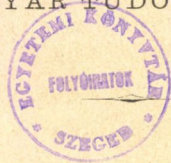


50639

3. 17

MATHEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
1609
ÉRTESÍTŐ.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA.



A III. OSZTÁLY ÁLTAL KIKÜLDÖTT SZERKESZTŐ-BIZOTTSÁG: SZABÓ JÓZSEF elnök,
ENTZ GÉZA, B. EÖTVÖS LORÁND, FODOR JÓZSEF, JURÁNYI LAJOS, KRENNER
JÓZSEF S., LENGYEL BÉLA, SZILY KÁLMÁN bizottsági tagok

KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL SZERKESZTI

KÖNIG GYULA.

Budapesti K. M. Tudomány Egyetem
II. sz. Chemiai intézetének könyvtára

NYOLCZADIK KÖTET.

1889/90.

HÉT TÁBLÁVAL.

BUDAPEST.

1890.

KIR. MAGY. PÁZMÁNY PÉTER TISZHATÁRSÁG
MATEMATIKAI ÉS ANALITIKAI KÖZMŰVEZETEK
KÖNYVTÁRA

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA.

TARTALOM.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSEI.

	Lap
1889. október 21-én	1
1889. november 18-án	21
1889. december 16-án	39
1890. január 20-án	39
1890. február 17-én	40
1890. márczius 17-én	77
1890. április 21-én	84
1890. május 19-én	141
1890. június 16-án	163

ASBÓTH SÁNDOR: A mesterséges kryolith és fluoraluminium disszociációja...	214
DADAY JENŐ: A nápolyi öböl rotatoriái	4
*B. EÖTVÖS LORÁND: A föld vonzásáról különböző anyagú testekre	39
*— Nagy lengéssidők méréséről	84
FABINYI RUDOLF: Az elektromos áram befolyása a fémek oldhatóságára ...	78
FRIEDRICH VILMOS és STRICKER MÓR: A különböző hőmérsékű és mennyi- ségű bevett víz hatása az ép és kóros szívre	*2, 55
HANKÓ VILMOS: A gyertyánligeti vasas savanyúvíz-forrás elemzése	82
HELLER ÁGOST: Adalékok az anyag problémájához	142
*HIRSCHLER ÁGOSTON és TERRAY PÁL: A tüdőúszók kórtanához	2
HÓGYES ENDRE: A Pasteur-féle antirabikus védőoltások megkezdéséről	95
— Jelentés a budapesti Pasteur-intézet első kéthavi antirabikus védőoltásairól	250
*HUNYADY JENŐ: Az orthogonális substitutio problémájához	1
*KONKOLY MIKLÓS: Jupiter-megfigyelések 1885—88	77
*— Az 1888-iki nagy üstökös megfigyelése	77
*— Egy nevezetes napfolt, 1887. április 30-án	77
KORÁNYI SÁNDOR és TAUSZK FERENCZ: A Jackson-féle epilepsiára vonatkozó kísérleti adatok	29
KÖNIG GYULA: Megjegyzések a szymmetrikus függvények elméletéhez ...	9
*— A számfogalom fejlődéséről	39
*KRENNER JÓZS. SÁNDOR: Újabb adatok a Veszelyit ismeretéhez ...	22
KÜRSCHÁK JÓZSEF: A variációs számítás parciális differenciálegyenleteinek egy különös osztályáról	60
LENGYEL BÉLA: A salétromsav meghatározása térfogati úton	85

	Lap
LIEBERMANN LEO: A metaphosphorsav kimutatásáról az élesztő nucleinájában	41
— A szénsav bontó hatásáról az alkalicímek sóira	88
— Előzetes jelentés a tojás festőanyaga és a cholesterolin közt valószínűleg főnnálló összefüggésről	203
— A kénsv meghatározásának új elven alapuló módszere	205
— Szilárd anyagok fajsúlyának új meghatározási módja	209
LOCZKA JÓZSEF: Több magyarországi ásvány elemzése	39
*NÉKÁM LAJOS: A saccharin befolyása a hús emésztésére	77
ÓNODI ADOLF: Új észleletek a gégekísérlet terén	21
PERÉNYI JÓZSEF: A mesoderma keletkezése (I. és II. tábla)	11
RADOS GUSZTÁV: A térbeli görbék elméletéhez	46
*REMÉNYI ANTAL: A tengeri hadviselés fejlődéséről az ókortól az újkorig	40
RÉTHY MÓR: Végszerűen egyenlő területek (III—VII. tábla)	176
SCHAFFER KÁROLY: Adatok a másodlagos és foltos elfajulás tanához	213
*SCHENEK ISTVÁN: Az akkumulátorokról	77
SCHIFF ERNŐ: A vér alakos elemeinek és a haemoglobin tartalmának meny- nyiségéről az újszülöttek ép és kóros viszonyai között	2, 104
STRICKER MÓR: lásd FRIEDRICH.	
SZABÓ JÓZSEF: A balkáni félsziget geologiai évkönyvei	1
SZILASI JAKAB: Anyatejek vizsgálata	159
SZÜTS MIKLÓS: A köbös determinánsok elméletéhez	238
TAUSZK FERENCZ: I. KORÁNYI.	
TERRAY PÁL I. HIRSCHLER.	
THANHOFFER LAJOS: A test savós üregeinek közlekedése egymással	165
— Újabb és módosított műszerek az izomidegvégék és végződészek tanul- mányozására	169
VÁLYI GYULA: A harmadrendű algebrai görbék elméletéhez	23
— A másodrendű fölületek osztályozása	218

(*A csillaggal jelölt közleményeknek csak czíme foglaltatik e kötetben.)

1889. OKTÓBER 21.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE.

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. DADAY JENŐ l. t. olvassa székfoglaló értekezését «*a nápolyi öböl rotatoriáiról*».

(Kivonatban l. a 4. lapon.)

2. HUNYADY JENŐ r. t. újabb adatokat közöl «*az orthogonal substitutio problémájához*».

3. SZABÓ JÓZSEF r. t. bemutatja ŽUJEVIČ belgrádi egyetemi tanár munkáját, «*A balkáni félsziget geológiai évkönyvei*»-nek I. kötetét, melyet ő a M. Tud. Akadémiának tisztelete jeléül küld.

E munka nevezetes jelenség Európa délkeleti részének geológiai megismertetésében és oly hézag pótlására vállalkozik, melyre eddig sem Konstantinápolyban, sem Athénben, sem Romániában nem gondoltak. Konstantinápoly és Athén alig adnak e részben életjelt. Románia ellenben szépen halad, nemcsak az oktatás terén, de az ország felvételére geológiai intézet is létezik, mely már dicséretes credményeket tüntet fel térképben és szövegben, olyan eredményeket, melyek Magyarországot közelről érdeklik; Románia azonban saját határán nem megy túl.

Szerbiában a leíró természettudományok terén egy jeles ember közel 50 évig működött, a horvát születésű PANČIĆ JÓZSEF, akadémiánk külső tagja, kinek munkásságát a megérdemelt hódolattal említik e könyv előszavában és kinek arc képe is közlik. Neki kellett volna e vállalat élére állania, mondja az előszó, de a halál elragadván

(1888), a fiatalabb nemzedék csoportosodik, hogy a nehézségek daczára ezen missióhoz fogjon.

A könyvnek a szerb nyelv mellett némileg a francia is hivatalos nyelve, de az értekezések között helye van a németnek is. Azon nagy hiány, mely Európa geológiai térképének nemzetközileg megindított kiállításánál Európa ezen részénél igen is érezhetőleg tünt fel, most majd már lassanként elenyészhet.

4. KÖNIG GYULA r. t. előterjeszti « *Megjegyzések a szimmetrikus függvények elméletéhez* » című közleményét.

(L. a 9. lapon.)

5. KORÁNYI FRIGYES l. t. bemutatja az egyetemi belgyógyászati kóroda következő közleményeit:

a) HIRSCHLER ÁGOSTON és TERRAY PÁL tanársegédek részéről: « *A tüdő-üszök kóroktanára vonatkozó vizsgálatok* ».

b) FRIEDRICH VILMOS és STRICKER MÓR gyakornokok részéről: « *Vizsgálatok a gyomorba vitt víz mennyiségének és hőmérsékének hatásáról az ép és kóros szívre* ».

6. FODOR JÓZSEF r. t. bemutatja SCHIFF ERNŐ (Nagyvárad) értekezését « *a vér alakos elemeinek és haemoglobin tartalmának mennyiségéről az újszülöttek ép és kóros viszonyai között* ».

Dr. SCHIFF ERNŐ külföldi tudományos utazása alkalmával a prágai lelenczházban — EPSTEIN tanár vezetése mellett — tanulmányozta a vér alakos elemeinek és haemoglobin tartalmának mennyiségét újszülötteknél. 75 újszülöttön 700 esetben végzett vérsejtszámolást és egyszersmind haemoglobin meghatározást. A vérsejteket THOMA-LYONTól ajánlott módon számolta meg; a haemoglobint pedig FLEISCHL módszere szerint határozta meg. — Eredménye a következő:

1. Egészséges újszülöttnél az élet első napján legnagyobb a vörös vérsejtek relatív száma; az első napok folyamán fokozatosan, bár kis mértékben, csökken; a csökkenés ingadozásokkal jár, szabálytalan.

Reggel aránylag számosabbak a vörös vérsejtek, mint este; éhezés közben számuk nagyobb, mint táplálék fölvétele után.

Az újszülöttek testsúlyának, fejlettségének nincsen határozott befolyása a vörsejtek számára.

Nem mondható állandónak az a tünemény, hogy az újszülöttek vére több vörös vörsejtet tartalmaz, mint a felnőtteké, mert Schiff újszülötteken ennek ellenkezőjét is tapasztalta.

2. A fehér vörsejtek szintén az élet első napjaiban legszámosabbak és a 4-ik napon rendszeren minimumra csökkennek. A maximum nem születéskor, hanem csakhamar az első táplálék fölvétele után mutatkozik.

3. A haemoglobin hasonlóképen az első napokban legtöbb, azután fogy s minimumát a 2-ik hét vége felé éri el. A csökkenés néha jelentékeny — egész 35⁰/_o-nyi.

4. Minden lázas hőemelkedésnél csökken a vörös vörsejtek száma, a láz alábbszállásánál ellenben ismét szaporodik.

5. A fehér vörsejtek lázas állapot kezdeténél jelentékenyen szaporodnak; később azonban nincsen összefüggés a láz foka és a sejtek mennyisége között.

6. A haemoglobin láz következtében csökken, még pedig aránylag nagyobb mértékben, mint a mennyire a vörös vörsejtek száma megfogy.

A NÁPOLYI ÖBÖL ROTATORIÁI.

Dr. DADAY JENŐ I. tag

székfoglaló értekezésének kivonata.

A zoologia terén tehetségemhez mértén kifejtett eddigi munkálkodásomért a legnagyobb elismerésben, s a legszebb jutalomban akkor részesültem, a mikor a tekintetes Akadémia engemet tagjává választott. Ezen megtisztelő kitüntetésért fogadja a tekintetes Akadémia hálás köszönetemet, nemkülönbén ama őszinte ígéretemet is, hogy mint eddig, úgy ezután is igyekezni fogok erőm és tehetségemhez mértén munkálkodva, az akadémiai tagságra magamat érdemesnek bizonyítani.

Székfoglaló értekezésem tárgya a nápolyi öböl rotatoriáinak s az ezeken végzett buvárlati eredményeknek ismertetése.

Mint egyetemi hallgató évekkal ezelőtt a kolozsvári m. kir. tud. egyetem matematika-természettudományi karától kiírt s a rotatoriákra vonatkozó pályakérdést oldottam meg. E pályakérdés megoldása tért nyitott részemre ezen a férgek állatkörébe tartozó és igen sok tekintetben szerfelett érdekes osztálynak további beható tanulmányozására. És miután több évi tanulmányozásom folyamában bő alkalmam nyílt nemcsak hazánk édes- és sósvízi rotatoria-faunájának, hanem a rotatoriák anatómiai viszonyainak általános és részletes ismeretére is szert tennem, bizonyos fokú érdeklődéssel, hogy ne mondjam kíváncsisággal viseltetem a tengereket lakó rotatoriák iránt. Ezen érdeklődésem kielégítésére azonban csak 1885. és 1886. évben nyílt alkalmam akkor, a midőn a vallás- és közoktatásügyi m. kir. miniszterium jóváhagyásával és megbízásából a nápolyi Stazione zoologica-ba utaztam. Ezen a modern zoologiai buvárlatok szempontjából teljesen felszerelt intézetben működésem ideje alatt tehát természetesen első sorban

a nápolyi öböl faunájának rotatoriáit tettem beható tanulmányaim tárgyává, s lehetőleg összegyűjteni igyekeztem mindazokat a fajokat, a melyeknek birtokába juthattam. E kitért feladatomból végrehajtásában egyebek mellett nagy mértékben ösztönzött egyfelől az, hogy a tengerekben élő rotatoriák tanulmányozását az újabb buvárok majdnem egészen figyelmen kívül hagyták, másfelől pedig az, hogy a nápolyi öböl ezen állatalakjait még eddig egyetlen buvár sem tette tanulmány tárgyává. És hogy eme tanulmányaim eredményeit használom fel székkfogalóul, annak legfőbb oka az, hogy bár magyar nyelven és az Akadémia kiadványaiban is már több, a rotatoriákat tárgyaló dolgozat jelent meg, azok között még sincs olyan, a mely a tengeri rotatoriákról szólana. Evvel kapcsolatban azonban alkalmat veszek arra is, hogy mély köszönetemet fejezzem ki a vallás- és közoktatásügyi m. kir. miniszterium irányában azért, hogy engemet a nápolyi Stazione zoologica-ba kiküldött s így alkalmat adott nekem ezen és még több más buvárlat végzésére.

Buvárkodásaim folyamában figyelmemet nem csupán a fajok összegyűjtésére terjesztettem ki, hanem a legújabb vizsgálati módszerek felhasználása mellett azoknak anatómiai viszonyaira is. Ez az oka annak, hogy a fajok leírásánál nem csupán a külső habitus ismertetésére szorítokozom, hanem felölelem az anatómiai viszonyok ismertetését is. A női ivarszervre vonatkozó vizsgálataimat, tekintetbe véve a buvárok ide vonatkozó adatait, külön fejezetben tárgyalom, hogy így alkalmat vehessek ezen érdekes szerv részletesebb, összefoglaló ismertetésére is. De e mellett egy külön fejezetben lehetőleg összegyűjteni igyekeztem ama meglehetősen elszórt irodalmi adatokat is, a melyek a tengerekből eddig ismert rotatoriákra vonatkoznak, hogy ilyen formán némileg feltűntethessem földrajzi elterjedésüket. Evvel kapcsolatban nem mulasztottam el azonban azon rotatoriák névjegyzékének összeállítását sem, a melyek ez ideig tengerekből és kontinentális sósvizekből, tengerekből és édesvizekből, vagy pedig tengerekből, kontinentális sósvizekből és édesvizekből egyaránt ismeretesek. Nem akarva azonban ez alkalommal a tekintetes Akadémia becses türelmét és figyelmét szakértekezésemnek teljes felolvasásával fárasztani, tartalmának csupán kivonatossal ismertetésére szorítokozom.

Vizsgálataim folyamában a nápolyi öbölben 12 szabadon élő rotatoria-fajt figyeltem meg, a melyek közül 6 más tengerekből már korábban ismeretes volt, míg 6 egészen új. Az új fajok a következők: *Turcularia neapolitana*, *Diurella marina*, *Diurella breviodactyla*, *Bothriocerca longicauda*, *Colurus truncatus* és *Colurus rotundatus*. A *Turcularia neapolitana* általánosságban hasonlít a *Turcularia Reinhardtira* és *Notommata Petromyizonra*, eltér azonban ezektől rágóinak szerkezete, női ivarszervének bonyolódottsága, nemkülönben a nyakán lévő ragasztó mirigy miatt. A *Diurella marina* a *Diurella* (*Notommata*) *tigris* Ehrbg. fajra emlékeztet, de ettől könnyen megkülönböztethetjük ujjainak hossza, rágóinak szerkezete és fejburkának szegélye után. A *Diurella breviodactyla* az előbb említett két fajtól abban különbözik, hogy testburkának mellső szegélye síma és ujjai nagyon rövidek, továbbá rágói is más szerkezetűek. A *Bothriocerca longicauda* abban üt el a *Bothriocerca affinis* Eichw. fajtól, hogy pánczéljának mellső szegélye szabdaltségtól és lábujja feltűnően hosszú. A *Colurus rotundatus* külső habitusa után a *Monura Colurus* Ehrbg-fajra emlékeztet, a melytől azonban lábujjainak száma és rágóinak szerkezete után azonnal megkülönböztethetjük, miután a *Monura Colurus*-nál csupán egy hosszú újj van. A *Colurus truncatus*, a *Colurus uncinatus*-hoz áll legközelebb, de ettől, valamint a többtől is elüt gyomrának, rágóinak és pankreas-mirigyének szerkezetében. Mellőzve itt a fajok részletes leírását és anatómiai viszonyaiknak ismertetését, a mi úgy is közelebb megjelenendő értekezésemben egész terjedelmében meg lesz, csak annyit kívánok felemlíteni, hogy valamennyi fajnál legnagyobb részben a garat és rágógyomor határán, pár esetben pedig a rágógyomor és bázsing határán tömlőforma nyálmirigyeket találtam, a melyeknek létezése felől eddigelé csak egy egyetlen irodalmi adat volt.

A női ivarszervet illetőleg arra az eredményre jutottam, hogy a fajok egyik részénél az csirafészekből és táplálószekéből, másik részénél pedig csirafészekből, táplálószekéből és uterusból áll, a melyek néha csak tartalmuk, máskor pedig nemcsak tartalmuk, hanem fekvésük után is könnyen felismerhetők. A teljesen érett csirafészek belsejét a csirák töltik ki, melyek sötét csirafoltot tartalmazó világos csirahólyagok minden észrevehető protoplasma

udvar nélkül. A táplálószer belsejét sötétszürke, majd durvábban, majd finomabban szemcsézett székállomány tölti ki s ebben 8 nagy magot találunk, belsejökben egy vagy több magtestecskevel. Az uterusban egy, vagy két pete foglal helyet. A csirafészek a post-embryonalis fejlődés egyik korai szakában átlátszó, szemcsétlen protoplasmából vagy magból, míg a táplálószer 6—8 finoman szemcsézett gömbölyű sejtből áll.

Vastagborkú termékenyített petéket és hímekeket egyetlen egyszer sem találtam. Ennek okát és természetes magyarázatát abban látom, hogy a tengerben élő eme rotatoria-fajok éppen mert tengerben élnek, nincsenek kitéve azoknak az eshetőségeknek, a melyeknek az édes vizekben élők s nevezetesen nincsenek kitéve a víz teljes elpárolgásának s ezzel kapcsolatban nincsenek arra utalva, hogy fajuk fenntartása céljából hímekeket s azután termékenyített vastagborkú petéket termeljenek. És evvel megerősítve látom ama régen nyilvánított feltevésemet is, hogy a hímek és termékenyített peték megjelenése nincs évszakokhoz kötve s csak akkor lépnek fel, mikor a víz, a melyben nőstényeik élnek, elpárolgásnak indult s talán a sók tömörülése, vagy a hőmérséklet nagyobb fokú alászállása indítja a nőstényeket fajuk fenntartása céljából előbb hímekek, majd meg az ezekkel való közösülés után vastagborkú peték létrehozására.

A rotatoriáknak a tengerekben való elterjedésére vonatkozólag ez idő szerint a következő adatok ismeretesek: a Keleti tengerben találtak 50, az Északi tengerben 3, a Földközi tengerben 13, az Adriai tengerben 2, az Indiai oczeánban 2, s a Csendes oczeánban egy Rotatoria-fajt. A tengerekből ismert rotatoria-fajok között 20 szabadban élő és 8 élősködő olyan, a mely még ez idő szerint csupán tengerekben otthonos; van azonban 5 olyan, a mely tengerekben, édes- és kontinentális sósvizekben egyaránt otthonos, míg 32 olyan van, mely tengerekben és édes vizekben tanyázik. Ezeken kívül vannak még oly rotatoria-fajok is, a melyek tenger- és kontinentális sósvizekből, édes- és kontinentális sósvizekből, továbbá édes- és brakvízből ismeretesek, számuk azonban meglehetősen korlátolt, miután tenger- és kontinentális sósvízben élő Rotatoria-fajt eddig csak kettőt; édes- és kontinentális sósvízben élő tizenegyet, édes- és brakvízben élő hatot találtak. Ezen kívül

ismerünk egy olyan fajt, a mely édes-, brak- és kontinentális sós-vízben egyaránt, s egy olyant, a mely csupán kontinentális sós-vízben él. Összevetve mind eme számadatokat, a közöttük lévő viszonyból és a következő következtetést vonom le:

1. Legnagyobb azoknak a rotatoriáknak a száma, a melyek tengerekből és édesvizekből ismeretesek.

2. Kizárólag a tengerekben élő rotatoria-fajok száma tekintélyesebb azokénál, a melyek tengerekben, kontinentális sós-vizekben és édesvizekben egyaránt élnek.

3. A kontinentális sós-vizek és a brakvíznek rotatoria faunájában aránytalanul nagyobb az édesvízben is élő fajok száma, mint a tengerben is élőké.

4. A kontinentális sós-vizek és a brakvíz rotatoria-faunája átmenet az édesvizek rotatoria-faunájától a tengerihez.

Abból a körülményből pedig, hogy a mai napig ismeretes 200-nál több rotatoria-fajból csupán 20 s illetőleg az élőködőkkel 28 kizárólag tengerben él, míg a többi édesvízi, s abból a körülményből, hogy a tengerekben élő rotatoriák szervezeti viszonyai teljesen azonosak a megfelelő genusok édesvízi fajaiéval, önkénytelenül azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a rotatoriák jelenleg valódi édesvízi szervezetek, a melyek csak bevándorlás útján jutottak kontinentális sós-vizekbe és tengerekbe.

Ezzel azonban nem zárom ki annak lehetőségét, sőt bizonyosnak tartom, hogy a rotatoriák, mint általában az összes szervezetek, tengeri őstől származtak, de korán elszakadva az ősi hazától, a változott életkörülmények uralma alatt vagy azon a fejlődésfokon maradtak meg, a melyen talán tovább fejlődő, vagy a létért való küzdelem tusáiban nyomtalanul elveszett tengeri ősök a bevándorlás idején volt; vagy elveszítették néhány, talán kevésbé fontos lárva szervüket s így az őstől elütő szervezethez jutottak; vagy pedig ők maguk és az ősz hazában visszamaradt ősök egészen elütő fejlődésnek indultak. S így a rotatoriák manapság és jelenlegi szervezetükkel a tengereknek nem őslakói, hanem csak újjólag bevándorolt jövevényei.

A SYMMETRIKUS FÜGGVÉNYEK ELMÉLETÉHEZ.

KÖNIG GYULA *r.* tagtól.

Ha e kifejezésben

$$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_r^{\alpha_r}$$

az x_1, x_2, \dots, x_r helyébe az x_1, x_2, \dots, x_n elemek minden r -tagú permutációját rakjuk és az így keletkező különböző kifejezéseket összeadjuk, akkor a hozzácsatolható állandó szorzó mellőzésével az egyszerű szimmetrikus függvény

$$\Sigma^{(n)} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_r^{\alpha_r}$$

keletkezik, melyben az összeg jele mellé tett n mutató a fölhasznált elemek számát jelenti; e függvény foka, $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ legyen röviden a .

Ha az x_1, x_2, \dots, x_n elemi szimmetrikus függvényeit röviden $P_1^{(n)}, \dots, P_n^{(n)}$ -nel jelöljük, hol tehát

$$P_r^{(n)} = \Sigma^{(n)} x_1 x_2 \dots x_r,$$

akkor a szimmetrikus függvények elméletének alaptétele értelmében

$$\Sigma^{(n)} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_r^{\alpha_r} = G(P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, \dots, P_n^{(n)}),$$

hol azonban a G egész függvény alakja még n -nel együtt változhatna. A súly törvénye szerint azonban a jobb oldalon csak $P_1^{(n)}, \dots, P_a^{(n)}$ fordulhat elő, és könnyű belátni, hogy a

$$\Sigma^{(n)} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_r^{\alpha_r} = G(P_1^{(n)}, \dots, P_a^{(n)}) \quad (I)$$

képlet, hol G már egy bizonyos, numerikus együtthatókat tartalmazó egész függvény, minden n -re egyformán érvényes, ha csak kikötjük, hogy a mikor $P_i^{(n)}$ -ben $i > n$, tehát $P_i^{(n)}$ képezési törvényének nincs is értelme, mindig legyen

$$P_i^{(n)} = 0, \quad (i > n)$$



Ha ugyanis először $n > \alpha$, akkor a $\Sigma^{(n+1)} x_1^{\alpha_1} \dots x_r^{\alpha_r}$ -től átme-
hetünk a $\Sigma^{(n)} x_1^{\alpha_1} \dots x_r^{\alpha_r}$ -hez egyszerűen az által, hogy x_{n+1} he-
lyébe 0-t teszünk. E helyettesítésnél a G függvény minden

$$CP_r^{(n+1)} P_s^{(n+1)} \dots$$

tagja átmegy az analog

$$CP_r^{(n)} P_s^{(n)} \dots$$

kifejezésbe, a mi már is állításunkat bizonyítja. Tehát ekkor $\Sigma^{(n+1)}$
és $\Sigma^{(n)}$ kifejezése a P -kben csakugyan azonos. Ha pedig $n < \alpha$, akkor
ez az átmenet a $\Sigma^{(\alpha)}$ -ból úgy eszközölhető, hogy $x_{n+1} \dots x_\alpha$ he-
lyébe egyszerre 0-t teszünk, a mikor — ismét egészen megfelelőleg
a kijelentett tételnek — $P_{n+1}^{(n)}, \dots, P_\alpha^{(n)}$ zérussá lesz.

Ugyanez áll, ha a vizsgált symmetrikus függvény több egyenlő-
fokú egyszerű symmetrikus függvény összege, és minden ily módon
adott függvénynek kifejezése az elemi symmetrikus függvények
segítségével általánosságban is helyes lesz, habár azt csak α elem
számára fejtettük ki. Így p., ha röviden

$$S_k^{(n)} = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$$

akkor

$$S_m^{(n)} - P_1^{(n)} S_{m-1}^{(n)} + P_2^{(n)} S_{m-2}^{(n)} - \dots + (-1)^m P_m^{(n)} = 0 \quad (\text{II})$$

az x -ekben homogén és m -edfokú, tehát mindenesetre egyenlőfokú,
egyszerű symmetrikus függvények összege. E szerint elég azt m
elemre kiszámítani. De ekkor, minthogy

$$(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_m) \equiv x^m - P_1^{(m)} x^{m-1} + \dots + (-1)^m P_m^{(m)}$$

az $x = x_1, \dots, x_m$ helyettesítéseknél azonosan eltűnik, a (II.) is 0, és
így általánosságban is

$$S_m^{(n)} - P_1^{(n)} S_{m-1}^{(n)} + P_2^{(n)} S_{m-2}^{(n)} - \dots \pm (-1)^m P_m^{(n)} = 0 \quad (\text{III})$$

hol csak, ha $n < m$, a $P_{n+1}^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}$ helyébe 0 teendő.

Így tehát minden számítás nélkül vezetjük le a hatványössze-
gek képleteit.

A MESODERMA KELETKEZÉSE.

Dr. PERÉNYI JÓZSEF, kecskeméti főreáliskolai tanártól.

(I. és II. tábla).

A német embryologusok legtöbbje élükön HERTWIG OSZKÁR,* a mesoderma eredetét a régi leválási (delaminatio) elmélettől eltérőleg az úgynevezett coelontheoriával akarják megmagyarázni.

Szerintök a petebarázdálás befejezése után csak egy csírlevél képződik, t. i. a csírhólyag hámja, a melyből majd betürődzés, majd kitürődzés által keletkezik a két másik csírlevél.

Az entoderma gastrulatio útján, míg a középső csírlevél, vagyis a mesoderma a belüregből kitürődzés útján jönne létre, t. i. az ősbélnek jobb és bal oldalán egy-egy zacskó dudorodik ki, melyek szétválva benőnek az ekto- és entoderma közé.

Három év előtt a midőn a békaféléknél a blastoporus egyrészenek megmaradását konstatáltam ** vizsgálataim folyamában feltűnt, hogy a mesoderma más módon keletkezik, mint azt a két elmélet állítja, azonban akkoron e kérdéssel behatóan nem foglalkoztam.

A múlt évben igen számos Bombinator igneus-pete jutott rendelkezésemre, a melyeken a csírlevelek, de különösen a mesoderma keletkezését minden irányban tanulmányozhattam. Az eredmények teljesen igazolják akkori észleleteimet, sőt a chordára is lényeges magyarázatot adnak.

Mellőzve az irodalmi adatokat, melyek a békapete barázdálódására és további fejlődésére vonatkoznak, hiszen azok eléggé

* *Dr. Oscar Hertwig*: Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen und der Wirbelthiere. Zweite Aufl. Jena 1888 (S. 116).

** *Dr. Perényi József*. A blastoporus megmaradása a békaféléknél. Math. és term. tud. Értesítő 1886.

ismeretesek, pusztán a tények felemlítésére szorítkozom, a mint azok az általam készített metszetsorozatokon mutatkoznak.

A midőn a békapete eléri a barázdálásban a blastula stadiumot (1. ábra), még pedig *ha a boltozatot három sejtsor képezi*, akkor az egyik oldalán az equator tájon (1. ábra x) a fekete polus néhány legkülső sejtje, a melyek a fehér polus nagy sejtjein fekszenek befelé, a barázdálási üreg felé kezdenek sorakozni, mi által az alattuk levő két sejtsort is visszahajlásra készítetik.

A blastula sejtsorainak embolikus jelenségét az 1-ső ábra mutatja, mely a blastula függély átmérőjével párhuzamos metszetek egyikét ábrázolja.

Az embolia alkalmával a blastula három sejtsora együtt marad, nem tolódnak szerteszt, hanem a sorrendet megtartják befelé folytatódva is, miáltal hat sejtsor keletkezése tűnik elő, vagyis az eredeti sejtsorok megkettőződni kezdődnek. (Duplicatio.)

A megkettőzés tünete kissé előrehaladottabban mutatkozik már a 2-ik ábrán, mely fejlettebb petéből, hasonló irányú metszetsorozatból van véve, mint az első ábra.

Ezen a metszetsorozaton a fekete sejtsorok nem csak pusztán visszahajlanak a boltozat felé, hanem a fehér polus sziksejtjeit, melyekkel érintkeznek, magok előtt a barázdálódási üregbe (c s 2. ábra) befelé tolják s ezeknek eredeti helyeit elfoglalva, a fehér polusra mindinkább ráborulnak. Tehát az embolia össze van kötve epiboliával.

A sejtsorok megkettőzése csak a blastula egyik oldalán történik, mert a másik oldal equator szegélye semmi változást sem mutat, ott a fekete polus sejtjei mind változás nélkül fekszenek a fehér polus sziksejtjein.

Még szembetűnőbbek a jelenségek a harmadik ábránál, mely még fejlettebb petéből van véve, mint az előbbieik.

A fekete polus megkettőzött sorainak ránövése a fehér polusra már tovább haladt mint az 1. és 2. ábránál, hasonlóan a fehér polus sejtjei a barázdálódási üregben felemelkedtek a boltozat közepéig.

A fehér polus mindinkább kisebbedik, sejtjeinek helyét a megkettőzött sejtsorok foglalják el. Ilyenkor, miként a 4. ábra tünteti elő, a blastula külsején a fehér polus mint fehér pont mutatkozik, s az ismert dugaszt képezi (bl. 4. ábra).

A blastula belsejében az egyik oldalról betolt szíksejtek a szemközti oldalt érintik, s az eredeti barázdálási üreget két részre osztják, az egyik a folyton kisebbedő *szíküreg* (*c s*) a másik, mely az előbbi felett van s folyton nagyobbodik a *bélüreg* (*c v* 4. ábra).

Ha már most a sejtsorok megkettőzésénél az eredményeket tekintjük, még pedig mind a négy metszeten, láthatjuk, hogy a blastula legkülső fedősejtjei befelé minden megszakitás nélkül folytatódva, a legalsó sejtsort képezik, vagyis entodermává válnak. (1—4. ábra ent.)

A blastula fedősejtjei alatt levő két sejtsorú réteg, a visszafordulásnál sejtjei együtt maradván, mint önálló lemez a mesodermát képezik. (1—4. ábra mes.)

Az ektoderma az embrio hátrészén megtartja eredeti három sejtsorát, a legkülső sejtsorból lesz hám, a két belsőből ideglemez míg a többi részen kétsejtsorú.

A csírlevelek képződése tehát, mint ezt előző munkámban is jeleztem, semmi bonyolódott folyamatot nem mutat, hanem egész egyszerűen foly le.

Az eredeti háromrétegű béka-blastula egyik oldalán a sejtsorok visszafordulnak, vagyis megkettőződnek (*epibola unilateralis* s. *duplicatio unilateralis*), miáltal az új sejtsorokból *egyszerre* keletkezik mesoderma és entoderma, míg az eredeti külső sorok megmaradnak ektodermának.

Mіндеzen tények elegendők volnának a csírlevelek mikénti keletkezésére nézve; azonban önkénytelenül azon kérdés merül fel, hogy a chorda a duplicationál mily módon jön létre; minthogy ismeretes, hogy a chorda dorsalis keletkezése szoros összefüggésben van a csírlevelek keletkezésével.

Erre nézve az említett metszetsorozatokat nem adnak kellő felvilágosítást; legalkalmasabb a jelenségeket a blastula eredeti függélyére vízszintes metszeteken tanulmányozni.

Az 5., 6. és 7. ábra oly embryoból van véve, melynél a blastoporus vagyis az ős csík keskeny résalakban mutatkozik és a velőbarázdának semmi nyoma. Az ötödik ábránál a blastoporus rése tűnik elő (bl). A réstől mind jobbra, mind balra látjuk két félrészben a blastula sejtsorainak visszahajlását. A legkülső fedősejtek befelé folytatódva először függélyesen majd félkörben terjednek el s az en-

todermát (ent.) képezik, hasonlóan befelé visszahajolva a fedősejtek alatt levő két sejtsor jobbról-balról a mesodermát alkotja. (5., 6. és 7. ábra mes.)

A 6. ábránál, mely az 5-iknél kissé proximalisabb, a rés nem mutatkozik, hanem helyére a fedősejtek függélyesen befelé haladó sejtjei, melyek a mesoderma két fél része között vannak (*intermesoderma*) közelednek egymáshoz s az embryo hátrészén a legkülső fedősejtektől lefűződni készülnek.

A 7. ábránál az ektoderma intermesodermalis sejtjei a fedősejtektől már teljesen lefűződtek, miáltal a két fél mesoderma között kis lemez képződik, melytől folytatódva jobbra balra a mesoderma alatt az entodermát tüntetik elő. Az 5., 6. és 7. ábrán jelzett folyamatot a 8., 9., 10. és 11. ábra még feltűnőbbben mutatja; az utóbbiak ugyanis erősebb nagyítással rajzoltattak.

Nyilvánvaló, hogy ezen intermesodermalis rész, mely az egész embryo hátrész középvonalában végig húzódik, nem más, mint a chorda dorsalis.

Ha fejlettebb embryoból készítünk harántmetszeteket, a melynél a velőbarázda már kezd mutatkozni, ott az intermesodermalis lécz vagyis chorda mindenütt lefűződött a külső ektodermalis sejtektől, és ezeken már nem is észlelhetjük a fedősejtekkel való összefüggést, csupán a chorda végrészénél, a hol a canalis neurentericus van. Pigmentes sejtjei azonban sejtetik velünk az eredetet.

Hogy ha a velőcső már teljesen kiképződött, akkor az intermesodermalis lécz az entodermtől is lefűződött.

Ilyenkor természetesen úgy tűnik fel a chorda, mintha az entoderma felső ívéből fűződne le, holott az az ektoderma és az entoderma közti átmeneti részből, hidból, keletkezik, melyet én a fedősejtek *pons intermesodermalis* részének neveztem el.

Ezen viszonyokat nem csak a chorda végrészénél észlelhetjük, hanem proximalis részénél is, mert a chorda akkor kezd képződni, mikor a duplicatio megindul, vagyis mikor a csírlevelek létre jönnek.

A midőn ugyanis néhány fedősejt a pete-equator szegélyén befelé kezd sorakozni s betolódik a barázdálódási üregbe, a szomszéd sejteket is készteni a befelé növekedésre (vagyis megkettőzésre); azonban az előbbeni sejtek már betolódtak, míg a szomszéd sejtek

csak betolódni kezdenek, és ez által az æquatoron kis zug keletkezik, melytől jobbra balra halad a sejtsorok visszahajlása.

Röviden, a megkettőzés nem egyenes vonalban történik, hanem szögletben \wedge s így két félrészben jobbra balra halad a visszahajlás, a fehér polus egyik oldalán a csúcsáig, a zug közepén pedig csak a fedősejtek fordulnak vissza, itt fedősejtek alatt ismét csak fedősejtek vannak. (12—13. ábra.)

Ennélfogva a békánál a csírlevelek keletkezésével a sejtsorok egyoldalú visszahajlása két félrészben történik. (14. ábra.)

A blastula sejtsorainak betolódásánál a fehér polus szíksejtjei is betolatnak a barázdálódási üregbe, miként ezt már fentebb említettük; ez által a pete eredeti fekvése is megváltozik, az egyensúly megzavarása folytán tengelyével hátra felé hajlik, úgy hogy eredetileg függőlyesen álló tengelye vízszintes fekvésbe jut.

Tehát a fehér polus egy negyedrésze felemelkedik, és az embrió hátrésze lesz, míg ellenben a fekete polus egyik fél oldala az embrió hasoldalára kerül.

A chorda tehát a mint a csírlevelek képződnek vagyis a mint a sejtsorok megkettőződni kezdenek, szintén képződik proximal distal irányban haladva. A hol a megkettőzés megindul, ott van a chorda eredési helye (12—13. ábra), a hol a megkettőzés végződik, ott van a végrésze. (5. és 8. ábra.)

A sejtsorok megkettőzésének kezdeténél tehát nem a blastoporus, hanem a chorda csúcsa van. A tulajdonképeni blastoporus ott van, a hol a chorda vagyis a megkettőzés végződött. A chorda az egész embrió hosszában a két mesoderma között foglal helyet, az embrió hátrészén a mesoderma lemezek érintkezését meggátolja s a mint ezek a sommitákat képezve elválnak a chordától, ez lefűződik az entodermától és önálló tengelyköteg lesz.

Záradékul megemlítem, hogy a pete barázdálásánál, a csírlevelek képződésénél és az embrió szerveinek keletkezésénél felismerhető a megkettőzés (*duplicatio*) alaptörvénye.

Tekintsük csak a gerinces petét.

Hogy a pete több részre oszoljon, ketté vál, ezen kettőzés mindaddig tart, míg sejtsorok keletkeznek. A sejtsorok megkettőződnék s csírlevelekké alakulnak.

A csírlevelek egyes részeinek megkettőzéséből a különböző szervek származnak.

Az ektoderma két sejtsorból áll, a mesoderma két félrészből, két-két sorból van összetéve. A chorda két félrészből olvad össze, hasonlóan a bélesatorna. A gerinczvelő eredetileg szintén két félrészből áll. A sommiták a mesoderma két sejtsorának kettőzéséből jönnek létre. Kettős aorta, kettős Wolff, kettős Müller, kettős ősvese keletkezik. Két félrészből alakulnak a csigolyák. Hasonlóan a külérzéki szervek; szem, hallás, szaglás a rétegek megkettőzéséből lesznek. Száj- és orr-üreg, tüdő, máj, végtagok stb. mind a rétegek megkettőzésén és lefűződésén, esetleg két félrésznek egygyé olvadása útján származnak. A duplicatio alaptörvényét a kifejlődött állatnál a részarányos fogalmával szoktuk kifejezni.

Összefoglalás.

A béka blastulánál a fekete polus három sejtsoru rétegből áll.

A blastula egyik oldalának æquator szegélyén a három sejtsor befelé visszahajolva, a fehér polusra rá nő, vagyis *unilateral epibolia*, egyoldalú visszahajlás jön létre, a mi által a sejtsorok *megkettőződnek* (duplicatio).

Az epibolia nem egy síkban indul meg, hanem kis szögletben jobb és bal szegélylyel, s úgy húzódik le a fehér polus csúcsáig, tehát a duplicatio két félrészben történik.

A pete eredeti fekvése megváltozik, a mennyiben a fehér polus egyik oldalán lesz az embryo hátrésze, a fekete polus egyik oldalán az embryo hasoldala.

A blastula volt fedő sejtsora folytatódva az embryo belsejében majd függélyes, majd vízszintesen jobbra balra terül el. A fedősejtek alatt levő két sejtsor visszahajolva az embryoban jobbra balra a mesodermát képezi.

A két fél mesoderma között a fedősejtek függélyesen befelé haladó sejtjei válaszfalt alkotnak, és folytatódva a mesoderma alatt az entodermát képezik.

Azon áthidaló léczből, mely a fedősejteket összeköti az entodermával, s a két mesoderma között van (*pons intermesodermalis*) lefűződés után chorda dorsalis lesz.

A chorda először a fedősejtektől, később az entodermától fűződik le.

A hol a sejtsorok megkettőzése megindul, ott nem a blastoporus van, hanem a chorda kezdőpontja. A blastoporus vagyis az ős csik ott van, a hol a sejtsorok megkettőzése befejeződött, vagyis a chorda végrészén.

A chorda lépést tart a csírlevelek képződésével proximal-distal irányban s az egész embryo hosszában a két mesoderma lemez között jön létre.

Mindezekből kitűnik, hogy a csírlevelek sem delaminatio, sem a hypothesisen alapuló gastrea-elmélet útján nem képződnek, hanem egyszerűen a blastula sejtsorainak megkettőzéséből származnak. A chorda pedig az entodermába áthidaló vagyis a mesoderma közti (intermesodermalis) részekből keletkezik.

A gerinczesek fejlődése a petétől a kifejlődött állatig a sejteknek és a sejtsoroknak megkettőzésén (duplicatio) alapul.

*

Hogy a csírlevelek és a chorda fejlődése a gerinczes többi osztályánál is a békaféléknél leírt módhoz hasonlóan történik, ezt egy újabb közleményben szándékom tárgyalni.

A TÁBLÁK MAGYARÁZATA.

Bombinator igneus peték metszetei.

ekt = ektoderma.

mes = mesoderma.

ent = entoderma.

v = felhér polus sejtjei (szíksejtek.)

c. s. = barázdálódási üreg.

c. v. = bélüreg.

ch = chorda dorsalis.

s. n = velőbarázda.

1. ábra. Kezdődő duplicatio. *x* = visszahajlási hely.

2. ábra. Fejlettebb pete, a kettőződés előrehaladottabb mint az 1-ső ábránál.

3. ábra. Még fejlettebb pete mint a 2-ik. A vissza-ránövés szembe-tűnőbb. A szíksejtek is feltolatnak a visszahajló sejtek által.

4. ábra. Pete dugaszos petéből. Képződött bélüreg, s a folyton kisebb-bedő barázdálódási üreg.

Mind a négy ábra, a pete eredeti függélyével párhuzamos metszetei után, HARTNACK $\frac{2 \text{ ocul.}}{4 \text{ obj.}}$, lett rajzolva.

5—6—7. ábra. Félig harántme'szetek oly fejlődő embryoból, melynél a blastoporus keskeny rés. 5. ábra, a blastoporus tájékából; 6-ik ábra, a blastoporus előtti részből, az ektoderma két szegélye érintkezik s képezi az intermesoderma részt vagyis a chordát. A 7-ik ábránál az intermesodermalis rész lefűződött az ektodermától, de még összefügg az entodermával. Mind a három metszet HARTNACK $\frac{2 \text{ ocul.}}{4 \text{ obj.}}$ után lett rajzolva.

8—9—10—11. ábra. Oly embryonok harántmetszet részei, melynek proximalis részén a velőbarázda mutatkozik. A chorda fejlődését és a sejtsorok megkettőződését tüntetik elő. HARTNACK $\frac{2}{4}$.

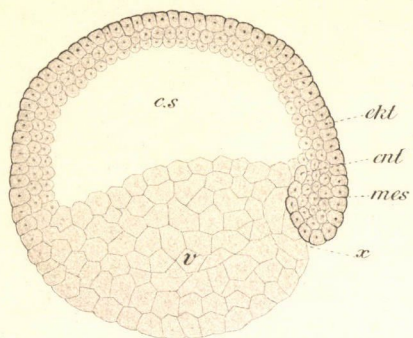
8-ik ábra, blastoporus részszel; 9-ik ábra az intermesodermalis részek érintkeznek; 10-ik ábra, a chorda háti részen lefűződik, 11-ik ábra, a chorda teljes, csupán az entodermával függ össze. A blastula külső sejtsorai alatt levő két sejtsor, mind a 4. ábránál visszahajolva (kettőződés, duplicatio) képezik a mesodermát.

12—13. ábra. A duplicatio kezdő stadiumából. A chorda keletkezési csúcsa. A pete æquatorára ferde metszetek. HARTNACK 2. 12-ik ábra külsőbb, 13-ik belsőbb metszet után lett rajzolva.

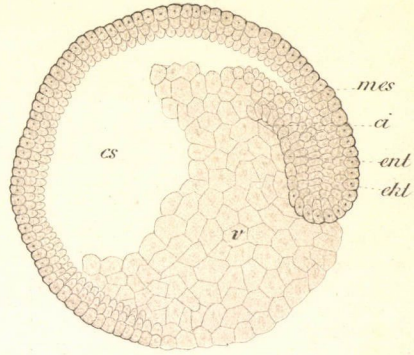
14. ábra. Vázlatos rajz a duplicatio folyamatának jelzésére. $p.n$ = fekete polus, $p.b$ = fehér polus; $ch.p.$ = chorda csúcs; $ch.d.$ = chorda végrész; $s.n.$ = velőbarázda helye; $bl.$ = blastoporus.

A fehér poluson képződik az embryo hátrésze, a fekete polus lesz proximal hasi rész.

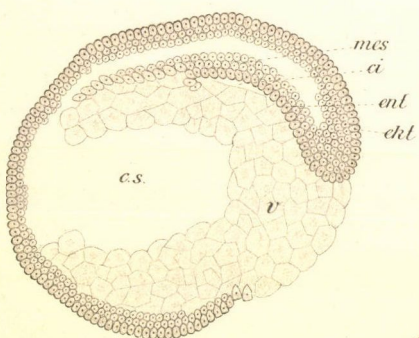
1.



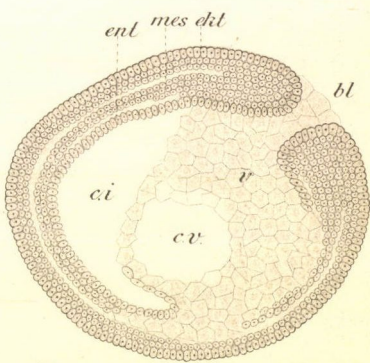
2.



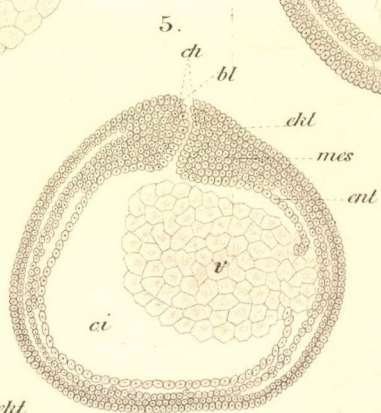
3.



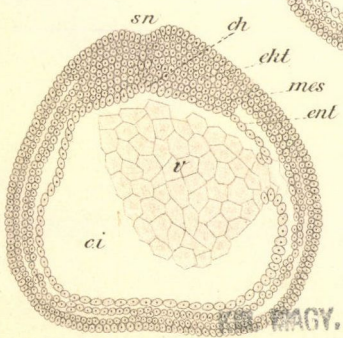
4.



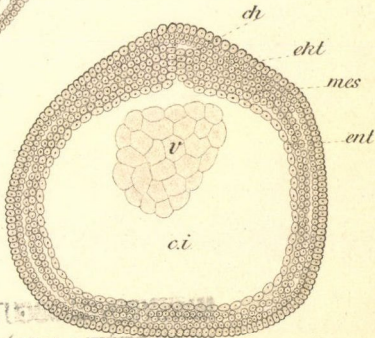
5.

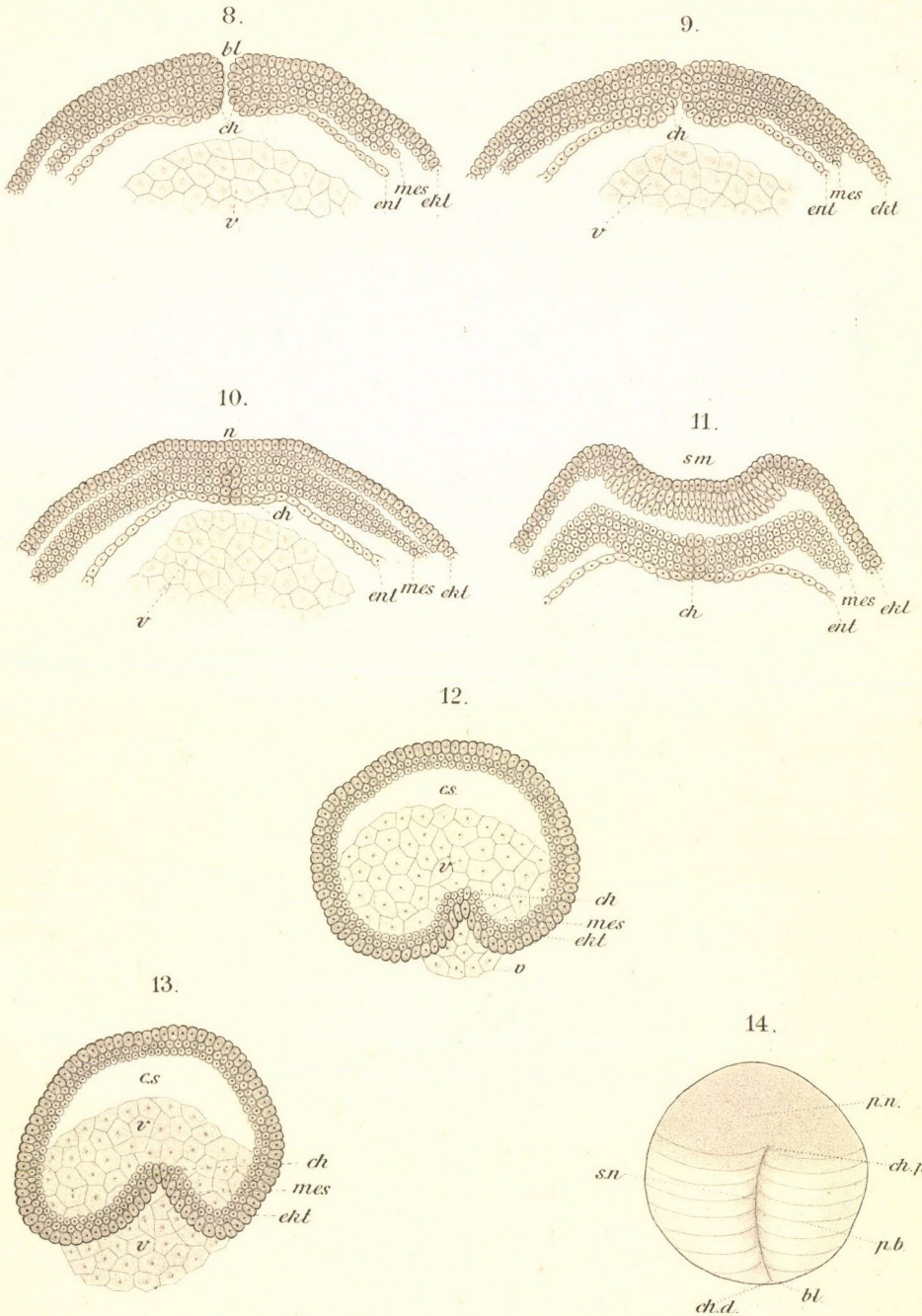


6.



7.





1889. NOVEMBER 18.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. KÖNIG GYULA r. t. előterjeszti VÁLYI GYULA kolozsvári egyetemi tanár közleményét «*a harmadrendű abgebrai görbék elméletéhez*».

(Kivonatban l. a 23. lapon.)

2. THANHOFFER LAJOS l. t. ÓNODI ADOLF egyet. m. tanár részéről ismertet «*új észleleteket a gégekísérlet terén*».

ÓNODI m. tanár új kísérleti eljárása az, hogy az élő állatban a hangszalagok egyenes szemléltetése mellett az egyes gégeizmokat, valamint az azokhoz menő egyes idegágakat a kísérletnél el tudja különíteni s azok működését egyenkint tanulmányozza. Ezen finom és nem könnyű eljárással, melylyel a gége nézve mondhatni, az experimentalis vivisectio legszélsőbb határáig jutott — a SEMON-ROSENBACH-féle elméletet sikerült neki, kísérleti alapon is vizsgálat tárgyává tenni.

Régi tapasztalat, hogy akár az idegközepontot, akár az alsó gégeideg peripher lefutását érte bármi káros behatás, a gégében először is a hangrést tágitó izmok szenvedtek, azaz paralysáltattak, a mi által a hangszalagok középső állása következett be, azaz a belégzés alatt a hangrész meg nem nyílhatott. Eddig csupán klinikai észleletből következtették azt, hogy a hangrést tágitó izmokhoz menő idegrostok hamarabb képesek káros behatásokkal szemben megbetegedni, mint a többiek s miután a jelzett betegség okának magyarázatára egyéb feltevésekhez is folyamodtak, természetes, hogy a jelzett feltevés a szilárd bizonyítékok hiányában hányatott sorsban

részesült. Miután most ÓNODI-nak sikerült az élő állatban az egyes izmokat és a hozzámenő idegeket elkülöníteni, meg volt adva a lehetőség kísérleti úton is meggyőződni ama feltevés lényegéről. Az ekként megejtett kísérletek, a melyeket az élő állatban és a halál után azonnal kivett gégeken végzett, kimutatták, hogy ugyanazon körülményeknek és behatásoknak kitett elkülönített idegek közül előbb a hangrés tágitó izmaihoz menő rostok veszítették el vezető-képességüket és legtovább a hangrés elülső felét záró (ú. n. paizs kanna) izmokba térő idegrostok tartották meg vezetőképességüket. A fent említett elmélet sorsa e kísérletek alapján tehát el van döntve.

3. HÖGYES ENDRE r. t. bemutatja KORÁNYI SÁNDOR és TAUSZK FERENCZ dolgozatát: «*A Jackson-féle epilepsiúra vonatkozó kísérleti adatok*».

(L. a 29. lapon.)

4. KRENNER JÓZS. SÁNDOR r. t. előterjeszt «*újabb adatokat a Veszelyit ismeretéhez*».

A HARMADRENDŰ GÖRBÉK ELMÉLETÉHEZ.

VÁLYI GYULÁ-tól.

Jelölések. Nagy betűkkel egy síkbeli harmadrendű görbe pontjait fogjuk jelölni.

Értelmezések.

1. A pontból B pontot projicziálni annyit tesz, mint AB egyenesnek a görbével való harmadik metszéspontját felkeresni. Maga magát projicziálni pedig annyit tesz, mint a hozzá tartozó érintőnek a görbével való harmadik metszéspontját (tangenciális pont) felkeresni.

2. Inflexió-pont az, a melyik tangenciális pontjával öszeesik.

3. $ABC \dots$ perspektív $A_1B_1C_1 \dots$ -gyel, ha egyik a másiknak a görbe valamely pontjából (perspektív-centrum) vont projeksiója.

4. Ha AB maga magával perspektív, akkor neve megfelelő pontpár. (MAC-LAURIN-féle korrespondenzia.)

I.*

I. tantétel. Ha AB és A_1B_1 , AB és A_2B_2 perspektív, akkor A_1B_1 és B_2A_2 perspektív.

Ha AB projeksiója P_1 -ből A_1B_1 és P_2 -ből A_2B_2 , akkor

P_1AA_1	} egyeneseknek	P_1BB_1	} egyenesekkel való met-
P_2BB_2		P_2AA_2	
A_2B_1		A_1B_2	

széspontjai közül nyolcz a görbén fekszik, de akkor a kilenczedik

* Ezen tantételek egy részének más alakban való bebizonyítása látható SALAMON-nak «Higher planar curves» című művében.

(A_1B_2 és A_2B_1 metszéspontja) is a görbén van. Tehát A_1B_1 és B_2A_2 perspektív.

Következés. Ha A, B, C egy egyenesben vannak, akkor tangenciális pontjaik (A_t, B_t, C_t) is egy egyenesben fekszenek.

Ugyanis BC projekciója B -ből B_tA és C -ből AC_t .

Tehát ha A és B inflexió-pontok, C is az.

2. tantétel. Ha $ABC \dots$ és $A_1B_1C_1 \dots$ perspektív, P pontból vont projekcióik $A_2B_2C_2 \dots$ és $A_3B_3C_3 \dots$ is perspektív.

AB -vel perspektív A_1B_1 és A_2B_2 , tehát A_1B_1 és B_2A_2 perspektív.

A_1B_1 -gyel perspektív B_2A_2 és A_3B_3 , tehát A_2B_2 és A_3B_3 perspektív.

Épen így perspektív A_2C_2 és $A_3C_3 \dots$ tehát $A_2B_2C_2 \dots$ és $A_3B_3C_3 \dots$ is.

3. tantétel. Ha AB megfelelő pontpár, bármely projekciója is az.

Ha AB és AB perspektív, projekciója A_1B_1 szintén magával perspektív.

4. tantétel. Ha AB és A_1B_1 perspektív megfelelő pontpárok, akkor kétszeresen perspektívek.

Ha AB és AB , AB és A_1B_1 perspektív, AB és B_1A_1 is perspektív.

5. tantétel. Ha AB és A_1B_1 kétszeresen perspektív, akkor mind a kettő megfelelő pontpár.

AB és A_1B_1 , BA és A_1B_1 perspektív lévén, AB és AB is perspektív, — épen úgy A_1B_1 és A_1B_1 .

6. tantétel. Ha $ABCD$ maga magával perspektív, akkor AB és CD , AC és DB , AD és BC perspektív megfelelő pontpárok.*

Legyen $ABCD$ közös tangenciális pontja P . Ezzel $ABCD$ pontok közül legfőbb egy esik össze. Legyenek A és C különbözők P -től.

AC harmadik metszéspontja legyen B_1 . Feltevéseink alapján B_1 különbözik A -tól és C -től, de összeeshetik B -vel vagy D -vel.

Ha B_1 összeesik B -vel, akkor AB projekciója A -ból PC .

* Itt előre bebizonyítottunk van feltéve az a tantétel, hogy P -ből négy érintő húzható a görbéhez, a melyek egyike a P -hez tartozó érintővel összeesik, ha P inflexió-pont.

Tehát PC megfelelő pontpár. De akkor P inflexió-pont és D összeesik P -vel. Tehát AB és CD perspektív.

Ha pedig B_1 sem B -vel, sem D -vel nem esik össze, akkor AB projekciója B_1 -ből csak CD lehet.

Épen így perspektívek AC és DB , AD és BC .

Megjegyzés. AB , AC , AD megfelelő pontpárokból a megfelelő pontpároknak három hálózata vezethető le projekciálás által. Ezeknek a következő két alaptulajdona van:

1. Ugyanazon hálózathoz tartozó két pár kétszeresen perspektív. Ugyanis ha AB két projekciója A_1B_1 és A_2B_2 , akkor A_1B_1 és B_2A_2 perspektív, de akkor A_1B_1 és A_2B_2 is, mert mind a kettő megfelelő pontpár;

2. két különböző hálózathoz tartozó pár nem lehet perspektív. Mert különben a kiindulásul vett párok (pl. AB és AC) is perspektívek lennének, a mi lehetetlen.

7. *tantétel.* Ha $ABCD$ maga magával perspektív, akkor közös tangenciális pontjaik (P) és diagonális pontjaik ($A_1B_1C_1$) szintén négy, maga magával perspektív pont.

Ugyanis AB , AC , AD projekciói A -ból PD_1 , PB_1 , PA_1 .

II.

Azt a kérdést vetem most fel, hogy vannak-e a görbén többszörösen perspektív háromszögek?

1. Ha ABC -vel $A_1B_1C_1$ és $A_1C_1B_1$ perspektív, akkor BC és B_1C_1 kétszeresen perspektív megfelelő pontpárok. Ha a két perspektív-centrum P_1 és P_2 , akkor kellene, hogy $P_1P_2AA_1$ egy egyenesben feküdjenek. De ez lehetetlen, mert a görbe harmadrendű.

A többszörös perspektivitásnak ez az esete tehát ki van zárva.

2. Ha ABC -vel $A_1B_1C_1$ és $B_1C_1A_1$ perspektív, akkor AB és AC perspektív, mert A_1B_1 -gyel egyszer AB , másszor CA perspektív. Tehát BC és A (A tangenciális pontja) egy egyenesben fekszenek, ép így CA és B_1 , AB és C_1 .

De akkor ABC -vel $C_1A_1B_1$ is perspektív. Ugyanis AB -vel AC , AC -vel A_1C_1 tehát AB -vel C_1A_1 perspektív, BC -vel BA , BA -val B_1A_1 , tehát BC -vel A_1B_1 perspektív. Tehát a perspektivitás háromszoros.

Legyen

$\left(\begin{smallmatrix} ABC \\ A_1 B_1 C_1 \end{smallmatrix}\right)$ -nek perspektivitás centruma A_2 ,

$\left(\begin{smallmatrix} ABC \\ C_1 A_1 B_1 \end{smallmatrix}\right)$ -nek perspektivitás centruma B_2 ,

$\left(\begin{smallmatrix} ABC \\ B_1 C_1 A_1 \end{smallmatrix}\right)$ -nek perspektivitás centruma C_2 .

Akkor ABC -vel $A_2 B_2 C_2$ is háromszorosan perspektív A_1, B_1, C_1 -gyel mint centrumokkal.

A háromszoros perspektivitás kimutatására tehát csak azt kell megmutatnunk, hogy létezik olyan háromszög ABC , a melynél AB és AC , BC és BA , CA és CB perspektívek.

Legyen EFG három inflexió-pont egy egyenesben. Akkor EF és EG , FG és FE , GE és GF perspektívek. De akkor P pontból vont projekcióik ABC is analog tulajdonnal bírnak. Ha P nem inflexió-pont, A sem az, és így ABC három pont lesz, mely háromszöget alkot.

Az oly három pontot (ABC) , a melynél AB és AC , BC és BA , CA és CB perspektív, *triász*-nak fogjuk nevezni.

Ezekről a következő tantételek állanak:

1. tantétel. Minden triászhoz háromféleképpen lehet kapni vele háromszorosan perspektív inflexió-triászt.

Legyen E inflexió-pont és EA harmadik metszéspontja P . Legyen P -ből ABC triász projekciója EFG . Akkor EF és EG perspektív, tehát EFG egy egyenesben vannak.

FE és FG perspektív, de akkor P' tangenciális pontjával összeesik, tehát inflexió-pont. Tehát G is inflexió-pont. És ABC háromszorosan perspektív EFG -vel.

Ha most E_1 az előbbiektől különböző inflexió-pont, hasonló módon kapható ABC -vel háromszorosan perspektív $E_1 F_1 G_1$ inflexió-triász, melynek pontjai az előbbieitől különbözők.

Ha E_2 az eddigiektől különböző inflexió-pont, az megint egy új triászhoz $(E_2 F_2 G_2)$ vezet, mely ABC -vel szintén háromszorosan perspektív.

E szerint a 12 inflexió-triász projekciálás által négy hálózathoz vezet.

2. tantétel. Ugyanazon hálózathoz tartozó két triász három-

szorosan perspektív, még pedig ha EFG egy projekciója ABC , egy másik projekciója $A_1B_1C_1$, akkor egyik perspektivitás: ABC , $A_1C_1B_1$.

AB és EF , EF és EG , EG és A_1B_1 perspektív, tehát AB és A_1C_1 perspektív.

AC és EG , EG és EF , EF és A_1B_1 perspektív, tehát AC és A_1B_1 perspektív.

A három centrum megint ugyanazon hálózathoz tartozó triászt alkot.

3. *tantétel.* Két különböző hálózathoz tartozó triász nem perspektív.

Mert ha az volna, a kiindulási triászok is azok volnának. Ezeknek pedig van egy közös pontjuk. Legyen egyik EFG , a másik EHK . Akkor kellene, hogy EFG vagy EHK -val, vagy EKH -val perspektív legyen. De ez lehetetlen.

A négy hálózat tehát egymástól lényegesen különböző.

4. *tantétel.* Ha ABC triász tangenciális pontjai $A_tB_tC_t$, akkor ABC és $A_tC_tB_t$ perspektív.

ABC triász lévén, A_tBC , AB_tC , ABC_t egy-egy egyenesen fekszenek. Tehát ABC projekciója A -ból $A_tC_tB_t$. Tehát ugyanazon hálózathoz tartozó triász, mind ABC .

5. *tantétel.* Ha P valós pont, az öt triászszá kiegészítő négy pontpár közül csak egy pár valós.

Legyen E egy valós inflexió-pont. A kérdéses pontpárokat megkapjuk, ha EP harmadik metszéspontjából (a mely pedig realis) azon inflexió-pontpárokat projicziáljuk, a melyek E -vel egy egyenesben vannak. Ezek közül tudvalevőleg csak egy pár van valós, s csak ez vezet valós párhoz. Egy van közülök conjugált complex, az ugyan ilyen párhoz vezet, úgy hogy az összekötő egyenes valós.

III.

Nem ugyan a görbén, de azzal szoros összefüggésben vannak hatszorosan perspektív háromszögek is. Ilyenek az inflexió-triászok egyenesei által alkotott háromszögek.

Legyen a 9 inflexió-pont:

1 2 3

4 5 6

7 8 9

a jelölés legyen úgy választva, hogy 123, 456, 789, 147, 258, 369, 159, 267, 348, 168, 249, 357 egy egyenesben legyenek. Jelöljük ezen egyeneseket ugyanezen sorrendben abc $a_1b_1c_1$ $a_2b_2c_2$ $a_3b_3c_3$ betűkkel.

abc és $a_1b_1c_1$ perspektív. (Nem az előző szakaszokban, hanem a rendes értelemben értve.)

Ugyanis aa_1 közös pontja 1, bb_1 közös pontja 5 és cc_1 közös pontja 9, 159 pedig egy egyenesben (a) vannak.

abc és $a_1b_1c_1$ itt két tetszés szerint kiragadott és tetszés szerinti megfelelésbe hozott tagja azon négy háromszögből álló rendszernek, a melyet a 12 inflexió-triász egyenesei alkotnak. Tehát kimondhatjuk:

A négy háromszög közül akármelyik kettő hatszorosan perspektív, a perspektivitások tengelyei a másik két háromszög oldalai.

Hozzátehetjük még, hogy a perspektivitások centrumai a másik két háromszög szögpontjai. A hatszorosan perspektív háromszögnél a centrumok és tengelyek ezen relativ helyzetét egy régiebb dolgozatomban kimutattam.*

* A GRUNERT-féle Archiv der Mathematik und Physik 1883. évi folyamában.

A JACKSON-FÉLE EPILEPSIÁRA VONATKOZÓ KISÉRLETI ADATOK.

(Közlemény Korányi Frigyes ny. r. tanár I. belgyógyászati kórodájából.)

Dr. KORÁNYI SÁNDOR és Dr. TAUSZK FERENCZ-től.

FRI TSCH és HITZIG¹ az agykéreg villamos ingerlésével görcsöket idéztek elő. Ha az inger pl. a jobb mellső végtagnak ú. n. motorius középpontjára lett alkalmazva, legelőször ezen végtagban indultak meg a görcsök, átterjedtek azután a jobb hátsó végtagra, később elterjedtek a test másik oldalára és ha az inger elég erős volt, általános epileptikus roham jött létre.

Ez az ú. n. JACKSON-féle epilepsia tipikus alakjának tökéletes utánzata.

MUNK, BUBONOFF és HAIDENHAIN² a görcsök kitörése után az ezek előidézése czéljából izgatott agykéregrészeket gyors met-széssel eltávolították és ekkor azt tapasztalták, hogy a már megindult görcsök lefolyása így azonnal megakadt. FRANCK⁴ nem bírta ezen kísérletet pozitív eredménnyel ismételni.

Míg FRI TSCH és HITZIG teljes bizonyítékát adták tehát annak, hogy az agykéregre alkalmazott inger általános görcsöket válthat ki, addig az utóbb említett kísérletek valószínűnek tüntették fel, hogy ez esetben a görcsöknek nem csak oka, hanem középpontja is az agykéregben keresendő.

Eme kísérletek az ú. n. motorius zónára vonatkoztak.

Egy lépéssel tovább jutott UNVERRICHT, a ki az ú. n. motorius zónák kiirtása után is létrehozott epilepsiát az occipitalis le-

¹ HITZIG, Untersuchungen d. Gehirns 1874.

² FRI TSCH u. HITZIG, Reichert-Dubois Arch. 1870.

³ PFLÜGER, Archiv. 1881.

⁴ FRANCK. Fonctions motrices du cerveau 1887.

beny villanyos ingerlésére. Miután azonban SCHÄFER ezen helyek izgatására nem konvulzív szemmozgásokat kapott, még mindig fel lehetett venni, hogy az epilepsia egy motorius agykérgi középpontból indult ki, annál is inkább, miután ez esetben a görcsök a szemizmokban indulnak meg.

Ezekkel szemben VULPIAN¹ az epilepsia székhelyét a fehér állományban kereste, de nézetét nem tudta kifogástalan kísérletekre alapítani.

GOLTZ² rendkívül kiterjedt nagy agyroncsolások után látott epilepsiát önként fellépni és ebből azt következteti, hogy a nagy agy eme folyamat megindításában és fentartásában nem játszik lényeges szerepet.

SCHROEDER VAN DER KOLK, BROWN-SÉQUARD,³ REYNOLDS az epilepsia alapjául a hid és a nyúltagy reflexcentrumainak fokozódott ingerlékenységét ismerik el és nézetüket NOTHNAGEL⁴ osztja.

A JACKSON-féle epilepsiára nézve NOTHNAGEL felveszi, hogy az agykéregben fellelhető elváltozások ép olyan összefüggésben állanak az ezeket kísérő epilepsiával, mint valamely peripherikus elváltozás, mely szintén epilepsiára vezethet. A görcsök idegrendszeri központja minden esetben a nyúltagy és a hid reflexcentrumaiban keresendő.

FRANCK körülbelül osztja ezen felfogást. Ő szerinte az agykéreg peripherikus fölülethez hasonlít és minden fölé kiváltott reakció egy reflex-szel hasonlítható össze. Véleményét kísérleti alpra nem fekteti és az főleg azon alapszik hogy az agysértések után fellépő tünetek elmulására az agy vikariáló képességére nézve fenálló felfogásokat nem tartja kielégítőknak. Szerinte a vikariáló szerv a nyúltagy és így ebben motorius középpontokat vesz fel, melyek normális körülmények között az agykéregtől kiinduló impulsusra jutnak működésbe.

Azon összhangzás azonban, mely egyrészt a JACKSON-féle epilepsia kórboncztani alapja, másrészt ama kísérleti tények között fennáll, melyek szerint az agykéreg ingerlésére az inger helyével szorosan összefüggő görcsalakok jelennek meg és ezek befolyásuk-

¹ VULPIAN. Comptes rendus 1885.

² GOLTZ. Pflüger, Archiv. B. XXXIV.

³ BROWN-SÉQUARD. Researches on epilepsy 1887.

⁴ NOTHNAGEL. Ziemssen Hb. der spec. Pathol. XII. B. II. Th. 1875.

ban az ingerelt hely kiirtása által feltartóztathatók, a többséget azon nézetnek hódította meg, mely a görcsök középpontját magában az agykéregben keresi.

Ezen felfogás, melyet FERRIER¹ alapított meg, oda vezette a sebészetet, hogy működésének terét az agyra is kiterjessze. Fölveszik, hogy a görcsök bizonyos alakja az agykéregnek egy bizonyos az alakból sejthető pontjának kóros elváltozásában bírja okát és eme részlet eltávolításával úgy a *causa morbi*, mint a *sedes morbi* eltávolíttatik.

Eleinte a beavatkozást csak oly esetekben tartották indikálnak, a melyekben az agykéreg bonczani elváltozása volt jelen. Utóbb ily elváltozás hiányozván, valamely ki nem mutatható kóros állapotot vesznek föl az agykéreg illető helyén és ezen fölvételből kiindulva az épnek látszó agyrészletet irtják ki.

A HORSLEY-féle műtét jogosultsága azon nézeten alapszik, hogy általa a betegség okán kívül annak székhelye is eltávolíttatik. Ezen nézet azonban főleg — ha nem egyedül — kísérleti alapra támaszkodik. A kísérlet pedig, mint rövid összeállításunkból kivehető, még nem vezetett általános megegyezésre, s a döntő szót a tudomány, mint ezelőtt, úgy ma is főleg az állatkísérlettől várhatja.

Kísérleteinkhez házi nyulakat használtunk.

Az egyik, mondjuk bal agyfélteke le lett csupasztatva és annak ú. n. motorius zónájára LIEBIG-féle húskivonatot tettünk. A húskivonatban foglalt extraktív anyagok, mint azt LANDOIS² tapasztalta először, a nagy agy kérgére inger gyanánt hatnak, és alkalmazása után rövid idővel az állat fejét a behatással ellenkező jobb oldal felé hajtja, klonikus görcsök jelennek meg rágó izmaiban, később nyakizmaiban, azután a jobb mellső végtagjában, átterjednek a törzsizomzat jobb felére, a jobb hátsó végtagra és végre a test bal felére, hol többnyire fordított sorrendben észlelhetjük megjelenésüket. Előttünk áll tehát a JACKSON-féle epilepsia legjellemzőbb alakjában.

Ezen teljes rohamok előidezésére legalkalmasabb anyag a kreatin húskivonat alkalmazásánál önként rendszerint csak hosszabb

¹ FERRIER. *Functions of the brain* 1876.

² LANDOIS. *Uræmie*, 1889.

idő múlva jelennek meg, vagy esetleg nem is fejlődnek ki tökéletesen. Egy kis műfogással azonban a test többi részeire is kiterjedő klonust válthatunk ki, ha a rágó izmok klonikus görcse már megjelent, a miről tapintás útján győződünk meg.

Az arcz bőrének ingerlésére u. i. az alkalmazott taktil inger nagysága és a bal agyfélteke intoxikációjának foka szerint először rágás lép föl a jobb mellső végtagban, mely azután a törzsizomzat jobb felére, a jobb hátsó végtagra és esetleg fordított sorrendben a bal testfél részeire is áttérjed.

Maga a roham gyakran csak egy pár rágásból, máskor jól kifejezett, pár másodperczig eltartó klonikus görcsökből áll, melyek tovább tartanak, mint az őket kiváltó taktil inger. Ezen úton tehát ismét a JACKSON-féle epilepsiát idéztük elő. Eleinte vegyi ingert alkalmaztunk kísérleteinknél, azért, mert azt hittük, hogy ezzel leginkább közelítjük meg azt az állapotot, a mikor az epilepsiát valamely kóros elváltozás, mint tartós inger okozza.

Később meggyőződünk róla, hogy az inger megszűnése után, ha az bizonyos ideig és bizonyos fokban tartott, a görcsök ép oly gépies szabályossággal, ép oly alakban válthatók ki, mint az ingerlés tartama alatt. Így azután a villamos ingerlést alkalmaztuk, melynek fő előnye az volt, hogy erejét és hatásának helyét tetszés szerint változtathatjuk. Ha az ingerlés egy ideig tartott, az elektrodokat eltávolíthatjuk és hosszú időn át megmarad az idegrendszer ama sajátosága, hogy az arcz bőrére alkalmazott taktil behatásra a tipikus alakban megjelenő görcsök válaszolnak.

Közelebbről szemügyre véve a mozgás fiziológiai sajátosságait, azon meggyőződésre kell jutnunk, hogy közönséges reflex-tüneménynyel van dolgunk.

Egy bőrrészlet tapintó készülékeit izgatjuk és mozgás jön létre. Ismételhettük a kísérletet akárhányszor, az eredmény mindig ugyanaz lesz.

Ezen gépiességénél fogva a tünemény a reflex fogalmának legszűkebbre vont határain belül foglal helyet.

A görcsök ereje egyenes arányban áll az azokat kiváltó taktil inger nagyságával. Gyöngye érintésre gyöngye mozgás, erősebbre erősebb válaszol. Ha egyik kezünk mutató- és hüvelykujját a két maseterre téve, ezeket gyöngéden összeszorítjuk, az eleresztés pillana-

tában görcs váltatik ki, mely annál hevesebb, annál tartósabb, annál kiterjedtebb, minél hosszabb ideig nyomtuk a massetek tájait.

Már BROWN SÉQUARD tapasztalta, hogy epileptikus tengeri malaczkónál a trigeminus tájékának taktil ingerlése görcsöket váltott ki, de az ő «epileptogen zónája» mindig csak az arcz egyik felén feküdt.

A mi kísérletünk eredményére nézve teljesen közönyös, melyik arczfelet érintjük. A görcsök mindig megjelennek és alakjuk teljesen független attól, hogy a test melyik oldala felől váltatott az ki. Ez egyedül az izgatott agyféltekétől függ.

Ezen tekintetből a PFLÜGER-féle reflex törvények, a reflexek egyoldalú vezetésének és symmetriájának törvénye a mi reflexünkre nem alkalmazható.

Kísérletünk az epilepsia egy FRANCK által leírt fajától is különbözik abban, hogy annak alakja független attól, melyik testfél tapintó szerveire történt a behatás. FRANCK több ízben észlelt ilyen valódi reflexek alakjában megjelenő rohamot, a mely megkülönböztetendő a peripherikus sertések után hosszú idővel látszólag önként megjelenő BROWN SÉQUARD-féle reflex epilepsiától. A FRANCK-féle reflex epilepsiát az jellemzi, hogy a görcsök a peripherice ingerelt testfelen jelennek meg először, tehát a PFLÜGER-féle törvényt követik.

Épen úgy mint a többi ismert reflextümenénynél, a mienknél is találtattak befolyások, a melyek annak megjelenését gátolják. A gátló hatások tanulmányozása legjobban húskivonattal kezelt állatoknál sikerül.

A reflex görcs nem váltható ki egy ideig, ha pl. a fejnek sebént bántalmazzuk, a csontnyilást tágitjuk, a durát izgatjuk; később azonban újra megjelenik. Tehát fájdalmas behatások a reflex görcsre gátlólag hatnak épen úgy, mint pl. a GOLTZ-féle Quarerversuchra vagy Klopfversuchra, a melyek a reflexek klasszikus példáiképen idézhetők. Hasonlóképen gátolja a görcsök kiváltását a massetekre gyakorolt gyengéd, tartós, egyenletes nyomás.

Abban a pillanatban, mikor a nyúl fejét megfogjuk, gyors rángás lép föl, melyet azonban a nyomás azonnal megszüntet. A mint eleresztjük a massetereket, hosszabb görcsroham következik. Spontán fellépő görcsök szintén eltűnnek az arczra gyakorolt egyen-

letes nyomásra. Ez a tünet a legmeglepőbb szabályossággal sikerül.

Nem válthatók ki a görcsök egy ideig, valahányszor a nyúl szabadulni próbál és erőteljes, akaratos mozgásokat végez, úgy hogy az állat nyugtalansága a kísérletet gyakran megnehezíti.

Lényeges feladatunk volt, hogy felkeressük a középponti idegrendszer azon részét, mely annak többi részének működésén kívül helyeztetése után is elegendő a reflex görcsöknek létrehozására oly alakban, a milyenben azok az agy megsértése előtt jelentkeztek.

Feladatunk tehát reflexünknek, a JACKSON-féle epilepsiának centrumát fölkeresni.

Ezen célból a következő kísérleti sorozatot végeztük:

Miután egy házinyúl bal agyféltekéjét lecsupaszítottuk, annak mellső felületére húskivonatot tettünk. Rövid idő múlva megjelent a massetekben a görcs, a mely az arcz bőrének ingerlésére az előbb leírt sorrendben kiterjedt a test többi részeire. Számos próbálgatás állandóan egy eredményre vezetett. Miután a bal agyfélteke körülbelül egy fél óráig volt kitéve a vegyi inger behatásának, egy 3—4 mm. mély metszést vezetünk a bal agyfélteke konvexitásán végig, belefoglalva a «motorius zónát». A reflexgörcs ezután pár pillanatig nem váltható ki. Később kis fokban újra kezd mutatkozni, néhányszori próbálgatás után ismét azon szabályossággal, oly alakban, oly fokban jelenik meg, mint az agy megsértése előtt.

E motorius zóna megsértése tehát úgy hat a JACKSON-féle epilepsia megjelenésére, mint bármely más erősebb izgalom, mint pl. egy fájdalmas behatás, t. i. azt rövid időre meggátolja, azután többé nincs reá befolyása.

Most egy éles szélű kanállal kiirtjuk a bal motorius zónát. A görcsöt ismét nem válthatjuk ki egy ideig, azután ismét megjelenik teljesen azon alakban és fokban, mint a mikor a motorius zóna ép volt és közvetlenül az izgalom befolyása alatt állott. — Kiirtjuk egymásután a bal félteke egész mellső, egész hátsó részét, átmegyünk a jobb féltekére, eltávolítjuk annak mellső, azután hátsó részét, végül a nagy agynak esetleg még kevés ép maradékát a koponyaualapon egy tompa eszközzel összekavarjuk. Minden egyes beavatkozás után ismételve megpróbáljuk a görcsöt kiváltani és azt

tapasztaljuk, hogy az agynak minden újabb megsértése felfüggeszti a JACKSON-féle epilepsia alapját képező mechanizmus működését, a gátlás eltart 2—3 perczig vagy tovább, azután a görcsöket újra kiválthatjuk.

Még a nagy agy teljes kiirtása után is azt találtuk, hogy pár percz mulva az arcz bőrének gyenge érintésére görcs áll be a jobb mellső, majd a jobb hátsó végtagban is, azután a bal hátsóban és a bal mellsőben és ez idővel épen olyan erőteljesen jelent meg, mint az agy megsértése előtt.

Minél durvábban végezzük a nagy agy kiirtását, annál erősebb a gátló befolyás, a melyet a beavatkozás a görcsökre gyakorol és elég sokszor előfordul, hogy ha a görcsök az előbb ingerelt agyfélteke tökéletes kiirtása után még meg is jelennek, a másik félteke megsértése után végleg eltűnnek.

Ha tehát a nagy agy kéréget bizonyos intenzitású és bizonyos tartamú ingerlésnek vetjük alá, akkor a középponti idegrendszernek mélyebben fekvő részei bizonyos a rendestől eltérő állapotba jutnak, mely állapot az inger megszűnése, sőt a nagy agynak teljes kiirtása után is megmarad. Ezen állapot nem egyéb a közepagyban székelő reflexközéppontok fokozott ingerlékenységénél, a melyet SCHROEDER VAN DER KOLK, BROWN SÉQUARD, REYNOLDS és NOTHNAGEL sejtettek.

Az ingerlékenység ezen fokozódása nem terjed ki az ottan székelő összes középpontokra.

Hogy mely reflex középpontok jutnak fokozott ingerlékenység állapotába, az függ attól, hogy melyik agyfélteke ingerletetett s talán attól is, hogy az ingerelt agyféltekének melyik része volt leginkább kitéve az inger behatásának. A JACKSON-féle epilepsia oka lehet tehát az agykéregben. Az agykéreg kórosan elváltozott helyétől függ, hogy az milyen alakban jelenik meg. Középpontja azonban a mélyebben fekvő agyrészletekben keresendő és ezek épségben maradása elegendő arra, hogy a görcsök megjelenhessenek.

Ama fontos theoretikus következtetéseket, a melyek kísérleteinkből levonandók, máskorra tartva fenn, csak azt említjük meg, hogy az agykéreg gyenge villamos ingerlése által kiváltott nem konvulziv, körülírt mozgás és az agykéreg erős ingerlése által kiváltott általános görcs közt csak fokozatbeli különbséget lehet felvenni és így következtetéseink a nem konvulziv mozgásokra is állanak, a

milyenek a leírt módon tényleg ki is válthatók. Kísérleteink tehát, a melyekben az izgatási és kiirtási methodusokat egyesítettük, megerősítik GOLTZ nézetét, a melyet ő kiirtási kísérletekre alapított és a mely szerint a nagy agy kérgében mozgási centrumok nem foglaltatnak.

Végül röviden hasonlítsuk össze kísérleti tapasztalatainkat azon ismeretekkel, a melyeket a klinikai megfigyelés szolgáltatott. Hogy ezt megtehessük, egy általánosabb fiziológiai tényre kell utalnunk.

Ha egy béka agyát megsértjük, mozgási és érzési zavarok vagy nem, vagy csak pár percze lépnek föl. Házi nyulaknál hasonló körülmények közt a megfelelő tünetek óráig tartanak, míg kutyáknál lefolyásuk napokig, hetekig, majmognál hónapokig, sőt évekig húzódnak és lehet, hogy az ember, a kinek középponti idegrendszere hasonló bántalomnak lett kitéve, elvesztett képességeit soha, vagy csak tökéletlenül nyeri vissza.

A fiziologia mindig több adatot szolgáltat arra, hogy a gátlásból eredő funkcionális zavarok növekvő tartóssága az alacsonyabb rendű állatoktól kezdve a magasabbakig nem a középponti idegrendszer berendezésének lényeges különbségein alapszik. Ezen viszony az idegrendszeri működések vulnerabilitásának fokozódására vall az állatok rangjának emelkedésével; és az agy élet- és kórtanának vizsgálata állatkísérletek alapján főképen azon előnnyel bír a klinikai megfigyelés fölött, hogy állatkísérleteinkben esetleg egy pár perc alatt észlelhetjük olyan folyamatok teljes véghez jutását, a melyek az embernél hosszú idő alatt sem fejeződnek be, vagy éppen hosszú tartamuk következtében egyéb másodlagos elváltozásokat hoznak létre és ezek által eltorzítottatnak.

Már BROWN SÉQUARD és WESTPHAL vontak párhuzamot az állatokon és az emberen található epileptogen zónák között.

A masseterekre gyakorolt nyomás gátló hatása kísérleteinkben emlékeztet ama klinikai tapasztalatra, hogy néha sikerül egy epileptikus roham teljes kifejlődését meggátolni, azon testrészt leköltése által, a melyben a görcsök először jelentkeznek. Hiszen említettük, hogy tárgyalt eseteinkben azok mindig a masseterekből indulnak ki.

Tapasztaltuk, hogy kísérleteinkben a görcsök kimaradnak bizonyos időre fájdalmas behatások után.

Ezen pár percnyi gátlásnak a nyúlánál, mint láttuk más gátlási tüneteményekre nézve az embernél, hosszú időtartam felelhet meg. S valóban azt találjuk, hogy traumák, műtétek után az epileptikus rohamok az embernél egy időre, néha végleg elmaradnak.

A kazuisztikus irodalomból fontosságánál fogva LÉPINE-nek* egy legujabbban ismertetett esetére utalunk.

Egy férfinál hirtelen epilepsia lépett föl három napon át tartó súlyos status epilepticus képe alatt. A rohamok mindig a száj jobb-oldali izmaiból indultak ki. LÉPINE mint utolsó menedéket a trepanálást ajánlotta. Minthogy azonban a dura felnyitása után az agy épnek találtatott, a műtétet félben hagyták.

Habár az agyra magára nem történt beavatkozás, a műtétet javulás követte és 20 hó lefolyása alatt a görcsök nem tértek vissza egyszer sem.

Kísérleti tapasztalataink azt mutatták, hogy az eredetileg izgatott nagy agyrészlet eltávolítása után az izgalom jelei csak ideiglenesen mulnak el, azután ismét visszatérnek.

Ez megfejti úgy a HORSLEY-féle műtétek sikereit, mint azon aránylag számos esetet, a melyben a műtét nem vezetett célhoz. — Eredményeink rövid foglalatját a következőkben adhatjuk:

1. Az agykérget tartósan izgatva, ha az inger nem elég erős arra, hogy spontán görcsöket hozzon létre, a JACKSON-féle epilepsia kórképét peripherikus ingerek útján idézhetjük elő.

2. Ezen görcsök fellépését módosított peripherikus ingerekkel megváltoztatjuk.

3. A görcsök megjelenése nincs az u. n. «motorius zóna» működéséhez kötve, sőt az egész nagy agy kiirtása után is kiválthatók.

4. Az epileptikus görcsök középpontja még az ú. n. kortikális epilepsiánál sem fekszik a nagy agyban.

5. Az agykéreg ingerlése által a közepagyban bizonyos, az ingerlés oldalával, talán helyével kapcsolatban levő reflexcentrumok ingerlékenysége fokozódik és a nekik megfelelő pályákban oly ingervezetési irány fejlődik ki, melynél fogva bármelyik testfélről történik a görcsök kiváltása, azok mindig ugyanazon módon jelennek meg és folynak le.

* LÉPINE. Semaine medicale 1889. szept.

1889. DECZEMBER 16.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE.

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. KÖNIG GYULA, mint rendes tag széket foglal *«a számfogalom fejlődéséről»* című értekezésével.

1890. JANUÁR 20.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. B. EÖTVÖS LORÁND r. t. értekezik *«a föld vonzásáról különböző anyagú testekre»*.

2. KRENNER JÓZS. SÁNDOR r. t. előterjeszti LOCZKA JÓZSEF részéről *«több magyarországi ásvány elemzését»*.

Az elemzett ásványok a következők: 1. Antimonit Felsőbányáról; 2. Antimonit Magurkáról; 3. Tetradymit Zsubkőről; 4. Tetradymit Rézbányáról; 5. Hessit Botesről; 6. Tellur Facebayáról; 7. Hæmatit Hargitáról; 8. Fauserit Hodrusbányáról; 9. Köső Tordáról; 10. Köső Vizaknáról.

A részletes eredmények a Mathem. és Természettud. Közleményekben fognak megjelenni.

1890. FEBRUÁR 17.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE.

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. REMÉNYI ANIÁL, mint vendég, értekezik «*a tengeri hadviselés fejlődéséről az ókortól az újkorig*».

2. THAN KÁROLY r. t. bemutatja LIEBERMANN LEO dolgozatát «*a metaphosphorsav kimutatásáról az élesztő nucleinjában*».

(L. a 41. lapon.)

3. SZILY KÁLMÁN r. t. fölolvassa RADOS GUSZTÁV-nak «*a térbeli görbék elméletéhez*» című közleményét.

(L. a 46. lapon.)

4. Ugyanez bemutatja KÜRSCHÁK JÓZSEF közleményét «*a variáció-számítás parciális differenciálegyenleteinek egy különös osztályáról*».

(L. a 60. lapon.)

A METAPHOSPHORSAV KIMUTATÁSA AZ ÉLESZTŐ NUCLEINJÁBAN.

LIEBERMANN LEÓ-tól.

Már hosszabb idő előtt közöltem, hogy az élesztő nucleinjából savakkal (hígított légeny vagy sósav) oly anyagot lehet kivonni, mely ezen nuclein jellemző tulajdonságainak okozója s melyet metaphosphorsavnak tartok. — Azt is kimutattam, hogy a nucleinfélékhez minden tekintetben hasonló vegyületet kapunk, ha fehérnyel-oldatot metaphosphorsavval lecsapunk.

Most sikerült az élesztő nuclein-savas kivonataiban a metaphosphorsavat közvetlenül baryt-vegyületének alakjában kimutatnom, még pedig a következő eljárással:

Nucleint a már ismert módon hígított légenysavval kivonunk az élesztőből. A savas kivonatot tartalmazó kehelypocharat hideg vízbe állítjuk és gyorsan ammoniakkal látjuk el, míg alkalikus vegyhatás mutatkozik. A neutralizálásnál erősen fölmelegedett folyadékhoz lehülés után, erős savas vegyhatásig, híg eczetsavat teszünk és azután igen nagy fölöslegben chlorbaryum-oldatot. Vagy azonnal, vagy állás után nem nagyon meleg helyen zavarodás képződik, ez később, több óra múlva pelyhes csapadékká tömörül, mely leülepedik, és melynek mennyisége természetesen a felhasznált nuclein mennyiségétől függ, de sohasem nagyon tetemes.

Rendesen eczetsavas baryum jegecei is rakódnak le, de ezekről a könnyebb pelyhes csapadékot könnyen le lehet önteni.

Ezen alaktalan, vízben oldhatlan csapadékot vízzel mossuk a chlorreactió teljes eltüntéig. Légenysavban legnagyobbbrészt oldódik, s ezen oldat csak főzés után adja a molybdánsav reactiót phosphorsavra és bőven tartalmaz baryumot.

A csapadék quantitativ meghatározására és elemzésére azt egy 100° -nál szárított tarált szűrőn szűrjük, destillált vízzel a chlor-reactió eltüntéig mossuk, aztán 100° -nál szárítjuk és lemérjük.

Mérés után a szűrőt ismét visszahelyezzük a tölcserbe és leöntjük meleg hígított légenysavval mindaddig, míg az valamit még oldani látszik. Ezután mossuk destillált vízzel, ismét szárítjuk a szűrőt és újra lemérjük a rendszeren kevés, főképen szerves anyagból álló maradékkal.* Ennek czélja, hogy megtudjuk, mennyit kell az első mérésnél kapott csapadéksúlyból levonni, hogy az oldatba ment baryt-só valódi mennyiségét megkapjuk. Más úton nem voltam képes a vegyületet a drága anyag vesztesége nélkül tisztítani.

Az oldatot hosszasan forraljuk azon czélből, hogy a metaphosphorsav teljesen átalakuljon háromaljúvá, s aztán a baryumot lecsapjuk kénsavval s meghatározzuk az ismert módon. A baryum-sulfátról leszűrt folyadék a phosphorsavat tartalmazza, melyet egyszerűen ammoniakkal és magnesiámmixturával lehetne leválasztani. Én azonban mégis jobbnak láttam azt előbb molybdánsavas ammonnal leválasztani, s csak ebben határozni meg a phosphorsavat, mint magnesium-pyrophosphátot.

Ime néhány meghatározás eredménye.

5 grm. nuclein légenysavas kivonata a leírt módon kezelve 0.1096 grm. baryt-vegyületet adott (100° -nál szárítva). Ez légenysavval kezelve 0.0086 grm.-ot hagyott vissza, mint légenysavban oldhatlan részt, melyben 0.001 grm. hamu találtatott. A baryt-csapadék tehát 7.8% fertőzést tartalmazott, és a baryt-só valódi súlya tehát 0.101 grm. volt.

A baryum meghatározásának eredménye :

$$0.0664 \text{ grm. } BaSO_4 = 0.039 \text{ Ba.}$$

A phosphorsavé 0.0756 grm. magnesium-pyrophosphát

$$= 0.04835 \text{ grm. } P_2O_5 = 0.05379 \text{ grm. } PO_3.$$

Találtatott tehát az anyagban :

* Néha ezen maradék sok is lehet. Ez úgy látszik akkor történik, ha kevés nuclein és sok kivonó folyadék használtatik s ha a maradékot vízzel mossuk. A mosóvizet tehát ne egyesítsük a savas kivonattal.

53·26 % PO_3

38·61 « *Ba*.

Számított érték baryummetaphosphátra:

53·56 % PO_3

46·44 « *Ba*.

A phosphorsav tehát egészen jól egyezik. A baryumnál azonban tetemes veszteség mutatkozik, melyet több körülmény okozhat, többek között az anyag csekély mennyisége, továbbá azon lehetőség, hogy a metaphosphorsav még nem változott át teljesen az orthosavvá, mikor az oldat kénsavval kezeltetett, most ismeretes, hogy a metaphosphorsav a baryumnak kénsavval való teljes lecsapását megátolja.

Más kísérleteknél ugyanígy eljárva, de még kevesebb anyaggal dolgozva (2 grm. nuclein), még valamivel kevesebb barytot is kaptam, de e mellett több phosphorsavat, így pl. egy esetben 37·33% baryumot és 58·11% PO_3 -at.

Itt még csak egy variált kísérletről akarok megemlékezni, a melynél az élesztő nucleinja hígított sósavval lett kivonva, a kivonat ammoniakkal közömbösítve, eczetsavval megsavanyítva és chlorbarium oldat nagy fölöslegével lecsapva. A leszűrt és kimosott csapadék újra híg sósavban lett feloldva és ezen oldattal az előbbi procedura ismételve. — Az ezen tisztítás által előidézett veszteség miatt nem kaptam többet, mint 15 mgr. barytvegyületet, mely azonban ment volt szerves fertőzéstől.

A baryum meghatározásánál 10·4 mgr. baryumsulfátot = 6·11 mgr. *Ba*, a phosphorsavmeghatározásnál 12·5 mgr. magnesium pyrophosphátot kaptam (a molybdän-methodussal!).

Az anyag összetétele volt tehát:

$BA = 40·73$ %

$PO_3 = 59·25$ «

99·98 %

Az általam analizált csapadékok összetétele tehát következő volt:

I.	II.	III.
$BA = 38\cdot61$	$37\cdot33$	$40\cdot73 \%$
$PO_3 = 53\cdot26$	$58\cdot11$	$59\cdot25 \%$
$91\cdot87$	$95\cdot44$	$99\cdot98 \%$

Ha a PO_3 -t *phosporra* számítjuk és phosphortartalmukra nézve összehasonlítjuk az itt tekintetbe vehető baryumphosphátokat * a következőt látjuk.

Phosphortartalma :

a nucleinből nyert baryumsónak	a metaphosphorsavas baryumnak	a telített orthophosphorsavas baryumnak	a $\frac{2}{3}$ telített orthophosphorsavas baryumnak	a pyrophosphorsavas baryumnak	a telített phosphorsavas baryumnak
I. 20·899%	21·01 %	10·31 %	13·30%	13·84%	14·28%
II. 22·802%					
III. 23·249%					

Ha átgondoljuk az előbbieken előadottakat, következő eredményekre jutunk.

1. Az élesztő nuclein hideg savas kivonataiból nyert barytvegyület, *ecetsavas oldatból* lett chlorbaryummal lecsapva (mit reakciónak lehet tekinteni metaphosphorsavra), *és csak légenysavval főzve* adja az orthophosphorsav reakcióját.

2. A vegyület amorph, vízben oldhatlan, s csak csekély mennyiségű szerves anyagot foglal magában, a közlött esetben körülbelül 7%-ot, de tisztítás által fertőzéstől menten is nyerhető. (L. a kísérletet sósavvali kivonással.)

3. Más alkatrészt, mint baryumot és phosphorsavat nem tartalmaz, mert egyik analízisnél (III.) a baryum és metaphosphorsav együtt majdnem 100 (99·98) perzentet adtak, más kísérletcknél 95·44 és 91·87%-ot.

4. A phosphortartalom az analízisek szerint 20·899—23·249%, míg a theoretikus érték metaphosphorsavas baryumra (monometa-

* Az $\frac{1}{3}$ telített phosphorsavas baryum vízzel kezelve $\frac{2}{3}$ telítettet ad, különben csak 18·73% P-t tartalmaz. A savas phosphoros savas barytvegyületek vízben oldódnak, épen úgy az alphosphorossavas baryum. Mindezek tehát itt nem jönnek tekintetbe.

phosphat $Ba(PO_3)_2$ számítva 21·01, a mi 20·899-el csaknem azonos. Minden más vegyület, mely ehhez csak némileg hasonlít 10·31—14·28% phosphort tartalmaz.

Mindezek után, ezen vegyület nem lehet más, mint a metaphosphorsav vegyülete baryummal, még pedig főképen a monophosphat, mely változó mennyiségű szerves anyaggal lehet lecsapáskor fertőzve, s mely bizonyos körülmények között még phosphorsavban gazdagabb barytvegyület kis mennyiségével is lehet keverve.

Azt hiszem tehát, hogy ezzel, valamint avval, a mit e tárgyról már régebben közöltem, a metaphosphorsav jelenléte az élesztő nucleinjában be van bizonyítva.

*

Legyen szabad még a következőket említenem.

Feltűnő volt, hogy a metaphosphorsav mennyisége, melyet barytvegyülete alakjában az élesztő nucleinjából nyertem, aránylag oly csekély volt. Már régibb kísérleteim után, melyeknek eredményeit újabbak is igazolták, ki volt zárható, hogy a nuclein savvali kivonás után még jelentékenyebb mennyiségű phosphorvegyületet tartalmazna. A kivonás sával tehát teljes, de a lecsapás ecetsavas oldatból chlorbaryummal tökéletlen.

Ha a barytcsapadékról leszűrt ecetsavas oldatot ammoniakkal látjuk el, egy bő, pelyhes csapadék keletkezik, sokkal erősebb, mint az volt, mely ecetsavas oldatban először mutatkozott. Ha azt leszűrjük, teljesen kimossuk és légenysavval leöntjük, nagy része feloldódik. Az oldat sok baryumot tartalmaz, s csak főzés után adja az orthophosphorsav reactióját, de nagyon erősen.

Ezen bőven baryumot és phosphort tartalmazó csapadék sok szerves anyagot is tartalmaz, melyből eddig analizisre alkalmas készítményt nem állítottam elő.

Hogy ezen, ammoniakos oldatból nyert csapadéknál egy «nucleinsav» baryumvegyületével van-e dolgunk, mely ALTMANN RICHARD* szerint az élesztő nucleinjában előfordul, további kísérletek által lesz eldöntendő.

* Archiv f. Anatomie und Physiologie Sep. Abdr. p. 534.

A TÉRBELI GÖRBÉK ELMÉLETÉHEZ.

RADOS GUSZTÁV, mőgyet. magántanártól.

A matematika fogalmai — bár képezésükben némi szabadsággal járhatunk el — sohasem véletlenek vagy önkényesek, mert a mellett, hogy a már meglévő fogalomanyaggal összhangzatban és mindig határozott czélok szolgálatában készülnek, azonfelül rendszerint valamely tétel vagy kapcsolat rejtőzik mögöttük, a mely velők a legegyszerűbb és legjellemzőbb módon fejezhető ki. Sőt a gondosabb vizsgálat arról tanúskodik, hogy a matematika fogalomalkotásai csoportonként bizonyos speciális, e csoportokat jellemző törvényszerűséget árulnak el, melynek tanulmányozása nemcsak az általános ismeretelmélet szempontjából érdekes, hanem egyenesen szükségessé válik, ha a matematika speciális módszertanát ki akarjuk fejteni. A matematikai fogalmak egy fontos csoportjára, t. i. a mértékfogalmakra nézve, e törvényszerűség közvetlenül szembeszökő ; itt ugyanis e kérdésben forgó fogalmak megállapítása bizonyos szélső értékek meghatározására vezetetik vissza. Így pl. :

Két pont távolságát az összes szóba jövő távolságok közt a *legrövidebb*-bel, t. i. a két pont meghatározta egyenes darabjával értelmezzük.

Valamely pont távolsága adott egyenestől ismét e pont és az egyenes pontjai közti távolságok *minimuma*.

Az egyenes hajlásszöge a síkhoz megint az adott egyenes és a sík egyenseivel alkotott szögek *legkisebbike*.

Hasonlóan járunk el két sík hajlásszögének megállapításában, midőn e célra az egyik sík egyenseinek a másik sík egyenseivel alkotott szögeinek *minimumát* választjuk.

E példák sorozata még bővíthető volna, de már így is elég-séges, hogy a mértékfogalmak megállapításában a következő, leg-alább is hodegetikus jelentőségű elvet felismerhessük.

Azok a mértékfogalmak, melyek többféle meghatározást engednek, az előforduló értékek közül a szélsők választásával állapítottak meg.

Ez a hodegetikus elv — úgy látszik — kifolyása az általános «lex simplicítatis»-nak, mely a matematikában talán még nagyobb mértékben jut érvényre, mint az elméleti természettudományokban. (Lásd KÖNIG GYULA értekezését a dinamika alapegyenleteiről, hol hasonló elv vezet a mozgási egyenletek felállítására.)

Ezt az elvet akarom felhasználni a térbeli görbék egyik sarkalatos mérték fogalmának megállapítására, az ú. n. első görbület értelmezésére.

A térbeli görbét analitikailag a koordináta síkokon való vetületeivel szoktuk megadni. Ezzel a térgörbe alakjának vizsgálata, bármely P pontjának környezetében, vetületein, tehát síkgörbéken végzendő, melyekre vonatkozólag az alak vizsgálata az illető ponthoz tartozó érintő és görbületi mérték ismeretével teljesen meg van oldva. E szerint, a térgörbe alakjának meghatározásában rendelkezésünkre állanak mindazon síkgörbék, melyek a térbeli görbe P pontjához tartozó érintőjén átmenő síkokon a térgörbének orthogonális vetületeit ábrázolják.

Mindegyiköknek van a P pontban bizonyos görbületi sugara. A kérdés most már az, hogy e végtelen sok görbületi sugár között melyik lesz legjellemzőbb a térbeli görbére nézve? A feleletre rá-vezet az imént kimondott hodegetikus elv és hogy ez az elv ez esetben is helyes eredményt szolgáltat, megmutatja a következő tétel, melynek bebizonyítása a jelen dolgozat tárgya :

Valamely térgörbe P pontjához tartozó érintőjén átfektetett síksor síkjain előállítván a térgörbe orthogonális vetületeit; a térgörbe P pontjához tartozó simuló síkban fekvő lesz köztük az, a melynek görbületi sugara a többiekéhez képest minimum.

Mínthogy más oldalról ismeretes, hogy a simuló síkban fekvő vetület görbülete megegyez a térgörbe első görbületével, e tétel új utat jelöl ki, egyrészt a simuló sík, másrészt pedig az első görbület fogalmának okadatolt bevezetésére.

I.

A bevezetésben felállított tétel bebizonyítása fölötté kevés számításal intézhető el, ha a koordináta rendszert, melyre a térbeli görbe analitikai előállítását vonatkoztatjuk, alkalmas módon választjuk.

Egy tetszőleges (xyz) koordináta rendszerre vonatkozólag legyenek a térbeli görbe egyenletei:

$$x=f_1(t), \quad y=f_2(t), \quad z=f_3(t),$$

mely egyenletek a görbének a koordináta síkokon való vetületeit szolgáltatják. A $t=t_0$ parameterérték meghatározta P pontban az érintő egyenletei

$$\frac{\xi-x}{x'_0} = \frac{\eta-y}{y'_0} = \frac{\zeta-z}{z'_0}, \quad (e)$$

a hol

$$x'_0 = \left(\frac{dx}{dt} \right)_{t=t_0}, \quad y'_0 = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{t=t_0}, \quad z'_0 = \left(\frac{dz}{dt} \right)_{t=t_0}.$$

Ha tehát a koordináta rendszert úgy választjuk, hogy kezdőpontja a P pontban legyen, x tengelye pedig az e érintővel essék össze, akkor

$$x_0=f_1(t_0)=0, \quad y_0=f_2(t_0)=0, \quad z_0=f_3(t_0)=0, \\ y'_0=0, \quad z'_0=0,$$

és a P ponthoz tartozó simuló sík egyenlete a

$$\begin{vmatrix} \xi & \eta & \zeta \\ x'_0 & 0 & 0 \\ x''_0 & y''_0 & z''_0 \end{vmatrix} \equiv -x'_0(z''_0\eta - y''_0\zeta) = 0 \quad (a)$$

alakot veszi fel, melyben

$$x''_0 = \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)_{t=t_0}, \quad y''_0 = \left(\frac{d^2y}{dt^2} \right)_{t=t_0}, \quad z''_0 = \left(\frac{d^2z}{dt^2} \right)_{t=t_0};$$

és a hol még mellékesen megjegyezzük, hogy ha a P pont a térbeli görbe rendes pontja, a

$$x''_0, \quad y''_0, \quad z''_0$$

értékek egyszerre nem tűnhetnek el.

Az e érintőn átmenő síksor egyenletét ezélszerűen a

$$-\eta \sin \varphi + \zeta \cos \varphi = 0 \quad (\beta)$$

alakban választhatjuk, melyben a φ paraméter transcendens függvényjelek alatt szerepel ugyan, de épen ezen körülménynél fogva a végzendő számítás lényegesen egyszerűbb lesz.

A térbeli görbe (β) síkon való vetületének egyenletéhez leg-egyszerűbben jutunk, ha ezt a síkot egy új koordináta rendszer XY síkjának vesszük, melyben az YZ sík a régi (yz) síkkal megegyezik. Az új koordináta rendszerre az

$$\begin{aligned} X &= x \\ Y &= y \cos \varphi + z \sin \varphi \\ Z &= -y \sin \varphi + z \cos \varphi \end{aligned}$$

egyenletek meghatározta orthogonális substituczió segítségével térünk át.

Ha ezt a koordináta rendszert fektetjük alapul, akkor a (β) síkon való vetület egyenletei a

$$\begin{aligned} X &= x \\ Y &= y \cos \varphi + z \sin \varphi \end{aligned}$$

paraméteres alakban vannak adva.

E vetület görbületi mértéke egy tetszőleges pontjában

$$G(\varphi) = \frac{X''Y' - X'Y''}{(X'^2 + Y'^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(x'y'' - x''y') \cos \varphi + (x'z'' - x''z') \sin \varphi}{[x'^2 + (-y' \sin \varphi + z' \cos \varphi)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

úgy, hogy a $t=t_0$ pontra nézve a görbület kifejezése átmegy ebbe:

$$G(\varphi) = \frac{1}{x_0'^2} (y_0'' \cos \varphi + z_0'' \sin \varphi).$$

A további tárgyalás $G(\varphi)$ szélső értékeinek meghatározását követeli. Szélső érték csak ott lehet, a hol

$$\frac{dG(\varphi)}{d\varphi} = \frac{1}{x_0'^2} (-y_0'' \sin \varphi + z_0'' \cos \varphi) = 0,$$

a mi a φ számára a

$$\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{z_0''}{y_0''} \quad (\gamma)$$



meghatározást szolgáltatja; hogy ott csakugyan van szélső érték, még pedig maximum, azt a

$$\frac{d^2G}{d\varphi^2} = - \frac{1}{x_0'^2} (y_0'' \cos \varphi + z_0'' \sin \varphi)$$

kifejezés mutatja, mely a φ -nek (γ)-ból kiadódó értékének helyettesítésével a

$$G''(\varphi) = - \frac{(x_0''^2 + y_0''^2)^{\frac{1}{2}}}{x'^2}$$

lényegesen negatív értékbe megy át. E kifejezés ugyanis zérussal nem lehet egyenlő, mert ha

$$y_0'' = 0, \quad z_0'' = 0,$$

P a görbének singuláris pontja, melyben a simuló sík értelme elvész.

A talált φ értéket behelyettesítve az (α) síksor egyenletébe a

$$z_0'' \eta - y_0'' \zeta = 0$$

síkhöz jutunk és ez nem más, mint a P ponthoz tartozó simuló sík; evvel tehát tételünk teljesen be van bizonyítva.

II.

A megelőző cikkben láttuk, hogy térbeli görbék első görbületének vizsgálata mindig sík görbe görbületének meghatározására vezethető vissza; most végül megmutathatjuk, hogy a térbeli görbe második görbületének meghatározása — bár közvetve — szintén síkgörbe görbületének kiszámítása által eszközölhető. Az előbbieken alapján nyilván való, hogy e célra elégséges megmutatni, hogy a második görbület meghatározása az első görbület kiszámítására vezethető vissza. Ez pedig valóban eszközölhető, mert az adott térbeli görbe mindenkor leképezhető egy másik térgörbére oly módon, hogy a bármely pontjában megfelelő második görbület megegyezzzék az e pont képeinek megfelelő első görbülettel. E leképezésre a következő módon jutunk.*

* A dolgozatom ezen részében felvetett kérdéstételt dr. KÖNIG GYULA tanár úrral e tárgyról folytatott társalgásnak köszönöm.

Legyenek a térbeli görbe egyenletei paraméteres alakban adva:

$$x=f_1(s) \quad y=f_2(s) \quad z=f_3(s) \quad (a)$$

melyekben s a bizonyos ponttól számított ívhossz mérőszámát jelenti, úgy hogy

$$\begin{aligned} x'^2+y'^2+z'^2 &= 1 \\ x'x''+y'y''+z'z'' &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

a hol

$$\begin{aligned} x' &= \frac{dx}{ds}, & y' &= \frac{dy}{ds}, & z' &= \frac{dz}{ds}, \\ x'' &= \frac{d^2x}{ds^2}, & y'' &= \frac{d^2y}{ds^2}, & z'' &= \frac{d^2z}{ds^2}; \end{aligned}$$

akkor a símuló sík egyenlete

$$\begin{vmatrix} \xi-x & \eta-y & \zeta-z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} \equiv A(\xi-x) + B(\eta-y) + C(\zeta-z) = 0,$$

melyben

$$A=y'z''-y''z', \quad B=z'x''-z''x', \quad C=x'y''-x''y';$$

továbbá az első görbület

$$G = \sqrt{x''^2 + y''^2 + z''^2} \quad (2)$$

és végül a második görbület

$$\Gamma = \frac{A}{x''^2 + y''^2 + z''^2},$$

a hol

$$\begin{aligned} A &= \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix}; \\ x''' &= \frac{d^3x}{ds^3}, \quad y''' = \frac{d^3y}{ds^3}, \quad z''' = \frac{d^3z}{ds^3}. \end{aligned}$$

A keresett leképezéshez jutunk, ha oly térbeli görbét tudunk előállítani, melynek minden pontjában az érintő (ε) párhuzamos az adott térgörbe megfelelő pontjához tartozó görbületi tengelylyel

(axe de courbure) és ha továbbá megfelelő pontpárok határolta ív-
darabok mérőszámai, σ és s egyenlők.

E követelményeknek megfelel a

$$\begin{aligned}\xi &= \int_{s_0}^s \frac{A ds}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}; & \eta &= \int_{s_0}^s \frac{B ds}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ \zeta &= \int_{s_0}^s \frac{C ds}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.*\end{aligned}\tag{a}$$

egyenletekkel bíró térbeli görbe; ugyanis e görbe érintőjének irány-
cosinusai valamely tetszőleges pontjában,

$$\begin{aligned}\cos(\varepsilon, \tilde{\xi}) &= \frac{\frac{d\xi}{ds}}{\sqrt{\left(\frac{d\xi}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{ds}\right)^2}} = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ \cos(\varepsilon, \eta) &= \frac{\frac{d\eta}{ds}}{\sqrt{\left(\frac{d\xi}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{ds}\right)^2}} = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ \cos(\varepsilon, \tilde{\zeta}) &= \frac{\frac{d\zeta}{ds}}{\sqrt{\left(\frac{d\xi}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{ds}\right)^2}} = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}\end{aligned}$$

mint közvetlenül látni való a símuló sík normálisának irány-
cosinusaival megegyezők, úgy hogy az (a) görbe érintője valóban
párhuzamos az (a) görbe binormálisával; más oldalról pedig, mint-
hogy

* Erre a görbére geometriai úton is juthatunk, még pedig a követ-
kező módon. Kiindulunk az adott térbeli görbe egy bizonyos P_1 pontjához
tartozó binormálisából, melyre egy kicsiny vonaldarabot P_1Q_1 felrakunk,
a Q_1 végpontjához párhuzamosan az adott térbeli görbe P_1 -gyel szomszédos
 P_2 pontban lévő binormállissal illesztjük a Q_1Q_2 elemet és így tovább. Az
ekként keletkező $Q_1Q_2Q_3\dots$ sokszög határalakzata gyanánt tekinthető az (a)
alatti egyenletekkel bíró térbeli görbe.

$$\left(\frac{d\sigma}{ds}\right)^2 = \left(\frac{d\xi}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{ds}\right)^2 = 1,$$

az ivmérésnek (α) görbén való alkalmas berendezése után:

$$\sigma = s.$$

Ezek után tehát (α)-ban oly térbeli görbét ismerünk, melynek tetszőleges s pontjában lévő első görbülete, G' megegyezik az (α) görbe ugyanezen parameterértékhez tartozó pontjában lévő második görbületével I' -vel.

A G' kiszámítására ξ , η , ζ -nek σ szerinti vagy a mi ugyanaz s szerinti második differenciálhányadosait kell képeznünk. Ezek lesznek

$$\begin{aligned} \frac{d^2\xi}{ds^2} &= \frac{A'(A^2+B^2+C^2) - A(AA' + BB' + CC')}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}^3}, \\ \frac{d^2\eta}{ds^2} &= \frac{B'(A^2+B^2+C^2) - B(AA' + BB' + CC')}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}^3}, \\ \frac{d^2\zeta}{ds^2} &= \frac{C'(A^2+B^2+C^2) - C(AA' + BB' + CC')}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}^3}, \end{aligned}$$

a honnan 2) alapján

$$G'^2 = \frac{(A^2+B^2+C^2)(A'^2+B'^2+C'^2) - (AA'+BB'+CC')^2}{(A^2+B^2+C^2)^2};$$

e tört számlálójának azonos átalakításával:

$$G'^2 = \frac{(BC' - B'C)^2 + (CA' - C'A)^2 + (AB' - A'B)^2}{A^2+B^2+C^2}.$$

Mint hogy azonban

$$A' = y'z''' - y'''z', \quad B' = z'x''' - z'''x', \quad C' = x'y''' - x'''y',$$

és

$$A, \quad B, \quad C$$

a Δ determináns második, illetőleg harmadik sorához tartozó elemek aldeterminánsai, az adjungált rendszer aldeterminánsaira vonatkozó ismeretes tétel alapján:

$$\begin{vmatrix} B & C \\ B' & C' \end{vmatrix} = x' \cdot \Delta, \quad \begin{vmatrix} C & A \\ C' & A' \end{vmatrix} = y' \cdot \Delta, \quad \begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix} = z' \cdot \Delta,$$

és a G'^2 még tovább is egyszerűsíthető, ugyanis:

$$G'^2 = \frac{\Delta^2(x'^2 + y'^2 + z'^2)}{(A^2 + B^2 + C^2)^2},$$

a miből, minthogy az (1) alatti egyenletek következtében

$$\begin{aligned} x'^2 + y'^2 + z'^2 &= 1, \\ A^2 + B^2 + C^2 &= (x'^2 + y'^2 + z'^2) (x''^2 + y''^2 + z''^2) - (x'x'' + y'y'' + z'z'')^2 \\ &= x''^2 + y''^2 + z''^2, \end{aligned}$$

a G'^2 végleges alakja

$$G'^2 = \frac{\Delta^2}{(x''^2 + y''^2 + z''^2)^2},$$

a mivel G' és Γ egyenlősége evidenciába lép.

A KÜLÖNBÖZŐ HŐMÉRSÉKŰ ÉS MENNYISÉGŰ BEVETT VÍZ HATÁSA AZ ÉP ÉS KÓROS SZÍVRE.

Dr. FRIEDRICH VILMOS és Dr. STRICKER MÓR egyetemi gyakornokoktól.*

A dolgozat első része ama befolyással foglalkozik, melyet különböző hőmérsékletű víz gyakorol a bevétel után a szívösszehúzódások számára és a vérnyomásra.

A LICHTENFELS és FRÖHLICH, WINTERNITZ, GLASE és KLEMENSIEVICZ-től származó adatok annyiban hézagosoknak mutatkoztak, amennyiben az említettek kizárólag épszívű egyéneken eszközölt kísérleteiknél egyrészt nemcsak különböző hőmérsékű, de különböző mennyiségű vizet is használtak, úgy hogy az ivás által elért hatást nem lehet egyedül a hőmérséknek betudni, másrészt az ivás után azonnal beállt változatokra nem voltak tekintettel.

Az előbbi hibát kikerülendő, a kísérleti egyének mindig egyenlő mennyiségű és pedig 200 ccm. vizet ittak; mennyiségénél fogva ez még alig vagy semmikép sem hat a szív működésre.

A kísérletekhez 4—8—12—16—25—35—45 és 60° R-nél használtuk a vizet.

Teljesen épszívvel bíró, egészséges egyéneken, valamint az egyetemi I. belgyógykórodán fekvő, az inkompenzáció különböző stádiumaiban levő szívbetegknél végeztük e kísérleteket úgy, hogy ivás előtt meghatározott az 1 perc alatti szívösszehúzódások száma, az ivás utáni 2 perczen a szívösszehúzódások száma $\frac{1}{4}$ percenkint, a további 15—20 perczen keresztül percenkint figyeltetett meg. Hasonlóképp meghatározott ivás előtt a vérnyomás és vér-erényfeszülés; az előbbi a BASCH-féle sphygmomanometer segélyé-

* L. e kötet 2. lapját.

vel, az utóbbi a MAREY-THANHOFFER-féle sphygmograph-fal. Ezen talált értékekkel összehasonlítottuk a kísérlet folyamán több ízben, rövid időközökben feljegyzett sphygmographikus és sphygmomanometrikus eredményeket.

A sphygmographikus görbéknek — melyekből körülbelül 500 jegyeztetett fel — alakváltozása épszívűeknél az esetek legnagyobb számában megegyezett a sphygmomanometeren észlelt eredménnyel; kóros szívűeknél ellenben és különösen az inkompenzáció erősebb fokainál a sphygmographikus görbe kifejezte véredény-feszülés nem felelt meg mindig a sphygmomanometerrel talált vérnyomási értékeknek.

Az ép és kóros szívűekre következő eredmények találtak:

A bevett víz hatása hőmérsékleténél fogva az ivás után azonnal jelentkezik, de 15—20 perc múlva már megszűnik.

A hideg víz a szívösszehúzódások számát alábbszállítja, a vérnyomást átlag emeli. A meleg víz a szív működést gyorsítja, a vérnyomást növeli. A langyos víz (25° — 30°) a vérnyomást csökkenti.

Minél hidegebb a bevett víz, annál inkább lassúdik a szív működés és annál erősebb lesz a vérnyomás. Minél melegebb az ivott víz, annál jobban gyorsul a szív működés és annál jobban emelkedik a vérnyomás.

Minél hidegebb vagy melegebb a bevett víz, aránylag annál rövidebb idő alatt következik be az emelkedés vagy a csökkenés tetőpontja és annál hosszabb ideig tart hatása.

Az ép és kóros szívűeknél talált eredmények legnagyobb részben egvezők, lényegesebb eltérést csak annyiban mutattak, hogy

1. a kóros szívnek hosszabb időre van szüksége, míg a víz különböző hőfoka által megváltozott működése az eredetire visszatér, és 2. a kóros szív működési ereje a víz ivása után aránylag nagyobb ingadozásoknak van alávetve, mint az épé.

A víz ezen hatását azon ingernek tulajdonítjuk, melyet a bevett folyadék hőmérséklete folytán gyakorol, ugyanis ezen inger a gyomorbeli rostokról áterjed a szív gátló vagy gyorsító rostjaira, valamint a véredényszűkítő vagy tágító központra s így ezen különböző hőmérsékű víz befolyása csak reflex-hatásnak tekinthető.

Vizsgálataink második sorozata ama befolyással foglalkozik, melyet a víz mennyiségénél fogva gyakorol az ép szívre. Ennek

meghatározása céljából a kísérleteket úgy végeztük, hogy a kísérletekre használt egészséges egyének éhgyomorra 75—150—300—500 kbcm., 1 és 2 liter mindig egyenlő hőmérsékű ($16\cdot5^\circ$ R) vizet ittak egyszerre; a 3—4 $\frac{1}{2}$ óráig tartott megfigyelések alatt 10—15 percenkint jegyeztük föl a szív működés, véredényfeszülés és vérnyomás változásait. Közvetlenül a kísérlet előtt a kísérleti egyén hólyagja teljesen kiürítettett s az így nyert vizelet fajsúlya meghatározottatott, és az ivás után föllépett legkisebb ingerre újból kiürítettett a hólyag.

E kísérletekből kitűnt azon összefüggés, mely a szív működés és a vízmennyiségnek változatai közt fennáll és melyet már BÖCKER, LIEBERMEISTER és WINTERNITZ észleltek, továbbá ama befolyás, melyet az egyszerre bevett víz gyakorol a vérnyomásra.

A vízivásnak a vizeletre való befolyásának tanulmányozásánál ez alkalommal emberekben ugyanazon kísérletek végeztettek, melyeket eddig csakis FALCK eszközölt kutyákon.

Ezen kísérletek a következő eredményekre vezettek:

200 köbcentimeter, vagy annál kisebb mennyiségű ($16\cdot5^\circ$ R) víz ivása a szív működésre és vérnyomásra befolyást nem gyakorol.

A bevett víz mennyiségének emelkedésével a szívösszehúzódások száma csökken (bár nem arányosan), a vérnyomás emelkedik, még pedig úgy, hogy a bevett víz mennyiségének növelésével arányosan nő a hatás időtartama, úgy a szív működésre, mint a vérnyomásra.

Az ivott víz mennyisége a vérnyomásra maradandó befolyást nem gyakorol, a mennyiben rövidebb vagy hosszabb idő múlva (3—3 $\frac{1}{2}$ óra) a vérnyomás eredeti nagysága mindig visszatér.

A bevett víz kiürítése körülbelül egy óra múlva nyilvánul először a vizeletben és 2—3 $\frac{1}{2}$ óra múlva már teljesen eltávolítottatott a szervezetből.

Nagy mennyiségű víz (2000 kbcm.) felvétele után annak kiürítése gyorsabban megy végbe, mint közép mennyiségűé — 500 kbcm.

A dolgozat utolsó része végre azon hatással foglalkozik, a melyt a víz mennyisége a kóros szívre gyakorol.

KÖRNER, OERTEL, BASCH, FEILCHENFELD s mások már tanulmányozták a víz hatását a kóros szívvel bíró egyének vérnyomására és

vizeletválasztására, de csak hosszabb ideig tartó vízmegszorítás vagy a néhány napon keresztül folytatott bőséges vízivás utáni változatokra voltak tekintettel.

Tudományos vizsgálatok tárgyát ezek szerint még nem képezte, hogy az egyszerre bevett kisebb vagy nagyobb mennyiségű víz bír-e befolyással a kóros szív működésére és vérnyomására, valamint a vizelet kiválasztására. E célra az épszívűekhez hasonló irányú kísérletek végeztek, azon különbséggel, hogy a betegeknek megengedett, reggel 6 órakor 300 köbcm. tejnek ivása. Tekintettel továbbá az OERTEL által leírt káros befolyásra, melyet már a napi mennyiségnek 1000 köbcm-rel való növelése okoz, a 2000 köbcm. víz bevétele elmaradt. A kísérletek, melyek reggel 9 órakor 4—4¹/₂ órai tartammal kezdettek meg, kompenzált, kis fokban kompenzált és nagy fokban inkompenzált betegeken történtek.

A talált eredmények röviden a következők:

A bevett víz mennyiségének emelkedése a szív működést csökkenti; de a mennyiségnek növelése s a szív működés csökkenése közt nincs arányos összefüggés.

A víz mennyiségi hatása az üteres vérnyomásra függ a szív-baj minőségén kívül az inkompenzáció fokától, a mennyiben kompenzált szív-baj esetében az épszívűekhez hasonló hatással bír, kis fokú inkompenzáció esetében a vérnyomást csekély fokban emeli, míg végre nagyobb fokú inkompenzáció mellett a nagyobb mennyiségű víz a vérnyomást az üterekben nem emeli.

Minél nagyobb az ivott víz mennyisége, annál később mutatkozik úgy a szívösszehúzódsok számánál, mint a vérnyomásnál a hatás tetőpontja.

Nagyobb mennyiségű (500—1000 köbcm.) víznek 15—25 perc alatti bevitele mellett a szív működés és vérnyomás még 3—4 óra múlva sem tér vissza az eredeti állapotba.

Az egyszerre bevett víz körülbelül 1—2 óra múlva mutatkozik először a vizeletben. Ezen először ürített vizelet fajsúlya, valamint a vizelet összes mennyiségének fajsúlya a víz mennyiségének növelésével arányosan csökkent.

A víz mennyiségének növelésével a kiürített vizelet mennyisége csak bizonyos határig áll egyenes arányban, ezen határon túl

menő vízbevételnél a vizelet mennyisége a bevett vízhez képest csökkent.

A 200—1000 köbcm. víz 3—4 óra múlva még alig felerészben sem ürítették ki a szervezetből. Ezen változások, melyek különböző mennyiségű víz bevétele után a szív működésben előállanak, a reflexhatás számbavétele mellett főleg annak tulajdoníthatnak, hogy a bevett víz felszívódás folytán a véráramba jutván, egyrészt a vér vízdúsabbá, szilárd alkotórészekben szegényebbé válik, s így a szívmozgató idegdúcokra csekélyebb ingerhatást gyakorol, a mi a szívösszehúzódások számának csökkenésében nyilvánul, másrészt a felszívódott víz a vér mennyiségét növeli és így a szív elé nagyobb akadályt gördít. E két tényező hatása szívösszehúzódások számának csökkenésében, a vérnyomás emelkedésében és a fokozott vizeletkiürítésben nyilvánul.

Azonban ily viszonyok csakis ép szívvel bíró egyéneknél fordulnak elő, hol a szív képes a véráramban létrejött, nagyobbodott akadályokkal is megküzdeni. Ellenben azon esetekben, hol a szívizomzat és idegzet szövetében szövődött elváltozások jönnek létre, ezek viszonyaitól függ, vajjon képes-e a szív a fölös vérmennyiséget a veséken át kiválasztani vagy pedig a nagyobbodott teher alatt még inkább ellankad-e? mint ezt eléggé szembeötlően a különböző inkompenzációban levő szívbetegéknél végzett kísérletek mutatják.

A VARIÁCZIÓ-SZÁMÍTÁS PARCZIÁLIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEINEK EGY KÜLÖNÖS OSZTÁLYÁRÓL.

KÜRSCHÁK JÓZSEF,
kath. főg. hely. tanártól Rozsnyón.

Hogy a

$$\iint V(x, y, z, p, q) \, dx \cdot dy$$

kettős integrálnak szélső értékét meghatározhassuk, következő másodrendű parciális differenciálegyenlet oldandó meg :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} r + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} s + \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} t + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial p} + \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial q} \\ + \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial p} p + \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial q} q - \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Legrészletesebben van megvizsgálva a

$$V = pq + \lambda(x, y) z^2$$

esetnek megfelelő egyenlet-osztály : *

$$s = \lambda(x, y) z.$$

Evvel szoros kapcsolatban van az az eset, mikor V csak a p és q differenciálhányadosokat tartalmazza, ellenben ment x , y és z -től. Az ekkor megoldandó

$$\frac{\partial^2 V}{\partial p^2} r + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} s + \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} t = 0 \dots \dots (1)$$

egyenletet az imént említett alakra transzformálni, ez dolgozatom első czélja.

* Lásd DARBOUX, Leçons s. la théor. gén. des surfaces etc. Livre IV. Chap. VII.

A talált kapcsolat igen terjedelmes vizsgálatoknak lehet kiinduló pontja. E helyen arra szorítkozom, hogy levezetem annak feltételi egyenletét, hogy az (1) alatti egyenlet Monge módszerével legyen integrálható, s ez esetben az integrálást teljesen elvégzem. Csak két kivételes esetben fog a kívánt műveletek közt egy-egy el nem végzett quadratura előfordulni : minden más esetben az integrálok tökéletesen meg lesznek határozva.

I.

Alkalmazzuk a vizsgálandó

$$\frac{\partial^2 V}{\partial p^2} r + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} s + \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} t = 0. \quad (1)$$

egyenletre *Legendre* transzformációját :

$$\begin{aligned} X=p, & \quad Y=q, & \quad Z=px+qy-z, & \quad P=x, & \quad Q=y \\ x=P, & \quad y=Q, & \quad z=PX+QY-Z, & \quad p=X, & \quad q=Y \end{aligned}$$

$$r = \frac{T}{RT-S^2}, \quad s = \frac{-S}{RT-S^2}, \quad t = \frac{R}{RT-S^2}$$

Így újra variáció-számításbeli differenciálegyenlethez jutunk :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} R - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} S + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} T = 0 \quad (2)$$

a hozzá tartozó kettős integrál :

$$\iint \left(\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} P^2 - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} PQ + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} Q^2 \right) dX \cdot dY \quad (3)$$

Ha az integrál alatt teljes négyzet áll, azaz :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} P^2 - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} PQ + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} Q^2 = (\lambda P + \mu Q)^2,$$

akkor

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \lambda + \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \mu = 0 \quad \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \lambda + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \mu = 0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right)^2 = 0.$$

Azért a

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{X}}, \quad \frac{\partial V}{\partial \bar{Y}}, \quad \frac{\partial V}{\partial \bar{X}} X + \frac{\partial V}{\partial \bar{Y}} Y - V \quad (4)$$

kifejezések mindannyian eleget tesznek a

$$\lambda P + \mu Q = 0$$

és egyszersmind (2) egyenletnek, a helyettesítés baloldalt a következő kifejezéseket adván :

$$\lambda \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{X}^2} + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{X} \partial \bar{Y}}, \quad \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{X} \partial \bar{Y}} + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{Y}^2},$$

$$\left(\lambda \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{X}^2} + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{X} \partial \bar{Y}} \right) X + \left(\lambda \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{X} \partial \bar{Y}} + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{Y}^2} \right) Y,$$

illetőleg

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right)^2 \right], \quad \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right)^2 \right],$$

$$X \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right)^2 \right] + Y \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right)^2 \right] +$$

$$+ 2 \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right)^2 \right].$$

Vezessük be X és Y helyett a

$$\xi \text{ és } \eta = \alpha X + \beta Y$$

független változókat, hol ξ a (4) alatti kifejezések bármelyike (mely nem pusztán állandó), α és β pedig tetszőleges állandók, melyek úgy vannak választva, hogy ξ és η egymástól függetlenek legyenek, azaz α és β ne tegyék azonosággá a

$$\lambda \alpha + \mu \beta = 0$$

egyenletet.

Leszen :

$$R = \frac{\partial^2 Z}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 Z}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial X} \alpha + \frac{\partial^2 Z}{\partial \eta^2} \alpha^2 +$$

$$+ \frac{\partial Z}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2},$$

$$S = \frac{\partial^2 Z}{\partial \xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial \xi}{\partial Y} + \frac{\partial^2 Z}{\partial \xi \partial \eta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \beta + \frac{\partial \xi}{\partial Y} \alpha \right)$$

$$+ \frac{\partial^2 Z}{\partial \eta^2} \alpha \beta + \frac{\partial Z}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial X \partial Y},$$

$$T = \frac{\partial^2 Z}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 Z}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial Y} \beta + \frac{\partial^2 Z}{\partial \eta^2} \beta^2 + \frac{\partial Z}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial Y^2}.$$

Ezeket (2) alatt helyettesítve :

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial \xi^2}, \quad 2 \frac{\partial^2 Z}{\partial \xi \partial \eta}, \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial \eta^2}, \quad \frac{\partial Z}{\partial \xi}$$

együtthatói sorban :

$$\left(\lambda \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^2 = 0,$$

$$(\lambda a + \mu \beta) \left(\lambda \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) = 0,$$

$$(\lambda a + \mu \beta)^2,$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \frac{\partial^2 \xi}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial Y^2} = 0,$$

és maga az egyenlet

$$(\lambda a + \mu \beta)^2 \frac{\partial^2 Z}{\partial \eta^2} = 0,$$

melynek általános megoldása

$$Z = (aX + \beta Y) f(\xi) + g(\xi)$$

Innen

$$P = af'(\xi) + [(aX + \beta Y)f'(\xi) + g'(\xi)] \frac{\partial \xi}{\partial X}$$

$$Q = \beta f(\xi) + [(aX + \beta Y)f'(\xi) + g'(\xi)] \frac{\partial \xi}{\partial Y}$$

Végre x, y és z mint $X=p$ és $Y=q$ parameterek függvényei :

$$\left. \begin{aligned} x &= af'(\xi) + [(aX + \beta Y)f'(\xi) + g'(\xi)] \frac{\partial \xi}{\partial X} \\ y &= \beta f(\xi) + [(aX + \beta Y)f'(\xi) + g'(\xi)] \frac{\partial \xi}{\partial Y} \\ z &= [(aX + \beta Y)f'(\xi) + g'(\xi)] \left(X \frac{\partial \xi}{\partial X} + Y \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) - g(\xi) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

E kivételes esettel végezve, térjünk át az általánosra, mikor

$$\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} P^2 - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} PQ + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} Q^2 = (\lambda P + \mu Q) (\lambda_1 P + \mu_1 Q)$$

első fokú tényezői nem egyenlők.

Vezessük be X és Y helyett független változókúl azoknak ξ és η függvényeit, melyek czélszerű választását néhány sorral alább állapítjuk meg:

$$P = \frac{\partial Z}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial X} + \frac{\partial Z}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial X},$$

$$Q = \frac{\partial Z}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial Y} + \frac{\partial Z}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial Y}.$$

A váriálandó integrál

$$\begin{aligned} & \iint \left[\left(\lambda \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \frac{\partial Z}{\partial \xi} + \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial X} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \frac{\partial Z}{\partial \eta} \right] + \\ & + \left[\left(\lambda \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \frac{\partial Z}{\partial \xi} + \left(\lambda_1 \frac{\partial \eta}{\partial X} + \mu_1 \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \frac{\partial Z}{\partial \eta} \right] + \\ & + \left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial X}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) d\xi \cdot d\eta \end{aligned}$$

Legyen már most ξ és η a következő feltételeknek megfelelőleg választva:

$$\lambda \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial Y} = 0, \quad \lambda_1 \frac{\partial \eta}{\partial X} + \mu_1 \frac{\partial \eta}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

Az új integrál akkor:

$$\begin{aligned} & \iint \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial X} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \frac{\partial Z}{\partial \xi} \frac{\partial Z}{\partial \eta} + \\ & + \left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial X}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) d\xi d\eta \end{aligned}$$

Ámde az első két tényező helyett következők írhatók:

$$\begin{aligned} & \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial X} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) - \left(\lambda \frac{\partial \xi}{\partial X} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \left(\lambda_1 \frac{\partial \eta}{\partial X} + \mu_1 \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) = \\ & = (\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda) \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial \eta}{\partial Y} - \frac{\partial \xi}{\partial Y} \frac{\partial \eta}{\partial X} \right) \\ & = \frac{\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda}{\frac{\partial X}{\partial \xi} \frac{\partial Y}{\partial \eta} - \frac{\partial X}{\partial \eta} \frac{\partial Y}{\partial \xi}}. \end{aligned}$$

A kettős integrál tehát egyszerűbben :

$$\iint (\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda) \frac{\partial Z}{\partial \xi} \frac{\partial Z}{\partial \eta} d\xi \cdot d\eta.$$

A differenciálegyenlet pedig átment az új kettős integrálnak megfelelőbe.

Ugyanez áll az utolsó transzformációról is, melynél Z helyett hozunk be új függő változót :

$$\zeta = Z \sqrt{\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda}.$$

Lesz

$$Z = \frac{\zeta}{\sqrt{\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda}}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{\partial w}{\partial \xi} \text{ hol } w = \frac{1}{2} \log (\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda)$$

$$\sqrt{\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda} \frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{\partial w}{\partial \xi} \zeta;$$

hasonlóképen

$$\sqrt{\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda} \frac{\partial Z}{\partial \eta} = \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} - \frac{\partial w}{\partial \eta} \zeta.$$

Maga az integrál :

$$\iint \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{\partial w}{\partial \xi} \zeta \right) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \eta} - \frac{\partial w}{\partial \eta} \zeta \right) d\xi \cdot d\eta,$$

a transzformált egyenlet pedig :

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi \partial \eta} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial w}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \zeta. \quad (7)$$

Ez végre valóban a bevezetésben ígért alak. Mindezen transzformációkhoz nem kellene egyéb integrálások, mint azok, melyekkel ξ és η -t a (6) alatti egyenleteknek megfelelőleg határozzuk meg, mint X és Y függvényeit vagyis — visszatérve az eredeti jelölésre — mint p és q függvényeit.

II.

Valamely másodrendű parciális differenciálegyenlet első integrálja (szorosabb értelemben) az oly

$$u(x, y, z, p, q) = \text{const.}$$

differenciálegyenlet, melynek minden megoldása eleget tesz az adott egyenletnek.

A második differenciálhányadosokban lineáris

$$Ar + Bs + Ct + D = 0$$

egyenlet, hol az együtthatók x, y, z, p és q függvényei lehetnek, Monge módszere szerint integrálható, ha

$$F(u, v) = \text{const.}$$

alakú első integrálja van, hol F tetszőleges függvény, u és v pedig x, y, z, p és q bizonyos függvényei.

Az imént alkalmazott transzformációknál minden

$$F(u, v) = \text{const.}$$

első integrál ismét olyanba megy át; azért (1) helyett az — egyszerűbb — transzformált egyenleteket vizsgálhatjuk.

Az eleinte elintézett kivételes esetben

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial \eta^2} = 0$$

egyenletnek nem csak

$$F(u, v) = \text{const.}$$

hanem 3 függvényt tartalmazó első integrálja is van:

$$F\left(\xi, \frac{\partial Z}{\partial \eta}, \frac{\partial Z}{\partial \eta} \eta - Z\right) = \text{const.}$$

Ebben az esetben tehát mindig lehet Monge módszere szerint integrálni. Az előzőkben teljesen elvégeztük a megoldást.

Az általános esetben (7) egyenlet csak akkor integrálható Monge módszere szerint, ha

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial w}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \eta} = 0. \quad (8)$$

Ebben az esetben első integrálók

$$F\left(\xi, \frac{\partial \zeta}{\partial \xi}\right) = \text{const.}, \text{ illetve } G\left(\eta, \frac{\partial \zeta}{\partial \eta}\right) = \text{const.}$$

és az általános megoldás

$$\zeta = f(\xi) + g(\eta).$$

A (8) alatti kriterium oly alakra is hozható, mely ζ és η meghatározását nem tételezi fel. Erre szolgálnak a legközelebbi számítások.

Bármely u változónak, azt majd p és q , majd ξ és η függvényének tekintve, differenciálhányadosai közt a következő összefüggés van :

$$\frac{\partial u}{\partial p} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial p} + \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial p},$$

$$\frac{\partial u}{\partial q} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial q} + \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial q}.$$

Innen

$$\lambda \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial q} = 0, \quad \lambda_1 \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \eta}{\partial q} = 0$$

egyenletek segítségével :

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial u}{\partial q}}{\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial q}}, \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\lambda \frac{\partial u}{\partial p} + \mu \frac{\partial u}{\partial q}}{\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\frac{\partial^2 V}{\partial q^2} \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)^2 - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial q} + \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \left(\frac{\partial u}{\partial q}\right)^2}{\left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial q}\right) \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q}\right)}. \quad (9)$$

$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta}$ számításához több előzetes differenciálás kell.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 \lambda &= \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial q^2} \\ \lambda_1 \mu &= \frac{\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda}{2} + \frac{\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda}{2} = -\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial p \partial q} + \frac{1}{2} e^{2w} \\ \mu_1 \lambda &= \frac{\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda}{2} - \frac{\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda}{2} = -\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial p \partial q} - \frac{1}{2} e^{2w} \\ \mu_1 \mu &= \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial p^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Innen

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \lambda}{\partial q} &= -e^{2w} \frac{\partial w}{\partial q} - \lambda \left(\frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \\ \lambda_1 \frac{\partial \mu}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \mu}{\partial q} &= e^{2w} \frac{\partial w}{\partial p} - \mu \left(\frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \\ \lambda \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \lambda_1}{\partial q} &= e^{2w} \frac{\partial w}{\partial q} - \lambda_1 \left(\frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \\ \lambda \frac{\partial \mu_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \mu_1}{\partial q} &= -e^{2w} \frac{\partial w}{\partial p} - \mu_1 \left(\frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Tekintetbe véve, hogy

$$\left. \begin{aligned} e^{2w} \frac{\partial \eta}{\partial p} &= (\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda) \frac{\partial \eta}{\partial p} - \mu \left(\lambda_1 \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) = -\mu_1 \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) \\ e^{2w} \frac{\partial \eta}{\partial q} &= \lambda_1 \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

lesz még:

$$\left. \begin{aligned} \left(\lambda_1 \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \lambda}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p} &= \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) - \lambda \left(\frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p} \\ \left(\lambda_1 \frac{\partial \mu}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial q} &= \lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) - \mu \left(\frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial q} \\ \left(\lambda \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \lambda_1}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p} &= -\mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) - \lambda_1 \left(\frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p} \\ \left(\lambda \frac{\partial \mu_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial q} &= -\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) - \mu_1 \left(\frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial q} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Másrészt

$$\begin{aligned} & \left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial q} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) = \\ & \left(\lambda_1 \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \lambda}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p} + \left(\lambda_1 \frac{\partial \mu}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial q} \\ & + \lambda \left(\lambda_1 \frac{\partial^2 \eta}{\partial p^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 \eta}{\partial p \partial q} \right) + \mu \left(\lambda_1 \frac{\partial^2 \eta}{\partial p \partial q} + \mu_1 \frac{\partial^2 \eta}{\partial q^2} \right) \\ & = \left(\lambda_1 \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \lambda}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p} + \left(\lambda_1 \frac{\partial \mu}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial q} \\ & - \left(\lambda \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \lambda_1}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p} - \left(\lambda \frac{\partial \mu_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \frac{\partial \eta}{\partial q}. \end{aligned}$$

Ide helyettesítve a (13) alatti kifejezéseket

$$\left. \begin{aligned} & \left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial q} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) = \\ & = \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) \left(2 \lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + 2 \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} - \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} - \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Ezen előzetes számítás után

$$\begin{aligned} & \left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial q} \right) \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = \\ & \lambda_1 \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial p^2} + (\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda) \frac{\partial^2 u}{\partial p \partial q} + \mu_1 \mu \frac{\partial^2 u}{\partial q^2} + \\ & + \left(\lambda_1 \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \lambda}{\partial q} \right) \frac{\partial u}{\partial p} + \left(\lambda_1 \frac{\partial \mu}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \mu}{\partial q} \right) \frac{\partial u}{\partial q} \\ & - \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial p} + \mu \frac{\partial u}{\partial q} \right) \left(2 \lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + 2 \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} - \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} - \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) = \\ & = \lambda_1 \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial p^2} + (\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda) \frac{\partial^2 u}{\partial p \partial q} + \mu_1 \mu \frac{\partial^2 u}{\partial q^2} - \\ & - (\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda) \left(\frac{\partial w}{\partial q} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial q} \right) - \left(\frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial p} + \mu \frac{\partial u}{\partial q} \right) \\ & - \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial p} + \mu \frac{\partial u}{\partial q} \right) \left(2 \lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + 2 \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} - \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} - \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda_1 \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial p} + (\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda) \frac{\partial^2 u}{\partial p \partial q} + \mu_1 \mu \frac{\partial^2 u}{\partial q^2} - \\
&- 2 \left[\lambda_1 \lambda \frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial q} \right) + \mu_1 \mu \frac{\partial w}{\partial q} \frac{\partial u}{\partial q} \right]. \\
\left. \begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} &= \frac{\frac{\partial^2 V}{\partial q^2} \frac{\partial^2 u}{\partial p^2} - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} \frac{\partial^2 u}{\partial p \partial q} + \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \frac{\partial^2 u}{\partial q^2}}{\left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial q} \right) \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right)} - \\
&- 2 \frac{\frac{\partial^2 V}{\partial q^2} \frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} \left(\frac{\partial w}{\partial q} \frac{\partial u}{\partial q} + \frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial q} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \frac{\partial w}{\partial q} \frac{\partial u}{\partial q}}{\left(\lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \xi}{\partial q} \right) \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu \frac{\partial \eta}{\partial q} \right)}
\end{aligned} \right\} \quad (15)
\end{aligned}$$

A (9) és (15) egyenletek segítségével már most felírható (8)-nak p és q szerinti differenciálhányadosokkal kifejezett alakja :

$$\left. \begin{aligned}
&\frac{\partial^2 V}{\partial q^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial p^2} - \left(\frac{\partial w}{\partial p} \right)^2 \right] - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial p \partial q} - \frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial w}{\partial q} \right] \\
&+ \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial q^2} - \left(\frac{\partial w}{\partial q} \right)^2 \right] = 0.
\end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Ez feltétele annak, hogy a vizsgált (1) egyenlet Monge mód-szere szerint legyen integrálható.

Ha e feltétel ki van elégítve, az előbbi transzformációkkal meghatározhatjuk ξ -t mint ξ és η függvényeit, és a fordított transzformációkkal egyszersmind az x, y és z közti kapcsolatot. S mindehhez nem kell egyéb integrálás, mint a (6) egyenletek integrálása, vagyis a következőké :

$$\lambda \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial q} = 0 \quad \lambda_1 \frac{\partial \eta}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial \eta}{\partial q} = 0.$$

III.

Az imént levezetett feltétellel Vályi Gyula úr foglalkozott először tudori értekezésében.* Merőben más módszerrel a feltételi

* A másodrendű parciális differenciális egyenletek elméletéhez. Kolozsvár, 1880.

egyenletet is más alakban nyertük. Vizsgálatait csak most kezdem felhasználni, midőn megmutatom, hogyan lehet a (16) feltételei egyenletet felhasználni a

$$\lambda \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial q} = 0 \quad (17)$$

integrálására. Vályi úr (más jelöléssel) a következő megoldásokat találta:

$$\xi_1 = p + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q}} \quad \xi_2 = q + \frac{\mu_1}{\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q}} \quad (18)$$

melyek összefoglalva

$$\xi = \alpha \xi_1 + \beta \xi_2 = \alpha p + \beta q + \frac{\alpha \lambda_1 + \beta \mu_1}{\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q}}. \quad (19)$$

Az igazolás könnyű:

$$\begin{aligned} & \left(\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \right)^2 \left(\lambda \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial q} \right) = (\alpha \lambda + \beta \mu) \left(\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \right)^2 + \\ & + \left[\alpha \left(\lambda \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \lambda_1}{\partial q} \right) + \beta \left(\lambda \frac{\partial \mu_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \right] \left(\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \right) - \\ & - (\alpha \lambda_1 + \beta \mu_1) \left[\left(\lambda \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \lambda_1}{\partial q} \right) \frac{\partial w}{\partial p} + \left(\lambda \frac{\partial \mu_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \frac{\partial w}{\partial q} \right] - \\ & - (\alpha \lambda_1 + \beta \mu_1) \left[\lambda_1 \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial p^2} + (\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda) \frac{\partial^2 w}{\partial p \partial q} + \mu_1 \mu \frac{\partial^2 w}{\partial q^2} \right] = \\ & = (\alpha \lambda + \beta \mu) \left(\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \right)^2 + \\ & + \left[\mu_1 \left(\lambda \frac{\partial \lambda_1}{\partial q} + \mu \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} \right) - \lambda_1 \left(\lambda \frac{\partial \mu_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) \right] \left(\alpha \frac{\partial w}{\partial q} - \beta \frac{\partial w}{\partial p} \right) - \\ & - (\alpha \lambda_1 + \beta \mu_1) \left[\lambda_1 \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial p^2} + (\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda) \frac{\partial^2 w}{\partial p \partial q} + \mu_1 \mu \frac{\partial^2 w}{\partial q^2} \right] = \\ & = (\alpha \lambda + \beta \mu) \left(\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \right)^2 + \\ & + (\lambda_1 \mu - \mu_1 \lambda) \left(\alpha \frac{\partial w}{\partial q} - \beta \frac{\partial w}{\partial p} \right) \left(\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - (a\lambda_1 + \beta\mu_1) \left[\lambda_1 \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial p^2} + (\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda) \frac{\partial^2 w}{\partial p \partial q} + \mu_1 \mu \frac{\partial^2 w}{\partial q^2} \right] = \\
 & = - (a\lambda_1 + \beta\mu_1) \left[\lambda_1 \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial p^2} + (\lambda_1 \mu + \mu_1 \lambda) \frac{\partial^2 w}{\partial p \partial q} + \mu_1 \mu \frac{\partial^2 w}{\partial q^2} - \right. \\
 & \quad \left. - \left(\lambda \frac{\partial w}{\partial p} + \mu \frac{\partial w}{\partial q} \right) \left(\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Az utolsó tényező pedig (16) értelmében valóban mindig 0, valahányszor (1) a Monge-féle módszerrel integrálható. Ha tehát

$$\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q}$$

nem 0, akkor

$$\lambda \frac{\partial \xi}{\partial p} + \mu \frac{\partial \xi}{\partial q}$$

mindig az.

Kivételes esetek: ha ξ_1 és ξ_2 mindkettő véges állandó, mely esetben ξ iménti kifejezése a és β semmiféle választásánál sem ad változót, továbbá, ha

$$\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} = 0.$$

Ha

$$p + \lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} = a, \quad q + \lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} = b,$$

akkor:

$$\lambda_1 : \mu_1 = (p - a) : (q - b)$$

$$(p - a) \frac{\partial w}{\partial p} + (q - b) \frac{\partial w}{\partial q} = -1,$$

V pedig, mert

$$\frac{\partial^2 V}{\partial p^2} \lambda_1^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} \lambda_1 \mu_1 + \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} \mu_1^2 = 0,$$

eleget tesz a következő egyenletnek:

$$(p - a)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} + 2(p - a)(q - b) \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} + (q - b)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} = 0^*$$

* Ez is varáció-számításbeli differenciálegyenlet, a hozzá tartozó ket-tős integrál:

$$\iint \left[\frac{(p - a)^2}{(q - b)^2} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)^2 + 2 \frac{(p - a)}{(q - b)^2} \frac{\partial V}{\partial p} \frac{\partial V}{\partial q} + \frac{1}{q - b} \left(\frac{\partial V}{\partial q} \right)^2 \right]$$

és így következő alakú

$$V = (q-b) f \left(\frac{p-a}{q-b} \right) + g \left(\frac{p-a}{q-b} \right),$$

hol f és g tetszőleges függvények.

Legyen

$$\mu_1 \mu = \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} = [(q-b) f'' + g''] \frac{1}{(q-b)^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} = -[(q-b) f'' + g''] \frac{p-a}{(q-b)^3} - \frac{g'}{(q-b)^2}$$

$$\lambda_1 \lambda = \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} = [(q-b) f'' + g''] \frac{(p-a)^2}{(q-b)^4} + \frac{2(p-a)g'}{(q-b)^3}.$$

λ_1 és μ_1 -nek csak viszonya van megszabva.

Legyen

$$\lambda_1 = \frac{p-a}{(q-b)^2}, \quad \mu_1 = \frac{1}{q-b}.$$

Akkor

$$\lambda = [(q-b) f'' + g''] \frac{p-a}{(q-b)^2} + \frac{2g'}{q-b},$$

$$\mu = [(q-b) f'' + g''] \frac{1}{q-b};$$

(17) megoldásai azonosak

$$\mu dp - \lambda dq = 0$$

integráljaival. Esetünkben tehát

$$[(q-b) f'' + g''] \frac{(q-b) dp - (p-a) dq}{(q-b)^2} - \frac{2g'}{q-b} dq = 0$$

egyenlet integrálandó, vagy ha

$$u = \frac{p-a}{q-b}, \quad v = (q-b)$$

$$(vf'' + g'') du - \frac{2g'}{v} dv = 0.$$

Ha $v \sqrt{g'}$ sal osztunk:

$$\frac{f'' du}{\sqrt{g'}} + d \left(\frac{2\sqrt{g'}}{v} \right) = 0.$$

és

$$\xi = \frac{2\sqrt{g'}}{v} + \int \frac{f'' du}{\sqrt{g'}}.$$

Ha

$$\lambda_1 \frac{\partial w}{\partial p} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial q} = 0,$$

akkor a (11) alatti utolsó két egyenlet értelmében

$$\mu_1 \left(\lambda \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \lambda_1}{\partial q} \right) - \lambda_1 \left(\lambda \frac{\partial \mu_1}{\partial p} + \mu \frac{\partial \mu_1}{\partial q} \right) = 0,$$

vagyis

$$\lambda \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \right) = 0,$$

s így

$$\xi = \frac{\lambda_1}{\mu_1}.$$

E megoldás is hasznavehetetlen, ha nem ad legalább p -t vagy q -t tartalmazó függvényt, hanem

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{a}{b} = \text{const.}$$

Akkor ξ meghatározását ismét csak quadraturára sikerült visszavezetni.

A tárgyalandó esetben

$$a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} + 2ab \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} + b^2 \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} = 0,$$

$$V = (ap + \beta q) f(aq - bp) + g(aq - pb),$$

$$\mu_1 \mu = \frac{\partial^2 V}{\partial p^2} = -2abf' + (ap + \beta q) b^2 f'' + b^2 g''$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial p \partial q} = (a\alpha - \beta b) f' - (ap + \beta q) ab f'' - ab g''$$

$$\lambda_1 \lambda = \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} = 2\beta a f' + (ap + \beta q) a^2 f'' + a^2 g''$$

Ha

$$\lambda_1 = a, \quad \mu_1 = b,$$

akkor

$$\begin{aligned}\lambda &= 2\beta f' + [(ap + \beta q)f'' + g'']a, \\ \mu &= -2\alpha f' + [(ap + \beta q)f'' + g'']b.\end{aligned}$$

Az integrálandó totális differenciálegyenlet:

$$[(ap + \beta q)f'' + g''](adq - bdp) + 2f'(adp + \beta dq) = 0,$$

vagy ha

$$u = aq - bp \quad v = ap + \beta q$$

akkor

$$(v f'' + g'') du + 2f' dv = 0$$

és $\sqrt{f'}$ -vel osztva:

$$\frac{g''}{\sqrt{f'}} du + d(2v\sqrt{f'}) = 0.$$

Tehát

$$\xi = 2v\sqrt{f'} + \int \frac{g'' du}{\sqrt{f'}}.$$

Hasonlóan tárgyalható η meghatározása. Megjegyzendő azonban, hogy épen azon esetekben, midőn ξ meghatározásához quadratura kell, η függvényt ismerünk:

$$\eta = \frac{p-a}{q-b}, \text{ illetőleg } \eta = aq - bp.$$

Tehát ξ és η közül legfeljebb az egyik függvény meghatározásához kell quadratura.

1889. MÁRCZIUS 17.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE.

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. SCHENEK ISTVÁN mint levelező tag székét foglal «*az akkumulátorokról*» című értekezéssel.

2. KONKOLY MIKLÓS t. t. előterjeszti a következő közleményeket.

a) «*Jupiter megfigyelések, 1885—88.*»

b) «*Az 1888-iki nagy üstökös megfigyelése.*»

c) «*Egy nevezetes napfolt, 1887 április 30-ikán.*»

3. LENGYEL BÉLA l. t. ismerteti *Fabinyi Rudolf* kolozsvári egyetemi tanár közleményét «*az elektromosság befolyásáról a fémek oldhatóságára.*»

(L. a 78. lapon.)

4. UGYANEZ előterjeszti *Hankó Vilmos* részéről «*a gyertyánligeti (kabola-polyánai) vasas savanyú forrás kémiai elemzését.*»

(L. a 82. lapon.)

5. FODOR JÓZSEF r. t. bemutatja *Nékám Lajos* közegészségtani gyakornok dolgozatát «*a saccharin befolyásáról a hús emésztésére.*»

6. Elnök bemutatja *Liebermann Leo* egy pecsételt levelét, melyet a prioritás megőrzése végett az akadémiai levéltárába helyezni kíván.

Az osztály a kérelmet teljesíti.

AZ ELEKTROMOS ÁRAM BEFOLYÁSA A FÉMEK OLDHATÓSÁGÁRA.

(Előleges közlemény.)

FABINYI RUDOLF, kolozsvári egyetemi tanártól.

Tekintve az elektromos áramnak a maga közelében lévő fémekre gyakorolt ismeretes hatásait, minők az áramtól környezett vaspálczák meghosszabbodása, arra indittatám, hogy megvizsgáljam fémeknek különböző oldásereikben elektromos áram közelében való viselkedését. Az ismert hatásokból a molekula-elmélet, különösen pedig a molekulák mozgási elméletéből merített értelmezések szerint, a mennyire ezekre egyáltalán támaszkodni lehet, a priori azt kellett várnom, hogy elektromos áramtól övedzett vaspálczának oldékony-sága a normálisnál nagyobb leszen; ugyanis a vaspálczák átlagos rezgési amplitudójának az elektromos áram hatása alatt való nagyobbodására s ezzel a cohesio lazulására kelle következtetnem.

A jelzett kísérletekre annyival inkább is elhatároztam magamat, minthogy a magneto-chemiai irodalom terén, ily irányban tett vizsgálatokra nem akadtam.

Első sorban megvizsgáltam a kénsavnak oldó hatását két — ugyanazon darabból vett, lehetőleg egyenlő átmérőjű, hosszúságú s egyenlő sulyú — vaspálczára. A vaspálczák, hosszúságuk feléig, kautschuk-dugók segítségével egy-egy tág fahengerbe erősítették meg. A dugók még egy más furattal is el voltak látva, a melyekbe vékony bevezető üvegsövek szolgálták a végből, hogy a vaspálczáknak a hengerekben levő része körül állandó temperaturájú vizet lehessen folyasztani s ezáltal a pálczákat állandó s egyforma hőmérsékleten megtartani. Hogy a víz a fába ne hatolhasson, a hengerek üvegsövekekkel béleltettek ki.

Az egyik hengerre, 10 centimeter hosszúságra, 0·925 mm. átméretű isolált rézdrót volt négyszeres menetben reácsavarva. Kísérleteim első részben az áram nyerésére kicsi Schenk-Farbaky-féle accumulatort használtam, frissen töltött állapotban.

Miután már az első kísérletekben meggyőződtem az áramnak az oldásra való hatásáról, kívánatosnak tartottam, kísérleteim kiterjesztését egyéb fémekre is; valamint az áramerő, a temperatura, különböző oldószerek és az oldószér koncentráltsági fokával járó befolyásnak, különkülön kísérletsorozatokban való megvizsgálását.

Állandó áramot szolgáltató elemekre lévén szükségem, kísérleteimhez normál Daniell elemeket választottam, a melyeknek nagyobb számban való összeállítására azonban hosszabb időt vett igénybe, úgy hogy ezekkel a kísérletezést jóformán csak most kezdetem meg.

A mellékelt rovatos táblázat tartalmazza az eddigi adatokat. Lehetőleg állandó, 17° C.-nyi hőmérsékletnél találtattak, midőn az egyik fém-pálcza körül egy kis accumulator adta áram keringett. (Lásd a mellékelt táblázatot.)

Úgy látszik ez adatokból, hogy a paramágneses fémek, mint a vas, nickel oldhatóságát az áramhatás jelentékenyen növeli, a vasnál a fennforgott körülmények között közelítőleg 25%-kal. Míg ellenben a diamágnességet mutatók oldékonysága csökken, némelyiknél, mint a zinknél igen nagy fokban, a míg az áram hatásának kitett zinkpálczából 100 rész oldódott, addig a másiból 165·62 rész. A réz és a bismuth mellett jóval kisebb eltérést találtam; az antimonnal eszközölt egy kísérlet alig mutat különbséget; az ezüst pedig úgy látszik, a paramágneses fémek módjára viselkedik.

A hőmérsék befolyása nagyságának kipohatolására is tettem néhány előleges kísérletet vaspálczákkal. E kísérletekhez használt vaspálczák méretei a következők voltak:

hosszúság 20 centimeter;
átmérő 6·5 millimeter.

A kénsavba mártott rész hossza 8 centm.

A kénsav fajsúlya volt 1·386, a mi megfelel 48·5% H_2SO_4 tartalomnak. Az áramot két egymásután kapcsolt Daniell elem szolgáltatotta. A savat tartalmazó poharak állandó hőmérsékű vízfürdő-

ben állottak, s a vaspálczák felső része körül 20° C.-nyi víz keringett. Egy-egy kísérlet 30 percig tartott. Eredmények a következők:

A viz-fürdő hőmérséke	A vaspálczák súlya grammokban. <i>M</i> az áram hatása alatt álló	A pálczák súlyvesztessége grammokban. <i>M</i> az áram hatása alatt álló	Az oldhatóság viszonya <i>M</i> = 100	A feloldott mennyiségek közötti különbség	A feloldott mennyiségek közötti különbség egyszerűsített viszonya. 0·0069 = 1·00
20°	<i>M</i> 49·1982 49·1315	<i>M</i> 0·2252 0·2183	100 96·93	0·0069	1·0
30°	<i>M</i> 48·9782 48·9106	<i>M</i> 0·6710 0·6566	100 97·85	0·0144	2·08
40°	<i>M</i> 48·2864 48·2132	<i>M</i> 1·3469 1·3144	100 97·58	0·0325	4·71
50°	<i>M</i> 50·6246 50·6856	<i>M</i> 2·5389 2·4029	100 94·64	0·1360	19·71
60°	<i>M</i> 48·0585 48·2680	<i>M</i> 4·0726 3·9405	100 96·75	0·1321	19·15

Ezen adatokból kettő derül ki, először ugyanis, hogy az oldhatóság viszonya, a temperaturával (20—60 C.°-on belül), alig változik, különböző hőmérséknél is közelítőleg állandó; míg másfelől, a temperatura emelkedésével a vaspálczákban feloldott mennyiségek növekedése oly haladást mutat, hogy a mágneses és nem mágneses vasból feloldott mennyiségek közötti különbség, 10—10 foknyi hőközökben, közelítőleg négyzetes arányban növekedik.

Azon lesznek, hogy az itt fönnforgó viszonyokat, a kísérleti körülmények teljes egyöntettségét betartván, pontosan megállapíthassam. Szándékomban ezen tanulmányokat dielectricumok kémiai viselkedésének megvizsgálására is kiterjeszteni. Egyik növendékem megkezdte a chlór és hydrogen viselkedésére vonatkozó kísérleteket.

A fém jegye	A fémpálcaza				A sav minősége, fajsúlya és százalék-tartalma	Az oldás tar- tama perc	A pálczák súlya gramm M az áram hatása alatt álló	A pálczák súlyveszte- sége gramm	M. súlyvesz- sége 100- nak réve, a másik pálcaza főlödött mennyis. %-ai	A sav mennyi- sége köbc.
	vastag- sága (átmér.) milli- meter	egész hossza centimeter	a savban al- licott rézsz hossza	széless. széless. széless.						
Fe.	a)	7	20	8	Kénsav, kö- zöns. hig, %-a nem határozat- tatott meg	30	M 59-0647 59-2895	M 0-0436 0-0335	100 76-83	125
	b)	7	20	8	Kénsav 1-403 fajs. 50 % H_2SO_4	30	M 58-9878 59-2130	M 0-1687 0-1272	100 75-40	130
Ni.	a)	lemez- vastags. 2-2 széless. 8-5	10-6	5	Légenysav 1-195 fajs. 31-4 % HNO_3	30	M 16-4864 16-2305	M 0-2766 0-2502	100 90-45	130
	b)	•	10-6	5	Légenysav 1-241 fajs. 39-0 % HNO_3	30	M 16-1702 15-9500	M 0-7363 0-6246	100 84-83	130
Zn.		6-9	20	8-3	Kénsav 1-188 fajs. 25-5 % H_2SO_4	15	M 49-3348 50-6783	M 5-4334 8-9992	100 165-62	130
Cu.	a)	7-2	20	8	Légenysav 1-216 fajs. 34-8 % HNO_3	30	M 67-2887 71-4263	M 2-5009 2-6353	100 105-37	130
	b)	7-2	20	8	Légenysav 1-188 fajs. 30-4 % HNO_3	30	M 64-6553 68-6584	M 1-4802 1-5800	100 106-74	130
Bi.	a)	5-5	19-8	8	Légenysav 1-155 fajs. 25-7 % HNO_3	30	M 72-8273 75-1394	M 0-5815 0-6024	100 103-59	130
	b)	5-5	19-8	8	Légenysav 1-188 fajs. 30-4 % HNO_3	30	M 45-2427 45-3955	M 1-6327 1-7746	100 108-69	130
Ag.	a)	1-5	20	8	Légenysav 1-1805 fajs. 29-2 % HNO_3	30	M 3-2981 3-2894	M 0-7045 0-6398	100 93-65	130
	b)	1-5	20	8	Légenysav 1-176 fajs. 28-5 % HNO_3	30	M 2-6149 2-5804	M 0-6879 0-6753	100 98-17	130
Sb.		5	19-1	8	Királyviz 2 rész HCl 1-124 fajs. 1 rész HNO_3 1-308 fajs.	30	M 23-0302 26-0279	M 0-9552 0-9597	100 99-53	130

A GYERTYÁNLIGETI (KABOLA-POLYÁNAI) VASAS SAVANYÚ VÍZ FORRÁS (IRÉN-FORRÁS) CHEMIAI ELEMZÉSE.

Dr. HANKÓ VILMOS-tól.

Gyertyánliget (Kabola-Polyána) fürdő Máramaros megye északkeleti részében, Máramaros-Szigettől két, Kabola-Polyána községtől egy negyed óra járásnyira fekszik, 500 méter magasságban a tenger színe fölött.

A fürdőtelep a festőileg szép Szoporka-völgyben, a Kobila-hegy déli lejtőjén terül el, lombos fákkal sűrűn beültetett s jól gondozott angol parkban.

A fürdőházak előtt elvezető útát kétfelől terebélyes gyertyánfák szegélyezik; ezen gyönyörű árnyékos sétaúttól kapta a telep nevét.

A parkban több ásványvíz buzog fel. Az ásványvíz-források csoportja a csinos fürdő-telepnek úgyszólván középpontja. Az ásványvizet részint ivásra, részint fürdésre használják; a pompásabbnál-pompásabb hegyi források vizét pedig a hidegvízgyógyító-intézetben értékesítik.

A fürdő 1888-ig a királyi kincstár tulajdona volt; azóta dr. Widder Péter, budapesti gyakorló orvos, birtokában van.

A tulajdonos megbízásából az Irén-forrást kémiai vizsgálat alá vettem.

A frissen meritett víz kristálytiszta; napok multával azonban az edény aljára barna üledék képződik. Ize kellemes, savanyú ízű. Hőmérséklete: 10°C.

A minőségi elemzés ismert módszerei szerint eljárva, a vízben következő alkotórészeket találtam:

Calcium.	Szénsav.
Magnesium.	Kénsav.
Vas.	Chlor.
Natrium.	Kovasav.
Mangán.	Lithium.
Kálium.	

A mennyiségi elemzés ismert módszerei szerint eljárva, meghatároztam a fentebbi alkotórészek mennyiségét 1000 súly rész vízben, azután az elemi alkotó részeket sókká csoportosítottam.

**A gyertyánligeti vasas savanyú víz-forrás — «Iréń-forrás» —
chemiai összetétele.**

(Az alkotórészek sókká alakítva.)

	1000 s. r. vízben
Calcium bicarbonat $CaH_2(CO_3)_2$ --- --- ---	1·4746 súlyrész
Magnesium bicarbonat $MgH_2(CO_3)_2$ --- --- ---	0·2031 „
Vas bicarbonat $FeH_2(CO_3)_2$ --- --- ---	0·0877 „
Natrium bicarbonat $NaHCO_3$ --- --- ---	0·0215 „
Mangan bicarbonat $MnH_2(CO_3)_2$ --- --- ---	0·0115 „
Kálium bicarbonat $KHCO_3$ --- --- ---	0·0087 „
Lithium bicarbonat $LiHCO_3$ --- --- ---	0·0019 „
Chlorkálium KCl --- --- ---	0·0113 „
Calcium sulfat $CaSO_4$ --- --- ---	0·0063 „
Kovasav SiO_2 --- --- ---	0·0240 „
Összesen --- --- ---	1·8506 súlyrész
Szabad szénsav --- --- ---	0·7068 „
Térfogata --- --- ---	358·5 kem.
Fajsúly --- --- ---	1·002532
Hőmérséklet --- --- ---	10°C.

Ezen elemzés adatai alapján a *gyertyánligeti «Iréń-forrás»* vize a *vasas savanyú-vizek* osztályába tartozik, mint ilyen a pyromonti Hauptquelle, a schwalbachi Adelhaidbrunnen, a driburgi Hauptquelle és a spaai Souvenière mellett igen előkelő helyet foglal el.

1890. ÁPRILIS 21.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE.

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. B. EÖTVÖS LORÁND r. t. értekezik «*nagy lengésidők méréseéről*».

2. LENGYEL BÉLA l. t. előterjeszti «*a salétromsav meghatározása térfogati úton*» című közleményét.

(L. a 85. lapon.)

3. THAN KÁROLY r. t. bemutatja LIEBERMANN LEO dolgozatát «*a szénsav bontó hatásáról az alkali-fémek sóira*».

(Lásd a 88. lapon.)

4. HÖGYES ENDRE r. t. jelentést tesz «*a Pasteur-féle antirabikus védő oltások megkezdéséről*».

(L. a 95. lapon.)

A SALÉTROMOSSAV MEGHATÁROZÁSA TÉRFOGATI ÚTON.

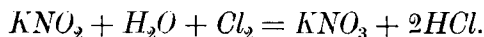
(Előleges közlemény.)

LENGYEL BÉLA I. tagtól.

Olyan kérdéssel foglalkozom, a melynek megoldásában szükséges, hogy aránylag igen csekély mennyiségű salétromossav sok chlorid jelenlétében meghatározottassék.

A salétromossavnak térfogati úton való meghatározására vannak ugyan módszerek, de ezek többé-kevésbé megbízhatatlanok. Legjobb eredményt szolgáltat a salétromossavnak káliumpermanganat oldattal való titrálása; de ezaz eljárás, nem tekintve finyáságát, a fenforgó esetben azért nemhasználható, mert — tudvalevőleg — chloridok jelenlétében a káliumpermanganat hibás eredményeket szolgáltat.

Én megkísérlettem a salétromossavnak káliumhypo chlorittal való oxydatióját s úgy találtam, hogy a nitrit savanyú oldatban ilyen módon teljesen oxydálódik:



Erre a chemiai átalakulásra vélek olyan térfogati elemző módszert alapíthatni, a mely lehetővé teszi, hogy a salétromossav chloridok mellett is meghatározható legyen. Ha ugyanis ismert titerű, főlöleges káliumhypo chlorittal a nitritet oxydáljuk s azután a chlór fölölségét jodometricé visszamérjük, a különbségből a nitrittartalom egyszerű módon számítható.

Ilyen irányban végeztem kísérleteket, a melyek még nincsenek befejezve és így jelentésemet csak előlegesnek kívánom tekintetni; eddigi kísérleteim azonban olyan eredményre vezettek, a melyből azt kell következtetnem, hogy a módszer használható lesz.

A meghatározás a következőképen történik: A nitrirtartalmú oldatból lemérünk 2—10 cm³-t, ezt fölös mennyiségű, titrált kalium hypochlorittal keverjük s a vízzel kellőleg hígított oldatot sósavval megsavanyítván, jódkaliumot vetünk beléje. A fönmaradt szabad chlór vele egyértékű mennyiségű jódot választ ki, a melyet $\frac{1}{10}$ szabályos natriumthiosulfattal mérünk meg.

Ellenőrző kísérletek végzésére $\frac{1}{10}$ szabályos kaliumnitrit oldatot készítettem. Megmért súlyú ezüstnitritet vízben oldva tiszta kaliumchlorid oldattal bontottam el s a chlóreüzstről lecsüirt oldatot vízzel $\frac{1}{10}$ szabályosra hígítottam. Minthogy a jódmegmérésére használt nátriumthiosulfat szintén $\frac{1}{10}$ szabályos; továbbá, mivel — mint a fenti egyenlet mutatja — egy molekula nitritre két molekula chlór kívántatik: világos, hogy 1 cm³ $\frac{1}{10}$ szabályos kaliumnitrit-oldatra 2 cm³ $\frac{1}{10}$ szabályos natriumthiosulfat esik.

Kísérleti adataimból néhányat felsorolok:

$\frac{1}{10}$ sz. KNO_2	felhasznált $\frac{1}{10}$ sz. $Na_2S_2O_3$
1.02 cm ³	2.04 cm ³
1.84 „	3.59 „
1.06 „	2.18 „
4.30 „	8.40 „
2.53 „	5.24 „
1.53 „	2.98 „
3.43 „	6.64 „

A felsorolt adatok, habár nem érik el azt a pontosságot, a melyet az elemzési módszerektől megkövetelünk, azt mégis mutatják, hogy a nitritnek ezen az úton való meghatározása — ha a kísérleti feltételek teljesen ki lesznek próbálva — lehetségessé válik.

Annyit már most is megemlíthetek, hogy a nitrit-oldat hígítása igen nagy lehet és az eredmény mégis kielégítő. Vannak kísérleteim, a melyekben a hígítás (a nitritre nézve) egész 300,000-ig ment s az eredmény mind a mellett elég jó. Az $\frac{1}{10}$ sz. KNO_2 oldatot vízzel felhígítván és benne a nitrirtartalmat meghatározván, azt egy esetben 0.1206%-nak, egy másik kísérletnél 0.1304%-nak találtam, tehát az oldat körülbelül 0.1%-es volt. Ezzel végeztem a következő kísérleteket:

KNO_3 oldat				hígítás	talált KNO_3		
1·8	C. C.	hígítva	1 liter vízzel	---	---	1 : 300000	0·165%
3	«	«	«	---	---	1 : 220000	0·148%
3	«	«	«	---	---	1 : 220000	0·136%
3	«	«	«	---	---	1 : 220000	0·151%
3	«	«	«	---	---	1 : 220000	0·157%

Megjegyzem, hogy ha nitrátok vannak jelen, a nitrit ezek mellett is meghatározható, ha az oldatot annyira hígítjuk, hogy az a nitrátra nézve 10—12%-es legyen.

Végül megemlítem, hogy számos eddig végzett kísérletemből úgy látszik, hogy a nitrit mennyiségét valamivel többnek találjuk, mint kellene. Ennek oka valószínűleg a kaliumhypochlorit-oldatban van s jelenleg ennek az oknak kifürkészésére folynak a kísérletek.

A SZÉNSAV BONTÓ HATÁSÁRÓL AZ ALKALIFÉMEK SÓIRA.

LIEBERMANN LEÓ-tól.

(Előleges közlemény.)

A szénsav bontó hatását néhány közömbös ásványi sóra sikerült oly módon kimutatnom, hogy az most már kísérleti úton is bebizonyított ténynek tekintendő.

Kísérleteimnél e célra előbb bizonyos kátrányfestő anyagokat — különösen fuchsint és methylviolát — használtam, melyek szabad ásványi savak által a mint tudjuk vagy színváltozást szenvednek, vagy elszíntelednek.*

Az elszíntelenedés beállott ugyan, midőn pl. egy methylviolával vagy fuchsinnal festett konyhasó oldatba szénsavgázt vezettem, de kísérleteim folyamában észrevettem, hogy ezen festőanyagok egy része *kiválik* úgy, hogy az elszíntelenedést vagy színváltozást vagy egészben, vagy legalább részben ezen körülménynek kellett tulajdonítani.

Ezen kísérleteimet, mint olyakat, melyek nem voltak alkalmasak a kérdés eldöntésére, nem közöltem, de ilyeket közölt a múlt évben SCHULZ, kinek figyelmét a methylviola kiválása elkerülte s kit csak később t. i. ezen évben RÖHMANN és MALACHOWSKI figyelmztettek erre.**

* Ez irányú kísérletekről *ultramarin* használata mellett tankönyvekben találtam említést, a nélkül, hogy a szerző meg lett volna nevezve. Ultramarinnal különben nem voltam képes eredményre jutni.

** Pharmac. Centralhalle. 1890, p. 63.

Újabb kísérleteimet, melyek a már említett pozitív eredményre vezettek, következőkben ismertetem :

1. Ha desztillált vízzel készült konyhasó oldatba poralakú rézoxidot teszünk, s ebbe 10—20 perczig ketted szénsavas nátron oldatán keresztül vezetett, tehát esetleg jelenlevő idegen savak nyomaitól megtisztított szénsavgázt vezetünk, az oldatot ezután a rézoxydrol leszűrjük : ezen oldat rezet tartalmaz oldva, melyet úgy ammoniákkal, mint ferrocyankálium oldatával ki lehet mutatni.

2. Ha ugyanazon rézoxymból ugyanolyan mennyiséget teszünk destillált vízbe, mely nem tartalmaz konyhasót, szénsav egyenlő ideig való bevezetése után a rézoxydrol leszűrt folyadékban ammoniákkal nem kapunk rézreakziót, ferrocyankáliummal pedig csak oly gyengét, hogy az előbbivel össze sem lehet hasonlítani.

3. Ha ugyanolyan töménységű és mennyiségű, ugyanannyi rézoxyddal ellátott konyhasó oldatba, mint a minő 1-nél használtott, szénsavtól megtisztított levegőt vezetünk ugyanannyi ideig mint 1-nél, a rézoxydrol leszűrt folyadékban rezet nem lehet kimutatni sem ammoniákkal, sem pedig ferrocyankáliummal.

4. Ugyanazt a negatív eredményt kapjuk, ha konyhasó oldat helyett destillált vizet használunk s ebbe vezetünk levegőt.

Következik ezen sokszorosán és különböző töménységű konyhasó oldatokkal, de kiizzított rézoxyddal is (melynél a hatás gyengébbnek mutatkozott), ismételt kísérletekből, hogy csakis azon esetben található az oldatokban jelentékenyebb mennyiségű réz, ha szénsav és konyhasó *együtt* hatnak rézoxydra, minek más magyarázatát mint azt, hogy ez alkalommal szabad sósav keletkezik, nem lehet találni.

Az épen említettekkel teljesen megegyező eredményeket kapunk akkor is, ha konyhasó helyett kénsavas, vagy légenysavas nátriumot használunk.

A jódidok szénsav által való bontásának kimutatására a réz szintén alkalmas. Ilyenkor azt látjuk, hogy a színtelen folyadék megsárgul. Ha ugyanis jódköenysav és rézoxyd egymásra hat, rézjódür, víz és szabad jód képződik. A jódidok bomlása különben még más úton is kimutatható. Ha pl. jódkálium vizes oldatába mangánsuperoxydot teszünk, ez igaz, hogy már magában véve is kiszabadít kevés jódot, de ennek mennyisége mégis sokkal kisebb, mint az, mely kiszabadul

akkor, ha szénsavat vezetünk az oldatba. Ha a folyadékot leöntjük a mangánsuperoxydról és chloroformmal rázzuk, az első esetben csak csekély, az utóbbiban erős mértékben színeződik a chloroform.

Azon sok mennyileges kísérletsorozatból, mely eddig végeztetett részint kolorimetrikus, részint titrimetrikus úton, ezen előleges közleményemben csak egyet akarok bemutatni.

Ennél a konyhasó oldatokba nem vezettem szénsavgázt, hanem az oldatot magát szénsavas vízzel készítettem, mert így a hatásra jutó szénsavmennyiség pontosabban volt megállapítható, mint szénsav gázalakban való bevezetése által.

Tehát 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 és 20% konyhasót tartalmazó oldatokat készítettem oly módon, hogy a megfelelő sómennyiségek az illető koncentrációhoz szükséges folyadék felének megfelelő mennyiségű destillált vízben oldattak * s egyenlő lemért mennyiségű poralakú rézoxyd hozzátétele után ugyanannyi szénsavas vízzel kevertettek, mint a mennyi a destillált volt.

A szóban forgó kísérletnél mindenütt 20 ccm. destillált víz, 20 ccm. szénsavas víz és 0.2 grm. rézoxyd használtatott. A keverékek többszöri felkavarás mellett 1 óráig állottak. Ezután leszűrtek s a szűrlet 20—20 ccm.-ében a réz jodometrikus ** és 10—10 ccm.-ében kolorimetrikus úton határozottat meg.

20 ccm.-re az	1%-os	NaCl-oldatnak	kivánt	1.5	ccm. alkénessavas nátront =	0.24	mgr. Cu.
"	"	"	2	"	"	"	= 0.28
"	"	"	4	"	"	"	= 0.30
"	"	"	6	"	"	"	= 0.39
"	"	"	8	"	"	"	= 0.32
"	"	"	10	"	"	"	= 0.33
"	"	"	12	"	"	"	= 0.35
"	"	"	14	"	"	"	= 0.37
"	"	"	16	"	"	"	= 0.56
"	"	"	18	"	"	"	= 0.61
"	"	"	20	"	"	"	= 0.72
"	"	egy kontrolloldatnak	szénsavas				
		víz és CuO	---	---	---	0.1	" = 0.01

* Csak a 18 és 20%-os oldatoknál volt a *destillált* vízben a só egy része oldatlan állapotban, mert a só mennyisége nagyobb volt, mint a mennyit a víz egyáltalában oldani képes; de a szénsavas víz hozzátétele után ez azonnal feloldódott.

** 5—5 ccm. frissen készített jódkálium oldat tétetett a folyadékokhoz

A kolorimetrikus meghatározásra a szűrt folyadékokból egyenlő mennyiségek (10 ccm.), 11 lehetőleg egyenlő átnérőjű kémcsövekbe tétettek, (a 12-ik kémcső a kontrollfolyadékot tartalmazta szénsavas víz rézoxiddal, konyhasó nélkül) s egyenlő mennyiségű 3—3 csepp ferrocyankálium oldattal láttattak el.

Az eredmény teljesen azonos volt az előbb közölt táblázatával, mely a titrálásnál nyert számokat adja, de mondhatni ezen kolorimetrikus próbák még meggyőzőbbek, mert a reakciók különböző intenzitását egymás mellett és egy időben mutatják.

Azt látjuk tehát, hogy az oldott réz mennyisége legkisebb az 1%-os konyhasó oldatban, legnagyobb a 20 százalékosban, de a szaporodás a közbeneső százalékoknál nem folytonos. 1-től 6%-ig konyhasóig növekedik, azután csökken és lassan újra emelkedik úgy, hogy a 14%-os konyhasó oldatban körülbelül annyi megint, mint a 6 százalékosban.

(Ezen kihajlás a kolorimetrikus meghatározásnál is igen feltűnően mutatkozott.)

A 14 százalékostól aztán igen gyorsan emelkedik az oldott rézmennyiség.

Ezt a különös kihajlást a sorozat két közbeneső pontján kisebb-nagyobb mértékben kifejezve eddig minden rendszeren végzett kísérletsorozatonál láttam s változások csak annyiban mutatkoztak, hogy pl. nem 6 és 14, hanem 4 és 12, vagy 8 és 14 voltak azon egymással körülbelül megegyező réztartalmú folyadékok.

Ezt következőleg vélem magyarázhatni.

Valamennyi kísérletből kitűnik az, hogy *általában* töményebb sóoldatból a szénsav behatása alatt több sósav is képződik, úgy hogy a töményebb sóoldatoknak szintén töményebb sósav oldatok felelnek meg.

Minél töményebb azonban a sósav oldat, *annál kisebb a disszociált sósav tömecskek száma*, mert tudjuk, hogy a disszociáció, azaz a szabad ionok száma növekedik a hígítással.*

Felteszem már most, hogy a disszociáció fokától függ a sav

s a kiszabadult jódtitrált alkénés savas nátron oldattal méretett, keményítő, mint indikátor használata mellett.

* L. OSTWALD, Grundriss d. allg. Chemie, 1889, p. 364.

erőssége, azaz hogy avval növekszik,* s hogy a disszociáció egy bizonyos hígítási határon *innen* lassúbb, azaz aránylag csekélyebb, egy bizonyos hígítási határon túl, egészen a teljes disszociáció pontjáig *gyorsabb*, azaz aránylag nagyobb.

Ilyen körülmények között azt a tünetényt fogjuk észlelni, hogy egy *absolute kisebb sósav mennyiség ugyanazt a hatást fejtí ki, mint egy absolute nagyobb*, mert a kis mennyiség teljesen, vagy csaknem teljesen, a nagyobb pedig csak részben van disszociálva.

Ezen két ponton belül természetesen hatáscsökkenésnek kell lenni, a teljes disszociáció határán túl pedig már *csak egyedül a sósav hígításának befolyása mutatkozik*, hatáscsökkenésben.

A fenti táblázatban mutatkozó tünetényre alkalmazva, a dolog tehát úgy volna, hogy a 6 százalékos konyhasó oldatból kiszabadított sósav a teljes disszociációt már megközelítette vagy elérte, a 14 százalékos oldatból kiszabadult sósav mennyiségnek *disszociált része* pedig éppen annyi, vagy közel annyi, mint a 6 perzentésé, mely *teljesen* disszociálva van, úgy hogy a hatás egyenlő nagy.

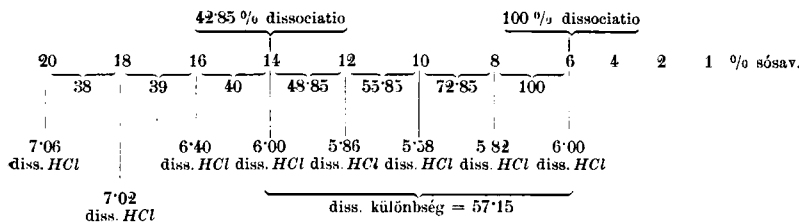
A 4, 2 és 1 perzentés sóoldatokból kiszabadult sósav mennyiségek, miután már 6-nál teljes a disszociáció, csak csökkenést mutatnak.**

Nézzük még, hogy miként lehetne a töménység és disszociáció ezen komplikált funkcióját számokban kifejezni, a nélkül azonban, hogy ennek általános értéket tulajdonítanék.

Ezen célra vegyük fel, hogy a fenti táblázatban foglalt konyhasó mennyiségek *sósavat* jelentenek, és írjuk ezeket egy sorba.

* OSTWALD, l. c. p. 365.

** A mi áll a sósav oldatok disszociációjára, magára a konyhasó oldatokra is érvényes, úgy hogy egy hígabb sóoldatban is nagyobb a szabad ionok száma, mint egy töményebben. Ezért tehát a hígabb sóoldatok is relative hatásosabbak, mint a tömények.



Itt fel van véve, hogy 20-tól 14-ig a disszociáció csak 1—1 perzenttel növekedik (38—39—40). 14-nél a disszociáció 42—85^o/o perzentje az összes sósavnak, mert felvesszük, hogy ez utóbbi 6 most épen olyan hatást fejt ki, mint a 6 perzentos sósav, melyet 100 perzentig disszociálva veszünk fel. — 14-től 6-ig a *disszociáció különbség 57·15^o/o*, mely nem egyenlőképen oszlik el a közbeeső perzentuációs savaknál, eleinte 6, később 18, végre 27·15 perzenttel növekedik a disszociáció, azaz annál erősebben, minél jobban közeledik a teljes disszociációt eredményező hígításhoz.

Tehát 14-től 12-ig 48·85^o/o a disszociáció. 12 sósavnak 48·85, perzentje pedig 5·86; 12-től 10-ig a disszociáció 55·85^o/o, 10 sósavnak 55·85, perzentje pedig 5·58.

10-től 8-ig a disszociáció már 72·85^o/o. 8-nak 72·85 perzentje pedig 5·82. Itt tehát már megint emelkedés.

8-tól 6-ig pedig elérték a 100 perzent, tehát a legnagyobb emelkedés. Innen azután hatáscsökkenés a hígítás befolyása alatt.

Ha az így nyert számokat oly rendben írjuk, mint a kísérleti táblázatban, azt hiszem az analógia szembeötlő és ezen magyarázatot elfogadhatóvá teszi:

1 ^o	% sósav	ható	része = 1
2	«	«	« = 2
4	«	«	« = 4
6	«	«	« = 6
8	«	«	« = 5·82
10	«	«	« = 5·58
12	«	«	« = 5·86
14	«	«	« = 6
16	«	«	« = 6·40
18	«	«	« = 7·02
23	«	«	« = 7·60.

Még röviden említést akarok tenni oly kísérletekről, melyek a *nagyobbodott szénsav mennyiség* hatását akarták megismertetni *egyenlő mennyiségű sóra*.

A vizgálatoknál használt módszerek azonosak az előbbiekkal. Az 50 ccm.-t kitevő oldatokból itt is 20—20 ccm. vétetett titrálásra.

	{	10 ccm. víz + 40 ccm. szénsavas víz, 1 gm. NaCl, 0.2 CuO=1.55 ccm. Na ₂ S ₂ O ₃ =0.25 mgr. Cu.
I.	{	20 " " + 30 " " " " " " " " =1.45 " " =0.23 " "
	{	30 " " + 20 " " " " " " " " =1.50 " " =0.24 " "
	{	40 " " + 10 " " " " " " " " =1.20 " " =0.19 " "
	{	10 " " + 40 " " " " " " " " =3.0 " " =0.45 " "
II.	{	20 " " + 30 " " " " " " " " =2.4 " " =0.36 " "
	{	30 " " + 20 " " " " " " " " =2.95 " " =0.44 " "
	{	40 " " + 10 " " " " " " " " =2.1 " " =0.31 " "

Kitűnik ebből, a mit várni lehetett, hogy nagyobb szénsav mennyiség több sósavat szabadít ki. Bizonyos feltűnő szabálytalanságok azonban egyelőre magyarázatlanok maradnak.

Kísérleteimet, melyekben dr. BIRÓ BÉLA úr igen tevékeny részt vett, folytatom és annak idején a t. Akadémiával egész terjedelemben fogom közölni.

JELENTÉS

AZ ANTIRABIKUS VÉDŐOLTÁSOK KÉRDÉSÉNEK JELEN ÁLLÁSÁRÓL ÉS AZ OLTÁSOK MEGKEZDÉSÉRŐL A BUDAPESTI PASTEUR-INTÉZETBEN.

HÖGYES ENDRE r. tagtól.

Az 1888-dik október 15-dikén tartott ülésen előterjesztettem «*A veszettség gyógyításáról*» cím alatt kísérleti és statisztikai tanulmányaimat tekintettel különösen a Pasteur-féle prophylaktikus gyógyításra. E tanulmányok, melyeket november elején intézetemben előbb magam kezdettem, majd a tek. Akadémia és a törvényhozás segélyével a közoktatásügyi kormányzat megbízásából folytattam, és folytatok, kimutatták, hogy a Pasteur-féle veszettségellenes védőoltások hatásos voltának megvan a bizonyító állatkísérleti, emberekre vonatkozólag pedig úgy általában, mint különösen a párisi Pasteur-intézetben kezelt magyarországi veszettkutya marottak gyógyulásából ítélve a megerősítő statisztikai alapjuk. Amaz előterjesztést azzal zártam volt be, hogy *azok, kik e vizsgálatokban részt vettek, ama meggyőződésre jutottak, hogy eljött az ideje annak, hogy az antirabikus védőoltások Magyarországon is meghonosítsanak.*

Ez előterjesztésemben két irányban kívánok jelentést tenni a t. Akadémiának: *először* arról, hogy mennyire fejlődött a veszettségellenes védőoltások ügye általában véve és különösen pedig Párisban, e módszer feltalálásának székhelyén, multkori jelentésem óta; *másodszor* mennyire haladt az antirabikus védőoltások meghonosítása nálunk Magyarországon Budapesten.

I.

Az *első* kérdést, illetőleg talán szükségtelen felemlítenem az ügy külső fejlődésére vonatkozólag azt a nagy enthusiasmust, melylyel azt maguk a francziák, részben a művelt külföld, újabban az angolok felkarolták, mely enthusiasmusnak reális eredménye az «Institut Pasteur» nagy szabású palotája a párisi Montmartre-on, melyben jelenleg nemcsak a veszettség-ellenes védőoltásokat esz- közlik a világ különböző részeiből még mindig nagy számban oda- sereglő veszettkutya-marottakon, hanem különböző osztályokat ren- deztek be benne egyéb emberi és állati fertőző betegségeknek kísér- letezés útján való tanulmányozására azon czélból, hogy azok ellen is keressék a védelmet nyújtó gyógyításmódokat, mint sikerült azt feltalálni az anthrax és veszettség ellen. Csak az intézet tervezését mutatom be röviden a közölt mondandók kedvéért, midőn arról lesz szó, hogy mi történt e tekintetben nálunk eddigelé.

Más alkalommal azt is volt szerencsém közölni már a t. Aka- démiával, hogy a veszettség-ellenes védőoltásokra eddigelé már körülbelül 20 intézetet állítottak fel a világ különböző országaiban. Hetet Oroszországban (Szent-Pétervár, Moszkva, Varsó, Odessa, Charkow, Samará, Tiflis), hatot Olaszországban (Turin, Milano, Bologna, Róma, Nápoly és Palermó), egyet-egyét a következő helye- ken: Konstantinápoly, Havanna, Mexikó, Rio-de-Janeiró, Barcelo- na, Bukarest, Buenos-Ayres, Bécs, egy pedig keletkezőben van Boliviában.

A mire most különösen felhívni szándékozom a figyelmet, az a Pasteur-intézet legújabb statisztikai összeállításá az utolsó négy évben Párisban gyógyított veszettkutya-marottakról, mely a veszett- ség gyógyítá: kérdésének mai állását a módszer hatásosságára vo- natkozólag a legtisztábban tárja fel előttünk.

Az adatokat az «Annales de l'Institut Pasteur» f. é. márczius 25-dikén megjelent számának egy cikke után közlöm, melyben *M. L. Perdrix* az intézet antirabikus osztályának jelenlegi egyik vezetője állította össze e négy évi statisztikát az intézeti naplók alapján, olyan formán, mint a hogy 1888. októberi előterjesztésem- ben állítottam volt össze PASTEUR szivességéből a magyarországi veszettkutya-marottakra a statisztikai adatokat.

Amaz előterjesztésemben említettem, hogy a Pasteur-intézetben gyógyított marottakat három csoportba szokták osztani. Mindegyik csoport egy-egy rovatot ad.

1-ször. Az *A*) rovatba az oly egyéneket sorozzák, kiket olyan állat mart meg, melyeknek veszett volta kísérletileg lett kimutatva, vagy az által, hogy a belőlük oltott állat is megveszett, vagy az által, hogy a gyógyulás alatt levő egyénnél egyidejűleg megmart más egyéneken is kitört a veszettség.

2-szor. A *B*) rovatba az olyan marottakat számítják, kiket állatorvosilag veszettnék konstatált kutya harapott meg.

3-szor. A *C*) rovatba pedig az olyan marottakat, kik veszettségre gyanús állattól kaptak marást.

E rovatok szerint összeállítva az intézetben gyógyított és meggyógyult, valamint a gyógyítás daczára megveszett egyének számát: az 1886., 1887., 1888., 1889 évekre következő statisztikai eredmények mutatkoznak.

	A) rovat			B) rovat			C) rovat			Összesen		
	A. gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %	A. gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %	A. gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %	A. gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %
1886-ban	231	3	1·30	1926	19	0·99	514	3	0·58	2671	25	0·94
1887-ben	357	2	0·56	1156	10	0·86	257	1	0·39	1770	13	0·73
1888-ban	402	6	1·49	972	2	0·21	248	1	0·40	1622	9	0·55
1889-ben	346	2	0·58	1187	2	0·17	297	2	0·67	1830	6	0·33
Összesen:	1336	13	0·97	3241	33	0·63	1316	7	0·53	7893	53	0·67

A halálozási % kiszámításánál és összeállításában csupán azon meghaltakat vették be a számításba, kik a gyógyítás utolsó napjától számítva 15 napon túl kapták meg a veszettséget, mert azoknál, a kiknél a védőoltás utolsó napján túl 15 napon innen tör ki a veszettség, a veszettség vírusa már a gyógyítás folyamán elkezdte a kifejlődését a központi idegrendszerben, midőn a védőoltás természetesen elkésett. Ezt bizonyítja az a kísérleti tapasztalat, hogy ha az utcai veszettség vírusát koponyalékelés útján oltjuk be az állat agyának burka alá — tehát direkt az agyvelőbe — körülbelül 15 nap múlva tör ki a veszettség rajta.

Ha a későn beoltott és az oltás daczára elhalt egyének is számításba jönnek, a halálozási arány kiszámításnál a következő táblázat áll elő.

	A) rovat			B) rovat			C) rovat			Összesen		
	A gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %	A gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %	A gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %	A gyógyítottak száma	Meghalt	Halálozás %
1886-ban	323	5	2·15	1931	24	1·24	518	7	1·35	2682	36	1·34
1887-ben	357	2	0·56	1161	15	1·29	260	4	1·54	1778	21	1·18
1888-ban	403	7	1·74	974	4	0·41	248	1	0·40	1625	12	0·74
1889-ben	348	4	1·15	1188	3	0·25	298	3	1·00	1834	10	0·54
Összesen:	1341	18	1·34	5264	46	0·88	1324	15	1·13	7919	79	1·00

E statisztikai összeállítás megerősíti az 1½ év előtt közölt eredményeket újlag, sőt mint a halálozási %-ok évről-évre csökkenéséből látszik, a gyógyítás eredménye évről-évre nagyobb, annak bizonyosságául, hogy a módszer folyton javul.

E számok világosan mutatják a védőoltások hatályosságának fokát. Mint tudva van, a veszettkutya-marottaknál (egybeszámítva az igazi veszett, valamint csak a veszettségre gyanús kutyamarásokat és tekintet nélkül arra, hogy hogyan és mely testrészen történt a marás) 15—80% a halálozási százalék. A Pasteur-féle antirabikus gyógyítás, akár egyik, akár másik tábla szerint nézzük az eredményt, leszállította ezt 15—20%-ról 1·00—0·67%-ra.

Míg tehát a Pasteur-féle gyógyítás alkalmazása nélkül 1000 veszett vagy veszettségre gyanús kutya-marottközül átlag 150—200 egyénen tört ki a veszettség, e gyógyítás alkalmazása esetén 10-től 6 és 7-re száll alá a szám.

Még szabatosabban lehet kutatni az antirabikus gyógyítás hatásosságát, ha a C) rovat marottait kihagyjuk a számításból, mint olyanokat, kik közül nem bizonyos, hogy hányat mart meg veszett kutya és csak az A) és B) rovat marottjait vesszük, kiket biztosan vagy a legnagyobb valószínűséggel veszett kutya mart meg. Ezeket összeszámítva, következő az eredmény:

	Gyógyítottak száma	Meghaltak száma	Halálozás %
1886-ban	2151	22	1·02
1887-ben	1513	12	0·79
1888-ban	1374	8	0·58
1889-ben	1533	4	0·26
Összesen	6577	46 közép:	0·70

Ez a halálozási arány is megegyezik tehát az előbbivel.

Még egy tanuságos eredményre vagyok bátor felhívni PERDIX statisztikai tanulmánya alapján a figyelmet. Tudvalevőleg a veszett kutya által ejtett sebek nem egyformán veszélyesek. Legveszedelmesebbek a fej- és arcsebek, melyek után, mint a legkülönbözőbb írók megegyezőleg állítják, 65 egész 95% a halálozás. Jelenleg az oka is ismeretes már e jelenségnek. A veszettség akkor szokott kitörni az emberen, ha a veszettség fertőző anyaga a marás helyéről az idegek útján a központi idegrendszerhez ér és ott egy bizonyos fokig felszaporodik. Ha a marás a fejet vagy az arcot éri, rövidebb úton juthat a fertőző anyag az agyhoz, mintha a kezet vagy a törzsöt vagy a lábakat éri. A Pasteur-intézetben gyógyítottak közül a fennebbi négy év alatt 672 olyan egyén volt, kiket a fejen vagy az arczon mart meg a veszett állat. Ezek közül a gyógyítás daczára meghalt 15. A fennebbi statisztika szerint meg kellett volna halni 434—640-nek. Tehát a Pasteur-féle gyógyítás a 65—95 halálozási százalékot leszállította 2·23%-ra.

Kevésbé veszedelmesek a különben leggyakrabban előforduló kéz sebek (a négy év alatt gyógyítottak 7893 egyén közül 4387-nél fordult elő kézmarás = 56%). Ezek közül a gyógyítás daczára meghalt 29, azaz a halálozás ezek között 0·66 volt.

Legkevésbé veszedelmesek a törzsön és a lábakon ejtett sebek (kétségenkívül azért, mert a harapás többnyire ruhán át történik, mely a fertőző anyag egy részét visszatartja). A 7893 eset közül 2834 ilyen eset volt, kik közül a gyógyítás daczára elhalt 9, azaz 0·27%.

Magyarországon, a mennyire a hézagos statisztikai bejelentésekből összeállítani lehetett, 1881—1885-ig terjedő 5 év alatt 810 részint veszett, részint veszettségre gyanus ebmarás-eset fordult elő. Ezek közül 48 egyén kapta meg a veszettséget. A Pasteur-intézetben gyógyítás végett megfordult 7919 eset közül csak 79 egyénen tört

ki a veszetheg. Így tehát a módszer behozatala után nálunk feltéve, hogy az hasonló sikereket fog felmutathatni, a veszetteb-marások után a veszetheg kitörésének esélye 5-9-ről le fog szállani legalább is az 1-re, vagy azon alól.

Egészben véve tehát a veszetheg-ellenes védőoltások kérdésének fejlődéséről és mai állásáról jelentésemet a következőkben foglalhatom össze: Azok a statisztikai bizonyítékok, melyek a Pasteur-féle antirabikus védőoltások hatásos voltát már 1885 végén eléggé feltüntették négy év tapasztalatai alapján, azóta tetemesen szaporodtak. Helyes statisztikai következtetések vonására is elég nagy számú észleletek alapján kimutatható, hogy e védőoltás a veszettekutya-marottak halálozási százalékát tetemesen, egész 1%-ig, sőt az alá redukálja. Így midőn a gyógyító módszert Magyarországon is meghonosítani szándékozunk, annak jövendő sikerére a bizonyosság meglehetősen nagy mérvével számíthatunk.

II.

Áttérek most jelentésem *második* és tulajdonképeni főtárgyára, annak rövid elősorolására, hogy e módszernek meghonosítása érdekében Magyarországban mi történt.

Midőn PASTEUR 1885 október havában gyógyításmódját a francia akadémiának bejelentette, mindjárt november elején hozzáfogtak a gyógyításmód alapját képező állatkísérletek ismétléséhez a budapesti általános kór- és gyógytani intézetben, hogy saját meggyőződést és ítéletet alkossak a módszer értékére vonatkozólag. Az a nagy mozgalom, mely 1885 végén Franciaországban a fontos felfedezés érdekében megindult, bold. közoktatásügyi miniszterünk figyelmét szintén felkeltette és elhatározta, hogy valakit az antirabibus védőoltások miben állásának a helyszinén megfigyelésére Párisba küld. Miután én hivatalos teendőim miatt akkor nem mehettem, Babes, a kórszövektan akkori ny. rk. tanára küldetett ki, ki visszajövet megtette jelentését az ott látottakról, mely azonban a dolog természete szerint a módszer alkalmazásának külsőségeinél tovább nem mehetett, miután egyfelől a módszer alapját képező körülbelül négy évig tartó előleges állatkísérletek eredményeinek tanuja a kiküldött nem lehetett, másfelől pedig akkor még csak igen rövid

idő és kevés adat állott rendelkezésünkre annak megítélésére, vajjon a gyógyító módszer embereknél alkalmazva beválik-e vagy sem, annyival inkább, mert magukat az állatkísérleteket sem ismételte volt még senki, úgy hogy a módszert tisztán csak bizalom, nem pedig személyesen szerzett öntudatos meggyőződés alapján lehetett volna ide hozzánk átültetni, a minek azon időben még az is útját állotta, hogy a módszer feltalálója abban a felfogásban volt, hogy elegendő egy antirabikus intézet Párisban egész Európa, sőt távolabbi világrészek számára is.

Részint az óvatosság, részint az önálló tudományos meggyőződés megszerzésének szüksége arra indított bennünket, hogy a közoktatásügyi kormányzatnak egyfelől a további gyakorlati eredmények bevéását javasoltuk, másfelől azon voltunk, hogy e fontos gyógyító módszer állatkísérleti alapja felől magunknak személyes meggyőződést szerezzünk.

Miután az intézet rendes költségvetése nem volt elegendő arra, hogy a kísérleteket elegendő kiterjedésben megtehessek, külön segílyt kellett kikérnem, mit első ízben a t. Akadémia, majd a közoktatásügyi kormányzat ajánlata folytán a törvényhozás adott meg.

Az ezen alapokon megindult kísérletezéseknek eredményéről 1 $\frac{1}{2}$ év előtt az 1888-diki októberi ülésen tettem a t. Akadémiának jelentést, melynek eredménye összevetve az időközben nyert emberekre vonatkozó statisztikai eredményekkel, indokoltan tüntette fel azt, hogy egy antirabikus intézet nálunk is létrehozassék, melynek sikeres működésére az előző tudományos vizsgálatok már csak az oltások körül szükséges tenni valók begyakorlása szempontjából is szükségesek voltak.

Ugyane jelentést 1888 végén megtevéen a vallás- és közoktatásügyi miniszter úr ő nagyméltóságának és 1889 végén felhívást kaptam, hogy tegyek jelentést arra vonatkozólag, miképen lehetne nálunk a veszettség-ellenes védőoltó kísérleteket emberekre is kiterjeszteni.

E jelentés 1890. január elején megtörténvén és az abban foglaltak az oktatásügyi kormányzat részéről elfogadtatván, gróf Csáky Albin közoktatásügyi miniszter úr ő nagyméltósága engem bizott meg azzal, hogy a veszettség-ellenes védőoltásoknak embereken való megkezdésére a szükséges intézkedéseket megtegyem.

Ezek jelenleg meg vannak már téve. Az ideiglenes Pasteur-intézet be van rendezve, habár a szűk költségvetés keretéhez mérve szerényen, annyira, hogy annak működésének megkezdését pár nap mulva hivatalosan is közzé tehetjük.

Magán úton a működés már tényleg meg is kezdődött. Egy igen sürgős esetben, hol a jelentkező marottal egyidejűleg megharapott egyéneken a marás utáni 23-dik napon már kitörték a veszettség tünetei, el kellett tekinteni a berendezés utolsó napjainak nehézségeitől. Így tényleg a keletkező intézetben e hó 15-dikén az első védőoltás e kétséges jövőjű esetben megtörtént. Azóta pedig négyen jelentkeztek, kik szintén meg fogják kapni a szükséges védőoltásokat.

Maga az ideiglenes Pasteur-intézet berendezése a következő.

Az intézet a budapesti egyetem orvosi karának szívéssége és a közoktatási kormányzat beleegyezése folytán az üllői-út 26. szám alatti orvoskari telep központi épületének földszinén van elhelyezve. 4 szobából és egy souterrain helyiségből áll. Egy szoba ezek közül a védőoltásokra való. Másik szoba a várákoszók számára van berendezve. A harmadik szobában a védőoltó anyagok termeléséhez szükséges műtétélek végeztetnek. A negyedik szobában a védőoltó anyagokat adó nyúlvelők száríttatnak. A souterrainben a védőoltó anyagok termelésére beoltott nyulak tartatnak. Az egész intézetben mással, mint a veszettség-elleni védőoltásokhoz tartozó teendőkkal, nem szabad foglalkozni, nehogy a védőoltó anyagokhoz idegen fertőző anyagok keveredjenek. Az intézeti teendőket velem együtt Lőte József dr. egyetemi m.-tanár végezi egy intézeti szolgálóval. Lőte dr. a veszettségre vonatkozó vizsgálataimban elejétől fogva részt vett.

Ez intézet lényegében mindazt tartalmazza, a mit a párisi Pasteur-intézetnek az a része foglal magában, mely a veszettség-oltásokra vonatkozik. Hiányzanak azonban még a védőanyagok folytonos fenntarthatására szükséges nagy számú házinyulak tenyésztésére való alkalmas helyiségek, valamint a védőoltások módszerének tökéletesítésére teendő további kísérletek számára a szükséges kutya-istállók. Mindezekben a szűk anyagi és helyiségi viszonyokhoz képest csak nehezen és sok utánjárással lehet segíteni és kielégítőleg e szükségleteken csak egy végleges Pasteur-intézet építése segíthetne, melyben a betegek egy részét is el lehetne helyezni.

Jelenleg a vagyontalan betegek elhelyezésére végleges intézkedés még nem történt. A belügyi kormányzat tervezete szerint az üllői-úti közkórház sebészi osztályán fogják őket elhelyezni, honnan kellő felügyelet mellett fognak a Pasteur-intézetbe a napi oltásokhoz bejárni. Kivánatos, hogy a közlekedésügyi kormányzat is megadja azt a kedvezményt az ország szegénysorsú marottjainak, hogy az államvasutakon ingyen jöhessenek fel Budapestre megkapni a lehető segélyt. Mindezek remélhetőleg rövid idő alatt szintén rendezve lesznek.

Jelentésem második részét tehát azzal zárhatom be, hogy *jelenleg abban a helyzetben vagyunk, hogy az ország szerencsétlenül járt reszetteb-marottjainak itthon megadhatjuk a reszetség kitörésének megelőzésére az ez idő szerint legbiztosabb gyógyítást, sőt e tekintetben segítségére lehetünk azon szomszédos országoknak is, melyeknek területén hasonló Pasteur-intézetek eddigelé még nincsenek.*

A VÉR ALAKELEMEINEK

ES HAEMOGLOBIN TARTALMÁNAK QUANTITATIV MAGATARTASA AZ ÚJSZÜLÖTTEK ÉP ÉS KÓROS VISZONYAI MELLETT.

(Vizsgálatok Epstein tanárnak a prágai országos lelecnházban levő gyermek-kórodájáról.)

Dr. SCHIFF ERNŐ-től.

A vér alakelemeinek mennyileges meghatározására már régóta törekedtek a buvárok. ANDRAL, GAVARRET, NASSE és PANUM a vér szilárd alkatrészeinek mennyiségéből akartak a vörsejtek számbeli magatartására következtetni; az eljárás tökéletlensége és körülményessége azonban direkt vörsejtszámláló eszközök szerkesztését tette szükségessé, a melynek sokfélesége közül kétségkívül a Thoma-Zeiss-féle a legjobb, nemcsak megközelítő tökéletessége, hanem a kezelés egyszerűsége miatt is.

Vörsejtszámlálást újszülötteknél főleg a felnötteknél talált adatokkal való összehasonlítás céljából végeztek. Így SÖVENSEN, DUPÉRIE, BOUCHUT és DUBRISAY. Részletesebb vizsgálatokat végzett e tárgyra vonatkozólag HAYEM és némileg LÉPINE, újabban pedig A. BAYER; az újszülöttek egyes kóros bántalmait illetőleg pedig GUFFER. Ezen vizsgálatok azonban igen csekély számú esetre vonatkoznak, nélkülözik a rendszerességet, a belőlük vont következtetések pedig nélkülözik az objektivitást.

A haemoglobintartalmat illetőleg a vizsgálatok szintén csak a felnötteknél talált adatokkal való összehasonlítás céljából végeztek. Áll ez úgy DENIS és WISKEMANN valamint LEICHTENSTERN vizsgálatairól, mely utóbbi daczára számos vizsgálatának az első 14 életnapból csak 11 esetet vizsgált, ezeket is csak egyszer, a melyek között a legkisebb kor gyanánt egy már 36 órát élt csecsemő szerepel. Ilyenmü vizsgálatok fogatosítása pedig annál kívánatosabb volt, miután az újszülöttek haematológiája az utóbbi évek-

ben kiváló jelentőséget nyert. EPSTEIN tanár úrnak szíves buzditására tehát a prágai országos lelecnzláz gyermekkorodáján e viszonyok tanulmányozásához fogtam, s az eredményeket, melyek 75 újszülött — s részben csecsemőnél végzett mintegy 700 véresejtszámlálás és ugyanennyi haemoglobin meghatározáson alapúlnak, e helyen kívánom röviden közölni.

Eljárásom röviden a következő volt: A vizsgálatokat a THOMA-ZEISS-féle véresejtszámláló készülékekkel végeztem, a haemoglobin meghatározásokat a FLEISCHL-féle haemometerrel. A vizsgálatához szükséges vért rendszeren a láb nagy újjából vettem és pedig minden nyomás gyakorlása nélkül, egyszerű tűszúrás segélyével. A vért 3%-os konyhasóoldattal 1:200 vagy néha 1:100 arányában hígítottam, már a szerint, a mint előző vizsgálatok a véresejtek nagyobb vagy kisebb számára engedtek következtetést vonni. Egy-egy vizsgálatnál a lehető legnagyobb pontosság elérése czéljából 25 nagy — tehát 400 kis — négyszög tartalmát olvastam le, s így számítottam ki az egy kmmterben foglalt vörös véresejtek számát.

A fehér véresejtek számlálására a THOMA* által e czélra külön szerkesztett pipetát használtam, mely a hígítást csak 1:10 vagy 1:20 arányában engedi meg. Ily módon az egész rovátkolt láttért egy egységnek véve képes voltam 4—5 készítményből 4—500 fehér véresejtet számlálni, a mi már lehetőleg pontos eredményt ad.

A haemoglobintartalom meghatározására a FLEISCHL-féle haemometer szolgált. Tekintettel azonban arra, hogy az újszülöttek vérének haemoglobintartalma egyes esetekben igen magas, ez esetekben pedig a színárnyalatok megítélése — a miben pedig a meghatározás tulajdonképpen áll — éppen nem biztos, azért a készülékhez adott meghatározott őrartalmú hajszálcsovecskék helyett felényi őrartalommal birókat készítettem s használtam, s az így nyert eredményt egyszerűen kettővel szoroztam. A vért úgy a véresejtek számlálásához, valamint a haemoglobin meghatározásához ugyanazon helyről egyidejűleg vettem, hogy mindkét vizsgálat alapjául ugyanazon összetételű vér szerepéljen.**

* THOMA. Die Zählung d. weissen Zellen d. Blutes. VIRCHOW'S Archiv Bd. 87. pag. 201. 1882.

** A kivitel aprólékosabb részleteit illetőleg, térszúke miatt kénytelen vagyok egy másik közleményemre utalni. Zeitschrift f. Heilkunde Bd. 1. 1890.

I. A vörös vérsejtek száma s a vér haemoglobin tartalma az első életnapok normális viszonyai közepette.

a) Vörös vérsejtek.

E viszonyok tanulmányozására olyan újszülöttek szolgáltak, kik vagy mindjárt a születés után, vagy legalább rövid idővel utána jöttek az intézetbe. A vizsgálatokat a felvétel napján is lehetőleg kétszer, a többi napokon szabály szerint reggel és este végeztem, lehetőleg ugyanazon órában s ugyanazon körülmények között. A vizsgálatokat folytattam mindaddig, míg az újszülöttek az intézetben maradtak, az egyes esetek szerint tehát 10—18 napig. Az eredményeket tabellákba foglaltam, a vérsejtszám menetét valamint a vér haemoglobintartalmának változatait megfelelő görbékben igyekeztem szemlélhetővé tenni; mindezeket azonban kénytelen vagyok térszűke miatt e helyen mellőzni, úgy hogy itten csak az élettani végeredményekre terjeszkedhetem ki.

Mielőtt az eredmények részletezésébe bocsátkoznám, egy körülményre kell a figyelmet felhívnom. Mielőtt a vérsejtszámlálás adataiból következtetést vonnánk, két tényezővel kell számolnunk, ezek: a vérsejtek száma és a testben foglalt összes vérnek a mennyisége. Mindkettőben állhatnak be változások s a vérsejtszámlálás által nyert adat ép úgy lehet eredménye az egyiknek, mint a másiknak. Így, ha a számlálásnál a vérsejteket megszorodva találom, az lehet ép úgy eredménye a vérsejtek abszolút megszorodásának, mint a vérmennyiség megkevesbbedésének s viszont. Pontos eredményt tehát csak úgy érhetnénk el, ha minden egyes vérsejtszámlálásnál egyszersmind a vér mennyiségét is meghatározhatnók; ezt nem tehetjük, s mert nem tehetjük, azért szükséges, hogy a vér mennyiségét befolyásoló folyamatokat legalább némi mértékben ismerjük, hogy ezeket számba véve következtetéseinket legalább némileg helyes alpra fektethessük.

A mi a vörös vérsejtek számértékeinek nagyságát illeti, úgy az általam vizsgált esetek általában két főcsoportra oszlanak, t. i. hol a számértékek általában véve magasak, s a hol azok aránylag csekélyek. Már ezen körülmény jelzi, hogy az újszülötteknél található vérsejtszám egyéni ingadozásoknak van alávetve. Ha a számérté-

keknek az első életnapok folyamán mutatkozó menetét vesszük tekintetbe, úgy három főjellel tűnik elő. Ezek: 1. hogy a vörös véresejtek száma rendszeren az első életnapon a legmagasabb; 2. hogy a vörös véresejtek száma az első életnapok folyamán valamivel csökken; 3. hogy a számértékek ezen csökkenése nem fokozatos s nem lépcsőzetes, hanem szabálytalan napi ingadozások által többé-kevésbé megszakított; úgy azonban, hogy a napi ingadozások maximalis és minimalis értékei az első életnapok folyamán fokozatosan csökkennek. Ezen három sajáttság jellegzi az újszülöttek vérösszetételét, és ezeket fogom a következőkben részletezés alá venni.

A mi az első jellegző vonást illeti, hogy t. i. a vörös véresejtek száma az első életnapon a legmagasabb, önkénytelenül is felmerült a kérdés: vajjon tényleg több veres véresejtet hoz-e az újszülött a világra, avagy ezen körülmény a vér mennyiségének az első órák alatt beálló bizonyos változásain alapszik-e? E kérdésre röviden fogok felelni. Miután a vörös véresejtek számában az első és a következő életnapokban jelentékeny különbséget nem találtam, miután bizonyos — a vér mennyiségét befolyásoló — körülmények folytán a későbbi életnapok valamelyikén is előfordulhat oly jelentékeny véresejtszám, mint az első életnapon, és miután az első életnapon található magasabb véresejtszám sem oly jelentékeny, hogy azt a vérmennyiségnek változásaiból megfejtteni nem lehetne, azért az első életnapon általam talált magasabb véresejtszám értékeket, nem tekintem absolute, hanem csak relative nagyoknak.

Mik azok a momentumok, melyek a születés utáni órákban a vér mennyiségét ily módon befolyásolni képesek? Ezek a születés utáni nagyobb nedvvesztés, a perspiratio élénkebb volta, a mely CAMERER* vizsgálatai szerint az első életnapon jóval nagyobb, mint a következőkön; továbbá azon körülmény, melyre PREYER** figyelmeztet, hogy t. i. az első lélekzétvételek alkalmával a vértől a tüdőkből sok nedv vonatik el stb. Az újszülött tehát az élet első óráiban sok folyadékot veszít, a mely a szövetek közvetítésével a

* VIERORDT. Physiologie d. Kindesalters. GERHARD'S Hb. d. Kinderkrankheiten. 1881. Bd. I. pag. 360.

** PREYER. Phys. d. Embryo. 1885. Pag. 280.

vértől vonatik el, a vér tehát besűrűsödik, a vörösvérsejtek száma relative nagyobb. A vérnek ezen besűrűsödése mindaddig tart, míg az újszülött legelőször vesz magához táplálékot, a midőn, ha nem is egyenlítettik ki azonnal a veszteség, de legalább részben pótoltatik. Ennek megfelel azon minden egyes megfelelő esetben észlelt tény, hogy az első tápfelvétel előtt mindig több vörös vörösvérsejtet találtam, mint utána. LÉPINE¹ azon állítása tehát, hogy az újszülötteknél a vörös vörösvérsejtek száma az első életnap folyamán fokozatosan növekszik, oda módosítandó, hogy az első tápfelvételig növekszik fokozatosan, ettől kezdve pedig fokozatosan csökken, történjék bár az első tápfelvétel az első avagy a második életnapon. Az első életnapon észlelt jelentékeny vörösvérsejtszámot tehát én csak viszonylagosnak tekintem, mint a mely lényegileg csak a vérmennyiségnek csökkenése által van feltételezve.

A mi a második jellegző körülményt illeti, hogy t. i. az újszülöttek vörösvérsejtszáma az első életnapok folyamán csökken, erre vonatkozólag még több eset vizsgálati adataiból vont átlagos számértékek sem mutattak valami törvényszerűséget, mert az első életnapok csak kivételesen folynak le oly normálisan, hogy semmiféle a vörösvérsejtek számát befolyásoló zavarok fel ne lépnének. A számértékek csökkenése azonban rendszerint bekövetkezik, ha mellékes körülmények zavarólag nem hatottak. Vizsgálataim szerint ezen csökkenés az első 10—18 nap alatt átlag mintegy $\frac{1}{2}$ —1 millió vörös vörösvérsejtnak felel meg, a mi azonban nem zárja ki, hogy a közbeeső napokon pl. vizes székürülékek fellépése folytán, még az első életnapnál is magasabb számértékeket ne találtam volna. Tekintetbe véve különben, hogy ezen körülményt, bár egyáltalában nem rendszeres vizsgálatok alapján, már HAYEM² is kiemeli, nincs okom e jelenség tisztán physiologiai voltát kétségbe vonni.

Ha összes vizsgálati adataimból levonom az első 14 életnapra eső átlagos értékeket, úgy a következő táblázatot nyerem.³

¹ VIRCHOW-HIRSCH's Jahresberichte. 1876. Pag. 165.

² HAYEM. Recherches sur l'anat. norm. et path. du sang. Paris 1878 és Comptes rendus 1877 21. Mai.

³ Az átlagos számértékek kiszámításánál mellőztem az olyan napokon nyert adatokat, midőn a vörösvérsejtek számát befolyásoló bizonyos zavarok léptek közbe.

1-ső életnap.	8 norm. esetből levonva	6031428	vörös véresejt.
2-ik	« 10	«	« 5928500
3	« 10	«	« 5996000
4	« 11	«	« 5992145
5	« 11	«	« 5800972
6	« 10	«	« 5828850
7	« 8	«	« 5865000
8	« 6	«	« 5795166
9	« 6	«	« 5836000
10	« 6	«	« 5775150
11	« 6	«	« 5685956
12	« 6	«	« 5570362
13	« 6	«	« 5930141
14	« 6	«	« 5540850

Ezen táblázatból látható, hogy bár az átlagos számértékek nem lépcsőzetesen fogynak, mégis a 14-ik életnapnak megfelelő átlagos véresejtszám az első életnap átlagszámához képest mintegy $\frac{1}{2}$ millióval kevesebb. HAYEM, bár csekély számú vizsgálatok alapján, ugyanezen végeredményhez jut. (L. c. pag. 102.) Ő e jelenség okát illetőleg nem bocsátkozik magyarázatokba, mások azonban oly messzemenő következtetéseket vontak HAYEM-nek ezen állításából, hogy bizonyos az első életnapokban beálló kóros folyamatot akartak belőle megfejteni, a vörös véresejteknek az első életnapokban beálló rapid széteséséről szólván, bár ilyen nyilatkozatra Hayemnek összes idevonatkozó dolgozataiban nem találtam. Ellenkezőleg Hayemnek néhány odavetett szava — a mit alantabb idézni fogok — arra enged következtetni, hogy a számértékek említett esökkenéseire vonatkozólag ugyanazon nézetet táplálta, a melyet én a következőkben kifejteni kívánok.

A vörös véresejtek nem örökéletű alakelemek; élettartamuk korlátolt, elhasználtatnak s újakkal pótoltatnak. Az ujdonképződés módja, a mint azt BIZZOZERO* és mások kimutatták, az indirekt mag- és sejtoszlás, történjék az akár a csontvelőnek maggal bíró vörös véresejtjeiből, akár a haemoglobinmentes képzősejtekből (Vorstufen, Löwit).** Az ujdonképződés mindig az elhasználás mérvében

* BIZZOZERO u. A. TORRE. Die Entstehung d. rothen Blutkörperchen. VIRCHOW'S Archiv. Bd. 95. pag. 34. 1884.

** LÖWIT. Bildung rother u. weisser Blutkörperchen. Sitzungsberichte d. k. Akademie d. Wissenschaften. Wien. Bd. 88. 1883.

történik. Az újszülött egy bizonyos számú vörös véresejtet hoz magával a világra, a melyek az extrauterinalis életben nagyobb mértékben vétetnek igénybe, mert az anyagcsere hirtelen jelentékeny mérvben fokozódik s fokozódnak mindazon physiologiai folyamatok, melyek a vörös véresejt elhasználásával járnak pl. az epeképződés, melynek az első tápfelvétel után okvetetlen fokozódnia kell. Azon mértékben azonban, a mint az anyagcsere az első életnapok folyamán fokozatosan szabályozódik s *relative* csökken, azon mértékben fog aránylag kevesebb vörös véresejt is elhasználtatni, s ennek folytán kevesebb is fog újdonszülötté válni. A vörös véresejt számának csökkenése tehát nem más, mint fokozatos *accomodatio* a fokozatosan bár csak *relative* kisebbedő szükséglethez azon időpontig, míg az anyagcserében beáll az egyensúly. Ha azonban a véresejt számában mutatkozó ezen különbözések csak a valamivel fokozott élettani szükséglet fedezésére fordíthatnak, úgy nem vehető fel, hogy azok kóros tünetek fellépésére adjanak alkalmat. Hogy e jelenséget maga HAYEM is az újdonszülötté válni mérvére vezeti vissza, azt bizonyítják következő szavai: * «Le nombre de ces dernières globules, — t. i. a veres véresejté — ne dépend pas d'ailleurs uniquement de la perte aqueuse, que l'enfant peut éprouver par suite de l'inanition des premières heures, il est influencé également et surtout par la production plus ou moins abondante de nouveaux éléments.» Az első életnapok normalis viszonyai közepette tehát a vörös véresejtek rendkívüli széteséséről nem lehet szólni, annál kevésbé lehet pedig ezt kóros jelenségek megfejtésére felhasználni, a mennyiben, mint majd később reátérünk, bizonyos kóros folyamatoknál, különösen pedig láz alkalmával rövid néhány óra alatt sokkal több vörös véresejt megy tönkre, a nélkül, hogy a maguk részéről kóros tünetek felléptére adnának alkalmat.

Már fentebb jeleztem, hogy az első életnapok folyamán a véresejt számában beálló csökkenés nem fokozatos, lépcsőzetes, hanem többé-kevésbé szabálytalan napi ingadozások által van megszakítva. HAYEM is, a ki csak egyszer napjában vizsgált, említést tesz arról — a mint a DUPÉRIÉ** által idézett adatokból meg

* HAYEM. L. c. pag. 101.

** DUPÉRIÉ. Variation physiologiques dans l'état anat. du sang. Thèse. Paris 1878.

is győződhettem, — hogy az egymásután következő napokon talált adatokban nagy az ingadozás. Ő ezt az újszülöttek vérösszetételére nézve jellegzetesnek tartotta. Bár én naponként kétszer vizsgáltam ugyanazon újszülöttet és így az ingadozásokról még jobban meggyőződhettem; mindamellett csak annyiban találok e jelenséget az újszülöttekre nézve jellegzőnek, a mennyiben ezeknél az azt előidéző momentumok sokkal intenzívebbek, mint korosabb gyermekeknél. Ezen ingadozások ugyanis vizsgálataim szerint 3—4 éves gyermekeknél ép úgy észlelhetők, csakhogy nem annyira kifejezettek, mint újszülötteknél, mert az azt előidéző momentumok nagyobb gyermekeknél is jelen vannak, bár nem oly mértékben mint újszülötteknél. Szerintem ezen ingadozások főleg két tényező által vannak feltételezve; t. i. egyrészt az elhasználás és ujdonképződés mértéke, — másrészt a vér mennyiségének változásai által. Az elsőről már fentebb megemlékeztem és az ott mondottakból önkényt következik, hogy ha az ingadozások csak ezen egy körülmény által volnának feltételezve, úgy a számértékek csökkenésének lépcsőzetesnek, fokozatosnak kellene lenni, a mi azonban nem úgy van, mert gyakran egy későbbi életnapon nagyobb vérszámot találunk, mint az elsőn, ha a vér mennyiségében bizonyos változások állottak be. Éppen ezért az említett ingadozásoknak sokkal nagyobb mértékben a vér összes mennyiségének változásai által kell feltételezteniök. E tekintetben tehát nem oszthatom HAYEM nézetét, a ki azt mondja: «*Ces fluctuations . . . paraissent résulter uniquement de la formation plus ou moins active d'éléments nouveaux.*»

Az ingadozásokat előidéző momentumok lehetnek kórosak s élettaniak. Kóros momentumként szerepelnek főleg a vizes székeürülékek, s a ki az erre vonatkozó táblázataimat végig nézi, erről lépten-nyomon meggyőződhetik. Az élettani momentumok közül különösen figyelembe veendő a tápfelvétel s ezzel szemben a physiologiai nedvelválasztás, tehát a perspiratio, vizeletkiürítés s székleltetek. A tápfelvétel alkalmával a tápnedvek felszívódása által a vér mennyisége nő, a kiürítések által csökken. Közvetlenül a tápfelvétel előtt nagyobb a vörös vérszám, mint rövid idővel utána. Éheztetési kísérleteimnél meggyőződtem, hogy már 4—5 órai tápelvétel is a vérszámát $\frac{1}{2}$ —1 millióval képes növelni, a mely aztán a tápfelvétel utáni $\frac{1}{2}$ —1 óra alatt

kiegyenlítődik. Minden oly folyamat, mely nedvvesztéssel jár a vér besűrűsödését, azaz a vörös vérszámok relatív megszorodását okozza. Így igen valószínű, hogy már egy egyszerű meleg fürdő után is nagyobb a vérszámok száma, bárha kisebb különbségek az eljárás pontatlansága miatt biztosan nem is mutathatók ki. Több momentum összehasonlításánál azonban a jelzett változás okvetlen szembevetődik. Éppen az előrebocsátottak vezettek engem azon gondolatra, vajjon nincs-e a napszaki ingadozásokra befolyása azon időszaknak, melyben én vizsgálataimat végeztem? Miután a vizsgálatokat rendszeresen reggel és este ugyanazon órában végeztem ugyanazon újszülöttnél, megkísérlettem összeállítani, hogy mikor s mely arányban volt a vörös vérszámok jelentékenyebb. És íme kitűnt, hogy, — elhagyva azon adatokat, a melyek kóros folyamatok által befolyásolva lehettek — 118 kettős, tehát reggeli és estéli vizsgálatnál 89 esetben reggel volt a vérszámok száma nagyobb és csak 29-szer este. A 11 vizsgált eset közül 7-nél csak kivételesen fordultak elő kisebb zavarok; ezen utóbbi 7 esetben 74 kettős vizsgálat közül reggel 66 esetben volt a vörös vérszámok száma nagyobb, s csak 8 esetben este. Ezen tény egyszerűen a tápfelvétel s az anyagcsere egymáshoz viszonyából fejthető meg. Nappal ugyanis csakhamar pótoltatik a kiürítések folytán beálló nedvvesztés az ismételt tápfelvétel segítségével, éjjel ellenben nem, különösen ha tekintetbe vesszük, hogy eseteimben rendszerint nem az anyák szoptatták a vizsgált újszülötteket, hanem idegen dajkák, a kik éjjeli nyugalmaikat nem éppen a legnagyobb készséggel áldozzák fel a kisdedekért. Az éj folyamán tehát a vér mintegy besűrűsödik, innen a vörös vérszámok relatív szaporulata a reggeli vizsgálatoknál. Némi befolyással bírhatott talán azon körülmény is, hogy a reggeli vizsgálatok rendszerint a fürdés után ejtettek meg.

Én tehát az említettek alapján sokkal nagyobb szerepet tulajdonítok a napszaki ingadozásokat illetőleg a vér mennyisége változásainak, mint a HAYEM által hangsúlyozott reproductio fokának.

HAYEM* és LÉPINE** szerint összefüggés volna a vérszámok száma és a testsúly között. A nélkül, hogy állításaik részleteire ki-

* HAYEM. L. c. pag. 101.

** LÉPINE. L. c. pag. 165.

terjeszkedném, csak azt jegyzem meg, hogy én oly számos vizsgálataim közepette soha sem tudtam ilyenmő összefüggést észlelni. Jól tudom, hogy kóros esetekben, pl. atrophias csecsemőknél a testsúly apadásának tényleg véresejtszámbeli szaporodás felel meg, csak hogy ez nem áll a súlyvesztéssel okozati összefüggésben, minthogy mindkettő a megzavart anyagcserének (hurutos hig ürülékek) egyenes következménye.

A vörös véresejtek száma növekszik nemcsak vizes székürülékek esetében, hanem mindazon kóros folyamatoknál, melyek a vérkeringés részéről pangási folyamatokkal járnak. Így a szív működés gyengülésével járó folyamatoknál, különösen az agoniában mindenütt észlelhetjük ezt. Egy makacs béllhurutban szenvedő 20 napos csecsemőnél 3 órával a halálos kimenetel előtt 842000 vörös véresejtet számláltam 134% hæmoglobintartalom mellett. Egy másik delibitas congenitában szenvedő s mindössze 20 órát élt csecsemőnél reggeli 1/210-kor 7703000, este 1/28-kor — 1/2 órával a halál előtt — 758500 vörös véresejtet számláltam 130 és 121% hæmoglobintartalom mellett. Ezen tényről számos más esetben is meggyőződhettem. Csökken a vörös véresejtek száma lázas folyamatok alatt — a miről később bővebben lesz szó, — de ez is rejtve maradhat, ha a lázas bántalmat a fentemlített folyamatok (diarrhoea, vérkeringési zavarok) kísérik.

Az egyes szerzők mindig kiemelik az újszülöttek véresejtszámát, összehasonlítva a felnőttek véresejtszámával. Ez véleményem szerint az eddigi csekély számú vizsgálatok alapján épen nem volt jogosult. Nem pedig azért, mert a mint már fentebb kifejeztem, a véresejtszám nagy mértékben van individuális ingadozásoknak alávetve, az összehasonlítás tehát csak igen nagy számú vizsgálatok alapján volna némileg jogosult. Már pedig felnőtteknél is csak csekély számúak az idevonatkozó vizsgálatok. Újszülöttekre nézve a következő átlagos értékek vannak feljegyezve: HAYEM* szerint 5368000 az átlagos érték, SÖRENSEN** három 5—8 napos lím-

* L. c. pag. 100.

** SÖRENSEN. Ref. VIRCHOW-HIRSCH. Jahresbericht-jeiben 1876, pag. 166 és VIERORDT. Phys. d. Kindesalters. GERHARDT'S Hb. d. Kinderkrkh. Bd. I. 1881. pag. 292.

nemű csecsemőnél átlag 5769500, hat 1—14 nőnemű csecsemőnél 5560800, tehát átlag 5665150 vörös véresejtet számlált.

Otto¹ négy 1—4 napos csecsemőnél a következő értékeket találta: 6910000 (10 órai élettartamú), 4440000 (15 órai élettartamú), 6496000 (25 órai élettartamú), és 6816000 (4 napos) átlag véve tehát 6165000 vörös véresejtet. Hélot² a köldökzsinór korai lekötésénél 5080000, későinél 5983317, átlagban tehát 5531673 vörös véresejtet számlált az első életnapokon. Bouchut és Dubrisay³ tizenöt 2¹/₂—15 napos csecsemőnél átlag 4269911 vörös véresejtet számláltak. Saját vizsgálataimból vonva le az első 14 életnapon talált értékek átlagát, úgy 5825465 vörös véresejtet kapok eredmény gyanánt. Az egyes szerzők adatai tehát eltérők, a mi részben az eljárás különböző voltán, másrészt a vizsgált esetek individuális eltérésein alapszik. Eltekintve Bouchut és Dubrisay határozottan alacsony értékeiktől, a véresejték száma az első életnapok folyamán körülbelül 5¹/₂—6 milliót tesz ki.

A felnőttekre vonatkozó értékek azonban ép oly eltérők. Vierordt⁴ két meghatározásból átlagban 5114500, Welcker 4921675, Cramer 4726400, Malassez 4310000, Hayem⁵ 5 millió és Patrigéon⁶ 5—6 millió vörös véresejtet talált. Ezekből csak az a következtetés vonható le, hogy a felnőttek véresejtszáma valamivel kisebb, mint az újszülötteké. Határozott értékkülönbséget számokban kifejezni nem lehet, csak körülírással annyi mondható: hogy a vörös véresejték száma felnőtteknél úgy, mint újszülötteknél individuális ingadozásoknak van alávetve, csakhogy ezen egyéni ingadozásoknak maximális és minimális értékei újszülötteknél nagyobbak, mint felnőtteknél.

Hogy a vörös véresejték számára a nemnek is befolyása volna,—

¹ OTTO. Blutkörperchenzählungen in den ersten Lebensjahren. Inaug. Diss. Halle. 1883, p. 26.

² HÉLOT. Etude de phys. experiment. sur la ligature du cordon. Rouen, 1877. pag. 17.

³ ROLLET. Hermann's Hb. der Physiologie. Bd. IV. 1.

⁴ ROLLET. Ibidem.

⁵ HAYEM. Gazette Hébdomaire Nr. 19. 1875. pag. 295.

⁶ PATRIGÉON. Recherches sur le nombre des glob. rouges et blancs du sang. Paris, 1877. p. 38.

a mint azt felnőttekre nézve VIERORDT, WELCKER és SÖRENSEN, újszülöttre nézve A. BAYER¹ állítják — azt egyetértőleg HAYEM és DUPÉRIÉ nézeteivel saját vizsgálataim alapján kétségbe kell vonnom.

Sokkal jogosultabbnak látszott előttem az a kérdés, nem bír-e az újszülöttek fejlettségi foka némi befolyással a vörös vérsejtek számára. Adataim azonban e tekintetben nagyon eltérők. Így egy kiváló fejlettségű 9 napos csecsemőnél 7626000 vérsejtet számláltam 4750 gr. testsúly mellett; ezzel szemben egy másik 4130 gr. súlyú csecsemőnél, 6 órával a születés után, csak 5814000 vérsejtet találtam. Gyenge fejlettségű vagy koraszülött csecsemőknél inkább találtam ugyan magasabb számértékeket, ezt azonban annak tulajdonítom, hogy ilyeneknél a vér mennyiségét befolyásoló zavarok hamarabb és gyakrabban állanak elő.

Idősebb gyermekek 7 esetében végzett vizsgálataimból meszszebbmenő következtetéseket nem vonhatok. Adataim azonban határozottan ellene szólnak ARNHEIM² azon állításának, hogy e gyermekkorban csak ritkán emelkedik a vérsejtek száma 4 millió fölé. A nagyobb gyermekeknél különben az individuális ingadozások ép oly kifejezettek, mint az újszülötteknél.

b) Fehér vérsejtek.

A fehér vérsejtek számát illetőleg az első életnapokat két időszakra lehet osztani. Kezdetben — rendszeren az első 3—4 napon — számuk igen jelentékeny, később aránylag csekély. Ezen időszak ingadozásokon kívül, ép úgy mint a vörös vérsejteknél, még napi ingadozásokat is észlelhetünk.

Hogy az első életnapokban a fehér vérsejtek száma igen jelentékeny, azt már hangsúlyozták HAYEM, DEMME és OTTO is. HAYEM³ az első 48 óra alatt átlag 18000, GUFFER⁴ ugyanennyit talált. OTTO⁵ az első 10—25 órai élettartam alatt végzett 3 vizsgálatából átlag-

¹ A. BAYER. Zahlenverhältnisse d. rothen u. weissen Zellen im Blute von Neugeborenen u. Säuglingen. Inaug. Diss. Bern. 1881. pag. 16.

² ARNHEIM. Jahrbuch für Kinderheilkunde. Bd. 13. pag. 303. 1879.

³ L. c. pag. 101.

⁴ OTTO művéből idézve.

⁵ L. c. pag. 20.

ban 23330 fehér véresejt nyerhető. Vizsgálataim alapján az első 24—48 órai élettartam alatt mintegy 26—36,000 véresejt vehetek fel átlagúl.

Már a legelső eset vizsgálatánál felmerült előttem a kérdés, vajjon az intrauterinális életből hozza-e az újszülött magával ezen nagyszámú fehér véresejtet, avagy csak bizonyos az extrauterinális életben beálló körülmények következtében szaporodnak-e így meg. Vizsgálataim alapján csakhamar meggyőződhettem, hogy az utóbb említett körülmény a valószínűbb. Azt találtam ugyanis, hogy közvetlen a szülés után a fehér véresejtek száma nem oly fokozott, mint az első tápfelvétel után. Így egy újszülöttnél este az első tápfelvétel előtt csak 13,500, másnap reggel ismételt tápfelvétel után már 27,200 fehér véresejtet számlálhattam. Egy másik esetben 1 $\frac{1}{2}$ órával a születés után 19600, 4 $\frac{1}{2}$ órával a születés és egyszeri tápfelvétel után már 27,600 véresejtet találtam; miután pedig az újszülött az éj folyamán szopott, másnap reggeli 6 órakor már 36,000 fehér véresejtet találtam. Egy másik esetben 9 órával a születés után, de az első tápfelvétel előtt 16,900, 4 óra múlva ismételt szopás után 34,100 fehér véresejtet számláltam. Ezen adatok tehát arra mutatnak, hogy a fehér véresejtek megsaporodása az első tápfelvétel által idéztetik elő. Támogat e nézetemben azon ismételt tapasztalatom, hogy az olyan újszülöttek, a kik bizonyos okokból az első 24—48 óra alatt vagy épen nem, vagy csak hiányosan táplálkoztak, egyáltalában nem mutattak magas számértékeket, hogy továbbá e magas számértékek rendes táplálkozási folyamat mellett is csak az első 24—48 óra alatt állanak fenn, és azután fokozatosan, de meglehetősen gyorsan esökkenjenek.

Bár HAYEM nem figyelt e körülményre, mégis a DUPÉRIÉ* által idézett HAYEM-féle adatok nézetem mellett szólnak. Térszűke miatt csak egy-két példát hozok fel.

«Obs. V. Enfant né a 2 $\frac{1}{2}$ ^h du matin. 12. oct. 1876. 7 $\frac{1}{2}$ ^h après la naissance. Globules blancs 9150. — 13 oct. 10^h du matin. L'enfant a pris le sein depuis la veille. Globules blancs 27,545.» Ellenben a III. sz. esetrél, melyet DUPÉRIÉ HAYEM-től átvesz, az van feljegyezve, hogy még a 2-ik napon sem vette a gyermek az emlőt, s

* L. c. pag. 57—60.

tényleg az első 2 nap végzett vizsgálatoknál csak 12,294, illetőleg 11,858 fehér véresejt találtatott.

Mindezek alapján, úgy hiszem, teljesen jogosult azon nézeitem, hogy az első 24—48 órai élettartam alatt mutatkozó magas száma a fehér véresejteknek egyedül az első tápfelvétel által van feltételezve és pedig valószínűleg egy bőséges nyirkátáramlás folytán. Hogy miért ömlik át annyi nyirk a vérkeringésbe az első tápfelvétel után, a felett nem nyilatkozhatom.

A jelzett viszonyok pontosabb ismerete czéljából kívánatos volna még tudni, hogy mily mennyiségben vannak jelen a fehér véresejtek az embryóban. Sajnos, erre vonatkozólag nem találhattam más adatot, mint a DUPÉRIÉ által idézett ROBIN*-félét, hogy t. i. a vörös és fehér véresejtek közötti arány az embryóban $\frac{1}{80}$ — $\frac{1}{100}$ volna, a miből azonban a fehér véresejtek abszolút számára semmi-féle következtetés nem vonható.

A kezdetbeli magas szám az első 3—4 nap folyamán fokozatosan fogy s csakhamar eléri az első napokra érvényes középértéket. HAYEM** azon állítását, hogy a mely napon a testsúly eléri minimumát a fehér véresejtek számában egy «abaissement brusque» áll be, azt vizsgálataim alapján nem erősíthetem meg; nem pedig sem a fehér véresejtek számának «brusque» csökkenését, sem pedig bárminemű összefüggést a testsúlylyal.

Jeleztem, hogy az időszaki ingadozásokon kívül napszaki ingadozások is észlelhetők. Bár a későbbi fejezetekben lesz alkalmam néhány a fehér véresejtek számát befolyásoló körülményre utalnom, mindezek nem elegendők ezen napszaki ingadozások megfejtésére.

A mi a fehér véresejteknek az első életnapokban fennálló átlagos abszolút számát illeti, úgy az vizsgálataim szerint mintegy 12—13,000-re tehető, tehát több, mint azt némelyek állítják (5—6000). Még idősebb gyermekeknél is csak ritkán találtam kevesebbet 10—11 ezernél.

* L. c. pag. 41.

** L. c. pag. 101.

c) Haemoglobintartalom.

Valamint a vörös véresejtek száma, épen úgy a haemoglobintartalom is individuális ingadozásoknak van alávetve. Legnagyobb a vér haemoglobintartalma közvetlen a születés után, ettől kezdve fokozatosan fogy. Napszaki ingadozások épen úgy mutatkoznak itt is, mint a véresejtek számában.

Az individuális különbségeket illetőleg: az általam vizsgált 11 eset közül 4 esetben az átlagos értékek már az első naptól kezdve 100% alatt állanak; 3 esetben csak az első 24—48 óra alatt van valamivel több 100%-nál, míg más 3 esetben az egész első 3—4 napon át jóval magasabb értékeket találunk 100%-nál. Ha a haemoglobin mennyiségét a vörös véresejtek számával hasonlítjuk össze, úgy kitűnik, hogy a magasabb véresejtszám nem jár feltétlenül magasabb haemoglobintartalommal; a miből következik, hogy teljesen egészséges újszülötteknél is az egy vörös véresejtben foglalt haemoglobinnak a mennyisége egyénileg különböző.

Mint említém, a vér haemoglobintartalma az első életnapok folyamán jelentékenyen csökken. A csökkenés mérve ez egyes esetek szerint különböző, de állandó. Ha az összevizsgált esetekből az első életnapokra vonatkozó átlagos értékeket levonom — ismét csak azon adatokat véve számításba, melyek teljesen normális egészségi viszonyok mellett nyertek, — úgy a következő táblázatot nyerem:

1. életnapon.	Átlagos érték	8 esetből	104.8%
2.	«	«	« 104.2 «
3.	«	«	« 100.1 «
4.	«	«	« 96.5 «
5.	«	«	« 94.0 «
6.	«	«	« 94.5 «
7.	«	«	« 93.5 «
8.	«	«	« 97.7 «
9.	«	«	« 96.3 «
10.	«	«	« 96.0 «
11.	«	«	« 89.8 «
12.	«	«	« 91.3 «
13.	«	«	« 91.8 «
14.	«	«	« 90.8 «

E táblázatból az tűnik elő, hogy a vér hæmoglobintartalma az első 14 nap alatt átlag véve mintegy 14^o/_o-al csökken. A legnagyobb mérvű csökkenés az első 3—4 nap alatt áll be.

Tény tehát az, hogy az újszülött vére legtöbb hæmoglobinnal bír a születés után s fokozatosan kevesebbel az első életnapok folyamán. Ezen tételt — bár alig néhány idevonatkozó vizsgálat alapján — már LEICHTENSTERN¹ is kimondotta. WISEMANN² is azon eredményhez jutott, hogy az első 14 nap alatt a vér magasabb hæmoglobin-tartalommal bír, mint később a felnőtteknél. Hasonló eredményhez jutott KRÜGER³ a vér vastartalmának quantitativ meghatározása segélyével. Mindezek után nincs okunk kételkedni, hogy az újszülött vére tényleg több hæmoglobint tartalmaz; a kérdés csak az, hogy mi ennek az oka? Közelállónak látszik a felelet, hogy ez a véresejtek magasabb száma által tételeztetik fel. Azonban már fent utaltam azon körülményre, hogy a vörös véresejtek száma és a hæmoglobin-tartalom között ugyanazon egyénnél sincs szoros összefüggés. Hogy az első életnapokban fennálló magasabb véresejtszámnak is lehet benne része, az tagadhatatlan, de nem képezheti egyedüli okát, már csak azért sem, mert a vörös véresejtek száma távolról sem fogy oly mértékben az első életnapok folyamán, mint a hæmoglobin-mennyisége, sőt olyan újszülötteknél is, kiknél a véresejtek száma az első életnapok alatt csak kevéssé fogy, ott is jelentékevényen csökken a hæmoglobin-mennyisége. Úgy hogy teljesen osztom ENGELSEN-nek⁴ azon nézetét, hogy az újszülött vérenek magasabb hæmoglobin-tartalma lényegileg az egyes vörös véresejtek magasabb hæmoglobin-tartalmán, s csak kis mértékben a vörös véresejtek magasabb számán alapszik. Kérdés azonban, mért fogy a vér hæmoglobin-tartalma épen az első életnapok folyamán oly rohamosan? Biztos alapon álló felelet e kérdésre nem adható, azonban hypothetice következőleg magyaráznám. Az egyes vörös véresejt élettartama az anyagcsere élénkségétől függ. Minél élénkebb az anyag-

¹ LEICHTENSTERN. Hæmoglobingeh. d. Blut. in gesund. u. kranken Zuständen. 1878. p. 29.

² Refer. VIRCHOW-HIRSCH's Jahresbericht-jeiben 1876. pag. 163.

³ KRÜGER. Das Verhalten d. foet. Blutes im Momente d. Geburt. Virchow's Archiv. Bd. 106. p. 19. 1886.

⁴ Refer. VIRCHOW-HIRSCH's Jahresbericht-jeiben 1884. pag. 27.

csere, annál több vörös véresejt használtatik el, annál gyorsabban megy végbe ezeknek újdonszülött vörös véresejtekkel való kicserélődése. Mivel a születés előtt az anyagcsere lassúbb, feltehető, hogy az egyes vörös véresejtek élettartama is nagyobb az intra- mint az extrauterinalis életben. Löwit szerint a vörös véresejtek hæmoglobinmentes képzősejtekből származnak, a mi már magában véve feltételezi, hogy egy ilyen képzősejt bizonyos időtartamot igényel, míg maximalis hæmoglobin-tartalmát elnyeri. Minél hosszabb egy vörös véresejt élettartama, annál több ideje van lehetőleg sok hæmoglobint bekebelezni. Születés előtt tehát a vörös véresejtek több hæmoglobint acquirálhatnak, mint utána. Minél tovább élt már az újszülött, annál több még az intrauterinalis életből magával hozott veres véresejt használtatott már el, azaz annál több magas hæmoglobin-tartalmú véresejtet vesztett, melyek helyére successive több és több újdonszülött vörös véresejt lép; ezek azonban a fokozott anyagcsere folytán már nem bírván oly hosszú élettartammal, mint az előbbieket, nem is kebelezhetnek be annyi hæmoglobint. Természetesen ez csak hypothesis, mely talán megmagyarázza a hæmoglobin-tartalom átlagos menetét, a nélkül azonban, hogy minden egyes esetet illetőleg kellő felvilágosítást nyújtana. Így pl. hogyan magyarázandók azon esetek, a hol a 2—3-ik napon daczára a véresejtszám csökkenésének a hæmoglobin-tartalom nagyobb, mint az első életnapon? Ilyen esetekkel pedig többször találkoztam. Pl. egy esetben a 2-ik életnapon 5780000 véresejtszám mellett 98%, este 4844000 véresejtszám mellett 110% hæmoglobint találtam, a nélkül, hogy ezen jelenségnek valamely okát találhattam volna.

Mindezekből az tűnik ki, hogy még a véresejtszámlálás kapcsán megejtett hæmoglobin meghatározások sem nyújtanak a kvantitativ változásokra nézve kellő felvilágosítást. Épp azért feleslegesnek tartom a napszaki ingadozások részletezésébe bocsátkozni.

Az idősebb gyermekeknél végzett vizsgálataim szintén megerősítik LEICHTENSTERN állítását, a nélkül, hogy a részletekbe bepillantást engednének.

Számos vizsgálataimból végül azon következtetéshez jutok, hogy: ha már a véresejtszámlálás kapcsán megejtett hæmoglobin meghatározások sem nyújtanak részletesebb felvilágosítást, annál kevésbé a véresejtszámlálás nélkül végezettek. Még a véresejtszám-

lálás által nyert adatok ellenőrzésére sem szolgálhatnak feltétlenül, mert a haemoglobin-tartalom növekedése még nem zárja ki a vérsejtek számának fogyását s viszont. Csak ha a haemoglobinnek az anyagcserében való quantitativ és qualitativ irányban való részvétele kellőképen ismerve lesz, csak akkor remélhetjük, s pedig akkor is csak igen nagyszámú s csak megfelelő pontos eljárás mellett végezett vizsgálatok alapján, hogy némileg részletes eredményekhez juthatunk.

II. A lázas hőmérsék befolyása a vérsejtek számára és a vér haemoglobin-tartalmára.

Klinikai tapasztalatok alapján már rég ismeretes, hogy heveny lázas betegség után vérszegénység áll be; hogy ez a vérszegénység a vörös vérsejtek kóros szétesése által van feltételezve, azt megmutatta a göröső, a mennyiben egyes heveny lázas betegségek alatt, — a minők különösen a váltó- és perniciosus láz, — a tönkrement vörös vérsejtek törmelékei a szövetekben feltalálhatók. A vérszám-lálási módszer tökélesbedésével egyesek igyekeztek is eme vérszám-beli fogyást quantitativ uton kimutatni, de csak felüőteknél; újszülötteknél ilyenmő vizsgálatok még eddig egyáltalában nem végeztettek.

Saját eseteimet nem választhattam egy meghatározott kóralakból, miután mindössze is csak csekély számú ilyenmő eset felett rendelkezhettem; egy előnnyel azonban bírnak, s ez az, hogy a lázas mozgalom oka nem volt olyan természető, a melynek leleteimet tulajdoníthatnám, tehát nem valamely direkt parasiticus behatásnak, hanem egyedől a lázas hőmérséknek.

A legelső eset, mely figyelmem az ismertetendő viszonyokra felhívta, a követkő volt. Egy hat hónapos csecsemő a jobb-oldali parotis táján székelő daganat miatt vétetett fel az intézetbe. A legelső vizsgálatot csak azért végeztem, hogy a fehér vérsejtek számának magatartásáról felvilágosítást nyerve, abból esetleg a daganat természetére nézve némi következtetést vonhassak. A vizsgálat nem mutatott semmiféle rendellenességet, s miután a csecsemő máskőlönben teljesen egészséges és életvidor volt, az első vizsgálatnál talált adatokat teljesen mint a normális viszonyoknak meg-

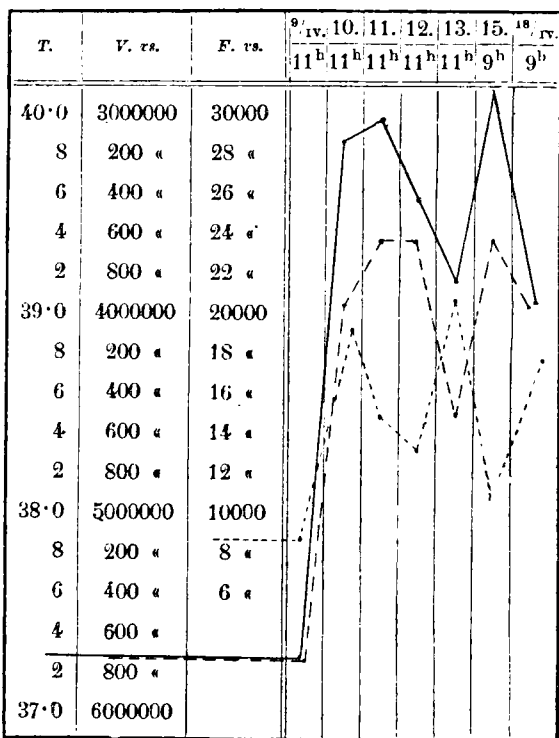
felelőket tekinthettem. A következő napon a daganatban lobos jelenségek léptek fel, a test hőmérséke felszállt $39.9\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra, s íme a meg-ejtett vizsgálatnál, szemben az előző napon talált számmal — 5668000 — már csak 3870000 vörös véresejtet számlálhattam, tehát 1800000 véresejttel kevesebbet. A következő két nap alatt a hőmérsék állandóan ugyanazon fokon maradt, a vörös véresejtek száma szintén. Az 5-ik napon a hőmérsék leszállt 39.2 ° -ra, a vörös véresejtek száma felemelkedett 4486000-re. A 6-ik napon 40.2 ° mellett a véresejtek száma ismét 3602000-re szállt alá. A mellékelt táblázat. (l. a 123. lapot) a viszonyokat kézzelfoghatóbban tünteti fel.

Ezen esetből tehát méltán azon benyomást nyertem, hogy a vörös véresejtek száma és a lázas hőmérsék ingadozásai között bizonyos összefüggés áll fenn, a mi engem arra indított, hogy a következő esetekben a vizsgálatokat nagyobb rendszerességgel végezzem.

Mielőtt azonban a további esetek taglalásába bocsátkoznám, egy kérdésre kell megfelelnem: abszolút-e a vörös véresejtek számának említett csökkenése avagy csak relativ, avagy nem-e csupán a vér mennyiségének változásai által feltételezett? Eltekintve attól, hogy a vörös véresejtek szétesését magas lázak alkalmával már a górcső is igazolja, már azért sem lehet a véresejtszám fogyása relativ, mert a vér mennyiségének oly mérvű szaporodása, minő a véresejtek számának említett mérvű csökkenését előidézhetné, nem állhat be. Hogy konkrét bizonyítékkal éljek, utalok a fennemlített I. számú esetre. Az első vizsgálatnál normális viszonyoknak megfelelőleg normális véresejtszámot (5668000) találtam. A következő napon 39.9 ° hőmérséknél ellenben már csak 3870000 véresejt, tehát circa $\frac{1}{3}$ -adrésszel kevesebb, volt számlálható. Föltéve, hogy a véresejtek számának csökkenése csak relativ volna, úgy a vérmennyiségnek mintegy $\frac{1}{3}$ -adrésszel szaporodni kellett volna. A vérmennyisége újszülötteknél WELCKER szerint a test súlyának $\frac{1}{19.5}$ része; SCHUCKING szerint $\frac{1}{11.5}$ része, középértékben tehát mintegy $\frac{1}{15}$. Az említett csecsemő testsúlya 7250 gr. lévén, vérének mennyisége mintegy 480 gr. lehetett. Azaz, a második napon talált számbeli csökkenés előidézése a vér mennyiségének mintegy 160 grammal kellett volna szaporodnia; már pedig lehetetlen, hogy az edényrendszer a rendes vértartalom felül még ily jelentékeny folyadéktöbbletet is bekebelezhessen. Egy másik kérdés a következő: vajjon a véresejtszám

Z. Ferencz. Született 1888 10/x. Fölvétetett 1888 9/xii. A jobboldali parotis táján táján egy férfőkölnyi daganat, melyben 10/iv-én lobos tünetek léptek fel.

Datum	Óra	Súly	T.	Vörös	Fehér	Arány- szám	H ₆	Megjegy- zések
				vérszám				
9/iv.	11 ^h d. e.	7250	37.3	5668000	9000	1:630	—	
10/iv.	« «	7190	39.9	3870000	19500	1:198	—	
11/iv.	« «	7200	40.0	3616000	15000	1:241	45 0/0	
12/iv.	« «	7120	39.6	3600000	13500	1:222	42 «	
13/iv.	« «	7150	39.2	4486000	21000	1:214	45 «	
15/iv.	9 ^h d. e.	7000	40.2	3602000	11600	1:311	36 «	
18/iv.	« «	6900	39.1	3886000	18000	1:216	42 «	



— Hőmérsék. - - - - - Vörös vér. Fehér vérszám.

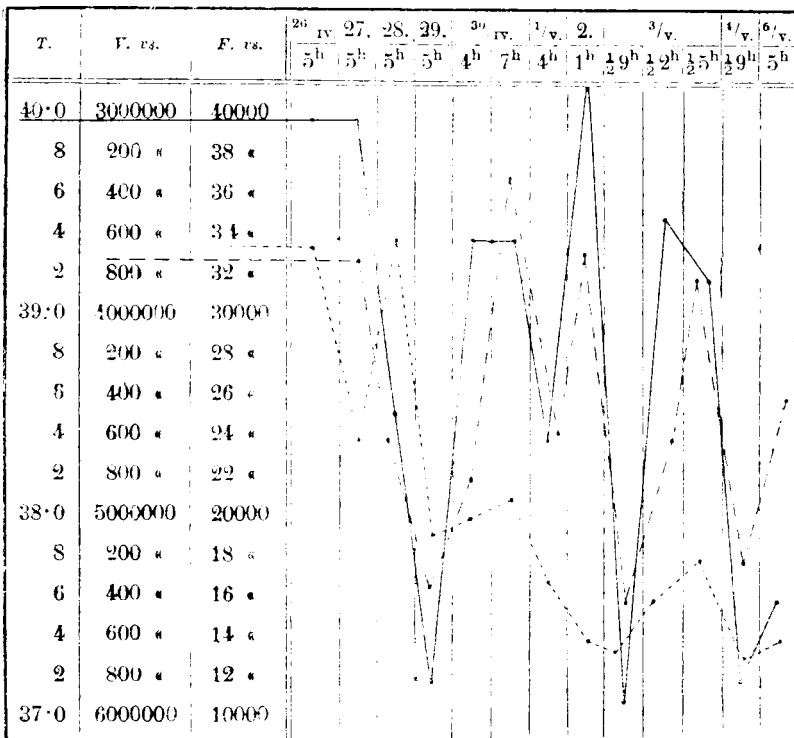
csökkenése fokozott physiologiai elhasználáson, avagy kóros szétesésen alapszik-e? A fokozott physiologiai elhasználás mellett szól a lázas folyamat alatt ürített vizelet összetétele. A húgyfesteny mennyisége növekszik; a kali- és phosphorsavas sók nagyobb mennyiségben választatnak el; mind oly alkatrészek, melyek túnyomóan a vörös véresejtek anorganikus alkatrészeit képezik. Hogy a vörös véresejtek azonban kóros szétesésnek is alá vannak vetve, azt mutatják a véresejt-törmelékek a szövetekben, a mint azok különösen intermittens- és perniciosus láz után láthatók. A vörös véresejtek számának csökkenése tehát részben fokozott elhasználáson, részben direkt szétesésen alapszik.

Áttérek most egy következő eset részletezésére, mely azért volt kiválóan alkalmas a viszonyok tanulmányozására, mert egy a jobb alszáron fellépett phlegmonosus lob folytán egészen szabálytalan, de magas fokú hőmérséki ingadozások állottak be. A hőmérsék menetéről személyesen vэгzett két-, sőt néha óránkénti mérések alapján szereztem biztos tudomást, hogy így a vizsgálati adatokat a hőmérsék menetével kellőképen összehasonlíthassam. A mint az itt következő táblázat és rajz mutatja, ezen eset a vörös véresejtek száma és a hőmeneti közötti összefüggésnek ez egészen világos képét nyújtja.

A legelső a mi e táblázatban feltűnik az, hogy az első és második, valamint hetedik vizsgálati napon (2/V) közel ugyanazon hőmérsék mellett, majdnem teljesen ugyanazon véresejtszám volt jelen, de feltűnik az is, hogy a véresejtek fogyáshoz a lázas időszaknak egy bizonyos tartama szükséges — vizsgálataim szerint mintegy hat óra. — E tekintetben a legvilágosabb képet nyújtja a a 3/V-én megejtett háromszori vizsgálat. Reggel ugyanis normális (37·1) hőmérsék mellett 5410000 volt a vörös véresejtek száma, míg délutáni 1/22-kor 39·5° mellett már csak 4640000 volt, mely azonban délután 1/25-ig 3775000-re szállt alá. Igaz ugyan, hogy a hőmérsék már akkor leszállóban volt (39·2), de ez nem képez ellensmondást, mert ez csak onnan van, hogy a hőmérsék akkor már kezdett alászállani, a nélkül, hogy a vörös véresejtek szaporodása már bekövetkezett volna; e mellett szól az is, hogy tényleg másnap reggelre a normális (37·2) hőmérsék mellett már körülbelül normális véresejtszám is volt jelen (5221800). A mellékelt grafikai táblá-

Č. Ernő. Született 1888 19 II. Fölvétetett 1889 április 20-án. A jobb alszáron a tibia mellső felületén egy lobos infiltrált terület, mely lassanként gennyedésbe megy át.

Datum	Óra	T.	Vörös	Fehér	Arány- szám	H ₆	Megjegyzések
			véresejtek száma				
26. IV.	5 ^h d. u.	40° C.	3774000	33250	1:113	67 0/0	
27. IV.	« «	40° «	3780000	24250	1:156	56 «	
28. IV.	« «	38·5 «	4635000	34500	1:134	52 «	
29. IV.	« «	37·2 «	5350000	19200	1:278	47 «	
30. IV.	4 ^h «	39·4 «	4836500	20200	1:239	56 «	
«	7 ^h e.	39·4 «	3313400	21400	1:155	60 «	
1. V.	4 ^h d. u.	38·4 «	4603800	17600	1:261	54 «	
2. V.	1 ^h «	40·2 «	3680700	14000	1:263	—	
3. V.	1 1/2 ^h r.	37·1 «	5410000	13600	1:398	—	
«	1 1/2 ^h d. u.	39·5 «	4640000	16500	1:281	55 «	
«	1 1/2 ^h «	39·2 «	3775000	17800	1:212	—	A tülyög megnyitott
4. V.	1 1/2 ^h r.	37·2 «	5221800	13200	1:395	65 «	
5. V.	5 ^h d. u.	37·6 «	4387500	14200	1:309	60 «	



— Hőmérsék. - - - Vörös vérs. . . . Fehér véresejtek.

ból pedig egész világosan előtűnik az összefüggés a vörös véresejtek száma és a láz foka között; minél magasabb a hőmérsék, annál alacsonyabb a vörös véresejtek száma és viszont. Ezen összefüggést tizenegy vizsgált eset között tizszer mindig megtaláltam és csak egy esetben nélkülöztem, a minék valószínű okára majdan visszatérek.

A jellegző ezen változásoknál tekát a véresejtszám állandóan bekövetkező fogyása minden egyes hőemelkedésnél. Hogy ezen fogyás tényleg absolut, arról már fentebb megemlékeztem; nem szabad azonban felejtetni, hogy eltekintve a vérmennyiségtől a véresejtek száma még függ az elhasználás — illetőleg szétesés — és az ujdonképződés mérvétől. A magas láz alkalmával beálló számcsökkenés tehát eredménye lehet egyrészt a direkt szétesésnek, másrészt annak, hogy a láz behatása alatt a vörös véresejtek ujdonképződése is akadályozott. Véleményem szerint azonban utóbbi nem állhat fenn, a mit konkrét példával fogok igazolni. A fenn közölt II. számú esetben az első két napi vizsgálatnál ugyanazon órában, ugyanazon hőmérsék mellett ugyanazon véresejtszámot találtam. A két óránként személyesen végzett hőmérések meggyőztek arról, hogy a két vizsgálat között eltelt 24 óra alatt a hőmérsék megközelítőleg állandóan magas, azaz mintegy 40° C. volt. Az első vizsgálatnál talált véresejtszám (3774000) nem lehet normális, már csak azért sem, mert a következő normális hőmérsék mellett végzett vizsgálatoknál tényleg magasabb és a normálisnak megfelelő számot találtam. Ha már most a lázas hőmérsék alatt a véresejtek regeneratiója lassúdott volna, úgy nem lett volna szabad a második vizsgálatnál is ugyanazon hőfok mellett ugyanazon véresejtszámot találnom, mert hiszen a két vizsgálat közötti 24 órai idő alatt a magas láz folytán már a physiologiai elhasználás is nagyobb fokú volt, mint rendesen, ha tehát az ujdonképződés mértéke a láz alatt lassúdott volna, akkor hogyan fedezhette a normálisnál nagyobb szükségletet? Már pedig, hogy teljesen fedezte, azt mutatja épen a második napon nyert számérték. Véleményem szerint tehát a véresejtek ujdonképződése a láz alatt inkább valamivel fokozott. Csakis így érthető, hogy a hőmérsék alábbhagyásával, a véresejtszám szaporodása azonnal beáll, miután ekkor a reproductiv tevékenységet nem bénítja a regressiv folyamat.

TUMAS felnötteken végzett vizsgálatainál azt találta, hogy

hosszabb tartamú lázas betegségek után a vörös véresejtek száma csökken, a nélkül azonban, hogy az általam konstataált időszaki ingadozásokat is észlelte volna. E leletéből ő azt következteti, hogy a lázas betegség folyamán létező hiányos táplálkozás és emésztés folytán a kellő anyag hiánya miatt a normalis szövet újonképződés mértéke általában véve csökkent. E nézetét én is osztom, csakhogy a reproductiv tevékenység csökkenését a lázas betegség hosszabb tartama után nem a lázas hőmérséknek, hanem az annak következtében beállott inanitiónak tulajdonítom. Azt ugyanis, hogy hosszabb tartamú lázas betegség után a veres véresejtek száma általában véve fogy, azaz hogy az egyes hőfokoknak megfelelő véresejtszám abszolút értékei fokozatosan csökkennek, azt magam is észleltem a legtöbb esetben, ezen csökkent abszolút értékek keretén belül azonban ép úgy fennáll a hőmérsék és véresejtszám közötti összefüggés, mint előbb a magasabb abszolút értékek mellett. A következő eset ezt világosan mutatja (l. a táblát a 128. lapon).

A gyermek az első vizsgálat előtt már napokkal szenvedett bronchitisben. Az első vizsgálat alkalmával (9/IV.) reggel $39\cdot3^{\circ}$ mellett 3544000, este 39° mellett valamivel több, másnap 38° -nál circa 5 millió és este $37\cdot5^{\circ}$ -nál $5\frac{1}{2}$ millió, tehát úgyszólván normalis véresejtszámot találtam. Látható azonban, hogy már 12/IV-én reggel $37\cdot8$ -nál csak mintegy 4200000 véresejtet számlálhattam, tehát jóval kevesebbet, mint a mennyit az előző napokon nyert számadatokhoz képest elvárhattam volna. A reproductiv tevékenység tehát hosszabb tartamú lázas betegségek után az inanitió folytán csökken, de azért a hőemelkedés befolyása ezen csökkent tevékenységgel szemben éppen úgy érvényesül, mint különben.

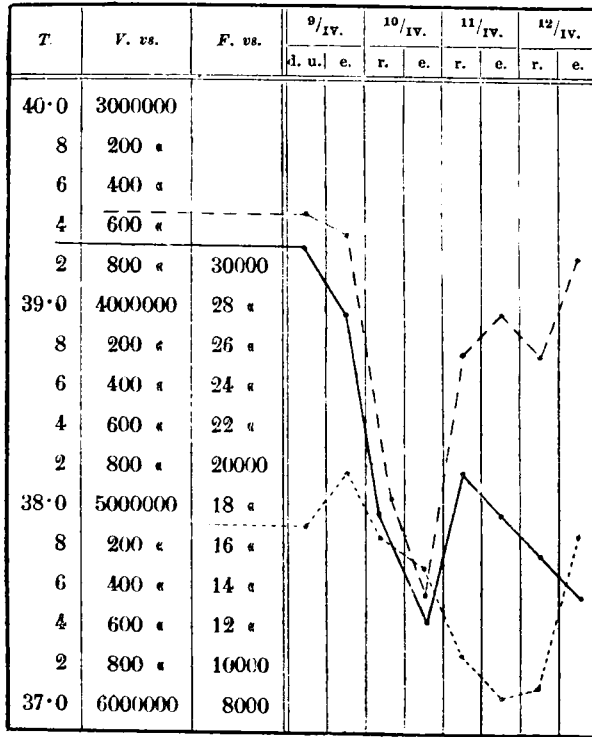
A véresejtek számának a lázas hőmérsék ingadozásaival való összefüggését nemcsak oly magas hőmérsékeknél észleltem, minők a fenn idézett esetekben léteztek, hanem pl. vaccinatió következtében beállott kisebb fokú lázas mozgalmaknál is, a hol pl. a lázmenet sohasem haladta túl a $38\cdot2$ — $38\cdot5$ fokot.

Hogy mennyiben gyakorol az illető egyénisége a véresejtek számcsökkenésének mérvére befolyását, a felett itéletet nem mondhatok. Hogy azonban minden olyan folyamat, mely a vér mennyiségét alterálja, egyszersmind a véresejtszám ingadozásaira is befolyással bír, arról több esetben szerezhettem meggyőződést. Leg-

T. Károly. Született 1888 23/III. Bordaporczok megvastagodvák, epiphysisek szintén. Bronchitis.

Datum	Óra	Súly	T.	Vörös	Fehér	Arány- szám	H _o	Megjegy- zések
				vérszám				
9/IV.	2 ^h d. u.	6600	39·3	3544000	16750	1:212	—	
«	½ 8 ^h e.	—	39·0	3652000	19750	1:185	—	
10/IV.	7 ^h r.	6700	38·0	4944000	17000	1:291	—	
«	½ 8 ^h e.	—	37·5	5498000	14500	1:379	45 0/0	
11/IV.	½ 7 ^h r.	6700	38·2	4208000	11500	1:366	32 «	
«	6 ^h e.	—	38·0	3988000	9000	1:443	42 «	
12/IV.	½ 9 ^h r.	6800	37·8	4204000	9500	1:442	47 «	
«	½ 7 ^h e.	—	37·6	3728000	17500	1:213	43 «	

13/IV. Elbo-
csátatott.



———— Hőmérsék. - - - - - Vörös vérsz. ······ Fehér vérszám.

gyakrabban a vizes székürülékek azok, melyek a vérszámoknak a hőmérsékkel való ingadozását módosítják. Nagyfokú folyadékvesztés esetén az összefüggés egyáltalában nem tűnik elő, kisebb fokunál igen; de az abszolút értékek a szokottnál magasabbak. Hasonlóképpen magasabbak az abszolút értékek, ha a szívműködés gyengesége következtében a környi edényekben pangás áll be. Számos e nemű eseteim közül helyszűke miatt csak a következő kettőt ígatom ide:

I. Johann K. Szül. 1889 17/V-én. Jobboldali parotis táján egy lobos daganat. Ezenkívül hányás és hasmenés áll fenn.

30/V. d. e. 11^h. $T = 36.2$ $NV^* = 6773000$; $NF^{**} = 37800$; 1:179; $H = 107\%$
d. u. 7^h. $T = 38.2$ $NV = 5312500$; $NF = 39400$; 1:135; $H = 97\%$

II. Aloisia V. Született 1888 23/V-én. Bronchopneumonia.

4/VI. d. e. 11^h. $T = 39.7$; $NV = 5062500$; $NF = 16400$; 1:308; $H = 70\%$
d. u. 1^h23^h. $T = 39.1$; $NV = 5459400$; $NF = 16100$; 1:339; $H = 70\%$
5/VI. d. e. 7^h. $T = 39.8$; $NV = 5075000$; $NF = 17350$; 1:292; $H = 68\%$
d. u. 1^h27^h. $T = 39.9$; $NV = 5084300$; $NF = 17800$; 1:286; $H = 70\%$

Az összefüggés, mint látjuk, az utóbbi esetben is egészen világos, de a magas hőmérséknek megfelelő számértékek aránylag nagyok, a mit én ezen esetben a szívműködés gyengeségének (6-án reggel beállott a halál) volnék hajlandó tulajdonítani.

Egyedül egy esetben nélkülöztem teljesen az említett összefüggést. Az egész vizsgálati időtartam alatt feltűnt a nagyfokú cyanosis különösen a végtagokon és az arczon. A boncolásnál kiderült, hogy a gyermek miliartuberculosisban szenvedett. Az endocardium és a szívizomzat egyes miliaris góczokkal volt behintve, tüdőkbén, máj- és lépben szintén nagyszámú miliaris gümök találtak. Vajjon a cyanosis alakjában kifejezett vérpangás volt e a negatív lelet oka, a felett itéletet mondani nem merek, bár nagyon valószínűnek tartom.

Vizsgálataim alapján tehát azon eredményhez jutok, hogy a vörös vérszámok száma és a lázas hőmérsék különböző fokai között oly benső összefüggés létezik, hogy a hőmérsék emelkedésével

* NV = vörös vérszámok száma.

** NF = fehér vérszámok száma.

a véresejtek száma fogy s viszont. Hosszabb tartamú lázas betegségeknel annyiban szenved változást ezen összefüggés, hogy a vörös véresejtek abszolút száma fokozatosan csökken, a hőmérsék ingadozásaiaval azonban ezen kisebb abszolút számértékek mellett is lépést tart. Hogy ezen jelzett összefüggés mennyiben képez általános érvényességű szabályt, a felett határozott ítéletet nem mondhatok. Tekintetbe véve azonban, hogy a véresejtek számának fogyása lázas folyamatok alatt már az utána rendszeren beállani szokott vérszegénység által is be van bizonyítva, hogy továbbá 11 vizsgált eset közül 10-szer mindig kifejezve találtam az említett összefüggést, mindez azon feltevésre jogosít, hogy az mindig fennáll. Hogy az egyes lázas betegségek neme és természete mennyiben bír ezen összefüggés előtünésére befolyással, arra nézve csak későbbi részletes vizsgálatok nyújthatnak felvilágosítást. Véleményem szerint, ha ily befolyás tényleg létezik is, az lényegileg csak attól függ, hogy kísérik-e a lázas betegséget oly folyamatok, melyek a vér mennyiségének változásaival járnak.

Hogy vizsgálati eredményeim alapján bizonyos, lázas betegségekben szenvedő csecsemőknél fellépő tüneteket magyarázhatassak, első sorban is azon kérdés érdekelt, vajjon a fent jelzett, a hőmérsék és véresejtszám között észlelt összefüggés csak csecsemőknél észlelhető-e, avagy talán felnőtteknél is? Miután megfelelő anyag hiányában összehasonlító vizsgálatokat nem végezhettem, az irodalmi adatokban kutattam, hogy nincsenek-e itt esetleg ilyenemű feljegyzések?

Az irodalomban vannak ugyan idevonatkozó vizsgálatokról közlések, a nélkül azonban, hogy várákozásomnak megfeleleltek volna.

LAPTSCHINSKY * egyetlen egy recurrens lázban szenvedő beteget vizsgált, figyelmét azonban csak a fehér véresejtek számának magatartására fordította. KELSCH ** szintén recurrens lázban szenvedő betegeket vizsgált és konstataálta, hogy a *lázás időszak* (4—5

* Laptschinsky. Blutkörperzählung b. einem Recurrenskranken. Centralblatt f. med. Wissenschaften. 1875. Nr. 3. p. 36.

** Kelsch. Contrib. a l'anat. path. des maladies palustres endémiques. Arch. d. phys. norm. et path. 1875. pag. 690.

nap) alatt a vörös véresejtek száma fogy, a lázmentes időszakban lassankint szaporodik. Ama napszaki ingadozásokat azonban, melyeket én leírtam, ő nem említi és táblázataiból sem tűnik ki. Vizsgálatai azonban az általam feltett kérdés szempontjából már azért sem mérvadó, mert a febris recurrensnél az eredmény a direkt specificus kórhatánynak tulajdonítható.

BOECKMANN¹ vizsgálatai is túlnyomóan recurrens lázban szenvedő betegekre vonatkoznak. Ő lényegileg ugyanazon eredményhez jutott, mint KELSCH, azaz, hogy a lázas időszak tartama alatt a vörös véresejtek száma fogy, a reá következő lázmentes időszakban pedig fokozatosan nő. Bár ő nem azon rövid időre kiterjedő ingadozásokat észlelte, melyeket én leírtam, s bár — mint a hogy példáiból meggyőződni lehet — semmivel sem talált többet mint KELSCH, mégis feljogosítva érezte magát a következő szabály felállítására,² hogy «bei acut feieberhaften Krankheiten die Zahlen der rothen Blutkörperchen dem Gange der Temperatur entgegengesetzt etc. . . . gehen.» Ezen szabály azonban, bár tulajdonképen az én leleteimet fejezi ki, nem vonatkozik ama szoros összefüggésre, melyet én kiemeltem, hanem csak arra, mely a vörös véresejtek száma és egy hosszabb tartamú, napokra terjedő, cyclicus lázas mozdalom között általában véve femáll. E mellett szól az is, hogy mások is csak az utóbbi értelemben vették BOECKMANN szabályát. Így HALLA³ beható és terjedelmes értekezésében BOECKMANN tételét kritika alá véve, annak a fehér véresejtekre vonatkozó részét — a mit majd alantabb idézni fogok — egyenesen tagadja, a vörös véresejtekre nézve ellenben azt mondja: «denn ich habe schon auseinander-gesetzt, dass ich bezüglich der rothen Blutkörperchen im wesentlichen zu demselben Resultate gelangt bin.» Ama fejtegetés azonban, melyre HALLA hivatkozik, következőképpen hangzik:⁴ «Ich betrachte auch die Verminderung der Zahl der rothen Blutkörper-

¹ Boeckmann, D. quant. Veränderungen v. Blkpcchen im Fieber. Deutsch. Arch. f. klin. Med. Bd. 29. pag. 481. 1881.

² L. c. pag. 515.

³ A. Halla. Hoemoglobingehalt d. Blutes u. d. quant. Verhältnisse d. rothen u. weissen Blutkörperchen bei acut feieberhaften Krankheiten. Zeitschr. f. Heilkunde Bd. IV. pag. 208. 1883.

⁴ L. c. pag. 204.

chen als eine constante Folge des Fiebers, nicht in dem Sinne, dass schon eine febrile Temperatursteigerung *von kürzester Dauer* diese Verminderung herbeiführen müsste etc.» BOECKMANN tehát az általam jelzett összefüggést felnötteknél nem constatálhatta, tétele nem is olyan értelemben van mondva, bár látszólag azt fejezi ki.

TUMAS-nak * nem rég közölt s szintén felnöttekre vonatkozó e nemű vizsgálatai hasonlóképen nem nyújtanak felvilágosítást, vajjon az általam jelzett észlelet felnötteknél is előfordul-e. Betegei nagyobbára typhusban szenvedtek, itt pedig a vér mennyiségének lényeges változásai miatt a véresejtek számának órákra terjedő ingadozásai nem is várhatók. Hogy azonban véresejtek itt is nagy számban mennek tönkre, azt bizonyítják az ő lázmentes időszakban nyert számadatai. Azon néhány pneumonia eset, melyet TUMAS vizsgálatai körébe vont, annál kevésbé nyújthatnak az általam felvetett kérdésre nézve felvilágosítást, minthogy a legtöbb esetben a megbetegedésnek csak az 5—6, sőt egyes esetekben a 8-ik napján lett az első vizsgálat végezve s soha sem korábban, mint a megbetegedés 3-ik napján. TUMAS különben nem végezte vizsgálatait rendszeresen naponként, annál kevésbé többször naponként, hanem csak 2—3 napban egyszer. Az összes rendelkezésemre álló irodalmi adatokban tehát nem nyerhettem felvilágosítást arra nézve, hogy az általam csecsemőknél észlelt tények előfordulnak-e a felnötteknél vagy sem. Én részemről valószínűnek tartom, hogy az említett viszonyok felnötteknél is jelen vannak, csak hogy talán mert a felnöttek véresejtjei ellenállóbbak, nem oly kifejezetten, mint csecsemőknél.

Ha azonban a vörös véresejtek számbeli ingadozása lázas folyamatok alatt oly jelentékeny mérvben csak csecsemőknél fordul elő, úgy nézetem szerint ez lényegesen hozzájárulhatna azon kilnikai tapasztalat magyarázatához, hogy mért épen csecsemők oly érzékenyek magasabb lázas hőmérsékkel szemben, mért lépnek fel épen náluk oly heves agyi tünetek. PREYER** vizsgálatai alapján

* Tumas. Ueber d. Schwankungen der Blutkörperzahl u. d. Hämoglobingehaltes im Verlaufe einiger Infectionskrankheiten. Deutsches Archiv f. klin. Medicin. Bd. 41. pag. 323. 1887.

** Preyer W. Ueber die Ursache des Schlafes. Stuttgart. 1877. pag. 8.

kitünt, hogy: «die Leber vielleicht ausgenommen, es kein Gewebe im ganzen Organismus gibt, welches den rothen Blutkörperchen so rapide, wie das Hirngewebe den Sauerstoff entzieht, so schnell die Dissociation des Sauerstoffhämoglobins herbeiführt, selbst bei niedriger Temperatur.» Ha már most lázas hőmérsék következtében a vörös véresejteknek oly nagy mennyisége megy rövid órák alatt tönkre, úgy magától értetődik, hogy a vérnek oxygen felvételi képessége rövid idő alatt jelentékeny mértékben csökken. De épen mert ez gyorsan történik és mert már rendes körülmények között is az agy igényel legtöbb oxygen, természetes, hogy a vérnek hirtelen beállott oxygen szegénységét is első sorban az agy fogja megérezni. Hogy e folyamatban nem az oxygen-tartalom absolut fogyása a mérvadó, azt bizonyítja azon körülmény, hogy csecsemők, úgy mint felnőttek igen csekély véresejtszám mellett élhetnek, a mint azt alantabb majd példával fogom illusztrálni; lényeges azonban az említett változásoknak néhány óra alatt való bekövetkezése, miután ily rövid idő alatt a szervezet nem képes azonnal a változott viszonyokhoz alkalmazkodni. Nem akarom azonban tagadásba vonni, hogy az agynak csekélyebb ellenállási képessége valamint más egyéb körülmények is befolyásolhatják csecsemőknél az említett jelenségeket.

Felmerült előttem a gondolat, vajjon az első életnapokban észlelhető véresejtszámbeli ingadozásokat nem a normalis hőmérséki ingadozások okozzák-e? E czélból a normalis viszonyokra vonatkozólag vizsgált újszülöttek egy részénél rendszeres hőméréseket végeztem, azonban bár egyes adatokat összefüggésbe lehetne hozni az említett körülménnyel, mégsem érzem magam ilynemű következtetésre feljogosítva, egyszerűen azért, mert épen az első életnapok folyamán sok más intenzívebb hatány képes a véresejtek számára módosítólag hatni.

b) *Fehér véresejtek.*

LAPTSCHINSKY febris recurrensnek egy esetét vizsgálván, azt találta, hogy a roham beálltával a fehér véresejtek száma hirtelen megszorodnék, megszüntével többé-kevésbé fokozatosan csökkenne. KELSCH febris recurrens esetében épen az ellenkezőt találta; egyedül perniciosus láznál észlelte a fehér véresejtek

szaporodását. BOECKMANN a lázas időszakban a fehér vérsejtek szaporodását, a lázmentes időszakban azok fogyását találta, minél fogva a már fentebb a vörös vérsejtekre vonatkozó tételét a következőleg egészíté ki: «dass bei acut fieberhaften Krankheiten die Zahlen der rothen Blutkörperchen dem Gange der Temperatur entgegengesetzt, die Zahlen der weissen Blutkörperchen dagegen demselben parallel gehen etc.» HALLA e tételt tagadásba vonja úgy a fehér, mint a vörös vérsejtekre nézve, hogy utóbbiakra nézve mily értelemben, arról már fentebb megemlékeztem. TUMAS typhus-betegeinél nem, ellenben pneumonia eseteiben észlelte, hogy a lázas időszakban a fehér vérsejtek száma szaporodik, a lázmentes időszakban ellenben fogy.

BOECKMANN tételét saját vizsgálataim alapján is teljesen tagadásba kell vonnom, mert nemcsak hogy olynemű összefüggést nem észleltem, minőt a vörös vérsejtekre nézve kiemeltem, hanem még azt sem állíthatnám, hogy egy hosszab tartamú lázas időszaknak a fehér vérsejtek általános megszaporodása, egy reá következő lázmentes időszaknak azok általános fogyása felelne meg. Egy tényt egész határozottan állíthatok saját vizsgálataim alapján és ez az, hogy minden lázas mozgalom kezdetén a fehér vérsejtek száma szaporodik, a nélkül azonban, hogy a lázas folyamat további tartama alatt a hőmérsék ingadozásai és a fehér vérsejtek száma között bizonyos törvényszerű összefüggés léteznék. Így a fenn közölt II. számú esetben látható, hogy az első, második és 7-ik napon végzett vizsgálatok alkalmával közel ugyanazon lázas hőmérsék (40—40·2) állott fenn, s mégis a fehér vérsejtek száma ugyancsak a fennemlített sorrendben 33250, 24250 és 14000 volt. Április 29-én 37·2° mellett 19200 fehér vérsejtet találtam, tehát 5000-el többet, mint május 2-án 40° mellett, a midőn t. i. csak 14000-et számlálhattam. Hasonlók a viszonyok minden egyes más esetben.

A fehér vérsejtek szaporodási mérve inkább függ a láz kóroki mozzanatától, mint annak fokától. Így gennyedéssel járó helybeli lobos folyamatoknál már kisebb fokú láz mellett is nagymértékben megszaporodnak a fehér vérsejtek. Így septicus folyamat kapcsán fellépett abscedálások egy esetében 39° mellett 43800, orbánczos lobnak egy esetében pedig 56400 fehér vérsejtet számláltam.

Megfigyelesem szerint a fehér vérsejtek kezdeti megszaporo-

dása általában valamivel megelőzi a hőmérsék emelkedését. E körülményről a normális viszonyokat illetőleg végzett vizsgálataimnál többszörösen meggyőződhettem, úgy hogy akárhányszor a fehér vérszámra látszólagosan ok nélküli megszaporodása indított arra, hogy az újszülöttek hőmérsékére is kiterjesszem figyelmemet.

Állandóan magas láz esetében is a fehér vérszám jelentékeny felszaporodása csak az első napokban észlelhető, később a magas láz daczára alászáll számuk, a mely körülményt én a hosszabb tartamú lázas betegség folyamán beálló inanitióknak tulajdonítom. Hogy a fehér vérszámra a lázas mozgalom kezdetén fellépő megszaporodása min alapszik, a felett pozitív tények hiányában határozottsággal nem nyilatkozhatom; de hogy ez tényleg fennáll, azt vizsgálataimon kívül mások adatai is bizonyítják.

c) *Haemoglobin-tartalom.*

Valamint normális viszonyok között, úgy a lázas folyamatok alatt sem áll fenn szoros viszony a vörös vérszám és a vér haemoglobin-tartalma között. HALLA vizsgálatai alapján oda nyilatkozik, hogy lázas folyamatok alatt lehetséges, hogy a vér haemoglobin-tartalma a vérszám csökkenésének megfelelő mértékben fogy, avagy nagyobb mértékben. Vizsgálataim alapján én azon benyomást nyertem, hogy a lázas hőmérsék beálltakor, tehát a vörös vérszám első számbeli fogyatkozásakor, a vér haemoglobin-tartalma megfelelő mértékben csökken; ha azonban a lázas hőmérsék hosszabb időn át állandóan fennáll, akkor már a haemoglobin-tartalom csekélyebb, mintsem az a létező hőmérsék mellett fennálló vérszámnak megfelelő lenne, azaz az egyes vörös vérszámok halványabbak lesznek. Így a fenn közölt II. sz. esetben az első nap 40° mellett 67% , a következő napon ugyanazon hőfok mellett már csak 56% , a 3-ik napon 38.5° mellett pedig daczára a nagyobb vérszámnak már csak 52% haemoglobin volt jelen, tehát az első naphoz képest 80000 több vérszám mellett, a haemoglobin-tartalom 15% -el csökkent. Ugyanezen viszonyokat találtam kifejezve a többi esetekben is, a nélkül azonban, hogy valami határozott szabályszerűséggel járna.

Még egy kérdésre kell azonban feleletet adnom. Van-e a lázas hőmérséknek a haemoglobin mennyiségére nézve határozott csök-

kentő befolyása? Hangsúlyozom ezt azért, mert az ide vonatkozó nézetek egyáltalában nem egybehangzók. PATRIGEON¹ gennyedő folyamatoknál a hæmoglobin-tartalom csökkenését észlelte, a nélkül azonban, hogy a lázra utalna. HALLA inkább a hæmoglobin-tartalom postfebrilis csökkenését hangsúlyozza; LEICHTENSTERN² egyáltalában nem mond határozott véleményt, GNEZDA³ és ARNHEIM csekély számú s minden rendszerességet nélkülöző vizsgálatai pedig nem jöhetnek tekintetbe. TUMAS inkább a hæmoglobin-tartalom csökkenése mellett szól. WIDOWITZ⁴ ellenben azon nézetének ad kifejezést, hogy a vér hæmoglobin-tartalma a hőmérsék emelkedésekor fokozódik. Midőn ismételten hangsúlyozom, hogy még 10⁰/o-nyi különbségekből sem szabad pozitív következtetéseket vonni, megjegyzem, hogy én minden alkalommal, midőn bizonyos okból lázas hőmérsék beállott, a vér hæmoglobin-tartalmát többé-kevésbé csökkeni láttam, s habár a lázas időszak tartama alatt a hæmoglobin-tartalom értékingadozásai nem is feleltek meg a véresejtszám ingadozásainak, de mindig kisebb volt, mint a lázas mozgalom beállta előtt.

III. Nagyobb vérvesztések befolyása a véresejtek számára és a vér hæmoglobin-tartalmára.

Ide vonatkozó tanulmányaim kephalohæmatoma duplex egy kiváló esetéhez fűződnek. Vizsgálataim folyamán ugyan kephalohæmatoma duplex több eseteivel találkoztam, ezen egy esetben azonban a terimenagyobbodás oly jelentékeny volt, hogy egyrészt a csecsemő vérenek sejt tartalma, másrészt azon kérdés érdekelt, hogy a véresejtek számának — előre feltételezett — csökkenése, mennyi idő alatt pótoltatik helyre. Sajnos, hogy az eset a 12-ik életnapon vétetvén fel az intézetbe a fejlődés stádiumában fokozatosan beálló véresejtszámcsökkenést figyelemmel nem kísérhettem, miután a fejdag ekkor már valószínűleg elérte tetőpontját. Egy tekintetben azonban mindig kiváló figyelemre méltó ezen eset, mert világosan mutatja,

¹ L. c. pag. 74.

² L. c. pag. 79.

³ GNEZDA. Ueber Hæmoglobinometrie. Inaug. Diss. Berlin, 1886.

⁴ WIDOWITZ. Hæmoglobingehalt d. Blutes gesunder u. kranker Kinder. Jahrbuch f. Kinderheilkunde. Bd. 27. u. 28. 1888.

hogy még ily zsenge korú csecsemők is nagyfokú vérveszteséget képesek elviselni. A vizsgálati adatokat a következő táblázat mutatja:

S. Marie. Született 1889 12. iv. Kezdeti testsúly 3020 gr. Fölvétetett 24. iv.-én. Mindkét falcsont felett egy-egy férfőkölnyei terimenagyobbodás, melyek a középvonalban élesen elkülönítvék egymástól.

Datum	Óra	Súly	Vörös	Fehér	Arány- szám	H _c	Megjegyzések
			véresejt	száma			
24./IV.	2 ^h d. u.	2650	1478000	26750	1: 55	26 ‰	
25. IV.	1/2 12 ^h d. e.	2730	1792300	23250	1: 77	30 ‰	
26./IV.	2 ^h d. u.	2800	1346400	18200	1: 74	22 ‰	
27./IV.	„ „	2800	1694300	23700	1: 71	26 ‰	
29./IV.	1/2 12 ^h d. e.	2870	2955800	12700	1:233	35 ‰	
30./IV.	„ „	2970	2080000	13700	1:152	35 ‰	
1 v.	1 ^h d. u.	3050	2501900	15200	1:164	—	
2 v.	„ „	3100	2457700	14000	1:175	—	
3 v.	3 ^h „	3150	2146100	10200	1:210	29 ‰	
4/v.	1/2 12 ^h d. e.	3180	2471200	11200	1:221	33 ‰	
5/v.	3 ^h d. u.	3220	2151900	14000	1:154	38 ‰	
7/v.	8 ^h r.	3200	2953800	13800	1:214	45 ‰	
9/v.	1/2 9 ^h „	3250	2963400	11600	1:255	35 ‰	
11/v.	1/2 12 ^h d. e.	3270	3176900	15600	1:203	35 ‰	
14/v.	1 ^h d. u.	3350	2780800	11200	1:248	43 ‰	
17/v.	11 ^h d. e.	3420	2830700	9000	1:314	44 ‰	
21. v.	1 ^h d. u.	3600	3590400	10400	1:345	49 ‰	

24/v. Elbocsátott.

A mint az itt közölt táblázatból látható, a felvétel napján csak 1478000 vörös véresejt és 26‰ haemoglobin volt kmnterénként. Ezen adatok már magukban véve mutatják, hogy a csecsemő vérnek nagyobb része a fejdagban foglalt helyet. Hogy megtudjuk mennyi foglaltatik körülbelül a fejdagban, a felvétel utáni 4-ik napon egy gipszlenyomatot készítettünk és kitünt, hogy a terimenagyobbodás irtartalma circa 200 km. Ebből azonban még nem az következik, hogy a csecsemő tényleg 200 km. eredeti összetételű vért veszített, mert hiszen a fejdag fokozatosan növekszik, a fokozatos vérveszteségek pedig folyadék felvétel által folyton pótoltnak, azaz a vér higul. A csecsemő tehát a 8—9. napon már hígított vért adott a fejdagnak. Ha tehát a fejdagban foglalt — helyesen mondva hígított — vért a vérnek eredeti összetételére

redukáljuk, akkor a csecsemő nem veszíthetett 200 gr. vért, hanem jóval kevesebbet. Hogy mennyit veszített, azt megközelítőleg következőleg lehet meghatározni. Vegyünk normális véresejtszámnak csak 5 milliót, — vizsgálataim alapján ugyan az első 14 életnapon átlag mintegy 5—6 millió, — akkor is azt kell mondanunk, hogy a csecsemő elveszítette vérmennyiségének $\frac{2}{3}$ -adát, miután az első alkalommal talált véresejtszám alig $\frac{1}{3}$ -ada a felvett normalis számnak. Számokban is lehetne ugyan WELCKER és SCHÜCKING¹ adatai szerint a vérvesztéséget kifejezni, ezek azonban annyira eltérők, hogy épen ezen eset kapcsán inkább ezen adatok bírálatába bocsátkozom, hogy t. i. a két adat közül melyik valószínűbb. WELCKER szerint a vér mennyisége $\frac{1}{19.5}$ része a test súlyának; adott esetben a test súlya 3020 gr. lévén, a vér mennyisége mintegy 155 gr. lehetett, a mi már azért sem valószínű, mert hiszen magában a fejdagban 200 gr. — bár hígított — vér volt jelen. SCHÜCKING szerint a vér összes mennyisége $\frac{1}{11.5}$ része a testsúlynak; a vér mennyisége tehát ezen adat szerint mintegy 263 gr. lehetett. Ez jobban megfelel a viszonyoknak; mert a fejdagra jut az összes vér $\frac{2}{3}$ -ada, tehát circa 175 gr. míg az edényrendszerben visszamaradt az összes vér $\frac{1}{3}$ -ada, azaz circa 88 gr. Esetem tehát inkább a SCHÜCKING-féle adat helyessége mellett szól. Az előrebocsátottakból következik, hogy a véresejtszámlálás alapján a vér összes mennyiségét is meg lehetne megközelítőleg határozni, a mint hogy BUNTZEN² már végzett is ilyenemű meghatározásokat állatokon és pedig teljesen megbízható eredménnyel.

A legfigyelemre méltóbb ez esetben a véresejtszám magatartása a vizsgálat folyamán. Az első vizsgálatkor talált számnál csak a 3-ik napon volt valamivel kevesebb, ettől kezdve folyton szaporogott, bár ingadozásokkal, a nélkül azonban, hogy az intézetben való tartózkodás ideje alatt a normális számot elérte volna, miután elbocsáttatása előtti napon csak 3590400 vörös véresejtet számlálhattam. Ezen körülmény megerősíti BUNTZEN és LYON³ azon kísér-

¹ VIERORDT. Phys. d. Kindesalters. GERHARDT'S Hb. d. Kinderkrankheiten Bd. I. pag. 298. 1881.

² BUNTZEN. VIRCHOW-HIRSCH'S Jahresberichte 1879.

³ LYON J. F. Blutkörperzähl. b. traumat. Anæmie. VIRCHOW'S Archiv Bd. 84. p. 247. 1881.

leti alapon nyugvó állítását, hogy nagyobb — a testsúlynak mintegy 3—4%-át kitevő — vérveszteségek teljes — tehát a vörsejtek számát is illető — pótlására hosszabb idő (BUNTZEN szerint 7—34, LYON szerint 14—30—nap) kívánatik meg. Jelen esetben ugyan nem találunk még 30 nap elteltével sem normális vörsejtszámot, de ez esetben a vérveszteség kétségkívül felülmúlta a testsúly 3—4%-át. Hogy ily jelentékeny vérvesztések esetén a vörös vörsejtek regenerációja csak lassan halad, az véleményem szerint onnan van, hogy a vörsejtképzőszervek táplálkozási folyamata lényegesen alteráltatott.

A fehér vörsejteket illetőleg ezen eset is támogatja LYON azon állítását, hogy nagyobb vérveszteségek után azok megszaporodnak, ámbár BUNTZEN állatokon végzett kísérleteinél nem találta. A vizsgálat első napjaiban a fehér vörsejtek határozottan jóval nagyobb számban voltak jelen, mintsem az a csecsemő korának megfelelt volna, mert rendes körülmények között ilyen számértékeket csak az 1—3. életnapon találhatunk.

A haemoglobin-tartalmat illetőleg az első napokban minimalis értékeket találtam, a melyek fokozatosan ugyan, de nem a vörsejtek számának megfelelőleg növekedtek. Ha ugyanis az utolsó napon talált értéket összehasonlítjuk a vörsejtszámmal, úgy kitűnik, hogy míg a vörsejtek száma (3590400) körülbelül $\frac{2}{3}$ a normalisnak, addig a haemoglobin tartalom — 49% — minden esetre kisebb a csecsemő korának megfelelő haemoglobin $\frac{2}{3}$ ánál, ekkor tehát még az oligochromæmiának egy bizonyos foka állott fenn.

Figyelemre méltó még ama nyugodt fejlődés, melyet a csecsemő rendkívüli vérvesztesége daczára mutat. S mint a táblázatból kitűnik, már a 19. életnapján elérte initális súlyát és mire vidéki ápolásra kiadatott — a 40-ik életnapon, — már 600 gr. súlytöbbletet is mutatott.

Ez az eset elég világosan bizonyítja, hogy csecsemők és újszülöttek is jelentékeny vérveszteséget szenvedhetnek el, hacsak a vérveszteség nem egyszerre, hanem fokozatosan áll be, mint a hogy az a jelen esetben történt. A vérvesztés veszélyét ugyanis nem annyira a vörsejtszám, mint a vértömeg hirtelen megkevesbedése okozza. Ha azonban — mint ezen esetben — a vérvesztés fokozatosan áll be, a vérmennyiség tehát folyton kiegészített-

hetik, akkor daczára a vörsejtek jelentékeny számbeli fogyásának az egyén életben maradhat, miután a vérvesztés veszélyét, mint azt GOLTZ kísérleteire támaszkodva SCHWARTZ kimutatta, egyedül az edényrendszer úrtere s vértartalma, között beállott mechanikus aránytalanság okozza. Hogy különben az esetemben talált minimális vörsejtszám még távolról sem képezi azon minimumot, melynél az egyén még megélhet, bizonyítja KELSCH * adata, a ki egy febris recurrensben szenvedő betegnél ismételten beállott rohamok után nem talált többet 583270 vörös vörsejtnél.

*

Más irányban végzett vizsgálataimtól e helyen térszűke miatt el kell tekintenem. Kedves kötelességem még, hogy EPSTEIN tanár urnak a vizsgálatok megejtésére irányuló szíves buzdításáért, valamint a vizsgálati anyagnak a legnagyobb készséggel való átengedéseért e helyen is legmelegebb köszönetem nyilvánítsam.

* KELSCH. L. c. pag. 702. (Obs. X.)

1890. MÁJUS 19.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE.



ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. HELLER ÁGOST l. t. értekezik «*az anyag problémájáról*».

(L. a 142. lapon.)

2. WARTHA VINCZE l. t. bejelenti az «Értesítő» számára SZILASI
JAKAB «*Anyatejék vizsgálata*» című dolgozatát.

(Lásd a 159. lapon.)

ADALÉKOK AZ ANYAG PROBLÉMÁJÁHOZ.

HELLER ÁGOST, I. tagtól.

Úgy hiszem, helyes az a nézetem, mely szerint az Akadémia mindegyik tagjától elvárhatja, hogy időről időre számot adjon tudományos foglalkozásáról. Annál czélszerűbbnek látszik ez, ha az a kérdés, melylyel foglalkozik, oly természetű, melyről feltételezhető, hogy a tudósokat a legközelebbi időben majd nagyobb mértékben foglalkoztatja.

Távol legyen tőlem, hogy a fizikai eszmék körében várható időjárásról prognosztikont akarnék kockáztatni; az emberi eszmék légkörének meteorológiája még sokkal ismeretlenebb előttünk, mint a Földünké, s nincs semmi eszközünk, mely a közeledő áramokról tudósítana. De mint a ki most már huzamosabb idő óta tanulmányaim tárgyává tettem a fizikai eszmék keletkezésének és fejlődésének menetét, némikép talán mégis véleményt alakíthatok ezen eszmék vonulásának valószínű irányára nézve.

A természettudósoknak azon nemzedéke, melynek működése főleg a század középső részébe esett, saját tudományának némely kérdésével semmi szín alatt nem akart foglalkozni, mint-hogy a század elején uralkodott filozófiai nézetek a természettudomány akkori élénk fejlődésével éles ellentétben voltak. — A THOMSON és TAIT-féle elméleti fizika német kiadásához írt előszakában HELMHOLTZ a mű ellen intézett bizonyos támadásokra — többi között — a következőkkel felel: «Feledésbe ment-e már, hogy mennyi bajt okozott ezen (t. i. a metafizikai) eljárás a természettudományok korábbi fejlődéskorszakaiban?» Ezen kifakadásal a század első felében a németországi egyetemi katedrákat elfoglaló metafizikusokra czéloz: SCHELLING és HEGEL tanítványaira, kik szem elől tévesztve azokat az alaptételeket, melyeken

egész filozofiai gondolkodásuk nyugodott, a természettudományt metafizikai elvek alapján akarták szerkeszteni. Mi fiatalabb nemzedék, kik ezen filozófiai egyoldalúságoktól nem szenvedtünk, nem is irtózunk már annyira attól, hogy a filozofiai gondolkodás módszereit fizikai kérdésekben igénybe vegyük, minthogy a maga helyén ép oly fontosaknak tartjuk, mint a tiszta matematikai tárgyalást ott, a hol arra alkalom kínálkozik. Különben is csak önámítás lenne, ha valaki azt hinné, hogy a fizikus bármely komolyabb problémával szemben távol tarthassa magától a filozofiai kutatás eszközeit. Épen HELMHOLTZ volt az, ki a filozofiai ismeret-tan terén fontos igazságokat derített ki.

A mai természettudomány felfogása szerint két ősi, principiális dolog létezik; az *anyag* és az *energia*. Mindkettő az, mit a metafizikában substanciának neveznek. Ezen fogalmak egyike sem jelent valami «dolgot magában véve», vagy, hogy KANT nyelvén beszéljünk, egyike sem «noumenon», hanem érzékek útján elménkben képezett tünemény, azaz «phänomenon». Sőt valószínűnek látszik, hogy az, a mit mi materiának és az, a mit mi energiának nevezünk, voltaképen nem egyéb, mint egy és ugyanazon, magában ismeretlen noumenon kétféle megjelenése a mi gondolkodó elménkben. E szerint oly dolgokról van szó, melyek a tapasztalás szabályozó és autentifikáló hatásától elég távol állanak; ezért szólhatunk a materia és az energia problémájáról, esetleg elméletéről vagy hipotéziséről, de sehogy sem azok tanáról.

Ezen két problema fejlődéstörténete egymásközt nagyon eltérő. Míg az elsőnek hosszú, az emberiség művelődésének első kezdeteibe visszanyúló története van, addig a másik sokkal újabb keletű. De a két problema sorsa is különbözik lényegesen egymástól. A materia problémája több ezer éves története daczára még nem bírt megszire fejlődni, ellenben az energia problémája rövid idő alatt hatalmas lendületet vett. A különböző sors okát a két problema természetében és a segítségre levő módszerekben találjuk. Míg az anyag problémájában a metafizikai fogalmak használata elkerülhetetlen, addig az energia vizsgálatában főleg matematikai módszerek vannak segítségünkre. Könnyen belátható, hogy ott biztos alapon maradunk, a hol szerkesztés útján szemlélés tárgyát képező alakulásokat tesszünk össze; ellenben ott, hol gondolkodásunk utolsó ele-

meire megyünk vissza és hol a szemléleti momentum teljesen háttérbe szorúl, ott tisztán szubjektív vélemények szerkesztette elméletek keletkeznek, miként ezek a filozófia történetéből elegendő számban ismeretesek.

Az emberi gondolkodás egyik jellemvonása, hogy nemcsak az Istenséget a maga képére teremti, hanem hogy még a saját fogalmait is gondolkodásának természetéhez idomítja. Ekként úgy az erő, valamint az anyag fogalmában bizonyos anthropomorphistikus momentum rejlik. Az erő, mint a kinyuló kar izomereje, megfogja és mozgatja a tunya, magában tehetetlen *mole*-t; csak ekképen bírja az ember a különben transscendentalis természetű erőt felfoghatóvá tenni. A jelenkor fizikájában az erő fantomja mindinkább háttérbe szorúl, hogy a principiális fogalomnak: az *energia* fogalmának helyt adjon.

Az energia fogalmának megalkotása és egymásba vesztegés nélkül való átalakítása az utolsó száz esztendőben annyira igénybe vette a fizikusok figyelmét és munkaképességét, hogy e mellett a materia ősi problémája meglehetősen háttérbe lépett, de van azért a két problema között oly kapocs, mely az egyikkel a másikat is — legalább időszakonként — szőnyegre hozza. Az energia ugyanis substratum nélkül ép oly kevésbé képzelhető, mint a magában vett tehetetlen materia, melynek létezési főpróbája ép a hatásképesség.

Jelenleg nem szándékozom a materia problémájáról kimerítően értekezni, csak az ezen kérdéssel elfoglalt álláspontomat kívánom jelezni, már csak azért is, mert az utolsó években német folyóiratokban megjelent néhány értekezésem következtében, valamint azon megjegyzéseknél fogva, melyek a kérdéstről fizika-történeti művemben előfordulnak, úgy hazánkból, mint külföldről, néhányan erre vonatkozó véleményeikkel hozzám fordultak, illetőleg tőlem véleményt vártak. Minthogy nézetem szerint az anyag szerkezetét illető sokféle elmélet főokozója azon körülmény, hogy azon elméletek szerzői a problema alapfeltételeivel nincsenek tisztában, azért itt ezekről kívánok értekezni.

Ezen a helyen felolvasott székfoglaló értekezésemben a materia problémájának megfejtésére felállított nézeteket osztályoztam. Ezen — lényegében Lasswitztól származó — osztályozás azonban

nem teljes és nem is találja el a dolog lényegét. Ezen oknál fogva a következőkben más osztályozást kísérték meg.

Mielőtt hozzáfognánk a feladat megfejtéséhez, szükséges, hogy tulajdonképeni tárgyával tisztába jöjjünk. Kerestetik a lényegében ismeretlen anyag oly térbeli elrendezése és részei közötti vonatkozása, melyből a természeti tünemények lefolyása megmagyarázható legyen. Már ebben a formulázásban átlátjuk a problema nagy nehézségeit. Hiszen ily elméletet felállítani annyit tenne, mint egy csapással az egész fizika számára felállítani egy általános, minden lehetséges tüneményt magába foglaló elméletet. Ez pedig oly feladat, melynek megoldása véghetetlen kiterjedése miatt lehetetlen. Ez okból más oldalról fogunk hozzá, hogy a problémát megközelítsük. Azt kérdezzük ugyanis, melyek azok a főirányok, a melyeket eddigelé az anyag elméletében követtek. A priori nem mondhatjuk, hogy más — eddigelé ismeretlen — nézet nem létezhet, minthogy az itt előforduló elméletek osztályozása többféle szempontból lehetséges.

A természeti tünemények magyarázatára két utat követtek, melyet röviden a *mechanikai* és a *transscendentalis* magyarázatnak fogom nevezni. A mechanikai nézet szerint a tünemények lefolyása az anyag térbeli elosztásából és részeiben eredet óta meglevő mozgásából magyarázható, evvel szemben a transscendentalis elmélet szerint a térbeli elrendezés mellékes jelentőségű, hanem földolog a materiában mindenütt előforduló immaterialis principium.

Kétféle mechanikai nézet lehetséges: az egyik az individualizált anyagrészek vagy atomok, a másik a tért hézagtalanul elfoglaló «hyle» elmélete. De az anyag nem szenvedő valami, hanem a hatásnak kifogyhatatlan forrása, azért ezen tisztán geometriai elméletekkel nem érjük be, hanem segítségül vesszük az anyag mozgását, s ekként megkapjuk a tisztán kinetikai elméleteket, melyek ép úgy a különvált anyagrészekre, mint a tért hézagtalanul betöltő anyagra vonatkoztathatók.

A maga nemében teljesen jogosult az a nézet, mely az érzéki benyomások világán túl fekvő, azaz transscendentalis principium hatását tételezi föl, melyből meg akarja magyarázni a tünemények lefolyását. Ez a régi nézet a *hylozoismus* vagy *vitalismus*, mely a görög természetfilozófusok ideje óta a legkülönbözőbb transfigurá-

tiókban újból meg újból feltámad a filozófia története folyamán. Ide tartozik a LEIBNIZ-féle *monádok tana*, mely némileg az atomismusnak és a *pantheismus*, mely a hézagtalan világot tanának némiképp megfelel. A hylozoismus, valamint minden más — tisztán transzcendentális — elmélete az anyagnak a természettudomány tagadásaként fogható fel, minthogy a természettudomány csak addig áll biztos alapon, a meddig a kutatás az érzéki világ határain belül marad. Magában véve a mondott irány jogosultsága ellen nem hozhatunk fel semmit, csakhogy a ki természettudományokkal foglalkozik, az kerülni fogja.

Az anyagról felállítható elméletek skálája e szerint a következő három fokozatból áll: a *kinetikai*, a *mechanikai* és a *hylozoistikus nézet*. Az első tisztán és maradék nélkül az emberi gondolkodás elemeiben, azaz mérhető mozgásban akarja kifejezni a fizikai jelenségek világát; a második nem prætendálja a feladat residuum nélkül való megoldását; addig megy, a meddig menni bír és a legvégső pontra oda szegezi az «ignorabimus» felírást. Ez eljárásában még arra is hivatkozhatik, hogy hiszen van az élet jelenségeit kutató tudományban elég oly problema, melyre örökké ráillik az «ignorabimus». A harmadik fokozat az anyagot élőnek, átszellemítettnek tekintí, azaz tisztán intelligibilis világot vesz fel.

Mint előbb kifejtettem, mindegyik iránynak megvan a maga jogosultsága. De azért a természettudóstól nem kívánhatja senki, hogy az érzéki benyomások valóságát kétségbe vonja, hogy eltagadja azt az alapot, melyen a természettudományok véghetetlen kiterjedésű birodalma keletkezett és még folyton terjed. Azért elsőséget adunk mindenesetre oly nézetnek, mely residuum nélkül a tünevényvilágot felfoghatóvá teszi és annak substratumát: az anyagot, *mindig feltételezve, hogy ily elmélet egyáltalában létezik*.

Az anyag térbeli elrendezése többféleképpen képzelhető, de akármilyennek képzeljük, az anyagnak egy lényeges tulajdonságát kell felvennünk: az áthatatlan térfoglalást. Más szóval az anyag a térben helyét kizárólag foglalja el. De ebből még nem tudni, vajjon az anyag részei között üres terek fordulnak-e elő vagy sem? Az egyik nézet szerint az anyag végtelen kicsiny, egymással össze nem függő részecskékből áll, melyek az elfoglaltuk tért hézagtala-

núl töltik be és a mellett oszthatatlanok: azaz *atomok*. A másik nézet szerint az anyag a tért teljesen, azaz hézag nélkül tölti be.

Első tekintetre az atomistikus nézet igen elfogadhatónak látszik, minthogy az atomok az egész testnek mintegy elemei, építő kövei volnának. De a mint mélyebben a dolog lényegére tekintünk, azonnal komoly nehézségekre akadunk. Az atomistika az egyes atomok között összefüggő üres tért tételez fel és ezzel magának a térnek bizonyos valóságot, vagyis önálló létezését tulajdonít. Pedig a tér az anyagnak csak alakja; oly elvonás, mely magában ép oly kevésse gondolható, mint az üres idő, melyben semmi változás sem történik. Az üres tér oly képzelt valami, mint a milyen a geometriai, az anyaggal ki nem töltött test, azaz nem egyéb, mint egy gondolkodási eszköz vagy schema, mely a valóság abstrakciójából keletkezik. Ép oly nehézség, mint a tiszta üres tér elképzelése az üres térben való mozgás képzete, ha ezt elemeiből szerkesztve képzeljük.

Az üres térben elhelyezett különvált anyagrészek elmélete tehát bizonyos nehézségekkel jár, melyek az ismerettanra vezethetők vissza. De vannak ezen ismerettani nehézségeken kívül tisztán fizikai természetűek is, a milyen első sorban a hatás terjedése üres téren keresztül.

Ha ezen összes nehézségeket tekintetbe vesszük, akkor a másik nézet elfogadhatóbbnak látszik, mely szerint az anyag a tért hézag nélkül foglalja el. Nem tagadjuk azonban, hogy ezen nézet ellen is szólnak bizonyos okok.

De az anyag problémájának lényege nem az anyag térfoglalás-módjában fekszik; a térfoglalás az csak a mi gondolkodásunk alakja; az anyag lényege *hatásképességében* rejlik. És ezen a ponton ki fog derülni, vajjon lehet-e tisztán kinetikai alapon nyugvó anyagtheoriát kifejteni. A szerint, a mint az atomistikus vagy a teljesen betöltött tér nézetét (nevezzük ismét röviden plerotikus nézetnek) elfogadjuk, kétféle elméletet kapunk: az *atomistikai-kinetikai elméletet* és a *plerotikai-kinetikai elméletet*. Ezek közül a mai fizikában az első az uralkodó. KRÖNIG-CLAUSIUS kinetikai gázelmélete a fizikusok tetszését annyira megnyerte, hogy jelenleg általánosan elfogadottnak lehet tekinteni, annál is inkább, minthogy a chemia számára az atomistikus nézet a legké-

nyelmesebb, segítségével ugyanis a chemiai vegyületek architektúrájára lehet következtetni. Mindamellet elkerülhetetlen nehézségekre akadunk, melyek a kinetikai atomismust nehéz próbára teszik, sőt annak elfogadását egyenesen tiltják. Hogy ennek daczára ez a nézet mégis annyira elfogadott, azt csak annak tulajdoníthatjuk, hogy a fizika jelenleg a gyors építés stádiumában van, a midőn a magyarázó elméletek csak mintegy építési állványokként szerepelnek, melyek a később építendő szilárd lépcsőt egyelőre helyettesítik. Csakis ezen szempontból lehetséges, hogy a jelenleg a fizikában és chemiában használt elméleteknek alapjait képező feltevések egymással össze nem egyeztethető ellentétet képeznek, holott — a mint tudjuk — a hipothézisnek el nem engedhető feltétele, hogy más, elfogadott hipothézissel ellentétben ne legyen.

A kinetikai-atomistikai nézet szerint az atomok eredettől fogva mozgásban vannak. Minthogy az anyag legkisebb részeiben is a tehetetlenség tulajdonságával bír, azért minden atom egyenes pályán egyenletesen fog mozogni, mindaddig, míg egy másik atommal össze nem kocczan. Ezen összeütközések képezik az összes tünemények kútforrását; ebből magyaráztatnék a Newron-féle gravitáció, ebből a gázok mechanikája s minden egyéb jelenség a fizika terén.

De az *ütközés* tüneménye mint őseredeti jelenség épen nem mondható szerencsés választásnak, még pedig azért nem, mert csak a végeredményeiben ismerjük, nem pedig teljes lefolyásában. Két szélső esetét véve, az ütközés kétféle lehet: rugalmatlan vagy rugalmas ütközés. Az atomok rugalmatlan ütközése az energia megmaradása elvével ellenkezik; mert hová lenne az ütközés energiája, mely a kiterjedt testben melegséggé változik át? A teljesen merev, osztható anyagi részekből nem álló atom pedig rezgési tüneményekre nem képes. De a rugalmatlan ütközés még az anyagnak együvé tömörülését is okozná. — A teljesen rugalmas ütközés az energia törvényének megfelel ugyan, de itt azon el nem kerülhető nehézségre akadunk, hogy az atom, a mint egyfelől meg nem melegedhetik, úgy másfelől nem is lehet rugalmas. Mert a mi nem áll részekből, az alakját sem változtathatja. És ezt a nehézséget holmi ætherburkokkal sem kerüljük ki, mert ekkor ezeket kellene rugalmas ætheratomokból állóknak képzelni. A rugalmasság

csakis taszító erők felvételével volna behozható, a mi pedig ismét becsempészné a transzcendentális erő fogalmát.

Az anyag problémája oly régi, mint maga a tudomány. Különösen azokat a tudósokat foglalkoztatta élen, mint ez a dolog természetében fekszik, a kik a fizika alapfogalmainak megalkotása körül fáradoztak. DESCARTES, GALILEI, LEIBNIZ, HUYGENS, NEWTON és számos más tudós kiváló mértékben foglalkozott ezzel a kérdéssel, minthogy befejezett természeti világnézet felállítására törekedtek. A XVII. század végén majdnem általánosan elismert nézet volt a DESCARTES-féle örvényelmélet, tehát egy lényegében plerotikus nézet. NEWTON a távolságtól függő vonzó erővel a fizikát egy új gondolkodási schemával gazdagította. A vonzás ténye a mágnesen tünt fel először, minthogy a szabad esést nem tekintették vonzásból eredőnek, hanem mint a testnek mozgását a maga helye felé. Midőn GALILEI és tanítványa TORRICELLI a levegő súlyát kimutatták, ezzel még mindig nem fogták fel az erő lényegét a mai mechanika szellemében; a földolog reájuk nézve még mindig csak a gyorsító erő. GUERICKE ezt a felfogást némiképen általánosítja, midőn a tárgyaknak hatássphæráját tulajdonít. Az erő szerinte nem «*attractio*», hanem «*appetitus*», lényege: «*agere in distans*», de csak bizonyos határig, «*sed suos quoque certos denique terminos habere*».

Ezen zavaros elméletekkel szemben HUYGENS tisztán a kinetikai atomistika álláspontjára helyezkedik, mely nézet nála legáltalósabban alakjában jelenik meg. HUYGENS a közönséges, érzékelhető anyagrészek mellett még egy ætheri fluidumot vesz fel, miáltal a kioldási tünetekben megmagyarázza az energia hirtelen fellépését. Mert HUYGENS a potenciális energia fogalmát nem ismeri, nála minden energia eleven erő. És ez nagyon természetes. Hiszen a potenciális energia fogalma a távolbaható erők eszméjének befolyása alatt jött létre; első nyomait DANIEL BERNOULLI-nál találjuk.

HUYGENS a gravitáció tüneteit nem az atomok ütközés-szabályaira vezeti vissza, szerinte a találkozó atomok között a sebességnek bizonyos törvények szerint végbemenő kicserélése történik, és ezen sebességcsere törvényeiből ép úgy az ütközés és a

rugalmasság törvényei következnek, valamint a szabad esés és az általános nehézség törvénye.

HUYGENS nem kísérti meg, hogy az atomok között végbemenő sebességcserét szemléltesse, hanem megelégszik avval, hogy annak matematikai szabályait, s ekként a jelenség lefolyását leírja. Az abszolút atom szerinte fogalmi képződmény, az atomok találkozása nem azonos az érzéki testek ütközésével, mert különben beléje helyezkednék az atom belsejébe és kutatnók, hogy vajjon rugalmas-e vagy rugalmatlan-e, a mi az abszolút atom fogalmát tekintve merő képtelenség.

HUYGENS a GALILEI-től indított gondolatmenet folytatója. Ez utóbbi a sebesség változásában találja a mozgás lefolyásának törvényességét. De ez csak egyes anyagi pontok vagy összetartó testek mozgására nézve elégséges. De ha az egyes testről át akarunk menni az egész anyagi világra, akkor a kölcsönös hatást nem nélkülözhetjük. S épen ezen a ponton folytatja HUYGENS a félbehagyott eszmelánczolatot.

Ha a HUYGENS-féle eszmemenetet figyelemmel kísérjük, azt találjuk, hogy ő a kinetikai atomistikát oly tökélyre vitte, a milyenre az egyáltalában képes, de azt sem tagadhatjuk el, hogy egy bizonyos transscendentalis residuum itt is marad. Szándékosan kerülül azon folyamatnak szemléltetését, mely szerint az atomok közötti sebességcsere végbemegy. Mindamellet az ő nézete igen fontos elemeket foglal magában. Mint már előbb említettem, ő a súlyos anyag atomjain kívül még egy súlytalan fluidumot vesz fel, mely főleg mint a gravitáció közvetítője szerepel. Nála a kinetikai energia potenciális energiába soha sem változik át, mert az utóbbit egyáltalában nem ismeri. Az eső inga kinetikai energiája átszármazik a gravitáció-fluidum atomjaira és onnan visszatérítettik. A HUYGENS-féle elmélet súlypontja e szerint a kinetikai energia térbeli tovaterjedésében áll; *ez pedig a mai fizikában mindinkább kibontakozó és tisztán kinetikai alapon nyugvó energetika alap-gondolata.*

HUYGENS gondolatmenete folytatóra nem talált, a minek több-féle oka van. Egyik főok a matematikai módszerek hiányos állapota, mikor az infinitesimalis számítás még ismeretlen volt, a második azon a tudomány történetében páratlan siker, melyet NEWTON

a maga gravitáció-elméletével kivívott. NEWTON a nehézségi törvénnyel oly matematikai formulázást talált, melynek keretében a tünemények hosszú sorozatát egyesíteni lehetett.

NEWTON gravitáció-mechanikája a kinetikai atomistika szempontjából határozott hanyatlásnak tekintendő. A mysticismushoz és a theosophiához hajló gondolat iránya a távolbahatást immateriálisan közvetített hatásnak nyilvánította. A XVIII. század folytán a tisztán matematikai érdek a túlnyomó, mely mellett minden más, tehát az ismerettani is hátrálni kénytelen. Mintegy felbátorítva NEWTON nagy mechanikai művének nem egészen kifogástalan czíme által, a mennyiben ez a cím a fizika matematikai alapelveit igéri, számos tudós oly alapra helyezkedett, melynek jogsultságát maga NEWTON soha sem ismerte volna el, midőn a tünemények matematikai kifejezésében magának a tüneménynek lényegét látták. A mult század nagy geometerjeinek kétségkívül igen sokat köszön a tudomány, mivel ők azokat az általános kifejezéseket fölállították, melyek alá az összes előforduló feladatokat egybefoglalni lehet, de a mi e feladatok fizikai természetét illeti, ezt ők teljesen figyelmen kívül hagyták.

NEWTON a corpusculártheoria híve volt; merev, egymástól különválasztott anyagrészeket tételez fel, de azt nem fogadta el, hogy az egyes anyagrészek mozgásuknál fogva egymásra hatnak, hanem új fogalmat vezetett be: az anyagi közvetítés nélkül való távolbahatást. Ekként a kinetikai atomistikától a dinamikai atomistikára ment át. NEWTON az anyagra nézve nem állított fel tökéletes elméletet. Ő az érzéki tapasztalást az anyag legvégső elemeire akarja kiterjeszteni, melyek érzéki benyomásainknak tárgyát már nem képezik. Terjedtség, keménység, áthatatlanság, mozgathatóság és tehetetlenség, mint az anyagnak általános tulajdonságai szerepelnek, minthogy ezeket érzéki tapasztalásunk nyomán ismerjük. NEWTON abban téved, hogy ő a tudományos rendszerünket a tapasztalás elemeiből akarja felépíteni, holott erre a mi saját gondolkodásunk elemei szolgálnak.

NEWTON a XVII. század hetvenes éveiben bizonyos ætheret tételezett fel, melynek segítségével a nehézség és a fény tüneményeit meg akarta magyarázni. Erre vonatkozó nézetét a Royal Society-hoz 1675-ben beterjesztett értekezésében és BOYLE-hoz intézett

egyik levelében találjuk (1678-ból). Később ezen nézetet elejtette és oly meggyőződéshez jutott, mely szerint az anyag teljesen holt, tehetetlen valami, mely csak egy kívülről, természetfölötti hatalomtól beléje erőszakolt immateriális erő hatása következtében jön mozgásba és csak így képes különféle tüneményeket létrehozni.

Ha mi NEWTON nézetét, a mint az nála életének utolsó harmadában fejlődött, teljesen meg akarjuk érteni, benne a matematikust élesen meg kell különböztetnünk a fizikustól, s ezt ismét a metafizikustól. Mert akárhogy szabadkozik NEWTON attól, hogy ő avval a bizonyos perlekedő dámával: a metafizikával érintkezésbe jőjjön, ő azért ez irányban igenis határozott nézetet vall, csakhogy ő ezt a nézetet senkire reá erőszakolni nem akarja. Mint matematikus megadja a tüneményeknek funkcionális összefüggését és felállítja a részek között egyedül a távolságtól függő mértékben működő ezentrásis erőket, mint fizikus megengedi a különféle hipotézisek jogosultságát, melyek közül péld. az egyik az, mely az æther rugalmasságában látja az anyag mozgató erejét, mint metafizikus és természetfilozofus végül NEWTON egészen határozott véleményt vall, melyet a «Principia» végét képező «Scholium generale»-ban és BENTLEY-hez intézett levelében világosan kifejez. Az idézett scholiumban mondja, hogy egy bizonyos «spiritus»-ról még meg kellene emlékeznie (de spiritu quodam subtilissimo), mely nemcsak a fizikai tüneményeket magyarázza meg, hanem még az élő lényeken tapasztalható jelensegeket is. NEWTON a nehézséget nem tartja az anyag *lényeges* tulajdonságának, noha szerinte az anyag *általános* tulajdonsága. A tehetetlenség «vis insita», de a nehézség nem az. Az erő immateriális, az anyagtól lényegesen különböző principium, melyet egy természetfölötti hatalom az anyagba kényszerít.

Ha NEWTON tudományos művein kívül még levelezését is kutatjuk, akkor észreveszszük, hogy ő, mint minden nagy látkörű szellem tudományos nézetét szigorúan megkülönbözteti egyéni nézetétől. Mint természettudós az anyagot bizonyos matematikai törvény szerint működő ezentrásis erőkkkel felruházottnak tekinti, melyek szerinte a legegyszerűbb, tovább nem kutatható végső okot képezik, de mint a dolgok lényegét kutató szellem oly egyetemes világnézetre törekszik, mely egész lényünk-

nek nagy talányait is megfejti; és ezen megfejtés számára szüksége van azon «spiritus quidam subtilissimus»-ra, melyről nagy mechanikai művének utolsó szavaiban említést tesz.

KANT választotta el a tiszta ész birodalmát a kedély követelte intellectualis világtól. KANT rendszerének megalkotása óta a természet felismerése dolgában szilárdabb alapra bírunk helyezkedni. KANT maga azonban teljes mértékben azon nézetek befolyása alatt állott, melyek a fizika terén az ő korszakában uralkodtak, s ezek a NEWTON-féle vonzó és taszító erőkre támaszkodtak. Onnan van, hogy az a nézet, melyet ő az anyag szerkezetére nézve fölállított, nem kinetikai, hanem dinamikai, azaz olyan, mely az anyagrészek kölcsönös hatását immateriális okokból magyarázza.

A század elején KANT anyagelmélete a fizikusok között is nagy tiszteletben állott, csakhogy a tért hézagtalanul betöltő anyag helyébe lassanként atomistikus nézet szerint alkotott anyag lépett. Életének utolsó éveiben KANT egy soha be nem fejezett művön dolgozott, melynek czíme lett volna: «Vom Uebergange von den metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft zur Physik». A mű nem készült el soha. A mint dr. ALBRECHT KRAUSE-től kiadva előttünk fekszik, többszörösen ismétlődő aphorismák halmazának látszik. Teljes mértékben észreveszszük rajta szerzőjének szellemi állapotát élete utolsó részében. Szóval senilis munkával van dolgunk, de azért azonnal felismerjük rajta KANT hatalmas elméjének bélyegét. Nevezetes elmélet alapvonásait találjuk e műben. KANT mindent átható, az egész világtérrel elfoglaló æther vesz fel, melyet «hőanyag»-nak nevez. Ez az æther saját vonzó és taszító erőinél fogva folytonos rezgésben van. Egyik helyen világosan megmondja, hogy a melegség nem külön anyag, hanem rezgő mozgás.

A jelen század folytán az anyag problémájával sokat foglalkoztak. Különösen a chemia fejlődése — úgy látszik — az atomistikus nézet elfogadását követeli, míg a matematikai fizika inkább a folytonosan betöltött tért kívánja, minthogy integráljai a folytonosság törvényén alapszanak. Az anyag térbeli elrendezése azonban kevesebb nehézséget okozott, mint a hatásnak közvetítése anyagrészről anyagrészre. Ha az ez irányban felállított összes elméleteket átvizsgáljuk, akkor úgy találjuk, hogy mindegyik többé-kevésbé ki-

fogás alá esik. A természettudomány szempontjából tulajdonképen csak a kinetikai elmélet jogosult, minthogy minden egyéb magyarázat transzcendentális residuumot hagy maga után. Ez áll különösen a vonzó és taszító centrális erőkre nézve is. De a kinetikai elméletek, mint ezt fönt kifejtettem, szintén nehézségeket okoznak, melyek következtében azokat sem fogadhatjuk el. Ekként úgy látszik, mint ha az anyag problémája mindörökké teljesen megközelíthetetlen kérdés gyanánt fogna az emberiség előtt állani. Miután EMIL DU BOIS-REYMOND, a híres berlini fiziológus az utolsó időben «Die Grenzen des Naturerkennens» című előadásában azokat a tudományos kérdéseket egybeállítani próbálja, melyekre nézve az «ignorabimus» vallomásunkat be kell ismernünk, legújabban öcsese PAUL DU BOIS-REYMOND, a berlini fizikai társulatban tartott előadásban a bátyjától felállított két «ignorabimus»-hoz még egy harmadikkal akart hozzájárulni: a távolbahatás megmagyarázhatatlan voltával.

Du Bois-REYMOND a távolbahatás problémája és néhány matematikai problema között hasonlóságot keres. Ilyenekül felhossa az ötödfokú egyenletek megfejtését, a körnégyszögítést és egy mechanikai kérdést: a perpetuum mobile kérdését. ABEL kimutatta, hogy algebrai kifejezésnek nem lehetnek meg mindazon tulajdonságai, melyek ötödfokú egyenlet gyökének felelnének meg. LINDEMANN, HERMITE eredményeinek kellő felhasználásával kimutatta a körnégyszögítés pontos kivitelének lehetetlen voltát. A «perpetuum mobile» álomképének képtelensége már a DANIEL BERNOULLI felállította általános mechanikai elvekből következik.

Ép ilyen módon akarja PAUL DU BOIS-REYMOND a távolbahatás mechanikai magyarázatának lehetetlen voltát kimutatni, mely célra mintegy induktív úton kíván eljárni, a midőn ugyanis az egyes elméleteket sorra meg igyekszik czáfolni.

Nem akarom itt Du Bois-REYMOND okoskodását követni; ez nagyon is messzire vezetne, csak annyit kívánok megjegyezni, hogy az általa választott példákat helyeseknek nem tartom, minthogy a szóban forgó problémára nézve a bizonyítás nem vezethető oly módon, hogy a felsorolt esetek egyenkénti megczáfolásából minden kigondolható elmélet helytelen volta következne. Abban azonban

teljesen egyetértek Du Bois-REYMOND-nal, hogy az eddig felállított elméletek valamennyien kifogás alá esnek és hogy még a legkedvezőbb esetben is mindig bizonyos transzcendentális residuum marad. De a kérdés súlypontja szerintem máshol fekszik.

Az anyag problémája kinetikai elmélettel egyáltalában meg nem fejthető; még pedig két oknál fogva. Tudományos rendszerünk a saját gondolkodásunk elemeiből építi a világban történőknek képét. Az érzéki benyomások nyers anyagából alkotja fogalmainkat, melyek bizonyos gondolkodási sémák szerint, örök törvény szabta módon keletkeznek. Ez a törvény, mely nem egyéb, mint saját gondolkodó lényünk működésének törvénye, magában véve ép oly szigorú és megmásíthatatlan természetű törvény, mint akár a NEWTON-féle nehézségi törvény. Az ezen törvény szerint képződött fogalmak nem lesznek szükségkép maradék nélkül összemérhetők a természetben végbemenő változásokkal, a mint ezt számos esetben tapasztaljuk is.

De a problema még egy másik oknál fogva sem oldható meg kinetikai módon. A fizikai és chemiai jelenségek az egész természeti tüneményvilágnak csak egyik részét alkotják. De ott van még az élet tüneményeinek határtalan birodalma. A természet az élettelen és az élő anyag között nem ismer különbséget. Ezt a különbséget csak az emberi ész állította fel, hogy a tünemények beláthatatlan sorát könnyebben felfoghassa. A mint pedig egyfelől oly elmélet nem lehet helyes, mely csak a gravitáció törvényét magyarázza és valamennyi egyéb fizikai és chemiai jelenségekre épen nem illik reá, vagy ezekkel talán még ellentétben is van, úgy másfelől oly elmélet sem lehet kielégítő, mely csak az élettelen jelenségekről gondoskodik. Az ilyen hipotézis, mint számos rokon tünemény összecsoportosítója igen hasznos szolgálatokat tehet, de azért mégis csak ideiglenes állvány, nem pedig szilárd épületrész.

Oly elmélettől pedig egyelőre még mérhetetlen távolság választ el, mely úgy a szervetlen mint a szerves világ jelenségeit egybefoglaló elméletet alkotna.

Ezek után az anyag problémájának jelen állapota a következőkben foglalható össze. Minden eddig megkísértett magyarázat a fizikai tüneményeknek csak bizonyos fokig felel meg, úgy hogy mindegyiknél bizonyos transzcendentális residuum marad,

melynek lényege az érzéki világon túl keresendő. Mindezen magyarázatok közül csak oly elméletet fogadunk el, mely kinetikai alapon nyugszik, minthogy csak az ilyen fejezi ki a tüneményt a mi saját gondolkodásunk elemeiben. Vajjon atomistikus vagy plerotikus alapra helyezkedünk-e, ez egyelőre másodrendű fontosságú kérdés.

A jelenkor fizikai világnézetének sarkpontja az egységes energia, melynek különféle transformációjával a sokféle tünemény létrejön. Ha a természeti jelenségek lefolyásából mindazt ki akarjuk küszöbölni, a mi érzéseink körén túlesik, akkor az energia csakis a kinetikai energia képében állhat fenn. A helyzeti energia fogalmát a távolbható erők képzete hozta létre. A hol sikerült a tünemények lényegébe behatolni, vagy legalább oly elméletet felállítani, mely a tüneményeknek elég jól megfelel, mint az akusztikában és az optikában, ott a tünemény valóságos lényege a rezgő mozgás. A hőre nézve szintén valószínűnek tartjuk, hogy molekuláris, vagy épen rezgő mozgás létesíti; az elektromosság és a rokon tünemények természete mintegy parancsoló módon követeli a rezgő mozgás felvételét, noha hasznavehető elmélet felállítása mai napig nem sikerült. Ha tekintetbe vesszük az elektromosság és a fény tüneményei közötti szoros kapcsolatnak napjainkban mindinkább szembeötlő valószínűségét, akkor az elektromosság számára minden esetre csak rezgési elméletet fogadhatunk el.

Ily módon mindenütt a téren át száguldozó rezgés közvetítette kinetikai energia alkotja, úgy látszik, a tünemények lényegét. Ezen oknál fogva az energetika mindinkább tért foglal és háttérbe szorítja a materia problémáját. Nem többé az anyag a fődolog, hanem az energia; az anyag az energiának csupán substratuma.

A tért az anyag vagy különválasztott atomokban vagy lézag-talanul foglalja el. Ezen az anyagon keresztülakasul vonulnak az energia áramlásai. Bizonyos helyeken az energiát illetőleg interferencia és találkozási pontok jönnek létre, melyek új hatások emisszió-centrumai lesznek. Sőt lesznek állandó ily góczok és ezek körülbelül megfelelnek báró DELLINGSHAUSEN vibrációs atomjainak, mert állandó okok, azaz állandó energia-áramok állandó hatásokat is létesíthetnek.

Hogy honnan származnak amaz energiaáramok, azt kérdezni

annyit tenne, mint ha kérdezném, miért áll a Sirius, vagy akármely más égitest a maga helyén. Az anyag mindenütt, a hol észreveszszük, mozgásban van, a természetben az abszolút nyugalomnak legfeljebb átmenetként van helye; ilyformán azok az energiaáramok is ősi időktől fogva megvannak.

Azt mondhatná valaki, hogy hiszen ez az anyag tagadása; ez a kifogás azonban alap nélkül volna. Az érzéki benyomáshoz mindenesetre közelebb áll az energia, mint maga az anyag. Az utóbbi csak a bennünk lakó kauzalitás törvényének következménye. Ekként az érzékelhető anyag nem volna más, mint bizonyos nem érzékelhető őanyagban végbemenő kinetikai folyamatnak eredménye. Ez az elmélet egyfelől a THOMSON-féle vortex-elmélettel rokon, mely szintén az egységes folytonos anyagból az érzékelhető anyagot szerkeszti, másfelől pedig az atomistikus elmélet előnyeit megőrizve, nem keveredik azokba az ellenmondásokba az ismerettani alapokkal szemben, melyekben az atomistika kezdete óta sínlődik.

Nem akarom itt e gondolatmenetet folytatni. Csupán csak az eszmét akartam kijelölni, melyen, mint látszik, a fenforgó ellentétek és ellenmondások kiegyenlíthetők lesznek. Hogy vajjon abban az érzéki körön túl létező ősmateriában nem leledzik-e valami immateriális principium, mely az anyagban tapasztalt energiák egyikéből sem magyarázható világtünemények forrása, azt kutatni meddő foglalkozás lenne. A mi tudásunknak kétségkívül van határa, hol az «ignorabimus» régiója kezdődik. Vajjon ott van-e, a hová a DU BOIS-REYMOND testvérek állították, az itt meglehetősen közömbös dolog. De annyi bizonyos, hogy ezen ignorabimus-sorompón túl, a hol a tiszta ész birodalma végződik, ott van szellemünknek még egy tágas régiója, mely a kedély körének tekinthető. Ebben a körben a jelszó: «Credimus», s ez a metafizika egyik terjedelmes birodalma.

Az emberben megvan a hajlam, hogy érzéki lényének szűk határait átlépve, a dolgok végső okait kutassa és a világ lényegének örök talányait megfejtse, mert a tudományban minden igazi probléma gyökereiben a metafizika ködös régiójába vezet. «Humani nil a me alienum puto»: mint minden ember, ki a gondolatok láncolatának fűzését szereti, én sem titkolom el az ilyen kérdések iránti előszeretetemet. De ezen a helyen, a melyen jelen alkalom-

mal véleményt nyilváníthatok, nem illik, hogy a természettudomány biztos ösvényétől letérjek, s ezért be is fejezem észrevételeimet.

Czélom volt kimutatni, hogy miben rejlenek az anyagprobléma megfejthetlenségének okai és ráutalni arra, hogy e probléma egy másikkal elválaszthatatlan kapcsolatban van, t. i. az anyag problémájával, melynek tárgyalásában sokkal szerencsésebb vagyunk, mint az anyag problémáját illetőleg. Az energia problémája a mai fizikai gondolkodás középpontja, az egységes fizikai világnézetnek mondhatjuk magva. De azért az is bizonyos, hogy még akkor is, ha az energia minden titkos útját követhetnők is, ha az érzéki világon túl fekvő ama folytonos ősanýagon mindenfelé végig száguldozó rezgések egész végtelen rendszerét szellemi szemünk elé varázsolhatnók is, azért a tüneményvilág folyásáról mégis csak érzéki képet bírnánk, míg az energia, s vele az anyag valóságos lényege kívülünk, a tőlünk soha fel nem ismerhető igazság nagy oczeánjában fekszik.

ANYATEJEK VIZSGÁLATA.

Dr. SZILASI JAKAB-tól.

A múlt év nyarán a «Fehér Kereszt-egyesület» t. főorvosa, dr. SZALÁRDI MÓR úr felszólított, hogy vizsgálám meg az intézetben ápolt anyák tejét, különösen abból a czélből, vajjon nem lehetne-e összefüggést találni egyrészt ezen tejek kémiai összetétele, másrészt pedig az anyák egészségi állapota, testalkata és a csecsemők testi gyarapodása között. Ezen czélből nevezett orvos úr elküldötte nekem a műegyetem chemiai technologiai laboratoriumába a friss tejpróbákat és egyúttal feljegyezte, hogy milyen testalkatú és egészséges-e a nő, a kitől ezen próbák vétettek, továbbá, hogy mennyi idős a gyermek és mennyi naponként a testi gyarapodása.

Időközben a gyakorlati pályára lépven, eltávoztam a fővárosból és nem folytathattam ezen, mindenesetre tanulságosnak ígérkező vizsgálatot. Azt hiszem azonban, hogy azért nem lesz felesleges a végzett elemzéseket nyilvánosságra hozni, ha egyébert sem, már csak azért, hogy felhívjam a figyelmet ezen érdekes kérdésre. Egyúttal elérem azt is, hogy a kik később ezen kérdéssel foglalkoznak, felhasználhatják az én adataimat is.

Mielőtt elemzéseim eredményét és a hozzátartozó adatokat közölném, legyen szabad előbb röviden az eljárást leírnom, mely szerint az egyes meghatározásokat végeztem.

Mindenekelőtt a tejnek reakcióját néztem meg érzékeny lakmuszpapírossal. A tejek kivétel nélkül gyengén alkalikus reakciót mutattak.

Meghatároztam azután a tej fajsúlyát, zsír-, cukor- és fehérje-tartalmát, továbbá a hamút és az összes szilárd maradékot.

Megjegyzem, hogy a tejet nem térfogat, hanem mindig *súly* szerint mértem le, a mi okvetetlenül szükséges azért, mert a tej

nem teljesen egynemű folyadék. A leméréshez a Fleischer ajánlotta mérőcsöveket és a hozzájuk tartozó állványokat használtam.* Az elemzés adatai ennek folytán mindig *súlyszázalékot* jelentenek, azt mondják meg tehát, hogy 100 gr. tejben hány gramm zsír, cukor stb. van.

A *tej fajsúlyát* piknométerrel határoztam meg, mindig 15° C-nál.

A *zsír, cukor és fehérje-anyagok* meghatározását Ritthausen módszere szerint végeztem.

A meghatározáshoz szükséges:

1. Rézvitrióloldat, melynek literjében 103·92 gr. kristályos rézvitriol van feloldva.

2. Natronlúg, melynek fajsúlya 1·018.

Eljárásom, az eredetinek némi módosításával, a következő volt:

Lemértem kb. 10 gr. tejet, vízzel mintegy 200 kbc.-re higítottam, 5 kbc. rézvitrióloldatot és annyi nátronlúgot adtam hozzá, hogy a folyadék épen neutrális vagy igen gyengén savanyú legyen, a mely czélra az említett nátronlúgból 7—7·5 kbc. szükséges. Ezután a folyadékot jól felkavartam és néhány órán át állni hagytam. Nagy terjedelmű túrós csapadék keletkezik, mely a rézcsapadékon kívül még a fehérjeanyagokat is tartalmazza. A csapadékot előzőleg szárított és lemért szűrőpapirosra hoztam, forró vízzel jól kimostam és 100° C-nál szárítottam.

Szárítás után a csapadékot lemértem. Megkaptam a fehérjeanyagok + zsír + rézcsapadék + filterpapiros súlyát. A szárított és lemért csapadékot a Soxhlet-féle extraháló készülékben ætherrel extraháltam, extrahálás után újra szárítottam és lemértem. A két mérés közötti különbség adja a *zsírt*.

A zsírtól megfosztott csapadékot most a czélből, hogy a rézhydrát elveszítse kristályvizét, 125° C-nál újra szárítottam, lemértem és azután elégettem. A különbség, mely az elégetés előtt és azután a súlyban van, a filterpapiros + fehérje súlya, a miből levonván az ismeretes filterpapiros súlyát, megkapjuk a *fehérjét*.

A *cukor* a rézcsapadékról leszűrt folyadékban van. Megha-

* Vereinbarungen betreffs d. Untersuchung von Nahrungs- und Genussmitteln von A. Hilger. 14. és 54. l.

tározása úgy történt, hogy a szűrletet $\frac{1}{2}$ literre hígítottam, abból 100 kbc-t Fehling-féle oldattal kezeltem, a keletkezett rézoxydulcsapadékot jól kimostam, hidrogén áramban redukáltam és lemértem. A lemért fémréznek megfelelő tejezukur mennyiségét táblázatból olvastam le.

A hamu meghatározása végett lemértem 10 gr. tejet, vízfürdön szárazra párologtattam és óvatosan elégettem. A visszamaradó fehér színű hamut kihülése után lemértem.

Végre a tejben levő összes szilárd alkotórészeket az egyes alkotórészek összeadása által kaptam meg. Kontról gyanánt több ízben direkt meghatározást is végeztem, még pedig akként, hogy 10 gr. tejet kiizzított kvarczhomokkal összekeverve, vízfürdön bepárologtattam és 100—105° C-nál mind addig szárítottam, míg a súlya állandó maradt.

A számítás útján talált összes szilárd alkotórész jól összevág a direkt meghatározással, a mint a következő példák bizonyítják:

A tej száma	Számítás útján talált	Direkt meghatározott	Különbség
	s z i l r d	m a r a d é k	
XIV.	13·00 %	13·07 %	0·07 %
XIII.	12·65 «	12·55 «	0·10 «
XV.	11·96 «	11·97 «	0·01 «
XVI.	11·44 «	11·66 «	0·22 «
XXVI.	13·43 ·	13·26 «	0·17 «
XXVIII.	12·77 «	13·07 «	0·30 «
XXXV.	13·45 «	13·21 «	0·24 «

Ezek után elemzéseim eredményét a «fehér kereszt-egyesület»-től nyert adatokkal együtt a következő táblázatban állítom össze:

Az elemzés ideje	A tejpróba száma	Fajsúly 15° C-nál	100 gramm tejben van					Hány éves az anya? ¹ Hányadik a gyermeke? ² Az anya erős-e vagy gyöngye? ³ A tej mennyisége sok-e vagy kevés? ⁴ Hány napos a gyermek? ⁵ Átlag mennyivel szaporodott a súlya naponta? ⁶
			zsír	szukor	fehérje	hamu	szilárd rész	
			g r a m m					
1889. Május 17.	1	1·03081	3·00	6·52	1·55	0·19	11·26	1 21 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 63 napos, ⁶ 35 gr.-mal.
"	2	1·03022	4·89	6·59	1·97	0·20	13·65	1 21 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 12 napos, ⁶ 25 gr.-mal.
"	3	1·03009	4·75	7·10	1·73	0·20	13·78	1 28 éves, ² második, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 35 napos, ⁶ 40 gr.-mal.
Május 18.	4	1·03245	3·24	6·89	1·85	0·16	12·14	1 36 éves, ² második, ³ gyöngye, ⁴ kevés, ⁵ 17 napos, ⁶ 20 gr.-mal.
"	5	1·03393	3·86	6·59	2·05	0·19	12·69	1 21 éves, ² első, ³ erős, ⁴ kevés, ⁵ 14 napos, ⁶ 10 gr.-mal. (Koraszülött gyermek.)
"	6	1·03354	2·72	6·74	1·90	0·23	11·59	1 22 éves, ² első, ³ erős, ⁴ kevés, ⁵ 14 napos, ⁶ 23 gr.-mal.
Május 31.	13	1·02903	4·13	6·48	1·85	0·19	12·55	1 26 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 14 napos, ⁶ 23 gr.-mal.
"	14	1·02954	4·76	6·32	1·73	0·19	13·07	1 22 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 14 napos, ⁶ 35 gr.-mal.
Junius 5.	15	1·03487	2·65	7·34	1·77	0·20	11·96	1 26 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 16 napos, ⁶ 36 gr.-mal.
"	16	1·03508	2·30	6·81	2·10	0·23	11·66	1 28 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 24 napos, ⁶ 30 gr.-mal.
"	17	—	3·06	6·96	1·97	0·14	12·13	1 23 éves, ² első, ³ gyöngye, ⁴ kevés, ⁵ 14 napos, ⁶ 10 gr.-mal. (Koraszülött.)
Julius 2.	19	1·03358	3·06	6·90	2·06	0·19	12·21	1 40 éves, ² kilenczedik, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 14 napos, ⁶ 20 gr.-mal.
"	20	1·03478	2·58	7·56	1·55	0·17	11·86	1 32 éves, ² második, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 15 napos, ⁶ 35 gr.-mal.
Julius 9.	24	1·03358	2·41	7·57	1·76	0·17	11·91	1 24 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 12 napos, ⁶ 30 gr.-mal.
"	25	1·03380	2·67	7·27	1·85	0·20	11·99	1 22 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 12 napos, ⁶ 40 gr.-mal.
"	26	1·03181	4·40	7·22	1·66	0·15	13·25	1 22 éves, ² második, ³ gyöngye, ⁴ kevés, ⁵ 13 napos, ⁶ 20 gr.-mal.
Julius 13.	27	1·03329	3·56	7·03	2·29	0·22	13·04	1 24 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 14 napos, ⁶ 40 gr.-mal.
"	28	1·03638	3·28	7·03	2·23	0·23	12·77	1 28 éves, ² második, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 14 napos, ⁶ 25 gr.-mal.
Julius 16.	29	1·03432	3·67	6·78	1·85	0·25	12·55	1 22 éves, ² első, ³ erős, ⁴ kevés, ⁵ 14 napos, ⁶ 20 gr.-mal.
"	30	1·03508	2·49	7·25	1·57	0·20	11·51	1 33 éves, ² második, ³ gyöngye, ⁴ sok, ⁵ 14 napos, ⁶ 40 gr.-mal.
Julius 24.	31	1·03290	1·00	7·35	1·26	0·20	9·81	1 30 éves, ² negyedik, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 8 hónapos, ⁶ 50 gr.-mal.
"	32	1·03100	1·92	6·95	1·37	0·20	10·44	1 18 éves, ² első, ³ gyöngye, ⁴ sok, ⁵ 63 napos, ⁶ 25 gr.-mal.
"	33	—	3·66	7·46	1·84	0·25	13·21	1 34 éves, ² második, ³ erős, ⁴ kevés, ⁵ 50 napos, ⁶ 20 gr.-mal.
Julius 27.	34	1·03284	4·15	7·17	2·05	0·28	13·55	1 22 éves, ² első, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 14 napos, ⁶ 30 gr.-mal.
"	35	1·03181	4·13	7·14	1·99	0·19	13·45	1 25 éves, ² első, ³ gyöngye, ⁴ kevés, ⁵ 20 napos, ⁶ 20 gr.-mal.
"	36	1·03148	4·78	7·10	1·96	0·20	14·04	1 30 éves, ² harmadik, ³ erős, ⁴ sok, ⁵ 16 napos, ⁶ 35 gr.-mal.

1889. JUNIUS 16.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE.

ELNÖK: THAN KÁROLY.

1. THANHOFFER LAJOS l. t. előleges jelentést tesz :

a) *A test savós üregeinek közlekedéséről egymással.*

(L. a 165. lapon.)

b) *Újabb és módosított módszerekről az izomidegrégek és végződések tanulmányozására.*

(L. a 169. lapon.)

2. RÉTHY MÓR l. t. értekezik «*végszerűen egyenlő területekről*».

(L. a 176. lapon.)

3. THAN KÁROLY r. t. bemutatja LIEBERMANN LEO következő közleményeit :

a) *Előleges jelentés a tojás festőanyaga és a cholesterin közt fönálló valószínű összefüggésről.*

(L. a 203. lapon.)

b) *A kénsav meghatározásának új elven alapuló módszere.*

(L. a 205. lapon.)

c) *Szilárd anyagok fajsúlyának új meghatározási módja.*

(L. a 209. lapon.)

4. HÓGYES ENDRE r. t. jelentést tesz «a budapesti Pasteur intézet első két havi antirabikus védő oltásairól.

(L. a 238. lapon.)

5. Ugyanez bemutat SCHAFFER KÁROLY részéről «adatokat a másodlagos és főltos elfajulás tanához».

(A legközelebbi füzetben jelenik meg. Kivonatban I. a 213. lapon.)

6. LENGYEL BÉLA l. t. ismerteti ASBÓTH SÁNDOR dolgozatát «a mesterséges kryolith és a flouraluminium disszociáció»-járól.

(L. a 214. lapon.)

7. KÖNIG GYULA r. t. a következő dolgozatokat terjeszti elő

a) VÁLYI GYULA részéről: *A másodrendű fölületek osztályozása.*

(L. a 218. lapon.)

b) SZÜTS MIKLÓS: *A köbös determinánsok elméletéhez.*

(L. a 220. lapon.)

A TEST SAVÓS ÜREGEINEK KÖZLEKEDÉSE EGYMÁSSAL.

THANHOFFER LAJOS I. tagtól.

(Előleges jelentés).

Már több évvel ezelőtt részletesen vizsgáltam az agy nyomását és hőmérséki viszonyait és ezen vizsgálatokról a m. tud. Akadémia előtt már egy ízben meg is emlékeztem, fentartván magamnak, hogy ezen vizsgálati eredményeimet később közzé tegyem.

Ugyanezen agyhőmérséki vizsgálataim közben, mert a koponyaürbe folyadékok fecskendeztettek be, azonnal a kísérletek kezdetén azon kérdés merült fel előttem, vajjon mennyiben van e kísérletek alatt a hőnek és mennyiben a nyomásnak, sőt netalán a vegyi hatásoknak is befolyásuk az agyra?

Ugyanígy gondolkozhatott ADAMKIEWICZ is, a ki későbbben csakugyan főleg vegyi hatásokból igyekszik a tünetenyeket magyarázni. A későbbi vizsgálatok fogják eldönteni, hogy LEYDEN-nek,¹ NAUNYN-SCHREIBER-nek² van-e tekintetben igazságuk, a kik tisztán agynyomásból magyarázzák a koponyaüregbe fecskendett folyadékok hatását, mely a klinikailag emberen is észlelt tünetenyekhez hasonlít, vagy pedig ADAMKIEWICZ-nek, a ki főleg vegyi hatások eredményének tartja azokat; itt én e kérdéssel most nem óhajtok foglalkozni, hanem egy másik nevezetes anatómiai viszonyt igyek-

¹ LEYDEN, Beiträge und Untersuchungen zur Physiologie und Pathologie des Gehirns, Vichows Archiv, Bd. 37. 1866.

² B. NAUNYN und J. SCHREIBER. Ueber Gehirndruck. Archiv für experimentelle Pathologie und Pharmakologie. 14. Bd., I—II. Heft. Leipzig 1881 S. 1—112.

szem emberen és emlős állatokon tett vizsgálataim alapján megfejtteni, t. i. azon utak viszonyát, a melyeken az agyra nyomást gyakorló folyadék az agy üregeiből és az agyat körítő üregekből levezettetik. Ezen utak okozzák, hogy a nyomás az agyra csakugyan oly nagyfokú nem lehet mint azt azelőtt hitték s mint a milyennek azt a befecskendett folyadékoknak manometrikus mérései után sejteni lehetett; a mint az már ADAMKIEWICZ művében is kifejezést nyert.

A befecskendezéseket a szerzőktől eltérőleg intézetemben egyszer magam, máskor vezetésem mellett asszisztensem, Dr. Tóth Lajos úr úgy tette, hogy a RANVIER-féle fecskendő csavaros csapját rézsutosan becsavartuk a lemeztelenített koponyacsontba, vagy az élő állaton, vagy emberi vagy állati holttesten. Azután vigyázva, hogy a kemény agyburkot meg ne sértsük, az alább említendő folyadékokkal igen gyenge nyomás mellett fecskendővel vagy máskor a LUDWIG-féle víznyomásos befecskendési apparatussal addig fecskendeztük be a subcranialis ürt,¹ míg valamivel fokozottabb befecskendezésnél sem ment már több folyadék ki a fecskendőből. Kisebb állatra 4—6 RANVIER-féle fecskendőnyi² többnyire elegendő volt (de volt eset, hogy 10—19 ily fecskendőnyi folyadék is kellett). Az állatok s emberi testrészek azután vagy megfagyasztattak s aztán fűrészeltettek szét a szokott módon, vagy pedig ez is nehezen vitethetvén ki a legtöbb esetben borszeszbe tétettek s azután 28—48 órai állás után fűrészeltettek szét.

Többször vizes berlini kék oldatot fecskendeztünk be, máskor indigókénsavas natriumot, vagy fuchsin oldatot vízben vagy gelatin oldatban, továbbá pokolkő oldatot egymagában, végre ugyanerre reá még chromsavoldatot vagy kettős chromsavas kaliumot; abból 0.25⁰/_o-os oldatot, ebből pedig 2⁰/_o-os oldatot használva. A folyadékok vagy egymagukban, vagy pedig enyvvvel vagy celloidin oldattal keverve fecskendeztetek be.³

Vegyük először szemügyre az emberen tett vizsgálatok ered-

¹ A koponyacsont és a dura mater közti ürt.

² Egy intézetemben lévő RANVIER-féle fecskendő ürtartalma 27 cmtr.

³ Azt hiszem, hogy jó eredményre vezetne, ha kis hőmérsék mellett olvadó ötvényt fecskendenénk be, mit meg is akarok kísérteni s azután a megmerevedés után corrosionok vetnök alá az egészet.

ményeit. Emberen úgy az intézetnek nem anatómiára szánt berendezése, valamint a halott beszerzés és eltakarítás nehézségei miatt, de azért is, mert emberen végzett vizsgálataimnál én sem mentem többre, mint már 1872-ben MERKEL és MIERZEJEWSKY,¹ 1875-ben AXEL KEY és RETZIUS² alapvető nagy munkájokban, vagy SCHWALBE és FISCHER (WALDEYER)³ nem mentem: emberen csak is négy esetben tettem vizsgálatot, s ekkor is nagy edényeim a megőrzésre nem lévén, csak is fejen és nyakon. Nem szükséges itt részletezni az eredményeket, csak egyszerűen felemlítem, hogy kisebb eltéréssel ugyanazon eredményekre jutottam mint nevezett bűvárok.

Az állatkísérleteket azonban nagyobb számban tettem és ezek nevezetesebb eredményekre is vezettek, a melyek igen fontosak úgy a fiziológiára, mint a pathológiára és mondhatni az összes orvosi tudományokra nézve is; az eredmény e tekintetben röviden összefoglalva az agy üregeit és az agy és koponya közti üregeket nem csak a szerzők által leírt menetekkel sikerült összefüggésben találnom, hanem a mellüreggel és hasüreggel is, sőt vannak oly befecskendezési eredményeim is, a melyek mutatják, hogy az összes test savós és nyirok útjai összefüggnek a koponya és agy üregeivel. Ennek gyakorlati fontosságát azt hiszem senki sem vitathatja el; azért is úgy az eljárási módot, mint röviden a vizsgálataimra vonatkozó jegyzőkönyvek másolatait is van szerencsém előleges jelentésképpen a tek. Akadémiával zárt borítékban szíves megőrzés végett közleni, hogy addig is, míg nagyobb apparatussal, erre való helyiségekben és megfelelő eszközökkel dolgozhatok s vizsgálataimat kibővíthetem, ez az anyag se veszzen el, s a prioritás meg legyen óva; megjegyezvén, hogy ha majd vizsgálataimat végleg befezem, a mi még sok időbe kerül, a tek. Akadémiának újból részletesebb jelentést teszek majd.

Már AXEL KEY és RETZIUS fent idézett művökben említik,

¹ MERKEL, MIERZEJEWSKY. Centralblatt für die med. Wissenschaften. Nro. 40.

² AXEL KEY és RETZIUS. Studien in der Anatomie des Nervensystems und Bindegewebes, I. Hälfte. Stockholm 1875.

³ FISCHER, Beiträge zur Kenntniss der Lymphbahnen des centralen Nervensystems etc. Mitgetheilt von Prof. Waldeyer. Archiv. f. Mikroskop. Anatomie. Bd. 17, 362. 1880.

hogy a holttestek vizsgálat előtt való hosszas állása oka annak, (bizonynyal a halott test megaludt nedvei okozzák), hogy a befecskendezett anyag nem megy oly messze, mint az állatokban, a melyeket elég frissen lehet praeparálni. Állatkísérleteim után megerősíthetem KEY és RETZIUS ezen vizsgálati eredményeit; mert ha chloroformmal megölt állaton tettem kísérleteket, ezeken sohasem sikerült oly messze vinni a befecskendezett anyagot, mint ha élő állaton tettem kísérleteket, sőt ha az állat halva tovább állott, még kevésbé sikerült a befecskendezés, mintha a halál után történt az.

Ezek alapján hiszem, hogy ha kivégzett emberen elég hamar a kimúlás után tennék ilyszerű vizsgálatokat, ugyanaz sikerülhetne emberen, mint a mi vizsgálataimban sikerült állatokon, t. i. bebizonyítása annak, hogy az agy savós ürei a mell- és hasürrel direct kommunikációban állanak; s ha ez konstatáltatnék, még nagyobb bizonyítéka volna annak, hogy az ember anatómiája legjobban comparativ anatómiai vizsgálatokkal karöltve fejleszthető, a mit jelenleg minden újabbkori anatomus követ is, másrésről azt is, hogy a fiziologiai tényezők tekintetbe vétele is sokat lendíthet ezen fontos disciplina tökéletesedésén.

Mint mikroskopi vizsgálatokkal is egybekötött észleleteim mutatták, ezen nevezett egybeköttetés részben, úgy mint kísérleteiben ADAMKIEWICZ kimutatta, a vena jugularison át, de leginkább az edényeket és mint már az előttem észlelők is sejtették, a peripherikus idegeket körítő üregek útján létesül.

Megemlítem itt végül, hogy vizsgálataimat emberen, lovon, házi nyúlön, kutyán és patkányon végeztem; de azt is meg kell valánom, hogy bár összesen 30 kísérletet tettem, hogy egy ilyen fontos kérdés végleges megoldására a kísérleti anyag mennyisége nem elegendő, s hogy e szerint vizsgálataimnak csak is előleges közlemény jellege lehet, a melynek egyes adatai kiterjedtebb kutatások után még itt-ott bizonynyal kiigazítást is szenvedhetnek.

ÚJABB ÉS MÓDOSÍTOTT MÓDSZEREK AZ IZOMIDEGVÉGEK ÉS VÉGZÖDÉSEK TANUL- MÁNYOZÁSÁRA.

THANHOFFER LAJOS, I. tagtól.

A histologiai kutatások csak azóta haladnak oly rohamosan és mutatnak fel nem is sejtett eredményeket, mióta megállapított pontos módszerek birtokába jutottak. E módszerek a fizikát és chemiát hívják segítségül s a legkülönbözőbb mechanikai eljárásokkal kapcsolatban rövidebb-hosszabb proczessusokból állanak, a melyeknek a végső præparálás előtt kiteszszük a vizsgálandó szövetet.

Úgy a külföldön, mint hazánkban is már több oly módszert eszeltek ki és alkalmaztak a mikroskopi technika terén, a melyek a tudományt előbbre vitték.

A mi az izomidegek festési és præparálási módszerét illeti, erre nézve is nagy a haladás. Már COHNHEIM¹ elévülhetlen érdemeiket szerzett magának az arannyal való beitatásnak (impregnálásnak) behozatalával a szövettani technikába, a mely módszerrel ő a cornea (a szem porczhártyája) idegeit tanulmányozta. GERLACH² EWALD³ és FISCHER⁴ voltak az elsők, a kik az aranyat az idegvégzödések vizsgálatára alkalmazták.

¹ COHNHEIM, Ueber die Endigung der sensiblen Nerven in der Hornhaut Virchow's. Archiv. Bd. 38. p. 343.

² J. GERLACH, Das Verhältniss d. Nerven zu den willkürlichen Muskeln der Wirbelthiere 1874. Azután ugyancsak tőle: Ueber das Verhältniss der nervösen und contractilen Substanz des quergestreiften Muskels. Archiv f. mikroskop. Anatomie Bd. 13. S. 399—414.

³ AUG. EWALD, Ueber die Endigung der motorischen Nerven in den quergestreiften Muskeln. Pflüger's Archiv Bd. 12. 1876.

⁴ E. FISCHER, Ueber die Endigung der Nerven im quergestreiften Muskel der Wirbelthiere. Archiv f. mikroskop. Anat. 1877. Bd. 13. S. 365—390.

Ugyan e módszer tökéletesítették azután többen, így PRITCHARD,¹ BASTIAN,² BÖTTCHER,³ LÖWIT,⁴ MAYS,⁵ BREMER,⁶ RANVIER,⁷ EWALD,⁸ CIACCIO,⁹ GOLGI,¹⁰ IZQUIERDO,¹¹ WINTER¹² és mások. Ezek után mondhatni, hogy az idegeltüntető módszerek és különösen a Löwit-féle módszer olyan, hogy jól alkalmazva sokszor igen szép idegvégződés preparatumot lehet vele az izomban készíteni, mint az sok buvárnak és magamnak sikerült is. Különösen szép eredményekre jutottak e Löwit-féle módszerre s annak némi mó-

¹ PRITCHARD, Quarterly Journ. of. microscopy Sc. 1872. Kühne id. ut.

² BASTIAN, Monthly microscopic. Journ. 1869. Kühne id. ut.

³ BÖTTCHER, Virchow's Archiv. 1873. Bd. 58. S. 371. (lobos corneák festésére).

⁴ LÖWIT, Die Nerven der glatten Muskulatur. Wiener Akad. Sitzungsber. Bd. 71. 1875. 3. Abth. S. 372.

⁵ MAYS, Histo-physiolog. Untersuchungen über d. Verbreitung der Nerven in den Muskeln. Zeitschr. f. Biologie, Neue Folge Bd. II. 449—528 l. 1884.

⁶ BREMER, Ueber die Endigungen der markhaltigen und marklosen Nerven im quergestreiften Muskel. Arch. f. mikroskop. Anat. Bd. 21. 1882. S. 165—201. és «Ueber die Muskelspindeln, nebst Bemerkungen über Structur, Neubildung und Innervation der quergestreiften Muskelfaser. Arch. f. mikroskop. Anat. 1883. Bd. 22. S. 318.

⁷ RANVIER, Leçons sur l'histologie du système nerveux. 1878.

⁸ EWALD, loc. cit.

⁹ CIACCIO, Note sur la terminaison des fibres nerveuses motrices dans les muscles striés de la torpille, traités par le chlorure d'or et de cadmium. Journal de micrographie 1882. p. 1. pag. 38—41. Jahresberichte über die Fortschritte der Anatomie und Physiologie. Bd. XII. 1884. 83. lap s előbbi olasz műve: «Nota sopra la terminazione delle fibre nervose motrici nei muscoli striati delle torpedini condizianoti col doppio cloruro d'oro e cadmio. 19. nov. 1882. Fortschritte der Anat. u. Physiol. Bd. XI. 1883. 88. l.

¹⁰ GOLGI, Recherches sur l'histologie des centres nerveux. Arch. italiennes de biologie. T. III. p. 285—317. 4. tábla.

¹¹ IZQUIERDO VINCENTE, Beiträge zur Kenntniss der Endigung der sensiblen Nerven. Strassburg, 1879. RANVIER-féle citromos methodus 20—21. lap.

¹² WINTER, Jahresberichte über die Fortschritte der Anat. u. Phys. Bd. IX. 1881. S. 74—75. (Aranynyal, ezüsttel és felosmiumsavval dolgozott.)

dosításaival FISCHER,¹ továbbá BREMER,² GOLGI,³ MAYS,⁴ de különösen nagyszerű újabb művében KÜHNE,⁵ a ki a legmaradandóbb érdemeket szerezte nemcsak régibb de ez újabb művével is, a melynek tábláin 324 idegvéglemezt rajzol le az emberből és különböző állatokból, az izomidegek végződésére vonatkozólag.

Mind e módszerek azonban bármily szép eredményre vezettek légyen is, mégis van mindegyiknek némi hiánya. Az egyiknél a sav behatására, a melynek előzetesen ki kell tenni az izmot, az idegvégeket körítő stromak sőt az idegszálak is szenvednek; a másik módosításnál a sav (osmiumsav) túlhatására az izomállomány megsetetedik, s az ideg nem tűnik elő szépen; vagy pedig egy másiknál ismét ideg és izom csaknem egyformán van festve.

Az általam követett egyik eljárásnál, a melynek végleges megállapítása előtt valamennyi nevezetesebb módszert kipróbáltam, előbb az ideget rögzítem s azután LÖWIT módszere szerint kezelem s ennél az ideg végelágazásai gyönyörűen vannak megfestve, míg az izomállomány alig, vagy kevéssé marad festve s e mellett az izomállomány, ha épen akarjuk könnyen ki is nyomható — úgy, hogy csak a sarkolemma és az alatta elterülő idegágazat marad meg, sőt sikerül e módszerrel tisztán az idegvégelágazást magát sarkolemma és izomállomány nélkül is izolálni. Meg kell itt azonban emlitenem, hogy már FISCHERnek⁶ sikerült idegvégződést izolálnia az általa követett LÖWIT-féle módszerrel, de ezzel mint meggyőződtem, azt oly szépen nem lehet eszközölni, mint az általam ajánlott s mindjárt közlendő módosított eljárással.

A) *Módosított eljárás.*

Az izmot (rendesen békáét vagy a lacerta agilis és l. viridisét használtam, még pedig többnyire ezeknek a sartoriusát)⁷ parafára

¹⁻⁴ id. művek.

⁵ KÜHNE, Neue Untersuchungen über motorische Nervenendigung. Zeitschr. f. Biologie, Neue Folge Bd. V. (Der gesammten Reihe 23. Bd.). 324 szines ábrával.

⁶ FISCHER, f. id. művében a XXVI. tábla 19. ábráján lerajzolt kép LÖWIT-féle methodussal kezelt izomból kinyomott idegelágazás után van rajzolva.

⁷ Illetőleg a sartoriusnak megfelelő izmát.

kifeszítve (legjobban sündisznó tüskéivel), az így kifeszített izmot az izomrostjainak lefutásával párhuzamosan éles és hegyes késsel behasogatjuk s azután a Löwit-féle aranyozási módszernek vetjük alá, azaz előzőleg 1 r. hangyasav és 2 r. víz keverékében néhány perczig — míg felduzzad, — állani hagyjuk s azután aranyfürdőbe tesszük, de úgy, hogy az aranyfürdő mellé egy óraüvegbe 1 csepp osmiumsavat (1%-osat) teszünk s úgy ezt, valamint az aranyfürdőt, a melyben a parafára tüzdelt békaizom van betéve, egy skatulya fedelével letakarjuk, hogy az arany behatása alatt a készítményre egyúttal az osmiumsav gőze is hasson.

Az imígy az 0.5%-os aranychlorid oldatban álló és az osmiumsav gőzének kitett készítményt vízzel való leöblítés után 24 órára 1 r. hangyasav és 2 r. víz keverékében tartjuk (sötét helyen) és azután tiszta hangyasavban újból 24 óráig hagyjuk állani ismét sötét helyen s azután jól kimosva glicerinben tartjuk el, a melyből azonnal, vagy 24 óra, sőt egy hét múlva is kivéve, mint ezt már BREMER¹ is tette, — hosszában felhasogatjuk, a lehasogatott darabkákat két tárgyüveg közt szétnyomjuk és az üvegeket egymástól elválasztva, a szétlapított és biborpirosra vagy lilára festett izomdarabot egy kés és tű segítségével hosszában ismét és ismét szétmetéltetjük s az egyes szilánkokat kissé szétzilálva fedőüveggel letakarjuk, gyengéden szétnyomjuk, s végül elzárjuk.

Midőn az osmiumsav gőzével rögzítjük az idegvégeket és végződéseket, oly ellenállást nyernek, hogy a legerősebb nyomásnak is ellenállanak, a melyet még kézzel és tűnyelekkel eszközölhetünk s az izomállomány szétlapítható, a mi csak előnnyel jár, még pedig a nélkül, hogy az idegvégződés szenvedne, sőt a sarcolemmából mint fentebb említők, ki is nyomható egészen az izomállomány, sőt az idegvégződés maga is, úgy hogy ékes ágazataival a glicerinben, a melyben a tárgyakat vizsgáljuk, megúszhatik is. Meg kell azonban jegyezni, hogy ilyen szétnyomással már BREMER² is szép készítményeket állított elő, mint erről csinos rajzai tanuskodnak Löwit módszere szerint, sőt magam is az eredeti Löwit-féle módszerrel is szép idegvégződéseket kaptam, de nem oly szépek azok, mint ezen módosított módszer szerint készültek, s e mellett az

¹ BREMER, fent. id. mű.

² BREMER, fent. id. mű.

idegvéglemez finomabb szerkezetét sem mutatják oly jól, mint az utóbbi módszerrel készültek.

E módszerrel ugyanis az oszló ideg, mielőtt a véglemezbe menne, különös körteszerű képletbe s ebből kiinduló finom s feketére festett (osmium sav hatás) tengelyszálba s ez ismét rendszeren 2, néha 3, sőt 4 piczi gömbidomú testecskebe megy s csak ezen képletek után megy az ideg végkiterülésébe, — a lacertánál nevezetesen az agancsszerű kiterülésbe, — a mely szintén feketére van színezve, míg a végidegkiterülést a KÜHNE* leírta stroma veszi körül, melyet az izomállománytól éles, festett és vékony szegély (sarkoglia KÜHNE, sarkoplasma ROLLETT) választja el. — Hogy az említett képletek, a melyek az ideg útjába vannak iktatva, külön idegsejtecské-e, vagy egyszerű telolemma magvak, vagy az idegvélő változásai, egész bizonyonyal mindedig nem tudtam eldönteni, csak sejtem azok természetét. E viszonyt itt csak felemlítem, s beható tanulmányom tárgyává teszem, melynek eredményéről majdan a tek. Akadémiának jelentést teszek.

B) Új módszer.

A másik módszer azért fontos, mert vele, habár nem oly szépen, de igen feltűnően lehet az ideget és idegvégeket az izomállománytól és a sarkolemmától megkülönböztetni. E módszer két oly szernek alkalmazásából áll, melyet egyenként már is alkalmaztak úgy az idegek, mint más szervek tanulmányozására, de egyszerre vagy egymásután is a kettőt tudtommal nem alkalmazták. E két fontos szerünk megint a felosmiumsav és a pokolkőoldat.

A fentebbi módon kifeszített izmot (e célra csak is a béka sartoriusát használtam) először 1%-os felosmiumsavba tettem s onnét azt 10 perc mulva kivéve s kissé lemosva 2%-os pokolkőoldatba dobtam és setét helyen tartva, ez oldatból 20—30 perc mulva kivéve s kissé lemosva, eczetsavas vízben direkt napfénynek tettem ki 10—30 percig. A megbarnult izmot ekkor leöblítettem vízben s azután glicerinben tűkkel szét szedtem, a mi könnyen megy.

Ily eljárás mellett a belső izomcső kötegeken, a melyek

* KÜHNE, fent. id. m.

szalmasárgáknak látszanak s a melyeknek szétszedett izomcsövei szintelenek, az ideg velős hüvelye ezüst-szürke vagy feketés-szürke, az izomban futó végágai szürkék, a szálak oldalain ülő sejtekkel együtt; míg az izomállomány szintelen, átlátszó, valamint a sarkolemma sem szineződik. Megtörténik egyes helyeken, a hova a pokolkő jobban bejutott, hogy a már COHNHEIM,¹ GERLACH² s különösen KÜHNE³ által egyedül pokolkőoldattal gyönyörűen előállított és sárga mezőn fehéren maradt idegvázban egyuttal a festett ideget is találhatjuk, vagyis, hogy együtt meg van úgy a negatív, mint a pozitív kép. A GERLACH és KÜHNE műveiben említett nedvhézagyszerű rajzokat is lehet e kettős kezeléssel oly izomrostokon látni, a melyek sárgára szineződtek.

Ezen eljárásokon kívül, bár nem oly állandóan, de elég gyakran szép idegvégződési készítményeket sikerült előállítanom különösen azon módszerrel, a melyet BROESICKE⁴ az idegek és más szervek festésére ajánlott (felosmiumsav festés és oxalsavban való állás) s a melyre az izom gyönyörű gyöngye rózsza piros (fraise) színű lesz, míg az ideg lilaszínű, továbbá az által, hogy a felosmiumsavat (1%) aranychlorid oldattal (0.5%) keverve együtt hagytam behatni és azután az izmot BASTIAN-PRITCHARD-féle redukáló folyadékban 18—19 óráig redukáltam; de e módszerek mégis inkább az idegek végelágazásainak tanulmányozásánál szolgáltak (bár egyes esetekben az ideg és izomállomány eltérő szineződése által a végelágazásra nézve is remek képeket nyújtottak), mintsem az idegvégzödéseknek hypolemmaris — sarkolemma alatti — végágazatai tanulmányozására, a melyre a fentebb leírt módosított LÖWIT-féle módszer úgy az eredmény állandósága, mint a képek éles és remek szinezése folytán minden tekintetben tökéletesebb.

Felemlítem itt, hogy ezen módszereket, illetőleg az első praeparálást nagy buzgalommal és kitartással segédem Dr. TÓTH LAJOS úr volt szíves kívinni, míg az idegvégzödések készítményeit ezen előkészített anyagokból egytől-egyig mind magam készítettem.

¹ COHNHEIM, f. id. m.

² GERLACH, f. id. m.

³ KÜHNE, f. id. m.

⁴ BROESICKE, Die Ueberosmiumsäure als mikroskopisches Färbemittel. Centralblatt f. d. med. Wissensch. 1878. Nov. 16. Nr. 46.

Még meg kell említenem, hogy ezen új módszerrel sikerült kimutatnom azt, a mit már emésztési kísérleteimmel kimutattam székefoglaló akadémiai értekezésemben, hogy t. i. az általam vegyi úton és WOLF által embryologiai úton felfedezett és azóta BREMER, ROLLETT és KÜHNE által is konstatált két izomesőburok (sarkolemma; epilemma, endolemma) közt terül el az idegvégződés.

Mind e két módszerrel sikerült új és az izomideg-élettanra fontossággal bíró eredményeket elérnem; de mivel ezeket csak is ezen módszerekkel lehetett elérnem, ez is jogot ad arra, hogy ezen módszereket előzetesen közöljem itt a tek. Akadémiával addig is, míg a rajzokat elkészítem s dolgozatomat egybeállíthatom, a mi még igen sok időbe fog kerülni, mert az új hivatásommal járó teendők nagy halmaza nem engedi meg, hogy kizárólag s egy huzamban foglalkozzam e kérdéssel.

VÉGSZERÜEN EGYENLŐ TERÜLETEK.

RÉTHY MÓR 1. tagtól.

(III.—VII. tábla.)

Jelen vizsgálatok olyan sík-területekre vonatkoznak, melyeknek határvonalai önönmagukat sehol sem metszik, és melyeket eltolva előbbi helyzetükkel való metszéspontjaik száma véges. Mindig pozitív területekről lesz szó, és *részeik alatt is mindig pozitív értelemben vett darabjaikat* fogom érteni. BÓLYAI FARKAS szerint két terület akkor végszerüen egyenlő, ha azok *véges számú* kölcsönösen egybevágó (*pozitív*) részekre oszthatók; végszerületlenül egyenlők ellenben az olyan területek, melyek *nem* oszthatók véges számú kölcsönösen egybevágó területekre. Feladatul tűzöm ki oly módszer megállapítását, melynek segítségével eldönthető, hogy két adott terület végszerüen egyenlő-e vagy sem; és első esetben a felosztás maga is eszközendő.

BÓLYAI «Tentamen»-jében a következő tételek vannak felállítva és részben bebizonyítva:

1. *Két egyenlő területű, egyenes vonalakkal határolt sokszög mindig végszerüen egyenlő.*

2. *Két egymást részben fedő egybevágó sík-terület nem közös darabjai végszerüen egyenlők.*

3. *Két egybevágó sík-területből egybevágó darabokat bárhol kivágvva a maradékok végszerüen egyenlők.*

Az 1. tételt B. egészen szigorúan bizonyítja, valamint azt is, hogy a 3. alatti könnyen foly a 2. tételből. De a 2. tétel bizonyítása épen nem üti meg a szigorúság követelményeit. Azon valóban szép szerkesztés ugyanis, melylyel a felosztást az adott idomok nem közös területrészeinek bizonyos ismételt elmozgatásával végzi, nem vezet *mindig* véges számú darabra. Ezt B. maga is észrevéve a bi-

zonyítást annak kimutatásával igyekszik teljessé tenni, hogy ilyenkor kell létezniök kölcsönösen egybevágó részeknek, melyeket a nem közös területekből előlegesen eltávolítva, a maradékok már feloszthatók az általa leírt módon. Csakhogy ezt a bizonyítást lehetetlen elfogadni, minthogy sem az eltávolítandó részeknek megszerkesztésére nem ad módszert, sem meg nem állapítja, hogy mikor lépnek fel ilyen eltávolítandó részek.

Épen ezen bizonyítás hiányos volta és KÖNIG GYULA tagtárs úrral váltott eszmecsere indítottak jelen értekezésre, mely alkalommal nem mulaszthatom el nevezett tagtárs úrnak köszönetemet kifejezni azon érdeklődésért, melylyel vizsgálataimat kísérte.

Eredményeim rövid foglalata a következő :

a) Két egyenlő területű síkidom végszerű egyenlőségére nézve elegendő és szükséges, hogy nem egyenes vonalú kerületi íveik részint kölcsönösen egybevágó darabokból álljanak, melyek görbületi értelme a terület belsejéhez viszonyítva pontról pontra megegyező, részint olyan ívekből, melyek ugyanazon síkidom kerületén ugyanannyiszor fordulnak elő pozitív mint negatív görbületi értelemmel.

E tételt B. 1. alatti tételéből vezettem le ; a 2. alatti tétel belőle directe foly, valamint a következő általánosítása is :

b) Két végszerűen egyenlő területből végszerűen egyenlő részeket kivágva a fennmaradó területek is végszerűen egyenlők.

c) A B.-féle szerkesztést szabatosabbá teszem a két adott síkidom kölcsönös forgásközéppontjának, illetőleg tengelyének felhasználásával és kimutatom, hogy azon szerkesztés csakis akkor nem vezet véges számú lépés után a kívánt célhoz, ha a két adott síkidom egyenlő értelemmel egybevágó lévén, kölcsönös forgásközéppontjuk közös területrészüken fekszik ; ez utóbbi esetben az adott síkidomokat alkalmas keresztmetszésekkel átalakítom, úgy hogy ezután a B.-féle szerkesztés véges számú lépés után befejeződik. Végül kifejtem a módszert azon esetre is, a midőn az adott területek és közös részeik többszörösen összefüggők.

d) Mindezek a tételek érvényesek maradnak állandó görbületű felületeken fekvő alakoknál és egy részük közvetlenül átvihető három méretű alakokra is. Ezen általánosításokkal azonban jelen alkalommal nem foglalkozom.

1. §. *Definitio.* Két vonal, terület, térfogat végszerűen egyenlő, ha véges számú kölcsönösen egybevágó (pozitív) darabokból áll. A végszerű egyenlőség jelképe legyen: * $A = B$.

1. A definitióból foly, hogy két végszerűen egyenlő idom A és B bármiképen földarabolva, az A darabjainak összessége végszerűen egyenlő a B darabjainak összességével.

Legyen ugyanis $A_i = B_i$ és legyenek földarabolás után az A_i darabjai $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{im}$ és a B_i darabjai $B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{in}$. Legyenek pl. az A_i és B_i területek. Födésbe hozom a B_{i1}, \dots, B_{in} darabokból álló B_i területet az A_{i1}, \dots, A_{im} darabokból álló A_i területtel és átrajzolom az A_i idomon levő osztó vonalakat a B_i idomra és fordítva; e vonalak véges számú pontban metszvéen egymást felosztják az A_{i1}, \dots, A_{im} , illetve B_{i1}, \dots, B_{in} területeket véges számú területekre, melyek kölcsönösen épen födik egymást. Ennélfogva

$$(A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{im}) = (B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{in}).$$

Ha már mostan $A = B$, akkor a definitiónál fogva ez annyit tesz, hogy A és B véges számú A_i , illetőleg B_i részekből áll ($i = 1, 2, \dots, p$), melyek kölcsönösen egybevágók. Minélfogva két végszerűen egyenlő terület bárminemű földarabolások után is végszerűen egyenlő marad. — Hasonlókép bizonyíttatik be a tétel akkor is, ha az idomok vonalak avagy térfogatok, mely esetekben az osztó vonalak helyett osztó pontok, illetőleg felületek szerepelnek.

2. A végszerű egyenlőség fogalmából e tétel alapján közvetlenül foly még a következő tétel:

Ha $A_1, A_2, \dots, A_i, A_{i+1}, \dots, A_n$ idomok sorában $A_i = A_{i+1}$, ($i = 1, 2, \dots, n-1$), akkor a sorban helyett foglaltó n idom közül bármely kettő végszerűen egyenlő egymással.**

3. *Egyenlő szögű egyenközények, melyeknél a területmérés száma ugyanaz, végszerűen egyenlők.* (1. ábra.)

Szerkesztés. Legyen $ABCD$ egyenközény B szöge egyenlő az $A'B'C'D'$ vele egyenlő területű egyenközény B' szögével és $AB < A'B'$ oldal. Ha p. $A'B' < AD$, akkor felrakom az $A'B'$ dara-

* BÓLYAI, Tentamen, Tom. I. p. 21.

** BÓLYAI, Tentamen, Tom. I. pag.

bot folytatólag az AD -re, kiindulva az A pontból, mindaddig, a míg egy A_1D maradékhoz jutok, mely kisebb mint $A'B'$. Hasonlóképen ha $AB < A'D'$ felrakom az AB -t folytatólag az $A'D'$ -ra kiindulva az A' pontból, a míg egy $A_1'D'$ maradékhoz jutok, mely kisebb AB -nél. (A rajzban $A \equiv A_0$, $B \equiv B_0$, $A' \equiv A'_0$, $B' \equiv B'_0$).

Az így nyert osztópontokon át párhuzamosokat vonva az átellenes oldalakhoz, AB illetőleg $A'B'$ -hoz, az adott két terület fel lesz osztva egybevágó egyenközényekre és A_1DCC_1 illetve $A_1'D'C'C'_1$ nem egybevágó egyenközényekre.

Legyen az utolsóelőtti osztópont az AD oldalon A_0 és az $A'D'$ oldalon A'_0 . Akkor:

$$A_0B_0 \parallel A_1C_1 \parallel AB \parallel CD$$

és más részről

$$A'_0B'_0 \parallel A'_1C'_1 \parallel A'B' \parallel C'D'.$$

Húzom az A_0C_1 és $A'_0C'_1$ átlókat, felrakom az A_0D oldalra D pontból kiindulva $DD_1 = A'B'$ és felrakom a $C'D'$ oldalra $D'I' = DA_1$ darabokat, úgy hogy $A_1D_1 = I'C'$. Vonva $D_1E \parallel DC$, hol E a D_1 -ből vont eme párhuzamosnak metszése az A_0C_1 átlóval, és vonva $E'I' \parallel AD$ egyeneseket az egyik idomban; hasonlóképen $I'_1E' \parallel A'D'$ és $E'D'_1 \parallel C'D'$ egyeneseket vonva a másik idomban, a két terület tényleg fel van osztva kölcsönösen egybevágó területekre.

Bizonyítás. Az $A_0B_0C_1$ háromszög egybevágó lévén az $A'_0B'_0C'_1$ -sal a szerkesztésnél fogva, $A_0C_1 = A'_0C'_1$ oldallal. — Hasonlóképen EFC_1 háromszög egybevágó $E'F'C'_1$ -sal, miután szögeik kölcsönösen egyenlők (t. i. $F = F'E = C'C = E'$) és $EF = F'C_1$; oldallal; ennél fogva $C_1F = F'E'$. — Már most $I'CC_1F$ egyenközény CC_1 és C_1I' oldalai egyenlők az $E'F'A_1D'_1$ egyenközény $F'A_1$ és $A'_1D'_1$ oldalaiival és az egyenközény szögei is kölcsönösen egyenlők; a két egyenközény tehát egybevágó. — Továbbá az A_0D_1E háromszög egybevágó az $A'_0D'_1E'$ -sal, miután szögeik kölcsönösen egyenlők és $A_0E = A'_0E'$; u. i.

$$\begin{aligned} A_0E &= A_0C_1 - EC_1, \\ A'_0E' &= A'_0C'_1 - E'C'_1, \\ A_0C_1 &= A'_0C'_1 \text{ és } EC_1 = E'C'_1. \end{aligned}$$

Ebből folyólag $ED_1 = A'_0D'_1$.

Végül az $ED_1 = A_0D_1$, $EF = F'C_1$ és $A_1D = D'I'$ egyenlőségeknél fogva az A_1D_1EF és A_1D_1F' egyenközények egybevágók a $C_1F'I'C'$ illetve $A_1F'I'D'$ egyenközényekkel.

Az A_0B_0CD egyenközénynek 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokkal jelölt összes részei így sor szerint egybevágók lévén az $A_0B_0C'D'$ egyenközénynek 1', 2', 3', 4', 5', 6' számokkal jelölt összes alkatrészeivel, — tekintettel arra, hogy a két adott *egyenlő* területű egyenközénynek ezeken kívül eső darabjai kölcsönösen egybevágó egyenközényekre osztattak, — a két adott egyenközénynek egybevágó darabokra való felosztása tényleg megtörtént.

4. *Egyenlő területű egyenes oldalú sokszögek végszerűen egyenlők.*

Bebizonyítom előbb, hogy két egyenlő területű háromszög ABC és $A'B'C'$ végszerűen egyenlők (1.a és 2.b ábra). Legyenek ugyanis C és C' -nél a háromszög tompa szögei, ha esetleg a háromszög tompa, legyenek

$$CD \perp AB \text{ és } C'D' \perp A'B';$$

akkor D és D' az AB illetőleg $A'B'$ vonaldarabon fekszenek (és nem meghosszabbításukon). Ha tehát E és E' felezési pontjai az AC illetve $A'C'$ oldalaknak és az E illetőleg E' pontokon át párhuzamosokat vonok az AB illetőleg $A'B'$ alapokhoz és ezekre az A és B , illetőleg A' és B' pontokból függélyeket állítok, akkor a keletkező $ABFG$ és $A'B'F'G'$ derékszögű négyszögek végszerűen egyenlők az ABC illetőleg $A'B'C'$ háromszögekkel. Ámde az előző tétel értelmében $ABFG = A'B'F'G'$. Ennélfogva a 2. tétel értelmében

$$ABC = A'B'C'.$$

A 4. alatt kimondott tételt már mostan n -ről $n+1$ -re való következtetéssel bebizonyíthatom az ismert szerkesztés segélyével, mely az $n+1$ csúcsú sokszöget n csúcsúvá alakítja át. Ha ugyanis az $m+1$ -dik csúcsnál C -nél a sokszögnek 180° -nál kisebb szögefekszik, akkor e szerkesztés az ABC háromszög helyébe (3. ábra) a vele egyenlő területű, — tehát miként az imént bebizonyítottuk végszerűen egyenlő ABC' háromszöget teszi. Ha pedig C -nél 180° -nál nagyobb szöge fekszik az $n+1$ csúcsú sokszögnek (4. ábra) akkor BC és AC egyenesek a D pontban metszik egymást és

ACD háromszög egyenlő területű BDC' -sal; a szóban levő szerkesztés pedig a BDC' háromszög helyébe az n -csücsű sokszög ACD pozitív darabját teszi. Az $n+1$ csücsű sokszögek tehát mindkét esetben végszerűen egyenlők a szerkesztéssel nyert n csücsűakkal. De föltevés szerint az m csücsű sokszög végszerűen egyenlő a vele egyenlő területű n csücsű sokszöggel; a 2. tétel erejénél fogva tehát az $n+1$ csücsűakkal is végszerűen egyenlő.

Szolgáljon például két egyenlő alapú és magasságú háromszög ABC és ABC' fölosztása kölcsönösen egybevágó részekre (5. és 6. ábra). A kivétel szemebetünő. Az ED' egyenközű az AB -hez és felezi a háromszögek magasságát. Az 5. ábrában $CD \parallel C'D$ és $C'E' \parallel CE$. A 6. ábrában $AD' \parallel BD'$ és $BE' \parallel AE$, továbbá $GH \parallel AC'$ és $G'F' \parallel BC$. Az egyenlő számokkal jelölt területek egybevágók.

Hasonló módon végezhető a szerkesztés akkor is, ha a C és C' csücsök (változtatlan alap és magasság mellett) közelebb fekszenek; ekkor esetleg a CD és $C'E'$ -sal parallel egyenesek több tört részből állván az AB -hez több egyenközű vonása fog megkívánatni.

Hasonló módon történik két egyenlő alapú és magasságú egyenközény fölosztása is.*

5. *Két egyenlő területű síkidom végszerű egyenlőségére nézve elegendő feltétel; hogy nem egyenes vonalú kerületi ívek vagy kölcsönösen egybevágó darabokból legyenek összetéve és hogy a kongruens íveknek görbülete (a két síkidom belsejéhez viszonyítva), egyenlő értelmű legyen; vagy pedig, ha fordul elő az egyiknek kerületén olyan ív is, mely a másikon ugyanazon görbületi értelemben hiányzik, akkor az ív darabjai jelen legyenek ugyanannyiszor pozitív mint negatív értelmű görbülettel (7.a és 7.b ábra).*

Hogy a föltételek elegendők a végszerű egyenlőségre, nyilvánvaló. Mert legyen az M_1M_2 ív görbülete viszonyítva az A terület-hez pozitív és az M_1M_2 -vel egybevágó $M'_1M'_2$ ív forduljon elő ugyancsak az A kerületén negatív görbülettel; levágva az A területből az M_1M_2 húr segítségével az M_1M_2 ív felé eső darabját és ezt áttéve az $M'_1M'_2$ ív mellé, az A terület egy vele végszerűen egyenlő területté alakult, melynek kerületén a szóban levő ívek

* BÓLYAI, «Tentamen» Tom. I. pag. XXXVII.

helyett húrjaik szerepelnek. Ugyanezen eljárás ismétlésével szerkeszthetők tehát véges számú lépés után egy az A -val végszerűen egyenlő A' területet, melynek kerületén nem fordul elő két egybevágó ellenkező görbületű ív. Ugyanígy áttérek B -ről egy vele végszerűen egyenlő B' ilyen területre.

Legyen továbbá P_1P_2 ($P'_1P'_2$) az A terület egy olyan íve, melylyel a B terület Q_1Q_2 ($Q'_1Q'_2$) íve egybevágó egyenlő értelmű görbülettel; akkor ezek az ívek az A' és B' kerületein is ugyanazon értelmű görbülettel fordulnak elő. Két eset lehetséges: a P_1P_2 és Q_1Q_2 vagy mindkettő pozitív görbülettel vagy mindkettő negatív görbülettel fordulnak elő. Első esetben beírva a P_1P_2 és Q_1Q_2 ívekbe olyan egybevágó húrendszereket, melyek teljesen az A' illetve B' területek belsejében fekszenek, felosztom e területeket két-két részre: az egyik részt alkotják a P_1P_2 ív, illetőleg Q_1Q_2 ív és a húrendszerek közötti területek, melyek kölcsönösen egybevágók lévén, az A' -ből és B' -ből ezek levonása után fenmaradó részek egyenlő területűek. Második esetben pedig, a midőn a $P'_1P'_2$ és $Q'_1Q'_2$ ívek negatív görbületű ívek, akkor a körülök írt egybevágó húrendszerek segítségével, melyek az A' illetve B' területek határvonalait sehol se metszik, osztom fel ezen területeket két-két részre; a húrendszerek és a $P'_1P'_2$ illetőleg $Q'_1Q'_2$ ívek közötti területek kölcsönösen egybevágók lévén, az ezek levonásával fenmaradó részek területre egyenlők. Ezen lépéseket annyiszor ismételve, a hány egybevágó ívdarab a két idom kerületén előfordul, végül fenmarad az A' és B' területből az ívek és a húr-illetőleg érintő-rendszerek közötti kölcsönösen egybevágó darabok levonása után két egyenes oldalú sokszög, melyek egyenlő területűek lévén az előző tételnél fogva végszerűen egyenlők. Ennélfogva az A' és B' idomok végszerűen egyenlők lévén, a velük végszerűen egyenlő A és B adott idomok is azok.

6. *Két egybevágó területből kivágva egybevágó részeit a fenmaradó területek végszerűen egyenlők.* (8.a, 8.b és 8.c ábra.)

Legyen $A \cong B$ és A területből vágassanak ki A_i részei és B -ből $B_i \cong A_i$ részei ($i=1, 2, \dots, n$); jelöltessenek az A és B -ből az A_i -k és B_i -k kivágása után fenmaradó területek S illetőleg T -vel. A kimondott tétel szerint $S \cong T$.

Ha ugyanis a kivágott A_i és B_i területeknek nincsenek az A illetőleg B területeivel közös határvonalai, akkor az S kerülete össze

van téve az A és az A_i -k határvonalainak összességéből, — és hasonlókép a T kerülete a B és a B_i -k határvonalainak összességéből. Az $A \cong B$ és $A_i \cong B_i$ ($i=1, \dots, n$) folytán ennél fogva az S kerülete végszerűen egyenlő a T kerületével, — és tekintettel arra, hogy az A_i -k és B_i -k az A illetve B terület belsejében fekszenek, az egybevágó ívek görbületi értelme a bezárt S illetve T területekre vonatkozólag ugyanaz. Az S és T végszerű egyenlősége tehát az esetben az előző tétel szükségszerű folyománya.

Egy ide tartozó speciális eset kiemelendő, a midőn az A és A_i -k kerületein, — és ennél fogva a B és B_i -kén is, előfordulnak egybevágó ívek még pedig az S , — illetőleg T , — területekhez képest ellenkező görbületi értelemmel. Legyenek a^j és a_i^j , illetőleg b^j és b_i^j ($j=1, 2, \dots, m$) ilyen kerületi ívei az A és A_i , illetőleg B és B_i , területeknek, úgy hogy tehát $a^j \cong a_i^j \cong b^j \cong b_i^j$ és pedig az A' és B' területekre vonatkozólag ellenkező értelmű görbületekkel. Az $S = T$ ekkor természetesen változatlanul fennáll.

És már mostan térjünk azon határesetre, a midőn valamelyik a^j összeesik a vele egybevágó a_i^j ívvel, minél fogva ezen ívek az S kerületén nem fordulnak elő. Akkor két eset lehetséges: vagy a velük egybevágó b^j és b_i^j ívek is összeesők vagy pedig nem összeesők. Az első eset magától érthetőleg nem alterálhatja az S és T végszerű egyenlőségét. És a második eset, tekintettel arra, hogy a b^j és b_i^j ívek a T kerületen, melyekkel egybevágó az S kerületén nem fordul elő, egymással egybevágók és pedig a T területre vonatkozólag egyenlő értelmű görbülettel, az 5., alatti tétel értelmében szintén megfelel az $S = T$ elegendő feltételének. Ugyanaz mondható végre abban az esetben, midőn valamelyik b^h összeesik a vele egybevágó b_i^h ívvel ($h=1, 2, \dots, m$), valamint akkor is, ha egyidejűleg akárhány ilyen ívpár összeesik.

A tétel tehát egészen általánosan be van bizonyítva.

Folyomány. Két egybevágó terület csak részben fődven egymást, a közös területek kivágása után fennmaradó nem közös részeit végszerűen egyenlők. (9. ábra.)

7. Két végszerűen egyenlő területből végszerűen egyenlő részeket kivágva a fennmaradó területek is végszerűen egyenlők.

Legyenek $A = B$ területek adva és legyenek kivágandó részeit A_1, A_2, \dots, A_i és B_1, B_2, \dots, B_m , hol

$$(A_1, A_2, \dots, A_l) \equiv (B_1, B_2, \dots, B_m);$$

ha a kivágásuk után fenmaradó rendszereket S illetőleg T -vel jelöljük a tétel szerint $S \equiv T$.

A végszerű egyenlőség definiójából folyólag ugyanis az A és B területek feldarabolhatók kölcsönösen egybevágó részekre; földarabolásuk után hozzuk a részeket olyan kölcsönös helyzetbe, hogy az A összes részeiből alkotott A' rendszer egybevágó legyen a B összes részeiből alkotott B' rendszerrel. Ezen műtét alatt esetleg a kivágandó területek is földarabolhatnak, de az összes részekből alkotott rendszerek kölcsönösen végszerűen egyenlők maradnak. — Osszuk föl második lépésben e kivágandó területrendszereket is kölcsönösen egybevágó A'_j illetve B'_j darabokra, hol

$$A'_j \cong B'_j \dots, j=1, 2, \dots, n.$$

Tegyük föl, hogy az A' és B' egybevágó területrendszerekből kivágva az $A'_1, A'_2, \dots, A'_{i-1}$, illetve $B'_1, B'_2, \dots, B'_{i-1}$ kölcsönösen egybevágó területekből álló rendszereket a belőlük fenmaradó S'_{i-1} illetőleg T'_{i-1} rendszerek végszerűen egyenlők. Azt állítom, hogy akkor ezen S'_{i-1} és T'_{i-1} területekből kivágva az A'_i illetve B'_i egybevágó területeket, a fenmaradó S'_i illetve T'_i területek még mindig végszerűen egyenlők. Mert az S'_{i-1} és T'_{i-1} területek végszerű egyenlőségénél fogva, az 5. alatti tétel szerint, az ő kerületeik kölcsönösen egybevágó, görbültre ellenkező értelmű íveken kívül olyan egybevágó ívpárokban állanak, melyek egy-egynek kerületén ellenkező görbülettel lépnek föl. Ámde ha ezen területekből az A'_i illetőleg a vele egybevágó B'_i terület kivágatik, akkor a kivágás a keletkező S'_i és T'_i kerületén, — a 6. alatti részletezett indokoknál fogva, — mindig csak kölcsönösen egybevágó, görbültre egyenlő értelmű íveket vagy pedig ugyanazon területrendszer határán levő egybevágó, görbültre ellenkező értelmű, íveket léptet föl. Az S'_i és T'_i kerülete megfelel tehát az 5. alatti tétel követelményeinek.

Az i -ről $i+1$ -re való következtetéssel kimondhatjuk tehát, hogy az összes A'_j és B'_j ($j=1, 2, \dots, n$) kerületek kivágása után fenmaradó S'_n és T'_n területrendszerek kölcsönösen végszerűen egyenlők.

Ámde az S'_n területet az S' -nak áthelyezett összes részei alkot-

ván $S'_n = S'$ és hasonlóképen $T'_n = T'$; minélfogva $S'_n = T'_n$ -ből következik, hogy $S' = T'$.

1. Folyomány. Két végszerűen egyenlő területrendszer egymásra helyezve oly módon, hogy legyenek közös és nem közös részek, az utóbbiakból alkotott rendszerek kölcsönösen végszerűen egyenlők.

2. Folyomány. A sík-területek végszerű egyenlőségének szokásos definíciója, mely véges számú kölcsönösen egyenlő negatív részeket is megenged, teljesen azonos a Bolyaiéval.

8. Két egyenlő területű síkidom végszerű egyenlőségére nézve az 5. alatt részletezett elegendő feltétel egyuttal szükséges is.

Az A és B egyenlő területű síkidomok kerületein netalán előforduló kölcsönösen egybevágó, egyenlő értelmű görbülettel ellátott, ívek az 5. alatt előadott módon eltávolítva, valamint az ugyanazon síkidom kerületén pozitív és negatív görbülettel egyenlő számban előforduló íveket a szomszédos ott részletesen leírt területekkel együttesen áthelyezve, — nevezzük az így nyert területeket A'' illetőleg B'' -nek és az eltávolított darabok összességét A' illetőleg B' -nak. Akkor

$$A = A' + B'' \text{ és } B = B' + B''$$

lévén egyrésről, és $A' = B'$ más részről, a 7. alatti tételből folyólag az $A = B$ föltevésből az következik, hogy $A'' = B''$. Csak azt kell tehát megmutatnom, hogy A'' és B'' idomok kerületeit *csakis* egyenes vonalak alkotják.

Mert tegyük föl, hogy *van* az A'' kerületén görbe vonal is (10. ábra). Megmutatom hogy e vonaldarab nem lehet körív. Mert forduljon elő az A'' idom kerületén egy meghatározott g görbületű körív összesen véve L hosszúságban. Gondoljuk az A'' idomot bármiképen felosztva, és forduljon elő a felosztó vonalak között g görbületű körív összesen véve l hosszúságban. A felosztó vonalak mentén haladó keresztmetszésekkel feldarabolva az A'' idomot, az így feldarabolt idom kerületén a $+g$ görbületű körívek hossza $= L + l$ és a $-g$ görbületűeké $= l$.

Áttérve a B'' idomra, melynek kerületén $+g$ görbületű körív már nem fordulhat elő (definíciójánál fogva), legyen a kerületén előforduló $-g$ görbületű körívek hossza $= L'$; akkor az idomot felosztó vonalak közül a g görbületű körívek hosszát l' -sal jelölve, ezen

osztó vonalak mentén eszközölt keresztmetszések feldarabolják a B'' -öt egy idomra, melynek kerületén a $+g$ görbületi körívek hossza l' és a $-g$ görbületű köríveké $L'+l'$.

Hogy tehát ezen A'' és B'' földarabolás után egyáltalán fődésbe hozható legyen, mindenekelőtt szükséges volna az

$$\begin{aligned} L+l &= l' \\ L'+l' &= l \end{aligned}$$

egyenletek együttes fennállása.

De a belőlük folyó $L+L'=0$ egyenlet az L és L' pozitív szám voltánál fogva benső ellenmondást tartalmaz, ha csak nem $L=L'=0$. Vagyis az A'' és B'' idomok kerületén *körív* nem fordulhat elő.

Tegyük föl már mostan, hogy előfordul az A'' kerületén egy P_1P_2 görbe vonal, mely nem körív, I -szer, természetesen mindig ugyanazon görbületi értelemmel; mindig választhatok oly kicsiny P_1P_2 -t, hogy részei között egybevágó darabok ne legyenek. Az A'' idomot bármiképen felosztva, tegyük föl, hogy a P_1P_2 -vel végszerűen egyenlő ívek előfordulnak a felosztó vonalak között i -szer. Akkor feldarabolva az A'' idomot a felosztó vonalak mentén haladó keresztmetszésekkel, a feldarabolt idom kerületén előfordulnak a P_1P_2 összes darabjai $(I+i)$ -szer eredeti görbületi értelmükkel és i -szer az ellenkező értelemmel.

Áttérve a B'' idomra, melynek kerületén a P_1P_2 avagy ennek P_1P_2 darabja csak *ellenkező* görbületi értelemmel fordulhat elő, legyenek a kerületen P_1P_2 -vel végszerűen egyenlő ívek találhatók I' számban, míg a B'' idomot felosztó vonalakon i' számban. Akkor a felosztó vonalak mentén vezetett keresztmetszésekkel feldarabolt idom kerületén a P_1P_2 eredeti görbületi értelmével előfordult i' -szer, az ellenkezővel pedig $(I'+i')$ -szor.

Hogy tehát létezzék olyan feldarabolás, mely mellett az A'' összes darabjai fődessék a B'' darabjait, mindenek előtt szükséges volna az

$$\begin{aligned} I+i &= i' \\ I'+i' &= i \end{aligned}$$

egyenletek együttes fennállása, a mi $I + I' = 0$ egyenletet kívánna meg, mely az I és I' jelentésénél fogva benső ellenmondást tartalmaz.

Be van tehát bizonyítva, hogy az A'' és B'' kerületein görbe vonal nem fordulhat elő.

E tétel alkalmazása gyanánt kiemelem, hogy e szerint egy seholse pozitív vagy seholse negatív görbületű vonaltól szegélyezett terület nem osztható fel semmikép se *végcs* számú darabokra, melyek átrakhatók volnának egy vele egyenlő területű egyenes oldalú sokszögbe; in specie kör- vagy parabola-szelet sohase végszerűen egyenlő négyzettel.

2. §. A bevezetésben 2, és 3, alatti felsorolt tételeknek bebizonyításánál BÓLYAI lényegileg úgy jár el, hogy a tételben állított végszerű egyenlőséget a szóban levő területek tényleges felosztásával szemlélteti, mely felosztást ezen területeknek, mint merev idomoknak bizonyos módon való ismételt transzpozíciójával végzi. Miután a tételek az előző §-ban igazaknak bizonyultak, itt lényegileg a B.-féle alapon nyugvó szemléltető bizonyításokat fogok nyújtani.

Két síkidom egybevágó vagy egyenlő vagy ellenkező értelemben; első esetben van síkjukon egy O pont, — a két idom kölcsönös forgási középpontja, — mely körül egy meghatározott φ szöggel forgatva az egyik a másikat födi, (e pont speciál esetben a végtelenben feküldhet, a midőn azután a forgás helyébe parallel-eltolás lép); második esetben van síkjukon egy tengely, — a két idom kölcsönös forgási tengelye, — mely körül való átforgatás után az egyik idom egy meghatározott darabbal eltolva a másikat födi.

Ki fog tűnni, hogy a közvetlenül az adatokban tartalmazott idomoknak ismételt transzpozíciójával csak abban az esetben nem végezhető el a területeknek kölcsönösen egybevágó részekre való felosztása, ha az alapul fekvő egybevágó idomok forgási középponttal bírván ez a középpont *közös* területükön fekszik. E kivételes eset azonban el lesz hárítható oly módon, hogy az alapul fekvő egybevágó idomokat alkalmas keresztmetszésekkel átalakítjuk. BÓLYAI nem vette volt észre, hogy a forgási középpont és forgási tengely az ő szerkesztéseinél egyáltalán szerepet játszanak; ez az oka, hogy bizonyítása hézagos maradt.

1. Adva van két egymást részben fedő, egyenlő értelemben egybevágó egyszerűen összefüggő síkidom, melyek kölcsönös forgási középpontja nem fekszik területük belsejében, és melyeknek közös területe egyszerűen összefüggő. Nem közös területeik véges számú kölcsönösen egybevágó részekre oszthatók. (11. ábra.)

Szerkesztés. Legyen a két adott egybevágó terület A és B , közös részük K , nem közös részeik pedig S , illetőleg T . Legyenek az S és T külső határai a illetőleg b -vel jelölve, belső határaik a' illetőleg b' -sal; úgy hogy a' és b' egyúttal a K közös rész kerületét alkotják. Az A és B kölcsönös forgási középpontja O körül φ szögnyivel elforgatva az A fődje a B idomot.

Forgassuk el a K közös területet az O kölcsönös forgási középpont körül egymásután $\varphi, 2\varphi, \dots, n\varphi$ szögnyire, hol n pozitív egész szám, és rajzoljuk bele a B területbe mindegyik elforgatás után a forgó K terület határvonalának a B idom belsejébe eső részeit, melyek sorban

$$a'', a''', \dots, a^n, a^{n+1}$$

legyenek; az n szám legyen pontosan avval jellemezve, hogy a^{n+1} merev vonal φ szögnyire elforgatva az O pont körül már teljesen kívül essék a B területen.

Hasonlóképp forgassuk el a K területet az O pont körül $-\varphi, -2\varphi, -\dots, -n\varphi$ szöggel és rajzoljuk fel mindegyik lépés után a forgó terület határvonalának ama

$$b'', b''', \dots, b^n, b^{n+1}$$

részeit, melyek az A idom belsejébe esnek.

E szerkesztéssel az S és T területek a huzott vonalak által tényleg fel vannak osztva véges számú kölcsönösen egybevágó részekre.*

Bizonyítás. Jelölve az A és B idomoknak az O pontból való látszógei közös mérőszámát φ -vel, nyilvánvaló, hogy $n < \frac{\varphi}{\varphi}$; az a^i és b^i vonalak és velük a szerkesztésnél feltételezett lépések száma

* A szerkesztés végezhető a 2. §. 6. II., alatt leírt eljárással is, mely különben lényegileg ennek általánosítása.

ennélfogva véges. Ámde egyszer és mindenkorra föltettük volt, hogy a szóba jövő területek határvonalait eltolva, különböző helyzeteikben kölcsönös metszéspontjaik száma mindig véges; ennélfogva az S és T területeket a húzott vonalak csak *véges* számú darabra osztják.

Hogy pedig a húzott vonalak tényleg felosztják az adott idomokat, abból következik, hogy nem belsejükben, hanem határvonalakon végződnek. Ugyanis a K terület φ szöggel elforgatva eredeti helyzetéből, határvonalának a' része a B idom kerületébe jő, míg területe teljesen a B idom belsejében marad; ennélfogva kerületének a B idom belsejében fekvő része b'' mindenestre ezen idom határvonalán végződik. Ha pedig a K el van forgatva eredeti helyzetéből $i\varphi$ szögnyire, hol $1 < i < n + 1$, akkor területének csak egy része fekvődvén a B idomon kívül, kerületének az idom belsejében fekvő része b^{i+1} annál kevésbbé végződhetik másutt, mint ezen B idom határvonalán. Ugyanaz áll az a'' , a''' , ..., a^n , a^{n+1} osztó vonalakról is.

Az S terület eme vonalak által darabokra osztatván jelöltesék bármelyik ilyen darabja S_l -l; ezen S_l belsejében fölvéve egy tetszőleges M pontot és ezen át vonva egy kört az O mint középpont körül szerkesszünk a körön M' , M'' , ..., M^k , N pontokat, úgy hogy

$$+\varphi = MOM' = M'OM'' = \dots = M^{k-1}OM^k = M^kON$$

legyen, k pedig akkora, hogy M^k az utolsó még az A területre eső pont, minélfogva az M' , M'' , ..., M^k pontok a K terület pontjai és az N pont már a T területre esik. Nyilvánvaló, hogy eme pontok nem eshetnek az a^i avagy b^i vonalakra; ugyanis bár melyik a^i vonal $\pm\varphi$ szögnyivel elforgatva az O pont körül a rajztéren maradó része födi az a^{i+1} illetve a^{i-1} vonalat és hasonló áll a b^i vonalokról; minélfogva, ha valamelyik M^i avagy az N pont egy a^i vagy b^i vonalon fekvődnék, akkor az M pontnak is a vagy b vonalon kellene fekvőnie, a mi ellenkezésben van azon felvételünkkel, hogy az M pont az S_l belsejében tehát nem határvonalán fekszik.

Ha ellenben az M pont az S_l határvonalán vesszük föl és ugyanazt a szerkesztést végezzük, akkor ugyanezen megokolásnál fogva az M' , M'' , ..., M^k , N pontok is határvonalakra t. i. a avagy

b vonalakba jutnak, a szerint a mint az M pont a vagy b vonalon vététt föl.

De ebből tüstént következik, hogy ama $S_l, K', K'', \dots, K^{k-1}, K^k, T_l$ területek, melyeknek belsejében az $M, M', M'', \dots, M^{k-1}, M^k, N$ pontok esnek, egymással egybevágók. Ugyanis az

$$S_l, K', K'', \dots, K^{k-1}, K^k, T_l$$

területek az utolsó kivételével $+\varphi$ szögnyível elforgatva az O közép-pont körül, bármelyikük belső (illetőleg határ-) pontjai a következőnek belső (illetőleg határ-) pontjaivá lesznek. Így tehát $S_l \cong T_l$.

Jegyezzük meg végül, hogy az M, M', \dots, M^k, N pontok szerkesztésénél fogva mindegyik S_l -hez egyetlen egy vele egybevágó T_l és hogy ép így fordítva is mindenik T_l -hez csak egy S_l soroltatik. Az S és T idomoknak kölcsönösen egybevágó részekre való felosztása ezzel teljesen be van bizonyítva.

2. *Adca vannak az A és B területrendszerek, melyek A_1, A_2 , illetőleg B_1, B_2 egyszerűen összefüggő részekből állanak, még pedig $A_i \cong B_i$ ($i=1, 2$). Az A_1 és B_2 területek nem bírnak közös részzel, míg az A_2 és B_1 területek közös része többszörösen összefüggő is lehet. Az A és B rendszer nem közös területrésze kölcsönösen egybevágó darabokra osztandó. (12. ábra.)*

Szerkesztés. Az A_2 és B_1 területekre adott helyzetükben rárajzolva közös K területük határvonalait, az elsőt fődésbe hozom a B_2 -vel, a másodikat az A_1 -gyel és e helyzetben átrajzolom a K határvonalat is úgy a B_2 -re, mint az A_1 -re. Evvel az A és B rendszer nem közös területrészei tényleg fel vannak osztva kölcsönösen egybevágó darabokra.

Bizonyítás. Ha ugyanis e szerkesztés után

$$\begin{array}{l} A_2 \text{ darabjai } S_2 \text{ és } K \\ B_1 \quad \quad \quad T_1 \quad \text{«} \quad K \end{array}$$

akkor a B_2 darabjai közül az S_2 -vel egybevágót T_2 -vel, a K -val egybevágót T_1 -gyel jelölve, és ép így az A_1 darabjai közül a T_1 -gyel egybevágót S_1 -gyel és a K -val egybevágót S_1 -gyel jelölve, — úgy hogy

$$S_3 \cong T_3, S_2 \cong T_2, S_1 \cong T_1 \cong K,$$

nyilvánvaló, hogy az adott rendszerek nem közös részei S_1, S_2, S_3 illetőleg T_1, T_2, T_3 sorban kölcsönösen egybevágó darabjokra osztattak fel.

3. Adva van két egyenlő értelemben egybevágó terület vagy területrendszer A és B , melyeknek úgy közös, mint nem közös területei többszörösen összefüggők is lehetnek, de melyek kölcsönös forgási középpontjából ki lehet jutni a végtelenbe (az l_1 és l_2 vonalak mentén) az adott területek átvágása nélkül. A nem közös területek kölcsönösen egybevágó részekre osztandók. (13. ábra.)

Szerkesztés. Legyen φ azon szög, melylyel az A rendszer az O pont körül elforgatva a B rendszert födi és álljon a közös terület $K_1 K_2, \dots, K_i, \dots, K_m$ összefüggő darabokból. Az O körül forgatom a K_i területeket ($i=1, 2, \dots, m$) egyenként $\varphi, 2\varphi, \dots, n_i\varphi$ szögnyire, és rárajzolom mindegyik lépés után az A, B területrendszerre az elforgatott K_i kerületét egészen, ha az egész K_i fölötté van, és részben, ha a K_i -nak csak egy része van fölötté, azon megjegyzéssel azonban, hogy azon részek konturját, melyek az l_2 vonalat egyszer már átsúrolták volt, nem rajzolom fel soha többé akkor se, ha a túlsó oldalon ismét az A, B rendszer fölé kerülnének is. Az n_i legyen akkora, hogy az $(n_i+1)\varphi$ szögnyire elforgatott K_i az első legyen, melynek az iménti előírás szerint fölrajzolandó része nincs többé.

Hasonlóképen tovaforogatva a K_i -t ($i=1, 2, \dots, m$) eredeti helyzetéből egymásután $-\varphi, -2\varphi, \dots, -n_i\varphi$ szöggel, minden lépés után teljesítem az imént előírt eljárást; az n_i itt is az által van definiálva, hogy az eredeti helyzetéből $-(n_i+1)\varphi$ szögnyire elforgatott K_i legyen az első, melynek az előírás értelmében fölrajzolandó része nincs többé.

A huzott vonalak által a feladat tényleg meg van oldva.

Bizonyítás. Ugyanazon oknál fogva, mint az 1. feladatnál, a lépések és az eredő darabok száma itt is véges.

Hogy pedig a huzott vonalak valóban feldarabolják az A és B idomokat, az itt is könnyen belátható. Ugyanis az elforgatott K_i vagy egészen rajta fekszik az A, B területeken, vagy csak részben; első esetben a K_i kerületének felrajzolása az A, B területeken egy a K_i -vel egybevágó darabot ad; a második esetben egy vagy több darabot, melyek a K_i -nek az A, B területek fölé eső darabjával, illetőleg darabjaival egybevágók. Az egyes K_i -ik forgatásánál származó ily darabok konturjai így mindig zárt vonalak lévén, azon esetben, is ha egymást átmetszik, mindig darabokra osztják az

A , B területeket, még pedig véges számú darabokra, miután egyszer s mindenkorra föltettük, hogy a területek határát olyan vonalak alkotják, melyekre nézve, bármikép toljuk is el, a metszéspontok száma különböző helyzetekben mindig véges.

Nevezzük az A területrendszer azon részeit, melyek a B -vel közösek, az A kötött részeinek; és nevezzük az A azon részeit, melyek a B -vel nem közösek, az A szabad részeinek. Jelöljük az A szabad részének az iménti szerkesztések által származott oly darabjait, melyek belsejében nincs osztó vonal, S_j -vel, ($j=1, 2, \dots, s$); jelöljük hasonlóképen a B terület szabad részeinek ilyen darabjait T_j -vel, ($j=1, 2, \dots, t$). Bebizonyítandó, hogy $s=t$ és bizonyos megállapítások után $S_j=T_j$, ($j=1, 2, \dots, s$).

Az S_j belsejében választva egy tetszőszerű M pontot és rajta át rajzolva egy kört O mint középpontból, legyenek M', M'', \dots, M^n pontok, melyek szögtávolsága az M -tól (ép úgy mint az 1 feladat bizonyító részében) $\varphi, 2\varphi, \dots, n\varphi$. Akkor az M' pont szükségképen már a B területen fekszik, miután az A terület φ szöggel elforgatva a B -t födi, az A terület M belső pontja tehát a B terület belsejébe kerül és födi az M' -t. Más részről az M' pont nem fekszik a szerkesztéssel nyert osztó vonalak egyikén sem; mert ha osztó vonalon feküdnék, akkor ezen M' -on átmenő vonal $-\varphi$ szögnyire forgatva födné A szabad területe valamelyik vonalát; ámde az M' pont az M fölé kerülvén, így az M ponton át osztó vonalnak kellene menni, a mi ellenmondásban van azon föltevésünkkel, hogy az S_j darab belsejében nincs osztó vonal. Ezekután két eset lehetséges az M' fekvésére nézve: vagy a B -nek egy szabad területdarabján T_j -n fekszik, vagy egy K'_j -sal jelölendő kötött darabján; azt állítom, hogy első esetben $S_j \cong T_j$, második esetben $S_j \cong K'_j$. Ugyanis valamint az S_j -nek bármelyik belső M pontja a φ szöggel való elforgatás után a T_j illetőleg K'_j belsejébe kerül, úgy fordítva az utóbbiak bármelyik belső pontja $-\varphi$ szöggel való elforgatás után az S_j belső pontját födi az imént részletezett oknál fogva.

Föltéve az M' fekvésére nézve a második esetet, legyen az M', M'', \dots, M^n pontok sorában M^h az utolsó, mely még kötött K_j^h darabon fekszik, úgy hogy M^{h+1} az első pont, a mely már szabad T_j területdarabon foglal helyet. Akkor nyilvánvaló, hogy

$$S_j \cong K'_j \cong K_j'' \cong \dots \cong K_j^h \cong T_j.$$

Ugyanis az $S_j, K'_j, K''_j, \dots, K_j^h$ darabokat az A területen fekvőknek gondolva forgassuk el a rendszert φ szöggel; akkor az A rendszer a szerkesztésnél fogva minden vonalával együtt fődésbe jut a B rendszer vonalaival. Ámde az A terület M, M', M'', \dots, M^h pontjai a B terület $M', M'', M''', \dots, M^{h+1}$ pontjaira kerülnek; ennél fogva az A terület

$$S_j, K'_j, K''_j, \dots, \quad K_j^{h-1}, K^h$$

darabjait fődik a B terület

$$K'_j, K''_j, K'''_j, \dots, \quad K_j^h, T_j$$

darabjait, hol T_j az iménti szerkesztés értelmében a B -nek már szabad terület-darabja.

De evvel a szerkesztés helyessége már be van bizonyítva. Mert valamint mindegyik S_j -hez az iménti bizonyítással egyetlen egy vele egybevágó már meglévő T_j darab soroltatott, ép úgy fordítva a $-\varphi$ irányában való forgatásokkal mindegyik T_{j_1} -hez egyetlen egy már meglévő vele egybevágó S_{j_1} darab soroltatik. Az S_j darabok száma ennél fogva egyenlő a T_j darabok számával.

4. *Adva vannak A és B egyenlő értelemben egybevágó területek, melyeknek kölcsönös forgási középpontjából O -ból nem lehet a végtelenbe kijutni az A vagy a B terület átvágása nélkül. Az S és T nem közös területrészei kölcsönösen egybevágó darabokra osztandók.* (14. ábra.)

Szerkesztés és bizonyítás. Az O pontból a végtelenbe huzom az l_1 és l_2 folytonos, önmagukat és egymást nem metsző vonalakat, melyek elseje nem vágja az A területet és másodika nem vágja a B -t; az l_1 és l_2 vonalak közötti két szögterületben fekvő közös területrendszereket jelölöm K_1 , illetőleg K_2 -vel. Az A és B területeket külön lapokon gondolva, tekintsük e lapokat egyelőre csak a K_1 részben összefüggőknek, míg a többi részeknek, jelesül a K_2 -knek, minden összefüggésétől eltekintünk; (könnyebb elképzelhetés végett gondoljuk pl. az A területnek ezen K_2 fölötti részeit a síkból kigörcsítve). Így a K_1 kivágása után fenmaradó $A-K_1$ és $B-K_1$ részeket az 1., illetőleg 3. alatt előadott szerkesztéssel feloszthatjuk

$$S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_m \\ T_1, T_2, \dots, T_i, \dots, T_m$$

részekre, úgy hogy $S_i \cong T_i, (i=1, 2, \dots, m)$.

Már mostan helyreállítva a két lap közötti összefüggést mindenütt, legyen a K_{2i} egy olyan része a K_2 területrendszernek, mely az S_i és vele egybevágó T_i terület összes közös területét magában foglalja. Az S_i és T_i csakis a második szögterületben függvény össze, a belőlük a K_{2i} kivágása után fenmaradó $S_i - K_{2i}$ illetve $T_i - K_{2i}$ területek ismét feloszthatók kölcsönösen egybevágó darabokra az 1. és 3., alatt előadott szerkesztésekkel. Legyen másodszer K_{ij} a K_2 -ön fekvő ama területek összessége, melyeken az S_i és a vele nem egybevágó T_j összefüggnek. Akkor S_i, S_j és T_i, T_j (hol $S_i \cong T_i$ és $S_j \cong T_j$) oly területpárok, melyek a 2. alatt nyújtott szerkesztés értelmében feloszthatók kölcsönösen egybevágó részekre. Ha végül valamely S_i úgy a vele egybevágó T_i -vel, mint a vele nem egybevágó T_j -vel bír közös területrészt, akkor első lépésben eltekintve az utóbbi közös résztől, az S_i és T_i közös része kivágása után fenmaradó területeket osztjuk fel az 1. és 3. alattiak szerint kölcsönösen egybevágó $s_1, s_2, s_i, \dots, s_l$ és $t_1, t_2, t_i, \dots, t_l$ részekre; azután második lépésben az $s_1, s_2, s_i, \dots, s_l$ daraboknak a T_j -vel közös részeit kivágva, a maradékokat felosztom a 2. alatti eljárással, a mit az s_i, S_j és t_i, T_j területrendszerek tekintetbe vételével eszközölök (hol $s_i \cong t_i$ és $S_j \cong T_j$).

Így végig menve az $i=1, 2, \dots, m$ és $j=1, 2, \dots, m$ összes kombinációin, a kitűzött feladatot mindenestre véges számú lépésben oldjuk meg.

5. *Adva vannak A és B egyenlő értelemben egybevágó gyűrűterületek, melyek kölcsönös forgási középpontjából a végtelenbe nyúló térbe nem lehet kijutni mind a két terület átvágása nélkül. Feladat nem közös területeiket kölcsönösen egybevágó részekre osztani.*

Szerkesztés. A kölcsönös forgás-középpontból folytonos, önönmagát nem metsző l_1 vonalat húzva az A terület lapján, mely az A gyűrűterületet áthasítva a végtelenbe nyúló térrészben végződik, e vonalat az A területtel egyetemben forgatom φ szögnyivel, a midőn az A födi a B területet; e helyzetben átrajzolva a vonalat a B lapra azt l_2 -vel jelölöm. — Az l_1 és l_2 vonalaknak az A illetőleg B területeken fekvő részeit hozzácsatolva e területek határaihoz oly módon, hogy e vonaldarabokat hosszmentükben kettéhasítva gondolom, az A és B át vannak átalakítva olyan A és B területekké, a melyenek

az előző problémában adva voltak. Ugyanis az l_1 vonal mentén kijuthatnak a végtelenbe nyúló térrészbe az A' terület áthatása nélkül, és az l_2 vonal mentén a B' áthatása nélkül. Ez a probléma tehát a 4. alattira van visszavezetve.

Megjegyzés. Ez általános megoldása azon esetnek is, a midőn az A és B területek kölcsönös forgás-középpontja belsejükben fekszik; a szerkesztés ekkor tökéletesen ugyanaz. Ha az A és B területek egyszerűen összefüggők, (és speciális kölcsönös helyzet mellett máskor is) egyszerűbb megoldást nyújt a következő szerkesztés. (15. ábra.)

Legyenek pl. A és B egyszerűen összefüggő egybevágó területek, melyek kölcsönös forgás-középpontja O közös K területükön fekszik. A kerületek metszéspontjai között legyen M_1 az, a melynél közelebb az O ponthoz egyik se fekszik. Az OM_1 sugárral leírva az O pontból egy kört, e vonal mentén vezetett metszéssel két részre osztom az A és B területeket: az A és B -nek a körön kívül eső részei legyenek A_1 , illetőleg B_1 , — a körön belül eső részei pedig A_2 illetőleg B_2 . Az A_1 és B_1 területekre nézve kölcsönös forgás-középpontjuk külső pont lévén, nem közös részeik az 1. alatt leírt módszerrel feloszthatók véges számú kölcsönösen egybevágó részekre; — e részek jelen esetben S_0, S_1, S_2, S_3 , illetőleg T_0, T_1, T_2, T_3 . Más részről az A_2 és B_1 körterületek nem közös részei S_4 és T_4 már is egybevágók. Ha ugyanis φ azon szög, melylyel az A -t elforgatva az O körül, ez fűdi a B idomot, akkor az S_4 és T_4 -nek a látszóge az O -ból $M_1OQ = POM_1 = \varphi_1$; továbbá M_1P és QM_1 az A és B idomok kerületeinek homolog ívei lévén, — még ha esetleg több darabból állnának is, — egybevágók; ezek folytán a T_4 elforgatva φ szögnivel kerületének úgy ezen PM_1 részei mint a körív részei fűdik az S_4 idom kerületének imént nevezett M_1Q részeit illetőleg körív részeit. Az S_4 véges terület összes területe így a T_4 véges terület kerületét fűdven, a két terület egybevágó.

Ha a körmetszés sugara kisebb OM_1 -nél, de a kör átvágja az A idom kerületét, akkor a szerkesztés teljesen ugyanazon eljárással végezhető; azonban kevésbé egyszerű az eredmény, a mennyiben a nyert darabok száma nagyobb lesz. Ha a körmetszés sugara nagyobb mint OM_1 , és a körvonal az M_1 pontot elválasztja az A és B idomok karimáinak többi metszéspontjaitól — ábránkban az

M_2 -től, — akkor a körön kívül eső A_1 és B_1 részek nem közös területei ugyanazon eljárással oszthatók fel kölcsönösen egybevágó darabokra, mint az imént a körön belül eső A_2 és B_2 részek nem közös területei pedig következőképen: Az A_2 és B_2 idomok közös területét K_2 -t elforgatva $-\varphi, -2\varphi, -3\varphi, \dots$ szögnyivel, az egyes lépések után felrajzolom kerületének a T terület fölé eső részét ezen T területre; hasonlóképen a K_2 idomot elforgatva $+\varphi, +2\varphi, +3\varphi, \dots$ szögnyivel, az egyes lépések után felrajzolom kerületének az S idom fölé eső részét ezen S területre. Az eljárást addig folytatva, a míg egyszer a K_2 kerületének egy darabja sem esik a T illetve S területek *belsejébe*, az S és T véges számú egybevágó részekre oszthatnak fel. Hogy az eljárás mindig véges számú lépés után célhoz vezet, azt ép úgy lehet bebizonyítani, mint az 1. alatt.

6. Az 1., 2., 3., 4. és 5. alatt leírt szerkesztések alkalmazásával két egyenlő értelemben egybevágó síkidom fölosztható kölcsönösen egybevágó területekre, ha az adott idomok kölcsönös forgásközéppontja bárhol fekszik is. A felosztásnál alkalmazott segédeszköz, legfeljebb a középpontot a területből eltávolító keresztmetszéken kívül, egyes-egyedül az adott idomok közös részeinek azon φ szöggel való ismételt elforgatása volt, melylyel az egyik idom a középpont körül elforgatva a másikat födi. Ha az adott területek parallel-eltolással hozhatók fődésbe, akkor nyilvánvaló, hogy az állandó szöggel való elforgatás helyébe az adott parallel-eltolás ismételt alkalmazása lépven, a nem közös területeknek véges számú egybevágó részekre való felosztása az 1., 2., 3. és 4. alatt tárgyalt eljárással mindig végezhető. Áttérek azon esetre, a midőn az *adott területek ellenkező értelemben egybevágók*.

Legyen adva két ellenkező értelemben egybevágó síkidom A és B , melyeknek van közös területük.

I. Legyen t a két idom kölcsönös forgástengelye (16. ábra); ezen t körül az A illetőleg B átforgatva létrejön az A illetve B symmetria-idoma A' illetőleg B' ; ezen t irányában eszközölt t_1 nagyságú parallel-eltolás az A' -t fődésbe hozza a B idommal és ellenkező irányban eszközölt t_1 nagyságú parallel-eltolás a B' -t fődésbe hozza az A -val. Az adott A és B idomok nem közös részei feloszthatnak az A' és B' idomok kerületei által S_1, S_2, S_3, S_4 illetőleg $T_1, T_2,$

T_3 , T_4 darabokra: értem S_1 és T_1 alatt az A' és B' idomokkal is közös területrészeket; S_2 és T_2 alatt a csak A' illetőleg B' -sal közöset; S_4 és T_4 alatt csak a B' illetőleg A' -sal közöset; végül S_3 és T_3 alatt a sem A' , sem B' -sal nem közös területrészeket.

Minthogy S_4 és T_4 egymásnak symmetria idomai, tehát $S_4 \cong T_4$, csak az $S_1 + S_2 + S_3$ és $T_1 + T_2 + T_3$ területek oszthatók fel kölcsönösen egybevágó részekre.

Jelöljük az S_3 és T_1 symmetria idomait S'_3 illetve T'_1 -sal, úgy hogy $S'_3 \cong S_3$ és $T'_1 \cong T_1$, akkor a feladat megoldása visszavihető az $S_1 + S_2 + S'_3$ és $T'_1 + T_2 + T_3$ területeknek kölcsönösen egybevágó részekre való felosztására. Ámde ezek a területek az A' és B' egyenlő értelemben egybevágó idomok nem közös részei; tekintettel tehát arra, hogy az A' fődésbe hozható a B' -vel a t irányában való t_1 hosszúságú eltolással, a megkívánt felosztás elvégezhető ezen eltolás és ellenkezőjének ismételt alkalmazásával az A' és B' idomok közös területére. És ha egyszer ez a felosztás eszközölve van, akkor az S'_3 és T'_1 osztályrészei átviendők az S_3 illetve T_1 -re, a mi a t körül való átforgatásukkal eszközölhető.

Be van tehát bizonyítva, hogy a feladat megoldható az A és B idomok kölcsönös helyzete által megadott t_1 parallel-eltolás és az átforgatás processusának ismételt alkalmazásával.

II. Az A' és B' symmetria idomok szerkesztése nélkül is elvégezhető a felosztás a következő módon: (17. ábra.)

Legyenek az A , illetőleg B közös K részének az A , illetőleg B idomok belsejében fekvő határvonalai a_1 , illetőleg b_1 . Az A és B területeket a rájuk rajzolt a_1 , illetőleg b_1 vonalakkal együtt külön lapokon (a leírás könnyítése céljából átlátszó papirlapok) rajzoltaknak gondolva, hozzuk őket egymással fődésbe; rajzoljuk át e fődés helyzetében a b_1 vonalat az A lapra és az a_1 -t a B lapra; az így nyert vonalakat jelöljük a' illetőleg b' -sal. Két eset lehetséges: vagy nem fekszik ezen a' és b' vonalaknak egy része sem a K területeken, vagy fekszik rájuk.

Első esetben az a' és b' már felosztják az A és B idomok nem közös területeit kölcsönösen egybevágó részekre.

Második esetben hozzuk az A és B lapokat eredeti kölcsönös helyzetükbe, melyben az A lapon levő K idom födi a B lapon levő K idomot; rajzoljuk át a b' , illetőleg a' vonalakat az A , illetőleg B

lapra; és jelöljük a most nyert vonalakat a_2 , illetőleg b_2 -vel. Ismét a fődés helyzetébe hozva az A és B idomokat átrajzoljuk ezen b_1 és a_1 vonalakat az A illetve B lapra; és jelöljük a nyert vonalakat a'' , illetőleg b'' -vel. Megint két eset lehetséges: vagy nem fekszik ezen a'' és b'' vonalak egy része sem a K területeken, vagy fekszik rajtuk.

Első esetben az a' a'' és b' , b'' már felosztják az A és B idomok nem közös területeit kölcsönösen egybevágó részekre.

Második esetben ismételten eredeti kölcsönös helyzetükbe hozva az A és B idomokat, folytassuk a leírt eljárást. Véges n számú lépés után be kell következni, hogy az A és B lapokra utoljára rajzolt a^n és b^n vonalaknak már egy része sem hasítja át az idomok K területeit, és ekkor az A és B idomok nem közös részeinek kölcsönösen egybevágó területekre vannak felosztva az a' , a'' , \dots , $a^{(n-1)}$, $a^{(n)}$ illetve b' , b'' , \dots , $b^{(n-1)}$, $b^{(n)}$ vonalak által.

Bizonyítás. A két adott idom közös K területének összes határait alkotják az A lapon a_1 és a , a B lapon pedig b_1 és b ; akkor az eredeti kölcsönös fekvésben

$$a_1 \equiv b \text{ és } b_1 \equiv a.$$

Szerkesztés értelmében az *átforgatott* b_1 egybevágó az a' -sal; tehát az a , mely az eredeti fekvésű b_1 -gyel egyenlő értelemben egybevágó, az a' -sal ellenkező értelemben egybevágó. — Ép úgy a b ellenkező értelemben egybevágó a b' -sal.

Második lépésben az eredeti kölcsönös helyzetben rajzolt b_2 egybevágó a a' vonal egy bizonyos részével; az *átforgatott* b_2 pedig egybevágó a'' -vel; minélfogva a'' ellenkező értelemben egybevágó az a' -nak ama bizonyos részével. Ámde ez az a' , miként kimutattuk, az a vonallal ellenkező értelemben egybevágó. *Következőképen az a'' vonal egyenlő értelemben egybevágó az a vonal egy bizonyos darabjával.* — Ép így a b'' vonal egyenlő értelemben egybevágó az a vonal egy bizonyos darabjával.

Miután pedig az a'' (illetőleg b'') létrejött az a (illetőleg b) vonal e darabjának kétszer való *átforgatása és eltolása* által, tehát az a'' (b'') *el van tolva* az a (b) ama darabjához képest $2t_1$ -gyel.

Hasonlóképp mondhatjuk általánosan, hogy az

$$\begin{aligned} a^{2n} &, a^{2n-2}, \dots, a^{IV}, a'', a \\ b^{2n} &, b^{2n-2}, \dots, b^{IV}, b'', b \\ a^{2n-1} &, a^{2n-3}, \dots, a''', a' \\ b^{2n-1} &, b^{2n-3}, \dots, b''', b' \end{aligned}$$

vonaldarabok közül mindegyik a sorjában mindjárt utána következő képest $2t_1$ -gyel el van tolvá.

De ebből következik, hogy a sorok tagjainak száma csak véges lehet; mert hiszen $2t_1$ nagyságú parallel-eltolás ismételt alkalmaszva az a, a' avagy b, b' vonalakra, véges számú lépés után a vonal elhagyja az A , illetőleg B rajzlapot. Más szóval a szerkesztés *véges* számú lépésben történik.

Legyen már mostan az a , illetőleg b vonalakkal felosztott A és B idomok közös területének egy ilyen osztályrésze A_j , illetőleg B_{j_2} ; a nem közös területek részei pedig jelöltessenek S_j , illetőleg T_{j_2} -vel. Az a és b vonalak szerkesztésnél fogva fődik egymást úgy *az eredeti*, mint a *födési* helyzetben. Ennélfogva mindenik S_j -hez van vagy egy B_{j_2} , vagy egy T_j , mely a fődés helyzetében vele összeesik. Második esetben

$$S_j \cong T_j.$$

Első esetben kell lenni egy A_j idomnak, mely a B_{j_1} -gyel összeeső az eredeti kölcsönös helyzetben. Már most ezen A_{j_1} a fődési helyzetben vagy egy T_j idomot főd vagy egy B_{j_2} -t. Első esetben $T_j \cong S_j$; második esetben a következtetést ismételve, nyilvánvaló, hogy mindenik S_j -hez egyetlen egy T_j tartozik, mely vele egybevágó.

Mert legyenek

$$\begin{aligned} A_{j_1}, A_{j_2}, A_{j_3}, \dots & \quad A_{j_n} \\ B_{j_1}, B_{j_2}, B_{j_3}, \dots & \quad B_{j_n} \end{aligned}$$

az A , illetőleg B lap K területein fekvő azon *összes* idomok, melyek közül A_{j_i} összeesik a B_{j_i} -vel az eredeti kölcsönös helyzetben és a $B+j_{i+1}$ -gyel a fődési helyzetben. A sorokban helyet foglaló tagoknak véges számban kell lenniök, minthogy a K terület egy meghatározott darabja ugyanabban a sorban csak *egyszer* fordul elő, a darabok száma pedig véges.

Ámde a fődés helyzetében

$$A_{j_1} \equiv B_{j_2}, A_{j_2} \equiv B_{j_3}, \dots, A_{j_{n-1}} \equiv B_{j_n}$$

és S_j födi a B_{j_1} -et; ennek folytán az A_{j_n} , mely nem födi a

$$B_{j_1}, B_{j_2}, B_{j_3}, \dots, B_{j_n}$$

területek egyikét sem, vagy egy T_j területet föd vagy egy $B_{j_{n+1}}$ -et.

De az utóbbi eset lehetetlen, minthogy akkor kellene léteznie egy A_{n+1} területnek is, mely az eredeti kölcsönös helyzetben födi a B_{n+1} -et, a mi ellenkezik avval a föltevessel, hogy az

$$A_{j_1}, A_{j_2}, A_{j_3}, \dots, A_{j_n}$$

$$B_{j_1}, B_{j_2}, B_{j_3}, \dots, B_{j_n}$$

az összes e helyzetben összeeső idomok. Marad tehát, hogy $S_j \cong T_j$ vagyis mindenik S_j -hez tartozik *egyetlen egy* vele egybevágó darabja a T területnek. Minthogy megfordítva mindenik T_j -hez is csak egy darabja tartozik a T területnek, a szerkesztés helyessége végleg be van bizonyítva.

7. *Két egybevágó területből, A- és B-ből kivágva egybevágó területeket, a maradékok kölcsönösen végszerűen egyenlők.*

Ezen tétel speciális esete az 1. §. 6. alatt bebizonyítotttnak. A maradékok felosztását kölcsönösen egybevágó részekre ΒΟΛΥΑΙ következőképen végzi áthelyezésekkel, illetőleg viszi vissza két egybevágó terület nem közös részeinek fölosztására.

Legyen az **A** területből az A kivágása után fenmaradó terület P ; hasonlóképen a **B**-ből a B -nek kivágása után fenmaradó terület Q . Az **A**, A és **B**, B idomot két külön lapon fekvőknek gondolva áthelyezem az **A**, A lapot a **B**, B lapra oly módon hogy az **A** kerülete födje a **B** kerületét, — és e helyzetben felrajzolom az A kerületét a **B** lapra valamint a B kerületét az **A** lapra; jelölöm az így rajzolt vonalak által bezárt területeket sorban A' illetve B' -sal, úgy hogy

$$A \cong B \cong A' \cong B'.$$

Két eset lehetséges: vagy van az A és B' -nak közös terület-része vagy nincsen.

Első esetben (18. ábra) a P és Q területeket már fel is osztottuk kölcsönösen egybevágó részekre. Az a terület ugyanis, a mely



a P -ből fennmarad a B' kivágása után, egybevágó avval a területtel, a mely a Q -ből fennmarad az A' kivágása után.

A második esetben (19. ábra) legyen az A és B' közös területe P_1 és nem közös területeik S , illetőleg T ; hasonlóképen az A' és B közös területe Q_1 és nem közös területeik S' , illetőleg T ; végül az A és B területeknek az a része, a mely az összes imént nevezett K_1, S, T' illetőleg K_2, S', T daraboknak kivágása után fennmarad, legyen P_2 , illetőleg Q_2 . Nyilvánvaló, hogy $P_1 \cong Q_1$ és $P_2 \cong Q_2$; e területek ugyanis az A és B idomok fődési helyzetében épen fődik egymást a szerkesztésnél fogva. Más részről a P két részből áll: a P_2 és T' területekből; és a Q is két részből: a Q_2 és S' területekből. Így tehát a $P_2 \cong Q_2$ folytán a feladat vissza van vezetve az S' és T' területeknek kölcsönösen egybevágó részekre való felosztására. Ámde $S' \cong S$ lévén ez a feladat azonos az S és T' területeknek ilyen részekre való felosztásával. Miután pedig S és T' nem egyebek az A és vele egybevágó B' területek nem közös részeinél, tehát a feladat vissza vezetett azon szerkesztésekre, melyeket ezen §-ban már leírtam, — szerkesztésekre, melyek az adott idomok ismételt áthelyezésével történnek.

Ugyancsak ismételt áthelyezések alkalmazásával bebizonyítható az 1. §. 7. alatti tétel is, mely szerint:

Két végszerűen egyenlő területből végszerűen egyenlő részeket kivágva a fennmaradó területek is végszerűen egyenlők.

8. *Két ellenkező értelemben egybevágó egyenes oldalú háromszög földarabolható részekre, melyek kölcsönösen fődésbe hozhatók ugyanazon egy középpont körül való forgatással.*

Messék át egymást AC' és $A'C$ egyenesek egy B pontban, mely A és C' és egyúttal A' és C között fekvődvén (20. ábra).

$$AB = A'B \text{ és } BC = BC',$$

és kössük össze az A és C valamint A' és C' pontokat. Akkor ABC és $A'BC'$ háromszögek ellenkező értelemben egybevágók. Más részről bármely ellenkező értelemben egybevágó háromszög-pár az ábrában föltüntetett kölcsönös helyzetbe hozható.

Felezve e háromszögek C és C' csücsoknál levő belszögeit, legyen a felező egyenesek metszéspontja O ; e pont középpontja az ABC és $A'BC'$ háromszögek minden oldalát érintő körnek.

Vonjuk meg $OD=OD'=OE=OE'$ sugárral az érintő kört és vegyük szemügyre azt az idomot, melyet egy részről a $DD'E$ körív más részről az ACE tört vonal határol. Ezen szögterületet elforgatva az O körül, a míg a C csúcs födi a C' csúcsot, mely helyzetben $D'EE'$ körív és $D'C'E'$ tört vonal határolja, a két szögterület nem közös területei ezen §. 1. száma alatt leírt eljárással fölosztatnak kölcsönösen egybevágó részekre. Az $OA=OA'$ sugárral leírt körívek befejezik a két háromszög beosztását kölcsönösen egybevágó részekre, melyek az O pont körül $COC'=\varphi$, illetve $2\varphi, 3\varphi, \dots$ szögnyivel forgatva födésbe jönek.

A szerkesztés közvetlenül átvihető symmetrice egyenlő sokszögek és analog szerkesztés alkalmazható symmetrice egyenlő gulák fölosztására.

ELŐZETES JELENTÉS
A TOJÁS FESTŐANYAGA ÉS A CHOLESTERIN KÖZÖTT
VALÓSZÍNŰLEG FENNÁLLÓ ÖSSZEFÜGGÉSRŐL.

LIEBERMANN LEÓ-tól.

Ha cholerestin híg chloroformos oldatát koncentrált kénsavval rázzuk, az ismeretes színváltozások állanak elő; a folyadék előbb sárga, majd narancsszínű, ibolyásbarna, végre barna lesz és erősen fluoreskál sárgába.

Hosszabb idő múlva a folyadék zöldesbarna, olivaszint ölt s ezen szín állandó, azaz a fény behatása alatt nem változik, hanem csak akkor, ha újra konz. kénsav vagy más vegyszerek behatásának teszszük ki.

Ez az oldat a spektrumban egy széles csíkot ad F' -nél, 19.5—21 között ($Na=15$).

Ezen csík teljesen megfelel az ú. n. *vitellorubin* csikjának (MALY).¹

Erről hamar meg lehet győződni, ha szárított tojássárgát kivonunk chloroformmal és ezen chloroformos oldatot chloroformmal felhígítjuk, míg a koleszterinből nyert festanyagoldattal egyenlő töménységűnek látszik.²

Ha a tojásszíket kivonjuk alkohollal, az alkoholos kivonatot MALY szerint lecsapjuk barytvízzel, a vöröses-sárga csapadékot újra kivonjuk kénsavas alkohollal, az alkoholos kivonatot kalival elszápanosítjuk a zsírrészek eltávolítása végett és a szappant kivonjuk chloroformmal, ismét olyan oldatot nyerünk, melynek spektruma

¹ Ueber Dotterpigmente. Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien. Bd. LXXXIII. II. Abth. Mai.

² Azt véltem észrevenni, hogy a tojás sárgájának beszárítása alkalmával a vitellobutein átváltozik vitellorubinná, mert már alig mutatja a chloroformos oldat az előbbinek spektrumát.

teljesen megfelel a cholesterinből nyert festőanyagoldat spektrumának. A két oldat egyenlőre hígítva chloroformmal *még színárnyalatban is annyira hasonlít egymáshoz, hogy a kettőt nem lehet megkülönböztetni.*

Egyformán viselkedik ez a két oldat akkor is, ha egyenlő mennyiségben tovább kezeljük (rázzuk) konc. kénsavval.

A kénsav leülepedése és kis ideig való állása után, a chloroformos oldat violaszínű, és ezen violaszínű (színárnyalatban azonban már sokszor kissé eltérő) oldatok, melyek sárgába fluoreskálnak, ismét hasonló spektrumot adnak, t. i. 15—16 között meglehetősen erős csíkot, 18-nál egy gyenge vonalat és 21—22 között egy széles gyenge árnyékot. ($Na=15$).

Ha a violaszínű chloroformoldatokat chloroformmal hígítjuk, a violaszín eltűnik és a folyadék igen gyenge sárga színt mutat. Ez a sárgás oldat újra konc. kénsavval rázva, körülbelől ismét visszakapja előbbi színét.

Így viselkedik, mondom, úgy a cholesterinből mint a szikból nyert festőanyag.

Igen valószínűnek tartom ezek után, hogy a vitellorubin (s valószínűleg a másik tojásfestőanyag is) a cholesterinből képződik, s ezen véleményben megerősít azon nevezetes, MALY által konstatált tény, hogy a vitellorubin nem tartalmaz sem vasat, sem nitrogént.

Megjegyzem még, hogy a cholesterinből egy zöld (olivzöld) festőanyagot állítottam elő szilárd állapotban, melynek vizsgálata azonban még folyamatban van.

A KÉNSAV MEGHATÁROZÁSÁNAK ÚJ ELVEN ALAPULÓ MÓDSZERE.

LIEBERMANN LEÓ-tól.

Dr. Bittó Béla kísérletei után.

Ha valamely chemiai vegyület vagy elem egy másik vegyülettel vagy elemmel állandó összetételű és fajsúlyú csapadék alakjában, quantitative kiesik oldatából, akkor annak mennyisége meghatározható a csapadékot magában foglaló ismert térfogatú folyadék és az erről leszűrt folyadék, az előbbinek térfogatára számított súlyából, illetőleg ezen két egyenlő térfogatú folyadék súlykülönbségéből.

Mérjük le egy tarált ismert térfogatú (pl. 100 cm.³-es) lombikban néhány grammot egy vízben oldható kénsavas sóból, vagy olyan vegyületből, melynek kénsavtartalmát meg akarjuk határozni. Oldjuk fel aztán ugyancsak abban a lombikban lehetőleg kevés vízben, tegyünk aztán hozzá néhány csepp sósavat vagy légenysavat és csapjuk le tömény chlorbaryumoldattal. Ezután higítsuk fel a lombik márkájáig és mérjük le az egészet a mérlegen. Az így talált súlyból vonjuk le a lombik táróját s a maradékot nevezzük *S*-nek.

Szűrjük le most a csapadékot s határozzuk meg a tiszta szűrlet fajsúlyát pykrometerben. Ezt a fajsúlyt nevezzük *f*-nek, s számítsuk ki ebből, hogy 100 cm.-nek, vagy általában az előbbi lombik térfogatának megfelelő folyadékmennyiségnek mi a súlya — egyszerűen úgy, hogy azt a térfogatot a szűrlet fajsúlyával szorozzuk s ezt a súlyt (a szűrlet súlyát) nevezzük *s*-nek.

Ekkor *S*—*s*, azaz a csapadékot még magában foglaló folyadék, s ennek ugyanazon térfogatra számított szűrletének súlykülönbsége úgy viszonylik a csapadék abszolút súlyához, mint a szűrlet és csapadék fajsúlykülönbsége a csapadék fajsúlyához.

Nevezzük a csapadék abszolút súlyát *P*-nek, ennek fajsúlyát

f' -nek, s a szűrlet fajsúlyát mint már előbb mondtuk f -nek, akkor a csapadék keresett súlya

$$P = \frac{(S-s) \cdot f'}{f' - f}$$

A kénsav meghatározásnál vasgáliczban pl. következő eredményeket nyertünk:

Leméretett 3·0214 [FeSO₄+7H₂O] egy lombikban, melynek térfogata 51·0467 ccm.

Vízben oldás, sósavval való megsavanyítás, chlorbaryummal való lecsapás és vízzel 51·0467 ccm.re való tágítás után a csapadékot tartalmazó folyadék súlya (a lombik tárájának levonása után) volt 54·8982 grm. (S).

A folyadék és csapadék kiürítettett, keményítő hozzátétele és felkavarás után leszűretett s meghatározottat pykrometerben a szűrlet fajsúlya, a mely 1·0377-nek találtatott, a szűrlet 51·0467 köbezcentiméterének súlya tehát 51·0467 + 1·0377 = 52·971 (s).

A kénsavas baryum fajsúlya 4·33 (f').

Most már minden adattal rendelkezünk a kénsavas baryum súlyának megállapítására. Helyettesítsünk tehát a fentebbi egyenletbe.

$$P = \frac{(54 \cdot 8982 - 52 \cdot 971) + 4 \cdot 33}{4 \cdot 33 - 1 \cdot 0377} = 2 \cdot 534 \text{ grm.}$$

= 1·0658 grm. H₂SO₄ vagyis a 3·0214 gr. vasgálicz 35·27 %-a. (A theoria szerint pedig tartalmaz 35·25 %-ot).

*

A kénsavmeghatározás kivitelét illetőleg álljanak itt főleg a következő megjegyzések:

1. A kénsavas oldatok lecsapása, illetőleg a csapadékot tartalmazó folyadékok mérése olyan pykrométerekben történik, melyeknek nyaka egy rákőszőrült, csövecskével ellátott, a lombik nyakát kívülről körülfogó süveggel van ellátva, mint a melyet «egy új módszere a súlymeghatározásnak» című közleményemben leírtam. Ezen mérőedény megtöltése is az ott leírt módon történik.

A fent említett pykrométerek a kénsavmeghatározásoknál kisebb ürtartalmúak is lehetnek mint 100 cm., általában véve azonban jobb eredményeket kapunk nagyobbakkal, hol több anyagot használhatunk.

2. Azon kénsavmennyiség, melylyel még jó eredményeket

lehet elérni, körülbelül 0·2—0·15 grm. Körülbelül 0·05 grm-nyi mennyiséggel már nem kapunk használható eredményt.

3. A csapadékot tartalmazó folyadék kiürítése igen könnyen és minden veszteség nélkül megy, ha a pykrométer süvegét kehely pohár felett vesszük ki vízszintes irányban.

4. A folyadékhoz szűrés előtt egy jó tollkéshegynyi, talán egy köbcentimeter tiszta keményítőt keverünk. A kénsavas barytról akkor hidegen jól lehet leszűrni, a mint ezt már sok év előtt közölte.¹ A keményítő hozzátétele a szűrlet fajsúlyára alig van befolyással. Ha az első cseppek nem tiszták, minden esetre tiszták a későbbiek.

5. A szűrlet fajsúlyának meghatározására lehető *kis* pykrométereket használjunk, hogy beérjük a szűrlet lehető kis részével.

Mint hogy az egész kénsavmeghatározást már $\frac{1}{2}$, de legrosszabb esetben egy óra alatt el lehet végezni, a hőmérséki viszonyok nem változnak annyira, hogy azokat számításba kellene venni, de arra mégis ügyelni kell, hogy azon hőmérsék, melynél a pykrométer térfogata vízzel meg lett állapítva, ne térjen el többel, mint 1—2 fok C-vel a kísérletnél mutatkozó hőmérséktől. Mindenesetre meg kell tehát mérni a folyadék hőmérsékét, s annak térfogatát szükség esetén redukálni, ha a pykrométer térfogatának meghatározása nem ugyanazon időben történt.

7. Hogy a lombikokat a néha erősen tapadó csapadéktól megtisztítsuk, czélszerű, a mint Dr. Birtó találta, üvegport használni.

8. A kénsavas baryum fajsúlyát a kiszámításoknál mindig 4·33-nak vesszük fel.

Különösen ki kell emelni, hogy a baryum meghatározására kénsavval ezen fajsúlyszámot nem lehet alkalmazni. Azt találtuk, hogy a baryumoldatokból kénsavval kicsapott vegyület magasabb fajsúlyú s külsőleg is más kinézésű mint a megfordított úton nyert. A baryum meghatározásánál ajánlandó eljárásra nézve még nem jutottunk megállapodásra.

*

Álljanak itt végre a kísérletekre vonatkozó analytikus adatok.

¹ Zeitschr. f. Analyt. Chemie 1875, p. 359.

A kísérlet sor-száma	A vizsgált anyag és annak mennyisége	Theoretikus érték százeledekben	A közművelés stílytelmző mód-lyal érték	Az új módszerrel nyert érték	Közép-érték az új módszerrel	A talált H_2SO_4 mennyiség grammban	A talált H_2SO_4 mennyiség grammban az új módszerrel
1	5 cm ³ normál kénsav	4.9	4.96	4.98	4.977	0.248	0.249
2	„	„	5.06	4.974	4.977	0.2531	0.2487
3	„	„	„	4.86	4.928	—	—
4	„	„	„	4.996	4.928	—	—
5	10 cm ³ normál kénsav	„	„	4.84	4.84	—	0.484
6	„	„	„	4.84	4.84	—	„
7	5 cm ³ rézvitriol-oldat	2.74	2.85	2.792	2.83	0.1439	0.1396
8	„	„	„	2.86	2.83	0.1413	0.143
9	Keverék, mely állott 50cm ³ norm. kénsav, 50cm ³ viz, 5 gm NaCl, 5 gm KNO ₃	2.45	2.51	2.76	2.73	0.126; 5cm ³ -ből	0.1381
10	„	„	„	2.76	2.73	0.1380	0.1380
11	„	„	„	2.75	2.73	0.2748	0.2748
12	„ 5 gm Na ₂ HPO ₄	„	„	2.66	2.73	0.251; 10cm ³ -ből	0.2661
13	Mohr-féle só 0.1472 gm.	50.0	50.74	49.59	49.90	0.0730	0.0730
14	„ 0.1925 „	„	„	50.22	49.90	0.0967	0.0967
15	Vasvitriol 3.0914 „	35.25	36.67	35.27	35.31	1.0658	1.0658
16	„ 2.4387 „	„	36.12	31.96	35.31	0.8527	0.8527
17	„ 3.1564 „	„	—	35.72	35.31	1.1277	1.1277
18	Kaliumsó 5.1757 „	41.37	41.81	40.86	—	—	2.1152
19	„ „	„	42.23	42.02	—	—	—
20	„ 8.4829 „	„	„	41.38	—	—	3.4882
21	„ 6.798 „	„	„	41.47	41.39	—	2.8104
22	„ 8.0887 „	„	„	41.26	41.39	—	3.3377
23	„ 8.221 „	„	„	41.44	41.39	—	3.4069
24	Rézvitriol 9.5656 „	39.27	40.04	40.91	40.87	—	3.9146
25	„ 9.1829 „	„	40.00	40.73	40.87	—	3.7408
26	„ 8.5159 „	„	—	40.98	40.87	—	3.4898

SZILÁRD ANYAGOK FAJSÚLYÁNAK ÚJ MEGHATÁROZÁSI MÓDJA.

LIEBERMANN LEO-tól.

Minden olyan elem vagy ismert összetételű vegyület fajsúlyát, mely oldatból quantitative kicsapható, meg lehet határozni úgy, hogy a lemért anyag oldatában, meghatározott súlyú és térfogatú edényben előállítjuk a csapadékot, a folyadékot vízzel felhigítjuk az edény márkájáig, a mérlegem lemérjük, majd leszűrve a csapadékról, a szűrlet fajsúlyát meghatározzuk.

Tegyük fel hogy egy 100 cm^3 -es lombikot (L) használunk, melynek tárája x cm. Lássuk ezt pl. 10 cm^3 ismert töménységű kénsavval és csapjuk ezt le magában az L lombikban chlorbaryummal.

Töltsük fel a csapadékot tartalmazó folyadékot vízzel a lombik márkájáig és határozzuk meg L súlyát, mely legyen S . Akkor $S-x$ a folyadék és csapadék súlya együtt.

Leszűrve a folyadék egy részét, pykrométerben meghatározzuk fajsúlyát (f), melyből közvetlenül megtudjuk 100 cm^3 , vagy egyáltalában az L -nek nevezett lombik térfogatának megfelelő *szűrletvolum* súlyát, melyet s -nek nevezünk, ha azon köbcentiméterekben kifejezett térfogatot a fajsúlylyal sokszorozzuk. $S-s$ akkor nem egyéb mint a csapadék súlya (P) azon folyadékvolum súlyának levonásával, melyet ezen csapadék kiszorított. Ennek súlya legyen p . Tehát:

$$S-s = P-p.$$

A csapadék P abszolút súlyát ismerem, mert kiszámítottam, hogy a felvett példa szerint egy bizonyos mennyiségű kénsav mennyi kénsavas baryumot ad. Tehát ezen kénsavas baryum mennyiség *térfogatának* s zzel természetesen fajsúlyának kiszámítására nem kell egyebet tudni, mint azt, hogy mennyi a p , és hogy p -nek,

azaz a csapadék által kiszorított folyadékmennyiségnek mi a térfogata?

A p értéke természetesen következő:

$$p = P - (S - s).$$

és térfogata köbcéntiméterekben (v): (1)

$$v = \frac{p}{f}. \quad (2)$$

azaz a talált súly elosztva a szűrlet fajsúlyával.

A csapadék fajsúly (F) pedig:

$$F = \frac{P}{v} \quad (3)$$

Szolgáljon például a következő kísérlet.

Leméretett 5.1757 grm. kalitimsó $Al_2K_2(SO_4)_4 + 24H_2O$ egy olyan lombikban, melynek térfogata volt 97.226 cm., destillált vízzel meghatározva szobahőmérséknél (21—22° C.). Ugyanezen lombikban feloldatott destillált vízben; sósavval megsavanyítottatott és chlorbaryumoldattal lecsapatott. Ezután a márkáig felhígítva destillált vízzel leméretett. A lombik tárájának levonása után a csapadékot tartalmazó folyadék súlya $S = 105.0364$ grm.-nak találtatott.

Ezután a lombik tartalma óvatosan kehelypohárba ürítve és felkavarva, keményítő hozzáadása mellett, mely a szénsavas barytot szűrhetővé teszi, leszüretett és a szűrlet egy része fajsúlymeghatározásra használtatott pykrométerben.

Ezen szűrlet fajsúly $f = 1,041$ -nek találtatott.

Ebből kiszámítottatott, hogy ezen szűrlet 97,226 köbcéntiméter, azaz azon lombik térfogatának megfelelő súlya, melyben a lecsapás történt, mennyit nyom. $97,266 \times 1.041 = 101.2164 = s$.

$S - s$ (azaz $105.0364 - 101.2164$) tehát $= 3.820$.

Az (1) egyenlet felállítására még csak a keletkezett kénsavas baryum theoretikus súlyát (P) kell ismerni. 5.1757 grm. kalitimsó ad 5.0872 grm. kénsavas baryumot.

A csapadék által kiszorított folyadék súlya p tehát: $5.0872 - 3.820 = 1.2672$ grm.

Ennek térfogata a (2) egyenlet szerint:

$$v = \frac{1.2672}{1.041} = 1.2172 \text{ ccm.}$$

s a kénsavas baryum fajsúlya a (3) egyenlet szerint:

$$F = \frac{5.0872}{1.2172} = 4.18.$$

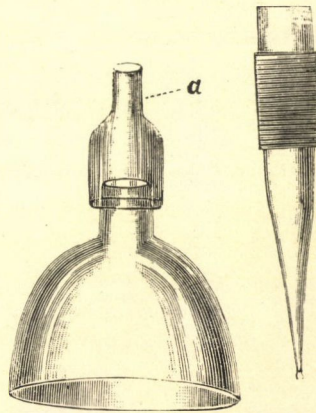
Megjegyzem, hogy a vázolt módon különböző sulfátokkal eszközölt számos, körülbelül 30 kísérlet átlagos eredménye az volt, hogy a kénsavas baryum fajsúlya 4.33, s hogy ugyanezt veszi fel LANDOLT* is, mint az eddigi fajsúly meghatározások átlagos eredményét, melyek a lecsapott baryumsulfátnál szerinte 4.022 és 4.527 között ingadoztak.

Az itteni kísérletek a megelőző közleményben vannak bővebben közölve.

A vázolt elven alapuló fajsúlymeghatározás kivitelére vonatkozólag megjegyzem, hogy a lecsapásra szolgáló lombikok folyadékának mindig egyenlő pontos beállítása a leglényegesebb dolog, lényegesebb mint 1—2 foknyi hőmérsék különbség, mely tapasztalataink szerint alig játszik szerepet.

A beállítást az elérhető legnagyobb pontossággal lehet végezni, ha pykrometereket használunk, melyeknek teteje a pykrométer nyakára (kivülről) és nem nyakába (azaz belsejére van csiszolva, a mint ezt a mellékelt ábra mutatja.

Teljes lecsapás után, mely mindig lehető tömény oldatokkal, a kénsavnál pl. 20%-os chlorbaryumoldattal történjék, a lombikot a nyakáig feltöltjük destillált vízzel, azután ráillesztjük a ráköszörlött tetejét és vékony, egy darab kautsukcsővel ellátott csepegtetőből, melynek végét kényelmesen lehet a tető *a* csövecskéjébe



* Physikalisch-chemische Tabellen. Berlin 1883, p. 90.

bedugni, vizet bocsátunk bele addig, míg elérte a csövecske nyílását. Ha egy cseppel több jutott bele, azt ujjunkkal lesimítjuk.

A lecsapásra és a csapadékot tartalmazó folyadék súlyának meghatározására szolgáló ezen lombik térfogatát elegendő úgy meghatározni, hogy azt közönséges hőmérséknél, t. i. annál, mellyel dolgozunk, destillált vízzel töltve lemérjük.

Czélszerű, ha térfogata nem kevesebb mint körülbelül 100 ccm., hogy lehetőleg sok anyagot, több grammot, lehessen használni, a mi kivált akkor fontos, midőn nem igen voluminosus csapadékokkal van dolgunk.

A folyadékot minden veszteség nélkül ki lehet üríteni, ha kehelyphár felett vesszük le a kis mérőlombik tetejét.

Ezen módszer lényeges előnyének tartom, hogy segítségével az anyagokat úgyszólván változatlan állapotban, úgy a hogy képződtek, vizsgáljuk. Sem mosás, sem szárítás stb. nem változtat rajtuk.

Dr. Bittó Béla segédemmel foglalkozunk ezen módszernek különböző anyagokra való alkalmazásával (fajsúlymeghatározásokkal), s kísérleteink már eddig is érdekes eredményeket ígérnek.

ADATOK A MÁSODLAGOS ÉS FOLTOS ELFAJULÁS TANÁHOZ.

Dr. SCHAFFER KÁROLY-tól.

(Kivonat.)

Szerző a hurokpálya (Schleifenschicht—Lemniscus) eddig csak csekély számú eset által illusztrált másodlagos elfajulásának két, és a kevésbé ismert gerincvelői foltos degeneratio egy esetét közli.

A hurokelfajulásra vonatkozó eseteinek elseje röviden az, hogy a jobboldali nyúltvelőben a hátsó kötelek magvai táján székelő magányos gümő tönkretéven a Goll- és Burdach-féle kötelek magvait, nem különben az ugyanazon oldali belső ívelt rostokat, a hurok keresztezett felhágó irányú degenerációját vonta maga után; míg a másik esetben egy magányos gümő a híd jobb felső felében foglalván helyet, tönkretette az e helyen lefutó hurok java részét ami másodlagos, aláfelé irányuló elfajulást létesített az ugyanazon oldali hurokban. Ismerteti azután ama rostozattani adatokat — a legújabb buvárlatok alapján —, melyekből a hurok fel- és leszálló irányú elfajulása értelmezhető.

A harmadik esetben tárgyalt foltos degeneratio adatai a következőkben foglalhatók össze. A Varol-féle híd alapi részében egy syphilitikus gümő foglal helyet, mely nem foglalja el teljesen a jobb pyramispályát, minek folytán csak tökéletlen loborelfajulás állott elő. A gerincvelőben e gummától függetlenül kétféle degenerati csík mutatkozik. Az egyik a jobb hátsó kötélen foglal helyet; kezdődik az I.—II. ágyéki ideg magasságában a hátsó szarv mellett és végződik a nyaki duzzanatban, a Goll-féle kötegben; a másik csík a VI. háti ideg magasságában kezdődik; elfoglalja mindkét mellső kötélbéli pyramist és végződik alul a II. lumbális ideg magasságában. Szerző e két csikos degeneratit az ágyéki velő jobb hátsó, illetőleg a háti velő jobb mellső kötelének említett, körülírt helyére kiterjedt táplálkozási zavarból (valószínűleg edényszűkítés syphilitikus endoarteriitis folytán) vezeti le.

A MESTERSÉGES KRYOLITH ÉS A FLUORALUMINIUM DISSOCIATIOJA.

Dr. ASBÓTH SÁNDOR, kereskedelmi akadémiai tanártól.

Alig van thema, a melylyel a chemikusok többet foglalkoznának, mint az *aluminium fémnek* olcsóbb módon való előállításával. Engem is megszállott ez eszme, papiroson szépen ki is dolgoztam, csak a kivitelre volt még szükség.

CL. WINKLER* kísérletei szerint a magnesium fém, mondhatni kisebb nagyobb energiával az összes fémeket képes vegyületeiből kiválasztani. Igen könnyen feltehető volt, hogy a tulajdonságaiban és chemiai hatásaiban közel rokon *czinkkel* részben hasonló eredményt fogok elérhetni.

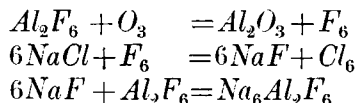
Ismeretes az, hogy a nátrium a konyhasóval kevert aluminiumchloridból vagy fluoridból fém aluminiumot képes kiválasztani; ha tehát a czink képes a nátriumchloridot redukálni, akkor az aluminium olcsóbb előállítási módja is megvan oldva. Az első kísérletet a következőképen hajtottam végre: Egy porcellántégelyben konyhasót, fluoraluminiumot és néhány darabka czinket megolvastottam és a fujtató lángjánál körülbelül 15 perczig hevitettem. Az olvadékot kihülése után forró vízzel kivontam és ekkor a fém darabkákon kívül *rózsaszínű pornemű tömeg maradt oldhatlanul vissza*. A vizes oldatban a konyhasón kívül timföldet és tetemes mennyiségű czinket találtam; jeléül annak, hogy itt redukezió állott be. A rózsaszínű oldhatlan rész aluminiumot, nátriumot, fluort és kevés vasat tartalmaz, *tehát valószínűleg kryolith*. A fémrészecskékben aluminiumot nem tudtam kimutatni.

Mivel az olvasztás nem volt tökéletes az elegyrészek sem érintkezhetek elég belsőleg egymással; a kísérletet akként módosítottam, hogy a tégelyben előbb konyhasót olvasztottam meg, s

* Chemiker-Zeitung Repert. 1890. 14. 49.

miután ez higfolyós lett, kis adagokban fluoraluminiumot tettem hozzá. Minden egyes adagoláskor erős gázfejlődés indult meg és e mellett *chlor szagot éreztem*. Ezen jelenségek folytán egyelőre felhagytam az aluminiumgyártás eszméjével, hogy az itt beálló chemiai folyamatot tanulmányozhassam.

Az olvadékot ismét kivontam forró vízzel és az oldhatlan rózsaszínű maradékot újra meganalizáltam; de ekkor sem kaptam más eredményt mint az előbbi esetben. Figyelembe véve az alkotórészeket, (*Na*, *Al*, *F* és valószínűleg *O*) a nátrium csak az esetben lehet az oldhatlan részben, ha az aluminiummal és fluorral van egyesülve, tehát ha kryolithot képez. Hogy pedig ez keletkezhesék, a konyhasónak fluornátriummá kell átalakulnia, vagyis valószínűleg a következő chemiai folyamatnak kell beállnia:



E chemiai folyamatok lehetősége mellett bizonyítanak a már említett qualitativ — és az alább közlendő quantitativ elemzések, továbbá azon körülmény, hogy midőn egy izben az olvasztást platinatégelyben eszközöltem, a tégelyből circa 0·05 g. veszett el és a vizes oldatban platinchloridot találtam.

A vízben oldhatlan rész chemiai alkatának megállapítása végett az egyes alkotórészeket quantitativ is meghatároztam.

Az *aluminium* és *nátrium* meghatározására a finoman szét-dörzsölt anyagból platinacsészében 0·3—0·5 grammot konc. kénsavval addig melegítettem, míg a tömeg a csészében beszáradt. Most a csésze tartalmát vízzel egy főzőpohárba mostam és hígított kénsavval addig főztem, míg a folyadék teljesen kitisztult, illetőleg, míg az anyag tökéletesen feloldódott.

Ez oldatból az aluminiumot fölösleges ammoniával az ismert módon leválasztottam és mint aluminiumoxydot lemértem. A szűrletet bepároltam és a maradékot enyhén addig melegítettem, míg az összes ammonisulfát elillant. A maradékot vízben oldva platina csészébe szűrtem és a folyadékot az ismert úton kezelve a nátriumot, mint nátriumsulfátot, lemértem.

Kétizben ugyanazon oldhatlan testben a *fluort* is meghatá-

rozta a FRESSENIUS által előírt módon a következőképen: 0·3—0·5 g. anyagot 4—5-szörös mennyiségű kálium-nátriumcarbonáttal platinatégelyben addig olvasztottam, míg a kezdetben pezsgő tömeg teljesen kisimult. Az olvadék vízzel kioldva és az oldhatlan résztől (*vasoxyd*, a mely külön is meghatározott) megsűrve a folyadék felforraltatott és calciumchloriddal addig kevertetett, a míg még csapadék keletkezett. A csapadék megsűrve, vízzel jól kimosva kiizzitatott és végül csekély fölöslegű eczetsavval kezelte. Az eczetsavas oldatot beszárítottam s aztán vízzel kifőzve, az oldhatlan maradékot, mint fluorcalciumot lemértem.

Az oldhatlan vegyület kis mennyiségű *kénsavat* is tartalmaz, a mely mint utólag meggyőződtem róla, a fluoraluminiumot tisztátalanítja. Ennek meghatározása végett a lemerő anyagot sósavval kifőztem, az oldatot megsűrtem s benne a kénsavat mint baryumsulfátot határoztam meg.

Az elemzés eredményei a következők:

a) Az anyag konyhasó, fluoraluminium és cink összeolvasztása által keletkezett. Találtam benne 28·73% aluminiumot és 15·40% nátriumot. Az utóbbi kryolithra átszámítva 46·88% felel meg.

b) Az anyagot a már vázolt második eljárás szerint készítetem. Találtam benne: 28·37% aluminiumot, 7·38% *vasoxydot*, 13·97% nátriumot, 28·80% fluort és 4·03% kénsavat.

Ezek megfelelőleg egymáshoz kapcsolva adnak:

42·52 %	---	---	---	---	---	<i>Na₆Al₂F₁₂</i>
8·42 "	---	---	---	---	---	<i>Al₂F₆</i>
38·21 "	---	---	---	---	---	<i>Al₂O₃</i>
7·38 "	---	---	---	---	---	<i>Fe₂O₃</i>
4·03 "	---	---	---	---	---	<i>SO₃</i>
<hr/>						
100·56 %						

c) Az anyag hasonlóképen előállítva adott: 26·99% aluminiumot, 7·38% *vasoxydot*, 13·95% nátriumot, 34·04% fluort és 4·15% kénsavat.

Az alkotórészek, mint *b*-nél csoportosítva adnak :

42·51 0/0	---	---	---	---	---	$Na_6Al_2F_{12}$
16·14 "	---	---	---	---	---	Al_2F_6
30·84 "	---	---	---	---	---	Al_2O_3
7·38 "	---	---	---	---	---	Fe_2O_3
4·15 "	---	---	---	---	---	SO_3
<hr/>						
101·02 0/0						

A kénsav valószínűleg, mint bazikus aluminiumsulfát fordul elő a vegyületben.

Csudálatos az, hogy az elemzési eredmények a külön-külön készített terményekben közel ugyanazok, pedig az egymásra ható anyagok mennyiségét egyszer sem mértem le. Úgy látszik a hevítés tartamának tulajdonítandó e megegyezés, mert minden esetben a tömeget csak addig melegítettem, míg a gázfejlődés, illetőleg míg a pezsgésmegszűnt. Legtöbb kryolith keletkezett azon esetben, a midőn az olvadátkban cink is foglaltatott. A cink ugyanis redukálhatta a nátriumchloridot, a minek eredménye fluornátrium és aluminiium volt. Az előbbi egyesült a fluoraluminiiummal, az utóbbit pedig a betóduló levegő oxydálta.

Az aluminiiumoxyd nagymérvű jelenlétét a keletkezett anyagban nem is magyarázhatom másképen, minthogy a cinkkeli olvasztásnál a redukált aluminiium elégett és hogy a *fluoraluminiium dissociált*, illetőleg fluort veszített el, hogy oxyddá alakulhasson át. Sajnálom, hogy jelenleg alkalmas eszközökkel nem rendelkezhetem, hogy e feltevésemet kézzel foghatólag is bebizonyíthassam, akkor bizonyára sikerülne is a fluor elemet tömegesen előállítani; de keresni fogom az alkalmat, hogy a még függőben levő kérdéseket megoldhassam s ezért e tekintetben a jogot magamnak továbbra is fentartom.

A rózsaszínű termény alaktalan, de ha erősen hevítjük, megolvadni látszik, szemcsés szerkezetet vesz fel és színét elveszti, fehérré változik.

A MÁSODRENDŰ FELÜLETEK OSZTÁLYOZÁSA.

VÁLYI GYULÁ-tól.

A térbeli Descartes-féle pontkoordinátákban másodfokú egyenlet geometriai értelmét és ezzel kapcsolatban a másodrendű felületek osztályozását minden térbeli geometriáról írott könyv tartalmazza. De nem találhatók meg bennök azon egyszerű kriteriumok, amelyek segítségével minden adott esetben könnyen meg lehessen határozni a felület faját.

Ezen a hiányon akar segíteni az itt összeállított táblázat.

A felület egyenletét:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_{12}xy + 2a_{14}xt + 2a_{24}yt + 2a_{34}zt + a_{44}t^2 = 0.$$

alakban veszem fel, a hol minden együttható valós és nem mindegyik $=0$.

$t=0$ a végtelenben fekvő sík egyenlete.

Legyen:

$$D = |a_{ik}|, \quad (a_{ik} = a_{ki}) \\ (i, k = 1, 2, 3, 4)$$

és A_{ik} az a_{ik} -hoz tartozó aldetemináns.

I.

$A_{44} \leq 0$ centrális felületek.

1. $a_{11}a_{22} - a_{22}^2 > 0, a_{11}A_{44} > 0.$

a) $D > 0$ képzetes ellipszoid.

b) $D = 0$ képzetes kúp.

c) $D < 0$ valós ellipszoid.

2. $a_{11}a_{22}^2 > 0$, $a_{11}A_{44} < 0$ vagy $a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \leq 0$.

a) $D > 0$ egyköpenyű hiporboloid.

b) $D = 0$ valós kúp.

c) $D > 0$ kétköpenyű hiperboloid.

II.

$A_{44} = 0$, $D \leq 0$ paraboloidok.

1. $D > 0$ hyperbolikus paraboloid.

2. $D < 0$ elliptikus paraboloid.

III.

$A_{44} = 0$, $D = 0$, de A_{11} , A_{22} , A_{33} között van el nem enyésző.
Hengerek.

1. A_{44} átlói aldeterminánsai között van el nem enyésző, és az > 0 .*

a) $a_{ii}A_{kk} \geq 0$ ($i, k = 1, 2, 3$) képzetes henger.

b) $a_{ii}A_{kk} \leq 0$ ($i, k = 1, 2, 3$) elliptikus henger.

2. A_{44} átlói aldeterminánsai között van el nem enyésző és az < 0 , hiperbolikus henger.

3. A_{44} minden átlói aldeterminánsa $= 0$, parabolikus henger.

IV.

$A_{11} = A_{22} = A_{33} = A_{44} = 0$, $D = 0$. Két sík.

1. A másodfokú átló aldeterminánsok között van el nem enyésző és az > 0 ; két képzetes sík.

2. A másodfokú átló aldeterminánsok között van el nem enyésző és az < 0 ; két valós sík.

3. A másodfokú átló aldeterminánsok mind elenyésznek; kétszeres sík.

* Ha több volna el nem enyésző, akkor azok egyenlő előjelűek, mert valós elemekből álló, elenyésző szimmetrikus determináns aldeterminánsai tudvalevőleg nem lehetnek különböző előjelűek.

A KÖBÖS DETERMINÁNSOK ELMÉLETÉHEZ.

SZÜTS MIKLÓS-tól.

A quadratikus determináns azon tagjainak meghatározásával, melyek diagonális elemeket tartalmaznak, többen foglalkoztak.

Tudtommal ezen kérdést BALTZER tárgyalta először «Theorie und Anwendung der Determinanten» című könyvében (3-ik kiadás), de a számításnál egy kis tévedés történt, melyre WEIRAUCH (Dorpat) figyelmeztetett a «Zeitschrift für Mathematik und Physik» című folyóirat 19-ik évfolyamában s itt egyszersmind a feladat teljes megoldását is közölte. De már az utóbbi előtt WEIRAUCH (Stuttgart) szintén megoldotta a feladatot egész helyesen a «Journal f. d. r. u. a Mathematik» című folyóirat 74-ik kötetében. Végre mindezekről eltérő módon a kérdést általánosítva a jelen dolgozat szerzője tárgyalta a «Mathematische Annalen» című folyóirat 33-ik kötetében.

A jelen dolgozat tárgya: egy n -edfokú köbös determináns azon tagjainak meghatározása, melyek egy $k(\leq n)$ transversális tagból álló elemrendszer elemeit tartalmazzák, t. i. egy oly rendszer elemeit, melyek közül kettő nem fekszik egy és ugyanazon vízszintes, függélyes és oldalsíkban, s ezzel kapcsolatban a köbös determináns képezési törvényének kifejtése.

1.

Az n -edfokú köbös determináns schemája n^3 elemet tartalmaz és tagjainak száma $[n!]^2$. Az elemek koczka alakjában a vízszintes síkba s ugyanannyi függélyes- és oldalsíkba vannak elhelyezve; hogy egy tetszőleges a_{ikl} elemnek helyét a schemában teljesen meghatározzuk, megállapítjuk: hogy az első mutató a víz-

szintes — a második a függélyes — s a harmadik az oldalsíkot jelezze, melyekben ezen elem egyidejüleg előfordul. Az $a_{111}, a_{222}, \dots a_{nnn}$ elemek a köbös determináns fődiagonálisát alkotják.

Jelöljük egy $k (\leq n)$ transversális zéró-elemet tartalmazó n -edfokú köbös determinánsnál, $D_k^{(n)} = (a_{111} \dots a_{nnn})$, a tagok számát $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ -al, az eltünő tagok számát pedig $Z_k^{(n)}$ -al, akkor $\mathfrak{Z}_0^{(n)}$ a tagok számát, $Z_0^{(n)}$ pedig az eltünő tagok számát jelenti azon esetben, midőn a $D_k^{(n)}$ köbös determináns zéró-elemet nem tartalmaz.

Könnyű meggyőződni a következő egyenletek helyességéről:

$$Z_0^{(n)} = 0 \tag{1}$$

$$\mathfrak{Z}_0^{(n)} = [n!]^2 \tag{2}$$

$$Z_k^{(n)} + \mathfrak{Z}_k^{(n)} = [n!]^2 \tag{3}$$

hol $k=0, 1 \dots n$.

Hogy a következő vizsgálat átnézetesebb legyen, tekintsük a $\overline{D}_k^{(n)} = (b_{111} \dots b_{nnn})$ n -edfokú köbös determinánst, melynek schemája a $D_k^{(n)}$ determináns schemájából egyenközű síkoknak oly módon való föleserélésével keletkezett, hogy a fődiagonális k első eleme a k transversális zéró-elem lett, tehát az utolsó $(n-k)$ vízszintes-függélyes és oldalsíkban zéró-elem nem fordul elő; a $D_k^{(n)}$ és $\overline{D}_k^{(n)}$ köbös determinánsok tagjainak száma tehát egyenlő.

Fejtsük ki a $\overline{D}_k^{(n)}$ köbös determinánst egy oly sík elemei szerint, melynek a fődiagonálisban fekvő eleme 0; ha ezen kifejtést a k -ik vízszintes sík elemei szerint végezzük, akkor $\overline{D}_k^{(n)}$ a következő alakban írható:

$$\overline{D}_k^{(n)} = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{l=1}^{l=n} b_{kil} \cdot B_{kil},$$

hol általánosan B_{kxy} a k -ik vízszintes sík b_{kxy} elemének együttthatóját jelenti. A B_{kxy} együtttható tudvalevőleg egy $(n-1)$ -edfokú köbös determináns, melynek schemája a $\overline{D}_k^{(n)}$ determináns schemájából az által keletkezik, hogy az utóbbiban a k -ik vízszintes, az x -ik függélyes s az y -ik oldalsíkot kihagyjuk. A $\overline{D}_k^{(n)}$ determináns tagjainak száma $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ ismeretes, ha a B együttthatók tagjainak számát meg-

határoztuk. E czélből a $\overline{D}_k^{(n)}$ determinánst a következő alakban írjuk:

$$\begin{aligned} \overline{D}_k^{(n)} = & \sum_{i=1}^{i=k-1} \left[\sum_{l=1}^{l=i-1} b_{kil} \cdot B_{kil} + b_{kii} \cdot B_{kii} + \sum_{l=i+1}^{l=k-1} b_{kil} \cdot B_{kil} + b_{kik} \cdot B_{kik} \right. \\ & \left. + \sum_{l=k+1}^{l=n} b_{kil} \cdot B_{kil} \right] \\ & + \sum_{l=1}^{l=k-1} b_{kkl} \cdot B_{kkl} + b_{kkk} \cdot B_{kkk} + \sum_{l=k+1}^{l=n} b_{kkl} \cdot B_{kkl} \\ & + \sum_{i=k+1}^{i=n} \left[\sum_{l=1}^{l=k-1} b_{kil} \cdot B_{kil} + b_{kik} \cdot B_{kik} + \sum_{l=k+1}^{l=1} b_{kil} \cdot B_{kil} \right]. \end{aligned}$$

$i \leq k-1$ és $l=1, 2 \dots n$ értékeknél a B_{kil} együtttható schemája a $\overline{D}_k^{(n)}$ determináns schemájából az által keletkezik, hogy az utóbbiban a k -ik vízszintes síkot, az $i \leq k-1$ -ik függélyes síkot azaz a $(k-1)$ első függélyes síkok egyikét, és az n oldalsíkok egyikét kihagyjuk; a k -ik vízszintes s az itt tekintetbe vett függélyes síkban, s a k oldalsíkok mindegyikében egy zéró-elem fordul elő, míg az utolsó $(n-k)$ oldalsíkban zéró-elem nincsen; e mellett $l=i$ értéknél az i -ik függélyes és az i -ik oldalsík, $l=k$ értéknél pedig a k -ik vízszintes és a k -ik oldalsík egy-egy közös zéró-elemet tartalmaz. A B_{kil} együtttható schemája tehát $l=1, \dots (i-1)$ és $l=(i+1) \dots (k-1)$ értékeknél $(k-3)$ zéró-elemet tartalmaz s ennél fogva tagjainak száma $\mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)}$, míg az $l=i, l=k$ és $l=(k+1) \dots n$ értékeknél abban $(k-2)$ zéró-elem fordul elő, tehát tagjainak száma $\mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}$. Az első sorban a zárjelben álló összeadandók tagjainak száma tehát sorrend szerint a következő képletek által van kifejezve:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^{l=i-1} \mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)} = (i-1) \cdot \mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)}, \quad \mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)}, \quad \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}, \quad \sum_{l=i+1}^{l=k-1} \mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)} = (k-1-i) \mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)} \\ \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}, \quad \sum_{l=k+1}^{l=n} \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} = (n-k) \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}; \end{aligned}$$

ezen kifejezések összege S , az előbb említett összeadandók tagjainak számát határozza meg, ennél fogva az első sorban álló összeadandók tagjainak számát a következő képlet adja:

$$\sum_{i=1}^{i=k-1} S_1 = \sum_{i=1}^{i=k-1} [(k-2) \mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)} + (n-k+2) \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}] = \\ = (k-1) [(k-2) \mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)} + (n-k+2) \cdot \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}] \quad (\beta_1)$$

Hasonló fejtegetések után látható, hogy a B_{kkl} együttható schemája $l=1, \dots, (k-1)$ értékeknél $(k-2)$ zéró-elemet tartalmaz s ennél fogva tagjainak száma $\mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}$, és ha $l=(k+1) \dots n$, akkor abban $(k-1)$ zéró-elem fordul elő, tehát tagjainak száma $\mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}$. Minthogy $b_{kkk}=0$, a második sorban álló összeadandók tagjainak számát rendre a következő képletek adják:

$$\sum_{l=1}^{l=k-1} \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} = (k-1) \cdot \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}, 0, \sum_{l=k+1}^{l=n} \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)} = (n-k) \cdot \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}$$

ezen kifejezések összege:

$$(k-1) \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} + (n-k) \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)} \quad (\beta_2)$$

a második sorban álló összeadandók tagjainak számát határozza meg. Végre $i=(k+1) \dots n$ értékeknél B_{kil} együttható schemája $(k-2)$ zéró-elemet tartalmaz s ennél fogva tagjainak száma $\mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}$ ha $l=1, \dots, (k-1)$, míg abban $(k-1)$ zéró-elem fordul elő, tehát tagjainak száma $\mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}$, ha $l=k, (k+1) \dots n$; ennél fogva a harmadik sorban a zárjelben álló összeadandók száma sorrend szerint a következő képletek által van kifejezve:

$$\sum_{l=1}^{l=k-1} \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} = (k-1) \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)}, \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}, \sum_{l=k+1}^{l=n} \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)} = (n-k) \cdot \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)};$$

ezen kifejezések összege, S_3 az említett összeadandók tagjainak számát határozza meg, ennél fogva a harmadik sorban álló összeadandók tagjainak számát a következő képlet adja:

$$\sum_{i=k+1}^{i=n} S_3 = \sum_{i=k+1}^{i=n} [(k-1) \cdot \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} + (n+1-k) \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}] = \\ = (n-k) [(k-1) \cdot \mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} + (n+1-k) \cdot \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}] \quad (\beta_3)$$

A (β_1) , (β_2) és (β_3) sz. a. kifejezések összege a $\overline{D}_k^{(n)}$ determináns tagjainak száma, $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$; tehát:

$$\mathfrak{Z}_k^{(n)} = (k-1)(k-2)\mathfrak{Z}_{k-3}^{(n-1)} + (k-1)[3+2(n-k)]\mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} + (n-k)(n+2-k)\mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)} \quad (4)$$

hol $k=1, 2 \dots n$.

Fejtsük ki a $D_k^{(n)}$ determinánst egy zéró-elemet nem tartalmazó sík elemei szerint; ha ezen kifejtést a $(k+1)$ -ik vízszintes sík elemei szerint végezzük, akkor lesz:

$$\overline{D}_k^{(n)} = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{l=1}^{l=n} b_{k+1, il} \cdot B_{k+1, il},$$

vagy:

$$\begin{aligned} \overline{D}_k^{(n)} = & \sum_{i=1}^{i=k-1} \left[\sum_{l=1}^{l=i-1} b_{k+1, il} \cdot B_{k+1, il} + b_{k+1, ii} \cdot B_{k+1, ii} + \right. \\ & \left. + \sum_{l=i+1}^{l=k} b_{k+1, il} \cdot B_{k+1, il} + \sum_{l=k+1}^{l=n} b_{k+1, il} \cdot B_{k+1, il} \right] \\ + & \sum_{l=1}^{l=k-1} b_{k+1, kl} \cdot B_{k+1, kl} + b_{k+1, kk} \cdot B_{k+1, kk} + \sum_{l=k+1}^{l=n} b_{k+1, kl} \cdot B_{k+1, kl} \\ + & \sum_{i=k+1}^{i=n} \left[\sum_{l=1}^{l=k} b_{k+1, il} \cdot B_{k+1, il} + \sum_{l=k+1}^{l=n} b_{k+1, il} \cdot B_{k+1, il} \right]. \end{aligned}$$

Hasonló fejtegetések után mint a (4) sz. a. képlet levezetésénél meggyőződünk arról, hogy az első, a második s a harmadik sorban álló összeadandók tagjainak számát rendre a következő képletek fejezik ki:

$$(k-1)[(k-1)\mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} + (n+1-k)\mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}] \quad (\beta_4)$$

$$(k-1)\mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} + (n+1-k)\mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)} \quad (\beta_5)$$

$$(n-k)[k\mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)} + (n-k)\mathfrak{Z}_k^{(n-1)}] \quad (\beta_6)$$

A (β_4) , (β_5) és (β_6) sz. a. képletek összege a $\overline{D}_k^{(n)}$ determináns tagjainak számát, $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ -t; tehát:

$$\mathfrak{Z}_k^{(n)} = k(k-1)\mathfrak{Z}_{k-2}^{(n-1)} + k[1+2(n-k)]\mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)} + (n-k)^2\mathfrak{Z}_k^{(n-1)} \quad (5)$$

hol $k=1, 2 \dots (n-1)$; mert ezen egyenlet levezetésénél feltételeztük, hogy legalább egy zéró-elem nélküli vízszintes-, függélyes- és oldalsík létezik. Ha az (5) sz. a. képletben k helyet $(k-1)$ -et

írunk s az így nyert s csak $k=2, 3 \dots n$ értékekre érvényes egyenletet a (4) sz. a. egyenletből kivonjuk, akkor ezen két egyidejűleg csak $k=2, \dots n$ értékekre érvényes egyenletből a következő képletet kapjuk :

$$\mathfrak{Z}_k^{(n)} = \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n)} - \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n-1)}, \tag{6}$$

mely érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$; ezen egyenlet $k=1$ értéknél is érvényes, mert ezen értéknél alakja a következő :

$$\mathfrak{Z}_1^{(n)} = \mathfrak{Z}_0^{(n)} - \mathfrak{Z}_0^{(n-1)} = [n!]^2 - (n-1)!^2,$$

tehát valóban a csak egy zéró-elemet tartalmazó n -edfokú köbös determináns tagjainak száma.

Ha a (6) sz. a. képletben k helyett τ -t írunk, akkor a

$$\tau = (\rho + 1) \dots k, \text{ hol } \rho = 0, 1 \dots (k-1),$$

értékeknél nyert kifejezések összeadása a következő egyenlethez vezet :

$$\mathfrak{Z}_p^{(n)} = \mathfrak{Z}_k^{(n)} + \sum_{\tau=p}^{\tau=k-1} \mathfrak{Z}_\tau^{(n-1)} \tag{7}$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$ és $p=0, 1 \dots (k-1)$.

A (6) sz. a. képlet segítségével $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ alaptulajdonságát kifejezhetjük. E czélból képezzük az R_r sort, melynek tagjai az általános tagból :

$$g_r^{(\lambda)} = \mathfrak{Z}_r^{(r+\lambda-1)}$$

$\lambda=1, 2 \dots (n+\nu) \dots$ értékek helyettesítése által származnak. Az $n=q+\lambda-1$ és $k=q$ értékeknek a (6) sz. a. képletbe való bevezetése által lesz :

$$\mathfrak{Z}_q^{(q+\lambda-1)} = \mathfrak{Z}_{q-1}^{(q+\lambda-1)} - \mathfrak{Z}_{q-1}^{(q+\lambda-2)};$$

ezen kifejezést az $r=q-1$ értéknél nyert R_{q-1} sor első különbségi sorának általános tagjával :

$$g_{q-1}^{(\lambda+1)} - g_{q-1}^{(\lambda)} = \mathfrak{Z}_{q-1}^{(q+\lambda-1)} - \mathfrak{Z}_{q-1}^{(q+\lambda-2)}$$

összehasonlítva, kiténik, hogy ezen általános tag $\mathfrak{Z}_q^{(q+\lambda-1)}$ -val egyenlő, tehát az $r=q$ értéknél nyert R_q sor általános tagjával azonos, a miből következik : hogy az R_q sor az R_{q-1} sornak első kü-

lönbségi sora, ennél fogva az R_q sor az $r=1$ értéknél nyert R_1 sornak $(q-1)$ -ik különbségi sorát alkotja. Továbbá könnyű arról meggyőződni, hogy az R_1 sor az $r=0$ értéknél nyert R_0 sornak első különbségi sora, úgy hogy az R_q sor az R_0 sornak q -adik különbségi sora.

Ezen vizsgálatot a következő tételben foglalhatjuk össze :

A $\mathfrak{Z}_k^{(k+\lambda-1)}$ általános tagból a $\lambda=1, 2 \dots n \dots$ értékek helyettesítése által származott sor: $\mathfrak{Z}_k^{(k)} \dots \mathfrak{Z}_k^{(n)} \dots$, melynek egymás után következő tagjai a k transversális zéró-elemet tartalmazó k -ad, $\dots n$ -ed fokú köbös determinánsok tagjainak számát jelentik, a $[(\lambda-1)!]^2$ általános tagból a $\lambda=1, 2 \dots n \dots$ értékek helyettesítésénél keletkezett sor: $(0!)^2, (1!)^2, \dots (n!)^2 \dots k$ -ik különbségi sora, hol még $\mathfrak{Z}_0^{(0)} = (0!)^2 = 1$.

Továbbá következik :

A k transversális zéró-elemet tartalmazó $(k+x)$ -ed fokú köbös determináns tagjainak száma: $\mathfrak{Z}_k^{(k+x)}$ a $[(\lambda-1)!]^2$ általános tagból a $\lambda=1, 2 \dots n \dots$ értékek helyettesítése által származott sor: $(0!)^2, (1!)^2 \dots (n!)^2 \dots k$ -ik különbségi sorának $(1+x)$ -ik tagja.

Ezen tételek alapján $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ még többféle alakban kifejezhető, különösen independens alakját is meghatározhatjuk. A különbségi sorok elméletében egy $(n+1)$ tagból álló fősorra a következő egyenleteket kapjuk :

$$\text{I. } D_k g_\lambda = \sum_{\tau=0}^{\tau=k-p} (-1)^\tau (k-p)_\tau D_p g_{k+\lambda-p-\tau},$$

érvényes, ha

$$k=1, 2 \dots n; \lambda=1, \dots (n+1-k); p=0, 1 \dots (k-1).$$

$$\text{II. } D_k g_{r+\lambda} = \sum_{\tau=0}^{\tau=\lambda} (\lambda)_\tau D_{k+\tau} g_r,$$

érvényes, ha

$$k=0, 1 \dots (n-1); r=1, 2 \dots (r+\lambda-1); \lambda=1 \dots (n+1-k-r).$$

$$\text{III. } \sum_{q=0}^{q=\tau} D_k g_{r+q} = \sum_{\tau=1}^{\tau=\lambda+1} (\lambda+1)_\tau D_{k+\tau-1} g_r,$$

érvényes, ha

$$k=0, 1 \dots (n-1); r=1, 2 \dots (n-k); \lambda=1, \dots (n+1-k-r).$$

$$\text{IV. } \sum_{\tau=1}^{\tau=n+1-k} D_k g_\tau = D_{k-1} g_{n+2-k} - D_{k-1} g_1,$$

érvényes, ha

$$k=1, 2 \dots n.$$

Ezen képletekben általánosan $(g)_\tau$ a g -ik hatvány τ -ik binomiális együtthatóját, és

$$\text{V. } D_0 g_\lambda = \mathfrak{Z}_0^{(\lambda-1)} = [(\lambda-1)!]^2,$$

a fősor általános tagját,

$$\text{VI. } D_k g_\lambda = \mathfrak{Z}_k^{(k+\lambda-1)}$$

pedig a k -ik különbségi sor általános tagját jelenti.

Ha az I., II. és III. sz. a. képletekbe rendre a

$$\lambda = n+1-k, \lambda = n+1-k-r, \lambda = n+1-k-r \text{ és } r=1$$

értékeket bevezetjük, akkor tekintettel az V. és VI. sz. a. kifejezésekre a következő egyenletekhez jutunk :

$$\mathfrak{Z}_k^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=k-p} (-1)^\tau (k-p)^\tau \mathfrak{Z}_p^{(n-\tau)}, \quad (8)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$ és $p=0, 1 \dots (k-1)$.

$$\mathfrak{Z}_k^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=n+1-k-r} (n+1-k-r)_\tau \mathfrak{Z}_{k+\tau}^{(k+\tau+r-1)} \quad (9)$$

érvényes, ha $k=0, 1 \dots (n-1)$ és $r=1, 2 \dots (n-k)$.

$$\sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} \mathfrak{Z}_k^{(k+\tau)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} (n+1-k)_{\tau+1} \mathfrak{Z}_{k+\tau}^{(k+\tau)} \quad (10)$$

érvényes, ha $k=0, 1 \dots (n-1)$.

A IV. és VI. sz. a. képletekből még következik :

$$\sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} \mathfrak{Z}_k^{(k+\tau)} = \mathfrak{Z}_{k-1}^{(n)} - \mathfrak{Z}_{k-1}^{(k-1)} \quad (11)$$

mely érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$.

A két utolsó egyenlet baloldalán álló összeg a k zéró-elemet tartalmazó $k, \dots n$ -edfokú köbös determinánsok tagjainak számát adja.

A (8) sz. a. képletből $k=0$ értéknél $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ *independens* alakja keletkezik:

$$\mathfrak{Z}_k^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=k} (-1) (k)_{\tau} [(n-\tau)!]^2 \quad (12)$$

hol k lehet $0, 1 \dots n$; $k=0$ érték megengedhető, mert ekkor az utolsó egyenlet a (2) sz. a. egyenlettel azonos.

A (9) sz. a. egyenletből $r=1$ -nél következik:

$$\mathfrak{Z}_k^{(n)} \sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} = (n-k)_{\tau} \mathfrak{Z}_{k+\tau}^{(k+\tau)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} (n-k)_{\tau} \cdot \mathfrak{Z}_{n-\tau}^{(n-\tau)} \quad (13)$$

hol $k=0, 1 \dots n$; $k=n$ érték megengedhető, mert ekkor az utolsó egyenlet identitás. Az utolsó egyenletben $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ a k -ad egész n -edfokú üres diagonálissal bíró köbös determinánsok tagjainak száma által van kifejezve.

A (9) sz. a. egyenlet $k=0$ értéknél és $r=1, 2 \dots n$ értékeknél érvényes, tehát írhatunk r helyett: $1, 2 \dots n$ -et, ha $\rho=1, 2 \dots n$ és τ helyett: $(\rho-x)$ -et, ha $x=0, 1 \dots \rho$, helyettesítsük továbbá ρ -t k -val és x -et τ -val, akkor a következő egyenlethez jutunk:

$$[n!]^2 = \mathfrak{Z}_0^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=k} (k)_{\tau} \cdot \mathfrak{Z}_{k-\tau}^{(n-\tau)} \quad (14)$$

hol $k=0, 1 \dots n$; $k=n$ érték megengedhető, mert akkor ezen egyenlet identitás.

Ha $k=0$, akkor a (10) sz. a. egyenletből következik:

$$\sum_{\tau=1}^{\tau=n} (\tau!)^2 = n + \sum_{\tau=1}^{\tau=n} (n+1)_{\tau+1} \cdot \mathfrak{Z}_{\tau}^{(\tau)} \quad (15)$$

Azon eset tárgyalásánál, midőn $k=n$, egyszerismind megoldjuk a következő feladatot: «egy üres diagonálissal bíró n -edfokú köbös determináns tagjainak számát meghatározni».

Ha $k=n$, akkor a (4), (6), (7), (12) és (14) sz. a. képletekből a következő egyenleteket kapjuk:

$$\mathfrak{Z}_n^{(n)} = (n-1) [3 \mathfrak{Z}_{n-2}^{(n-1)} - (n-2) \mathfrak{Z}_{n-3}^{(n-1)}], \quad (16)$$

$$\mathfrak{Z}_n^{(n)} = \mathfrak{Z}_{n-1}^{(n)} - \mathfrak{Z}_{n-1}^{(n-1)}, \quad (17)$$

$$\mathfrak{Z}_n^{(n)} = \mathfrak{Z}_p^{(n)} - \sum_{\tau=p}^{\tau=n-1} \mathfrak{Z}_{\tau}^{(n-1)} \quad (18)$$

$$\mathfrak{Z}_n^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=n-p} (-1)^\tau (n-\tau)_\tau \mathfrak{Z}_p^{(n-\tau)} \quad (19)$$

a két utolsó egyenlet érvényes, ha $p=0, 1 \dots (n-1)$:

$$\mathfrak{Z}_n^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=n} (-1)^\tau (n)_\tau [(n-\tau)!]^\tau \quad (20)$$

$$\mathfrak{Z}_n^{(n)} = n! \cdot \sum_{\tau=0}^{\tau=n} (-1)^\tau \frac{(n-\tau)!}{\tau!}; \quad (20a)$$

a két utolsó egyenlet által $\mathfrak{Z}_n^{(n)}$ *independens* alakban van kifejezve:

$$(n!)^2 = \sum_{\tau=0}^{\tau=n} (n)^\tau \mathfrak{Z}_\tau^{(\tau)} = 1 + \sum_{\tau=2}^{\tau=n} (n)_\tau \mathfrak{Z}_\tau^{(\tau)}, \quad (21)$$

ezen egyenlet, mely $k=0$ értéknél a (13) sz. a. egyenletből is következik, kifejezi azt, hogy mily módon van egy zéró-elemet nem tartalmazó n -edfokú köbös determináns tagjainak száma a 2-od . . . n -edfokú üres diagonálissal bíró köbös determinánsok tagjainak száma által meghatározva.

A Z -t kifejező egyenletek hasonló módon \mathfrak{Z} -től függetlenül vezethetők le, a nevezetesebb egyenleteket azonban az eddig nyertekből az által akarjuk lehozni, hogy azokban \mathfrak{Z} -t a (3) alatti egyenlet segítségével a megfelelő Z által kifejezzük.

A (4), (5), (7), (8), (12), (13) és (14) alatti egyenletekből következik:

$$\begin{aligned} Z_k^{(n)} = & [(n-1)!]^2 + (k-1)(k-2) Z_{k-3}^{(n-1)} + \\ & + (k-1) [3 + 2(n-k)] Z_{k-2}^{(n-1)} + (n-k)(n+2-k) \cdot Z_{k-1}^{(n-1)} \end{aligned} \quad (22)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$.

$$Z_k^{(n)} = k(k-1) Z_{k-2}^{(n-1)} + k [1 + 2(n-k)] Z_{k-1}^{(n-1)} + (n-k)^2 Z_k^{(n-1)} \quad (23)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots (n-1)$.

$$Z_k^{(n)} = Z_p^{(n)} + \sum_{\tau=p}^{\tau=k-1} \mathfrak{Z}_\tau^{(n-1)} \quad (24)$$

$$Z_k^{(n)} = Z_p^{(n)} - \sum_{\tau=1}^{\tau=k-p} (-1)^\tau (k-p)_\tau \mathfrak{Z}_p^{(n-\tau)} \quad (25)$$

a két utolsó egyenlet érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$ és $p=0, 1 \dots (k-1)$.

$$Z_k^{(n)} = - \sum_{\tau=1}^{\tau=k} (-1)^\tau (k)_\tau [(n-\tau)!]^2 \quad (26)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$; ezen egyenlet $Z_k^{(n)}$ -t *independ us* alakban adja.

$$\begin{aligned} Z_k^{(n)} &= (n!)^2 - \sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} (n-k)_\tau \mathfrak{Z}_{k+\tau}^{(k+\tau)} = \\ &= (n!)^2 - \sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} (n-k)_\tau \mathfrak{Z}_{n-\tau}^{(n-\tau)}; \end{aligned} \quad (27)$$

érvényes, ha $k=0, 1 \dots n$.

$$Z_k^{(n)} = \sum_{\tau=1}^{\tau=k} (k)_\tau \mathfrak{Z}_{k-\tau}^{(n-\tau)} \quad (28)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$.

A (24) alatti egyenletből következik:

$$Z_k^{(n)} = (k-p) [(n-1)!]^2 + Z_p^{(n)} - \sum_{\tau=p}^{\tau=k-1} Z_\tau^{(n-1)} \quad (29)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$ és $p=0, 1 \dots (k-1)$.

A (24) alatti egyenletből $p=0$ értéknél következik:

$$Z_k^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=k-1} \mathfrak{Z}_\tau^{(n-1)} \quad (30)$$

a mi érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$.

Ha a (25) alatti egyenlet a (24) és (20) alattiakba helyettesítjük s azután k helyett $(k+1)$ -et, n helyett pedig $(n+1)$ -et írunk, akkor lesz:

$$\sum_{\tau=p}^{\tau=k} \mathfrak{Z}_\tau^{(n)} = - \sum_{\tau=1}^{\tau=k+1-p} (-1)^\tau (k+1-p)_\tau \mathfrak{Z}_p^{(n+1-\tau)} \quad (31)$$

$$\sum_{\tau=p}^{\tau=k} Z_\tau^{(n)} = (k+1-p) (n!)^2 + \sum_{\tau=1}^{\tau=k+1-p} (-1)^\tau (k+1-p)_\tau \mathfrak{Z}_p^{(n+1-\tau)} \quad (32)$$

a két utolsó egyenlet érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$ és $p=0, 1 \dots k$.

A két utolsó egyenletből $p=0$ értéknél a következő kifejezések *independens* alakját nyerjük:

$$\sum_{\tau=0}^{\tau=k} \mathfrak{Z}_\tau^{(n)} = - \sum_{\tau=1}^{\tau=k+1} (-1)^\tau (k+1)_\tau (n+1-\tau)!^2 \quad (33)$$

$$\sum_{\tau=1}^{\tau=k} Z_{\tau}^{(n)} = (k+1)(n!)^2 + \sum_{\tau=1}^{\tau=k+1} (-1)^{\tau} (k+1)_{\tau} (n+1-\tau)!^2 \quad (34)$$

ezen két utolsó egyenlet érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$.

Ha a (22) alatti egyenletben k helyett n -et és azután n helyett $(n+1)$ -et írunk lesz:

$$Z_n^{(n)} = (n!)^2 + n [3Z_{n-1}^{(n)} + (n-1) \cdot Z_{n-2}^{(n)}] \quad (35)$$

A (26), (28) és (30) alatti egyenletekből $k=n$ értéknél következik:

$$Z_n^{(n)} = - \sum_{\tau=1}^{\tau=n} (-1)^{\tau} (n)_{\tau} (n-\tau)!^2 = -n! \sum_{\tau=1}^{\tau=n} (-1)^{\tau} \frac{(n-\tau)!}{\tau!} \quad (36)$$

ezen egyenlet $Z_n^{(n)}$ *independens* alakja.

$$Z_n^{(n)} = \sum_{\tau=1}^{\tau=n} (n)_{\tau} \mathfrak{Z}_{n-\tau}^{(n-\tau)} = 1 + \sum_{\tau=1}^{\tau=n-2} (n)_{\tau} \mathfrak{Z}_{n-\tau}^{(n-\tau)} \quad (37)$$

$$Z_n^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=n-1} \mathfrak{Z}_{\tau}^{(n-1)} \quad (38)$$

A (24), (25) és (31)–(34) alatti egyenletekből $k=n$ értéknél következő kifejezések könnyen levezethetők.

2.

Jelölje $H_k^{(n)}$ és $H_{k0}^{(n)}$ egy n -edfokú köbös determináns tagjainak számát, melyek egy $k \leq n$ tranversális elemből álló elemrendszer elemeit mint tényezőket tartalmazzák ill. nem tartalmazzák, akkor a következő egyenletek állanak:

$$H_k^{(n)} + H_{k0}^{(n)} = (n!)^2 \quad (39)$$

$$H_{k0}^{(n)} = \mathfrak{Z}_k^{(n)} \quad (40)$$

$$H_k^{(n)} = Z_k^{(n)} \quad (41)$$

$k=0, 1 \dots n$ -nél; a $k=0$ felvétel olyképen értendő, hogy ha az adott rendszer minden elemének értéke 0, akkor $H_0^{(n)}$ és $\mathfrak{Z}_0^{(n)}$ ill. $H_0^{(n)}$ és $Z_0^{(n)}$ jelképek ugyanazon jelentéssel bírnak. A (40) és (41) alatti egyenletek következtében a $\mathfrak{Z}_k^{(n)}$ -ra nézve kifej-

tett képletek $H_{k_0}^{(n)}$ -ra nézve, s a $Z_k^{(n)}$ -ra nézve kifejtettek $H_k^{(n)}$ -ra nézve is érvényesek. A (12) alatti egyenlet tehát $H_{k_0}^{(n)}$, a (26) alatti pedig $H_k^{(n)}$ *independens* alakját adja.

Ha $k=n$, ezen eset egyszersmind megoldását adja azon feladatnak: «egy n -edfokú köbös determináns tagjainak számát meghatározni, melyek diagonális elemeket tartalmaznak, ill. nem tartalmaznak»; *independens* alakban az előbb nevezett tagok száma a (36) alatti egyenlet által, az utóbbiaké pedig a (20) és (20a) alattiak által van kifejezve.

Ha az adott k tagból álló elemrendszer $\rho \leq k$ meghatározott elemeiből álló π_ρ szorzat C együtthatójában elő nem fordul $(k-\rho)$ elemet 0-sal helyettesítjük, s az így képezett kifejezést C_0 -al jelöljük, akkor $\pi_\rho \cdot C_0$ kifejezés az n -edfokú köbös determináns tagjai közül csak azokat tartalmazza, melyekben a ρ meghatározott elem mint tényező előfordul, ennél fogva ezen tagok száma $h_{k_0}^{(n)}$ egyenlő a C_0 kifejezés tagjainak számával; C_0 azonban keletkezésénél fogva egy $(k-\rho)$ zéró-elemet tartalmazó $(n-\rho)$ -edfokú köbös determináns s így tagjainak száma $\mathfrak{Z}_{k-\rho}^{(n-\rho)}$; tehát:

$$h_{k_0}^{(n)} = \mathfrak{Z}_{k-\rho}^{(n-\rho)} \quad (42)$$

midőn $\rho=0, 1 \dots k$ és $k=1, 2 \dots n$.

Ha a (12) alatti egyenletben n helyett $(n-\rho)$ -t és k helyett $(k-\rho)$ -t írunk, akkor lesz:

$$h_{k_0}^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=k-\rho} (-1)^\tau (k-\rho)_\tau [(n-\rho-\tau)!]^2 \quad (43)$$

midőn $\rho=0, 1 \dots k$ és $k=1, 2 \dots n$; ezen egyenlet $h_{k_0}^{(n)}$ *independens* alakja.

A két utolsó egyenletből $k=n$ értéknél következik:

$$\begin{aligned} h_{n,0}^{(n)} &= \mathfrak{Z}_{n-\rho}^{(n-\rho)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=n-\rho} (-1)^\tau (n-\rho)_\tau [(n-\rho-\tau)!]^2 = \\ &= (n-\rho)! \sum_{\tau=0}^{\tau=n-\rho} (-1)^\tau \frac{(n-\rho-\tau)!}{\tau!} \end{aligned} \quad (44)$$

a mi érvényes, ha $\rho=0, 1 \dots n$.

$\rho=k$ értéknél a (42) alatti egyenletből következik:

$$h_{kk}^{(n)} = \mathfrak{Z}_0^{(n-k)} = (n-k)!^2 \quad (45)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$.

$\rho=0$ értéknél a (42) alatti egyenletből lesz :

$$h_{k,0}^{(n)} = \mathfrak{Z}_k^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=k} (-1)^\tau (k)_\tau (n-\tau)!^2 \quad (46)$$

azaz a (12) alatti egyenlet, ennél fogva érvényes, ha $k=0, 1 \dots n$.

Az utolsó egyenletből $k=0$ értéknél következik :

$$h_{00}^{(n)} = \mathfrak{Z}_0^{(n)} = H_{00}^{(n)} = (n!)^2 \quad (47)$$

A (44) alatti egyenletből $\rho=n, \rho=n-1$ és $\rho=n-2$ értékeknél a következő kifejezések keletkeznek :

$$h_{n,n}^{(n)} = 1; h_{n,n-1}^{(n)} = 0; h_{n,n-2}^{(n)} = 3 \quad (48)$$

ezen számok azon tagok számát jelentik, melyek egy n transversális tagból álló elemrendszer $n, n-1$ és $n-2$ elemét tartalmazzák, tehát meghatározzák azon tagok számát is, melyekben egy n -edfokú köbös determináns ugyanennyi diagonális eleme fordul elő.

A (42) alatti egyenletből következik :

$$h_{\rho,\pi}^{(q)} = \mathfrak{Z}_{p-\pi}^{(q-\pi)} \quad (Q)$$

Legyen : $\varepsilon = \pm 1$ és x egy pozitív egész szám, melynek érték-tartománya később lesz meghatározandó.

Ha $q=n+\varepsilon x, \pi=\rho+\varepsilon x, p=k+\varepsilon x$, akkor a (Q) és (42) alatti egyenletek szerint :

$$h_{k,\rho}^{(n)} = h_{(k+\varepsilon x), (q+\varepsilon x)}^{(n+\varepsilon x)} = \mathfrak{Z}_{k-\rho}^{(n-\rho)} \quad (49)$$

érvényes :

ha $\varepsilon=-1; k=1, \dots n, \rho=0, 1 \dots k$ és $x=0, 1 \dots \rho$,

ha $\varepsilon=+1; k=1, \dots n, \rho=0, 1 \dots k$, és x -nek minden pozitív egész számú értékénél azaz, ha $x=0, 1 \dots (n+\nu)$.

Ha a (Q) alatti egyenletbe :

először a $q=n, p=k$ és $\pi=\rho-\varepsilon x$

azután pedig a $q=n+\varepsilon x, p=k+\varepsilon x, \pi=\rho$ értékeket helyettesítjük, akkor lesz :

$$h_{k, (q-\varepsilon x)}^{(n)} = h_{(k+\varepsilon x), \rho}^{(n+\varepsilon x)} = \mathfrak{Z}_{k+\varepsilon x-\rho}^{(n+\varepsilon x-\rho)} \quad (50)$$

érvényes :

ha $\varepsilon = +1$; $k=1, 2 \dots n, \rho=0, 1 \dots k$ és $x=0, 1 \dots \rho$

ha $\varepsilon = -1$; $k=1, 2 \dots n$ továbbá ρ és x oly pozitív egész számú értékeinél, melyek a $\rho+x \leq k$ egyenletnek eleget tesznek.

$k=n$ értéknél a (49) és (50) alatti egyenletekből következik :

$$h_{n, \varrho}^{(n)} = h_{(n+\varepsilon x), (\varrho+\varepsilon x)}^{(n+\varepsilon x)} = \mathfrak{S}_{n-\varrho}^{(n-\varrho)} \quad (51)$$

$$h_{n, (\varrho-\varepsilon x)}^{(n)} = h_{(n+\varepsilon x), \varrho}^{(n+\varepsilon x)} = \mathfrak{S}_{n+\varepsilon x-\varrho}^{(n+\varepsilon x-\varrho)} \quad (52)$$

ezen egyenletek értéktartománya a (49) és (50) alatti egyenletek $k=n$ értékénél érvényes értéktartománya által van meghatározva.

Ha a (17) alatti egyenletbe n helyett $(n+1-\rho)$ -ot, a (49) alatti n helyett $(n+1)$ -et és k helyett n -et, az (51) alatti n helyett $n+1$ -et írunk s az így nyert egyenleteket sorrend szerint (Q_2) , (Q_3) és (Q_4) -el jelöljük, azután a (Q_3) , (Q_4) és (51) alatti egyenleteket a (Q_2) alatti helyettesítjük, akkor a következő egyenlethez jutunk :

$$h_{(n+1+\varepsilon x), (\varrho+\varepsilon x)}^{(n+1+\varepsilon x)} + h_{(n+\varepsilon x), (\varrho+\varepsilon x)}^{(n+\varepsilon x)} = h_{(n+1+\varepsilon x), (\varrho+\varepsilon x)}^{(n+1+\varepsilon x)} \quad (53)$$

érvényes :

ha $\varepsilon = -1$; $\rho=0, 1 \dots n$ és $n=0, 1 \dots \rho$

ha $\varepsilon = +1$; $\rho=0, 1 \dots x$ és $n=0, 1 \dots (x+\nu)$.

Az utolsó egyenletből $x=0$ értéknél következik :

$$h_{n+1, \varrho}^{(n+1)} + h_{n, \varrho}^{(n)} = h_{n, \varrho}^{(n+1)} \quad (54)$$

és érvényes, ha

$$\rho=0, 1 \dots n.$$

k elem ρ -ad osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma : $(k)_\varrho$; tehát egy n -edfokú köbös determináns azon tagjainak számát $H_{k\varrho}^{(n)}$, melyek egy k transversális tagból álló elemrendszer ρ elemét tartalmazzák, a következő képlet fejezi ki :

$$H_{k, \varrho}^{(n)} = (k)_\varrho h_{k, \varrho}^{(n)} \quad (55)$$

és ez érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$ és $\rho=0, 1 \dots k$; tekintettel a (46) alatti képletre az utolsó egyenletből $\rho=0$ értéknél következik :

$$H_{k0}^{(n)} = h_{k0}^{(n)} = \mathfrak{S}_k^{(n)} \quad (55a)$$

azaz a (46) alatti egyenlet.

A (42), (43), (55); (41), (28), (42), (55); (41), (27), (44); (14) és (42) alatti egyenletekből következik :

$$H_{k,\varrho}^{(n)} = (k)_{\varrho} \mathfrak{Z}_{k-\varrho}^{(n-\varrho)} = (k)_{\varrho} \sum_{\tau=0}^{\tau=k-\varrho} (-1)^{\tau} (k-\rho)_{\tau} [(n-\rho-\tau)!]^2 \quad (56)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$ és $\rho=0, 1 \dots k$; ezen egyenlet utolsó oldala $H_{k\varrho}^{(n)}$ *independens* alakja.

$$\begin{aligned} H_k^{(n)} &= Z_k^{(n)} = \sum_{\varrho=1}^{\varrho=k} (k)_{\varrho} \mathfrak{Z}_{k-\varrho}^{(n-\varrho)} = \sum_{\varrho=1}^{\varrho=k} (k)_{\varrho} h_{k,\varrho}^{(n)} = \\ &= \sum_{\varrho=1}^{\varrho=k} H_{k\varrho}^{(n)} = \sum_{\varrho=1}^{\varrho=k} (k)_{\varrho} \sum_{\tau=0}^{\tau=k-\varrho} (-1)^{\tau} (k-\rho)_{\tau} [(n-\rho-\tau)!]^2, \end{aligned} \quad (57)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$.

$$\begin{aligned} H_k^{(n)} &= Z_k^{(n)} = (n!)^2 - \sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} (n-k)_{\tau} \mathfrak{Z}_{n-\tau}^{(n-\tau)} = \\ &= (n!)^2 - \sum_{\tau=0}^{\tau=n-k} (n-k)_{\tau} h_{n,\tau}^{(n)}, \end{aligned} \quad (58)$$

érvényes, ha $k=0, 1 \dots n$.

$$(n!)^2 = \sum_{\varrho=0}^{\varrho=k} (k)_{\varrho} \mathfrak{Z}_{k-\varrho}^{(n-\varrho)} = \sum_{\varrho=0}^{\varrho=k} (k)_{\varrho} h_{k,\varrho}^{(n)}, \quad (59)$$

érvényes, ha $k=0, 1 \dots n$; ezen és az (55) alatti egyenletből következik :

$$(n!)^2 = \sum_{\varrho=0}^{\varrho=k} H_{k\varrho}^{(n)} = \sum_{\varrho=0}^{\varrho=p} H_{k\varrho}^{(n)} + \sum_{\varrho=p+1}^{\varrho=k} H_{k\varrho}^{(n)} \quad (59a)$$

érvényes, ha $k=0, 1 \dots n$; ezen egyenlet kifejezi azt, hogy mily módon van egy zéró-elemet nem tartalmazó n -edfokú köbös determináns tagjainak száma azon tagok száma által meghatározva, melyek egy k transversális tagból álló elemrendszer $0, 1 \dots k$ elemét tartalmazzák.

Az (59a) alatti egyenlet utolsó oldalán az első összeadandó azon tagok számát $H_{k,(p-\dots)}^{(n)}$ jelöli, melyek az említett elemrendszer p és kevesebb elemét, a második összeadandó pedig azon tagok számát $H_{k,(p+1+\dots)}^{(n)}$ adja, melyek ezen elemrendszer $(p+1)$ és több elemét tartalmazzák; tehát :

$$H_{k,(p-\dots)}^{(n)} = \sum_{\varrho=0}^{\varrho=p} H_{k\varrho}^{(n)} \quad (60)$$

$$H_{k, (p+1+\dots)}^{(n)} = \sum_{q=p+1}^{q=k} H_{k, q}^{(n)} \quad (61)$$

A két utolsó egyenlet alapján az (59a) alatti egyenlet a következő alakban írható:

$$(n!)^2 = H_{k, (p-\dots)}^{(n)} + H_{k, (p+1+\dots)}^{(n)} \quad (62)$$

A (60), (55) és (56) alatti egyenletekből következik:

$$\begin{aligned} H_{k, (p-\dots)}^{(n)} &= \sum_{q=0}^{q=p} (k)_q h_{k, q}^{(n)} = \sum_{q=0}^{q=p} (k)_q \mathfrak{B}_{k-q}^{(n-q)} = \\ &= \sum_{q=0}^{q=p} (k)_q \sum_{\tau=0}^{\tau=k-q} (-1)^\tau (k-\rho)_\tau [(n-\rho-\tau)!]^2 \end{aligned} \quad (63)$$

$p=q-1$ értéknél a (61), (55) és (56) ill. a (62), (60), (55) és (56) alatti egyenletből következik:

$$\begin{aligned} H_{k, (q+\dots)}^{(n)} &= \sum_{q=q}^{q=k} H_{k, q}^{(n)} = \sum_{q=q}^{q=k} (k)_q h_{k, q}^{(n)} = \\ &= \sum_{q=q}^{q=k} (k)_q \mathfrak{B}_{k-q}^{(n-q)} = \sum_{q=q}^{q=k} (k)_q \sum_{\tau=0}^{\tau=k-q} (-1)^\tau (k-\rho)_\tau [(n-\rho-\tau)!]^2 \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} H_{k, (q+\dots)}^{(n)} &= (n!)^2 - H_{k, (q-1-\dots)}^{(n)} = (n!)^2 - \sum_{q=0}^{q=q-1} H_{k, q}^{(n)} = \\ &= (n!)^2 - \sum_{q=0}^{q=q-1} (k)_q h_{k, q}^{(n)} = (n!)^2 - \sum_{q=0}^{q=q-1} (k)_q \mathfrak{B}_{k-q}^{(n-q)} = \\ &= (n!)^2 - \sum_{q=0}^{q=q-1} (k)_q \sum_{\tau=0}^{\tau=k-q} (-1)^\tau (k-\rho)_\tau [(n-\rho-\tau)!]^2 \end{aligned} \quad (65)$$

A (63) alatti egyenlet azon tagok számát fejezi ki, melyek egy k tranversális tagból álló elemrendszer p és kevesebb elemét, a (64) és (65) alattiak pedig azon tagok számát adják, melyek ezen elemrendszer q és több elemét tartalmazzák.

Az (55) ... (65) alatti egyenletekből a $k=n$ értéknél következő kifejezések könnyen bevezethetők.

Ha a tekintetbe vett transversális elemeket meghatározott, de különben tetszőleges sorrendben írjuk, akkor azon tagok számát, melyekben a $(\lambda-1)$ első elem egyike sem fordul elő, míg a λ -ik elemet mindegyik tartalmazza, a következő képlet adja:

$$\mathfrak{G}_\lambda^{(n)} = H_\lambda^{(n)} - H_{\lambda-1}^{(n)} = Z_\lambda^{(n)} - Z_{\lambda-1}^{(n)} = \mathfrak{S}_{\lambda-1}^{(n-1)} \quad (66)$$

érvényes, ha $\lambda=1, 2 \dots n$; ha most felteszszük, hogy a λ -ik elem értéke 0, akkor az utolsó egyenletből ezen tétel következik:

Ha egy n -edfokú köbös determináns transversális zéró-elemét meghatározott de különben tetszőleges sorrendben írjuk, akkor az x -ik zéró-elem következtében eltűnő tagok száma egyenlő egy $(\lambda-1)$ zéró-elemet tartalmazó $(n-1)$ -edfokú köbös determináns tagjainak számával.

Ha (12)-ben n helyett $(n-1)$ -et és k helyett $(\lambda-1)$ -et teszünk s az így nyert kifejezést (66)-ba bevezetjük, akkor lesz:

$$\mathfrak{G}_\lambda^{(n)} = \sum_{\tau=0}^{\tau=\lambda-1} (-1)^\tau (\lambda-1)_\tau [(n-1-\tau)!]^2 \quad (67)$$

érvényes, ha $\lambda=1, 2 \dots n$.

Ha (66)-ban λ helyett egymásután $1, 2 \dots k$ -t helyettesítünk s a nyert kifejezéseket összeadjuk, akkor tekintettel (30)-ra a következő képletet kapjuk:

$$Z_k^{(n)} = H_k^{(n)} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=k} \mathfrak{G}_\lambda^{(n)} \quad (68)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$; ezen egyenletben $Z_k^{(n)}$ az egyes, meghatározott sorrendben írt zéró-elemek következtében eltűnő tagok száma által van kifejezve.

A (67) és (68) alatti egyenletekből következik:

$$Z_k^{(n)} = H_k^{(n)} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=k} \sum_{\tau=0}^{\tau=\lambda-1} (-1)^\tau (\lambda-1)_\tau [(n-1-\tau)!]^2 \quad (69)$$

érvényes, ha $k=1, 2 \dots n$; ezen egyenletből ismét a (26) alatti egyenletre jövünk, ha tekintetbe vesszük, hogy:

$$\sum_{x=0}^{x=k-\lambda} (\lambda-1+x)_{\lambda-1} = (k)_\lambda$$

azon tagok összege, melyekben a

$$(-1)^{\lambda-1} [(n-\lambda)!]^2$$

kifejezés, mint tényező fordul elő.

JELENTÉS

A BUDAPESTI PASTEUR-INTÉZET ELSŐ KÉT HAVI ANTIRABIKUS VÉDŐOLTÁSAIRÓL.

HÖGYES ENDRE r. tagtól.

Az oltások megkezdése óta két hó telt el. E két hó alatt történtekről tesz előadó jelentést röviden azt akadémiának. Az első hónapban (április 15—május 14-ig) 24, a második hónapban (május 15—június 15-éig) 80 összesen 104 egyén vetette magát alá az antirabikus védőoltásoknak. *Abauj-Tornamegye*: Miglicz 1, *Alsó-Fejérmegye*: Alvincz 3, *Aradmegye*: Arad (1), Székudvar (1), Radna (3) összesen 5, *Baranyamegye*: Siklós 1, *Bácsmegye*: Zombor (1), Rasztvai p. (1), Szántova (1) összesen 3, *Barsmegye*: N.-Salló 5, *Békésmegye*: R.-Csaba 2, *Biharmegye*: Ér-Mihályfalva 1, *Brassómegye*: Brassó 2, *Csongrádmegye*: Horgos (1), Hód-Mező-Vásárhely (1), Szeged (1) összesen 3, *Esztergommegye*: Pilis-Maróth 3, *Fehérmegye*: Lovas-Berény (1), Csákvár (1), Székesfehérvár (1), Moor (1) összesen 4, *Győrmegye*: Kisbábot 1, *Hevesmegye*: Gyöngyös-Solymos 2, *Hontm.* Ipolyság-Nagy-Maros 2, *Hunyadm.* Maros-Ilye (1), Szacsál (1) összesen 2, *Jász-N.-K.-Szolnokm.* Czi-bakháza (1), Szolnok (1), Mezőtur (3), *Liptóm.* Rózsahegy (1), *Nagy-Küküllőm.* Levingség 1, *Nógrádm.* Losonc 1, *Nyitram.* Érsek-ujvár 2, *Pest-Pilis-Solt-Kiskunm.* Budapest főváros (10), Alesuth (1), Czegléd (1), Bia (1), Lajosmise (1), Vác (1), Gyón (2), összesen 17, *Szabolcsm.* Kótaj 2, *Szatmárm.* Szászberek 1, *Szilágym.* Nagy-Doba 1, *Temesm.* Temes-Rékás 2, *Tolnam.* Alsó-Nána (1), Bonyhád (2), Högyész (1), Szegszárd (1), összesen 5, *Torontálm.* Goullob (2), Német-Czernya (3), Német-Párdány (1), Vinga (1), összesen 7, *Unqm.* Kele-Csepely (1), Nagy-Kapus (1), Radvancz (1), összesen 3, *Zalam.* Iglieze (1), Balaton-Füred (1), összesen 2, *Zemplénm.* Nagy-Mihály (1), Tolcsva (2), összesen 3, *Zólyomm.* Besztercze-

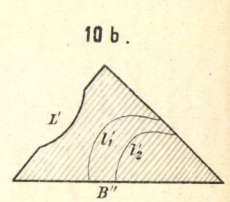
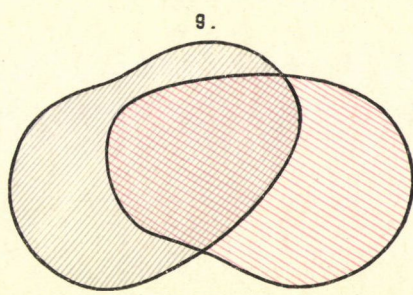
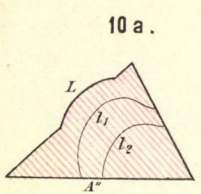
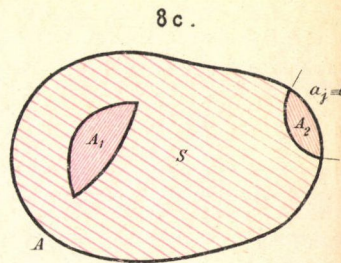
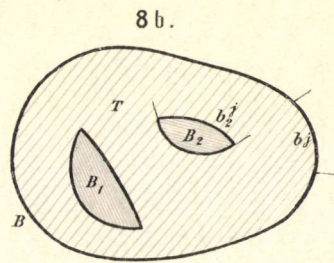
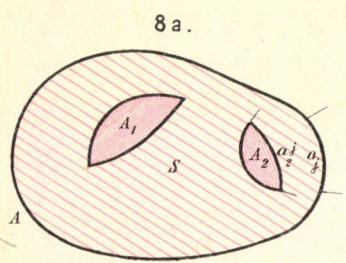
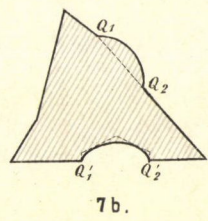
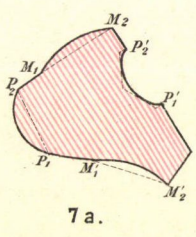
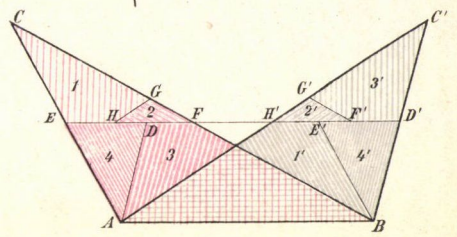
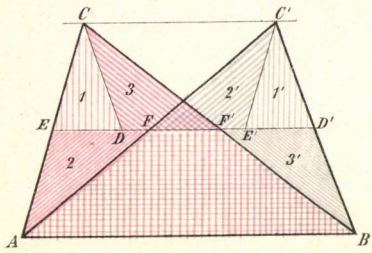
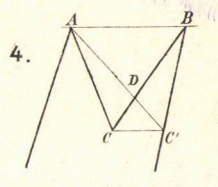
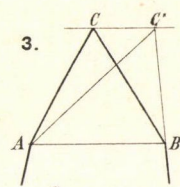
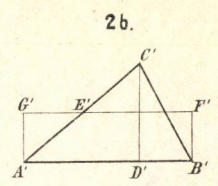
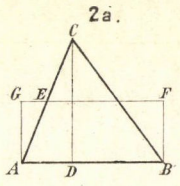
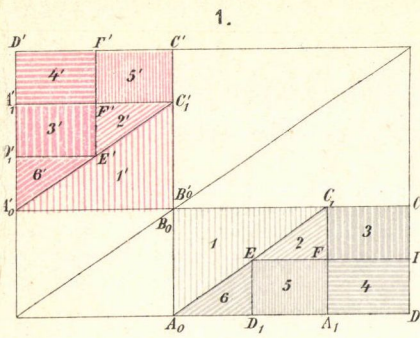
bánnya (4), Élesd (2), Majorfalva (1), Szászfalva (1), Szelcsin (1), összesen 9; együttvéve tehát 32 törvényhatóságból 67 helységéből 103 egyén. A 104-ik eset Morvaországból (Saise) helységéből való. E 104 egyén közül 92-öt kutya, 10-et macska, egyet malacz és egyet ló mart meg. A maró állat veszetsége legnagyobbbrészt állatorvosilag van bizonyítva.

62 egyénen a védőoltás teljesen be lett fejezve.

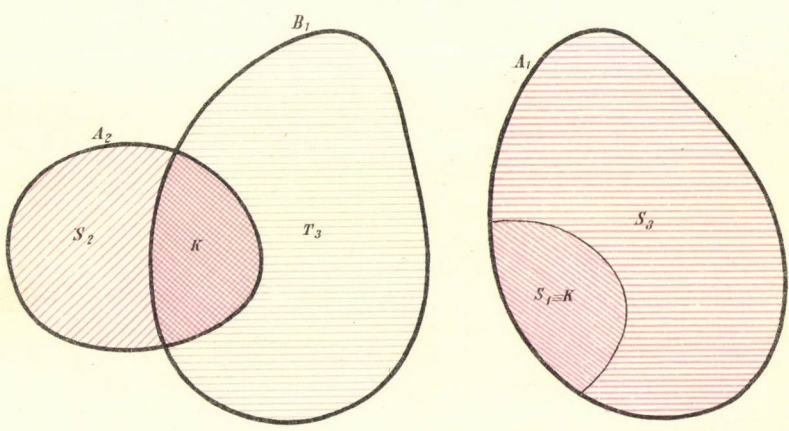
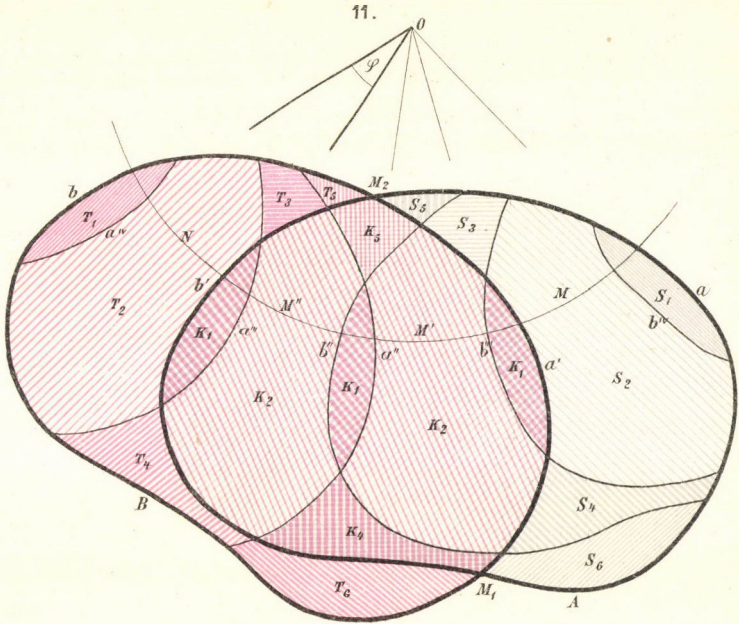
Az orvosoltak közül idáig még egyen sem tört ki a veszetség, míg az ugyanezen időközben veszett eb által megmart, de védőoltásokban nem részesült egyének közül ötről jutott az intézethez tudósítás, hogy kitört rajtuk a veszetség. Ezek: 1. Hurtonyné született Pécsi Róza, kinél a marás márcz. 22-én történt, a betegség pedig ápril 12-dikén tört ki, ápril 16-kán pedig meghalt. Ez asszonyval egyidejűleg megmart egyén az intézetben védőoltásokat kapott, jelenleg már minden baj nélkül túl van a kritikus napokon. 2. Harmann József, a ki az oltások kezdete idején már kitört veszetséggel jött Budapestre és nemsokára meghalt. Az ezzel egyidejűleg marott egyén, ki védőoltásokat kapott, ma már minden baj nélkül túl van a kritikus napokon. 3. Borka István színői földmives, kit április elején mart meg egy veszett kutya és május 18-án este halt meg veszetség tünetei között. 4. Kilba Vaszili, kit május 8-án harapott meg egy veszett farkas és június 8-án halt meg veszetségben a nagyváradi közkórházban. 5. Bresán János margitai gyepmester, ki a fertőzés idejét nem tudja megmondani, mely azonban a fentebbi esetekkel lehet egyidejű, kin június hó 10-én tört ki a veszetség.

A lefolyt két hónap alatt gyógyítottakra vonatkozólag a gyógyítás eredményét véglegesen csak akkor lehet majd megállapítani, midőn valamennyien túl lesznek a kritikus napokon, mi a marás után körülbelül 60 napra esik. A tényleg elért eredményeket az októberi ülésen már be lehet majd jelenteni. A vagyontalan veszett ebmarottak számára az ingyen utazás és a gyógyítás ideje alatt az ingyen itt tartózkodás a belügyi kormányzat részéről szabályrendelileg biztosítva van.

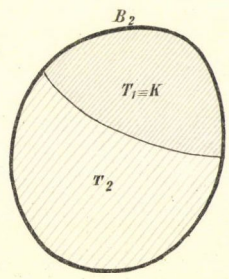
E rövid két hó tapasztalata azt bizonyítja, hogy az antirabikus védőoltások életbeléptetése nálunk valójában országszerte közszükségletnek felelt meg.

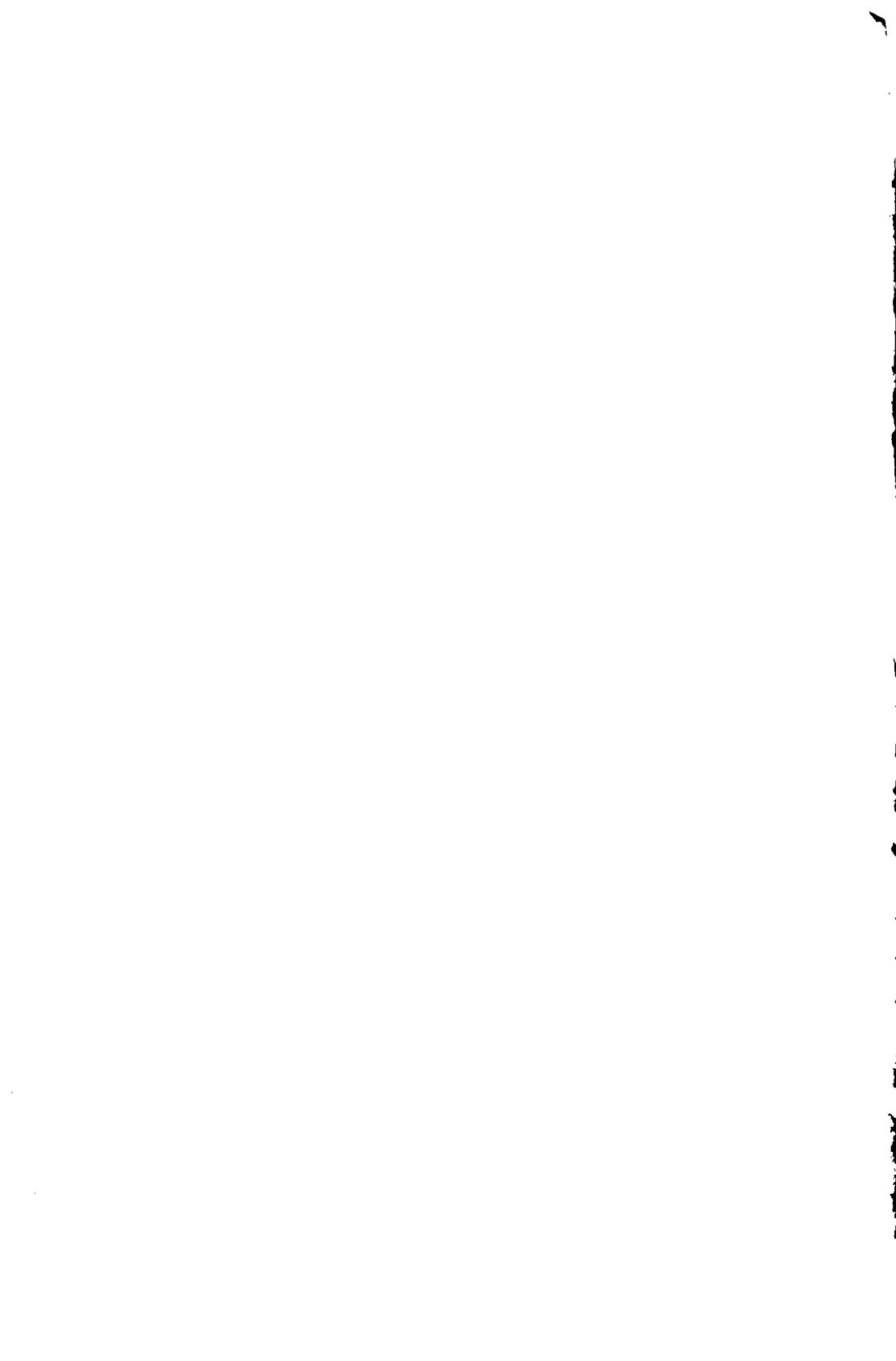


11.

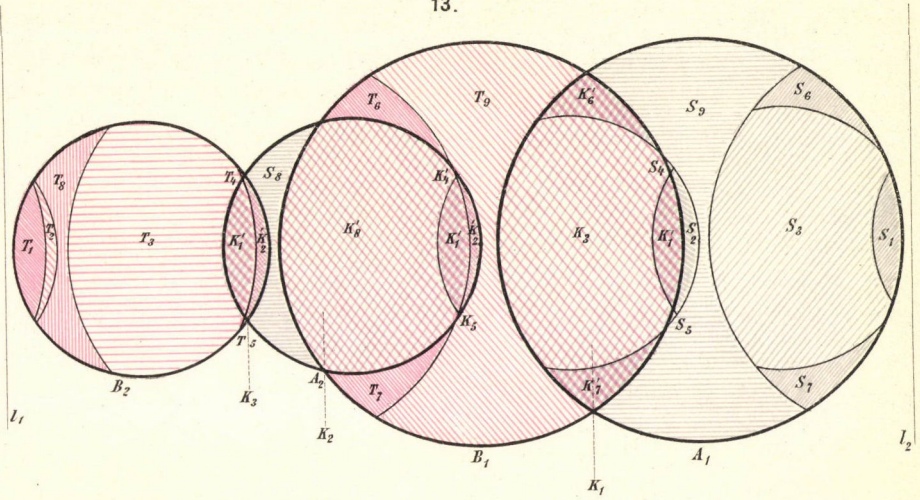


12.

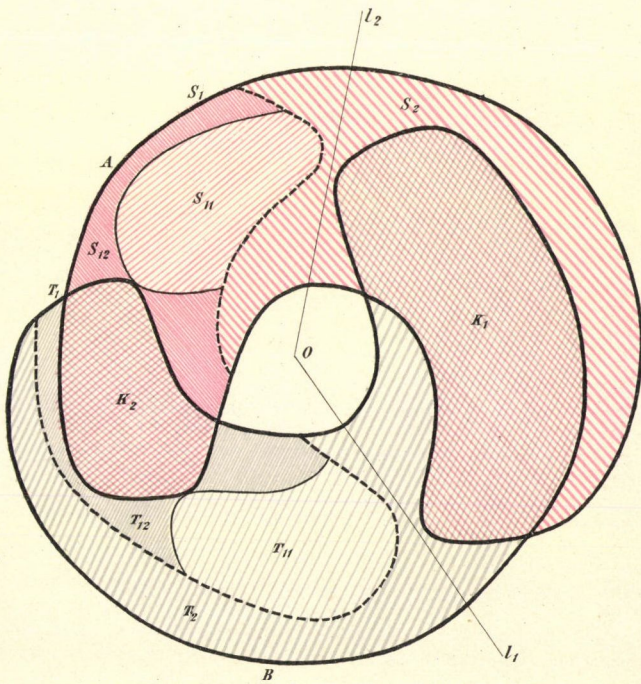




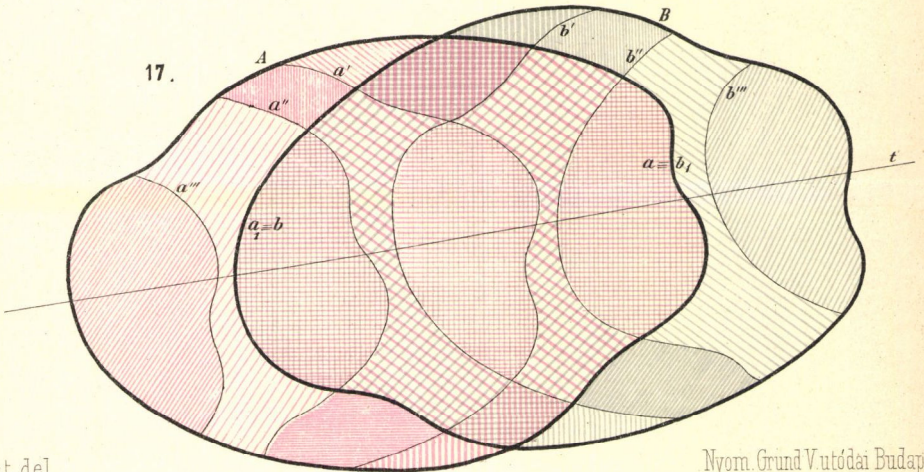
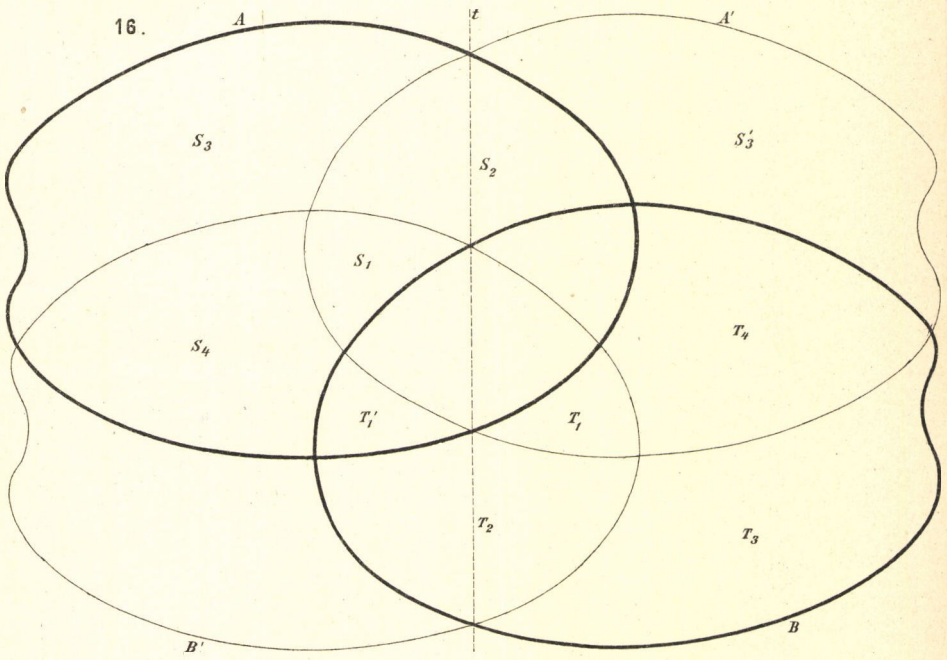
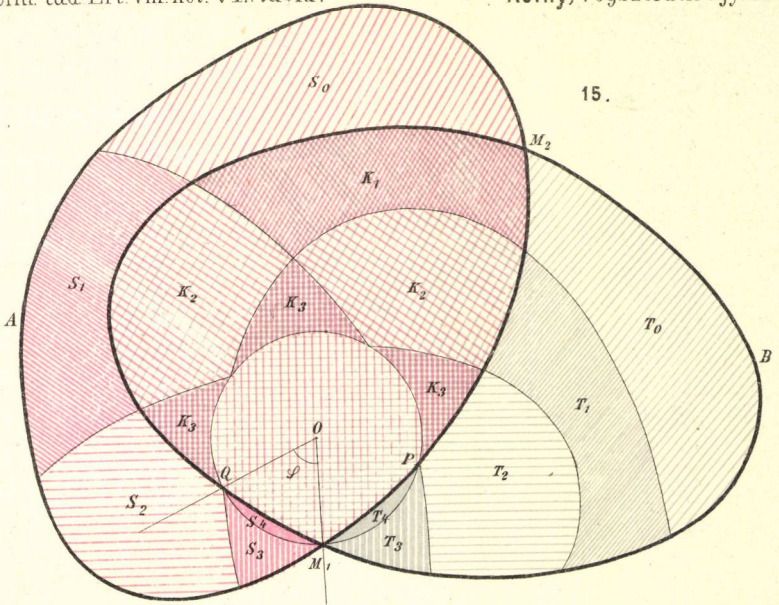
13.



14.

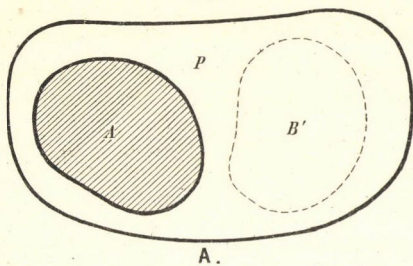




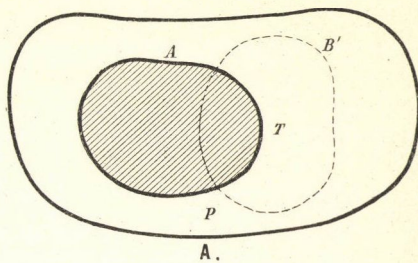




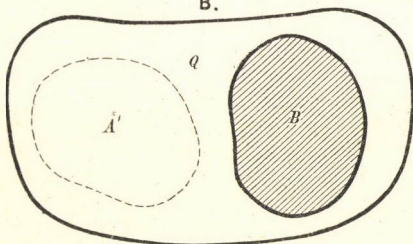
18.



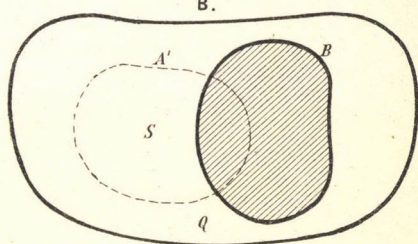
19.



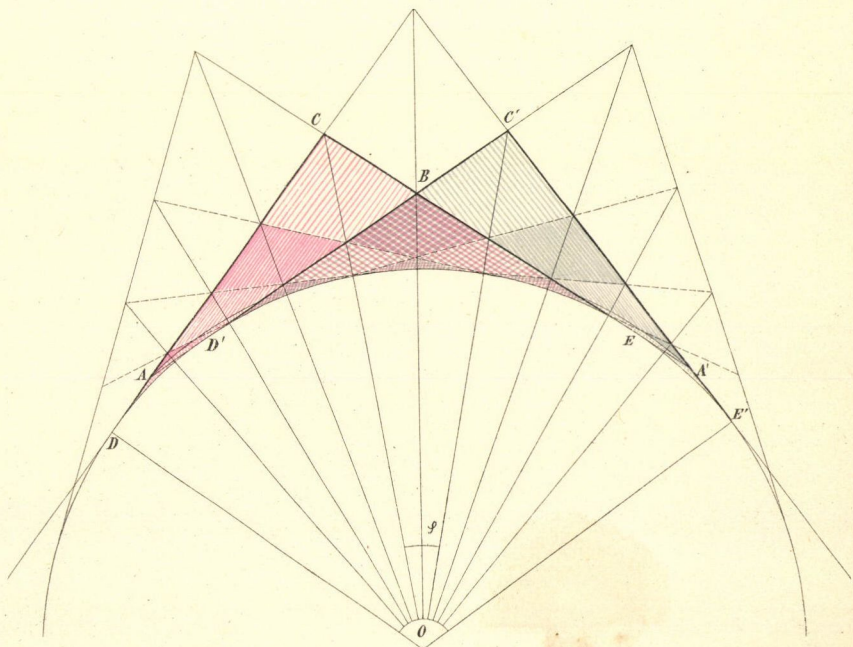
B.



B.



20.



KÖL. ERG. PÁZMÁNY PÉTER
KÖZVETLEN ÉS ANADYVON KÖZVETLEN
KÖNYVTÁRA