308.684
MTA

CSILLAGÁSZATI LAPOK

5. évfolyam 1942 1-2. szám

WODETZKY JÓZSEFNEK

hetvenedik születésnapjára

A KIR. MAGY. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT
CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI
DETRE LÁSZLÓ ÉS LASSOVSZKY KÁROLY
BUDAPEST

CSILLAGÁSZATI LAPOK

A KIR. M. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

MEGJELENIK NEGYEDÉVENKÉNT

Szerkeszti
DETRE LÁSZLÓ és LASSOVSZKY KÁROLY

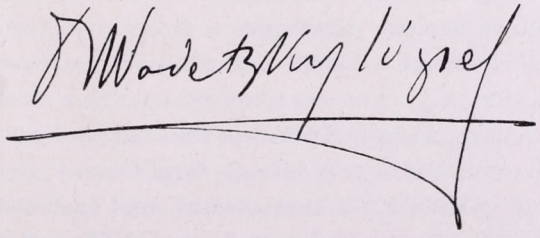
5. évfolyam 1942 1-2. szám

TARTALOM

LASSOVSZKY KÁROLY: Wodetzky József hetvenedik születésnapjára 3
DETRE LÁSZLÓ: Wodetzky József irodalmi működése 6
BALÁZS JÚLIA: Szoros kettőscsillagok..... 12
CSADA IMRE KÁROLY: A sarki fény elmélete 21
GUMAN ISTVÁN: A gömbhalmazok szerkezete..... 34
HAÁZ ISTVÁN BÉLA: Krakoviánok és matrixok szorzása..... 39
KOLBENHEYER TIBOR: A Tejútrendszer dinamikája 50
KULIN GYÖRGY: Pályajavítás a bolygó földtávolságának és a sebességnek variációjával 62
PALUGYAY GYÖRGY: Az ókínai csillagászat és a kínai naptár..... 68
STROMMER GYULA: A Föld forgásának változása és az időmérés ... 82
PONORI THEWREWK AURÉL: Az óegyiptomiak csillagászatáról 94
TOLMÁR GYULA: Az intersztelláris abszorpció vizsgálatának alapja.. 102

WODETZKY JÓZSEFNEK

hetvenedik születésnapjára



CSILLAGÁSZATI LAPOK

A KIR. M. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT
CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

5. évfolyam 1942 1-2. szám

Megtisztelő feladat számomra, hogy a CSILLAGÁSZATI LAPOK *emez ünnepi számához, melyet a hetvenedik életévét betöltő* WODETZKY JÓZSEF *professzor úr tiszteletére tanítványai írtak, bevezető sorokat írhatok. A csillagászati szakosztály kiadásában megjelenő folyóiratunk e száma nemcsak a szakosztály tiszteletbeli elnökének és a magyar csillagászat nesztorának szól, hanem elsősorban a tanítványaitól nagyrabecsült tudósnak és a tanítványoktól szeretett professzornak. Mély tiszteletünk és őszinte ragaszkodásunk kifejezése ez a füzet, melyet most szerencsekívánságainkkal átnyujtunk.*

Éppen három évtizede, hogy WODETZKY JÓZSEF *egyetemi működését megkezdte és így közvetlenül befolyt a magyar csillagász-nemzedék kiképzésébe. 1912-ben mint tanársegéd kezdte meg működését, rövidesen adjunktus az Egyetemi Kozmográfiai Intézetben és 1914-ben az elméleti csillagászat magántanára. 1934-ben meghivták a budapesti tudományegyetemre a csillagászat nyilvános rendes tanárának. Bár előzőleg néhány évet meghivásra, mint a fizika professzora, a debreceni egyetemen töltött, ezek az évek nem akasztják meg csillagászati tudományos munkásságának folytonosságát, amit ebbe az időbe eső számos értekezésének a megjelenése, valamint az állandó szoros kapcsolat bizonyit, melyet a csillagászat külföldi és hazai művelőivel fenntart. Tovább szerkeszti a* STELLA *folyóiratot és a* STELLA ALMANACHOT, *e két kiadványát csillagászati szakosztályunk elődjének, a* STELLA CSILLAGÁSZATI EGYESÜLETNEK, *melynek egyik alapitója és ügyvezető-titkára. A budapesti katedra elfoglalásának külön jelentőséget ád az a körülmény, hogy ez a tanszék évtizedek óta betöltetlen volt. S örvendetes eredménye az a fiatal csillagász-nemzedék, mely a katedra betöltőjének tanítványaiból keletkezett.*

Wodetzky József egyetemi tanulmányait részben Párisban végezte s azok az évek, melyeket mint a Sorbonne-nak és a College de France-nak hallgatója Párisban töltött, kitörülhetetlen nyomot hagytak benne s bizonyára erősen hozzájárultak, hogy különösen a csillagászatnak a felsőbb matematikával operáló elméleti része, nevezetesen az égi mechanika, majd később a relativitástan foglalkoztatták. Bizonyára nem tévedünk, ha azt hisszük, hogy magas színvonalon tartott egyetemi előadásai közül is az ily tárgyúak neki a legkedvesebbek. Gazdag tudományos irodalmi tevékenységéről a következő lapokon hozott irodalmi összeállítás ád áttekintő képet, itt csak néhány legfontosabb tanulmányára mutatunk rá.

A ζ Cancri-rendszerről még 1909-ben megjelent mélyreható dolgozatában a háromtest problémáját tárgyalja és kimutatja, hogy a ζ Cancri mozgásának megmagyarázására nem szükséges egy láthatatlan negyedik komponenst feltételezni, hanem hogy az a háromtest-probléma egy periodikus megoldásának az esete. A holdmozgás variációjáról szóló értekezésében az addigiaktól eltérő és szemléletesebb levezetését adja a Hold-elmélet alapját képező Hill-féle egyenleteknek. Ezt követi aztán a relativitáselméletbe vágó számos dolgozata, melyekben végeredményben ahhoz a megállapításhoz jut, hogy a közönséges Newton-féle gravitációs elmélet a közönséges euclidesi térben azokhoz az eredményekhez vezet, melyek a relativitáselmélet egyes eredményeivel pontosan megegyeznek. Egyik dolgozatában utal arra, hogy a világtérben szétszórt égitestek össztömegének perturbáló hatással kell lennie a bolygók mozgására s ennek perihélium-eltolódásban kell megnyilvánulnia. Ha ilyen effektust ki lehetne mutatni, akkor fontos következtetést vonhatnánk a Naprendszernek a világtérben való helyzetére. E dolgozat hatása alatt Gleich kísérletet tett a bolygók ismeretes perturbációképleteire támaszkodva meghatározni a Galaktika tömegközéppontjának az irányát, Wodetzky pedig egy további tanulmányában levezeti, hogy a bolygók kozmikus perihélium-mozgása arányos a bolygók keringési idejével. Az ilymódon a Merkurra kapott érték ugyan sokkal kisebb a ténylegesnél s így a Leverrier-féle eltérést nem lehet a Galaktika össztömege perturbáló hatásának tudni be, de a tanulmány a Newton-féle tömegvonzás segítségével egy újabb hatást magyaráz meg, melyet a relativitástan a véges Riemann-féle tér geometriai hatásának tulajdonít. Több dolgozatában foglalkozik Wodetzky a színképvonalak eltolódásával s egy Mohorovičić-csel közösen írt tanulmányában az emissziós elméletre támaszkodva levezeti, hogy a klasszikus fizika is

ugyanazt az eltolódást adja és ugyanabban a formában, mint a relativitástan. E probléma még több értekezésének a tárgyát képezi. Ezek és egyéb, a Newton-törvény érvényességéről, a Laplace-féle invariabilis síkról, a ballisztikus pályákról, a különböző sűrűségű égitestek potenciáljáról és sok másról szóló egyéb eredeti és a szerző kiváló matematikai készséget bizonyító, mélyenszántó tanulmánya főkép az ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN*-ben és a Szent István Akadémia, részben a debreceni Tisza István tudományos társaság kiadványai sorában és egyebütt jelentek meg. Irói termékenysége már kiadványainak nagy számából is kitetszik. Két könyvalakban megjelent munkája, «Az üstökösök» és «A világegyetem szerkezete» nagy elterjedtségnek örvend. Szerkesztésében jelent meg a Természettudományi Társulat centennáris nagy könyvsorozatának csillagászati kötete, melynek két fejezetét is ő írta.*

Tudományos érdemei elismeréséül a Szent István Akadémia matematikai és természettudományi osztálya elnökévé és tiszteleti taggá, a Természettudományi Társulat csillagászati szakosztálya tiszteletbeli elnökévé, a jugoszláviai csillagászati társaság tiszteletbeli taggá választja. Számos más tudományos egyesület alapító és választmányi tagja. A debreceni tudományegyetem orvoskara két ízben dékánjává választotta.

Örömünkre szolgál, hogy az ünnepelt lankadatlan munkakedvvel és frisseséggel dolgozik tovább s bízunk benne és szívből kívánjuk, hogy ez a munkakedv és munkakészség, párosulva a legjobb egészséggel, tartson még nagyon sokáig mindnyájunk őszinte örömére, a csillagászat hasznára és a magyar tudomány dicsőségére!

Lassovszky Károly

WODETZKY JÓZSEF IRODALMI MŰKÖDÉSE

Összeállította: *Detre László.*

Az alábbiakban csak azokat a munkákat soroljuk fel, amelyek tudományos folyóiratokban jelentek meg, míg napilapokban megjelent cikkeket figyelmen kívül hagyunk. Rövid referátumok, könyvismertetések, nekrológok apró betűkkel vannak szedve. A felsorolás sorrendje időrendi. A használt rövidítések: AN = Astronomische Nachrichten; P. d. M. = Periodico di Matematica; Batt. G. = Giornale di matematiche de Battaglini per il progresso degli studi nelle universita Italiana; MFL = Matematikai és Fizikai Lapok; Szt. I. A. = A Szent István Akadémia IV. természettudományi osztályának értekezései; TITT = A Debreceni Tisza István Tudományos Társaság II. (orvosi és természettudományi) osztályának munkái; MKK = Magyar Katonai Közlöny; BKL = Bányászati és Kohászati Lapok; Stel. = Stella Folyóirat; Stel. Al. = Stella Almanach; TTK = Természettudományi Közlöny; PTTK = Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz; MKL = Magyar Kémikusok Lapja.

A három test problémája és a ζ Cancri rendszere. MFL *18.* 51—84 o. 1909.

A ködrianásokról. TTK *41.* 641—4. o. 1909.

A Merkur tengelykörüli forgása. TTK *41.* 226 o. 1909.

Üstökösök. A Természettudományi Társulat kiadása. 192 oldal, 72 képpel, 8°. 1910.

A Halley-üstökös spektrálanalíziséről. MKL *1.* 4, 5, 6. szám, 6 oldal. 1910.

Kettős és többszörös csillagok. TTK *42.* 857—75. 1910.

A Mars állítólagos «csatornái». TTK *42.* 526—34. 1910.

A Nap-parallaxis legújabb értéke. PTTK *42.* 50—52. 1910.

A Neptunon-túli bolygók. TTK *42.* 25—33. 1910.

A Halley-üstökös a Föld közelében. TTK *42.* 179—183. 1910.

Az állócsillagok hőmérséklete. TTK *42.* 184. 1910.

A Halley-üstökös útja a csillagok között. TTK *42.* 263—4. 1910.

Az üstökösök ciántartalma és kimutatásának megbízhatósága. TTK *42.* 480. 1910.

A Halley-féle üstökös csóvájának elgörbülése. TTK *42.* 480. 1910.

Sulle catacaustiche della parabola per raggi parallelli. P. d. M. *8.* 309—11. 1911.

A Hold-mozgás variációja. MFI. *20.* 40—46 és 106—127. 1911.

A fény színszórása a világtérben. TTK 43. 1—16. 1911.

Jupiter nyolcadik holdjáról. TTK *43.* 61—63. 1911.

Az 1910*c* üstökös és Faye üstökösének azonossága. TTK *43.* 49—51. 1911.

A Hold felületének fotochemiai tanulmányozása. TTK *43.* 403. 1911.

Miért látjuk a fölkelő és lenyugvó Napot nagyobbnak. TTK *43.* 542. 1911.

Kicsiny tömeg mozgása a Nap körül a gravitáció és a fény nyomásának együttes hatása alatt. TTK *43.* 651. 1911.

A Föld alakja. TTK *43.* 64. 1911.

Note sur deux intégrales définies. Batt. G. *49.* 378—380. 1912.

Előzetes jelentés a kissármási gázkitörés alkalmával fellépett erőkről. BKL *54.* 82—91. 1912.

A kissármási gázkitörés fizikája. BKL *54.* 533—538. 1912.

A sármási gázkút mellett történt robbanásról. TTK *44.* 329—30. 1912.

Napóra felállítása. TTK *44.* 344. 1912.

Az 1912 április 17-i napfogyatkozás. TTK *44.* 323—6. 1912.

A kezdő délkörök története. TTK *45.* 215—6. 1913.

A Naprendszerhez tartoznak-e az üstökösök? TTK *46.* 33—35. 1914.

Megmagyarázhatatlan eltérések a Hold mozgásában. PTTK *46.* 88—90. 1914.

A változó csillagok forgása. TTK *46.* 83—84. 1914.

A Plejádok köde. TTK *46.* 126—7. 1914.

Újabb megfigyelések a Jupiter alkatáról. TTK *46.* 210—11. 1914.

A meteorrajok összefüggése a Halley-üstökössel. TTK *46.* 281—2. 1914.

A Tejút fekete foltjai. TTK *46.* 357—8. 1914.

A világ legnagyobb tükörteleszkópja. TTK 46. 464—5. 1914.

A Venus tengelyforgásáról. TTK *46.* 527—8. 1914.

A Saturnus gyűrűi. TTK *46.* 554—7. 1914.

Az égitestek alakja és belső szerkezete közötti összefüggés. TTK *46.* 593. 1914.

Az η Aquilae változó csillagról. TTK *47.* 61. 1915.

Újabb megfigyelések a Mars légköréről. PTTK *47.* 73. 1915.

Pont mozgása a Föld belsejében. TTK *48.* 676—7. 1916.

Scheiner: Populäre Astrophysik fordítása. A Természettudományi Társulat kiadása. 1916.

Változó csillag változó színképpel. TTK *49*. 706—7. 1917.

A Nap útja a világtérben. PTTK *49*. 105. 1917.

A nebulium atómsúlya. PTTK *49*. 189. 1917.

A legközelebbi állócsillag. PTTK *49*. 189. 1917.

Az égitestek belső hőmérséklete. PTTK *49*. 190. 1917.

Az Encke-üstökös visszatérése. PTTK *49*. 190. 1917.

A Nova Aquilae 3-ról. TTK *50*. 487—90. 1918.

Az állócsillagok rendszere és a kinetikai gázelmélet. PTTK *50*. 99—100. 1918.

Perpetuum mobile a Naprendszerben. TTK *50*. 487—90. 1918.

Új elmélet a Nap fizikai alkatáról. TTK *51*. 321—2. 1919.

Mars-megfigyelések. TTK *51*. 51—52. 1919.

A Hold fotometriájáról. TTK *51*. 52. 1919.

A Venus tengelykörüli forgása. TTK *51*. 52. 1919.

Új tapasztalati képlet a bolygók távolságára. TTK *51*. 337. 1919.

A Hold fizikai librációja. PTTK *51*. 68. 1919.

A magyar csillagászat történetéhez. TTK *52*. 383. 1920.

Az 1919 május 29-i napfogyatkozás és a relativitástan. TTK *52*. 304—6. 1920.

A csillagok belső szerkezete és a modern atomelmélet. TTK *52*. 344—53. 1920.

Óriás- és törpecsillagok felismerése a színképből. TTK *52*. 310—11. 1920.

A katonai térképek vetületéről. MKK 1920. 429—436. o.

Feltűnő változás a Hold Linné-kráterében. TTK *52*. 166. 1920.

Új csillag a Hattyú csillagképben. TTK *52*. 310. 1920.

Változó csillagok megfigyelése fotoelektromos úton. TTK *52*. 310. 1920.

Földrajzi hosszúságmeghatározás repülőgép segítségével. TTK *52*. 311. 1920.

Sugárzó nyomás a Nap környezetében. TTK *52*. 311—2. 1920.

A Merkur perihélium mozgása és a relativítástan. TTK *53*.281—4. 1921.

Új üstökös. TTK *33*. 44 és 187. 1921.

Érdekes új kisbolygó. TTK *53*. 44. 1921.

Berichtigung zu G. W. Hills Abhandlung «On intermediate orbits». AN *214*. 15. 1921.

Az állócsillagok tömege és a Nap mozgásának célpontja. TTK *53*. 113. 1921.

El nem tolódó kalciumvonal a csillagok színképében. TTK *53*. 188—9. 1921.

A Pons-Winnecke-üstökös. TTK *53*. 189. 1921.

A Jupiter kilencedik holdja. TTK *53*. 298—9. 1921.

A relativitás-elmélet és a Fraunhofer-féle vonalak eltolódása. TTK *53*. 365. 1921.

Az Andromeda-köd forgása. TTK *53*. 365—6. 1921.

A ködfoltok távolsága. TTK *54*. 113. 1922.

Über Lichtstrahlenkrümmung, Spektrallinienverschiebung und Krümmungsradius des Universums im Anschluss an Poisson. AN *217*. 397—404. 1922.

A Venus légköre. TTK *54*. 250. 1922.

A Laplace-féle invariábilis síkról TITT *1*. 21—35. 1924. Francia nyelvű összefoglalás u. o. 35—36. o.

Coppernicus születésének négyszázötvenedik évfordulója. TTK 55. 147—8. 1923.

Mekkora a világ terjedelme? TTK *55*. 56—57. 1923.

A relativitástan csillagászati bizonyítékainak kritikája. Szt. I. A. *1*. 8. sz. 1923. Székfoglaló előadás 1922 dec. 15-én.

Megjegyzés a Newton-féle törvény érvényességi határához. Szt. I. A. 1924 febr. 22-én tartott előadás.

A színkép-eltolódás relativista elméletéről. TITT *II*. 1—8. 1925. Német nyelvű összefoglalás u. o. 15—16. o.

Relativitás-elmélet és csillagászat. Stel. Al. 1925-re. *1*. 155—169 o.

Zur Frage der sogenannten Rotverschiebung der Spektrallinien. AN *223*. 233—6. 1925. (S. Mohorovičič-csel közösen.)

Zur Integration der Bewegungsleichungen der abarischen Materie. AN *227*. 225—30. 1926.

Hugo von Seeliger. Stel. Al. 1926-ra. *II*. 335—7. Nekrolog.

Bólyai János és a relativitás-elmélet. TTK *58*. 214. 1926.

Csillagrendszerek. Stel. Al. 1926-ra. *II*. 220—17. Német összefoglalás 363—4. o.

Csillagáramlások. Stel. *1*. 15—21. 1926.

Spirális ködfoltok távolságára és mozgására vonatkozó újabb mérések. Stel. *1*. 47—49. o.

A Daniel- (1907 IV) üstökös színképéről. Stel. *1*. 50—51. 1926.

A Nap hidrogénörvényeinek mibenléte. Stel. *1*. 89. 1926.

A napsugárzás ingadozása. Stel. *1*. 89—90. 1926.

A Hörbiger-féle ú. n. glaciális kozmogóniáról. Stel. *1*. 93—94. 1926.

A Sirius kísérője és a relativitás hipotézise. Stel. *1*. 124—6. 1926.

Kis ködfoltok a Coma Berenicesben és a Virgoban. Stel. *1*. 128. 1926).

A Világegyetem szerkezete. Budapest, 1926. Szt. István Könyvek 50. sz. 146 oldal. 1926.

Kíváló matematikusok és fizikusok. (Könyvsimertetés.) Stel. *I.* 135. 1926.

A csillagok hőmérsékletének mérése. TTK 59. 627—31. 1927.

Laplace. Halálának századik évfordulójára. Stel. Al. 1927-re. *III.* 93—108. (Németül 249—53 o.)

Ismeretlen eredetű vonalak az égitestek színképében. Stel. Al. *III.* 204—10. 1927.

Newton. Halálának kétszázadik évfordulójára. Stella *II.* 1—11. 1927.

A mellékbolygók (holdak) kritikus távolságairól. Stel. II. 23—4. 1927.

A Hold 20″ évszázadonkénti eltérésének magyarázata. Stel. *II.* 25. 1927.

Kozmogóniai elméletek. Stel. *II.* 35—42, 83—89, 116—122 o. 1927.

Az éterről. Stel. Al. *IV.* 113—132. Német összefoglalás 269 o. 1928.

A csillagászati precíziós fotográfia néhány irányáról. (F. Schlesinger értekezésének fordítása angolból.) Stel. *II.* 8—26. 1928.

A fénysebesség újabb kísérleti megállapítása. Stel. *II.* 47—8. 1928.

Érdekes spektroszkópiai kettőscsillag. Stel. *III.* 50. 1928.

A kozmikus perihélium-mozgásról. Stel. Al. *V.* 145—153 o. 1929. (Német kivonat u. o. 314 o.)

A debreceni egyetemen csillagvizsgáló épül. Stel. *IV.* 36. 1929.

Az évszakok tartama és az időegyenlet. Stel. Al. *VI.* 204—13. (Német összefoglalás u. o. 329 o.) 1930.

Gerold von Gleich: Einsteins Relativitätstheorie und physikalische Wirklichkeit. (Könyvismertetés.) Stel. *VI.* 107—11. 1931.

A csillagos ég 1934-ben. TTK *66.* 635. 1934.

Radó v. Kövesligethy. AN *255.* 99. 1935. Nekrolog.

Az üstököspályák valódi alakja. TTK *67.* 437—8. 1935.

Új üstökös. TTK *67.* 532. 1935.

Ballisztikus trajektóriák a három-test-problémában. Szt. I. A. *20.* 64—66. 1935. 1934 ápr. 20-án tartott előadás.

Az üstökös pályák valódi alakja. Szt. I. A. *20.* 61—63. 1935. 1935 okt. 11-én tartott előadás.

A csillagos ég 1935-ben. TTK *67.* 39, 92, 134, 183, 250, 296, 348, 394, 443, 488, 537 és 590 o.

Erőtér az égitestek belsejében. Szt. I. A. *21.* 1—8. 1936. 1936 okt. 16-án tartott előadás.

Megjegyzés a változó görbületi sugarú világtér és a Hubble-féle fenomén összefüggéséhez. Szt. I. A. *21.* 9. 1936. 1936 nov. 27-én tartott előadás.

Új csillag feltünése. TTK *68.* 374. 1936.

Érdekes új kisbolygó. PTTK *68.* 93. 1936.

A Tejút kora. PTTK *68.* 140. 1936.

A csillagos ég 1936-ban. TTK *68.* 43, 100, 155, 203, 265, 331, 379, 441, 491, 550, 660.

Tájékozódás a csillagos égen. Természettud. Társulat kiadása. 1937. 45 oldal, 2 térképpel.

A Gergely-naptár bevezetésének 350 éves évfordulója hazánkban. TTK *69.* 11—18. 1937.

Két új szupernova csillag. TTK *69.* 561—2. 1937.

A csillagos ég 1937-ben. TTK *69.* 41, 95, 151, 215, 298, 347, 396, 459, 572, 617, 686.

Zur kosmologischen Deutung der Friedmannschen Gleichungen. AN *267.* 127—32. 1938.

Über die Definition der Syzygien. Aus einer Sammlung von Ed. Mahler von seinen Freunden, Kollegen und Schülern gewidmeten Schriften. 1938. 374—8.

Az égitestek mozgása. A Csillagos Ég 427—455. o. 1938.

Kozmológia és kozmogónia. A Csillagos Ég. 456—474. o. 1938.

A csillagos ég 1938-ban. TTK *70.* 55, 119, 183, 245, 329, 393, 457, 524, 588, 651, 713, 776.

Gerold von Gleich. Nekrolog. AN *266.* 63. 1938.

A Mars bolygó a Föld közelében. BUVÁR *V.* 485—491. 1939.

A csillagos ég 1939-ben. TTK *71.* 58, 117, 184, 250, 328, 395, 459, 521, 557, 589, 622, 674.

A naptár. TTK *72.* 1—16. 1940.

Csillagos esték. A Term. Tud. Társulat kiadása. 27 o. 1940.

A csillagos ég 1940-ben. TTK *72.* 31, 58, 11, 157, 188, 220, 252, 310, 345, 379, 408, 456.

A csillagos ég 1941-ben. TTK *73.* 28, 61, 91, 136, 268, 300, 332, 396, 429, 461, 491, 548.

Megjegyzés a Doppler—Fizeau-féle elvhez. Előadás a Szt. István Akadémia IV. mennyiségtani és természettudományi osztályában 1942 febr. 13-án. Sajtó alatt.

A csillagos ég 1942-ben. TTK. *74.*

SZOROS KETTŐSCSILLAGOK

Irta: *Balázs Júlia.*

A kettős és többszörös csillagok mozgása mindenkor az égi mechanika legérdekesebb problémái közé tartozott. A kettőscsillagok mozgása, ha a komponensek elég messze vannak egymástól, tiszta kéttestprobléma, pályájuk meghatározása a megfigyelésekből elég egyszerű. Lényegesen bonyolultabbak a viszonyok, ha a komponensek egymáshoz közel vannak s árapály-torzulást és a tengelyforgástól keletkező belapultságot is tekintetbe kell venni. A hármas rendszerek mozgása rendszerint a háromtest probléma egy speciális eseteként értelmezhető, minthogy általában a komponensek közül kettő közel marad egymáshoz s a harmadik mindkettőtől távol. Tehát csak abban különbözik a probléma a holdak elméletétől, hogy mindhárom tömeg nagyságrendje egyenlő. Legérdekesebb hármas rendszer a ζ Cancri, melynek problémáját WODETZKY oldotta meg klasszikus vizsgálatában.[1] SEELIGER-rel szemben, aki negyedik, láthatatlan komponenst tételezett fel,[2] kimutatta, hogy a háromtest problémában is találhatók olyan periódikus megoldások, melyek analógok ζ Cancri mozgásával. Nemrégen BROWN[3] adott általános megoldást a hármas rendszerekre. Az eddig kifejtett holdelméleteket ugyanis csak akkor lehetett közvetlenül alkalmazni a hármas rendszerekre, ha a pályaexcentrumosságok és hajlások kicsinyek. BROWN általános megoldásának mellékeredménye, hogy a Hold perigeum-mozgására a megfigyelésekkel teljesen egyező eredményre jutott.

Az alábbiakban csak a szoros kettőscsillagokkal foglalkozunk. Ezeknek már a mozgásuk is érdekes probléma, még nagyobb jelentőségük azonban abban van, hogy segítségükkel empirikus következtetéseket tehetünk a csillagok belső szerkezetére. Tágabb párok megfigyelésére ma is a fonálmikrométer az egyetlen standardműszer, mert a fotografiát csak a legtágabb párokra lehet alkalmazni, az interferométer pedig nem váltotta be a hozzáfűzött reményeket.

[1] WODETZKY J.: A három test problémája és a ζ Cancri rendszere, 1909. Math. és Fiz. Lapok *18.* 51—84.

[2] H. SEELIGER: Abh. d. K. Bay. Ak. d. Wiss. II. 17. 1. Abt. 1888.

[3] E. W. BROWN: The Stellar problem of three bodies. M. N. 97. 56., 62., 116., 388., 704. 1936.

A szoros kettőscsillagokat azonban spektrográffal, és amennyiben okkultáció áll be, fotometriai módszerekkel vizsgáljuk. Az utóbbiaknak bizonytalansága erősen megnehezíti az elmélet kellő alkalmazását.

Az apszisvonal és a felszálló csomó mozgása. Vizsgáljuk először egy m_2 tömegű pontszerű égitest mozgását m_1 tömegű szféroidalakú égitest körül. Mint ismeretes, egy szféroid potenciálja így írható.:[1]

$$V = f\frac{m_1}{r}\left[1 - k\,I_1/r^2 + l\,I_2/r^4 + \ldots\right] \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

ahol

$$I_1 = \sin^2\delta - \frac{1}{3}; \quad I_2 = \frac{35}{12}\sin^4\delta - \frac{5}{2}\sin^2\delta + \frac{1}{4} \quad \ldots \quad (2)$$

δ a pont deklinációja a szféroid egyenlítőjére vonatkoztatva, k és l konstansok, melyek a szféroid lapultságától és a belső sűrűség eloszlásától függnek és pedig

$$K = \alpha^2\,(\varepsilon - 0{\cdot}5\,\sigma)$$

ahol α a szféroid nagy egyenlítői sugara, ε a meridiánmetszet lapultsága: $\varepsilon = (\alpha - \gamma)\,\alpha$ (γ a poláris sugár) és σ a centrifugális és nehézségi erő viszonya az egyenlítőn. CLAIRAUT egy tétele szerint $\varepsilon - 0{\cdot}5\,\sigma$ értéke 0 és $0{\cdot}75\,\sigma$ között van.[2]

V-ben elhanyagolva a harmadik tagot, a közönséges kéttestproblémától az eltérést a következő perturbáló függvény adja:

$$R = fm_1\left(\varepsilon - \frac{1}{2}\sigma\right)\frac{\alpha^2}{3r^3}\,(1 - 3\sin^2\delta) \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

A konstansok variációja szerint a szekuláris háborgatás a perihélium hosszában, ω-ban:[3]

$$\frac{d\omega}{dt} = n\left(\frac{\alpha}{a}\right)^2\left(\varepsilon - \frac{1}{2}\sigma\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

ahol n a közepes mozgás, a a pálya félnagytengelye. A perihélium hossza tehát állandóan nő. Ha P a keringési idő, P' az apszisvonal mozgásának periódusa

$$P/P' = \frac{\alpha^2}{a^2}\left(\varepsilon - \frac{1}{2}\sigma\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

[1] F. TISSERAND: Traité de Mécanique Céleste. I. 59. 63. II. 209—10.
[2] U. o. I. 202—5.
[3] U. o. IV. 537.

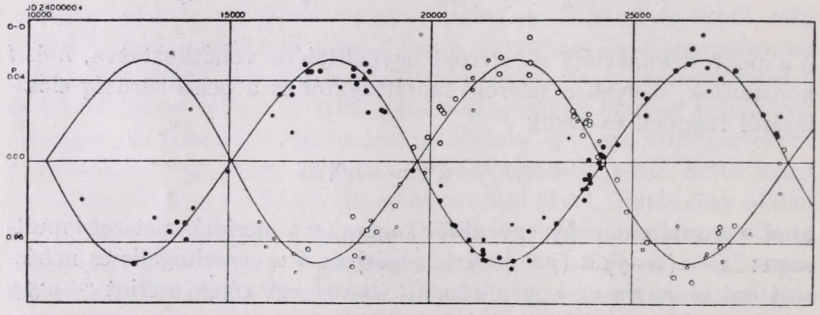
A felszálló csomó, Θ perturbációja pedig, ha e a pályaexcentrumosság, i a pályahajlás a szféroid ekvatoriális síkjához képest[1]

$$\frac{d\Theta}{dt} = -n\left(\frac{\alpha}{a}\right)^2\left(\frac{m_1}{m_2+m_1}\right)\left(\varepsilon - \frac{1}{2}\sigma\right)\frac{\cos i}{(1-e)^{3/2}} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

A felszálló csomó mozgása tehát retrográd.

Két egymás körül keringő szféroid esetében az apszismozgás periódusa első közelítésben[2]

$$P/P' = \frac{1}{a^2}\left\{\alpha_1^2(\varepsilon_1 - 0{\cdot}5\sigma_1) + \alpha_2^2(\varepsilon_2 - 0{\cdot}5\sigma_2)\right\} \quad . \quad . \quad (8)$$



A főminimum (pontok) és a mellékminimum (körök) idejének eltérése a lineáris elemektől GL Carinae födéses változónál. Abscissa: idő, julián napokban; ordináta: eltérés a periódus tört részeiben. Az eltérések a két minimumra ellentétes előjelűek, emiatt változik a két minimum közti időintervallum.

De a csillagok alakjának a gömbtől való eltéréséhez a tengelyforgáson kívül az árapályerők is hozzájárulnak. Russel szerint, ha a keringési idő egyenlő és ha a komponensek egyenletesen forognak, vagyis a forgás szögsebessége az egész csillagban ugyanakkora, első közelítésben

$$P/P' = K_1\frac{\alpha_1^3}{a^5}\left(1 + 7\frac{m_2}{m_1}\right) + k_2\frac{\alpha_2^3}{a^5}\left(1 + 7\frac{m_1}{m_2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Az apszisvonal és a felszálló csomó mozgása legegyszerűbben a födéses változóknál állapítható meg. Az apszisvonal mozgása következtében változik a fő- és mellékminimum közti időintervallum, vagy ha csak egyik födés észlelhető, a födés ideje periodikusan eltér lineáris

[1] G. Shajn: The movement of the line of nodes in spectroscopic binaries and variables, and its consequences. Ap. J. *57*. 129. 1923.

[2] H. N. Russel: On the advance of periastrou in eclipsing binaries M N *88*. 641. 1928.

elemekkel számított értékétől. A felszálló csomó mozgása következtében pedig változik a pálya hajlása a látóirányhoz, bár (7)-ben maga i változatlan marad. Utóbbit eddig még nem sikerült megfigyelések útján egyetlen rendszerben sem kimutatni. Periodikus periodusváltozásokat azonban több födéses változónál észleltek. Mint KOPAL kimutatta,[1] ezeket nem lehet úgy magyarázni, hogy a rendszer egy harmadik komponens körül kering, mert ennek tömegére lehetetlenül nagy érték adódna. Ha az apszisvonal mozgásával magyarázzuk, akkor $\varrho_c/\bar{\varrho}$-re 6 és 46 közötti értéket kapunk a különböző csillagokból. Spektroszkópiai vizsgálatok hiányában azonban nem lehet bizonyosra venni, hogy a periodusváltozásokat így lehet interpretálni. Biztos kritériumot erre csak akkor kapunk, ha mindkét minimum észlelhető.

A megfigyelési anyag szigorú kritikai vizsgálata alapján csak *Y* Cygninél és *GL* Carinae-nél mutatható ki minden kétséget kizáróan az apszisvonal mozgása[2] és pedig az előbbinél $P'/P = 5400$, utóbbinál 3800. A rendszerekre vonatkozó adatokból (9) alapján $\varrho_c/\bar{\varrho} = 16$, illetve 20 adódik, szemben az Eddington-féle modellel, melyre $\varrho_c/\bar{\varrho} = 54{\cdot}4$.

Nem szabad szem elől téveszteni azonban, mint arra különösen KLAUDER a figyelmet fölhívta,[3] azokat a feltevéseket, amelyek mellett a (9) formula érvényes. Igy igen valószínű, hogy a csillagok forgási sebessége befelé növekszik. De ha tetszőleges és egyenlőtlen tengelyforgást engedünk meg, akkor az apszismozgás jóformán minden csillagmodellel egyezésbe hozható. Ha csak rotációs szimmetriát tételezünk fel u. i., akkor általánosságban

$$P/P' = \frac{3}{2}\frac{\alpha^2}{a^2}\frac{\Delta T}{\alpha^2 m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

ahol ΔT az egyenlítői és a sarki tehetetlenségi momentum közötti különbség. Tehát két egyenlő tömegű és sugarú test ugyanolyan hatást vált ki, ha ΔT mindkettőre ugyanakkora. De egy aránylag lassan forgó homogén testre ΔT ugyanakkora lehet, mint egy részben vagy egészben gyorsan forgó tömegre, amelyben a sűrűség erősen nő a középpont felé.

Ismeretes, hogy a Merkur periheliummozgását már régebben megkísérelték ugyanezen az úton magyarázni, (l. pl. TISSERAND loc. cit. IV. 536—7), t. i., hogy a Nap egyenlítői és poláris tehetetlenségi

[1] Z. KOPAL: Über die periodischen Korrektionsglieder der Elemente von Bedeckungsveränderlichen und ihre physikalische Deutung. A N *258*, 393, 1935.

[2] W. J. LUYTEN: On the apsidal motion in binary stars. Minnesota Publ. Vol II. No. 2. 1935 és H. SHAPLEY, H. H. SWOPE: Eclipsing binaries with apsidal motion. Harvard Bull. 909. 1938.

[3] H. KLAUDER: Über den inneren Aufbau von Bedeckungsveränderlichen. A. N. 255. 1. 1935.

momentuma különböző. De a hipotézist csakhamar elvetették, mert a Nap korongján nem észlelhető lapultság. De ha a forgássebesség befelé erősen nő, ΔT jelentős lehet, anélkül, hogy ez a napfelület belapultságát vonná maga után. Mint KLAUDER kiszámította, ha a Nap belső sűrűségeloszlására az Eddington-féle, a forgási sebesség befelé való növekedésére pedig JEANS elmélete által megkövetelt értékeket vesszük, a Merkur periheliummozgását sikerül a Newton-féle gravitációs törvények segítségével is megmagyarázni.

A komponensek alakja, A szoros kettőscsillag-konponensek belső szerkezetére a komponensek alakjából is lehet következtetni. Mivel födéses változóknál a komponensek ellipticitására a fénygörbe alakjából következtetni lehet, a megfigyelési anyag a komponensek alakjára lényegesen nagyobb, mint az apszismozgásra. Amellett a probléma elméletileg is elég jól ki van dolgozva, ami különösen CHANDRASEKHAR érdeme.[1]

Szoros kettőscsillag-rendszerben a komponenseknek a gömbalaktól való eltérése részben a tengelykörüli forgástól, részben az egymásra gyakorolt árapályerőktől származik. CHANDRASEKHAR a problémát polytrop gázgömbökre vizsgálta, vagyis feltételezte, hogy ha a csillag nem végez tengelyforgást és nem lenne valamelyik másik égitest erőterében, belsejében a sűrűségeloszlást az ú. n. Emden-féle differenciálegyenlet

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^2\frac{d\Theta}{d\xi}\right) = -\Theta^n \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

írja le és minden pontban az összenyomás (P) a sűrűséggel a

$$P = K\varrho^{1+\frac{1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

egyenlet szerint függ össze. A polytrop gázgömböket n, az ú. n. polytrop-index értéke szerint osztályozhatjuk.

CHANDRASEKHAR először azt vizsgálta, hogyan változik meg a polytrop gázgömb belsejében a sűrűségeloszlás és hogyan változik meg a csillag felületének alakja, ha elkezd állandó, nem nagy ω szögsebességgel rotálni. Az eredmények szerint minél nagyobb a sűrűsödés a középpont felé, annál jobban nyúlik az egyenlítői sugár és rövidül a sarki sugár. De érdekes, hogy az egyenlítői sugár megnyúlása sokkal gyorsabban nő a centrális sűrűsödéssel, mint ahogyan rövidül a sarki sugár.

[1] S. CHANDRASEKHAR: The equilibrium of distorted polytropes I. The rotational problem. M. N. 93. 390—405. 1933. II. The tidal problem. u. o. 449— 01. III. The double-star problem. u. o. 539—574. IV. The rotational and the tidal distortions as functions of the density distribution. u. o. 539—574.

Az árapály-torzulást CHANDRASEKHAR azon feltevéssel számítja ki, hogy a komponensek közepes sugarának a távolságukhoz való viszonyának, V-nek ötnél magasabb hatványait elhanyagolhatjuk. Ezen feltevés mellett mindegyik komponens egyensúlyi alakját úgy tárgyalhatjuk, mintha a másiknak egész tömege a középpontjában volna egyesítve. Ez a feltevés megengedhető, kivéve igen szoros kettőscsillagokat.

Ilyen közelítéssel az árapály és a forgási disztorzió egyszerűen összegeződik. A meridiánmetszet lapultságára, ε-ra $\left(\varepsilon = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha}\right)$ CHANDRASEKHAR a következő formulát kapta

$$\varepsilon = \frac{3}{2}\frac{m_2}{m_1} v_1^3 \left(\Delta_2 + \frac{5}{12}\Delta_4 v_1^2\right) \ldots\ldots\ldots (13)$$

ahol Δ_2 és Δ_4 a polytropindex függvényei és pedig

n	1	1·5	2	3	4
Δ_2	1·51985	1·2892	1·1482	1·0289	1·00267
Δ_4	1·1205	1·0562	1·0231	1·00281	1·00014

A megfigyelések csak a két komponens közepes ellipticitását adják, holott általában a komponensek különböző alakúak. WALTER kimutatta, hogy a közepes ellipticitás, e egyenletesen fényes korongok esetén így fejezhető ki a komponensek ellipticitásával:

$$e^2 = L_1 e_1^2 + L_2 e_2^2 + \frac{3}{4} L_1 L_2 (e_1^2 - e_2^2)^2 \ldots\ldots (14)$$

ahol L_1 és L_2 a komponensek fényessége, az összfényességet (L_1+L_2)-t egységnek véve. A négyzetes tag általában elhanyagolható. Ha az ellipticitás kicsi, azaz $\alpha \sim \gamma$, írhatjuk

$$e^2 = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha} \cdot \frac{\alpha + \gamma}{\alpha} = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha} \frac{2\alpha}{\alpha} = 2\varepsilon \ldots (15)$$

(13)-ból és (14)-ből, ha utóbbiban a négyzetes tagot elhanyagoljuk, kapjuk

$$e^2 = 3\Delta_2 \left[L_1 \frac{m_2}{m_1} v_1^3 + L_2 \frac{m_1}{m_2} v_2^3\right] + \frac{5}{4}\Delta_4 \left[L_1 \frac{m_2}{m_1} v_1^5 + L_2 \frac{m_1}{m_2} v_2^5\right] \ldots (16)$$

Mint a fenti tabellából láthatjuk, Δ_4 értéke nem nagyon függ a polytropindextől és általában 1-től nem nagyon tér el. Ezért a csillagok belső állapotát Δ_2-vel jellemezhetjük, és (16)-ból, ha $\Delta_4 =$ $= 1$-et írunk:

$$\Delta_2 = \frac{5}{12} \frac{e^2 - L_1 \frac{m_2}{m_1} v_1^5 - L_2 \frac{m_1}{m_2} v_2^5}{L_1 \frac{m_2}{m_1} v_1^3 + L_2 \frac{m_1}{m_2} v_2^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

A jobboldalon csupa megfigyelésből meghatározható mennyiség van és Δ_2 értékéből következtethetünk n-re. Ennek a formulának levezetésénél hallgatólagosan föltételeztük, hogy n mindkét komponensre ugyanaz. Ezért KOPAL (17)-et csak olyan rendszerekre alkalmazta, ahol a két komponens tömege és spektruma ugyanaz.[1]

Arra az érdekes eredményre jutott, hogy főágbeli csillagokra vonatkozólag a $\varrho_c/\bar{\varrho}$ hányados annál nagyobb, minél későbbi a spektráltípus. Különben a polytropindexre 0·5 és 1·0 közötti értékek adódnak, akárcsak az apszisvonal mozgásából.

Nagy hátrányuk azonban a CHANDRASEKHAR-féle vizsgálatoknak is, hogy csak egyenletesen forgó csillagokat vesz tekintetbe. Amellett nagyon kétséges, hogy a csillagok belső szerkezete jellemezhető-e egyáltalán polytrop gázgömbökkel, amelyekre CHANDRASEKHAR vizsgálatai vonatkoznak. THÜRING kimutatta, hogy az elhanyagolások következtében a kapott ellipticitások értéke 10%-kal kisebb.[2] Ennek a hibának azonban nincs nagy jelentősége a megfigyelésekből adódó e értékek bizonytalansága mellett.

A fődolog, ami ezekből a vizsgálatokból adódik, hogy a csillagok belső sűrűségeloszlása más és más a Russell-diagrammban elfoglalt helyzetük szerint. Egyebet egyelőre aligha lehet következtetni, már a megfigyelési anyag bizonytalansága miatt sem. Amellett az ellipticitás meghatározásánál igen nagy szerepe van a szélek felé való sötétedésnek és a reflexiós effektusnak is, ezeket pedig az elmélet igen bizonytalan feltevések mellett szolgáltatja. Végül meg kell említeni azt is, hogy a komponensek alakja nem egészen szféroid, holott e-nek a fénygörbéből való meghatározásánál ezt a föltvést kell tenni.

A polytropindexre kapott kis értékek, illetve az empirikus és a teoretikus ϱ_c/ϱ-értékek közti nagy különbséget minden valószínűség szerint az okozza, hogy az elmélet csak gömbalakú, nem rotáló csillagokra van kidolgozva, a valóságban pedig a csillagok tengelyük körül forognak és szoros kettőscsillagok esetén még ennél is fontosabb az árapálydeformáció következtében beállható struktúraváltozás. Ez

[1] Z. KOPAL: On the internal constitution of eclipring binaries I. M. N. *96*. 854—862. 1936. II. M. N. *97*. 646—655. 1937.

[2] B. THÜRING: Beiträge zur Theorie rotierender Sterne. A. N. *253*. 73. 1934.

a körülmény igen frappánsan mutatkozik a csillagok hidrogéntartalmának meghatározásával.

EDDINGTON és STRÖMGREN módszert dolgoztak ki a csillagok hidrogén tartalmának kiszámítására.[1] A hidrogéntartalomra tulajdonképen a közepes molekulasúlyból lehet következtetni, ezt lehet kiszámítani EDDINGTON és STRÖMGREN módszerével, ha ismerjük a csillagok fényességét, tömegét és sugarát. Ezek az adatok természetesen elsősorban a kettőscsillagok komponenseire vonatkozólag ismeretesek. STRÖMGREN ki is számította számos ilyen csillag hidrogéntartalmát.

Feltűnő volt a számításeredmények között az a rendkívül csekély hidrogéntartalom, mely némelyik Algol-csillag halvány komponensére adódott. Ezeknek a halvány komponenseknek anyaga igen ritka és emiatt a főcsillag nagy tömege erős árapály-deformációt idéz rajtuk elő.

WALTER szerint[2] ez a két jelenség szorosan összefügg egymással. A kettőscsillag-komponensek árapályára vonatkozólag végzett számításai szerint a legnagyobb deformáció esetében, mely létrejöhet, a nagy- és kistengely aránya 4:5. STRÖMGREN adatait használva kiszámította ezek után valamennyi szóbajöhető kettősrendszer komponens deformációját és összefüggést talált ezen deformációk és a számított hidrogéntartalom között.

A hidrogéntartalom és az árapály-deformáció közötti összefüggés azt jelentené, hogy a másik csillag vonzása a csillag kémiai összetételét befolyásolja. Ez azonban nyilván nem valószínű. Sokkal inkább arra kell következtetnünk, hogy a gömbalakú csillagokra levezetett formula, amelyből a hidrogéntartalmat meghatározzák, annál inkább érvényét veszíti, minél inkább eltér a csillag alakja a gömbalaktól.

A komponensek librációja. Mint a β Lyrae és *W* Ursae Maioris típusú födéses változók fénygörbéjéből kitűnik, a keringési idő megegyezik a komponensek forgási idejével. WALTER szerint, ha a pálya csak k csit is excentrumos, a komponensek sebessége nem állandó és a komponensek nagytengelye nem esik mindig össze a középpontjaikat összekötő egyenessel, hanem e körül kis lengéseket végez. Ezeknek a librációknak a periodusa is függ a $\varrho_e/\bar{\varrho}$ hányadostól. WALTER szerint több β Lyrae és WUMa-típusú csillag fénygörbéjében ki lehet mutatni a közepes fénygörbére szuperponálódó periodusos fényességingadozásokat, amelyeket ő ezeknek a librációknak tulajdonít.

[1] Lásd: CHANDRASEKHAR: An introduction to the study of stellar structure. 1939. p. 254—261.

[2] K. WALTER: Über das Masse — Leuchtkraft — Gesetz bei Berücksichtigung der Gezeitendeformation der Sterne Zf. Ap. 15. 315. 1938.

WALTER a probléma tárgyalásánál a komponensek alakját változatlannak veszi, holott azok a komponensek változó távolsága következtében állandóan változnak.

Az az idő, amely alatt a csillag alakja alkalmazkodik a külső gravitációs térhez, nagyjából ugyanakkora, mint a csillag szabad adiabatikus pulzációjának periódusa volna, ez pedig sokkal kisebb, mint egy körülötte keringő csillag keringési periódusa. Igy a csillagok alakja mindenkor a momentán gravitációs mezőnek megfelelőnek tekinthető és ebben az esetben a nagytengelyük mindenkor egybeesik a középpontjukat összekötő egyenessel.

Ilyen általánosságban COWLING tárgyalta a problémát.[1] Amíg WALTER analizise a libráció periodusára a keringési időnél nagyobb értékekre vezetett, az alakváltozások tekintetbevételével a libráció periodusára sokkal kisebb értékek adódnak. A födéses változók fénygörbéjében észlelt szabálytalanságok így igen valószínűleg megfigyelési hibáknak tudhatók be. Ez annál is valószínűbb, mert WALTER észleléseiben ezek mindössze néhány század magnitudót tesznek ki, ez pedig a hibahatáron belül van.

COWLING az apszisvonal mozgására olyan formulát kapott, amely a Russell-félétől, (9)-től annyiban tér el, hogy a 7-es faktor helyett mindkét helyre 16 kerül. Érdekes már most, hogy *Y* Cygni és *GL* Carinae-ra a megfigyelt apszis mozgásból COWLING formulája szerint lényegesen nagyobb érték adódik ϱ_c/ -ra, mint a Russell-formulából. De COWLING analizise sem tökéletes, mert ő is csak egyeneletesen forgó csillagokat vizsgált.

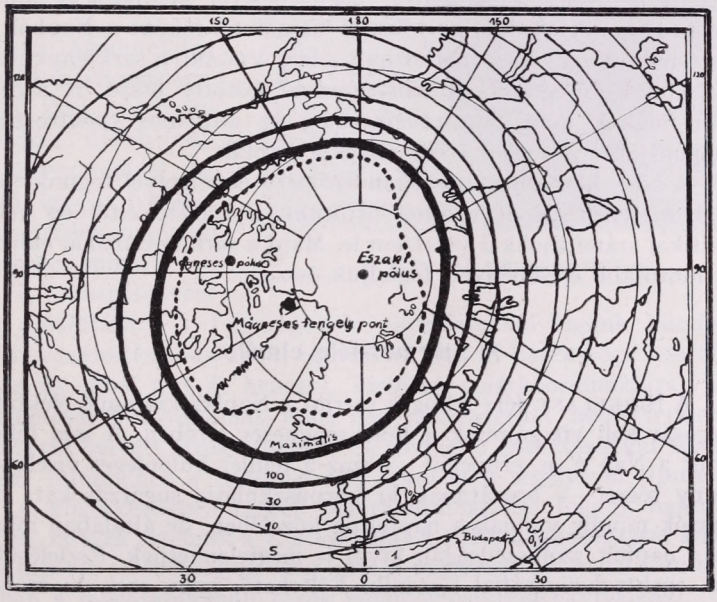
Mindenesetre a szoros kettőscsillagok mozgása és alakja mind az elmélet, mind a megfigyelés szempontjából rendkívül érdekes probléma. A fotoelektromos fotometriától, de főleg a fotoelektromos spektrálfotometriától igen sokat várhatunk a közeljövőben ezen a téren. De teljesen át kell dolgozni a födéses változók pályaszámítására és alakjuk meghatározására vonatkozó módszereket is, mert a jelenlegi ilyen módszerek szoros kettőscsillagoknál teljesen illuzórius eredményre vezethetnek.

[1] T. G. COWLING: On the motion of the apsidal line in close binary systems. M. N. 98: 734—744. 1938.

A SARKI FÉNY ELMÉLETE

Irta: *Csada Imre Károly*

A rendszeres sarkfénykutatás Hermann FRITZ nevéhez fűződik. Klasszikus munkájában[1] kb. 100 évre terjedő megfigyelések alapján megállapítja a sarkfény főbb típusait, geográfiai és időbeli eloszlását. Az északi féltekét az évenkint látható sarkfény átlagos száma szerint



1. ábra. Az északi fény geográfiai eloszlása (FRITZ szerint).

zónákra osztotta. (1. ábra.) Ezek a zónák nagyjából köralakúak és a mágneses pólust excentrumosan veszik körül. Az egyenlítőtől északra haladva a sarkfény gyakorisága nő, miglen maximumot ér el (évenkint

[1] H. FRITZ Das Polarlicht, Leipzig (1881).

száznál több estén látható sarkfény), ezentúl ismét csökken, úgyhogy a geográfiai pólus környékén sarkfény már egyáltalán nem látható. A maximális zóna középpontja kb. a geográfiai és a mágneses pólus között van, sugara 23°. Fritz továbbá összehasonlító grafikonokat készített a sarkfény a napfolt és a mágneses háborgások gyakorisága között, melyekből a sarkfény és a mágneses háborgások 11½ éves (napfolt) periódusa és a jelenségek szoros kapcsolata megállapítható volt. A vizsgálatok további kimélyítése BIRKELAND nevéhez fűződik, felállította a róla elnevezett sarkiényelméletet és elgondolásai alapján kísérleti úton jutott a maximális zóna létezéséhez. A sarkfény keletkezését a Napból jövő elektronokban látta, melyek a Föld légkörébe jutva azt ionizálják és ezáltal foszforeszkálást létesítenek. Elméletét STÖRMER mélyítette ki és emelte a mai exakt formájára. Sikerült a sarkfény főbb tulajdonságait megmagyaráznia, sőt annak a mágneses háborgásokkal fennálló kapcsolatát is megtalálta, sajnos azonban a sarkfény pontosabb eloszlásáról, megjelenéséről, alakjáról az elmélete nem tud számot adni. Míg STÖRMER vizsgálatai főként a Napból jövő elektronok mozgására vonatkoznak, addig VEGARD a sarkfénykutatást a felsőbb légrétegek tanulmányozásával kötötte össze. A sarkfény spektrumának vizsgálata révén pedig az általános spektroszkópia szempontjából is fontos eredményeket kaptak.

A következőkben elsősorban STÖRMER elméletével fogunk foglalkozni, melynek alapegyenleteit STÖRMER eljárásától eltérően vektoranalitikai számításokkal vezettem le. Majd a sarkfény fizikai elméletének fontosabb eredményeit foglaljuk össze.

A Störmer-féle elmélet.

A BIRKELAND-féle felfogás szerint a Napból kiáramló elektronok mozgását kell vizsgálnunk a Föld mágneses terében. A mai felfogás szerint a Nap ú. n. erupciói[1] — azaz a felület különleges viselkedésű kicsiny részei — bocsátanak ki korpuszkuláris sugárzásokat. Ilyen erupciók mindig vannak a napfoltok közelében, de általában magukban a napfolt szomszédságán kívül is megjelenhetnek. Észlelésük az ú. n. spektroheliográffal történik. Föltehető, hogy ezek az erupciók az egész félteret besugározzák (2. ábra), azonban csak a normális körüli kicsiny nyílású kúpban van számottevő erősségű sugárzás. Igy megegyezésben a tapasztalattal nem szükséges, hogy az erupció a Nap és a Föld középpontját összekötő egyenesbe essék, csupán a számottevő sugárzás kúpjában legyen a Föld.

[1] DEZSŐ: Folyamatos napészlelésekről. 4. Erupciók. Csillagászati Lapok, 3. évfolyam (1940), p. 81.

A mágneses térben mozgó elektromos töltés pályáját a Lorenz-féle erőtörvényből kapjuk, mely vektoriálisan: [1]

$$\mathfrak{K} = e\,[\mathfrak{v},\ \mathfrak{H}] \qquad (1)$$

hol e az elektromos töltés (pozitív vagy negatív) $\mathfrak{v}$ a sebesség, $\mathfrak{H}$ a mágneses tér intenzitása. Ebből kapjuk a mozgás egyik általános érvényű sajátságát u. i. :

$$(\mathfrak{K},\ \mathfrak{v}) = m\left(\frac{d\mathfrak{v}}{dt},\ \mathfrak{v}\right) = \frac{1}{2}\,m\,\frac{d}{dt}\,\mathfrak{v}^2 = e\,([\mathfrak{v},\ \mathfrak{H}],\ \mathfrak{v}) = o,$$

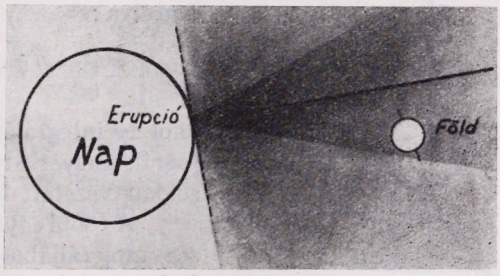
melyből :

$$\mathfrak{v}^2 = v^2 = \text{állandó} \qquad (2)$$

Azaz a mágneses térben az elektromos töltés egyenletes sebességgel halad. Igy az időparaméter helyett az ívhosszparamétert is használhatjuk :

$$ds = v\ dt$$

Störmer átmenetileg használt is ívhosszparamétert, de a végső integrálokat újabb változó bevezetésével fejezi ki, így az ívhosszparaméternek nagyobb jelentősége nincs.



2. ábra. Az erupció sugárzása.

A mozgásegyenletek előállítására a Lagrange-féle egyenletekből fogunk kiindulni. Störmer számításaiban az (1) egyenletet írta ki derékszögű koordinátákban és ebből tért át henger-, illetőleg polárkoordinátákra. Eme meglehetősen hosszadalmas, noha elvi nehézségeket nem tartalmazó számítások helyett áttekinthetőbb és rövidebb számításokkal sikerült az első integrálhoz a Lagrange-féle egyenletek segélyével eljutnom.[2]

A következőkben térbeli polárkoordinátákat fogunk használni (r, ϑ, φ), melyek értelmét a 3. ábra adja. A Föld mágneses terét közelítőleg dipólus terével adjuk meg, ami a mágneses potenciál Gauss-féle sorában a magasabbrendű tagok elhanyagolásával ekvivalens.

A Lorenz-féle erőtér nem konzervatív (nincs potenciálja), így a Lagrange-féle függvény nem a $T - V$ séma szerint képezendő, hanem :

$$L = T - e\,(\mathfrak{v},\ \mathfrak{A})$$

[1] [ ] jel vektori szorzat, ( ) jel skaláris szorzat.

[2] Megjegyzendő, hogy az (1) közvetlenül felírható térbeli polárkoordinátákban is, ekkor azonban lényegében Störmer eljárásához jutunk.

ahol T a kinetikus energia $\mathfrak{A}$ a mágneses tér ú. n. vektorpotenciálja, mely dipólusnál: [1]

$$\mathfrak{A}_r = 0, \quad \mathfrak{A}_\vartheta = 0, \quad \mathfrak{A}_\varphi = \frac{M \sin \vartheta}{r^2}$$

M a mágneses momentum. A Lagrange-féle függvény tehát :

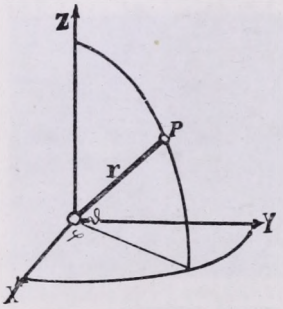
$$m\,(\dot{r}^2 + r\dot{\vartheta}^2 + r^2 \sin^2 \vartheta\, \dot{\varphi}^2) - e\frac{M \sin^2 \vartheta}{r}\,\dot{\varphi}$$

a Lagrange-féle egyenletek pedig :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial L}{\partial r} = 0, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}} - \frac{L}{\vartheta} = 0, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0$$

csupán a harmadik egyenletet használjuk fel, melyben a második tag zérus, mivel L nem függ φ-től, integrálva :

$$r^2 \sin^2 \vartheta\, \dot{\varphi} - e\frac{M \sin^2 \vartheta}{r} = 2\gamma \qquad (3)$$



3. ábra. Polárkoordináták.

ahol 2γ integrálási állandó. Ez az első integrál, melyet STÖRMER hoszszabb számításokkal vezetett le.

A többi egyenlet levezetéséhez a sebesség integráljából $\dot{\varphi}$-t kiküszöböljük, mikor is ilyen alakú kifejezést kapunk :

$$\dot{r}^2 + r^2\,\dot{\vartheta}^2 = P \qquad (4)$$

ahol P csak a koordináták függvénye. Fennáll a következő Hamilton-féle integrál elv: [2]

[1] A dipólus vektorpotenciáljának kiszámítását az irodalomban nem találtam, a köv. eljárással számítottam ki. A dipólusra fennáll :

$$\mathfrak{H} = \operatorname{grad} \Phi, \quad \mathfrak{H} = \operatorname{rot} \mathfrak{A},$$

ahol $\Phi = \dfrac{M \cos \vartheta}{r^2}$ a skaláris potenciál, $\mathfrak{A}$ a vektorpotenciál, melyre $\mathfrak{A}_r = 0$, $\mathfrak{A}_\vartheta = 0$ (a tér szimmetriájából következik). Igy fennáll a köv. két parciális differenciálegyenlet

$$\frac{2M \cos \vartheta}{r^3} = \frac{1}{r^2 \sin \vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}(r \sin \vartheta\, \mathfrak{A}_\vartheta); \quad \frac{M \sin \vartheta}{r^3} = \frac{1}{r \sin \vartheta}\frac{\partial}{\partial r}(r \sin \vartheta\, \mathfrak{A}_\varphi),$$

vagyis

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\frac{M \sin^2 \vartheta}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(r \sin \vartheta\, \mathfrak{A}_\varphi\right); \quad \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{M \sin^2 \vartheta}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial r}\left(r \sin^2 \vartheta\, \mathfrak{A}_\varphi\right)$$

melyekből

$$\mathfrak{A}_\varphi = \frac{M \sin \vartheta}{r^2}.$$

[2] L.: STÖRMER: Z. f. Aph. 3 (1931), p. 37.

$$\delta \int (\dot{r}^2 + r^2\, \dot{\vartheta}^2 + P)\, dt = 0 \qquad (4a)$$

STÖRMER után $dt = \frac{r^2\, d\sigma}{v}$ helyettesítést alkalmazva a variálást elvégezve kapjuk

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial \xi'} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0\,; \qquad \frac{d}{d\sigma}\frac{\partial F}{\partial \vartheta'} - \frac{\partial F}{\partial \vartheta} = 0,$$

hol $\log r = \xi$, $F = \xi'^2 + \vartheta'^2 + Q$, $Q = r^2 P$; deriválást elvégezve:

$$\xi'' = \frac{\partial Q}{\partial \xi}, \quad \vartheta'' = \frac{\partial Q}{\partial \vartheta}, \qquad (5)$$

melyekből:

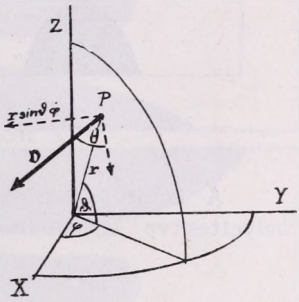
$$\xi'^2 + \vartheta'^2 = Q$$

és a (4) alapján

$$Q = r^2 P = v^2 r^2 - \left[\frac{e M \sin\vartheta}{r} + \frac{2r}{\sin\vartheta}\right]^2 \qquad (6)$$

A (3) egyenlet segélyével STÖRMER a korpuszkula sebességének a vertikális síkkal való hajlásszögére levezette (4. ábra)

$$\cos\theta = \sqrt{P}.$$



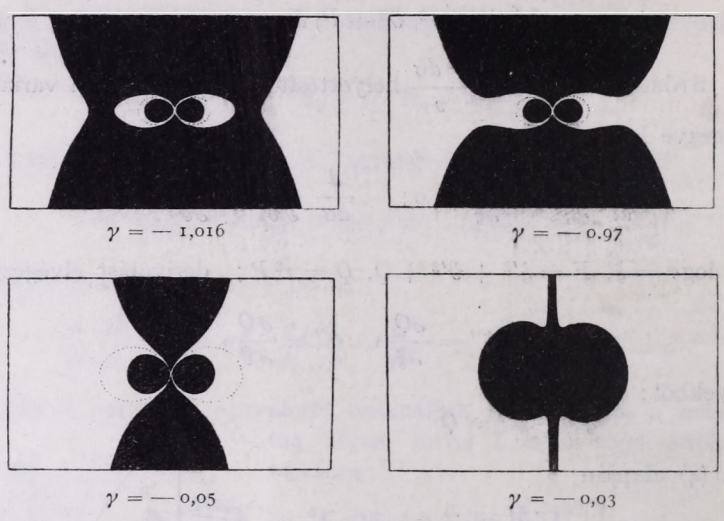
4. ábra.

Ebből az egyenletből kiolvasható, hogy a Napból jövő korpuszkula csak a tér azon részében mozoghat, hol: $P \leq 1$, határa tehát $P = 1$ és így a korpuszkulák:

$$r = \frac{\gamma \pm \sqrt{r^2 + \sin^3\vartheta}}{\sin\vartheta}$$

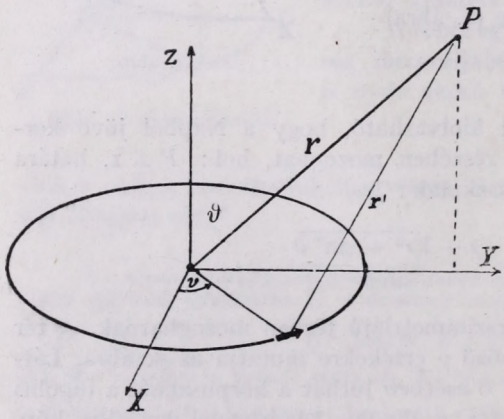
egyenletekkel megadott körszimmetriájú térben mozoghatnak. A tér meridián metszeteit különböző γ értékekre mutatja az 5. ábra. Látható, hogy csak $-1 \leq \gamma \leq 0$ esetben juthat a korpuszkula a dipolus közelébe, itt mindkét térrész a dipólus tengelyével koaxális kúp, melyek közötti térrészben mozoghatnak a korpuszkulák. A kúpok nyílásszöge a Föld esetén elektronokra kb. 2—3° pozitív töltésekre valamivel nagyobb. Igy a FRITZ-féle maximális zónára csupán kvalitatív magyarázatot kaptunk. (A maximális zóna sugara: 23°.)

A nehézségek kiküszöbölésére STÖRMER feltette, hogy a Föld körül nagy távolságban létrejövő elektromos áramok perturbálják a korpuszkulák pályáit. Igy sikerült is a maximális zónát jobban megközelíteni.



5. ábra. «Tiltott» terek a dipólusnál.

A köráram hatását közelítőleg lineáris köráram hatásával helyettesítve egyenletünket könnyen módosíthatjuk. Ugyanis a köráram vektorpotenciálja (6. ábra)



6. ábra.

$$\mathfrak{A} = I \oint \frac{d\sigma}{r'},$$

ha a meridiánsíkban fekszik és középpontja az origóban van, úgy komponensei:

$$\mathfrak{A}_r = 0\,; \qquad \mathfrak{A}_\vartheta = 0\,;$$

$$\mathfrak{A}_\varphi = I\varrho \int_0^{2\pi} \frac{dv}{r'}$$

ahol v a φ irányában haladó integrálást jelenti, ϱ a köráram sugara és:

$$r'^2 = r^2 + \varrho^2 - 2r\varrho \cos\vartheta \sin v$$

az integrál elsőfajú teljes elliptikus integrállal oldható meg, ha:

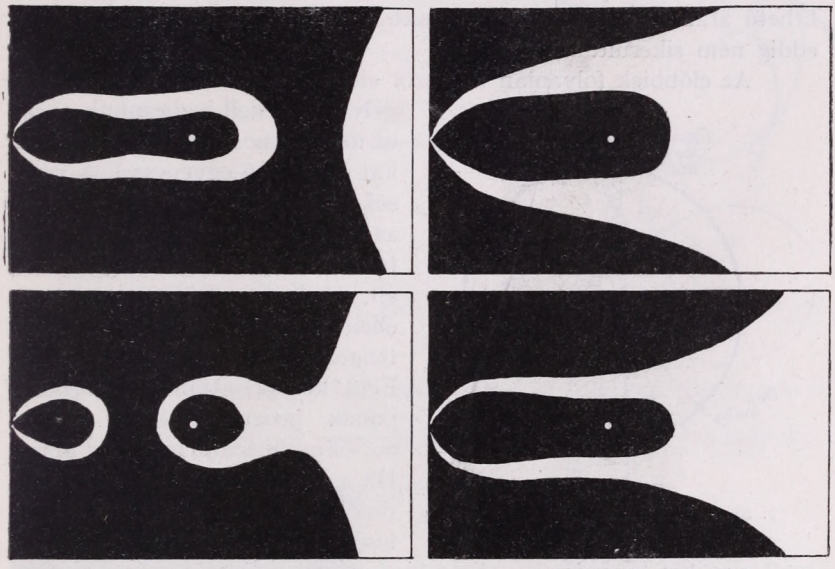
$$\varkappa^2 = \frac{4r\varrho \cos\vartheta}{r^2 + 2r\varrho \cos\vartheta + \varrho^2} \qquad \text{és} \qquad \frac{\pi}{2} - \frac{v}{2} = \omega,$$

úgy :

$$\mathfrak{A}_\varphi = \frac{2I\varkappa}{\sqrt{r\varrho\cos\vartheta}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\omega}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\omega}} = \frac{2I\varkappa \mathbf{K}(\varkappa)}{\sqrt{r\varrho\cos\vartheta}}.$$

A nívófelületekre teljesen hasonlóan kapjuk :

$$Q = r^2 - \left\{\frac{2\gamma}{\sin\vartheta} + C\frac{\sin\vartheta}{r} + \frac{2I\varkappa\mathbf{K}}{\sqrt{r\varrho\cos\vartheta}}\right\}^2$$



6*a*. ábra. «Tiltott» terek dipólus és köráram esetén.

illetőleg a $P = 1$ felületek egyenlete :

$$\frac{2\gamma}{\sin\vartheta} + C\frac{\sin\vartheta}{r} + \frac{2I\varkappa\mathbf{K}}{\sqrt{\varrho r\cos\vartheta}} = 0. \qquad (7)$$

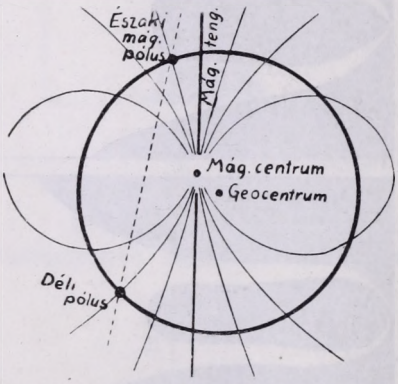
Störmer számításaiban a köráram skalárikus pontenciálját használja, eredménye azonban lényegében a (7)-el azonos. Az általa számított nívófelületek főbb típusait a 6 a. ábra mutatja.

A (7) egyenlet a mágneses háborgások egyik típusára is magyarázatot ad. Már Birkeland is felhívta a figyelmet arra, hogy a mágneses háborgások egy része a Földön kívül levő elektromos áramok feltételezéséből vezethető le. Ezek a háborgások az egész Földön egyenletesen lépnek fel, ami megfelel annak, hogy a köráram középpontjában a tér közel homogén. Az áramintenzitás fenn kapott értékéből a mágneses térintenzitás, illetőleg a fellépő háborgások (tér irányváltozás) meg-

határozható értéke 2'—3', mely a tapasztalattal nagyságrendben megegyezik.

A köráram nyilván a Föld körül keringő elektronoktól (vagy pozitív részektől) származik. STÖRMER számításai szerint a dipólus körül lehetséges periodikus pálya, a Napból (világűrből) jövő elektronok általában nem mozognak periodikus pályán, legföljebb néhányszor megkerülve a Földet a végtelenbe távoznak. Igy a számítások nem mondanak ellen ilyen köráram vagy legalább is annak hatásával közelíthető áramok létezésével, az exakt úton való értelmezés azonban eddig nem sikerült.

Az előbbiek folyamán többször előfordult a Föld mágneses tengelye, meg kell jegyeznünk, hogy ez nem azonos a mágneses pólusokat összekötő egyenessel. A pólusok ugyanis azok a helyek, ahol az inklináció 90°, vagyis a inklinatorium mágnestűje függélyesen áll, e helyek a földgömbnek nem ellentétes pontjai, így a mágneses tengely nem megy keresztül a Föld középpontján és végpontjainak geográfiai helye sem a 90°-os inklinációjú helyek (7. ábra). Ha a Föld mágneses terét csupán dipólussal írjuk le, akkor e dipólus távolsága a Föld középpontjától 343 km, a mágneses tengellyel parallel a Föld középpontján áthaladó tengely végpontjainak geográfiai koordinátái:



7. ábra. A Föld mágneses tengelye.

szélesség: $\beta_m = 78°30'$ hosszúság: $\lambda_m = 68°48'$,

míg a mágneses pólus az északi féltekén:

$$\beta = 70°30' \qquad \lambda = 97°48'.$$

A fenti $\beta_m \lambda_m$ (mágneses tengelypont) a Fritz-féle maximális zóna centrumába esik. (L. 1. ábra.)

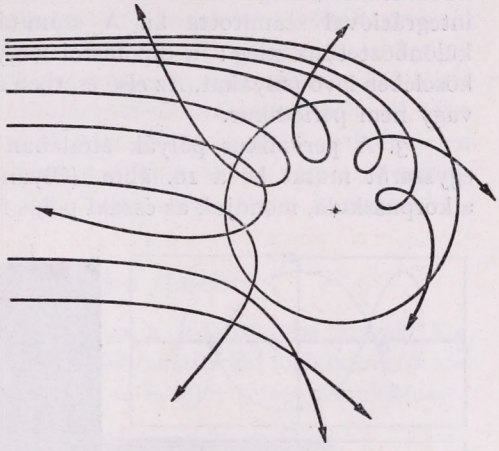
A korpuszkulák pályái (trajektoriái)

A korpuszkulák pályáit STÖRMER számításai alapján a következőképen osztályozhatjuk:

1. Pályák az ekvátor síkjában.
2. Periodikus pályák.
3. A dipólustól nagy távolságra levő pályák.
4. Pályák a dipólus közelében.

1. A legegyszerűbbek a pályák az ekvátor síkjában, a mozgásegyenletek elliptikus integrállal oldhatók. Megkülönböztetünk periodikus és nem periodikus pályákat.

a) A nem periodikus pályákat jellemzi, hogy a dipólustól nagy távolságban egyenesbe mennek át — asszimptótájuk van. Különböző integrálási állandó (γ) értékekre STÖRMER kiszámította a pályákat (8. ábra), két speciális γ értéknél ($\gamma = -1, \gamma = 0$) a pályája kúp- szelet, és pedig az első esetben kör, mely középpontjában a dipólus áll (a pálya ebben az esetben periodikussá válik), a második esetben derékszögű hiperbola, melynek középpontjában ismét a dipólus van. Ebben az esetben a pálya egyenletét $\frac{1}{r} = u$ helyettesítéssel könnyen kapjuk:



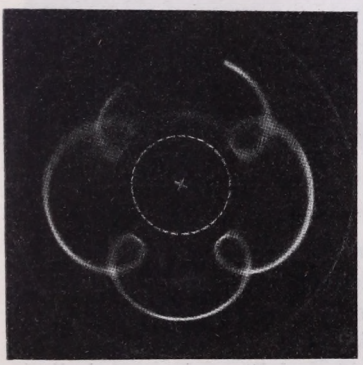
8. ábra. Nem periodikus pályák a dipólus körül az ekvátor síkjában.

$$r = \frac{1}{\sqrt{A}\cos(\varphi - \beta)}.$$

A γ integrálási állandó értékét is megállapíthatjuk $r = \infty$ esetben $\varphi = 0$ így

$$r^2\dot{\varphi} = v \,.\, r \sin \Theta = vh = = -\frac{2\gamma}{v},$$

ahol h az asszimptota és a velepárhuzamos rádius vektor távolsága. Közelítésben feltehetjük, hogy a Napból jövő korpuszkuláris sugárzás párhuzamos, így h lehetséges értékeit közvetlenül az erupció mérete adja meg, mely a Földhöz képest végtelen nagynak vehető, így h, illetőleg γ $-\infty$ és $+\infty$ között minden értéket felvehet.

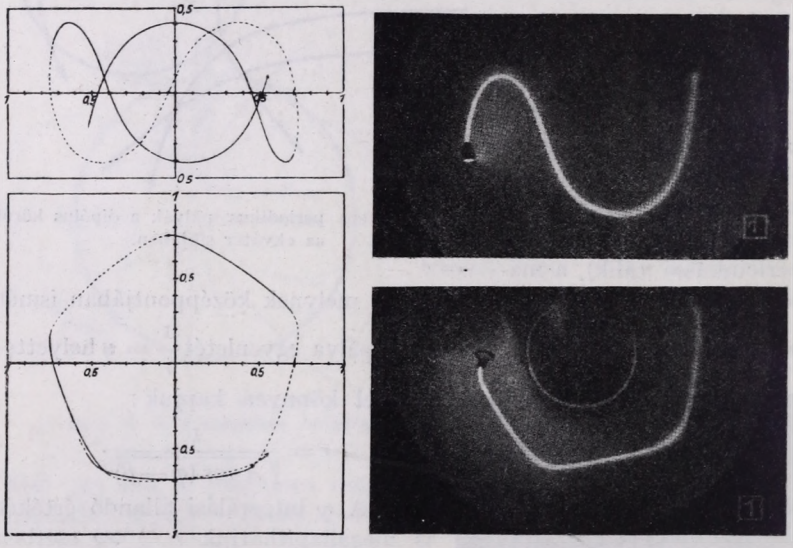


9. ábra. Periodikus elektronpályák az ekvátor síkjában. (Erüche kísérlete.)

b) A periodikus pályák esetében a korpuszkula mindig a dipólus közelében marad, általában epicikloisra emlékeztető pályán mozognak (9. ábra).

Ha a pályák nem az ekvátor síkjában vannak, úgy jóval bonyolultabb alakúak, a differenciálegyenlet rendszer ebben az esetben kvadratúrával meg nem oldható. STÖRMER ezeket a pályákat numerikus integrációval számította ki. A számítás szempontjából két esetet különböztetünk meg: a dipólustól nagyobb távolságra és a dipólus közelében lévő pályákat. Az első esetben a pálya lehet ismét periodikus vagy nem periodikus.

3. A periodikus pályák általában igen bonyolultak, egy igen egyszerűt mutat be a 10. ábra. (Olyan pálya is előfordul, melynél a korpuszkula, mondjuk az északi pólus felől csigavonal alakban közelíti meg a dipólust, itt megfordul és ismét csigavonalas pályán kb. az előbbi távolságra megy, majd a déli oldalról közelíti meg a dipólust, innen ismét az északira megy, miközben az egész dipólust körüljárja.) A sarkfény elmélete szempontjából ezeknek a pályáknak valószínűleg nagyobb jelentőségük nincs, a Napból jövő elektronok ugyanis ilyen pályákon nem mozoghatnak.



10. ábra. Periodikus pálya Störmer szerint, mellette Brüche kísérlete katódsugárzással.

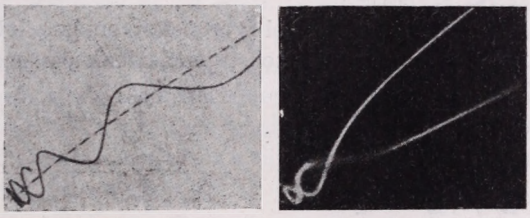
A nagyobb távolságból (pl. a Napból) jövő korpuszkulák pályái általában nem periodikusak, legföljebb néhányszor megkerülik a dipólust és ismét a végtelenbe távoznak. A sarkfényelmélet szempontjából ezeknek nagy jelentőségük van. Valószínűleg ezek idézik elő a mágneses háborgásokat.

4. A sarkfényelmélet szempontjából azoknak a pályáknak van

a legnagyobb jelentőségük, melyek a dipólust megközelítik. Ezekkel a pályákkal már POINCARÉ is foglalkozott. Számításaiban ő a dipólus helyett közelítésben csupán egyszerű pólust vett. Ebben az esetben a mozgás mindig egy körkúp geodetikus vonalain[1] történik, melynek csúcspontja a dipólusban van. Igy a pályák csigavonalasak, a dipólushoz közeledve görbületük csökken, bizonyos minimális értéket elérve a pálya görbülete növekedik, ellenkező körülfutással a dipólustól távolodva. (11. ábra.) E pályákkal az ú. n. drapéria alakú sarkfényjelenséget jól lehetett értelmezni. STÖRMER számításokat is végzett, s negatív töltött részek (elektronok) beáramlására számszerűen is megkapta a sarkfény méreteit.

A sarki fény fizikai elmélete.

A sarkfénykutatás másik iránya a légkörünkbe áramló korpuszkuláris sugárzással fellépő fizikai folyamatokkal foglalkozik. A korpuszkulák ugyanis a légkörbe jutva a felsőbb rétegek molekuláival



11. ábra. Elektronpálya a dipólus közelében (az elmélet szerint és BRÜCHE kísérlete szerint).

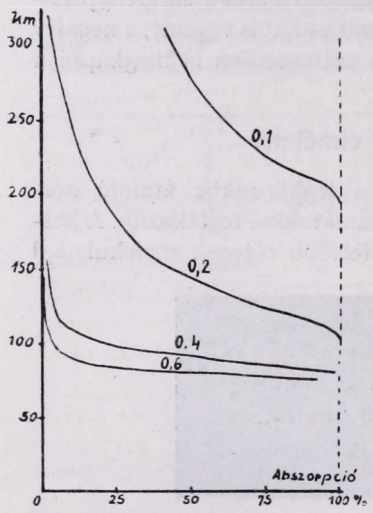
(atómjaival) ütközve energiájuk egy részét átadják s így a sugárzás intenzitása (a felületegységen áthaladó korpuszkulák száma) csökken, a molekulák, illetőleg az atómok pedig a felvett energiát mint meghatározott hullámhosszúságú fénysugarat (elektromomágneses sugárzást) bocsátják ki. Nagyobb sebességű korpuszkulák esetén lehetséges, hogy a molekula atómokra, illetőleg ionokra bomlik.

A sugárzás abszorpciójával már STÖRMER 1916-ban, később VEGARD foglalkozott. STÖRMER csupán a katódsugarak abszorpciójára végzett számításokat, míg VEGARD különböző radióaktív elemek α sugárzásának abszorpcióját vizsgálta. Megjegyzendő, hogy sokáig kérdéses volt, hogy negatív töltésű β részek, vagy pozitív α részek beáramlása történik-e. A sarkfény alak és magasság szerinti eloszlása STÖRMER számításai szerint csak negatív részek beáramlásával értelmezhető, míg a

[1] Megjegyzendő, hogy pálya általánosságban is geodetikus vonal. Ezen alapszik a Hamilton-féle integrál-elv használata is.

Fritz-féle maximális zóna jobb közelítése (18—20°), illetőleg a magasabb (250—300 km) sarkfény értelmezése csak α részek beáramlásával magyarázható. Mai felfogásunk szerint pozitív és negatív részek egyenlő mértékben lépnek be, így az össztöltés zérus (a Föld nem töltődik fel). A Föld mágneses terében ezek a sugarak szétválnak és egymás hatását nem zavarják.

A katódsugarak abszorpciója a fénysugarak abszorpciójával írható le:



12. ábra. A katódsugarak abszorpciója (Störmer szerint) 0·1,0 ·2, 0·3, 0·4 fénysebesség esetén.

$$I = I_0 e^{-\mu \int_{h_0}^{\infty} s dh}$$

I az intenzitás h magasságban, μ a tömegabszorpciós-koeficiens, s a sűrűség. A nyomás sűrűség és a magasság között a hydrosztatika szerint fennáll:

$$dP = g\, s\, dh,$$

ahol P az össznyomás a levegőben lévő gázok nyomásainak összege:

$$P = \sum p_i,$$

hol:

$$p_i = p_{oi} e^{-\frac{\rho Mi}{RT}(h-h_0)}.$$

A különböző sebességű katódsugarakra teljes abszorbeálodására Störmer 80—200 km kapott (12. ábra).

Az α részek abszorpciójának vizsgálata bonyolultabb. A Wegener-féle fényekvivalens alapján Vegard számításokat végzett különböző radióaktív elemek α sugara, teljes abszorpciójára. Nevezetesen:

Ra	320	km
Ra F	302	«
Ra A	280	«
Ra C	245	«

A sarkfény spektroszkópiai vizsgálatai gyér fényerősség miatt sok nehézséggel járt. Azonban már kisebb felbontású spektroszkópokkal olyan vonalakat találtak benne, melyeket a földi elemek laboratóriumi spektrumával nem tudtak azonosítani.[1] Új, eddig ismeretlen

[1] L.: Wodetzky József: Ismeretlen eredetű vonalak az égitestek színképében. Stella Almanach III. (1927) p. 204-210.

elemre nem gondolhattak, mert a periodikus rendszerből csak két elem hiányzik, ezek spektruma a kvantumelmélet alapján elég pontosan kiszámítható volt. A színképvonalakat inkább ismeretlen atómi állapotoknak tulajdonították. VEGARD először fagyott nitrogén spektrumára gondolt, sajnos azonban ennek az intenzívebb vonalai is csak nagyjából egyeztek meg, míg a kisebb intenzitású struktúra egészen más volt.

A végső megoldás MC LENNAN nevéhez fűződik, kimutatta, hogy ezek a vonalak tiltott termkombinációknak felelnek meg. Sikerült később az ú. n. Fabry—Perrot-féle interferométerrel a kérdéses vonalak hullámhosszát igen pontosan meghatározni, melyek a termkombinációkból számított hullámhosszakkal a mérési hibán belül megegyeztek.

Megjegyzendő, hogy ugyanezek a «tiltott vonalak» az éjtszakai égbolt, a napkorona, az üstökösök és a planetáris ködök spektrumában is előfordulnak. A sarkfény spektrumában különösen a késő esti és a kora hajnali sarkfényben igen erős az 5577 Å hullámhosszú zöld «tiltott» vonal, úgyhogy ez az egész jelenség színét uralja. STÖRMER mérései szerint ezek az ívek a Nap által megvilágított atmoszférába esnek. Valószínű, hogy a tiltott termkombinációk a Nap sugárzása hatására lépnek fel. Az elmélet ilyen tiltott termkombinációk létrejöttét nem zárja ki, csupán igen kicsi a valószínűségük. A többi ismeretlen eredetű vonalat is sikerült a nitrogén és az oxigén tiltott termkombinációjából levezetni.

A GÖMBHALMAZOK SZERKEZETE

Irta: *Guman István.*

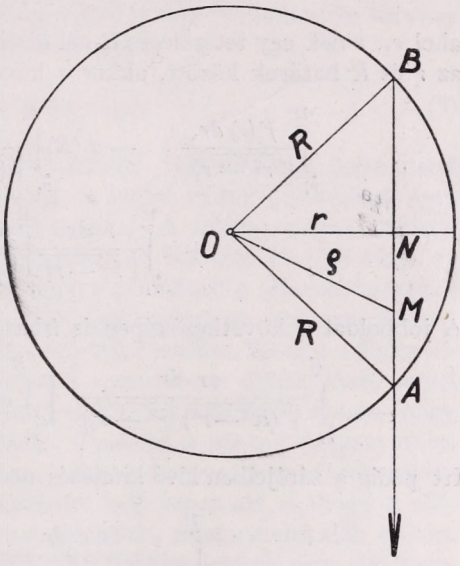
A gömbhalmazok szerkezetének a problémájával a mult század vége óta foglalkoznak a csillagászok. Az első értekezések a csillaghalmazok sűrűségeloszlását tárgyalják. Ezek között van E. C. PICKERING munkája,[1] melyben az ω Centauri, 47 Tucanae és M 13 csillaghalmazokon végzett észlelések alapján próbálja empirikusan meghatározni a csillagok térbeli eloszlását. H. C. PLUMMER[2] egy módszert dolgoz ki, amely segítségével a gömbhalmazok látszólagos sűrűségeloszlásából következtetni lehet a halmaz térbeli sűrűségeloszlására. Módszere elméletileg kifogástalan, de gyakorlatilag nem alkalmazható. Tudniillik a halmazt párhuzamos sávokra osztja be és ezekben a sávokban a sűrűséget csillagszámlálásokkal határozza meg. Igy a térbeli eloszlásra egy integrálegyenletet kap, amelynek megoldása igen egyszerű. Alkalmazása azért ütközik nehézségekbe, mert a csillagszámlálásokat a halmaz középpontjára is ki kell terjeszteni. A gömbhalmazok középpontjában viszont olyan nagy a sűrűség, hogy a csillagok képe egészen összeolvad és így lehetetlen számlálásokat végezni. HERTZSPRUNG úgy próbálta ezt a nehézséget kiküszöbölni, hogy a halmazról extrafokális felvételt készített és ezt a felvételt osztotta párhuzamos sávokra. Utána minden sávban megmérte az összfényességet és ezeket az értékeket használta a csillagszámlálások helyett. Azonban az így kapott sűrűségeloszlás nem egyezik meg a későbbi eredményekkel, mivel a fényességeloszlás nem kell, hogy a sűrűségeloszlással megegyezzen. Az eddigi vizsgálatok tudniillik azt mutatják, hogy a fényesebb csillagok inkább a halmaz központja körül vannak, míg a halmaz szélén már csak a gyengébbfényű csillagok helyezkednek el.

A látszó sűrűségből a térbeli sűrűség meghatározására, a gyakorlatban is alkalmazható módszert VON ZEIPEL[3] adott. Legyen az ábrán a Földről kiinduló látósugár AB. Tegyük fel, hogy a halmaz gömbalakú és legyen a középpontja O-ban, r a látósugár távolsága a középponttól, R pedig a halmaz sugara. Legyen ϱ a látósugár egy tetszőleges

[1] H. A., 26, 213. o. 1891.
[2] M. N. of R. A. S., 71, 460. o. 1911.
[3] Ann. observ. Paris mém. 25, 1908.

pontjának távolsága a középponttól. Ha $\sigma(\varrho)$ a térbeli sűrűséget, $f(r)$ pedig a látszólagos sűrűséget megadó függvény, akkor a látszólagos sűrűséget r távolságra a középponttól, a térbeli sűrűség adja meg a látósugár mentén integrálva A-tól B-ig, azaz :

$$f(r) = \int_A^B \sigma(\varrho)\, dl \quad \ldots\ldots \quad (1)$$



Az NM távolságot l-nek véve, az integrál így alakul :

$$f(r) = \int_{-\sqrt{R^2-r^2}}^{+\sqrt{R^2-r^2}} \sigma\left(\sqrt{r^2+l^2}\right) dl \quad (2)$$

ha l-et a Föld irányában negatívnak vesszük. ϱ-t bevezetve változóul a következő integrált kapjuk :

$$f(r) = 2\int_r^R \sigma(\varrho)\frac{\varrho\, d\varrho}{\sqrt{\varrho^2-r^2}} \quad (3)$$

Ebből az integrálegyenletből kell a térbeli sűrűségeloszlást, $\sigma(\varrho)$-t meghatározni. ZEIPEL-nek sikerült a (3) egyenletet az Abel-féle megfordítható integrálegyenletre visszavezetni, mely segítségével a következő megoldást kapta:

$$\sigma(\varrho) = \frac{1}{\pi}\int_r^R \sqrt{r^2-\varrho^2}\,\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{df(r)}{dr}\right) dr \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Erről az egyenletről azonban BRUGGENCATE és PLUMMER kimutatta, hogy csak abban az esetben érvényes, ha

$$\left[\frac{df(r)}{dr}\right]_{r=R} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Ebből pedig az következik, hogy a halmaz éles határral bír. Az észlelések ezt viszont nem igazolják, mivel a gömbhalmazok szélén a sűrűség folytonosan csökken és ezáltal nem adható meg egy határ. Ezért ZEIPEL egy másik megoldást adott,[1] amely az (5) feltételtől mentes. Ha a (3) egyenletet parciálisan integráljuk és r szerint differenciáljuk, a következőket kapjuk :

[1] Kongl. Svenska Ventenskopsakad Handlngar 61. Nr. 15. 109. o., 1921.

$$f'(r) = -2\sigma(R)\frac{r}{\sqrt{R^2 - r^2}} + 2r\int_r^R \frac{\sigma'(\varrho)}{\sqrt{\varrho^2 - r^2}}\, d\varrho.$$

Szorozzuk meg az egyenletet a következő kifejezéssel $\frac{dr}{\sqrt{r^2 - r_1^2}}$ ahol r_1, r-nek egy tetszőleges R-nél kisebb fix értéke és, ha integrálunk az r és R határok között, akkor a következőket kapjuk:

$$\int_{r_1}^R \frac{f'(r)\, dr}{\sqrt{r^2 - r_1^2}} = -\sigma(R)\int_{r_1}^R \frac{2r\, dr}{\sqrt{(R^2 - r^2)(r^2 - r_1^2)}} +$$

$$+ 2\int_{r_1}^R \frac{r\, dr}{\sqrt{r^2 - r_1^2}}\int_r^R \frac{(\sigma^1)(\varrho)\, d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 - r^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

A jobboldal a következőképen is írható:

$$\int_{r_1}^R \frac{2r\, dr}{\sqrt{(R^2 - r^2)(r^2 - r_1^2)}} \left[\int_{r_1}^R \sigma'(\varrho)\, d\varrho - \sigma(R)\right]$$

Itt pedig a zárójelben lévő kifejezés nem más, mint $-\sigma(r_1)$, továbbá

$$\int_{r_1}^R \frac{2r\, dr}{\sqrt{(R^2 - r^2)(r^2 - r_1^2)}} = \pi$$

függetlenül a határoktól. Ezek szerint a (6) egyenlet így alakul:

$$\int_{r_1}^R \frac{f'(r)\, dr}{\sqrt{r^2 - r_1^2}} = -\pi\sigma(r_1)$$

A változókra kellő jelölést bevezetve, kapjuk a térbeli sűrűség függvényét

$$\sigma(\varrho) = -\frac{1}{\pi}\int_\varrho^R \frac{f'(r)\, dr}{\sqrt{r^2 - \varrho^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Ez a képlet már minden mellékfeltételtől mentes és gyakorlatilag is használható, mivel a csillagszámlálásoktól a középpont környezetében el lehet tekinteni. Ezen felül még az az előnye is megvan, hogy a látszólagos sűrűségnek csak az első differenciálhányadosa, $f'(r)$ szerepel benne és ezáltal az elő- és háttérben lévő csillagok befolyása magától kiküszöbölődik.

A további munkák az elméleti sűrűségtörvények és a (7) alatti

képlet segítségével meghatározott empirikus sűrűségfüggvények összehasonlításával foglalkoznak. A sűrűségtörvényeket és elméleti kifejtéseit WODETZKY professzor úr tárgyalta a «Bevezetés az asztrofizikában» című előadásaiban és az «Erőtér az égitestek belsejében» című munkájában.[1] Ezek közül a sűrűségi törvények közül csillaghalmazokra a politróp gázgömbök elméletéből adódó Schuster-féle törvény alkalmazható. Ez a törvény a következő :

$$\sigma(\varrho) = \sigma_0 \, (1 + \varrho^2)^{-\frac{5}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Sok gömbhalmaznak a sűrűségeloszlását hasonlították össze ezzel a sűrűségtörvénnyel és a központi és szélső részek kivételével, igen jó megegyezést találtak az észlelésekkel. A középpontban túlnagy volt a sűrűség, a szélen pedig túlkicsiny. Az első kísérletekben az isotherm gázgömbök sűrűségtörvényét próbálták a gömbhalmazokra alkalmazni. Ez azonban nem lehetséges, mivel az isotherm állapot feltétele a sebesség és sűrűség Maxwell-féle eloszlása. Viszont a Maxwell-féle sebességeloszlás csillaghalmazok esetén nem állhat fönn, mivel a csillagok tömege a halmazhoz viszonyítva túlnagy ahhoz, hogy úgy kezeljük, mint egy molekulát. Továbbá a szabad úthossz és az ütközések közt eltelt idő is túlnagy ahhoz, hogy a Maxwell-féle sebességeloszlás megvalósuljon. Tekintetbe kell venni azt is, hogy a csillagok közti összeütközések nem rugalmasak, mint a molekulák esetén. Amint látjuk tehát a gázokra felállított meggondolások nem alkalmazhatók közvetlenül a csillaghalmazokra. FREUNDLICH és HEISKANEN[2] a csillagok tömegét is tekintetbe véve, a következő sűrűségi függvényt adták meg :

$$\sigma(\varrho) = \frac{a^2}{4\pi} e^{-\beta^2 \varrho} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Ezt az empirikus sűrűségi törvényt úgy kapták, hogy az M 13 és M 3 gömbhalmazok csillagjait két részre osztották. És pedig az első csoportot az $a - f$, a második csoportot pedig a $g - m$ színindexű csillagok alkották. A (9) képletben a és β két, csoportonként különböző értékekkel bíró konstans. Felmerült a kérdés, hogy a (9) empirikus, sűrűségi törvény nem magyarázható-e meg termodinamikailag. Hogy isotherm eloszlás nem lehetséges, az könnyen belátható, mivel isotherm eloszlás esetén a következő arányosság kell fennálljon :

$$\sigma \sim e^{\Phi(\varrho)}$$

[1] Előadás a Szent István Akadémia természettudományi osztályán 1936 okt. 16-án.

[2] Zeitschrift f. Phys. 13. 226. o., 1923.

ahol $\Phi(r)$ a potenciál. A (9) képlet tekintetbe vétele a következő képletre vezet:

$$\Phi \sim \varrho.$$

Ez pedig ellentétben áll a

$$\Delta \Phi = -4\pi\sigma$$

Poisson-féle egyenlettel.

Amint látjuk tehát a gömbhalmazok sűrűségi eloszlásának az elméleti magyarázatát még nem sikerült teljesen megadni. Mindenesetre valószínűnek látszik, hogy a sűrűségi törvény a következő tulajdonságokkal bír: a halmaz össztömege véges, a halmaz sugara végtelen és a halmaz minden helyén a kilépési sebesség egyenlő a legnagyobb sebességgel. Ezeknek a feltételeknek eleget tesz úgy a (8) alatti Schüster-féle, mint a (9) alatti empirikus sűrűségi törvény.

A probléma teljes elméleti megoldása azonban igen sok nehézségben ütközik. Igy eddig a «gömbhalmazokat» gömbalakúnak tekintettük. Ez viszont nem egyezik meg tökéletesen az észlelési eredményekkel, mivel több halmaznál elliptikus alakot fedeztek fel. Továbbá a nagyobb tömegű csillagok spirális alakú elhelyeződése is arra látszik utalni, hogy a halmazok még nincsenek stacionárius állapotban, hanem az egész rendszer forgásban van. Az elméleti vizsgálatokban, a gömb után a következő legegyszerűbb eset a forgásellipszoid. Erre az esetre a probléma már lényegesebben komplikáltabb. Igy a térbeli sűrűségeloszlásra még eddig nem tudták a képletet megadni. BRUGGENCATEnak[1] sikerült ugyan két speciális esetre megoldást találni, de ezeknek a gyakorlati alkalmazása igen szűk keretek között mozog. Forgási ellipszoid esetére WODETZKY professzor úr adta meg a sűrűségi törvények alkalmazásának az elméletét,[2] ezt gömbhalmazokra alkalmazva mindenesetre értékes eredményeket kapnánk, amelyeket aztán össze lehetne hasonlítani az észlelésekkel.

A halmazok szerkezetére továbbá külső erők is befolyással lehetnek. JEANS a külső erők tekintetbevételével kimutatta, hogy a tejútrendszerben lévő gömbhalmazok a külső erők hatására lassan felbomlanak. Hogy milyen gyorsan történik a felbomlás, az a központi sűrűségtől függ. Az $n = 5$ politróp sűrűségeloszlás, azaz a Schuster-féle törvény esetén a központi sűrűség nem elegendő ahhoz, hogy a gömbhalmaz teljes felbomlását megakadályozza. Az észlelések is azt mutatják, hogy a központi sűrűség nagyobb, mint ahogy a Schuster-törvény megkívánja.

[1] BRUGGENCATE: Sternhaufen. 81—89. o. 1927.
[2] Loc. cit.

KRAKOVIÁNOK ÉS MATRIXOK SZORZÁSA

Irta: *Haáz István Béla.*

BANACHIEWICZ krakói matematikus és csillagász több közleményben[1] tárgyalta az általa bevezetett «krakovián» fogalmát és tulajdonságait, továbbá ezek alkalmazását a determinánsok és az elsőfokú egyenletrendszerek elméletére, valamint az ezekkel kapcsolatos csillagászati kérdések tárgyalására.

A BANACHIEWICZ-féle krakovián fogalma azonos a matematika említett és egyéb fejezeteiben, valamint a fizikai (és csillagászati) alkalmazásokban már régebben is ismert CAYLEY-féle matrix fogalmával.[2] A kérdéses fogalmat BANACHIEWICZ is matrixnak nevezi, de csak akkor, ha e fogalom körében a szorzás műveletét a CAYLEY-féle sor-oszlop kompozíció értelmezi és ugyanezt a fogalmat krakoviánnak nevezi, akkor, ha a szorzást az oszlop-oszlop kompozíció (és egy transzpozíció) értelmezi.

A determinánsok elméletének ismeretes tétele szerint két determináns szorzása négyféleképen történhetik: sor-soros, sor-oszlopos, oszlop-oszlopos és oszlop-soros kompozícióval. Többek közt éppen ez a tétel vezethetett arra, hogy a szorzás fogalmát a matrixok körében is ilyen kompozíciókkal értelmezzük.

A matrixok körében azonban e négy szorzás közül csak az egyiknek, a CAYLEY-féle sor-oszlopos kompozícióval értelmezett szorzás műveletének bevezetése szokásos. Ugyanis az alkalmazások legtöbbjében a matrix fogalma az elsőfokú átalakítások («lineáris transzformációk») révén jut szerephez, két ily elsőfokú átalakítás összetételének matrixa pedig éppen az összetett két átalakítás matrixának sor-oszlopos szorzata.[3]

Nem érdektelen azonban a többi matrix-szorzással sem foglalkozni. Pl. a legkisebb négyzetek elve szerint képezett és ugyancsak kiterjedten alkalmazott ú. n. normálegyenletek rendszerének matrixa oszlop-oszlopos szorzással keletkező matrix. Bizonyára az alkalmazás-

[1] Acta Astronomica, Série c, Vol. 3. p. 41. és az ott idézett egyéb helyeken.

[2] Lásd pl. GROSSCHMID L.: Másodf. alakok algebrája. Matrixok és elemi osztók. 2., 9. oldal.

[3] GROSSCHMID, id. mű 7. old.

nak ez a területe vezette BANACHIEWICZ-et is ennek a szorzásnak és a krakovián fogalmának bevezetésére.

Azonban éppen ez a példa és ezzel együtt a krakovián-szorzás BANACHIEWICZ-féle értelmezése azt is mutatja, hogy két matrix szorzásának nemcsak az említett négyféle változata lehetséges, hanem még négy. A BANACHIEWICZ-féle változat ugyanis nem egyezik meg az előbbi négy változat egyikével sem, hanem éppen a másik négy változat egyike.

Az ismert négy változatban a sorok, illetve oszlopok komponálásával egymásután nyert elemeket sorok szerint rendezzük matrixszá. Nyilvánvaló, hogy az így adódó négy változattól különbözik az a négy változat, amelyet úgy kapunk, hogy az egymásután nyert elemeket oszlopok szerint rendezzük matrixszá. Természetesen ezek a szorzat-matrixok az előbbi szorzat-matrixokból úgy adódnak, hogy a sorokat az oszlopokkal felcseréljük, vagyis azok ezeknek ú. n. transzponáltjai.

A következőkben mind a 8 változatot tárgyaljuk. Az első négy változatot «elsőfajú», a második négyet «másodfajú» matrix-szorzatoknak fogjuk nevezni, de az «elsőfajú» megkülönböztetést csak szükség esetén alkalmazzuk.

BANACHIEWICZ oszlop-oszlop kompozícióval képezi a szorzat-matrix elemeit és ezeket oszloponként rendezi matrixszá.[1] Tehát a BANACHIEWICZ-féle krakovián-szorzat másodfajú oszlop-oszlopos szorzat.

Az irodalomban majdnem kivétel nélkül csak négyzetes (ugyanannyi sort, mint oszlopot tartalmazó) matrixok szorzására vonatkozó tárgyalásokkal és csak ilyenek alkalmazásaival találkozunk. BANACHIEWICZ nem négyzetes (nem ugyanannyi sort, mint oszlopot tartalmazó) matrixokkal is foglalkozik, de az itt figyelembe veendő szempontokra nem hívja fel eléggé a figyelmet. Két nem négyzetes (nem ugyanannyi sort, mint oszlopot tartalmazó) matrix szorzata ugyanis csak a soraik és oszlopaik számára vonatkozó feltételek teljesülése esetén képezhető és akkor is a 8 közül csak bizonyos változatokban. A szorzat-matrix sorainak és oszlopainak számát az összeszorzott matrixok sorainak és oszlopainak számai közül az előbbi feltételben nem szereplők határozzák meg. A szorzat továbbszorzása harmadik . . . stb. matrixszal csak újabb feltételek teljesülése esetén lehetséges. BANACHIEWICZ az előbbi feltételt röviden megemlíti, a továbbiakat azonban egyáltalán nem teszi szóvá és nem is veszi figyelembe.

Ezekből továbbmenően az is következik, hogy ha két vagy több matrix szorzata képezhető is, a megfordított sorrendben vett matrixok

[1] A. A. c. Vol. 3. p. 45.

szorzata nem minden esetben képezhető. Igy tehát a tényezők felcserélésére vonatkozó és a számok szorzása körében érvényes tétel (a felcserélés vagy kommutáció törvénye) a matrixok körében általában értelmetlen, tárgytalan tétel. Ha pedig bizonyos esetekben a szorzás a megfordított sorrendben is elvégezhető, a felcserélés törvénye általában akkor sem érvényes: a matrix-szorzás «nem kommutatív művelet» egyik változatában sem.

Hasonló kijelentéseket tehetünk a szorzás második műveleti törvénye, a társítás vagy asszociáció törvénye tekintetében is. Ha kettőnél több matrix-tényező szorzata a tényezők valamely társításával képezhető is, más társításban nem minden esetben képezhető. Igy tehát a társítás vagy asszociáció törvénye a matrixok körében általában szintén értelmetlen, tárgytalan tétel. Ha azonban a szorzás más társításban is elvégezhető, akkor itt már lehet szó a törvény fennállásáról is. Ismeretes, hogy a CAYLEY-féle sor-oszlopos matrix-szorzás körében a társítás vagy asszociáció törvénye csakugyan érvényes. GROSSCHMID L. a matrixokkal is foglalkozó nagy munkájában[1] DICKSON nyomán azt írja, hogy a tétel az oszlop-soros szorzásra is érvényes, a sor-soros vagy oszlop-oszlopos szorzásra azonban nem. Ennek az állításnak csak a második része igaz, az első nem, mert a társítás törvénye az oszlop-soros szorzásra sem érvényes, ha ez az elsőfajú oszlop-soros szorzást jelenti. Ellenben igenis érvényes a tétel az említeni nem szokott másodfajú szorzások közül a másodfajú oszlop-soros szorzásra; a többi másodfajú szorzásra szintén nem érvényes. Tehát az elsőfajú sor-oszlopos és a másodfajú oszlop-soros matrix-szorzás «asszociatív művelet», a többi nem.

Ha a felcserélés és társítás törvényének azt a tételt nevezzük, amely a más sorrendben vagy más társításban képezett szorzat kapcsolatát fejezi ki az eredeti szorzattal, akkor e törvények általában tárgytalan tételek. Ezért célszerűbb inkább azt megállapítani, hogy az eredeti szorzat milyen kapcsolatban áll a más sorrendben vagy más társításban képezett szorzattal. Ez esetben azonban az utóbbi szorzat tényezői nem az eredeti tényezők, hanem ezekből származó oly tényezők, amelyek szorzata a kérdéses sorrendben, illetve társításban képezhető. Az ilymódon adódó tételek természetesen már sohasem tárgytalanok, úgyhogy joggal nevezhetjük ezeket a matrix-szorzás műveleti törvényeinek. Ebben az értelmezésben nem azt kell mondanunk, hogy a felcserélés és társítás törvénye a matrix-szorzások körében nem érvényes, hanem, hogy más alakban érvényes, mint a számok körében.

BANACHIEWICZ megállapítja ezeknek a tételeknek a krakovián-

[1] Id. mű, 9. old.

szorzások körében érvényes alakját,[1] de a fent hangoztatott körülményekre nem mutat rá. A nyert tételeket a megfordítás törvényének, illetve a társítás törvényének nevezi és ezeken kívül megállapít még egy tételt, az ú. n. szétbontás (disszociáció) törvényét. Az első törvényt a krakovián-szorzat transzponáltjára vonatkozó tétel alakjában fejezi ki és bizonyítja be, a másik kettőt pedig ebből az elsőből származtatja.[2] Azt mondhatjuk tehát, hogy a krakovián-szorzás műveleti törvényei a krakovián-szorzat transzponáltjára vonatkozó egyetlen alaptételben foglalhatók össze.

A következőkben foglalkozunk két matrixra vonatkozóan a szorzás mind a 8 változatának értelmezésével, továbbá a még több változatban lehetséges három és több tényezős matrix-szorzatok közül is a jellemzőbbekkel. Megállapítjuk az éppen kifejtett értelmezés szellemében a felcserélés és a társítás törvényének alakjait a tárgyalandó szorzatváltozatokra vonatkozóan. Meg fogjuk mutatni, hogy nemcsak a krakovián-szorzás, hanem valamennyi matrix-szorzás körében is a nem megszokott alakban érvényes felcserélés és társítás törvénye helyett a szorzat-matrix transzponáltjára vonatkozó tételt tekinthetjük alaptételnek.

Az elsőfajú matrix-szorzatok. Az **a** és a **b** matrix sorainak számát jelöljük m_a, m_b-vel, oszlopaik számát n_a, n_b-vel.

I. Legyen $n_a = n_b = n$, azaz legyen **a**-nak ugyanannyi oszlopa, mint **b**-nek, vagyis legyen **a** soraiban ugyanannyi elem, mint **b** soraiban.

Az n oszlopos **a** matrix és az ugyancsak n oszlopos **b** matrix *sor-soros szorzat*-ának nevezzük és (**ab**)-vel jelöljük azt a matrixot, amelyben az i-edik sor k-adik eleme az **a** matrix i-edik sorának és a **b** matrix k-adik sorának kompozíciója, vagyis a következő m_a soros és m_b oszlopos matrixot:

$$(\mathbf{ab}) = \left|\left| \sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{kh} \right|\right|$$

Tehát ha az **a** matrixnak ugyanannyi oszlopa van, mint a **b** matrixnak, akkor képezhető **a** és **b** sor-soros szorzata: (**ab**). E szorzat-matrix i-edik sorának elemeit úgy kapjuk, hogy az **a** matrix i-edik sorát rendre komponáljuk a **b** matrix valamennyi sorával. A nyert matrixnak annyi sora van, ahány sora van **a**-nak és annyi oszlopa van, ahány sora van **b**-nek.

II. Legyen $m_a = m_b = m$, azaz legyen **a**-nak ugyanannyi sora,

[1] A. A. c. Vol. 3. p. 45., 46.
[2] U. ott, p. 46., 47.

mint **b**-nek, vagyis legyen **a** oszlopaiban ugyanannyi elem, mint **b** oszlopaiban.

Az m soros **a** matrix és az ugyancsak m soros **b** matrix *oszlop-oszlopos szorzat*-ának nevezzük és [**ab**]-vel jelöljük azt a matrixot, amelyben az i-edik sor k-adik eleme az **a** matrix i-edik oszlopának és a **b** matrix k-adik oszlopának kompozíciója, vagyis a következő n_a soros és n_b oszlopos matrixot :

$$[\mathbf{ab}] = \left\| \sum_{h=1}^{m} a_{hi} b_{hk} \right\|$$

Tehát ha az **a** matrixnak ugyanannyi sora van, mint a **b** matrixnak, akkor képezhető az **a** és a **b** matrix oszlop-oszlopos szorzata : [**ab**]. E szorzat-matrix i-edik sorának elemeit úgy kapjuk, hogy az **a** matrix i-edik oszlopát rendre komponáljuk a **b** matrix valamennyi oszlopával. A nyert matrixnak annyi sora van, ahány oszlopa van **a**-nak és annyi oszlopa van, ahány oszlopa van **b**-nek.

III. Legyen $n_a = m_b = n$, azaz legyen **a**-nak ugyanannyi oszlopa, mint ahány sora van **b**-nek, vagyis legyen **a** soraiban ugyanannyi elem mint **b** oszlopaiban.

Az n oszlopos **a** matrix és az n soros **b** matrix *sor-oszlopos szorzat*-ának nevezzük és (**ab**]-vel jelöljük azt a matrixot, amelyben az i-edik sor k-adik eleme az **a** matrix i-edik sorának és a **b** matrix k-adik oszlopának a kompozíciója, vagyis a következő m_a soros és n_b oszlopos matrixot :

$$(\mathbf{ab}] = \left\| \sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{hk} \right\|$$

Tehát ha az **a** matrixnak ugyanannyi oszlopa van, mint ahány sora van a **b** matrixnak, akkor képezhető **a** és **b** sor-oszlopos szorzata : (**ab**]. E szorzat-matrix i-edik sorának elemeit úgy kapjuk, hogy az **a** matrix i-edik sorát rendre komponáljuk a **b** matrix valamennyi oszlopával. A nyert matrixnak annyi sora van, ahány sora van **a**-nak és annyi oszlopa van, ahány oszlopa van **b**-nek.

IV. Legyen $m_a = n_b = m$, azaz legyen **a**-nak ugyanannyi sora, mint ahány oszlopa van **b**-nek, vagyis legyen **a** oszlopaiban ugyanannyi elem, mint **b** soraiban.

Az m soros **a** matrix és az m oszlopos **b** matrix *oszlop-soros szorzat*-ának nevezzük és [**ab**)-vel jelöljük azt a matrixot, amelyben az i-edik sor k-adik eleme az **a** matrix i-edik oszlopának és a **b** matrix k-adik sorának kompozíciója, vagyis a következő n_a soros és m_b oszlopos matrixot :

$$[\mathbf{ab}) = \left\| \sum_{h=1}^{m} a_{hi}\, b_{kh} \right\|$$

Tehát ha az **a** matrixnak ugyanannyi sora van, mint ahány oszlopa van a **b** matrixnak, akkor képezhető **a** és **b** oszlop-soros szorzata: $[\mathbf{ab})$. E szorzat-matrix i-edik sorának elemeit úgy kapjuk, hogy az **a** matrix i-edik oszlopát rendre komponáljuk a **b** matrix valamennyi sorával. A nyert matrixnak annyi sora van, ahány oszlopa van **a**-nak és annyi oszlopa van, ahány sora van **b**-nek.

(Jelöléseinkben az első tényező elé és a második tényező után tett kerek vagy szögletes zárójel jelzi, hogy az illető tényezőnek a sorai vagy az oszlopai vesznek-e részt a szorzat elemeit értelmező kompozíciókban.)

A másodfajú matrix-szorzatok. Ha a négyféle matrix-szorzat i,k-adik elemét értelmező kompozíciókkal nem a szorzat i-edik sorának k-adik elemét, hanem i-edik oszlopának k-adik elemét értelmezzük, akkor további négy matrix-szorzathoz jutunk. Ezek a szorzatok természetesen a megfelelő előbbi szorzatok transzponáltjai. Ha tehát e szorzatok jelölésére a kerek zárójel helyett hegyes zárójelet, a szögletes zárójel helyett kapcsos zárójelet alkalmazunk, a transzponált matrixot pedig a szokásos módon az eredeti matrixhoz tett vesszővel jelöljük, akkor

$$\langle \mathbf{ab} \rangle = (\mathbf{ab})' \quad \{\mathbf{ab}\} = [\mathbf{ab}]' \quad \langle \mathbf{ab} \} = (\mathbf{ab}]' \quad \{\mathbf{ab} \rangle = [\mathbf{ab})'$$

Megkülönböztetésül az eddig tárgyalt matrix-szorzatokat *első-fajú szorzatok*-nak, a most bevezetett matrix-szorzatokat pedig *másodfajú szorzatok*-nak nevezhetjük.

A különböző matrix-szorzatok kapcsolatai. Nyilvánvaló, hogy ha a matrix-szorzat valamelyik tényezőjét a transzponáltjával pótoljuk, akkor annak a tényezőnek a sorai helyett az oszlopai, illetve oszlopai helyett a sorai vesznek részt a szorzat elemeit értelmező kompozíciókban. Tehát

$$\begin{aligned}
&(\mathbf{ab}) = [\mathbf{a'b'}] = (\mathbf{ab'}] = [\mathbf{a'b}) = \langle \mathbf{ab} \rangle' = \{\mathbf{a'b'}\}' = \langle \mathbf{ab'} \}' = \{\mathbf{a'b} \rangle' \\
&[\mathbf{ab}] = (\mathbf{a'b'}) = [\mathbf{ab'}) = (\mathbf{a'b}] = \{\mathbf{ab}\}' = \langle \mathbf{a'b'} \rangle' = \{\mathbf{ab'} \rangle' = \langle \mathbf{a'b} \}' \\
&(\mathbf{ab}] = [\mathbf{a'b'}) = (\mathbf{ab'}) = [\mathbf{a'b}] = \langle \mathbf{ab} \}' = \{\mathbf{a'b'} \rangle' = \langle \mathbf{ab'} \rangle' = \{\mathbf{a'b}\}' \\
&[\mathbf{ab}) = (\mathbf{a'b'}] = [\mathbf{ab'}] = (\mathbf{a'b}) = \{\mathbf{ab} \rangle' = \langle \mathbf{a'b'} \}' = \{\mathbf{ab'}\}' = \langle \mathbf{a'b} \rangle' \\
&\langle \mathbf{ab} \rangle = \{\mathbf{a'b'}\} = \langle \mathbf{ab'} \} = \{\mathbf{a'b} \rangle = (\mathbf{ab})' = [\mathbf{a'b'}]' = (\mathbf{ab'}]' = [\mathbf{a'b})' \\
&\{\mathbf{ab}\} = \langle \mathbf{a'b'} \rangle = \{\mathbf{ab'} \rangle = \langle \mathbf{a'b} \}' = [\mathbf{ab}]' = (\mathbf{a'b'})' = [\mathbf{ab'})' = (\mathbf{a'b}]' \\
&\langle \mathbf{ab} \} = \{\mathbf{a'b'} \rangle = \langle \mathbf{ab'} \} = \{\mathbf{a'b}\}' = (\mathbf{ab}]' = [\mathbf{a'b'})' = (\mathbf{ab'})' = [\mathbf{a'b}]' \\
&\{\mathbf{ab} \rangle = \langle \mathbf{a'b'} \}' = \{\mathbf{ab'}\}' = \langle \mathbf{a'b} \rangle = [\mathbf{ab})' = (\mathbf{a'b'}]' = [\mathbf{ab'}]' = (\mathbf{a'b})'
\end{aligned}$$

Ezek az egyenlőségek fejezik ki *a különböző matrix-szorzatok kapcsolatait.*

A felcserélés törvénye. A sor-soros matrix-szorzat értelmezése szerint az (**ab**) matrixban az i-edik sor k-adik eleme az **a** matrix i-edik sorának és a **b** matrix k-adik sorának kompozíciója. Nyilvánvaló, hogy ugyanezzel a kompozícióval egyenlő a (**ba**) matrixban a k-adik sornak az i-edik eleme is, ami azt jelenti, hogy az (**a**,**b**) és a (**b**,**a**) szorzatok egymásnak transzponáltjai. Azaz:

$$(\mathbf{ab}) = (\mathbf{ba})' \text{ és } \langle \mathbf{ab} \rangle = \langle \mathbf{ba} \rangle'$$

épígy $$[\mathbf{ab}] = [\mathbf{ba}]' \text{ és } \{\mathbf{ab}\} = \{\mathbf{ba}\}'$$

Továbbá:

$$(\mathbf{ab}] = (\mathbf{ab}') = (\mathbf{b}'\mathbf{a})' = (\mathbf{b}'\mathbf{a}']' \text{ és } \langle \mathbf{ab} \} = \langle \mathbf{ab}' \rangle = \langle \mathbf{b}'\mathbf{a} \rangle' = \langle \mathbf{b}'\mathbf{a}' \}'$$
$$[\mathbf{ab}) = [\mathbf{ab}'] = [\mathbf{b}'\mathbf{a}]' = [\mathbf{b}'\mathbf{a}')' \text{ és } \{\mathbf{ab} \rangle = \{\mathbf{ab}' \} = \{\mathbf{b}'\mathbf{a}\}' = \{\mathbf{b}'\mathbf{a}' \rangle'$$

Tehát a nyolcféle matrix-szorzatra vonatkozóan a felcserélés törvényének következő alakjait kaptuk:

$$(\mathbf{ab}) = (\mathbf{ba})' \qquad \langle \mathbf{ab} \rangle = \langle \mathbf{ba} \rangle'$$
$$[\mathbf{ab}] = [\mathbf{ba}]' \qquad \{\mathbf{ab}\} = \{\mathbf{ba}\}'$$
$$(\mathbf{ab}] = (\mathbf{b}'\mathbf{a}']' \qquad \langle \mathbf{ab} \} = \langle \mathbf{b}'\mathbf{a}' \}'$$
$$[\mathbf{ab}) = [\mathbf{b}'\mathbf{a}')' \qquad \{\mathbf{ab} \rangle = \{\mathbf{b}'\mathbf{a}' \rangle'$$

Tehát a sor-soros és oszlop-oszlopos szorzatok a fordított sorrendben képezett szorzatnak a transzponáltjával, a sor-oszlopos és az oszlop-soros szorzatok pedig a transzponált tényezők fordított sorrendben képezett szorzatának transzponáltjával egyenlők.

A matrix-szorzat transzponáltja. A felcserélés törvényét kifejező egyenlőségek mindkét oldalának transzponáltját képezve a következő egyenlőségekhez jutunk:

$$(\mathbf{ab})' = (\mathbf{ba}) \qquad \langle \mathbf{ab} \rangle' = \langle \mathbf{ba} \rangle$$
$$[\mathbf{ab}]' = [\mathbf{ba}] \qquad \{\mathbf{ab}\}' = \{\mathbf{ba}\}$$
$$(\mathbf{ab}]' = (\mathbf{b}'\mathbf{a}'] \qquad \langle \mathbf{ab} \}' = \langle \mathbf{b}'\mathbf{a}' \}$$
$$[\mathbf{ab})' = [\mathbf{b}'\mathbf{a}') \qquad \{\mathbf{ab} \rangle' = \{\mathbf{b}'\mathbf{a}' \rangle$$

Ebben az alakban egyenlőségeink azt fejezik ki, hogy a *matrix-szorzat transzponáltja* a sor-soros és az oszlop-oszlopos szorzatok körében a fordított sorrendben képezett szorzattal, a sor-oszlopos és az oszlop-soros szorzatok körében pedig a transzponált tényezők fordított sorrendben képezett szorzatával egyenlő.

Háromtényezős matrix-szorzatok. Az **a**, **b**, **c** matrixok sorainak számát jelöljük rendre m_a, m_b, m_c-vel, oszlopaik számát pedig rendre n_a, n_b, n_c-vel. A sorok, ill. oszlopok számára vonatkozó bizonyos feltételek teljesülése esetén értelmezhetjük a három közül két matrix szorzatának és a harmadik matrixnak a feltételeknek megfelelő szorzatát.

Legyen pl. $n_a = n_b = n$, $m_b = n_c = m$.

Az első feltétel alapján van értelme az (**ab**) szorzatnak s ez m_a soros és m oszlopos matrix. A második feltétel szerint **c** is m oszlopos matrix, tehát van értelme az (**ab**) matrix és a **c** matrix ((**ab**)**c**)-vel jelölhető *sor-soros szorzat*-ának is. Ez nyilván oly matrix, amelyben az i-edik sor k-adik eleme az (**ab**) matrix i-edik sorának.

$$\sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{1h}, \quad \sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{2h}, \ldots, \quad \sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{mh}$$

és a **c** matrix k-adik sorának kompozíciója :

$$((\mathbf{ab})\,\mathbf{c}) = \left\| \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{jh} \right) c_{kj} \right\| \qquad (i = 1, 2, \ldots, m_a;\ k = 1, 2, \ldots, m_c)$$

Tehát ((**ab**)**c**) m_a soros és m_c oszlopos matrix.

Ugyanígy tárgyalva a többi eseteket, eredményeinket a következő összeállítás tartalmazza :

I. $n_a = n_b = n$, $m_b = n_c = m$ $\quad ((\mathbf{ab})\mathbf{c}) = \left\| \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{jh} \right) c_{kj} \right\|$ $\quad (i = 1, \ldots, m_a;\ k = 1, \ldots, m_c)$

II. $m_a = m_b = m$, $n_a = n_c = n$ $\quad [[\mathbf{ab}]\mathbf{c}] = \left\| \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{h=1}^{m} a_{hj} b_{hi} \right) c_{jk} \right\|$ $\quad (i = 1, \ldots, n_b;\ k = 1, \ldots, n_c)$

III. $n_a = m_b = n$, $n_b = m_c = m$ $\quad ((\mathbf{ab})\mathbf{c}] = \left\| \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{h=1}^{n} a_{ih} b_{hj} \right) c_{jk} \right\|$ $\quad (i = 1, \ldots, m_a;\ k = 1, \ldots, n_c)$

IV. $m_a = n_b = m$, $n_a = n_c = n$ $\quad [(\mathbf{ab})\mathbf{c}) = \left\| \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{h=1}^{m} a_{hj} b_{ih} \right) c_{kj} \right\|$ $\quad (i = 1, \ldots, m_b;\ k = 1, \ldots, m_c)$

Hasonlókép foglalkozhatunk az (**a**(**bc**)), . . . alakú és az $\langle\langle \mathbf{ab} \rangle\, \mathbf{c}\rangle$, . . . , $\langle \mathbf{a} \langle \mathbf{bc} \rangle\rangle$, . . . stb. másodfajú háromtényezős matrix-szorzatokkal is.

Ezekkel azonban a háromtényezős matrix-szorzatok összes lehetséges változatait korántsem merítettük ki. Az eddig tárgyalt változatokban ugyanazon az oldalon az illető matrix tényezőknek vagy csak a sorai, vagy csak az oszlopai vesznek részt a szorzást értelmező

kompozíciókban. Ha ettől a megkötöttségtől eltérünk, ([ab]c), [(ab)c], ... stb. alakú (a jelölésből könnyen megérthető értelmezésű) újabb változatokhoz jutunk.

A társítás törvénye. A háromtényezős matrix-szorzatok elemeit értelmező kettős összegekben az összegezés sorrendjének felcserélése pl. az $n_a = n_b = n$, $m_b = n_c = m$ esetben a következő eredményre vezet:

$$((ab)c) = \left\| \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{h=1}^{n} a_{ih}\, b_{jh} \right) c_{kj} \right\| = \left\| \sum_{h=1}^{n} a_{ih} \left(\sum_{j=1}^{m} b_{jh}\, c_{kj} \right) \right\| =$$

$$= (a[bc)] = (a(b'c)') = (a(cb'))$$

$$((ab)c) = (a(cb'))$$

A többi matrix-szorzatok megfelelő egyenlőségeit is megállapítva a fentiekkel együtt a következő egyenlőségeket nyerjük:

$$\begin{array}{llll} ((ab)c) = (a(cb')), & & \langle\langle ab\rangle c\rangle & = \langle b\langle a'c\rangle\rangle \\ [[ab]c] = [b[a'c]], & & \{\{ab\}c\} & = \{a\{cb'\}\} \\ ((ab]c] = (a\ (bc]], & & \langle\langle ab\}c\} & = \langle b'\langle c'a\}\} \\ [[ab)c) = [b'[c'a)), & & \{\{ab\rangle c\rangle & = \{a\{bc\rangle\rangle \\ & & & \\ (a(bc)) = ((ac')b), & & \langle a\langle bc\rangle\rangle & = \langle\langle b'a\rangle c\rangle \\ [a[bc]] = [[b'a]c], & & \{a\{bc\}\} & = \{\{ac'\}b\} \\ (a(bc]] = ((ab]c], & & \langle a\langle bc\}\} & = \langle ca'\}b'\} \\ [a[bc)) = [[ca')b'), & & \{ab\{c\rangle\rangle & = \{\{ab\rangle c\rangle \end{array}$$

Ezek tehát a *társítás törvényé*-nek alakjai a matrix-szorzatok körében. Látjuk, hogy csak az elsőfajú sor-oszlopos matrix-szorzás és a másodfajú oszlop-soros matrix-szorzás társítási törvénye olyan alakú, mint amilyen a számok szorzásának társítási törvénye, a többi matrix-szorzás társítási törvénye egészen más alakú.

Az említett további háromtényezős szorzatváltozatok köréből figyelemreméltó a társítás törvényének következő két alakja:

$$([ab]c) = [a(bc)] \text{ és } \{\langle ab\rangle c\} = \langle a\{bc\}\rangle$$

A háromtényezős matrix-szorzat transzponáltja. A matrix-szorzás társítási törvényét és a kéttényezős matrix-szorzat transzponáltjára vonatkozó tételeket kifejező egyenlőségekből következik, hogy

$$\begin{array}{llll} ((ab)c)' = ((cb')a) & & \langle\langle ab\rangle c\rangle & = \langle\langle a'c\rangle b\rangle \\ [[ab]c]' = [[a'c]b] & & \{\{ab\}c\}' & = \{\{cb'\}a\} \\ ((ab]c]' = ((c'b']a'] & & \langle\langle ab\}c\}' & = \langle\langle a'c\}b\} \\ [[ab)c)' = [[a'c)b) & & \{\{ab\rangle c\rangle' & = \{\{c'b'\rangle a'\rangle \end{array}$$

$$(a(bc))' = ((bc)a) \qquad \langle a\langle bc\rangle\rangle' = \langle\langle bc\rangle a\rangle$$
$$[a[bc]]' = [[bc]a] \qquad \{a\{bc\}\}' = \{\{bc\}a\}$$
$$(a(bc]]' = ((c'b']a'] \qquad \langle a\{bc\}\rangle' = \langle\{c'b'\}a'\}$$
$$[a[bc))' = [[c'b')a') \qquad \{a\langle bc\rangle\}' = \{\langle c'b'\rangle a'\rangle$$

Ezek az egyenlőségek fejezik ki a *háromtényezős matrix-szorzat transzponáltjá*-ra vonatkozó tételeket. Ez egyenlőségekben megnyilvánuló törvényszerűségek szavakbafoglalása körülményesebbnek látszik, mint a kéttényezős szorzatok körében. A többtényezős matrix-szorzat transzponáltjára vonatkozó tételek megállapítása után azonban látni fogjuk, hogy a törvényszerűség mégis elég egyszerűen kifejezhető.

Látjuk tehát, hogy a matrix-szorzások körében a felcserélés és a társítás törvénye is a matrix-szorzat transzponáltjára vonatkozó tételben foglalható össze. Ez a tétel tehát úgy tekinthető, mint a matrix-szorzás műveleti törvényeinek alaptétele.

Többtényezős matrix-szorzatok transzponáltja. A két- és háromtényezős matrix-szorzatok transzponáltjára vonatkozó tételekből, illetve ezek ismételt alkalmazásából megállapíthatjuk a négy, öt . . . stb. tényezős matrix-szorzatok transzponáltjára vonatkozó tételeket is. Erre két példát mutatunk be :

$$(ab)' = (ba)$$
$$((ab)c)' = ((cb')a)$$
$$\big(((ab)c)d\big)' = \big((dc)'(ab)\big) = \big(((dc')d')a\big)$$
$$\big((((ab)c)d)e\big)' = \big(((ed')c')(ab)\big) = \big((((ed')c')b')a\big)$$

$$\langle ab\rangle' = \langle ba\rangle$$
$$\langle\langle ab\rangle c\rangle' = \langle\langle a'c\rangle b\rangle$$
$$\langle\langle\langle ab\rangle c\rangle d\rangle' = \langle\langle\langle ab\rangle' d\rangle c\rangle = \langle\langle\langle ba\rangle d\rangle c\rangle$$

$$\langle\langle\langle\langle ab\rangle c\rangle d\rangle e\rangle' = \langle\langle\langle c\langle ab\rangle\rangle e\rangle d\rangle = \langle\langle\langle\langle a'c\rangle b\rangle e\rangle d\rangle$$
$$\langle\langle\langle\langle\langle ab\rangle c\rangle d\rangle e\rangle f\rangle' = \langle\langle\langle\langle\langle ab\rangle' d\rangle c\rangle f\rangle e\rangle = \langle\langle\langle\langle\langle ba\rangle d\rangle c\rangle f\rangle e\rangle$$

Általában a következő törvényszerűségeket kapjuk :

Az elsőfajú sor-soros matrix-szorzat és a másodfajú oszlop-oszlopos matrix-szorzat transzponáltja oly szorzat, amelynek tényezői az eredeti szorzatnak fordított sorrendben vett és az első s utolsó kivételével transzponált tényezői.

Az elsőfajú oszlop-oszlopos matrix-szorzat és a másodfajú sor-soros matrix-szorzat transzponáltja oly szorzat, amely az eredetiből úgy adódik, hogy :

ha a tényezők száma páros, akkor a páratlan sorszámú helyeken álló tényezők mindegyikét a rákövetkező tényezővel felcseréljük,

ha pedig a tényezők száma páratlan, akkor az első tényezőt a transzponáltjával pótoljuk és a páros sorszámú helyeken álló tényezők mindegyikét a rákövetkező tényezővel felcseréljük.

Az elsőfajú sor-oszlopos matrix-szorzat és a másodfajú oszlop-soros matrix-szorzat transzponáltja oly szorzat, amelynek tényezői az eredeti szorzat fordított sorrendben vett tényezőinek transzponáltjai.

Az elsőfajú oszlop-soros matrix-szorzat és a másodfajú sor-oszlopos matrix-szorzat transzponáltja oly szorzat, amely az eredetiből úgy adódik, hogy :

ha a tényezők száma páros, akkor a páratlan sorszámú helyeken álló tényezők mindegyikét a rákövetkező tényezővel felcseréljük és ezenkívül az első és a második tényezőt a transzponáltjával pótoljuk,

ha pedig a tényezők száma páratlan, akkor az első tényezőt a transzponáltjával pótoljuk és a páros sorszámú helyeken álló tényezők mindegyikét a rákövetkező tényezővel felcseréljük.

A TEJÚTRENDSZER DINAMIKÁJA

Irta: *Kolbenheyer Tibor.*

Stellárdinamikai problémák tárgyalásánál általában kétféle eljárás alkalmazása lehetséges. Az egyik az eloszlási függvény vizsgálata, a másik a hidrodinamika Euler-féle egyenleteihez analóg differenciálegyenlet-rendszer integrálása. A két módszer lényegében teljesen ekvivalens, mivel az utóbb említett egyenletrendszert az eloszlási függvény egy ismert tulajdonságából le lehet vezetni.

Mint ismeretes $f(x, y, z, u, v, w, t)$ eloszlási függvény kielégíti a

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} u + \frac{\partial f}{\partial y} v + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot w +$$

$$+ \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial w} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \ldots\ldots \quad 1.$$

BOLTZMANN-féle egyenletet, ahol φ a potenciál. Ha ezt az egyenletet először u-val, majd pedig v-vel és w-vel megszorozzuk és azután mind a három esetben az összes sebességkomponens szerint $-\infty$ és $+\infty$ határok közt integrálunk, a következő differenciálegyenletek adódnak:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\varrho \bar{u}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\varrho \cdot \overline{u^2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varrho \cdot \overline{uv}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho \cdot \overline{uw}\right) = \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\varrho \bar{v}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\varrho \overline{uv}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varrho \cdot \overline{v^2}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho \cdot \overline{vw}\right) = \varrho \frac{d\varphi}{\partial y} \quad 2.$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\varrho \overline{w}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\varrho \cdot \overline{uw}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varrho \cdot \overline{vw}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho \cdot \overline{w^2}\right) = \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

míg a kontinuitás egyenlete

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\varrho \bar{u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varrho \bar{v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho \overline{w}\right) = 0 \quad \ldots\ldots \quad 3.$$

a sebességkomponensek szerinti egyszerű integrálással adódik.

E rendszerben

$$\varrho = \varrho(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f(x, y, z, u, v, w, t)\, du\, dv\, dw$$

a térbeli sűrűség, míg általában $\overline{\psi(u, v, w)}$ a sebességkomponensek $\psi(u, v, w)$ függvényének f eloszlási függvény szerint képezett középértéke:

$$\varrho \cdot \overline{\psi(u, v, w)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f \cdot \psi\, du\, dv\, dw.$$

Az előbbi fejtegetéseknél (x, y, z) inerciarendszer volt és az eloszlási függvény, ha az eloszlás stacionárius, a mozgásegyenletek első integráljainak függvénye. Ha az (x, y, z) koordinátarendszer egy tetszőleges inerciarendszerhez rögzített tengely körül állandó szögsebességgel forog, 1. egyenlet módosul. Ha a forgás ω szögsebességgel z tengely körül történik, akkor

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}u + \frac{\partial f}{\partial y}v + \frac{\partial f}{\partial z}w + \frac{\partial f}{\partial u}\left(2\omega v + \frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) +$$

$$+ \frac{\partial f}{\partial v}\left(-2\omega u + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad \ldots\ldots \quad 1a.$$

ahol $\Phi = \varphi + \frac{1}{2}\omega^2 (x^2 + y^2)$. Mivel a hatdimenziós $(u, v, w, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ sebességvektor divergenciája most is zérus, könnyen ki lehet mutatni, hogy $\frac{df}{dt} = 0$. Ha tehát a forgó koordinátarendszerben az eloszlás stacionárius, az eloszlási függvény ismét első integrálja a mozgásegyenleteknek.

A 2. alatti egyenletrendszer is átalakul. Az első két egyenlet most

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varrho\bar{u}) - 2\omega\varrho\bar{v} + \frac{\partial}{\partial x}(\varrho\overline{u^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(\varrho \cdot \overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial z}(\varrho \cdot \overline{uw}) = \varrho\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varrho\bar{v}) + 2\omega\varrho\bar{u} + \frac{\partial}{\partial x}(\varrho \cdot \overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial y}(\varrho \cdot \overline{v^2}) + \frac{\partial}{\partial z}(\varrho \cdot \overline{vw}) = \varrho\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad 2a.$$

míg a harmadik változatlanul érvényes.

A csillagrendszer stacionárius állapotban van, ha az idő szerinti differenciálhányadosok eltűnnek. A valóságban, mivel a rendelkezésünkre álló időköz elenyészően csekély a csillagrendszerek életkorához képest, természetesen nincs módunkban meggyőződni arról, hogy valamely csillagrendszerben a sűrűség- és sebességeloszlás stacioná-

rius-e vagy sem. Feltételezhető azonban, amennyiben ez nem vezet a valósággal ellentmondó eredményekre, hogy például a galaktika rendszerében az eloszlás időbeli megváltozása a térbeli változásokhoz képest elég tág időközökben is csekély, az eloszlás kvazistacionárius és az 1*b*., ill. 1*a*. és 2*a*. egyenletekben az idő szerinti differenciálhányadosokat el lehet hanyagolni.

A továbbiakban a Galaktika kvazistacionáriusnak gondolt rendszerére fogjuk a fenti egyenleteket alkalmazni. Forgó koordinátarendszerünkben legyenek egy csillag sebességkomponensei

$$u_1 = \bar{u} + u, \quad v_1 = \bar{v} + v, \qquad w_1 = \bar{w} + w,$$

ahol $\bar{u}$, $\bar{v}$ és $\bar{w}$ a sebességkomponensek középértékei egy tetszőleges P pontban, pl. a Nap helyén. Az (x, y, z) koordinátarendszert úgy választjuk meg, hogy az x és y tengely a Galaktika síkjába esik, a z tengely pedig, amely körül a rendszer forog, e síkra merőleges és a Galaktika középpontján megy keresztül. Megválaszthatjuk továbbá ω szögsebességet úgy, hogy $\bar{v} = 0$ legyen. Kézenfekvő továbbá az a feltevés is, hogy bármely P pontban $\bar{w} = 0$. A Nap környezetére ezt gyakorlatilag is igazolni lehet. A Napot környező csillagokra ezenkívül közelítésben $\bar{u} = 0$ lehet tenni, amint azt szintén az észlelési adatok mutatják és feltehető, hogy ez a jelenség nem csak lokális jellegű, hanem az egész rendszerben mindenütt érvényesül. A 2*a*. egyenletrendszert ennekfolytán a következőképen írhatjuk:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\varrho \cdot \overline{u^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(\varrho \cdot \overline{uv}) = \varrho \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\varrho \cdot \overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial y}(\varrho \cdot \overline{v^2}) = \varrho \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\varrho \cdot \overline{w^2}) = \varrho \frac{\partial \Phi}{\partial z} \qquad \ldots\ldots\ldots \text{2b.}$$

mivel a sebességeloszlás a Galaktika síkja szerint szimmetrikusnak mutatkozik és így

$$\overline{uw} = \overline{vw} = 0.$$

Az x-tengelyt úgy választjuk meg, hogy $t = 0$ időben a P ponton menjen át és az (x, y) síkban polárkoordinátákat vezetünk be:

$$x = r \cos \vartheta, \quad y = u \sin \vartheta.$$

Ekkor

$$\frac{\partial}{\partial x} = \cos \vartheta \cdot \frac{\partial}{\partial u} - \frac{\sin \vartheta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta}$$

és

$$\frac{\partial}{\partial y} = \sin \vartheta \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \qquad \ldots\ldots\ldots 4.$$

lévén a 2*b*. egyenletrendszert polárkoordinátákban is könnyen fel lehet írni. A polárkoordináták bevezetése azért célszerű, mert a z-tengely körül rotációs szimmetriát tételezhetünk fel. Ha tehát U-val egy csillag sebességének radiális, V-vel a Galaktika síkjában lévő r-re merőleges komponensét jelöljük, akkor

$$\frac{\partial \varrho}{\partial \vartheta} = 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial \overline{U^2}}{\partial \vartheta} = \frac{\partial \overline{UV}}{\partial \vartheta} = \frac{\partial \overline{V^2}}{\partial \vartheta} = 0. \quad \ldots\ldots \quad 5.$$

u és v értékét az ismert egyszerű transzformációs formulákkal lehet U és V segítségével kifejezni. E képleteket alkalmazva

$$\overline{uv} = \overline{UV} \cdot \cos 2\vartheta + \frac{1}{2}\left(\overline{U^2} - \overline{V^2}\right) \sin 2\vartheta$$

és

$$\overline{v^2} = \overline{U^2} \sin^2 \vartheta + \overline{V^2} \cos^2 \vartheta + \overline{UV} \cdot \sin 2\vartheta \quad \ldots\ldots \quad 6.$$

A 2*b*. egyenletek átalakítása így nem okoz nehézséget. A továbbiakban azonban csak a forgó koordinátarendszerhez rögzített P pont kicsiny környezetére szorítkozunk és így $\vartheta = 0$ tehetjük. A 4., 5. és 6. alatti összefüggésekből következik

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\varrho \overline{UV}\right) = \frac{\varrho}{r}\left(\overline{U^2} - \overline{V^2}\right)$$

és

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\varrho \overline{V^2}\right) = \frac{2\varrho}{r} \overline{UV},$$

aminek felhasználásával végül is a 2*b*. rendszer a következőképen alakul át:

$$\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varrho \overline{U^2}\right) + \frac{1}{r}\left(\overline{U^2} - \overline{V^2}\right) = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \omega^2 r$$

$$\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varrho \cdot \overline{UV}\right) + \frac{2}{\varrho r}\left(\varrho \overline{UV}\right) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta}$$

$$\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho \overline{W^2}\right) = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2c.$$

E rendszer első és harmadik egyenletét először JEANS[1] vezette le abból a feltevésből kiindulva, hogy a Galaktika rendszerében az eloszlás stacionárius, az eloszlási függvényben pedig mint első integrálok csak az energia- és a területi integrálok lépnek fel. Az itt tárgyalt levezetés LINDBLAD[2] gondolatmenetét követi, amely annyival általánosabb, hogy

[1] Monthly Notices 82 (1922), 125.
[2] Festschrift für Elis Strömgren, 126.

a mozgásegyenletek első integráljait illetően semmiféle különleges feltevéshez sem folyamodik. A JEANS feltevéséből következő $\overline{U^2} = \overline{W^2}$ egyenlőség azonban a LINDBLAD meggondolásának nem szükségszerű folyománya.

A harmadik egyenlet szerint (r, ϑ, z) pontban

$$\varrho\,\overline{W^2} = \int_0^z \varrho\,(r, z)\frac{\partial\varphi\,(r, z)}{\partial z}\,dz + [\varrho\overline{W^2}]_0.$$

Ha az (r, ϑ, o) pontban a Galaktika síkjára merőleges egyenes a rendszer határfelületét, amelyen mindenütt $\varrho\overline{W^2} = 0$, e síktól z_0 távolságban metszi, akkor

$$\varrho\,\overline{W^2} = -\int_z^{z_0} \varrho\frac{\partial\varphi}{\partial z}\,dz. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7.$$

Ha tehát a sűrűségeloszlást és a potenciált mint a hely függvényét ismerjük, akkor a rendszer bármely pontjában meg tudjuk adni $\overline{W^2}$ értékét, amely a sebességeloszlás szóródására mértékadó. A 2*c*. rendszer első egyenlete ugyan csak olyan csillagcsoportokra érvényes, amelyeknek ω szögsebesség felel meg, a harmadik egyenlet azonban ω értékétől független és érvényes minden olyan csillagcsoportra külön-külön, amely mint galaktikai alrendszer magábanvéve is stacionárius eloszlású. Ekkor persze $\varrho\,(r, \vartheta, z)$ az illető alrendszer sűrűségét jelenti az (r, ϑ, z) pontban. Hasonlóképen érvényes minden ilyen alrendszerre 7. is és érvényes ez az egyenlet a Galaktika rendszerére mint egészre is.

Ha $\varrho\overline{U^2} = \varrho\overline{W^2}$ értéket mint a hely függvényét ismerjük, a 2*c*. rendszer első egyenlete összefüggést létesít U^2 és V^2 közt az (r, ϑ, z) pontban, amelyben ω értéke is fellép.

LINDBLAD[1] szerint feltételezhető, hogy a Galaktika rendszere erősen lapult rotációs ellipszoid alakú és több alrendszerből tevődik össze, amelyek szintén igen lapult rotációs ellipszoidok és fél nagytengelyük jó közelítésben egyenlő nagyságú. Az alrendszerek szimmetriatengelye és síkja a Galaktika tengelyével és síkjával esik egybe és különböző alrendszereknek különböző ω érték felel meg ugyanabban az (r, ϑ, z) pontban. A legnagyobb szögsebességgel forgó alrendszerek a leglapultabbak és sűrűségük a legnagyobb. Sem a szögsebességnek, sem pedig a sűrűségnek nem kell azonban egy alrendszerben a térben konstansnak lennie. Ha ilyenformán a csillagok sebességeloszlását egy tetszőlegesen kiválasztott alrendszer valamely pontjából szemléljük, az e pont környezetében lévő, de más alrendszerekhez tartozó csillagok sebességeloszlása ellipszoidális lesz ugyan, de a sebesség-

[1] Star — streaming and the Structure of the Stellar System. Ark. f. Math., Astron., Fysik 19A, Nr. 21(1926)

ellipszoid középpontja nem esik egybe az észlelési ponttal, hanem a Galaktika középpontjának irányára merőleges irányban tolódik el, a sebességeloszlás aszimmetrikus. LINDBLAD szerint ez az ismert STRÖMBERG-féle aszimmetria legegyszerűbb kvalitatív magyarázata.

A jelenségek kvantitatív tárgyalásánál a 2*c*. egyenletrendszerből kell kiindulnunk, természetes azonban, hogy néhány egyszerűsítő feltevéshez kell folyamodnunk. Feltételezzük még az előbbieken kívül, hogy az egyes alrendszerekben az egyenlő sűrűségű felületek szintén rotációs ellipszoidok, amelyek fél nagytengelye jó közelítésben egyenlő a Galaktikának síkjában mért *a* sugarával. Az erős lapultság folytán egy ilyen rendszer gravitációs tere kívüle lévő pontokban közelítőleg olyan, mintha a rendszer konfokális rétegekből állna.

Célunk kiszámítani e feltevésekből kiindulva a sebességeloszlás diszperzióját ($\varrho\overline{U^2} = \varrho\overline{W^2}$, valamint $\varrho\overline{V^2}$ értékét) a Galaktika síkjának tetszőleges (r, ϑ, o) pontjában. E pontban

$$p = \varrho\,\overline{U^2} = \int_0^{z_0} \varrho \,.\, K(z)\, dz,$$

ha $K_{(z)}$ a gravitációs erő z-komponense (r, ϑ, z) pontban. $K_{(z)}$ erőkomponens közelítő értékét meg tudjuk adni. Azok az ellipszoidok, amelyek az (r, ϑ, z) pontot magukbazárják, $K_{(z)}$-hez olyan értékkel járulnak hozzá, amely z-vel közelítőleg arányos. Az (r, ϑ, z) ponton keresztül ugyanis egy *a* féltengelyű $F(r, \vartheta, z)$ rotációs ellipszoidot lehet szerkeszteni. Az e felületen kívül lévő térrészt *a* féltengelyű ellipszoidokkal rétegekre bonthatjuk és ennekfolytán e térrész gravitációs tere az (r, ϑ, z) pontban olyan, mint ha a pont egy homogén ellipszoid belsejében volna. Ha ugyanis kívülről számítva az egyes rétegek sűrűsége $\varrho_0 = 0$, $\varrho_1, \varrho_2, \ldots \varrho_n$ és $\Delta\varrho_i = \varrho_i - \varrho_{i-1}$, akkor az (r, ϑ, z) pontban úgy kapjuk meg a gravitációs potenciált, ha összeadjuk az egyes rétegeknek megfelelő $\Delta\varrho_1, \Delta\varrho_2, \ldots \Delta\varrho_u$ sűrűségű homogén ellipszoidok potenciálját (V_1) és kivonjuk az összegből az $F(r, \vartheta, z)$ felület körülzárta ϱ sűrűségű ellipszoid potenciálját. Ez utóbbit azonban az $F(r, \vartheta, z)$ ellipszoid belsejében lévő tömegek potenciáljának kiszámításánál (V_2) vesszük tekintetbe. Derékszögű koordináták esetén V_1 kvadratikus, az ebből származó $K_1(z)$ komponens z-vel arányos.

Válasszunk a Galaktika síkjában még egy (r_1, ϑ_1, o) pontot. A Galaktika síkjára e pontban szerkesztett merőleges a rendszer határfelületét z_0' pontban, $F(r, \vartheta, z) \equiv F(r_1, \vartheta_1, z')$ felületet pedig z' pontban metszi. Egy ismert elemi geometriai tétel szerint ekkor a következő egyenlet áll fenn:

$$\frac{z'}{z} = \frac{z_0'}{z_0},$$

Előbbi fejtegetéseinkből következik még

$$\frac{K_1(z')}{K_1(z)} = \frac{z'}{z} = \frac{z_0'}{z_0}.$$

ha $K_1(z) = \frac{\partial \varphi_1}{\partial z}$. Mivel azonban az $F(r, \vartheta, z)$ ellipszoid belsejében az egyenlő sűrűségű rétegeket közelítésben konfokálisoknak tekinthetjük egy $F(r, \vartheta, z)$ ellipszoiddal, egy jól ismert tétel szerint ugyanez a reláció érvényes $K_2(z') : K_2(z)$ viszonyra is, ahol $K_2(z) = \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}$. $K(z) = K_1(z) + K_2(z)$ lévén

$$\frac{K(z')}{K(z)} = \frac{z'}{z} = \frac{z_0'}{z_0}.$$

Ha képezzük p' integrált az (r_1, ϑ_1, o) pontban, tekintetbe kell vennünk, hogy $z' = z \cdot z_0'/z_0$ értéknél

$$\varrho(r_1, \vartheta_1, z') = \varrho(r, \vartheta_1 z); \quad K(z') = K(z) \cdot \frac{z_0'}{z_0}; \quad dz' = \frac{z_0}{z_0} \cdot dz$$

és ennekfolytán

$$p' = \int_0^{z_0'} \varrho(r_1, \vartheta_1, z') \cdot K(z') \cdot dz' = \left(\frac{z_0'}{z_0}\right)^2 \cdot p,$$

vagyis

$$\frac{p}{z_0^2} = \frac{p'}{z_0'^2} = C = \text{konst.}$$

Ebből pedig könnyű szerrel kimutathatjuk, hogy

$$p = C \cdot c^2 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right),$$

ha c a Galaktika fél kistengelyének hossza. Ezt az értéket a $2c$. egyenletrendszer első egyenletébe bevezetve

$$\overline{U^2} - \overline{V^2} = \omega^2 r^2 + \left(\frac{2C \cdot c^2}{\varrho \cdot a^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial r} \cdot r\right) \ldots\ldots 8.$$

adódik. Ez annyit jelent, hogy egy tetszőlegesen megválasztott pontban a sebességellipszoid tengelyhosszainak viszonya függ ω szögsebességtől és különböző alrendszerekhez tartozó csillagok csoportjaira más és más értéket vesz fel. Megjegyezzük még, hogy 8. egyenletből egyszerű meggondolások alapján le lehet vezetni az ismert Strömberg-féle egyenletet, ha r értéke a értékét megközelíti.

A Naprendszer közeli környezetében lévő csillagok sebességeloszlásának elméleti tárgyalását először LINDBLAD[1] kísérelte meg a Galaktika kvazistacionárius állapotát feltételezve. Fejtegetéseiben a probléma kétdimenzióbeli tárgyalására szorítkozott, míg CHANDRASEKHAR[2] az elméletet három dimenzióra terjesztette ki, anélkül, hogy LINDBLAD fejtegetéseinek gondolatmenetétől lényegesen eltért volna.

Forgó koordinátarendszerünket most úgy választjuk meg, hogy z-tengelye P észlelési ponton menjen keresztül. Az x-tengelyt ugyanúgy választjuk mint előbb, az y tengely ismét a Galaktika síkjába esik, a z-tengely pedig merőleges rá.

A forgó koordinátarendszerben a mozgásegyenletek a következők :

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} &= \frac{r_0 + x}{r} \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \omega^2 (r + x) \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} &= \frac{y}{r} \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \omega^2 y \\ \ddot{z} &= \frac{\partial\varphi}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9.$$

A jobboldali kifejezéseket sorba fejthetjük és ha csak a P pont közeli környezetére szorítkozunk, amelyről feltételezzük, hogy a Galaktika középpontjától nagy távolságban van, az elsőnél magasabbrendű kis értékeket elhanyagolhatjuk. Ekkor az

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} &= x\left[\omega^2 + \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\right)_0\right] + z\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial z}\right)_0 \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} &= 0 \\ z &= x\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial r\,\partial z}\right)_0 + z\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 9a.$$

rendszer adódik, ahol a o index azt jelenti, hogy a parciális differenciálhányadost a P pontban kell képezni. Tegyük még

$$4\omega(\omega + A_0) = \alpha; \quad -\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial z}\right)_0 = \beta; \quad -\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)_0 = \gamma; \quad -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) = Q, \qquad 10.$$

ahol

$$A_0 = -\frac{1}{4\omega}\left[\omega^2 + \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\right)_0\right]$$

[1] Arkiv för Mat., Astr. och Fysik, 20A, No. 17, 1927; Stockholms Observ. Annaler, 12, No. 4, 1936.

[2] Monthly Notices 98 (1938), 710.

az OORT-féle A konstans a P pontban. A 9*a*. rendszer integrálása nem vezet semmiféle nehézségre:

$$\left.\begin{aligned} x &= X_1 \sin g_1 (t-\delta_1) + X_2 \sin g_2 (t-\delta_2) + \frac{\beta}{\alpha\gamma-\beta^2}\cdot Q \\ y &= \frac{2\omega}{g_1} X_1 \cos g_1 (t-\delta_1) + \frac{2\omega}{g_2} X_2 \cos g_2 (t-\delta_2) - \frac{2\omega\beta}{\alpha\gamma-\beta^2} Q(t-\delta_3) + X_3 \\ z &= \frac{g_1^2-\alpha}{\beta} X_1 \sin g_1 (t-\delta_1) + \frac{g_2^2-\alpha}{\beta} X_2 \sin g_2 (t-\delta_2) - \frac{\alpha}{\alpha\gamma-\beta^2}\cdot Q \end{aligned}\right\} 11.$$

ahol X_1, X_2, X_3, valamint $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ konstans értékek, míg g_1^2 és g_2^2 a

$$\begin{vmatrix} \alpha-g^2 & \beta \\ \beta & \gamma-g^2 \end{vmatrix} = 0$$

egyenletet elégítik ki:

$$\left.\begin{aligned} g_1^2 &= \frac{1}{2}\left[(\alpha+\gamma) + \sqrt{(\alpha-\gamma)^2+4\beta^2}\right] \\ g_2^2 &= \frac{1}{2}\left[(\alpha+\gamma) - \sqrt{(\alpha-\gamma)^2+4\beta^2}\right] \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 12.$$

A sebességekre könnyen kapjuk a következő rendszert:

$$\left.\begin{aligned} u &= g_1 X_1 \cos g_1 (t-\delta_1) + g_2 X_2 \cos g_2 (t-\delta_2) \\ v &= -2\omega X_1 \sin g_1 (t-\delta_1) - 2\omega X_2 \sin g_2 (t-\delta_2) - \frac{2\omega\beta Q}{\alpha\gamma-\beta_2} \\ w &= g_1 \frac{g_1^2-\alpha}{\beta} X_1 \cos g_1 (t-\delta_1) + g_2 \cdot \frac{g_2^2-\alpha}{\beta} X_2 \cos g_2 (t-\delta_2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 13.$$

A mozgásegyenletek első integráljait úgy kapjuk meg, ha 11. és 13. rendszerekből $X_1, X_2, X_3, \delta_1, \delta_2, \delta_3$ konstansokat x, y, z, u, v, w értékek segítségével fejezzük ki. Az így adódó integrálok közül azonban csak azok érdekelnek, amelyek ellipszoidális eloszlást adnak, vagyis csak a kvadratikusak. Ezek pedig X_1 és X_2 konstansok kifejezéséből adódnak. A kvadratikus első integrálok[1]

$$\left.\begin{aligned} I_1 &\equiv \left[\left(\frac{v}{2(\omega+A)}\right) + \frac{\beta}{\alpha\gamma-\beta^2}\cdot Q + \frac{\beta}{g_2^2-\alpha}\left(z+\frac{\alpha Q}{\alpha\gamma-\beta^2}\right)\right]^2 + \frac{1}{g_1^2}\left(u-\frac{\beta}{g_2^2-\alpha}w\right)^2 \\ I_2 &\equiv \left[\frac{g_1^2-\alpha}{\beta}\left(\frac{1}{2(\omega+A)}v + \frac{\beta}{\alpha\gamma-\beta^2}\cdot Q\right) + \left(z+\frac{\alpha Q}{\alpha\gamma-\beta^2}\right)\right]^2 + \frac{1}{g_2^2}\left(\frac{g_1^2-\alpha}{\beta}u-w\right)^2 \end{aligned}\right| \quad 14.$$

[1] $I_1 = X_1^2\left(\frac{g_1^2-g_2^2}{g_2^2-\alpha^2}\right)^2, \quad I_2 = X_2^2\left(\frac{g_1^2-g_2^2}{\beta}\right)^2.$

Ha f eloszlási függvény exponenciális és argumentuma $I_1 + \lambda^2 I_2$ alakú, akkor

$$f = C \cdot e^{-k(I_1 + \lambda^2 I_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 15.$$

A Galaktika síkjában a szimmetria folytán a z-szerinti differenciálhányadosok eltűnnek és így $\beta = Q = 0$, amiből

$$I_1 \equiv \frac{v^2}{4(A+\omega)^2} + \frac{u^2}{g_2^2}, \quad I_2 \equiv z^2 + \frac{w^2}{g_2^2} \quad \ldots\ldots \quad 14a.$$

ahol

$$g_1^2 = \alpha = 4\omega(\omega + A), \quad g_2^2 = \gamma$$

és 15. alatti képletünkből kiindulva ki lehet mutatni, hogy

$$\overline{|u|} : \overline{|v|} : \overline{|w|} = 1 : \sqrt{1 + \frac{A}{\omega}} : \frac{1}{2\lambda}\sqrt{\frac{\gamma}{\omega(\omega + A)}} \quad \ldots \quad 16.$$

λ értékét meg lehet választani úgy, hogy két tetszőleges tengely ekvivalens legyen. CHANDRESEKHAR meggondolása arra az eredményre vezet, hogy a sebességellipszoid két tengelye abban a Galaktika síkjára merőleges síkban van, amely P ponton megy keresztül, függetlenül attól, hogy P pont a Galaktika síkjában van-e vagy sem. Olyan pontokban azonban, amelyek nincsenek e síkban, a sebességellipszoid egyik tengelye párhuzamos ugyan az y-tengellyel, másik két tengelye azonban nem párhuzamos az x- vagy z-tengellyel. Ha a hajlásszöget ψ-vel jelöljük $\left(0 < \psi < \frac{1}{2}\pi\right)$, akkor

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{-2\left[\frac{\beta}{g_1^2(g_2^2 - \alpha)} + \lambda^2 \frac{g_1^2 - \alpha}{g_2^2 \beta}\right]}{\frac{1}{g_1^2}\left[1 - \frac{\beta^2}{(g_2^2 - \alpha)^2}\right] + \frac{\lambda^2}{g_2^2}\left[\frac{(g_1^2 - \alpha)^2}{\beta^2} - 1\right]}.$$

Feltételeztük az eddigiek folyamán, hogy a Galaktika rendszerében a tömegek sűrűségeloszlása rotációs szimmetriát mutat. Ebben az esetben természetesen ugyanezt kell feltételeznünk φ potenciálról is, amiből viszont egy elvi jelentőségű összefüggés adódik a Galaktika tengelyének irányába eső erőkomponens gradiense és a sűrűség közt, amelyben az Oort-féle konstansok, A és B szerepelnek. E két állandóra a következő két egyenlet érvényes:

$$A = \frac{1}{4\omega}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right); \qquad B = \frac{1}{4\omega}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{3}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right).$$

E két értéket összeadva

$$2\omega(A + B) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17.$$

Másrészt azonban a rotációs szimmetria folytán a LAPLACE-féle $\Delta\varphi$ kifejezésben ϑ szerinti differenciálhányadosok nem lépnek fel és így a POISSON-féle egyenlet

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -C\,.\,\varrho \quad \ldots\ldots\ldots \quad 18.$$

alakot ölti. Tekintetbe véve a 17. alatti összefüggést,

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = \frac{\partial K(z)}{\partial z} = -C\,.\,\varrho - 2\,\omega\,(A+B) = -C\,.\,\varrho + 2\,(B^2 - A^2). \quad 19.$$

A Galaktika síkjában a szimmetria folytán $\frac{\partial K(z)}{\partial z} = 0$ és így

$$\varrho = \frac{2\,(B^2 - A^2)}{C}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 20.$$

Ez a képlet természetesen csak az olyan nagykiterjedésű térrészekben fellépő közepes sűrűségre érvényes, amelyekben a galaktikai rendszer szimmetriatulajdonságai megnyilvánulnak, helyi jellegű eltérésekről azonban természetesen nem ad számot.

A $\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\gamma$ érték a CHANDRASEKHAR-féle fejtegetésekben is szerephez jutott. Az alkalmazott sorbafejtéseknél tehát γ értékét más (ismertnek feltételezett) értékekre vezethetjük vissza.

Előző fejtegetéseink folyamán láttuk, hogy rotációs szimmetriatulajdonságokkal rendelkező stacionárius rendszereknél a sebességeloszlás mindig olyan, hogy a sebességellipszoid két tengelye bármely pontban a rendszernek e ponton át fektetett meridiánsíkjában fekszik. Elvárhatnók ennek alapján, hogy a Galaktika síkjához közeli pontokban a sebességellipszoid leghosszabb tengelye a Galaktika középpontja felé irányuljon, vagyis hogy a vertex iránya a középpont irányával megegyezzék.

Az észlelési adatok e tekintetben csak annyiban támasztják alá az elméletet, hogy a valóságban a vertex és a Galaktika centrumának iránya közti eltérés nem túlságosan nagy, de minden kétséget kizáróan kimutatható. Főleg a fényes csillagok mozgására vonatkozó adatok alkalmasak arra, hogy a vertex deviációját kimutathassuk és meg is határozhassuk belőlük. A deviációra 15°—20° érték adódik. Gyengébb csillagoknál a jelenség nem lép fel ugyan ennyire kifejezetten, de itt is kétséget kizáróan igazolni lehet.

A jelenség magyarázata LINDBLAD[1] szerint abban rejlik, hogy

[1] Festschrift für Elis Strömgren 126. és 133.

a galaktikai rendszer nem szigorúan stacionárius és a rotációs szimmetria sem feltétlenül tökéletes. Máskülönben pl. a 2*c*. egyenletrendszerből következnék, $\frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} = 0$ lévén,

$$\frac{\partial}{\partial r} \log (\varrho \overline{UV}) + \frac{2}{r} = 0, \quad \text{vagyis} \quad \varrho \, . \, \overline{UV} = \frac{C}{r^2},$$

ha pedig feltételezzük, hogy $\overline{UV}$ értéke mindenhol véges, akkor $c = 0$ kell tenni és ekkor $\overline{UV} = 0$ mindenütt. Ez pedig a vertex deviációjával ellentmondó eredmény.

LINDBLAD szerint a vertex deviációját kielégítő módon csak úgy tudjuk megmagyarázni, ha az eloszlási függvényben nemcsak a 9*a*. differenciálegyenletrendszer 14. alatti két első integrálja lép fel, hanem $(t - \delta_1)$, $(t - \delta_2)$ és $(t - \delta_3)$ is. A mozgásegyenletek integrálása útján a koordinátákra és sebességkomponensekre adódó egyenletekből X_1, X_2, $(t - \delta_1)$, $(t - \delta_2)$ és $(t - \delta_3)$ értékét a koordináták segítségével kell kifejezni. Az eloszlási függvény ennek megfelelően

$$F(X_1, X_2, t - \delta_1, t - \delta_2, t - \delta_3) = f(x, y, z, u, v, w) \quad . \quad . \quad . \quad 21.$$

alakú. A térbeli sűrűségeloszlás függvénye

$$\varrho(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \iint F(X_1, X_2, t - \delta_1, t - \delta_2, t - \delta_2) \, du \, dv \, dw \quad . \quad . \quad . \quad 22.$$

OORT[1] újabban a vertex deviációját kissé más formában próbálta megmagyarázni. Szerinte a deviáció létezése már magábanvéve is arra vall, hogy a rotációs szimmetria a sűrűségeloszlásban nem érvényesül szigorúan. Lehetséges az is, hogy az eltérések nem pusztán lokális jellegűek, hanem nagyobb térrészekre is kiterjednek. OORT szerint a vertex-deviációt meg lehet magyarázni, hogyha a Nap kb. 700 parsec kiterjedésű környezetében a sűrűség 248° és 271° galaktikai hosszúság közt közelítőleg kétszer akkora, mint 17° és 42° galaktikai hosszúság közt. (A két zóna a Napot a Galaktika középpontjával összekötő egyenes szerint szimmetrikusan fekszik). LINDBLAD kimutatta, hogy OORT fejtegetései arra az esetre vezethetők vissza, ha a 21. alatti eloszlási függvényben csak X_1, X_2 és $(t - \delta_1)$ lép fel.

[1] Astrophysical Journal 91 (1940), 279.

PÁLYAJAVITÁS A BOLYGÓ FÖLDTÁVOLSÁGÁNAK ÉS A SEBESSÉGNEK VARIÁCIÓJÁVAL.

Irta: *Kulin György.*

A pályaszámítás szempontjából igen fontos tény az, hogyha a pálya bármely pontjában egy adott pillanatban ismeretes az égitest Naphoz viszonyított helyzete és az adott pontban az égitest sebessége, akkor ezekből az adatokból az egész pálya alakja, tehát a pályaelemek levezethetők.

Ezt a fontos elvet alkalmazta LAPLACE, megtaláljuk LAGRANGE-nál, HARZER-nél, ANDOYER, WILKENS, LEUSCHNER és legújabban VÄISÄLÄ pályaszámítási módszerében.

Az természetes, hogy a naptávolságot képviselő x, y, z (röviden s) koordináták és a sebességkoordináták x', y', z' (röviden s') segítségével bármely későbbi időpontra efemeris is számítható.

Jelen értekezésemben azt vizsgálom, hogy a VÄISÄLÄ-módszert* miképen lehetne felhasználni arra, hogy egy későbbi évben történt megfigyelés adataiból a pályaelemeket javítani lehessen. A gyakorlatban ugyanis bármennyire törekszünk pontos megfigyelési adatokat felhasználni a pályaszámításhoz, az elkerülhetetlen megfigyelési hibák miatt a pályaelemek nem lesznek tökéletesek s az eltérések az idővel egyre nőnek. Tekintettel azonban arra, hogy a pályaelemek hibái kicsinyek, a pályajavításban kielégítő eredményt érünk el, ha a számított és megfigyelt pozíciók különbsége és a pályaelemek közötti összefüggést lineárisnak vesszük, még évek után is.

Az efemeris alapképletéül nem nagy időközre, előnyösen használható VÄISÄLÄ eljárása alapján a következő egyenletrendszer:

$$\begin{aligned} \Delta_t \cos \delta_t \cos \alpha_t &= f_t x + g_t x' + X_t \\ \Delta_t \cos \delta_t \sin \alpha_t &= f_t y + g_t y' + Y_t \\ \Delta_t \sin \delta_t \quad\quad &= f_t z + g_t z, + Z_t \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \text{I.}$$

Az index nélküli adatok a pályaszámításhoz felhasznált középső megfigyelésre vonatkoznak. Ezek azok az alapmennyiségek (az égi-

* Csillagászati Lapok II. évf. 108. old.

test napkoordinátái és a sebességkoordináták), amelyeknek jelentőségéről szóltunk. A t indexszel ellátott mennyiségek a középső megfigyeléstől számított t időben érvényesek. Δ = az égitest földtávolsága, α, δ az égitest rektaszcenziója és deklinációja X, Y, Z, a Föld napkoordinátái. f és g értelmét alább adjuk.

Az $s = x, y, z$ koordináták időszerinti hatványsora:

$$s = s + s'\tau + \frac{1}{2!}s''\tau^2 + \frac{1}{3!}s'''\tau^3 + \ldots \quad \text{II.}$$

$\tau = k(t_t - t)$, ahol k a Gauss-féle állandó, $k = 0{\cdot}0172021$.

A hatványsorban a magasabb differenciálhányadosok a mozgásegyenlet

$$s'' = -\frac{s}{r^3} \quad \text{II/a.}$$

segítségével mindig kiküszöbölhetők, úgyhogy csak az első differenciálhányados marad meg II-ben.

f jelenti tehát II hatványsorában az s együtthatóiból, g pedig az s' együtthatóiból összevont kifejezést. Ezek szerint f és g függvényei az időnek.

$$f = 1 - a_2\tau^2 + a_3\tau^3 + a_4\tau^5 + a_5\tau^6 + \ldots$$
$$g = \tau - b_3\tau^3 + b_4\tau^4 + b_5\tau^5 + b_6\tau^6 + \ldots \quad \text{III.}$$

a és b állandók, kifejezéseikben II/a miatt a bolygó naptávolsága r, és annak differenciálhányadosai szerepelnek.

Minthogy τ értéke 58 napon túl már nagyobb az egységnél, magasabb hatványai oly mértékben nőhetnek, hogy az a és b állandók kicsiny és egyre csökkenő értékei mellett is a sor divergens lesz.

Emiatt III nem alkalmas arra, hogy vele pl. 1—2 év mulva efemerist számítsunk. Hosszabb időre az efemeris számításra VÄISÄLÄ is azt ajánlja, hogy a Gaussnál szereplő ekvatoriális P, Q konstansokat használjuk. Gauss képlete az efemerisre:

$$\begin{aligned}
\Delta_t \cos\delta_t \cos\alpha_t &= a P_x (\cos E_t - e) + a\cos\varphi Q_x \sin E_t + X_t \\
\Delta_t \cos\delta_t \sin\alpha_t &= a P_y (\cos E_t - e) + a\cos\varphi Q_y \sin E_t + Y_t \\
\Delta_t \sin\delta_t &= a P_z (\cos E_t - e) + a\cos\varphi Q_z \sin E_t + Z_t
\end{aligned} \quad \text{IV.}$$

A P és Q konstansok a pályaelemekből kiszámítható kifejezések. Értékük a Väisälä-módszerben a sebességekkel egyszerűen számítható, míg a Gauss—Encke-módszerben csak újabb segédmennyiségek bevezetésével.

Väisälä módszerében

$$P_s = \gamma s + \gamma' s' \quad \cos\varphi\, Q_s = \delta s + \delta' s' \qquad s = x, y, z$$

$$\gamma = \frac{\cos E}{r},\ \gamma' = -\sqrt{a}\sin E,\ \delta = \frac{\sin E}{r},\ \delta' = \sqrt{a}(\cos E - e) \qquad s' = x', y', z'$$

Könnyen beláthatjuk, hogy tehát a P és Q együtthatókban s és s' szerepelnek, s ha viszont ezek szerint csoportosítjuk az együtthatókat, IV. kifejezése a következő lesz:

$$\begin{aligned} \Delta_t \cos\delta_t \cos\alpha_t &= f_t x + g_t x' + X_t \\ \Delta_t \cos\delta_t \sin\alpha_t &= f_t y + g_t y' + Y_t \\ \Delta_t \sin\delta_t \qquad &= f_t z + g_t z' + Z_t \end{aligned} \qquad \text{V.}$$

azaz teljesen azonos alakú I-gyel.

Itt f és g kifejezései:

$$f = \frac{\cos(E_t - E) - e\cos E}{1 - e\cos E} = 1 + \frac{a}{r}\left[\cos(E_t - E) - 1\right] \qquad \text{VI.}$$

$$g = a\sqrt{a}\,[\sin(E_t - E)] - e\,[\sin E_t - \sin E] \qquad \text{VII.}$$

ezek viszont már zárt alakok, ahol az idő E_t-ben implicite fordul elő. E_t a Kepler-féle transzcendens egyenlet alapján számítható ki:

$$E_t = M_t + e^{\circ}\sin E_t \qquad \text{VIII.}$$

Az első, amit hangsúlyozni kívánok, f és g itt közölt képletének fontossága. Az V. egyenletrendszer ugyanis efemeris számításra kényelmesen felhasználható, mert itt már f és g VI. és VII.-ben közölt zárt kifejezései szerepelnek s egyetlen mennyiség E_t, amit ki kell számítani. Elhagyható tehát a Gauss-féle ekvatoriális konstansok kiszámítása. Sőt az az előnye is megvan ennek, hogy E_t kiszámításához elegendő μ-nek, a közepes napi mozgásnak ismerete, ami viszont Väisälä módszerében kevés számolással adódik.

Ezek előrebocsátása után, a pályaszámítás után akár évekkel is, V. alapján efemeris számítható. Jelöljünk egy ilyen pozíciót 3-as indexszel. E célra szolgáló egyenletrendszerünk:

$$\begin{aligned} \Delta_3 \cos\delta_3 \cos\alpha_3 &= f_3 x + g_3 x' + X_3 \\ \Delta_3 \cos\delta_3 \sin\alpha_3 &= f_3 y + g_3 y' + Y_3 \\ \Delta_3 \sin\delta_3 \qquad &= f_3 z + g_3 z' + Z_3 \end{aligned} \qquad \text{IX.}$$

f_3 és g_3 VI—VII-ből adódik, ahol egyetlen ismeretlen E_3. Ezt a VIII. egyenletből kapjuk. $M_3 = M + (t_3 - t)$, X, Y, Z az efemeris időpontjára érvényes napkoordináták.

IX jobboldalán minden ismeretes. A 2 egyenletet osztva az elsővel, kapjuk tg α_3-t, ezzel ismeretessé válik cos α_3 is. Az első egyenletet osztva cos α_3-al nyerjük $\Delta_3 \cos \delta_3$-at. Ezzel osztva a 3. egyenletet nyerjük tg δ_3-at s abból δ_3-at. Az így nyert rektaszcenzió és deklináció a pályaadatokból *számított* pozíció lesz. A valóságban *megfigyelt* rektaszcenzió és deklináció ezzel nem egyezik pontosan. Ha tehát a megfigyelt α_3 és δ_3 szögfüggvényeit tesszük IX-be, a pályaadatokból számított Δ_3, f_3, g_3, x, y, z, x', y', z'-vel IX nem teljesül.

Ha a pályaszámítás alapmennyiségei x, y, z, x', y', z' helyesek volnának, IX-be a megfigyelt pozíció szögfüggvényeit téve, az egyenletrendszerben csupán 3 ismeretlen lenne. Megoldásából Δ_3, f_3 és g_3 értékét kapnánk. Az így nyert f_3 és g_3 csak abban az esetben egyezik a VI—VII-ből nyert értékekkel, ha az égitest számított és megfigyelt pozíciói megegyeznek. Mivel ez nem áll fenn, következik, hogy az alapmennyiségek, x, y, z, x', y', z' értékei nem pontosak. Pályajavítási eljárásunkat tehát ezeknek megváltoztatására alapítjuk.

A feladat pontos matematikai megoldása és ezzel a kérdés általános megoldása az lenne, ha α_3 és δ_3 számított és megfigyelt értékeinek különbsége, azaz $d\alpha_3$ és $d\delta_3$, valamint x, y, z, x', y', z' között összefüggést állapítanánk meg és az eltérésből nyomban kiszámítható lenne, hogy mennyivel kell változtatni az alapmennyiségeket, hogy azokkal számítható pozíció egyezzék a megfigyeléssel. Ez az út nem járhatatlan, azonban igen bonyolult kifejezésekre vezet. Elgondolásomban speciális megoldást választottam, amit a gyakorlatban egyszerűen oldhatunk meg.

A feladat x, y, z, x', y', z'-re oly értékeket találni, hogy f_3 és g_3 értéke VI—VII és IX megoldásából egyezzék.

A gyakorlati keresztülvitel a következő:

A Väisälä-módszer képletei szerint $\Delta \cos \delta = \sigma$ jelöléssel

$$\begin{aligned} \sigma \cos \alpha - X &= x \\ \sigma \sin \alpha - Y &= y \\ \sigma \operatorname{tg} \delta - Z &= z \end{aligned} \qquad \text{X.}$$

Ha tehát csupán σ-át variáljuk önkényesen, abból x, y, z új értékét nyerjük. Väisälä formularendszerével kiszámítjuk a megváltoztatott x, y, z-hez tartozó x', y', z' sebességkoordinátákat. Illetve, minthogy az első pályaszámításban σ helyes értékét csak közelítéssel kaptuk, numerikusan onnan is meghatározhatjuk $d\sigma$ és a sebesség koordináták összefüggését. Az így önkényesen variált alapmennyiségekből meghatározzuk a, $e \cdot \cos E$, $e \cdot \sin E$, μ, valamint E_3 új értékét s ezzel VI—VII-ből f_3, g_3 új értékét. Ugyancsak meghatároz-

zuk IX megoldásából f_3, g_3-at. A f_3 és g_3 két külön módon számított értékei nem egyeznek egymással, de σ két önkényes variációja után a harmadik lépésben kiszámíthatjuk σ azon értékét, amellyel f_3 és g_3-nak VI—VII-ből és IX-ből számított értékei megyeznek. Ez pedig a feltétele annak, hogy a későbbi években megfigyelt és a pályaelemekből számított pozíciók egyezzenek egymással.

Az eljárásban egyik legfontosabb feladat annak kiszámítása, hogy σ megváltoztatásával hogyan változnak a sebességkoordináták. A közölt módszer ezen a ponton speciális, amint azt az alábbiakból láthatjuk.

A pályaszámításhoz felhasznált két szélső észlelést jelöljük 1-es és 2-es indexszel. Ezekre a bolygó napkoordinátái és a középső észlelés napkoordinátái, valamint a középső észlelés sebességkoordinátái között az összefüggés:

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1 x + g_1 x' & x_2 &= f_2 x + g_2 x' \\ y_1 &= f_1 y + g_1 y' & y_2 &= f_2 y + g_2 y' \quad \ldots\ldots \text{XI.} \\ z_1 &= f_1 z + g_1 z' & z_2 &= f_2 z + g_2 z' \end{aligned}$$

X. alapján $dx = d\sigma \cos \alpha$, $dy = d\sigma \sin \alpha$, $dz = d\sigma \operatorname{tg} \delta$, tehát XI első egyenletrendszerének variálásával, megfelelő csoportosítással:

$$\begin{aligned} d\sigma_1 \cos \alpha_1 &= (f_1 + df_1)\, d\sigma \cos \alpha + df\, \sigma \cos \alpha + (g_1 + dg_1)\, dx' + dg_1 x' \\ d\sigma_1 \sin \alpha_1 &= (f_1 + df_1)\, d\sigma \sin \alpha + df\, \sigma \sin \alpha + (g_1 + dg_1)\, dy' + dg_1 y' \quad \text{XII.} \\ d\sigma_1 \operatorname{tg} \delta_1 &= (f_1 + df_1)\, d\sigma \operatorname{tg} \delta + df\, \sigma \operatorname{tg} \delta + (g_1 + dg_1)\, dz' + dg_1 z' \end{aligned}$$

Ez az egyenletrendszer tűnteti fel a mennyiségek megváltoztatása között fennálló összefüggéseket. Ebből kell voltaképen megállapítani, hogy $d\sigma$-tól hogyan függ a sebességkoordináták megváltozása. A három egyenletben ismeretlenek egyelőre $d\sigma_1$, df_1, $d\sigma$, dg_1, dx', dy', dz'. Azonban mivel $d\sigma$-t önkényesen változtatjuk, elesik mint ismeretlen, marad tehát hat. De viszont $d\sigma$ összefüggése df és dg-vel könnyen megállapítható. Ugyanis f és g III-ban közölt sorában r kicsiny változása miatt csupán a_2 és b_2 megváltozása jön tekintetbe.

$$a_2 = \frac{1}{2r^3}, \quad b_2 = \frac{1}{6r^3}$$

$$a_2 + da_2 = \frac{1}{2(r + dr)^3}, \quad b_2 + db_2 = \frac{1}{6(r + dr)^3}$$

$r + dr$ viszont $(r + dr)^2 = (x + dx)^2 + (y + dy)^2 + (z + dz)^2$-ből kiszámítható, mert $d\sigma$-val dx, dy, dz ismeretessé válik.

Tehát

$$f_1 + df_1 = 1 - (a_2 + da_2)\,\tau^2 + a_3\,\tau^3 + a_4\,\tau^4 + a_5\,\tau^5 + \ldots$$
$$g + dg = \tau - (b_3 + db)_3\,\tau^3 + b_4\,\tau^4 + b_5\,\tau^5 + b_6\,\tau^6 + \ldots$$

Ezen kívül Väisälä szerint:

$$y' = A_1 + x' \operatorname{tg} \alpha_1, \text{ ahol } A_1 = \frac{f_1 (x \operatorname{tg}\alpha - y) + B_1}{g_1}, \quad B_1 = X_1 \operatorname{tg}\alpha_1 - Y_1$$

y' tehát x'-ből ismert mennyiségekkel kiszámítható, ugyanígy dy', dx'-ből, mert

$$y' + dy' = dA_1 + (x' + dx') \operatorname{tg} \alpha.$$

A megmaradt 6 ismeretlenből így elesik df, dg és dy', marad tehát $d\sigma$, dx' és dz' ismeretlennek, amelyeket XII három egyenletéből meghatározhatunk.

XII-vel teljesen azonos alakú egyenletrendszert kaphatunk XI második egyenletrendszerének variálásával s ennek hasonló megoldása ellenőrzésképen szolgálhat. Végeredményben azonban teljesen mindegy, hogy ezt az utat választjuk-e, vagy pedig Väisälä formularendszerét számoljuk át a $d\sigma$-val növelt $\sigma + d\sigma$-val.

AZ ÓKINAI CSILLAGÁSZAT ÉS A KINAI NAPTÁR.[1]

Irta: *Palugyay György.*

1. Az ókor valamennyi népének életében a csillagászat igen fontos szerepet játszott. Megtaláljuk az óegyiptomi, hindu, babyloniai kultúrában, de míg ezek vagy letűntek, vagy más állam fennhatósága alá kerültek és így ősi mivoltukat elvesztették, addig a kínai kultúra a szürke őskortól a mai napig fenntartotta magát.

A kínai csillagászat igen régi. A csillagképek elnevezéséből, melyről később lesz szó, egyesek kb. 22 ezer évesnek is tartják. Ez az állítás azonban egy kissé merész, mert az utolsó eljegesedés a paleontológia szerint csak 16 ezer évvel ezelőtt húzódott vissza. Igaz, hogy Kínában az eljegesedés nyomait sem láthatjuk, kivéve a tibeti, *yün-nani* és középkínai fennsíkot. A kínai csillagászat fontos szerepét Kr. e. a 3-ik évezredben kezdte meg. Ezidőtájt uralkodott HOANG-TI császár, kinek a naptárkészítést tulajdonítják[2] és YAO császár, ki államüggyé emelte a csillagászatot. Továbbfejlesztették a HSIA és SHANG dinasztia uralkodói, fénykorát a T'ANG és YÜEN-ek alatt érte el, majd a TA-TS'ING-ház császárjai a jezsuiták kezébe adták és ma 8 városban európai színvonalú csillagvizsgáló áll.

A kínai csillagászat államüggyé tétele maga után vonta az égi tünemények pontos feljegyzését, sőt azoknak megjósolása államérdek volt. A Nap a császárt jelképezte, a Hold a minisztereket. Ha valamelyikük rosszul végezte az állam ügyeit, akkor az égen ez mint fogyatkozás nyilvánult meg. Hogy milyen fontos összhang állott Ég és Föld, azaz császár és népe között, az mutassa a köv. példa: Kr. u. 31-ben május 10-én teljes napfogyatkozás volt. Ekkor uralkodott

[1] Az itt szereplő kínai szavak a mandarin tájszólásban (kuánhua) vannak megadva. A kiejtésük a következő:

	ch . . . a, e, ĭ, o, u előtt cs		ch' . . . a, e, ĭ, o, u,		előtt csh
	ch . . . i, ü előtt tj		ch' . . . i, ü		előtt tjh
ezenkívül:					
p . . . p	t . . . t	ts . . . tsz	k . . . k	j . . . zs	hs . . . hh
p' . . . ph	t' . . . th	ts' . . . tsh	k' . . . kh	y . . . j	sh . . . s
				w . . . **kv**	s . . . sz

[2] R. WILHELM: Geschichte der Chinesischen Kultur (S. 30).

GUANG-WU-DI, akiről a krónika ezt írja :[1] A fogyatkozás után a császár öt napra visszavonult uralkodása felett elmélkedni, majd kiadatott a köv. proklamáció : «A Nap és Hold észlelése gondolkozásra kényszerít szükséges hibáinkat kijavítani és ezzel a balszerencsének, mellyel az ég bennünket fenyeget, kitérni. Magam részéről alig jutok szóhoz, remegek. Akarom, hogy udvarom nagyjai névtelen levelekben véleményüket mondják, tiltakozom a *ching*[2] cím ellen». Ekkor az udvar egy nagyja, CHENG-HING névtelen levelében ezt írja : a csillagászat törvényei szerint csak a hónap első felében lehet fogyatkozás,[3] de az utóbbi időben a hónap végén is látunk néhányat. Ez azért van, mert a Hold gyorsította mozgását és a fogyatkozás előbb következik be. A Nap a császár jelképe, a Hold az alattvalóké. Az alattvalók hibáinak gyökere a császárban van. A Nap, Hold, bolygók mozgását, az üstökösöket és fogyatkozásokat pontosan észlelték, sőt előre ki is számították és ennek igen nagy fontosságot tulajdonítottak, ezt látjuk HI és HO testvérek kivégzésében,[4] kik elfelejtettek a császárnak a tüneményről előre jelentést tenni. A bolygószámításoknál mindig a Kr. e. 143.231-ről indultak ki ; ekkor ugyanis LIU-HIN «*San-tung-li*» könyve szerint az összes bolygó éjfélkor északon volt, a Hold pedig a felszálló csomóban. Ezt az adatot LIU-HIN SE-MA-TSIEN-nek LO-HSIA-HUNG segítségével összeállított tankönyvéből meríti, mely Kr. e. 104-ben készült. 143231 — 104 = 143127 évi időközt *Shang-Yüan*-nak hívják, mely 31 *Yüan*-ból, 1 *Yüan* meg 4617 évből áll. Ebben a 4617 évben bentfoglaltatik a Meton-ciklus 19 éves periódusa, mert 4617 = 19 × 81 × 3.[5]

A tünemények feljegyzése végett koordinatákat alkalmaztak. Legrégibb a mai Azimuthnak megfelelő rendszer volt. Később az égi egyenlítőt vették alapsíknak és reá merőlegesen mérték a declinációt. Az egész szférát 28 szeletre, ezeket pedig fokokra osztották fel, míg a deklináció szögét az északi pólustól számították, ez utóbbit azonban csak igen ritkán használták. Eltérően a többi népektől, a kört 365·25 részre osztották fel, így a kínai fok kb. egy tizeddel kisebb az európainál.[6]

A kínaiak is, mint minden más nép, a csillagokat csillagképekbe egyesítették. De ebben más népektől eltérő rendszert valósítottak meg, mondhatjuk rangsort csináltak. Az ég uralkodó csillaga a kornak megfelelő sarkcsillag, ennek alá van rendelve négy állat : a sárkány, tigris, madár és teknős, rendre a négy világtáj felé : kelet-, nyugat-, dél- és

[1] E. ZINNER : Geschichte der Sternkunde (S. 219).
[2] Legmagasabb cím.
[3] A kínaiak holdhónapot használtak, mely újholddal kezdődött.
[4] E. ZINNER : Geschichte der Sternkunde (S. 218).
[5] E. ZINNER : Geschichte der Sternkunde (S. 218).
[6] E. ZINNER : Geschichte der Sternkunde (S. 212).

északra, mindegyik egy évszaknak felel meg, a tavasz-, ősz-, nyár- és télnek. A négy állat négy palotában lakik, minden palotának 3 része van, az elsőben és harmadikban 2 szoba, a másodikban 3, a négy palotának így összesen 28 szobája van, amelyeket másnéven holdházaknak is hívtak. A beosztást a köv. táblázat szemlélteti.[1]

SARKCSILLAG

Kelet palotájának 7 háza			Nyugat palotájának 7 háza		
1. *Chiô* szarv	201°03′00″	Vir.	15. *K'uêi* saru	17°48′12″	*a)*
2. *K'áng* nyak	211°42′01″	Vir.	16. *Lôu* aratónő	31°10′39″	Ari
3. *Tì* mellkas	222°17′35″	Lib.	17. *Wéi* magtár	44°08′47″	Mus
4. *Fâng* ház	240°08′48″	Sco.	18. *Mào* égiút	57°12′01″	Tau
5. *Hsīn* szív	245°00′25″	Sco.	19. *Pí* háló	65°39′58″	Tau
6. *Wèi* fark	253°27′25″	Sco.	20. *Tsū* fej	70°54′47″	Ori
7. *Chī* szemétláda	268°28′15″	Sgr.	21. *Ts'ān* fenség	79°34′06″	Ori
Észak palotájának 7 háza			Dél palotájának 7 háza		
8. *Tòu* véka	277°23′06″	Sgr.	22. *Chìng* kút	92°30′21″	Gem
9. *Niû* ökör	301°15′11″	Cap.	23. *Kuèi* kísértet	122°56′24″	Cnc
10. *Nù* nő	308°55′54″	Aqr.	24. *Liû* legelő	127°31′04″	Hyd
11. *Hsū* sírdomb	320°36′16″	Aqr.	25. *Hsīng* csillag	144°29′44″	Hyd
12. *Wēi* házcsúcs	330°33′45″	Aqr.	26. *Chāng* ív	152°54′37″	Hyd
13. *Shíh* tűzoltár	350°41′59″	Peg.	27. *Yí* szárny	170°56′09″	*b)*
14. *Pí* fal	6°28′09″	And.	28. *Chèn* kocsi	187°56′52″	Crv

(a szögek az ekliptika hosszúságot tüntetik fel.)

a) 16 csillag az Andromeda és Prisces csillagképből.
b) 22 csillag a Crater és Hyraból.

東 角 亢 氐 房 心 尾 箕
北 斗 牛 女 虛 危 室 壁
西 奎 婁 胃 昴 畢 觜 參
南 井 鬼 柳 星 張 翼 軫

A 28 holdház.

Minden szobának több része volt, az égen összesen 214.[2] Az első palotában rendre: 2, 3, 8, 12, 1, 5, 2; a másodikban: 4, 8, 6, 9, 9,

[1] G. Schlegel: Uranographie Chinoise (p. 78).
[2] G. Schlegel: Uranographie chinoise (p. 872—902).

10, 5 ; a harmadikban : 6, 5, 6, 8, 14, 0, 2 ; és a negyedikben meg : 19, 3, 1, 5, 2, 26, 4. Az égnek csillagképekbe való osztásán kívül, az egyes csillagoknak is külön nevet adtak, kb. 770 kínai csillagnevet ismerünk. Most csak a legismertebbeket említjük: [1] Atair, égi táborszernagy (Tá-chiāng-chūn) ; Canopus, öreg ember (lào-jên) ; Sirius, égi farkas (T'iēn-lâng) ; Capella, égi trezór (T'iēn-k'ú) ; Achernar, a vizek vége (Shùi-wèi) ; Ras-al-gheti, a császár székhelye (Tí-tsó) ; Antares, égi király (T'iēn-wâng) ; Spica, égi kapu (T'iēn-mên) ; Arcturus, nagy szarv (Tá-chiô) és Wega, anyakirályné (Mù-háo). A fentemlített csillagképeken kívül még megemlíthető az : Aquila, víz dobja (Hō-k'ù) ; Cassiopeia, a király hídja (Wâng-liâng) ; Gemini, az északi folyó (Pèi-hô) ; Orion, a császár háza (Tsān-hsiù) ; és az Ursa major, északi véka (Pèi-tòu). Csillaghalmazok közül ismerték a : Praesepe, szellemek (Kuèi-chʻ) ; Plejádok, nyugvó nap háza (Mào-hsiù); Hyadok, az átmenet háza (Pí-hsiù). Ebből a korból származik a tejút, égi út (T'iēn-hō) elnevezése is.

A kínai csillagászat régi korára erős bizonyíték SSE-MA-TSIEN, a «kínai Herodotos», *T'ién-kuan* könyvében található idézet, melynek csak első sorát említjük meg. «Téli napfordulat alkalmával — az ég uralma alatt — a nap belépett a *Chen* jel 8-ik fokába . . .» Durván kiszámítva, a *Chen* jel 187° ekliptika hosszúságnak felel meg, a 8-ik kb. 180°-nak. Most a télpont a 270-ik fokra esik. Ennek különbsége, minthogy a precesszió retrograd mozgású, 270°. Évente a precesszió 50″2563-al változik, ha ezt kiszámítjuk, kb. 17.200 évet kapunk, ami a valósághoz talán a legközelebb áll. A szféra 214 csillagképbe való osztása volt az ég első és második felosztása. Ezt követte egy harmadik, mely újabb 18 csoportból[3] és végül egy negyedik, mely további 46 csoportból[4] állott. Ez utóbbi az első után valószínűleg 6000 év mulva következett be, mert olyan csillagképeket említ meg, melyek sem azelőtt, sem később látni Középkínában nem lehetett, majd csak egy plátói év után ismét. Ilyenek : a déli kereszt néhány csillaga, melyet tenger csúcsának neveztek *(hái-shān)*, vagy a doradus csillagképben lévő aranyhal *(chīn-yü)*. Ez az elnevezés — íme — kínai eredetű. A negyedik szférafelosztás után nem hallunk semmit a kínai csillagászatról, majd csak a Kr. e.-i 3-ik évezredben HOANG-TI nevével lép be a történelmi időkbe. Érdekes, hogy ez a hallgatás Kr. e. 11 ezertől egészen 3 ezerig tartott, ebbe az időközbe esne állítólag

[1] G. SCHLEGEL : Uranographie chinoise (p. 845—868)
[2] G. SCHLEGEL : Uranographie chinoise (p. 35).
[3] G. SCHLEGEL : id. m.
[4] G. SCHLEGEL : id. m.

szanszkrit, görög[1–2] (Platon: «Timäos» és «Kritias») maya és óegyiptomi mondák szerint Atlantisz eltűnése, amely bizonyosan nem csekély nyom nélkül hagyta el szereplését. HOANG-TI idejében 283 csillagképet számoltak, mert ha felosztásokat vesszük, 1 + 4 + 214 + 18 + + 46 = 283. CHEN-CHO a Kr. u. 3-ik században e 283 csillagképet, 1464 csillaggal térképbe foglalta,[5] amely egészen a jezsuiták megjelenéséig (1600) használatban maradt. Ekkor P. Ricci S. J. a déli ég még eddig fel nem jegyzett 28 csillagképének 129 csillagával kiegészítette a katalógust. Sajnos, igen megnehezíti a térképen a tájékozódást az a tény, hogy a csillagok fényességét nem különböztették meg, csak a színüket, ami viszont elég bizonytalan.

A Nap és Holdon kívül ismertek 5 látható bolygót *(wú-hsīng)*, a. m. öt csillag és négy láthatatlant, az ú. n. négy álló *(sè-yū)*.[3] A Napot *(jĭ)* a legkülönbözőbb díszítőjelzőkkel illették. Ő volt a Yang képviselője, ellentétben a Holddal, mint Yin képviselőjével. Ugyanis *Yang* és *Yin* a két alapelv, a férfi, ill. női principium. Ennek egymáshoz való viszonyát a geomantika nevezetű tudomány tárgyalja. *Yang* az egy alapelv, *Yin* szintén, tehát kettő, de mégis 1 életelv, vagyis 3 elv. A 3-as szám tetszésszerinti sorrendben csoportosulhat e két fogalom között, ezt variációk képzésével kiszámítva, 9-et kapunk. Ez az a szent szám, mely állandóan visszatér.[4] Pl.: a kínai birodalom eleinte 9 tartományra oszlott, ma 2 × 9 provinciát számlál Kína; az állami hivatalnokok, a mandarinok 9-féle rangban voltak; a fentemlített 5 látható és 4 láthatatlan bolygó együttvéve 9. A Holdat a Nap tükrének nevezték, körfutamát meglehetősen pontosan ismerték, amit a köv. tábla bizonyít:[5]

[1] Kritias mondja: *ὕστερῳ δὲ χρόνῳ σεισμῶν ἐξαισὺων καὶ κατακλυσμῶν γενομένων, μιᾶς ἡμέρας καὶ νυκσὸς χαλεπῆς ἐπελθούσης, ... ἥ τε Ἀτλαντὶς νῆσος ... κατὰ τῆς θαλάσσης δῦσα ἠφανίσθη ...*

Kritias mondja: Végül aztán, miután szörnyű földrengés és tengeráradás keletkezett, egy súlyos nappal és éjtszaka alatt... Atlantisz-sziget... a tenger alá merülve eltűnt. L. Platon, Timaios 25, c—d.

[2] Kritias mondja: *... οὐ τῆς Ἀτλαντίδος νήσου βασιλῆς, ἣν δὴ Λιβύης καὶ Ἀσίας μείξω νῆσον οὖσαν ἔφαμεν εἶναί ποτε, νῦν δὲ ὑπὸ σεισμῶν δῦσαν ἄπορον πηλὸν τοῦς ἐνθένδε ἐκπλέουσιν ἐπὶ τὸ πᾶν πέλαγος, ὥστε μηκέτι πορεύεσθαι, κωλυτὴν παρασχεῖν.*

Kritias mondja... az Atlantisz-sziget királyai, amelyről azt mondtuk, hogy valaha Libiánál és Asiánál nagyobb sziget volt, most pedig földrengés következtében elmerült, áthatolhatatlan iszappal fogadja az innen kihajózókat az egész tengeren, úgyhogy nem lehet rajta közlekedni. L.: Platon, Kritias, 108, e—109, a. Pulay ford.)

[3] G. SCHLEGEL: id. m.

[4] G. SCHLEGEL: Uranographie chinoise (p. 35, 902, 983, 613).

[5] E. ZINNER: Geschichte der Sternkunde (S. 205).

Név	Évszám	Év hossza	Sinódikus hónap hossza	Drakónikus hónap hossza
Chuan-yü-li	350 Kr. e.	365·25	29·53085	
T'ái-ch'u-li	104 Kr. e.	365·2502	29·53085	
Liu-Hin	66 Kr. e.	365·25	29·530864	27·3200
Kiang-chi	384 Kr. u.	365·246838	29·530595	27·321617
Tsu-Chung-chü	463 Kr. u.	365·242814	29·53059	27·212203
Mai érték		365·242200	29·530588	27·321661

A bolygók közül az ősi ötöt ők is ismerték. Jupitert az év csillagának, körfutama miatt ; Marsot pislogó lámpásnak, vöröses fénye miatt ; Vénust nagy fehérnek, Mercurt óracsillagnak és Saturnust örökkévaló csillagnak nevezték. A külső bolygóknál már az ősi időkben megfigyelték a hátráló mozgást és igen bonyolult tapasztalati képlettel ki is fejezték. A négy láthatatlan bolygó közül három a következő : felszálló és leszálló csomópont és a Holdapogeumpont. A negyedikről csak annyit tudunk, hogy 28 év alatt ír le egy teljes kört. Az említett égitesteken kívül még üstökösöket, hullócsillagokat és nóvákat figyeltek meg. Az üstökösöknek momentán helyét, alakjukat, csóvájuk hosszát, színét és fényességét feljegyezték, sajnos ez utóbbi adatot mindig túlbecsülték. Hullócsillagoknál néha bevárták a dörgést is, mert kb. sejtették a hang tovaterjedésének sebességét ; pontosabb mérések azonban errevonatkozóan, ismereteink szerint, nem történtek.

Amint már említettük, HOANG-TI államüggyé emelte a csillagászatot és YAO császár (2356—2254) hivatalt létesített, melynek feladata *Yang* és *Yin* viszonyának kiszámítása, csillagászati és meteorológiai események megjóslása és nemkevésbbé a naptárkészítés volt. A mandzsu dinasztia megjelenése óta (Kr. u. 1644) évkönyveket adtak ki :[1] a Nap, Hold, bolygók felkeltéről és nyugtáról a birodalom minden nagyobb városára, sőt Koreára, Annamra és Liu-Kiu városaira is kiszámítva, és ezt a csillagászati évkönyvet mindig a megjelenése előtti év második hónapjának első napján a császárnak bemutatták, ki engedélyt adott annak kiadására, majd ugyanazon év 10-ik hónapjának elsején, a birodalom minden tartományának fővárosában a csász. csill. hivatal a mandarinoknak hivatalos aktusban átnyujtotta. Az évkönyv selyempapíron készült, sárga fedéllel, piros felirattal, kínai, mongol és mandzsu nyelven. Csillagászatot általában nem tanítottak, vagy magánúton vagy csillagászok mellett tanulhattak, azonban az államvizsgákon, melyet a mandarinjelöltek tettek le, vizsgatárggyá tették.

Az ókínai csillagászat műszerekben és csillagvizsgálókban is igen gazdag volt. Császári csillagvizsgáló állott a birodalom történelmi

[1] E. ZINNER : Geschichte der Sternkunde (S. 232)

fővárosaiban, a legismertebbek : *Lo-yang, Hsi-an-fu, Péi-ching, Nan-ching* stb. A csillagvizsgálók mindig falra v. toronyra épített helyiségek voltak, hol állandóan öt észlelő dolgozott, négy a négy égtáj felé, egy meg a zenith felé észlelt és minden tüneményt feljegyzett ; innen van az, hogy az összes régi üstököst ők észlelték először. Műszerük eleinte kezdetleges, de a kornak igen megfelelő volt. SHUN császár pl. Kr. e. 2050-ben az ég ábrázolására egy gömböt készíttetett, melyen a pólust drágakővel, a bolygókat mozgatható féldrágakövekkel, a csillagokat pedig gyöngyökkel jelölte meg.[1] CHANG-HENG Kr. u. 163-ban vizierővel hajtott éggömböt készíttetett. Igen régi műszer a nyolclábú bambuszbot, amellyel az árnyék hosszát mérték és a libella ; ez is a kínaiak találmánya. A zodiakusznak a nyomát egy régi műszeren sem találjuk, dacára annak, hogy GHU-K'UNG Kr. e. 1100-ban már ismerte az ekliptika ferdeségét,[2] azonban KIA-K'UI Kr. u. 103-ban volt az első, ki azt ábrázolta magakészítette gömbjein. Az ezredfordulóig lényegesebb műszerkészítésről nem tudunk, csupán néhány armillarszféra módosításról, míg végre SHU-CHING (1231—1316) készíttetett még ma is fennálló műszereket, évkönyveket adott ki, amelyeket a jezsuiták megjelenéséig nem tudtak felülmúlni. Ő volt a még ma is épségben található *Pei-chingi* csillagvizsgáló alapítója, új műszereket csináltatott, azonban 1673-ban P. Verniest S. J. a császár és a mandarinok előtt bebizonyította 3 kísérletben, hogy ezekkel a műszerekkel többé pontosan észlelni nem lehet. Ekkor a régiek helyére európai műszereket tétetett.

A kínai, mint Ázsia valamennyi népe, igen babonás volt és így a csillagjóslás igen fontos helyet foglalt el a tudományok körében. Három fajtáját különböztetjük meg : Az irányok meghatározása, a szerencsés és szerencsétlen napok megjelölése és az Ég és Föld viszonyának kiismerése. Az irányok meghatározására a P'AN-K'U császár által létesített *Fēng-shùi* (a. m. szél-víz) szolgált. Ez egy 8 jelből álló diagramm, melyet a szélirányba elhelyeznek és bonyolult számítással megkapják az illető hely *Yang* és *Yin* viszonyának térerősségét. A jó és rossz napokra a naptár, az utolsó feladatot a tulajdonképeni csillagászat oldotta meg.[3] A kínai nép az irányokra igen kényes volt. Mint ahogy a sarkcsillag északról délre uralkodik a csillagok felett, úgy a felettes az alantossal mindig arccal dél felé áll, és innen van az, hogy minden hivatalos kapu dél felé nyílik. Mint babonás nép a szerencsés és szerencsétlen napokra nagyon ügyelt, ebbeni hit nem zavarodott meg, mert senki sem próbálkozott szerencsétlen napon valamit is kezdeményezni ; hogy mennyire volt az Ég és Föld összekapcsolva, azt

[1] E. ZINNER : Geschichte der Sternkunde (S. 233).
[2] Mayers Konversations-Lexikon (Bd. 14, S. 460).
[3] E. ZINNER : Geschichte der Sternkunde (S. 234).

bizonyítja minden kínai városban található ég és föld temploma, vagy a *Péi-ching*-i áldozati csarnok domborművei, ahol megtaláljuk a négy vezetőistenséget: [1] Nagy medve, 5 bolygó, 28 holdház és a csillagok. A nagy medve három csillaga, az ú. n. rúdcsillagok az idő megjelölésére szolgáltak; a bolygók meg rendszeresen változó mozgásukkal időtartamakat jelöltek meg; a 28 holdház, melyről a szférafelosztásnál beszéltünk, a Hold mindennapi helyét adta meg és végül a csillagok meg a tájékozódást szolgálták.

A kínai csillagászat befolyással volt a mellékállamokra, így Tibetre, Koreára, Mongoliára és az uralma alá nem tartozott Japánra is.

A mandzsu dinasztia bukása után (1911) megnyílt az út teljesen az európai kultúrának, hatalmas csillagvizsgálók épültek, így *Nan-ching*-ban a Bíbordombon egy 600 mm-es Cassigrain és Newton típusú tükörteleszkóp, azonkívül egy 200 mm-es Kepler-féle távcső van felszerelve; a régi naptár helyett, melyről most szó lesz, az európait vezették be, azzal az egyetlen eltéréssel, hogy az időt nem Kr. születésétől számítják, hanem a köztársaság fennállása óta (1912).

2. A kínai időszámítás egy 60 éves ciklust használ, mely a Kr. e.-i 2637-ik évvel kezdődik.[2] A ciklus 10 égi törzs *(T'iēn-k'ān)* és 12 földi ág *(Tí-chē)* kombinációjából áll; ezenkívül még egy 12 × 5-ös csoportosítás is előfordul, úgymint a 12 állat és 5 elemé.

A 10, 12-es csoportosítás igen egyszerű, ugyanis a számok periodikusan ismétlődnek, tehát

év:	1	2	3	4...9	10	11	12	13	14	15...57	58	59	60
törzs:	1	2	3	4...9	10	1	2	3	4	5... 7	8	9	10
ág:	1	2	3	4...9	10	11	12	1	2	3... 9	10	11	12

A 12 × 5-ös elrendezés kissé nehezebb. A 12 állat, a 12 ághoz hasonlóan ismétlődig, az elemek periodicitásának felismerése komplikáltabb; kettős évek szerepelnek, vagyis két egymásután következő évnek ugyanaz az elem felel meg. Itt csak a páratlan éveket tüntetjük fel, mert ezek megegyeznek a rákövetkező párosakkal, tehát

év:	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
elem:	1	3	5	4	1	3	2	4	1	5	2	4	3	5	2

év:	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59
elem:	1	3	5	4	1	3	2	4	1	5	2	4	3	5	2

[1] E. Zinner: Geschichte der Sternkunde (S. 228).

[2] P. Hoang S. I.: De Calendario sinico varie notiones.

Legyen $a = bq + r$ ahol $0 < r \leqq b$ (tehát 0 maradék helyett az osztót tekintsük maradéknak) és vezessük be a következő jelölést:

$$q = \left[\frac{a}{b}\right] \quad \text{és} \quad r = \left\{\frac{a}{b}\right\}.$$

Ha $a = 2n$ vagy $2n - 1$, a szerint, amint a páros v. páratlan, az év sorszáma a 60-as ciklusban, K a törzs sorszáma, m az ág és állat sorszáma, i pedig az elem sorszáma, akkor:

$$K = \left\{\frac{a}{10}\right\} \qquad m = \left\{\frac{a}{12}\right\} \qquad i = \left\{\frac{\left\{\frac{n}{6b}\right\} + n + (-1)^{\left[\frac{n+3}{3}\right]}}{5}\right\}.$$

Az alábbi táblázat kínai írásjelekben adja a ciklus jeleit. Az első sorban (az olvasás itt balról-jobbra megy) az első két jel a címet adja: *T'ien-k'ān*, utána következik a 10 égi törzs jele. A második sor első két jele szintén címet ad: *Tí-chē*, és utána következik a 12 földi ág írásjele, a 3-ik sor cím nélkül adja az állatok sorát, a negyedik meg az 5 elemét. Kiejtésük rendre:

T'ién-k'an: *Chìa, Í, P'ìng, T'īng, Wú, Chì, Kēng, Hsīn, Jên, Kuèi.*
Ti-che: *Tsè, Chù, Yîn, Mào, Chên, Sé, Wù, Wéi, Shēn, Yù, Hsiū, Hái.*
Shù, Niû, Hù, Tù, Lûng, Shé, Mà, Yâng, Hôu, Chì, Ch'üàn, Chū.
Chīn, Shùi, Hùo, T'ū, Mú.

Értelmük rendre: (itt megjegyzendő, hogy az égi törzs és földi ágaknál ma más a jelentésük).

Égitörzs: Páncél, horog, tűz, ember, védelem, kunyhólakó, életkor, hátfájás, törpe, tárgy.

Földi ág: Ifjúság, sötétség, mozgás, felébredés, derengés, megfogódzás, kicserélődés, étvágy, közlés, szürkület madara, sötétség és az élet győzelme.

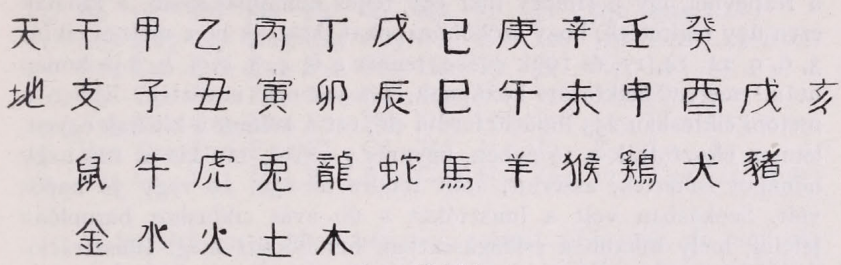
(Állatok): Egér, ökör, tigris, nyúl, sárkány, kígyó, ló, juh, majom, kakas, kutya, disznó.

(Elemek): Fém, víz, tűz, föld, fa.

A 10, 12-es kombinációt leginkább az év megjelölése gyanánt használták; a másik az 12 × 5-ös inkább Tibetben, Mongóliában a buddhista papok körében honosodott meg.

A fentemlített időszámítás illusztrálására szolgáljon két példa. (Megjegyzendő, hogy Kr. e. évszám = évszám + 1, a Kr. u.-i az

+ előjellel változatlan.) A keresett évszámot hozzáadjuk a kiindulási évszámhoz, az előjelek figyelembevételével, majd elosztjuk 60-al, a hányadoshoz 1-et hozzáadva megkapjuk a ciklus számát, a maradék



A naptárjelek.

pedig megadja a ciklus évét, melynek 10-el, ill. 12-el osztott maradéka az égi törzs, ill. földi ág számát adja. Tehát például:

Kr. e. 43 = — 42
2637
—42
2595 : 60 = 43
15

15 : 10 = 1 (5) 15 : 12 = 1 (3)

Vagyis:
Kr. e. 43 = 44. ciklus 5-ik törzs, 3-ik ág éve.

Kr. u. 221 = + 221
2637
+221
2858 : 60 = 47
38

38 : 10 = 3 (8) 38 : 12 = 3 (2)

Vagyis:
Kr. u. 221 = 48. ciklus 8-ik törzs, 2-ik ág éve.

Az év a Nap és Hold szerint igazodik. Újév mindig az első újholdon van, miután a Nap belépett a kutya (nálunk vízöntő) jegyébe, vagyis jan. 21, 22 és febr. 19, 20 közti időre esik. Pl.: 1942-ben február 15-ikére esett. Kérdés most már az, hogy számítjuk ki egy tetszőleges évre az újév napját. Minthogy a kínaiak a Hold szerint igazodtak, a 19 éves metoni[1] ciklus lépett fel náluk is, és feladatunk most már arra szorítkozik, hogy megállapítsuk a metoni ciklus melyik évével felel meg a mi évünk.

Eljárásunk a következő: a keresett évszámot az ismert módon algebrai jellel ellátott alakra hozzuk, majd elosztjuk 19-el, a nyert maradékhoz 11-et hozzáadva nyerjük a metoncíklus számát. (Ha a maradék 0, akkor az az osztóval egyenlő, a per. folytán):

Kr. e. 2634 = — 2633 : 19 = 138
—11 + 11 = 0 = 19

Kr. u. 1884 = + 1884 : 19 = 99
3 + 11 = 14

[1] Yao császár már 18 évszázaddal Meton előtt észlelte e periódust.

Az alábbiakban egy táblázatot közlünk a kínai naptárra vonatkozólag, de előbb az év felosztásáról kell szólanunk. Az évet 12 hónapra osztották fel. De tudvalévőleg a Holdév kb. 10 nappal rövidebb a Napévnél, így 3 Holdév már egy teljes hónappal késik, a kínaiak ezen úgy segítettek, hogy szökőhónapokat iktattak be a metoni ciklus 3, 6, 9, 11, 14, 17. és 19-ik évébe, rendre a 6, 4, 3, 7, 5, 3, 8-ik hónap után,[1] melyet beiktatott hónapnak, *jún-yüě*-nek neveztek. Ebben a metoni ciklusban 235 lunáció fordul elő, ezt a számot a kínaiak egyenletesen elosztották a 19 évben, ugyanis 7 szökő, 110 kis és 125 nagy hónapot ismertek, aszerint, amit rendre 28—30, 29 vagy 30 napos volt. Szokásban volt a lunációkat a 60 éves ciklushoz hasonlóan jelölni, mely inkább a csillagászatban honosodott meg. Illusztrációképen szolgáljon egy átszámítás a hivatalos és tudományos évszám között. Pl. : 73-ik ciklus 26-ik évének 7-ik hónapja. Kérdés, hányadik lunáció ciklus, hányadik lunációja ez?

60 × 72	A hetedik hónapról van szó, vagyis	1708 . 12
4320	1709·7.	20496
+26	Az évből levonunk 1-et és szorozzuk	+7
4346	12-vel, majd hozzáadunk 7-et, az ered	20503 : 60 = 341
—2637	ményt elosztjuk 60-al, a maradék adja a	43 + 26 = 69
1709	26-tal kisebbített lunációt. A per. folytán	= 9

Tehát a fentemlített évszám egyenlő a 73-ik ciklus 9-ik lunációjával. Megemlíthető, hogy a napokat is a 60-as ciklus szerint jelölték, de ezt itt nem tárgyaljuk.

Most a fentemlített táblázatot[2] közöljük. Az európai időszámítás hónapjait az abc betűivel jelöljük, a napokat meg arab számjegyekkel. Tehát, pl. : február 10 . . . B10.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
1.	B18	C20	D18	E18	F16	G16	H14	I13	J12	K11	L10	A9	
2.	B7	C7	D7	E7	F5	G5	H3	I2	J2	J31	K30	L29	
3.	A28	B26	C28	D26	E26	F24	*G24*	H22	I21	J20	K19	L18	A17
4.	B15	C17	D15	E15	F13	G12	H11	I10	J9	K8	L7	A6	
5.	B4	C6	D5	E4	F3	G2	H1	H30	I29	J28	K27	L26	
6.	A25	B23	C25	D23	*E23*	F21	G21	H19	I18	J17	K16	L18	A14
7.	B12	C14	D13	E12	F10	G10	H8	I7	J6	K5	L4	A3	
8.	B2	C3	D2	E1	E31	F29	G29	H27	I26	J25	K24	L23	
9.	A22	B20	C22	*D20*	E20	F18	G18	H16	I15	J14	K13	L12	A11
10.	B9	C11	D9	E9	F7	G7	H5	I4	J3	K2	L1	L31	

[1] Ettől a szabálytól eltértek azon évek, mikor a téli napfordulat a 11-ik hónapban beáll, ekkor a rákövetkező év második hónapja után következik a szökőhónap.

[2] L. Gilles Chinese-English dictionary (Tables).

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
11.	A30	B28	C30	D28	E28	F26	G26	*H24*	I23	J22	K21	L20	A19
12.	B17	C19	D17	E17	F25	G15	H13	I12	J11	K10	L9	A5	
13.	B6	C8	D6	E6	F4	G4	H2	I1	J1	J30	K29	L28	
14.	A27	B25	C27	D25	E25	*F23*	G23	H21	I20	J19	K18	L17	A16
15.	B14	C16	D14	E14	F12	G12	H10	I9	J8	K7	L6	A5	
16.	B5	C5	D4	E3	F2	G1	G30	H29	I26	J25	K24	L24	
17.	A23	B21	C23	*D21*	E21	F13	G19	H17	I16	J15	K14	L13	A12
18.	B10	C12	D10	E10	F8	G8	H6	I5	J2	K3	L2	A1	
19.	A31	C1	C31	D24	E29	F27	G25	H25	*I24*	J23	K22	L21	A20

A legfelső sor a kínai hónapok számát adja meg, de csak oly metoni évekre vonatkozik, melyekben nincs *szökőhónap;* amelyekben van, azoknak eggyel kisebbítettje.

Tehát pl.:

5-ik év 8-ik hónapja: H30 . . . augusztus 30-án kezdődik.
17-ik év 4-ik hónapja: E21 . . . május 21-én kezdődik.

Mert a szökőhónapok nem számíthatók be, és egy évnek nem lehet 12-él több hónapja, ez YAO császár rendelete.

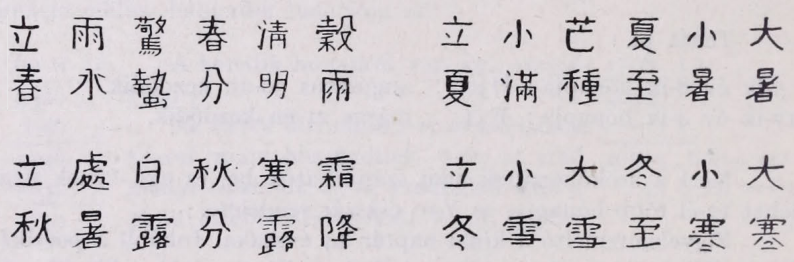
Figyelemreméltó a kínai naptár 24 évszaka. Inkább a poétikában találjuk őket, mint a köznapi életben. Elnevezésük a következő:

Lí-ch'ūn	tavaszkezdet	II.. 5.	*Lí-ch'iū*	őszkezdet	VIII. 7.
Yü-shùi	esővíz	II. 19.	*Ch'ù-shù*	utolsó meleg	VIII. 23.
Chīing-chî	bogárébredés	III. 5.	*Pâi-lú*	fehér harmat	IX. 8.
Ch'ūn-fēn	tavaszrész	III. 21.	*Ch'iū-fên*	őszrész	IX. 23.
Ch'īng-mîng	tiszta fény	IV. 5.	*Hân-lú*	hideg harmat	X. 8.
Kù-yŭ	vetési eső	IV. 20.	*Shuāng-chiáng*	dér esik	X. 23.
Lí-hsiá	nyárkezdet	V. 5.	*Lí-tūng*	télkezdet	XI. 7.
Hsiào-màn	kis szemek	V. 21.	*Hsiào-hsüè*	kis hó	XI. 22.
Mâng-chòng	bő termés	VI. 6.	*Tá-hsüè*	nagy hó	XII. 7.
Hsiá-chí	nyárelérés	VI. 21.	*Tūng-chí*	télelérés	XII. 21.
Hsiào-shù	kis meleg	VII. 7.	*Hsiào-hân*	kis hideg	I. 5.
Tá-shù	nagy meleg	VII. 21.	*Tá-hân*	nagy hideg	I. 20.

A hetet a kínaiak eredetileg nem ismerték, később a 28 holdházat használták a hét jelölésére. De minthogy $7 \times 4 = 28$, úgy 4-féle vasárnap, hétfő stb. volt. Itt egy táblázatot közlünk a 28 holdház és a hét napjai között:

1 8 15 22 csütörtök
2 9 16 23 péntek
3 10 17 24 szombat
4 11 18 25 vasárnap
5 12 19 26 hétfő
6 13 20 27 kedd
7 14 21 28 szerda

A nap órákra, már ősrégi a kínai időszámításban. Valamikor 10.000 részre osztották be a napot. 1 nap = 10 *Shô* = 100 *K'ó* = 1000 *Fên* = 10.000 *Miáu*. Azonban a HAN dinasztia (104) a napot 12 *Shê*-re osztotta. Az első és hetedik *Shê*-ben 10 *K'ó* volt, a többiben 8. A TÁ-TS'ING dinasztiában K'ANG-HSI császár (1670 Kr. u.) P. Verbiest S. J. tanácsára bevezette az európaihoz hasonló órát. Ugyanis a napot 12 részre osztatta, ú. n. kettősórákra, melyeknek jelölésére a 12 földi ágat használta, amelyek közül az elsőt kezdetnek *(ch'ū)*, a másodikat középnek *(chêng)* nevezte. A nap részei is módosultak és a miénkhez hasonló lett. 1 nap = 12 óra *(shê)*, 1 óra = 8 negyedóra *(K'ó)*, 1 negyedóra = 15 perc *(fên)*,



A 24 évszak.

1 perc = 60 másodperc *(miáu)*, 1 másodperc = 60 harmadperc *(wéi)*. A nap éjféllel kezdődik, az első kettősóra második órájával. Az éjtszakát 5 őrségre osztották be, mindegyiket 5 részre. Időmérés céljából ú. n. viziórákat használtak, ahol az átfolyó víz egyenlő időközökben, egyenlő térfogatú vedreket telített meg. I HANG Kr. u. 724-ben viziórát készíttetett, mely a 7 bolygó mozgását (Nap, Hold és az 5 régi bolygó), a csillagos eget, 2 mutató a tized- és századnapot mutatta, melyeknek jelzésére két bábú szolgált, amely harangra, ill. dobra ütött. Az ezredforduló előtt higanyórákat is találunk. A jezsuiták itt is az európai kultúrát hozták be, bevezetve az európai rúgós és súlyórákat.

Az itt közölt évjelölést azonban állami hivatalokban nem igen használták, inkább uralkodóik trónralépésétől számozták évüket. Pl.: Kr. u. 1879. Ekkor KUÁNG-HSÜ császár uralkodott, ő 1875-ben lépett trónra, minthogy teljes éveket számítottak, a különbséghez 1 hozzáadandó. (79—75) + 1 = 5. Vagyis: Kuáng-Hsü 5 év *(Kuáng-hsü wú niēn)*.

Ezekután bemutatunk egy átszámítást, a keresztény időszámítás és a kínai között. Pl.: Kr. u. 1743 aug. 22. $17^h\ 21^m$.

2637
+1743
4380 : 60 = 73
0
1743 : 19 = 91
14 + 11 = 25
a periodicitás folyt. = 6

A maradék 0 a periodicitás folytán ez 60-al is egyenlő. Azaz a 10-ik törzs, 12-ik ág vagy 12-ik állat 2-ik eleme.

A metonciklus 6-ik éve, ez A25-el kezdődik, augusztus az H, de itt H19 van, H19 + 4 = H22, ez a hetedik hónapban van.

17^h ez ch'u-yu és 21^m ez $15^m + 6^m$, vagyis 1 *K'ó* és 6 *fên*. Tehát a keresett időpont: 74-ik ciklus, tárgy — élet győzelme évének vagy disznó-víz évének hetedik hónapjának negyedik napján a kezdő szürkületi madár órának első negyedórájának hatodik percében.

Ma Kína tudományos fejlődésében megállapodást látunk, ellentétben a szomszédos Japánnal, mely, miután kinyitotta kapuit Európának, hatalmasan fejlődött. Kínát az utolsó évtizedek igen megrendítették, azonban a történelem megismétlődik, a szunnyadó tudomány majd felébred, hogy fellángolva ismét hatalmasat alkosson.

A FÖLD FORGÁSÁNAK VÁLTOZÁSA ÉS AZ IDŐMÉRÉS.[1]

Irta: *Strommer Gyula.*

1. Az idő mérése a mechanika és a csillagászat alapvető kérdése és feladata. A csillagászatban az idő egységéül választjuk a csillagmásodpercet, Földünk egy tengelyfordulatának megtételéhez szükséges időtartam 86.400-ad részét, megjegyezve, hogy a Föld forgását az állócsillagok összességéhez képest állandó irányítású, azaz azokhoz képest nem forgó koordinátarendszerben mérjük. Ismeretes, hogy az időt ezzel az empirikus időegységgel értelmezett «Julián-féle» idővel mérve és a csillagrendszer hatását is figyelembe véve[2], vannak eltérések a NEWTON-féle mechanikára alapozott elmélettől. Ezeknek egy része arra mutat, hogy az empirikus idő nem azonos a NEWTON-féle idővel.

Kérdés az, hogy az empirikus idő mennyire közelíti meg a NEWTON-féle időt, vagy ami ugyanazt jelenti NEWTON-féle idővel mérve egyenletes-e Földünk forgása.

[1] Ezt a kérdést tárgyaló korábbi összefoglalások:

W. DE SITTER, On the Rotation of the Earth and Astronomical Time Supplement to Nature No. 3038. *121.* p. 99.

H. ANDOYER, La rotation de la Terre. Annuaire 1929 du Bureau des Longitudes. Paris, 1928.

B. MEYERMANN, Die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde. Die Naturwissenschaften *16.* p. 494.

B. MEYERMANN, Die Schwankungen unseres Zeitmasses. Ergebnisse d. Exakten Naturw. *VII.* p. 92.

E. W. BROWN, Changes in the lenght of the day. Smithsonian Institution. Publ. 3454 From the Smithsonian Report for 1937. p. 169.

[2] A csillagrendszer hatásának figyelembe vételét lásd:

DR. WODETZKY JÓZSEF, Spektrallinienverschiebung und Krümmungsradius des Universums. A. N. *217.* p. 397.

DR. WODETZKY JÓZSEF, A kozmikus perihélium-mozgásról. Stella Alm. *V.* p. 145.

Ezt a kérdést már a Francia Tudományos Akadémia is fölvetette és 1752-ben pályatételül tűzte ki a következő kérdést:

«*Si le mouvement diurne de la Terre a été de tout temps de la même rapidité, ou non? Par quels moyens on peut s'en assurer? Et en cas qu'il y ait quelque inégalité, quelle en est la cause?*»

Ennek a cikknek az a feladata, hogy nagy vonásokban körvonalazza, hogyan tudunk megfelelni ezekre a kérdésekre mai ismereteink alapján.

2. 1693-ban HALLEY a korabeli holdfogyatkozások megfigyelési adatait alapul véve visszafelé kiszámította az Almagestben foglalt fogyatkozások időpontját s arra a meglepő eredményre jutott, hogy a megfigyelt és számított időpontok közti eltérés bizonyos szabályszerűséget mutat. Kimutatta, hogy ennek a szabályos eltérésnek az oka a Hold mozgásának gyorsulása. HALLEY után többen foglalkoztak azzal, hogy meghatározzák a régi és új nap- és holdfogyatkozások összehasonlításából a Hold mozgásának évszázados gyorsulását. A legjelesebb ilyen irányú kutatást FOTHERINGHAM végezte 1923-ban. Újból diszkutálta az Almagestben feljegyzett napfogyatkozásokat s azt találta, hogy az évszázados gyorsulás $+ 10''.3 \pm 0''.74$. A régi napfogyatkozások időpontjának följegyzése igen pontatlan. A különböző kutatók az egyes észleléseknek más-más súlyokat tulajdonítottak, következésképen más más eredményre jutottak. Az egyes eredmények nagyságrendre elég jól egyeznek; az 1928 előtt számított értékek közepe 11,''91.

A Hold gyorsulását 1802-ben LAPLACE, majd az ő vizsgálataira támaszkodva 1853-ban ADAMS magyarázta. LAPLACE szerint a holdmozgás gyorsulását a Föld-pálya excentrumosságának változása idézi elő. Az elmélet alkalmazása azt eredményezte, hogy a Hold évszázados gyorsulásának numerikus értéke 7,''12. Az elméleti és tapasztalati adat közt az eltérés, a szerint, hogy melyik szerző értékét fogadjuk el helyesnek, 4—5''-t tesz ki. A Föld-pálya excentrumosságának változása tehát nem ad kielégítő magyarázatot a holdmozgás gyorsulására.

Mint előbb láttuk, a megfigyelési adatokból megtudjuk empirikusan határozni a Hold mozgásának évszázados gyorsulását. Ha ezt ismerjük, fel tudjuk írni a Hold hosszúságát bármely adott időpillanatban. Ugyanis

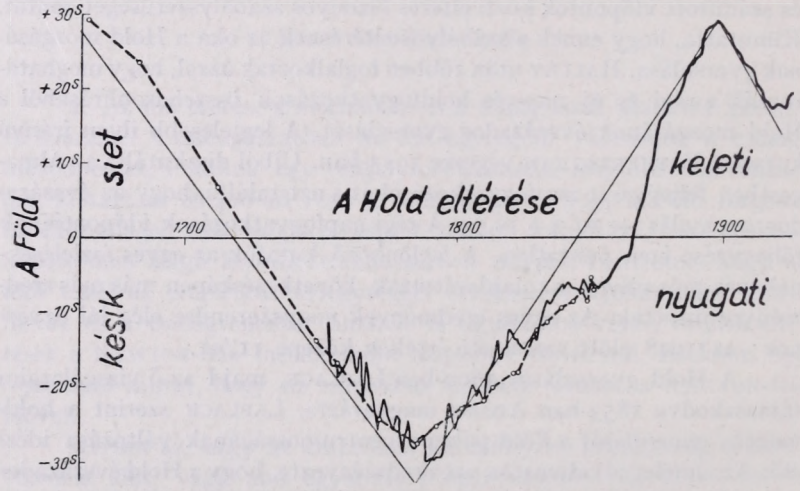
$$\lambda = \lambda_0 + nt + n't^2,$$

ahol λ_0 konstans, n a Hold szögsebessége, n' pedig a Hold mozgás szöggyorsulásának fele. A Hold meridián megfigyeléseiből levezethetjük a megfigyelés időpontjára a Hold ekliptikális hosszúságát. A rendelkezésre álló és több évszázadra visszamenő észlelési anyag feldolgozása azt mutatta, hogy a megfigyelésekből levezetett és a formula alapján számított érték közt eltérés van, tovább menve, a formula alapján

számított értékét egy periodikus taggal korrigálnunk kell, azaz a Hold hosszúsága

$$\lambda = \lambda_0 + nt + n't^2 + P$$

kifejezéssel egyenlő, ha *P*-vel jelöljük a periodikus tagot. HANSEN volt az, aki ezt a korrekciós tagot, s annak periodikus tulajdonságát felismerte. Ő ugyanis a Hold tábláinak levezetéséhez gondosan feldolgozta a Holdnak 1750—1850 közt végzett meridián észleléseit, s így nagy időközre terjedő és gazdag észlelési anyag állott rendelkezésére. HANSEN a Venus perturbációjának tulajdonította az eltérést, mert az ő általa talált, mintegy 260 éves periodus közel



A Föld csillagidő korrekciója Hold megfigyelésekből. (E. W. BROWN után.)

állott más, a Venus perturbációjából származó tag periodusához. DELAUNAY mutatott rá arra, hogy ezt a periodikus tagot nem a Venus perturbációja okozza. HANSEN tábláiban a 13,″60 sin (104,°2 + 139°*t*) alakú periodikus taggal számolt.

Különösen NEWCOMB foglalkozott sokat a periodikus tag numerikus értékének meghatározásával. Újabb vizsgálataiban az 1627 és 1908 közt tett okkultáció megfigyeléseket dolgozta föl. Rajta kívül COWELL, RADAU és BROWN szereztek érdemeket ezen a téren. BROWN vizsgálatai szerint a periodikus tag

$$+ 13,''37 \sin (104,°6 + 140° T),$$

(ezzel a formulával számítják a Nautical Almanac-ot). A periodikus tag bevezetésével sikerült az elmélet és megfigyelés közti diszkrepanciát elviselhető értékre szorítani. A szekuláris változás időbeli lefolyását

mutatja ábránk. A vastagon kihúzott görbe a Hold ekliptikális hosszúságának eltérését ábrázolja a greenwichi Holdészlelések alapján. A szaggatott vonal NEWCOMB korrigált görbéje. A vékony teljes vonallal kihúzott görbe a HANSEN-féle korrekciós tagot ábrázolja. Láthatjuk, hogy a Hold hosszúságának változása nem szabályos, hanem ingadozásokat mutat.

Röviden összefoglalva az eddig mondottakat, vannak magyarázatra váró jelenségek, nevezetesen :

1. A szekuláris gyorsulás koefficiensének n'-nek elméleti értéke 7,''12, a megfigyelési adatokból levezetett érték 11,''91.

2. Úgy látszik, hogy a Hold hosszúsága hosszúperiódusú változásnak, az ú. n. *grande inégalité empirique*-nek van alávetve.

3. A jelenségeket a következő két módon magyarázhatjuk. Meglehet, hogy a Hold elméletében bizonyos jelentéktelennek látszó, valójában számottevő perturbációs tagot nem vettek figyelembe, vagy pedig fel kell tennünk, hogy a Föld forgása nem egyenletes. Az előbbi föltevés tekintettel a holdelmélet kifinomultságára nem valószínű, így marad a második. Tegyük fel, hogy a Föld forgása nem egyenletes, ha ez a föltevés igaz, akkor ennek a jelenségnek másban, nevezetesen a Nap és a bolygók látszó mozgásában is meg kell mutatkoznia.

Legyen ugyanis $\Delta\lambda$ valamelyik bolygó megfigyelt és számított hosszúsága közti különbség, $\Delta\Theta$ pedig csillagidő korrekció, a Föld és egy fiktív, egyenletes szögsebességgel forgó Föld megfelelő pontjainak egymáshoz viszonyított szögelfordulása. Jelentse továbbá μ_λ a bolygó rectaascensióbeli mozgását, akkor

$$\Delta\lambda = \Delta\Theta \,.\, \mu_\lambda$$

$\Delta\Theta$-nak a Föld heliocentrikus hosszúságában megfelel dl különbség, a bolygó heliocentrikus hosszában pedig dL. Ezt figyelembe véve

$$\Delta\lambda = A \,.\, dL + B \,.\, dl,$$

ahol A és B a geocentrumos koordinátarendszerről a heliocentrikus koordinátarendszerre való áttérés ismert koefficiense. A $\frac{dl}{dL}$ viszony állandó (legyen mondjuk p),

akkor $$\Delta\lambda = (A + pB) \,.\, dL = q \,.\, dL.$$

Sok észlelés feldolgozásából meghatározzuk p középértékét, ennek segítségével dl-et. Ezt osztva a Föld pályasebességével, megkapjuk a Föld csillagidő korrekcióját. Ha $\Delta\Theta$ az idő függvényében ugyanúgy változik, mint a Hold megfigyeléséből számított időkorrekció, akkor tényleg igaz az, hogy Földünk nem forog egyenletesen.

GLAUERT ezzel a módszerrel dolgozta föl az 1865 és 1914 közt végzett greenwichi meridiánészleléseket. A Nap, Venus és Merkur meg-

figyelésekből adódó eltérések jó egyezést mutattak a Hold észlelésekből adódó eltérés görbével.

A bolygók közül a Merkur különleges figyelmet érdemel a többivel szemben. A Föld ugyanis Napkörüli pályáján áthalad a Merkur-pálya csomóvonalán, ha ugyanebben az időben a Merkur is a csomóvonalban van és a Naphoz képest együttállásban van a Földdel, megfigyelhetjük a Merkur átvonulását a Nap előtt. A belépés és kilépés pillanatának megfigyelése lehetővé teszi, hogy erre az időpontra pontosan meghatározhassuk a Merkurnak Naphoz viszonyított helyzetét. A Merkur-átvonulások elég gyakoriak, s mivel más szempontból kívánatos volt észlelésük, nagy észlelési anyag áll rendelkezésünkre. NEWCOMB 1677-től 1891-ig végzett Merkur-átvonulás észleléseket dolgozta föl. INNES pedig kiegészítette azt az 1924-ig végzett megfigyelések földolgozásával. Az eredmény az volt, hogy a megfigyelés és számítás közti eltérés összhangban volt a Föld-forgás változásának Hold-észlelésekből adódó értékével. Láthatjuk, hogy föltevésünk helyes volt, a Föld tehát nem forog egyenletesen.

A Föld-forgás egyenlőtlenségét az utóbbi években sikerült az eddig említettektől eltérően is kimutatni. ADELSBERGER és SCHEIBE kvarcórával ellenőrizték a Föld forgásának egyenletességét.[1] A kvarcóra lelke a kvarckristályból készült rúd, vagy gyűrű. A kristálypálcát vagy gyűrűt magas frekvenciájú váltakozó áram hatásának vetjük alá. A váltakozó áram hatására a pálca vagy gyűrű ú. n. fordított piezoelektromos hatást mutat, s rezgésbe jön. Állandó hőmérséklet mellett a rezgésszám tökéletesen állandó, alkalmas berendezés segítségével a rezgéseket számláló szerkezet mutatójára víve át, igen pontos óra birtokába jutottunk. Három ilyen órával végezték kutatásukat ADELSBERGék a Physikalisch-Technischen Reichsanstaltban. A megfigyeléseknél gondosan kiküszöbölték a szisztematikus hibákat. A kvarcórákat három különböző intézet csillagászatilag ellenőrzött normálórájával hasonlították össze. Hogy fogalmat alkothassunk magunknak a pontosságról, megemlítem például azt, hogy az egyik óra napi járása 0, 000 02 sec volt a kísérletek tartama alatt. Az 1933 januárjától 1935 júniusáig tartó megfigyelések eredménye azt mutatta, hogy a Föld forgása nem állandó, hanem változik, a változás lefolyása pedig nem egyenletes, hanem, mint ábránkon látható, kis ingadozásokat mutat. Különösen szembetűnő volt 1933 tavaszán és

[1] A. SCHEIBE és ADELSBERGER, Nachweis von Schwankungen der astronomischen Tageslänge mittels Quarzuhren Phys. Z. *37*. 38.

A. SCHEIBE és ADELSBERGER, Schwankungen der astronomischen Tageslänge und der astronomischen Zeitbestimmung nach den Quarzuhren der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Phys. Z. *37*. p. 185.

A. SCHEIBE és ADELSBERGER, Nachweis von Schwankungen der astronomischen Tageslänge im Jahre 1935 mittels Quarzuhren. Phys. Z. *37*. p. 415.

1934 nyarán bekövetkezett erős ingadozás. 1933—34. évben a Nap hosszának változása $\pm 0{,}004$ sec-ot tett ki. Ez az érték igen figyelemre méltó. Magától értetődő, hogy ezek a megfigyelések semmi esetre sem alkalmasak arra, hogy kimutassák az előbb említett két lassú lefolyású, superponált gyorsulás reális voltát, hanem csak a rövid, szabálytalan változások kimutatására alkalmasak.

A felsoroltak mind amellett bizonyítanak, hogy Földünk forgásában részben szabályos és részben szabálytalan változások merülnek föl. Földünk mint időmérő olyan, mint minden más óra, van állása és van járása. Állása elérheti a $+30$ értéket, évi járása pedig meghaladhatja az 1^s-ot. Önként adódik az a kérdés, mi az oka ennek a jelenségnek. Ezzel a kérdéssel fogunk a továbbiakban foglalkozni.

4. Gondolható, hogy a Föld szögsebességének változása lehet külső hatások, s magán a Földön végbemenő belső változások eredménye. Nézzük előbb a külső hatásokat.

A külső hatások felismerése G. H. DARWIN munkájához fűződnek. DARWIN behatóan vizsgálta meg az árapály jelenségét. Mint tudjuk, a dagályhullám a földforgás irányával ellentétes értelemben fut végig Földünk felszínén. A tenger sekélyebb helyein, a partokon, folyamtorkolatokban, tengerszorosokban a dagályhullám számottevő ellenállásra talál, s energiájának egy része surlódás alakjában veszendőbe megy, a surlódás pedig Földünk forgását fékezi. Ezt a jelenséget dagálysurlódásnak *(Tidal Friction)* fogjuk nevezni.

Vizsgáljuk a Föld, Hold és Nap rendszerét és ezek kölcsönhatásán kívül minden más hatástól tekintsünk el. Legyen a Föld, Hold és Nap tömege sorjában M, m és m_1. A Hold és Nap szögsebessége n és n_1, Földtől való távolságuk a és a_1. Végezzenek ezzel a távolsággal mint sugárral a Földön tömegközpontján átmenő és forgástengelyére merőleges síkban rajzolt körpályán körmozgást. Jelöljük a Hold-keltette árapály surlódásából származó nyomatékot N-el, a Napét N_1-el. Legyen továbbá a Föld forgásának szögsebessége ω, a forgástengelyére számított tehetetlenségi nyomatéka pedig C és tegyük föl, hogy állandó. Érvényes KEPPLER harmadik törvénye:

$$(1) \qquad n^2 a^3 = f(M + m); \quad n_1^2 a_1^3 = f(m_1 + M).$$

Az (1) egyenletek alapján

$$(2) \qquad a = \bar{a}\,\xi^2, \quad n = \bar{n}\,\xi^{-3}, \quad a_1 = \bar{a}_1 \xi_1^2, \quad n_1 = n_1 \xi_1^{-3},$$

ahol $\bar{a}$, $\bar{n}$, $\bar{a}_1$ és $\bar{n}_1$ konstansok.

Ha jelöljük:

$$\frac{M.m}{M+m} = \mu; \quad \frac{m_1 M}{m_1 + M} = \mu_1, \text{ akkor}$$

a Hold keringésének impulzusmomentuma $\mu a^2 n$, a Napé $\mu_1 a_1^2 n_1$ a Föld tengely körül forgásáé pedig $C\omega$.
Irhatjuk

$$(3)\quad \begin{cases} \mu\, \bar{a}^2\, \bar{n}\, \dfrac{d\xi}{dt} = N \\ \mu_1\, \bar{a}_1^2\, \bar{n}_1 \dfrac{d\xi_1}{dt} = N_1 \\ C\dfrac{da}{dt} = -N - N_1 \\ -\dfrac{dE}{dt} = N(\omega - n) + N_1(\omega - n_1) \end{cases}$$

A Föld forgásának iránya egyértelmű a Hold és Nap keringésének irányával, ω azonban nagyobb, mint n, vagy n_1, $(\omega - n)$, ill. $(\omega - n_1)$, tehát pozitív. Tehát minden a rendszer mechanikai energiájának rovására történő változás abban jut kifejezésre, hogy N és N_1 értéke pozitív. Ez (2) első két egyenletének figyelembe vételével azt jelenti, hogy $\frac{d\xi}{dt}$ és $\frac{d\xi_1}{dt}$ szintén pozitív. (3) egyenletből azt kapjuk

$$\omega = \omega - \frac{N + N_1}{C} t\,,$$ azaz ω csökken. (2) egyenletekből pedig

világos, hogy n és n_1 értéke is negatív gyorsulást szenved, megegyezésben a megfigyelésekkel.

Nemcsak a tenger, hanem a légkör, sőt a Föld szilárd kérge is árapályjelenséget mutat, más szóval deformációt szenved. A Hold és Nap árkeltő erélyének maximuma a Föld ugyanazon helyén periodikusan ismétlődik. A Hold és Nap hatásának periódusa azonban más és más. A két hatás összegeződése azt eredményezi, hogy a Föld ugyanazon helyén az árkeltő erő napi maximuma nem állandó. Az árkeltő erő maximális extremuma a Hold és Nap hatásának összegeződésekor lép föl. Ezt a kérdést vizsgálta meg F. Andersson.[1] Már régen ismert volt az a tény, hogy a külső erők hatása ½ hónapos, ½ éves és 18 éves periódust követ. A Földet vizsgálatában összenyomhatatlan anyagból felépített gömbnek tételezte föl és a Föld belsejében lévő pont viselkedését vizsgálta az

$$R = V_0 + V_1 + W$$

alakú potenciál térben, ahol V_0 a deformálatlan gömb gravitációs potenciálja, V_1 a deformációnak V_0 potenciálban okozott pertur-

[1] F. Andersson, Berechnung der Variation der Tageslänge in folge der Deformation der Erde durch fluterzeugende Kräfte. Ark. Mat. Astr. Fys. 26. Nr. 8.

bációja, W pedig a külső erők potenciálja. F. ANDERSSON megállapította a tehetetlenségi nyomatékok megváltozását a Hold és Nap koordinátáinak függvényében. Meghatározta Földünknek egy egyenletesen forgó fiktív földhöz viszonyított járását és megadta Földünknek mint időmérő műszer állásának a Hold és Nap koordinátáitól függő kifejezését. A formula numerikus vizsgálatából az derült ki, hogy a Föld állásának változása az egyes periódusoknak megfelelően $0^s{,}001$, $0^s{,}008$ és $0^s{,}278$.

A mondottakon kívül ahhoz, hogy a dagálysurlódás megmagyarázza a Föld forgásának változását, szükséges, hogy az elmélet alapján számított numerikus adatok reálisoknak bizonyuljanak. TAYLOR megvizsgálta, hogy mekkora az az energia, ami a dagályhullám energiájából surlódás alakjában veszendőbe megy. Vizsgálatait az Ir-tengeren végezte el. Szökőár esetén ez az energia disszipáció 1530 erg/cm²/sec értékű. Normális viszonyok közt kb. a fele értékkel számolhatunk. Az Ir-tenger felülete hozzávetőlegesen $3{,}9 \times 10^{14}$ cm². A másodpercenként veszendőbe menő energia nagysága egyedül az Ir-tengerben $2{,}5—3{,}0 \times 10^{17}$ erg. Ez az érték meglehetősen megbízhatónak mondható, más feltevésekből kiindulva is nagyságrendileg ez az érték adódott. JEFFREYS számítása szerint az energiaveszteség $1{,}41 \times 10^{19}$ erg. Az Ir-tenger dagálysurlódása tehát az összes tengerekének kereken ötvened részét teszi ki. Az Ir-tenger legmélyebb helyein alig éri el a 200 m-t, partja tagolt, s szigetek vannak benne. Mind északon, mind pedig délen meglehetősen szűk csatorna választja el a nyílt tengertől. Figyelembe véve ezeket az adottságokat, azt mondhatjuk, hogy JEFFREYS értéke nagyságrendre elfogadható módon egyezik a tapasztalattal.

Tudva már most azt, hogy a Föld forgása a dagálysurlódás következtében lassul, a Hold és Nap hosszúságát így írhatjuk föl:

$$\lambda_L = \lambda_{0L} + n_L t + \tfrac{1}{2}\left(a_L + b_L - \frac{c}{15}\cdot\mu_L\right) t^2$$

$$\lambda_S = \lambda_{0S} + n_S t + \tfrac{1}{2}\left(a_S + b_S - \frac{c}{15}\cdot\mu_S\right), t^2,$$

ahol λ_L a Hold λ_S a Nap hosszúsága, λ_{0L}, λ_{0S}, n_L és n_S ismert konstansok a_L és a_S az ismert perturbáció okozta gyorsulások, b_L és b_S a dagály surlódásból származó gyorsulás, c pedig a Föld forgásának szekuláris szög gyorsulása. $c = c_L + c_S + c_x$, ahol c_L a Hold, c_S a Nap keltette árapály következtében, c_x pedig ismeretlen ok következtében bekövetkezett gyorsulás. μ_L, ill. μ_S pedig a Hold, ill. Nap közepes mozgása másodpercenként. Megfigyelésekből azt találták, hogy

$$\tfrac{1}{2}\left(a_L + b_L - \frac{c}{15}\mu_L\right) = 11''{,}6.$$

$$\tfrac{1}{2}\left(a_S + b_S - \frac{c}{15}\mu_S\right) = 1''{,}1 + 1''{,}50.$$

Tudjuk azt, hogy $\mu_L = 0''{,}55$, $a_L = 14''{,}2$, $\mu_S = 0''{,}041$, $a_S = 1''{,}1$. A második egyenletről $\frac{c}{15} = -73^s{,}1$, amivel az első egyenletből $b_L = -31''{,}1$. A Föld forgásperiodikusan változó gyorsulása tehát $-73^s{,}1$ 100 évenként.

5. A dagálysurlódás, mint láttuk, megmagyarázza a Föld forgásának állandó egyenletes lassulását, de nem adja magyarázatát a hosszú periodusú és tetemes amplitudójú szekuláris változásnak. Ezt a jelenséget belső, magán a Földben lejátszódó folyamattal kell magyaráznunk. A dagálysurlódás ugyanis, mint az előbbi levezetésben láttuk, a Föld szögsebességének negatív gyorsulását idézheti elő, pozitív gyorsulást semmi esetre sem eredményezhet. A belső okok közül két elgondolás kellően megalapozott. Az egyik szerint — és ez igen plausibilis — a Föld forgástengelyre vett tehetetlenségi nyomatéka változik, a másik feltevés szerint pedig a Föld kérge és magja nem egyforma szögsebességgel forog, hanem a kéreg egyre inkább elmarad nyugatra a magtól.

Vizsgáljuk előbb az első feltevést részletesebben. A Föld tehetetlenségimomentumváltozásának több oka lehet. SCHULER elgondolása szerint az inercianyomaték megváltozása úgy állhat elő, hogy a forró égövben elpárolgott és a rendestől eltérő mennyiségű tengervíz a sarkok felé áramlik és ott megnövelve a jégkérget a Föld tömegeloszlását vonja maga után. SCHULER becslése szerint mindkét pólus állandóan jéggel borított felülete hozzávetőlegesen 15×10^6 km^2. Tegyük föl, hogy a jégréteg vastagsága 10 m vastag vízrétegnek megfelelő 11 m vastag jégkéreggel megváltozik, ami 3×10^{10} tonna tömegnek az áthelyeződését jelenti. Meggondolva azt, hogy a külső erők megváltozását az elmélet nem tételezi föl és így az impulzus momentum állandó:

$$\omega\, dI + I\, d\omega = 0,$$

a numerikus értékek figyelembe vételével az évenkénti szögsebességváltozás $-2^s{,}6$. SCHULER elmélete mellett szól az a megfigyelés, hogy a gleccserek jégkérge 15 m-es változást is szenvedhet, így a pólusokon elképzelhető a 11 m-es változás, ellene szól azonban az, hogy a jégkéregnek ilyen nagymértékű megváltozása a tengerek közepes szintjének 0.7 m-el való változását vonná maga után. Ilyen változást azonban nem észleltek.

BROWN igen érdekes elgondolással próbálta a tehetetlenségi nyomaték megváltozását megmagyarázni. Feltette, hogy Földünk «pulzál» (Ez a pulzálás természetesen semmi összefüggésben sincs egyes fény-

változók elméletében föltett pulzációval, hiszen a fizikai körülmények merőben mások.) Ha ebben a pulzálásban a Föld egész tömege részt-vesz, akkor a Föld sugarának 10 cm-es változása szükséges ahhoz, hogy 1^s változást idézzen elő az év hosszában. Ha azonban csak a kéreg periodikus kitágulásával és összehúzódásával számolunk, 260 cm-es sugárváltozás szükséges 1^s változás előidézésére. Teljesen homogén kéreg esetén ez nem jelentene semmi különösebb dolgot. Földünk kérge azonban távolról sem homogén. Több secundum évi változásnak megfelelő sugárváltozás helyi feszültségek keletkezéséhez vezetne. Ezeknek a helyi feszültségeknek a kialakulását az egyenlőtlen csapadékeloszlás és más tényezők is kedvezőtlenül befolyásolnák, mindezek a hatások együttvéve tehát kéregrepedésekhez, földmozgáshoz, egyszóval szeizmikus jelenségekhez vezetnének. Azt, hogy a szeizmikus jelenségek és a Föld szögsebességének ingadozása közt van-e korelláció, mindezideig nem sikerült világosan kimutatni.

Az utóbbi időben alakult ki az az elgondolás, hogy a Föld szilárd kérge nem forog ugyanolyan szögsebességgel, mint a mag. Föltevés szerint még az is közbejátszik, hogy a kérget a magtól elválasztó folyékony résznek, a magmának a viszkozitása változik. Legyen a magma viszkozitása η, vastagsága Δ. A mag sugara r, δ pedig az évenkénti relatív szögelfordulás radiánban, akkor a φ szélességi körön $d\varphi$ szélességű zónának a magra kifejtett nyomatéka

$$M\varphi = 2 \,.\, r \,.\, \cos\varphi\, \pi \,.\, r d\varphi \,.\, r\cos\varphi \,.\, \delta \,.\, r\cos\varphi \frac{\eta}{\Delta}$$

az egész nyomaték:

$$M = \frac{4\pi\delta}{\Delta} \cdot \eta \,.\, r^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3\varphi\, d\varphi = \frac{8 \,.\, \pi \,.\, \delta \,.\, r^4 \,.\, \eta}{3\Delta}.$$

Ha C a Föld forgástengelyre vett tehetetlenségi momentum, akkor

$$\frac{8 \,.\, \pi \,.\, \delta \,.\, r^4 \,.\, \eta}{3\Delta} = C\frac{d\omega}{dt}$$

Ezzel a jelenséggel a Föld szöggyorsulásának 260 éves periódusú ingadozását akarjuk magyarázni. A szögelfordulás másodpercenkénti nagysága tehát radiánban

$$\delta = \frac{2\pi}{260 \,.\, 365 \,.\, 86400} = 7{,}66 \times 10^{-10}\ radian/sec.$$

További számadatok:

$$r = 6{,}38 \times 10^8\ cm,\ \Delta = 10^6\ cm,\ C = 8{,}2 \times 10^{44}\ cm^2 g$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{73{,}1 \,.\, 15}{206265\,(100 \,.\, 365 \,.\, 86400)^2} = 5{,}35 \times 10^{-22}/\mathrm{sec}^2.$$

Ilyen gyorsulás létesítéséhez szükséges, hogy a magma viszkozitása

$$\eta = C \frac{d\omega}{dt} \frac{3\Delta}{8\pi\delta r^4} = \frac{8{,}2 \cdot 5{,}35 \cdot 3 \cdot 10^4}{8 \cdot \pi \cdot 7{,}66 \cdot 6{,}38^4} = 412{,}8\ cm^{-1}\, g\, sec^{-1}.$$

A glicerin nyúlóssága 18° C-on 11[1] cm $g\,sec^{-1}$. η-ra kapott érték tehát jól elképzelhető. Ezt az elgondolást látszik igazolni az a tény is, hogy a párisi mágneses mérések alapján megállapítható, hogy a mágneses deklináció változása a szekuláris változás periodusának kétszeresét mutatja. A mágneses mennyiség egy része a magban helyezkedik el és mágneses tere nem szimmetrikus a Föld forgástengelyére. A földmágnesség tehát periodikus változásnak kell, hogy alávetve legyen. Ami tényleg fenn is áll. A mágneses elemek változásának periodusa tehát a Föld kérgének a maghoz képest végzett egy teljes körforgásának idejét jelenti. Feltéve, hogy a Föld magja három tengelyű ellipszoid egy körforgás ideje földmágnességi mérésekből kb. 500 évre tehető, ami hozzávetőleg kétszerese a szekuláris változás periodusának.

Abban az esetben, ha a magma ellenállása nem állandó, megváltozik a Földkéreg elcsúszásának sebessége a maghoz képest. Ha az ellenállás megnő, a kéreg elcsúszása meglassul és a Föld forgásának látszólagos gyorsulását vesszük észre. Ha a viszkozitás csökken, az előbbi viszonyok megfordítottja következik be. A viszkozitás megváltozása könnyen elképzelhető. A szeizmikus mérések azt mutatták, hogy a földkéreg vastagsága igen változó. A magról pedig feltehetjük, hogy felülete nem síma, hanem helyi kiemelkedések és bemélyedések tagolják. HEISKANNEN vizsgálatai igen valószínűvé tették, hogy Földünk magja is háromtengelyű ellipszoid. Feltéve azt, hogy tényleg így van, még inkább érthető, hogy a magma a földkéreg csúszását változóan befolyásolja.

Azt, hogy a Föld szögsebességének ingadozását a Föld tehetetlenségi momentumának megváltozása, vagy a Föld kérgének a maghoz képest történő elcsúszása *(drift)* okozza, mai ismereteink alapján nem tudjuk eldönteni. Nagyon valószínű, hogy mind a két jelenség egyaránt bekövetkezik és a domináló hatás okozta változásokat a másik befolyás másodlagosan változtatja.

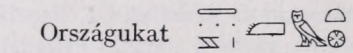
6. Az eddig mondottak alapján láthatjuk tehát, hogy Földünk mint időmérő műszer tökéletlen, a Föld egyenlő szögelfordulásaival mért ú. n. JULIÁN-féle idő tehát korrekcióra szorul. A JULIÁN-féle időn kívül megkülönböztetünk még kétféle időt. Nevezetesen egy fiktív, állandó szöggyorsulással forgó Föld forgása által definiált «földi» időt és az ugyancsak fiktív állandó szögsebességgel forgó Föld szögelfordulásával mérhető «inercia» időt. Ha ismernők pontosan Földünk for-

gásának eltérését az egyenletes forgástól, a JULIÁN-időt minden további nélkül átszámíthatnók akár földi, akár inercia időre. Ma még az eltéréseket nem tudjuk előre meghatározni, csak visszamenőleg, észlelésekből tudjuk konstatálni. Az idő mérésének kérdése rendkívül fontos, minden égi mechanikai és szférikus asztronómiai meggondolásnak alapja. Szükséges tehát, hogy ha nem is tudjuk az eltérést előre megállapítani, az említett okkultációmegfigyelések és különösen a Hold, Nap, és a bolygók közül a Merkur és Vénus meridián megfigyeléseinek hosszú sorozata álljon rendelkezésre, a beállott változások meghatározására.

AZ ÓEGYIPTOMIAK CSILLAGÁSZATÁRÓL.

Irta: *Ponori Thewrewk Aurél.*

A hamita fajú óegyiptomiak őshazáját még ma is homály fedi, valószínű azonban, hogy Ázsiából vándoroltak be a Kr. előtti V. évezred táján a Nílus völgyébe. Művészet- és tudományszeretetük igen nagy volt, s már a legrégebbi korszakokból reánkmaradt emlékek azt bizonyítják, hogy a matematikai tudományokban is ugyancsak jártasak voltak. Csillagászati megfigyeléseket már a szorosabban vett történelmi koruk előtt eszközölhettek, mert mire az I. dinasztia megalapítója: MENESZ fellép (Kr. e. 3200 kör.), már meglehetősen fejlett csillagászatot találunk náluk.

Országukat  (Ta Kemt)-nek nevezték, mely Fekete Országot jelent. Az elnevezés oka az, hogy a Nílus felső vidékén a tavasszal meginduló esőzések a folyamot hatalmasan felduzzasztották, és midőn a víz hónapok mulva visszahúzódott, az elöntött földeken fekete termékeny iszap maradt. Ez az ár volt az egyiptomi nép életének biztosítója, mert tudvalevő, hogy évek múlnak el Egyiptomban esőzés nélkül.

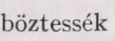
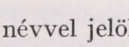
Az áradás kezdete csaknem napra pontosan jelentkezett minden évben, s az egyiptomiak felhőtlen egük alatt könnyen megfigyelhették, hogy ebben az időben mely csillagok kelnek és nyugszanak a Nappal együtt (heliakus kelés ill. nyugvás). Épp a legfényesebb állócsillag, a Szíriusz volt az, melynek heliakus kelte egybeesett az áradás kezdetével, s ennek a csillagnak csakhamar igen kiváló fontosságú szerep jutott az egyiptomiak időszámításában.

Mint minden ókori nép, eleinte ők is a Hold járása szerint osztották be az évet 12 holdhónapra. Ez az év 355 napból állt. Ezt azonban nemsokára a kerek 360 napos év váltotta fel, mely szintén 12, tehát 30-napos hónapot számlált. Ezt a 360 napos évre való áttérést a köznép legendával magyarázta, melyet PLUTARCHOS leírásából ismerünk:[1] «Szent isten titokban egybekelt Nut istennővel. A Nap megátkozta Nutot, hogy gyermekei sem egy évben, sem egy hónapban nem szü-

[1] L. *Zinner:* Geschichte der Sternkunde, S. 3.

lethetnek. Nut Thothoz, a bölcseség istenéhez fordult tanácsért. Ez a Holdistennel kockajátékot játszott, és elnyerte tőle az év 72-ed részét (5 nap), melyet aztán az év végéhez csatolt. Igy születhetett meg 5 kis isten», mert ez az 5 nap nem tartozott sem a holdévhez, sem valamelyik hónaphoz.

Azonban csakhamar (Kr. e. 28. század) belátták, hogy ezzel az évvel nem lehet a természet jelenségeit összhangzásba hozni. Ezentúl időbeosztónak a Szíriusz (Szopdet, vagy görögösen Szothisz) látszó mozgását vették. Ez a Sziriusz-év alig valamivel különbözött a Julián-évtől: Kr. e. 3000-ben az eltérés $0{\cdot}0000471^{d} = 0{\cdot}07^{m} = 4{,}2^{s}$ volt, és Kr. születése idejében sem tett ki többet $0{\cdot}0009715^{d} = 1{,}40^{m} = 1^{m}\ 24^{s}$-nál. Értéke $365{\cdot}2500471^{d}$, ill. $365{\cdot}250915^{d}$ volt a nevezett időpontokban.[1]

A Szíriuszévet eleinte 365 naposnak vették. Hogy a feliratokon megkülönböztessék a régi 360 napos évtől,  (az év és ezenfelül öt nap) névvel jelölték meg. A többletnek neve  (az évhez csatolt öt nap) volt.[2]

A pontosabb megfigyeléseik szerint az évet 365 ¼ napra osztották, s a törtnapokkal való számolás elkerülése végett minden negyedik évet 366-naposnak tették meg. A köznép azonban megmaradt az előző év használata mellett. Ez az év a kiegészített Szíriuszévben lassankint eltolódott, s ezért mozgóévnek nevezték. Az eltérés a kétfajta év között 1460 Szíriuszév mulva nőtt egy egész esztendővé. Ilyenkor a Sziriusz- és a mozgóév első napja egybeesett. (Ez volt a nagy Szothisz-periódus.) A kétféle újévet a feliratokon meg lehet különböztetni, mert míg a (az év elseje) kifejezés a mozgó, addig a vagy a (az újévünnep) a Szíriuszév újévére vonatkozik.[3] Ilyen újévegybeesés volt Kr. e. 2779-ben és 1318-ban.[4]

A kétféle év használata igen sok bonyodalmat okozott főkép az ünnepek kijelölésénél, mely munka egy papi rend feladata volt. Ugyanis voltak ünnepek, melyek a mozgóévhez, s voltak, melyek a Szíriusz-évhez rögzítődtek. Csak jóval később sikerült a két évet egybeolvasztani: PTOLEMAEUS EUERGETES Kr. e. 238-ban kiadta a kanopuszi dekré-

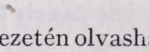
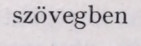
[1] L. MAHLER: Az asztronómia művelése az ókori egyiptomiaknál. Stella-Almanach II. évf. (1926), 121 old.

[2] V. ö. *Ed.* MAHLER: Études sur le calendrier égyptien. Annales du Musée Guimet, t. XXIV. (1907), p. 52.

[3] Ann. du M. G. i. h. p. 55—56; 77.

[4] L. OPPOLZER: Die Länge des Siriusjahres und der Sothisperiode, Bd XC. (1884).

tum néven ismert rendeletét, melyben a Szíriusz akkori heliakus felkelése napját, Payni hó 1-ét tette meg egyszersmindenkori újévnek, és elrendelte a Szíriuszév kizárólagos használatát. Az igazság kedvéért jegyezzük meg, hogy ez a rendelet sohasem vált általános érvényűvé.

Az év kezdetéül az áradás kezdete, azaz a Szíriusz heliakus keltének napja szolgált. Kétséget kizáró módon bizonyítják ezt a thebai Ramesszeum mennyezetén olvasható feliratok. pl.  = az isteni Szopdet (Szíriusz) előhozza a Nílust az év kezdetén ;[1] vagy egy Szíriuszról szóló szövegben ez található:  = „az évek a felkelésétől számítódnak.[2]

Az évet az egyiptomiak — országuk természeti viszonyaihoz alkalmazva — három részre osztották, úgymint az áradás, a vetés és az aratás idejére. Minden évszak tehát négy hónapot foglalt magába.

A hónapokat 30 naposnaknak vették. Nevük: Thot, Faofi, Athyr, Khoiak, Tybi, Mekhir, Famenoth, Farmuti, Pakhon, Payni, Epifi és Meszori volt. A hónapok felosztása — az év analógiájára — szintén hármas volt, 10 napos dekádokra osztották a hónapokat. Minden dekád elején a heliakusan felkelő csillagot a dekád uralkodó csillagának tekintették, és dísz- vagy védőcsillagnak nevezték. Egy évben 36 dekád volt, s mikor a 365 napos évre tértek át, minden dekádcsillag a következő évben 5 nappal később jelent meg, a harmadik évben pedig a következő dekád elején. IV. Ramszesz Theba-melletti sírjában látható képen a dékáncsillagok igen gondosan vannak ábrázolva nevükkel és felkelésük dátumával.

Khnumhotep (Kr. e. 2000 kör.) benihasszáni sírjában talált ünnepi naptár szerint ismerték a hetet is, mint a holdfázisok ünnepét, de a polgári naptárban használatának semmi nyomára sem találunk.[3]

A nappalt és az éjjelt 12—12 órára osztották fel, függetlenül a napszak hosszától, tehát pl. a téli és nyári éjjel egyaránt 12 részből állt. A 12-es felosztás már Kr. e. 3000-ben ismeretes volt előttük.

Az idő mérésére háromféle órát használtak: nappal a nap-, éjjel a víz- és csillagórákat.[4]

A napórák egy részén a Nap árnyéka egy vízszintes, vagy kissé délfelé lejtős lapra esett, melyen az egyes órák pontokkal voltak megjelölve; a másik fajtájuk a néhol még ma is látható kelet-nyugat irányban elhelyezett függélyes napóráinkhoz hasonlított, melyekné

[1] L. Brugsch: Thesaurus inscriptionum Aegypticarum, p. 108.
[2] L. Brugsch i. h. p. 100.
[3] L. Mahler: Adalékok a naptárkérdéshez. Stella-Almanach IV. évf. 89 old.
[4] L. Zinner i. h. S. 10—14.

az időt egy pálca árnyéka mutatta. A napóráik egyike sem volt teljesen pontos.

Vízóráikat fordított csonka kúpalakúra készítették, alul kis kifolyónyílást alkalmaztak. A vízóra oldalainak hajlása 1 : 3 volt, mert úgy vélték, hogy ilyen alak mellett egyenlő időkben egyenlő mértékben süllyed a víz felszíne. Ez, amint tudjuk, csakis parabolikus keresztmetszetű edényeknél lehetséges, s így ezek az órák eleinte hosszabb, később pedig rövidebb órákat mutattak a ténylegesnél. A mérést igen megnehezítette az is, hogy az óráknak az évszakonkint változó hosszúságú nappalokat és éjjeleket egyaránt 12 részre kellett osztaniok. (A téli és nyári éj hosszának aránya középértékben 12 : 14 volt az egyiptomiak észlelése szerint.) A vízórákra ezért több, különböző keresztmetszetű nyílást alkalmaztak, s az évszaknak megfelelőt hagyták nyitva. Még ezzel a berendezéssel sem tudták elérni, hogy az órák teljes mértékben megfeleljenek a rájuk bízott feladatnak. Csak I. AMENHOTEP fáraónak (a Kr. e.-i 16. század közepe) készített egy bizonyos AMENEMHET olyan vízórát, mely igen nagy megközelítéssel mutatta a kívánt értékeket. Hogy AMENEMHET órája hogyan érte el a pontosságot a különböző éjhosszúság mellett is, nem tudjuk.

A legrégibb megtalált vízóra alabástromból készült (Kr. e.-i 14. század), és meglehetősen pontos értékeket szolgáltathatott, mert a belekarcolt óramutató vonalak közepes eltérése a helyestől mindössze 0·7 mm.

Készítettek még olyan vízórákat is, amelyekbe víz csepegett, s egy bennük úszó jelző mutatta a vízfelszín emelkedését. Minthogy ilyen órákat csak a későbbi görög időkből találunk, valószínűnek látszik, hogy az ilyen órák használatát a görögöktől vették át.

Mint nappal a Nap, úgy éjjel a sok csillag volt alkalmas az idő beosztására. A csillagoknál a kelésen és nyugváson kívül a delelés idejét is meghatározták. Ennek ismeretéhez szükségük volt a délvonal meghatározására. Erre a célra a következő eszköz szolgált :[1] egy datolyapálmalevél gerincének felső, kiszélesedő részén függélyes rést alkalmaztak, s ezen keresztül néztek egy súllyal kifeszített zsinórt, úgy hogy a rés, a zsineg és az akkori sarkcsillag egy egyenesbe került. Ez csak egyik módja volt a délvonal meghatározásának.

A templomok éleit mindig a világtájak felé építették. Egy templom alapköveinek letétele igen fontos feladat volt, s ezt csak a fáraó végezhette el. Egy király így beszél egy feliratán :[2] «Megfogom az iránypóznát, a sulykoló végét és a zsineget . . . Tekintetemet a csillagok járása felé fordítom. Szemeimet a Bikacomb (kb. az Ursa Maior)

[1] L. Stella-Alm. II. évf. 124. old.
[2] L. ZINNER i. h. S. 12.

csillagképre irányítom. Lerögzítem a templom 4 sarkát». A szöveg értelmezése teljesen világos. A délvonal meghatározása után a templom alapjának derékszögeit egy papi rend, a harpedonaptusok rendje mérte ki olyan kötél segítségével, melyen 12 egyenlő távolságban levő csomó volt kötve. A délvonal irányába lefektettek 4 csomó hosszú kötelet, erre kb. merőlegesen 3 csomó hosszút, és a maradék 5 csomónyi kötél végét a kötél elejéhez forgatták. Igy egy 4 : 3 : 5 oldalarányú pithhagorasi háromszöget kaptak.

Az ilyen módon meghatározott irány meglehetősen pontos volt. NE-WOSER-RE fáraó (Kr. e. 2700 kör.) által épített abusiri templom falai 1°-nál kisebb eltérést mutatnak a valóságos irányoktól.

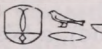
A délvonal kijelölésének másik módja az ú. n. indiai kör segítségével történt. Függőleges bot körül koncentrikus köröket húztak, s megfigyelték, hogy mikor a legrövidebb a Nap árnyéka. Minthogy a függélyes szerepét legtöbbször a 20—30, sőt néha 70 m magas obeliszkek játszották, igen fontos eredményeket kaptak. Pl. a KUFU (görögösen KHEOPSZ) által épített piramis alapéleinek eltérése a valódi értéktől észak-déli irányban 5′ 30″, ill. a szemközti élnél 2′ 30″ ; kelet-nyugati irányban pedig 2′ 28″, ill. 1′ 57″.

Szintező műszerük igen egyszerű eszköz volt. Egy háromszögalakú tartó felső csúcsáról függőón lógott, s a zsineg közben egy nyíláson haladt át. Ha nem ért a nyílás oldalához, úgy egyirányú vízszintest kaptak. Hogy ezzel a primitívnek látszó műszerrel milyen pontosan tudtak dolgozni, mutatja a Kufu-piramis alapszintezése. A valódi vízszintestől való legnagyobb eltérésnek 2·1 cm adódott, de ha a kisebb egyenetlenségeket és kopásokat leszámítjuk, maximális eltérésül 1·5 cm-t kapunk.[1] Ez valóban igen komoly eredmény, ha meggondoljuk, hogy a piramis alapnégyzetének éle közel 230 m. (A piramis kb. a Kr. e.-i 28. században épült.)

A Nap, Hold és a bolygók mozgását gondosan figyelték. A Napot különben az élet legfontosabb forrásának tartották, és különösen az eretnekfáraó, EKHNATON (IV. AMENHOTEP, Kr. e. 1370 kör.) uralkodása alatt — ki az egyistenhivés szinte keresztényi apostola volt, s az Istent a napkorong képében tisztelte — csaknem korlátlan tisztelettel illették. A Nap volt a földi élet mása. Reggel megszületik, délben pályája tetőfokára hág, és este lehanyatlik. Ezért a mondott időkben gyermeknek, szakállas férfinak, ill. görnyedt öregnek képzelték. A hasonlatot átvitték az évi mozgásra is. A téli napfordulókor «gyermek», tavaszi napéjegyenlőségkor «ifjú», nyári napforduló idején «nagy Nap» és az őszi napéjegyenlőségkor «vén» névvel illették.

A Hold két keringési idejét ismerték : a szinodikus és a szi-

[1] L. ZINNER i. h. S. 31.

derikus holdhónapot. A feliratok említenek egy 30 éves periódust, melyet  -nek, a nagy dicshimnusz periódusának nevezik. A rosette-i kövön ez olvasható PTOLEMAEUS EPIPHANES egyik melléknéveként: *κυριος τριακονταετηρίδων* = a 30 éves periódus ura. Ez a ciklus a következő volt:[1]

371 szinod. hó à $29{\cdot}53476^{d}$ = $10957{\cdot}39596^{d}$ (mai érték $10955{,}84185^{d}$)
401 szider. hó à $27{\cdot}32543$ = $10957{\cdot}49743$ (mai érték $10955{\cdot}98596$)
30 Szíriuszév à $365{\cdot}25000$ = $10957{\cdot}50000$,

azaz minden 30 Szíriuszév mulva az egyes holdfázisok az évnek ugyanarra a napjára esnek, s ismét az égbolt u. a. helyére. (Érdekes, hogy ebben a periódusban a hónapok különbsége (401—371) szintén 30-at ad.)

De használtak más periódust is:[2]

18058 szinod. hó	$533263{,}4^{d}$
19518 szider. hó	533262,8
1460 Szíriuszév	533265,0

(Emlékezünk, hogy az 1460 Szíriuszév volt a nagy Szothiszperiódus, mely 1461 mozgóévet számlált.)

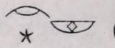
Úgy találták, hogy 25-évenkint a Hold fázisai a mozgó- (365 napos) év u. arra a napjára esik ismét. Minthogy a Hold istenének földi megtestesítőjét, a Hapi- (görögösen Apisz-) bikát a telehold napján avatták fel, s e periódus szerint ezt a napot könnyen ki lehetett számítani, e 25 éves ciklust Apisz-ciklusnak nevezték. Itt azonban ciklusonként $^{1}/_{20}$ napot elhanyagoltak, s ez a különbség $20 \times 25 = 500$ év alatt nőtt egy teljes napra. Ez az 500-éves periódus volt a Phönix-periódus.

Ezeken kívül ismertek egy 120 éves ciklust is, mert a Szíriusz-újév napja 120 év alatt épp egy hónapnyi eltolódást szenvedett a polgári (365 napos) évben.

Valószínűleg birtokában voltak a 19 éves ú. n. Meton-ciklus ismeretének is.[3]

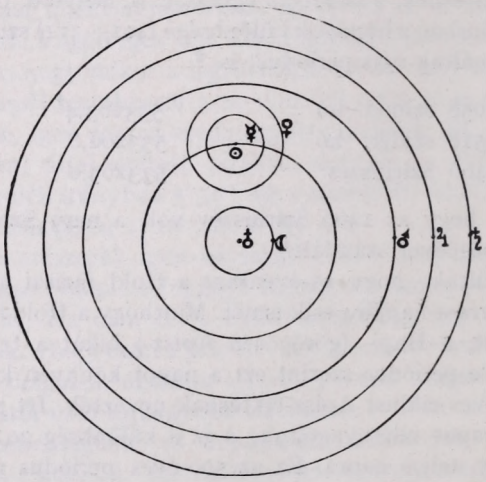
A hónapot a holdévben a telehold napjával kezdték, ellentétben a többi ókori népek szokásával, kiknél az újhold napja volt a hónap első napja. A telehold napját (tep en abud)-nak, a hónap kezdetének nevezték. A valódi konjunkció napja volt a (hib

[1] L. Ann. du M. Guimet i. évf. p. 83.
[2] L. Ann. du M. Guimet i. évf. p. 93.
[3] L. KRALL: Studien zur Geschichte des alten Aegypten, Sitz. ber. d. Akad. Wien, phil. hist. CL. Bd. XCVIII. S. 895.

enti paut) az újhold ünnepe, és a rákövetkező nap, mikor már meg tudták figyelni a holdsarlót, a  (hib abud), a hónap ünnepe nevet viselte.[1]

A bolygók járását is élénk figyelemmel kísérték. Tiszta egük alatt a Merkurt is könnyen észlelhették. (Ismeretes, hogy COPERNICUS meghalt anélkül, hogy látta volna ezt a bolygót.)

Minthogy a Merkur egyszer esteli, másszor reggeli csillag, eleinte azt hitték, hogy két külön bolygóval van dolguk. Külön nevet is adtak mindegyiknek: reggel Szet, este pedig Horusz nevét. Később megbizonyosodtak, hogy a két csillag egy és ugyanaz, s az összes ókori



népek között az egyiptomiak voltak azok, akik tudták, hogy a Merkur (és a Vénusz) nem a Föld, hanem a Nap körül kering. Az alábbi rajz az egyiptomiak által elképzelt világrendszert tünteti elő:

A bolygók közül a Merkur Szet, a Venusz Izisz, a Mars Ra, a Jupiter Ozirisz és a Szaturnusz Horusz isten csillaga volt.

Az állócsillagok között már a VI. dinasztia idejében (Kr. e. 2400 kör.) 12 csillagképbe foglalták azokat, melyek a Nap pályájához közelestek. Egyiptomban, az állatkultusz igazi hazájában egészen természetes volt, hogy e csillagképek legtöbbjében állatokat véltek felfedezni. Minden valószínűség szerint itt keresendő az állatöv eredete, és nem úgy vették át az egyiptomiak a babiloniaiaktól, vagy éppenséggel a görögöktől. Állatövük tagjai közt találjuk a Bika, Oroszlán,

[1] L. Ann. du M. Guimet i. évf. p. 4, 7, 9; vagy Stella-Alm. II. évf. 131. o., vagy Mahler: Adalékok a Kelet ókori népeinek asztronómiájához. Stella-Almanach VII. évf. (1931) 162—163. old.

Szűz, Mérleg, Skorpió és Nyilas csillagképeket is, mint azt a thebai XIX—XX. dinasztiabeli (Kr. e.-e XIV—XII. század) királysírok asztronómiai tárgyú falfestményeken láthatjuk.

A csillagok kulminációmegfigyeléseinek legrögzítésére derékszögű négyszögráccsal ellátott tabellákat alkalmaztak.[1] Az egyik — ha úgy tetszik — koordináta az éjjel 12 órája, a másik pedig a megfigyelőtől pontosan déli irányban vele szembenülő csillagász két válla, füle, szeme, ill. fejteteje volt. Az előbbi képezte a vízszintes, emez a függőleges koordinátát. A szembenülő fejteteje a délvonalat ábrázoló zsineggel egyirányban volt.

Megfigyeléseik csak az egész órákra vonatkoztak. Amint egy óra elkezdődött, a megfigyelő a négyszögrács megfelelő sorába bejegyezte, hogy a csillagot segédjének mely testrésze felett látta. Ilyen csillagtáblákat, ú. n. óratáblácskákat Theba mellett a biban-el-moluk-i VI. és IX. RAMSZESZ-sírban láthatunk a mennyezetre festve.

A Kr. e.-i II. évezredben legkevesebb 42 csillagképet ismerhettek. Minden csillagképnek, sőt nagyobb csillagnak megvolt a maga istene.

Azt gondolhatnók — s általában ez a nézet az elterjedt —, hogy az egyiptomiak a csillagászatot jobbára csak a csillagjóslás céljából űzték. De ez nincs így, legalábbis Egyiptom történetének legnagyobb szakaszán nem. Valószínű, hogy először csak a görög időkben kezdtek asztrológiával foglalkozni, esetleg babilóniai hatásra, bár a csillagok tisztelete igen régi szokás volt Egyiptomban.

A csillagászat műveléséhez szükséges matematikai tudásuk viszonylag erősen fejlett volt. A RHIND-féle papirusz megtalálása igen jelentős eseménynek számított a matematikai tudományuk megismerésének történetében. Ebből tudjuk, hogy a Kr. e.-i II. évezredtől fogva ismerték a π közelítő értékét (noha érthetetlen makacssággal a csonkakúpalakú vízórák köbtartalmának kiszámításánál kereken 3·0-nak vették). Ismerték az első- és másodfokú egyenleteket, a számtani és mértani sorokat, a négyzetgyökök közelítő kiszámítását és a háromszögtan alapfogalmait.[2]

[1] L. ZINNER i. h. S. 13, vagy Stella-Alm. II. évf. 127. old.
[2] V. ö. ZINNER i. h. S. 30.

AZ INTERSZTELLÁRIS ABSZORPCIÓ VIZSGÁLATÁNAK ALAPJA.

Irta : *Tolmár Gyula.*

A csillagok térbeli elrendezésének törvényszerűségét is kutató stellárstatisztika eredményeinek értékét az dönti el, hogy milyen pontossággal tudjuk meghatározni a csillagfény elnyelését a csillagok közötti térben. Az az egyszerű feltevés, hogy a fény a csillagok közötti térben gyengítetlenül terjed tovább, teljesen helytelen világképet ad. Igen sok észlelési adat áll ma már rendelkezésünkre, amely kétségtelenül mutatja, hogy van ilyen értelmű fényelnyelés. De nemcsak a csillagok térbeli elrendeződéséről alkotott képünk lesz helyesebb az interstelláris abszorpció kutatásával, hanem az egyes parallaxis-meghatározások is értéktelenek maradnak az abszorpció tekintetbevétele nélkül. A Tejútban, ahol aránylag nagy a csillagsűrűség, már a puszta szemlélet is mutatja, hogy fényesebb és sötétebb részek vannak közvetlen egymás mellett. E sötét felhőknek nevezett részletekben vagy a csillagsűrűség változik vagy pedig, ha a sűrűséget nem tekinthetjük állandónak, akkor fényelnyelő közeget kell feltételeznünk a Tejút bizonyos részei előtt. Különösen jól látható a fényhatás változása kis fókusztávú (néhány cm) nagyfényerejű (kb. : 1 : 2) tárgylencsével készített felvételeken.[1] Ezeken a részeken sikerült a megfigyelő csillagászatnak totális és szelektív abszorpciót kimutatni. Bár a számbeli adatokban nagy eltérés mutatkozik, interszteláris abszorpcióra : kb. $0{\cdot}3^m$—$1{\cdot}0^m$-ig kiloparsec-enként, a Tejútban pedig 2^m-ig esetleg ugyanarra a felhőre vonatkozólag, mégsem kételkedhetünk a fényelnyelő közeg jelenlétében a csillagok közötti ürben.

Schalén[2] kutatásainak köszönhetjük, hogy az interszteláris abszorpció vizsgálata számára megteremtette az elméleti fizikai alapot. Ezeknek a vizsgálatoknak alapfeltevése, hogy a fényelnyelő közeg a fény hullámhosszával egyenlő nagyságrendű fémrészecskékből áll. Arra a

[1] Schoenberg—Lambrecht : Interstellare Materie. Erg. der exakten Naturwissenschaften. 19. kötet. 2. oldal.

[2] Medd. Uppsala. 37., 50., 55., 58., 61. és 64. szám.

kérdésre, hogy milyen fémrészek vannak itt felhalmozva, csak körülbelül adható meg a válasz. SCHALÉN első feltevése, hogy a Földre hullott meteoritek anyagához hasonlóan: vas és vegyületei alkotják a kérdéses anyagot, a későbbi vizsgálataiban nem mutatkozott egyértelmű megoldásnak. Fémrészecskéken mutatkozó fényelnyelés és színeződés magyarázatára SCHALÉN elméleti alapot G. MIE klasszikussá vált értekezésében: «Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen»-ből[1] merített. MIE abból a leegyszerűsített feltevésből indul ki, hogy a vizsgált abszorpciót előidéző anyag gömbalakú részecskékből áll és az egyes gömbök mutatta fényelnyelésből a térfogategységre és tömegegységre eső fényelnyelést, tehát a definiciószerű abszorpció együtthatót úgy kell kiszámítani, hogy csupán a térfogategységben lévő részecskék számával kell szorozni az egy gömbokozta fényelnyelést. Magát a fényelnyelést MIE abból az energiaveszteségből számítja, amelyet a beeső fényhullám a gömbön mutat. A beeső fény energiájának egy része JOULE-féle hővé alakul, a másik része oldalirányba sugárzik ki. MIE szerint az abszorpció együtthatóját a következő jelöléseken és végképleten keresztül lehet kiszámítani:

legyen

λ a fény hullámhossza,
d a gömbalakú részek átmérője,
N a térfogategységben levő részek száma,
n a részeket alkotó anyag törésmutatója,
$\varkappa$ a részeket alkotó anyag abszorpció indexe,
$\tilde{n} = n\,(1-i\varkappa)$ a részeket alkotó anyag komplex törésmutatója,
k = abszorpció együttható,
A = az észlelt abszorpció nagyságrendekben kifejezve,
H = a fény útjának hossza a fényelnyelő közegben.

Ha I_0 intenzitású fény a H hosszúságú úton I intenzitásúvá csökken, akkor

$$I = I_0\, e^{-kH} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.$$

Fényrendekben kifejezve az észlelt elnyelés

$$A = m - m_0 = -2{\cdot}5 \log \frac{I}{I_0} = 2{\cdot}5 \log e.\ k\,.\,H. \qquad \ldots \quad 2.$$

k a fényelnyelési együttható a MIE-féle abszorpció-elmélet szerint

[1] Ann. d. Physik, 4. sorozat, 25. kötet, 377. oldal. (1908.)

$$k = N\frac{\lambda^2}{2\pi}\left\{\sum_{v=1}^{\infty}(-1)^v(a_v - p_v)\right\} \text{ képzetes része.} \quad \ldots \quad 3.$$

Az a_v és p_v az

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda}$$

$$\beta = \tilde{n}\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4.$$

függvénye.

A k kifejezésében levő sor gyors konvergenciája miatt még a 200 $m\mu$-nél nagyobb részek számára sem kell a_1, a_2, a_3, p_1 és p_2-nél magasabb tagokat tekintetbe venni. Igen kis α-ra csupán a_1-et kell számításba venni. E kis részeken való szóródást MIE—RAYLEIGH-féle sugárzásnak nevezi.

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\mathfrak{a}_1 = \frac{a_1}{2d^3}, \quad \mathfrak{a}_2 = -\frac{a_2}{2d^3}, \quad \mathfrak{a}_3 = \frac{a_3}{2d^3} \quad \ldots\ldots \quad 5.$$

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{p_1}{2d^3}, \quad \mathfrak{p}_2 = -\frac{p_2}{2d^3}.$$

Egy gömbrészecske köbtartalma

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{d^3\lambda^3}{6\pi^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6.$$

A 3. egyenletből csupán a számottevő tagokat tekintve

$$k = \frac{6\pi}{\lambda}NV(-\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_2 - \mathfrak{a}_3 + \mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2) \text{ képzetes része} \quad \ldots \quad 7.$$

Ha két különböző színben észleltünk, akkor

$$\frac{A_{\lambda_1}}{A_{\lambda_2}} = \frac{k_{\lambda_1}}{k_{\lambda_2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

A 7. egyenletre alkalmazva

$$\frac{k_{\lambda_1}}{k_{\lambda_2}} = \frac{\lambda_2(-\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_2 - \mathfrak{a}_3 + \mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2)_{\lambda=\lambda_1}}{\lambda_1(-\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_2 - \mathfrak{a}_3 + \mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2)_{\lambda=\lambda_2}} \text{ képzetes része} \quad \ldots \quad 9.$$

A fenti egyenletben baloldalon észlelhető mennyiség van, jobboldalon pedig csupán egy ismeretlent: a részecske átmérőjét találjuk. Grafikus eljárással vagy próbálgatással kereshetünk olyan d értéket, amely a mért mennyiséggel legjobban egyezik.

Ha H adott, akkor 2. és 7. egyenletből

$$N = \frac{A}{2{\cdot}5 \log e H} \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{V} \frac{1}{(-a_1 - a_2 - a_3 + p_1 + p_2) \text{ képzetes része}} \qquad 10.$$

N-ből: a térfogategységben levő részek számából ϱ-t a térbeli sűrűséget egyszerű számítással kaphatjuk.

A fenti nagy általánosságban vázolt MIE-féle abszorpcióelmélet a csillagászatban igen alkalmasnak bizonyult és SCHALÉN szerencsés gondolata egész sor értékes dolgozatnak lett kezdeményezője.

A kiadásért és a szerkesztésért felelős: LASSOVSZKY KÁROLY
Stephaneum nyomda Budapest. Felelős: ifj. Kohl Ferenc.

CSILLAGÁSZATI LAPOK

ZEITSCHRIFT DER ASTRONOMISCHEN ABTEILUNG DES
KÖN. UNG. NATURWISSENSCHAFTLICHEN VEREINS

REDIGIERT VON
L. DETRE und K. LASSOVSZKY

5. Jahrgang 1942 Heft 1-2

PROF. J. WODETZKY

zum siebzigsten Geburtstag

INHALT

K. LASSOVSZKY: Prof. J. Wodetzky 70 Jahre alt 3

L. DETRE: Die literarische Tätigkeit von Prof. J. Wodetzky 6

J. BALÁZS: Enge Doppelsternsysteme 12

I. CSADA: Die Theorie des Polarlichtes 21

I. GUMAN: Die Struktur der Kugelhaufen 34

I. HAÁZ: Multiplikation von Krakowianen und Matrizen 39

T. KOLBENHEYER: Dynamik des Milchstraßensystems 50

GY. KULIN: Bahnverbesserung durch Variation der geozentrischen Distanz und der Geschwindigkeit 62

GY. PALUGYAY: Die altchinesische Astronomie und der chinesische Kalender 68

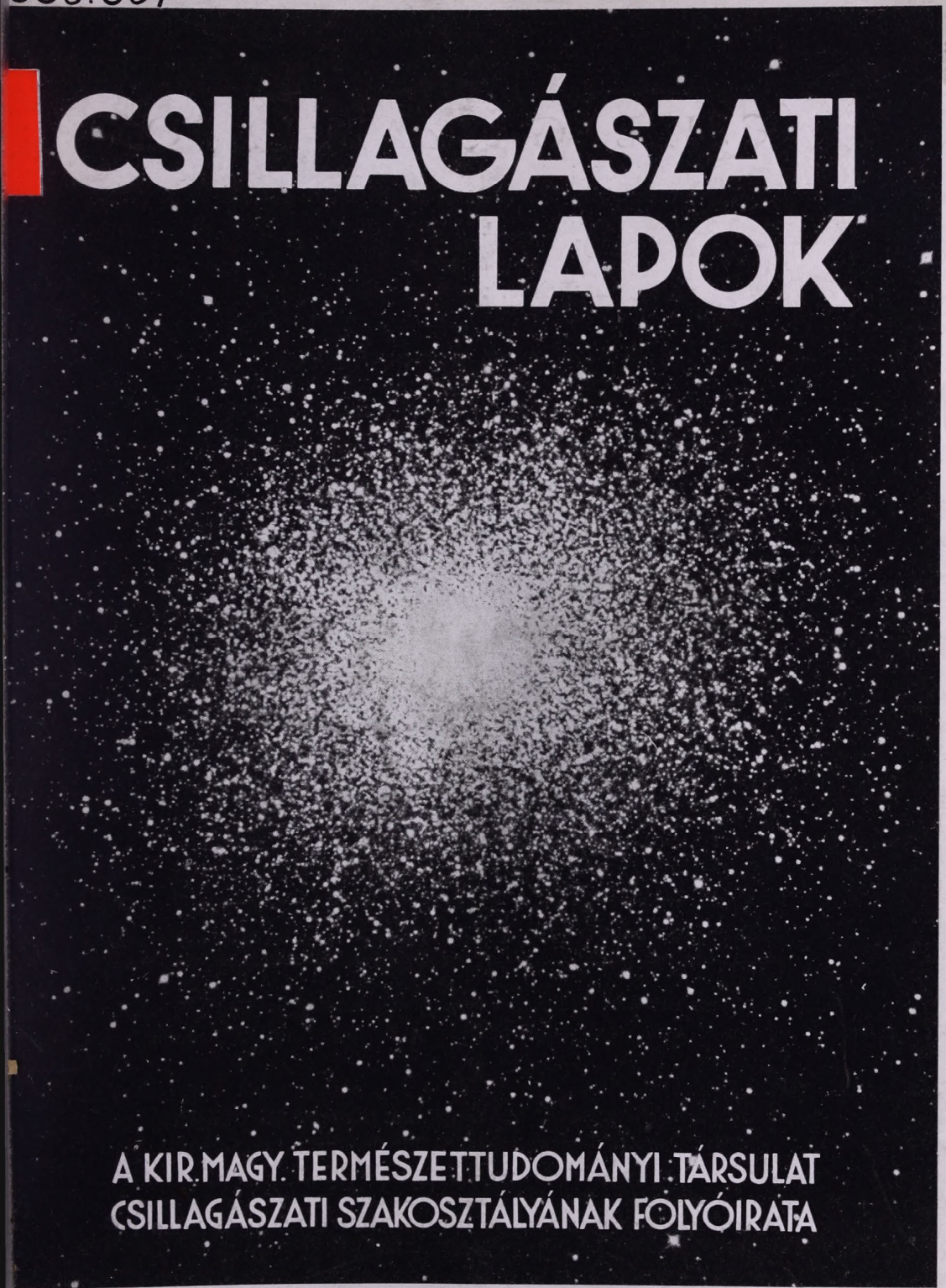
GY. STROMMER: Die Ungleichmäßigkeiten der Erdumdrehung und die Zeitmessung 82

A. THEWREWK: Die altaegyptische Astronomie 94

GY. TOLMÁR: Grundlagen der Erforschung der interstellaren Absorption 102

308.684

CSILLAGÁSZATI LAPOK



A KIR. MAGY. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT
CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

dapest
1942

WODETZKY JÓZSEF KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL
SZERKESZTI
DETRE LÁSZLÓ ÉS LASSOVSZKY KÁROLY

5. évfolyam
3. szám

CSILLAGÁSZATI LAPOK

A KIR. M. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

MEGJELENIK NEGYEDÉVENKÉNT

WODETZKY JÓZSEF közreműködésével
Szerkeszti
DETRE LÁSZLÓ és LASSOVSZKY KÁROLY

5. évfolyam 1942 3. szám

TARTALOM

LASSOVSZKY KÁROLY: A Svábhegyi Csillagvizsgáló Intézet 1941. évi működése 107

BACSÁK GYÖRGY: A Milankovitch-elmélet ellen emelt kifogásokról .. 117

CSADA IMRE: A rotáló csillag egyensúlya I. 126

ISMERTETÉSEK: Zürichi napfoltstatisztika 1941-re. — Az emissziós koronavonalak azonosítása. B. J. — Hirek üstökösökről. K. Gy. — Whipple—Bernasconi—Kulin 1942*a* üstökös. K. Gy. — Elliptikus gyűrűalakú köd a Nova Herculis körül. B. J. 132

SZAKOSZTÁLYI ÜGYEK 137

A folyóiratot a Csillagászati Szakosztály tagjai tagilletmény gyanánt kapják. Tagdíj 6 pengő. A Szakosztály tagja bárki lehet, ki egyúttal a Természettudományi Társulat tagja.

Nem tagok részére a CSILLAGÁSZATI LAPOK évi előfizetési díja 7 pengő. Az előfizetési díjak a Természettudományi Társulat címére (Budapest, VIII., Esterházy-utca 16. sz.) küldendők.

A szerkesztőség címe: CSILLAGVIZSGÁLÓ INTÉZET, BUDAPEST-SVÁBHEGY.

CSILLAGÁSZATI LAPOK

A KIR. M. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT
CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

5. évfolyam 1942 3. szám

A SVÁBHEGYI CSILLAGVIZSGÁLÓ INTÉZET 1941. ÉVI MŰKÖDÉSE

SZEMÉLYI ÜGYEK.

Az év folyamán KULIN GYÖRGYÖT asszisztensé nevezték ki. KULINNÉ BLAHÓ MAGDA főiskolai képesítésű gyakornokot adminisztrációs teendők végzésére az intézetben osztották be szolgálattételre. Röviddel rá KULINNÉT gimnáziumi helyettes tanárrá nevezték ki. Az intézet tisztikara az év végén:

Igazgató: DR. LASSOVSZKY KÁROLY. Obszervátor: DR. DETRE LÁSZLÓ. Asszisztensek: DR. BALÁZS JÚLIA és DR. KULIN GYÖRGY. Szolgálattételre beosztott helyettes tanár: KULINNÉ BLAHÓ MAGDA.

Megszakításokkal az intézetben dolgoztak még DR. DEZSŐ LORÁNT kolozsvári csillagvizsgáló intézeti asszisztens, DR. KOLBENHEYER TIBOR ösztöndíjas gyakornok, CSADA IMRE, STROMMER GYULA, GUMAN ISTVÁN egyetemi hallgatók és HAEFFNER TIVADAR, HORVÁTH SÁNDOR önkéntes munkatársak. Az intézet kiadványai sorában tanulmányuk jelent meg GUÓTH EMIL és KLIPP ALAJOS háromszögelő intézeti főtanácsosoknak és BERKES ZOLTÁN meteorológiai intézeti asszisztensnek.

LASSOVSZKY és DETRE októberben résztvettek a Göttingenben tartott néhány napos csillagászati kollokviumon, melyet a német csillagászok az Astronomische Gesellschaft ez évre esedékes, de a háború miatt elmaradt kongresszusa helyett rendeztek meg.

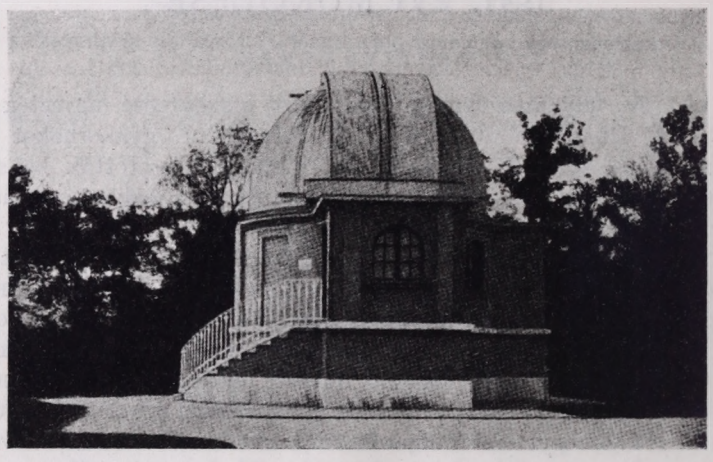
GAZDASÁGI ÜGYEK, ÉPÜLETEK.

A minden tavasszal esedékes (tető-, vízvezeték- stb.) és egyéb alkalmi javítási munkálatok mellett a rendelkezésre álló fedezetnek arányában tovább folyt az épületek néhány évvel ezelőtt megkezdett külső és belső gyökeres tatarozása. Nagyobb arányú munkák voltak az asztrográfkupola külső falazatának még előző évben megkezdett, de az ősszel hirtelen beálló kedvezőtlen időjárás miatt félbenmaradt tatarozása, a főépület főbejárati erkélyének a javítása, a nagy kupola és az asztrográfkupola külső forgó részének a mázolása.

Az óraterem belső falairól eltávolított vaslemezekből a fészer hátsó falához hozzátoldva raktárhelyiséget építettünk.

A főépület emeleti folyosójának egyik végében üvegfal emelésével még régebben külön helyiséget létesítettünk. Ezt most megfelelő bútorfelszereléssel folyóirat- és olvasóteremnek rendeztük be.

Az év folyamán lehetőség nyilt az intézet parkjának további rendezésére s ennek kapcsán Pásztor János «Ad astra» szobrát eddigi előnytelen helyéről áthelyeztük a főépület elé, az Országos Irodalmi és Művészeti Tanács által kijelölt helyre.

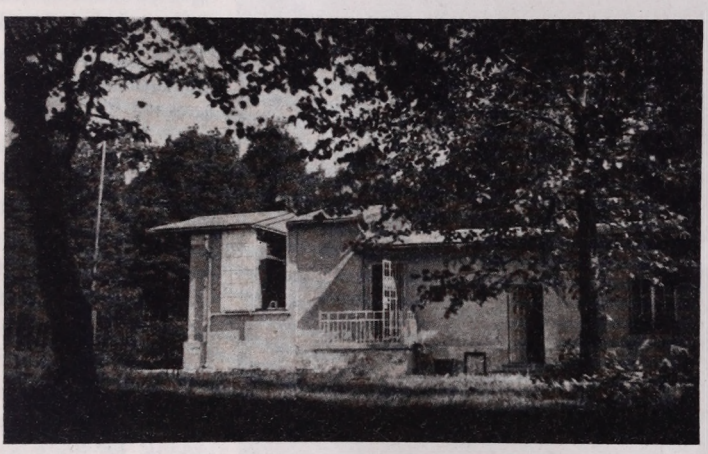


Az asztrográfkupola.

MŰSZAKI ÜGYEK, MŰSZEREK.

A Svábhegyi Csillagvizsgáló Intézetben, kellő fedezet híján, létesítése óta nem történt újabb távcsőbeszerzés, bár a csillagda igen nélkülöz fényerős asztrográfot vagy ilyen reflektort. Ha ilyen távcsövek beszerzése jelenleg még csak a tervezgetés tárgyát képezi, mégis az elmúlt év műszergyarapodás tekintetében igen gazdagnak tekinthető. S hozzá kell tenni, hogy e műszerek legtöbbjét örvendetes módon vagy adomány révén sikerült beszerezni, vagy azok az intézet műhelyében házilag készültek. Első helyen is a még az előző évben megrendelt Zeiss-féle fotocellás regisztráló mikrofotométer említendő. Ennek beszerzése a Budapest Székesfőváros adománya révén volt lehetséges, amiért az intézet e helyen is nagy hálájának ad kifejezést. Jelentős értékgyarapodás az a parrallaktikus felállítású, rövidgyujtótávolságú kamara, mely egy birtokunkban lévő 14 cm-es Zeiss-triplet tárgylencséhez, szinte teljes egészében az intézet műhelyében készült és Sanyó műszerészünk szakértelmét dícséri. A készülék szinkronizált

hajtóművének még esedékes beszabályozása után rövidesen sor kerülhet a műszer felállítására. Lehetőség nyílt az év folyamán arra is, hogy az intézet egy Rheinmetall-féle elsőrendű szuperautomata villamos számológépet szerezzen be. Ajándékozás révén jutottunk hozzá egy külföldi időjelek felvételére szolgáló 4 + 2 csöves szuperrádió készülékhez, melyért a Magyar Siemens-Schuckert Műveknek vagyunk lekötelezve. A kisebb beszerzések közül meg lehet még említeni egy rajzasztalt és egy nagyobbméretű fényképnagyító keretet, mely utóbbi szintén házilag készült az intézet műhelyében.



A meridiánház.

Befejezést nyert az év folyamán a még régebben megkezdett fotografiai laboratórium is, miután a még hiányzó lemezszárító szekrény és a lemezáztató berendezés elkészült.

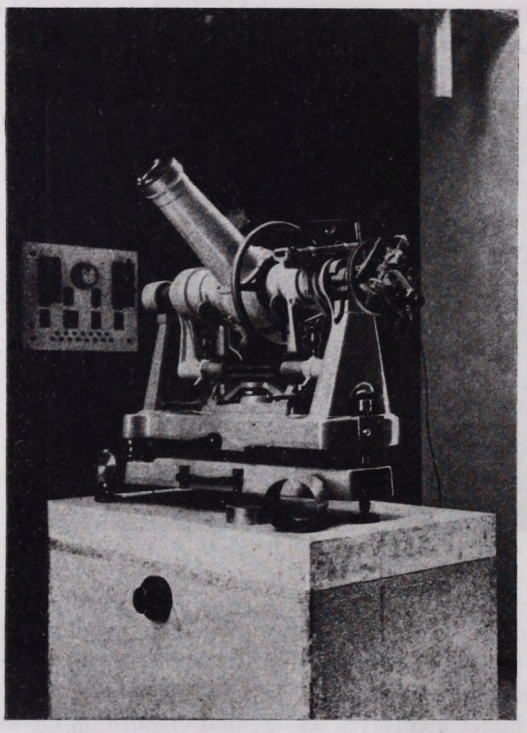
Műszerészünk sok idejét lekötötték az ógyallai eredetű 25 cm-es refraktor felújítási és átalakítási munkálatai és egy rászerelendő 25 cm-es reflektor készítése, melynek tükre adomány útján került a svábhegyi intézethez. E műszert több kisebb, a Svábhegyen nélkülözhető eszközzel, valamint könyvduplumokkal együtt intézetünk a felszerelés alatt álló kolozsvári egyetemi csillagdának engedte át.

A 60 cm-es reflektor tükre az év folyamán csak egyszer szorult ezüstözésre. Ezt a munkát nagy szakértelemmel és a szokott kifogástalan eredménnyel ez alkalommal is HAEFFNER TIVADAR önkéntes munkatársunk végezte.

HAEFFNER, részben az intézet műhelyében, egy 15 cm-es nyílású reflektort készített, melynek a tükrét is ő maga csiszolta. A reflektorral — vezető távcsövül a 20 cm-es Heyde-refraktort használva fel —

néhány ködről próbafelvételt készített. A felvételek, bizonyságul a tükör kiválóságának, elsőrendű minőségűnek bizonyultak.

A műszaki berendezések és a műszerek állandó karbantartása során különösen gyakran szorult javításra a 19 cm-es Cook-refraktor (melyre a 16 cm-es asztrográf van részerelve), annak ellenére, hogy ez a műszer az előző évben gyökeres javításon ment át. E régi és igen igénybevett távcső egyes részei azonban már annyira kikoptak, hogy lényeges javulás e műszertől, minden igyekezet dacára, a jövőben se nagyon remélhető.



A passage-műszer.

Nem javult a helyzet az órateremben sem, melynek nedvessége már évek óta sok gondot okoz. Az óraterem belső falait beborító és teljesen felesleges vaslemezek eltávolítása után kiderült, hogy ezek a (padlón álló) vékony falak szárazak és hogy a nedvesség csak az órákat tartó és sajnálatos módon nem szigetelt betonoszlopból, illetve az abba a talajból felszívódó víztől eredhet. Emiatt a terem légnedvessége az ott elhelyezett órák nagy ártalmára állandóan 90% fölött van. Kívánatos volna az órákat tartó betonoszlopot megfelelően szigetelt új oszloppal pótolni. Sajnálatos módon azonban legújabban nedvesség lépett fel az óratermet körülvevő folyosó külső falain (ezek az épület főfalai) is, kétségtelenül szintén az elégtelen szigetelés miatt. A nedvesség ellen folytatott ez az állandó küzdelem szinte reménytelennek látszik, úgy hogy ismételten felvetődött az a gondolat, nem volna-e célszerűbb az óratermet az épület valamelyik más megfelelőbb részébe helyezni át.

MEGFIGYELÉSEK; TUDOMÁNYOS MUNKÁK.

Időjárásszolgálat. Intézetünk az ország egyik meteorológiai főállomása. Az időjárásszolgálat 1922 decemberében lett megszervezve. Az azóta nyert észlelési anyag már alkalmas arra, hogy belőle a csillagda környezetének az éghajlatviszonyait megállapítsuk. BERKESNEK az 1923-tól 1940-ig terjedő 18 év észlelési anyag alapján végzett erre vonatkozó tanulmányát kiadványai sorában (Mitteilungen, Nr. 12) az intézet most kiadta. Eszerint a Csillagvizsgáló Intézet környezetének éghajlata főbb vonásaiban a Magyarmedence átlagos viszonyaihoz kapcsolódik, de a hely magassága (474 m) miatt jellegzetes különbséget mutat. Évi középhőmérséklet 8°6; a leghidegebb hónap (január) középhőmérséklete — 2° alatt van, a legmelegebb hónap közepe nem éri el a + 22°-ot, de négy hónapé + 10° fölött van; az eddig mért legalacsonyabb hőmérséklet — 25°0 (1929 febr. 10), legmagasabb + 35°8 (1928 júl. 16). Az évi csapadék átlagban 658 mm, de esett már 960 mm is (1937-ben), 1925-ben meg csak 503 mm. Elegendően csapadékos minden hónap, nyár elején van a csapadék maximuma és ősszel másodmaximum lép fel. Az alacsonyabban fekvő várossal szemben a Svábhegy éghajlata kevésbbé szárazföldinek adódott. Csapadéka több. Jellegzetes és előnyös különbségek adódnak a sugárzási éghajlatban, amennyiben főként a téli napsütés- és sugárzás- viszonyok sokkal kedvezőbbek fent, mint lent. Az átlagos évi napfénytartam 2019 óra. Ezek a sugárzási és levegőtisztasági viszonyok a csillagászati észlelések szempontjából országos viszonylatban is nagyon kedvezőek.

A Zeiss-triplet kamara.

Az 1941. évben a legmagasabb hőmérséklet + 30°5 volt (augusztus 19-én), a legalacsonyabb — 15°9 (december 29-én) ; az évi középhőmérséklet + 7°5. Csapadék 164 napon volt és az évi csapadék összege 708 mm. Napfénytartam 1818 óra.

Azoknak az éjszakáknak a száma, melyeken legalább 1 óra hosszat lehetett csillagászati megfigyelést végezni, az 1941. évben 178 volt (5-tel kevesebb a tizenöt évi átlagnál). Azoknak az éjjeleknek a száma, melyeken 3 óránál több ideig lehetett észlelni, vagyis az álta-

Fotográfiai laboratórium.

lunk derülteknek vett éjjeleknek a száma 146 volt (20-szal több az átlagnál).

Időszolgálat. Az órateremben felállított egyik főóra állásának a megállapítása nemzetközi rádiójelek felvételével történt. Ebből az összes főóra járásának a megállapítását, valamint a megfigyelőhelyeken felállított szinkronizált órák ellenőrzését KOLBENHEYER végezte.

Geodéziai koordináta-meghatározások. *Sarkmagasságmérések, pólusingadozások.* Az intézet kiadványai sorában közzétette azokat a már régen kiadásra váró észleléseket, melyek a meridiánházban passage-műszerrel történtek. Az egyik füzet (Mitteilungen, Nr. 14.) néhai TERKÁN LAJOS (és kisebb számban LASSOVSZKY) pólusingadozásméréseit közli 1923—1928. évekből. Ezek a megfigyelések a passage-műszer pillérjének sarokmagasságára $\varphi = 47° 29' 58''.627 \pm 0''.015$ értéket adtak.

Hosszúságmérések. A másik dolgozat (Mitteilungen, Nr. 15.) azokat a megfigyeléseket közli, melyeket KLIPP és PORONYI 1939-ben

végeztek az intézet földrajzi hosszúságának a meghatározására. Középértékül $\lambda = 1^h\ 15^m\ 51^s.407 \pm 0^s.004$ értéket kaptak.

Magasságmeghatározás. A harmadik tanulmány (Mitteilungen, Nr. 16.) RUFF FERENC és GUÓTH EMIL szintezési munkálatait ismerteti, melyekkel az intézet főépületének falában elhelyezett tárcsának és a meridiánház pillérének a magasságát határozták meg. Az utóbbinak tengerszintfeletti magasságára 474.4476 m adódott.

Kisbolygók. *Pozíciómeghatározások.* Kisbolygókról KULIN az év

Folyóirat- és olvasóterem.

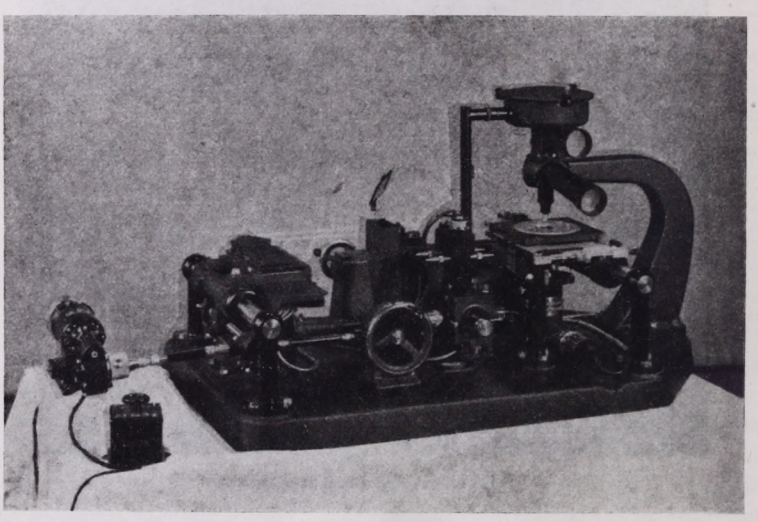
folyamán 220 felvételt készített a 60 cm-es reflektorral. A lemezek kiméréséből 54 bolygóra 148 közelítő és 8 bolygóra 44 pontos pozíciót határozott meg s ezeket a berlini Coppernicus Intézet cirkulárjaiban közzétette.

Új felfedezések. A 60 cm-es reflektorral végzett észlelései során az év folyamán KULIN összesen 20 új kisbolygót fedezett fel. Az előző évben általa felfedezett kisbolygók közül kettőnek a Coppernicus Intézetben végleges sorszámot adtak s ezzel a KULIN által eddig felfedezett és véglegesen besorozott kisbolygók száma tizenegyre emelkedett.

Pályaszámítások. KULIN 8 kisbolygó részére végzett pályameghatározást és az 1938—1941. években végzett ellenőrző megfigyelések adataiból a földtávolság variációjának a módszerével javította az általa felfedezett Konkolya pályáját s ebből hosszabb időre érvényes pályaelemeket kapott. Ezenkívül a Coppernicus Intézet által kiadott «Kleine Planeten» 1942. évfolyamába 16 kisbolygó részére efemerist számított.

Fotometriai mérések. Lassovszky még régebben összesen 680 felvételt készített a 16 cm-es asztrográffal a Pallas kisbolygóról fényességváltozásának és esetleges tengelyforgásának a megállapítására. E megfigyelések feldolgozásából kapott eredményeket most közzétette (Mitteilungen, Nr. 13.). A nyert fénygörbe alapján némi fényváltozás kétségtelen, ennek magyarázatát azonban a rendelkezésre álló anyagból nem lehet megadni.

Üstökösök pozíciójának meghatározása céljából Kulin a 60 cm-es reflektorral összesen 21 felvételt készített, kettőt az 1941*a*



A Zeiss-féle fotocellás regisztráló mikrofotométer.

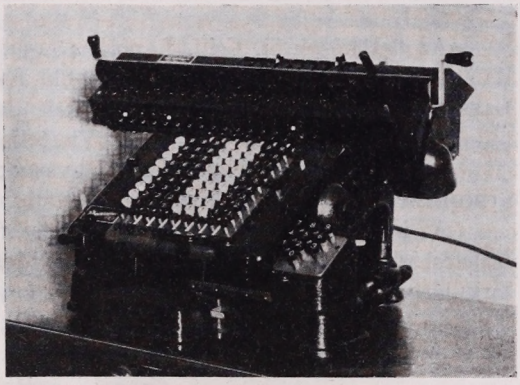
Friend-, ötöt az 1941*c* Paraskevopoulos-, tizenkettőt az 1941*d* Van Gent- és két felvételt az 1941*e* du Toit-üstökösről. A nyert pozíciók az Astronomische Nachrichten Beobachtungs-zirkulárjában jelentek meg.

Fotometriai kettőscsillagok. Csada feldolgozta a V_{388} Cygni kettőscsillagról a 20 cm-es Heyde-refraktorra szerelt ékfotométerrel előző évben nyert észleléseit, fénygörbét szerkesztett a csillag fényváltozásáról s közelítő pályaelemeket számított.

Változó csillagok. A rövidperiódusú δ Cephei-csillagok periódus- és fénygörbeváltozásának a tanulmányozására az intézetben már több éve folyamatban lévő munkák során a 16 cm-es asztrográffal az SW And, AC And, X Ari, RZ Cep, XZ Cyg, RW Dra, SW Dra, RR Gem, RR Lyr és RU Psc változókról az év folyamán összesen 3144 felvétel készült. Ebből Detre 403, Dezső 112, Guman 773, Horváth 499 és

KOLBENHEYER 1357 felvételt készített. A felvételekkel lépést tartott azok kimérése és a mérések redukciója. DEZSŐ befejezte az RUPsc feldolgozását; DETRE kimérte és feldolgozta az RR Gem-ről készült eddigi felvételeket és nagyrészben elkészült az RR Lyr-ről összegyűlt és BALÁZS által kimért és kiértékelt kb. 7000 felvétel végleges feldolgozásával. A fénygörbeváltozások tulajdonságai RR Lyr-nél is olyanok, mint az AR Her-nél : a fénygörbeváltozások két közel egyenlő periódusú rezgés szuperpozíciójával magyarázhatók.

Csillaghalmazok. KULIN a 60 cm-es reflektorral az M3, M15 és M56 gömbhalmazokról további újabb 58 felvételt készített. Az M56 halmazról készített felvételek átvizsgálásánál az előző évben általa talált 3 változócsillag újabb igazolást nyert. Ugyane halmaz környékén DETRE is talált három új változót és még további két gyanúsat, melyek változó volta még megerősítésre szorul.



A Rheinmetall-féle villamos számológép.

Intersztelláris abszorpció. DETRE hosszabb vizsgálatot fejezett be az intersztelláris abszorpciókoefficiens meghatározásáról, melynek során kimutatta, hogy a különböző módszerekkel nyert eltérő eredmények összhangba hozhatók, ha több, még eddig figyelembe nem vett szisztematikus hibát tekintetbe veszünk és ha korrigáljuk az eredményeket arra a körülményre is, hogy a véletlen megfigyelési hibák a megfigyelési anyagban ugyanolyan effektusokat hoznak létre, mint az intersztelláris abszorpció. A szükséges korrekciót egy elsőfajú lineáris integrálegyenlet megoldásával érjük el. Az abszorpció-koefficiens legvalószínűbb értékére $0^m.92$ adódott.

IRODALMI MUNKÁSSÁG.

Az intézet kiadványai sorában az év folyamán a következő munkák jelentek meg :

Nr. 12. BERKES, Die meteorologischen Verhältnisse am Svábhegy.
Nr. 13. LASSOVSZKY, Photometrische Beobachtung der Pallas.
Nr. 14. TERKÁN, Die Polhöhe der Sternwarte.

Nr. 15. KLIPP, Die geographische Länge der Sternwarte.
Nr. 16. GUÓTH, Die Seehöhe der Sternwarte.

Egyéb kiadványok:

BALÁZS és DETRE, Die sekundäre Periode von XZ Draconis. AN. **271**. 231.

DETRE, Die sekundären Helligkeitsschwankungen von δ Scuti. AN. **271**. 225.

— Az 1940/41. év csillagászati eredményei. Term. Tud. Társulat 1942. évi almanachja. 33 l.

KOLBENHEYER, A Fiastyúk. Term. Tud. Társulat 1942. évi almanachja. 38 l.

— Az üstökösökről. Csill. Lapok. **4**. 133.

KULIN, A távcső világa. 2 kötetben, 672 old. Kir. M. Term. Tud. Társulat.

LASSOVSZKY, Bericht über die Tätigkeit der Sternwarte Budapest-Svábhegy für das Jahr 1940. Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft, **76**. 85. (Magyarul: Csill. Lapok. **4**. 1.)

STROMMER, Csillagászati fényelektromos fotometria. Csill. Lapok. **4**. 63.

Az intézet tagjai és munkatársai részéről ezenkívül még számos észlelési adat, apró közlemény és ismertetés jelent meg a Beobachtungs-Zirkularban, a Csillagászati Lapokban és egyéb folyóiratban.

EGYEBEK.

Budapest Székesfőváros ebben az évben ismételten 10.000 pengőt adományozott a csillagda felszerelésének a kiegészítésére. Az intézet rendkívül nagy hálára van lekötelezve régi nagy mecenásának ezért a hathatós támogatásért. Az adományt egy, a 60 cm-es reflektorra szerelendő, résnélküli spektrográf beszerzésére fogjuk felhasználni. A résnélküli spektrográf terveit írásbeli, majd személyes megbeszélés alapján a jenai Zeiss-gyár már el is készítette. A spektrográf megszerzése után jut igazi jelentőségéhez az intézet fotocellás regisztráló mikrofotométere, melynek előző évben történt beszerzését ugyancsak a Székesfőváros nagylelkű adománya tette lehetővé.

A könyvtár az év folyamán vétel útján 75 kötettel, ajándékozás és csere útján 20 kötettel gyarapodott. Az intézet 26 folyóiratot járatott és 12 folyóiratot kapott ingyen, részben csere gyanánt. A folyóiratok egy része azonban a háborús viszonyok miatt elmaradt. A könyvtárt DETRE és KULINNÉ kezelte.

A vendégkönyv szerint 1941-ben az intézetet 4316 érdeklődő tekintette meg.

Lassovszky Károly

A MILANKOVITCH-ELMÉLET ELLEN EMELT KIFOGÁSOKRÓL

Irta: *Dr. Bacsák György*

Milankovitch dályai, pozsegamegyei születésű belgrádi egyetemi tanár a diluvium éghajlati kronológiáját kizárólag csillagászati alapon fejtette meg. (1) Ez olyképen vált lehetségessé, hogy a bonyolult légköri jelenségeket teljesen kikapcsolta és csakis a solaris éghajlatot vizsgálta. Vagyis azt kutatta, hogy napsugárzás miképen oszlik meg légtengerünk legfelső színén a Föld különböző övein és az év különböző szakaszaiban. Azután azt vizsgálta, hogy miben változott a sugárzás mai eloszlása a multban, mikor a földpálya változó elemei mások voltak. Milankovitch főérdeme ez a bátor elhatározás, hogy a közvetlen közelségből annyira fontosnak látszó légköri befolyásokat teljesen kikapcsolta úgy okoskodva, hogy végelemzésben ezek is mind csak a napsugárzás eloszlásából erednek. Számos elődje volt, akik mind a perturbációk alapján próbálták meg a diluvium éghajlatának titkait kifürkészni s mind elsősorban azért buktak el, mert nem volt szívük ehhez a kikapcsoláshoz, ami által a paleoklíma problémája tisztán mennyiségtani kérdéssé válik. Milankovitch elméletében tehát *semmiféle hipotézis nincs*, néhány nem vitatható geometriai és geofizikai tételen kívül, kizárólag a perturbációs számításon, tehát egy régóta bevált égimechanikai törvényszerűségen alapszik.

A szoláris klímaváltozások kifejtéséhez az első kellék lett volna egy megbízható táblázat a földpálya változó elemeinek az ε, e és π-nek értékeiről. Az első e célra használható táblázatot tíz esztendei munkával Stockwell clevelandi csillagász publikálta 1873-ban, de ez csak 8000 évre szólt. (2) Stockwell képletei alapján, de a Föld tömegétől függő állandók helyesbbítésével 1904-ben Pilgrim cannstatti tanár 1,000.000 évre visszamenőleg számította ki a változásokat 5000 évről 5000 évre és minden olyan közbeeső időpontra, melyben ε, e vagy $\sin \pi$ kulminált. (3) Milankovitch is először erre a táblázatra támaszkodott. Később azután, mikor Köppen, korunk egyik legnagyobb klimatológusa, Milankovitch elméletét felkarolta (4) és közismertté tette, Mischkovitch, a belgrádi csillagvizsgáló igazgatója, készített 1929-ben Milankovitch számára Leverrier képletei alapján pontosabb táblázatokat. De az e és π rovat nála is úgyszólván teljesen egyezik a Pilgrim-féle adatokkal s csak az ε rovatában vannak úgy a kulminációs időpontok, mint az amplitudók dolgában észrevehető eltérések. Érdekes, hogy Mischkovitch Budapesten végezte az egyetemet, Milankovitch pedig az első világháború alatt mint hadifogoly ugyancsak Budapesten dolgozta ki elméletének nagyobb részét. Mischkovitch még Párisban

a Sorbonne-on folytatta tanulmányait Andoyer vezetése alatt, aki ezeknek a táblázatoknak elkészítésénél is tanácsával támogatta őt. (5) Mint minden táblázat, a Mischkovitch-féle sem teljesen hibátlan. Magam is találtam benne eddig már 19 kalkulációs hibát, de ezek jelentéktelenek s olyan időpontokra esnek, melyek ránk nézve közömbösek. Több kalkulációs hiba valószínűleg nincs is benne.

A besugárzásban lehetséges változásokat nem kell az egész Földtekére nézve kutatni, mert hisz az egész Föld egész évi besugárzása mindig egyforma. Ez csakis a solaris állandótól, a középtávolságtól s az év hosszától függ, ezek pedig maguk is állandó mennyiségek. A besugárzásban beálló változásokat elég a 45° szélességi kör és a sarkkör közé eső úgynevezett kritikus övön vizsgálni, mert a jégkorszakok a tapasztalat szerint az éghajlatban csakis itt okoztak nagy változásokat akár közvetlen eljegesítés, akár a periglaciális hatás által. Milankovitch azt találta, hogy az ε változása a kritikus övön főleg a nyári félévet érinti és az isothermák eltolódásában jut kifejezésre, amit könnyű megérteni. Tehát az egész Földre eső évi egyenlő hőmennyiségen való osztozkodásnál a kritikus földöv a többi rész rovására hol előnyben részesül, hogy rövidséget szenved. Az e és π változásai pedig csak együttesen $e \sin \pi$ alakban tudják az éghajlatot befolyásolni olymódon, hogy a téli és nyári félév besugárzásában mindig fennálló különbséget hol kiélesítik, hol elsimítják. Ha aztán ez a kétféle hatás, az ε és az $e \sin \pi$ hatása, egy időpontban vagy közel eső időpontokban kulminálnak (interferálnak), akkor keletkeznek a kritikus földövön a szoláris klímában nagyobb kilengések, melyek között legfontosabb a glaciális kilengés, amikor hosszú évezredeken át (10—11.000 év) hideg nyarakkal meleg telek párosulnak.

De ezeknek az éghajlati kilengéseknek tartamából és amplitúdóiból azt kiszámítani, hogy itt és itt egy jégkorszaknak kellett keletkeznie, vagy amott meg egy jégkorszaknak véget kellett érnie, nem lehet. Annak dacára teljes joggal lehet okozati összefüggésre következtetni, mert az elméleti kiszámításnál pont ugyanolyan sorrendben, ugyanolyan erősségben s ugyanolyan időközökkel elválasztva jelentkeznek glaciális interferenciák, mint ahogy azt a tapasztalati adatok megkívánják.

Megbízható és kiterjedt megfigyelési adatok alapján Penck és Brückner az Alpokra nézve a századforduló után állapították meg, hogy az egész diluvium körülbelül 600.000 évig tartott s az eljegesedés tüneménye nem egyfolytában, hanem egymástól jó nagy időközökkel elválasztva négy külön jogkorszakban, a Günz, Mindel, Riss és Würmjégkorszakban zajlott le (6). Ezt csakhamar követte Eberl (7), Soergel (8) és sok más kutató abbeli megfigyelése, hogy az ő kutatási területükön az első három jégkorszak egy rövidebb, úgynevezett inter-

stadiális által megszakítva kettős (doublett), az utolsó pedig hármas tagozatú (triplett) volt, tehát az egész diluviumban 9 külön jégkorszak volt. Ezt nevezik teljes tagolásnak s ezzel egyezik feltűnően a Milankovitch szoláris klímagörbéje.

E tekintetben nagy segítségére vált Milankovitchnak, hogy Köppen már régen azt a követelményt állította fel, hogy a jégkorszakok oka nem lehetett *általános lehűlés*, hanem a hideg nyarak mellé neki meleg telekre van szüksége, hogy az eljegesedés olyan folyamattá váljék, mint amilyennek azt a természetmegfigyelés alapján ismerjük. A meleg tél egyrészt azért nélkülözhetetlen feltétel, mert az európai eljegesedés középpontja a skandináv hegység volt s magas hegységben csak az átlagosnál melegebb telekben esik sok hó ; másrészt meleg tél nélkül a fejlődőfélben levő jégfensíkra igen hamar egy anticiklon, egy elmozdíthatatlan hideg, nehéz légtömeg telepedne s a csapadékot szállító nyugati ciklonokat igen hamar megakadályozta volna működésükben. Ha nagy mértékű lett volna az általános lehűlés, akkor a tenger befagyott volna és jégkorszak egyáltalán nem keletkezhetett volna. Ha kisebb mérvű általános lehűlés mellett mégis keletkezett volna eljegesedés, úgy ennek folyamata egészen más lett volna, mert hisz akkor először a német-orosz síkságon halmozódott volna föl a hó és jég s csak úgy haladt volna fölfelé a skandináviai hegységbe meg az Alpokba, ami a természetmegfigyelés adataival éles ellentétben áll. Milankovitch elmélete tehát éppen a Köppen posztulátumát igazolta.

Az első kifogás Milankovitch elmélete ellen rendesen az, hogy az általa kimutatott változások a nyári és téli félév besugárzásában (l. 15. táblázat) ΔQ_s = 400-tól 700 kánon iegységig (a kánoni egység = 10½gr. cal/cm² min) és ΔQ_w = +375-tól +570 kánoni egységig nem elég nagy ahhoz, hogy abból egy jégkorszak kifejlődése hihető legyen, ha 10—11.000 évig tartott is ez az állapot. Ilyen kifogástól nem szabad megijedni, mert aki a kifogást emeli, az a ΔQ_s és ΔQ_n értékek elégtelen voltát éppen úgy nem tudja bebizonyítani, mint ahogy Milankovitch sem tudja azok elégséges voltát igazolni. Azért ennek a kifogásnak el kell némulnia a következő meggondolás mellett.

Nekünk úgy a tapasztalati megfigyelésből, mint az elméletből 9 jégkorszak és 9 interglaciális vagy interstadiális áll rendelkezésünkre. Ezeket az elméletben teljesen szabatosan mind meg tudjuk különböztetni egymástól. Nincs két jégkorszak, melyben az interferencia vagyis a $\Delta\varepsilon$ és $\Delta(e \sin \pi)$ szerepe teljesen egyformán, egyforma amplitúdók mellett folyt volna le. Nincs két interglaciális vagy interstadiális, melyben a váltakozó klímatípusok időtartama és amplitúdója egyforma lett volna. A természetmegfigyelés nem ennyire szabatosan, de ugyancsak szét tudja különböztetni a 9 jégkorszakot és 9 inter-

glaciálist vagy interstadiálist, hisz a teljes tagolás Milankovitch elmélete előtt született. E szerint a diluviumból 18 különböző éghajlati elem áll rendelkezésünkre, melyekből a permutáció törvénye szerint 18 ! = 6.402„373.705,728000 különböző sorrendet lehet összeállítani. Ha tehát a tapasztalatból és az elméletből származó sorrend mégis mindenben megegyező, akkor nyilván mind a két sorrend helyes és ezek között *okozati összefüggésnek* kell fennállania, mert ez véletlenség nem lehet. De még többet is bizonyít ez a megegyezés nevezetesen azt, hogy ebbe a sorrendbe egyéb elgondolható, de a perturbációktól független oknak (sarokvándorlás, isostatikus elmozdulás stb.) beleszólása nem lehet, mert egyébképen a sorrendünk azonnal fölborulna s a megfigyeléssel ellentétbe kerülnénk.

Hogyan lehet akkor, hogy ilyen eklatáns bizonyíték mellett a diluvium-kutató szaktudósok mégis olyan nehezen veszik be Milankovitch elméletét és se szeri, se száma az ellene emelt kifogásoknak?

Ennek magyarázata egyrészt az, hogy Milankovitch az 1930-ban megjelent fő művében (1) a klímatípusokkal s az interglaciálisok struktúrájával még nem foglalkozott. Folyton csak a 9 jégkorszakon lovagolt s e miatt a két sorrend egyező voltát nem tudta ilyen élesen megszövegezni. Másrészt túlságosan távol tartotta magát a gyakorlati problémáktól, a geológiától, paleontológiától, praehistorikától stb. Úgy gondolkodott, hogy ő megadta a biztos mennyiségtani alapot, már most jöjjenek a többi szaktudósok és csinálják tovább. El kell ismerni, hogy Milankovitch 30 év alatt éjjel-nappal eleget dolgozott s mindent egy embertől követelni nem lehet. De viszont, ha azt akarta, hogy más szakmabeliek folytassák a munkát, akkor az elméletének olyan formát kellett volna adnia, hogy azt minden geológus, paleontológus s egyéb szaktudós, ha nem is első olvasásra, de mégis könnyen megérthesse. Erről azonban szó sincs. Évekig kell vele vesződni, más nehezen hozzáférhető segédforrásokat kell felhajtani, míg az ember azt a könyvet megemészti. Ehhez a legtöbb szakembernek, aki a saját dolgaival is túl van terhelve, nincs is ideje.

Milankovitch könyvének legfontosabb 3. része hat szakaszból, a 37—43. §§-ból áll. Valamennyi inkább rosszul, mint jól van megszövegezve. Ne értsen félre senki ! Az elméleti igazságok mind rendben vannak, de a megszövegezésük nem jó és tárt kapukat nyit a kifogásoknak, sőt némelyik kifogás alá egyenesen Milankovitch adja a lovat.

Nem terjeszkedhetem ki részletesen ezekre a fogalmazási hibákra, de néhányat felsorolok.

1. Az alapvető 13. táblázathoz (1. 124—125. oldal) Milankovitch egy betű magyarázatot nem nyujt. A művének első részében odavetett átlag-periodusok (21.000 év, 40.000 év, 92.000 év) rosszabbak a semminél, mert az interferenciákat éppen az átlagoktól való eltérések hozzák

létre. Itt okvetlenül szükséges volna némi égi mechanikai magyarázat, pl. a Mischkovitch jelentésének (5) megfelelő ismertetése.

De ettől eltekintve nagy didaktikai hiba volt, hogy Milankovitch ebben az alapvető táblázatban a $\Delta\varepsilon$ és Δ ($e \sin \pi$) értékeit a teljesen accidentális 1800. évi értékekhez képest adta meg. Ezáltal a félévek besugárzását, ΔQ_s és ΔQ_n-t, feltüntető nagy táblázatot, a 15. táblázat (1. 128—134. oldal) is a legtöbb gyakorlati célra úgyszólván használhatatlan. Aki ezzel akar dolgozni, az kénytelen előbb ezt a táblázatot úgy átszámítani, hogy a Δ értékek a diluviális átlaghoz képest mutatkozó változásokat adják meg. Az új összehasonlítási alapot a $\Delta\varepsilon$ és Δ ($e \sin \pi$) és a ΔQ_s és ΔQ_n értékekre vonatkozólag éppen olyan pontosan meg lehet adni, mint Milankovitch az ő 14. sz. táblázatában az 1800 évi összehasonlítási alapot megadta.

2. Ezáltal az új összehasonlítási alap által azonnal feltűnővé válnak a klímatípusok és azoknak időtartama, mert a táblázatba sok olyan új évszám kerül bele, ahol $\Delta = 0$. Egyedül az alapvető táblázat $\Delta\varepsilon$ és Δ ($e \sin \pi$) rovataiban szereplő *előjelek találkozásából* szabatos meghatározást kap a glaciális, antiglaciális, szubtrópusi és szubarktusi klímatípus (— +, + —, + +, — —) s ezzel világosság derül az interglaciálisok és interstadiálisok strukturájára és okára.

Az új összehasonlítási alap mellett a $\Delta Q_s = -400$ kánoni egység, mint a Köppen-féle küszöbérték, magától az ölünkbe esik s a 9 jégkorszaki kilengés közül a többi nem sikerült glaciális kipotyog, mint a konkoly a rostán.

3. A Penck-féle tapasztalati görbén szükséges javítások kérdését (1. 14. és 15. ábrája) és a Soergel 11 jégkorszakának 9-re való helyesbítését (1. 146—147. oldal) egészen másképen — ha szabad ilyen kifejezést használnom —, perjogilag kifogástalan alakban kell és lehet előadni, mert a tapasztalati és elméleti sorrendnek megegyezése csak ezáltal válik meggyőzővé.

4. Milankovitch 18. ábrája előtt (1. 157. oldal) be kellene toldani több ábrát, melyek mutatják, hogy milyen az e görbéjének lefolyása az egész 600.000 év alatt, hogyan keletkezik az $e \sin \pi$ görbéje, milyen a $\tilde{\omega}$ lefolyása 600.000 éven át. (9. 5. oldal.)

5. Egy ideális vagy a nagy interglaciális valamelyik e-hullámhegyén be kellene mutatni, hogy egy glaciális interferencia sem sikerül, ha azt egy más típus két darabra bontja s itt nem segít akármilyen magas az e kulminatiója.

6. A 42. §. helyett, mely egy ideális jégkorszak keletkezését és elmúlását mutatja be, az egész 600.000 évre fel kellene rajzolni az eljegesedési görbét. Ezt nem lehet a geológusokra vagy paleontológusokra bízni, különben úgy járunk, mint Soergel (10), akinek eljegese-

dési görbéje egyes szakaszokon hibátlan, de nagyobbik részén egészen rossz.

Az eljegesedési görbe nem szalad párhuzamosan a szoláris klímagörbével s Milankovitch számos híve mindenféle olyan geológiai és paleontológiai jelenséget (rétegsorozatokat, állat- és növénytársaságokat stb.), melyek az eljegesedési görbe függvényei, a szoláris klímagörbéből akarták levezetni.

A klímatípusok ismerete nélkül a szubtrópusi állat- és növénytársaságokat meggondolás nélkül a nagy interglaciálisba sorolták be, holott abban egyetlenegy szóra érdemes szubtrópusi (melegtelű) kilengés sem fordul elő.

Mindezeket a hiányokat összefoglalva, azt mondhatjuk, hogy Milankovitch az ő klasszikus elméletét nehezen érthető formában és félig készen bocsájtotta közre. Azok a szaktudósok pedig, akiknek Milankovitch elgondolása szerint az ő szoláris klímagörbéjében implicite benne rejlő törvényszerűségeket (a típusokat, az északi és déli félteke között fennálló reciprocitást, az eljegesedési görbét stb.) explicite ki kellett volna fejteniök és kiaknázniok, erre nem jöttek rá.

Hogy miképen adott némely kifogás alá maga Milankovitch lovat, annak legjellegzetesebb példája a 43. § (1. 174—175. oldal), melyben azt a közismert ellenvetést tárgyalja, hogy: «A földpálya elemei *éppen úgy* változtak a pliocänben is, hogyan van tehát, hogy *ott egyszerre nyoma sincs jégkorszakoknak?*»

Milankovitch két keserves kibúvója, hogy Európa akkor még talán nem is volt a kritikus övben, avagy talán a Föld középtávolsága is változó, sajnálatos kisiklás volt. Kár, hogy akármilyen prókátorhoz nem folyamodott, az mindjárt megadta volna a védekezés helyes irányát.

Tagadom, hogy *éppen úgy* változtak volna a földpálya elemei. Változni bizonyosan változtak, de azért még nem kellett okvetlenül jégkorszaki interferenciát szülniök. Itt van pl. a nagy interglaciális a diluvium közepén. Akkor is 200.000 éven át «*éppen úgy*» változtak az elemek, de azért jégkorszak mégsem született s máskor talán 2,000.000 évig nem jött létre ilyen interferencia. Ott van a holocän töredékinterglaciális, mely más okból még 100.000 évig fog tartani. Az *e* ugyanis már most is csekély, 50.000 év mulva majdnem nulla lesz s további 50.000 évig fog tartani, míg az *e* olyan értékig feltornázza magát, hogy egy jégkorszaki interferencia szempontjából egyáltalán szóba kerülhessen. Éppen úgy hosszú időre kikapcsolódhatik egy jégkorszak lehetősége, ha a $\Delta\varepsilon$ kulminatiói sokáig igen alacsonyak maradnak. Abból a szempillantásnyi rövid 600.000—1,000.000 éves időszakból, melyen a földpálya elemeinek változásait ismerjük, nem lehet logikusan a távolabbi multra extrapolációval élni.

Azonkívül bátran tagadásba vehette volna Milankovitch a kifog második állítását is, hogy *a pliocänben egyszerre megszűnnek a jégkorszakok*. Eberl, egyik legkiválóbb német jégkorszakkutató, a pliocänből öt jégkorszakot fedezett föl: az Ottobeureni, a Stauffenbergi singulettet és a Dunai triplettet. Felkérésére Milankovitch a Pilgrim táblázata alapján megszerkesztette a solaris klímagörbét — 1,000.000 évig s azon szépen kijöttek a mondott pliocän jégkorszakok. (1. 150. oldal.) Ha valakinek ilyen bizonyíték van a kezében s azzal kellő helyen elő nem hozakodik, az természetesen csak éleszti a bizalmatlanságot saját igazságával szemben.

Ehhez a magam részéről még hozzá tehetem, hogy Eberl 1940 aug. 30-án hozzám intézett levelében arról értesített, hogy azóta olyan régi jégkorszaki nyomokat fedezett föl, melyekről már az is kétséges, vajjon a pliocän elejéről vagy a miocän végéről valók-e.

Hogy általánosságban Európában a harmadkorban már ritkább jelenség volt a jégkorszak, azt könnyű megérteni, mert köztudomású, hogy a pliocän végén Magyarország még egy összefüggő tenger volt, melyből csak a Kárpátok koszorúja és az Ős-Mátra archipelagusa állt ki. A Fekete-tengerrel összefüggő Thetys Oroszországon, Lengyelországon, Közép-Németországon át terjedt s valahol Lyonnál végződött. A tenger légfűtése ilyen földrajzi helyzetben természetesen hatásosabb volt, de hogy a szoláris klíma más lett volna a harmadkorban, az képzelődés dolga.

Sok optikai tévedést okozott e tekintetben az is, hogy az ember a diluvium alatt megjelent Európában. Köppen az embert (4. 177. oldal) a legveszedelmesebb ragadozónak jellemzi, pedig dehogy is volt az. Igaz, hogy szorultságában sokszor fölfalta a saját embertársát is, de azért a farkas, barlangi oroszlán stb. igazi ragadozó sokkal több kárt tett a fővadakban, mint gyér létszáma mellett az ember. A különbség csak abban van, hogy ami állati csont az ember tűzhelyének hamujában ottmaradt, az *nagyszerűen konzerválódott* s főleg a barlangokban *könnyű rátalálni*. A másképen elpusztult fővadaknak pedig semmi nyoma sem maradt, mert azokat fölfalta a vaddisznó, sakál, hiéna, saskeselyű stb. dögpusztító. Még a neolithikumban, a közvetlen félmultban is úgy vagyunk, hogy olyan vidéken, ahol bizonyosan tudjuk, hogy erdő volt és ezrével tenyészett a gímszarvas, a világért sem tudunk elsődleges fekvésből egy agancsot vagy szarvasszemfogat fölhajtani: de ha ugyanezen a vidéken megásunk egy bronzkori sáncvárat, ott már ezrével kerül elő az agancs. Mammalógusaink vitatják, hogy Magyarországon csak a Würm-időszak végefelé szaporodott el a rén, amit az eljegesedési görbénkkel nehéz volna összehangba hozni. Éppen azért én úgy vélem, hogy hazánkban inkább az *ember* szaporodott el jobban a Würm végén s azért van töméntelen rén-leletünk. De azért lehetett itt rén előbb is, csak ember nem volt hozzá, vagy csak gyér létszámban.

Egészen más okból húzódoznak a Milankovitch-elmélet elfogadásától az északnémetországi kutatók. Ezek nem találják a Günzjégkorszakoknak semmi nyomát s éppen azért konokul megmaradnak a saját Elster = Mindel, Saale = Riss és Warthe—Weichsel—Pommern—Eiszeitjük mellett = Würmtriplett. Pedig tévednek. A Milankovitch-elméletre az volna baj, ha ők is megtalálnák a Günzök nyomait! A Günz-jégkorszakoknál t. i. a Δ ($e \sin \pi$)-nek sokkal nagyobb szerepe volt, mint a $\Delta\varepsilon$-nak. Mivel pedig a Δ ($e \sin \pi$)-nek a földrajzi szélességtől függő tényezője, m észak felé gyorsan fogy, a Günz I-nél a ΔQ_s az Alpokban — 623 kánoni egység, Skandináviában 65° földrajzi szélesség alatt már csak — 486 kánoni egység. A Günz II-nél az Alpokban a ΔQ_s — 561 kánoni egység, 65° földrajzi szélesség alatt pedig már csak — 392 kánoni egység. Ugyanitt a többi jégkorszak ΔQ_s értékei — 700 és — 500 kánoni egység között mozognak, kétségtelen tehát, hogy a Günzök északeurópai jégfensíkja sokkal kisebb volt, mint a többi jégkorszaké. Minthogy pedig a Würm II. és III. eljegesedésnek déli pereme minden mai térképről könnyen leolvasható abban a tókoszorúban, mely Yütlandból kiindulva, Pommeránián, Mazurián át Oroszországba tart, nyilvánvaló, hogy a Günzök végmorénái el sem érték Németországot, hanem valahol a mai Keleti-tenger közepén lehettek. Milankovitch ezt sem firtatta, hanem beérte azzal, hogy talán a Mindel és Riss elpusztították a gyengébb Günz végmorénáit.

Újabban a kevésbbé járatosak szemében igen sok galibát gördített a Milankovitch-elmélet útjába Spitaler, aki kitűnő klimatológus, de a csillagászatban kevésbbé kitűnő. Okoskodásai teli vannak *elvi hibákkal* s akik ezt nem veszik észre, minden csillagászati elmélettel szemben elvesztik bizalmukat, látva, hogy abból egészen eltérő kronológiákat lehet kisütni.

Spitaler 2—3,000.000 évvel dobálódzik s nem veszi észre, hogy 1,000.000 éven túl azok az apró hibák, melyek a Leverrier-képletekben szereplő $g^{0—6}t$ állandókban okvetlenül benne vannak, mert végeredményben mérésekből származnak, az évek számával való szorzás folytán az egész számítást bizonytalanná teszik. Az így kiszámított szöggel hamis körnegyedre és a sinus és cosinusnál hamis előjelhez juthatunk.

Spitaler, ahol az e értéke 0.04 fölé emelkedik, már jégkorszakot szimatol, aminek semmi alapja sincs. Ez csak *egyik* föltétele a glaciális interferenciának. Megfordítva lehet használni ezt az okoskodást: ahol $e < 0.02$, ott aztán akármilyen lehet az interferencia a $\Delta\varepsilon$-nal, abból jégkorszak nem lesz, mert a ΔQ_s amplitudója a Köppen-féle küszöbértéken alul marad.

Spitaler ott, ahol $\Delta\varepsilon$ táblázata kifogy a lába alól, egyszerűen felteszi, hogy ezen túl a távoli multban a $\Delta\varepsilon$ görbéje egy egyforma amplitudójú sinusgörbe volt. De erről szó sem lehet. A $\Delta\varepsilon$ amplitudója hol

nagy, hol kicsi, a hullámok formája hol erre, hol amarra kajla, ami az interferenciát mind keresztülhúzhatja.

Van még sok egyéb hiba is Spitalerben, de ezek után az elvi hibák után kár volna ezekre időt pazarolni.

A Milankovitchot megelőző irodalom tanulmányozása alapján azt is merem állítani, hogy a Milankovitch-elmélet nem valami légből kapott tákolmány, hanem egy természetes fejlődés eredménye, mely a megfigyelési adathalmaz szaporodásával esedékessé vált s ha Milankovitch nem ütötte volna nyélbe, előbb-utóbb akadt volna más, aki eltalálja. Ez a megállapítás semmiképen sem akarja kisebbíteni Milankovitch érdemét, ami világosan kitűnnék, ha módomban volna ezt a kérdést részletesen tárgyalni.

Befejezésül általában azt mondhatom, hogy a kifogások alapjául szolgáló természetmegfigyelési anyag csak ritkán hibás, ellenben rendesen a következtetésekben, a logikában van a hiba. Tíz éve böngészem a vonatkozó tudományos folyóiratokat s az azokban idézett szakmunkákat, de még sohasem találtam olyan megfigyelési anyagot, mely ellentétben állana vagy gyengítené a Milankovitch-elméletet. Legkevésbbé számítom ide azokat a teljesen ellenőrizhetetlen hipotézis-halmazokat (Shapley, Nölke, Simpson stb.), melyek szerzőiknek nem sok dicsőséget fognak hozni és teljesen fölöslegesek.

Forrásművek

1. *Milankovitch M.:* Mathematische Klimalehre und astronomische Theorie der Klimashcwankungen. Berlin, 1930. Gebrüder Bornträger.

2. *Stockwell:* Memoir on the secular variations of the elements of the eight principal planets. Smitsonian contributions to knowledge. Vol. XVIII Washington, 1873.

3. *Pilgrim:* Versuch einer rechnerischen Behandlung der Eiszeit. Grüninger 1904 Gutenberg.

4. *Köppen—Wegener:* Die Klimate der geologischen Vorzeit. Berlin, 1924. Gebrüder Bornträger.

5. *Mischkovitch M.:* Jelentés a szerb kir. Tudományos Akadémiához a földpálya csillagászati elemeinek säkularis változásairól. Belgrád. Glas CXLIII (szerb nyelven). 1931.

6. *Penck:* Die Alpen im Eiszeitalter. 1909 Berlin.

7. *Eberl:* Die Eiszeitenfolge im nördlichen Alpenvorlande. Augsburg, 1930.

8. *Soergel:* Die Gliederung und absolute Zeitrechnung des Eiszeitalters. Berlin, 1925. Gebr. Bornträger.

9. *Bacsák:* Az interglaciális korszakok értelmezése. Budapest, 1940. «Az Időjárás» 1—6. szám.

10. *Soergel:* Die Vereisungskurve. Berlin, 1938 Gebr. Bornträger.

A ROTÁLÓ CSILLAG EGYENSÚLYA

Bevezetés.

Jelen dolgozatban a tiszta rotációt végző polytrop gázgömbnek tekintett csillag szögsebesség eloszlásának differenciálegyenletrendszerét vezetem le a hydrodynamika mozgás (Euler-féle) egyenletéből. A legáltalánosabb alakból indultam ki, melyben a közeg *viszkozitását* is tekintetbe vettem. A viszkozitást JEANS vizsgálatai alapján a tömegviszkozitásból és a sugárzás viszkozitásából összetettnek tekintettem (első közelítésben, JEANS után, a tömegviszkozitást a sugárzási viszkozitás mellett elhanyagoltam).

A szögsebesség eloszlását a részletkérdésként szereplő *izotermális* gázgömbökre határoztam meg. A nyert formulákat mint hozzávetőleges eredményt a Nap rotációs tételének levezetésére alkalmazva elég jó közelítéssel megkaptam a HARZER által a Nap felületére empirikusan meghatározott szögsebesség eloszlást.

A szögsebesség eloszlásának meghatározásával a viszkozitás tekintetbe vételével ezideig csak JEANS[1] foglalkozott, első közelítésben $\omega \to$ konst.$/R^2$ eloszlást kapta (R a rotációs tengelytől mért távolság). Az eloszlás, mely a merkurperihélium mozgására és a napfelületen lejátszódó számos jelenségre magyarázatot ad, VOGT szerint[2] mégsem elfogadható, egyrészt mert a napfelületen észlelt szögsebesség eloszlással nem egyezik, másrészt a rotációs tengelyen szingularitása van, melynek nem tudunk fizikai értelmet adni.[3]

A viszkozitás elhanyagolása mellett ROSSELAND foglalkozott a csillagrotációval.[4] Igen nagy matematikai apparátus felhasználásával is csak két határozatlan függvény erejéig sikerült a szögsebesség eloszlását meghatároznia. Alapos vizsgálatot ad a szögsebesség eloszlásának WALKER,[5] lényegében KRAT[6] vizsgálatait felhasználva két fontos eloszlást különböztet meg: a zónálist (a szögsebesség csak az ekvatortól való távolságtól függ) és cilindrikust (csak a rotációs tengelytől való távolságtól függ). Kidolgozza a teóriáját a közbeeső szingularitásmentes eloszlásoknak is.

Jelen dolgozatban az izotermális gázokra végzett vizsgálatok

[1] M. N. 86 (1926) 450; Astronomy and Cosmogony p. 262. A rotáció probléma magyar nyelvű ismertetését l. Csillagászati Lapok 3. évf. p. 129.

[2] A. N. 241 (1931) 185.

[3] A napfelület szögsebesség elosztását CHAPMAN elektromos és mágneses hatásoknak tulajdonítja (N. N. 89 (1928), 57.), mely a Vogt-féle nézetet, vagyis hogy a szögsebesség felületen a sarkok felé csökken, szükség szerint kizárja (a rotációs tengelymenti szigularitásra azonban CHAPMAN sem tudott értelmet adni).

[4] Astophysica Norvegica Vol. 2, p. 173, 249.

[5] A. N. 263, 253; [6] Zeitschrift f. Astrophy.

alapján a csillag rotáció problémája szétválik az ideális folyadékok mozgásegyenletére (határozatlan szögsebességgel) és a szögsebesség eloszlás differenciálegyenletére. Az eloszlás differenciálegyenlete önmagában megoldható volt, s a kapott eredmény különösen WALKER vizsgálataival elég jó összhangba hozható. A *polytrop* gázokra vonatkozó vizsgálatban a probléma szintén szétválik az ideális folyadékok mozgásegyenletére és a szögsebességeloszlás differenciálegyenletére, azonban itt nem olyan éles a szétválás, mint az izotermális esetben, mert a szögsebességeloszlás csak a sűrűség- és a temperatúraeloszlás egyidejű meghatározásával lehetséges. Sajnos, a probléma olyan matematikai nehézségekre vezet, hogy a differenciálegyenlet megoldása még hozzávetőlegesen sem volt keresztülvihető.

* * *

A dolgozatom első részében a csillag mechanikai és sugárzási egyensúlyának feltételeit foglalom össze. A második részben az izotermális gázok tiszta rotációja esetében a szögsebességeloszlás részletes tárgyalását adom. A harmadik részben a polytrop gázgömbök tiszta rotációjának differenciálegyenletét állítom fel.

I. Az alapegyenletek.

A MECHANIKAI EGYENSÚLY. A csillagok mechanikai egyensúlyának feltételét a deformálható testek mozgásegyenletéből vezethetjük le. Általában a mozgás feltétele:

$$\begin{aligned}
\varrho \frac{du}{dt} &= \varrho X + \frac{\partial \mathsf{F}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathsf{F}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathsf{F}_{xz}}{\partial z} \\
\varrho \frac{dv}{dt} &= \varrho Y + \frac{\partial \mathsf{F}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathsf{F}_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathsf{F}_{yz}}{\partial z} \\
\varrho \frac{dw}{dt} &= \varrho Z + \frac{\partial \mathsf{F}_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathsf{F}_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathsf{F}_{zz}}{\partial z}
\end{aligned} \tag{1}$$

hol u, v, w a sebesség, X, Y, Z a tömegerő komponensek, F_{xx}, F_{xy}, F_{xz}; F_{yx}, F_{yy}, ... a nyomástenzor elemei, ϱ a sűrűség. Az (1) vektoriálisan összefoglalva:

$$\varrho \frac{d\mathfrak{v}}{dt} = \varrho \mathfrak{K} + \operatorname{Div} \mathsf{F} \tag{2}$$

$\mathfrak{v}$ a sebesség, $\mathfrak{K}$ az erő, F a nyomástenzor:

$$\mathsf{F} = \begin{vmatrix} \mathsf{F}_{xx} & \mathsf{F}_{xy} & \mathsf{F}_{xz} \\ \mathsf{F}_{yx} & \mathsf{F}_{yy} & \mathsf{F}_{yz} \\ \mathsf{F}_{yx} & \mathsf{F}_{zy} & \mathsf{F}_{zz} \end{vmatrix}$$

a Div F (Div = tenzordivergencia) azt a vektort jelenti, melynek komponensei az F sorainak mint vektoroknak divergenciája.

A (2) egyenlet megoldásához (ϱ-t és $\mathfrak{v}$-t mint a koordináták függvényét meghatározzuk) ismernünk kell a tömegerőket, melyek potenciálja (erőfüggvénye) a Poisson-féle egyenlettel adott :

$$\Delta V = -4\pi\varrho, \text{ hol } \mathfrak{R} = \text{grad } V \tag{3}$$

továbbá a nyomástenzor elemeit és a sebességet. A nyomástenzor a hydrodynamikában teljes általánosságban ismeretes. Legegyszerűbb alakja az ideális folyadékok esetében van, midőn a tenzornak csak a diagonálismenti elemei nem zérusak :

$$\mathsf{F}_{ii} = -P, \quad \mathsf{F}_{ik} = 0 \ (i \neq k) \tag{4}$$

ekkor a mozgásegyenlet :

$$-\omega\mathfrak{R} = \mathfrak{K} - \frac{1}{\varrho}\text{grad}\,P \tag{5}$$

P a hydrosztatikai nyomás, mely a gáznyomás és sugárnyomás összege :

$$P = \frac{k}{m}\varrho T + \frac{a}{3}T^4$$

vagy polytrop gázegyenlet alakjában :

$$P = K\varrho^{1+\frac{1}{n}} \ (n = 3) \tag{6}$$

A nyomástenzor a gázzal telt térben :[1]

$$\begin{aligned} \mathsf{F}_{ii} &= -P + \frac{2}{3}\mu_g \,\text{div}\,\mathfrak{v} - 2\,\mu_g \,\text{grad}_i\,\mathfrak{v} \\ \mathsf{F}_{ki} &= -\mu_g\left(\frac{\partial \mathfrak{v}_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathfrak{v}_i}{\partial x_k}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

hol μ_g a tömegviszkozitás koefficiens (itt állandó), mely a MAYER[2] formula szerint

$$\frac{1}{3}\varrho\,\bar{v}\bar{l},$$

hol v a közepes sebesség. l a szabad úthossz.

A gázzal és sugárzással teli térben a nyomástenzor elemeit legelőször JEANS határozta meg,[3] szerinte :

$$\begin{aligned} \mathsf{F}_{ii} = -P + \frac{2}{3}\mu\,\text{div}\,\mathfrak{v} - 2\mu\,\text{grad}_i\mathfrak{v} + \frac{2}{15\,k\varrho c}\Big[(\mathfrak{v},\,\text{grad})\,a\,T^4 - \\ - 3\,\mathfrak{v}_i\,\text{grad}\,(a\,T^4)\Big] \end{aligned} \tag{8}$$

$$\mathsf{F}_{ik} = -\left(\frac{\partial \mathfrak{v}_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathfrak{v}_i}{\partial x_k}\right) - \frac{1}{5\,k\varrho c}\left(\mathfrak{v}_i\frac{\partial}{\partial x_k} + {}_k\frac{\partial}{\partial x}\right)(a\,T^4)\ (i \neq k)$$

[1] LAMB : Hydrodynamik p. 662.
[2] ROSSELAND : Astrophysik p. 85.
[3] M. N. 86 (1926), 450.

($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$; $\mathfrak{v}_1 = u$, $\mathfrak{v}_2 = v$, $\mathfrak{v}_3 = w$), hol μ a tömegviszkozitás és sugárzási viszkozitás összege. A sugárzási viszkozitást JEANS határozta meg a Mayer-féle formula analogiájára :[1]

$$\mu_s = \frac{1}{3}\frac{1}{kc} a T^4,$$

hol k a tömegabszorpciós koefficiens, c a fénysebesség, a a Stefan—Boltzmann-féle állandó.

Az (1) rendszer olyan típusú megoldásait keressük, ahol a sebesség :

$$\mathfrak{v} = 0 \ldots I; \quad \mathfrak{v} = [\vec{\omega}, \mathfrak{r}] \ldots II; \quad \mathfrak{v} = \dot{\mathfrak{r}} \ldots III; \quad \mathfrak{v} = \dot{\mathfrak{r}} + [\vec{\omega}\mathfrak{r},] \ldots IV. \tag{9}$$

Az első típusnak olyan csillag felel meg, melynek belsejében semmiféle mozgás nincs *(nyugvó csillagok)*. Belső szerkezetük gömbszimmetriát mutat.

A második típus a *rotációs mozgást* adja ; ω a szögsebesség vektora, mely általában a tér és az idő tetszőleges függvénye :

$$\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$$

hol $\omega_x = \varphi\ (x, y, z, t)$ stb. Speciális típus a tiszta rotáció, melynél :

$$\omega_x = 0, \ \omega_y = 0, \omega_z = f\ (x, y, z)$$

vagyis az egyes részek egy fix tengely körül (rotációs tengely) körpályát írnak le $\omega_z\ (\equiv \omega)$ szögsebességgel ; a sebesség, mely szintén tetszőleges függvénye a helynek, mindig párhuzamos az xy síkkal, és a Z tengelyre merőleges.

A harmadik sebességtípus a *pulzációs mozgás* általánosítása, a gázrészek csak radiális mozgást végeznek. Ebben az esetben a (2)-t még a dynamikai stabilitás feltételével kell kiegészítenünk.

A legáltalánosabb a negyedik típus a részek rotációt és radiális mozgást is végeznek.

A SUGÁRZÁSI EGYENSÚLY. A sugárzási egyensúly egyenletét SCHWARZSCHILD[2] vezette le az energia egyenletéből. A csillag ugyanis egész tömegében sugároz s a belsőbb részekből kiinduló sugárzás a külsőbb rétegeken abszorpciót szenved, mely — KIRCHHOFF tétele szerint (energia tétele) — a külső rétegek emissziójából meghatározható. Bármely térfogatelemre fennáll :

$$\frac{dJ_\nu}{ds} = -k_\nu \varrho\ (J_\nu - B_\nu) \tag{10}$$

hol J_ν a térfogatelembe lépő ν frekvenciájú sugárzás intenzitása, B_ν a Planck-féle sugárzás eloszlás, k_ν a tömegabszorpciós koefficiens (általában

[1] M. N. 86 (1926), 328.
[2] Göttingen Nachr. 1907.

függ a frekvenciától), ds a temperatura gradiense irányába eső ívelem. A (10) közelítő megoldását MILNE[2] adta meg, arra az esetre, ha a csillag abszolút fekete test módjára sugároz és a tömegabszorpciós koefficiens független a frekvenciától, ekkor a sugárzási egyensúly feltétele :

$$\operatorname{div}\left(\frac{1}{k\varrho}\operatorname{grad} B\right) = -3\varepsilon\varrho \tag{11}$$

hol ε a tömegegységre vonatkoztatott energiaprodukció, B az egységnyi térszögben az abszolút fekete test által kisugárzott összenergia :

$$B = \frac{ca\,T^4}{4\pi}$$

A (11)-ben a gradiens operációt elvégezve :

$$\operatorname{div}(\varkappa \operatorname{grad} T) = -4\pi\varepsilon\varrho$$

hol $\varkappa = \dfrac{4\,ca\,T^3}{3k\varrho}$ a hővezetési koefficiens.[3]

2. A szögsebesség eloszlása az izotermális gázban.

A mozgásegyenletek legáltalánosabb alakját úgy kapjuk, hogy a hydrodynamikai egyensúly (2) egyenleteibe a nyomástenzor Jeans-féle (15) alakját beírjuk. Mielőtt a problémának e legáltalánosabb viszonyainak tárgyalását megkezdenénk, vizsgáljuk az izotermális gázok tiszta rotációja esetében a szögsebesség eloszlását, ekkor a temperatura deriváltja zérus, így a tenzorelemek :

$$\mathsf{F}_{ii} = -P + \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathfrak{v} - 2\mu \operatorname{grad}_i \mathfrak{v}$$

$$\mathsf{F}_{ik} = -\left(\frac{\partial \mathfrak{v}_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathfrak{v}_i}{\partial x_k}\right) i \neq k \tag{16}$$

hol μ az összviszkozitás

$$\mu = \mu_G + \mu_S = \frac{1}{3}\varrho\bar{v}l + \frac{KT}{4c^2}$$

ahol $K = \dfrac{4\sigma T^3}{3k\varrho}$ (hővezetési koefficiens), melyet állandónak veszünk. A laboratóriumi vizsgálatok szerint a μ_G (tömegviszkozitás) igen kicsiny, úgyhogy a sugárzási viszkozitás mellett elhanyagolható[1].

Izotermális gázgömböknél (T = állandó) a viszkozitás :

$$\mu \longrightarrow \mu_S = \frac{KT}{4c^2} = \text{állandó} \tag{17}$$

[2] M. N. 83 p. 122.
[3] ROSSELAND : Astrophysik p. 44.
[1] JEANS : Astronomy and Cosmogony p. 262.

A (16) alatti tenzorelemeket az (1)-be írva a deriválások elvégzése és némi összevonás után (ha T = állandó) :

$$\varrho \frac{du}{dt} = \varrho X - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\operatorname{div} \mathfrak{v} + \mu \Delta u$$

$$\varrho \frac{dv}{dt} = \varrho Y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\operatorname{div} \mathfrak{v} + \mu \Delta v \qquad (18)$$

$$\varrho \frac{dw}{dt} = \varrho Z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\operatorname{div} \mathfrak{v} + \mu \Delta w$$

Tiszta rotáció esetében $\mathfrak{v} = (u, v, w) = (\omega, \mathfrak{r})$ azaz :

$$u = -\omega y, \quad v = \omega x, \quad w = 0 \qquad (19)$$

melyekből levezethető :

$$\operatorname{div} \mathfrak{v} = 0$$

Igy a (18) :

$$-\omega^2 x = X - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\varrho}\Delta u$$

$$-\omega^2 y = Y - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu}{\varrho}\Delta v$$

$$0 = Z - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial z}$$

vagy vektoriálisan összefoglalva :

$$-\omega^2 \mathfrak{R} = \mathfrak{K} - \frac{1}{\varrho}\operatorname{grad} P + -\frac{\mu}{\varrho}\Delta \mathfrak{v} \qquad (21)$$

$\mathfrak{K}$ tömegerő, mely potenciállal (erőfüggvénnyel) előállítható :

$$\mathfrak{K} = \operatorname{grad} V.$$

Vezessünk be cilindrikus koordinátákat :

$$x = R \cos \varphi$$
$$y = R \sin \varphi$$

helyettesítéssel. A (21) :

$$-\omega^2 R = \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\mu}{\varrho}[\Delta \mathfrak{v}]_R$$

$$0 = * \qquad * \quad + \frac{\mu}{\varrho}[\Delta \mathfrak{v}]_\varphi \qquad (22)$$

$$0 = \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{\varrho}[\Delta \mathfrak{v}]_z$$

(Folytatjuk).

ISMERTETÉSEK

Zürichi napfoltstatisztika 1941-re. *W. Brunner* most közölte[1] a relatív napfoltszámokat az 1941. évről. A kőzepes relatívszám az egyes hónapokra.

Hónap	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
R	45·6	44·5	46·4	32·8	29·5	59·8	66·9	60·0	65·9	46·3	38·3	33·7

Az évi közepes relativszám 47.5, már lényeges csökkenést mutat az előző éviekhez. 1936 óta 1941 novemberében fordult elő először, hogy voltak napok, amikor egyetlen folt sem volt a napkorongon. A napfoltnélküli napok száma 1941-ben 5 volt, 3 novemberben, 2 decemberben.

Az emissziós koronavonalak azonosítása. A koronát, két részre, belső és külső koronára osztjuk egyéb különbözőségeken kívül, aszerint is, hogy Fraunhofer-vonalak vagy emissziós vonalak mutatkoznak benne. Az intenziv fényű belső korona tartalmazza az emissziós vonalakat a folytonos alapon. Ezeket a rendkívül érdekes vonalakat elég nehéz megfigyelni, mert nagyon gyöngék s könnyen összetéveszthetők egyéb, a kromoszférából származó vonalakkal. De igen nagy érdeklődéssel észlelték mégis a megfigyelők, mert ezeket a vonalakat semmilyen más színképben, sem laboratoriumban, sem égi objektumban nem találták. Kivéve egyetlen esetet, 1933-ban, az R S Ophiuchi nova színképében, a ködvonalakkal együtt néhány koronavonal is megjelent.

A vonalak észlelési nehézségei természetesen hatalmasan csökkentek, mióta *Lyot* megszerkesztette koronográfját, amellyel derült, megfelelő időben bármikor, bármennyi ideig lehet megfigyelni a koronát s nincs korlátozva az egész észlelés évente pár percnyi időre, a teljes napfogyatkozás perceire, távoli, elhagyatott helyekre küldött expedíciókkal. A nagy zűrzavar, mely a koronavonalak felismerése körül volt, jelentősen csökkent a Lyot-féle műszerrel végzett megfigyelések alapján, mert ezzel hosszú expozíciójú felvételeket lehet készíteni, így nagyobb diszperziót is alkalmazni, miáltal a vonalak hullámhosszát sokkal pontosabban lehet megállapítani. A napfogyatkozási megfigyelésekkel ugyanis rengeteg koronavonalat «fedeztek fel», amelyekről később kiderült, hogy a koronához semmi közük sincsen. Sefiguti például az 1936-os fogyatkozáskor 11 hamis vonalat fedezett fel, melyek közül egy még hozzá nem is volt vonal, hanem az intenzív 3388 Å koronavonal másodrendű képe.

Jelenleg Edlén 22 vonalat tart teljesen biztosított koronavonalnak. Legfényesebb az 5303 Å hullámhosszú vonal, a nevezetes zöld koronavonal, amelyet elsőnek is fedezett fel Harkness 1869-ben. Ezután következik fényességben a λ 3388 Å vonal. Ez a zöld és ultraibolya vonal jelentős részét teszi ki az egész emissziós koronafénynek, a többi vonal együttvéve is lényegesen kevesebb intenzitású. Az emissziós vonalak fénye kb. egy százaléka az egész koronafénynek. A koronaszinképet 3300—12.200 Å hullámhossz-

[1] Astr. Mitt. Zürich. Nr. 1941. 1942.

közben vizsgálták át. Természetesen lehetséges, hogy még néhány halvány vonalra nem bukkantak rá.

Ezek az emissziós vonalak felfedeztetésük óta az asztrofizika egyik legizgalmasabb problémái voltak. Egy időben nem látszott más lehetőség, mint feltételezni egy új elemet, koroniumot, amely a vonalakat emittálja. Szóval olyan eset lett volna, mint a héliumé. Ez azonban ma már ki van zárva, a periodusos rendszerben nincs hely ilyen elem számára.

Nyilván ezek a vonalak az ismert elemeknek különleges fizikai körülmények között létrejött vonalai. Swings és Edlén néhány csillag színképében Fe III emissziós vonalait találta, majd azután Bowen és Edlén a Nova Pictoris színképében még Fe VII vonalakat is, így valószínű lett tehát, hogy a koronavonalak is valami ilyen magasan ionizált elem vonalai lehetnek annál is inkább, mert, mint említettük, az R S Ophiuchi nova színképében találtak is koronavonalakat.

Grotrian kezdett először ilyen irányban vizsgálatot és a λ 6374 Å vörös koronavonal hullámszámát nagyon jól egyezőnek találta a Fe X-nek Edlén által kiszámított alapterm-differenciájával s ugyancsak ilyen eredményre jutott a λ 7891 Å koronavonalra, amely a Fe XI-nek tiltott vonalaként adódott. Ettől az egyezéstől föllelkesülve Edlén szisztematikusan tovább vizsgálta az ilyen termdifferenciákat és két további vonalra vonatkozólag a Ca XIII tiltott átmeneteivel kapott jó egyezést.

Ezek az egyezések már nagyon valószínűvé tették, hogy az identifikálás reális és a koronában csakugyan ilyen hihetetlenül erősen ionizált atomok vannak jelen s az egész rejtélyes koronaszínképet ezek emittálják. Az ionizáltságnak ilyen rendkívül magas fokát eddig még semmilyen asztronómiai objektumban nem észlelték, sőt még föl sem merült a lehetőség, hogy ilyesmi egyáltalán van-e valahol.

Edlén neki is látott, hogy valamennyi vonal eredetét a szóbajöhető elemek magasrensű ionjaiban meghatározza. Nézete szerint igen intenzíven kell, hogy megjelenjenek a Fe XIII és Fe XIV-nek az észlelhetőség tartományába eső vonalai, mert először is a Fe X és Fe XI vonalak erőssége igen sok vas jelenlétét árulja el a koronában, másodszor pedig ennek a sok vasnak legnagyobb része legalább ilyen magasan ionizált állapotban kell, hogy legyen a Ca XII és Ca XIII jelenlétéből következtetve. Különben azt se lehetne megérteni, miért hiányoznak a Fe VII másutt megtalált, jól észlelhető vonalai. Edlén elgondolásai teljesen igazolódtak, amikor nagy örömére kiderült, hogy extrapolációs termdifferencia-számításai szerint a nevezetes, fényes zöld koronavonal jól egyezik egy átmenettel a Fe XIV alaptermjében s ugyanígy egyezik a fényességben ezután következő három vonal a Fe XIII alaptermjében számított átmenettel. Fe X, XI, XIII és XIV-nek nincs is több várható vonala az észlelhetőség színképtartományában. A hiányzó közbeeső ionizációs állapotnak Fe XII-nek extrapolált átmenetei nem esnek az észlelhető vidékre, így hiányzásuk természetes. Nem várható a Fe VIII, IX átmeneteinek megjelenése sem, részben mert mint láttuk, a vasnak legnagyobb része ennél magasabban ionizált állapotban van, részben pedig ennek a két ionnak nincs is mély metastabilis energianivója. Ugyancsak nincsen a Fe XV, XVI, XVII-nek sem.

Az identifikálás tehát tökéletes. Feltűnő, hogy a koronában mennyire dominál a vas. Az identifikált vonalak a korona emissziós vonalai összfényességének $^{9}/_{10}$-részét adják.

További megerősítése volt a vasvonalak identifikálásának az, hogy ilyen módon tovább extrapolálva a nikkel számított átmenetei is kitűnően ráillettek a többi koronavonalakra. A vas- és nikkelvonalak intenzitása közötti viszony a két elem kozmikus gyakorisága közötti viszonynak is megfelel. Ezzel tehát identifikáltnak tekinthetünk 15 vonalat a 22 biztosnak mondható koronavonal közül. A 15 vonal a vasnak, nikkelnek és kalciumnak a vonalai. Ezek együtt a koronabeli emisszió 97%-át adják. Edlén pontos extrapolációi észlelhető átmeneteket adtak a kálium, króm, mangán és kobalt elemekre is, az így számított vonalak azonban nincsenek jelen a koronában, amiből ezen elemek teljes hiányzására lehet következtetni. Ez nagyon feltűnő, mert ezek az elemek a Nap atmoszférájában olyan mennyiségben vannak jelen, hogy ha a korona összetétele hasonló lenne, akkor a számított vonalak elég intenzíven kellene, hogy jelentkezzenek.

Az emissziós koronavonalak eredetének rejtélye tehát megoldottnak vehető. Látjuk azonban, hogy méltán izgatták a kutatókat olyan hosszú időn át, valóban rendkívüli jelenségek, mert a koronában uralkodó egészen különleges fizikai állapotokat árulnak el. A soha eddig nem konstatált magas ionizációs fok, amelyen az őket emittáló elemek vannak, 300—600 elektron volt. Nevezetes, hogy Lyot már korábban a megfigyelt vonalprofilokat termikus Doppler-effektussal magyarázta, amelyből 2 millió fokos atomhőmérsékletre következtetett. Ez akkor abszurd eredménynek látszott és el is vetették. Edlén identifikálásából következő ionizációs fok azonban nagyszerűen egyezik ezzel a rendkívül magas hőmérsékleti fokkal. Tehát mégis valószínű, hogy a koronában uralkodó fizikai állapotok minden eddig ismeretestől lényegesen eltérnek

A jelenség megmagyarázására Alfvén svéd fizikus által kigondolt lpgújabb elméletet legközelebbi számunkban ismertetjük.

Edlén rámutat annak a ténynek jelentőségére, hogy mint említettük, a koronában nincsenek jelen a Nap atmoszférájában különben eléggé gyakori elemek, kálium, króm, mangán, kobalt. Viszont a vas domináló jelenléte, valamint a nikkel megfelelő arányban való mutatkozása szerinte megint fölveti azt a régebben tárgyalt lehetőséget, hogy a korona anyaga a Napba hulló meteorok elgázosodásából keletkezik. A meteoritek anyagát adó többi elemek, oxigén, magnézium, aluminium, szilicium, kén hiányzása nem veti el ezt a lehetőséget, mert számításai szerint ezen elemek megfelelő fokú iónjai az észlelhető színképtartományban nem emittálnak megfigyelhető erősségű vonalakat. *Balázs Júlia.*

Hírek üstökösökről. *Whipple—Bernasconi—Kulin* 1942*a* üstökös. Erről egyidejűleg külön cikkben számolunk be.

Oterma 1942*b* üstökös. Röviddel az első üstökös felfedezése után a turkui finn csillagvizsgáló jelentette, hogy Oterma finn csillagászhölgy az Oroszlán-csillagképben (közel a Coma Berenices-csillagképhez) egy halvány (15^{m}) üstököst fedezett fel. A számított parabolaelemek legérdekesebb adata

az, hogy a perihélium távolsága igen nagy, 4·2 csillagászati egység. Noha csak 1942 szeptember 7-én ér napközelbe, mégis egyre halványodik, mert a Földtől erősen távolodott már felfedezése idején is.

Väisälä 1942*c* üstökös. A március 14-én táviratilag közölt, Vaisälä finn professzor által felfedezett 13^m fényességű gyorsan mozgó égitestről hamarosan kiderült, hogy egy új üstökösről van szó. Mint az év harmadik üstököse, az 1942c jelzést kapta. Väisälä számításai alapján az üstökös ellipszispályán mozog, keringésideje 85·5 év, közepes naptávolsága 19·4 cs. e., pályahajlása 38°, excentrumossága 0·93, február 16-án volt napközelben, legkisebb földtávolsága 0·2 cs. e. volt, jóval a felfedezése előtt.

E három új felfedezésű üstökösön kívül az 1942-ben visszatérő rövidperiódusú üstökösök közül:

a *Grigg—Skjellerup* (1942*d* = 1937 *III*) üstököst május 9-én találták meg. Keringésideje 5 év, 1902-ben fedezték fel s eddigi visszatérései közül most figyelték meg negyedízben. Fényessége 10^m.

Schwassmann—Wachmann (1925 *II*), valamint a

Wolf I (1934 *I*) üstökös visszatérése szintén ezévben esedékes. Megfigyelésükről még nem érkezett hír, de a közölt efemerisek alapján megtalálásuk valószínű. *Kulin György.*

Whipple—Bernasconi—Kulin *1942a* **üstökös.** A berlini Csillagászati Központ ugyanazon a napon, február 13-án kapta a Pino Torinese-i és a Budapest-Svábhegyi Csillagvizsgáló Intézet távirati jelentését az új üstökös felfedezéséről. Az olasz *Bernasconi* február 12-ére virradó éjjel találta az üstököst, a budapesti felfedezés ideje egy nappal később volt. Tekintettel arra, hogy a felfedezések egymástól függetlenek voltak, az üstökös a *Bernasconi—Kulin 1942a* üstökös elnevezést kapta. Ez volt az év első üstököse. Fényessége felfedezéskor 7—8 nagyságrend között volt.

A berlini központ Beobachtungszirkulárjának február 24-éről keltezett száma közli, hogy az üstököst időrendben legelőször *Whipple* fedezte fel Amerikában. Az értesítés a mai postaforgalmi viszonyok miatt csak késve érkezhetett meg. Ettől kezdve az üstökös teljes neve *Whipple—Bernaconi—Kulin 1942a* üstökös lett. Hozzátartozik még a felfedezés történetéhez egy Szlovákiából február 18-án feladott s Berlinbe 21-én érkező távirati jelentés, mely szerint a Csorba-tónál ((Strbské Pleso) levő szlovák csillagdában *Becvár* is megtalálta az üstököst anélkül, hogy az olasz és magyar felfedezésről tudott volna.

Az üstökös égi helye a felfedezéskor a Coma Berenices-csillagképben volt. Látszólagos égi mozgásából előre sejteni lehetett, hogy pár hónapon át a látóhatár felett marad, noha lefelé tartó mozgása elég gyors volt.

A világ különböző csillagvizsgálóiban számos megfigyelést végeztek, melyeknek egyrésze az üstökös pontos pozíciójának meghatározására, másrésze fényességére, a kóma és a csóva alakjára vonatkozott.

A Svábhegyen és külföldön is számos pályát számítottak. Az első számítások csak közelítő pályát adhattak s céljuk az volt, hogy efemerist lehessen megadni, ami a további megfigyelést megkönnyítette.

A legkésőbbi pontos pozíció a Svábhegyen készült április 17-én. Ezután

már csak a délebben fekvő országokból volt látható. A több mint két hónapra terjedő megfigyelési anyagból lehetségessé vált oly pontos pálya számítása, hogy a pályaelemekből visszaszámított és a ténylegesen megfigyelt üstökös-pozíciók különbsége nem haladja meg az elkerülhetetlen megfigyelési és mérési hibákat.

Az itt közölt pályaelemek az 1942 február 13, március 15 és április 17-i megfigyelésekből származnak számításaim alapján.

A Whipple—Bernasconi—Kulin-üstökös pályaelemei.
Epocha 1942 március 15. 989817 világidő.
Aequinoktium és ekliptika 1942.0.

$M = 359^\circ\ 9997342$ $\quad \omega = 223^\circ\ 27'\ 5''\!.54$
$\varphi = 88^\circ\ 14'\ 53''\!.33$ $\quad \Omega = 340^\circ\ 7'\ 26''\!.46$
$\mu^\circ = 0^\circ\ 0000057342$ $\quad i = 79^\circ\ 25'\ 22''\!.74$
$\mu'' = 0''\!.0206432$ $\quad a = 3091.3812$
$e = 0.9995326$

E pályaelemek alapján a számított és megfigyelt pozíciók különbségének középértéke rektaszcenzióban $0''\!.09$, deklinációban $1''\!.3$.

A pályaelemek alapján az üstökös ellipszispályája rendkívül hosszúra nyúlt alakú. Az ellipszis fél nagytengelye $a = 3.091{\cdot}4$, fél kistengelye $b = 94{\cdot}5$ csillagászati egység, perihéliumtávolsága 1.44 cs. e. Ha ezt a pályát ábrázolni akarnók, a közölt adatokkal az ellipszis megszerkeszthető. Az üstökös aféliumpontja 160-szor nagyobb távolságban van, mint a Plutó pályája és csak 43-szor közelebb, mint a legközelebbi állócsillag. A Plutó pályáját a fénysugár 10 óránál kevesebb idő alatt futja át, az üstökös pályáját csak 36 nap alatt. A közölt adatokból az üstökös keringésideje is kiszámítható s eszerint legközelebb csak kereken 172.000 év mulva tér vissza.

Minthogy a megfigyelés 2 hónapja igen kicsiny törtrésze a 172.000 évnek, a két hónap alatt befutott ívdarab is csak kicsíny hányada az ellipszis teljes kerületének. Ez a tény adja magyarázatát, hogy a rendelkezésre álló megfigyelési anyagból számított pálya nem tekinthető teljes pontosságúnak. A pontosság mégis oly mértékű, hogy a számításhoz fel nem használt észleléseket is a számítás hűen adja vissza. Végeredményben tehát a számítás oly görbét eredményezhet, mely a megfigyelés két hónapja alatt befutott ívdarabon az elérhető pontosság mértékéig símul az üstökös valóságos pályájához.

Pályaszámításomban a finn professzornak, Väisälä-nek módszerét alkalmaztam, tehát nem tételeztem fel előre a pálya alakját. A sebesség képletéből :

$$V^2 = \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \quad \text{illetve} \quad \frac{1}{a} = \frac{2}{r} - V^2$$

előjele útmutatást adott arranézve, hogy a pálya ellipszis. A külföldi számítások parabolát tételeztek fel, de az így kapott pályaelemek csak igen kevésben különböznek az itt közölt elliptikus elemektől. Ennek magyarázata az, hogy a megfigyelés ideje alatt befutott ívdarabon az általam számított

ellipszis és a külföldi eredményekből kapott parabola számottevően nem tér el egymástól.

Az üstökös március közepén volt földközelben és május elején napközelben. Távolsága napközelben 1·44, földközelben 0·67 csillagászati egység volt.

Összfényessége március közepén érte el maximumát 6·3 nagyságrendet. Ebben az időben pár napon át szabad szemmel is látható volt. Tekintettel arra, hogy látóiránya a Nappal csaknem szemben feküdt, a csóva jóval rövidebbn eklátszott a valóságosnál. Április közepéig fényessége kb. 1·5 nagyságrenddel csökkent.

Színképi vizsgálatok eredményei nem állnak rendelkezésre. Classen színszűrős felvételei szerint március 12-én és 13-án az üstökös színképe naptípusú volt s a csóvaképződés vörös színben mutatkozott legerőteljesebbnek. *Kulin György*

Elliptikus gyűrűalakú köd a Nova Herculis körül. Az 1934. évi Nova Herculisról legutóbb Baade készített a 100"-es tükörrel Cassegrain fókuszban felvételt, melyen elliptikus gyűrűalakú köd mutatkozik. Humason színképfelvételein az N_1 és N_2 ködvonalak is elliptikus gyűrűalakúak, a két észlelés tehát megerősíti egymást. Kuiper mint ismeretes, kettős csillagot észlelt a Nova Herculis helyén, s a komponensek általa megadott pozíciója megegyezik az elliptikus gyűrű két legfényesebb helyével, melyek a nagytengelyen vannak. A λ 6300—6700 vidékről fölvett direkt fölvételen érdekes jelenség figyelhető meg. Mig a szűrőnélküli fölvételen az egész ködre kiterjedő emissziót észlelhetünk, a vörös emisszió ellenkezőleg csak egyes helyeken mutatkozik. Ezek a helyek két párt alkotnak, szimmetrikusan a köd középpontjához képest. Á fényesebbik pár az ellipszis kistengelyén, egymástól 1·81" távolságra van, a halványabbik a nagytengelyen, egymástól 3·16" távolságra. A vörös emisszió helyei tehát az elliptikus ködréteg belsejében vannak, mert a fotografálható vidéken történő emisszióban a köd nagytengelye 3·67", a kistengely 2·05" és a réteg vastagsága tekintélyes, fele a külső méreteknek.

Minkowski színképfelvételei szerint a vörös emisszió [NII] színkép, a λ 6548 és λ 6583 tiltott vonalak alkotják. Ez a két vonal a négy sűrűsödési helyen olyan erős, hogy felülmúlja az N_1 és N_2 vonal intenzitását. Az N_1 és N_2 vonalak semmilyen sűrűsödést nem mutatnak, intenzitásuk az egész ködben egyforma. *B. J.*

SZAKOSZTÁLYI ÜGYEK

Február 11-i ülésünkön Kolbenheyer Tibor «Az üstökösök fizikája.« címmel adott elő. Az előadás lapunk 4. évfolyamának 4. számában teljes terjedelmében megjelent.

Március 11-én Haász István a krakoviánok és matrixok szorzási szabályairól, valamint csillagászati alkalmazásaikról beszélt. Majd Kulin György beszámolt az *1942 a* üstökös általa való felfedezéséről és az első pályaszámításokról.

Április 8-án Csada Imre «A planetáris ködök» című előadásában a planetáris ködök általános tulajdonságainak rövid ismertetése után részletesen foglalkozott a ködök felépítésének és dinamikájának kérdésével.

Május 13-i ülésünkön ponori Thewrewk Aurél az óegyiptomi és az óbabiloniai csillagászat eredményeiről tartott előadást. Az előadó-ülést megelőzőleg szakosztályi bizottsági ülés volt.

Július 15-én a szakosztály meghivására Prof. B Thüring, a bécsi csillagda igazgatója tartott előadást «Methoden und Ergebnisse der Erforschung der Sonnengranulation und der Sonnenflecken.» címmel. Az előadás teljes terjedelmében megjelenik legközelebbi számunkban.

A Csillagászati Szakosztály mérlege

Bevétel 1941. december 31-én. *Kiadás*

	P		P
Maradvány 1940-ről ..	15.703·57	Irói és szerkesztői díjak.	960·40
10 Lesz. Bank részv.	680·—	Jegyzői tiszteletdíj	200·—
30 Ker. » »	6.235·—	Kisnyomtatványok ...	23·45
2 M. Nemz. Bank »	770·—	Nyomtatás	3.364·73
3 Műtrágya »	564·—	Vegyes	1·05
5 Hazai Tak. »	660·—	Kezelési tiszteletdíj ...	268·36
Telekeladásért befolyt	1.125·—	Postaköltség	50·70
Adomány	500·—	Egyenleg:	
Szakosztáy díjakból befolyt 1941-ben (benne társulattól kapott P 1.000·—és az Államtól kapott P 450·— segély).....	4.221·14	készpénz 17.358.88	
		értékpap. 7.909.—	25.267·88
Hirdetésért	199·60		
Értékpapírszelvény kamat	164·20		
1940 évi kp. maradvány kamata 1941. .	314·06		
Összesen ..	30.136·57	Összesen ..	30.136·57

Budapest, 1941. december 31-én.

Dr, Lengyel Béla s. k.,
társulati pénztárnok.

A május 13-i bizottsági ülés határozata értelmében lapunk előfizetési díját 7 P-re, a szakosztályi tagsági díjat 6 P-re emeltük fel.

A kiadásért és a szerkesztésért felelős: Lassovszky Károly
Stephaneum nyomda Budapest. Felelős: ifj. Kohl Ferenc.

A VILÁG MINDEN RÉSZÉBEN

ES MINDENÜTT, AHOL NAGYTELJESITMÉNYŰ OPTIKAI ÉS FINOMMECHANIKAI MŰSZEREKET HASZNÁLNAK, ISMERIK ÉS NAGYRABECSÜLIK A ZEISS-NEVET, MELY VALÓSÁGGAL EGYBEFONÓDOTT A TÖKÉLETES PRECIZITÁS FOGALMÁVAL.

ZEISS

CARL ZEISS – JENA

MAGYARORSZÁGI VEZÉRKÉPVISELŐ: IFJ. JURÁNY HENRIK
BUDAPEST, IV. VÁCI-UTCA 40. – TELEFON: 183-092

CSILLAGÁSZATI LAPOK

ZEITSCHRIFT DER ASTRONOMISCHEN ABTEILUNG DES KÖN. UNG. NATURWISSENSCHAFTLICHEN VEREINS

UNTER MITWIRKUNG VON PROF. J. WODETZKY

REDIGIERT VON

L. DETRE und K. LASSOVSZKY

ERSCHEINT VIERTELJÄHRLICH

BUDAPEST

STEPHANEUM BUCHDRUCKEREI

5. Jahrgang 1942 Heft 3

INHALT

K. LASSOVSZKY: Bericht über die Tätigkeit der Sternwarte Budapest-Svábhegy für das Jahr 1941 107

G. BACSÁK: Über die Einwände gegen die Eiszeittheorie von Milankovitch 117

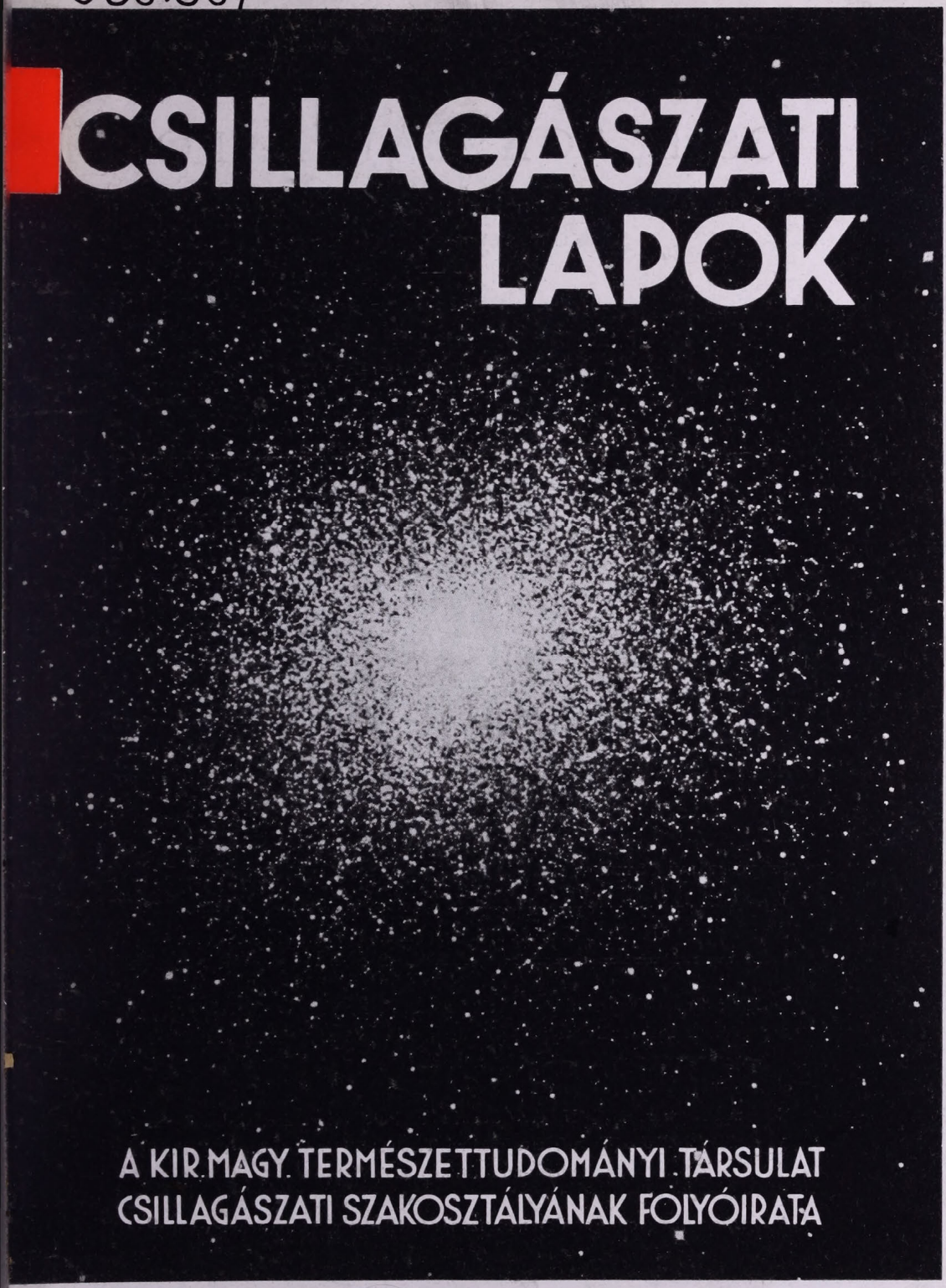
J. CSADA: Über das Gleichgewicht rotierender Sterne I. 126

BESPRECHUNGEN: Züricher Sonnenfleckenstatistik für 1941. — Die Identifikation der Emissionslinien der Sonnenkorona. — Kometennachrichten. — Komet Whipple—Bernasconi—Kulin 1942*a* — Elliptischer Ringnebel um Nova Herculis 132

VEREINSNACHRICHTEN 137

308.684

CSILLAGÁSZATI LAPOK



A KIR. MAGY. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT
CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

...dapest
1942

WODETZKY JÓZSEF KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL
SZERKESZTI
DETRE LÁSZLÓ ÉS LASSOVSZKY KÁROLY

5. évfolyam
4. szám

CSILLAGÁSZATI LAPOK

A KIR. M. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

MEGJELENIK NEGYEDÉVENKÉNT

WODETZKY JÓZSEF közreműködésével
Szerkeszti
DETRE LÁSZLÓ és LASSOVSZKY KÁROLY

5. évfolyam **1942** **4. szám**

TARTALOM

TOLMÁR GYULA: A fotográfiai Purkinje-jelenségről 139
CSADA IMRE: A rotáló csillag egyensúlya II. 151
RÉTHLY ANTAL: Szlovák csillagda a Tátrában 162
SZAKOSZTÁLYI ÜGYEK 165
HIREK 166
SZERKESZTŐI ÜZENETEK 166

A folyóiratot a Csillagászati Szakosztály tagjai tagilletmény gyanánt kapják. Tagdíj 6 pengő. A Szakosztály tagja bárki lehet, ki egyúttal a Természettudományi Társulat tagja.

Nem tagok részére a CSILLAGÁSZATI LAPOK évi előfizetési díja 7 pengő. Az előfizetési díjak a Természettudományi Társulat címére (Budapest, VIII., Eszterházy-utca 16. sz.) küldendők.

A szerkesztőség címe: CSILLAGVIZSGÁLÓ INTÉZET, BUDAPEST-SVÁBHEGY.

CSILLAGÁSZATI LAPOK

A KIR. M. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT
CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

WODETZKY JÓZSEF KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL
SZERKESZTI
DETRE LÁSZLÓ ÉS LASSOVSZKY KÁROLY

5. ÉVFOLYAM
1942

BUDAPEST
STEPHANEUM NYOMDA

TARTALOMJEGYZÉK

Bacsák György: Oldal

A Milankovitch-elmélet ellen emelt kifogásokról 117

Balázs Julia:

Szoros kettőscsillagok 12
Az emissziós koronavonalak azonosítása 132
Elliptikus gyűrűalakú köd a Nova Herculis körül 137

Csada Imre Károly:

A sarki fény elmélete 21
A rotáló csillag egyensúlya 126, 151

Detre László:

Wodetzky József irodalmi működése 6

Guman István:

A gömbhalmazok szerkezete 34

Haáz István Béla:

Krakoviánok és matrixok szorzása 39

Kolbenheyer Tibor:

A Tejútrendszer dinamikája 50

Kulin György:

Pályajavítás a bolygó földtávolságának és a sebességnek variációjával 62
Hírek üstökösökről 134
A Whipple-Bernasconi-Kulin 1942a üstökös 135

Lassovszky Károly:

Wodetzky József hetvenedik születésnapjára 3
A Svábhegyi Csillagvizsgáló Intézet 1941. évi működése 107

Palugyay György: Oldal

Az ókínai csillagászat és a kínai naptár 68

Strommer Gyula:

A Föld forgásának változása és az időmérés 82

Ponori Thewrewk Aurél:

Az óegyiptomiak csillagászatáról 94

Tolmár Gyula:

Az intersztelláris abszorpció vizsgálatának alapja 102
A fotográfiai Purkinje-jelenségről 139

Jegyzet. A vastagon nyomott lapszámok nagyobb cikkre vonatkoznak.

CSILLAGÁSZATI LAPOK
A KIR. M. TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT
CSILLAGÁSZATI SZAKOSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

5. évfolyam 1942 4. szám

A FOTOGRÁFIAI PURKINJE-JELENSÉGRŐL

A fényérzékeny rétegek jellemzésére csak a legnagyobb általánosságban kapunk a gyártól felvilágosítást. A réteg érzékenységét Din°-ban, a színek iránti érzékenységét pedig az orto, pán szóval, vagy e kettő hiányában a nem szenzibilizáltságot jelzik. Tudományos vizsgálatokra ezek a jellemzők általában nem elegendők, ezért nagyobb fotóanyaggyárak külön kiadványokban teszik közzé, hogy a forgalomba hozott anyagok többek között miképen viselkednek a különböző színű (hullámhosszúságú) sugárzásra, meddig tart az érzékenységi tartományuk. (1., 2. és 3.) Ezek az adatok a fényérzékeny réteg legfontosabb tulajdonságai. A rétegek közelebbi színérzékenységét laboratóriumban kell megvizsgálni.

Jól ismert jelenség, hogy sugárzás hatására, megfelelő kezelés után (előhívás, rögzítés, szárítás) a rétegben «feketedést» állapíthatunk meg. A «feketedés» szó nem szerencsés kifejezés, mert nem mindegyik előhívó hatására lesz fekete a lemez vagy film, hanem pl. finomszemcsés metol-hívóban barna, vagy parafeniléndiamin-hívóban szürkés-fehér színű «eredményt» kapunk. «Feketedésen» a továbbiakban «át-nemlátszóságot» kell érteni. A fényérzékeny rétegben mutatkozó fényhatást a «jellemző-görbé»-vel vagy más néven feketedési görbével szokás megadni. A jellemző görbe rajzbani összefüggés a réteget ért sugárzás erősségének logaritmusa és a feketedés között. Grafikus ábrázolást használhatunk csak, mert a jellemző görbét teljes egészében meghatározó matematikai formát nem sikerül adni ennek az összefüggésnek. Feketedésen az

$$S = \log D_0/D$$

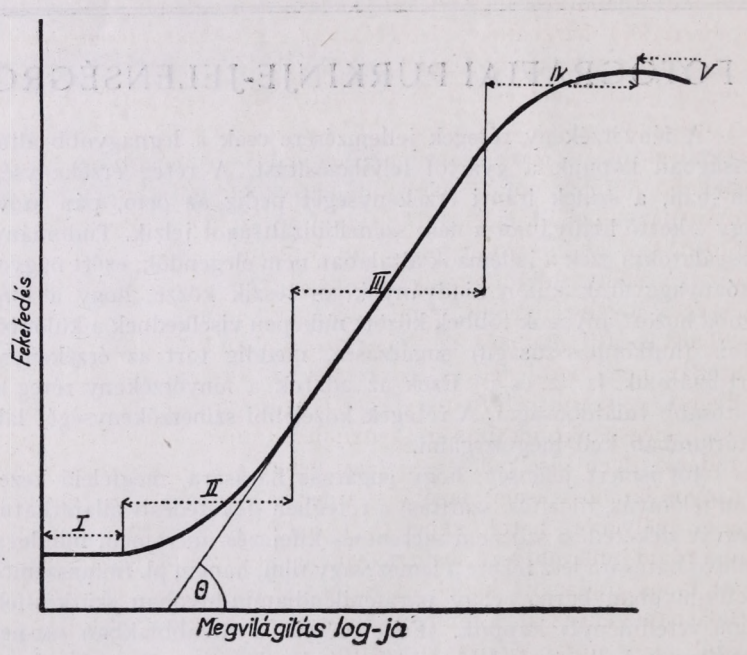
viszonyszámot kell érteni, ahol D_0 a nem feketített és D a feketített rétegrészen keresztülmenő fény erőssége.

A jellemző görbén a következő részeket szokás megkülönböztetni (l. 1. ábrát):

I. Kezdeti egyenes rész. Ennek az O feketedéstől mért távolsága a fátyol mértékéül szolgál.

II. A nagyobb feketedés irányából nézett homorú görbe rész. Ez az alulexponált (alulmegvilágított) rész.

III. Emelkedést mutató egyenes rész. Ez a normálisan megvilágított rész. Ennek az egyenesnek meghosszabbítása és az intenzitástengely által bezárt szög hajlásszögének Θ-nak tangense mértéke a lemez keménységének, gradációjának ($tg\ \Theta = \gamma$).



1. ábra. Jellemző v. feketedési görbe

IV. Domború görbe rész a maximumig. Ez a túlmegvilágított rész.

V. A maximumtól lefelé hajló rész. A szolarizációs rész.

Amint a fényképező anyagot nem csupán közönséges értelemben vett fényképezésre, hanem fényforrások erősségének, pl. csillagok fényrendjének meghatározására használják, tehát általában fotometrálásra, felmerül a kérdés, hogy a feketedési görbe emelkedési szöge a hullámhossztól függ-e és ha igen, akkor milyen függvénye? Erre a kérdésre adott válasz igen nagy változatosságot mutat. Magát a jelenséget a szemmel való észlelésnél fellépő hasonló hatás miatt Purkinje-jelenségnek szokás nevezni. A szem ugyanis az egyenlő, de nagy fényességű vörös és kék fényforrás közül a vöröset látja erősebb nek, az egyenlő, de kis fényességű vörös és kék fényforrás közül a

kéket látja erősebbnek. E jelenséget felfedezőjéről Purkinje-jelenségnek nevezzük. A fényképezésnél is felléphet hasonló jelenség, ha a feketedési görbék nem mutatnak egyenlő emelkedést, ha nem egyenlő a «gradáció». A fotografálásnál fellépő Purkinje-jelenségről G. Eberhard (4.) megállapítja, hogy valamennyi fényképező lemez mutatja a Purkinje-jelenséget. A menete és értéke az ezüsthalogén és annak kolloidális állapotától függ. A kereskedésekben is kapható fényképező fotometriában használható lemezeknél a gradáció meredeksége az ultraviolában a legkisebb, emelkedik a kék részig, itt maximumot ér el, majd innen ismét esik a zöld rész felé. Fontos még G. Eberhard az a megállapítása (452. o.), hogy Purkinje-jelenség menete és nagysága az emulzió-réteg vastagságától függ és pedig oly módon, hogy minél vastagabb a réteg, annál nagyobb mértékben mutatkozik a hatás. Azonban az előhívó koncentrációja, hőmérséklete és a hívási idő mind hatással van rá és azt mondhatjuk általánosságban, hogy azok a lemez- és előhívótulajdonságok mozdítják elő hatásosan a Purkinje-jelenséget, amelyek maguk is meredekebbé tudják tenni a gradációt. Eberhard ezen fontos megállapításához azonban kísérleti, számszerinti adatokat nem sorol fel és ezért merész általánosításnak látszik. J. Eggert (5.) szerint a látható részben is esik a gradációérték a hullámhosszal, még pankromatikusan szenzibilizált anyagnál is. Lényeges ok a gradáció ilyen viselkedésére a fény behatolási mélysége a rétegbe. A nagyhullámhosszúságú sugárzás, amelyet a réteg kisebb mértékben nyel el, mélyebbre hatoló képet és meredekebb feketedési görbét ad, mint a rövid hullámhosszú sugárzás, amely a réteg erősebb abszorpciója miatt lapos gradációjú képet ad. Sajnos, Eggert magyarázata ellentmondásban van azzal a ténnyel, hogy a gradációváltozás a hullámhosszal nem mutat egyirányú változást, hanem egyes rétegfajtánál maximumot is mutat.

A fenti megállapításokból és saját mérésekből csak azt lehet egyelőre e kérdésben legáltalánosabban megállapítani, hogy

Purkinje-jelenség szempontjából minden egyes emulziót külön meg kell vizsgálni, hogy a színkép egyes színeiben milyen feketedési menetet mutat.

Annak a kérdésnek eldöntésére, hogy néhány, jelenleg a kereskedésekben kapható és tudományos vizsgálatokban használt lemez mennyiben mutatja a fotográfiai Purkinje-jelenséget, hét különböző fajta lemezt vizsgáltam meg spektrális feketedési menet szempontjából Az 1. táblázat (l. 142. oldalt) mutatja a vizsgált lemezeket.

A jellemző görbék megszerkesztéséhez színképsorozat szükséges, amelyet kettős Nikol-on keresztül rácsspekrográffal állítottam elő. Fényforrásul egy 4 V 25 W-os Osram Nitra-lámpa szolgált, amely a rést világította meg. A rés egy $f = 321$ mm-es $D = 32$ mm-es kollimá-

1. táblázat

	Lemezfajta:	Minőség
1.	Agfa ISS	pan 21/10°Din
2.	Agfa Ortochrom	orto 19/10°Din
3.	Gevaert superorto	orto 22/10°Din
4.	Eastman 50	orto
5.	Eastman 40	nem érzékenyített
6.	Agfa Astro	nem érzékenyített
7.	Agfa Spektral blau hart	nem érzékenyített

tor-lencse gyujtópontjában volt elhelyezve. A lencse a rés képét a rácsra vetítette, a visszavert elsőrendű színkép fényképezhető volt a rács normálisában. A rés szélessége 0.29 mm széles volt. Mivel a konkávrács-kollimátor kombinációt használtam, 3·63× nagyítás mutatkozott és ezért 1.05 mm széles képet adott az egyes összehasonlító *He*-vonalra. A színkép hossza az összehasonlító *He*-vonalaival mérve λ 5875 és λ 3880 között 77 mm volt, ami 25 Å/mm-es diszperziónak felel meg. A felvételsorozat úgy készült, hogy először az összehasonlító színképet fényképeztem első és tizedik felvételként, majd a *He*-cső félrehúzása után a közbülső 8 felvételt. Nagy segítségemre volt a felvételek helyes elkészítésében az intézeti Tolnay-féle fényképezőgép, amelynek tömörsége lehetővé tette a helyes függőleges irányú kazettamozgatást. Az egyes felvételek ideje 1.5 perc volt, amelyet azért kellett a szenzitometriai vizsgálatokban használatos megvilágítási időhöz képest aránylag nagynak választani, mert csak így érhettem el a megfelelő feketedést. A kettős Nikolt a felvételek között úgy forgattam el, hogy az intenzitásviszonyokra

$$\Delta \log I = 0.16$$

legyen. Azaz, minden következő felvételnél 1.45 × kevesebb fény érte a lemezt.

A lemezeket a szenzitometriában ajánlott metol-hidrochinon előhívóban hívtam elő az alábbi előírás szerint:

A oldat: 2 g metol,
5 g hidrochinon,
15 g káliummetalisulfit és
1 g káliumbromid

B oldat: 50 g hamuzsír

mindkettő 500 kcm-ig desztillált vízzel feltöltve.

1 *A* + 1 *B* keverési arányban 14° C-nál, ecsettel állandó végigsimítás mellett hívtam elő 5^m-ig. A rögzített lemezt 20^m-ig folyóvízben áztattam, majd a szarvasbőrrel gondosan letisztított lemezeket ventillátorral ráhajtott szobahőmérsékletű levegővel szárítottam.

A kész lemezeket az Intézet Zeiss-féle regisztráló fotométerén mértem ki. Az első lemezfajtánál (Agfa ISS) papírra regisztrálva, a többinél az elektrometer fonalának kiütését skálán leolvasva. A feketedést a szokásos

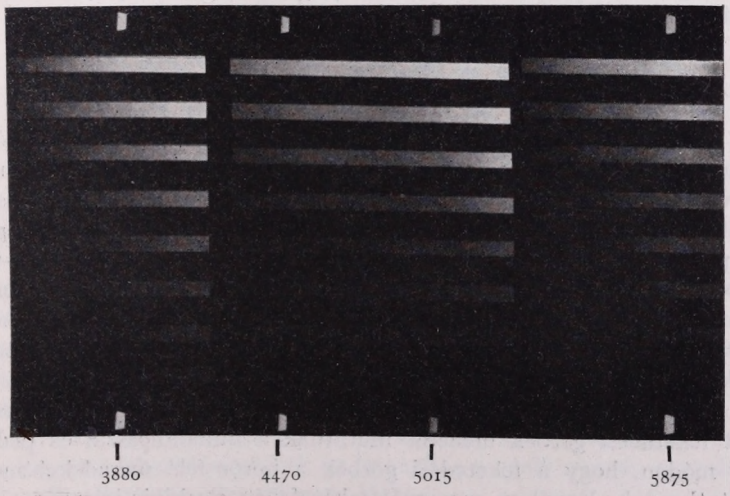
$$S = \log D_0/D$$

egyenlet szerint értelmeztem, ahol *Do* a nem feketített és *D* a feketített lemezrészen való átvilágításkor az elektrometer kiütést jelenti. Az átvilágító vetítőrés szélességét annak megfelelően változtattam, hogy a kiütés 60 mm körül legyen, ezért az egyes feketedés értékek nem használhatók fel a különböző lemezek érzékenységének összehasonlítására.

Az egyes vizsgált lemezfajtákra vonatkozó eredményeket az alábbiakban közlöm:

Agfa ISS.

Színérzékenységi tartománya igen széles. Vörösben és lilában jóval túlhaladja a szemét. Vörösben λ 6700 táján éles határt mutat, míg az ibolyában lassú átmenetet mutat λ 3800 táján az említett Nitra-lámpa sugárzására. E lemezfajtánál egy lemezen állítottam



2. ábra. Agfa ISS feketedési fokozatai

elő mind a 4 vizsgált színhez tartozó fokozatokat oly módon, hogy előbb kikísérleteztem, hogy milyen áramerősség mellett fogok az illető színben mérésre alkalmas feketedést kapni, majd az egyes sorozatok fényképezése alatt a lemez többi részét letakartam az e célra kivágott fekete papírral. A 2. ábra mutatja a kimért lemezt.

A megjelölt négy hullámhossznál a lemez a 3. táblázat szerinti feketedéseket mutatta.

2. táblázat

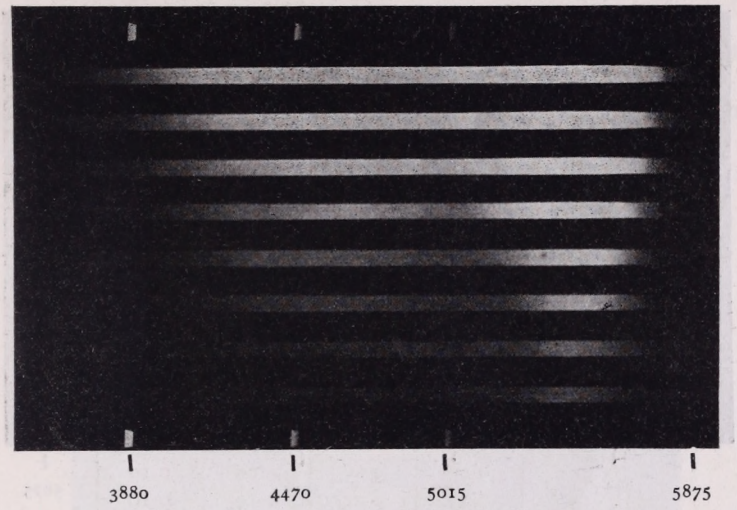
Fokofat	5880 Å	5020 Å	4470 Å	3900 Å
1	0.02	0.02	0.01	0.02
2	0.04	0.03	0.02	0.03
3	0.05	0.06	0.04	0.04
4	0.09	0.11	0.06	0.10
5	0.17	0.24	0.14	0.19
6	0.32	0.43	0.26	0.33
7	0.52	0.68	0.43	0.57
8	0.91	0.99	0.67	0.83

A fenti táblázat rajzban feltüntetett értékeiből szerkesztett feketedési görbék az intenzitás-tengely mentén egymásba tólhatók oly módon, hogy az egyes pontok sohasem fekszenek a közepesnek minősített görbétől 0.02-nyire, amiből azt állapíthatjuk meg, hogy a vizsgált hullámhosszaknál Purkinje-jelenség nem lép fel a fenti eljárásban ismertetett vizsgálati módszer mellett.

Agfa Ortochrom

Az előző Agfa ISS lemeznél alkalmazott eljárás nehézkessége miatt a továbbiakban már nem egy lemezen állítottam elő a mérendő sorozatokat, hanem minden sorozatot külön lemezen, ha szükség volt rá. Igy az Agfa Ortochrom anyagból 2 felvétel volt szükséges és pedig 5.3 és 6.0 Amp. áramerősséggel. Az érzékenység 6700 Å-tól 3500 Å-ig terjed. A 4. ábrán jól látható kettős feketedési maximumot mutat, amely közrefogja az ismert «zöldbeni hézag»-ot (Grünlücke). A sárgában éles, az ibolya felé lassan a fátyolba menő határt mutat. A kimért feketedéseket az 3. (l. 145. oldalt) táblázat mutatja.

Az Agfa Ortochrom anyagnál a fenti értékek alapján szerkesztett feketedési görbék menetet mutatnak a hullámhosszal és pedig oly módon, hogy a feketedési görbék a vörös felé meredekebbnek mutatkoznak. Ennél az anyagnál tehát fellép Purkinje-jelenség.



3. ábra. Agfa Ortochrom feketedési fokozatai

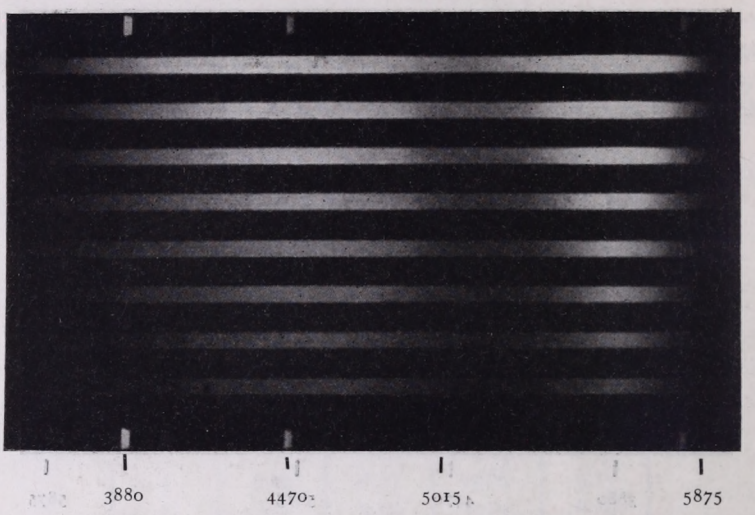
3. táblázat

Fokozat	5020 Å	4470 Å	3900 Å
1	0.05	0.05	0.06
2	0.08	0.10	0.09
3	0.14	0.17	0.16
4	0.27	0.29	0.25
5	0.49	0.48	0.38
6	0.81	0.78	0.61
7	1.15	1.04	0.75
8	1.61	1.35	1.04

Gevaert Superchrom

A vörös felé λ 6000-nál éles, az ibolya felé λ 3600 táján mutatott lassúbb átmeneti határt. A zöldbeni hézag itt is mutatkozik ugyanúgy, mint Agfa Ortochromnál, azonban itt az általános feketedési menet egyenletesebbnek mutatkozik, amint azt a 4. ábrából láthatjuk.

A kimért feketedések a 4. táblából azt mutatják, hogy a megszerkesztett feketedési görbék az intenzitás tengely mentén egymásba tólhatók. Purkinje-jelenség nem lép fel.



4. ábra. Gevaert superchrom feketedési fokozatai

4. táblázat

Fokozat	5020 Å	4470 Å	3900 Å
1	0.05	0.07	0.04
2	0.10	0.12	0.07
3	0.14	0.19	0.10
4	0.21	0.28	0.17
5	0.33	0.44	0.26
6	0.49	0.57	0.37
7	0.64	0.70	0.53
8	0.79	0.85	0.66

Eastman 40

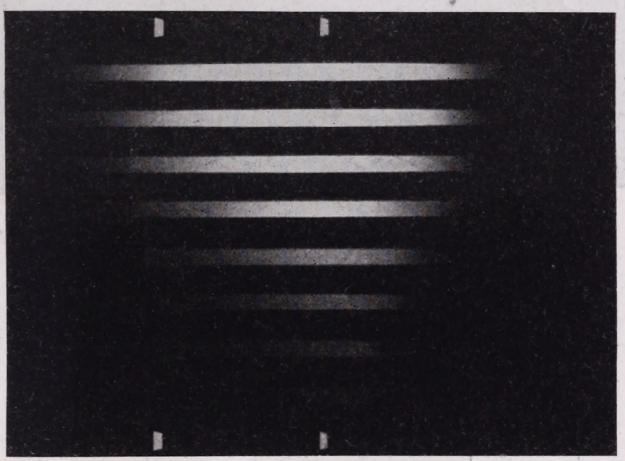
Jól kipróbált, a csillagászati megfigyeléseknél gyakran használt lemezfajta. Egyenletes rétegvastagságát említik mint egyedülálló érdemet, ami különösen alkalmassá teszi fotometrálásra. Erős fényudvarképzési hajlandóságot mutat, mert fényudvarmentesítő rétege nincs. Színérzékenysége kb. λ 5700-ig terjed, lassan növekedik a feketedés 5300-ig, ahol maximumot ér el és innen lassú és egyenletes átmenettel megy át a fátyolba, amint azt a 5. ábrán láthatjuk.

A 5. táblázat alapján megszerkesztett feketedési görbék egymásba tólhatók. Purkinje-jelenség nem lép fel.

Eastman 50

Ortochromatikus anyag a jellemző zöldbeni hézaggal. Színérzékenysége ennek megfelelően λ 5900-nél lezárul éles határral és lilában szintén meredeken határolt λ 3000 táján. 6. ábrán az 5.9 amp. áramerősséggel készített felvételt láthatjuk.

A kimért feketedések alapján meg lehetett állapítani, hogy a vörös felé emelkedő gradációt mutat. Purkinje-jelenség fellép.



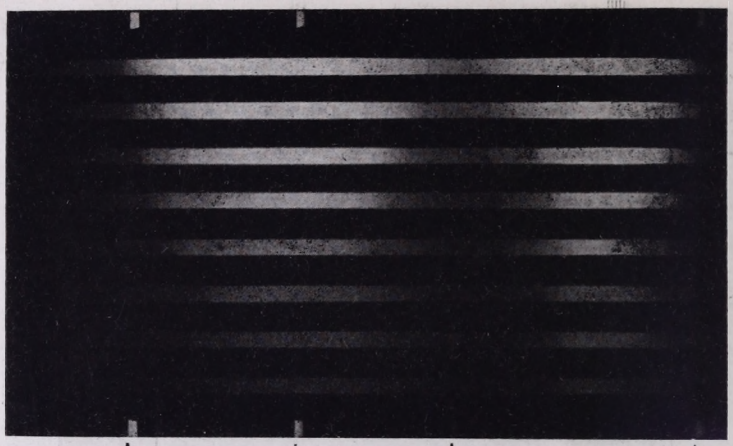
5. ábra. Eastman 40 feketedési fokozatai

5. táblázat

Fokozat	5020 Å	4470 Å	3900 Å
1	0.09	0.04	0.11
2	0.17	0.08	0.12
3	0.26	0.13	0.17
4	0.40	0.22	0.25
5	0.52	0.34	0.33
6	0.70	0.48	0.47
7	1.01	0.66	0.77
8	1.10	0.84	0.94

Agfa Astro

Nem szenzibilizált, különösen csillagászati felvételekre használt lemezfajta. Érzékenysége alig terjed λ 5000-en túl és már kb. λ 3500-nál nem mutat feketedést az adott megvilágítási feltételek



6. ábra. Eastman 50 feketedési fokozatai

6. táblázat

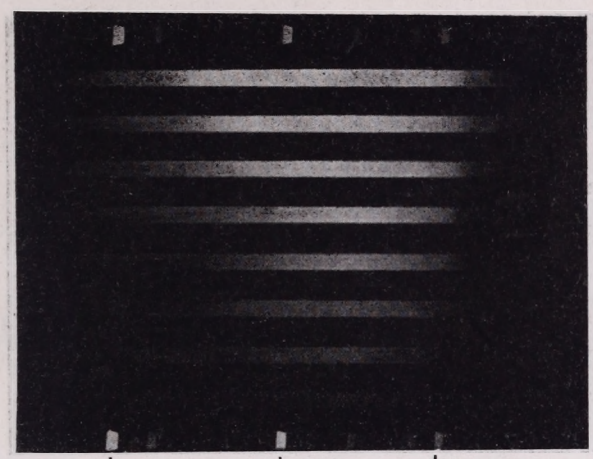
Fokozat	5900 Å	5020 Å	4470 Å	3900 Å
1	0.12	0.24	0.20	0.20
2	0.16	0.30	0.26	0.31
3	0.23	0.33	0.36	0.37
4	0.32	0.46	0.43	0.49
5	0.39	0.56	0.53	0.63
6	0.55	0.68	0.66	0.81
7	0.66	0.79	0.78	0.92
8	0.86	0.97	0.96	1.11

mellett. Fényudvarképződésre hajlamos. A 4.8 amp-rel készült felvételt a 7. ábra mutatja. A lemez erős fátyolt mutat, mert több évig volt raktáron. Azonban erre a célra még megfelelt.

A kimért feketedéseket a 7. táblázat mutatja. H. Strassl 7. által megállapított menetet nem sikerült kimutatni. A jelzett hibahatárok között Purkinje-jelenség nem volt kimutatható.

Agfa spektral blau hart

A többi vizsgált lemezfajtához viszonyítva a legszűkebb érzékenységi tartománya van. λ 5100 táján meredeken emelkedik a feketedés. Lapos maximot mutatva λ 4700 táján, ahonnan egyenletesen megy át a fátyolba λ 3000 táján. Ez az egyetlen lemez, amelyik már



7. ábra. Agfa Astro feketedési fokozatai

7. táblázat

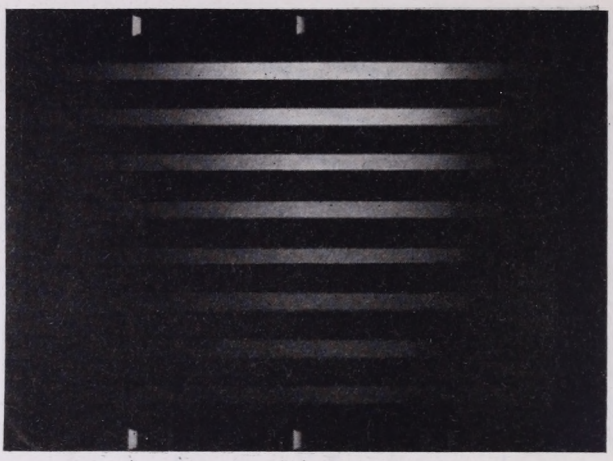
Fokozat	5020 Å	4470 Å	3900 Å
1	0.09	0.05	0.03
2	0.13	0.06	0.06
3	0.18	0.08	0.09
4	0.26	0.14	0.14
5	0.39	0.22	0.22
6	0.57	0.33	0.35
7	0.79	0.48	0.52
8	1.03	0.69	0.84

3 amp. áramerősségű sugárzásra is mutatott feketedést. Az 5.7 amprel készült felvételt ábrázolja a 8. ábra.

Három *He*-vonal táján kimért feketedéseket a 8. táblázat mutatja. A felrajzolt feketedési görbék az intenzitás-tengely mentén eltolhatók egymásba. Purkinje jelenség itt sem mutatható ki.

Összefoglalás

A fényképezéssel való fotometrálással kapcsolatban gyakran említik, mint esetleges hibaforrást a fotográfiai Purkinje-jelenséget. A megvizsgált hét lemezfajta közül alig akad olyan, amelyik számottevő gradáció-változást mutat a hullámhosszal. Valószínűvé teszi azt a feltevést, hogy a korszerűbb gyártási eljárások már olyan rétegeket



8. ábra. Agfa spektral blau hart feketedési fokozatai

8. táblázat

Fokozat	5020 Å	4470 Å	3900 Å
1	0.02	0.03	0.01
2	0.05	0.04	0.03
3	0.08	0.10	0.07
4	0.15	0.19	0.17
5	0.28	0.35	0.38
6	0.55	0.58	0.60
7	0.90	0.80	0.74
8	1.02	—	—

tudnak előállítani, amelyek kevésbbé vagy egyáltalán nem szelektiven abszorbeálnak. Az bizonyos, hogy a vizsgált lemezekre megállapított egy színbeni gradációs görbék széles hullámhossztartományban állandóknak tekinthetők és csak egészen kivételes pontosságú méréseknél kell tekintetbe venni a fotográfiai Purkinje-jelenséget.

Tolmár Gyula

Irodalom

1. *H. Hörmann* és *E. Schopper:* Photographische Schichten für die wissenschaftliche Photographie. Veröffentlichungen Agfa VI. kötet 108. o-tól. Hirzel. Leipzig. 1941.

2. Photographic Plates for use in Spectroscopy and Astronomy. Eastman Kodak Company. Rochester-New-York. 1935.

3. Formulaire 1939. Guilleminot Boespflug. Paris.
4. Hdb. d. Aph. II/2. 450.
5. *J. Eggert:* Die Leistungsfähigkeit photographischer Schichten usw. Agfa Veröff. III. 10. oldal.
6. *R. Luther:* Normung von Negativmaterial für bildmäßige Aufnahmen. Zf. f. wissenschaftliche Photographie. 31. kötet. 3. füzet. 1932.
7. *H. Strassl:* Intensitätsverleitung in den Spektren der helleren Plejadensterne. Göttinger Veröff. 29. 1932.

A ROTÁLÓ CSILLAG EGYENSÚLYA

(2. közlemény)

A jobboldalon álló vektoriális Laplace-féle kifejezés cilindrikus koordinátákkal[1]:

$$[\Delta \mathfrak{v}]_R = \Delta \mathfrak{v}_R + \frac{2}{R}\frac{\partial \mathfrak{v}_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{\mathfrak{v}_R}{R^2}$$

$$[\Delta \mathfrak{v}]_\varphi = \Delta \mathfrak{v}_\varphi - \frac{2}{R}\frac{\partial \mathfrak{v}_R}{\partial \varphi} - \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{R^2}$$

$$[\Delta \mathfrak{v}]_z = \Delta\, \mathfrak{v}_z$$

[1] A vektoriális Laplace-féle kifejezés definiciója Descartes-féle koordinátákban:

$$\mathfrak{B}_x = \Delta \mathfrak{U}_x,\ \mathfrak{B}_y = \Delta \mathfrak{U}_y,\ \mathfrak{B}_z = \Delta \mathfrak{U}_z;$$

hol a Δ a skaláris Laplace-féle operator, melyet $\mathfrak{U}_x$, $\mathfrak{U}_y$, $\mathfrak{U}_z$ komponensekre, mint skaláris kifejezésekre alkalmazunk. Jelöljük $\mathfrak{B}$ komponenseit egy új orthogonális rendszerben $\mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{B}_3$-mal, úgy ezek a régi komponensekkel kifejezve:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B}_1 &= a_{11}\mathfrak{B}_x + a_{12}\mathfrak{B}_y + a_{13}\mathfrak{B}_z\\ \mathfrak{B}_2 &= a_{21}\mathfrak{B}_x + \dots\\ \mathfrak{B}_3 &= a_{31}\mathfrak{B}_x + \dots\end{aligned}$$

hol:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B}_x &= \Delta\, \mathfrak{U}_x = \Delta\,(a_{11}\mathfrak{U}_1 + a_{21}\mathfrak{U}_2 + a_{31}\mathfrak{U}_3)\\ \mathfrak{B}_y &= \Delta\, \mathfrak{U}_y = \Delta\,(a_{12}\mathfrak{U}_1 + \dots\ \ )\\ \mathfrak{B}_z &= \Delta\, \mathfrak{U}_z = \Delta\,(a_{13}\mathfrak{U}_1 + \dots\ \ )\end{aligned}$$

ezeket kell a fenti kifejezésekbe beírnunk, hol Δ a Laplace-féle kifejezés az illető rendszerben (L. Joos: Lerbuch d. theoretischen Physik, p. 35; Ortvay: Elektrodynamika. Függelék (Egyetemi jegyzet)):

$$\Delta = \frac{1}{h_1 h_2 h_3}\left\{\frac{\partial}{\partial u_1}\left(\frac{h_2 h_3}{h_1}\frac{\partial}{\partial u_1}\right) + \frac{\partial}{\partial u_2}\left(\frac{h_3 h_1}{h_2}\frac{\partial}{\partial u_2}\right) + \frac{\partial}{\partial u_3}\left(\frac{h_1 h_2}{h_3}\frac{\partial}{\partial u_3}\right)\right\}$$

és

$$a_{ik} = \frac{1}{h_i}\frac{\partial x_k}{\partial u_i}$$

Cilindrikus koordináták esetén az $\|a_{ik}\|$ mátrix:

$$\begin{vmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0\\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

A (19)-ből $\mathfrak{v}_R = 0$, $\mathfrak{v}_\varphi = \omega R$, $\mathfrak{v}_z = \omega = 0$, ha ω független ϱ-től úgy

$$[\Delta\mathfrak{v}]_R = 0;\ [\Delta\mathfrak{v}]_\varphi = \Delta\mathfrak{v}_\varphi - \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{R^2};\ [\Delta\mathfrak{v}]_z = 0,$$

melyeket felhasználva $\omega R = \eta$ jelöléssel:

$$\left.\begin{aligned} -\omega^2 R &= \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial R} && \text{I.} \\ \Delta\eta - \frac{\eta}{R^2} &= 0. && \text{II.} \\ 0 &= \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial z} && \text{III.} \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Az I. és III. teljesen az ideális folyadékok mozgásegyenlete, mely vektoriálisan összefoglalva:

$$-\omega^2 \mathfrak{R} = \operatorname{grad} V - \frac{1}{\varrho}\operatorname{grad} P \qquad (25)$$

a II. pedig a szögsebesség eloszlását adja:

$$\Delta\eta - \frac{\eta}{R^2} = 0 \qquad (26)$$

A laboratóriumi vizsgálatok szerint a rotáló folyadékok (gázok) szögsebessége (az edény falától elég távol) az egész tömegben állandó (ha a mozgás kezdetekor különböző is a szögsebesség egy bizonyos idő mulva — a csillapodástól eltekintve — állandó lesz). Ha e tapasztalati tétellel összhangban akarunk maradni, szükséges, hogy a szögsebesség a rotációs tengely környékén állandó legyen, vagyis:

$$\omega_{R=0} = \text{állandó, ill. } \left(\frac{d\omega}{dR}\right)_{R=0} = 0 \qquad (27)\ \text{I.}$$

hasonlóképen az ekvátor síkjában:

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial z}\right)_{z=0} = 0 \qquad (27)\ \text{II.}$$

ezeket határfeltételeknek tekintjük, melyek mellett kell a (26)-ot megoldanunk.

térbeli polárkoordináták esetén a mátrix

$$\begin{vmatrix} \sin\vartheta\cos\varphi & \cos\vartheta\cos\varphi & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta\sin\varphi & \cos\vartheta\sin\varphi & \cos\vartheta \\ \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \end{vmatrix}$$

ezek elemeit kell a $\mathfrak{B}_x$, $\mathfrak{B}_y$, $\mathfrak{B}_z$ kifejezésében beírni és a Laplace-féle kifejezésben kijelölt derizolások elvégzése után hagyjuk cilindrikus koordináták esetén a fenti, térbeli polárkoordináták esetén a 14. oldalon lévő eredményt.

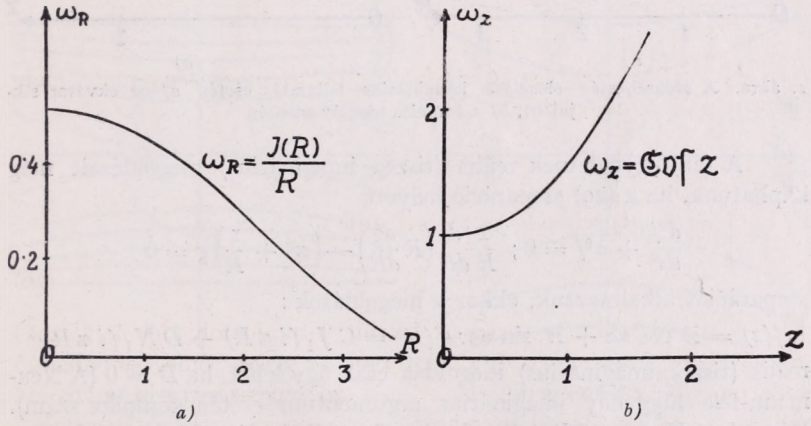
Megjegyezzük azonban, hogy nézetek szerint lehet gyűrű- (torusz) alakú csillag is, erre vonatkozólag a (27) I. szükségkép nem áll fenn, sőt a megoldásnak a rotációs tengelyen szingularitása is lehet :

$$\omega_{z=0} \longrightarrow \infty$$

általában azonban csak az szükséges, hogy a rotációs tengelyen igen erős maximum legyen (centrifugális erő felülmúlja a tömegerőket).

A SZÖGSEBESSÉG ELOSZLÁSA. A szögsebesség eloszlását a (26) egyenlet adja, mely részletesebben :

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial \eta}{\partial R}\right)+\frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2}-\frac{\eta}{R^2}=0, \quad \eta=\omega R \tag{28}$$



1. ábra. A szögsebesség eloszlása a reális felbontás esetén *a)* az ekvátor síkjában, *b)* a rotációs tengely mentén(az egyik hemiszférában)

A megoldást $\eta = f(z)\, g(R)$ alakban keressük, melyet a (28)-ba írva a következő két differenciálegyenletet kapjuk :

$$\frac{d^2 f}{dz^2}-\alpha^2 f=0; \quad \frac{1}{R}\frac{d}{dR}\left(R\frac{dg}{dR}\right)+\left(\alpha^2-\frac{1}{R}\right)g=0 \tag{29}$$

mindkettő ismert differenciálegyenlet, megoldásuk :

$$f(z)=A\,\mathfrak{Cof}\,\alpha z+B\,\mathfrak{Sin}\,\alpha z; \quad g(R)=CJ_1(\alpha R)+DN_1(\alpha R) \tag{30}$$

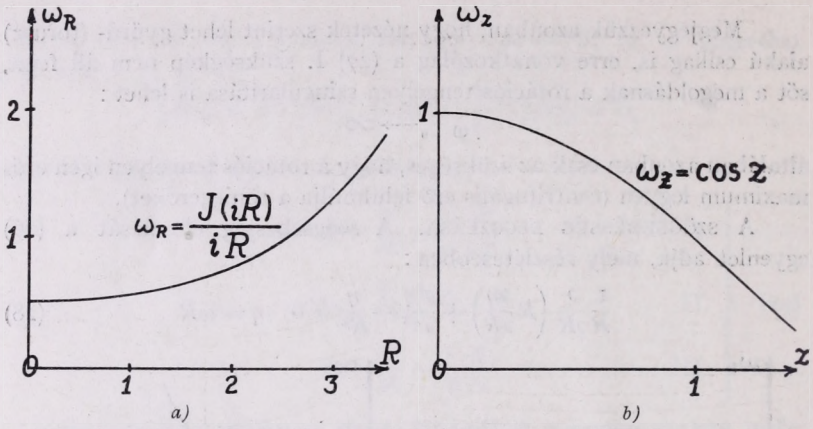
hol J_1 elsőrendű Bessel-függvény, N_1 elsőrendű Neumann-függvény (másodfajú Bessel-függvény). Az N_1-nek a zérushelyen szingularitása van így a (27) határfeltételek csak :

$$B=0 \quad D=0$$

esetében állnak fenn, tehát a köv. szögsebesség eloszlás lehetséges :

$$\omega=\omega_0\,\mathfrak{Cof}\,\alpha z\frac{J_1(\alpha R)}{\alpha R}; \tag{31}$$

Az eloszlást az 1. ábra szemlélteti.



2. ábra. A szögsebesség eloszlása imaginárius felbontás esetén *a)* az ekvátor síkjában, *b)* a rotációs tengely mentén

A (28) egyenletnek reális (tiszta imaginárius) megoldásait még kaphatunk, ha a (29) szeparáció helyett

$$\frac{d^2f}{dz^2} + \alpha^2 f = 0\,; \quad \frac{1}{R}\frac{d}{dR}\left(R\frac{dg}{dR}\right) - \left(\alpha^2 + \frac{1}{R}\right) g = 0$$

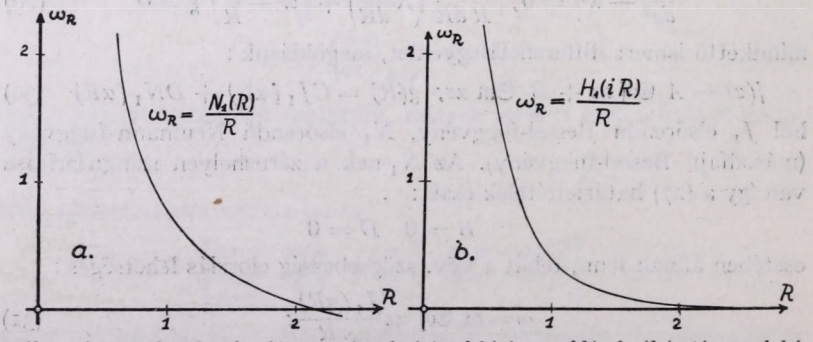
szeparációt alkalmazzuk, ekkor a megoldások :

$$f(z) = A\cos\alpha z + B\sin\alpha z;\; g(R) = C J_1(i\alpha R) + D N_1(i\alpha R)$$

reális (tiszta imaginárius) megoldás csak úgy lehet, ha $D = 0$ (A Neumann-féle függvény imaginárius argumentum esetén komplex szám). Míg a (27) II. határfeltétel csak $B = 0$ esetben teljesül így a szögsebesség eloszlás (lásd 2. ábra) :

$$\omega = \omega_0 i\cos\alpha z\,\frac{J_1(i\alpha R)}{\alpha R}; \tag{32}$$

A TORUS ALAKÚ CSILLAGOK. A rotációs tengelyen szingularitással bíró megoldások a (28) reális felbontása által általában akkor keletkeznek,



3. ábra. A szögsebesség eloszlása a szingularitással bíró megoldásoknál (a tórusz alakú csillagoknál) az ekvátor síkjában ; *a)* a reális, *b)* az imaginárius felbontás esetén

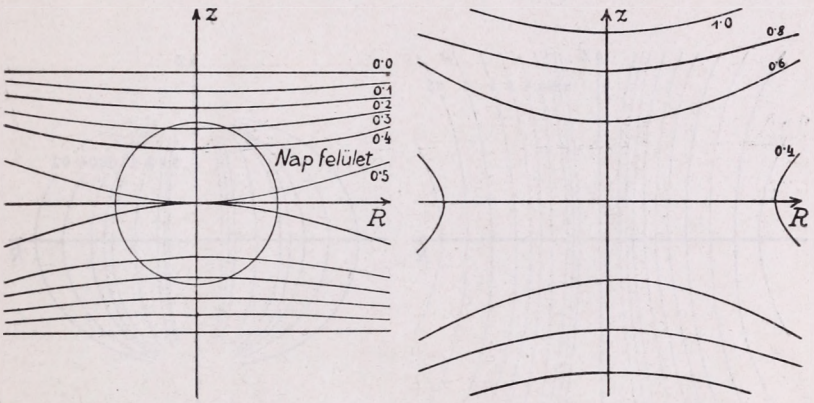
ha $D \neq 0$. E legáltalánosabb eloszlás helyett a köv. tipikus megoldást vizsgáljuk ($B = 0$):

$$\omega = \omega_0 \mathfrak{Cof}\, \alpha z \frac{N_1(\alpha R)}{\alpha R}; \tag{33}$$

Az immaginárius felbontás általában komplex ω-ra vezet, csupán $C = 1$, $D = i$ esetben van reális megoldás. Ekkor

$$J_1(ix) + iN_1(ix) = H_1(ix)$$

az ú. n. elsőfajú Hankel-féle cilinderfüggvényt definiálja, melynek függ-



a) $\omega = i \cos z \frac{J_1(iR)}{R}$ *b)* $\omega = \mathfrak{Cof}\, \alpha \frac{J_1(R)}{R}$

4. ábra. Állandó sebességű felületek *a)* az imaginárius és *b)* a reális felbontás esetén

vényértéke imaginárius argumentum esetén reális; a megfelelő szögsebesség eloszlás:

$$\omega = \omega_0 \cos \alpha z \frac{H_1(i\alpha R)}{\alpha R}; \tag{34}$$

mind a két eloszlást a 3. ábra szemlélteti.

Jegyzet. I. A (31) és (32) eloszlást szemléletesebben mutató 4. ábrán látható (állandó szögsebességű felületek), hogy a (31), az ú. n. barotróp[1] (hengeres) eloszlást elég jól közelíti, míg a (32) gyakorlatilag zónális eloszlást ad. Ebben, ha

$$\frac{J(i\alpha R)}{i\alpha R} \longrightarrow \text{konstans } (\alpha \text{ kicsiny})$$

közelítést tesszük, úgy

$$\omega = \omega_0 \cos \alpha z = \omega_0 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha z}$$

ha még

$$\sin \alpha z \longrightarrow \alpha z = \alpha r \cos \vartheta$$

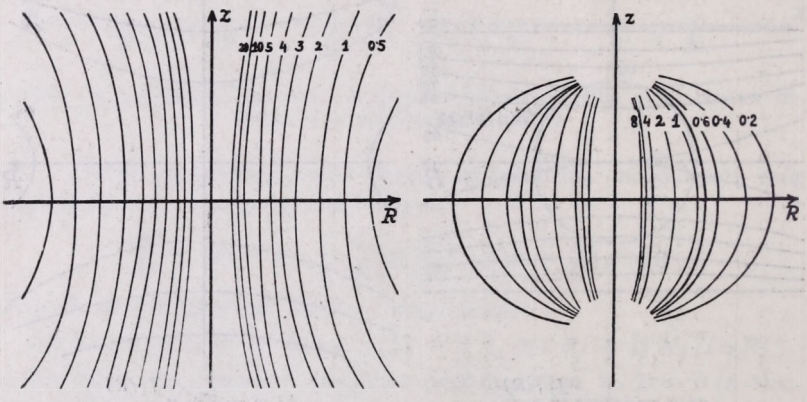
[1] A. N. 263 p. 253.

közelítést is megengedjük, úgy :

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \alpha^2 r^2 \cos^2 \vartheta} \qquad (I)$$
$$r = 1$$

eloszlást kapjuk, mely teljesen a Nap felületi rotációjának P. HARZER által kapott eloszlását adja. P. HARZER szerint[1] :

$$\omega_\odot = 14.^\circ 112 \sqrt{1 - 0{\cdot}5914 \cos^2 \vartheta}$$



a) $\omega = \mathfrak{Cof}\, z \frac{N_1(R)}{R}$ b) $\omega = \cos z \frac{H_1(iR)}{R}$

5. ábra. Állandó szögsebességű felületek a szingularitással bíró megoldásoknál ; *a)* reális, *b)* imaginárius felbontás esetén

Az (I) azonban nem tekinthető a Nap rotációs tételének a levezetésének, mert a meggondolásaink csak T = kons. esetben igaz, ami a csillagok belsejében tarthatatlan. A probléma elfogadhatóbb tárgyalása (15. oldal) bonyolult egyenletre vezet, melynek megoldása valószínűleg csak integrálegyenletes módszer segélyével lehetséges.

Jegyzet II. Az 5. ábra a szingularitással bíró megoldásoknál mutatja az állandó szögsebességű felületeket. Mindkét (reális és imaginárius) eloszlás elég jó közelítésben a Jeans-féle eloszlást adja vagyis a szögsebesség közelítőleg a rotációs tengelytől mért távolság négyzetével fordítottan arányos.

Jegyzet III. Az alábbiakban az eloszlás kifejezéseiben szereplő függvények numerikus értékeit adjuk :

[1] A. N. 127 p. 17.

R	$\frac{J_1(R)}{R}$	R	$\frac{J_1(iR)}{iR}$	R	$-\frac{N_1(R)}{R}$	R	$\frac{H_1^{(1)}(iR)}{R}$
0·0	0·5000	0·0	0·5000	0·0	∞	0·0	∞
0·1	0·4990	0·1	0·5006	0·1	70·317	0·2	15·202
0·2	0·4975	0·2	0·5025	0·2	16·618	0·4	3·477
0·3	0·4943	0·3	0·5057	0·3	7·643	0·6	1·382
0·4	0·4900	0·4	0·5100	0·4	4·452	0·8	0·686
0·5	0·4846	0·5	0·5150	0·5	3·343	1·0	0·383
0·6	0·4778	0·6	0·5230	0·6	2·101	1·2	0·231
0·7	0·4700	0·7	0·5313	0·7	1·549	1·4	0·146
0·8	0·4610	0·8	0·5411	0·8	1·223	1·6	0·096
0·9	0·4510	0·9	0·5523	0·9	0·970	1·8	0·065
1·0	0·4401	1·0	0·5652	1·0	0·781	2·0	0·049
1·1	0·4281	1·1	0·5796	1·1	0·631	2·2	0·038
1·2	0·4154	1·2	0·5956	1·2	0·518	2·4	0·030
1·3	0·4015	1·3	0·6133	1·3	0·422	2·6	0·023
1·4	0·3870	1·4	0·6330	1·4	0·342	2·8	0·018
1·5	0·3720	1·5	0·6545	1·5	0·275	3·0	0·015
1·6	0·3565	1·6	0·6803	1·6	0·217		
1·7	0·3399	1·7	0·7037	1·7	0·168		
1·8	0·3230	1·8	0·7318	1·8	0·124		
1·9	0·3061	1·9	0·7622	1·9	0·092		
2·0	0·2884	2·0	0·7953	2·0	0·054		
2·1	0·2707	2·5	1·0067	2·1	0·025		
2·2	0·2528	3·0	1·3178	2·2	—0·001		
2·3	0·2347	3·5	1·7731				
2·4	0·2167	4·0	2·4399				
2·5	0·1948	5·0	4·8671				
2·6	0·1811	6·0	10·2236				
2·7	0·1635	7·0	22·29				
2·8	0·1463	8·0	49·98				
2·9	0·1295	9·0	114·55				
3·0	0·1130	10·0	267·10				
3·1	0·0971						
3·2	0·0817						
3·3	0·0669						
3·4	0·0527						
3·5	0·0393						
3·6	0·0265						
3·7	0·0145						
3·8	0·0034						

Megoldás térbeli polárkoordinátákkal

A polytrop gázgömbök szögsebesség eloszlásának meghatározásához térbeli polárkoordinátákat kell használnunk, egyrészt mert a felhasználandó összes számítások térbeli polárkoordinátákra vonatkoznak, másrészt a differenciálegyenletek egyszerűbb alakúak. Igy célszerű lesz a (20) megoldást térbeli polárkoordinátákban is kifejteni.

A (20) térbeli polárkoordinátákba való transzformálása legegyszerűbben úgy végezhető, hogy az egyenleteket rendre megszorozzuk:

I.		II.		III.
$\sin\vartheta$	$\cos\varphi$	$\cos\vartheta$	$\cos\varphi$	$-\sin\vartheta$
$\sin\vartheta$	$\sin\varphi$	$\cos\vartheta$	$\sin\varphi$	$\cos\vartheta$
$\cos\varphi$		$-\sin\varphi$		0

iránykoszinuszokkal. és a szorzatokat I, II, III csoportonkint összeadjuk. Igy kapjuk:

$$-\omega^2 r\sin^2\vartheta = \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\mu}{\varrho}[\Delta\mathfrak{v}]_r$$

$$-\omega r\sin\vartheta\cos\vartheta = \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\vartheta} - \frac{1}{\varrho}\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial\vartheta} + \frac{\mu}{\varrho}[\Delta\mathfrak{v}]_\vartheta \qquad (35)$$

$$0 = \frac{\mu}{\varrho}[\Delta\mathfrak{v}]_\varphi$$

A vektoriális Laplace-féle kifejezés térbeli polárkoordináták esetén (kiszámítását lásd a 7. lapon):

$$[\Delta\mathfrak{v}]_r = \Delta\mathfrak{v}_r - \frac{2}{r^2}\frac{\partial\mathfrak{v}_\vartheta}{\partial\vartheta} + \frac{2\cos\vartheta}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial\mathfrak{v}_r}{\partial\varphi} + \frac{2\cos\vartheta}{r^2\sin\vartheta}\mathfrak{v}_\vartheta - \frac{2\mathfrak{v}_r}{r}$$

$$[\Delta\mathfrak{v}]_\vartheta = \Delta\mathfrak{v}_\vartheta - \frac{2}{r}\frac{\partial\mathfrak{v}_r}{\partial\vartheta} - \frac{2\cos\vartheta}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial\mathfrak{v}_\varphi}{\partial\varphi} - \frac{\mathfrak{v}_\vartheta}{r^2\sin^2\vartheta}$$

$$[\Delta\mathfrak{v}]_\varphi = \Delta\mathfrak{v}_\varphi + \frac{2\cos\vartheta}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial\mathfrak{v}_r}{\partial\varphi} + \frac{2\cos\vartheta}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial\mathfrak{v}_\vartheta}{\partial\varphi} - \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{r^2\sin^2\vartheta}$$

Tiszta rotáció esetében $\mathfrak{v}_r = 0$, $\mathfrak{v}_\vartheta = 0$, $\mathfrak{v}_\varphi = \omega r\sin\vartheta$, ha ω φ-től független, úgy:

$$[\Delta\mathfrak{v}]_r = 0,\ [\Delta\mathfrak{v}]_\vartheta = 0,\ [\Delta\mathfrak{v}]_\varphi = \Delta(\omega r\sin\vartheta) - \frac{\omega r\sin\vartheta}{r^2\sin^2\vartheta}$$

melyet a (35)-be írva kapjuk, hogy a probléma ismét szétválik az ideális folyadékok mozgásegyenletére és a szögsebességeloszlás differenciálegyenletére:

$$-\omega^2\mathfrak{R} = \operatorname{grad} V - \frac{1}{\varrho}\operatorname{grad} P \qquad (36)$$

$$\Delta\eta - \frac{\eta}{r^2\sin^2\vartheta} = 0,\ \eta = \omega r\sin\vartheta \qquad (37)$$

A (37) részletesebben (r^2-tal szorozva):

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\eta}{\partial r}\right) + \frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial\eta}{\partial\vartheta}\right) - \frac{\eta}{\sin^2\vartheta} = 0 \qquad (38)$$

mely $\eta = g(r)\,h(\vartheta)$ alakú helyettesítéssel ismét szeparálható:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dg}{dr}\right) \mp \alpha^2 g = 0;\quad \frac{1}{\sin\vartheta}\frac{d}{d\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{dh}{d\vartheta}\right) \pm \left(\alpha^2 \mp \frac{1}{\sin\vartheta}\right)h = 0 \qquad (39)$$

A megoldásoknak a (27) alatti határfeltételeket kell kielégíteni, melyeket itt

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial\vartheta}\right)_{\vartheta=0} = \left[\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{\eta}{r\sin\vartheta}\right)\right]_{\vartheta=0} \longrightarrow \left(\frac{\partial\eta}{\partial\vartheta}\right)_{\vartheta=0} = 0$$

illetve

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial r}\right)_{r=0} \longrightarrow \left(\frac{\partial\eta}{\partial r}\right)_{r=0} = 0$$

alakban veszünk.

3. A szögsebesség eloszlása a polytrop gázgömbben

A SZÖGSEBESSÉG-ELOSZLÁS DIFFERENCIÁLEGYENLETE. A csillagok belső szerkezete igen távol van az izotermális eloszlástól, ennek tárgyalása nem is a belső szerkezet vizsgálatát célozza, hanem csupán matematikai tájékoztatásul szolgál az általános probléma megoldásához.

A szögsebesség általános problémáját úgy tárgyaljuk, hogy a Jeans-féle nyomástenzorban semmiféle elhanyagolást nem végzünk. A tenzorelemek ekkor :

$$\mathsf{F}_{ii} = -P + \frac{2}{3}\mu\ \mathrm{div}\mathfrak{v} - 2\ \mu\ \mathrm{grad}_i\mathfrak{v} + \frac{2K}{5c^2}\left[(\mathfrak{v},\ \mathrm{grad})\ T - 3\mathfrak{v}_i\,\mathrm{grad}_i\ T\right] \tag{40}$$

$$\mathsf{F}_{ik} = -\left(\frac{\partial\mathfrak{v}_k}{\partial x_i} + \frac{\partial\mathfrak{v}_i}{\partial x_k}\right) - \frac{3K}{5c^2}\left(\mathfrak{v}_i\frac{\partial}{\partial x_k} + \mathfrak{v}_k\frac{\partial}{\partial x_i}\right)T \quad i \neq k$$

μ az összviszkozitás, melyet ismét közelítőleg :

$$\mu \longrightarrow \mu_s = \frac{KT}{4c^2}$$

alakban vesszük.

Ha a (40) alatti tenzorelemeket az (1)-be írjuk és a differenciálásokat elvégezzük, igen hosszadalmas kifejezéseket kapunk, melyben áttérve a tiszta rotáció esetére úgy :

$$\mathrm{div}\mathfrak{v} = 0,\ (\mathfrak{v},\ \mathrm{grad}) = u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} = 0$$

egyszerűsítéseket végezhetjük, melyeket végrehajtva, $x^2 + y^2 = R^2$ helyettesítést alkalmazva a következő három differenciálegyenletet kapjuk :

$$-\varrho\omega^2 x = \varrho X + \frac{\partial P}{\partial x} + \mu\Delta u - y\left\{\frac{17K}{20c^2}\left[\frac{\partial T}{\partial R}\frac{\partial\omega}{\partial R} + \frac{\partial T}{\partial z}\frac{\partial\omega}{\partial z}\right] + \frac{3K\omega}{5c^2}\Delta T + \frac{3K}{5c^2}\frac{\omega}{R}\frac{\partial T}{\partial R}\right\} \quad \text{I.}$$

$$-\varrho\omega^2 y = \varrho Y + \frac{\partial P}{\partial y} + \mu\Delta v + x\left\{\frac{17K}{20c^2}\left[\frac{\partial T}{\partial R}\frac{\partial\omega}{\partial R} + \frac{\partial T}{\partial z}\frac{\partial\omega}{\partial z}\right] + \frac{3K\omega}{5c^2}\Delta T + \frac{3K}{5c^2}\frac{\omega}{R}\frac{\partial T}{\partial R}\right\} \quad \text{II.} \tag{41}$$

$$0 = \varrho Z - \frac{\partial P}{\partial z} \quad \text{III.}$$

vagy $R = r \sin \vartheta$, $z = r \cos \vartheta$ helyettesítéssel:

$$-\varrho\omega^2 x = \varrho \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta u - y \left\{ \left(\frac{17K}{20c} \frac{1}{\sin^2\vartheta \cos^2\vartheta} + \frac{3K}{5c} \frac{1}{\sin^2\vartheta} \right) \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \right.$$
$$\left. + \frac{3K\omega}{5c} \Delta T \right\}$$

$$-\varrho\omega^2 y = \varrho \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta v + x \left\{ \left(\frac{17K}{20c} \frac{1}{\sin^2\vartheta \cos^2\vartheta} + \frac{3K}{5c} \frac{1}{\sin^2\vartheta} \right) \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \right.$$
$$\left. + \frac{3K\omega}{5c} \Delta T \right\}$$

$$0 = \varrho \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial z}$$

Ha az egyenletrendszert polárkoordinátákba transzformáljuk, úgy ismét szeparálódik az ideális folyadékok mozgás egyenletére és a szögsebesség eloszlás differenciálegyenletére:

$$-\omega^2 \mathfrak{R} = \operatorname{grad} V - \frac{1}{\varrho} \operatorname{grad} P \tag{42}$$

$$\Delta\eta - \frac{\eta}{r^2 \sin^2\vartheta} + \frac{12 \cos^2\vartheta + 17}{5 \cos^2\vartheta \sin\vartheta} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} - \left(\frac{12 \cos\vartheta + 17}{5 \cos^2\vartheta \sin^2\vartheta} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r} + \right.$$
$$\left. + \frac{12}{5} \frac{\Delta T}{T} \right) \eta = 0 \tag{43}$$

A (42), (43) rendszer képezi a gázgömbök tiszta rotációjának a legáltalánosabb differenciálegyenletét (azzal a megszorítással, hogy a tömegviszkozitás elhanyagolható a sugárzási viszkozitás mellett, továbbá a hővezetési koefficiens állandó). Ebben az esetben a mozgásegyenlet (42) és az eloszlási egyenlet nincs olyan élesen szeparálva, mint az izotermális esetben. Az eloszlási egyenlet ugyanis a temperatúrát is tartalmazza, így a szögsebesség eloszlás meghatározása csak a két rendszer egyidejű megoldásával lehetséges, melyet még a sűrűség és a temperatura közötti relációval kell kiegészítenünk.

A rendszer úgy oldható meg, hogy $\omega = 0$ esetére (mely egyensúlyi állapothoz vezet és a (43) identikusan zérust ad) a (42)-t megoldjuk vagyis meghatározzuk ϱ-t mint az r függvényét, ebből a temperatúra eloszlás meghatározható, melyet (43)-ba írva a kapott differenciálegyenlet megoldásával ω-ra egy közelítő eloszlást kapunk (első közelítés). Ezt a (42)-be írva a temperatúra eloszlásra egy új értéket kapunk, mellyel ω-ra is egy jobb értéket számíthatunk stb.

A határfeltételekre vonatkozóan továbbra is a (27) alatti feltételeket fogadjuk el, melyek térbeli polárkoordináták esetében:

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial \vartheta} \right)_{\vartheta = 0} = 0; \qquad \left(\frac{\partial \omega}{\partial r} \right)_{r = 0} = 0 \tag{44}$$

Az első közelítés differenciálegyenlete

Átalakítjuk a (42), (43) rendszert polytrop gázgümbük esetére, ekkor a hydrodynamikai nyomás :[1]

$$P = K\varrho^{1+\frac{1}{n}}$$

hol K és n állandó ($n = 3$). A temperatúra és a nyomás között :

$$K\varrho^{\frac{1}{n}} = RT$$

összfüggés áll fenn.

Vezessük be $\varrho = \lambda\Theta^n$ helyettesítést ekkor $P = K\lambda^{1+\frac{1}{n}}\Theta^{1+n}$, melyeket a (42)-be írva :

$$-\omega^2 \mathfrak{R} = \operatorname{grad} V - K(n+1)\lambda^{\frac{1}{n}} \operatorname{grad}\Theta$$

vegyük ennek a divergenciáját és felhasználva $\Delta V = \operatorname{div}\operatorname{grad} V = -4\pi\gamma\varrho$ Poisson-féle egyenletet :

$$\operatorname{div}(\omega^2\mathfrak{R}) = 4\pi\gamma\lambda\Theta^n + K(n+1)\lambda^{\frac{1}{n}}\Delta\Theta \tag{45}$$

Ha $\omega = 0$ úgy az Emden-féle differenciálegyenletet kapjuk, mely térbeli polárkoordinátákban :

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial\Theta}{\partial\xi}\right) = -\Theta^n \tag{46}$$

hol $r = \alpha\xi$ és $\alpha^2 = \dfrac{(n+1)K}{4\pi\gamma}\lambda^{\frac{1}{n}-1}$. A temperatúraeloszlás pedig :

$$T = \frac{K}{R}\Theta(\xi) \tag{47}$$

ezt fogjuk a (43) differenciálegyenletbe írni :

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial}{\partial\mu}\left[(1-\mu)\frac{\partial\eta}{\partial\mu}\right] - \frac{\eta}{1-\mu^2} + \Phi(\mu)\Psi(\xi)\frac{\partial\eta}{\partial\xi}$$
$$\left[\alpha\Phi(\mu)\Psi(\xi) - \frac{12}{5}\alpha^2\Theta^{n-1}\right]\eta = 0 \tag{48}$$

$$\text{hol } \mu = \cos\vartheta,\ \Phi(\mu) = \frac{12\mu^2+17}{5\mu^2(1-\mu^2)},\quad \Psi(\xi) = \frac{\xi^2}{\Theta}\frac{\partial\Theta}{\partial\xi}$$

A (48) az ú. n. elliptikus differenciálegyenleteknek[2] csaknem a legáltalánosabb formája. Megoldása csak a Levi-féle integrálegyenletes módszer segélyével lehetséges. (Esetleg az izotermális eloszlás felhasználásával perturbációs függvény bevezetésével.)

[1] Handb. d. Astrophysik Bd. III. 1.; p. 185.
[2] R. Courant u. D. Hilbert: Methoden d. Mathematischen Physik II. p. 279.

Hálás köszönettel tartozom dr. Wodetzky József egyetemi ny. r. professzor úr Őméltóságának, aki az intézete gazdag könyvtárának rendelkezésemre bocsátása, valamint a készülő értekezletemhez tett értékes megjegyzései által lehetővé tette annak elkészülését.

Köszönettel tartozom dr. Detre László obszervátor úrnak irodalmi tájékoztatásaiért és néhány értékes megjegyzéséért.

Pázmány Péter Tudományegyetem
Csillagászati Intézete

Felhasznált irodalom

I. részhez : Lamb : Hydrodynamik.
Jeans : On Radiative Viscosity and the Rotation of Astronomical Masses. M. N. 86, 444.
Rosseland : Astrophysik auf atomtheoretischer Grundlage.
Detre : A csillagok stabilitása és pulzációja. Csillagászati Lapok 3, 129.
Milne : The Equilibrium of a Rotating Star. M. N. 83, 125.
II. részhez : Jeans : Astronomy and Cosmogony.
Lense : Reihenentwickelungen d. math. Physik.
Weyrich : Die Zylinderfunktionen u. ihre Anwendungen.
Jahnke—Emde : Funktionentafeln mit Formeln u. Kurven.
Harzer : Über d. Rotationsbewegung d. Sonne. A. N. 127, 17.
Walker : Sternrotation bei baroklinem Aufbau. A. N. 263, 253.
III. részhez : Handbuch der Astrophysik Bd. III. 1.
Courant—Hilbert : Meth. der math. Physik II.
Horn : Partielle Differentialgleichungen. (Vége.)

SZLOVÁK CSILLAGDA A TÁTRÁBAN[1]

Két éven belül másodszor ért az a szerencse, hogy a földmívelésügyi Miniszter úr megbízásából Szlovákiában járhattam hivatalosan, még pedig meteorológiai iratcsere dolgában, valamint tanulmányozni a Lomniczi-csúcson épült meteorológiai obszervatoriumot. Amikor először jártam fenn a Kőpataki-tónál, szemembe ötlött egy csillagászati távcsőnek nagy állványa és amikor kérdeztem, hogy milyen állvány az, azt a feleletet kaptam, hogy az az Ógyalláról a kiürítéskor elvitt 60 cm-es tükörteleszkóp alapzata. A műszer finom alkatrészei Eperjesen vannak és ide kerülnek, amikor felépül a Kőpataki-tónál a tervezett csillagda. Megvallom őszintén, hogy akkor nem szóltam semmit, de meg voltam arról győződve, hogy a mai időkben nem fog Szlovákia hegyi csillagdát építeni. De kellemesen csalódtam, mert amikor most januárban ismét ott jártam, az akkor kitűzött helyen már láttam a teljesen fedél alá hozott csillagdát két kupolájával együtt. Erről szeretnék a tekintetes Szakosztálynak röviden beszá-

[1] A Csillagászati Szakosztályban vetített képekkel tartott beszámoló.

molni és mint meteorológus, azért vállalkozom erre, mert elsőnek léphettem át küszöbét annak az épületnek, mint testvérszakember, és ha nem is vagyok csillagász, talán megengedik, hogy egy pár érdekes dolgot elmondjak.

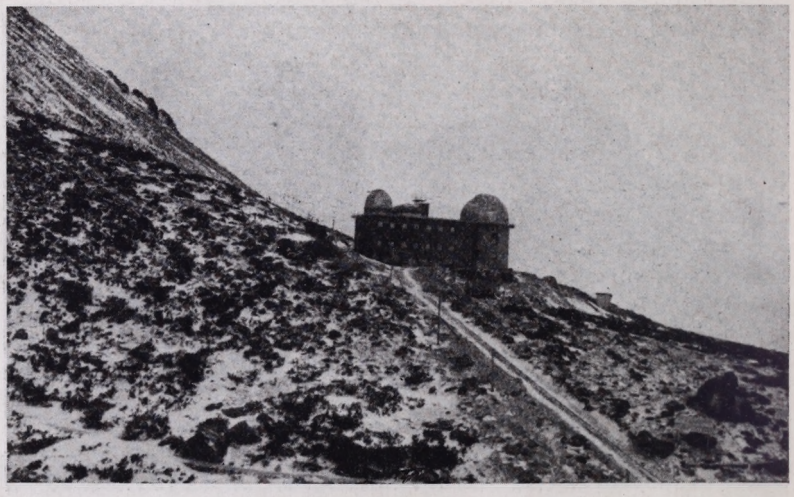
Amikor Cseh-Szlovákia felbomlott, Szlovákia önálló állami életre rendezkedett be. A felsőbb oktatás terén iparkodtak a pozsonyi egyetemet megfelelően kiépíteni, új tudományos intézeteket létesítettek, köztük a ma már igen szépen működő Meteorológiai és Víz-

Szlovákia magaslati csillagdája az állami szállodák mellett Csorbatón. (Réthly felv.)

rajzi Intézetet. A Tátrában a csorbatói állami szállodában már működött kis csillagdát továbbra is üzemben tartották és annak vezetője a cseh származású Becsvár ottmaradt, sőt még egy igen nagy műveltségű női asszisztensnőt is kapott Höpfner Vera kisasszony személyében. Először 1941 jan. 13-án jártam Csorbatón és már akkor említette Becsvár, hogy ő a pozsonyi egyetemen csillagászati előadásokat tart mint meghívott előadó és rövidesen habilitál. Terve a csorbatói csillagda helyett a Kőpataki-tónál egy csillagda létesítése.

Hogy milyen csillagászati működést fejt ki Becsvár azt ne méltóztassék tőlem kérdezni. Egy kis kb. 8 hüvelykes távcsöve van, de én az ottani látogatásomkor a fősúlyt a meteorológiai működésének megismerésére fektettem és el kell ismernem, hogy sok érdekes és új dolgot láttam, amit itthon még tökéletesítetten ugyancsak megcsináltam. Ez volt egy félévi járással bíró barográf, amelynek görbéjén nagyszerűen ötlenek szemünkbe a depressziók átvonulásai. Egy másik dolog

volt a 10-szeres nagyítással dolgozó magaíró esőmérő, amely lehetővé teszi a csapadéknak percenkénti sűrűségét még jobban megállapítani, mint az eddig lehetséges volt. U. i. az esőmérő felfogó felületét ¼ méternek vette (négyszög alakú felfogóval), és az óra járása 24 órás volt. Itthon a felfogó felületet köralakúnak készíttettem el és egyúttal az óra járását még kétszereztem és ezzel a legnagyobb esőzések alkalmazásával is igen szép széthúzott és sokkal pontosabban analizálható görbét nyertünk.



Szlovákia hegyi csillagdája a Magas Tátrában a Kőpataki tó mellett. (Réthly felv.)

A csillagda egyúttal a nagyközönség érdeklődését is kielégíti és látogatók elöl nincsen elzárva, bármennyire sajnálja is Becsvár a munkaidejét, vannak dolgok ami elől nem lehet kitérni.

A szlovák állam ma a csillagda vezetőjének, valamint asszisztensnőjének az állami szállóban lakást ád, sőt önköltségi áron fényes ellátást és minden tekintetben a legmesszebbmenően támogatja őt munkájában.

Nagyobb harcot kellett megvívnia amiatt, hogy hol épüljön fel az új csillagvizsgáló intézet. Becsvár kezdettől fogva a Tátra keleti oldala mellett foglalt állást és a Kőpataki-tó melletti helyet erre nagyon alkalmasnak találta. Meglepően gyorsan dölt el a dolog, sikerült az illetékes minisztert meggyőznie választásának helyes voltáról és már 1941-ben megindultak a munkálatok, 1942-ben pedig még a tél beállta előtt fedél alatt volt az épület. Azt hiszem mindennél jobban fognak beszélni a számadatok, hogy milyen nagy az épület és

mennyibe került. Elsősorban a költségekről csak annyit, hogy mintegy 4 millió szlovák koronát tettek ki az építkezés költségei, míg a belső berendezés (víz, villany, bútorok stb.) még kb. 1½ millióra volt szükség. Ez az 5½ millió korona a mi pénzünkben kereken 1 millió pengőnek felelne meg! Kérem le a kalappal, mert Szlovákia e téren valóban olyant alkotott, ami talán nem mondható életszükségletnek, de kétségtelenül arra mutat, hogy akik az állam ügyeit ma intézik, azok a természettudományi kultúrát nagyon is megbecsülik, mert különben erre az áldozatra nem lettek volna kaphatók.

Az épület maga öt percnyire van a Kőpataki-tónál lévő függő vasúti állomás és állami szállodai üzemtől. Egyemeletes épület, magasföldszinttel és igen tágas alagsorral. A csillagda tetején a két kupola között van a meteorológiai torony. Ide kerülnek majd ma a Kőpataki tónál lévő már működő meteorológiai műszerek. Az épület terméskőből és vörös téglából épült. A keleti részén van a nagy kupola, amelynek belső átmérője 6 méter. A kis kupoláé 4 méter.

Arról nem tudok beszámolni, hogy mi a csillagda munkaterve, nem is kérdeztem, de Becsvár igazgató amúgy is Budapestre készül meglátogatni magyar kartársait és akkor majd a legilletékesebbtől kaphatnak felvilágosítást. Az épületben magában összesen 40 helyiség van, abból mintegy a fele hivatalos helyiség és lakás. Az igazgató lakásán kívül van 1 asszistens, 1 műszerész és 1 nőcseléd részére lakóhely, valamint két vendégszoba. Szép könyvtár, irattári helyiség, valamint egy tágas spektroszkóp-szoba.

Nem nagy a csillagda a hazai viszonyokkal mérve, de kétségtelen, hogy a mai időkben ilyen nagy áldozattal hegyi csillagdát létrehozni magas kultúrértékre mutat. Nagy érdeme a csillagda létesítésének Becsvár igazgató mellett Koncseknek, akit ebben a kérdésben a szlovák kormány megkérdezett és aki szívvel lélekkel a terv mellé állott. Igy jött létre világégés közepette a legújabb hegyi csillagda, amelyet a meteorológusok is nagy örömmel üdvözölhetnek, mert a Lomniczicsúcson lévő meteorológiai obszervatóriumnak nagyon értékes közbenső állomása lesz, míg a talpponti állomása lenn van a késmárki völgyben valószínűleg Késmárkon. *Réthly Antal.*

SZAKOSZTÁLYI ÜGYEK

Október 14-én előadóülésünkön Palugyai György az ókínai csillagászatról tartott előadást vetített képekkel. Az ülésen, mint korelnök, Bacsák György elnökölt.

December 21-i ülésünkön Dezső Loránt két előadást tartott, «A kolozsvári csillagvizsgáló» és «Változik-e a Nap sugárzása?» címmel. Az első előadásban ismertette az új kolozsvári csillagda megalakulásának és fel-

szerelésének történetét, majd részletesen beszámolt a folyamatban levő tudományos kutatásokról és a jövőre vonatkozó tervekről. Az előadás lapunk legközelebbi számában megjelenik. Az előadáshoz Detre László szólt hozzá, örömét fejezve ki, hogy előadónak rövid idő alatt külföldi viszonylatban is jelentős obszervatóriumot sikerült megszerveznie és ama reményét hangsúlyozta, hogy a kolozsvári és a svábhegyi testvérintézetek kollégiális együttműködésben fognak dolgozni, amint azt a magyar csillagászat érdekei megkívánják.

A második előadásban a naptünemények és bizonyos geofizikai jelenségek közti összefüggésekre vonatkozó legújabb vizsgálatokat ismertette az előadó, kitérve néhány saját elgondolására is.

HIREK

Annie I. Cannon, a Harvard Observatórium kiváló csillagásznője, ki a csillagok színképtípus osztályozásában rendkívül gazdag munkásságot fejtett ki, 79 éves korában meghalt.

H. D. Curtis, az Allegheny Obszervatórium (Ann Arbor, U. S. A.) igazgatója, 70 éves korában 1942 január 8-án meghalt.

K. Boda, a heidelbergi Planeteninstitut vezetője 53 éves korában 1942 február 25-én meghalt.

C. Dorno, bioklimatológus, ki a napsugárzás kutatásában igen nagy érdemeket szerzett, 78 éves korában 1942 április 22-én meghalt.

J. Stobbe, a poseni egyetemi csillagvizsgáló intézet igazgatója, 42 éves korában meghalt.

SZERKESZTŐI ÜZENETEK

Tagsági vagy előfizetési díjjal hátralékos tagtársainkat és előfizetőinket kérjük a hátralék szíves átutalására.

Minden közérdekű csillagászati kérdésre a szerkesztői üzenetek között vagy a lap más helyén választ adunk.

Műkedvelő csillagászoknak csillagászati művek beszerzésére vagy ilyenek eladására vonatkozó hirdetéseit folyóiratunkban díjmentesen közöljük.

Eladó csillagászati műszerek: Egy 13 cm átmérőjű 150 cm gyujtótávolságú Merz-távcső és egy 5 cm átm. 50 cm gyujtótávolságú Heydetávcső, okulárokkal és segédműszerekkel. Cím: Tichy Kálmán múzeumigazgató, Rozsnyó.

TÁRGYMUTATÓ

1. **Személyi dolgok.** Oldal

Wodetzky József hetvenedik születésnapjára 3
Wodetzky József irodalmi működése 6
K. Boda † 166
Annie I. Cannon † 166
H. D. Curtis † 166
C. Dorno † 166
J. Stobbe † 166

2. **Történeti cikkek.**

Az ókínai csillagászat és a kínai naptár 68
Az óegyiptomiak csillagászatáról 94

3. **Csillagászati műszerek, csillagdák.**

A Svábhegyi Csillagvizsgáló Intézet 1941. évi működése 107
Szlovák csillagda a Tátrában 162
A fotográfiai Purkinje-jelenségről 139

4. **Föld.**

A sarkifény elmélete 21
A Föld forgásának változása és az időmérés 82
A Milankovitch-elmélet ellen emelt kifogásokról 117

5. **Nap.**

Zürichi napfoltstatisztika 1941-re 132
Az emissziós koronavonalak azonosítása 132

6. **Bolygók.**

Pályajavítás a bolygók földtávolságának és a sebességnek variációjával 62

7. **Üstökösök.**

Whipple-Bernasconi-Kulin 1942a üstökös 134, 135
Oterma 1942b üstökös 134
Väisälä 1942c üstökös 135
Grigg-Skjellerup 1942d üstökös 135
Schwassmann-Wachmann üstökös 135
Wolf I. üstökös 135

8. Csillagok. Oldal

Szoros kettőscsillagok 12
A rotáló csillag egyensúlya 126, 151
Elliptikus gyűrűalakú köd Nova Herculis körül! 135

9. Tejútrendszer, csillaghalmazok.

A gömbhalmazok szerkezete 34
A Tejútrendszer dinamikája 50
Az intersztelláris abszorpció vizsgálatának alapja 102

10. Szakosztályi ügyek.

Szakosztályi ülések 137, 138, 165, 166
A szakosztály vagyoni mérlege 138

11. Vegyes.

Krakoviánok és matrixok szorzása 39
Szerkesztői üzenetek 166

Jegyzet. A vastagon nyomott lapszámok nagyobb cikkre vonatkoznak.

MTA Könyvtára
Periodika 2446/19 61 sz.

A kiadásért és a szerkesztésért felelős: Lassovszky Károly
Stephaneum nyomda Budapest. Felelős: ifj. Kohl Ferenc.

A VILÁG MINDEN RÉSZÉBEN
ES MINDENÜTT, AHOL NAGYTELJESITMÉNYŰ OPTIKAI ÉS FINOMMECHANIKAI MŰSZEREKET HASZNÁLNAK, ISMERIK ÉS NAGYRABECSÜLIK A ZEISS-NEVET, MELY VALÓSÁGGAL EGYBEFONÓDOTT A TÖKÉLETES PRECIZITÁS FOGALMÁVAL.

ZEISS

CARL ZEISS – JENA

MAGYARORSZÁGI VEZÉRKÉPVISELŐ: IFJ. JURÁNY HENRIK
BUDAPEST, IV. VÁCI-UTCA 40. – TELEFON: 183-092

CSILLAGÁSZATI LAPOK

ZEITSCHRIFT DER ASTRONOMISCHEN ABTEILUNG DES KÖN. UNG. NATURWISSENSCHAFTLICHEN VEREINS

UNTER MITWIRKUNG VON PROF. J. WODETZKY

REDIGIERT VON

L. DETRE und K. LASSOVSZKY

ERSCHEINT VIERTELJÄHRLICH

BUDAPEST

STEPHANEUM BUCHDRUCKEREI

5. Jahrgang 1942 Heft 4

INHALT

G. TOLMÁR: Über das photographische Purkinje-Phänomen 139

J. CSADA: Über das Gleichgewicht rotierender Sterne I..... 151

A. RÉTHLY: Die slovakische Sternvarte in der Tatra..... 162

VEREINSNACHRICHTEN 165

NACHRICHTEN 166

BRIEFKASTEN DER REDAKTION..... 167