nem kívánok-e Önnek levelet küldeni? Természetesen nem mulasztottam el a kedvező alkalmat, de csupán arra volt időm, hogy néhány sort írjak. Mára azonban kiderült, hogy Carcavi úr két nappal elhalasztotta utazását: így lehetőségem nyílt, hogy részletesen is írjak Önnek.

Most, hogy teljesen tisztázódtak azon kérdések, melyeket de Méré lovag vetett fel alig egy éve, amikor vele, Roannez herceggel és Milton úrral Poitou-ba utaztunk, meg kell, hogy mondjam, hogy a szóbanforgó problémák megoldásánál is jobban örülök annak, hogy az ezekről való levelezés megszerezte nekem az Ön barátságát. E barátságot mindennél többre becsülöm, mégpedig nemcsak azért, mert Önt tartom ma Európában a legelső geométernek, hanem mert leveleiből olyan embert ismertem meg, akinek barátságára királyok is büszkék lehetnének. Így hát a derék lovag kérdései — ha egyébként nem is lettek volna érdekesek — nekem felbecsülhetetlen szolgálatot tettek. Azonban éppen azért, mert az Ön barátsága olyan fontos nekem, szeretném megosztani Önnel minden gondolatomat: ezért érzem szükségét, hogy elmondjam, miért érdekeltek engem ezek a kérdések annyira.

Az ember szerintem arra született, hogy gondolkozzék — erre való képessége különbözteti meg az állatoktól, ebben áll emberi méltósága. Kettős végtelenség vesz minket körül: a világegyetem végtelen kiterjedése, amelyhez képest nemcsak magunk, de az egész Föld, sőt a Nap összes bolygóival együtt csak egy csepp a tengerben, és a világ végtelen bonyolultsága, hiszen minden egyes vízcsepp maga is egy külön kis univerzum. E kettős végtelenség között helyezkedünk el mi magunk, akik porszemek vagyunk a csillagokhoz képest, de óriások a vízcseppben nyüzsgő parányi élőlényekhez képest. Akár a csillagokra, akár saját lelkünkbe, akár a múltba, akár a jövőbe tekintünk azonban, sehol sem találunk biztos támpontra. Ha mindazt, amiről azt hisszük, hogy tudjuk, tüzetesebben megvizsgáljuk — figyelmünk gombostűjére tűzzük és logikánt mikroszkópja alá tesszük —, kiderül, hogy semmiben sem lehetünk valóban biztosak. Sovány vigasznak tartom azt, hogy mivel mindezen kérdésekkel eredménytelenül birkózom, ez azt bizonyítja, hogy én „vagyok". Engem ugyanis nem a a kérdés izgat, hogy vagyok-e, hanem, hogy ki vagyok tulajdonképpen? Erre a kérdésre viszont nem tudnak válaszolni, és ezt a gyötrő bizonytalanságot bizony néha nehezen viselem. el Nem tudjuk, honnan jövünk, mivégre születtünk és hová megyünk. Volna hát számunkra bőven gondolkodni való. De vajon ezen gondolkodik-e az emberek többsége? Szó sincs róla: csak a háborúskodáson, a pénzen, az élvezeteken, a szórakozáson, a játékon jár az eszük. A játékost persze nagyonis megértem: hiszen a játék azáltal teszi boldoggá az embert, hogy a játékos elfededkezik minden gondjáról, bajáról. De vajon valóban jó-e ez neki? Hiszen ilymódon elfeledkezik önmagáról is, a játék mákonyként elkábítja és eltereli figyelmét a valódi kérdésekről. Persze az nem baj, ha valaki néha rövid időre belemerül a játék feledtető, frissítő fürdőjébe, de nem szabad, hogy ebben megrekedjen. Mármost a szerencsejátékok csodálatos törvényszerűségeiről való gondolkodást olyan eszköznek vélem, amely segíthet abban, hogy a játékost kiszabadítsa a játék bűvöletéből és visszavezesse a gondolkodás, a magáraeszmélés világába. Ebben látom a játék „méltányosságára" vonatkozó matematikai kérdések vizsgálatának egyik — bár távolról sem a fő — hasznát.

A nyomasztó bizonytalanság, amelyről az imént beszéltem, részben onnan származik, hogy az emberek azt hiszik, hogy ha valamit nem tudnak biztosan — márpedig biztosan szinte semmit nem tudnak —, akkor nem tudnak semmit. Gondolatmenetem kiinduló pontja éppen az, hogy ez tévedés. A részleges tudás is tudás, a részleges bizonyosság is határozott értékkel bír, különösen, ha tudom azt, hogy e bizonyosság milyen fokú. „Hogyan, hát lehet a bizonyosság fokát mérni, számmal kifejezni?" — kérdezheti valaki. Valóban lehet — válaszolom erre —, minden játékos ezt teszi. Amikor egy játékos egy kockát feldob, nem tudhatja, milyen számot fog dobni, de azért mégis tud valamit: azt, hogy mind a 6 számnak egyenlő esélye van. Ha a teljes bizonyosságot választjuk egységnek, a hatos dobásnak bizonyosságát (és ugyanígy a többi 5 szám dobásának bizonyosságát) $^1/_6$ fejezi ki. Ha egy kockát négyszer egymás után dobunk fel, akkor mint már de Méré lovag észrevette, előnyös arra fogadni — egyenlő tétek mellett — hogy legalább egyszer 6-ost

* Alábbiakban részleteket közlünk Rényi Alfréd ugyanezen címen az Akadémiai Kiadó kiadásában rövidesen megjelenő könyvéből. Ismeretes, hogy a valószínűségszámítás Pascal és Fermat levelezésével vette kezdetét. A ránk maradt levelek azonban csak két, a kockajátékra vonatkozó konkrét valószínűségszámítási feladattal foglalkoznak. Rényi Alfréd abból a hipotézisből indult ki, hogy Pascal és Fermat tudatában voltak annak, hogy a valószínűségszámítás jelentősége messze túlnő az ilyen feladatokon és foglalkoztak a tudományág elvi kérdéseivel is. Pascal fennmaradt munkáira támaszkodva próbálta meg rekonstruálni levelezésük feltételezett folytatását.

dobunk: ez szerintem azt jelenti, hogy azon esemény bizonyosságának, hogy a négy dobás során legalább egyszer 6-ost dobjunk, a foka $^1/_2$-nél nagyobb. Ha egy esemény bekövetkezésének és be nem következésének esélyei pontosan egyenlőek, mint például a pénzfeldobásnál a fej és írás esélyei, azt mondom, hogy az esemény bizonyosságának foka éppen $^1/_2$, és ugyanennyi az esemény be nem következése bizonyosságának foka. Persze az, hogy a bizonyos esemény bizonyossági fokát 1-nek választom, tulajdonképpen önkényes: lehetne ehelyett más számot is választani, pl. 100-at, és akkor a véletlentől függő események bizonyossági fokát százalékban kapnánk meg. Lehetne esetenként más-más számot választani; ha például a kockadobásnál a teljes bizonyosságnak a 6 számot feleltetnénk meg, az egyes számok bizonyossági foka 1-nek adódnék. Legtermészetesebbnek azonban azt érzem, hogy a teljes bizonyosságnak az 1 számot feleltessük meg, és így minden véletlen esemény bizonyossági fokát azzal mérjük, hogy az hányadrésze a biztos esemény teljes bizonyosságának. A lehetetlen eseménynek a bizonyossági foka természetesen 0 lesz; ha tehát egy véletlen esemény bizonyossági foka pozitív szám, ez azt jelenti, hogy az illető esemény bekövetkezése lehetséges — habár ennek esélyei esetleg rendkívül csekélyek. Hadd jegyezzem meg rögtön, hogy a bizonyosság fokának külön elnevezést adtam: *valószínűség*nek nevezem. A szó megválasztásán sokat töprengtem és végül ezt találtam a legkifejezőbbnek. A mindennapi szóhasználattal ez, úgy érzem, teljes összhangban van. Persze a mindennapi beszédben csak azt szoktuk mondani valamiről, hogy „valószínű", vagy hogy „nem valószínű", illetve egy eseményről azt, hogy „valószínűbb", mint a másik. Én viszont abból az alapfeltevésből indulok ki, hogy minden olyan eseménynek, amelynek bekövetkezésében nem lehetünk biztosak, de nem is tekinthetjük azt kizártnak, másszóval minden olyan eseménynek, amely a véletlentől függően be is következhet meg nem is, a valószínűsége egy meghatározott — nulla és egy közé eső — számmal fejezhető ki. Azoknak az eseményeknek, amelyeket a mindennapi szóhasználat szerint valószínűnek nevezünk, a valószínűsége 1-hez (a teljes bizonyosság valószínűségéhez) van közel, míg azoknak az eseményeknek, amelyeket a mindennapi életben valószínűtlennek nevezünk, a valószínűsége nullához (a lehetetlen esemény „valószínűségé"-hez) van közel.

A lényeg — mint mondottam — az, hogy a részleges tudásnak is van értéke, de csak ha meg tudjuk mondani, hogy az milyen fokú; ha egy eseménynek ismerjük számszerűen a valószínűségét, akkor arról tudunk valami határozottat annak ellenére, hogy az tulajdonképpen bizonytalan. A részleges bizonyosságot tehát meg kell becsülni, csak éppen túlbecsülni nem szabad és nem szabad a teljes bizonysággal összetéveszteni. Montaigne — akinek Esszéi minden más könyvnél kedvesebbek számomra, habár magamban gyakran vitatkozom vele — ezt úgy fejezte ki, hogy „Meggyülöltetik velem a valószínű dolgokat azok, akik ezeket bizonyosnak állítják". Egyébként Montaigne a szívemből beszél. Sokszor előfordult, hogy barátaim meg akartak valamiről győzni, amivel én — ha nem is maradéktalanul — de nagyjából és egészéből, bizonyos fenntartásokkal egyetértettem; ők azonban azt erőltették, hogy mindenben és minden fenntartás nélkül az ő álláspontjukat fogadjam el. A vita eredménye mindig az lett, hogy álláspontjaink még jobban eltávolodtak egymástól, mert még arról is, amiről eleinte azt hittem, hogy egyetértünk, kiderült, hogy másképpen értjük, és úgy váltunk el, mint akiknek szinte mindenben ellentétes az álláspontjuk. Azt hiszem, Montaigne-nak is ilyen élményei lehettek, mert szükségszerűen ez történik mindenkivel, akinél szavak és tettek egyet jelentenek — quibus vivere est cogitare —, ha ilyen helyzetbe kerül. De megint elkalandoztam, hiszen Montaigne-ra csak azért hivatkoztam, hogy ezzel is megmutassam, hogy a valószínűségek számszerű mérésének gondolata, ha új is, de logikus folytatása régóta jól ismert gondolatoknak.

Bizonyára észrevette, hogy a bizonyosság fokának mérésével kapcsolatban én itt hallgatólagosan egy feltevéssel éltem, ugyanis feltettem, hogy a teljes bizonyosság korlátlanul osztható, ugyanúgy, mint a vonal vagy a tér, vagy a számok.

Persze a szerencsejátékoknál csak olyan valószínűségek fordulnak elő, amelyek egész számok hányadosaiként fejezhetők ki, hiszen e játékoknál mindig meg lehet számolni, hogy a játéknak hány különböző, egyformán lehetséges, egymást kizáró kimenetele lehet és bármely, a játék eredményére vonatkozó valószínűsége egyenlő az esemény bekövetkezésére nézve kedvező kimenetelek számának és az összes kimenetelek számának hányadosával. Például, ha egy kockát feldobunk, az összes kimenetelek száma 6, hiszen az eredmény az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok bármelyike lehet és ezek nyilván egyformán lehetségesek. Tehát annak a valószínűsége, hogy a dobott szám 6-os, $^1/_6$-dal egyenlő, hiszen ha nem 6-ost dobunk, akkor az 1,2,3,4,és 5 számok egyikét dobjuk. A 6-os dobásának és ellentétének valószínűségeinek összege tehát 1. Ez persze nemcsak ebben a példában van így, hanem akármilyen eseményre igaz, hogy az esemény és ellentéte valószínűségeinek összege eggyel egyenlő, hiszen a bizonyosság valószínűsége 1 és ez oszlik meg az esemény és annak ellentéte között. Általában igaz, hogy ha egy esemény több egymást kizáró módon jöhet létre, valószínűsége megoszlik ezen módokon való létrejövéseinek valószínűségei között — pontosan ugyanúgy, mint ahogy, ha egy bizonyos mennyiségű folyadékot több edénybe töltünk szét, az egyes edényekben levő folyadékmennyiségek köbtartalmainak összege kiadja az egész folyadékmennyiség köbtartalmát. Más szavakkal, ha több — ugyanazon játék kimenetelére vonatkozó — egymást kizáró eseményt vizsgálunk, annak valószínűsége, hogy ezen események közül valamelyik (tehát az

első, vagy a második, s. i.t.) bekövetkezzék, egyenlő lesz ezen események valószínűségeinek összegével. Ezt a szabályt a valószínűségek összeadási tételének neveztem el.

E teljesen magától értetődő tétel mellett még egy másik általános, valamivel mélyebben fekvő tételt is találtam: a valószínűségek szorzási tételét. Ez a következőképpen szól: Ha egy játékot kétszer játszom és azt kérdezem, mi a valószínűsége annak, hogy egy bizonyos esemény bekövetkezzék az első játszmánál és egy bizonyos másik esemény (amely lehet esetleg azonos az elsővel) bekövetkezzék a második játszmánál, a válasz az, hogy a két esemény valószínűségének szorzatát kell venni. Például, ha a kockát kétszer dobom fel, annak a valószínűsége, hogy sem az első, sem a második alkalommal ne dobjak hatost: 5/6.5/6 = 25/36. Ugyanis a két dobás eredménye 36 különböző, az 1, 2,. . . .,6 számokból álló számpár lehet, és ezen számpárok közül 25 olyan van, amely nem tartalmazza a hatost. Hasonlóképpen, annak a valószínűsége, hogy 4 dobás közül egyszer se dobjunk hatost 25/36.25/36 = 625/1296, hiszen ez azt jelenti, hogy sem az első két dobás, sem a második két dobás során egyszer sem dobunk hatost. Ennélfogva az ellentétes eseménynek, vagyis, hogy legalább egyszer hatost dobunk, a valószínűsége 1—625/1296 = 671/1296; így visszajutottunk de Méré lovag első feladatának ismerős megoldásához.

Ezzel el is mondtam a véletlen matematikájának két alaptételét. Azt kérdezhetné Ön, hogy ezek a meggondolások valóban a matematikához tartoznak-e, vagy valamely — matematikai meggondolásokat is felhasználó — más tudományba. Szerintem a matematika egy új ágáról van szó, melyet joggal nevezhetünk a véletlen matematikájának (mint az Akadémiához írt levelemben írtam), de ugyanilyen joggal nevezhetjük *valószínűségszámítás*nak is; e második elnevezés talán még kifejezőbb is, mint az előző.

Nevezzük hát el a tudománynak ezt az új ágát, amelynek célja, hogy a véletlen, bizonytalan dolgokról biztos tudást nyújtson, valószínűségszámításnak. Arra a kérdésre, hogy a valószínűségszámítás valóban a matematika egy ága-e, a válasz persze attól függ, mit értünk matematikán. Ha valaki a matematikán csak annak hagyományos ágait — a geometriát, az aritmetikát és algebrát — érti, akkor persze ebbe a szűkkeblű meghatározásba nem fér bele semmilyen új fejezet. Én azonban e tekintetben Descartes pártján állok, aki azt mondotta, hogy a matematikához kell számítani minden olyan vizsgálatot, amely a rend és a mérték kutatására irányul, függetlenül attól, mi a tárgya, minek a rendjét és mértékét keresi.

Amikor e kérdésekről gondolkoztam, többször is elővettem az Ön leveleit a kockajátékról és igyekeztem a sorok között olvasva kitalálni le nem írt gondolatait; magamban állandóan Önnel vitáztam és sok minden, amit itt leírtam, válasz olyan kérdésekre, amelyeket ezen elképzelt beszélgetések során Ön tett fel nekem. Boldoggá tenne, ha kiderülne, hogy — amint hiszen — ez nem puszta képzelődés részemről, hanem — ha nyersen és hiányosan is — valójában az Ön gondolatait vetette papírra

az Ön legőszintébb és leghűségesebb

híve és tisztelője

Blaise Pascal

2. levél

Paris, 1654. november 6.

Pierre Fermat úrnak,

Orlèans

Uram,

levél még nekem nem okozott olyan örömet, mint az Öné, amelyet Carcavi úrral küldött nekem. Bár levele tulajdonképpen hónapokra elég töprengeni valót nyújt, mégis azonnal válaszolok, tudva, hogy éppen e sietség miatt válaszom nem lesz minden tekintetben teljes.

Megpróbálok tehát kérdéseire válaszolni. Nem akarok azonban Ön előtt a valóságnál jobb színben feltűnni és Önt becsapni, ezért megmondom őszintén, hogy kérdéseire csak azért tudok egyáltalán ilyen gyorsan válaszolni — hogy helyesen vagy helytelenül, azt Ön döntse el —, mert e kérdések kivétel nélkül felmerültek bár bennem is, és így nem értek engem készületlenül. Sőt, amikor előző levelemet lepecsételtem, világosan láttam, hogy e kérdésekre már abban ki kellett volna térnem, sőt, ezek egyikével — második kérdésével — kellett volna kezdenem első levelemet. Én általában úgy vagyok az írással, hogy amikor a végére érek, akkor jövök rá, mivel kellett volna kezdenem. Azonban éppen azért, mert ehhez hozzászoktam és ilymódon, amikor valamilyen írás végére pontot teszek, soha nem vagyok megelégedve az elejével, nem változtattam rajta, hanem elküldtem Önnek úgy, ahogy volt, tudva, hogy ha átírtam volna, a végén akkor sem lettem volna vele megelégedve.

Első kérdésére a válasz igen egyszerű és meggyőződésem, hogy azt Ön is jól ismeri, csak engem akart próbára tenni, mennyire alaposan gondoltam át, amit írtam. Kérdése ahhoz kapcsolódik, hogy — mint írtam — a szerencsejátékoknál egy esemény valószínűségét úgy számíthatjuk ki, hogy a játék egyformán lehetséges és egymást kölcsönösen kizáró kimenetelei közül megszámoljuk azokat, amelyek a szóbanforgó esemény bekövetkezését vonják maguk után, tehát amelyek az eseményre nézve *kedvezőek*, és ezt a számot elosztjuk a játék *összes* egyformán lehetséges kimenetelei számával (tehát az eseményre nézve kedvező és kedvezőtlen esetek számának összegével). Helyesen mutat Ön rá, hogy „egyformán lehetséges" kimenetel helyett „egyformán valószínű" kimenetelekről is beszélhetünk, a kettő ugyanazt jelenti. Mármost az Ön kérdése az, hogy itt nem cir-

culus vitiosus-ról van-e szó, hiszen látszólag a valószínűség definíciójához felhasználjuk a valószínűségek egyenlőségét, vagyis a valószínűséget a valószínűséggel, azaz önmagával definiáltuk, márpedig egy forgalom meghatározásánál nem szabad magát a fogalmat felhasználni, hiszen ez olyan, mintha önmagunkat a saját hajunknál fogva próbálnánk felemelni.

E kérdésre természetesen azt válaszolom, hogy itt nem erről van szó, abban, amit írtam, semmilyen logikai hiba sincs, hiszen itt nem a valószínűségnek mint fogalomnak a definíciójáról, csak a valószínűségek kiszámítására szolgáló szabályról, a valószínűség számértékének meghatározásáról van szó, konkrét egyszerű esetekben. Én feltételeztem, hogy minden véletlen eseményhez hozzárendelhető egy meghatározott 0 és 1 közé eső szám, melyet az esemény valószínűségének neveztem és amely az esemény bekövetkezésére vonatkozó nem-teljes bizonyosság fokát fejezi ki. Mármost azt, hogy két esemény valószínűsége egyenlő-e, el lehet dönteni anélkül, hogy ezek valószínűségének számértékét ismerném. Az, hogy egy kocka szabályos, azt jelenti, hogy ha az oldalai nem volnának megszámozva, nem is lehetne őket megkülönböztetni, és ha — mialatt kimegyek a szobából — valaki átszámozza az oldalakat, akkor visszatérve ezt észre sem fogom venni. Így tehát nyilvánvaló, hogy a kocka ugyanakkora valószínűséggel eshet minden egyes oldalára. Ugyanarról van itt szó, mint amikor két távolságról úgy látom be, hogy egyenlő hosszúak, hogy egymásra helyezem őket és megállapítom, hogy végpontjaik pontosan egybeesnek; így el lehet dönteni, hogy két távolság egyenlő-e, anélkül, hogy megnézném a hosszúságukat. Hasonlóképpen kétkarú mérleggel súlyok nélkül is el lehet dönteni, hogy két tárgy egyforma súlyú-e.

Rátérek most második kérdésére, melyre a válasz már távolról sem ilyen egyszerű. Ön ugyanis azt kérdezi, hogyan lehet egy hamis — cinkelt, vagy ólmozott — kocka esetében (melynek súlypontja nem esik a kocka mértani középpontjába) kiszámítani annak a valószínűségét, hogy e hamis kockával egy meghatározott számot, pl. hatost dobjunk. A kérdés első pillanatra ártatlannak látszik, valójában azonban nagyon súlyos kérdés, mert egészen alapvető problémára vet fényt, olyan problémára, amellyel tulajdonképpen már első levelemben foglalkoznom kellett volna. Persze, ha Ön barátomnak, de Méré lovagnak tenné fel e kérdést, azt hiszem, ő ezt azzal hárítaná el, hogy ő csak úriemberekkel szokott kockázni, olyan társaságban, ahol nem szokás hamis kockával játszani, és ha kiderülne egy kockáról, hogy hamis, azt azonnal kidobnák — azzal együtt, aki hozta. Erre azonban Ön megkérdezhetné, miből vennék észre, hogy a kocka hamis. A lovag erre nemigen válaszolhatna mást, mint azt, hogy aki a hamis kockával játszik, az többször dobna hatost, mint ahogy egy szabályos kockánál ez várható, hiszen éppen ezt akarják elérni azok, akik hamis kockát készítenek. Erre Ön megkérdezné — remélem, megbocsát nekem azért, hogy egy képzeletbeli párbeszédet írok Önnel, mint főszereplővel —, szóval megkérdezné — nyilván nem is kérdezhetne mást —, hogy szabályos kocka esetében mit várna a lovag. Erre ő nyilván azt válaszolná, hogy azt várja, hogy szabályos kockával való hosszú ideig tartó játék során körülbelül ugyanannyiszor dob az ember hatost, mint bármely más számot, tehát a dobások számának körülbelül az $1/6$-odában dob hatost.

Ezzel azonban a lovag, annak ellenére, hogy nem is törekedett erre, máris válaszolt volna az Ön kérdésére. Ha ugyanis a hamis kocka az összes dobások számának körülbelül x-részében esik úgy, hogy a hatossal jelölt oldala van felül, ahol x valamilyen $1/6$-nál nagyobb szám, akkor annak a valószínűsége, hogy e kockával hatost dobjunk, nyilván éppen x-szel egyenlő. Erre megint Ön tehetne fel egy újabb nehéz kérdést. Azt kérdezhetné, hogy ha egy hamis kockával valaki 600-szor dob, és ennek során a 6-os 150-szer jött ki, akkor biztosak lehetünk-e abban, hogy e kockával a 6-os dobásának valószínűsége pontosan $\frac{150}{600} = \frac{1}{4}$?

A lovag erre azt válaszolná (feltéve persze, hogy olvasta előző levelemet és az abban bevezetett kifejezéseket használja), hogy ez elsietett következtetés volna, hiszen ha a kocka szabályos, és így a 6-os dobásának valószínűsége pontosan $1/6$ volna, 600 dobásból általában nem pontosan 100-szor jönne ki 6-os, csak körülbelül 100-szor és így a hamis kocka esetében sem állíthatjuk, hogy a 6-os dobásának valószínűsége pontosan $1/4$, csak azt, hogy közel van $1/4$-hez. Erre Ön azt kérdezhetné, hogy ha így csak közelítőleg lehet meghatározni a 6-os dobás valószínűségét a hamis kockával, akkor hogyan lehet mégis pontosan meghatározni azt. Erre a lovag — mint gyakorlott játékos — nyilván azt válaszolná, hogy olyan módszert ugyan nem ismer, amellyel teljes pontossággal meg lehetne határozni a 6-os dobásának valószínűségét a hamis kockával, de ha Önt a kapott közelítő érték nem elégíti ki — annak ellenére, hogy ez a kísérlet szinte kétséget kizáróan igazolja, hogy a kocka hamis, és így leghelyesebb azt rögtön tűzbe vetni —, módjában állna még megbízhatóbb, még jobb közelítést kapni a szóbanforgó valószínűségre azáltal, hogy egy újabb — az előzőnél hosszabb — mondjuk 1200 dobásból álló dobássorozatot végez és kiszámítja, hogy az összes dobások hányadrészében jött ki a hatos. Ha például 1200 dobás során a 6-os 288-szor jönne ki, úgy a szóbanforgó valószínűségre a $\frac{288}{1200} = 0{,}24$ megbízhatóbb közelítő értéket kapná.

Nem folytatom tovább e képzelt párbeszédet, mert azt hiszem, ennél sokkal többet de Méré lovagtól úgysem igen tudhatna meg — és mindezt Ön úgyis tudja. Megpróbálom inkább saját szavaimmal megválaszolni az Ön kérdését. A rövidség kedvéért állapodjunk meg abban, hogy ha bizonyos számú, azonos körülmények között vég-

rahajtott kísérlet mindegyikét megfigyeljük abból a szempontból, hogy egy A esemény mely kísérleteknél következett be és melyeknél nem, nevezzük azon kísérletek számát, melyeknél az A esemény bekövetkezett, az A esemény *gyakoriság*ának a szóbanforgó kísérletsorozatban, míg az A esemény gyakoriságának és az összes megfigyelt kísérletek számának hányadosát nevezzük az A esemény *relatív gyakoriság*ának. Mármost mindenki, akinek elegendő tapasztalata van a szerencsejátékokban, tudja, hogy egy esemény relatív gyakorisága egy sok játszmából álló játszmasorozatban általában közel lesz egy meghatározott számhoz, mégpedig éppen ahhoz az értékhez, amelyet az illető esemény valószínűségének neveztünk és általában annál közelebb lesz ehhez, minél nagyobb a játszmák száma. A 6-os dobásának relatív gyakorisága például a kocka több százszor való feldobása esetén igen közel lesz a 6-os dobás valószínűségéhez, tehát, ha a kocka szabályos, $^1/_6$-hoz, ha azonban, nem szabályos, akkor általában valamely más számhoz. Hamis kocka esetében a 6-os dobásának valószínűségét csak tapasztalati úton lehet több-kevesebb pontossággal meghatározni. Elvileg e módon tetszőleges pontossággal meg lehetne határozni a valószínűséget, gyakorlatilag persze nem lehet e pontosságot tetszőlegesen fokozni, hiszen ez rengeteg időt igényelne — sőt, közben a kocka el is kopna. Azt hiszem azonban, hogy Önt nem is az érdekli valójában, hogy egy hamis kockánál mi a 6-os dobás valószínűségének pontos értéke, hanem kérdésének valódi tartalma az, hogyan lehet egy olyan véletlentől függő esemény valószínűségét meghatározni, amelynél nem lehet visszavezetni a kérdést arra, hogy a szóbanforgó kísérletnek hány egyforma valószínűségű, egymást kizáró kimenetele lehetséges. Nemrégiben olvastam valahol, hogy bár a régi rómaiak ismerték a kockajátékot is és ez a gazdagok között eléggé el is teredt, a katonák nem szabályosra csiszolt fa- vagy csontkockákkal — tessera-val —, hanem a kecske vagy a juh térdkalácsának egy darabjával, az ún. talus-szal vagy taxillus-szal kockáztak. E csontocskákat a régi görögök is ismerték és asztragalosz-nek nevezték. E csontocskák esetében az egyes lehetséges dobásfajták valószínűségeit már csak tapasztalati úton, a relatív gyakoriság megfigyelése útján lehet közelítőleg meghatározni.

Míg tehát egy véletlen esemény valószínűsége egy meghatározott számérték (bár esetleg mi nem ismerjük pontosan az értékét), amely nem függ a véletlentől, ugyanezen véletlen esemény gyakorisága a véletlentől függő, bizonytalan érték, amelynek pontos értékét nem lehet előre látni, csak a megfigyelések elvégzése után lehet megállapítani. Utólag persze pontosan ismerjük a relatív gyakoriság értékét, de nem szabad elfeledkeznünk arról, hogy ez az érték más is lehetett volna, és ha megismételjük a kísérletet, számítanunk kell arra, hogy valóban más értéket kapunk. Ha a valószínűséget ismerjük — például szimmetria meggondolások alapján, esetleg az összeadási és szorzási vagy más szabályokat is felhasználva kiszámítottuk —, akkor előre láthatjuk több-kevesebb pontossággal, hogy a relatív gyakoriság mekkora lesz, míg ha a valószínűséget nem ismerjük, annak értékére a relatív gyakoriság megfigyelése útján következtethetünk több-kevesebb pontossággal. A kétféle következtetés azonban gyökeresen különböző jellegű.

Az első következtetés olyan jellegű, mint amikor ismerjük két fém fajsúlyát és ennek alapján előre látjuk, hogy a kétféle fémből készült egyenlő térfogatú testeket egy mérleg két serpenyőjébe téve, melyik oldalra fog billenni a mérleg, míg a második következtetés olyan jellegű, mint amikor egy ismeretlen fajsúlyú anyag fajsúlyát határozzuk meg olymódon, hogy ezen anyagból készült testek súlyát és térfogatát lemérve vizsgáljuk e két szám hányadosát. Megjegyzem, ha e hányadost több, az illető anyagból készült tárgyra nézve meghatározzuk, ezen értékek sem lesznek egymással pontosan egyenlők, csak közel lesznek egymáshoz, hiszen semmilyen mérés sem tökéletesen pontos.

A valószínűség és a relatív gyakoriság tehát úgy viszonylik egymáshoz, mint a fajsúly valódi és mért értéke. A relatív gyakoriság megfigyelését úgy foghatjuk fel, mint a valószínűség megmérését olyan mérési eljárással, amely természeténél fogva nem teljesen pontos, de annál pontosabb, minél nagyobb számú megfigyelést végzünk.

A mondottakat úgy is ki lehet fejezni, hogy egy esemény tényleges megvalósulásainak száma (közelítőleg) úgy aránylik az összes megvalósulási lehetőség számához, ahogy az esemény valószínűsége egyhez, tehát a teljes bizonyosság valószínűségéhez. Tulajdonképpen bámulatos ez a megegyezés az ész és a tények, a lehetőség és a megvalósulás között. A kétfajta következtetést felváltva is alkalmazhatjuk: a gyakoriságok megfigyeléséből következtethetünk a valószínűségekre, és a valószínűségekről így nyert ismeretek alapján következtethetünk a jövőben végbemenő események gyakoriságára. Így segítheti elő a megfigyelés és a gondolkodás, egymást kiegészítve és támogatva, a világ megismerését. Nem ringatom magam azonban abban a tévhitben, hogy ezt én ismertem fel elsőnek; meggyőződésem, hogy ezt már Platon is tudta. Nemrégiben elővettem ugyanis a Timaiost és abban a következő meglepő mondatot találtam: „ahogyan aránylik a keletkezéshez a lét, viszonylik a hiedelemhez az igazság". Abban a meggyőződésemben, hogy e rejtélyesen hangzó kijelentéssel Platon ugyanazt a gondolatot kívánta kifejezni, mint amiről az előbb szó volt, különösen megerősít, hogy közvetlenül e mondat előtt Timaios azokról a dolgokról beszél, amelyek nem bizonyosak, csak valószínűek. Amikor a napokban a Timaios-ban e mondatra rábukkantam, úgy éreztem magam, mint azok, akik a föld mélyéből egy gyönyörű görög torzót ástak ki, és miután azt megtisztították a reáragadt földtől, a márvány újból eredeti fényében ragyog.

Szeretném, ha levelemet mielőbb megkapná, és látná, hogy a kérdéseivel elvetett mag nemcsak, hogy kikelt, hanem ilyen rövid idő alatt már gyümölcsöt is hozott. Remélem, e gyümölcsöt — bár még nem tökéletesen érett — mégis élvezhetőnek fogja találni. Mivel azonban tartok attól, hogy e gyümölcs kissé fanyar, küldök egy kosár almát is, amely kertemben termett. Tudom, hogy ezek az almák sem különbek, mint azok, amelyek Toulouseben teremnek, de talán e szerény ajándék is hozzájárul ahhoz, hogy meggyőzzem Önt, hogy nincs Önnek őszintébb híve, és lelkesebb tisztelője, mint

Blaise Pascal

3. levél

Paris, 1954 november 8
hajnalban

Pierre Fermat úrnak

Orlèans

Uram,

az éjjel különös álmom volt, amelyből verejtékezve, szívdobogással ébredtem. Hogy eltereljem gondolataimat, elhatároztam, hogy megpróbálom megválaszolni harmadik kérdését, azt, hogy a valószínűségek szorzási szabálya milyen feltételek mellett érvényes.

Ön rámutatott arra, hogy ha egy kártyacsomagból kétszer egymásután húzok egy-egy lapot, a szorzási szabály érvényes abban az esetben, ha az elsőnek kihúzott lapot a második húzás előtt visszatesszük a kártyacsomagba és azt újból jól megkeverjük, de nem érvényes, ha nem tesszük vissza. Például, ha a kártyacsomag 16 kártyából áll: a pikk, kőr, treff és káró színek mindegyikéből az ászt, királyt, dámát és bubot tartalmazza, akkor annak a valószínűsége, hogy először királyt huzzunk $^1/_4$, annak a valószinűsége, hogy másodszorra királyt húzzunk: 1/4 — mégpedig akár visszatesszük az elsőnek kihúzott lapot, akár nem —, azonban, ha az először kihúzott lapot nem tesszük vissza, annak a valószínűsége, hogy mind a kétszer királyt húzzunk, valójában nem $1/4 \cdot 1/4 = 1/16$, hanem csak 1/20, hiszen két királyt 12-féleképpen húzhatunk, míg az összes lehetőségek száma 240. Valóban, úgy tűnik, mintha az ellentmondana az első levelemben felállított szorzási szabálynak, azonban ez az ellentmondás csak látszólagos: ha közelebbről megvizsgáljuk a példát, kiderül, hogy a szorzási szabály itt is érvényes. Ha ugyanis először királyt húzunk és azt nem tesszük vissza a második húzás előtt a kártyacsomagba, akkor a második húzásnál már csak 15 lap között választhatunk és ezek közt már csak 3 király van, tehát annak a valószínűsége, hogy másodszorra királyt húzzunk azon feltétel mellett, hogy először királyt huztunk, nem 1/4, hanem csak $3/15 = 1/5$, mivel $1/4 \cdot 1/5 = 1/20$, tehát a szorzási szabály itt is érvényes. Azon feltevés mellett, hogy először nem királyt, hanem valami mást húztunk (és a kihúzott lapot nem tesszük vissza), annak a valószínűsége, hogy másodszorra királyt húzunk: 4/15, vagyis 1/4-nél nagyobb, így annak a valószínűségére, hogy először nem királyt, másodszorra azonban királyt húzunk, a szorzási szabály helyes alkalmazásával $3/4 \cdot 4/15 = 1/5$-nek adódik; mivel $1/20 + 1/5 = 1/4$, tehát annak valószínűsége, hogy másodszorra királyt húzunk (tekintet nélkül az első húzás eredményére) ugyanúgy 1/4 akkor is, ha az először kihúzott lapot nem tesszük vissza, mint amikor visszatesszük. Ez azonban csak abban az esetben igaz, hogy nem nézzük meg az először kihúzott lapot; ha ugyanis megnézzük és azt látjuk, hogy az először kihúzott lap király, akkor e feltétel mellett csak 1/5 (vagyis 1/4-nél kisebb) a valószínűsége, hogy másodszorra királyt húzzunk, míg azon feltétel mellett, hogy az először kihúzott lap nem király, annak a valószínűsége, hogy másodszorra királyt húzzunk, 4/15 (vagyis 1/4-nél nagyobb). Azt kérdezheti erre Ön, hogyan függhet a valószínűség attól, hogy megnéztem-e az először kihúzott lapot, vagy sem? A kártya nem tudhatja, hogy én megnéztem-e az első lapot! Más szóval, hogyan befolyásolhatja az én tudásom a húzás esélyét, hiszen ez utóbbi csak a kártyacsomag összetételétől függ. Valóban így van, de ha megnézem az először kihúzott lapot, ezáltal éppen az derül ki, hogy a 16 lap közül melyik hiányzik a megmaradt 15 közül és ennek a lapnak a tényleges hiánya befolyásolja a szóbanforgó valószínűséget, mert ettől függ, hogy a megmaradt 15 lap között 4 vagy csak 3 király van-e. Tulajdonképpen félrevezető arról beszélni, hogy megnézzük a kihúzott lapot, hiszen nem az számít, hogy én tudom-e, hogy az melyik lap, csak az, hogy valójában király-e vagy nem. Ha azonban semmit sem mondunk a kihúzott lapról, annak valószínűségének kiszámításánál, hogy másodszorra királyt húzunk, figyelembe kell venni mind a két lehetőséget: azt, hogy először királyt húztunk és azt is, hogy nem királyt húztunk, és e lehetőségek valószínűségeivel kell súlyozni az 1/5 és 4/15 feltételes valószínűségeket; valóban, $1/4 \cdot 1/5 + 3/4 \cdot 4/15 = 1/4$.

E példa jól mutatja, hogy ezen — csak látszólag egyszerű kérdések vizsgálata nagy körültekintést igényel, mert szinte minden lépésnél buktatók várják az embert. Erről máskor majd részletesebben szeretnék írni Önnek. Visszatérve a szorzási szabály kérdésére, ennek szabatos és általános fogalmazása tehát úgy szól, hogy annak a valószínűségét, hogy mind az A, mind pedig a B esemény bekövetkezzék, úgy kapjuk meg, ha az A esemény valószínűségét megszorozzuk a B esemény valószínűségével, de utóbbi valószínűséget azon feltevés mellett kell kiszámítani, hogy az A esemény bekövetkezett; ez utóbbi valószínűséget nevezzük el a B esemény az A feltétel melletti feltételes valószínűségének.

Úgy tűnik, mintha itt új fogalmat vezettem volna be: a *feltételes valószínűség* fogalmát. Valójában ez nem teljesen új fogalom, hiszen minden esemény valószínűsége függ azoktól a feltételek-

től, amelyek mellett az esemény bekövetkezését ill. be nem következését vizsgáljuk. Amikor azt mondjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy kockát feldobva 6-ost dobunk: 1/6, hallgatólagosan feltesszük, hogy a kocka szabályos. Amikor azt mondjuk, hogy 1/4 annak a valószínűsége, hogy az említett kártyacsomagból királyt húzzunk, feltesszük, hogy a kártyacsomag 16 lapból áll, ezek között 4 király van és a kártyák alaposan össze vannak keverve. Ha a feltételek megváltoznak, általában megváltozik a valószínűség is. Valójában tehát minden valószínűség feltételes, ha azonban a feltételek ismeretesek és nem változnak, nem szükséges ezeket mindig megemlíteni; ha azonban a feltételek megváltoznak, akkor ezt figyelembe kell venni. Úgy érzem, hogy a „feltételes valószínűség" kifejezés tulajdonképpen pleonazmus; olyan, mintha „halandó ember"-ről beszélnénk, annak ellenére, hogy minden ember halandó. A félreértések elkerülése végett azonban mégis célszerű feltételes valószínűségekről beszélni olyankor, amikor a feltételek nem egyszersmindenkorra adottak, hanem esetről esetre változhatnak.

Előfordulhat, hogy egy B esemény valószínűsége azon feltevés mellett, hogy az A esemény bekövetkezett, ugyanakkora, mint a feltétel nélkül. Ha ez a helyzet, indokoltnak látszik az A és B eseményeket *független*nek nevezni, hiszen ez esetben a B esemény bekövetkezésének valószínűsége nem függ attól, hogy az A esemény bekövetkezett-e, vagy nem, illetve attól sem, hogy ezt egyáltalán figyelembe vesszük-e. Ha az A és B események függetlenek, akkor tehát a szorzási szabály a feltételes valószínűség fogalmának felhasználása nélkül is komondható. Ilyen esetekben minden további megjegyzés nélkül állíthatjuk, hogy annak valószínűsége, hogy mind az A, mind pedig a B esemény bekövetkezzék, egyenlő ezen események valószínűségeinek szorzatával. Ez a helyzet például, ha az A és B események két különböző kockával való dobásokra vonatkoznak. Ez esetben az A és B események függetlenségének az az oka, hogy a két kocka egymásra semilyen befolyást nem gyakorolhat. Ha a két kocka egy fonállal össze volna kötve, akkor a két dobás eredménye nem volna független. Két esemény azonban nemcsak akkor lehet független, ha nem is tudjuk elképzelni, hogyan befolyásolhatná az egyik bekövetkezése a másik esélyeit. Jelentse például A azt az eseményt, hogy az említett kártyacsomagból egy lapot húzva, az a lap treff színű, B pedig azt az eseményt, hogy a kihúzott lap király. Ez esetben a két esemény ugyanarra a húzásra vonatkozik, mégis függetlenek, hiszen a 16 lap közt 4 király van, a 4 treff színű lap közt egy király, a többi 12 lap között pedig 3 király, tehát a B esemény valószínűsége akkor is 1/4, ha az A esemény bekövetkezett, akkor is ha nem következett be, és akkor is, ha az A eseményt egyáltalán nem is vesszük tekintetbe.

Amikor a valószínűségekről gondolkodni kezdtem, minden olyan egyszerűnek és világosnak tűnt előttem; most kezdem csak látni, hogy tévedtem. Valahányszor azt hiszem, hogy megragadtam az igazságot, az újra szertefoszlik kezemben. Szinte minden lépésnél újabb szakadékok leselkednek az emberre!

A véletlen fogalmát évszázadokon át babonás hit övezte és azt hiszem, ez tartotta vissza az embereket attól, hogy a véletlen jelenségeket megpróbálják tudományos vizsgálat tárgyává tenni.

Jólesett töprengéseimet is őszintén feltárni Ön előtt. Bízom benne, hogy aki olyan jól megérti gondolataimat, mint Ön, őszinteségemet barátságunk zálogaként fogja fogadni és azt olvassa ki e levélből is, hogy az Ön legőszintébb barátja és tisztelője

Blaise Pascal

4. levél

Paris, 1654 november 19, csütörtök

Pierre Fermat úrnak

Toulouse

Uram,

Orléansból november 12-én írt válaszában szerényen elhárítja azt a feltevésemet, hogy előre tudta volna a választ kérdéseire, melyeket előző levelében nekem feltett. Ne is vegye rossznéven, ha én kitartok meggyőződésem mellett, hogy válaszaim nem mondtak Önnek sok újat. Éppen mivel azt hiszem, hogy Ön saját kérdéseit már előbb megválaszolta önmagának; ezért örülök annyira, hogy az én válaszaimmal — mint írja — túlnyomórészt egyetért.

Mostani levelében feltett újabb kérdéseivel kapcsolatban azonban hajlok arra, hogy elhigyjem, hogy ezek valóban nem szónoki kérdések. E kérdések ugyanis annyira elválaszthatatlanok a filozófia legalapvetőbb problémáitól, hogy úgy hiszem, e kérdéseket minden kor újra meg újra fel fogja vetni. Ahogy az emberiség tudásban gyarapodik, egyre teljesebb választ lehet majd adni e kérdésekre, de soha válasz e kérdéseket végleg lezárni nem fogja. Öné azonban az érdem, hogy e kérdéseket elsőként fogalmazta meg ilyen páratlan világossággal. Ha, mondjuk 300 év múlva, feltámadnék, és azt látnám, hogy a matematikusok, a természet kutatói és a filozófusok még mindig vitatkoznak e kérdéseken, egyáltalában nem lepődnék meg. Azon sem csodálkoznék, ha e viták során sok homályos és zavaros nézet is szóhoz jutna. Éppen mivel a bizonytalanságról van szó, várható, hogy felületes elmék azt fogják hinni, hogy e téren kell törekedni a gondolkodás lehető legteljesebb tisztaságára. Nem lepne meg, hogy olyanok, akik a szabatos matematikai gondolkodástól amúgy is idegenkednek, azt hinnék, hogy — mivel a véletlen jelenségeket úgysem lehet teljes pontossággal előre látni, legfeljebb nagy vonalakban — e jelenségek matematikai vizsgálatánál megengedik maguknak a pongyolaságot, a csak félig átgondolt és csak negyedrészt megemésztett fogalmakkal való dobálódzást. Pedig ennek

éppen az ellenkezője igaz. Minden háziasszony tudja, hogy a friss, puha kenyér felszeleteléséhez sokkal fontosabb, hogy a kés éles legyen, mint a szárazabb kenyér felvágásához. Lényegében itt is erről van szó. Minden tudományos vizsgálatra áll, hogy csak kristálytiszta érveléssel, óvatosan, lépésről-lépésre haladva és minden lépést ellenőrizve lehet az igazságot megközelíteni, de ez sehol sem annyira fontos, mint éppen a véletlen jelenségek vizsgálatánál, mert itt különösen könnyű megbotlani.

Nemrégiben Madame d'Aiguillon szalónjában, nagyobb társaságban hosszabb beszélgetést folytattam e kérdésekről egy régi barátommal, Damien Miton úrral, aki jelen volt már akkor is, amikor de Méré lovag feltette nekem kérdéseit a kockajátékról. Miton úr azóta is érdeklődik a maga módján e dolgok iránt, és gyakran faggat, hogy mennyire jutottam a valószínűségek kutatásában. Tudnia kell, hogy Miton úr, bár nem matematikus, igen művelt és finom elme, akinek érdeklődése az irodalom mellett, amelynek igen alapos ismerője és kiváló művelője, a tudomány kérdéseire is kiterjed, és esze úgy vág, mint a borotva. Gyakran vitatkozásra késztet engem az a tulajdonsága, hogy minden kérdésről teljesen határozott véleménye szokott lenni, még akkor is, ha először hall arról. Ez a magabiztossága engem egyenesen ingerel és gyakran próbálom bebizonyítani neki, hogy elhamarkodottan alkotott véleményt. Ha elmondom Önnek, hogy e vitáink során, ha már annyira sarokba szorítottam, hogy be kellene látnia, hogy tévedett, mivel szokta lezárni a vitát; ebből képet alkothat magának erről az emberről. Miton úr ilyenkor ugyanis azt szokta mondani, hogy belátja, hogy az övétől különböző, sőt azzal ellentétes vélemény is lehet legalább annyira indokolt, mint az övé és ő nem is akar engem meggyőzni az ő igazáról, készségesen elismeri, hogy nekem éppen úgy jogom van, hogy egyéni véleményt alkossak magamnak, mint őneki, de éppen ezért azt kéri, hogy én se próbáljam ráerőszakolni az én véleményemet. Kedvenc szavajárása Miton úrnak az, hogy „kinek a szőke, kinek a barna", — és ehhez hozzá szokta tenni, hogy őneki még e kérdésben sincsenek előítéletei. Ezzel a vita be is szokott fejeződni, illetve a beszélgetés a szépaszszonyokra terelődik át; e téren persze eszembe sem jut Miton úr alapos ismereteit és ítéletei megalapozottságát kétségbevonni.

Ezzel, úgy hiszem, bemutattam Önnek Miton urat, erényeivel és korlátaival együtt.

Ezek előrebocsátása után ismertetem Önnel Miton úrral a valószínűségekről folytatott beszélgetésünket.

Beszélgetésünk elején Miton úr kérdésére, hogy meddig jutottam el a véletlen matematikai törvényeinek vizsgálatában, röviden elmondtam azt, amit Önnek előző leveleimben megírtam: a valószínűséget, mint a bizonyosság fokát definiáltam megadott körülmények mellett. Rámutattam, hogy egy esemény relatív gyakorisága az illető esemény valószínűsége, mint szilárd pont körül ingadozik a véletlen szeszélye szerint. Ehhez kapcsolódott Miton úr első megjegyzése.

Miton: Megértem az Ön lelkesedését, Pascal úr, afelett, hogy elsőnek fogalmazta meg ezt az érdekes tényt. Úgy érzem azonban, hogy e törvény érvényességi köre meglehetősen korlátozott: a sorshúzástól és a szerencsejátékoktól eltekintve — melyek engem is érdekelnek, bár távolról sem annyira, mint közös barátunkat, de Méré lovagot — nem is tudok elképzelni olyan helyzetet, ahol e tétel feltételei teljesülnének. Pascal úr, úgy hiszem, tudja, hogy gyakran szoktam járni lóversenyekre, nem azért, hogy pénzt nyerjek — erre szerencsére nem vagyok rászorulva —, hanem a jó társaság kedvéért. De ha már ott vagyok, érdeklődéssel kísérem a versenyt is, és így tapasztalatból tudom, hogy azt éppen úgy nem lehet előre megmondani, melyik ló fog nyerni, mint a kockadobás eredményét: ez is a véletlentől függ; a lóversenyeknél azonban Pascal úr törvénye nem alkalmazható, hiszen még ha meg is ismételnék a lóversenyt többször egymás után, ugyanazokkal a lovakkal és lovasokkal (ami soha nem fordul elő), az már nem volna ugyanaz a verseny és az egyes lovak esélyei nem volnának ugyanazok.

Pascal: Egy törvény érvényességét nem érinti az, hogy bizonyos esetekben feltételei nem valósulnak meg és így nem alkalmazható. A tétel érvényességét csak az csorbítaná, ha olyan esetben sem teljesülne a tétel konklúziója, amikor a tétel feltételei teljesülnek. Abban azonban Önnek igaza van, hogy vannak olyan véletlen események, amelyek bekövetkezését csak egyetlen egyszer figyelhetjük meg, mert ugyanolyan körülmények között a megfigyelés nem ismételhető meg. Az ilyen véletlen eseményeket nevezhetjük *egyszeri* véletlen eseményeknek.

Milton: Ilyen egyszeri véletlen események esetében tehát a valószínűség tapasztalati úton, a relatív gyakoriság megfigyelése révén való közelítő meghatározására nincs lehetőség?

Pascal: Úgy van, hiszen csak egy megfigyelést végezhetünk és így a relatív gyakoriság értéke csak 1 vagy 0 lehet.

Miton: Mit jelent akkor egy ilyen egyszeri esemény esetében az, hogy a valószínűsége egy meghatározott szám, például 1/2?

Pascal: E kijelentésnek ugyanaz az értelme, mint a sokszor megfigyelhető események esetében. Például szokás, hogy a csirkemell egy bizonyos villa-alakú csontjának két szárát két gyermek addig húzza, amíg az egyik szár el nem törik. Közben mindketten egy-egy kívánságukra gondolnak; a babona azt tartja, hogy akinek a kezében levő szár nem törik el, annak a kívánsága teljesül. Mivel a szóbanforgó csontocska szimmetrikus, van értelme azt mondani, hogy mindkét gyermek 1/2 valószínűséggel fog nyerni, annak ellenére, hogy a csontocskát csak egyszer lehet eltörni.

Miton: E példában tulajdonképpen még az Ön törvényének érvényesüléséről is lehet beszélni, ugyanis nyilván, ha sok ilyen csont eltörését fi-

gyeljük meg, igaz lesz, hogy az eseteknek körülbelül a felében az a gyermek nyer, aki a baloldali ill. aki a jobboldali szárat fogja. A lóverseny esetében azonban nincs ilyen kiút a dilemmából. Egyébként egyetértek Önnel abban, hogy a lóverseny esetében is van értelme azt mondani, hogy a versenyző lovak közül az egyik egy bizonyos — mondjuk 1/2 — valószínűséggel fog győzni; valóban, a lóversenyen résztvevőknek általában elég határozott véleményük szokott lenni erről, és ennek megfelelően fogadnak a lóverseny kimenetelére. Azt tapasztaltam azonban, hogy a különböző emberek véleménye erősen el szokott térni egymástól, aszerint, hogy milyen információik vannak az egyes lovakról. E példa alapján nekem úgy tűnik, hogy általában egy esemény valószínűségét különböző emberek különbözőképpen ítélik meg, és semmi alapot nem látok arra, hogy eldöntsük, melyiknek van igaza. Az, hogy egy ló elsőnek ér célba, nem bizonyítja, hogy azoknak, akik e lóra fogadtak, igazuk volt, csak azt, hogy szerencséjük volt. A szerencsejátékok esetében persze a hozzáértők véleménye valóban megegyezik, de ez csak ilyen kivételes és mesterkélt esetekben van így. Ön azt mondta, hogy egy esemény valószínűségén az illető esemény bizonyossági fokát értjük. Szerintem ezt a definíciót úgy kell módosítani, hogy egy véletlen esemény valószínűsége általában minden ember számára más és más: mert csak azt adja meg, hogy ő milyen mértékben számít a szóbanforgó esemény bekövetkezésére, hogyan ítéli meg annak bizonyossági fokát. Az emberektől elvonatkoztatva tehát szerintem egy esemény valószínűségéről ugyanúgy nem lehet beszélni, mint egy vers, egy kép vagy egy asszony szépségéről: az ízlések különbözők és ugyanígy különbözőképpen ítélik meg az emberek egy véletlen esemény esélyeit is.

Pascal: Ebben nem értek Önnel egyet; szerintem egy esemény valószínűsége mindig egy, a mi véleményünktől független, meghatározott szám, amelynek értékét persze különböző emberek különbözőképpen becsülik meg. Azt elismerem, hogy a lóverseny esetében, ha valaki azt tanácsolja nekem, hogy egy bizonyos lóra fogadjak és ez a ló valóban befut, ez még nem jelenti, hogy a tanácsadóm jól ítélte meg a lóverseny várható kimenetelét. Ha azonban ennek a tanácsadónak a „tippjei" hosszú időn keresztül az esetek nagyrészében — mondjuk 9/10-ében — beválnak, egy másik tanácsadó „tippjei" azonban az eseteknek csak 1/10-ében válnak be, akkor nemde ebből Ön is azt a következtetést vonja le, hogy az első tanácsadóra érdemes hallgatni, a másodikra nem.

Miton: Természetesen.

Pascal: Mondhatjuk tehát ez esetben, hogy az első tanácsadó egyéni véleményei megbízhatóbbak, mint a másodiké?

Miton: Nyilvánvalóan.

Pascal: Most megfogtam Önt. Hiszen ez azt jelenti, hogy az első tanácsadó jobban képes megbecsülni a lóverseny eredményének *valódi* valószínűségét; tehát ez esetben is van értelme a szóbanforgó események valószínűségeinek valódi értékéről beszélni, annak ellenére, hogy azt pontosan senki sem ismeri, csak többé-kevésbé megbízhatóan tudja megbecsülni.

Miton: Elismerem, hogy ez ügyes válasz volt, bár Ön most tulajdonképpen egy egészen más esemény valószínűségéről beszél, mint én, tudniillik annak az eseménynek a valószínűségéről, hogy egy lóversenyszakértő milyen valószínűséggel ad helyes „tippet", és itt már nem egy egyszeri eseményről van szó, hanem egy sokszor ismétlődő eseményről, amelynek valószínűségét a relatív gyakoriság megfigyelése útján valóban meg lehet állapítani. De hagyjuk a lóversenyt, hiszen nem a példa a fontos, hanem az elvi kérdés. Szeretném, ha megmagyarázná, mire alapozza azt, hogy általában van értelme egy esemény valószínűségéről beszélni, függetlenül az egyéntől, aki erre nézve véleményt alkot. Szerintem minden valószínűség szubjektív; ha Ön szerint ez nem így van, hanem van értelme objektív valószínűségről beszélni, akkor bizonyítsa is ezt be.

Pascal: Készséggel elismerem, hogy ezt nem tudom bebizonyítani, ez axioma, és Ön is tudja, hogy axiomákat nem lehet és nem is szükséges bizonyítani. Csak azt tudom Önnek megmutatni, hogy ez az axioma éppen olyan ésszerű, mint azok az axiomák, amelyek helyességét kétségbe vonni sem Önnek, sem másnak nem is jut eszébe. Talán meg fogja lepni, ha azt mondom, hogy a valószínűség objektivitásának axiomája egy mindenki által elfogadott axiomának természetes és szinte magától értetődő kiterjesztését képezi.

Miton: Milyen axiomára gondol?

Pascal: Az okság axiomájára: arra, hogy a természetben az összes, egy jelenséget befolyásoló tényezők együtt pontosan meghatározzák a jelenség lefolyását, és azonos okok mindig azonos következményekre vezetnek; ez egész világképünk alapja és minden egyes természeti törvény, amelyet a tudomány felfedez, újabb érv amellett, hogy ez az axioma helyes és szükséges. Aki azonban az okság elvét elfogadja, annak el kell fogadnia azt az axiomát is, hogy a véletlen események meghatározott — tőlünk független, vagyis „objektív" — valószínűséggel bírnak, mert ez nem más, mint ugyanannak az alapelvnek egy átfogóbb és pontosabb megfogalmazása.

Miton: Valóban meglepő, amit mond és nem is értem. Nem tudná ezt érthetőbben megmagyarázni?

Pascal: A legnagyobb örömmel. Szerintem az okság elvének ez az általánosabb alakja a következőképpen fogalmazható meg: ha ismerjük mindazon körülményeket, amelyek egy jelenségre befolyással bírnak, akkor ezek egyértelműen meghatározzák a jelenség lefolyását; ha azonban a lényeges körülményeknek csak egy részét ismerjük, ezek a jelenség lefolyását illetően általában még több lehetőséget engednek meg, azonban egyértelműen meghatározzák ezen lehetőségek mindegyikének a valószínűségét. Azon, hogy egy esemény bekövetkezése a véletlentől függ, éppen azt

értjük, hogy a figyelembe vett körülmények nem határozzák meg egyértelműen, hogy mi fog történni, megengedik azt is, hogy az esemény bekövetkezzék és azt is, hogy ne következzék be, azonban meghatározzák e két lehetőség valószínűségeit. Az, hogy mi e valószínűségeket bizonyos esetekben pontosan ismerjük, más esetekben csak közelítőleg, egyes esetekben pedig egyáltalán nem, a dolog lényegét ugyanúgy nem érinti, mint az okság elvét sem érinti, hogy bizonyos teljesen meghatározott jelenségek esetében ismerjük a pontos törvényt, mint például azt, hogy egy leejtett kő hogyan fog leesni, más jelenségek esetében azonban nem is ismerjük a pontos törvényt. —

Miton: Kezdem érteni az Ön filozófiáját, ez azonban nem jelenti, hogy el is fogadom azt. Ha jól értettem Önt, akkor az okság elve Ön szerint a valószínűségek objektivitása elvének határesete.

Pascal: Nagyon is jól megértett, sőt szerintem olyan ideális határeset, mely a valóságban tulajdonképpen sohasem valósul meg teljesen, csak közelítőleg. Egy jelenségre hatást gyakorló összes körülményeket teljes pontossággal ugyanis soha nem ismerhetjük és nem vehetjük tekintetbe. Ha sikerül számbavennünk egy jelenséget meghatározó főbb okokat, úgy a jelenség lefolyását nagy vonalakban előre láthatjuk, de nem láthatjuk őket előre minden parányi részletükben. Talán emlékszik még a levegő súlyára vonatkozó kísérleteimre. Sikerült megmutatnom, hogy magas hegyen — például a Puy de Dome csúcsán — alacsonyabb a higanyoszlop, mint a hegy lábánál, mert a hegy lábánál a levegő súlya nagyobb, hiszen onnan számítva a légoszlop magasabb. De a levegő súlya a föld ugyanazon pontján sem állandó, az időjárástól, a levegő nedvességtartalmától is függ, ez utóbbi pedig a véletlentől függ és azt előrelátni nem tudjuk. Így tehát nem állíthatjuk, hogy a levegő súlya itt Párizsban egy teljesen meghatározott érték, csak azt mondhatjuk meg, hogy milyen határok közé fog nagy valószínűséggel esni. E valószínűségeket azonban Párizs földrajzi helyzete, az évszak és az időjárás határozza meg; akármit is gondol Ön erről, attól a higany a Torricelli-féle kísérletnél egy századmillimétert sem fog se fel, se lemenni. Vagy vizsgálljuk a csillaghullás példáját. Igaz, hogy augusztusban látni a legtöbb hullócsillagot. De ez nyilván akkor is így volt, amikor még ezt senki nem figyelte meg. Nem azért több augusztusban a hullócsillag, mert Önnek, meg nekem ez a véleményünk, hanem azért ez mindkettőnknek a véleménye, mert valóban gyakoribb e hónapban a csillaghullás, mint máskor. A holdon végbemenő véletlen eseményeknek is meghatározott valószínűsége van, annak ellenére, hogy e valószínűségekről senkinek közülünk nem lehet semmilyen egyéni véleménye, hiszen még azt sem tudjuk, hogy milyen eseményekről van szó.

Miton: Ne is folytassa, Uram, mert ebben teljesen egyetértünk. Elfogadom, hogy az élettelen természetre vonatkozó valószínűségek objektív érvényűek, ezt eddig sem vontam kétségbe. De engedje meg, hogy figyelmeztessem, hogy megint olyan területre terelte a vitát, ahol valóban szilárd talajra támaszkodhat; példái mind korlátlanul megismételhető kísérletekre, és ha nem is gyakorlatban, de legalább elvben akárhányszor megfigyelhető jelenségekre vonatkoznak, ahol a valószínűségek valódi értékére a relatív gyakoriságból lehet következtetni. Az én ellenvetéseim az egyszeri véletlen eseményekre vonatkoztak — mint például egy lóverseny kimenetele.

Ha Önnek ez örömet okoz, elfogadom, hogy az egyszeri véletlen eseményeknek is van tőlünk független objektív valószínűsége, habár annak pontos értékét nem ismerjük, sőt nem is ismerhetjük. Szerintem azonban a tudománynak nem feladata, hogy elvileg megismerhetetlen, a tapasztalat számára hozzáférhetetlen dolgokkal foglalkozzék, még ha ilyenek léteznek is, bár szerintem ilyen esetekben nagyon is kétséges, hogy egyáltalán mit is értsünk ezek „létezésén".

Pascal: Ugyanazt, mint Lucretius atomjainak a létezésén, amelyeket szintén nem láthatunk még nagyítóval sem, mégis segítségükkel tudjuk megmagyarázni mindazt, amit látunk magunk körül a világban. Mindkét esetben egy olyan tudományos hipotézisről van szó, amelyet közvetlenül nem, csak következményein keresztül tudunk ellenőrizni.

Miton: Pascal úr, Ön valóban ügyvédnek is kiváló volna; látom, az „argumentum ad hominem" módszerét is ügyesen kezeli. Úgy látom, még emlékszik arra a beszélgetésünkre, amelyben elmondtam, hogy a „De rerum natura" legkedvesebb olvasmányom — és nem csak azért, mert, mint ő, és én is nagyrabecsülöm Vénusz istennőt. Bár még mindig nem győzött meg teljesen, hasonlata az atomokkal kétségtelenül elgondolkoztató. Ön szerint tehát az egyszeri események valószínűségei is azon dolgok közé tartoznak, amelyekről a költő azt mondja, hogy

„Halld és ismerd el magad is, hogy vannak a dolgok
Közt olyanok bőven, melyeket nem láthat az ember.
Lám, a viharzó szél felkorbácsolja a tengert,...
Elsüllyeszt roppant gályákat, s felleget oszlat...
...
S ime: a szél is olyan, mit nem lát szemmel az ember."

Ön szerint tehát a szerencsétlen gályákat a láthatatlan szél és az ismeretlen valószínűség közös erővel süllyesztik el?

Pascal: Így is lehet mondani, és ezzel Lucretius is egyetértene, hiszen ő maga is úgy képzelte, hogy a világot az atomok véletlen összeverődése hozta létre.

Milon: Ön úgy beszél a véletlenről, mintha teljesen egyértelműen eldönthető volna, hogy egy esemény a véletlentől függ-e vagy sem. Nekem úgy tűnik, hogy ez sem dönthető el egyértelműen. Ami az egyiknek véletlen, a másiknak nem az. Szerintem még az is egyéni ítélettől függ, hogy egy esemény egyáltalán véletlenszerű-e.

Pascal: Abban egyetértek, hogy ugyanaz az esemény bizonyos esetekben véletlen eseménynek tekintendő, más esetekben pedig okozatilag teljes mértékben meghatározottnak, attól függően, hogy milyen körülmények között vizsgáljuk. Emlékezzék csak vissza arra, amit arról mondtam Önnek még beszélgetésünk elején, hogy minden valószínűség tulajdonképpen feltételes; az objektív feltételektől, amelyek mellett egy esemény bekövetkezését vizsgáljuk, függ, hogy az esemény egyáltalán véletlen jellegű-e, és ha igen, ezek az objektív feltételek határozzák meg az esemény valószínűségét is.

Miton: Ám legyen, nem vitatom ezt most tovább. Felfogásaink, úgy látszik, nem is annyira ellentétesek, mint eleinte gondoltam; legalább is a gyakorlati konzekvenciákat illetően az eltérés lényegtelen. Ezért úgy hiszem, ne is untassuk tovább vitánkkal a társaságot, hiszen akármeddig vitatkozunk is, mindketten azután is csak a saját fejünkkel fogunk gondolkozni és így szükségképpen némileg másképp fogjuk látni a dolgot. Úgy érzem, a vita során felfogásunk annyira közel került egymáshoz, amennyire ez egyáltalán lehetséges, így a további vita céltalan volna. Úgy látom, a szép hölgyek itt körünkben máris neheztelnek ránk azért, mert elhanyagoljuk őket, ezért — ha Ön is egyetért — fejezzük be mára a vitát.

Pascal: Ahogy Ön kívánja.

Eddig tartott a beszélgetésünk. Mivel úgy érzem, ebben benne van az a kevés, amit az Ön kérdéseiről egyáltalán mondani tudok, ezért nem is fűzök hozzá semmi kommentárt és csak azt kérem, hogy barátságunk érdekében írja meg egészen nyíltan és őszintén a véleményét erről a beszélgetésről, amelyet Miton úrral folytatott az Ön leghűségesebb és Önt mindenkinél többre becsülő híve és tisztelője,

Blaise Pascal

EGYESÜLETI ÉLET – HIREK

Új állami díjasunk

Örömmel jelentjük, hogy Gyulai Zoltán akadémikust, Társulatunk elnökét, kormányzatunk a szilárdtest fizika területén végzett több évtizedes alapvető munkásságáért az 1966. évi Állami-díj első fokozatával tüntette ki.

Gyulai Zoltán tudományos tevékenységét a fényelektromos jelenségek tanulmányozásával kezdte el. Különösen jelentősek a színezett alkalihalogenid kristályokon végzett vizsgálatai. Ezek a kvantumfizika fejlődésének kezdeti szakaszában az első kísérleti bizonyítékok közé tartoztak a kvantumszerűségnek szilárd anyagokban való érvényességével kapcsolatban. Az ismert röntgenezéssel történő színezés mellett új színezési eljárást dolgozott ki, amelyet additív színezésnek nevezünk. Vizsgálatai során a színezett kristályok számos tulajdonságát tárta fel, és többek között tisztázta a természetben is előforduló kék és ibolya színű kősókristályok színcentrumainak természetét. A mai szilárdtest fizika alapján értékelve Gyulai eredményeit, elmondhatjuk, hogy azok mind a ponthibák tulajdonságainak megismerése, mind pedig az ionizáló sugárzások által szilárdtestekben kiváltott folyamatoknak feltárása szempontjából alapvetőek, és a szilárdtest fizika lényeges megállapításai közé tartoznak.

Vizsgálatai során nagy pontossággal mérte meg az alkalihalogenid kristályok egyes fizikai állandóit. Eredményeit átvették a fizikai állandókat tartalmazó gyűjteményes kiadványok, és mérési adatait az alkalihalogenid kristályokat előállító iparvállalatok ma is minőségellenőrzésre használják.

További vizsgálatai is szorosan kapcsolódnak a kristályhibák szerkezetének problematikájához. Ezek a kérdések a 20-as években még csak elméleti viták tárgyát képezték. Ekkor dolgozta ki Gyulai a kristályhibák realitásának vizsgálatára azokat a méréseket, amelyek során kitűnt, hogy a NaCl egykristályok elektromos vezetőképessége nyomás hatására ugrásszerűen megváltozik. A Gyulai—Hartly-féle nyomás-effektus révén nyert először kísérleti igazolást az a tény, hogy a reális kristályok hibahelyeket tartalmaznak. Ez a jelenség lett — amint arra F. Seitz a 40-es években több dolgozatban rámutatott — a disszociáció-elmélet egyik alapvető kísérleti igazolása.

Ezek után fordult figyelme egyrészt az extrém nagy nyomásnak alávetett alkalihalogenid kristályok képlékeny tulajdonságainak elektromos vezetőképesség-méréssel történő vizsgálata felé, másrészt a kristálynövekedés irányába. Eredményeit több nemzetközileg elismert és idézett dolgozat tartalmazza. Különös érdeklődést keltettek azok a vizsgálatok, amelyek a Kossel—Stranski-féle kristálynövekedési elmélet kísérleti alátámasztását tűzték ki célul.

Munkásságának új szakasza indult el az igen vékony és hosszú ún. tűkristályok előállításával. Feltételezte, hogy ezek kevesebb hibát tartalmaznak, mint más kristályok, és így várható, hogy szakítási szilárdságuk megközelíti az elméletileg számított értéket. Feltételezését sikerült igazolnia, és kísérletei nyomán világszerte számos laboratórium foglalkozik ma is tűkristályok előállításával és különböző irányú vizsgálatával.

Újabban az oldatból való kristálymag-képződést és növekedést tanulmányozta. Egyik érdekes felismerése, hogy mechanikai impulzusokkal lavinaszerű magképződés indítható el (Gyulai-féle lavina-effektus).

Munkásságának jelentősége nem mérhető le néhány konkrét eredmény felsorolásával még akkor sem, ha ezek az eredmények egy tudományterület fejlődédének jelentős állomásai. Munkásságával tudományos iskolát alapított, több évtizedes oktatói tevékenysége során pedig generációkat nevelt a természettudományos gondolkodásra. Külön ki kell emelni előadási kísérleteit, didaktikai tárgyú, ill. demonstrációs kísérletekkel foglalkozó dolgozatait, valamint kétkötetes Kísérleti fizika című tankönyvét.

Szeretettel kívánunk mindnyájan Gyulai Zoltán akadémikusnak sok erőt és szép sikereket további munkájához.

Csillagvizsgálók a Gellérthegyen

Nemrég múlott másfél évszázada, hogy ünnepélyes keretek között megnyitották a Gellérthegy csúcsán — a mai Citadella helyén — álló Egyetemi Csillagvizsgálót. Ennek az obszervatóriumnak helyét, (amelyet a kor egyik legkiválóbb csillagásza, a német Encke „Európa egyik fő-csillagvizsgálójának" nevezett) mindmáig nem jelzi emléktábla, működéséről még nem jelentek meg monográfiák. E cikk szerény keretei között szeretnék emléket állítani a maga korának egyik legnagyobb szabású hazai csillagvizsgálójáról — s egyúttal megemlékezni a Gellérthegyen működő mai Uránia Csillagvizsgáló két évtizedes tevékenységéről is.

A pesti Egyetem csillagvizsgálóinak előzményei a XVIII. sz. elejére nyúlnak vissza. A Pázmány Péter alapította nagyszombati egyetemen 1735-ben kezdte meg működését az első, mai értelembe vett, korszerű csillagvizsgáló. Ezt 1756-ban az akkori időknek megfelelő, európai viszonylatban is jelentős intézetté fejlesztették. Két évtizeddel utóbb az egyetem Pest-Budára költözött, a csillagászati obszervatórium pedig a Vár tornyában kapott helyet.

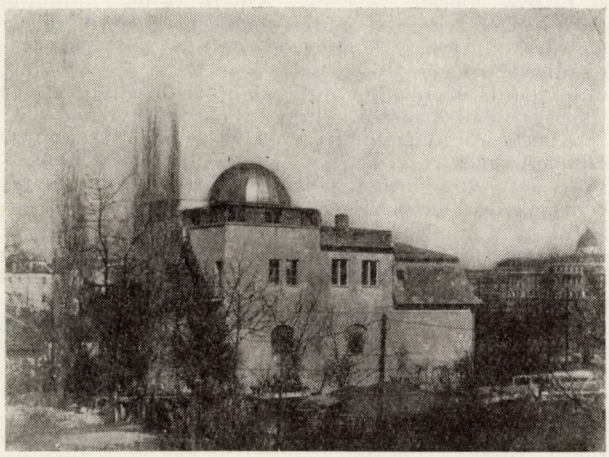
A várbeli csillagvizsgáló — amely 1779-ben kezdte meg tevékenységét — sem elhelyezés, sem felszerelés szempontjából nem volt jónak nevezhető. A vár tornyát nem csillagászati obszervatórium céljaira tervezték. Emellett éppen a XVIII. sz. végén indultak rohamos fejlődésnek a megfigyelő eszközök is. A várbeli csillagvizsgáló tehát menthetetlenül elavult. Időszerűnek látszott ezért egy új, korszerű intézet alapítása.

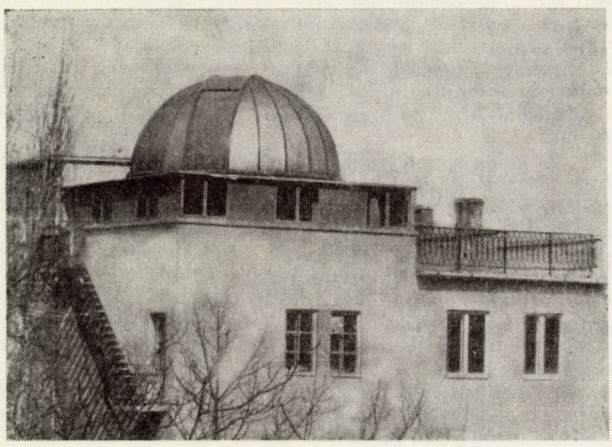
Erre 1805-ben került sor, Pasquich Jánosnak (1753—1829), a pesti egyetem horvát származású matematika tanárának javaslatára. Pasquich, barátainak biztatására, két évvel korábban tett javaslatot ilyen irányba, a helytartó tanácsnak, s kérésére — meglepő módon — aránylag gyorsan meghallgatásra talált. 1805-ben felhatalmazást kapott az új intézet helyének kijelölésére és a műszerek megrendelésére. Az egyetemi obszervatórium helyéül Pasquich a Gellérthegy csúcsát jelölte, a műszereket pedig Fraunhofer, Repsold és Reichenbach müncheni cégétől rendelte meg. (Ez volt a később világhírűvé vált német cég első nagyobb megrendelése; nem kizárt tehát, hogy a Fraunhofer és Reichenbach gyártmányok „felfedezéséhez" Pasquich is hozzájárult!)

A csillagvizsgáló építése 1813-ban kezdődött, Pasquich, Reichenbach és híres építészünk, Pollack Mihály tervei szerint. A két, egyenként öt méter átmérőjű kupolát egy kelet-nyugat irányú nagy észlelőterem kötötte össze. Ennek észak-déli, a tetőzetet is átszelő résein át végezhették a meridián vonalon áthaladó égitestek megfigyelését. Az épületnek ez az elrendezése mintegy háromnegyed évszázadig példaképül szolgált a nagyobb külföldi csillagvizsgálók számára. (Ilyen elrendezésű pl. az 1836-ban alapított pulkovoi obszervatórium, és hasonló a Berlin-Babelberg-i intézet is.) A két kupolában kapott helyett egy 11,4 cm átmérőjű, ún. angol szerelésű equatoreiális távcső és egy hasonló méretű igen pontos fokbeosztású körökkel ellátott ismétlőkör (a mai teodolitok őse). A műszerek közül az észlelőterembe állt a 12,7 cm átmérőjű meridián távcső — az égitestek delelésének észlelésére — és a 8,5 cm-es heliométer, tizedívmásodperces szögek mérésére (e műszerfajta egyik prototípusa).

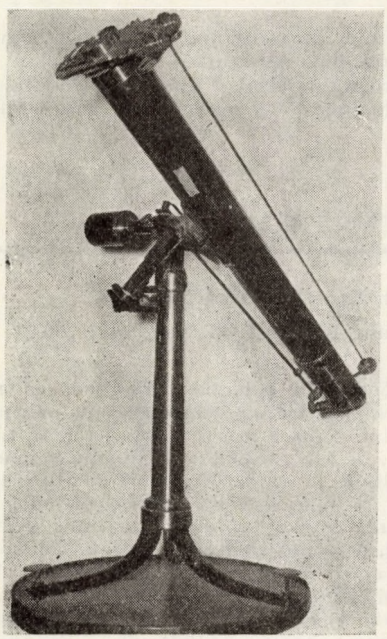
Az új csillagvizsgáló 1814-ben már annyira elkészült, hogy a bécsi kongresszusra összegyűlt uralkodók (I. Sándor orosz cár, III. Vilmos porosz király és I. Ferenc osztrák császár) pest-budai látogatásuk alkalmával felkereshették. Egy évvel utóbb, 1815. október 15-én, ünnepélyes keretek között, a helytartó tanács és az Egyetem vezetőinek jelenlétében nyitották meg a gellérthegyi csillagvizsgálót amely büszkén viselte homlokzatán az URANIAE (az égboltért) elnevezést.

A csillagvizsgáló működése azonban vontatottan indult meg. Az idős és főként elméleti munkára beállított Pasquich nehezen jött ki Karl Ludwig Littrow-val,





1. és *2. ábra*: A gellérthegyi Uránia Bemutató Csillagvizsgáló épülete és kupolája (Budapest. I., Sánc u. 3/b.) Hegyessy Péter felvétele



3. ábra: A gellérthegyi Uraniae Fraunhofer-féle heliométere. (A szerző felvétele)

a kazanyi csillagdából meghívott társigazgatóval, és Kmeth Dániel segédcsillagásszal (1783—1825). Végül is Littrow Bécsbe távozott, Kmeth pedig — miután Pasquich ellen koholt vádjai hamisnak bizonyultak — Kassára költözött. (Jellemző azonban a Gellérthegyi Uraniae hírnevére, hogy a Pasquich és Kmeth közti vita eldöntésében a kor legkiválóbb csillagászai: Bessel, Gauss, Olbers és mások fejtették ki véleményüket.)

Pasquich nyugalombavonulása után (1824) az egri csillagvizsgáló vezetője, a tehetséges Tittel Pál (1784—1831) vette át az intézet vezetését. Tittel segédcsillagászként magával hozta Egerből a szorgalmas — ám még fiatal — Montedegói Albert Ferencet (1811—1883). Ez volt a gellérthegyi intézet fénykora: Tittel és Albert rendkívül sok észlelést végzett, nagy kár, hogy e feljegyzések nagy része elveszett, elpusztult. Albert többek között 1825-ben egy üstököst is felfedezett, 1843-ban pedig vulkángyanús jelenséget látott egy holdkráterben. Tittel rendszeresítette 1830-ban a Pest-Buda lakosai számára adott déljelzést is, amelyet harangkongatás jelzett a csillagvizsgálóból.

Tittel váratlan halála után hosszabb ideig üresen állt a csillagvizsgáló igazgatói széke, míg végül 1835-ben a cseh- osztrák származású Mayer Lambert (1795—1865) kapott ide kinevezést. Működése alatt az intézet rohamosan hanyatlott, csupán Albert Ferenc végzett említést érdemlő munkát. Így többek között a Halley üstököst és az 1846-ban felfedezett Neptunus bolygót észlelte.

A gellérthegyi csillagvizsgáló sorsát a szabadságharc alatt Budavár ostroma pecsételte meg. 1849. májusában, a budai vár visszavétele során, a Gellérthegyen felállított magyar tüzérség és az osztrák ágyúk tűzpárbajában az osztrákok rommá lőtték a csillagvizsgálót. Albert Ferenc és néhány önfeláldozó budai polgár hősiesen próbálta menteni az intézet felszerelését, ám a feljegyzések és műszerek nagy része mégis megsemmisült. A rommá lőtt csillagda helyén pedig 1852-ben a Citadella erődjét emelték.

A gellérthegyi Uraniae műszereinek megmaradt darabjai az egyetem pincéjébe kerültek, és csak évtizedek múltán renoválták ezeket az akkor már elavult eszközöket. Az első világháború után az MTA Csillagvizsgálója őrizte e történelmi becsű eszközöket, ma pedig a budapesti Uránia Csillagvizsgáló gyűjteményében kaptak helyet „Európa egyik fő-csillagvizsgálójának" egykori műszerei.

Közel egy évszázad telt el a gellérthegyi egyetemi csillagda tragikus pusztulása után, amikor a második világháború rombolásából újjáépülő Budapesten, a Gellérthegy oldalában egy új csillagvizsgáló bontakozott ki. A mai gellérthegyi Uránia Bemutató Csillagvizsgáló — alig néhány száz méterre az egykori obszervatóriumtól — csupán névrokona a valamikori Uraniae-nak; jogutódja az MTA Obszervatóriuma. Közel két évtizede (1947-ben) Dr. Kulin György és néhány lelkes munkatársa azért alapította az Urániát, hogy a hazai csillagászati ismeretterjesztés és az amatőr csillagászat fellegvára legyen.

Az Uránia feladata ma is elsősorban ilyen irányú Egyrészt az égitestek távcsöves bemutatásával, csillagászati és rokon tudományok köréből tartott előadásokkal a csillagászati ismeretterjesztést segíti. Másrészt támogatást és útmutatást akar nyújtani a működvelő csillagászok évről évre bővülő táborának.

Emellett a rendelkezésre álló szerény eszközökkel, amatőr szinten, tudományos értékű észlelés is folyik a budapesti Urániában. A megfigyeléseket nem csak a csekély műszer felszerelés nehezíti, hanem a milliós nagyváros fényei is gátolják. Észleléseink így elsősorban a fényesebb égitestekre terjednek ki. Jelenlegi programunk a Hold, a bolygók, a fényesebb üstökösök és a változófényű csillagok észlelése. Hogy ezt a munkát nem eredménytelenül végezzük, azt igazolja az elmúlt évtized alatt a külföldi szaklapokban megjelent 8 nagyobb tanulmány és 11 észlelési beszámoló, továbbá számos kisebb cikk is.

Az elmúlt években a Tudományos Ismeretterjesztő Társulat és a Fővárosi Tanács támogatásával lehetőség nyílt az Uránia fejlesztésére és bővítésére. Így készült el a Sánc utcai épület tetején az 5,5 méter átmérőjű kupola, amelyben a 20 cm-es Heyde refraktor kapott helyet. Felépült a belső lépcsőház, a munkatársak dolgozószobája, egy kisebb terem a muzeális értékű műszerek elhelyezésére és egy terasz a látogatók számára. Sajnos mindmáig nincsen mód a Dr. Kulin György igazgató által készített, 40 cm átmérőjű tükör elhelyezésére.

Az Uránia bővítése igen időszerű volt, mivel hazánkban fokozottan nő az érdeklődés a csillagászat iránt. Évtizedes átlagban évente mintegy tízezer látogató keresi fel a Bemutató Csillagvizsgálót, de mégnagyobb ez a szám, ha figyelembe vesszük a Citadellán fenntartott — a nyári hónapokban működő — városnéző és bemutató részleget. A tavaszi és őszi hónapokban rendezett csütörtöki előadás sorozatot átlagosan 800—1000 fő hallgatja, de nem kisebb az érdeklődés az őszi csillagászati hetek iránt sem. Ezekkel az előadásokkal, az Urániában végzett csillagászati szakköri munkával szeretnénk méltóak lenni arra a névre, amelyet másfél évszázada a gellérthegyi Uraniae viselt homlokzatán.

ifj. Bartha Lajos

KÖNYVSZEMLE

Tarján Rezső: KIBERNETIKA

Studium Könyvek 43. Gondolat 1964

A kibernetika rohamos fejlődését és alkalmazási területeinek nagy iramú szélesedését ma már nem szükséges ecsetelni. Éppen azért, mert ma már túljutottunk azon, hogy a kibernetika vívmányait csupán kívülállóként csodáljuk, és egyre inkább az alkalmazási területeken ígért új lehetőségeket szeretnénk megérteni, sőt, hasznosítani, külön örömmel nyúlunk Tarján Rezső könyvéhez. A szerző szakavatott kézzel kalauzol a kibernetika útvesztő rengetegében. Mindjárt az első fejezetben exponálja azokat a területeket, ahol ma már a kibernetika módszerei és eszközei polgárjogot nyertek és ezt összeköti azzal, hogy példákat idéz, amelyek a kibernetika kibontakozását megkövetelték.

Az információelmélet legalapvetőbb fogalmainak igényes, bár rövidre szabott ismertetése után az automatizálás kérdéseivel foglalkozik, mind a technika, mind a biológia területén.

A könyv talán legérdekesebb része a gondolkodási folyamatok gépesítésének kérdéseivel foglalkozik. Kitér mind a logikai problémák és műszaki modellezésük, mind pedig a tanulási folyamat vizsgálatára.

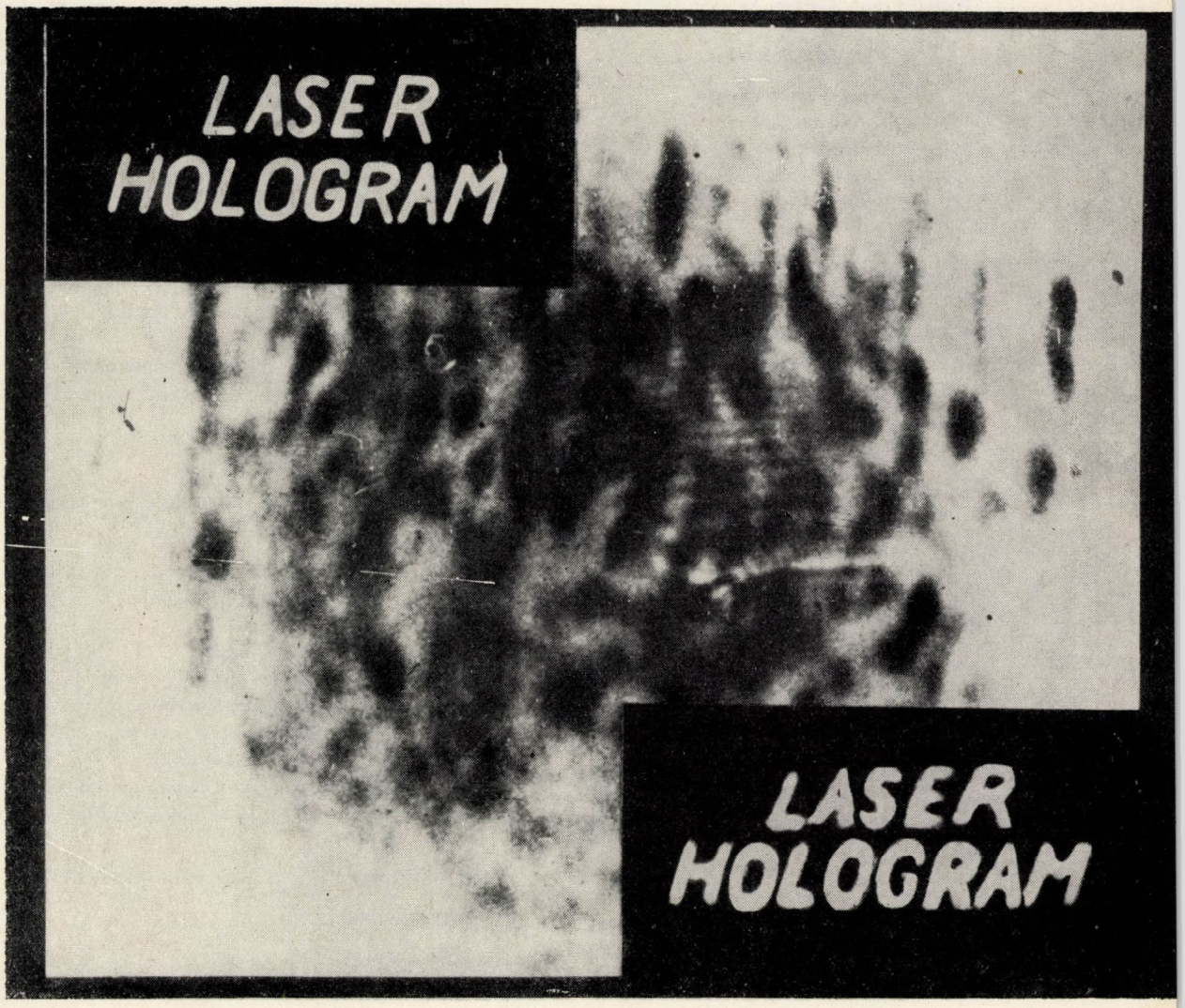
A könyvet az automaták elméletének keletkezéséről szóló rövid fejezet zárja.

Meggyőződésünk, hogy a kibernetikáról általában tájékozódni kívánó igényes olvasónak nagy szolgálatot tesz Tarján Rezső könyve, s ha már az olvasó a problémák felvetésével megismerkedett, a részletesebb vizsgálatokról szóló művek olvasása közben is hasznos segítője lesz ez a könyv.

A. I.

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/10

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadja Lapkiadó Vállalat, Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

Átlátszó síktárgyról készített hologram és rekonstrukciója. Tárgy a bal felső sarokban, középen a hologram és a jobb alsó sarokban a rekonstruált kép. (A felvételt készítette: Jánossy Mihály, KFKI.)

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62615
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Abonyi Iván: Zemplén Győző
Zemplén Győző: A lökéshullámok elméletéhez
Gábor Dénes: Holográfia vagy a teljes kép
Marx György: Elemi részecskék 1966.
Ja. B. Zeldovics: Kvarkok
R. U. Socolow: A kvarkmodell legújabb eredményei
Ja. B. Zeldovics: A forró Világegyetem és az elemi részek

EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK

KÖNYVSZEMLE

FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

СОДЕРЖАНИЕ

И. Абони: Дьезе Земплен
Д. Земплен: К теории ударных волн
Д. Габор: Голография или совершенное изображение
Д. Маркс: Элементарные частицы
Яа Зельдович: Кварки
Р. Соколов: Новые результаты модели кварков
Яа. Зельдович: Горялов веленная и элементарное басрици

ИЗВЕСТИЯ — ИЗ ЖИЗНИ ОБЩЕСТВА ФИЗИКОВ

ОБЗОР КНИГ

INHALT

J. Abonyi: Győző Zemplén
Gy. Zemplén: Zur Theorie der Stoßwellen
D. Gábor: Die Holographie, oder das vollkommene Bild
G. Marx: Elementarteilchen, 1966
Ja. B. Seldowitsch: Die Quarks
R. Sokolow: Die neuesten Ergebnisse des Quarkmodells
Ja. B. Seldowitsch: Das heiße Weltan und Elementarteilchen

NACHRICHTEN — AUS DEM VEREINSLEBEN

BUCHBESPRECHUNG

FORTSCHRITTE DER PHYSIK

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 10. szám 1966. október

Zemplén Győző

1879—1916

Ötven évvel ezelőtt esett el az első világháború olaszországi frontján Zemplén Győző, az elméleti és kísérleti fizika neves művelője, akinek Riemann és Hugoniot mellett nagy szerepe volt a lökéshullámok tulajdonságainak megismerésében.

Zemplén Győző 1879-ben született Nagykanizsán. Miután középiskolai tanulmányait Fiumében befejezte, a budapesti Tudományegyetem bölcsészeti karára iratkozott be. Még egyetemi hallgató — s az Eötvös József Kollégium növendéke — amikor önálló tudományos munkáját már megkezdi. Tizenkilenc éves, amikor „A gázok belső súrlódása" c. munkáját az Egyetem a Pasquich-díjjal jutalmazza. Ez a dolgozat új módszert javasol a gázok viszkozitásának mérésére. Zemplén Győző új mérési eljárása azon alapul, hogy a vizsgálni kívánt gázt (esetleg folyadékot) gömb alakú tartályban helyezzük el oly módon, hogy abban még egy másik, az előbbivel koncentrikus gömb is fel legyen függesztve. Ennek a gömbnek a torziós lengéseit a gömbfelületek között levő anyag viszkozitása csillapítja. A pályamunka alapján Zemplén megbízást kap a mérések elvégzésére. Az eredményekről beszámoló dolgozatával 1901-ben ismét díjat nyer, most a „Than Károly-díjat". Még egyetemi hallgató korában, ezeken a vizsgálatokon kívül több matematikai, elsősorban számelméleti és algebrai dolgozata jelenik meg a Mathematikai és Physikai Lapokban. Egyetemi tanulmányainak utolsó évében a kinetikus gázelméletről folyó vita kapcsán az „Annalen der Physik" oldalain olvashatók fejtegetései. Zemplén Győző volt Eötvös Loránd legkedvesebb tanítványa. A végzés után a budapesti tudományegyetemen az Eötvös Loránd vezette kísérleti fizikai tanszékre kerül, előbb gyakornokként, majd tanársegédként. Bölcsészdoktori értekezésének tárgya ismét a gázok belső súrlódásának általa kidolgozott új mérési módszere (1901). Egyike az elsőknek, akiket — végig kitűnő tanulmányi eredményei elvégzéseként — Sub auspiciis Regis doktorrá avatnak. A doktori cím megszerzése után Eötvös javaslatára előbb Göttingába, majd Párizsba megy tanulmányútra.



A göttingai tanulmányút során figyel fel a „nem folytonos mozgások", mai szóval: lökéshullámok, ill. szakadási jelenségek problémáira. A kérdéskör a hidrodinamika nemlineáris egyenleteinek olyan megoldásával kapcsolatos, ahol nem alkalmazható a magasabb hatványú tagok elhanyagolása (a kis amplitúdójú hullámokkal való közelítés). Ezen a területen Riemann és Hugoniot eredményeit új, most már helyes megvilágításba helyezi a termodinamika második főtételének alkalmazásával, és kimondja a később róla elnevezett tételt: *a hidrodinamikai lökéshullámok csak kompressziós hullámok lehetnek*. A szakadási felületek tanulmányozása során egységes variációs elvet állít fel, amely mind a folytonos áramlások hidrodinamikai mozgásegyenleteit, mind a szakadási felületek (lökéshullámok) kinematikai kompabilitási feltételeit szolgáltatja. Eredményeit előbb Félix Klein szemináriuma előtt ismertette, később az „Encyklopädie der mathematische Wissenschaften"-ben a („Handbuch der Physik" elődjében) megjelent „Besondere Ausführungen

über unsteltige Bewegung in Flüssigkeiten" c. nagy összefoglaló értekezésében, ill. a Francia Tudományos Akadémia „Comptes Rendus"-iben tette közzé.

Tudományos eredményei alapján 1905-ben a budapesti Tudományegyetem, 1907-ben pedig a Műegyetem habilitálja magántanárrá. Zemplén Győző 31 éves korában a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja lesz, a székfolgaló értekezése ismét a gázok belső súrlódásával foglalkozik. Az eredeti elgondolás alapján, egyre tökéletesebben megépített berendezésekkel elért eredményekről szóló beszámolót az Akadémia a Rózsay-díjjal tünteti ki.

1912-től kezdve a Műegyetem elméleti fizikai tanszékének vezetője. (Ezt a tanszéket kifejezetten azért hozták létre, hogy a már nemzetközileg ismert és elismert tudós katedrát kaphasson, és halála után azóta sem töltötték be.)

1914-ben választotta a Math. és Phys. Társulat ügyvezető titkárának és a Math. és Phys. Lapok szerkesztőjének. Nagy lelkesedéssel végezte mindkét munkát, amelynek eredménye mind a taglétszám növekedésében, mind a Lapok fizikai rovatának gazdagodásán meglátszott. Sajnos, bevonulása miatt ez a munka is félbeszakadt, és 1916 tavaszán már csak vendégként jelent meg utoljára a Társulat ülésén.

De Zemplén Győzőt, mint fizikust, nemcsak a hidrodinamika és gázdinamika kérdései foglalkoztatták. Ő adott elő először a budapesti egyetemen statisztikus mechanikáról. Zemplén nagy érdeme volt az, hogy az 1900-as években bevezeti a Maxwell-féle elektrodinamikát, az Eötvös és Fröhlich által preferált, töltések közt távolból ható sebességfüggő erőtörvények helyett. A hazai fizikusok Zemplénnek a Mathematikai és Physikai Társulatban tartott előadásaiból, valamint az elektromágnességről írt népszerű könyvéből ismerték meg az elektromágneses tér fogalmát, amely a XIX. század talán legnagyobb fizikai felismerése, a XX. század technikai forradalmának elindítója volt.

Eötvös korábbi elméleti vizsgálatai nyomán foglalkoztatja a kérdés, hogy a fény terjedési sebességét befolyásolja-e a fényforrás mozgása, így ő is keresi a megoldást azokra a vonatkoztatási rendszer-problémákra, amelyekre a végső választ a relativitáselmélet adta meg. A frissen felfedezett Röntgen-sugárzást az elektromágneses térben tovaterjedő lökéshullámként próbálta értelmezni. Zemplén érzékeny szeizmográf módjára reagált a századforduló éveiben kirobbanó természettudományos forradalom eseményeire. Ő fordítja magyarra Mme Curie könyvét a radioaktivitásról.

Zemplén Győző a fizika nagy századának, a huszadiknak kezdetén kétségkívül a legmodernebben gondolkodó fizikus Budapesten. A Kolozsvárott ez időben tanító Farkas Gyula mellett Zemplén Győző az első eredményesen dolgozó magyar elméleti fizikus. Az esztelen háború 37 éves korában oltotta ki ennek a lelkes, fürge szellemű tudósnak az életét, aki bizonyára bekapcsolódott volna a modern fizika kibontakoztatásába, hazai elindításába. Halála űrt hagyott maga után; Budapesten a modern fizikai kutatások csak a harmincas években, Pogány Béla és Ortvay Rudolf műhelyében indulnak meg. Zemplén Győző életműve csonka maradt, hátrahagyott életműve azonban, elsősorban a róla elnevezett hidrodinamikai tétel örök emléket állít kutató szellemének.

Abonyi Iván
ELTE Elméleti Fizikai Intézet
Budapest

Zemplén Győző munkáinak jegyzéke

1899/a Elemi tétel az egész számok felosztásáról
Math. Phys. Lapok *8*, 135—137.
1900/a Über die Grundhypothesen der kinetischen Gastheorie
Annalen der Physik IV. *3*. 761—763.
1900/b Tétel a szabályos csillagszögekről
Math. Phys. Lapok *9*, 53—62.
1900/c Adalék az interpoláczió és a parciális törtek elméletéhez
Math. Phys. Lapok *9*, 386—404.
1901/a Próbamérések a gázok belső súrlódásának egy új kísérleti módszerrel való megvizsgálásához
I. Math. Phys. Lapok. *10*. 300—308
1901/b II. Math. Phys. Lapok *10*. 375—401.
1901/c III. Math. Phys. Lapok *10*. 375—401.
1901/d A kinetikai gázelmélet alaphipotéziseiről
I. Math. Phys. Lapok *10*. 98—107.
1901/e II. Math. Phys. Lapok *10*. 172—182.
1902/a Az algebrai egész alakok elméletének egyik alaptétele
Math. Phys. Lapok *9*. 1—6.
1902/a Az oszthatóság algebrai génusztartományokban
Math. Phys. Lapok *9*. 7—27.
1902/c A legnagyobb energiaforgalom elvéről
Math. Phys. Lapok *9*. 318—336.
1903/a Über die Energieumsatz in der Mechanik
Annalen der Physik IV. *10*. 419—428.
1903/b Über die Anwendung der mechanischen Prinzipe auf reibende Bewegungen
Annalen der Physik IV. *12*. 356—372
(Berichtigungen . . ., ibid. *13*. 216. (1904)]
1903/c A mechanikai elvek alkalmazása súrlódással történő mozgásokra
I. Math. Phys. Lapok *9*. 128—135.
1903/d II. Math. Phys. Lapok *9*. 162—187.
1903/e A mechanikai elvek alkalmazása súrlódással történő mozgásokra
Math. Phys. Lapok *9*. 275—281.
1903/f A legnagyobb energiaforgalom elvéről
Math. Phys. Lapok. *9*. 372—382.
1904/a A grafikus interpolációról
Math. Phys. Lapok *13*. 96—110.
1904/b Über den Energieumsatz in der Mechanik
Annalen der Physik IV. *3*. 840—847.
1905/a A gázok belső súrlódási együtthatójának kísérleti módszerrel való meghatározása
Math. Termtud. Ért. *23*. 561—581.
1905/b A folyadékokban végbemenő nem folytonos mozgásról
Math. Phys. Lapok. *14*. 361—390.

1905/c L'impossibilité des ondes de choc négatives dans les gaz
Comptes Rendus (Paris) *141.* 710.
1905/d Besondere Ausführungen über unstetige Bewegungen in Flüssigkeiten
Encyklopädie der matematischen Wissenschaften Bd. IV/2 Teil 3. 282—323.
1905/e Étude sur l'interpolation des fonctions rationnelles en fractions partielles
Archives de Mathematique et de Physique *8.* (13p)
1905/f Kriterien für die physikalische Bedeutung der unstetigen Lösungen der hydrodynamischen Bewegungsgleichungen
Mathematische Annalen *61.* 437—449.
1906/a Bestimmung des Koeffizienten der inneren Reibung der Gase nach einer neuen experimentellen Methode
Annalen der Physik IV. *19.* 783—806.
1906/b Kompatibilitätsbedingungen bei Unstetigkeiten in der Elektrodynamik
Mathematische Annalen *62.*
1906/c Nemfolytonos jelenségek az elektrodinamikában I. Math. Phys. Lapok *15.* 342—349.
1906/d II. Math. Phys. Lapok *15.* 376—388.
1906/e III. Math. Phys. Lapok. *16.* 26—53 (1907)
1906/f A legnagyobb energiaforgalom elvéről
Math. Termtud. Ért. *24.* 455—463.
1906/g Sur l'impossibilité des ondes de choc negatives dans les gaz
Comptes Rendus (Paris) *142*
1907/a Über die Beobachtung von Wechselströmen mit Saiteninstrumenten
Physikalische Zeitschrift *8.* 438—439
1907/b Kompatibilitätsbedingungen bei Unstetigkeiten in der Elektrodynamik II.
Mathematische Annalen *63.*
1907/c Az Einthoven-féle galvanométer és alkalmazása a váltakozó áramok mérésére.
Math. Phys. Lapok. *16.* 255—259.
1909/a Untersuchungen über die innere Reibung der Gase
Annalen der Physik IV. *29.* 869—908
1909/b Vizsgálatok a gázok belső súrlódásáról
Math. Termtud. Ért. *27.* 77—137.
1910/a Az elektromágnesség és gyakorlati alkalmazásai
A kir. Magy. Természettudományi Társulat kiadása, Budapest (683 p.)
1911/a Vizsgálatok a gázok belső súrlódásáról.
Math. Termtud. Ért. *29.* 645—718.
1912/a Untersuchungen über die innere Reibung der Gase, II.
Versuche bei sehr kleinen und bei sehr grossen Geschwindigkeiten
Annalen der Physik. IV. *38.* 71—125.
1912/b A lökéshullámok elméletéhez
Math. Phys. Lapok. *21.* 339—348.
1912/c Über die Theorie der Stosswellen
Physikalische Zeitschrift *13.* 498—501.
1912/d Megjegyzések az elektromosság és mágnesség tanához I.
Math. Phys. Lapok *21.* 161—169.
1913/a Schwingungszahl der Röntgenstrahlen und Quantenhypothese
Phys. Zeitschrift *14.* 423—424.
1913/b A röntgensugarak rezgésszáma és az elemi energiaadagok hypotézise
Math. Termtud. Ért. *31.* 416—423.
1914/a A fényforrás mozgásának hatása a fényjelenségekre
Math. Termtud. Ért. *32.* 225—246.
1914/b Vizsgálatok a folyadékok súrlódásáról (Pogány Bélával)
Math. Termtud. Ért. *32.* 603—641.
1914/c Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle
Physikalische Zeitschrift *15.* 534—536.
1916/a Untersuchungen über die innere Reibung von Flüssigkeiten (Innere Reibung und Gleitung tropfbarer Flüssigkeiten) (Pogány Bélával)
Annalen der Physik IV. *49.* 39—70.

A lökéshullámok elméletéhez*

Riemann klasszikus munkája a matematikai fizika parciális differenciálegyenleteiről nemrég immár ötödik kiadásában került ki a sajtó alól.[1] A kitűnő, minden elméleti fizikusnak nélkülözhetetlen művet ismét Heinrich Weber, a strassburgi egyetem matematika tanára dolgozta át és igyekezett az újabb kutatások eredményeit is értékesíteni. Azonban még mindig maradt a könyvben egy fejezet (II. kötet, 481. és köv. l.), mely véleményem szerint most sem felel meg a mai fizikai felfogásnak. Értem a nem folytonos mozgásról szól fejezetet, melynek a megelőző (1901-es) kiadásban való kidolgozását az „Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften"-ben megjelent referátumomban kifogásoltam.[2] Részben e dolgozat hatása alatt Weber e fejezetet az új kiadásban lényegesen átdolgozta, ámde fejtegetéseinek egy részét most sem helyeselhetem s ezért a következőkben közlöm a kérdésre vonatkozó felfogásomat.

Riemann „Über die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite"[3] című híres értekezésében olyan egydimenziós gázmozgásokat vizsgált, amelyeknél a sebesség és a sűrűség rohamos változást, véges szakadást szenvednek. Az így keletkezett ugrásszerű változások Riemann szerint tovaterjedhetnek s az ú. n. *lökéshullámokat* alkotják, melyekről e lapok hasábjain már volt alkalmam régebben megemlékezni.[4] Ha a hullám a ritkább gázrétegek felé terjed, akkor neve *sűrítő lökés*, ellenkező esetben pedig *ritkító lökés*.

Riemann a lökéshullámoknak egész elméletét ama föltevés mellett dolgozta ki, hogy az egész gázban a p nyomás egyedül a ϱ sűrűségének a függvénye, mégpedig a *szakadásfelület mindkét oldalán ugyanaz a függvénykapcsolat köti a ϱ-t a p-hez.* Ha pl. föltesszük, hogy a cső fala a hőt nem ereszti át, és a gáz hővezetőképességét s elhanyagoljuk, akkor a Poisson-féle adiabatikus állapotegyenlet lesz érvényes:

$$p = a^2 \varrho^k, \qquad (1)$$

ahol k az állandó nyomás és állandó térfogat melletti fajhő hányadosa, a^2 *pedig az egész gázban állandó számérték, mely Riemann szerint a lökéshullám átvonulásakor sem szenved változást.*

* Zemplén Győző munkáinak jegyzéke, 1912/b.

[1] Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, nach Riemanns Vorlesungen in fünfter Auflage bearbeitet von H. Weber, két kötet, Braunschweig 1911—1912.

[2] 1905/d.

[3] Abhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen (math. phys. Klasse), 8. k. 43. l. (1860) és Riemann, Werke, Leipzig, 1876. 144. l.

[4] 1905/b

A Riemann-féle előadások IV. kiadásában (II. kötet 469. és köv. l.) H. Weber híven ragaszkodott a Riemann-féle tárgyalásmódhoz, habár már Lord Rayleigh figyelmeztetett reá,[1] hogy Riemann elmélete eredeti alakjában az energia megmaradása elvének ellentmond. Már a negyedik kiadásban Weber részletesen foglalkozik Lord Rayleigh ellenvetésével és cáfolatára idézi az ún. Carnot-féle tételt,[2] mely szerint „az oly mechanikai rendszerben, melyben a rendszer föltételei következtében a sebesség pillanati megváltozást szenved, mindig energiaveszteség áll be". Példaként Weber a nyugvó merev síkra hulló merev rugalmatlan testet említi, mely a síkkal való ütközése által mozgási energiáját teljesen elveszti. Ebből a Carnot-féle tételből most már H. Weber arra következtet, hogy a gázban csupán sűrítő lökések terjednek tova, melyeknél mechanikai energiaveszteség áll be, míg a ritkító lökések — az előbbiek megfordításai — lehetetlenek, mert ezek energianövekedéssel járnak.

A fizikust természetesen a Carnot-féle tétel segítségül hívása nem fogja kielégíteni, mert föltétlenül az „elveszett" energia sorsa iránt fog érdeklődni és ki fogja mutatni, milyen másnemű energiává alakult át, mert természetesen nyomtalan elveszésről nem lehet szó.

Több kutató helyesen tárgyalta íly irányban a feladatot, kiknek vizsgálatait az említett Encyklopédia-referátumomban ismertettem. Elsősorban H. Hugoniot-t kell megneveznem, ki Riemann-tól függetlenül a lökéshullámoknak egész elméletét fölépítette,[3] mégpedig tökéletes összhangban az energia megmaradásának elvével.

A jelenség szerkezetében azonban csak termodinamikai megfontolások alapján tudunk bevilágítani: nevezetesen segítségül kell hívnunk a termodinamika második főtételét, az entrópia tételét, mégpedig — úgy vélem — a legegyszerűbben a következő úton, melyet még 1905-ben jelöltem ki egy a Párizsi Akadémia „Comptes Rendus"-iben megjelent dolgozatomban.[4]

Vizsgáljunk egy ún. stacionárius lökéshullámot, melynél a gázáramlás sebessége a hullám tovaterjedésének sebességével egyenlő, de vele ellenkező irányú, úgy hogy a hullámfelület a térben állva marad, tehát nem lehet mozgási energiának forrása. Jelöljük p_1, ϱ_1, u_1-gyel a gáz állapotjelzőit és sebességét a H hullámfelülettől balra az első tartományban, míg ugyane mennyiségek jelei a második tartományban, a hullámfelülettől jobbra legyenek p_2, ϱ_2 és u_2. Tegyük fel pl., hogy a gáz az első tartományból a második tartomány felé áramlik, tehát akkor a hullámfelület jobbról balfelé fut. A kontinuitás tétele (az anyag megmaradásának elve), a Newton-féle második axióma és az energia megmaradásának elve egy-egy kapcsolatot szolgáltatnak az egyes és kettes indexű mennyiségek között, úgy, hogy ha pl. az egyes indexű mennyiségeket megadjuk, belőlük e három egyenlet alapján a kettes indexűek kiszámíthatók. Állítsuk fel e három egyenletet!

I. A H felületen dt idő alatt áramlik balról az $u_1 dt$ magasságú hengerben foglalt $\varrho_1 u_1 dt\, F$ tömeg, a hol F a cső keresztmetszete, melyet a továbbiakban — az általánosság megszorítása nélkül — az egységgel egyenlőnek vehetünk. A lökéshullám hatása alatt a sebesség és a sűrűség megváltozik ugyan, de a stacionárius állapot csak úgy maradhat fenn, ha a H felületről a második tartomány felé dt idő alatt ugyanaz az anyagmennyiség távozik el, mint amely az első tartományból rajta keresztül áramlott. Az előbbi egyenlő az $u_2 dt$ magasságú hengerben foglalt tömeggel: $\varrho_2 u_2\, dt$-vel: tehát

$$\varrho_1 u_1 = \varrho_2 u_2 . \tag{I.}$$

II. A H felületen dt idő alatt áthaladó tömegre ($\varrho_1 u_1\, dt$-re) alkalmazzuk Newton második axiómáját abban az alakjában, amely az impulzus tétele néven ismeretes: az erő és az időelem szorzata egyenlő a mozgásmennyiség megváltozásával. A szóban forgó tömegre a dt idő alatt a $p_1 - p_2$ erő hat, p_1 a henger baloldali, $-p_2$ jobboldali alapjára, tehát:

$$p_1 - p_2 = p_1 u_1 \,(u_2 - u_1) \tag{II.}$$

III. Alkalmazzuk végre a H felületen dt idő alatt áthaladó tömegre az energia megmaradásának tételét (a termodinamika első főtételét), mely szerint a külső erőnek δL munkája egyenlő a belső energia növekedésének (δU) és a mozgási energia növekedésének (δT) összegével.

δL két részből áll: a p_1 balról ható és a $-p_2$ jobbról ható erők munkájából, az előbbi útja $u_1 dt$, ez utóbbié $u_2 dt$, tehát:

$$\delta L = p_1 u_1\, dt - p_2\, u_2\, dt_0 \tag{2}$$

Mint ismeretes, egy ideális gáz tömegegységének belső energiája:

$$U = \frac{1}{k-1}\,\frac{p}{\varrho} \tag{3}$$

úgy, hogy:

$$\delta U = \varrho_1 u_1\, \mathrm{d}t \cdot \frac{1}{k-1}\left(\frac{p_2}{\varrho_2} - \frac{p_1}{\varrho_1}\right) = \tag{4}$$

$$= \frac{1}{k-1}(p_2 u_2 - p_1 u_1)\, \mathrm{d}t = -\frac{\delta L}{k-1},$$

végre

$$\delta T = \varrho_1 u_1\, \mathrm{d}t\,(u_2^2 - u_1^2)\ ; \tag{5}$$

behelyettesítve δL, δU és δT értékeit a

$$\delta L = \delta U + \delta T$$

[1] Lord Rayleigh, Theory of sound, II. Kiadás, II. kötet, 32. l., London, 1896.

[2] Riemann—Weber, IV. kiadás, II. kötet, 494. l.

[3] H. Hugionot: Journal de l'École Polytechnique, cahier 57, 15. lap (1887) és cahier 58, 1. lap (1889).

[4] 1905/c.

egyenletbe, azt nyerjük, hogy:

$$\frac{k}{k-1}(p_1 u_1 - p_2 u_2) = \frac{1}{2}\varrho_1 u_1 (u_2^2 - u_1^2). \quad \text{(III)}$$

Az I., II. és III. egyenletek azonnal meggyőznek bennünket róla, hogy a hullámfelületen való átvonulás közben a^2 nem maradhat változatlan és eldöntik azt a kérdést is, miért nem lehetségesek az ún. ritkító lökéshullámok.

Tegyük fel pl., hogy sűrítő lökéshullám terjed a 2. tartományból az 1. felé, akkor

$$\varrho_2 > \varrho_1 ,$$

tehát az I. alapján, ha a balról jobb felé irányuló sebességet számítjuk pozitívnak:

$$u_2 < u_1 ,$$

tehát az eleven erőnek megváltozása, δT negatív lesz, éppen így negatív lesz δL is, ámde δU lesz pozitív. Ugyanis a

$$\delta L = \delta U + \delta T$$

egyenletből, tekintettel a (4)-re az következik, hogy

$$\delta L + \frac{1}{k-1}\delta L = \frac{k}{k-1}\delta L = \delta T$$

de k mindig nagyobb az egységnél, tehát δL és δT mindig egyenlő előjelűek, a (4) szerint pedig δL és δU előjele ellenkező.

Sűrítő lökéshullám esetében tehát a hullámfelületen átvonuló gáztömeg mozgási energiája csökken, a mozgási energia rovására pedig egyrészt munkavégzés történik a külső erők ellen, másrészt pedig megnövekszik a gáz belső energiája, tehát a gáz fölmelegszik. Ez a fölmelegedés azonban távolról sem adiabatikus állapotváltozás, mert hiszen nem a külső erők pozitív munkájának következménye, hiszen a gáz ellenkezőleg munkát végzett a külső erők ellen. Végeredményben tehát mozgási energia változott át belső energiává, éppen úgy, mint a súrlódás jelensége alkalmával; ez a súrlódáshő a jelen esetben a

$$\delta Q = \delta L - \delta T = -\frac{1}{k-1}\delta L$$

mennyiséggel egyértékű, mely sűrítő lökéshullám esetében pozitív, a ritkító hullámnál azonban negatív volna.

A lökéshullám átvonulása eszerint nem adiabatikus jelenség, mert hiszen a gáz eközben *mozgási energiájának rovására hőt vesz fel*, a tisztán adiabatikus változásokra érvényes

$$p = a^2 \varrho^k \qquad (1)$$

egyenlet tehát a lökéshullám átvonulásának pillanatára nem alkalmazható; ez az (1) alatti egyenlet helyettesíthető a Hugoniot-féle III. egyenlettel, melyből közvetlen számítással is igazolható, hogy a^2 a lökéshullám átvonulása által megváltozik. A gáznak állapotegyenlete tehát a 2. tartományban

$$p = a_2^2 \varrho^k$$

míg az 1. tartományban

$$p = a_1^2 \varrho^k$$

a hol a_1 és a_2 *különböző* számértékek.

Világos továbbá, hogy a gázokban csakis sűrítő lökéshullámok terjednek tova, míg ritkító lökéshullámok a nem jöhetnek létre; hiszen láttuk, hogy a lökéshullámnál a súrlódáshoz hasonló módon mozgásenergia alakul át hővé, a ritkító lökés nél azonban az ellenkező folyamatnak kellene végbemenni; ez utóbbi azonban a termodinamika második főtétele értelmében lehetetlen, hiszen a súrlódás meg nem fordítható jelenség. Ámde a súrlódás fogalmának bevonása nélkül is ugyanerre az eredményre jutunk: a hullámfelületen átvonuló gáztömeg hőt vesz fel, tehát *entrópiája* növekszik,[1] a gáz többi részei adiabatikus változást szenvednek, e szerint entrópiájuk változatlan marad, a sűrítő lökéshullám átvonulása tehát növeli az egész gáz entrópiáját; megfordítva, a ritkító lökéshullám a gáz entrópiáját csökkentené, ez azonban éppen az említett második főtétel alapján lehetetlen.

A ritkító lökéshullámok lehetetlensége tehát semmiképpen sem az energia megmaradásának elvéből (az első főtételből) következik — amint H. Weber állítja — hanem a második főtételből, a Carnot—Clausius-féle elvből. Egyébként is világos, hogy az első főtétel nem szabhatja meg az *irányát* valamely jelenségnek, ezt csak oly elv teheti, amelynek matematikai kifejezésében *egyenlőtlenségi jel* szerepel.

*

Ezeket az ellenvetéseket H. Weber Riemann előadásainak legújabb kiadásában annyiban méltányolta, hogy Hugionot elméletét, mint az eredeti Riemann-félével egyenlő jogosultságú felfogást szintén közli, a III. alatti egyenletet levezeti (II. kötet, 511. és köv. l.), sőt az a^2 mennyiségnek és a gáz entrópiájának a lökéshullám által okozott megváltozását közvetlenül ki is számítja, igazolva ez által előrebocsátott fejtegetéseimet.

Azonban az 552. lapon a következőket olvassuk: „Riemann adiabatikusnak tekintve a jelenséget, a nyomás és a térfogat közötti összefüggés számára a Poisson-féle $p = a^2 \varrho^k$ egyenletet vezette le és ezáltal nem folytonos mozgás esetében oly eredményekre jutott, amelyek az energia megmaradásának elvével össze nem egyeztethetők. Az $a^2 = p\varrho^{-k}$ mennyiség állandóságának föltételezése oly törvényhez vezet, melyet az *entrópia megmaradásának* lehetne nevezni. Látjuk tehát, hogy e törvények, az energiának és az entrópiának megmaradása, nem mindig férnek össze egymással és hogy egy gázrészecskének a szakadási felületen való áthaladása alkalmával vagy *energiaveszteségnek*, vagy pedig *entrópianyereségnek* kell bekövetkezni. Riemann leírásában az

[1] Valamely rendszer entrópiaváltozása, aközben, hogy a rendszer δQ hőmennyiséget vesz fel $\frac{\delta Q}{T}$, ahol T a rendszer hőmérséklete.

energia elvét adta fel, míg Hugoniot, Zemplén és mások az entrópia megmaradását ejtik el."

E fejtegetésre mindenekelőtt megjegyzem, hogy nem csatlakozhatom a két elméletnek Weber-féle osztályozásához, illetve koordinálásához, mert hiszen a mai fizika csupán az *energia megmaradásának* és az *entrópia növekedésének elvét ismeri*, az entrópia *megmaradásának* elve azonban ismeretlen. Minden fizikai elméletnek tehát feltétlenül ki kell elégíteni az energia megmaradásának elvét, de nem szabad azt követelni, hogy az entrópia megmaradásának elve is kielégíttessék. Véleményem szerint tehát a Riemann és a Hugionot-féle elméletek nem „egyenlő jogosultságú megközelítései a valóságnak", amint Weber állítja (533. l.), hanem ellenkezőleg: az eredeti Riemann-féle föltevést (a^2 állandóságát) a hullámfelületen magán el kell ejtenünk és a Hugionot-féle III. alatti egyenlettel kell pótolnunk. Be fogom ugyanis bizonyítani, hogy *magának* Webernek a Riemann-*féle föltevésen alapuló fejtegetései szükségszerűen arra az eredményre vezetnek, hogy a^2 a hullámfelület átvonulásakor megváltozik.*

I. Weber elismeri, hogy Riemann-féle elméletben a sűrítő lökéshullám energiaveszteséggel jár és elmélkedik afölött, mivé alakulhatott át ez az elveszett energia. Az 553. és az 557. lapon annak a véleményének ad kifejezést, hogy az elveszett energia egyenértéke ama forrongó (turbulens) mozgások energiájában keresendő, amelyeket a lökéshullám előidéz, melyek azonban — mint ő maga megjegyzi — számítással nem követhetők. Ámde ilyen forrongó mozgás esetében — amikor U_1 és U_2 hely és idő szerint rohamosan változó sebességek középértékeit jelentik — a II. alatti egyenlet is érvényét veszti, mert nem lineáris az U-kban, az $U_1\,U_2$ és U_1^2, U_2^2 középértékei pedig nem egyenlők a középértékek kettős szorzatával, illetve négyzeteivel. Ha tehát forrongó mozgásállapotból indulnánk ki, akkor az egész elméletet új alapokon kellene felépítenünk, pedig eddig még a *folytonos* forrongó mozgásokkal sem tudott a hidrodinamika megbirkózni.

A végleges és egészen általános döntés azonban a termodinamikának köszönhető, mégpedig a következők alapján.

II. Maga Weber a Carnot-féle mechanikai tétel alapján a *sűrítő lökést meg nem fordítható jelenségnek minősíti*, mert hiszen a megfordítása, a ritkító lökés, energianyereséggel járna. Ámde ismeretes — hiszen ez a termodinamika második főtételének lényege —, hogy az entrópia állandósága nemcsak elegendő, de szükséges föltétele is valamely jelenség megfordíthatóságának. Abból tehát, hogy valamely jelenség meg nem fordítható, szükségképpen következik az entrópiának a növekedése. A gáz entrópiájának e szerint a sűrítőlökéshullám áthaladásakor növekednie kell, növekedni fog tehát az a^2 mennyiség is.[1]

[1] A tömegegység S entrópiája és az a^2 mennyiségek közt ugyanis rendkívül egyszerű kapcsolat van:

$$S = c_v \log a^2$$

ahol c_v *a gáz fajhője állandó nyomás mellett.*

Sajnálatomra tehát nem értek egyet Webernek a második kötet előszavában tett kijelentésével, mely szerint „a levegőlökések Riemann-féle elméletének az a fogalmazása, amelyet én (H. Weber) a megelőző, (negyedik) kiadásban közöltem, mégis fenntartható". Hasonló értelmű megjegyzés olvasható a mű utolsó (562.) lapján is.

*

A megelőző fejtegetésben többször beszéltünk súrlódási hővé átalakult mozgási energiáról, pedig a lökéshullámoknak egész Riemann-féle elmélete súrlódásnélküli jelenségekre vonatkozik és az egész tárgyalásban az ideás folyadékok mozgásegyenletei nyernek alkalmazást. Ez azonban csak látszólagos ellenmondás. A súrlódás elhanyagolása annyit jelent, hogy az η belső súrlódási együtthatót igen kicsinek tekintjük, tehát a vele szorzott véges mennyiségeket elhanyagolhatjuk; a belső súrlódás munkája $\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2$-tel arányos, ahol x az áramlás irányában mért koordináta, eszerint mindenütt elhanyagolható, ahol a mozgás folytonos, ámde a hullámfelületben magában

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \infty.$$

Tehát a súrlódáshő, egy igen kicsiny és egy igen nagy szám szorzata, már nem lesz elhanyagolható.

Zemplén Győző

Holográfia, vagy a „teljes kép"

Már iskoláskorunk óta ismerős számunkra az a gondolat, hogy a fény hullámmozgás. Ha megengedünk magunknak egy pillanatnyi naív csodálkozást, rájöhetünk arra, hogy ez a látszólag egyszerű gondolat az emberi elme rendkívüli eredménye. Összes műszereink, a szem, a fényképező lemez, a fotocella csak a fény energiáját méri. A fényenergia terjedésének törvényei olyan bonyolultak, hogy egészen tíz évvel ezelőttig nem volt kielégítő matematikai leírásuk. Az az intuíció, hogy a fényenergia olyan valami másnak a négyzete, amely az egyszerű szuperpozíció törvényének engedelmeskedik, annyira zseniális ötlet, hogy meggyőződésem szerint az Christian Huygens óriási tehetségét is felülmúlta volna, ha a gondolatot nem a víz- és a hanghullámok sugalmazzák.

Azt a felismerést, hogy a színek a hullámhosszhoz tartoznak, sokkal később hozták Thomas Young és Augustin Fresnel munkái. Ahhoz a megállapításhoz, hogy a fény szabályos rezgésekből áll, még számos megjegyzést lehet hozzátenni. Ez azzal a széles körben elterjedt félreértéssel kapcsolatos, hogy amikor egy prizma, vagy egy rács „széttöri" a fényt színek spektrumára, a fényről teljes analízist ad — ezt a fizikusok Fourier-analízisnek nevezik. Eddingtonnak az a megjegyzése, hogy „ha a fizikus egy folyamatot Fourier-analizálni akar, ezt szabadon megteheti", nem egészen helyes. Amit a fizikus prizmával, vagy ráccsal előállít, az nem teljes Fourier-analízis, hanem egy „periodogram": megadja minden hullámhosszon az energiákat, de a fázisokat — a csúcsok és hullámvölgyek térbeli és időbeli elhelyezkedését — teljesen ismeretlenül hagyja. Valójában a hagyományos források által sugárzott fény „időbeli fázisa" nem észlelhető. Amit észlelni lehet, az csak a „térbeli fázis", az összefüggés az azonos hullámhosszú hullámok terében. De ez is meglehetősen nem fizikai természetű marad, bármilyen gondosan is szűri ki a fizikus ugyanazt a hullámhosszt két különböző forrásból,

soha nem tudja ezeket észlelhetően egymással interferáltatni, egy fényforrás csak önmagával interferál. Pontosabban mondva, egyetlen fényforrásnak is csak nagyon kis része „self consistens" fázisban, vagyis koherens; s ez olyan kicsi, hogy részleteit nem lehet az adott optikai berendezésben felbontani a fény véges hullámhossza miatt. Mindezt megváltoztatja a lasernek, ennek a nagyon is nem konvencionális forrásnak felfedezése, amelynek fénye nagy térfogatban és hosszú periódusokban koherens.

Már régen, először 17 éves koromban kezdtem azon problémák iránt érdeklődni, amelyek végül is a holográfiához vezettek, akkor amikor a hullámfrontok terjedésének Huygens elvéről tanultam, és elolvastam Abbé elméletét a mikroszkópról. Egy kérdést tettem fel magamnak: ha fényképet készítünk, a kép megjelenik a lemez síkjában. De Huygens elve szerint annak az információnak, amely belemegy a képbe, ott kell lennie minden síkban a lemez előtt, és ugyanúgy a lencse előtt levő síkban is. Hogyan lehet ott az információ abban az egyöntetű fehérségben? Miért nem tudjuk kivenni onnan? A fehér fény természetesen meglehetősen zűrzavaros, de talán meg tudnánk csinálni egyszínű, egy hullámhosszal rendelkező fénnyel?

Kérdésemre teljes választ csak sok évvel később tudtam adni, 1955-ben a „fényterjedés mátrixelméleté"-ben, amelyet teljesen függetlenül fél évvel később Hideya Gamo, a fiatal japán matematikus is felfedezett. Röviden kifejezve a meglehetősen elbátortalanító válasz a következő: ha egy optikai rendszer egy kép N elemét, vagy képpontját képes feloldani, akkor a monokromatikus, de inkoherens fénytér teljes leírására $N \times N$ adatra van szükség.

Ha a fény sokszínű, a leírás még bonyolultabb. Ezen adatok mindegyike energia jellegű, fizikailag mérhetőek, de nyilvánvalóan végrehajthatatlan nagy munkát jelent megfelelő kísérletek segítségével $N \times N$ adatot összegyűjteni és kinyerni belőlük a képre vonatkozó N adatot. Sokkal jobb és egyszerűbb lencsét használni.

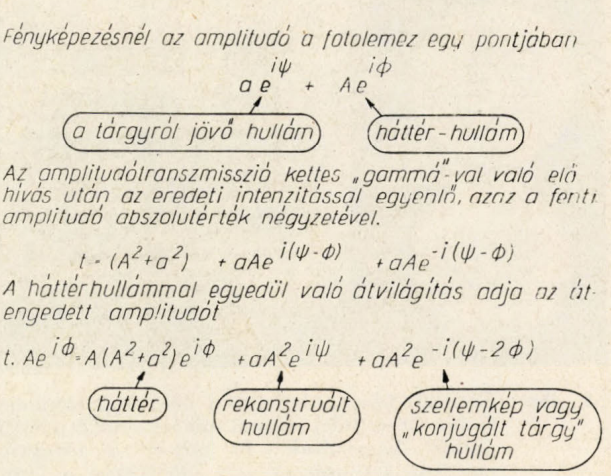
Néhány évvel ezelőtt azonban rájöttem arra, hogy ha koherens a megvilágítás, akkor a lencsét nélkülözni lehet. A koherencia teljes diszkusszió-jára az olvasót Born és Wolf kiváló könyvére kell utalnom (Principles of Optics, 2. kiadás, Pergamon, 1964). Most elegendő, ha egy gyakorlati szabályt adunk meg. A fény megfelelő koherenciával rendelkezik, egy $N = n \times n$ képpontszámú képre, ha képes a képen keresztül bármelyik irányban n jól megkülönböztethető interferenciacsík előállítására. A koherencia fogalmának az interferenciacsíkok láthatóságával való kapcsolatát először Michelson értette meg, és alkalmazta ügyesen, később Van Cittert és Zernike öntötte matematikai formába. Ha ez a kritérium teljesül, a fényt úgy vehetjük, mintha szigorúan szabályos rezgésekből állna, teljesen definiált amplitudóval és fázissal minden vizsgált pontban. Ekkor az $N \times N$ adat helyett csak $2N$ kell, N amplitudó és N fázis, minden képponthoz kettő az N helyett. A lencse mellőzése már nem látszik annyira reménytelennek.

A probléma, amely engem középiskolás koromban érdekelt, 1947-ben újra figyelmembe került az elektronmikroszkópiával kapcsolatban. Abban az időben ismeretes volt, hogy az elektronlencséket soha sem lehet tökéletesre készíteni, és az aberrációk megakadályozták a kutatót olyan felbontóképesség elérésében, amellyel az egyes atomokat ki lehetne mutatni. Azt gondoltam, hogy ezt az akadályt úgy kerülhetjük meg, ha az elektronlencsével készített tökéletlen képet, amely azonban kiforgatott formában a teljes információt tartalmazza, fényoptikai folyamat segítségével korrigáljuk.

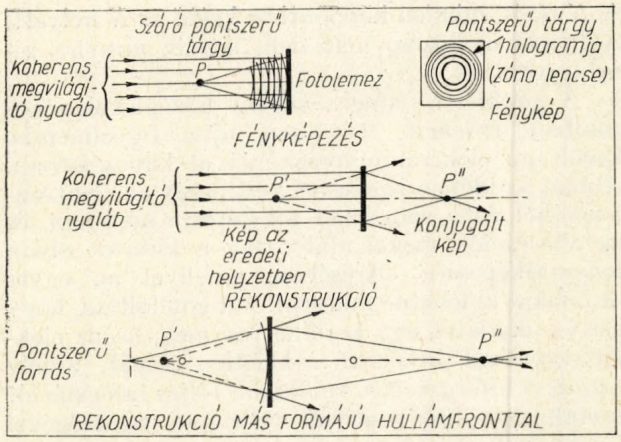
Erre bátorított és ösztönzött W. L. Bragg „röntgenmikroszkópja", amelyben az atomok helyzetét a kristályban röntgensugarakkal készült diffrakciós diagramról lehetett rekonstruálni optikai módszer segítségével. De ez a műszer csak akkor működött, ha a fázis ismert volt, és amellett állandó, amely csak néhány, eléggé kivételes kristálynál áll fenn, ha valamelyik kristálytengely mentén vizsgáljuk. Hogyan lehetne a fázisokat megkapni egy ismeretlen, szabálytalan tárgy esetén?

Eléggé nyilvánvaló gondolat az, hogy a fázisokat úgy fogjuk meg, hogy egy ismert, megfelelő egyszerű koherens hullámot szuperponálunk a diffrakciós képre. A fázisok ekkor megmutathatják magukat úgy, hogy megnövelik az intenzitást, ahol megegyeznek a „koherens háttér" fázisával, és lecsökkentik ott, ahol ellenkezőek.

Ez az egyszerű gondolat sokkal jobban bevált, mint ahogy első ránézésre várható lett volna. A bizonyítás nem nehéz. A fény amplitudója a fényképezőlemez bármelyik pontjában két egyszerű, harmonikus tag összege (1. ábra), az egyik reprezentálja a tárgyról jövő koherens hullám amplitudóját és fázisát, a másik a koherens háttér amplitudóját és fázisát. A fényképezőlemez a fény intenzitását (az amplitudó négyzetét) rög-



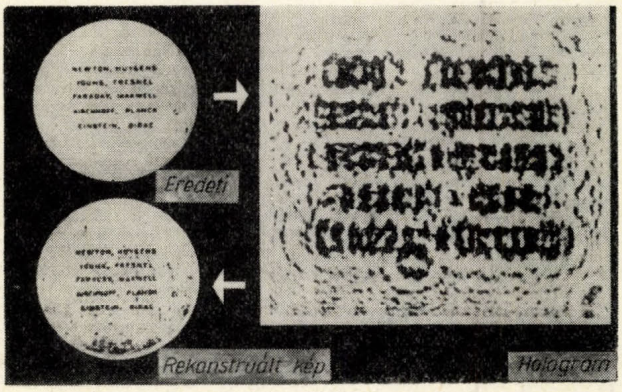
1. ábra. A hullámfront rekonstrukció vagy más néven holográfia matematkai alapja



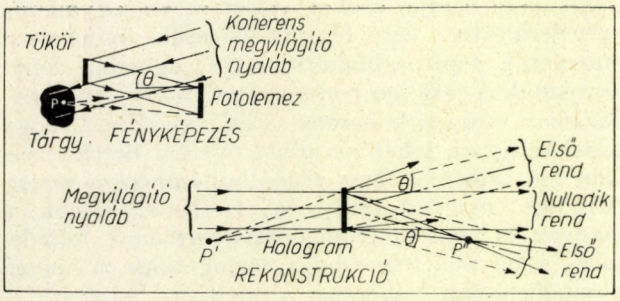
2. ábra. A hullámfront rekonstrukció kezdete 1947-ben „in line" holográfiával. A rekonstrukciónál használt hullámfrontnak és hullámhossznak nem kell azonosnak lennie azzal amivel a hologramot készítettük. A két rekonstruált tárgy a gömbtükörnek tekintett rekonstruáló hullámfronthoz viszonyítva egymásnak optikai konjugáltja

zíti, azonban a lemezt elő lehet hívni és diapozitívvá átmásolni úgy, hogy az átengedett fény intenzitása bármelyik pontban a felvételnél használt intenzitás négyzetével legyen arányos. Ha most a diapozitívet egyedül a koherens háttérrel világítjuk meg, az átengedett amplitudó az eredeti felvétel intenzitásával lesz arányos. Amint azt az 1. ábra legutolsó egyenlete mutatja, a kapott amplitudó három tagból áll: egyik a megvilágító hullámnak felel meg, egy a tárgyat reprezentáló huilám, a harmadik pedig egy szellemkép. Ha a rekonstruált hullám egy síkban azonos az eredeti hullámmal, akkor Huyghens elve szerint minden síkban azonos lesz vele.

Így tökéletesen rekonstruáltuk, három dimenzióban, az eredeti tárgyról jövő hullámot. Igaz azonban, hogy a rekonstruált hullám most össze van keverve a megvilágító hullámmal és a harmadik nemkívánt hullámmal, amely úgy látszik,



3. ábra. Eredeti tárgy, hologram és rekonstrukció. Gábor D. (1948.) (Egy 3 mikrométer átmérőjű nyílást használtak, 10 mm-re a tárgytól, emögött 180 mm-re volt elhelyezve a fényképező lemez. A fény hullámhossza 0,4358 mikron)



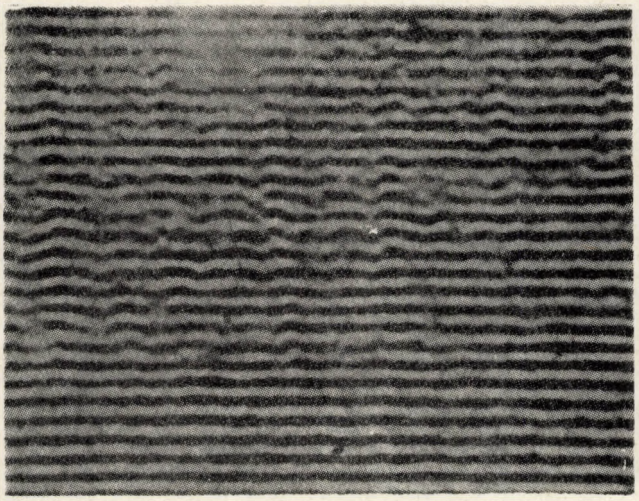
4. ábra. Az első tökéletesítés a hullámfront rekonstrukcióban. Ferde beesés a fényképezésnél, merőleges a rekonstrukciónál. (E. N. Leith és J. Upatnieks, 1963)

mintha egy „konjugált tárgy"-ról jönne. A teljes szétválasztásuk története igen hosszú, de úgy tűnik, hogy a fő dolgot elértük. Koherens elektronnyalábot használva, lehetségesnek kell lennie, hogy az eredeti hullámfrontot fényképezőlemezen rögzítsük, s azáltal, hogy korrigáló fényoptikai rendszerrel bogozzuk ki a képet, egy jó elektronlencsének az ekvivalensét állítsuk elő. Ezt a módszert „hullámfront rekonstrukciónak" neveztem és a tárgyról diffraktált fény és a koherens háttér összhatása révén keletkezett képre a „hologram" nevet vezettem be, a görög holos szóból, amely az „egészet" jelenti, mert az amplitudóra és fázisokra vonatkozó összes információt tartalmazza.

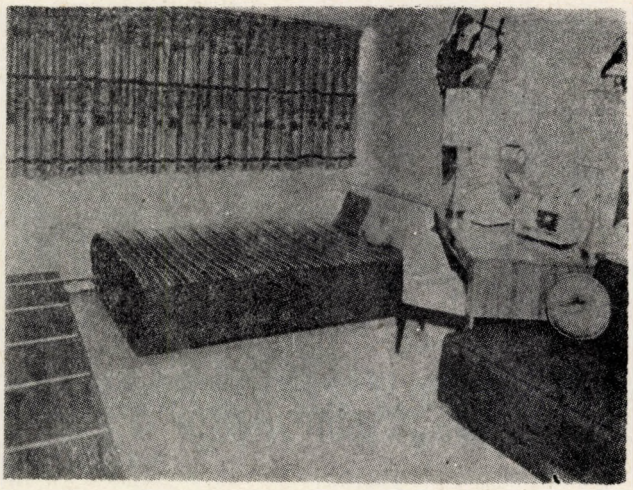
1947—48-ban I. Williams munkatársammal együtt „optikai modell" kísérleteket végeztünk az elektronoptikai program előkészítésére a BTHCo Rugby-i kutatólaboratóriumában. Kísérleti berendezésünk nagyon egyszerű volt. Koherens fényt abban az időben, a laser felfedezése előtt csak úgy lehetett előállítani, hogy néhány mikrométer átmérőjű igen kis nyílást megfelelő monokromatikus fényforrással, pl. higanygőzlámpa egyik színképvonalával világítottunk meg.

Átlátszó tárgyakat vizsgáltunk, olyanokat, mint pl. mikrofilmen levő szövegek és kis nyíláson keresztül világítottuk meg őket, mint ahogy a 2. ábra mutatja. A nyílás mögött bizonyos távolságban helyeztük el a fényképezőlemezt, amely minden pontban rögzítette a koherens háttér és a tárgy által diffraktált fény összegét.

Így ebben a lehető legegyszerűbb berendezésben, a megvilágító nyaláb és a koherens háttér egy és ugyanaz volt. Nem lett volna célszerű bonyolultabb interferometrikus berendezést alkalmazni, először is azért, mert az abban az időben elérhető koherencia csak erre az egyszerű „in line" elrendezésre volt elég, másodszor pedig az optikai kísérlet az elektronmikroszkópiai alkalmazás modellje volt, és akkoriban semmiféle elektronoptikai nyalábhasító nem volt ismert. (Azóta nagyon szellemeset talált fel G. Möllenstedt.) Az egyszerű „in line" módszerrel a 3. ábrán illusztrált eredményeket kaptuk. Ez elég volt ahhoz, hogy az elektronmikroszkóp elleni támadásra bátorítson. Mint kiderült, az ötlet elektron-



5. ábra. Laser fénnyel és ferde referencianyalábbal készült hologram. (Leith és Upatnieks, 1963)



6. ábra. Fénykép rekonstrukciója laser fénnyel és ferde referencianyalábbal készült hologramja alapján. (Leith és Upatnieks, 1963)

mikroszkópiai alkalmazása néhány év után sikertelenségbe fulladt M. E. Haine, J. Dyson és T. Mulvey-nek az AEI Aldermaston-i kutatólaboratóriumában végzett jelentős erőfeszítései ellenére, mert kiderült, hogy az elektronmikroszkóp abban az időben még nem érte el az „optikai korlátait". Visszatekintve erre a munkára, fő eredménye az volt, hogy az elektronmikroszkóp teljes megértéséhez és „klasszikus vonalakon" való fejlesztéséhez vezetett. A felbontóképességet nem annyira az elektronlencsék tökéletlensége korlátozta, hanem egyéb mechanikai rezgések, mágneses zavarok és — ami a legrosszabb — a parányi tárgy „szennyeződés" miatti növekedése az expozíció ideje alatt.

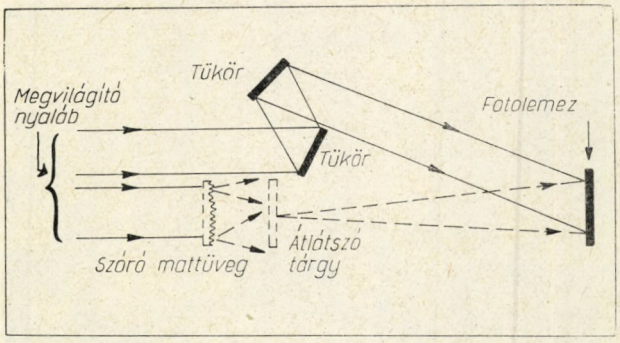
Időközben türelmes munkával mindezeket a zavaró jelenségeket kiküszöbölték, az elektronmikroszkópobjektívek feloldóképessége is megnövekedett, mintegy az 1948-as 12 Å-ről az 1964-es 3,8 Å-ig. Talán most jött el az ideje annak, hogy az elektronmikrográfok optikai utókorrekciója 1,5—2 Å-ös felbontást érhet el és így feloldhatja magukat az atomi rácsokat. Dr. Haine és társainak bátor támadására túl korán, a kelleténél mintegy 15 évvel előbb került sor.

Más oldalról nézve, az optikai kísérletek váratlan újjáéledése következett be 12 évvel később az új, erős, koherens fényforrás, a laser felfedezésével. A holográfia új korszakát indította el Emmett N. Leith és Juris Upatnieks cikke 1963 decemberében. (J. Opt. Soc. Am. Vol. 53. p. 1377.) Nagy tökéletesítést hozott az, hogy ők szétválasztották a megvilágító nyalábot és a koherens hátteret. Ez utóbbit referenciasugárnak nevezik, az berendezésükben ferdén esik a fényképezőlemezre. Az 5. ábra egy hologramjuk erősen megnagyított részletét mutatja, a 6. ábra pedig egyik első rekonstrukciójukat.

A hologram most egyáltalán nem hasonlít az eredeti tárgyra és kissé torzított, párhuzamos interferenciacsíkok rendszereként jelenik meg. A megértéséhez képzeljünk el egy jellegtelen tárgyat, amely síkhullámot állít elő. Ez a síkhullám interferálni fog a referencianyalábbal és így önmagában szabályos csíkrendszert hoz létre. De a fénykép a valóságban nem jellegtelen, így a hullám nem sík lesz és a csíkok elhelyezkedése és amplitudója modulált lesz.

A 6. ábrán mutatott rekonstrukcióban a koherens megvilágító hullám merőlegesen esik a hologramra. Ha ez szabályos rács lenne, csak bizonyos irányokban lenne diffrakció, zérus rendű a megvilágító nyaláb irányában és két elsőrendű ennek a két oldalán egyforma szögben. (Ha az alaprácskép nem pontosan színuszos, magasabbrendű diffraktált nyalábok is lesznek.) Minthogy a hologramban modulált csíkrendszer van, a diffraktált nyalábok sem egyszerű párhuzamos nyalábok. Egyik az eredeti tárgy hullámfrontját tartalmazza, a másik a „konjugáltjának" hullámfrontját. A „konjugált tárgy", amely zavarta a rekonstrukciót az eredeti „in line" módszernél, most az eredetitől külön van választva, nemcsak helyzetében, hanem irányában is. Az eredmények sokkal jobbak, mint amit én 1948-ban elértem, az elméletet azonban az 1. ábra teljesen magábafoglalja. Ezt a nagy fejlődést csak a laserfény óriási koherenciájával lehetett elérni. Nagy nyomású higanygőz lámpával csak 0,1 mm volt a kromatikus koherenciahossz. Ez legfeljebb 200 csík elérésére volt elegendő, s ezért a fénynek majdnem merőlegesen kellett beesnie. Így is a kis nyílás korlátozott keresztkoherenciája lecsökkentette a koherenciát mintegy 100 csíkra. A nyílást ugyanis nem lehetett túlságosan kicsire venni, mert ez nagyon meghosszabbította volna a felvétel idejét. He-Ne gázlaserrel millió csíkot is könnyen el lehet érni. Így 0,1 radián, vagy ennél nagyobb beesési szöget is meg lehet engedni.

Egy, a közeljövőben megjelenő cikkben G. W. Stroke és kollégái, D. Brumm, A. Funkhouser, A. Labeyrié és R. C. Restrick (Michigani Egyetem) megmutatták, hogy az 1948-as rekonstrukcióimnál sokkal jobb eredmények érhetők el a



7. ábra. Második tökéletesítés a hullámfront rekonstrukcióban. Diffúz megvilágítás. (Leith és Upatnieks, 1964)

régi „in line" módszeremmel, laserek segítségével és bizonyos óvintézkedések betartása mellett.

1964-ben Leith és Upatnieks még látványosabb eredményeket értek el, azáltal, hogy a tárgyat diffúz fénnyel világították meg, mint ahogy a 7. ábra mutatja. A diffúz megvilágítás alkalmazását a holográfiában először G. W. Stroke javasolta előadási jegyzetében. A diffúz fényt előállító eszköz. pl. egy homályos üveg, nem rontja el a hullámfront koherenciáját, hanem csak egy komplikált szabálytalan hullámfrontot hoz létre. A keletkező hologram, amely erősen nagyítva a 8. ábrán látható, most egyáltalán nem hasonlít az eredeti tárgyra, úgy néz ki, mintha rendszertelen zaj volna, minthogy minden tárgypontról az érkező információ gyakorlatilag az egész lemezen szóródik szét.

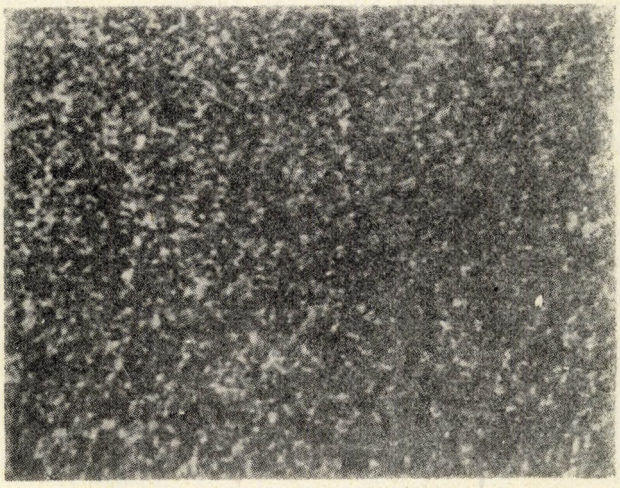
A tárgy minden pontja most szélesszögű nyalábot bocsát ki, ennek eredménye az, hogy az egész tárgyat a lemez bármely pontján keresztül lehet látni. A hologram minden négyzetmillimétere az egész tárgyról tartalmaz információt, azonban a képélesség elég rossz. Ha a hologram összes pontját összegezzük, megjavul az élesség és a *jel/zaj* viszony. Nagy előnyt jelent, hogy most háromdimenziós tárgyakat lehet látni a hologramon keresztülnézve, lencse nélkül. Háromdimenziós képeket természetesen nem tudunk itt visszaadni, de a 9. ábrán látható, fényképről készített két dimenziós rekonstrukció érzékelteti a modern holográfia tökéletességét.

A hologram nem egyszerűen egy tárgy háromdimenziós felvétele, úgy, ahogyan ezt más értelemben is megkaphatjuk. Egy sztereoszkópikus fényképpár valójában nem háromdimenziós, a tárgynak a domborulatait csak úgy mutatja, ahogy két szem látja meghatározott helyzetből és akkor is az emberi agynak kell a megfelelő pontokat egyesítenie, hogy mélységérzetet kapjunk. A hologramban a tárgy képét bármilyen szögből lehet nézni, mindaddig, amíg a megfelelő sugarak a lemezre esnek.

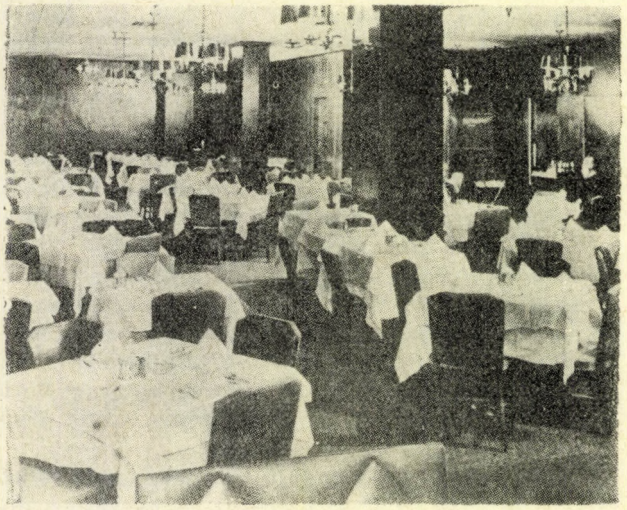
Ezenkívül, minthogy a hologram a fázisokat is teljes egészében tartalmazza, teljesen átlátszó „fázistárgyakat" is reprezentálhat, pontosan úgy, mintha az eredeti tárgy lenne a megfelelő helyzetben. Ezt szépen igazolták a kísérletükkel nemrég Stroke és munkatársai (Nature, 1965. December 18. Vol. 208. p. 1159). A 10. ábra tiszta fázistárgy hologramját mutatja, a 11. ábra a hologram hologramját. Úgy lehet ezt kifejezni, hogy „lefényképezték" a hologram által alkotott „légies" képet olymódon, hogy ferdén beeső koherens háttérfényt használtak a második hologram készítésére. A kettő azonos.

Alkalmazások

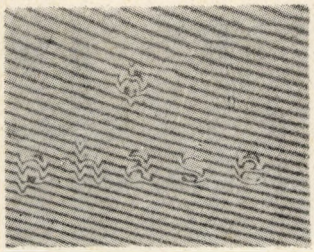
Becslések szerint az Egyesült Államokban jelenleg száz laboratórium foglalkozik holográfiával. A lencse nélküli holográfiának tényleges előnye van a rendes fényképezéssel szemben,



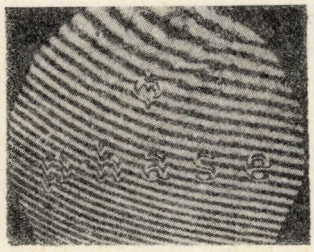
8. ábra. E. N. Leith és J. Upatnieks által diffúz megvilágítási módszerrel készített hologram erősen felnagyított részlete. Ez nem szemcsezaj, hanem az egész területen zajszerű módon szétterjedt információ



9. ábra. Fénykép rekonstrukciója a 8. ábrán látható hologramtípusról. (Leith és Upatnieks, 1965)



10. ábra. Tiszta fázistárgy hologramja. (A tárgy finomszemcsés fényképezőlemez gyengítőoldatos kezelésével készült dombormű, mely a szem számára láthatatlan. (D. Gábor, G. W. Stroke és társai, 1965)



11. ábra. A 10. ábrán mutatott hologram hologramja. Az első hologram által létrehozott „légies" képet ugyanazzal a koherens hátsó fénnyel együttt rögzítették egy fényképezőlemezen. (Gábor, Stroke és társai, 1965)

minthogy nincs olyan lencse, amely teljesen ki tudná használni a modern finomszemcsés fényképezőlemezek információkapacitását. Egy 10×10 cm-es lemez kb. 100 millió képpontot tud rögzíteni, míg a legjobb lencse is csak néhány millióra képes.

A hologram fázisrögzítő tulajdonságát már sikeresen alkalmazták robbanáshullámok fényképezésénél, ahol a fényforrás „óriás impulzusú" szilárdtest laser volt.

A hologram azon érdekes tulajdonságát, hogy az információt „zajszerű" formában rejtjelezik az egész lemezen, jól hasznosították olyan tárgyak fényképezésénél, ahol a fényesség, mondjuk; 1 : 10000 arányban változik. A fényképezőlemez tartománya csak 1 : 100, de mivel egy kis fényes terület fénye az egész lemezre szóródik szét, az eredeti fényességváltozásokat vissza lehet kapni a rekonstrukciónál.

L. J. Cutrona és munkatársai a michigani egyetem radar laboratóriumában ügyesen alkalmazták a holográfiát radar képekre. C. A. Burch, a teddingtoni National Physical Laboratoryben és más amerikai kutatók is alkalmazták a holográfiát felületek és deformációk optikai vizsgálatára. Ha elkészítjük a deformálatlan felület hologramját és ez utóbbit visszahelyezzük eredeti helyzetébe, a deformációk interferenciacsíkokat fognak létrehozni, pontosan úgy, mintha egy anyagi minta-felületünk lenne. A holográfia egy másik sokat igérő területe a jelkiolvasás, mint ahogy ezt nemrég a Natureben tárgyaltam (1965, okt. 30. Vol. 208, p. 422).

Amikor 18 évvel ezelőtt először eszembe jutott a holográfia gondolata, elsősorban az elektronmikroszkópiára és elektronszerkezeti diagramokra gondoltam. Természetesen a röntgenkrisztallográfia is felmerült bennem, azonban ezt elejtettem, minthogy a koherens röntgensugarak intenzitása ezerszer kisebb, mint a koherens elektronoké, és az anyaggal való kölcsönhatásuk is ezerszer gyengébb. Mások azonban nem osztották nézeteimet, és talán igazuk volt.

A holográfia röntgensugarakkal különösen vonzó, minthogy nincsenek röntgensugár lencséink. Első közleményeim után hamarosan H. M. A. El-Sum (Stanford) néhány egyszerű tárgy röntgen képét állította elő holográfiával. Ezt a gondolatot nemrég Stroke és munkatársai újra felvetették, és sikeres alapmunkát végeztek a röntgenholográfia területén: kimutatták, hogy kiterjedt forrásokkal is lehet hologramot készíteni. A soronkövetkező feladat: erős koherens röntgenforrást készíteni, — nem feltétlenül röntgen lasert, — amelynek különben félelmetes teljesítménye lenne. Az elektronikus tudomány jelenlegi állapotában ez nem látszik reménytelen feladatnak.

Gábor Dénes
Imperial College, London
Megjelent: *New Scientist*, 1966. jan. 13. számában
(Fordította: Jánossy Mihály)

Elemi részecskék 1966

Az ismert szubatomi részecskék (amelyeket még hagyományosan *elemi részecskék* néven emlegetünk, de amelyek neve a szakemberek körében többnyire csak *részecske)* kéthavonta táblázatba foglaltatnak. Ezek a táblázatok nemzetközi együttműködéssel készülnek, A. H. Rosenfeld, A. Barbaro-Galtieri, W. H. Barkas, P. L. Bastien, J. Kirz és M. Roos szerkesztésében. Eredeti lelőhelyük nyomtatásban: Review of Modern Physics **36** (1964) 977, Nuclear Physics **52** (1964) 1; de azóta már számos revideált kiadásuk jelent meg! Legutóbb a táblázatok egyik szerkesztője, Matt Roos finn fizikus (jelenleg: CERN) résztvett az Elemi Részek Gyenge Kölcsönhatásairól tartott konferencián (1966. június) Balatonvilágoson, és a záróülésen nemformális előadásában beszámolt a legújabb változásokról. Így módunkban áll számot adnunk az 1966. májusi helyzetről. Táblázatunkban — az eredeti, tisztán fenomenológikus csoportosítástól eltérően — úgy próbáltuk egymás után rendezni a részecskéket, hogy azok a nemszakemberek számára is áttekinthetőbbé váljanak. E célból figyelembe vettük az unitér szimmetriákból nyert és általánosan elfogadott kapcsolatokat. Ha külön számoljuk mindazokat a részecskéket, amelyek tömege vagy valamelyik egzaktul megmaradó töltése különbözik, akkor táblázatunk 175 részecskét tartalmaz. Ha azonban a részecskét és (CPT-szimmetria folytán egyező sajátságú) antirészecskét nem tekintjük különállóaknak, csak 94 részecskéről kell beszélnünk. Ha az erősen kölcsönható részecskéknél (a *hadronoknál)* egy izomultiplettet egy részecskének tekintünk, 44 hadron, összesen tehát mintegy 50 különböző elemi részecske áll előttünk. Ezeket a magasabb unitér szimmetriák, az SU(3), SU(6), SL(6, C) még kisebb számú osztályba tömörítik.

ELEMI RÉSZECSKÉK

(1966 május)

1. táblázat

HIDEG RÉSZECSKÉK

(Erős kölcsönhatásban nem vesznek részt. A leptonoknál részecske és antirészecske egy sorban van feltüntetve, töltéseiket / jel választja el.)

Jel	Név	J^P	Q	M (MeV)	Bomlás
		Foton (L = 0)			
γ	foton	1^-	0	0	stabil
ν_e	neutrinó	1/2	0/0	$<2 \cdot 10^{-4}$	stabil
e	elektron	1/2	−/+	0,51006	stabil
ν_μ	neutretto	1/2	0/0	<2	stabil
μ	müon	1/2	−/+	105,569	$\mu^- \to e^- \nu_e \tilde{\nu}_\mu$, $\tau = 2{,}20 \cdot 10^{-6}$ s

2. táblázat

MEZONOK

(Olyan erősen kölcsönható részecskék, amelyekre $B = 0$. Egy izomultiplett egy sorban.)

Jel	J^P	C	I	S	Q	M (MeV)	Γ (MeV)	Bomlástermékek	SU(3) jelleg	
					Pszeudoskalár (0^-) nonett					
X	0^-	+	0	0	0	958	< 4	$\eta\pi\pi$, $\varrho\gamma$, $\pi^+\pi^-\gamma$	SU(3) és SU(6) *szinglett*	mixing
η	0^-	+	0	0	0	549	< 10	2γ, 3π ($2\pi\gamma$, $\pi^0 2\gamma$)	SU(3) *oktett*	$\int -10°$
K	0^-		1/2	+1	+0	495		$K^\pm \to \mu\nu, \pi^+\pi^0$ stb. $\tau = 1{,}24 \cdot 10^{-8}$ s; $K_1^0 \to \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$; $\tau = 0{,}86 \cdot 10^{-10}$ s; $K_2^0 \to \pi e \nu, \pi\mu\nu, 3\pi$; $\tau = 5 \cdot 10^{-8}$ s		SU(6) 35-*piet*
$\tilde{K}$	0^-		1/2	−1	0−					
π	0^-	+	1	0	+0−	138		$\pi^0 \to 2\gamma$, $\gamma e^+ e^-$; $\tau = 8 \cdot 10^{-17}$ s; $\pi^\pm \to \mu\nu$, $e\nu$, $\mu\nu\gamma$; $\tau = 2{,}60 \cdot 10^{-6}$ s		
					Vektor (1^-) nonett					
ω	1^-	−	0	0	0	743	3,6	$\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0\gamma, \pi^+\pi^-\gamma, e^+e^-)$	SU(3) *szinglett*	mixing $\int +39°$
Φ	1^-	−	0	0	0	1019	12	K^+K^-, $K_1^0 K_2^0$	SU(3) *oktett*	
K^*	1^-		1/2	+1	+0	892	50	$K\pi$		
$\tilde{K}^*$	1^-		1/2	−1	0−					
ϱ	1^-	−	1	0	+0−	763	120	$\pi\pi$ (e^+e^-, $\mu^+\mu^-$)		
					Tenzor (2^+) nonett					
f'	2^+	+	0	0	0	~1500	~ 80	$K_1^0 K_1^0$, KK^*	SU(3) *szinglett*	mixing $\int +30°$
f	2^+	+	0	0	0	1245	116	$\pi\pi$	SU(3) *oktett*	
K^{**}	2^+		1/2	+1	+0	1405	100	$K^*\pi, K\pi, K\varrho$ ($K\omega, K\eta$)		
K^{**}	2^+		1/2	−1	0−					
A_2		+	1	0	+0−	1324	90	$K_1^0 K_1^+$, $K\tilde{\varkappa}$, $\pi\varrho$, $\eta\pi$?		
					Problematikus részecskék, talán axiálvektor (1^+) nonett?					
E?	1^+?		0	0	0	1420	60	$\pi\eta$	talán SU(3) *szinglett*	
D?	1^+?	+	0	0	0	1285	35	$K\bar{K}\pi$, $\pi\varrho$	talán SU(3) *oktett*	
C?	1^+?		$\leqq 3/2$	+1	+0	1215	60	$K\eta$, $K^*\eta$		
$\tilde{C}$?	1^+?		$\leqq 3/2$	−1	0−					
A_1?	1^+?	+	1	0	+0−	1072	130	$\pi\varrho$		

(Olyan erősen kölcsönható részecskék, amelyekre $B = +1$. A $B = -1$ bariontöltésű antirészecskéket a táblázat nem tünteti fel, ezek minden adata megegyezik a barionokéval, kivéve Q, B, S ellentétes előjelét. Egy sor egy izomultiplett.)

Jel; tömeg (MeV)	Egyedi jel	J^P	I	Q	S	Γ(MeV)	Bomlástermékek	SU(3) jelleg	
1/2⁺ barionoktett									
N (938)	p, n	1/2⁺	1/2	+0	0	$\tau(p) > 6 \cdot 10^{27}$ év; $n \to pe^+\bar{\nu}$, $\tau(n) = 1010$ s			
Λ (1115)	Λ	1/2⁺	0	0	−1	$N\pi$, $\tau(\Lambda) = 2{,}64 \cdot 10^{-10}$ s			
Σ (1192)	Σ	1/2⁺	1	+0−	−1	$N\pi$, $\Lambda\gamma$; $\tau(\Sigma^+) = 0{,}81 \cdot 10^{-10}$ s, $\tau(\Sigma^0) < 10^{-14}$ s, $\tau(\Sigma^-) = 1{,}65 \cdot 10^{-10}$ s		α *oktett* SU(3)-ban	
Ξ (1318)	Ξ	1/2⁺	1/2	0−	−2	$\Lambda\pi$, $\tau(\Xi^0) = 3 \cdot 10^{-10}$ s, $\tau(\Xi^-) = 1{,}75 \cdot 10^{-10}$ s			*56-plett* SU(6)-ban
3/2⁺ bariondekuplett									
Δ (1236)	N_{33}	3/2⁺	3/2	++ +0 −	0	120	$N\pi$		
Σ (1383)	Y_1^*	3/2⁺	1	+0−	−1	32	$\Lambda\pi$, $\Sigma\pi$	δ *dekuplett* SU(3)-ban	
Ξ (1530)	Ξ^*	3/2⁺	1/2	0−	−2	7,4	$\Xi\pi$		
Ω (1674)	Ω		0	−	−3	≈ 0	$\Xi\pi$, ΛK, $\tau = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ s		
Negatív paritású barionok									
Λ (1405)	Y_0^*	1/2⁻	0	0	−1	37	$\Sigma\pi$, $\Lambda\pi\pi$	talán SU(2) *szingulett*	
N (1518)	$N_{1/2}^*$	3/2⁻	1/2	+0	0	75	$N\pi\pi$; több összeeső tömeg	talán	
Λ (1519)	Y_0^*	3/2⁻	0	0	−1	37	$\Sigma\pi$, NK, $\Lambda\pi\pi$	γ *oktett* SU(3)-ban	talán hiányos *70⁻-plett* részei SU(6)-ban
Σ (1660)	Y_1^*	3/2⁻	1	+0−	−1	47	$\Sigma\pi$, $Y_0^*\pi$, $\Lambda\pi\pi$, NK		
Ξ (1816)	Ξ^*	3/2⁻	1/2	0−	−2	16	ΛK, $\Xi^*\pi$, $\Xi\pi$, $\Xi\pi\pi$		
N (1518)	$N_{1/2}^*$	1/2⁻	1/2	+0	0	120	$N\pi$; több összeeső tömeg	talán	
Λ (1670)	Y_0^*	1/2⁻	0	0	−1	18	$\Lambda\eta$	β *oktett* (hiányos)	
Σ (1942)	Y_1^*		1	+0−	−1		$N\pi K$		
N (1688)	$N_{1/2}^*$	1/2⁻	1/2	+0	0	200	$N\pi$ (több összeeső tömeg)	ismeretlen jellegű részecskék	
Δ (1688)	$N_{3/2}^*$	1/2⁻	3/2	++ +0 −	0	120	$N\pi$		
N (1688)	$N_{1/2}^*$	5/2⁻	1/2	+0	0	200	$N\pi$, $N\eta$, $N\pi\pi$, ΛK		
Σ (1765)	Y_1^*	5/2⁻	1	+0−	−1	70	NK, $\Lambda\pi$, $\Lambda(1520)\pi$, $\Sigma(1385)\pi$		
Pozitív paritású barionvisszatérések									
N (1518)	$N_{1/2}^*$	1/2⁺	1/2	+0	0	120	$N\pi$; több összeeső tömeg	ismeretlen jellegű részecske	
N (1688)	$N_{1/2}^*$	5/2⁺	1/2	+0	0	125	$N\pi$; több összeeső tömeg	N (938) első Regge visszatérése?	
Λ (1815)	Y_0^*	5/2⁺	0	0	−1	45	ΛK, $\Sigma\pi$, $\Lambda\eta$, $\Lambda(1385)\pi$	Λ (1115) első Regge visszatérése?	
Ξ (1933)	Ξ^*	5/2⁺	1/2	0−	−2	140	$\Xi\pi$	Ξ (1318) „ „ „	
Δ (1924)	$N_{3/2}^*$	7/2⁺	3/2	++ +0 −	0	200	$N\pi$	Δ (1236) „ „ „	
Σ (2065)	Y_1^*	7/2⁺	1	+0−	−1	120	NK, $N\pi K$, $\Sigma\pi\pi$	Σ (1383) „ „ „	
N (2645)	$N_{1/2}^*$	9/2⁺?	1/2	+0	0	230	$N\pi$	N (938) második Regge visszatérése?	
N (2825)	$N_{3/2}^*$	11/2⁺?	3/2	++ +0 −	0	260	$N\pi$	Δ (1236) második Regge visszatérése?	

4. táblázat

Elektromos tömegfelhasadás

	++	+	0	−
π		139,58	134,97	139,58
K		493,8	497,8	
ϱ		766	757	766
N		938,256	939,550	
Σ		1189,4	1192,4	1197,2
Ξ			1314,8	1321,0
Δ	1236,0	?	1236,5	1243
Σ^*		1381,7	1381	1384,3
Ξ^*			1528	1534

$|m(K_1^0) - m(K_2^0)| = 5 \cdot 10^{-6}$ eV (gyenge tömegfelhasadás)

5. táblázat

Mágneses momentumok

e^-	−1,00115962	$e\hbar/2m_ec$
μ^-	−1,0 01162	$e\hbar/2m_\mu c$
p	+2,79276	$e\hbar/2m_pc$
n	−1,91314	$e\hbar/2m_pc$
Λ^0	−0,7	$e\hbar/2m_pc$
Σ^+	+4	$e\hbar/2m_pc$

A közöit számadatokban általában az utolsó tizedesjegy bizonytalan

A részecskék M *tömegét* MeV-ban, τ *élettartamát* 10^{-20} s alatt secundumokban, a felett Γ *tömegszélességben* (MeV-ban) fejezzük ki. Az élettartam és tömegszélesség kapcsolata ismert módon $\Gamma\tau = \hbar$. A részecskéknek egzaktul megmaradó kvantumszáma a *spin* (J), ez $\hbar$ egységekben egész (foton, mezonok) vagy feles (leptonok, barionok). A *paritás* (P) a tükrözési tulajdonságot ($+$: páros, $-$: páratlan) fejezi ki; a barionoknál a N (938) (proton és neutron), valamint a Λ (1115) hiperon paritását definíció szerint $+$-nak választottuk. Az elemi részecskék egzaktul megmaradó töltései a Q *elektromos töltés*, az L *leptontöltés* és B *bariontöltés*.

Az erősen kölcsönható részecskék (hadronok), azaz a *mezonok* és *barionok* önként egymáshoz közeleső tömegű izomultiplettekbe rendeződnek, a multiplett egyes tagjai elektromos töltésben (elektromos kölcsönhatásban) eltérően viselkednek, de domináló erős kölcsönhatásuk azonos. Egy multiplett multiplicitását $2I + 1$-gyel téve egyenlővé definiáljuk az izomultiplett I *izospinjét;* a multiplett egyes tagjait az izospin harmadik komponensének értéke különbözteti meg: $I_3 = I, I - 1, \ldots, -I + 1, -I$. Gell-Mann nyomán tudjuk, hogy I_3 a Q töltéssel áll kapcsolatban:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B + S).$$

Itt az S kvantumszám neve: *ritkaság*, ennek értéke egy izomultipletten belül ugyanaz. A töltéskonjugáció (részecskéről antirészecskére történő áttérés) Q, L, B, S, I_3 előjelét ellentétesre változtatja. Olyan részecske, amelyre $Q = L = B = S = I_3 = 0$, sajátmagának antirészecskéje, ez lehet töltéskonjugációval szemben páros vagy páratlan (a C *töltésparitás* értéke lehet $+$ vagy $-$).

A részecskéket L és B szerint csoportosítjuk:

Hideg részecskék (nincs erős kölcsönhatásuk):

$L = 0$:	*foton* és *graviton*
$L = +1$:	*lepton*
$L = -1$:	*antilepton*

Hadronok (erős kölcsönhatásban résztvesznek):

$B = 0$:	*mezon*
$B = +1$:	*barion*
$B = -1$:	*antibarion*
$B \geq 1,\ L = 0$:	*atommagok*
$B \geq 1,\ L \geq 1$:	*atomok*, *molekulák* stb.

Táblázataink ezt a felosztást követik; a hadronok esetében figyelembe veszik az unitér szimmetriákból adódó rendezési lehetőségeket: az SU(2) multipletteket (izomultipletteket) egyetlen sorba foglaljuk össze; az SU(3) multipletteket egymástól elválasztva, külön cím alatt tüntetjük fel, és utalunk az SU(6) multiplettekre is. Így a részecskék strukturális összefüggései kidomborodnak. A részecskék kísérleti viselkedése, megfigyelhetősége azonban elsősorban élettartamuktól függ. A főbb eshetőségek:

1. *Stabil* a részecske, ha bomlása zérus nyugalmi tömege, ill. $J, Q\,L, B$ megmaradása miatt egzaktul tiltott. Ezek közül kerülnek ki az atomok állandó építőkövei (e^- elektron, N^+ proton).

2. *Metastabil* a részecske, ha bomlása csak gyenge kölcsönhatás révén mehet végbe (pl. mert S, P, C, I_3 a bomlás során megváltozik), ezek élettartama 10^{-10} s rendű vagy annál hosszabb. Ilyen esetben a részecske nyoma regisztrálható hosszúságú; ilyenek a μ, a legkönnyebb hadronok.

3. *Metastabilnak* tekinthető még az a részecske is, amely elektromágneses kölcsönhatás révén bomlik (erős bomlását I megváltozása tiltja), ilyen a π^0, η, Σ^0. Ezek átlagos élettartama 10^{-15} és 10^{-20} s közé esik, ennek megfelelően tömegszélessége KeV rendű. A részecske nyomát csak relativisztikus idődilatáció nyújthatja mérhető hosszúságúra; tömegszélessége közvetlenül nem mutatható ki.

4. *Instabil* az a részecske, amely erős kölcsönhatás által bomlik, ezek élettartama (a felszabaduló energia mértékétől függően) 10^{-20}—10^{-23} s, szintszélessége sok MeV. Az ilyen részecskék a születésük helyéül szolgáló atom belsejében elbomlanak, közvetlenül csak bomlástermékeik észlelhetők.

Napjainkban az instabil részecskék (nehéz mezonok és nehéz barionok) adataiban és számában van gyors fejlődés. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy — miként azt R. Socolow is hangoztatta az Elemi Részek Gyenge Kölcsönhatásairól tartott balatonvilágosi konferencia záróülésén — ez a fejlődés végéhez közeledik. Ha az erős bomlás során felszabaduló energia sokszáz MeV, ez annyira lecsökkentheti az instabil állapot élettartamát, hogy a Γ tömegszélesség 150—250 MeV fölé emelkedik, ami nagyobb a részecskék átlagos távolságánál a tömegspektrumban. Az ilyen „széles" részecskék már nem ismerhetők fel kísérletileg. Kivételt képez az az eset, amikor a részecske spinje nagy: a bomlást centrifugális gát késlelteti, a Γ szintszélesség nagy J esetén még nagy felszabaduló energia esetén is mérsékelt értéket vesz fel. Ez magyarázza azt a körülményt, hogy táblázatainkban a legnehezebb hadronok J nagy értékeivel tűnnek ki; mezont $J = 2$ spinnel a hidrogénatom tömegének másfélszeresénél, bariont $J = 11/2$ spinnel a hidrogénatom tömegének háromszorosánál észleltek. Ez nem azt jelenti, hogy eddig a tömegspektrum teljes. Valószínű azonban, hogy a magas energiájú tartományban az instabil részecskék olyan bonyolult mozgásformákat reprezentálnak, amelyek elméleti kiértékelésére úgyis kicsiny a remény. Ezért a „problematikus részecskék" kategóriájában további információ nyerése kísérletileg igen nehéz, többé-kevésbé reménytelen feladat, és talán ilyen információk nem is vinnék lényegesen előre az anyag szerkezetére vonatkozó ismereteinket. Az elemi részecskék táblázata ilyen értelemben telítődéshez közeledik.

M. Gy.

Kvarkok*

A fizikusok, sőt a fizikán kívülállók széles körében ismeretes, hogy az elmúlt két-három évben rendkívül fontos események történtek. Tudhatják ezt pl. Je. I. Tamm akadémikusnak a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának naggyűlésén elmondott beszédéből** ami az Izvesztyijában jelent meg, a „Scientific Amarican" vagy más népszerű lapokban megjelent cikkekből, de legkiváltképp a cikkek és közlemények özönéből is, amely a speciális folyóiratokban, a Physical Reviewban, a Physical Review Letters-ben, ZsETF-ben vagy az UFN-ban jelent meg.

Ezeket az új fejleményeket a Mengyelejev féle periódusos rendszer felfedezéséhez hasonlítják. Teljesen különböző tudományos szituációkban született felfedezések fontosságát igen nehéz összehasonlítani. Mindenesetre, az új felfedezések komolysága tisztán látható abból a tényből, hogy az elméleti fizikusok egy új elemi részecske, az omega-mínusz hiperon létezését és tulajdonságait megjósolták, és a kísérletek fényesen beigazolták ezt az előrejelzést.

A szakemberek cikkeikben csoportelméleti módszereket használnak, ezeknek gyakran visszataszító neve van, ami a fizikokémikusnak, a kohásznak vagy a termodinamikusnak érthetetlen. Megmagyarázható-e az új felfedezések lényege — természetesen sok fontos részlet elhagyása árán — hozzáférhetőbb szinten? A cikk „laikusok számára" éppen ilyen feldolgozásra törekszik.

Ilyen magyarázat lehetősége az új elmélet egyik megteremtőjének, Murray Gell-Mann amerikai fizikusnak egy munkáján alapul, ugyanazt a gondolatot tőle függetlenül Zweig (CERN) is javasolta. Ez a gondolat a következő.

Az elemi részek osztályozása igen természetes módon elvégezhető annak a feltevésnek az alapján, hogy az elemi részecskék háromféle „igazán fundamentális részecské"-ből, az úgynevezett kvarkokból tevődik össze. Így minden barion három (azonos, vagy különböző) kvarkot, minden mezon egy kvarkot és egy antikvarkot tartalmaz.

Az új osztályozás csak az erősen kölcsönható, manapság *hadronok*nak is nevezett részecskére vonatkozik. Következésképpen nem tartozik közéjük az elektron, a müon, a neutrinó és a foton. Ez a bölcs önmérséklet rendkívül fontosnak látszik, éppen ez a siker oka. Szeretném figyelmeztetni azokat az olvasókat, akiknek az a gondolatuk támadt, hogy foglaljuk bele az osztályozásba a könnyű részeket is, a szerző határozottan nem kedveli ezeket a kísérleteket.

Feltesszük, hogy a spin fogalma, a részecskék felosztása bozonokra és fermionokra, valamint a részecske—antirészecske fogalma ismeretes. Azonnal rámutatunk arra, hogy az új részecskék, a kvarkok bevezetésekor feltesszük a megfelelő antirészecskék-antikvarkok létezését is, és ezeket is felhasználjuk építőkövekként.

A bariontöltés vagy barionszám fogalma is ismeretes. Ez a fogalom a barionok számának egzakt megmaradási tételével kapcsolatos. Emlékeztetjük az olvasót, barionnak nevezünk bármely olyan részecskét, amely végül egy protonra és tetszés szerinti elektronra, neutrinóra és mezonra bomlik.

A ritkaság fogalma körülbelül 10 éve kialakult. Az S (ritkaság) értékét az egyes részecskékre az alábbiakban ismertetjük. Az S fontossága abban rejlik, hogy erős kölcsönhatás esetén az ütközések során csak olyan folyamatok szerepelhetnek, amelyek során a ritkaság megmarad*, pl.:

$$\pi^+ + P = \Sigma^+_{(S=-1)} + K^+_{(S=+1)}$$

végbemehet, de nem mehet végbe

$$\pi^- + N = \Lambda^0_{(S=-1)} + K^-_{(S=-1)}$$

A ritkaság megmaradása nem abszolút természettörvény, mint a barionszám megmaradása. A gyenge kölcsönhatások miatt van egy kis valószínűségük olyan folyamatoknak is, amelyekben a ritkaság változik, így pl.

$$\Lambda^0_{(S=-1)} \to P + \pi^-$$

De itt mi csak az erős kölcsönhatással kívánunk foglalkozni. A ritka barionokat hiperonoknak nevezik.**

A ritkaság, az izospin fogalmát és kapcsolatát egymással sok népszerű cikk és könyv tárgyalja. Az utolsó 3—4 év irányzatai már nem olyan jól ismertek.

A lényegesen új pont az úgynevezett rezonanciáknak az osztályozásra váró elemi részek közé való bátor besorolása. Fermi 1952-ben vizsgálta a pionok szóródását protonokon. Éles maximumot, „rezonanciát" fedezett fel a szórási hatáskeresztmetszetben a 200 MeV-es pionenergia táján. A rezonencia úgy tekinthető, hogy a pion és a proton egy új részecskévé áll össze, (amit ma deltának nevezünk [Δ]) s ami később a piont más irányban emittálja. A hatáskeresztmetszet maximuma annak a pion-energiának felel meg, amelynél a pion és a proton energiája (a mc^2 nyugalmi energiát is beleértve) egyenlő a Δ energiával.

* Az elemi részek gyenge kölcsönhatásairól tartott balatonvilágosi konferencia egyik előadásának kibővített változata. (Megjelenik még: Uszpehi Fizicseszkih Naukban.)

** Fizikai Szemle 1966 január.

* Azok a részecskék, amelyeknél a ritkaságot nem jelezzük, zérus ritkaságúak.

** Legújabban a ritkaság helyett az Y hipertöltés fogalmát is használják, ami a barionszám és a ritkaság összege. Így például a n, a p és a Δ esetén a hipertöltés $Y = 1$; a Σ és a Λ esetén $Y = -1$, az Ω-nál $Y = -2$. A ritkaság vagy hipertöltés mezonok esetén ugyanazt jelenti. A kvarkok hipertöltése törtszám p és n esetén $Y = 1/3$; λ esetén $Y = -2/3$.

Ebből a Δ nyugalmi tömegére 1236 MeV adódik (ahol a proton nyugalmi tömege energiaegységekben 938 MeV, a pioné 138 MeV). A rezonancia szélessége 100 MeV nagyságrendű, ami 10^{-23} s élettartamnak felel meg.

A π^+ protonokon való szórása során megfigyelt rezonancia a két elemi töltést hordozó barion kialakulásának és elbomlásának, vagyis a Δ^{++} részecskének felel meg. A $\pi^+ + N$ rendszer rezonanciája egy egyszeres pozitív töltésű Δ^+ részecske, a $\pi^- + P$ rendszer rezonanciája a semleges Δ° részecske, míg a $\pi^- + N$ rendszer rezonanciája a Δ^- negatív töltésű részecske létére utal.

A delták élettartamai és tömegei a kísérleti hibákon belül megegyeznek; spinjük $^3/_2$. További rezonanciákat találunk olyan folyamatokban, ahol több részecske keletkezik. Például a $P + \bar{P}$ szétsugárzásban, amikor 5 π mezon keletkezik:

$$P + \bar{P} \rightarrow 2\,\pi^+ + 2\,\pi^- + \pi^\circ$$

a legtöbb esetben úgy látszik, hogy a mezonok közül kettőnek a tömegközépponti rendszerben mért energiája 763 MeV. Ez azt jelenti, hogy a folyamat ezekben az esetekben két lépésben megy végbe:

$$P + \bar{P} \rightarrow \varrho^+ + 2\,\pi^- + \pi^+$$

$$\varrho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^\circ\,.$$

A ϱ^+ tömege 763 MeV, élettartama 10^{-22} s, az energiahatározatlanságnak megfelelően.

Nem fogjuk felsorolni az összes részecskét (rezonanciát), különösen azért nem, mert minden hónapban találnak egy két új részecskét. Ehelyett figyelmünket a barionok és a mezonok két-két csoportjára összpontosítjuk és megmutatjuk, hogy a (p, n, λ) kvarkok kvantumszámai (töltései) a következők:

1. táblázat

	Elektromos töltés	Ritkaság	Barionszám	Spin
p	—2/3	0	1/3	1/2
n	—1/3	0	1/3	1/2
λ	—1/3	—1	1/3	1/2

Vegyük észre, hogy a kvarkokat kis betűvel (p, n, λ) jelöltük, megkülönböztetésül a P (proton) N (neutron), Λ (hiperon) részecskéktől.

A klasszikus P és N részecskét és a viszonylag hosszúéletű (10^{-10} s, a Σ° kivételével) hiperonokat magába foglaló, nyolc barionból álló csoport az (1) séma baloldalán látható; a jobb oldalon azt mutatjuk meg hogy hogyan állítható össze mindegyik részecske a kvarkokból.

A legkönnyebb részecskék vannak alul, a nehezebbek felül.

$$\left.\begin{array}{ccccccc} \Xi^0 & \Xi^- & & p\lambda\lambda & & n\lambda\lambda & \\ \Sigma^+ & \Sigma^\circ & \Sigma^- & pp\lambda & pn\lambda & nn\lambda & \\ & \Lambda^\circ & & & pn\lambda & & \\ P & N & & ppn & pnn & & \end{array}\right\} \quad (1)$$

A (2) séma 10 barionból álló csoportot mutat. Ez a már Fermi által felfedezett rezonanciákat tartalmazza, felettük vannak a gerjesztett ritka részek (a csillag a gerjesztett állapotot jelöli), végül a csúcsban áll az Ω^- récszecske, az elméleti fizikusok tollának terméke. A jobb oldalon ismét a kvarkokra bontott alakot mutatjuk

$$\left.\begin{array}{cccccccc} & & \Omega^- & & & \lambda\lambda\lambda & & \\ & \Xi^{\circ *} & & \Xi^{-*} & & p\lambda\lambda & n\lambda\lambda & \\ \Sigma^{+*} & & \Sigma^{\circ *} & & \Sigma^{-*} & pp\lambda & pn\lambda & nn\lambda \\ \Delta^{++} & \Delta^+ & & \Delta^\circ & \Delta^- & ppp & ppn & pnn \quad nnn \end{array}\right\} \quad (2)$$

A (2) séma különlegesen rendezett és világos. Bármely gyereknek egyszerűen és világosan megmagyarázhatjuk, hogy 10 részecske van, mert háromfajta építőkő létezik és csak 10 különböző kombináció van, amelyet a jobb oldalon sorolunk fel. A továbbiakban feltesszük, hogy p és n közelítőleg megegyező tömegű, míg λ 146 MeV-vel nehezebb. Ekkor természetesen úgy találjuk, hogy minden sor 146 Mev-vel nehezebb, mint az alatta levő. Pontosan ez az a szabályszerűség, amely az Ω^- részecske 1675 MeV-es tömegének megjósolásához vezetett.

A nyolc-, és tíz-részecske sémáknál (az úgynevezett oktett és dekuplett esetében) a ritkaság az alsó sorban zérus, a második sorban $S = -1$, a harmadik sorban $S = -2$ és az Ω^- az egyetlen ma ismert $S = -3$ ritkaságú részecske.

Térjünk most vissza az (1) sémára. A kérdések egész sora vetődik fel. Miért nincsenek „sarok"-részecskék, ppp, nnn és $\lambda\lambda\lambda$ együttesek ebben a sémában? Miért fordul elő a $pn\lambda$ kombináció kétszer az (1) sémában (Σ° és Λ°)? S végül mi az oka annak, hogy a (2) séma (a dekuplett a 3/2 spinű, részekre illik, míg az (1) séma (az oktett) az 1/2 spinüeket írja le?

A kvarkok elmélete egyszerű és logikus választ ad ezekre a kérdésekre. Elegendő csak annyit feltenni, hogy a kvarkok maguk is fermionok, feles spinjük van (a Pauli-elvnek vannak alávetve). Egy és csak egy további feltevés szükséges a három-kvark rendszer hullámfüggvényére (pedig 2 sémáról és 18 részecskéről van szó.) Feltesszük, hogy a hullámfüggvény teljesen antiszimmetrikus a három kvark koordinátáiban és nincs pálya-impulzusmomentum. Példaként felhozhatjuk a nitrogén-atom három, külső (valencia-) elektronjának hullámfüggvényét: ezek $(2p)^3$ elektronok $L \neq 0$, a három elektron három különböző állapotban van $L = 1$ esetén: $l_z = -1$, $l_z = 0$, $l_z = 1$. A hullámfüggvény teljesen antiszimmetrikus az elektronkoordináták függvényében (mint-

hogy az elektronok taszítják egymást, ez energetikailag kedvezőbb).* Az ilyen kombináció $L = 0$ teljes impulzusnyomatéknak felel meg.

Minthogy a függvény antiszimmetrikus a koordinátákban, szimmetrikus kell legyen mindhárom elektron spinjében. Ezért a nitrogén-atom spinje 3/2.

Még mindig a kvarkok pályaimpulzusnyomatékának kérdését taglaljuk, de az előbbiekből már világos, hogy sémákba bevehetjük a három azonos részecskéből álló rendszereket is (*ppp*, *nnn* vagy $\lambda\lambda\lambda$, az említett elektron-hármashoz hasonlóan) és kapjuk a 3/2 spint, miként az a dekuplett esetén megfigyelhető.

Nézzük most meg, mikor kaphatunk $^1/_2$ spint? Vegyük először a *ppp* állapotot $s = 3/2$, és $s_z = +3/2$ vetületet az irányban. A spinnek a z —tengelyre eső vetületét nyíllal jelöljük:

$$\Delta^{++} \quad s = \frac{3}{2} \quad s_z = +\frac{3}{2} \quad p^\uparrow p^\uparrow p^\uparrow .$$

Az egyik nyilat megfordítjuk. Ekkor a $p^\uparrow p^\uparrow p^\downarrow$ állapotot kapjuk, amely a jelen esetben az egyetlen lehetséges állapot, hiszen a három kvark azonos és nem számít, hogy melyik spinje mutat lefelé. Az $s = {}^3/_2$ esetén kell, hogy az $s_z = +{}^3/_2$ állapot mellett legyen olyan is, amelyben $s = {}^3/_2$ és $s_z = +\frac{1}{2}$. Ezt tehát meg is találtuk a $p^\uparrow p^\uparrow p^\downarrow$ alakjában. Ez a triviálisan unalmas eljárás csak előtanulmány a sokkal érdekesebb esetekhez.

Vegyük most a *ppn* $s = {}^3/_2$ rendszert (tehát a Δ^+-t). Olyan állapot, amelyben $s_z = +{}^3/_2$, csak egy van: $p^\uparrow p^\uparrow n^\uparrow$.

De két különböző állapot lehetséges amelynél $s_z = +{}^1/_2$, ezek *a)* $p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow$, *b)* $p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow$. Ebből a két állapotból megszerkeszthető két kombináció. Az egyik a Δ^+ részecske, amelyet a térben elforgattunk, vagyis a spinjét a z tengelytől elforgattuk ($s = 3/2$, $s_z = 1/2$). A másik kombináció valami új dolog. Könnyű belátni, hogy $s = 1/2$ és $s_z = +1/2$ jellemzőjű állapotot ír le. Ez az oktett egy tagjának a jellemzője, nevezetesen éppen a P protoné. Nyilván, abból a feltevésből, hogy a kvarkok pályafüggvényei nem változnak, ismét $L = 0$ adódik

Ha most a $p\ n\ \lambda$ rendszert vesszük, csak egy olyan állapot van, amelyben $s_z = 3/2$, ez a $p^\uparrow n^\uparrow \lambda^\uparrow$.

De három különböző állapot van, amelyben $s_z = 1/2$, nevezetesen

$$p^\uparrow n^\uparrow \lambda^\downarrow , \quad p^\uparrow n^\downarrow \lambda^\uparrow , \quad p^\downarrow n^\uparrow \lambda^\uparrow .$$

Nyilvánvaló, hogy ebből a három állapotból három lineárkombináció készíthető, amelyek közül csak egy felel meg az $s = 3/2$, $s_z = +1/2$, vagyis az elforgatott Σ^{0*}-nak, a dekuplett egyik tagjának.

A másik kettő az $s = 1/2$-nek felel meg, tehát az oktetthez tartozik. Így tehát megkaptuk az oktettszerkezetet minden tulajdonságával (feles a spin, sarok-részecskék nem léteznek, a középső állapot kettős).

Ezek a koncepciók továbbfejleszthetők. A dekuplett minden egyes tagjának a mágneses nyomatéka egyszerűen a három kvark saját nyomatékainak összege. Még akkor is, ha a kölcsönhatás a (μ-vel jelölt) mágneses nyomatékokat meg is változtatja, ez a megváltozás mindhárom kvarkfajtára ugyanaz és a nyomaték a töltéssel arányos marad:

$$\mu_p = \frac{2}{3}\mu_1 \quad \mu_u = -\frac{1}{3}\mu_1 \quad \mu_\lambda = -\frac{1}{3}\mu_1 ,$$

ahol μ_1 egy ismeretlen paraméter, Ekkor

$$\mu_{\Delta^{++}} = 2\,\mu_1, \quad \mu_{\Delta^-} = -\mu_1 \quad \mu_{\Omega^{++}} = -\,\mu_1 \text{ stb.};$$

a dekuplettben a mágneses nyomaték egyszerűen arányos a részecske töltésével.

Áttérünk most az oktettre és felidézzük hogy hogyan is jutottunk hozzá. Ismét a Δ^+ részecskét vesszük, $s_z = +3/2$ ($p^\uparrow p^\uparrow n^\uparrow$) és elforgatjuk. Ekkor annak a valószínűsége, hogy $p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow$-t kapjuk, kétszer akkora, mint az a valószínűség, hogy $p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow$-et kapunk, mert a két p-kvark van és csak egy n-kvark.

Így a Δ^+, $s = 3/2$ $s_z = +1/2$ egy olyan állapot amelyben a $p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow$ 2/3, a $p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow$ 1/3 valószínűséggel szerepel:

$$\frac{2}{3}\,p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow + \frac{1}{3}\,p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow ,$$

a megfelelő hullámfüggvény alakja

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\,(p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow) + \sqrt{\frac{1}{3}}\,(p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow) .$$

A $p\ p\ n$-ből hasonlóan felépített oktett hullámfüggvény ortogonális dekuplett hullámfüggvényre. Az oktett hullámfüggvény

$$-\sqrt{\frac{1}{3}}\,(p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow) + \sqrt{\frac{2}{3}}\,(p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow);$$

egy partikuláris kombinációban az eredmény éppen fordítottja a dekupplettnél nyert eredménynek. Következésképp P $s = 1/2$, $s_z = +1/2$ hullámfüggvénye

$$\frac{1}{3}\,p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow + \frac{2}{3}\,p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow$$

vagyis a $p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow$ 1/3 valószínűségű és $p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow$ 2/3 valószínűségű keveréke

* Megjegyezzük, hogy az 1S és a 2S nitrogén-nívókat az első négy elektron már betöltötte. A Pauli-elv miatt az utolsó három elektron a 2p héjban helyezkedik el.

A proton mágneses nyomatékának átlagértékére* kapjuk, hogy

$$\mu_P = \frac{1}{3}\left(+\frac{2}{3}\mu_1 - \frac{2}{3}\mu_1 - \frac{1}{3}\mu_1\right) +$$

$$+\frac{2}{3}\left(+\frac{2}{3}\mu_1 + \frac{2}{3}\mu_1 - \left(-\frac{1}{3}\mu_1\right)\right) = \mu,$$

A neutron esetére hasonlóan kapjuk, hogy a N, $s = 1/2$ $s_z = +1/2$ állapot

$$\frac{1}{3}p^{\uparrow}u^{\uparrow}n^{\downarrow} + \frac{2}{3}p^{\downarrow}u^{\uparrow}n^{\uparrow}$$

$$\mu_N = \frac{1}{3}\left(+\frac{2}{3}\mu_1 - \frac{1}{3}\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_1\right) +$$

$$+\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\mu_1 - \frac{1}{3}\mu_1 - \frac{1}{3}\mu_1\right) = -\frac{2}{3}\mu_1.$$

Így az elmélet megjósolja a

$$\frac{\mu_N}{\mu_P} = \frac{-\frac{2}{3}\mu_1}{\mu_1} = -\frac{2}{3} = -0{,}667$$

értéket, míg a kísérlet szerint

$$\frac{\mu_N}{\mu_P} = \frac{-1{,}9103\,\mu_B}{2{,}7896\,\mu_B} = -0{,}685,$$

ahol $\mu_B = \frac{e\hbar}{Mc}$ a magmagneton. Az egyezés a várakozást felülmúlóan jó, jobb, mint 2%. Ez az egyezés az elmélet alapfeltevéseinek helyességét mutatja. Rendkívül fontos, hogy az oktett és a dekuplett más tagjainak a mágneses nyomatékát is megmérjük.** De ez sokkal komplikáltabb probléma, mint a proton és a neutron mágneses nyomatékának megmérése.

A részecskeátalakulások, mint például

$$P + \gamma = \Delta^+$$

az egyik kvark spinjének az elektromágneses tér hatására bekövetkező elfordulásával kapcsolatosak. Ezeket az elmélet szintén helyesen tárgyalja.

Tárgyaljuk meg most röviden a mezonokat! A három kvarkból és a három antikvarkból kilenc kvarkpár alkotható. A Pauli-elv minden lehetséges kombinációt megenged (az antirészecskéket felül vonással jelöljük). Ismét a ritkaság szerint rendezve írjuk fel őket (az alsó sorban $S = +1$, a középsőben $S = 0$, felül $S = -1$). Baloldalt állnak az ismert mezonok, jobbra a kvarkokkal történő előállításuk:

$$\left.\begin{array}{ccccc} \bar{K}^\circ & K & \lambda n & \lambda\bar{p} & \\ \pi^+\,(\pi^\circ,\ \eta^\circ,\ X^\circ)\,\pi^- & & p\bar{n}(p\bar{p},\ n\bar{n},\ \lambda\lambda)\ n\,\bar{p} & & \\ K^+ & K^\circ & p\bar{\lambda} & n\bar{\lambda} & \end{array}\right\} \quad (3)$$

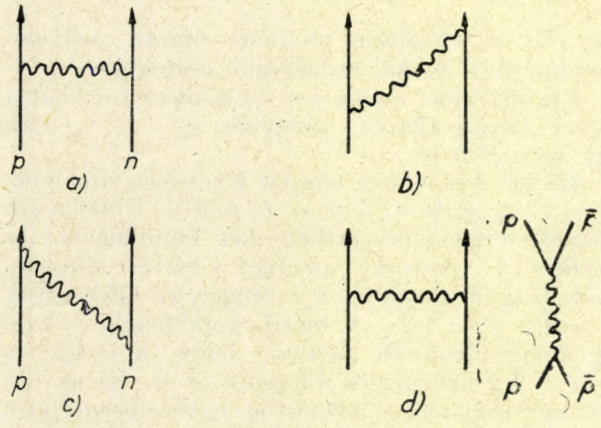
Ha a kvark-sémát természetesebb elrendezésben írtuk volna fel

$$\left.\begin{array}{ccc} p\bar{p} & n\bar{p} & \lambda\bar{p} \\ p\bar{n} & n\bar{u} & \lambda\bar{n} \\ p\bar{\lambda} & n\bar{\lambda} & \lambda\bar{\lambda} \end{array}\right\} \quad (4)$$

akkor az egyes sorokban a ritkaság nem lett volna állandó, az egyes oszlopokban pedig a töltés nem lett volna azonos.

A (3) középső „dobozában" egy kis komplikáció lép fel. Meg kell állapítanunk a három mezon és a három kvark rendszer között a megfeleltetést. A kvark és az antikvark (és általában a részecske és antirészecskéje) közti kölcsönhatás új dolgokat hoz be.

Két különböző részecske kölcsönhatását mindig fel lehet fogni, mint valamilyen hipotétikus tér kvantumának a kicserélését, mint pl. az 1. ábrán is látható a p és az n kölcsönhatására vonatkozóan



1. ábra *2. ábra*

A nyíl az idő irányát tünteti fel, a hullámos vonal a kvantumot jelöli. A kvantum vonalát szándékosan nem látjuk el nyíllal, a p kvark előbb is ki tud bocsájtani egy kvantumot, amit azután az n-kvark elnyel (I. ábra *b.)* és megfordítva is (I. ábra *c.*), az I. ábra *a)* gráfja mind a kettőt tartalmazza. Hasonló vonatkozik egy részecske és egy másik antirészecske kölcsönhatására, pl. a p és az $\bar{n}$ kölcsönhatására (I. ábra *d)* is. De egy részecske és a saját antirészecskéje kölcsönhatásában, pl. p és $\bar{p}$ kölcsönhatásában egy új lehetőség is felmerül: részecskepárok szétsugárzása ill. keltése (II. ábra).

Ilyen folyamatokat kísérletileg a pozitrónium esetében tanulmányoztak. A pozitrónium e^+ és e^-

* A z tengely menti vetületét kapjuk a proton mágneses nyomatékának a μ_P-nek, abban az esetben, amikor a proton spinje a z-tengellyel párhuzamos. Ez a μ_P, nem tévesztendő össze a p-kvark μ_p mágneses nyomatékával. Nyilvánvalóan nincsen pályamomentum, hiszen $L = 0$.

** A Λ° mágneses nyomatéka $\mu_{\Lambda^\circ} = (-0{,}80 \pm 0{,}15)\,\mu_B$ és egyezik az elméleti értékkel.

részecskéből áll, és a folyamat az energianívók megfigyelhető megváltozásához vezet.

A kvarkok elméletében felteszik, hogy a legdurvább közelítésben mindhárom kvark az erős kölcsönhatás minden vonatkozásában megegyezik egymással.* Emiatt tudtuk a részecskéket az oktettbe és a dekuplettbe besorolni. Ebből következik, hogy a párok szétsugárzásából, pl. a $p\bar{p}$ szétsugárzásából keletkező semleges térkvantum egyenlő valószínűséggel materializálódhat pp, $n\bar{n}$ illetve $\lambda\bar{\lambda}$ párokban.

Így az elmélet megkülönbözteti azt a kombinációt, amelyben a három pár egyformán valószínű:

$$\frac{1}{3}(p\bar{p}) + \frac{1}{3}(n\bar{n}) + \frac{1}{3}(\lambda\bar{\lambda}),$$

vagy a hullámfüggvényekkel kifejezve:

$$\sqrt{\frac{1}{3}}(p\bar{p}) + \sqrt{\frac{1}{3}}(n\bar{n}) + \sqrt{\frac{1}{3}}(\lambda\bar{\lambda}).$$

A szétsugárzási és párkeltési folyamatokban éppen ez az a kombináció, amely önmagában transzformálódik.**

Így a kilenc kombináció között van egy különleges, éppen a fent felírt, amelyet az X-mezonnal azonosítunk, míg a többi nyolc a mezon oktettet alkotja: $3\pi + 2\mathrm{K} + 2\overline{\mathrm{K}} + \eta$. Ekkor

$$\sqrt{\frac{1}{2}}(p\bar{p}) - \sqrt{\frac{1}{2}}(n\bar{n}) = \pi^0$$

és

$$\sqrt{\frac{2}{3}}(\lambda\bar{\lambda}) - \frac{1}{\sqrt{6}}(p\bar{p}) - \frac{1}{\sqrt{6}}(n\bar{n}) = \eta.$$

E két kombinációt úgy választottuk ki, hogy ne tudjanak egy semleges kvantummá átalakulni. Így például a π° esetében a $(p\bar{p})$ és az $(n\bar{n})$ járulékok kiejtik egymást (a π° kombinációban ellenkező előjellel szerepelnek) és a kvantum nem tud kialakulni. Hasonló érvényes az η-ra is.

A kísérletek azt mutatják, hogy a (3) sémába tartozó részek spinje zérus. Ez azt mutatja, hogy a kvark és az antikvark ellentett spinekkel van összetéve. Párhuzamos spinnel összetett kvark-antikvarkból egyes spinű mezonokat kapunk. Ezeket a rezonanciákkal azonosíthatjuk, amelyeket 1962 és 1964 között fedeztek fel:

$$\left.\begin{array}{lll} \mathrm{K}^{+*} & \mathrm{K}^{\circ *} & \\ \varrho^+ & \varrho^\circ,\ \omega^\circ,\ \Phi^\circ & \varrho^- \\ & \overline{\mathrm{K}}^{\circ *} & \overline{\mathrm{K}}^{-*} \end{array}\right\} \qquad (5)$$

Itt is felbonthatjuk a 9 részecskét egy nyolc részecskéből és egy különleges részecskéből álló csoportra, ahol ez az egy különleges részecske szétsugárzódhat és keletkezhet. De ehhez a különleges részecskéhez, az előbbi eset zérus spinű neutrális részecskéjével szemben egy egyes spinű semleges részecskére van szükség. Megjegyezzük, hogy a pozitrónium esetében az egész kölcsönhatás az elektromágneses tér közvetítésével történik, ami egy vektortér (egyes spinnel), s így az $e^+ + e^-$ éppen az 1 spinű állapotban sugárzik szét.

A barionok és a mezonok osztályozásának a gondolata tovább is fejleszthető. A (2) séma (Δ Ω) barion dekuplett részecskéinek tömege kevéssé tér el az (1) séma (P, N, Ξ) oktett részecskéinek tömegétől.

Milyen körülmények közt tekinthető az oktett és a dekuplett közti különbség kicsinek és egyesíthető a két csoport? Ez akkor lehetséges, ha a kvarkok közti kölcsönhatás közelítőleg független a kvarkok spinirányától, vagyis attól, hogy a három kvark spinje párhuzamos és az $s = 3/2$ dekuplettet, illetve antiparalel és az $s = 1/2$ oktettet adja. Várható, hogy a kölcsönhatás a spiniránytól független lesz akkor, ha a kölcsönhatást egy zérus spinű semleges skalártér közvetíti. Miként L. B. Okun megjegyezte, a zérus spinű mezonok felbontásához egy más típusú térre van szükség, minthogy ezek a mezonok pszeudoskalárok. A részecske és az antirészecske különböző paritása miatt a Dirac-elméletben a „részecske-antirészecske" pár paritása az S-állapotban negatív. A pozitrónium esetében ezt a megállapítást a kísérletek beigazolták.

Így feltesszük, hogy van egy másik semleges pszeudoskalár tér. Ez a tér a 9 zérus spinű mezont 8, (a mi sémánkban π, K, η) és egy különleges

$$X = \frac{1}{\sqrt{3}}(p\bar{p}) + \frac{1}{\sqrt{3}}(n\bar{n}) + \frac{1}{\sqrt{3}}(\lambda\bar{\lambda})$$

szintén zérus spinű mezonora bontja. De a 9 egyes spinű mezon ((4) séma) nem bomlik fel $8 + 1$ alcsoportokra, mert ezek nem sugárzódnak szét, ha nincsen zérus spinű semleges tér. Emlékeztetünk arra, hogy ilyen típusú tér nemlétére abból következtetünk, hogy a barion oktett és a dekuplett tömegei közel esnek egymáshoz.

Ebben az esetben új terminológiát vezethetünk be. A kvarkok spinje 1/2; ha a kölcsönhatás független a spintől, mondhatjuk, hogy minden kvarknak két egyenértékű állapota van: $s_z = +1/2$ és $s_z = -1/2$. A három kvark hat állapotot ad: $p^\uparrow$, $p^\downarrow$, $n^\uparrow$, $n^\downarrow$, $\lambda^\uparrow$, $\lambda^\downarrow$.

Ha egyszerre hármat veszünk belőlük, 8 feles spinű bariont kapunk. Minden barionnak két állapota lesz- $s_z = +{}^1/_2$ és $s_z = -{}^1/_2$ összesen tehát 16 állapot. Ehhez jön még 16 barion 3/2 spinnel, mindegyiknek négy állapota lesz: $s_z = +{}^3/_2$, $s_z = +{}^1/_2$, $s_z = -{}^1/_2$, $s_z = -{}^3/_2$ összesen tehát 40 állapot. Az egész együtt $40 + 16 = 56$ barionállapot, amely összetétel és spinvetület szerint különbözik. Bizonyos közelítésben egyenértékűek.

* Természetesen emlékezni kell arra, hogy a kvarkok ritkaság és töltés tekintetében különböznek, és hogy csak az azonos kvarkok vannak alávetve a Pauli-elvnek, továbbá minden kvark csak a saját antikvarkjával képes szétsugárzódni.

** Ez a magyarázat J. Ju. Kobzarevtől és L. B. Okuntól származik.

Mezonoknak kapunk 9 db egyes spinű részecskét három-három állapottal ($s_z = +1$, $s_z = 0$, $s_z = 1$) és 9 zérus spinű részecskét. Ez összesen 36 állapot, miként várható is a 6 kvark és 6 antikvark kombinációból. A 36 mezon közül a zérus spinű semleges X° az egyetlen különleges, amely szétsugározhat és párkeltéssel keletkezhet, a többi 35 pedig nem sugárzódhat szét és ebben a közelítésben egyenértékű.

Most már csak az van hátra, hogy kimondjuk: a három kvark azonosságát az erős kölcsönhatásban „unitér szimmetriának" nevezik és SU(3)-mal jelölik. A kölcsönhatás spinfüggetlenségének gondolatát, vagyis a fentebb felsorolt 6 állapot egyenértékűségét nevezik SU(6)-nak.*

Mint látják, nincsenek misztikus szimultán forgások a közönséges és az izotóp-térben, amelyek oly sokaknak okoztak fejfájást.

Meg kell még említenünk a megoldatlan problémákat. A barionban mi körül forog a három kvark? Tegyük fel, hogy a kvarkok taszítják egymást, a kvark és antikvark vonzza egymást. Akkor mi tartja a három kvarkot kötve a barionban? Egy lehetséges elgondolás lenne az, hogy van egy R^0 bariontöltésű semleges nehéz bozon, amely az atommag szerepét játssza, ekörül keringenek a kvarkok $l = 1$ állapotban. De ha megváltoztatjuk a feltevésünket, és azt mondjuk, hogy a nehéz bozon R^- negatív töltést hordoz, akkor a kvarkok töltésére egész számokat kapunk:

2. táblázat

	Elektromos töltés	Ritkaság	Barionszám	Spin
R^-	−1	0	1	0
p	1	0	0	1/2
n	0	0	0	1/2
λ	0	−1	0	1/2

De az elméletnek ez a változata nem ad többé egyszerű határozott receptet a mágneses nyomatékok kiszámítására, az elméletnek a neutron és a proton mágneses nyomatékának arányára adott mély benyomást keltő eredménye elvész. Felvetették azt az ötletet is, hogy három fajta részecske létezik, olyanok mint a kvarkok, csak a barionok kilenc darab ilyen részecskéből, úgynevezett barionettekből állanak, a barionettek barionszáma 1/9 lenne. Az első hat barionettet s-állapotban kell összetenni (mint a négy nukleont a He atommagban) antiparallel spinekkel ($p\uparrow p\downarrow n\uparrow n\downarrow \lambda\uparrow \lambda\downarrow$). Ezután természetesen a következő három barionett a P állapotba kerül a Pauli-elv miatt, minthogy az S szintek már foglaltak. A barionok és mezonok oktett-dekuplett osztályozása az elmélet ilyen variánsaiban is megmarad.

* Megjegyezzük, hogy a $\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ stb. számok az ún. Clebsch—Gordan-együtthatók, amelyekről már régebben is hallottunk.

Végül, de nem utolsó sorban léteznek-e a kvarkok (vagy barionettek)? Az elmélet tört töltésértékekkel dolgozó variánsai szerint legalább egy kvark-típusnak szabad állapotban stabilnak kell lennie. A kísérleti fizikusok első reakciója az új gondolatokra a törtértékű $\left(\frac{2}{3}e, -\frac{1}{3}e\right)$ töltések kutatása volt gyorsítókkal és a kozmikus sugárzásban.

Úgy látszik nyugodtan állíthatjuk, hogy 6—8 GeV tömegnél (vagyis a 6—8 nukleontömegnél) könnyebb ilyen részecske nem létezik.* Mindenesetre összeépülésük barionokká, ill. mezonokká hatalmas energiafelszabadulással jár, hiszen az összetett részecske tömege néhány tizedrésze az alkotóelemek tömegének. Igen vonzó lehetőség a stabil kvarkok vagy egyetlen kvarkkal kombinált atommagok keresése, vagyis a tört töltést hordozó maradék részek kutatása a légkörben vagy az óceánok vizeiben.

De talán ténylegesen nem is léteznek kvarkok? Talán csak az a ma már kétségbevonhatatlan szimmetria létezik az elemi részek tulajdonságaiban, aminek alapján úgy tűnik, mintha a kvarkok léteznének?** 1964 augusztusában Dubnában Gell-Mann megjegyezte: „Ki tudja"? Félek, hogy egy nagy művész tollára lenne szükség ahhoz, hogy mindazt kifejezze, amit Gell-Mann ebbe a két szóba belesűrített. Egyfelől azt a rendkívüli fontosságot lehetett belőle kihallani, amit a kísérleteknek tulajdonítunk, amely végső elemzésben dönt és a tudományt előbbre viszi. Másfelől érezni lehetett Gell-Mann intellektuális bátorságát, az új megérzését, a hajlandóságot, hogy bármit elfogadjon, amit a természet kínál, s hogy abból kiindulva új kísérleteket és új elméleteket hozzon létre.

A dilemma, amellyel a fizikusoknak szembe kell nézni, így fogalmazható meg. Vagy megmagyaráztuk az ismert elemi részek osztályozását és szimmetriatulajdonságait, vagy ezek a szimmetriák a kvarkok létezésének, az anyag újfajta atomizmusának a következményei.

A fizikusok napjainkban teljes joggal ismételgethetik Tjucsev sorait:

Счастмлив, кто посетил сей мир
В его минуты роковые:
Его призвали всеблагие,
Как собеседника на мир;
Он их высоких зрелиш зритель
Он в их совет допущен был,
И заживо, как небожитель,
Из чаши их бессмертье пил.

* A gyorsítókkal nyert adatok szerint a határ 4 GeV körül van, a kevésbé megbízható kozmikus sugárzási kísérletekkel foglalkozó szerzők megállapítása szerint a határ 16 GeV.

** Megjegyezzük, hogy az R^--os séma és az instabil kvarkokra vonatkozó meggondolások akkor is érvényben maradhatnak, ha a kvarkokat nem találják meg. Ebben a sémában akkor a kvarkok, keletkezésük után azonnal leptonokra (μ, e vagy ν) bomlanak, amelyek kimutatása az igen nagy emergiákon lefolyó reakciókban rendkívül nehéz feladat.

Minden történeti tapasztalatunk alapján kimondhatjuk, hogy az elmúlt 2—3 év során látott felfedezések a természetről alkotott képünket alapjaiban változtatják meg.

Az olvasó vonja le saját következtetéseit a prognózisról azokból a példákból, amelyeket a szerző a következőkben körvonalaz.

A kinetikai gázelméletről azt mondták, hogy talán a dolgok úgy történnek, mintha léteznének molekulák, de molekulák és atomok valójában nem is léteznek, az atomok és molekulák csak a kémiai és a termodinamikai törvények leírásában használt segédfogalmak.

A periódusos rendszer mint a kémiailag különböző atomok atommagokból és különböző számú elektronokból való felépülésének manifesztuma, igazi jelentőségében csak fél évszázaddal Mengyelejev felfedezése után bontakozott ki.

A formális genetika, a Mendell-féle törvények lehetővé tették a gének létezésének előrejelzését hosszú idővel azelőtt, hogy felfedezték és közvetlenül vizsgálhatták volna őket.

A jelenségek belső okainak feltárása a kifelé mutatott megnyilvánulások alapján a tudomány minden feladata közül bizonyára a legfontosabb, legértékesebb és legvonzóbb.

Ja. B. Zeldovics
(Moszkva)
(Fordította: Abonyi Iván)

A kvarkmodell legújabb eredményei*

I. *A kvarkmodell története*

A kvarkmodell alapvető elgondolása az, hogy az ismert erősen kölcsönható részecskéket célszerű összetett részecskéknek tekinteni. Ez az elgondolás legalább Fermi és Yang munkájáig nyúlik vissza, akik a π-mezont egy nukleon és egy antinukleon erősen kötött állapotaként próbálták értelmezni. Sakata a hipertöltést is beépítve, kiterjesztette a modellt, és az összes mezont a nukleont a Λ-hiperon és antirészeik erősen kötött állapotaiként írta le, s az ő modellje vezetett először az SU(3) csoport megjelenésére a részecskefizikában. A Fermi—Sakata-féle elgondolás két irányba fejlődött tovább, két különböző úton. Az egyik irány a „nukleáris demokrácia" Chew-féle ideájához vezetett, amely szerint minden erősen kölcsönható rész az összes többiből van összetéve. Itt ezt nem követjük végig. A másik irány ugyancsak olyan elméletekhez vezetett, amelyek a mezonok és a barionok szerepét egyazon szinten tárgyalják, de egészen más értelemben. Ezekben az elméletekben az ismert barionok és mezonok *valami egyébből* vannak összetéve.

A második útat követve a legutolsó állomás a *szószerinti* értelemben vett „kvarkmodell", melynek feltételezése szerint a természetben számunkra teljesen új fizikai objektumok léteznek, Gell-Manntól származó nevükön a „kvarkok", s a barionok és a mezonok ezeknek a kvarkoknak a kötött állapotai. A kvarkokat sokan próbálták megtalálni, de kiderült, hogy ez nem olyan könnyű. Nekünk azonban nem kell ilyen messzire mennünk ezen az úton, mert sohasem lesz arra szükségünk, hogy feltételezzük a kvarkok független létezését. Így például nem lesz szükségünk a szabad kvark tömegének bevezetésére, mivel a kvarkok kötött állapotaira vezető dinamika kérdéseit teljesen figyelmen kívül hagyjuk. Szükségtelen mondanom, hogy végsősoron ezekkel a kérdésekkel egyszer mindenképpen szembe kell majd néznünk.

A Sakata-modelltől a kvarkmodellig vezető úton az első lépést Gell-Mann és Ne'eman tette meg, magyarázatot keresve a nyolc 1/2-spinű barion létezésére. Feltették, hogy a nyolc barion, ugyan úgy, mint a nyolc pszeudoskalár mezon, egy részecsketriplett és egy antirészecske-triplett kötött állapota. (Természetesen, barionok esetében a két triplettnek különbözőnek kell lennie.) A triplettek lehettek tisztán matematikai objektumok is; mindenesetre nem kellett őket semmilyen ismert részecskével azonosítani.

A következő lépést egy olyan SU(3) multiplett azonosítása jelentette, amely már nem oktett volt: teljesen kiegészült a 3/2-spinű barionok dekuplettje. Az azonosítást a tizes multiplett tizedik tagjának, az Ω^--nak a felfedezése tetőzte be. A részecske tömege pontosan egybeesett a megjósolt értékkel. Történetünk szempontjából a dekuplett azonosításának fontossága abban rejlik, hogy az eredetitől eltérő modellt sugallt a *barionoktett* felépítésére. A dekuplett nem állítható elő egy triplettből és egy antitriplettből. Mind az oktett, mind a dekuplett előállítható viszont három ugyanolyan fajtájú kvarkból. Így született meg Gell-Mann és Zweig modellje, amelyben csak egyetlen kvarktriplett van, 1/2 spinnel és 1/3 barionszámmal, és a mezonok kvark-antikvark kötött állapotok, míg a barion-oktett és dekuplett tagjai három kvark kötött állapotaiként értelmezhetők.

Ezt az elképzelést nagymértékben alátámasztotta az 1964-ben kialakult SU(6) elmélet. Speciálisan, a barionoktett és a dekuplett szoros kapcsolatát megerősítette 1) az 56-os SU(6)-ábrázolás létezése, melybe az oktett és dekuplett állapotok maradéktalanul beilleszthetők, és 2) a proton és a neutron statikus mágneses momentumának arányára kapott elméleti érték. Az utóbbi számítást alább részletesen ismertetjük.

* Előadás az elemi részek gyenge kölcsönhatásairól rendezett balatonvilágosi konferencián — 1966. június. A szöveget a közérthetőség kedvéért némileg lerövidítettük. A teljes szöveget és az irodalmi hivatkozásokat illetően az Acta Physica Hungaricában megjelenő eredeti dolgozatra utalunk.

A Gell-Manntól és Zweigtől származó egytriplettes modellen kívül más kvarkmodellek is vannak. Az eddig mondottakból egyáltalán nem következik (a későbbiekből már inkább), hogy a mezonoknak és a barionoknak ugyanazon kvarkanyagból kell felépülniük. Sok olyan modell van, amely egy triplettből és egy szingulettből, vagy két triplettből indul ki. Amennyire én tudom, ezekben a modellekben a helyes proton-neutron mágneses momentum arány levezetésével problémák vannak. Bár valószínűleg ez nem elegendő ok arra, hogy figyelmen kívül hagyjuk az ilyen modelleket, a továbbiakban nem foglalkozunk velük.

II. *Barion és mezon „hullámfüggvények" kvarkvektorokkal kifejezve*

A kvarkmodellben végzett számításokhoz tudnunk kell valamit arról, hogy hogyan épül fel a kvarkvektorokból a barionok és a mezonok hullámfüggvénye. Feltesszük, hogy ezek a hullámfüggvények *faktorizálhatók* egy olyan részre, amely a kvarkok belső kvantumszámait és a kvarkspineket tartalmazza, és egy olyan részre, amely a kvarkok helyzetétől (esetleg sebességétől) függ. Az ugyanazon SU(6)-ábrázoláshoz tartozó részecskékről feltételezzük, hogy hullámfüggvényük térfüggő része (melyre itt általában nem lesz szükségünk) megegyezik.

A legtöbb olyan állapot, amelyet sikerrel be lehetett illszteni az SU(3) elméletbe, az SU(6)-formalizmusba is beilleszthető. Van egy 56-os barionmultiplett (a teljesen szimmetrikus háromkvark ábrázolás) és egy 35-ös mezonmultiplett, amely egy kvarkból és egy antikvarkból épül fel. Mindkét esetben feltesszük, hogy a kvarkok zérus teljes pályamomentumú állapotban vannak, ami másszóval azt jelenti, hogy az összetett részecske spinje teljes egészében a kvarkspinekből áll elő.

Az alapvető kvarktriplett tulajdonságai az alábbi táblázatban foglalhatók össze:

Kvark	I	I_3	Töltés	Ritkaság
p	1/2	1/2	2/3	0
n	1/2	−1/2	−1/3	0
λ	0	0	−1/3	−1

Mindegyik kvark spinje 1/2. A két spinállapot jelölése: $\uparrow$, ha $S_z = +1/2$ és $\downarrow$, ha $S_z = -1/2$. Az antirészek töltése, hipertöltése és I_z-értéke előjelváltással adódik. A töltés egyharmados és kétharmados értékei azért szükségesek, hogy a triplett-ábrázolás *centrált* legyen (vagyis az átlagos töltés és hipertöltés zérus legyen). Ennek viszont így kell lennie, ha a három kvarkból konstruált szupermultiplett szintén centrált (ami a fizikai *56* esetén fennáll). A p, n, λ jelölés arra akar emlékeztetni, hogy a megfelelő kvarkok I és I_3 és ritkaságértéke megegyezik az ugyanolyan elnevezésű fizikai barionokéval. Az utóbbiak esetében a P, N, Λ jelölést fogjuk használni.

A barionhullámfüggvényekhez többféleképpen is eljuthatunk. Egy egyszerű eljárás a következő: az $S_z = 1/2$-es protonállapot felírásához két p kvarkra és egy n kvarkra van szükségünk, melyek közül kettő spinje felfelé, egyé pedig lefelé áll. 1/2-es spinű állapotot úgy kapunk, hogy először két kvarkot zérus spinű állapotban csatolunk és ehhez hozzávesszük a harmadikat:

$$[p^\uparrow n^\downarrow - p^\downarrow n^\uparrow]p^\uparrow.$$

Az 56-os ábrázoláshoz tartozó állapot ebből teljes szimmetrizálással adódik, azaz összegeznünk kell a fenti kifejezések hat permutációjára. Az eredmény

$$|(p^\uparrow)\rangle = (18)^{-1/2}\,[2p^\uparrow p^\uparrow n^\downarrow + 2p^\uparrow n^\downarrow p^\uparrow + 2n^\downarrow p^\uparrow p^\uparrow - p^\uparrow p^\downarrow n^\uparrow - p^\downarrow n^\uparrow p^\uparrow - n^\uparrow p^\uparrow p^\downarrow - p^\downarrow p^\uparrow n^\uparrow - p^\uparrow n^\uparrow p^\downarrow - n^\uparrow p^\downarrow p^\uparrow],$$

ahol a $(18)^{-1/2}$ tényező biztosítja, hogy normált kvarkállapotok esetén a fizikai állapot is normált.

Az 1/2-spinű oktett fennmaradó állapotai a következőképp kaphatók meg:

a) az $S_z = -1/2$ állapotok a $\uparrow \rightleftarrows \downarrow$ cserével járó spintükrözéssel adódnak;

b) a neutronállapotok a $p \rightleftarrows n$ cserével járó töltéstükrözéssel adódnak;

c) A Σ^+ állapotokat a protonból, a Ξ^0 állapotokat a neutronból kapjuk, az $n \rightleftarrows \lambda$ cserével járó U-spintükrözéssel;

d) a Σ^- és Ξ^- állapotok töltéstükrözéssel adódnak a Σ^+ és Ξ^0 állapotokból;

e) a Σ^0 és Λ állapotokat úgy szerkesztjük meg, hogy ($S_z = +1/2$ esetén) kiindulunk a

$$[p^\uparrow \lambda^\downarrow - p^\downarrow \lambda^\uparrow]n^\uparrow \pm [n^\uparrow \lambda^\downarrow - n^\downarrow \lambda^\uparrow]p^\uparrow$$

kombinációból, ahol a felső előjel $I = 1$-et, az alsó $I = 0$-t ad. Szimmetrizálva és normálva kapjuk:

$$|\Sigma^{0\uparrow}\rangle = (36)^{-1/2}\,[2p^\uparrow n^\uparrow \lambda^\downarrow - p^\uparrow n^\downarrow \lambda^\uparrow - p^\downarrow n^\uparrow \lambda^\uparrow + \text{perm.}],$$

$$|\Lambda^\uparrow\rangle = (12)^{-1/2}\,[p^\uparrow n^\downarrow \lambda^\uparrow - p^\downarrow n^\uparrow \lambda^\uparrow + \text{perm.}];$$

a „perm" kifejezés azt jelenti, hogy a megadott tagokat ki kell egészítenünk a további öt permutációval.

Hasonló módon, de sokkal kevesebb munkával írhatjuk fel a negyven 3/2-spinű dekuplett állapotot. Így pl. a Δ^{++} ($S_z = +1/2$) állapot kvarkreprezentációja a következő:

$$(3)^{-1/2}\,[p^\uparrow p^\uparrow p^\downarrow + p^\uparrow p^\downarrow p^\uparrow + p^\downarrow p^\uparrow p^\uparrow]$$

A többi állapot ugyanígy szerkeszthető meg.

A pszeudoskalár és vektor-mezon hullámfüggvények egy kvarkból és egy antikvarkból állnak. Sok alkalmazásnál vigyáznunk kell arra, hogy különbséget tegyünk a közönséges spin és a $\bar{W}$-spin között (az utóbbi esetben az antikvar-

koknál egy lényeges mínuszjel lép fel). A továbbiak szempontjából számunkra elegendő a töltött mezonok és a semleges K-mezonok *kvarktartalmának* ismerete:

$$\pi^+, \varrho^+ : (p, \bar{n})$$
$$\pi^-, \varrho^- : (n, \bar{p})$$
$$K^+, K^{*+} : (p, \bar{\lambda})$$
$$K^0, K^{*0} : (n, \bar{\lambda})$$
$$\bar{K}^0, \bar{K}^{*0} : (\lambda, \bar{n})$$
$$K^-, K^{*-} : (\lambda, \bar{p})$$

Az említetteken kívül sok más erősen kölcsönható állapot ismeretes. Kérdés, hogy ezekkel mit kezdjünk. A legbecsületesebb válasz: nem tudjuk. Valószínűleg addig, amíg azt sem tudjuk, hogy milyen SU(3) ábrázoláshoz tartoznak, nem sokat mondhatunk a kvarktartalmukról. Egyelőre az eddigieken túlmenően csak egyetlen SU(3) multiplett azonosítását tartják hiteltérdemlőnek: ez a 2^+ (2-spinű és pozitív paritású) mezonoktett és -szingulett. A két legegyszerűbb kvarkszerkezet a következő: 1) az állapotok két kvarkból és két antikvarkból épülnek fel, pályamomentum nélkül. (A megfelelő SU(6) multiplett 189 vagy 405 dimenziós. A **405** feltöltéséhez további huszonhét 2^+ mezon szükséges, ezenkívül mind a **189**, mind a **405** sok axiálvektor és skalármezon létezését kívánja meg.) 2) az állapotok egy kvarkból és egy antikvarkból állnak, a pályamomentum egységnyi, és az egységnyi spinnel csatolódva szolgáltatja a teljes spin 2 értékét. (Három egységnyi pályamomentum is lehetséges.) Nem lehet tudni, hogy melyik kép helyes, és hogy egyáltalán helyes-e valamelyik, s bár a kísérleti helyzet némileg bizonytalan, úgy tűnik, hogy mindkét képnek van egy közös nehézsége: a 2^+ mezon $\rightarrow$ vektor mezon + pszeudoskalár mezon csatolás viszonya egy kettes faktorral kisebbnek adódik a tapasztaltnál.

Mindenesetre azonban, ha csak két SU(6) multiplett kvarktartalmát ismerjük is, ezek a multiplettek magukba foglalják a számunkra elsősorban érdekes állapotok többségét, és mindazokat az állapotokat, amelyek az erős kölcsönhatásokkal szemben stabilak. Térjünk tehát most át az alkalmazásokra.

II. *Csoportelméleti eredmények: tömegképletek és a barionok mágneses momentuma*

A kvarkmodellből kapott eredményeket tekintve két változatot kell megkülönböztetnünk. Vannak egyrészt olyan eredmények, amelyek nem jelentenek többet, mint a csoportelméleti számítások szemléletesebb nyelven való leírását. Ilyen esetben a kvarkmodell módszerei heurisztikus értékűek, mivel a szemléletes nyelv gyakran további számításokat sugall. Például, a kvarkok nyelvén igen egyszerűen és szimpatikus módon tárgyalható a szimmetriasértés. Másrészt vannak olyan eredmények, amelyek nem redukálhatók csoportelméleti kijelentésekre. Ilyenek a mezon- és bariontulajdonságok közötti összefüggések, mivel a mezonok és a barionok különböző szupermultiplettekhez tartoznak, továbbá olyan összefüggések, amelyek bizonyos meghatározott kvarkdinamikát tételeznek fel. Ebben a fejezetben az első, a következő fejezetben a második típusú eredményekkel foglalkozunk.

Első példaként a kvarknyelven elmondott csoportelméleti számításokra tekintsük az elektromágneses kölcsönhatás kikapcsolásával érvényes *tömegképleteket*. A kvarkok nyelvén a következő egyszerű kijelentést tehetjük: „az összes bariontömeg ugyanaz lenne, ha a λ-kvark nem lenne nehezebb, mint az n és p kvark; a λ-kvark nagyobb tömegű, így tömegkülönbség arányos a λ-kvarkok számával (azaz a ritkaság-kvantumszámmal)". Ez a kijelentés elegendő a dekuplettben tapasztalt egyenlő tömegkülönbség „megmagyarázásához". Csoportelméleti nyelven annak a kijelentésnek felel meg, hogy a tömegoperátor az SU(6) **35** ábrázolása szerint transzformálódik. A tömegoperátor ugyanis az

$$m = m_0 + m_1 [a^+_{\lambda\uparrow} a_{\lambda\uparrow} + a^+_{\lambda\downarrow} a_{\lambda\downarrow}]$$

alakban írható, ahol a^+ és a kvark-keltő és eltüntető operátorok, melyek maguk a **6** és **6*** alapábrázolások szerint transzformálódnak, bilineáris kifejezéseik pedig a **35** szerint.

A fenti tömegoperátor nem ad számot a $\Sigma - \Lambda$ felhasadásról, vagy az oktett és a dekuplett tömegének szétválásáról; mint ismeretes, az SU(6)-os tömegformulában további tagokat kell bevezetnünk. Nemrég Federman, Rubinstein és Talmi szemléletes értelmet adott ezeknek az extra tagoknak is. Tegyük fel, hogy „a tömegkülönbségekhez a *kvarkpárok* kölcsönhatása is hozzájárul, a párenergia függ a kvarkok fajtájától és attól, hogy a kvarkok $S = 0$ vagy $S = 1$ állapotban vannak-e, s a párkölcsönhatás tiszta járuléka a részecsketömegekhez az egyes párenergiák összegéből adódik".

Az eredményt előre kitalálhatjuk, mivel a tömegoperátorban a párkölcsönhatást leíró a^+a^+aa tagok az SU(6) **405** ábrázolása szerint transzformálódnak és a csoportelméleti számítások korábbról rendelkezésre állnak (azaz, a Clebsch—Gordan együtthatók tabellázva vannak). Az elektromágneses jelenségeket elhanyagoló legáltalánosabb tömegoperátor az SU(6) 56-os ábrázolásában nyolc tagot tartalmaz:

$$m = m(1,1) + m(35,8) + m(405,1) + m(405,8) + m(405,27) + m(2695,8) + m(2695,27) + m(2695,64).$$

A zárójelekben a megfelelő SU(6) és SU(3) ábrázolás van feltüntetve. $m(1,1)$ a közös alaptömeg. A 35-ös tag a λ-kvark nagyobb tömegéből adód-

hat. A kvarkelmélet nyelvén a 405-ös tagok a párkölcsönhatásnak, a 2695-ös tagok a három-kvark kölcsönhatásnak felelnek meg. A három-kvark kölcsönhatás elhanyagolásával három tömegösszefüggést kapunk:

$$\Xi^* - \Sigma^* = \Xi - \Sigma, \tag{1.a}$$

$$\Omega - \Delta = 3(\Xi^* - \Sigma^*) \tag{1.b}$$

$$(\Sigma^* - \Delta) - (\Omega - \Xi^*) = \\ = 3\Lambda + \Sigma - 2\Xi - 2N). \tag{1.c}$$

Az első az SU(6) egyik híres eredménye. A második is jól ismert, mint az egyenlő tömegkülönbség szabályának gyengébb alakja, amely akkor is érvényes, ha a szokásos oktett SU(3) sértést másodrendig vesszük figyelembe. A harmadik tömegképlet a tömegkülönbségek két különböző kombinációjának egyenlőségét mondja ki, amelyek mindegyike az SU(3) 27-es ábrázolásának $I = Y = 0$ tagjaként transzformálódik. Nem gyakran említett összefüggés. Kísérletileg (1.c) mindkét oldala azonos előjelű. (Ismeretes, hogy a Δ túl nehéz, az Ω^- pedig túl könnyű ahhoz, hogy pontosan kielégítse a Gell-Mann-Okubo formulát.) Bár olyan mennyiségeket hasonlítunk össze, amelyek jelentősen függnek az elektromágneses effektusoktól, és meglehetősen bizonytalan, hogy a különböző töltésállapotok milyen átlagát kell (1.c)-be beírni, valószínű, hogy (1.c) jobboldala körülbelül ötszöröse a baloldalnak.

A Gell-Mann-Okubo formula (amely [1.c] mindkét oldalának eltűnését mondja ki) a párkölcsönhatás feltételezéséből magából nem következik. Federman, Rubinstein és Talmi azt találták, hogy a Gell-Mann-Okubo formula *következik*, ha kiegészítésképp feltesszük, hogy az összes $S = 1$ párkölcsönhatás erőssége megegyezik. Rubinstein megjegyzi, hogy ha ezt a feltevést a kvark-antikvark párkölcsönhatásra is kiterjesztjük, a

$$\Phi - K^* = K^* - \varrho = \Xi^* - \Sigma^* \tag{2}$$

összefüggés adódik, amely (mezon-*tömegeket* használva) elég jól teljesül. Ez példa egy olyan második típusú kvarkmodell-eredményre, amely egy első típusú eredményből következik, hiszen (2)-nek nincs nyilvánvaló csoportelméleti háttere.

A párkölcsönhatás feltételezésének fő jelentősége abban áll, hogy kvázi-dinamikai magyarázatot ad a megfigyelt tömegspektrumra. Ismeretes, hogy az SU(3) elméletben az „oktett felhasadás" nagyobb mint a „27-es felhasadás", és az SU(6)-ban is mennél kisebb az ábrázolás dimenziója, annál nagyobb a járuléka. Az SU(3) esetében a helyzetet úgy értelmezték, hogy megkövetelték a szimmetriasértő kölcsönhatás oktett jellegét; ekkor azonban nehéz volt megmagyarázni, miért dolgozik olyan jól a legalacsonyabb rendű perturbációs közelítés. Most e helyett egy-kvark effektusokról, páreffektusokról, esetleg három-kvark effektusokról beszélhetünk, amelyek növekvő sorrendben veszítenek fontosságukból a fizikai tömeg kialakítása szempontjából.

Hogy egy másik példát is lássunk a csoportelméleti eredmények kvarkmodellen alapuló levezetésére, tekintsük a barionok mágneses momentumait. A jólismert eredmények „egy-kvarkos" eredmények az imént kifejtett értelemben. Ismét egy additivitási feltételezéssel kezdjük: feltesszük, hogy a mágneses momentum operátora, M, az egyes kvarkok mágneses momentumának az összege:

$$M_z = \sum_i [a_{i\uparrow}^+ a_{i\uparrow} - a_{i\downarrow}^+ a_{i\downarrow}] \mu_i,$$

ahol $i = p, n, \lambda$ és μ_i a megfelelő kvark mágneses momentuma. Felhasználva a fentebb megadott hullámfüggvényeket és várható értékeket képezve, az 1/2-spinű barionokra a következőket kapjuk:

$$\mu_P = (4\mu_p - \mu_n)/3, \tag{3,a}$$

$$\mu_N = (4\mu_n - \mu_p)/3, \tag{3,b}$$

$$\mu_\Lambda = \mu_\lambda, \tag{3,c}$$

$$\mu_{\Sigma^+} = (4\mu_p - \mu_\lambda)/3, \tag{3,d}$$

$$\mu_{\Sigma^0} = (2\mu_p + \mu_n - \mu_\lambda)/3, \tag{3,e}$$

$$\mu_{\Sigma^0\Lambda} = (-\mu_p + \mu_n)/\sqrt{3}, \tag{3,f}$$

$$\mu_{\Sigma^-} = (4\mu_n - \mu_\lambda)/3, \tag{3,g}$$

$$\mu_{\Xi^0} = (4\mu_\lambda - \mu_p)/3, \tag{3,h}$$

$$\mu_{\Xi^-} = (4\mu_\lambda - \mu_n)/3, \tag{3,i}$$

A $\mu_{\Sigma^0\Lambda}$ átmeneti momentum a $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$ bomlás valószínűségét szabja meg, ami kísérletileg nincs jól meghatározva. (Érdekes, hogy $\mu_{\Sigma^0\Lambda}$ minden további feltevés nélkül kifejezhető μ_P és μ_N segítségével.) A Λ és a Σ^+ mágneses momentuma jelenleg közelítőleg ismert. Ha semmilyen feltevést nem teszünk a kvarkok mágneses momentumának relatív nagyságáról, (3,a)—(3,d)-ből kapjuk:

$$(3\mu_{\Sigma^+} + \mu_\Lambda)/4 = (4\mu_P + \mu_N)/5. \tag{4,a}$$

Feltéve, hogy a p és az n kvark mágneses momentuma a kvarktöltéssel arányos ($\mu_p = -2\mu_n$), a

$$\mu_P = -(3/2)\mu_N \tag{4,b}$$

összefüggés adódik, ami nem más, mint a híres SU(6) eredmény. Végül, ha megköveteljük, hogy a λ-kvark mágneses momentuma is a töltéssel legyen arányos (úgy, hogy $\mu_n = \mu_\lambda$), a

$$\mu_{\Sigma^+} = \mu_P, \tag{4,c}$$

$$\mu_\Lambda = \frac{1}{2}\mu_N \tag{4,d}$$

SU(3) jóslásokat kapjuk.

Mivel (4,a)-ban bizonyos középerős szimmetriasértést is megengedünk, azt várjuk, hogy (4,a) jobban teljesül, mint (4,c) vagy (4,d). Az n és a λ kvark mágneses momentuma különböző lehet, minthogy tömegük is különböző. Kísérletileg

$$\mu_{\Sigma^+} = 4{,}3 \pm 1{,}5,$$

$$\mu_{\Lambda} = -0{,}69 \pm 0{,}13$$

(*nukleon-magneton* egységekben). Ahhoz, hogy eldönthessük, vajon (4,a) tényleg jobban teljesül-e, mint (4,c) vagy (4,d), a kísérletek pontosságát fokozni kell. Ha kiderül, hogy a (4,b) összefüggés jobb, mint a (4,a), ez azt jelentené, hogy a középerős szimmetriasértés máshol, nem a λ és n mágneses momentumának különbségében jelentkezik.

Látjuk ennek kapcsán, hogy még akkor is, amikor „egy-kvark" effektusokat vizsgálunk, mint a mágneses momentumok esetében, a kvarkmodell természetes nyelvet kínál a szimmetriasértés tárgyalására.

IV. *Nem-csoportelméleti eredmények: nagyenergiájú szórás*

Az előző fejezetben leírt csoportelméleti eredményeken túl a kvarkmodell egy sor jóval inkább dinamikai természetű eredményt is szolgáltatott. Ilyen például Lipkin és Scheck, valamint Levin és Frankfurt dolgozata a nagyenergiájú szórással kapcsolatban. Az ő munkájuk véleményem szerint a kvarkmodell eddigi legérdekesebb alkalmazása, és már önmagában is indokolttá teszi a kvarkmodell további tanulmányozását.

Ma már nagy mennyiségű pontos adattal rendelkezünk egyes nagyenergiájú szórásfolyamatok teljes keresztmetszetéről. Ezekben a bombázó részecskék egészen különbözőek, a céltárgy proton vagy neutron (deuteron). Töltésszimmetriát feltételezve, tíz független folyamatot mérnek: a K^+P, K^+N, K^-P, K^-N, π^+P, π^-P, PP, NP, $\bar{P}P$, $\bar{P}N$ szórást. A töltésszimmetria alapján úgy vehetjük, hogy mindig *proton*-céltárggyal van dolgunk és tíz szóródó részecskénk van (K^+, K^0, K^-, $\bar{K}^0$, π^+, π^-, P, N, $\bar{P}$, $\bar{N}$). Ezek a teljesen egyenrangú folyamatok egy egyszerűsítő jelöléssel tárgyalhatók: a továbbiakban „K^0" a K^0P (és K^+N) szórásra utal, stb.

Lipkin és Scheck, valamint Levin és Frankfurt azzal a rendkívül egyszerű feltevéssel élt, hogy nagy energiákon a mezon-barion és barion-barion rugalmas szórási amplitúdók a részecskéket alkotó kvarkok rugalmas szórási amplitúdóinak összegével közelíthetők. Ebben a közelítésben elhanyagoljuk a kvarkspinből és a kvarkhullámfüggvények részletes szerkezetéből eredő hatásokat. A kvark-proton és a részecske-proton rugalmas szórási amplitúdóit a megfelelő kvark, illetve részecske szimbólumával jelölve, írhatjuk:

$$K^+ = p + \lambda \tag{6,1}$$

$$K^0 = n + \bar{\lambda} \tag{6,b}$$

$$K^- = \lambda + \bar{p} \tag{6,c}$$

$$K^0 = \lambda + \bar{n} \tag{6,d}$$

$$\pi^+ = p + \bar{n} \tag{6,e}$$

$$\pi^- = n + \bar{p} \tag{6,f}$$

$$P = p + p + n \tag{6,g}$$

$$N = p + n + n \tag{6,h}$$

$$\bar{P} = \bar{p} + \bar{p} + \bar{n} \tag{6,i}$$

$$\bar{N} = \bar{p} + \bar{n} + \bar{n} \tag{6,j}$$

Innen négy összefüggést kapunk a részecske-proton rugalmas szórási amplitúdók között:

$$K^+ + \pi^- + K^0 = K^- + \pi^+ + K^0 \tag{7,a}$$

$$K^+ - K^0 = P - N \tag{7,b}$$

$$K^- - K^0 = \bar{P} - \bar{N} \tag{7,c}$$

$$3(\pi^+ + \pi^-) = P + N + \bar{P} + \bar{N} \tag{7,d}$$

Lehetséges, hogy ezek az összefüggések elegendő nagy energiákon tetszőleges impulzusátadásra fennállnak. Legkönnyebben azonban előreszórás esetében ellenőrizhetők, amikor a rugalmas szórási amplitúdó imaginárius része kapcsolatba hozható a teljes hatáskeresztmetszettel. A (7,a) egyenlőség, amely csak mezon-barion hatáskeresztmetszeteket tartalmaz, 6 és 18 GeV/c között a hét különböző kísérleti mezonimpulzus-érték közül hatra egy százaléknál jobban teljesül. A (7,b) és (7,c) egyenlőségek kielégítő kvantitatív ellenőrzése egyelőre nem lehetséges, mivel a teljes barion-hatáskeresztmetszetek kísérleti hibái ugyanolyan nagyságrendűek, mint maguk az egyes hatáskeresztmetszetek közötti eltérések. Mindazonáltal úgy tűnik, hogy a (7,b)-ben és (7,c)-ben fellépő hatáskeresztmetszet-különbségek a barionokra szisztematikusan nagyobbak, mint a mezonokra, ezenkívül (7,c) két oldalának előjele is különbözőnek mutatkozik, de itt a kísérleti hibák rendkívül nagyok. (7,d) bal oldala 12 GeV/c-nél 150 ± 2 mb, valamivel kisebb, mint a jobb oldal, amely 12 GeV/c-nél 185 ± 5 mb és 18 GeV/c-nél 173 ± 10 mb. Hogy (7,b) — (7,d) kevésbé jól teljesül, mint (7,a), az annak tulajdonítható, hogy a barionok és a mezonok belsejében más a kvarkok állapota.

Nem szabad elfelejtenünk, hogy amikor mezon-barion és barion-barion amplitúdókat hasonlítunk össze, az ütközésekben a *kvark-kvark* rendszerek tömegközépponti energiájának kell adottnak lennie. Ésszerűnek látszik az az érvelés, hogy mivel egy beeső barion három kvarkot tartalmaz, egy beeső mezon pedig kettőt, a *kvarkok* energiája a két esetben akkor egyezik meg, ha a beeső barionok energiája másfélszerese a beeső mezon energiájának. Érdekes, és talán nem minden jelentőség nélkül való az a tény, hogy a kvarkmodellből levezetett minden ilyen összefüggés jobban egyezik a tapasztalattal, ha az összehasonlításnál a barionok és a mezonok impulzusainak aránya 3 : 2, nem pedig 1 : 1.

A kapott összefüggések sikerén felbuzdulva Lipkin azt vizsgálta, lehet-e valamilyen összefüggést felállítani a kvar-kvark amplitúdók között. E célból a proton-céltárgyat n és p kvark összetevőire kell bontanunk. Ekkor tizenegy kvark-kvark amplitúdó lép fel, amely közül csak hat független, mivel a töltéstükrözéssel szembeni szimmetriát megköveteljük:

$$(pp) = (nn) = p'$$
$$(pn) = \quad = n'$$
$$(p\lambda) = (n\lambda) = \lambda'$$
$$(p\bar{p}) = (n\bar{n}) = \bar{p}'$$
$$(p\bar{n}) = (n\bar{p}) = \bar{n}'$$
$$(p\bar{\lambda}) = (n\bar{\lambda}) = \bar{\lambda}'$$

(A jobb oldali szimbólumok az amplitúdók rövid jelölésére szolgálnak.) Ezen amplitúdók segítségével a fizikai amplitúdók a következőképp írhatók:

$$K^+ = 2p' + n' + 2\bar{\lambda}' \qquad (8,a$$
$$K^0 = p' + 2n' + 9\bar{\lambda}' \qquad (8,b$$
$$\pi^+ = 2p' + n' + \bar{p}' + 2\bar{n}' \qquad (8,c)$$
$$\pi^- = p' + 2n' + 2\bar{p}' + \bar{n}' \qquad (8,d)$$
$$\bar{K}^0 = 3\lambda' + \bar{p}' + 2\bar{n}' \qquad (8,e)$$
$$K^- = 3\lambda' + 2\bar{p}' + \bar{n}' \qquad (8,f)$$
$$P = 5p' + 4n' \qquad (8,g)$$
$$N = 4p' + 5n' \qquad (8,h)$$
$$\bar{P} = 5\bar{p}' + 4\bar{n}' \qquad (8,i)$$
$$\bar{N} = 4\bar{n}' + 5\bar{n}' \qquad (8,j)$$

Természetesen a (7,a)—(7,d) egyenletek továbbra is fennállnak. De használjuk fel a teljes hatáskeresztmetszetekre vonatkozó kísérleti értékeket a teljes kvark-kvark hatáskeresztmetszetet meghatározására. Kezdjük a mezon-barion szórással, a kísérleti hatáskeresztmetszet-értékeket 14 GeV/c-nél, mint tipikusan nagy energiánál véve:

$$K^+ = 17{,}4 \pm 0{,}1 \text{ mb},$$
$$K^0 = 17{,}5 \pm 0{,}4 \text{ mb},$$
$$\pi^+ = 23{,}9 \pm 0{,}2 \text{ mb},$$
$$\pi^- = 25{,}4 \pm 0{,}3 \text{ mb},$$
$$\bar{K}^0 = 20{,}1 \pm 0{,}4 \text{ mb},$$
$$K^- = 21{,}5 \pm 0{,}2 \text{ mb}.$$

(Ezen az energián a (7,a) egyenlet véletlenül egzaktul teljesül a megadott értékekkel.)

Azt találjuk, hogy hat kvark-kvark amplitúdó egyetlen közös paraméter segítségével fejezhető ki. A teljes kvark-kvark hatáskeresztmetszetek millibarnban és kb. $\pm 0{,}2$ mb hibával:

$$p' = 3{,}6 - \alpha, \qquad (9,a)$$
$$n' = 3{,}7 - \alpha, \qquad (9,b)$$
$$\lambda' = 2{,}4 - \alpha, \qquad (9,c)$$
$$\bar{p}' = 5{,}3 + \alpha, \qquad (9,d)$$
$$\bar{n}' = 3{,}8 + \alpha, \qquad (9,e)$$
$$\bar{\lambda}' = 2{,}1 + \alpha, \qquad (9,f)$$

ahol α nem határozható meg a barion-barion szórásra vonatkozó adatok felhasználása nélkül.

Amint látjuk, a p—p és a p—n teljes hatáskeresztmetszet az α-paramétertől függetlenül egyenlő. Lipkin ezt az egyezést úgy értelmezi, hogy olyan aszimptotikus tartományban vagyunk, ahol a töltéscsere hatása a kvark-kvark szórásban elhanyagolható. Másrészt a p—$\bar{p}$ és a p—$\bar{n}$ hatáskeresztmetszetek eléggé eltérnek, jelezve, hogy itt a töltéscsere még jelentős. Lipkin szerint az a tény, hogy az aszimptotikus tartomány a kvark-kvark szórásra alacsonyabb energiánál lép fel, mint a kvark-antikvark szórásra, azt tükrözi, hogy az utóbbi esetben a szétsugárzási csatornák nyitva vannak. Hadd emlékeztessek arra, hogy ezeken az energiákon a nukleon-antinukleon szétsugárzás jelentős hatáskeresztmetszettel megy végbe.

Ha α közel zérus, két további közelítő egyenlőség adódik: Dinamikailag ezek az egyenlőségek azzal a kijelentéssel egyenértékűek, hogy az n—p és λ—p kvarkszórásra érvényes a Pomerancsuk-tétel. Ismét egy olyan jelenség, amely az aszimptotikus tartományra jellemző. Azt, hogy ugyanakkor a $p' = \bar{p}'$ egyenlőség (azaz, a p—p és p—$\bar{p}$ teljes hatáskeresztmetszet egyezése) nem áll fenn, Lipkin az $I = 0$-s szérsugárzási csatorna fontosságának tulajdonítja.

De igaz-e, hogy α közel zérus? A barion-barion teljes hatáskeresztmetszeteket (millibarnokban) kifejezhetjük α segítségével:

$$P = 32{,}8 - 9\alpha, \qquad (11,a)$$
$$N = 32{,}9 - 9\alpha, \qquad (11,b)$$
$$\bar{P} = 41{,}7 + 9\alpha, \qquad (11,c)$$
$$\bar{N} = 40{,}2 + 9\alpha. \qquad (11,d)$$

Ezek a hatáskeresztmetszetek 8—10 millibarnnal kisebbek, mint a 14 GeV/c-nél mért értékek, és a barion-barion teljes hatáskeresztmetszetek elég lassan csökkennek ahhoz, hogy a helyzet ne sokat javuljon, ha a beeső barionok impulzusát 21 GeV/c-hez közelebb választjuk. De a (11.a)—(11.d)-beli négy hatáskeresztmetszet egymástól való eltérése közelítően helyes. Ha α-t úgy választjuk, hogy a 14 GeV/c-nél mért PP és $P\bar{P}$ hatáskeresztmetszetek *különbségét* (ami 11,6 $\pm$ 1,5 mb) helyesen kapjuk, $\alpha = 0{,}1$ adódik; ha extrapolálunk 21 GeV/c-re (ami kissé túl van azon a határon, ameddig az antiproton-adatok ismeretesek), $\alpha = 0{,}0$-t kapunk.

Vegyük észre, hogy a kvark-kvark amplitúdók közötti összefüggések felállításánál nem használtuk fel SU(3) szimmetriát. Az utóbbiból $n' = \lambda'$ és $\bar{n}' = \bar{\lambda}'$ következne, ami a valóságban igen rosszul teljesül. Az SU(3) formalizmus csak arra kellett, hogy megadjuk a fizikai állapotok kvarktartalmát; a továbbiakban egy plauzibilis kvarkdinamikát használtunk, amelyben az SU(3) szimmetria sérül. Végeredményben a tíz fizikai hatáskeresztmetszetet három kvark-kvark hatáskeresztmetszettel (p', $\bar{p}'$, λ') fejeztük ki.

A barion- és mezontulajdonságok közötti helyes összefüggések alátámasztják egy egyszerű típusú erősen kölcsönható kvarkanyag létezését. A kvarkmodell egyéb alkalmazásai ugyancsak arra utalnak, hogy van egy közös kvarkanyag, melyből mind a mezonok, mind a barionok összetehetők. Ezek közül csak kettőt szeretnék megemlíteni: az egyik az $\omega \to \pi^0 + \gamma$ elektromágneses bomlás valószínűségének kiszámítása a nukleon mágneses momentumából (Becchi és Morpurgo), a másik a proton-antiproton rendszer mezonokra való szétsugárzásának Rubinsteintől származó analízise.

Befejezésül hadd engedjem egy kissé szabadjára a képzeletemet. Úgy látszik, a hadron-anyag kvarktartalma két alapvető módon változhat meg. Az első a kvark-antikvark párkeltés és szétsugárzás; ezek a folyamatok teszik lehetővé a rezonanciák és a sokrészecskés végállapotok fellépését a nagyenergiájú szórásokban. A második a *kvarkcsere*, ami alatt az alapvető $p \to n$, $p \to \lambda$, $n \to \lambda$ gyenge folyamatokat értjük. A szigorú töltésmegmaradás miatt az első két folyamat csak leptonok jelenlétében megy végbe. De a három folyamat valószínűsége összemérhető lehet, és ez adja gyenge kölcsönhatások jellegzetes törvényszerűségeit.

A gyenge kölcsönhatások szokásos csatolási állandója, amely protontömeg-egységekben mérve 10^{-5}, egységnyi nagyságrendű lesz, ha egységnek 300 GeV tömegű részecskét választunk. Vajon lehetséges, hogy még messzebb haladva azon az úton, amelyen a kvarkmodell vezetett bennünket, jóval túl az eddig elért legtávolabbi állomáson, a kvarkok adataiból egyszer majd kiszámíthatjuk a gyenge kölcsönhatás csatolási állandóját?

Robert H. Socolow
Berkeley, USA
(Fordította Nagy Tibor)

A forró Világegyetem és az elemi részek*

Az 1965-ös év rendkívül fontos felfedezést hozott a csillagászati megfigyelések történetében. Az ultrarövid rádióhullámok tartományában ($\lambda =$ = 7 cm, 3 cm, 0,25 cm) végzett mérések izotróp, azaz, iránytól független sugárzás jelenlétét mutatták ki, amely 3°K hőmérsékletnek felel meg. E cikk megírásához a következő forrásokra lehetett támaszkodni: megjelent egy közlemény a 7,3 cm-en végzett mérésekről (1965 július), egy rövid cikk a 3 cm-en végzett mérésekről (1966 március), utalással egy másik csoport méréseire, melyek 0,25 cm-en történtek, ugyancsak rádiómódszerekkel.

A galaktikus gázban előforduló ciángyök (CN) abszorpciós színképének tanulmányozása az optikai tartományokban ugyancsak megerősíti egy 0,254 cm hullámhosszú sugárzás jelenlétét, melynek intenzitása 3°-nak felel meg. Érdekes, hogy a CN-re vonatkozó mérések megmagyarázatlan paradoxonként már a negyvenes években ismertek voltak. A tanulmányozott hullámhossztartományban a felfedezett sugárzás intenzitása 10^2—10^5-ször nagyobb annál, amit az ismert források — csillagok és rádiógalaxisok — alapján lehetne várni.

Ilyen sugárzás létezését már korábban megjósolták a táguló Világegyetem Friedman-féle elmélete alapján. 1948-ban kezdődött ezen elmélet keretében a „forró modell" tanulmányozása, mely szerint presztelláris állapotban az anyag entrópiája igen nagy volt. Az entrópia fogalmának az adott esetben egyszerű és szemléletes jelentése van: nagy entrópia esetén hőmérsékleti egyensúlyban minden atomra nagyszámú foton jut, és az entrópia egyenesen arányos a fotonok számával. A fentebb említett mérések szerint a fotonok száma atomonként 10^9. A tágulás során az entrópia, így a fotonok száma is megmarad. A fotonok energiája azonban a tágulásnál csökken, annak megfelelően, hogy a hullámhosszak olyan arányban növekednek, amilyen arányban a tágulás során a részecskepárok — vagy a galaxisok — közötti távolságok nőnek.

Ily módon a múltra kivetített extrapoláció olyan plazma képét tárja elénk, amelyben a fotonok száma térfogategységenként óriási mértékben meghaladta az atomok, vagy a nukleonok és az elektronok számát. E plazma hőmérséklete a tágulás során változott. Tegyük fel, hogy volt egy olyan pillanat, amikor a sűrűség végtelen nagy volt, s számítsuk az időt ettől a pillanattól — melyet körülbelül 10^{10} évvel ezelőttre kell tennünk. A mechanika egyenleteiből és a fotonok meg az atomok térfogategységenkénti számának jelenlegi, ismert viszonyából meghatározhatjuk a hőmérséklet időfüggését. A $t = 1$ s időpontban a hőmérséklet kb. 1 MeV, azaz 10^{10} fok volt; a fotonokon kívül az egyensúlyban majdnem ugyanannyi elektron-pozitron pár volt jelen; magok nem létezhettek, a plazma körülbelül egyforma számú protont és neutront tartalmazott; az elektronokkal

* Plenáris előadás az elemi részecskék gyenge kölcsönhatásairól tartott konferencián. Különböző terjedelemben megjelenik még angolul az Acta Physica Hungaricában, oroszul az Uszpehi Fizicseszkih Naukban.

és a pozitronokkal való ütközések a protonok és a neutronok egymásba való átalakulásaira vezettek.

A tágulás folyamán a pozitronok eltűntek. A neutronok egy része elbomlott, más része a protonokkal kötött állapotot alkotott, s végeredményben a következő összetétel alakult ki: 70% hidrogén és 30% hélium (ez súlyarány, ami annak felel meg, hogy a héliumatomok száma kb. 10% volt). Ettől a periódustól kezdve állandó marad a neutrinók és az antineutrinók száma, amely körülbelül megegyezik a fotonok számával. A neutrinók átlagos energiája is körülbelül ugyanaz, mint a fotonoké, ma néhány fok, azaz kb. 10^{-3} eV.

Néhány éve az volt a vélemény, hogy a csillagképződésben részt vett anyag héliumkoncentrációja jóval kisebb, mint 30%, s ez a forró modell lényeges nehézségének látszott. Ebben az időben vetették fel a „hideg modell" hipotézisét, amelyből 10%-os héliumkoncentráció következik, és amely kizárja olyan rádiósugárzás jelenlétét, melyet éppen napjainkban fedeztek fel. Nyilvánvaló, hogy az új adatok fényében a „hideg modell" hipotézisét el kell hagynunk, bár az elsődleges héliumkoncentráció kérdése kísérleti szempontból továbbra sem világos, és újabb vizsgálatokra van szükség.

Még ellentmondásosabb következtetések folynak a forró modellből a korábbi időpontokra és magasabb hőmérsékletekre. Az elméletből következik, hogy volt olyan időszak (a $T \geq 10^{13}$ fok hőmérséklet körül), amikor nagyszámú nukleon és antinukleon volt jelen, s ebből a szempontból a mai nukleonok annak a korai stádiumnak kis nukleonfölöslegét képviselik.

Ha léteznek a nukleonoknál is jóval nehezebb részecskék, a kvarkok, akkor szükségképpen ezek is jelentős mennyiségben voltak jelen az egyensúlyi állapotban, és kiszámíthatjuk, hogy a mai napig atomonként 10^{-9}—10^{-10} kvark maradhatott fenn: ez több, mint az arany ill. a rádium átlagos koncentrációja (10^{-12}—10^{-13} ill. 10^{-18} H-atomonként).

Hangsúlyoznunk kell, hogy a $t = 1$ s-ra és későbbre vonatkozó következtetések a magreakciókat illetően gyakorlatilag nem függenek attól, hogy mit teszünk fel a korábbi stádiumokról, a kvarkok létezéséről, az antinukleonok számáról és arról, hogy fennállott-e valamikor 10^6 g/cm^3 sűrűség és 10^{10} foknál magasabb hőmérséklet. Már az adott feltételek mellett az összes folyamat gyorsan lezajlik; bármilyen volt is a kezdeti összetétel, az említett periódusban csaknem pillanatszerűen beáll az egyensúly; a rendszer elfelejti a kezdeti összetételt, az események későbbi menete nem függ attól, hogy mi volt a helyzet $t = 1$ s előtt. Emlékeztetünk arra, hogy a forró Világegyetem elmélete extrapoláció a bennünket körülvevő Világegyetem múltbeli állapotára, a ma végzett vizsgálatok alapján. Mint minden extrapoláció, ez is annál megbízhatóbb, mennél közelebbre történik, azaz, mennél közelebb volt hozzánk időben a vizsgált jelenség.

A magreakciók periódusa ($1 \text{ s} \leq t \leq 100$ s) után a másik jellegzetes időszak a $t = 3 \cdot 10^6$ évnél kezdődik, s 3000°—4000° hőmérsékletnek felel meg. Ha a hidrogén és a hélium többé-kevésbé egyenletesen keveredik a sugárzással, akkor eddig az időszakig ionizált. A sugárzás sűrűsége meghaladja a közönséges anyag sűrűségét. A sugárzási nyomás nagy; az elektronok és az ionok (magok) erősen kölcsönhatnak a sugárzással. A sugárzással való kölcsönhatás megakadályozza a csillagok és a galaxisok kialakulását. A tömegvonzás, amely az anyagot abba a tartományba gyűjti, ahol az anyag sűrűsége már meghaladja az átlagot („gravitációs instabilitás"), nem képes legyőzni a sugárzási nyomást, amely az anyag összehúzódásával még növekszik. Csak $t = 3 \cdot 10^6$ év után történik meg az elektronok és a protonok rekombinációja hidrogénatomokká, s feltehetőleg ekkor indul meg a csillagok és a galaxisok képződése. A kialakult felfogás szerint az első csillagnemzedék az anyag teljes tömegének csak kis részét foglalta magába; helyénvalóbb lenne talán itt az „őscsillag" elnevezés, minthogy az akkori keletkezési feltételek gyökeresen különböznek azoktól a feltételektől, melyek között ma megy végbe a csillagok kialakulása, és ennek megfelelően a csillagtulajdonságokban is eltérés lehet.

Feltesszük, hogy az őscsillagok gyorsan tudnak annyi energiát felszabadítani, amely elegendő az anyag többi — nagyobbik — részének felhevítésére. Ezen anyag jelentős része forró ionizált plazma alakjában marad fenn, és nem kondenzálódik csillagokká. Ily módon a Világegyetem forró modellje kapcsolatban áll azzal a függetlenül keletkezett hipotézissel, mely szerint a térben (jelenleg!) forró ionizált intergalaktikus gáz van jelen, s ennek sűrűsége $\sim 10^{-29}$ g/cm^3, tízszer nagyobb, mint a csillagokba tömörült anyag sűrűsége az egész térre átlagolva.

Az utóbbi néhány évben felfedezett rendkívül fényes objektumok, a szupercsillagok (quasarok) kísérletileg is alátámasztják ezt a hipotézist.

A ma ismert egyik legtávolabbi quasar, a 3C-9 színképe olyan sajátságokat mutat, melyek alapján arra lehet következtetni, hogy az intergalaktikus térben cm^3-ként $6 \cdot 10^{-11}$ semleges hidrogénatom van (a megfelelő sűrűség 10^{-34} g/cm^3). Ez a hidrogén elnyeli a $\lambda = 1216$ Å hullámhosszúságú Lyman-vonalat. A 3C-9 forrás olyan messze van, hogy a vöröseltolódás minden hullámhosszat 3,12-szeresre növel! Így a távoli ultraibolya színképtartomány $\lambda = 1216$ Å vonalát (melyet az atmoszféra nem enged át) mi $\lambda = 3662$ Å hullámhosszúnak észleljük, és földi teleszkópokkal is megfigyelhetjük. Mennél közelebb van hozzánk a vizsgált intergalaktikus gázréteg, annál kisebb az abszorpciós vonal eltolódása a vörös felé; a teljes gázréteg összhatásaként a földi megfigyelő számára abszorpciós sáv adódik. Ez a $\lambda = 3 \cdot 12 \cdot 1216 = 3662$ Å hullámhossztól a rövidebb hullámhosszak felé nyúlik. A semleges hidrogén említett 10^{-34} g/cm^3 sűrűsége a 3C-9 környezetére vonatkozik, azaz nemcsak térben

távoli tartományra, hanem időben is a távoli múltra. Feltevésünk szerint ebbe az időszakban az ionizált gáz sűrűsége $(2-5) \cdot 10^{-28}$ g/cm^3 volt, azaz, a semleges gáz az összes gáznak kevesebb mint 10^{-6}-ad részét tette ki, amihez körülbelül 10^6 fokos hőmérséklet volt szükséges. Ilyen állapotban a gáz rendkívül ritka, átlátszó, és egyáltalán nincs egyensúlyban az általános kozmikus sugárzással, melynek hőmérséklete jelenleg 10° körül van. A vizsgált időszakban ($t \sim 2 \cdot 10^9$ év) a gáz hevítése csak a csillagok és a galaxisok energiájának rovására megy.

Az izotróp rádiósugárzás a centiméteres és a milliméteres tartományban a forró modell következménye, egyenes leszármazottja annak az óriási intenzitású sugárzásnak, amelynek sűrűsége a forró, összenyomott plazmában sokszorosan meghaladta az egyéb anyag sűrűségét; itt teljesen lényegtelen, hogy ugyanazokkal az egyedi kvantumokkal vane dolgunk: a teljes hőmérsékleti egyensúly állapotában az egyik foton elnyelődik, a másik emittálódik, a harmadik szóródik, de mindezek a folyamatok úgy zajlanak le, hogy nem változik sem a közeg teljes energiája, sem a fotonok spektruma. Ez a helyzet nagy sűrűségnél. Kis sűrűség esetén a fotonok emissziója és abszorpciója lényegtelenné válik, a szóródás nem játszik szerepet, úgy, hogy nyomon követhetjük az egyes kvantumok sorsát. Mindenesetre, a ma megfigyelt rádiósugárzás kvantumai vagy ugyanazok a kvantumok, vagy utódai azon kvantumoknak, melyek energiája a $t = 1$ s körül MeV-nagyságrendű volt, s amelyek energiája a kiterjedés során a vöröseltolódás következtében, azaz, lényegében a Doppler-effektus következtében lecsökkent. Mostanában a „maradványsugárzás" elnevezés használatos. Fontos, hogy sem a forró intergalaktikus gáz, sem a csillagok, sem a rádiógalaxisok nem képesek olyan sugárzást adni, amely tulajdonságaiban közel állna a maradványsugárzáshoz: a maradványsugárzás energiája túlságosan nagy, és spektruma sem a csillagok, sem a rádióforrások spektrumára nem hasonlít. Ez mindenképpen a vizsgált rádiósugárzás kozmológiai, maradvány jellegű eredetét bizonyítja.

Volt olyan koncepció is, amely az izotróp rádiósugárzást egy forró intergalaktikus plazma emittálta. Ez a koncepció a $t = 3 \cdot 10^6$ év utáni időszakhoz kapcsolódik, a plazma hőmérséklete 10^5-10^6 fok, és már nincs egyensúlyban a maradványsugárzással. Az ilyen plazmához tehát hőforrások szükségesek. A forró plazma és a maradványsugárzás kölcsönhatásának problémája rendkívül érdekes. Az energiacsere jelenleg kicsi köztük, de korábban intenzívebb lehetett. Az energiabecslések azt mutatják, hogy az általunk maradvány jellegűnek tartott sugárzás (a tapasztalt sűrűséggel és spektrális összetétellel) nem származhat a plazmából.

Rendkívül jelentős lenne, ha sikerülne héliumot felfedezni az intergalaktikus gáz összetételében, és meg lehetne mérni hőmérsékletét a kisugárzott lágy röntgen-kvantumok alapján. A mérések egyelőre csak a $T < 2 \cdot 10^6$ felső korlátot adják az intergalaktikus gáz hőmérsékletére.

Igen nehéz feladatot jelent a maradvány jellegű neutrinók és antineutrinók kimutatása. A feladat megoldásához a jelenlegi mérési pontosságot 10^6-szorosára kell növelni!

A „forró modell" rendkívül fontos — és rendkívül nehéz — problémák elé állítja az elméleti fizikusokat. Ezek elsősorban a következők:

a) Meg lehet-e adni (a kvantumos elképzelések bevonásával) a $t = 0$ előtti összehúzódás és a $t = 0$ utáni kiterjedés közti átmenet elméletét?

b) A forró modell karakterisztikus állandójának, a fajlagos entrópiának elméleti meghatározása szükséges.

c) Érdekes, hogy a forró modellel kapcsolatban a szokásostól eltérő módon vetődik fel a gravitációs sugarukon belül levő szupersűrű testek létezésének kérdése. Az ilyen testek szükségképpen környezetükben gyűjtik össze a sugárzást, és katasztrofálisan megnövelik tömegüket. Ha feltesszük, hogy eleve léteztek szupersűrű testek, valahogy figyelembe kell vennünk kölcsönhatásukat az őket körülvevő sugárzással.

d) Néhány konkrét kérdés a nagy sűrűségű állapotra vonatkozóan: mi a helyzet az örvénymozgásokkal és a mágneses terekkel ebben az állapotban? Mekkora a homogenitás foka és mekkorák a fluktuációk ebben az állapotban?

e) A „közönséges" objektumok, a csillagok, galaxisok, csillaghalmazok és quasarok keletkezésének és fejlődésének elméletét ugyancsak a maradványsugárzás figyelembevételével kell kidolgozni.

f) A forró modellben a fajlagos entrópiát (mely a 10^9 foton/atom adattal jellemezhető) fentebb a modell eleve adott jellemzőjének tekintettük, olyan kezdeti feltételnek, amely szükséges az egyenletek integrálásához. Fel lehet-e vetni azt a kérdést, miért éppen ekkora az entrópia, miért nem nagyobb vagy kisebb? Csak ha megértjük a nagy entrópia eredetét, tudunk választ adni arra a kérdésre, hogy hogyan jön létre a majdnem töltésszimmetrikus állapot, óriási számú antinukleonnal és nukleonnal, s ugyanakkor meghatározott csekély nukleonfölösleggel. Valóban, ha $t < 0$ esetén csak nukleonok voltak jelen, amelyek valamilyen módon nagy entrópiát hoztak létre, akkor ez az entrópia kis sűrűségnél a sugárzásban nyilvánult meg. Ilyen esetben az $N-\bar{N}$ párok keletkezése az összehúzódásnál és a $N-\bar{N}$ párok jelenléte a kiterjedés kezdetén (a nukleonfölösleg megőrzésével) ismert törvények következménye.

g) Megemlítjük végül, hogy mindmáig megoldatlan a legégetőbb kérdés: a Világegyetem fejlődését úgy kell-e elképzelnünk, mint 1) egy egyszeri tágulást valamilyen sajátos szinguláris kezdeti állapotból, vagy mint 2) egy $t = -\infty$-ben $\varrho = 0$ sűrűséggel kezdődött összehúzódást a $t = 0$, $\varrho = \infty$ vagy 10^{93}g/cm^3 közbenső állapottal, s egy ezt követő tágulással mely napjainkig is tart, vagy mint 3) összehúzódási és tágulási ciklu-

sok végtelen sorozatát. Dogmatikus álláspont lenne azt állítani, hogy egyik vagy másik szempont (speciálisan a felsorolt három változat közül valamelyik) egyértelműen kapcsolódik a vallásos elképzelésekhez vagy egy meghatározott filozófiai rendszerhez. Az idealizmus és a materializmus közötti különbség abban nyilvánul meg, hogy elismerjük-e az általunk vizsgált külső világ objektív létezését, és elvetjük-e az olyan kísérleteket, amelyek az objektív törvényeket mint a gondolkodó személy érzetei közötti kapcsolatokat akarják értelmezni.

A *g)* pontban felvetett kérdés konkrét fizikai elméletekkel és a tapasztalati adatokkal függ gyökeresen össze. A reá adott válaszok különböző változatai mind materialisták, közöttük a választás úgy történik, hogy elismerjük a bennünket körülvevő világ és az azt kormányozó fizikai törvények objektív létezését, és a kérdés eldöntésében szerepet játszó fizikai mennyiségek megismerhetőségét.

A végtelen sok hasonló ciklus elgondolásával szemben elméleti érveket lehet felhozni (melyek az entrópia növekedésével kapcsolatosak). Érdekes, hogy az általános relativitáselmélet törvényeit figyelembe véve a jelenségről alkotott kép egyáltalán nem hasonlít a „hőhalálról" kialakult szokásos elképzelésre. A ciklusok megismétlődése azt követeli, hogy a sűrűség jelenleg nagyobb legyen egy meghatározott kritikus értéknél ($\varrho_c \sim$ $\sim 10^{-29}$ g/cm^3). Ugyanakkor a Világegyetemnek geometriailag zártnak kell lennie. (A zártság $\varrho > \varrho_c$ esetén az általános relativitáselmélet egyenleteiből következik, amelyek a tér görbületét összekapcsolják az anyag sűrűségével. Kiegészítő feltevés, hogy az egyenletekben az úgynevezett kozmológiai tag nem lép fel, az anyag eloszlása homogén és a tágulás izotróp (minden irány egyenértékű). Ezt a három hipotézist nem vehetjük szigorúan bizonyítottnak, mindenesetre nem mondanak ellent a megfigyeléseknek, és az utóbbi időben a maradványsugárzás változásai alapján bizonyítékokat is lehet mellettük felsorakoztatni.) Az entrópia minden ciklussal növekszik, így növekszik az egy atomra jutó energia is az atom kísérő koordinátarendszerében, nő a ciklus periódusa és amplitúdója, vagyis az a maximális sugár, melynél a tágulást összehúzódás váltja fel.

A döntő szót azonban az asztronómiai megfigyeléseknek kell kimondaniok: az anyag (ideértve a legnehezebben megfigyelhető anyagformákat is — a neutrinóktól és gravitációs hullámoktól kezdve a kollapszáló csillagokig és galaxisokig) átlagos sűrűségének mérésével következtethetünk arra, hogy milyen a Világegyetem, és mi lesz a sorsa. Mint már mondtuk, ha $\bar{\varrho} > \varrho_c$, akkor a tágulást összehúzódás váltja fel.

Ha $\varrho < \varrho_c$, csak az egyszeres tágulás és az egyszeres összehúzódást felváltó tágulás között választhatunk.

Maga ϱ_c függ a Hubble-állandótól (a tágulási sebesség $u = Hr$, $\varrho_c = 3H^2/8\pi G$, $u \approx 75-100$ km/s, $H \approx 10^{-17}$ s^{-1}, a gravitációs állandó $G = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ cm^3/gs^2). Így ϱ_c elég pontosan ismert. ϱ-hoz az alapvető járulékot valószínűleg az intergalaktikus plazma adja, ezért ennek tanulmányozása a legfontosabb feladat.

A hipotézisek helyett, melyeket itt a növekvő merészség (ennélfogva a csökkenő megbízhatóság) sorrendjében ismertettünk, foglalkozunk most a dolgok tényszerű, tapasztalati oldalával.

Nincs-e túl nagy szakadék a három hullámhosszon végzett néhány megfigyelés és a belőlük levont grandiózus következtetések között? Melyek azok a következmények, amelyek a kísérleti adatokból közvetlenül folynak? Ez a két kérdés nem véletlenül került egymás mellé. Világos, hogy a szóban forgó tapasztalatok jelentőségét csak úgy mérhetjük fel igazán, ha összevetjük őket az evolúciós kozmológia minden elmélet-rendszerével, A. A. Friedman elméletével, s jelenlegi ismereteinkkel az anyag és a sugárzás kölcsönhatásáról és a magreakciókról.

E ponton néhány megjegyzést kell tennem, minthogy nem is olyan régen a következő állásfoglalás alakult ki: a Friedman-féle elmélet, azaz, az általános kozmológiai fejlődés elmélete közelítés, amely az adott időszakban hasznos volt és elvezetett a vöröseltolódás felfedezéséhez. De íme, mondják egyesek, az elmélet már 30—40 éve nem ad új eredményeket, nem gyümölcsöző, a fejlődés során más elméleteknek kell a helyébe lépniük. Valójában a kozmológia fejlődése az utóbbi években, sőt pontosabban az utóbbi évben nem támasztotta alá ezt a prognózist, tehát nem támasztotta alá a múlt fenti értékelését sem.

Az új tények (a maradványsugárzásra és a kémiai összetételre vonatkozó adatok) érthetővé válnak és megfelelő összefüggésbe kerülnek, ha a távoli múltra Friedman elméletét alkalmazzuk — ez az elmélet a szingulárishoz közeli állapotokra beigazolódik.

Ez az elmélet gyümölcsöző, vezérfonalat ad a megfigyelések számára — nélküle aligha tulajdonítottak volna alapvető jelentőséget a gyenge rádióháttér megfigyelésének, mint ahogy annak idején nem is tulajdonítottak jelentőséget a CN-színkép sajátosságainak.

Rátérve a megfigyelések közvetlen, mindenféle elmélettől független következményeire, ki kell emelnünk a sugárzás izotrópiáját és spektrumának az egyensúlyi spektrum alakjával (a Planck-féle görbével) való egyezését a vizsgált színképtartományban.

A sugárzás izotrópiája, függetlenül minden elmélettől és a távoli múltra tett feltevésektől, a különböző irányokban fennálló viszonyok egyformaságáról tanúskodik. A vizsgált sugárzás (7 cm — 0,25 cm) gyenge kölcsönhatása a kozmikus porral, a semleges atomokkal és a plazmával, jóval nagyobb távolságokra enged meg következtetéseket, mint a távoli diszkrét objektumok statisztikája.

A ma mért kvantumok (átlagban) olyan távolságon szóródtak, amely kb. $Z = 6$ vagy 8 vöröseltolódásnak felel meg, azaz a szóródás átlagos

időpontja $t = t_0/15$, ahol t_0 a Világegyetem mai kora.

E szerint a tágulás legalább ettől az időtől kezdve izotróp. A második következmény az, hogy a Föld (a Nap és a mi Tejútrendszerünk) sebessége a sugárzási térhez viszonyítva kicsiny: 10 000 km/s sebesség 10% anizotrópiát adna 7 vagy 3 cm hullámhosszon, és 20%-ot 0,25 cm-en. Ilyen anizotrópiát nyilván észre lehetne venni. A maradványsugárzás Planck-féle spektruma (amelyet tovább kell ellenőrizni $\lambda \sim 0{,}05$ cm-ig) közvetve alátámaszthatja egy olyan korábbi időszak létezését, amelyben a fény és a plazma egyensúlyban volt. Ugyanakkor a maradványosugárzás segítségével mélyebben tekinthetünk a Világegyetembe, ellenőrizhetjük és közvetlenül igazolhatjuk a modern kozmológiai elméletek alapjait — a Világegyetem megfigyelésekkel elérhető részének izotrópiáját és homogén voltát.

Ja. B. Zeldovich
(Moszkva)
(Fordította: Nagy Tibor)

EGYESÜLETI ÉLET – HÍREK

Konferencia az elemi részecskék gyenge kölcsönhatásairól

Balatonvilágos, 1966. május 31—június 5.

A balatoni konferenciák sorozatában június első hetében tartottuk az Eötvös Loránd Fizikai Társulat által rendezett, az MTA által támogatott konferenciát. Az eredeti terv a gyenge kölcsönhatások aktuális kérdéseinek megvitatása volt, de a fizikai kutatás legutóbbi hónapokban a kvark-hipotézist és vele kapcsolatban a csoportelméleti módszereket (nem-kompakt csoportokat, áramalgebrákat) állította az érdeklődés előterébe, így ezek a problémák is jelentős helyet kaptak a konferencia anyagában.

A szokásos beszámoló helyett ez alkalommal azokat a nyilatkozatokat ismertetjük, amelyeket a konferencián rendezett sajtótájékoztató alkalmával néhány plenáris előadó adott az újságíróknak. (A nyilatkozatok egy része napilapokban is megjelent.)

Jacob Zeldovich, a Szovjet Tudományos Akadémia levelező tagja a következőket mondotta:

A balatonvilágosi konferencia még nem ért véget, az azonban már biztos, hogy a tanácskozás nagyon jól sikerült.

Az utóbbi években fogalmazták meg azt a feltevést, hogy maguk az „elemi" részecskék, amelyekből az atommag felépül — a protonok és a neutronok — kvarkokból állnak. Ez az új szó igen furcsa tulajdonságokkal rendelkező részecskéket jelöl, így például elektromos töltésük tört része az „elemi" elektrontöltésnek és ilyet eddig még senki sem figyelt meg. A döntő szót a kísérlet fogja kimondani; azonban ma még azt sem tudjuk pontosan, hogyan végezhető el egy ilyen kísérlet, nem tudjuk léteznek-e a természetben szabad állapotban kvarkok, és azt sem tudjuk, milyen új gyakorlati eredményekhez vezetne a felfedezésük. Ebben a bonyolult helyzetben különösen érdekes volt a kvarkok feltételezett létezésének következményeit tárgyaló tanácskozás. Ezzel a problémával több előadás is foglalkozott, közöttük Morpurgo olasz és Socolow amerikai fizikusok.

A fizikában az építő munka mellett romboló munka is folyik: néha a kísérleti tények nyomása alatt általánosan elfogadott fogalmak „törvények" omlanak össze, válnak előítéletté, vagy még gyakrabban alkalmazhatóságuk korlátozottnak bizonyul. Így volt ez tíz évvel ezelőtt, amikor kiderült, hogy hamis a jobb és a bal, azaz a mi világunk és a tükörben látott világ teljes szimmetriájáról alkotott elképzelés. 1964-ben végzett kísérletek megmutatták, hogy a részecskék és antirészecskék sem pontosan hasonlóak. A konferencián élénk eszmecsere folyt arról az izgalmas kérdésről, mennyire jelentős ez a különbség a részecskék és antirészecskék között, és hogyan lehet mérni ezt a különbséget.



Számomra különösen érdekesek voltak a Marx professzorral és kollégáival folytatott beszélgetések a fizika és csillagászat közös problémáiról — a neutrinók sűrűségéről a világmindenségben, és a neutrinók kozmológiai szerepéről.

A balatonvilágosi konferencia nem hasonlít azokra az óriási fizikuskongresszusokra, amelyek kétezernél több tudós részvételével évente megrendezésre kerülnek pl. Kievben, Genfben, Rochesterben és Moszkva mellett. De a jelen esetben a kevesebb nem jelent rosszabbat. A balatoni konferencia légkörére a barátság, a szabad vita, a demokratizmus jellemző, és ez az itt tartózkodást különösen gyümölcsözővé és érdekessé teszi. Ezzel kapcsolatban megemlíteném, hogy egyhangúlag eltöröltük a „doktor", „professzor" és egyéb címeket, mind az egyéni beszélgetésekben, mind az üléseken. És nem egyszer előfordult, hogy egy-egy tanítvány megcáfolt egy — ne mondjuk professzor — idősebb kollégát. A konferencia összetételében a fiatalok túlsúlya szembeszökő. Igaz, hogy az idősebb korosztályt is megfiatalítja a friss balatoni szél és napsütés.

Nagyon jól tudom, hogy milyen nehéz megszervezni még egy kis konferenciát is. Csak elismeréssel lehet szólni Marx professzor ezzel kapcsolatos önfeláldozó munkájáról. Csak azt irigylem tőle, hogy az IBUSZ segítségét is igénybe veheti. Remélem, hogy a konferencia a magyar tudománynak is hasznára válik.

Végül szeretném megköszönni a Magyar Tudományos Akadémia és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat meghívását. Eötvös Loránd nevét világszerte ismerik és nem véletlen, hogy ezt a nevet a konferencián is a legnagyobb tisztelettel ejtették ki.

G. Morpurgo professzor (Genova, Olaszország), aki a kvarkokról tartott áttekintő előadást, így nyilatkozott:

A fizika egyik problémája sok év óta az elemi részecskék szerkezete. A balatoni konferencia a nyugati és keleti fizikusoknak nagyon jó és kellemes alkalmat szolgáltatott, hogy megvitassák ezeket a problémákat és összehasonlítsák szempontjaikat. Ezért nagyon hálásnak kell lennünk az Eötvös Loránd Fizikai Társulatnak.

Az utolsó néhány évben több vélemény hangzott el arról, hogy az elemi részecskék kevésbé „elemiek", mint gondoltuk néhány évvel ezelőtt. Még egyáltalán nem tudjuk, hogy ezek az elképzelések helytállóak vagy sem, a problémát csak kísérletek dönthetik majd el. De hogyha helyesek, az azt fogja jelenteni, hogy pl. a proton három alkatrészből áll, amit a fizikusok kvarkoknak neveznek. (Ezt a nevet Gell-Mann találta ki.) És ezeknek a szubelemi részecskéknek tört elektromos töltésük lehet. Hangsúlyozni kell, hogy egyáltalán nem világos, hogy így van-e vagy sem, de néhány figyelemreméltó sikert lehetett már elérni e feltevés alapján. A határozott út, amelyen el lehetne dönteni a kérdést, a kvarkok felfedezése lenne. Különböző országokban több kísérleti laboratórium dolgozik most ezen a problémán.

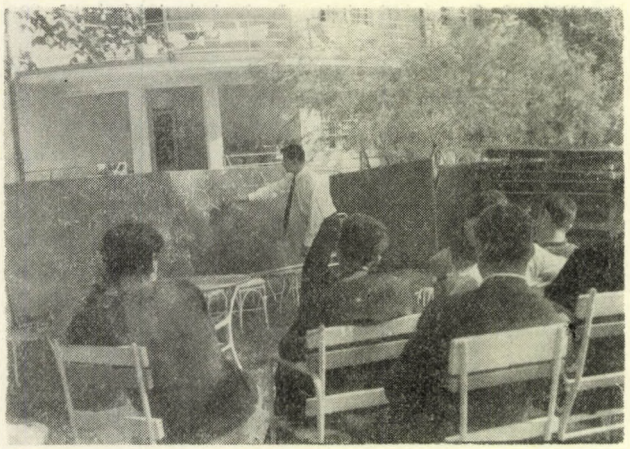
A természet töltésszimmetriájának megfigyelt sérüléséről M. Jacob (Saclay, Franciaország) és M. Nauenberg (Stanford, USA) plenáris előadásai szóltak, ők a következő tájékoztatót adták:

A balatoni konferencia, amelyet most élvezünk, sokunk számára, akik nyugati országokból jöttünk, egy csodálatos alkalom számos olyan kollégánkkal való találkozásra, akiket eddig nem volt szerencsénk ismerni személyesen. Alkalmunk van, hogy sok érdekes problémát megvitassunk velük, és nekünk is nagyon hasznos egy ilyen alkalom.

Azon problémák közül, amelyet legalaposabban megvitattunk az elemi részecskék fizikájában a közelítő szimmetriatulajdonságok leírására ma alkalmazott módszerek és különböző kérdések a CP megsérülésével kapcsolatban. 1964 nyarán kísérleti fizikusok egy együttese Princtonban felfedezte, hogy a természet egy további szimmetriatulajdonságát vesztette el. Christenson, Cronin, Fitch és Turlay azt találták, hogy a hosszú életű semleges K-mezon két π-mezonra tud bomlani. Ez a folyamat szigorúan meg lenne tiltva, ha a részecske-antirészecske felcserélés és a tértükrözés kombinált szimmetriája (röviden: CP) fennállna.

Ennek a felfedezésnek a hatása összehasonlítható azzal, amit 1957-ben a tértükrözési szimmetria megsérülésének felfedezése jelentett. Akkor tanultuk meg, hogy a mi fizikai törvényeink nem azonosak azzal, amit egy olyan világban tapasztalnánk, amely a mi világunknak tükörben mutatott képe. De Landau, valamint Lee és Yang kimutatták, hogy azok fizikai törvények, amelyek a tükörkép világában érvényesek, még mindig azonosak lehetnek a mi világunkban használt törvényekkel, ha azokat antirészecskékkel fogalmazzuk meg részecskék helyett. A tértükrözés (paritás) szimmetriáját a fizikai törvényeknél azzal a törvénnyel helyettesítették, hogy a fizikai törvények csak a tükrözés és töltés előjelváltás (részecskék és antirészecskék felcserélése) együttes alkalmazásakor maradnak változatlanok. Nagyon általános összefüggések folytán egy ilyen szimmetria kapcsolatban van azzal, hogy a fizikai törvények nem változnak meg az idő irányának képzelt megváltoztatása során.

Most ezt a szimmetriát el kell vetnünk, de mindmáig nem sikerült elméletileg megérteni ezt az aszimmetriát úgy, mint ahogy megértettük a tükrözési szimmetria megsérülésének okát, annak ellenére, hogy a fizikusok világszerte állandó erőfeszítéseket tesznek erre. Azok a diszkussziók, amelyeket itt tartottunk e témáról, rendkívül értékesek.



Áramalgebrák a Balatonnál
(Maurice Jacob)
(Pataki Istvánné felvételei)

Végül D. I. Blohincev, a dubnai delegáció vezetője nyilatkozott:

Örömmel látom, hogy Nyugat és Kelet nagy iskoláinak idősebb és fiatalabb korosztálya itt találkozott a Balaton partján, amelynek még rossz időben is varázsa van: kellemes keretet ad e jelentős tudományos tanácskozásnak.

A problémák, amelyeket itt tárgyaltak, világszerte igen beható vizsgálódás tárgyát képezik és a kutatások során észlelt jelenségek megbeszélése, a tapasztalatokból leszűrt vélemények ilyen nemzetközi szintű cseréje igen jelentős. Nem vitás: krízis van több kérdésben. Bár vannak még nehézségek, de a kérdés körül zajló viták, az eddigi munkák arra utalnak, hogy előbb-utóbb kijutunk a zsákutcából. Ezt a következtetést a tudományban meglevő nemzetközi együttműködés megerősíti.

A konferencia három összefoglaló előadását, némileg leegyszerűsített formában a Fizikai Szemle jelen száma közli.

A Konferencia nem szakmai programmjáról pedig álljon itt Herbert Pietschmann (Egyetemi Elméleti Fizikai Intézet, Bécs) Baricskából datált beszámolója:

Am Balaton im schönsten Rahmen
Da traf man zur Physik zusammen,
Macht Wechselwirkung schwach und stark
Nebst Stromalgebren und auch Quark.
Und abends, wie könnt's anders sein,
Da trifft man sich beim Gläschen Wein.
Die Mädeln, frisch mit roten Wangen,
Die nehmen uns dann ganz gefangen.
Das Hohelied, es ward gesungen
Weil diese Tagung wohl gelungen!

ELŐADÁSOK

(A plenáris előadások csillaggal kiemelve)

1. nap: Gyenge kölcsönhatások

Nagy Károly (Budapest ELTE):
Megnyitó
M. Roos (Finnország — CERN):
**A vektor és axiálvektor áram kísérleti ellenőrzése*
Z. Szymanski (Varsó):
**Kísérletek a paritás és időtükrözés megsérülésére atommagokban*
Ya. B. Zeldovics (Moszkva):
**Elemi részek és a forró univerzum*
Marx György (Budapest — ELTE):
A kozmikus neutrinó háttér
H. Pietschmann (Bécs):
A gyenge kölcsönhatások konzisztens elmélete
P. Möbius (Bécs):
Gyenge kölcsönhatás és az unitér szimmetria sérülése
Balázs Jánosné (Budapest — EFKCs):
Magparaméterek a K-befogásból és pozitív β-bomlásból
Berényi Dénes (Debrecen — ATOMKI):
A Fiertz-interferenciatag az újabb ε/β^+ kísérletek fényében
B. N. Valujev (Dubna):
Barionok elektromágneses bomlásai

2. nap: CP sértés

M. Nauenberg (Stanford, USA):
**CP-sértés a semleges K-mezon bomlásánál*
M. Jacob (Saclay, Párizs):
**Elektromágneses C-sértés*
M. Roos (Finnország — CERN):
A CP-invariancia helyzete a $K_L^0 \to \pi^+ \pi^-$ bomlásnál
E. O. Okonov: (Dubna):
Lehetséges CP-sérülés és interferenciajelenségek a K és π bomlásoknál
B. Thevenet (Saclay — Párizs):
$K^0 \to \pi^+ \pi^-$ és $K_L^0 \to \pi\mu\nu$ kísérletek előzetes eredményei
A. Smiernickij (Moszkva):
K-mezon alakfaktorok:
G. Conforto (Olaszország — CERN):
A/V arány és T invariancia a neutron β-bomlásában
G. Conforto (Olaszország — CERN):
T-invariancia paraméter mérése a Λ-hiperon bomlásánál
F. Janauch (Prága):
T-invariancia kérdése a β-bomlásnál

3. nap: Kvarkok

G. Morpurgo (Genova):
**A nemrelativisztikus kvark-modell*
R. Socolow (Berkeley, USA — CERN):
**A kvark-modell eredményei magasabb energiákon*
H. Pietschmann (Bécs):
**Mezon-bomlások a sztatikus kvark-modell szerint*
Kuti Gyula (Budapest — ELTE):
Mezonok elektromágneses és gyenge bomlásai a kvark-modellben
J. Harte (Yale, USA — CERN):
Relativisztikus kvark-modell
Ja. B. Zeldovics (Moszkva):
A kvark-hipotézis szemléltetése
G. Morpurgo (Genova):
Kísérleti tervek a kvarkok kimutatására

4. nap: Unitér szimmetriák

W. Rühl (NSzK — CERN):
**Relativisztikus SU(6)*
Nguyen Van Hieu (Vietnam — Dubna):
**A relativisztikus unitér szimmetriák problémái*
Nagy Tibor (Budapest — ELTE):
Pozitív paritású mezonok az SU(6)-ban
Ladányi Károly (Budapest — EFKCs):
SL(6, c) invariáns térelméleti modell
J. Stern (Prága):
Szórás szimmetriái és tömegfelhasadás
J. Vancura (Prága):
Unitér szimmetriasértés és tömegfelhasadás

5. nap: Áramalgebrák

G. Furlan (Trieszt):
**Áramalgebrák I: Általános módszer*
C. Rosetti (Torino):
**Áramalgebrák II: Alkalmazások*
G. Furlan (Trieszt):
**Áramalgebrák III: Kilátások*
M. Jacob (Saclay — Párizs):
Áramalgebrák és közeli szingulritások
B. Renner (Cambridge):
Az áramalgebrák néhány alkalmazása
Surányi Péter (Budapest):
Elektromágneses tömegkülönbségek áramalgebrából
Frenkel Andor—Pósch Margit—Surányi György—Surányi Péter (Budapest — KFKI):
A $\pi^+ - \pi^0$ tömegkülönbség kiszámítása
G. Preparata (Firenze):
Gyenge és elektromágneses áramok — hadronok osztályozása
L. Maiani (Firenze):
Keveredés-jelenségek a barion spektroszkópiában
Pócsik György (Budapest — ELTE):
Korlátozások az áramokra vonatkozóan. Összegszabályok
Csikor Ferenc (Budapest — ELTE):
A gyenge áramok szerkezete
N. Dombey (Sussex, Anglia):
Nagyenergiájú szórás modelljei
D. I. Blohincev (Dubna):
A relativisztikus részecskék lokalizációja térben és időben

6. nap: Konklúzió

M. Roos (Finnország — CERN):
**Az újonnan felfedezett elemi részecskék*
R. Socolow (Berkeley, USA — CERN):
**Az elemi részecskék osztályozásának helyzete*
Marx György (Budapest — ELTE):
Zárszó

Hibaigazítás

A Fizikai Szemle 1966. 9. számában a 284. oldal második hasábjában az utolsó 12 sorba értelemzavaró sajtóhibák csúsztak. A helyes szöveg a következő:

„Éppen mivel a bizonytalanságról van szó, várható, hogy felületes elmék azt fogják hinni, hogy e téren *nem* kell törekedni a gondolkodás lehető legteljesebb tisztaságára. Nem lepne meg, hogy olyanok, akik a szabatos matematikai gondolkodástól amúgy is idegenkednek, azt hinnék, hogy — mivel a véletlen jelenségeket úgysem lehet teljes pontossággal előre látni, legfeljebb nagy vonalakban — e jelenségek matemaitkai vizsgálatánál *megengedhetik* maguknak a pongyolaságot, a csak félig átgondolt és csak negyedrészt megemésztett fogalmakkal való dobálódzást. Pedig ennek éppen az ellenkezője igaz."

KÖNYVSZEMLE

TERMÉSZETTUDOMÁNYI LEXIKON
I., A—C. II., D—G.

(Akadémiai Kiadó, Budapest)

Felesleges volna sok szót vesztegetni ezen új lexikon kiemelkedő jelentőségének méltatására. A természettudományok rohamos fejlődése, világszerte tapasztalható előretörése, s az egyre fokozódó hazai igények: megannyi körülmény, mely aláhúzza e vállakozás fontosságát. Tudományos Akadémiánk kiadóvállalata a legkiválóbb szakemberekből álló szerkesztőbizottság és szerzői gárda közreműködésével fáradozik e nagyszabású — hat kötetre, 40 000 címszóra tervezett — mű létrejöttén, melynek eddig két kötete látott napvilágot. A fizikus olvasó természetesen először a szakmájába vágó címszavakat keresi; e kötetekben találhatók az atom, atomburok, atommag, atommodell, barion, Bohr-elmélet, csillagászat, Boltzmann-statisztika, dinamika, Dirac-egyenlet, dipólsugárzás, Einstein, entrópia, Eötvös, félvezető, fény, fizika, foton, gravitáció címszavak, általában kifogástalan szakszerűséggel, magasszínvonalúan, tömör szabatossággal megírt cikkek, melyek olvasása sok esetben különleges élvezet. A rokon szakterületek közül a matematika területén kiemelkednek az algebrai tárgyú cikkek.

Nyilvánvaló, hogy egy ilyen nagyszabású munka esetében igen nehéz megtalálni az általános érvényű, mindenki számára elfogadható szempontokat. Úgy érezzük, hogy a lexikon szerkesztőinek nagymértékben sikerült egy optimális megoldást megközelíteniök. Illetékességünk körét messze meghaladja ugyan, de mint tényt mégis legyen szabad megemlítenünk a kémiai szerkezeti képletek eluralkodását. Az a benyomás, hogy a fizika az illusztratív ábrák, táblázatok tekintetében háttérbe szorult. Így véleményünk szerint helye lett volna a lexikonban az atomburok elektronszerkezetét szemléltető táblázatnak, az atomok és atommagok tipikus spektrumait bemutató ábráknak (az atommag-spektrumok címszó nem is szerepel). Eltér a szabványtól a hőmérsékletre használt C° jelölés. Nem található az elméleti fizika címszó. Aligha helyénvaló ilyen maradandó értékű műbe felvenni olyan adatokat, mint pl. hogy Blohincev az EAKI igazgatója; e tisztet, mire a lexikon megjelent, Bogoljubov vette át. Örülünk, hogy Bogoljubov szupravezetésre vonatkozó eredményeiről olvashatunk; az úttörő Bardeen és társainak a szupravezetésre vonatkozó kutatásairól azonban nem emlékezik meg a lexikon.

Természetesen ezek az apró észrevételek semmivé törpülnek a lexikon hatalmas kulturális jelentősége mellett. Azt reméljük, hogy az újabb kötetek mihamarabb felkerülnek a könyvespolcokra.

Gy. G.

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

Égi maser? A MIT és a Lincoln Laboratórium rádiócsillagászai olyan rádióforrásra bukkantak, mely minden eddiginél kisebb sávszélességű és erősebben polarizált rádióhullámokat emittál. A forrás jele W3 és az egyike az ún. H II erős rádióhullám-emitter tartományoknak. Az ilyen tartományokat ionizált hidrogénköd képezi, melyet valamely forró csillag hozott gerjesztett állapotba.

A H II tartományok némelyike OH gyököket tartalmaz. Ez a karakterisztikus frekvenciákon emittált vagy abszorbeált rádióhullámok segítségével állapítható meg. Rádióhullámok hidroxil-gyökökön fellépő abszorpcióját 1963-ban figyelték meg először a Lincoln Laboratórium rádiócsillagászai.

Az elmúlt évben *H. F. Weaver, D. R. W. Williams, N. H. Dieten* és *W. T. Lum*, a kaliforniai egyetem (Berkeley) kutatói a W3 forrás és más H II tartományok hidroxil-emisszióját észlelték 1 665 Mc/s frekvencián. E sugárzás némely rejtélyes tulajdonsága alapján e kutatók arra a következtetésre jutottak, hogy az nem származhat teljes egészében hidroxil-gyökökből és posztulálták egy tisztázatlan emissziós vonal létezését, melynek a „misztérium" nevet adták. A W3 forrást újra tanulmányozta *S. Weinreb, M. L. Meeks* és *J. C. Carter* (Lincoln Lab.), valamint *A. H. Barrett* és *A. E. E. Rogers* (MIT). Ezek a kutatók arra a következtetésre jutottak, hogy a „misztérium-vonal" egyszerűen a hidroxil-gyökök 1 665 Mc/s frekvenciájú emissziós vonala, mely gyökök gerjesztése azonban szokatlan módon történik. A mérések 38%-os, meglepően nagyfokú polarizációt mutattak, a vonalszélességre pedig meglepően kicsiny, 1 kc/s körüli értékek adódtak. Ez az első, rádiócsillagászoktól kimutatott polarizált színképvonal, s a vonalszélesség legalább egy kettes faktorral kisebb minden eddig észlelt rádió-emissziós vonalénál. Az, hogy ilyen keskeny a vonal, azért különösen meglepő, mert a H II tartományokat képező gázról felteszik, hogy forró és turbulens, ami növelné a vonalszélességet.

A polarizációnak többféle oka lehet, így pl. mágneses tér jelenléte (Zeeman-effektus). A megfigyelt polarizáció azonban az eddig feltételezett mágneses térerősség 100-szorosát, 1 000-szeresét kívánná. A Lincoln Laboratórium és az MIT kutatói azt a sejtést kockáztatták meg, hogy valamiféle maser-hatás okozza mind a polarizációt, mind a különlegesen kicsiny vonalszélességet; ekkor ugyanis a gázmolekulák, melyek valamely meghatározott gerjesztett állapotba kerültek, indukált emisszió során valamely meghatározott, mélyebben fekvő állapotba átmenve, igen keskeny frekvenciasávba eső sugárzást emittálnak. (Sci. Am. January 1966.)

Gy. G.

Mekkora a Pluto? A Pluto bolygó sok bajt okozott már a csillagászoknak. A perturbációk, melyeket a Neptun mozgásában okoz és amelyek alapján 1930-ban felfedezték, arra engednek következtetni, hogy tömege legalább akkora mint a Földé; fényessége azonban összeférhetetlennek látszik ekkora tömeggel. *Kuiper* 1955-ben a Palomar-hegyi nagy távcső segítségével azt találta, hogy a Pluto átmérője valamivel kisebb mint 6 000 km; térfogata így a Földének egytizede volna. Ezért született azután a feltevés, mely szerint a Neptun mozgásában észlelhető perturbációkat a valóságban több üstökösből álló láthatatlan öv okozná.

Ugyancsak 1955-ben *Hardie* és *Walker* amerikai csillagászok megmérték a Plutó fényességének változásait. Ennek alapján megállapították, hogy a tengelyforgás periódusa közelítőleg 6 nap 9 óra. (Ezt az értéket 1964-ben sikerült pontosabban meghatározni; eszerint a periódus 6 nap 9 óra 16 perc 54 másodperc ± 1 perc.) E változások elemzése azt mutatta, hogy a Pluto látható korongjának fényessége a centrumban maximális, a szélek felé a korong elsötétedik. Ennek alapján feltehető, hogy a mintegy 6 000 km-es átmérő, melyet *Kuiper* mért, nem az egész bolygó átmérője, hanem inkább csak a centrális tartományé. A Pluto így lehetne akkora mint a Föld, miáltal megszűnnének a korábbi ellentmondások, a csillagászok nagy megkönnyebbülésére. (Science Progrès — La Nature, Février 1966.)

Gy. G.

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



1966/11

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadja Lapkiadó Vállalat, Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

Ural 2 számítógép részlete (Közgazdaságtudományi Egyetem)

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62716
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

N. Wiener: Tanuló és önreprodukáló gépek
Balázs Béla—Virághalmi Géza: A polarizációs mérések jelentősége a csillagászatban
Vekerdi László: Gottfried Wilhelm Leibniz
R. Hagedorn: Diszperziós összefüggések és az okság elve

EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK

KÖNYVSZEMLE

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

СОДЕРЖАНИЕ

Н. Винер: Обучающиеся и самовостсанавливающиеся машины
Б. Балаж—Г. Вирагхальми: Значение поляризационных измерений в астрономии
Л. Векерди: Б. Г. Лейбниц
Р. Хаседорк: Дисперсионные соотношения и принцип причинности

ИЗВЕСТИЯ — ИЗ ЖИЗНИ ОБЩЕСТВА ФИЗИКОВ

ОБЗОР КНИГ

ИЗ УСПЕХОВ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

INHALT

N. Wiener: Lernende und selbstproduzierende Maschinen
B. Balázs—G. Virághalmi: Die Bedeutung der Polarisationsmessungen in der Astronomie
L. Vekerdi: G. W. Leibniz
R. Hagedorn: Die Dispersionsrelationen und das Kausalitätsprinzip

NACHRICHTEN — AUS DEM VEREINSLEBEN

BUCHBESPRECHUNG

FORTSCHRITTE DER PHYSIK

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 11. szám 1966. november

Tanuló és önreprodukáló gépek

Az élő rendszerek jellegzetességének tekintik, hogy tanulni tudnak, s önmagukat reprodukálni képesek. Ez a két tulajdonság látszólag nagyon különböző, valójában azonban összefüggenek. A tanuló állat olyasvalami, amit múltbeli környezete más lénnyé alakít át, mint ami, s így képes egyéni életében alkalmazkodni környezetéhez. Az az állat pedig, amelyik szaporodik, önmagához nagyjából hasonló állatokat hoz létre, de nem teljesen hasonlókat. Ha ez a megváltozás maga is örökölhető, megkaptuk azt a nyersanyagot, amelyen a természetes kiválogatódás működhet. Ha átöröklés közben a viselkedési tényezők változatlanok maradnak, a sokféle öröklődő viselkedési minta egynémelyike előnyös lesz a fajta fenmaradására, így állandósul, mások korcsok lesznek, s kiküszöbölődnek. Az eredmény a fajta phylogenetikai tanulásának nevezhető, az egyén ontogenetikai tanulásával szemben. Az ontogenetikus tanulás is, meg a phylogenetikus tanulás is olyan modell, amely az állatot környezetéhez való alkalmazkodásra képesíti.

Az ontogenetikai és a phylogenetikai tanulás, elsősorban az utóbbi, nem csak az állatoknál, a növényeknél is létezik, sőt minden organizmusnál, amely valamilyen szempontból élőnek tekinthető. A két tanulásféleség fontossága azonban különböző élőlényekben igen különböző. Az embernél, kisebb mértékben a többi emlősnél, ér legmagasabb fokra az ontogenetikus tanulás és az egyéni alkalmazkodóképesség. Egyenesen azt mondhatjuk, hogy az ember phylogenetikus tanulásának nagyrésze a jó ontogenetikus tanulás lehetőségének a létrehozását szolgálta.

Julian Huxley figyelmeztetett rá a madarak elméjéről írott alapvető munkájában [1], hogy a madarak ontogenetikus tanulási kapacitása milyen csekély. Valami hasonló érvényes a bogarakra is, és az a tény mindkét esetben valószínűleg az egyén repülés által okozott hatalmas igénybevételével függhet össze: a repülés az idegrendszer olyan képességeit vonja el, amely egyébként az ontogenetikus tanulásra fordítódhatott volna. Bármilyen bonyolultak is a madarak viselkedési formái — repülésben, udvarlásban, fiatalok nevelésében, fészekrakásban — mindig legelső adandó alkalommal pontosan hajtják végre, anélkül, hogy szükségük lenne az anyjuk komolyabb oktatására.

Mindenképpen helyénvaló, hogy szóljunk erről a két rokon témáról. Tudnak-e ember-készítette gépek tanulni, s reprodukálni önmagukat? Megmutatjuk ebben az írásban, hogy tényleg tudnak tanulni a gépek, reprodukálni is tudják magukat. Vázoljuk azt is, miféle technika szükséges eme két aktivitáshoz.

A tanulás a két folyamat egyszerűbbike, a technikai fejlődés is itt jutott legmesszebbre. A következőkben főleg a játszógépek tanulásáról lesz szó, amely a játszógépeket stratégiai és taktikai teljesítményük tapasztalat alapján történő javítására képesíti.

A játszásnak van már általánosan elfogadott elmélete — a Neumann-féle játékelmélet [2]. A játékstratégiát, amelyet az elmélet leír, jobb a játék végétől visszafelé haladva tekinteni, nem a kezdetétől. A játék utolsó lépésében a játékos, ha lehetséges, győztes lépést kíván húzni, ha nem lehet, akkor pedig legalább döntetlen lépést. Ellenfele, a megelőző lépésben, olyan húzásra törekszik, amely megakadályozza a másik játékos győztes vagy döntetlen húzását. Ha ő maga tud győztes húzást ebben a lépésben, akkor ezt húzza, s így ez nem az utolsó előtti, hanem az utolsó lépés lesz a játékban. A másik játékos az ezt megelőző lépésben próbál meg úgy húzni, hogy ellenfele lehető legjobb lehetőségei se akadályozhassák meg győztes húzással való végzését, és így tovább, visszafelé.

Vannak játékok, mint pl. a trick-track, amelyekben az egész stratégia ismert, s a fenti játékmódszert a kezdéstől lehet indítani. Ha ez megvalósítható, nyilván a legjobb játékforma. Igen sok játékban azonban, mint amilyen pl. a sakk és az ostábla, nem elég a tudásunk teljes stratégiához, s ekkor csak megközelíthetjük. A Neumann-féle approximációs elmélet a legóvatosabban igyekszik vezetni a játékost, feltételezve, hogy ellenfele tökéletesen bölcs mester.

Ez az attitüd azonban nem mindig jogos. Például háborúban, amely játékféleségnek tekinthető, az ilyen viselkedés általában határozatlan cselekvést eredményez, ami igen sokszor nem sokkal jobb a vereségnél. Tekintsünk két történeti példát. Napoleon itáliai hadjáratában eredményességének egyik oka volt, hogy ismerte az osztrák hadászati gondolkodás megcsontosodott és tradicionális voltát, így jogosan feltételezhette, hogy

képtelenek kihasználni az új döntés-kényszerítő háborús módszereket, amelyeket a Francia Forradalom katonái dolgoztak ki. Mikor pedig Nelson a kontinentális Európa egyesült flottája ellen küzdött, előnyben volt, mert a tengereket évek óta uraló hajóhadat vezetett, amely új gondolkozási módot teremtett, és ennek az alkalmazására — tudta azt Nelson jól — az ellenség képtelen volt. Ha az előnye teljes kihasználása helyett olyan óvatosan cselekedett volna, amint kellett volna a szerint a feltevés szerint, hogy egyenlő haditengerészeti tapasztalatú ellenséggel áll szemben, lehet, hogy végül győzött volna, de semmiesetre sem olyan gyors és döntő módon, hogy létrehozhassa azt a szigorú tengeri blokádot, amely végeredményben Napoleon bukását okozta. Így mindkét esetben az irányító tényező inkább a küzdelem)a parancsnok és az ellenség múlt cselekedeteiből) statisztikusan várható alakulása volt, mintsem a tökéletes ellenfél elleni tökéletes játszmának a kísérlete. Ezekben az esetekben a Neumann-féle játékelmélet bármiféle közvetlen alkalmazása hiábavaló lett volna.

A sakk-könyveket sem a Neumann-féle szempont szerint írják. Kitűnő és nagytudású ellenfelekkel játszó sakkjátékosok gyakorlati tapasztalataiból levont elvek kompendiumai ezek; értékelik, súlyozzák minden egyes bábú elvesztését, mozgékonyságát, az ellenőrzést, a felfejlődést, és a többi, játék során változó tényezőt.

Nem nagyon nehéz valamiféle sakkozógépet csinálni. A játék törvényeinek való engedelmeskedést (hogy csak törvényes lépések történhessenek,) meg lehet valósítani viszonylag egyszerű számológépekkel. Lehet erre a célra közönséges digitális számológépet alkalmazni.

Most következik a játékmodor kérdése a játék szabályainak keretein belül. Minden bábúértékelés, parancs, mozgékonyság stb. lényegében numerikus tagokra redukálható. Ezek után már a sakkkönyv maximái használhatók minden táblahelyzetben a legjobb húzás meghatározására. Szerkesztettek ilyen gépeket; ezek egész jó amatőr sakkozók, bár sakkmesteri fokon még nem tudnak játszani.

Képzeljük el, hogy ilyen géppel sakkozunk. Fair helyzet kedvéért tegyük fel, hogy levelező sakkot játszunk, azaz nem tudjuk, hogy gép a partnerünk, s így nem befolyásolhat az ebből eredő előítélet. Természetesen, mint a sakkban mindig, véleményt próbálunk kialakítani az ellenfél sakkszemélyiségéről. Azt látjuk, hogy ha ugyanaz a helyzet a sakktáblán kétszer fordul elő, ellenfelünk reakciója mindkét esetben azonos lesz, tehát ellenfelünk roppant merev egyéniség. Ha egyszer bevált valamilyen cselünk, akkor azonos feltételek mellett mindig beválik. Tapasztalt játékos könnyen kiismeri gép-ellenfele gyengéit, s minden esetben megveri.

Vannak azonban gépek, amelyeket nem lehet ilyen egyszerűen megverni. Tegyük fel, hogy néhány egymást követő játék után a gép mindig abbahagyja egy időre a játékot, képességét másként kamatoztatja: nem az ellenfél ellen játszik, hanem az emlékezetében feljegyzett megelőző játszmákat értékeli. Kiszámítja, hogy a különféle bábuk, helyzetek, mozgékonyságok stb. milyen értékelése segítette leginkább a győzelmet. Így nemcsak saját hibájából, hanem ellenfele sikeréből is tanul. Korábbi értékeléseit ezekkel az újakkal váltja fel, s ezután kezdi meg, új és jobb gépként, a következő játszmát. Ez a gép már nem merev egyéniség, az egyszer sikerült cselek később már nem válnak be ellene. Mi több, a gép hosszabb idő alatt átvehet valamit ellenfele játékmodorából.

Mindezt nagyon nehéz sakkban megvalósítani. Olyan technikának teljes realizálása, ami mesteri szinten játszó gépet eredményezne, még nem sikerült. Könnyebb probléma azonban az ostábla. Itt a bábu-értékek homogenitása erősen csökkenti a figyelembe veendő kombinációk, táblahelyzetek számát. Mégis figyelembe veendő, hogy az ostábla *végjátszmájában* már nem az a probléma, hogy bábukat vegyünk le, hanem, hogy bábukat leütni képes helyzetben érintkezzünk az ellenféllel, és ebben a tekintetben a sakkhoz hasonlít, ahol minden egyes táblahelyzetben a következő táblahelyzetek sorozatától függően kell értékkel ellátni a húzásokat. De az ostáblában nemcsak a végjátszma különbözik lényegesen a középjátszmától. A nyitásban főleg arra kell törekedni, hogy a bábuknak mozgáslehetőséget teremtsünk a támadásra és védelemre, ami a voltaképpeni középjáték. Így még első közelítésben sem elégedhetünk meg a különféle súlyzófaktorok egész játékra egyenletesen számított értékelésével, hanem a tanulási folyamatot több különálló fázisra kell felosztani. Csak ez után remélhetjük, hogy mesteri szinten játszó tanulógépet szerkeszthetünk.

A jóslás problémájával kapcsolatban említettük már ebben a könyvben elsőrendű programozás (mely egyes esetekben lineáris is lehet) kombinálásának a lehetőségét olyan másodrendű programozással, amely a múlt nagyobb szakaszát használja az elsőrendű programozásban alkalmazandó eljárás kidolgozására. Így például repülőgép közvetlen múltját a navigációban lineáris művelettel használják fel a jövő megjóslására; a helyes lineáris művelet meghatározása azonban statisztikus probléma, ahol a repülés hosszabb múltjára és sok hasonló repülés tapasztalatára kell alapítani a statisztikát.

A közelmúlt szempontjából alkalmazandó, s a múlt nagyobb szakaszát felhasználó eljárás meghatározásához szükséges statisztikus vizsgálatok erősen nemlineárisak. Így pl. a Wiener—Hopf-egyenlet jóslásra való felhasználásában [3] az egyenlet együtthatóinak a meghatározása nemlineáris módszerekkel történik. A tanulógép általában nemlineáris visszacsatolással működik. A Samuel [4] és Watanabe [5] által leírt ostáblajátszó gép 10—20 órai programozására szánt működés alapján elég következetesen megtanulja, hogyan kell megverni programozóját.

A harc igen sok, közönségesen nem a játékokhoz sorolt fajtáját is megvilágítja a játszógépek

elmélete. Érdekes példa a mongúz és a kígyó harca. Jól tudjuk Kipling „Rikki-Tikki-Tavi"-jából, hogy a mongúz nem immunis kobraméreg iránt, csak erős szőrruhája védi valamennyire, akadályozva a kígyó halálos harapását. Kipling azt mondja, hogy a mongúz és a kígyó harca a halállal járt tánc, izmok ügyességének és mozgékonyságának a küzdelme. De semmi okunk feltételezni, hogy a mongúz egyes mozdulatai gyorsabbak és pontosabbak mint a kobráé. Mégis a mongúz majdnem mindig megöli a kobrát és sértetlenül kerül ki a küzdelemből. Hogyan?

Az alábbiakban ezt próbálom megmagyarázni néhány küzdelem személyes végignézése és filmfelvételek alapján. (Nem állítom, hogy megfigyelésem és interpretációm feltétlenül helyes.) A mongúz először is támad, de csak cselből, ezzel harapásra ingerli a kígyót. A mongúz kitér, majd újból támad úgy, hogy a két állat mozgása ritmikus cselekvésmintává fonódik. De ez a tánc nemstatikus ám, fokozatosan fejlődik. A tánc közben a kobra harapásait fázisban folyton hamarabb követi a mongúz cseltámadása, míg végül a mongúz akkor támad, mikor a kobra még a harapás utáni nyújtott helyzetben van, nem volt még ideje a gyors mozgáshoz szükséges helyzetbe visszahúzódni. Most a mongúz már igazából támad, s halálos biztonsággal harapja át a kobra fejét.

A kígyó cselekvéskialakító mintája a legutolsó támadás kiértékelésére korlátozódik. A mongúz azonban cselekvési mintájában láthatóan felhasználja a küzdelem hosszabb — ha nem is túlhosszú — korábbi szakaszát. Ebből a szempontból a mongúz tanulógépként viselkedik, s támadásának halálos voltát a kígyóénál sokkal fejlettebb idegrendszerének köszönheti.

Walt Disney filmjén láthattuk néhány éve, hogy valami hasonló történik akkor is, mikor az amerikai futókakukk csörgőkígyót támad meg. A madár csőrrel és karommal küzd, a mongúz foggal, de a cselekvési mintájuk nagyon hasonló. Ugyanennek a cselekvési mintának gyönyörű példája a bikaviadal. A bikaviadal halállal járt tánc, amely a bika és az ember egybefonódó, koordinált mozgásának szépségét fejezi ki. A bika és az ember nem egyenlő partnerek. Az ügyes torreádornak nagy repertoárja van lehetséges cselekvésekből, mint amilyen például a köpenyeg lebegtetése, különféle cselek és piruettek, amelyeknek mind az a célja, hogy a bika, rohamát befejezve, éppen abban a pillanatban legyen elnyúlt állapotban, mikor a torreádor legkönnyebben szívébe márthatja *estoque*-ját.

Amit a mongúz és a kobra, meg a torreádor és a bika küzdelméről mondottam, érvényes embernek emberrel vívott harcára is. Tekintsük például a tőrpárbajt. Cselek, parírozások, szúrások sorozatából áll, amelyek mindkét résztvevőnél az ellenfél kardjának a kitérítésére szolgálnak. Legalább annyira, hogy a támadó szúrhasson anélkül, hogy viszontválasz veszélyeztetné. Ugyanígy, a teniszbajnokságban nem elegendő minden egyes ütésben helyesen visszaütni a labdát vagy helyesen szerválni; sokkal inkább válaszütések sorozatába kell kényszeríteni az ellenfelet, fokozatosan rosszabb helyzetbe hozva, míg végül képtelen biztosan visszaütni a labdát.

A fizikai vetélkedésekben és a játszógéppel játszható játékokban, közös az ellenfél és a saját magunk szokásaiból való tanulás. Ami a fizikai vetélkedésekre érvényes volt, érvényes az olyan küzdelmekre is, melyekben nagyobb az intellektuális rész, mint pl. a háború, vagy a háborút utánzó hadgyakorlat, ahol a tényleges tisztek katonai tapasztalataik alapját szerzik meg. Érvényes ez a klasszikus tengeri és szárazföldi háborúra ugyanúgy, amint az új és még ki nem próbált atomfegyverekkel vívott háborúra. Mindezek a küzdelmek mechanizálhatók valamilyen mértékig, hasonlóan az ostáblajáték tanulógépekkel történő mechanizálásához.

Nem képzelhető el nagyobb veszedelem a Harmadik Világháborúnál. Érdemes megfontolni, vajon a veszély egy része nem a tanulógépek ellenőrizhetetlen használatából ered-e? Ismételten hallottam állítani, hogy a tanulógépek nem hozhatnak új veszélyt, hiszen kikapcsolhatók, ha veszélyesnek találjuk további irányító tevékenységüket. De vajon tényleg kikapcsolhatjuk-e őket? Ahhoz, hogy jó hatásfokkal kapcsolhassuk ki a gépet, informálódva kell legyünk, elérkeztünk-e a veszély küszöbére. Az a tény, hogy mi állítottuk elő a gépet, önmagában még nem garantálja, hogy kellő információval rendelkezünk az időben történő kikapcsoláshoz is. Impliciten már szó volt erről, hiszen az ostáblajátszó gép megverheti programozóját, méghozzá igen rövid tanulás után. A modern digitális gépek működési sebessége magában véve is gátolja az ilyen veszély jelzésének észlelését és kivédését.

Valami feladatot elvégző nagyteljesítményű nem-emberi berendezések gondolata egyáltalában nem új. Az új az, hogy most már valóban vannak ilyen jellegű berendezéseink. A múltban az ilyen lehetőséget a mágia hatáskörébe utalták, és ebben a formában lett sok mese és legenda témája. Ezek a mesék alaposan feltárták a mágus morális helyzetét. A mágia legendás etikájának néhány vonását tárgyaltam már korábbi, *The Human Use of Human Beings* című könyvemben [6]. Itt most megismétlek valamit az ott tárgyaltakból, hogy a lényeg a tanulógépek új nézőpontjából tekintve pontosabban látható legyen.

Az egyik legismertebb mágus-mese Goethe *Zauberlehrling*je. Ebben a költeményben a varázsló mindenes inasát magára hagyja azzal a feladattal, hogy hordjon vizet. S mivel a fiú lusta volt és találékony, a seprűnyélre bízza a munkát, amelynek elmormolta a mesterétől hallott varázsszavakat. A seprűnyél engedelmesen elvégzi a munkát és — nem áll meg. A fiú már majdnem vízbefullad. Észreveszi, hogy nem tanulta meg, vagy elfelejtette a második varázsigét, amelyik megállítja a seprűnyelet. Kétségbeesésében fogja a seprűnyelet, eltöri a térdén, de ijedten látja, hogy így már két seprűnyél hordja a vizet. Szerencsére még mielőtt

minden elpusztult volna, visszatér a mester, kimondja a seprűt megállító varázsszót, s jól megszidja inasát.

Másik ilyen példa a halász és szellem meséje az Ezeregyéjszakából. A halász Salamon pecsétjével lezárt palackot húz ki a tengerből. Ebbe a palackba Salamon lázadó szellemet zárt be. A szellem füstfelhőben emelkedik ki. A hatalmas alak azt mondja a halásznak, hogy bár bebörtönözése első évében elhatározta, hogy megmentőjét hatalommal és szerencsével jutalmazza, most mégis úgy döntött, hogy megöli. A halásznak azonban szerencséjére sikerül visszabeszélnie a szellemet a palackba, s a tengerbe dobja.

Mindkét mesénél borzasztóbb a majommancs története, amit a század elején írt W. W. Jacobs angol író. Nyugdíjas angol ül asztalánál feleségével és barátjával, az Indiából hazatért brit törzsőrmesterrel. A törzsőrmester kiszáradt, zsugorodott majommancsot mutat vendéglátó gazdáinak. Elmondja, hogy amulett ez, egy szent embertől kapta Indiában, aki a sors kihívásának ostoba voltát akarta demonstrálni vele, ezért három ember három-három kívánságának a teljesítésére hatalmazta fel a mancsot.

A katona nem tudta, mi volt az első tulajdonos első két kívánsága, de azt tudta, hogy harmadiknak a halált kívánta. Ő maga, mondotta barátainak, a második tulajdonos, de nem akar saját tapasztalatainak borzalmáról beszélni. Tűzbe dobja a mancsot, de barátja kikapja, s elhatározza, hogy kipróbálja. Először 200 fontot kíván. Nemsoká kopognak az ajtón, s belép a vállalat tisztviselője, ahol fia dolgozik. Az apa értesül, hogy fia szerencsétlenség áldozata lett, és a vállalat minden további jogi követelés és felelősség elismerése nélkül vígaszdíj gyanánt kívánja a 200 fontot fizetni az apának. A fájdalom-sújtott apa második kívánsága, hogy térjen vissza a fia, és amikor másodszori kopogtatásra nyílik az ajtó, megjelenik valami, ami — és ezt az író nem ilyen szűkszavúan mondja el — a halott fiú szelleme. A harmadik kívánság már csak ez lehet: tűnjön el a kísértet.

Mindezekben a történetekben az a lényeg, hogy a mágia szolgálatai betűszerintiek. Arra tanítanak, hogy ha valamit akarunk, pontosan azt kell kérnünk, amire szükségünk van, s nem azt, amiről azt hisszük, hogy szükségünk van rá. Az új, valóságos tanulógépek szolgáltatásai ugyancsak betűszerintiek. Ha háború-megnyerésre programozzuk a gépet, jól meg kell fontolnunk, mit értünk „győzelem" alatt. A tanulógépet csak előzetes tapasztalatok alapján lehet jól programozni. Az egyetlen, nem közvetlenül katasztrofális tapasztalat a nukleáris háborúra vonatkozóan a hadgyakorlat. Ha azt akarjuk, hogy az itt szerzett tapasztalat valódi veszély esetén is eligazítson, akkor a programozó játékban alkalmazott győzelemértékeknek azonosnak kell lenni a valódi háború befejezése szempontjából fontosnak érzett értékekkel. Ha ezt figyelmen kívül hagyjuk, azonnali, visszavonhatatlan végveszélybe kerülhetünk. Viszont nem várhatjuk, hogy a gép kövesse érzelmi megalkuvásainkat és előítéleteinket, amelyekkel rávesszük önmagunkat, hogy győzelemnek nevezzük a rombolást. Ha győzelmet kérünk, s nem tudjuk mit jelent, kísértet kopogtat az ajtónkon.

Ennyit a tanulógépekről. Most még egy-két szót a szaporodógépekről. Ebben az összefüggésben egyformán fontos a *gép* szó és a *szaporodás* szó. A gép nemcsak anyagi forma, hanem művelet is, határozott feladatok elvégzésére. A szaporodás nem csupán kézzel fogható másolat létrehozása, hanem olyan másolat megalkotása, amely ugyan arra a funkcióra képes, mint az eredeti.

Két különböző szempontra kell itt figyelni. Az egyik tisztán elvi jelentőségű: vajon egyszerű funkciójú alkatrészekből lehet-e egyáltalán annyit venni, hogy a belőlük felépített gép elég bonyolult szerkezetű legyen és az önreprodukálás is funkcióihoz tartozzék? Ezt a kérdést igennel válaszolta meg Neumann János. A másik kérdés gyakorlati: Létezik-e tényleges operatív eljárás önreprodukáló gépek építésére? A következőkben a nemlineáris átviteleket (jelátalakítókat) tárgyaljuk a fenti két kérdés szempontjából. Az átvitelek a gépek elég általános osztályát képviselik, bár nem minden gépet.

Az átvitel olyan készülék, melynek bemenete az időtől függő egyetlen függvény; kimenete pedig az idő valamilyen más függvénye. A kimenetet teljesen meghatározza a bemenet múltja, két bemeneti függvény összeadása általában nem a megfelelő kimeneti függvények összegét adja. Minden (lineáris vagy nemlineáris) átvitel egyik tulajdonsága időeltolással szemben mutatott invarianciája. Végezzen a gép valamilyen műveletet; ha a bemenetet eltoljuk időben visszafelé, akkor a kimenet ugyanekkora időértékkel fog visszafelé eltolódni.

Önreprodukáló gépünk elmélete szempontjából alapvető a nemlineáris átvitel reprezentációjának kanonikus alakja. Itt az impedancia és az admittancia fogalma, amely a lineáris készülékek elméletében nagyon lényeges, nem teljesen adekvát. A kérdéses reprezentáció elvégzését illetően újabb módszerekre kell utalnunk, melyeket én [7] és Gábor Dénes [8], a londoni egyetem professzora dolgoztunk ki. Jóllehet Gábor professzor módszere és az én módszerem egyaránt nemlineáris átvitelek szerkesztését eredményezi, mégis abban a tekintetben mindkét módszer lineáris, hogy a nemlineáris átvitelt olyan kimenettel reprezentálja, amely azonos bemenetű nemlineáris átvitelek kimeneteinek az összege. Ezeket a kimeneteket változó lineáris együtthatókkal kombináljuk. Így a lineáris sorbafejtés elméletét lehet alkalmazni a nemlineáris átvitelek tervezésében és specifikációjában. S legfőképpen, ebben a módszerben a legkisebb négyzetek elvén alapuló eljárással kapjuk meg az alkotó elemek együtthatóit. Ha hozzávesszük még a készülékünk összes bemenetéből álló halmaz felett vett statisztikus átlagolást, lényegében az ortogonális függvény-

sorok elméletének egyik fejezetét kapjuk. A nemlineáris átvitelek elméletének egyik ilyen statisztikus bázisát meg lehet kapni az egyes esetekben használt bemenetek statisztikus múltjának tényleges vizsgálatával. Durván szólva ez Gábor professzor módszerének a lényege. Az én módszerem alapjában véve hasonló, de az én munkámban a statisztikai bázis kissé különböző.

Jól ismert, hogy az elektromos áramvezetés nem folytonos jelenség, hanem elektronok az egyenletestől statisztikus fluktuációk miatt eltérő sűrűségű árama. Ezek a statisztikus fluktuációk elég jól leírhatók a sörétzaj elméletével, amely a Brown-mozgás elméletéhez hasonló. Most csak annyit jegyezzünk meg, hogy elő lehet állítani készüléket igen specifikus statisztikus eloszlású standardizált sörétzaj generálására, ilyen készüléket már kereskedelmi árusításra is gyártanak. Jegyezzük meg, hogy a sörétzaj univerzális bemenetnek tekinthető, mivel elegendő hosszú időn át vett fluktuációi előbb-utóbb minden adott görbét approximálnak. Ezenkívül a sörétzajnak igen egyszerű integrálási és átlagolási elmélete van.

A sörétzaj statisztikájával kifejezve könnyen meghatározhatjuk ortonormált nemlineáris műveletek egy zárt halmazát. Ha ezen műveletekhez tartozó bemenetek statisztikus eloszlása sörétzajnak felel meg, akkor a készülékünk két részkészülékéhez, összetevőjéhez tartozó kimenet átlag szorzata (ahol az átlagot a sörétzaj statisztikus eloszlására kell vonatkoztatni) zérussal lesz egyenlő. Továbbá mindegyik részkészülék négyzetes középértéke egyre normalizálható. Az eredmény az lesz, hogy az általános nemlineáris átvitel ezen összetevőkben való kifejtése semmi egyéb, mint az ortonormált függvények jól ismert elméletének egyik alkalmazása.

Pontosabban, az egyes részkészülékek olyan kimeneteket adnak le, amelyek a bemenet múltjának Laguerre-koefficienseiben kifejezett Hermite-polinomok szorzatai. Mindezt részletesen tárgyaltam *Nonlinear Problems in Random Theory* című könyvemben.

Természetesen az első esetben nehéz átlagolni a lehetséges bemenetek halmaza felett. Ezt a nehéz feladatot azért lehet mégis megoldani, mert sörétzajszerű bemeneteknek metrikus tranzitivitás vagy ergodicitás néven ismert tulajdonságuk van. A sörétzajszerű bemenetek minden eloszlásparaméterétől függő bármely integrálható függvény időátlaga majdnem minden esetben egyenlő a függvénynek a lehetséges bemenetek halmaza felett vett átlagával. Ezért ki lehet választani két azonos sörétzajbemenetű részkészüléket, és meg lehet határozni szorzatuk átlagát a lehetséges bemenetek teljes halmaza felett, éspedig előbb szorzatukat véve, s azután átlagolva az idő szerint. Ezen folyamatokhoz szükséges műveletek repertoárja nem tartalmaz egyebet potenciálok összegezésénél és szorzásánál és az időszerinti átlagolás műveleténél. Mindezek elvégzésére vannak eszközök. Gábor professzor módszeréhez ugyanazok az eszközök szükségesek, mint az enyémhez. Egyik tanítványa különösen hatékony és olcsó szorzóeszközt dolgozott ki, amely két mágneses tekercs vonzásának kristályra gyakorolt piezoelektromos hatásán alapul.

Ezzel azonban utánozni tudjuk bármely ismeretlen nemlineáris átvitelt rögzített karakterisztikájú és beállítható koefficiensű nemlineáris tagok összegével. A koefficiens meghatározható, mint az ismeretlen átvitel és egy ismert átvitel kimeneteinek átlag szorzata, feltéve, hogy ugyanazt a sörétzajgenerátort kapcsoltuk mindkettő bemenetéhez. Mármost ahelyett, hogy ezt az eredményt egy eszköz skáláján számolnánk ki és azután kézzel vinnénk át a megfelelő átvitelre, s így produkálnánk a készülék darabonkénti utánzatát, minden nehézség nélkül automatizálhatjuk a koefficiensek átvitelét a visszacsatoló készülék darabjaira. Így voltaképpen „fehér dobozt" sikerült csinálnunk, amely potenciálisan felveheti bármely fekete doboz (bármely nemlineáris átvitel) karakterisztikáit, azután sikerül neki ezt adott fekete doboz átvitelhez hasonlóra formálni, ugyanazon véletlen bemenetnek vetve alá mind a kettőt, és az ebből nyert ismeret alapján megfelelő módon kapcsolva a struktúrák kimenetét. Így a helyes kombináció a mi közbeavatkozásunk nélkül jön létre.

Kérdés, hogy a fentiek filozófiai szempontból tekintve nagyon különböznek-e attól, ami akkor történik, mikor a gén mintaként szerepel ugyanazon gén újabb molekulájának nukleotidokból való képződésénél, vagy amikor a vírus a gazda anyagaiból saját formájára felépít egy újabb ugyanolyan vírusmolekulát mint ő maga. Legkevésbé sem állítom, hogy a két folyamat részletei azonosak, csupán azt, hogy a két folyamat filozófiai szempontból nagyon hasonló.

Norbert Wiener

(Részlet a „Cybernetics" című könyvéből. Fordította *Vekerdi László*)

IRODALOM

[1] *Huxley, J., Evolution: The Modern Synthesis*, Harrer Bros., New York, 1943.

[2] *Neumann, J. von, and O. Morgenstern, Theory of Games and Economic Behaviour*, Princeton University Press, Princeton, N. Y., 1944.

[3] *Wiener, N., Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications*, The Technology Press of M. I. T. and John Wiley et. Sons, New York, 1949.

[4] *Samuel, A. L.*, "Some Studies in Machine Learing, Using the Game of Checkers", *IBM Journal of Research and Development*, 3, 210—229 (1959).

[5] *Watanabe, S.*, "Information Theoretical Analysis of Multivariate Correlation", *IBM Journal of Research and Development*, 4, 66—82 (1960).

[6] *Wiener, N., The Human Use of Human Beings; Cybernetics and Society*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1950.

[7] *Wiener, N., Nonlinear Problems in Random Theory*, The Technology Press of M. I. T. and John Wiley et. Sons, Inc., New York, 1958.

[8] *Gábor D.*, "Electronic Inventions and Their Impact on Civilization" *Inaugural Lecture*, March 3, 1959, Imperial College of Science and Technology, University of London, England.

A polarizációs mérések jelentősége a csillagászatban

A poláros fény leírása és mérése

Mindazok az ismeretek, amelyeket az asztrofizikusok évszázadok alatt összegyűjtöttek, kevés kivételtől eltekintve az égitestek és az intersztelláris anyag által kibocsátott elektromágneses sugárzás különböző tulajdonságainak vizsgálati eredményeiből következnek. A fennálló kevés kivétel közé kell sorolni a meteoritek és a kozmikus sugárzás vizsgálatából, valamint az egészen közeli múltban egyes bolygókon szatellitákkal végzett másirányú mérésekből származtatott eredményeket. Serkowsky megfogalmazása szerint az elektromágneses sugárzásnak azok a jellemző paraméterei, melyek megfigyeléséből az összes következtetések adódtak, a sugárzás iránya, intenzitása, spektrális energiaeloszlása és polarizációs állapota a hullámhossz függvényében.

Az iránymméréseknek — gondoljunk csak a pozíciós csillagászatra, valamint annak technikai alkalmazásaira (navigáció, földmérés, időszámítás stb.) — évszázados hagyományai vannak. A színképelemzés és a többszínfotometriai módszerek az elmúlt évszázad alatt az asztrofizikai kutatás bevett és igen hasznos segédeszközévé váltak. (Ezekről a kutatásokról és vizsgálati módszerekről magyar nyelven a Csillagászati Évkönyvben jelent meg már számos ismertetés*.) Más a helyzet azonban azokkal a vizsgálatokkal kapcsolatban, amelyek a különböző forrásokból hozzánk érkező sugárzás polarizációs állapotának vizsgálatára irányulnak. Ilyen vizsgálatok korábban meglehetősen szórványosak voltak és az eljárások csak napjainkban terjedtek el. A fény polarizációs vizsgálata elsősorban a kristályoptika és a műszergyártás területén volt jelentős. Így nem lehet azon megütközni, hogy nagy általánosságban az említett területek specialistáin kívül nem ismerik a polarizált fény leírására kialakult matematikai módszereket, annak ellenére, hogy G. G. Stokes a róla elnevezett és a csillagászati gyakorlatban leginkább használt paramétereit már 1852-ben megalkotta a fény polarizációs állapotának számszerű jellemzésére.

Újabb keletűek azok a számítási eljárások, amelyek a fény polarizációs állapotának változását írják le valamely rendszeren való áthaladás közben. Indokolt tehát, hogy körvonalazzuk azokat a lehetőségeket, amelyek a csillagfény polarizációs állapotvizsgálatánál fennállnak, valamint azokat a berendezéseket, amelyeket alkalmaznak a polarizáció mérésére. Mielőtt azonban rátérnénk a technikai megoldások vázlatos ismertetésére, néhány szóban összefoglaljuk az előbb említett matematikai módszereket.

Továbbiakban egy kvázimonokromatikus sugárnyalábról beszélünk. Ez alatt azt értjük, hogy a sugárnyaláb eléggé monokromatikus ahhoz, hogy a hullámhossz-változások hatását figyelmen kívül hagyhassuk, de eléggé széles frekvenciatartományú ahhoz, hogy gyakorlatilag polarizálatlan fény előfordulhasson. Mint ismeretes, egy nagymértékben monokromatikus fénysugár nagymértékű polarizációt is mutat. Azzal a megszorítással, hogy a fény egy választott koordinátarendszer z tengelyének irányában terjed, egy elektromágneses síkhullám derékszögű koordinátáit a következő egyenletek szolgáltatják:

$$E_x = a_1 \cos(\tau + \delta_1),$$
$$E_y = a_2 \cos(\tau + \delta_2), \qquad (1)$$
$$E_z = 0.$$

Az (1) egyenletből τ eliminálásával következik, hogy

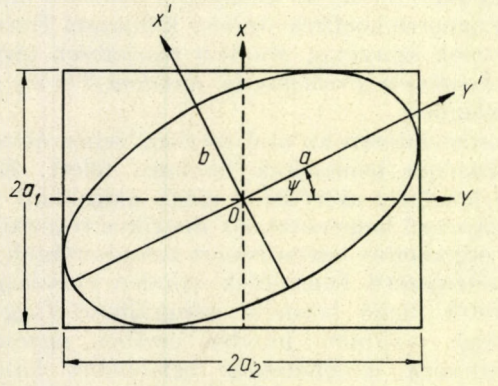
$$\left(\frac{E_x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{a_2}\right)^2 - 2\,\frac{E_x E_y}{a_1 a_2}\cos\delta = \sin^2\delta, \qquad (2)$$

ahol $\delta = \delta_2 - \delta_1$ a fáziskülönbség.

Ha az együtthatókból alkotott determináns nem negatív,

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{a_1^2} & -\frac{\cos}{a_1 a_2} \\ -\frac{\cos\delta}{a_1 a_2} & \frac{1}{a_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_1^2 \cdot a_2^2}[1 - \cos^2\delta] =$$
$$= \frac{\sin^2\delta}{a_1^2 a_2^2} \geq 0, \qquad (3)$$

akkor (2) egy ellipszis* egyenlete, mely a komponensek amplitúdóival és a δ fáziskülönbséggel a legáltalánosabb tiszta polarizációs állapotot írja le. (1. ábra.)



1. ábra. Az elektromos vektor végpontjának pályája elliptikusan poláros fénynél.

Lényeges a polarizáció olyan x', y' rendszerben való kifejezése, mely az x, y koordináta tengelyekhez képest ψ szöggel el van forgatva, mivel a gyakorlatban a választott koordináta rendszer és a polarizáció iránya rendszerint különböző.

*Lásd pl. Csillagászati Évkönyv az 1965. évre, 185 old.

* Beleértve — mint határeseteket — a kört és az egyenes szakaszt is.

Könnyen belátható, hogy ilyen esetben a fény polarizációs állapota, a polarizációs ellipszis tengelyarányával $\left(\frac{b}{a} = \operatorname{tg}\chi\right)$ és az ellipszis nagytengelyének a koordináta rendszer tengelyével bezárt szögével (ψ) jól jellemezhető. Bevezetve az amplitúdó arányára a $\frac{a_2}{a_1} = \operatorname{tg}\alpha$ jelölést, a_1, a_2, δ és a, b, ψ között a következő összefüggések állnak fenn:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= a_1^2 + a_2^2 , \\ \operatorname{tg} 2\,\psi &= \operatorname{tg} 2\alpha \cos\delta , \\ 2\,\chi &= \sin 2\alpha \sin\delta . \end{aligned} \tag{4}$$

Az itt szereplő mennyiségek direkt meghatározása, minden szemléletességük ellenére sem lehetséges. Stokes olyan paramétereket vezetett be, ahol az amplitúdók négyzetei szerepelnek, ezek a paraméterek intenzitás dimenziójúak, és így a fotometriában használatos detektorokkal jól mérhetők.

Egy monokromatikus síkhullám Stokes paraméterei:

$$\begin{aligned} I &= a_1^2 + a_2^2 , \\ Q &= a_1^2 - a_2^2 , \\ U &= 2a_1 a_2 \cos\delta , \\ V &= 2a_1 a_2 \sin\delta . \end{aligned} \tag{5}$$

Az első mennyiség az intenzitást jelenti, míg a többi három a polarizációs állapotra jellemző. Ha a fény teljesen polarizált,

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 . \tag{6}$$

A (4) összefüggések szerint ezek a paraméterek kifejezhetők a, b, és ψ segítségével is.

A gyakorlatban mindig elemi hullámok szuperpozíciójával kell számolni, ha ezek az elemi síkhullámok inkoherensek, az eredő fény polarizációs állapotára jellemző Stokes-paraméterek az elemi hullámokra vonatkozó paraméterek összegei lesznek. Ha a hullámvonulatban az összes elemi hullám a_1, a_2 komponenseinek fáziskülönbsége δ = konstans, teljesen polarizált fényt kapunk. Ha δ és χ minden lehetséges értéket azonos gyakorisággal vesz fel, a fény teljesen polarizálatlan. Ha δ és χ értékei bizonyos tartományba esnek, vagy az előfordulás gyakorisága nem egyenletesen oszlik meg, a fény részlegesen polarizált.

Ez utóbbi esetben a fényt egy teljesen polarizált I_p intenzitású és egy $I - I_p$ intenzitású polarizálatlan komponens összetételének foghatjuk fel, melyre a Stokes paraméterek

$$\begin{pmatrix} I_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I - I_p \\ I_p \cos 2\chi \\ I_p \sin 2\chi \cos\delta \\ I_p \sin 2\chi \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ I_p \cos 2\chi \\ I_p \sin 2\chi \cos\delta \\ I_p \sin 2\chi \sin\delta \end{pmatrix} \tag{7}$$

$\frac{I_p}{I} = P$ definíció szerint a polarizáció foka. Meg kell itt jegyezni, hogy polarizációs fokként szokásos a

$$p = \frac{a_2^2 - a_1^2}{a_2^2 + a_1^2} \tag{8}$$

mennyiség használata, melyre fennáll

$$p = P \cos 2\chi \leq P , \tag{9}$$

vagyis p a lineáris polarizáció esetétől eltekintve mindig kisebb P-nél. Különösen szembetűnő eset, amikor a fény teljesen cirkulárisan polarizált. Akkor $\chi = \pi/4$ és $P = 1$, p pedig eltűnik.

Az eddigiekben egy kvázimonokromatikus, inkoherens komponensekből álló elektromágneses síkhullám polarizációs állapotát írtuk le. Heterokromatikus fény esetében a sugárzás természete dönti el, milyen széles sávban jogosult a fény jellemzésére az összetevő monokromatikus hullámokra érvényes Stokes paraméterek összegeit elfogadni.

Ha a fény egy optikai rendszeren, pl. szóró közegen (intersztelláris anyagon), távcsövön, a polarizációs állapot meghatározására szerkesztett analizátoron stb. halad át, polarizációs állapota és intenzitása megváltozik. Tapasztalat szerint ez a változás olyan, hogy a kilépő fény Stokes-paraméterei a belépő fény hasonló paramétereinek lineáris kombinációi. A legálalánosabb esetben tehát

$$\begin{pmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} , \tag{10}$$

ahol I, Q, V a belépő, I', Q', U', V' a kilépő sugárnyaláb Stokes paraméterei.

Egyszerű esetben, pl. egy tökéletes lineáris polarizátornál (amilyen jó közelítésben pl. egy Wollaston prizma), ha az abszorpciót elhanyagoljuk, a mátrix legtöbb eleme zérus. Ha a polarizátor tengelye vízszintes, a mátrix a következőképpen alakul:

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Ha erre a polarizátorra egységnyi intenzitású természetes fény esik (melynek Stokes-paraméterei 1, 0, 0, 0), akkor

$$\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ,$$

azaz a kilépő fény 1/2 intenzitású és vízszintes polarizációt mutat (a Q paraméter pozitív). A felhozott ideális esetben a transzformáció eredménye a számítás elvégzése nélkül is azonnal áttekinthető ugyan, de a gyakorlatban a számításnak jelentős szerep jut, mert a készülékekbe beépített elemek az ideális esetet csak többé-kevésbé közelítik meg.

A számítás alapgondolatából adódik, hogy több elemet tartalmazó optikai rendszer tulajdonságai olyan mátrixszal írhatók le, mely az egyes elemekre vonatkozó mátrixok szorzataként áll elő.

Az egyes mátrixok sorrendje természetesen nem cserélhető fel. Egymásutánjuknak szigorúan meg kell felelnie az optikai rendszerben megvalósított sorrendnek.

Példaként megemlítjük a kereskedelemben is kapható cirkuláris polarizátort, mely egy lineáris polarizátorból és egy 90°-os késleltetőből áll, melynek tengelyei egymáshoz képest 45°-ot zárnak be. Megint az ideális esetre szorítkozva

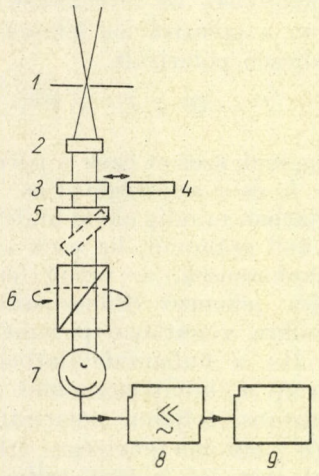
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 1/2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Az eredményül kapott mátrix a polarizálatlan fény paramétereit a cirkulárisan polarizált fényt jellemző Stokes-paraméterekbe viszi át.

A gyakorlatban sok problémát okoz a műszerben keletkező polárosság. Még szimmetrikus felépítésű távcsöveknél is a tükör alumínium-bevonatának hibája a fény polarizációs állapotának megváltozását idézi elő. Fokozottabb mértékű a műszeres polarizáció Newton vagy Coudé rendszerű teleszkópoknál. Az előbb ismertetett számítás segítségével azonban megadható és korrekcióba vehető a műszeres polarizáció, csak a műszerre vonatkozó mátrixot kell a berendezésre meghatározni. Ez a legáltalánosabb esetben 16 db együttható ismeretét kívánja meg. Ezek meghatározására négy különböző ismert polarizációs állapotú fénynyalábot bocsátunk a berendezésbe, és mérjük a kilépő fény Stokes-paramétereit. Az együtthatók meghatározása a (10) egyenlethez hasonló négy mátrixalgebrai összefüggésből történhet. A számítás legegyszerűbb, ha teljesen polarizálatlan, vízszintesen illetve 45°-ban lineárisan polarizált és teljesen cirkulárisan polarizált fényt alkalmazunk az analízisnél.

Az előzőek után tartozunk még a Stokes-paraméterek meghatározására szolgáló módszerek és berendezések ismertetésével. Mivel ezek a paraméterek mind intenzitás dimenziójúak, azok meghatározása egy jól definiált optikai analizátoron keresztül, különböző szöghelyzetekben mért intenzitások különbségeiből történhet. Egy célszerűen megválasztott analizátor valamely lineáris polarizátorból (pl. Wollaston prizma) és fotométerből állhat. Egy ilyen prizmából kilépő két sugár a beeső fény két egymásra merőlegesen polarizált komponense. Ha a berendezést az optikai tengely körül elforgatjuk, meghatározható a (9) egyenletben definiált **p** polarizációs fok, valamint a polarizáció iránya. Mint az egyenlettel kapcsolatban már megjegyeztük, az így meghatározott polarizációs fok csak lineárisan polározott fény esetében jellemző, általános esetben azonban megtévesztő lehet. Teljesen cirkulárisan polarizált fényre az analizátor forgatása nem okoz a detektoron intenzitás változást, annak ellenére, hogy a fény teljesen polarizált. Ha ilyen esetben a lineáris polarizátor elé egy 90°-os késleltetőt vagy más néven egy $\lambda/4$-es lemezt teszünk, az a cirkulárisan poláros fényt teljesen lineárisan polározottá alakítja át, mely a detektoron jól mérhető intenzitás változást eredményez.

Ilyen elven működik Hall és Mikesell polarimétere (2. ábra). A távcsőből kilépő fényt egy kollimátorlencse párhuzamosítja, mely után a párhuzamosan sugárnyalábba állandó szögsebességgel forgó Glan-Thompson prizmát helyeznek el a detektor előtt. A teljes analízis elvégzéséhez szükséges retardert a prizma előtt azonos abszorpciójú, ömlesztett kvarcból készült lemezzel lehet felváltani. A detektorhoz váltóáramú erősítő csatlakozik, kimenetén vonalíróval. A vonalíró skáláját egy a fényútba beépített, 30°-ra megdönthető, ismert polarizációt eredményező üveglemez segítségével lehet kalibrálni.



2. ábra. Hall és Mikesell polarimétere. 1. diafragma — 2. kollimátor lencse — 3. kvarclemez — 4. $\lambda/4$-es késleltető — 5. üveglemez — 6. Glan-Thompson prizma — 7. detektor — 8. váltóáramú erősítő — 9. vonalíró.

A mérési eredményeket meghamisító műszeres polarizáció eliminálásának módjáról már az előzőekben szó esett. Más jellegű ún. állandó hibák azonban még terhelik az eddig ismertetett mérési módszert. (A statisztikus hibákat, mint ismételt mérésekkel jól behatárolhatókat, most nem vizsgáljuk.) Amint az eddigiekből látszik, az analízis jól végrehajtható olyan szűk hullámhossz tartományban, melyben a műszer abszorpciójának

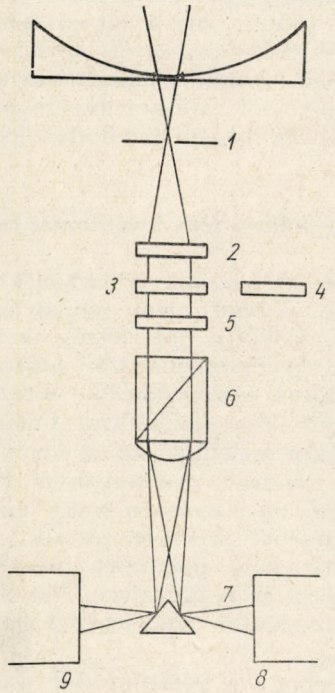
szelektivitása, és a kettőstörő elemek diszperziója elhanyagolható. Az abszorpció hatása optikai anyagok (üveg, kvarc) alkalmazása esetében — legalábbis a látható hullámhossz-tartományban, és annak közvetlen környezetében — figyelmen kívül hagyható anélkül, hogy abból lényeges hibák származhatnának. Ezzel szemben a mért eredményeket teljesen meghamisítja, ha az egyetlen hullámhosszra 90°-os retardert csak kis mértékben is eltérő hullámhossznál alkalmazzuk. P. Violino egy kettőstörő lemezekből álló kombinációt ismertet, melynek késleltetése széles hullámhossz tartományban szabályozható. Egy ilyen lemezkombinációnak nagy szerepe lehet a csillagfény egyes színképvonalainak pontos polarizációs analízisénél, annál is inkább, mert egyetlen csillám, kvarc vagy más kettőstörő anyagból készült késleltető amellett, hogy mindössze egyetlen vonalra használható, rendszerint csak néhány fok hibával készíthető el.

A spektrumvonalak Zeeman felhasadásának méréséhez természetesen igen nagy teljesítőképességű távcsövekre van szükség.

A legmodernebb fényelektromos fotométerekkel, és a legnagyobb távcsövekkel 20—21 magnitúdójú csillagok pontos fotometrálása lehetséges, 23-adrendű csillagokról mérhető jel pedig a zaj nagyságrendjébe esik. A fenti mérésnél a felfogott sugárzás teljesítményének azonban csak tört része esik a kérdéses vonalra, a teljesítőképesség így a sugárzás teljesítmény- eloszlásától illetve a színképvonal kiválasztásától függően kedvező esetben is 10—13 magnitúdóra csökken. Mint az előzőekből látszik, a Stokes- paraméterek meghatározása az analizátor különböző állásainál mért intenzitások különbségéből számítható. Ha 0,1% polarizációt kívánunk kimutatni, úgy az ehhez tartozó jelkülönbségeknek a detektor zajából még ki kell emelkednie, és ez a teljesítőképességet még további 5—6 magnitudóval rontja. Babcock a Palomár-hegyi 5 méteres távcsővel hetedrendű csillagok polarizációs állapotát tudta vizsgálni oly módon, hogy a 0,1%-os polarizáció már kimutatható volt. Egy 50 cm-es teleszkóppal optimális körülmények között 14—16 fényrendű csillagok fotometrálhatók. Ilyen esetben színképvonalak polarizációs analízisét megkísérelni sem érdemes. Természetesnek adódik, hogy módszert kell találni az analízis széles spektráltartományban való elvégzéséhez. A vizsgált spektráltartomány kiszélesítése azonban számos problémát vet fel. Vegyük alapul pl. az UBVR rendszer 1000—2000 Å széles sávjait. Egy ilyen sávon belül a műszeres polarizáció és az abszorpció hullámhossz függése általában elhanyagolható, és nem okoz problémát a lineáris polarizátor diszperziója sem. Az átlagos polarizációs fok meghatározása lineárisan polározott fényre tehát minden további nélkül keresztülvihető. Elliptikusan polározott fény esetében azonban a komponensek fázisviszonyait az analízishez meg kell változtatni. Ennek késleltetése — mint már utaltunk rá — a hullámhossz függvényében erősen változó. A témával foglalkozó kutatók a problémát azzal kerülik meg, hogy feltételezik a csillagfény részleges lineáris polarizációját. A MTA Csillagvizsgáló Intézetében épülő, és már említett berendezésben a probléma megoldására olyan lemezkombinációt kívánunk beépíteni, melynek késleltetése a kérdéses hullámhossz tartományon belül jó közelítéssel mindenütt 90°. A berendezés lényegében itt tér el a Lyot—Dollfus polarimétertől. S. Pancharatnam szerint ilyen kombináció készíthető három megfelelő késleltetésű kettőstörő lemez meghatározott tengelyirányokkal való egymás után helyezésével. A lemezkombináció alkalmazásával az átlagos polarizációs fok meghatározása részlegesen elliptikus polározott fényre is kiterjeszthető.

A választott széles sávon belül azonban várható, hogy a sugárzás polarizációs foka hullámhosszról hullámhosszra változik.

A Hall-Mikesell polariméterben alkalmazott váltóáramú erősítés mentes a nullpont-vándorlás okozta hibáktól. A berendezés ezen nagy előnye mellett azonban jelentős hátránya, hogy az alkalmazott egyfényutas megoldásnál a teljesítőképesség határait megszabó zaj főként a szcintilláció eredménye. Polarizációs méréseknél intenzitáskülönbségek meghatározása a feladat. Két detektor alkalmazásával elérhető a légköri törésmutató változásából eredő zajok kiküszöbölése. Ezt az eljárást először B. Lyot (1948) alkalmazta. Hiltner és Dollfus (1958), az elv változatlanul hagyása mellett, a készülék precizitását számottevően javították. A 3. ábrán egy ilyen rendszerű ún. ellipszométert mutatunk be, mely jelenleg a MTA Csillagvizsgáló Intézetében építés alatt van.



3. ábra. A MTA Csillagvizsgáló Intézetében építés alatt álló ellipszométer vázlata. 1. diafragma — 2. kollimátor lencse — 3. akromatikus késleltető — 4. összetett kvarclemez — 5. színszűrő sorozat — 6. Wollaston prizma — 7. alumíniumozott tükör — 8—9. fotodetektorok.

A Stokes-paraméterek ilyen típusú berendezésekkel való konkrét meghatározási módszere helyett a működésre vonatkozó néhány kvalitatív megjegyzést teszünk.

Ha az analizátor forgatásával nincs intenzitás változás, és ugyanez a helyzet a retarder közbeiktatásakor is, a fény természetes azaz polarizálatlan. Ha a retarder közbeiktatásával 0 intenzitás van az analizátor egy meghatározott állásánál, akkor a fény teljesen cirkulárisan polarizált. Ha az analizátor forgatásával csak fényváltozás van, a fény részlegesen cirkulárisan polarizált. Ha a retarder fényútba helyezése nélkül is van intenzitás változás, és a detektor egy szöghelyzeténél kioltás van, akkor a fény teljesen lineárisan polarizált. Ha az intenzitás csak változást mutat, és a $\lambda/4$-es késleltetőnek a mért maximális irányba mutató tengelyállása mellett kioltás tapasztalható, a fény teljesen elliptikusan polarizált; ha ebben az állásban maximum van, a fény részlegesen síkpolarizált. Végül, ha a retarder más szöghelyzeténél van maximum, akkor a fény részlegesen elliptikusan polarizált és ezzel az összes lehetséges esetet kimerítettük. Természetesen a különböző irányokban mért intenzitás különbségekből a Stokes paraméterek pontos értékei is meghatározhatók.

Ennek a változásnak a mértéke attól függ, hogy a csillagfény egyes komponensei milyen fizikai folyamatok következményei, és az egyes folyamatokból származó sugárzások intenzitása milyen arányban áll egymáshoz képest. Hullámhosszfüggő az intersztelláris anyagon való szóródás és polarizáció is. Míg a spektrumvonalak Zeeman felhasadásából az egyes vonalösszetevők polarizációs analízisével pl. a mágneses tér erősségére és irányára (pontszerűnek látszó források esetében dipol tér feltételezésével) egyértelmű következtetést lehet levonni, szélessávú esetben az analízis eredményeiből való következtetés lényegesen bonyolultabb és inkább kvalitatív jellegű.

A kozmikus poláros fény keletkezése és vizsgálata

A világűrből hozzánk érkező elektromágneses sugárzás nagyszámú elemi emissziós folyamat szuperponálódásaként jön létre, melyek mindegyike bár tökéletesen polarizált sugárzást szolgáltat, statisztikus összegződésük általában mégis nem polarizált végeredményt ad. Polarizált sugárzást csak akkor észlelünk, ha az elemi emissziókat valamilyen rendező mechanizmus befolyásolja. Ez a rendező mechanizmus vagy már a sugárzás keletkezésénél szerepet játszik, vagy pedig az eredetileg nem polarizált primér sugárzást később alakítja át polarizálttá. Természetét polarimetriai vizsgálatok segítségével határozhatjuk meg.

Érthető, hogy a polarimetriai vizsgálatok az asztrofizikai kutatásokban igen fontos területet foglalnak el. Az itt fellépő polarizációs jelenségek, a lejátszódó fizikai folyamatok szerint csoportosítva, vázlatosan a következőkben összegezhetők.

I. Atomi méretű részecskéken való szórás

1. *Kontinuus sugárzás* esetén a relatíve egyszerűen, klasszikus keretek között is jól értelmezhető Thomson-szórásról (szabad elektronokon) és Rayleigh-szórásról (szabad atomokon, illetőleg molekulákon) van szó. Ebben az esetben az általában részlegesen lineárisan polározott szórt fény polarizációs foka (p) csak a szóródási szögtől (Θ) függ:

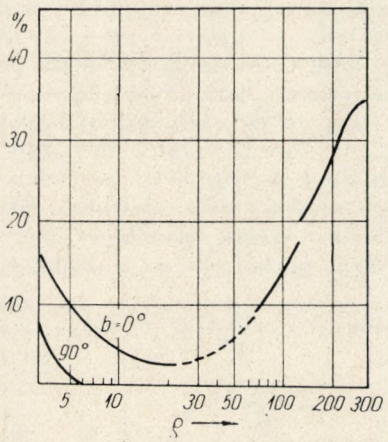
$$p = \frac{\sin^2 \Theta}{1 + \cos^2 \Theta}. \tag{12}$$

Tekintve, hogy kozmikus viszonyok között általában nem létezik egy egyértelműen megadható szórási sík (mivel a sugárzás a szóró részecskére többé-kevésbé nagy térszögből esik), a polarizáció foka a beeső sugárzás anizotrópiájától is függ. Thomson-szórás leginkább a fiatal, forró csillagok erősen ionizált atmoszférájában, a protuberanciáknál és a napkoronában fordul elő. Alacsonyabb hőmérséklet mellett a neutrális hidrogénatomokon való Rayleigh-szóródást kell figyelembe venni, mégpedig a szóráskoefficiens értékének λ^{-4}-től való függősége miatt főként a rövidhullámhosszú spektráltartományban.

A csillagok fotoszférájából érkező sugárzás a szélsötétedés következtében csak gyengén polarizált (a sugárzó korong szélén, ahol a polarizáltság foka a legmagasabb, a felületi fényesség a legkisebb), ezzel szemben a protuberanciáknál és a belső napkoronánál 15—40%-os polarizációt észlelünk. (Itt a polarizációt főként a szabad elektronokon végbemenő Thomson-szórás okozza, így az elektronsűrűség jól meghatározható.) Az utóbbi esetben 1,5 naprádiusznál a legerősebben polarizált a sugárzás. Ez a megfigyelési tény azzal magyarázható, hogy míg a külső koronánál megfigyelt kontinuum jelentős hányadát porrészecskéken szóródott, nem polarizált sugárzás teszi ki, addig a belső részekről erdő kontinuus sugárzás majdnem kizárólag szabad elektronokon történő szóródásból ered.

Érdekes polarizációs effektussal találkozunk a Naptól olyan távol, ahol a korona már az állatövi fénybe megy át (4. ábra). A megfigyelések szerint a polarizáltság foka 70 naprádiusznál nagyobb távolságokon rohamosan növekszik. A jelenség oka még nem teljesen tisztázott. Az állatövi fény színképében fellelhető Fraunhofer-vonalak arra utalnak, hogy itt — legalábbis részben — olyan porrészecskéken szórt sugárzásról van szó, melyek mérete jelentősen meghaladja a sugárzás hullámhosszát. A részecskéknek polarizáló hatása is van, igen kérdéses azonban, hogy elegendő mértékű-e. Ma a kutatók általában azon a véleményen vannak, hogy az észlelt nagyfokú polarizációt a szabad elektronokon való Thomson-szórás nélkül nem lehet kielégítően megmagyarázni. Végső döntés azonban majd csak a porrészecskék természetének pontosabb megismerése után születhet.

Thomson-szórás által létrehozott polarizációra gondol az ember, a fiatal, forró csillagok erős



4. ábra. A korona és az állatövi fény polarizáltságának foka a Naptól való távolság (naprádiusz egységekben) függvényében.

szélsötétedésével együttjáró anizotrópia következtében, e csillagok pereméről érkező sugárzás esetében is. S. Chandrasekhar számításai szerint a szabad elektronokon való szóródás hatására a polarizáltság foka kb. 12%. W. A. Hiltner fedési változókon végrehajtott megfigyelései kezdetben az elméleti következtetéseket látszottak igazolni, később azonban ugyanő pontosabb fotoelektromos mérések alapján kiderítette, hogy a polarizáció a fedési folyamat fázisától egyáltalán nem függ, és így nem lehet sztelláris eredetű. Ez a felismerés vezetett a csillagközi anyag polarizáló hatásának felfedezéséhez. Az intersztelláris polarizációra a későbbiekben még részletesen kitérünk.

2. *Színképvonalak* esetében akkor figyelünk meg polarizációt, ha azok koherens szóródás (pl. fluoreszcencia) következtében állnak elő. A polarizáltság foka a szóródási szögön kívül függ attól is, hogy milyen vonalról van szó, és a következő képlettel írható le (mely (12) általánosításának tekinthető):

$$p = \frac{p\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin^2\Theta}{1 + p\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos^2\Theta} \qquad (13)$$

ahol $p\left(\frac{\pi}{2}\right)$ a rezonancia-fluoreszcencia Heisenberg-féle kvantumelméletéből számítható. Értéke — a szóban forgó rezonancia-vonaltól függően — 0 és 1 között változik. Ha külső mágneses tér is jelen van, a polarizáció síkját a mágneses erővonalak szabják meg, így polarizációs mérések útján az erőtér iránya meghatározható.

Fluoreszcencia jelenségen alapuló polarizációt eddig a napperem néhány abszorpciós vonalánál, valamint a protuberanciák, a napkorona, az üstökösök és a planetáris ködök emissziós vonalainál mutattak ki. A polarizáltság foka kedvező esetben az említett abszorpciós vonalaknál 1%, a protuberanciáknál 1—2%, az üstökösöknél 10%, és a napkoronánál a 40%-ot is elérheti.

II. Porrészecskéken való szórás

A kozmikus porrészecskék által okozott szórási jelenség sokkal nehezebben követhető elméleti számítások segítségével, mint az eddig tárgyalt folyamatok. Átfogó elmélet még nem is létezik ezen a téren, csak bizonyos speciális esetekre dolgoztak ki kalkulációs módszereket. Így a porrészecskék mérete (a) és a szóródó fény hullámhossza (λ) közötti viszonyt tekintve $a \gg \lambda$ esetén a reflexió, refrakció és diffrakció-elméletét, $a \ll \lambda$ esetén a Rayleigh-Gans-elméletet, míg $a \approx \lambda$ esetén a Mie-elméletet alkalmazzuk. Ez utóbbit teljes általánosságban csak gömb alakú részecskékre (és egyes speciális esetekben hengerekre) fejlesztették ki. A szórt sugárzás tulajdonságait — így polarizáltságát is — a szórási szögön kívül a porrészecskék nagysága, formája és anyagi minősége határozza meg. Ezen jellemzőket elvileg polarizációs, valamint többszínfotometriai mérésekkel lehet meghatározni, az átfogó elmélet hiánya miatt azonban jelenleg még csak nagyon bizonytalanul.

1. *A szórási szög zérus* ($\Theta = 0$). Ezzel az esettel a csillagok fényének intersztelláris polarizálódásánál találkozunk. Hogy ilyen intersztelláris polarizáció valóban létezik, azt főként a következő megfigyelési tények támasztják alá:

a) A polarizáció független a spektráltípustól.

b) A közeli csillagok fénye vagy egyáltalán nem, vagy csak csekély mértékben poláros; a távoli csillagoké gyakran erősen polarizált.

c) Egymáshoz (térben) közel fekvő csillagoknál általában azonos fokú és irányú polarizációt észlelünk.

d) A polarizáció csak látszólag függ az abszolút fényességtől, és itt tulajdonképpen helytelen mintavételből eredő effektusról van szó. A nagyluminozitású csillagok ugyanis átlagosan távolabb fekszenek tőlünk, mint a gyengébben sugárzók.

e) A csillagfény polárossága elsősorban a Tejútrendszer fősíkja mentén figyelhető meg, és mint tudjuk, itt a legsűrűbb az intersztelláris anyag.

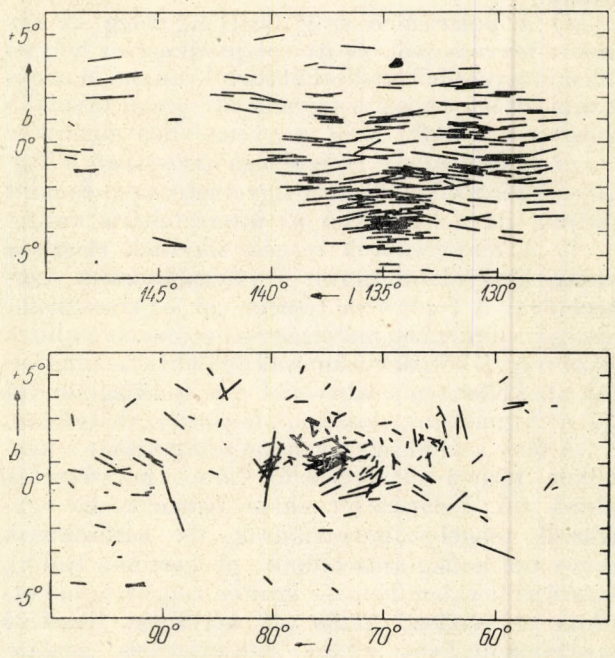
f) A fényvektorok rezgési síkjának eloszlása szoros kapcsolatot mutat Tejútrendszerünk szerkezetével. A Tejút azon részein, (pl. a Perseusban,) ahol egy spirálkarra merőlegesen nézünk, az említett síkok nagyjából párhuzamosak a galaktikus equatorral, ahol ellenben a látóvonal egy spirálágban fut (pl. a Cygnusban), eloszlásuk teljesen szabálytalan.

A fény szóródását s vele polarizálódását a kozmikus térben elhelyezkedő finom porszemcsék idézik elő. Polarizációt akkor okoznak, ha egyrészről tengelyszimmetrikusak, de aszférikusak (vagy optikailag anizotrópok, pl. kettősen törők), másrészről valamilyen — szintén tengelyszimmetrikus — rendező hatás alá kerülnek. Rendező mechanizmusként eddig intersztelláris gázáramokat és mágneses mezőket vettek számításba. Az előbbi lehetőségre 1952-ben T. Gold hívta fel a figyelmet, aki úgy képzelte, hogy a Tejút fősíkjára merőleges gázáramok rendezik a porrészecskéket úgy, hogy hosszabbik tengelyük e sík normálisa irányába áll be. L. Davis azonban három

évvel később kimutatta, hogy a Gold-féle mechanizmus nem elegendően hatásos ahhoz, hogy az észleléseknek megfelelő mértékű polarizációhoz vezessen.

1951 és 1958 között fejlesztette ki L. Davis és J. Greenstein azt a — ma is általánosan elfogadott — elméletet, mely szerint az intersztelláris porszemcséket gyenge mágneses mezők rendezik. Ütközéseik következtében a részecskék 10^5-10^6 rad/s szögsebességgel rotálnak. Mivel adott szögsebesség mellett a legkisebb rotációs kinetikus energiát a legrövidebb tengely körüli forgás adja, a porrészecskék e körül a tengely körül forognak. Ha a forgástengely nem párhuzamos a külső mágneses térrel, akkor a részecske minden térfogateleme állandó átmágneseződésnek van kitéve. A belső — ún. paramágneses — csillapítás csökkenteni igyekszik a rotációs tengely valamint a mágneses tér irányának szögét, és a két irány végül is párhuzamossá válik.

Most nézzük meg a megfigyelési eredményeket. Vázlatosan a következő képet adják. A már több ezer (főként O- és B-) csillagot érintő mérési anyagban* a lineáris polározottság foka néhány ezreléktől egészen 10%-ig terjed. A polarizáció iránya és nagysága az intersztelláris por eloszlásával szoros korrelációt mutat. A fényvektor nagymértékben párhuzamos a Galaxis fősíkjával azokban az irányokban, ahol egy spirálkarra merőlegesen látunk rá, de rendezetlen elosztású ott, ahol a látóvonal egy spirálkar hosszában fut (5. ábra). A polarizáltság mértéke a Tejút síkjában a legnagyobb és növekvő galaktikus szélességgel gyorsan csökken. (Mindazonáltal A. Behr még az északi

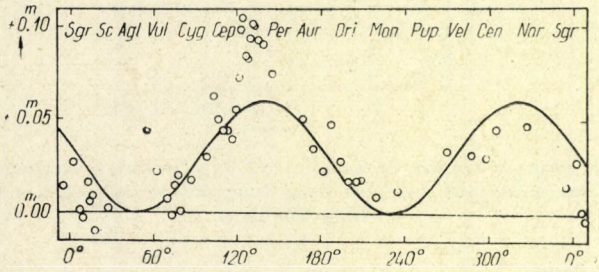


5. ábra. A csillagok fényének polarizáltsága a Tejút két különböző részén: *a.* a Cygnus-ban, *b.* a Perseusban. A vonalkák hossza a polárosság fokát, iránya az elektromos vektor fő rezgési síkját adja meg.

* Már J. S. Hall 1958-ban publikált katalógusa majdnem 2600 csillagot ölel fel.

és déli galaktikus pólus irányában is ki tudott mutatni $0,^m002$-nyi polarizációt.) A Tejút síkjában és tőlünk több, mint 500—600 pc-re fekvő csillagok fényének polarizáltsága a galaktikus hosszúságtól függ, és egy színuszgörbével jól approximálható.**) Az $1^{II} = 50°$ ill. 230°-nál fellépő minimumok a Cygnus ill. az Orion ágnak felelnek meg, (ahol a karok hosszában látunk).

A reflexiós ködök esetében (melyek, mint tudjuk, főként porból állnak) a polarizáció iránya



6. ábra. A Q Stokes paraméter függése a galaktikus hosszúságtól.

a ködök szálas szerkezetével párhuzamos (pl. Pleiadok, Észak Amerika-köd). De nemcsak a polarizáció iránya, hanem a hullámhossztól való függősége is szoros összefüggésben van a kozmikus porrészecskék tulajdonságaival és eloszlásával. (Ezen a téren különösen P. J. Treanor végzett nagy jelentőségű vizsgálatokat.)

Míg a polarizációs mérések az intersztelláris mágneses tér lefutásának nagy vonalakban való meghatározására jó szolgálatot tesznek, a dolgok jelenlegi állása mellett csak kevéssé alkalmasak a kozmikus porrészecskék egyedi sajátosságainak meghatározására. Ennek oka abban rejlik, hogy — mint már említettük — még nem létezik olyan elmélet, mely az intersztelláris polarizációs és extinkciós jelenségeket, valamint azok hullámhosszfüggőségét átfogóan tárgyalni tudná. Éppen ezen nehézségek inspirálták a hatvanas évek elején G. Thiessent arra, hogy a csillagok fényének polarizáltságát sztelláris okokra vezesse vissza. Véleménye szerint a csillagok atmoszférájában fellépő szinkrotron-sugárzás lenne felelős az észlelt polárosságért. Elképzelését olyan megfigyelési anyaggal támasztja alá, melyből bizonyos összefüggés olvasható ki a csillagok abszolút fényessége, színe és fényük polarizáltsága között. Thiessen elméletét komoly gyengéi miatt (az említett összefüggés rendkívül bizonytalan, mintavételi hibák befolyásolják, nem kapunk magyarázatot a galaktikus hosszúságtól való függőségre stb.) általában nem fogadják el.*** Nincs kizárva azonban, hogy Thiessennek *részben* igaza van: a polárosságnak sztelláris oka *is* lehet.

2. *A szórási szög nem zérus* ($\Theta \neq 0°$). Itt két esetet kell megkülönböztetnünk. Az egyiknél

** A hosszúságtól való függőség még szembeötlőbb, ha a polarizáció p mértéke helyett a Q Stokes-paramétert használjuk. (6. ábra)

*** Az ellenérveket lásd részletesen A. Behr (Göttingen Veröff. Nr. 124) és J. W. Warwick (Ap. J. *134*, 1021) munkáiban.

a fény szórása rendezett részecskéken megy végbe, de a maximális elektromos vektor — a $\Theta = 0$ esettel ellentétben — a porrészecskék hosszanti tengelyével párhuzamos. A másiknál a részecskék irreguláris eloszlásúak, és a polarizáció irányát csak a fényforrás és a megfigyelő relatív helyzete szabja meg.

Vegyük most sorra azokat az égi objektumokat, melyek fényében második típusú polárosságot figyelhetünk meg.

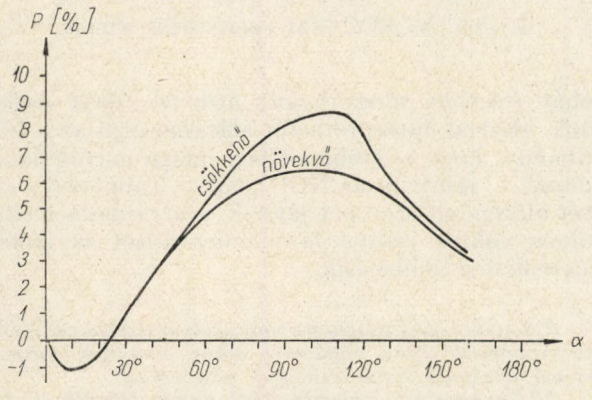
Hold, bolygók. Ha a holdfelszín valamely részén megmérjük, hogy a polarizáció foka milyen rálátási szög mellett maximális, akkor értékes adatokat nyerünk az ott levő kőzetekre vonatkozóan. A Hold esetében átlagosan 56,7°-os rálátási szög mellett lép fel maximális polarizáció. Mivel a holdfelszín kialakítása szempontjából elsősorban magmatikus kőzetek jönnek számításba, az 1. táblázatban feltüntettük néhány ilyen kőzet megfelelő adatát.

1. Táblázat. Maximális polarizációt adó visszaverődési szög (α_{max}) különböző ásványfajtáknál.

Anyag	α_{max}
bazalt	58,3°
trachyt	57,7°
andezit	57,2°
vitrophyr	56,7°
obsidian	56,2°

B. Lyot meghatározta a Hold integrálfényének polárosságát, mint a fázisszög függvényét, és jól észlelhető eltérést tapasztalt az egymásnak megfelelő növekvő ill. csökkenő holdfázisoknál mért értékek között (7. ábra). Ez az érdekes megfigyelési tény csak a holdkorong keleti és nyugati felének eltérő morfológiai adottságai alapján interpretálható. (Mint ahogyan azt már egy közönséges látcsővel is észrevehetjük, a nyugati „holdtekén" kevesebb a „tenger".)

A bolygók esetében nemcsak a felületük okozta diffúz reflexiót, hanem az atmoszférájukban végbemenő fényszóródási folyamatot is figyelembe kell venni a polarizációs mérések eredményeinek kiértékelésekor. A kétféle effektus szétválasztható, mert míg a bolygóatmoszféra hatása nagymértékben független a rálátási szögtől, addig a diffúz



7. ábra. A Hold integrálfényének polárossága, mint a fázisszög függvénye, növekvő ill. csökkenő holdfázisoknál.

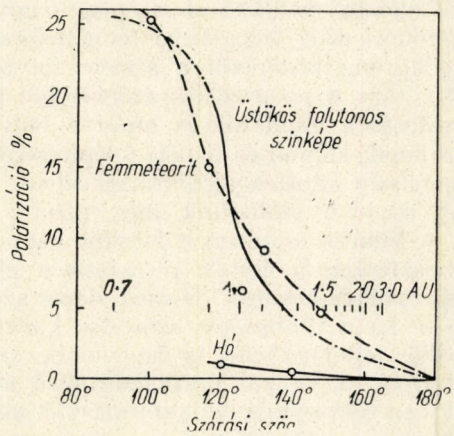
reflexió okozta polarizáció a megvilágítási és visszaverődési szög függvénye (ennélfogva tehát a bolygókorong közepétől a széléig folytonosan változik). Így a polarizációs mérésekből értékes következtetések vonhatók le mind a bolygó atmoszférájának kémiai és fizikai felépítésére, mind a bolygófelszín adottságaira vonatkozóan.

Most röviden említsünk meg néhány eredményt. A Vénusz esetében a felszínt nem látjuk. Az atmoszférájánál észlelt polarizációs görbe a vízcseppecskéhez hasonló, de csak akkor azonosítható vele, ha a többszörös szóródás következtében beálló depolarizációt is figyelembe vesszük. (Mint tudjuk, a Vénusz optikailag sűrű légkörében valóban többszörös fényszóródásnak kell végbemennie.)

A Mars esetében a légkör és a felszín komplex hatása érvényesül. Polarizációs méréseket itt csak 47,5°-nál kisebb fázisszögben végezhetünk. 35° alatt a polarizációs görbe lefutása igen hasonló a Holdnál tapasztalthoz, jelentős eltérés csak nagyobb szögeknél van. A. Dollfus polarizációs mérései szerint a poláris sapkák és az időnként megfigyelhető fehér felhők nagyobb jégkristályokból állnak, az atmoszféra gyakran fellépő opalosságát apró jégtűk okozzák, a ritkábban észlelhető kékszínű felhők pedig vízcseppekre vezethetők vissza. Ami a felszínt illeti, a világosabb területeket valószínűleg limonit borítja. A sötétebb részeken igen érdekes jelenséget tapasztalunk: a polarizációs görbe az évszakok függvénye. Alakját és időbeli változásait semmilyen ismert anorganikus anyaggal sem tudjuk megmagyarázni, így felmerül a gyanú, hogy a jelenséget esetleg alacsonyabb rendű növényzet okozza. Láthatjuk tehát, hogy a polarizációs mérések esetleg még arra is szolgálhatnak, hogy segítségükkel hírt kapjunk a Földön kívüli életről.

Üstökösök. Az üstökösök porkomponense folytonos színképükben érezteti polarizáló hatását. Az üstökösökről érkező fény részleges polárosságát először — az 1819 III. és 1835 III. (Halley) objektumokon — Arago állapította meg. Később jelentősek voltak A. W. Wright-nek az 1881 III. és 1881 IV. üstökösökkel kapcsolatos megfigyelései. Az előzőnél átlagosan 23%-os, a másodiknál 13%-os polarizációt mért. Az első világháború után A. Danjon ilyen irányú mérései emelkednek ki, aki fotografikus és vizuális módszerrel az 1927 II. üstökös esetében 10—12%-os polárosságot állapított meg. Az Arend-Roland (1956 h) üstökös esetében D. E. Blackwell végzett polarizációs méréseket. Ezek szerint a polarizáció foka 90°-os fázisszögben volt maximális (25%), és a polarizációs görbe valamelyest hasonló a meteoritoknál tapasztalthoz. Tehát itt is porrészecskéken való szóródásról van szó, és a Thomson-szórás valószínűleg teljesen alárendelt szerepet játszik. 8. ábra).

Az előbbiekben említett megfigyelések integrálfényben történtek, így még nem lehetett belőlük megbízható következtetéseket levonni a tapasztalt polárosság fizikai hátterére vonatkozóan.



8. ábra. Az Arend-Roland üstökös fejének polarizációs görbéje.

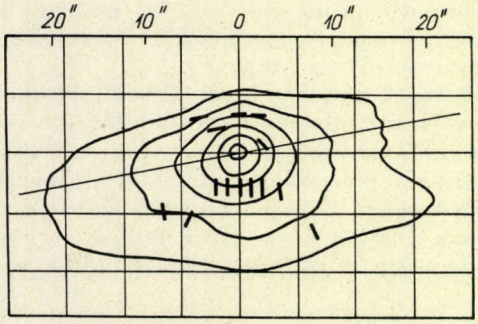
Éppen ezért különös figyelmet érdemelnek Y. Öhmannak az üstökös színképeken végrehajtott polarizációs vizsgálatai. A $\Theta \neq 0$ aleset szempontjából ezek közül az 1941 IV. üstökössel kapcsolatos megfigyelések jelentősek. A mérések az 58° és 98° közötti fázisszög tartományban 20—27%-os polarizációt mutattak. Mivel a spektrumban — az egyébként gyakran fellépő — C_2 és CN sávokat nem lehetett jól kivenni, a mért sugárzás túlnyomórészt a kontinuumhoz tartozott. Az észlelési adatok alapján már Öhman rámutatott arra, hogy itt fényszórás és diffúz reflexió kombinált esetével állunk szemben.

Napkorona, állatövi fény. A korona már említett porösszetevőjét is beható polarimetriai vizsgálatoknak vetették alá. Az 1945-ös napfogyatkozás idején Öhman hajtott végre pontos méréseket a napkorongtól 0,2 naprádiusz távolságra vonatkozóan. A mérési eredmények lehetővé tették a porrészecskék és a szabad elektronok polarizáló hatásának különválasztását. A porkomponensre adódó polarizációs irány — figyelembe véve a Nap mágneses terét — jó alapot ad a Davis-Greenstein-féle mechanizmus helyességének ellenőrzésére. Mint azt G. Thiessen 1953-ban kimutatta, a megfigyelési eredmények jó összhangban vannak a fenti elmélettel.

Az F-korona és az állatövi fény között folytonos az átmenet. Mint azt már az előzőkben említettük, kétségtelen, hogy az állatövi fény polarosságát részben a fény hullámhosszánál nagyobb átmérőjű porrészecskék idézik elő, a jelenség előidézésében játszott szerepük relatív fontosságának mértéke azonban még nem ismeretes.

Galaktikus ködök. A reflexiós ködöknél, melyek nem egyebek a szomszédos csillagok fényét visszaverő kozmikus porfelhőknél, a nemzérus szórási szöget előidéző mindkét mechanizmus szerepet játszhat. A megfigyelési eredmények már csak ezért is nehezen interpretálhatók, nem beszélve arról, hogy a megvilágító csillag(ok), a köd és a megfigyelő relatív helyzete is csak ritkán ismert a szükséges pontossággal. Sok köd esetében nem figyelhetünk meg említésre méltó polarizációt, mások viszont erősen polarizált sugárzást küldenek felénk. Ez utóbbiak közé tartozik az NGC 7023, amely 5—36%-os — a megvilágító csillaghoz viszonyítva radiális* — polarizációt mutat, és a BD—19° 4357 jelű csillagnál levő köd, melynél 4—23%-os — a fényt adó csillagokhoz képest tangenciális** — polarizációt tapasztalunk. Ugyancsak erősen poláros fényű az FU Orionis körüli köd és az NGC 6729. Az előbbinél 11%, az utóbbinál 35% a maximális polarizáció foka.

Extragalaktikus ködök. Bár kézenfekvő, hogy az extragalaxisok esetében is elvárható szórási folyamatok következtében fellépő polarosság, az ilyen irányú mérésekkel járó rendkívüli nehézségek miatt mind ez ideig csak igen kevés és szerény eredmény született. Példaként említsük meg A. M. Elvius 1956-ban publikált munkáját, aki az NGC 7331 spirálködöt vizsgálta meg polarizációs szempontból. Az egyébként csak néhány %-ot kitevő polarizáció irányeloszlása rendkívül figyelemre méltó: a galaxis felénk eső, fényesebb és kékebb oldalán a maximális elektromos vektor közel merőlegesen, a túlsó, halványabb és vörösebb oldalán viszont majdnem párhuzamosan fut az integrálfényben mért izofót vonalakkal (9. ábra) Elvius megfigyelése a Davis-Greenstein-elmélet alapján a következőképpen értelmezhető: A Tejúthoz hasonlóan az NGC 7331 fősíkjában is létezik egy olyan nagykiterjedésű mágneses mező, mely a spirálkarok lefutását követi. Az érintett extragalaxis is tartalmaz intersztelláris port, melynek részecskéit a mágneses tér szintén rendezi. Felénk eső oldalán a fényes magból a spirálkarokon keresztül $\Theta \neq 0°$ szögben szóródott fényt figyeljük meg, míg a túlsó oldalról $\Theta = 0°$ alatt szóródó,



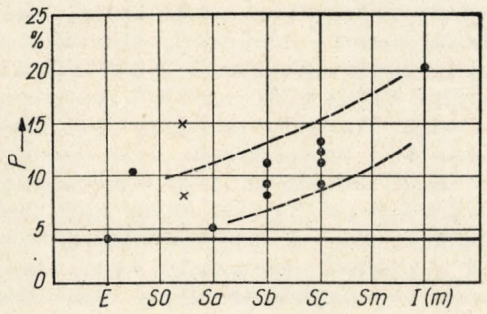
9. ábra. Az NGC 7331 polarizációs sémája.

tehát (részben abszorbeált) átmenő fényt észlelünk. (Ezt az interpretációt alátámasztja az a körülmény, hogy a jobban élben látszó extragalaxisoknál — mint pl. az NGC 5055 —, ahol a $\Theta \neq 0°$ eset alárendelt szerepet játszik, a maximális elektromos vektor iránya mindenütt közel az izofót vonalak érintőjébe esik.)

* A maximális mágneses vektorok eloszlása radikális polarizációnál olyan sugársort alkot, melynek sorozópontja a szóban forgó csillaggal esik egybe.

** Tangenciális polarizációról akkor beszélünk, ha a maximális mágneses vektorok úgy oszlanak el, mint egy koncentrikus körsor érintői.

A különböző típusú galaxisok integrálfényének átlagos polarizáltságáról is még csak igen hézagos anyagunk van. M. A. Vasakidze 12 fényes galaxison végzett fotografikus megfigyelései arra engednek következtetni, hogy az elliptikus galaxisoktól az irregulárisokig a polarizáció foka növekszik. (10. ábra.) Ez a körülmény összhangban van a különböző típusú galaxisok felépítéséről más úton nyert adatainkkal.

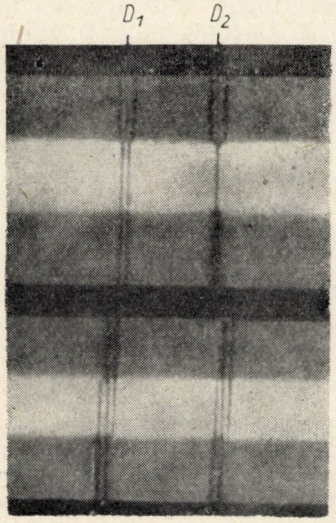


10. ábra. A különböző típusú galaxisok integrálfényének átlagos polarizáltsága.

Láthatjuk tehát, hogy polarizációs mérések segítségével információt nyerhetünk az extragalaktikus ködök térbeli orientációjáról (a vetületből visszaállíthatjuk a tényleges helyzetet), intersztelláris portartalmukról, valamint mágneses mezejük erősségéről és szerkezetéről.

III. Zeeman-effektus

Mint ismeretes, ha egy hőmérsékleti sugárzó fényforrást mágneses térbe helyezünk, akkor színképvonalai több összetevőre hasadnak. A keletkezett komponensek száma kettő, ha a fényforrást a mágneses erővonalak irányából figyeljük meg, illetőleg három, ha irányukra merőlegesen (11. ábra). Végleges döntést arról, hogy egy adott esetben valóban Zeeman-effektussal van-e dolgunk, vagy valamilyen más jelenséggel, csak a vonal-



11. ábra. A nátrium két vonalának (D_1, D_2) felhasadása mágneses erőtérben.

komponensek polarizációs állapotának megvizsgálása után hozhatunk. Mágneses felhasadásnál ugyanis, ha két komponensről van szó, azok ellentetten cirkulárisan polárosak, három komponens esetében viszont a középső az erővonalakkal párhuzamosan, míg a két szélső merőlegesen lineárisan polarizált.

A Zeeman-polarizáció figyelembevétele elsősorban a napfoltok mágneses terének vizsgálatánál játszik fontos szerepet. A — főként P. I. Treanor által kifejlesztett — polarizációs mérési módszer itt lehetőséget nyújt a mágneses erővonalak lefutásának nyomonkövetésére.

J. L. Leroy 1962-ben kísérletet tett arra, hogy a napkorong széléről (a fotoszférából) érkező sugárzás széles sávban mért 0,1%-os polarizáltságát mágneses hatásra vezesse vissza. Érvelése azonban nem meggyőző, mivel a Thomson- és Rayleigh-szórás valamint a fluoreszcencia befolyása eleve nem zárható ki.

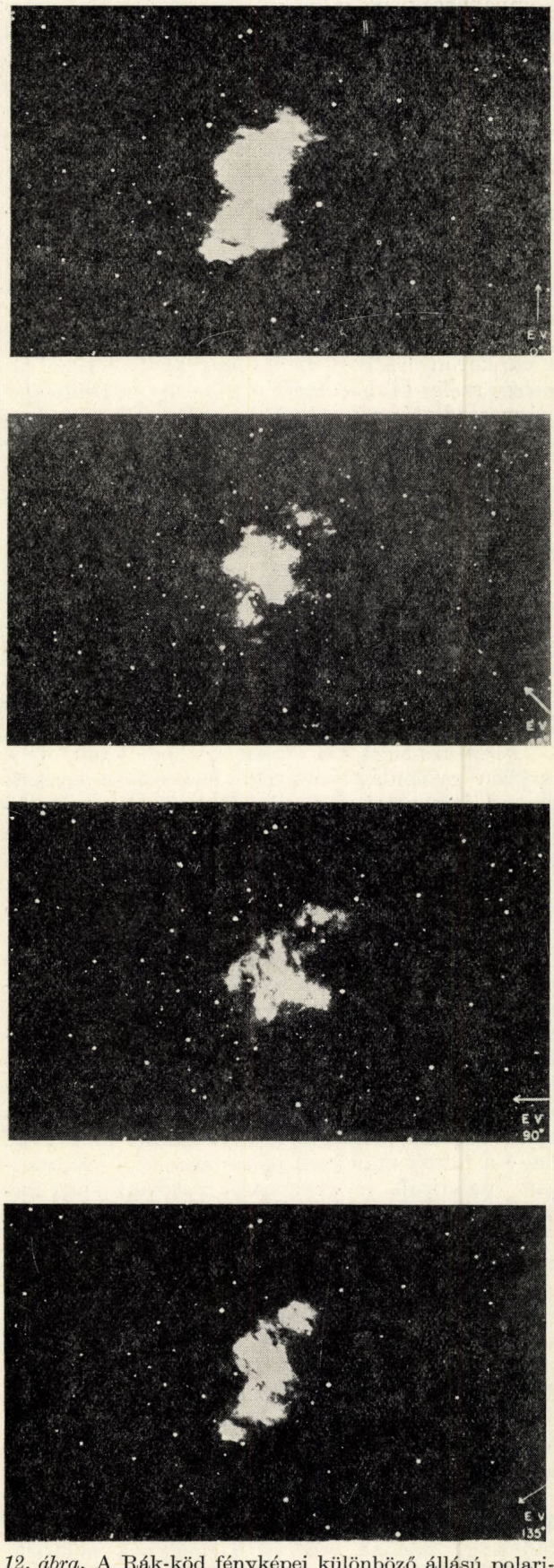
IV. Plazmasugárzás

A plazmasugárzás polarossága egyrészt a sugárzást kiváltó mechanizmustól, másrészt azoktól a fizikai körülményektől függ, melyek között a sugárzás a plazmában tovaterjed. A plazma sugárzása lehet termikus vagy nem termikus eredetű.

Termikus sugárzás főként az ionok elektromos terében gyorsulást szenvedő elektronok szabad-szabad átmenetei útján jön létre. Polarizáció abban az esetben lép fel, ha külső mágneses tér van jelen. Így pl. — tekintettel a Nap általános mágneses terére — a nyugodt Nap rádiósugárzásának központi égitestünk északi ill. déli felén ellentetten elliptikusan polárosnak kellene lennie. Az effektust azonban még nem sikerült kimutatni. Sikerre vezettek ezzel szemben az aktív Nap rádiósugárzása lassan változó komponensével kapcsolatban végzett polarizációs mérések. (E komponens a napfolt-csoportok fölött képződő koronakondenzációkban ered, és polarosságát a foltok mágneses tere okozza.) Pulkovói csillagászok napfogyatkozás alatt végzett megfigyelései világosan mutatták, hogy a foltok mágneses polaritása, és a cirkulárisan polarizált rádiósugárzás rezgéssíkjának forgási iránya között szoros kapcsolat van.

A *nem termikus* plazmasugárzást előállító folyamatok közül a plazmarezgések és a szinkrotron mechanizmus a legfontosabbak. Valószínűleg ezekre vezethető vissza az aktív Nap rádiósugárzásának erupciós komponense, mely leginkább a kromoszférában lezajló ún. „burst"-öket kíséri, és gyakran cirkulárisan polarizált. E jelenség pontos értelmezése nagy nehézségekbe ütközik, mivel a keletkezett sugárzás a plazmán való áthaladása közben jelentősen modifikálódik.

Már biztosabb képet alkothatunk a Jupiter 31 cm-es hullámhosszon megfigyelt nem termikus rádiósugárzásának eredetéről (melynek polarizációs foka több, mint 30%). D. Morris és G. L. Berge interferometrikus méréseiből az a következtetés



12. ábra. A Rák-köd fényképei különböző állású polarizációs szürőkön keresztül. A nyilak a szűrt fény elektromos vektorának rezgési síkját mutatják.

adódik, hogy a bolygó egyenlítőjével párhuzamosan poláros sugárzás a Jupiter magnetoszférájába befogott elektronok gyorsuló mozgása következtében keletkezik. Ez az interpretáció egyúttal lehetővé teszi, hogy kiszámítsuk a Jupiter mágneses terének erősségét, valamint a szóban forgó elektronok energiáját és gyakoriságát.

Erős mágneses terű csillagok esetében kézenfekvő az a gondolat, hogy sugárzásuk egy részét szinkrotron-mechanizmus szolgáltatja. Elméleti számítások szerint a szinkrotron-emisszió a csillag összsugárzásának egynegyedét is kiteheti, ami az ekvatoriális síkban több, mint 20%-os polarizáltsághoz vezet. Az egész csillagkorongra érvényes polárosság foka természetesen jóval alacsonyabb. Jórészt ennek tudható be, hogy a jelenleg rendelkezésünkre álló megfigyelési anyag még nem elegendő ahhoz, hogy a mágneses csillagok sugárzásának forrásáról megbízható képet kapjunk. A szinkrotron-sugárzás tényleges részesedésének felmérésére minden esetre sokat ígérő módszert ajánlott Y. Öhman. Eljárása szerint a Balmer-ugrás előtt és után mért polarizáció különbségéből lehet a szinkrotron-sugárzás relatív jelentőségére következtetni.

Az ún. diszkrét rádióforrásokra vonatkozóan már nagyszámú polarizációs mérés áll rendelkezésünkre. Ezek azt mutatják, hogy itt általában szinkrotron-sugárzással van dolgunk. Így kiszámítható az emittáló elektronok kinetikus energiája és a mágneses térerősség. A jól ismert Rák-köd esetében pl. J. H. Oort és Th. Walraven a fenti paraméterekre 10^{11} eV ill. 10^{-3} gauss értéket kapott. Igen figyelemre méltó, hogy míg a Rák-köd ún. amorf részénél optikai úton 50%-os lineáris polarizációt is mértek, a rádiótartományban csak csekély polárosság mutatkozik (12. ábra).

Ennek okát a — hullámhossz négyzetével arányos — Faraday-effektusban*) kell keresnünk, melynek hatására a köd különböző optikai mélységeiből jövő sugárzás polarizációs síkja különböző mértékben elfordul, és így végeredményben frekvenciafüggő depolarizáció áll elő. Mint ahogy az F. F. Gardner és J. B. Whiteoak galaktikus rádióforrásokon végzett statisztikai vizsgálataiból kitűnik, helyesnek bizonyult az a sejtés is, hogy az intersztelláris mágneses mezőkben levő elektronok is Faraday-rotációt okoznak. Ezzel szemben az intergalaktikus térben nem sikerült hasonló jelenséget megfigyelni, amiből az következik, hogy a galaxisok közötti elektronsűrűség $\leq 10^{-8}$ cm^3. Ezen eredménynek komoly kozmológiai jelentősége is van, mivel ellentmond az ún. „steady-state" elméletnek**, mely 10^{-5} cm^3-es intergalaktikus protonsűrűséget követel meg; már-

* A mágneses erővonalak mentén terjedő fény polarizációs síkjának forgását nevezzük Faraday-effektusnak, mely a mágneses mezőben rendezett atomokon belüli elektromos áramok és a fényhullámok kölcsönhatásának kifejezője.

** Lásd pl. Csillagászati Évkönyv az 1961. évre, 156. old.

pedig — tekintettel arra, hogy a galaxisok hidrogénből alakultak ki — az említett elektron- és protonsűrűségnek meg kéne egyeznie.

Ezzel témakörünk áttekintésének végéhez értünk. A rendelkezésre álló szűk keretek között sajnos csak vázlatosan tárgyalhattuk a polarizációs jelenségek asztrofizikai vonatkozásait; de reméljük, hogy mégis érzékeltethettük, mennyire igaz a csillagászatban is W. A. Shurcliff-nak, a polarizációs problémák neves szakértőjének mondása: „Ha a fény az ember leghasznosabb eszköze, akkor a poláros fény a hasznosság kvintesszenciája."

Balázs Béla—Virághalmi Géza

MTA Csillagvizsgáló intézete
Budapest — Szabadsághegy

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646—1716)

Jegyzetek Leibniz fizikájáról

Leibniz fizikai gondolatait már kortársai roppant különbözően értékelték, s ugyanígy ítélte meg később a filozófia- és tudománytörténetírás is. John D. Bernal szerint például „Leibniz minden filozófiai és matematikai tehetsége, valamint a vallási harcok által feldúlt Európa békéjéért való szűntelen szónoklatai ellenére, lényegileg középkori gondolkozó volt",[1] s a „középkori" Bernal értékrendszerében egyáltalában nem dicsérő jelző. A mechanika történetének legkiválóbb modern ismerője, René Dugas szerint „azonban Leibniz halhatatlan érdemet szerzett a mechanikában, elsőként hidalva át új kalkulusa logikájával a statika és az energetikai-szemlélet közötti szakadékot."[2]

Történészek értékítéleteit, éppen úgy, mint a kortársakét, mindig saját értékrendszerükhöz viszonyítva lehet csak elfogadni, Leibniz esetében azonban világnézeti különbségekkel nem magyarázható ellentéteket is találunk bőven. Így pl. Bertrand Russell szerint[3] Leibniz filozófiájában teljesen jelentéktelen az egész mechanikája a logikai megalapozáshoz viszonyítva, Martial Guéroult viszont azt állítja,[4] hogy az egész leibnizi metafizika valósággal következik dinamikájából. Ugyanez volt egyébként a véleménye a Leibniz-művek nagy múltszázadi kiadójának s máig legjobb kommentátorának, C. I. Gerhardtnak is. Russellel azonos módon vélekedik azonban a Leibniz-kutatásban Gerhardt után kétségkívül legtöbb érdemet szerzett Louis Couturat.[5] A modern kommentátorok sorában viszont nem kisebb szaktekintély áll a tradicionális értelmezés mellett, mint Pierre Costabel.[6] Még nehezebb a helyzet, ha Leibniz „kartéziánus" voltáról kívánunk tájékozódni a vonatkozó szakirodalom alapján. Gerhardt szerint Leibniz gondolkozásának semmi köze a kartéziánizmushoz; Paul Mouy szerint[7] az egész leibnizi fizika nem egyéb a kartéziánus fizika „belső" revíziójánál; Yvon Belaval pedig vastag könyvben[8] mesélte el, hogyan rombolta le minden területen, alapjában támadva a kartéziánus nézeteket, Descartes gondolatvilágát nagy tanítványa. R. C. Taliaferro igen jól dokumentált dolgozatában[9] azt fejtegette, hogy Leibniz fizikája egyenes következménye a descartesi „barokk' anyagfogalomnak, Joachim Otto Fleckenstein csinos kis Leibniz könyve[10] szerint azonban a leibnizi „barokk" fizika nem Descartesból, hanem a „németek titkos és igazi vallásából", a pantheizmusból táplálkozik.

A modern történetírás megalapítóinak egyike, hirtelenharagú és nagylelkű Lucien Febvre ilyen esetekben szokta írni, hogy bizonyosan a kiinduló kérdés, az hibás.

*

Képzeljük el, hogy egy alapos jogi, filozófiai és logikai képzettségű fiatalember, aki még egy kevés kémiát is tanult, értekezést akarna írni az elemi részecskék fizikájáról, valamilyen természettudományos társaság jóindulatának a megnyerése céljából. Nyilván kikerülné a nehéz matematikai megfogalmazásokat, de az eredményeket, kiváltképpen az afféle hangzatos elnevezéseket, mint „nyolcas út", meg „töltésaszimmetria", annál inkább hangoztatná. Gyakran szerepelne továbbá a dolgozatban M. Gell-Mann neve, de ebből nem következne, hogy az illető valamit is olvasott tőle, még kevésbé, hogy „gellmanniánus" lenne. Ha azután a fiatalember később történetesen nagy matematikussá és filozófussá válna, s sokat bajlódnék fizikai kérdésekkel is, nem lenne-e nagyon csábító fizikai gondolkozásának gyökereit ebben a primitív, iskolás kompilációban keresni? Pedig talán az egész semmi egyéb a kor népszerűsített tudástöredékeinek többé-kevésbé sikerült ismertetésénél?

[1] Bernal, J. D.: *Tudomány és történelem*, Bp. 1963, 333.

[2] Dugas, R.: *La mécanique au XVII^e siècle*, Paris-Neuchatel, 1954, 519.

[3] Russell, B.: *A critical exposition of the philosophy of Leibniz*, London, 1900.

[4] Guéroult, M.: *Dynamique et métaphysique leibniziennes*, Paris, 1934.

[5] Couturat, L.: „Sur la métaphysique de Leibniz", *Revue de Métaphysique et de Morale*, 1902.

[6] Costabel, P.: *Leibniz et la dynamique*, Paris, 1960.

[7] Mouy, P.: *Le développement de la physique Cartésienne 1646—1712*, Paris, 1934.

[8] Belaval, Y.: *Leibniz, critique de Descartes*, Paris, 1960.

[9] Taliaferro, R. C.: *The concept of matter in Descartes and Leibniz*, Notre Dame, Indiana, 1964.

[10] Fleckenstein, J. O.: *Gottfried Wilhelm Leibniz, Barock und Universalismus*, Thun-München, 1958.

A *Theoria motus concreti*[11] nem az első természettudományos műve a fiatal Leibniznek. Évekkel előbb írt már egy alkimista értekezést a nürnbergi rózsakeresztesek közé való felvétele céljából. Az új értekezés sokkal komolyabb társulat, a londoni Royal Society figyelmét akarta a szerzőre irányítani, amint hogy Leibniz is sokkal komolyabb emberré vált azóta a mainzi érsek-választó, Johann Philipp von Schönborn (1605—1674) szolgálatában. Johann Philipp frankofil udvara volt a XVII. század közepén a német világ legfontosabb szellemi gócpontja.[12] Itt gyűltek össze a németség politikai, gazdasági, technikai és kulturális fejlődését óhajtó emberek. Az érsek-választó háziorvosa pl. Johann Joachim Becher (1635—1628) volt, híres paracelzista kémikus, a flogisztonelmélet előkészítője. Itt is, mint mindenfelé a XVII. században, divatos volt technika és természettudomány, de Németországban más volt a tudomány, mint nyugati szomszédainál. Lehetséges és tényleges, álom és valóság nem vált még el élesen, a Paracelsusok és Doktor Faustusok kora Németországban még a XVII. század második felében sem járt le.

A fiatal Leibniz értekezése is paracelsusi tudomány. A bolygók mozgásjelenségeinek az analíziséből a fényhordozó és mozgásközvetítő éter segítségével közvetlenül Basilius Valentinus és Paracelsus misztikus „principiumaihoz" jut, Van Helmont, a híres alkimista „Archaeus"-áig s nem szabad elfelejteni, hogy nem csak — mint emlegetni szokták — Hobbes, Wren, Hooke és Boyle nevét említi, hanem a fentebbi német alkimisták mellett angol megfelelőjüket, Digby lovagot is. Továbbá „Cartesius és Gassendi" (jellemző módon — hiszen csak hírből ismeri — együtt említi a két nagy ellenfelet) elveinek és híveinek kijáró minden tisztelet ellenére megjegyzi, hogy nem lehet ám mindent megmagyarázni kiterjedésből, alakból és mozgásból, s a különféle atomok meg örvények talán nem is egyebek a képzelet játékánál. A jelenségek megértéséhez mindenekelőtt az éterre van szükség, az éter nélkül „minden erő, conatus, mozgás (a szellemiek kivételével) egyszer teljesen megszűnik és képtelen magától feltámadni, még ha az akadály eltávolítódik is . . . Semmi ugyanazon az úton, amelyen létrejött, magától vissza nem megy soha."[13]

Az efféle „hőhalál"-elméletek a XVII. században gyakoriak voltak, ezt tanította például — igaz, jó fél évszázaddal Leibniz előtt — Isaac Beeckman,[14] Descartes első és egyetlen tanítómestere: „A mozgás az űrben sohasem nő, mindig csökken. Miért nincs mégis általános nyugalom?" Az atomista Beeckmannak a plenista Leibniz egyszerűen válaszol: mert nincs űr, mindent betölt a folytonos éter, amit állandó mozgásban tartanak a napsugarak. Így a világ mozgásainak végső forrása a Nap, és a Nap mozgásait, tengelykörüli forgását és a naprészecskék ettől különböző sajátmozgását közvetíti többek között a Földnek is az éter, ami mindent áthat, s talán nem is egyéb, jegyzi meg Leibniz, „mint az Úr lekle, amely a vizek felett lebegett . . ."[15] Mindez nem különleges misztika vagy „német pantheizmus", XVII. századi fizikai-filozófiai közhely. Idézzünk példaként Newton egyik leveléből: „És a föld meg a Nap bőven beszívja ezt a Szellemet, hogy megőrizze ragyogását, s visszatartsa a bolygókat az eltávolodástól; és akik akarják, azt is képzelhetik, hogy ez a Szellem szolgáltatja vagy hordozza a Nap hevét és a fény anyagi principiumát; és hogy a hatalmas éterterek közöttünk és a csillagok között elegendő raktárai a Nap és bolygók eme eleségének."[16] Nem csak Leibniz volt „középkori". A XVII. században még mindenki a „középkorban" állt egyik lábával . . . Newton az antik geometria és a Cartesianus algebra szilárd talajára lépett a másik lábával, de Leibniz nem értett semmit a matematikához. Legalább is addig nem, amíg Párizsban Hygens segítségével fel nem fedezte magának a matematika egy egész új világát.

*

Jos. E. Hofmann híres kis könyve segítségével[17] bárki könnyen követheti, hogyan alakult ki párizsi tartózkodása alatt Leibniz képzeletvilágában az új matematika, a differenciál- és integrálszámítás algoritmusa. Az új algoritmus szemszögéből azután a matematika sok, mindaddig reménytelenül távoli területe hirtelen meglepő közel került egymáshoz. Érintőszerkesztés, terület és térfogatszámítás, ívhosszszámítás, súlypontmeghatározás, a görbe meghatározása érintőtulajdonságából (az ún. „fordított érintő feladat"), mind egyetlen egyszerű eljárás konkrét, egyedi alkalmazásaivá lettek. S ami még ennél is sokkal-sokkal fontosabb volt, az új algoritmus alkalmazásában nem kellett többé kínosan ügyelni a „geometrikus" és „mechanikus" (azaz az algebrai egyenletekkel kifejezhető és ki nem fejezhető) problémák megkülönböztetésére, s nem kellett, mint az angolok tették, a mechanikus problémákat „végtelen sok tagú egyenletekkel" (azaz sorbafejtéssel) megkerülni. Leibniz egyszerű algoritmusa alkalmazható volt a mechanikus, vagy ahogyan ő elnevezte, „transzcendens" feladatok esetében is. Mintha csak éppen ezekre a problémákra lett volna szabva Leibniz új algoritmusa: a szétszórt, nehezen és

[11] Hypothesis physica nova, qua phaenomenorum naturae plerorumque causae ab unico quodam universali motu, in globo nostro supposito, neque Tychonicis, neque Copernicanis asperando, repetuntur . . ., Mainz, 1671.

[12] Wiedeburg, P.: *Der junge Leibniz, das Reich und Europa. I. Teil: Mainz*, Wiesbaden, 1962.

[13] G. W. Leiniz: *Mathematische Schriften*, herausgegeben von C. I. Gerhardt (továbbiakban: *Math.* Gerhardt), Bd. Vi. 49—50.

[14] Taliaferro, R. C.: i. m., 19.

[15] *Math.* Gerhardt, Bd. Vi. 22.

[16] *The Correspondence of Isaac Newton.* Ed. by H. W. Turnbull, Volume II No. 288, Newton to Halley 20 June 1686, 439.

[17] Hofmann, Jos. E.: *Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizischen Mathematik während des Aufenthaltes in Paris (1672—1676)*, München, 1949.

egyedi módszerekkel kezelhető esetekből egységes nagy elmélet nőtt ki, amelyben az „ismeretlen" szerepét a *változó* vette át, az algebrai egyenletekét pedig a *függvény*. Leibniz nagy felfedezésének, a függvények elméletének, az *analízis*nek a fényében azután hirtelen egészen másnak látszott az addigi matematika is. Az egész matematika egységes lett, és kimondhatatlanul hajlékonyabb, alkalmazásratermettebb, mint addig volt. A kétezeréves vén tudomány csodálatosan megifjodott. És csak ebben a megifjodott formában derült ki, hogy valóságos előre megállapított harmónia fűzi össze a matematikát a fizikával. Azt lehetne hinni, hogy az új matematika egyenesen a fizikai alkalmazások reményében és tudatában keletkezett. De nem így történt. Leibniz matematikáját nem a fizikai alkalmazások inspirálták, az alkalmazása ingerétől és lehetőségétől teljesen függetlenül keletkezett. Leibniz maga sem gondolta, hogy a fizika reformját, az elméleti fizika megszületését, éppen az ő módszerének az alkalmazása eredményezheti. A differenciálegyenleteket a tiszta matematika (másféle akkor nem volt) adekvát módszerének tekintette, nem a matematikai fizikáénak. „A transzcendens görbék vizsgálata — írja 1690-ben Huygensnek — tökéletessé válhatna, ha mindig sikerülne ilyen egyenleteket alkalmazni. A differenciálegyenletek éppen erre valók. Sokat töprengtem, mit lehetne tenni az ügyben, s ha meg lenne a szükséges nyugalmam, vagy néhány értelmes fiatal matematikus a közelemben, azt hiszem, a mai állapotánál sokkal tökéletesebbé alakíthatnánk ezt a tudományt. Adná az Isten, hogy ilyen mértékben lehetne haladni a fizikában is."[18]

*

Miért nem lehetett? Igen érdekes, hogy a modern matematikai formavilág két leghatásosabb alakítója, Descartes és Leibniz, fizikai munkáikban jóformán soha nem alkalmazta az új matematikai módszereket. Newton — az utókor véleménye szerint — egyenesen a fizikai alkalmazás kedvéért dolgozta ki fluxiósmódszerét, a fizikát forradalmasító nagy művében még sem alkalmazta ezt a módszert sehol. A newtoni természetfilozófia matematikai elvei klasszikus görög elvek, s csak ahol illik a klasszikus keretbe, segít óvatosan valamilyen cartesiánus fogalmazással. Ami a matematikát illeti, a newtoni fizika születhetett volna akár Alexandriában is. A XVII. század legnagyobb matematikai fizikusa, Huygens, mindig antik módszerekkel dolgozott, az új analízis formavilágát nem értette meg. A XVII. század nagy matematikusai megteremtették a matematikai fizika klasszikus módszerét, az infinitézimális számítást és a differenciálegyenletek elméletét, de a kész módszerrel nem tudtak mit kezdeni a fizikában; a XVII. század fizikája az új matematikai módszertől függetlenül fejlődött. A helyzetért nem a matematikai módszer volt felelős, a fizika nem volt olyan állapotban, hogy eredményesen lehetett volna alkalmazni problémáira az új matematikát. Az újkori fizika születése az elcserélt királyfi meséjére emlékeztet: az antik matematika koldusgúnyájában nevelték fel, s mint meglett ifjú kapta csak vissza a saját ruháját. Leibniz esete talán még szebb példa, mint a Newtoné.

Leibniz 1676 őszén Londonnak kerülve indult Párizsból haza, s egy hétig a Themze-torkolatba szorította a kedvezőtlen szél. Ezt az időt egy fizikai gondolatait összefoglaló rövid dialógus írására használta. Nemrégiben fordította volt Platón két dialógusát, a Theaithétoszt és a Phaidroszt, s modern kommentátorok ezért „Platón-hatásra" szeretnek találni a Themze-torkolatban írt dialógusban s Leibniz későbbi filozófiájában. Csakhogy „platóni hatás" kedvéért nem kellett Leibniznek Platónt fordítani, még mainzi ifjúsága idején asszimilálta ezeket is, mint a „Cartesianus hatásokat", anélkül, hogy olvasta volna Descartes-ot.[19] A dialógusa pedig nem a különféle hatások miatt érdekes, hanem mert azt láthatjuk belőle, hogyan próbálta meg új matematikája gondolatvilágát a mozgás jelenségeihez igazítani, sikertelenül.

A dialógus a mozgás *folytonos helyváltoztatásként* történő definíciójának az ellentmondásos voltát fejtegeti. Az érvelés lelke Leibniz új, nagy felfedezése: a kontinuum — pl. az egyenes vonal — nem fogható fel (megszámlálhatóan) végtelen sok pont összességeként, és minden pontja által két részre osztható. Ebből következik, hogy a mozgó testnek nem lehet egyszerre pontosan megadni a helyét és a sebességét: hiszen ha pontosan valahol van, akkor szükségképpen áll, és így nincs sebessége, ha meg mozog, akkor a helye nem rögzíthető pontosan. „Így tehát az a valami — következtet a Leibniz álláspontját képviselő *Pacidius* — amitől a test mozog és helyét változtatja, nem maga a test, hanem olyan ok, amely hatva nem változik, amint azt Istenről szoktuk mondani. Mondhatjuk tehát, hogy a test magától nem képes folytatni a mozgását, hanem mintegy Isten impulzusára, aki azonban legfőbb bölcsességében állandó és meghatározott törvények szerint cselekszik. — *Charinus:* De hogyan kerül a test a *B* pontból a (szomszédos, érintkező) *D* pontba, hogyha minden átmenetet és közbülső állapotot elvetettünk? — *Pacidius:* Nem tudom ezt jobban megmagyarázni, mint ha felteszem, hogy az *E* test a *B*-ben valamiképpen megsemmisül, s azután a *D*-ben újraképződik. Új, de alkalmas szóval *trans-creation*ak nevezhetnénk ezt a folyamatot . . ."[20] S végül megjegyzi Leibniz, hogy ez a transcreatio analóg a középkori teológusok mondásával: a megmaradás állandó teremtés. Ez volt hát az új matema-

[18] Oeuvres complètes de Christiaan Huygens publiées par la Société Hollandaise des Sciences, tome IX, No 2632, G. W. Leibniz à Christiaan Huygens, (Novembre) 1960, 533.

[19] Loemker, L. E.: „Leibniz and the Herborn Encyclopédists", *Journal of the History of Ideas*, 22, 323—338, 1961.

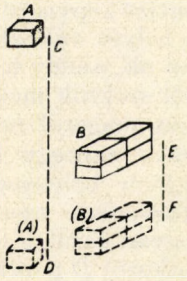
[20] *Pacidius Philalethi* = *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, par Louis Couturat, Paris, 1903, 594—627, 623—624.

tikai módszer nagy hiányossága a fizikai alkalmazások szempontjából: csak a változást lehetett matematizálni a segítségével, s ez a megmaradás matematizálása nélkül ellentmondásra vezetett. Kis anakronizmust megengedve úgy is mondhatnánk, hogy a differenciálegyenletek megoldásához szükséges határfeltételek hiánya miatt a matematika még nem lehetett a teológiával egyenértékű segédtudománya a fizikának. A természet legközönségesebb jelenségeinek a magyarázatához is kellett még az isten. Matematizálható megmaradási elveket kellett találni elébb, s csak azután lehetett lefordítani a mechanikát az analízis nyelvére.

*

Leibniz előtt két ember sejtette ezt, Kepler és Descartes, s ha egyáltalán van valami közvetlen kapcsolata Leibniz gondolkozásának a Descarteséval, akkor ezen a ponton van. 1686-ban egy rövid értekezést közölt Leibniz „Descartes egy figyelemreméltó tévedéséről" a lipcsei *Acta Eruditorium*-ban.[21] Ebben az értekezésben azt bizonyította Leibniz, hogy Descartes tévedett, mikor a tömeg és sebesség szorzataként definiált *mozgásmennyiséget* tekintette a „mozgatóerő" mértékének, s azt állította, hogy a mozgásmennyiség az a valami, amely — Isten akaratából — megőrződik a természetben.

A bizonyítás roppant egyszerű. Tegyük fel ugyanis *először*, hogy az eső test akkora „erőre" tesz szert, melynek következtében ismét ugyanolyan magasra emelkedhet, mint amilyen magasról esett; „*másodszor* pedig, hogy ugyanannyi „erő" szükséges az egy fontnyi *A* test (1. ábra) négy könyöknyi *CD* magasságra emeléséhez, mint amennyire szükség van a négy fontnyi *B* test egy könyöknyi *EF* magasságba való emeléséhez.



1. ábra

Ezzel a cartesianusok és korunk egyéb filozófusai meg matematikusai mind egyetértenek. Következik ezekből, hogy ha az *A* test *CD* magasságból leesik, pontosan akkora „erőre" tesz szert, mint a *B* test *EF* magasságból leesve. . . . Lássuk mármost, hogy vajon a mozgásmennyiség egyenlő-e a két esetben. Reményünk szerint ugyanis nagy különbséget kell találnunk, amit következőképpen mutatok meg. Bebizonyította Galilei, hogy a *CD* távolságon át való esésben nyert sebesség kétszerese az *EF* esésben nyert sebességnek,"[22] így az utóbbi esetben nyert sebességet egységnyinek tekintve, az *A* test mozgásmennyisége 1 · 2 a *B* testé pedig 4 · 1; nyilvánvaló tehát, hogy a mozgásmennyiség nem maradhat meg, és „az erőt olyan hatás mennyiségével kell mérni, melyet létrehozhat, például azzal a magassággal, amelyre adott nagyságú és fajtájú súlyos testet fel bír emelni, és nem azzal a sebességgel, amelyre a testet hozni képes."[23]

Ebben a kinetikus energiát megsejtő, a mechanika fejlődésére alapvető fontosságú dolgozatban a legfigyelemreméltóbb tévedés nem a Descartesé, hanem a Leibnizé. Kétségtelen, hogy Leibniz — szokása szerint — most sem olvasta el Descartes megfelelő passzusait (ennyiben igazi cartesianus volt, melyik -iánus vagy -ista olvassa ugyanis szektája szent könyveit?), hiszen akkor semmiképpen sem kerülhette volna el a figyelmét, hogy Descartes az egyszerű gépekről szóló híres értekezésében határozottan kijelenti, a „kétszer akkora súlyt fele olyan magasra . . ." középkori statikai elv alkalmazásában *nem* a Galilei-féle tömeg és sebesség szorzatából álló *momentum*ot tekinti „erőnek", hanem a *súly* és a súly megtámasztási ponttól való *távolság*ának a szorzatát. „Mindenek előtt vegyük észre — írta Descartes ezzel kapcsolatban —, hogy arról az erőről beszéltem, amely súlynak valamilyen magasságra emeléséhez szükséges, és ez az erő mindig kétdimenziós. . . . Ha a sebességet is tekinteni akarnánk a hosszúság mellett, három dimenziót kellene tulajdonítani az erőnek, míg én mindig két dimenziósnak tekintettem, éppen, hogy kizárjam a sebességet. . . . Mert a sebességre vonatkozóan (ti. az emelő és az egyszerű gépek esetében, Descartes fejtegetése ezekre vonatkozik) semmi okosat és bizonyosat nem lehet mondani, anélkül, hogy megmagyaráznánk, micsoda a nehézkedés."[24] Az okfejtés lényege éppen az, hogy a sebesség nem szerepel az „erő" (mai terminológiában munka vagy energia) meghatározásában.

Más mechanikai rendszerek, például az ütközés esetében azonban nem lehet a sebességet nélkülözni, s ekkor fel kell tételezni, „hogy van egy meghatározott mozgásmennyiség minden teremtett anyagban, amely se nem nő, se nem csökken soha; és így mikor egyik test mozgásba hozza a másikat, annyit veszít mozgásából, amennyit átad a másiknak."[25] Erre a tételre szüksége volt Descartesnak az ütközés matematikai leírásához. Az ütközés törvényeit hét szabályban foglalta össze. Ezeknek a szabályoknak a téves voltát már Descartes korában felismerték, Huygens kiemelte,

[21] Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa legem naturalem, secundum quam volunt a Deo eadem semper quantitatem motus conservari, qua et in re mechanica abutuntur. = *Math.* Gerhardt, Bd. Vi. 117—123.

[22] *Math.* Gerhardt, Bd. Vi. 118.

[23] Uo. 118.

[24] *Oeuvres de Descartes*, Ch. Adam et Paul Tannery, tome II. No. 142, Descartes à Mersenne, 12 sept. 1638, 352—362.

[25] Uo. No. 161, Descartes a [Mr de Beaune], 30 avril 1639, 541—544, 543.

hogy az első kivételével mind hibás. Descartes azonban nem is a tényleges ütközés magyarázására szánta ütközéselméletét. Absztrakt elmélet volt, a világ felépítésében feltételezett tökéletesen kemény részecskék mozgásában megnyilvánuló szabályokat kereste Descartes.

Az első szabály: két egyenlő nagyságú, egymás felé egyenlő sebességgel haladó test az ütközés után ugyanezzel a sebességgel visszapattan.

A második szabály azt mondja, hogy ha B test nagyobb, mint C, és egyenlő sebességgel haladnak egymás felé, akkor ütközés után azonos sebességgel haladnak abba az irányba, amerre B ment. Jelekben, ha $B > C$ és $v_B = v_C$, akkor $v'_B = v'_C = v'_B$.

A harmadik szabály azt állítja, hogy ha két azonos nagyságú test különböző sebességgel halad egymás felé, akkor ütközés után olyan közös sebességgel haladnak a nagyobb sebességgel érkező test mozgásirányába, amelyik sebesség a két test sebessége közötti különbség felével nagyobb a lassúbb test sebességénél. Ha $B = C$ és $v_B > v_C$, akkor $v'_{BC} = v_C + \frac{v_B - v_C}{2}$.

A negyedik szabály azt mondja ki, hogy egy kisebb test semmiképpen sem tud megmozdítani egy *nyugvó* nagyobbat. Legyen pl. $C = 2B$ és $v_C = 0$, akkor $v'_B = v_B$, $v'_C = v_C = 0$.

Az ötödik szabály a negyedik megfordítása: Ha az ütköző B test nagyobb, mint a nyugvó C, átad „mozgásából" annyit, amennyi ahhoz szükséges, hogy az ütközés után közös sebességgel haladhassanak.

A hatodik szabály a legérdekesebb, ez árulja el igazán, miről is van szó az egész elméletben. „Ha a C test nyugalomban volt és teljesen egyenlő nagyságú B-vel, amelyik C felé mozog, szükségszerű, hogy részben meglökessék a B által részben visszalökje B-t; úgyhogy ha pl. B négy sebességfokkal közeledett C felé, át kell adjon neki egyet és a maradék hárommal vissza kell forduljon arra az oldalra, amelyről jött. Ugyanis szükségszerű lévén, hogy vagy B meglökje C-t anélkül, hogy visszapattanna, és így két fokot adna át mozgásából, vagy hogy visszapattanjon anélkül, hogy meglökné, és hogy következésképpen megtartsa ezt a két sebességfokot a másik kettő mellett, amit nem lehet tőle elvenni, vagy végül, hogy visszapattanjon a mondott két fok egy részét megtartva és a másik részét átvive meglökje C-t; nyilvánvaló, mivel egyenlőek és így nincs értelme, hogy inkább visszapattanjon mint hogy meglökje C-t, ennek a két hatásnak egyenlően kell megoszlani: azaz B ama két sebességfog egyikét át kell adja C-nek, s visszapattanjon a másikkal."[26] Vagy modern parafrázisban:

Ha $B = C$ és $v_B = 4$, $v_C = 0$; akkor $v'_B = 3$, $v'_C = 1$. Ugyanis

a) $v'^1_B = 2$, $v'^1_C = 2$, vagy

b) $v'^2_B = 4$, $v'^2_C = 0$

azaz

$$\frac{a.)+b.)}{2} : v'_B = \frac{2+4}{2} = 3,\ v'_C = \frac{2+0}{2} = 1.$$

Világosan látszik itt, hogy az ütközés szabályai arra valók, hogy elosszák az ütközésben résztvevő testek sebességét eme testek között úgy, hogy az ütközés után a sebességek a lehető legegyenletesebben, legszimmetrikusabban osztozkodjanak a lehetséges eseteken, s közben egy *pozitív* mennyiség, a tömeg és a sebességfok (a sebesség abszolút értéke) szorzata, a „mozgás" vagy „mozgásmennyiség" állandó maradjon.

Nem valódi testek ütközésére vonatkoznak a szabályok, hanem a világ anyagi mechanizmusának a felépítésében szereplő fiktív kemény gömböcskékre. Az ütköző gömböcskék sebessége olyan lesz az ütközés után, hogy a lehető legegyenletesebben oszoljon meg a mozgásmennyiség állandóságának a feltétele által megengedett konfigurációk között. Kisebb test nem hozhat mozgásba nyugvó nagyobbat, mert ehhez annyit át kellene adjon „mozgásából", hogy a saját „mozgása" kisebb lenne, mint a meglökött testé, s ez nem lehetséges, mert a mozgást a „mozgás" átadása hozza létre, s annyit hogy' adhatna át, hogy magának kevesebb maradjon, mint amennyit átadott? Nem, nem a valódi rugalmas testek ütközését tárgyalta Descartes, hanem a valódi világ mögött meghúzódó „igazi világ" mozgástörvényeit kereste. Volt annyira „platonista", hogy ne zavarja a kétféle megmaradási törvény, a mi árnyékvilágunkban szükséges munkamegmaradásnak és az ideák világában érvényes „mozgás"-megmaradás törvényének az össze nem egyeztethetősége.

Leibniz azonban nem volt igazi platonista. Nagy békéltető volt, megegyezések és harmóniák nyughatatlan keresője. Olyan megmaradási elvre volt szüksége, amelyik kielégíti a világ igazi „szimmetriatörvényét": az ok és az okozat teljes egyenértékűségének az elvét. „Mindig tökéletes az egyenlőség a teljes ok és a teljes okozat között", hangoztatja újra meg újra Leibniz, metafizikájának egyik alappilléreként. „Sohasem történhet meg — írja 1693-ban, a *Brevis demonstratio* ... által kiváltott nagy vita során —, hogy a természet olyan állapotot helyettesítene egy másik helyébe, amelyekben az „erők" nem egyenlőek. És hogyha az L állapot helyettesítheti az M állapotot, akkor megfordítva, az M állapot is helyettesítheti az L-et, anélkül, hogy perpetuum mobilétől kellene félni."[27] „Ugyanis, ha az 'eleven erő' növekedhetne, lenne oknál erősebb hatás, azaz lehetséges lenne a mechanikai örökmozgás: valami, ami reprodukálni tudná saját okát s még valami többet, ami lehetetlen. Ha meg csökkenhetne az eleven erő, végül teljesen elveszne, ami kétségkívül ellentmond a dolgok rendjének."[28] Az ok és okozat szimmetriájából tehát szükségképpen következik az eleven erő megmaradásának az elve.

Ez a megmaradási elv volt a Leibniz-féle új kalkulus és a mechanika közötti praestabilizált harmónia első megnyilvánulása. „Az eleven erő — írja Leibniz 1695-ben Burcher de Voldernek — úgy viszonylik a közönséges holt erőnek (= a mai erőnek) a sebesség megváltoztatására irányuló késztetéséhez, mint a végtelen a végeshez, vagy mint a mi differenciálszámításunkban a vonal a vonalelemhez."[29] „Következésképpen súlyos test esésekor, mely esése minden pillanatában azonos végtelen kicsiny sebességnövekedést nyer, a holt erőből az eleven erőt is kiszámíthatjuk, ugyanis a sebesség az idővel egyenes arányban nő, az eleven

[26] *Principia Philosophiae*, II, 51.

[27] Cit. Costabel P.: i. m. 26.

[28] *Essay de dynamique* ... = *Math.* Gerhardt, VI. 215—231, 220.

[29] Leibniz an de Volder. *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz.* Herausgegeben von C. I. Gerhardt, II, 154.

erő pedig a megtett út szerint, vagyis az idő négyzetével arányosan, azaz az okozat szerint. Így tehát geometriánk vagy analízisünk analógiája értelmében, ha a késztetések olyanok, mint dx, akkor a sebességek úgy aránylanak, mint x, az eleven erők pedig mint xx vagyis $\int x dx$"[30]

D'Alembert az új matematikai mechanika pompás módszereinek a birtokában már könnyen megállapíthatta, hogy az eleven erők vitája jelentéktelen félreértés miatt dúlt harminc évig: ha figyelembe vették volna a sebesség előjelét, rögtön észrevehették volna, hogy a Σmv és a Σmv^2 mennyiségre egyaránt érvényes megmaradási elv. De az analitikus mechanika létrejöttéhez az volt szükséges, hogy a metafizikai szimmetria-elveknek megfelelő fizikai megmaradási tételek előkészítsék az utat az analízis alkalmazásához. Kétségtelen, hogy ebben a tekintetben Leibniz Descartes nyomán járt, s nagy elődje, önmaga és kora halmozott tévedésein át tört utat máig érvényes megfogalmazások küszöbéig. A természettudomány fejlődéséhez többek között sok-sok termékeny tévedés és türelem is szükséges. Tolerancia.

Vekerdi László
MTA Matematikai Kutató Intézet

[30] Uo. 156.

A diszperziós összefüggések és az okság elve

Dialógus a klasszikus fizikáról

Szereplők: A feltaláló *(f)*
A fizikus *(F)*

f.: Halló, öreg fiú! Ne álmodozz, ne járj a fellegekben — emlékszel még rám?

F.: — ...?

f.: Hát persze, hogy nem. Együtt tanultunk fizikát évekkel ezelőtt, de én három évi tanulás után feladtam, mert nagyon absztraktnak éreztem az anyagot. Most pedig ... —

F.: Valóban, igen, emlékszem. Örülök, hogy ismét látlak; nagyon jól nézel ki. Mit csinálsz?

f.: Olyan dolgok „feltalálásával" foglalkozom, amelyben egy kis fizikai tudás sokat segít. Ez egy olyan hobby, amiből jól meg tudok élni. Épp most tettem egy igazán fantasztikus felfedezést. Képzeld, olyan napszemüveget fogok csinálni, amellyel sötétben is lehet látni.

F.: Hát ezt hogyan?

f.: Nagyon egyszerű! Oly egyszerű, hogy csodálkozom, miért én vagyok az első, aki erre gondolt. Valószínűleg azért, mert más feltalálók nem tudják eléggé a fizikát, a fizikusok pedig nem gondolkodnak eléggé gyakorlatiasan. — A ti elvont gondolkodástokból nem születik semmi jó. — Nos a gondolat a következő: tegyük fel, hogy egy sötét szobában vagy, ahol egy elektromos villanófény lámpa van — olyan fajta, amit ti használtok a buborékkamráitoknál. A villanófény belépésed után működni fog valamely időpillanatban, de pillanatnyilag a szoba még teljesen sötét. Ha azonban Fourier-analizálod a villanást, az az összes frekvenciákat tartalmazni fogja és így végtelen szinuszhullám formájában mindegyikük jelen lesz a szobában. Amplitúdóik és fázisaik olyanok lesznek, hogy szuperpozíció esetén kioltják egymást, kivéve a másodpercnek azt a törtrészét, amíg a villanófény a sötétséget megszakítja. Igazam van?

F.: Természetesen, de gyerünk tovább.

f.: No már most, az én találmányom az, hogy olyan szemüveget kell használni, melynek lencséi színesek s csak egy frekvenciát, vagy egy nagyon kis frekvenciaintervallumot engednek át, a többit abszorbeálják. Ez az egy frekvencia egy végtelen szinuszhullámhoz tartozik. A spektrum többi része, mely abszorbeálódik, többé már nem lesz képes arra, hogy kioltsa ezt a hullámot, és így a szemedet fény éri, és látni fogsz. — Nem nagy dolog ez?

F.: De igen! Kipróbáltad?

f.: Ki, de eddig valamilyen oknál fogva nem működött. Lehet, hogy nem találtam meg eddig a helyes lencséket, vagy pedig a lencsén átjutó frekvenciaintervallum még mindig túl nagy. A közeljövőben egy nagyon szelektív szűrőt fogok kipróbálni. Lehet, hogy ekkor meg az az energia lesz túl kicsi, melyet ez a kis frekvenciasáv tartalmaz, és így valamilyen erősítő eszközt is kell alkalmaznom, — no, de ezek csak technikai részletek.

F.: Lehet, hogy megfeledkeztél valamilyen más, kevésbé technikai részletről, és van is valami elképzelésem a dologról. Sajnos, azonban sietnem kell. Találkozzunk holnap este odaát a presszóban — 8^h-kor; rendben?

f.: Kitűnő! És igérem, hogy egy pillanatot sem kések. Szervusz!

F.: Szervusz!

Következő este negyed kilenckor

f.: Halló, bocsáss meg, hogy így elkéstem.

F.: Azt igérted, hogy nem fogsz késni.

f.: Valóban nagyon sajnálom. Egy órával ezelőtt indultam el hazulról, noha az út onnan ide alig több, mint 20 perc, de éppen lekéstem a buszt. A következővel még mindig elég

korán ideérkeztem volna, de ahogy felléptem rá, a motor lerobbant, — tudod, ilyen dolog tíz évben egyszer fordul elő. Így elhatároztam, hogy idesétálok s még így is ideértem volna időben, ha egy ember nem próbált volna rabolni néhány ékszert. Egy kővel betörte a kirakatot éppen akkor, amikor elmentem mellette. Nyilvánvalóan bolond volt — képzeld! — kirabolni egy ékszerüzletet kora este, annyi ember között!! Természetesen elkapták — és milyen gügye volt: Egyetlen érthető szót sem tudott mondani, noha egész idő alatt beszélt. És mivel balszerencsémre éppen láttam, hogyan történt a dolog, a rendőrségre vittek, s egy tucatszor el kellett mesélnem az összes részleteket. — Végül is most itt vagyok.

F.: De te azt igérted, hogy nem fogsz elkésni.

f.: Mindent megtettem — mint ahogy már mondtam. — De most már arról a részletről szeretnék hallani, amely szerinted elkerülte a figyelmemet.

F.: Kár, hogy ennyit késtél.

f.: Untatsz engem a szemrehányásaiddal. Láthattam én a jövőbe? *Te?* talán előre tudtad volna ezt az extrém, valószínűtlen eseményláncot, mely engem ennyire késleltetett? — Állítom neked senki, sem tudta volna.

F.: Éppen ez az a kis részletkérdés, mely a találmányodat használhatatlanná teszi.

f.: Hogyan? Ha bolondítani akarsz, akkor most jobb, ha megyek.

F.: Várj. Te egy fényfelvillanás Fourier-analíziséből indultál ki. Mármost, Fourier-analízist minden, időben változó dologra lehet alkalmazni. Ki tudsz gondolni egy másik példát is?

f.: Remek gondolat. Lehet, hogy a találmányomat más esetekre is ki lehet terjeszteni. Lássuk csak; valóban, a hangra.

F.: Én a következőre gondoltam. Tarts hangvillát egy ágyú közelébe. Mi történik?

f.: Érvelésem szerint rezegnie kell, mivel a dörrenésből egyetlen Fourier-komponenst választ ki. Az alapelv ugyanaz, mint az én színes szemüvegemmel.

F.: Igaz. És megfigyeltél már valaha is ilyet?

f.: Hát persze, hogy meg. Jól emlékszem durranó-gázzal végzett kísérleteimre. A hangvilla, mely történetesen ott állt a laboratóriumban egy kísérleti robbantás után még húsz másodperccel is adott hangot.

F.: Nyilván ismersz olyan anyagokat is, melyek fényt adnak, miután egy villanással megvilágítottuk őket?

f.: Miért teszel fel nekem ilyen kérdéseket? Mindenki ismer ilyeneket a karórájáról. És a példáid csak azt bizonyítják, hogy találmányomnak *működnie kell.* Azonban már kezdek kételkedni, hogy gyakorlatilag jól be fog-e válni? A helyzet az, hogy a foszforeszkáló anyagok, hangvillák és hasonló mechanizmusok csökkenő intenzitással, és nem is hosszú ideig emittálnak. Gondolod, hogy ez az a bizonyos részletkérdés?

F.: Nem teljesen. Mondd, adott hangot a hangvillád már a kísérleti robbanás előtt is?

f.: Nem, természetesen nem! Mivel ... óh, azt mondtam természetesen? Természetesen *nem* gondolom, hogy „természetesen" — csak váratlanul kérdeztél. Amire én valóban gondolok az az ...

F.: ?

f.: Várj csak ... igaz, én sohasem figyeltem meg ilyen jelenséget. Egyrészről ez természetesnek látszik, ezért hagyta el a számat a „természetesen"; de ellentmond a Fourier-analízisről és az egy frekvencia kiszűréséről szóló érvelésemnek. És ezért egyáltalában nem látszik „természetes"-nek. Itt egy ellentmondás van, amelyet én valóban nem értek, de nemcsak váratlanul kérdeztél, hanem úgy hiszem itt valóban fején találtad a szöget.

F.: Gondolj csak a hangvilládra. Mi van akkor, ha ténylegesen már a robbanás előtt adott hangot?

f.: Tudom mire akarsz kilyukadni. Kb. 20 másodperces csillapodási idejével kb. 20 másodperccel a robbanás előtt is rezegnie kellett volna —, de hogyan tudhatja, hogy pontosan *mikor* fog a dörrenés történni?

F.: Ha még azt sem tudtad előre látni, hogy ma este elkésel! Látod most már a figyelmen kívül hagyott részletkérdést?

f.: Kezdem érteni. Azt mondod, hogy a felfedezésem — legalábbis az érvelésem — sérti az okság elvét? Azt mondod, ha igazam lenne, akkor annak a megfigyelése révén, hogy a hangvilla rezegni kezd, arra következtethetnék, hogy a következő percen belül *biztosan bekövetkezik a robbanás,* — annak ellenére, hogy a gyújtás esetleg nem fog működni?

F.: Válaszod helyes és saját magad találtad ki.

f.: *Be kell vallanom,* hogy ez az általános érv nem győz meg valami nagyon — noha el kell fogadnom. Csaknem ugyanolyan meggyőző számomra, mint az energiamegmaradás elve vagy a termodinamika második főtétele egy olyan ember számára, aki épp most talált fel egy örökmozgót. Hallottál már valaha is olyan emberről, aki azt mondja: „Köszönöm uram, hogy emlékeztet erre az általános törvényre. Most már világosan látom, hogy a találmányom nem működhetik." Egy örökmozgós sem adja be a derekát mielőtt meg nem mutatják neki gépének specifikus hibáját. Nem vagyok olyan buta, hogy harcoljak az okság elve ellen, amíg nincsenek komoly okok arra nézve, hogy kételkedjünk benne, de az érv így általánosságban mégsem elégít ki. — Azt kell látnom, hol rossz a megfontolásom. Nem egyezik-e a véleményed abban, hogy minden egyes Fourier-komponens egy végtelen rezgés és, hogy vannak mechanizmusok (szűrők), melyek képesek egy (vagy egynéhány) frekvencia kiválasztására? Mi rossz akkor?

F.: Ki fogjuk találni. Próbáljuk meg a lehető legáltalánosabban leírni a dolgokat (megakadályozandó, hogy holnap visszagyere egy új módszerrel, hogy becsaptad az okság elvét). Legyen egy fekete doboznak nevezett rendszered, amely mindazon dolgokat helyettesíti, amiről beszélünk (szűrő üvegek, hangvilla stb.). Van valamilyen erő, nevezzük bemenetnek, amely a dobozra hat és van valamilyen válasz a dobozból; a kimenet. Nyilván mind a bemenet, mind a kimenet időtől függő mennyiségek. Most pedig vedd át, kérlek, a szót, és írd le a doboz tulajdonságait; — olyan tulajdonságokat, amelyek az összes effajta „kauzális dobozoknak" nevezhető doboz tulajdonságai.

f.: Rendben. Mindenekelőtt — úgy gondolom — ennek a fekete doboznak lineárisan kell kapcsolatba hoznia a be- és a kimenetet. Ismerek ugyanis olyan nem-lineáris rendszereket, melyeknél öngerjesztés léphet fel.

F.: Jó, de talán ez túl erős megkötés lenne, mivel olyan nem-lineáris rendszereket is ismerünk, amelyeknél nem lép fel öngerjesztés, és amelyek kauzálisak. Az egyszerűség kedvéért azonban tételezzünk fel lineárisat. Van még valami?

f.: A te fekete dobozodnak mindig önmagával azonosnak kell maradnia; ha lennének olyan belső tulajdonságai, amelyek az idő folyamán megváltoznának, akkor képes lenne arra is, hogy bemenet nélkül adjon kimenetet. Ez a kimenet azt jelezné, hogy a dobozon belül történik valami.

F.: Ennyi az egész? Eddig csak azt zártad ki, hogy a fekete doboz a saját számlájára dolgozzon. És ami egy adott bemenet és a megfelelő kimenet közötti okozati összefüggést illeti? Gondolj csak a hangvillára!

f.: Ha én egy dörrenést vagy villanást képzelek el — már úgy értem, bármilyen

$$f(t) = \delta(t - t_0)$$

alakú bemenetet — az okság elvéről szóló érvelésedet elfogadva akkor azt követelném meg, hogy semmilyen $g(t)$ alakú kimenet nem kezdődhetne t_0-nál korábban, de t_0 után bizonyos ideig még tarthatna.

F.: Kiváló! Most fogalmazzuk meg matematikailag. Az, hogy a kimenet a bemenet lineáris funkcionálja, azzal fejezhető ki, hogy

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(t, t')f(t')\mathrm{d}t' \qquad (1)$$

nemde?

f.: Rendben. És több is igaz. Ha $L(t, t')$ azt fejezi ki, amit a fekete doboz végez, és ha a fekete doboznak nincs valamilyen időben változó tulajdonsága, akkor $L(t, t')$ csak a $t - t'$ különbségtől függhet.

F.: És az utolsó feltételed?

f.: Nos, $f(t) = \delta(t - t_0)$-al azt kapjuk, hogy

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(t - t')\delta(t' - t_0)\mathrm{d}t' = L(t - t_0),$$

és $g(t)$-nek $t < t_0$ esetén zérusnak kell lennie, ezért

$$L(t - t_0) \equiv 0, \text{ ha } t < t_0. \qquad (2)$$

Nem látom azonban a kapcsolatot a problémámmal. Én annak a megfontolásából indultam ki, hogy a fekete doboz hogyan hat az egyes különálló Fourier-komponensekre.

F.: Akkor miért nem Fourier-transzformálod a

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(t - t')f(t')\mathrm{d}t' \qquad (3)$$

egyenletet és miért nem nézed meg milyen eredmény jön ki?

f.: Remek gondolat. Leírom a Fourier-transzformáltat:

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{i\omega t}\,\mathrm{d}t:$$

és azt találom, hogy

$$\tilde{g}(\omega) = \tilde{L}(\omega) \cdot \tilde{f}(\omega). \qquad (\tilde{3})$$

Ez gyönyörű. Egy monokromatikus bemenet egyszerűen egy számmal szorzódik. Ha a doboz szűrőként viselkedik, akkor $\tilde{L}(\omega)$ zérus, kivéve abban a frekvenciatartományban, amely ki lett szűrve. Még mindig nem értem, mi a rossz a felfedezésemben, — sőt ez a formula éppen az én érvelésemet látszik alátámasztani.

F.: Az oksági elvet még nem használtad ki teljesen, — arra a tényre gondolok ugyanis, hogy $t - t' < 0$ esetén $L(t - t') \equiv 0$. Meg leszel lepve, hogy ez a feltétel mit is mond $\tilde{L}(\omega)$-ra nézve.

f.: Lássuk csak. Leírom:

$$\tilde{L}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(\tau)e^{i\omega\tau}\,\mathrm{d}\tau; \quad L(\tau) \equiv 0, \text{ ha } \tau < 0.$$

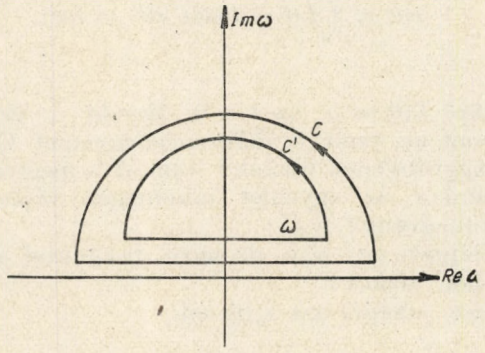
Igen, értem: $\tilde{L}(\omega)$ az ω analitikus függvénye, és a felső félsíkon holomorf, mivel csak pozitív τ ad járulékot az integrálhoz. Azt gondolod, hogy ez komolyan korlátozza $\tilde{L}(\omega)$ lehetőségeit?

F.: Igen. És hadd haszháljak fel egy kis trükköt, hogy megkapjuk e korlátozás még részletesebb leírását, jobbanmondva egy másféle leírását. Ismerve téged, tudom, hogy nem fogsz ragaszkodni a matematikai finomsághoz, és ez könnyűvé teszi, hogy egészen röviden fejtsem ki a gondolatmenet fontosabb pontjait. Mivel $\tilde{L}(\omega)$ a felső félsíkon holomorf,

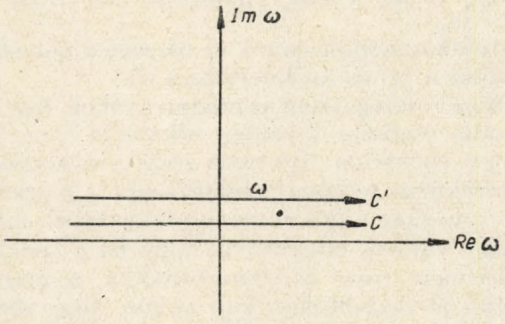
értékét $\mathrm{Im}\,\omega > 0$ esetére a Cauchy-formula adja meg

$$\tilde{L}(\omega) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{\tilde{L}(\omega')}{\omega' - \omega}\,\mathrm{d}\omega' + \frac{1}{2\pi i}\int_{C'} \frac{\tilde{L}(\omega')}{\omega' - \omega}\,\mathrm{d}\omega', \quad (4)$$

ahol az integrálás útját a következő ábra mutatja. A második integrál nem ad járulékot. Az én trükköm éppen az, hogy ennek ellenére hozzáadom. Tartassunk a végtelenhez a félkörök sugaraival, és tételezzük fel, hogy $\tilde{L}(\omega)$ elég gyorsan csökken ahhoz, hogy ezek a félkörök semmilyen járulékot se adjanak ilyen határesetekben (Ha nem így lenne, akkor $\tilde{L}(\omega)$ helyett $\tilde{L}(\omega)$-nak egy alkalmas polinommal osztott alakját tekintenénk). Tehát a következő integrálutaknál maradunk:



1. ábra



2. ábra

C és C' most $-\infty$-től $+\infty$-ig terjed. Végü közelítsük C-t és C'-t a valós tengelyhez úgy hogy ω mindig közöttük maradjon, és ekkor megkapjuk ...

f.: ... a főérték integrál kétszeresét, nemde?

F.: Igen, jól emlékszel, azt kapjuk, hogy

$$\tilde{L}(\omega) = \frac{1}{2\pi i}\,2P\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{L}(\omega)}{\omega' - \omega}\,\mathrm{d}\omega' \qquad [\omega \text{ valós}]$$

ahol P a főértéket jelöli. Természetesen ez egyáltalában nem bizonyítás, de heurisztikus érvünk mégis a helyes képlethez vezet. Most külön-külön leírjuk a reális és az imaginárius részt:

$$\tilde{L}(\omega) = \mathrm{Re}\;\tilde{L}(\omega) + i\,\mathrm{Im}\,\tilde{L}(\omega),$$

ekkor

$$\mathrm{Re}\,\tilde{L}(\omega) = \frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Im\,\tilde{L}(\omega')}{\omega' - \omega}\,\mathrm{d}\omega'.$$

$$\mathrm{Im}\,\tilde{L}(\omega) = -\frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Re\,\tilde{L}(\omega')}{\omega' - \omega}\,\mathrm{d}\omega'. \quad (5)$$

Ez a képletpár — amit diszperziós összefüggésnek neveznek — tökéletesen egyenértékű $\tau < 0$ esetén $L(\tau) \equiv 0$-val, s így az okság elvével. Természetesen van néhány finom matematikai részlet, amelyet elhagytunk. Ezek azonban az egzakt megfogalmazásban és a Titchmarsh-tétel bizonyításában benne vannak. Ez a tétel (durván szólva) azt állítja, hogy az $L(\omega)$ függvény három tulajdonsága:

a) hogy kielégíti a diszperziós összefüggéseket,

b) hogy van egy $\tau < 0$ esetén eltűnő $L(\tau)$ Fourier-transzformáltja,

c) hogy a felső félsíkban holomorf

lényegében csak egyetlen egy tulajdonság, amelyet különböző szavakkal háromszor fejezünk ki.

f.: Már majdnem értem, hogyan is működik. De mit lehet mondani a példákról; az optikai szűrőről és a hangvilláról? Jól emlékszem, hogy a klasszikus elektrodinamikában az átlátszó anyag optikai tulajdonságai azáltal tehetők plauzibilissá, hogy a törésmutatót kapcsolatba hozzuk az elektromos polarizálhatósággal, amelyet egy olyan modell alapján számolunk ki, ahol az elektronok rugalmasan kötöttek, és a fényforrás külső elektromos terének megfelelően oszcillálnak. És végül is a hangvilla szintén valamilyen lineáris oszcillátorszerű valami — nem próbálhatnánk meg egy speciális fekete doboz esetét megtárgyalni és megfontolásainkat rá alkalmazni? Ami engem illet addig nem tudnék aludni, amíg ezt a gyakorlati példát nem látom megoldva.

F.: Jó. Írjuk.

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2\,x = f(t), \quad (6)$$

és tekintsük $f(t)$-t bemenetnek, $x(t)$-t kimenetnek. Képezzük ezen egyenlet Fourier-transzformáltját:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int \tilde{x}(\omega)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}\omega,$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int \tilde{f}(\omega)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}\omega.$$

Azt kapjuk, hogy

$$\tilde{x}(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}\,\tilde{f}(\omega)\,. \qquad (7)$$

Összehasonlítva a (3̃) egyenlettel látszik, hogy fekete dobozunkat az esetben a következő függvény írja le

$$\tilde{L}(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} = -\frac{1}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)} \qquad (8)$$

ahol ω_1 és ω_2 ...

f.: Hadd próbáljam meg folytatni. Ennek a függvénynek a felső félsíkon holomorfnak kell lennie. Valóban a függvénynek ω_1 él és ω_2-nél két pólusa van, nevezetesen

$$\omega_{1,\,2} = -\frac{1}{2}\,i\,\gamma \pm \omega_0', \text{ ahol } \omega_0' = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{4}\gamma^2}\,, \qquad (9)$$

és mindkettő az alsó félsíkban fekszik. Ennek azt kellene jelenteni, hogy az $L(\tau)$ függvény kauzális, azaz $\tau < 0$ esetén eltűnik. Hogy ezt megmutassuk, ki kell számolnunk az

$$L(\tau) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega\tau}}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)}\,d\omega$$

integrált. A $-\infty$-től a $+\infty$-ig vett integrálási utat most $\tau < 0$ esetén úgy helyezhetjük át, hogy párhuzamosan $+i\infty$-be toljuk. Mivel az integrandusnak a felső félsíkon nincsenek szinguláris helyei, az integrál eltűnik. Másrészről, $\tau > 0$ esetén ha azt akarjuk, hogy az integrandus eltűnjék az utat $-i\infty$-be kell tolnuk le. Ez esetben a pólusok reziduumának a járulékai:

$$L(\tau) = \frac{1}{2\pi}\,2\pi i\left[\frac{e^{-i\omega_1\tau}}{\omega_1 - \omega_2} + \frac{e^{-i\omega_2\tau}}{\omega_2 - \omega_1}\right] =$$

$$= \frac{1}{\omega_0'}\,e^{-\frac{1}{2}\gamma t}\sin\omega_0'\,\tau,$$

azaz

$$L(\tau) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } \tau < 0, \\ \dfrac{1}{\omega_0'}\,e^{-\frac{1}{2}\gamma\tau}\sin\omega_0'\,\tau, & \text{ha } \tau > 0, \end{cases}$$

Ha most leírjuk, hogy

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(t - t')\,f(t')\,dt' = \frac{1}{\omega_0'}\int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{1}{2}\gamma(t-t')} \times$$

$$\times \sin[\omega_0'(t - t')]\,f(t')\,dt'$$

akkor explicite látjuk a kauzális viselkedést.

Hogy $\tilde{L}(\omega)$ eleget tesz az (5) diszperziós összefüggéseknek, elhiszem anélkül, hogy bizonyítanád.

F.: Hogy teljessé tegyük megfontolásodat a dörrenést meg a villanást is meg kell még tárgyalnod — azaz a $f(t)' = \delta(t')$ esetet!

f.: Jó; teljesen általánosan — mint ezt már láttuk —

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(t - t')\delta(t')dt' = L(t),$$

ahol $L(t) \equiv 0$, ha $t < 0$. Mondd — ez nem pont az, amit a differenciálegyenlet Green-függvényének hívnak? Nem az a megoldás-e, amikor az egyenlet inhomogén része egy δ-függvény?

F.: Teljesen úgy van, de most diszkutáld az explicit alakot!

f.: Ime, jelöljük azt $x_0(t)$-vel:

$$x_0(t) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } t < 0, \\ \dfrac{1}{\omega_0'}\,e^{-\frac{1}{2}\gamma t}\sin\omega_0'\,t, & \text{ha } t \geqq 0. \end{cases} \qquad (10)$$

A rezgés $t = 0$-nál indul ω_0' frekvenciával és $1/2\gamma$ csillapítási tényezővel, és ez a két szám éppen (az előjelt is beleértve) az $\tilde{L}(\omega)$ pólusainak az imaginárius és reális része. Az amplitudó, amellyel az a rezgés indul nevezetesen az $\dfrac{1}{\omega_0'}$ mennyiség, pontosan az $\tilde{L}(\omega)$ reziduumai modolusainak az összege a pólusoknál (lásd a (8) és (9) kifejezéseket).

F.: Hadd összegezzem az eredményeket: Egy kauzális rendszer kiválóan alkalmas arra, hogy egy spektrum bizonyos részét kiválassza és (csaknem teljesen) abszorbeálja a maradékot — de $\tilde{L}(\omega)$ valós és imaginárius részei mindig úgy vannak elrendezve, hogy ha a spektrum bármely része is abszorbeálódik, a maradék épp jó fáziseltolást kap ahhoz, hogy semmilyen kimenő jel se előzhesse meg a bemenőt. A reális és az imaginárius rész közötti ezen összefüggést a diszperziós képletek fejezik ki. A kimenet azonban késhet is a bemenethez képest. Hogy mennyivel, milyen amplitudóval és „élettartammal", ez az $\tilde{L}(\omega)$ alsó félsíkban levő szinguláris pontjainak reziduumaitól és helyétől függ. Minden esetben hasonló helyzetet találsz, ahol az okság elve szerepet játszik — pl. a szórás kvantumelméletében, ahol viszont $\tilde{L}(\omega)$ sokkal bonyolultabb lesz. Ezt ott szórási amplitudónak nevezik: ennek nemcsak pólusai, hanem vágásai is lesznek. A vágások egy szórásfolyamatban történő részecske-keltéssel vannak kapcsolatban, de a pólusoknak ahhoz hasonló jelentőségük van, mint amit ebben az egyszerű példánkban is

találtunk: a reális és az imaginárius részeik a rezonanciák frekvenciája (= energiája) és reciprok élettartama.

f.: Nagyon szépen köszönöm: most már értem, hogy az okság elve nem csupán szegény találmányom elleni általános érv, sőt azt is értem, hogy az anyagi fizikai rendszerek hogyan valósítják meg azt, hogy az okság összeegyeztethető a frekvencia szűrők létezésével. Igérem, biztosan nem fogom megpróbálni, hogy jobb szűrő-üveget találjak! Viszontlátásra!

F.: Viszontlátásra!

R. Hagedorn

CERN, Genf

Fordította Bozóki György

EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK

Az Egyesített Atomkutató Intézet tíz éve

1966. március 26-án töltötte be tizedik évét a dubnai Egyesített Atomkutató Intézet. Ezt a nemzetközi tudományos szervezetet az alapító tagok: Albánia, Bulgária, Magyarország, a Német Demokratikus Köztársaság, a Koreai Népi Demokratikus Köztársaság, Mongólia, Lengyelország, Románia, a Szovjetunió és Csehszlovákia határozata alapján hozták létre. Az alapító tagokhoz hamarosan csatlakozott a Vietnami Demokratikus Köztársaság is.

Az Egyesített Atomkutató Intézet megalapítását a szovjet kormány javasolta és az új tudományos intézmény rendelkezésére bocsátotta a Szovjet Tudományos Akadémia két jelentős — Dubnában működő — kutatóintézetét. Ezek az intézetek jelentették az alapot, amely körül rövid idő alatt felépült a világ egyik legnagyobb tudományos központja.

Az Egyesített Atomkutató Intézet céljait és alapvető szervezeti elveit az alapítási egyezményben rögzítették. A moszkvai egyezmény aláírásánál kezdődik az Intézet tevékenységének története.

Az Intézet alapvető feladata a szocialista országok erőinek egyesítése a végső célként az atomenergia békés felhasználására irányuló kutatásokban. Az Intézet hivatott a tagországokban a tudomány fejlesztését, a kutatói gárda kialakítását elősegíteni, és kapcsolatot tartani a világ hasonló jellegű tudományos szervezeteivel.

Az Intézet tevékenységét, az új laboratóriumok építését a tagországok finanszírozzák; az egyes országok között az anyagi terhek azok gazdasági lehetőségeinek figyelembevételével oszlanak meg, és az összes kiadás 0,05%-ától 47,25%-áig terjednek.

A tagországok jogai és tudományos tevékenységük lehetőségei azonban nem függenek a befizetett összeg nagyságától. Ezt a fontos alapelvet először az Alapítási Egyezményben, majd az 1956. szeptember 23-án elfogadott Szervezeti Szabályzatban rögzítették. Ez a két dokumentum jelenti az Intézet tevékenységének nemzetközi jogi alapját.

Az EAI irányító szerve a tagországok meghatalmazott képviselőinek bizottsága. A tudományos tevékenységet a Tudományos Tanács vezeti, amely a tagországok kiemelkedő tudósaiból áll. Ezen kívül speciális vezető és koordináló szervek egész sora segíti az Intézet munkáját.

Az Intézet igazgatóját és igazgatóhelyetteseit a tagországok képviselőinek bizottsága választja. A tízéves évfordulón az Intézet igazgatóhelyettesei a csehszlovák Ivan Ulehla és a magyar Fenyves Ervin professzor.

Az elmúlt 10 évben az Intézet igazgatójaként dolgozott D. I. Blohincev (Szovjetunió), aki ma az Elméleti Fizikai Laboratóriumot vezeti; igazgatóhelyettesek V. Votruba (Csehszlovákia), M. Danysz (Lengyelország), Van Gan-Csan (Kínai Népköztársaság), E. Dzsakov (Bulgária), T. Tenesescu és S. Titeica (Románia) voltak. Valamennyien fontos szerepet töltöttek be az Intézet fejlesztésében, nemzetközi kapcsolatainak kiszélesítésében.

Az adminisztratív, gazdasági, financiális tevékenységet az Intézet megalakulása óta V. N. Szergijenko adminisztratív igazgató irányítja.

Az Egyesített Atomkutató Intézet a szocialista országok nemzetközi tudományos együttműködésének első kísérlete. E nagyszabású kísérlet sikerét bizonyítja az első tíz év eredményes munkája.

Az elmúlt években az Intézet nagyon megnőtt. Új laboratóriumok, kísérleti műhelyek, energetikai egységek épültek. A jelentéktelen falu világszerte ismert várossá fejlődött, modern lakónegyedekkel, kényelmes szállodával, könyvtárakkal; Dubna nagy nemzetközi tudományos konferenciák színhelyévé vált. Az elsőosztályú laboratóriumokban kiterjedt kutatógárda dolgozik; eredményei nagyrészét az egész tudományos világ ismeri. A modern magfizika, és különösen a nagyenergiájú fizika igen nagyarányú, ugyanakkor valószínűtlenül finom és pontos kísérleteket követel. A szükséges műszerek és felszerelések az elmúlt 15—20 év alatt óriási fejlődésen mentek keresztül. Régebben elhelyezésükhöz elég volt egy laboratóriumi asztal, vagy szélsőséges esetben egy kis szobányi területet foglaltak el; ma a gyorsítók és reaktorok méretben nagy ipari létesítményekkel vetekszenek, a tudomány és technika legújabb eredményeit egyesítve magában. Sőt: sokszor a meglevő tudományos és technikai szint nem bizonyul elegendőnek. Így nem lehet azon csodálkozni, hogy sok iparilag fejlett ország sem tud önállóan ilyen berendezéseket létesíteni.



1. Az EAI legfelső szerve, a tagországok meghatalmazott képviselőinek bizottsága



2. Az EAI vezetése nemzetközi alapon történik. A fényképen balról jobbra: N. N. Bogoljubov akadémikus, az intézet igazgatója, D. I. Blohincev, a SzTA levelező tagja, az Elméleti Fizikai Laboratórium igazgatója, Fenyves Ervin professzor, az EAI igazgatóhelyettese, V. N. Szergijenko adminisztratív igazgató, Ivan Ulehla professzor, az EAI igazgatóhelyettese

A tudomány és a kísérleti technika fejlődése kényszeríti a tudósokat a nemzetközi együttműködésre. Enélkül elképzelhetetlenek az eredményes kutatások a magfizika területén.

A tudósok városa, Dubna, fiatal település, Kevesebb, mint 20 éve alapították Moszkvától 120 km-re ott, ahol a festői Dubna folyó a Volgába torkollik. A közelben van egy vízierőmű, amely a kísérleti berendezéseket ellátja árammal.

A Tudományos Akadémia magfizikai kutatóintézetét 1956-ban a szovjet kormány átadta az EAI-nak. Ebből alakult ki az Intézet egyik első laboratóriuma — a Magfizikai Kérdések Laboratóriuma. Az elmúlt 10 évben ebben a laboratóriumnan sok világhírűvé vált kísérleteket végeztek. Felszerelése időközben sokkal gazdagabbá vált; új kísérleti berendezések érkeztek Magyarországról, a Német Demokratikus Köztársaságból, Lengyelországból, Csehszlovákiából és természetesen a Szovjetunióból. A Magfizikai Kérdések Laboratóriumában ma több, mint 700 ember dolgozik, vezetője V. P. Dzselepov professzor, egyik helyettesévé nemrég választották meg Karl Alexander német professzort.

Idézzünk néhányat a laboratórium munkáiból. Az elasztikus és inelasztikus nukleon-nukleon szórások vizsgálatával a laboratórium tudósai nagy lépést tettek előre a magerők megismerésének útján. A π—N kölcsönhatások tanulmányozása során sikerült nagy pontossággal bebizonyítani az egyik legáltalánosabb törvényt — a

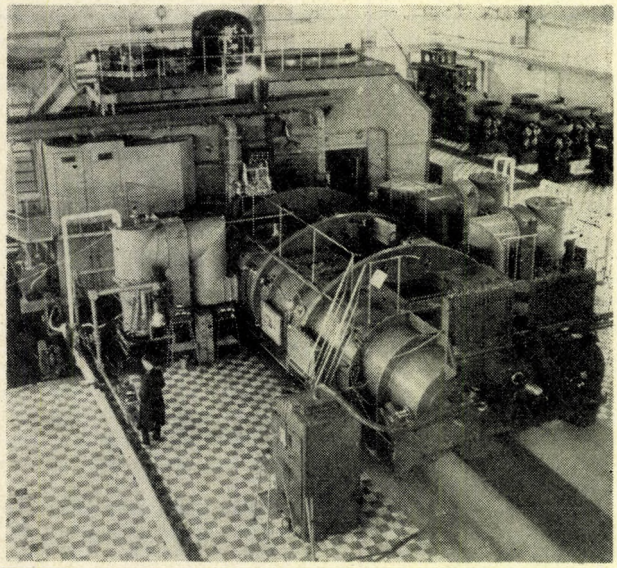


3. A Magfizikai Kérdések Laboratóriumának szinkrociklotronja

magerők töltésszimmetriáját és töltésinvarianciáját. Az okság elvét a szinkrociklotronon végzett kísérletek segítségével 10^{-13} cm nagyságrendű távolságokig sikerült bebizonyítani.

Olyan ritka folyamatok vizsgálatai alapján, mint a π mezonok β-bomlása, vagy μ-mezonok befogása He^3-ban, nyert bizonyítást a müon-elektron-szimmetria, és sikerült igazolni az univerzális gyenge kölcsönhatások elméletének alapelveit. A laboratóriumban megalapozták a kétféle neutrinó létezésének lehetőségét és kísérletet javasoltak a müon-neutrinó észlelésére. Érdekes jelenségeket figyeltek meg a μ- és π-mezoatomos folyamatok tanulmányozása során is.

A szinkrociklotronon végzett magspektroszkópiai kísérletek több mint 40 új izotóp felfedezéséhez vezettek. Ezeknek mintegy felét a kevéssé ismert neutrondeficites és erősen deformált magok vizsgálata során találták meg.



4. A Magreakciók Laboratóriumának iongyorsítója, amelyen többek között a 104. elemet felfedezték

A Magfizikai Kérdések Laboratóriumában nagy sikereket értek el a gyorsítók elméletének és technikájának terén. Itt építették fel az első térben változó mágneses terű ciklotront. Megmutatták a relativisztikus részecskegyorsítók létrehozásának lehetőségét.

Ebben a rövid cikkben lehetetlen azoknak a felsorolása is, akik a laboratórium legfontosabb munkáiban részt vettek. Említsünk meg mégis néhányat közülük: Bruno Pontecorvo akadémikus, M. G. Mescserjakov akadémiai levelező tag, Heinz Pose professzor (NDK), L. L. Lapidusz, A. A. Tyapkin, V. P. Dmitrijevszkij, J. M. Kazarinov, J. D. Prokoskin, a fizikai-matematikai tudományok doktorai, Marius Petrashcu (Románia), Zselju Zselev (Bulgária), Ivan Enzevics (Bulgária), Gerhard Musiol és Gerhard Liebmann (NDK) tudományos csoportvezetők.

Dubna második nagy laboratóriuma, amelyben ma több mint 1000 ember dolgozik, a V. I. Vekszler* akadémikus vezetése alatt álló Nagyenergiájú Fizikai Laboratórium. Ez a laboratórium az 1956-ban az EAI-nak átadott Elektrofizikai Intézetből alakult ki. Itt készült el a Szovjetunió sok tudományos kutatóintézetének és ipari vállalatának segítségével a hatalmas, 10 milliárd eV-os protongyorsító, a szinkrofazotron, amely 1957-ben kezdte meg működését, és amely hosszú ideig a világ legnagyobb gyorsítója volt. A fizika történetében először sikerült laboratóriumi körülmények között „kozmikus" energiájú — 10 milliárd eV-os — protonokat nyerni, amelyek segítségével lehetőség nyílt különböző típusú gyors részecskék — antiprotonok, π-mezonok, K-mezo-

* V. I. Vekszler 1966. IX. 28-án meghalt. (Szerk.)

nok — megfigyelésére is. A kapott hatalmas kísérleti anyag az elemi részek eddig nem ismert tulajdonságainak, folyamatainak tanulmányozását tette lehetővé.

Ma már Dubnában is van két nagyobb gyorsító, Szerpuhovban pedig 70 milliárd eV energiájú gyorsító épül. Mégis, a dubnai szinkrofazotron még sokáig hasznos eszköze lesz a kísérleti elemirész-fizikának. Az itt dolgozók közül meg kell említeni I. V. Csuvilo, Van Gan-Csan (Kína), Marian Danysz (Lengyelország) és Pável Markov (Bulgária) professzorokat, Vaclav Petrilak akadémikust (Csehszlovákia), A. Mihul (Románia), Bozóki Gy. (Magyarország), Z. Strugalski (Lengyelország) és M. Maly (Csehszlovákia) tudományos csoportvezetőket valamint M. I. Szolovjovot, A. G. Zeldovicsot, M. I, Podgoreckijt (Szovjetunió) és Baatarijn Csaadrát (Mongólia), a fizikai tudományok doktorait. A különböző elemi részek: mezonok, nukleonok, hiperonok keltési reakcióinak vizsgálata a kölcsönhatásokra vonatkozó érdekes következtetésekre vezetett. A megállapított törvényszerűségek azután különböző elméleti modellek segítségével magyarázatot nyertek. A kutatások során elért legnagyobb ery edména Σ^- hiperon felfedezése volt 1960-ban; ez volt a világon az első megfigyelt töltött antihiperon, és felfedezése alátámasztotta a részecskék tulajdonságaira vonatkozó általános elméleti feltevéseket.

Sok munkát szenteltek az ún. rezonanciák — nagy energiájú elemi részek kölcsönhatásakor keletkező, igen rövid élettartamú rendszerek — vizsgálatának. Egyes rezonanciák felfedezése a Nagyenergiájú Fizikai Laboratórium kutatóinak nevéhez fűződik.

A kidolgozott pontos kísérleti módszerek a nukleonok struktúrájára vonatkozó fontos kísérletek elvégzését tették lehetővé. A kapott eredmények nem fértek össze a meglevő elmélettel, és egy új modell megalkotására vezettek, amely szerint a nukleon magból és kevésbé szilárd π-mezonhéjból áll. Különösen érdekesek a nemrégiben végzett nagyenergiájú elasztikus π—N szórási kísérletek, amelyekben a magerők ismeretlen tulajdonságaira derült fény.

Röviden ennyit mondhatunk az Egyesített Atomkutató Intézet első két laboratóriumáról. Az épületek és berendezések értéke, amelyeket az Intézet tehát mindennemű térítési kötelezettség nélkül kapott meg, 500 millió rubel.

A kutatások kiszélesítése céljából az új nemzetközi kutatóintézetnek új laboratóriumokat kellett létesítenie. Ezek közül az első — nem véletlenül — az Elméleti Fizikai Laboratórium volt.

A kísérleti eredmények mindig szorosan kapcsolódnak az elméleti fizika sikereihez, sokszor csak annak következményeként jöhetnek létre. Az elméleti és kísérleti fizika együttműködésével magyarázható az elemirész-fizika és a magfizika rendkívül gyors fejlődése. A tagországok kiváló tudósokat küldtek Dubnába, így itt sikerült megteremteni az elméleti fizika egyik legnagyobb központját. Az Elméleti Fizikai Laboratórium észrevehetően hat a fizika fejlődésére az egész világon.

A fizikusok azt mondják, hogy nem tudják, mik azok a magerők. Valójában ezekről az erőkről ma már sok minden ismeretes, és ez a kijelentés csak azt jelenti, hogy nem rendelkezünk még egységes elmélettel, amely leírná az elemi részeket és azok kölcsönhatásait. Ebben az értelemben az elmúlt 10 év nem hozott forradalmian új eredményeket, a fejlődés azonban többirányú és mély volt. A leglényegesebb sikereket az elmélet általános elveinek — az okság elvének, a különböző megmaradási és szimmetriatörvények alkalmazásában érték el. A kutatások másik ága elemirész-modellek alkotására irányult. Végül a harmadik tevékenység elvileg új utak keresése volt.

1956-ban Dubnában megadták a diszperziós relációk egzakt levezetését, majd azoknak bizonyos konkrét alkalmazásait. A diszperziós összefüggések kísérleti igazolása a térelmélet alapvető elveinek helyességét bizonyítja. Ugyancsak a térelmélet csupán legáltalánosabb követelményeinek felhasználásával függ össze az elemi részek kölcsönhatásainak igen nagy energiákon történő vizsgálata.

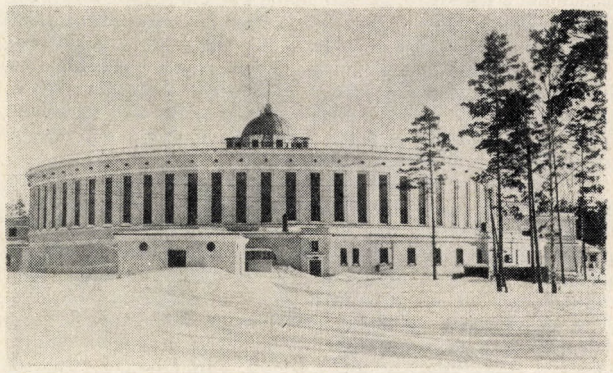
A gyorsítókon végzett kísérletek tervezésében és a mérési eredmények értékelésében fontos szerepet játszottak az elemi részek közötti kölcsönhatások fenomenológikus elméletével foglalkozó munkák. A mikrovilág tér-idő-geometriájának vizsgálata nemcsak fizikai, de filozófiai szempontból is jelentős. A dubnai teoretikusok egyes munkái térelméleti modellek megalkotásával foglalkoznak.

Az egyik legizgatóbb kérdés ma az elmúlt években felfedezett elemi részek nagy számával kapcsolatos (pillanatnyilag több mint kétszázat ismerünk, és számuk továbbra is nő). Rendszerezésükben és leírásukban az utóbbi időben sikeresen alkalmazzák a szimmetria-elveket.

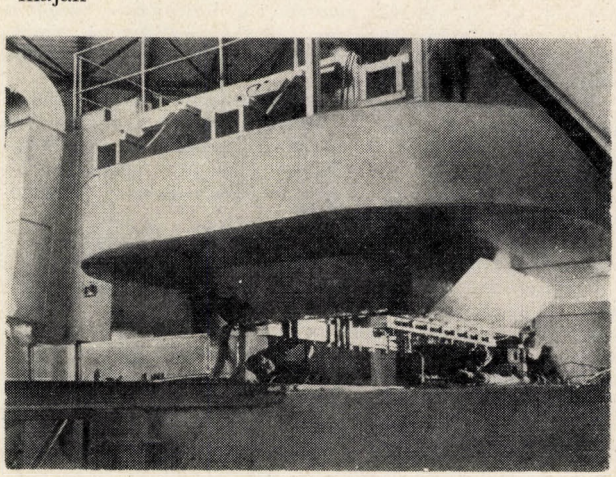
Szép sikereket értek el a magelmélettel foglalkozó kutatók is. Munkáik főleg a korábban a szupravezetés elméletében kidolgozott fizikai és matematikai módszerek alkalmazásán alapulnak. Ezekkel a módszerekkel a bonyolult atommagok sok megfigyelt tulajdonságát sikerült megmagyarázni.

A laboratórium munkatársai közül különösen Hriszto Hrisztov akadémikus (Bulgária), M. A. Markov, a SzU Tudományos Akadémiájának levelező tagja, Ja. A. Szmorogyinszkij, V. G. Szolovjov, A. A. Logunov, A. N. Tavlehidze, J. V. Polubarinov (Szovjetunió) és J. Rzewuski (Lengyelország) professzorok, Domokos Gábor (Magyarország), Ivan Todorov (Bulgária) és Nguyen Van Hieu (Vietnam), a fizikai tudományok doktorainak munkái ismertek széles körben.

A fizikai kutatások igen érdekes területét képezik a nehéz ionok által kiváltott magátalakulások vizsgálata. Ezzel foglalkozik a Magreakciók Laboratóriuma, amelyet G. N. Fljorov, a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának levelező tagja vezet. A laboratórium két gyorsítóval



5. A Nagyenergiájú Fizikai Laboratórium szinkrofazotronjának épülete. Ez az épület szerepel az EAI emblémáján



6. A Nagyenergiájú Fizikai Laboratóriumban 1965-ben kezdték meg a kétméteres propánkamra építését. Ez a berendezés a jelenleg létező legnagyobb propánkamra

rendelkezik. Az egyik, a 3 méteres ciklotron, amely 1960-ban készült el, különböző gyors nehéz ionok nyerését biztosítja; ez a világ legnagyobb soktöltéses iongyorsítója. A laboratórium működésének rövid ideje alatt a kutatók sok fontos vizsgálatot végeztek el, új fizikai jelenségeket fedeztek fel.

A laboratórium legfőbb feladata a transzurán elemek fizikai és kémiai tulajdonságainak vizsgálata. Ebben az elért sikerek jelentősek: a laboratóriumban szintetizálták a 102 és 103-as elem ismeretlen izotópjait, megállapították bomlásuk jellemző adatait. Felfedezték az új 104-es elemet.

A nehéz ionok segítségével fedezték fel a radioaktívitás új típusát, a proton-bomlást. Az elmélet kidolgozása után a kutatók bonyolult kísérletek során a ciklotronon protonokkal túldúsított atommagokat szintetizáltak, amelyek elbomolva protonokat bocsátottak ki. A nehéz elemek tanulmányozása során még egy érdekes új jelenségre figyeltek fel, nevezetesen a spontán maghasadás valószínűségének erős (több mint 10^{20}-szoros) megnövekedésére, amely akkor következik be, ha a magok ún. izomér állapotban vannak.

A laboratórium tudományos eredményei közül meg kell említeni Sz. M. Polikánov és V. A. Karnauhov (Szovjetunió), Hermann Kumf (NDK), Leon Pomorski (Lengyelország), a fizikai tudományok doktorainak, valamint Ivo Zvara (Csehszlovákia) es Andrzej Hrinkiewicz (Lengyelország) tudományos csoportvezetők munkáit.

Az EAI legkésőbb működésbe lépett laboratóriuma az I. M. Frank, a SzTA levelező tagja vezetése alatt álló Neutronfizikai Laboratórium. Legfontosabb berendezése az 1960-ban felépült neutronreaktor. Ennek szellemes konstrukciója lehetővé teszi periodikus, igen nagy erejű impulzusok nyerését ugyanakkor, amikor a reaktor átlagteljesítménye elég kicsi. Ez a tulajdonság alkalmassá teszi a reaktort egy sor érdekes vizsgálat elvégzésére.

Az impulzusüzemű neutronforrások alkalmazása jelentősen megkönnyítette a kísérletek elvégzését, és új kísérleti lehetőségeket adott az atom- és molekulaszerkezet, a kristályok és folyadékok dinamikájának vizsgálatára lassú neutronok segítségével.

A gyors neutronok nyalábjainak alkalmazása lehetővé teszi a magspektroszkópia sok feladatának megoldását. A laboratóriumban végzett sokoldalú vizsgálatok unikális ismereteket adtak az erősen gerjesztett magok nívóinak elhelyezkedéséről és tulajdonságairól. Igen nagyjelentőségű a polarizált neutronnyalábok előállítására kidolgozott hatásos módszer. A kísérletek sikerét elősegítette a laboratóriumban működő mérési központ, amely a nagymennyiségű kísérleti információ automatikus kiértékelését biztosítja.

Nemrég készült el a Neutronfizikai Laboratóriumban a SzTA Fizikai Problémák Intézetének közreműködésével az új elektrongyorsító, a mikrotron, amelyet injektorként használnak az impulzusreaktorhoz. Segítségével a neutronspektroszkópiai mérések pontossága több, mint tízszeresére nőtt.

A Laboratórium sikereihez nagymértékben hozzájárult F. L. Sapiro, a fizikai tudományok doktora (Szovjetunió), Szodnom Namszarajn professzor (Mongólia), Egri Sándor (Magyarország), Benjamin Kosiek (NDK) és Jan Urbanec, a Laboratórium igazgatóhelyettese (Csehszlovákia).

Az új elméleti és kísérleti kutatási módszerek szükségessé tették a kísérletek automatizálását és a bonyolult számítások elektronikus számológéppel való elvégzését. A regisztráló berendezesekről jövő hatalmas információ mennyiséget különböző speciális automatikus műszerek gyűjtik össze és analizálják, majd végleges matematikai feldolgozás céljából továbbadják az elektronikus számológépekre. Sok esetben még ennél is többet sikerült elérni, és a regisztráló műszereket közvetlenül a számológépekkel összekapcsolni. Így az egyes laboratóriumokban működő mérési központokon kívül célszerű volt létrehozni az EAI Számítási Központját, amely több nagy elektronikus számológéppel rendelkezik. További bonyolult kísérletek válnak lehetővé, ha megindul az új elsőosztályú számológép (BESzM) működése is.

A Számítási Központot E. P. Zsidkov szovjet matematikus vezeti, külföldi munkatársai közül megemlítjük a cseh Jiri Marekot, a magyar Lőcs Gyulát és a bulgár Racso Dencsevet.

Az Egyesített Atomkutató Intézet szempontjából igen nagy jelentőségű volt, hogy a szovjet kormány felajánlotta: vegyen részt az Intézet valamennyi tagországa a Szovjetunió új gyorsítóin, többek között a Szerpuhovban épülő 70 GeV-os protongyorsítón, a harkovi 2 GeV-es és a Jerevánban épülő 6 GeV-es elektrongyorsítón végzett kutatásokban. Így a szocialista országok számára új lehetőségek nyílnak a nagyenergiájú fizikai kutatások terén.

Az Egyesített Atomkutató Intézet nemzetközi szervezet, tevékenységének alapja a nemzetközi együttműködés. Ez az együttműködés különböző formákban nyilvánul meg. A különböző országok fizikusainak közreműködésével az Intézet laboratóriumaiban folyó kutatások mellett egyre jobban elterjednek az EAI és az egyes tagországok kutatóintézetei együttműködésével folyó kutatások. Csak az 1965. évben 70 ilyen nemzetközi munkában vett részt az EAI.

Az Intézet tagországai számára hasznosnak bizonyult az a gyakorlat, hogy egész csoportokat küldenek Dubnába bizonyos feladatok végrehajtására. Ezek a csoportok vagy saját intézetükben már előre elkészítik a szükséges kísérleti berendezéseket, vagy a kész dubnai apparátusát használják. Komoly jelentőségük van a tudóscseréknek, a nemzetközi konzultációnak is.

Az EAI alapszabályának megfelelően az intézetben végzett kutatásokat széles körben publikálják, Az elmúlt 10 év alatt a kiadói csoport 36 országba több mint 1000 címre több mint 2500 munkát küldött szét. Viszonzásul külföldi tudományos cikkek ezrei kerülnek Dubna könyvtáraiba. Dubnai kutatók sokezer munkáját publikálják külföldi folyóiratok.

Természetesen Dubna kapcsolatai a szocialista országokkal a legszorosabbak. Ugyanakkor egyre kiterjedtebbé válik az együttműködés más országok tudományos kutatóintézeteivel. Sikeresen dolgozunk együtt a CERN-nel, a koppenhágai Niels Bohr Intézettel, a trieszti nemzetközi elméleti fizikai központtal, a francia Saclay-vel és Orsay-val. A nemzetközi együttműködést olyan nagy tudósok kezdeményezték, mint F. Joliot-Curie és Niels Bohr.

Szándékosan hagytam a cikk végére az EAI még egy tevékenységének megemlítését, amelynek talán a legnagyobb, de mindenesetre a legérezhetőbb a hatása. Gondolok itt arra a szerepre, amelyet az Intézet a tagországok tudósképzésében játszik. Az ismert fizikusok — akinek száma egyre nő — mellett Dubnába állandóan sok fiatal fizikus, vegyész, matematikus érkezik, akik néhány év múlva általában nagy tudással érkeznek vissza hazájukba és maguk is alkalmassá válnak önálló kutatások végzésére, tudományos csoportok vezetésére. El sem lehet képzelni ennél jobb lehetőséget azok számára, akik tudásukat a természet megismerésének és meghódításának szolgálatába akarják állítani.

A Dubnában 10 éve elkezdett nagy nemzetközi kísérlet ragyogóan beváltotta a szocialista országok tudósai összefogásának eredményességéhez fűzött reményeket. Az Egyesített Atomkutató Intézet első 10 évének sikerei további munkára, az emberiség jobb jövőjéért folytatott további harcra ösztönzi a tudósokat.

N. N. Bogoljubov
akadémikus
az EAI igazgatója

A gyulai példa

A kutató fizikus számára életcélt, a gyakorló pedagógusnak nemes hivatást, a diáknak érdekes, izgalmas, esetleg csak kötelező vagy éppen rettegett tantárgyat jelent a fizika. De mit jelent az iskolából kikerült fiatal vagy idősebb embernek, akinek munkájában a „fizika" címszó általában nem található meg? Változó hangulatú iskolai emléket? Napról-napra bonyolultabb fogalmakkal és módszerekkel dolgozó, rohamosan fejlődő tudományt, amellyel a laikusnak lépést tartani eleve reménytelen gondolat? A gyakorlatból jól ismert modern technika olyan elméleti bázisát, amit különösebb szívfájdalom nélkül átengedhetünk azoknak, akiknek ez a szakmájuk?

Ilyen és sok más hasonló gondolat kering a fizika fogalma körül, nem is egészen indokolatlanul. Arra, hogy a fizika valójában a természet alapvető tudománya, mindennapi életünk nélkülözhetetlen bázisa, önmagától kevés ember jön rá. A köztudatban valamivel elevenebben él a gondolat hogy a tudományos világszemlélet legmélyebb gyökerét a természettudományokban, elsősorban a fizikában kell keresni és lehet megtalálni; ehhez a világnézetet alapozó munkához azonban szakavatott vezetőre van szükség.

Bármelyik oldalról is nézzük, a mai kor embere a fizikát nem nélkülözheti. Iskolai oktatásunk hatóköre azonban a felnőttek túlnyomó többségéig már nem érhet el. Itt kezdődik a népművelés, az ismeretterjesztés szerepe.

Volt idő, amikor az ismeretterjesztést általában valamilyen másodosztályú, alacsonyabb nívójú, igénytelen oktatási formának tekintették. Az utóbbi évtizedek világszerte folyó kutató, értékelő munkája során azonban tisztázódott, hogy az ismeretterjesztés, a felnőttek körében folytatott állandó, céltudatos és a maga sajátos módszereivel végzett tudományos tájékoztató tevékenység a rendszeres iskolai oktatásnak szerves folytatása. Eszközei, formái és keretei talán még nem olyan kiforrottan egységesek, mint az oktatásé, céljai azonban világosak: szakadatlan ismeretközlés, tájékoztatás, a nem szakemberek folyamatos informálása egy-egy szaktudomány fejlődéséről, problémáiról, eredményeiről, gyakran egy terület vagy fejlődési szakasz összefoglalása, újszerű vagy magasabb nézőpontról való bemutatása.

Hogy ez nem könnyű, hanem gyakran az átlagosnál is sokkal nehezebb feladat, azt kitűnő ismeretterjesztő könyvek írói és kiváló ismeretterjesztő előadók igazolhatják. Neves professzorok szájából hangzott el — és hangzik el újra meg újra, szerte a világon —, hogy ezerszer könnyebb egy szakelőadást, mint egy valóban jó ismeretterjesztő előadást megtartani, vagy cikket megírni. Az ismeretterjesztés módszertana, bár óriási terjedelmű irodalommal rendelkezik, fejlődésében még nem jutott el oda, ahová az oktatás eljutott.

A Tudományos Ismeretterjesztő Társulat, mint a 125 éve alapított Magyar Természettudományi Társulat örököse és nemes hagyományainak őre, közel 13 éve az ismeretterjesztés eszközeivel dolgozik azon, hogy többek között a fizika tudománya is bekerüljön minél több ember szellemi kincsestárába. Évente sok ezer előadással, szabadegyetemi és különféle ismeretterjesztő akadémiai sorozatokkal, kísérletes bemutató délutánokkal, konzultációkkal, szakörökkel vesz részt a népművelési munkában. A közel 2000 fizikus, matematikus és kémikus tag a budapesti és megyei szakosztályokban dolgozik, és kiveszi részét az írásos ismeretterjesztésből, a Rádió, a Televízió, a Filmgyár és Diafilmgyár ismeretterjesztő munkájából is. A Természettudományi Közlöny, az Élet és Tudomány cikkei, különösen pedig a Gondolat Kiadó, a TIT kiadójának méltán kedvelt ismeretterjesztő könyvei igazolják, hogy kiváló szakembereink jelentős része nem idegenkedik az ismeretterjesztéstől, sőt, példamutatóan részt vesz benne. Erdey-Grúz Tibor, Fényes Imre, Jánossy Lajos, Marx György, Rényi Alfréd és szerencsére még sokan mások is, Faraday, Boltzmann, Einstein példáját követik, amikor kitűnő népszerű írásaikkal segítik elő az érdeklődők tájékozódását a természettudományokban.

A természettudományos ismeretterjesztés legfontosabb problémáiról tárgyalt április 5—6—7-én a TIT Fizikai, Kémiai, Matematikai Szakosztályainak Országos Választmánya, Gyulán. Ez a város már több vándorgyűlésnek, tudományos ankétnak volt színhelye. A TIT-nek az adta az ötletet a választmányi ülés gyulai megrendezésére, hogy az elmúlt év októberében itt nyílt meg az első nyilvános TIT természettudományos előadóterem. A régi Társulatnak is fél évszázados megoldatlan problémája volt a saját előadóterem hiánya. Igaz, hogy a múltban is, most is megértő támogatásra talál az egyetemeken és főiskolákon, ahol szabadegyetemi és más előadásait tartja, ez a segítő készség azonban nem pótolhatja a jól felszerelt saját előadótermet.

Amikor a TIT Fizikai Választmánya egy természettudományos előadóterem tervét kidolgozta, és ezt a vágyálomnak tűnő tervet az Országos Titkárság minden megyéhez eljuttatta, Békés megye elsőként figyelt fel az életképes gondolatra. A megyében Gyulán, ebben a szellemi „végvárban" jó lehetőség kínálkozott a terv megvalósítására. A körülmények szerencsés összejátszását nem lehet tagadni. A Városi Tanács VB elnöke, Enyedi G. Sándor — maga is volt pedagógus — megérezte, hogy a gondolat nagyszerű. A városban még állt a régi 48-as Kör épülete, csak alapos átépítésre és felújításra szorult. A Városi Tanács nagylelkű segítségével a munkák hamarosan megindultak. A TIT megyei titkára, dr. Krupa András és szaktitkára, Hursán György minden erejüket bevetették a munkába. És kezdettől fogva ott volt, ott van ma is a megyei szakosztály elnöke, Sziráki László, megyei szakfelügyelő, akinek egyenesen élete célja lett ennek a természettudományos teremnek a létrehozatala. Az épület megfiatalodott, megszépült. A TIT Központ, különösen pedig a Központi Fizikai Kutató Intézet minden segítséget megadott, hogy a terem ne csak üres helyiség legyen.

Néhány hónap telt el a megnyitás óta, de máris megmutatkozik a terem szinte felbecsülhetetlen haszna. Neves szakemberek — így Anghi Csaba, Jánossy Lajos, Jakucs László, Kalmár László, Kriván Pál, Kulin György, Marx György, Muszka Dániel, Sas Elemér, Szabó János és még sokan mások — tartottak már nagy érdeklődéssel kísért előadásokat. A pedagógus továbbképzés ebben a teremben folyik. Fiatalok és idősebbek szinte türelmetlenül várják az újabb és újabb kísérleti délutánokat, Ablonczy Lászlóné, Agód Sándor, Asztalos Gyula, Bor Pál, Németh Gyula, Sümegi László, Szabó Gábor, Szerdahelyi Istvánné, Sziráki László előadásait, szakköri foglalkozásait, konzultációs összejöveteleit. A teremben rendszeresen tartanak filmvetítéseket, kiállításokat. A város természettudományos érdeklődése a kiváló munka nyomán szinte szemmel láthatóan fokozódik.

A terem szertári állománya lassan gazdagodik; itt elsősorban a kutatóintézetek értékes segítségét kell kiemelnünk, de valószínű, hogy egyetemi tanszékek is hozzá tudnak járulni inkurrens műszerek, eszközök, anyagok átengedésével a szertár gyarapításához. A választmányi ülés részvevői egybehangzóan állapíthatták meg, hogy egy ilyen saját előadóterem állandó programmjával nagyon sokat segíthet a természettudományos ismeretterjesztésnek. Az iskolából kikerült emberek, de maguk az iskolás fiatalok is szívesen ülnek be meghallgatni a fizikus, kémikus vagy matematikus előadót, mert ez nem iskolai oktatás, itt nem kell félni a feleléstől vagy az osztályozástól, mint ahogy — sajnos — sokan ezért idegenkednek az iskolától. A legjobb értelemben vett ismeretterjesztés folyik Gyulán, amelynek nem is marad el az eredménye: az emberek, ha szerényen is, de lépést tartanak a tudomány fejlődésével, és akarva nem akarva fejlődik, erősödik tudományos világnézetük is.

Az első ízben vidéken megrendezett választmányi ülésen több igen értékes előadás hangzott el, amelyekről itt nincs lehetőségünk részletesebben beszámolni, csak cím szerint említjük meg a következőket: „A 125 éves Társulat" (Dr. Szőkefalvi Nagy Zoltán), „Vannak-e végső elemi részek?" (Dr. Marx György), „A matematikai

ismeretterjesztés helyzete és perspektívái" (Dr. Surányi János), „Hogyan utasítjuk az elektronikus számológépet feladatának elvégzésére" (Dr. Kalmár László), „Az entrópia értelmezésének egy szemléletes módja" (Dr. Fényes Imre), „Ultrahangok tulajdonságai és gyakorlati alkalmazásuk" (ifj. dr. Greguss Pál), „Infravörös spektroszkópia a kémiai szerkezetkutatásban" (Szimán Oszkár). A részben bemutató, részben továbbképző jellegű előadásokat igen nagy érdeklődés kísérte.

A Választmány minden tagja örömmel gondol vissza a jól sikerült ülésre és hálával a gyulaiak, a Békés megyeiek szíves vendéglátására. Úgy érezzük, komolyan lehet gondolni a Pedagógus Nyári Egyetem Természettudományos Tagozatának gyulai megrendezésére: tanulásra, üdülésre minden lehetőség adva van.

Svékus Olivér

Graff György

1932—1966

GRAFF GYÖRGY, a Központi Fizikai Kutató Intézet tudományos munkatársa 1966. július 25-én tragikus hirtelenséggel elhúnyt. A mindössze 34 évet élt tehetséges fizikusról közvetlen környezetében, mindennapi életének ismerői tudták, hogy gyermekkora óta súlyos szívbetegség fenyegette életét, de ez az aggasztó körülmény nem árnyékolta be optimista életszemléletét és nem zavarta munkalendületét sem. Éppen ezért váratlanul érkezett a megrázó hír, hogy nincs többé.

A marxista meggyőződésű fiatal kutató már középiskolás korában bekapcsolódott a munkásmozgalomba, és materialista felfogása határozott vonalat biztosított tudományos tevékenységének is. Elmélyülten foglalkozott a fizika alapvető kérdéseivel, a filozófia és a fizika határterületének problémáival, és élénk érdeklődéssel fordult a modern természettudományoknak a művészetekben is jelentkező izgalmas látványa felé.

Tanulmányainak befejezése után a KFKI munkatársa lett. Tekintve, hogy érdeklődése már egyetemi évei alatt is mindinkább az elméleti fizika felé fordult, az intézetben is az akkori elméleti csoport keretében kezdett el dolgozni. Odaadó szorgalmának és tehetségének, valamint a fizika iránti őszinte érdeklődésének köszönhető, hogy kezdő fizikusként azonnal intenzíven be tudott kapcsolódni a csoportnak már régebben folyó elméleti magfizikai kutatásaiba, olyannyira, hogy rövid idő után a protonok magbeli eloszlását tárgyaló önálló dolgozattal jelentkezett. Később a fény természetével foglalkozó kutatásokban vett részt. Hamarosan ezen a területen is publikációk jelezték munkásságát, melyek tárgya a fény fluktuációjával kapcsolatos problémák elméleti vizsgálata volt.

Az utóbbi években újra a magfizikai kutatások területén dolgozott, mint a maghasadással foglalkozó kutatócsoport elméleti fizikusa. Graff György az e területen folyó kutatások átfogó ismeretével rendelkezett. Speciális elméleti munkája mellett közvetlen kapcsolatai voltak a kísérleti munkával. Fáradhatatlanul vett részt a kísérletek tervezésében és kiértékelésében. Sokat munkálkodott a hasadási neutron-, alfa- és gamma-sugarak kísérleti vizsgálataiból levonható mélyebb fizikai következtetések kidolgozásában.

Kutatásaiban jelentős helyet foglalt el a hasadást közvetlenül megelőző ún. saddle-állapotok tanulmányozása. Sok gyümölcsöző elképzelése, interpretációja fűződik e témakörhöz. A neves szovjet fizikussal, Geilikmannal együtt végeztek érdekes számításokat arra vonatkozóan, hogy a hasadásnál lejátszódó egyes folyamatok mennyire tekinthetők adiabatikusnak, és hogy a hasadási mérésekből miként következtethetünk a hasadásban ténylegesen végbemenő folyamatokra, s milyen információkat kaphatunk a hasadás előtti magállapotokról.

Legutóbb nagy intenzitással dolgozott az atommagok széthasadásánál megfigyelt alfa-kibocsátás, az ún. hármas hasadás megoldatlan kérdéseinek tisztázásán. Munkatársainak lelkesen beszélt a várható eredményekről, die elképzeléseinek valóraváltásában, mint annyi más tervének realizálásában megakadályozta váratlan halála.

Sokan vesztettek el régi és felejthetetlen barátot Graff György személyében. Igaz emberségével, a mások problémái iránti fogékonyságával, és mindenkori segítőkészségével állandóan gyarapította barátainak számát. Akik közelebbről ismerhették, tanúi voltak roppant erőfeszítésének és akaraterejének, amellyel betegségét legyűrve helytállt az élet mindennapos küzdelmeiben. Munkatársai, barátai és elvtársai kegyelettel őrzik meg emlékét.

Graff György publikációinak jegyzéke

Graff Gy.	Protoneloszlások sugara tükörmagok kötési energiakülönbségei alapján	KFKI Közl. *4*, 123 (1956)
Graff Gy. Jánossy L.	A fény klasszikus fluktuációjának vizsgálata	KFKI Közl. *6*, 329 (1958)
G. Graff, L. Jánossy	An Investigation Concerning the Classical Fluctuation of Light	Acta Phys. Hung. *10*, 291 (1959)
Graff Gy.	A fény klasszikus fluktuációja, a Fabry—Perot interferométeren való áthaladás után	KFKI Közl. *10*, 5 (1962)
S. Dési, G. Graff, A. Lajtai, L. Nagy	The Angular Distribution of Gamma Rays from the Fission of U-235	Physics Letters *3*, 343 (1963)
S. Dési, G. Graff, A. Lajtai, L. Nagy	The Angular Distribution of Gamma Rays from the Fission of U—235 and Pu—239	Preprint Tihanyi Kisenergiájú Magfiz. Kollokvium 1963
Graff Gy., Lajtai A., Nagy L.	Az U—235 hasadásánál keletkezett gamma-sugarak szögeloszlása	KFKI Közl. *13*, 177 (1965)
G. Graff, A. Lajtai, L. Nagy	The Angular Distribution of Gamm-Rays from the Fission of U—235	Physics and Chemistry of Fission Vol. 2. 163 (1965)

KÖNYVSZEMLE

Károlyházy—Marx—Nagy:

STATISZTIKUS MECHANIKA

(Műszaki Könyvkiadó)

A Műszaki Könyvkiadó kék-kötésű fizika-sorozata rendkívül értékes művel gyarapodott. A sorozatot közismerten az jellemzi, hogy a fizika egyes tudományterületeinek ezekben a Göschen-vezérfonalszerű, rövid feldolgozásaiban a didaktikai szempontok egyenrangúak az igényes tudományos következetességgel. Éppen ezért a könyvekben „nem mehet az axiomatikus szigor az érthetőség, a teljesség pedig a zsebredughatóság rovására". Szerfelett szerencsés kezdeményezés volt a sorozatot egy mindössze 16 ívnyi terjedelmű statisztikus mechanikával végre kiegészíteni. E tárgyat ugyanis magyar nyelven korszerűen eddig csupán Dr. Horváth János „Termodinamika és statisztikai mechanika" c. lényegesen nagyobb, különben kitűnő tankönyve (1960) képviselte, amely azonban 58 ívnyi terjedelménél fogva monográfiának is beillik. Éppen ezért Károlyházy—Marx—Nagy tömör könyvecskéje éppen annyira hézagpótló és nélkülözhetetlen, mint a nagybontású rácsspektrográf használata előtt egy első színképi tájékoztatást adó kézi spektroszkóp. Nézzünk be tehát a statisztikus mechanikának ebbe a kis gyújtótávolságú, mégis tekintélyes feloldó-képességű spektroszkópjába, és vegyük szemügyre, mit látunk a fizikának ebből a színes tartományából.

A mű a szükséges ismereteket, amelyeket a szerzőknek a fizikusképzés igényeit szolgáló sorozatos egyetemi előadásai csiszoltak ki, hat arányos tartományra tagolja.

A mű első fejezete 51 oldalnyi terjedelemben a *fenomenológikus termodinamikának* azon ismereteit foglalja össze, amelyek a statisztikus mechanika felépítéséhez és tanulmányozásához szükségesek. A második fejezet 51 oldalnyi terjedelemben a statisztikus mechanika azon eredményeit mutatja be, amelyek a kölcsönhatás elhanyagolása mellett a legvalószínűbb eloszlásnak *Boltzmann*-féle módszerével érhetők el. A harmadik fejezet 51 oldalnyi terjedelemben a Boltzmann-statisztikának *hullámjelenségekre* (sugárzásokra) vonatkozó alkalmazását fejti ki, és hasonlítja össze a tapasztalattal. A negyedik fejezet 37 oldalnyi terjedelemben az *ingadozás-jelenségeket* elemzi a Boltzmann-statisztika, valamint a valószínűségszámítás alapján. Az ötödik fejezet 68 oldalnyi terjedelemben az ún. *kvantumstatisztikákat* taglalja mind bozonokra, mind fermionokra, számos technikailag is fontos, gyakorlati alkalmazást is bemutatva. Végül a hatodik fejezet 35 oldalnyi terjedelemben a kölcsönható részek sokaságára vonatkozó *Gibbs-féle statisztikai módszert* és annak fontosabb alkalmazásait ismerteti.

Lapozzuk most fel az egyes fejezetek leltárát is. A „*fenomenologikus termodinamika*" c. alapozó és összefoglaló fejezet, amelynek kidolgozása Károlyházy Frigyes munkája, 23 pontból áll. Ebben a klasszikus termodinamika elemeit szakavatott fizikus szemszögéből újítja fel. Szabatosan megismerkedünk itt a termodinamikai rendszer, illetve az állapotjelzőinek fogalmával, ezt követően az állapotegyenlettel, valamint a termodinamikai állapot fogalmával. Ezután a hőmennyiség fogalmához vezeti el a könyv az olvasót a történeti kifejlődésének nyomdokain, majd értelmezi a fajhőt is. Követően a hőtan első főtételét általános és pontos megfogalmazásban foglalja össze. E tételt behatóan taglalva megismerkedünk itt az entalpiával, a tökéletes gázok állandó nyomáson és térfogaton mért molhőinek összefüggésével. Az első főtétel alkalmazásául példaként a termokémiai reakció hőmérsékleti függésének Kirchhoff-féle törvénye, továbbá a termokémia (Hess-féle) főtétele szolgál. Ezután a tökéletes gázok izotermikus és adiabatikus kiterjedésének taglalása során a Carnot-féle ciklust és annak hatásfokát tárgyalja a fejezet. Így jut el a termodinamika második főtételéhez, amelyet a fejezet először a Carnot—Clausius-féle elv alakjában fogalmaz meg. Ezzel kapcsolatban igen mélyrehatóan elemzi a folyamatok reverzibilitásának fizikai feltételeit és kritériumait. Ezután a második főtétel Thomson- és Planck-féle megfogalmazását tárja fel bebizonyítva ezek teljesen egyenértékű mivoltát, majd foglalkozik a Carnot-ciklus ideális hatásfokával, a termodinamikai hőmérséklettel, a második főtétel analitikus alakjával szabatosan értelmezve itt az entrópia-függvényt és integráló divizorként a termodinamikai hőmérsékletet. Kitér a fejezet a mágneses anyagok termikus viselkedésére, és megfogalmazza a két főtételt arra az esetre, amelyben mágneses állapotjelzők is szerephez jutnak. Ezután az entrópia kiszámításával foglalkozik egy-fázisú rendszer és speciálisan a tökéletes gáz esetén. Bevezetve a szabad energia és szabad entalpia fogalmát tanulmányozza a termodinamikai egyensúly feltételeit mind egyszerű, mind összetett rendszer esetén. E függvénynek termodinamikai tulajdonságaiból vezeti le a fázisegyensúlyokra vonatkozó Clausius—Clapeyron-féle egyenletet. Megtaláljuk további alkalmazásként a tökéletes gázok keverési entrópiáját, továbbá a kémiai egyensúlyok tömeghatási törvényét. Követőleg megismertet a fejezet a termodinamika harmadik (Nernst-féle) főtételével, Planck-féle megfogalmazásban is, ezzel kapcsolatban megérteti az abszolút zéruspont elérhetetlenségét. Ezután a hőmérsékleti sugárzás Kirchhoff-féle elméletét tárgyalja, levezeti a Stefan—Boltzmann-féle sugárzási és a Wien-féle eltolódási törvényt.

A *Boltzmann-statisztika* c. második fejezet, amely Nagy Károly munkája, 12 pontból áll. Világosan kifejti a statisztikus mechanika feladatát, ismerteti annak módszerét, foglalkozik az entrópia és a termodinamikai valószínűség kapcsolatával. Tárgyalja és taglalja a Liouville-féle tételt, bevezeti a fázisteret. Vizsgálja a legvalószínűbb eloszlás feltételeit, meghatározza a Boltzmann-eloszlást. Ennek alapján alkalmazásul levezeti a tökéletes gázok állapotegyenletét és fajhőjét, továbbá a Maxwell-féle sebességeloszlást. Megadja a kolloidális részek magasság-szerinti eloszlását, dipólusok rendeződését külső erőtérben, levezeti az ekvipartició-tételt, kiszámítja a nehézségi erőtér befolyását a gáz molhőjére. Végül összefoglalja a termonukleáris reakciók statisztikus elméletét.

A *Hullámjelenségek* c. harmadik fejezet 10 pontra tagozódik. E fejezetet Marx György írta. Itt a sugárzási törvények statisztikai értelmezésére először kiszámítja egy kocka-üreg elektromágneses terének módusait. Ezután az ekvipartició-tétel alapján meghatározza a hőmérsékleti sugárzás átlagos energiáját, vagyis a Rayleigh—Jeans sugárzási törvényt, amelynek az ultraibolyabeli csődjére rámutatva áttér a Planck-féle sugárzási formula statisztikai levezetésére Novobátzky módszerét követve. A nyert sugárzási formula diszkussziója során rámutat a Wien-féle, valamint a Rayleigh—Jeans-féle sugárzási törvények érvényességi körére. Ezután leszármaztatja Stefan—Boltzmann-féle sugárzási törvényt, valamint Wien-féle eltolódási törvényt is, követően kifejti a szilárd testek fajhőjének Einstein-féle elméletét. Egyezését a tapasztalattal összehasonlítva a közeg rugalmas hullámainak módusait veszi számba. Ez vezeti el az olvasót a szilárd testek fajhőjének Debye-féle formulájához, amelynek anharmonikus rezgésalakra való kiterjesztésében a magyar Bródy is érdemeket szerzett. A következő fontos anyagrész a szintén magyar vonatkozású Eötvös-törvény, amelynek statisztikai magyarázatát a Planck—Debye-féle gondolatmenet kapilláris hullámokra való alkalmazása tette lehetővé.

Az „*Ingadozási jelenségek*" c. negyedik fejezet, amely szintén Marx György alkotása, 10 pontra tagolja közölnivalóját. Először az ekvipartició alapján a Brown-féle mozgás Langevin-féle elméletét ismerteti. Ezután a mérőműszerek mérési pontosságának termikus korlátjairól olvasunk. Majd valószínűségszámítási eszközök segítségével megismerkedünk rendre a sörét-effektussal,

a radioaktív bomlás időbeli törvényével. Követően ismét az ekvipartició alapján az energia-ingadozás, az entrópia statisztikus értelmezése alapján a hőmérsékletingadozás, a Boltzmann-féle eloszlás alapján a sűrűségingadozás elméletét sajátíthatjuk el. Végül tárgyalja a fejezet a molekuláris fényszóródást, a hőmérsékleti sugárzás fluktuációit, továbbá a vezetési elektronok hőmozgásából származó ún. Nyquist-zaj elméletét.

A „*Kvantumstatisztikák*" c. ötödik fejezetet Nagy Károly írta. Ez a fejezet az anyagot 12 pontban fejti ki. A bevezető pontban megtudjuk, hogy a kvantumelmélet a klasszikus statisztikának milyen irányú korrekcióját tette szükségessé. Ezután megismerkedünk a Bose—Einstein-féle statisztika gondolatkörével és alapjaival. Alkalmazásul a Planck-féle sugárzási törvény kvantumstatisztikai levezetését tanulhatjuk meg. A következő pontban pedig belátjuk, hogy a Boltzmann-statisztika a Bose—Einstein-félének határesete. Megértjük a gázelfajulást, valamint az entrópia-konstans meghatározásának elvét. Ennek alapján a gázok ionizációjának statisztikai elméletét, benne a nevezetes Saha-képletet ismerjük meg, majd a gáz és a hőmérsékleti sugárzás egyensúlyára vonunk le fontos statisztikai következtetéseket. A továbbiakban a fejezet az ideális gáz elfajulását diszkutálja, majd a Fermi—Dirac-statisztika elemeit fejti ki alkalmazva azt példaként az elfajult fermiongázra. Következőleg az elektrongáz fajhőjét és a termoemisszió jelenségét veszi a fejezet a kvantumstatisztika bonckése alá. Végül tömören kifejti az atom statisztikus elméletének alapjait, kitérve Gombás magyar iskolájának ez irányú eredményeire is.

A „*Statisztikus mechanika Gibbs-féle megalapozása*" c. hatodik fejezet szintén Nagy Károly munkája, amely a statisztikának középérték-módszerét nyolc pontban foglalja össze. Az elsőben a mikrokanonikus sokaság fogalmát és tulajdonságait ismerteti, majd bevezeti a kanonikus sokaság Gibbs-féle fogalmát is. Követően a kinetikus energia középértékét számítva levezeti az ekvipartició tételét. Ezután a második főtétel, valamint az entrópia Gibbs-féle statisztikus értelmezése következik, a fejezet egyben kifejti az energiaszórást kanonikus eloszlás esetén. Gibbs második entrópia definíciója vezet el a van der Waals-féle állapotegyenlet felállításához. Végül megismerjük az ún. nagykanonikus sokaság fogalmát és statisztikai tulajdonságait is, amelynek segítségével oly anyagi rendszerek is vizsgálhatók, amelyeknek határán nemcsak energia-, hanem részecske-szám áramlás is előfordul.

A könyvecske jól kicsiszolt szak-nyelvezete magyaros, világos és megfelelően tömör. A statisztikus mechanikának hasonlóan rövid és mégis felsőfokú összefoglalása eddig egy világnyelven sem jelent meg.

A szokásosan tetszetős nyomdai kiállítású kék kötetet 38 db. vonalas ábra illusztrálja, a könnyebb forgatást élőfej, részletes tartalomjegyzék, valamint egy 4 oldalas betűrendes tárgymutató elősegíti.

A felsorolt erényeknél fogva a könyvnek ugyanúgy örvend a kutató és oktató fizikus, kémikus, üzemi laboratóriumi vegyész- és villamosmérnök, hőtechnikus, mint az egyetemi fizikus- és vegyészhallgató. De örülnek maguk a kék-könyvek is, mert családjuk legfiatalabb tagja még nagyobb megbecsülést és keresletet vív ki e könyvek iránt.

M. T.

A FIZIKAI TUDOMÁNY HALADÁSÁBÓL

A metagalaxis hőmérséklete és a kozmikus sugárzás spektruma

A legelfogadottabb kozmológiai elmélettel összhangban álló érdekes kísérleti eredményt publikáltak a legutóbbi hónapokban: a Metagalaxist 3 °K hőmérsékletnek megfelelő hőmérsékleti sugárzási tér tölti be. [A. A. Penzias, R. W. Wilson: Astrophys. J. *142*, 419 (1965); P. G. Roll, D. T. Wilkinson: Phys. Rev. Letters *16*, 405 (1966); G. B. Field, J. L. Hitchcock: Phys. Rev. Letters *16*, 817 (1966); P. Thaddeus, J. F. Clauser: Phys. Rev. Letters *16*, 819 (1966), Zeldovics, Fizikai Szemle 1966 október.]

Ennek egyéb asztrofizikai kihatásai mellett igen jelentős következménye van a kozmikus sugárzás szempontjából. A legnagyobb gyorsítók energiájánál nagyobb energiájú folyamatokat csak a kozmikus sugárzás segítségével tudjuk vizsgálni. Eddig azt hittük, hogy — bár hatványspektrum szerint csökkenve — az eddig ismert 10^{20} eV-nál sokkal nagyobb energiáig terjed a kozmikus sugárzás energiaspektruma és csak készülékméret és idő kérdése, hogy ezt észlelni is tudjuk. Most K. Greisen kimutatta [Phys. Rev. Letters *16*, 748 (1966)], hogy az újonnan felfedezett hőmérsékleti sugárzási tér ezt megakadályozza. A 3 °K-nek megfelelő hőmérsékleti sugárzás maximuma $7{,}0 \cdot 10^{-4}$ eV-nál van. Ilyen energiájú fotonokon protonok számára a fotopion-keltés küszöbenergiája 10^{20} eV. A folyamat átlagos hatáskeresztmetszete a küszöbenergia feletti tartományban 200 μb. Mivel az újonnan felfedezett sugárzási térsége űsűr a metagalaktikus viszonyokhoz képest rendkívül nagy, 548 foton/cm^3, ezért a protonok fotopionkeltéses energiaveszteséggel szembeni szabad úthosszára $4 \cdot 10^{25}$ cm adódik, ami több mint egy nagyságrenddel kisebb, mint a legközelebbi quasar távolsága.

Így tehát a metagalaktikus sugárzási tér a kozmikus sugárzás spektrumát protonokra 10^{20} eV-nál levágja. A helyzetet az összetett magok sem mentik meg, mert azokra a fotodiszintegráció hatáskeresztmetszete olyan nagy (1 mb a küszöb felett fél nagyságrenddel), hogy már az optikai fotonokon is hatásosan végbemegy, ezért azok spektruma már 10^{16} eV/nukleon energiánál levág.

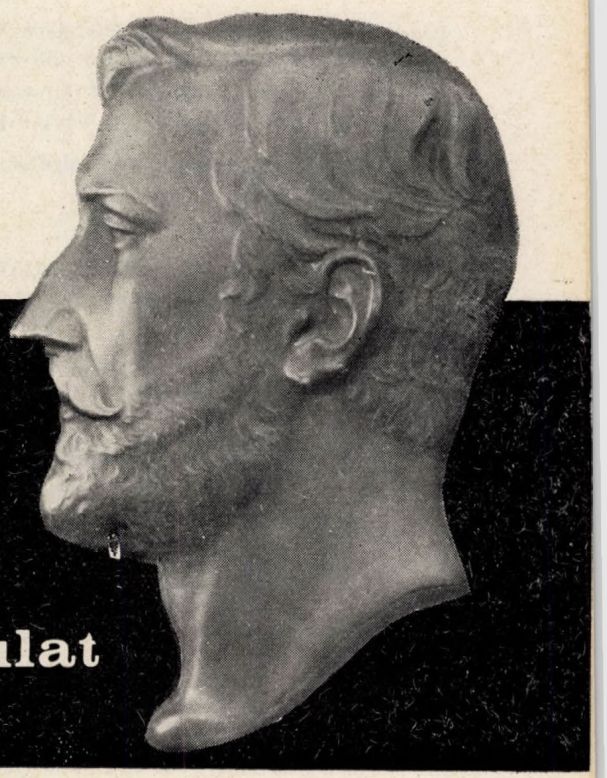
Ha a kozmikus sugárzás energiaspektrumát törés nélkül extrapoláljuk, a $2 \cdot 10^{20}$ eV feletti intenzitásra kb. 10^{-2} km^{-2} év^{-1} intenzitást kapunk. Ezt a most több helyen épülő 100 km^2 feletti alapterületű berendezésekkel már észlelni lehetne. Azonban a fotopionkeltés miatti levágás ezt az intenzitást több százszoros faktorral, még nagyobb energiáknál pedig még erősebben csökkenti, ezért a ma elképzelhető eszközökkel észlelhetetlenné válik.

Így tehát a kozmikus sugárzás, ez a „legnagyobb gyorsító" is csak 10^{20} eV energiáig „működik", ennél nagyobb energiájú folyamatoknak még a legdurvább tanulmányozására sem látszik pillanatnyilag semmilyen járható út.

V. Gy.

fizikai szemle

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Lapja



Hetvenöt éves az Eötvös Társulat

1966/12

Főszerkesztő: **Marx György**

Szerkesztő bizottság:

Balázs Béla, Berényi Dénes, Bodó Zalán, Bozóky László, Csekő Árpád, Fehér István, Flórián Endre, Groma Géza, Györgyi Géza, Hoffmann Tibor, Holics László, Horváth János, Keszthelyi Lajos, Mátrai Tibor, Mátrainé Zemplén Jolán, Nagy Ernő, Nagy János, Páris Gyula, Somogyi Antal, Szabó János, Szalkai Ferenc, Szigeti György, Turchányi György, Túriné Frank Zsuzsa, Vermes Miklós

Felelős szerkesztő:

Túriné Frank Zsuzsa

Szerkesztőség: Budapest V., Szabadság tér 17
Eötvös Loránd Fizikai Társulat
Távbeszélő: 313-388

Kiadja a Lapkiadó Vállalat, Budapest VII.,
Lenin körút 9—11. Távbeszélő: 221-293

Terjeszti a Posta Központi Hírlapiroda
Budapest V., József nádor tér 1. Távb.: 180-850

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat:
V., József nádor tér 1.

Csekkszámla: 61257

Előfizetés egy évre 48,— Ft; egyes szám ára 6,— Ft
Megjelenik **havonta**

Címképünk:

Az Eötvös kép Reményi Eötvös plakettja alapján készült. (Lovas Miklós felvétele)

A kiadásért felelős:
Sala Sándor igazgató

Index: 25.289

Akadémiai Nyomda
Budapest V., Gerlóczy utca 2. — 66.62593
Felelős vezető: Bernát György

TARTALOMJEGYZÉK

Novobátzky Károly: Hetvenöt esztendő
Mátrainé Zemplén Jolán: Az Eötvös Társulat története
Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat működése
A társulat konferenciái
A társulati díjak
A társulat jubileumi közgyűlése
Marx György: Az Eötvös-kísérlet mai szemmel
Fényes Imre: Az exergia és a hatásfok irreverzibilis termodinamikai értelmezése II.

A FIZIKA TANÍTÁSA

Radnai Gyula-Schuszter Ferenc: Egy érdekes rezgőköri jelenségről

EGYESÜLETI ÉLET — HÍREK

KÖNYVSZEMLE

СОДЕРЖАНИЕ

К. Новобацкий: Семьдесят пять лет
И. Земплен—Матрai: История Физического Общества им. Лоранда Этвеша
Члены награденные премиями Общества
Конференции, организуемые Обществом
Общее собрание Общества
Г. Маркс: Эксперимент Этвеша-глазами современника
И. Феньеш: Истолкование эксергии и к. п. д. с позиций необратимой термодинамики II.

ИЗВЕСТИЯ — ИЗ ЖИЗНИ ОБЩЕСТВА ФИЗИКОВ

ОБЗОР КНИГ

INHALT

K. Novobátzky: Fünfundsiebzig Jahre
J. Zemplén-Mátrai: Die Geschichte der Eötvös-Gesellschaft
Die von der Gesellschaft veranstalteten Konferenzen
Die Preisen der Gesellschaft
Die Generalversammlung der Gesellschaft
Gy. Marx: Der Eötvös-Versuch in heutiger Sicht
I. Fényes: Die Deutung der Exergie und des Wirkungsgrades im Sinne der irreversiblen Thermodynamik II.

NACHRICHTEN — AUS DEM VEREINSLEBEN

BUCHBESPRECHUNG

fizikai szemle

AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT LAPJA

Alapította Eötvös Loránd 1891-ben Mathematikai és Physikai Lapok néven

XVI. évfolyam 12. szám 1966. december



1891. november 5-én alakult meg a Mathematikai és Physikai Társulat. Az alakuló ülést Eötvös Loránd e szavakkal nyitotta meg:

„Uraim! Avégből jöttünk össze, hogy a Mathematikai és Physikai Társulatot megalakítsuk. Csendesen, hangzatos szavak kerülésével, éspedig a siker kilátásával tehetjük ezt, mert oly helyzetben vagyunk, mint régi szövetségesek, kik baráti szövetségöket később törvényesítik. Közös cél, s annak eléréséért közös munkálkodás hozta létre szövetkezésünket, és ezért nem is szükséges, hogy újra előadjuk az okokat, melyek bennünket a frigy megkötésére bírtak, s most annak törvényesítésére indítanak. De egy dolgot szem előtt kell tartanunk most, amikor úgyszólván a nyilvánosság elé lépünk. Azt tudniillik, hogy most még nagyobb buzgalommal és kitartással kell önként elvállalt kötelességeink teljesítésére törekednünk. A tudomány haladását rendes összejöveteleinken élőszóban előadni, és mindazt, ami a szakember figyelmére méltó, szakfolyóiratunkban megírni: ez a mi feladatunk. E feladat nem látszik nagynak, alig többnek egy önképzőkör feladatánál; és mégis, ha híven teljesítjük, érdemes munkát végzünk, és nagy szolgálatot teszünk vele. Hiszen ha elérjük azt, hogy mindenki, aki hazánkban fizikát és matematikát tanít, igazán fizikus és matematikus legyen: akkor nagy szolgálatot tettünk nemcsak az iskolának, hanem hazánk tudományosságának is. Hogyha ezen önképzés feladatát híven és komolyan teljesítjük, annak az is lesz az eredménye, hogy a mi körünkből fognak majd kiválni a tudomány önálló művelői és fejlesztői."

„Ezzel a Mathematikai és Physikai Társulatot megalakultnak nyilvánítom."

75 éve, 1891-ben jelent meg a Társulat lapjának, a Mathematikai és Physikai Lapoknak előfizetési felhívása. Eötvös Loránd, a lap alapítója, az előfizetési felhívásban így fogalmazta meg a lap célkitűzését:

Szaktársainkhoz!

Új folyóirattal, a Mathematikai és Physikai Lapok-kal lépünk nem a nagyközönség, hanem hazánk matematikusai és fizikusai elé — avval a kéréssel, hogy olvassák s azt megírni segítsenek.

Folyóiratot akarunk teremteni, amely a mi kedves hazánkban is terjessze tudományszakainknak napról napra gyarapodó vívmányait, amely matematikusaink és fizikusaink tudományos érdeklődését ébren tartva, kedvessé tegye nekik tudományunknak nemcsak művelését, de tanítását is. Azért, ha e lapokat csak magunknak írjuk is, olyan formában, amint szakember a szakembernek ír, mégis fontos szolgálatot vélünk vele tenni közmívelődésünknek, mert kétségtelen, hogy a tanítás sikere úgy a felső, mint a középfokú iskolában mindenekelőtt a tanár tudományos képzettségétől függ.

Célunk nem a tudomány népszerűsítése, s nem is önálló tudományos dolgozatok közlése: mások sikerrel vállalkoztak már e feladatok teljesítésére. Mi tudományos ismertető cikkek alakjában fogjuk megadni a szakembereknek azt a szellemi táplálékot, melyre szüksége van, ha haladni akar, mert jól tudjuk, hogy különösen a tudományban a nem haladás csak annyit jelent, mint az elmaradás.

A Fizikai Szemle a Mathematikai és Physikai Lapok egyik utódjaként indult meg, és ma is magáénak vallja az Eötvös által megfogalmazott célkitűzést.

Hetvenöt esztendő

Hagyományos szokást követünk, mikor Társulatunk életútjának egy mérföldkövéhez érkezve értékelő visszapillantást vetünk múltjára.

Hetvenöt évvel ezelőtt született meg ikerpár formájában az egykori Mathematikai és Physikai Társulat. Öt évtizeden át őrizte meg sziámi jellegét és csak a felszabadulás után vált ketté. A fizikus csoport mint az újonnan alakult Természettudományi Társulat fizikai szakosztálya kezdte meg működését. Csakhamar kívánatossá vált azonban az egyesületi jelleg kidomborítása, miért is 1949-ben a MTESZ keretében megalakult a Magyar Fizikusok Egyesülete. Az elnevezés nem bizonyult tartósnak. A magyar fizikus társadalom megemlékezett arról, hogy már a régi Mathematikai és Physikai Társulat is szükségesnek érezte, hogy Eötvös Loránd halála után, 1921-ben, a nagy halott és első elnök nevével egészítse ki a Társulat elnevezését. Ilyenformán: Eötvös Loránd Matematikai és Fizikai Társulat. Ugyanez történt 1950-ben. A Magyar Fizikusok Egyesülete felvette az Eötvös Loránd Fizikai Társulat nevét, és híven megőrizte mindmáig.

Az elnevezések megváltozása nem jelenti a tudományos munka folytonosságának megszakítását. Mai Társulatunk ősét kétségtelenül a Mathematikai és Physikai Társulatban látjuk és ezért joggal beszélhetünk hetvenötéves jubileumról.



Eötvös Loránd és König Gyula
a Mathematikai és Physikai Társulat alapítói

Ez az ősi társulat 1891. november 5-én tartotta alakuló közgyűlését a Tudományegyetem fizikai intézetében.

A tudományos társulás gondolata azonban már hat évvel előbb vetődött fel. A külföldi eszmecseréhez szokott Eötvös szinte tűrhetetlennek érezte az elszigeteltséget, amely itthon környékezte. Az ő kezdeményezésére egyetemi tanárokból álló szűkebb baráti kör alakult ki, amelyben többek között részt vettek König Gyula, Scholtz Ágoston, Szily Kálmán, majd később külön meghívás alapján kiemelkedő középiskolai tanárok is. Ez a szűkebb kör rendszerint egy vendéglőben találkozott, és ott tartotta meg előadásait. Az elsőt Eötvös tartotta meg „A földi gravitációról" címmel. Az egész elgondolás nem volt szerencsés. Az összejövetelek vacsorával végződtek, és ezeken folytak le az előadással kapcsolatos fesztelen kritikai megbeszélések. A szerény jövedelmű középiskolai tanárok éppen ezeken a tanulságos vitákon nem vehettek részt. Az összejöveteleknek társulati kialakítása elkerülhetetlenné vált.

A Társulat fizikai munkásságának súlypontja az első két évtizedben a klasszikus fizika területére esett. Hazai mélyfuratú kutatásokról ebben az időszakban alig volt szó. Legkiemelkedőbb kétségtelenül Eötvös versenydolgozata volt, melyben a súlyos és tehetetlen tömeg egyenlőségét mutatta ki. A Társulat folyóiratában, a Mathematikai és Physikai Lapokban, leginkább elméleti adalékok, módszertani kérdések és javított mérési eredmények foglaltak helyet. A szabályos időközökben megtartott esti előadások ennek ellenére állandóan nagy érdeklődés mellett folytak le. Igaz, hogy, mind mennyiségileg, mind minőségileg a matematikai előadások játszottak domináló szerepet. Csodálatosnak tetszik ma, hogy az előadások igazi hivatását maga Eötvös sem ismerte fel, és ezért nem is terelte a témaválasztást megfelelő irányba. A Társulat lapjának és előadói gárdájának fő feladata az lett volna, hogy a Nyugaton már általánosan ismeretes korszakalkotó elméleteknek nálunk is kaput nyisson, nyomatékosan rámutasson haladó jellegükre, és széles körű elterjesztésükben pionírszerepet vállaljon. Míg Maxwell elmélete, a fekete sugárzás, a kinetikai gázelmélet külföldön már jól ismert teóriák voltak, nálunk még mindig az előkelő idegen szerepét játszották. Jellemző példa, hogy mikor Fröhlich Izidor a Társulatban beszámolt fényelhajlási kísérleteiről, számításait a Kirchhoff-féle rugalmas éterhipotézisre alapította, és csak másodsorban említette, hogy a Maxwell-elmélet hasonló eredményre vezet. Hadd említsem fel azt is, hogy negyedéves hallgató koromban Klupathy professzor megbízott, adjam elő a fekete sugárzás Planck-féle elméletét a Társulatban. A fogalmazvány elolvasása után szemrehányólag megjegyezte, hogy félreismerem a helyzetet, és jóval népszerűbb formát követelt. Tekintettel arra, hogy az elmélet akkor már hatéves

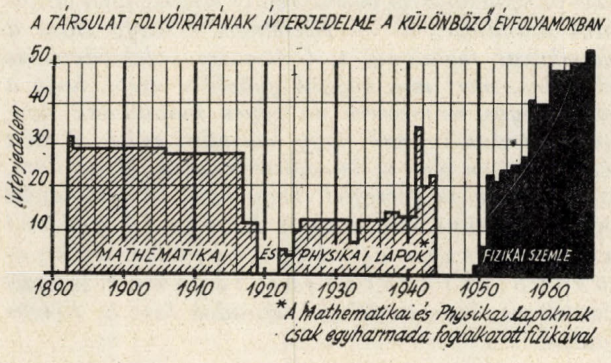
volt, erre nem voltam hajlandó, és az előadás elmaradt.

A Társulat igazi lelkes úttörője, aki fiatalos hévvel szolgálta a folytonos tudományos haladás ügyét, Zemplén Győző, műegyetemi professzor volt. A hazai fizika még ma is nagy veszteségnek tekinti, hogy alkotóereje teljességében esett el az első világháborúban.

A húszas évek végén — szinte átmenet nélkül — új áramlat szorította ki a Társulat elhasznált légkörét. Sűrű egymásutánban az előadó asztalhoz lépett az akkor még teljesen ismeretlen Ortvay Rudolf, és az elmaradt generációnak előadta „Az anyag korpuszkuláris elmélete" című könyvének alapvető paragrafusait. Majd áttért a kvantumelmélet ismertetésére, és evvel országos érdeklődést keltett a fizikai aktualitások iránt. A Társulat azonban csak rövid ideig húzott hasznot Ortvay munkájából, mert csakhamar megszülettek az Ortvay-kollokviumok, melyek rövidesen országos hírnévre tettek szert. Az érdeklődők zöme oda tódult, és a Társulat kezéből kiesett a vezetés. 1943-ban meghalt az akkori elnök, a corvinláncos Pogány Béla professzor, és új elnök választására már nem került sor.

A társulat álomba merült, de nem halt meg. Mikor 1950-ben újra ébredt, történelemformáló változások kereteibe kellett beleilleszkednie. Új társadalmi és új tudományos szemlélet alakult ki hazánkban. Amiről a múlt nem tudott, és nem is akart tudni, nevezetesen az, hogy a helyes világnézet szükséges velejárója a tudományos mélységnek, egyre fokozódó mértékben meggyőződésünkké vált. A marxizmus és leninizmus körül folyó kezdeti harcok és viták a fizika terén is sürgőssé tették egy szakmai centrum kialakítását. Ugyancsak megkövetelte a tudományos központot az a gyakorlati szükséglet, hogy tudományunk sikeres művelői a hazai fizikusokkal közölhessék eredményeiket.

Tudomásul kell azonban vennünk, hogy az Eötvös Loránd Fizikai Társulat létrehozatala a sürgető körülmények ellenére nem volt könnyű. Nagy szervezőkészséget igényelt az anyagi források biztosítása, a helyiségkérdés megoldása, a propaganda megindítása és vezetése. Szerencsére ez a szervezőerő párosulva fáradhatatlan kitartással, teljes mértékben megvolt a mi főtitkárunk, Szigeti György akadémikus személyében. Mikor



ma a két együvé ötvözött Társulat 75-éves fennállásának jubileumát üljük meg, nem feledkezhetünk meg arról, hogy az első alapító érdemei mellé ugyanavval az értékelő súllyal odahelyezzük Szigeti György érdemeit is. Hasonlóképpen teljes elismeréssel emlékezünk meg a Társulat két elnökéről. Gombás Pál akadémikus 1952-ig látta el az elnöki tisztséget, onnan kezdve mindmáig Gyulai Zoltán akadémikus áll a Társulat élén.

Külön elemzést igényel a Társulat működésének kellő méltatása. Munkája mindig korszerű és mély gyakorlati érzékre való elgondolásból ered. Kezdetben, mikor a csüggedők szerint a háború kártevése miatt még állítólag korai a hazai fizika újjáélesztése, eltalálja a biztatás és a bátorító példaadást. 1949-ben jelenik meg, a Fizikai Szemle szerencsés hangvétellel és érdekes tartalommal. Jelenleg Marx György professzor kitűnő szerkesztésében havonta jelenik meg, és kedvenc folyóirata a magyar fizikusoknak. A múlt útmutatása alapján a Társulat tudomásul veszi, hogy az előadások leghálásabb közönsége a középiskolai tanárok sorából kerül ki, és ezért átlag kéthetenként e tanárok részére továbbképző előadásokat rendez. Ugyancsak a haladás célját szolgálják a „Középiskolai fizikai délutánok", amelyek bemutatások kíséretében folynak le.

A rövid válság leküzdése után a Társulat évenként kiosztandó díjak rendszeresítésével járult hozzá a tudományos becsvágy fokozásához. A Bródy és Schmid díj, majd a Mikola és Selényi díj egyre inkább kívánatos kitüntetések a fiatal nemzedék számára.

Társulatunk vezetősége példás hozzáértéssel felismerte, hogy milyen cél szolgálatába állítandók nagyobb rendezvényei. Rohamosan haladó tudományunk a kutató részéről annyira megkívánja a specializálódást, hogy az új fizika nagyobb területeiről alig szerezhet áttekintést. Ezt a nehézséget hidalják át azok a tudományos összejövetelek és előadások, melyek a Társulat rendezésében jönnek létre. A részletes beszámoló túl messze vezetne, elég jellemző képet nyújt a rendezvények jellegének és számának ismertetése. Rövid másfél évtized alatt az érdeklődők részt vehettek tíz vándorgyűlésen és öt nyári iskolán. Idegenek részvételével nem kevesebb, mint tizennyolc kollokvium folyt le a legváltozatosabb programmal. Ezeken kívül egy európai és egy nemzetközi kongresszus. Végül beszámolhatunk külföldi tudományos egyesületekkel közösen megtartott rendezvényekről is. Hadd emeljük ki, hogy hála a Társulat gondosságának a hazai találkozók alkalmával Visegrád, Mátraháza és a sok balatoni fürdőhely természeti szépségei szolgáltatták az üdítő keretet.

A mi jubiláló Társulatunk mindenképpen feladata magaslatán áll. Jelképezze továbbra is a szakmai közösségből fakadó erő forrását.

(Az ünnepi közgyűlés megnyitója)

Novobátzky Károly
(ELTE Elméleti Fizikai Intézet)

Az Eötvös Társulat története (1891—1966)

Az a hetvenöt év, amelyre most a Társulat e jubileumán visszatekintünk, rendkívüli átalakulások, megrázkódtatások háromnegyed évszázada volt, akár a világ, akár a magyar történelem, akár a fizikatörténet szempontjából nézzük. Két világháború, két forradalom a történelemben, tudományos világképünk gyökeres átalakulása a fizikában.

Az 1891-es évszámot, amelyet Társulatunk megalakulása évének tekintünk, nem kisebb események és felfedezések követik a fizika történetében, mint a röntgensugárzás, a radioaktivitás, Planck sugárzási formulája, a speciális relativitáselmélet, a fényelektromos hatás és a fény kvantumos természete, Rutherford és Bohr atommodelljei, általános relativitás, kvantummechanika, mesterséges radioaktivitás, az elemi részek fizikája és a magfizika egész világunkat megrázó eredményei, nem is beszélve ezúttal a technikai alkalmazások hosszú soráról, amelyek közvetlenül új fizikai felfedezések felhasználásával jöttek létre.

Milyen szerepet játszott, hogy vette ki részét a Társulat a munkából ennek a sorsdöntő korszaknak az alakításában?

Hazánkban a tudomány társadalmi szervezése nem tekinthet túlságosan hosszú múltra vissza. A XVIII. század legkiválóbbjaiban mindig élt a vágy egy tágabb vagy szűkebb témakört felölelő „tudóstársaság" alapítására, de ez a vágy a Magyar Tudományos Akadémia XIX. sz.-i megalakulásáig csupán jámbor óhaj maradt. Az Akadémiát, amely a tudomány legmagasabb szintű, művelésére volt hivatott, csakhamar követte az idén szintén évfordulót ünneplő „Kir. Magy. Természettudományi Társulat" (1841). Mindkét intézmény működését megnehezítette, sőt egy időre megbénította a 48-as szabadságharc, illetve az azt követő elnyomás. Az Akadémián belül a Matematikai és Természettudományok Osztálya 1882-ben indítja meg közleményeit, míg a Természettudományi Társulat 1869-től indít rendszeres folyóiratot.

A tudomány terjesztésének, illetve a tudományos ismeretterjesztésnek e két szervezete, illetve az azokat reprezentáló két folyóirat között nyilvánvalóan áthidalhatatlan űr volt, még akkor is, ha az Akadémia és a Természettudományi Társulat vezetőségében személy szerint ugyanazok a tudósok dolgoztak. Ugyanilyen szakadék mutatkozott a két említett folyóirat között is.

A színvonalbeli különbségen túlmenően mind az Akadémia Matematikai és Természettudományok Osztálya, mind a Természettudományi Társulat magán viselte azt a differenciálatlanságot, amely elsősorban az elmúlt, XVIII. századra volt jellemző. A kimondottan matematikai és fizikai tudományok mellé, sőt alárendelt szerepet játszottak. Így például a Természettudományi Társulat — bár 1920-ig mintegy 35 fizikus választmányi tagot tartottak nyilván — fizikai szakosztállyal a felszabadulásig nem is rendelkezett.

Ezeket figyelembe véve mintegy parancsoló szükségszerűséggel jelentkezik az igény: a hazai fizika művelésének, terjesztésének szervezett formát adni. Majdnem ilyen szükségszerű az is, hogy a társulás „ikerpár" formájában történik, azaz a megalakuló egyesület neve Mathematikai és Physikai Társulat.

Magyarországon a XVIII. században a fizikát, sőt a matematikát is a filozófia keretében tanították mind az egyetemen, mind a különböző főiskolákon. A század legvégén kapott külön tanszéket az egyetemen a fizika és a matematika, de a főiskolákon ez az önállósodás „matematikai-fizikai" tanszékek felállításában jelentkezett. A XIX. század derekán végre a középiskolába is bevonuló fizika természetszerűen került egy tanár kezébe. A matematika-fizika szakos tanárokat a pesti egyetemen csak 1870 óta képezték rendszeresen. Egyéni érdeklődés döntötte el azután, kiből lett fizikus, kiből matematikus, de a teljes specializálódásra csak az igen kisszámú egyetemi katedrák valamelyikén nyílt mód. (Így volt ez tulajdonképpen 1945-ig!)

A Társulat megalakulása

Amikor 1885-ben Eötvös Loránd szervezni kezdte a Társulatot, körében túlnyomórészt matematikusokat találunk: Hunyady Jenőt, König Gyulát, Scholtz Ágostont, Szily Kálmánt, ők alkották annak a spontán összejáró társaságnak a magvát, amelyből a mai Társulat kinőtt.

Az első nem hivatalos előadók névsorában is kevés a fizikus: Fröhlich Izidor és Gruber Nándor mellett Wittmann Ferenc nevét találjuk még, de az első reprezentatív előadást mégis a fizikus Eötvös Loránd tartja.

1890. november 29-én a következő meghívót küldte ki Eötvös az összes szaktársaknak: *Tisztelt Uraim! A Mathematikai Társaság felszólítására december hó 4-én és 18-án esti 6 órakor a tudományegyetem physikai intézetében a földi gravitációról két előadást fogok tartani, amelyekben az arra vonatkozó vizsgálódásaim módszereit és eredményeit bemutatni szándékozom. — Szeretném e tárgy iránt a physikával foglalkozó t. Collegáim érdeklődését is felkelteni, mert meg vagyok győződve arról, hogy a tudományos eszmecsere az egyes kutatóknak úgy, mint a tudománynak nagy hasznára válik, s ezért kérem, vegyen részt ez összejöveteleinken. Megvallom, az a remény is kecsegtet, hogy ezzel az első lépést fogjuk megtenni arra, hogy hasonló célból még többször egybegyűljünk és szorosabb érintkezésbe lépjünk* (szerző kiemelése). *Igaz tisztelettel maradok híve b. Eötvös Loránd.*"

A meghívottak előtt azután Eötvös hasonló szellemben szólt a második előadás után: a személyes érintkezés szakmai szempontból mindenkinek csak hasznára lehet: *Meggyőződésem pedig a következő: vagyunk már elegen és munkakedvünk is elegendő arra, hogy remélhetőleg létrejövő összejöveteleink eredményeit írásba is foglaljuk s ezáltal vidéki szaktársainkhoz, kiknek megjelenésére őszinte sajnálatunkra nem számíthatunk, szintén közelebb jutunk* . . . Itt vetődik fel tehát először a szakfolyóirat gondolata — amint azt Eötvös a továbbiakban ki is fejti —; lelkére köti a megjelenteknek, hogy a karácsonyi ünnepek alatt gondolkozzanak a kérdésen.

Mindez a jelenlevők élénk helyeslésével találkozik. Kijelölik azt a bizottságot, amelynek feladata lesz az alapszabályok kidolgozása, a tisztikar megválasztásának, valamint a Lap szerkesztésének előkészítése.

Amint látjuk, 1885-től 1891. november 5-ig már sok minden történt, ami nélkül sem a Társulat, sem a Lap nem jöhetett volna létre. Így például a Belügyminisztérium 1891. augusztus 21-én 62229. sz. alatt hagyta jóvá az alapszabályokat stb., de azt hiszem helyesen tartjuk az első alakuló közgyűlést a Társulat alapítása időpontjának és méltán ünnepeljük novemberben a 75. évfordulót.

Ez a hetvenöt év két nagyobb korszakra oszlik: a választópont felszabadulásunk, ez — természetesen — döntő változásokat hozott Társulatunk életében. Az első, 1945-ig eltelt korszak is azonban két, egymástól elég élesen elkülönülő szakaszra oszlik: az első az 1919-ig terjed. A második 1921-től a felszabadulásig. A két korszak között az első világháború, a sikertelen forradalom és Eötvös Loránd halála húzza meg a határvonalat: elég döntő különbség mutatkozik a „békebeli" és a Horthy-Magyarország kultúrpolitikája között ahhoz, hogy e két korszakot külön tárgyaljuk.

Mathematikai és Physikai Társulat

1891—1919

Ez a korszak a legteljesebb mértékben Eötvös Loránd egyéniségét tükrözi. Az ő szakmai és ügyszeretete az, ami a Társulat tagjainak lelkesedését fűti, és a Társulatban elhangzott előadások, valamint a Mathematikai és Physikai Lapok szívonalát emeli.

Lapunk más oldalán olvashatjuk Eötvösnek a Szaktársainkhoz című felhívását, de sohasem feledkezhetünk meg arról a rendkívül egyszerű, nagyképűségmentes szavakról, amelyek ma is időszerűek: . . . *tanulni akarunk egymástól és egymást tanítani.*

Ugyanilyen egyszerűen zajlik le a Társulat második közgyűlése is. Mint ugyancsak Eötvös mondja: . . . *Egyszerű de egészséges viszonyaink között egyszerű és kevés a Társulati ügy is.* . . . *Arra törekszünk valamennyien, hogy tudósokká váljunk, és tudósok maradjunk, mert erős meggyőződésünk, hogy az iskola, amelynek életünket szenteltük, csak abban az arányban javulhat, a technikai ipar, melynek meghonosításán fáradozunk, csak abban az arányban fejlődhetik, amelyben tudományunk színvonalát magasabbra emelni bírjuk.*

Az a 400 tag, akik a Társulat előadóüléseit, és az a néhányszáz tag, akik a közgyűlést látogatták, legteljesebb mértékben átérezte Eötvösnek a tudomány színvonalának felemelésére vonatkozó terveit. Jellemző, hogy már az első közgyűléseken az egyes előadások mellett gyár- illetve intézetlátogatásokat is találunk a programban. Igaz, hogy ugyanakkor vidéki vándorgyűlést szervezni az anyagi eszközök teljes hiányában (lásd később) minden igyekezet ellenére sem sikerült.

A Társulat első elnöke természetesen Eötvös Loránd volt, ő maradt az 1919-ben bekövetkezett haláláig. Világosan látható viszont, mennyire tisztán látta a magyarországi fizika fejlődését Eötvös akkor, amikor a Társulat alakuló ülésén — a betűrendes névsortól függetlenül — „a Társulat első tagjaként" Jedlik Ányost javasolta. Valóban néhány külföldön működő tudóst leszámítva, Jedlik Ányos volt az első olyan magyar fizikus, aki alkotásaival a magyar fizikát, világviszonylatban is, jelentősen előre vitte.



Jedlik Ányos, az Eötvös Társulat 1. számú tagja

Az alakulás után következő legnagyobb esemény a Társulat életében Eötvös 1894-iki miniszteri kinevezése volt. Azt lehetne hinni, hogy a Társulat eléggé szegényes anyagi viszonyaiban ez valami jelentős változást hozott. Sajnos nem így volt. Eötvös, mint kultuszminiszter sem tudta elérni, hogy a „békebeli" „boldog és gazdag", ferencjózsefi Magyarországon állami támogatást szerezzen az ország egyetlen fizikai társulatának. Ami saját erejéből telt azt elérte: megalapította az Eötvös Loránd Matematikai és Fizikai Tanulóversenyt, és erre saját zsebéből emlékérmet is alapított.

Az igazság kedvéért meg kell mondani, hogy ez a matematikainak és fizikainak meghirdetett verseny csak papíron volt fizikai is, az egész első időszakban talán egyszer fordult elő, hogy fizikai példák is voltak. Ennek okaira talán még vissza fogunk tudni térni.

Eötvös segítőtársai a Társulat vezetésében az alelnökök és a titkárok voltak. Az utóbbiak között rendszerint a fizikus titkár volt az ügyvezető, és a két titkár töltötte be a Mathematikai és Physikai Lapok matematikai, ill. fizikai szerkesztőjének a tisztét is.

Bartoniek Géza néhány éves titkársága után Kövesligethy Radó vette át az ügyvezető titkári funkciót és ezt egészen 1913-ig nagy buzgalommal és ügyszeretettel látta el, amíg azt a fiatal Zemplén Győzőnek át nem adta. Zemplén Győző rendkívül nagy lelkesedéssel látott hozzá mind a tagság szervezéséhez, mind pedig a lap szerkesztéséhez. Egymaga 72 új tagot szervezett, igyekezett a Lap tartalmát is az eredetileg Eötvös által elképzelt terjedelemben felfrissíteni.

Sajnos, az első világháború nemcsak a Társulat szépen induló fellendülésének, hanem Zemplén Győző életének is véget vetett. Eötvös Loránd a Társulat 1916. december 7-i közgyűlésén megható szavakkal búcsúztatta az elesett fiatal titkárt. Zemplén teendőit Mikola Sándor vette át.

Az első világháború végén Eötvös Lorándot is elveszítette a Társulat. A Lapok Eötvös 70. születésnapjára készült 1918-as ünnepi kötete már csak a súlyos beteg tudós kezébe került, nyomtatásba csak a világháború és a proletárdiktatúra bukása után, 1921-ben jelent meg.

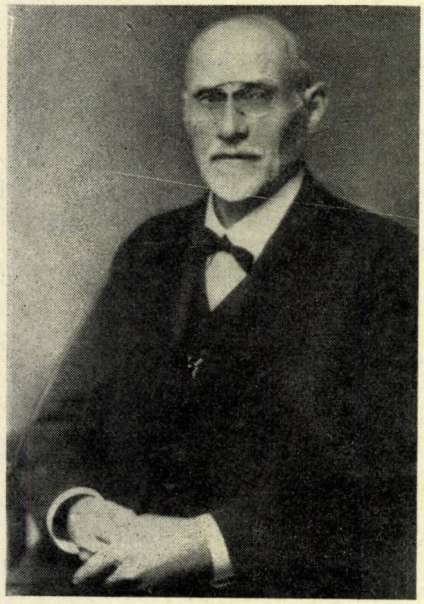
A Társulatnak az a tevékenysége, amely megalakulásától lényegében Eötvös Loránd haláláig terjed, a legkülönfélébb nehézségeket figyelembe véve, mégis sikeresnek és feltétlenül úttörőnek mondható. Mint már említettük, a lassan kapitalizálódó ferencjózsefi Magyarországon semmiféle hivatalos megértésre nem talált egy ilyen jellegű társaság és egy ilyen jellegű folyóirat működése. Csak a legnagyobb elkeseredéssel olvashatjuk, amint Eötvös az elnöki megnyitóban, vagy Bartoniek, illetve Kövesligethy a titkári beszámolóban évente megismétlődve elmondja, hogy ismét eredménytelenül fordultunk a m. kir. vallás- és közoktatásügyi minisztériumhoz, hogy a Társulatnak államsegélyt biztosítani szíveskedjék. Azt is meg kell mondani, hogy a Magyar Tudományos Akadémia kezdettől fogva 500 illetve 1000 korona segéllyel segítette a Társulatot, hiszen csak ez biztosította a Társulat legfontosabb megnyilvánulásának, a Mathemathikai és Physikai Lapoknak a fennmaradását. Jellemző az is, hogy a Társulat a VKM-től akkor kapott először államsegélyt, amikor a pénz már kezdett teljesen elértéktelenedni. Az MTA említett segítségén, a tagdíjakon és előfizetési díjakon kívül időnkint tudományszerető mágnások adományai tették lehetővé a Társulat fennállását.

Külön kell itt megemlékezni Károly Irén (1854—1929) professzorról, a Társulat egyik alelnökéről, akinek nagylelkűsége lehetővé tette, hogy 1916-tól kezdve külön fizikai tanulóversenyeket is rendezzünk.

A Társulat működése ebben az első szakaszban tehát a következőkből állt: évente eleinte 20, később 10—12 matematikai és fizikai előadás, a matematikai tanuló verseny rendezése, valamint a Mathematikai és Physikai Lapok kiadása. A matematikai és fizikai előadások aránya eléggé változó volt, de általában évente 5—7 fizikai előadás hangzott el. Ezt az arányt a Mathematikai és Physikai Lapok 1892—1918-as évfolyamainak tartalomjegyzéke nem tükrözi elég híven. Úgy látszik, a fizikusok szívesen tartottak előadást, de kevésbé szívesen írták le előadásaikat a Lapok számára, ezért a cikkek, tanulmányok aránya erősen a matematika oldalára billen.



Eötvös Loránd (1848—1919) elnök 1891—1919



Fröhlich Izidor (1853—1931) elnök 1921—1931

Ennek ellenére a Lapok tartalma fizikai szempontból is gazdagnak és nagy általánosságban korszerűnek mondható. Állandó rovatai — több kevesebb változtatásokkal — a következők voltak: Ismertető és önálló dolgozatok. — Physikai Szemle. — Ismertetett könyvek. — Feladatok (ezek között fizikai igen ritkán volt) — Megoldások. — Physikai laboratórium (ez a rovat Bartoniek szerkesztése alatt virágzott, Kövesligethy alatt elsorvadt, Zemplén Győző állította újra vissza, sajnos rövid időre). — Előadások jegyzéke. — Társulati ügyek.

A fizikus szerzők között megtaláljuk mindazokat, akik ebben a kb. harminc éves periódusban a magyar fizikában valamilyen szerepet játszottak. Az idősebb generáció munkái épp úgy helyet kaptak, mint a fiatalok első próbálkozásai. A névsor valóban a magyar fizika történetének egy szakasza. Vannak köztük ma is jól ismert nevek, és vannak ma már teljesen ismeretlen középiskolai tanárok, akiknek emlékét talán éppen a Lapokban leírt kísérletek, fizikatörténeti dolgozatok jelzik. Álljon itt tehát az 1—27 kötetek fizikus, illetve fizikai cikket író szerzőinek névsora: Abt Antal, Bartoniek Emil, Bartoniek Géza, Batta István, Bodócs István, Czógler Alajos, Dietz Lajos, Dischka Győző, Edelmann Sebő, Ellend József, Eötvös Loránd, Farkas Gyula, Fekete Jenő, Fröhlich Izidor, Gruber Nándor, Gyulai Zoltán, Heller Ágost, Hevesy György, Kármán Tódor, Károly Irén, Kedves Miklós, Klupathy Jenő, Kövesligehty Radó, Mende Jenő, Mikola Sándor, Ortvay Rudolf, Péch Aladár, Pekár Dezső, Pogány Béla, Pólya György, Réthy Mór, Rybár István, Schuller Alajos, Selényi Pál, Szekeres Kálmán, Széll Kálmán, Szijártó Miklós, Szilárd Béla, Szily Kálmán, Tangl Károly, Tomits Iván, Ujj Gyula, Wittmann Ferenc, Zemplén Győző.

A fenti hazai szerzők mellett illusztris külföldi fizikusok műveinek fordításával is találkozunk. 1897-ben például nem volt elegendő kézirat, ezért az egész kötetet neves matematikusok és fizikusok klasszikus munkáinak fordításából állították össze. Ezen kívül is közöltek fordításokat. Így találkozunk tehát a külföldi szerzők között Boltzmann, Carnot, P. Drude, Gauss, Helmholtz, H. A. Lorentz, Perrin, E. Picard, M. Sklodowska (Curie) és Zeemen neveivel.

Az önálló, illetve ismertető cikkek tartalmáról, szakmai színvonaláról még talán röviden ennyit: Az elméleti fizika színvonala Zemplén Győző munkáinak megjelenéséig (és az ő első dolgozatai is matematikai tárgyúak voltak!) talán nem volt túlságosan magas. Ennek okát abban kereshetjük, hogy a hazai fizika a századfordulón elsősorban *német* befolyás alatt állott, így például a Maxwell-elmélet eredményei aránylag lassan vertek gyökeret. Kirchhoff és Helmholtz, Eötvösnek és a fiatalabb generációnak, mint például Fröhlich Izidornak a mesterei csak nehezen barátkoztak meg az elektromágneses fényelmélettel, így a tanítványok is inkább a régebbi étermodelleket kedvelték. Ez volt az a kor, amikor Jolly professzor azt mondta Plancknak: *a fizikában már nem sok új felfedezni való akad* . . .

Ennek ellenére azonban a Mathematikai és Physikai Lapok elég gyorsan reagált a legújabb felfedezésekre: Klupathy Károly a napilapok beszámolói alapján állította össze Röntgen első kísérleteit és bemutatását olyan érdeklődés kísérte, hogy Beke Manó meghirdetett matematikai előadását el kellett halasztani. Mme Curie radioaktivitásról szóló könyvét Zemplén Győző fordította le és a tagok a Lapokkal együtt könyv alakban is megkapták.

A folyóirat első kötetének terjedelme 32 ív volt, de ezt a későbbi számok már nem érték el. Az általában évente nyolcszor megjelenő füzetek a békeévekben 26—28, a háborús évek alatt kb. 12 ívet tettek ki.



Rados Gusztáv
(1862—1942)
elnök 1931—1942



Pogány Béla (1887—1943)
elnök 1942—1943, alelnök 1940—1942, titkár és lapszerkesztő 1924—1940

Eötvös Loránd Mathematikai és Physikai Társulat

1921—1944

Az első világháború után egy ideig úgy tűnt, hogy a régi Magyarországgal és nagynevű alapítójával együtt a Társulat is megszűnik. Kürschák József és Mikola Sándor lelkesedése azonban nagy nehézségeket küzdve le megmentette azt egy jobb jövő számára, és a megkisebbedett országban, kevesebb, mint felére csökkent taglétszámmal, fele lapterjedelemmel lassan megindul a Társulat élete.

1921. május 14-én tartja a Társulat a háború után első közgyűlését Rados Gusztáv alelnök elnöklete alatt. Az ő bölcs és megfontolt szavai ellensúlyozzák azt a disszonanciát, amelyet Pekár Dezső Eötvöst idéző, de a proletárdiktatúrát gyalázó reakciós beszéde kelt. Mikola Sándor titkári beszámolója is csak azáltal feledteti ezt, hogy hangsúlyozza, a Társulat mindig távol tartotta magát a politikától, és egyben kiemeli a tudomány nemzetközi jellegét.

Ezen a közgyűlésen határozzák el, hogy a Társulat felveszi az Eötvös Loránd Mathematikai és Physikai Társulat nevet. Elnöknek Fröhlich Izidort választják, aki tíz éven keresztül, haláláig viseli ezt a tisztséget.

Változatlanul égető probléma azonban a Társulat anyagi helyzete. Most már van az akadémiai támogatás mellett államsegély is, sőt lassanként nemcsak egyének, hanem üzemek is segítik anyagilag a Társulatot, mindez azonban kevés az egyre növekvő infláció és a rendkívül magas nyomdai költségek mellett.

A tagdíjemelés édes-keveset segít. Beszüntetik a szerzői honoráriumokat. Cikk azért így is van elég, több is, mint amennyit meg tudnak jelentetni.

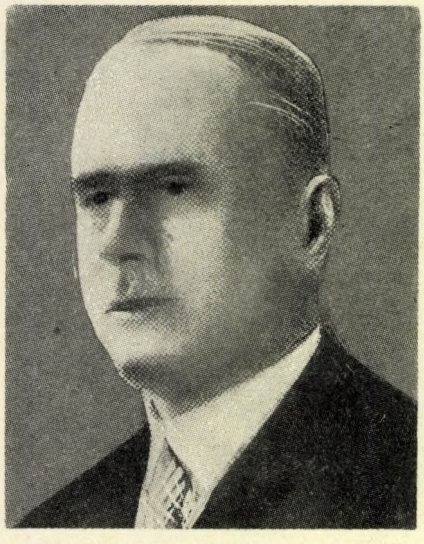
Ezek a viszonyok nem is változnak meg ennek a korszaknak a végéig. Nyilvánvaló, hogy ha a „békebeli" Magyarországon nem talált a Társulat megértő támogatásra az állam részéről, még kevésbé várhatja ezt az egyre erősebben fasizálódó Horthy-Magyarországtól.

Az elkövetkező szörnyűségek előérzete hangzik ki például Rados Gusztávnak, aki Fröhlich után 1931-től a Társulat elnöke, az 1937-es közgyűlésen tartott elnöki megnyitójából. A közgyűlések, az évgyűrűk a Társulat fáján, egyre keskenyebbek lesznek. Mégis „korunk antiintellektuális irányzata ellenére" hisz benne, hogy az igazságot érdemes kutatni. *Ez az egyetlen politikum . . .* — folytatja —, *és távol áll tőlünk a tudomány művelésében a napi politikának tért engedni. Éppen ezért aggodalommal szemléljük a tudományok itt-ott politikai befolyás alá kerülését és még nagy kultúrállamoknak is tudományos autarkiára való törekvését. Ez a tudományok terén egyenesen végzetes. . . Nincsen német fizika, vagy francia matematika, vagy angol csillagászat. E csodabogarak a fennhéjázó nemzeti sovinizmus torzszülöttei . . . Egy és oszthatatlan az igazság széles e világon . . .* fejezi be ezt az igen nagy bátorságról tanúskodó beszédet Rados.

A Társulat életének ebben a második szakaszában a rendezvényeket továbbra is az előadások és az évente meghirdetett matematikai és fizikai tanulóversenyek alkotják. A folyóiratcikkekben és most már az előadásokban is továbbra is a matematika dominál. A kis terjedelmű folyóirat ebben az időben képtelen betölteni annak a magasabbrendű ismeretterjesztésnek a hivatását, amelyet Eötvös annakidején elképzelt, és amelyet a Lapok első 27 évfolyama többé-kevésbé meg is valósított. Komoly feladatot teljesít azonban a Lapok akkor, amikor ifjú kutatók disszertációit leközli, hiszen ezeknek egyébként nem lett volna lehetőségük a doktori értekezés kötelező kinyomtatására. Nem egy ma is aktív tagtársunk fizikai disszertációja jelent meg ilyen módon, Ezek természetesen nem ismeretterjesztő munkák, de a Lapok fizikai színvonalát mégis emelték, amelyet egyébként Pogány Béla személye biztosított, akinek igen



Schmidt Ágoston (1854—1902) alelnök 1891—1902



Károly Irén (1854—1929) alelnök 1902—1918

értékes nem hivatalos segítőtársai voltak Schmid Rezső, majd utóda Ortvay Rudolf.

A második világháború, a fajüldözés és a véletlen tragédiák sora 1945-re igen sok értékes tagjától fosztotta meg a Társulatot, olyanoktól, akiknek értékes közreműködése éppen a felszabadulás után válhatott volna gyümölcsözővé. Rados Gusztávot idős korban érte a halál, de az őt 1942-ben az elnöki székben követő Pogány Béla már csak egy évig viselte a tisztséget, csupán hónapokkal élte túl a 39 éves korában elhúnyt Schmid Rezsőt, Schmid legtehetségesebb tanítványa, Gerő Loránd 33 éves korában halt meg 1945-ben. Ugyanakkor Ortvay Rudolf is tragikus körülmények között távozott el. Hiába óvta a Társulatot a politikától Rados, a gyászos emlékű nyilas uralom elvitte König Dénest, a Társulat utolsó matematikus titkárát, aki 1941-ben még olyan nagy lendülettel számolt be a Társulat 50 éves működéséről. Áldozatul esett Szücs Adolf is, a Társulat utolsó jegyzője és még sokan mások.

Szerencsére megmaradt azonban néhány lelkes tag, akik a közben felnőtt fiatalokkal összefogva újra életre hívták a Magyar Fizikusok Egyesületét, de ez már a következő felvonás.

Mielőtt belefognánk az utolsó mintegy 20 esztendő történetének ismertetésébe, álljunk meg még egy pillanatra annál a kérdésnél, mi az oka annak, hogy az Eötvös Loránd Matematikai és Fizikai Társulaton belül aránylag nagy volt a matematikus fölény, pedig maga az alapító éppen fizikus volt és a későbbi elnökök között is csak egy matematikust találunk. Ezt a tényt a Társulat fizikus és matematikus tagjai egyaránt kénytelenek voltak megállapítani. Hallgassunk meg néhányat, miképpen vélekedtek e kérdésről. Az 1911. évi közgyűlésen Kövesligethy titkár a következőket mondja arról, miért nincsenek az Eötvös versenyeken fizikai feladatok, és miért kevesebb a fizikus kutató, mint a matematikus: *A természet már külső bájával mindenkit oly ellenállhatatlanul magához vonz, ha közelebb férkőzünk hozzá, szavakban fukarabb, mint saját énünk, amelyből a matematikus merít.* E szubjektív megállapítás mellett azonban azt is megjegyzi, hogy a fizika művelése sok fáradságos munkát, költséges segédeszközt igényel.

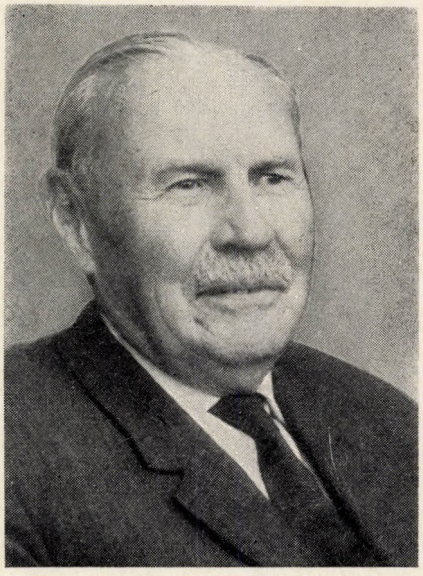
Károly Irén 2000 koronás alapítványa 1916-ban a matematikus hegemoniát kívánja ellensúlyozni; ennek az alapítványnak kamatai *a physikai ismeretek mélyítésére fordíttassanak oly céllal, oly szellemben és oly körülmények között, mint az a mathematikai versenyeknél szokás.*

König Dénes így magyarázza a matematikai versenyek nagyobb sikerét: *... a matematikai tehetség többnyire már igen fiatal korban megnyilvánul és már igen csekély matematikai ismeret segítségével megoldott feladatok kidolgozásai is alkalmasak a matematikai tehetség felismerésére. Ez már a fizikára sem áll fenn ...*

Végső soron azonban még valami egészen lényeges dologról is szó van. A reakciós korszakokban újra és újra feléledő platonizmus, amely a matematikával való foglalkozást még csak valamennyire szabad emberhez méltó feladatnak tekinti, de a fizika, amely a gyakorlatot is szolgálja, az előkelő „humanistához" méltatlan időtöltés, mert nem „a tiszta" tudományt viszi előre. A Horthy-korszak természettudományellenes beállítottságára rendkívül jellemző, és ma már szinte nevetségesen hatna —, ha nem volna olyan szomorú, amint Rados Gusztáv 1941-ben ünnepi köszöntőjében megpróbál ezzel a nézettel szembeszállni és védelmébe veszi a fizikát: *Nincsen tudomány, amely a matematikánál spirituálisabb lenne ... A fizikát és annak a technikára való alkalmazásait azért ócsárolni, mert a gazdasági életre is kihatnak, helytelen. Kétségtelen, hogy a fizikusokat is ugyanazon eszményi törekvés ösztönzi kutató munkára, mint a matematikusokat, és hogy a fizika eredményeit felhasználó technikusokat is az a szándék vezeti, hogy korszakalkotó találmányaikkal az emberiség jólétét előmozdítsák... Hogy a technikával vissza is élnek,*



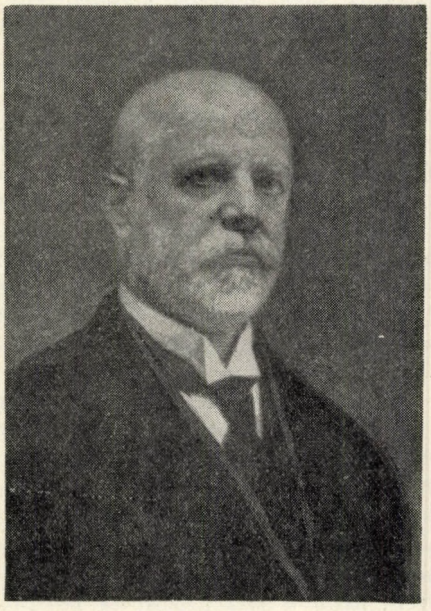
Tangl Károly (1869—1939) alelnök 1921—1939



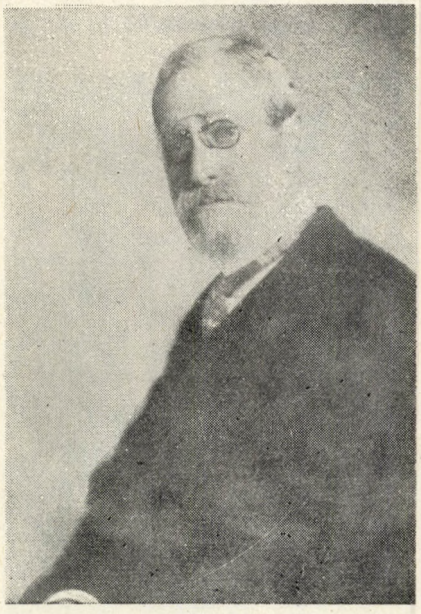
Rybár István (1886—) alelnök 1942—1944)

folytatja Rados, *arról a fizikusok nem tehetnek, ennek oka, hogy a nemzetközi jog nem tudott lépést tartani a kor haladásával.* Marconi nem tehet róla, ha a rádiót hazug propagandára használják . . . *Ha az elmondottak után a technika vaskalapos szidalmazói koncedálnák, hogy a természettudományok és a technika ‚szükséges rossz', mi amellett maradunk, hogy ezeknek a vívmányai az emberi jólétet előmozdították, és hogy azoknak ismerete az emberi műveltségnek nélkülözhetetlen eleme.*

Az 1941-ben elhangzott beszéd végén Rados azt kívánta, hogy az elkövetkező félévszázadban szűnjék meg a „dühöngő gyűlölet" és legyen *eredményekben gazdagabb, dicsőségben fényesebb* . . .



Bartoniek Géza (1854—1930)
titkár és lapszerkesztő 1891—1897



Kövesligethy Radó (1862—1934)
titkár és lapszerkesztő 1897—1913

Ez az új félévszázad 1945-ben beköszöntött és sok minden mással együtt elhozta azt a korszakot, amelyben a fizika végre Magyarországon is elfoglalhatta a tudományok között az azt megillető helyet.

Eötvös Loránd Fizikai Társulat
1949-től

Társulatunk mai elnevezéséhez, szervezeti felépítéséhez egy átmeneti szakaszon keresztül jutottunk.

A tudományos és ismeretterjesztő egyesületek közül a felszabadulás után elsőnek a Természettudományi Társulat talált magára (mint ahogy 1919-ben, a Tanácsköztársaság idején is ez volt az egyetlen működő egyesület), és már 1945. július 5-én megtartotta első közgyűlését. Az egyesület új választmányában találjuk a régi Eötvös Társulat több tagját, alelnök pedig Renner János tagtársunk lett. 1945. szeptember 5-én név szerint meg is alakul az új fizikai szakosztály. Az előkészítő bizdttság elnöke Kovács István volt. Tényleges szervezetet aznban csak a magának a Természettudományi Társulatnak a modern követelményeknek megfelelő 1948-as újjászervezése után nyer. A szakosztály 1948. december 27-én, illetve 1949 januárjában alakul újjá, és már tudatosan toborozza az Eötvös Társulat régi tagjait. Programjában szerepel a középiskolai tanárok továbbképzése kéthetenként hétfőn tartandó előadások formájában. Tulajdonképen a fizikai szakosztálynak ez a programja képezte a kapcsolatot a régi Társulattal. Az iparhoz, technikához való közeledés azonban szükségképpen a Műszaki és Természettudományi Egyesületek Szövetsége felé irányította a fizikusok társadalmi szervezetét.

A megfelelő szervezeti forma megtalálása után már meglehetősen gyorsan következtek az esemé-



Zemplén Győző (1879—1916)
titkár és lapszerkesztő 1913—1916

nyek: 1949 februárjában megalakul a MTESz keretében a Magyar Fizikusok Egyesülete, működését jelzi az 1949. november 26-án megrendezett első *Eötvös Loránd Fizikai Tanulmányi Verseny*, és a Fizikai Szemle 1950. szeptember 1-én megjelent első száma. Az Egyesület időközben az 1950 februári közgyűlésén felvette az *Eötvös Loránd Fizikai Társulat* nevet, és ekkor — nyugodtan elmondhatjuk — olyan új korszak nyílt a magyar fizikus társadalom életében, amelyre a nagy alapítók talán legmerészebb álmaikban sem gondoltak.

Majd 60 évvel ezelőtt hangzott el Eötvös Loránd felhívása Szaktársainkhoz. Most Novobátzky Károly köszönti egy új korszak új fizikusait a Fizikai Szemle első számában. A körülmények sokat változtak azóta: „*Lélekzetfojtó iramban fejlődik a fizika, a világnak ez a legelső tudománya, melyet fontosságban más meg sem közelíthet.*" Az egyetemről kikerülő fizikatanár (akkor még a kutatók képzése éppen csak elkezdődött) képtelen ezzel az irammal lépést tartani. A Fizikai Szemle kinyújtja segítő kezét, hogy az új eredmények között útmutatást adjon. A cél tehát Eötvös óta nem változott: magas színvonalú *szakmai* ismeretterjesztés. Elérte-e a Fizikai Szemle ezt a célt, azt már a Társulat mai tagjainak kell eldönteni.

A most következő 16 esztendő már nem történelem, ez a jelenünk, amelyben élünk. Annak ellenére tehát, hogy ezalatt a 16 esztendő alatt több történt, nagyobbakat léptünk, mint az előző 60 év alatt, beszámolómnak ezt a részét mégis rövidebbre fogom, mert annak a fejlődésnek, ami 1950-ben elkezdődött majdnem valamennyien tevékeny résztvevői voltunk és vagyunk.

Az új Eötvös Loránd Fizikai Társulat első elnöke Gombás Pál volt, őt Novobátzky Károly követte, majd 1952-től a mai napig Gyulai Zoltán vezette elnökként a Társulatot Szigeti György főtitkárral együtt. Ez az egységes vezetés biztosította a fejlődés töretlen vonalát. Népi demokráciánk lehetővé tette, hogy a Társulat olyan anyagi eszközökkel rendelkezzék, amelyek nemcsak magas színvonalú és sokrétű rendezvények létesítését tették lehetővé, hanem a Fizikai Szemle számára is biztosították az állandó fejlődést.

A rendezvények közül megmaradtak a most már hetenként tartott hétfői előadó estek, amelyeket az átlag havonta rendezett középiskolai tanároknak szóló továbbképző előadások egészítenek ki, valamint a diákok részére rendezett, bemutatásokkal egybekötött „fizikai délutánok". 1951 óta évente megrendezzük a középiskolai tanárok tavaszi ankétját, amelyen rendszerint a középiskolai fizika egy-egy fontosabb fejezete kerül megvitatásra a leghivatottabb előadók vezetése mellett. Az ankétot kiállítás követi a legújabb kísérleti eszközökből.

Régi elképzelések megvalósulását jelentették a Társulat helyi csoportjainak megalakulása a vidéki egyetemi városokban és kulturális centrumokban. Debrecenben Szalay Sándor, Szegeden Budó Ágoston, Pécsett Jeges Károly vezetésével alakult meg a Társulat helyi csoportja, közvetlenül a budapesti alakuló ülés után, ezt követte Eger, Miskolc, Veszprém, Győr. A helyi csoportok többje Budapestet megközelítő élénk társulati életet bonyolít le, előadásokat szervez, és vándorgyűlések formájában vendégül látja az ország fizikusait.

A Társulat legnagyobb rendezvénye az átlag évente sorra kerülő vándorgyűlés valamelyik nagyobb vidéki egyetemi városban. Pécs, Debrecen, Eger, Szeged, Miskolc, Veszprém már ismételten is vendégül látták a Társulat tagjait. Az utóbbi években kialakult gyakorlat szerint a vándorgyűléseken összefoglaló ismertető előadások hangzanak el egy-egy nagyobb területéről a Magyarországon végzett fizikai kutatásoknak. Nyilvánvaló, hogy



Mikola Sándor (1871—1945) titkár és lapszerkesztő
1917—1924



Ortvay Rudolf (1885—1945) titkár és lapszerkesztő
1940—1944

ezek a nagyszabású összefoglalók inkább tájékoztató jellegűek az egész tagság számára, az elmélyültebb diszkussziót nem teszik lehetővé. Szűkebb témakörben, nemzetközi résztvevőkkel a Társulat most már több mint tíz éve konferenciákat rendez.

Az elméleti fizikusok továbbképzését szolgálják az 1961 óta először Visegrádon, majd Mátraházán megrendezett nyári iskolák. Ezt más témakörből hasonló tanfolyamok követték.

Nagyobb szabású nemzetközi rendezvényeink is voltak, más, pl. az NDK fizikus egyesületével közösen Balatonfüreden (1959), illetve Warnemündeben (1963) volt szilárdtestfizikai kongreszszus. Ugyancsak 1963-ban Budapesten került megrendezésre az igen nagyszabású molekulárspektroszkópiai konferencia. Hasonló jellegű nemzetközi összejövetel volt a most augusztusban lezajlott lumineszcencia kongresszus. Mindezeket a rendezvényeket az MTA III. Osztályával való szoros együttműködésben bonyolította le a Társulat.

Lényegesen megnövekedtek a Társulat nemzetközi kapcsolatai is. Míg az első korszakban külföldi fizikus vendég alig látogatott el hozzánk, és a másodikban is könnyen megszámolható, hány külföldi fizikus tartott nálunk előadást (Ehrenhaft, Scheel, Sommerfeld, H. March, R. W. Pohl, Debye), ők is elsősorban az Ortvay kollokviumon; az elmúlt 15 esztendőben szinte nem múlt el hónap, hogy egy-egy neves külföldi fizikus ne tartott volna előadást, mint a Társulat, illetve az MTA vendége. A Társulat emellett lehetővé tette és teszi sok tagtársunk külföldi utazását, kongresszusokon és tanulmányutakon való részvételét.

E rendkívül gazdag és sokrétű munkát természetesen a vezetőség csak bizonyos decentralizálással, szakosztályain és bizottságain keresztül tudja elvégezni. Ilyen a Nemzetközi Kapcsolatok Bizottsága, a Középiskolai Bizottság, továbbá az Ifjúsági, Sugárvédelmi és a Csillagászati Szakosztály stb.

A fizikai tanulóversenyek évenkinti megrendezése mellett, amellyel a középiskolából frissen kikerült diákok érdeklődését kívánjuk fokozni a fizika iránt, a fiatal kutatók ösztönzését és haladó hagyományaink ápolását szolgálják a Társulat által alapított különféle díjak. 1951 óta a Bródy és Schmid díjat nyeri el évente egy-egy fiatal kutató, 1964 óta pedig a Selényi díjat is. A kiemelkedő tanári munkát 1962 óta a Társulat a Mikola díjjal jutalmazza.

A Társulatban folyó élet most is, mint annak idején a Mathematikai és Physikai Lapokban, a Társulat folyóiratában, a Fizikai Szemlében tükröződik. Első száma, mint mondtuk 1950 szeptemberében jelent meg, a szerkesztőbizottság elnöke Kockás Gyula volt. Eleinte évente 4, majd 6, illetve 8 szám jelent meg. A lap 1952-ben elérte a háború előtti 184 oldalas terjedelmet. 1958-ban az évi füzetek száma 10-re (összesen 325 oldal) emelkedett, míg 1962-ben sikerült elérni, hogy az évi 12 szám havonta jelenik meg 364, majd 402 oldal, azaz 54 ív terjedelemben. Állandó rovatai: Cikkek, tanulmányok. — Könyvismertetés. — A fizika tanítása. — Egyesületi élet. — Hírek. — A fizika haladása.

1952-ben Szamosi Géza lett a Szemle felelős szerkesztője, 1957-től ezt a feladatot Turiné Frank Zsuzsa látja el, 1959 óta pedig az újjászervezett szerkesztőbizottság élére Marx György került.

A „felnőttek" részére készülő Mathematikai és Physikai Lapok mellett már 1894-ben megindította Arany Dániel, győri tanár a Középiskolai Matematikai Lapokat, amelyek szerkesztését a második korszakban Faragó Andor vette át. Ez a lap sohasem tartozott hivatalosan a Társulathoz, de a Társulat tagjai mindig féltő gonddal irányították, és a lap — ha nem is nagy mennyiségben — időnként fizikai feladatokat is közölt.

A felszabadulás után az Eötvös Loránd Fizikai Társulat „ikertestvére", a Bolyai János Matematikai Társulat égisze és a Művelődési Minisztérium támogatásával ez a lap ismét feléledt. 1960 óta sikerült elérni, hogy a Középiskolai Matematikai Lapoknak önálló fizikai rovata is legyen, és ezt a mi Társulatunk gondozza. Kunfalvi Rezső szerkesztésében. A szerkesztőbizottság elnöke Bodó Zalán. A szerkesztőség rendezi a tanulóifjúság részére a középiskolai tanuló délutánokat, ifjúsági fizikai szakkört tart fenn, pontversennyel és pályázatokkal igyekszik a tanuló ifjúságnak a fizika iránti érdeklődését felkelteni.

A felszabadulás óta eltelt 20 esztendő gyökeres, minőségi és mennyiségi változást hozott a fizikusok társadalmi szervezettségében. A nép államától olyan messzemenő támogatást kapunk, amit csak megfeszített jó munkával, a fizika tudományának, a tudományos ismeretterjesztésnek állandó fejlesztésével hálálhatunk meg. Kérdés, megtettünk-e eddig már mindent, amit tehettünk volna? Ha végigtekintünk az elmúlt esztendők főtitkári beszámolóin, ha végiglapozzuk a Fizikai Szemle eddig megjelent köteteit, az elért eredmények feletti öröm és megelégedettség mellett lehetetlen nem látni még hibákat, hiányosságokat. Mégis úgy érzem, hogy nem ennek az ünnepi beszámolónak a feladata, hogy nem ezeket részletesen elemezze (ez a legutóbbi évekre vonatkozólag nyilván megtörténik majd a főtitkári beszámolóban), legfeljebb arra hívom fel a figyelmet: ha elégedettek is vagyunk, önelégültek ne legyünk: a jövő még sok, egyre több és nagyobb feladatot tartogat a fizikusok számára, egyre nagyobb a ránk nehezedő felelősség, de úgy érzem, hogy az eddigiek alapján meg fogunk tudni felelni ezeknek a feladatoknak.

(Az ünnepi Közgyűlésen elhangzott előadás)

M. Zemplén Jolán

Építőipari Műszaki Egyetem
Fizikai Intézete

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat működése

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat életének háromnegyed évszázada az 1800-as évek végétől számítva a technikai tudományok kibontakozásának az átfogó fizikai elméletek kifejlődésének és velük együtt a természettudományok viharos fejlődésének periódusát fogja át. Ha áttekintjük társulatunk történetét és fejlődését, láthatjuk, hogy a Társulat a társadalmi berendezkedésnek és a természettudományok fejlődésének megfelelően alakította célkitűzéseit, s hagyományait tekintetbe véve tevékenykedett a fizika fejlesztésében. Jubileumunk alkalmából ezeket a hagyományos tevékenységeket, Társulatunk történetét részletesen ismertetjük, de hiányos lenne a kép, ha a múltról való megemlékezés és múltra való visszapillantás mellett elfelejtkeznénk a jelenről, a jelenlegi társulatnak tevékenységéről. Az évforduló okot szolgáltat arra, hogy Társulatunk célkitűzéseit, munkájának legfőbb körvonalait rövid vázlatban összefoglaljuk.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat a MTESZ tagegyesülete.

Társulatunk működését az 1959-ben véglegesített alapszabályok rögzítik. Az alapszabály szerint:

A Társulat a magyar fizikusok és fizikával foglalkozók önkéntes egyesülése, amelynek célja a szocializmust építő hazánkban a fizikai művelődés előbbrevitele társadalmi úton. Így:

a) A fizikai kutatások ápolása, fejlesztése.

b) A fizika oktatásának javítása és segítése.

c) Az általános fizikai műveltség emelése.

d) A fizika alkalmazásának minden téren való előmozdítása.

e) A fizikai tudomány és oktatást érintő elvi szervezési és világnézeti kérdések felvetése, figyelemmel kísérése, megvitatása.

f) A fizikushivatás és munka társadalmi megbecsülésének előmozdítása.

Ennek az általános keretnek és az ebben megszabott feladatoknak megfelelően épült fel társulatunk jelenlegi szervezete.

A társulat vezetőtestülete az elnökség, amelyet a közgyűlés választ és amelyik hivatott a közgyűlés határozatai szellemében intézni társulatunk ügyeit és vezetni életét. A két közgyűlés közötti időszakban jelentősebb határozatokat a társulatunk választmánya hozhat. A választmányt a közgyűlés választja, s a közel ezer tagot számláló társulatunk munkájának irányítója a 73 tagú választmány. Az elnökség választott funkcióit jelenleg az alábbiak töltik be: A Társulat díszelnöke: *Novobátzky Károly*, elnöke: *Gyulai Zoltán*, alelnökei: *Gombás Pál, Jánossy Lajos, Kónya Albert, Vermes Miklós*, főtitkár: *Szigeti György*, főtitkárhelyettes: *Pócza Jenő* és *Szabó János*, titkár: *Dobos Lajos*, a Fizikai Szemle főszerkesztője: *Marx György*, felelős szerkesztője: *Turi Istvánné*, a Középiskolai Matematikai Lapok fizika rovat szerkesztője: *Kunfalvi Rezső*, a Számvizsgáló Bizottság elnöke: *Sviszt Pál*. Az Elnökség tagjai: *Benkő István, Bodó Zalán, Budó Ágoston, Boros János, Bozóki László*, a Sugárvédelmi Szakcsoport elnöke, *Detre László* a Csillagászati Szakcsoport elnöke, *Ernst Jenő, Fehér István, Fenyves Ervin, Gáspár Rezső. Gergely György, Groma Géza, Hoffmann Tibor, Jeges Károly Keszthelyi Lajos, Kovács István, Nemák Béla Nagy Elemér, Nagy Károly, Nagy László, Mátrai Tibor Pál Lénárd, Rieger Éva, Szalay Sándor, Tarján Imre, Tarnóczy Tamás, Varga Zoltán.*

A Társulati munka sokrétű a célkitűzéseknek megfelelően.

A tagság egészének fizikai továbbképzését szolgálják az egyesületben hetenként rendszeresen rendezett klubestek, ahol hazai, vagy külföldi szakemberek egy-egy tudományterületről, vagy egy-egy tudományos kérdésről előadást tartanak, vagy széleskörű vitát kiváltó, sokesetben a legmodernebb területről áttekintést adó beszámolót nyújtanak. Tájékoztatást ad és véleményt alakít ki a Társulat tagsága az újonnan megjelent könyvekről rendezett ankétokon. Tagjaink között jelentős számban vannak fizikát tanító középiskolai tanárok, vagy fizikát oktató egyetemi tanszemélyzet. Társulatunk alapszabályba foglalt célkitűzése szerint e tagjaink összessége minden formában rajta tartja kezét fizika oktatásunkon. Intézményesen segít Társulatunk ezt minden szinten előmozdítani. Tagjaink nagy aktivitást fejtenek ki e téren. A középiskolai bizottságba tömörült tagság tankönyvek, tantervek, egyetemi oktatástervek bírálatán keresztül és széles nyilvánosság előtt lefolytatott megvitatásával hatékonyan szól bele ezek kialakításába. A középiskolai tanárok részére tartott előadássorozatokon évről-évre megismétlődő középiskolai tanári ankéttel és a középiskolában a szemléltető oktatást segítő eszközkiállításával segíti és támogatja társulatunk alapszabályban vállalt kultúrpolitikai hivatását.

A tagok munkájának megbecsülését, a fizikában és az oktatásban elért eredmények kiemelését szolgálják a Társulat díjai. *Bródy Imre, Schmid Rezső* és *Selényi Pál* emlékére a fizika különféle szakterületein kiváló, *Mikola Sándor* emlékére pedig a középiskolai oktatás érdekében kifejtett tevékenység terén kiemelkedő érdemeket kívánta a Társulat jutalmazni.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat fiatal tehetségek felkutatásában, támogatásában sokat tesz: Budapesten és vidéken ifjúsági fizikai köröket szervez az ide tömörült ifjúsági tagságunk körében a fizika iránti szeretetet kelti fel, s a tehetségek felkutatására rendezett tanulmányi versenyeken közreműködik és tanulmányi versenyeket — Eötvös verseny — szervez.

Az előbb évente, az utóbbi időben kétévenként megrendezett Vándorgyűlések a tagságnak általános áttekintést nyújtanak a Magyarországon folyó fizikai kutatásokról és vitafórumot konzultációs lehetőséget nyújtanak ahhoz, hogy tagságunk egésze vezető fizikusainkkal találkozhassék.

A fizika egész területét átfogó egyik fő feladata Társulatunknak a fizika tudomány fejlődésének aktív elősegítésében, aktuális problémakörökben sok esetben nemzetközi szintű konferenciák rendezése. Az egyesület konferenciái, nyári iskolái, egyes tématerületeken rendezett szemináriumai a szakfizikus képzésben nemcsak hazai, de nemzetközi vonatkozásban is jelentősek. Az utóbbi időben rendezett néhány nagy nemzetközi konferencián külföldi vendégeink száma már a félezerhez közel állt.

A társulati munka szakosztályokban, illetve szakcsoportokban és bizottságokban folyik. Azok a főleg speciális területeken működő szakcsoportok, amelyek jelenleg mint sugárvédelmi szakcsoport és csillagászati szakosztály működnek az egyesületen belül a szűkebb szakterület, konferenciáit oktatási igényeit és összefogását látják el.

Egyesületünk Budapesten kívül dolgozó tagsága jelenleg 7 vidéki csoportba tömörült. Ezek a csoportok nagyobb centrumokban, egyetemi városban alakultak és alakulnak szükség szerint. Jelenleg működő csoportjaink Debrecen, Eger, Miskolc, Győr, Pécs, Szeged, Veszprém.

Budapesti üzemekben dolgozó tagjaink munkájának elősegítésére egyes jogi tagsággal rendelkező nagyüzemeinkben helyi csoportokat hozunk létre. Egyesületünk célkitűzésének megfelelően a fizika fellendítését, s rajta keresztül népgazdaságunk támogatását jogi tagságot vállaló ipari üzemeinkben rendezett szakmai fizikai előadásokon jogi tagjainknak nyújtott konzultációs lehetőségeinken és az ipar vállalatainkban felmerült problémáikban tanácsadás útján történő megoldásával segíti.

Társulatunk aktiva hálózatát sokesetben veszi igénybe a MTA népgazdaságilag fontos témák megvitatására és vélemény nyilvánításra. A TIT természettudományi ismeretterjesztésében társulatunk tagjai és vidéki szervezeteink sokszor közösen munkálkodnak.

Társulatunk a konferenciákkal kapcsolatosan tárgyalt szakterületen a konferenciák anyagát kiadja és tagságunk számára ezeket hozzáférhetővé teszi, ilyen módon számos értékes kiadványa született az Akadémiai Kiadó gondozásában.

Társulatunk hivatalos lapja a „Fizikai Szemle" ezidén zárja 16. évfolyamát. Széleskörű és magas tudományos színvonalú cikkeivel tagságunk továbbképzését és a fizika széles területén nyújtott ismereteivel a szakfizikusok ismereteinek általánosítását szolgálja. A kitűnő szerkesztésű lap nemcsak hazai, de az utóbbi években nemzetközi elismerésre is szert tett, s az itthoni széleskörű ismeretterjesztésén túlmenően tagságunk és társulati életünk eseményeinek ismertetésével idegenbe szakadt honfitársainkat jól tájékoztatja a magyar fizika legújabb eredményeiről és társulatunk életéről.

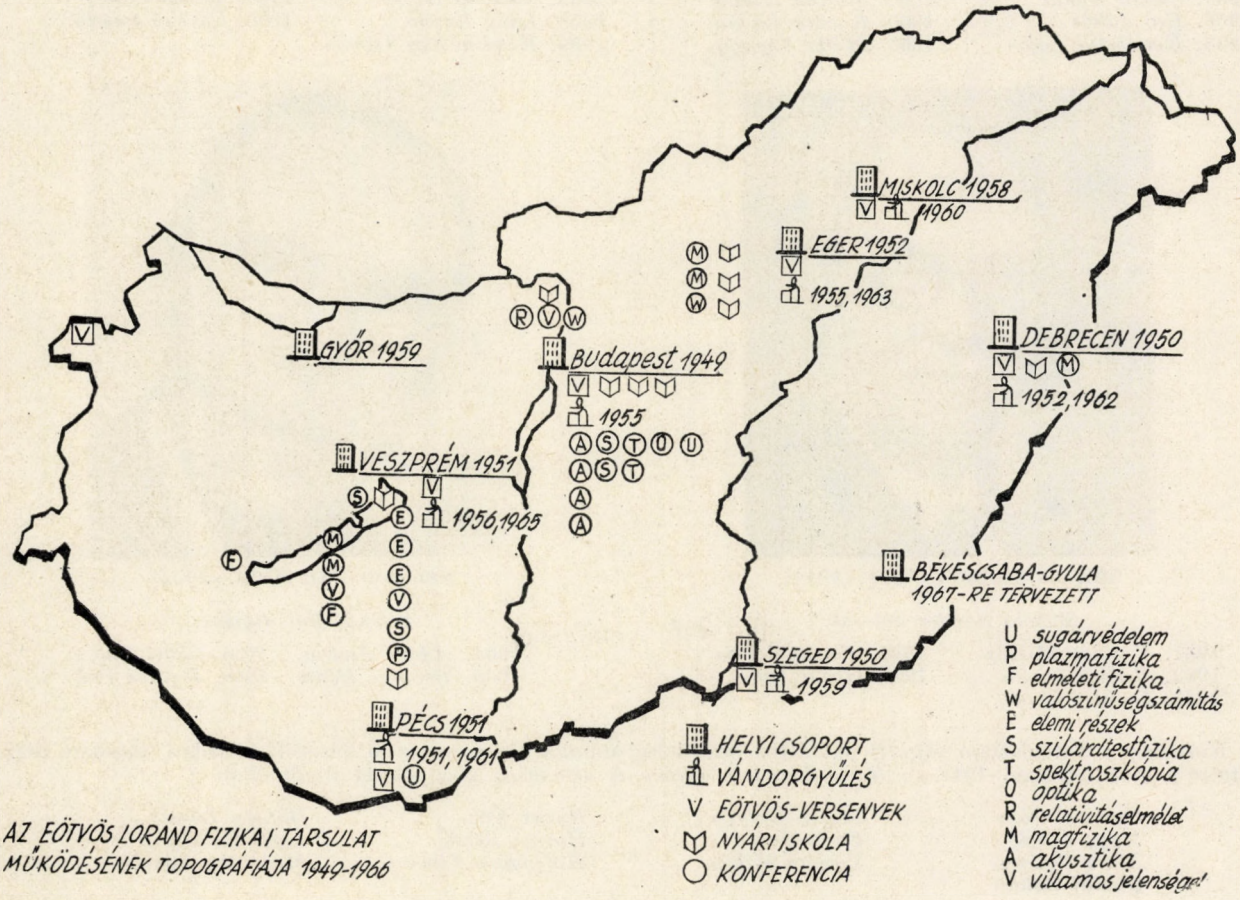
A tudományos együttműködést szolgáló konferenciákon kívül hatékony és széleskörű nemzetközi kapcsolatokkal rendelkezik egyesületünk. Konferenciákra és egymásközti cserelátogatásokra szerződésünk van az NDK-beli, a Cseh és Lengyel Fizikai Társulatokkal.

Az Eötvös Loránd Mathematikai és Physikai Társulat a múltban a fizikatudomány előbbrevitelében sokat tett. A társulat jogutódja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat szocialista hazánk viszonyai közt megnőtt lehetőségeivel, igen sokrétű munkával nagyon széles területen fáradozik alapszabályaiban lefektetett nemes céljaiért, a tudomány és technika haladásáért.

A társulat által szervezett konferenciák

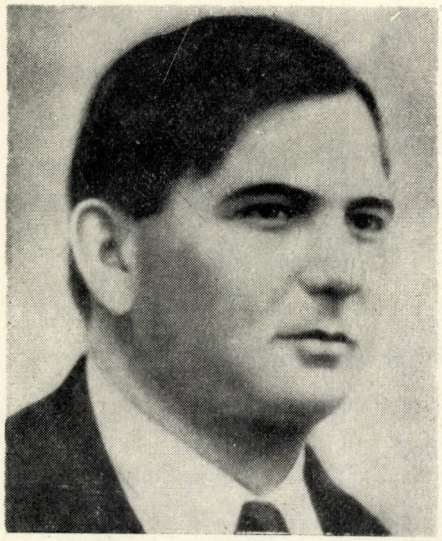
1949. febr. 5.	Alakuló közgyűlés, Budapest
1950. febr. 4.	Közgyűlés, Budapest
1951. máj. 25—28.	I. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Pécs
1952. máj. 24—27.	II. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Debrecen
1952. ápr. 19—20.	Közgyűlés
1953. jún. 7—15.	Fizikai Eszközkiállítás, Pécs
1953. aug. 24—30.	I. Magyar Fizikus Kongresszus, Budapest
1954. szept. 22—25.	III. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Budapest
1954. szept. 23.	Közgyűlés, Budapest
1954. szept. 22—okt. 3.	Tanszerkiállítás, Budapest
1955. jún. 1—6.	Relativitáselméleti Kollokvium, Dobogókő
1955. aug. 25—27.	IV. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Eger
1955. nov. 1—3.	Magfizikai Kollokvium, Mátraháza
1955. nov. 21—23.	Akusztikai és Ultrahang Kollokvium, Budapest
1956. jan. 25.	Spektroszkópiai Ankét, Szeged
1956. ápr. 25—27.	Elektronfizikai Kollokvium, Dobogókő
1956. ápr. 1—13.	Kollokvium a magfizikai kísérlet eszközeiről, Debrecen
1956. aug. 22—25.	V. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Veszprém
1957. ápr. 12—14.	Kollokvium az elemi részek fizikájáról, Balatonvilágos
1957. dec. 3—7.	II. Magfizikai Kollokvium, Mátraháza
1957. dec. 18—19.	Előadássorozat a kristályfizika, félvezetők témaköréből, Budapest
1957. dec. 27—28.	I. Fizikatanári Ankét, Budapest
1958. szept. 17—20.	Kollokvium az elemi részek fizikájából, Balatonvilágos
1958. szept. 26—27.	Közgyűlés, Budapest
1958. szept. 29—okt. 2.	Gázkisülések fizikája Kollokvium, Balatonvilágos
1958. nov. 13—15.	Spektroszkópiai Kollokvium, Budapest
1958. dec. 29—30.	II. Középiskolai Fizikatanári Ankét, Budapest
1959. aug. 24—27.	VI. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Szeged
1959. szept. 16—20.	Szilárdtestfizikai Kollokvium, Balatonföldváron
1959. ápr. 7. 8.	Akusztikai és Ultrahang Kollokvium, Budapest

1959. szept. 14—19.	Szilárdtestfizikai Kollokvium, Balatonfüred
1959. dec. 28—30.	III. Középiskolai Fizikatanári Ankét, Budapest
1960. febr. 28—29.	Valószínűségszámítás és matematikai statisztika alkalmazása kollokvium, Dobogókő
1960. szept. 14—20.	Magfizikai Kollokvium, Balatonöszöd
1960. aug. 22—25.	VII. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Miskolc
1960. dec. 19.	Közgyűlés, Budapest
1961. ápr. 5—7.	IV. Fizikatanári Ankét, Budapest
1961. jún. 7—10.	Lumineszcens Szimpózium, Balatonöszöd
1961. aug. 23—26.	VIII. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Pécs
1961. szept. 22—27.	Elméleti Fizikai Kollokvium. Balatonföldvár
1962. ápr. 5—7.	V. Fizikatanári Ankét, Budapest
1962. máj. 30— jún. 12.	I. Magyar Elméleti Fizikai Nyári Iskola, Visegrád
1962. aug. 23—26.	IX. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Debrecen
1962. szept. 20—24.	Elektron és Vákuumfizikai Szimpózium, Balatonföldvár
1962. szept. 25—30.	VIII. Nemzetközi Nagyenergiájú Fizikai Konferencia, Tihany
1963. ápr. 8—10.	VI. Fizikatanári Ankét, Budapest
1963. máj. 24—jún. 10.	II. Elméleti Fizikai Nyári Iskola, Mátrafüred
1963. máj. 29—31.	Plazmafizikai tanácskozás, Balatonszabadi
1963. júl. 22—27.	VII. Európai Molekula Spektroszkópiai Kongresszus, Budapest
1963. aug.	IX. Magyar Fizikus, Vándorgyűlés
1963. szept. 16—21.	Alacsonyenergiájú Magfizikai Kollokvium, Tihany
1963. okt. 21—22.	I. Sugárvédelmi Kollokvium, Budapest
1963. aug. júl. 22—27.	Molekulaspektroszkópiai konferencia, Budapest
1964. jan. 7—9.	A valószínűségszámítás fizikai alkalmazásai tárgykörű kollokvium, Mátrafüred
1964. ápr. 6—9.	VII. Fizikatanári Ankét, Budapest
1964. ápr. 4—18.	III. Magyar Elméleti Fizikai Nyári Iskola, Mátrafüred
1964. szept. 5—10.	A nagy szabadsági fokú rendszerek kvantumelmélete tárgykörű konferencia Keszthely
1964. szept. 4—15.	Kristályhibák félvezetőkben tárgykörű nyári iskola, Balatonvilágos
1964. okt. 19—23.	Őszi Sugárvédelmi Iskola, Mátrafüred
1964. okt. 23.	Közgyűlés, Budapest
1965. ápr. 12—14.	VIII. Fizikatanári Ankét, Budapest
1965. máj. 24—jún. 1.	IV. Magyar Elméleti Fizikai Nyári Iskola, Budapest
1965. aug. 23—26.	X. Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Veszprém
1966. jan. 3—14.	Magyar Elméleti Fizikai Iskola, Balatonkenese
1966. ápr. 6—8.	IX. Fizika Tanári Ankét, Budapest
1966. máj. 31—jún. 5.	Elemi részecskék gyenge kölcsönhatása konferencia, Balatonvilágos
1966. aug. 23—30.	Nemzetközi Lumineszcencia Konferencia, Budapest
1966. szept. 23—30.	II. Sugárvédelmi Szimpózium, Pécs
1966. nov. 14.	Közgyűlés, Budapest

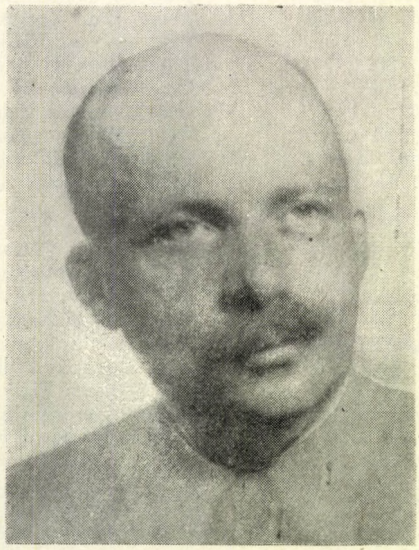


AZ EÖTVÖS LORÁND FIZIKAI TÁRSULAT MŰKÖDÉSÉNEK TOPOGRÁFIÁJA 1949-1966

A társulati díjak



BRÓDY IMRE (1891—1944)



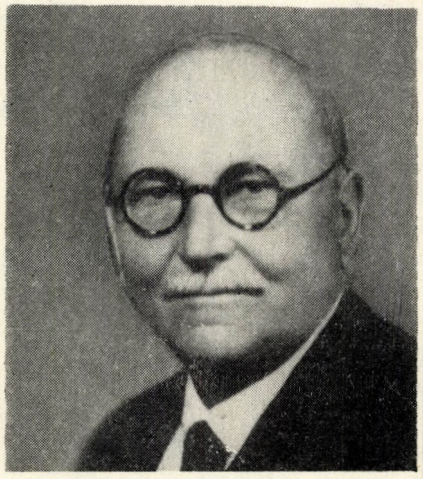
SCHMID REZSŐ (1904—1943)

Bródy Imre díjasok:

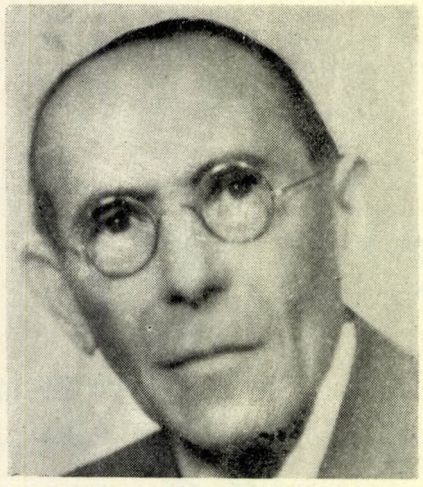
1950. *Nagy Elemér*
1951. *Bodó Zoltán*
1952. *Pauncz Rezső*
1952. *Gergely György*
1953. *Medveczky László*
1953. *Szimán Oszkár*
1954. *Pál Lénárd*
1955. *Náray Zsolt*
1956. *Nagy Kázmér*
1957. *Csikai Gyula*
1958. *Erő János*
1958. *Keszthelyi Lajos*
1959. *Jeszenszky Béla*
1960. *Nagy László*
1961. *Jeges Károly*
1962. *Károlyházy Frigyes*
1962. *Zimányi Gyula*
1963. *Somogyi Antal*
1963. *Koltay Ede*
1964. *Fényes Tibor*
1964. *Szilágyi Miklós*
1965. *Bartha László*
1966. *Kovács István*
1966. *Máthé György*

Schmid Rezső díjasok:

1950. *Hoffmann Tibor*
1951. *Marx György*
1952. *Haiman Ottó*
1953. *Szamosi Géza*
1954. *Mátrai Tibor*
1955. *Györgyi Géza*
1955. *Nagy Károly*
1956. *Nagy János*
1957. *Szépfalusy Péter*
1958. *Gombay Lajos*
1958. *Láng László*
1959. *Ketskeméthy István*
1960. *Lovas István*
1961. *Sándor Tamás*
1961. *Szabó János*
1962. *Lendvay Ödön*
1962. *Varga Péter*
1963. *Kisdi Dávid*
1964. *Tompa Kálmán*
1964. *Szondy Tamás*
1965. *Bozóky György*
1966. *Bakos József*
1966. *Csillag László*



MIKOLA SÁNDOR (1871—1945)



SELÉNYI PÁL (1884—1954)

Mikola Sándor díjasok:

1961. *Vermes Miklós*
1962. *Bodócs István*
1963. *Leviusz Ernő*
1965. *Varga Zoltán*
1966. *Hegyi Imre*

Selényi Pál díjasok:

1964. *Ádám András*
1965. *Berényi Dénes*
1966. *Oldal Endre*
1966. *Kovács Pál*

A Kormány a Társulatban végzett áldozatos társadalmi munkájukért az alább felsorolt társulati tagokat részesítette a kitüntetésben 1949. év óta a Társulat illetve a szövetség közgyűlései alkalmából:

Szamosi Géza
Nagy László
Marx György
Gyulai Zoltán
Szigeti György
Pócza Jenő
Vermes Miklós
Rieger Éva
Horvai Rezső
Hoffmann Tibor
Bozóky László
Jeges Károly
Medvecky László

A társulat jubileumi közgyűlése

Főtitkári beszámoló

Tisztelt Fizikai Társulat!

Az idén 75 éve alakult meg Társulatunk jogelődje: az Eötvös Loránd Mathematikai és Physikai Társulat. Ez a Társulat, mely a tanárok szakképzésének megfelelően főleg a matematika-fizika szakos tanárokat gyűjtötte körébe, a felszabadulás után kettévált és egyrészt mint Bolyai János Matematikai Társulat, másrészt mint a mi Társulatunk, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat működött tovább. A szétválás összeesik azzal az időponttal is, amikortól Magyarországon fizikusokat és nemcsak matematika-fizika szakos tanárokat is képeznek egyetemeinken. A felszabadulás előtt is voltak kiváló fizikusaink, de ezek majdnem kizárólag a matematika-fizika tanárok soraiból kerültek ki, elvétve akadt olyan, aki képzettségét, mint mérnök szerezte meg és egy-kettő, aki külföldi egyetemen szerzett fizikusi oklevelet. Ugyanezen időben — a felszabadulás után létesültek hazánkban az első olyan intézetek, ahol a kutatás feladata kizárólag a fizika művelése volt. Ezek, valamint egyetemeink fizikai intézeteinek szakember igénye tette szükségessé a tanárképzéstől független fizikusképzést. Így tehát jogosnak látszott, hogy a fizikusok, akiknek érdeklődési területe — különösen a kísérleti téren dolgozóké — lassan elkülönül a matematikusokétől, külön társulatba tömörüljenek. Nem kívánok most sem Társulatunk történetével, sem pedig a magyar fizika fejlődésének felszabadulás utáni történetével részletesen foglalkozni, hiszen ezt a délelőtti ülésen Mátrainé Zemplén Jolán tagtársunk már részletesen ismertette.

Mint láttuk, az Eötvös Loránd Mathematikai és Physikai Társulat fő tevékenysége tudományos előadások megrendezésében és ezek megvitatásában mutatkozott meg, a felszabadulás utáni Fizikai Társulat viszont, mint a MTESZ tagegyesülete igyekezett kivenni részét a hazánkban meginduló hatalmas társadalmi átalakulás megszervezésében, a szocializmus alapjainak lerakásában. Véleményt nyilvánított a fizikai kutatások megszervezésének kérdéséről; igen fontos tevékenységet fejtett ki a megjelenésre kerülő könyvek előzetes bírálata terén. A Társulatban megtartott könyvankétok nagyban segítették az Akadémia ténykedését a könyvkiadás irányításában. Ez időben a Társulat tagjainak javaslatára a Társulatban elhangzott kívánságok figyelembevételével számos szovjet művet fordíttatott le magyarra a Magyar Tudományos Akadémia, majd idővel mindinkább előtérbe kerültek az Akadémiai kiadványai között magyar szerzők — társulatunk tagjainak — művei is.

Társulatunk igyekezett befolyását érvényesíteni a fizika tanításnak kérdéseiben. Ankétokon vitatta meg az egyetemi fizikaoktatás, majd a középiskolai fizikaoktatás új anyagát és véleményét az illetékes hatósági szervek felé továbbította.

A Társulat vándorgyűléseket rendezett, ezen vándorgyűlések kezdeti feladata a magyar fizika, a hazai kutatás fejlődésének áttekintése és bírálata volt, egyben pedig az is, hogy a közérdekű vitákra lehetőleg minél nagyobb számban gyűjtse össze a magyar fizikusokat lehetőség szerint egy-egy olyan vidéki városban, ahol kiemelkedő komoly fizikai oktatás folyt. Később kiterjesztette Társulatunk tevékenységét nemzetközi konferenciák, külföldiek részvételével rendezett kollokviumok és egyes kiemelt témakörökből megszervezett nyári iskolák tartására is. Társulatunk középiskolai tanár tagjai részére rendszeresen havonta egy előadást és évenként egy nagyszabású ankétot rendezünk, amikor is a középiskolai oktatás szempontjából fontos kérdések megvitatása kerül sorra. Az ankét ideje alatt a Társulat kiállításon szokta bemutatni a legkorszerűbb hazai és külföldi gyártmányú tanszereket és kísérleti eszközöket. Ma már úgy látjuk, hogy a fizikusok az ország minden részében szeretettel figyelik Társulatunk működését és rendezvényeiken mind nagyobb számban vesznek részt.

Társulatunk szerkesztésében jelenik meg a Fizikai Szemle, amely a hazai és külföldi eredmények ismertetése mellett a hazai fizikus életről is rendszeresen tájékoztatást ad és úgy látjuk, hogy ezt a kiadványunkat nemcsak az itthon működő, de külföldi fizikusok körében is nagy érdeklődéssel figyelik. Társulatunk gondozása alatt áll a Középiskolai Matematikai Lapok fizikai rovata, amely arra hivatott — és úgy látjuk a hivatását sikerrel is teljesíti —, hogy a tanuló ifjúság aktív érdeklődését keltse fel a fizika iránt.

A fejlődés harmadik szakasza során, amelynek kibontakozását most látjuk, a Társulatban sorra megalakulnak a fizika egyes szűkebb területével foglalkozó szakcsoportok és munkabizottságok, amelyek éppen, mert tagjaik érdeklődési iránya szűkebbkörű, könnyebben tudják egy-egy terület problémáit áttekinteni és előbbre vinni, ezen a területeken nemzetközi kapcsolataikat kiépíteni. Úgy gondolom, hogy Társulatunkban a minden fizikust érdeklő rendezvények mellett mind nagyobb szerepet fognak játszani az egyes szakcsoportok rendezvényei. Ez a fejlődés hasznos lesz akkor, ha a rendezvényeket sikerül összehangolni, és vigyázni tudunk arra, hogy a közös, minden fizikust érdeklő, problémák továbbra is kellő súllyal szerepeljenek a Társulat programjában.

Tisztelt Közgyűlés!

Abban a kellemes helyzetben vagyok, hogy a legutóbbi Közgyűlés utáni időszakra vonatkozó beszámolót most igen rövidre foghatom, mert az eltelt időszakra vonatkozó részletes számszerű adatokat tartalmazó jelentést tagtársaink idejekorán kézhez kapták és alkalmuk volt tanulmányozni. Így tehát erre vonatkozólag inkább a ked-

ves kartársak hozzászólását és kritikáját várom. Én magam az adatokat áttanulmányozva úgy érzem, hogy tagtársaink aktivitása, a társulati munkában való közreműködése az elmúlt évben is tovább fokozódott. Az Elnökség törekedett arra, hogy lehetőleg minél több kartársunkat vonja be a társulati élet vérkeringésébe, ezt szolgálták pl. a már előbb említett szakcsoportok is. Ezek körül is ki kell emelnem a Sugárvédelmi Szakcsoportot, amely talán a legaktívabban működő ilyen irányú tömörülés volt Társulatunkban. Biztató jelenség a Csillagászati Szakcsoport megalakulása is. Tovább nőtt a közép- és általános iskolai tanár kartársak érdeklődése társulati rendezvényeink iránt. Az Elnökség jövőbeni feladata ezen érdeklődés ébrentartása és a fokozódó igények kielégítése.

A legutóbbi Közgyűlésen több felszólalás foglalkozott azzal a kérdéssel, hogy a társulati tagság zömét alkotó középiskolai tanárok szerepének fokozása szükséges a társulati életben. Ez a helyes elv az Elnökség több intézkedésében már megnyilvánult. Kívánatos lenne megkeresni annak a módját, hogy a Társulat Pesten és vidéken egyaránt még tartalmasabb keretet adjon a tanárság rendszeres szakmai összejöveteleinek, és ennek céljaira megfelelő anyagi fedezetet kell biztosítani.

A MTESZ társegyesületeivel való kapcsolataink bár kezdenek kialakulni, de ezek még nem elég szervezettek, nem elég rendszeresek. Kívánatos lenne e téren is lényeges javulást elérni. Így példaképpen említem meg a Nemzetközi Vákuumtechnikai Unió magyar bizottságot, amely mint az Akadémia, a Híradástechnikai Tudományos Egyesület és Társulatunk közös bizottsága jól működik.

Ki szeretném még emelni a Nemzetközi Kapcsolatok és Középiskolai Bizottságok működését. A Külügyi Bizottság operatív jellegű, és sokrétű feladatát jól oldotta meg. A Középiskolai Bizottság több fontos elvi és gyakorlati jellegű problémát vitatott meg a fizika középiskolai oktatásával kapcsolatban. Az oktatási ügyeket érintő társulati feladatoknak a középiskolai tanár tagtársakra való bízása nagyon szerencsés volt. Felvetem a következő javaslatot; eme jó tapasztalatok alapján nem kellene-e Társulatunk keretében Felsőoktatási Bizottságot létrehoznunk, hiszen e területen is igen sok feladat megoldása vár Társulatunkra.

A vezető szervek aktivitása kedvező képet mutatott. A megválasztott tisztségviselők zöme aktívan vett részt a munkában. Akadtak olyanok is, akik elfoglaltságuk miatt alig, vagy kevéssé tudtak bekapcsolódni a társulati munkába. A vezető szervek által hozott intézkedések többsége helyesnek bizonyult.

A vidéki tagozatok munkájában örvendetes a fejlődés. Sajnálatos, hogy a tagság nagy elfoglaltsága vidéken is erős korlátot szab a társulati tevékenységnek. Aktivitás dolgában továbbra is a szegedi és a debreceni csoport viszi el a pálmát; igen jó szervező munkával, jól átgondolt terv szerint aknázzák ki a lehetőségeket. Új színfolt volt a tapasztalatcsere-mozgalom vidéki csoportjaink között.

Hadd szóljak néhány szót a Központ és a vidék kapcsolatáról is. Úgy vélem, hogy ez nem volt rossz, bár egyes esetekben gyorsabb vagy hathatósabb intézkedés kívánatos lett volna. Szükséges, hogy a jövőben tovább fejlődjék majd a vidék támogatása a Társulat Központja részéről; erre valamilyen szervezeti keretet is kell majd keresnünk, pl. úgy, hogy az egyik pesti tisztségviselőnek egyetlen, de annál fontosabb feladata a vidéki csoportok ügyeinek intézése legyen.

Tisztelt Közgyűlés!

Mint bevezetőben már mondottam, a mai Közgyűlés keretében emlékezünk meg Társulatunk jogelődje megalakulásának háromnegyed évszázados fordulójáról. A Fizikai Társulat sokkal fiatalabb, de jelentőségében, tevékenységének extenzitásban és intenzitásban, társadalmi funkciójában lényegesen túlnőtte elődjét. Ma a fizikával foglalkozók és a fizika iránt érdeklődők száma többszöröse a réginek, a fizika szerepe fokozatosan növekszik az oktatásban, a tudományos kutatásokban és a közvetlen alkalmazásokban, és ez tükröződik Társulatunk életében is. Társulatunk egyre fontosabb szerepet tölt be az általános fejlődésben, és ránk, társulati tagokra, ez komoly feladatokat ró társulati tevékenységünkben. Mai Közgyűlésünkre két fontos feladat vár: elbírálni azt, hogy helyes úton járt-e a Társulat az elmúlt időszakban, helyesen használta-e fel nemcsak államunk hathatós anyagi és erkölcsi támogatását, hanem a társulati tagságban rejlő hatalmas erőtartalékot is. De feladata kijelölni azt az utat is, amelyet a Társulat célkitűzéseinek minél eredményesebb megvalósítása érdekében kell követnünk a most következő ciklusban.

Igen fontos mérföldkő lesz Társulatunk munkájában is az MSZMP IX. Kongresszusa, amelynek irányelveit ismerve úgy látjuk, hogy ezek számunkra is kijelölik a követendő utat. Remélem, hogy Társulatunk működésének fentiekben vázolt új módszerei alkalmasak lesznek arra, hogy a tudományos és termelő munka, az oktatás és tudomány fokozódó kapcsolatait és eredményes művelését segítsék.

Tisztelettel kérem a beszámoló elfogadását.

Szigeti György
főtitkár

A jubileumi közgyűlés lefolyása

Kovács István a szervező bizottság elnöke kérte fel a Közgyűlés Elnökségébe *Novobátzky Károly* díszelnököt, *Gyulai Zoltán* elnököt, *Gombás Pál*, *Jánossy Lajos*, *Kónya Albert*, *Vermes Miklós* alelnököket, *Szigeti György* főtitkárt, *Valkó Endrét* az MTESz főtitkárát, *Turi Istvánnét*, az MTESz főtitkárhelyettesét, *Császár Ákost*, a Bolyai János Matematikai Társulat főtitkárát, *Szádeczky Kardoss Elemér* akadémikust, *Nagy Károlyt* az Eötvös Loránd Tudományegyetem Rektorát, *Gyulai Zoltán* elnöki megnyitó szavai után *Novobátzky Károly* emlékbeszédben méltatta a 75 éves jubileum jelentőségét. *Mátrainé Zemplén Jolán* előadásában a Társulat múltjáról emlékezett meg.

Az előadáshoz *Szőke Béla* a műszaki Tudománytörténeti Bizottság részéről Eötvös életének néhány most felkutatott eddig nem ismert érdekes epizódját említette. *Valkó Endre* az MTESz főtitkára nyújtotta át a kormánykitüntetéseket. A Munka Érdemrend ezüst fokozatát kapták: *Bozóky László*, *Hoffmann Tibor* és *Jeges Károly* elnökségi tagok Társulatunkban hosszú időn keresztül kifejtett tevékenységükért, a bronz fokozatát *Medveczky László* választmányi tag kapta.

Gyulai Zoltán a Társulat elnöke a Társulat ezidei díjait adta át megemlékezve a Társulat díjainak névadóiról.

Bródy Imre annak az elméleti fizikusnak mintaképe, aki tiszta látásával, éles logikájával olyan természettudományos gondolkodót képviselt, aki ipari téren a hasznos fizikai ismeretekben is nagyot tudott alkotni. A termikus diffúzió gyakorlati alkalmazása szülte a világhírű kripton lámpa szabadalmat. Schmid Rezső tudományos munkássága alkotó módon vitte előre a magyar spektroszkópiai kutatásokat, a nitrogénoxid molekula színképének tanulmányozásával kezdődtek kutatásai, rövid élete során a molekulák disszociációs energiák meghatározásával, Selényi Pál a klasszikus fizikai módszerekkel megválasztott egyszerű kísérleteivel tett világhírre szert. Fizikusként nevét az interferencia jelenségek körében a nagyszögű interferenciával tette ismertté. Bródy Imre díjban részesült *Máthé György* (Atommagkutató Intézet Debrecen) és *Kovács István* (Eötvös Loránd Tudomány Egyetem Kísérleti Fizikai Intézet). Schmid Rezső díjat kapott: *Bakos József* és *Csillag László* a (Központi Fizikai Kutató Intézet). Selényi Pál díjat *Oldal Endre* az (Egyesült Izzó vákuumtechnikai laboratórium) és *Kovács Pál* (Műszaki Fizikai Kutató Intézet).

Szünet után *Marx György* „Az Eötvös kísérlet mai szemmel" című előadásában méltatta Eötvös Lorándnak Társulatunk első elnökének ma is élő eredményeit.

A délutáni ülésszakon *Kónya Albert* alelnök elnökölt. *Szigeti György* főtitkár beszámolója nyomán Társulatunk munkásságához és célkitűzéseihez többen hozzászóltak. A hozzászólók voltak *Nemák Béla*, *Hoffmann Tibor*, *Jánossy Lajos*, *Kunfalvi Rezső* és *Marx György*. Hozzászólásukban a vidéki munkához, a középiskolai oktatás égető kérdéseihez, üzemekkel való kapcsolatainkhoz, ifjúsági munkánkhoz, külföldi kapcsolatainkhoz stb. nyújtottak kritikát, illetőleg javasoltak határozatokat. A vita után *Jánossy Lajos:* „Mérések kiértékelésének gyakorlata" c. előadásában nyújtott útmutatást és ismereteket ehhez a minden fizikust igen közelről érdeklő problémához.

A Közgyűlés az Elnökség beszámolójának és vitának alapján az alábbi határozatokat hozta:

1. A Közgyűlés határozatban emlékszik meg jogelődjéről a Mathematikai és Physikai Társulatról alapításának 75 éves évfordulója alkalmával. Megállapítja, hogy a Társulat működése a fizikatudomány fejlődése, a természettudományok előbbrevitele és általános kulturális szempontból egyaránt jelentős volt. A felszabadulás utáni újjáalakulás és a Társulat kettévállása a Társulatok munkáját sokszorosára fokozta. Az MTESz keretében működő Társulatunk azóta jelentős tényezője a magyar természettudományos életnek és hatékonyan vesz részt országunk szocialista építésében. A Közgyűlés megemlékezett névadójáról: Eötvös Lorándról a ma is aktuális munkásságának méltatásával.
2. A Kögyűlés elfogadja az Elnökség beszámolóját és köszönetet mond a végzett munkáért. Az Elnökség tevékenységét mind irányát, mind tartalmát tekintve, helyesnek tartja és megbízza az Elnökséget, hogy munkáját az eddigi irányban folytassa és kéri a választmányt, hogy javaslataival támogassa az Elnökséget munkájában.
3. A Közgyűlés örömmel látja, hogy a Társulat működési területek az utóbbi időben jelentősen kibővült, helyesli hogy egy-egy szűkebb szakterületen nyári iskolákat, konferenciákat rendezzünk. Egyetért az új szakcsoportok működésének megindításával, valamint az egyes vidéki társulati csoportok vonzáskörzetébe tartozó iskolavárosok fizikatanárainak a társulati életbe való bekapcsolásával, illetve egyes helyi városi csoportok létesítésével is.
4. A Közgyűlés eredményesnek minősíti a Társulat oktatási tevékenységét, különösen kiemelkedőnek tartja a vidéki csoportoknak az ifjúsággal való foglalkozását.
5. A Közgyűlés eredményesnek ítéli a Társulatnak a külföldi testvéregyesületekkel való együttműködését, amelynek keretében a hasznos tapasztalatcserére nyílott lehetőség. A kapcsolatoknak hasonló keretek közötti fenntartását helyesli.
6. A Közgyűlés kívánatosnak tartja, hogy az Elnökség mozdítsa elő újabb, a fizika egyes részterületei szerint szervezett szakcsoportok működését, illetőleg tegye megfontolás tárgyává, ha ez szükséges újabb szakcsoportok megalakítását.
7. Az Elnökség tekintse át a ma hazánkban folyó különböző tanulmányi versenyeket, az országos versenyt, még a TV „Ki miben tudós" fizika adását is, és próbáljon társadalmi úton odahatni, hogy ezek a versenyek céljaikat tisztázve a középiskolás diákság érdeklődésének és tudásának fejlesztését egységesen szolgálják. Az Elnökséget a Közgyűlés felhatalmazza annak eldöntésére, hogy az Eötvös versenyen statutumától eltérően a középiskolák IV. évfolyamai is résztvehessenek.
8. Az Elnökség folytatólagosan foglalkozzék a különböző fokon folyó fizika oktatás összehangolásának elvi kérdéseivel.
9. Határozzák meg a Középiskolai Bizottság és az Elnökségi Bizottságok a középiskolai, valamint egyetemi ifjúsággal a Társulat keretein belüli foglalkozás legeredményesebb formáit és törekedjenek ezeket mielőbb bevezetni.
10. A Közgyűles úgy határoz, hogy az MTESz többi tagegyesületeivel, valamint más közelálló szakegyesületekkel való együttműködést tovább kell bővíteni és a jól bevált közös rendezvényeket továbbra is fenn kell tartani.
11. Súlyt helyez a Közgyűlés arra, hogy a Társulat kapcsolatot építsen ki, illetőleg meglevő kapcsolatait az egyes üzemekkel fokozza, esetleg jogi tagság és minden más lehetővé váló, kölcsönösen előnyös forma felhasználásával.
12. Társulatunk lapjának a Fizikai Szemlének egyes meghatározott témakörökben segítséget nyújtandó: évente egyszer pályázatot írunk ki ezeknek a témaköröknek Fizikai Szemle szintű cikké való feldolgozására.
13. A Közgyűlés felkéri az Elnökséget, hogy vizsgálja meg és tanácsadás formájában tegyen javaslatot a kutató intézeteknek egyetemi oktatásban való hatékonyabb bevonására.
14. A Közgyűlés felkéri az Elnökséget, olyan szervezés és állami szervekkel való kapcsolat formájának kialakítására, amely a fizika oktatás megjavítását az eddiginél hatékonyabban szolgálja.

A Közgyűlést követően a résztvevők fehér asztalnál folytatott eszmecserével fejezték be a napot. A közgyűlésen elhangzott előadások többségét Lapunk jelen száma közli.

Az Eötvös-kísérlet mai szemmel

Újra meg újra megállapítjuk, hogy Eötvös Loránd mindmáig a magyar fizika legnagyobb alakja. Őt ünnepeljük, amikor a magyar fizikusok társulatának és lapjának alapításáról emlékezünk. És ha a világszakirodalom tükrében nézzük magunkat, szintén ő ötlik szemünkbe, mint a legtöbbet és legrangosabban idézett magyarországi fizikus. Sok kartársunk nem is tudja, hogy ez utóbbi megállapítás ma is érvényesnek tűnik. Nem csupán az általános relativitáselmélet tankönyveire gondolok, amelyeket nehéz nem az Eötvös-kísérlettel kezdeni, hanem a Physical Reviewra és más avant garde folyóiratokra, ahol a 20. század második felében, a legdivatosabb témák kapcsán bukkan fel ismételten Eötvös neve.

Ez az újkeletű aktualizálódás azért meglepő, mert Eötvös tipikusan saját korának gyermeke. Nem korát száz évvel megelőző forradalmár, hanem jellegzetesen a *19. század* kiemelkedő fizikusainak egyike. Eötvös József fiát az akkor legjobb német egyetemeken taníttatta. Eötvös Loránd Jedlik mellett Helmholtz, Kirchhoff, Bunsen, Franz Neumann tanítványa. A német fizika központi témája ekkor az elektromos töltések közt érvényes erőtörvény kutatása volt. Az áram mágneses terének felfedezése megmutatta, hogy Coulomb törvénye nem a végső szó. Weber 1846-ban így próbálta az erőtörvényt átfogalmazni:

$$F = \frac{ee'}{r^2}\left[1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{c^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right].$$

Itt a sebesség- és gyorsulásfüggő tagok lettek volna hivatva a mágneses effektusok magyarázatára. Mások más formában kívánták a töltések erőkölcsönhatását leírni. Mindezek közös alapja a mechanisztikus világkép volt: csak töltött testeket láttak és köztük az űrön át távolbaható erőket; az elektrodinamika egyetlen feladatának a helyes erőképlet felkutatását tekintették. Eötvös ezt a világképet ismerte meg professzorai révén, és az élmény tartós hatásúnak bizonyult. Az Akadémián 1877-ben külön előadásban tett hitet a távolbahatás eszméje, lényegében a mechanisztikus természetleírás mellett [1], és e felfogás híve maradt 1919-ben bekövetkezett haláláig.

A 19. század közepén Angliában Faraday már felismerte, hogy az elektromos és mágneses jelenségek megértésének kulcsa a töltött testeket magábaágyazó erőtérben van. A Treatise 1873-ban jelent meg, ebben Maxwell az elektromágneses tér teljes törvényrendszerét kiépítette. Eötvös nem szigetelődött el az új eredményektől: 1877-ben ismerte és idézte Maxwell művét a távolbahatásról tartott emlékezetes beszédében, de ezt mondta róla: *Newton óta nem egy tudós kísértette meg a két pont közötti erőkifejtést a közbenső anyagban tovaterjedő mozgásként magyarázni. De mi volt a nyereség? Az eredeti feltevés helyett még összetettebb feltevések azon anyagot illetően, mely a hatás továbbvitelére szolgálna* [1]. Bizonyára a mechanikai étermodellek komplikáltsága riasztotta el az anyaggal érintkező anyagnak, mint az impulzusátadás egyedüli formájának (a közelhatásnak) az elfogadásától. Eötvös életében fedezték fel az elektromágneses hullámokat, megszólalt a rádió, a relativitáselmélet is megszületett, ő azonban mindvégig az egzakt matematikai képlettel leírható távolbaható erőkre kívánta visszavezetni a természet jelenségeit.

Nyilván ez a 18—19. századi koncepció fordította érdeklődését a gravitációs erő pontosabb kimérése, tökéletesebb tapasztalati megismerése felé is. Eötvös új területen, a gravitáció területén akarta elvégezni az elektromos-mágneses erők felkutatásával analóg feladatot, az erőtörvény minden eddiginél alaposabb feltárását. Határozott elméleti világképpel rendelkezett, hiszen elméleti fizikusnak indult, de a megismerés forrásául kizárólag a tapasztalatot fogadta el. Bevonult a kísérleti laboratóriumba, hogy olyan területen álljon munkába, ahol a 19. században senki nem látott semmi érdekeset. És a kísérleti kutatás művészeként eszközt teremtett, iskolát alapított, és olyan eredményeket ért el, amelynek aktualitása azóta sem csökkent.

Nem hivatásom, hogy a torziós inga gyakorlati szerepéről szóljak, az eszközt évtizedeken keresztül használták a földrészek akkor kibontakozó geológiai, bányászati feltárásában. Ezekről Egyed László is beszélt egyik vándorgyűlésünkön [2]. Eötvös alapkutatásai közül kiemelkedik a gravitációs állandó anyagfüggetlenségének, vagy ahogy ma mondjuk: a súlyos és tehetetlen tömeg arányosságának nagypontosságú igazolása. A kísérleti részletekről esett már ismételten szó a közelmúltban [3], legutóbb a budapesti Tudományegyetem Eötvös ülésszakán [4], itt nem kívánok részletekbe menni. E helyett inkább azt az elképesztő pontosságot szeretném kiemelni, amellyel a súly és tehetetlenség arányának anyagi minőségtől való függetlenségét Eötvös Loránd igazolta. Tekintsük egy a periódusos rendszer közepetáján levő anyag (pl. Cu) és egy a periódusos rendszer végén levő anyag (pl. Pb) súlyát és tömegét, és definiáljuk Eötvös nyomán a következő viszonyszámot:

$$1 + K = \frac{S(\mathrm{Pb}) : M(\mathrm{Pb})}{S(\mathrm{Cu}) : M(\mathrm{Cu})} = \frac{g(\mathrm{Pb})}{g(\mathrm{Cu})}.$$

Két különböző anyag g gravitációs gyorsulásának viszonyát különböző úton-módon évszázadok folyamán többen megmérték és a mérési hibán belül egységnyinek találták. A különböző fizikusok által elért pontosság a következő volt:

1. táblázat

		$\lvert K\rvert \leq$
Galilei	(1600)	1 : 10
Newton	(1686)	1 : 1000
Bessel	(1830)	1 : 50 000
Eötvös Loránd [5]	(1890)	1 : 20 000 000
Eötvös—Pekár—Fekete [6]	(1908)	1 : 500 000 000
Renner János [7]	(1935)	1 : 2 000 000 000
Dicke [8]	(1963)	1 : 100 000 000
Dicke [9]	(1964)	1 : 100 000 000 000

Látjuk, hogy Eötvösnek és munkatársainak megismétléssel igazolt, de túl alig szárnyalt kísérlete a súly és tehetetlenség egyetemes arányosságát a legpontosabban igazolt fizikai törvények egyikévé tette. Érthető, miért nyerte el a mérés a világszakirodalomban az Eötvös-kísérlet nevet. Hogy miért végezte el Eötvös ezt a kísérletet? Ő így ír erről: *Azon tételek közül, melyekre Newton az ő gravitációelméletét alapította, a legfontosabbak egyike az, hogy a vonzás, amelyet a Föld a testekre kifejt, tömegükkel arányos és anyagi minőségüktől független. Jól mondja Bessel, hogy mindig érdekes lesz e tétel pontosságát olyan precizitással megvizsgálni, amilyenre a haladó kor tökéletesedő segédeszközei képesíteni fognak* [5].

Természetesen azt gondolnánk, hogy ha két egyenlő tömegű test súlya — mondjuk — hat tizedes pontossággal megegyezik, nagyon valószínűtlen, hogy a hetedik vagy nyolcadik jegyig elvégzett új mérés valamilyen további hasznos tanulságot nyújtana. A fizika 20. századi alakulása azonban ezt az elhamarkodott következtetést megcáfolta.

A 20. században tanultuk meg, hogy egy kilogrammos rézgolyó 560,0 g neutront, 451,2 g protont és 0,24 g elektront tartalmaz. Egy kilogrammos ólomgolyóban 619,0 g neutron, 393,0 g proton és 0,21 g elektron van. Ha tehát a gravitáció csak a neutronokra hatna, a két egyenlő tehetetlenségű golyó súlya közt 9%-os különbség lépne fel, ami a két egyidőben elejtett golyó földetérési idejében olyan különbséget okozna, hogy azt már Galilei észrevette volna. — Feltételezhetjük azt is, hogy a gravitáció valamilyen módon a magerőkkel áll kapcsolatban, és a golyókat alkotó nukleonok (protonok és neutronok) számával: a bariontöltéssel arányos. Ekkor a gravitációs gyorsulás az atomfizikai A tömegszám és M atomsúly hányadosával lenne arányos. A viszonyszám függ az anyagi minőségtől, következésképp a rézgolyó és ólomgolyó esési ideje a negyedik jegyben mutatna eltérést, így ennek igazolása vagy megcáfolása csak a Bessel-féle kísérleti pontossággal lehetséges. (Természetesen akkor még a réz és ólom magszerkezeti differenciáiról mit sem tudtak.) Azt csupán az Eötvös-kísérlet bizonyítja, hogy az elektronnak is van súlya. (Ezt megállapítani szabad elektronokkal, mondjuk, katódsugárral ma is elképesztően nehéz technikai feladat lenne!) Newton valóban szerencsés intuicióval fogalmazta meg a gravitációs törvényt olyan formában, hogy a súly a tehetetlen tömeggel arányos.

2. táblázat

	Cu	Pb
neutron	560,0 g	619,0
proton	451,3	393,0
elektron	0,24	0,21
kinetikus energia	23,4	22,9
potenciális energia	—35,1	—35,38
Coulomb-energia	0,16	0,11
kémiai energia	$\sim 10^{-5}$	$\sim 10^{-5}$
	1000,0 g	1000,0 g

Nézzük meg ezekután, pusztán empirikus alapon hogyan állítanánk fel ma egy gravitációelméletet? Elektrodinamikai remineszcenciák alapján, a relativitás elvét is figyelembe véve úgy kezdenénk, hogy felírjuk a gravitációs potenciálra a hullámegyenletet:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}=4\pi k\varrho\,. \qquad (*)$$

Itt c — mondjuk — a fény vagy gravitáció terjedési sebessége, k a gravitációs állandó és ϱ a gravitációs forrássűrűség. Utóbbinak választására a relativitáselmélet figyelembevételével a következő lehetőségek kínálkoznak:

$$\varrho = \textit{tömeg} : \textit{térfogat} = m : V =$$

$$= \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} : V_0\sqrt{1-v^2/c^2} = \varrho_{00}\Big/\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) \qquad (I)$$

(ez a tömegsűrűség);

$$\varrho_0 = \textit{nyugalmi tömeg} : \textit{térfogat} = m_0 : V =$$

$$= m_0 : V_0\sqrt{1-v^2/c^2} = \varrho_{00}/\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad (II)$$

(ez a nyugalmi tömeg sűrűsége);

$$\varrho_{00} = \textit{nyugalmi tömeg} : \textit{nyugalmi térfogat} =$$

$$= m_0 : V_0 = \varrho_{00} \qquad (III)$$

(ez a nyugalmi tömeg nyugalmi sűrűsége). Lassan mozgó testeknél, amelyeknek v sebessége elenyésző a c fénysebességhez viszonyítva, a három lehetőség gyakorlatilag nem különbözik. Elvi szempont ból, a gravitációs törvény egzakt kovariáns struktúrája szempontjából azonban alapvető különbségek adódnak. Többek közt arról van szó, hogy az m_0 nyugalmi tömegnek, vagy a tehetetlenséget kialakító teljes

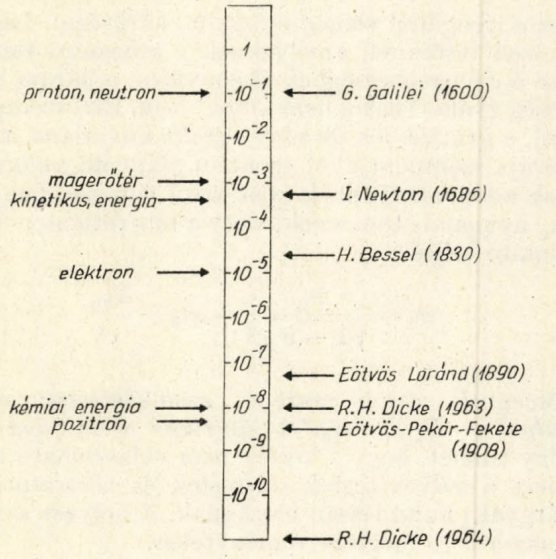
$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=m_0+\frac{E_{\text{kin}}}{c^2}$$

tömegnek van-e szerepe, szemléletesen: *van-e súlya az* $E_{\text{kin}} = m_0v^2/2$ *kinetikus energiának is?* Úgy tűnhet, hogy a kérdés nem válaszolható meg, mert a súlyos testek (égitestek és laboratóriumi tárgyak) mind lassan mozognak. A helyzet — szerencsére — mégsem reménytelen.

Ma már ugyanis tudjuk, hogy atommagon belül a nukleonok élénk mozgásban vannak, sebességük a fénysebesség több százaléka, ezért pl. a kg-os rézgolyó tömegéből 26,2 g, az ólomgolyóéból 25,8 g a nukleonok relativisztikus tömegnövekedéséből adódik. Ha tehát a nukleonok kinetikus energiájának nem volna súlya (II. változat), ez a negyedik tizedes jegyben eltérést okozna a különböző testek gyorsulásában. *Nemcsak Eötvös, hanem már Bessel kísérlete is elég pontos annak bizonyítására, hogy a nukleonok kinetikus energiájának is van súlya.* Ha az elektronok kinetikus energiájának súlyát keressük, akkor az atomburkot kell szemügyre vennünk és a nyolcadik tizedesjegyig kell elmennünk (a héjenergiák, kémiai energiák tartományába). *Eötvös mérései tehát azt bizonyítják, hogy az elektronoknál is a teljes tehetetlen tömeg (nyugalmi + kinetikus energia) vesz részt a gravitációs kölcsönhatásban.*

Megjegyezzük, hogy *a kinetikus energia gravitáló szerepe századunkban égitesteknél is beigazolódott.* A Merkur, Venus és Föld esetében megfigyelt perihélium-elmozdulás (néhány másodperc évszázadonként) már érzékeny e bolygók tömegének sebességfüggésére.

Még érdekesebb kérdés, hogy az olyan részecskék, amelyeknek nyugalmi tömege zérus, és amelyeknek csupán kinetikus energiájuk van, ki vannak-e téve a gravitáció hatásának? Ilyen anyag a foton, a fotonokból felépült elektromágneses tér. Hogy az elektromágneses hullám esik-e gravitációs térben, azt kísérletileg eldönteni nehéznek tűnhet. De tudjuk, hogy az atommagok maguk körül intenzív Coulomb-teret alakítanak ki, és ez kb. százezrelék rendben hozzájárul a réz és ólom súlyához. Ismét az Eötvös-féle mérésekre utalhatunk, melyek impliciten előre megválaszolták ezt a 20. században felvetett kérdést: *a protonok elektromágneses erőterének is van súlya, és ez a súly a tér energiájával arányos, legalább három tizedesjegy pontossággal.* Az elektronok elektromágneses tere az atomburok kémiai energiáinak kialakításában vesz részt, ennek súlya csak a hetedik-nyolcadik jegyben jelentkezik, de nagy pontossága révén *az Eötvös-kísérlet az elektron Coulomb-terének súlyát is igazolta.* A szabad fotonok (látható fény) szabadesését gravitációs térben csak a 20. században, Eötvös halála után mutatták ki sok vesződség árán csillagászati megfigyelések: a csillagokból érkező *fény eltérül a Nap gravitációs terében.*



Az Eötvös-kísérletből kiolvasható információk tehát egyértelmű empirikus alapot szolgáltatnak a gravitációs forrásra nézve: az az (I) alatt felírt teljes tömegsűrűség. Ez pedig alapvető útmutatást tartalmaz a gravitációs törvény egzakt szerkezetére vonatkozólag.

*

Az (I) alatt felírt forrássűrűség (a tömegsűrűség) vonatkoztatási rendszertől függő kifejezés: az anyaghoz képest különböző v sebességgel mozgó észlelők különbözőnek észlelik ϱ értékét. Ismerjük az időtágulási képletét:

$$dt = \frac{dt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Ezt az (I) képlettel összehasonlítva látható, hogy ϱ úgy viselkedik Lorentz-transzformációkor, mint dt^2, azaz mint egy kétindexes tenzor T_{44} komponense. Ezt a $T_{\mu\nu}$ tenzort energiatenzornak nevezzük. Ha a gravitációs tér (*) egyenletét kovariáns alakra akarjuk hozni, akkor annak baloldalára nem $\varrho = T_{44}$-et kell írni, mert az koordinátaválasztástól függő kifejezés, hanem a teljes $T_{\mu\nu}$ energiatenzort. Ez azt jelenti, hogy a baloldalon szereplő Φ gravitációs potenciált is $\Phi_{\mu\nu}$ tenzorrá kell átminősítenünk. *Az (I) forrássűrűség esetén a gravitációs teret egy tenzorpotenciál írja le.*

A (II) alatt felírt forrássűrűség, ϱ_0 úgy transzformálódik, mint az időkoordináta, azaz egy négyesvektor negyedik komponense. (Analóg módon viselkedik pl. az elektromos töltés sűrűsége is.) Ha ezt a változatot fogadnók el, Φ-t egy négyesvektorrá kellene kiegészítenünk és a gravitációs tér leírására is egy Φ_μ *vektorpotenciált* kellene bevezetnünk. Az ilyen gravitációs elmélet teljesen a Maxwell-elmélet formai hasonmása lenne, benne mozgó nyugalmi tömegek közt mágneses típusú kölcsönhatás is fellépne.

A III. alatt felírt forrássűrűség, ϱ_{00} koordinátaválasztástól független invariáns, azonosítható pl. az energiatenzorból képzett skalárral:

$$\varrho_{00} = \sum_{\mu=1}^{4} T_{\mu\mu}.$$

Ha ez volna a gravitációs tér forrássűrűsége, az (I) gravitációs egyenlet relativisztikus invarianciája biztosítva lenne azáltal, hogy Φ-t egy *skalár potenciálnak* választjuk.

A relativitás elve mindhárom alternatívát megengedi, Newton elméletének mindhárom továbbfejlesztése elképzelhető volna. (Az első esetben a gravitációs kvantumok spinje 2, a másodikban 1, a harmadikban 0 lenne.) Lényeges azonban az, hogy az Eötvös-kísérlet egyértelműen az I. alternatíva mellett dönt. A gravitációs tér tehát tenzor-tér. (Skalártérben sem a kinetikus energiának, sem a Coulomb-térnek vagy a fénynek nem volna súlya.)

*

Ha tudomásul vesszük azt az elvet, hogy a gravitáció forrása egy anyagi rendszer teljes energiája, akkor *ebben a gravitációs energiatartalmat is figyelembe kell venni.* (A $T_{\mu\nu}$ energiatenzort, amely gravitációs egyenlet jobboldalán áll, ki kell bővíteni egy $t_{\mu\nu}$ gravitációs taggal, amely természetesen a $\Phi_{\mu\nu}$ gravitációs potenciálból épül fel.) A gravitációs térnek tehát önmaga is forrása, formailag: a gravitációs téregyenlet nemlineáris. *Ennek az*

intuitív következtetésnek ragyogó bizonyítékát szolgáltatja a bolygók már említett, századunkban megfigyelt perihéliummozgása. Meg lehet mutatni, hogy a perihéliummozgás tapasztalatának kvantitatív értelmezése csak úgy lehetséges, ha figyelembe vesszük a gravitációs konstansban másodrendű effektust: azt a körülményt, hogy a Nap gravitációs vonzását nem csupán a Nap atomjainak tömege kelti, hanem mint energiahordozó maga a szoláris gravitációs mező is. Ez a gravitáció megismerése útján az Eötvös-kísérlet empirikus anyagán túlmenő felismerés. Az Eötvös-kísérlet pontossága nem volt elég, hogy a Coulomb-tér súlya után a Newton-féle gravitációs tér súlyát is kimutassa. De az Eötvös-kísérletből kiolvasható eredmények logikus indukcióval vezettek ehhez a következtetéshez, amit a tapasztalat igazolt [10].

*

Bármely anyagi rendszer csak akkor lehet stabil, ha van legalacsonyabb energiájú állapota, azaz ha az energia pozitív definit. Ezt figyelembe veendő pl. az elektromágneses térnek mint vektortérnek az egyenletét nem az egyszerű (*) alakban kell felírnunk, hanem helyette a Maxwell-egyenletet használjuk. Ezek relativisztikus átírása a következő:

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu}\left(\frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x_\nu}\right) = 4\pi j_\mu . \qquad \text{(E1)}$$

(A görög indexek egytől négyig futnak, egy tagban kétszer előforduló indexre 1—4-ig összegezni kell.) Innen a térenergia ismert

$$E = \frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2)\, d^3x$$

pozitív definit alakjára jutunk. Ugyanígy akkor kapunk pozitív definit energiát a gravitációs térben, ha téregyenletül a következő alakot fogadjuk el:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda}\left[\Phi_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\Phi_{\varrho\varrho}\right] + \frac{\partial}{\partial x_\lambda}\left[\frac{\partial \Phi_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial \Phi_{\lambda\nu}}{\partial x_\mu}\right] = $$
$$= 4\pi k(T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu}) . \qquad \text{(G1)}$$

E téregyenleteknek van egy nevezetes belső szimmetriatulajdonsága: (E1) invariáns a

$$\Phi_\mu \to \Phi_\mu + \frac{\partial \Lambda}{\partial x_\mu}, \qquad \text{(E2)}$$

helyettesítéssel, (G1) pedig a

$$\Phi_{\mu\nu} \to \Phi_{\mu\nu} + \frac{\partial \Lambda_\mu}{\partial x_\nu} + \frac{\partial \Lambda_\nu}{\partial x_\mu} - \delta_{\mu\nu}\frac{\partial \Lambda_\varrho}{\partial x_\varrho} \qquad \text{(G2)}$$

helyettesítéssel szemben. Az (E2) formai mértékinvarianciának az elektromágnesség gyakorlati megnyilvánulásainál alapvető fizikai tartalom felel meg: egyrészt az elektromos töltés megmaradása, másrészt az a tény, hogy a töltések mozgását közvetlenül nem a Φ_μ vektorpotenciál befolyásolja, hanem az **E** és **H** térerősség. (Különböző potenciálú, de azonos **E** és **H** által leírt terek azonos töltésmozgást létesítenek, tehát fizikailag azonosak.) Hogy a gravitáció esetében a (G2) mértékinvariancia hasonló fontos fizikai tartalmat tükröz, azt W. Thirring mutatta meg 1959-ben [11].

Az elektromos tér fizikai tartalmat erőkifejtő szerepe révén kap, ami az elektromos töltések mozgástörvényében jut kifejezésre. Ugyanígy a gravitációs tér fizikai jelenlétét is a testek gyorsulása fejezi ki. A testek mozgásegyenletének pedig az a nevezetes tulajdonsága van, hogy a (G2) mértéktranszformációval egyidőben a részecskék $r_\mu(t)$ koordinátáit

$$r_\mu \to r_\mu + k\Lambda_\mu(r) \qquad \text{(G3)}$$

transzformációnak lehet alávetni, és ekkor a mozgásegyenletek is alaktartóak maradnak. Következésképpen olyan látszatmezők, amelyeket a $\Phi_{\mu\nu} \equiv 0$ értékből egy (G2) transzformáció hívott létre, kitranszformálhatók. Ez a transzformáció (G3) szerint csupán egy koordinátatranszformációt jelent.

Gyorsuló, forgó vonatkoztatási rendszerek „mesterséges gravitációs tereit" eltávolítja az inerciarendszerre való áttérés. Még ennél is tovább lehet menni: *minden gravitációs erőtér lokálisan eltávolítható egy kisméretű szabadoneső vonatkoztatási rendszerbe való áttéréssel.* Ezt a felismerést (a gyorsuló koordinátarendszerben ébredő „mesterséges gravitáció" és a tömegek közelében kialakuló nehézségi erőtér lokális megkülönböztethetetlenségét) Einstein hangsúlyozta először, ő nevezte *ekvivalencia elvének* (1909). Az elv fizikai alapja az, hogy a súly és tehetetlenség aránya minden testre ugyanaz, így gravitációs mezőban adott helyen minden test gyorsulása ugyanakkora. A testek együtt esnek, így a velük elejtett mérőeszközök zérus gyorsulást mérnek, gravitációs erő felléptét nem regisztrálják.

Az Eötvös-kísérletnek ezt a kényszerítő tanulságát másként is megfogalmazhatjuk: Tenzor-térben nem használhatunk eleve kitüntetett Descartes-féle inerciális koordinátarendszert, mert minden test energiát hordoz, így egyik mérőeszköz sem mentes a gravitációs erő torzításától. (Nem húzhatunk matematikai egyenest stb.) *Használhatunk minden helyen szabadoneső mérőeszközöket, ezeket gravitációs feszültségek nem torzítják, de az így lokálisan kimért távolságok és tartamok nem illeszthetők össze összefüggő euklideszi metrikává. Véges térrészről a gravitációs erőtér eltávolítható azon az áron, hogy nemeuklideszi metrikát vezetünk be. És valójában ezt a metrikát kell fizikailag reálisnak tekintenünk.* A (G1) gravitációs egyenlet felírásakor eredetileg euklidesinek feltételezett koordinátahálózat azért nem realizálható, mert semmiféle anyagi mérőszalag, léc vagy óra, sőt még a fénysugár sem vonható ki (az Eötvös-kísérlet bizonysága szerint) a minden anyagféleséget egyaránt megragadó gravitáció hatása alól. Gravitációs mezőben különböző eszközök szilárdságtani adottságaiktól függően különböző módon torzulnak, különböző metrikákat realizálnak, amelyeket a (G2)—(G3) transzformációk visznek át egymásba, és amelyek esetlegessége a fizikai törvényt nem érinti. Önkénymentes alapot a lokális incerciarendszereket kiválasztó szabadon eső lécek, órák és fényjelek alkalmazása nyújthat, az így *de facto* mérhető intervallumok (ahogy a térelméletben mondanák: renormált intervallumok) azonban nemeuklideszi geometriát adnak egy gravitációmentes világban. Ez pedig már az *általános relativitáselmélet* alapgondolata. Mint Thirring kiemeli, a (G1) tenzoriális téregyenlet minden koordinátarendszerben érvényes alakja éppen az Einstein által megalkotott *gravitációs egyenlet:*

$$R^\nu_\mu - \frac{1}{2}\delta^\nu_\mu R^\varrho_\varrho = -8\pi k T^\nu_\mu ,$$

ahol R_μ^ν a $\Phi_{\mu\nu}$ potenciálból felépített, de (G2)-vel szemben már invariáns képződmény: a görbületi tenzor. Az Eötvös-kísérlettől tehát kényszerítőbb út vezet az általános relativitáselmélethez, mint azt korábban feltételezték.

*

1930 és 1960 közt a kísérleti kutatás feltárta az anyagnak olyan változatait, amelyek létét korábban nem is sejtették. Az új felfedezések közül egyik legfeltűnéstkeltőbb annak felismerése volt, hogy az anyag érdekes dualitást mutat: az egyes anyagformáknak létezik töltés-tükörképe is, amelynek minden tulajdonsága azonos az eredetiével, a töltések ellentett előjelétől eltekintve. Az *antianyag* (pozitív elektron, a negatív proton, a negatív deuteron) éppolyan önmagukban stabil anyagformák, mint a *közönséges anyag* (a „földi" negatív elektron, pozitív proton vagy pozitív deuteron), és mesterségesen ezt a töltéstükrözött anyagot (az antianyagot) is előállították. Meglepőnek tűnik azonban, hogy Naprendszerünk millió fényév átmérőjű környezetében antianyag számottevő gyakorisággal nem fordul elő, sem korábbi előfordulására nem utal semmi. A közönséges anyag eme feltűnő szeparálódását, amint az ötvenes évek csillagászati megfigyelései teljesen nyilvánvalóvá tettek, Bondi és Morisson az *antigravitáció* bevezetésével próbálta magyarázni [12]. Feltételezték, hogy az anyagi világban a gravitáció vonzó és taszító egyaránt lehet, az alábbi szkéma szerint:

közönséges anyag	→	←	*közönséges anyag*	
antianyag	→	←	*antianyag*	(**)
közönséges anyag	←	→	*antianyag*	

A feltevés szerint a pozitronnak (antianyag) a Föld gravitációs terében nem lefele, hanem felfele kellene esnie. Az ötvenes évek végén megkezdődött a pozitronok gravitációs esését mérő kísérletek lehetőségének megvitatása. Mivel a pozitronra ható kiküszöbölhetetlen elektromágneses erők sokkal intenzívebbek a földi súlynál, ilyen direkt kísérlet mindmáig nem volt elvégezhető. Egy neves amerikai teoretikus, L. I. Schiff azonban az Amerikai Nemzeti Tudományos Akadémia előtt tartott előadásában (1951-ben) rámutatott arra, hogy az Eötvös-kísérlet erre a problémára adott feleletet is tartalmazza [13].

A kvantumelektrodinamika mutatta meg, és többkísérlet (Lamb-eltolódás, fényszórás Coulomb-téren) igazolta, hogy a vákuum dielektromos tulajdonságokat mutat, benne intenzív elektromos terek pozitív—negatív töltésszétválást, virtuális pozitron-elektron kiválást idéznek elő. A számítások azt mutatják, hogy a protonok és atommagok Coulomb-terének energiájából mintegy ezrelék a vákuumpolarizációs pozitronok formájában van jelen. Egy kg tömegű ólom tehát néhány század milligramm pozitront is tartalmaz kötve. Ha ezek súlya ellentett volna, az a súly és tömeg arányosságát réz és ólom közt a hetedik tizedesjegyben elrontaná, ellentétben az Eötvös-kísérlet eredményével. *Eötvös tehát az antigravitációt már 1890-ben megcáfolta.*

Valójában az Eötvös-kísérlet a Schiff-féle argumentációnál mélyebb érveket tartalmaz az antigravitáció ellen. A foton ugyanis önmagának antirésze, így egy logikus antigravitációs elméletben a Coulomb-térnek és a fénynek nem lehetne súlya, ellentétben az idézett tapasztalatokkal.

A gravitációs erő kizárólagos vonzó jellegéből következik az is, hogy gravitációs szigetelés nem létezik. Az elektromos teret ellenkező töltések leárnyékolhatják, de a gravitációs tér forrása, a tömegsűrűség pozitív definit, így testek egymás gravitációs terét csak erősíthetik. Ma már látjuk, hogy ez az Eötvös-kísérletben bennefoglaltatik. Hogy a kérdés annak idején Eötvöst is foglalkoztatta, bizonyítja egy kevesek által ismert tény: *Eötvös speciális kísérletekkel cáfolta a gravitációs szigetelés lehetőségét* [6], *és e téren is mesébeillő (tíz tizedesjegyig menő) pontosságú negatív eredményeket ért el* a korábbi 2—3 jegy pontosságú eredmények helyett. Ezt a tiltó tényt érdemes megszívlelni azoknak, akik manapság akarják „felfedezni" a gravitációs szigetelést.

A gravitációs erő kizárólagosan vonzó jellege annak tenzoriális karakterével függ össze. A kvantumtérelmélet elemeiből levezethető, hogy közönséges anyag—antianyag felcserélésekor a vektortér j_μ forrássűrűsége (pl. elektromágneses térben a töltésáramsűrűség) jeletvált, de skalártérben a ϱ_{00} invariáns sűrűség és tenzortérben a $T_{\mu\nu}$ tenzoriális sűrűség közönséges anyagra és antianyagra megegyezik. Ez azt jelenti, hogy

vektortérben (elektromágneses tér)

egyező töltések taszítják egymást, ellentett töltések vonzzák egymást; (V)

skalártérben (magerők) és
tenzortérben (gravitáció) (S, T)

feltétlen vonzás lép fel.

A (**) alternatíva valójában egyik esetben sem valósulhat meg, legfeljebb a vektorterek idéznek elő válogató erőhatást.

*

A természetben elsőként megismert két szigorú megmaradási törvény a tömeg (relativisztikusan beleértve: energia, impulzus, impulzusmomentum) megmaradása, és az elektromos töltés megmaradása. Láttuk, hogy ezen megmaradási tételek egyértelmű kapcsolatban állnak két végtelen hatótávolságú erőtér struktúrájával, azoknak (G2) és (E2) által kifejezett belső szimmetriájával: a gravitációs tér (G1) törvényéből

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$$

szerint a tömeg megmaradása, az (El) Maxwell-egyenletből

$$\frac{\partial j_\mu}{\partial x_\mu} = 0$$

szerint az elektromos töltés megmaradása következik. Wigner Jenő 1949-ben egy harmadik alapvető tételt fedezett fel: a maganyag stabilitását biztosító bariontöltés megmaradását. Lee és Yang felvetették a kérdést: vajon ez egy harmadik hosszúhatótávú erőtér létének folyománya? Ha igen, ennek egy olyan erőtérnek (vektortérnek) kell lennie, amelyet a bariontöltések, a nukleonok keltenek és amely azokra hat vissza. Az új erőtér makroszkopikus testeknél a gravitációt utánozná, azzal a különbséggel, hogy a *járulékos erőben* az M tömeg helyett az A nukleonszám szerepelne:

$$F = -k\frac{M_1M_2}{R_2} + k'\frac{A_1A_2}{R^2}. \qquad (*^*_*)$$

De az illusztris szerzők azonnal Eötvöst idézik [14], megállapítják, hogy az M/A arány különböző elemeknél néhány ezrelékre eltér, így *az Eötvös-kísérlet pontossága nem engedi meg, hogy a feltételezett erő intenzitása elérje a gravitáció egy százezredét.* Ennél gyengébb szubgravitációs erőkről természetesen spekulálni szabad, de az nem sokat ígért, így a gondolatot elejtették.

Az Eötvös-féle konklúziókat sokadik jegyben sértő szubgravitációs erő eszméje tíz évvel később érdekes módon újra felmerült, amikor a megdöbbentő

$$K_2^0 \to \pi^+\pi^-$$

mezonbomlást felfedezték. Ez az egyetlen megfigyelés, ami a természet töltésszimmetriáját megsérteni látszik. Mint azt már megírtuk [15], ez az elképesztően ritka bomlás magyarázható lenne, ha a K° és anti-K° mezoneffektív ($^*_{**}$) súlya a tizenhetedik tizedesjegyben eltérne egymástól. (A Galaktika erőterében kialakult helyzeti energia szubgravitációs kölcsönhatásból eredő 10^{-8} eV-ot kitevő különbsége ez esetben szétválasztaná a K° és anti-K° hullámok fázisát, és előidézhetné a bomlást.) Az ilyen feltevés makroszkopikus testek közt is ($^*_{**}$) típusú erőre vezetne, de *az anyagi minőségtől való függés a feltételezett szubgravitációs vektorpotenciál gyenge csatolása miatt csupán a 13. tizedesjegyben jelentkezne, amit az Eötvös—Dicke-kísérlet sem zárt ki* [16]. A neves fizikusok által felállított elmélet ellenőrzését a szubgravitációs erő speciális vektorjellege, a (V)-ből következő (II) sebességfüggés tette lehetővé. A kísérletek azt mutatták, hogy a $K_2^0 \to \pi^+\pi^-$ bomlás nem mutatja a (II)-ből adódó sebességfüggést. A jelenség tehát nem írható egy szubgravitációs anti-Eötvös erő számlájára. Hogy mi más okozza, ma sem tudjuk.

*

Zseniális intuícióval már Newton felismerte, hogy a súly a tömeggel szigorúan arányos, és Einstein ennek a tételnek a következményeit elemezve, a speciális relativitáselmélet gondolatait továbbvíve tárta fel a reálisan kimérhető fizikai világ nemeuklideszi geometriáját. Ma már nyilvánvaló, hogy az Einstein által átvett newtoni feltevés csak Eötvös precíz mérései által vált kényszerítő erejűvé, miként azt Einstein maga is hangsúlyozta. Az általános relativitáselmélet minden tankönyve az Eötvös-kísérlet idézésével kezdődik.

A kutatás Eötvös halála, Einstein felfedezése után mutatta meg, hogy az Eötvös által használt anyagminták milyen változatos felépítésűek, így az Eötvös által elvégzett mérések milyen hasznos információkat tartalmaznak az anyag különböző formáinak (neutron, proton, elektron, fény, kinetikus energia, antianyag, mezontér) hosszúhatótávú kölcsönhatásaira vonatkozóan. Az első pillanatra túlbuzgóságot sejtető soktizedes pontosság valódi értéke csak évtizedek múltán bontakozik ki. Hogy mégsem indokolatlan mindezért Eötvös előtt róni le tiszteletünket, mutatja a következő tény: Eötvös alig pár évvel az akkor még rejtelmes energiákat tartalmazó radioaktív elemek felfedezése után indokoltnak érzi, hogy súly és tömeg arányosságát ezekre is igazolja [6], ami hat tizedesjegyre menő pontossággal sikerül is neki.

Mindmáig a gravitáció a legfinomabb erő, amit embernek a természetben észlelni sikerült. A kutatás azonban egyre merészebben gondolt szubgravitációs jelenségekre. Fellép-e valahol egy olyan kozmikus hatótávolságú kölcsönhatás, amely nem osztozik a gravitáció testek közt különbséget nem tevő egyetemességében? Nem tudjuk, de az Eötvös-féle pontosság bizonyítja, hogy intenzitása semmiképpen nem eshet túl közel a gravitációéhoz.

Azzal kezdtük, hogy Eötvös a legnagyobb tekintélynek örvendő és a bemutatott irodalom szerint [17] ma is gyakran idézett magyar fizikus. Biztosan ezzel magyarázható, hogy az időszerűségre érzékeny Amerikában éppen az elmúlt években ismételték meg az Eötvös-kísérletet, megerősítve és némileg fokozva annak pontosságát. A kiváló amerikai experimentátor [8] nem hagyhatta megjegyzés nélkül, milyen nehéz volt a modern technika minden eszközének birtokában reprodukálni az Eötvös és tanítványai által elért pontosságot. Mintha arra célzott volna, hogy az Eötvös által megadott hibahatár talán nem is volt egészen reális. A célzásra Renner János éppen lapunk kezdeményezésére megfelelt [3]. De az Eötvös-kísérlet iránt felélénkült elméleti érdeklődés és az amerikai kísérlet fényében nem volna haszontalan fontolóra venni a kísérlet hazai megismétlését és megjavítását. Ez a külföld halovány kétkedését is eloszlatná, és olyan eredményre vezethetne, amelynek aktualitása talán rövidesen megerősbödik.

Eötvös a 19. század kiemelkedő alakja volt, annak szemével nézte a világot. De mint lelkiismeretes fizikus, a természetet faggatta kísérleteivel, tudván azt, hogy az alapvető jelenségek tökéletesebb megismerése felé újabb és pontosabb tapasztalatokból indulhatunk el. Az Eötvös-kísérlet ezt az időtlen programot valósította meg mintaszerűen. Innen fakadt annak a mi századunkra megérő igaz aktualitása.

(Az ünnepi közgyűlésen elhangzott előadás)

Marx György
ELTE Elméleti Fizikai Intézet

1. *Eötvös Loránd:* A tudós és művelődéspolitikus írásaiból Gondolat (1964) 86.
2. *Egyed László:* Fizikai Szemle **11** (1959) 291.
3. *R. H. Dicke:* Fizikai Szemle, **12** (1962) 111.
Renner János: Fizikai Szemle, **12** (1962) 223.
4. Eötvös ülésszak, Fizikai Szemle, **14** (1964) 1—63.
5. Eötvös Loránd, Fizikai Szemle, **4** (1954) 90.
6. *E. Eötvös—D. Pekár—E. Fekete:* Ann. der Phys. 4. *28* (1922) 11.
7. *Renner János:* Math. és Term. Tud. Értesítő, **53** (1935) 542.
8. *R. H. Dicke:* Scientific American, **205** (1961) 84.
9. *R. H. Dicke:* Science in Space, Mac Graw Hill (1961) 91.
10. *Marx György:* Fizikai Szemle, **4** (1954) 84.
Detre László: Fizikai Szemle, **14** (1964) 28.
11. *W. Thirring:* Fortschritte der Physik, **7** (1959) 89.
12. *Marx György:* Fizikai Szemle, **10** (1960) 163.
13. *L. I. Schiff*, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **45** (1959) 69; Magy. Fiz. Folyóirat, **9** (1961) 217.
14. *T. D. Lee—C. N. Yang:* Phys. Rev. **98** (1955) 1501.
15. *Marx György:* Fizikai Szemle, **66** (1966) 33.
16. *J. S. Bell—J. K. Perring:* Phys. Rev. Letters, **13** (1964) 348.
J. Bernstein—N. Cabibbo—T. D. Lee: Phys. Letters, **12** (1964) 14.
17. A korábban idézett cikkeken kívül lásd még:
A. H. Wapstra—G. J. Njigh: Physica **21** (1955) 796.
R. H. Dicke: Rev. Mod. Phys. **29** (1957) 355; Phys. Rev. **98** (1955) 796; Science, **129** (1959) 621; Ann. Phys. **28** (1960) 344; Magy. Fiz. Folyóirat, **9** (1961) 201.
P. Morisson: Am. J. Phys. **26** (1958) 358.
L. I. Schiff: Am. J. Phys. **28** (1960) 340; Magy. Fiz. Folyóirat, **9** (1961) 209.
J. Peebles: Annals of Physics, **20** (1962) 240.
K. Just: Zs. für Physik, **144** (1956) 648.
(A teljesség igénye nélkül)

Az exergia és a hatásfok irreverzibilis termodinamikai értelmezése II.

Energiatípusok. Ha szemügyre vesszük a belső energia kifejezését, rögtön feltűnik, hogy annyi tag összegéből áll, ahány féle kölcsönhatásban a szóban forgó test részt vehet. Egy komponensű rendszer esetében

$$E = TS - pV + \mu N,$$

általában pedig

$$E = TS + \sum_{i=2}^{n} y_i x_i$$

ahol y_i az i-edik kölcsönhatást jellemző intenzív, x_i pedig a megfelelő extenzív mennyiség. Az is szembetűnő, hogy az egyes energiatagok rendre a megfelelő kölcsönhatásokhoz tartozó intenzív és extenzív mennyiségek szorzatai. Ilymódon az $y_i x_i$ tagot joggal nevezhetjük az i-edik kölcsönhatás energiájának, tehát TS lenne a termikus, $-pV$ a mechanikai, μN a fázisállapot energiája stb. Hogy a szóban forgó elnevezések mégsem honosodtak meg és így mi is csak feltételes módban használtuk az elnevezéseket, annak több oka van. Egyrészt a szóban forgó elnevezéseket előzőleg már más fogalmakhoz rendelték hozzá és így újabb jelentésben való alkalmazásuk félreértésekre vezetne. A szavak jelentésváltozásának meg van a lehetősége, amennyiben a szóban forgó energiatagok a megfelelő kölcsönhatásokkal kapcsolatban kiemelt szerephez jutnának a jelentésváltozás meg is történne. Ezzel már el is árultuk, hogy az y_i t x_i energiatag az i-edik kölcsönhatást jellemző törvényekben nem kap explicit szerepet. A kölcsönhatások szempontjából sokkal fontosabbak az energia változásai, így inkább ezeket használjuk a kölcsönhatások jellemzésére is. Ugyanakkor az is nyilvánvaló, hogy pl. a TS energia megváltozása nem azonos a $T\Delta S$ hővel és általában $y_i x_i$ megváltozása nem azonos $y_i \Delta x_i$-el. Az E megváltozása

$$\Delta E = T\Delta S - p\Delta N + \mu\Delta T + SV\Delta p + N\Delta\mu,$$

ahol

$$S\Delta T - V\Delta p + N\Delta\mu = 0,$$

a T, p, μ közt fennálló összefüggés miatt. Figyeljük meg tehát: külön-külön sem $S\Delta T$, sem $-V\Delta p$ sem pedig $N\Delta\mu$ nem zérus, de *együttes* értékük éppen zérusra kompenzálja egymást. Eszerint a TS, $-pV$ és μN energiák megváltozása

$$\Delta(TS) = T\Delta S + S\Delta T$$
$$\Delta(-pV) = -p\Delta V - V\Delta p$$
$$\Delta(\mu N) = \mu\Delta N + N\Delta\mu$$

olyan, hogy csak egy részük járul hozzá az energia teljes megváltozásához

$$\Delta E = T\Delta S - p\Delta V + \mu\Delta N,$$

a másik részük együttesen éppen kompenzálja egymást.

Vizsgáljuk a belső energiát és változásait tagonként, az extenzív mennyiség tetszőleges nagyságú változása esetében. Grafikus ábrázolásban $y_i x_i$ az x_i alapú és y_i magasságú téglalap területe. Két különböző állapotban a megfelelő energiatagok különbsége a két állapothoz tartozó téglalap területének különbsége.

Ha konkrétan TS-et hőenergiának neveznénk, amit konzekvensen meg is tehetnénk, az a furcsa helyzet állna elő, hogy a „hőenergia megváltozása" nem volna azonos a már konvencionálisan hőnek nevezett energiaváltozással, $T\Delta S$-el. Hasonló megállapítás érvényes valamennyi $y_i x_i$ típusú energiatagra.

Természetesen az elnevezések kérdése a legkevésbé lényeges, a továbbiakban nem is foglalkozunk vele. Sokkal fontosabb a szóban forgó energiatagok szemléletes jelentésének megállapitása. Sejthetjük ugyanis, hogy a formálisan fennálló elkülönülésnek mélyebb tartalmi megnyilvánulásai is vannak. Bizonyos problémákkal kapcsolatban a belső energia egyes tagjai is kiemelt szerephez jutnak. Nézzük meg, melyek ezek a problémák?

Induljunk ki szemléletesebb esetből. Tekintsünk egy dugattyúval fedett tartályban levő gáznemű rendszert, amelyiknek rendre E, T, S, p, V, μ, N. Helyezzünk a dugattyúra egy m tömegű testet (a dugattyú tömege legyen elhanyagolhatóan kicsiny), akkor a test mg erővel nyomja a dugattyút, ami az f területen eloszolva

$$\frac{mg}{f}$$

nagyságú nyomásnak felel meg. Ha a rendszer egyensúlyban van, a két nyomás megegyezik, vagyis

$$p = \frac{mg}{f}$$

Ugyanekkor az m tömegű testnek, az edény alapjától számított h magasságban

$$mgh$$

helyzeti energiája van. Fejezzük ki mg-t a p és az f segítségével

$$mg = pf,$$

úgy a test helyzeti energiája

$$mgh = p \cdot f \cdot h = pV$$

ui. $f \cdot h = V$ az edény térfogata. A gáz önmagában

$$E = TS - pV + \mu N$$

nagyságú energiával rendelkezik, így a gáz és a vele „mechanikailag" kapcsolt test együttes energiája

$$E + mgh = E + pV = TS + \mu N$$

Módosítsuk mostmár a fenti esetet úgy, hogy nem helyezünk súlyt a dugattyúra, hanem ehelyett az edényt egy p nyomású környezetbe helyezzük. Legyen a dugattyú mozgatható, de hőszigetelő, vagyis a gáz és környezete közt csakis mechanikai kontaktus álljon fenn. Nyilvánvalóan mindegy, hogy honnan ered a dugattyúra kívülről ható nyomás, a környezettel való mechanikai kapcsolás következtében a rendszer energiájához egy pV nagyságú tag adódik. Ilyen szempontból: pV potenciális energia szerepét játsza, amely annak következtében lép fel, hogy a V térfogatú gáz egy p nyomású rendszerrel mechanikai kölcsönhatásban áll. Ez okból a pV energiát térfogati energiának is szokták nevezni.

Míg a környezetétől elszigetelt test energiája

$$E = TS - pV + \mu N$$

a környezettel való mechanikai egyensúly következtében

$$H = E + pV = TS + \mu N$$

energiát kell a rendszernek tulajdonítanunk. (A most értelmezett H mennyiségnek sok más jelentése is van, amelyek részletes diszkussziójától eltekinthetünk.) Önálló szerepének megfelelően külön neve is van: hőtartalom, ill. entalpia. A hőtartalom elnevezés onnan származik, hogy rögzített p és N esetén a H megváltozása éppen a hővel egyenlő.

A további általánosításra való tekintettel említsük meg még a következőket. Az energia kifejezésében nem pV, hanem $-pV$ szerepel. Ennek oka az, hogy a térfogatnövekedés munkavégzéssel, tehát energiacsökkenéssel jár. Egyébként ez az oka annak is, hogy $-p$-t és nem p-t tekintjük a mechanikai kölcsönhatás jellemző intenzív mennyiségének. Nem üres szójáték tehát, hogy ha a H értelmezését a következő azonos átalakításnak vetjük alá

$$H = E + pV = E - (-pV)$$

Ti. az E-ben szereplő energiatag $-pV$ és a mechanikai kölcsönhatás miatt ennyivel „csökken" az E értéke. A levont energia maga is negatív lévén, végül energianövekedést kapunk.

Változtassuk meg most már a viszonyokat úgy, hogy a mozgatható hőszigetelő helyett *merev* hővezetővel határoljuk a testet. Ilymódon a test és környezet közt csak termikus kontaktus áll fenn, ami miatt a test energiája módosul. A mechanikai kapcsolás azzal a következménnyel jár, hogy a gáz térfogatának csökkenése folytán fellépő energiaváltozást a külső nyomással kapcsolatos potenciális energia fedezte. A hőmérséklet és az entrópia esetében fordított előjellel ugyanaz a helyzet: ha a környezettel termikus egyensúlyban levő test entrópiáját növeljük, ennek következtében nem a test, hanem a környezet kap energiát. A helyzet olyan, mintha a test energiája

$$F = E - TS = -pV + \mu N$$

lenne. F-et szabad energiának szokták nevezni, TS-et pedig kötött energiának. (Az elnevezések az F-nek és TS-nek más tulajdonságával kapcsolatosak, ezért jelen vonatkozásban nem érezzük logikusnak.) Pusztán az analógiára hivatkozva mondhatjuk, hogy a környezettel egyidejűen mechanikai és termikus kapcsolásban álló rendszer energiája

$$G = E + pV - TS = \mu N$$

Konvencionálisan kialakult neve: szabad hőtartalom illetve Gibbs-potenciál.

Általában minden

$$E - \sum_{i=2}^{k} y_i x_i, \quad (k \leq n)$$

típusú kifejezésnek hasonló értelmű jelentése van.

4. Az exergia. Az előbbiekben láttuk, hogy a hő-mérleg nem szolgáltat reális képet adott energiaforrás hasznosíthatóságáról. A dolog természetének megfelelően célszerűbb az energiamérleg alapján felmérni a lehetőségeket. A felmérés alapja az a tény, hogy energiatranszport csakis az egyes kölcsönhatásokat jellemző intenzív mennyiségek kiegyenlítődése révén jöhet létre. Első kérdésünk ennek megfelelően az, hogy mekkora az energiaforrás össz-energiája a kiegyenlítődési folyamat

megkezdése előtt és mekkora az össz-energia a környezettel való kiegyenlítődés után. Nyilvánvaló, hogy csakis a kétféle energia különbsége hasznosítható. Pontosabban fogalmazva: legjobb esetben is csak ennyi hasznosítható. Ebből következik a másik kérdés: mennyi fordítható a rendelkezésre álló energiából munkavégzésre, vagy akár más formában történő energiatranszportra? Sajnos nem mind, mert nem kompenzált változások minden átalakulási típussal kapcsolatban fellépnek.

Az energiaforrásból bizonyos adott feltételek mellett maximálisan nyerhető energiát *exergiá*nak nevezzük. Ennél több energia természetszerűen speciális formájú transzportok formájában (hő, mechanikai, elektromos munka stb.) sem nyerhető, sőt kevesebb. Nézzünk néhány példát az exergia meghatározására.

Legyen az energiaforrás kezdeti legegyszerűbb példaként magas T_1 hőmérsékletű test, amelyiknek belső energiája a hőmérséklettel arányos:

$$E = c \cdot T$$

c az energiaforrásul szolgáló test hőkapacitása. A test energiája a T_1 hőmérsékletű állapotban

$$E_1 = cT_1$$

majd T_2 környezeti hőmérsékletre lehűlve

$$E_2 = cT_2$$

Az exergia, tehát

$$E_1 - E_2 = c(T_1 - T_2)$$

Formailag hasonló a helyzet a vízerőművek esetében, ahol az

$$mgh$$

helyzeti energia rovására nyerjük a munkát. Ha bizonyos tömegű vízmennyiség a h_1 magasságú szintről a h_2 magasságú szintre esik le, úgy az

$$mg(h_1 - h_2)$$

energiakülönbség fordítható optimálisan munkavégzésre.

Érdekes megjegyeznünk, hogy a kezdetben rendelkezésre álló

$$cT_1 \text{ ill. } mgh_1$$

energiáknak értékesíthető hányada

$$\frac{c(T_1 - T_2)}{cT_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \text{ ill. } \frac{mg(h_1 - h_2)}{mgh_1} = \frac{h_1 - h_2}{h_1}$$

ami éppen a Carnot-féle körfolyamat hatásfokának megfelelő, ill. azzal analóg formájú és jelentésű kifejezés. Az idézett példa a Carnot-körfolyamattal összehasonlítva azért tanulságos, mert világosan mutatja, hogy az eredeti energiaértékhez való viszonyítás semmitmondó. Ugyanis legjobb esetben is csak a (hőmérsékleti ill. magassági) szintkülönbségek közti energiakülönbség értékesíthető, függetlenül attól, hogy az eredeti állapotban mennyi az energia.

A tárgyalt egyszerű példában pusztán egyetlen testből álló rendszerrel foglalkoztunk, ezért volt elegendő csupán a belső energia értékének a két állapot közötti különbségét vennünk. Ha bizonyos munkaközeg egy (elvileg végtelen nagy kiterjedésű) tartállyal áll kapcsolatban, úgy — az energiatípusok-ról mondottak szerint, a környezettel kapcsolt összetett rendszer teljes energiája nem a belső energia, hanem

$$E - \Sigma y_i x_i.$$

Itt azoknak a kölcsönhatásoknak megfelelő $y_i x_i$ energiatagok szerepelnek, amilyen kontaktus a munkaközeg és a tartály között fennállnak. Így pl. termikus kapcsolás esetén E helyett az $F = E - TS$ szabad energia veendő. Láttuk, hogy a Carnot-féle körfolyamatban is termikus kapcsolás szerepel. Tehát a folyamat egyes szakaszainak energiaváltozási mérlege a következőképp írható: Az első szakaszban a termikus kapcsolás miatt $F_1 - F_2$, a másodikban, mivel nincs kontaktus $E_2 - E_3$, stb. veendő, részletesen a következő módon:

$$\begin{aligned}
&\text{I } (1 \to 2) \quad F_1 - F_2 = (E_1 - T_1 S_1) - (E_2 - T_1 S_2) = \\
&\qquad = E_1 - E_2 + T_1(S_2 - S_1) \\
&\text{II } (2 \to 3) \quad E_2 - E_3 \\
&\text{III } (3 \to 4) \quad F_3 - F_4 = E_3 - E_4 - T_2(S_2 - S_1) \\
&\text{IV } (4 \to 1) \quad E_4 - E_1 \\
&\text{összes energiaváltozás } T_1(S_2 - S_1) - T_2(S_2 - S_1) = \\
&\qquad = Q_1 + Q_2.
\end{aligned}$$

Természetes, hogy ugyanazt az értéket kapjuk, mint a korábban megismert oonvencionális számítás szerint. Ezúttal azonban az egyes állapotok közti energiakülönbségekből származtatjuk a körfolyamat kapcsán kinyerhető energiát, ami világosan mutatja, hogy szó sincs „hőveszteség"-ről, ahogyan a történeti tárgyalásmód interpretálja a Carnot-folyamatot. A „hőveszteség" fogalma fölösleges, sőt félrevezető. Az energiatétel és a kiegyenlítődési tendencia szerint

$$T_1(S_2 - S_1) - T_2(S_2 - S_1) = (T_1 - T_2)(S_2 - S_1) = \\ = Q_1 + Q_2$$

energia forgalmazható. Ez a kifejezés ad reális vonatkoztatási alapot az energia adott célú felhasználhatóságára függetlenül attól, hogy az 1 és 2 állapot közötti átmenet hője mekkora.

Egy másik, a műszaki hőtanban gyakran vizsgált folyamat a következő. Adott nagy hőmérsékletű és nyomású gázáram energiáját kívánjuk felhasználni olymódon, hogy a környezet hőmérsékletét és nyomását elérve, a gázt a környezetbe bocsájtjuk ki. (Tehát nem végzünk körfolyamatot.) A folyamat első lépése abban áll, hogy az energiaforrásból a géppel mechanikai kontaktusban anyag áram lép be. Mechanikai kontaktus esetén a rendszer energiája a hőtartalom, így az *1* kezdeti állapot és egy másik *a* állapot közti energiakülönbség

$$H_1 - H_a$$

A $T_2 = T_a$ környezethőmérsékletre került munkaközeget az *a* állapotból a *2* végállapotba a környe-

zettel termikus és mechanikai kontaktusban tartva visszük át. Termikus és mechanikai kontaktus esetén energiaként a szabad hőtartalom

$$H - TS$$

tekintendő, tehát a rendszer *a* és *2* állapota közötti energiakülönbség:

$$(H_a - T_2 S_1) - (H_2 - T_2 S_2) = H_a - H_2 - T_2(S_1 - S_2).$$

Tehát a leírt feltételek mellett az *1* és a *2* végállapot közötti energiakülönbség

$1 \to a$	$H_1 - H_a$
$a \to 2$	$H_a - H_2 - T_2(S_1 - S_2)$
összesen:	$H_1 - H_2 - T_2(S_1 - S_2)$

Az adott feltételek mellett ez a rendszer exergiája. A kifejezés a műszaki hőtanban jól ismert. Sokan úgy hivatkoznak erre a képletre, mint *az* exergia kifejezésére, de valójában csak a mondott feltételek mellett bír ezzel a jelentéssel.

Röviden összefoglalva az eddigieket egy energiaforrás energiája 100%-osan sohasem értékesíthető. Hogy mennyi az értékesíthető rész, azt az intenzív mennyiségek különbsége szabja meg. Az áttekintést megkönnyíti, ha a környezettel (a feltételeknek megfelelő) kontaktusban levő munkaközeg energiája és energiacseréje helyett a *rendszer* energiájával számolunk, amelyik a munkaközeg belső energiája és a kontaktus által egyértelműen meg van határozva. Ezért pl. ha a munkaközeg bizonyos *1* és *2* állapota közti átmenet az energiaforrással termikus kontaktusban megy végbe, nem $E_1 - E_2$, hanem $F_1 - F_2$ szabadenergiakülönbség méri az energiaváltozást ($F = E - TS$). Ha a munkaközeg és a környezet mechanikai kontaktusban állnak egymással, az energiaváltozást a $H_1 - H_2$ hőtartalom változása jelenti. Általában, az $i = 1, 2, \ldots, k$ kontaktusok fennállása esetén az

$$E - \sum_{i=1}^{k} y_i x_i$$

különbsége jelenti a forgalmazható energiamennyiséget.

A probléma utóbbi tárgyalása teljesen mellőzi a reverzibilis folyamat fogalmát. A reverzibilis folyamat olyan gondolati (meg nem valósítható) kísérlet, amelyik a számítások elvégzésének egy lehetséges módszereként tekintendő. Munkahipotézis, jelentősége praktikus és nem elvi. A környezetével kapcsolt rendszer effektív energiájának értelmezése lehetőséget ad arra, hogy a munkahipotézist mellőzzük és egyúttal elvi szempontból is világossá tegyük. A probléma lényegét: Azért lehet energiát egyik rendszerről a másikra átvinni, mert az intenzív mennyiségek eloszlásában fennálló inhomogenitások kiegyenlítődésre törekszenek. (pl. a Carnot-féle körfolyamat azért használható munkavégzésre, mert általa a T_1 és a T_2 ($T_1 \neq T_2$) hőmérsékletű testek közt kiegyenlítődési, vagyis mindenképp: irreverzibilis folyamat megy végbe.) Ennyi és csakis ennyi energia „forgalmazható", azaz éppen a kezdeti és a végállapot energiájának különbsége. Ha a technikai körülmények szakaszonként változnak, úgy a kezdeti és a végállapot közé további osztópontokat tehetünk, a számítást szakaszonként végezve és végül az egyes szakaszokhoz tartozó exergiákat összeadva.

Az exergia legalapvetőbb jelentése: adott feltételek mellett (energiaforrás és környezet) az elvezethető *energia* maximuma. Ez az érték sztatikus értelmű adatokkal (kezdeti- és végállapot) egyértelműen meg van határozva, magára az energiaközlési dinamizmusra nem ad felvilágosítást. Konkrét esetekben az energiát adott formában (pl. mechanikai, ill. elektromos munka) kívánjuk elvezetni. A speciális energiaközlési forma azonban mindig alatta marad a maximálisan forgalmazható energiának. Ez közvetlenül látszik a

$$\frac{dE}{dt} = T\frac{dS}{dt} - p\frac{dV}{dt} + \mu\frac{dN}{dt}$$

relációból. A hatásfok értelemszerűen az adott formájú energiaközlés, pl. térfogatmunka és az exergia viszonya. Sajnos a hatásfoknak ez a formája univerzális képlettel nem jellemezhető, adott berendezésre vonatkozóan esetenként kell a számításokat elvégezni.

Fényes Imre

ELTE Elméleti Fizikai Intézet

A FIZIKA TANÍTÁSA

Egy érdekes rezgőköri jelenségről

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat közvetítésével levelet kaptunk, amelyben Somogyi Gyula, a szentesi gimnázium fizika tanára segítségünket kérte egy érdekes jelenség megmagyarázásához. A levélből idézünk:

„Néhány évvel ezelőtt a váltóáramok tanítása során, a kísérletek előkészítése közben, érdekes és figyelemreméltó jelenséget tapasztaltam a váltakozóáramú áramkörbe sorosan kapcsolt kondenzátor és önindukciós tekercs kísérleti vizsgálatánál.

Az alapkísérlet, amely ezt a gondolatkomplexumot és több ezer kísérletből álló kísérletsorozatot elindította, a következő volt:

A 110 V-os transzformátor-szekundérra sorbakapcsoltam egy 5 μF-os kondenzátort, egy 30×30 mm-es keresztmetszetű, lemezelt vasmagos 1200 menetes tekercset és egy 150 V-os 100 W-os izzót jelzőlámpának. Az ITG szétszedhető iskolai bemutatótranszformator eltolható záróvasmagjának helyzetváltoztatásával megkerestem azt a záróvasmag helyzetet, amelynél a tekercs önindukciós ellenállása és a kondenzátor kapacitív ellenállása egyenlő abszolút értékű lett, egymás hatását kompenzálta, így a jelzőlámpán a lehető legerősebb áram haladt át, az indikátorlámpa wolframszála a legnagyobb fényerővel izzott. A vasmag további eltolása és fokozatos

zárása közben a jelzőlámpa fényereje mindinkább csökkent, az áthaladó áram intenzitása mind kisebb lett és végül is a lámpa izzása megszűnt. A meglepő azonban az volt a kísérlet folyamán, hogy a vasmag igen lassú eltolása és helyzetének nagyon érzékeny változtatása közben a záróvasmag bizonyos állásai mellett egyszerre csak azt vettem észre, hogy az indikátorlámpa szabályos időközökben nagy fényerővel fel-felvillant, majd újból kialudt."

A levél még hosszú oldalakon keresztül folytatódik és leírja azt a sok kísérletet, amelyekből a jelenség további részleteire is fény derült. Kiderült, hogy a felvillanások időegységre jutó száma jól szabályozható az eltolható vasmag érzékeny elmozdításával vagy a rezgőkörre kapcsolt váltófeszültség amplitúdójának változásával. A levélíró azt tapasztalta, hogy 220 Ω alatti és 340 Ω feletti üzemi ellenállással rendelkező lámpákkal már nem következik be a jelenség. Ugyancsak nem észlelte a jelenséget, ha a kapacitást vagy a használt tekercs menetszámát változtatta.

Teljesen egyetértünk a levél befejező soraival: „. . . ezt a jelenséget a váltakozóáramú ellenállás tanítása és kísérleti bemutatása alkalmával akarva, nem akarva, meggondolás nélkül vagy véletlenül a tanár előállíthatja és ez esetben valamelyik tanulónak az érdeklődését felkeltheti ez a nem is egyszerű jelenség." Úgy éreztük, nem lesz érdektelen, ha a jelenség magyarázatát teljes részletességgel feldolgozzuk. Igyekszünk a felsőbb matematikai apparátus alkalmazása mellett a jelenséget olyan nívón is megmagyarázni, amely gimnáziumi tanulók számára is érthető és ezzel lehetőséget kívánunk nyújtani ahhoz, hogy szakköri foglalkozáson is feldolgozásra kerülhessen.

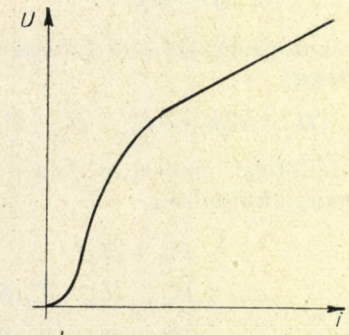
*

Mindenekelőtt vizsgáljuk meg, milyen feltételekből indulunk ki, amikor a sorba kapcsolt ohmos ellenállásból, önindukciós tekercsből, és kondenzátorból álló áramkörben — röviden: a soros *RLC* körben — lejátszódó jelenségeket értelmezzük.

Nem tételezünk fel olyan jelenséget, hogy az egyes kapcsolási elemek váltóárammal szembeni ellenállása függ a rajta átfolyó áramerősségtől. Másképpen fogalmazva azt mondhatjuk, hogy az egyes elemek jellemző paramétere, mint *az ohmos tag R ellenállása, az indukciós tekercs L önindukciós együtthatója és a kondenzátor C kapacitása állandó érték*. Ilyen feltételek mellett az áramerősség és a feszültség amplitúdói között lineáris a kapcsolat, ha állandó a frekvencia. Megmagyarázhatatlan a bevezetőben ismertetett jelenség, hiszen állandó feszültségamplitúdó mellett nem adódhat változó áramerősség amplitúdó.

Nos, vegyük sorra az egyes kapcsolási elemeket és vizsgáljuk meg, teljesülnek-e a linearitási feltételek. Vegyük először az *izzólámpát!* Biztosan nem lineáris kapcsolási elem, hiszen a wolframszál ellenállása erősen hőmérsékletfüggő, a szál hőmérsékletét pedig az áramerősség befolyásolja. Az izzólámpa *R* ellenállása tehát nem konstans, hanem függ az áramerősségtől. Gondolhatnánk, hogy ezzel már kész is a jelenség magyarázata, hiszen, amikor hideg a lámpa izzószála, kicsiny az ellenállása és így ilyenkor nagy áram fog a körben folyni, emiatt az izzószál felizzik, megnő az ellenállása, tehát lecsökken az áramerősség, mire lehűl a lámpa és az egész kezdődik előlről. Ha ez igaz lenne, akkor a hálózatra kapcsolt egyetlen izzólámpa sem világítana egyenletesen. A jelenség bekövetkezéséért nem egyedül az izzólámpa a felelős.

Vizsgáljuk tovább a kapcsolási elemeket! Egyszerű feszültség és áramerősség méréssel meggyőződhetünk arról, hogy általában egy *vasmagos indukciós tekercs* áramerősség—feszültség karakterisztikája csak igen kis szakaszon, kis áramerősségeknél lineáris, sok esetben még itt sem. (Az 1. ábra az indukciós tekercs ezen karakterisztikáját mutatja. A mérésnél mi is egy szétszedhető transzformátort használtunk 1000 menetes tekerccsel és nem teljesen zárt vasmaggal.) Az indukciós tekercs tehát szintén nem lineáris elem. Nem mondhatjuk, hogy az önindukciós együttható független az áramerősségtől. Arra nem térünk ki most, hogy ez a nem lineáris karakterisztika minek a következménye, csak tudomásul vesszük ezt a jelenséget.

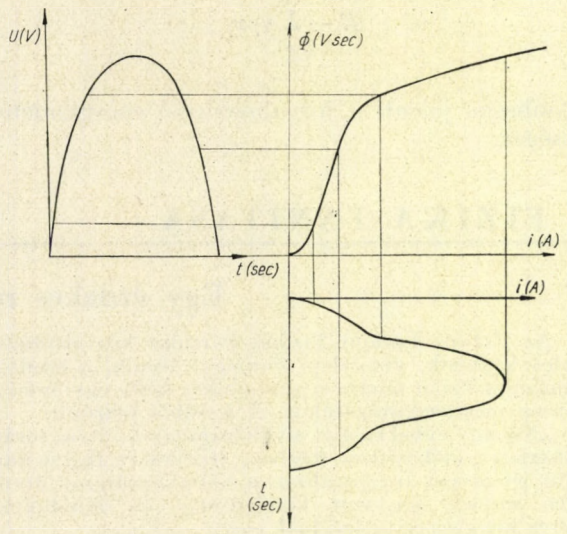


A zárt vasmagos indukciós tekercs áramerősség-feszültség karakterisztikája

1. ábra. A zárt vasmagos indukciós tekercs áramerősség—feszültség karakterisztikája

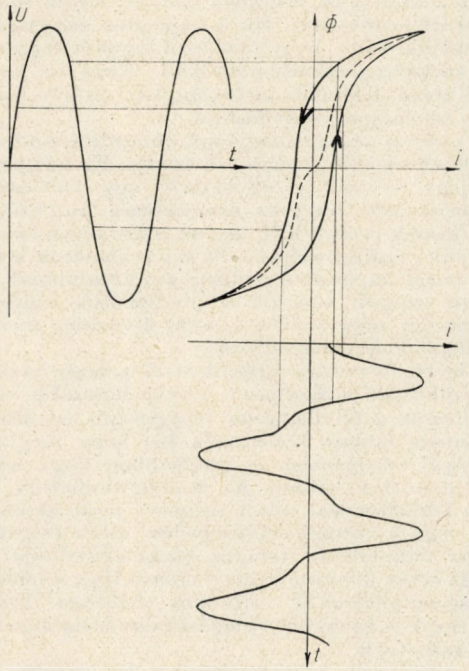
Nem mehetünk el szó nélkül most már azon tény mellett sem, hogy a karakterisztika nem lineáris volta következtében a feszültség és az áram időbeli lefutása különböző lesz. Nem csupán egyszerűen fáziskülönbség van az illető kapcsolási elemen átfolyó áram és a ráadott színuszos feszültség között, hanem az áramgörbe alakja is eltorzul, amint ez jól látható a 2. ábrán, A vasmagos tekercs esetén a helyzet még azzal is komplikálódik, hogy a mágnesezési folyamat irreverzibilis. A ferromágneses anyag mágneses állapota, s ezen keresztül permeabilitása függ a rákapcsolt mágneses térnek egyetlen pillanatban fennálló értékétől (ez a jelenség okozza a nemlinearitást), de függ még az időben ezt megelőző állapotoktól is. Így a tekercs sarkain indukálódó feszültség, egyrészt összefügg a tekercsben folyó áram pillanatnyi értékével, másrészt a megelőző áramértékekkel is. Ezt az irreverzibilitást mutatja és jellemzi a mérésekkel meghatározható hiszterézishurok. Számunkra most az a lényeges, hogy a tekercsen átfolyó áramnak a 3. ábrán megszerkesztetthez hasonló lefutást kell mutatnia, ami oszcilloszkópon ellenőrizhető. (4. ábra).

Végül vizsgálat tárgyává téve a *kondenzátort* is, azt találjuk, hogy ha papírszigetelésű kondenzátorról van

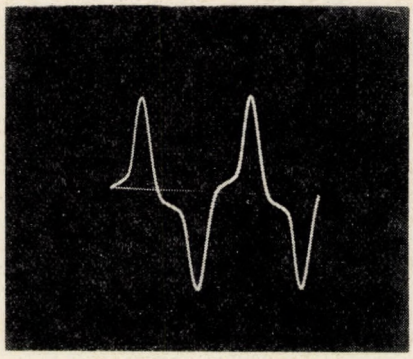


2. ábra. Az indukciós tekercsen átfolyó áramerősség időfüggése a tekercsre kapcsolt szinuszos váltófeszültség esetén, hiszterézis nélkül

szó, akkor lineáris áramerősség—feszültség karakterisztikát kapunk. Feltehető, hogy Somogyi tanár úr szintén ilyen kondenzátort használt. Megjegyezzük, hogy ma már készítenek olyan kondenzátorokat is, főleg nagy kapacitás létrehozása miatt, amelyekben ún. ferroelektromos



3. ábra. Az indukciós tekercsen átfolyó áramerősség időfüggése a tekercsre kapcsolt szinuszos váltófeszültség esetén, hiszterézist is feltételezve



4. ábra. A vasmagos tekercsen átfolyó áramerősség időbeli lefutása szinuszos feszültség rákapcsolása esetén. Oszcilloszkópról készült felvétel

anyag (pl. báriumtitanát) a szigetelő és ezek szintén nem lineáris karakterisztikával rendelkeznek.

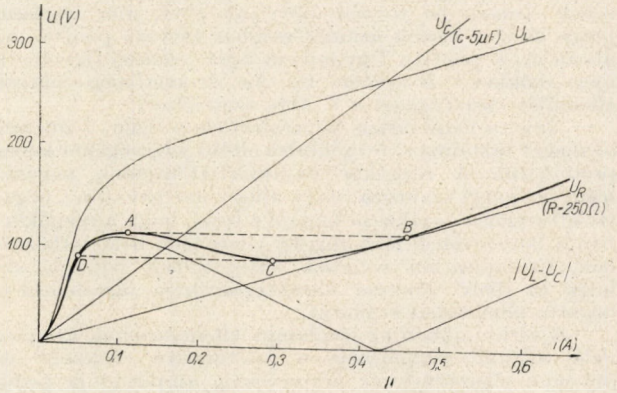
Továbbá, ma már nagyon gyakran használt nem lineáris kapcsolási elemek az elektroncsövek és a félvezetők. Az ilyen nem lineáris kapcsolási elemeket is tartalmazó áramköröket és a bennük lejátszódó jelenségeket a nemlineáris elektrotechnika tárgyalja.

Vizsgáljunk most már a továbbiakban olyan soros *RLC* kört, amely nem lineáris elemet is tartalmaz. Egyelőre az izzólámpa helyett vegyünk egy egyszerű lineáris karakterisztikájú ellenállást. Legyen az önindukciós tekercs a nem lineáris elem.

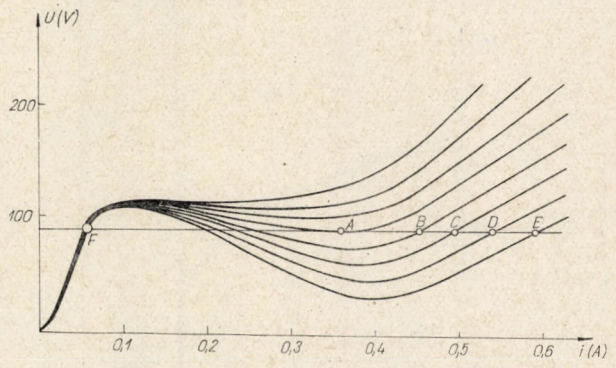
Szerkesszük meg egy ilyen rezgőkör áramerősség—feszültség karakterisztikáját! Az 1. ábrán adott a tekercsre jellemző görbe, a kondenzátor és az ohmos tag karakterisztikái pedig egyenesek, melyek akár számolással is meghatározhatók. Az 5. ábra mindhárom kapcsolási elem jelleggörbéjét szemlélteti az $n = 50$ Hz hálózati frekvencia esetén. Az áramerősség és feszültség közti fázisviszonyok miatt a kör eredő feszültség-amplitúdóját az

$$U_0 = \sqrt{U^2 + (U_L - U_C)^2} \qquad (1)$$

kifejezés adja, ahol U_0 a körre kapcsolt feszültség amplitúdója, U_R, U_L és U_C pedig az egyes elemeken levő feszültségek amplitúdói akkor, ha a körben éppen az U_0-hoz tartozó I_0 amplitúdójú áram folyik. Az egyes kapcsolási elemek karakterisztikáinak segítségével (1) alapján kiszámolható vagy akár megszerkeszthető a



5. ábra. A soros *RLC* kör egyes elemeinek és a belőlük álló rezgőkörnek az áramerősség—feszültség karakterisztikája. A kondenzátor és az ohmos ellenállás lineáris elemek



6. ábra. A soros *RLC* kör különböző R értékekhez tartozó áramerősség—feszültség karakterisztikái

teljes *RLC* kör karakterisztikája. A 6. ábrán különböző R értékekhez tartozó jelleggörbék láthatók, amelyeket a fenti módon számolhatunk ki.

Ezekről az ábrákról most már igen érdekes dolgok olvashatók le. Mindenek előtt rögtön feltűnik, hogy a kisebb R-ekhez tartozó görbéknek van olyan szakasza, amelyekhez negatív iránytangensű érintő húzható. Emiatt a feszültség és az áramerősség közti kapcsolat nem egyértékű kapcsolat. Vannak olyan feszültségértékek, amelyekhez 3 áramérték is tartozik rögzített R esetén.

Gyakorlatilag ez azt jelenti, hogy ha kezdjük növelni a külső feszültség amplitúdóját, akkor egy bizonyos feszültségnél az áramerősség eléri a görbe lokális maximumhelyét, amit az 5. ábrán A-val jelöltünk. Ezután növekvő áramhoz csökkenő feszültség tartozna. Igen ám, de a külső feszültséget fixen tartjuk, az áram nem tudja végigfutni a görbe negatív iránytangensű szakaszát. Ehelyett, ha a feszültséget még növeljük egy kissé, az

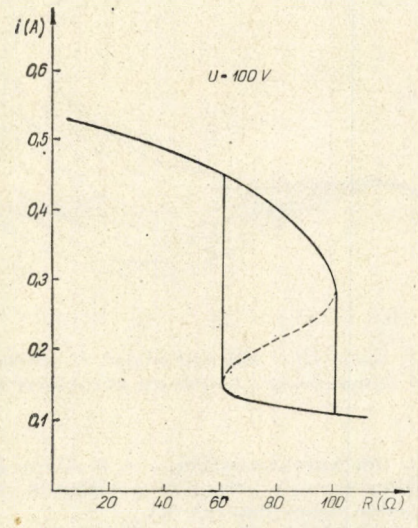
áramerősség hirtelen felugrik az 5. ábra B pontjába. Utána már minden megy rendesen tovább. Ha most csökkenő feszültségnél vizsgáljuk az áramerősséget, akkor teljesen hasonló meggondolás miatt az áramerősség a C pontból hirtelen ugrással lecsökken a D pontnak megfelelő értékig.

Ugyanilyen áramerősség-ugrás következik be akkor is, amikor rögzített feszültség esetén az R ellenállást változtatjuk. Hogy ezt megérthessük, nézzük a 6. ábrát. Válasszuk a feszültséget akkorának, hogy az éppen érintse a görbesereg egyik tagját az A pontban. Ha kis R-ekről elindulva fokozatosan növeljük az ellenállást, akkor az áram amplitúdója folytonosan csökkenve éri el az E, D, C, B, és A pontbeli értékeket. Az A pontban azonban végeszakad az áramerősség folytonos csökkenésének. Innen, ha tovább növeljük R-et, már ugrással megy át egy kisebb áramerősséghez tartozó pontba, az ábrán az F pontba. Ugyanilyen ugrásjelenség figyelhető meg csökkenő R esetén is. Az áramerősség—ohmos ellenállás összefüggést a 7. ábra szemlélteti.

Íme, a nemlineáris kapcsolási elem ilyen, a lineáris elemeket tartalmazó rezgőkörtől eltérő jelenségeket képes produkálni. A rezgőkör karakterisztikájának negatív iránytangensű szakasza, vagy ahogy azt nevezik, „negatív ellenállású" szakasza lehetővé teszi, hogy a rezgőkörben a bevezetőben leírt rezgési jelenségek bekövetkezzenek. Csillapítatlan rezgések létrejöttének feltétele az, hogy az illető rendszer karakterisztikája tartalmazzon negatív ellenállású szakaszt.

Kísérletünkben az izzólámpa ellenállásának áramtól való függése szolgáltatja a folytonosan csökkenő és növekvő ellenállást, az áramerősség amplitúdója pedig közben elvégzi a fent leírt ugrásokat. Természetesen úgy kell beállítani a feszültséget és a vasmagos tekercs záróvasmagját, hogy éppen olyan ellenállásnál legyen az ugrás, amivel az izzólámpa is rendelkezik.

Kövessük egy rezgés lefutását! Kezdetben az izzólámpa izzószála hideg, kicsi az ellenállása. Emiatt nagyobb áram folyik a körben. A nagyobb áram fel-



7. *ábra.* Az áramerősség—ohmos ellenállás összefüggése soros RLC kör esetén

melegíti az izzószálat és emiatt megnő az ellenállása, de akkor lecsökken, méghozzá ugrással az áramerősség. Emiatt az izzószál lehűl, ismét kicsi lesz az ellenállása, az áram újra felugrik. És a jelenség kezdődik elölről. Mivel itt az áramerősség nem folytonosan változik, ezért nem áll be az egyensúly, és fenn tud maradni a rezgés.

Meg kell azt is jegyezni, hogy az izzólámpa alkalmazása azért különösen előnyös, mert ellenállása függ ugyan az áramerősségtől, de csak közvetve. Az ellenállás csak a hőmérséklettől függ. A szál hőmérséklete nem követi időkésés nélkül az áramerősséget. Kell idő, amíg a szál felmelegszik és kell idő, míg a szál lehűl. Ha ez nem volna így, akkor nem kapnánk rezgést. Ha olyan ellenállást alkalmaznánk az izzólámpa helyett, ami szigorúan az áramerősségtől függ, akkor beállna egy egyensúlyi helyzet. Tehát az izzólámpa hőtehetetlensége jelentős szerepet játszik a jelenség létrejöttében.

Ezek után a bevezetőben említett egyéb részletekre is válaszolhatunk már. Ha a kapacitás nagyságát megváltoztatjuk, lehet, hogy már nem kapunk negatív ellenállású szakaszt a karakterisztikán. Vagy ha kapunk is esetleg olyan ellenállás-tartományban, amely már távol van az izzólámpa ellenállásától.

A tekercs záróvasmagjának elmozdításával változik a felvillanások időegységre eső száma. Ez magyarázható úgy, hogy a vasmag eltolásával úgy változtatjuk a karakterisztikát, hogy az áramerősség amplitúdójának ugrása kisebb értékű lesz, így az izzószálnak kevesebbet kell hűlnie, ezáltal szaporodik a felvillanások száma.

A körre kapcsolt feszültség amplitúdójának változtatásával szintén változik a felvillanások frekvenciája. Ez ugyanúgy magyarázható, mint a vasmag mozgatásakor fellépő frekvenciaváltozás.

A levélben említés történik arról is, hogy ha hosszabb ideig működött a szerkezet, akkor hosszabb idő után megváltozott a felvillanások időegységre eső száma. Ez valószínűleg amiatt következik be, hogy megváltozott az izzószál hősugárzása és gyorsabban vagy lassabban hűlt le a kívánt értékre. Az is előfordulhatott, hogy a tekercs felmelegedése miatt megnőtt saját ohmos ellenállása, vagy a vasmag felmelegedése miatt megváltozott kissé az önindukciós tekercs karakterisztikája. Végül, mivel az egész jelenség nagyon erősen függ a hálózati U_0 feszültségamplitúdótól, bizonyos hálózati feszültségingadozások is az észlelt villogási frekvencia ingadozásaihoz vezethetnek.

A jelenséget matematikailag is igazolni tudjuk W. Thomson és Kirchhoff által közölt eljárás szerint.

Egy soros RLC kör esetén azt kapjuk: (MKSA egységrendszerben)

$$\frac{d\Phi}{dt} + \frac{e}{C} + Ri = U_0 \sin \omega t. \tag{2}$$

Itt Φ a tekercs fluxusát jelöli, e a kondenzátor töltését és i a körben folyó áramot. U_0 a rákapcsolt feszültség amplitúdója. Természetesen Φ, e és i az idő függvénye. Ezt az egyenletet idő szerint differenciálva kapjuk:

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = U_0\,\omega \cos \omega t. \tag{3}$$

Itt már feltételeztük, hogy R és C függetlenek i-től, tehát lineáris kapcsolási elemek. Ha még azt is feltesszük, hogy

$$\Phi = Li, \tag{4}$$

és L = konstans, akkor a jól ismert másodrendű lineáris differenciálegyenlet adódik, aminek a megoldását nem részletezzük.

Mi most azt az esetet vizsgáljuk, amikor R és C állandók, de (4) nem állítható, tehát az indukciós tekercs nem lineáris. Ehhez ismernünk kell a $\Phi(i)$ függvényt. Mivel U_0 arányos Φ_0-lal, az 1. ábrán levő görbét $\Phi(i)$-nek is tekinthetjük. Ezt a görbét jól megközelíti az

$$i = a\Phi + b\Phi^3 \tag{5}$$

egyenletű görbe. Nyilván azért is célszerű ezt a közelítő függvényt alkalmazni, mert ezzel majd egy viszonylag könnyen kezelhető egyenlet adódik.

Mivel (5)-ből a $\Phi(i)$ kapcsolat explicite körülményesen fejezhető ki és $i(t)$ nem egyszerű függvény (lásd 3. ábra) a (3) alatti egyenletet célszerű Φ-re megadni. (5)-ből

$$\frac{di}{dt} = (a + 3b\Phi^2)\frac{d\Phi}{dt}. \tag{6}$$

Helyettesítsük (5)-öt és (6)-ot (3)-ba, továbbá vezessük be a következő jelöléseket:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a}{C}} \tag{7}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega_0} \tag{8}$$

$$\delta = \frac{Ra}{2\omega_0} \tag{9}$$

$$\lambda = \frac{b}{a} \tag{10}$$

$$E_0 = U_0 \frac{\omega}{\omega_0} \tag{11}$$

$$\tau = \omega_0 t \tag{12}$$

Megfelelő átrendezés után adódik:

$$\frac{d^2\Phi}{d\tau^2} + 2\delta(1 + 3\lambda\Phi^2)\frac{d\Phi}{dt} + \Phi + \\ + \lambda\Phi^3 = E_0 \cos \alpha\tau \tag{13}$$

Ez az egyenlet az $(1 + 3\lambda\Phi^2)$ együttható miatt még nem kezelhető egyszerűen, ezért ezt az együtthatót az adott esetben mindig megbecsüljük. Kísérletünkben $\Phi \approx$ $\approx$ 1 Vsec esetén kaptuk az ugrásjelenségeket. Ha a és b értékét numerikusan meghatározzuk, akkor λ-t kiszámíthatjuk. Ebben az esetben

$$1 + 3\lambda\Phi^2 \approx 10.$$

Így (13)-ból

$$\frac{d^2\Phi}{d\tau^2} + 20\,\delta\frac{d\Phi}{d\tau} + \Phi + \lambda\Phi^3 = E_0 \cos \alpha\tau \tag{14}$$

adódik.

Ennek az egyenletnek egy partikuláris megoldását

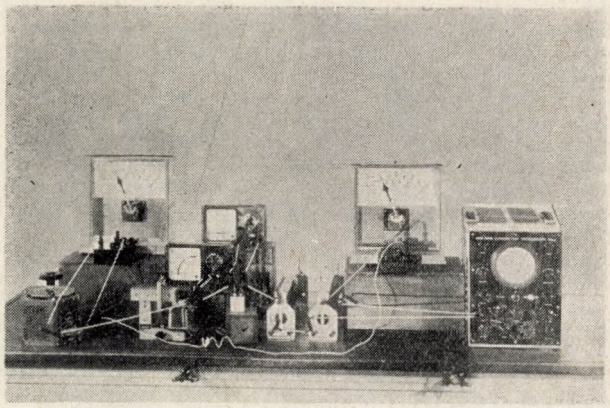
$$\Phi = \Phi_0 \cos(\alpha\tau + \varphi) \tag{15}$$

alakban kereshetjük, hiszen harmonikus feszültség harmonikus fluxust idéz elő a tekercsben. (15)-öt (14)-be helyettesítve a fluxus amplitúdójára kapunk egy feltételi egyenletet:

$$\left[(1 - \alpha^2)\Phi_0 + \frac{3}{4}\lambda\Phi_0^3\right]^2 + 400\,\delta^2\alpha^2\Phi_0^2 = E_0. \tag{16}$$

Ez az egyenlet Φ_0-ra egy harmadfokúra redukálható egyenlet, ami a paraméterek bizonyos értékei esetén Φ_0-ra három megoldást adhat. Ez pedig elvezet már az előzőkben ismertetett ugrásjelenségekhez.

A Φ_0 (R), a Φ_0 (U_0) vagy a Φ_0 (ω) görbéket numerikus számolással kaphatjuk (16)-ból. Az általunk megadott Φ_0 (R) görbe jól egyezett a mért görbével.



8. ábra. A mérésekhez használt kísérleti elrendezés

Végül néhány sorban foglaljuk össze a leírt jelenséggel kapcsolatos kísérleti megfigyelések módját.

Az egyes elemek karakterisztikáinak felvétele áram- és feszültségméréssel megoldható váltóáram felhasználásával. Itt nincs különösebb probléma. Ez bármely középiskolában elvégezhető.

A soros *RLC* kör áramerősség—feszültség karakterisztikájának felvétele ugyancsak áram- és feszültségméréssel történhet. Az elrendezésnek olyannak kell lennie, hogy a körben változtatható legyen az ellenállás és a feszültség amplitúdója. Ezen utóbbi mennyiség változtatására alkalmas módszer a potenciométeres feszültségosztás. Itt azonban problémát jelent az, hogy a potenciométer ellenállása is beleszámít a kör ellenállásába és emiatt nem tudjuk tetszőleges kicsinnyé tenni az ellenállást. Célszerűbb a feszültségváltoztatást egy toroid transzformátorral végezni. Ilymódon észlelhetővé válnak a jellegzetes ugrásjelenségek, amivel a problémaként jelentkező felvillanások érthetővé válnak középiskolás diákok előtt is. Az általunk használt kísérleti elrendezés a 8. ábrán látható.

IRODALOM

E. Philippow: Nichtlineare Elektrotechnik. Leipzig 1963. Akademische Verlagsgesellschaft.

K. M. Polivanov: Ferromágneses anyagok. Bp. 1960. Műszaki Könyvkiadó.

Konkoly Tihamér: Feszültségstabilizáló transzformátorok. Bp. 1966. Műszaki Könyvkiadó.

Radnai Gyula
Schuszter Ferenc
ELTE Kísérleti Fizikai Tanszék

KÖNYVSZEMLE

Balázs Tibor: AZ IZZÓLÁMPA TÖRTÉNETE
Akadémiai Kiadó

Társulatunk életében dr. Bródy Imre világhírű fizikus neve jelentős szerepet tölt be. 1950 óta évente ítéli oda a Társulat a fizika egy-egy kiváló művelőjének a róla elnevezett Bródy Imre díjat és e díj kiosztása minden alkalommal ünnepélyes és nyilvános megemlékezés kíséretében, társulati rendezvényen történik.

Külön meg kell emlékeznünk vele kapcsolatban arról az igen értékes tudománytörténeti munkáról, mely az Akadémiai Kiadó gondozásában jelent meg Balázs Tibor tollából, „A tudományos kutatástól az ipari gyártásig, az izzólámpa története nyomán" címmel.

E könyv — többek között — behatóan foglalkozik azzal a nagyjelentőségű kutató munkával, melyet dr. Bródy Imre a kryptonlámpa felfedezése és kidolgozása során kifejtett s amellyel öregbítette a hazai fizikai tudomány és ipar nemzetközi hírnevét.

Balázs Tibor e kutató munkának ismertetéséhez gondosan felvázolja, hogyan állott a tudományos alapkutatás és alkalmazott kutatás abban az időben, amikor dr. Bródy hozzáfogott alkalmazott kutatásaihoz.

A könyv külön fejezetet szentel dr. Bródy Imrének. Ebben — igen helyesen — úgy méltatja őt, mint a máso-

dik világháború előtti évtizedek egyik nagy magyar fizikusát. Eötvös Lórándnak, Társulatunk névadójának tanítványáról leírja, hogy a Tudományegyetemen matematikát és fizikát hallgatott, majd 1919-ben tanársegéd lett a fizika tanszéken. Innen kényszerűségből távozott és a göttingai egyetemre került, Max Born professzor mellé. A thermodinamika terén igen mélyreható ismereteket szerzett és azok alapján vált lehetségessé, hogy Max Bornnal együtt ő dolgozza ki a kristályrács thermodinamikájáról szóló munkát, ami a Zeitschrift für Physikben jelent meg. (Balázs Tibor igen gondos irodalmi hivatkozási rendszerrel egészítette ki könyvét, ezért e helyen nem is látszik szükségesnek az irodalmi hivatkozásokra való kitérés.) Bródy rövidesen a Zeitschrift für Physik szerkesztője lett és e tevékenysége révén közvetlenül kapcsolatba került az európai fizika jelentős művelőivel.

Leírja Balázs a továbbiakban, hogy Bródy 1923-ban tért haza és lépett be az Egyesült Izzólámpa és Villamossági R. T. kutató laboratóriumába, mely Pfeifer Ignác egyetemi tanár vezetése alatt állott. Jól követhető a könyvben, hogy hogyan folytatott Bródy más kutatókkal (Dr. Millner Tivadar, dr. Schmid Rezső, dr. Kőrösy Ferenc, Theisz Emil) közösen alapkutatásokat, miközben részt vett a kutató laboratórium több technológiai kutatásában is, hozzájárulva egyes gyártási folyamatok tökéletesítéséhez. Igen helyesen mutat rá Balázs, hogy a fizikai alapkutatások segítették hozzá később (1929-től) Bródyt ahhoz, hogy az izzólámpa területén alkalmazott kutatásait megindíthassa és megfelelő eredményekhez is eljuttassa.

Ismerteti a továbbiakban a szerző Bródy alkalmazott kutatásait is. Rámutat, hogy az izzólámpa gazdaságosságának fokozására az egyetlen járható út az izzószál hőmérsékletének növelése s hogy ezzel kapcsolatban Bródy milyen úton indult el: azt vizsgálta, hogy az argonnal töltött izzólámpák hatásfoka miért jobb a nitrogéntöltésűekénél. Az okok keresésénél többféle hipotézisből indult ki, de sem az argon kisebb hővezetőképességéből, sem a wolframnak argonban való csökkent diffúziójából kiinduló hipotézise nem állott összhangban egyéb thermodinamikai számításainak eredményével. Így mindkét hipotézisét fel kellett adnia.

Végre is, hosszas irodalmi kutatás után a thermikus diffúzió jelenségéből, — melyet Chapman egy tételéből merített — tudta Bródy megmagyarázni a tapasztalt hatásfokjavulást. Itt a szerző idézi Bródy saját szavait: „Az argon fölényének helyes magyarázatát hosszas kutatás után Chapman következő tételében találtam meg: Ha egy gázkeverékben térbelileg hőmérsékletkülönbség áll fenn, s a gázkeverék túlnyomóan könnyű gázból áll, amelyhez kis mennyiségben egy nehéz gáz van keverve, akkor a nehéz gáz a hidegebb hely felé áramlik. Ezt a jelenséget termikus diffúziónak hívják. Ez lényegesen más, mint a közönséges diffúzió, ami abból is látszik, hogy míg a közönséges diffúzió töménységi különbségek kiegyenlítésére törekszik, addig a termikus diffúzió gyakran töménységi különbségeket okoz. E tétel helyességéről kísérletileg is meggyőződtünk Theisz Emil kartársammal. A termikus diffúzió érvényesülésére a gáztöltésű izzólámpa úgyszólván tökéletes körülményeket nyújt. A Langmuir-féle filmben kb. egy milliméter távolságon kb. 2100 °C hőmérsékletkülönbség áll fenn (az izzószál hőmérséklete 2700° C. abs, a gáztéré 600° C.abs.) A kistöménységű nehéz gáz ebben az esetben az izzószálról elpárolgó wolfram, amelynek molekulasúlya lényegesen nagyobb (186), mint az argoné (40) vagy a nitrogéné (28). A termodiffúzió az elpárolgó wolframatomokat a Langmuir-film külső határfelületére viszi, onnan azután a konvektív gázáramlás magával ragadja, s az üvegfalhoz viszi, ahol lecsapódnak. Ez a folyamat tehát — éppúgy, mint a közönséges diffúzió — az izzószál anyagának pusztításával a lámpa feketedését és kiégését okozza. Ennek alapján már érthető, hogy miért javítja annyira a lámpát a nitrogénnek argonnal való helyettesítése. A nitrogén molekulasúlya 28, az argoné 40, tehát az argon súly tekintetében közelebb áll a wolframhoz, mint a nitrogén, ezért a termikus diffúzió romboló hatása kisebb argonban, mint nitrogénben. Ez a felismerés, hogy a gáztöltésű izzólámpa élettartamát jelentékeny részben a termikus diffúzió szabja meg, vezetett arra a gondolatra, hogy olyan töltőgázt kell használni, amelynek molekulasúlya lehetőleg nagy. Akkor ugyanis adott szálhőmérséklet mellett a lámpa élettartama növekszik. Ha pedig a szál hosszát és átmérőjét stb.-t célszerűen választjuk, akkor a szál izzási hőmérsékletét felemelhetjük anélkül, hogy a lámpa élettartamát csökkentenénk."

Így jutott el Bródy a kryptontöltés gondolatához. Leírja Balázs könyve azt is, hogyan kísérletezett Bródy előbb héliumtöltéssel, majd végül kryptonnal.

Ugyancsak jelentős teret szentel a szerző annak a kitartó, szívós és eredményes tudományos és szervező munkának, amellyel Bródy és munkatársai nemcsak hogy meghatározták, mennyi a levegő kryptontartalma, hanem kidolgozták a kryptonnak a levegőből való nyeréséhez szolgáló gazdaságos eljárást is, megint csak thermodinamikai megfontolásokból kiinduló elméleti munkájuk alapján.

Követhető a könyvből az a küzdelem is, amelyet Bródy és az Egyesült Izzólámpa és Villamossági R.T. a külföldi szaktekintélyekkel és cégekkel folytatott és amelynek eredménye a hazai kryptongyártás megalapozása és megindítása volt.

Balázs Tibor könyvében igen szép emléket állít dr. Bródy Imrének s ugyanakkor világos képet ad arról is, hogyan kapcsolódik össze az általa végzett alapkutatás, alkalmazott kutatás és technológiai kutatás úgy, hogy azok együttes eredménye jól szolgálhassa és szolgálja is a magyar ipar fejlődését. Dr. Bródy fizikusi pályafutása, — melyet 1945-ben bekövetkezett tragikus mártírhalála derékban szakított ketté — Balázs könyvének segítségével még ismertebbé válhat és tanulságaival lelkesítő például szolgálhat a hazai fizikus gárda számára.

L. Gy.