961 50639

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

LIII. KÖTET. — ELSŐ RÉSZ.

EGY TÁBLÁVAL

1935 MRC 26. ÁTVÉTEL

MATHEMATISCHER UND NATURWISSENSCHAFTLICHER ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND LIII. — ERSTER TEIL.

MIT EINER TAFEL

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1935.

3637 I-314

TARTALOMJEGYZÉK.

Lap

Bay Zoltán: Kis mozgásoknak csuklólánc által való nagyítás áról ..... 169—179

Csik Lajos: Különböző gének hatása ugyanazon szerv phänotypusára ..... 248—277

Hollendonner Ferenc: Az Alföld őstörténelemkorabeli erdeinek meghatározása anthrakotomiai vizsgálatok alapján.. 59— 67

Kotzmann László: lásd 'Sigmond Elek.

Lipka István: Egy Fourier-féle tételről ..... 149—153

Mauritz Béla: Aphrosiderit a Magas-Tátra gránitjából ... 238—246

Mauthner Nándor: A glukokávésav és a homosyringasav szintézisei ..... 113—126

Mihálik Péter: A csillangókészülék fejlődéséről ..... 132—138

Náray-Szabó István és Szlatinay László: Az ammoniumamalgám potenciálja ..... 155—167

Romwalter Alfréd: Az ütközés szerepe az Odén módszerével végzett mechanikai elemzésben ..... 141—147

'Sigmond Elek és Kotzmann László: Adatok a magyarországi főbb talajtípusok dinamikai jellemzéséhez. I. ... 70— 90

'Sigmond Elek és Kotzmann László: Adatok a magyarországi főbb talajtípusok dinamikai jellemzéséhez. II. .. 93—110

Soó Rezső: A történelmi Magyarország növényszövetkezeteinek áttekintése. I. ..... 1— 51

Szlatinay László: lásd Náray-Szabó István.

Vendl Aladár: A Börzsönyi-hegység néhány löszéről ..... 181—201

Vendl Aladár: Adatok a cserépfalui paleolitok kőzettani ismeretéhez ..... 203—230

Zemplén Géza: Egy rhamnozido-glükóz szintézise ..... 232—236

MATEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

LIII. KÖTET.

MATHEMATISCHER
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHER
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND LIII.

BUDAPEST.
KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.
1935.

50639



FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA.

TARTALOMJEGYZÉK.

Lap

Ábrahám Ambrus: Adatok a madárbélcsatorna beidegzésének ismeretéhez ..... 793—804

Bay Zoltán: Kis mozgásoknak csuklólánc által való nagyításáról ..... 169—179

Bogsch László: A nógrádszakáli tufás márga faunájának kora 719—732

Csik Lajos: Különböző gének hatása ugyanazon szerv phänotypusára ..... 248—277

Csik Lajos: Hőmérséklet hatása gének által feltételezett phänotypusra Drosophila melanogasternél ..... 739—741

Dudich Endre és Wagner János: Bars vármegye puhatestű-(Mollusca)-faunájának alapvetése ..... 807—824

Gerő Lóránd: Új eljárás alkalmazása perturbációk felismerésére a CS, CO^+ és N_2 molekulák színképén ..... 331—350

Gyulai Zoltán: Túlterhelt $NaCl$-kristályok elektromos vezetése és kristályos szerkezete ..... 665—683

Hollendonner Ferenc: Az Alföld őstörténelemkorabeli erdeinek meghatározása anthrakotomiai vizsgálatok alapján 59—67

Hoor-Tempis Móric: A művelt államok lakosonkénti géphányadának és évenkénti mechanikai munkatermelésének évtizedes fejlődési irányzata ..... 279—290

Hoor-Tempis Móric: Csonkamagyarország és a külföld lakosonkénti géphányadai és az évenként fogyasztott mechanikai munkamennyiség ..... 293—303

Kadič Ottokár: A Mussolini-barlang felásatásának eredményei ..... 508—517

Kerékjártó Béla: Felületek reguláris leképezéseinek elmélete 371—404

Kerékjártó Béla: Analytikus leképezések indexéről ..... 407—418

Kormos József: Adatok a Suctoriusok fejlődésének ismeretéhez 522—538

Kotzmann László: lásd Sigmond Elek.

Kutassy Endre: Adatok a Lovčenipora kérdéséhez ..... 488—495

Kutassy Endre: Két új Indopecten-faj az erdélyi triászból 498—504

Lipka István: Egy Fourier-féle tételről ..... 149—153

Marek József, Wellmann Oszkár és Urbányi László: Rhachitis-kísérletek borjúkkal és a rhachitis aetiologiája .... 483—485

Marek József, Wellmann Oszkár és Urbányi László: További vizsgálatok a csontok sóinak kémiai szerkezetéről 734—736

Mauritz Béla: Aphrosiderit a Magas-Tátra gránitjából ... 238—246

Mauthner Nándor: A glucokávésav és a homosyringasav szin-

★

Lap

tézisei ..... 113—126
Mihálik Péter: A csillangókészülék fejlődéséről ..... 132—138
Sz. Nagy Gyula: Maximális indexű felületekre vonatkozó vizsgálatok ..... 420—471
Sz. Nagy Gyula: Valós együtthatójú polinomok deriváltjának valós zéróhelyeiről ..... 781—791
Náray-Szabó István és Szlatinay László: Az ammonium-amalgám potenciálja ..... 155—167
Pekár Dezső: Földalatti üregek kimutatása Eötvös torziós ingájával ..... 306—328
Pogány Béla: Az argon I, krypton I, és xenon I. színkép vonalainak Zeeman-felbontásairól ..... 352—369
Rados Gusztáv: Indukált helyettesítések determinánsának rangjáról ..... 696—698
Rados Gusztáv: Indukált négyzetes alakokról ..... 685—693
Renner János: Kísérleti vizsgálatok a tömegvonzás és a tehetetlenség arányosságáról ..... 542—568
Romwalter Alfréd: Az ütközés szerepe az Odén módszerével végzett mechanikai elemzésben ..... 141—147
'Sigmond Elek és Kotzmann László: Adatok a magyarországi főbb talajtípusok dinamikai jellemzéséhez. I. ..... 70—90
'Sigmond Elek és Kotzmann László: Adatok a magyarországi főbb talajtípusok dinamikai jellemzéséhez. II. .. 93—110
Soó Rezső: A történelmi Magyarország növényszövetkezeteinek áttekintése. I. ..... 1—51
Szabó Zoltán (Budapest): Organografiai és genetikai vizsgálatok Dipsacaceákon ..... 571—629
Szabó Zoltán (Szeged): A diffuziós potenciálok koncentrációfüggése. I. ..... 743—755
Szabó Zoltán (Szeged): Vizsgálatok a sósav ionjainak aktivitásáról ..... 757—778
Szlatinay László: lásd Náray-Szabó István.
Török Piroska: A budapesti vízvezetéki víz szüredékének faunája ..... 637—659
Urbányi László: lásd Marek József.
Vendl Aladár: A Börzsönyi-hegység néhány lőszéről ..... 181—201
Vendl Aladár: Adatok a cserépfalui paleolitok kőzettani ismeretéhez ..... 203—230
Wagner János: Magyarország Valloniái ..... 701—716
Wagner János: lásd Dudich Endre.
Wellmann Oszkár: lásd Marek József.
Wigner Jenő: A Rayleigh-Schrödinger-féle perturbációelmélet egy módosításáról ..... 475—476
Zemplén Géza: Egy rhamnozido-glükóz szintézise ..... 232—236

INHALTSVERZEICHNIS.

Seite

Ábrahám, A.: Beiträge zur Kenntnis der Innervation des Vogeldarmes ..... 805—806

Bay, Z.: Über die Vergrösserung kleiner Bewegungen mittels Gelenkkette 180

Bogsch, L.: Das Alter der Fauna des tuffigen Mergels von Nógrádszakál 733

Csik, L.: Die Wirkung von verschiedenen Genen auf den Phänotyp des gleichen Organs 278

Csik, L.: Einfluss der Temperatur auf die Genwirkung an Drosophila-Flügel 742

Dudich, E. und Wagner, J.: Die Grundlage der Weichtierfauna vom Komitat Bars 825

Gerő, L.: Über die Störungen in den Bandenspektren von CS, CO^+ und N_2 351

Gyulai, Z.: Die elektrische Leitfähigkeit und Kristallstruktur deformierter $NaCl$-Kristalle 684

Hollendonner, Fr.: Feststellung der urzeitlichen Wälder des ungarischen Tieflandes auf Grund anthrakotomischer Untersuchungen ..... 68—69

Hoor-Tempis, M. v.: Der Jahrzentgang der Entwicklung der Maschinenquote je Einwohner und der erzeugten mechanischen Arbeit in den Kulturstaaten ..... 291—292

Hoor-Tempis, M. v.: Die Maschinenquote und der Jahresbedarf an mechanischer Arbeit Trianon-Ungarns und des Auslands ..... 304—305

Kadič, O.: Ergebnisse der Ausgrabungen in der Mussolinihöhle 518—521

Kerékjártó, B. de: Théorie des transformations régulières de surfaces ..... 405—406

Kerékjártó, B. de: Sur l'indice des transformations analytiques 419

Kormos, J.: Beiträge zur Kenntnis der Entwickelung der Suctorien ..... 539—541

Kotzmann, L.: Siehe Sigmond, A.

Kutassy, A.: Beiträge zur Lovčenipora-Frage ..... 496—497

Kutassy, A.: Zwei neue Indopecten-Arten aus der siebenbürgischen Trias ..... 505—507

Seite

LIPKA, St.: Über einen Satz von Fourier 154
MAREK, J., WELLMANN, O. und URBÁNYI, L.: Rhachitis-Versuche beim Kalb und die Rhachitis-Ätiologie ..... 486—487
MAREK, J., WELLMANN, O. und URBÁNYI, L.: Weitere Untersuchungen über den chemischen Aufbau der Knochensalze 737—738
MAURITZ, B.: Aphrosiderit aus dem Granit der Hohen-Tatra 247
MAUTHNER, F.: Die Synthese der Glucokaffeesäure und der Homosyringasäure ..... 127—131
MIHÁLIK, P. v.: Die Entwicklung des Flimmerapparates bei Wirbeltieren ..... 139—140
NAGY, J. v.: Untersuchungen über die Flächen vom Maximalindex. ..... 472—474
NAGY, J. v.: Über die reellen Nullstellen des Derivierten eines Polynoms mit reellen Koeffizienten 792
NÁRAY-SZABÓ, St. v. und SZLATINAY, L.: Das Potential des Ammoniumamalgams 168
PEKÁR, D.: Nachweis von unterirdischen Höhlungen mit der Eötyös-schen Drehwage ..... 329—330
POGÁNY, B.: Beobachtungen über die Zeeman-Aufspaltungen von Linien des Krypton I., Argon I., und Xenon I-Spektrums 370
RADOS, G.: Über induzierte quadratische Formen ..... 694—695
RADOS, G.: Über den Rang der Determinante induzierter Substitutionen ..... 699—700
RENNER, J.: Experimentelle Untersuchungen über die Proportionalität von Gravität und Trägheit ..... 569—570
ROMWALTER, A.: Die Stosswirkung bei der mechanischen Analyse nach Odén 148
SIGMOND, A. v. und KOTZMANN, L.: Beiträge zur dynamischen Charakterisierung der wichtigsten ungarischen Bodentypen ..... 91—92
SIGMOND, A. v. und KOTZMANN, L.: Die dynamische Charakterisierung der ungarischen Rendzinaböden ..... 111—112
SOÓ, R. v.: Die Pflanzengesellschaften des historischen Ungarn. I. ..... 52—58
SZABÓ, Z. (Budapest): Organographische und genetische Untersuchungen an Dipsacaceen ..... 630—636
SZABÓ, Z. (Szeged): Über die Ionenaktivitäten der Salzsäure 779—780
SZABÓ, Z. (Szeged): Über Konzentrationsabhängigkeit der Diffusions-Potentiale. I. 756
SZLATINAY, L.: Siehe NÁRAY-SZABÓ.
TÖRÖK, P. v.: Filtrat-Fauna der Budapester Wasserleitung .. 660—664
URBÁNYI, L.: Siehe MAREK, J.

Seite

VENDL, A.: Über einige Lösse des Börzsönyer-Gebirges 202

VENDL, A.: Beiträge zur petrographischen Kenntnis der Paläolithe von Cserépfalu 231

WAGNER, J.: Die Vallonien Ungarns ..... 717—718

WAGNER, J.: Siehe DUDICH, E.

WELLMANN, O.: Siehe MAREK, J.

WIGNER, E.: On a modification of the Rayleigh-Schrödinger perturbation theory ..... 477—482

ZEMPLÉN, G.: Synthese einer Rhamnosidoglykose 237

A TÖRTÉNELMI MAGYARORSZÁG NÖVÉNYSZÖVETKEZETEINEK ÁTTEKINTÉSE. I.

Berei SOÓ REZSŐ-től.

Bevezető.

A történelmi Magyarország növényföldrajzának megírásához több munkám szolgáltat alapvető jellegű áttekintéseket. Így a magyar flóra elemzését azaz a növényföldrajzi flóraelemek százalékos megoszlását, az endemizmusok és reliktumok összefoglalását l. Soó: Analyse der Flora des historischen Ungarns (Magy. Biol. Int. Munkái VI, 1933. 173—194), az ország florisztikai növényföldrajzi felosztását és klimaxöveinek megállapítását, továbbá flóra- és vegetációtérképét l. Soó: Floren- und Vegetationskarte des historischen Ungarns (Debreceni Tisza I. Társ. Honismertető Bizottságának Kiadványai 30, 1933. 1—35), a magyar puszta keletkezésének és főbb vegetációtípusainak jellemzését l. Soó: Die Vegetation und die Entstehung der ungarischen Puszta (Ungarische Jahrbücher 1926, 258—276, bővítve és átdolgozva Journal of Ecology 1929, 329—350) és A magyar puszta fejlődéstörténetének problémája (Földrajzi Közlemények 1931, 1—17), a növényszociológia magyarországi kutatásainak összefoglalását 1929-ig l. Soó: A modern növényföldrajz problémái, irányai és irodalma. A növényszociológia Magyarországon. (Magy. Biol. Int. Munkái III, 1930. 1—51.) A legutolsó években azonban úgy magyar részről, mint a megszállott területekről, különösen lengyel, cseh és horvát kutatók tollából, nagyszámú növényszociológiai munka jelent meg, összefoglaló bibliografiájuk 1933-ig bezárólag l. Soó: Floren- und Vegetationskarte l. c. Épezért nagyon szükséges, hogy összefog-

laljuk az eddigi eredményeket, a leírt sok növényszövetkezetet revízió alá vegyük, egymással azonosítsuk, végleges nevüket és eddig ismert hazai elterjedésüket megállapítsuk s így a magyarföldi vegetációnak első összefoglaló képét nyujtsuk.

Annál is inkább sürgős e feladat, mert a BRAUN—BLANQUET szerkesztette «Prodrome des Groupements Végétaux» (kiadja a Comité International du Prodrome, illetőleg a Station Internat. de Géobotanique Méditerranéenne et Alpine, Montpellier l. Soó: Bot. Közl. 1934, 164) cseh kutatót, KLIKA J. dr. személyében, bízott meg a Magyarországra vonatkozó irodalom összegyüjtésével. E sorok íróját megválasztották ugyan a szerkesztőbizottság tagjává, de anyagi segítség hiányában nem jelenhetett meg annak ülésein (Párizs, Barcelona) s így cseh kézbe került a megbízás, holott magam már hosszú évek óta regisztrálom a történelmi magyar területre vonatkozó növényszociológiai irodalmat s annak egységes feldolgozásával foglalkozom. Ez a munka igen sok nehézségbe ütközik, elsősorban azért, mert egyes dolgozatok megszerzése — miután idegen szerzőik nem látják örömmel, hogy munkájuk magyar területre vonatkozónak tekintessék — sok utánjárásba kerül. Mégis sikerült a magyar, lengyel, cseh és oláh növényszociológiai irodalmat 1933 végéig (részben 1934 áprilisáig) majdnem teljesen megszerezve a többszáz leírt s igen különböző értékű növényszövetkezetet összehasonlítva, azokat BRAUN—BLANQUET rendszerébe foglalva feldolgoznom. Tekintettel a munka igen nagy terjedelmére s a megjelenés sürgősségére, az egyes asszociációk ökológiai jellemzését és szociológiai strukturáját csak igen röviden érintem, ellenben felsorolom az asszociáció alatti egységeket; így minden növényszövetkezetnél szerepelnek az egymást földrajzilag helyettesítő típusok (variánsok), a konszociációk, a szubasszociációk (főerdőtípusok) és szociációk (ill. synusiumok vagy consocionok, erdőtípusok). A munka jelen első része az erdei vegetációt, RÜBEL—*Lignosa* vegetációtípusát illetőleg *Aestilignosa* és *Aciculilignosa* formációsorozatait foglalja magában. Felöleli a történeti Magyarországot, Horvát-Szlavonországok nélkül (amely területre vonatkozó szociológiai irodalom, különösen az erdőket illetőleg, még igen csekély).

Míg mindazon állományokat (asszociációindividuum), ame-

lyeknek florisztikai összetétele (különösen állandó és jellemző, azaz konstans- és karakter-fajaik azonosak) lényegében egyforma, ökológiájuk és megjelenésük (physiognomiájuk) hasonló, egy *asszociációba* sorozunk, addig ugyanazon asszociáción belül több növényszociológiai egységet különböztetünk meg. Így szerepelnek jelen munkában:

1. *Konszociáció*, abban különbözik az asszociáció típusától, hogy benne más faj az uralkodó, tehát más a növényszövetkezet megjelenése, de a típussal azonos az ökológiája és összetétele. Pl. a tiszta bükkös mellett a bükkerdő *(Fagetum silvaticae)* assz.-jába tartoznak a lúccal, jegenyefenyővel, gyertyánnal, hegyi juharral kevert bükkösök is, akkor is, ha a lombkoronaszint járulékos fajai dominánsokká lesznek (különösen gyertyán, juhar), de egyébként a növényszövetkezet összetétele változatlan marad. L. 28. old.

2. *Szubasszociáció*, valamely assz.-ba tartozó szubasszociációk egymástól kvalitatív jellemvonásokban — állandó vagy jellemző fajok jelenléte vagy hiánya, vagy a szubassz.-ra jellemző fajok (differenciális fajok) fellépése — különböznek. Az erdei növényszövetkezeteknél ezzel egyenértékűek a főerdőtípusok (Cajander *Calluna*, *Myrtillus*, *Oxalis* stb. főtípusai), amelyek azonos lombkoronaszint mellett is teljesen különböző gyepszintet jelentenek, más tehát a gyepszint florisztikai összetétele, megjelenése és ökológiája. L. 29. old.

3. *Faciesek*, valamely assz.-nak faciesei egymástól kvantitatív jellemvonásokban (egyes fajok más dominancia értéket mutatnak vagy egy máskülönben az assz.-ban alárendelt faj helyenként uralkodóvá lesz) különböznek. Az erdei növényszövetkezeteknél ezzel egyenértékűek az erdőtípusok (mai középeurópai használatban), amelyeket a gyepszintben lokálisan uralkodó faj alapján különböztetünk meg, akkor is, ha annak további összetételében nagyobb szerkezeti különbségek nincsenek. A faciesek, illetőleg erdőtípusok a lokális talaj- és mikroklimatikus viszonyokat tükröztetik vissza. A faciessel egyenlőértékű a szociáció. L. 29. old.

du Rietz szerint egy *szociációba* tartoznak mindazon állományok, amelyek minden szintjében ugyanazon fajok dominálnak pl. *Pinus silvestris* (lombkoronaszint) — *Vaccinium myrtillus* (gyepszint) — *Hylocomium proliferum* (mohaszint) szoc., vagy *Fagus silvatica*

Carex pilosa szoc., egy konszociációba mindazok, amelyek legfelső szintjében (erdőknél a lombkoronaszint) ugyanazok a fajok dominálnak, tehát pl. az összes *Fagus silvatica* vagy *Carpinus betulus* vagy *Acer pseudoplatanus* lombkoronájú erdők, végül egy asszociációba mindazok, amelyek legfelső szintjének összetétele megegyező, ha helyenként más-más fajok dominálnak is, ugyanakkor a gyepszint összetétele különböző lehet pl. *Fageto—Carpinetum*.

A legkisebb önálló szociológiai egység a synusium p. p. (GAMS) = *consocion* (DU RIETZ) azonos megjelenésű, egy szintet alkotó, hasonló ökológiai igényű fajok összessége, amelyek különböző assz.-k alkotóelemeiként, szintjeiként, de önállóan is felléphetnek. Pl. a *Vaccinium myrtillus* (áfonya) consocion a legkülönbözőbb erdőkben (lúc-, bükk-, tölgy-asszociációkban) — savanyú talajon — képezhet gyepszintet, sőt önmagában önálló asszociáció lehet. A szerint, hogy ugyanolyan lombkoronaszintű erdőben, azaz ugyanabban az asszociációban melyik consocion képezi a gyepszintet, különböztetjük meg az illető assz.-nak, pl. a bükkösnek szociációit, amely szociációk tehát a gyakorlatban egybeesnek a faciesekkel, ill. az erdőtípusokkal. A *geografiai variansok*, mivel ugyancsak lényeges kvalitatív különbségeket jelentenek (differenciális fajok!), — az egyes flóraterületek szerint — az assz. összetételében, a szubasszociációval egyenlő értékűek.

Példák:

Asszociáció	Geogr. variáns	Szubassz. (főerdőtípus)	Facies: szociáció (erdőtípus)	Konszoc.
Fagetum silvaticae	*-carpaticum*	*-normale*	*alliosum -(Allium ursinum típus)*	*-carpinosum*
Picetum excelsae	. . . . .	*myrtilletosum*	*calamagrostidiosum (Myrtillus-Calamagr. villosa típus)*	. . . . .

Az assz. elnevezésében az assz. név -etum, a subassz. név -etosum, a facies (szoc.) név -osum végzetű. V. ö. Soó: A növényföldrajz alapvonalai, 1934. II. 9—10. Az erdőtípusok fogalmát, növényföldrajzi és erdészeti jelentőségét behatóan tárgyalja ma-

gyar nyelven MAGYAR PÁL legújabb munkája (Erd. Kis. 1933. 4. füz. 1934), a továbbiakban erre utalok. Az erdőtípusokra vonatkozó irodalom igen terjedelmes, itt csak az alapvető vagy összefoglaló munkák szerzőit említem meg: CAJANDER és ILVESSALO: Über Waldtypen (1909, 1921), MOROSOW: Die Lehre vom Walde (németül 1928), továbbá ILVESSALO, KUJALA, LINKOLA, KRUEDENER HUECK, SCHOENICHEN, DENGLER, RUBNER, SUKATSCHEW neveit.

Az összes hazai erdők és cserjések összefoglalásom alapján mintegy 22 nagy asszociációba (ass. coll.) foglalhatók s kb. 100—120 szociációt (erdőtípust) jelentenek (nem számítva azonban, hogy ugyanazon consocion egy asszociáción belül még a földrajzi variánsokban és a konszociációkban is ismétlődik, így különösen a bükkös és tölgyes szociációk száma igen magasra emelkedik). A bükkösök és tölgyesek tárgyalásánál egy erdőtípus csak egyszer szerepel, szoc. megjelöléssel, valójában tehát a consociont (synusiumot) tárgyalom, pl. a bükkösöknél *Asperula odorata* szoc.-hoz vontam az összes bükkös konszociációk *Asperula* szociációit. Az irodalomból vett adatokon kívül felhasználtam még saját és tanítványaim (különösen dr. ZÓLYOMI BÁLINT tanársegédem) kiadatlan felvételeit is. Csak utólag vehettem be dr. MAGYAR PÁLnak 1934. júliusában megjelent erdőtípus dolgozatait.

I. Magyarország fás vegetációjára vonatkozó irodalom áttekintése.

1. **A Magyar Középhegység** első erdőtípusait Soó (1930) említi, így a borsodi Bükkből 350—900 m között: a rendes *Asperula* faciesen kívül *Dentaria bulbifera, Lunaria, Urtica, Aconitum moldavicum* (magaskórós szoc.) és az erdei forráslápokat jellemző *Chrysosplenium alternifolium* facieseket (típusok, szociációk). Példák: l. az Erd. Kis.-ben megjelenő «Magyarország erdőtípusai» c. munkámban.

Későbbi bükki exkurzióimon újabb típusok jelenlétét is megállapíthattam, így kiemelendő a *Hesperis sibirica* facies (Szinvavölgy), míg a tölgyesekben (főkép *Quercus sessilis* assz. *Carpinus*-szal) a *Poa nemoralis* + *Melica uniflora* és *Festuca sulcata* típusok elterjedtek.

Zólyomi a Bükk sziklai vegetációjának tanulmányozása alatt leginkább a sziklás lejtők és törmelékes hegyoldalak erdeit felvételezte. A bükkösökben leginkább az *Asperula (—Oxalis* vagy *—Dentaria)* típust találta, a mészszikla bükkösében *(Fagetum aceretosum pseudoplatani!)* számos szociációt (faciest) különböztet meg, hasonlóan a kevert sziklai kőriserdők *(Fraxinetum excelsioris tiliosum)* és tölgyesek *(Quercetum lanuginosae v. lanuginosae-sessilis)* összetétele alapján.

Példák :

Quercetum mixtum (sessilis-lanuginosa-cerris) (Bélkő) szociációi: a) *Melica nutans*, b) *Poa nemoralis*, c) *Lithospermum purpureo-coeruleum!* d) *Festuca vallesiaca* **tenuis*.

Q. lanuginosae: Sesleria Heufleriana-Carex humilis típus (Gerennavár).

Fraxinetum excelsioris tiliosum (Bélkő, Tarkő) szociációi: a) *Sesleria Heufleriana*, b) *Melica uniflora*, c) *Waldsteinia geoides*. Tavaszi faciesek: *Anemone ranunculoides-Corydalis cava, Adoxa moschatellina*.

Fagetum aceretosum pseudoplatani (Bélkő) szociációi: *Polypodium vulgare, Geranium Robertianum* az erdős sziklán, *Lunaria rediviva, Arabis alpina, Geranium Robertianum* az erdős sziklatörmeléken, *Chrysosplenium alternifolium* nedves sziklatörmeléken.

Domin (1931) az Ipoly és Garam közötti Kovácsi-hegyekről említi mint erdei növényszövetkezeteket: *Quercus lanuginosa — Qu. cerris, — Fraxinus ornus, Qu. sessilis — Qu. robur — Fraxinus ornus* assz. Bővebb leírás hiányzik, valószínűleg mint egy asszociáció *(Querceto-Fraxinetum)* típusai.

Dostál (1933) legújabban a Tornai Karszt («Szlovák Karszt») vegetációját ismertetve, a következő erdőket említi:

1. *Abieteto-Piceetum myrtilletosum*, 2. *Fagetum carpaticum calcicolum (asperuletosum, poetosum nemoralis, melicetosum unifloraе)*, 3. *Aceretum pseudoplatani carpaticum* megfelel a *Fagetum acerosum Lunaria—Urtica* szociációjának, 4. *Querceto—Carpinetum slovenicum* (amelyet a Fagionhoz von) vegyes aljnövényzettel, 5. *Quercetum lanuginosae pannonicum (brachypodietosum pinnati, festucetosum vallesiacae.)*

Az utolsó három asszociáció megfelel a Magyar Középhegységből ismert (Bükk, Balatonvidék) növényszövetkezeteknek. (V. ö. Zólyomi: *Fagetum acerosum*, Soó: *Quercetum sessilis carpinosum* és *Qu. lanuginosae.*)

A Balatonvidékről, mint a Bakony előhegyeiről és a Keszthelyi hegységből 280—400 m között Soó (1930—1) mint bükkösfacieseket említ: *Asperula* (kevert), *Hedera*, *Brachypodium silvaticum*, *Allium ursinum*, *Circaea lutetiana* és kevert *Urtica dioica* típusokat. Példák l. Soó 1931. 300. és Erd. Kis. 1934.

A balatonvidéki *Quercus sessilis* erdőkben *(Q. sessilis, Q. lanuginosa* és *Q. sessilis—Carpinus betulus)* — v. ö. Soó 1931: 303—8. — leginkább a kevert *Brachypodium silvaticum* típus uralkodik, a különböző aszpektusokban helyenként több faj érhet el nagyobb dominanciát. *Brachypodium silvaticum* típust említ Soó a *Quercus robur—Carpinus betulus* erdőkből is. A *Quercus lanuginosa—Cotinus coggygria* asszociációban (Soó l. c. 308—9.) majdnem kizárólagosan a *Festuca sulcata* a domináns gyepképző, de számos faj éri el a 2 A—D értéket. A kevert, *Fraxinus ornus—Acer campestre-Ulmus campestris (glabra)*, többé-kevésbbé a kultúra teremtette erdőkben, már változatosabb a gyepszint; uralkodhatnak *Hedera*, *Festuca sulcata*, *Brachypodium pinnatum* (ritkábban a *Querceto—Cotinetum*-ban is), *Geranium Robertianum* etc., sőt az *Anthriscus trichosperma* is. *Brachypodium silvaticum-Pteridium aquilinum* típusú a lesenceistvándi *Betuletum pendulae* aljnövényzete. (Soó l. c. 315.)

A Bakonyból 300—700 m között Soó (1930) több faciest említ, így a normális *(Oxalis—Asperula)* — ehhez véve a *Sanicula* faciest is — típuson kívül: *Poa nemoralis*, *Melica uniflora*, *Luzula nemorosa*, *Mercurialis perennis*, *Circaea lutetiana* (nedves, mélyebb részeken), és a völgyekben, mint magaskórós kultúrtípust a *Geranium phaeum—Urtica dioica* faciest. Ezekhez járul még helyenként a *Lamium maculatum* magas dominanciája folytán még egy esetleges *Lamium* facies. Példákat l. az Erd. Kis.-ben megjelenő «Magyarország erdőtípusai» c. munkámban.

A Bakony egyetlen *Pinetum silvestrise* (Fenyőfő) aljnövényzete alapján a *Festuca sulcata* homoki típusához sorozandó. V. ö. Soó l. c. 296.

A délbakonyi Tobánhegyről legújabban Polgár (1933) közölte

vegetációleírásban csak a kevert tölgyesek *(Quercetum mixtum fraxinetosum orni)* vannak típusaikra («subassociatio») szétválasztva, POLGÁR hármat említ: *Carex alba, Melica uniflora* és *Brachypodium pinnatum* (tavasszal *Hierochloë hirta)* típusokat, v. ö. balatonvidéki erdők (Soó).

Ugyancsak a Bakonyból, Farkasgyepűről MAGYAR (1933) bükkös és gyertyános-bükkös állományokból *Oxalis—Asperula, Carex pilosa, Lamium galeobdolon* és kevert *Carex pilosa—Oxalis-Asperula* típusú felvételeket közöl, helyenként *Fragaria vesca, Athyrium filix femina* etc. is nagyobb borítást mutatnak.

A Mecsekről MAGYAR (1933) kevert tölgyesek (bükkel és gyertyánnal elegyes *Quercetum sessilis*) felvételeiből a *Carex pilosa, Melica uniflora, Allium ursinum* és *Rubus* faciesek jelenléte állapítható meg.

A Hanság területéről ZÓLYOMI (1933) a *Quercetum roburis* szociációiként *Brachypodium silvaticum, Lithospermum purpureo-coeruleum, Asperula odorata* típusokat említ, míg a *Q. cerris*ben *Festuca pseudovina—Agrostis tenuis* gyep uralkodik. A lébényi *Carpinetum*nak két szociációját említi : *C. asperulosum* és *caricosum pilosae,* azaz *Asperula* és *Carex pilosa* típusok, sok *Convallaria, Hedera* etc.

A soproni hegyek erdeiről — 250—510 m — FEHÉR, KISS, KISZELY (1933) felvételei szociológiailag nem adnak kielégítő képet s így az erdőtípusok meghatározása is nehézségekbe ütközik, a lúcosokban a *Vaccinium myrtillus* és *Hypnum cupressiforme,* a gyertyános és bükkös állományokban a *Luzula pilosa* és *kevert Asperula* típusok, míg a tölgyesekben a *Luzula pilosa* dominanciája állapítható meg. *Quercetum myrtillosum*ot MAGYAR (l. c.) közöl Sopronból.

A vasmegyei erdőkről röviden Soó 1933 emlékezik meg típusaikat illetőleg, javarészük Kőszeg környékén a *Deschampsia flexuosa* vagy *Vaccinium myrtillus* típushoz tartozik, így *Fagetum,* kevert *Fageto-Carpinetum* vagy *Quercetum sessilis carpinosum* erdők. Ritka a *Lunaria rediviva (Anthris cusnitidá*val) facies, míg az *Oxalis-Asperula* típus a nedvesebb bükkösökben gyakori. Az erdei fenyő erdeiben (*Pinetum silvestris* l. 47. old.), *Calluna* vagy *Nardus stricta* uralkodik, a *Myrtillus—Calluna* típus pedig a lúcosok-

ban elterjedt, de említ *Piceetum subnudum*ot is. A borostyánkői szerpentinvidék *Pinetum*aiban a *Festuca ovina* gyepszint jellemző. Teljesen kevert és nagyon változó a *Castanetum sativae noricum* (gesztenyések) gyepszintje, v. ö. Soó l. c. 110—120.

A vasmegyei erdőket Soó így foglalja össze:

Pinion silvestris: Pinetum silv. callunetosum et *festucetosum ovinae.*

Piceion excelsae: Piceetum excelsae abietosum, callunetosum et *myrtilletosum.*

Quercion roburis: Quercetum roburis carpinosum (a síkon), *Q. cerris, Q. sessiliflorae noricum* (incl. *myrtilletosum* et *carpinosum*), *Betuletum pendulae.*

Fagion silvaticae: Fagetum silvaticae noricum (incl. *F. abietosum, carpinosum, myrtilletosum, F. altherbosum Chaerophyllum cicutaria* vagy *Equisetum maximum* szoc.-val). A ligetekről l. 24—6. old.

2. Az **Alföld** erdőtípusairól eddig alig tudunk valamit. A dunatiszaközi homok basiphil tölgyesei *Quercetum roburis* (pl. Farmos) és *Q. lanuginosae* (pl. Monor), *Festuca vaginata* vagy *sulcata* gyeppel. (Soó, 1929—30.) Behatóbban ismerem a Nyírség erdeit, ezeknek részletes elemzése a Nyírség növényszövetkezeteinek feldolgozása során jelenik meg. A pusztai erdő (Waldsteppe) parkszerű *Quercetum roburis* — olykor *Q. tiliosum argenteae* — gyepszintjét rendesen a *Festucetum sulcatae* képezi. Igen változatosak és kevert gyepszintűek a humuszos, sűrű *Q. roburis* erdők, amelyekben *Brachypodium silvaticum, Poa nemoralis* (kevés), *Pteridium aquilinum, Convallaria majalis (Polygonatum latifolium), Lithospermum purpureocoeruleum, Salvia glutinosa, Asperula odorata* (inkább a tiszta *Carpinetum*okban) stb. szociációk uralkodnak. Mint kultúrabefolyásolta állományokban nyáron sokszor az *Urtica dioica* típus dominál, még a tavaszali *Anemone ranunculoides* és *Corydalis cava* szociációk helyén is. Ugyancsak kevert növényzetű az egyetlen nagyobb *Betuletum pendulae* (Tornyospálca) aljnövényzete is. Már a ligeterdőkhöz sorozandók a kevert *Fraxineto-Ulmetum* állományok, szociációik: *Carex acutiformis, Carex remota, Convallaria majalis* — a nedvesség fokozatos csökkenésének megfelelően —, viszont a bátorligeti *Asarum europaeum, Hedera helix* és *Allium ursinum,*

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

valamint *Aegopodium podagraria* szociációk e ligetekben s nedves *Quercetum*okban átmenetet képeznek a Fagion típusaihoz.

Igen kevéssé ismerjük szociológiailag a tiszántúli erdők típusait, csak a MÁTHÉ (1933) leírta ohati sziki-ártéri tölgyes facieseit: *Quercetum roburis* (tibiscense): *Urtica* (kultúr), *Agrostis alba-Alopecurus pratensis* (ártéri), *Festuca pseudovina* (sziki) és *Carex acutiformis* (mocsári) típusok.

A tiszamenti fűzesek aljnövényzete igen szegényes, bennük *Alopecurus pratensis*, *Poa trivialis* vagy *Rubus caesius* uralkodik. (Soó.)

3. **Északi Kárpátok.** KLIKA 1927-ben leírja a Nagy-Fátra erdeit, majd 1929-ben felvételeit átdolgozva az erdőtípusokat. Három asszociációcsoportot különböztet meg: *Fagion submontanum*, *Fagion montanum* (beleértve a lúccal kevert bükkösöket) és *Piceion*, a következő erdőtípusokat írja le:

Asperula odorata—Dentaria enneaphylla típus, 600—1200 m között, száraz, naposabb lejtőkön és tetőkön, alapkőzet rendesen eszes, termőtalaj — 30 cm, rhizosphaera — 10 cm, idősebb bükkös vagy kevert erdőkben. Faciesei: *Petasites albus* (nedves talajon), *Lunaria rediviva* (mély szakadékokban), *Scolopendrium vulgare* (ritkás, sziklás lejtőkön), *Impatiens noli tangere*. Konstansok: *Asperula*, *Dentaria*, *Senecio Fuchsii*. (KLIKA 1927. 2 p. p.)

Oxalis acetosella—Hylocomium splendens típus, 600—700 m között, nedvesebb, hűvösebb lejtőkön, vastag termőtalajon, lúcos erdőkben. A völgyekben a haraszt-, a podszolosodottabb lejtőkön a *Myrtillus*-típusba megy át. Faciesei: *Sanicula europaea* és *Allium ursinum*, nedves, magasabb fekvésű (1100—1200 m) bükkösökben. Konstansok: *Oxalis*, *Asarum*. (KLIKA 1927. 3. p. p.)

Nephrodium filix mas—N. spinulosum (haraszt) típus, 600—1250 m között, igen nedves, kevert, bükkös-lúcos erdőkben, völgyek mélyén vagy északi lejtőkön, vastag termőtalajon. Dominálnak a harasztok, így még az *Athyrium filix femina*, *Phegopteris polypodioides*, konstansok még *Oxalis*, *Pulmonaria officinalis*. (KLIKA, 1927. 4.)

Vaccinium myrtillus—Calamagrostis varia típus, 600—1300 m között, szárazabb, savanyú, sovány talajon, termőréteg gyakran vékony. Lúcos, kevert, ritkábban tiszta bükkösökben. Domináns

a *Vaccinium myrtillus*, gazdag mohaszinttel, ritkábban a *Calamagrostis* (*Vaccinium* nélkül, sziklás lejtőkön), idetartozik még a *Luzula nemorosa* facies. (KLIKA, 1927. 6.)

Cortusa Matthioli típus, 1150—1250 m, a Fátra szubalpin kevert erdei, nedves, mély termőtalajú, főleg északi lejtőkön, idős, ritkás állományokban. Konstansok *Cortusa*, *Petasites albus*, *Polygonatum verticillatum*, *Luzula maxima*. (KLIKA, 1927. 5.)

Luzula maxima típus, 1100—1250 m, az előbbivel rokon, de podszolosodottabb talajon, hűvösebb (sokáig hófödte) termőhelyeken. (KLIKA, 1927. 5. p. p.)

Carex alba típus, 500—1100 m között, a legelterjedtebb típus, különösen meszes altalajon idős lúcosokban (vagy kevert lúcosokban), ritkábban bükkösökben, világos erdei fenyvesekben, sőt vágásterületeken is, mély termőrétegű vagy sziklás talajon, ahol az erdő megtelepedését (*Sesleria variá*val együtt) elősegíti. Szubtípusok:

Carex alba—Genista pilosa, Pinus silvestris assz.-ban.

Carex alba—Brachypodium pinnatum, ugyanott, kultúrfacies.

Carex alba—Sesleria varia, kevert *Fagus—Picea* vagy *Pinus silv.* erdőben.

Carex alba—Oxalis, bükkösökben.

Carex alba—Calamagrostis varia
Carex alba—Vaccinium myrtillus } savanyúbb, podszolosodó talajon, *Fagus* és *Picea* erdőkben.

Vaccinium myrtillus dominál a *Pinetum montanae*-ban is.

MIKYSKA 1928-ban a selmecbányai Skalka erdeit ismerteti, majd (1930) Selmecbánya hegyvidékének 300—1000 m. erdőtípusait, Felosztása a következő:

Fagion carpaticum silicicolum két asszociációval:

Fagetum herbosum (mixtum) az *Asperula* típusú bükkösök.

Fagetum subxerophilum («halbxerofil») a *Carex pilosa* típusú bükkösök, ennek variánsaként *Fagetum nudum*.

Quercion roburis (sessilis) carpaticum silicicolum:

Quercetum (roburis-sessilis) herbosum (mixtum) az *Asperula* típusú tölgyesek.

Quercetum subxerophilum («halbxerofil») a *Poa nemoralis* típusú tölgyesek.

Ezen asszociációkon belül megkülönbözteti, mint erdőtípusokat:

Asperula típus humuszos, középnedvességű talajon, domináns az *Asperula*, mellette (esetleg helyette) *Mercurialis perennis*, *Senecio Fuchsii*, *Impatiens noli tangere* (subtípusok). Átmeneti stádiumokat képviselnek *Urtica dioica* vagy haraszt aljnövényzetű állományok, törmeléktalajon. Bükkösökben, gyertyánosban, ritkán kevert lomberdőben, leginkább lapos tetőkön. (Konstansok: *Nephrodium filix mas*, *Asperula odorata*, *Asarum*, *Dentaria bulbifera*, *Geranium Robertianum*, *Lactuca muralis*, *Pulmonaria officinalis* etc.) Hygrophil jellegű az *Impatiens* subtípus.

Carex pilosa típus, szárazabb talajon, világosabb erdőkben, domináns a *Carex pilosa*, ritkábban a *Luzula nemorosa* (subtípus). Bükkösökben, ritkán tölgyesben, főként a lejtők lábánál vagy a csúcsok alatt. (Konstansok: *Carex pilosa*, *Luzula nemorosa*, *Asperula odorata*, *Dentaria bulbifera*.)

Fagetum nudum az előbbihez hasonló, a fakitermelés és az újulat egyformaságának eredménye, főként lejtőkön, a gyepszint, amelyben nincs domináns faj, legfeljebb a talaj 10 %-át borítja. (Konstansok: *Asperula*, *Dentaria* etc.)

Poa nemoralis típus a legszárazabb típus, világos, ritkás tölgyesekben, ritkán gyertyánosban vagy kevert lomberdőben, főleg lejtőkön. Domináns a *Poa nemoralis* gyakran együtt a *Melica uniflora*val (subtípus). (Konstansok: *Poa nemoralis*, *Fragaria elatior*, *Galium Schultesii*, sok az előző típusokban hiányzó differenciális faj. *Quercion*-fajok.)

Újabban (1933) a selmeci Holikról ugyanezen típusokat közli. Több típust, mint fejlődési stádiumot említ (így a törmelékes lejtők bükköseinek aljnövényzeteit: *Nephrodium filix mas*, *Geranium Robertianum* etc.)

SILLINGER 1929-ben a Fehér Kárpátok (Magyar-Morva Határhegység) tölgyes és bükk-gyertyán erdeit írja le (300—600 m között), típusokat nem különböztet meg, a felvételek alapján dominánsak: *Carex pilosa*, *Asperula odorata*, *Oxalis acetosella*; jellemző a *Hacquetia epipactis* (valamennyi a *Carex pilosa* típushoz tartozik), megemlíti a *Melica uniflora*, *Brachypodium silvaticum*, *Luzula nemorosa* típusokat.

1930-ban a Temetvényi hegyek bükkösei (gyertyánnal keverve 300—600 m) leírásában a következő típusokat sorolja fel: nor-

mális (*Asperula—Asarum—Mercurialis—Hedera—Sanicula*) *Carex pilosa, Melica uniflora, Dentaria enneaphylla—Lunaria rediviva, Carex alba, Laserpitium latifolium—Aconitum vulparia* és haraszttípus. A tölgyesek (*Quercus sessilis* assz.) faciesei: *Brachypodium pinnatum* és *Carex humilis.*

1933-ban, az Alacsony-Tátra vegetáció-monográfiájában már rendszeres áttekintést ad úgy a lúcosok (*Piceion excelsae* csoport), mint a bükkösök (*Fagion silvaticae* csoport) növényszövetkezeteiről, az erdőtípusokat sikerülten állítja be a szociológiai rendszerbe. Felosztása a következő:

Fagion

Fagetum silv. carpaticum (kiemeli a *Carex alba—Poa capillifolia* típust).

Aceretum pseudoplatani (kevert juhar-bükkerdők, *Lunaria rediviva* és haraszt típusok) 830—1150 m.

Piceeto-Fagetum carpaticum calcicolum (kevert bükkös-lúcos erdők, mésztalajon, 780—1100 m).

Típusok: *Calamagrostis varia Cypripedium*mal. *Mercurialis perennis* (= *Aconitum moldavicum*) *Dentaria enneaphyllá*val, *Petasites albus Cimicifuga foetidá*val (altherbosum-filicosum!), *Petasites* és harasztfaciesekkel.

Piceeto-Fagetum carpaticum silicicolum (kevert bükkös-lúcos erdők, őskőzeten, 800—1150 m).

Típusok: *Oxalis, Oxalis* haraszt (*Nephrodium filix mas, Athyrium filix femina* etc.), *Oxalis—Galeobdolon luteum* (ritka), *Oxalis—Petasites albus* (altherbosum!), *Oxalis—Soldanella major* (*Homogyne*, különben mint a haraszttípus), *Impatiens noli tangere* (ritka).

Piceion:

Piceetum (*P.—Abietetum*) *normale calcicolum* (jegenyefenyővel kevert lúcosok, mésztalajon, 730—1200 m). Típusok: *Oxalis—Poa *capillifolia* (faciesei: *Poa capillifolia, Melampyrum silvaticum, Atragene alpina, Vaccinium myrtillus, Mercurialis perennis*), *P. filicosum, Oxalis—Cortusa Matthioli* (altherbosum, subalpin elemekkel), *Oxalis—Bellidiastrum Michelii* (lokális, *Vaccinium vitis idaea*val.

Piceetum norm. silicicolum (őskőzeten) mint *Oxalis—Soldanella major* típus.

Piceetum altherbosum subass. *calcicolum* (magaskórós aljnövényzetű lúcos, mésztalajon, 1250—1550 m), típusa: *Cortusa—Chrysanthemum rotundifolium*, uralkodnak *Chareophyllum hirsutum Luzula silvatica, Geranium silvaticum*, az *Oxalis* háttérbe szorul.

Piceetum altherbosum subass. *silicicolum* (ugyanaz őskőzeten, 1300 m felett), típusok: *Adenostyles alliariae* és *Athyrium alpestre*.

Piceetum excelsae myrtillosum (áfonyás lúcos, 820—1430 m), típusok: *Myrtillus—Atragene alpina* (inkább meszen, *Vaccinium vitis idaea, Rubus saxatilis* uralkodók), *Myrtillus—Calamagrostis villosa* (őskőzeten, harasztokkal).

Basiphil típusok tehát *Calamagrostis varia, Mercurialis perennis, Petasites albus—Filices, Oxalis—Poa *capillifolia, Oxalis—Bellidiastrum, Oxalis—Cortusa, Cortusa—Chrysanthemum rotundifolium, Myrtillus—Atragene*.

Acidiphil típusok: *Oxalis—Filices, Oxalis—Soldanella, Adenostyles, Athyrium alpestre, Myrtillus—Calamagrostis villosa*.

Sillinger e munkájában az erdőtípusok genetikáját, szukcesszióját a talaj nedvessége és aciditása (ill. kiérése) szerint is összeállítja.

A törpefenyő *(Pinion montanae = mughi)* asszociációcsoportját képviselő *Mughetum = Pinetum montanae* felosztása 1540—1670 m között:

Mughetum altherbosum calcicolum (meszen: *Calamagrostis varia* típus), *silicicolum* (őskőzeten: *Calamagrostis villosa* típus), *myrtilletosum*, ahová még a *M. myrtilletoso-calamagrostidetosum* és *M. myrtilletoso-sphagnosum* tartoznak.

Domin (1931) pöstyéni flóraművében a környező hegyekről (v. ö. Sillinger: Temetvényi hegyek) *Quercetum sessilis* (incl. *Carpinetum*)-t említ, amelynek típusai: *Melica uniflora* és *Deschampsia flexuosa*.

Krajina legújabban (1934) már teljesen az aljnövényzet alapján osztályozza a Mlynica-völgy (Magas-Tátra) erdei növényszövetkezeteit. Úgy a lúcosokat, mint a törpefenyő cserjéseit a *Piceetalia abietis* assz. sorozatba osztja, amelyen belül három assz. csoportot ír le:

Chrysanthemion rotundifolii, magaskórós gyepszintű erdők (ide sorozza Sillinger *Piceetum altherbosum silicicolum*ját),

Piceeto—Chrysanthemetum, azaz *Piceetum altherbosum Chrysanthemum* típus. (Soó.)

Oxalidion acetosellae, az *Oxalis* főtípusú erdők, *Piceetum abietis oxalidetosum silicicolum (normale)*, azaz *Piceetum normale silicicolum*. (Soó.)

Vaccinion myrtilli a *Myrtillus* főtípusú erdők, *Myrtilleto—Calamagrostidetum villosae carpaticum* szubassz. *piceetosum abietis*. Hasonló aljnövényzetű a szubassz. *pinetosum mughi*. = *Piceetum myrtillosum, Myrtillus—Calamagrostis* típus (Soó), ill. *Pinetum montanae myrtillosum, Myrtillus—Calamagrostis* típus (Soó).

Vaccinietum myrtilli tatricum szubassz. *piceetosum abietis*. Hasonló aljnövényzetű a szubassz. *pinetosum mughi*, magasabb szint nélküli a *Vaccinietum myrtilli* subalpinum = *Piceetum myrtillosum, Myrtillus* típus (Soó), ill. *Pinetum montanae myrtillosum* (Soó).

Pinetum mughi tatrense lichenoso-muscosum (gyepszintjében *Deschampsia flexuosa* mellett csak mohák és zuzmók *(Cetraria, Cladonia)* konstansok, a *Juncus trifidus—Sesleria disticha*, assz. elemeivel) = *Pinetum montanae silicicolum*, zuzmó-típus (Soó).

Soó összehasonlító vegetációtanulmányaiban (1930) a Tátra déli lejtőiről *Piceetum excelsae normale*-t ír le, az eredeti felvételek alapján ezek a *Vaccinium myrtillus, Oxalis—Homogyne* és a *Chrysanthemum rotundifolium* (pl. Felkai-völgy) szoc.-ba tartoznak. Ugyanott a *Pinetum montanae* leginkább a *Myrtillus—Calamagrostis villosa* típust mutatta.

A Magas-Tátra lengyel oldaláról a SZAFER-iskola monográfiái (1923—28) a következő erdőket írják le:

A) *Fagetum tatricum*, a tátrai bükkös három «faciessel» (konszociációk!):

Fagetum typicum
Fageto—Abietetum
Abieteto—Piceetum} *Cardamine trifolia* típus (ex Soó 1930)

a Giewonttól északra 950—1150 m között.

B) *Piceetum excelsae.*

a) *normale*, a tipikus facies = *Oxalis* resp. *Oxalis—Myrtillus* típus, mohaszintben *Mnium spinosum, Hylocomium splendens. Polytrichum* facies ugyanaz, mohaszintben *Polytrichum formosum.*

b) *Myrtilletosum* tip. facies = *Myrtillus* típus, különösen *P. subnudum (Polytrichum* és *Hylocomium*mal), részben *Oxalis—Myrtillus* típus, ritkábban a *Sphagnum acutifolium* nagyobb dominanciát mutat = *Sphagnum* facies.

Koscieliska völgy, Mietusia, Giewont-terület, Morskie Oko, a Chocholowska völgyben *Piceo—Abietetum* is, *Oxalis* típussal (l. A), kb. 1050—1600 m között.

C) *Pinetum mughi (montanae) carpaticum.*

a) «*calcicolum*» (nem a valódi alpin *P. mont. calcicola!*) = *Myrtillus—Chrysanthemum rotundifolium* típus, helyenként (különösen Babjagora) harasztok: *Athyrium alpestre, Nephrodium austriacum* uralkodnak.

b) «*silicicolum*» = *Myrtillus (Calamagrostis villosa v. Deschampsia caespitosa)* típus.

Babjagora, Nyugati Tátra (Czerwone Wierchy etc.), Keleti Tátra (Mietusia, Morskie Oko), Chocholowska-völgy etc. 1360—1780 m között.

A Babjagoráról Walas (1933) említi a *Fagetum carpaticum* és *Fagetum abietetosum* típusait: *Allium ursinum, Asperula odorata* vagy *Impatiens noli tangere* (*Dentaria glandulosa* és *bulbifera*-val), *Oxalis acetosella.*

Piceetum excelsae mint *P. exs. filicetosum (Athyrium alpestre, A. filix femina, Nephrodium austriacum)* és *P. myrtilletosum*, a *P. normale* hiányzik.

Pinetum mughi carpaticum calcicolum és *silicicolum*, ide tartozik a *Sorbus aucuparia *glabrata* facies is.

A tátrai *Piceetum myrtilletosum*ban Braun (1930) nedvesebb *Hylocomium splendens* és szárazabb *Hypnum Schreberi* faciest különböztet meg.

Kulczynski a határos Pieninekből számos erdős növényszövetkezetet ír le (1928), a fragmentáris *Piceetum excelsae*n és *Fagetum carpaticum*on kívül mint elterjedtebb típusokat a kevert *Piceo-Abietetum (carpaticum)*, — leginkább *Oxalis* típus — *Abieto-Fagetum (pineninicum)* — kevert aljnövényzettel, leginkább *Oxalis—Asperula* típus, faciesek megjelölése nélkül — és *Fagetum myrtillosum — Myrtillus (Oxalis)* típus — növényszövetkezeteket.

Szafer (1932) Lengyelország bükkerdeinek ismertetése kapcsán kelet- és nyugatkárpáti bükkerdőt különböztet meg, előbbire jellemző a *Galium rotundifolium*, utóbbira *Symphytum cordatum*, *Aposeris foetida*. Magassági elterjedés szerint *Fagetum abietosum* (600—1250 m) és *F. submontanum* (300—600 m, gyakran *Carpinus*-szal) választható szét, faciesek: *Asperula—Dentaria*, *Allium ursinum*, erdőszéli és sziklai facies. Ezenkívül számos «subfaciest» (típus, szociáció) csak említ: *Impatiens*, *Mercurialis*, *Corydalis cava*, *Oxalis*, *Aposeris*, *Carex pilosa*, *Senecio nemorensis*, *Geranium Robertianum* etc.

Itt említem meg, hogy az Északkeleti Kárpátok lengyel oldaláról, a Gorgany-csoportból Sulma *Pinetum montanae silicicolum = vacciniosum* részletes elemzését adta (dús mohaszintű: *Sphagnum*, *Hypnum*, *Hylocomium*).

Domin először behatóbban az Északkeleti Kárpátok (Szvidovec és Hoverla) erdőtípusaival foglalkozik (1930), különösen a bükkösökkel. Felosztása a következő:

A) Bükkösök.

1. *Fagetum herbosum*. *Asperula odorata—Glechoma hirsutum* típus. *Mercurialis perennis* típus. *Glechoma hirsutum—Polystichum Braunii* típus.

2. *Fagetum herbosum subhygrophilum*. *Mercurialis perennis— Petasites albus* típus (és más magas kórós állományok: *Cirsium oleraceum—Petasites albus*, *Impatiens—Lunaria rediviva*).

3. *Fagetum luzulinum*, *Luzula silvatica* típus.

4. *Fagetum filicosum* (domináns *Athyrium filix femina*).

5. *Fagetum degradatum*, *Galeobdolon luteum—Oxalis* típus, *Luzula nemorosa* típus.

6. *Fagetum nudum* (incl. *subnudum*) gyepszint domináns nélkül, leginkább *Asperula—Galeobdolon—Oxalis* típus.

7. Kultúrhatás alatt álló bükkösök.

8. Sziklai bükkösök: *Mercurialis—Phyllitis scolopendrium* típus, *Athyrium filix femina* típus, *Rubus idaeus (Ribes—Lonicera nigra)* típus, *Geranium Robertianum* típus, *Mercurialis—Acer pseudoplatanus* típus.

9. Bükkös tisztások.

B) Kevert bükkös-lúcos erdők:

1. *Piceetum mixtum*. *Mercurialis—Petasites albus* típus.

2. *Piceetum mixtum muscosum*. *Mercurialis—Oxalis* típus.

3. *Piceetum mixtum herbosum* (*Mercurialis—Oxalis—Asperula* típus).

4. *Piceetum muscosum oxalideum*.

C) 5. *Aceretum pseudoplatani*.

Domin már ebben a dolgozatában is majdnem minden egyes állományt, ill. felvételt más-más erdőtípusnak tekint.

Újabban (1931) Huszt hegyeiről a következőket írja le bükkös-típusokként: *Carex pilosa, Phyllitis scolopendrium (Symphytum cordatum, Scopolia carniolica), Asperula odorata—Mercurialis perennis, Glechoma hirsutum, Lunaria rediviva, Galeobdolon luteum—Isopyrum thalictroides* etc., továbbá kevert tölgyeseket *(Q. sessilis-roburis.)*

A Kis-Kárpátokból (Viszoka) — 1931 — hét erdőtípust ír le (részben szociáció elnevezés alatt), így: *Fagetum caricosum pilosae, Fag. soc. Dactylis Aschersoniana, Fag. soc. Impatiens—Parietaria, Fag. nudum* (és *Luzula nemorosa* típus), *Fag. dentariosum, Fag. calcicolum herbosum,* továbbá kevert *Fraxinus excelsior—Ulmus (glabra-scabra)—Acer—Fagus* assz. két típussal: *Allium ursinum* és *Melica uniflora—Sisymbrium strictissimum* (szociációk).

A Kis-Kárpátokból már Novak (1922) és du Rietz (1923) leírnak bükkösöket, előbbi a dévényi Kogelről és a Viszokáról *Asperula—Carex pilosa* dominanciájú állományokat, utóbbi megemlít *Fagus silvatica—Vaccinium myrtillus—Deschampsia flexuosa, Carex pilosa* és *Hedera helix* «asszociációkat» (szociációk, típusok).

Domin végül összefoglalja Csehszlovákia bükkerdő-típusait (1931—1932), ez a munka, amely az addigi irodalmat is felhasználja, eddig leggazdagabb áttekintése a Kárpátok bükkerdő-szociációinak. Domin azonban jóformán minden általa felvett állományt külön szociációnak vagy faciesnek tekint s az erdőtípusoknak meglehetősen mesterkélt rendszerét adja. Megkülönböztet valódi, kétes és gyepszintnélküli bükkösöket, a tulajdonképpeni bükkösök osztályozása a következő:

I. *Fageta herbosa.*

1. *Fagetum asperulaceum* (sic!) *odoratae. Asperula odorata* szoc. Variánsaiként említi a Kárpátokból a *Hacquetia* (Trencsénmegyei mészhegyek), *Mercurialis perennis* (Mármaros), *Glechoma hirsutum (—Galeobdolon luteum):* Mármaros, Kis-Kárpátok, Trencsén hegyei, *Cephalanthera rubra—Helleborine microphylla* (Trencsénteplic, Sztrázsó) típusokat. V. ö. Mikyska.

2. *Fagetum asperulaceum mixtum,* kevert aljnövényzettel (Trencsén megye).

3. *Asperula odorata—Polystichum Braunii* szoc. (*kevert Asperula-haraszt* típus). (Bélai Tátra, Mármaros.)

4. *Geranium Robertianum* szoc. (Mármaros.)

5. *Dentaria enneaphylla—bulbifera* szoc. (Kis-Kárpátok.)

6. *Oxalis acetosella* szoc. (Trencsénmegyei mészhegyek, N.-Fátra.)

7. *Galeobdolon luteum—Oxalis* szoc. (Mármaros, előbb mint *Fag. degradatum* típust írta le.)

8. *Allium ursinum* szoc. (Trencsén m., Kis-Kárpátok, N.-Fátra.)

II. *Fageta altiherbosa.*

9. *Fagetum carpaticum Cortusae, Cortusa Matthioli* szoc. (N.-Fátra, Chocs, Síphegy). V. ö. KLIKA, 1927.

10. *Pleurospermum austriacum—Cirsium erisithales* szoc. (Gömör m. hegyei: Tiszolc, Murány körül.)

11. *Lunaria—Urtica* szoc. számos variánssal, így *Phyllitis—Parietaria* (Trencsénteplic, *Asperula, Mercurialis, Impatiens* is bőven), *Lunaria—Urtica* (Trencsén m. hegyei, Murány, N.-Fátra, helyenként más kodominánsokkal), *Urtica dioica* típusok.

12. *Senecio Fuchsii* szoc. (Fehér-Kárpátok.)

III. *Fageta subhygrophila.*

13. *Petasites albus* szoc. (Trencsén m., Mármaros, itt átmegy a *Lunaria—Impatiens* variánssal a 11.-be.)

14. *Petasites albus—Mercurialis perennis* szoc. *Chaerophyllum cicutariával* (Mármaros).

15. *Impatiens noli tangere* szoc. (Fehér-Kárpátok, Trencsén m., Mármaros.)

IV. *Fageta filicinea.*

16. *Fagetum athyriosum, Athyrium filix femina* szoc. (Mármaros, *Galeobdolon—Oxalis*szal vagy mohokkal.)

17. *Phegopteris Robertiana* szoc. (Trencsénteplic.)

18. *Phyllitis scolopendrium—Mercurialis perennis* szoc. (Mármaros.)

V. *Fageta caricina.*

19. *Carex pilosa* szoc. (Trencsén hegyei, több variánsban: *Carex pilosa—Hacquetia, C. pil.—Dentaria bulbifera*, etc. Fehér-Kárpátok: *C. pil.—Hacquetia, C. pil.—Asperula, C. pil.—Allium ursinum.* Újbánya *(C. pil.—Luzula nemorosa)* v. ö. MIKYSKA.

20. *Carex alba* szoc. (Trencsén m. hegyei, N.-Fátra.)

VI. *Fageta luzulina.*

21. *Fagetum luzulinum silvaticae, Luzula silvatica* szoc. (Trencsén, N.-Fátra, Mármaros.)

22. *Fagetum luzulinum nemorosae*, *Luzula nemorosa* szoc. (Fehér-Kárpátok, Mármaros.)

VII. *Fageta graminosa.*

23. *Melica uniflora* szoc. (Kis-Kárpátok. Fehér-Kárpátok. Trencsén hegyei) l. MIKYSKA.

24. *Dactylis Aschersoniana* szoc. (Kis-Kárpátok: Viszoka.)

25. *Sesleria calcaria = varia* szoc. *Fagetum sesleriosum.* (Temetvényi hegyek.)

26. *Festuca silvatica* szoc.-t nem jelzi a Kárpátokból.

27. *Milium effusum* szoc.-t sem, a 28. *Brachypodium silvaticum* szoc. a Kárpátokban a *Carex pilosá*val együtt lép fel.

29. *Poa nemoralis* szoc. l. 23. típus, egyébként inkább kevert tölgy-bükkerdőben.

30. *Calamagrostis arundinacea* szoc. (Mármaros.)

Fagetum nudum és *F. subnudum.* Valójában egyéb szociációk, elszegényedett típusai, pl. Kiskárpátok (*Luzula nemorosával*). Trencsén megye hegyei (*Carex pilosa — Asperula odorata* típus), Mármaros (*Asperula — Galeobdolon — Oxalis* típus), Nyitra vidéke, v. ö. MIKYSKA.

A *Myrtillus* típusú bükkösöket DOMIN újabban a degradált bükkösökhöz sorozza, továbbá a fátrai (KLIKA) *Oxalis—Myrtillus* és *Oxalis—Majanthemum* típusokat.

A Magas-Tátra vegetációjáról adott összefoglalásában (1931) a bükkösöket nem részletezi, az idetartozó *Aceretum pseudoplatani*nak két típusát említi (montanum et subalpinum), külön assz.-ként sorolja fel a *Sorbus aucuparia* állományokat is. A fenyvesek *(Piceta* et *Picco—Abieteta)* 16 típusát sorolja fel:

Piceo—Abietetum tatrense (calcicolum): herbosum, caricosum albae, calamagrostideum variae, petasitosum albae, adenostylosum, oxalideum herbosum.

Abietetum: Sanicula—Oxalis típus.

Picetum tatrense calcicolum: «supramontanum», Cortusa—Chrysanhemum rotundifolium típus.

Picetum tatrense silicicolum: herbosum, myrtillosum, graminosum, oxalideum.

Picetum muscosum (sphagnosum): Listera cordata— Lycopodium típus.

Picetum muscosum turfosum: Sphagnum—Drosera típus, *Calamagrostis villosa* típus,

amelyekhez még a vörösfenyőerdők (külön választja a *Larix carpatica* (*Larix europaea var. adenocarpa* BORB. cf. Soó Bull. Soc.

Bot. Fr. 1932. 651) és *Larix polonica* (*L. europaea var. polonica* cf. Soó l. c.) állományait.

Kevéssé méltatja az erdei fenyő asszociációit *(Pinetum silvestris, P. silv. turfosum, P. uncinatae)*, míg a törpefenyő *(«Mughetum tatrense»)* assz.-jának felosztása: «*Mughetum calcicolum*» és «*M. silicicolum*» *vacciniosum, graminosum, filicosum, muscosum, lichenosum, subnudum.*

Sajnos, az erdőtípusok, ill. asszociációk további jellemzése hiányzik.

4. **Keleti-Kárpátok.** Soó (1926—27) Kolozsvár vidékének erdeit még Rübel, ill. du Rietz növényszövetkezetrendszere alapján osztályozza, a Bükk lomberdőkomplexében, mint mesophil erdőket *Fagetum silvaticae, Quercetum mixtum* (incl. *Q. sessiliflorae* et *Populetum tremulae*), *Carpinetum betuli* asszociációkat, mint subxerophil-erdőt *Betuletum pendulaet* ír le, több szubasszociációval és faciessel. A bükkösök csoportját *(Fagion silvaticae)* képviselő *Fagetum silvaticae carpaticum* típusai: (V. ö. Soó, 1930.)

Fagetum silv. (normale): Oxalis acetosella—Asperula odorata facies (típus), *Mercurialis perennis* facies (típus), *Asarum europaeum—Anemone hepatica* facies (típus, tavaszi aszpektus), *Poa nemoralis—Melica nutans* facies (típus); a két utóbbi átmeneti jellegű (v. ö. a tölgyes erdőtípusokkal); helyenként gyepszintnélküli *F. nudum.*

Fagetum silv. altherbosum («*Fageto—Filipenduletum*» Soó, 1927—30) szubassz. *Filipendula ulmaria—Chaerophyllum cicutaria* típus, hygrophil, *Adenostylion* aljnövényzettel.

Fagetum silv. myrtillosum szubassz. *Vaccinium myrtillus—V. vitis idaea* típus, acidiphil, ritka.

A tölgyesek csoportját *(Quercion roburis)* képviselik:

Quercetum mixtum: Anemone nemorosa—A. hepatica—Asarum europaeum és *Asperula odorata* facies (típus), *Poa nemoralis—Melica nutans* facies (típus) a nedvesebb, árnyasabb jellegű tölgyesekben; *Melampyrum bihariense—Chrysanthemum corymbosum* facies (típus), *Festuca rubra—Pteridium aquilinum* a szárazabb, nyíltabb tölgyesekben, ezek szegély- és tisztásfaciesek, az utolsó leginkább irtásterületeken, kultúrtípus.

Betuletum pendulae (nyíres) kevert aljnövényzettel.

Az erdélyi Mezőség nyugati széleiről (Fejérd, Kolozs stb. erdei) leírja a

Quercetum mixtum graminosum mezőségi tölgyest, kevert aljnövényzetű típus. Borza (1928) is leír néhány tölgyes *(Q. sessilis* vagy *robur)* és kevert *(Acer—Quercus—Fraxinus)* lomberdőállományt a Mezőségről, ezek analíziseik alapján a *Melica nutans, Poa nemoralis, Asarum, Waldsteinia geoides* vagy kevert aljnövényzetű típusok, a tekei erdő *Querceto—Carpinetum subnudum.*

A Hargitáról Soó (1930) a székelyföldi bükköst írja le, *Fagetum silv. siculum* néven, jellemző fajai: *Anemone transsilvanica, Waldsteinia ternata*, egyébként *Oxalis—Asperula* típusú aljnövényzettel, helyenként a haraszt *(Nephrodium filix mas—Athyrium filix femina* típus, *F. filicosum)* és magaskórós (*F. altherbosum: Aconitum moldavicum* típus) subass. is előfordul. Ugyanonnan a lúcosok *(Piceetum excelsae)* aljnövényzetében a következő típusokat láttam képviselve: *Oxalis—Myrtillus (P. normale), Myrtillus (P. myrtillosum)*, haraszt-magaskórós típus (*P. altherbosum, Chrysanthemum* típus).

A Lápos—Radna—Mármarosi havasokból Soó (1930) 800—1500 m között a *Fagetum carpaticum* típusaiként említi: a normális *Oxalis—Asperula)*, a *Poa nemoralis*, a *Myrtillus* és *Oxalis—Deschampsia flexuosa* facieseket. A lúcosokban a két utóbbi (cf. *P. myrtillosum* és *P. normale*) szerepel, de úgy itt, mint a Hargitán feltűnő a *Melampyrum* (Hargita: *silvaticum*, Radna: *saxosum*) és a *Campanula abietina* nagy dominanciája. A *Pinetum montanae Myrtillus—Calamagrostis villosa—Deschampsia flexuosa;* az *Alnetum viridis Myrtillus* típusú.

A Bucsecsről Domin (1933) a következő erdei növényszövetkezeteket írja le:

1. *Fagetum abietosum (Fageto—Abietetum)* három szociációban: *asperulaceum* (*Asperula—Oxalis* típus), *altherbosum* (dom. *Anthriscus nitida, Impatiens*, helyenként *Petasites*), *Oxalis—Galeobdolon luteum* szoc.

2. *F. herbosum*, kevert típus: *Asperula, Euphorbia amygdaloides, Stellaria holostea* etc.

3. *F. adenostylosum* (1350—1450 m) *Anthriscus nitida, Asperula* etc.-val.

4. *Piceetum* («supramontanum», 1700 m körül) a *P. nudum*on kívül *Oxalis (—Homogyne)* és *Adenostyles—Athyrium* szoc., utóbbiban sok *Chaerophyllum hirsutum, Senecio nemorensis, Stellaria nemorum* etc.

(5. *Piceetum laricetosum.*)

6. *Mughetum (Pinetum montana) calcicolum, silicicolum (myrtillosum).*

A bucsecsi növényszövetkezetek már Románia területére esnek.

A Gyergyói mészhavasok (Gyilkostó—Békásszoros vidéke) sziklai *Pinetum silvestris* állományait Gusuleac (1933) dolgozta fel. Aljnövényzetük alapján a felvételek szerint *Myrtillus—Iris caespitosa, Hylocomium splendens,* — utóbbi *Pinus-Picea-Abies* erdőben — *graminea (Avenastrum decorum, Trisetum macrotrichum, Carex humilis), Sesleria Bielzii—Iris caespitosa* etc. típusokat, különösen pedig a *Juniperus sabina* cserjeszintű állományokat lehet megkülönböztetni. Gusuleac általában *Pinetum silvestris iridosum* névvel illette őket.

Borza (1934) a Retyezátról szociológiai elemzés nélkül *Piceetum exc. myrtilletosum, P. abietis oxalidetosum, Pinetum mughi piceetosum* és *cembrosum* és *Alnetum viridis* assz.-kat említ.

A Bánságból Herkulesfürdő—Orsova—Kazánszoros vidékéről Domin (1932) számos erdei növényszövetkezetet sorol fel, bükkösöket, keleti gyertyánerdőket, kevert erdőket, cserjéseket:

I. *Fageta* et *Carpineta orientalis mixta.*

a) silicicola (Fagetum carpinosum mixtum) Deschampsia flexuosa, Poa nemoralis szoc.

b) calcicola (Fagetum carpinosum mixtum) Asperula taurina, Parietaria—Lunaria szoc. (*Fagetum mixtum juglandosum*), *(Carpinetum orientalis) Oryzopsis virescens, Brachypodium silv., Festuca montana, Dactylis Aschersoniana* szoc., *Carp. subnudum,*

(Fagus-Cotinus assz.*),*

(Fagetum mixtum abietosum subnudum) Parietaria—Saxifraga rotundifolia szoc.

II. Kevert lomboserdők, főleg tölgy.

(*Corylus colurna-Carpinus* assz.),
(*Carpinus orientalis-Acer monspessulanum-Tilia argentea-Quercus*-erdő),
(*Carpinus orientalis-Quercus conferta* assz.),
(*Quercetum mixtum*).

III. Cserjés növényszövetkezetek:

Cotineto—Ornetum syringosum (variánsok: *Acer monspessulanum*), *Acer tataricum* incl. *Acanthus longifolius*.

IV. *Pinetum nigrae caricosum humilis*.

5. Míg általában az erdőtípusok megkülönböztetése főleg a mesophil (és xerophil) növényszövetkezetek számára jelentős s az eddig hazánkból leírt erdőtípusok, főként a bükkösök és lúcosok, valamint a törpefenyő szövetkezetének szociációi (faciesei), addig a határozottan hygrophil ligetek (*Salicion = Alnion incanae*) és láperdők (*Alnion glutinosae*) köréből kevés pontosan elemzett asszociációt és szociációt ismerünk.

Soó Kolozsvár vidékéről, a Szamos völgyéből (1927) kevert ligeteket ír le: *Saliceto-Populeto-Alnetum* név alatt, amelynek konszociációiként említi: a fűzes (*Salicetum albae-fragilis* és *S. triandrae-purpureae*), a nyárliget (*Populetum ulmosum*) és az égeres (*Alnetum glutinosae*) szövetkezeteit, a gyepszintben *Rubus caesius, Agrostis alba, Urtica dioica* vagy magaskórók (*Filipendula ulmaria, Cirsium oleraceum* etc.) uralkodhatnak. A láperdőknek képviselője az égeres (*Alnetum glutinosae* resp. *Alneto-Betuletum*) aljnövényzete szerint: *caricetosum* és *altherbosum* — amelyhez még a *Salix rosmarinifolia* és *S. aurita* kis kiterjedésű állományai járulnak. A Hargitáról (1930) patakmenti égerest (*Alnetum glutinosae-incanae*) ír le, amely magaskórós szövetkezetekkel (*Chaerophyllum cicutaria, Petasites albus, Telekia speciosa* szociációk) lép korrelációba. A Balaton vidékéről (1931) az *Alnion*ba sorozhatók: *Alnetum glutinosae* (hévízfürdői égeres, helyenként *Populus nigra* liget, dominans *Urtica dioica* etc.), *Betula pendula-pubescens-Quercus robur* assz. (*Betuletum mixtum rubosum*, uralkodók a *Rubus caesius*

(és *discolor*) és *Carex Hudsonii)*, míg a *Salicion* többnyire csak töredékesen van képviselve *Salix alba, fragilis, purpurea* állományaival és *Hedera—Asarum* fáciesű *Fraxinetum excelsioris* asszociációval. Vasmegyéből is (1933) hasonló asszociációkat említ. *(Alnion: Alnetum glutinosae, Salicetum cinereae, Salicion: Aln. incanae-glutinosae, Salicetum albae-fragilis, triandrae-purpureae.)* Igen behatóan tanulmányozta Zólyomi a Hanság láperdeit (1933), miután előzőleg (1931) a gömöri sphagnetumok lápi nyíresét *(Betula pubescens—Sphagnum recurvum* assz.) elemezte. A Hanság láperdei (és lápi cserjései):

Salicetum cinereae calamagrostidosum canescentis (ugyanez a Nyírségen, rendesen *Phragmites* és *Nephrodium thelypteris* kodominánsokkal, v. ö. Soó ap. Zólyomi, míg a gömöri lápokban mint *Salicetum cinereae sphagnetosum*).

Betuletum pubescentis három faciesben: *Rubus caesius, Nephrodium thelypteris* és *Carex acutiformis* típusok (szociációk) és a *Salix pentandra*-s szubassz. (ugyanez a Nyírségen, leginkább mint *Betuletum pubescentis salicosum pentandrae Nephrodium thelypteris* típusban, helyenként kodomináns *Calamagrostis canescens*, v. ö. Soó ap. Zólyomi).

Alnetum glutinosae (caricetosum elongatae), a kapuvári nagy égererdő, eredetileg két szociáció mozaikkomplexe: *Alnetum magnocaricosum* és *A. thelypteridosum*, de utóbb a kiszárítás folytán homogénebb lett, leginkább *A. rubosum* (*Rubus caesius* fácies), ritka az *A. deschampsiosum* (*D. caespitosa* facies), míg félkultúr faciesek az *A. impatientosum, A. rudbeckiosum (R. laciniata!), A. urticosum* típusok, illetőleg szociációk. Az asszociáció elnevezése karakterfajáról történt. Hasonló a pozsonyszentgyörgyi Surerdő javarésze, amelyet szociológiailag röviden már du Rietz (1923) jellemez s a két alapvető szociációt megkülönbözteti. A Nyírségen az *Alnetum* alárendelt szerepet játszik.

Salix alba és *fragilis* uralkodnak ugyan az *Alnetum glutinosae salicetosum*ban, de összetétele az előbbihez hasonló, gyepszintben *Rubus* és *Calamagrostis* domináns, így még az *Alnion*hoz tartozik.

A Hanság ligeterdei:

Querceto-Fraxinetum, dominál a *Quercus robur* vagy *Fraxinus excelsior*, vagy mindkettő, szociációi: *Rubus caesius, Brachypodium*

silvaticum, Melica nutans, Carex remota és *Circaea lutetiana*. Hasonló növényszövetkezetek a Nyírség ligeterdei (l. 9. oldal).

A Dunamente ligetei leginkább *Alnus incana-Salix alba-Populus nigra-alba* kevert asszociációi, bizonnyal számos szociációval, mint *Rubus caesius, Brachypodium silvaticum* etc. típusok. A tiszamenti füzesekről *(Salicetum mixtum)* l. 10. oldal.

A Nyírség ligeteinek és láperdeinek részletes feldolgozása szintén előrehaladt, ezeket külön dolgozat fogja tárgyalni. A fentieken kívül még kevert *Salicetum*ok is vannak itt.

A Bükk déli részén, Tapolca és Heőcsaba közt *Alnetum glutinosae (salicosum fragilis) Rubus* és *altherbosum* típusú. (Soó, 1934.)

Az Északi Kárpátokból Mikyska (1928) — Selmecbányáról — ír le *Alnetum glutinosae*t (határozott szociációk nélkül), Sillinger az Alacsony Tátrából (1933) *Alnetum incanae* és *Salicetum incano-purpureae*-t (a név könnyen ad félreértésre alkalmat, mert valójában *S. fragilis-purpureae*, míg a hegyi patakok hordalékján kialakuló *S. incana* állományok a *Myricarion*hoz tartoznak), ilyen a Kulczynskitól leírt pienini *Salicetum purpureae* is. Ugyancsak Kulczynski (1928) elemezte a pienini *Alnetum incanae*-t is. Domin (1921) Husztról *Salix alba-purpurea* és *Alnus glutinosa-incana*-ligeteket sorol fel. Pawlowskiék (1928) a Morskie Oko monográfiában írnak le *Alnetum incanae*-t, mindezekben a gyepszint meglehetősen kevert; uralkodó, szociációképző fajok lehetnek: *Caltha palustris, Poa trivialis, Chaerophyllum cicutaria* etc.

Erdélyből (l. fenn Soó munkáit) még Gusuleac (1933) közöl a Békás-szoros területéről *Alnetum incanae* és *Alneto-Salicetum* asszociációkat.

A dolgozat lezárása után jelent meg Magyar Pál: Erdőtípusvizsgála-tok a Börzsönyi és Bükk-hegységben. (Erd. Kis. 1933, 396—[1934]) munkája. Szerző szívességéből betekintést nyerhettem a dolgozatba, főbb eredményei: *a)* a bükk és tölgy (főleg *Q. sessilis*) erdőtípusok megállapítása; *b)* hogy az erdőtípusok és a fatermelési táblák termőhelyi osztályai között határozott összefüggések mutathatók ki.

Bükkös erdőtípusok (szociációk) a Börzsönyi-hegységben: *Asperula odorata, Carex pilosa, Melica uniflora, Poa nemoralis, Luzula nemorosa, Glechoma hirsutum* szoc. és *Fagetum nudum*.

A Bükk-hegységben a fentieken kívül még *Lunaria rediviva*, *Vaccinium myrtillus* szoc.

Tölgyes erdőtípusok (szociációk) a Börzsönyi-hegységben: *Corylus—Asperula odorata*, *Carex pilosa*, *Melica uniflora*, *Poa nemoralis*, *Luzula nemorosa*, *Glechoma hirsutum*, *Crataegus—Cornus*, *Poa angustifolia—Festuca sulcata*, *Poa scabra* szoc.

A Bükk-hegységben a fentiek, kivéve a *Poa scabra* típust, továbbá *Genista pilosa* szoc. és *Vaccinium myrtillus*.

Az erdőtípusok áttekintése termőhelyi osztályok, azaz a fakitermelés mennyisége szerint:

Bükkösök.

I.	osztály:	*Fagetum nudum*, *Fagus—Asperula*, *Fagus—Carex pilosa* szoc.
III—IV.	«	*Fagus—Melica uniflora*, *Fagus—Poa nemoralis*, *Fagus—Lunaria rediviva* szoc. (utóbbi III—V.)
V—VI.	«	*Fagus—Luzula nemorosa*, *Fagus—Glechoma hirsutum* szoc.
VI.	«	*Fagetum myrtilletosum*.

Tölgyesek.

I.	«	*Quercus sessilis—Corylus—Asperula*, *Quercus—Carex pilosa* szoc.
II.	«	*Quercus—Poa nemoralis*, *Quercus—Melica uniflora* (II—III) szoc.
III—IV.	«	*Quercus—Luzula nemorosa*, *Quercus—Poa angustifolia—Festuca sulcata* szoc. (inkább IV.)
IV—V.	«	*Quercus—Glechoma hirsutum* szoc.
V—VI.	«	*Quercus—Crataegus—Cornus* szoc.
VI.	«	*Quercus—Poa scabra*, *Quercus—Genista pilosa*, *Quercus—Vaccinium myrtillus* szoc.

Pótlás. Munkám lezárása után jutott kezemhez A. Hilitzer (1932) dolgozata a Borzsava (Mármaros) erdeiről, ebben *Asperula*, *Mercurialis*, *Petasites albus*, *Calamagrostis arundinacea*, *Carex pilosa* bükköstípusokat, *Senecio*-haraszt lúcos-típust és *Deschampsia caespitosa-Vaccinium Myrtillus* aljnövényzetű *Alnetum viridist* ír le.

II. Magyarország fás növényszerkezeteinek rendszere.

Aestilignosa. Lombhullató fás vegetáció.

A) **Aestisilvae.** Erdők.

I. **Fagion silvaticae.** Bükkösök.

Fagetum silvaticae.

A) Geográfiai variánsok:

Fagetum silvaticae (normale),

a) nyugatkárpáti *(carpaticum),*

aa) tátrai *(tatricum),*

b) keletkárpáti *(transsilvanicum),*

c) székelyföldi *(siculum),*

d) bánsági *(banaticum).*

Fagetum silvaticae hungaricum (ősmátrai, átmenet az előbbihez a bükkhegységi).

Fagetum silvaticae noricum (alpokalji).

B) Konszociációk:

Fagetum silvaticae (verum).

Fagetum abietosum (Abieto-Fagetum).

Fagetum carpinosum (Fageto-Carpinetum), F. carpinosum orientalis (=F. banaticum).

Fagetum acerosum (Aceretum pseudoplatani).

Fagetum piceosum (*Piceeto-Fagetum* p. maj. p.).

A kodomináns fajok *(Abies alba, Carpinus betulus, Acer pseudoplatanus)* helyenként a lombkoronaszintben dominálók lehetnek s a *Fagus* háttérbe szorul, egyébként az asszociáció összetétele lényegében azonos marad.

C) Szubasszociációk = főerdőtípusok, az aljnövényzet (gyepszint) physiognomiája, illetőleg ökológiája alapján.

a) Calluna főtípus: —

b) Myrtillus főtípus: *Fagetum myrtilletosum,* acidiphil bükkösök,

c) Oxalis főtípus: *Fagetum normale,* neutro-basiphil, mesophil bükkösök.

d) Festuca—Sesleria főtípus: *Fagetum seslerietosum*, inkább csak átmeneti jellegű erdőkben, v. ö. *Quercion*.

cc) Fagetum altherbosum, hygrophil bükkösök.

Domin beosztásában a *Fageta herbosa, caricina, luzulina graminosa* a *c)* főtípusba, a *F. altherbosa, subhygrophila* és *filicinea* a *cc)* típusba tartoznak, míg a *F. nudum* (subnudum), azaz a többékevésbé gyepszintnélküli bükkös nem önálló szubassz., hanem különböző típusok elszegényedett vagy skiophil módosulata.

D) Faciesek, ill. szociációk = erdőtípusok, az aljnövényzet lokális dominanciája — ami a szociációk specifikus ökológiájának kifejezése — alapján. A talaj nedvessége, aciditása, a talajvíz szintje, a mikroklima egyes faktorai, leginkább a fény és a levegő relatív nedvessége, mindezen tényezők kombinációi teremtik meg egyetlen nagyobb kiterjedésű állományon belül is a különböző szociációkat.

Általában acidiphil szociációkban szerepelnek a *Vaccinium myrtillus, Deschampsia flexuosa*, kevésbé a *Luzula nemorosa—Pteridium aquilinum, Carex pilosa, Impatiens noli tangere* etc. consocionok.

Neutro-basiphil szociációkban *Brachypodium silvaticum, Calamagrostis varia, Carex alba, Anemone hepatica, Corydalis cava, Mercurialis perennis*, főként a *Sesleria* és *Festuca* consocionok, v. ö. tölgyesek.

Közömbösek, azaz úgy acidiphil, mint neutro-basiphil szociációkban szerepelnek: *Oxalis acetosella, Asperula odorata, Sanicula europaea, Poa nemoralis, Melica uniflora* (és *nutans*), *Lamium galeobdolon, Allium ursinum, Rubus, Urtica* etc. consocionok.

Hygrophil jellegűek az *Altherbosa* növényszövetkezetcsoport asszociációképző tagjai, ezek a növényszövetkezetek gyakran lépnek gyepszintként korrelációba a bükkössel, így *Athyrium, Aconitum, Adenostyles, Petasites, Filipendula ulmaria, Chaerophyllum cicutaria* etc., továbbá *Cortusa Matthioli, Lunaria rediviva, Chrysosplenium alternifolium*, utóbbiak a hygro-petrophil szociációk gyepszintjét képezik. Petrophil bükkös-szociációk még: *Polypodium vulgare, Phyllitis scolopendrium, Sesleria varia* (resp. *Heufleriana*) etc.

Magyarországból ismert bükkös-szociációk (erdőtípusok):

1. *Fageta myrtilletosa.*

Vaccinium myrtillus szoc.

Bükk, Börzsönyi h. (MAGYAR.) Magyar Alpok, Kőszegi hegység (Soó), Kis-Kárpátok (DU RIETZ), Fátra (KLIKA: *Vacc. myrt.—Calamagrostis varia* típus), Pieninek (KULCZYNSKI: *Myrtillus—Oxalis* típus), Radnai-havasok (Soó), Kolozsvár (Soó).

Deschampsia flexuosa szoc. (az előbbi faciese).

Kőszegi-hegység (Soó), Kis-Kárpátok (Soó), Radnai-havasok (Soó: *Oxalis—Deschampsia* típus), Bánság (DOMIN).

2. *F. alt(o)herbosa.*

a) *F. filicosa: Athyrium—Nephrodium* szoc. («Farntyp».)

Fátra (KLIKA: *N. filix mas—spinulosum*), Trencsén—Nyitra m. (SILLINGER), Alacsony-Tátra (SILLINGER: *Oxalis*—haraszttípus), Magas-Tátra: Bélai T. (DOMIN: *Asperula—Polystichum Braunii* szoc. átmeneti típus az *Asperula* szoc.-hoz), Mármaros (DOMIN: előbbi és *Athyrium* szoc.), Hargita (Soó).

Phyllitis—(Polypodium) szoc. Sziklai törpeharaszttípus.

Bükk (ZÓLYOMI: *Polypodium* szoc.), Fátra (KLIKA: mint az *Asperula* típus faciese), Mármaros (DOMIN: *Phyllitis—Mercurialis* típus). Hasonló a ritka *Phegopteris Robertiana* szoc. Trencsén m. (DOMIN.)

Átmegy a nedves sziklai *Lunaria* szoc.-ba. (Trencsén m.: DOMIN: *Phyllitis—Parietaria* típus.)

b) *F. altherbosa hygrophila: a) montan* típusok.

Filipendula ulmaria—Chaerophyllum cicutaria—Equisetum maximum szociációk pl. Magyar Alpok, Kolozsvár (Soó), Mármaros (DOMIN) rendesen külön növényszövetkezetek.

Impatiens noli tangere szoc.

Bükk, Börzsönyi h. (MAGYAR mint az *Asperula* szoc. *Impatiens* variánsa), Bakony (Soó), Kis-Kárpátok (DOMIN), Fátra (KLIKA: mint az *Asperula* típus faciese), Selmecbánya (MIKYSKA mint *Asperula* subtípus), Fehér-Kárpátok, Trencsén m., Mármaros (DOMIN), Alacsony-Tátra (SILLINGER), Babjagora (WALAS), Bucsecs(DOMIN).

Circaea lutetiana szoc. egyesíthető a hygro-petrophil *Lunaria* típussal, l. ott. (Balatonvidék, Bakony: Soó.)

β) *subalpin* típusok:

Petasites albus szoc. különböző altherbosus kodominánsokkal, átmegy az *Impatiens* vagy *Lunaria* típusokba. Trencsén m. (Domin), Alacsony-Tátra (Sillinger), Mármaros (Domin). Ritka az *Adenostyles albifrons* szoc. (pl. Bucsecs: Domin).

γ) *petrophil* típusok:

Lunaria rediviva szoc. gyakran kodomináns *Urtica* (de megkülönböztetendő az *Urticás* kultúrfaciestől). Bükk (Soó, Zólyomi, Magyar), Magyar Alpok: Kőszegi-hegység (Soó: *Anthriscus nitidával*), Fátra (Klika: mint az *Asperula* típus faciese), Trencsén, Nyitra m. (Sillinger: *Dentaria enneaphyllával*), Alacsony-Tátra (Sillinger), Gömör m., Mármaros (Domin), Tornai Karszt (Dostál mint *Aceretum pseudoplatani*), Bánság (Domin, mint *Lunaria—Parietaria* szoc.), *Parietaria—Saxifraga rotundifolia* szoc. ugyanott. *Geranium Robertianum* szoc. Bükk (Zólyomi) és Börzsönyi-h. (Magyar, mint az *Asperula* szoc., *Geranium Robertianum—Viola silvestris* variánsa), Mármaros (Domin) etc.

Chrysosplenium alternifolium szoc. Bükk (Soó, Zólyomi), Kolozsvár (Soó).

δ) *subalpin petro-hygrophil* típus:

Cortusa Matthioli szoc. Fátra (Klika: *Fagetum Cortusae*, egyúttal a *F. carpaticum* geográfiai variánsának is tekinthető).

c) *F. altherbosa* (montana mesophila).

Többnyire lokális, kevéssé elterjedt szociációk, így:

Aconitum moldavicum szoc. (Bükk, Hargita: Soó), *A. vulparia* (*Laserpitium latifolium*mal, Trencsén m.: Sillinger), *Hesperis sibirica* (Bükk: Soó), *Cirsium erisithales* (*Pleurospermum*mal, Gömör m.: Domin), *Senecio Fuchsii* szoc. (Selmecbánya: Mikyska, Fehér-Kárpátok: Domin) etc.

Ide tartozik mint kultúrfacies az *Urtica dioica* szoc. is (pl. Balatonvidék, Bakony, tölgyesekben elterjedtebb).

3. *Fageta normalia.*

a) *F. herbosa.*

Allium ursinum szoc.

A legönállóbb bükkös-szociáció, sokan szubassz.-nak tekintik. Kivételesen nő azonban tölgyesben és kevert *Fraxinus—Ulmus—*

Acer-erdőben is. Balatonvidék (Soó), Kis-Kárpátok, Trencsén m. (Domin), Fátra (Klika), Babjagora (Walas).

Oxalis acetosella (Oxalis—Asperula) szoc. incl. *Sanicula* típus.

A legelterjedtebb bükkös-szociációk egyike, gyakran kodomináns az *Asperula*, viszont az igazi *Asperula* típus rendesen kevert s benne az *Oxalis* hiányzik. Magyar Alpok (Soó), Bükk (Zólyomi, Magyar, mint *Asperula* szoc. *Oxalis* variánsa), Bakony (Soó, Magyar), Fátra (Klika: *Oxalis—Hylocomium* típus, *Sanicula* faciessel), Fehér-Kárpátok (Sillinger), Trencsén m. (Domin), Alacsony-Tátra (Sillinger, több subtípusban, részben átmenetek a *F. filicosum* és *F. altherbosum*hoz), Babjagora (Walas), Pieninek (Kulczynski), Kolozsvár, Hargita (Soó) etc. Nem tekinthető nálunk külön típusnak sem a *Sanicula*, sem a *Galeobdolon luteum* szoc., utóbbi is mindig az *Oxalis* v. *Asperula* típushoz kapcsolódik, így Bükk, Börzsönyi h., Bakony (Magyar), Alacsony-Tátra (Sillinger), Mármaros, Bucsecs (Domin).

Asperula odorata szoc.

A legelterjedtebb bükkös-szociáció, de több kodominánssal, gyakran kevert a gyepszint. Jellemző még az alföldi *Carpinetum*okra, sőt tölgyesekben is gyakori, l. ott. Balatonvidék, Bakony (Soó), Bükk (Soó, Zólyomi, Magyar), Börzsönyi h. (Magyar), Hanság (Zólyomi in *Carpineto*), Nyírség (Soó in *Carpinetis*), Fehér-Kárpátok (Sillinger), Trencsén—Nyitra m. (Sillinger), Babjagora (Walas), Pieninek (Kulczynski), Tornai Karszt (Dostal), Kis-Kárpátok (Novák), Mármaros, Bucsecs (Domin), Kolozsvár, Hargita, Radnai-havasok (Soó) etc. Ide sorozza Domin az északnyugati *Hacquetia* faciest (valójában geográfiai variánsnak tekinthető az Eszaknyugati Kárpátokban) és a *Glechoma hirsutum* szoc.-t, amely azonban távolabb áll tőle összetételében, így Kis-Kárpátok, Trencsén m., Mármaros; Bükk, Börzsönyi h. (Magyar).

Gyakran tekintik külön típusnak a *Mercurialis perennis* szoc.-t, amely a hygrophil bükköstípusokba megy át, Bükk, Börzsönyi h. (Magyar). Bakony (Soó), Selmecbánya (Mikyska, mint *Asperula* típus szubtípusa), Mármaros (Domin), Kolozsvár (Soó).

Asperula taurina szoc. Herkulesfürdő (Domin).

Az *Asperula* típushoz kell sorolnunk még számos, egészen lokális bükkös faciest is, mert a kevert *Asperulás* szociációban a

legkülönbözőbb fajok lehetnek (pl. *Lamium maculatum* etc.) kisebb területen dominánsak. Kiemelendők még:

Hedera helix szoc., így a Balatonvidéken (Soó), Kis-Kárpátokban (DU RIETZ), Bükk, Börzsönyi h. (MAGYAR), bizonnyal másutt is.

Az *Asperula* típushoz csatlakozik (inkább tavaszi facieskénť) a *Dentaria bulbifera (v. enneaphylla)* szoc. Bükk (Soó, ZÓLYOMI), Kis-Kárpátok (DOMIN), Trencsén—Nyitra m. (SILLINGER, átmegy a *Lunaria* szoc.-ba), Babjagora (WALAS). Ide sorozhatjuk a tátrai geogr. variánst jellemző *Cardamine trifolia* szoc.-t is, és az *Aegopodium podagraria* variánst (Bükk, Börzsönyi h. MAGYAR).

A tavaszi aszpektusban szereplő szociációk (így *Majanthemum-Convallaria, Anemone ranunculoides—nemorosa, A. hepatica, Corydalis cava, Adoxa moschatellina)* nem szerepelnek az erdőtípusok megállapításánál és ismeretük a legtöbb esetben igen hiányos, mert a felvételek javarésze nyárról származik. A felsoroltakat ismerjük Kolozsvár bükköseinek, az *A. hepatica* kivételével a Bükknek (ZÓLYOMI) erdeiből. A közel rokon *Impatiens, Geranium, Chrysosplenium* szoc.-kat l. *Fag. altherbosa* alatt.

b) *F. luzulina.*

Luzula nemorosa szoc.

Acidiphil, átmegy a *Myrtillus* típusba, elterjedt. Bükk, Börzsönyi h. (MAGYAR), Bakony (Soó), Kis-Kárpátok (DOMIN), Fehér-Kárpátok (SILLINGER, DOMIN), Selmecbánya (MIKYSKA *Carex pilosa* szubtípusaként), Fátra (KLIKA a *Myrtillus* típus faciese), Mármaros (DOMIN).

Luzula silvatica (maxima) szoc.

Trencsén m. (DOMIN), Fátra (KLIKA), Mármaros (DOMIN), FEHÉR Sopronból *Luzula pilosa* dominanciájú erdőket említ.

c) *F. caricosa.*

Carex pilosa szoc.

Bükk (MAGYAR), Mecsek (MAGYAR), Kis-Kárpátok (DU RIETZ, NOVÁK mint *Carex pilosa—Asperula* típus, DOMIN), Fehér-Kárpátok (SILLINGER, a jellemző *Hacquetiával, C. pilosa-Hacquetia, C. pilosa-Asperula* és *C. pilosa-Allium ursinum* típusokat különböztet meg, Trencsén—Nyitra m. (DOMIN, SILLINGER, DOMIN innen is több variánst említ, így *C. pilosa-Dentaria bulbifera* típust), Bars m. (DOMIN *C. pilosa-Luzula nemorosa* va ii i

Selmecbánya (MIKYSKA), Hanság (ZÓLYOMI in *Carpineto*), Börzsönyi h., Bükk (MAGYAR). Az ország nyugati felének jellegzetes erdőtípusa, amelyet a *F. herbosa* különböző szociációival átmeneti típusok kapcsolnak össze.

Carex alba szoc.

Fátra (KLIKA, igen elterjedt, átmegy a *F. herbosa* és *myrtillosa* csoportok egyes szociációiba, fenyvesekben és tölgyesekben is, l. ott, subtípusai l. 11. old.). Trencsén—Nyitra m. (SILLINGER, DOMIN), Alacsony-Tátra (SILLINGER *Carex alba, Poa *capillifolia* típus).

d) *F. graminosa.*

Poa nemoralis szoc.

Bükkösökben elég ritkán. Bakony (Soó), Bükk (MAGYAR), Tornai Karszt (DOSTÁL), Radnai-havasok (Soó), Bánság (DOMIN), rendesen *Melicával* együtt (pl. Kolozsvár, Soó: *Poa nemoralis—Melica nutans* facies).

Melica uniflora (resp. *nutans*) szoc.

Bakony (Soó), Börzsönyi h., Bükk (MAGYAR), Fehér-Kárpátok (SILLINGER, DOMIN), Kis-Kárpátok (DOMIN), Trencsén—Nyitra m. (SILLINGER, DOMIN), Tornai Karszt (DOSTÁL).

Brachypodium silvaticum szoc.

Bükkösökben tisztán ritka, — jellegzetes tölgyes típus lévén — inkább más szociációkba (így *Carex pilosa*) átmenő alakban Balatonvidék (Soó), Fehér-Kárpátok (SILLINGER), Bánság (DOMIN)

Ritkább graminea szociációk, amelyek helyenként felléphetnek (DOMIN): *Dactylis glomerata* (resp. *Aschersoniana*), pl. Kis-Kárpátok, Bánság, *Calamagrostis arundinacea*, pl. Mármaros (inkább a *F. altherbosához*) *Oryzopsis virescens*, pl. Bánság, *Festuca montana* pl. Bánság.

4. *Fagetum seslerietosum.*

A sziklai *Fraxinus* erdők jellemző *Sesleria* gyepszintje bükkösökben ritkán lép fel, így a Bükkben!, a Temetvényi hegyeken (DOMIN).

A. *F. nudum* (subnudum) a *F. normalia* további *e)* csoportját képezi, mint az előző *a—d)* csoportokba tartozó szociációk leszármazottja, de leginkább az *Oxalis, Asperula* és *Carex pilosa* típusokhoz áll legközelebb. Börzsönyi h. (MAGYAR), Bükk (Soó,

MAGYAR), Kis-Kárpátok, Trencsén—Nyitra m. (DOMIN), Nagy-Fátra (KLIKA), Selmecbánya (MIKYSKA), Mármaros (DOMIN), Kolozsvár (Soó), Bánság (DOMIN).

*

BRAUN—BLANQUET és iskolája a *Fagion*hoz sorozza a kevert tölgyes-gyertyános erdőket, míg a tölgyeseket két asszociációscsoportba osztja, t. i. az acidiphil *Quercion roburis—sessiliflorae* és a basi—neutrophil *Quercion pubescentis—sessiliflorae* federációkra. Mint arra már rámutattam (Soó, 1933), ez a beosztás minálunk nem vihető keresztül, amennyiben basiphil erdeink nagy részét is *Q. robur* alkotja. BRAUN—BLANQUET iskolája szellemében *tölgyeseink és kevert tölgyeseink felosztása* hozzávetőlegesen a következő volna:

Fagion silvaticae-hoz sorozandók:

Querceto-Carpinetum carpaticum p. majore parte, a jellegzetes bükkös aljnövényzetű állományok, mint az *Asperula odorata, Carex pilosa, Allium ursinum, Melica uniflora* etc. szociációk.

Carpinetum betuli, az *Asperula odorata, Carex pilosa* etc. szociációkkal, átmeneti jellegűek a *Fagion* és *Quercion* között.

Quercetum roburis carpinosum (transdanubicum),

Quercetum sessilis carpinosum (transdanubicum), átmeneti jellegű a *Fagion* és *Salicion* (*Alnion incanae* p. p.) között:

Fraxineto-Ulmetum e Nyírség.

Quercion roburis—sessiliflorae-hoz sorozandók:

Quercetum sessilis noricum, Vaccinium myrtillus, Deschampsia flexuosa etc. szociációkkal,

Quercetum sessilis (mixtum) myrtilletosum,

Betuletum pendulae p. p.,

Quercetum cerris p. p.

Quercion «pubescentis—sessiliflorae»-hoz sorozandók:

Quercetum sessilis (mixtum) carpaticum p. majore parte, így különösen *Poa nemoralis, Melica uniflora* (vel *nutans*), *Brachypodium silvaticum, Carex alba* etc. szociációk,

Quercetum sessilis (mixtum) pannonicum (incl. *transdanubicum*),
Quercetum lanuginosae pannonicum (et *carpaticum*),
Quercetum cerris p. p., *Betuletum pendulae* p. p.,
Quercetum roburis transdanubicum,
Quercetum roburis danubiale,
Quercetum roburis tibiscense és típusai,
Quercetum fraxinetosum orni,
Fraxinetum excelsioris tiliosum,
Fraxinetum mixtum (acerosum-ulmosum) átmegy a *Fagion*ba (*Fraxinetum carpinosum* pl. Balatonvidék, *Fraxinetum fagosum* pl. Kis-Kárpátok).

II. Quercion roburis *sensu lato.* Tölgyvesek (és a tölgyes klimaxterület egyéb lomboserdei).

Quercetum roburis.

a) Geográfiai variánsok; szubasszociációk és konszociációk:
Quercetum roburis danubiale (dunamenti és dunatiszaközi); konszociációja: *Quercetum lanuginosae danubiale.*
Quercetum roburis tibiscense (tiszavidéki, tiszántúli és nyírségi); idetartozó szubasszociációk (és konszociációk):

Quercetum roburis tiliosum argenteae (Nyírség),
« « *festucosum sulcatae* (Nyírség) = *Q. stepposum*,
« « *festucosum pseudovinae* (Tiszántúl, sziki típus),
« « *convallariosum* (Nyírség, legelterjedtebb szociációjáról, további szociációit l. 9. old.): *Q. umbrosum* átmegy a ligeterdőkbe, mint
« « *caricetosum acutiformis* (Nyírség, Tiszántúl) mocsári,
« « *alopecuretosum* (Tiszántúl) ártéri típusok,
« « *aegopodiosum* (Nyírség) l. *Fraxineto-Ulmetum*.

Quercetum roburis transdanubicum (dunántúli); konszociációja:
Quercetum carpinosum (Querceto—Carpinetum).

b) Szociációk l. 38. old.

Quercetum sessilis (sessiliflorae) resp. mixtum.

a) Geográfiai variánsok:

Quercetum sessilis (mixtum) carpaticum (kárpáti); konszociációja: *Quercetum carpinosum (Querceto-Carpinetum);* további variánsai:

a) nyugatkárpáti («*Q.—Carp. slovenicum*» Dostal), *b)* keletkárpáti, *c)* mezőségi («*Q. mixtum graminosum*» Soó); a legutóbbi konszociációja: *Q. acerosum (Aceretum campestris).*

Quercetum sessilis (mixtum) pannonicum (ősmátrai); átmenetiek az előbbihez a Magyar Középhegység északi részének *Querceto-Carpinetum*ai, pl. Bükk, Börzsönyi-hegység. Konszociációi:

Quercetum carpinosum (Querceto-Carpinetum),

Quercetum fraxinetosum orni,

Q. sessilis tiliosum argentae.

Quercetum cerris (nagyobbrészt a következőkhöz):

Mint szekundér növényszövetkezet idetartozik a *Fraxinetum mixtum* (*Fraxinus ornus—Acer campestre—Ulmus glabra* assz.) s ennek szubassz.-ja: *Fraxinetum carpinosum.*[1]

Quercetum sessilis (mixtum) noricum (alpokalji) mint *Q. myrtilletosum.* Konszociációi: *Quercetum carpinosum (Querceto—Carpinetum), Quercetum cerris* p. p.

Quercetum lanuginosae tiszta állományai ritkán (v. ö. *Fruticiquercion lanuginosae*), inkább *Q. sessilis*szel keverten, kárpáti állományait szociológiailag nem ismerjük, egyelőre mint *Q. lanuginosae pannonicum*ot a *Q. sessilis pannonicum* mellé állíthatjuk, sőt konszociációjául is tekinthetjük.

b) Szociációk l. 38. old.

Betuletum pendulae.

Ritkán ősi (pl. Nyírség), gyakrabban szekundér. Balatonvidék, Vas m., Kolozsvár (Soó).

---

[1] A Kis-Kárpátokból Domintól említett kevert *Fraxinetum (fagosum)* inkább a bükkösökhöz sorozandó, mint szekundér erdőtípus.

Carpinetum orientalis.

Bánsági asszociáció. DOMIN számos, részben a *Quercion*hoz vagy a *Fagion*hoz tartozó típusát említi, utóbbiak *Fag. carpinosum orientalis.*

Carpinetum betuli.

A hegyvidéken a bükkösök vagy tölgyesek konszociációja, az Alföldön önálló asszociációt képez. Nyírség (Soó), Hanság (ZÓLYOMI).

A *Quercion roburis* szociációi, faciesei (erdőtípusok) sokkal kevésbbé válnak külön, mint azt a lúcosoknál vagy bükkösöknél találjuk. A tölgyesek nagy részében, leginkább a tiszta basi-neutrophil tölgyesekben kevert aljnövényzet uralkodik, a szociációk összeolvadnak. A gyertyános tölgyesekben, amelyeket BRAUN és követői épp ezért a *Fagion*ba soroznak, a bükkösökben is elterjedt erdőtípusok az uralkodók, az acidiphil tölgyesekben a *Myrtillus* főtípus szociációi. Az aljnövényzet physiognomiája, ill. ökológiája alapján a *Quercetum*ok feloszthatók:

b) Myrtillus főtípus: *Quercetum myrtilletosum*, acidiphil tölgyesek;

c) Oxalis főtípus: *Quercetum normale*, neutro-basiphil, mesophil tölgyesek és *Q. graminosum*, semixerophil tölgyesek;

d) Festuca-Sesleria főtípus: *Quercetum festucetosum* és *seslerietosum*, pusztai és sziklai xerophil tölgyesek;

cc) hygrophil tölgyesek *(Q. caricetosum)* már a ligeterdőkhöz képeznek átmenetet.

Magyarországból ismert tölgyes-szociációk (erdőtípusok):

1. *Querceta myrtilletosa.*

Vaccinium myrtillus szoc.

Magyar Alpok: Sopron (MAGYAR) — Kőszeg hegyei (Soó), Bükk-hegység (MAGYAR). Faciese a *Deschampsia flexuosa* szoc. Kőszegi hegység (Soó), Trencsén—Nyitra m. (DOMIN).

2. *Querceta normalia.*

Pteridium aquilinum szoc.

Balatonvidék (Soó *Betuletum*ban), Nyírség, Kolozsvár (Soó *Quercetum* és *Betuletum*ban). Vágásokban, újulatban, szekundér jellegű szociáció.

Urtica dioica szoc. Elterjedt kultúrfacies, különösen az Alföldön.

Allium ursinum szoc.

Mecsek (Magyar), Nyírség (Soó), Kis-Kárpátok (Domin kevert *Fraxinetum*ban).

Asperula odorata szoc.

Hanság (Zólyomi). Nyírség (Soó), Selmecbánya (Mikyska), Bükk (Magyar), Kolozsvár (Soó).

A *Glechoma hirsutum* szoc.-t Magyar említi: Bükk, Börzsönyi-hegység, a *Hedera helix* szoc.-t Balatonvidékről, Nyírségről ismerem (Soó). Ritkább a *Waldsteinia geoides* szoc. Bükk (Zólyomi in *Fraxineto tilioso*), Mezőség (Borza), az *Asarum europaeum* szoc. rendesen kis foltokban, Mezőség (Borza), a két utóbbi Kolozsvár vidékén is, bár alárendelt jelentőségű.

A *Convallaria majalis* (*Polygonatum latifolium* lokálisan) a nyírségi árnyas, zártabb, nedvesebb tölgyesek legelterjedtebb szociációja, a továbbiakat l. 9. oldal. A Braun—Blanquet-tól leírt *Lithospermum purpureo-coeruleum*os tölgyest a Bükkből, Hanságból (Zólyomi), a Nyírségről (Soó) ismerem. Átmenetet képez a hygrophil, ligetes tölgyesekbe a *Rubus* facies.

A tavaszi aszpektusban szereplő szociációkat (így *Corydalis cava*, *Anemone ranunculoides*, *A. nemorosa*—*A. hepatica*, *Adoxa* etc.) mint a bükkösöknél is, csak kevés területről ismerjük, így különösen a Bükkből (Zólyomi), a Nyírségről (az első kettőt), Kolozsvárról (Soó).

További, az irodalomban szereplő tölgyes szociációk önállósága és elterjedése még alig ismert.

3. *Querceta graminosa.*

Luzula nemorosa szoc.

Bükk, Börzsönyi-hegység (Magyar), Selmecbánya (Mikyska). Hasonló a *Luzula pilosa* szoc. (?) is, Soproni hegyek (Fehér). Igen közel áll hozzá a *Genista pilosa* szoc.: Bükk (Magyar).

Carex pilosa szoc.

Mecsek, Bükk, Börzsönyi-hegység (Magyar), Selmecbánya

(MIKYSKA), Fehér-Kárpátok (SILLINGER). A *C. alba* szoc.-t a Bakonyból POLGÁR közli, de bizonnyal elterjedtebb.

Poa nemoralis szoc.

Az árnyas tölgyesek egyik legelterjedtebb szociációja. Bükk (Soó, ZÓLYOMI, MAGYAR), Börzsönyi-hegység (MAGYAR), Selmecbánya (MIKYSKA), Kolozsvár (Soó), Mezőség (BORZA), Nyírség (Soó), gyakran keveredik a *Melica uniflorá*val, de az önálló szoc.-t is képez.

Melica uniflora szoc. Ritkább.

Bükk (ZÓLYOMI in *Fraxineto tilioso*, Soó, MAGYAR), Börzsönyi-hegység (MAGYAR), Selmecbánya (MIKYSKA), Temetvényi hegyek (DOMIN), Bakony (POLGÁR), Mecsek (MAGYAR), ritkább a *M. nutans* facies, így Bükk (ZÓLYOMI), Kolozsvár (Soó mint *Poa nemoralis—Melica nutans* szoc.).

Brachypodium silvaticum szoc.

A nyíltabb, szárazabb tölgyesek kevert gyepszintjében elterjedt s ezért ezt a gyakori tölgyes erdőtípust így nevezhetjük. Balatonvidék, Nyírség (Soó, kevert *Fraxinetum*ban is), Hanság (ZÓLYOMI), Bükk, Börzsönyi h. (MAGYAR, mint a vegyes bokrostípus variánsa).

Agrostis tenuis szoc. (acidiphil).

Sovány, savanyú talajon, átmenet a *Q. myrtilletosá*hoz, különösen *Quercetum cerris*ben. Hanság (ZÓLYOMI *Festuca pseudovinával*), általában a Dunántúl (Soó). Közel áll a *Festuca heterophylla* típus is: Balatonvidék (Soó), Kolozsvár (Soó sub. *F. rubra* facies).

4. *Querceta festucetosa (seslerietosa)*, basiphil típusok.

Festuca vallesiaca szoc. Bükk (ZÓLYOMI), Tornai Karszt. (DOSTÁL) mészsziklán. *Festuca sulcata* (incl. *pseudodalmatica*) szoc. rendesen *Poa angustifolia* kodominánssal. Balatonvidék (Soó különösen *Q. lanuginosae*-ban), Börzsönyi-hegység, Bükk (MAGYAR mint külön szoc. és mint a vegyes bokrostípus variánsa). Helyenként a *Carex humilis* is jelentékeny. Meszes talajon.

Brachypodium pinnatum szoc.

Balatonvidék (Soó különösen *Q. lanuginosae*-ban és *Fraxinetum mixtum*ban), Bükk, Börzsönyi h. (MAGYAR, mint *Agrostis tenuis—Br. pinnatum* variáns). Bakony (POLGÁR), Temetvényi hegyek

(SILLINGER), Tornai Karszt (DOSTÁL), néha a *Carex humilis* kodomináns. Meszes talajon.

Sesleria varia resp. *Heufleriana* szoc.

Temetvényi hegyek (DOMIN), Bükk (ZÓLYOMI in *Fraxineto tilioso* et *Querceto lanuginoso*, néha *Carex humilis*szel). Mészsziklán. *Poa scabra* szoc.: Börzsönyi-hegység (MAGYAR).

Festuca sulcata (-vaginata) szoc.

A duna-tiszaközi és nyírségi homokon (Soó), több faciessel.

Jellegzetes szegélyfaciese a tölgyeseknek a *Melampyrum—Chrysanthemum corymbosum* szoc., amely azonban már nem tekinthető erdőtípusnak, inkább az erdei tisztások és szegélycserjések növényszövetkezetének.

5. *Querceta hygrophila.*

Átmeneti típusok a ligeterdőkhöz, így *Carex acutiformis, C. remota, Alopecurus pratensis, Brachypodium silvaticum, Urtica dioica, Rubus caesius, Aegopodium podagraria* etc. szociációk, főleg az alföldi mocsártölgyerdőkben. Javarészük még további kutatásra vár.

III. Castaneion. Gesztenyések.

Castanetum sativae.

A kőszegi hegység ősi gesztenyéseinek elemzését l. Soó: Folia Sabar. 1934. 110.

IV. Salicion (Alnion incanae) Ligetek.

Salicetum mixtum.

Konszociációi: *Salicetum albae-fragilis,*
Salicetum purpureae (*S. triandrae-purpureae, S. fragilis-purpureae, S. albae-purpureae* etc.),
Populetum ulmosum (Populetum nigrae, P. albae),
Saliceto-Populetum (-Alnetum),
Saliceto-Alnetum glutinosae

átmegy az

Alnetum incanae-glutinosae-ba.

Konszociációi: *Alnetum glutinosae, A. incanae.*

Fraxinetum excelsioris

Konszociációi: *Querceto-Fraxinetum* (Hanság),
Fraxineto-Ulmetum (Nyírség)
átmennek aljnövényzetük alapján a *Fagion*ba, l. 9. oldal. A ligetek eddig ismert kevés szociációja még aligha rendszerezhető, elterjedésük v. ö. 24—6. oldal.

V. Alnion glutinosae. Láperdők.

Alnetum glutinosae.

Idetartoznak: *Alneto—Betuletum caricetosum* et *altherbosum* (Kolozsvár),
Alnetum glutinosae caricetosum elongatae és *salicetosum* (Hanság) szociációi, l. 25. old.

Betuletum pubescentis.

Idetartoznak: *Betuletum mixtum rubosum* (Balatonvidék),
Betuletum pubescentis sphagnetosum (Gömör, Kolozsvár), valójában a *Sphagnion* federáció tagja,
Betuletum pubescentis salicosum pentandrae (Hanság, Nyírség). Szociációk l. 25. old. *(Rubus caesius, Carex acutiformis, Nephrodium thelypteris, Calamagrostis canescens).*

Salicetum cinereae.

Konszociációi: *Salicetum auritae,*
S. rosmarinifoliae (de nem a *Festucion vaginatae*-hez tartozó homoki, buckaközi *Festuca vaginata—Salix rosmarinifolia* assz.
Szubasszociációi: *S. cinereae calamagrostidosum canescentis,*
S. cinereae sphagnetosum, utóbbi a *Sphagnion* federációba is sorozandó.

B) **Aestifruticeta.** Cserjések.

VI. Corylion avellanae. Mesophil cserjések.

Coryletum avellanae.

Eddig csak Kolozsvár vidékéről, a Hargitáról, a Balatonvidékről és Vas megyéből ismerem (Soó), legtöbbször csak fragmentárisan, mint erdőt szegélyező cserjés alakul ki. Pieninek (Kulczynski). Konszociációiként elemeztem a *Corneto-Berberidetum* és *Crataegetum monogynae* cserjéseket.

VII. Fruticiquercion lanuginosae. Xerophil cserjések.

Querceto-Cotinetum: *Quercetum lanuginosae cotinetosum.*

Balatonvidékről leírt hazai molyhostölgy-szömörcecserjés jellegzetes ősmátrai növényszövetkezet (Soó, 1931—33), faciesei, resp. konszociációi:

Quercus lanuginosa—Crataegus monogyna, Quercus lanuginosa—Cornus sanguinea, Quercus sessilis—Cotinus coggyria.

Gyepszintjében *Festuca sulcata* vagy *Brachypodium pinnatum* dominánsak, v. ö. tölgyes szociációk.

Spiraeo-Cotinetum: *Spiraeetum mediae cotinetosum.*

Az Ősmátra jellemző sziklai cserjése, a Bükkből Zólyomi (ined.) írta le, Mikyska Selmecbányáról (1933) említi, a Balatonvidéken (Soó, 1933) fragmentáris. Szubasszociációja: *Spiraeo-Cotinetum cotoneasteretosum (nigrae)*, átmegy a sziklai *Fraxinetum tiliosum*ba mint *Spiraeetum fraxinosum.*

Cotineto-Ornetum syringosum.

az aldunai (bánsági) típus (Domin), dom. *Frax. ornus, Syringa vulgaris.*

VIII. Prunion spinosae, Pusztai cserjések. (Tövises cserjések.)

Pruneto-Crataegetum: *Prunetum spinosae crataegosum.*

Általánosan elterjedt, szekundér növényszövetkezet, a legelők cserjése. Pl. Kolozsvár, Balatonvidék, Vas megye (Soó).

Prunetum stepposum (P. fruticosae-nanae).

Az Erdélyi Mezőség jellemző sztyep-cserjése, konszociációja: *Rosetum marisensis.*

Juniperetum communis.

A különösen acidiphil talajon elterjedt (de még szociológiailag nem analizált) borókás cserjés fizionómiailag az *Aciculifruticeta*, florisztikailag a *Prunion spinosae* tagja. A basiphil homok *Juniperus communis—Festuca vaginata* asszociációja viszont a *Festucion vaginatae*-hoz tartozik.

Aciculilignosa. Tűlevelű fás vegetáció.

C) **Aciculisilvae.** Erdők.

IX. Piceetum excelsae. Lúcosok.

Piceetum excelsae.

a) Konszociációk:

Piceetum excelsae (verum),

Piceetum abietosum (Piceeto-Abietetum incl. *Abietetum)*,

Piceetum mixtum (Piceeto-Fagetum p. min. p.),

Piceetum laricetosum (incl. *Laricetum deciduae*).

b) Szubasszociációk, fördőtípusok, az aljnövényzet physiognomiája, ill. ökológiája alapján.

a—b) *Calluna—Myrtillus* főtípus: *Piceetum callunetosum* resp. *myrtilletosum*, acidiphil lúcosok.

c) *Oxalis* főtípus: *P. normale*, neutro-basiphil, mesophil lúcosok.

cc) *Piceetum altherbosum*, incl. *filicetosum*, hygrophil lúcosok.

A *Piceetum nudum (subnudum)* a gyepszintnélküli lúcos, nem önálló szubassz., v. ö. bükkösök.

c) Faciesek, ill. szociációk: erdőtípusok, az aljnövényzet lokális dominanciája alapján. V. ö. a bükkösök szociációinak ökológiai csoportosításával.

Magyarországból ismert lúcos-szociációk (erdőtípusok).

1. *Piceetum callunetosum.*

Az atlanti jellegű, extrém acidiphil *Calluna* típus csak az ország nyugati szegélyén lép fel, de itt is rendesen kodomináns a *Vaccinium myrtillus*-szal.

Myrtillus—Calluna szoc. Magyar Alpok: Kőszeg—Sopron hegyvidéke (Soó).

2. *Piceeta myrtilletosa.*

Vaccinium myrtillus szoc.

Magyar Alpok: Kőszegi hegység (Soó), Soproni hegyek (FEHÉR), Alacsony-Tátra (SILLINGER *Clematis alpinával* meszen), Magas-Tátra (DOMIN, KRAJINA, SZAFER), Babjagora (WALAS), Radnai havasok, Hargita (Soó).

(Myrtillus)—Calamagrostis villosa szoc.

Alacsony-Tátra (SILLINGER), Magas-Tátra (KRAJINA, DOMIN), KLIKA a Nagy-Fátrából, *Myrtillus—Calamagrostis varia* típust ír le, amelyet DOMIN a Magas-Tátrából kevert lúcosokból említ.

Sphagnum szoc. (praecipue *Sph. acutifolium*).

Magas-Tátra (SZAFER mint a *P. myrtilletosum* fáciese, DOMIN).

3. *Piceeta normalia.*

Oxalis acetosella—Homogyne alpina szoc.

A lúcosokban elmaradnak a *Fagion* karakterfajai, az *Oxalis* mellett leginkább mohák vagy más virágosak dominálnak, így az irodalom több, különböző lúcos *Oxalis* típust említ.

Ezen név alatt foglaljuk össze, megkülönböztetve a bükkösök *Oxalis* szoc.-jától a lúcosok *Oxalis*ban gazdag gyepszintű típusait. Átmegy a *Vaccinium myrtillus* szoc.-ba (*Oxalis—Myrtillus* típus) vagy a magaskórós szociációkba (*Oxalis—Cortusa* típus), helyenként lokális jellegű faciesei vannak. A kodomináns fajok alapján leírtak:

Oxalis—Hylocomium splendens (Nagy-Fátra: KLIKA, Magas-Tátra: SZAFER, BRAUN—BLANQUET).

Oxalis—Hypnum Schreberi (Magas-Tátra: BRAUN—BLANQUET).

Oxalis—Polytrichum formosum (Magas-Tátra: SZAFER).

*Oxalis—Poa*capillifolia* (Alacsony-Tátra: SILLINGER).

Oxalis—Bellidiastrum Michelii (u. ott).

Oxalis—Soldanella hungarica (Alacsony-Tátra: SILLINGER, Magas-Tátra: DOMIN).

Oxalis—Melampyrum silvaticum (Alacsony-Tátra: SILLINGER, Hargita: Soó).

Oxalis—Melampyrum saxosum (Radnai-havasok: Soó).

Oxalis—Mercurialis perennis (Alacsony-Tátra: SILLINGER, kevert *Fagus—Picea* erdőkben pl. Mármaros: DOMIN).

Oxalis—Campanula abietina (Radnai-havasok, Hargita: Soó).

Oxalis—Clematis alpina (Alacsony-Tátra: SILLINGER, de másutt is) stb. faciesek, ill. típusok. *Hypnum cupressiforme* (Sopron: FEHÉR).

Továbbá: Magyar Alpok: Kőszeg—Sopron hegyvidéke (Soó), Magas-Tátra (KRAJINA, DOMIN), Pieninek (KULCZYNSKI), Bucsecs (DOMIN).

Oxalis—Sanicula típus már csak tiszta *Abietetum*ban, lévén *Fagion* szociáció, pl. Magas-Tátra (DOMIN).[1]

4. *Piceeta altherbosa.*

a) *P. filicosa: Athyrium—Nephrodium* szoc.

Alacsony-Tátra (SILLINGER), Babjagora (WALAS), Bucsecs (DOMIN *Adenostyles*-szel). Néha kevert *Fagus—Picea* erdőkben: Nagy-Fátra (KLIKA), Alacsony-Tátra (SILLINGER). Több más típusban a harasztok helyenként nagy dominanciát mutatnak.

b) *P. altherbosa* hygrophila:

Cortusa Matthioli szoc. (*Cortusa—Chrysanthemum* szoc.)

Nagy-Fátra (KLIKA, inkább kevert *Fagus—Picea* erdőkben), Alacsony-Tátra (SILLINGER, meszen, átmegy az *Oxalis* szoc.-ba, mint *Oxalis—Cortusa* típus), Magas-Tátra (DOMIN, meszen).

---

[1] A kevert *Fagus—Picea* erdőkben, amelyek gyepszintjük alapján szociológiailag javarészben a *Fagetum silvaticae* sensu lato-hoz tartoznak, inkább annak szociációi uralkodnak. V. ö. a *Piceeto-Fagetum* szociációkat SILLINGERnél (Alacsony-Tátra, l. 13. old.), KLIKÁnál (Nagy-Fátra, l. old.), a mármarosi kevert *Piceetum*okban (DOMIN, l. 17. old.). Ezeket a bükkösöknél tárgyaltuk.

Ugyancsak bükkös szociáció inkább a *Carex alba* típus is, lúcosokban inkább csak a *Vaccinium myrtillus* és *Calamagrostis varia* fajokkal együtt, mint kevert típus (Nagy-Fátra: KLIKA), vagy *Picea—Abies* erdőben (Magas-Tátra: DOMIN).

Chrysanthemum rotundifolium szoc.

Magas-Tátra (KRAJINA őskőzeten, *Cortusa* nélkül), Hargita Soó).

Petasites (incl. *Adenostyles*) szoc.

Alacsony-Tátra (SILLINGER), Magas-Tátra (DOMIN), Bucsecs (DOMIN *Athyrium*mal). Kevert *Fagus—Picea* erdőkben is, pl. Mármaros (DOMIN *Mercurialis*-szal), Alacsony-Tátra (SILLINGER *Cimicifuga*val).

A *Piceetum nudum* (subnudum) a *P. normalia* típusainak leszármazottja, előfordul szórványosan a Kárpátokban, de a Magyar Alpokban (Kőszeg—Soproni hegységek: Soó) is.

X. Pinion silvestris. Erdeifenyő-erdők.

Pinetum silvestris.

Szubasszociációk és faciesek (erdőtípusok):

1. *Pinetum silvestris callunetosum, Calluna* szoc.

Fehér-Kárpátok (SILLINGER), Magyar Alpok: Kőszegi hegység (Soó, ugyanott *Nardus stricta* típus), részletes analizisek eddig nincsenek.

2. *Pinetum silvestris myrtilletosum.*

Bizonnyal elterjedt, pl. Morvamező. GUSULEAC a Gyergyói havasokból *Myrtillus—Iris caespitosa* típust ír le, l. 23. old.

3. *Pinetum silvestris sphagnosum.*

Konszociációja: *Pinetum uncinatae* (Magas-Tátra).

A Kárpátok tőzegmohalápjain, pl. Magas-Tátra (DOMIN), Hargita (Soó), részletes analizis nincs.

4. *Pineta silvestris graminosa (festucetosa et seslerietosa).*

Sziklai és homoki típusok, így *Festuca sulcata* szoc. (Bakony—Fenyőfő, homokon: Soó), *Festuca ovina* szoc. (Borostyánkő-hegység: Soó), szerpentinen *Sesleria Bielzii* és kevert *graminea* szoc. (Gyergyói havasok: GUSULEAC), meszen.

Általában hazai *Pinus silvestris* erdeink szociológiailag még kevéssé ismertek, behatóbban csak GUSULEAC tanulmánya (l. 23. old.) foglalkozik vele.

5. *Pinetum nigrae (caricosum humilis), Domugled* (Domin).

D) **Aciculifruticeta.**

XI. Pinion montanae. Törpefenyő-cserjések.

Pinetum montanae.

Konszociáció: *Pinetum montanae sorbosum (Sorbetum aucupariae *glabratae).*

Szubasszociációk, az aljnövényzet fiziognómiája, ill. ökológiája alapján:

b) *Myrtillus* főtípus: *Pinetum myrtilletosum* (*P. silicicolum* auct. p. maj. p.), acidiphil törpefenyvesek.

cc) *Pinetum altherbosum* incl. *filicetosum*, neutro-basiphil törpefenyvesek. (*P. calcicolum* auct. carp.-non auct. alpin.)

bb) *Pinetum sphagnosum.*

A *Pinetum subnudum* és *lichenoso-muscosum* elszegényedett típusok.

Faciesek, ill. szociációk, az aljnövényzet lokális dominanciája alapján:

1. *Pinetum montanae myrtilletosum.*

Vaccinium myrtillus szoc.

Alacsony-Tátra (Sillinger), Nagy-Fátra (Klika), Magas-Tátra (Domin, Krajina), Északkeleti Kárpátok: Gorgany (Sulma), Bucsecs (Domin).

(Myrtillus)—Calamagrostis villosa szoc.

Alacsony-Tátra (Sillinger), Magas-Tátra (Krajina, Szafer), Radnai-havasok (Soó).

2. *Pinetum montanae sphagnosum.*

Alacsony-Tátra (Sillinger mint *Myrtillus—Sphagnum* típus, azaz a *P. myrtilletosum Sphagnum* szociációja), de elterjedt a Kárpátok *Sphagnum*-lápjain s mint ilyen a *Sphagnion* federáció tagja, így Magas-Tátra (Soó, 1930), részletes analízisek nincsenek.

3. *Pinetum montanae altherbosum.*

A név nem illik teljesen, mert az acidiphil jellegű törpefenyvesek is részben magasgyepűek (*Calamagrostis villosa* szoc.!), de meg kell különböztetnünk a Kárpátokból leírt «*Pinetum montanae*

calcicolum»-ot a valódi alpin *P. mont. calcicola*tól, l. Soó, 1930. A *Vaccinium myrtillus* itt is jelentős dominanciát ér el.

Athyrium—Nephrodium szoc.

Magas-Tátra (Domin, Szafer «*P. calcicolum*» p. p.), Babjagora (Pawlowski, Walas).

Chrysanthemum rotundifolium szoc. Magas-Tátra (Szafer),

Calamagrostis varia szoc. Alacsony-Tátra (Szafer),

Adenostyles (Senecio) szoc. Bucsecs (Domin).

4. *Pinetum montanae lichenoso-muscosum.*

Magas-Tátra (Domin, Krajina), ugyaninnen Domin *P. subnudum*ot is említ, amely másutt is előfordul a Kárpátokban (Soó).

Fiziognómiailag az *Aestifruticeta*, florisztikailag a *Pinion montanae*-ban sorozandó az.

XII. Alnion viridis. Havasiéger-cserjések.

Alnetum viridis.

Részletes szociológiai elemzés csak a Radnai-havasokból (Soó): *Myrtillus*-szoc. Ismerjük Mármarosból (Domin, Hifitzer), Bucsecsről (Domin) stb.

Irodalom.

(Magyarország fás növényszövetkezeteinek irodalma.)

Soó R.: Vergleichende Vegetationsstudien, nebst kritischen Bemerkungen zur Flora der Westkarpathen. Veröff. Geobot. Inst. Rübel VI, 1930. 237.

Soó R.: Összehasonlító erdei vegetáció az Alpokban, a Kárpátokban és a Magyar Középhegységben. I. Erd. Kísérletek 1930. 439—475, 559—566.

Domin, K.: Vegetacni pomery Kovácovskych kopcu. Sbor. prir. odb. Slov. v Bratislave. 1931. 20.

Soó R.: Adatok a Balatonvidék vegetációjának ismeretéhez. III. Magyar Biol. Int. Munkái. 1931. 293.

Soó R.: A Balatonvidék növényszövetkezeteinek szociológiai és ökológiai jellemzése. Math. és Természett. Ért. 1934. 669.

Polgár S.: A Tobánhegy vegetációja. Bot. Közl. 1933. 32.

Magyar P.: Természetes újulat és aljnövényzet. Erd. Kis. 1933 (1934). 78.

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

Zólyomi B.: A Hanság növényszövetkezetei. Folia Sabariensia. 1933. 146.

Fehér, Kiss, Kiszely: Vizsgálatok néhány közönségesebb erdőtípus növényasszociációs (sic!) viszonyairól, különös tekintettel az erdőtalaj savanyúságának időszaki változásaira. Erd. Kis. 1932 (1933). 1.

Soó R.: Vas megye szociológiai és florisztikai növényföldrajzához. Folia Sabariensia 1933. 105.

Soó, R.: Die Vegetation und die Entstehung der ungarischen Puszta. Journal of Ecology 1929. 329.

Soó R.: A modern növényföldrajz problémái, irányai és irodalma. A növényszociológia Magyarországon. Magy. Biol. Intézet Munkái 1930. 1.

Máthé I.: A hortobágyi Ohat-erdő vegetációja. Bot. Közl. 1933. 163.

Klika, J.: Une étude géobotanique de la Velka Fatra. I. Preslia, 1927. 6.

Klika, J.: Waldtypen im Rahmen der forstwirtschaftlichen Durchforschung. Sborn. Cesk. Akad. Zemedelske, 1929.

Mikyska, R.: Le massif Skalka dans les environs de Banska Stiavnica. Vest. Ces. Spol. Nauk. 1929.

Mikyska, R.: Die Waldtypen der natürlichen Bestände im Schemnitzer Mittelgebirge. Sborn. Cesk. Akad. Zemedelske, 1930. 423.

Mikyska, R.: La hétraie au sommet Sitno dans le Stiavnické stredohori. (IV. vyr. zprava st. cs. koed. ucitel. ustavu v Banskej Stiavnici, 1932.)

Mikyska, R.: Vegetationsanalyse nebst einigen ökologischen Beobachtungen auf dem Berge Holik im Stiavnické stredohori. Beih. Bot. Cbl. Abt. II. 1933. 354.

Dostál, R.: Geobotanicky prehled vegetace Slovenského Krasu. Vestnik. Ces. Spol. Nauk. 1933.

Sillinger, P.: Bile Karpaty. Rozpr. Ces. Spol. Nauk. VIII. No. 2. 1929.

Sillinger, P.: La végétation des Tematinské kopce. Rozpr. II. tr. Cesk. Akad. 1930. No. 13. Bull. Acad. Science Bohème, 1930.

Sillinger, R.: Monografícka studie o vegetaci Nizkych Tater. 1933.

Domin, K.: Piestanska Kvetena. 1931.

Krajina, V.: Die Pflanzengesellschaften des Mlynica Tales in den Vysoké Tatry. II. Beih. Bot. Cbl. Abt. II. 1934. 1.

Domin, K.: The beech forests of Czechoslovakia. Veröff. Geobot. Inst. Rübel VII. 63. (Csehül mint: Ceskoslovenske Buciny, 1931.)

Domin, K.: The beech woods of Subcarpathian Russia. Spisy vyd. prir. fak. Karlovy univ. 1930. No. 107.

Domin, K.: Geobotanicka exkurse na Kobylu v Chustu. Sborn. prirod. spol. v. Moravské Ostrave. 1931. 173.

Domin, K.: A geobotanical excursion to Mt. Vysoka in the Little Carpathians. Rozpr. II. tr. Cesk. Akad. 1931. No. 2. Bull. Acad. Sc. Bohème. 1931.

DU RIETZ, G. E.: Einige Beobachtungen und Betrachtungen über Pflanzengesellschaften in Niederösterreich und den Kleinen Karpathen. Öst. Bot. Zeitschr. 1923. 1.

NOVAK, F.: The Limestone Districts in the Little Carpathian Mountains. Preslia, 1923. 67.

DOMIN, K.: Kvetena nasich Tater. in Nase Tatry. 1931. 343.

SZAFER, PAWLOWSKI, KULCZYNSKI, STECKI, SOKOLOWSKI: Die Pflanzenassoziationen des Tatragebirges. I—VII. Bull. Acad. Polon 1923, suppl. 1926, suppl. 1928. 205.

WALAS, J.: Die Pflanzenassoziationen der Babia Gora. Bull. Acad. Polon. 1933. 51.

WALAS, J.: Roslinnosc Babiej Góry. 1933.

BRAUN—BLANQUET, J.: Zentralalpen und Tatra, eine pflanzensoziologische Parallele. Veröff. Geobot. Inst. Rübel VI. 1930. 81.

KULCZYNSKI, S.: Die Pflanzenassoziationen der Pieninen. Bull. Acad. Polon. 1928. 57.

SZAFER, W.: The beech and the beech forests in Poland. Veröff. Geobot. Inst. Rübel VII. 168. 1932.

SULMA: Die Legföhre und ihre Assoziationen in den Gorganen. Acta Soc. Bot. Polon. 1929. 105.

BORZA, A.: Material pentru studiul ecologic al Campiei Ardealului. Bul. Grad. Bot. Cluj. 1928. 10.

BORZA, A.: Studii fitosociologice in Muntii Retezatului. Bul. Grad. Bot. Cluj. 1934. 1.

Soó, R.: Geobotanische Monographie von Kolozsvár (Klausenburg). 1927.

Soó R.: Vegetációtanulmányok a Déli Hargitán. 1930. Debreceni Tisza I. Társ. Honismertető Biz. Kiadványai 15—16, 23.

DOMIN, K.: Die Vegetationsverhältnisse des Bucegi in den rumänischen Südkarpathen. Veröff. Geobot. Inst. Rübel X, 96. 1933.

GUSULEAC: Zur Kenntnis der Felsvegetation des Gebietes der Bicaz-Klamm in den Ostkarpathen. Bul. Fac. Sttitne din Cernauti VI. 1933. 309.

DOMIN, K.: Domugled, Kazanské soutesky, Ada Kaleh a Varciorova. 1923. Publ. Fac. Sc. Univ. Charles 122.

ZÓLYOMI B.: A Bükkhegység környékének Sphagnum-lápjai. Bot. Közl. 1931. 89.

MAGYAR P.: Erdőtípusvizsgálatok a Börzsönyi- és Bükk-hegységben. Erd. Kísérl. 1933 (1934). 396.

MAGYAR P.: Újabb vizsgálatok a természetes újulat és az aljnövényzet viszonyáról. L. c. 1933 (1934). 451.

A HILITZER, Lesy na Boržavě. (Boržava 93—104, 1932.)

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. május 28-án tartott üléséből.)

DIE PFLANZENGESELLSCHAFTEN DES HISTORISCHEN UNGARN. I.

Von R. v. SOÓ.

In meinen früheren Arbeiten habe ich die Grundzüge mancher Kapitel einer «Pflanzengeographie des historischen Ungarn» zu schildern versucht.[1]

So habe ich in meiner Arbeit: Floren- und Vegetationskarte usw. auch die Bibliographie der vegetationskundlichen Literatur Ungarns bis 1933 zusammengestellt und auch an einer Übersicht aller bisher aus dem historischen Ungarn (ausser Kroatien) beschriebenen Pflanzengesellschaften gearbeitet. Da eben in den letzten Jahren eine ansehnliche Reihe geobotanischer (bzw. soziologischer) Arbeiten erschienen, die eine Unzahl der Pflanzengesellschaften beschrieben, wurde dringend nötig, diese Pflanzengesellschaften miteinander zu vergleichen, die identischen zu vereinigen, ihre endgültigen Namen und ihre bisher bekannte Verbreitung im Gebiete festzustellen, so eine Übersicht der ungarischen Vegetation zu geben. Der vorliegende I. Teil der Arbeit behandelt die Waldpflanzengesellschaften, und zwar die Formationsgruppen Aestilignosa (Laubgehölze) und Aciculilignosa (Nadelgehölze) und enthält die Literatur bis Ende 1933 (auch einige Arbeiten des Jahres 1934).

---

[1] Vgl. Soó: Analyse der Flora des histor. Ungarns. Arb. Ung. Biol. Inst. VI, 1933. 173—194. Floren- und Vegetationskarte des histor. Ungarns. Debrecen, 1933. 1—35. Die Vegetation und die Entstehung der ungarischen Puszta. Ungar. Jahrb. Berlin, 1926, 258—276, und erweitert in Journ. of Ecol. 1929, 329—350. Über Probleme, Richtungen und Literatur der modernen Geobotanik. Die Pflanzensoziologie in Ungarn. Arb. Ung. Biol. Inst. III, 1930. 1—51.

Einige fremdsprachige Arbeiten waren mir nur nach langer Nachforschung zu erreichen, doch konnte ich endlich fast alle auf das historische Ungarn bezügliche soziologischen Werke berücksichtigen.

Infolge Raummangels musste ich auf die ökologische Charakterisierung und die Besprechung der Struktur bzw. Zusammensetzung der einzelnen Pflanzengesellschaften verzichten, nur die soziologischen Einheiten (geographische Varianten, Konsoziationen, Subassoziationen und Fazies, bzw. Soziationen) werden bei jeder Assoziation, sowie ihre Verbreitung, aufgezählt. Ganz besonders wurden in diesem I. Teil die auch forstwissenschaftlich wichtigen Waldtypen berücksichtigt. Ich habe einerseits (I. Kap.) die Literatur, nach Landesteilen und Verfassern, soweit sie die Waldgesellschaften und Waldtypen behandelt, eingehend besprochen, dann im II. Kap. die Übersicht aller aus Ungarn bisher soziologisch analysierten Waldgesellschaften versucht, die im Auszuge auch hier wiedergegeben wird.

In der Einleitung werden einige soziologische Begriffe, wie geographische Varianten, Konsoziation, Fazies, Soziation und Konsozion erklärt und die Stelle der Waldtypen (im Sinne CAJANDERS und seiner nord- und mitteleuropäischen Nachfolger) im soziologischen System behandelt. Ich betrachte die CAJANDERschen Haupttypen: *Calluna*, *Myrtillus*, *Oxalis* usw. als Subassoziationen, da diese verschiedene floristische Zusammensetzung und Ökologie der Feldschicht und so auch der ganzen Assoziation bedeuten, während die Waldtypen im heute üblichen Sinne den Fazies bzw. der Soziation entsprechen, da diese auf die Unterschiede in der Dominanz der Feldschicht aufgebaut sind. Bei der systematischen Bearbeitung wurden aber die verschiedenen Soziationen einer und derselben Konsozion (z. B. alle *Asperula odorata* Soziationen) innerhalb der Buchen- und der Eichenwälder zu einem Typ zusammengefasst, da dieselbe Konsozion sich in vielen Konsoziationen oder geographischen Varianten derselben Assoziation wiederholt. Alle Wälder und Gebüsche des historischen Ungarn (ohne Kroatien) wurden in 22 Assoziationen (sensu lato) mit etwa 100—120 Soziationen eingeteilt, s. S. 28—49.

Die Waldtypen des ungarischen Mittelgebirges wurden zuerst von Soó (1930) erwähnt, die aus dem Bükkgebirge von ZÓLYOMI

(inedit.) und neulich sehr eingehend von MAGYAR (1934) bearbeitet, der auch die Waldtypen des Gebirges Börzsöny behandelt hat. Aus der Umgebung des Plattensees und aus dem Bakonygebirge wurden Waldtypen von Soó (1930—1931), MAGYAR (1933) und POLGÁR (1933), aus dem Hanság von ZÓLYOMI (1933), aus dem westungarischen Alpenvorlande von FEHÉR (1933) und Soó (1933), aus dem Tieflande (bes. Nyírség) werden jetzt einige von Soó erwähnt.

Die Waldtypen der Nordkarpathen haben bearbeitet: KLIKA (Grosse Fatra 1927—1929), MIKYSKA (Umgebung von Schemnitz 1928—1933), DOSTÁL (Tornaer Karst 1933), SILLINGER (Weisse Karpathen 1929, Temetvényer Berge 1930, Niedere Tatra 1933), KRAJINA (Mlynica-Tal in der Hohen Tatra 1934), SZAFER und Mitarbeiter (Hoha Tatra 1923—1928), WALAS (Babjagora 1933), KULCZYNSKI (Pieninen 1928), ganz besonders aber DOMIN (1930—1933), der zuerst die Buchenwaldtypen der Marmaroscher Karpathen, dann die Buchenwälder der ganzen Tschechoslowakei, nebst anderen kleineren Studien, zusammengefasst hat. Aus Siebenbürgen sind Waldgesellschaften besser aus der Umgebung von Klausenburg (Soó, 1927), aus dem Hargitagebirge (Soó, 1930) und den Lápos—Rodnaer Alpen (Soó, 1930) bekannt, die Felsenwälder der Kalkalpen von Gyergyó hat GUSULEAC (1933), die Waldtypen von Bucsecs und der Umgebung von Herkulesbad DOMIN (1933, 1932) behandelt. Von den Buchen-, Eichen- und Coniferenwäldern gesondert wurden von mir die Assoziationen der Auen- und Bruchwäldern besprochen, hauptsächlich nach eigenen und nach ZÓLYOMIS Studien.

Übersicht der Waldgesellschaften und Waldtypen:

Aestilignosa.

Aestisilvae. Laubwälder.

Fagion silvaticae. Buchenwälder.[1]

---

[1] Da nach BRAUN—BLANQUET und Schule auch die *Carpinus*-reichen Eichenwälder dem Verbande *Fagion* zuzählen, sowie die azidiphilen und die basi-neutrophilen Eichenwälder in zwei Verbände einzuteilen sind, gibt Verf. auf Seite 35 eine andere Einteilung der Hainbuchen- und Eichenwälder.

Fagetum silvaticae.

Geographische Varianten: *Fag. silv.* carpaticum, incl. tatricum, transsilvanicum, siculum, banaticum, hungaricum (Ungar. Mittelgebirge), noricum (Westungar. Alpenvorland).

Konsoziationen: *Fag. silv. verum, abietosum, carpinosum, carpinosum orientalis, acerosum pseudoplatani, piceosum.*

Subassoziationen (Hauptwaldtypen): *Fag. myrtilletosum (Myrtillus* Typ), azidiphile Buchenwälder, *normale (Oxalis* Typ) neutrobasiphile Buchenwälder, *seslerietosum (Festuca—Sesleria* Typ), Felsbuchenwälder *altherbosum,* hygrophile Buchenwälder.

Fazies: Soziationen (**Waldtypen**), werden in azidiphile, neutrobasiphile und indifferente eingeteilt, s. S. 29, sonst:

Fageta myrtilletosa: Vaccinium myrtillus und *Deschampsia flexuosa* Typen bzw. Soziationen.

Fageta altherbosa: Athyrium—Nephrodium (Farntyp), *Phyllitis—Polypodium* (Felsfarntyp), *Impatiens, Petasites albus, Adenostyles albifrons, Lunaria rediviva, Geranium Robertianum, Chrysosplenium alternifolium, Cortusa Matthioli* Typen und einige ganz lokale Soziationen (s. S. 31), dazu Kulturfazies: *Urtica* Typ.

Fageta normalia: Allium ursinum, Oxalis acetosella (incl. *Sanicula*), *Galeobdolon luteum, Asperula odorata, Glechoma hirsutum, Mercurialis perennis, Asperula taurina, Hedera helix, Dentaria bulbifera (enneaphylla), Cardamine trifolia, Aegopodium podagraria* Typen und die Frühlingssoziationen (s. S. 33), ferner *Luzula nemorosa, L. silvatica, Carex pilosa, C. alba, Poa nemoralis, Melica uniflora (nutans), Brachypodium silvaticum* Typen und manche seltene Soziationen (s. S. 34).

Fagetum sesleriosum: Sesleria Typ.

Fagetum nudum (subnudum) als sekundär Typ.

Quercion roburis s. 1. Eichenwälder (incl. *Q. roburis—sessiliflorae* Br.—Bl. = *Q. sessilis* und *Q. pubescentis—sessiliflorae* Br.—Bl. = *Q. roburis—lanuginosae).*

Quercetum roburis.

Geographische Varianten und Konsoziationen:

Querc. roburis danubiale (zw. der Donau und der Theiss, an der Donau), dazu: *Q. lanuginosae danubiale.*

Querc. roburis tibiscense (an der Theiss, jenseits der Theiss),

dazu: *Q. rob. tiliosum argentea, festucetosum sulcatae, festucetosum pseudovinae, convallariosum* etc.

Querc. roburis transdanubicum, dazu: *Querc. carpinosum*.

Quercetum sessilis resp. *mixtum*.

Geographische Varianten und Konsoziationen:

Querc. sess. carpaticum, dazu *Q. carpinosum* und *Q. acerosum*.

Querc. sess. pannonicum (Ungar. Mittelgebirge), dazu: *Q. carpinosum, Q. fraxinetosum orni, Q. sess. tiliosum argenteae, Q. cerris* und sekundäres *Fraxinetum mixtum*.

Querc. sess. noricum (Westungar. Alpenvorland).

Querc. lanuginosae pannonicum.

Betuletum pendulae.

Carpinetum orientalis (nur im Banat).

Carpinetum betuli.

Hauptwaldtypen, wie bei den Buchenwäldern, dazu noch *Q. graminosum*, semixerophiler Eichenwald und *Q. festucetosum*, Steppenwald; die hygrophilen Eichenwälder *(Q. caricetosum)* bilden Übergang zu den Auenwäldern.

Waldtypen (Soziationen):

Querceta myrtilletosa: Vaccinium myrtillus, Deschampsia flexuosa Soz.

Querceta normalia: Pteridium, Urtica dioica, Allium ursinum, Asperula odorata, Glechoma hirsutum, Hedera helix, Waldsteinia geoides, Asarum europaeum, Convallaria majalis (nebst *Polygonatum latifolium*), *Lithospermum purpureo coeruleum, Rubus* etc. Soz. und die Frühlingssoziationen.

Querceta graminosa: Luzula nemorosa, Carex pilosa, C. alba, Poa nemoralis, Melica uniflora, Agrostis tenuis, Festuca heterophylla usw. Soz.

Querceta festucetosa et *seslerietosa: Festuca vallesiaca, F. sulcata, Poa scabra, Brachypodium pinnatum, Sesleria varia (Heufleriana), Festuca sulcata—vaginata* Soz., als Randfazies: *Melampyrum—Chrysanthemum corymbosum* Soz.

Querceta hygrophila: s. S. 41.

Castaneion. Kastanienwälder *Castanetum sativae* (Westungarn).

Salicion *(Alnion incanae)* Auenwälder.

Salicetum mixtum (Konsoziationen s. S. 41).

Alnetum incanae-glutinosae (Konsoziationen s. S. 41).

Fraxinetum excelsioris (Konsoz.: *Querceto-Fraxinetum*, *Fraxineto-Ulmetum*).

Alnion glutinosae. Bruchwälder.

Alnetum glutinosae (Konsoziationen s. S. 42).

Betuletum pubescentis (dazu *Bet. pub. salicosum pentandrae* et *Bet. pub. sphagnosum*, letzteres gehört mehr zu *Sphagnion*).

Salicetum cinereae (Konsoziationen: *S. auritae* und *S. rosmarinifoliae*, Subass.: *Sal. cin. calamagrostidosum* et *sphagnosum*, letzteres gehört mehr zu *Sphagnion*).

Aestifruticeta. Laubgebüsche.

Corylion avellanae. Mesophile Gebüsche.

Coryletum avellanae, dazu *Corneto-Berberidetum* und *Crataegetum monogynae*).

Fruticiquercion lanuginosae. Xerophile Gebüsche.

Querceto-Cotinetum (Konsoziationen s. S. 43).

Spiraeo-Cotinetum (dazu *Spiraeo-Cot. cotoneasteretosum* u. *fraxinosum*).

Cotineto-Ornetum syringosum (nur im Banat).

Prunion spinosae. Steppengebüsche.

Pruneto-Crataegetum.

Prunetum fruticosae-nanae (Mezőség in Siebenbürgen).

Juniperetum communis (physiognomisch zu den *Aciculifruticeta*, floristisch zum Verbande *Prunion spinosae*.

Aciculilignosa.

Aciculisilvae. Nadelwälder.

Piceion excelsae. Fichtenwälder.

Piceetum excelsae.

Konsoziationen:

Pic. exc. verum, abietosum, mixtum (Piceeto-Fagetum), laricetosum (Laricetum deciduae).

Subassoziationen (Hauptwaldtypen):

Pic. callunetosum (*Calluna* Typ) und *Pic. myrtilletosum* sind azidiphile Fichtenwälder.

Pic. normale (*Oxalis* Typ) neutro-basiphile Fichtenwälder.

Pic. altherbosum (incl. filicetosum).

Fazies: Soziationen (**Waldtypen**):

Pic. callunetosum: Myrtillus—Calluna Typ.

Pic. myrtilletosa: Vaccinium myrtillus—Calamagrostis villos. Sphagnum Typ.

Pic. normalia: Oxalis acetosella—Homogyna alpina Typ. (mit vielen Nebentypen; Soz. s. S. 45—6), *Carex alba* Soz. usw.

Pic. altherbosa: Athyrium—Nephrodium, Cortusa Matthioli, Chrysanthemum rotundifolium, Petasites—Adenostyles Typen.

Pic. nudum (subnudum) als sekundär Typ.

Pinion silvestris. Föhrenwälder.

Pinetum silvestris.

Subassoziationen und Typen: *P. silv. callunetosum, P. silv. myrtilletosum, P. silv. sphagnosum* (dazu *P. uncinatae*), *P. silv. graminosum* (dazu als Soz.: *Festuca sulcata, F. ovina, Sesleria Bielzii, Carex alba* usw. Typen), *P. nigrae (caricosum humilis)* nur im Banat, als Konsoziation.

Aciculifruticeta. Nadelgebüsche.

Pinion montanae. Legföhrengebüsche.

Pinetum montanae.

Konsoziation: *P. mont. sorbosum.* Subassoziationen und Typen: *P. mont. myrtilletosum* (*Vaccinium myrtillus* und *Myrtillus—Calamagrostis villosa* Soz.), *P. mont. sphagnosum* (*Myrtillus—Sphagnum* Soz., mehr zu *Sphagnion*), *P. mont. altherbosum* (calcicolum), *P. mont. calcicolum* auct. carp. ist von dem alpinen kalkliebenden Typ verschieden, vgl. Soó, 1930. Dazu: *Athyrium—Nephrodium, Chrysanthemum rotundifolium, Calamagrostis varia, Adenostyles* Soz. *Pin. mont. lichenoso-muscosum.*

Alnion viridis. Alpenerlengebüsche. (Physiognomisch zu Aestifruticeta, floristisch zum *Pinion montanae.*)

Alnetum viridis. Bisher nur *Myrtillus* Soz. bekannt.

Am nächsten werden von mir die Waldtypen des nordöstlichen Anteiles des ungarischen Tieflandes, Nyírség, eingehender bearbeitet, erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 28. Mai 1934.)

AZ ALFÖLD ŐSTÖRTÉNELEMKORABELI ERDEINEK MEGHATÁROZÁSA ANTHRAKOTOMIAI VIZSGÁLATOK ALAPJÁN.

HOLLENDONNER FERENC-től.

Az I. táblával.

A Szolnok melletti Tószeg-Laposhalom bronzkori faszeneinek vizsgálása és meghatározása óta, mely a M. Tud. Akadémia; Math. Term.-tud. Értesítő 42. kötetében jelent meg, a Hódmezővásárhely közelében levő kopáncsi és kotacparti leletek rézkori faszeneinek anthraktomiai vizsgálata került a «Dolgozatok a M. kir. Ferenc József Tud. Egyetem Archeológiai intézetéből IX—X. 1933—34., 1—2. 303. old.» a nyilvánosság elé. Azóta az Alföld különböző helyén történt ásatásokból szintén kerültek elő faszenek, részben mint leégett épületmaradványok, részben mint tűzhelyek megmaradt faszenei. Ilyen ásatások :

1. Törökszentmiklós, *dr. Márton Lajos* gyüjtése a hallstatti-korból,

2. Pestszenterzsébet, *dr. Gallus Sándor* gyüjtése a bronz-honfoglalás-korból,

3. Füzesabony, *dr. Tompa Ferenc* gyüjtése a bronz-korból,

4. Békásmegyer, *dr. Tompa Ferenc* gyüjtése a neolithicumból,

5. Kiskőrös, *dr. Csalogovits József* gyüjtése a neolithicumból,

6. Dunaföldvár, *dr. Csalogovits József* gyüjtése a Magdalenienből.

A begyüjtött anyag tehát felöleli a Hallstatt-Magdalenien-kort, vagyis attól a kortól, amelyben az ember nyomait az Alföldön kimutathatták, egész a történelmi korig.

A begyüjtött anyagot gondosan előkészítve, hogy össze ne töredezzék, nekem voltak szívesek meghatározás végett átadni

és azt a már ismertetett[1] szegfűolajos sellakba ágyaztam és a metszeteket ma élő anyaggal összehasonlítva mikrofotografáltam.

Törökszentmiklós.

*Márton Lajos*tól 1933-ban kapott egy darab, kb. $^1/_2$ cm^3 nagyságú faszén, amely *Márton* szóbeli közlése szerint a hallstatti-korból származik.

Likacsgyűrűs szén, melyben a likacsok a sugárirányban megnyúlva elliptikusakká lesznek. Az évgyűrűk késői pásztájában kivehetők a hullámvonalak. Ugyanezt mutatja a mikroszkópos vizsgálat is, vagyis a faszén a szil—*Ulmus* fa-szene. A fajt nem lehet meghatározni, mert a hullámvonalakat elválasztó alapanyag hol keskenyebb, hol egyenlő a kisedények övének szélességével.

Füzesabony.

A Magyar Nemzeti Múzeum ősrégészeti osztályán *dr. Tompa Ferenc*től két ízben kaptam a bronzkori faszeneket. Az anyag bőséges és kitűnő megtartású. 3×6×7 cm törzs és 1 cm átmérőjű ágszenek; részben 1—2 mm évgyűrűs, likacsgyűrűs, vastag bélsugarú, részben 1—3 mm évgyűrűs, szórtlikacsú, keskeny, hajszálvastagságú, késői pásztás, bélfoltos, nem látható bélsugarú törzs vagy ág szenei, melyeknek a sugara 3—4 cm. A likacsgyűrűs szenek hosszanti felülete rovátkolt; a szórtlikacsú szenek törési felülete fényes.

A szórtlikacsú szénben a bélfoltok szabad szemmel is jól láthatók; (1. tábla 1. kép), az évgyűrűhatár éles, de a késői pászta keskeny. A nagyedények 1—5-ösével radiális irányban sorakoznak, kb. 52·5 μ átmérőjűek, közöttük az álbélsugarak határa nem egyenes, és itt-ott az álbélsugarakban is vannak edények; az álbélsugarakban az évgyűrűhatár hol kidomborodik, hol behorpad, tehát hullámos. Az edények áttörése létrás (1. tábla, 4. kép), de a hajszálvastagságú létrafogak a metszés közben legtöbbször eltöredeznek; vastagságuk kb. 2 μ; egymástól kb. 12 μ-nyira állnak, számuk ingadozó és törékenységük miatt nem állapítható meg;

[1] Mikrokosmos XVI. 1922/23. 126. old.

az edények hosszanti fala sűrűen udvaros gödörkés. A bélfoltok kör vagy ellipszisalakúak, de üresek, mert tartalmuk metszés közben kihull. A bélsugarak 8—12 μ magas sejtekből állnak, egysorosak. A recens anyaggal való összehasonlítás után tehát a szén a mogyoró — *Corylus* szene.

A likacsgyűrűs és a vastag — majdnem 1 mm — vastag bélsugarú szén már a szabadszemmel való vizsgálás alapján is a tölgy — *Quercus* szene, melynek a szerkezete egyezik a recens, továbbá a tószegi és pestszenterzsébeti őstörténelem-korabeli szenekkel.

A szórtlikacsú szenek között van egy kb. 1 cm vastag ág, mely már metszés közben ugyanazt a sajátságot mutatta, mint a tószegi som-*Cornus;* ugyanaz a mikroszkópiai szerkezete is, de rosszabb megtartású.

Pestszenterzsébet.

A pestszenterzsébeti ásatáskor *dr. Gallus Sándor* a D, G, I, K, Y gödrökből és a szórványosan előkerült faszenekből adott át bronzkori anyagot. A legnagyobbak a «D» gödörbeliek: $1 \times 3 \times 3$ cm nagyságúak. Egyenlőtlen növekedésű, mert a 3—4 mm-es átlagos évgyűrűvastagság mellett van olyan rész, ahol ugyanekkora radiusra 4 évgyűrű esik; szórtlikacsú, bélsugarai közt vannak, melyek szabad szemmel is kivehetők. A többi faszén kisebb, néha alig pár mm^3 nagyságú; az I. Y. gödörbeliek likacsgyűrűsek.

A «D» gödör szenei mikroszkópiailag is szórtlikacsúak; a korai fában az edények alkotják a fa nagy részét; átmérőjük kb. 53 μ, a késői pászta keskeny; az edények fala udvaros gödörkés. A perforatiók közül csak egyszerűt láttam. A bélsugarak az évgyűrűhatáron kiszélesednek; 1— soksejtsor vastagok, hosszmetszetben megnyúlt ellipszisalakúak, a bélsugársejtek fala a bélsugár radiális tengelyével (k. m.) szöget képeznek, de ez a feketeszínű bélsugarakban nehezen vehető ki.

Ugyanilyen szerkezetű az a három darab, $^1/_2$ cm—1 mm-nyi ágszéndarab is, mely szintén a bronzkori «G» gödörből került elő.

Ezek a mikroszkópiai tulajdonságok, meg az élő anyaggal való összehasonlítás elégséges volt ahhoz, hogy szenünket a bükk — *Fagus* (1. tábla, 2. kép) szenének minősítsük.

Az «I» gödör lapos, kb. 2 mm vastag, 1 cm széles, $1^1/_2$ cm hosszú

likacsgyűrűs szenein már szabad szemmel is láthatók az edények és a vastag bélsugarak; ezek mentén a szén szétrepedezik. Ugyanilyen képet mutatnak makroszkopice az «Y» gödör kb. 3 mm vastag, sűrű növésű, 1—$1^1/_2$ cm^3 nagyságú fasződarabkái is, melyeken a likacsgyűrűn, vastag bélsugarakon kívül a lángos szerkezet is látható, úgyhogy könnyen megállapítható, hogy a szenek a tölgy — *Quercus* szenei, amit a recens anyaggal való összehasonlítás is igazolt.

A «K» gödör apró és ággöcsből visszamaradt széndarabkái a D és G gödör szeneivel egyezik, tehát szintén bükk — *Fagus*.

A szórványos jelzésű gyüjtés faszenei könnyűek, fényes törésűek, 2—3 cm^3 nagyságúak, szórtlikacsúak, az évgyűrűk vastagok, 7 mm-esek, de az évgyűrűhatár nem éles, a bélsugarakat csak sejteni lehet. Mikroszkópiailag az edények 1—3-sával radiális sorokban állnak és ezek teszik a fa nagy részét; átmérőjük kb. 120—175 μ, hosszanti falaik sűrűen udvaros gödörkések, melyek 8—12 μ átmérőjűek, az áttörés egyszerű. A bélsugár 1-soros, 10—15 sejt magas, a bélsugársejtek átmérője 8—20 μ. A bélsugár szélén, az edényekkel török-rostaszerű gödörkékkel közlekednek, melyek 8—12 μ átmérőjűek. A szegélyző bélsugársejtek nagyságától, meg az edények 2—3-as soraiból, melyek válaszfalai az égés következtében elferdülnek, inkább a nyár — *Populus* (1. tábla, 6. kép), mint a fűz — *Salix* fájához hasonlít, amit a recens anyaggal való összehasonlítás is igazolt.

Tószeg.

Ide kell sorolnom azt az anyagot is, melyet *Hefti György* a tószegi Kucorgó-n 1934 nyarán kb. 8 m mélységben gyüjtött, mint tűzhelymaradványt. Mivel a tószegi lelelet *dr. Márton Lajos* gyüjtéséből már feldolgoztam, pótlásképpen ezt is megemlítem, noha újat nem ad. A $^1/_2$—$1^1/_2$ cm nagyságú darabkák egyenetlen növésű 1—2 mm évgyűrűs, likacsgyűrűs, hullámos rajzolatúak. A mikroszkópos vizsgálat szerint is egyeznek a tószegi szil — *Ulmus* szenekkel.

Lebő.

A Szeged melletti tanyáról származó faszén, melyet *dr. Greguss Pál* juttatott hozzám mint csiszolatokat. A csiszolatok nem adnak

ugyan olyan tiszta képet, mint a metszetek, de megállapítható, hogy ezek is tölgy — *Quercus* szenei. *Dr. Banner J.* szóbeli közlése szerint ezek a Tisza-i kultúra I-ből esetleg a neolithicumból valók. Biztosan a neolithicumból valók a következő ásatásból eredő faszenek:

Békásmegyer.

Apró, 3 cm hosszú, pár mm vastag, lapos fasződarabkák, melyek a nagy lakógödörből származnak. Makroszkópos vizsgálat szerint a fényestörésű harántfelület likacsgyűrűs, lángolt; az évgyűrűk kb. 2 mm-esek; a likacsgyűrűs szerkezet következtében a hosszanti felület rovátkolt; a bélsugarak között a vastagok is láthatók; a nagyedényű évgyűrűk és a vastag bélsugarak mentén a faszén megrepedezik, szétesik, ezért oly ritka a tölgyfaszénből a nagyobb darab. A makroszkópos megfigyelést igazolja a mikroszkópos vizsgálat is; a nagyedények 1—2 sorban állnak; átmérőjük az égés következtében megnyúlik, kb. 350 μ, és így alakjuk megnyúlt ellipszis; telve vannak thyllisekkel; a kisedények kb. 8 μ-osak; a lángnyelvszerű rajzolatot a kisedények és a libriform adja. A kis bélsugarak 1—7 sejt magasak, a vastag bélsugarakból csak töredékek maradnak meg. A makro- és mikroszkópos vizsgálatokat összevetve a recens anyaggal a békásmegyeri neolith-faszén a tölgy — *Quercus* elégéséből származik.

Kiskőrös.

Dr. Csalogovits József 4 gyujtóskatulyában az 1931-i kiskőrösi ásatásból neolithkorú fasződarabkákat adott át meghatározás végett. $^1/_2$—1 cm^3 vagy még kisebb darabok, melyek az elégésben már előrehaladott állapotban vannak, mert könnyen szétesnek. A makro- és mikroszkópikus vizsgálat alapján: tölgy — *Quercus*, (1. tábla, 5. kép), szil — *Ulmus* és kőris — *Fraxinus* szenei. A *Quercus* egyezik a pestszenterzsébeti, füzesabonyi—lebői *Quercus*-szal. Az *Ulmus* likacsgyűrűs, a késői pásztában hullámos rajzolatot mutat. A nagyedények átmérője még a 238 μ-t is eléri, a kisedényeké 34—51 μ között váltakozik. A hullámvonalakat elválasztó alapanyag keskenyebb lévén, mint a hullámvonal vastagsága, ezért a

szén *az Ulmus effusa* Willd. (*U., pedunculata* Foug., *Ulmus ciliata* Ehrh.) szene (1. tábla, 3. kép.). A bélsugarak többsorosak, az edények fala udvaros gödörkés. A *Fraxinus* szintén likacsgyűrűs. A nagyedények 350 μ-t is elérnek; a késői pászta kisedényei szórtan 1—3-as csoportokban, vagy radialis sorokban állnak; a mozaikszerű alapanyagban faparenchyma veszi őket körül.

Dunaföldvár.

Az embernek az Alföldön való megjelenése a Magdalenienben történt, amiről a dunaföldvári ásatások adnak bizonyítékokat. A hírlapokban is közölt mammutlelettel tűzhely-faszénmaradványok is kerültek elő, melyek meghatározva ugyanannak bizonyultak, mint a tőle nyugatra levő somogymegyei Ságvár-i szenek, vagyis a lápi fenyő *Pinus rotundata* Lk. szenei. A két lelet kora is ugyanaz, vagyis a magdalenienben a láp, fenyő borította Dunaföldvár—Ságvár vidékét éppúgy, mint ma, lápi fenyő borítja a Borimocsarakat. Dunaföldvár és Békásmegyer a dunántúli oldalon fekszik ugyan, de a Nagy Magyar Alföld nyugati határát nem a Duna képezi, hanem átnyúlik a Dunántúlra is.

A faszenek $^1/_3$—2 cm^3 nagyságú darabkák, melyeket *dr. Csalogovits József* parafinba ágyazva küldött. Makroszkopice nem mutatnak semmi különöset, csak az állapítható meg, hogy ágak szenei. A sellakos beágyazás után készített metszetek szerint az évgyűrűk egyenlőtlen vastagságúak, némelyikben sok, másikban alig pár sejtsor a késői pászta, ami a tenyészeti év tavaszi és nyári tartamának a váltakozó hosszúságára mutat; a gyantavezetékeket, melyek között ikergyantavezeték is van, vékony epithel bélleli. A radialis hosszmetszet szerint a bélsugarak alacsonyak, 1—5 sor magasak; feltűnők a *Pinus* genusra jellemző, az egész kereszteződési mezőt kitöltő nagy, szögleteiben letompított bélsugárparenchyma gödörkék, míg a bélsugár szélén levő haránttracheidák fogasok és egysorban szegélyezik a bélsugarakat. A hossztracheidák udvaros gödörkéi elliptikusak, a hossztengelyre ferdén áll az átmérőjük, feltűnő nagy a porusuk. Abszolútértékű diagnosztikai különbség a *Pinus silvestris*- és *Pinus montana*-csoport között nincs ugyan, de az általános habitus a *Pinus montana*-csoportba tartozó *Pinus rotun-*

data-ra (1. tábla, 7. kép) vall, amit a ságvári szenek és a mammutlelet is alátámasztanak.

Hozzávéve ezekhez a leletekhez a Tószeg—Laposhalmi, továbbá a Hódmezővásárhely mellett Kopáncs—Kotacparti leleteket, a következő táblázatot állíthatjuk össze.

Kor	Quercus	Ulmus	Fagus	Fraxinus	Betula	Acer	Salix	Populus	Corylus	Cornus	Pinus	Lelőhely
Hallstatt		+										Törökszentmiklós
Bronzkor (honfoglalás-kor)	+								+	+		Füzesabony
	+		+					+				Pestszenterzsébet
	+	+		+	+	+	+	+	+	+		Tószeg
Rézkor	+	+										Kotacpart
	+	+										Kopáncs
	+											Lebő
Neolith	+											Békásmegyer
	+	+		+								Kiskörös
Magdalenien											+	Dunaföldvár

Alföldünket tehát a magdalenienben kezdte az ősember elfoglalni; először a Dunántúlról átnyúló lápfenyő borította mocsarak között telepedett le, ahol még mammutokra, rénszarvasra vadászott. A Bükk-hegység felőli lenyomulásának csak a neolithtől vannak meg a nyomai; úgy látszik, itt a mocsaras vidék nagyobb gátat képezett az előnyomulásának, mint a Dunántúl felől. Amint azután a mocsarak visszahúzódtak, a lápfenyő is eltűnt és a vegyes erdő váltotta fel, melynek uralkodó fája a *tölgy, szil, kőris;* a mocsarak szélére a *nyár* és *fűz,* míg a magasabb, de páradús helyeken a *bükk, juhar, mogyoró, som* élt. Legérdekesebb a pestszenterzsébeti *bükk.* Bükköseink tehát lehúzódtak Budapest alá, vagy átjöttek a Dunántúlról, mert Zugliget—Hüvösvölgyben ma is élnek. Különben is a *Fagus* ma is él az Alföldön 82 m magasságban,[1] «Nagy és Kis

[1] Fekete Blattny. II. köt. 120. old.

magyar Alföld». *Fagus silvatica* L. Alsó határ minimuma 82 m, de a táblázatok [1] szerint a bükk a Nagy Aldöldön +, a Kis Alföldön —. Nem térek ki a bükk további növényföldrajzára, bőven tárgyalja azt *Fekete—Blattny* munkája, csak azt említem meg, hogy sem geographiai, sem klimatologiai viszonyok miatt nem lehetetlen a bükk pestszenterzsébeti őshonossága. Hogy miért nincs ma, illetőleg miért pusztult ki, annak a történelem és a kultúra térhódítása adja a magyarázatát. Amint az Alföld galeria erdőit alkotó fák az erdőpusztítás következtében (tatár-török hadjáratok, lecsapolás) eltűnnek vagy eltűntek, ugyanaz történt a kényesebb bükkel is. Ma Kerepes—Isaszeg az alsóhatára északon, nyugaton pedig Budaörs, Zugliget, Hüvösvölgy. A bronz-korban tehát a határ lejebb nyomult az Alföld felé, de az ember térhódításával vesztett területekből és nehéz visszaszerzőképessége miatt a régi területeket nem tudta visszaszerezni a kultúrterületektől, mely a talajt kiszárítva s így a levegő páratartalmát is csökkentve, a bükk megélhetéséhez szükséges legfontosabb életfeltételeket szüntette meg. A legujabb florisztikai kutatások szerint ezeknek az egykori őserdőknek nyomai nemcsak a Nyírségen vannak meg, hanem megtalálta őket [2] *dr. Boross Ádám* Nagykőrös vidékén is Potharasztpusztán, a Nyárfás-erdőben, a Gyertyán-ligetben, Kanászlaposon a Vajkó és Piócás zsombékokon is, ahol a bükkel azonos életfeltételű gyertyán ma is él. Felmerülhet még a bükknek vizen való szállítása, a tutajozás is, mivel a vizen való közlekedésre példát szolgáltatott a tószegi fűzfacsónak is.[3] De a bükknek mégis az őshonossága mellett kell döntenünk, mert az ember letelepülésének feltételei közé tartozik a vízen kívül a tüzelőanyag közelléte is, de nem tételezhető fel, hogy ágastól szállította messziről a tüzelőt, márpedig a faszenek között nemcsak törzs, hanem vékony ágak szenei is vannak.

Az őstörténelemkorú faszenek anthrakotómiai vizsgálatai, meg a florisztikai tanulmányok megmutatják tehát, hogy Alföldünk

---

[1] U. o. I. 42.

[2] Budapesti Hirlap 1934. nov. 8. szám.

[3] Mat. Term.-tud. Értesítő 42. köt. 199. old.

fásítása milyen irányban történjék, feltéve, ha a megfelelő tenyészeti feltételekről, elsősorban a talajnedvességről gondoskodunk és a fák pusztításának gátat vetünk.

I. tábla.

1. Corylus k. m. 36 ×. Füzesabony.
2. Fagus k m. 26 ×. Pestszenterzsébet.
3. Ulmus k. m. 40 ×. Kiskőrös.
4. Corylus k. m. perforatia 125 ×. Füzesabony.
5. Quercus k. m. 20 ×. Kiskőrös (negatív kép).
6. Populus k. m. 30 ×. Pestszenterzsébet.
7. Pinus rotundata Lk. 33 ×. Dunaföldvár.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. dec. 10-én tartott üléséből.)

FESTSTELLUNG DER URZEITLICHEN WÄLDER DES UNGARISCHEN TIEFLANDES AUF GRUND ANTHRAKOTOMISCHER UNTERSUCHUNGEN.

Von FRANZ HOLLENDONNER.

Nach den Funden auf dem Tószeger Laposhalom bei Szolnok, sowie zu Kotacpart und Kopáncs bei Hódmezővásárhely gelangten die in Törökszentmiklós, Füzesabony, Pestszenterzsébet, Tószeg, Lebő bei Szeged, Békásmegyer, Kiskőrös, Dunaföldvár gefundenen und aus der Hallstatt-Magdalenienzeit stammenden Holzkohlen zur Bearbeitung.

Nach den makro- und mikroskopischen Untersuchungen und nach Vergleichung mit dem rezenten Stoff kamen folgende Bäume zum Vorschein : aus der Hallstatterzeit die Ulme — *Ulmus;* aus der Bronzezeit die Eiche — *Quercus*, die Buche — *Fagus*, die Pappel — *Populus*, die Haselnuss-Staude — *Corylus*, die Kornelkirsche — *Cornus*, die Esche — *Fraxinus;* aus der Kupferzeit die Eiche — *Quercus;* aus der Neolithzeit die Eiche — *Quercus*, die Ulme — *Ulmus*, die Esche — *Fraxinus*, und zuletzt aus der Magdalenienzeit die *Pinus rotundata.* **Lk.** Wenn wir zu diesen die Holzkohlen aus der Bronzezeit von Tószeg *Quercus, Ulmus, Fraxinus, Populus, Salix, Acer, Betula, Cornus,* ferner die Funde zu Kopáncs und Kotacpart aus der Kupferzeit: die *Quercus* und die *Ulmus,* hinzurechnen, erhalten wir ein klares Bild über die Wälder des ungarischen Tieflandes aus der Hallstatt-Magdalenienzeit, die auch gleichzeitig uns über das damalige Klima orientieren.

Der vorherrschende Baum der sumpfigen und dunstreichen Gebiete unseres Tieflandes war also neben der *Ulme* und *Esche* die *Sumpfeiche — Quercus.* Seine zwischen den Sümpfen liegenden

dunstreichen Hügel waren von diversen Galeriewäldern bedeckt, wobei die Baumsorten je nach der Terrainfeuchtigkeit wechselten *(Populus — Fagus)*. Unter diesen ist am interessantesten der *Fagus* — Buchenwald in Pestszenterzsébet und als anderes Extrem die Moorkiefer, *Pinus rotundata*, mit Mammutfund in Dunaföldvár, welche mit der ebenfalls aus der Magdalenienzeit stammender Moorkiefer aus Ságvár im Komitate Somogy übereinstimmt und so auf das derzeitige Klima der Bori-Sümpfe hinweist. Einen älteren Fund aus der Zeit des Menschen haben wir vom ungarischen Tiefland bis heute nicht erhalten, während also im Bükk-Gebirge von der Mousterienzeit angefangen der Urmensch hauste, war das Tiefland nur ab der Magdalenienzeit Wohnort des Menschen, aber auch dann drang er — wie dies der Fund in Dunaföldvár zeigt — am Rande des Tieflands längs des Hügellandes Transdanubiens gegen die Mitte des Tieflandes vor, so wie die Sümpfe zurückwichen.

Spuren einstiger Urwälder — abgesehen vom Nyírség — sind noch heute in unserem Tiefland vorhanden, wie sich dies bei den von *Dr. Ádám Boross* in der Gegend von Nagykőrös vorgenommenen Forschungen erwies.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 10. Dezember 1934.)

ADATOK A MAGYARORSZÁGI FŐBB TALAJTÍPUSOK DINAMIKAI JELLEMZÉSÉHEZ.

I. Fekete (sötétbarna) mezőségi lösztalajok.

'SIGMOND ELEK r. t.- és KOTZMANN LÁSZLÓ vendégtől.

Az utóbbi évtizedek talajtani kutatásainak eredményeként a talajtani szakkörökben ma már csaknem általános az a felfogás, hogy a talaj állandóan változó természeti képződmény, vagyis minden talaj egy-egy jellegzetes dinamikai rendszer. Ezen az elven épült fel az az általános talajrendszertan, melyet e dolgozat egyik szerzője már e helyen ismertetett[1] és amely 'Sigmond «*Általános Talajtan*» c. szakkönyvében részletesen megismerhető. Már e munka kidolgozásánál szükségesnek látszott, hogy a hazai és külföldi talajtípusokra vonatkozó, sokszor hiányos ismereteinket újabb és megfelelőbb adatokkal kiegészítsük. Ez vezetett arra a gondolatra, hogy hazai főbb talajtípusaink megismerésére új vizsgálatokat végezzünk s az így nyert új adatokkal ismereteinket kiegészítve, a főbb talajtípusok dinamikai jellemzését pozitív analitikai alapokra fektessük.

Régebben a talajtípusok genetikai meghatározását a helyszíni felvételekre és az éghajlati viszonyok megfigyelésére alapították. Ezek azonban gyakran téves vagy hiányos képet nyujtottak a talajban uralkodó dinamikai viszonyokról. Már a talajszelvények egyes szintjeinek teljes chemiai összetétele, ill. ezeknek az értékeknek egymással való összehasonlítása sokkal biztosabb alapot ad a

[1] 'SIGMOND E.: A földünk felületén képződött talajok általános rendszere. Mat. Term. Tud. Értesítő XLIX. (1932) 79. l.

genetikai és dinamikai jellemzéshez, mint tisztán a morfológiai leírás és az éghajlati viszonyok mérlegelése. Még közelebb jutunk azonban a talajokban uralkodó elmállási és kilúgzási viszonyok felismeréséhez a talajok sósavas kivonatának[1] és az abszorbciós komplexum chemiai összetételének tanulmányozásával,[2] mely utóbbi a talajnak legérzékenyebb része és a talajban végbemenő minden változásra a legérzékenyebben reagál. Jelen tanulmányainkban ezeken felül még a talaj vízes kivonatának összetételét is meghatároztuk. E tekintetben az eddigi vizsgálatok hiányosak voltak, mert többnyire csak a növénytáplálkozás szempontjából fontos alkatrészek meghatározására szorítkoztak s legföljebb csak néhány fontosabb pozitív és negatív alkotórészt határoztak meg. Vizsgálataink során igyekeztünk a talajdinamika szempontjából fontos összes vízoldható alkatrészeket megismerni s a *Cl*, SO_4, HCO_3, CO_3 negatív, továbbá a *Na*, *K*, *Mg* és *Ca* pozitív ionok meghatározásával a talajok vizes oldatát lehetőleg tökéletesen jellemezni. A vízoldható sók mennyiségének és milyenségének változásából ismét becses következtetéseket vonhatunk a talajdinamikai viszonyokra vonatkozólag.

Célja volt vizsgálatainknak az is, hogy az általános talajrendszerben a hazai talajtípusainknak pontos helyét meghatározzuk. E tekintetben tehát e munkálatok a talajrendszernek gyakorlati alkalmazását is szolgálják. Minthogy pedig a vizsgált talajok nagyrészt már régi idők óta művelés alatt állanak, a tapasztalatok tárgyalása során módunk nyílik rámutatni arra is, hogy milyen hatást gyakorol az emberi munka a talajtípusok kialakulására és dinamikájára.

A már eddig megvizsgált és még a jövőben megvizsgálandó anyag igen nagy és sokoldalú, ezért jelen értekezésünkben egyelőre csak az alföldi fekete (sötétbarna), löszön képződött mezőségi talajokkal foglalkozunk.

---

[1] Ballenegger R.: Adatok a magyarországi talajok chemiai összetételének ismeretéhez. M. kir. Földtani Intézet 1916. évi jelentése. Budapest, 1917. 533. l.

[2] 'Sigmond E.: A talajkilúgzás kémiai ismérvei. Mat. Term. Tud. Értesítő XLIV. (1927) 510. l.

I. A Nagy Magyar Alföld fekete (sötétbarna), mezőségi lösztalajai.

E tanulmányunknak egyik tudományos célja kritikai bírálat tárgyává tenni a fekete mezőségi talajokról uralkodó eddigi nézeteket és megállapítani azt, hogy a mi magyarországi fekete (sötétbarna) mezőségi talajainkra milyen mértékben igazolódnak be a külföldi, különösen az orosz csernozjomra vonatkozó tapasztalatok. Mindenekelőtt tehát azt kellett megállapítanunk, hogy az alföldi televényes fekete vagy sötétbarna talajok megfelelnek-e azoknak a követelményeknek, melyeket a vizsgált talajok szelvényéről nyert és a csernozjoméval megegyező leírás alaján, mint benső dinamikai sajátságokat jogosan feltételezhettünk.

A mezőségi talajokat a *'Sigmond*-féle általános talajrendszer a Calcium-talajnembe sorolja, elsősorban tehát azt kell meghatároznunk, hogy a vizsgált talajok valóban mind *Ca*-talajok-e? A Calcium-talajnemet elsősorban az jellemzi, hogy az abszorbciós komplexumban a *Ca*-kationok uralkodnak és a komplexum telített, vagyis *H*-ionokat egyáltalában nem — vagy csak nagyon alárendelt mennyiségben — tartalmaz. Az 1. sz. táblázat a kicserélhető kationok összegét (*S*) és az egyes kationegyenértékek viszonyát tünteti fel, az összes kicserélhető kationok százalékában kifejezve. A három első talajszelvény, — a mezőhegyesi, gyulai és békéscsabai — saját gyüjtésünk, a négy következő, a bajmoki, homokosi, adonyi és csorvási — a M. kir. Földtani Intézet 1915. évi gyüjtéséből erednek. Ezek a talajok a Nagy-Alföldünk nagyon különböző helyeiről származnak, tehát a 2. sz. táblázatban összefoglalt átlagokat, maximum és minimum-értékeket jogosan tekinthetjük az alföldi fekete ill. sötétbarna talajaink jellemző értékszámainak.

Az adatokból kitűnik, hogy a kicserélhető kationok összege, különösen a felső szintekben, elég tekintélyes, ami a szilikátok közepes elmállására enged következtetni. Az *S*-érték lefelé fokozatosan csökken, az elmállás tehát a felső szintekben a legélénkebb, úgyszintén a humuszképződés is. Az adatokból az is kitűnik, hogy az elmállott szilikátokból és humuszból képződött abszorbciós komplexum (humusz-zeolit-komplexum) helyben marad. A kom-

1. táblázat. — *Tabelle 1.*

A kicserélhető kationok mennyisége 100 g 105 C°-on szárított talajra.
Die Menge der austauschbaren Basen auf 100 g Trockenboden berechnet.

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*		*Ca*	*Mg*	*K*	*Na*	*S* Hissink szerint *nach* Hissink	*Ca*	*Mg*	*K*	*Na*
		mg ekvivalens *Mg aequivalente*					Kicserélhető kationok a *S*-érték %-ában *Austauschbare Basen in % auf S berechnet*			
	cm									
Mezőhegyes	0— 30	18·67	2·39	0·17	0·32	21·55	86·64	11·19	0·79	1·48
	30— 60	12·10	3·05	0·26	0·49	15·90	76·10	19·18	1·64	3·08
	60— 90	7·72	7·01	0·32	0·53	15·58	49·55	44·99	2·05	3·41
	90—120	3·92	11·01	0·41	1·33	16·67	23·51	66·05	2·46	7·98
	120—150	1·95	5·37	0·43	1·26	9·01	21·65	59·60	4·77	13·98
Gyula	0— 30	14·54	1·81	1·33	0·12	17·80	81·69	10·17	7·47	0·67
	30— 60	13·36	1·88	0·79	0·54	16·56	80·62	11·35	4·77	3·26
	60— 90	8·51	3·30	1·43	1·00	14·24	59·76	23·18	10·04	7·02
	90—120	1·15	7·49	3·59	1·23	13·46	8·55	55·65	26·67	9·13
	120—150	—	5·68	2·58	1·24	9·50	—	59·79	27·16	13·05
Békéscsaba	0 - 30	11·13	1·78	0·62	0·51	14·04	79·27	12·68	4·42	3·63
	30— 60	9·06	2·03	0·66	0·69	12·44	72·83	16·32	5·30	5·55
	60— 90	7·48	1·88	1·03	0·91	11·30	66·20	16·64	9·11	8·05
	90—120	3·69	2·44	2·55	1·08	9·76	37·81	25·00	26·13	11·06
	120—150	0·52	3·56	3·04	1·09	8·21	6·33	43·36	37·03	13·28
Bajmok	0— 20	21·26	1·71	0·25	1·03	24·25	87·72	7·01	1·03	4·24
	20— 60	15·26	1·23	0·45	1·17	18·11	84·29	6·78	2·48	6·45
	60—	3·42	5·28	0·11	1·85	10·66	32·19	49·43	1·03	17·35
Homokos	0— 22	20·95	1·75	0·68	1·26	24·64	85·03	7·10	2·76	5·11
	22— 60	17·66	2·13	0·52	0·43	20·74	95·15	10·27	2·51	2·07
	60—	11·65	1·66	0·23	0·23	13·77	84·60	12·06	1·67	1·67
Adony	0— 15	24·72	1·20	1·24	0·88	28·04	88·16	4·28	4·42	3·14
	15—100	17·60	1·44	0·81	1·52	21·37	82·36	6·74	3·79	7·11
	100—	3·44	4·44	0·82	4·84	13·54	25·41	32·79	6·06	35·74
Csorvás	A_1	25·14	1·25	1·02	0·80	28·21	88·80	4·80	3·60	2·80
	A_2	24·29	2·14	1·25	1·10	28·78	84·50	7·40	4·30	3·80
	C	18·58	0·63	1·00	3·50	23·71	78·40	2·70	4·20	14·70

2. táblázat. — *Tabelle 2.*

Kicserélhető kationok egyenértékeinek aránya a felső szintekben.
Aequivalentverhältnisse der austauschb. Kationen in den ob. Horizonten.

	Kicserélhető kationok az *S* érték %-ában *Austauschbare Basen in % auf S berechnet*			
	Ca	*Mg*	*K*	*Na*
Átlag	85·33	8·18	6·80	3·01
Maximális érték	88·80	12·68	7·47	5·11
Minimális érték	79·27	4·28	0·79	0·67

plexum stabilitását a *Ca*-ion uralma biztosítja, ami különösen a felső talajszintekben jut kifejezésre, ahol a calcium az egyenértékek összegének 80 %-át meghaladó mennyiségben van jelen. Lefelé a *Ca* százalékos mennyisége fokozatosan csökken s szerepét rendesen a *Mg*, sőt egyes esetekben a *K* veszi át, a *Na* pedig mindig csak a legalsó szintekben jelentkezik jelentékenyebb mennyiségben.

Az abszorbciós komplexum telítettségének kérdése sokáig eldöntetlen volt, mert nem rendelkeztünk megfelelő vizsgálati módszerekkel. Szükségesnek látszott először a talajok telítettségének fogalmát szabatosan meghatározni,[1] mert a kolloidika mai felfogása szerint a talajok kationabszorbciója polárosan és apolárosan egyaránt végbemehet. *Di Gléria* és *Kotzmann*[2] kutatásaiból arra következtethetünk, hogy a gyakorlati értelemben telítettnek minősíthető talajok polárosan tényleg telítettek és csak apolárosan képesek további bázismennyiséget megkötni. Az általuk kidolgozott ammonabszorbciós eljárás a poláros telítetlenség mértékét adja meg s az így kapott értékek a természetes viszonyoknak sokkal jobban megfelelnek, mint a *Hissink*-féle eljárás, vagy az általunk eddig alkalmazott konduktometriás titrálás eredményei, amely eljárásokná

[1] 'SIGMOND, E.: Beitrag zur Begriffsbestimmung des Sättigungszustandes des Bodens. Verhandl. d. II. Komm. d. Int. Bodenkund. Gesellschaft, Kjöbenhavn. 1933. Teil A. 92. l.

[2] DI GLÉRIA J. u. KOTZMANN, L.: Die Ungesättigtheit der Böden vom Standpunkte der Kolloidlehre aus betrachtet. U. o. 79. l.

az apoláros abszorbció vagy egyáltalában nincs, vagy csak tökéletlenül van kiküszöbölve.

A 3. táblázat adatai szerint a mezőhegyesi, gyulai és békéscsabai talajok valóban telítetteknek bizonyultak.

A táblázat adataiból azonban azt is látjuk, hogy ugyanezek a talajszelvények konduktometrikus titrálással telítetlennek mutatkoznak. Miután pedig a 4. táblázat szerint a konduktometriás telítettség mértéke a már régebben megvizsgált alföldi fekete talajokban ugyanolyan mérvű, mint a mezőhegyesi, gyulai és békéscsabai talajokban, jogosan tehetjük fel ezekről is azt, hogy szintén polárosan telített talajok.

Mindezek alapján tehát megállapítható, hogy a megvizsgált fekete földek mindegyike a *Ca*-talajnembe tartozik, mert az abszorbciós komplexumuk telített és a kicserélhető kationok között, legalább is a felső szintekben, a *Ca* az uralkodó.

A következőkben azt kell megállapítanunk, hogy a vizsgált fekete földek a *Ca*-talajnem 1. főtípusába, a fekete (sötétbarna) mezőségi talajok közé tartoznak. Ennek eldöntésénél főleg a talaj előfordulási körülményeit és morfológiai sajátságait kell mérlegelnünk. Mellőzve a Földtani Intézet gyüjtéséből származó típusokat — melyeket amúgyis a helyszíni felvételek alapján, tehát a morfológiai ismeretekhez képest határoztak meg — az általunk vizsgált minták előfordulási körülményeit és szelvényleírását az alábbiakban összegezhetjük.

Mezőhegyes. (Az áll. ménesbirtok téglagyára mellett lévő feltárásból.) Nagy, összefüggő területet reprezentáló minta, két km távolságra azonban már nagyobb kiterjedésű szikes foltok is előfordulnak. A humuszos réteg közel 1 m vastag és észrevétlenül, fokozatosan megy át a sárga lösz altalajba. Morzsalékos szerkezetű, vízgazdálkodás szempontjából is kitűnő talaj, víz sohasem borítja. Sok krotovina tarkítja a szelvényt és a *C*-szintben sok mészkonkréció észlelhető. Nagyjából sík terület, szelíd hajlatokkal. Ez az a talajszelvény, melyről 1929-ben a Nemzetközi Talajtani Társaság II. Bizottságának budapesti konferenciája után rendezett kirándulás alkalmával, az orosz szakemberek is megállapították, hogy morfológiája alapján az orosz csernozjommal azonosnak minősíthető.

Gyula. (Város-tanya.) 5—600 holdnyi azonos minőségű terü-

3. táblázat. — *Tabelle 3.*

A talajok telítettségi állapota. — *Der Sättigungszustand der Böden.*

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*	*S nach* Hissink szerint mg aeq.	*U* Telítettlenség *Ungesättigtheit* mg aeq.	*Tp* mg aeq.	Kicserélhető kationok a *Tp*-érték %-ában *Austauschbare Basen in % auf Tp berechnet*					$Vp = \frac{100 \times S}{Tp}$	Konduktometriás titrálással *Mit konduktometr. Titration*	
				Ca	*Mg*	*K*	*Na*	*H*		*T—S* mg aeq.	*V*
cm											
Mezőhegyes 0— 30	21·55	0·4	21·95	85·06	10·88	0·77	1·46	1·82	98·18	6·12	77·83
30— 60	15·90	0·3	16·20	74·69	18·83	1·60	3·02	1·85	98·15	4·36	78·48
60— 90	15·58	0·1	15·68	49·23	44·71	2·04	3·38	0·64	99·36	3·22	82·87
90—120	16·67	—	16·67	23·51	66·05	2·46	7·98	—	100·00	2·42	87·32
120—150	9·01	—	9·01	21·64	59·60	4·77	13·98	—	100·00	1·92	82·51
Gyula 0— 30	17·80	0·2	18·00	80·78	10·05	7·39	0·67	1·11	98·89	2·89	86·03
30— 60	16·56	0·2	16·76	79·71	11·22	4·71	3·22	1·19	98·81	2·60	86·43
60— 90	14·24	0·2	14·44	58·93	22·85	9·90	6·92	1·38	98·62	2·33	85·94
90—120	13·46	—	13·46	11·14	55·65	26·67	9·14	—	100·00	1·98	87·18
120—150	9·50	—	9·50	—	59·79	27·16	13·05	—	100·00	1·06	89·96
Békéscsaba 0— 30	14·04	0·3	14·34	77·61	12·41	4·32	3·56	2·09	97·91	3·59	79·64
30— 60	12·44	0·2	12·64	71·67	16·06	5·22	5·46	1·58	98·42	2·83	81·47
60— 90	11·30	—	11·30	66·19	16·64	9·11	8·05	—	100·00	2·40	82·48
90—120	9·76	—	9·76	37·81	25·00	26·13	11·07	—	100·00	1·67	85·39
120—150	8·21	—	8·21	6·33	43·36	37·03	13·28	—	100·00	0·98	89·34

4. táblázat. — *Tabelle 4.*

A talajok telítettségi állapota.
Der Sättigungszustand der Böden.

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*		*S nach* Hissink szerint mg. aeq.	*T—S* konduktometr. Titr. mg. aeq.	*T* mg. aeq.	$V = \frac{100 \times S}{T}$
	cm				
Bajmok	0— 20	24·25	4·13	28·38	85·45
	20 - 60	18·11	3·60	21·71	83·41
	60—	10·66	2·06	12·72	83·81
Homokos	0— 22	24·64	6·10	30·74	80·15
	22— 60	20·74	5·12	25·86	80·20
	60—	13·77	2·14	15·91	86·55
Adony	0— 15	28·04	4·18	32·22	87·03
	15—100	21·37	2·90	24·27	88·05
	100—	13·58	1·86	15·40	87·92
Csorvás	A_1	28·21	8·70	36·91	76·50
	A_2	28·78	5·60	34·38	83·80
	C	23·71	0·00	23·71	100·00

letet reprezentáló minta, amely területet részben szik-, részben réti-agyag-talajok vesznek körül. A megmintázott terület az utóbbiaknál kissé magasabban fekszik, a minta egy hátról való. 2—3 kilométerrel távolabb, a gyűrűn túl ismét a megmintázottal azonos földek vannak. Víz sohasem áll rajta, szárazságban nem repedezik. Mészkonkréciók előfordulnak, krotovinás. Szelvényleírás az előbbivel azonos.

Békéscsaba. (Felsőnyomás-dülő, az 58. vasúti őrház mellett.) A mintavétel helyétől nyugat felé nagy területen fordul elő a mintaszelvénnyel azonos talaj, kelet felé azonban már szikesek is előfordulnak. A mintavétel helye gyepes terület, egyebütt azonban a talaj mindenütt művelés alatt áll. Nagyjából sík terület szelid hajlatokkal, a kelet felé eső szikeseknél kissé magasabban fekszik. A terület vakondtúrásos, a szelvényen sok krotovina észlelhető. Mészkonkréciók a *C*-szintben mindenütt előfordulnak. A szelvényleírás egyébként az előbbi kettővel azonos.

A szelvényleírások alapján kétségtelen, hogy ezek a talajelőfordulások a mezőségi talajok valamelyik főtípusába tartoznak. A talajok színe, a humuszos szint mélysége viszont arra mutat, hogy az orosz csernozjomhoz hasonló, tehát fekete vagy sötétbarna mezőségi talajokkal van dolgunk. E mellett szól a talajok morzsás szerkezete is. Ha azonban a talajok humusztartalmát vizsgáljuk (5. táblázat) azt látjuk, hogy e talajok gyakran jóval kevesebb humuszt tartalmaznak, mint az orosz fekete földek és a humusztartalom szempontjából inkább a gesztenyebarna mezőségi talajokhoz hasonlítanak.

Azt is látjuk azonban, hogy az összes szerves anyag ($C \times 1{\cdot}72$) 90 cm-es mélységben még mindig eléri az 1%-ot és csak a felső, szántott réteg szegényebb humuszban, mint az oroszországi ú. n. déli csernozjom. Ennek az lehet az oka, hogy a mi alföldi fekete földjeink már évszázadok óta művelés alatt állanak, ami feltétlenül a szervesanyag fokozatos apadásával jár együtt. Ezzel szemben az orosz fekete földek megvizsgált mintái többnyire eredeti mezőségről valók, ahol a mezőségi ősnövényzet állandóan gyarapítja a talaj szervesanyagtartalmát. Valószínűleg ugyanerre az okra vezethető vissza a mi fekete földjeinknek az orosz csernozjomhoz viszonyított alacsonyabb nitrogéntartalma is. Az összes szervesanyagban talált C/N arány is arra vall, hogy a szervesanyag legnagyobb része már jól elkorhadt és viszonylag kevés a nyers szervesanyagmaradvány. Vizsgálataink során *Grandeau-Hilgard* módosított ejárásával[1] meghatároztuk a talajok aktív humusz- («matière noire») tartalmát is, ill. meghatároztuk a híg nátronlúgoldat hatására peptizálódó, alkalizált humuszkolloidok szén- és nitrogéntartalmát. Az adatokból látható, hogy az aktív humusz N-tartalma messze elmarad azoktól a magas (12—15 %) értékektől, melyeket *Hilgard* az amerikai arid talajokra megállapított.[2] Figyelemreméltó, hogy a fenti táblázat adatai szerint az összes szervesanyagnak igen magas hányada minősül aktív humusznak (58 % felett), ami szintén azt bizonyítja,

---

[1] KOTZMANN L.: A különböző humuszmeghatározó módszerek összehasonlító vizsgálata. Mezőg. Kut. I. (1928) 21. l.

[2] HILGARD, E. W.: Soils. The McMillen Comp. New-York, 1910.

5. táblázat. — *Tabelle 5.*

Szerves anyag a talajban. — *Organische Substanz im Boden.*

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*		Az összes szerves anyagban *Im gesamt Humus*			Az aktív humuszban *Im aktiven Humus*			C × 1·72		C akt. × 100 / C össz.	N akt. × 100 / N össz.	A szerves anyag N-tartalma %-ban *N % im Humus*	
		C %	N %	C/N	C %	N %	C/N	összes szerves anyag	aktív humusz			összes szerves anyag	aktív humusz
	cm												
Mezőhegyes	0— 30	2·13	0·218	9·77	1·24	0·110	11·27	3·67	2·13	58·3	50·5	5·94	5·16
	30— 60	1·25	0·120	10·41	0·80	0·062	12·90	2·15	1·38	64·0	51·7	5·58	4·49
	60— 90	0·71	0·075	9·47	0·51	0·040	12·75	1·22	0·88	71·8	53·3	6·15	4·54
	90—120	0·49	0·048	10·21	0·39	0·027	14·44	0·84	0·67	79·6	56·2	5·71	4·03
	120—150	0·34	0·032	10·62	0·30	0·019	15·79	0·58	0·52	88·2	59·4	5·51	3·65
Gyula	0— 30	1·56	0·153	10·19	1·08	0·099	10·91	2·68	1·86	69·2	64·8	5·71	5·32
	30— 60	0·99	0·112	8·83	0·66	0·073	9·04	1·70	1·13	66·7	65·2	6·59	6·46
	60— 90	0·70	0·062	11·29	0·45	0·038	11·84	1·20	0·77	64·3	61·3	5·17	4·93
	90—120	0·45	0·040	11·25	0·32	0·027	11·85	0·77	0·55	71·8	67·5	5·19	4·91
	120—150	0·26	0·034	7·65	0·24	0·014	17·14	0·45	0·41	92·8	41·2	7·53	3·41
Békéscsaba	0— 30	1·34	0·156	8·59	0·82	0·102	8·04	2·30	1·41	61·2	65·4	6·81	7·23
	30— 60	0·85	0·119	7·14	0·64	0·056	11·43	1·46	1·10	75·3	47·0	8·15	5·10
	60— 90	0·58	0·078	7·43	0·44	0·034	12·94	1·00	0·76	75·9	43·6	7·80	4·47
	90—120	0·37	0·056	6·61	0·28	0·024	11·66	0·64	0·48	75·7	42·8	8·75	5·00
	120—150	0·24	0·039	6·15	0·22	0·018	12·22	0·41	0·38	91·7	46·2	9·28	4·74
Bajmok	0— 20	2·44	0·274	8·90	1·52	0·165	9·21	4·20	2·61	62·3	60·2	6·52	6·32
	20— 60	2·14	0·248	8·63	1·23	0·130	9·46	3·68	2·12	57·4	52·4	6·74	6·13
	60—	0·11	0·031	3·55	0·09	0·009	10·00	0·19	0·15	81·8	29·0	16·31	6·00
Homokos	0— 22	2·87	0·361	7·95	1·72	0·165	10·42	4·94	2·96	59·9	45·7	7·31	5·57
	22— 60	1·13	0·227	4·98	1·09	0·094	11·59	1·94	1·87	96·4	41·4	11·70	5·03
	60—	0·87	0·114	7·63	0·55	0·047	11·70	1·49	0·95	63·2	41·2	7·65	4·95
Adony	0— 15	2·25	0·341	6·60	1·67	0·173	9·65	3·87	2·87	74·2	50·7	8·81	6·03
	15—100	1·88	0·229	8·21	1·15	0·165	6·97	3·23	1·98	61·2	72·0	7·09	8·33
	100—	0·40	0·061	6·56	0·48	0·062	7·74	0·69	0·83	100·0	100·0	8·84	7·46

hogy a szervesanyag nagy része a bomlásnak előrehaladott állapotában van.

Még egy jelenség érdemel említést az 5. táblázat adatainak mérlegelése során. Azt látjuk ugyanis, hogy az aktív humusz N-tartalma aránylag kisebb, mint az összes szervesanyagé. Ezért az aktív humusz C/N aránya egy-két kivétellel mindig valamivel nagyobb szám, mint az összes szervesanyag C/N értéke. Ebből adódik az is, hogy az aktív humusz nitrogénje az összes nitrogénnek rendesen jóval kisebb százalékát alkotja, mint az aktív humusz széntartalmának az összes szén százalékában kifejezett mennyisége. Ebből ma még messzebbmenő következtetéseket nem vonhatunk ugyan, azonban rendszeresen ismétlődő jelenségről van szó, ami tanulmányaink során még közelebbi megvilágítást nyerhet.

Az eddig tárgyaltak alapján kétségtelen, hogy a megvizsgált alföldi fekete földek az orosz csernozjomokkal megegyező talajok. Ezekután még annak meghatározása van hátra, hogy a fekete (sötétbarna) mezőségi talajok melyik altípusába oszthatók be. *'Sigmond* általános talajrendszerében megjelölt 10 altípus közül, — az egy Homokosról származó sötétbarna mezőségi talajt nem tekintve — mindegyik a 7. altípusnak felel meg. A felső szint ugyanis minden esetben karbonátos, az alsó szintek pedig gyengén szikesek, ami a következő formulával jellemezhető:

$$\frac{A\,Ca}{C_1\,Ca}$$
$$C_2\,Ca\,Na$$

A homokosi talajszelvény alsó szintje valószínűleg nem elég mélyről származik és ezért a $C_2\,Ca\,Na$-szint hiányzik.

Ez a tapasztalat is azt mutatja, hogy az alföldi fekete és sötétbarna mezőségi talajaink a déli csernozjomok altípusába tartoznak. A Na-ionnak az alsó szintekben való jelentkezése a szikesekkel való tőszomszédsággal is magyarázható. A Na felszaporodását a kicserélhető kationok arányszámain kívül a vizes kivonatok összetétele is megerősíti.

A 6. táblázat a vizes kivonatban talált összes só mennyiségén kívül a meghatározott bázisok egyenértékeit és azoknak egymáshoz viszonyított százalékos arányát tünteti fel, 100 g száraz talajban.

6. táblázat. — *Tabelle 6.*

A vizes kivonatban meghatározott kationok mennyisége 100 g talajra.
Die Menge der im Wasserextrakt bestimmten Kationе auf 100 g Boden bezogen.

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*	Száraz maradék *Trocken-rückstand* mg	Izzítási maradék *Glüh-rückstand* mg	*Ca*	*Mg*	*K*	*Na*	Összes kation mg ekv. *Ges. Kationen* mg aeq.	*Ca*	*Mg*	*K*	*Na*
			mg ekvivalens *Mg aequivalente*					mg ekvivalens % *Mg aequivalente* %			
cm											
Mezőhegyes 0— 30	121·6	60·8	0·92	0·15	0·30	0·33	1·70	54·12	8·82	17·65	19·41
30— 60	124·8	64·6	1·02	0·17	0·19	1·10	2·48	41·13	6·85	7·66	44·36
60— 90	214·4	118·4	1·16	0·45	0·14	1·72	3·47	33·43	12·97	4·03	49·57
90—120	400·0	253·8	1·12	0·89	0·10	2·82	4·93	22·72	18·05	2·03	57·20
120—150	431·2	262·3	1·01	0·75	0·16	3·08	5·00	20·20	15·00	3·20	61·60
Gyula 0— 30			0·90	0·26	0·39	0·37	1·92	46·87	13·54	20·32	19·27
30— 60			0·77	0·26	0·26	0·53	1·82	42·32	14·28	14·28	29·12
60— 90			0·85	0·19	0·45	0·49	1·98	42·92	9·60	22·73	24·75
90—120			0·38	0·37	1·08	1·63	3·46	10·98	10·69	31·22	47·11
120—150			0·25	0·50	1·55	2·70	5·00	5·00	10·00	31·00	54·00
Békéscsaba 0— 30	121·6	75·2	0·71	0·13	0·45	0·11	1·40	50·71	9·29	32·14	7·86
30— 60	164·0	52·0	0·86	0·11	0·24	0·22	1·43	60·15	7·69	16·78	15·38
60— 90	121·6	70·2	0·69	0·18	0·33	0·40	1·60	43·13	11·25	20·62	25·00
90—120	124·8	100·8	0·63	0·42	0·64	0·37	2·06	0·58	20·39	31·07	17·96
120—150	219·2	194·2	0,55	0·53	0·86	0·89	2·83	19·43	18·73	30·39	31·45

Az összes só mennyiségét megközelítőleg az izzítási maradék fejezi ki, mert az összes száraz maradékban a kioldott, ill. diszpergált szervesanyag is bennfoglaltatik. Viszont az izzítás folyamán a hidrokarbonátok szénsava távozik nagyrészt el. s ezért a vízben oldott anorganikus sóknak összege a valóságban az izzítási maradéknál nagyobb. Meg kell jegyeznünk ezenfelül azt, hogy a természetes talajoldat CO_2-tartalma jóval nagyobb, mint a laboratóriumban használt desztillált vízé s így a légszáraz talajból az utóbbinak hatására nem megy annyi $CaCO_3$ és $MgCO_3$ oldatba, mint a természetben. Karbonátos talajok esetében tehát a természetes talajoldat mindenesetre több *Ca*-ot és *Mg*-ot tartalmaz, mint a laboratóriumban készített vizes kivonat. Vizsgálataink során a vizes kivonatokat *Gedroiz* szerint készítettük oly módon, hogy 160 g talajt 800 cm³ deszt. vízzel 3 percig ráztunk, majd azonnal, előzetes ülepítés nélkül szűrtük. A szüredékben fenolftalein-, ill. metiloranzs-indikátor jelenlétében megtitráltuk a normális és a hidrokarbonátok mennyiségét, majd meghatároztuk a *Cl*- és SO_4-anionokat, továbbá a *Ca*-, *Mg*-, *K*- és *Na*-kationokat.[1]

A 7. táblázat tanúsága szerint a vizsgált talajszintek mind bőven tartalmaznak $CaCO_3$-ot, sőt el nem hanyagolható mennyiségben $MgCO_3$-ot is.

Az előbbiek alapján tehát ezeknél jogosan feltételezhetjük, hogy a természetes viszonyok között a talajoldat viszonylagosan több *Ca*-ot és *Mg*-ot tartalmaz, mint azt a 6. táblázat adatai mutatják. A kationegyenértékek százalékos arányából mégis egészen biztosan kitűnik, hogy lefelé haladva a *Ca*-kation rovására különösen a *Na*, de nem ritkán a *K*-, sőt a *Mg*-kation mennyisége növekedik. Ez a tapasztalat az általunk vizsgált mezőségi talajok dinamikájára vonatkozólag több érdekes jelenséget világít meg. Ezeknek tárgyalását megelőzően ismernünk kell azonban a vizes kivonatban talált anionok mennyiségét és egyenértékarányát is. Ezeket az értékeket a 8. táblázat tünteti fel.

Az adatok alapján megállapíthatjuk, hogy az anionok tekintetében a vizsgált talajok vizes kivonata korántsem olyan átfogó

[1] KOTZMANN L.: Adatok a vizes talajkivonat chemiai összetételének talajtani jelentőségéhez. Mezőg. Kut. VI. (1932) 41. l.

7. táblázat. — *Tabelle 7.*

A talaj reakcióállapota. — *Reaktionszustand des Bodens.*

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*		Összes karbonát CO_2 *Ges. Karb.* CO_2 %	$CaCO_3$ %	$MgCO_3$ %	*pH*		Hydrolitos aciditás *Hydr. Accidität*
					H_2O	*n. KCl*	
	cm						
Mezőhegyes	0— 30	2·67	5·34	0·61	8·41	7·90	3·18
	30— 60	6·24	12·90	1·07	8·48	7·79	2·22
	60— 90	7·13	14·43	1·49	8·44	7·89	1·61
	90—120	7·20	14·40	1·65	8·49	8·12	1·29
	120—150	8·09	15·63	2·32	8·41	7·99	1·71
Gyula	0— 30	0·80	1·69	0·10	8·88	8·34	4·76
	30— 60	2·46	5·25	0·28	9·00	8·48	3·64
	60— 90	3·74	7·95	0·44	9·00	8·56	2·84
	90—120	4·95	10·08	0·97	9·15	8·75	1·90
	120—150	6·62	13·12	1·56	9·24	8·72	1·77
Békéscsaba	0— 30	1·25	2·70	0·11	8·89	8·15	1·63
	30— 60	3·47	7·58	0·25	8·79	8·31	1·52
	60— 90	6·22	13·82	0·26	8·75	8·48	1·13
	90 120	5·53	12·02	0·48	8·79	8·21	1·91
	120—150	4·97	10·56	0·53	9·05	8·41	—

jellegű, mert habár a legtöbb szintben a hidrokarbonát az uralkodó, a mezőhegyesi talajszelvény mélyebb szintjeiben a szulfátok, a gyulai talajszelvény megfelelő szintjeiben a normális karbonátok, a békéscsabai szelvény esetében pedig a kloridok és szulfátok egészítik ki számottevő mértékben a sótartalmat. Ebből az következik, hogy a vízben oldható sók minősége az altípuson belül, a helyi előfordulások szerint változik.

Mégis a megvizsgált fekete mezőségi talajok vizes oldatából kétséget kizárólag bebizonyosodott, hogy e talajok lefelé haladva egyre több *Na*-sót tartalmaznak, mely esetenként Na_2SO_4, $NaCl$, esetleg $NaHCO_3$ is lehet, sőt a gyulai szelvény esetében a Na_2CO_3 is előfordul. Ez magyarázza azt a fent már jelzett tapasztalatot, hogy az alföldi fekete talajaink alsó szintjeiben az abszorbciós komplexum már gyengén szikes jellegű. Ez a jelenség az orosz-

8. táblázat. — *Tabelle 8.*

A vizes kivonatban meghatározott anionok mennyisége 100 g talajra.
Die Menge der im Wasserextrakt bestimmten Anione auf 100 g Bogen bezogen.

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*	CO_3	HCO_3	Cl	SO_4	Összes anion mg e. é. *Ges. Anionen* mg aeq.	Összes kation mg e. é. *Ges. Kationen* mg aeq.	CO_3	HCO_3	Cl	SO_4
	mg ekvivalens *Mg aquivalente*						Az anionok egyenértékei, az összes kation-egyenérték %-ában kifejezve *Mg aquivalente der Anione in Prozenten d. Gesamt-Kationen aquivalenten*			
cm										
Mezőhegyes 0— 30	—	1·25	0·13	0·11	1·49	1·70	—	73·52	7·64	6·47
30— 60	—	0·98	0·19	0·37	1·54	2·48	—	39·52	7·66	14·92
60— 90	—	0·99	0·53	0·48	2·00	3·47	—	28·53	15·27	13·83
90—120	—	1·45	0·60	2·12	4·17	4·93	—	29·41	12·17	43·00
120—150	—	0·72	1·03	2·61	4·36	5·00	—	14·40	20·60	52·20
Gyula — — 0— 30	—	1·05	0·08	0·07	1·20	1·92	—	54·69	4·17	3·65
30— 60	—	1·00	0·24	0·14	1·38	1·82	—	54·95	13·19	7·69
60— 90	—	1·00	0·19	0·30	1·49	1·98	—	50·50	9·60	15·15
90—120	0·69	2·18	0·32	0·30	3·49	3·46	19·93	62·84	9·24	8·66
120—150	1·97	2·44	0·26	0·18	4·85	5·00	39·40	48·80	5·20	3·60
Békéscsaba 0— 30	—	0·89	—	0·11	1·00	1·40	—	63·57	—	7·86
30— 60	—	0·88	0·08	0·12	1·08	1·43	—	61·54	5·59	8·40
60— 90	—	0·96	0·47	0·22	1·65	1·60	—	58·18	28·48	13·34
90—120	—	1·44	0·38	0·21	2·03	2·06	—	69·90	18·45	10·19
120—150	—	2·12	0·36	0·24	2·72	2·83	—	74·91	12·72	8·48

országi déli csernozjom talajoknál is tapasztalható, tehát a fekete mezőségi talajok ezen altípusára általánosan jellemzőnek tekinthető, úgy ahogy azt a fenti formula kifejezésre juttatja. A 7. táblázatban feltüntetett reakcióviszonyok is az itt elmondottakat erősítik meg.

Nem akarunk a vizes kivonat jelentőségével tovább foglalkozni, de az elmondottak is eléggé bizonyítják, hogy ennek ismerete a talaj dinamikája szempontjából igen tanulságos.

Az eddigiekben a vizsgált talajok altípusát is meghatároztuk s most már csak a helyi változatok általános jellemzése van hátra.

9. táblázat. — *Tabelle 9.*

A talajok mechanikai összetétele ATTERBERG szerint.
Die mechanische Zusammensetzung der Böden nach Atterberg.

A talaj eredete és szintjei *Herkunft und Schichten der Böden*	Durva homok *Grobsand* 2·0—0·2 m/m	Finom homok *Feinsand* 0·2—0·02 m/m	Iszap *Schluff* 0·02—0·002 m/m	Nyersagyag *Rohton* < 0·002 m/m
cm				
Mezőhegyes 0— 30	2·9	47·8	25·9	23·4
30— 60	3·1	48·2	26·1	22·6
60— 90	2·0	46·9	30·3	20·8
90—120	3·3	45·8	29·9	21·0
120—150	2·9	47·1	29·7	20·3
Gyula 0— 30	1·8	55·4	27·9	14·9
30— 60	1·2	54·3	29·9	14·6
60— 90	2·0	51·9	30·8	15·3
90—120	2·5	52·4	29·0	16·1
120—150	2·2	52·5	30·4	14·9
Békéscsaba 0— 30	2·8	56·8	26·2	14·2
30— 60	1·9	55·7	29·5	12·9
60— 90	1·6	56·4	28·3	13·7
90—120	1·6	55·3	30·5	12·6
120—150	0·9	56·1	28·9	14·1

A helyi domborzati viszonyokat illetőleg, hazánkban a fekete (sötétbarna) mezőségi talajok Alföldünk löszterületeinek kissé emelkedettebb, gyengén hullámos részein fordulnak elő. Vízrajzukat általában az jellemzi, hogy a vizet könnyen áteresztik és az altalajvíz viszonylag mélyen fekszik. A gyakran szomszédosan előforduló, de mélyebb fekvésű szikesek vízáteresztőképessége sokkal rosszabb s rendesen az altalajvíz is közelebb van a felszínhez. Az alföldi éghajlatot általában hideg tél és aszályos nyár jellemzi, de a helyi éghajlat annyira változó, hogy ezt külön-külön kellene minden egyes előfordulásra tanulmányozni. Az anyakőzet mindenik esetben erősen mészdús lösz. A fejlődés korát illetőleg a vizsgált szelvények jól kialakult, morzsás szerkezetű felső szinttel rendelkeznek, amely kb. 60—90 cm mélységig nyúlik le. A művelés következtében a legfelső 20—30 cm-es szintben a talajszerkezet már nem felel meg az ősi növényzet alatt kialakult szerkezetnek, de a talajmorzsák állandósága miatt talajbeiszapolás sehol sem tapasztalható. Ezt igazolja a 9. táblázatban látható mechanikai összetétel.

A szelvények mechanikai összetétele mindenik szintben csaknem azonos és a legkisebb mértékben sem mutatkozik annak a jele, hogy a felső szintekből az agyag a mélyebb szintekbe mosatott volna.

A mechanikai összetétel állandóságán felül, a chemiai anyageltolódások sem haladják meg a csernozjom-talajokra nézve már eddig megállapított változásokat. A mezőhegyesi talajszelvényről ezt igazolja az egyes szinteknek teljes feltárás útján nyert chemiai összetétele (10. táblázat), továbbá ugyanazon szelvény sósavas kivonatának chemiai összetétele is (11. táblázat).

Munkamegtakarítás céljából a gyulai és békéscsabai szelvényeket nem elemeztük meg ilyen részletesen főleg azért, mert *Ballenegger* a már idézett alapvető munkájában több mezőségi talajszelvényt megvizsgált ebből a szempontból s teljesen hasonló képet nyert, mint mi a mezőhegyesi talajszelvény esetében.

Ezek után a löszön képződött, alföldi fekete vagy sötétbarna mezőségi talajaink dinamikai jellegét a következő pontokban foglalhatjuk össze :

1. A szilikátos rész összetétele karbonát- és humuszmentes

10. táblázat. — *Tabelle 10.*

A mezőhegyesi talajszelvény összetétele teljes feltárással.

Die Zusammensetzung des Bodenprofil von Mezőhegyes nach der Bauschanalyse.

A 105 C°-on szárított talaj %-ában *In % auf Trockenboden berechnet*						A humusz- és karbonátmentes talaj %-ában *In % auf humus- und karbonatfreien Boden berechnet*					
Mélység — *Tiefe* cm	0–30	30–60	60–90	90–120	120–150	Mélység — *Tiefe* cm	0–30	30–60	60–90	90–120	120–150
Na_2O	1·28	1·12	1·44	1·38	1·43	Na_2O	1·41	1·34	1·74	1·66	1·75
K_2O	2·50	2·30	2·54	2·26	2·18	K_2O	2·76	2·74	3·06	2·72	2·67
MgO	2·21	2·29	2·41	3·28	3·69	MgO	2.17	2·15	2·04	2·99	3·17
CaO	4·79	8·59	9·36	9·40	10·02	CaO	1·99	1·63	1·54	1·61	1·56
MnO	0·19	0·20	0·18	0·19	0·29	MnO	0·21	0·24	0·22	0·23	0·35
Fe_2O_3	5·03	4·85	4·75	5·60	5·27	Fe_2O_3	5·56	5·79	5·73	6·73	6·46
Al_2O_3	12·88	12·11	11·82	11·01	10·97	Al_2O_3	14·24	14·45	14·26	13·24	13·44
SO_3	0·10	0·11	0·13	0·16	0·17	SO_3	0·11	0·13	0·16	0·19	0·21
P_2O_5	0·19	0·17	0·14	0·14	0·12	P_2O_5	0·21	0·20	0·17	0·17	0·15
CO_2	2·67	6·24	7·13	7·20	8·09						
SiO_2	60·62	55·59	55·24	54·96	54·52	SiO_2	67·00	66·35	66·63	66·07	66·81
TiO_2	0·30	0·42	0·19	0·26	0·29	TiO_2	0·33	0·50	0·23	0·31	0·35
Izz. veszt. *Glühverlust*	7·79	5·40	4·93	4·62	3·67	Chem. víz H_2O ch. geb.	4·56	3·87	4·48	4·54	3·79
Összesen	100·55	99·39	100·26	100·46	100·71	Összesen	100·55	99·39	100·26	100·46	100·71
Humusz $C \times 1{\cdot}72$	3·67	2·15	1·22	0·84	0·58		—	—	—	—	—
$CaCO_3$	5·31	12·90	14·43	14·40	15·63		—	—	—	—	—
$MgCO_3$	0·61	1·07	1·49	1·65	2·32		—	—	—	—	—
$\frac{CaCO_3 \text{ mol.}}{CaCO_3 \text{ mol.} + MgCO_3 \text{ mol.}}$	0·88	0·91	0·89	0·89	0·85		—	—	—	—	—

11. táblázat. — *Tabelle 11.*

A mezőhegyesi talajszelvény sósavas kivonatának összetétele.

Die Zusammensetzung des Salzsäureauszuges des Bodenprofil von Mezőhegyes.

A 105 C°-on szárított talaj %-ában *In % auf Trockenboden berechnet*						A humusz- és karbonátmentes talaj %-ában *In % auf humus- und karbonatfreien Boden berechnet*					
Mélység — *Tiefe* cm	0—30	30 - 60	60 - 90	90—120	120—150	Mélység — *Tiefe* cm	0—30	30—60	60—90	90—120	120—150
Na_2O	0·27	0·34	0·58	0·48	0·55	Na_2O	0·30	0·40	0·70	0·58	0·67
K_2O	0·58	0·54	0·51	0·51	0·42	K_2O	0·64	0·64	0·62	0·61	0·51
MgO	1·65	1·98	1·73	2·66	3·10	MgO	1·50	1·76	1·23	2·25	2·44
CaO	4·51	8·06	9·22	9·12	9·71	CaO	1·68	1·00	1·38	1·27	1·18
MnO	0·08	0·08	0·12	0·17	0·27	MnO	0·09	0·09	0 14	0·20	0·33
Fe_2O_3	3·77	3·35	3·35	4·25	4·02	Fe_2O_3	4·17	3·99	4·04	5·11	4·93
Al_2O_3	5·47	5·11	3·69	4·01	3·94	Al_2O_3	6·05	6·07	4·46	4·82	4·83
SO_3	0·10	0·11	0·13	0·16	0·17	SO_3	0·11	0·13	0·16	0·19	0·21
P_2O_5	0·19	0·17	0·14	0·14	0·12	P_2O_5	0·21	0·20	0·17	0·17	0·15
CO_2	2·67	6·24	7·13	7·20	8·09						
SiO_2	10·79	9·66	9·75	9·50	8·98	SiO_2	11·94	11·53	11·77	11·42	11·01
TiO_2	0·19	0·21	0·17	0·18	0·14	TiO_2	0·21	0·25	0·20	0·22	0·17
Oldhatatlan *Unlöslich*	61·98	58·60	58·27	57·24	57·08	Oldhatatlan *Unlöslich*	68·58	69·89	70·37	68·85	70·04
Izz. veszt. *Glühverlust*	7·79	5·40	4·93	4·62	3.67	Chem. víz H_2O ch. geb.	4·56	3·88	4·48	4·55	3·79
Összesen	100·04	99·85	99·72	100·24	100·26	Összesen	100·04	99·85	99·72	100.24	100·26

talajra számítva a különböző szintekben érdemlegesen nem változik. A mezőhegyesi talajszelvényben az oldható kovasav 11·01—11·94 %, a sósavban oldható Al_2O_3 4·46—6·09 %, a Fe_2O_3 pedig 3·99—5·11 % között ingadozott. Megállapíthatjuk tehát, hogy sem az oldható kovasav, sem a sesquioxidok nem vándoroltak, ami a csernozjomokra jellemző sajátság.

2. A $CaCO_3$ és $MgCO_3$ lefelé vándorol, éspedig a 10. táblázat adatai szerint közelítőleg állandó molekuláris arányban. Karbonát vagy szulfát felhalmozódási szinteket, az általunk vizsgált 150 cm mélységig nem tapasztaltunk, csak a békéscsabai szelvény esetében találtunk $CaCO_3$ felhalmozódási szintet.

3. A humusz a felső szintekben halmozódik fel és stabil, ami szintén igen jellemző a fekete mezőségi talajokra.

4. Az elmállás mértéke közepes. Kitűnik ez abból is, hogy a mezőhegyesi szelvényben humusz és karbonátmentes talajra számítva, az összes kovasav 66—67 %, az oldható 11—12 %, az összes Al_2O_3 13—14 %, az oldható 5—6 %.

5. A szervesanyag 2·5—5·0 % között változik, mindenütt egyneműen elkeveredett az ásványi résszel és legalább 60 %-ig humifikálódott, de ennél sokkal erősebb humifikáció is tapasztalható, sok esetben 100 %-os. Ez arra enged következtetni, hogy a szervesanyag kezdeti bomlása nagymérvű, de azután a *Ca* kation és a talaj gyengén lúgos reakciója a további bomlási folyamatot meglassítja.

6. Az abszorbciós komplexum telített és a felső szintekben a *Ca* uralkodik. Lefelé haladva azonban a *Mg* és a *Na* jut túlsúlyba.

7. A talaj vizes kivonatában is ez a törvényszerűség jut érvényre, az alsó szintekben a *Ca* rovására a *Na* szaporodik fel.

8. Növényi tápanyag tekintetében a mezőhegyesi talaj káliumtartalma olyan tekintélyes (összes K_2O 2—2·5 %, sósavban oldható 0·4—0·6 %), hogy itt káliumtrágyák használatára alig kell gondolnunk, noha a könnyenoldható ill. növények által felvehető kálium mennyiségét nem ismerjük. A foszforsavtartalom közepes, 0·12—0·19 %. Itt sem határoztuk meg a könnyenoldható részt s így a fenti értékek alapján nem is dönthetjük el, hogy a foszfortrágya hatásos volna-e vagy sem. A nitrogéntartalom a megvizsgált mezőségi talajokban jó közepesnek minősíthető és a nitrifikáció-

ról is feltételezhetjük, hogy kielégítő. Ez azonban még nem zárja ki azt, hogy a gyorshatású nitrogéntrágyák igényesebb gazdasági növények esetében nem fejthetnének ki jó hatást.

Azt pedig egyenesen tagadnunk kell, hogy fekete mezőségi talajaink olyan gazdagok lennének szerves anyagban, hogy az istálló- vagy zöldtrágyázás hasznos ne volna. Az a még ma is sokfelé dívó eljárás, hogy a trágyát megszárítva elégetik, még a televényes fekete földjeink esetében is káros.

Megjegyezzük végül, hogy e tanulmánynak eredményei csak a löszön képződött alföldi fekete mezőségi talajainkra vonatkoztathatók. Sem a homokos alföldi fekete földjeink, sem az erdélyi Mezőség karbonátmentes mezőségi talajai nem képezték ezúttal tanulmányaink tárgyát.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. nov. 12-én tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR DYNAMISCHEN CHARAKTERISIERUNG DER WICHTIGSTEN UNGARISCHEN BODENTYPEN.

I. Steppenschwarzerde auf Lössuntergrund.

Von ALEXIUS A. J. von 'SIGMOND und LADISLAUS KOTZMANN.

Die von den VV. ausgeführten neuen Untersuchungen haben nicht nur die älteren Befunde bestätigt, sondern die dynamischen Verhältnisse von neuerer Seite aufgeklärt. Besonders wurden viele Untersuchungen bezüglich des Sättigungszustandes und des Wasserextraktes ausgeführt. Die Versuche beziehen sich nur auf jene Steppenschwarzerden des ungarischen Tieflandes, welche auf den grossen Flächen der hier vorkommenden Lössformationen sich entwickelt haben. Die Ergebnisse können in folgende Punkte zusammengefasst werden.

1. Der Karbonat- und Humusfreie Gesammtsilikatkomplex zeigt im ganzen Profil kaum merkliche Änderung (S. Tabelle 10.), wie auch der Salzsaure-Auszug dasselbe allgemeine Bild wiederspiegelt (S. Tabelle 11.). Die Sesquioxide, sowie die lösliche SiO_2 verraten keine Wanderung, sind Stabil wie im Tschernozjom.

2. $CaCO_3$ und $MgCO_3$ hingegen wandern nach Unten.

3. Humus wird in den obersten Horizonten angehäuft und zeigt sich unbeweglich (S. Tabelle 5.).

4. Die Silikatzersetzung kann für mittelmässig geschätzt werden. Aus 66—67 % gesamt SiO_2 sind 11—12 % salzsäurezersetzlich, aus 13—14 % gesamt Al_2O_3 nur 5—6 % löslich.

5. Die organische Substanz beträgt 2·5—5·0 %, ist im Boden ganz gleichmässig verteilt und mindestens bis 60 % humifiziert,

öfters bis auf 100 % (S. Tabelle 5.). Daraus folgt, dass die anfängliche Zersetzung der org. Substanz allgemein verbreitet ist, jedoch die vollkommene Zersetzung durch die schwach alkalische Reaction gehemmt und die Auslaugung durch die Sättigung mit *Ca* verhindert wurde.

6. Das Absorptionskomplex ist in jeden Horizont polargesättigt. In den obersten Horizonten beherrscht das *Ca*-Kation die übrigen. Nach der Tiefe wird es von *Mg* und *Na* allmählig verdrängt (S.Tabelle 1., 2. u. 3.).

7. Die Zusammensetzung der Wasserextrakte der Bodenhorizonte zeigt, dass auch hier gegen der Tiefe das *Na* gegen das *Ca* sich anhäuft (S. Tabelle 6.). Die wasserlöslichen Anionen bestanden aus HCO_3, *Cl* u. SO_4, in seltenen Fällen fanden wir im Untergrund auch CO_3 (S. Tabelle 8.).

8. Bezüglich des Nährstoffzustandes konnte im Falle des Bodens aus Mezőhegyes festgestellt werden, dass Gesammt K_2O 2—2·5 %, im Salzsäureextrakt 0·4—0·6 lösl., Gesammt P_2O_5 für 0·12—0·19 % gefunden, und Gesammt *N* gut mittelmässig (S. Tabelle 5.) genannt werden darf.

Nach all diesen Ergebnissen können diese Steppenschwarzerden im Allgemeinen Bodensystem von *A. A. J.* von *'Sigmond* in Hauptgruppe II., Untergruppe: Siallitböden, Bodenart: Kalziumböden, Haupttypus: Steppenschwarzerden, Untertypus 7 nach der Formel

$$\frac{A\ Ca}{Cl\ Ca}$$
$$C_2\ Ca\ Na$$

eingereicht werden und mit den südlichen Tschernozjom Russlands identifiziert werden.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. November 1934.)

ADATOK A MAGYARORSZÁGI FŐBB TALAJTÍPUSOK DINAMIKAI JELLEMZÉSÉHEZ.

II. Rendzina talajok.

SIGMOND ELEK r. t.-tól és KOTZMANN LÁSZLÓ vendégtől.

Rendzináknak nevezik a szakirodalomban azokat a meszes, dolomitos vagy gipszes kőzeten kialakult fekete, szürke vagy vörösesbarna humuszos talajokat, melyek rendesen erdőségek alatt képződtek, de talajtani értelemben nem igazi erdőtalajok, hanem inkább a fekete mezőségi talajokhoz hasonlítanak. Ezektől azonban eltérnek abban, hogy a rendzinák humusza nem keveredik el oly bensőleg az ásványi résszel, mint a mezőségi talajoké és hogy a rendzináknál a televényes *A*-szint élesen elválik az alatta fekvő eredeti kőzettől (*C*-szint). Egyes esetekben a rendzináknál is előfordul, hogy a felső televényes szint nem fekszik közvetlenül a humuszmentes eredeti kőzeten, de az átmeneti szint ez esetben sem felel meg az erdőtalajok középső felhalmozódási szintjének, hanem csak gyengén humuszos sárgás vagy vöröses átmeneti szint, melyet tehát A_2-nek jelölhetünk.

Az általunk vizsgált és az alábbiakban ismertetett magyarországi rendzina talajok felső humózus *A* szintje élesen elkülönül az eredeti kőzettől (*C*) és átmeneti szint nincsen. Sok esetben a *C*-szint felső részében az alapkőzet elmállása előrehaladottabb állapotban van, mint a mélyebb szintekben (pl. az ördögoromi talaj C_1 szintje) és morzsalékos szerkezetű vagy apróbb kőzettörmelékből áll. Humuszelkeveredés vagy beszűremlés azonban ez esetben sincsen és a szint teljesen kőzetjelleggel bír.

A szelvények leírását a következőkben foglalhatjuk össze:

Budaörs. A felső 22 cm-es fekete, humuszos szint (*A*) átmenet nélkül élesen elkülönül az alatta lévő törmelékes dolomittól. A hu-

mózus szint is törmelékes, sok vörösre, ill. rózsaszínűre festett dolomittörmelék van benne. A *C* szintet alkotó dolomit repedéseibe humuszbeszűremlés nem észlelhető, a repedések falai, valamint a törmelékek is vastól vannak vörösre festve. A talajt gyér fűvegetáció borítja, legelőterület, melyet a mintavétel idején kíséreltek meg facsemetékkel beültetni. A humózus *A* szint mindenütt egyenletesen vastagon 20—25 cm között váltakozik.

Ördögorom. A nedves állapotban fekete, kiszáradva sötétvöröses-barna humózus szint (*A*) mélysége 25—30 cm között váltakozik, a mintavétel helyén 26 cm. Erősen törmelékes és élesen elkülönül az alatta levő morzsalékos dolomittól (C_1). Közvetlenül a humuszos réteg alatt az elmállott dolomit vörös színűre van festve. 100 cm mélységnél egy 10—15 cm vastag rétegben a dolomit kavicsos, ez alatt a réteg alatt a dolomit törmelékes ugyan, de kristályos szerkezetű (C_2). A talajt 20—25 éves cserfaerdő borítja, a fák gyökérzete a humózus *A* szintet dúsan behálózza.

Sopron. (A rákosi kőfejtő tetejéről.) A szürkeszínű humózus szint (*A*) 20 cm vastag, csak kissé törmelékes és homokszerűen egyenletesnek látszó mechanikai összetételű. Élesen elkülönül az alatta lévő 20—70 cm mélységben elmállott lajtamésztől. 70 cm mélységnél már a bányászott tömör kőzet kezdődik. A talajt gyér fűvegetáció fedi. Az ilyen talajok a környéken seholsem állanak mezőgazdasági művelés alatt, mezőgazdasági termelés szempontjából nagyon csekélyértékűek, szárazságra hajlók.

Bélapátfalva. A felső 30 cm-es humuszos réteg szürke színű, sok fehéres és rózsaszínű mészkőtörmelék található benne. Élesen elkülönül az alatta fekvő, málásban lévő mészkőtől, melynek felső része vastól kissé rózsaszínűre van festve. A talajt gyér legelőerdő borítja.

A leírásból látjuk, hogy a budaörsi és a budai farkasréti temető közelében található ördögoromi rendzinák dolomiton, a soproni és bélapátfalvi rendzinák pedig mészkövön képződött talajok. Ezt igazolják a *C* szintek chemiai elemzési adatai és a felső *A* szintben található kőzettörmelékek összetétele is. A budaörsi talaj esetében az *A* szintben előforduló 2 mm-nél durvább törmelékeket nagyság szerint osztályoztuk és egymástól elkülönítve is megvizsgáltuk. Az adatokat az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat. — *Tabelle 1.*

A budaörsi «rendzina»-talaj sósavas kivonatának összetétele.
Der Salzsäureauszug des Rendzina-Bodens von Budaörs.

	100 g 105 C°-on szárított talajra számítva *Auf 100 g Trockenboden berechnet*							Humusz- és karbonátmentes talajra számítva *Auf humus- und carbonatfreien Boden berechnet*	
	A-szint (0—22 cm)						*C*-szint 22 cm-től kőzet	*A*-szint 0—22 cm < 2 mm	*C*-szint 22 cm-től kőzet
	> 20 mm (5·7 %)	20—10 (8·4 %)	10—6 (3·7 %)	6—4 (9·2 %)	4—2 (4·6 %)	< 2 mm (68·4 %)			
Na_2O	—	—	—	—	—	0·33	—	0·73	—
K_2O	—	—	—	—	—	0·28	—	0·62	—
MgO	21·40	21·26	20·89	20·81	19·87	7·12	21·60	1·37	—
CaO	31·12	31·04	30·92	30·30	29·80	11·81	31·13	2·28	13·52*
MnO	—	—	—	—	—	0·23	—	0·51	—
Fe_2O_3	0·16	0·20	0·51	0·82	1·22	6·18	0·09	13·69	24·34
Al_2O_3						3·00		6·64	
SO_3	0·05	0·09	0·08	0·16	0·22	0·31	0·07	0·68	18·93*
P_2O_5	—	—	—	—	—	0·23	—	0·51	—
CO_2	46·04	46·10	45·60	45·10	44·10	15·56	47·03	—	—
SiO_2 oldható *(löslich)*	—	—	—	—	—	4·73	—	10·48	—
TiO_2	—	—	—	—	—	0·22	—	0·49	—
Oldhatatlan *(unlöslich)*	0·23	0·22	0·36	0·87	2·73	24·18	0·16	50·57	43·29
Izz. veszt. *(Glühverlust)*	0·10	0·30	0·51	0·89	0·86	25·56	—	8·17	—
Összesen	99·10	99·21	98·87	98·95	98·80	99·74	100·08	99·74	100·08

* Az összes SO_3 mint $CaSO_4$ számítva.

2. táblázat. — *Tabelle. 2.*

Néhány rendzina-talaj sósavas kivonata. — *Salzsäureauszug einiger Rendzina-Böden.*

	100 g 105 C°-on szárított talajra számítva *Auf 100 g Trockenboden berechnet*							Humusz- és karbonátmentes talajban *Im humus- und carbonatfreien Böden*		
	Ördögorom			Sopron		Bélapátfalva				
	A 0—26 cm < 2 mm (53 %)	*C*$_1$ 26—100 cm kőzet	*C*$_2$ 120 cm-től kőzet	*A* 0—20 cm < 2 mm (100 %)	*C* 20 cm-től kőzet	*A* 0—30 cm < 2 mm (49 %)	*C* 30 cm-től kőzet	Ördögorom *A*	Sopron *A*	Bélapátfalva *A*
Na_2O	0·21	—	—	0·37	—	0·16	—	0·26	1·76	0·59
K_2O	0·19	—	—	0·17	—	0·24	—	0·23	0·81	0·88
MgO	2·28	18·57	20·88	0·31	0·24	0·40	0·90	1·21	1·47	1·48
CaO	3·28	26·86	30·96	41·18	54·17	36·90	54·09	2·12	4·14	4·19
MnO	0·26	—	—	0·27	—	0·18	—	0·32	1·28	0·66
Fe_2O_3	5·24	0·10	0·07	1·91	0·16	2·43	0·26	6·47	9·09	8·92
Al_2O_3	2·16			0·84		1·16		2·66	3·99	4·26
SO_3	0·14	0·06	0·05	0·23	0·14	1·18	0·09	0·17	1·09	0·66
P_2O_5	0·18	—	—	0·09	—	0·19	—	0·22	0·43	0·70
CO_2	2·42	41·40	47·01	31·68	42·54	28·10	43·11	—	—	—
SiO_2 oldható *(löslich)*	6·28	—	—	2·79	—	3·46	—	7·75	13·29	12·71
TiO_2	0·16	—	—	0·11	—	0·20	—	0·20	0·52	0·73
Oldhatatlan *(unlöslich)*	59·68	12·65	0·95	12·09	1·63	16·71	0·76	73·66	57·55	61·37
Izz.veszt.*(Glühverlust)*	17·18	0·04	—	8·04	0·34	9·63	0·08	4·39	4·66	2·79
Összesen	99·66	99·68	99·92	100·08	99·12	99·94	99·29	99·66	100·08	99·94

Látjuk, hogy 2 mm-nél durvább kőtörmelék több mint 30 % van a talajban és ezek annál több sesquioxidot és oldhatatlan részt tartalmaznak, minél közelebb esnek nagyságrendben a 2 mm-es frakcióhoz. Ez arra enged következtetni, hogy a dolomit elmállása annál előrehaladottabb, minél finomabb a törmelék. Az is érdekes jelenség, hogy a talajban talált durvább törmelékben a *CaO—MgO* súlyaránya kereken 3 : 2-nek felel meg, tehát közelítőleg ugyanaz marad, mint az alapkőzetet képező dolomitban. Ezzel szemben a 2 mm-nél finomabb talajrészben a *CaO* relativ mennyisége a *MgO* rovására felszaporodik. Ebből az következik, hogy az elmállás közben a $MgCO_3$ nagyobb mértékben bomlik meg mint a $CaCO_3$ és nagyobbmérvű kilúgzást szenved. A budaörsi és ördögoromi rendzinák esetében a talaj vizes kivonata tényleg jóval több *MgO*-ot tartalmaz mint *CaO*-ot, miként ezt alább (9. táblázat) a vizes kivonatok tárgyalásánál is látni fogjuk. A talaj abszorbciós komplexuma éppen ellenkezőleg viszonylagosan is több *CaO*-ot tartalmaz mint *MgO*-ot. Mielőtt azonban ezeket az adatokat tárgyalnánk, lássuk a 2. táblázatban összefoglalva a többi megvizsgált rendzinának és anyakőzetének összetételét.

Az elemzési adatok is bizonyítják, hogy az ördögoromi talaj dolomiton, a soproni és bélapátfalvi pedig mészkövön képződött rendzina.

A 3. táblázatban viszont a teljes feltárás adatai azt bizonyítják, hogy a sósavban nem oldható ú. n. oldhatatlan maradék nagyrészt kvarcból áll.

Minthogy a rendzinák a feltevés szerint akként keletkeznek, hogy az anyakőzet bő mésztartalma az erdőség növényzete alatt az elhalt szervesanyagból képződött humuszt közömbösíti és konzerválja, tanulságos volt meghatározni e talajok összes szervesanyag és aktiv humusztartalmát.

A 4. táblázat adataiból mindjárt feltűnik e talajok magas humusztartalma. Különösen a dolomitos talajok humusztartalma igen jelentékeny. Az is jellemző, hogy az összes szervesanyag jelentékeny része mind aktiv humusz, tehát humifikált állapotban van jelen a talajban. Ez a jelenség tényleg arra vall, hogy a szervesanyag bomlásakor képződött savanyú humuszanyagokat a fölöslegben jelenlévő mész megköti, közömbösíti és konzerválja. Meg-

3. táblázat. — *Tabelle. 3.*

Teljes feltárás. — *Bauschanalyse.*

	105 C°-on szárított talajban % *In % der Trockenböden*										Humusz- és karbonátmentes talajban *In humus- und karbonatfreien Böden*			
	Budaörs		Ördögorom			Sopron		Bélapátfalva			Budaörs	Ördög-orom	Sopron	Bélapát-falva
	A	*C*	*A*	C_1	C_2	*A*	*C*	*A*	*C*		*A*	*A*	*A*	*A*
Na_2O	0·31	—	0·52	—	—	0·35	—	0·20	—	Na_2O	0·69	0·64	1·66	0·75
K_2O	0·41	—	0·40	—	—	0·31	—	0·23	—	K_2O	0·91	0·49	1·47	0·86
MgO	7·30	21·61	2·66	18·57	20·88	0·52	0·24	0·61	0·90	MgO	1·78	1·81	2·48	2·28
CaO	12·16	31·14	3·20	26·86	30·96	41·56	54·17	37·36	54·09	CaO	3·07	2·02	5·95	5·98
MnO	0·32	—	0·29	—	—	0·22	—	0·32	—	MnO	0·71	0·35	1·05	1·19
Fe_2O_3	6·81	0·09	6·61	0·10	0·07	2·36	0·16	2·56	0·26	Fe_2O_3	15·17	8·15	11·24	9·56
Al_2O_3	3·67		3·82			1·76		1·75		Al_2O_3	8·17	4·71	8·39	6·54
SO_3	0·31	0·07	0·14	0·06	0·05	0·23	0·14	0·18	0·09	SO_3	0·69	0·17	1·09	0·67
P_2O_5	0·23	—	0·18	—	—	0·09	—	0·19	—	P_2O_5	0·51	0·22	0·43	0·71
CO_2	15·56	47·01	2·42	41·40	47·01	31·68	42·54	28·10	43·11					
SiO_2	26·42	0·14	62·03	11·89	0·76	12·75	1·40	18·31	0·50	SiO_2	58·85	76·44	60·69	68·41
TiO_2	0·24	—	0·25	—	—	0·20	—	0·20	—	TiO_2	0·53	0·31	0·95	0·75
Izz. veszt. (*Glühverlust*)	25·56	—	17·18	0·04	—	8·04	0·34	9·30	0·08	*Chem. köt. víz*	8·22	4·39	4·67	1·61
	99·30	100·06	99·70	98·92	99·73	100·07	98·99	99·31	99·03		99·30	99·70	100·07	99·31
Humusz	21·87		13·62			7·06		8·87						
$CaCO_3$	19·25		2·79			71·98		63·86						
$MgCO_3$	13·59		2·49			—		—						
	54.71		18·90			79·04		72·73						

4. táblázat. — *Tabelle 4.*

A szervesanyag. — *Die organische Substanz.*

	Összes szervesanyag *Gesamt-Humus*				Aktív humusz *Aktiver Humus*		$\frac{C\ \text{akt}}{C\ \text{összes}} \times 100$
	C %	N %	C/N	$C \times 1{\cdot}72$	C %	$C \times 1{\cdot}72$	
Budaörs	12·71	0·716	17·75	21·87	6·64	11·42	52·24
Ördögorom	7·92	0·560	14·14	13·62	5·21	8·96	65·78
Sopron	4·10	0·321	12·77	7·06	3·59	6·18	87·56
Bélapátfalva	5·16	0·394	13·10	8·87	4·08	7·02	79·07

erősíti ezt a feltevést az is, hogy az 5. táblázat tanulsága szerint az abszorbciós komplexum (T_p) mindenik rendzinában feltűnően nagy és arányosan növekszik a talaj aktiv-humusztartalmával.

5. táblázat. — *Tabelle. 5.*

Az abszorbcióskomplexum telítettségi állapota.

Der Sättigungsgrad des Absorptionskomplexes.

	S *nach* Hissink szerint	Up	T_p	Kicserélhető bázisok a T_p-érték %-ában *Austauschfähige Basen in % auf T_p berechnet*					$V_p = \frac{S \times 100}{T_p}$
				Ca	*Mg*	*K*	*Na*	*H*	
Budaörs $A < 2$ mm	50·06	4·80	54·86	69·27	16·37	1·93	3·68	8·75	91·25
Ördögorom $A < 2$ mm	38·72	3·12	41·84	68·79	19·02	2·98	1·56	7·65	92·35
Sopron $A < 2$ mm	32·98	1·84	34·82	92·21	2·38	1·15	2·10	2·16	97·84
Bélapátfalva $A < 2$ mm	36·29	1·71	38·00	89·70	3·44	2·36	0·90	3·60	96·40

A táblázat adatai azt is bizonyítják, hogy a rendzinák éppúgy, mint a fekete mezőségi talajok a *Ca*-talajnembe tartoznak. Kétségtelen, hogy a dolomitos rendzinák esetében az Up értékből követ-

keztetve, az abszorbciós komplexum kissé telítetlen. Ez azonban valószínűleg a *Mg*-kation mellékhatásának tulajdonítható. *Pávai-Vajna István* ugyanis már 1929-ben azt tapasztalta, hogy ha a talajokat $MgCl_2$-dal kezelve *Mg*-talajokká alakítjuk át, a *Mg* a mellett, hogy a komplexum fémkationjait kicseréli, a talaj telítetlenségét is nagy mértékben növeli.[1] Hasonló tapasztalatokról számolt be AARNIO is midőn rámutatott arra, hogy az abszorbeált kationok lényegesen megváltoztatják az agyag eredeti reakcióját.[2] Ezzel a jelenséggel talán magyarázható volna MIKLASEVSZKY-nek az a megfigyelése is, hogy némely rendzina a mésztrágyázást meghálálta annak ellenére, hogy 25 % $CaCO_3$-ot tartalmazott, holott más rendzina-talaj 4 % $CaCO_3$ tartalommal sem reagált a meszezésre.[3] Ezt ugyan a mész durvább vagy finomabb eloszlása is okozhatja, kétségtelen azonban, hogy a fenti dolomitos talajok esetében a meszezésnek javító hatása lehet.

Az 5. táblázatból az is kitűnik, hogy bár az abszorciós komplexumban szereplő kationok között a dolomitos talajok esetében több a *Mg*, mint a tisztán mészkövön képződött rendzinák esetében, mégis valamennyi talajban a kicserélhető *Ca* az uralkodó, akárcsak a fekete mezőségi talajokban.

A fenti rendzinák és a magyar fekete mezőségi talajok abszorbciós komplexuma között azonban egy lényeges különbség van. Ha az aktiv humusz egyenértéksúlyából kiszámítjuk, hogy az aktiv humusz súlyegysége hány mg egyenértékbázist képes megkötni (az aktiv humusz egyenértéksúlya 308·7, tehát 100 g aktiv humusz 324·2 mg egyenértékbázist köt meg,)[4] úgy azt is módunkban van kiszámítani, hogy a humusz-zeolit-komplexum teljes abszorbciós kapacitásának megfelelő T_p-értékből mennyi jut a humuszra. Az így számított értékeket a 6. táblázatban foglaltuk össze.

---

[1] PÁVAI-VAJNA, I.: Összefüggések a talaj diszperzió foka és a kicserélhető kationok minősége között. Mezőg. Kut. II. köt. 303. l. 1929.

[2] AARNIO, B.: Influence adsorbed ions on soil reaction. Bull. of the Agrogeol. Inst. of Finnland Nr. 22. 1927.

[3] Lásd 'SIGMOND ELEK: Általános Talajtan 563. l.

[4] KOTZMANN, L.: A humusz szerepe az abszorbciós komplexumban. Mezőg. Kut. II. köt. 537. l. 1929.

6. táblázat. — *Tabelle 6.*

Humuszegyenértékek az abszorpciós komplexumban.
Humusequivalente im Absorptionskomplex.

	Aktiv humusz *Aktiver Humus* %	Humusz-egyenértéke mg e. é. *Humus-equivalente in Milligramm-equiv.*	T_p mg e. é. *Mg equiv.*	Humusz-egyenérték T_p %-ában *Humus-equiv. in T_p %-en*
Rendzinák:				
Budaörs — —	11·42	37·69	54·86	68·5
Ördögorom *A*	8·96	29·63	41·84	70·8
Sopron — — < 2 mm	6·18	20·39	34·82	58·5
Bélapátfalva	7·02	23·17	38·00	60·9
Fekete mezőségi talajok:				
Mezőhegyes 0— 30 cm	2·13	7·03	21·95	32·0
30— 60 «	1·38	4·55	16·20	34·3
60— 90 «	0·88	2·90	15·68	18·5
90—120 «	0·67	2·21	16·67	13·2
120—150 «	0·52	1·72	9·01	19·0
Gyula 0— 30 cm	1·86	6·14	18·00	34·1
30— 60 «	1·13	3·72	16·76	22·2
60— 90 «	0·77	2·54	14·44	17·6
90—120 «	0·55	1·81	13·46	13·4
120—150 «	0·41	1·35	9·50	14·2
Békéscsaba 0— 30 cm	1·41	4·65	14·34	32·4
30— 60 «	1·10	3·63	12·64	28·7
60— 90 «	0·76	2·51	11·30	22·2
90—120 «	0·48	1·58	9·76	16·2
120—150 «	0·38	1·25	8·21	15·2

Az adatokból azt látjuk, hogy a rendzinák abszorbciós komplexumát főtömegében a humusz alkotja, míg a fekete mezőségi talajokban, — legalábbis a mi alföldi fekete földjeinkben, — a humuszra eső mg egyenérték sokkal kisebb és lefelé egyre csökken. Ez is a mellett bizonyít, hogy a rendzinákban a szervesanyag felhalmozódik, mert az anyakőzet mésztartalma a képződött humuszsavakat közömbösíti és megköti. Ezért van az, hogy erdőségek alatt mészdús anyakőzeten rendzinák képződnek, míg egyébként ugyanolyan körülmények között mészszegény vagy mészmentes szilikátos anyakőzeten savanyú, kilúgzott erdőtalajok alakulnak ki.

Úgy látszik, hogy ez nemcsak Lengyelországban, vagy általában a hidegebb boreális éghajlatban, hanem nálunk, sőt a subtrópusokban is így van. Néhány évvel ezelőtt alkalmunk volt a legfontosabb spanyolországi talajtípusok szelvényét megvizsgálni. Ezek között akadtak rendzinák is. Az egyik ilyen rendzina-szelvény abszorbciós komplexumának összetételét a 7. táblázat ismerteti. A sósavas kivonat összetételét DEL VILLAR már közölte spanyol nyelven írt munkájában [1] (152. l.).

7. táblázat. — *Tabelle 7.*

Az abszorbciókomplexum telítettségi állapota.
Der Sättigungsgrad des Absorptionskomplexes.

	S nach HISSINK szerint	Up	T_p	Kicserélhető bázisok a T_p érték %-ában *Austauschfähige Basen in % auf T_p berechnet.*					$V_p = \frac{S \times 100}{T}$
				Ca	*Mg*	*K*	*Na*	*H*	
Ct—1 I	35·29	2·13	37·42	88·91	3·02	1·09	1·28	5·70	94·30
II	17·78	0·53	18·31	87·76	6·77	1·64	0·93	2·90	97·10
III	17·66	0·56	18·22	87·70	5·43	1·97	1·81	3·09	96·91

A szelvény közelebbi leírásából (u. o. 119. l.) és abból a tényből, hogy bár Pinus halepensis nevű fenyőerdő alatt fejlődött ki, mégsem savanyú erdőtalaj (a *pH* érték 7·3—7·1 között változik),

[1] DEL VILLAR, E. H.: Les sols méditerranéens étudies en Espagne. Madrid, 1930.

igazat kel adnunk DEL VILLAR azon megállapításának, hogy itt típusos rendzinával van dolgunk. A 7. táblázat adatai szerint ennek a talajnak abszorbciós komplexumában éppúgy a *Ca* játssza a vezetőszerepet, mint a magyarországi származású rendzina talajokban.

A mi rendzina talajaink azonban jóval magasabb *pH*-értéket mutatnak a 8. táblázat tanúsága szerint.

8. táblázat. — *Tabelle 8.*
Reakcióállapot
Reaktionszustand.

		pH		Hidrolites aciditás *Hydr. Azidität*
		H_2O	*n. K Cl*	
Budaörs	*A*	8·0	7·4	2·8
	C	8·3	7·9	—
Ördögorom	*A*	7·8	7·2	2·6
	C_1	8·2	7·6	—
	C_2	8·2	7·8	—
Sopron	*A*	8·0	7·6	1·9
	C	8·3	7·7	—
Bélapátfalva	*A*	8·1	7·7	1·8
	C	8·4	7·9	—

Nem kutatva a *pH*-értékekben mutatkozó különbségek okait, melyek sok egyéb körülménytől eltekintve abból is eredhetnek, hogy DEL VILLAR a spanyol talajok *pH*-értékét kolorimetrikusan határozta meg, ellentétben a mi általunk alkalmazott chinhidronos elektrometrikus módszerrel, megállapíthatjuk azt, hogy a magyarországi rendzinák *pH*-értékei csaknem megközelítik az alföldi fekete mezőségi talajaink felső szintjének *pH*-értékeit. A lényeges különbség itt az, hogy a fekete mezőségi talajainkban lefelé haladva, a *pH*-érték növekedik, míg a rendzinák esetében a 8·4 *pH*-t nem haladja meg. Alföldi mezőségi talajaink alsó szintjei a gyenge szikesedés jeleit mutatják, aminek viszont a rendzina talajok esetében nyomát sem találjuk.

9. táblázat. — *Tabelle 9.*

A vízoldható kationok. — *Die wasserlöslichen Kationen.*

	Vízoldható kationok mg.-e. é.-ben *Wasserlösliche Kationen in mg.-equiv.*				Összes vízoldható kation mg.-e. é. *Gesamt wasserlösliche Kationen, mg.-equiv.*	Vízoldható kationok az összes oldható kation %-ában kifejezve *Wasserlösliche Kationen in % der Gesamt-Kationen*			
	CaO	*MgO*	K_2O	Na_2O		*Ca*	*Mg*	*K*	*Na*
Budaörs *A*	0·54	1·68	0·18	0·46	2·86	18·89	58·74	6·29	16·08
Ördögorom *A*	0·67	1·26	0·22	0·32	2·47	27·13	51·01	8·91	12·95
Sopron *A*	0·74	0·27	0·12	0·26	1·39	53·24	19·42	8·64	18·70
Bélapátfalva *A*	0·99	0·36	0·09	0·39	1·83	54·10	19·67	4·92	21·31
Ct—1 I	1·13	0·47	0·17	0·35	2·12	53·3	22·2	8·0	16·5
II	0·89	0·28	0·05	0·48	1·70	52·4	16·5	2·9	28·2
III	0·82	0·21	0·08	0·33	1·44	56·9	14·6	5·6	22·9

10. táblázat. — *Tabelle. 10.*

A vízoldható anionok. — *Die wasserlöslichen Anionen.*

	Vízoldható anionok mg.-é. é.-ben *Wasserlösliche Anionen in mg.-equiv.*				Összes vízoldható anion mg.-e. é. *Gesamt wasserlösliche Anionen, mg.-equiv.*	Összes vízoldható kation mg.-e. é. *Gesamt wasserlösliche Kationen, mg.-equiv.*	Vízoldható anionok az összes oldható kation %-ában kifejezve *Wasserlösliche Anionen in % der Gesamt-Kationen*			
	CO_3^{--}	HCO_3	Cl^-	SO_4^{--}			HCO_3^-	Cl^-	SO_3^{--}	Meg nem határozott anion *Nicht bestimmte Anion*
Budaörs *A*	—	0·82	0·12	1·26	2·20	2·86	28·67	4·19	44·05	23·09
Ördögorom *A*	—	0·96	0·10	1·09	2·15	2·47	38·87	4·05	44·13	12·95
Sopron *A*	—	0·70	0·09	0·40	1·19	1·39	50·36	6·47	28·78	14·39
Bélapátfalva *A*	—	1·12	0·08	0·57	1·77	1·83	61·20	4·37	31·15	3·28
Cl—1 I	—	1·51	0·27	—	1·78	2·12	71·22	12·74	—	16·04
II	—	0·98	0·14	0·04	1·16	1·70	57·64	8·23	2·35	31·78
III	—	0·93	0·16	0·02	1·11	1·44	64·58	11·11	1·39	22·92

Ezt bizonyítják a rendzina talajok vizes kivonatának a 9. és 10. táblázatokban összefoglalt adatai is.

A *Na*-sók a rendzina talajokban oly csekély mennyiségben vannak jelen, hogy még a vizes oldatban is csak alárendelt szerepet játszanak. Természetesen a magyarországi rendzinák esetében csak a felső szint vizes kivonatát határoztuk meg, mert az alatta lévő *C*-szint már az eredeti anyaközet. A *Ct*-l jelzésű spanyolországi rendzinában azonban már átmeneti szinteket is megvizsgálhattunk és a *Na*-kation érdemleges emelkedését a *Ca* rovására ezekben sem tapasztaltuk.

Mindenesetre érdekes jelenség, hogy a 10. táblázat tanúsága szerint a dolomitos rendzinák vizes oldatában a szulfátionok játszszák a vezetőszerepet és csak azután következnek a hidrokarbonátok, majd a kloridok. A spanyol rendzina-szelvényben viszont a vizes oldatban a hidrokarbonátok uralkodnak, messze elmaradnak a kloridok és a szulfátok csak igen alárendelt szerepet játszanak vagy teljesen hiányoznak. Igen valószínű, hogy a budaörsi és ördögoromi dolomitos rendzinákban is a szulfát gipsz alakjában fordul elő. Ámde a vizes oldat szulfátion-egyenértéke jóval több mint az oldott *Ca*-ionoké. Ez vagy úgy magyarázható, hogy a gipsz mellett a talajban kisebb mennyiségű *Mg*- vagy *Na*-szulfát is van, vagypedig úgy, hogy a feloldott gipsz szulfátionja révén több *Mg*-ot ill. *Na*-ot old fel a talajból. Ez a *Ca*-, *Mg*- és *Na*-sók oldhatósági viszonyaiból és az oldatok általános törvényeiből érthető és egyszersmind megmagyarázza azt a jelenséget, amelyre már az előzőkben felhívtuk a figyelmet, hogy t. i. a budaörsi talaj esetében, az eredeti dolomitban uralkodó arányhoz viszonyítva, a talajban aránylag kevesebb *Mg*-ot találunk mint *Ca*-ot. Az ördögoromi rendzina esetében ez az arány lényegesen nem változott, ez azonban sokkal jobban kilúgzott talaj, felső szintjében már alig tartalmaz karbonátokat és inkább csak nagyobb rögök alakjában van benne dolomit jelen. Itt már az átmeneti C_1-szint összetétele is jelentékeny kilúgzásra enged következtetni, mert az oldhatatlan rész már jelentékenyen felszaporodott. Ilyen közbeeső átmeneti szintet Budaörsön nem találtunk. Még inkább kitűnik ez magának a talajnak (*A*-szint) sósavas kivonatából. A sósavban oldhatatlan maradék az ördögoromi talajban kereken 60%, a budaörsiben csak 24 %, a CO_2-tartalom az ördögoromi

talajban csak 2·42%, a budaörsiben 15·56 %, pedig mindkét talaj alatt az eredeti kőzetben azonos szénsavtartalom mutatkozott (47·01, ill. 47·03 %). Érdekes még az is, hogyha mindkét talajra vonatkozólag a CO_2-tartalomnak megfelelő *CaO* és *MgO* mennyiséget az eredeti kőzet arányában a sósavas kivonat adataiból levonásba hozzuk, és az adatokat humusz- és karbonátmentes talajra számítjuk át (1. és 2. táblázat), úgy mindkét talajban a *CaO* : *MgO* arány megegyezik egymással, és nem az eredeti kőzetben uralkodó aránynak felel meg, hanem annak, amit az abszorbciós komplexumban észlelünk. Úgy tűnik fel, hogy a talajban a kilúgzás folyamán a *Ca* : *Mg* súlyarány a 2 : 1 felé törekszik, holott az eredeti dolomitban az arány 3 : 2 volt. Ez a néhány adat ugyan még nem jogosít fel általánosabb érvényű következtetésekre, de mindenesetre figyelmet érdemel és további behatóbb kutatások alapjául szolgálhat.

Tájékozásul a 11. táblázatban közöljük még a megvizsgált rendzina talajok mechanikai összetételét is.

11. táblázat. - *Tabelle 11.*

A mechanikai összetétel. — *Die mechanische Zusammensetzung.*

	Kő > 20 mm	Kavics 20–2 mm	Durva homok *Grobsand* 2–0·2 mm	Finom homok *Feinsand* 0·2–0·02 mm	Iszap *Schluff* 0·02–0·002 mm	Nyersagyag *Rohton* < 0·002 mm
Budaörs *A*	5·7	25·9	22·5	21·6	18·5	5·8
Ördögorom *A*	14·3	20·1	28·7	18·4	9·3	9·2
Sopron *A*	—	—	61·4	18·4	13·3	6·9
Bélapátfalva *A*	9·7	11·2	40·3	25·6	8·9	4·3

Ezek az adatok egyrészt megerősítik azt, hogy a rendzinákban rendesen sok a durva kőzettörmelék, másrészt megmagyarázzák e talajoknak mezőgazdasági termelés szempontjából kedvezőtlen fizikai tulajdonságait. Ezek a talajok mind igen gyorsan kiszáradnak, mert a talajréteg durva mechanikai összetétele miatt a vizet gyorsan áteresztik és az alattuk lévő dolomit, ill. mészkő repedései a vizet elvezetve, a mezőgazdasági termeléstől elvonják.

Ezért ezeken a rendzinákon, ha az erdőt kiirtjuk, rendesen csak sovány legelő tengődik és az újra erdősítés is nagyon nehezen megy.

Növényi tápanyag szempontjából ezek a talajok rendesen foszforsavban és különösen nitrogénben gazdagok, káliumban azonban inkább szegények. Ez a rendzina talajképződési viszonyaiból adódik. A humusz nagymérvű felhalmozódása a nitrogént is felhalmozza, ami azután a neutrális, meszes közegben felvehető nitrogént is bőven szolgáltathat. Már a foszforsavra nézve a viszonyok nem ilyen kedvezőek, mert igaz ugyan, hogy a meszes közeg megvédi a foszforsavat a kilugzástól, azonban ez a körülmény a növények gyökérnedvének savanyúságát is csökkenti és így a foszforsavfelvételt is. A káliumtartalom e talajokban rendesen amúgyis kevés és nehezen is oldható. Ezt bizonyítja nemcsak a vizes kivonat, hanem az abszorbciós komplexum alacsony káliumtartalma is. Ha tehát e tekintetben a rendzinatalajokat szembeállítjuk a fekete mezőségi talajokkal, akkor óriási ellentétet találunk, mert, míg a fekete mezőségi talajok általában tápanyaggazdagok, mély termőréteggel és jó vízgazdálkodással tűnnek ki, addig a rendzinák felvehető tápanyagban szegényebbek, gyorsan kiszáradnak és rendesen csak csekély termőréteget nyujtanak.

A rendzina-talajok elterjedése sokkal nagyobb, mint azt sokan feltételezik. Igaz, hogy nem foglalnak el terjedelmes öveket, mint pl. a mezőségi, vagy akár a rendes erdő-talajok, hanem általában azonálisan vagy intrazonálisan fordulnak elő és a földgömb igen különböző égöveiben egyaránt megtalálhatók. JENNY sok rendzina előfordulást ír le az Alpesekben és más hegyvidékeken,[1] MIKLASEVSZKY Lengyelországban,[2] GLINKA Északoroszországban,[3] DEL VILLAR Spanyolországban.[4] VAN BAREN Jávában írt le néhány meszes kőzetből képződött talajt, melyeknek összetételét Hollandia mész-

[1] JENNY, H.: Hochgebirgsböden. Blanck's Handbuch d. Bodenlehre. III. köt. 103. l. 1930.

[2] MIKLASEVSZKY, S.: Compt. rend. de la III. Conf. Intern. Agropédologique à Prague. 1922. 312. l. Lásd: 'SIGMOND E.: Általános Talajtan 564. l.

[3] GLINKA, K.: Typen d. Bodenbildung 1914. 213. l.

[4] DEL VILLAR, E. H.: U. o. 210. l.

talajaival hasonlította össze.[1] Az adatok arra vallanak, hogy ezek is rendzinák, ha nem is nevezik azoknak. Mindezekből kitűnik, hogy a rendzinák a világ különböző égöveiben, tehát nem zonálisan, de gyakran előfordulnak mindenütt, ahol alkalmas a helyzet, hogy mészkő, dolomit, esetleg gipszes kőzeten növényzet, főleg erdőség fejlődjön ki. Del Villar azt is állítja, hogy a mediterran «terra rossa» a leromlott rendzinatalajok utólagos (posthumus) képződménye.[2] Tapasztalatai szerint ugyanis Spanyolországban, ahol a meszes kőzeteken élő erdőségeket kipusztították és a felső televényes réteg a mezőgazdasági művelés és az erózió következtében leromlott, ott ezek helyén kialakul a tipikus vörös föld, a «terra rossa». Ha nem is lehet ezt még általánosítani, megfigyelése figyelmet érdemel már csak azért is, mert vannak szakemberek, akik a rendzinákat csak átmeneti képződményeknek minősítik, melyek előbb-utóbb podzolos talajokká alakulnak át, mihelyt az összes mész kilúgozódik.[3] A spanyol rendzinák esetében az átalakulás viszont vörös földet eredményez.

Ezek után a magyar rendzinatalajok dinamikai jellemzését a következőkben foglalhatjuk össze:

1. A rendzinák nálunk részint mészkő-, részint dolomit-képződmények felületén, rendesen minden átmenet nélkül magán a sziklán alakulnak ki és csak egy fekete felső szintet (A) alkotnak, amely élesen elválik az eredeti kőzettől (C) vagy annak törmelékes, kissé elmállott felső szintjétől (C_1).

2. Az összes szerves anyagtartalom 7—22 %, az aktiv humusz 6—16 % között változik. A humuszzeolit-komplexumban az aktív humusz játssza a jelentős szerepet, abszorbciós kapacitása 60—70 %-át teszi ki a 35—55 mg. e. é. között változó T_p-értéknek, messze túlhaladva a zeolitszerű rész szerepét. A humusz stabil.

3. Az eredeti kőzet szennyeződéséből a felső szintben az oldható SiO_2 és Al_2O_3 erősen felszaporodik. A Fe_2O_3 felhalmozódása

[1] Van Baren, J.: Vergleichendes Studium von einem Kalkstein-Bodenprofil aus Holland und einem Kalkstein-Bodenprofil aus Java. Mitteilungen d. Geol. Inst. d. Landbouwhoogeschool in Wagentingen (Holland). No. 16. 1930.

[2] Del Villar, E. H.: U. o. 210. l.

[3] Glinka, K.: U. o. 35. és 217. l.

még nagyobbnak látszik. A sesquioxidok és az oldható kovasav szintén stabilok, noha a vas a kőzettörmelékek felszínét gyakran vörösre festi.

4. Az abszorbciós komplexumban a *Ca* az uralkodó kation, még a dolomiton képződött talajok esetében is. Ezért e talajok mind a *Ca*-talajnembe tartoznak és annak rendzina-főtípusát alkotják. A magyarországi előfordulások között csak az a különbség van, hogy az anyakőzet részben mészkő, részben dolomit.

5. A vizes oldatban a különbség szembetűnően jelentkezik, mert a mészkövön képződött rendzinatalajok vizes oldatában a *Ca*, a dolomitos rendzinákban a *Mg* uralkodik. Érdekes, hogy az utóbbiakban a szulfátion felülmúlja a hidrokarbonátion mennyiségét.

6. A rendzinatalajok mechanikai összetétele a mezőgazdasági termelésre kedvezőtlen, sok bennük a durva kőzettörmelék. Az eredeti kőzet is könnyen elnyeli a vizet s így e talajok hamar kiszáradnak.

7. Tápanyagállapotuk sem kedvező. A nitrogén abszolut mennyisége ugyan sok és a nitrifikációnak is kedvezőek a talajviszonyok, hacsak a baktériumműködést nem gátolja meg a talaj gyors kiszáradása. A foszforsav mennyisége közepes, de a bő mésztartalom miatt nehezen felvehető. A kálium kevés. E talajokat kár mezőgazdasági művelés alá fogni, alkalmasabbak az erdőgazdaságra, vagy meszes talajokat kívánó gyümölcsfélék, pl. őszibarack termelésre.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. évi dec. 10-én tartott üléséből.)

DIE DYNAMISCHE CHARAKTERISIERUNG DER UNGARISCHEN RENDZINABÖDEN.

Von A. A. J. von 'SIGMOND und LADISLAUS KOTZMANN.

1. Bie Rendzinaböden kommen in Ungarn teils auf Kalkgesteine, teils auf Dolomit vor. Der Humushorizont (A) liegt unmittelbar am Muttergestein ohne Übergang, ist nicht tief (etwa 20—25 cm). Die Grenze zwischen A- und C-Horizont ist scharf, manchmal C zerfällt jedoch in einen oberen, schon etwas verwitterten, C_1-Horizont und das frische Muttergestein C_2. Die chemische Zusammensetzung des Salzsäureauszuges finden wir in den Tabellen 1. und 2., die Bauschanalysen in Tabelle 3.

2. Auffallend hoch ist der Humusgehalt (7—22 %), wie auch die Menge des aktiven Humus (6—12 %), deren Werte in Tabelle 4. zu treffen sind. Damit stehen eng zusammengeknüpft die hohen T_p-Werte in Tabelle 5., wo der Sättigungszustand des Absorptionskomplexes dargestellt wird. Dieser ist praktisch gesättigt und unter den austauschbaren Basen herrscht das Ca vor. Wenn wir das Äquivalentgewicht des aktiven Humus rund für 300 annehmen, und die Milligrammequivalentwerte ausrechnen, welche dem aktiven Humusgehalt zufallen, finden wir laut Tabelle 6., dass die Wertigkeit des Absorptionskomplexes bis auf 60—70 % dem Humusgehalt zugeschrieben werden darf und nur der kleinere Teil dem anorganisch (zeolithische) Anteil zukommt. Deshalb ändert auch der T_p-Wert mit dem Humusgehalt (T_p=35—55). Der Humus des Bodens ist gesättigt und stabil.

3. Der geringe Silikatgehalt des Muttergesteines häuft sich an durch die Verwitterung im Boden, und kommt in den beträchtlichen Werten der lösl. SiO_2 und Al_2O_3 zum Ausdruck (Tabelle

1. u. 2.). Es scheint, dass im *A*-Horizont die Anhäufung von Fe_2O_3 noch stärker zum Vorscheine kommt. Auch diese Bestandteile sind stabil, d. i. sie wandern nicht, obzwar die Oberfläche der Gesteinstücke im Boden oft rötlich von Fe_2O_3 gefärbt scheint.

4. Nach den angeführten Angaben müssen die Rendzinen zu den *Ca*-Böden zugeteilt werden, u. zw. zum Haupttypus Rendzina-Boden. In Ungarn können diese in zwei Untertypen eingeteilt werden, je nachdem ihr Muttergestein Kalkstein oder Dolomit bildet. Es ist wohl charakteristisch, dass selbst im letzteren Falle im Absorptionskomplex die Menge der austauschbaren *Ca*-Kationen stark über die Menge des *Mg*-s vorwaltet.

5. Im Wasserextrakt tritt schon dieser Unterschied stark hervor (Tabelle 9. u. 10.), denn in den Kalk-Rendzinen löst sich im Wasser überwiegend *Ca*, dagegen in den Dolomit-Rendzinen *Mg*. Es ist zu bemerken, dass in letzteren, unter den Anionen nicht das HCO_3, sondern die Sulfationen (SO_4) vorherrschen.

6. Die mechanische Zusammensetzung (Tabelle 11.) dieser Böden bringt am meisten zum Vorschein, dass diese Böden sehr viel grobe Gesteinstücke enthalten. Sind auch deshalb zur landwirtschaftlichen Benützung ungünstig, denn der Boden trocknet sehr rasch. Waldbau oder Obstbau (z. B. Pfirsiche) mehr geeignet.

7. Auch der Nährstoffzustand scheint ungünstig zu sein. Der *N*-Gehalt ist zwar gross, jedoch die leichte Austrocknung der Nitrifikation ungünstig. Gesamtphosphorsäure mittelmässig, die Löslichkeit der Phosphate wird durch den hohen $CaCO_3$ = Gehalt stark beeinträchtigt. Kaliumgehalt gering und schwer löslich. Die Bodenreaktion ist als neutral zu beurteilen (Tabelle 8.).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 10. Dezember 1934.)

A GLUCOKÁVÉSAV ÉS A HOMOSYRINGASAV SZINTÉZISEI.[1]

MAUTHNER NÁNDOR l. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

A szerves vegytan egyik nagy és fontos feladata, hogy a növényi és állati szervezetekben előforduló vegyületek szerkezetét felderítse és azokat szintézis útján előállítsa. A szerves vegytannak százéves fényes pályafutása alatt nagyszámú esetben sikerült is ezt a feladatot teljesen megoldania, de még nagyon sok munka van hátra, tekintve, hogy némely bonyolult összetételű természetes anyag szerkezetének felderítése és szintézise sokszor évtizedeknek munkája. Hosszú idő óta foglalkozom a növényi anyagok egy nagy csoportjának a szintézisével, amelyek a phenoloktól és az aromás oxycarbonsavaktól származtathatók le. Ezek a következő származékaik alakjában fordulnak elő a természetben: glucosidek, depsidek, zuzmósavak, cumarinek, oxyaldehydek, oxyketonok és végül a növényi festőanyagok két csoportja, a sárgaszínű növényi festőanyagok, a flavonok, amelyek a növények kérgében és bogyókban fordulnak elő és az anthocyanidinek, amelyek a virágok festőanyagjait képezik. A flavonok redukció útján az anthocyanidinekké alakulnak át. Az anthocyanidinek a phenylbenzopyrilium különböző oxyszármazékai és glucosidek alakjában fordulnak elő a virágokban. Az első anthocyanidinszintézist Willstätter és Zechmeister eszközölték 1914-ben. Ezen kutatók egy trimethoxycumarint kondenzáltak anisyl-

[1] A budapesti Pázmány Péter Tud. Egyetem II. sz. kémiai intézetében készült dolgozat.

magnesiumbromiddal. A képződő termékből jódhidrogénsavval a methylgyököket eltávolították és így a pelargonidin, a muskátli festőanyagjának szintézisét letesítették. Azóta igen nagyszámú virágfestőanyag szintézise sikerült a ROBINSON-féle módszer szerint, de nemcsak az aglykonoké, hanem a teljes glucosideké is, amilyen alakban ezekben a virágokban előfordulnak. A mai előterjesztésemnek a tárgyát szintén e csoportba tartozó két vegyület szintézise képezi, amelyek közül az első a kávésavnak a glucosidja. A kávésav származékai alakjában igen elterjedt a növényvilágban. Így GORTER már régebben elkülönítette a kávébabból a chlorogensavat, mely FREUDENBERG vizsgálatai szerint hidroliziskor egy molekula kávésavra és egy molekula chinasavra bomlik. Így szerkezetére nézve a kávésavnak és a chinasavnak didepsidje. A Curcuma tinctoria festőanyaga, a curcumin, mint KOSTANECKI és LAMPE vizsgálatai kimutatták, szerkezetére nézve diferuylmethan. Lampe egynehány évvel ezelőtt eszközölt szintézise dicarbomethoxyferuylchloridból és malonsavesterből ezen szerkezeti képlet helyességét beigazolta. Az utolsó években a kávésavtól leszármazó flavonok, mint például a Butea frondose virágaiból elkülönített sárga festőanyag, a butin legegyszerűbb szintézisét sikerült fellelni a carbomethoxykávésavchloridból, és a megfelelő phloroglucinszármazékból. Hasonlóképpen létesíthető a hesperitin szintézise is ferulasavból. Mióta HOFFMANN A. W. a kávésavat legelőször a Conium maculatumból elkülönítette, számos más növényből is elkülönítették, mint a Digitalis purpureából és a coniferák gyantájából. Tekintve, hogy a kávésav mellett igen gyakran egyidejűleg glucose-t is elkülönitettek a növényekből, több kutató azon véleményének adott kifejezést, hogy a kávésav a növényekben glucosidja alakjában fordul elő. Ez okból megkíséreltem a kávésav glucosidjának szintézisét. A kávésav glucosidjának szintézisét azon eljárással eszközöltem, amelyet én legelőször[1] a Robinia pseudacacia glucosidjának, a glucosyringasavnak, a szintézisénél alkalmaztam. Ezen eljárás a MICHEL-féle glucosidszintézis egy módosításában áll. MICHEL már sikertelenül

[1] Mat. és Természettud. Értesítő 29. köt., 970; Journal für prakt. Chemie [2] 82, 271 (1910).

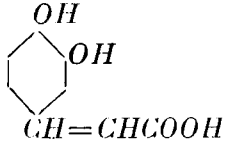
kísérelte meg, hogy a salicilsavat acetochlorglucose-val reakcióba hozza. Én az estereket alkalmaztam a reakciónál, minek folytán az *a* acetobromglucose-t símán lehetett kondenzálni az oxycarbonsavesterekkel. A reakció második szakában pedig, midőn alkálival a cukorról az acylgyököket lehasítjuk, egyúttal a carboxylgyökön levő methylgyök is lehasad és a szabad glukosidsav képződik. Ezen eljárás szerint úgy én, mint más kutatók is nagyszámú [1] glucosidsavat állítottunk elő szintézis útján. Így a Tud. Akadémia által 1918-ban a Lukács Krisztina díjjal jutalmazott értekezésemben [2] több a természetben előforduló glucosidsav szintézisét létesítettem. A szintézis céljára kiindulási anyag gyanánt szükségem volt a kávésavmethylesterre, mely eddig az irodalomban ismeretlen volt. A kávésav esterifikációs kísérletére vonatkozólag a következő meglepő adatot találjuk.[3] Ha a kávésavat az egyik normális esterifikáló módszer szerint methylalkohollal és kevés tömény kénsavval hevítjük, akkor egy új, a kiindulási anyagtól elütő vegyület képződik, amely vegyület azonban nem a keresett ester, mert a vegyület teljesen oldódik natriumcarbonatban. A kávésav ezen érdekes átalakulására és a képződő vegyület szerkezetére egy későbbi értekezésemben fogok rátérni. A kávésavmethylester előállítását a következő úton eszközöltem. A dicarbomethoxykávésavból indultam ki, amely vegyületet már Fischer és Oetker előállították volt módszerük szerint kávésavból és chlorszénsavasmethylből. Az összes kísérleteimet szintetikus kávésavval végeztem, melyet Tiemann állított elő előzőleg protocatechualdehydből a Perkin-féle reakció útján. A termelés e módszernél igen rossz, mert a szintézis magas hőmérsékleténél a protocatechualdehyd nagy része elbomlik. Én sokkal célszerűbbnek találtam a kávésavat (I) protocatechualdehydből és malonsavból a Knoevenagel-féle szintézis útján a vízfürdőn előállítani. Ezen az úton a sav nagyobb mennyiségben is kényelmesen állítható elő. A dicarbomethoxykávésav aetheres oldatban diazomethan hatására a methylesterré (III) alakul át. Hidrogénáramban lúggal a carbo-

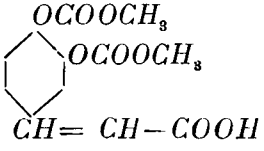
[1] Mat. és Természettud. Ért. 31. köt 89. l., ugyanott 32. köt. 41. l.; 33. köt. 250. l.; Journ. für prakt. Ch. 83, 556; 88,769! 91,177, 97,221.

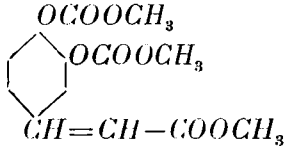
[2] Mat. és Természettud. Ért. 39. köt. 117.

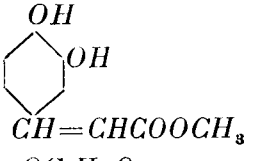
[3] Posner Journ. für prakt. Chemie 82, 432 (1910).

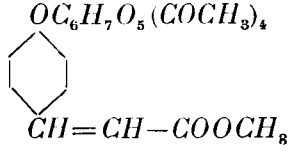
methoxygyököket lehasítva, a kávésavmethylester (IV) képződött. A kávésavmethylestert α-acetobromglucoseval kondenzáltam acetonos oldatban és így a tetraacetylglucokávésavmethylester képződött (V).

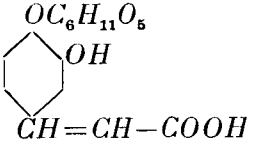
I. 

II. 

III. 

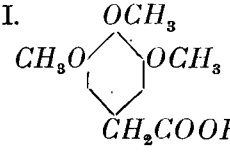
IV. 

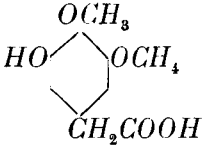
V. 

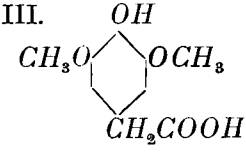
VI. 

A tetraacetylszármazékot hideg barytvízzel elszappanosítva, a carboxylgyökön levő methylcsoport egyidejű lehasadása mellett a szabad glucokávésav (VI) képződött. Minthogy ezzel a szintétikus termék tulajdonságai ismeretesek, így a növényekből való elkülönítését igen meg fogja könnyíteni.

A másik vegyület, amelynek szintézisével foglalkoztam, ez a homosyringasav. A gallussav homológjait több ízben különítették el különböző növényi anyagok szétbontásakor. Így SEMMLER[1] az elemiolajból elkülönített elemicinnek oxidációjakor ozonnal a trimethylhomogallussavat (I) nyerte. E vegyület szintézisét[2] már

I. 

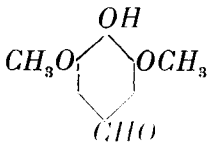
II. 

III. 

[1] Ber. 41, 1919 (1908).

[2] Ber. 41, 3662 (1908); Magyar Chemiai Folyóirat XVII. évf. 2. l. (1911).

régebben eszközöltem trimethylgallusaldehydből[1] kiindulva. De Laire és Tiemann az ibolyagyökér glucosidjának az iridinnek szétbontásakor az iridinsavat (II) nyerték, amely vegyület vizsgálataik alapján a homogallussav dimethylaetherje. Egynehány éve, hogy közzetettem az iridinsav[2] szintézisét az iridinaldehydből. E vegyülettel isomer a homosyringasav. Első ízben megkíséreltem a vegyület szintézisét a syringaaldehydből a cyanhydrin közvetítésével végezni. A syringaaldehyd előállítását előző



vizsgálataimnál[3] a dimethylpyrogallolbol eszközöltem mesoxalsavval való kondenzáció útján. A savchloridoknak a Rosenmund-féle katalitikus redukció útján aldehydekké való átalakítását az utolsó években gyakran alkalmaztam a phenolaethercarbonsavchloridoknál[4] és ez esetben is a carbomethoxysyringasavchlorid is kényelmes kiindulási anyagnak bizonyult. A carbomethoxysyringasavchlorid redukciójánál előálló carbomethoxysyringaaldehyd alkáli hatására syringa-aldehyddé alakul. Az aldehydből cyanhidrogensav hatására a cyanhidrint állítottam elő, de ebből nem sikerült a megfelelő mandulasavat előállitanom, mert a cyanhidrin nagyon gyorsan polymerizálódott.

Ezen sikertelen kísérlet után egy más úton sikerült a homosyringasav szintézisét eszközölnöm. Ez esetben a dimethylpyrogallolból (I) indultam ki. Ez a vegyület már ismeretes az irodalomban, több évvel ezelőtt állítottam[5] elő allylbromid segélyé-

[1] Ber. 41, 920 (1908); Magyar Chemiai Folyóirat XIV. évf. 1. l. (1909).

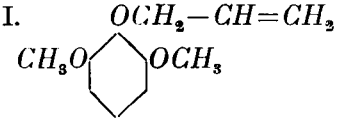
[2] Mat. és Természettud. Ért. 43. köt. 374 (1926); Ann. der Chemie 449, 102 (1926).

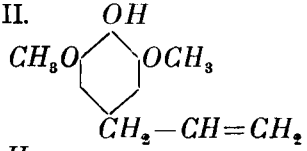
[3] Mat. és Természettud. Ért. 31. köt. 374 (1913); Ann. der Chemie 395, 273 (1912).

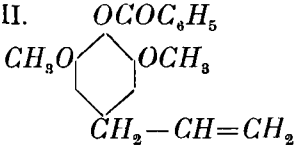
[4] Math. és Természettud. Ért. 44. köt. 215 (1927); Journ. f. pr. Chemie 100,176 (1920); 116, 314 (1927); 119, 306 (1928).

[5] Mat. és Természettud. Ért. 35. köt. 633 (1918). Ann. der Chemie 414, 250 (1919).

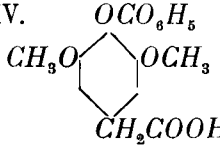
vel dimethylpyrogallolból és a Mat. és Természettud. Értesítőben ismertettem.

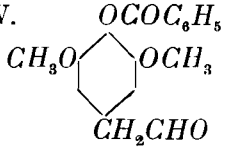
I. 

II. 

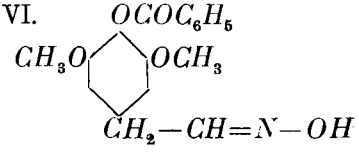
III. 

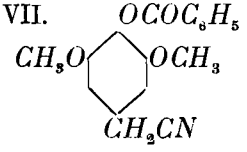
Ezen vegyület légritkított térben bomlás nélkül desztillál, de ha légköri nyomás alatt desztilláljuk, úgy intramolekuláris atómáthelyezkedés közben oxydimethoxyallylbenzollá (II) alakul. Hogy az átalakulásnál az allylgyök a paraállásba lépett a hidroxylcsoporthoz, ezt a következő kísérlettel sikerült igazolnom. A vegyületet dimethylsulfattal methyleztem és a képződő trimethylszármazékot az oxidációnak vetettem alá és ezen az úton, mint egyedüli oxidációs terméket jó termeléssel trimethylgallussavat nyertem. A terméket benzoylszármazékává alakítottam át. E terméket ozon hatásának tettem ki, mely reakciónál két terméket nyertem: a benzoylhomosyringasavat (IV) és a benzoylhomosyringaaldehydet (V). A benzoylhomosyringasavból

IV. 

V. 

lúggal a benzoylgyököt leválasztjuk és így előállott a homosyringasav. A benzoylhomosyringaaldehydnek homosyringasavvá való átalakítására az aldehydet hidroxylaminnel oximjévé (VI) alakitjuk át. Az oximet ecetsavanhydriddel hevítve, az a megfelelő cyaniddé (VII) alakul. A cyanid elszappanosításánál a

VI. 

VII. 

benzoylhomosyringasav képződött, amely vegyületből lúggal a benzoylgyököt leválasztjuk, miáltal szintén a homosyringasav képződött.

A phenylzsírsavak nemcsak a különböző növenyi anyagok oxidációjakor lépnek fel, hanem igen fontos alkotórészek, különösen két szintétikus eljárásnál. Az egyik a PSCHORR-féle phenanthrenszintézis, a legfontosabb szintétikus módszerünk a morphiumalkaloidák nitrogénmentes bomlási termékeinek az előállítására. A másik pedig a laudanosintípusú opiumalkaloidák, melyek benzylisochinolinszármazékok, előállítására szolgálnak. Ezen természetes alkaloidák közül többet sikerült szintézis útján előállítani a BISCHLER—NAPIERSKY-féle isochinolinszintézis útján, mely egyik komponens gyanánt egy phenylzsírsavat használ. A phenylzsírsavak legáltalánosabb szintétikus módszere azon eljárás, amelyet a Mat. és Természettud. Értesítő 28. kötetében tettem közzé. Ez eljárás szerint az aromás aldehydeket egész általánosan átalakíthatjuk az egy szénatommal gazdagabb phenylzsírsavakká. E szintézis csak olyan esetekben szolgáltat rossz termelést, amidőn az oldallánccal paraállásban van egy szabad hidroxilgyök. Mint a homosyringasav fenti szintéziséből kitűnt, ezen típusú vegyületek sikeresen állíthatók elő a megfelelő allylszármazékok ozonizációja útján. Így ezen szintézis célszerű kiegészítője az előbbi eljárásnak.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

Kávésavmethylester.

A fentebbi vegyület előállításához szükséges kávésavat protocatechualdehydnek malonsavval való hevítése útján nyertem jégecet jelenlétében és a kávésavat további tisztítás céljából meleg vízből kristályosítottam át.

50 g protocatechualdehydet, 50 g malonsavat és 50 cm^3 jégecetet 12 óra hosszat hevítünk az erősen forró vízfürdőn. A reakcióelegyet $1^1/_2$ liter vízzel higítjuk és a kiválott kávésavat leszűrjük, majd vízzel jól kimossuk. A terméket $1^1/_2$ liter meleg vízből átkristályosítjuk és csontszénnel színtelenítünk. Termelés 28 g.

A dicarbomethoxykávésavat E. FISCHER és R. OETKER[1] ada-

tai szerint állítottam elő. A dicarbomethoxykávésavat a következő módon alakítottam át esterjévé.

10 g dicarbomethoxykávésavat 100 cm³ tömény methylalkoholban oldunk, 50 cm³ abszolút aethert adunk hozzá, jeges vízbe helyezzük és +10 C°-nál 10 cm³ nitrosomethylurethanból fejlesztett aetheres diazomethanoldatot öntünk hozzá. Az oldatot egy óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk és azután az aethert ledesztilláljuk. A visszamaradó terméket további tisztítás nélkül az alábbi módon szappanosítjuk el nátronlúggal: 10·5 g dicarbomethoxykávésavmethylestert 150 cm³ alkoholban oldunk, egy háromtubusos WOULF-féle palackba öntjük és a levegőt hidrogénnel kiszorítjuk. Ezután 75 cm³ 2 n. nátronlúgot vízzel való hűtés közben az edénybe csepegtetünk. A reakcióelegyet ezután ³/₄ óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk, miközben folyton hidrogént vezetünk át rajta. Ezután hűtés közben 78 cm³ 2 n. kénsavval megsavanyítjuk és az oldatot aetherrel kirázzuk. Az aetheres oldatot kétszer, híg natriumbicarbonattal átrázzuk és natriumsulfattal szárítjuk. Az estert további tisztítás céljából vízből kristályosítjuk át. 20,900 mg anyag adott: 47,210 mg CO_2-t és 9,990 mg H_2O-t.

A $C_{10}H_{10}O_4$ képlet alapján a számított értékek: $C=61{\cdot}85\%$, $H=5{\cdot}15\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=61{\cdot}57\%$, $H=5{\cdot}31\%$.

A kávésavmethylester színtelen tűkben kristályosodik, amelyek 152—153 C°-on olvadnak.

Glucokávésav.

3·6 g kávésavmethylestert, 7 g acetobromglucose-t feloldunk 30 cm³ acetonban és hűtés közben 0·7 g natriumhidroxidból meg 10 cm³ vízből készített nátronlúgot adunk hozzá. A reakcióelegyet ezután 5 óra hosszat közönséges hőmérsékleten a sötétben állni hagyjuk. Ezután az acetont vacuumban közönséges hőmérsékleten leszivatjuk és a visszamaradó olajos terméket vízzel jól kimossuk. Mivel a termék nem volt kristályosítható, ily állapotban szappanosítottam el.

[1] Ber, 46, 4021 (1913).

A fentebbi termék 3·6 g-ját 200 cm^3 6%-os baryumhidroxid-oldattal 15 óra hosszat közönséges hőmérsékleten a rázógépen erősen összerázzuk. Ezután az oldatba széndioxidet vezetünk be és a bariumcarbonatot leszűrjük. Az oldatban visszamaradó bariumot híg kénsavval az oldatból kvantitatív kicsapjuk. A bariumsulfatot egy PUKALL-féle porcellánszűrőn az oldattól elkülönítjük és az oldatot vacuumban 35 C° hőmérsékleten kis térfogatra bepároljuk. A vacuumexsiccatorba helyezett oldatból nemsokára fehér kristályok (1 g) váltottak ki, amelyeket még egyszer vízből kristályosítunk át.

A glucokávésav színtelen tűket képez, amelyek 159—160 C°-on olvadnak. A glucosid könnyen oldódik alkoholban. A termék nehezen oldódik hideg vízben, ellenben könnyen melegben.

Syringaaldehyd.

A fentebbi aldehyd előállítására már régebben egy eljárást[1] ismertettem, mely szerint a dimethylpyrogallolt mesoxalsavval kondenzáltam és az oldalláncot oxidáció útján az aldehydgyökké alakítottam át. Kényelmesebben lehet ez aldehydet a syringasavchlorid katalitikus redukciója útján előállítani, mely reakciót már SPAETH[2] is a carboaethoxysyryngasavchloridnál eszközölte. Az aldehyd előállításához kiindulási anyag gyanánt szükséges syringasavat előzőleg GRAEBE és MARTZ[3] eljárása szerint állítottam elő brómhidrogénsavnak trimethylgallussavra való behatása útján. Egyszerűbb az ALIMANCHAIDI és MELDRUM[4] által megadott, ROBINSON és BRADLEY[5] által javított eljárás, mely szerint trimethylgallussavat tömény kénsavval hevítünk. A reakció nyerstermékben mindkét eljárás szerint jó hozadékot ad, a termelés tiszta syringasavban azonban mindkét eljárásnál rossz, mert a nyerstermékét többször át kell kristályosítani, míg éles olvadáspontú

[1] Loc. cit.
[2] Mon. 41. 271 (1920).
[3] Ann. der Chemie 340, 219 (1005).
[4] Journ. Chem. Soc. London 117, 967 (1920).
[5] Journ. Chem. Soc. London 125, 64 (1928).

syringasavat nyerünk. 23 g trimethylgallussavat, 92 cm^3 tömény kénsavat hat óra hosszat 50 C°-ra hevítünk és azután a lehűtött reakcióelegyet 200 cm^3 vízbe öntjük. A kihülés után 500 cm^3-re felhigítjuk az oldatot, a syringasavat leszűrjük és vízzel jól kimossuk. Ezután 450 cm^3 meleg vízből átkristályosítjuk, miközben csontszénnel színtelenítjük. Ezután a savat még egyszer 350 cm^3 vízből átkristályosítjuk. Termelés 9—10 g. Olvadásp. 206 C°.

A savat Lepsius adatai szerint alakítjuk át carbomethoxyvegyületté. Hs a carbomethoxylezés után a folyadékot lehűtjük és hűtés közben savanyítjuk meg, úgy Lepsius [1] megfigyelésével ellentétben a sav nem olajszerű állapotban, hanem kristályos alakban válik ki. A reakciónál 10 g syringasavból 10·3 g carbomethoxysyringasavat nyerünk.

20·6 g carbomethoxysyringasavból, 20·6 g phosphorpentachloridból és 40 cm^3 chloroformból, az illó termékeknek vacuumban 40 C°-on való leszivatása után visszamaradó nyersterméket 700 cm^3 meleg ligroinból kristályosítjuk át. Termelés 19·4 g. A katalitikus redukciót a következőképpen eszközöljük: 5 g carbomethoxysyringasavchloridot 15 cm^3 toluolban oldunk, 2 g palladiumbariumsulfat katalizátort adunk hozzá és a redukciócsövön 6 óra hosszat száraz hidrogent vezetünk keresztül. Az egész redukció alatt a folyadék hőmérsékletét olajfürdő segélyével 110 C°-on tartjuk. Ezután a katalizátort leszűrjük és meleg benzollal jól kimossuk. Több kíserletből egyesített oldatokat ezután vacuumban 40 C°-on bepárologtatjuk. A maradékot ezután aetherben oldjuk, miközben 19·4 g chloridból 0·4 g oldhatatlan anyag maradt vissza. Az aetheres oldatot háromszor mindig 100 cm^3 40%-os natriumbisulfitoldattal átrázzuk, miközben a bisulfitvegyület részben kiválott. Az egyesített bisulfitoldatokat ezután tömény sósavval megsavanyítjuk és az aldehyd kiválott carbomethoxyvegyületét leszűrjük és vízzel kimossuk. Termelés 9·7 g. A vegyületet további tisztítás céljából híg alkoholból kristályosítjuk át.

4·350 mg anyag adott: 8·750 mg CO_2-t és 2·110 mg H_2O-t.

---

[1] Ann. der Chemie 406, 11 (1914).

A $C_{11}H_{12}O_6$ képlet alapján a számított értékek: $C=55{\cdot}0\%$, $H=5{\cdot}00\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=54{\cdot}85\%$, $H=5{\cdot}35\%$.

A carbomethoxysyringaaldehyd színtelen tűkben válik ki, amelyek 98–99 C°-on olvadnak.

A carbomethoxyvegyület elszappanosítására a nyersterméket használjuk. 9·7 g carbomethoxysyringaaldehydet 180 cm³ normál natronlúggal rövid ideig hevítjük, míg legnagyobb része feloldódik. A meleg oldatot megszűrjük és e közben 1·1 g oldhatatlan termék marad vissza. Az oldatot tömény sósavval megsavanyítjuk, kismennyiségű gyantaszerű anyagról leszűrjük és a kihült oldatot háromszor aetherrel kivonjuk. Az aetheres kivonatokat natriumsulfattal szárítjuk és az oldószert ledesztilláljuk. További tisztítás céljából a terméket ligroinból kristályosítjuk át. Olvadásp. 113 C°. Termelés 5·5 g.

A cyanhydrin előállítására 4·5 g finomra porított syringaaldehydet 3 g cyankalium 10 cm³ vizes oldatba öntünk és erős keverés közben jéggel való hűtés közben három óra alatt 5 cm³ tömény sósavat lassacskán hozzáadagolunk és azután még egy óra hosszat keverjük. A reakció befejezte után a cyanhydrint aetherral kioldjuk és az oldatot natriumsulfattal szárítjuk. Az aether lepárlása után visszamaradó cyanhydrinből nem sikerült a megfelelő mandulasavat előállítani.

Benzoylhomosyringasav.

A fenti vegyület előállításához szükséges allyldimethylpyrogallolt előző adataim[1] szerint állítottam elő. Az oxydimethoxyallybenzollá való átalakítását pedig javított eljárásom[2] szerint végeztem.

60 g dimethylpyrogallolt 200 cm³ száraz acetonban oldunk, 50 g allylbromidot adunk hozzá és 55 g porított száraz kalium-

---

[1] Mat. és Természettud. Ért. 35. köt. 633. l. (1918); Ann. der Chemie 414, 250 (1919).

[2] Journ. für prakt. Chemie 102, 36 (1921); Magyar Chemiai Folyóirat 1921. évfolyam 55. l.

carbonatot. A reakcióelegyet nyolc óra hosszat visszafolyó hűtőcsővel a vízfürdőn hevítjük. Ezután vizet adunk hozzá és többször aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot 10%-os nátronlúggal átrázzuk és ezután natriumsulfattal szárítjuk. Az aether lepárlása után visszamaradó terméket vacuumban desztilláljuk, miközben a termék 14 mm nyomás alatt 140—141 C°-on átdesztillál. Termelés 61 g.

50 g 2·6-dimethylpyrogallolallylaethert 33 g dimethylanilinnel lassan hevítünk és $^3/_4$ óra hosszat forraljuk, miközben a hőmérséklet 216 C°-ra emelkedett. Ezután a reakcióelegyet aetherben oldjuk és a dimethylanilin eltávolítására többször híg kénsavval átrázzuk. Az aetheres oldatot natriumsulfattal szárítjuk és az oldószert ledesztilláljuk. A visszamaradó terméket vacuumban desztilláljuk. Termelés 45 g. Forráspontja 11 mm nyomás alatt 168—169 C°-on van.

A terméket következőképpen alakítottam át benzoylszármazékává: 5 g oxydimethoxyallylbenzolt 200 cm³ $2^1/_2$%-os nátronlúggal és 12 cm³ benzoylchloriddal külső hűtés közben a két vegyszernek lassacskán, felváltva hozzáadagolása közben 15 percig erősen összerázzuk. Ezután még 30 cm³ 10%-os nátronlúgot adunk hozzá és még öt percig rázzuk, ezután egynehány órát állni hagyjuk, miközben az megdermed. Ekkor agyagtányérra kenjük és másnapig száradni hagyjuk. További tisztítás céljából kevés meleg alkoholból átkristályosítjuk. Olvadásp. 76—77 C°. Termelés 6·1 g.

A benzoylszármazék ozonizálását a következőképpen végeztem: 5 g benzoylszármazékot feloldunk 30 cm³ vízmentes ecetsavaethylesterben és négy óra hosszat 2%-os ozontartalmú oxigénáramot vezetünk rajta keresztül. Az ozonáram sebessége 0·116 liter volt percenként. A reakciós edényt az egész kísérlet alatt hűtőkeverék segélyével — 15 C°-on tartjuk. A reakció befejezte után a reakciós elegyet egy negyedóra hosszat vízgőzzel desztilláljuk. Ezután a desztillálólombik tartalmát lehűtjük és háromszor aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot háromszor, 20%-os natriumcarbonatoldattal átrázzuk és a kivonatokat sósavval megsavanyítjuk. A kiválott benzoylhomosyringasavat aetherrel kioldjuk és natriumsulfattal szárítjuk. Az aether lepárlása után

visszamaradó terméket kevés benzolból kristályosítjuk át. Termelés 0·5 g.

4·255 mg anyag adott: 10,055 mg CO_2-t és 2.015 mg H_2O-t.

A $C_{17}H_{16}O_6$ képlet alapján a számított értékek: $C=64·55\%$, $H=5·0\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=64·44\%$, $H=5·26\%$.

A termék színtelen tűkben kristályosodik, amelyek 149–150 C°-on olvadnak. A szódaoldattal kivont aetheres oldatot háromszor, 100 cm³ 40%-os bisulfitoldattal átrázzuk és mindannyiszor egy ideig állni hagyjuk. A kiválott bisulfitvegyületet leszűrjük és agyagtányéron szárítjuk ki. Termelés 3·1 g. Az oxim előállítására 7·4 g bisulfitvegyületet 1·9 g hydroxylaminchlorhydrat tömény vizes oldatába bekeverünk és lassan 6 g vízmentes natriumcarbonatot adunk hozzá. A reakcióelegyet éjjelen át állni hagyjuk, aztán szűrjük és vacuumexsiccatorban kénsav felett szárítjuk ki. Termelés 6 g. A vegyületet ecetsavaethylester és ligroin keverékéből kristályosítjuk át. Színtelen tűkben válik ki, amelyek 118—119 C°-on olvadnak.

0·1891 g anyag adott: 7·0 cm³ nitrogént (20 C°, 769 mm).

A $C_{17}H_{17}O_5N$ képlet alapján a számított értékek: $N=4·44\%$.

Kísérletileg talált érték: $N=4·29\%$.

6 g oximot 30 cm³ ecetsavanhydriddel két óra hosszat a visszafolyó hűtőcsővel hevítjük. A reakcióelegyet ezután sok vízbe öntjük, miáltal az rövid idő múlva megdermed. Ezután leszűrjük, vízzel kimossuk és agyagtányéron szárítjuk. Termelés 4·5 g. További tisztítás céljából ligroinból kristályosítjuk át, miközben csontszénnel színtelenítünk. A cyanid színtelen tűkben kristályosodik, amelyek 127—128 C°-on olvadnak. 0·1680 g anyag adott: 7·05 cm³ nitrogént (18°, 761 mm).

A $C_{17}H_{15}O_4N$ képlet alapján a számított érték: $N=4·71\%$.

Kísérletileg talált érték: $N=4·80\%$.

A cyanid elszappanosítását a következőképpen végezzük: 4·5 g cyanidet 20 cm³ alkoholban oldunk és 6 g kaliumhydroxidet (7 cm³ vízben oldva) hozzácsepegtetünk. Az oldatot visszafolyó hűtőcsővel 10 óra hosszat a vízfürdőn hevítjük. Az oldatot ezután vízzel elegyítjük, megsavanyítjuk és többször aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot natriumsulfattal szárítjuk, az

aethert ledesztilláljuk és a terméket sok meleg ligroinból kristályosítjuk át. További tisztítás céljából a terméket még egyszer ligroinból átkristályosítjuk, miközben csontszénnel színtelenítjük. 0·1623 g anyag adott: 0·3379 g CO_2-t és 0·0861 g H_2O-t.

A $C_{10}H_{12}O_5$ képlet alapján a számított értékek: $C=56·60\%$ $H=5·66\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=56·77\%$, $H=5·88\%$.

A vegyületet összes tulajdonságaiban azonosnak találtam az alább ismertetett homosyringasavval. Olv. p. 130—131 C°

Homosyringasav.

A benzoylhomosyringasav elszappanosítását a következőképpen végezzük: 1 g benzoylszármazékot 50 cm^3 10%-os natronlúggal egy félóra hosszat visszafolyó hűtőcsővel hevítjük. Ezután az oldatot lehűtjük és hűtés közben 20%-os sósavval az oldatot megsavanyítjuk. Az oldatot másnapig állni hagyjuk, miközben 0·1 g anyag kiválott, melyet leszűrünk. A leszűrt oldatot háromszor aetherrel kivonjuk és az aetheres oldatot natriumsulfattal szárítjuk. Az aether lepárlása után visszamaradó terméket (0·3 g) sok ligroinból kristályosítjuk át. A vegyületet további tisztítás céljából mégegyszer meleg ligroinból átkristályosítjuk, miközben csontszénnel színtelenítjük.

4·770 mg anyag adott: 9·900 mg CO_2-t és 2·530 mg H_2O-t.

A $C_{10}H_{12}O_5$ képlet alapján a számított értékek: $C=56·60\%$, $H=5·66\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=56·61\%$, $H=5·89\%$.

A homosyringasav színtelen tűkben kristályosodik, amelyek 130—131 C°-on olvadnak. A vegyület könnyen oldódik meleg benzolban, ellenben oldhatatlan petroleumaetherben. Meleg ligroinban a sav nehezen oldódik. Vaschlorid a sav vizes oldatát vörösszínűre festi. Tömény kénsavban a vegyület színtelenül oldódik.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. nov. 12-én tartott üléséből.)

DIE SYNTHESE DER GLUCOKAFFEESÄURE UND DER HOMOSYRINGASÄURE.

Von F. MAUTHNER, korresp. Mitglied.

Die Kaffeesäure ist sehr verbreitet im Pflanzenreiche. So wurde die Kaffeesäure im Überwallungsharz der Schwarzkiefer[1] (Pinus Laricio Poir.) und der Lärche aufgefunden. Aus dem Schierling (Conium maculatum) wurde diese Säure von A. W. HOFFMANN[2]) isoliert. KÖRNER[3] fand in der Rinde von Cinchona cuprea auch die Kaffeesäure. Das bekannteste Vorkommen[4] der Kaffeesäure ist die bei der alkalischen Spaltung der in den Kaffeebohnen vorkommenden Chlorogensäure. Mehrere Forscher haben die Vermutung ausgesprochen, dass die Kaffeesäure in Form eines Glucosides in verschiedenen Pflanzen vorkommt. So haben zulezt P. BOURCET und A. TOURTON[5] gezeigt, dass im Digitalis purpurea nicht wie bisher irrtümlich angenommen Taunin vorkommt, sondern Kaffeesäure. Sie vermuten auch dass dieselbe in Form eines Glucosides darin vorkommt. Die Isolierung des Kaffeesäureglucosides ist bisher nicht geglückt. Da ich seit der Darstellung der ersten von einer aromatischen Oxycarbonsäure sich ableitenden Glucosidsäure der Glucosyringasäure[6] zahlreiche Vertreter dieser Körperklasse[7] synthetisch dargestellt

---

[1] BAMBERGER M. 12, 444; BAMBERGER und LANDSIEDL M. 18, 562.

[2] Ber. 17, 1922.

[3] Ber. 15, 2624.

[4] Ann. 358, 329.

[5] Bull. soc. chim. 45, 776 (1929).

[6] Dies Journal 82, 271 (1910).

[7] Dies Journal 83. 556 (1911); 88, 769 (1913); 91, 177 (1915); 97, 221 (1918).

habe, so wandte ich mich auch zur Synthese dieser interessanten Verbindung, der Glucokaffeesäure. Die Methode, die ich zur Synthese dieser Verbindung anwandte, ist dieselbe welche ich zuerst[1] bei der Synthese der Glucosyringasäure ausgearbeitet habe. Zu diesem Zwecke Kondensiert mann den Ester der Oxycarbonsäure mit Tetraacetylbromglucose und bei der Verseifung des letzteren mit verdünnter Barytlauge werden nicht nur die Acetylgruppen abgespalten sondern unter gleichzeitiger Verseifung der Karboxylgruppe entsteht die freie Glucosidsäure. Zu diesem Zwecke benötigte ich als Ausgangsmaterial den in der Literatur noch nicht beschriebenen Methylester der Kaffeesäure. Posner[2] versuchte schon den Methylester der Kaffeesäure durch Veresterung der Kaffeesäure mittels Methylalkohol und Schwefelsäure darzusstellen, erhielt jedoch bei diesem Versuche nicht den Methylester der Kaffeesäure, sondern eine vom Ausgangsmaterial verschiedene neue sodalösliche[3] Substanz. Ich versuchte nun den Methylester der Kaffeesäure durch Veresterung der Säure mittelst Methylalkohol und Salsäuregas zu erhalten, jedoch auch vergeblich; es entstand dieselbe sodalösliche Substanz wie beim vorigem Versuch. Die Darstellung des Methylesters der Kaffeesäure gelang auf folgendem Umwege. Ich ging von der in der Literatur schon beschriebenen Dicarbomethoxykaffeesäure aus, die leicht durch Schütteln der alkalischen Lösung der Kaffeesäure mit Chlorkohlensäuremethylester darstellbar ist. Diese Verbindung wurde in ätherisch-methylalkoholischen Lösung mittelst Diazomethan methyliert und aus dem Methylester durch vorsichtige Spaltung der Carbomethoxygruppen mit kalter Natronlauge im Wasserstoffstrome der Kaffeesäuremethylester gewonnen. Den Kaffeesäuremethylester kondensierte ich mit Tetraacetylbromglucose in alkalisch acetonischen Lösung bei gewöhnlicher Temperatur zum Tetraacetylglucokaffeesäuremethylester. Durch Verseifung des Tetraacetylglucokaffeesäuremethylesters

---

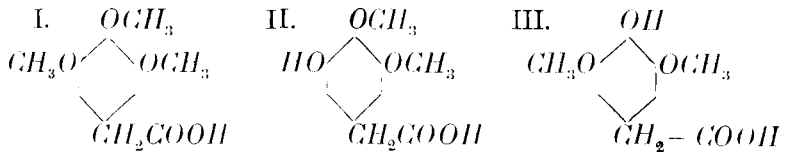
[1] A. a. O.

[2] Dies Journal [2] 82, 432 (1910).

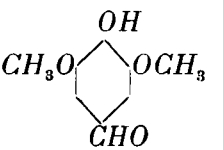
[3] Mit der Untersuchung dieser Verbindung bin ich auf weitere beschäftigt.

mittelst verdünnter Barytlauge bei gewöhnlicher Temperatur wurde die Glucokaffeesäure gewonnen.

Homologe der Gallussäure sind mehrfach bei Abbau von verschiedenen Pflanzenstoffen erhalten worden. So hatte SEMMLER[1] bei der Oxydation des aus dem Elemioel isolierten Elemicins nach der Ozonmethode die Trimethylhomogallusäure (I) erhalten



Vor längerer Zeit führte ich die Synthese[2] dieser Verbindung aus dem Trimethylgallusaldehyd[3] durch. G. de LAIRE und F. TIEMANN haben[4] bei der Spaltung des Iridins, des Glykosids der Veilchenwurzel, die Iridinsäure (II) erhalten, welche sie als Dimethylaether der Homogallussäure erkannten. Vor einiger Zeit synthetisierte ich die Iridinsäure[5] von dem Iridinaldehyd ausgehend. Unbekannt ist bisher der Syringasäure entsprechende Homologe, die Homosyringasäure. Den als Ausgangsmaterial dienenden Syringaaldehyd (IV) stellte ich



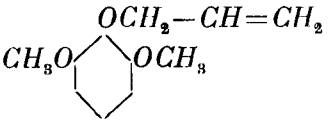
bei früheren Versuchen[6] aus dem Dimethylpyrogallol her, indem ich dieses mit Mesoxalsäure kondensierte. Durch Übertragung

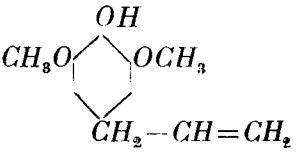
---

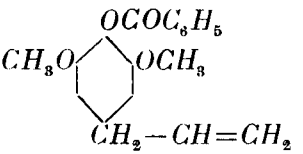
[1] Ber. 41, 1919 (1908).
Ber. 41, 920 (1908).
Ber. 41, 2018 (1893).
Ber. 26, 2017 (1893).
[2] Ber. 41, 3662 (1908).
[3] Ber. 41, 920 (1908).
[4] Ber. 26, 2018 (1893).
[5] Ann. der Chemie 449, 102 (1926).
[6] Ann. der Chemie 395, 273 (1912).

der ROSENMUNDschen[1] katalytischen Reduktion der Säurechloride in die entsprechenden Aldehyde, auf die Phenolaethercarbonsäurechloride[2] in den letzten Jahren, erwies sich in diesem Falle auch das Chlorid der Carbomethoxysyringasäure als ein bequemeres Ausgangsmaterial. Der bei der Reduktion des Carbomethoxysyringasäurechlorides entstehende Carbomethoxysyringaaldehyd wird durch Alkali in Syringaaldehyd verwandelt. Es gelang nicht den aus dem Syringaaldehyd dargestellten Cyanhydrin in die entsprechende Mandelsäure zu überführen.

Für die Synthese der Homosyringasäure ging ich aus dem früher von mir dargestellten Allyldimethylpyrogallol[3] aus (I).

I. 

II. 

III. 

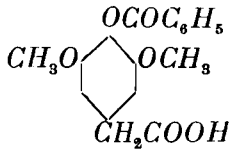
Beim Erhitzen lagert sich diese Verbindung in 3, 5-Dimethoxy-4-oxyallylbenzol (II) um. Dass die Umlagerung ausschliesslich in diesem Sinne erfolgt, konnte dadurch bewiesen werden, dass letzteres nach der Methylierung und darauf folgender Oxydation mit Kaliumpermanganat nur Trimethylgallussäure lieferte. Letztere Verbindung wurde durch Benzoylchlorid in das Benzoylderivat (III) übergeführt. Bei der Einwirkung von Ozon entstanden aus dieser Verbindung nach dem Zersetzen des Ozonids mit Wasser zwei Verbindungen:

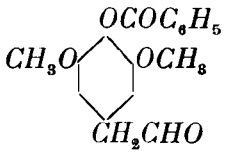
---

[1] Ber. 51, 585 (1918).

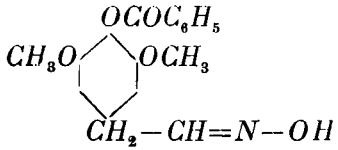
[2] Journal für prakt. Chemie 100, 176 (1920): 116, 314 (1927); 119, 306 (1928).

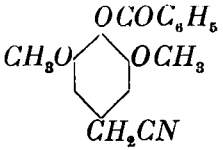
[3] Ann. der Chemie 414, 250 (1917).

IV. 

V. 

die Benzoylhomosyringasäure (IV), und der Benzoylhomosyringaaldehyd (V). Durch Spaltung der Benzoylhomosyringasäure mit Alkali entstand daraus die Homosyringasäure. Zur Umwandlung des Benzoylhomosyringaaldehydes in Homosyringasäure wurde der Aldehyd zunächts ins Oxim verwandelt (VI). Durch Erhitzen des Oxims mittelst Essigsäureanhydrid wurde daraus das Cyanid (VII) gewonnen.

VI. 

VII. 

Beim Erhitzen des Cyanids mittels alkoholischen Kalis entstand daraus unter gleichzeitiger Abspaltung der Benzoylgruppe die Homosyringasäure.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. November 1934.)

A CSILLANGÓKÉSZÜLÉK FEJLŐDÉSÉRŐL.

MIHÁLIK PÉTER-től.

A gerinceseken és a rovarok kivételével a gerincteleneken egyaránt előforduló csillangós hámok — mint ismeretes — két csoportba oszthatók: mozgó és nem mozgó csillangójúakra. Mindkettőjüknek jellegzetes alkotórésze a csillangókészülék, mely a basalis testekből és a belőlük kiinduló fínom, fonalszerű csillangókból áll.

A csillangós sejtek és hámok pontosabb vizsgálata a mult század közepén kezdődött. Nevezetes mozzanat volt, mikor EBERTH (1866) kimutatta, hogy a csillangók közvetlenül a sejt felszíne alatt elhelyezett apró szemcsékből indulnak ki. APÁTHY (1897) az EBERTH által leírt szemcséket basalis testeknek nevezte el.

Nagyobb lendületet vett a csillangós sejtek vizsgálata 1898-tól kezdve, amikor felismerték a csillangókészülék mibenlétét. A készülék helyes értelmezését a LENHOSSÉK-HENNEGUY-féle elméletnek köszönhetjük, melyet a tudomány két, egyidőben (1898) megjelent és azonos eredménnyel végződő közlemény szerzőjéről nevezett el. LENHOSSÉK készítményei, valamint az ondósejtképződésről végzett vizsgálatai és egyéb tények alapján arra a megállapításra jutott, hogy a csillangós sejtek basalis testecskéi a centriolumokból származnak, s a centriolumok és basalis testecskék egyaránt mozgási központjai a sejteknek. Vele egyidejűleg jutott, ha kevésbbé alaposan is kidolgozott és csak a gerinctelenekre szorítkozó anyagon tett megfigyelései alapján, de lényegében azonos eredményre HENNEGUY francia szerző is.

Bár a csillangókészülékről az előbbi elmélet értelmében tudtuk, hogy a centriolumokból származik, fejlődésmenete ismeretlen

volt eddig : az erre vonatkozó megfigyelések hiányoztak. Voltak ugyan egyes szerzők, akik ezzel a tárggyal foglalkoztak, így BENDA (1900) és tanítványa, IKEDA (1906). Szerintük a csillangótlan sejtben a mag és a szabad felszín között eleinte egy 10—20 szemcséből álló centriolumcsoport jelenik meg, majd a szemcsék továbbszaporodva és a sejt felszínére jutva, ott mint basalis testek lapszerint rendeződnek, s valamennyiük egy-egy csillangót növeszt. Az általuk felfedezett centriolumcsoportokat azóta más szerzők is leírták, ezek JORDAN és HELVESTINE (1923), valamint VALTER (1929). Kissé más eredményre vezettek RÉNYI vizsgálatai (1924), aki a diplosomáról azt írja, hogy az a sejt felszínén elszaporodva és basalis testekké alakulva az egyes szemcsékből növeszti a csillangókat.

Mindezek a leírások azonban nem egyeznek a csillangókészülék fejlődésének általam megfigyelt módjával, s ezért legfeljebb csak részjelenségei lehetnek a csillangókészülék fejlődésének. Az általam észlelt és eddig még senkitől le nem írt fejlődési folyamat sokkal bonyolultabb módon és jellegzetesebb képek kíséretében megy végbe.

Eredményeimet az általam alkalmazott technikának köszönhetem. Rögzítésre a HEIDENHAIN-féle «Susa»-keveréket használtam, majd az anyagot celloidin-paraffinba ágyaztam be és öt mikronos metszetekre bontottam szét, melyeket HEIDENHAIN-féle vashaematoxylinnal és utána a PASINI-féle festékkeverékkel festettem meg.

Első megfigyeléseim a házinyúl méhkürthámsejtjeire vonatkoztak; később az ember méhkürtjének, a házinyúl és macska légcsövének és hörgőinek csillangós hámját vizsgáltam meg. Az eredmény mindenütt egyforma volt, s így valószínűnek tartom, hogy a leírandó fejlődésmód általánosabb érvényű a gerincesek körében.

A fejlődés folyamán látható képek közül legfeltűnőbb egy szabályos gömbalakú hólyag, mely a hám mélyében levő valamelyik tartaléksejt plasmájában foglal helyet, lent a mag és a hám alsó határa között. A hólyagot jellegzetes basalis testecskék veszik körül; mindegyik basalis testecskéből egy-egy csillangó indul ki, mely a hólyag belseje felé irányul. A hólyag középpontjá-

ban találkoznak a csillangók. A csillangóhólyag, mely rendkívül feltűnő, néha a magnál is nagyobb méretű, később, miután a tartaléksejt a hám felszíne felé megnyúlt, a mag felett található, s eléri a hám felszínét; végül a felszínt elérő pontján a GRAAF-féle tűszőkhöz hasonlóan megnyílik, majd a sejt felszínén kiterül és a csillangóknak és basalis testeknek a felszínre való jutása által létrejön az új csillangós sejt.

De az is minden kétséget kizáró módon megállapítható, hogy a hólyagot körülvevő basalis testecskék a sejt centriolumának közvetlen leszármazottjai; a diplosomától a hólyagot körülvevő basalis testekig minden átmenet kimutatható. Így a basalis testecskék centriolaris eredése közvetlen megfigyelés által is igazolást nyer, dacára annak, hogy a folyamat kissé másképpen játszódik le, mint azt eddig hitték.

A csillangós hámok legtöbbjében a csillangós és a mirígysejtek között egy harmadik sejtféleség is található: a mélyen fekvő és a felszínig nem terjedő, háromszögletes tartaléksejtek. Ezeken a sejteken figyelhetők meg az alábbi jelenségek.

Az első változások rendkívül hasonlítanak azokhoz, amelyeket az oszlásra készülő sejteken észlelhetünk. Az ilyen tartaléksejt ugyanis folyadékfelvétel folytán megnagyobbodik és ezáltal egyszersmind gömbalakot is vesz fel. Úgy látszik, hogy a cytocentrum szerephez jutásával együtt jár a sejttest felduzzadása és legömbölyödése. E sejtek feltűnő halványságuk és szerkezetnélküliségük által tűnnek ki; ugyanolyan halványan festődnek, mint a csillangós sejtek, miáltal az őket körülvevő sötét sejtek között erősen feltűnnek. A diplosoma, mely a még meg nem nagyobbodott tartaléksejt magjának egy, a hám basisa felé tekintő behúzódásában foglal helyet, a tartaléksejt felduzzadása és legömbölyödése folyamán kissé eltávolodik a magtól, nem annyira a saját helyzetváltoztatása, mint inkább a magnak a sejt felszíne felé való elmozdulása folytán. Most következik a centriolumok oszlása: a diplosoma helyén eleinte 4—5, később 20—30 szemcséből álló halmazt látunk, mely a csontvelő óriássejtjeinek HEIDENHAIN által leírt mikrocentrumára emlékeztet. A szemcsék eleinte a sejt közepén találhatók egy csoportban, de ez az elhelyezkedésük nem állandó; később egyes centriolumok kissé basalis irányba tolódnak, s így távolabb

kerülnek egymástól. Már ilyenkor megfigyelhető, hogy egyik-másik szabadon álló centriolumból csillangószőr nőtt ki.

A következő lépés az, hogy a centriolumok köralakban, a valóságban természetesen gömbfelszínalakban csoportosulnak és egy elfolyósodott, híg plasmából álló területet zárnak körül. Ez alatt a számuk állandóan növekszik, annyira, hogy végül a kialakult hólyag négy mikronos átmetszetén mintegy száz számlálható belőlük, de természetesen csak akkor, ha a mikrometercsavar mozgatása által valamennyi optikai rétegben láthatót megolvassuk. Úgy látszik, hogy a csillangóknak a szemcsékből, vagy most már helyesebben basalis testekből való kinövése leginkább a csillangókészülék fejlődésének ebben a szakában következik be, bár néhányszor már a köralakban való elrendeződésük előtt is megindul.

Amikor a basalis testek valamennyien köralakban rendeződtek, az általuk körülzárt sejtprotoplasma világosabb festődése által erősen eltér színbelileg a csillangóhólyagot körülvevő többi sötétebbre festődő plasmájától a sejtnek. Az elhalványodás már akkor megfigyelhető, amikor a centriolumok még rendezetlen csoportot alkotnak, ez a terület már akkor világosabb a kötnyezetnél. Nyilvánvaló, hogy ez a világos mező nem egyéb, mint az eredeti diplosoma körül látható kis világosabb plasmaudvar, a centrosphaera kiterjedése; ez erősebben csak akkor alakul ki, amikor az első csillangók kinövése megindul.

A kialakult hólyag először a mag alatt, a tartaléksejt basalis oldalához közel foglal helyet. Ilyenkor a metszetben szabályos köralakúnak látjuk; a kör belsejét elfolyósodott, világosabbra festődő, minden jel szerint szétesö és már nem életképes plasma tölti ki, benne gyakran felhőszerűen összeálló sötétebb plasmatörmelék található. A hólyagot határoló sűrű sorban rendezett szemcsék nagyság és festődés tekintetében a csillangószőrök basalis testeivel éppúgy megegyeznek, mint a centriolumok. A csillóhólyag ilyenkor közepes nagyításokkal is jól látható, mindössze a szemcsék folynak össze egy közös vonallá, s csak az immersiós nagyítás bontja fel a sort egyes szemcsékre. Immersióval azután tisztán megállapítható, hogy minden egyes szemcséből egy-egy csillangó indul ki, mely gyengén S-alakú görbülettel a hólyag közepe felé tart. A szőrök a hólyag közepén találkoznak és ott gyakran örvény-

szerű rajzolatot adnak. A szegélyt alkotó basalis testeken belül az elfolyósodott plasmát igen vékony köralakú vonal határolja, melyről azonban nehéz megállapítani, hogy valóban hártya-e, vagy csak optikai jelenség. A sejt basisán levő csillangóhólyag felé a fölötte helyet foglaló mag rendszerint gyenge behúzódást mutat. A hólyagot magábazáró és megnagyobbodott tartaléksejtet rendszerint félholdalakú, sötétebbre festődő mirígysejtek veszik körül.

Hogy valóban a csillangókészülék fejlődésének korai szakával állunk szemben, az a hólyag további sorsának a követéséből kétségtelenül megállapítható. A házinyúl méhkürtjéből készített néhány metszet elegendő a további jelenségek megfigyelésére.

Egy idő mulva, mialatt a fejlődő csillangós sejt — mert most már kétségtelen, hogy ezzel van dolgunk — kissé megnyúlt alakot öltött, a mag és a hólyag egymáshoz való viszonya megváltozik: a hólyag a mag fölött található. Hogy történik ez a helycsere? Első gondolatom az volt, hogy a hólyag a mag mellett feltolódik. Valószínűnek tartom azonban, hogy másképpen játszódik le a folyamat: nem aktív sejtenbelüli helycserével, hanem a hólyag úgy jut a mag fölé, hogy az egész sejt, a szomszédos sejtek alakváltozása és eltolódása közben, 180 foknyira elfordul, miáltal a sejtnek eredetileg basalis felszíne lesz a későbbi szabad felszínné. A következő közbeeső szakban, amikor a csillóhólyag még nem érte el egészen a hám felszínét, a sejt körtealakúnak látszik, mert a felszín felé néző hólyagtartalmú része kissé felfelé megnyúlt, magtartalmú és a basis felé tekintő része pedig vastagabb.

Végül az egykori tartaléksejt eléri a hám szabad felszínét és most a hólyag a felszínt először elérő pontján megnyílik; a basalis testek lapjában kiterjeszkednek, a hólyag elfolyósodott tartalma a kürt belsejébe ürül, a csillangók kiegyenesednek, szabadon benyúlnak a kürt üregébe és minden valószínűség szerint megkezdik mozgásukat, bár az sem zárható ki, hogy már a hólyagon belül is csapkodtak, amire a hólyagon belüli elfolyósodott plasmában adva van a lehetőség.

A csillangóhólyag megnyílása után egy fiatal csillangós sejt áll előttünk, amely a már előbb kifejlődött idősebbektől mindössze abban különbözik, hogy basalis testecskéinek sora nem egyenes vonal, hanem a méhkürt üreg felé homorú. Homorú még

akkor is, ha domború nyálkahártyaredő felszínén van, ami bizonyítja, hogy a homorulat nem a felszín alakjának a következtében jött létre, hanem a csillangós sejt utolsó fejlődési alakjára vezetendő vissza.

Nézzük ezek után, hogy milyen következtetéseket vonhatunk az általam ismertetett folyamatból? Ezekből szerintem két dolog állapítható meg. Az egyik, hogy a LENHOSSÉK-HENNEGUY-féle elmélet most már közvetlen megfigyelés által is bizonyítást nyert, mert készítményeimben a tartaléksejtek diplosomája szemünk előtt alakul át csillangókészülékké. Az átalakulásnak általam leírt módját előttem senki nem látta. Ez annál meglepőbb, mert az eddig ugyancsak ismeretlen csillangóhólyag oly feltűnő képződmény a sejtben, hogy már középerős nagyításokkal is látható. Meglepő ez különösen, ha tekintetbe vesszük, hogy a méhkürthámról több alapos közlemény jelent meg, még hozzá a legilletékesebb szakemberektől, így, hogy csak egyet említsek közülük, SCHAFFER JÓZSEFTŐL, a jeles bécsi histológustól.

A másik következtetés egy eddig sokat vitatott kérdésnek, a sejtek polaritásának szempontjából fontos. A histológusok egy része, így főleg RABL és mások még a mult század végén hangoztatták a sejtek úgynevezett polaritásának elvi jelentőségét, amely szerint a sejten már eleve meg volna határozva annak egyik és másik vége. A polaritás alapgondolata még HATSCHEKTŐL származik 1889-ből, akinek a figyelmét a csillangós sejtek szabad és basalis végei között fennálló különbség vonta magára. RABL a HATSCHEK által elgondolt tant magáévá tette és a polaritást a hámsejteken kívül a szervezet valamennyi sejtjére érvényesnek mondotta ki. A csillangókészülék általam ismertetett fejlődésmenete minden különösebb magyarázat nélkül bizonyítja nemcsak a RABL-féle túlzott, az egész szervezetre kiterjesztett tannak, hanem a még sokkal mérsékeltebb, csak a csillangós sejtekre és a hámokra vonatkoztatott topographikus polaritási szabálynak is a tarthatatlanságát. Hiszen az általam vázolt fejlődési folyamatból kitűnik, hogy a sejt plasmájának belső, a sejt felszínével nem is érintkező része, a csillangóhólyag lesz később a kifejlett csillangós sejt szabad felszínévé.

Irodalom.

EBERTH, J.: Zur Kenntnis des feineren Baues der Flimmerepithelien. Virchow's Arch. 35. k., 477. l., 1866.

APÁTHY, I.: Das leitende Element des Nervensystems und seine topographischen Beziehungen zu den Zellen. Mitteil. aus der Zool. Station zu Neapel. 12. k., 495. l., 1897.

LENHOSSÉK, M.: Über Flimmerzellen. Verh. d. Anat. Gesellsch. 12. Verh. Kiel, 1898., 106. l.

HENNEGUY, S.: Sur les rapports des ciles vibratiles avec les centrosomes. Archives d'anat. microscopique, Avril 1898, 1. k.

BENDA, C.: Über neue Darstellungsmethoden der Centralkörperchen und die Verwandtschaft der Basalkörper der Cilien mit Centralkörperchen. Arch. f. Anat. u. Phys., Phys. Abt. 1900/1901, 147. l.

IKEDA, R.: Über das Epithel im Nebenhoden des Menschen. Anat. Anz. 29. k., 1. és 76. l., 1906.

JORDAN, A. E. és F. HELVESTINE JR.: Ciliogenesis in the Epididymis of the White Rat. Anat. Rec. 25. k., 7. l., 1923.

VALTER, L.: Ciliogenesis in a Cystically Dilated Hydatid of Morgagni. Anat. Rec. 42. k., 177. l., 1929.

RÉNYI, GY.: Untersuchungen über Flimmerzellen. Zeitschr. f. Anat. u. Entw. 73. k., 338. l., 1924.

RABL, C.: Über die Prinzipien der Histologie. Verhandl. d. Anat. Gesellsch. Berlin, 1889.

HATSCHEK, B.: Lehrbuch der Zoologie. 2. kiadás. Jena, 1889.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. okt. 8-án tartott üléséből.)

DIE ENTWICKELUNG DES FLIMMERAPPARATES BEI WIRBELTIEREN.

Von P. v. MIHÁLIK.

Die Untersuchungen des Verf.'s wurden an verschiedenen Flimmerepithelien der Wirbeltiere (Tubenepithel des Kaninchens und des Menschen, Tracheal- und Bronchialepithel des Kaninchens) angestellt; ihr Hauptobjekt war das Eileiterepithel des Kaninchens. Fixiert wurde mit Susa, gefärbt mit Eisenhaematoxylin und nach Pasini; Schnittdicke 5 μ. Die Entstehung der Basalkörper aus den Centriolen (LENHOSSÉK-HENNEGUY'sche Hypothese (1898) konnte lückenlos verfolgt werden; hierbei liess sich feststellen, dass die Bildung des Flimmerapparates unter charakteristischen, bisher völlig unbekannten Erscheinungen erfolgt.

Der Vorgang lässt sich an den rundlichen Ersatzzellen beobachten, die man in der Tiefe des Epithels, zwischen den unteren Teilen der Flimmer- und Drüsenzellen findet. Basal vom Kern, der hier eine kleine Vertiefung aufweist, sitzt das Diplosom, von einem kleinen hellen Hof umgeben. Am Diplosom leiten sich die ersten Vorgänge ein, indem sich die Centriolen zu vermehren beginnen. Gleichzeitig schwillt die Zelle durch Flüssigkeitsaufnahme an, rundet sich ab und wird hell und strukturarm. Der Centralkörperhaufen wird lockerer, und schon jetzt lässt sich intracelluler an einem oder anderem Centriol — man kann sie eigentlich schon Basalkörper nennen — die Bildung eines zarten Flimmerhaares beobachten. — Nun folgt eine merkwürdige Erscheinung. Die Basalkörper ordnen sich entsprechend einer Kugeloberfläche an, das von ihnen umfasste Plasmagebiet verflüssigt sich und aus jedem Basalkörper wächst ein Flimmerhaar hervor; alle Flimmerhaare richten sich

radspeichenartig nach dem Mittelpunkt der Flimmerblase, wo sie zusammentreffen. Die unter dem Kern liegende, diesen oft an Grösse übertreffende, streng kugelrunde, scharf gezeichnete Blase stellt eine charakteristische, schon bei mittelstarken Vergrösserungen andeutungsweise erkennbare Bildung dar.

Im weiteren wechseln Kern und Flimmerblase ihre Plätze: die Blase liegt oben, der Kern unten, während sich die Ersatzzelle allmählig zur Oberfläche des Epithels erhebt. Nach Ansicht des Verf.'s erfolgt dieser Platzwechsel nicht durch aktives Emporwandern der Flimmerblase, sondern dadurch, dass sich die Zelle im Zusammenhang mit der Formveränderung und den Verschiebungen der Nachbarzellen im Ganzen um 180° umdreht. Wenn die Blase die Oberfläche der Zelle und des Epithels erreicht hat, eröffnet sie sich, vergleichbar dem Platzen eines Graaf'sches Follikels, an dem die Oberfläche berührenden Punkt, die Reihe der Basalkörper breitet sich an der Zelloberfläche flächenhaft aus, die Flimmerhaare richten sich auf und beginnen nun offenbar ihr Spiel. Als letzte Andeutung der Bildung aus einer Blase zeigt der Basalkörpersaum eine leichte Concavität, strekt sich aber bald volkommen geradlinig aus und wir haben nun die fertige Flimmerzelle vor uns. Verf. glaubt, dass in der geschilderten Bildungsweise ein Verhalten von allgemeiner Geltung (in Beziehung auf die Wirbeltiere) vorliegt, doch sind zur Sicherstellung dieser Annahme noch weitere Untersuchungen notwendig; solche sind im Gange.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 8. Okt. 1934.)

AZ ÜTKÖZÉS SZEREPE AZ ODÉN MÓDSZERÉVEL VÉGZETT MECHANIKAI ELEMZÉSBEN.

ROMWALTER ALFRÉD-tól.

Az ODÉN-módszer «elvi»-nek mondott hibája, hogy a serpenyőre nem ülepszik le mindaz, ami felette lebegett. Újabban VENDL MIKLÓS és SZÁDECZKY-KARDOSS ELEMÉR és SCHUMACHER KÁROLY megvizsgálták ennek a hibának, a szemcsenagyságnak és a zagytömönységnek az összefüggését.[1] Ezt a hibát bizonyára sokféle körülmény okozhatja és az eddigi irodalom a «szívó hatást» (pumping-effekt), az ozmozishoz hasonló folyamatokat, a zagy áramlását és forgó mozgását említi.

A folytonosan ülepedő anyag idő-tömeggörbéjét azonban az eddig nem firtatott ütközés is torzíthatja. Ha a serpenyőre m gr/sec anyag v cm/sec sebességgel ülepszik, akkor ez a folytonos folyamat $m\ v$ gr cm/sec^{-2} erőt közöl a serpenyővel. Ez a nyomóerő ODÉN módszerének alkalmazásakor súlyként szerepel, mintha a leülepedett tömeg súlya ennyivel több volna, tehát hibát okozhat. Kérdés, hogy ezen a réven mekkora hiba várható.

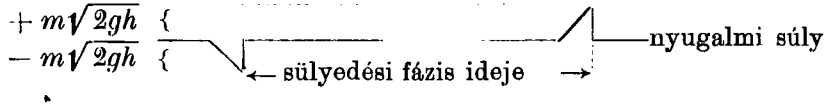
Legcélszerűbben modellkísérlettel tanulmányozhatjuk a folyamatot, mert ott minden zavaró körülményt kizárhatunk. Igen alkalmas eszköz erre a célra a homokóra. Analytikai mérlegen meggyőződhetünk arról, hogy a homokóra súlya nyugalmában és működésében egyaránt $^1/_{10}$ milligrammig, vagyis a mérhető-

[1] «Über den sogenannten Grundsätzlichen Fehler der mechanischen Analyse nach dem ODÉNschen Prinzip; Kolloid Zeitschrift 67. Band, 1934 Heft 2. SCHUMACHER KÁROLY: Talajok mechanikai analysise a VENDL-féle folytonos p/t görbét adó szedimentációs készülékkel. Mat. és Természettud. Értesítő 52. kötet. 188—202.

ség határáig állandó. Egy homokórának például működésben és nyugalomban egyaránt 46·4919 gr-ot nyomott, kb. 7 gr-os homoktartalma 2 perc alatt pergett le, a homoktömeg súlypontja a kezdő helyzettől a végső helyzetig kb. 3·5 cm-t esett. A súlypont ennyi süllyedésével járó súlyváltozást az analytikai mérlegen nem észlelhetjük, mert a földfelszín feletti gyorsulás függélyes mentén való változásának ismert egyenlete szerint ($g = g_0 (1 - 0{\cdot}31 \times 10^{-8} h)$, amelyben g a magasabb, g_0 az alacsonyabb helyzethez tartozó gyorsulást és h a két helyzet centiméterekben mért magasságkülönbségét jelenti) $7 \times 0{\cdot}31 \times 10^{-8} \times \times 3{\cdot}5 = 0{\cdot}000000075$ gr-nak megfelelő súlykülönbséget várhatunk, holott a mérleg 0·00005 gr-énál kevesebbet már nem mutat.

A működő homokórában mindig az üvegtest befűződése felett fekszik a homok egy része, az alsó öble talpán a homok másik része, míg egy harmadik homokrészlet útban van, tehát alátámasztatlanul esik. Ennek az alátámasztatlan tömegnek a súlyát a homok folytonos «leülepedéséből» származó nyomóerő szükségképpen pótolja, mert csakis így lehet a működő óra súlya a nyugalmi súlyával azonos. A számítás igazolja ezt a következtetést. Elegendő pontossággal járunk el akkor, ha számításunknál a surlódástól eltekintünk, mintha a homokóra légüres volna. A működő órában m gr/sec homok peregjen le, mégpedig rövid ideig elég pontosan h cm esési magassággal. $h = \frac{gt^2}{2}$, vagyis ezalatt bármely homokszem $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ másodpercig van útban, ha g a gyorsulást jelenti. Ennyi esési idő végéig a homokszem $v = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$ cm/sec sebességre tesz szert. Mindaddig tehát, amíg az esési magasság h, a «leülepedés» következtében másodpercenként $m\sqrt{2gh}$ mozgásmennyiséget vesz át a homokóra üvegteste, ami $m\sqrt{2gh}$ dyn nyomóerőnek felel meg. Az alátámasztatlan tömeg okozta súlyhiány viszont $mtg = mg\sqrt{\frac{2h}{g}} = m\sqrt{2gh}$, tehát ugyanannyi, mint az imént kimutatott nyomóerő. Csakis a működés utolsó, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ másodpercnyi szakaszában fog az alátámasztatlan

tömeg fokozatosan 0 grammig csökkenni, míg a homok leülepedéséből származó nyomóerő ezalatt is változatlan marad a nyugalom bekövetkeztéig. A homokóra ezalatt az idővel arányosan súlyosodik és a végül $m\sqrt{2gh}$ dyn-re gyarapodott súlytöbbletét az utolsó homokszem leülepedtével hirtelen elveszti. A súlygyarapodás azonban oly csekély és gyors, hogy a mérleg tetemes tehetetlensége ennek a jelenségnek a megfigyelését kizárja. Még kevésbbé észlelhetjük a homokóra indulását követő $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$-nyi időszak alatt 0-tól $m\sqrt{2gh}$ gr-ig gyarapodó súlycsökkenését, amely az idővel arányosan szaporodó «alátámasztatlan» tömegnek felel meg és az első homokszemek leülepedésével hirtelen megszűnik. (A homokóra teljes működési szakaszát felölelő súly-időgörbéje tehát némileg emlékeztet az elektromos áram megszakításáig terjedő intenzitás-időgörbéjére.)



A fentemlített homokóránkban $\frac{7}{120} = 0{\cdot}0583$ gr/cm homok átlag 2·5 cm-es esés után $\sqrt{2\times981\times2{\cdot}5} \approx 70$ cm/sec sebességgel ülepszik le, ami $70\times0{\cdot}0583$ gr cm/sec^2, vagyis kereken 4·1 dyn-nyi erőnek és közel ugyanennyi milligramm súlynak felel meg. Mégsem mutatkozik ez a súlytöbblet, mert minden homokszem $t = \sqrt{\frac{2.2{\cdot}5}{981}} \approx 0{\cdot}07$ másodpercig esik, tehát az óra működésének majdnem egész tartama alatt $0{\cdot}07\times0{\cdot}0583 \cong 4{\cdot}1$ milligramm homok alátámasztatlan, ami a többlettel egyforma súlyhiányt okoz.

Tetemes súrlódás közreműködése mellett egészen más a súlyidőgörbe alakja. Például a mérlegen függő próbacsőnek *mindaddig nehezebbnek kellene mutatkoznia, amíg a benne foglalt anyalúgban süllyedő baryumszulfátcsapadék teljesen le nem ülepedett*, és csak a súlytöbblet csekély voltán múlik, hogy ezt észlelni nem tudjuk. Minden baryumszulfát-részecske a felhajtó erőtől megapadt gyorsulással indul, de a fokozódó sebességével arányosan növekvő súrlódás a súlyát hamarosan eléri, mire a

mozgás egyenletessé válik. Ezentúl a súrlódás az anyalúg közvetítésével teljes mértékben átadja a súlyt a próbacsőnek, illetve a mérlegnek, mintha a részecske már a próbacső fenekén pihenne. Igen finom csapadékok süllyedésekor ez a mozgásállapot igen rövid idő múlva bekövetkezik, tehát szinte azonnal átadódik a mérlegnek a teljes csapadéksúly és ezenfelül a folytonossn leülepedő csapadékrészletek mozgásmennyisége függélyesen lefelé irányított nyomóerőt, tehát súlytöbbletet okoz, amely csak az ülepedés befejeződésével szűnik meg.

A fenti számítás szerint a 70 cm/sec sebességgel leülepedő 0·0583 gr/sec 4·2 dyn nyomóerőt eredményez. Az igen finom baryumszulfátcsapadék immár oly lassan ülepszik, hogy a próbacső ebből a folyamatból analytikai mérlegen mérhető súlytöbbletre szert nem tehet. Durvább anyagra, például kvarchomokra, amelynek szemcsealakja a gömböt is jobban megközelíti, könnyebb a hozzávetőleges számítás. Abból indulhatunk ki, hogy a szemcsét elsüllyesztő erő minden pillanatban a folyékony közegben ható súly és súrlódás különbségével egyenlő. Vízben a közegsűrűséget kereken 1 gr/cm³-nek vehetjük és a következő differencálegyenletet kapjuk:

$$\frac{4r^3\pi}{3} D \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{4r^3\pi}{3} (D-1)g - 6\pi r\eta \frac{dx}{dt}, \qquad (1)$$

ahol r a gömbölyű részecske sugarát, D a sűrűségét, x a megtett útját, t az út megjárásához szükséges időt, g a nehézség gyorsulását jelenti és a súrlódási erőt Stokes képlete szerint vettük számításba. Ennek az egyenletnek egyszerűbb alakja $\frac{d^2y}{dt^2} = a - b\frac{dx}{dt}$, legrövidebben a $\frac{dx}{dt} = v$ helyettesítés révén, a következő integrálokat szolgáltatja:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{b}\left(a - \frac{a}{e^{bt}}\right), \qquad (2)$$

ahol $a = \frac{(D-1)g}{D}$ és $b = \frac{4{\cdot}5\eta}{r^2 D}$, továbbá

$$x = \frac{at}{b} + \frac{a}{b^2}\left(\frac{1}{e^{bt}} - 1\right). \qquad (3)$$

Az integrációs állandó kiszámítása mindkét esetben egyszerű, mert a $t = 0$ helyen $\frac{dx}{dt} = 0$ és $x = 0$.

Ha $\eta = 0{\cdot}0105$ gr/cm sec (20° C hőmérsékleten), $D = 2{\cdot}65$ gr/cm^3 (kvarc), $g = 981$ cm/sec^2 és ha a természetes logaritmus helyett a tíz-alapút vezetjük be, akkor

$r = 0{\cdot}01$ cm-es sugárra $a = 611$, $b = 170$,

$$\frac{dx}{dt} = 0{\cdot}00588\left(611 - \frac{611}{10^{73{\cdot}1\,t}}\right) \tag{4}$$

és

$$x = 3{\cdot}59\,t + 0{\cdot}0212\left(\frac{1}{10^{73{\cdot}1\,t}} - 1\right);$$

$r = 0{\cdot}1$ cm-es sugárra $a = 611$, $b = 1{\cdot}7$,

$$\frac{dx}{dt} = 0{\cdot}588\left(611 - \frac{611}{10^{0{\cdot}731\,t}}\right) \tag{5}$$

és

$$x = 359\,t + 211\left(\frac{1}{10^{0{\cdot}73\,t}} - 1\right);$$

$r = 1$ cm-es sugárra $a = 611$, $b = 0{\cdot}017$,

$$\frac{dx}{dt} = 58{\cdot}8\left(611 - \frac{611}{10^{0{\cdot}00731t}}\right) \tag{6}$$

és

$$x = 35900\,t + 2114000\left(\frac{1}{10^{0{\cdot}00731\,t}} - 1\right).$$

Ellenőrzésképp (4), (5) és (6) egyenletekből a $t = \infty$ helyre adódó $\frac{dx}{dt}$ értékeket összehasonlítjuk, a $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ helyettesítés révén az (1) differenciálegyenletből adódó $\frac{dx}{dt}$ maximum $= \frac{2}{9} r^2 \frac{D-1}{\eta} g$ értékkel.

1. táblázat.

$r = 0{\cdot}01$ cm		$r = 0{\cdot}1$ cm		$r = 1$ cm	
t sec.	V cm sec.$^{-1}$	t sec.	V cm sec.$^{-1}$	t sec.	V cm sec.$^{-1}$
0·—	0·—	0·—	0	0	0
0·001	0·54	0·01	5·5	1	550
0·01	2·9	0·1	55·—	10	5500
0·1	3·6	1·—	290·—	100	29000
1·—	3·6	10·—	360·—	1000	36000
V max	3·57		357·—		35700

2. táblázat.

$r = 0{\cdot}01$ cm		$r = 0{\cdot}1$ cm		$r = 1$ cm	
t sec.	x cm	t sec.	x cm	t sec.	x cm
0·—	0·—	0·—	0	0	0
0·001	0·00039	0·01	0·22	1	2080
0·01	0·018	0·1	3·7	10	33000
0·1	0·33	1·—	190·—	100	1900000
1·—	3·4	10·—	3400·—	1000	34000000

Az analytikai mérlegek folyadékba merített testek mérésekor a nagyobb súrlódás miatt 1 mgr túlsúlynál kevesebbet, vagyis 1 dyn-nél kisebb túlerőt már nem mutatnak. Ha tehát analytikai mérleget használunk az Odén módszere szerint végzett mechanikai elemzésnél, akkor a serpenyőre ülepedő anyag ütközéséből látszólagos tömegtöbblet jelentkezése csakis $mv/sec \geqq 0{\cdot}001 \times 981$ gr/cm sec^2 értékek mellett várható. *Ekkora másodpercenkénti mozgásmennyiség azonban gyakorlati esetekben nem állhat elő az* Odén *módszerének alkalmazásakor, tehát a szóbanforgó ütközés mérési hibát nem okozhat.*

Más kérdés, hogy milyen feltételek mellett volna a látszólagos tömeg analytikai mérlegen kimutatható. A legkényelmesebb megoldás mindenesetre az, amelynek kapcsán feljebb a baryumszulfátcsapadék ülepedéséről szóltunk, de okvetlenül durvább anyagot kell ülepítenünk. Az I. Táblázat szerint $r = 0{\cdot}01$ cm-es sugarú kvarcgömböcskék esetében $V_{max} = 3{\cdot}6$ cm/sec. A levegőben függő próbacső csekély súrlódása miatt 1 milligramm látszólagos tömegtöbblet biztosan kimutatható és ennyit a 3·6 cm/sec maximális sebességgel ülepedő 0·25 usque 0·3 gr/sec létesítene. Az ilyen finomságú tengeri kvarchomok (0·02 cm szemcseátmérő) maximális sebességét kb. 0·1 másodperc alatt már az első 0·33 cm-es úthossz végén éri el. A szükséges esési magasságot és homokmennyiséget a mérleg lengésideje határozza meg. Ha például 3 lengés megfigyeléséhez összesen 40 másodperc szükséges, akkor kb. 10 grammos homokbeméréssel és $x = 3{\cdot}59 \times$ $\times 40 + 0{\cdot}02112\left(\frac{1}{10^{73{\cdot}40}} - 1\right) = 143{\cdot}6$ cm esési magassággal cél-

hoz juthatunk. Másfélméteres hossz és a szokásos próbacső-keresztmetszet mellett még a vékony, törékeny falú üvegcső is oly nehézzé válik a víztöltés miatt (legalább 350 gr), hogy csakis nagy terhelésre méretezett különleges analytikus mérlegen volna mérhető, azon is csak a mérlegszekrény alaplapjának nyílásán át befűzött szálon függve. A próbacső keresztmetszet kisebbítése nem tanácsos, mert a szükséges homokmennyiséggel túlnagy zagytöménységet kapnánk. Nagymennyiségű finomabb homok és bővebb, de alacsonyabb edény használata sem kecsegtet, mert megint nagy összsúlyra vezet. Még a csillapítással működő mérleg rövid lengésideje bíztat leginkább, mert a homokmennyiség és eséshossz tetemes csökkentését engedné meg. De mégis akkora eséshossz kellene, hogy a próbacső a szekrényben nem férne el. A STOKES-képletnek a sugár növekedtével rohamosan fokozódó hibája miatt már az $r = 0{\cdot}01$ cm-re talált állandó sebesség is túlnagy, tehát a valóságos súlytöbblet mindig csak kisebb lehet és ez a kísérleti kimutatását még inkább megnehezíti.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. december 10-én tartott üléséből.)

DIE STOSSWIRKUNG BEI DER MECHANISCHEN ANALYSE NACH ODÉN.

Von A. ROMWALTER.

Die Arbeit wird in deutscher Sprache in der Zeitschrift: «M. Kir. József Nádor Műegyetem Bánya-, Kohó- és Erdőmérnöki Kara Bányászati és Kohászati Osztályának 1934. évi Közleményei» erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 10. Dezember 1934.)

EGY FOURIER-FÉLE TÉTELRŐL.

LIPKA ISTVÁN-tól.

Dolgozatunkban egy FOURIER-féle tétel (vagy ahogy még nevezik BUDAN-FOURIER-féle tétel) élesbítésével fogunk foglalkozni. FOURIER szóbanforgó tétele a következőképpen hangzik:

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \quad (a_n \neq 0) \tag{1}$$

valós együtthatós egyenlet és képezzük a következő sorozatot

$$f(x),\ f'(x),\ f''(x),\ldots,\ f^{(n)}(x). \tag{2}$$

Jelentsen a és b két valós számot, melyre $a < b$. *Jelentse p a* (2) *sorozatban az* $x=a$ *helyen fellépő jelváltások számát és q az* $x=b$ *helyen fellépő jelváltások számát, akkor az* (1) *alatti egyenlet gyökeinek a száma* (a, b) *intervallumban nem nagyobb, mint* $p-q$.

Ez a tétel általában nem szolgáltatja egy adott intervalumba eső valós gyököknek a pontos számát. Azonban, ha az egyenletnek minden gyöke valós, akkor a FOURIER-féle tétel pontos bármely intervallumra. Sőt, annak szükséges és elégséges feltétele, hogy a FOURIER-tétel minden intervallumra a gyökök számát szolgáltassa az, hogy az egyenletnek minden gyöke valós legyen. Hogy e feltétel szükséges, azt könnyű belátni. Ugyanis ha $v(x)$ jelenti a (2) sorozatban fellépő jelváltások számát, akkor nyilván $v(-\infty) = n$ és $v(+\infty) = 0$, tehát a jelszabály csak úgy lehet pontos, ha az (1) egyenletnek n valós gyöke van. Legyen az egyenlet minden gyöke valós és az (a, b) intervallumba eső gyökök számát jelölje g. Tegyük fel, hogy a jelszabály nem adja

meg az (a, b) intervallumba eső gyökök számát, akkor áll a következő egyenlőtlenség:

$$g < v(a) - v(b). \tag{3}$$

Jelölje a $(-\infty, a)$ intervallumba eső valós gyökök számát r és a $(b, +\infty)$ intervallumba eső gyökök számát s. Nyilván

$$g + r + s = n, \tag{4}$$

továbbá a jelszabály szerint

$$r \leqq v(-\infty) - v(a) \tag{5}$$

$$s \leqq v(b) - v(+\infty). \tag{6}$$

(3), (5) és (6) alatti egyenlőtlenségek megfelelő oldalait összeadva, nyerjük a következő egyenlőtlenséget:

$$g + r + s < v(-\infty) - v(+\infty) = n.$$

Az utóbbi egyenlőtlenség (4)-nek nyilván ellentmond, tehát (3) alatti nem állhat fenn, vagyis $g = v(a) - v(b)$.

A következőkben célunk lesz a valós tengelyen olyan intervallumokat kijelölni, amelyekre a FOURIER jelszabály abban az esetben is pontos, amikor az egyenletnek nem minden gyöke valós.

Tekintsünk olyan valós együtthatós egyenletet, melynek komplex gyökei is vannak. Minden konjugált komplex gyökpáron fektessük át azt a kört, amelynek centruma a valós tengelyen fekszik. Ezen körök összességét az egyenlethez tartozó «*Jensen körök*»-nek nevezik.

Tekintsük az (1) alatti n-ed fokú egyenletet és összes deriváltjait, vagyis a következő egyenleteket:

$$f(x) = 0,\ f'(x) = 0,\ f''(x) = 0, \ldots,\ f^{(n-2)}(x) = 0.$$

Az utóbbi egyenletekhez tartozó JENSEN-körök összességét az (1) egyenlethez tartozó «*Jensen-féle körrendszer*»-nek fogjuk nevezni.

I. tétel: *Ha az* (1) *alatti egyenlethez tartozó* JENSEN-*féle körrendszer mindegyik körének a külsejében fekszik az* (a, b) *intervallum, akkor az* (a, b) *intervallumra a* FOURIER-*tétel a gyökök számát szolgáltatja.*

Bizonyítás. Nem lényeges, ha feltesszük hogy az $x = a$ és $x = b$ helyeken a (2) alatti sorozat egyik tagja sem zérus. A bizonyítást először arra az egyszerű esetre fogjuk elvégezni, amikor az (1) egyenletnek és összes deriváltjának gyökei mind egyszeresek. Tekintsük a (2) alatti sorozatot és változzék x, a-tól b-ig. A sorozatban fellépő jelváltások számában akkor történik változás, ha x valamelyik $f^{(\nu)}(x)$ polynomnak egy nullahelyén áthalad. Megmutatjuk, hogy a (2) alatti sorozatban fellépő jelváltások száma nem változik, ha x az

$$f'(x),\ f''(x),\ldots,\ f^{(n-1)}(x)$$

polynomok valamelyikének egy nullahelyén áthalad. Legyen $f^{(\nu)}(\zeta) = 0$ és $a < \zeta < b$, akkor feltételünk szerint $f^{(\nu-1)}(\zeta) \neq 0$, valamint $f^{(\nu+1)}(\zeta) \neq 0$. Tekintsük a (2) alatti sorozatnak $f^{(\nu-1)}(x)$, $f^{(\nu)}(x)$, $f^{(\nu+1)}(x)$-ből álló részét. Azt állítjuk, hogy ebben a sorozatrészben az $x = \zeta$ hely előtt és után, az előjeleknek csakis a következő kétféle eloszlása lehetséges

$f^{(\nu-1)}(\zeta)$	$f^{(\nu)}(\zeta-\varepsilon)$	$f^{(\nu)}(\zeta+\varepsilon)$	$f^{(\nu+1)}(\zeta)$
$-$	$-$	$+$	$+$
$+$	$+$	$-$	$-$

Ehhez azt kell megmutatnunk, hogyha $f^{(\nu)}(\zeta) = 0$, akkor

$$f^{(\nu-1)}(\zeta)\, f^{(\nu+1)}(\zeta) < 0.$$

Legyen rövidség kedvéért

$$f^{(\nu-1)}(x) = g(x),\ f^{(\nu)}(x) = g'(x),\ f^{(\nu+1)}(x) = g''(x).$$

Legyenek $g(x) = 0$ egyenlet gyökei $x_1, x_2, \ldots, x_k$, akkor

$$g'(x) = \left(\frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \cdots + \frac{1}{x-x_k}\right) g(x).$$

Az utóbbi egyenletből adódik a következő

$$g''(x) = -\left(\frac{1}{(x-x_1)^2} + \frac{1}{(x-x_2)^2} + \cdots + \frac{1}{(x-x_k)^2}\right) g(x) + \frac{(g'(x))^2}{g(x)}. \tag{7}$$

Mivel $g'(\zeta)=0$, továbbá $g(\zeta)\neq 0$ és $g''(\zeta)\neq 0$, következik (7)-ből, hogy

$$\frac{g''(\zeta)}{g(\zeta)}=-\left(\frac{1}{(\zeta-x_1)^2}+\cdots+\frac{1}{(\zeta-x_k)^2}\right). \tag{8}$$

Az utóbbi egyenlet jobb oldalán álló zárójeles kifejezésben csakis a komplex gyököknek megfelelő törtek érdekelnek bennünket. Tekintsünk egy konjugált komplex gyökpárnak megfelelő részt. Ez a következő alakú

$$\frac{1}{\{\zeta-(\xi+i\eta)\}^2}+\frac{1}{\{\zeta-(\xi-i\eta)\}^2}=2\,\frac{(\zeta-\xi)^2-\eta^2}{\{(\zeta-\xi)^2+\eta^2\}^2}.$$

Ez utóbbi kifejezés értéke nyilván pozitív, ha ζ a $\xi\pm i\eta$ pontokon áthaladó JENSEN-kör külsejében fekszik, mivel ebben az esetben $(\zeta-\xi)^2-\eta^2>0$. De feltételünk szerint (a, b) intervallum minden pontja az utóbbi JENSEN-körnek a külsejében fekszik, tehát (8) szerint

$$\frac{g''(\zeta)}{g(\zeta)}<0.$$

Ezzel megmutattuk, hogy a (2) sorozatban fellépő jelváltások száma nem változik, ha x valamelyik közbülső polynom nullahelyén halad át.

Ha x az $f(x)$ valamelyik nullahelyén halad át, akkor nyilván egy jelváltás vész el a (2) sorozatban.

Tehát bebizonyítottuk, hogyha x a-tól b-ig változik, akkor a (2) sorozatban annyi jelváltás vész el, mint amennyi az (a, b) intervallumba eső gyökök száma, feltéve, hogy $f(x)$-nek és összes deriváltjainak nullahelyei mind egyszeresek. Azonban az iménti egyszerű esetre visszavezethetünk minden más esetet a következő, OSTROWSKI-tól származó lemma[1] értelmében.

Lemma. *Egy valós együtthatós polynom koefficiensei tetszésszerinti kis változtatással úgy módosíthatók, hogy a módosított polynom valós nullahelyeinek a száma megegyezzék az eredeti polynom valós nullahelyeinek a számával, továbbá, hogy*

[1] A. OSTROWSKI: Bemerkungen zum Beweise des Budan—Fourierschen und Newton—Sylvester'schen Satzes. Jahresbericht d. DMV. 37 (1928) 254—56 old.

a módosított polynom és összes deriváltjának nullahelyei mind egyszeresek legyenek.

II. tétel. *Legyen az* (1) *alatti valós együtthatós egyenlet teljes és tegyük fel, hogy az egyenlet minden komplex gyöke egy a bal félsíkban fekvő r sugarú körbe esik. Tegyük fel továbbá, hogy az r sugarú kör centrumának a nulla ponttól való távolsága nagyobb mint* $\sqrt{n}r$. *Akkor az egyenlet pozitív gyökeinek a száma egyenlő az együtthatók sorozatában fellépő jelváltások számával.*

Bizonyítás. Mivel az $f(x) = 0$ egyenlet komplex gyökei mind egy r sugarú körbe esnek, könnyű belátni, hogy az $f(x) = 0$ egyenlethez tartozó JENSEN-köröket mind tartalmazza az az ellipszis, amelynek melléktengelye az r sugarú körnek az x tengelyre merőleges átmérője, főtengelye pedig az x-tengelynek $2r\sqrt{2}$ hosszúságú darabja. Általában, az $f^{(k)}(x) = 0$ egyenlethez tartozó JENSEN-köröket tartalmazza az az ellipszis, amelynek melléktengelye az r sugarú körnek x-tengelyre merőleges átmérője, és főtengelye az x-tengely $2r\sqrt{k+2}$ hosszúságú darabja. Utóbbi állításunk teljes indukcióval bizonyítható. Ez a bizonyítás lényegében azonos Sz. NAGY GYULÁ-nak egy JENSEN-féle tételre adott bizonyításával.[1] — Mivel az $f^{(n-1)}(x) = 0$ egyenletnek csak valós

[1] J. von Sz. NAGY: Zur Theorie der algebraischen Gleichungen, Jahresbericht d. DMV. 31 (1922), 238—51. old. Lásd a »második JENSEN-féle tétel« bizonyítását, 243—44. old.

gyöke van, előbbi állításunkból következik, hogy az $f(x) = 0$ egyenlethez tartozó JENSEN-féle körrendszert tartalmazza az az ellipsis, amelynek melléktengelye az r sugarú körnek x tengelyre merőleges átmérője, főtengelye pedig $2r\sqrt{n}$ hosszúságú. De feltételünk szerint az utóbbi ellipsis teljesen a bal félsíkban fekszik, tehát a valós tengely pozitív fele az $f(x) = 0$ egyenlethez tartozó JENSEN-féle körrendszer külsejébe esik. Ebből következik az I. tétel szerint, hogy az egyenlet pozitív gyökeinek a száma megegyezik az együtthatók sorozatában fellépő jelváltások számával.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1934. dec. hó 10-én tartott üléséből.)

ÜBER EINEN SATZ VON FOURIER.

Von STEPHAN LIPKA.

Es wird die folgende Ergänzung eines FOURIERschen Satzes bewiesen:

Bedeutet

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$$

ein Polynom mit reellen Koeffizienten, $v(x)$ die Anzahl der Zeichenwechsel in der Folge

$$f(x),\ f'(x),\ldots,\ f^{(n)}(x)$$

und (a, b) ein solches Intervall, welches ganz ausserhalb der sämtlichen JENSENschen Kreise der Gleichungen

$$f(x) = 0,\ f'(x) = 0,\ldots,\ f^{(n-2)}(x) = 0$$

liegt, so ist die Anzahl der zwischen a und b gelegenen Wurzeln von $f(x)$ gleich $v(a) - v(b)$.

Mit Hilfe dieses Satzes wird eine Ergänzung des DESCARTESschen Zeichenregels bewiesen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 10. Dezember 1934.)

AZ AMMONIUM-AMALGÁM POTENCIÁLJA.

NÁRAY-SZABÓ ISTVÁN- és SZLATINAY LÁSZLÓ-tól.

Majdnem minden fém képes arra, hogy higannyal amalgámokat alkosson. A fém egyszerűen oldódhat a higanyban ; gyakran azonban szilárd vegyületek is képződnek. Jól ismertek az alkálifémek amalgámjai; ezek kis koncentrációnál folyékonyak, emelkedő koncentrációnál mind sűrűbbek, majd szilárd halmazállapotba mennek át. Így pl. az 1 %-os nátriumamalgám még nehezen folyós, az 1·25 %-os pépszerű, azon felül szilárd.

Tudvalevő, hogy az alkálifémek vegyületeihez nagyon hasonlóak az ammoniumgyök (NH_4) vegyületei. Meglepő dolog, hogy az ammonium annyira hasonló módon viselkedik az alkálifémekhez, hogy amalgámja is előállítható elektrolitikus úton, amint ezt több mint 100 éve SEEBECK[1] és BERZELIUS[2] felfedezték. BÖTTGER[3] telített NH_4Cl oldatba dobott nátrium- vagy káliumamalgámot, amire NH_4-amalgám vált ki, az alkálifém pedig oldatba ment.

Tisztábban állítható elő az NH_4-amalgám úgy, hogy az NH_4-sók oldatát higanykatóddal elektrolizáljuk,[4] ekkor a katódon leváló NH_4 gyökök a higannyal amalgámot alkotnak, amelybe így idegen anyag nem kerül.

Az NH_4-amalgám szürke színű, lágy, könnyű anyag, mely rohamosan bomlik olymódon, hogy tésztaszerűen felfúvódik, miközben ammónia és hidrogén keletkezik 2 : 1 térfogatarányban: $2NH_4 = 2NH_3 + H_2$. Ez a gyors bomlás nehezíti meg az NH_4-amalgám vizsgálatát, melyről egy ideig vita is folyt, hogy valóban amalgámnak tekinthető-e. LE BLANC[4] ammoniumsók oldatainak bom-

[1] Gehlens Ann. **5**, 482.

[2] Gilberts Ann. **6**, 260.

[3] Journal f. pr. Chemie **3**, 278 (1834).

[4] Zeitschr. f. phys. Chemie **8**, 299 (1891).

lási feszültségeit tanulmányozta és kimutatta, hogy azok a megfelelő nátrium- és káliumsók oldatainak bomlási feszültségei közé esnek. Kísérleti adatai azonban nem voltak jól reprodukálhatók. COEHN[1] kimutatta, hogy lehűtött NH_4-amalgám, mely lassabban bomlik, nehézfémek sóinak oldataiból kiválasztja az illető fémeket, így pl. rezet, de azonkívül cinket és kadmiumot is, melyeket hidrogénnel kiválasztani nem lehet. Ezek alapján nem lehet kétség a felől, hogy az NH_4-amalgám valóban teljesen beilleszthető az alkálifémek amalgámjainak sorába.

Az NH_4-amalgám azért érdekelt bennünket, mert egészen kivételes eset, hogy két gáz vegyülete egy teljesen fémes természetű gyököt alkosson, amely szabad állapotban higanyban oldva, fizikailag is fémes tulajdonságokat mutat. Összetett gyökök néha előállíthatók szabad állapotban is, ezek alkotóelemeiktől többékevésbbé különböző jelleműek. Lehetséges, hogy két azonos, egy vegyértékű gyök egyesül, ilyen a cián, $NC—CN$, mely bizonyos mértékig a halogénekhez hasonlít. Újabban szabad vegyértékkel bíró gyököket is előállítottak, mint pl. a metilt, CH_3. Ez kémiailag nagyon aktiv, a fémeket fémmetilek keletkezése közben megtámadja, így tehát maga a CH_3 nem mondható fémes jelleműnek. Vannak olyan ammonium-gyökök is, melyekben egy vagy több hidrogén alkilgyökökkel van helyettesítve; ezekből ugyancsak előállíthatók a megfelelő szubstituált ammoniumamalgámok,[2 3] melyek még bomlékonyabbak az NH_4-amalgámnál. Az NH_4-hoz hasonló, de még sokkal bomlékonyabb a foszfónium, PH_4, melynek amalgámját még nem állították elő.

Mindaddig, amíg az amalgám egyfázisu, elektrolites oldódási tenziója a higanyban oldott fém koncentrációjával (helyesebben aktivitásával) emelkedik, feltéve, hogy az oldott fém a higanynál elektrokémiailag negativabb (kevésbbé nemes). Az NH_4-amalgám képződésének és bomlásának vizsgálatára tehát legalkalmasabbnak látszott elektródpotenciáljának mérése különböző kísérleti körülmények között.

---

[1] Zeitschr. f. anorg. Chemie **25**, 348 (1900). Berichte **37**, 811 (1904).

[2] Mc Coy and Moore. J. Am. Chem. Soc. **33**, 273 (1911).

[3] Mc Coy and West, J. phys. Chem. **16**, 261 (1912).

Előkísérletek.

Elsősorban mértük az NH_4-sók higanykatóddal való elektrolizisénél a katód potenciálját. A potenciálmérés FEUSSNER-féle kompenzátorral történt, nullműszernek ZEISS-féle Schleifengalvanometert használtunk. Normál kalomel-elektródot használva, telített KCl-os agar összeköttetéssel mértük az elektromótoros erőt, 2 normál NH_4Cl oldatban elektrolizis alatt és közvetlenül az áram megszakítása után. Kiderült, hogy közönséges hőfokon az eredmények nem voltak jól reprodukálhatók; a megszakítás után a katódpotenciál —1.655—1.715 Voltot tett ki. A kísérletet erős lehűtéssel megismételve, —8°-on egészen —1.775 voltig emelkedő értéket kaptunk, annak jeléül, hogy alacsonyabb hőfokon az NH_4-amalgám bomlása lassúbb és így koncentráltabban állítható elő. A mérések reprodukálhatósága azonban így is kívánni valót hagyott hátra. Ezért kommutátoros módszerhez folyamodtunk. Hangvilla-szaggatóval dolgozva, az intenzitást nem tudtuk állandó értéken tartani, ez pedig a méréseket teljesen lehetetlenné tette. Nagyon megfelelőnek bizonyult egy erre a célra készített forgó kommutátor, mely az amalgámelektródot az egyik félfordulat alatt az áramforrás negativ sarkával, a másik félfordulat alatt a potenciométer negativ sarkával kötötte össze. Ezt a kommutátort elektromótorral percenként 3000 fordulattal járattuk, tehát felváltva 0·01 mp-ig állt áram alatt az elektród és ugyanannyi ideig árammentes állapotban; a potenciálmérés természetesen mindig árammentesen történt. Ilymódon az eredmények sokkal jobban reprodukálhatók, csak a polarizáló áram erősségével változnak, de sokkal kisebb mértékben. Néhány mérést mutat a következő táblázat, melyből a potenciál bomlás okozta ingadozása is látható a pár percnyi időközben egymásután történt mérésekből.

1. tábla.

2 n NH_4Cl oldat. $(NH_4)Hg_x \mid 2\,n\ NH_4Cl \mid cc\ KCl \mid n\,KCl,\ Hg_2Cl_2,\ Hg$ 20°-on.

Polarizáló áram intenzitása mA	Elektródpotenciál ε_h Volt
10	—1·731
	1·741
20	1·761
	1·775
	1·771
Ugyanaz, —9·5°-on	
12	—1·815
15	1·835

a kísérleti mérések mintegy 8—10 mV hibával reprodukálhatók. Mindezek a mérések azonban meggyőztek bennünket arról, hogy ha pontosabban reprodukálható értékeket akarunk kapni, amelyekből esetleg a szabad NH_4 normálpotenciáljára is lehetne határozott következtetéseket vonni, változtatni kell az eljáráson éspedig az NH_4-amalgám bomlását kell megakadályozni, vagy legalábbis lehetőleg csökkenteni.

Az NH_4-amalgám bomlása két okból is végbemegy: 1. szétesés folytán, l. fent; 2. vízbontás következtében, mert az NH_4, mint alkálifém, vízből hidrogént fejleszt és NH_4OH keletkezik:

$$2NH_4 + 2H_2O = 2NH_4OH + H_2.$$

A szétesés reakciósebessége állandó nyomáson az amalgám NH_4-koncentrációjától és a hőmérséklettől függ. Ha ennek a reakciónak a sebességét csökkenteni akarjuk, elsősorban is csökkenthetjük a hőfokot, ami tapasztalat szerint lassítja a bomlást. Végezhetünk azonban kísérleteket nagyobb nyomás alatt is, mert a szétesés igen nagy térfogatnövekedéssel jár, ha tehát a rendszert összenyomjuk, akkor a alapján a szétesés lassubbodni fog. Ugyancsak lassítani fogja a nyomás emelése az amalgám vízbontását is, mert ez is gázfejlődéssel jár. A vízbontás csökkentésére még egy másik eszközt is alkalmazhatunk, t. i. dolgozhatunk hidrogénionmentes oldószerrel vagy legalább is olyannal, melynek disszociációja csekélyebb, mint a vízé. Végeztünk néhány előzetes kísérletet nemvizes oldatokban, ezek azonban mind azt mutatták, hogy a bomlás nem csökken jelentékenyen. Így tehát járható útnak csak a nyomás növelése mutatkozott.

Kísérleti berendezés.

Minthogy az NH_4-amalgámot elektrolizissel állítjuk elő, ügyelni kell arra, hogy az anódon keletkező termék bajt ne okozzon. Nyomás alatt csak zárt térben végezhetők mérések; klorid- vagy szulfát-oldatnál a fejlődő klór, ill. oxigén, mely a rendszerből eltávolítható nem volna, teljesen megzavarná a folyamatot. Ezért tehát bromid-oldattal dolgoztunk a reakcióedényt olyan alakura készítve, hogy a képződő bróm, mely aránylag csekély térfogatú

és lassan diffundál, a kísérlet időtartama alatt ne juthasson a katód közelébe.

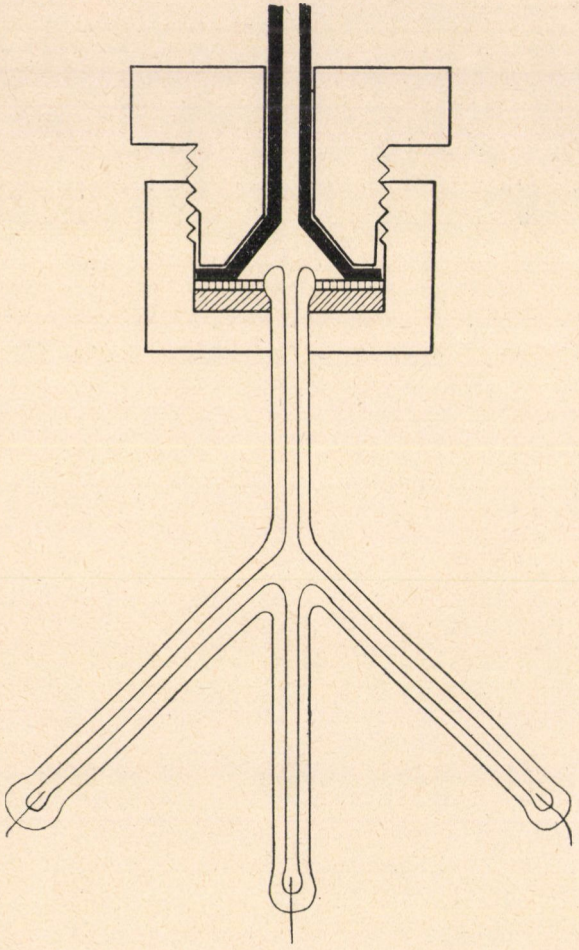
Normálelektródnak sem lehetett a szokásos kalomelelektródot használni, már csak az összekötés nehézségei miatt sem. Ezért egyfolyadékos galvánlánccal dolgoztunk a normálelektród, melyet külön e célra szerkesztettünk, a következő: Higany-merkurobromid-ammoniumbromid-oldat. Ez az elektród teljesen állandónak bizonyult kalomelektróddal szemben. Elektródpotenciáljait más helyen közöljük, itt ezen eredményeket esak felhasználjuk.

Magát az NH_4-amalgám előállítására és potenciáljának mérésére szolgáló készüléket vastagfalú üvegkapillárisból készítettük, melynek mindhárom ága alul Pt elektród beforrasztással volt ellátva. Kapillárisunk belső átmérője 2·7 mm, keresztmetszete tehát 5·72 mm^2 volt; beforrasztott végén kissé kiöblösödött. Ebbe a kiöblösödésbe került a higany éspedig minden kísérletnél 0·8 g. Tapasztalataink szerint elegendő volt a higany mennyiségét pár cg-ra állandónak tartani a különböző kísérleteknél. A kapillárist megfelelő tömítéssel (vulkánfiber és gumi) egy bronztartóba illesztettük, melyhez hollandi csavaranyával gázvezető vörösrézkapilláris csatlakozott. Ezt a gázvezetéket egy hidrogénbomba redukáló szelepéhez lehetett kapcsolni, melynek segítségével szabályozhatóan, egészen 60 atmoszféráig terjedő túlnyomást tudtunk a készülékben előállítani (l. az 1. rajzot). További javítás volt a forgó kommutátor helyettesítése egy váltóárammal polarizált automatikus átkapcsolóval; ez mp-enként 42-szer kapcsolta az amalgám-elektródot először az áramforráshoz, azután pedig a kompenzátorhoz. Kontaktusai sokkal megbizhatóbbak voltak, így a polarizáló áramot teljesen állandóan tudtuk tartani.

A szaggatós eljárások mellett azonban végeztünk olyan kísérleteket is, amelyeknél a polarizáló áram állandóan haladt át, csak a potenciálmérés pillanatában szakítottuk meg egy telegráf-kapcsolóval egészen rövid időre, mely becslésünk szerint legfeljebb egytized másodperc lehetett. Készülékünkkel áram alatt nem lehetett az elektródpotenciált mérni, mert a nagy áramsűrűség folytán igen nagy lett volna a velemért ohmikus feszültségesés.

Azáltal, hogy az NH_4-amalgámot nyomás alatt állítottuk elő, méréseink reprodukálhatósága nagymértékben megnövekedett. Sok

esetben 1—2 mV különbséggel tudtuk eredményeinket reprodukálni, ami már teljesen kielégítőnek mondható, tekintettel a mérés



1. ábra.

különböző nehézségeire. Az átlagos kísérleti hiba sohasem haladta felül a 4—5 mV-ot; ez még mindig jónak tekinthető, hisz itt egy változó összetételű, bomlékony elektróddal van dolgunk.

A kísérletek menete.

Miután a háromágú kapillárist a megfelelő koncentrációjú NH_4-bromidoldattal megtöltöttük, középső ágába megfelelő mennyiségű higanyt, föléje pedig merkurobromid-pasztát helyeztünk, mely a szokásos kalomelelektród mintájára készült. Egyik szélső ágba 0·8 g higany került. Minden kísérletünket 0°-on végeztük, olvadó jégbe helyezve az egész kapillárist. Ezután a gázvezetőcsőhöz kapcsolva a készüléket, a redukáló szelep segítségével hidrogént bocsátottunk a kapilláris fölé és a levegőt kiszorítva, a nyomást fokozatosan felemeltük a kívánt értékre, melyet a kísérlet ideje alatt állandóan tartottunk. Most bekapcsoltuk az áramot (a szaggatós kísérleteknél előbb a szaggatót indítottuk meg) az intenzitást pedig állandóan tartottuk mindaddig, amíg az elektródpotenciál állandósult. Ez 4 mA áramerősségnél mintegy 40—50 percig tartott, ekkor még 20—25 percig vártunk. Kisebb áramerősséggel is lehet a kísérletet kezdeni, ez azonban sokkal hosszadalmasabb eljárás. Az állandósulás után az áramerősséget csökkentve, újra mértük a potenciált, mely kis idő mulva újra állandósult az alacsonyabb intenzitásnak megfelelő értéknél és így lementünk egészen 0·5 vagy 0·2 mA-ig. Egy kísérlet kb. 2—3 óráig tartott. Minthogy az intenzitással alulról felfelé haladva sokkal hosszabb időre van szükség, azért mindig a leírt eljárást alkalmaztuk.

Az áram bekapcsolásánál az első percben a higany felülete nem változott észrevehető módon, bizonyára azért, mert a levált NH_4 teljesen feloldódott benne. A keletkezett amalgám térfogata azonban állandóan nőtt, még 50—60 atm. nyomás alatt is, úgy hogy a katód térfogata a kísérlet végéig hozzávetőlegesen 4—5-szörösére is felment. Az NH_4 amalgám nagyon összenyomható. Lehetséges ugyan, hogy gázbuborékokat is tartalmazott, azonban bizonyos, hogy maga az amalgám is erősen kompresszibilis, mert a gázbuborékok mindenesetre csak kis részét tehették a térfogatnak. Ha pl. a nyomást kísérlet közben 40 atm.-ról 50 atm.-ra emeltük fel, az amalgám igen jól láthatóan összenyomódott.

Amint az NH_4-amalgám képződött, a felület színe ezüstfehérből mind sötétebb szürkébe ment át, a viszkozitás rohamosan nőtt és az amalgám teljesen tésztaszerűvé vált. Legtöbbször ugyan sík

felületű volt az amalgám, de néha kinövések keletkeztek rajta és «karfiolszerű» alakot öltött. Ha ezek a kinövések túlságosan kiemelkedtek (pl. gombaszerű képződmény jött létre), az eredmények nem egyeztek a síkfelületű NH_4-amalgámon mért adatokkal, az elektródpotenciál nehezen vagy sehogyan sem állandósult és 10 mV-ig terjedő eltérések mutatkoztak. Ez az eltérés egyszerűen az áramsűrűség változásával magyarázható. Kísérleteink egyébként is bizonyítják, hogy az áramsűrűségnek döntő befolyása van az elektródpotenciálra (l. alább). Méréseink közül természetesen csak azokat vettük figyelembe, amelyeknél az NH_4-amalgám felülete sík volt.

Ugyanekkor az anódon bróm vált le, mely az elektrolitban símán feloldódott. Csak egyszer vettük észre, hogy egy hosszabban elhúzódó kísérletnél nagyon sok bróm kiválása után szilárd, vörösbarna réteg lepte be az anódot, és az áram leesett. Ez a szilárd termék valószínűleg brómhidrát volt. Kapillárisunk alakja olyan volt, hogy a bróm csak egészen lassan diffundált benne fölfelé és így a katódpotenciált nem zavarta.

Kísérleti eredmények.

2. tábla.

Kísérletek mp-ként 42-szer szaggatott egyenárammal.

C	P atm	I mA	EME Volt	ε_h Volt
1 n	30	4	1·9780	—1·8195
		3	1·9630	—1·8045
		2	1·9380	—1·7795
		1	1·9040	—1·7455
		0·5	1·8606	—1·7021
1 n	40	4	1·9728	—1·8143
		3	1·9530	—1·7945
		2	1·9266	—1·7681
		1	1·8848	—1·7263
		0·5	1·8348	—1·6763
1 n	50	4	1·9760	—1·8181
		3	1·9640	—1·8055
		2	1·9340	—1·7755
		1	1·8928	—1·7343
		0·5	1·8620	—1·7035
1 n	58	4	1·9620	—1·8035
		3	1·9408	—1·7823
		2	1·9158	—1·7573
		1	1·8750	—1·7165
		0·5	1·8320	—1·6735

3. tábla.

Kísérletek csak a mérés pillanatában szaggatott egyenárammal.

C	P atm	I mA	EME Volt	ε_h Volt
1 n	30	3	1·9526	—1·7941
		2	1·9324	—1·7739
		1	1·8906	—1·7321
		0·5	1·8540	—1·6955
1 n	40	3	1·9566	—1·7981
		2	1·9352	—1·7767
		1	1·9008	—1·7423
		0·5	1·8690	—1'7105
1 n	50	4	1·9638	—1·8053
		3	1·9530	—1·7945
		2	1·9210	—1·7625
		1	1·8770	—1·7185
		0·5	1·8380	—1·6795
2 n	40	4	1·9282	—1·7877
		3	1·9090	—1·7685
		2	1·8920	—1·7515
		1	1·8542	—1·7137
		0·5	1·8138	—1·6733
2 n	50	6	1·9444	—1.8039
		5	1·9288	—1·7883
		4	1·9190	—1·7785
		3	1·8962	—1·7557
		2	1·8754	—1·7349
		1	1·8446	—1·7041
		0·5	1.8196	—1·6791
3 n	30	3	1·9018	—1·7707
		2	1·8746	—1·7435
		1	1·8460	—1.7149
		0·5	1·8140	—1·6829
3 n	40	5	1·9210	—1·7899
		4	1·9086	—1·7775
		3	1·8884	—1·7573
		2	1·8670	—1·7359
		1	1·8330	—1·7019
		0·5	1·7944	—1·6633
3 n	50	5	1·9300	—1·7989
		4	1·9160	—1·7849
		3	1·8990	—1·7679
		2	1·8708	—1·7397
		1	1·8380	—1·7069
		0·5	1·8060	—1·6749

Mérési adatainkat két táblázatban foglaljuk össze: a 2. táblázat tartalmazza a szaggatós kísérleteket, a 3. táblázat pedig az

(csak a mérés pillanatában megszakított) egyenárammal végzett kísérleteket.

A végbemenő folyamatok a következők:

1. Elektrolizis következtében NH_4-gyökök válnak le a katódon.

2. A levált NH_4-gyökök oldódnak a higanyban és abba bediffundálnak.

3. A képződött NH_4-amalgám részben szétesik ammóniára és hidrogénre.

4. Az NH_4-amalgám bontja a vizet ammóniumhidroxid és hidrogén keletkezésével.

5. Ha katódpotenciál bizonyos értéken felülemelkedik, a katódon hidrogén is fejlődhet.

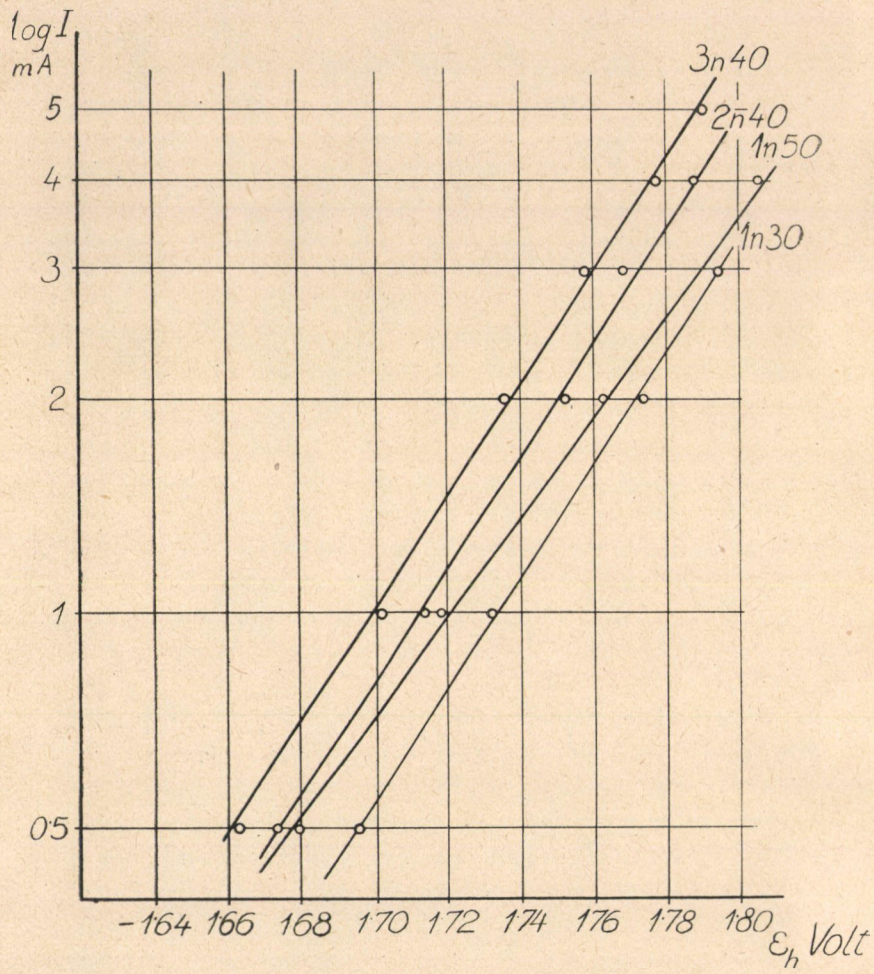
Alkálifémek leválasztása higanykatódon azért lehetséges vizes oldatban is, mert egyrészről a higanyban való oldódás erősen depolarizáló hatású, másrészt a hidrogén leválásának túlfeszültsége ezen az elektródon igen nagy. Az amalgám NH_4-koncentrációjának növekedésével nő a katódpotenciál is, de mindaddig, amíg a hidrogénleválás túlfeszültségének megfelelő értéket el nem érte, hidrogéngáz nem fog elektrolitikusan leválni. A 3. és 4. folyamatok igen nagy mértékben csökkenthetők a nyomás emelésével, mert mindkét folyamat nagy térfogatnövekedéssel jár. Egy idő mulva beáll az egyensúly a következő módon: Az 1. folyamat állandóan növeli az amalgám NH_4-koncentrációját. Viszont a 3. és 4. folyamatok ezt a koncentrációt csökkentik, de minél nagyobb a koncentráció, annál gyorsabbak. El kell tehát érkezni egy olyan NH_4-koncentrációnak, melynél az időegységben leváló NH_4 mennyisége éppen egyenlő a szétesőés oldatba menő NH_4-mennyiséggel. Így tehát egy dinamikus egyensúly áll elő és az NH_4-amalgám koncentrációja ezután konstans lesz. Szükséges természetesen az is, hogy az oldat koncentrációja, helyesebben aktivitása, szintén állandó maradjon. Ez a körülmény csak közelítőleg valósítható meg, hisz az elektrolizis folyamán az oldatból NH_4 válik ki, viszont a 3. és 4. folyamatok következtében NH_4 oldatba is megy. A potenciál értékének szempontjából azonban ez a koncentrációs polarizáció csekélyebb jelentőségű. Az egyensúly beálltával a katód közelében stacionárius diffuziós réteg alakul ki, tehát az oldat aktivitása a katód közelében állandó lesz.

Eredményeink szerint az elektrolit aktivitásának emelkedésével az elektródpotenciál kevésbbé negativ lesz ; ezt a NERNST-képlet értelmében várhatjuk is. Kvantitativ egyezés azonban az aktivitásnak a katód közvetlen közelében való ismerete nélkül nem is várható. Az elektrolizáló áram intenzitásával, vagyis az áramsűrűség emelkedésével a katódpotenciál negativabb lesz; ezt ugyancsak várhatjuk, mert így nagyobb NH_4-koncentrációjú amalgám keletkezik. Rendkívül érdekes, hogy az intenzitás (vagy ami ezzel arányos, az áramsűrűség) logaritmusa és az elektrodpotenciál között lineáris összefüggés áll fenn, melyet a 2. rajzon látunk az egyenáramu kísérletekre vonatkozólag. Hasonló az eset a szaggatós kísérleteknél is, mint ez a 3. táblázatból látható.

Ebből a logaritmikus összefüggésből máris világos az, hogy az amalgám nem lehet kétfázisú. Az utóbbi esetben ugyanis az összetételtől független és majdnem mindig az oldott kevésbbé nemes fém potenciáljához egészen közel álló elektródpotenciál jön létre, míg folyékony, homogén oldat esetében az elektródpotenciál az összetétel függvénye. Látható tehát, hogy esetünkben a higany nem volt telítve NH_4-mal. Az egyenesek hajlásszöge csak közelítőleg egyezik.

Az 5. folyamatot, a hidrogén leválását a katódon, gondosan figyeltük. Nagyobb, 30—40 atm., nyomásnál gázfejlődést nagyítóval sem vettünk észre, ha az áramsűrűség nem ment túl egy határon. Ezen az áramsűrűségen felül azonban az oldat a katód közelében annyira kimerül NH_4-ionokban, hogy hidrogén válik le. Ilyenkor rövid időközökben buborékok hagyják el az amalgám felületét. A keletkezett gáz felkavarja az elektrolitet, miáltal újra elegendő NH_4 ion kerül a katód közelébe, melyek átveszik az elektromosság szállítását; a hidrogénfejlődés megszűnik és a katódpotenciál csökken. Mire az elektrolit a nagy áramsűrűség következtében újra kimerül, a fenti jelenség megismétlődik. Természetesen ez a jelenség csak oly nagy áramsűrűségnél áll be, amelynél az NH_4-ionok diffuziója már elégtelen a leválás pótlására. Táblázatainkban csak ezen a határon alul maradó áramsűrűségek szerepelnek, a kedvező áramsűrűség az elektrolitkoncentráción kívül még a nyomástól is függ.

Nehezebb volna megmagyarázni, hogy a potenciálok miért



2. ábra.

lineáris függvényei az az áramsűrűségnek. Itt több folyamatot kell tekintetbe venni: az NH_4 leválását, bomlását (mely valószínűleg bimolekuláris reakció), azután az NH_4 vízbontó hatását, mely függ az amalgám felületi koncentrációjától, amely viszont az NH_4-nak a higanyban való diffuziójával csökken. Feltehető az alkáliamalgámok analógiájára, hogy az oldódási tenzió az amalgám koncentrációjával arányos. A fenti lineáris összefüggés megmagyarázására

ismerni kellene, hogy az amalgámkoncentráció milyen függvénye az áramsűrűségnek. Ha feltesszük, hogy ez az összefüggés egyszerű arányosság $P=kc=k'I$ (ahol P = oldódási tenzió, c koncentráció, I intenzitás, k és k' állandók), akkor is hátramarad még az elektrolit felületi koncentrációjának és az esetleg fellépő kémiai polarizációnak, valamint a bomlás mechanizmusának pontos ismerete. Mindez a kérdést annyira komplikálja, hogy az további vizsgálatokat igényel.

E helyen is köszönetünket fejezzük ki a Rockefeller Alapnak, a Széchenyi Tudományos Társaságnak és a szegedi Természettudományi Kutatási Bizottságnak kutatásaink segélyezéséért.

Szeged, Elméleti Fizikai Intézet.

Összefoglalás.

1. Elektrolites úton előállított NH_4-amalgám elektródpotenciálját mértük vizes és nemvizes oldatokkal szemben. A kapott értékek nem jól reprodukálhatók, mert az amalgám még alacsony hőfokon is erősen bomlik.

2. Megfelelő készüléket szerkesztettünk NH_4-amalgám nyomás alatt való előállítására (50 atmoszféráig) és potenciáljának mérésére. Az így kapott értékek jól reprodulkáhatók.

3. Mértük a potenciált 0°-on különböző nyomások alatt és különböző koncentrációjú NH_4Br-oldatokkal szemben. Az eredmények táblázatokban vannak összefoglalva.

4. Áram alatt mérve a potenciált, az elektródpotenciál az áramsűrűség logaritmusával egyszerűen arányos. Ezen jelenség elméleti diszkusszióját adjuk.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. nov. 12-én tartott üléséből.)

DAS POTENTIAL DES AMMONIUMAMALGAMS.

Von STEFAN v. NÁRAY-SZABÓ und LADISLAUS SZLATINAY.

1. Auf elektrolytischem Wege dargestelltes Ammoniumamalgam wird elektrochemisch untersucht. Die Elektrodenpotentiale sind infolge der Zersetzlichkeit nicht gut reproduzierbar.

2. Ein entsprechendes Apparat wurde konstruirt zur Darstellung des Amalgams unter Druck (bis 50 Atm.) und Messung des Elektrodenpotentials. Die so erhaltenen Werte sind gut reproduzierbar.

3. Das Elektrodenpotential ε_h wurde bei 0° unter verschiedenen Drucken und gegen NH_4Br-Lösungen verschiedener Konzentration gemessen. Ergebnisse s. in den Tabellen.

4. Die Potentiale unter Stromdurchgang (bei der Messung momentan unterbrochen) ändern sich linear mit dem Logarithmus der Stromdichte. Eine theoretische Diskussion dieser Beziehung wird gegeben.

Szeged, Theoretisch-physikalisches Institut der Universität.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. November 1934.)

KIS MOZGÁSOKNAK CSUKLÓLÁNC ÁLTAL VALÓ NAGYÍTÁSÁRÓL.

BAY ZOLTÁN-tól.

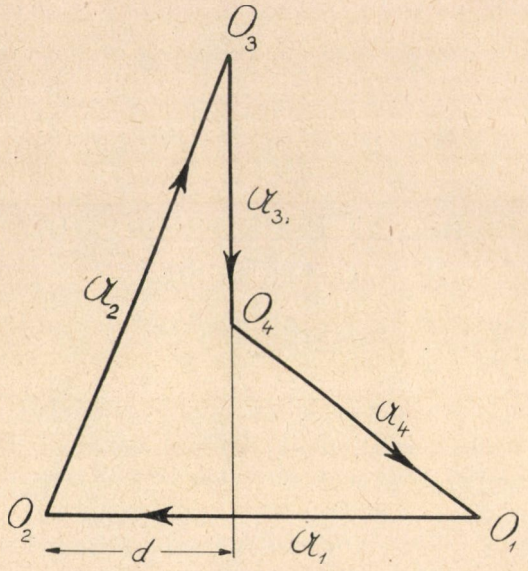
Kis mozgásoknak mechanikai nagyítása rendszerint emelőszerkezetek segítségével történik. Mivel a nagyítás egy emelőnél a karok viszonyával egyenlő, nagy nagyítás elérése céljából vagy ezt a viszonyszámot kell nagyra választanunk, vagy pedig több emelőből álló rendszert kell alkalmaznunk. Mindkét eset nehézségekkel jár, ha gyors lefolyású, kicsiny energiájú mozgásokat akarunk nagyítani, mivel egyrészt az eléggé szilárd emelőkarok nagy tehetetlenségi nyomatékkal bírnak, másrészt a tengelyek kicsiny eltolódásai a leképzést torzíthatják.

Jelen dolgozat egy oly mozgásnagyító szerkezet elvét adja meg, melynél oldalirányból igénybevett emelőkarok nem fordulnak elő és melynél a forgási tengelyek könnyen helyettesíthetők az alkatrészek kicsiny elasztikus deformációi által.

E mechanikai nagyítószerkezet egy sík csuklónégyszögből áll, melynek egyik oldala fix, egy másik oldala pedig a nagyítandó mozgásokat végzi. Utóbbiakat itt, mint egy a térben fix tengely körüli forgásokat tárgyaljuk. Az az eset, midőn kicsiny lineáris elmozdulások nagyításáról van szó, ebből az általánosabból specializálható.

A csuklónégyszöget jelentse a négy vektor: $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$, $\mathfrak{a}_4$ az 1. ábrában látható elrendezés szerint. $\mathfrak{a}_1$ kiindulási pontja, O_1 és az $\mathfrak{a}_3$ végpontja, O_4 fix pontokat jelentsenek a lánc síkjában, O_i az i-edik lánctagnak, A_i-nek csuklópontja. Érvényes, hogy

$$\sum_1^4 \mathfrak{a}_i = 0 \qquad (1)$$



1. ábra.

és differenciálás által, mivel $\mathfrak{a}_4$ egy konstans vektor:

$$\sum_1^3 \frac{d\mathfrak{a}_i}{dt} = 0. \tag{2}$$

Mivel $|\mathfrak{a}_i| = a_i = \text{const}$, érvényes:

$$\mathfrak{a}_i \frac{d\mathfrak{a}_i}{dt} = 0 \tag{3}$$

(2) és (3) alapján a következő egyenleteket írhatjuk fel

$$\mathfrak{a}_1 \left(\frac{d\mathfrak{a}_2}{dt} + \frac{d\mathfrak{a}_3}{dt} \right) = 0, \quad \mathfrak{a}_1 \frac{d\mathfrak{a}_2}{dt} = - \mathfrak{a}_1 \frac{d\mathfrak{a}_3}{dt} \tag{4}$$

és hasonlóképpen még kettőt, melyek az 1, 2, 3 indexeknek ciklikus felcserélésével keletkeznek.

(3) alapján írhatjuk:

$$\frac{d\mathfrak{a}_i}{dt} = [\mathfrak{w}_i \mathfrak{a}_i] \tag{5}$$

hol az egyenlet alakjából következik, hogy $\mathfrak{w}_i$ az i-edik forgási vektor.

Helyettesítsük (5) egyenleteket (4)-be, akkor adódik:

$$\mathfrak{a}_1 [\mathfrak{w}_2 \mathfrak{a}_2] = - \mathfrak{a}_1 [\mathfrak{w}_3 \mathfrak{a}_3] \tag{6}$$

és még két hasonló, ciklikus felcseréléssel. A vektorszorzatok átalakításával kapjuk:

$$\begin{aligned} \mathfrak{w}_2 [\mathfrak{a}_2 \mathfrak{a}_1] &= \mathfrak{w}_3 [\mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_3] \\ \mathfrak{w}_3 [\mathfrak{a}_3 \mathfrak{a}_2] &= \mathfrak{w}_1 [\mathfrak{a}_2 \mathfrak{a}_1] \\ \mathfrak{w}_1 [\mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_3] &= \mathfrak{w}_2 [\mathfrak{a}_3 \mathfrak{a}_2] \end{aligned} \tag{7}$$

A két utolsó egyenlet adja a keresett összefüggéseket $\mathfrak{w}_2$ és $\mathfrak{w}_1$. továbbá $\mathfrak{w}_3$ és $\mathfrak{w}_1$ között, tehát az A_1 forgásának A_2-re és A_3-ra való átvitelét szolgáltatja.

Mivel a (7)-ben szereplő vektorszorzatok és $\mathfrak{w}_i$-k mindannyian merőlegesek a lánc síkjára, tehát egymáshoz parallel helyzetűek, írhatjuk

$$w_2 = \frac{a_1 \sin (\mathfrak{a}_3 \mathfrak{a}_1)}{a_2 \sin (\mathfrak{a}_2 \mathfrak{a}_3)} \cdot w_1 \tag{8}$$

és

$$w_3 = \frac{a_1 \sin (\mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_2)}{a_3 \sin (\mathfrak{a}_2 \mathfrak{a}_3)} w_1 \tag{9}$$

hol w_i a $\mathfrak{w}_i$ abszolút értékét jelenti.

$\mathfrak{a}_2$ mozgását úgy foghatjuk fel, mint egy forgást $\mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_3$ metszéspontja körül, ennek megfelelően a (8) formula szerint:

$$w_2 = \frac{a_1}{d} w_1,$$

hol d a metszéspontnak O_2-től való távolságát jelenti.[1]

Vizsgáljuk meg az általában érvényes (8) és (9) formulákat két speciális esetben.

I. A lánctagok elrendezése legyen a 2. ábra szerint.

Itt közelítőleg:

$$\begin{aligned} (\mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_2) &\sim \frac{\pi}{2}, \\ (\mathfrak{a}_2 \mathfrak{a}_3) &\sim \pi, \\ (\mathfrak{a}_3 \mathfrak{a}_1) &\sim \frac{\pi}{2}, \\ a_2 &\sim a_3, \end{aligned} \tag{10}$$

[1] V. ö. H. Alt: Handb. d. Phys. Bd. V. Kap. 5. S. 216. 1927.

$$\frac{a_2 \sin (\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)}{\sin (\mathfrak{a}_3\mathfrak{a}_1)} = d \sim \frac{a_3 \sin (\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)}{\sin (\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_2)} \tag{10a}$$

és

$$w_2 = \frac{a_1}{d} w_1 \sim w_3. \tag{11}$$

Tehát $\mathfrak{a}_2$ és $\mathfrak{a}_3$ forgásai ugyanolyan irányúak, mint $\mathfrak{a}_1$ forgása és a forgás egy áttételének felelnek meg

$$N = \frac{a_1}{d} \tag{12}$$

viszonyszámmal.

E viszonyszám mozgás közben nagy azimutintervallumban állandó marad, mivel a (10*a*) nevezőiben előforduló szinuszfüggvények $\frac{\pi}{2}$ közelében lassan változnak és a számlálókban az $(\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)$ szög ugyancsak nagy intervallumban állandó marad, mivel $\mathfrak{a}_2$ és $\mathfrak{a}_3$ elfordulásai egyenlő irányúak és egy nagyságrendűek.

A forgásoknak nagyítószerkezetünk által létesített áttétele tehát nagy intervallumban független az elfordulástól, vagyis a formahű leképzés feltételét a rendszer kielégíti.

Írjuk a (8) és (9) egyenleteket differenciálformába és tegyük (10) alapján:

$$\sin (\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_2) \sim \sin (\mathfrak{a}_3\mathfrak{a}_1) \sim 1,$$

akkor a következő kifejezéseket kapjuk

$$d\vartheta_2 = \frac{a_1}{a_2 \sin (\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)} d\vartheta_1$$

és

$$d\vartheta_3 = \frac{a_1}{a_3 \sin (\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)} d\vartheta_1,$$

hol ϑ_i az $\mathfrak{a}_i$ azimutját jelenti egy a síkban fix koordinátarendszerben. Itt $a_3 d\vartheta_3$ az O_3 pont elemi elmozdulását jelenti, míg $a_1 d\vartheta_1$ az O_2 pontét. A kettő viszonya:

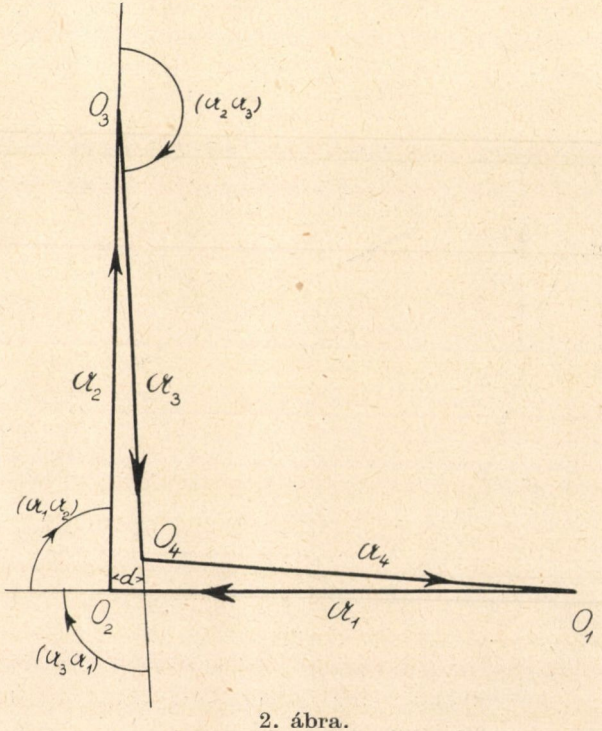
$$\frac{a_3 d\vartheta_3}{a_1 d\vartheta_1} = \frac{1}{\sin (\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)}$$

mutatja a lineáris elmozdulások nagyításának lehetőségét és megfelel egy emelővel létesített áttételnek.

$$N' = \frac{1}{\sin\,(a_2 a_3)} \tag{13}$$

karviszonnyal.

Az N és N' viszonyszámok igen nagynak választhatók (12) és (13) alapján, ha sin $(a_2 a_3)$-t igen kicsinynek választjuk. En-



2. ábra.

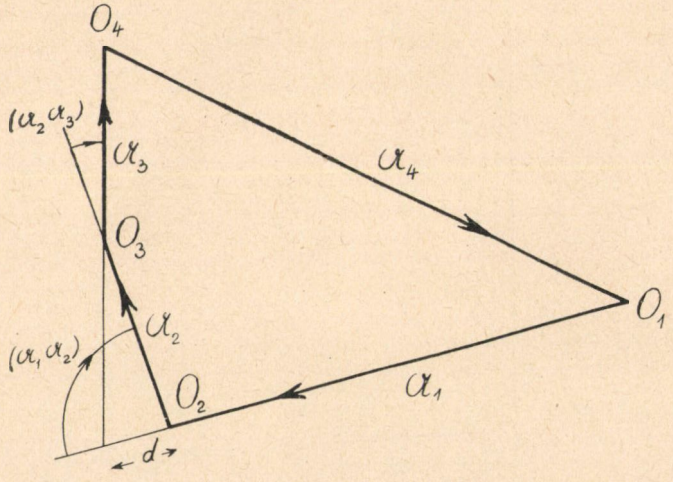
nek praktikusan semmi akadálya nincs, mint az a 2. ábra alapján könnyen belátható. E mellett a rendszer nem bír a kicsiny karok hátrányaival s a rendszer megvalósításánál a lánctagok kicsiny tömegűre választhatók, mivel oldalról való igénybevételnek nincsenek kitéve.

II. A lánctagok elrendezése legyen a 3. ábra szerint. Legyenek közelítőleg

$$(\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_2) \sim \frac{\pi}{2},$$
$$(\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3) \text{ igen kicsiny},$$
$$(\mathfrak{a}_3\mathfrak{a}_1) \sim \frac{3\pi}{2}, \tag{14}$$
$$a_2 \sim a_3,$$
$$-\frac{a_2 \sin(\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)}{\sin(\mathfrak{a}_3\mathfrak{a}_1)} = d \sim \frac{a_3 \sin(\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)}{\sin(\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_2)} \tag{14a}$$

és

$$w_2 = -\frac{a_1}{d} w_1, \quad w_3 = +\frac{a_1}{d} w_1. \tag{15}$$



3. ábra.

Az $\mathfrak{a}_2$ elfordulása tehát ellenkező irányú, $\mathfrak{a}_3$ elfordulása ugyanolyan irányú, mint $\mathfrak{a}_1$ elfordulása. Mindkettő közelítőleg egyenlő nagyságú és a forgás egy áttételének felel meg

$$N = \frac{a_1}{d} \tag{16}$$

viszonyszámmal.

Az előbbi I. esettel ellentétben itt N kisebb azimutintervallumban marad állandó, mivel a (14a) számlálóiban előforduló $(\mathfrak{a}_2\mathfrak{a}_3)$ szög a rendszer mozgása közben változik. Mindamellett

felhasználható a rendszer kis mozgások nagyítására és N naggyá tehető sin (a_2a_3) kellő kicsinyre választásával.

A (13) formulának megfelelően a lineáris nagyítás itt is

$$N' = \frac{1}{\sin(a_2a_3)} \tag{17}$$

által fejezhető ki.

A rendszer dinamikája könnyen megadható LAGRANGE módszere szerint. Legyen:

v_i az O_i sebességi vektora,

m_i az A_i tömege,

p_i az A_i impulzusa,

$\mathfrak{N}_i$ az A_i forgási impulzusa, O_i-re vonatkoztatva,

r_i az A_i tömegközéppontjának O_i-ből számított radiusvektora,

$\boldsymbol{E}_i$ A_i-nek O_i-re vonatkoztatott tehetetlenségi tenzora, akkor p_i és $\mathfrak{N}_i$ kifejezései:

$$\begin{aligned} p_i &= m_i\{v_i + [w_i r_i]\} \\ \mathfrak{N}_i &= m_i[r_i v_i] + \boldsymbol{E}_i w_i. \end{aligned} \tag{18}$$

A mozgási energia kétszerese:

$$2L = \sum_1^3 (v_i p_i + w_i \mathfrak{N}_i). \tag{19}$$

Helyettesitsük a (18) kifejezéseket (19)-be és vegyük figyelembe, hogy esetünkben

$$v_1 = 0, \quad v_2 = \frac{da_1}{dt} = [w_1 a_1]$$

és A_3-nal vonatkoztatási pontnak a fix O_4 csuklópontot használva:

$$v_4 = 0,$$

akkor adódik

$$2L = \sum_1^3 w_i(\boldsymbol{E}_i w_i) + m_2[w_1a_1]^2 + m_2[w_1a_1][w_2r_2] + m_2\big[r_2[w_1a_1]\big]w_2.$$

A két utolsó tagot átalakítás után összevonhatjuk:

$$2L = \sum_1^3 w_i(\boldsymbol{E}_i w_i) + m_2[w_1a_1]^2 + 2m_2[w_1a_1][w_2r_2]. \tag{20}$$

A (20)-ban előforduló vektorok mindannyian vagy párhuzamosak a lánc síkjával, vagy arra merőlegesek, és ha az összes lánctagok homogén rudak, melyeknek tengelyei a lánc síkjában vannak, akkor az O_i-n keresztülmenő, a lánc síkjára merőleges egyenesek főtehetetlenségi tengelyek. Ha a tehetetlenségi nyomatékok e tengelyek körül K_i'-vel egyenlők, akkor

$$E_i \mathfrak{w}_i = K_i' \mathfrak{w}_i = \left[K_i + \left(\frac{a_i}{2}\right)^2 m_i\right] \mathfrak{w}_i,$$

hol K_i a tömegközéppontra vonatkoztatott főtehetetlenségi nyomatékot jelenti. A vektorszorzatok értékeit beírva, kapjuk:

$$2L = \sum_1^3 \left[K_i + \left(\frac{a_i}{2}\right)^2 m_i\right] w_i^2 + m_2 a_1^2 w_1^2 + m_2 a_1 a_2 \cos(a_1 a_2)\, w_1 w_2. \quad (21)$$

Felhasználva a lánc kinetikájában nyert eredményeket, melyek szerint a lánc *egy* szabadsági fokú rendszer, eredményünk egyszerűsödik. Helyettesítsük w_2-t és w_3-at (8) és (9)-ből, akkor

$$2L = w_1^2 \left\{K_1' + N_2^2 \left[m_2 \left(\frac{a_2}{2}\right)^2 + K_2\right] + N_3^2 \left[m_3 \left(\frac{a_3}{k}\right)^2 + K_3\right] + \right.$$
$$\left. + m_2 a_1^2 + N_2 a_1 a_2 \cos(a_1 a_2)\right\}, \quad (22)$$

hol

$$N_2 = \frac{a_1 \sin(a_3 a_1)}{a_2 \sin(a_2 a_3)}, \quad N_3 = \frac{a_1 \sin(a_1 a_2)}{a_3 \sin(a_2 a_3)}.$$

Ezek alapján a rendszer mozgásegyenletét surlódásnélküli esetben explicite felírhatjuk:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial w_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial \vartheta_1} = Q, \quad (23)$$

hol Q a ϑ_1 koordinátához tartozó LAGRANGE-erő.

A ϑ_1 szögvariábilis a kinetikus energia kifejezésében explicite előfordul, mivel N_2 és N_3 általában ϑ_1-nek függvényei.

Lényegesen egyszerűsödik azonban (23) az általunk I és II alatt tárgyalt speciális esetekben, ahol közelítőleg volt:

$$N_2 = N_3 = N. \quad (24)$$

A következőkben két esetet vegyünk figyelembe.

a) Külső forgatónyomaték $(M(\vartheta_1, t))$ csak A_1-re hat. Ha A_1 magában volna jelen, akkor M annak egy K_1' által meghatározott mozgását létesítené. Kérdés, hogy az elért kinematikai nagyítás mellett az A_2 és A_3 lánctagok jelenléte A_1 mozgását dinamikailag mennyiben befolyásolja?

(23) és (24) alapján a mozgásegyenlet:

$$K_r\ddot{\vartheta}_1 = M,$$

tehát az egyszerű tengely körüli forgás egyenlete,

$$K_r = K_1' + N^2\left[m_2\left(\frac{a_2}{2}\right)^2 + K_2 + m_3\left(\frac{a_3}{2}\right)^2 + K_3\right] + \\ + m_2a_1^2 + m_2Na_1a_2\cos(a_1a_2) \tag{25}$$

«redukált» tehetetlenségi nyomatékkal.

Ezek alapján kis forgások mechanikai nagyítását, azok lehető kicsiny torzításával, elérhetjük, ha gondoskodunk arról, hogy (25)-ben a K_1' mellett szereplő tagok K_1'-hez képest kicsinyek legyenek. Ezt a követelményt általában könnyen megvalósíthatjuk, mivel az A_2 és A_3 rudak tömegeit (a rudak oldalirányból jövő igénybevételnek nincsenek kitéve) igen kicsinyre választhatjuk. Ezért és mivel N nagy, elhanyagolva (25) két utolsó tagját, kapjuk a

$$K_r = K_1' + N^2\left[m_2\left(\frac{a_2}{2}\right)^2 + K_2 + m_3\left(\frac{a_3}{2}\right)^2 + K_3\right] \tag{26}$$

formulát, hol m_2, m_3, K_2, K_3 kicsiny volta miatt a második tag még mindig K_1'-nél általában kisebb nagyságrendű (pl. szeizmográfoknál).

b) A rendszer kísérleti alkalmazásánál fontosabbik eset a csuklótengelyek nélküli megoldás, mivel egyrészt a csuklók nagy tömeggel bírnak, másrészt a tengelyek kicsiny eltolódásai a leképzést torzíthatják (169. lap).

Elkerülhető a csuklótengelyek alkalmazása, ha a rendszer konstrukciója olyan, hogy O_2, O_3, O_4 környezetében az össze-

épített rudaknak kicsiny elasztikus deformációi jöhetnek létre. Ily körülmények között kinematikai eredményeink alkalmazhatók maradnak, de a rendszer dinamikai tárgyalásánál a deformációk miatt fellépő forgatónyomatékokat is figyelembe kell vennünk.

Kis defermációknál a potenciálfüggvény

$$2V = \sum_{1}^{4} c_{i,\,i-1}(\psi_i - \psi_{i-1})^2, \tag{27}$$

hol a lánc zárt voltára való tekintettel $i = 1$ esetben $i - 1$ helyébe 4 teendő, ψ_i az i-edik rúdnak az egyensúlyi helyzettől számított elfordulása és $\psi_4 = 0$.

I esetben $\psi_2 - \psi_1 \sim \psi_2$, mivel $\psi_2 = N\psi_1$ és N nagy szám, $\psi_2 - \psi_3 = 0$, mivel $\psi_2 \sim \psi_3$, lesz tehát

$$2V = c_{14}\psi_1^2 + c_{21}\psi_2^2 + c_{43}\psi_3^2,$$

továbbá (11) és (15) alapján:

$$2V = \psi_1^2 [c_{14} + N^2(c_{21} + c_{43})]. \tag{28}$$

A mozgásegyenlet, ha külső erők nem hatnak:

$$\ddot{\psi}_1 + \frac{c_{14} + N^2(c_{21} + c_{43})}{K_r}\psi_1 = 0, \tag{29}$$

azaz a rendszer egyszerű rezgőrendszert képvisel, a nagyítószerkezet nélküli esethez (csupán A_1 rúd, c_{14} által jellemzett elasztikus erővel) képest megváltozott önfrekvenciával. Az önfrekvencia a nagyítószerkezet jelenléte miatt növekedhetik, vagy csökkenhet, dimenzionálás szerint.

II esetben: $\psi_2 - \psi_1 \sim \psi_2$, mivel $\psi_2 = N\psi_1$, hol N nagy, $\psi_3 - \psi_2 = 2N\psi_1$, azaz

$$\begin{aligned} 2V &= c_{14}\psi_1^2 + c_{21}\psi_2^2 + c_{32}4N^2\psi_1^2 + c_{43}\psi_3^2 = \\ &= \psi_1^2 [c_{14} + N^2(c_{21} + 4c_{32} + c_{43})]. \end{aligned}$$

A mozgásegyenlet:

$$\ddot{\psi}_1 + \frac{c_{14} + N^2(c_{21} + 4c_{32} + c_{43})}{K_r}\psi_1 = 0.$$

A nagyítószerkezet által létesített irányító erő itt $4c_{32}$ jelenléte miatt nagyobb.

Mindkét eset (I, II) alkalmazható például elektromágneses oszcillográfoknál, hol A_1 jelenti az oszcillográfnak mágneses térben mozgó lágyvasrúdját, melyet elasztikus irányító erő tart egyensúlyi helyzetében. A nagyítószerkezet, konstrukció szerint, az oszcillográf önfrekvenciáját növelheti vagy csökkentheti.

Szeged, Elméleti Fizikai Intézet, 1934. június hó.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. október 8-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE VERGRÖSSERUNG KLEINER BEWEGUNGEN MITTELS GELENKKETTE.

Von ZOLTÁN BAY.

Es wird die Möglichkeit der Vergrösserung von kleinen Bewegungen mittels Gelenkkette beschrieben, die dynamische Theorie der Methode gegeben. Es zeigt sich, dass die Kette bei geeigneter Konstruktion eine beträchtliche Vergrösserung neben formgetreuer Abbildung gibt. Einige spezielle Fälle werden diskutiert.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 8. Oktober 1934.)

A BÖRZSÖNYI-HEGYSÉG NÉHÁNY LÖSZÉRŐL.

VENDL ALADÁR r. tagtól.

Már Budapest környéke löszének tanulmányozásakor említettük,[1] hogy több löszben a helyi kőzetek törmelékei kisebb-nagyobb mértékben jellegzetesek. Ennek a kérdésnek további tanulmányozására olyan nagyobb területet kell kiválasztani, melyen a környezettől meglehetősen elütő ásványokból álló kőzetek az uralkodók. Ilyen könnyen hozzáférhető terület a Börzsönyi-hegység. Ebben a hegységben — miként különösen PAPP FERENC[2] munkáiból ismeretes — a különböző andezitok és tufáik borítják a felszín legnagyobb részét; a homokos, üledékes kőzetek aránylag valamivel kevesebb szerepűek. Előnye ennek a területnek még az is, hogy éppen PAPP közleményeiből jól ismerjük a benne előforduló eruptív kőzeteket, illetőleg ezek ásványait.

Ennek a munkának célja tehát tanulmányozni a Börzsönyi-hegység néhány löszét abból a célból, hogy vajjon a löszök ásványainak minőségéből vagy esetleg mennyiségükből nem lehet-e meg-

---

[1] VENDL ALADÁR—TAKÁTS TIBOR—FÖLDVÁRI ALADÁR: A budapest-környéki löszről. Mat. és Termtud. Értesítő. LII. 1934. p. 713—787.

[2] PAPP FERENC: Helemba—kövesdkörnyéki andezitek. Földtani Közlöny. LVI, 1926. p. 57—61. — Über die Dacite vom Börzsönyer Gebirge. Zentralblatt f. Mineralogie. Abt. A. 1932. p. 264—269. — Über die Andesit- und Dacitkontakte im Börzsönygebirge. Földtani Közlöny. LXII. p. 122—129. — A Börzsönyi-hegység eruptív kőzetei. Mat. és Termtud. Értesítő. XLIX. 1932. p. 431—464. — Márianosztra és Nagyirtáspuszta környékének kőzet és földtani felépítéséről. Földtani Közlöny. LXIII. 1933. p. 62—95. — Kőzet-földtani megfigyelések Kisirtás és Bányapuszta környékéről. Földtani Közlöny. LXIII. 1933. p. 201—215. — A Börzsönyi-hegység középső részének eruptív kőzeteiről. Földtani Közlöny. LXIV. 1934. p. 31—45.

állapítani azt, hogy összetételük eltérő a fővárosköryéki löszökétől és hogy andezitokkal, illetőleg andezittufákkal borított területen rakta le őket a szél?

A kérdés eldöntésére nem szükséges sok löszt tanulmányozni, csak úgy kell a löszmintákat megválasztani, hogy a hegységnek különböző, távol levő területeiről származzanak.

A megvizsgált löszök a következők:

1. *Nagybörzsöny*, 225 m t. sz. f. magasságból, Grósz János telkéről. A lösz közvetlen fekvője felső oligocénkori homok. Jellemző, hogy helyenként aránylag nagyobb (0·5—1·0 mm) kvarcszemek is vannak benne. A durvább homokos része a felsőoligocénkori homokból származott. Szabad szemmel is látszanak benne a nagyobb amfibolok. Mészcsövecske aránylag kevés fordul elő ebben a sötét okkersárga színű löszben.

2. *Márianosztra*, 275 m t. sz. f. magasságból, a Himpfner-híd mellől. Fekvője hipersztenes biotit-amfibolandezit, közvetlenül a lösz alatt ez a kőzet igen erősen elmállott. A közelben levő Cerina kőfejtőben feltárt ugyanaz a kőzet a következő összetételű (térfogat %): Lolokristályos alapanyag = 54 %, barna amfibol = 9 %, biotit = 8 %, hipersztén 2 %, a többi plagioklász s akcesszoriák. Mészcsövecske nem nagyon gyakori a löszben. Színe az előzőénél kissé sötétebb.

3. *Csákhegy*. Ny-i oldal, 220 m t. sz. f. magasságból. Fekvője biotitos hipersztén-amfibolandezit, melynek sötét elegyrészei a következő térfogatszázaléknyi mennyiségben vesznek részt a kőzet alkotásában Papp Ferenc szerint: biotit = 1%, hipersztén = 2%, amfibol = 10%. A lösz erősen lyukacsos s elég sok mészcsövecskét tartalmaz.

4. *Zebegény*, az Újvölgy (Bészobi patak) baloldalán, az újvölgyi üdülőtelep keleti szélén vezető út mellett levő andezittufafeltárás fölött, mintegy 130 m t. sz. f. magasságban. Közvetlen fekvője horzsaköves, breccsás hipersztén-amfibolandezittufa. Valamivel világosabb színű lösz, mint a márianosztrai.

A megvizsgált négy löszt a helyszínen Papp Ferenc adjunktus úr tanulmányozta; a mintákat is ő gyüjtötte. Ő állapította meg a fekvőkőzetek minőségét is.

A mikroszkópos vizsgálatra a megvizsgált löszmintákat

Földvári Aladár úr a következőképpen készítette elő: 80 gr löszt megfelelő hengerüvegben két részletre választott szét; az egyik részletbe kerültek a 0·02 mm-nél nagyobb, a másikba a 0·02 mm-nél kisebb átmérőjű szemek. A szétválasztást ülepítéssel, vízben, 10 cm esési magassággal végezte. Az ásványszemcsék teljes szétválására elég volt a vízzel leöntött löszt üvegbottal elkeverni. Az első öt-hat iszapolás desztillált vízzel történt s az ülepítési idő eltelte után a vizet porcelláncsészében vízfürdőn elpárologtattuk. A hengerüvegben visszamaradt anyagot vízvezetéki vízzel addig iszapoltuk, míg a 0·02 mm-nél kisebb átmérőjű szemcséket mind el nem különítettük, majd a vízvezetéki víz sótartalmának kimosására azt a részletet, melynek szemcséi 0·02 mm-nél nagyobb átmérőjűek, néhányszor desztillált vízben iszapoltuk. Végül ezt a részletet 105° C hőmérsékleten megszárítottuk és azután megmértük. Az ülepedési idő Atterberg alapján 7'30" volt.

Ezután ugyanezt a részletet 2·9 sűrűségű bromoformmal két részre választottuk szét. A két részlet ásványait alkohollal kimostuk, 105° C hőmérsékleten megszárítottuk s végül megmértük. A szétválasztást kétszer végeztük oly módon, miként egyik előbbi dolgozatunkban leírtuk.[1]

Az elválasztások eredményét a következő táblázatos összeállítás foglalja össze:

Lelőhely	A feldolgozott lösz súlya g-ban	A 0·02 mm-nél nagyobb szemcsék súlya g-ban s a feldolgozott anyag súlyszázalékában		A 2·9-nél nagyobb sűrűségű ásványok mennyiségei		
		g	súly %-ban	g-ban	a feldolgozott lösz súly %-ában	a 0·2 mm-nél nagyobb szemek súly %-ában
Márianosztra ...	80	51·56	64·45	0·7204	0·90	1·12
Nagy-Börzsöny .	80	54·89	68·61	0·6980	0·87	1·27
Csákhegy	80	55·71	69·64	0·2082	0·26	0·37
Zebegény	80	55·29	69·11	0·0960	0·12	0·17

Mindegyik részletet külön-külön tanulmányoztam mikroszkóppal. Beágyazó folyadékul vizet, glicerint vagy szegfűszegolajt használtam. Gyakran az ásványszemecskék fénytörésének kisebb vagy nagyobb pontosságú meghatározása is szükséges volt. Erre

[1] Vendl Aladár—Takáts Tibor—Földvári Aladár: l. c.

a célra a SCHRÖDER VAN DER KOLK ajánlotta folyadékok némelyikét használtam fel. Az ásványok optikai tulajdonságainak megállapítása gyakran csak megközelítő értékekre vezetett, mert az apró szemcsékből orientált metszetek készítése szinte teljesen lehetetlen. A legtöbb szem olyan kicsi, hogy a FEDOROFF-féle asztalon való vizsgálatra nem alkalmas. Ezért igen gyakran csak α' vagy γ' helyzetének megállapítása lehetséges, míg α vagy γ iránya közvetlenül nem észlelhető.

A vizsgálatok célja volt, hogy a jellemző, gyakoribb ásványokat határozzam meg. A ritkán, igen alárendelten előforduló ásványokat külön nem kerestem. A meghatározott ásványok rövid jellemzésében az ásványok sorrendjét úgy tüntettem fel, hogy a legnagyobb mennyiségben található ásvány kerüljön előre; az utána következők fogyó mennyiségben találhatók. Az ásványok a következők:

Kvarc.

Ez az ásvány fordul elő a legnagyobb mennyiségben. A szemecskék alakja túlnyomórészben szögletes, szilánkos. Némelyik szem azonban — főként a nagyobbak közül — kissé legömbölyödött. A törési felület a szemcséken fényes vagy — kis mennyiségben — fénytelen. Szabálytalan lefutású, rövidebb-hosszabb repedések a szemeken elég gyakoriak. A szemcséket jórészben igen vékony kalciumkarbonátkéreg vonja be több-kevesebb vashidroxid kíséretében. A repedésekben levő kéregrészlet nehezebben távolítható el savval való kezeléskor.

A kvarcszemek legtöbbje színtelen és víztisztán átlátszó. Ritkábbak a színes kvarcszemek: sárga, szürke vagy rózsaszínű árnyalatokban. A sárga szemek legnagyobb része vasoxidos foltoktól nyerte színét; a vasoxid kisebb-nagyobb terjedelmű kérgezések alakjában található a szem felületén, vagy apró szemcsék alakjában magában a szem belsejében. A szürkeszínű kvarcszemek legtöbbje több-kevesebb fekete, opak, apró zárványtól nyerte színét. Néha annyi ilyen zárvány fordul elő, hogy a kvarc sötétszürkének vagy csaknem feketének látszik. A ritkábban előforduló rózsaszínű vagy vöröses színű kvarcok rendesen hematitpikkelyeket tartalmaznak zárványként, vagy esetleg dilut színezésűek. A vörös

szemek színét némely szemen a rajta előforduló hematitpikkelykék okozzák; ezek többnyire csak foltonként tarkítják a szemet s nem egyenletesen vonják be. Az egyik kvarcszemhez hozzánőtten (a zebegényi löszben) kloritpikkelyke volt meghatározható.

A színtelen kvarcokban gyakran találhatók folyadékzárványok; ezek igen aprók, a mikroszkópos képben apró pontoknak látszanak, csoportokban vagy sorokban, esetleg sávokban helyezkednek el. Itt-ott a nagyobb folyadékzárvány mozgó libellát is tartalmaz. (Széndioxid.) Ezek a zárványok főként a gránitok és gnájszok kvarcaira jellemzők. Igen ritka a rutil zárványként, apró tűalakú kristálykák alakjában.

A kvarcok kioltása rendszerint normálisan egységes. Vannak azonban olyan szemek, melyek kioltása többé-kevésbbé unduláló. Igen ritkán olyan kvarcszem is akad, mely látszólag egységes ugyan, keresztezett nicolok közt azonban kitűnik, hogy két vagy kivételesen több szemecske kapcsolódott egymásba szabálytalan körvonalú öblösödések révén. Ezek a szemek valószínűleg kvarcitok töredékei vagy esetleg vaskos kvarcféleségekből származnak.

Kalcit.

A megvizsgált löszök mindegyikében elég sok kalcit található, de jóval kisebb mennyiségben, mint átlag a budapestkörnyéki löszökben. Miként a Budapest környékén előforduló löszben, éppen úgy a Börzsönyi-hegység löszében is általában három különböző eredetű kalcitot találunk. 1. Elsődleges kalcit, mely már abban az eredeti üledékben foglaltatott, melyből a szél a löszt kifújta; 2. másodlagos kalcit, mely utólag képződött e lehullott finom porban; 3. molluszkák stb. héjainak töredékei.

1. Az elsődleges kalcit mindegyik megvizsgált löszben előfordul. A kalcitszemek egy része többé-kevésbbé élesen kifejlődött romboederekben található. Ezek aránylag nagyobb szemek, bár néha a kisebbeken is megfigyelhető a romboeder. Ezek a romboederes kalcitok nagyobb kalcitokból hasadás útján állottak elő s gyakran rajtuk is jól látszik a romboederes hasadás. Némelyik idiomorf kalcitszem a $-\frac{1}{2}R$ szerint ikerlemezes. A kisebb szemeken gyakran kisebb-nagyobbfokú kopottság látszik, néha ezek a szemek csak-

nem egészen gömbölyűek. Olykor ezek a szemek is ikerlemezes kifejlődésűek.

A szemcsék egy része kétségtelenül mészkőtörmelék, esetleg márgás mészkőből vagy márgából is származhatik. A mészkőtörmelékszemcsék között lajtamészkőszemek is előfordulnak. Némely kalcitszem — a mikrokémiai reakciók alapján — kevés magnéziumot, esetleg vasat is tartalmaz. A magnéziumtartalmúak egy része lehet dolomit is.

Ez a primér kalcit teljesen egyenlőértékű ásványa a löszöknek a többi ásvánnyal, azaz már abban az üledékben előfordult, melyből a szél hatására a lösz képződött.

2. A másodlagos kalcit ezekben a löszökben is két alakban fordul elő, éppen úgy, mint a budapestkörnyéki löszben, t. i. *a)* bekérgezés és *b)* nagyobb üregecskék és csőalakú járatok kitöltése gyanánt.

a) A bekérgezések vékony hártyák az ásványszemeken s e hártyák a szemeket összeragasztják egymással. Különösen az igen apró szemeken találjuk a bekérgezéseket. A kérgek gyakran többkevesebb vasat is tartalmaznak.

b) Ez a kalcit «mészcsövecskék», «mészgyökerecskék» alakjában fordul elő. Ezek hófehér, üres — esetleg ritkábban kitöltött — többé-kevésbbé hengeralakú képződmények; többnyire már szabad szemmel is jól láthatók. Lényegében ugyanolyanok, mint a Budapest környékén levő löszökben. A Börzsönyi-hegység eddig megvizsgált löszeiben azonban kisebb szerepűek. Átmérőjük legfeljebb néhány mm. A mikroszkópos megfigyelések szerint ezek is színtelen, eredetileg gömbalakú egyénekből tevődnek össze, melyek többé-kevésbbé jól kifejlődött hatlapú testté alakultak, mert növekedésük közben egymással érintkezve gátolták egymást abban, hogy megtartsák az eredeti, tökéletes gömbalakot. A lapjaik azonban nem síkok, hanem hajlottak; a csúcsok és élek sem határozottan kifejlődöttek, hanem kissé legömbölyödöttek s bizonyos mértékben hasonlítanak a gyapjúval megtöltött zsákokhoz.

Ezeknek a kalcitegyéneknek a hossza többnyire 0·04 és 0·10 mm közt ingadozik; némelyik azonban sokkal kisebb (0·04 és 0·002 mm) sőt a kisebb szemcsenagyságú részletekben is előfordulnak ilyen kalcitok. Ezek a kalcitegyének párhuzamos sorokban egymáshoz

tapadva helyezkednek el. Ha a tárgylemezen levő mészkőgyökerecskét gyengén megnyomjuk, szétesik részben az egyénekből összetett sorokká, részben kalcitegyénekké. A kalcitegyéneken a WEBSKY—BERTRAND-féle kereszt látszik keresztezett nicolok közt. A nagyobb egyéneken néha csak akkor látható jól a kereszt, ha vékonyabb részekre nyomjuk szét őket. Néha nem az egész WEBSKY—BERTRAND-féle kereszt látszik, hanem csak egy része. A sötét keresztet izokromatikus gyűrűk veszik körül. Ezek alapján ezek a kalcitok szferokristályok. Ezek a kalcitok tehát lényegében optikailag éppen úgy viselkednek, mint a fővároskörnyéki löszökben előforduló másodlagos kalcit. Képződésük és teljes kialakulásuk is ugyanolyan folyamatok eredménye, mint aminőket a fővároskörnyéki lösz ismertetésekor említettünk.

Igen ritkán (zebegényi lösz) s nagyon kis mennyiségben fordul elő a másodlagos kalcit igen vékony, tűalakú kristálykákban. Ezek ferdén (40—47°) oltanak ki. Tehát ugyanolyanok, mint a Budapest környékén levő löszökben.

Muszkovit.

Mindegyik megvizsgált löszben elég nagy mennyiségben előforduł. Különösen az apróbb szemcséjű frakciókban koncentrálódik iszapoláskor. A szokott pikkelyes alakban találjuk, teljesen üdén, a mállás különösebb nyoma nélkül. A pikkelyek széle rendesen kissé szabálytalanul megszaggatott; gyakran azonban csaknem köralakú. Néha karcolások vagy ütési, esetleg nyomási idom nyomai látszanak rajtuk. Bár a legtöbb pikkely kicsi, rendesen mindegyik löszben találni nagyobb (0·1—0·9 mm átmérőjű, esetleg még nagyobb) lemezkéket is.

Zárványként magnetit, színtelen zirkon, ritkán sárga rutil fordul elő.

A megbolygatlan löszökben a csillámpikkelyek elhelyezkedésében többé-kevésbbé némi rétegzettség nyilvánul. Nevezetesen a csillámpikkelyek közelítőleg többnyire vízszintesen fekszenek. Ezt a helyzetet néha már a helyszínen is meg lehet figyelni, mert a függőleges löszfalakban többnyire a bázislapot nem látjuk. Még jobban szembetűnik azonban ez a helyzet, ha orientált löszdarabkát

mikroszkóppal vizsgálunk: a lösz vízszintes metszeteiben főleg a pikkelyek bázislapja látszik.

Biotit.

Jóval kisebb mennyiségben található, mint a muszkovit. De talán gyakoribb, mint a budapestkörnyéki löszben. A lemezek széle gyakran szabálytalan lefutású; vannak azonban olyan egyének is, melyeken nemcsak a (001), hanem a prizmazóna is idiomorf.

A biotitok közül a legtöbb sötétbarna színű, a következő pleochroizmussal: $a' =$ világossárga, $\gamma =$ barna vagy sötétbarna. Igen jellemzők azonban a vörösbarna biotitok, melyek a Börzsönyi-hegység tanulmányozott löszeiben jóval nagyobb mennyiségben találhatók, mint a fővároskörnyékiekben. Ezek pleochroizmusa: $a' =$ igen világossárga, $\gamma =$ sötétbarnásvörös vagy sötétvörösbarna. A vörösbarna biotitok tengelyszöge gyakran elég nagy, 30° körüli. Némelyik biotit kissé zöldes árnyalatú: $a' =$ halványsárga, néha kissé zöldes árnyalattal, $\gamma =$ (sötét) barnászöld. Néhány biotit erősen kifakult, sárga, esetleg igen világossárga vagy csaknem színtelen; ezek baueritosodottak.

A biotitok pleochroizmusa csak ritkán figyelhető jól meg a laza lemezkékben, mert — természetesen — bázislapjukkal fekszenek a tárgylemezen. Metszetekben (ha nem párhuzamos a metszet a bázissal), vagy szétzúzott részletekben azonan jól észlelhető. Némelyik barna biotiton a kloritosodás némi nyoma látszik.

Zárványként opak ércszemcsék (magnetit), ritkábban rutiltűk, sagenit-alakban is, még ritkábban epidot fordul elő. Helyenként apró limonitszemecskék is megfigyelhetők; ezek kétségtelenül bomlási termékek.

Ritkán a biotitlemezke kisebb-nagyobb mértékben fellevelezett a bázis szerint. Az ennek folytán előállt repedésekben néha apró kvarc- vagy kalcitszemecske szorult bele.

Plagioklász.

A sűrűség szerint történt szétválasztáskor a plagioklász a kvarcot tartalmazó részletbe kerül. Mivel mennyisége a kvarcéhoz

képest csekély, ezért első tekintetre ritka ásványnak látszik. Behatóbb tanulmányozáskor azonban kitűnik, hogy elég gyakori ásvány a megvizsgált löszökben.

A plagioklász szemecskéi többnyire táblásak a (010), ritkábban a (001) szerint. Az utóbbiakon rendszerint ikerlemezes kifejlődés látszik. Egyébként a szemek körvonala szabálytalan lefutású; gyakran erősen szögletesek az egyének, néha azonban kissé koptatottak. Ritkán az albitikerlemezeken kívül a periklin-törvény szerinti ikerlemezesség is előfordul.

A fénytörésük és a (001) lapon észlelt kioltásuk alapján a plagioklászok nagyobbik része labrador- és bytownitkörüli összetételű (különösen a nagyobb szemek), de elég gyakoriak a savanyúbbak is: a savanyú oligoklásztól egészen a savanyú labradorig.

A (001) lapon a (010)-hoz, azaz az albitikerlemezekhez mért kioltások a következők voltak: 0°—0°, 2°—2°, 5°—5°, 6°—7°, 7°—7°, 9°—8°, 9°—9°, 10°—10°, 11°—12°, 12°—12°, 12·50°—13°, 13°—13°, 13°—13·5°, 14°—14·5°, 15°—16°, 16°—17°, 18°—18°, 18·5°—19°, 19°—20°, 20°—21°. Ezek az értékek az oligoklászsortól a bytownitig terjedő tagoknak felelnek meg. A fénytörés alapján azonban még savanyúbb plagioklászok (savanyú oligoklász) is előfordulnak.

Néha zónás szerkezet is megfigyelhető; pl. a márianosztrai löszben sikerült olyan zónás plagioklászt találni, melyen a (001) lapon lehetett kioltást mérni, mégpedig a magban: 17°—18°, a burokban 7°—8°; az első adat bytownitnak, a második labradornak felel meg.

A plagioklászok legtöbbje üde; némelyikben azonban szericitesedés vagy kaolinosodás nyoma látszik. Zárványként néha opak ércszemecskék, a bázisosabbakban ritkán barnás üvegrészletek fordulnak elő.

Chlorit.

Elég gyakori zöld, sárgászöld vagy szürkészöld pikkelyek alakjában. A pikkelyek széle vagy szabálytalan, vagy csaknem köralakú. A chlorit kettőstörése mindig igen gyenge, pleochroizmusa következő: az egyik színárnyalat mindig zöld, a másik igen világossárgás zöld, vagy igen világos zöldessárga. Némelyik chlorit

igen erősen kifakult. Zárványként opak ércszemecskék (magnetit), limonitszemcsék s ritkán rutiltűk fordulnak elő.

Mikroklin.

Mivel a mikroklin a sűrűségszerinti elválasztáskor a kvarcrészletbe kerül, látszólag csak igen alárendelt szerepű. A kvarcot tartalmazó kisebb sűrűségű frakció részletes tanulmányozásakor azonban kitűnik, hogy elég gyakori. Szemecskéi olyanok, mint a Budapest környékén előforduló löszökben. Egyik-másik szemecske a (010) szerint élesen, azaz síma lappal elhatárolt.

Ortoklász.

Meghatározása sokkal nehezebb, mint az előző földpátoké, mert ikres szerkezet nem jellemzi. Általában ritkább, mint a mikroklin. Szemecskéi többnyire szabálytalan körvonalúak, néha a (001) szerint többé-kevésbbé táblásak. A hasadást jelző vonalkák rendszerint elég jól megfigyelhetők. A szemek többnyire víztiszták; némelyik belseje azonban zavarosnak látszik. Az egyik szemecske felületére apró muszkovitpikkelyke nőtt rá. (Zebegény.)

Amfibol.

A nagy sűrűségű részletnek legjellemzőbb ásványcsoportja. Mennyisége tekintélyes s felülmúlja a nehéz részlet többi ásványai bármelyikének mennyiségét. Szemecskéi rendesen a főtengely szerint kissé megnyúltak, s többnyire szögletesek; ezt a szögletességet a prizmaszerinti kitűnő hasadás idézi elő. Néhány szem két végén azonban bizonyos legömbölyödés látszik. A szemek felülete többnyire erősen fénylő. Néha ugyan igen vékony kalcithártya vonja be őket, de ha ezt sósavval leoldjuk, látszik a szem prizmalapjainak fénye. Némelyik szemecske felülete azonban érdes, esetleg helyenként limonitos. A meghatározott amfibolféleségek a következők:

1. *Barna amfibol* az uralkodó; szemecskéi közt gyakoriak a nagy (néhány tized-milliméter, esetleg még nagyobb, egészen

2 mm hosszúságig) egyének is. Pleochroizmusa: α' = világos barnássárga vagy barnássárga, γ = sötétbarna, kissé zöldes árnyalattal vagy zöldesbarna. A kioltás a hasadási lapon: $\gamma' : c$ = 12°—16°. 2. *Vörösbarna amfibol* a következő tulajdonságokkal: α' = világos sárgásbarna vagy világos barnássárga, mely a narancssárgára emlékeztet, γ = sötét vörösbarna; $\gamma' : c$ (a hasadási lapon mérve) = 3°—6°. 3. Egy eltérő *vörösbarna* amfibolfajta a következő pleochroizmust mutatja: α' = világos barnássárga (esetleg világos sárgásbarna), γ = barna vagy vöröses sötétbarna; a kioltás a hasadási lapon $\gamma' : c$ = 9°—13°. Ez a háromféle amfibol igen jellemző a hegység megvizsgált löszeire, bár a második és harmadik aránylag alárendeltebb szerepű. 4. *Zöld amfibol* főként a kisebb szemek közt elég gyakori s a következő tulajdonságú: α' = világoszöld—világos zöldessárga, γ = sötétzöld, kissé kékes árnyalattal; kioltás a prizmalapon: $\gamma' : c$ = 14°—19°. Ez ugyanaz az amfibol, mely a budapestkörnyéki löszben legnagyobb mennyiségben fordul elő. 5. Színtelen, vagy csak igen gyengén zöld amfibolok az *aktinolit*-sorból kisebb mennyiségben észlelhetők. Ezek csak akkor pleochroosak, ha vastagabbak: α' = színtelen, néha igen gyenge zöldes árnyalattal, γ = igen halvány zöld. Többnyire azonban oly vékonyak, hogy teljesen színteleneknek látszanak. 6. Igen ritka (csak a zebegényi löszben sikerült kimutatni) a *glaukofánsorba* tartozó amfibol; pleochroizmusa a következő: α' = világos rózsaszínű, gyenge ibolyás árnyalattal, γ = égkék; a kioltás a hasadási lapon: $\gamma' : c$ = 2—3. 7. Ugyancsak igen ritka a következő igen sötét amfibol: $\parallel c$ = igen sötét kék, csaknem fekete, $\perp c$ = világoskék, gyenge, zöldes árnyalattal. A kioltás a hasadási lapon 2°—3°. Ezt is a zebegényi löszben találtam, mégpedig csak egyetlenegy szemecskét. 8. A nagybörzsönyi löszben egyetlen amfibolszemecske a következő tulajdonságokat mutatta: $\parallel c$ = sötét indigókék, $\perp c$ = világoskék; a kioltás a hosszanti irányhoz 17°—20°.

A barna és vörösbarna amfibolok, továbbá a zöld amfibolok is a Börzsönyi-hegység andezitjaiban elég gyakori elegyrészek, s ezek törmelékeiből kerültek bele a löszbe.

Igen ritkán olyan barna amfibol is akad, mely csaknem teljesen magnetitszemcsék halmazából áll, úgyhogy a magnetitszemek közt csak igen kevés maradt meg az amfibolból. Ezek magmatikus

rezorpció folytán bomlottak el s vált ki a magnetit. Ilyen amfibolok is elég gyakoriak a hegység andezitjaiban.

Ritkán az amfibolon gyenge, kezdődő kloritosodás nyoma látszik. Némelyik szemecske erősen elbomlott, barnássárga, többékevésbbé limonitosodott s néha a főtengely szerint kissé rostos szerkezetet nyert. Ezek a szemcsék a következő pleochroizmust mutatják : $\alpha' =$ világossárga, $\gamma =$ világosbarna ; a kioltás értéke: $\gamma' : c = 7°—13°$. Gyakran ezek kioltása nem egységes, hanem foltos.

Zárványként némelyik amfibolszemecskében opak ércszemecskék, kivételesen a zöld amfibolban üvegrészletek fordulnak elő.

Gránát.

A nagy sűrűségű ásványok között a gránát is fontos szerepet játszik. A gránátszemcsék többnyire éles, szögletes szilánkok. Néhány szem azonban rendesen erősen legömbölyödött. Ritkán a rombtizenkettős vagy deltoidhuszonnégyes nyomai is felismerhetők. A szemcsék kétfélék: 1. halvány rózsaszínűek, igen vékony metszetben színtelenek és 2. barnás rózsaszínűek. Úgy látszik, hogy a barnás árnyalatú szemcsék mennyisége nem sokkal kisebb, mint a rózsaszínűeké, sőt talán el is éri azt. Mind a két gránátfaj szemcséi teljesen izotropok. A rombtizenkettős nyomai némely rózsaszínű szemcsén, a deltoidhuszonnégyes lapjai a barnás árnyalatú szemek némelyikén észlelhetők. Zárványként mind a két fajta szemecskéinek némelyikében fekete, opak ércszemcsék (magnetit) fordulnak elő. A rózsaszínű szemekben néha muszkovit, ritkán rutil s igen ritkán sztaurolit észlelhető zárvány gyanánt.

A barnás árnyalatú gránátok a Börzsönyi-hegység némely andezitjában fordulnak elő (pl. Szokolya környékén). Ennek a gránátnak nagyobb mennyiségben való szereplése a hegység löszében kétségtelenül ezekre a gránátos andezitokra vezethető vissza.

Hipersztén.

A budapestkörnyéki löszben ez az ásvány csak kisebb mennyiségben foglaltatik. A Börzsönyi-hegység megvizsgált négy löszében ellenben elég nagy mennyiségben fontos szerepet játszik. Szem-

cséi között nagyok (1—2 mm hosszúak) is gyakoriak: A szemcsék rendesen prizmás termetűek, de gyakran koptatottak. Némelyik szem hosszú, a legtöbb azonban zömök, prizmás habitusú. Gyakran a szemek két vége (a főtengely irányában) csipkés vagy szálas.

A hipersztén mindig erősen pleochroós: $\alpha' =$ világos teasárga, gyengén vörösbe hajló árnyalattal, vagy világos barnássárga; $\gamma =$ világos fűzöld—világos olivzöld, a szemcsék vastagsága szerint. Kisebb mennyiségben olyan hipersztén is előfordul, mely valamivel gyengébben s világosabb színárnyalatokban pleochroós: $\alpha' =$ igen halvány sárga, $\gamma =$ igen halvány zöld.

Némely hiperszténszemen harántelválás látszik. Itt-ott a harántelválások mentén basztitosodás figyelhető meg. Ritkán a hiperszténszemek némelyike többé-kevésbbé limonittá alakult át s a limonit közt itt-ott maradt csak meg a változatlan hipersztén.

Zárványként ércszemcsék elég gyakoriak a hiperszténszemcsék némelyikében.

Magnetit és ilmenit.

Mindegyik löszben elég gyakori s mágnessel könnyen különválasztható. Szemcséi vagy éles, szögletes szilánkok, vagy többékevésbbé izodiametrikusok s legömbölyödöttek. Ritkán az oktaéder vagy esetleg a rombtizenkettős lapjai is felismerhetők rajtuk. Ritkán az oktaéderlapokon az élekkel párhuzamos sávozottság látszik úgy kifejlődve, miként a budapestkörnyéki löszben.

A szemecskék felülete többnyire üde és fénylő, de egyenetlenségek azért előfordulnak rajtuk. Ritkábban a szemecske felülete részben vagy csaknem egészen limonitos.

A márianosztrai löszben az egyik magnetitszem hiperszténhez nőtten fordult elő.

Igen ritkán találni az opak, fekete ércszemcsék közt többékevésbbé lemezes kifejlődésű ásványt is. A lemez hatszögletű. Vékony szilánkja barnásan átlátszó (Márianosztra). Ez a lemezes ásvány ilmenit. Szemecskéit azonban többnyire igen nehéz megkülönböztetni a magnetittől.

Az egyik opak fekete ércszemecskét színtelen titanit (leukoxén) burkolta be (csákhegyi lösz). Valószínűleg ez a szemecske is ilmenit volt.

Limonit.

A megvizsgált löszökben aránylag elég gyakori; mennyisége azonban igen változó. A szemcsék különböző szabálytalan alakúak s többnyire nem csupán csak limonitból állanak, hanem a látszólag egynemű limonitszem apró kvarcszemcséket zár magába; a kvarcszemcséket rendesen egészen körülveszi a limonit s úgy ragasztja őket össze. Ezek az összeragasztott szemek néha elég nagyok. (0·5—1·0 mm.)

Néha a limonit másodlagos termék más ásvány után; például a csákhegyi löszben egy szem olyan limonitot találtam, mely fokozatosan átment hiperszténbe. Itt a hipersztén egyik fele (a főtengely irányában) alakult át limonittá. Limonit-pszeudomorfóza amfibol után is előfordult (Nagy-Börzsöny).

Apatit.

Mindegyik löszben elég gyakori. Szemcséi rendesen erősen koptatottak, rövid pálcaalakúak vagy szögletesek. Néha a prizmalapok nyomai is látszanak rajtuk, míg a terminális lapok ritkábban. A harántelválás többnyire látszik rajtuk. Néhány szem csaknem teljesen gömbalakúvá legömbölyödött. Előfordulnak azonban szabálytalan alakú szilánkok is. Az apatitszemek általában aprók; némelyik azonban 0·2—0·3 mm hosszúságot is elér.

Az apatit szemecskéi vagy színtelenek, vagy világos szürkésbarnás színűek. A színtelenek általában apróbbak, mint a barnák. A színtelenek — ha nem erősen koptatottak — vékony pálcaalakúak, a barnák zömök prizmás termetűek. Gyakran csak a kristály magja színes, a külső burok színtelen. Kis nagyítással ez a barnásszürke apatit rostos szerkezetűnek látszik. Erős nagyítással azonban kitűnik, hogy ezt a színeződést igen apró mikrolitzárványok idézik elő. Ezek a barna apatitszemek nagyon jellemzők a tanulmányozott löszökre.

Hasonló színű apatit a hazai andezitok (piroxénandezitok) némelyikében gyakori. Bizonyosnak tartható, hogy a tanulmányozott löszökben levő kevésbbé vagy erősebben barnaszínű apatitok a hegység andezitjaiból származtak.

Az egyik barna apatitszemecske magnetithoz nőtten fordult elő. Zárványként ritkán opak ércszemecske (magnetit) észlelhető.

Augit.

Az amfibolhoz és a hiperszténhez képest monoklin piroxén igen kevés van a megvizsgált löszökben. Mindegyik löszben találunk azonban igen világos sárgászöld monoklin piroxént, mely a diopszid-augit-sorba tartozik. Csak a vastagabb szemcséin látszik pleochroizmus: $\alpha' =$ igen világos zöldessárga vagy igen világos sárgászöld, vagy színtelen (ha a szem vékony) és $\gamma' =$ sárgászöld vagy világoszöld. $\gamma' : c = 28°—33°$. A szemcsék zömök prizmás termetűek s rendesen többé-kevésbbé koptatottak. Zárványként ritkán opak, fekete ércszemecske fordul elő.

Disztén.

Többnyire színtelen, ritkábban apró, opak, fekete zárványoktól foltokban szürkés szemecskéi ugyanolyanok, mint aminőket a Budapest környékén levő löszökben találtunk. Némelyik, a főtengely szerint hosszúkás szemecske — transzláció folytán — kissé görbült.

Sztaurolit.

Talán valamivel kevésbbé gyakori, mint a disztén. Szemecskéi többnyire szögletes, éles szilánkok, ritkábban koptatottak. Némelyiken az eredeti prizmás termet nyoma látszik. A zebegényi löszben a (031) szerint alkotott keresztalakú iker is akadt; a kereszt ágai azonban igen erősen le voltak kopva.

A szemcsék pleochroizmusa mindig elég erős: $\alpha' =$ igen halványsárga, $\gamma =$ barnássárga—sötét narancssárga. Jellemző színüknél fogva könnyen felismerhetők. Zárványként elég gyakran tartalmaznak fekete, opak ércszemcséket (magnetit).

Zirkon.

A zirkon mindegyik löszben elég gyakori. Szemecskéi aprók, sohasem oly nagyok, mint a nagyobb barna amfibolok vagy a

nagyobb hipersztének. Szemcséi sokszor idiomorfok vagy csak kevéssé kopottak s rajtuk a prizma- és bipiramislapok jól észlelhetők; néha azonban erősen legömbölyödöttek. A kristályok többnyire rövid, zömök prizmás termetűek, ritkábban hosszú tűalakúak. Rendesen zirkonszilánkok is megfigyelhetők. Igen erős fény- és kettőstörésük alapján a zirkonszemecskék mindig könnyen és biztosan felismerhetők.

A gömbölyödött zirkonok származására vonatkozólag utalok a főváros környékének löszét tárgyaló fentebb említett munkára.

A zirkonszemcsék legtöbbje teljesen színtelen, többnyire rövid, zömök prizmás habitusú, ritkábban vékony tűalakú, a terminális részeken bipiramislapokkal zárt. Gyakoriak azonban a kisebb-nagyobb mértékben gömbölyödött szemek is.

Sokkal ritkábbak a halvány rózsaszínű zirkonszemek. Ezek — ha nem gömbölyödöttek — rendesen rövid, zömök prizmás habitusúak; tűalakú kristályokban nem észleltem őket. A vastagabb rózsaszínű zirkonon néha rendkívül gyenge pleochroizmus figyelhető meg: ω = igen halvány rózsaszínű, ε = igen halvány barnás rózsaszínű.

Igen ritka a világos szürkésbarna árnyalatú zirkon. Színe olyan gyenge, hogy pleochroizmusa nem észlelhető. A márianosztrai löszben az egyik ilyen színű zirkon zónás szerkezetet mutatott: világos és valamivel sötétebb igen keskeny zónák váltakoztak benne. A mag is valamivel sötétebbnek látszott. Ez a zirkon is zömök prizmás termetű volt, a bipiramislapok azonban annyira lekopottak, hogy csak nyomaik maradtak meg.

A zirkonokban, különösen a színtelenekben, a zirkonra jellemző, szokott zárványok találhatók.

Rutil.

Szintén mindegyik löszben előfordul. Szemecskéi rendesen aprók, sohasem érik el a nagyobb amfibolok vagy hipersztének méretét. Többnyire ellipszoidalakúak; néha azonban elég idiomorfok s látszik rajtuk a zömök prizma- s a bipiramislapok nyoma. Ritkábban a főtengely szerint erősen megnyúltak. Kivételesen a hosszú kristályok kissé kifliszerűen görbültek. Ritkán észlelhetők

ikrek az (101) szerint. Az éles szilánkok is elég gyakoriak. Némely rutilszem ikerlemezes szerkezetű. A prizmazóna lapjain az ikerlemeznyalábok kilépése vékony párhuzamos vonalkák alakjában látszik. A párhuzamos vonalkák ferde helyzetűek a főtengelyhez képest.

Színük szerint — éppen úgy, mint a főváros környékén levő löszben — a rutilszemek három csoportba tartoznak. A legnagyobb mennyiségben előforduló rutil világosabb színű s a következő pleochroizmus észlelhető rajta: ω = világos gyantasárga, ε = sötétebb gyantasárga. Ritkább egy barnás árnyalatú változat a következő pleochroizmussal: ω = halványsárga, ε = sötét barnássárga. A zebegényi löszben egyetlenegy sötétebb barna szem is akadt: ω = sárgásbarna, ε = sötétbarna.

Zárványként néha opak, fekete érc (magnetit) szemecskéi észlelhetők.

Glaukonit.

Bár kis mennyiségben, de mindegyik megvizsgált löszben előfordul és a kisebb sűrűségű részletben koncentrálódik a szétválasztáskor. Szemecskéi gömbölydedek vagy ellipszoidalakúak, ritkábban korongszerűek, esetleg rövid pálcaalakúak. Körvonaluk néha szabálytalan. A szemcsék részben teljesen üdék és sötétzöld színűek, részben zöldessárga árnyalatúak. Némelyik szem közepe zöld, széle sárga vagy egyes foltjai sárgák. A sárga szín már oxidálódás eredménye. A szemek gyengén kettőstörők s foltos kioltásúak. Némely szem fekete, opak ércszemecskéket (magnetit) tartalmaz zárványként.

Turmalin.

Kis mennyiségben mindegyik löszben előfordul. Szemecskéi általában aprók s többnyire prizmás termetűek; a terminális részek azonban vagy letöröttek vagy legömbölyödöttek. Csak ritkán látni a főtengely két végén kristálylapokat. Igen ritkán azonban még a hemimorfia nyoma is felismerhető. Vannak csaknem egészen gömbölyded szemek is és elég gyakoriak az éles szilánkok is. A harántrepedések gyakran jól látszanak.

A turmalinok legnagyobb része sötétszínű; valamivel ritkáb-

bak a világos színűek. A következő változatok különböztethetők meg:

1. A legtöbb sötétszínű turmalin a következő pleochroizmust mutatja: ω = igen sötét kávébarna (a vastagabb szemeken csaknem fekete), ε = világos barnássárga. 2. ω = igen sötét zöldesbarna, ε = világos barnássárga. 3. Elég gyakori a következő pleochroizmus is: ω = sötét zöldeskék, ε = világos rózsaszínű, gyengén sárga árnyalattal, vagy ω = sötétkék, ε = rózsaszínű. 4. ω = sötétbarna, ε = rózsaszínű. 5. Ritka a következő pleochroizmus: ω = igen sötét ibolya (csaknem fekete), ε = világos vörösbarna vagy világos szürkésbarna. 6. A világos turmalinszemeken gyakran a következő színek észlelhetők: ω = narancssárga, ε = színtelen, esetleg gyengén sárgás árnyalatú; továbbá 7. ω = világosbarna, ε = színtelen.

Gyakran a turmalinkristály a főtengely irányában két különböző összetételű részből áll. A következő színeloszlásukat lehetett észlelni: ω = sötét (barnás) kék az egész kristályban; ε = világos kávébarna a kristály egyik felében (a főtengely irányában) és világos rózsaszínű a másik fele. ω = zöldeskék a szem egyik fele, barna a másik fele, ε = színtelen (gyenge rózsaszínű árnyalattal) az egész szemben. ω = sötétbarna a szem egyik fele, sötétkék a másik fele, ε = rózsaszínű az egyik fél (hol ω = sötétbarna), világoskék a másik (hol ω = sötétkék). A kétféle szín mindig élesen elhatárolt, átmeneti szín nincs. Továbbá: ω = sötétkékeszöld a szemecske egyik felében, ugyanebben a félben ε = halványsárga; ω = kékeszöld a másik félben, s ugyanott ε = színtelen.

Úgyszólván mindegyik turmalinra jellemző több-kevesebb fekete, opak érczárvány (magnetit). Néhány szem igen sok ilyen fekete, opak ércszemecskét tartalmaz.

Epidot.

Alárendelten fordul elő apró szemekben, melyek vagy hosszúkásak, vagy többé-kevésbbé gömbölydedek, néha éles szilánkok szabálytalan körvonallal határoltan. Színük világosabb vagy sötétebb zöld, sárgászöld, néha csaknem, vagy teljesen színtelen. Az erősebben színes szemek pleochroósak zöld, sárgászöld vagy

világossárga színben. Mind erős fény- és kettőstörők. Némely színtelen szem kettőstörése elég gyenge; ezek a klinozoizitsorba tartoznak. Zárványként némelyik szemben fekete, opak ércszemcsék (magnetit) fordulnak elő.

Andaluzit.

Ez az ásvány igen ritka. Egész határozottsággal csak a zebegényi löszben sikerült kimutatni, de csak egy szem volt meghatározható. A szemecske erősen koptatott, de kissé hosszúkás volt, a hosszanti iránnyal párhuzamos hasadás látszott rajta. A hasadáshoz mért kioltás egyenes. Pleochroizmusa elég határozott: α = rózsaszínű, γ' = színtelen. Zárványként fekete, opak szemecskét tartalmazott.

Zoizit.

Szintén ritka ásvány a megvizsgált löszökben s meghatározása főként erős fény- s gyenge kettőstörésén alapszik. A szemcsék színtelenek, gömbölydedek vagy hosszúkásak (Zebegény), esetleg éles szilánkok (Csákhegy). A színtelen epidotféleségektől sokszor igen nehéz elválasztani. Az egyik szemecskében egy fekete, át nem látszó, igen apró zárvány volt megfigyelhető.

Sillimanit.

A márianosztrai, csákhegyi és zebegényi löszben egy-egy szemet találtam. A szemek hosszúak, aránylag vékonyak; a csákhegyi löszben észlelt sillimanit két vége rostosan szétbomlott volt, csaknem pamatszerűen szétváltak a szálak egymástól. A szemek színtelenek, vagy — ha kissé vastagabb — gyengén világosszürke árnyalatúak. A szemek hosszanti iránya γ, s ehhez az irányhoz képest a kioltás egyenes. A csákhegyi szemben két fekete, opak zárvány volt észlelhető.

Titanit.

A titanit is igen ritka elegyrész. Világossárga vagy szürkéssárga, többé-kevésbbé koptatott szemecskékben fordul elő; a

zebegényi löszben két éles szilánk alakjában volt található. Erős fény- és kettőstörése, pozitív karaktere, kis tengelyszöge révén volt meghatározható.

Spinell.

A márianosztrai löszben egyetlenegy szem gömbölyded, sötétzöld, izotrop, erősen fénytörő ásvány zöld spinellel azonosítható. Spinell (zöld) a Börzsönyi-hegység némely kontaktmetamorf kőzetében ismeretes Papp Ferenc közlése alapján.

Opál.

A zebegényi és a márianosztrai löszben egy-egy színtelen, (kissé sárgásba hajló) éles szilánk alakjában találtam. Mivel az opál a kvarcrészletben koncentrálódik, a sok kvarcszem között igen nehéz megtalálni. Főként az igen gyenge fénytörése igazít útba.

Korund.

A márianosztrai és zebegényi löszben volt észlelhető. Az első löszben két szemecskét, a másodikban egyet sikerült kimutatni. A szemek igen aprók, szabálytalan körvonalú szilánkok, fénytörésük igen erős, kettőstörésük elég gyenge. Az egyik márianosztrai szem ibolyáskék színű volt, közben színtelen foltokkal; a színes rész gyenge pleochroizmust mutatott: ω = világos ibolyáskék. ε = színtelen. A másik márianosztrai és a zebegényi szem egészen kékes árnyalatú volt, a következő pleochroizmussal: ω = ibolyáskék, ε = igen halvány sárgás rózsaszínű, csaknem színtelen.

*

A négy löszben meghatározott ásványok ugyanazok, mint aminőket a Duna homokjában és a Budapest környékén levő löszben megállapítottunk. Az ásványok minőségében különbség tehát nem, vagy alig állapítható meg. A különbség esetleg abban áll, hogy a Börzsönyi-hegység löszében talán több valamivel a bázisosabb plagioklász, mint a Budapest környékén előforduló löszben.

Lényeges különbség mutatkozik azonban akkor, ha a nagy

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

sűrűségű ásványok mennyiségét vizsgáljuk meg. Mindegyik lösz nagy sűrűségű részletében a *barna amfibol és a hipersztén az uralkodó*. Így a márianosztrai löszre jellemző, hogy a nagy sűrűségű részletnek több mint a fele (térfogatilag) barna amfibol és hipersztén. Még pedig valamivel több az amfibol mennyisége, mint a hiperszténé. Azután következik a gránát, majd a biotit. Jellemző az is, hogy a biotitok közt sok a vörösbarna színű.

Hasonlót tapasztalunk a többi megvizsgált löszre vonatkozólag is. Eltérés legfeljebb csak annyi mutatkozik, hogy a barna amfibol és a hipersztén egymáshoz való viszonylagos mennyisége kissé ingadozik. Így pl. a zebegényi löszben a hipersztén mennyisége valami csekéllyel kevesebbnek látszik, mint a márianosztraiban.

Ezzel szemben a Budapest környékén levő löszök nagy sűrűségű részletében az uralkodó ásvány a zöld amfibol, a barna amfibolfajták mennyisége jóval alárendeltebb, a hipersztén mennyisége is kicsi. A fővároskörnyéki löszökben az amfibolok és piroxének összes mennyisége átlag csak mintegy 35 térfogat %.

Jellemző a Börzsönyi-hegység megvizsgált löszeire az is, hogy a nagysűrűségű részletben a barna amfibol és hipersztén egy része nagy szemekben fordul elő.

Még egy különbség észlelhető, mint már jeleztem. Nevezetesen úgy látszik, hogy a Börzsönyi-hegység löszében valamivel gyakoribbak a bázisosabb plagioklászok, mint a fővároskörnyékiben. Erre vonatkozólag azonban valószínűleg még további vizsgálatok fogják teljesen végérvényesen eldönteni a kérdést.

E vizsgálatokból tehát általános érvényű eredményként az derül ki, hogy ha az a terület, melyen a lösz képződött, jellegzetes ásványokat tartalmaz, akkor a löszben is olyan mennyiségben fordulhatnak elő ezek az ásványok, hogy ezek alapján más terület löszétől megkülönböztethető.

A dolgozat a Természettudományi Alap s a Széchenyi Tudományos Társulat támogatásával készült.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. okt. 8-án tartott üléséből.)

ÜBER EINIGE LÖSSE DES BÖRZSÖNYER-GEBIRGES.

Von A. VENDL, ord. Mitglied.

Die untersuchten Lössproben enthalten dieselbe Mineralien, die auch in den Lössen der Umgebung von Budapest vorhanden sind. In den schweren Fraktionen herrschen aber jene Minerale vor, die als dunkle Gemengteile in den Eruptivgesteinen des Börzsönyer-Gebirges kennzeichnend auftreten. In dieser Beziehung zeigt sich ein Unterschied zwischen den Lössen dieses Gebirges und der Umgebung von Budapest.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 8. Okt. 1934.)

ADATOK A CSERÉPFALUI PALEOLITOK KŐZETTANI ISMERETÉHEZ.

VENDL ALADÁR r. tagtól.

A Bükkhegységben *Cserépfalu* közelében nyílik a *Subalyuk* nevű barlang ürege. Ezt a barlangot a Magyar Barlangkutató Társulat javaslatára *Mussolini-barlang* néven is hívják. A barlangot KADIĆ OTTOKÁR 1932-ben kezdte rendszeresen feltárni. Ismeretes, hogy a barlang pleisztocén lerakódásaiból sok megmunkált kőszerszám, szilánk és nukleusz került elő. Néhány paleolitos szilánk kőzettani vizsgálatának főbb eredményeit már ismerjük.[1] Azóta KADIĆ gyüjtésének több darabját megvizsgáltam. Az eredmények rövid összefoglalását e sorok közlik. A részletes leírás a M. kir. Földtani Intézet kiadásában fog később megjelenni a barlang monográfiájának keretében.

A megvizsgált példányok legtöbbje *szarukő* és *kalcedon;* ezeken kívül azonban valamivel kisebb mennyiségben *kvarcit, homokkő, jászpis, kovasavval átitatott márga, tejkvarc, radiolarit* és *obszidián* is volt a tanulmányozott darabok közt.

1. Szarukövek.

A szarukő elnevezést itt is olyan értelemben használom, mint az idézett dolgozatban; azaz kevésbbé tág értelemben, mint az angolok és amerikaiak a «chert» szót, de jóval tágabb terjedelemben, mint CAYEUX[2] felfogása. Szarukőnek nevezem most is azokat

[1] VENDL ALADÁR: Adatok a bükkhegységi paleolitok kőzettani ismeretéhez. Magyar Tudományos Akadémia Matematikai és Természettudományi Értesítője. L, 1933. 573—587.

[2] CAYEUX, L.: Les roches sédimentaires de France. Roches siliceuses. Paris. 1929. 416.

a lényegében kalcedonból, a kalcedonon kívül esetleg több-kevesebb kvarcból és néha kevés opálból álló kőzetet, melyek a krétára s némely más mezozói lerakódásra jellemző tűzkőtől (silex) eltérők. Organizmusok nyomai kisebb mennyiségben előfordulhatnak bennük. A CAYEUX-féle «silexit»-módosulatok is idetartoznak. A további részletezés nem célszerű, mert a kőeszközök tanulmányozásakor csak kis szilánkokat vizsgálunk s ezek előfordulását geológiai szempontból nincs módunkban megállapítani; a mikroszkópos kép alapján pedig a teljesen pontos szétválasztás többnyire alig lehetséges. Bár a szarukő és a tűzkő elválasztása is néha nehézségekkel jár, mégis ez a megkülönböztetés többnyire keresztülvihető.

Az idézett munkában közölt szarukőféleségeken kívül még a következők a jellemző változatok:

a) *Szürke szarukő.* Egyenletesen szürke színű; törése egyenetlen, néhol gyengén kagylós. A törési felület nem fénylik; itt-ott azonban a matt törési felületen apró, fénylő pontocskák látszanak. Vékony szilánkja elég áttetsző.

Kis szilánkja a Bunsen-féle lángban eleinte pattogzik s apró részecskék hullanak le róla. A darabka ötpercnyi vörös ízzás, majd teljes lehűlés után *kevéssel* világosabb színű lett, némely fénylő pontocska helyén pedig izzítás után fekete pontocska jelent meg.

A fénylő pontok romboéderes karbonátból állanak s többékevésbbé vastartalmúak, ezért feketedtek meg izzításkor. A karbonát tehát részben nem egészen tiszta kalcit, hanem valószínűleg kissé ankeritos kalcit.

A kőzet nagyobb része *szemcsés aggregátum;* helyenként azonban *szferolitos, rostos kalcedon* fordul elő. A rostos szerkezet rendesen excentrikus s így a metszetekben legyezőszerű. A szemcsés aggregátum meglehetősen egyenlő nagy szemcsékből áll: a szemek főként 0·01 és 0·05 mm közti nagyságú átmérőjűek, egyik-másik szem 0·09 mm átmérőt is elér. Itt-ott nagyjában izodiametrikus, de szabálytalan körvonalú csomókban igen apró szemcsék halmaza fordul elő. Ezek a csomók átlag 0·1—0·17 mm átmérőjűek, az őket felépítő szemecskék azonban csak néhány μ átmérőjűek.

A *rostos kalcedon* szferolitjai átlag nagyobbak, mint a többi szemcse; a legnagyobbak 0·13—0·17 mm átmérőt is elérnek.

A rostok hosszanti iránya α s rendszerint nem a szferolit közepében futnak össze, hanem excentrikusan.

Jellemző elegyrész a *karbonát (kalcit)* is. Szemcséi többnyire 0·05 és 0·17 mm közti átmérőjűek, némelyik szemecske azonban 0·2 mm-t is elér, egyik-másik pedig igen kicsi, 0·05 mm-nél is kisebb. A szemcsék meglehetős egyenletesen szétosztottak; néhol azonban több szemecske egy-egy csoportban fordul elő. A szemek többnyire idiomorfok, romboéderes kifejlődésűek; némelyik azonban szabálytalan, vagy öblös-karályos körvonallal xenomorf. Ritkán észlelhetünk gömbalakú szemecskét. Némely nagyobb xenomorf szemen keresztezett nicolok közt a WEBSKY—BERTRAND-féle kereszt látszik.

Igen ritka elegyrész a *plagioklász:* a megvizsgált darabban csak egyetlen szemecske fordult elő; ez a szem négy albitlemezből állott. Fénytörésére vonatkozólag a karbonáthoz viszonyítva a következő két adat volt megfigyelhető: $\alpha' < \omega'$ (karbonát-kalcit), $\gamma' > \varepsilon$ (karbonát-kalcit). Ugyancsak igen ritka ásvány a *zirkon* színtelen, igen apró, két végén erősen legömbölyödött szemecske alakjában.

A kőzetben helyenként *gömbös szerkezet* — azaz egykori radioláriák nyoma — látszik. A gömböcskék metszete világosabb színű s tisztábban átlátszó, mint a kőzet többi része. A szferolitos kalcedon rendszerint ezekben a gömbökben fordul elő. A gömbök egy része azonban szemcsés aggregátum.

A gömbök között levő részlet nem annyira tisztán átlátszó, mint maguk a gömbök. Itt ugyanis apró, opak szemcsék fordulnak elő; a szemcsék néhol nagyobb csoportokban gyűltek össze, melyek némelyikének átmérője 0·12 mm-t is elér. Néhol e csoportok sűrűn, igen közel egymáshoz fordulnak elő. Ezek a fekete opak szemcsék valószínűleg szenes részecskék. Ezenkívül igen finom, apró barnás szemecskék is észlelhetők szétszórtan (limonit?). Itt-ott apró *szericitpikkelykék*, ritkábban halványzöldes *biotitpikkelykék* is felismerhetők. A biotit pleochroizmusa: α = igen halvány sárgászöld γ' = világoszöld (néha kissé kékesbe hajló árnyalattal); ezek kloritosodó biotitok.

b) *Sötét, csaknem teljesen fekete szarukő.* Első tekintetre hasonlít az előző közleményben *b)* alatt leírt kőzethez. Törése egyenetlen,

vagy egyenetlenül gyengén kagylós. Kis szilánkja a lángban úgy viselkedik, mint az említett kőzet. A megvilágosodás izzítás és lehűlés után itt is úgyszólván észre sem vehető. Pora világosszürke, levegőn való izzításkor megvörösödik.

Lényegesen különbözik azonban az említett kőzettől abban, hogy főtömege *apróbb szemcséjű kalcedon*. A gömbös szerkezet néhol sűrűbben, máshol ritkábban van kifejlődve. A gömbök többnyire rostos kalcedonból, néha szemcsés aggregátumból állnak. A gömbök főleg 0·05 és 0·1 mm közti átmérőjűek, tisztán átlátszók s néhol oly sűrűn, közel egymáshoz fordulnak elő, hogy csaknem érintkeznek egymással. A gömbök közt levő apró szemcsés kalcedonban sok fekete, opak, különböző alakú apró pigmentszemecske helyezkedik el; ezektől a gömbök között levő rész zavarosnak látszik.

Jellemző továbbá, hogy meglehetős egyenletes szétosztásban *sok* apró *kalcitszem* fordul elő benne. Ebben megint lényegesen eltér a régebben leírt kőzettől. A kalcitszemek legnagyobb része kicsi (kisebb 0·03 mm-nél); a legnagyobb észlelt kalcit 0·066 mm átmérőjű volt. A kalcit főként ott fordul elő sűrűn, hol gömböcskés szerkezet nincs, illetőleg ahol csak ritkán, egymástól távol vannak a gömböcskék. Ott, hol a gömbök olyan sűrűn egymás mellett helyezkednek el, hogy csaknem érintik egymást, nincs kalcit.

c) *Sötétszürke, csaknem fekete szarukő*, sötétszürke, vékony (0·1 mm vastag) erekkel. Patinája világos szürkéssárga. Külsőleg hasonlít némikép az előbbihez. A valóságban azonban erősen eltér attól, mert tisztán, világosan átlátszó (radiolária-) gömböcske igen ritka benne. A gömböcske szemcsés aggregátum. Egyébként is szemcsés aggregátumból áll, ami néhol szabálytalan lefutású, vékony (legfeljebb néhány 0·1 mm vastag) rendkívül apró szemcséjű. Ezek az igen apró szemcsékből álló erek szabad szemmel is észrevehetők a patinán. Máshol a szemcsés aggregátum valamivel nagyobb szemcséjű (maximálisan 0·05 mm átmérőjű). Igen ritkán a szemcsés aggregátumban sugaras, rostos, legyezőszerűen kifejlődött kalcedon is előfordul.

A szemcsés aggregátumban meg lehet különböztetni valamivel gyengébb fénytörésű alapanyagszerű részletet és ebben kissé erősebb fénytörésű, szabálytalan körvonalú foltokat, melyek elég

sűrűn — azaz kevés alapanyagszerű rész közbeiktatásával — helyezkednek el. Ezek a foltok főként 0·017—0·06 mm átmérőjűek és főként süllyesztett világítókészülék használatakor tűnnek jól szembe. Keresztezett nicolok közt nem, vagy csak nehezen különböztethetők meg a többi résztől.

Fekete *pigmentszemek*, finom *agyagszemcsék* és *szericitpikkelyek* ebben is előfordulnak. Biotit azonban nem volt észlelhető.

Jellemző még a *kalcit* xenomorf és idiomorf, romboéderes kristálykákban, néhány térfogatszázaléknyi mennyiségben és szabálytalanul szétosztva. A legnagyobb észlelt kristálya 0·28 mm átmérőjű volt. Ritkán fordul elő olyan kalcitszem, mely többékevésbbé gömbalakú (metszete kör) szferokristályos kifejlődésű. Ezeken a WEBSKY—BERTRAND-féle kereszt észlelhető.

d) *Szürkésbarna szarukő*. Helyenként, foltokban erősebben barnásszürke. Vékony szilánkokban jobban áttetsző, mint a sötétebb szarukövek. Törése egyenetlen, vagy egyenetlenül kagylós. Vékony szilánkja izzításkor eleinte pattogzik, apró részek hullanak le róla, majd erősebben izzítva megvilágosodik, csaknem hófehér lesz, s ez a színe lehűlés után is megmarad. Igen valószínű tehát, hogy a sötét színeződést okozó pigmentszemecskék organikus eredetűek, valószínűleg szén- vagy bitumentartalmú szemcsék.

A mikroszkópos kép bizonyos fokig hasonlít az előző közleményben *d)* alatt leírt kőzetéhez, csakhogy az üregecskék, repedések s fehér, részben porló kovasavkitöltések hiányzanak. Továbbá ebben a kőzetben az apró és nagyobb szemcséjű részek nemcsak csoportokban, hanem helyenként sávokban vannak elhelyezve. A sávok lefutása szabálytalan. A szferolitos kifejlődésű kalcedon a nagy szemek közt szétosztva és csomókban fordul elő. A szferolitok többnyire legyezőszerűek, néha centrális kifejlődésűek. Némely szferolit átmérője a 0·25 mm-t is eléri. A kőzet főleg nagyobb szemcsékből és a köztük levő szferolitokból áll; az apró szemcséjű sávok és foltok valamivel alárendeltebbek. Kalcit és felismerhető radiolária nincs a kőzetben.

2. Kalcedon.

a) *Igen világosszürke kalcedon*. Helyenként kissé rétegzett, egyes rétegei csaknem teljesen fehérek vagy szürkésfehérek. Néhol

kisebb foltokban (legfeljebb 1 cm^2) vöröses sárga, esetleg halványvörös árnyalatú, máshol a rétegek vöröses sárga vagy vörös színűek. Vékony szilánkja vörösizzáson nem pattogzik, hanem egyenletesen izzik. Izzítás után lényegesebb színváltozás csak ott mutatkozik, hol sárga vagy vörös volt, ezek a helyek az oxidáció folytán erősebben vörösekké válnak. Törése egyenetlen, esetleg gyengén kagylós, törési felülete fénytelen. Pora fehéres szürke, levegőn izzítva megvörösödik. Mállási kérge földes, fehér vagy sárgásfehér, a vörös részletekben világosvörös.

Kissé hasonlít a *d)* alatt leírt büdöspesti kalcedonhoz,[1] de a vöröses és sárga foltok sokkal alárendeltebbek, mint a büdöspestiben, tehát általában világosabb színű.

A mikroszkópos vizsgálat alapján lényegében *apró szemcsés, mikrokristályos kalcedonaggregátum*. A szemecskék eloszlása olyan, hogy a kőzet rövid sávokban igen apró szemcséjű, a közben levő részeken pedig valamivel nagyobb szemű. A kétféle szemnagyságú részlet között az elhatárolás nem éles s többnyire nem is egyenes vonal szerint, hanem szabálytalanul lefutó a sávok közt. Néhol ez az eloszlás néhány cm hosszúságban követhető kis megszakításokkal, máshol sokkal kisebb darabon; sok helyen teljesen hiányzik s ezeken a helyeken az apró és nagyobb szemek keverten helyezkednek el. Az apró szemek a legkisebb mérettől 0·01 mm átmérőig terjedő nagyságúak, a nagyok átmérője 0·01—0·067 mm. Az apró szemcsék némelyikének fénytörése valamivel gyengébbnek látszik, mint a nagyobb szemcséké.

A sávok vastagsága 0·03—0·1 mm, ritkábban még vastagabb egészen 2 mm-ig.

A nagy és apró szemecskék egyaránt szabálytalan, karélyosöblös körvonalak mentén csatlakoznak egymáshoz. A sárgás vagy vöröses rövid rétegeket és foltokat sárgás vagy barnássárga színnel átlátszó *limonit* itatja át. Az eredeti limonit legnagyobb része azonban többé-kevésbbé átkristályosodott sárga színnel átlátszó, rostos *xanthosziderittć*. A rostok pamatokban csoportosultak.

---

[1] VENDL ALADÁR: A büdöspesti paleolitos szilánkok kőzettani vizsgálata. Magy. Tud. Akad. Matematikai és Természettudományi Értesítője. XLVII. 1930. 468.

A pamatok hosszanti iránya többnyire összeesik a rétegességgel. A rostok hosszanti iránya = γ, pleochroizmusuk: α' = igen világossárga, γ = barnássárga, helyenkint igen halványzöldes árnyalattal; az igen vékony metszetek csaknem színtelenek. A rostok fénytörése sokkal nagyobb a szemcsékénél, kettőstörésük erős, kioltásuk a hosszanti irányhoz képest egyenes, hosszuk legfeljebb 0·035 mm.

Néhol, de ritkán és egyenlőtlen szétosztásban apró, üde, közelítőleg izodiametrikus *piritszemecske* is előfordul. A legnagyobb 0·018 mm átmérőjű volt. Itt-ott több pirit közel egymáshoz — mintegy csomókban — helyezkedik el.

Ritkábban barnásvörös *limonitos-hematitos* foltokat találunk; ezek szabálytalan körvonalúak. A legnagyobb észlelt folt átmérője 0·13 mm volt. Szétszórtan igen apró, opaknak látszó, közelebbről meg nem határozható szemecskék észlelhetők.

Igen ritka ásvány ebben a kalcedonban a *plagioklász*. Kristályai az ikerlemezek szerint rendesen kissé megnyúltak, de nem idiomorfok, hanem többé-kevésbbé legömbölyödött körvonalúak. Az ikerlemezek az albittörvény szerint kifejlődöttek. A plagioklász fénytörése nagyobb a kvarcénál s valószínűleg *labrador* körüli összetételű. Jellemző, hogy sok igen apró, színtelen erősen fényés kettőstörő, szabálytalan körvonalú, metszetben néha négyszögletes, pálca-, köralakú szemecskét zárnak magukba. Ezek valószínűleg részben szericitek, részben epidotféleségek. A plagioklászok zárványmentes részei üdék, víztiszták. A 0·15—0·30 mm átmérőjű plagioklászkristályokat a szemcsés aggregátum alapanyagszerűen veszi körül.

Egy helyen a megvizsgált darabon apró kvarcszemekkel utólag kitöltött hajszálrepedést észleltem, mely a rétegzést harántolta.

Igen ritka elegyrész a színtelen apró *zirkon*, prizmás, de a két végén legömbölyödött termetű, 0·065 mm hosszú kristályka alakjában. A kvarcszemek között egyik helyen kevés *kalcit* is előfordul utólag képződött 0·016 mm vékony repedés kitöltéseként.

b) *Fehér kalcedon*. A fehér szín kissé igen világosszürkébe játszó. Vékony szilánkja áttetsző. Pora fehéres szürke, levegőn félóráig izzítva rózsaszínű lesz vasoxid képződése folytán. Kis szilánkja 2—4 percig vörös izzáson hevítve nem pattogzik; az izzított rész kissé fehérebb és áttetszőbb lesz az eredetinél.

Csaknem kizárólag *kalcedonból* áll. A kalcedon zöme szemcsés aggregátumot alkot. A szemcsék nagysága 0·015 és 0·05 mm közt ingadozik. Mindegyik szemcse szabálytalan, karélyos-öblös vagy felhőszerűen elmosódó széllel csatlakozik egymáshoz. Ezek között a nagyobb szemek közt szabálytalan alakú, kisebb-nagyobb csomókban jóval apróbb szemű szemcsés aggregátum fordul elő. Ezekben a csomókban a szemek igen aprók, átmérőjük legfeljebb 0·004 mm. A csomók átmérője főként 0·08 és 0·3 mm közt ingadozik, ritkábban 0·6 mm-t is elér. Ezeknek az apró szemcséknek egy része látszólag nem, vagy alig hat a keresztezett nicolokra. Első pillanatra ezeket opálnak lehetne tartani; de nem opálok, mert fénytörésük nagyobb a kanadabalzsaménál. Kisebb-nagyobb csoportokban még nagyobb *kvarcszemek* is előfordulnak. Ezek a csoportok főként 0·1 és 0·5 mm átmérőjűek, néha egy irányban erősebben megnyúltak s ekkor ebben az irányban a 0·8 mm-t is elérik. A csoportok szabálytalan körvonalúak. Az őket alkotó szemcsék átmérője főleg 0·01 és 0·04 mm, körvonaluk szabálytalan lefutású; a nagyobbak széle kevésbbé öblös, a kicsiké erősebben öblös-karélyos.

A szemcsék mindegyik nagyságú fajtájában apró, színtelen, közelebbről meg nem határozható zárványok a kvarcok zárványaira jellemző módon: szétszórtan vagy sorokban és csoportokban fordulnak elő.

Ritkán és egyenlőtlenül szétosztva igen apró (0·001 mm körüli nagyságú), szürke vagy barnásfekete, opaknak látszó szemecskék szintén résztvesznek a kőzet alkotásában. Köztük ritkán nagyobb (0·01 mm) is akad; ezek egy része *limonit*. A kicsik közül némelyik valószínűleg *pirit*.

Igen ritka ásvány a *zirkon* mintegy 0·01 mm hosszú, prizmás termetű, a két végén legömbölyödött színtelen kristályka alakjában.

A kvarcokban levő igen apró színtelen zárványok okozzák a tejfehérszínhez közeledő, világosszürke felé hajló fehér színt. Lehet, hogy e színeződés előidézéséhez az említett szürke vagy barnásfekete szemecskék is hozzájárulnak.

A kőzet igen kevés helyen kicsi foltokban sárgás színnel átlátszó *limonittal* átitatott. A szabálytalan körvonalú, limonittól átitatott foltok legnagyobbjának átmérője 0·04 mm. Elvétve a

kőzetben egészen 5 mm hosszúságot is elérő, hajszálvékony, körösköröl zárt üregecskét találunk. Az üregecskék falát igen apró, az $(10\bar{1}0)$, $+R$ és $-R$ kombinációjából álló *kvarckristálykák* bélelik ki.

c) *Kékesfehér kalcedon.* Itt-ott szabálytalan szélű világossárga vagy világoszöldessárga foltok tarkítják. Jellemzik a helyenként benne előforduló, szabad szemmel is látható, legfeljebb 1 cm hosszú és 2—3 mm széles tömlőszerű üregek, főként a kékesfehér részben. Az üregek falát igen apró, víztiszta kvarckristálykák vonják be. A kristálykák $(10\bar{1}0)$, $+R$ és $-R$ kombinációjából állnak. Az üregek fala szabálytalan lefutású.

Törése gyengén kagylós, mégpedig a kékesfehér részen erősebben kagylós, mint a többin. A törési felület általában fénytelen, a fehér részen azonban sokkal símább, mint a sárgán vagy a világos zöldesssárgán. Szilánkja vörösizzáson igen erősen pattogzik, úgyhogy legnagyobb része kipattanik a lángból. A le nem pattant rész vörösizzáson néhány perc alatt megrepedezik, a sárga és zöldessárga foltok eltűnnek s helyettük vörös foltok jelennek meg a vasvegyületek teljes oxidációja folytán.

A kőzet zöme igen apró kvarcszemcsék aggregátuma. A szemcsék szabálytalan, gyakran öblös-karélyos széllel csatlakoznak egymáshoz. Rendszerint kisebbek 0·015 mm-nél, némelyik szemecske azonban 0·033 mm-t is elér. Az apró szemek közt *rostos* kifejlődésű kalcedon és alárendelten *kvarcin* fordul elő. A kalcedonrostok rendesen legyezőszerűen elhelyezettek; hosszanti irányuk a. A kvarcin is rostosan kifejlődött; rostjai vagy többé-kevésbbé párhuzamosak, vagy divergálók. Néhol csak néhány rost fordul elő egy csomóban, máshol jóval több. A rostok hosszanti iránya γ, kettős törésük erősebb a kvarcénál. A kvarcinrostok főleg 0·03—0·08 mm hosszúak, de előfordulnak itt-ott jóval hosszabbak is, egészen 0·25 mm-ig. Ezek a hosszabb rostok rendszerint gyengén hullámvonalszerűen hajolt lefutásúak s többé-kevésbbé párhuzamosak. A kalcedonrostok általában rövidebbek, főként 0·018 és 0·036 mm közötti hosszúságúak, csak ritkábban érnek el 0·066 mm hosszúságot.

A kőzet ezen említett komponensekből álló főtömegében ritkán igen apró szemcséjű csomók észlelhetők. Ezek igen apró

kvarcszemekből, szferolitos-pikkelyes kalcedonból s ezeken kívül még olyan apró szemcsékből is állanak, melyek a keresztezett nicolokra alig hatnak. Ezekben a foltokban e szerint kevés opál is lehet.

A kőzet eddig leírt főtömegében vannak olyan részletek is, melyek tömlőszerűen megnyúltak s a szalagos achathoz hasonló lefutású szélűek. Ezek néhol vékonyak, máshol 1·6 mm vastagságot is elérnek, hosszúságuk néha 1 cm-t is elér. Szerkezetük ritmusos. Legkívül igen apró *szemcsés kvarcaggregátum* helyezkedik el, ezen belül sok rostos kalcedon s kevés *rostos kvarcin*. A kvarcin rostjai merőlegesek a határfelületre. A rostok mintegy 0·01—0·02 mm hosszúak. A kvarcin mellett túlnyomó az egy, esetleg több rétegben legyezőszerűen kifejlődött *rostos kalcedon*. Ezek a rostok nagyjában merőlegesek vagy ferdék a határfelülethez képest a legyezőszerű szerkezetnek megfelelőn, de sohasem párhuzamosak a határfelülettel. A kalcedonrostok hossza főleg 0·016—0·035 mm. Végül ezen belül s egyúttal az egész tömlőszerű képződmény tengelyszerű közepén nagyobb kvarcszemek halmaza fordul elő. Ezek a kvarcok főként 0·004—0·1 mm nagyok, szabálytalan szélűek, de erős beöblösödések, karélyok nincsenek rajtuk. Néhol a nagy kvarcok közt igen apró kvarcszemecskék csoportjai is előfordulnak. Helyenként a nagy kvarcok kis üreget zárnak körül, ekkor természetesen a tömlőalakú rész közepe üres; a szabad szemmel is látható s fentebb már említett üreg falán ülnek az említett kvarckristálykák.

Ismeretes, hogy a kalcedon, kvarcin és kvarc néha együtt fordul elő olyképpen, hogy külsőleg látszólag homogén tömeget alkot; a valóságban azonban a kalcedon s a kvarcin rendesen külön-külön, rostosan kifejlődve, rétegekben helyezkedik el.[1] Ilyen pl. a Grisière en Flacé-lès-Mâcon-nál talált kalcedon, melyben a rostos kalcedon és a rostos kvarcin rétegekben váltakozik egymással.

Néhol szabálytalan szélű foltokban vagy szabálytalan lefutású sávokban sárgaszínű *limonitszemcsék* helyezkednek el. A szemcsék majd sűrűbben fordulnak elő a sávban, vagy foltban, majd ritkábban; az előbbiek szabad szemmel világossárgás színűeknek, az utóbbiak világos zöldessárgának tűnnek fel.

---

[1] Lacroix, Alfréd: Minéralogie de la France. III. 131.

Itt-ott a limonit *kicsi* vörösbarna foltokban is előfordul; ezek 0·01—0·02 mm átmérőjűek s sötétebb színűek, mint az előbbi limonitos részletek.

d) *Világosszürke kalcedon.* Sötétebb, mint a *b)* alatt leírt. Törése egyenetlen, esetleg gyengén kagylós; a törési felület fénytelen. Vékony szilánkja igen gyengén áttetsző. Vörösizzáson való hevítés után világosabb színű, csaknem fehér lesz, a benne levő apró piritszemcsék oxidációja következtében a fehér főtömegben apró fekete pettyek jelennek meg. A fehér szín izzítás után is megmarad. Pora csaknem fehér, igen gyenge szürkés árnyalattal, levegőn hosszabb ideig (mintegy félóra) hevítve rózsaszínű lesz.

Lényegében ez a kőzet is *szemcsés aggregátumos* szerkezetű. A szemcsék főként kétféle nagyságúak. Legnagyobb részük igen apró, főleg 0·008 és 0·016 mm közti méretű. Ezek a szemcsék szabálytalan, öblös-karélyos, a metszetben felhősen elmosódó körvonalúak. Legtöbbjük átlag ugyanabban az irányban kissé megnyúlt. Ennek következtében igen gyenge rétegzettség fejlődött ki.

A kőzet zöme ezekből az apró szemcsékből áll. Ebben az apró-szemcséjű főtömegben nagyobb szemekből (maximális szemnagyság főként 0·05 mm, ritkább 0·08 mm, kivételesen 0·1 mm) álló csoportok helyezkednek el. A csoportok az apró szemcséktől jelzett rétegzettséggel nagyjában párhuzamosan megnyúltak; többnyire 0·4—1·0 mm hosszúak, vastagságuk rendszerint jóval kisebb hosszúságuk felénél. Ezek is öblös-karélyos, szabálytalan széllel csatlakoznak egymáshoz. Ritkán szferolitos-rostos kifejlődésűek. Az egyik szemben igen apró színtelen, erősen fény- és kettőstörő, közelebbről meg nem határozható zárványok fordulnak elő.

A nagyobb szemcséjű csoportok alakja és elhelyezkedése következtében jól rétegzett szövet állott elő. Ezek a csoportok azonban az egész kőzetnek csak mintegy negyedrészét, esetleg ötödrészét (térfogat szerint) foglalják el.

Néhol, leginkább a nagyobb szemekből álló csoportokban vagy azok szélei körül színtelen *szericitpikkelyek* láthatók. Ezek lemezkéi a rétegzéssel párhuzamos helyzetűek.

Az egész kőzetben szétszórtan, apró, izolált szemecskékben fordul elő a *pirit.* Kristálykái üdék, xenomorfok s vagy izodiametrikusak, vagy kissé lapítottak a rétegzés szerint; az utóbbiak ezek

alapján hosszanti metszetekben a rétegzettség szerint hosszúkásaknak látszanak. Nagyságuk: többnyire 0·009 és 0·1 mm közt, némely megnyúlt szem azonban 0·25 mm hosszúságot is elér. A piritszemcsék felülete többnyire egyenlőtlen, érdes, de limonitosodás nem látszik rajtuk.

Itt-ott rövid sávokban barnássárgán átlátszó *limonit* festi meg a kőzetet. Néhol már többé-kevésbbé átkristályosodott rostos *xanthosziderittć*. A rostok pamatokba foglaltak s gyengén pleochroósak: $\alpha' =$ igen világos sárga, $\gamma =$ barnás sárga. A rostok hosszanti iránya $= \gamma$. A rostok kioltása egyenes a hosszanti irányukhoz mérten, fénytörése jóval nagyobb a szemcsékénél, kettőstörése erős, hossza legfeljebb 0·03 mm.

A limonit és xanthosziderit azonban ebben a kőzetben igen alárendelt, sokkal kevesebb, mint az *a)* alatt leírt igen világosszürke kalcedonban.

Igen kis mennyiségben, de elég egyenletesen szétosztottan vékony s legfeljebb 0·35 mm hosszú szabálytalan szélű sávokban igen apró, színtelen szemecskék csoportja fordul elő a kalcedon szemcséi közt. Ezek a csoportok kisebb nagyítással zavarosan átlátszó rövid sávocskáknak tűnnek fel. Igen erős nagyítással megállapítható azonban, hogy ezek szabálytalan körvonalú, közelítőleg izodiametrikus vagy kissé zömök-hosszúkás színtelen szemcsék csoportjai. A szemcsék jóval erősebben fénytörők és kettőstörők, mint a kvarc. Igen apró méretük miatt meghatározásuk nem sikerül. E csoportok hosszanti iránya is párhuzamos az általános rétegzéssel. Lehet, hogy ezek valamely karbonát szemcséi.

e) *Tejfehér kalcedon* világosszürke, közelítőleg párhuzamos lefutású sávokkal és szálakkal, melyek vastagsága változó, néhány tizedmillimétertől 2—3 mm-ig. A sávok kicsiny szélességénél fogva (legfeljebb 2—3 mm) a kőzet szabad szemmel nézve egészen szálas szerkezetűnek látszik. Rendesen a megaszkóposan egységesnek látszó szürke sávban is vannak igen vékony fehér sávocskák és szálak.

Kis szilánkja vörös izzáson nem pattogzik s 3—4 percnyi hevítésre színét észrevehetően nem változtatja. Pora szürkésfehér, levegőn mintegy félóráig izzítva rózsaszínű lesz.

Ez is lényegében *szemcsés aggregátum* alakjában kifejlődött

kalcedon. A szemcsék részben kicsik — 0·012 mm-nél kisebb átlagos átmérőjűek — részben nagyok — főleg 0·013 és 0·07 mm közötti átmérőjűek. Tehát a szemcsék általában nagyobbak, mint az *a)* alatt leírt igen világos szürke kalcedonban. Az apró szemek is meg a nagyok is külön-külön rendesen több cm hosszú, nagyjában párhuzamos sávokban, illetőleg szálakban helyezkednek el. Ezek vastagsága néhol csak néhány 0·01 mm, máshol a 0·2 mm-t is eléri a mikroszkópos vizsgálat szerint. Minthogy azonban néha nagyobb vastagságban (2—3 mm) uralkodó az egyik szemcsenagyság s ebben a részben a másik nagyságú szemekből álló sávok csak igen vékonyak, uralkodó jellegű a széles sáv; így a szabad szemmel való megfigyeléskor néhány mm vastagnak látszó egységes sávot észlelünk.

A szemcsék a szálak és sávok hosszanti irányában gyakran többé-kevésbbé megnyúltak; ez főként a nagyobb szemeken látszik. A nagyobb szemcsékből álló sávok ritkán ferdén szelik át a párhuzamos szálak irányát.

A szemcsék szabálytalan, gyakran erősen öblös-karélyos széllel kapcsolódnak egymáshoz.

Az apró szemcséjű aggregátum szemcséinek fénytörése néhol kisebbnek látszik, mint a nagyobb szemcséjű aggregátum szemecskéié. Valószínű, hogy ezek az apró szemcsék több vizet tartalmaznak, mint a nagyobbak, melyek talán teljesen vízmentesek. Ugyanilyen fénytörésbeli különbséget említettünk az *a)* kalcedon szemcséiről is.

Itt-ott egészen szabálytalanul s igen ritkán szétosztva nagyobb kvarcszem is akad (0·2—0·4 mm). Ezek a nagy szemek a rétegzés irányában (metszetben) rendesen kissé megnyúltak. Az egyik szem a rétegzés irányában 0.5 mm hosszúságot ért el. Néha a rétegzés irányában több nagyobb kvarcszem is csatlakozik egymáshoz, öblös-karélyos széllel. Ezek a szemek gyakran oly helyzetűek, hogy hosszanti irányuk a kisebb törésmutató irányával esik össze.

A nagyobb kvarcszemekben a kvarcban általában gyakori apró, pontszerűnek látszó zárványok fordulnak elő, mégpedig többnyire szétszórtan; ritkán mozgó libellát tartalmazó folyadékzárvány (CO_2) is észlelhető.

Ritkán, főként itt-ott a nagyobb kvarcszemek körül, vékony, a kvarcnál erősebb fénytörésű, erősen kettőstörő, színtelen pikkelykék fordulnak elő, néha a kvarcszemet csaknem egészen beburkolják. Hosszanti irányuk a metszetekben γ', harántirányuk α. Ezek minden valószínűség szerint *szericitpikkelykék.*

Igen alárendelten itt-ott vörösbarna, apró *limonitfolt* is előfordul.

A helyenként széthintve előforduló, igen apró (legfeljebb néhány μ), első tekintetre opaknak látszó, a valóságban csak kicsiny voltuk miatt át nem látszónak mutatkozó, színtelen szürkés izodiametrikus szemecske közelebbről nem határozható meg.

Igen ritka elegyrész a *plagioklász* albit-ikerlemezes szem alakjában. Egyénei az ikerlemezesség szerint kissé laposak, de mégis többé-kevésbbé legömbölyödöttek, kristálylap nem látszik rajtuk. A kalcedon szemecskéi mintegy körülfogják ezeket, mintha a szövet fluidális kifejlődésű volna: az apró szemcsés aggregátum hosszúkás szemcséinek hosszanti iránya párhuzamos a plagioklász hosszanti irányával. A plagioklász fénytörése nagyobb a kvarcénál. Éppen úgy, mint az *a)* alatt leírt kalcedon plagioklászai, ezek is sok apró, színtelen zárványt tartalmaznak.

Nagyon ritka a *zirkon* is zömök, prizmás, a két végén gömbölyödött, színtelen kristálykák alakjában.

A kőzet némiképpen emlékeztet az *a)* alatt leírt kalcedonra.

f) *Világos szürkéssárga kalcedon.* Szürke és vörösbe hajló sárgaszínű vékony rétegek (metszetben sávok) váltakoznak a világos szürkéssárga főtömegben. Ezek vastagsága gyakran eléri az 1 mm-t, sőt ritkán 5 mm-t is; néhol azonban jóval vékonyabbak. A rétegek nem határolódnak el élesen, hanem átmennek egymásba.

Törése egyenetlen; a törési felület teljesen fénytelen. Pora levegőn hevítve rózsaszínűvé válik a vasvegyületek oxidációja következtében.

Csaknem teljesen rostos, szferolitos *kalcedonból* áll. A szferolitok egy része centrálisan radiális-sugaras, más része olyan kifejlődésű, hogy a rostok közös pontja excentrikusan helyezkedik el. Az utóbbiak metszete ezek szerint legyezőszerű. A rostok főleg 0.05 és 0·12 mm közti hosszúságúak, ritkán a 0·2 mm-t is elérik. A rostok hosszanti iránya mindig α.

A rostos részek között kisebb mennyiségben *apró szemcsés aggregátum* helyezkedik el. A szemcsék karélyos-öblös széllel csatlakoznak egymáshoz. A szemcsék mérete a legkisebbtől egészen 0·07 mm-ig ingadozik.

Vékony, rövid rétegecskékben, melyek azonban 0·15—0·30 mm hosszúságot is elérnek, igen apró, kis nagyítással csak pontoknak látszó szemcsék fordulnak elő a kalcedon közt. Igen erős nagyítással látni, hogy ezek az igen apró szemcsék átlátszók, a kalcedonkvarcnál gyengébben fénytörők s rendszerint kis csoportokban helyezkednek el. Ezek az apró szemcsék az optikai tulajdonságaik alapján minden valószínűség szerint *opálok*. Ezek az egymástól bizonyos távolságban előforduló szemcsék, illetőleg csoportok olyan foltokat alkotnak, melyek nagyjában párhuzamosak; néhol több folt többé-kevésbbé összeér s hosszúnak tűnik fel (lásd a méreteket fent). Ezek a szürke színt okozzák s hozzájárulnak a rétegzettség (sávozottság) előidézéséhez.

Néhol a kalcedont vékony rétegekben kevés *limonit* itatja át. Ezek a rétegek is ugyanolyan rövidek, mint az opálos rétegek s azokkal párhuzamos helyzetűek. Ezek okozzák a vöröses sárga és sárga színeződést.

g) *Világos szürkéssárga kalcedon*. Külsőleg teljesen olyan, mint az előbbi. A mikroszkópos vizsgálat azonban lényeges különbséget állapít meg. Nevezetesen ennek a kőzetnek túlnyomó része igen apró *szemcsés aggregátum*. A szemcsék legnagyobb része kisebb 0·01 mm-nél. Ebben a főtömegben szabálytalanul szétosztott, 0·15—0·30 mm hosszúságot is elérő, a rétegzéssel párhuzamosan hosszúkás csoportokban nagyobb szemcsék (egészen 0·05 mm-ig) helyezkednek el. Némelyik kvarcszem azonban 0·15, sőt 0·36 mm átmérőt is elér. Ezekben a csoportokban rendesen sugaras kalcedon is előfordul.

Szferolitos, sugaras kifejlődésű kalcedon azonban különálló csomókban is előfordul. A csomók gyakran a sávozottság szerint kissé megnyúltak. A sugarak legfeljebb 0·083 mm hosszúak s vagy centrálisan szferolitos kifejlődésűek, vagy legyezőszerűek, azaz a sugarak közös pontja excentrikus helyzetű.

Néhol igen apró szemcsékben *opál* is előfordul. Ezek a szemcsék rendesen csoportokban helyezkednek el.

h) *Szürke kalcedon.* Egyenletesen szürke színű. Törési felülete sima, de nem kagylós. Vékony szilánkja világosszürkén gyengén áttetsző. Kis darabja vörös izzáson megrepedezik, de nem pattogzik s néhány percnyi izzítás után színét nem változtatja meg. Pora fehéres szürke, levegőn izzítva megvörösödik.

Apróbb (0·01 mm-nél kisebb) és *nagyobb* (0·01—0·02 mm vagy még nagyobb) *szemcsékből álló aggregátum.* A nagy szemcsék többékevésbbé elkülönült csomókban fordulnak elő s nagyjában ugyanabban az irányban hosszúkásak. Az aprószemcséjű rész az uralkodó. Néhány szem szferolitos, rostos kifejlődésű. A rostok hosszanti iránya *a.*

Jellemző ásvány a meglehetős egyenletesen szétosztott *piritszemecskék* elég nagy mennyisége. Ezek igen apró, többnyire hosszúkás csoportokban fordulnak elő, a nélkül azonban, hogy a szemek érintkeznének. A szemcsék maguk izodiametrikusak. Ritka a nagyobb xenomorf piritkristályka; a legnagyobb észlelt pirit átmérője 0·083 mm volt. Igen kivételesen a pirit limonittá alakult át.

A piritszemcsék is nagyjában ugyanabban az irányban megnyúlt, többé-kevésbbé jól elkülönült csoportokban helyezkednek el, mint a nagy kvarcszemek. Ennélfogva a csiszolatokban a rétegzettség-sávozottság többnyire elég jól látszik.

Az egyenletes szürke szín az egyenletesen szétosztott piritszemcséktől származik.

Igen ritka ásvány a *szericit* igen apró pikkelykékben, továbbá a színtelen *zirkon*, vagy a két végén legömbölyödött prizmás kristálykákban, vagy harántul izekre tagoltan olyképpen, hogy az ugyanazon kristály izei egymástól igen kis távolságra vannak s a hézagokat a szemcsés aggregátum foglalja el.

3. Jászpis.

a) *Barnásvörös jászpis.* Egyenlőtlen vagy gyengén kagylós törésű. Szilánkja izzításkor nem pattogzik, hanem nyugodtan izzik; lehűlés után ugyanolyan színű, mint izzítás előtt.

Lényegében *kalcedonból* áll. A kalcedon kisebb része jellegzetes szferolitos-rostos kifejlődésű, nagyobb része szemcsés aggregátum.

A rostos kalcedon főként elliptikus vagy köralakú metszetű, azaz ellipszoid vagy gömbalakú részekben helyezkedik el. Ezek *radioláriáknak* felelnek meg s különösen lesüllyesztett világítókészülék használatakor tűnnek jól szembe. Itt a kalcedon teljesen víztisztán átlátszó; ritkán azonban az ellipszoid vagy gömb közepén kevés vasoxidot-limonitot tartalmaz. Az ellipszoidok vagy gömbök átmérője főként 0·04—0·10 mm közt ingadozik. Organikus szerkezet nem látszik rajtuk, ezért pontos meghatározásuk nem lehetséges; valószínű azonban, hogy a Cenosphaera-nembe tartoznak.

A kalcedon-szferolitok rostjai ritkán tökéletesen centrikus szerkezetűek; a rostok kiindulópontja többé-kevésbbé excentrikus helyzetű, néha annyira, hogy a rostok elrendeződése legyezőszerű. A rostok tengelye = a.

Az ellipszoidok és gömbök, tehát a radioláriák, elég közel egymáshoz helyezkednek el, de rendesen nem érintkeznek egymással. A köztük levő részek főleg szemcsés aggregátumos szerkezetűek, néhol azonban szferolitos-sugaras kifejlődésűek. A szemcsék szabálytalan, karélyos-öblös körvonal mentén kapcsolódnak egymáshoz. A szemcsék átmérője főként 0·005 és 0·01 mm közt ingadozik. A radioláriák közt spiculumoknak tartható részek is előfordulnak igen kis mennyiségben; hosszuk ritkán a 0·35 mm-t is eléri.

Az ellipszoidok nagyjában ugyanabban az irányban gyengén hosszúkásak; ez az irány valószínűleg a bezáró kőzet rétegeinek síkjába esik.

Igen ritka elegyrész a *kalcit*, teljesen szabálytalan szélű, xenomorf, apró szemekben. A legnagyobb kalcitszem átmérője 0·26 mm volt. A legtöbb azonban jóval kisebb.

A *szericit* színtelen, apró pikkelykéi is ritkák, bár egyes helyeken gyakrabban észlelhetők.

A *klorit* is ritka ásvány; lemezkéi igen halavány sárgászöldek s igen gyengén pleochroósak: a = világossárga, γ' = világos sárgászöld.

Biotit is igen kevés fordul elő; lemezeit a következő pleochroizmus jellemzi: a = világossárga, γ' = barnászöld.

Az egész kőzetet — a radioláriák legnagyobb részének kivételével — igen apró szemcséjű *vörös vasoxid* (hematit)i mpregnálta.

A kőzet vörös színe ettől a vasoxidtól származik. A vasoxid eloszlása nem egyenletes: néhol nagyobb mennyiségben, máshol igen alárendelten fordul elő. Egyik-másik radiolária középső részét is többé-kevésbbé kitölti. Közben helyenként igen apró agyagos részecskék is előfordulnak, ezek kolloidszemecskék halmazai. Valószínű, hogy a biotit, a klorit és a szericit is az agyag komponense volt. Néhol, alárendelten, sárgásbarna, nagyobb *limonitcsomó* is előfordul; a legnagyobbnak az átmérője 0·13 mm volt.

Itt-ott utólagos repedésekbe sol alakjában hatolt be a ferrihidroxid, s ma sárga vagy barnássárga erecske alakjában helyezkedik el. Igen ritkán a limonit igen nagy (0·25 mm átmérőjű), feketének vagy barnásfeketének látszó foltokban is előfordul. Némelyik hajszálrepedést igen apró szemcsés kvarcaggregátum töltött ki utólag.

b) *Sötét barnásvörös jaszpis* néhol kisebb — 0·5—2·0 cm^2 — kissé zöldes árnyalatú szürke foltokkal. A vörös részt a szürkétől éles határ választja el. Helyenként igen vékony sávok alakjában a vörös rész a szürkében is előfordul.

A vörös rész lángban éppen úgy viselkedik, mint az előbbi kőzet. A szürke rész kis szilánkjának színe vörösizzáson nem változik vagy legfeljebb igen gyenge árnyalattal megsötétedik.

A kőzet vörös részét — a radioláriák kivételével — itt is igen apró szemcséjű vasoxid itatta át. A vörös rész szerkezete és összetétele lényegében olyan, mint az előző jászpisban.

A szürke rész túlnyomóan igen apró (néhány μ átmérőjű) szemcsés aggregátumból áll; helyenkint azonban nagyobb (maximálisan 0·05 mm átmérőjű) kvarcszemek is előfordulnak az apró szemcsék között. Itt is vannak radiolária-ellipszoidok és gömböcskék, mégpedig valószínűleg ugyanazok a Spumellaria-csoportba tartozó Cenosphaerák. Ezek azonban igen világos zöldes színűek; a zöld színt valószínűleg kevés *greenalit* idézi elő, mely a szürke részeket valósággal átitatja. Ennek folytán a gömböket alkotó szemcsék és rostok csak igen kevéssé világosodnak fel keresztezett nicolok közt.

A szürke részben a radiolária-gömbök nincsenek oly nagy számban, mint a vörös vasoxidos részletben. Itt a szürke részekben a ritkábban előforduló gömbök közt levő részekben is van a szem-

csék közt kevés greenalit. A vörös részletben is előfordul itt-ott kevés greenalit.

Jellemző a *kalcit* (esetleg más karbonát is) elég gyakori előfordulása a vasoxidos részben és azonkívül is. Néhol a radiolária-gömbök egész nagy csomóját *egységes orientációjú* karbonát foglalja el. A legnagyobb ilyen csomó hossza 0·83 mm, szélessége átlag mintegy 0·13 mm. A csomók körvonala szabálytalan, öblös, cafatos. Némelyik kalcitszem azonban igen kicsi (néhány μ). A kalcit-kristálykák néha romboéderes kifejlődésben élesen idiomorfok, főként azok, melyek átmérője 0·03 és 0·06 mm. Ritkán az eredeti romboéderes karbonát helyét limonit-pszeudomorfóza foglalja el.

Apró *szericit-* és *biotit*pikkelyek itt-ott, csak igen kis mennyiségben fordulnak elő. A biotit pleochroizmusa: α = színtelen, γ' = világoszöld, néha kissé barnába hajló árnyalattal.

4. Radiolarit.

Kékesszürke, szabad szemmel tömöttnek látszik; törése egyenlőtlen; törési felülete fénytelen és jóval kevésbbé síma, mint a szaruköveké. Szilánkja néhány percig vörösizzáson hevítve oxidáció folytán sötétbarna lesz, s ez a szín lehűlés után is megmarad. Pora szürkésfehér, levegőn izzítva sötét rózsaszínű lesz.

A kőzet zöme rendkívül apró kvarcszemecskékből áll. A kvarcszemecskék között szürke, *szericit*tartalmú agyagszemcséket találunk; ezek átitatni látszanak az egész kőzetet. A kvarcszemcsék közt — mint alapanyagban — helyezkednek el a *radioláriáknak* megfelelő részletek. Ezek többnyire gömbalakúak, ritkábban más formájúak. Anyaguk részben mikrokristályos szemcsés *kvarc-kalcedon*, részben szferolitosan, sugarasan kifejlődött kalcedon. A sugarak vagy centrálisan összefutók, tehát jellegzetes szferolitok, vagy a közös pontjuk excentrikus helyzetű s így metszetben legyezőhöz hasonlók.

Némely gömbalakú radiolária középső részében az agyagos alapanyagrészletből több-kevesebb fordul elő.

Ritka elegyrész a nagyobb, kétségtelenül *törmelékes eredetű kvarc;* egyénei néha az 0·1 mm-t is elérik. Itt-ott *limonit* is előfordul igen apró szemcsék alakjában, melyek nagyobb csomókba

csoportosultan helyezkednek el a szemcsés aggregátum szemcséi közt. A legnagyobb észlelt limonitcsomó átmérője 0·6 mm volt.

Itt-ott egy-egy *pirit*szem is akad. A pirit elosztása azonban teljesen szabálytalan, mennyisége igen kicsi.

A kőzetnek mintegy a fele radiolária. A leggyakoribb a *Cenosphaera;* valószínűleg néhány *Rhodosphaera* sp. is előfordul; *Cenellipsis multiplex* Rüst, *Dictyomitra* sp., *Druppula* sp., *Lithocampe* sp., *Rhopalastrum* sp. s esetleg még más faj is alárendeltebb.

Az eredeti üledék finomszemű, agyagos volt s sok radioláriát tartalmazott. Az egészet utólag kovasav itatta át.

Minthogy ebben a kőzetben a radioláriák igen nagy mennyiségben előfordulnak, el kellett választanom a kevés radioláriát tartalmazó szaruövektől és jászpisoktól, s a radioláritok közé kellett helyeznem.

5. Homokkő.

a) *Aprószemű homokkő.* Világos szürkéssárga kőzet. Szabad szemmel csaknem teljesen egyneműnek látszik, annyira apró szemcséjű.

Főként apró, 0·01—0·05 mm átmérőjű *kvarcszemekből* áll. Ezeket és az apró *muszkovit*pikkelyeket *igen apró kvarcszemek* — mint ragasztóanyag — cementezi össze. Ezen kívül a szemecskék közt igen kicsi *agyagrészecskék* s szabálytalan eloszlásban vörösbarna vagy sárgásbarna *limonit* elég nagy mennyiségben fordul elő. A limonit helyenként szabad szemmel is észrevehető.

A kőzet aprószemű, kvarcos s részben limonitos kötőanyagú homokkő.

b) *Aprószemű, jól rétegzett homokkő.* Az előbbivel megegyező kőzet, de észrevehetőn rétegzett. A rétegzést főként a limonitnak helyenként vékony rétegekben való elhelyezkedése idézi elő.

c) *Igen aprószemű vörös homokkő.* Hasonlít az *a)* alatt leírt homokkőhöz; de a benne levő eredeti limonitos és agyagos szemcsék *oxidálódtak* s vörös színt nyertek. Olyan, mintha az eredeti kőzet akár kausztikus kontakthatás, akár mesterséges tűz hatására kiégetődött volna. Nagyon ritkán radiolária is akad benne.

d) *Vékony kvarcerekkel átjárt vörös homokkő.* Roppant apró-

szemű, úgyhogy első tekintetre bizonyos mértékig vörös jászpisra emlékeztet.

A cementező anyag az apró *kvarc*, *muszkovit* és *agyagrészecskék* közt szintén kvarc. Az egész kőzet impregnálódott vasoxiddal (hematit és limonit). Itt-ott gömbölyded radiolária is előfordul benne.

A kőzetet vékony kvarcerek járják át. Ezek utólagos repedéskitöltések s nagyrészük nagyjában párhuzamos lefutású. Ennek folytán a kőzet némileg rétegzett. Az erek nem egyenes, hanem hullámos lefutásúak; átlagos vastagságuk 0·015—0·08 mm; az egyik kvarcér azonban 0·4 mm vastag volt.

6. Kvarcit.

a) *Vörös kvarcit.* Vörösbarna; kisebb — 1 cm^2-nél ritkán nagyobb — foltokban élénk sötétvörös. Törése egyenetlen.

Lényegében *kvarc*ból és *hematit*ból áll. A kvarc kifejlődése a következő: Főtömegét apró kvarcszemek alkotják s ebben a főtömegben — mintegy alapanyagban — nagyobb kvarcszemek fordulnak elő *csomókban*. Az apró kvarcok átmérője főként 0·008 és 0·03 mm közt ingadozik, a nagyok főleg 0·06—0·25 mm átmérőjűek. A nagy kvarcokból álló csomók nagysága főleg 0·5 és 2·0 mm közt változik. A nagy kvarcból álló csomók eloszlása nem egyenletes; néhol sűrűn, máshol igen ritkán szétszórva helyezkednek el.

Az apró és a nagy kvarckristályok egyaránt xenomorfok, szabálytalan, néhol kissé öblös-karélyos körvonalúak. Erősebb bemélyedések azonban nincsenek rajtuk.

A kvarcokban a szokott igen apró pontszerű zárványok csoportokban vagy sorokban, vagy szabálytalan szétoszlásban elég gyakoriak.

A kvarcszemek kisebb részben közvetlenül kapcsolódnak egymáshoz; nagyobb részben azonban *hematit* kapcsolja őket össze szabálytalan foltokban. A hematit egy része vörös színű s xenomorf, másik része ellenben apró lemezes kifejlődésű. A lemezek ráeső fényben fényesek, feketésszürkék; igen vékony metszetekben vérvörösen átlátszók, vastagabb metszetekben opakok. A lemezek átmérője legfeljebb 0·1 mm.

A hematit eloszlása egyenlőtlen s néhol az achátéhoz hasonló: többé-kevésbbé szabálytalan lefutású, de nagyjában mégis koncentrikusan sávos kifejlődésű. Nevezetesen: A külső rész barnásvörös színnel jól átlátszó, még talán nem tökéletesen átkristályosodott, igen apró szemcsékből áll, melyek látszólag a kvarcszemeket impregnálják, illetőleg a köztük levő hézagokat töltik ki. Ezen belül helyezkedik el a többé-kevésbbé lemezesen kifejlődött hematit a víztiszta kvarcokkal együtt.

Ez a szerkezet arra utal, hogy eredetileg kolloid ferrihidroxid járta át a kőzet egyes részeit. A ferrihidroxidból utólagos átkristályosodás folytán alakult ki a hematit. A ferrihidroxid egy része talán egyáltalában nem érte el a teljes vízmentességet.

Igen ritkán a kvarcszemek közt apró xenomorf *pirit* is előfordul.

Néhol vékony (legfeljebb néhány 0·1 mm vastag) repedéseket utólag *kvarc* töltött ki.

b) *Szürke kvarcit.* Rideg, egyenetlen törésű kőzet. Lényegében igen apró, csaknem kriptokristályos *kvarcszemecskékből*, kevés rostos *kalcedonból* és sok *kalcitból*, továbbá agyagrészecskékből áll.

A *kvarcszemek* szabálytalan, öblös-karélyos körvonallal kapcsolódnak egymáshoz; nagyságuk túlnyomóan 0·005 és 0·025 mm közt ingadozik. Néhol azonban jóval apróbb szemcsékből álló csoportok fordulnak elő. E csoportok átmérője főleg 0·09 és 0·3 mm közt változik. Némelyik csoport egy irányban hullámosan megnyúlt.

Az igen kevés rostos *kalcedon* rendesen legyezőszerűen kifejlődött rostos szerkezetű, azaz a rostok közös pontja excentrikus helyzetű.

A *kalcit* kisebb része romboéderes kristályokban fordul elő; a kristálykák főként 0·024—0·1 mm átmérőjűek. Nagyobb része xenomorf s csomókban helyezkedik el. A kalcit mintegy 20—25 térfogatszázaléka az egész kőzetnek.

Az agyag eloszlása egyenlőtlen s rendesen csomókban fordul elő kissé sűrűbben. Néhol *szericit* is található benne. Néhol sárgásan átlátszó *limonit* festi meg. Ez a limonit valószínűleg utólag, repedéseken át, jutott a kőzetbe.

Helyenként egy-egy nagyobb *kvarcszem* (legfeljebb 0·085 mm

átmérőjű) és néhány vörösbarna, igen apró szemcsékből álló *limonitcsoport* is észlelhető.

c) *Kalcedonos kötőanyagú kvarcit.* Szürkésfehér, helyenként kisebb foltokban sárgás árnyalatú. Szabad szemmel is fel lehet benne ismerni *kvarcszemeket* s itt-ott *muszkovitpikkelyeket.*

Lényegileg kvarcból s a kvarcszemek közt levő kötőanyagból áll, mely *rostos kalcedon* és igen aprószemű *kvarc.*

A *nagy kvarcok* főleg 0·05—0·3 mm átmérőjűek, szögletesek vagy kissé karélyos szélűek, helyenkint erősebben lekopottak. Az apró kvarc- és rostos kalcedon — mint alapanyag — cementezi őket össze. A nagy kvarcok némelyike kissé unduláló kioltású. Néhány nagy kvarc szürkés, igen apró zárványok folytán zavarosan átlátszó. Zárványként a nagy kvarcszemek gyakran tartalmazzák a kvarcra általában sokszor jellemző, apró pontszerű zárványokat; ezek szabálytalanul szétosztva, vagy foltokban, esetleg sorokban vagy sávokban helyezkednek el.

A kötőanyag *apró kvarcszemecskéi* a legkisebb mérettől kezdődő átmérőjűek, a legnagyobbak 0·03 mm nagyok. Rendesen öblös, karélyos szélűek. Köztük helyenként több, máshol kevesebb rostos *kalcedon* fordul elő. Rostjai vagy centrikusan összefutók, azaz jellegzetes szferolitos kifejlődésűek, vagy a rostok közös pontja excentrikus helyzetű, s ekkor metszetük legyezőszerű. A rostok hosszanti iránya mindig α. Helyenként a rostos kalcedon a nagy kvarcszemeket úgy fogja körül, hogy rostjai közelítőleg merőlegesek a kvarc felületére.

A *muszkovit* elég gyakori kis lemezekben; némelyik azonban 0·4 mm, sőt 0·8 mm átmérőt is elér.

Igen ritka a gyantasárga *rutil* s a színtelen *zirkon.* Az utóbbi a két végén erősen koptatott szem alakjában fordul elő, de azért látszanak a bipiramislapok nyomai is.

A *magnetit* is igen ritka, erősen gömbölyödött vagy szabálytalan körvonalú szemek alakjában.

Itt-ott átkristályosodófélben limonit sárgás rostok alakjában található. Ezek ugyanolyanok, mint a kalcedonokban néhol előforduló *xanthosziderit.* Pleochroizmusuk is ugyanolyan. Néhol — ritkán — a *limonit* vörösbarna apró szemcsékben észlelhető. A xanthosziderit is, meg a tulajdonképpeni limonit is a nagy kvar-

cok közt az apró kvarc- és kalcedon-kötőanyagban helyezkedik el. Ugyanitt agyagszemcsék is előfordulnak.

A kötőanyag bőséges, úgyhogy a nagy kvarcok nem érintkeznek egymással.

Valószínű, hogy nagyobb mennyiség áttanulmányozása még több ásványt meghatározott volna. A kőzet ugyanis minden valószínűség szerint eredetileg homok volt, mely kovasavas oldatok hatására utólag ragasztódott össze kvarcittá.

d) *Kalcedonos kötőanyagú kvarcit.* Szürkeszínű, helyenként azonban néhány mm^2 nagyságú világosabb, csaknem fehér foltokkal.

Az előbbihez hasonló szerkezetű: *nagy kvarcok* s ezeket igen *apró kvarcszemekből* és *rostos kalcedonból* álló *kötőanyag* ragasztja össze. Ebben a kőzetben azonban a cementező anyag túlnyomó része rostos kalcedon. A nagy kvarcszemek sokkal közelebb vannak egymáshoz, mint az előbbi kvarcitban; ennélfogva a cementező anyag jóval kevesebb, mint az előbbiben. A világosabb színű foltok ott vannak, hol a cementező anyag nem rostos, hanem apró szemcsés kvarc-kalcedon aggregátumból áll.

Néhol vékony — legfeljebb 1·5 mm vastag — rövid rétegekben, melyek elvékonyodnak s megszűnnek, az apró szemcsés kvarc, kevés rostos kalcedonnal önállóan, azaz nagy kvarcok nélkül is előfordul.

A kalcedon részben jellegzetes szferolitos kifejlődésű s a gömb középpontjából indul ki, részben excentrikus.

A kötőanyagban néhol *limonitszemcsék*, máshol opak, fekete — valószínűleg széntartalmú — szemcsék észlelhetők.

Néhol — de ritkán — igen vékony, nagyon apró sárga *rutiltűk* helyezkednek el, itt-ott csoportosan is. Igen ritka ásvány a színtelen *zirkon* is, két végén legömbölyödött kristálykák alakjában; továbbá a *muszkovit* és a *biotit* is. A biotit erősen pleochroós: a = igen halavány szalmasárga, γ' = világosbarna, kissé zöldes árnyalattal.

e) *Kalcedonos kötőanyagú kvarcit.* Szürke, kissé sárgásba hajló árnyalattal. Hasonlít az előző kőzethez, de az inkább tiszta szürke, sárga árnyalat nélkül. Továbbá a világos, csaknem fehér kvarc-kalcedon aggregátumból álló foltok itt hiányzanak.

A mikroszkópos kép is nagyjában hasonlít az előző kvarcitéhoz: nagyobb *kvarcszemek* — körülbelül ugyanakkorák, mint az előbbi kőzetben — rostos *kalcedonból és apró szemcséjű kvarcszemekből* álló *kötőanyaggal* vannak összeragasztva. Ebben a kőzetben azonban valamivel több a kötőanyag, mint az előzőben. Több kvarcszem sok fekete, opak zárványt tartalmaz, úgyhogy csaknem átlátszatlannak tűnik fel.

Helyenként apró, vörösbarna limonitszemcsék fordulnak elő. Néhol nagyobb, esetleg több cm^2-nyi területen sárga limonit itatja át az egyébként színtelen kötőanyagot. Innen ered a kőzet sárgás színárnyalata. Itt-ott apró, fekete opak — valószínűleg szenes — szemcsék is észlelhetők a kötőanyagban, éppen úgy, mint az előző kőzetben.

Ritka elegyrész a *muszkovit*, továbbá a *biotit*. Ezekből mindössze csak egy-két pikkely volt megfigyelhető. A biotit pleochroizmusa elég erős: a = halavány szalmasárga, γ' = barnászöld.

A *zirkon* is igen ritka, kristálykái színtelenek, a bipiramislapok erősen lekoptatottak, gömbölyödöttek. *Turmalin* is igen ritka, összesen csak két kristályka volt megfigyelhető. Az egyik a két végén erősen le volt gömbölyödve, sok fekete, opak (magnetit)-zárványt tartalmazott. A másiknak két vége — a főtengely irányában — letörött ; sok harántrepedés volt rajta s a tágabb repedésekbe a kötőanyag behatolt. Mind a kettő pleochroizmusa: a = színtelen, igen halaványsárgás árnyalattal, ω = zöldesbarna.

Egyetlenegy *plagioklász* is volt a tanulmányozott darabban. kristálya albitikres, körülbelül akkora, mint a nagyobb kvarcok. Fénytörése nagyobb a kvarcénál.

7. Tejkvarc.

Tejfehérszínű, egyenetlen törésű, zsíros törési felületű *vaskos tejkvarc*.

Különböző nagyságú *kvarcszemek* alkotják. A kvarcszemek xenomorfok, szabálytalan körvonalúak, de nem öblösek vagy karélyosak, hanem meglehetős egyenletes lefutású körvonallal szögletesek. A szerkezetet jellemzi, hogy kisebb kvarcszemek közt nagyobb kvarcok helyezkednek el. A mikroszkópos kép olyan,

mintha az apró kvarcok volnának az alapanyag, s a nagyobb kvarcok a porfiros kiválások (ha porfiros szövetről szó lehetne).

Az apró kvarcszemek nagysága a legkisebb mérettől mintegy 0·35 mm átmérőig változik. Ezek között szabálytalanul elosztottan helyezkednek el a nagy kvarcszemek, melyek főleg 0·5—1·5 mm átmérőjűek, némelyik azonban 3·0—4·0 mm hosszúságot is elér. Mindezek a kvarcszemek — az aprók is és a nagyok is — mozaikszerűen kapcsolódnak egymáshoz. A nagyobb kvarcok némelyike kissé unduláló kioltású. A legtöbb azonban egyenletesen olt ki. A nagy kvarcok közül több szabálytalan repedésekkel átjárt.

A kvarcok a szokott apró zárványokat tartalmazzák. Ezek néhol szabálytalan alakú csomókban vagy szabály nélkül, rendszertelenül, ritkán szétosztva fordulnak elő, máshol sorokban és sávokban, melyek nagyjában párhuzamos lefutásúak, néhol több kvarcszem hosszú során keresztül. *Két* ilyen nagyjában párhuzamos s több helyen megszakított *zárványsávrendszer* iránya egymásra közelítőleg *merőleges*. Ezek a zárványok igen kicsik, színtelenek, pontszerűek vagy szabálytalan alakúak, libellát nem tartalmaznak, fénytörésük kisebb, mint a kvarcé. Valószínű, hogy ezek okozzák a tejfehér színt. Itt-ott közöttük valamivel nagyobb, mozgó libellát tartalmazó folyadékzárvány (folyékony széndioxid) is előfordul.

Igen alárendelten, ritkán szétosztva 0·01—0·04 mm átmérőjű szemecskékben *limonit* is észlelhető.

Ez a tejkvarc némileg hasonlít a büdöspesti barlangban talált tejkvarchoz.

8. Obszidián.

A vizsgálatra átadott paleolitos szilánkok között csak egyetlenegy obszidián volt. Ez a darab szürkésfekete, feketésszínű üveghez hasonló. Törése kitűnően kagylós. Vékony szilánkja világosszürkén áttetsző. Szabad szemmel egyneműnek látszik.

Legnagyobb része tökéletesen izotrop *üveg*, melynek fénytörése jóval kisebb a kanadabalzsaménál. Az üvegben elég sok *mikrolit* helyezkedik el. Ezek egy része színtelen, pálcikaalakú, más része izodiametrikus vagy szabálytalan alakú fekete, opak szemecske. A fekete szemecskék valószínűleg magnetitok.

Igen ritkán akad az üvegben porfiros kiválásként *biotit;*

lemezkéi azonban igen kicsik, a legnagyobb 0·055 mm átmérőjű volt. A biotit erősen pleochroós: α = világosbarnássárga, γ' = igen sötétbarna. A (001) élesen kifejlődött, a prizmazóna ellenben szabálytalan, cafatos szélű.

Másik, szintén igen ritka porfiros kiválás a *plagioklász*. Csak egyetlen kristály fordult elő a megvizsgált anyagban. Nagysága 0·33 mm, közelítőleg izodiametrikus körvonalú, albitikres. Fénytörése jóval nagyobb a kanadabalzsaménál.

Járulékos elegyrészként egy színtelen *zirkon* volt még meghatározható. Kristálya élesen idiomorf, zömök prizmás termetű, két végén piramislapokkal; hossza: 0·04 mm.

A biotit s a plagioklász körül a mikrolitok gyengén fluidális elrendeződésben helyezkednek el.

Az obszidián a legérdekesebb kőzet, mint a bükkhegységi kőeszközök anyaga. A Bükk-hegységben — miként ismeretes — több helyen fordul ugyan elő riolit, néhol elég üveges alapanyagú kifejlődésben is. Obszidián azonban eddig nem ismeretes erről a területről. A legközelebb fekvő obszidián-előfordulások az Eperjes—Tokaji-hegységben vannak. Valószínű, hogy a bükkhegységi ősember obszidiánja is az Eperjes—Tokaji-hegységből származott esetleg cserébe valami más tárgyért.

Az obszidián szerepe azonban a bükkhegységi paleolit iparban csak kisebbrendű lehetett éppen azért, mivel a bükkhegységi területen nem fordul elő.

Összefoglalás.

A megvizsgált paleolitos szilánkok legnagyobb része *szarukő* és *kalcedon*. Ezeket a kőeszközök készítésére nagyon alkalmas kőzeteket nagy bőségben találta az ősember a Bükk-hegységben. A szarukövek a hegység paleozói (karbonkori) kőzeteiben elsődleges helyen találhatók. Lehet, hogy ezekről az elsődleges helyekről is gyüjtötte az ősember a szarukövet. Valószínű azonban, hogy a patakok kavicsaiból szedte ki őket, hová a karbon-kőzetekből vagy esetleg a diósgyőrkörnyéki mediterrán kavicsokból származott.

A szarukőnél még nagyobb mennyiségben készültek a kőeszközök kalcedonból. Ezt az anyagot elég nagy mennyiségben találta az ősember a miskolci Avas déli és északi részén a szarmata-

tufákban, főként a Tűzköves-oldalon s a Rákóczi-torony és a Jézus-kútja közt elterülő lejtőn. Itt nagy tömbökből álló padokban fordul elő a kalcedon.

Jóval kisebb szerepű a *jászpis* és a *radiolárit*. Mind a kettő a Bükk paleozói kőzeteiben áll szálban s onnan a patakok kavicsában jutott tovább. A szintén aránylag kisebb mennyiségben, de a jászpisnál és a radioláritnál nagyobb mértékben felhasznált *homokkő* és *kvarcit* elsődleges helyen a hegység karbonkori kőzetei közt fordul elő és részben közvetlenül innen, részben a mediterrán-képződményekből kerülhetett a pleisztocénkori ember kezébe, esetleg patakkavicsok alakjában.

A *tejkvarc* darabjait valószínűleg a patakokból gyüjtötték, hová a paleozoi kőzetekből került. Az *obszidián* minden valószínűség szerint az Eperjes—Tokaji-hegységből származott.

A dolgozat részben a Széchenyi Tudományos Társaság eszközeivel készült.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. okt. 8-án tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR PETROGRAPHISCHEN KENNTNIS DER PALÄOLITHE VON CSERÉPFALU.

Von A. VENDL ord. Mitglied.

Das hier beschriebene Material stammt aus der Höhle *Subalyuk* bei *Cserépfalu* im Bükkgebirge. Durch die systematischen Ausgrabungen der Höhle, die durch O. KADIĆ ausgeführt wurden, sind zahlreiche paläolithische Abspliesse erschlossen worden, darunter auch viele besser bearbeitete Steingeräte. Das Material derselben besteht überwiegend aus *Chalcedon* und *Hornstein* von sehr verschiedener Ausbildung, ferner aus *Jaspis, Radiolarit, Sandstein, Quarzit, Milchquarc* und *Obsidian.*

Die Arbeit enthält die Beschreibung dieser Gesteine und gibt auch Hinweise über die Herkunft derselben. Sie stammen aus dem Bükkgebirge, und zwar meist aus den Schichten dieses Gebirges. Nur der Obsidian ist anstehend aus diesem Gebirge nicht bekannt; er dürfte aus dem Gebirge von Eperjes—Tokaj stammen.

Die monographische Bearbeitung des ganzen Materials wird voraussichtlich im Rahmen der Monographie der Höhle in den Ausgaben der königl. Ungarischen Geologischen Anstalt erscheinen.

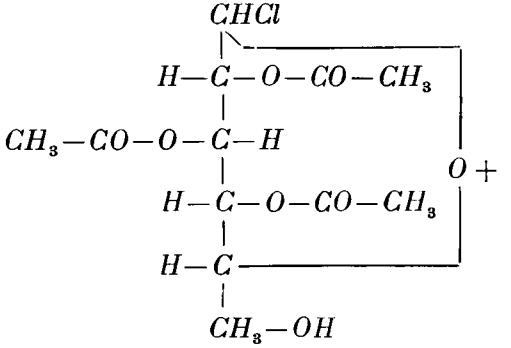
(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 8. Okt. 1934.)

EGY RHAMNOZIDO-GLÜKÓZ SZINTÉZISE.

ZEMPLÉN GÉZÁ-tól.

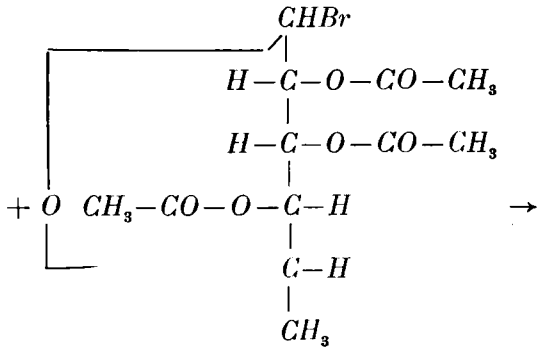
A természetben rhamnóztartalmú összetett cukrok, mint különféle glükozidok építőkövei nagyon elterjedtek, azonban eddig egyetlen ilyen cukrot sem sikerült a közelebbi vizsgálatra kellőképen tiszta állapotban elkülöníteni. Éppen ezért szükségesnek tartottam e sorozatnak egy tagját szintézis útján előállítani, hogy tulajdonságait közelebbről megismerjük. Erre a célra alkalmasnak mutatkozott egy módszer, amelyet annakidején közzétettem.[1]

α-acetobróm-l-rhamnóz higanyacetat jelenlétében benzolos oldatban könnyen reagál *1-chlor-2, 3, 4-triacetylszőllőcukorral*,[1] amikor igen jó termeléssel előáll *α-acetochlor-β-1-l-rhamnozido-6-d-glükóz*. A reakciót a következő szimbolumokkal érzékíthetjük:

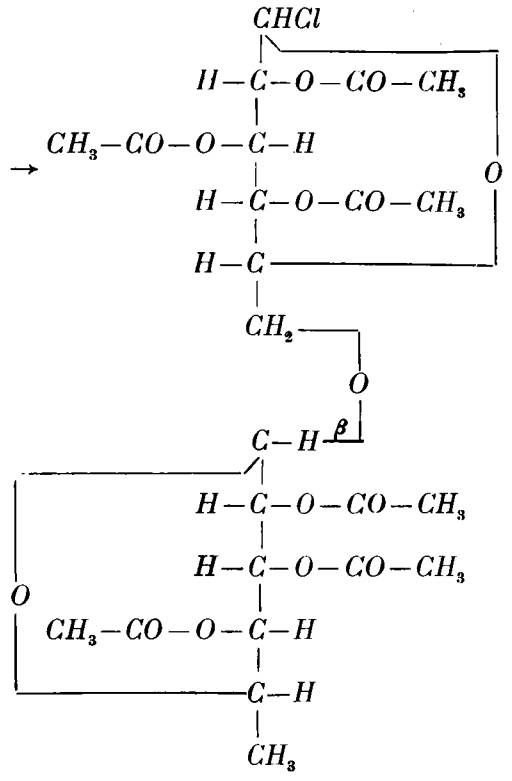


1-chlor.-2, 3, 4-triacetyl-glükóz

[1] ZEMPLÉN GÉZA: Matematikai és Természettud. Értesítő XLVIII. 509. (1931).



α-acetobrómrhamnóz



1-acetochlor-β-1-*l*-rhamnozido-6-*d*-glükóz.

Ez a vegyület ecetsavanhydrid jelenlétében ezüstacetat segítségével klórját az acetat maradékkal cseréli fel, minek következtében β-heptaacetyl-β-1-*l*-rhamnozido-6-*d*-glükóz keletkezik és optikailag tisztává alakítható át csekély veszteség árán.

A heptaacetylvegyületnek csekély mennyiségű nátriummethylattal[1] való elszappanosítása révén, a szabad összetett cukrot egyelőre kristályosan nem tudtam megkapni.

KISÉRLETI RÉSZ.

α-acetobróm-*l*-rhamnóz előállítása.

45 g olajalakú tetraacetyl-rhamnózt 315 cm alkoholmentes chloroformban oldunk, hozzáadunk 45 g titántetrabromidot, melyet előzetesen feloldunk 110 ccm chloroformban, és az oldatot szobahőmérsékleten hagyjuk hat óra hosszat. Most az egészet jeges vízbe öntjük, a chloroformos réteget leválasztjuk, kétszer vízzel mossuk, chlorcalciummal szárítjuk, csökkentett nyomás alatt bepároljuk, a maradékot felvesszük absz. éterben és petroléterrel (forrp. 80—100°) elegyítjük, amikor gyorsan megindul a termék kristályosodása. 12 óra mulva (jégszekrény) a kristályokat leszivatjuk és petroléterrel mossuk. Termelés 26 g hófehér termék, melynek forgatóképessége $[\alpha]_D^{\infty} = -165{\cdot}0°$ chloroformban.

α-acetochlor-β-1-*l*-rhamnozido-6-*d*-glükóz.

21·0 g acetobromrhamnózt ($^6/_{100}$ mol), 21·6 g 1-*Cl*-2, 3, 4-triacetylglükózt ($1\,^6/_{100}$ mol) és 9·0 g mereuriacetatot ($^3/_{100}$ mol — 5%) 300 ccm száraz benzolban melegítünk állandó rázogatás közben 50°-ra és itt tartjuk 20 percig, miközben egy víztiszta átlátszó oldatot kapunk, melyet azután négy napig tartunk szobahőmérsékleten, chlorcalciumos zár alatt. Az oldatot most négyszer kimossuk vízzel, chlorcalciummal megszárítjuk és a szüredéket csökkentett nyomás alatt erősen besürítjük. Az olajszerű maradékot felvesszük 60 ccm absz. éterben, miközben már meg-

[2] ZEMPLÉN GÉZA: Berichte d. Deutsch. chem. Gesellschaft 59, 1258 (1926).

indul a kívánt termék kristályosodása és lassan, több részletben hozzákeverünk 25 ccm petrolétert. Előbb szobahőmérsékleten, később jéghűtés mellett segítjük elő a kristályosodást összesen két óra hosszat, majd a kristálytömeget leszivatjuk és éter-petroléterkeverékkel (1 : 1) mossuk. Termelés 21·3 g, vagyis 53·5% a chlórtermékre, és 60% a brómtermékre számítva. A termék elemzési adatai a következők:

$$0{\cdot}4184 \text{ g} : 6{\cdot}65 \text{ ccm } {}^{n}/_{10}\ AgnNO_3 = 5{\cdot}64\%\ Cl$$

$$C_{24}H_{33}O_{15}Cl\ (596{\cdot}84)\text{-re számítva} = 5{\cdot}94\%\ Cl$$

$$[\alpha]_D^{24} = + \frac{10 \times 1{\cdot}06}{0{\cdot}1496} = + 70{\cdot}86^\circ \text{ chloroformban.}$$

A készítmény apró, színtelen tűk alakjában jelenik meg, melyek nagyon hasonlítanak külső megjelenésben, úgymint oldhatósági viszonyaikban az α-acetochlórgentiobiózhoz. 133°-nál zsugorodik és 142—143°-nál olvad meg teljesen.

β-heptaacetyl-β-1-*l*-rhamnozido-6-*d*-glükóz.

21·6 g α-acetochlor-rhamnozido-6-glükózt 10·8 g ezüstacetattal és 60 ccm ecetsavanhydriddel két óra hosszat melegítünk vízfürdőben, majd vízbe öntjük a reakciókeveréket. Másnap chloroformot teszünk az oldathoz, hogy a kivált acetátok feloldódjanak és mindenestől (chloroform+vizesréteg) leszivatjuk az esüstsókról. A chloroformréteget leeresztjük, a vizes oldatot újból kirázzuk chloroformmal, az egyesített chloroformoldatokat háromszor vízzel mossuk, chlorcalciummal megszárítjuk, s a szüredéket csökkentett nyomás alatt szárazra pároljuk, majd a maradékot a chloroform tökéletes eltávolítása végett többször lehajtjuk absz. alkohollal. Most feloldjuk 30 ccm forró alkoholban, és a 24 óra mulva kivált kristálytömeget leszivatjuk, majd két izben 5—5 ccm alkohollal mossuk. Nyerünk 15·3 g hófehér prizmás kristályt, az elméleti termelésnek 68·5%-át. Olvadáspont 167—168°.

$$\alpha]_D^{24} = - \frac{10 \times (0{\cdot}40)}{0{\cdot}2140} = - 18{\cdot}70^\circ \text{ chloroformban.}$$

Redukcióképesség: 0·1062 g : 9·03 ccm $^n/_{10}$ $KMnO_4$ = 0·0291 glükóz = 27·4% (glükóz = 100); 5%-os forró sósavval végzett kétórás hidrolízis után: 0·0964 g : 14·42 ccm $^n/_{10}$ $KMnO_4$ = 0·0480 g glűkóz = 39·8% (glükóz = 100).

5·2 g-ot 15—15 ccm forró alkoholból négy ízben átkristályosítva, nyertünk 4·45 g terméket, mely most már több mm hosszú prizmákban vált ki. Ezeknek oldhatósága nagyon hasonló az oktaacetylgentiobiózéhoz. Az olvadáspont valamivel emelkedett: 168—169°-ra.

$$[\alpha]_D^{24} = -\frac{10 \times 1{\cdot}19}{0{\cdot}4012} = -29{\cdot}66°$$ chloroformban.

A harmadik átkristályosítás után a forgatóképesség már ugyanilyen értékű volt, vagyis az anyag most optikailag is teljesen tiszta.

Jelen munkához a «Rockefeller Foundation» anyagilag járult hozzá, amiért e helyen is köszönetet mondok. Nemkülönben köszönettel tartozom Gerecs Árpád úrnak ügyes segítségéért.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1934. nov. 12-én tartott üléséből.)

SYNTHESE EINER RHAMNOSIDOGLYKOSE.

Von GÉZA ZEMPLÉN.

Aceto-brom-1-rhamnose kann in Gegenwart von Quecksilberacetat mit 1-Chlor-2, 3, 4-triacetylglykose in Bensollösung leicht und mit guter Ausbeute in *α*-Aceto-chlor-*β*-1-*l*-rhamnosido-6-*d*-glykose überführt werden. Diese tauscht in Gegenwart von Essigsäure-andhydrid mit Hilfe von Silberacetat Chlor gegen den Acetatrest aus, wobei die *β*-Hepta-acetyl-*β*-1-*l*-rhamnosido-6-*d*-glykose in vollkommenem, auch optisch reinem Zustand isoliert werden konnte. Die Arbeit erscheint in den Berichten der Deutschen Chemischen Gesellschaft.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Nov. 1934.)

APHROSIDERIT A MAGAS-TÁTRA GRÁNITJÁBÓL.

MAURITZ BÉLA r. tagtól.

Endrédy Endre elemzésével.

Az alant megvizsgált aphrosideritet GYŐRFFY ISTVÁN, a szegedi egyetemen a növénytan tanára, aki egyben a Magas-Tátra kitűnő ismerője, gyüjtötte. Tátrai növénytani kutatásai alkalmával a Mlynica-völgyben, a Döller-tó felett körülbelül 2200 m tengerszintfeletti magasságban, figyelmét felkeltette egy gránitdarab, melyben különös kékeszöldszínű barázdált felületű ásványkérgek láthatók. A különleges darabot megvizsgálás végett hozzám küldötte.

A kőzet makroszkópi tulajdonságai. Az ökölnyi kőzetdarab már szabad szemmel vizsgálva is elárulja azt, hogy a kőzet egy csuszamlási zónából származik. A kőzetdarabon két csuszamlási felület ékalakúan elmetszi egymást; a feltűnő kékeszöld ásvány főképpen a csuszamlási felületeken van felhalmozva, melyeken legfeljebb 1·5 mm vastagságú foltszerű kérgeket alkot. A csuszamlás folytán keletkezett tükörfelület erősen rovátkozott. Maga a kőzet ugyancsak elárulja a préselés és morzsolás jellegeit. A csuszamlási felületeket harántoló törésfelületeken a kőzet világos színű és jól látható, hogy a kékeszöld ásvány nem nyomul mélyen be a kőzetbe. E haránttörési lapokon az uralkodó elegyrész a kvarc és a földpát; azonban jól látható, hogy a kvarc nem alkot egyes nagyobb szemeket, hanem a kvarcrészletek apró kvarcszemek mozaikjából állanak. A másik fontos elegyrész a kissé zöldesszínű földpát, amelyen azonban a hasadási lapok fel nem ismerhetők; a földpát csupán bágyadt viaszos fényű részleteket alkot. Helyenként még egy-egy 2—3 mm-nyi muszkovit-pikkelyke csillan fel.

A kőzet mikroszkópi vizsgálata. A mikroszkóp alatt ugyancsak a kvarc és a földpát bizonyultak az uralkodó elegyrészeknek. A kvarc aránylag tiszta, csupán a gránitra jellemző pontszerű igen apró zárványok láthatók benne. Teljesen xenomorf; szemnagysága igen változó; vannak egyes nagyobb, 2 mm-nyi szemek is; a többség azonban igen apró szemeket alkot. A kőzet különféle részeiből készült metszetek elárulják, hogy a kvarc és földpát aránya igen változó; vannak egyrészt kvarcban gazdag, másrészt földpátban gazdag részletek. A nagyobb kvarcszemeket többnyire igen apró kvarcszemek alkotta koszorú veszi, övezi körül, vagy pedig a nagyobb kvarcszemeket finom kvarcszemek alkotta zsinórok járják át. A kvarc minden esetben az erős préselés jellegeit árulja el: egész általános jelenség a hullámos kioltás, sőt egyes nagyobb kvarcszemek a préselés folytán csavart rostos belső szerkezetet nyertek. Egyes metszetrészletek föltétlenül arra engednek következtetni, hogy a nagyobb kvarcszemek a préselés folytán szétmorzsoltattak, vagy legalább is a szegélyükön lemorzsoltattak és apró kvarcszemek által újra cementáltattak.

A földpátszemek nagysága ugyancsak változó. Vannak 2—3 mm-nyi földpátszemek is, másrészt azonban a földpátszemek nagysága 20—30 μ-re csökken. Kétségtelen, hogy a préselés folyamán egyes nagyobb földpátszemek szétmorzsoltattak.

A földpátok meghatározása bizonyos nehézséggel járt. Ugyanis az optikai módszerek nem mindig bizonyultak hasznavehetőknek, mert a préselés folytán a földpátok ugyancsak hullámos kioltást nyertek; az ikerlemezes részletek meggörbültek és elcsavarodtak. Mégis sikerült olyan részleteket is találni, amelyek optikai úton is meg voltak határozhatók. Ezek alapján kitűnt, hogy a kőzet felépítésében csak kétféle földpát vesz részt, ú. m. a mikroklin és egy plagioklász.

A mikroklin többnyire nagyobb, jellemző ikerrácsos szerkezetű szemeket alkot; törési együtthatója 1·523 körül van. Az univerzális asztallal való vizsgálat kimutatta, hogy a mikroklin nem mindig rácsos szerkezetű; vannak mikroklinek, amelyeken semmiféle rácsos szerkezetet sem lehetett felismerni. Egyes nagyobb mikroklinszemek széttöredeztek, az egymástól eltávolodott részletek megint csak kvarccal vannak egymáshoz cementálva. Úgy

látszik, hogy a rácsos szerkezet a nyomás következtében jött létre. A mikroklin minden esetben többé-kevésbbé szericitesedett, sőt vannak egyes kőzetrészletek, amelyekben a mikroklin úgyszólván teljesen szericithalmazzá alakult át, úgyhogy az eredeti mikroklint már nyomokban is alig lehet felismerni. A csiszolatban a mikroklinen a hasadási nyomokat ritkán lehet megfigyelni.

A másik földpát plagioklász, rendesen jól kifejlett albitikerrostozással; az ikerlemezek többnyire igen vékonyak és a préselés folytán többnyire elgörbültek, sőt töredezettek. A kevéssé vagy egyáltalában nem préselt és ennek folytán nem hullámos kioltású plagioklászokat optikai úton meg lehetett határozni. A törési együttható mindig a kvarcé alatt van, sőt legfeljebb a szalicilsavmetileszterét (1·537) éri el; a kanadabalzsamhoz képest a plagioklász ugyancsak gyengébben fénytörő. Az univerzális asztallal nyert mérési eredmények a következők voltak:

		n	h	k_1	k_2	An-tartalom %-ban
1. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		163°	15°			
első egyén	$n\gamma$	148°	7°			
	$n\beta$	246°	33°	37°		5%
(001) hasadás		252°	14°			
második egyén	$n\gamma$	174°	24°			
	$n\beta$	276·5°	23°	23°		4%
periklin		258·5°	18·5°			
2. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		35·5°	3°			
	$n\gamma$	52°	10°			
	$n\beta$	305°	46·5°			6%
3. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		129·5°	8°			
első egyén	$n\gamma$	146°	8°			
	$n\beta$	55°	0°	52°	317°	4%
(001) hasadás		223°	20·5°			
második egyén	$n\gamma$	111·5°	8°			
	$n\beta$	204°	6°	37°	302°	4%

		n	h	k_1	k_2	An-tartalom %-ban
4. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		354°	11°			
	$n\gamma$	338°	8°			
	$n\beta$	67°	6°	39°	308°	2%
5. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		305°	24·5°			
első egyén	$n\gamma$	326°	22·5°			
	$n\beta$	234·5°	3°		335°	0%
második egyén	$n\gamma$	283·5°	20°			
	$n\beta$	17°	5·5°	24°		0%
6. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		12°	8°			
első egyén	$n\gamma$	359°	15°			
	$n\beta$	261°	20·5°	58°	331·5°	1%
második egyén	$n\gamma$	28·5°	1°			
	$n\beta$	299°	22°	51°	318°	1%
7. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		196°	5·5°			
első egyén	$n\gamma$	211°	5·5°			
	$n\beta$	121°	7·5°	51°	318°	4%
második egyén	$n\gamma$	174°	5°			
	$n\beta$	90°	2°	57°	318°	4%
8. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		160·5°	1°			
első egyén	$n\gamma$	181°	1°			
	$n\beta$	274·5°	3°	44°	313°	4%
második egyén	$n\gamma$	145°	2°			
(bizonytalan)	$n\beta$	236°	4°	46°	314°	6%
9. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		16°	5°			
első egyén	$n\gamma$	0·5°	8°			
	$n\beta$	264°	8°	55°?	324°?	0%
második egyén	$n\gamma$	36°	6°			
	$n\beta$	309°	6°	45°	321°	0%

		n	h	k_1	k_2	An-tartalom %-ban
10. ikerkomplexum:						
(010) ikersík		125·5°	4·5°			
első egyén	$n\gamma$	198°	46°			
	$n\beta$	102°	9°			1%
(001) hasadás		223·5°	40°			
második egyén	$n\gamma$	208°	34°			
	$n\beta$	303°	18°	12°		1%
11. ikerkomplexum:						
(001) hasadás		86°	10·5°			
	$n\beta$	86°	32°		342°	
	$n\gamma$	192°	22°			4%
(010) ikersík		176°	33·5°			

Számos többé-kevésbbé megbízható mérési adat ugyancsak azt bizonyítja, hogy a plagioklász összetétele közel áll a tiszta albitéhoz, illetőleg az Ab_{100}—$Ab_{94}An_6$ között ingadozik. Zónás szerkezetet nem lehet felismerni. A maximális szimmetrikus kioltás $\pm$ 16°. Abban az esetben, ha a konoszkopos megfigyelés elég biztosan eszközölhető, akkor a plagioklász optikailag pozitívnak bizonyult, ami ugyancsak igen savanyú plagioklászra vall.

A plagioklászban a hasadási irányokat ritkán lehet felismerni; a szericitesedés távolról sem annyira közönséges jelenség, mint amilyen a mikroklinben volt. Optikai úton ortoklászt nem lehetett megállapítani.

Elszórva látunk a kőzetben egyes nagyobb muszkovitpikkelyeket, illetőleg a muszkovitpikkelyek sodrott-csavarodott sávokká tömörülnek; ez az elrendeződés ugyancsak a préselés eredménye.

Biotitot egyetlen esetben foszlány alakjában találtam. Valószínű, hogy egy eredetileg nagy biotit-tábla túlnyomórészt kloritté alakult át és csak egy kis részlete maradt meg erősen pleochroós foszlány alakjában; a kloritosodott részletben a foszlányok között bőségesen igen aprószemű kvarc látható.

Egyetlen nagyobb apatitkristályt figyeltem meg, mely azonban a préselés folytán széttöredezett; a töredékek eléggé frissek, azonban közéjük sok szericit nyomult be.

Miként már fentebb említve volt, a klorit főkép a csuszamlási

lapokon van felhalmozva; a tükörfelületeken 1—1·5 mm-nyi kékeszöld kérges részleteket alkot, melyeknek felszíne a csuszamlás folytán barázdált.

A mikroszkóp alatt vizsgálva, a klorit igen aprószemű részletek tömött halmazából állónak bizonyult; csak nagyon ritkán lehet a pirinyó részleteken táblás jelleget felismerni. A csuszamlási felületről a klorit kissé behúzódik a kőzetbe, főkép annak kvarcos részletébe. E helyeken jól lehet látni a kloritnak azt a sajátságát,



1. abra. Aphrosiderit (féregszerűen csavarodott részletek). Magas-Tátra, Mlynica-völgy.

hogy féregszerűen csavarodott részleteket szeret alkotni. A mikroszkópi metszetben a klorit mindig zöld; a pleochroizmus nem nagyon feltűnő; a' irányban világosabb zöld, kissé sárgás árnyalattal, c' irányban sötétebb zöld; a kioltás többnyire hullámos, de a hasadási irányhoz képest nagyjában mégis egyenes. A kettőstörés rendkívül gyenge, az interferencia-színek abnormálisak, az optikai jelleg negatív. A fénytörést csakis a beágyazási módszerrel

lehetett megállapítani: a törési együttható valami csekélységgel kisebb mint az acetiléntetrabromidé, amelynek törési együtthatóját 1·6378-nak állapítottam meg; a klorit n értéke 1·635-nek vehető. Mindezek az optikai tulajdonságok is már az aphrosideritek csoportjára utalnak.

A csuszamlási felületet kérgező kloritból sikerült 1·2 g meglehetős tiszta anyagot elkülöníteni, melyet csak kevés szabad kvarc szennyezett.

A kémiai elemzés, melyet ENDRÉDY ENDRE eszközölt, a következő eredményeket szolgáltatta:

	súly %
sziliciumdioxid	28·0
aluminiumoxid	19·44
ferrioxid	6·10
ferrooxid	23·32
magnéziumoxid	10·02
calciumoxid	0·51
káliumoxid	0·97
nátriumoxid	1·89
víz, 110° alatt	0·31
víz, 110° felett	9·49
mangánoxid	nyomok
titándioxid	nincsen
Összeg	100·05

Sűrűség $^{D}20°/4° = 2·924$.

A továbbiakban nagyjában WINCHELL (1—3) eljárását követjük. Az ásványnak a kloritok családjába való besorolásakor az alkaliákat elhagyjuk, a kétféle vizet összegezzük és az elemzést 100%-ra számítjuk át (I.); meghatározzuk a molekulahányadosokat (II.), majd a ferrioxidot az aluminiumoxidhoz, a calciumoxidot a magnéziumoxidhoz hozzáadjuk (III.) és a molekulahányadosokat az aluminiumoxidra mint egységre vonatkoztatjuk (IV.):

	I.	II.	III.	IV.
sziliciumdioxid.....	28·81 %	0·47969	0·47969	2·0367
aluminiumoxid	20·00	0·19619	0·23552	
ferrioxid	6·28	0·03933		1·0000
ferrooxid	24·00	0·33408	0·33408	1·4306
magnéziumoxid	10·31	0·25570	0·26497	1·1250
calciumoxid	0·52	0·00927		
víz	10·08	0·55950	0·55950	2·3756
Összeg ...	100·00			

WINCHEL szerint a $H_4R_2Al_2SiO_9$ molekula mennyisége:

$$x = \frac{100a}{a + \frac{s-a}{2}} - \frac{1{\cdot}0000 \times 100}{1{\cdot}0000 + 0{\cdot}51835} = 65{\cdot}86\ \%$$

(a=*Mol* Al_2O_3, s=*Mol* SiO_2) és a ferrovasat tartalmazó molekulák mennyisége:

$$y = \frac{100f}{f+m} = \frac{100 \times 1{\cdot}4306}{2{\cdot}5556} = 55{\cdot}98\ \%$$

f = *FeO*-molekulák száma, m = *MgO*-molekulák száma. A lekerekített értékek:

$x = 65{\cdot}9$ az amesit- és daphnit-molekulák %-a,

$y = 56{\cdot}0$ a ferroantigorit- és daphnitmolekulák %-a.

A WINCHELL-féle diagrammban a tátrai kloritban a kloritot alkotó négy molekula körülbelül a következőképpen oszlik meg:

daphnitmolekula $H_4Fe_2Al_2SiO_9$	36·9%
amesitmolekula $H_4Mg_2Al_2SiO_9$	29·0%
ferroantigoritmolekula $H_4Fe_3Si_2O_9$	19·1%
antigoritmolekula $H_4Mg_3Si_2O_9$	15·0%
	100·0%

A kémiai elemzés ugyancsak azt bizonyítja, hogy ez a kloritfajta az aphrosideritek csoportjába tartozik; alkotásában a legnagyobb mennyiségben a daphnitmolekula szerepel.

A WINCHELL-féle diagramm szerint a tátrai aphrosideritben

az optikai állandók és a kémiai összetétel között nincsen meg a tökéletes megegyezés; a fenti kémiai összetétel szerint a törési együtthatónak valamivel kisebbnek kellene lennie; a nagyon gyenge negatív kettős-törés azonban a fenti kémiai összetétellel megegyező. WINCHELL szerint ilyen eltérések a kloritok csoportjában elő szoktak fordulni.

Albitban gazdag teléreket a Magas-Tátra gránitjából már KREUTZ (5) is megvizsgált; e telérek még sokkal erősebben zúzott és préselt ásványokból állanak.

Irodalom.

1. A. N. WINCHELL: Chlorite as polycomponent system. American Journal of Science. XI. 1926. 283—300.

2. A. N. WINCHELL: Additional notes on chlorite. The American Mineralogist. III. 1928. 160—170.

3. A. N. WINCHELL: Elements of optical Mineralogy. II. 1927. 373—383.

4. M. J. ORCEL: Recherches sur la composition chimique des chlorites. Bulletin de la Société Française de Mineralogie. Tome 50. 1927. 75—456.

5. S. KREUTZ: Sur un filon de couleur violette dans le cirque de Mieguszowiecki (Hautes Tatra). Bull. Internat. de L'Acad. Polonaise. 1924. 153—157.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. évi dec. 10-én tartott üléséből).

APHROSIDERIT AUS DEM GRANIT DER HOHEN-TATRA.

Von B. MAURITZ, mit der Analyse von E. ENDRÉDY.

Der Aphrosiderit wurde in der Hohen Tátra im Mlynica-Tale über dem Döller-See in ca 2200 m Meereshöhe von Prof. S. GYŐRFFY gesammelt. Am Handstück erkennt man, dass das Gestein aus einer Rutschzone stammt. Das Mineral kommt hauptsächlich an den Rutschflächen vor und zieht sich ein wenig auch in das Gestein hinein. An der Harnischfläche bildet das Mineral einen ca 1·5 mm mächtigen Überzug; im Gestein erkennt man nur wurmförmige sehr feine Faden. (Siehe Abbildung auf Seite 243.) Das Gestein erlitt eine äusserst starke Pressung: die Quarzkörner zeigen undulöse Auslöschung oder wurden zerquetscht; die Feldspate löschen gleichfalls undulös aus, oder wurden gebogen und zerbrochen; die Muskovitblättchen bilden gewundene Äderchen; sehr selten erkennt man die Überreste der Biotitblättchen; Apatit ist sehr spärlich. Der Feldspat ist teilweise Mikroklin, welcher stark sericitisiert wurde, teilweise Albit mit der Zusammensetzung Ab_{100}—$Ab_{94}An_6$ (bestimmt mit der Universal-Drehtischmethode). Selbst der Aphrosiderit bildet eine äusserst feinkörnige Masse: a' heller grün, c' dunkler grün, mittlerer Brechungsexponent 1·635; die Analyse (Seite 244) weist im WINCHELL'schen Diagramm auf Aphrosiderit. (Siehe Seite 245.) Das Mineral bildete sich aus dem Biotit.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 10. Dez. 1934.)

KÜLÖNBÖZŐ GÉNEK HATÁSA UGYANAZON SZERV PHÄNOTYPUSÁRA.

CSIK LAJOS-tól.

Az öröklődéstani kutatók figyelme az utóbbi időben mindinkább az átöröklés physiológiája felé irányul. A chromosomatan bebizonyította, hogy a szülők és utódok közt az összekötő kapcsot a gének képezik, azonban a gén mibenlétére vonatkozólag, minthogy positiv bizonyítékaink nincsenek, feltevésekre vagyunk utalva. Nagyon hézagosak az ismereteink arról is, hogy a gének hogyan hatnak, mikor kezdik hatásukat kifejteni. Ezekre a kérdésekre először GOLDSCHMIDT [1] igyekszik feleletet adni azzal az elgondolással, amit ő «Az öröklődés physiológiai theoriájá»-nak nevez. Ezen theoria lényege az, hogy az egyes bélyegek determinációjára hasonló körülmények között az átörökítő anyag mennyisége a döntő, a mellett azonban nem zárja ki a gének qualitativ hatását sem. Bár GOLDSCHMIDT ezen theoriáját nagyarányú Lymantria kísérleteivel támasztotta alá, a genetikusok egy része, pl. MORGAN [2] és iskolája, a quantitativ theóriát mégsem fogadja el, hanem a gének qualitativ jellegét hangsúlyozza. A gének qualitatativ vagy quantitativ hatásmódjának vizsgálatára ezideig leginkább a következő módszereket alkalmazták: 1. ugyanazon gén különböző mennyiségei által létrehozott phänotypusok, 2. ugyanazon gén különböző mennyiségei, s a mellett más modifikáló gének által eredményezett phänotypusok összehasonlítását.

---

[1] R. GOLDSCHMIDT: Physiologische Theorie der Vererbung. Berlin, 1927.

[2] MORGAN, STURTEVANT, MULLER, BRIDGES: The Mechanism of Mendelian Heredity etc.

Az 1933—34. tanévben mint a berlini Collegium Hungaricum állami ösztöndíjas tagja a dahlemi Kaiser-Wilhelm-Institut für Biologie-ban GOLDSCHMIDT professzor vezetése mellett azt vizsgáltam, hogy *különböző*, de ugyanazon szervre ható gének kombinációja milyen phänotypust eredményez. A Drosophila melanogasternek, a kedvelt öröklődéstani objektumnak sok olyan génje ismeretes, mely a szárny alakját, nagyságát befolyásolja. Vizsgáltam, hogy milyen lesz a szárny alakja és nagysága, ha ugyanazon egyedbe több különböző szárnynagyságot és formát létrehozó gént keresztezünk be, azaz genotypusilag különböző lehetőségét nyujtjuk a fejlődésnek, s a phänotypus kialakulásának, úgy hogy a külső körülmények mindig ugyanazok maradnak. Valószínűnek látszott, hogy a különböző kombinációk által létrehozott phänotypusok összehasonlításából adatokat nyerünk ezen gének hatásmechanizmusára vonatkozólag. A szárny nagysága jól megmérhető, így alkalmas ilyen irányú vizsgálatokra. Ezen kísérletek eredményeit ioglalom össze röviden az alábbiakban, és az eredmények alapján ismertetek egy graphikai módszert, ahogyan a több gén által létrehozott szárnyfelület nagyságát graphikonban megkapjuk. E helyütt is köszönetet mondok az Országos Ösztöndíjtanácsnak, mely ösztöndíjával lehetővé tette a Berlinben való dolgozást, továbbá GOLDSCHMIDT tanár úrnak a munkahelyért, figyelmemnek ezen problémára való irányításáért és az érdeklődésért, mellyel munkámat kísérte.

Kísérleti anyag és methodika.

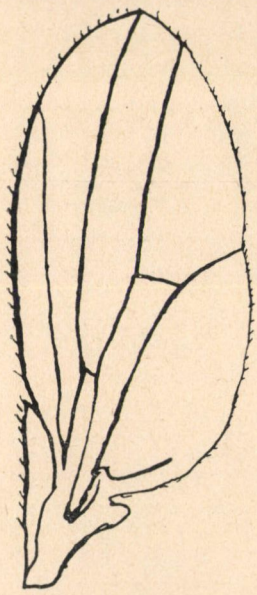
Kísérleteimet a következő génekkel végeztem:

1. *Miniature* (jele: *m*) lappangó (recessiv) gén az I. chromosomában. A szárny felülete jóval kisebb, alakja ugyanaz mint a vadtypusú légynél. (2. sz. ábra.)

2. *Cut*^{6} (jele: *ct*^{6}) ugyancsak recessiv gén az I. chromosomában. A szárny széle a submarginalis, I., II. és III. hátsó sejteken hiányos, mintha levágták volna. Keresztezéseimben állandóan a crossveinless (*cv*) génnel szerepel. Az utóbbi gén a szárny formáját és nagyságát nem változtatja meg, csak a keresztvénák hiányát eredményezi. (A 3. sz. ábra a *cv ct*^{6} szárny typusát mutatja.)

3. *Dumpy* (jele: *dp*) recessiv faktor a II. chromosomában, mely a szárny végét letompítja. A szárnyat rövidebbé teszi. (4. sz. ábra.)

4. *Expanded* (jele: *ex*) recessiv faktor a II. chromosomában. Az ezen gént hordozó legyek szárnya körülbelül olyan hosszú, mint a vadtypusú legyeké, de jóval szélesebb. (5. sz. ábra.)



1. ábra. Vadtypusú (++) szárny.



2. ábra. Miniature *(m)* szárny.



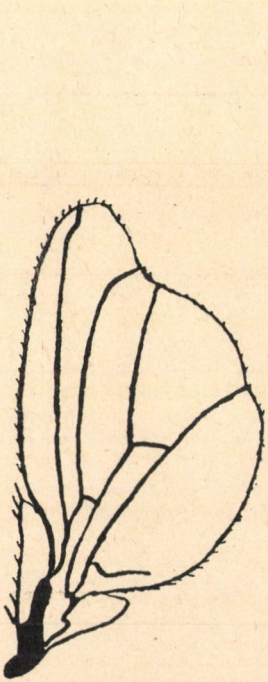
3. ábra. Cut^{6} — cross-veinless *(cv ct^{6})* szárny.

5. 13*d* (jele: 13*d*) uralkodó (dominans) faktor az I. chromosomában. Hosszú, keskeny szárnyakat eredményez, melyeknek mindkét széle levágott. Ezen gén JOLLOSnál, aki szíves volt rendelkezésemre bocsátani, mint hőmutáció lépett fel. (6. sz. ábra.)

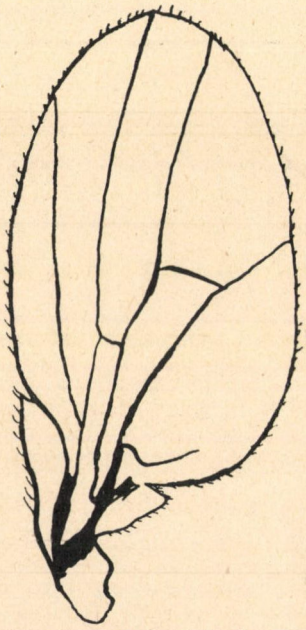
A legyeket a Drosophila-tenyésztésekre általában használt kukoricaliszt, agar-agar, melasz és élesztő táptalajon 25°C-os thermosztátban tenyésztettem. Kifejlődésük után a szárnyakat lepreparáltam, majd 96%-os alkoholban való kezelés után glycerinbe ágyaztam, s 1:31·5-es nagyítással fotografáltam. Adataim ilyen felvételekről származnak.

Egy-egy gén által létrehozott szárnyak nagysága.

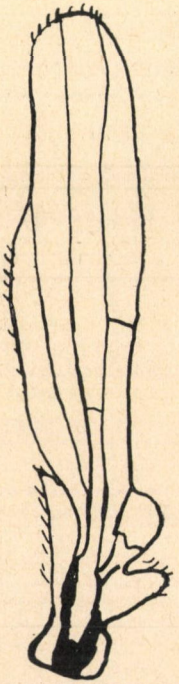
Vadtypusú (jele: ++), majd a miniature, cut[6], dumpy és expanded géneket homozygóta állapotban hordozó legyeket különkülön tenyésztettem, hogy megvizsgálhassam, mekkora szárnyfelületet hoznak létre. Eredményeimet az I. sz. táblázat tünteti fel.



4. ábra.
Dumpy *(dp)* szárny.



5. ábra.
Expanded *(ex)* szárny.



6. ábra.
$\frac{13\,d}{+}$ szárny.

A táblázatban «Genotypus» alatt a legyek génkonstitucióját találjuk. «Felvételek száma» jelenti, hogy hány szárnyról származik a táblázatban szereplő középérték. «Felület» a szárny felületének planiméterrel kimért nagysága. A számok nem adják a szárny felületének tényleges nagyságát, hanem egy 1 : 500 beállítású planiméterről közvetlenül leolvasott adatokat. Összehasonlításokra ugyanis ezek tökéletesen megfelelnek, s a számolás velük könnyebb, mintha átszámítanók őket mértékrendszerre. Az «*ab*» a második véna hosszúsága, mely a szárny hosszúságáról ad fel-

világosítást. «*kl*» a szárny szélessége egy átlóban, melyet a következő módon szerkesztettem: a második véna két végpontját egy egyenessel összekötöttem, ezt metszettem egy egyenes el, mely a costalis sejt hegyét az 5. véna külső végével kötötte össze, s a metszőpontban merőlegest húztam a második véna végpontjait összekötő egyenesre. (Lásd 7. sz. ábra.) Ilyen körülményesen kellett eljárnom, mert nem lehetett másképpen egy megfelelő átmérőt találnom, ahol összehasonlításokra alkalmas adatokat nyertem volna.

I. sz. táblázat.

Genotypus	Felvételek száma	Felület	*ab* mm	*kl* mm
$\frac{++}{++}$	18	0·3839 (0·370—0·399)	57·7 (56·0—59·0)	28·4 (27·6—29·3)
$\frac{m}{m}$	20	0·181 (0·1735—0·186)	36·97 (36·0—38·4)	20·41 (18·0—21·3)
$\frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6}$	20	0·335 (0·325—0·350)	57·4 (54·8—61·0)	25·9 (25·0—26·2)
$\frac{dp}{dp}$	25	0·2517 (0·230—0·283)	31·88 (29·5—36·3)	29·1 (27·8—30·2)
$\frac{ex}{ex}$	21	0·470 (0·440—0·508)	55·92 (53·1—60·0)	37·2 (35·0—40.2)

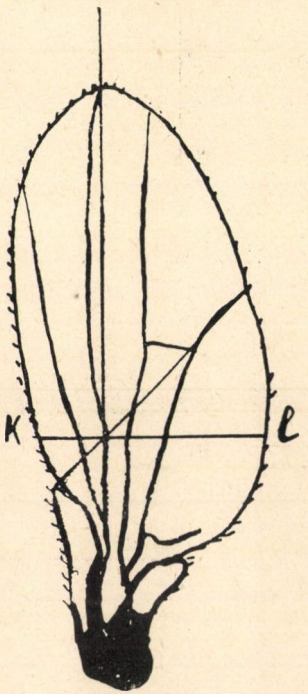
Ezen génekről még a következőket mondhatjuk: 1. miniature egészében megkisebbíti a szárnyat. GOLDSCHMIDT még nem közölt adatai szerint a sejtek száma ugyanannyi, mint a vadtypusú legyek szárnyán, de kisebbek az egyes sejtek. Ezt megerősítik saját megfigyeléseim is, t. i. ennek következtében — mivel minden egyes sejten apró, finom szőr van — olyan átlátszatlan lesz a miniature szárny, hogy fotografálásnál kétszer olyan hosszú ideig kellett megvilágítanom, mint a többi szárnyakat. Eldöntetlen a kérdés, hogy a miniature-gén már a fejlődés kezdetén kisebb sejteket örökít-e át, vagy a sejtnövekedést egy későbbi stádiumban akadályozza.

2. Cut^6 vágottszélű szárnyak létrejötte a következőképpen

gondolható el: *a)* a cut^{6}-ra jellemző hiányzó részek obliterációja, *b)* a cut^{6}-gén ezeken a részeken gátolja a sejtnövekedést.

3. A dumpy-szárnyaknak hiányzik a distális vége. Azt mondhatnók tehát, hogy ez a gén a szárnynak egy meghatározott részét veszi le, azonban kimérve a két keresztvéna közötti távolságot, — tehát egy a szárny alapjához közellevő részt, — azt találtam, hogy ez a távolság vadtypusú szárnyakon középértékben az én felvételeimen 14 mm, míg a dumpy-szárnyakon ugyanez a rész csak 7·98 mm. Tehát dumpy az egész szárny fejlődésére is hatással van, nemcsak annak distális végére.

4. Az expanded hatását az egész szárnyra kifejti, amennyiben minden részét szélesebbé teszi a vadtypusú szárnynál, így a felülete nagyobb ezen utóbbiénál.

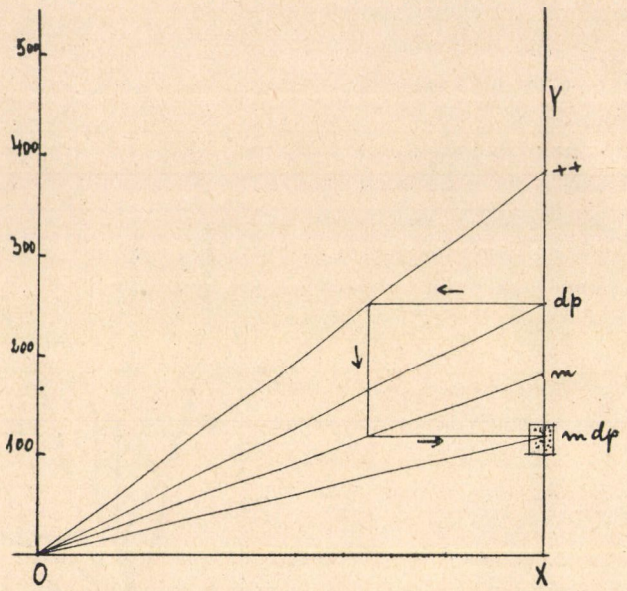


7. ábra.
«*kl*» átló szerkesztése.

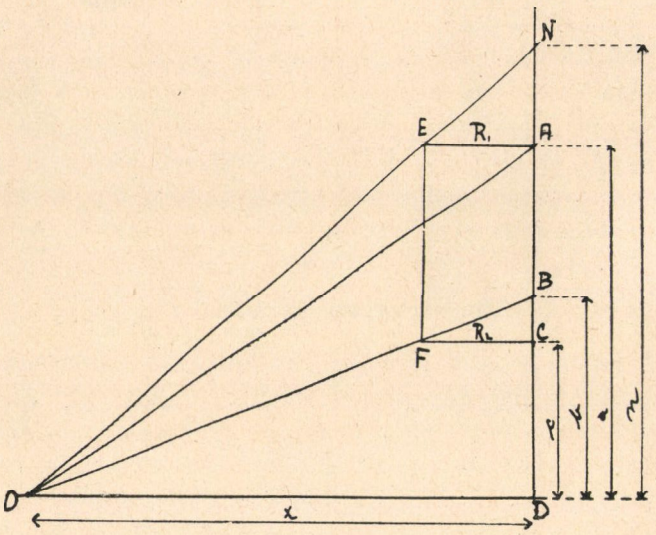
A táblázatban középértékeim után csatoltam a legkisebb és legnagyobb értéket, melyeken belül az egyes értékek a binominális variációs görbének megfelelően oszlanak meg. Helymegtakarítás céljából itt a részletes táblázatoktól és variációs görbéktől eltérek.

Heterozygota kombinációk.

Az eddig felsorolt gének mind lappangók, tehát heterozygota állapotban a vadtypus uralkodó felettük. Vizsgálat tárgyává tettem azonban, hogy egyes kombinációkban teljesen recesszivekként viselkednek-e, s pontos méréssel nem sikerül-e esetleges hatást itt is kimutatni, gondolva arra, amit egyes genetikusok hangoztatnak, hogy teljesen recessiv gén talán nincs is, csak megfigyelésünk tökéletlensége következtében nem vesszük észre a finom különb-



8. ábra.



8 *a*. ábra.

séget, amit egy recessiv gén heterozygota állapotban a phänotypuson létrehoz.

A következő heterozygota kombinációkat állítottam elő: *m dp, m cv ct*^{6}, *m ex, cv ct*^{6} *dp, cv ct*^{6} *ex, dp ex, m dp ex, m cv ct*^{6} *dp, m cv ct*^{6} *ex, cv ct*^{6} *dp ex, m cv ct*^{6} *dp ex, m, ex.*

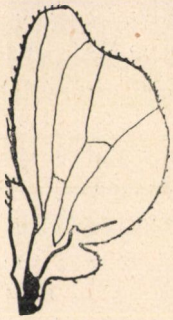
Egész röviden összefoglalva ezen kombinációk eredményét, a következőket mondhatom: a szárny alakja mindenütt megfelel a vadtypusú szárny alakjának. Ha azonban a szárny felületét nézzük, úgy eltéréseket találunk. A vadtypusú szárny felületét 0·3839 egységnyinek találtuk. A *m dp* kombináció felülete középértékben 0·3595, a *cv ct*^{6} *m*-é 0·365, *m cv ct*^{6} *dp* 0·371, *m* heterozygota egyedül 0·371 egységnyi, tehát mindezek kisebbek, mint a vadtypusú szárnyfelület. Viszont a *cv ct*^{6} *ex* 0·414, a *dp ex* 0·413, *cv ct*^{6} *dp ex* 0·433, *ex* egyedül heterozygota állapotban 0·406 egységnyi, tehát mindezek nagyobbak, mint a vadtypus. A következő kombinációk értékei pedig a vadtypusnak felelnek meg: *m ex* 0·380, *m dp ex* 0·376, *m cv ct*^{6} *ex* 0·382, *m cv ct*^{6} *dp ex* 0·383 egységnyi. Ebből az összeállításból a következőket látjuk. Minden egyes kombinációban, ahol a miniature expanded nélkül szerepel, a szárnyfelület kisebb a vadtypusnál. Azokban a kombinációkban azonban, melyek expandedre heterozygoták s miniature nincs jelen, nagyobbak. Ha pedig a légy, melynek szárnyát vizsgáltam, úgy miniature, mint expanded génre heterozygota volt, úgy a vadtypusnak megfelelő szárnynagysággal rendelkezett. Azaz miniature heterozygota állapotban is megkisebbíti, expanded pedig megnagyobbítja a szárnyat. Ezek nem teljesen lappangó gének. Hatásuk ellentétes, amit abból is látunk, hogy közös heterozygota hatásuk eredményeképpen vadtypusnagyságú szárny fejlődik.

Homozygota kombinációk.

Mivel az eddigi kísérleteimben szereplő gének recesszivek, az előző fejezet kombinációi csak a vadtypussal szemben való lappangó természetükről adtak felvilágosítást. Arra a kérdésre azonban, hogy közös hatásukat a szárny determinációjára hogyan fejtik ki, csak olyan kombinációk alapján kaphatunk feleletet, melyekben

homozygota állapotban jelennek meg. Az előző heterozygota kombinációkat homozygota állapotban is kitenyésztettem.

$\frac{m}{m}\ \frac{dp}{dp}$. Az *m dp* állatok jól megkülönböztethetők voltak úgy a miniature, mint a dumpy-legyektől. Miniature-től megkülönböztette őket az, hogy a szárny distális vége a dumpy hatásnak megfelelőleg letompított, teljesen a dumpy-formával megegyező, de annál jóval kisebb, ami a miniature hatás rovására írható. Tehát hatását mindkét gén kifejtette. Úgynevezett epistasis, midőn egyik gén hatása a másikét teljesen elnyomja, nincs jelen. (L. 9. sz. ábra.) Mivel ezen szárny két gén hatása eredményeképpen jött létre, kérdés, hogy milyen arányban tevődik össze azokból. Milyen viszonyban áll közös hatásuk eredménye az egyik, illetőleg a másik gén hatásának eredményével.



9. ábra. Miniature-dumpy szárny.

1. Lehetne arra gondolni, hogy középállás jön létre a két typus között.

2. Lehetséges, hogy azok a különbségek, melyek a vadtypus és ezen szárnyak között külön-külön megvannak, összegeződnek.

3. Felületük egészen más módon függ össze a két gén által külön-külön eredményezett felülettel.

A II. sz. táblázatunk az *m dp* homozygota szárnyakat jellemző adatokat tünteti fel.

II. sz. táblázat.

Genotypus	Felvételek száma	Felület	*ab* mm	*kl* mm
$\frac{m}{m}\ \frac{dp}{dp}$	22	0·1137 (0·100—0·130)	21·36 (19·3—25·0)	19·5 (17·8—20·0)

Táblázatunk az 1. feltevést mindjárt kizárja, mert a dumpy-szárny felülete 0·2517, a miniature-é 0·181 egység volt, viszont

a miniature-dumpy szárny felülete mindkettőnél kisebb. Tehát a felületre nézve középállás nincs. Második feltevésünk szerint a vadtypus és miniature, továbbá a vadtypus és dumpy közötti különbségek összegeződnének. Vizsgálva ezen lehetőséget, azt látjuk, hogy a vadtypus és miniature között a különbség (0·384—0·181) 0·202, vadtypus és dumpy között (0·384—0·252) 0·132, s ezeknek összege 0·334 egység. Ha ezen utóbbi értéket a vadtypuséból levonjuk (0·384—0·334), 0·050-t kapunk. Ez sem felel meg a kapott értéknek. A bevezetésben említettük, hogy miniature az egész szárnyat arányosan megkisebbíti. A dumpy a szárnynak pedig egy meghatározott részét veszi le és a mellett az egész szárny felületét is befolyásolja. Valószínűnek látszott ezek alapján, hogy amily mértékben megkisebbíti miniature a vadtypusú szárnyat, ugyanolyan mértékben kisebbíti meg a dumpy-szárnyat is, és viszont amilyen mértékben csökkenti dumpy ugyancsak a vadtypusú szárnyat, ugyanolyan mértékben csökkenti meg a miniature-t is. A miniature 2·12-szer kisebb, mint a vadtypusú szárny. Az utóbbi feltevés szerint tehát a miniature-dumpy-szárnynak 2·12-szer kisebbnek kell lennie, mint a dumpynek. Eredményünk 2·20-szor kevesebb, mint a dumpy értéke. Viszont dumpy a vadtypust megkisebbíti (++ 0·3839 : *dp* 0·2517) 1·52-szer. Tehát a miniature-dumpy-szárnynak 1·52-szer kellene kisebbnek lenni, mint a miniature-nek egyedül. A talált felület 1·66-szor kisebb, mint a miniature-szárny felülete. Tehát ez a feltevésem helyesnek bizonyult. Ezt a hatást a gének kölcsönös proporcionális vagy egyszerűen proporcionális hatásának nevezem további tárgyalásaink folyamán, szemben a vadtypus és a mutánsok közötti szárnyfelület-különbségeknek esetenként lehetséges egyszerű mathematikai összegeződésével. Ezen utóbbi hatást röviden additiv hatásnak nevezzük. Az első feltevésünk (középállás) egy esetben sem jött létre, így azt a továbbiakban nem is tárgyalom.

Láttuk tehát, hogy a miniature és dumpy gén összmunkájából létrejött szárny annyiszor kisebb dumpynél, ahányszor miniature kisebb a vadtypusnál és viszont. A viszony a négy szárnyfelület között a következő egyenlettel fejezhető ki : $++ : m = dp : mdp$. Ami azt mondja, hogy a két gén összhatásából kölcsönös proporcionális hatás esetében eredményezett szárnyfelületet úgy kapjuk

meg, ha a két szárnyfelületet összeszorozzuk és a szorzatot osztjuk a vadtypusú szárnyfelület nagyságával. $mdp = \frac{m \times dp}{+ +}$.

Ezen viszony graphikonban a következő módon ábrázolható. (L. 8. sz. ábra.) Rajzolunk egy koordináta-rendszert O, X, Y. Az X—Y-tengelyre felvisszük a két gén által külön-külön létrehozott és vadtypusú szárnyfelület nagyságát. m 0·181, dp 0,251, N (vadtypus) 0·384. Ezen pontokból egyeneseket húzunk O-ra. Ezután az egyik pontból, mondjuk dp-ből O—X tengellyel párhuzamost húzunk a vadtypus vonaláig. Az így keletkező metszőpontból most az X—Y tengellyel húzunk párhuzamost a másik gén (m) vonaláig, az utóbbi metszőpontot O—X tengellyel párhuzamosan kivetítjük az X—Y tengelyre. Ahol az utóbbi tengelyen a metszőpontot kapjuk, ott van az m dp szárnynak megfelelő érték. A kockába rajzolt pontok a kimért m dp szárnyak felületeinek felelnek meg. Ezek mutatják, hogy a theoretikus és a talált értékek mennyire megfelelnek egymásnak.

A szerkesztés helyességét mutatja, hogy ábránkból a háromszögek hasonlósága alapján levezethető a fenti $m\ dp = \frac{m \times dp}{N}$ képlet. L. 8*a*. sz. ábra. Legyen az egyik felület jele «*a*», a másiké «*b*», a vadtypusé «*n*», s az eredményt jelöljük «*c*»-vel. Megfelelő pontok az ábrán A, B, N, C.

$$AEN \triangle \sim ODN \triangle, \text{ tehát } AN : AE = ND : OD$$

$$1. \quad (n - a) : R_1 = n : x$$

$$CFB \triangle \sim ODB \triangle, \quad \text{tehát} \quad BC : R_2 = BD : OD$$

$$2. \quad (b - c) : R_2 = b : x$$

$$1\text{-ből} \quad \frac{n - a}{n} = \frac{R_1}{X}$$

$$2\text{-ből} \quad \frac{b - c}{b} = \frac{R_2}{X}$$

$$\frac{R_1}{X} = \frac{R^2}{X}, \text{ így } \frac{n - a}{n} = \frac{b - c}{n}.$$

Átvisszük a nevezőket az egyenlet másik oldalára szorzónak

$$nb - ab = nb - nc$$
$$ab = nc$$
$$c = \frac{ab}{n},$$

mivel jelen esetünkben $a = dp$, $b = m$, $n = N$ (vadtypus), $c = mdp$, így

$$mdp = \frac{m \times dp}{N}.$$

Két-két gén hatásának a miniature-dumpy-hez hasonló összegeződését látjuk a III. sz. táblázatban.

III. sz. táblázat.

Genotypus	Felvételek száma	Várt felület		Kapott felület
		additive	proporcionálisan	
$\frac{m\ ex}{m\ ex}$	33	0·268	0·220	0·213 (0·194—0·230)
$\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}$	21	0·132	0·156	0·1599 (0·145—0·172)
$\frac{dp\ ex}{dp\ cx}$	37	0·337	0·307	0·329 (0·280—0·375)
$\frac{cv\ ct^6\ dp}{cv\ ct^6\ dp}$	19	0·202	0·219	0·209 (0·200—0·222)
$\frac{cv\ ct^6\ ex}{cv\ ct^6\ ex}$	36	0·421	0·410	0·424 (0·376—0·466)

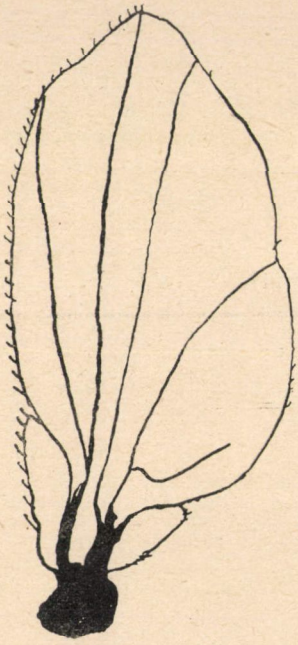
Ezen táblázat tanúsága szerint a *dp ex*, *cv* ct^6 *dp*, *cv* ct^6 *ex* kombinációk által eredményezett felületek értékei mathematikailag nem döntik el a kérdést, hogy egyszerű additiv vagy proporcionális hatás révén összegeződtek-e a génhatások, tekintetbe véve azonban a fejlődésmechanikai viszonyokat, a proporcionális hatást kell valószínűnek tartanunk. (L. L. Csik: Die Zusammenarbeit

einiger Gene bei der Determination der Flügelgrösse von Drosophila mel. Biol. Zentrb. Bd. *54*. 614—645. 1934.)

Eddigi keresztezéseinkben a szárny determinációjában 2—2 gén közös hatásának az eredményét láttuk. További kísérleteinkben ugyanezen szempontból 3—3, majd 4 génnek a kombinativ hatá-



10. ábra. Miniature-cut^6-crossveinless *(m ct^6 cv)* szárny.



11. ábra. Cut^6-crossveinless-expanded *(ct^6 cv ex)* szárny.



12. ábra. Miniature-cut^6-crossveinless-expanded *(m ct^6 cv ex)* szárny.

sát vizsgáltuk. E célból a következő homozygota kombinációkat tenyésztettem ki: *m cv ct^6 ex*, *m cv ct^6 dp*, *m dp ex*, *cv ct^6 dp ex*, *m cv ct^6 dp ex*.

7. $\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}\ \frac{ex}{ex}$. A miniature-cut^6-expanded homozygota szárnyakat összehasonlíthatjuk egyrészt *m cv ct^6*, másrészt *cv ct^6 ex* szárnyakkal. A cut^6 hatás a széleken ugyanis éppen úgy jelen van, mint azoknál, viszont ezek szélesebbek, mint a *m cv ct^6* szárnyak,

expanded-hatás, s keskenyebbek, mint *cv ct*^{6} *ex*, miniature-hatás. Tehát itt sincs epistasis, mind a három gén hatása jelentkezik a phänotypusban. L. a 10., 11., 12. sz. ábrákat.

IV. sz. táblázat.

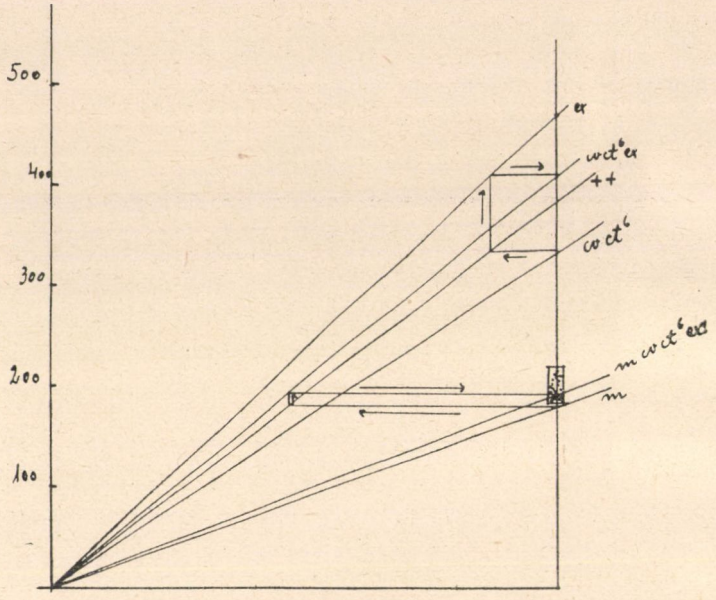
Genotypus	Felvételek száma	Felület	*ab* mm	*kl* mm
$\frac{m\ cv\ ct^6\ ex}{m\ cv\ ct^6\ ex}$	22	0·1993 (0·180—0·217)	37·65 (35·2—39·5)	23·37 (22·0—24·8)

Ha itt is vizsgáljuk a kétféle lehetőséget, úgy additive 0·118 egységnyi felületet várunk. (A vadtypus 0·384 egység, amiből miniature 0·203, cut 0·049 egységet levenne, másrészt expanded megnagyobbítaná 0·086 egységgel.) Proporcionális hatás theoretikus értéke 0·193 egység. Ezen utóbbi értéket úgy számítjuk, hogy előbb két génnek az eredményét számítjuk ki, s ezen eredményhez vesszük a harmadik gén értéket, azaz a két gén eredményét szorozzuk a harmadik értékével és osztjuk a vadtypussal újra. Tehát:

$$m\ cv\ ct^6\ ex = \frac{m \times ct^6}{N} \times \frac{ex}{N}.$$

Eredményünk, amint a táblázatból látható, megfelel a proporcionális hatás esetén várt értéknek. Lehetne még arra gondolni, hogy *ct*^{6} *ex* egymásközt additive hatnak és a kettő eredményét miniature proporcionálisan befolyásolja. A *ct*^{6} *ex* kérdés eldöntését azonban nem várhatjuk ettől a számítási módtól, mert itt a miniature által megkisebbített értékek még közelebb fekszenek egymáshoz. Tehát tisztán mathematikai megoldása ennek a kérdésnek itt lehetetlen. 13. sz. ábránk mutatja a három gén kölcsönös proporcionális hatásának eredményét, egyben az egyes értékek szóródását is. A szerkesztésben ugyanaz az elv, mint a számításnál, hogy kettő eredményéhez mint 1 értékhez jön a harmadik.

A következő V. sz. táblázat szintén 3—3 génnek a hatása folytán létrejött szárnyfelület nagyságáról ad felvilágosítást. Epistasist



13. ábra.

ezekben a kombinációkban sem kaptam, hanem minden gén hatása látható volt a szárnyon.

V. sz. táblázat.

Genotypus	Felvételek száma	Várt felület		Kapott felület
		additive	proporcionálisan	
$\frac{m\ cv\ ct^6\ dp}{m\ cv\ ct^6\ dp}$	16	0·00	0·103	0·1015 (0·079—0·116)
$\frac{m\ dp\ ex}{m\ dp\ ex}$	27	0·134	0·145	0·145 (0·1175—0·175)
$\frac{cv\ ct^6\ dp\ ex}{cv\ ct^6\ dp\ ex}$	20	0·288	0·269	0·294 (0·210—0·351)

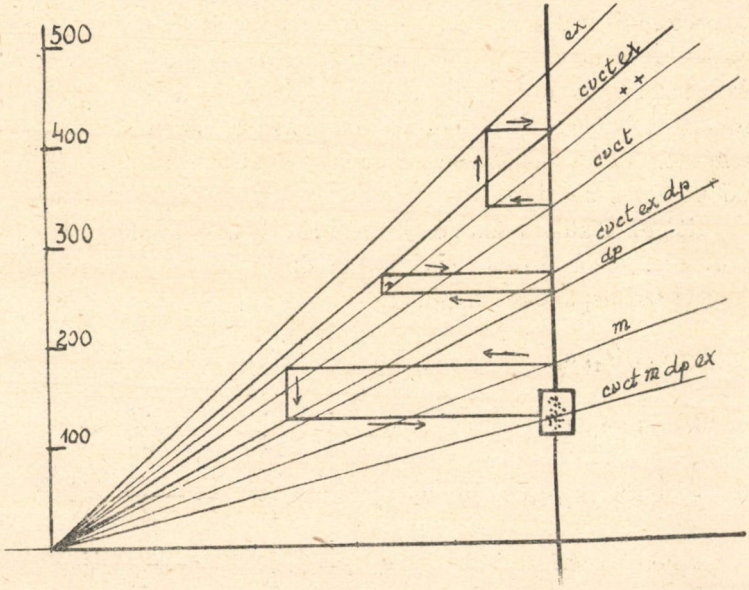
Ezen táblázatunk szerint a miniature-cut⁶-dumpy és miniature-dumpy-expanded kombinációk eredménye tisztán proporcionális

hatás mellett szól, míg a cut^6-dumpy-expanded mindkét lehetőséget megengedi.

Majd kitenyésztettem olyan legyeket, melyek az előző összes géneket magukon vitték, tehát *m cv ct*^{6} *dp ex* homozygota génkonstitucióval rendelkeztek. A 14. sz. ábra mutatja ennek a szárnynak a typusát. Ábránkon láthatjuk, hogy minden egyes gén jelentkezik phänotypusilag is. Miniature és expanded általában a nagyságban, dumpy a szárny distális végén, s cut^6 hatás a széleken jut érvényre. Epistasis tehát még ebben a kombinációban sincs. Itt is minden gén kifejtette jellemző hatását. A gének hatásának összegeződését graphikonban a 15. sz. ábra mutatja.



14. ábra. Miniature-cut^6-crossveinless-dumpy-expanded szárny.



15. ábra.

Tisztán additiv hatás esetén 0·086, proporcionális hatás esetén pedig 0·126 egységnyi felületet kellene kapnunk. Én 0·130 egy-

VI. sz. táblázat.

Genotypus	Felvételek száma	Felület	*ab* mm	*kl* mm
$\frac{m\ cv\ ct^6\ dp\ ex}{m\ cv\ ct^6\ dp\ ex}$	20	0·130 (0·116—0·150)	23·76 (21·0—28·6)	20·21 (18·8—22·0)

ségnyit kaptam, ami proporcionális hatásnak felel meg. A proporcionális hatás eredményének kiszámítása ugyanazon elv szerint történik itt négy gén hatása esetén is, mint 2-, ill. 3-nál. Kiszámítjuk először két gén eredményét képletünk szerint, majd az eredményt szorozzuk a harmadik gén értékével s osztjuk a vadtypussal, ekkor megkaptuk három gén kombinációjának az eredményét. Ezen utolsó eredményt szorozzuk újra a negyed gén értékével, s osztjuk a vadtypussal, s megkaptuk a négy gén kombinációjából proporcionális hatás esetén theoretikusan várt felületet. Természetesen az nem változtat semmit az eredményen, ha összeszorozzuk először a kombinációban résztvevő gének által külön-külön létrehozott felületek értékeit, s ezen szorzatot osztjuk a vadtypus értékével, melyet előzőleg a megfelelő hatványra emelünk a következő képletek alapján.

Jelöljük a különböző gének által létrehozott felületeket a_1, a_2, a_3, a_n, a vadtypus értékét N-el s az eredményt c_1, c_2, c_3, c_{n-1}-el, úgy a következő képleteket kapjuk:

2 gén (a_1, a_2) $\quad c_1 = \frac{a_1 . a_2}{N}$

3 gén (a_1, a_2, a_3) $\quad c_2 = \frac{c_1 . a_3}{N} = \frac{a_1 . a_2 . a_3}{N . N}$

4 gén (a_1, a_2, a_3, a_4) esetén $\quad c_3 = \frac{c_2 a_4}{N} = \frac{a_1 . a_2 . a_3 \ldots a_i}{N . N . N}$

n gén esetén $\quad c_{n-1} = \frac{c_{n-2} a_n}{N} = \frac{a_1 a_2 a_3 \ldots a_n}{N^{n-1}}$

Graphikonban ábrázolva az utolsó *m cv ct*^{6} *dp ex* kombináció eredménye a 15. sz. ábrában látható. Ez is ugyanazon elv szerint történik, mint az előzők.

Röviden összefoglalva az eddigi keresztezéseim eredményeit, mint lehetőségeket, az egyes génkombinációk hatásaképpen a következőket vehetnénk fel:

1. Az egyes génhatások egyszerűen összegeződnek. Levesznek vagy hozzáadnak a szárny felületéhez annyit, amennyi a különbség felületük és a vadtypus felülete között. (Additiv hatás.)

2. Minden gén bizonyos meghatározott mértékben, amily mértékben a vadtypussal szemben, a többi gének által létrehozott phänotypust megváltoztatja. (Kölcsönös proporcionális hatás.)

3. Egyes gének additive, mások proporcionálisan hatnak.

4. Egyes gének mások által elnyomatnak. (Epistasis.)

A különböző phänotypusoknál láttuk, hogy a 4. sz. lehetőség sehol se jött létre. Az 1. sz. lehetőség is kiválik, mert pl. a miniature-cut[6]-crossveinless-dumpy kombináció esetén ilyen hatás mellett a szárnyak több mint 100%-a hiányoznék. Így a 2. és 3. sz. lehetőségek maradnak, s legvalószínűbb, hogy miniature, dumpy, expanded mindig proporcionálisan hatnak, cut[6] pedig néha additiv, bár ez is többnyire proporcionálisan.

Lappangó gének kombinációja egy uralkodóval.

Ebben a sorozatban az előbb leírt recessziv géneket kombináltam a bevezetésben már említett 13*d* domináns faktorral. Amint ott említettem, ez a gén hosszú, keskeny szárnyakat hoz létre, melyeknek mindkét széle levágott annyira, hogy egy olyan szél mint a vadtypusnál, vénával és apró szőrökkel csak a szárny hegyén van. 13*d* ezt a formát valószínűleg obliteráció útján hozza létre. Kombinációimban a 13*d* mindig heterozygota állapotban szerepel, mert a homozygota 13*d* szárny annyira gyűrődött, hogy felületének kimérése lehetetlen.

Heterozygota-kombinációk.

A következő kombinációkat állítottam elő, melyekben úgy a 13*d*, mint a többi gének heterozygota állapotban voltak jelen. 13*d m*, 13*d dp*, 13*d ex*. A 13*d* heterozygota legyek szárnyának felülete 0·241 egység. A 13 *dm* 0·230, a 13*d dp* 0·237, a 13*d ex*

szárnyak felülete 0·238 egység. Látjuk tehát, hogy heterozygota állapotban a vizsgált gének a 13*d* szárny felületét nem változtatták meg. A szárny alakja is teljesen megfelelt a 13*d* alakjának. Így 13*d* teljesen domináns génnek bizonyult a vizsgált lappangó génekkel szemben.

Homozygota kombinációk.

Ebben a sorozatban vizsgáltam, hogy homozygota állapotban az előbb említett lappangó gének milyen mértékben változtatják meg 13*d* heterozygota phänotypusát. Eredményeimet a VII. sz. táblázat mutatja.

VII. sz. táblázat.

Genotypus	Felvételek száma	Várt felület		Talált felület	*ab* mm	*kl* mm
		additiv	proporcionálisan			
$\frac{13d\ \mathrm{m}}{+\ \mathrm{m}}$	19	0·038	0·113	0·107 (0·095—0·124)	42·58 (38·6 – 44·8)	9·8 (8·0—11·0)
$\frac{13d\ dp}{+\ dp}$	33	0·109	0·158	0·144 (0·117—0·200)	25·2 (21·2—27·8)	18·42 (15·0—25·2)
$\frac{13d\ ex}{+\ ex}$	72	0·327	0·296	0·317 (0·200—0·407)	58·84 (52·8—64·5)	22·28 (17·5—29·0)
$\frac{13d\ \mathrm{m}\ ex}{+\ \mathrm{m}\ ex}$	20	0·124	0·139	0·136 (0·120—0·158)	38·2 (34·2—42·0)	13·0 (11·8—15·2)

«*ab*» ebben a táblázatban is a II. véna hosszúságát jelenti, «*kl*» pedig a legnagyobb szélességet, ellentétben az előző sorozatokkal, ahol «*kl*»-et szerkesztéssel kaptuk meg. A többi jelzések nem szorulnak magyarázatra.

Amint táblázatunk mutatja, a miniature-13*d* kombináció hatása proporcionális. Ismerve a miniature hatását, mást nem is várhatunk. Akár obliteráció, akár növekedés-gátlás eredménye a 13*d*, a miniature hatása feltétlenül proporcionális felületet eredményez. (16. sz. ábra.)

Theoretikusan a dumpy-vel való kombinációban is közelebb áll a proporcionális hatás. Eredményünk is ezt mutatja.

Szintén ez a helyzet a 13*d ex* kombinációban, ahol azonban a kétféle hatás mathematikailag oly közel áll egymáshoz, hogy



16. ábra. Miniature-13*d* szárny.



17. ábra. Miniature-13*d*-expanded szárny.

eredményünk ezen gének hatásának összegeződéséről közelebbi felvilágosítást nem ad.

13*d*-miniature-expanded kombináció eredménye, amint az várható is volt, proporcionális. (17. sz. ábra.)

Az egyes gének hatásmechanizmusának összefoglalása.

Miniature. m, amint láttuk, nem teljesen recessziv gén, hanem heterozygota állapotban is megkisebbíti a szárnyat. Homozygota állapotban csökkenti a más gének által létrehozott felületet úgy szélességben, mint hosszúságban olyan mértékben, amily mértékben a vadtypust megkisebbíti. Ezen hatását bizonyítja különböző kombinációkban a következő táblázat:

VIII. sz. táblázat.

Kombináció	Miniature hatásfokának számítása	Hatásfok
$\frac{m}{m}\ \frac{dp}{dp}$	dp (felület) : $m\ dp$ (felülettel)	— 2·20
$\frac{m}{m}\ \frac{ex}{ex}$	ex : $m\ ex$	— 2·20
$\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}$	$cv\ ct^6$: $m\ cv\ ct^6$	— 2·10
$\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}\ \frac{ex}{ex}$	$cv\ ct^6\ ex$: $m\ cv\ ct^6\ ex$	— 2·17
$\frac{m}{m}\ \frac{dp\ ex}{dp\ ex}$	$dp\ ex$: $m\ dp\ ex$	— 2·26
$\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}\ \frac{dp\ ex}{dp\ ex}$	$cv\ ct^6\ dp\ ex$: $m\ cv\ ct^6\ dp\ ex$	— 2·26
$\frac{m\ 13d}{m\ +}$	$\frac{13d}{+}$: $\frac{m}{m}$	— 2·26
$\frac{m\ 13d}{m\ +}\ \frac{ex}{ex}$	$\frac{13d}{+}\ \frac{ex}{ex}$: $\frac{m\ 13d}{m\ +}\ \frac{ex}{ex}$	— 2·32
$\frac{m}{m}$	$+\ +$: m	— 2·12

Miniature-nak ezen kisebbítő hatása, amint már említettem, azáltal jön létre, hogy a sejtek kisebbek az ezen gént vívő legyek szárnyán. A különböző kombinációkban az általa létrehozott felület változik más gének hatásának megfelelően. Tehát egy kölcsönös proporcionális hatást fejt ki minden kombinációban. VIII. táblázatunk szerint hatása minden kombinációban ugyanaz, s ez egyenlő a vadtypussal szemben levő hatásával.

Cut^6. Cut^6 a különböző kombinációkban is kifejtette hatását azokon a szárnyrészeken, melyeken a vadtypussal szemben változást hoz létre. Azon kombinációkban, melyekben dumpyvel együtt szerepel, a submarginális sejten, hatása csekély. Miniature-ral szembeni hatása tisztán proporcionális, míg a többi génekkel

szemben eredményeim mathematikailag úgy a proporcionális, mint az additiv hatásnak megfelelnek. Habár a fejlődésmechanikai viszonyok a legtöbb kombinációban a proporcionális hatás mellett szólnak, mégsem zárhatjuk ki teljes bizonyossággal némely kombinációban az egyszerű additiv hatást sem. Hatásfokát különböző kombinációkban a következő táblázat mutatja:

IX. sz. táblázat.

Kombináció	Cut⁶ hatásfokának számítása	Hatásfok
$\frac{cv\ ct^6\ m}{cv\ ct^6\ m}$	$m : cv\ ct^6\ m$	— 1·14
$\frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6}\ \frac{ex}{ex}$	$ex : cv\ ct^6\ ex$	— 1·10
$\frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6}\ \frac{dp}{dp}$	$dp : cv\ ct^6\ dp$	— 1·20
$\frac{cv\ ct^6\ m}{cv\ ct^6\ m}\ \frac{dp}{dp}$	$m\ dp : cv\ ct^6\ dp$	— 1·12
$\frac{cv\ ct^6\ m}{cv\ ct^6\ m}\ \frac{ex}{ex}$	$m\ ex : cv\ ct^6\ dp\ m\ ex$	— 1·07
$\frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6}\ \frac{dp\ ex}{dp\ ex}$	$dp\ ex : cv\ ct^6\ dp\ m\ ex$	— 1·11
$\frac{cv\ ct^6\ m}{cv\ ct^6\ m}\ \frac{dp\ ex}{dp\ ex}$	$m\ dp\ ex : cv\ ct^6\ m\ dp\ ex$	— 1·11
$\frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6}$	$+ + : cv\ ct^6$	— 1·17

Dumpy. A dumpy génre jellemző hatások: szárny megrövidítése, a szárny hátsó széle formájának a megváltoztatása, s az egész szárnyat befolyásoló volta minden kombinációban jelentkezett. Bár némely kombinációban mathematikailag az additiv hatás éppoly közel áll, mint a proporcionális, mégis tekintetbe véve, hogy dumpynek hatása van az egész szárnyfelületre is, azt kell mondanunk, hogy hatása minden valószínűség szerint propor-

cionális. Tisztán additiv hatást ugyanis csak abban az esetben várhatunk; ha a kombinációban résztvevő gének a szárny más-más részét változtatják meg s hatásuk csak ezen részre terjed ki és nem az egész felületre. Hatásfokát az egyes kombinációkban a X. sz. táblázat mutatja.

X. sz. táblázat.

Kombináció	Dumpy hatásfokának számítása	Hatásfok
$\frac{dp\ \ m}{dp\ \ m}$	$m : dp\ m$	— 1·66
$\frac{dp\ \ cv\ ct^6}{dp\ \ cv\ ct^6}$	$cv\ ct^6 : dp\ cv\ ct^6$	— 1·60
$\frac{dp\ ex}{dp\ ex}$	$ex : dp\ ex$	— 1·44
$\frac{dp\ ex\ \ m}{dp\ ex\ \ m}$	$ex\ m : dp\ ex\ m$	— 1·47
$\frac{dp\ \ m\ cv\ ct^6}{dp\ \ m\ cv\ ct^6}$	$m\ cv\ ct^6 : dp\ m\ cv\ ct^6$	— 1·56
$\frac{dp\ ex\ \ cv\ ct^6}{dp\ ex\ \ cv\ ct^6}$	$ex\ cv\ ct^6 : dp\ ex\ cv\ ct^6$	— 1·43
$\frac{dp\ ex\ \ m\ cv\ ct^6}{dp\ ex\ \ m\ cv\ ct^6}$	$ex\ m\ cv\ ct^6 : dp\ ex\ m\ cv\ ct^6$	— 1·53
$\frac{dp\ \ 13d}{dp\ \ +}$	$13d : dp\ 13d$	— 1·67
$\frac{dp}{dp}$	$+ + : dp$	— 1·52

Expanded. Ex minden kombinációban megszélesíti a szárnyat. A dumpyvel való kombinációban a hosszúságot is növeli. Hatása az egész szárnyra kiterjed úgy a kombinációkban, mint heterozygota állapotban is. Hatásfokát az egyes kombinációkban a XI. sz. táblázat mutatja.

XI. sz. táblázat.

Kombináció	Expanded hatásfokának számítása	Hatásfok
$\frac{ex\ m}{ex\ m}$	$ex\ m : m$	+ 1·17
$\frac{ex\ \ cv\ ct^6}{ex\ \ cv\ ct^6}$	$ex\ cv\ ct^6 : cv\ ct^6$	+ 1·23
$\frac{ex\ dp}{ex\ dp}$	$ex\ dp : dp$	+ 1·30
$\frac{ex\ dp\ \ m}{ex\ dp\ \ m}$	$ex\ dp\ m : dp\ m$	+ 1·27
$\frac{ex\ \ cv\ ct^6\ m}{ex\ \ cv\ ct^6\ m}$	$ex\ cv\ ct^6\ m : cv\ ct^6\ m$	+ 1·24
$\frac{ex\ \ cv\ ct^6\ \ dp}{ex\ \ cv\ ct^6\ \ dp}$	$ex\ cv\ ct^6\ dp : cv\ ct^6\ dp$	+ 1·40
$\frac{ex\ dp\ \ m\ cv\ ct^6}{ex\ dp\ \ m\ cv\ ct^6}$	$ex\ dp\ m\ cv\ ct^6 : m\ cv\ ct^6\ dp$	+ 1·28
$\frac{ex\ \ 13d}{ex\ \ +}$	$\frac{ex\ \ 13d}{ex\ \ +} : \frac{13d}{}$	+ 1·31
$\frac{ex\ \ 13d\ m}{ex\ \ +\ \ m}$	$ex\ 13d\ m : 13d\ m$	+ 1·26
$\frac{ex}{ex}$	$ex : + +$	+ 1·22

13*d*. 13*d* a szárny széleit a kombinációkban is leszedi. Hatása a szárny kosztális szélén elnyomatik cut^6 által. Azon hatását, hogy homozygota állapotban a szárnyat gyűrötté teszi, a kombinációkban is megtartotta, sőt dumpy homozygotával még heterozygota állapotban is gyűrötté tette. Hatásfokát a különböző kombinációkban a XVIII. sz. táblázat mutatja.

XII. sz. táblázat.

Kombináció	13*d* hatásfokának számítása	Hatásfok
$\frac{13d\ m}{+\ m}$	$\frac{m}{m} : \frac{13d\ m}{+\ m}$	— 1·67
$\frac{13d\ dp}{+\ dp}$	$\frac{dp}{dp} : \frac{13d\ dp}{+\ dp}$	— 1·74
$\frac{13d\ ex}{+\ ex}$	$\frac{ex}{ex} : \frac{13d\ ex}{+\ ex}$	— 1·48
$\frac{13d\ m\ \ ex}{+\ m\ \ ex}$	$\frac{m\ ex}{m\ ex} : \frac{13d\ m\ ex}{+\ m\ ex}$	— 1·56
13*d*	+ + : 13*d*	— 1·59

A VIII—XII. sz. táblázatokban azt látjuk, hogy egy-egy génnek a hatásfoka a legkülönbözőbb kombinációkban ugyanaz. Ezen eredményünk a gének quantitativ hatása mellett bizonyít, s positiv adatokat szolgáltat a vizsgált gének ily irányú hatásáról. Viszont a qualitativ hatás mellett szól, hogy a gének hatása mindig a szárny ugyanazon részén érvényesül. Beszélhetünk tehát a géneknek egy quantitativ és egy qualitativ hatásáról.

A gének hatásfokai nem egyebek, mint az általuk létrehozott szárnyfelület viszonya a vadtypusú szárny felületéhez. Az egyes kombinációk leírásánál láttuk, hogy a több gén által eredményezett felület kialakulásához éppen a hatásfokaiknak megfelelő mértékben vettek részt. Így képletünkben, mellyel a több gén által proporcionális hatás esetén eredményezett szárnyfelület nagyságát theoretikusan számítottuk ki, az egyes telületeket helyettesíthetjük a hatásfokokkal a következő módon: $mdp = \frac{m \times dp}{N}$. Az egyenlet jobb oldalán úgy a számlálót, mint a nevezőt megszorozzuk «*N*»-nel. (Vadtypus.) Ez a művelet annak értékén nem változtat. Ekkor kapjuk: $mdp = N \frac{m}{N} \times \frac{dp}{N}$. $\frac{m}{N}$, $\frac{dp}{N}$ nem egyebek, mint miniature, ill. dumpy -1-gyel megszorzott hatásfokai. Ezen két gén

által létrehozott szárnyfelületet tehát meg kell kapnunk, ha a vadtypus felületét szorozzuk a hatásfokok szorzatával. Természetesen a vadtypusnál kisebb felületet eredményező gének negativ előjelű hatásfoka a nevezőbe kerül, vagyis azokkal ténylegesen osztjuk. Vegyük pl. az eredeti értékekkel azon kombinációt, melyben a legtöbb gén szerepel: *m cv ct*^{6} *dp ex*. Hatásfokok: *m* -2, 12, *cv ct*^{6} -1, 17, *dp* -1, 52, *ex* + 1, 22. A fenti génkonstitucióju légy szárnyfelületét megkapjuk, ha a vadtypus (0·3839) értékét szorozzuk ezen hatásfokokkal.

$$\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}\ \frac{dp\ ex}{dp\ ex} = 0{\cdot}3839\ \frac{1{\cdot}22}{2{\cdot}12.\ 1{\cdot}17.\ 1{\cdot}52.} = 0{\cdot}126$$

A 0·126-os érték megfelel a graphikonban és a szárnyfelületekkel való számítási értékeknek s eredményemnek is, t. i. ezen génkonstitucióju legyek szárnyfelületét középértékben 0·130 egységnyinek találtam. Természetesen ezen számolási mód is, mint a felületekkel való és a graphikoni ábrázolás csak abban az esetben érvényes, ha a gének hatása kölcsönösen proporcionális.

A gének proporcionális hatása feltételezi, hogy az egyes gének különböző időben és meghatározott sorrendben kezdik hatásukat kifejteni. T. i. proporcionális hatás esetén egy gén a többi által már feltételezett formára és nagyságra fejti ki hatását. Vegyünk egy példát, mondjuk *m dp ex* szárnyat. Egy gén közülök, amelyik időben elsőnek hat, teremt egy irányítottságot a reá jellemző szárnyalakra és nagyságra. A második gén már ezt az irányítottságot változtatja meg, míg a harmadik gén a kettő által teremtett irányítottságon fog változtatni hatásának megfelelő módon és mértékben. Ezáltal jön létre a kölcsönös hatás. GOLDSCHMIDT professzor erre vonatkozó még publikálatlan vizsgálatai igazolják ezen előfeltételt.

Összefoglalás.

A Drosophila melanogasternél a miniature, cut^6, dumpy, expanded és 13*d* géneket különböző kombinációkban vizsgálva, azt találtam, hogy minden gén minden kombinációban résztvett a szárny phänotypusának kialakításában. Epistasis egyetlen kombinációban sem jött létre. Minden gén meghatározott mértékben

növelte, ill. csökkentette a szárny felületét minden kombinációban. Eredményeim a gén qualitativ és quantitativ hatása mellett bizonyítanak. Valószínűvé tették továbbá, hogy a vizsgált gének különböző időben, meghatározott sorrendben kezdik hatásukat kifejteni. Különböző gének által létrehozott szárnyfelület nagysága kölcsönös proporcionális hatás esetén kiszámítható, úgy hogy felületeiket összeszorozzuk, s a szorzatot a vadtypus értékének eggyel kevesebb hatványával osztjuk, mint ahány gén a kombinációban résztvesz. Kiszámítható továbbá úgy, hogy a vadtypus értékét szorozzuk a gének hatásfokaival. Az eredményt megkapjuk graphikonban is a leírt szerkesztés szerint.

Az egyes kombinációk előállítása.

1. Miniature-dumpy.

$\frac{dp}{dp}$ (homozygota) $\sigma \sim \frac{m}{m}$ homozygota ♀-el. Ebből a keresztezésből az I. generációban mindkét génre heterozygota utódokat kapunk a következő genotypussal: $\frac{m}{Y}\ \frac{+}{dp}\ \sigma$, $\frac{m}{+}\ \frac{+}{dp}$ ♀. Phänotipusilag a nőstények a vadtypusnak, a hímek miniature-nak felelnek meg. Miniature t. i. az I, vagy X, nemichromosomában fekszik. X-chromosomája a hímnek csak egy van, s párja a hímre jellemző Y-chromosoma. egyes kivételektől eltekintve, nem tartalmaz tényezőket, melyek az X-chromosomában levő lappangó gének hatását elnyomnák. A nősténynek viszont 2 X-chromosomája van, s jelen esetünkben az F_1-beli legyek egyik X-chromosomájukat a miniature nősténytől, másikat a dumpy hímtől kapták, s a dumpy X-chromosomájában tényezők vannak, melyek a heterozygota miniature hatást phänotypusilag a vadtypus javára elnyomják. Y jelképezi az Y-chromosomát. $+$ a vadtypusban levő faktort, mely a lappangó heterozygotát elnyomja. A vonal megszakítása két gén jele közt azt jelenti, hogy a két gént nem ugyanazon chromosoma viszi át. Az egyik gén jelét a vonal alá, a másikét a vonal felé írjuk, mivel a két gént nem egy szülőtől kapta az állat.

F_1-beli $\frac{m}{Y}\ \frac{+}{dp}\ \sigma \sim \frac{m}{+}\ \frac{+}{dp}$ ♀ konstitucióju legyek keresztezéséből kaptam mások között a kívánt $\frac{m}{m}\ \frac{dp}{dp}$ mind a két génre homozygota állatokat.

2. Miniature-expanded. Előállítás ugyanaz, mint *m dp*-nél, csak természetesen a dumpy helyén expanded-et veszünk.

3. Miniature-crossveinless-cut[8]. Mindkét gén az X-chromosomában fekszik, így ezen kombináció előállítása valamivel körülményesebb.

P. $\frac{m}{Y}\,♂ \sim \frac{cv\ ct^6}{cv\ ct}\,♀$, ebből kapok mindkét génre heterozygota $\frac{cv\ ct^6}{m}$ utódokat. Ezeket keresztezem *m* hímmel.

$\frac{m}{Y}♂ \sim \frac{cv+ct^6}{+m+}♀$, az utódok között egy bizonyos %-ban lesznek $\frac{m\ cv\ ct^6}{Y}$ ♂-ek és $\frac{m\ cv\ ct^6}{m++}$ ♀-ek. Ezeket egymás közt keresztezve a következő generáció 50 %-a $\frac{mcv\ ct^6}{Y}$ ♂, ill. $\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}$ ♀ lesz.

4. Dumpy-expanded.

$$P.\ \frac{ex}{ex}\,♂ \sim \frac{dp}{dp}\,♀$$

$$F_1\ \frac{dp}{ex}\,♂ \text{ és } ♀,$$

ilyen konstitucziójú nőstényeket visszakereszteztek $\frac{ex}{ex}$ hímekkel, s az utódok egy kisebb része $\frac{ex\ dp}{ex+}$, (azaz *ex* homo, *dp* heterozygota) lesz. Tekintve, hogy phänotypusilag csak *ex* látszik, nagyszámú testvérpároztatást csináltam, így egyes kultúrákban $\frac{ex\ dp}{ex+}$ konstitucziójú hím és nőstény is kerül össze, s ezen szülők utódainak 50 %-a a kívánt $\frac{dp\ ex}{dp\ ex}$.

5. Cut^6-crossveinless-dumpy. Előállítás ugyanaz, mint miniature dumpynél, csak miniature helyén veszünk *cv ct*^{6}-t.

6. Cut^6-crossveinless-expanded. Előállítás mint előzőleg, természetesen dumpy helyén expanded-et veszünk.

7. Miniature-cut^6-crossveinless-expanded. Az előző csoportokat homozygota állapotban tovább tenyésztettem, s felhasználtam őket a 3-as, 4-es kombinációk kitenyésztésére. Az itt szereplő gének közül cut^6 és miniature hatása a phänotypuson jól, expanded kevésbbé ismerhető fel. Az előállításnál olyan csoportokból indultam ki, melyek *ex*-re homozygoták voltak, így utódaik is azok.

$$P.\ \frac{m}{Y}\ \frac{ex}{ex}\,♂ \sim \frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6}\ \frac{ex}{ex}\,♀$$

$$F_1\ \frac{cv+ct^6}{+m+}\ \frac{ex}{ex},$$

ezen konstitucziójú *nőstényeket* kereszteztem $\frac{m}{Y}\ \frac{ex}{ex}$ hímekkel, s kaptam $\frac{m\ cv\ ct^6}{Y}\ \frac{ex}{ex}$ hímeket, $\frac{m\ cv\ ct^6}{m++}\ \frac{ex}{ex}$ nőstényeket. Ezeket egymásközt keresztezve adtak $\frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6}\ \frac{ex}{ex}$ utódokat is.

8. Miniature-cut^6-crosveinless-dumpy.

$$P. \quad \frac{dp}{dp} \,♂ \sim \frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct} \,♀$$

$$F_1 \quad \frac{m\ cv\ ct^6}{+\ +\ +} \ \frac{+}{dp} \text{ (testvérpárosítás)}$$

$$F_2 \quad \frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct_6} \ \frac{dp}{dp}.$$

9. Miniature-dumpy-expanded.

$$P. \quad \frac{dp\ ex}{dp\ ex} \,♂ \sim \frac{m}{m} \ \frac{ex}{ex} \,♀$$

$$F_1 \quad \frac{m}{+} \ \frac{ex\ dp}{ex\ +} \text{ (testvérpárosítás)}$$

$$F_3 \quad \frac{m}{m} \ \frac{ex\ dp}{ex\ dp}.$$

10. Cut^6-crossveinless-dumpy-expanded.

$$P. \quad \frac{dp\ ex}{dp\ ex} \,♂ \sim \frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6} \ \frac{ex}{ex} \,♀$$

$$F_1 \quad \frac{cv\ ct^6}{+\ +} \ \frac{ex\ dp}{ex\ +} \text{ (testvérpárosítás)}$$

$$F_1 \quad \frac{cv\ ct^6}{cv\ ct^6} \ \frac{ex\ dp}{ex\ dp}.$$

11. Miniature-cut^6-crossveinless-dumpy-expanded.

$$P. \quad \frac{dp\ ex}{dp\ ex} \,♂ \sim \frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6} \ \frac{ex}{ex} \,♀$$

$$F_1 \quad \frac{m\ cv\ ct^6}{+\ +\ +} \ \frac{dp\ ex}{+\ ex} \text{ (testvérpárosítás)}$$

$$F_3 \quad \frac{m\ cv\ ct^6}{m\ cv\ ct^6} \ \frac{dp\ ex}{dp\ ex}.$$

A 7—11. sz. kombinációkban a kitenyésztés folyamán nem kaptam olyan generációkat, melyek a kombinációban szereplő összes génekre heterozygoták lettek volna, így ezeknél a heterozygotát a homozygotából tenyésztettem ki egyszerűen a vadtypussal való keresztezés által.

12. 13*d* és miniature, dumpy, cut^6, expanded heterozygota kombinációkat megkapjuk, ha 13*d* homozygota nőstényt keresztezzük az illető gént phänotypusilag feltüntető hímmel.

13. 13*d*-miniature.

$P.$ $\frac{13d\ \delta}{+} \sim \frac{m}{m}\ ♀$

F_3 $\frac{m}{13d}$ ilyen nőstény keresztezve $\frac{m}{Y}$-hímmel,

F_2 $\frac{13d\ m}{+\ m}$.

14. 13*d*-dumpy.

$P.$ $\frac{dp}{dp}\ \delta \sim \frac{13d}{13d}\ ♀$

F_1 $\frac{13d}{+}\ \frac{+}{dp}$ ez visszakeresztezve $\frac{dp}{dp}$-vel,

F_2 $\frac{13d}{+}\ \frac{dp}{dp}$.

15. 13*d*-expanded. Mint 13*d*-dumpy. Dumpy helyén expanded.

16. 13*d*-cut[6]-crossveinless. Mint 13*d*-miniature. Miniature helyén cut[6]-crossveinless.

17. 13*d*-miniature-expanded.

$P.$ $\frac{m}{Y}\ \frac{ex}{ex}\ \delta \sim \frac{13d\ m}{13d\ m}\ ♀$

F_3 $\frac{13d\ m}{+\ m}\ \frac{ex}{+}$, ez keresztezve $\frac{m}{Y}\ \frac{ex}{ex}\ \delta$-vel

F_3 $\frac{13d\ m}{+\ m}\ \frac{ex}{ex}$.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. nov. 12-én tartott üléséből.)

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

DIE WIRKUNG VON VERSCHIEDENEN GENEN AUF DEN PHÄNOTYP DES GLEICHEN ORGANS.

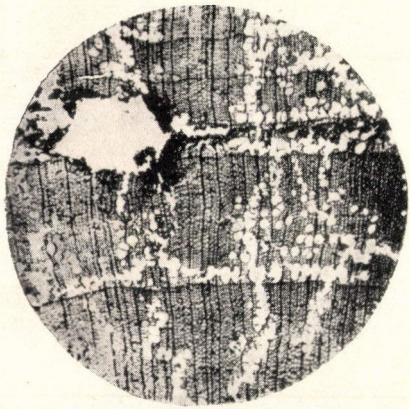
Von L. CSIK.

Es wird kurz geschildert, wie einige Gene bei der Determination der Flügelgrösse von Drosophila melanogaster zusammenarbeiten. Eine ausführliche Arbeit über diese Frage erscheint im Biol. Zentrblt. Bezüglich der Einzelheiten und entwicklungsmechanischen Verhältnissen wird auf diese Arbeit hingewiesen. Hier wird es auf Grund der Befunde erklärt, wie man mathematisch und graphisch die Frage fassen kann. Siehe Abbildungen 8, 8/*a*, 13, 15 und die Gleichungen auf der Seite 264.

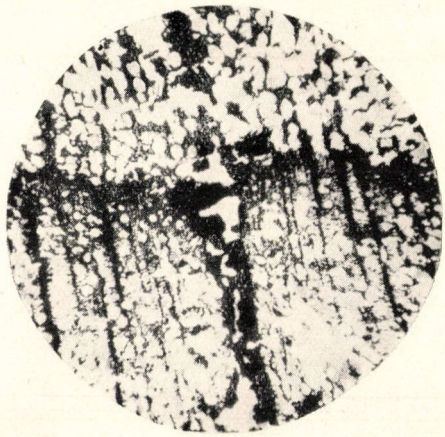
In der Gleichungen bedeuten c_1, c_2, c_{n-1} das Resultat der Wirkungen von 2, 3...n Genen. a_1, a_2, a_3...a_n die Grössen der Flügelflächen, welche die einzelne Gene gesondert hervorrufen. In den Graphikonen bedeuten auf der Ordinate die einzelnen Buchstaben die Fläche des mit diesen Buchstaben bezeichneten Flügels. Die Konstruktion der Graphikonen benötigt keine besondere Erklärung. Die Richtigkeit dieser Konstruktion zeigt Abb. 8/*a*, sowie die Ableitung an der Seite 258.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. November 1934.)

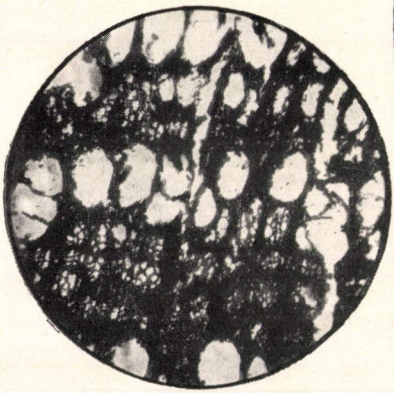
Hollendonner F.: Az Alföld őstörténelem-korabeli erdeinek meghatározása.



1.



2.



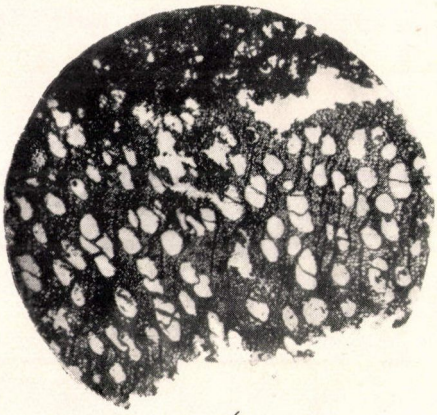
3.



4.



5.



6.



7.

INHALTSVERZEICHNIS.

	Seite
Bay, Z.: Über die Vergrösserung kleiner Bewegungen mittels Gelenkkette	180
Csik, L.: Die Wirkung von verschiedenen Genen auf den Phänotyp des gleichen Organs	278
Hollendonner, Fr.: Feststellung der urzeitlichen Wälder des ungarischen Tieflandes auf Grund anthrakotomischer Untersuchungen	68— 69
Kotzmann, L.: siehe 'Sigmond, A.	
Lipka, St.: Über einen Satz von Fourier	154
Mauritz, B.: Aphrosiderit aus dem Granit der Hohen-Tatra	247
Mauthner, N.: Die Synthese der Glucokaffeesäure und der Homosyringasäure	127—131
Mihálik, P. v.: Die Entwicklung des Flimmerapparates bei Wirbeltieren	139—140
Náray-Szabó, St. v. und Szlatinay, L.: Das Potential des Ammoniumamalgams	168
Romwalter, A.: Die Stosswirkung bei der mechanischen Analyse nach Odén	148
Sigmond, A. v. und Kotzmann, L.: Beiträge zur dynamischen Charakterisierung der wichtigsten ungarischen Bodentypen	91— 92
'Sigmond, A. v. und Kotzmann, L.: Die dynamische Charakterisierung der ungarischen Rendzinaböden	111—112
Soó, R. v.: Die Pflanzengesellschaften des historischen Ungarn. I.	52—58
Szlatinay, L.: siehe Náray-Szabó.	
Vendl, A.: Über einige Lösse des Börzsönyer-Gebirges	202
Vendl, A.: Beiträge zur petrographischen Kenntnis der Paläolithe von Cserépfalu	231
Zemplén, G.: Synthese einer Rhamnosidoglykose	237

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA. — ÁBRAI V.

1932

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI ÉRTESITŐ

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR

LIII. KÖTET. — MÁSODIK RÉSZ.

BUDAPESTI KIR. ÜGYÉSZSÉG 1934 JUN. - 1. ÁTVETTE

MATHEMATISCHER UND NATURWISSENSCHAFTLICHER ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND LIII. — ZWEITER TEIL.

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1935.

TARTALOMJEGYZÉK.

Lap

HOOR-TEMPIS MÓRIC: A művelt államok lakosonkénti géphányadának és évenkénti mechanikai munkatermelésének évtizedes fejlődési irányzata ..... 279—290

HOOR-TEMPIS MÓRIC: Csonkamagyarország és a külföld lakosonkénti géphányadai és az évenként fogyasztott munkamennyiség ..... 293—303

GERŐ LÓRÁND: Új eljárás alkalmazása perturbációk felismerésére a *CS*, *CO*$^+$ és N_2 molekulák színképén ..... 331—350

KADIČ OTTOKÁR: A Mussolini-barlang felásatásának eredményei ..... 508—517

KERÉKJÁRTÓ BÉLA: Felületek reguláris leképezéseinek elmélete ..... 371—404

KERÉKJÁRTÓ BÉLA: Analytikus leképezések indexéről ..... 407—418

KORMOS JÓZSEF: Adatok a Suctoriusok fejlődésének ismeretéhez ..... 522—538

KUTASSY ENDRE: Adatok a Lovčenipora kérdéséhez ..... 488—495

KUTASSY ENDRE: Két új Indopecten faj az erdélyi triászból 498—504

MAREK JÓZSEF, WELLMANN OSZKÁR és URBÁNYI LÁSZLÓ: Rhachitis-kísérletek borjúkkal és a rhachitis aetiologiája 483—485

Sz. NAGY GYULA: Maximális indexű felületekre vonatkozó vizsgálatok ..... 420—471

PEKÁR DEZSŐ: Földalatti üregek kimutatása Eötvös torziós ingájával ..... 306—328

POGÁNY BÉLA: Az argon I, krypton I és xenon I színkép vonalainak Zeeman-felbontásairól ..... 352—369

RENNER JÁNOS: Kísérleti vizsgálatok a tömegvonzás és a tehetetlenség arányosságáról ..... 542—568

URBÁNYI LÁSZLÓ: lásd MAREK JÓZSEF.

WELLMANN OSZKÁR: lásd MAREK JÓZSEF.

WIGNER JENŐ: A Rayleigh—Schrödinger-féle perturbációelmélet egy módosításáról ..... 475—476

A MŰVELT ÁLLAMOK LAKOSONKÉNTI GÉPHÁNYADÁNAK ÉS ÉVENKÉNTI MECHANIKAI MUNKATERMELÉSÉNEK ÉVTIZEDES FEJLŐDÉSI IRÁNYZATA.

HOOR-TEMPIS MÓRIC l. tagtól.

A lakosonkénti és munkásonkénti géphányadok, valamint a gazdasági tevékenység fenntartására évenként gépi és állati erővel termelt lakosonkénti munkahányadok fejlődési irányzatát és gazdasági jelentőségét régebben megjelent dolgozataimban részletesen ismertettem.[1] Ott kimutattam, hogy a különféle államokban a géphányadok és munkahányadok fejlődési irányzata teljesen hasonló; a géphányadok és munkahányadok, valamint az elektromos energiahányadok is (a munkahányadok elektromos energiával ellátott része) évről évre gyorsuló sebességgel nőnek. Rámutattam arra is, hogy ez irányzatok állandóságában és szabályosságában, valamint

[1] HOOR-TEMPIS MÓRIC: «De l'énergie mécanique consommée par les peuples civilisés et de la houille blanche». Revue de Hongrie. Tome IX (1912) p. 350.

HOOR-TEMPIS MÓRIC: «A művelt nemzetek mechanikai munkaszükséglete I. közl.» Mat. és Természettud. Ért. XXXVIII. köt. (1921) 293. o. II. közl. Ugyanott, 306. o.

HOOR-TEMPIS MÓRIC: «Az európai államok energiagazdálkodása és a békeszerződések.» Magyar Helikon, 1921. 870. o. A Magy. Külügyi Társaság kiadása. Budapest, 1921.

HOOR-TEMPIS MÓRIC: «A munkásonkénti géphányad, a termelékenység, az átlagos kereset és a gyártással termelt értékemelkedés összefüggése.» Math. és Természettud. Ért. L. köt. (1934) 259. o.

HOOR-TEMPIS MÓRIC: «A művelt nemzetek gazdasági tevékenységének különféle ágazataiban fogyasztott évi energiamennyiségek viszonyának állandósága.» I. közl. Math. és Természettud. Ért. L. köt. (1934) 289. o.

a különféle tevékenységi ágazatokban fogyasztott energiamennyiségek viszonyának állandóságában határozott rendeződési folyamat eredményét látjuk.

A géphányadok és munkahányadok időgörbéit megszerkesztve, az időgörbékben ugyan találunk töréseket és inflexiókat, de nem találunk példát arra, hogy a fejlődés gyorsulása maradandóan megszűnt volna.

A fejlődést zavaró külső vagy belső események hatása annál rövidebb idő alatt szűnik meg, a zavar megszüntével beállított fejlődési menet annál jobban és annál rövidebb idő alatt közelíti meg a zavar előtti irányzatot, minél fejlettebb a gazdasági tevékenység, minél nagyobb a gazdasági tevékenységek sokfélesége, és az idő egységében végbemenő események (kapcsolatok, találkozások, termelt és teljesített egységek) száma. Egy-egy gazdasági egységben, államban a természetes rendeződési folyamat mindig a zavar előtti irányzat beállítására irányul. A megközelítés — ceteris paribus — annál nagyobb, minél nagyobb volt a zavar időpontjában a gazdasági tevékenység fejlettségi foka, minél nagyobb volt a zavar időpontjában elért gyorsulás.

Ott, ahol az államhatalom vagy a magánérdek a haladó irányzat fenntartására irányuló rendeződési folyamatba erőszakosan beavatkozik, a gazdasági tevékenység egy-egy ágát a többiek rovására túlságosan fejleszti vagy védi, az erőszakos beavatkozás ez ág, valamint ezt tápláló tevékenységi ágak fejlődését ugyan gyorsíthatja, de az eredmény csak múló és az egész tevékenységi volumen fejlődési irányzatának javára nem szolgál.

Az idézett dolgozatok előterjesztése óta újabban gyüjtött és feldolgozott anyag felhasználásával a következőben a géphányadok és elektromos energiahányadok fejlődésmenetét jellemző néhány példát közlök, és az időgörbék egyes szakaszaira szerkesztett megközelítő függvények sorából néhánynak szerkezetét és állandóit is közlöm. Helymegtakarítás és az áttekinthetőség céljából a megfigyelt fejlődési időszak első és utolsó évében elért hányadokat adom.[1]

---

[1] A két határérték közötti időgörbék az idő tengelye felé kivétel nélkül erősen domborúak.

A következőben L_t az összeírt tevékenységi ágakban dolgozó primér mótorok vagy hajtómótorok (közvetlen hajtásra szolgáló primér mótorok és vásárolt energiával táplált elektromótorok együttesen) összes teljesítőképességét lóerőben, l_t az L_t-ből számított *ezerlakosonkénti* géphányadot, t_0 az időszámítás kezdő évét, t a kezdő évtől számított évek sorszámát adja. K_t a t sorszámú évben termelt elektromos energia és k_t az ebből számított *lakosonkénti* elektromos energiahányad kilowattórában, e a természetes logarithmusok alapja.

1. *Amerikai Egyesült Államok.* A gyártóiparban, központi elektromos művekben, elektromos vasúti erőművekben, bányákban, földmívelésben, ármentesítő és öntöző művekben dolgozó primér mótorok összes teljesítőképessége az 1849—1923 időszakban:

$$\begin{aligned} &1849\text{-ben } L_t = 1.150{,}000; \quad l_t = 50 \\ &1923\text{-ban } L_t = 77.548{,}000; \quad l_t = 705 \end{aligned}$$

$$t_0 = 1849; \qquad l_t = 0{\cdot}001835\ t^3 - 0{\cdot}02\ t^2 + 0{\cdot}517\ t + 50$$

2. *Amerikai Egyesült Államok.* A gyártóiparban dolgozó hajtómótorok teljesítőképessége az 1849—1929 időközben:

$$\begin{aligned} &1849\text{-ben } L_t = 1.100{,}000; \quad l_t = 47{\cdot}45 \\ &1929\text{-ben } L_t = 43.078{,}661; \quad l_t = 335{\cdot}5 \end{aligned}$$

I. szakasz. 1849—1879-ig.

$$t_0 = 1849; \qquad L_t = 1{\cdot}0965.10^6.e^{0{\cdot}08t}$$

II. szakasz. 1879—1914-ig.

$$t_0 = 1849; \qquad L_t = 0{\cdot}6607.10^6.e^{0{\cdot}0549t}$$

III. szakasz. 1914—1929-ig.

$$t_0 = 1849; \qquad L_t = 0{\cdot}91202.10^6.e^{0{\cdot}04824t}$$

3. *Dánia.* Tizenkét ipari csoport hajtó mótorjainak teljesítőképessége 1897—1925-ig.

$$\begin{aligned} &1897\text{-ben } L_t = 48{,}060; \quad l_t = 20{\cdot}5 \\ &1925\text{-ben } L_t = 437{,}616; \quad l_t = 127{\cdot}5 \end{aligned}$$

4. *Finnország.* Tizennégy ipari csoportban, a közművekben,

bányákban és közhasznú villamos művekben dolgozó primér mótorok teljesítőképessége 1905—1929-ig.

1905-ben $L_t = 102{,}000$; $l_t = 34{\cdot}75$
1929-ben $L_t = 712{,}621$; $l_t = 195{\cdot}50$.

5. *Franciaország.* A földművelésben és iparban és közhasznú elektromos művekben dolgozó gőzmótorok teljesítőképessége 1810—1928-ig.

1810-ben $L_t = 152$ $l_t = 0$.
1928-ban $L_t = 7.811{,}458$; $l_t = 191{\cdot}0$.

6. *Kanada.* A vízimótorok teljesítőképessége 1900—1932-ig.

1900-ban $L_t = 195{,}000$; $l_t = 36{\cdot}5$.
1933-ban $L_t = 7.332{,}070$; $l_t = 685{\cdot}0$.

I. szakasz. 1900—1914-ig.

$t_0 = 1900$; $L_t = 0{\cdot}21627.10^6.e^{0{\cdot}159t}$

II. szakasz. 1914—1919-ig.

$t_0 = 1900$; $L_t = 0{\cdot}3982.10^6.e^{0{\cdot}0952t}$

III. szakasz. 1919—1932-ig.

$t_0 = 1900$; $L_t = 0{\cdot}4786.10^6.e^{0{\cdot}0846t}$

7. *Nagybritannia.* A bányákban és gyáriparban, vízvezetéki és egyéb közművekben dolgozó hajtómótorok teljesítőképessége 1907—1924-ig.

1907-ben $L_t = 9.117{,}000$; $l_t = 229{\cdot}5$
1924-ben $L_t = 15.584000$;[1] $l_t = 357{\cdot}0$.

8. *Németország.* Huszonöt ipari csoport hajtógépei 1861-1925-ig.

1861-ben $L_t = 389{,}656$; $l_t = 10$
1925-ben $L_t = 21.785{,}822$; $l_t = 349{\cdot}0$.

9. *Norvégország.* Tizenhárom ipari csoport primér mótorjainak teljesítőképessége 1913—1929-ig (a villamos erőművek primér mótorjaival együtt).

---

[1] Ebben a gyáripari $L_t = 11.102{,}400$; $l_t = 254{\cdot}5$.

1913-ban $L_t = 745{,}547$; $l_t = 304$
1929-ben $L_t = 2.267{,}787$;[1] $l_t = 803$.

10. *Olaszország.* A közhasznú és részben közhasznú elektromos erőművek primér mótorjainak teljesítőképessége 1900—1930-ig.

1900-ban $L_t = 183{,}000$; $l_t = 6{\cdot}0$
1930-ban $L_t = 6.250{,}000$;[2] $l_t = 153{\cdot}0$.

I. szakasz. 1900—1915-ig.:

$$t_0 = 1900; \quad l_t = 6{\cdot}383.e^{0{\cdot}1374t}$$

II. szakasz. 1920—1930-ig:

$$t_0 = 1900; \quad l_t = 5{\cdot}715.e^{0{\cdot}1096t}$$

11. *Svájc.* A gyáripar és közüzemek primér mótorjai, 1882—1929-ig.

1882-ben $L_t = 59{,}500$; $l_t = 20{\cdot}80$
1929-ben $L_t = 1.754{,}844$; $l_t = 432{\cdot}4$

$$t_0 = 1884; \quad l_t = 0{\cdot}2t^2 + 0{\cdot}6t + 23.$$

12. *Svájc.* A 450 lóerős és ennél nagyobb vízerőművek vizimótorjai 1895—1930-ig:

1895-ben $L_t = 41{,}088$; $l_t = 13{\cdot}23$
1930-ban $L_t = 2.537{,}785$; $l_t = 623{\cdot}0$

$$t_0 = 1895; \quad l_0 = 0{\cdot}00588t^3 + 0{\cdot}2t^2 + 3{\cdot}5t + 13.$$

13. *Svédország.* Az ipari üzemek, közhasznú villamos erőművek, gát- és vízművek primér mótorjai 1910—1929-ig.

1910-ben $L_t = 811{,}784$; $l_t = 147{\cdot}0$
1929-ben $L_t = 2.226{,}381$; $l_t = 364{\cdot}0$.

14. *Magyar Birodalom.* A gyáripar tizenegy csoportjában és a közhasznú elektromos művekben dolgozó primér mótorok, 1852—1913-ig:

---

[1] Ebben a vízimótorok Lt-je 2.135,345; $l_t = 756$. Az összes tartalékgépekkel együtt $L_t = 2.450{,}995$; $l_t = 869$; ebből 2.283,650 lóerő (93·1 %) vízimótor.

[2] Ebből vízimótor $L_t = 5.200{,}000$; $l_t = 127{\cdot}3$.

1852-ben $L_t = 43{,}264$; $l_t = 3{\cdot}30$
1913-ban $L_t = 782{,}817$; $l_t = 41{\cdot}80$.
1885—1913-ig, ha $t_0 = 1885$

$$l_t = 7{\cdot}0795 . e^{0{\cdot}0548t}$$

15. *Csonkamagyarország.* A gyáripar tizenegy csoportjában és a közhasznú elektromos művekben dolgozó primér motorok 1913—1929-ig:

1913-ban[1] $L_t = 401{,}820$; $l_t = 51{\cdot}40$
1923-ban $L_t = 631{,}154$; $l_t = 76{\cdot}80$
1929-ben $L_t = 903{,}502$; $l_t = 105{\cdot}00$
1923—1929-ig, ha $t_0 = 1885$,

$$l_t = 8{\cdot}2225 . e^{0{\cdot}0555t}$$

1929-ben a bányaüzemekben 25,844 lóerőnyi primér mótor iratott össze; ugyanez évben az összeírásba fel nem vett közművekben, kis- és középiparban dolgozó primér mótorok teljesítőképességét összesen 135,500 lóerőre becsülöm. *Mindezekkel* együtt 1929-ben a primér mótor L_t=1.065,000; l_t=123 lóerő volt.

16. *Csonkamagyarország.* A gyáripar tizenegy csoportjában dolgozó hajtómótorok 1923—1929-ig.

1923-ban $L_t = 493{,}919$; $l_t = 60{\cdot}10$
1929-ben $L_t = 588{,}576$; $l_t = 68{,}40$.

A Magyar Birodalomban, illetőleg Csonkamagyarországon eddig elért hányadokkal való összehasonlítás céljából még a következő géphányadokat adom:

17. *Bolgárország.* A gyáripar, közép-, kis- és háziipar, kertészeti és bányaüzemek és központi elektromos művek primér mótorjai 1926-ban.

$$L_t = 251{,}466; \qquad l_t = 46.$$

18. *Csehoszlovákia.* Az ipari tevékenység tizenkilenc csoportjában (beleértve a fémkohászatot és fémek finomítását, gázmüve-

[1] A Csonkamagyarországot alkotó területrészen.

ket, bánya-, koksz- és brikettműveket) dolgozó hajtómótorok 1926-ban.[1]

$$L_t = 1.991{,}151\,; \quad l_t = 139{\cdot}0.$$

19. *Észtország.* A gyáripari üzemek tizenegy csoportjában dolgozó hajtómótorok 1928-ban.

$$L_t = 44{,}899\,; \qquad l_t = 39.$$

20. *Lengyelország.* A bányákban, gyártóiparban, közhasznú elektromos művekben és vízvezetéki művekben dolgozó primér mótorok 1927-ben.

A bányákban	$L_t = 740{,}712\,;$	$l_t = 24{\cdot}7$
A gyártóiparban	$L_t = 956{,}570\,;$	$l_t = 31{\cdot}9.$
A közhasznú elektromos művekben	$L_t = 625{,}953\,;$	$l_t = 20{\cdot}87$
Összesen	$L_t = 2.323{,}235\,;$	$l_t = 77{\cdot}47.$

21. *Rumánia.* Tíz gyártóipari csoport és a közhasznú elektromos művek primér mótorjai 1925-ben.

Tíz gyártóipari csoport ..	$L_t = 504{,}500\,;$	$l_t = 40{\cdot}4$
Közhasznú elektromos művek és gázművek	$L_t = 192{,}392\,;$	$l_t = 11{\cdot}1$
Összesen	$L_t = 696{,}892\,;$	$l_t = 51{\cdot}5.$

Ugyane tíz gyártóipari csoportban a hajtómótorok teljesítőképessége volt összesen

$$L_t = 608{,}534\,; \qquad l_t = 35{\cdot}3$$

ebből a *gyáripari* hajtómótor:

$$L_t = 409{,}050\,; \qquad l_t = 23{\cdot}8 \text{ volt.}$$

Az I. táblában a megvizsgált fejlődési szakasz első és utolsó évében elért *lakosonkénti elektromos energiahányadokat* közlöm. Az

[1] Kétségtelen, hogy a hivatalos statisztika több esetben az összegezésbe foglalta az olyan primér mótorokat is, melyek az összeírásba felvett elektromótorokat tápláló generátorok hajtására szolgáltak; ezért a megadott számokban számottevő kettős tétel is van.

a) oszlopban az egyes államokban összeírt valamennyi elektromos generátor K_t együttes energiatermeléséből számított k_t lakosonkénti energiahányadot, a *b)* oszlopban ennek a központi elektromos művekben termelt részét közlöm.

E hányadoknak fejlődési irányzata is — mint már kimutattam — erősen gyorsuló; az időgörbéket, illetőleg egyes szakaszaikat ugyancsak exponentiális, másod- vagy harmadfokú görbék szakaszaival helyettesíthetjük.

Így pl. az Amerikai Egyesült Államokban a központi elektromos művek és elektromos vasúti művek összes K_t energiatermelésének időgörbéjét a következő függvény-szakaszokkal helyettesíthetjük:

I. szakasz. 1905—1916-ig.

$$t_0 = 1905; \qquad K_t = 9{\cdot}81.10^9.e^{0{\cdot}1185t}$$

II. szakasz. 1916—1930-ig.

$$t_0 = 1905; \qquad K_t = 11{\cdot}12.10^9.e^{0{\cdot}0898t}$$

Az *Olaszországban* a központi elektromos művekben termelt energia időgörbéjét a következő függvényszakaszokkal ábrázolhatjuk:

I. szakasz. 1909—1918-ig:

$$t_0 = 1909; \qquad K_t = 1{\cdot}098.10^9.e^{0{\cdot}1407t}$$

II. szakasz. 1920—1930-ig:

$$t_0 = 1909; \qquad K_t = 1{\cdot}1615.10^9.e^{1{\cdot}085t}$$

Az elektromos energiahányad fejlődésére erősen gyorsító hatással van az a körülmény, hogy a korszerű nagy művekben olcsón termelt elektromos energia átlagos árának csökkenésével az elektromos energia alkalmazási köre a háztartási és ipari melegfejlesztésre is kiterjed. Korszerű energiagazdálkodásunkban e fejlődési irányzat abban nyilvánul, hogy egyre gyarapszik az olyan energiafogyasztók száma, akik melegszükségletüket azelőtt saját tűzhelyeiken, közvetetlenül a tüzelőanyagokból fejlesztették és e célra nem vették igénybe a mechanikai munkát fejlesztő primér mótorokat.

I. tábla.

Valamennyi elektromos generátor termeléséből számított elektromos energiahányad és ennek a központi elektromos művekben termelt része.

Ország	Év	Termelés k_t = KWóra lakosonként	
		valamennyi generátor termelése *a*	a központi elektromos-művekben termelt rész *b*
Amerikai Egyesült Államok	1902	—	60·4
	1933	—	805·0
Belgium	1923	212	—
	1931	527	258
Bolgárország	1931	—	21
Csehszlovákia	1922	100	70
	1929	209	146
Észtország	1929	—	2·6
Finnország	1927	—	191
	1932	—	396
Franciaország	1923	—	194
	1933	—	347
Kanada	1918	—	561
	1930	—	1770
Lengyelország	1933	73	38
Nagybritannia	1907	59·4	—
	1933	437·0	340
Németalföld	1931	265·0	—
Német Birodalom	1925	326	159
	1931	396	221
Norvégország	1925	—	2650
	1929	—	2990
Olaszország	1910	—	37·0
	1933	—	271·0
Osztrák Állam	1926	325	—
	1929	378	245
Svájc	1915	499	—
	1929	1375	—
Svédország	1913	257	—
	1929	811	530
Románia	1931	31	17
Csonkamagyarország	1921	—	29·3
	1929	100·4	80·9

Minthogy az elektromos energiahányad a mechanikai munkahányadnak egyik összetevője, az imént vázolt fejlődési irányzat a *mechanikai munkahányad* fejlődésének erős gyorsulásában is nyilvánul.

Nem szorul bővebb magyarázatra, hogy a gazdasági tevékenység fenntartására szükséges munkamennyiségnek elektromos energiával való teljes fedezéséről szó sem lehet; ezért a t időpontban elért k_t elektromos energiahányad az m_t munkahányadnál sokkal kisebb és ezt soha el nem érheti.[1]

A mechanikai munka és melegtermelés folyamataiban észlelhető fejlődési irányzat, a természetes rendeződési folyamat, kifejezésre jut a gépi kultúrára áttért nemzetek tüzelőanyagfogyasztásában, a tüzelőanyagok termelési és fogyasztási időgörbéiben is. Elég, ha néhány példát közlök.

Legyen S_t a t sorszámú évben fogyasztott szén- vagy ásványolajmennyiség millió tonnában, s_t az S_t-ből számított lakosonkénti szén- vagy olajfogyasztás kilogrammban, t_0 az időszámítás kezdő éve, akkor a *világ széntermelésének fejlődését* az 1865—1915 időközben a következő függvénnyel ábrázolhatjuk:

$$t_0 = 1860; \qquad S_t = 144{\cdot}5.e^{0{\cdot}04167t}$$

A világ ásványolajtermelése az 1860—1925 időközben a következő két függvényszakasszal ábrázolható:

I. szakasz. 1860—1880-ig:

$$t_0 = 1860; \qquad S_t = 0{\cdot}1585.e^{0{\cdot}1636t}$$

II. szakasz. 1880—1925-ig:

$$t_0 = 1860; \qquad S_t = 0{\cdot}851.e^{0{\cdot}07955t}$$

---

[1] Eddig idézett dolgozataimban már rámutattam arra, hogy nemcsak a közúti teherforgalomban, hanem a gazdasági tevékenység többi ágában is, különösen a földmívelő üzemekben az igavonó állatok munkáját nem nélkülözhetjük, az állati munka teljes kiküszöböléséről szó sem lehet.

Svédország fejenkénti szénfogyasztásának fejlődését az 1870—1905 időközben igen nagy megközelítéssel a

$$t_0 = 1870; \qquad s_t = 135 . e^{0{\cdot}05t}$$

függvény adja.

Norvégország fejenkénti szénfogyasztásának fejlődése az 1855—1895 időszakban a

$$t_0 = 1855; \qquad s_t = 58{\cdot}9 . e^{0{\cdot}05145t}$$

függvénnyel ábrázolható.

A Magyar Birodalom széntermelésének fejlődését az 1870—1910 időszakban a

$$t_0 = 1870; \qquad S_t = 1{\cdot}139 . e^{0{\cdot}0478t}$$

függvénnyel ábrázolhatjuk.

Az itt közölt eredményekből, éppen úgy, mint a már idézett dolgozatokban közölt eredményekből, megállapíthatjuk azt, hogy *Csonkamagyarország* a gépi kultúra fejlettsége dolgában is Dániával, Finnországgal, Franciaországgal, Olaszországgal, Osztrákországgal és Csehoszlovákiával egy rendbe tartozik.[1]

A gyorsulás, mellyel a géphányadok, mechanikai munkahányadok és elektromos energiahányadok mindenütt gyarapodnak, arra int, hogy kellő előrelátással és megalkuvást nem ismerő következetességgel mindent elkövessünk, hogy energiagazdálkodásunk fejlődési irányzatában törés, lanyhulás ne álljon be, különben az eddig mögöttünk haladó államok utólérnek és a gazdasági versenyben lemaradunk.

A hányadokat, melyeket e célból *el kell* érnünk, extrapolátió útján az eddigi időgörbékből megszerkeszthetjük.[2]

Szembeötlő, hogy a gépi kultúrában való fejlettség, a nagy géphányad és a nagy elektromos energiahányad nem a nagy lakosszámú és nagy nemzeti vagyonú államok kiváltsága. A legnagyobb géphányadokat és elektromos energiahányadokat a kereken

---

[1] Lásd: Math. és Természettud. Ért. L. köt. 259. és 289. o.

[2] Hoor-Tempis Móric: «Csonkamagyarország és a külföld lakosonkénti géphányadai és az évenként fogyasztott mechanikai munkamennyiség.» Math. és Természettud. Ért. LIII. köt. 293. o.

4.077,100 lakosszámú Svájc (vízimótorok l_t-je = 623 lóerő; k_t=1375 KWó), a kereken 10.218,000 lakosszámú Kanada (vízimótorok l_t-je=685 lóerő; k_t=1770 KWó) és a kereken 2.810,000 lakosszámú Norvégország (tizenhárom ipari csoport a villamos erőművekkel együtt l_t=803 lóerő; k_t=2990 KWó) érte el.

A középeurópai államok ugyanezen gyüjtési kereteire vonatkoztatott géphányadai és elektromos energiahányadai az imént említett hányadoknál és az Egyesült Államok hányadainál is jóval kisebbek. Abból a tényből, hogy a gépi kultúra e magas fokát elérve, 1929-ig — a legújabb gazdasági világválság bekövetkeztéig — a haladó irányzat megvolt és a nemzeti jövedelem egyre gyarapodott, megállapíthatjuk, hogy az ugyanekkor kisebb hányadot elért államok gazdasági életében a válságot és a munkátlanságot nem a gépi kultúra térfoglalása okozta. Ezt az igazságot különben az imént idéztem két dolgozatomban előadottakkal is már bebizonyítottam.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. november 12-i üléséből.)

DER JAHRZEHNTGANG DER ENTWICKLUNG DER MASCHINENQUOTE JE EINWOHNER UND DER ERZEUGTEN MECHANISCHEN ARBEIT IN DEN KULTURSTAATEN.

Von: MORIZ von HOOR-TEMPIS, Korr. Mitglied.

Verfasser hat bereits nachgewiesen, dass der Entwicklungsgang der Maschinenquote je Einwohner in allen Kulturstaaten vollkommen ähnlich ist. Die Maschinenquote und ebenso die mechanische Arbeitsquote je Einwohner nimmt von Jahr zu Jahr mit Beschleunigung zu. Es offenbart sich in der Regelmässigkeit und Aehnlichkeit dieser Zeitkurven das Bestreben, in der unabsehbaren Vielfältigkeit der Vorgänge in einem gegebenen Wirtschaftsvolumen eine bestimmte Ordnung herzustellen.[1]

Die gegenwärtige Arbeit behandelt eine Reihe von Beispielen und gibt die berechneten Konstanten für die Exponentialfunktionen, bezw. Kurven zweiten und dritten Grades, durch die einzelne Abschnitte der Zeitkurven der Maschinenquoten mit grosser Annäherung ersetzt werden können. Es wird ferner anhand von Beispielen gezeigt, dass die Zeitkurven der elektrischen Energiequote (erzeugte *kwh* je Kopf und Jahr) in allen Kulturstaaten analog verlaufen und einzelne Abschnitte in vielen Fällen durch Exponentialfunktionen mit grosser Annäherung dargestellt werden können.

Dieselbe Entwicklungstendenz zeigen die Zeitkurven der zur Erhaltung der Wirtschaftstätigkeit in den Kulturstaaten je Kopf verbrauchten mechanischen Arbeitsquoten, sowie auch der Kohlen-

[1] Siehe die oben zitierten Abhandlungen.

quoten und Ölquoten. Als Beispiel werden die Konstanten der Exponentialfunktionen angegeben, durch die die Zeitkurven des Weltverbrauches an Kohle und Erdöl, ferner die Zeitkurven des Kohlenverbrauches in Schweden, Norwegen und im Königreich Ungarn mit grosser Annäherung dargestellt werden können.

Die angeführten Beispiele beweisen, dass die Grösse der Maschinenquote und der erreichten elektrischen Energiequote nicht durch die Einwohnerzahl bedingt wird. Die Beispiele zeigen gerade, dass die höchsten Werte für Maschinenquoten im Allgemeinen, Wasserkraftmotorenquoten und elektrische Energiequoten in Ländern mit einer Einwohnerzahl von 10 Millionen und darunter erreicht werden (Canada, Norwegen, Schweiz).

Es ist bemerkenswert, dass Norwegen mit einer Einwohnerzahl von rund 2·8 Millionen im Jahre 1930. unrer allen Ländern die höchste Primär-Motorenquote (13 Industriegruppen und elektrische Anlagen) mit 803 *PS* je Kopf und die höchste elektrische Energiequote mit 2990 *KWSt* erreicht hat.

Die angeführten Beispiele zeigen ferner, dass der Entwicklungsgrad der Maschinenkultur in Trianon-Ungarn von der gleichen Ordnung mit jenem Dänemarks, Finnlands, Frankreichs, Italiens, Österreichs und der Tschechoslovakei ist.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. November 1934.)

CSONKAMAGYARORSZÁG ÉS A KÜLFÖLD LAKOSONKÉNTI GÉPHÁNYADAI ÉS AZ ÉVENKÉNT FOGYASZTOTT MECHANIKAI MUNKAMENNYISÉG.

HOOR-TEMPIS MÓRIC l. tagtól.

A gépi kultúrára áttért államok gazdasági tevékenységében évenként fogyasztott mechanikai munka mennyiségét a termelési és teljesítményi statisztika adataiból kiszámítva megállapíthatjuk, hogy közúti gépi járművek, vízi- és légijárművek állománya és munkateljesítménye és az ezekből számított lakosonkénti hányadok dolgában az egyes államok között nagy különbségek vannak. Minthogy mind e járművek munkateljesítményét csak durva megközelítéssel becsülhetjük és a dolog természeténél fogva munkaszükségletük termelésének összevonásáról szó sem lehet, e munkahányadokat külön kell nyilvántartanunk. Az egyéb tevékenységi ágak munkaszükségletének fejlődésében, a munkahányadok összetételében az analógia teljes.[1]

A mechanikai munkatermeléssel, többi között az ember munkatermelésével és a munkatermelés és nemzeti jövedelem közötti összefüggéssel általánosságban régebben I. A. Hobson és T. N. Carver foglalkozott;[2] a nem mezőgazdasági üzemekben dolgozó igavonó állatok («animals working not on farms») teljesítőképes-

---

[1] Lásd Hoor-Tempis Móric: «A művelt államok lakósonkénti géphányadának és évenkénti mechanikai munkatermelésének évtizedes fejlődési irányzata». Mat. és Természettud. Ért. LIII. köt. 279. o.

[2] I. A. Hobson: «Work and Wealth: A Human Valuation»; New-York, 1914. — T. N. Carver: «The Economy of Human Energy»; New-York, 1924.

ségéről C. D. KINSMAN adott részletes tanulmányt,[1] de e szerzők egyike sem kísérelte meg az évenként végzett munkaintegrálnak számítását.

Jelen munka szerzője a művelt nemzetek mechanikai munkaszükségletére vonatkozó tanulmányainak eredményét — a már ismertetett módszer alkalmazásával — első ízben az 1912. évben, majd az 1921. évben tette közzé.[2]

Az *Egyesült-Államok* gazdasági tevékenységében alkalmazott, mindennemű primér mótor és a munkát végző állatok teljesítőképességéről részletes tanulmányt közölt az 1933. évben CARROL R. DAUGHERTY, de ez alkalommal sem kísérelte meg a munkateljesítmény számítását.[3]

Újabban THOMAS T. READ (Columbia University) kísérelte meg a gépi kultúrára áttért államok gépi és állati munkatermelésének számítását;[4] tanulmányában — melyet 1933-ban tett közzé — a vízimótorok teljesítőképességéből és a különféle kalórikus mótorok üzembentartására fogyasztott szén- és olajfajták mennyiségéből következtet a naponként összesen termelt mechanikai munka mennyiségére és az évenkénti és fejenkénti munkahányadra. A READ követte eljárás nem adhat jól megközelítő eredményeket; a szerző tanulmányában maga is rámutat arra, hogy a becslés alapjai bizonytalanok. Később látni fogjuk, hogy a tanulmányában

---

[1] C. D. KINSMAN: «An appraisal of power used on farms in the United States». U. S. Department of Agric., Bull. 1348, Washington, Gov. Printing Off. 1925.

[2] M. DE HOOR-TEMPIS: «De l'énergie mécanique consommée par les peuples civilisés et de la houille blanche.» Revue de Hongrie. T. IX. (1912) p. 350.

HOOR-TEMPIS MÓRIC: «A művelt nemzetek mechanikai munkaszükséglete». Mat. és Természettud. Értesítő XXXVIII. (1921) p. 293 és 306.

HOOR-TEMPIS MÓRIC: «Az európai államok energiagazdálkodása és a békeszerződések». Magyar Helikon, 1921. évf. p. 870. (A Magyar Külügyi Társaság kiadása.)

[3] CARROL R. DAUGHERTY: «Horsepower Equipment in the United States 1869—1929». The American Economic Rev. XXIII. (1933) p. 428.

[4] THOMAS T. READ: «The World's output of Work.» The American Economic Rev. XXIII. (1933) p. 55.

közölt munkahányadok egyikének-másikának valószínű hibája elég nagy (pl. Magyarország és Norvégország esetében).[1]

Fentidézett, valamint az 1930. évben közzétett tanulmányaimban[2] a munkahányadok kiszámításakor nemcsak a vizi- és légijáróművek és a személyszállító közúti járóművek (gép- és állat vontatta járóművek) munkaszükségletét rekesztettem ki az összegezésből, hanem — megbízható adatok híján — a közúti teherszállító, valamit az őstermelés termékeit rendeltetési helyükre szállító (állat- és gép vontatta) járóművek munkáját sem vettem fel.

Az azóta folytatott vizsgálatok során e legutóbb említett tevékenységi ágak munkaszükségleteit is figyelembe vettem. Az 1929. és 1930. évben a különféle államokban évenként átlag termelt mechanikai munkaintegrálból számított országos átlagos munkahányadokat a következő tábla mutatja. Az itt közölt munkahányadok a *vízi* és légi járművek, valamint a személyszállító közúti járóművek *kivételével, minden tevékenységi* ág munkaszükségleteinek összességét adja és magában foglalja nemcsak a vontatógépek és munkagépek és állatok munkatermelését, hanem azokat a munkaveszteségeket is, melyek — az egész munkaszükségletnek villamos energiával való egységes ellátása esetén — a szétosztó rendszerek

---

[1] READ az emberek munkáját naponta átlag 0·333 lóerőórára teszi, aminek naponta 0·243 KWh és évenként 84 KWh munkaegyenérték felel meg. E lakosonkénti munkateljesítményt minden államban ugyanannak tételezi fel. A kalórikus primérmótorok évi munkaszolgáltatását az üzemek szén- és olajfogyasztásából számítja oly módon, hogy egy lóerőórányi munka termelésére 4350—8220 kg kalóriás szénből átlag 4 font szénfogyasztást, és 183 lóerőóra termelésére 1 barrel olajfogyasztást vesz alapul; a kalórikus gépekkel fejlesztett mechanikai munka KWh egyenértékének megfelelő fajlagos fogyasztás szerinte szénben 10,700—20,300 kg kalóriányi szén, olajban 9560 kg-kalóriányi olaj volna. A vízerőművek munkateljesítményét a vízimótorok teljesítőképességéből és a becsült átlagos üzemi óraszámból számítja. Az ilyen bizonytalan alapon számított eredmény a valóságot a legjobb esetben is csak távolról közelítheti meg.

[2] HOOR-TEMPIS MÓRIC: «Elmélkedés városaink energiagazdálkodásáról, a gépkvótáról és az országos munkakvótáról». Városok Lapja. XXV. évf. (1930), 153. o.

(transzformátorok, vezetékek, erőművek segédüzemei, stb.) veszteségeiből származnak.[1]

Az egyes tevékenységi ágak munkaszükségletét már régebben ismertetett módszerem szerint[2] az évenkénti teljesítményi, illetőleg termelési statisztika alapján számítottam, a gazdaságos termelés és teljesítmény egységére átlag szükséges — kísérleti úton meghatározott — fajlagos munkaszükségletek figyelembevételével. Ilyen módon eljárva, nem kellett az átlagos évi üzemóraszámra, illetőleg terhelési tényezőre vonatkozó bizonytalan feltevésekből kiindulnom. A kiszámított munkaintegrálok és ezekből számított ezerlakosonkénti munkahányadok helyesek annyira, amennyire a termelési és teljesítményi statisztika pontos.

A munkaszükségletnek ilyen módon való kiszámításakor csupán csak abból a feltevésből indultam ki, hogy a termelés és teljesítmény egységére nem több, mint a korszerű jó gazdálkodásban átlag szükséges mechanikai munka fordíttatik. Minthogy ezidőszerint még a legtöbb állam gazdasági tevékenysége a gazdaságosság optimumát nem közelíti meg, a kiszámítottam munkahányadok a valóságos munkahányadoknál kisebbek és a mindenkori alsó határnak tekintendők.

Az összegezésbe foglalt tevékenységi ágakban végzett emberi munkát nem vettem figyelembe.

A kiszámított munkahányadokkal a lakosonkénti elektromos energiahányadokat, tehát a munkahányadok ama részét állítottam szembe, amelyet az egyes államokban elektromos generátorok termeléséből láttak el az 1929/30. évi átlagban.

A kimutatott munkahányad és az elektromos energiahányad különbsége azt a hányadrészt adja, mely a még nem villamosított,

---

[1] E munkahányadok tehát annak az M kilowattórányi elektromos energiaintegrálnak lakosonkénti hányadai, amelyet egy-egy évben és államban az említett tevékenységi ágak (őstermelés, ipar, háztartások s mindennemű egyéb tevékenység, de az összes vízi- és légi járművek és személyszállító közúti járművek kivételével) egész munkaszükségletének fedezésére korszerű nagy elektromos erőművek egységes rendszerében termelni kellene, ha az elosztási veszteséget átlag és kereken 20 százalékra tesszük.

[2] Lásd az imént említett dolgozatomban idézett értekezéseket.

A különféle célokra gépekkel és állatokkal évenként termelt mechanikai munka egyenértéke és ennek elektromos generátorokkal termelt része 1929—1930-ban.[1]

Ország	Az évenkénti munkatermelés egyenértéke	Az összes munkatermelésből elektromos generátorokkal termelt rész			Év	Lakosok száma
		Közhasznú és részben közhasznú művek termelése	Saját céljaikra termelő üzemek	Összesen		
	KWóra lakosonként					
Amerikai Egyes. Államok	2300	783	—	—	1930	122.775,046
Belgium	1800	258	269	527	1931	8.092,004
Bolgárország	220	21	—	—	1931	5.900,000
Cseh-Szlovák Állam	650	146	63	209	1929	14.616,000
Dánia	700	105	49	154	1929	3.540,000
Észtország	230	2·7	—	—	1929	1.116,000
Finnország	600	396	—	—	1932	3.735,000
Franciaország	1200	347	—	—	1933	42.050,000
Lengyelország	400	38	35	73	1933	32.626.000
Jugoszláv Állam	250	39	22	61	1932	14.135,000
Kanada	2500	1770[3]	—	—	1930	10.217,956
Nagybritannia	1700	340	97	437	1933	46.600,000
Németalföld	1000	265[2]	—	—	1931	7.935,665
Németország	1400	221	175	396	1931	65.400,000
Norvégország	3300	—	—	2990	1929	2.810,000
Olaszország	650	271	—	—	1933	41.230,047
Osztrák Állam	600	229	94	323	1932	6.806,000
Svájc	1800	920	330	1250[4]	1930	4.077,099
Svédország	1600	530	281	811	1929	6.114,000
Spanyolország	450	112	—	—	1930	23.714,000
Románia	200	14	18	32	1930	18.025,237
Csonkamagyarország	420	80·9	19·5	100·4	1929	8.688,319

[1] Valamennyi tevékenységi ág munkatermelése, a közúti, légi- és vízijárművek munkaszükséglete nélkül.

[2] E hányadban nemcsak a közhasznú és részben közhasznú erőművek munkatermelése, hanem a bányák és vaskohók elektromos energiatermelése is bennfoglaltatik.

[3] Ebből Kanadában maradt 1645 KWh lakosonként.

[4] Svájcban maradt 1002 KWh lakosonként.

korszerű és nem korszerű mindenféle üzemben dolgozó primér mótorok és az állatok munkatermeléséből adódott össze.[1]

E hányadokból mindenekelőtt azt látjuk, hogy a gazdasági tevékenység erőssége, a nagy munkahányad, az energiagazdálkodás nagy fejlettsége nem a nagy lakosszámú államok kiváltsága. A táblában kimutatott államok sorában Észtországtól eltekintve, *Norvégország* a legkisebb lakosszámú ország, mégis országos munkahányad és elektromos energiahányad dolgában valamennyi államot jóval megelőzte.[2] Utána munkahányad és elektromos energiahányad dolgában *Kanada*, ezután pedig *Belgium*, *Svájc* és *Svédország* következik, melyek lakosszáma a tízmilliónál kisebb. Csonkamagyarország munkahányad dolgában (éppen úgy, mint ezerlakosonkénti géphányad tekintetében is), *Csechoszlovákiával*, *Dániával*, *Finnországgal*, *Lengyelországgal*, *Osztrákországgal* és *Spanyolországgal* egy rendbe tartozik.[3]

A lakosonkénti mechanikai munkahányadban a fejlődés kezdetén aránylag nagy részt vesz igénybe a vasutak vontatási munkája; a gazdasági tevékenység fejlődésével — minthogy a vasuti vontatási teljesítmény sokkal kisebb gyorsulással nő, mint az országos munkahányad — a vasuti vontatási munkának megfelelő munkahányad százalékos arányszáma egyre kisebbedik. A vasuti

---

[1] Nem szorul bővebb magyarázatra, hogy az összefoglalásba fentiek szerint felvett gazdasági tevékenységek teljes villamosításáról szó sem lehet; az elektromos energiahányad tehát a legelőrehaladottabb államokban is az országos munkahányadnál jóval kisebb és a távoli jövőben sem fogja a munkahányadot megközelíthetni.

[2] Norvégország elektromos energiahányadából legott megállapíthatjuk, hogy READ fentemlített számítása megtévesztő eredményekhez vezet. READ adatait (lásd az idézett dolgozatban közölt táblázatot) KWh-ra átszámítva, azt látjuk, hogy szerinte 1930-ban Norvégország *minden* tevékenységi ágát, tehát a közúti közlekedést is felölelő munkahányada 2040 KWh, ennek vízierővel fedezett része pedig 1520 KWh lett volna, holott az elektromos energiahányad 1929-ben már 2990 KWh volt.

Ugyancsak hibás Svájc munkahányada és vízzel termelt elektromos energiahányada (READ szerint 1185 KWh, illetőleg 768 KWh). Magyarország munkahányadát READ 302 KWh-ban adja meg; ha ebből a 98 KWh-val számított emberi munkát levonjuk, 204 KWh-nyi hányadot kapunk a táblázatomban kimutatott 420 KWh helyett.

[3] V. ö. a fentidézett értekezésben előadottakkal.

vontatási munkahányadban kifejezésre jut az államok földrajzi alakja és kiterjedése. Így pl. az Amerikai Egyesült-Államok vasutainak munkaszükségletéből számított lakosonkénti vasuti munkahányad 1930-ban 280—300 KWó volt; *Kanadában* ugyanez évben 260—280 KWóra volt a vasúti munkahányad. *Nagybritanniában* 1927-ben a vasuti munkahányadot 150—160 KWórára, Svájcban 1929-ben 180—200 KWórára, Svédországban 1930-ban 140—150 KWórára tehetjük. A *Magyar Birodalom* vasúti munkahányada 1913-ban 70 KWóra, *Csonkamagyarország* vasúti munkahányadát 1930-ban legfeljebb 50—55 KWórára tehetjük.[1] A Csonkamagyarországot alkotó területen teljesített vasuti vontatási munkának megfelelő hányad 1913-ban lakosonként 84 KWó volt.

Az Egyesült-Államok, valamint Kanada nagy vasúti munkahányada — bár a terület egységére számított, egy-egy évben szükséges elegytonnakilométer teljesítmény sokkal kisebb, mint Svájcban vagy Nagybritanniában — annak a kifejezője, hogy a nagy távolságoknál fogva a gazdasági élet lebonyolítására lakosonként sokkal több elegytonnakilométert kell teljesíteni, mint másutt.

A földművelés munkaszükséglete a művelés módjával, a talaj kötöttségének fokával, a szántás barázdamélységével, a művelés belterjességének fokával tág határok között változik. Művelt hektáronként külterjes művelés esetén évenként 40 kilowattórányi munkaegyenértéket, teljesen kifejlett, erősen belterjes gazdálkodás, mesterséges öntözés esetén, stb. hektáronként és évenként 100 kilowattórányi munkaegyenértéket kell számításba vennünk.

A termés mineműségét és mennyiségét, valamint az összes körülményeket gondosan mérlegelve, arra az eredményre jutok, hogy a földművelésre évenként fordított mechanikai munka egyenértékéből számított lakosonkénti munkahányad 1930-ban legfeljebb

---

[1] Már említettem, hogy az államok földrajzi alakja és mérete már a szénfogyasztás megoszlásában is kifejezésre jut. A vasutak szénfogyasztási egyenértékéből számított fejenkénti szénhányad pl. az *Amerikai Egyesült-Államokban* 1930-ban 1060 kg, *Kanadában* 1050 kg, *Nagybritanniában* 313 kg, a *Magyar Birodalomban* 1913-ban 155 kg és *Csonkamagyarországon* 1930-ban 162 kg volt.

lehetett: *Belgiumban* 40—50 KWóra, az *Amerikai Egyesült-Államokban* 100—110 KWóra, *Kanadában* 140—160 KWóra,[1] Németországban 60—70 KWóra, *Csonkamagyarországon* 55—60 KWóra; *Magyarországon* 1913-ban e lakosonkénti munkahányadot 47 KWórára tehetjük.

1919. október 4-én kelt tanulmányomban[2] kimutattam, hogy *Magyarország*, illetőleg *Csonkamagyarország* mechanikai munkaszükséglete — a közúti gépi járművek és állat vontatta járművek és hajók szükséglete nélkül — 1913-ban a következőképen alakult:

Gazdasági tevékenységi kör:	Mechanikai munkaszükséglet egyenértéke 1913-ban millió KWh:	
	Magyarország	Csonkamagyarország (mai területe)
a) földművelés, kertgazdaság, erdészet stb..	882·4	346·0
b) bányaüzemek	182·4	125·0
c) házi-, kézműves és középipar	64·0	40·0
d) gyáripar és közüzemek	1557·2	827·0
e) vasutak	1325·0	652·0
Összesen ...	3951·0	1990·0

	Magyarország	Csonkamagyarország
A számított lakosság kereken volt	18.700.000	7.800,000
A lakosonkénti és évenkénti munkahányad tehát volt	213 KWh	255 KWh

A háborúelőtti két évtized irányzatát figyelembe véve, az előbb említett dolgozatban az 1930. évre a következő mechanikai munkakvótát irányoztam elő:

---

[1] A külterjes gazdálkodás dacára is a legnagyobb lakosonkénti földművelési munkahányad; ez a kivitelre dolgozó nagy termelőterületek és az erdőgazdaságban folyó nagy fakitermelés hatását mutatja.

[2] Lásd: HOOR-TEMPIS MÓRIC: «The mechanical energy in the Household of Hungary and Clémenceau's demarcational Line of June 13th 1919»; a Magyar Békedelegáció iratai között.

Lásd továbbá: a számítottam és szerkesztettem térképeket: EDVI ILLÉS ALADÁR és HALÁSZ ALBERT: «Magyarország gazdasági térképekben». Kiadja Emich Gusztáv keresk. miniszter. Budapest, 1920. 8. és 16. sz. térkép.

Gazdasági tevékenységi kör :		A mechanikai munkaszükséglet 1930-ra előirányzott villamos egyenértéke millió KWh :
a) földművelés, kertgazdaság, erdészet stb....	1430	550
b) bányaüzemek	260	180
c) házi, kézműves- és középipar	80	55
d) gyáripar és közüzemek	2500	1150
e) vasutak	1600	850
Összesen	5870	2785

Ez évben *Nagymagyarország* számított lakossága, illetőleg *Csonkamagyarország* tényleges lakosszáma kereken

20.000,000 8.688,000

Az előirányzott, lakosonkénti évi munkakvóta tehát lett volna

294 KWh 320 KWh

Az 1929-ben Csonkamagyarországon elért munkahányad a háborúelőtti fejlődési görbéből extrapolált 320 KWórányi munkahányadnál nagyobb, 440 KWó volt.[1]

1930 óta a munkahányad — a gazdasági világválság idején — nem gyarapodott és jelenleg (1934-ben) ugyancsak 440 KWórára tehetjük.

Tételezzük fel, hogy 1935-től kezdődőleg ismét a válság előtti fejlődési irányzatot állítja be a gazdasági tevékenység. Az 1930-ig megszerkesztett időgörbét önmagával párvonalosan 5 évvel előretolva, a következő évtizedekben várható munkahányadokat extrapolálhatjuk. Ha 1935-ben az m_t=440 kezdő értékből kiindulva, a t időt a t_0=1935-től számítjuk, a t időben várható munkahányadokat az $m_t=440.e^{0{\cdot}052t}$ görbe adja. 1935-től kezdve, zavartalan gazdasági fejlődést feltételezve, 1940-ben 596, 1945-ben 759,

[1] A jelenleg Csonkamagyarországot alkotó országrész munkahányadait visszamenőleg — az egész ország munkahányadaitól elkülönítve — nem lehetett megállapítani. Ezért az idézett tanulmányban a Birodalom átlagos munkahányadainak időgörbéiből kellett Csonkamagyarország 1930-ban várható munkahányadát extrapolálnom. A bekövetkezett fejlődés az akkor feltételezettnél gyorsabb volt; Csonkamagyarország a világháború után nagyobb géphányaddal indult, mint amilyent a Magyar Birodalom 1913-ban elért. Lásd a fentidézett értekezésben közölt adatokat: Mat. és Természettud. Ért. LIII. köt. 279. o.

1950-ben 978 és 1955-ben 1245 KWórával egyenértékű m_t munkahányadokkal kell számolnunk.

Csonkamagyarország tizenegy gyáripari csoportjában és a közhasznú elektromosművekben dolgozó primér mótorok teljesítőképességéből számított ezerlakosonkénti géphányad l_t=105·0 lóerő volt és az 1923—1929 időközben a géphányadok időgörbéjét nagy megközelítéssel az

$$l_t = 8{\cdot}2225 . e^{0{\cdot}0555 t} ; t_0 = 1885$$

függvénnyel ábrázolhatjuk.[1]

A közeljövőben várható géphányadokat kiszámítva azt látjuk, hogy 1935-ben 131·5, 1940-ben 174·0, 1945-ben 237, 1950-ben 304 és 1955-ben 400 lóerőnyi ezerlakosonkénti géphányaddal kell számolnunk.

A közhasznú és részben közhasznú elektromos művek termelésének évtizedes fejlődési irányzatát a rendelkezésre álló — néhány évre vonatkozó — adatok alapján pontosan még nem határozhatjuk meg. Mindössze a fejlődési irányzat felső és alsó határgörbéit szerkeszthetjük meg. Ha azt tételezzük fel, hogy a fejlődés az 1935. évtől kezdődőleg az 1921—1929. évek, vagy az 1925—1929. években elért elektromos energiahányadok szabta irányzatok egyikét vagy másikát fogja a jövőben követni, a közhasznú művek energiatermeléséből számított k_t elektromos energiahányadok valóságos időgörbéje az 1935—1955. időszakban a

$$\text{I. } k_t = 88{\cdot}1 . e^{0{\cdot}098 t} \text{ felső és } \ldots ; t_0 = 1935$$
$$\text{II. } k_t = 88{\cdot}1 . e^{0{\cdot}065 t} \text{ alsó } \ldots ; t_0 = 1935$$

határgörbék között fog haladni.

E két határgörbéből a következő k_t értékeket kapjuk:

	k_t (KWó lakosonként)	
	I.	II.
1935	88·1	88·1
1940	144	125
1945	235	170
1950	385	235
1955	631	327 [2]

[1] Lásd az imént idézett értekezést.

[2] Csonkamagyarországnak 1955-ben előreláthatólag 10.570,000 la-

Ha az erőművek építését idejekorán elő nem készítjük, a tőkeszükségletek biztosításáról nem gondoskodunk, vagy az e célra szükséges tőke lekötése lehetetlennek bizonyul, elektromos energiahányadunk és evvel munkahányadunk és egész gazdasági tevékenységünk fejlődési irányzatában késés fog beállani, — az államok gazdasági versenyében lemaradunk.

---

kosa lesz. A 327 KWórányi elektromos energiahányadnak tehát kereken 3450 millió KWóra évi energiatermelés és — ha azt tételezzük fel, hogy az erőművek állandó együttműködésben dolgoznak — 395,000 KW átlagos terhelés felel meg. A 327 KWórányi hányad ellátásához kereken 0·40 terhelési tényezővel számíthatunk, úgy hogy a fent előirányzott évi energiatermelésnek kereken 990,000 KW legnagyobb terhelés és (15%-nyi géptartalékkal) kereken 1.140,000 KW-nyi gépi készenlét felel meg. Ebből az ellátási rendszerbe beilleszthető eddig megépült erőművek mintegy 250,000 KW-nyi gépi készenlétét levonva, azt látjuk, hogy húsz év alatt kereken 850,000 KW teljesítőképességű termelő és szétosztó berendezés beszerzését és beruházási költségeit kell biztosítanunk. Az ilyen erőművek beszerzési és építési kölségeit pontosan ismerve, megállapíthatjuk, hogy e célból az új erőművekre, távvezetéki rendszerekre és tartozékaikra húsz év alatt mintegy 500 millió pengőnyi tőkét kellene befektetni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. évi nov. 12-én tartott üléséből.)

DIE MASCHINENQUOTE UND DER JAHRESBEDARF AN MECHANISCHER ARBEIT TRIANON-UNGARNS UND DES AUSLANDS.

Von MORIZ von HOOR-TEMPIS Korr. Mitglied.

Es wird auf Grund der Produktions-Statistik der Urproduktion, der verarbeitenden Industrie und der Transportleistungen der Bahnen das durch die Zugtiere und Primär-Motoren erzeugte jährliche Arbeitsintegral und aus diesem die mechanische Arbeitsquote je Kopf berechnet. Die gegenwärtige Abhandlung gibt die auf diese Weise berechneten Arbeitsquoten einer Reihe von Staaten für die Jahre 1929—1933.[1] An der Spitze der Reiche steht mit einer Arbeitsquote (ausgedrückt in elektrischen Arbeits-Aequivalenten) von 3300 KWst Norwegen,[2] dann folgt Canada mit 2500 KWst und

[1] In den in der Tabelle angeführten Arbeitsquoten ist die mechanische Arbeit, die von den Motoren der Strassenfahrzeuge, Luft- und Wasserfahrzeuge geleistet wurde, nicht enthalten. Kulturstaaten auf gleicher Kulturstufe und mit einer Maschinenkultur derselben Ordnung sind — bedingt durch ihre geographische Lage usw. — in Bezug auf den Entwicklungsgrad der motorischen Strassenfahrzeuge, Luft- und Wasserfahrzeuge ganz verschiedener Ordnung und würden daher die gesamten Arbeitsintegrale keine richtige Vergleichsbasis abgeben.

Die angeführten Quoten enthalten jedoch die Arbeit der zum Antrieb von Traktoren und in jeder Art Urproduktion unmittelbar verwendeten, lastenbefördernden Maschinenfahrzeuge dienenden Motoren.

[2] In letzter Zeit hat THOMAS T. READ (Columbia University — siehe die oben zitierte Abhandlung —) den Versuch gemacht, den mechanischen Arbeitsbedarf der Kulturstaaten zu berechnen. READ ging von der installierten Leistung der Wasserkraftmotoren, dem Brennstoffbedarf der kalorischen Motoren aus, und berechnet unter gewissen Voraussetzungen den täglichen Arbeitsbedarf je Kopf. Diese Methode kann im besten Falle nur eine grobe Annäherung geben. Es sei z. B. darauf hingewiesen, dass die von READ für Norwegen angegebene Arbeits-

am Ende der Reiche steht Rumänien mit 200 KWht je Kopf und Jahr.

Die errechneten Werte stellen den Arbeitsbedarf unter der Voraussetzung dar, als wenn sämtliche Betriebe mit modernen Arbeitsmaschinen arbeiten würden und die gesamte Arbeitsleistung durch grosse elektrische Kraftanlagen gedeckt werden würde.

Ein Vergleich der errechneten Arbeitsquoten zeigt, dass Trianon-Ungarn auch in Bezug auf den Arbeitsbedarf je Kopf, der zur Erhaltung des Wirtschaftslebens in den Jahren von 1929 bis 1933 erzeugt werden musste, mit Dänemark, Finnland, Italien, Österreich und der Tschechoslovakei gleicher Ordnung ist.

Die Ähnlichkeit und Regelmässigkeit der Zeitkurven ermöglicht durch Extrapolation mit grosser Sicherheit die in den nächsten Jahrzehnten zu gewärtigenden Arbeitsquoten und elektrischen Energiequoten zu schätzen. So z. B. folgt aus dem Entwicklungsgang der elektrischen Energiequote des Königreich Ungarns vor dem Kriege, sowie Trianon-Ungarns nach dem Kriege, dass für die Zeit von 1935—1955 die elektrische Energiequote in einem Gebiete verlaufen wird, das zwischen den folgenden zwei Grenzkurven liegt:

$$\text{obere Grenze: I. } k_t = 88{\cdot}1 . e^{0{\cdot}098t}$$
$$\text{untere Grenze: II. } k_t = 88{\cdot}1 . e^{0{\cdot}065t}$$

wo $t_0 = 1935$, t die Zeit von diesem Jahre an gerechnet, und k_t den Wert der elektrischen Energiequote für das Jahr der Ordnungszahl t gibt.

---

quote in 1930 in elektrischen Arbeits-Aequivalenten ausgedrückt 2040 KWht je Jahr ergibt, wo doch, wie in der Tabelle angegeben, der durch die Energieerzeugung der elektrischen Generatoren gedeckte Anteil der Arbeitsquote allein schon bedeutend höher, 2990 KWSt war.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. November 1934.)

FÖLDALATTI ÜREGEK KIMUTATÁSA EÖTVÖS TORZIÓS INGÁJÁVAL.

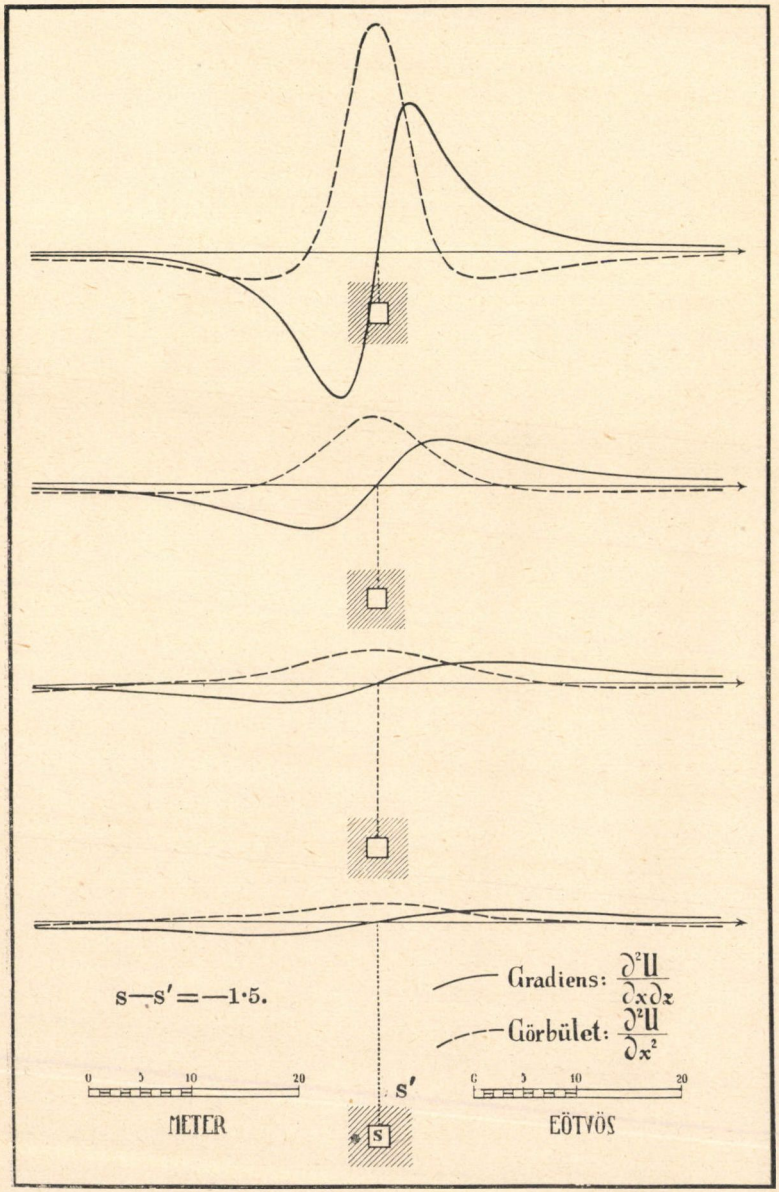
PEKÁR DEZSŐ l. tagtól.

I. Bevezetés.

A Salgó-Tarjáni Kőszénbánya Részvénytársulat nevében dr. SCHMIDT SÁNDOR m. kir. bányaügyi főtanácsos, bányaigazgató úr 1928 tavaszán azzal a kéréssel fordult hozzám, hogy nem tudnók-e alkalmas geofizikai módszerekkel megállapítani, illetve *felkeresni a dorogi széntelep feküjét képező triaszmészkőben a karsztos üregeket*, amelyeken keresztül a vízbetörés a bányászatot állandó és nagy veszedelemmel fenyegeti.

E célból Dorogra utaztam, ahol egyrészt SCHMIDT SÁNDOR és HOFFMANN RICHÁRD főtanácsos uraktól nyert információk, másrészt a bányában szerzett személyes tapasztalataim alapján ez érdekes probléma megoldására vonatkozólag a következőket állapíthattam meg.

A különböző geofizikai kutatóeljárások közül éppen a torziós ingamódszer az, amellyel a földalatti üregeket az adott körülmények között felkereshetjük. Minthogy azonban a kérdéses üregek a felszíntől nagy, 250—300 métert kitevő mélységben vannak, azok helyét a felszínen végzett mérésekkel nem határozhatjuk meg, annyival is kevésbbé, mert a felszín nagyfokú egyenetlenségei is lényeges zavart okoznak. A felkutatandó üregek azonban a földalatti közléktől már nem nagy mélységben fekszenek és így ezekben a torziós ingával végigmérve, azokat kimutathatjuk, feltéve, hogy a folyosó közelében a földben lévő tömegekben nagyobb egyenetlenség nincsen, ami az üregokozta tiszta gravitációs képet teljesen megzavarja. A megtekintett közlék alakja és méretei



1. ábra. Földalatti üregek gravitációs hatása.

alapján megállapíthattam, hogy a kérdéses helyen a méréseket minden nehézség nélkül elvégezhetjük. Továbbá tekintettel arra, hogy főleg a folyosó tengelye irányába eső adatokat kell majd számításba vennünk, az ácsozat, a sínek és egyéb kisebbfokú egyenetlenségek lényeges zavart nem okoznak. Biztatónak mutatkozik továbbá, hogy az eddigi feltárások szerint a vetődések és az egyéb földalatti alakulatok nem igen keresztezik a folyosót, hanem jobbára azzal egyirányban haladnak, amely esetben azok méréseinkben jelentősebb zavart nem okoznak.

A nyert információk adatainak megfelelően számításokat végeztünk az irányban, hogy különböző méretű és különböző mélységben fekvő vízzel telt üregek gravitációs hatását megállapítsuk, s ez alapon eldönthessük, hogy mekkora üregek kimutatására vállalkozhatunk. Számításaink eredményeiből nehányat az *1. ábrán* grafikusan bemutatunk, amelyben $2 \times 2 = 4\ m^2$ keresztmetszetű vízzel telt üreg gravitációs hatását tűntettük fel, éspedig azon esetekben, ha az a felszín alatt 5, 10, 15 és 20 m mélységben fekszik, illetve kezdődik. A négyzetes keresztmetszet felvétele csupán a számítás megkönnyítése céljából történt. A triaszmész sűrűségét kereken $s' = 2{\cdot}5$-nek, s így a víznek ettől való sűrűség különbözetét, $s - s' = -1{\cdot}5$-nek vettük fel. A földalatti folyosó mentén a távolsági, továbbá a mélységi viszonyok a megadott meterlépték szerint vannak felrajzolva. A torziós ingamérés egyik eredményét a *gradienst*, a $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ értékeit a folytonosvonalú, a másik eredményt, a *görbületet*, vagyis a $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ értékeit a szaggatottvonalú görbék tűntetik elő a rajzban megadott méret szerint *Eötvös egység*ekben kifejezve. E mennyiségek jelentőségéről majd a későbbiekben részletesen szólunk. Amint azt a felrajzolt görbékből közvetlenül láthatjuk, a gradiens görbe minimuma és maximuma közötti 0 pont és a görbület görbe maximuma pontosan megadja a földalatti üreg helyét, illetve a folyosóban az üreg közepe felett vertikálisan fekvő pontot. A görbék méreteiből pedig az üreg keresztmetszetére és mélységére következtethetünk. Tekintettel a földalatti folyosóban uralkodó állandó hőmérsékletre, a méréseket igen nagy, néhány tizedig menő pontossággal végezhetjük s így már 3—4 egységnyi eltérést is biztosan és jól lemérhetünk. Számításaink

szerint tehát 20 méter mélységben egy 5—6 m^2 keresztmetszetű, vízzel telt üreget még biztosan meghatározhatunk, továbbá 10 méter mélységben már 1 m^2 keresztmetszetű üreget is kimutathatunk.

A mondottak alapján első pillanatban talán azt hihetnők, hogy a torziós ingával a kérdéses üregeket mindenkor teljes biztonsággal felkereshetjük. A tényleges viszonyokat fontolóra véve azonban beláthatjuk, hogy eszközünk nem minden esetben adhat biztos feleletet. A torziós inga ugyanis a földalatti különböző rétegalakulatok együttes, hogy úgy mondjuk, eredő hatását adja meg. Zavaros földalatti alakulatok esetén nem hámozhatjuk ki biztosan az eredő görbéből magának az üregnek a görbéjét. Bizonyos rétegalakulatok hatásai egymást leronthatják, így pl. két egymáshoz közel fekvő üreg esetén esetleg az egyik görbe maximumát a másiknak minimuma eltüntetheti stb. Szóval tekintettel az esetleg fellépő ismeretlen és teljesen bizonytalan földalatti alakulatok hatásaira előre egyáltalán nem állapíthatjuk meg, hogy a kérdéses üregek kimutatása sikerülni fog-e, avagy sem.

Az előrebocsátottak alapján egy rövidebb próbamérés elvégzését ajánlottam a Salgó-Tarjáni Részvénytársulatnak. Kedves kötelességemnek tartom, hogy e helyen is őszinte köszönetemet fejezzem ki elsősorban dr. Chorin Ferenc felsőházi tag, elnök-igazgató úrnak és dr. Reimann Ernő vezérigazgató úrnak, akik e javaslatomat elfogadták, s ily módon lehetővé tették, hogy e nemcsak gyakorlati, de tudományos szempontból is érdekes és tanulságos méréseket elvégezhettük. Minthogy pedig e munkálatok mielőbbi elvégzése kívánatos volt, sikerült oly megoldást találnom, hogy az itthoni és Franciaországban végzendő méréseink dacára e rövid vizsgálatot még a nyár elején elvégezhettük.

Különös köszönettel tartozom a nm. Pénzügyminiszter úrnak, valamint a bányakutatások vezetőjének, Bőhm Ferenc miniszteri tanácsos úrnak, aki a legnagyobb készséggel hozzájárult ahhoz, hogy e méréseket elvégezhessem, és hogy e célra a *Báró Eötvös Loránd Geofizikai Intézet* műszereit és felszerelését igénybe vehessem.

Az előkészületi munkálatokat sürgősen elvégezve, a méréseket Dorogon június 5-én kezdtük el és azokat megszakítás nélkül, éjjel-

nappal június 20-ig folytattuk. Közvetlen irányításom mellett a megfigyeléseket Oszlaczky Szilárd és Bakos Tibor obszervatoraim végezték.

Nagy köszönettel tartozom Schmidt Sándor főtanácsos úrnak, a dorogi bányák fáradhatatlan igazgatójának, aki a mérésekkel kapcsolatos bárminemű szükségleteket a legnagyobb előzékenységgel azonnal rendelkezésünkre bocsátotta. Kívüle elsősorban Ghimessy Lajos főmérnök úr volt minden tekintetben segítségünkre munkálatainkban. A torziós inga leolvasásának hosszadalmas munkájában pedig Gogola József és dr. Szikszay Miklós bányamérnök urak nagy buzgalommal működtek közre. Fogadják mindannyian őszinte köszönetemet!

II. A torziós ingamérések végzése.

A méréseket *a Reimann-akna «H» mezejének* vízbetöréssel fenyegetett *45. szinti alapközléjében és folytatólag az 5. szinti alapközlében* végeztük.

A mérésre egy *B* jelzésű egyszerű, teljesen megbízható és aránylag könnyen szállítható torziós ingát használtunk, minthogy a kisebb típusú kettős ingáink más felé voltak elfoglalva. Az egyes állomásokon mindenkor a folyosó irányát vettük alapmeridiánnak, amit az előre és a hátra való irányzás középértékeként állapítottunk meg. Az alapmeridiánban a positiv x irányt az északi félkörben, szóval az alapközléből kifelé haladva vettük fel. Az elméletnek megfelelőleg ezen egyszerű műszerrel az észlelést öt állásban kellett végeznünk, vagyis az alapmeridiánból, a positiv x irányból kiindulólag 0°, 72°, 144°, 216°, 288° és ismét 360°-os stb. irányokban. Minden állomáson legalább is két teljes sorozatot olvastunk le, sőt a szükséghez képest egyes állásokat megismételtünk. Némi nehézséget okozott különösen eleintén az, hogy a lemérendő értékek nem várt módon nagyok voltak, s így a torziós inga mozgási közében az összes állásokat nem olvashattuk le, hanem a teljes sorozatot a torziós fej elforgatásával két részletben kellett elvégeznünk. Közbevetőleg csupán megemlítem, hogy ezen csakis ily módon segíthettünk, mert bár érzéketlenebb torziós drótot használva, a teljes sorozatot egyfolytában leészlelhettük volna, de viszont ez

esetben nem kaptuk volna meg elegendő pontossággal az üregek hatásaként mutatkozó kis értékeket. Feleslegesnek tartom itt az észlelési sorozatok részletes közlését és majd később is csupán a kiszámított eredmények egybeállítására szorítkozom.

Az állomásokat a szükséghez képest 5—15 m távolságban helyeztük el egymástól, különösen ügyelve arra, hogy a folyosónak lehetőleg egyenletes helyein és az ácsoláshoz képest szimmetrikusan feküdjenek. Ily módon elértük azt, hogy a közvetlen környezet egyenetlenségeiből jelentékenyebb zavaró hatás nem származott.

A 45. szinti alapközlében 1—6 folyószámmal 6 állomáson végeztünk mérést. Az 5. szinti alapközlében pedig 7—14 folyószámmal 8 állomáson. E közlében annak vége felé még egy 15. állomás észlelését is megkezdtük, de tekintettel az eszközre csepegő vízre, amely annak belsejébe is behatolt, azt abba kellett hagynunk. Az idő rövidsége miatt ugyanis már nem volt módunkban az eszköz feletti tökéletesebb ponyvázással a víz csepegését meggátolni.

Az állomások pontos helyét a lemért egymástól való távolságok és a közlében megadott fixpontok alapján rajzoltuk be a részünkre készített 1 : 100 méretű térképbe. Egyúttal az állomások összekötő vonalainak egymással képezett szögeit, valamint az alapmeridiánokkal bezárt szögeket is lemértük. Ily módon egyrészt a térképbe való berajzolás helyességét ellenőrizhettük, másrészt az egyes állomások alapmeridiánjainak egymással képezett szögeit is levezethettük. Csupán felemlítem, hogy tekintettel a közlében lévő sínekre, vascsövekre az irányokat a busszolával közvetlenül nem mérhettük le és így azt csupán egy-egy helyen mint állandó irányú mutatót használtuk fel.

III. A gravitációs észlelések feldolgozása.

A torziós inga tulajdonképpen négy adatot ad meg a nehézségi erő változásaira vonatkozólag. Ez adatokat egy X, Y, Z derékszögű koordináta rendszerre vonatkoztatva, mint a nehézségi erő potentiálfüggvényének az U-nak differentiálquotienseit szokás kifejezni. Rendesen az X tengely észak felé, az Y tengely kelet felé

és a Z tengely függőlegesen lefelé mutat. Jelen esetben célszerű volt a koordináta rendszert elforgatni akként, hogy az X tengely, amint azt már említettük, a folyosó mindenkori meridiánjába essék és az északi félkör felé mutasson. Ily módon ugyanis az észlelt adatokból közvetlenül a folyosó irányába eső komponenseket kaptuk meg, amelyek éppen a megoldandó probléma szempontjából fontosak.

A meghatározott adatok első ketteje a $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ és $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$ *a nehézségi erő gradiensét* adja meg, éspedig a $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ annak X tengelymenti, a $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$ pedig az Y tengelymenti komponensét jelenti. Maga a gradiens a nehézségi erő horizontális síkban való változásának mértéke. Ezen adat határozza meg egyrészt, hogy mily irányban haladva legnagyobb e változás, másrészt számértéke megadja, hogy a legnagyobb változás irányában 1 cm-rel előrehaladva, hány Eötvös egységgel nő a nehézségi erőnek, a g-nek értéke. A nehézségi erő változásai ugyanis nagyon kicsik és azért azt 10^{-9} CGS egységekben szoktuk kifejezni, amely egységet Eötvös érdemeinek megörökítésére internacionálisan «Eötvös»-nek neveztek el és E-vel jelölnek. A $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ és $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$ adataiból a gradienst, magát a Gr-et és annak irányát a γ-át könnyen kiszámíthatjuk.

A torziós inga másik két adata a $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ és $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ a nehézségi erő nívófelületének, szintfelületének *görbületi viszonyairól* nyujt felvilágosítást. Ez adatokból elsősorban a nívófelület főgörbületeinek irányát határozhatjuk meg, melyek egymásra merőlegesek s amelyek közül az egyikben a legnagyobb, a másikban a legkisebb a felület görbülete.

Ezenkívül ezekből az adatokból az $R = g\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}\right)$ mennyiség értékét számíthatjuk ki, amelyben g a nehézségi erő gyorsulását, ϱ_1 a kisebbik, ϱ_2 pedig a nagyobbik főgörbületi sugarat jelenti. Ezen R *mennyiség* határozza meg a nehézségi erő azon forgatóképességét, amely a vízszintesben mozgó egyszerű torziós inga rúdját a nagyobb görbületi sugarú főgörbület síkjába igyekszik terelni. Éppen ezért ezt az R mennyiséget *horizontális irányító-*

képességnek nevezzük. A $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ és $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ adataiból magát az R értékét és annak irányát a λ-át egyszerű módon kiszámíthatjuk.

Az észlelt adatokból közvetlenül kiszámított *nyers értékeket* az alábbi *I. táblázatban* állítottuk egybe. A táblázat második rovatában az állomások helyét jellemző adatokat közöltünk. A *II. táblázatban* pedig az ezen adatokból kiszámított *Gradiens* és *R értékek* és azok irányai foglaltatnak. A táblázat második rovatában pedig ugyancsak az állomások elhelyezésére vonatkozó adatokat találunk.

I. Táblázat.

Nyers értékek a folyosó meridiánra vonatkoztatva.

Reimann-akna «H» mező.

Állomás		Gravitációs adatok			
száma	távolsága az előzőtől m	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$
		45. szinti alapközle			
6	0	+ 46·7	— 305·2	+ 730·0	— 20·8
5	12·5	+ 48·5	— 310·7	+ 740·2	— 27·0
3	9·6	— 36·0	— 310·2	+ 669·8	+ 37·1
2	10·0	+ 3·5	— 314·8	+ 639·6	+ 17·7
1	8·6	+ 54·8	— 266·2	+ 570·4	— 2·4
4	8·5	+ 18·0	— 249·8	+ 541·6	+ 33·8
		5. szinti alapközle			
11	0	— 104·8	— 371·7	+ 514·4	+ 28·5
14	6·0	— 79·5	— 315·2	+ 276·0	— 29·4
10	5·8	— 44·7	— 265·7	+ 530·9	— 9·5
9	9·0	+ 24·2	— 295·6	+ 593·8	— 9·8
8	12·3	+ 88·6	— 284·3	+ 499·5	— 17·6
7	13·0	+ 23·5	— 303·5	+ 479·3	— 27·2
13	7·0	— 28·9	— 318·6	+ 474·2	+ 9·0
12	10·5	— 79·4	— 299·4	+ 473·8	+ 26·5

II. Táblázat.

Nyers értékek a folyosó meridiánra vonatkoztatva.
Reimann-akna «H» mező.

Állomás		Gradiens		Horizontális irányítóképesség	
száma	távolsága az elsőtől m	$10^9 Gr$	γ	$10^9 R$	λ
		45. szinti alapközle			
6	0	308·8	— 81°18′	731·2	— 88°22′
5	12·5	314·5	— 81° 8′	742·2	— 87°55′
3	22·1	312·3	— 96°37′	673·9	+ 86°50′
2	32·1	314·8	— 89°22′	640·6	+ 88°25′
1	40·7	271·8	— 78°22′	570·4	— 89°46′
4	49·2	250·4	— 85°53′	545·8	+ 86°27′
		5. szinti alapközle			
11	0	386·2	— 105°45′	517·5	+ 86°50′
14	6·0	325·1	— 104° 9′	282·2	— 83°59′
10	11·8	269·4	— 99°33′	531·2	— 88°59′
9	20·8	296·6	— 85°19′	594·1	— 89° 3′
8	33·1	297·8	— 72°41′	500·7	— 87°59′
7	46·1	304·4	— 85°34′	482·4	— 86°46′
13	53·1	319·9	— 95°11′	474·5	+ 88°55′
12	63·6	309·8	— 104°51′	476·8	+ 86°48′

Ha méréseinkből a földalatti alakulatokra, jelen esetben a vízzel telt üregekre akarunk következtetni, akkor mindenekelőtt adatainkat meg kell szabadítanunk mindazon hatásoktól, amelyeket a látható tömegegyenetlenségek okoznak. Ezenkívül még a rendes földalaknak megfelelő *normális értékeket* is le kell vonnunk. Mindezen korrekciók után az úgynevezett *subterrán rendellenességeket* kapjuk meg, vagyis tisztán a *földalatti tömegek okozta gravitációs zavart*, amelyet már következtetéseinkre felhasználhatunk.

A külső felszín egyenetlenségeiből származó hatást a jelen esetben teljesen figyelmen kívül hagyhatjuk. A külső felszín ugyanis állomásainktól már oly nagy távolságra fekszik, hogy hatása azon

a rövid '50, illetve 65 méteres darabon, amelyen állomásaink fekszenek, mindenütt ugyanannak vehető. Hasonló okok miatt felesleges az amúgy is kicsi normális értéket levonnunk. Ily módon e hatások mint állandó értékek benne maradnak ugyan adatainkban, de ezek relativ jellegű következtetéseinket egyáltalán nem zavarják.

A folyosók átlagos lejtése, amint azt a rendelkezésünkre bocsátott magassági pontokból megállapíthattuk, a 45. szinti alapközlében 0°21′, az 5. szinti alapközlében pedig 0°11′. Tekintve, hogy a lejtés eléggé egyenletes és annyira csekély, ennek hatását is figyelmen kívül hagyhatjuk.

Mindenesetre tekintetbe kell vennünk azonban a folyosók és azok elágazásainak hatását. A számításban a rendelkezésünkre bocsátott 1 : 100 méretű térkép adatait használtuk fel. A szén és a mészkő sűrűségét pedig a magunkkal hozott minták alapján határoztuk meg. Méréseink szerint középértékben: a szén sűrűsége 1·38, a mészkő sűrűsége 2·50.

E zavaró hatások számításánál a következő megfontolásokat kell szem előtt tartanunk. Egy egyenes és egyenletes keresztmetszetű folyosó semmiféle zavaró gradienst nem okoz, mert az eszköz egyik oldalán levő tömeghiány hatását, a másik oldalon levő ugyanakkora tömeghiány ellentett hatása lerontja. Ezenkívül a gradiens szempontjából a torziós inga lengő szerkezetének középpontja feletti tömegek hatása ellentett az az alatt fekvő tömegek hatásával. E tömegközéppont a jelen esetben valamivel több, mint 1 m magasságban feküdt a föld szintje felett. Tekintetbe véve tehát a közle trapézalakú keresztmetszetét és megadott méreteit, a folyosó okozta tömeghiányból kb. ugyanannyi esik a lengő szerkezet tömegközéppontja alá, mint fölé. Éppen ezért a folyosó és elágazásainak hatása a gradiens szempontjából teljesen elhanyagolható.

Teljesen más az eset azonban a görbületi adatok szempontjából. Ez esetben ugyanis már egy egyenes és egyenletes keresztmetszetű folyosó hatása igen tetemes, mert az eszköz két oldalán levő tömeghiányok görbületi adata nem ellentett, nem rontja le egymást, hanem összegeződik. Így a megadott méretek szerint kiszámítva, a 45. szinti alapközle görbületi hatása a $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ értéke 404·4 *E*, az 5 szinti alapközléé pedig 314·0 *E*. Félreértések elkerü-

lése végett kiemelem, hogy nem téves az az eredmény, hogy a tágasabb közlében az érték kisebb, mert itt a folyosó falai az eszköztől messzebb vannak.

A görbületi adatok szempontjából a folyosó elágazások, a feltörések és az alapközle nagyobb egyenetlenségeinek hatását is ki kellett számítanunk. Az előzők szerint mindezen zavaró hatások levonásával jutunk a *subterrán értékekhez*, amelyeket a *III. táblázatban* állítottunk egybe. A gradiens nagyságának és irányának adatait a *Gr* és γ értékeket e táblázatban elhagytuk, mert azok teljesen ugyanazok, mint amelyek a *II. táblázatban* foglaltatnak.

III. Táblázat.

Subterrán értékek a folyosó meridiánra vonatkoztatva.

Reimann-akna «H» mező.

Állomás száma	Gravitációs adatok				Horizontális irányítóképesség*	
	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^9 R$	λ
			45. szinti alapközle			
6	+ 46·7	— 305·2	+ 324·3	— 20·8	327·0	— 86°20′
5	+ 48·5	— 310·7	+ 319·2	— 27·0	323·7	— 85°12′
3	— 36·0	— 310·2	+ 264·2	+ 37·1	274·4	+ 82°10′
2	+ 3·5	— 314·8	+ 235·2	+ 17·7	237·8	+ 85°43′
1	+ 54·8	— 266·2	+ 166·0	— 2·4	166·1	— 89°10′
4	+ 18·0	— 249·8	+ 137·2	+ 33·8	152·9	+ 76°53′
			5. szinti alapközle			
11	— 104·8	— 371·7	+ 212·7	+ 28·5	220·2	+ 82°30′
14	— 79·5	— 315·2	+ 114·9	— 29·4	129·1	— 76°27′
10	— 44·7	— 265·7	+ 208·1	— 9·5	209·0	— 87°24′
9	+ 24·2	— 295·6	+ 277·3	— 9·8	278·0	— 87°58′
8	+ 88·6	— 284·3	+ 192·3	— 17·6	195·5	— 84°49′
7	+ 23·5	— 303·5	+ 157·0	— 27·2	166·2	— 80°27′
13	— 28·9	— 318·6	+ 157·5	+ 9·0	158·5	+ 86°44′
12	— 79·4	— 299·4	+ 164·7	+ 26·5	173·0	+ 81° 5′

* A gradiens $10^9 Gr$ és γ adatai teljesen ugyanazok, mint a II. táblázatban lévők.

IV. táblázat.

Subrerrán értékek az alapmeridiánokra vonatkoztatva.

Reimann-akna «H» mező.

Állomás		Gravitációs adatok			
száma	meridián szög-eltérése az alap-meridiántól	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$
		45. szinti alapközle			
6	— 8°24′	+ 2·2	— 308·8	+ 322·7	+ 26·4
5	— 9°42′	— 4·6	— 314·5	+ 319·0	+ 27·5
3	— 1°30′	— 44·1	— 309·2	+ 260·0	+ 44·0
2	0° (a. m.)	+ 3·5	— 314·8	+ 235·2	+ 17·7
1	— 8° 0′	+ 17·2	— 271·3	+ 160·9	+ 20·6
4	— 6°24′	— 10·0	— 250·2	+ 118·8	+ 48·2
		5. szinti alapközle			
11	+ 3°18′	+ 83·3	— 377·1	+ 217·8	+ 16·1
14	+ 1°48′	— 69·5	— 317·6	+ 111·0	— 33·0
10	+ 2°42′	— 32·1	— 267·5	+ 205·4	— 19·2
9	0° (a. m.)	+ 24·2	— 295·6	+ 277·3	— 9·8
8	— 3°48′	+ 69·6	— 289·6	+ 195·3	— 4·7
7	+ 2° 0′	+ 34·1	— 302·5	+ 152·8	— 32·6
13	+ 8°24′	+ 18·0	— 319·4	+ 156·0	— 14·1
12	+ 14°12′	— 3·5	— 309·8	+ 170·1	— 15·9

Minthogy az alapközlék nem egyenesek, végül még azok görbülését is figyelembe kellett vennünk és az eredményeket ugyanazon állandó irányú koordináta rendszerre kellett átszámítanunk. Állandó X iránynak, illetve alapmeridiánnak a 45. szinti alapközlében a 2. állomás, az 5. szinti alapközlében pedig a 9. állomás meridiánját választottuk. Az ezen alapmeridiánokra átszámított értékeket a *IV. táblázatban* állítottuk egybe. A második rovatban azokat a szögeket közöljük, amelyet az egyes állomásokon a folyosó, illetve állomás meridian fenti alapmeridiánokkal képez.

Úgy a nyers, mint a subterrán értékekben rendszeres változások mutatkoznak. Csak a 14. állomáson üt ki nagyon a $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$

és ennek megfelelőleg az R értéke. Ezt az állomást ugyanis éppen a zavaró hatások kísérleti ellenőrzése céljából közvetlenül egy feltörés benyílásával szemben helyeztük el. A subterrán értékekben már jóval kisebb az eltérés, mint a nyers értékekben. Az, hogy a subterrán értékekben is még bizonyos eltérés mutatkozik, onnan származik, hogy az eszköz közvetlen közelében a feltörés benyílása tágasabb, mint a számításba vett folyosó elágazás.

A *gradiens és a horizontális irányítóképesség* értékeit a rendelkezésünkre bocsátott 1 : 100 méterű térképeken a szokásos módon feltűntettük. A gradienseket ugyanis grafikusan nyíllal szoktuk ábrázolni: a nyilat a gradiens irányába helyezzük, hosszát pedig a gradiens értékével arányosan rajzoljuk. A horizontális irányító képességeket az R-eket pedig kis vonaldarabkákkal ábrázoljuk: a vonalkát az R, a nagyobbik sugarú főgörbület irányába helyezzük és egész hosszát az R értékével arányosan rajzoljuk. Térképeinken a nyilak a gradiensek, amelyek úgy a nyers, mint a subterrán értékeket ábrázolják, mert amint azt az előzőkben részleteztük, e gradiensek azonosak. A folytonos fekete vonallal kihúzott vonalkák a subterrán horizontális irányítóképességek, míg a szaggatott fekete vonallal kihúzottak a nyers R értékeket adják meg. Végül a pontozott vonaldarabkák az egyes állomásokon a folyosó meridián irányát jelzik. Úgy a gradiensek, mint a horizontális irányítóképességek Eötvös egységekben E-ben vannak feltüntetve. Sajnos, e térképeket e helyen nem közölhetjük, mert azokon a megengedhető legkedvezőbb kicsinyítésben is az egyes részletek összefolynak.

IV. A gravitációs mérésekből vonható következtetések.

Amint azt a bevezető sorokban számított példák kapcsán tárgyatuk, a földalatti vízzel telt üregnek, ha azt észleléseinkkel keresztezzük, a torziós inga adataiban jellemző változásokat kell okoznia. E változások úgy a *gradiensben* a $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$-ben, valamint a *görbületi adatban* a $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$-ban mutatkoznak és amint azt a közölt *1. ábrán* láthattuk, megfelelő jellemző görbéket adnak. A $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$

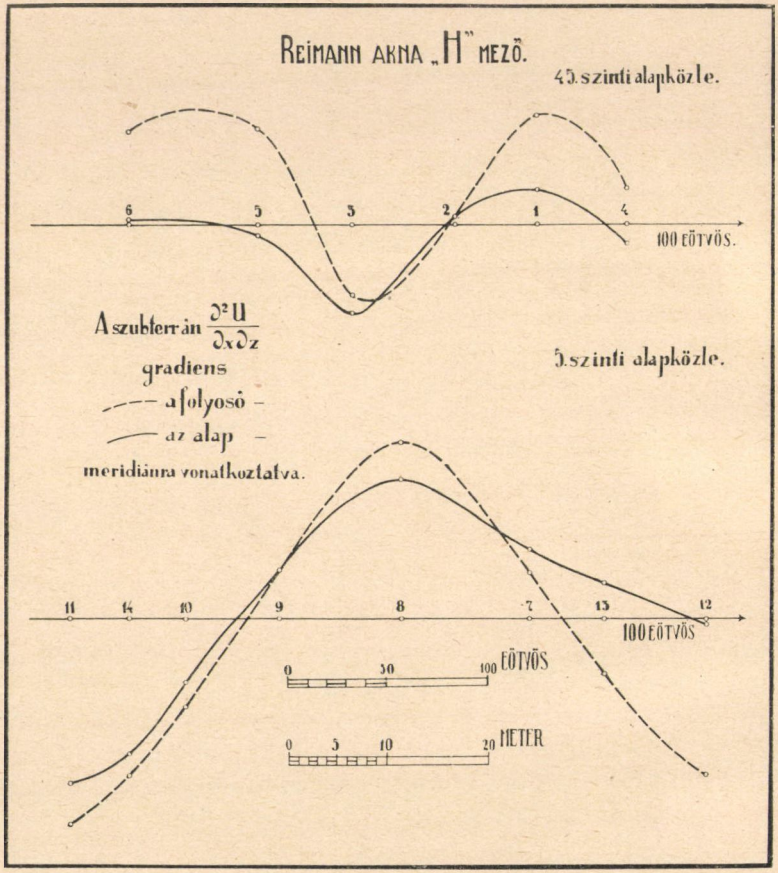
adatait méréseinkből közvetlenül kiszámíthatjuk és annak értékeit a közölt táblázatokban megtaláljuk. A $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ értékeit azonban a torziós inga közvetlenül nem adja meg, hanem csak $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ kifejezést, amelyet táblázatainkban ugyancsak közöltünk. Amint azt a bevezető sorokban már említettem, a torziós ingaméréseinktől csak akkor várhatunk biztos eredményt az üregek kimutatásában, ha a zavaró földalatti alakulatok nem keresztezik a folyosót. Ez esetben pedig a folyosóra merőleges hatásoknak a $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$ értékeinek állandónak kell lennie, s így más zavaró hatásoktól eltekintve, a $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ változásaiban a $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ változásai érvényesülnek. Éppen ezért a földalatti üreget jellemző görbéknek ezen adatokban is elő kell tűnnie, csak a negativ jel miatt természetesen ellentett irányban, vagyis a maximum helyett minimumnak kellene mutatkoznia. Már eleve megjegyezhetem azonban, hogy tekintettel az óriási nagy zavaró hatásokra, a jelen esetben a torziós inga adataiból teljesen biztos következtetést nem vonhatunk.

A *2. ábrán a gradiens, illetve a* $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ *adatainak görbéit* tüntettük elő. Az állomások az abscissa tengely mentén a közölt meterlépték szerint vannak berajzolva, az ordináták pedig a megfelelő gradiens adatot jelentik a közölt Eötvös lépték szerint feltüntetve. A folyosó meridiánra vonatkoztatott nyers, illetve subterrán görbe szaggatott vonallal, míg az alapmeridiánokra vonatkoztatott subterrán görbe folytonos vonallal van kihúzva. Látjuk, hogy a folytonos görbék, amelyek következtetéseink tulajdonképpeni alapját képezik, kevésbbé meredekek, mint a szaggatottak.

A 45. szinti alapközle folytonos görbéjében, bár torzítva, egy oly fajta hullámot látunk, mint amelyet az *1. ábrán* a földalatti üreg hatásaként közöltünk. Ez esetben a 2. állomás közelében van az a metszéspont, amely alatt az üregnek feküdnie kellene. Hasonlóan az 5. szinti alapközle görbéjében a 9. és 10. állomás között találunk egy ilyen pontot.

Első pillanatra hajlandók volnánk a görbék alapján megállapítani, hogy torziós inga méréseinkkel sikerült a keresett üregeket

biztosan felkutatnunk. Sajnos, pontosabban bírálat tárgyává téve az eredményeket, beláthatjuk, hogy fenti következtetésünk nem lehet egészen biztos. A görbék elongációja, a minimum és maximum



2. ábra. Gradiensek a dorogi bányában.

közötti számszerű különbség oly nagy, hogy azt egyedül egy földalatti üreg nem igen okozhatja, mert annak oly nagynak kellene lennie, hogy előfordulása a nyert információk szerint nem valószínű. A 45. szinti alapközle alatt fekvő üregnek ugyanis kb. 100 m², az 5. szinti alapközle alatt lévőnek kb. 300 m² keresztmetszetűnek,

szóval valóságos barlangnak kellene lennie. E görbék létrejöttében tehát az üregen kívül még más földalatti alakulatnak is kell szerepelnie.

Amint azt a *II. táblázatban* láthatjuk, a teljes gradiensek óriási nagyok és hozzávetőlegesen merőlegesek a bányafolyosóra. A 45. szinti alapközlében 250·4—314·8 *E*, az 5. szinti alapközlében pedig 269·4—386·2 *E* értékűek. E nagy hatás azon vetődéseknek eredménye, mely úgy az egyik, mint a másik alapközle mellett elhalad, s amelyet a feltörésekben ki is mutattak. Mármost könnyen lehetséges, hogy e vetődések egyenetlenségei hoznak létre a gradiensben bizonyos irányváltozásokat, amelyeknek megfelelőleg a $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ komponenseiben is változások állanak elő, amelyek azután görbéinkben ugyancsak mutatkoznak.

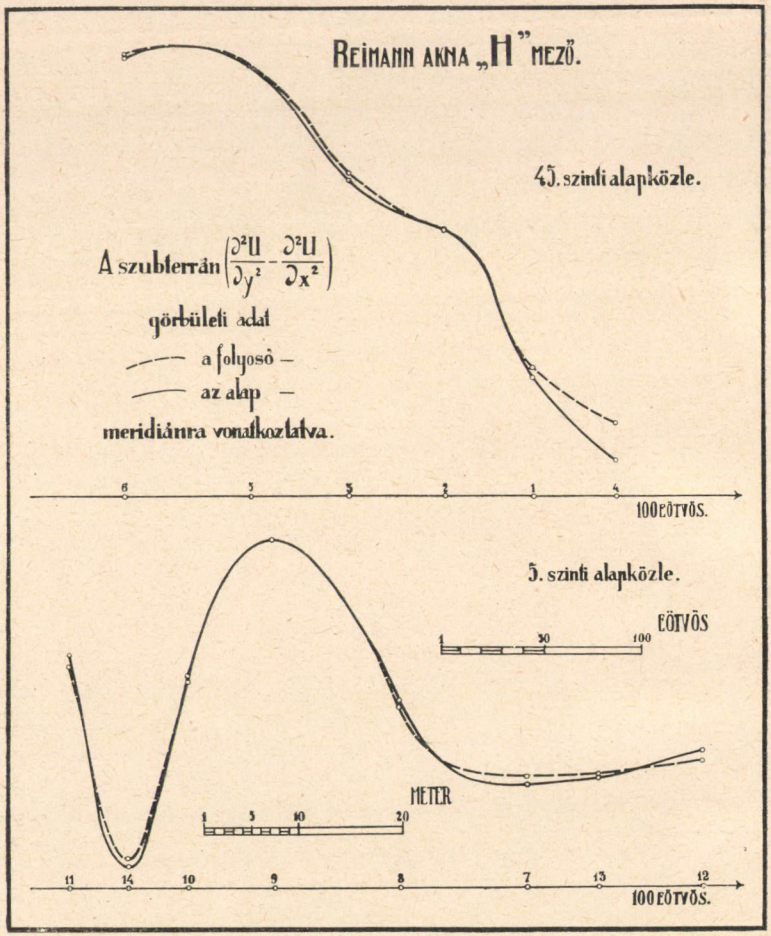
Lehetséges továbbá, hogy még más valami földalatti alakulat pl. egy vetődés keresztezi az alapközlét. Amint azt Akadémiánk kiadásában megjelent cikkemben[1] részleteztem, a földalatti vetődés egy maximumot ad a gradiensben, amely alatt maga a vetődés fekszik. Éppen ezért lehetséges, hogy 45. szinti alapközlében az 1. állomás alatt, avagy az 5. szinti alapközlében a 8. állomás alatt egy vetődés húzódik és az növeli meg a maximum értékét.

A görbületi adatok a $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ értékei meg éppen túlságosan nagyok: a nyers értékek a 45. szinti alapközlében 541·6—740·2 *E* és az 5. szinti alapközlében 276·0—593·8 *E* között váltakoznak. A subterrán értékek bár kisebbek, de még mindig elég jelentékenyek. A nagy értékeket a folyosó hatásán kívül elsősorban az alapközlék mellett elhúzódó vetődések okozzák, azonban e mellett más zavaró hatások is érvényesülnek bennük.

A *3. ábrán a görbület, illetve a* $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ *értékeinek görbéit* tűntettük elő a megadott lépték szerint, még pedig hasonló módon amint azt a gradiensek ábrázolásánál tettük. A rajz méreteinek csökkentése céljából azonban az abscissa tengelyt 100 *E* értékűnek vettük fel. A görbék a subterrán adatokat ábrázolják, éspedig

[1] *Földalatti vetődések kimutatása a torziós ingával.* Matematikai és Természettudományi Értesítő. 39. kötet, 1—29. oldal. Budapest, 1922.

a szaggatott görbék a folyosó meridiánra, a folytonos görbék pedig az alapmeridiánokra vonatkozó értékeket tüntetik elő.



3. ábra. Görbületi adatok a dorogi bányában.

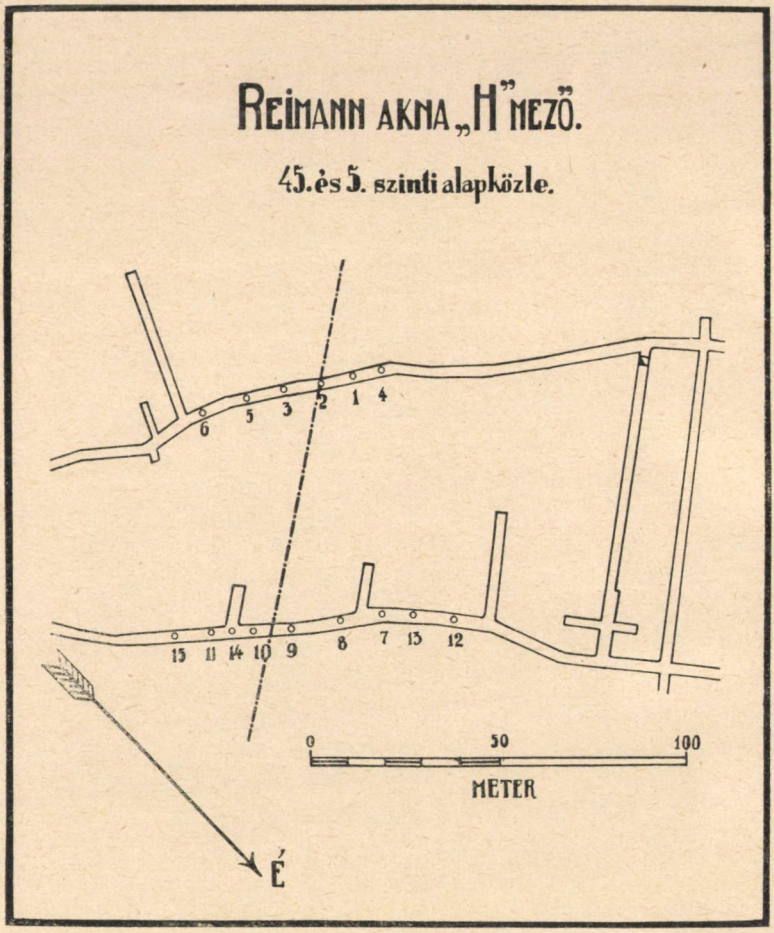
A görbületi adatok általában sokkal érzékenyebbek a zavaró hatásokra, mint a gradiensek, igen távoli tömeg egyenetlenségeket megéreznek. Éppen ezért a jelen esetben is a különböző zavaró hatások oly jelentékenyek, hogy majdnem teljesen elmossák a

földalatti üreg hatását. A 45. szinti alapközle görbéiből ez irányban semmit sem olvashatunk ki. Az 5. szinti alapközle görbéiben már rendszeresebb változások mutatkoznak. A 14. állomás kiütő értékeit azonban nem vehetjük teljes mértékben figyelembe, mert amint azt már az előzőkben említettük, ez az állomás egy feltörés benyílásában van elhelyezve és a nyílás kiöblösödése miatt a számított hatás, illetve korrekció kisebb a valódinál. Habár biztos következtetést ez esetben sem vonhatunk, de a 14. állomásnál lévő minimum, a zavaró hatásoktól megnövelve és esetleg eltolva, mégis bizonyos fokig alátámasztja a 9. és 10. állomások között a közle alatt húzódó üreg felvételét.

Az előzőkben részleteztem azon körülményeket és kiemeltem azon nehézségeket, amelyek miatt a jelen esetben torziós ingaméréseinkből teljesen biztos következtetést nem vonhatunk. Mindamellett *eredményeink szerint nagyon valószínű, hogy a 45. szinti alapközle 2. állomása alatt és az 5. szinti alapközle 9. és 10. állomásának felező pontja alatt egy-egy üreg húzódik.* Minthogy azonban a gravitációs kép, amint azt már az előzőkben kifejtettük, nem tiszta, ez esetben nem tudjuk megállapítani, hogy a jellemző görbékből mennyi esik az üreg hatására és mennyi a különböző más zavaró földalatti alakulatok rovására. Éppen ezért az üregekre vonatkozólag más közelebbi adatokat elegendő biztossággal nem állapíthatunk meg; nem mondhatjuk meg biztosan azok keresztmetszetét és mélységét.

Lehetséges, hogy a két alapközle alatt kimutatható üregek, a nagy 40 meteres szintkülönbség dacára is egymással összefüggnek, de ez végzett méréseink alapján meg nem állapítható. Hogy az újabb fúrópont elhelyezésére útbaigazítást adhassunk, a *4. ábrán* előtüntetett térképbe állomásainkat berajzoltuk és összekötővonalat fektettünk a 45. szinti és az 5. szinti alapközle azon pontjain keresztül, amelyek alatt az üregeket kimutathattuk. A fúrópont legcélszerűbben ezen eredményesen kihúzott vonal mentén, illetve annak közelében volna elhelyezendő. Az elhelyezésnél azonban bizonyos fokig az a körülmény is figyelembe veendő, hogy, amint azt az előzőkben részleteztük, a 45. szinti alapközlében az 1. és az 5. szinti alapközlében a 8. állomás alatt esetleg egy vetődés húzódik, amely ugyancsak alkalmas lehet arra, hogy annak mentén

a víz alulról felnyomuljon. Továbbá tekintetbe kell vennünk azt is, hogy az 5. szinti alapközle alatt az üreg előfordulását nemcsak a gradiensek, hanem a görbületi adatok is valószínűvé teszik.



4. ábra. A dorogi bányában meghatározott üregek helye.

Mindezek alapján a *fúrópontot a berajzolt összekötővonal környékén, annak északnyugati oldalán és a mélyebben fekvő 5. szinti alapközle közelében javasoltam elhelyezni.* A pontos hely természetesen a helyi

viszonyoknak megfelelőleg, a fúrásra alkalmas területen tűzendő ki. Bár a különböző zavaró földalatti alakulatok miatt torziós ingaméréseink a jelen esetben egészen biztos feleletet nem adhattak, mégis remélhettük, hogy az e helyen végzendő fúrásokkal sikerülni fog a vízveszedelmet okozó üreget megtalálni. Az időközben lemélyített fúrások megállapításaink helyességét tényleg igazolták is.

SCHMIDT SÁNDOR, a dorogi bányák agilis igazgatója, mindent elkövetett a veszedelmes vízbetörések megakadályozására, amelyek már nem egyszer egész nagy bányarészeket elfullasztottak. Ő eszelte ki és vezette be azt az igazán érdekes és hasznos eljárást, hogy a karsztos üregeket felülről megfúrva, azokat a fúrólyukon át homokkal és cementtel kitöltette, s ily módon a vízfolyást elzárta. «*Az esztergomi szénmedence bányászatának ismertetése*» című értékes könyvében egy külön fejezetben foglalkozik a «*Vízkérdés*»-sel, illetve a vízbetörésekkel, amelyek megakadályozása az e medencében folyó bányászatnak úgyszólván létérdeke. Részletesen ismerteti az e célból végzett munkálatokat és az elért eredményeket. Könyvében két helyen is megemlékezik az EÖTVÖS ingával végzett méréseinkről. Többek között az ez alapon végzett fúrásokról az alábbiakat közli.

«A geofizikai intézet nagynevű vezetője, PEKÁR DEZSŐ min. tanácsos a rendkívül érzékeny műszerrel a földalatti ellenőrizhetetlen behatások dacára, kijelölt egy vonalat, mely alatt valószínűen tömeghiány van, s arra helyeztük 404. sz. fúrásunkat. Bár a fúrólyuk a triaszmészkőben üreget talált, s az 1534 m^3 homokot és 1809 q cementet fogadott be, a vizeket ezzel elzárni még mindig nem sikerült, s ezért a Pekár-vonalon még a 418. sz. fúrást is lemélyítettük. Ez a fúrólyuk 5381 m^3 homokot és 5780 q cementet fogadott be, s utána valamennyi forrás apadni kezdett s összesen cca. 200 l víz maradt e terület teljes lefejtésének ideje alatt».

Látjuk tehát, hogy az előzőkben ismertetett rövid *próbaméréseink nemcsak tudományos szempontból érdekesek, de gyakorlatilag is eredményesek voltak.* Egyúttal azonban alkalmunk volt meggyőződni a sok minden zavaró hatásról, amelyek miatt a torziós ingát csak nagy körültekintéssel és a bányának csak egyes, megfelelően kiválasztott helyein használhatjuk.

V. Kísérletek más módszerekkel.

Minthogy a dorogi bánya területén a vízbetöréssel fenyegető karsztos üregek felkutatása igen nagy jelentőségű, e célból időközben más kísérletek is történtek, amelyekről az alábbiakban röviden beszámolok.

Így többek között a *varázsvesszővel* is próbálkoztak és ezzel kapcsolatban SCHMIDT SÁNDOR igazgató úr azzal a kéréssel fordult hozzám, hogy szakszerű geofizikai módon állapítanám meg, van-e a varázsvesszős kutatásoknak valami tudományos, tényleges reális alapja.

A varázsvessző kérdésének tudvalevőleg elég nagy irodalma van. Szigorúan tudományos szakfolyóiratokban is jelentek meg erre vonatkozó cikkek. Ezekből elsősorban azt állapíthatjuk meg, hogy az elfogulatlan, többnyire geológus szakbizottságok ellenőrzése mellett végzett kísérletek mind negativ eredményre vezettek. Továbbá a jelenség megfejtését célzó elméletek annyira zavarosak és értelmetlenek, hogy azok komoly, tudományos, magyarázatnak nem tekinthetők. Csupán felemlíteni kívánok egy fizikai, illetve meteorológiai jelenséget, amely véleményem szerint esetleg a varázsvesszővel kapcsolatba hozható. Egyenletes szürke felhőzetet ballonból felülről lefotografálva tapasztalták, hogy abban a földfelület folyói lerajzolódnak, mint lecsapódásmentes megszakítások. Szóval, itt a víz vertikálisan felfelé bizonyos fizikai hatást gyakorol. Lehet esetleg, hogy a víz a földből jövő bizonyos sugárzásokat elnyel, s ennek árnyékában kisebb a lecsapódás, mint a környezetben. Talán egy túlérzékeny idegrendszerű és arra alkalmas egyén megérezheti ez árnyékon való áthaladást.

Mindenesetre előnyös volt a jelen esetben, hogy a dorogiak varázsvesszőse hajlandó volt bizonyos fizikai kísérleteket is elvégezni. A varázsvesszősök ugyanis általában nem vállalkoznak az ilyfajta ellenőrzésre, s többek között ezen buktak meg professzorom, EÖTVÖS bárónak kísérletezési szándékai is. A kívánságom szerint végzett kísérletek a következők voltak.

1. A varázsvesszőst bekötött szemmel oly terepen vezettük körül, ahol a vízelőfordulások ismeretesek voltak. Ez esetben a varázsvessző lehajlása egyrészt nem a kellő helyen mutatkozott,

másrészt, megismétléskor teljesen más volt az eredmény. *A kísérlet tehát negativnak bizonyult.*

2. A varázsvesszős szerint ő a vizet úgy is megérzi, ha kézcsuklóira kábel van csavarva, amelynek a másik végével vezetően összekötött vörösréz cöveket a víz felett a földbe verik, amikor is a vessző ugyancsak nagymértékben lehajlik. Sőt állítása szerint ez esetben a kábelbe iktatott kis galvanometer ugyancsak tekintélyes kitérést jelzett!? Hogy mindenféle szándékos befolyást kizárjunk, a vesszőst a közeli épület mögé állítottuk, hogy a megvizsgálandó terepet ne láthassa. Ezenkívül a kábellel összekapcsolt cöveken kívül még egy másik cöveket is vertünk le különböző helyeken, hogy ily módon a kopogásból ne tudja megítélni, hogy a kábeles cövek leverése közel, avagy távol történt. Néha a kábelösszeköttetést is megszakítottuk, avagy azt egyik cövekről a másikra kapcsoltuk át. A cövekleveréseket magam irányítottam, természetesen rendszertelenül, Szecsődy Miklós geofizikusom pedig a vessző lehajlásának szögleolvasásait ellenőrizte. Mellőzve a rendszeres kísérletsorozat eredményeinek közlését, a megfigyelt szögértékekből megállapíthattuk, hogy a víz fölött a nagy lehajlás egyáltalán nem mutatkozott. A szögekben csak kis változások vannak, sőt ezek sem felelnek meg a vízelőfordulásnak, hanem teljesen rendszertelenek. Szóval a szögértékeket kritikailag egybevetve, kétségtelenül megállapíthatjuk, hogy a *végzett drótkísérlet teljesen negativ eredményre vezetett.*

3. A varázsvesszős saját kijelentése szerint, egy vízzel megtöltött fürdőkádat is megérez. Ez alapon alkalmas kísérletsorozatot végezhettünk a bányatelep egy hídján, amely alatt közvetlenül csilléket lehetett eltologatni. Rendszertelenül váltakozva a híd alá vízzel, illetve szénnel telt csilléket tolattunk, a legkörültekintőbb módon ügyelve arra, hogy a varázsvesszősnek semmiféle támpontja ne legyen a tényleges helyzet megítélésére. *A vízzel telt csillékkel végzett kísérletsorozat ugyancsak negativ volt.*

4. Alkalmas helyen közvetlenül egy vastag vízvezetéki cső felett járattuk a varázsvesszőst, amely csőből a vizet hét perc alatt teljesen ki lehetett engedni, illetve azt újból megtölteni. E műveletek elvégzése közben ő egy zárt raktárhelyiségben tartózkodott, onnan kijövet átment a vízvezetéki cső felett és megfordulva

újból átment felette, vissza a helyiségbe, amikor is a varázsvessző lehajlását megfigyeltük. Mellőzve a végzett kísérletsorozat közlését, abból kétségtelenül megállapíthattuk, hogy *a vízvezetéki csővel végzett kísérletek ugyancsak negativ eredményre vezettek.*

5. Az előzőkben közölt kísérleti vizsgálataimtól függetlenül, a varázsvesszős megállapításai szerint két fúrást is végeztek. Ezek közül az egyik nagy üreget tárt fel, a másik azonban teljesen eredménytelen volt.

Mindezek alapján megállapíthatjuk, hogy a Dorogon végzett *varázsvesszős kísérletek eredményei negativok, illetve teljesen irreálisak.*

*

Továbbá megfelelő *akusztikai berendezést* állítottunk egybe, hogy a bányafolyosó falaira erősített mikrofónok segítségével a földalatti vízfolyásokat kihallgassuk és az egyes mikrofónokban jelentkező különböző hangerősségek alapján az üregek helyét közelítőleg megállapítsuk. Előzőleg a laboratoriumban hosszas kísérleteket végeztünk, amikor is a falba süllyesztett vízvezetéki csőben való áramlást igyekeztünk kihallgatni, ami sikerült is. Kétféle berendezést próbáltunk ki: egy érzéketlenebbet, amellyel a hangot kb. 25,000-szeresre és egy érzékenyebbet, amellyel 100,000—500,000-szeresre erősítettük fel. Sajnos, Dorogon végzett kísérleteink eredménytelenek voltak. Ugyanis kivételes esetektől eltekintve, az üregekben a lassú vízáramlás hangtalanul megy végbe, ezenkívül az állandóan meglevő különböző zajok a tiszta hallást akadályozzák. Ily módon tehát más célszerű megoldásról kell gondoskodnunk.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. május 1-én tartott üléséből.)

NACHWEIS VON UNTERIRDISCHEN HÖHLUNGEN MIT DER EÖTVÖSSCHEN DREHWAGE.

Von DESIDER PEKÁR, k. Mitglied der Akademie.

In den Bergwerken von Dorog der Salgótarjáner Steinkohlen-Bergbau A. G. befinden sich in dem Triaskalkstein, in dem Grundgestein der Kohle unterirdische Höhlungen, durch welche das einstürzende Wasser den Bergbau mit grosser und beständiger Gefahr bedroht. Es kam nämlich wiederholt vor, dass das einstürzende Wasser bedeutende Teile der Gruben erstickte. ALEXANDER SCHMIDT, der eifrig tätige Direktor der Bergwerke hat ein interessantes und nützliches Verfahren ersonnen und eingeführt, nach welchem diese karstartigen Höhlungen von der Erdoberfläche gebohrt und durch das Bohrloch mit Sand und Cement gefüllt wurden und dadurch der Wassereinsturz verhindert wurde.

Die günstige Lösung des Wasserproblems ist sozusagen Existenzfrage des Bergbaues im Kohlenbecken von Esztergom. Eben deshalb richtete Direktor SCHMIDT jene Frage an mich, ob diese karstartigen Höhlungen etwa mit entsprechenden geophysikalischen Verfahren erforscht werden könnten. Zur Lösung dieser Aufgabe scheint besonders die Drehwage geeignet zu sein. Da aber die fraglichen Höhlungen in bedeutender, etwa 250—300 m Tiefe liegen, kann deren Ort durch Messungen an der Erdoberfläche nicht bestimmt werden. Die zu erforschenden Höhlungen befinden sich aber in geringer Entfernung von den unterirdischen Stollen und infolgedessen wenn man entlang der Stollen Drehwagemessungen ausführt, sind die Höhlungen nachweisbar, vorausgesetzt, dass in der Nähe keine solche Massenungleichheiten vorhanden sind, welche die Gravitationswirkung der Höhlungen fast ganz verwischen. Die Drehwagemessungen mussten natürlich mit der grössten Sorgfalt und Umsicht ausgeführt wer-

den, und die Wirkung der Stollen, sowie der darin befindlichen Massenstörungen mussten wir genau in Rechnung ziehen.

Die Wirkung der unterirdischen Höhlungen zeigt sich sowohl in den *Gradienten* als auch in den *Krümmungsgrössen*. Der Verlauf der Gradienten ergibt eine wellenförmige Kurve, deren Nullpunkt über die Höhlung liegt; in der Kurve der Krümmungsgrössen zeigt sich ein Maximum über die Stelle der Höhlung.

Wir führten Messungen in zwei voneinander unweit liegenden Stollen aus, und trotz der verschiedenen störenden Einflüsse gelang es uns in beiden Linien je eine Stelle zu finden, welche auf unterirdische Höhlung deutete. Auf Grund dieser Drehwagemessungen habe ich in der Nähe der Verbindungslinie dieser verdächtigen Stellen neuere Bohrungen empfohlen. Es wurden hier tatsächlich zwei Bohrungen unternommen. Das eine dieser Bohrlöcher hat 1534 m^3 Sand und 1809 q Cement, das andere 5381 m^3 Sand und 5780 q Cement verschlungen. Auf diese Weise waren *unsere diesbezüglichen Drehwagemessungen nicht nur wissenschaftlich interessant und lehrreich, sondern auch auf praktischen Gebiete erfolgreich.*

Auf Grund der beobachteten verschiedenen störenden Wirkungen haben wir aber festgestellt, dass die Drehwage zum Nachweis von unterirdischen Höhlungen nur an entsprechend gewählten Orten der Grube verwendbar ist und dass man die Messungen mit der grössten Sorgfalt und Umsicht ausführen muss.

Über die inzwischen mit anderen Methoden ausgeführten Schürfungen ist folgendes zu berichten. Ich hatte Gelegenheit in Dorog durch einen *Rutengänger* Experimente physikalischer Natur ausführen lassen, welche aber zu negativem Ergebnis führten. Ausserdem versuchten wir mit einer entsprechenden *akustischen Einrichtung*, mit an den Stollenwänden angebrachten Mikrophonen die unterirdischen Wasserläufe zu erforschen und ihre Stellen zu bestimmen. Leider konnten wir damit infolge verschiedener störender Einflüsse keine tatsächlichen Erfolge erreichen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 1. Mai 1933.)

ÚJ ELJÁRÁS ALKALMAZÁSA PERTURBÁCIÓK FELISMERÉSÉRE A CS, CO^+ ÉS N_2 MOLEKULÁK SZÍNKÉPÉN.

GERŐ LÓRÁND-tól.

A kétatomos molekulák sávos színképén előforduló perturbációk vizsgálata rendesen úgy történik, hogy a vizsgált sáv «nem perturbált» vonalaiból, az ezekből kapott rotációs állandókból, továbbá a rendszer többi, «nem perturbált» sávjából kiszámítanak egy «nem perturbált» sávot, azután a megmért és a számított vonalaknak a különbségét ábrázolják a J rotációs kvantumszám függvényében.

A vázolt eljárás hibája az, hogy még a perturbáció vizsgálata előtt el kell dönteni, rendszerint a szemlélet alapján, hogy melyik vonal, illetőleg sáv «perturbált» és melyik «nem perturbált». Ha ugyanis olyan vonalakból, illetőleg sávokból extrapolálunk, melyek maguk is perturbáltak, súlyos hibákat követhetünk el és ezek a hibák gyakran a további vizsgálatok során sem derülnek ki. Éppen ezért kívánatos olyan módszernek az alkalmazása, mely a bizonytalan extrapolálásokat fölöslegessé teszi azáltal, hogy egy sáv vizsgálatát önmagában, a rendszer többi sávjaitól függetlenül is lehetővé teszi.

A perturbáció vizsgálatának új módszere már most abban áll, hogy ábrázoljuk a perturbált term B rotációs állandóját a J kvantumszám függvényében. Ahol nincs perturbáció, ott B egy sávon belül szigorúan állandó, tehát vízszintes egyenest kapunk; ahol perturbáció van, ott a görbe eltér a vízszintestől és átmegy a perturbáló nívó B-jének megfelelő vízszintesbe. A feladat tehát a B rotációs állandót a különféle elektronátmenetet képező sávok esetén előállítani, a J minden értékénél.

A vizsgálatot külön fogjuk elvégezni szingulett, dublett és triplett termek esetére és az eredményeket egy-egy példán fogjuk bemutatni. Hogy milyen két nívó perturbálhatja egymást, azt az I. táblázat tünteti fel. KRONIG[1] szerint az át nem húzott kockáknak megfelelő nívók között lehetséges a perturbáció. A pontozott vonallal áthúzott kockák a különböző multiplicitás miatt szintén meg nem engedett perturbációkat jelentenek; a tapasztalat szerint azonban ilyenek mégis előfordulnak (pl. CO, P_2). A táblázat azt is feltünteti, hogy milyen perturbációkra ismeretesek példák.

1. táblázat.

Perturbált nívó \ Perturbáló nívó	$^1\Sigma^+$	$^1\Sigma^-$	$^1\Pi$	$^1\Delta$	$^2\Sigma^+$	$^2\Sigma^-$	$^2\Pi$	$^2\Delta$	$^3\Sigma^+$	$^3\Sigma^-$	$^3\Pi$	$^3\Delta$
$^1\Sigma^+$	1		2						3		4	
$^1\Sigma^-$												
$^1\Pi$	5	6	7						8	9	10	
$^1\Delta$												
$^2\Sigma^+$					11		12					
$^2\Sigma^-$												
$^2\Pi$					13							
$^2\Delta$												
$^3\Sigma^+$									14		15	
$^3\Sigma^-$										16	17	
$^3\Pi$									18		19	20
$^3\Delta$												

1. *CuH* A. HEIMER—T. HEIMER. ZS. f. Phys. 84. 222. 1933.
   SrO ? K. MAHLA, ZS. f. Phys. 81. 625. 1933.
2. *SrO* ? K. MAHLA, l. c.

[1] R. de L. KRONIG, ZS. f. Phys. 50. 347. 1928.

3. P_2 ? G. HERZBERG, Ann. d. Phys. **15.** 677. 1932.
4. P_2 ? G. HERZBERG, l. c.
5. *BeO* LUISE HERZBERG, ZS. f. Phys. **84.** 571. 1933.
   H_2 C. R. JEPPENSEN, PR. **44.** 165. 1933.
6. *CO* D. COSTER—F. BRONS, Physica, **I.** 634. 1934.
   L. GERŐ, ZS, f. Phys. **93.** 669. 1935.
   R. SCHMID—L. GERŐ, ZS. f. Phys.
   SiO P. G. SAPER, PR. **42.** 498. 1932.
7. *CO* D. COSTER—F. BRONS, l. c.
   L. GERŐ, l. c.
   R. SCHMID—L. GERŐ, l. c.
   CS F. H. CRAWFORD—W. A. SHURCLIFF, PR. **45.** 860. 1934.
8., 9., 10. *CO* D. COSTER, F. BRONS. l. c.
   L. GERŐ, l. c.
   R. SCHMID—L. GERŐ, l. c.
11. *CP* ? H. BÄRWALD, G. HERZBERG, L. HERZBERG, Ann. d. Phys. **20.** 569. 1934.
12. *CP* ? H. BÄRWALD, G. HERZBERG, L. HERZBERG, l. c.
   N_2^+ D. COSTER, H. H. BRONS, ZS. f. Phys. **73.** 747. 1932.
   A. E. PARKER, PR. **44.** 90. 1933.
   A. E. PARKER, PR. **44.** 914. 1933.
   H. H. BRONS, Physica, **I.** 739. 1934.
   H. H. BRONS, Dissert., GRONINGEN, 1935.
   F. H. CRAWFORD—P. M. TSAI, Proc. Amer. Acad. Sci. **67.** 407. 1935.
   CN F. A. JENKINS, PR. **31.** 539. 1928.
   J. E. ROSENTHAL—F. A. JENKINS, Proc. Nat. Acad. Sci. **15.** 381. 1929.
13. CO^+ D. COSTER, H. H. BRONS, H. BULTHUIS, ZS. f. Phys. **79.** 787. 1932.
   H. BULTHUIS, Dissert., GRONINGEN, 1935.
   BaH W. R. FREDRICHSON—W. W. WATSON. PR. **39.** 753. 1932.
   A. SCHAAFSMA, ZS. f. Phys. **74.** 254. 1932.
   G. FUNKE, ZS. f. Phys. **84.** 610. 1933.
   CN F. A. JENKINS, Y. K. ROOTS, R. S. MULLIKEN, P. R. **39.** 16. 1932.
14. He_2 ? G. H. DIEKE, S. IMANISCHI, T. TAKAMINA, ZS. f. Phys. **57.** 305. 1929.
   G. H. DIEKE, PR. **38.** 646. 1931.
15. *SO* E. V. MARTIN, PR. **41.** 167. 1932.
   He_2 ? G. H. DIEKE, S. IMANISCHI, T. TAKAMINA, l. c.
16. S_2 ? A. CHRISTY—S. M. NAUDÉ, P. R. **37.** 903. 1931.
17. S_2 ? A. CHRISTY—S. M. NAUDÉ, l. c.

18. N_2 D. Coster, F. Brons, A. van der Ziel, ZS. f. Phys. **84.** 304. 1933.
A. Guntsch, ZS. f. Phys. **86.** 262. 1933.
19. N_2 D. Coster, F. Brons, A. van der Ziel, l. c.
G. Büttenbender, G. Herzberg, Ann. d. Phys. **21.** 577 1934/35.
20. N_2 D. Coster, F. Brons, A. van der Ziel, l. c.

I. Szingulett termek.

Szingulett termeket jó közelítéssel a következő formulával állítunk elő:

$$F(J) = \text{const} + BJ(J+1) + DJ^2(J+1)^2. \tag{1}$$

Ez a formula egyformán érvényes $^1\Sigma^+$ és $^1\Sigma^-$, valamint, ha a Λ-típusú dublettől eltekintünk, $^1\Pi$ és $^1\Delta$ termekre. A következők tehát az ezek között lehetséges valamennyi átmenetre érvényesek, feltéve, hogy az illető átmenet létezik.

Legyen a vizsgálandó szingulett sáv kezdőállapota:

$$F'(J) = C_1 + B'(J+1) + D'J^2(J+1)^2 \tag{2}$$

és végállapota:

$$F''(J) = C_2 + B''(J+1) + D''J^2(J+1)^2. \tag{3}$$

Képezzük mindkét nívón két-két szomszédos rotációs term különbségét:

$$\Delta_1 F'(J) = F'(J) - F'(J-1) = 2B'J + 4D'J^3 \tag{4}$$

és

$$\Delta_1 F''(J) = F''(J) - F''(J-1) = 2B''J + 4D''J^3. \tag{5}$$

Ha már most ezeket a Δ-kat megfelelő J-knél egymással kombináljuk, az egyes ágak két-két szomszédos vonalának a hullámszámkülönbségét kapjuk:

$$\Delta_1 F'(J) - \Delta_1 F''(J) = Q(J) - Q(J-1) = \\ = 2J(B'-B'') + 4J^3(D'-D'') \tag{6}$$

$$\Delta_1 F'(J+1) - \Delta_1 F''(J) = R(J) - R(J-1) = \\ = 2J(B'-B'') + 2B' + 4J^3(D'-D'') + (3J^2+3J+1)D' \tag{7}$$

$$\Delta_1 F'(J-1) - \Delta_1 F''(J) = P(J) - P(J-1) = \\ = 2J(B'-B'') - 2B' + 4J^3(D'-D'') - (3J^2-3J+1)D' \tag{8}$$

Átrendezve és $2J$-vel osztva (6)-ból lesz:

$$B'-B''=\frac{Q(J)-Q(J-1)}{2J}-2J^2(D'-D''). \tag{9}$$

A jobboldali második tag a legtöbb esetben elhanyagolható; ekkor képezzük a $\frac{Q(J)-Q(J-1)}{2J}$ hányadost és ábrázoljuk J függvényében. A kapott görbe $B'-B''$ értékét tünteti fel. Ha például a kezdőállapot a perturbált, a konstans B''-t hozzáadhatjuk (9)-hez és mindjárt B'-t kapjuk a görbéből. Ahol nincs perturbáció a kezdőállapoton sem, ott B' állandó, a görbe vízszintesen fog futni; ahol perturbáció van, ott emelkedni vagy esni fog, a szerint, hogy a perturbáló term B-je nagyobb vagy kisebb a perturbált term B-jénél.

$\Delta_1 F(J)$-nek (4) alatti értéke tulajdonképpen csak ott érvényes szigorúan, ahol nincs perturbáció; a perturbált helyen ugyanis nem ugyanakkora J-nél, mint $J-1$-nél, ezért nem is lehet egyszerűen kiemelni. Ha azonban feltesszük, hogy B változása a szomszédos J-k között lineáris (amit annál inkább fel szabad tennünk, mert B nincs definiálva törtszámú J-kre, s így ez a feltétel definicióul is szolgálhat), akkor, mivel a (4) jobboldalán álló B a B_J és B_{J-1} középértéke, felfogható, mint $B_{J-1/2}$:

$$B_{J-1/2}=\frac{B_J+B_{J-1}}{2}. \tag{10}$$

A helyes B' görbe ordinátája tehát $\frac{Q(J)-Q(J-1)}{2J}+B''$, abszcisszája pedig $J-1/2$.

Az R és P ágakra (7) és (8) segítségével kaphatunk (9)-hez hasonló kifejezéseket:

$$\begin{aligned}\frac{P(J)-P(J-1)+2B'}{2J}&=\frac{P(J)-P(J-1)+2B''}{2(J-1)}=\\ &=B'-B+(D'-D'').2J^2-D'\frac{12J^2-12J+4}{2J}=\\ &=B'-B''+(D'-D'').2(J-1)^2-D''\frac{12J^2-12J+4}{2(J-1)},\end{aligned} \tag{11}$$

$$\frac{R(J)-R(J-1)-2B'}{2J} = \frac{R(J)-R(J-1)-2B''}{2(J+1)} =$$

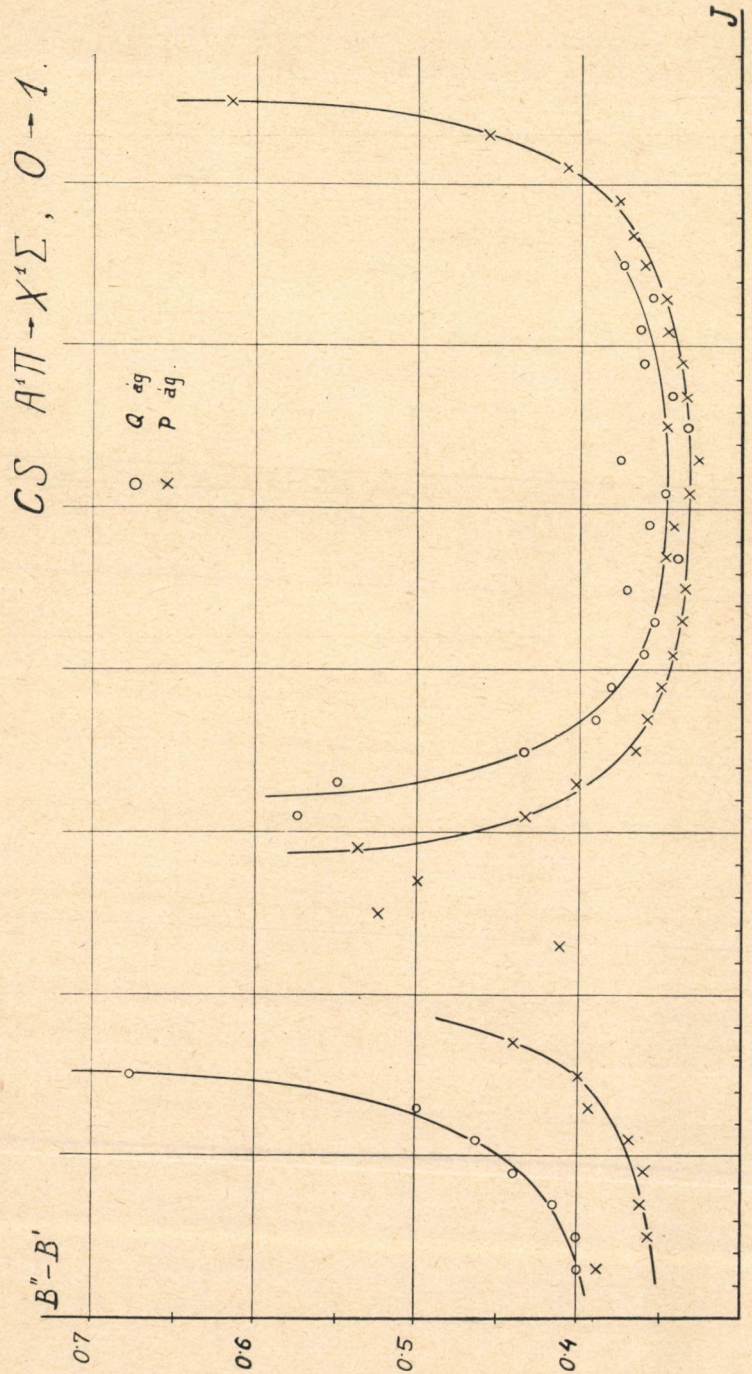
$$= B'-B''+(D'-D'').2J^2+D'\frac{12J^2+12J+4}{2J} = \qquad (12)$$

$$= B'-B''+(D'-D'').2(J+1)^2+D''\frac{12J^2+12J+4}{2(J+1)}.$$

A D'-t és D''-t tartalmazó tagok általában igen kicsinyek szoktak lenni s így a $B'-B''$ mellett a legtöbb esetben elhanyagolhatók. Ezért a továbbiakban el fogjuk hagyni azokat. A megfelelő R, illetőleg P vonalakból számított $B'-B''$ értékekből középértéket vehetünk. Ha Π termekről van szó és a Λ típusú dublett elhanyagolhatóan kicsiny, akkor ez a középérték egyezni fog a Q ágból kapott $B'-B''$-vel; ha nem egyezik, a Λ-típusú dublett nem hanyagolható el és a Q ágból kapott $B'-B''$ a Π_c-hez, az R, P ágakból kapott a Π_a-hez fog tartozni.

Példaképpen vizsgáljuk meg a CS molekula sávjaiban található perturbációkat. A kérdéses sávok $A^1\Pi \rightarrow X^1\Sigma$ átmenetet képeznek; F. H. Crawford és W. A. Shurcliff analizálták azokat.[1] Ha a (0, 1) sávra képezzük a $B'-B''$-ket, külön a Q és külön a P ágra (az R ág a fej körül t. i. olyan sűrű, hogy vonalaiból csak néhány volt kimérhető), akkor az 1. ábrát nyerjük. A Q és P ág mindenütt ugyanazon a helyen van megzavarva, tehát a perturbáló term Π vagy Δ. A két görbe nem halad együtt, hanem jelentékenyen eltér egymástól; ebből Λ-típusú dublett jelenlétére következtethetünk. A Λ-típusú dublett már a zavart termre, az $A^1\Pi$-re sem elhanyagolható, mert a két görbe a nem perturbált helyeken sem ér össze, de a zavaró termen egészen bizonyosan még sokkal nagyobb. Ez a term tehát csak Π term lehet, mert a Δ term Λ-típusú dublettfelbontása igen kicsiny. Multiplicitása minden valószínűség szerint 1, azaz $^1\Pi$ termmel van dolgunk. Ha ugyanis a $J=17$-nél és $J=45$-nél található perturbáció ugyanazon multiplett term (tehát $^3\Pi$) két komponensétől származna, ezeknek a távolsága többszáz cm^{-1} lenne egymástól, vagy pedig B-jük közel azonos kellene hogy legyen a zavart term B-jével. Az előbbinek a valószínűsége

[1] F. H. Crawford—W. A. Shurcliff, PR. 45. 860. 1934.



1. ábra.

minimális; az utóbbi pedig azért lehetetlen, mert a $B'-B''$ görbék a perturbáció helyén erősen emelkednek, vagyis a zavaró term B-je jóval nagyobb a zavarténál. Tehát a két perturbációt két $^1\Pi$ term — valószínűleg ugyanazon $^1\Pi$ két egymásmelletti vibrációs nívója — okozhatja.

II. Dublett termek.

Mivel a dublett termeket előállító rotációs formulák komplikáltabbak, mint a szinguletteknél használtak, külön kell az eljárást a $^2\Sigma$ és külön a $^2\Pi$ termekre alkalmaznunk.

$^2\Sigma$ termek a következő formulával közelíthetők meg (II. táblázat):

$$\begin{aligned} F_2(J) &= B(J+1/2)(J+3/2) + D(J+1/2)^2(J+3/2)^2 - 1/2\gamma(J+3/2), \\ &\qquad J = K - 1/2, \\ F_1(J) &= B(J-1/2)(J+1/2) + D(J-1/2)^2(J+1/2)^2 + 1/2\gamma(J-1/2), \\ &\qquad J = K + 1/2. \end{aligned} \tag{13}$$

Ha például $^2\Sigma \rightarrow {}^2\Sigma$ átmenetről van szó, az R és P ágakból a következő $B'-B''$ értékek számíthatók ki:

$$\begin{aligned} B'-B'' &= \frac{P_2(J)-P_2(J-1)+2B'}{2J+1} + 1/2(\gamma'-\gamma'') = \\ &= \frac{P_2(J)-P_2(J-1)+2B''}{2J-1} + 1/2(\gamma'-\gamma'') \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} B'-B'' &= \frac{R_2(J)-R_2(J-1)-2B'}{2J+1} + 1/2(\gamma'-\gamma'') = \\ &= \frac{R_2(J)-R_2(J-1)-2B''}{2J+3} + 1/2(\gamma'-\gamma'') \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} B'-B'' &= \frac{P_1(J)-P_1(J-1)+2B'}{2J-1} - 1/2(\gamma'-\gamma'') = \\ &= \frac{P_1(J)-P_1(J-1)+2B''}{2J-3} - 1/2(\gamma'-\gamma'') \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} B'-B'' &= \frac{R_1(J)-R_1(J-1)-2B'}{2J-1} - 1/2(\gamma'-\gamma'') = \\ &= \frac{R_1(J)-R_1(J-1)-2B''}{2J+1} - 1/2(\gamma'-\gamma''). \end{aligned} \tag{17}$$

2. táblázat.

S	J	Σ-állapotok	
O	K	$F(J)=BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2$	$^1\Sigma$
$^1/_2$	$K=-^1/_2$	$F_2(J)=B(J+^1/_2)(J+^3/_2)+D(J+^1/_2)^2(J+^3/_2)^2-^1/_2\gamma(J+^3/_2)$	$^2\Sigma$
	$K=+^1/_2$	$F_1(J)=B(J-^1/_2)(J-^1/_2)+D(J-^1/_2)^2(J+^1/_2)^2+^1/_2\gamma(J-^1/_2)$	
1	$K=-1$	$F_3(J-1)=BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2-\varepsilon\left[1-\frac{3}{2J-1}\right]-\gamma(J+1)$	$^3\Sigma$
	K	$F_2(J)=BJ(+1)+DJ^2(J+1)^2+2\varepsilon-\gamma$	
	$K=+1$	$F_1(J-1)=BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2-\varepsilon\left[1-\frac{3}{2J+3}\right]+\gamma J$	

Ω	Π-állapotok	
1	$F(J)=BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2$	$^1\Pi$
$^3/_{2(\text{reg.})}$ $^1/_{2(\text{inv.})}$	$F_2(J)=B\left\{(J+^1/_2)^2-1+^1/_2\left[Y(Y-4)+4(J+^1/_2)^2\right]^{1/2}\right\}+D(J+^1/_2)^4$	$^2\Pi_{3/2}^{\text{reg.}}$ $^2\Pi_{1/2}^{\text{inv.}}$
$^1/_{2(\text{reg.})}$ $^3/_{2(\text{inv.})}$	$F_1(J)=B\left\{(J+^1/_2)^2-1-^1/_2\left[Y(Y-4)+4(J+^1/_2)^2\right]^{1/2}\right\}+D(J+^1/_2)^4$	$^2\Pi_{1/2}^{\text{reg.}}$ $^2\Pi_{3/2}^{\text{inv.}}$
$2_{(\text{reg.})}$ $0_{(\text{inv.})}$	$F_3(J)=B\left(1+\frac{2B}{A}\right)J(J+1)+DJ^2(J+1)^2$	$^3\Pi_2^{\text{reg.}}$ $^3\Pi_0^{\text{inv.}}$
$1_{(\text{reg.})}$ $_{(\text{inv.})}$	$F^2(J)=BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2$	$^3\Pi_{1\text{inv.}}^{\text{reg.}}$
$0_{(\text{reg.})}$ $2_{(\text{inv.})}$	$F_2(J)=B\left(1-\frac{2B}{A}\right)J(J+1)+DJ^2(J+1)^2$	$^3\Pi_0^{\text{reg.}}$ $^3\Pi_2^{\text{inv.}}$

Ha $\gamma_{\text{pert.}} \cong \gamma_{\text{nem pert.}}$, vagy $\gamma_{\text{pert.}} \ll \gamma_{\text{nem pert.}}$, akkor a formulák minden további nélkül használhatók. Ha azonban $\gamma_{\text{pert.}} \gg \gamma_{\text{nem pert.}}$, akkor a $B'-B''$ görbe sehol sem lesz vízszintes; ilyenkor a görbe megrajzolása után annak kétségtelenül nem zavart részeiből $\gamma_{\text{pert.}}$-at kiszámítjuk és ennek segítségével újra számítjuk a $B'-B''$-t, mely a nem zavart helyeken most már állandó lesz.

$^2\Pi$ termekre érvényes, VAN VLECK szerint:[1]

$$F(J) = B\left\{(J+1/2)^2 - 1 \pm \tfrac{1}{2}\left[Y(Y-4) + 4(J-1/2)^2\right]^{1/2}\right\} + D(J+1/2)^4,$$
$$J = K \mp 1/2, \quad Y = \frac{A}{B}, \tag{18}$$

függetlenül attól, hogy reguláris vagy invert dublettről van-e szó és az *a)* és *b)* eset között minden közbülső állapotra. Ismét képezve $\Delta F(J)$-t:

$$\Delta F(J) = B[2J + \Gamma(J)] + D(4J^3 + J), \tag{19}$$

ahol

$$\Gamma(J) = \tfrac{1}{2}\left[Y(Y-4) + 4(J-1/2)^2\right]^{1/2} - \tfrac{1}{2}\left[Y(Y-4) + 4(J-3/2)^2\right]^{1/2}. \tag{20}$$

a) esetben, mikor $\frac{A}{B}$ nagy, a $^2\Pi_{1/2}$ és $^2\Pi_{3/2}$ komponensek úgy tekinthetők, mint szingulett termek, melyeknek B-je különböző. *b)* esetben, mikor $\frac{A}{B}$ kicsiny, szintén úgy járhatunk el, mint szingulett termek esetén. Ha azonban a kérdéses $^2\Pi$ nincsen sem az *a)*, sem a *b)* eset közelében, akkor minden egyes J-nél ki kell számítanunk a (20) alatti $\Gamma(J)$ függvényt, hogy behelyettesíthessük a megfelelő $B'-B''$ formulákba, melyek (19) alapján, az előzőek mintájára egyszerű kivonások útján képezhetők, s melyeket helykímélés céljából nem írunk fel.

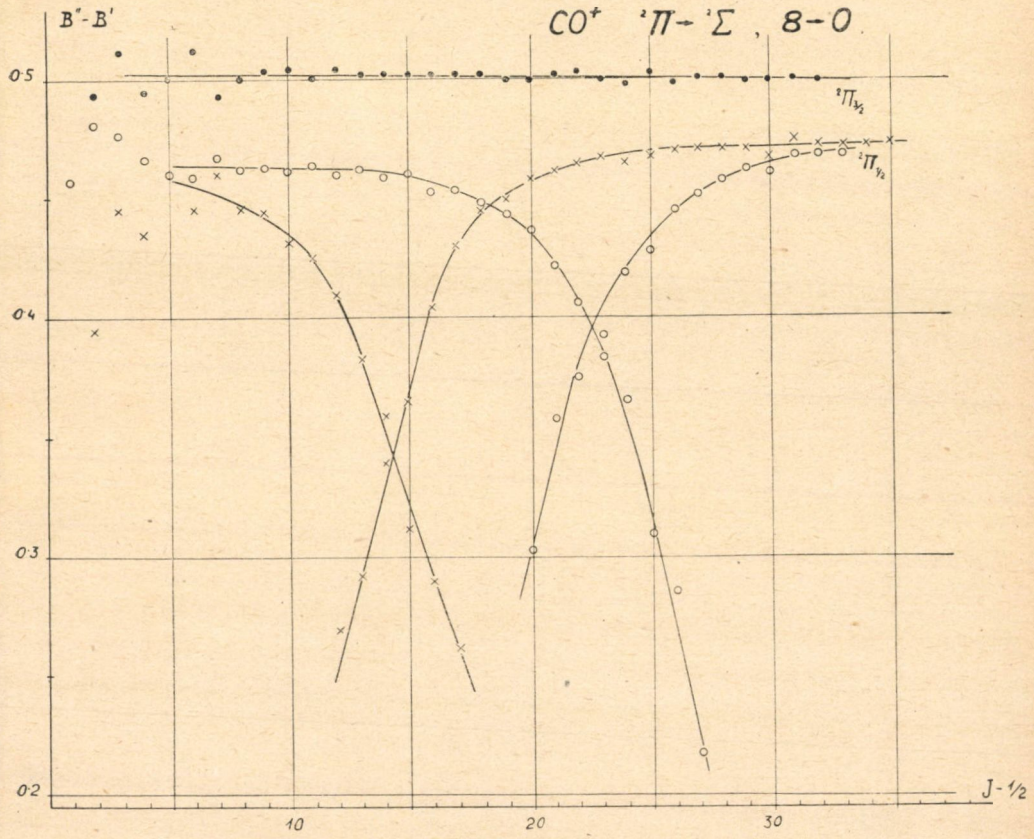
Második példánkban, a CO^+ molekula színképén, $^2\Pi \rightarrow {}^2\Sigma$ sávokkal van dolgunk (COMET TAIL sávrendszer). A $8 \rightarrow 0$ sávban COSTER, BRONS és BULTHUIS[2] észleltek $^2\Sigma$-tól származó perturbációt. Mivel a sáv kezdőállapota az *a)* esethez közelálló $^2\Pi$ term, $\Gamma(J)$-t nem számítunk, hanem az egyszerű szinguletti-

[1] VAN VLECK, PR. **32**. 250. 1928.

[2] D. COSTER, H. H. BRONS, H. BULTHUIS, ZS. f. Phys. **79**. 787. 1932.

formulát használjuk, két különböző B-vel a $^2\Pi_{1/2}$ és $^2\Pi_{3/2}$-re. Így kapjuk a 2. ábrát.

Mint látható, a $^2\Pi_{1/2} \rightarrow {}^2\Sigma$ átmenethez tartozó 6 ág közül a $^2\Pi_{1/2}$ term Λ-típusú dublettjének egy komponenséből kiinduló

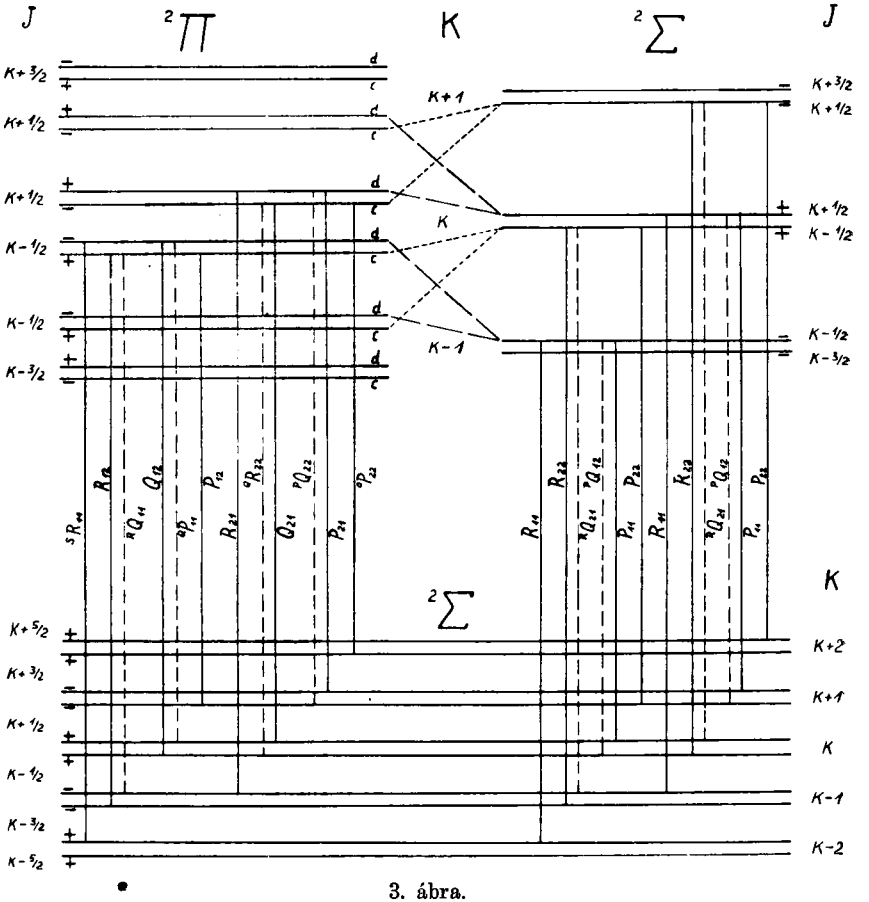


2. ábra.

3—3 ág két különböző helyen van perturbálva; a (Coster, Brons és Bulthuis jelölése szerinti) P_1, R_1 és Q_2 ág a $J=14$ körül, a P_2, R_2, Q_1 ág pedig a $J=23$ körül. A perturbáció oka tehát, mint a 3. ábrából látható, $^2\Sigma$ term lehet. A $^2\Pi_{3/2}$ egyáltalán nincsen perturbálva. A $B''-B'$ görbék a perturbált he-

lyeken lefelé hajlanak, tehát a perturbáló $^2\Sigma$ B-je nagyobb, mint a perturbált $^2\Pi_{1/2}$-é.

H. BULTHUIS[1] a $^2\Pi_{1/2}$, $v = 13$ nívón is talált perturbációt. Ha az ehhez a nívóhoz tartozó sávokra elkészítjük a $B'' - B'$



3. ábra.

görbéket, azt látjuk, hogy azok végig vízszintesek, ezen a nívón tehát nincsen perturbáció. H. BULTHUIS ellenkező eredménye valószínűleg az extrapoláció bizonytalanságából származik. Ugyanez

[1] H. BULTHUIS, Dissert., GRONINGEN, 1935.

a helyzet a $v = 7$-en; itt COSTER, BRONS és BULTHUIS szerint található J nagy értékeinél ($30^1/_2$-en felül) perturbáció, a $B''-B'$ görbék viszont teljesen vízszintesek.

III. Triplett termek.

$^3\Sigma$ termeket — a $^2\Sigma$-hoz hasonlóan — a következő formulával állítunk elő:

$$\begin{aligned} F_3(J+1) &= BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2-\varepsilon\left[1-\frac{3}{2J-1}\right]-\gamma(J+1); \\ & \qquad\qquad J = K-1, \\ F_2(J) &= BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2+2\varepsilon-\gamma; \qquad J = K, \qquad (21) \\ F_1(J-1) &= BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2-\varepsilon\left[1-\frac{3}{2J+3}\right]+\gamma J; \\ & \qquad\qquad J = K+1. \end{aligned}$$

$\Delta F_2(J)$ képzésénél ε és γ kiesik, úgyhogy az F_2-t tartalmazó ágaknál úgy járhatunk el, mint a szinguletteknél; F_1 és F_3-nál viszont úgy, mint a $^2\Sigma$-nál láttuk, azzal a különbséggel, hogy itt két állandó szerepel, ε és γ:

$$\begin{aligned} \Delta F_3(J+1) &= 2BJ+4DJ^3-\gamma-6\varepsilon\frac{1}{4(J-1)^2-1}, \\ \Delta F_2(J) &= 2BJ+4DJ^3, \qquad (22) \\ \Delta F_1(J-1) &= 2BJ+4DJ^3+\gamma \quad 6\varepsilon\frac{1}{4(J+1)^2-1}. \end{aligned}$$

$^3\Pi$ termekre még nincsen olyan formula, mely az *a)* és *b)* eset között akárhol érvényes lenne. Az *a)* esethez közel a következő formula használható:

$$\begin{aligned} F_3(J) &= B\left(1+\frac{2B}{A}\right)J(J+1)+DJ^2(J+1)^2, \quad J = K-1, \\ F_1(J) &= BJ(J+1)+DJ^2(J+1)^2, \qquad J = K, \qquad (23) \\ F_1(J) &= B\left(1-\frac{2B}{A}\right)J(J+1)+DJ^2(J+1)^2, \quad J = K+1. \end{aligned}$$

Ilyenkor, az *a)* típusú $^2\Pi$ analógiájára, három különböző B-t kapunk a három triplett-komponensre. *b)* esetben és közbülső

esetekben úgy kell eljárnunk, mint szinguletteknél; ilyenkor csak a középső, F_2 komponensre kapunk konstans $B'-B''$-t, a másik két komponensből származó $B'-B''$ görbe asszimptotikusan fog ehhez közeledni. A perturbációkat azonban így is fel lehet ismerni.

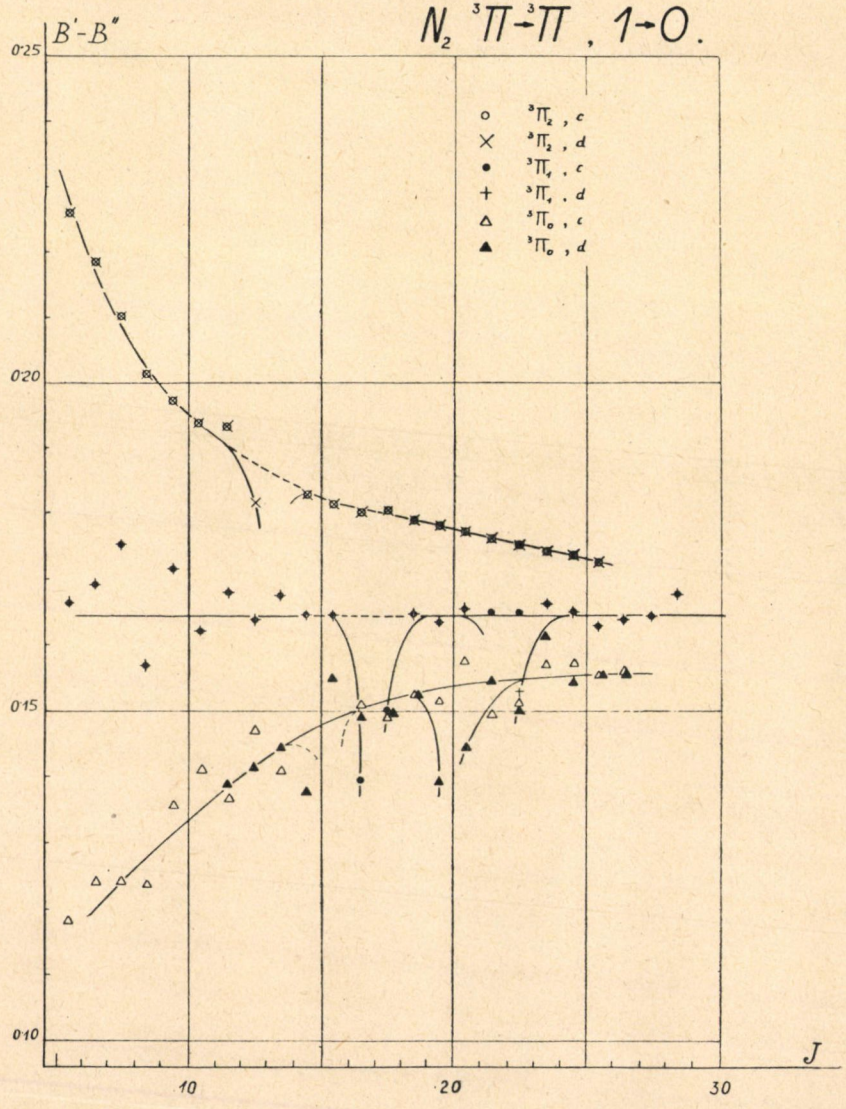
Triplett sávok közül az N_2 molekula második pozitív sávrendszerét választjuk példának. Ez a sávrendszer ${}^3\Pi \rightarrow {}^3\Pi$ átmenetet képez. Az $1 \rightarrow 0$ sáv kezdőállapotán COSTER, BRONS és van der ZIEL[1] észleltek szabálytalanságokat. Szerintük valószínűleg Σ-nívó okozhatja azokat, de az adatok kis száma miatt nem vizsgálták részletesebben. GUNTSCH[2] szintén említi ezeket a szabálytalanságokat és egyes, COSTER és munkatársai által észlelt adatoknak más értelmet tulajdonít. Ha már most erre a sávra, COSTER, BRONS és van der ZIEL adatai segítségével, elkészítjük a $B'-B''$ görbéket, a 4. ábrát kapjuk.

Látható, hogy a ${}^3\Pi$ kezdőállapot ${}^3\Pi_2$ komponense $J=13$ körül, a ${}^3\Pi_1$ $J=17$ és 22 körül, a ${}^3\Pi_0$ pedig $J=20$ körül perturbálva van; ugyancsak ezen a ${}^3\Pi_0$ komponensen a $J=15$-höz tartozó vonal hiányzik. (J a kezdőállapot rotációs kvantumszámát jelenti, mert a kezdőállapot a perturbált.) Tehát összesen öt helyen van szabálytalanság, pedig ha két triplett nívó metszi egymást, kilenc helyen kell perturbációt észlelnünk.

Rajzoljuk fel J' függvényében és önkényes ordinátaléptékben a ${}^3\Pi$ kezdőállapot termjeit (5. ábra). A léptéket azért nem választjuk a valóságnak megfelelően, hogy a Λ-típusú dublettfelbontás, mely a multiplettfelbontáshoz képest igen kicsiny, ábrázolható legyen. Az 5. ábra így csak kvalitatív vizsgálatokra alkalmas.

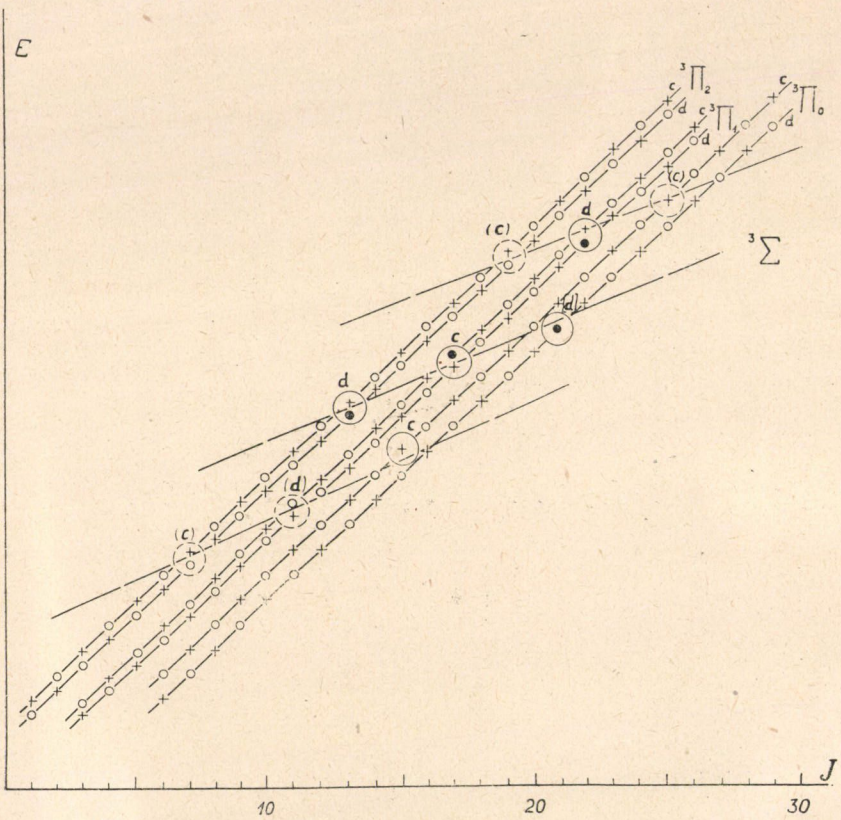
Mivel az N_2 molekula egyenlő atómokból áll, a Λ-típusú dublettnek egyik komponense felváltva kisebb intenzitású a másiknál, mégpedig az $i = {}^1/_2$ magspínnek megfelelően 1 : 3 arányban. A ${}^3\Pi_0$ komponensen, ahol a Λ-típusú dublett valóban észlelhető, ez olymódon nyilvánul, hogy a dublettnek felváltva az ibolya- és a vörös felé eső komponense erősebb. A ${}^3\Pi_1$-en a

[1] D. COSTER, F. BRONS, A. van der ZIEL, ZS. f. Phys. **84**. 304. 1933.
[2] A. GUNTSCH, ZS. f. Phys. **86**. 262. 1933.


B'-B"
N2 3Π-3Π , 1-0.
0·25
0·20
0·15
0·10
10
20
30
J
3Π2 , c
3Π2 , d
3Π1 , c
3Π1 , d
3Π0 , c
3Π0 , d

4. ábra.

Λ-típusú dublett már oly kicsiny, hogy a komponensek nem válnak szét. Itt a váltakozó intenzitás csak a vonalakon belüli intenzitás-súlypontnak a váltakozó elhelyezkedésében nyilvánul, ami ú. n. «staggering»-szerű jelenséghez vezet. Innen van a



5. ábra.

4. ábrán, a $^3\Pi_1$-en a pontok váltakozó elhelyezkedése a vízszintes görbe alatt és fölött, $J=8$ és 15 között. A $^3\Pi_2$ termen a Λ-típusú dublett praktikusan zérus, ezért ott még staggeringet sem észlelünk. Az 5. ábrán a nagyobb intenzitású termek körrel, a kisebb intenzitásúak kereszttel vannak megjelölve. Az észlelt rendellenességek helye egy-egy nagyobb karikába van foglalva.

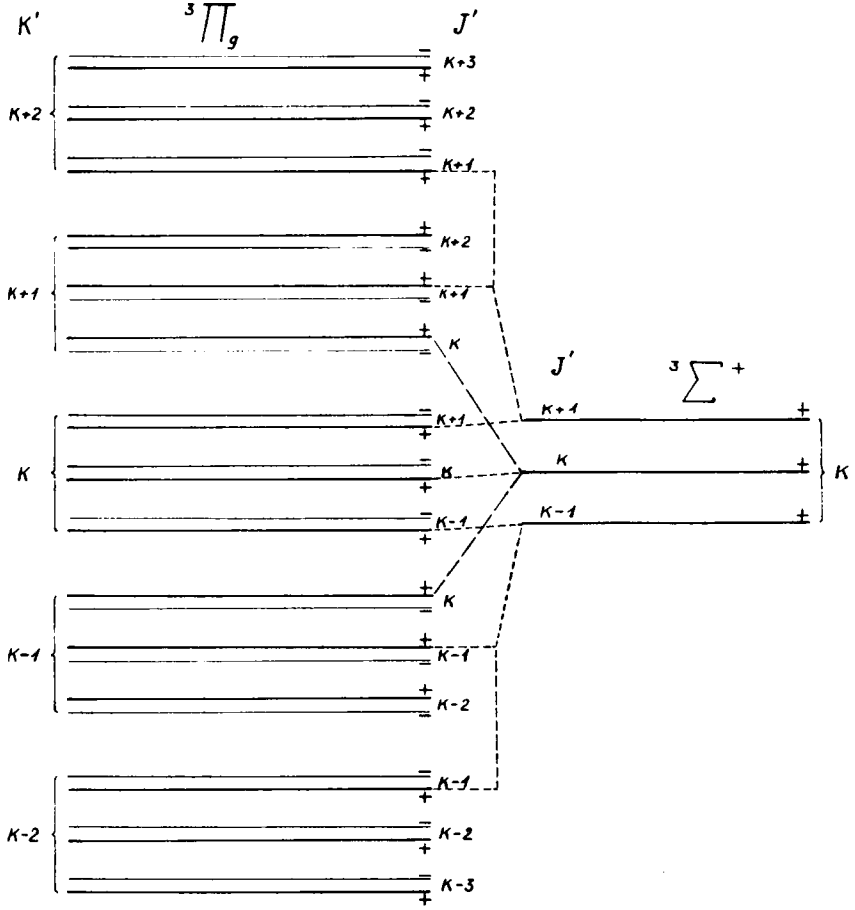
Ahol a $^3\Pi_2$-n és $^3\Pi_1$-en rendellenesség észlelhető, ott könnyű eldönteni, hogy a *A*-típusú dublett komponensei közül melyik van perturbálva: nyilván az, amelyik annál a *J*-nél a nagyobb intenzitású. Ha ugyanis a kisebb intenzitású komponens van perturbálva, az nem tudja a közös intenzitás-súlypont helyét lényegesen megváltoztatni. Innen magyarázható különben az is, hogy az egyes átmetszéseknél miért van csak egyetlen vonal perturbálva. A két szomszédos vonal ugyanis kis intenzitású, ezért nem észlelhető ott a perturbáció, az azután következő két nagyintenzitású vonal pedig már messze van az átmetszés helyétől ahhoz, hogy rajtuk a hatás észrevehető legyen.

A $^3\Pi_0$-n $J=15$-nél, az ezen a helyen gyengébb *c* komponens van perturbálva; COSTER és munkatársai mérései szerint az ehhez a termhez tartozó *R* ágbeli gyenge vonal eltünt. Ennek az az oka, hogy az amúgy is kis intenzitást a perturbáció még jobban lecsökkentette.

Beírva mármost az 5. ábrába azt, hogy a *J*-típusú dublettnek az említett helyen a *c* vagy a *d* komponense van-e perturbálva és a 6. ábráról leolvasva, hogyha $^3\Sigma^+$ zavar $^3\Pi_g$-t, akkor akármelyik term mentén haladva váltakozva kell *c* és *d* metszéseknek következniök, a zavaró $^3\Sigma$ nívó fekvése teljesen egyértelműen meg van határozva. (Az 5. ábra szakgatott vonalai.) Ilymódon még négy olyan metszéspontot kapunk, ahol a gyenge komponens van perturbálva, ahol tehát, mivel az intenzitás-súlypont a helyén maradt, semmi lényeges hatás nem észlelhető: a $^3\Pi_2$-n $J=7$ és 19-nél, a $^3\Pi_1$-en $J=11$-nél és a $^3\Pi_0$-n $J=25$-nél.

Hátra van még a $^3\Pi_0$-n, $J=21$-nél történő átmetszés magyarázata. Itt a *d* komponensnek kell megzavarva lennie; COSTER és munkatársai szerint viszont a *c* komponens van megzavarva. Hogy ezt az ellenmondást elkerülhessük, COSTER, BRONS és van der ZIEL adatait úgy kell korrigálnunk, hogy az általuk $J''=20$-nál a *d* rovatba írt vonalat (R_0 ág, baloldali rovat), amelynek 31802·63 a hullámszáma, a *c* rovatba (jobboldali rovat) kell írnunk, a *c*-ben található két hullámszámot pedig — 31802·12 és 31803·08 — a *d* rovatba. Hogy a COSTER, BRONS és van der ZIEL által zárójelbe tett vonal valóban helyesen van ebbe

a sávba besorozva, azt GUNTSCH-nak a mérései bizonyossá teszik. GUNTSCH ugyanis kimérte az ugyanehhez a kezdőállapothoz tartozó (1, 1), (1, 2), (1, 3) és (1, 4) sávot és a megfelelő helyen mind a négyben három vonalat talált kettő helyett.



6. ábra.

GUNTSCH — ugyancsak mind a négy említett sávon — az $R_0(22)$ és $P_0(24)$ vonalakon anomális dublettfelbontást vélt felismerni. Ez nagyon nehezen volna összhangba hozható eddigi eredményeinkkel. Ha azonban COSTER, BRONS és van der ZIEL

megfelelő d-rovatbeli $R_0(22)$ és $P_0(24)$ vonalaiból a GUNTSCH-féle anomális dublettfelbontás középértékét levonjuk, a következő két hullámszámot kapjuk:

$$31822{\cdot}85 - 2{\cdot}57 = 31820{\cdot}28,$$
$$31676{\cdot}01 - 2{\cdot}57 = 31673{\cdot}44.$$

Az első szám a kísérleti hibák határain belül jól megegyezik a COSTER, BRONS és van der ZIEL által az R_1 rovatba, $J''=21$-nél besorozott «számfölötti» vonallal s így — az előzőek értelmében — nem az R_0, hanem az R_1 ágba tartozik. A második viszont az ott hiányzó $P_1(23)$ helyére illik. Ezt a vonalat ugyanis COSTER, BRONS és van der ZIEL felvételein nem lehetett észlelni a kis intenzitás miatt (l. fent), GUNTSCH felvételein pedig igen, mivel azok — szerinte is — sokkal nagyobb intenzitásúak.

A perturbáló $^3\Sigma$ term B-je, mint a 4. és 5. ábrából látható, kisebb, mint a $^3\Pi$-é. Az utóbbinak B-jéből, továbbá a különböző átmetszések helyéből, COSTER és BRONS[1] nyomán kiszámíthatjuk ezt a B-t: $B_\Sigma \cong 1{\cdot}41$ cm^{-1}. Hogy az N_2 molekula melyik $^3\Sigma$ nívója okozhatja a perturbációt, azt a jelenlegi ismereteink segítségével eldönteni nem lehet. Az első pozitív nitrogénsávok végállapota, az $A^3\Sigma$ nívó nem okozhatja, mert kb, 40000 cm^{-1}-gyel alacsonyabban fekszik. A $D^3\Sigma$ nívó viszont kb. 15000 cm^{-1}-gyel magasabban fekszik. Az APPLEYARD—van der ZIEL sávok[2] végállapota jöhet még tekintetbe. Ez vagy $^1\Sigma$ vagy $^3\Sigma$; B_0-ja 1·47 cm^{-1} tehát elég közel van a perturbáció alapján nyert B-hez. Hogy az említett sávrendszer termjei az N_2 más, ismert termjeihez viszonyítva hol fekszenek, azt nem tudjuk, mert róluk a többi termre semmiféle átmenet nem ismeretes. Ha bebizonyítható volna, hogy az APPLEYARD—van der ZIEL sávok valóban $^3\Sigma \rightarrow {}^3\Sigma$ átmenetet képeznek, akkor a második pozitív sávrendszerben tapasztalható számos perturbáció vizsgálata útján

---

[1] D. COSTER—F. BRONS, Physica, I. 634. 1934.

[2] A. van der ZIEL, Physica, I. 513. 1934.

talán ezeknek a $^3\Sigma$ nívóknak viszonylagos elhelyezkedése is tisztázható volna.

*

Jelen dolgozat a m. kir. József-Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizikai Intézetében készült, mely felszerelésének egy részét az Országos Természettudományi Tanácsnak és a Széchenyi Tudományos Társaságnak köszöni és dr. POGÁNY BÉLA műegyetemi ny. r. tanár vezetése alatt áll.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935 március 18.-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE STÖRUNGEN IN DEN BANDENSPEKTREN VON CS, CO^+ UND N_2.

Von L. GERŐ.

Mit einer Methode, die der Verfasser schon zum Lokalisieren der Störungen der Angströmbanden angewendet hatte (ZS. f. Phys. *93*. 669. 1935), werden die Störungen in den Bandenspektren der Molekeln CS, CO^+ und N_2 untersucht. In dem von Crawford und Shurcliff (PR. *45*. 860. 1934) analysierten $A^1\Pi \rightarrow X^1\Sigma$, (0, 1) Band des CS stammen die Störungen bei $J = 17$ und 45 von zwei verschiedenen $^1\Pi$-Termen, die grosse Λ-Dublettaufspaltung zeigen und die wahrscheinlich nacheinanderfolgende Vibrationsniveaus desselben Elektrontermes sind. Im Kometenschweifband (8, 0) des CO^+ ergibt die Methode genau die Resultate von Coster, Brons und Bulthuis (ZS. f. Phys. *79*. 787. 1932); dagegen findet man in den Anfangsniveaus $v' = 7$ und 13 überhaupt keine Störungen. In der zweiten positiven Stickstoffgruppe, am $^3\Pi$, $v' = 1$ Anfangsniveau wird die auch von Coster, Brons und van der Ziel (ZS. f. Phys. *84*. 304. 1933.) erwähnte Störung diskutiert und gefunden, dass es von einem $^3\Sigma$-Term stammt, dessen Rotationskonstante ungefähr $B = 1{\cdot}41\ \mathrm{cm}^{-1}$ ist. Dabei werden einige Messdaten von Coster und Mitarbeiter, bzw. von Guntsch (ZS. f. Phys. *86*. 262. 1933.) anderswie gedeutet.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. März 1935.)

AZ ARGON I, KRYPTON I, ÉS XENON I SZÍNKÉP VONALAINAK ZEEMAN-FELBONTÁSAIRÓL.

Második közlemény.

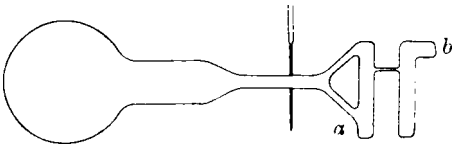
POGÁNY BÉLÁ-tól.

A megfigyelések módjáról az első közleményben [1] részletesen beszámoltam, azért most csak arra a két pontra akarok kitérni, amelyeket illetően a mérési eljárást tökéletesítettük.

Az első pont az analizálandó színkép gerjesztése. Az előző vizsgálatok alkalmával a színképet olymódon állítottuk elő, hogy alacsony nyomású gázban, üvegcsőben fémelektródok között vittük át a kisülést. Mint már előző közleményemben jeleztem, a színkép csak az ultravörösben volt használható, mert látható és ultraibolya részében tele volt az elektródokból használat közben állandóan felszabaduló gázok, NO_2, NO, CO stb. sávos színképeivel, mely szennyezések a nemes gáz vonalainak megfigyelését mágneses térben lehetetlenné tették. Ezért át kellett térni a színképnek elektródok nélkül, nagyfrekvenciájú árammal való gerjesztésére. Az elektródoknélküli gerjesztésnél a gondosan tisztított gázt alacsony nyomáson üvegből vagy kvarcból készült kisülési csőbe zárjuk, melynek falait előzőleg erősen melegítjük, hogy a falban elnyelt gázok felszabaduljanak és eltávolíthatók legyenek. A kisülési cső színképéből az utolsó szennyezéseket is eltávolítva, végül a higanygőzöket kifagyasztjuk és a csövet leforrasztjuk. Az egész művelet alatt a csőben lévő gáz emisszióját nagyfrekvenciájú kisüléssel gerjesztjük és a színkép tisztaságát egy kisebb

[1] Magyar Tudományos Akadémia Matematikai és Természettudományi Értesítője LI. kötet, 1 18. o.

Hilger-spektroszkóppal ellenőrizzük. (1. ábra.) Kisebb, néhány cm^3 ürtartalmú kisülési csövekben használat közben a kisülés környezetében az üvegfal érdessé válik, a nemes gázt elnyeli, minek következtében nagyobb tartalék hiányában a nyomás és vele együtt a fényerő is tetemesen csökken. Ezt elkerülendő, a tulajdonképpeni H-alakú kisülési cső egy nagyobb, kb. két liter ürtartalmú tartalékedénnyel volt összeköttetésben. A nagyfrekvenciájú kisülés előállítására egy 400 wattos elektroncsővel egy kis adóállomást állítottunk össze, mely néhányszázméteres hullámmal dolgozott. Ezen nagyfrekvenciájú áramot az *a*- és *b*-nél (1. ábra) az üvegcsőre tekercselt külső elektródokhoz vezettük.



1. ábra.

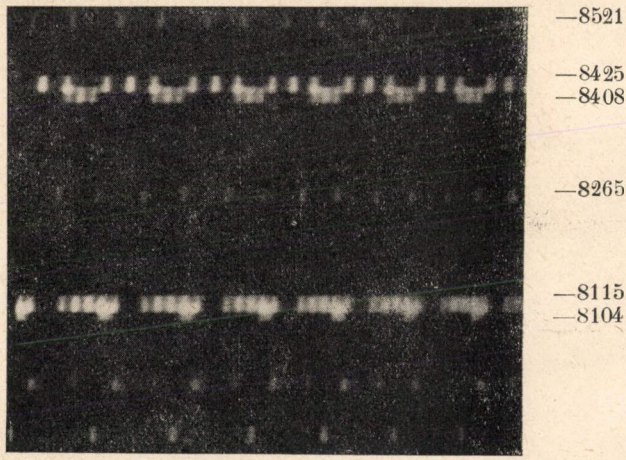
Ami a mágneses teret illeti, az intézetben egyrészt nem igen állottak rendelkezésre 20,000 Gaussnál nagyobb mágneses terek, másrészt nagyobb tereket azért sem tudtunk volna használni, mert azokban az elektródnélküli nagyfrekvenciájú kisülés nehezen tartható fenn. Ha tehát a szennyezési színképektől való mentesítés céljából leforrasztott, elektródnélküli kisülési csövekkel és nagyfrekvenciájú gerjesztéssel akarunk dolgozni, szükségképpen 15,000—20,000 Gauss körüli mágneses terekre vagyunk utalva. Ezeknek aránylag kisebb felbontásánál a Lummer-lemez fölényben van a rács felett. Felvételeink kimérése és feldolgozása alkalmával kitűnt, hogy a krypton-vonalaknak a Lummer-felvételeken mutatkozó felbontásai pontosabban mérhetők, mint a mágneses térerősség, ha ez utóbbit az első közleményben leírt módon határozzuk meg. Ez az eljárás abban állt, hogy meghatározott interferrikumban meghatározott mágnesező áramerősség mellett megmértük a 4680 Å *Zn*-vonal mágneses felbontásának abszolut értékét, abból kiszámítottuk a mágneses térerősséget és ugyanazon mágneses térben, ugyanazon mágnesezési áramerősség mellett megmértük

néhány krypton-vonal felbontását és a többi felvételeken a mágneses teret ezen krypton-vonalak felbontása alapján határoztuk meg. A térerősségek tehát csak oly pontosak voltak, amily pontos volt



2. ábra.
Krypton π-összetévők, H = 15480 Gauss.

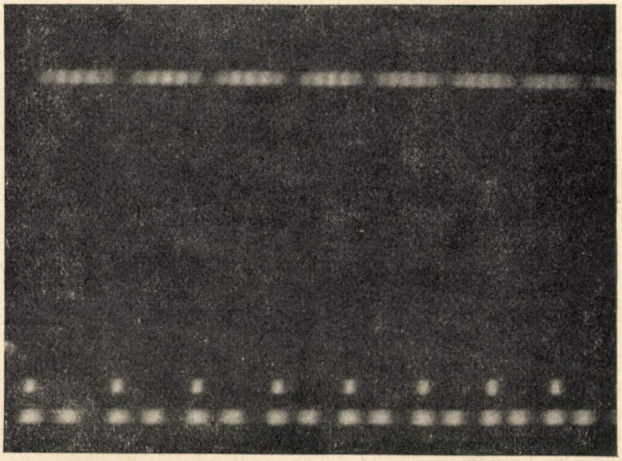
a *Zn*-vonal alapul szolgáló felbontásának meghatározása. E kék *Zn*-vonal felbontását az intézeti egyik konkáv ráccsal mértük, hogy a Lummer-spektrográf ultravörös jusztirozását ne kelljen



3. ábra.
Argon π-komponensek, H = 15860 Gauss.

minden felvételnél újra eszközölni. A használt aránylag csekély térerősségek mellett a *Zn*-vonal felbontása a rácsszínképben szintén aránylag csekély és mindenesetre csekélyebb pontossággal mérhető, mint a Lummer-lemezzel előállított felbontások. Ehhez járul még, hogy a teret a *Zn*-vonalról a krypton-vonalra a mágne-

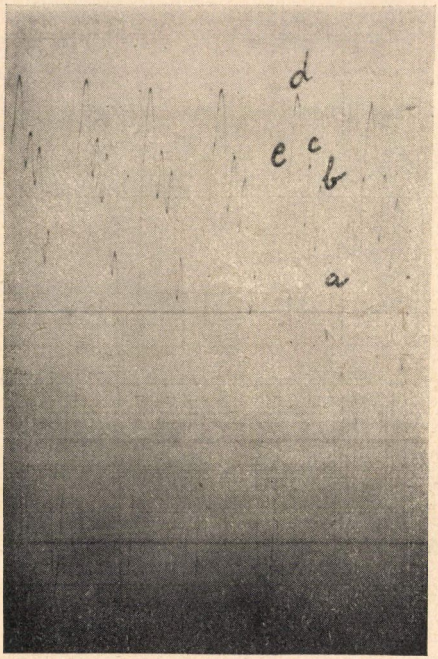
sező áramot mérő ampèremérővel visszük át. Innen adódtak az eltérések, amelyek az előző méréseknél ± 2%-ot tettek ki, úgy a mágneses térerősségben, mint természetesen az annak alapján mért krypton-g-értékekben is. Ezért az újabb felvételek kiértékelésénél úgy jártunk el, hogy a mágneses teret oly krypton-vonalaknak a mágneses felbontásai alapján mértük, melyeket Lummer-lemezzel előállítva a mérendő vonalak felbontásaival *együtt* fényképeztünk és melyek felbontásai a g-összegtétel értelmében a kap-



4. ábra.
Xenon π-komponensek. H = 16620 Gauss.

csolástól függetlenül adódnak és így a LANDÉ-féle g-formula alapján számíthatók. Ily vonalak a kryptonnál 8112 Å mint $5s\ ^3P_2$—$5p\ ^3D_3$ átmenet és 4319 Å mint $5s\ ^3P_2$—$6p\ ^3D_3$ átmenet, argonnál 8115 Å mint $4s\ ^3P_2$—$4p^3D_3$ átmenet és xenonnál 8819 Å mint $6s\ ^3P_2$—$6p\ ^3D_3$ átmenet stb. E vonalak ZEEMAN-összetevői közül csak a π-összetevőket használtuk fel a mágneses térerősség mérésére, mert a σ-összetevők felbontásai már oly nagyok, hogy a Lummer-interferenciák szomszédos rendjeiben egymásra esnek. Az említett vonalak öt összetevőjét, melyek $^1/_6$ normál felbontásra vannak egymástól, a Lummer-lemez 10,000—15,000 Gauss nagyságú terekben tökéletesen felbontja. Erről a mellékelt ábrák tanús-

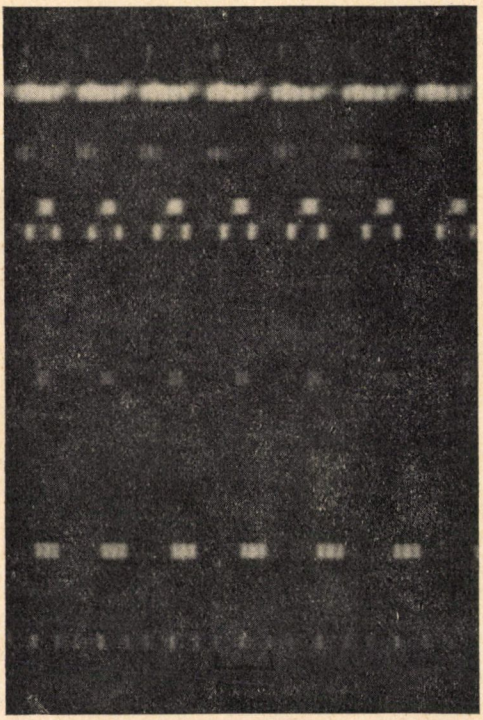
kodnak. A 2. ábra mutatja a 4319 Å hullámhosszúságú krypton-vonal π-ötösét, a 3. ábrán látható a 8115 Å hullámhosszúságú argon-vonal π-ötöse és a 8408 és 8425 Å argon-vonalak π-hármasai. A 4. ábra tünteti fel a 8819 Å hullámhosszúságú xenon-vonal π-ötösét. E képek az eredeti negatívok 8—10-szeres nagyításai.



5. ábra.

Az 5. ábrán látható az Argon-ötös feketedési görbéje, mely a Zeiss-féle regisztráló fotometerünkkel készült. A szomszédos 8104 Å vonal interferenciái belelógnak az ötös két összetevője közé, úgy, hogy azok között a feketedési görbe nem mutat esést, a többi összetevőkön azonban megítélhető, hogy az ötös összetevői menynyire szétválnak. Megjegyzendő, hogy komparátorral az a két összetevő is kimérhető, melyek közé a szomszédos vonal interferenciái belelógnak, mert a fonálkereszt beállítására elegendők a kérdéses két ötös-összetevőnek le nem fedett darabjai. A térerősség

külön meghatározható az ötös belső és külön a külső összetevőiből és így ellenőrizhető, hogy mutatkozik-e zsugorodási hatás? A belső összetevőknél zsugorodási hatás ki van zárva, mert azokat kívülről ugyancsak $^1/_6$ normálfelbontásnyi távolságra szegélyezik a külső összetevők. Ha a tér a külső és belső összetevőkből külön-

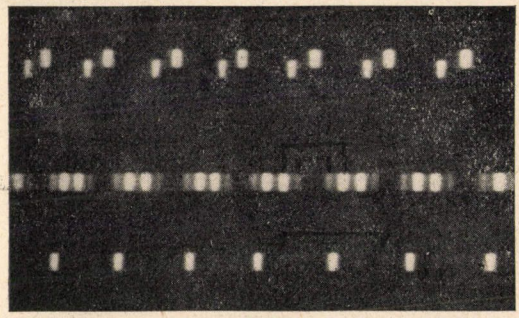


6. ábra.
π-komp. Krypton H = 14830 Gauss.

külön meghatározva egyezik, ez annak jele, hogy zsugorodási hatás a külső összetevőknél sem lép fel. A π-összetevőket minden lemezen kb. 25 rendben legalább két, néha három észlelő is kimérte a Zeiss-féle komparátoron. Az így meghatározott térerősségek 1%-ra pontosaknak mutatkoztak. A 3., 4., 6., 7. és 8. ábrákon látható π-felvételek alapján már mostan meghatározható egy csomó term

g-értéke. Ha pl. megmértük az $1s_2=5s^1P_1$ krypton-term g-értékét, akkor oly vonalak, melyekben ez a term fel nem bomló termekkel kombinálódik, pl. a 4351 Å hullámhosszúságú vonalban az $5p^3P_0$-termmel, lehetővé teszik σ-felvételek mágneses tereinek pontos meghatározását. A σ-felvételeken tehát, hol a különböző rendű σ-ötösök összeesnek és így azok alapján a térerősség nem mérhető, mégis lehetővé válik ilyen módon egy pontos térerősségmérés maguknak a krypton-vonalaknak a segítségével.

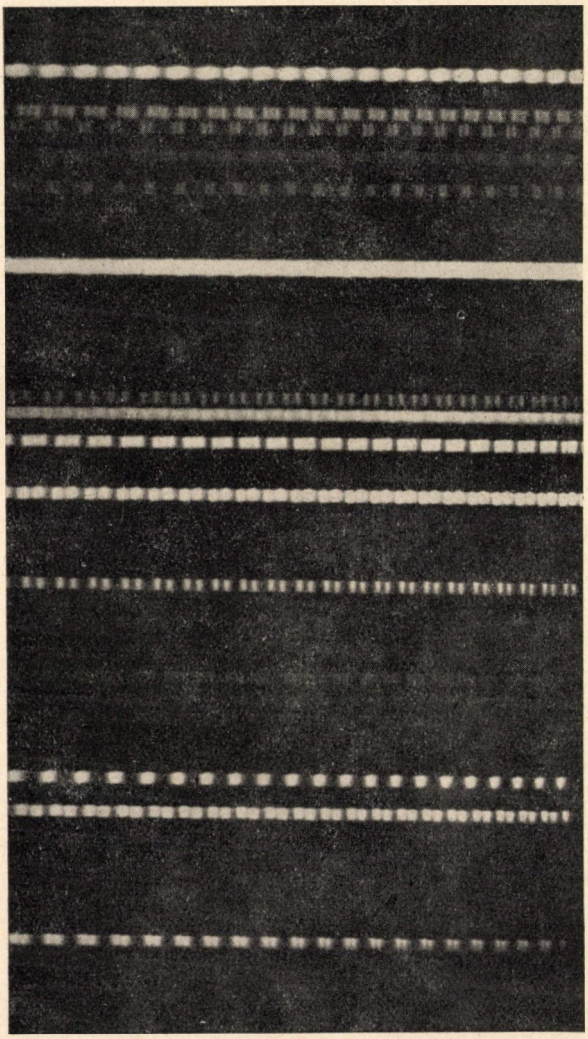
A 4351 Å vonal σ-kettőse a 8. ábrában látható, mely egyébként arról is tanuskodik, hogy színképünk a láthatóban is mennyire mentes volt szennyezésektől. A nagyítás kb. 4-szeres.



7. ábra.
π-komponensek. Argon. H = 15880 Gauss.

Nemcsak az újabb felvételek mágneses tereit határoztuk meg ezen újabb eljárás szerint, hanem a régi felvételeket is újra feldolgoztuk. Az eredmény mutatta, hogy a különböző vonalak alapján, különböző lemezekről származó g-értékek egymás között immár a réginél jobb egyezést mutattak.

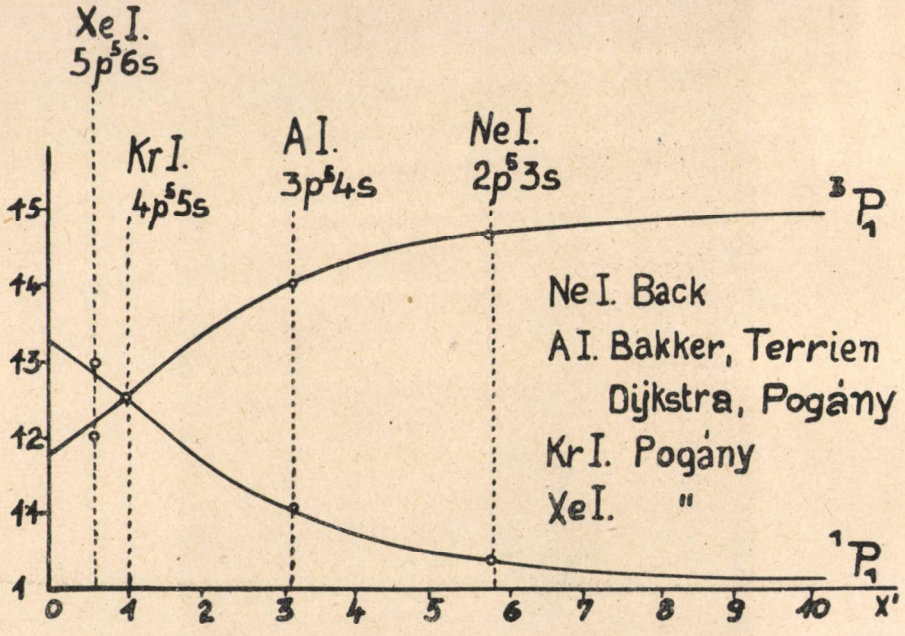
Az új felvételek az 1. táblázatban szereplő vonalakra vonatkoznak. A termek PASCHEN-féle jelölései mellett a RUSSELL—SAUNDERS-féle jelölést is használom kizárólag azért, hogy a j belső kvantumszámot röviden kifejezésre juttassam. A p_i-termek között általában több van, melyeknek belső kvantumszáma ugyanaz, pl. négy p_i-term van, melyekhez $j=1$ tartozik. Kérdés, hogyan kell e négy p_i-termhez a $^3S_1$, $^3P_1$, $^3D_1$, $^1P_1$ szimbolumokat hozzá-



8. ábra.

π-komponensek, Krypton. H = 9710 Gauss.

rendelni? A törekvés az lesz, hogy valamely p_i-hez azt az ${}^rL_j$ szimbolumot rendeljük, melyből keletkezik, ha a kapcsolás a RUSSELL—SAUNDERS-féléből fokozatosan átmegy a (jj) kapcsolásba. A hozzárendelés azonban ezen elv alkalmazása mellett is csak némi bizonytalansággal eszközölhető. Ha ugyanis ösmert formulákat [1] alkalmazva kiszámítjuk a p_i-termek g-értékeit a RUSSELL—SAUNDERS-kapcsolás és a (jj)-kapcsolás szélső eseteire, akkor látjuk, hogy pl.



9. ábra.

${}^1P_1$ g-értéke 1-től 0·66-ig változik, míg ${}^3D_1$ g-értéke 0·5-től 1·33-ig változik. Az utóbbi értékek a (jj)-kapcsolás esetére vonatkoznak. Egy bizonyos közbülső kapcsolásnál tehát metszik egymást a g-értékek. Hasonló viszonyokat látunk a ${}^3P_2$ g-értékének 1·5-ről 1·17-re és ${}^3D_2$ g-értékének 1·17-ről 1·33-ra való átmeneténél. Ha az észlelések szerint pl. $gp_2 > gp_4$, és el akarjuk dönteni, hogy e p_i-termekhez az ${}^1P_1$ és ${}^3D_1$ szimbolumok a fenti elvet szem előtt tartva,

[1] Lásd pl. O. LAPORTE: Hdb. d. Astrophys. Bd. III/II. S. 665.

hogyan rendelendők hozzá, tudnunk kell, hogy a tényleges kapcsolás a RUSSELL—SAUNDERS-kapcsolás és a metszés közti intervallumba, vagy a metszés és (jj)-kapcsolás közti intervallumba esik-e? Az argon $3p^5\ 4p$-termek felbontásai, melyeket időközben az enyéimmel egyező eredménnyel TERRIEN és DIJKSTRA [2] is megfigyeltek, azt mutatják, hogy a metszés a $3p^5\ 4p$-termek kapcsolási viszonyainál következik be, tehát az $5p$-termeknél már a metszés $\rightarrow(jj)$-kapcsolás közti tartományban vagyunk. Ezzel kapcsolatban nagyon tanulságos a TERRIEN és DIJKSTRA által közölt 9. ábra.

Az egész anyag, mely a g-értékeket illetően argon, krypton és xenonnál rendelkezésre áll, arra enged következtetni, hogy kryptonnál is a $4p^5\ 5p$, $4p^5\ 6p$ és xenonnál az $5p^5\ 6p$ konfigurációkban a kapcsolási viszonyok a metszés $\rightarrow (jj)$-kapcsolás tartományba esnek. Ennek megfelelően az első cikkemben eszközölt hozzárendelés megváltoztatandó volna annyiban, hogy a p_3 és p_3 termek hozzárendelését $^3D_2$ és $^3P_2$-höz és p_4 és p_7 hozzárendelését $^3D_1$ és $^1P_1$-hez felcseréljük.

Ezáltal a következő hozzárendeléseket nyerjük:

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
$^3P_0$	$^3P_2$	$^3P_1$	$^1P_1$	$^3S_0$	$^3D_2$	$^3D_1$	$^1D_2$	$^3D_3$	$^3S_0$

Ez szerepel az 1. táblázatban.

Az első táblázatban L. után a LANDÉ-féle felbontások vannak bejegyezve és a RUSSELL—SAUNDERS-kapcsolás g-értékei. Alatta $é$ után az észlelt értékek következnek. Ha több érték van megadva, a kérdéses felbontást több különböző lemezen megfigyeltük. A 2. táblázatban a g-értékek termek szerint vannak csoportosítva. Ezúttal sikerült még a 8928 Å hullámhosszúságú vonalat is lefényképezni, azonkívül az a körülmény, hogy a gondosan megtisztított nemes gázt elektródák nélkül gerjesztettük lezárt csövekben és így a szennyezési színképek a kisülésből hiányoztak, lehetővé tette a 6056 és 6082 Å hullámhosszúságú vörös vonalak megfigyelését is. Ezek mindegyikéből meghatározható volt a krypton $5p\ ^3S_1$-termjének g-értéke, mely az első közleményből még hiányzott.

[2] TERRIEN és DIJKSTRA: Journal de Physique, Série VII. Tome V. 1934. p. 443.

1. Táblázat.

$\lambda\text{Å}$	${}^{r}L_j - {}^{r'}L'_{j'}$		π	σ	g	g'
8928	$5s\,{}^3P_2 - 5p\,{}^3S_1$	L	0, $\pm$ 0·5	—	1·50	2·00
	$1s_5 - 2p_{10}$	e'	0, $\pm$ 0·402	—	—	1·902
			0, $\pm$ 0·395	—	—	1·895
8776	$5s\,{}^3P_1 - 5p\,{}^1D_2$	L	0, $\pm$ 0·5	—	1·50	1·00
	$1s_4 - 2p_8$	e'	0, $\pm$ 0·141	—	1·265	1·124
			0, $\pm$ 0·143	—	1·262	1·119
8508	$5s\,{}^1P_1 - 5p\,{}^1P_1$	L	0,	—	1·00	1·00
	$1s_2 - 2p_4$	e'	$\pm$ 0·613	—	1·235	0·622
			$\pm$ 0·609	—	1·238	0·629
8298	$5s\,{}^3P_1 - 5p\,{}^3D_1$	L	$\pm$ 1·00	—	1·50	0·50
	$1s_4 - 2p_7$	e'	$\pm$ 0·237	—	1·265	1·028
			$\pm$ 0·230	—	1·258	1·028
			$\pm$ 0·234	—	1·262	1·028
8281	$5s\,{}^1P_1 - 5p\,{}^3P_1$	L	$\pm$ 0·5	—	1·00	1·50
	$1s_2 - 2p_3$	e'	$\pm$ 0·191	—	1·235	1·426
			$\pm$ 0·180	—	1·242	1·422
			$\pm$ 0·190	—	1·238	1·428
8263	$5s\,{}^1P_1 - 5p\,{}^3P_2$	L	0, $\pm$ 0·50	—	1·00	1·50
	$1s_2 - 2p_2$	e'	0, $\pm$ 0·072	—	1·235	1·163
8190	$5s\,{}^3P_1 - 5p\,{}^3D_2$	L	0, $\pm$ 0·17	—	1·50	1·17
	$1s_4 - 2p_6$	e'	0, $\pm$ 0·13[illegible]	—	1·265	1·403
			0, $\pm$ 0·136	—	1·262	1·398
8104	$5s\,{}^3P_2 - 5p\,{}^1D_2$	L	$\pm$0·5 $\pm$1·0	—	1·50	1·00
	$1s_5 - 2p^8$	e'	$\pm$0·786	—	—	1·107
6082	$5p\,{}^3S_1 - 7d\,{}^3P_0$	L	0,	$\pm$ 2,	2·00	—
	$1s_4 -$	e'	—	$\pm$ 1·884	1·884	—
6056	$5p\,{}^3S_1 - 7d\,{}^3P_1$	L	$\pm$ 0·5	$\pm$ 1·5 $\pm$ 2·00	2·00	1·50
		e'	$\pm$ 0·562	$\pm$ 1·339 $\pm$ 1·884	1·884	1·339
					1·892	1·330
6012	$5p\,{}^3S_1 - 7d\,{}^3F_2$	L	0, $\pm$ 0·133	—	2·00	0·67
		e'	0, $\pm$	—	—	—

$\lambda\AA$	$^rL_j - {}^{r'}L'_{j'}$		π	σ	g	$\bar{g}$
5879	$5s\,{}^3P_1 - 5p\,{}^3P_1$	L	0,	$\pm 1{\cdot}50$	1·50	1·50
	$1s_4 - 2p_3$	e'	0,	$\pm 1{\cdot}241$	1·241	—
5866	$5s\,{}^1P_1 - 6p\,{}^3S_1$	L	$\pm 1{\cdot}00$	$\pm 1{\cdot}00$ $\pm 2{\cdot}00$	1·00	2·00
	$1s_2 - 3p_{10}$	e'	—	$\pm 1{\cdot}245$ $\pm 1{\cdot}818$	1·245	1·818
5649	$5s\,{}^3P_0 - 6p\,{}^3S_1$	L	0,	$\pm 2{\cdot}00$	—	2·00
	$1s_3 - 3p_{10}$	e'	0,	$\pm 1{\cdot}808$	—	1·808
4502	$5s\,{}^3P_1 - 6p\,{}^1D_2$	L	0. $\pm 0{\cdot}50$	—	1·50	1·00
	$1s_4 - {}^3p_8$	e'	0, $\pm 0{\cdot}139$	—	1·262	1·123
4463	$5s\,{}^3P_1 - 6p\,{}^3D_1$	L	$\pm 1{\cdot}00$	—	1·50	0·50
	$1s_4 - 3p_7$	e'	$\pm 0{\cdot}212$	—	1·262	1·050
			$\pm 0{\cdot}214$	—	—	1·048
4453	$5s\,{}^3P_1 - 6p\,{}^3D_2$	L	0, $\pm 0{\cdot}33$	—	1·50	1·17
	$1s_4 - 3p_6$	e'	0, $\pm 0{\cdot}153$	—	1·262	1·415
4425	$5s\,{}^1P_1 - 6p\,{}^1P_1$	L	0,	$\pm 0{\cdot}50$ $\pm 1{\cdot}00$	1·00	1·00
	$1s_2 - {}^3p_4$	e'	$\pm 0{\cdot}611$	$\pm 0{\cdot}635$	1·238	0·635
			—	—	—	0·627
4362	$5s\,{}^3P_2 - 6p\,{}^3S_1$	L	0, $\pm 0{\cdot}5$	—	1·50	2·00
	$1s_5 - {}^3P_{10}$	e'	0, $\pm 0{\cdot}331$	—	1·50	1·831
			0, $\pm 0{\cdot}316$	—	—	1·816
			0, $\pm 0{\cdot}326$	—	—	1·826
4318	$5s\,{}^3P_2 - 6p\,{}^1D_2$	L	$\pm 0{\cdot}5 \pm 1{\cdot}00$	$\pm 0{\cdot}5$ $\pm 1{\cdot}00$	1·50	1·00
			—	$\pm 1{\cdot}50$ $\pm 2{\cdot}00$	—	—
	$1s_5 - {}^3p_8$	e'	$\pm 0{\cdot}807$	—	—	1·096
4300	$5s\,{}^3P_0 - 6p\,{}^1P_1$	L	0,	$\pm 1{\cdot}00$	—	1·00
	$1s_2 - {}^3p_4$	e'	—	$\pm 0{\cdot}641$	—	0·641
			—	$\pm 0{\cdot}637$	—	0·637
4286	$5s\,{}^3P_0 - 6p\,{}^3P_1$	L	0,	$\pm 1{\cdot}5$	—	1·50
	$1s_3 - {}^3p_3$	e'	—	$\pm 1{\cdot}374$	—	1·374
			—	$\pm 1{\cdot}392$	—	1·392
4282	$5s\,{}^3P_2 - 6p\,{}^3D_1$	L	0, $\pm 1{\cdot}00$	$\pm 1{\cdot}00$ $\pm 1{\cdot}50$	1·50	0·50
	$1s_5 - 3p_7$	e'	0, $\pm 0{\cdot}458$	$\pm 2{\cdot}00$	1·50	1·042
4273	$5s\,{}^3P_2 - 6p\,{}^3D_2$	L	$\pm 0{\cdot}33$ $\pm 0{\cdot}66$	—	1·50	1·17
	$1s_5 - 3p_6$	e'	$\pm 0{\cdot}206$	—	—	1·397
			külső összetevők !			

2. Táblázat.

Term	$\lambda\mathring{A}$	g	$\overline{g}$
$5s\ ^3P_1 = 2s_4$ — — — —	8298	1·258	1·256
	8298	1·265	
	8298	1·262	
	5879	1·241	
$5s\ ^1P_1 = 2s_2$ — — — —	8508	1·238	1·239
	5866	1·245	
	5866	1·235	
$5p\ ^3S_1 = 2p_{10}$ — — —	8928	1·902	1·891
	8928	1·895	
	6056	1·884	
	6082	1·884	
	6056	1·892	
$5p\ ^3P_1 = 2p_3$ — — —	8281	1·422	1·425
	8281	1·426	
	8281	1·428	
$5p\ ^3D_1 = 2p_7$ — — —	—	1·028	1·028
$5p\ ^1P_1 = 2p_4$ — — —	—	0·606	0·619
	8508	0·622	
	8508	0·629	
$5p\ ^3P_2 = 2p_2$ — — —	8263	1·163	1·163
$5p\ ^1D_2 = 2p_8$ — — —	8776	1·124	1·116
	8104	1·107	
	8776	1·119	
$5p\ ^3D_2 = 2p_6$ — — —	8190	1·403	1·400
	8190	1·398	
$6p\ ^3S_1 = 3p_{10}$ — — —	4362	1·815	1·820
	4362	1·827	
	4362	1·831	
	5649	1·808	
	5866	1·818	
$6p\ ^3P_1 = 3p_3$ — — —	—	1·385	1·384
	4286	1·374	
	4286	1·392	
$6p\ ^3D_1 = 3p_7$ — — —	4463	1·050	1·046
	4463	1·048	
	4282	1·042	
$6p\ ^1P_1 = 3p_4$ — — —	4425	0·627	0·635
	4425	0·635	
	4300	0·641	
	4300	0·637	
$6p\ ^1D_2 = 3p_8$ — — —	4318	1·096	1·100
	4502	1·123	
$6p\ ^3D_2 + 3p_6$ — — —	—	1·406	—

A g-összegtétel a krypton $5p$-termekre vonatkozóan ezekután a következőképpen alakul:

$5p\ {}^3S_1$	1,891	$5p\ {}^3D_2$	1,163
${}^3P_1$	1,425	${}^1D_2$	1,116
${}^1P_1$	1,028	${}^3P_2$	1,400
${}^3D_1$	0,631		3,679
	4,975		

3. Táblázat.

$\lambda\mathring{A}$			π	g	g'
8521	$4s\ {}^1P_1 - 4p\ {}^1P_1$	L	0,	1·00	1·00
	$1s_2 - 2p_4$	e'	$\pm$0·278	1·097	0·819
8425	$4s\ {}^3P_1 - 4p\ {}^1D_2$	L	0, $\pm$0·50	1·50	1·00
	$1s_4 - 2p_6$	e'	0, $\pm$0·282	1·403	1·121
8408	$4s\ {}^1P_1 - 4p\ {}^3P_2$	L	0, $\pm$0·50	1·00	1·50
	$1s_2 - 2p_3$	e'	0, $\pm$0·148	1·097	1·245
8265	$4s\ {}^1P_1 - 4p\ {}^3P_1$	L	$\pm$0·50	1·00	1·50
	$1s_2 - 2p_2$	e'	$\pm$0 272	1·097	1·369
8015	$4s\ {}^3P_2 - 4p\ {}^1D_2$	L	$\pm$0·50, $\pm$1·00	1·50	1·00
	$1s_5 - 2p_8$	e'	$\pm$0·758	1·50	1·121
7724	$4s\ {}^3P_2 - 4p\ {}^3D_1$	L	0, $\pm$1·00	1·50	0·50
	$1s_5 - 2p_7$	e'	0, $\pm$0·660 0, $\pm$0·658	1·50	0·840 0·842
7635	$4s\ {}^3P_2 - 4p\ {}^3D_2$	L	$\pm$0·33 $\pm$0·67	1·50	1·17
	$1s_5 - 2p_6$	e'	$\pm$0·20 $\pm$0·391	1·50	1·304 1·300
7384	$4s\ {}^3P_1 - 4p\ {}^3P_2$	L	0,	1·50	1·50
	$1s_4 - 2p_3$	e'	0, $\pm$0·146 0, $\pm$0·145	1·403	1·257 1·258
7067	$4s\ {}^3P_2 - 4p\ {}^3P_2$	L	0,	1·50	1·50
	$1s_5 - 2p_3$	e'	$\pm$0·266	—	1·234
6965	$4s\ {}^3P_2 - 4p\ {}^3P_1$	L	0,	1·50	1·50
	$1s_5 - 2p_2$	e'	0, $\pm$0·111	—	1·389

A színkép látható részében a $6p$-termek is megfigyelhetők voltak. Csak $6p\,{}^3D_2$ hiányzik. A $j=1$ kvantumszámú $6p$-termek összegtétele:

$6p\,{}^3S_1$	1,820
${}^3P_1$	1,384
${}^1P_1$	1,046
${}^3D_1$	0,635
	4,885

Az Argonszínképből a következő vonalakat figyeltük meg: (L. 3. Táblázatot.)

A $4p$-termek g-értékei a 4. táblázatban vannak összeállítva. A $4p\ {}^3S_1$-term még hiányzik. E termek felbontásait időközben J. Terrien és H. Dijkstra is megfigyelték Amsterdamban, ugyanők megfigyelték az $5p$-termek felbontásait is. Az általuk észlelt értékeket az összehasonlítás kedvéért a 4. táblázatba ugyancsak felvettem. Úgy a 3., mint a 4. táblázatba a Paschen-féle jelölés is fel van véve.

4. Táblázat.

Term	λ Å	g	$\bar{g}$	Terrien-Dijkstra
$4p\,{}^3P_1 = 2p_2$ — —	8265 6965	1·369 1·389	1·379	1·37
$4p\,{}^3D_1 = 2p_7$ — —	7724	0·840	0·840	0·825
$4p\,{}^1P_1 = 2p_4$ — —	8521	0·819	0·819	0·817
		Összeg: 3·038 = 5—1·962		
$4p\,{}^3P_2 = 2p_3$ — —	7067 8408 7384 7384	1·234 1·245 1·257 1·258	1·248	1·257
$4p\,{}^1D_2 = 2p_8$ — —	8425 8015	1·121 1·121	1·121	1·11
$4p\,{}^3D_2 = 2p_6$ — —	7635 7635	1·304 1·300	1·302	1·30
		Összeg: 3·671		

Végül még a xenon-felbontások közül a következőket közlöm:

5. Táblázat.

$\lambda\mathring{A}$	π			g	g'
9162	$6s\,^3P_1 - 6p\,^3D_1$	L	$\pm 1{\cdot}00$	1·50	0·50
	$1s_4 - 2p_7$	e'	$\pm 0{\cdot}181$	1·20	1·02
9045	$6s\,^3P_2 - 6p\,^1D_2$	L	$\pm 0{\cdot}50\ \pm 1{\cdot}00$	1·50	1·00
	$1s_5 - 2p_9$	e'	$\pm 0{\cdot}385\ \pm 0{\cdot}779$	—	1·115 1·111
8952	$6s\,^3P_1 - 6p\,^3D_2$	L	$0, \pm 0{\cdot}33$	1·50	1·17
	$1s_4 - 2p_6$	e'	$0, \pm 0{\cdot}202$	1·20	1·402
8409	$6s\,^3P_2 - 6p\,^3D_2$	L	$0, \pm 1{\cdot}00$	1·50	0·50
	$1s_5 - 2p_7$	e'	$0, \pm 0{\cdot}48$	—	1·02
8346	$6s\,^1P_1 - 6p\,^3P_2$	L	$0, \pm 0{\cdot}50$	1·00	1·50
	$1s_2 - 2p_3$	e'	$0, \pm 0{\cdot}117$	1·30	1·183

A $j=2$ belső kvantumszámú $6p$-termeket mind megfigyeltük, úgy hogy az összegtétel ellenőrizhető:

Term	$\lambda\mathring{A}$	g	$\bar{g}$
$6p\,^3D_2 = 2p_3$	8346	1·183	1·183
$6p\,^1D_2 = 2p_9$	9045 9045	1·115 1·111	1·113
$6p\,^3P_2 = 2p_6$	8952	1·402	1·402
		Összeg :	3·698

A négy s-term viszonylagos helyzetéből tudvalevőleg levezethető a kapcsolási parameter értéke. A $j=1$ belső kvantumszámú s-termek, nevezetesen az s^3P_1 és s^1P_1-termek g-értékei azután mint e kapcsolási parameter függvényei számíthatók. E függvényeket az 9. ábra mutatja. A megfigyelt pontokat kis körök ábrázolják.

TERRIEN és DIJKSTRA felhívják a figyelmet az általuk megfigyelt $3p_3\ 5p$ argon konfiguráció és az általam megfigyelt $4p^5\ 5p$ krypton-konfiguráció g-értékei közötti feltűnő hasonlatosságra. Ez a hasonlóság, illetőleg egyezés még jobb lesz, ha egyrészt a régi felvételeknek a fentebb ismertetett új kiértékelésénél nyert adatokat vesszük figyelembe, másrészt az újabb megfigyeléseket is, nevezetesen pl. a $4p^5\ 5p\ {}^3S_1 = 2p_{10}$ krypton-term felbontását. A 6. táblázat tartalmazza az összehasonlítandó értékeket. Ugyancsak felvettem e táblázatba a $4p^5\ 6p$ krypton-termek és az $5p^5\ 6p$ xenon-termek g-értékeit is.

6. Táblázat.

		$^3P_1$	$^3P_2$	$^1P_1$	$^3D_2$	$^3D_1$	$^1D_2$	$^3D_3$	$^3S_1$
Terrien-Dijkstra, Argon	$3p^5\ 5p$	1·45	1·18	0·61	1·42	1·01	1·09	1·33	1·90
Pogány, Krypton	$4p^5\ 5p$	1·425	1·163	0·619	1·400	1·028	1·116	1·33	1·891
« «	$4p^5\ 6p$	1·384	—	0·635	1·406	1·046	1 110	1·33	1·820
« Xenon	$5p^5\ 6p$	—	1·183	—	1·402	1·02	1·113	—	—

Ez az összeállítás mutatja, hogy az $5p$-termekről a $6p$-termekre való átmenetnél sem mutatkozik már a g-értékekben nagyobb változás. Ez a tény kapcsolatban azzal a másik megfigyeléssel, hogy a g-értékek metszése a $3p^5\ 4p$ argon-konfiguráció kapcsolásánál következik be, igazolni látszik a cikk elején az első táblázatot megelőzően választott hozzárendelését a p_i-termeknek az ${}^rL_j$-szimbolumhoz. Végleges állásfoglalás azonban csak a kísérleti anyag növelése árán lesz lehetséges. Ehhez a hozzárendeléshez kiegészítésül még a következőket kell megjegyeznem:

Kryptonnál a hozzárendelés:

$$p_2 \rightarrow {}^3P_2$$
$$p_3 \rightarrow {}^3P_1$$

Argonnál a $j=2$ belső kvantumszámú termet jelöli PASCHEN p_3-mal, tehát

$$p_3 \rightarrow {}^3P_2$$
$$p_2 \rightarrow {}^3P_1$$

Hasonló csere eszközlendő, ha átmegyünk a kryptonhozzárendelésről a xenonnál eszközlendő hozzárendelésre.

$$p_8 \rightarrow {}^1D_2$$
$$p_9 \rightarrow {}^3D_3$$

helyett xenonnál

$$p_8 \rightarrow {}^3D_3$$
$$p_9 \rightarrow {}^1D_2$$

írandó.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. dec. 10-én tartott üléséből.)

BEOBACHTUNGEN ÜBER DIE ZEEMAN-AUFSPALTUNGEN VON LINIEN DES KRYPTON I-, ARGON I-, UND XENON I-SPEKTRUMS.

Von B. POGÁNY, o. Mitglied.

Vorliegende Abhandlung erscheint in der Zeitschrift für Physik, Bd. 93., 1935, S. 364—377.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 10. Dezember 1934.)

FELÜLETEK REGULÁRIS LEKÉPEZÉSEINEK ELMÉLETE.

KERÉKJÁRTÓ BÉLA l.-tagtól.

A topologia alap-problémája a következő: meghatározandó annak szükséges és elégséges feltétele, hogy két alakzat egymással homöomorph legyen. Két alakzatot topologiailag aequivalensnek, vagy homöomorphnak nevezünk, ha megadható elemeik között egy kölcsönösen egyértelmű és folytonos, vagy mint röviden mondani fogjuk: topologikus vonatkozás. Ezt a problémát eddig csak a felületekre vonatkozóan sikerült teljesen megoldani; zárt és határolt felületek esetére MÖBIUS és CAMILLE JORDAN, nyílt felületek esetére pedig KERÉKJÁRTÓ határozták meg a felülettopologia főtételét, vagyis a felületek homöomorphismusának szükséges és elégséges feltételeit. (L. például Enzyklopädie der math. Wissenschaften, III. AB., 13., 198—199. o.)

Annak, hogy ez az első alapvető kérdés meg lett oldva, s hogy a megoldása egyszerű, következménye az, hogy a felületek topologiája további, mélyebb problémák természetébe is sikerrel behatolhatott. A felületek önmagukra való folytonos, illetve topologikus leképezéseinek vizsgálata képezi ezeknek a további kutatásoknak a tárgyát, melyeket két csoportra oszthatunk. Egyikbe tartoznak a *fixpontokra, fixpont-osztályokra s azok indexeire* vonatkozó vizsgálatok, melyek alapjukban véve kombinatorius természetűek; ide tartoznak BROUWER, BIRKHOFF, ALEXANDER és J. NIELSEN fixponttételei. NIELSEN-nek sikerült elegáns és egységes módszert adni az ebbe a probléma-körbe tartozó kérdések tárgyalására; az utóbbi évek során közölt dolgozatai az erre

vonatkozó elméletnek rendszeres felépítését és hatalmas kifejlesztését adják [32].*

A másik csoportba tartoznak a felületleképezések szerkezetét illető kérdések. Erre vonatkozóan eddig igen kevés, egymástól izolált, de igen mély és értékes eredmény volt.

Első ezek között időbeli sorrendben BROUWER *sík translatio-tétele*: Jelentse T a sík önmagára való az irányítást megtartó topologikus leképezését, melynek nincs fixpontja; megadható a sík tetszőleges P pontja körül egy *translatio-mező*, azaz egy olyan tartomány, melyet két egyszerű nyílt vonal a és b határol, úgyhogy az a vonal képe b, továbbá az (a, b) tartománynak T-nél előálló képe olyan (b, c) tartomány, mely a közös b határvonal másik oldalán fekszik. (Egyszerű nyílt vonalon az egyenes olyan topologikus képét értjük, melynél az egyenes tetszőleges divergens pontsorozatának az egyszerű nyílt vonalon ugyancsak divergens pontsorozat felel meg; ha a síkot stereographikusan a gömbre vetítjük, a gömb U pontjából, a sík egyszerű nyílt vonalának a gömbön az U ponton áthaladó egyszerű zárt görbe felel meg). — Az (a, b) translatio-mező s a T leképezés pozitív és negatív hatványainál előálló képei együtt a síknak egy résztartományát (esetleg az egész síkot) befedik; a síknak ebben a tartományában a T leképezés egy közönséges metrikus eltolással aequivalens [9].

A másik eredmény ebben a téma-körben POINCARÉ *utolsó geometriai tétele*: Ha egy síkbeli körgyűrűt topologikusan leképezünk önmagára, úgy hogy a két határkör pontjai ellenkező irányban mozdulnak el, akkor vagy van legalább egy fixpontja a leképezésnek, vagy van olyan egyszerű zárt görbe, mely direkt vagy invers képének belsejében fekszik. — Ha a leképezés területtartó, vagy ha legalább is konzervatív (van pozitív integrál invariánsa), akkor a második eshetőség ki van zárva, ekkor tehát a leképezésnek van legalább egy fixpontja. POINCARÉ-nak nem sikerült ezt az általa sejtés képpen kimondott tételt bebizonyítani. BIRKHOFF bizonyította be a tételt, mégpedig előbb a területtartó,

* [ ] jelben foglalt számok a dolgozat végén összeállított bibliográfiai jegyzékre utalnak.

illetve konzervatív leképezések esetére (1913), később pedig az általános topologikus esetre (1925) [35, 3, 6].

A fent ismertetett két mély tétel egymástól függetlenül keletkezett; az egyik BROUWER-nek a folytonos csoportok topologiájára vonatkozó, a másik POINCARÉ-nak dynamikai rendszerekre s nevezetesen a három test restringált problémájára vonatkozó vizsgálataiban merült fel. A két tételnek BROUWER-től, illetve BIRKHOFF-tól származó bebizonyításai is teljesen különbözők. Az ürt, mely a két izoláltan álló tétel között mutatkozott, még a POINCARÉ-féle topologiai tétel bebizonyítása előtt megkíséreltem áthidalni, amennyiben *Vorlesungen über Topologie* c. könyvemben [20] rámutattam a két tétel rokon természetére s egységes bebizonyításuk lehetőségére. 1928-ban sikerült azután tényleg megadnom egy egyszerű geometriai konstrukciót, mellyel mind a két tételt bebizonyítom s amely egyben alkalmazható tetszőleges felület leképezésénél transformatio-tartomány megszerkesztésére. Transformatio-tartományon olyan véges sok egyszerű ív által határolt tartományt értek, melynek nincsen képével közös pontja s amely maximális abban az értelemben, hogy nem tényleges résztartománya bármely a fenti tulajdonsággal bíró tartománynak [22, 23, 24, 25].

Transformatio-tartomány megszerkesztése és alakjának megállapítása bármilyen nehéz feladat is, mégis csak első lépés a leképezés szerkezetének megvizsgálására. További vizsgálatokat főképpen analytikus leképezések esetére vonatkozóan POINCARÉ, BIRKHOFF és P. SMITH végeztek [33, 5, 7].

Az általános topologikus leképezések szerkezetének vizsgálatát a *regularitás* fogalmának bevezetésével sikerült lényegesen előbbrevinnem s ennek a probléma-körnek nagy részét egységes alapra helyeznem. Ismertetek néhány idevágó kérdést.

A fentemlített BROUWER-féle translatio-tétellel kapcsolatosan felmerül a következő probléma: *mily feltételek mellett aequivalens a síknak irányítást megtartó és fixpontmentes leképezése egy metrikus eltolással?* A síknak az irányítást megtartó fixpontmentes leképezése a sík egy részében, melyet egy translatiomező szukcesszív képei befednek, mindenesetre aequivalens egy metrikus eltolással; ez következik BROUWER tételéből. De ez a

síktartomány nem szükségképpen azonos az egész síkkal. Lehet azonban egy metrikus translatióhoz is megadni két különböző olyan translatio-mezőt, hogy egyiknek szukcesszív képei az egész síkot, a másiknak képei a síknak csak egy részét fedik be. Lehetséges-e minden az irányítást megtartó fixpontmentes leképezéshez olyan translatio-mezőt szerkeszteni, melynek szukcesszív képei az egész síkot kitöltik? A felelet erre a kérdésre nemleges, mint BROUWER kimutatta [10]. További feltételek szükségesek tehát ahhoz, hogy a síknak egy az irányítást megtartó fixpontmentes leképezése metrikus eltolással aequivalens legyen.

Két egymással homöomorph felületnek F és F_1-nek egy-egy önmagára való topologikus T és T_1 leképezését tekintsük. A két leképezést akkor mondjuk topologiailag aequivalensnek, vagy *homöomorph*-nak, ha megadható az F felületnek F_1-re olyan topologikus leképezése S, mely a T leképezést T_1-be viszi át, ha tehát $T_1 = S^{-1}TS$, T_1 a T-nek S-sel való transformáltja.

Tegyük fel, hogy a két felület közül az egyik, például F_1, analytikus felület és T_1 ennek önmagára való *konformis* leképezése (mint a fenti problémában F_1 a z komplex változó síkja és T_1 a $z' = z + 1$ konformis leképezés). Ha T homöomorph T_1-gyel a fenti értelmezés szerint, akkor az S^{-1} leképezéssel átvisszük F_1 metrikáját, tehát az F_1-en definiált távolság és szögmértékeket az F felületre; F-nek ebben a metrikájában T konformis leképezés lesz.

A konformis leképezések topologiai jellemzésének problémáját BROUWER vetette fel 1909-ben tartott habilitációs előadásában [8]. 1921-ben tartott habilitációs előadásomban [19] és fentidézett könyvem bevezetésében közelebbről megvilágítottam ennek a problémának a lényegét és rámutattam a megoldás lehetőségeire. A fenti fogalomalkotás alapján a problémát a következőképen fogalmazhatjuk meg:

Mely feltételek mellett homöomorph egy F felület önmagára való T leképezése egy konformis leképezéssel; melyek tehát a T leképezésnek azok a topologikus tulajdonságai, melyek biztosítják az F felületen egy olyan metrika bevezetésének lehetőségét, melyben T konformis leképezés?

Jelen dolgozatomban ennek a problémának teljes és végle-

ges megoldását adom zárt és határolt felületek kölcsönösen egyértelmű konformis leképezéseit illetően.

Az F felület önmagára való T topologikus leképezését a P pontban *reguláris*-nak nevezem, ha T *hatványai a* P *pontban egyenletesen folytonosak;* olyan pontokat, amelyekre nézve ez a feltétel nem teljesül, *singuláris* pontoknak nevezek. A fenti problémának megoldását adja a következő tétel, melyet ebben a dolgozatban be fogok bizonyítani:

Az F *zárt vagy határolt orientálható felület önmagára való, az irányítást megtartó* T *topologikus leképezése akkor, és csak akkor homöomorph konformis leképezéssel, ha* T *a felület minden pontjában (illetve, ha a felület nemszáma* 0, *véges sok singuláris pont kivételével) reguláris.*

Ennek a problémának a megoldásán kívül a regularitás fogalmának fontos szerepe van a topologikus leképezések szerkezetére vonatkozó több más vizsgálatban is. Megemlítem a következő problémát, mely analytikus leképezések esetére implicite Birkhoff vizsgálataiban is szerepel [4], s melyet több kiváló mathematikus a dynamikai problémákban való fontossága miatt tartott nyilván: *lehet-e a sík megadott az irányítást megtartó fixpontmentes leképezését egytagú folytonos csoportba beágyazni?* A fenti fogalmak alkalmazásával sikerült legutóbb ezt a problémát is megoldanom, mégpedig *negatív* értelemben. Megszerkesztettem a síknak olyan önmagára való az irányítást megtartó fixpontmentes leképezését, melynek nincsen négyzetgyöke, s így nem lehet egytagú folytonos csoportnak tagja [31]. Természetszerűen felmerül most már a következő probléma: *mely feltételek mellett lehet a síknak önmagára való, az irányítást megtartó fixpontmentes topologikus leképezését egytagú folytonos csoportba beágyazni?* A feltételek a singuláris pontok eloszlására vonatkoznak; egy későbbi dolgozatban fogok foglalkozni velük. Ezzel kapcsolatosan kell a következő kérdést is tárgyalni: *megvizsgálandó egy általános topologikus leképezés singuláris pontjaiból álló halmaz szerkezete;* a singuláris pontok halmazának megismerése lényegesan megvilágítja magának a leképezésnek a szerkezetét.

A regularitás fogalmának további alkalmazási körét a *foly-*

tonos csoportok topologiája képezi. Bebizonyítottam, hogy *egyszeresen transitiv folytonos csoport bármely leképezése reguláris a parameter-tér minden pontjában* [28]. Ennek az eredménynek alapján eldönthető, hogy egy megadott leképezés hozzátartozhatik-e egyszeresen transitiv folytonos csoporthoz, vagy nem. — Végül megemlítem, hogy *az euklidesi és nem-euklidesi geometriák csoportjai*nak, valamint a *gömb lineáris csoportjá*nak topologiai jellemzésénél ugyancsak fontos szerepet játszik a regularitás fogalma; ezekkel a kérdésekkel későbbi dolgozataimban fogok behatóan foglalkozni.

Jelen dolgozatom a következőképpen tagozódik. Az 1. §-ban a reguláris leképezések általános tulajdonságait tárgyalom kompakt metrikus terekre vonatkozóan. A 2. §-ban a gömb lineáris leképezéseinek topologiai jellemzését ismertetem; a részleteket illetően [29, 30] dolgozataimra utalok. A 3. §-ban részletesen tárgyalom a torusnak olyan reguláris leképezéseit, melyek hatványaikkal együtt fixpontmentesek; a tétel, melyet ebben a paragrafusban bebizonyítok, reguláris leképezések esetére megoldja BIRKHOFF egy problémáját, mely a torus fixpontmentes leképezéseinek két rotatio-számmal való jellemzésére vonatkozik ([4], 106. o.). A 4. §-ban zárt és határolt $p \geqq 1$ nemszámú felületek reguláris leképezéseit határozom meg. Végül az 5. §-ban új, egyszerű bebizonyítását adom KLEIN és POINCARÉ tételének, mely szerint egy $p > 1$ nemszámú algebrai RIEMANN-féle felület önmagára való konformis leképezéseinek csoportja véges.

1. §. Reguláris leképezések általános tulajdonságai.

Ebben a §-ban a reguláris leképezések általános tulajdonságait fogjuk tárgyalni topologikus terekre, illetve kompakt metrikus terekre vonatkozóan. (Az abstract terek elméletére vonatkozóan l. FRÉCHET, [14]).

Legyen E kompakt separabilis metrikus tér, és legyen T ennek önmagára való topologikus leképezése. A T leképezést az E tér P pontjában *reguláris*-nak nevezzük, ha T *hatványai a* P *pontban egyenletesen folytonosak*, tehát ha tetszőleges $\varepsilon > 0$ számhoz megadható olyan $\delta > 0$, hogy bármely a P-től δ-nál

kisebb távolságban levő Q pontra és minden n egész számra vonatkozóan a T leképezés n-edik hatványánál előálló $T^n(P)=P^n$ és $T^n(Q)=Q^n$ képpontok távolsága ε-nál kisebb. — Adott $\varepsilon>0$ számra vonatkozóan a feltételnek eleget tevő δ számok felső határát $\varphi(\varepsilon, P)$-vel jelöljük. — Olyan pontot, melyre a regularitás feltétele nem teljesül, a T leképezés *singuláris* pontjának nevezünk.

1.1 Legyen E_1 egy másik tér, mely E-vel homöomorph és jelentse S E-nek E_1-re való topologikus leképezését. A T leképezésnek S-sel való transzformáltja $T_1 = S^{-1}TS$ az E_1 tér önmagára való topologikus leképezése. Ki fogjuk mutatni, hogy *ha az E tér P pontjában T reguláris, akkor az E_1 tér megfelelő $P_1=S(P)$ pontjában T_1 reguláris, és viszont.* Az E térre vonatkozó feltételeink folytán az E térben érvényes a HEINE—BOREL-féle tétel; ennek következtében az E térnek az E_1 térre való S folytonos leképezése egyenletesen folytonos, úgyszintén E_1-nek E-re való S^{-1} leképezése is. Legyen ε_1 tetszőleges pozitiv szám; meghatározzuk S egyenletes folytonosságának megfelelően az $\varepsilon>0$ számot úgy, hogy E bármely két A és B pontja, melyeknek távolsága $(A, B)<\varepsilon$, S-nél két olyan $A_1=S(A)$ és $B_1=S(B)$ pontba menjen át, melyeknek távolsága $(A_1, B_1)<\varepsilon_1$. Legyen P az E tér valamely pontja, melyben T reguláris. $\varphi(\varepsilon, P)$-nek megfelel S^{-1} egyenletes folytonossága szerint olyan $\delta_1>0$ szám, hogy ha E_1 két tetszőleges C_1 és D_1 pontjának távolsága kisebb, mint δ_1, akkor $S^{-1}(C_1)$ és $S^{-1}(D_1)$ távolsága kisebb mint $\varphi(\varepsilon, P)$. — Ha Q_1 olyan pontja E_1-nek, mely a $P_1=S(P)$ ponttól δ_1-nél kisebb távolságban van, akkor tehát az $S^{-1}(P_1)=P$ és $S^{-1}(Q_1)=Q$ pontok távolsága kisebb $\varphi(\varepsilon, P)$-nél, s így a $T^n(P)$ és $T^n(Q)$ pontok távolsága kisebb ε-nál, minden n-re; végül az $S\big(T^n(P)\big)$ és $S\big(T^n(Q)\big)$ pontok távolsága kisebb mint ε_1. Mivel pedig $S\big(T^n(P)\big)=S^{-1}T^nS(P_1)=T_1(P_1)$ és hasonlóan $S\big(T^n(Q)\big)=T_1^n(Q_1)$, ez éppen azt jelenti, hogy T_1 a P_1 pontban reguláris.

1.2 Fenti eredményünkből közvetlenül következik, hogy *a T leképezésnél T-nek reguláris, illetve singuláris pontjai rendre T-nek reguláris, illetve singuláris pontjaiba mennek át.*

1.3 Bebizonyítjuk most a következő tételt: *T-nek minden*

reguláris, illetve singuláris pontja, T^k-nak ugyancsak reguláris, illetve singuláris pontja, k bármely pozitív vagy negatív egészszámú értékénél. Ha P reguláris pontja T-nek, akkor nyilván reguláris pontja T^k-nak is. Tegyük fel viszont, hogy P reguláris pontja T^k-nak. A $T, T^2, \ldots, T^{k-1}$ véges sok leképezés mindegyike egyenletesen folytonos az E térben; tetszőleges $\varepsilon > 0$ számhoz meghatározhatunk tehát olyan $\delta' > 0$ számot, hogy ha két tetszőleges A és B pont egymástól való távolsága kisebb mint δ', akkor a $T^\nu(A)$ és $T^\nu(B)$ pontok távolsága kisebb mint ε, hol ν jelenti bármelyiket az $1, 2, \ldots, k-1$ számok közül. Mivel T^k reguláris P-ben, megadható δ'-hoz olyan δ pozitív szám, hogy az r egész szám bármely értékénél a $T^{kr}(P)$ és $T^{kr}(Q)$ pontok távolsága kisebb mint δ', hacsak $(P, Q) < \delta$. Ebből következik, hogy ha $(P, Q) < \delta$, akkor a $T^\nu\left(T^{kr}(P)\right) = T^{\nu+kr}(P)$ és $T^\nu\left(T^{kr}(Q)\right) = T^{\nu+kr}(Q)$ pontok távolsága kisebb mint ε ($\nu = 0, 1, 2, \ldots, k-1$; $r = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). A $kr+\nu$ számok összesége az egész számok összességével megegyezik, így tehát minden n egész számra vonatkozóan $T^n(P)$ és $T^n(Q)$ távolsága kisebb ε-nál, hacsak $(P, Q) < \delta$; ez azt jelenti, hogy T reguláris a P pontban.

1. 4. *Ha a T leképezés az E tér minden pontjában reguláris, akkor a regularitás feltétele a térben egyenletesen teljesül a következő értelemben: tetszőleges $\varepsilon > 0$ számhoz megadható olyan $\delta > 0$ szám, hogy ha A és B a tér két tetszőleges egymástól δ-nál kisebb távolságban levő pontja, akkor minden n-re $(A^n, B^n) < \varepsilon$.*

Legyen ugyanis $\varepsilon > 0$ tetszőleges szám. Legyen P a tér valamely pontja és jelentse U_P a P pont körül $\frac{1}{2}\varphi(\varepsilon/2, P)$ sugárral vett spheroidot. Az E tér összes P pontja körül felvett U_P környezetek közül kiválaszthatunk a HEINE—BOREL-féle tétel szerint véges sokat olyan módon, hogy azok együttesen a tér minden pontját tartalmazzák; ezeknek a középpontjait jelöljük $P_1, P_2, \ldots, P_s$-sel. Válasszuk meg a $2\delta > 0$ számot úgy, hogy az kisebb legyen, mint bármelyik a $\varphi(\varepsilon/2, P_1)$, $\varphi(\varepsilon/2, P_2), \ldots,$ $\varphi(\varepsilon/2, P_s)$ számok közül. Legyen A, B két olyan pont, melyek távolsága kisebb mint δ; A hozzátartozik az $U_{P_1}, U_{P_2}, \ldots, U_{P_s}$ környezetek közül valamelyikhez, például U_{P_1}-hez, s így

$(A, P_1) < \frac{1}{2}\varphi(\varepsilon/2, P_1)$; továbbá $(A, B) < \delta < \frac{1}{2}\varphi(\varepsilon/2, P_1)$, tehát $(B, P_1) < \varphi(\varepsilon/2, P_1)$, így bármely n-re $(A^n, P_1^n) < \varepsilon/2$ és $(B^n, P_1^n) < \varepsilon/2$, tehát $(A^n, B^n) < \varepsilon$.

Ha T a tér minden pontjában reguláris, akkor adott $\varepsilon > 0$ számra vonatkozóan a fenti tétel értelmében a regularitás feltételének megfelelő δ számok felső határát $\varphi(\varepsilon)$-nal jelöljük.

1. 5. Ki fogjuk mutatni, hogy a regularitás fogalma független a speciális távolság definiciótól, melyre a fenti ε, δ-meghatározás vonatkozik. Megfogalmazhatjuk ugyanis a regularitás definicióját a távolság fogalmától függetlenül, úgy hogy a folytonosság a környezet fogalmával fejeződjék ki. A regularitásnak ez az általános definiciója, mely kompakt topologikus terekre is alkalmazható, a következő.

Az E tér minden egyes A pontjához hozzárendelünk tetszőleges, azt tartalmazó V_A környezetet; azután minden B ponthoz hozzárendeljük mint $U(B)$ környezetet azoknak a V_A környezeteknek egyesítéséből származó halmazt, amely V_A környezetek a B pontot tartalmazzák. Ha tetszőleges ilyen módon értelmezett $\{U(B)\}$ környezetrendszerhez megadható a P pontnak olyan W_P környezete, melynek T^n-nél előálló képe $T^n(W_P)$ része az $U(P^n)$ környezetnek, minden n-nél, akkor T reguláris a P pontban.

Bebizonyítjuk ennek a definiciónak a fenti ε, δ-definicióval aequivalens voltát abban az esetben, ha a T leképezés értelmezési tartománya metrikus kompakt tér. — Tegyük fel, hogy egy P pontban T eleget tesz az ε, δ-feltételnek. Legyen $\{V_A\}$, illetve $\{U(B)\}$ a fentiek szerint értelmezett környezetrendszer. Kimutatjuk olyan $\varepsilon > 0$ szám létezését, hogy minden n-re a $P^n = T^n(P)$ pont körül megadott ε-sugarú spheroid az $U(P^n)$ környezetnek része. Ellenkező esetben legyen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ 0-hoz konvergáló pozitív számok, és $n_1, n_2, \ldots$ olyan exponensek sorozata, hogy a P^{n_k} pont körül ε_k sugárral megadott spheroidnak van az $U(P^{n_k})$ környezeten kivül fekvő pontja. Mivel a tér kompakt, van a $P^{n_1}, P^{n_2}, \ldots$ pontok halmazának legalább egy sűrűsödő helye R; kiválasztunk a $P^{n_1}, P^{n_2}, \ldots$ sorozatból egy R-hez konvergáló részsorozatot s azt ugyanazokkal a jelekkel jelöljük. Az R ponthoz tartozó V_R környezet tartalmazza bizonyos indextől kezdve

a P^{n_k} pontokat; ezekre az indexekre az $U(P^{n_k})$ környezet tartalmazza a V_R környezetet, definicio szerint. Legyen $\varepsilon^* > 0$ elegendő kicsiny, úgy hogy az R pont körül ε^* sugárral vett spheroid V_R-hez tartozzék; ha k elegendő nagy, akkor P^{n_k} ehhez a spheroidhoz tartozik s így, ha ε'_k jelenti a P^{n_k} és R pontok távolságát, a P^{n_k} pont körül $\varepsilon^* - \varepsilon'_k$ sugárral megadott spheroid is része V_R-nek, tehát $U(P^{n_k})$-nak is. Ha k elég nagy, $\varepsilon_k < \varepsilon^* - \varepsilon'_k$, mivel ε^* fix és ε'_k 0-hoz konvergál. Tehát az $U(P^{n_k})$ környezet tartalmazza a P^{n_k} pont körül ε_k sugárral vett spheroidot, feltevésünkkel ellenkezően. — Van tehát olyan fix $\varepsilon > 0$ szám, hogy minden n-re $U(P^n)$ tartalmazza a P^n pont körül ε sugárral vett spheroidot. Ehhez az ε-hoz tartozik feltevésünk szerint olyan $\delta > 0$, hogy bármely Q pontra, melynek P-től való távolsága kisebb mint δ, és minden n-re $(P^n, Q^n) < \varepsilon$. Jelöljük W_P-vel a P pont körül δ sugárral vett spheroidot. Bármely a W_P-hez tartozó Q pontra és minden n-re Q^n hozzátartozik P^n pont körül ε sugárral vett spheroidhoz, ez pedig része az $U(P^n)$ környezetnek. — Ezzel kimutattuk, hogy ha a P pontban az ε, δ-feltétel teljesül, akkor a P pontra vonatkozóan teljesül a második definicióban a környezetekre vonatkozó feltétel is.

Megfordítva, ha bármely a fenti módon értelmezett $\{U(B)\}$ környezethalmazhoz megadható a P pontnak olyan W_P környezete, hogy minden n-re $T^n(W_P)$ része $U(P^n)$-nek, akkor a P pontban teljesül az ε, δ-feltétel is. Legyen $\varepsilon > 0$ tetszőleges. Minden A ponthoz hozzárendeljük mint V_A környezetet az A pont körül $\varepsilon/2$ sugárral vett spheroidot. $U(B)$ minden pontja hozzátartozik tehát a B pont körül ε sugárral vett spheroidhoz. Az $\{U(B)\}$ környezetrendszernek megfelel a P pont olyan W_P környezete, hogy minden n-re $T^n(W_P)$ része $U(P^n)$-nek; legyen $\delta > 0$ elegendő kicsiny szám, úgy hogy a P pont körül δ sugárral vett spheroid a W_P környezetnek része legyen. Ha tehát Q tetszőleges olyan pont, melynek P-től való távolsága kisebb mint δ, akkor Q a W_P-hez, Q^n a $T^n(W_P)$-hez, ez pedig az $U(P^n)$-hez tartozik; $U(P^n)$ pontjai P^n-től ε-nál kisebb távolságban vannak, tehát $(P^n, Q^n) < \varepsilon$.

1.6. A két definició aequivalenciájából, melyet a fenti meggondolással bebizonyítottunk, közvetlenül következik, hogy *a*

regularitás feltétele független a speciálisan megadott távolság fogalmától. Ha tehát a távolság megadott értelmezését egy más távolság-definicióval helyettesítjük, úgy hogy a két távolságdefiníció a tér bármely pontjának környezeteit aequivalens módon értelmezi, akkor a T leképezésnek az első értelmezés szerint reguláris, illetve singuláris pontjai a második értelmezés szerint is rendre reguláris, illetve singuláris pontok lesznek.

2. §. A gömb lineáris leképezéseinek jellemzése.

A gömbfelület önmagára való kölcsönösen egyértelmű konformis leképezései komplex z koordinátában lineáris transformatiók; általános alakjuk

$$z' = \frac{az + b}{cz + d},$$

hol a, b, c, d komplex számok és $ad - bc \neq 0$. Lineáris leképezésnek egy, vagy két fixpontja van; ezek a

$$cz^2 + (d - a)z - b = 0$$

egyenlet gyökei, illetve ha $c = 0$, akkor az egyenlet gyökén kívül a $z = \infty$ pont.

Az egy fixponttal bíró lineáris leképezéseket *parabolikus* transformatióknak nevezzük. Ezek a z koordináta lineáris transformatiójával $z' = z + 1$ normálalakra hozhatók, tehát a parabolikus leképezések valamennyien konformisan aequivalensek. A $T(z' = z + 1)$ leképezés egyetlen fixpontja a $z = \infty$ pont; bármely más pontnak a T leképezés ismétléseinél, úgyszintén az invers $T^{-1}(z' = z - 1)$ leképezés ismétléseinél előálló képei a fixponthoz konvergálnak. A T leképezés reguláris a gömbnek minden a $z = \infty$ ponttól különböző pontjában. Legyen ugyanis z_0 valamely a végesben fekvő pont és ε tetszőleges kis pozitív szám. Ha δ tetszőleges pozitív szám, megadható olyan n_0 pozitív egész szám, hogy a $|z - z_0| < \delta$ környezetnek a $T^{\pm(n_0+1)}$, $T^{\pm(n_0+2)}, \ldots$ leképezéseknél előálló képei valamennyien a $z = \infty$ pont $\varepsilon/2$ sugarú gömbi környezetében feküsznek. Ha δ-t elegendő kicsinynek választjuk, akkor $T^{\pm 1}$, $T^{\pm 2}, \ldots$, $T^{\pm n_0}$ leképezéseknél a $|z - z_0| < \delta$ környezet ε-nál kisebb gömbi átmérőjű

tartományokba megy át. Tehát minden n egész számra, a z és z_0 pontok T^n-nél előálló képeinek gömbi távolsága kisebb mint ε, feltéve, hogy $|z-z_0|<\delta$, vagyis a z_0 pontban a T leképezés reguláris. A $z=\infty$ pontban a T leképezés singuláris.

Két fixponttal bíró lineáris leképezések a z koordináta lineáris transformatiójával a $z'=\mu z$ normálalakra hozhatók; a két fixpont a $z=0$ és $z=\infty$ koordináta értékeknek megfelelő pontok. Tegyük $\mu=\varrho e^{i\varphi}$, hol $\varrho\,(>0)$ jelenti μ abszolut értékét, φ pedig μ arcusát. A szerint, hogy a normálalakban szereplő μ szorzó egység abszolut értékű szám ($\varrho=1$), illetve pozitív valós szám ($\varphi=0$), illetve általános komplex szám ($\varrho\neq 1$, $\varphi\neq 0$), a leképezést rendre *elliptikus*, *hyperbolikus*, illetve *loxodromikus* típusúnak nevezzük. A normálalakban szereplő μ szorzó invariánsa a leképezésnek.

Az összes *hyperbolikus* és *loxodromikus* leképezések egymással topologiailag aequivalensek, mint könnyen belátható [30]. Ezek a leképezések a két fixpont kivételével minden más pontban regulárisak, a fixpontokban singulárisak; ez ugyanúgy igazolható, mint a parabolikus leképezésre vonatkozó analog állítás, tekintettel arra, hogy tetszőleges, a fixpontokat nem tartalmazó $|z-z_0|<\delta$ környezetnek a T leképezés pozitív, illetve negatív hatványainál előálló képei az egyik, illetve a másik fixponthoz konvergálnak.

Elliptikus leképezésnek a $z'=\mu z$ normálalakban szereplő $\mu=e^{i\varphi}$ multiplikátora nemcsak konformis, hanem *topologikus invariánsa* is a leképezésnek: két elliptikus leképezés akkor és csak akkor homöomorph, ha multiplikátoraik egyenlők: ebben az esetben a két elliptikus leképezés lineáris transformatióval is átvihető egymásba. Az $\alpha=\frac{1}{2\pi i}\log\mu$ valós számot az elliptikus leképezéshez tartozó *rotatio-számnak* fogjuk nevezni. — Elliptikus leképezés a gömb minden pontjában, a fixpontokat is beleértve, reguláris; ez egyszerűen abból következik, hogy a $z'=e^{i\varphi}z$ leképezés a gömb forgása, melynél a gömbi távolságok változatlanok maradnak.

A felsorolt topologiai tulajdonságok jellemzik a lineáris leképezéseket; ezt fejezi ki a következő tételünk:

A gömbnek önmagára való, az irányítást megtartó topologikus leképezése akkor, és csak akkor homöomorph lineáris leképezéssel, ha a leképezés legfeljebb véges sok pont kivételével a gömb minden más pontjában reguláris. A leképezés elliptikus, parabolikus, illetve hyperbolikus leképezéssel homöomorph, a szerint hogy a singuláris pontok száma 0, 1 *vagy* 2.

A parabolikus leképezéseknek, illetve a sík parallel eltolásainak jellemzését a fenti értelemben egy 1925-ben közölt dolgozatomban adtam [21]; új bebizonyítását [29] dolgozatomban közöltem. [30] dolgozatban a lineáris leképezések topologiai jellemzésére vonatkozó fenti tételt bizonyítottam be. — Ez a tétel további tárgyalásaink alapját képezi, hasonló okokból, mint általános felületek önmagukra való konformis leképezéseinek vizsgálatánál a lineáris leképezések elmélete szolgál alapul.

3. A torus fixpontmentes reguláris leképezései.

Legyen F a háromdimenziós térben fekvő torusfelület, mely egy körnek síkjában fekvő, de a kört nem metsző egyenes körül való forgásából származik; két pont távolságán értjük a két pontnak F-en mért geodétikus távolságát.

Legyen T az F felület önmagára való, az irányítást megtartó topologikus leképezése, mely F minden pontjában reguláris. Az 1.4. tétel szerint tetszőleges ε pozitív számhoz megadható olyan $\delta > 0$ szám, hogy ha két tetszőleges pontnak egymástól való távolsága kisebb mint δ, akkor a T leképezés bármely hatványánál előálló képeik távolsága kisebb mint ε; a fenti feltételnek eleget tevő δ számok felső határát $\varphi(\varepsilon)$-nal jelöljük.

Tegyük fel, hogy sem a T leképezésnek, sem hatványainak nincsen fixpontja. Tetszőleges P pont a T^n $(n = \pm 1, \pm 2, \ldots)$ leképezéseknél csupa egymástól különböző P^n pontba megy át. Jelöljük $\{P^n\}$-nel a P^n $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ pontok halmazát. A $\{P^n\}$ halmaznak van legalább egy sűrűsödési helye Q. Kimutatjuk, hogy *a* $\{P^n\}$ *és a* $\{Q^n\}$ *halmazok deriváltjai megegyeznek és hogy a* $\{P^n\}$ *halmaz önmagában sűrű.* — Mivel Q feltevésünk szerint sűrűsödési helye $\{P^n\}$-nek, és a $\{P^n\}$ hal-

maz a T^k leképezésnél önmagába megy át, tehát Q-nak T^k-nál előálló képe Q^k szintén sűrűsödési helye $\{P^n\}$-nek; e szerint a $\{Q^n\}$ halmaz minden pontja hozzátartozik $\{P^n\}$ deriváltjához, s így $\{Q^n\}$ deriváltja része $\{P^n\}$ deriváltjának. — Legyen $\varepsilon > 0$ tetszőleges. Van két olyan különböző kitevő n és n', melyre a (P^n, Q) és a $(P^{n'}, Q)$ távolságok mindketten kisebbek mint $\varphi(\varepsilon)$; alkalmazzuk ezekre a pontokra a T^{-n} leképezést, adódik, hogy $(P, Q^{-n}) < \varepsilon$ és $(P^{n'-n}, Q^{-n}) < \varepsilon$ s ebből $(P, P^{n'-n}) < 2\varepsilon$. Mivel ε tetszőleges kicsiny, következik ebből, hogy P sűrűsödési helye $\{P^n\}$-nek és $\{Q^n\}$-nek. Fenti állításunkat ezzel bebizonyítottuk.

Ebből az eredményünkből következik, hogy ha az F felület valamely P pontjának szukcessziv képei a felületen mindenütt sűrűn feküsznek, akkor ugyanez áll F bármely más Q pontjára vonatkozóan is. Két eset lehetséges tehát, ezeket külön fogjuk tárgyalni.

3. 1. Első eset: *A P pont szukcesszív képeiből álló $\{P^n\}$ halmaz a toruson nem fekszik mindenütt sűrűn.*

Ebben az esetben van tehát legalább egy olyan A pont, mely sem a $\{I^m\}$ halmazhoz, sem annak deriváltjához nem tartozik. Legyen 2ε olyan pozitív szám, mely kisebb, mint a P pontnak az $\{A^n\}$ halmaz deriváltjától való távolsága; jelentsen továbbá δ a $\varphi(\varepsilon)$-nál kisebb pozitív számot. A P pont körül δ sugárral vett körlemezt V-vel, ennek a T^n leképezésnél előálló képét V^n-nel jelöljük. Az A pontnak δ-sugarú környezetében nem fekhetik a V^n tartományok valamelyikéhez tartozó pont; ha ugyanis V^n valamely R^n pontjának A-tól való távolsága δ-nál kisebb volna, akkor $(A^{-n}, R) < \varepsilon$; mivel pedig R a V-hez tartozik, tehát $(R, P) < \delta < \varepsilon$, s így $(A^{-n}, P) < 2\varepsilon$, ellentétben ε megválasztásával. A P^n pont körül $\varphi(\delta)$ sugárral vett körlemez V^n-hez tartozik; ha ugyanis valamely Q pontra vonatkozóan $(Q, P^n) < \varphi(\delta)$, akkor $(Q^{-n}, P) < \delta$, vagyis Q^{-n} V-hez és így Q V^n-hez tartozik. — Mivel a V^n tartományok mindegyike tartalmaz egy-egy fix $\varphi(\delta)$ sugarú körlemezt, legfeljebb véges sok olyan van a V^n tartományok között, melyeknek páronkint nincs közös pontjuk. A V^n tartományok egyesítéséből származó ΣV^n halmaz tehát véges sok tartományból áll. A ΣV^n halmaz deri-

váltja, melyet M-mel jelölünk, véges sok komponensből álló zárt halmaz, mely nyilván invariáns a T leképezésnél.

Jelöljük g-vel M-nek azt a maradéktartományát, mely az A pontot tartalmazza. Mivel az $\{A^n\}$ halmaz önmagában sűrű, vannak A szukcessziv képei között olyanok, melyeknek A-tól való távolsága kisebb mint δ s így ezek a képek a g tartományhoz tartoznak. Legyen $m \geqq 1$ az a legkisebb exponens, melynél A^m g-hez tartozik. Az M által meghatározott tartományok T-nél egymásba mennek át; ebből az következik, hogy a g tartomány T^m-nél önmagába megy át. Mivel g a véges sok komponensből álló M halmaz maradéktartománya, g határának is csak véges sok komponense van; jelöljük k-val ezek számát. — A g tartomány nemszáma lehetne 1, vagy 0. Ha 1 volna, akkor leképezzük a g tartományt egy k-szor pontozott torusfelületre; ezáltal megfelel a T^m leképezésnek, mivel ez a g tartományban és határán reguláris, egy a zárt torusfelületen reguláris T_1 leképezés, melynél a g határkomponenseinek megfelelő k pont egymásba megy át. T_1 valamely T_1^μ hatványánál ezek a pontok egyenkint önmagukba mennek át. Hivatkozással arra a tételre, melyet általánosan a következő paragrafusban (4. 2) fogok bebizonyítani, nevezetesen, hogy egy orientálható $p \geqq 1$ nemszámú zárt felület önmagára való reguláris leképezése megmaradó irányítással mindig periodikus, ha van a leképezésnek fixpontja, következik, hogy T_1^μ, tehát T_1 is periodikus, úgy szintén g-nek önmagára való T^m leképezése is. Ez nyilván ellentmond annak a feltételünknek, hogy T hatványai fixpontmentesek. — Következik tehát, hogy a g tartomány nemszáma 0. Leképezzük a g tartományt a k-szor pontozott gömbfelületre topologikusan; ezáltal a T leképezésnek megfelel a zárt gömbfelület önmagára való reguláris leképezése; az előbbi paragrafusban idézett tételünk értelmében ez a leképezés szükségképpen elliptikus lineáris leképezéssel homöomorph. Mivel T^m-nek nincsen fixpontja g-ben, tehát T_1-nek két fixpontja a gömbnek olyan pontjai, melyek g határkomponenseinek felelnek meg; ezért g határkomponenseinek a száma $k \geqq 2$. De nem lehet $k > 2$, mert különben a T_1 leképezés periodikus volna; ugyanis a gömbfelületnek az a k pontja, melyek g határkomponenseinek felelnek meg T_1 vala-

mely hatványánál fixpontok; ha ezeknek száma $k>2$, akkor T_1 megfelelő hatványa az azonosság, tehát T_1 periodikus volna; mint már fent megjegyeztük, ez ellenkezik T-re vonatkozó feltételeinkkel. Így kimutattuk, hogy a g tartománynak pontosan két határkomponense van.

A gömb T_1 leképezése, mely a g tartomány T^m leképezésének megfelel, aperiodikus elliptikus leképezéssel homöomorph; $m\alpha$-val jelöljük a megfelelő rotatio-számot, mely szükségképpen irrationális. Tekintsük a T_1 leképezés valamelyik pályavonalát (invariáns görbéjét), jelöljük c_0-val a neki g-ben megfelelő egyszerű zárt görbét. A c_0 görbének a T^0, T^1, T^2,..., T^{m-1} leképezéseknél előálló c_0, c_1, c_2,..., c_{m-1} képei közül bármely kettőnek nincs közös pontja; ezek tehát valamennyien homotopok. A c_i görbék a torust m tartományra osztják, melyek mindegyike sík körgyűrűvel homöomorph. Ezek mindegyikében a T^m leképezés aperiodikus elliptikus leképezéssel homöomorph. Tekintsük a tartomány mindegyikében T^m pályavonalait; ezeknek a görbéknek az összesége (c) a torus felületen reguláris görbesereg, mely a T leképezésnél önmagába megy át. (Reguláris görbesereg fogalmára vonatkozóan l. [18], továbbá [20] 241. és 249. o.).

A (c) görbesereg elemeinek megfeleltünk $y\,(0\leqq y<1)$ koordinátákat a következő módon. Legyen c_s a c_0 képei közül egyik olyan görbe, hogy c_0 és c_s görbék között nem fekszik további c_i görbe. A (c) seregnek a c_0 és c_s görbék között fekvő görbéihez hozzárendeljük a $0\leqq y\leqq\frac{1}{m}$ értékeket úgy, hogy $y=0$ a c_0 és $y=\frac{1}{m}$ a c_s görbéhez tartozzék. A sereg c_s és c_{2s} között fekvő görbéihez hozzárendeljük az $\frac{1}{m}\leqq y\leqq\frac{2}{m}$ értékeket olyan módon, hogy az $y\left(\leqq\frac{1}{m}\right)$ koordináta-értékhez tartozó c görbének a T^s leképezésnél előálló képe az $y+\frac{1}{m}$ koordinátát kapja és így tovább. Ha $\frac{l}{m}$ jelenti a $c_1=T(c_0)$ koordinátáját, (hol l a 0, 1,..., $m-1$ számok egyike), akkor a (c) görbeseregnek a T által létesített leképezését az $y'=y+\frac{l}{m}\pmod 1$ formula fejezi ki.

A (c) sereg mindegyik görbéjén meghatározunk $x\,(0\leqq x<1)$

koordinátákat a következő módon. A c_0 görbe egy tetszőleges P pontjához hozzárendeljük az $x = 0$ értéket, és a P^n pontnak, mely P-nek T^n-nél előálló képe, az $x = n\alpha \pmod 1$ értéket feleltetjük meg. Ilyen módon a $c_0, c_1, \ldots, c_{m-1}$ görbék mindegyikén egy-egy mindenütt sűrű ponthalmazt láttunk el x-koordinátákkal; folytonosan kiegészítjük ezt a koordináta meghatározást az illető görbék összes pontjaira. Legyenek $O_0 = P, O_1, O_2, \ldots, O_{m-1}$ a $c_0, c_1, c_2, \ldots, c_{m-1}$ görbéknek azok a pontjai, melyekhez az $x = 0$ koordináta-érték tartozik. Az O_0 és az O_s pontokat összekötjük a c_0 és c_s görbék között egy b egyszerű folytonos ívvel, melynek a (c) sereg minden a c_0 és c_s között fekvő görbéjével pontosan egy közös pontja van. (Ezt a szerkesztést illetően lásd [18] és [20], 241. o.). A b ív pontjainak az $x = 0$ értéket, a b ív T^n-nél előálló b^n képén fekvő pontoknak az $x = n\alpha \pmod 1$ értéket feleltetjük meg ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). Ilyen módon a (c) sereg mindegyik c görbéjének egy-egy mindenütt sűrű ponthalmazát láttuk el x-koordinátákkal; folytonosan kiegészítjük ezt a koordináta meghatározást az illető görbe pontjaira.

A fenti eljárással bevezetett (x, y) koordinátarendszer a torus pontjait kölcsönösen egyértelmű és folytonos módon állítja elő. Ebben a koordinátarendszerben a T leképezést a következő formula fejezi ki:

$$T: \left\{ \begin{array}{l} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{array} \right\} \pmod 1 \quad (\alpha \text{ irrationális}; \ \beta = \frac{l}{m} \text{ rationális}).$$

3.2. Második eset. *A P pont szukcesszív képeiből álló $\{P^n\}$ halmaz a toruson mindenütt sűrűn fekszik.*

Bebizonyítjuk a következő állítást:

Ha T valamelyik T^n hatványa tetszőleges A pontot $\varphi(\varepsilon/3)$-nál kevesebbel mozdít el, akkor T^n az azonosságtól ε-nál kevesebbel különbözik, (vagy *T^n az azonosság ε-környezetéhez tartozik*; ezen a kifejezésen azt értjük, hogy T^n minden más B pontot ε-nál nem nagyobb távolsággal mozdít el; T^n-et röviden *ε-leképezésnek* is fogjuk nevezni).

Legyen ugyanis B az F felület tetszőleges pontja. Mivel $\{A^n\}$ a felületen mindenütt sűrű, van olyan r kitevő, melyre $(A^r, B) < \varphi(\varepsilon/3)$; tehát minden n-re $(A^{n+r}, B^n) < \varepsilon/3$. Legyen

n olyan kitevő, melyre T^n az A pontot $\varphi(\varepsilon/3)$-nál kevesebbel mozdítja el, tehát: $(A, A^n) < \varphi(\varepsilon/3)$; következik, hogy $(A^r, A^{r+n}) < \varepsilon/3$. A fenti egyenlőtlenségekből kiadódik:

$$(B, B^n) \leqq (B, A^r) + (A^r, A^{r+n}) + (A^{r+n}, B^n) < \varepsilon.$$

További tárgyalásunk lényege az, hogy a T^n transformatiók összességét limeseik bevezetésével *folytonos csoporttá* egészítjük ki. E végből a felület egy tetszőleges O pontját kezdőpontnak választjuk és az I azonos leképezést feleltetjük meg neki. A felület minden P pontjához hozzárendeljük F önmagára való olyan S_P topologikus leképezését, mely az O kezdőpontot a P pontba viszi át. Ha $P = O^n$, akkor S_P jelenti a T^n leképezését.

Mivel az $\{O^n\}$ ponthalmaz a felületen mindenütt sűrű, van a felület tetszőleges P pontjához olyan exponens-sorozat $n_1, n_2, \ldots$, melyre vonatkozóan az $O^{n_1}, O^{n_2}, \ldots$ sorozat a P ponthoz konvergál. *A megfelelő $T^{n_1}, T^{n_2}, \ldots$ sorozat egyenletesen konvergál F-nek önmagára való S_P topologikus leképezéséhez, mely az O pontot P-be viszi át.* Ennek az állításunknak az igazolására először kimutatjuk, hogy bármely A pontra vonatkozóan az $A^{n_1}, A^{n_2}, \ldots$ sorozat egy A' ponthoz konvergál. Legyen $\varepsilon > 0$ tetszőleges; mivel az $O^{n_1}, O^{n_2}, \ldots$ sorozat feltevés szerint a P ponthoz konvergál, van olyan k index, hogy bármely $r > k$ indexnél az O^{n_r} pontnak a P ponttól való távolsága kisebb mint $\frac{1}{2}\varphi(\varepsilon/3)$. Bármely két $r > k$ és $s > k$ számra vonatkozóan az O^{n_r} és O^{n_s} pontok távolsága kisebb mint $\varphi(\varepsilon/3)$, úgyhogy a $T^{n_s - n_r}$ leképezés, mely az O^{n_r} pontot az O^{n_s} pontba viszi át, az azonosságtól ε-nál kevesebbel különbözik. E szerint az A^{n_r} és $A^{n_s} = T^{n_s - n_r}(A^{n_r})$ pontok távolsága kisebb mint ε, és ez érvényes a sorozat bármely két olyan n_r és n_s számára, melyek indexei r és s, k-nál nagyobbak. A CAUCHY-féle konvergenciaelvből következik, hogy az $A^{n_1}, A^{n_2}, \ldots$ sorozat egy A' ponthoz konvergál. — Az $(A^{n_r}, A^{n_s}) < \varepsilon$ egyenlőtlenségből ha n_r-et fixen tartjuk és n_s-et végtelenhez tartatjuk, adódik, hogy $(A^{n_r}, A') \leqq \varepsilon$. Ezzel kimutattuk, hogy a $\lim T^{n_r} = S_P$ leképezés egyértelmű, és hogy a $T^{n_1}, T^{n_2}, \ldots$ sorozat egyenletesen konvergál S_P-hez. — S_P folytonosságának bebizonyítása céljából vegyünk fel egy az A ponthoz konvergáló $A_1, A_2, \ldots$ sorozatot tetszőlegesen és jelöl-

jük $A' = S_P(A)$, $A'_\nu = S_P(A_\nu)$. Legyen $\varepsilon > 0$ tetszőleges; ha ν elegendő nagy, akkor $(A_\nu, A) < \varphi(\varepsilon)$, tehát minden n_k-ra $(A_\nu^{n_k}, A^{n_k}) < \varepsilon$, és így $(A'_\nu, A') \leqq \varepsilon$. Két egymástól különböző A és B pontra az $A' = S_P(A)$ és $B' = S_P(B)$ pontok is különbözők. Legyen ugyanis $\varepsilon > 0$ kisebb mint az (A, B) távolság; (A', B') nem lehet kisebb mint $\varphi(\varepsilon)$; különben valamely n_k kitevőre az (A^{n_k}, B^{n_k}) is kisebb volna mint $\varphi(\varepsilon)$; ebből pedig a T^{-n_k} leképezés alkalmazásával következnék, hogy az $A = T^{-n_k}(A^{n_k})$ és $B = T^{-n_k}(B^{n_k})$ pontok távolsága kisebb ε-nál, feltevésünkkel ellenkezően. — Fenti állításunkat ezzel bebizonyítottuk.

Az S_P leképezéseknek szintén megvan az a tulajdonsága, hogy *minden olyan S_P leképezés, mely valamely pontot $\varphi(\varepsilon/3)$-nál kevesebbel mozdít el, az azonosság ε-környezetébe tartozik.* Ez közvetlenül kiadódik a T^n leképezések analog tulajdonságából. Ebben az is benne foglaltatik. hogy *bármely az azonosságtól különböző S_P leképezésnek nem lehet fixpontja.*

Ki fogjuk mutatni, hogy *az S_P leképezések a toruson egyszeresen transitív folytonos csoportot alkotnak.*

Legyen S_P valamely leképezés, melyet az $n_1, n_2, \ldots$ exponens-sorozat definiál. Az S_P leképezés inversét a $-n_1, -n_2, \ldots$ exponens-sorozat definiálja. Legyen ugyanis $\bar{P}$ az a pont, mely S_P-nél O-ba megy át; a $\bar{P}^{n_1}, \bar{P}^{n_2}, \ldots$ sorozat tehát az O ponthoz konvergál. Ha $\varepsilon > 0$ tetszőleges és $(\bar{P}^{n_k}, O) < \varphi(\varepsilon)$, akkor $(\bar{P}, O^{-n_k}) < \varepsilon$, tehát az $O^{-n_1}, O^{-n_2}, \ldots$ sorozat $\bar{P}$-hez konvergál. Az $S_{\bar{P}}$ leképezés az O pontot $\bar{P}$-be viszi át s így a $\bar{P}$ pont fixpont az $S_P S_{\bar{P}}$ leképezésnél. Ha az $S_P S_{\bar{P}}$ szorzat valamelyik S_R leképezéssel azonos, akkor az S_R leképezés, mivel fixpontja van, fenti megjegyzésünk értelmében csak az azonosság lehet. E szerint $S_P = S_{\bar{P}}^{-1}$.

Legyen S_P és S_Q két olyan leképezés, melyeket rendre az $n_1, n_2, \ldots$ és az $m_1, m_2, \ldots$ exponens-sorozatok definiálnak. Ki akarjuk mutatni, hogy az $m_1 + n_1, m_2 + n_2, \ldots$ exponens-sorozat definiál egy S_R leképezést, s hogy ez a két adott leképezés *szorzata* $S_R = S_P S_Q$. Legyen ε tetszőleges kicsiny pozitív szám. Jelentse $R = S_P(Q)$ a Q pontnak S_P-nél előálló képét. Mivel a $T^{n_1}, T^{n_2}, \ldots$ sorozat egyenletesen konvergál S_P-hez, elegendő nagy k indexre, és bármely A pontra a $T^{n_k}(A)$ és az $S_P(A)$

pontok távolsága kisebb mint $\varepsilon/2$; tegyük $A=Q$, azt kapjuk, hogy $\left(T^{n_k}(Q),\ R\right)<\varepsilon/2$. Másfelől, ha a k index elegendő nagy, a $T^{m_k}(O)$ pontnak a Q ponttól való távolsága kisebb mint $\varphi(\varepsilon/2)$, s így $\left(T^{m_k+n_k}(O),\ T^{n_k}(Q)\right)<\varepsilon/2$. Ha a k index elegendő nagy, úgyhogy mindkét fenti feltételnek eleget tesz, akkor tehát $\left(T^{m_k+n_k}(O),\ R\right)\leqq\left(T^{m_k+n_k}(O),\ T^{n_k}(Q)\right)+\left(T^{n_k}(Q),\ R\right)<\varepsilon$. Ezzel kimutattuk, hogy az $m_1+n_1,\ m_2+n_2,\ldots$ exponens-sorozat az S_R leképezést definiálja. Ha felcseréljük a P és Q pontok szerepét, ugyanahhoz az $n_1+m_1,\ n_2+m_2,\ldots$ exponens sorozathoz jutunk; következik tehát, hogy $R=S_P(Q)=S_Q(P)$. Megválasztható a k index úgy, hogy ha A és B két tetszőleges pont, akkor $\left(T^{n_k}(A),\ S_P(A)\right)<\varepsilon/3$ és $\left(T^{m_k}(B),\ S_Q(B)\right)<\varphi(\varepsilon/3)$; a második relációból következik $\left(T^{m_k+n_k}(B),\ T^{n_k}(S_Q(B))\right)<\varepsilon/3$; tegyük $A=S_Q(B)$, egyenlőtlenségeinkből következik, hogy $\left(T^{m_k+n_k}(B),\ S_QS_P(B)\right)<\frac{2\varepsilon}{3}$; ha k elegendő nagy, akkor $\left(T^{m_k+n_k}(B),\ S_R(B)\right)<\varepsilon/3$, s így $\left(S_QS_P(B),\ S_R(B)\right)<\varepsilon$. Itt ε tetszőleges pozitív szám; ez más szóval azt jelenti, hogy az $S_R(B)$ és az $S_QS_P(B)$ pontok egybeesnek, s ez érvényes minden B pontra, úgyhogy az S_QS_P és az S_R leképezések azonosak. Meggondolásunkból egyben kiadódott az is, hogy $S_QS_P=S_PS_Q$, tehát az S_P leképezések által alkotott G csoport *kommutatív.*

A G csoport folytonosságát a következőképpen mutatjuk ki. Az S_P és S_Q leképezések távolságán értjük az $S_P(A)$ és $S_Q(A)$ pontok maximális távolságát, hol A az F felület változó pontját jelenti. Fennállanak a következő vonatkozások: $(S_P,\ S_Q)=(S_Q^{-1}S_P,\ I)=(S_P^{-1}S_Q,\ I)$; továbbá, mivel G kommutatív $(S_P,\ S_Q)=(S_PS_Q^{-1},\ I)=(S_QS_P^{-1},\ I)$. Az S_P leképezés P-vel folytonosan változik; ha ugyanis $(Q,\ P)<\varphi(\varepsilon/3)$, akkor $S_Q^{-1}S_P$ az azonosság ε-környezetéhez tartozik, tehát $(S_P,\ S_Q)\leqq\varepsilon$. S_P inverse, továbbá S_P és S_Q szorzata folytonosan változnak P-vel; illetve P és Q-val. Legyen ugyanis $\varepsilon>0$ tetszőleges. Ha P_1 és Q_1 olyan pontok, hogy $(P,\ P_1)<\varphi(\varepsilon/3)$ és $(Q,\ Q_1)<\varphi(\varepsilon/3)$, akkor $S_{P_1}^{-1}S_P$ és $S_{Q_1}^{-1}S_Q$ az azonosság ε-környezetéhez tartoznak. Ebből következik először, hogy $(S_P^{-1},\ S_{P_1}^{-1})=(S_{P_1}S_P^{-1},\ I)\leqq\varepsilon$, tehát, hogy S^P inverse P-vel folytonosan változik; másodszor, hogy $(S_PS_Q,\ S_{P_1}S_{Q_1})=\left((S_{P_1}S_{Q_1})^{-1}(S_PS_Q),\ I\right)=\left((S_{P_1}^{-1}S_P)(S_{Q_1}^{-1}S_Q),\ I\right)$, G kommutativitása

folytán; az $(S_{P_1}^{-1}S_P)(S_{Q_1}^{-1}S_Q)$ leképezés két ε-leképezés szorzata, így az azonosságtól való távolsága $\leqq 2\varepsilon$; tehát S_PS_Q a P, Q pontokkal folytonosan változik.

A G csoport az S_P leképezések értelmezése folytán transitiv a toruson; ugyanis tetszőleges P ponthoz van olyan S_P leképezés, mely O-t P-be viszi át. Továbbá csak egy ilyen leképezés van, mivel fenti megjegyzésünk szerint, ha $R \neq O$, akkor az S_R leképezésnek nincs fixpontja. A G csoportra vonatkozó állításunkat, nevezetesen, hogy G a toruson egyszeresen transitiv folytonos csoport, ezzel bebizonyítottuk.

Egyik korábbi dolgozatomban [26] megállapítottam a kéttagú folytonos csoportok lehetséges topologiai típusait; ezek felsorolásából adódik, hogy G mint a toruson egyszeresen transitiv folytonos csoport a torus önmagában való eltolásainak csoportjával homöomorph s alkalmasan választott (x, y) koordinátákban és (ξ, η) parameterekben a következő formulákkal fejezhető ki:

$$G: \left.\begin{aligned} x' &= x + \xi \\ y' &= y + \eta \end{aligned}\right\} \pmod 1 \quad \left\{\begin{aligned} 0 \leqq x < 1;\ 0 \leqq \xi < 1, \\ 0 \leqq y < 1;\ 0 \leqq \eta < 1. \end{aligned}\right.$$

Az adott T leképezés, mint ennek a csoportnak eleme kifejezhető a következő formulákkal:

$$T: \left.\begin{aligned} x' &= x + \alpha \\ y' &= y + \beta \end{aligned}\right\} \pmod 1.$$

Abból a feltételünkből, hogy a torus egy pontjának szukcesszív képei a toruson mindenütt sűrű halmazt alkotnak, következik, hogy 1, α, β rationálisan független számok, vagyis nem áll fenn közöttük rationális r_1, r_2, r_3 koefficiensekkel $(r_1^2+r_2^2+r_3^2>0)$ $r_1+r_2\alpha+r_3\beta = 0$ alakú reláció.

Ennek a paragrafusnak eredményét a következő tételben foglaljuk össze:

A torusfelületnek önmagára való, az irányítást megtartó reguláris leképezése, mely hatványaival együtt fixpontmentes, a torus eltolásával homöomorph s alkalmasan választott (x, y) koordinátákban a következő formulákkal fejezhető ki:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x + \alpha \\ y' &= y + \beta \end{aligned}\right\} \pmod 1 \quad \left\{\begin{aligned} 0 \leqq x < 1 \\ 0 \leqq y < 1, \end{aligned}\right.$$

hol vagy α irrationális és β rationális, vagy α, β és 1 rationálisan függetlenek.

4. §. Zárt és határolt felületek reguláris leképezései.

Legyen F $p \geqq 1$ nemszámú orientálható zárt felület; legyen T ennek önmagára való reguláris leképezése,

Jelentse $\bar{F}$ az F felület univerzális (egyszeresen összefüggő) fedőfelületét. Γ-val jelöljük az F felület összefüggési csoportját. Γ minden elemének megfelel $\bar{F}$-nak önmagára való fedőleképezése, melynél $\bar{F}$ minden pontja egy azt fedő pontba megy át. $\bar{F}$ fedőleképezéseinek összessége csoportot alkot, mely a Γ csoporttal isomorph; ennek a csoportnak minden az azonosságtól különböző leképezése fixpontmentes.

Ha $p>1$, leképezzük az $\bar{F}$ fedőfelületet az egységkör belsejére, melyet hyperbolikus mértékkel ellátva a hyperbolikus sík modelljének tekintünk, olyan módon, hogy $\bar{F}$ fedőleképezéseinek a hyperbolikus sík mozgásai feleljenek meg; az $\bar{F}$ fedőleképezéseiből álló csoportnak megfelelő hyperbolikus mozgáscsoportot szintén Γ-val jelöljük. Γ az egységkör belsejében ténylegesen discontinuus csoport, s minden az azonosságtól különböző leképezése fixpontmentes. Jelöljük Φ-vel az egységkör belsejét, mint hyperbolikus síkot. Φ két pontját *aequivalens*nek nevezzük, ha az egyik pont Γ valamelyik leképezésénél a másik pontba megy át. F minden P pontjának megfelel Φ-ben aequivalens pontok $(\bar{P})$ rendszere; a $\bar{P}$ pontokat a P pont felett fekvő pontoknak, a P pontot pedig a $\bar{P}$ pontok nyompontjának nevezzük. Az F felületen két P és Q pont távolságán értjük a Φ-ben megfelelő $(\bar{P})$ és $(\bar{Q})$ pontrendszerek egymástól való hyperbolikus távolságát.

Ha az F felület nemszáma $p=1$, akkor az $\bar{F}$ fedőfelületet leképezzük az euklidesi síkra, úgyhogy az $\bar{F}$ fedőleképezéseinek csoportja az euklidesi sík két különböző irányú parallel eltolása által származtatott csoportba menjen át. Ebben az esetben Φ-vel jelöljük az euklidesi síkot. Az F felületen két pont távolságán értjük a nekik az euklidesi síkban megfelelő két pontrendszernek egymástól való euklidesi távolságát.

F-nek önmagára való T topologikus leképezése Φ-nek önmagára való τ topologikus leképezéseit *indukálja*, melyeknek jellemző tulajdonsága a következő: Φ tetszőleges $\bar{P}$ pontja, melynek nyompontja P, olyan $\bar{P}' = \tau(\bar{P})$ pontba megy át, melynek nyompontja a P pontnak T-nél előálló képe $P' = T(P)$. Ha $\bar{P}_0$ és $\bar{P}_0'$ a $(\bar{P})$, illetve a $(\bar{P}')$ rendszerek egy-egy tetszőleges pontja, van egy és csakis egy olyan a T által indukált τ leképezés, mely $\bar{P}_0$-t $\bar{P}_0'$-be viszi át. Az összes többi a T által indukált τ' leképezést τ-ból a Γ elemeivel való jobboldali (illetve baloldali) szorzatokként kapjuk meg.

4. 1. *Legyen T az F felület önmagára való, reguláris leképezése. A T által a Φ (hyperbolikus, illetve euklidesi) síkon indukált τ leképezések is regulárisak.*

Jelentsen 2ε tetszőleges pozitív számot, mely kisebb, mint Φ bármely két a Γ-nál aequivalens pontjának egymástól való távolsága. Jelöljük $\varphi(\varepsilon)$-nal az ε számnak a reguláritás értelmében megfelelő δ számok felső határát. Ha $\bar{P}$ és $\bar{Q}$ Φ-nek két tetszőleges pontja, melyeknek hyperbolikus távolsága kisebb, mint $\varphi(\varepsilon)$, akkor az F felületen megfelelő P és Q pontok távolsága definíció szerint szintén kisebb, mint $\varphi(\varepsilon)$, ezért minden n-re a $P^n = T^n(P)$ és $Q^n = T^n(Q)$ pontok távolsága kisebb mint ε. Legyen τ egy a T által Φ-ben indukált leképezés. Ha valamely n számra a $\tau^n(\bar{P})$ és $\tau^n(\bar{Q})$ pontok távolsága ε-nál nagyobb, van olyan a $\tau^n(\bar{Q})$-val aequivalens $\tau^n(\bar{Q})$ pont, melynek $\tau^n(\bar{P})$-tól való távolsága ε-nál kisebb, mivel a $\tau^n(\bar{Q})$-val aequivalens pontok rendszerének a $\tau^n(\bar{P})$ ponttól való távolsága kisebb, mint ε. Legyen $\bar{R}$ változó pont, mely a $\bar{Q}\bar{P}$ egyenes szakaszt $\bar{Q}$-tól $\bar{P}$-ig folytonosan leírja; a $\tau^n(\bar{R})$ képpont leír egy a $\tau^n(\bar{Q})$-tól $\tau^n(\bar{P})$-ig haladó folytonos ívet. Az $\bar{R}$ pont minden helyzeténél a $\tau^n(\bar{P})$ pontnak a $\tau^n(\bar{R})$-rel aequivalens pontok rendszerétől való távolsága kisebb, mint ε, tehát a $\bar{Q}\bar{P}$ szakasz minden $\bar{R}$ pontjához van olyan a $\tau^n(\bar{R})$-rel aequivalens pont $\tau^n(\bar{\bar{R}})$, melynek a $\tau^n(\bar{P})$-től való távolsága kisebb, mint ε. Ha $\bar{R}$ pont a $\bar{P}$ ponthoz elegendő közel fekszik, a τ^n leképezés folytonossága miatt a $\tau^n(\bar{R})$ és $\tau^n(\bar{P})$ pontok távolsága kisebb, mint ε. Jelentse $\bar{R}_0$ a $\bar{P}\bar{Q}$ szakasznak $\bar{P}$-től számított első olyan pontját, melyre ez már nem áll fenn; ekkor tehát a $\tau^n(\bar{R}_0)$ és $\tau^n(\bar{P})$

pontok távolsága egyenlő ε-nal, viszont egy a $\tau^n(\bar{R}_0)$-val aequivalens $\tau^n(\bar{R}_0)$ pontnak $\tau^n(\bar{P})$-től való távolsága kisebb, mint ε, úgyhogy az egymással aequivalens $\tau^n(\bar{R}_0)$ és $\tau^n(\bar{R}_0)$ pontok távolsága kisebb, mint 2ε, ellentétben ε megválasztásával.

4. 2. *Ha egy $p \geqq 1$ nemszámú orientálható zárt felület önmagára való T reguláris leképezésének van fixpontja, akkor T periodikus leképezés.*

Feltehetjük, hogy T az irányítást megtartja; ellenkező esetben a T helyett a T^2 leképezést tekintenők. Legyen P a T leképezés fixpontja; legyen $(\bar{P})$ a P felett fekvő pontok rendszere Φ-ben és jelentse $\bar{P}_0$ ezek közül valamelyiket. τ-val jelöljük Φ-nek azt a T által indukált leképezését, melynek $\bar{P}_0$ invariáns pontja. Leképezzük Φ-t az egyszer pontozott gömbfelületre; a τ leképezésnek megfelel a zárt gömbfelület önmagára való, topologikus leképezése megmaradó irányítással, melynek legfeljebb egy singuláris pontja van; viszont van egy a $\bar{P}_0$ pontnak megfelelő reguláris fixpontja. A gömbfelületnek ez a leképezése a 2. §-ban foglalt tétel értelmében a gömb forgásával homöomorph. Tehát Φ önmagára való τ leképezése is homöomorph egy forgással, melynek szögét $2\pi\alpha$-val jelöljük. Ha α irrationális volna, akkor egy a $\bar{P}_0$ ponttal aequivalens $\bar{P}$ pontnak a τ hatványainál előálló képei önmagában sűrű halmazt alkotnának; de mivel $\bar{P}_0$ τ-nál invariáns, a $\tau^n(\bar{P})$ pontok valamennyien $\bar{P}_0$-sal és így egymással is aequivalensek, aequivalens pontok összessége pedig szükségképpen izolált ponthalmaz. Ebből következik, hogy α rationális, tehát τ periodikus, és így az F felület adott T leképezése is periodikus. Fenti tételünket ezzel bebizonyítottuk.

4. 3. Az F felület önmagára való T topologikus leképezését az *azonosság osztályá*hoz tartozónak nevezzük, ha T az F felületen való folytonos deformátióval az azonosságba vihető át. Ezekre a leképezésekre vonatkozik a következő

Birkhoff-*féle fixponttétel: Egy $p>1$ nemszámú orientálható zárt felületnek önmagára való, az azonosság osztályához tartozó topologikus leképezésénél van legalább egy fixpontja.* [4].

Egy az azonosság osztályába tartozó topologikus leképezés az F felületen megadott bármely irányított egyszerű zárt görbét, így nevezetesen az F felület egy kanonikus felmetszésének

mindegyik körmetszetét vele homotop görbébe viszi át. (Két irányított egyszerű zárt görbét az F felületen homotopnak nevezünk, ha F-en folytonosan deformálhatók egymásba.)

R. Baer bebizonyította a következő tételt: *Ha egy $p>1$ nemszámú orientálható zárt felület önmagára való topologikus leképezésénél egy kanonikus felmetszés mindegyik körmetszete homotop görbébe megy át, akkor a leképezés az azonosság osztályához tartozik* [2]. Ennek a tételnek az alapján következik a Birkhoff-féle fixponttételből, hogyha egy $p>1$ nemszámú orientálható zárt felület önmagára való topologikus leképezésénél egy kanonikus felmetszés mindegyik körmetszete homotop görbébe megy át, akkor a leképezésnek van legalább egy fixpontja. Egyébként közvetlenül is kiadódik az Alexander-*féle fixpont-formulából*, hogy a fixpontok indexeinek összege egyenlő $2-2p$-vel, ha tehát $p>1$, ez az összeg 0-tól különböző [1].

A most ismertetett tételek alapján következik a 4.2 tételből, hogyha egy $p>1$ nemszámú orientálható zárt felület önmagára való reguláris leképezése egy kanonikus felmetszés mindegyik körmetszetét homotop görbébe viszi át, a leképezés periodikus. Ez az eredményünk elegendő lenne további tárgyalásaink céljára. De könnyen bebizonyíthatjuk fenti eredményeink alapján a következő önmagában is érdekes tételt:

4. 4. *Ha egy reguláris leképezés egy $p>1$ nemszámú orientálható zárt felület kanonikus felmetszésének mindegyik körmetszetét homotop görbébe viszi át, akkor a leképezés az azonosság.*

A *konformis* leképezésekre vonatkozó analog állítás Hurwitz ismert tételének tartalmát képezi [16]; *periodikus* leképezésekre vonatkozóan az analog tételt Brouwer bizonyította be [11].

A 4. 4 tétel közvetlenül kiadódik a következő tételből:

4. 5 *Egy $p\geqq 1$ nemszámú orientálható zárt felület önmagára való, az irányítást megtartó, legalább egy fixponttal bíró periodikus leképezése, mely az azonosságtól különbözik, a felületnek bármelyik* (0-val nem homotop) *körmetszetét sem viheti át homotop görbébe.*

Ezt a tételt az adott T leképezés által a Φ (hyperbolikus, illetve euklidesi) síkon indukált leképezések segítségével a kö-

vetkezőképpen bizonyítjuk be. Legyen P a T leképezés valamelyik fixpontja az F felületen és legyen $\bar{P}$ Φ-nek egy a P felett fekvő pontja. Tekintsük azt a T által Φ-ben indukált τ leképezést, melynek $\bar{P}$ fixpontja. Mivel T periodikus, tehát reguláris, így 4. 1 szerint τ is reguláris, s továbbá, mivel van fixpontja, a 4. 2 alatt adott meggondolás szerint periodikus a τ leképezés is. Ha az F felületnek valamelyik a P ponton áthaladó c körmetszete a T leképezésnél a c-vel homotop c' görbébe megy át, akkor a c-nek Φ-ben megfelelő $\bar{P}\bar{P}_1$ ív és a c'-nek megfelelő $\bar{P}\bar{P}_2$ ív végpontjai $\bar{P}_1$ és $\bar{P}_2$, mindketten $\bar{P}$-vel tehát egymással is aequivalens pontok, továbbá Γ-nak ugyanahhoz az alaptartományához tartoznak, s így azonosak. A τ leképezésnek volna e szerint legalább két fixpontja, $\bar{P}$ és $\bar{P}_1=\bar{P}_2$. Mivel pedig τ a körlemeznek, illetve az euklidesi síknak az irányítást megtartó periodikus leképezése, legfeljebb egy fixpontja lehet, feltéve, hogy τ nem az azonosság (l. [20], 224. o.). Ezzel a 4. 5 tételt bebizonyítottuk.

Megjegyezzük még a következő tételt, mely közvetlenül kiadódik a 4. 4 tételből:

4. 6. *Egy $p>1$ nemszámú orientálható zárt felület önmagára való, reguláris leképezéseiből álló csoport nem tartalmazhat infinitesimális leképezést.*

A konformis leképezésekre vonatkozó analóg tétel bizonyítását l. POINCARÉ [34] dolgozatában.

4. 7. *Egy $p>1$ nemszámú orientálható zárt felület önmagára való reguláris leképezésének van olyan hatványa, mely az azonosság osztályához tartozik; tehát a leképezés periodikus* (4.4 következtében).

Legyenek $a_1, a_2, \ldots, a_p, b_1, b_2, \ldots, b_p$ az F felület kanonikus felmetszésének körmetszetei. Jelentsen 2ε olyan pozitív számot, mely kisebb, mint Φ bármely két aequivalens pontjának egymástól való távolsága. Ha c és c' két tetszőleges olyan folytonos ív Φ-ben, hogy c kezdő- és végpontja c' kezdő- és végpontjával megegyezik, akkor a $c+c'$ zárt vonal nyomvonala F-en 0-lal homotop, azaz F-en egy pontra folytonosan deformálható. Felosztjuk a_1-et véges sok $P_1, P_2, \ldots, P_k$ ponttal $\varphi(\varepsilon)$-nál kisebb átmérőjű $P_1P_2, P_2P_3, \ldots, P_kP_1$ ívekre. Legyen $\bar{a}_1$ egy az a_1

felett fekvő ív Φ-ben. Jelentse τ valamelyik a T által Φ-ben indukált leképezést, és $\tau^n(\bar{a}_1)$ az $\bar{a}_1$-nek τ hatványainál előálló képeit ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). Az a_1 körmetszet $P_\nu P_{\nu+1}$ ívének megfelel $\bar{a}_1$-nek $\varphi(\varepsilon)$-nál kisebb átmérőjű íve, ennek τ^n-nél előálló képe ε-nál kisebb átmérőjű. E szerint a $\tau^n(\bar{a}_1)$ ív k számú ε-nál kisebb átmérőjű ívből van összetéve, tehát kezdő- és végpontjának egymástól való távolsága kisebb, mint $k\varepsilon$. Felvesszük Φ-ben I'-nak egy π alaptartományát, mely tartalmaz Φ minden pontjához egy és csak egy aequivalens pontot. Véges sok olyan a π-vel aequivalens tartomány van, melyeknek π-től való távolsága kisebb, mint $k\varepsilon$. Minden n-re tekintünk egy olyan a $\tau^n(\bar{a}_1)$-gyel aequivalens $\tau^n(\bar{\bar{a}}_1)$ ívet, melynek kezdőpontja π-hez tartozik; az összes ilyen ívek végpontjai véges sok a π-vel aequivalens tartományhoz tartoznak. Van tehát két olyan i és j index ($i > j$), melyekre vonatkozóan a $\tau^i(\bar{\bar{a}}_1)$ és $\tau^j(\bar{\bar{a}}_1)$ ívek végpontjai ugyanahhoz a π-vel aequivalens tartományhoz, kezdőpontjaik pedig magához π-hez tartoznak. A $\tau^i(\bar{\bar{a}}_1)$ és $\tau^j(\bar{\bar{a}}_1)$ ívek nyomvonalai a $T^i(a_1)$ és a $T^j(a_1)$ görbék eszerint homotopak F-en; ugyancsak homotopak tehát ezeknek T^{-j}-nél előálló képei: a $T^{i-j}(a_1)$ és az a_1 görbék. Tegyük $i - j = m_1$; jelentsenek hasonlóképpen $m_1, m_2, \ldots, m_p, n_1, n_2, \ldots, n_p$ olyan pozitív egész számokat, melyekre a $T^{m_\nu}(a_\nu)$ és a_ν görbék homotopak, úgyszintén a $T^{n_\nu}(b_\nu)$ és b_ν görbék ($\nu = 1, 2, \ldots, p$). Jelentse N az $m_1, m_2, \ldots, m_p, n_1, n_2, \ldots, n_p$ számok valamelyik közös többszörösét. A T^N leképezésnél mindegyik a_ν és b_ν körmetszet vele homotop görbébe megy át, így a 4. 4 tétel értelmében a T^N leképezés az azonosság. Ezzel a 4. 7 tételt bebizonyítottuk.

4. 8 *Határolt felületek* reguláris leképezéseinek vizsgálatát visszavezethetjük zárt felületek reguláris leképezéseinek vizsgálatára a határoknak egy pontra való összehúzásával. Legyen F_1 r egyszerű zárt görbétől határolt orientálható felület és T_1 ennek önmagára való topologikus leképezése, mely F_1 minden pontjában, a határpontokat is beleértve, reguláris. Leképezzük F_1-et egy vele egyenlő p nemszámú orientálható zárt F felületre, úgyhogy az F_1 határgörbéinek az F felület $P_1, P_2, \ldots, P_r$ pontjai feleljenek meg s ezeken a pontokon kívül a leképezés kölcsönösen egyértelmű legyen. A T_1 leképezésnek megfelel az F

felület önmagára való T topologikus leképezése, mely F minden pontjában reguláris. T_1-nél F_1 határgörbéi egymásba mennek át; van tehát T_1-nek olyan T_1^n hatványa, mely F_1 mindegyik határgörbéjét önmagába viszi át. A megfelelő T^n leképezésnek F-en legalább r fixpontja van, tudniillik a $P_1, P_2, \ldots, P_r$ pontok. Ha $p=0$ és $r>2$, akkor T^n (vagy T'^{2n}) a gömbnek önmagára való, az irányítást megtartó reguláris leképezése, melynek több mint két fixpontja van, ez tehát az azonosság. Ha $p \geqq 1$ és $r \geqq 1$, akkor T a 4. 2 tétel értelmében periodikus.

Eredményeinket a következő tételben foglaljuk össze:

Egy p nemszámú zárt ($r=0$), vagy r egyszerű zárt görbétől határolt orientálható felület önmagára való, reguláris leképezése periodikus, kivéve a következő eseteket: $p=0$, $r=0$, 1, 2 és $p=1$, $r=0$; ezek rendre a gömbfelület, a körlemez, a körgyűrű és a torus.

Ha $p=1$, $r=0$ és a leképezésnek, vagy valamelyik hatványának van fixpontja, akkor a leképezés szintén periodikus.

A periodusokra vonatkozóan megadható egy N felső korlát mindegyik esetben. Ha $p>1$, akkor $N=10(p-1)$ a Hurwitz-féle formula szerint [15]. Ha $p=1$, akkor N a 6 és r számok közül a nagyobbik, mint a torus periodikus leképezéseinek felsorolásából közvetlenül kitűnik [13, 17]. Ha $p=0$ és $r>2$, akkor $N=r$, mint könnyen belátható.

4. 9 Brouwer *involució-tételéből* következik, hogy zárt vagy határolt orientálható felület bármely önmagára való, periodikus leképezése konformis leképezéssel homöomorph ([12] és [20], 229. o.). Másfelől a Klein—Poincaré-féle tétel szerint zárt vagy határolt orientálható felület minden önmagára való, konformis leképezése periodikus, kivéve a fent felsorolt négy esetet, melyeknek 7 a konformis leképezés szempontjából különböző felülettípus felel meg: gömb; egyszer pontozott gömb, körlemez; kétszer pontozott gömb, egyszer pontozott körlemez, körgyűrű; torus (l. 5. § és [36]).

Zárt és határolt felületek konformis leképezéseinek regularitását a következő módon közvetlenül is igazolhatjuk. A gömb lineáris leképezései legfeljebb két ponttól eltekintve regulárisak (2. §). A körlemez önmagára való, lineáris leképezései tehát re-

gulárisak az egységkör belsejében; ezek nyilván regulárisak a Φ hyperbolikus mértékében, mivel a hyperbolikus távolságot változatlanul hagyják. Ha az adott zárt vagy határolt felületre átvisszük az univerzális fedőfelület hyperbolikus metrikáját, ebben a metrikában az adott felület önmagára való, konformis leképezései mint a távolságot megtartó, s ezért egyben reguláris leképezések jelentkeznek. A torus esetében hasonlóan belátjuk, hogy ennek önmagára való, konformis leképezései megtartják a fedőfelületen definiált euklidesi távolságot, tehát ezek a toruson reguláris leképezések. Az 1. 5-ben adott tárgyalásokból következik, hogy a regularitás fogalma független a speciális metrikától.

Mint láttuk, a regularitás közös jellemző tulajdonsága a $p=0$ és a $p>0$ nemszámú felületek konformis leképezéseinek; $p=0$ esetben a leképezésnek lehet 1, vagy 2 singuláris pontja is. A regularitás, éppen úgy, mint a konformitás feltétele nem zárja ki eleve az aperiodikus leképezéseket.

Ennek és az előző paragrafusoknak főeredményét a következő tételben mondjuk ki:

Zárt vagy határolt orientálható felület önmagára való, az irányítást megtartó topologikus leképezése akkor és csak akkor homöomorph konformis leképezéssel, ha a leképezés reguláris, illetve $p=0$ nemszámú felület esetében, ha a leképezés legfeljebb véges sok pont kivételével reguláris.

Ezzel a tétellel a konformis leképezések topológiai jellemzésének problémáját zárt és határolt felületek önmagukra való kölcsönösen egyértelmű konformis leképezéseit illetően végérvényesen megoldottuk.

5. §. Klein és Poincaré egy tételének új bebizonyítása.

Ebben a paragrafusban a fent alkalmazott módszerek felhasználásával új és egyszerű bebizonyítását adjuk a következő Klein és Poincaré-tól származó tételnek:

$p>1$ nemszámú algebrai Riemann-*féle felületnek legfeljebb véges sok konformis (birationális) leképezése van önmagára* [34, 36].

Bizonyításunk főképpen abban különbözik Poincaré bizo-

nyításától, hogy mellőzi az infinitesimális transformatiók alkalmazását.

Jelentse $\bar{F}$ az adott F felület univerzális (egyszeresen összefüggő) fedőfelületét; ezt konformisan leképezzük az egységkör belsejére, melyet hyperbolikus mértékkel ellátva, a hyperbolikus sík modelljének tekintünk és Φ-vel jelölünk. F összefüggési csoportjának, Γ-nak megfelelnek az $\bar{F}$ fedőfelület önmagára való, fedőleképezései, ezeknek a Φ-ben fixpontmentes lineáris leképezések felelnek meg; a Φ leképezéseinek ezt a csoportját szintén Γ-val jelöljük. Jelentse π a Γ csoport egy normálpolygonját, mely tartalmaz Φ minden pontjához egy, és csak egy aequivalens pontot; π az egységkör belsejében fekszik, így a Γ csoportnak nem lehet parabolikus leképezése, tehát valamennyi leképezése hyperbolikus.

Legyen T az F felületnek önmagára való, konformis leképezése. A T által az $\bar{F}$ felületen indukált leképezések jellemző tulajdonsága a következő: $\bar{F}$ bármely $\bar{P}$ pontjának képe olyan $\bar{P}'$ pont, melynek F-en való nyompontja $\bar{P}$ nyompontjának T-nél előálló képe. Ha $\bar{P}$ tetszőleges a P pont felett fekvő pont és $\bar{P}'$ valamely a $P'=T(P)$ pont felett fekvő pont, van egy és csak egy olyan a T által indukált leképezés, mely $\bar{P}$-t $\bar{P}'$-be viszi át. Egy a T által indukált leképezéssel transformálva $\bar{F}$ tetszőleges fedőleképezését ismét fedőleképezést kapunk. A T által indukált leképezések a Φ egységkörnek önmagára való konformis, tehát lineáris leképezései; ezek közül bármelyik τ a Γ csoporttal felcserélhető, azaz: $\tau^{-1}\Gamma\tau=\Gamma$. Jelentse O a π normálpolygon valamely pontját; van a T által indukált lineáris leképezések között egy és csak egy olyan, mely az O pontot ugyanannak a π polygonnak egy pontjába viszi át; ezt a leképezést τ-val jelöljük. Az összes többi a T által indukált leképezést kifejezhetjük $\tau\gamma$ alakban és $\gamma'\tau$ alakban is, hol γ, γ' a Γ csoporthoz tartozó leképezéseket jelentenek.

Legyen π_1 valamely a π-vel aequivalens polygon és γ a Γ csoportnak az a leképezése, mely π-t π_1-be viszi át. *Ha a τ leképezés az O és $\gamma(O)$ pontokat rendre a π és π_1 polygonokban fekvő pontokba viszi át, akkor τ és γ felcserélhetők.* Mivel $\tau^{-1}\Gamma\tau=\Gamma$, tehát $\tau^{-1}\gamma\tau=\gamma'$, hol γ' a Γ-hoz tartozik; ezért a

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK

$\gamma(\tau(O))$ és a $\gamma'(\tau(O))$ pontok aequivalensek; a $\gamma'(\tau(O))$ pont azonos $\tau(\gamma(O))$-val. Mivel a $\tau(O)$ pont a π polygonhoz tartozik, tehát $\gamma(\tau(O))$ a π_1-hez. E szerint $\tau(\gamma(O))$ és $\gamma(\tau(O))$ ugyanahhoz a π_1 polygonhoz tartozó aequivalens pontok, s így azonosak. A Γ-hoz tartozó γ^{-1} és $\tau^{-1}\gamma\tau$ leképezések szorzatának invariáns pontja a $\gamma(\tau(O))$ pont, így $\gamma^{-1}\tau^{-1}\gamma\tau$ az azonosság és $\gamma\tau = \tau\gamma$. *Ha τ nem az azonosság, akkor τ hyperbolikus leképezés, és fixpontjai γ fixpontjaival megegyeznek.* Ugyanis τ valamely fixpontjának γ-nál előálló képe fixpontja a $\gamma^{-1}\tau\gamma = \tau$ leképezésnek. Tehát vagy felcseréli γ a τ fixpontjait, s ekkor viszont τ felcseréli γ fixpontjait, vagy pedig γ és τ fixpontjai megegyeznek. Az első eshetőség ki van zárva, mivel ekkor τ fixpontjai és γ-nak ezektől különböző fixpontjai, összesen tehát kettőnél több pont, a γ^2 leképezésnél invariánsok volnának; így γ^2 az azonosság volna, holott feltevésünk szerint γ az azonosságtól különböző hyperbolikus leképezés.

H γ_1 és γ_2 a Γ csoportnak két fel nem cserélhető transformatiója, és a τ leképezés az O, $\gamma_1(O)$, $\gamma_2(O)$ pontok mindegyikét rendre ugyanazokhoz a π, $\gamma_1(\pi)$, $\gamma_2(\pi)$ polygonokhoz tartozó pontokba viszi át, akkor τ az azonosság. Fenti eredményünk értelmében τ felcserélhető γ_1-gyel és γ_2-vel. Ha tehát τ az azonosságtól különböző leképezés volna, akkor fixpontjai megegyeznének egyrészt γ_1, másrészt γ_2 fixpontjaival, s így a γ_1 és γ_2 leképezések, mint ugyanazokkal a fixpontokkal bíró hyperbolikus leképezések, felcserélhetők lennének, feltevésünkkel ellentétben.

Legyen π_1 és π_2 két olyan a π-vel szomszédos polygon, hogy Γ-nak azok a γ_1 és γ_2 leképezései, melyek π-t rendre π_1-be és π_2-be viszik át, nem cserélhetők fel. Jelentsen δ olyan számot, mely nagyobb mint az $(O, \gamma_1(O))$ és $(O, \gamma_2(O))$ hyperbolikus távolságok. Legfeljebb véges sok olyan a π-vel aequivalens polygon van, melyeknek π-től való távolsága kisebb δ-nál; legyen ezeknek a száma $r+1$, s jelöljük őket $\pi, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_r$-rel. Legyenek $T_1, T_2, \ldots, T_n$ az F felület önmagára való konformis leképezései; legyenek $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$ általuk indukált olyan leképezések, melyek az O pontot a π polygonban fekvő $\tau_k(O)$ pontokba viszik át. A τ_k lineáris leképezések változatlanul hagyják

a hyperbolikus távolságokat; e szerint az O és $\gamma_i(O)$ pontok távolsága egyenlő a $\tau_k(O)$ és $\tau_k(\gamma_i(O))$ pontok távolságával. Mivel a $\tau_k(O)$ pontok a π polygonhoz tartoznak, a $\tau_k(\gamma_i(O))$ pontoknak π-től való távolságai kisebbek, mint δ, tehát ezek a pontok valamennyien a $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_r$ polygonokhoz tartoznak. Ha a T_k leképezések száma n nagyobb, mint $\binom{r}{2}$, van két olyan index p és q, melyre a $\tau_p(\gamma_1(O))$ és $\tau_q(\gamma_1(O))$ pontok egyazon polygonhoz tartoznak, úgyszintén a $\tau_p(\gamma_2(O))$ és $\tau_q(\gamma_2(O))$ pontok. A $\tau_p^{-1}\tau_q$ leképezés a $\tau_p(O)$, $\tau_p(\gamma_1(O))$, $\tau_p(\gamma_2(O))$ három aequivalens pontot a $\tau_q(O)$, $\tau_q(\gamma_1(O))$, $\tau_q(\gamma_2(O))$ pontokba viszi át, melyek rendre ugyanazokhoz a polygonokhoz tartoznak. Fenti eredményünk szerint tehát $\tau_p^{-1}\tau_q$ az azonosság, igy $\tau_p = \tau_q$ és $T_p = T_q$. Ezzel kimutattuk, hogy az F felület önmagára való, konformis leképezéseinek a száma legfeljebb $\binom{r}{2}$.

Ugyanezzel a meggondolással bebizonyíthatjuk, hogy *tetszőleges orientálható F felület önmagára való, konformis leképezései F-en ténylegesen discontinuus csoportot alkotnak, feltéve, hogy F összefüggési csoportjának van legalább két fel nem cserélhető eleme;* a kizárt esetek tehát a gömbbel, a körlemezzel, a körgyűrűvel és a torussal homöomorph felületek (l. 4. 9).

Az idézett dolgozatok és könyvek jegyzéke.

1. J. W. Alexander, Invariant points of a surface transformation of given class, *Transactions American Math. Soc.* **25** (1923), 173—184. o.

2. R. Baer, Isotopie von Kurven auf orientierbaren geschlossenen Flächen und ihr Zusammenhang mit der topologischen Deformation der Flächen, *Journal f. d. reine u. angew. Math.* **159** (1928), 101—116; l. különösen 115. o.

3. G. D. Birkhoff, Proof of Poincaré's geometric theorem, *Transactions American Math. Soc.* **14** (1913) 14—22. o.

4. G. D. Birkhoff, On dynamical systems with two degrees of fredoom, *u. o.* **18** (1917), 199—300. o.; l. különösen 291. o.

5. G. D. Birkhoff, Surface transformations and their dynamical applications, *Acta Math.* **43** (1920), 1—119. o.

6. G. D. Birkhoff, An extension of Poincaré's last geometric theorem, *u. o.* **47** (1925), 297—311. o.

7. G. D. Birkhoff and P. A. Smith, Structure analysis of surface transformations, *Journal de Math.* **7** (1928), 345—379. o.

8. L. E. J. Brouwer, *Het Wezen der Meetkunde*, Amsterdam, 1909.

9. L. E. J. Brouwer, Beweis des ebenen Translationssatzes, *Math. Annalen* **72** (1912), 36—54. o.

10. L. E. J. Brouwer, Remark on the plane translation theorem, *Proceedings Royal Academy Amsterdam*, **21** (1918) 935—936. o.

11. L. E. J. Brouwer. Über eindeutige stetige Transformationen von Flächen in sich (6. Mitteilung), *u. o.* **21** (1918), 707—710. o.

12. L. E. J. Brouwer, Über topologische Involutionen, *u. o.* **21** (1919), 1143—1145. o.

13. L. E. J. Brouwer, Aufzählung der periodischen Transformationen des Torus, *u. o.* **21** (1919), 1352—1356. o.

14. M. Fréchet, *Les espaces abstraits*, Paris, 1928.

15. A. Hurwitz, Über diejenigen algebraischen Gebilde, welche eindeutige Transformationen auf sich zulassen, *Math. Annalen* **32** (188ˢ), 290—308. o.

16. A. Hurwitz, Über algebraische Gebilde, mit eindeutigen Transformationen in sich, *u. o.* **41** (1893), 403—442. o.; l. különösen 428. o.

17. Kerékjártó Béla, A torus periodikus transformatióiról, *Math. és Természettudományi Értesítő* **39** (1921), 213—219. o.

18. Kerékjártó Béla, Görbék és görbeseregek topológiájáról, *u. o.* **39** (1922), 305—313. o.

19. Kerékjártó Béla, Az analysis és a geometria topologiai alapjairól, *Acta litt. ac scient. Szeged* **1** (1922), 46—53. o.; kivonata: Sur les fondements topologiques de l'Analyse et de la Géométrie, *u. o.* 53—54. o.

20. Kerékjártó Béla, *Vorlesungen über Topologie*, I., Flächentopologie, Berlin 1923.

21. Kerékjártó Béla, On a geometrical theory of continuous groups, I. Families of path-curves of continuous one-parameter groups of the plane, *Annals of Math.* **27** (1925), 105—117. o.

22. Kerékjártó Béla, Démonstration élémentaire du théorème de translation dû à M. Brouwer, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris*, **186** (1928), 1699—1671. o.

23. Kerékjártó Béla, Démonstration élémentaire du dernier théorème de Poincaré, *u. o.* **187** (1928), 20—22. o.

24. Kerékjártó Béla, The plane translation theorem of Brouwer and the last geometric theorem of Poincaré, *Acta litt. ac scient. Szeged*, 4 (1928), 86—102. o.

25. Kerékjártó Béla, Note on the general translation theorem of Brouwer, *Atti d. Congresso Internaz. d. Mat., Bologna 1928*, **4** (1931), 235—238. o.

26. Kerékjártó Béla, Geometrische Theorie der zweigliedrigen kontinuierlichen Gruppen, *Abhandlungen Math. Seminar, Hamburg*, **8** (1930), 107—114. o.

27. Kerékjártó Béla, Sur le caractère topologique des représentations

conformes, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris*, 198 (1934), 317—320. o.

28. KERÉKJÁRTÓ BÉLA, Sur la régularité des transformations d'un groupe continu simplement transitif, *u. o.* 198 (1934), 1114—1116. o.

29. KERÉKJÁRTÓ BÉLA, Über die fixpunktfreien Abbildungen der Ebene, *Acta litt. ac scient. Szeged*, 6 (1934), 226—234. o.

30. KERÉKJÁRTÓ BÉLA, Topologische Charakterisierung der linearen Abbildungen, *u. o.* 6 (1934), 235—262. o.; Ergänzung, *u. o.* 7 (1934), 58. o.

31. KERÉKJÁRTÓ BÉLA, Sur le groupe des transformations topologiques du plan, *Annali d. R. Scuola Normale Superiore Pisa* (2) 3 (1934), 393—400. o.

32. J. NIELSEN, Untersuchungen zur Topologie der geschlossenen zweiseitigen Flächen, *Acta Math.* 50 (1927), 189—358; 53 (1929), 1—76; 58 (1931). 87—167.

33. H. POINCARÉ, Sur les courbes définies par les équations différentielles, *Journal de Math.* (3) 7—8 (1881—1882) et (4) 1—2 (1885—1886).

34. H. POINCARÉ, Sur un théorème de M. Fuchs, *Acta Math.* 7 (1885), 1—32. o.; l. különösen 16—19. o.

35. H. POINCARÉ, Sur un théorème de géométrie, *Rendiconti d. Circ. Mat. Palermo*, 33 (1912), 375—407. o.

36. H. WEYL, *Die Idee der Riemannschen Fläche*, Leipzig und Berlin, 1913, l. különösen 159—165. o.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. október 8-án tartott üléséből.)

THÉORIE DES TRANSFORMATIONS RÉGULIÈRES DE SURFACES.

Par M. B. de KERÉKJARTÓ.

Dans un mémoire antérieur, l'auteur a démontré qu'une transformation topologique de la sphère en elle-même conservant le sens d'orientation est homéomorphe d'une transformation homographique, pourvu que la transformation soit régulière en tout point de la sphère, excepté en un nombre fini de points, au plus.

Dans le mémoire précédent, l'auteur déduit un résultat analogue concernant les transformations des surfaces orientables et fermées de genre $p \geqq 1$ en elles-mêmes. Si F est une surface fermée et orientable de genre $p=1$, et T est une transformation régulière de F en elle-même (c'est-à-dire une transformation topologique, régulière en tout point de F) conservant le sens d'orientation, telle qu'aucune puissance $T^n (n=1, 2, \ldots)$ de la transformation T n'admette un point invariant, alors T est une translation de F en soi-même qu'on peut exprimer en des coordonnées (x, y) convenablement choisies par les formules $x' = x + \alpha$, $y' = y + \beta \pmod 1$. Il y a deux cas à distinguer: 1. si les images successives d'un point de F forment un ensemble non dense sur F, on peut choisir les coordonnées de façon que dans les formules ci-dessus β soit rationnel; α est alors irrationnel; 2. si les images successives d'un point de F forment un ensemble partout dense sur F, dans les formules ci-dessus les nombres α, β et 1 sont rationnellement indépendants. Si F est de genre $p=1$ et T est une transformation régulière de F en soi-même admettant un point invariant, T est périodique.

Si F est de genre $p>1$, toute transformation régulière de F en soi-même est périodique. Si F est une surface orientable de genre p, limitée par r courbes simples et fermées, toute transformation régulière de F en soi-même est périodique, excepté les cas $p=0$, $r=1, 2$.

En vertu du théorème d'involution dû à M. BROUWER, toute transformation périodique d'une surface fermée et orientable en elle-même est homéomorphe d'une transformation birationnelle d'une surface de RIEMANN algébrique en elle-même. D'autre part, les transformations birationnelles des surfaces de RIEMANN de genre $p>1$ en elles-mêmes sont périodiques en conséquence d'un théorème de KLEIN et POINCARÉ. Il en résulte qu'une transformation topologique d'une surface fermée et orientable de genre $p\geqq 1$ en elle-même est homéomorphe d'une représentation conforme si la transformation est régulière et alors seulement. Les détails des démonstrations seront aussi publiés en deux notes à paraître dans les Acta litt. ac scient., Szeged, t. 7.

L'auteur donne encore une nouvelle démonstration simple du théorème de KLEIN et POINCARÉ, d'après lequel une surface de RIEMANN algébrique de genre $p>1$ n'admet qu'un nombre fini de représentations conformes en elle-même ; la démonstration diffère de celle de POINCARÉ surtout en ce point qu'elle évite l'application des transformations infinitésimales.

(Séance du 8 Octobre 1934, de la 3-me classe de l'Académie des Sciences Hongroise).

ANALYTIKUS LEKÉPEZÉSEK INDEXÉRŐL.

KERÉKJÁRTÓ BÉLA l. tagtól.

1. §.

Jelentsen C a komplex z változó síkjában fekvő reguláris egyszerű zárt görbét. Legyen T a C görbének egyértelmű folytonos leképezése, s jelöljük C'-vel a C görbének T-nél előálló képét, melyet *folytonos zárt görbé*nek nevezünk. A C görbének T leképezését *analytikus*nak nevezzük, ha azt egy a C görbe és belseje által alkotott (C) tartományban egyértelmű analytikus $f(z)$ függvény származtatja.

Legyen $F(z)$ a (C) tartományban egyértelmű analytikus függvény, mely a C görbén 0-tól különböző; a CAUCHY-féle integrálformula szerint az

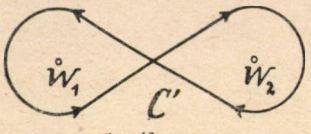
$$\frac{1}{2\pi i} \int d \log F(z)$$

integrál értéke a C görbe mentén egyszer pozitív irányban véve megadja az $F(z)$ függvénynek a C görbe belsejében fekvő zérushelyeinek a számát; tehát ez az integrálérték szükségképpen pozitív vagy zérus. Alkalmazzuk ezt a megállapításunkat az $F(z) = f(z) - w_0$ függvényre, hol $f(z)$ jelenti a T leképezést származtató, a (C) tartományban analytikus függvényt és w_0 tetszőleges olyan komplex értéket, melyet $f(z)$ a C görbén nem vesz fel. A fenti integrálérték megadja ekkor a w_0 pontnak a C' görbére vonatkozó *rend*jét, melyet geometriailag a következőképpen értelmezünk. A C' görbének azt a befutási irányát nevezzük pozitívnak, mely a T leképezés által a C görbe pozitív befutási irányának megfelel. Tekintsük azt a vectort, melynek kezdőpontja w_0, s végpontja a C' görbe változó z' pontja; míg z' a C' görbét egyszer pozitív irányban befutja, a $w_0 z'$ vector iránya $2m\pi$-vel változik; az ilyen

módon meghatározott m egész szám a w_0 pontnak a C' görbére vonatkozó rendje. Eredményünk tehát a következő:

1. lemma. *Ha C' a C görbe analytikus képe, akkor a sík bármely a C' görbéhez nem tartozó w_0 pontjának az irányított C' görbére vonatkozó rendje pozitív vagy zérus.*

Például az 1. ábrán feltüntetett lemniscáta nem lehet a körvonal analytikus képe, mert a w_1 és w_2 pontoknak a görbére vonatkozó rendjei ellenkező előjelűek, egyiké $+1$, a másiké -1.



1. ábra.

Ha $f(z)$ analytikus a (C) tartományban és a C görbén $f(z) \neq z$, (azaz $f(z)$-nek nincsen fixpontja a C görbén), akkor a fenti integrálformulában $F(z) = f(z) - z$ téve, annak értéke megadja az $f(z)$ által származtatott T leképezésnek a C görbére vonatkozó *indexét*, melyet geometriailag a következőképpen értelmezünk. A *T transformáció vectorán* olyan vectort értünk, melynek kezdőpontja a C görbe valamely z pontja és végpontja z-nek a T leképezésnél előálló, a C' görbéhez tartozó képpontja z'. A transformáció vectorának irányváltozása, míg a z pont a C görbét egyszer pozitív irányban befutja, egyenlő $2n\pi$-vel; az ilyen módon meghatározott n egész számot nevezzük a T leképezés indexének. Meggondolásunkból kiadódott a következő:

2. lemma. *A C görbe fixpontnélküli analytikus leképezésének indexe pozitív vagy zérus.*

Jelentse $w = S(z)$ a C görbe belsejének önmagára való kölcsönösen egyértelmű, konformis leképezését, és jelentsenek a és b tetszőleges olyan komplex számokat, hogy a C görbe minden pontjában $a.T[S(z)] + b \neq z$ legyen. A 2. lemmából közvetlenül kiadódik:

3. lemma. *Ha T analytikus leképezés, a $z'' = a.T[S(z)] + b$ leképezés indexe pozitív vagy zérus.*

2. §.

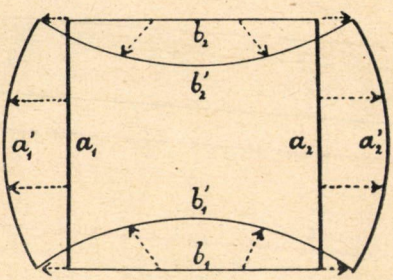
Az 1. §-ban foglalt lemmák alapján sok esetben negatív értelemben eldönthető, vajjon a C egyszerű zárt görbének adott C' foly-

tonos zárt görbére való leképezése, mely alá van vetve a görbék pontjainak megfelelkezésére vonatkozó bizonyos feltételeknek, megvalósítható-e analytikusan.

Foglalkozzunk először a következő, PÓLYÁTÓL származó tétellel.[1] Legyen (C) a következő négyszög: $a_1 \leqq x \leqq a_2$, $b_1 \leqq y \leqq b_2$, hol $z = x + iy$. A C kerületnek egyértelmű és folytonos $z' = T(z) = u + iv$ leképezését a négyszög *egyoldalú compressiójának* nevezzük, ha a következő feltételek teljesülnek: $u(a_1 + iy) < a_1$, $u(a_2 + iy) > a_2$, $b_1 < v(x + ib_1) < b_2$, $b_1 < v(x + ib_2) < b_2$. (Lásd 2. ábra.)

PÓLYA tétele. *A C négyszög egyoldalú compressiója nem lehet C-nek analytikus leképezése.*

Ennek bebizonyítására a 2. lemma értelmében elegendő kimutatnunk, hogy a leképezés indexe —1. Feltehetjük, hogy a négyszög csúcsainak képei a rajtuk áthaladó vízszintes egyeneseken feküsznek; ezt elérhetjük a C' képgörbe olyan folytonos deformálásával, melynek folyamán C bármely pontja sem esik egybe képével. Ebben az esetben pedig a négyszög kerületének pozitív befutásánál a vízszintes oldalak mindegyikén a transformáció vectorának irányváltozása $-\pi$-vel, a függőleges oldalakon pedig 0-val egyenlő.



2. ábra.

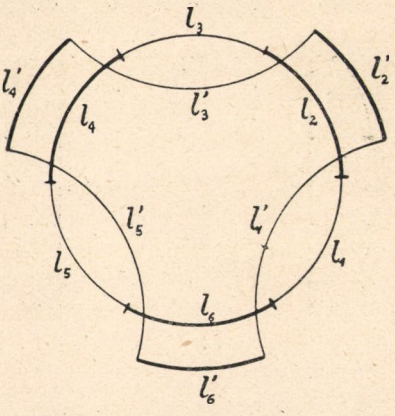
AHLFORS lemmája,[2] melyet a PICARD-féle tétel általánosításánál alkalmazott, s melynek módszere volt a PÓLYA-féle tételnek kiindulási pontja, levezethető ebből a tételből az 1. § 3. lemmájának felhasználásával.

AHLFORS-féle lemma. *Legyen $f(z) = u + iv$ a (C): $a \leqq x \leqq b$, $0 \leqq y \leqq 1$ négyszögben analytikus függvény, mely eleget tesz a következő feltételeknek: $|f(z)| \leqq 1$, és $u(x) \leqq \alpha < \beta \leqq u(x+i)$; akkor $b - a \leqq \frac{2}{\beta - \alpha}$.*

[1] PÓLYA, G.: Über analytische Deformationen eines Rechtecks, Annals of Math. 34 (1933), 617—620. o.

[2] AHLFORS, L.: Sur une généralisation du théorème de Picard, C. R. Académie des Sciences, Paris, 194 (1932), 245. o.

Tegyük fel az állítás ellenkezőjét, vagyis hogy $\beta - \alpha > \frac{2}{b-a}$; a C négyszöget $\frac{2}{b-a}$ arányú hasonlósági leképezéssel transformáljuk, $-\pi/2$ szöggel elforgatjuk, és eltoljuk úgy, hogy függőleges oldalai az $x=\alpha$ és $x=\beta$ egyenesek közé essenek, vízszintes oldalai pedig az $|x+iy| \leqq 1$ körnek érintői legyenek. Ezután még egy $1+\varepsilon$ arányú hasonlósági leképezést alkalmazunk a $z=0$ centrumra vonatkozóan, az $\varepsilon > 0$ számot elegendő kicsinynek véve, úgyhogy a keletkező C'' négyszög függőleges oldalai még mindig az $x=\alpha$ és $x=\beta$ vonalak közé essenek. A C négyszögből a C'' négyszöget lineáris egész leképezéssel kaptuk; C''-nek az a leképezése, mely ennek a lineáris leképezésnek az inverzéből s az adott $z'=f(z)$ leképezésből tevődik össze, a C'' négyszögnek egyoldalú compressiója s így a PÓLYA-féle tétel szerint nem lehet analytikus leképezés. Ez nyilván ellenkezik feltételeinkkel.



3. ábra.

Bebizonyítjuk a következő tételt, mely PÓLYA és AHLFORS fenti tételeinek általánosítása:

Legyen C egyszerű zárt görbe, mely $2n$ ($\geqq 4$) egymásra következő ívből tevődik össze; a C görbe pozitív befutási irányának megfelelően irányítjuk ezeket az íveket s jelöljük őket $l_1, l_2, \ldots, l_{2n}$-nel. Legyen T a C görbének egyértelmű folytonos leképezése; jelöljük l_i'-vel az l_i ív irányított képét. Tegyük fel, hogy l_i és l_i'-nek nincs közös pontja, hogy az $l_1, l_3, \ldots, l_{2n-1}$ ívek a C' külsejében, az $l_2', l_4', \ldots, l_{2n}'$ ívek a C külsejében vannak, s hogy az $(l_{2\nu}, l_{2\nu+1}')$ és $(l_{2\nu+1}', l_{2\nu+2})$ metszésszámok ($\nu = 0, 1, \ldots, n-1$; $l_0 = l_{2n}$) valamennyien $+1$-gyel egyenlők. E feltételek mellett T nem lehet analytikus leképezés. (Lásd 3. ábra.)

Legyenek λ és λ' irányított ívek, melyek közül egyiknek végpontjai sem tartoznak a másik ívhez. A (λ, λ') metszésszámot a következőképpen értelmezzük. Ha a két ívnek csak véges sok

közös pontja van, minden ilyen pontot $+1$ indexszel látunk el, a szerint, hogy az illető pontban a pozitív befutású λ' ív a λ ív negatív oldaláról a pozitív oldalra halad át, vagy megfordítva. A közös pontokhoz rendelt indexek összege adja a $(\lambda, \lambda') = -(\lambda', \lambda)$ metszésszámot. Ha a két ívnek végtelen sok közös pontja van, mindkettőt törtvonalakkal approximáljuk, melyeknek egymással csak véges sok közös pontjuk van, s ezekre vonatkozóan értelmezzük a metszésszámot.[3]

A fenti tétel bebizonyítására kimutatjuk, hogy a nevezett feltételek mellett a T leképezés indexe egyenlő $(1-n)$-nel, tehát negatív, s így a 2. lemma szerint T nem lehet analytikus. Egyszerűség kedvéért feltehetjük, hogy C kör. A C és C' görbéken a következő folytonos deformációkat végezzük, melyeknek folyamán C bármely pontja sem esik egybe képével, tehát a deformációk elvégzése után az index értéke ugyanaz, mint az eredeti helyzetben volt. A C kör $l_1, l_3, \ldots, l_{2n-1}$ íveit középpontjaikra húzzuk össze. A C' görbét pedig olyan módon deformáljuk, hogy az $l'_2, l'_4, \ldots, l'_{2n}$ ívek egy-egy pontra redukálódjanak, nevezetesen az $l'_{2\nu}$ ív az $l_{2\nu-1}$ és $l_{2\nu+1}$ íveknek megfelelő pontokban a körhöz húzott érintők közös pontjára. A transzformáció vectorának irányváltozása az $l_{2\nu+1}$ ívek mindegyikén $-\pi$-vel, az $l_{2\nu}$ ívek összességén az n-oldalú érintő-sokszög negatív előjellel vett szögösszegével, vagyis $(2-n)\pi$-vel, tehát az egész C körön $(1-n).2\pi$-vel egyenlő.

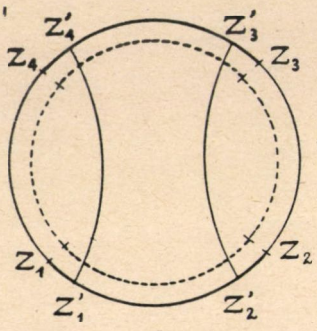
A fenti tétel alkalmazásaként bebizonyítjuk a következő tételt:

Legyen $f(z)$ az egységkörben analytikus függvény, melyre $|f(z)| \leqq 1$, ha $|z| \leqq 1$. Tegyük fel, hogy a kerület két $z_1 z_2$ és $z_3 z_4$ ívén $|f(z)| = 1$, a $z_2 z_3$ és $z_4 z_1$ íveken pedig $|f(z)| < 1$. Következik, hogy az $[f(z_1), f(z_2), (fz_3), f(z_4)]$ kettősviszony értéke nem lehet kisebb, mint a $[z_1, z_2, z_3, z_4]$ kettősviszony értéke.

Alkalmazzunk $z' = f(z)$-re lineáris transzformációt, mely a $z'_i = f(z_i)$ $(i = 1, 2, 3)$ értékeknek rendre a z_i értékeket felelteti meg; ha $[z'_1, z'_2, z'_3, z'_4] < [z_1, z_2, z_3, z_4]$, akkor a $z'_4 = f(z_4)$ értéknek megfelelő z''_4 a $z_3 z_4$ ív belsejébe esnék. Ekkor tehát egy másik li-

[3] WEYL, H.: Die Idee der Riemannschen Fläche, 2. kiadás, Leipzig és Berlin, 1923, 167. o.

neáris transformációval a z_1, z_2, z_3, z_4'' pontokat olyan $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ pontokba vihetjük át, melyek közül ξ_1 és ξ_2 a z_1z_2 ívnek, ξ_3 és ξ_4 pedig a z_3z_4 ívnek belső pontjai. Jelöljük T-vel a C körvonalnak azt a leképezését, melyet az $f(z)$ által származtatott leképezés s a nevezett két lineáris transformáció egymás után való alkalmazása eredményez. A körvonal z_2z_3 és z_4z_1 íveinek nincsen T-nél előálló képeikkel közös pontjuk; legyen $\varepsilon>0$ kisebb, mint ezeknek az íveknek képeiktől való távolsága. Alkalmazzunk C-re olyan S hasonlósági leképezést a $z=0$ centrumra vonatkozóan, melynél C egy belsejében fekvő C'' körbe megy át, s amelynek arányossági tényezője olyan kevéssel különbözik 1-től, hogy a C körvonal bármely pontjának képétől való távolsága kisebb, mint ε. A C'' körnek $S^{-1}T$ leképezése eleget tesz a fentebb bebizonyított tétel összes praemissáinak ($n=2$; lásd 4. ábrát, hol $\xi_i=z_i'$); ebből következik, hogy $S^{-1}T$ nem lehet analytikus leképezés, feltevésünkkel ellentétben.



4. ábra.

3. §.

Ebben a fejezetben *folytonos leképezés indexének geometriai meghatározásával* foglalkozunk. Legyen C egyszerű zárt görbe (feltehetjük, hogy C körvonal) és C' folytonos zárt görbe, mely C-nek egyértelmű, folytonos és fixpontnélküli T leképezésénél előálló képe. Ha C és C' nem metszik egymást, akkor a leképezés indexe egyenlő $+1$-gyel, illetve C középpontjának a C'-re vonatkozó rendjével, a szerint, hogy C' a C görbe belsejében, illetve külsejében fekszik; ugyanis az első esetben C'-t, a másodikban C-t deformálhatjuk folytonosan C belsejében annak középpontjára; ennél a deformációnál a leképezés indexe nyilván változatlan marad, mivel a deformált görbe bármely pontja sem esik egybe a másik görbe valamely pontjával.

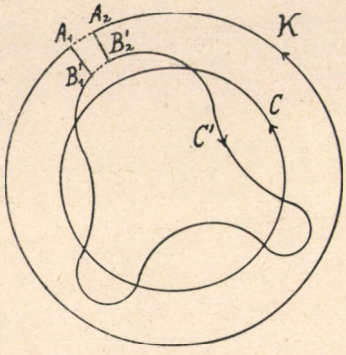
Tegyük fel ezután, hogy a C és C' görbék metszik egymást;

feltehetjük továbbá azt is, hogy a két görbének csak véges sok közös pontja van, s hogy azok mindegyike a két görbének metszéspontja, tehát hogy minden ilyen pontban C' a C belsejéből annak külsejébe halad át, vagy megfordítva. A C és C' közös pontjainak s azok képeinek a C és C' görbéken való helyzetéből megállapíthatjuk a T leképezés indexét. Ezt arra az esetre vonatkozóan fogjuk elvégezni, midőn C' *is egyszerű zárt görbe.* Jelöljük C és C' közös pontjait P_k-val ($k=1, 2, \ldots, 2r$), a jelölést olyan módon választva, hogy ezeknek a pontoknak cyklikus sorrendje a C pozitív befutásánál ($P_1, P_2, \ldots, P_{2r}$) legyen. A P_k pont képét P'_k-vel jelöljük; ezeknek a pontoknak sorrendje a C' görbe pozitív befutásánál ($P'_1, P'_2, \ldots, P'_{2r}$). Tegyük fel, hogy van a C' görbének olyan pozitív irányítású íve, melynek kezdőpontja valamely P'_ν pont, végpontja $P_{\nu+2\mu+1}$ pont, s amely nem tartalmazza belsejében a P_k, P'_k pontok közül egyiket sem. (A következőben mindig ha $\nu = 2r$, $P_{\nu+1}$ jelenti a P_1 pontot.) Ezen az íven felveszünk tetszőleges P'_0 pontot. A P_k ponthoz a $\delta_k = \pm 1$ indexet rendeljük aszerint, hogy C'-nek pozitív irányítású $P'_0P'_k$ íve tartalmazza a P_k pontot, vagy nem. Továbbá hozzárendeljük a P_k-hoz a $\delta'_k = \pm 1$ indexet a szerint, hogy a pozitív irányítású C' görbe a P_k pontban a C görbe külsejéből annak belsejébe megy át vagy megfordítva; mivel C' egyszerű zárt görbe, nyilván $\delta'_k = (-1)^{k-1}\delta'_1$. Jelentse még ϱ a ± 1 számot aszerint, hogy a C' görbe pozitív iránya, mely a C görbe pozitív irányának T-nél megfelel, a sík pozitív irányításával megegyező, illetve ellenkező. A T *leképezés indexe:*

$$n = \frac{1}{2}\left(1 + \varrho + \sum_{k=1}^{2r} \delta_k \delta'_k\right).$$

Visszavezetjük előbb a $\varrho = -1$ esetet a $\varrho = +1$ esetre. Felveszünk elegendő nagy K kört, melynek belsejében vannak a C és C' görbék. C' nek egy ívén, mely a $C+C'$ által meghatározott nem korlátos tartomány határához tartozik, felveszünk két szomszédos B'_1 és B'_2 pontot s azokat egymáshoz közel haladó, de egymást nem metsző ívekkel összekötjük a K körvonal két szomszédos A_1 és A_2 pontjával olyan módon, hogy ezeknek az íveknek végpontjaikon kívül ne legyen közös pontjuk K és C'-vel, sem C-vel.

(Lásd 5. ábra.) A C görbe B_1B_2 ívét, melynek T-nél képe a C' görbe $B'_1B'_2$ íve, topologikusan leképezzük arra az ívre, mely a szerkesztett B'_1A_1, B'_2A_2 ívekből és a K körvonalnak hosszabb A_1A_2 ívéből tevődik össze, úgyhogy a B_1, B_2 pontok rendre a B'_1, B'_2 pontokba menjenek át. A B_1B_2 ívnek ez a leképezése és a C többi pontjaiban definiált T leképezés együtt a C görbének T'' *topologikus leképezését* adja arra a C'' görbére, mely C'-ből a $B'_1B'_2$ ívnek a $B'_1A_1 + A_1A_2 + A_2B'_2$ ívvel való helyettesítésével keletkezik. Ha a T leképezésre vonatkozó $\varrho = -1$, akkor a T''-re vonatkozó $\varrho'' = +1$; továbbá nyilván T'' indexe ebben az esetben 1-gyel nagyobb T indexénél.

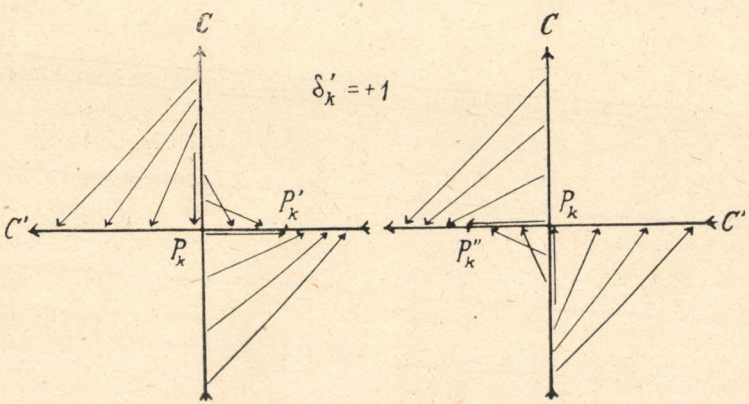


5. ábra.

Tegyük fel tehát a továbbiakban, hogy $\varrho = +1$. Tekintsük előbb azt az esetet, melyben $\delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_{2r} = +1$; ekkor $\Sigma \delta_k \delta'_k = \Sigma (-1)^k = 0$, tehát a fenti formula szerint $n = 1$. Ennek igazolására a C'-nek önmagában való topologikus deformációját végezzük, melynek során C egy pontja sem esik egybe képével, s amely által a P'_k pontok olyan P''_k pontokba mennek át, hogy bármely k-ra C'-nek pozitív irányítású $P''_kP''_{k+1}$ íve sem tartalmazza a P_k, P_{k+1} pontok közül valamelyiket. Ezután pedig a C' görbét a síkban folytonosan deformáljuk a következőképpen: legyen P_kP_{k+1} a C' görbének olyan íve, mely nem tartalmaz más P_l pontot; mivel a C' görbe P_kP_{k+1} és $P'_kP''_{k+1}$ íveinek nincs közös pontja, a C' görbének P_kP_{k+1} ívét folytonosan deformálhatjuk, anélkül, hogy a transformáció vectora bárhol is egy pontra redukálódnék, egy a C görbe belsejében, illetve külsejében fekvő ívre, megfelelően annak, hogy a C' görbe eredeti P_kP_{k+1} íve C külsejében, illetve belsejében feküdt. Ezeket a deformációkat folytatva eljutunk C'-ből olyan C'' görbéhez, melynek C-vel pontosan két metszéspontja van; mivel C és C'' pozitív befutási irányai a síkban ugyanannak az irányításnak felelnek meg, deformálhatjuk C''-t egy a C belsejében fekvő pontra, ismét a nélkül, hogy a trans-

formáció vectora egy pontra redukálódnék; ebből kiadódik, hogy a C görbe C'-re való T leképezésének indexe $+1$.

Az általános esetet a következőképpen vezetjük vissza az előbbire. A C' görbét topologikusan deformáljuk önmagában, úgyhogy minden olyan P'_k pont, melyre $\delta_k = -1$, olyan P''_k pontba menjen át, hogy a $P'_0 P''_k$ ív tartalmazza a P_k pontot. Ennek a deformációnak folyamán a P_k ponton áthalad a P_k pont képe, tehát a leképezés indexe a deformáció során megváltozik. Azáltal, hogy a P_k pont képe a P_k ponton áthalad, a leképezés indexe 1-gyel növekszik, illetve csökken, a szerint, hogy a P_k ponthoz



6. ábra.

rendelt második index $\delta'_k = \pm 1$, mint ez közvetlenül belátható. (Lásd 6. ábra.) Az előbbi speciális esetre vonatkozó eredményünkből ilyen módon kiadódik a fenti formula.

Jegyezzük meg még, hogy amennyiben a P'_0 pont megválasztására vonatkozó feltételünk a C' görbe egy pontjára vonatkozóan sem teljesül, a C' görbének önmagában való deformációjával elérhetjük azt, hogy a feltétel C' valamelyik pontjára nézve teljesüljön.

Ha C' folytonos zárt görbe, melynek többszörös pontjai vannak, a leképezés indexére vonatkozóan hasonló formula adható meg, mely annyiban bonyolultabb, hogy a C és C' metszéspontjaihoz rendelt indexeken kívül szerepelnek abban a $P_k P_{k+1}$ ívek pontjainak a képívekben foglalt zárt görbékre vonatkozó rendjei.

4. §.

A *leképezés indexének analytikus meghatározása* a KRONECKER-féle integrál[4] (illetve egy komplex változóban analytikus leképezés esetén az 1. §-ban tárgyalt CAUCHY-féle integrál) értékének kiszámításával történik. Sok esetben eredményesebb módszer a leképezésnek másik, ismert indexű leképezéssel való összehasonlítása. Az erre vonatkozó eredményeket fogom röviden összefoglalni; a következőben a három dimenziójú térre megfogalmazott tételek nyilván érvényesek bármely dimenzióra.

Jelentsenek $x=(x_1, x_2, x_3)$ DESCARTES-féle koordinátákat a három dimenziós térben. Legyen S a térben fekvő singularitásnélküli zárt felület. Tekintsünk az S felületen értelmezett $f=(f_1, f_2, f_3)$ függvényrendszert, hol f_1, f_2, f_3 az S felületen egyértelmű folytonos függvényeket jelentenek. Ha az S felületen (vagyis annak minden pontjában) $f^2=f_1^2+f_2^2+f_3^2>0$, akkor az $x'=f(x)$ leképezés az S felületet olyan S' felületbe viszi át, melynek nem pontja az $O=(0, 0, 0)$ pont. Az O kezdőpontnak az S' zárt felületre vonatkozó rendje definíció szerint annak a leképezésnek a fokszáma,[5] mely az S' felületet az $x^2=1$ egységgömbre képezi le, úgyhogy az S' felület x' pontjának képe az $\frac{x'}{\sqrt{(x')^2}}$ pont. Az O pontnak az S' felületre vonatkozó rendje az f függvényrendszernek az S felületre vonatkozó indexe, melyet $\Omega(f)$-fel jelölünk.

Ha az f függvényrendszer az S felületen és annak belsejében egyértelmű és folytonos, s ugyanitt $f^2>0$, akkor $\Omega(f)=0$.

Ha az S-en egyértelmű és folytonos f és g függvényrendszerekhez megadható olyan a $0\leqq\lambda\leqq 1$ *parametertől folytonosan függő* $F(f, g, \lambda)$ *függvényrendszer, mely a* $\lambda=0$, *illetve a* $\lambda=1$ *értékekre rendre f, illetve g-vel azonos, s amelyre a* $0\leqq\lambda\leqq 1$ *intervallum minden értékénél az S felületen* $F^2>0$, *akkor* $\Omega(f)=\Omega(g)$. *Megfordítva, ha* $\Omega(f)=\Omega(g)$,

---

[4] HADAMARD, J.: Note sur quelques applications de l'indice de Kronecker; TANNERY, J.: Introduction à la théorie des fonctions d'une variable c. műve 2. kiadásának II. kötetében (Paris, 1910), 437—477. o.

[5] KERÉKJÁRTÓ, B.: Vorlesungen über Topologie, I., Berlin, 1923, 230. o.

akkor megadható egy a fenti tulajdonságokkal bíró $F(f, g, \lambda)$ függvényrendszer.

Állításunk első része közvetlenül kiadódik abból a megjegyzésből, hogy $\Omega(F)$ λ folytonos változtatásával folytonosan változik, feltéve, hogy S-en $F^2>0$; mivel pedig $\Omega(F)$ egész szám, tehát konstans. Állításunk második része következik a BROUWER[6] és H. HOPF[7] által bebizonyított deformáció-tételekből, de azokénál elemibb meggondolással is levezethető.

A fenti általános elvből következik a

POINCARÉ—BOHL-féle tétel. *Ha az S felületen $\Omega(f)\neq\Omega(g)$, van az S felületnek legalább egy olyan pontja, melyben $f(x)=-\mu g(x)$, $(\mu>0)$.*

Tekintsük ugyanis az $F=(1-\lambda)f+\lambda g$ függvényrendszert; a fenti elv szerint legalább egy λ értéknél $(0<\lambda<1)$ az S felület valamely pontjában $F^2=0$, tehát $(1-\lambda)f+\lambda g=0$, $f=-\frac{\lambda}{1-\lambda}g$.

Ennek közvetlen következménye a

ROUCHÉ-féle tétel. *Ha az S felületen $f^2>g^2$, akkor $\Omega(f)=\Omega(f+g)$.*

Ha feltesszük, hogy $\Omega(f)\neq\Omega(f+g)$, akkor S valamely pontjában $f+g=-\mu f(\mu>0)$, $g=-(1+\mu)f$, s így $g^2=(1+\mu)^2f^2>f^2$, feltételünkkel ellenkezően.

Mint HADAMARD[8] megjegyezte, a POINCARÉ—BOHL-féle tételből kiadódik a következő tétel:

Ha az S felület minden pontjában $fg=f_1g_1+f_2g_2+f_3g_3>0$, akkor $\Omega(f)=\Omega(g)$; továbbá $\Omega(mf+ng)=\Omega(f)$, hol m és n tetszőleges pozitív számok.

Tegyük fel, hogy $\Omega(f)\neq\Omega(g)$, ekkor S valamely pontjában $f=-\mu g$ $(\mu>0)$, tehát $fg=-\mu g^2<0$, feltételünkkel ellenkezően. Továbbá ha m és n tetszőleges pozitív számok, akkor $(mf+ng).f=mf^2+n.(fg)>0$, e szerint $\Omega(mf+ng)=\Omega(f)$.

---

[6] BROUWER, L. E. J.: Over één-éénduidige continue transformaties van oppervlakken in zichzelf, 5-de mededeeling, Amsterdam Akad. Versl. 21 (1912) 300—309. o.

[7] HOPF, H.: Abbildungsklassen n-dimensionaler Mannigfaltigkeiten, Math. Annalen, 96 (1927) 209—224. o. — L. különösen II. b. tételt, 216. o.

[8] HADAMARD, l. c. [4], 469. o.

Ezt az utóbbi tételt LIPKA[9] sikerrel alkalmazta algebrai egyenletek gyökeinek elhatárolására. Később POMPEIU[10] újra felfedezte a tételt, majd MONTEL[11] kimutatta, hogy az a ROUCHÉ-féle tételből is levezethető. Tárgyalásunk a fenti elvet, illetve a POINCARÉ—BOHL-féle tételt jelöli meg, mint ezeknek a tételeknek általános és közös alapját.

---

[9] LIPKA, St.: Zur Theorie der algebraischen Gleichungen mit positiven Koeffizienten, Acta litt. ac scient., Szeged, 5 (1931) 69—77. o.

[10] POMPEIU, D.: Sur un théorème analogue à celui de Rouché ..., C. R. Académie des Sciences, Paris, 195 (1932), 855—857. o.

[11] MONTEL, P.: Sur un théorème de Rouché, u. o. 1214—1216. o

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. febr. 18-án tartott üléséből.)

SUR L'INDICE DES TRANSFORMATIONS ANALYTIQUES.

Par B. de KERÉKJÁRTÓ.

Soit C une courbe simple et fermée dans le plan de la variable complexe z, et soit (C) le domaine formé par C et son intérieur. Une courbe continue et fermée C' est l'image de C dans une transformation univoque et continue T. La transformation T est dite analytique si elle est engendrée par une fonction analytique dans (C). Si T est analytique, tout point du plan n'appartenant pas à C' a un ordre positif ou nul par rapport à la courbe C' parcourue dans le sens qui correspond à un circuit positif de C. Si pour tout point z de C, le point image $z'=T(z)$ est différent de z, la direction du vecteur de la transformation dirigé du point z vers z' subit un changement de $2n\pi$ lorsque z fait un circuit de C dans le sens positif; ce nombre n est l'indice de T; si T est analytique, il est positif ou zéro. Ces propositions sont des conséquences immédiates des formules de CAUCHY; elles permettent de reconnaître en un nombre de cas si une transformation de C en C', soumise à certaines conditions concernant la correspondance de leurs points, ne peut pas être analytique. De cette façon, je démontre le théorème de PÓLYA (Annals of Math. 34., 1933, p. 617) disant qu'une compression unilatérale du rectangle $a_1 \leqq x \leqq a_2$, $b_1 \leqq y \leqq b_2 (z = x + iy)$ c'est-à-dire une transformation $z'=u+iv$ satisfaisant aux conditions: $u(a_1+ iy) < a_1$, $u(a_2+ iy) > a_2$, $b_1 < v(x + ib_1) < b_2$, $b_1 < v(x + ib_2) < b_2$ ne peut pas être analytique. Des généralisations de ce théorème seront obtenues de la même façon. Quelques théorèmes concernant la détermination géométrique et analytique de l'indice d'une transformation seront établis dans le reste du mémoire. Une traduction paraîtra aux Acta Scient. Math., Szeged, tome 7.

(Séance du 18 février 1935, de la 3me classe de l'Académie des Sciences Hongroise.)

MAXIMÁLIS INDEXŰ FELÜLETEKRE VONATKOZÓ VIZSGÁLATOK.

SZŐKEFALVI NAGY GYULA l. tagtól.

1. Bevezetés.

Felületen a következőkben olyan zárt felületet fogunk érteni, amelynek minden pontjában az érintésponttal folytonosan változó érintősíkja van és amelynek és érintőkúpjainak minden síkmetszete elemi görbe. Elemi görbén végesszámú konvex ívből összerakható olyan zárt síkgörbét értünk, amelynek minden pontjában az érintésponttal folytonosan változó érintője van. Egy elemi görbének tehát nem lehet egyenes darabja, sem pedig szögpontja; a következőkben azonban megengedjük, hogy egy elemi görbe tartalmazhasson egész egyenest, sőt izolált kettőspontot is.

A felületnek olyan zárt és önmagában összefüggő részét, amely az előbbi értelmezés szerint maga is felület, felületköpenynek vagy röviden köpenynek nevezzük. Egy felület több köpenyből is állhat, de ezek közül egy sem lehet sík vagy pont.

Egy felület *rendszáma*, illetve *indexe* a felület és a rajta nem fekvő egyenesek metszéspontjainak maximális illetve minimális száma. Maximális indexű a felület, ha a felülethez nem tartozó bármely egyenes a felületet vagy n, vagy $n-2$ pontban találja, ahol n a felület rendszáma, $n-2$ pedig az indexe.

Egy felület osztályszáma, illetve osztályindexe a tér egy egyenesén átmenő és a felületet érintő síkok számának maximuma, illetve minimuma.

Egy többköpenyű felületet akkor nevezünk *reducibilisnek*, ha köpenyei beoszthatók két vagy több olyan csoportba, hogy az egyes csoportokba tartozó köpenyek alkotta felületek rendszámai-

nak összege a felület rendszámával egyenlő legyen. Az n-edrendű F felület tehát reducibilis és az $F_1, F_2, \ldots, F_k$ $n_1, n_2, \ldots, n_k$ rendszámú felületekre szétesik, ha $n=n_1+n_2+\ldots+n_k$ és ha az $F_1, F_2, \ldots, F_k$ felületek együttvéve az F felületnek bármely köpenyét pontosan egyszer tartalmazzák. Ha a felület egyköpenyű, vagy ha köpenyeinek semmiféle beosztása mellett sem esik szét, akkor *irreducibilis*,

A maximális indexű felületekre vonatkozólag az irodalomban C. JUEL-nek és a szerzőnek vannak vizsgálatai. JUEL különösen a maximális indexű torzfelületeket vizsgálta.[1] Főeredménye az, hogy egy n-edrendű egyköpenyű maximális indexű torzfelületnek vagy egy $(n-2)$-szeres és egy kétszeres vezéregyenese van, vagy pedig egy $(n-1)$-szeres és egy egyszeres vezéregyenese. A szerzőnek a maximális indexű felületekre vonatkozó vizsgálataiban a torzfelületek nem játszottak lényegesebb szerepet. Azoknak a vizsgálatoknak célja a maximális indexű felületek általános tulajdonságainak megállapítása, adott tulajdonságú maximális indexű felületek előállítása és a reducibilitás és az irreducibilitás fogalmaiból a maximális indexű felületekre lehozható tételek megállapítása volt.

Ebben a dolgozatban a maximális osztályindexű síkgörbékre és a maximális indexű síkgörbékre vonatkozó előző eredményeink felhasználásával a fajszám fogalmát kiterjesztjük a maximális indexű felületekre. Ennek alapján összefüggéseket állapítunk meg egy maximális indexű felület rendszáma, rangszáma és szinguláris egyeneseinek száma, továbbá rendszáma, fajszáma és azon irreducibilis felületek száma között, amelyekre a maximális indexű felület szétesik.

További vizsgálatainkban a torzfelületköpennyel bíró maximális indexű felületeknek jut nagyobb szerep. Kimutatjuk, hogy ovaloidköpennyel is bíró maximális indexű felületnek nem lehet torzfelületköpenye. Az ilyen felület rendszáma és indexe nem változik ovaloidjának elhagyásával. Ha egy maximális indexű felület-

---

[1] C. JUEL: «Über Flächen von Maximalindex», Kgl. Danske V-i denskab. Selskab. Math.-fys. Meddelelser. (6), 5 (1924), 1—40. Ezt a dolgozatot a következőkben röviden JUEL névvel fogjuk idézni.

nek egy köpenye torzfelület, akkor ebből a tényből a többi köpenyre különböző következtetéseket lehet levonni. Torzfelületköpenyekből álló bármely maximális indexű felületnek kettőnél nem lehet több köpenye, ha legalább az egyik köpeny kettőnél magasabbrendű. Van ellenben bármely $r(\geqq 2)$ és $s(\geqq 2)$ egész számokra olyan kétköpenyű maximális indexű felület, amelynek egyik köpenye r-edrendű, a másik köpenye meg s-edrendű torzfelület.

JUEL nem tartotta lehetetlennek, hogy nincs negyedrendűnél magasabbrendű, egyköpenyű, olyan maximális indexű felület, amely ne volna vonalfelület. Ezzel szemben előállítunk akármilyen magasrendű elsőfajú és vonalfelülettől különböző maximális indexű felületeket.

Befejezésül a negyed- és ötödrendű maximális indexű felületeket osztályozzuk fajszámuk, a rajtuk levő kettősegyenesek elhelyezkedése és a felület köpenyeinek minősége szerint, amikor is háromfajta köpenyt különböztetünk meg a szerint, amint az vonalfelülettől különbözik, kúpfelület vagy pedig torzfelület.

A következőkben könnyebb idézhetés és teljesség szempontjából felsoroljuk a maximális indexű vagy osztályindexű görbékre és felületekre vonatkozó cikkeinket.[2]

---

[2] 1. «Über Flächen vom Maximalindex», Math. Ann. 98 (1927), 657—683. Ez a dolgozat kivonatosan «Maximális indexű felületek» címen a Szent István Akadémia Értesítőjében jelent meg, 9 (1924), 117—132.

2. «Sík- és térbeli algebrai görbék reális meneteiről», MTÉ (Matematikai és Természettudományi Értesítő) 33 (1915), 544—560.

3. «Maximális osztályindexű síkgörbék jellemző számairól», MTÉ 43 (1926), 290—306.

4. «Maximális osztályindexű síkgörbék meneteiről», MTÉ 44 (1927), 434—445.

5. «Maximális osztályindexű síkgörbék rendszámáról», MTÉ 44 (1927), 446—459.

6. «Egy menetből álló maximális osztályindexű síkgörbék rendszámáról», MTÉ 44 (1927), 460—476.

7. «Maximális osztályindexű síkgörbék rendszámára fennálló egyenlőtlenségekről», MTÉ 45 (1928), 260—277.

8. «Maximális osztályindexű síkgörbék jellemző számai között fennálló relációkról», MTÉ 45 (1928), 245—259.

2. A maximális indexű felületek szinguláris vonalai. Fajszám és rangszám.

A maximális indexű felületeknek minden kettős vagy többszörös vonala egyenes.[3] Egy ilyen felületnek legfeljebb egy kuszpidális vonala, vagyis olyan vonala lehet, amelynek valamennyi pontja uniplanáris. A kuszpidális vonal szintén egyenes. A felületnek lehetnek azonban különálló kónikus, biplanáris vagy uniplanáris kettőspontjai. A nyilvánvalóan mindig maximális indexű harmadrendű algebrai felületeken is fölléphetnek különálló kónikus kettőspontok.[4]

Egy kettősegyenesnek olyan pontjai is lehetnek, amelyek a felületre vonatkozólag nem valódi kettőspontok, mert a kettősegyenesen átmenő, de azt nem tartalmazó síkmetszetekre vonatkozólag izolált kettőspontok. Egy olyan harmadrendű torzfelületnek, amelyet egy ellipszisnek és az ellipszis síkját az ellipszis egy

---

9. «Über die reellen Züge algebraischer ebener und Raumkurven», Math. Ann. 77 (1916), 416—429.

10. «Über Kurven von Maximal-Klassenindex. Über Kurven von Maximalindex», Math. Ann. 89 (1923), 32—75, 90 (1924), 152—153.

11. «Über die charakteristischen Zahlen einer Kurve von Maximal-Klassenindex», Math. Ann. 100 (1928), 164—178.

12. «Über die Züge der ebenen Kurven von Maximal-Klassenindex», Math. Ann. 100 (1928), 179—187.

13. «Über die ebenen reduziblen Kurven gegebener Klasse vom Maximal-Klassenindex mit der Maximalanzahl ineinander liegender Ovale», Math. Ann. 103 (1930), 502—515.

14. «Über die irreduziblen ebenen Kurven von Maximalindex», Acta Lit. ac Sc. Reg. Univ. Franc.-Joseph. Szeged 3 (1927), 96—106.

15. «Über die Ordnung der ebenen Kurven vom Maximalklassenindex», Math. Zeitschr. 35 (1932), 80—92.

16. «Über die Ungleichungen für die Ordnung der ebenen Kurven vom Maximalklassenindex», Math. Zeitschr. 37 (1933), 493—513.

17. «Über die ebenen Kurven von Maximalindex und von Maximalklassenindex», Jahresbericht d. DMV. 41 (1931), 82—87.

Ezeket a cikkeket a következőkben N betűvel és a megfelelő sorszámmal fogjuk idézni.

[3] N 1, 658.

[4] Lásd pl. F. Klein: «Elementarmathematik von höherem Standpunkte aus». III. kötet (1928), 220. old.

pontjában, illetve az ellipszis által bezárt területen kívül fekvő pontban metsző a, illetve b kitérő egyeneseknek közös szelői alkotnak, az a egyenes ilyen kettősegyenese. A b egyenesen átmenő és az ellipszist érintő két sík az a kettősegyenest két szakaszra bontja. Az egyik szakasz pontjai a rajtuk átmenő, de az a egyenest nem tartalmazó síkok metszésgörbéire vonatkozólag valódi kettőspontok, a másik szakasznak pontjai ellenben izolált kettőspontok.

Mivel föltételeztük, hogy az általunk vizsgált felületek síkmetszetei egyenes vonaldarabokat nem tartalmazhatnak a nélkül, hogy az azokat magukban foglaló teljes egyeneseket is ne tartalmaznák, azért az a kettősegyenesnek az izolált kettőspontokat tartalmazó szakaszát, a kettősegyenes izolált kettőspontsorát is hozzá kell számítanunk a felülethez.

Könnyen belátható a következő tétel:

I. *Ha egy maximális indexű felület egy kettősegyenesén van izolált kettőspontsor, akkor az izolált pontsor egy pontján sem mehet át a felületnek egy érintője a nélkül, hogy teljesen hozzá ne tartoznék a felülethez. Egy maximális indexű felületnek csak egy kettősegyenesén lehet izolált kettőspontsor.*

Ha ugyanis A jelöli az a kettősegyenesen fekvő izolált kettőspontsornak egy pontját és B jelöli a felület A ponton átmenő egy érintőjének érintéspontját, akkor az AB egyenes az A és B pontokban együttvéve legalább négy pontban találja a felületet. De akkor van az AB egyeneshez közel fekvő olyan egyenes, amely néggyel kevesebb pontban találja a maximális indexű felületet, mint az AB. Ez azonban csak akkor lehetséges, ha az AB egyenes teljesen hozzátartozik a felülethez.[5]

Ugyanezen ok miatt hozzátartoznék a felülethez az AB egyenes, ha B a felület egy b kettősegyenesén fekvő izolált kettőspontsor egy pontját jelenti. Ez azonban lehetetlen, mert ha lehetséges volna, akkor a B pontot az a kettősegyenesen fekvő izolált kettőspontsorral összekötő egyenesek és velük az ezeket az egyeneseket tartalmazó sík is hozzátartoznék a felülethez.

Ezzel az I. tétel be van bizonyítva.

A maximális indexű n-edrendű F_n felület egy síkmetszetét

[5] N 1, 658.

akkor nevezzük általános síkmetszetnek, ha síkja nem érinti a felületet és nem tartalmazza a felületnek egy egyenesét sem, egy különálló kettőspontját sem és az esetleges izolált kettőspontsor egy pontját sem. Az F_n felület egy általános síkmetszete tehát olyan n-edrendű maximális indexű síkgörbe,[6] amelynek annyi kettős, illetve csúcspontja van, mint ahány kettősegyenese, illetve kuszpidális egyenese a felületnek. Ha δ, illetve r jelöli ezt a két számot és d e két szám összegét, akkor az n-edrendű maximális indexű síkmetszet p fajszámát a

$$p = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - \delta - r = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - d \qquad (1)$$

egyenlőség értelmezi.[7] Ebből következőleg a F_n felület p *fajszáma* is ezzel az egyenlőséggel értelmezhető. A következőkben $F_n^{(p)}$ n-edrendű és p-edfajú maximális indexű felületet fog jelenteni.

Az $F_n^{(p)}$ felület síkmetszeteinek osztályszámai közül a legnagyobbat a felület R *rangszámának* nevezzük. Ez a rangszám egyszersmind a felület érintőkúpjai rendszámainak maximuma.

Az n-edrendű, δ kettősegyenessel és r kuszpidális egyenessel bíró $F_n^{(p)}$ maximális indexű felület egy általános síkmetszete n-edrendű, δ kettősponttal és r csúcsponttal bíró maximális indexű síkgörbe lévén, m osztályszáma eleget tesz az

$$m \leqq n(n-1) - 2\delta - 3r \qquad (2)$$

egyenlőtlenségnek.[8] A felület egy más síkmetszetének általában még több kettőspontja lévén, osztályszáma még inkább kielégíti a (2) egyenlőtlenséget. Ebből következik az $F_n^{(p)}$ felület R rangszámára az

$$R \leqq n(n-1) - 2\delta - 3r \qquad (3)$$

egyenlőtlenség.

Az $F_n^{(p)}$ felület egy általános síkmetszetének

$$w = n + 2p - 2 \qquad (4)$$

[6] N 1, 659.

[7] A fajszám topológiailag azon pontok tartományának összefüggési számával jellemezhető, amelyekből a síkmetszet duálisához $n-2$ érintő húzható. N 10, 69—71.

[8] N 5, N 6, N 7, N 15, N 16.

számú inflexiós pontja van.[9] Ezekben az inflexiós pontokban az érintők a felületet bensőbben érintik, ennélfogva érintik a felület aszimptotikus vonalait. Az $F_n^{(p)}$ felület egy más síkmetszete kettőspontjainak száma az általános síkmetszet kettőspontjainak számánál nem lehet kisebb, a síkmetszet inflexiós pontjainak száma tehát legfeljebb $n+2p-2$.

Kimondhatjuk tehát a következő tételt:

II. *Az n-edrendű, δ kettősegyenessel és r kuszpidális egyenessel bíró p-edfajú maximális indexű felületek rangszáma* (síkmetszeteik osztályszámainak maximuma) *legfeljebb* $n(n-1)-2\delta-3r$. *Az ilyen felületek síkmetszeteinek legfeljebb* $n+2p-2$ *inflexiós érintőjük van. Az inflexiós érintők a felület aszimptotikus vonalainak is érintői.*

Ennek a tételnek igazolása végett csak azt kell kimutatnunk, hogy vannak olyan $F_n^{(p)}$ felületek, amelyeknek rangszáma $n(n-1)-2\delta-3r$. Ez pedig abból következik, hogy van olyan n-edosztályú, δ kettősérintővel és r inflexiós érintővel bíró maximális osztályindexű síkgörbe, amelynek rendszáma $m=n(n-1)-2\delta-3r$.[10] Ha G jelöli egy ilyen maximális osztályindexű görbe duálisát, akkor ennek a maximális indexű G görbének egy síkján kívüli pontból való projiciálásával a II. tételnek megfelelő maximális rangszámú $F_n^{(p)}$ felületet kapunk.

3. Maximális indexű reducibilis és irreducibilis felületek.

A reducibilitás és az irreducibilitás fogalmaiból következik a következő tétel:

III. *Ha egy maximális indexű felületnek van egy irreducibilis síkmetszete, akkor a felület is irreducibilis. Egy reducibilis maximális indexű felületnek minden síkmetszete reducibilis. Legfeljebb k irreducibilis felületre esik szét az a maximális indexű felület, amelynek van egy k irreducibilis görbére széteső síkmetszete.*

Ez a tétel a következő tételek alapján könnyen belátható:

Egy maximális indexű felület k irreducibilis felületre való szétesésének szükséges és elégséges föltétele az, hogy a felület

[9] N 3, N 11.

[10] N 7, 276. N 15, 81.

rendszáma $2k$-val legyen nagyobb köpenyeinek indexösszegénél.[11] Hasonló az egyenes menetet nem tartalmazó maximális indexű síkgörbe k irreducibilis görbére való szétesésének föltétele.[12] Egy maximális indexű felület egy köpenyének indexe ugyanaz, mint nem csupán egyenesekből álló bármely síkmetszetének indexe.

IV. *Egy n-edrendű maximális indexű felület fajszámának maximuma n—2. Ha a felület fajszáma nagyobb, mint n—5, akkor a felület föltétlenül irreducibilis. Ha a felület fajszáma eleget tesz az*

$$n - 2 - 3k < p$$

egyenlőtlenségnek, akkor a felület k-nál több felületre nem eshetik szét.

Ez a tétel akkor is igaz, ha benne a felület szót mindenütt síkgörbével helyettesítjük.

A tételt először síkgörbékre igazoljuk.

Ha $G_n^{(p)}$ egy n-edrendű, p-edfajú és k irreducibilis görbére szétesö maximális indexű síkgörbe, akkor[12]

$$n = i_1 + i_2 + \ldots + i_s + 2k, \tag{5}$$

ahol $i_1, i_2, \ldots, i_s$ jelöli a görbe s számú menetének indexét.

Ha a $G_n^{(p)}$ görbe ν_1 elsőfajú és ν_0 $(=s-\nu_1)$ nulladfajú menetből áll, akkor[13]

$$\nu_1 = p + k - 1. \tag{6}$$

Mivel az elsőfajú meneteknek, mint elsőfajú maximális indexű görbéknek indexe legalább is az egység, azért az (5) egyenletből következik az

$$n \geqq \nu_1 + 2k \tag{7}$$

egyenlőtlenség és ebből az (5) és (6) alapján a

$$p = (\nu_1 + 2k) + 1 - 3k \leqq n + 1 - 3k \tag{8}$$

egyenlőtlenség.

A (8) egyenlőtlenségből következik maximális indexű síkgörbékre vonatkozólag a IV. tétel. Tekintettel arra, hogy egy

---

[11] N 1, 682.

[12] N 10, 74.

[13] N 4, 438. N 12, 182.

k irreducibilis felületre szétesö n-edrendű és p-edfajú maximális indexű felületnek egy általános síkmetszete olyan n-edrendű és p-edfajú maximális indexű síkgörbe, amely legalább k irreducibilis görbére esik szét, azért ezzel a IV. tétel felületekre is be van bizonyítva.

V. *Egy n-edrendű maximális indexű felület fajszáma nem lehet kisebb* $-\left[\frac{n}{2}\right]+1$*-nél, ahol a szögletes zárójel a benne foglalt legnagyobb egész számot jelenti. Ha a felület fajszáma ezt a minimumot eléri, akkor* $\left[\frac{n}{2}\right]$ *számú irreducibilis felületre esik szét, amelyek vagy mind másodrendűek, vagy egy nulladfajú harmadrendű felület kivételével mind másodrendűek a szerint, amint n páros, illetve páratlan. Egy n-edrendű maximális indexű felület legfeljebb* $\left[\frac{n}{2}\right]$ *számú felületre eshetik szét.*

Ez a tétel is igaz akkor, ha benne a felület szót mindenütt a síkgörbe szóval helyettesítjük. Az V. tételt is előbb síkgörbékre igazoljuk.

Ha egy n-edrendű p-edfajú (egyenes meneteket nem tartalmazó maximális indexű) $G_n^{(p)}$ síkgörbe k irreducibilis görbére esik szét, amelyeknek $n_1, n_2, \ldots, n_k$, ill. $p_1, p_2, \ldots, p_k$ a rendszámaik, ill. fajszámaik, akkor [14]

$$n=n_1+n_2+\ldots+n_k \quad \text{és} \quad p=p_1+p_2+\ldots+p_k-k+1. \tag{9}$$

Ebből következik, hogy adott n mellett p akkor a legkisebb, ha $p_1+p_2+\ldots+p_k$ a legkisebb és k a legnagyobb. Mivel $n_1, n_2, \ldots, n_k$ legkisebb értéke 2 (ha azonban n páratlan, akkor az $n_1, n_2, \ldots, n_k$ között van egy páratlan szám, amelynek értéke legalább is 3), azért n páros, ill. páratlan értéke mellett

$$n \geqq 2k \qquad \text{ill.} \qquad n \geqq 2k+1. \tag{10}$$

Ebből következik, hogy

$$k \leqq \left[\frac{n}{2}\right] \quad \text{és} \quad p \geqq -k+1 \geqq -\left[\frac{n}{2}\right]+1. \tag{11}$$

[14] N 10, 62. és 69. oldal.

Ha $n=2k$ és ha a $G_n^{(p)}$ görbe k oválisra esik szét, akkor

$$p_1=p_2=\cdots=p_k=0 \quad \text{és így} \quad p=-k+1=-\left[\frac{n}{2}\right]+1.$$

Ha $n=2k+1$ és ha a $G_n^{(p)}$ görbe $k-1$ oválisra és egy nulladfajú harmadrendű menetre esik szét, akkor ismét

$$p_1=p_2=\cdots=p_k=0 \quad \text{és így} \quad p=-k+1=-\left[\frac{n}{2}\right]+1.$$

Az első görbének duálisát a síkban egymáson kívül álló és egymást körül nem záró k ovális állítja elő. A második görbe duálisát $k-1$ ilyen ovális és egy olyan nulladfajú harmadosztályú menet (pl. egy kardiois) állítja elő, amely egy oválisnak sincs a belsejében, ha ezen kívül egy oválisnak sincs pontja a síknak abban a tartományában, amelynek pontjaiból a harmadosztályú menethez csak egy-egy érintő húzható.[15]

Ha az így kapott maximális osztályindexű két görbének a duálisait síkjukon kívül fekvő egy pontból projiciáljuk, akkor olyan maximális indexű n-edrendű felületeket kapunk, amelyeknek fajszáma $-\left[\frac{n}{2}\right]+1$ és amelyek $\left[\frac{n}{2}\right]$ irreducibilis felületre esnek szét.

Ezzel az V. tétel a síkgörbékre való tétel alapján könnyen belátható.

4. Ovaloidköpennyel bíró maximális indexű felületek.

Ovaloidon olyan másodrendű felületet értünk, amely centrális projekcióval végesbe hozható, amely tehát nem tartalmaz egyenest.

Kimutattuk, hogy egy maximális indexű felületnek legfeljebb egy ovaloidköpenye lehet.[16] Ennek a tételnek kiegészítésekép kimutatjuk a következő tételt:

VI. *Ha egy maximális indexű felületnek van egy ovaloidköpenye, akkor a felületnek egy köpenye sem lehet torzfelület.*

---

[15] N 10, 55—56.

[16] N 1, 660.

Ha ugyanis K_0 a maximális indexű F felületnek egy ovaloidköpenye, akkor a K_0 ovaloidot nem metszheti és nem érintheti a felületnek egy egyenese sem. Az ellenkező esetben ugyanis volnának az ovaloidnak a felület más köpenyeivel közös pontjai és ezek egyeneseket alkotnának.[17]

Ha tehát K_t a K_0 ovaloidot tartalmazó F felületnek egy torzfelületköpenye, akkor a K_t köpenynek egy alkotója sem metszheti vagy érintheti a K_0 ovaloidot. A K_t torzfelületnek egy közönséges a kotóján tehát lehet a K_0 ovaloidhoz érintősíkot húzni. Egy ilyen érintősík nemcsak az ovaloidot, hanem a K_t torzfelületet is érinti, mivel egy alkotóján keresztülmegy. Ha egy ilyen érintősíknak a K_0, ill. K_t köpennyel való érintéspontját P_0, ill. P_t jelöli, akkor a P_0P_t egyenesnek hozzá kell tartoznia az F felülethez, mivel egy maximális indexű felületnek nem lehet kettős érintője.[18] Az F felületnek tehát volna olyan egyenese, amelynek a K_0 ovaloiddal közös pontja volna.

Ebből az ellentmondásból következik a VI. tétel igazsága.

Mivel egy kúpfelületköpennyel bíró maximális indexű felületnek legfeljebb egy ovaloid kivételével valamennyi köpenye ugyanazon csúccsal bíró kúpfelület,[19] azért a VI. tétel következőkép is kifejezhető:

VII. *Ha egy maximális indexű felületnek van egy ovaloidköpenye, akkor a felületnek vagy csak végesszámú egyenese van, vagy pedig minden más köpenye közös csúccsal bíró kúpfelület.*

Ha egy ovaloid belsején a tér azon pontjainak halmazát értjük, amelyekből az ovaloidhoz nem húzható érintő, akkor a következő tétel mondható ki:

VIII. *Ha egy többköpenyű maximális indexű felületnek van ovaloidköpenye akkor az ovaloidnak elhagyása vagy egy belsejében fekvő ovaloiddal való helyettesítése a felület rendszámát és indexét nem változtatja meg.*

Ennek a tételnek igazolása végett csak azt kell kimutatnunk, hogy az ovaloidot metsző bármely σ síknak a felülettel való G sík-

[17] N 1, 659.
[18] N 1, 658.
[19] N 1, 662.

metszete ugyanazon rendű és indexű görbe marad akkor is, ha belőle az ovaloidon fekvő M_0 oválist elhagyjuk vagy az M_0 belsejében fekvő akármilyen más oválissal helyettesítjük.

Az M_0 oválisnak nem lehet közös pontja a G görbe egy más menetével sem, mert ha volna közös pontja, akkor az az ovaloidnak és a felület egy más köpenyének közös pontja volna.

A G görbének egy síkjában fekvő körre vonatkozó G' poláris ábrája tehát olyan maximális osztályindexű görbe, hogy az M_0 oválisnak megfelelő M_0' oválisnak a G' görbe többi menetével nincs közös érintője.

Az M_0' oválisnak ezen tulajdonsága alapján ki fogjuk mutatni, hogy a G' görbe többi menete az M_0' oválison mind belül van. Ennek igazolására felhasználjuk a következő tételt:[20]

Egy maximális osztályindexű síkgörbe M_0' és M' meneteinek $m_0 m$ közös érintőjük van, ha m_0, ill. m jelöli az M_0', ill. M' menethez a másik menet pontjaiból húzható érintők számát.

Ha M_0', ill. M' a G' görbének előbbi oválisa, ill. egy tetszőleges más menete, akkor $m_0 m = 0$, mivel a két menetnek nincs közös érintője. Ha az M' menet legalább is harmadosztályú, akkor $m \neq 0$ lévén, $m_0 = 0$, az M' menet tehát az M_0' oválison belül van. Ha az M' menet is ovális, akkor az $m_0 m = 0$ egyenlet vagy úgy teljesül, hogy $m_0 = 0$, vagy úgy, hogy $m = 0$. A két ovális közül tehát az egyiknek a másikon belül kell feküdnie. A G' görbének az M_0' ovális belsejében fekvő menetein kívül tehát csak olyan menetei lehetnek, amelyek szintén oválisok és az M_0' oválist körülfogják. Ha ilyen M' ovális több is van, akkor van közöttük egy olyan M' ovális, hogy az M_0' és M' oválisok által határolt kétszeresen összefüggő területen a G' görbének nincs más menete. Ennek a területnek pontjaiból az M_0' határvonalnak a konvex, az M' határvonalnak ellenben a konkáv oldala érhető el. Ez azonban maximális osztályindexű síkgörbéknél lehetetlen.[21]

Ebből az ellentmondásból következik, hogy az M_0' oválison belül fekszik a G' görbének bármely más menete.

A G' maximális osztályindexű síkgörbe és esetleges inflexiós

---

[20] N 4, 442. N 12, 186.

[21] N 10, 49—50.

érintője a síkot bizonyos tartományokra osztja. Ezek közül annak a T_0 tartománynak pontjaiból, amelyhez az M_0' ovális konkáv oldalán hozzá elég közel fekvő pontok tartoznak, a G' görbéhez osztályindexével egyenlőszámú érintő húzható. Ez a szám n—2, ha n jelöli a G' görbe osztályszámát és egyúttal a G görbe rendszámát. A T_0 tartománnyal szomszédos tartományoknak egy-egy pontjából a G' görbéhez n érintő húzható.

Nyilvánvaló, hogy a G' görbe osztályszáma és osztályindexe ugyanaz marad, ha az M_0' oválist egy ezt körülvevő nagyobb oválissal helyettesítjük, vagy ha az M_0' oválist egyszerűen elhagyjuk. Ezzel az eljárással a T_0 területet olyan területtel nagyobbítjuk meg, amelynek pontjaiból az eredeti G' görbéhez n érintő húzható.

Ebből a G' görbe poláris görbéjére való áttéréssel következik, hogy a G görbe ugyanazon rendű és maximális indexű marad akkor is, ha az M_0 oválist egy belsejében fekvő oválissal helyettesítjük, vagy ha az M_0 oválist egyszerűen elhagyjuk.

Ezzel a VIII. tétel be van bizonyítva.

5. Torzfelületköpenyt tartalmazó maximális indexű felületek.

Kimutatjuk a következő tételt:

IX. *Ha K_r és K_s egy maximális indexű felületnek r-ed-, ill. s-edrendű köpenye és ha K_r olyan legalább harmadrendű torzfelület, amelynek alkotói között vannak olyanok, amelyek a K_s köpenyt s pontban találják, akkor a K_s köpeny olyan torzfelület, amelynek a K_s torzfelület vezéregyenesei szintén vezéregyenesei, vagy pedig olyan felület, amely a K_r köpenyt egyik vezéregyenese mentén érinti és amelynek a K_r köpeny két vezéregyenese olyan s_1 ill. s_2 multiplicitású egyenese, hogy $s_1+s_2=s-1$.*

Jelölje e a K_r torzfelületnek a K_s köpenyhez nem tartozó egy alkotóját, akkor az e egyenes a maximális indexű K_s felületet vagy s vagy s—2 pontban találja. Amíg az e alkotó leírja a K_r torzfelületet, azalatt a K_s felülettel való közös pontjai egyeneseken mozognak. Mivel egy maximális indexű felület egy egyenesdarabbal együtt az azt tartalmazó teljes egyenest is magában foglalja, azért azoknak az egyeneseknek száma, amelyek a K_r torzfelület

alkotóinak a K_s köpennyel való közös pontjai fekszenek, pontosan s.

E közül az s egyenes közül kettőnél több nem lehet egymástól különböző. Az ellenkező esetben ugyanis másodrendű volna a K_r torzfelület, mivel alkotói három vagy több egymástól különböző egyenesnek közös szelői volnának. Ha tehát p_1 és p_2 jelöli a K_r torzfelület (általában egymástól különböző) két vezéregyenesét, akkor az előbbi s egyenes közül bizonyos $\bar{s}_1$ számú a p_1, bizonyos $\bar{s}_2 = s - \bar{s}_1$ számú pedig a p_2 egyenesbe esik össze.

Jelölje s_1 ill. s_2 a p_1 ill. p_2 egyenesnek a K_s köpenyre vonatkozó multiplicitását és legyen $\bar{s}_1 = s_1 + s_2'$ és $\bar{s}_2 = s_2 + s_2'$, akkor a K_r köpeny alkotói a K_s köpenyt a p_1 ill. p_2 egyenesre eső s_1-szeres ill. s_2-szörös ponton kívül ezekhez a pontokhoz szomszédos s_1' ill. s_2' számú pontban találják.

Ha $s_1' > 0$, akkor a K_r alkotói a p_1 egyenes mentén érintik a K_s köpenyt és így ezen egyenes mentén a K_r köpeny is érinti.

(Azt az esetet, hogy a p_1 egyenesnek egy P pontja az egyik köpenyre vonatkozólag izolált kettőspontsor egy pontja, figyelmen kívül kell hagynunk. A másik köpenynek egy ilyen P ponton átmenő és a két köpenyt tartalmazó maximális indexű F felület egyeneseitől különböző egy érintőjének szomszédságában volna ugyanis olyan egyenes található, amely a két köpenyt együttvéve néggyel kevesebb pontban találná, mint az az érintő. Ebből meg az következnék, hogy az F felület nem volna maximális indexű.)

A p_1 egyenest egy P_1 pontban metsző és a K_r és K_s köpenyeket tartalmazó F maximális indexű felület egy P_1-en átmenő egyenesét sem tartalmazó σ sík a K_r ill. K_s köpenyből olyan G_r ill. G_s görbét vág ki, amelyeknek az $s_1' > 0$ esetben van egymást a P_1 pontban érintő γ_r ill. γ_s ívük. Ennek a két ívnek a P_1 ponttal szomszédos pontjai a P_1 ponthoz tartozó t közös érintőnek ellenkező oldalán fekszenek, a két ív a P_1 pontban egymást elsőrendűen érinti.

Ha ugyanis a t érintőnek ugyanazon oldalán feküdnének a γ_r és γ_s ívnek a P_1 ponttal szomszédos pontjai, akkor volna a σ_s síkban a t érintőhöz elég közel olyan egyenes, amely a G_r és G_s görbéket a P_1 pont szomszédságában legalább néggyel kevesebb pontban találná, mint a t érintő, az F felület tehát nem lehetne maximális indexű. Ugyanez áll akkor is, ha a t érintő legalább az

egyik ívnek inflexiós érintője volna. Ugyanilyen ok miatt nem lehet a G_r vagy a G_s görbének a P_1 pontban a t érintőt érintő más íve. Ezekből következik, hogy az $s_1' \neq 0$ esetben $s_1'=1$.

Ha pedig $s_1'=1$, akkor $s_2'=0$. Ha ugyanis $s_2'>0$ volna, akkor a K_r köpenynek alkotói a K_s köpenynek kettősérintői volnának és így hozzátartoznának a maximális indexű K_s köpenyhez. A két köpenynek tehát nemcsak közös alkotói, hanem közös felületdarabjai is volnának. Ez azonban maximális indexű felületen lehetetlen, mivel ellenkező esetben a közös felületdarab valamennyi érintője kettősérintőnek számítana és így hozzátartoznék a fel ülethez.

Ebből most már következik, hogy $s_1'+s_2'=1$ vagy $s_1'+s_2'=0$, vagyis $s_1+s_2=s-1$ vagy $s_1+s_2=s$.

Az $s_1+s_2=s$ esetben a K_s felület torzfelület, mert a p_1 egyenesen átfektetett tetszőleges sík a p_1-be eső s_1-szeres egyenesen kívül egy s_2-szörös ponttal bíró s_2-rendű görbét vág ki. Ez a görbe tehát s_2 egyenesre esik szét. Hasonlókép egyenesekre esnek szét a K_s felületnek a p_2 egyenesen átmenő síkmetszetei.

Ezzel a IX. tételt bebizonyítottuk.

A IX. tételből következik a következő:

X. *Ha a K_r és K_s r-ed- ill. s-edrendű egyköpenyű felületek egy $r+s$-edrendű maximális indexű felületet alkotnak és ha K_r legalább harmadrendű torzfelület, akkor a K_s felület vagy olyan torzfelület, amelynek a K_r torzfelület vezéregyenesei szintén vezéregyenesei, vagy pedig a K_r felületet egyik vezéregyenese mentén érintő olyan felület, amelyre vonatkozólag a K_r két vezéregyenese multiplicitásának összege $s-1$.*

Ha ugyanis e jelöli a K_r felületnek a K_s-hez nem tartozó egyik alkotóját, akkor ez az alkotó a K_s felületet s pontban találja. Az e egyenes ugyanis annyi pontban találja a K_s felületet, mint a térnek bizonyos hozzá elég közeli egyenesei. Ha az e egyenesen átmenő σ sík P pontban érinti a K_r felületet, akkor e síknak P-n átmenő és a K_r-hez nem tartozó egyenesei r pontban találják a K_r felületet.[22] Van tehát az e egyeneshez elég közel olyan e' egyenes, amely a K_r felületet csak $r-2$ pontban találja. Egy ilyen

[22] N 1. 658—659.

e' egyenes azonban s pontban találja a K_s felületet, mivel a K_r és K_s felületekből álló $r+s$-edrendű maximális indexű felületet legalább $r+s-2$ pontban kell találnia.

A IX. tétel alapján ezzel a X. tétel be van bizonyítva.

A IX. és X. tétel bizonyításából következik a következő tétel:

XI. *Ha K_r és K_s egy maximális indexű irreducibilis felületnek r-ed- ill. s-edrendű köpenyei, amelyek közül K_r legalább harmadrendű torzfelület, akkor a K_s köpenynek a K_r köpeny két vezéregyenese olyan s_1 ill. s_2 multiplicitású egyenese, hogy vagy $s_1+s_2=s-2$, vagy $s_1+s_2=s-3$. A második esetben a K_r köpeny egyik vezéregyenese mentén érinti a K_s-t.*

Egy többköpenyű maximális indexű irreducibilis felületnek bármely két köpenye ugyanis szintén irreducibilis maximális indexű felületet alkot.[23] A K_r és K_s tehát $r+s-2$-rendű maximális indexű felületet alkotnak. E miatt a K_s köpenyt a K_r alkotói $s-2$ pontban találják. Ezek a pontok $s-2$ egyenesen vannak, amelyek azonban nem különbözhetnek a K_r torzfelületnek vezéregyeneseitől.

Ugyanígy lehet belátni a következő tételt is:

XII. *Ha egy K_2 másodrendű torzfelület és egy K_s s-edrendű egyköpenyű felület irreducibilis ill. reducibilis maximális indexű felületet alkot, akkor a K_s felületnek a másodrendű torzfelület mindkét vonalseregével $s-2$ ill. s közös alkotója van.*

6. Két harmadrendű torzfelületből álló maximális indexű felület.

Egy harmadrendű torzfelületnek mindig van egy kettősegyenese, amely a felületnek kettősvezéregyenese. A felület négy alkotójának a kettősvezéregyenesen kívül van még egy másik közös szelője, amely szintén a felületen fekszik, mivel a négy alkotóval való négy metszéspontja a felületnek pontja. Ez a második szelő a felület egyszeres vezéregyenese.

A harmadrendű torzfelületet általánosnak nevezzük, ha két vezéregyenese egymástól különbözik, speciálisnak pedig akkor, ha a két vezéregyenes összeesik.

---

[23] N 1, 682.

Az általános harmadrendű torzfelület kettősvezéregyenesén vagy nincs izolált kettőspontsor, vagy van rajta egy, de csak egy izolált kettőspontsor. Az izolált kettőspontsor két végpontja a kettősegyenes *határpontja* (pinch-point, kuszpidális vagy torzális pont). A kettősegyenesnek az izolált kettőspontsoron kívüli szakasza a felület valóságos kettőspontjait tartalmazza.[24]

A kétféle általános harmadrendű torzfelület közös határesete a speciális harmadrendű torzfelület, amelyen izolált kettőspontsor nincs, van ellenben egymással összeeső két határpont. Az ilyen felületen az összeeső két vezéregyenesbe egy alkotó is beleesik.

Kúpfelülettől különböző és egy kettősegyenessel bíró bármely harmadrendű felület torzfelület, mert a kettősegyenesen átmenő bármely sík a felületből még egy egyenest vág ki.

Kimutatjuk a következő tételt:

XIII. *Két harmadrendű torzfelület nem alkothat negyedrendű felületet.*

Ha ugyanis két harmadrendű torzfelület egy negyedrendű felületet alkotna, akkor a két torzfelület kettősvezérvonalainak közös szelői mind hozzátartoznának a negyedrendű felülethez, ami pedig lehetetlenség. Egy ilyen közös szelő ugyanis a két kettősegyenesre eső két-két ponton kívül mindkét harmadrendű felületet legalább még egy-egy pontban, a negyedrendű felületet tehát együttvéve legalább hat pontban találná.

A XIII. tétel ellentmond C. JUEL egy tételének,[24] amely szerint van olyan negyedrendű felület, amely két torzfelületből áll. JUEL dolgozata — a mi felfogásunktól eltérőleg — egy olyan harmadrendű torzfelülethez, amelynek kettősegyenesén vannak határpontok, a kettősegyenesnek csak a valóságos kettőspontokat tartalmazó szakaszát számítja hozzá. Csak ilyen felfogás mellett alkot két olyan harmadrendű torzfelület, amelyeknek két egyszeres vezérvonala és két kettősvezérvonala összeesik és amelyeknek közös kettősvezérvonalán a két felületre vonatkozó valóságos kettőspontokat tartalmazó két szakasznak nincs közös pontja, negyedrendű felületet. Ez a felület a mi felfogásunk szerint hatodrendű és kettősindexű, tehát nem maximális indexű.

---

[24] JUEL 12—15.

Áll azonban a következő tétel:

XIV. *Van olyan hatodrendű maximális indexű felület, amely két harmadrendű torzfelületből áll. Kétféle ilyen felület van a szerint, amint a két harmadrendű torzfelületköpeny két kettősvezéregyenese és két egyszeres vezéregyenese egymással esik össze, ill. az egyik köpeny kettősvezéregyenese a másiknak egyszeres vezéregyenesével egyezik. A hatodrendű felület fajszáma mindkét esetben* —1, *a két köpenynek az első esetben négy, a második esetben öt közös alkotója van.*

Ha a K_1 és K_2 harmadrendű torzfelületek maximális indexű hatodrendű felületet alkotnak, akkor a felület egy egyenesét sem tartalmazó egy tetszőleges sík a K_1 és K_2 köpenyekből olyan G_1 és G_2 harmadrendű, egy-egy kettősponttal bíró görbéket vág ki, amelyek egy hatodrendű maximális indexű G görbét alkotnak. Mivel a G görbe két nulladfajú harmadrendű görbére esik szét, azért fajszáma —1, a G_1 és G_2 görbék közös pontjainak száma pedig 9.[25]

Ha p_1 és p_2 jelöli a K_1 és K_2 torzfelületek közös két vezéregyenesét és P_1 és P_2 e két egyenesnek a G görbe síkjával való metszéspontját, akkor a G_1 és G_2 görbék kilenc metszéspontja közül a P_1 és P_2 pontokba együttvéve öt, ill. négy pont esik össze, a szerint, amint a K_1 és K_2 torzfelületek kettősvezéregyenesei összeesnek, ill. különböznek. A G_1 és G_2 görbéknek a P_1 és P_2 pontokon kívüli metszéspontjain átmenő és a p_1 és p_2 vezéregyeneseket metsző egyenesek a K_1 és K_2 köpenyek közös alkotói.

A XIV. tétel első részének kimutatása végett föltesszük, hogy G_1 és G_2 kettősponttal bíró olyan két harmadrendű síkgörbe, amelyek együttvéve hatodrendű maximális indexű görbét alkotnak. A két görbének ennélfogva kilenc közös pontja van, amelyekről föltételezzük, hogy megfelelő multiplicitással a két kettőspontot is tartalmazzák. P_1-gyel jelöljük a G_1 görbe kettőspontját, P_2-vel pedig a G_2 kettőspontját, ha ez a P_1-től különbözik, ha pedig ez a kettőspont P_1-gyel összeesik, akkor a G_1 és G_2 görbéknek egy P_1-től különböző metszéspontját. A P_1 és P_2 pontokon át a két görbe síkjába nem eső és egymáshoz viszonyítva kitérő p_1 és p_2 egyeneseket húzunk.

---

[25] N 4, 444. N 12, 187.

Meg fogjuk vizsgálni annak szükséges és elégséges feltételeit, hogy a G_1, p_1 és p_2, ill. a G_2, p_1 és p_2 vezérvonalaknak közös szelői egy harmadrendű K_1, ill. K_2 torzfelületet és e két torzfelület együttvéve egy maximális indexű hatodrendű felületet alkossanak.

Annak szükséges és elégséges föltétele, hogy a K_1 torzfelület harmadrendű legyen, az, hogy a térnek hozzá nem tartozó egyenesei K_1-et vagy három, vagy pedig egy pontban találják. A G_1 görbe síkjának egyenesei nyilvánképen teljesítik ezt a feltételt, mivel a G_1 görbe harmadrendű. De teljesítik ezt a feltételt a G_1 görbe síkján kívül fekvő azok az e egyenesek is, amelyek a p_1 és p_2 vezéregyenesek közül csak az egyiket metszik.

Ha ugyanis az e_1 egyenes csak a p_1-et metszi, akkor az e_1 és p_1 egyenesek σ_1 síkja a p_2 egyenest egy Q_1, a G_1 görbét egy R pontban metszi és a Q_1R egyenes a K_1 felületnek alkotója, mivel ez az egyenes a G_1, p_1 és p_2 vezérvonalak közös szelője. Ezen az alkotón és a kétszeresen számított p_1 egyenesen kívül a σ_1 síknak más közös része nincs a K_1 felülettel. A σ_1 síkban fekvő e_1 egyenes tehát három pontban találja a K_1 felületet.

Ha pedig az e_2 egyenes csak a p_2 vezéregyenest metszi, akkor az e_2 és p_2 egyenesek σ_2 síkja a p_1 egyenest egy Q_2 pontban, a G_1 görbét pedig vagy két (különböző vagy összeeső) R' és R'' pontban találja, vagy pedig egyben sem. Az első esetben a σ_2 sík a K_1 felületből a p_2 egyszeresen számított egyenesen kívül a Q_2R' és Q_2R'' alkotókat, a második esetben az izolált Q_2 kettőspontot vágja ki. A σ_2 síkban fekvő e_2 egyenes tehát vagy három, vagy csak egy pontban találja a K_1 felületet.

Ezek után a K_1 felületnek csak olyan e egyenesekkel való metszéspontjait kell vizsgálnunk, amelyek nem esnek a G_1 görbe síkjába és amelyek a p_1 és p_2 egyenesek közül egyiket sem metszik. Egy ilyen e egyenesnek és a p_1 és p_2 vezéregyeneseknek közös szelői egy H másodrendű torzfelületet határoznak meg. Ebből a H felületből a G_1 görbe síkja olyan E kúpszeletet vág ki, amely keresztülmegy a P_1 és P_2 pontokon és ezekben együttvéve $2+1=3$ pontban metszi a G_1 görbét, e két ponton kívül tehát páratlan számú közös pontja van még a G_1 görbével, mivel egy páros és egy páratlan görbe metszéspontjainak száma páros. Ha Q_1, Q_2, ..., Q_{2k+1} az E és G_1 görbéknek a P_1 és P_2 pontokba eső három metszés-

ponton kívüli metszéspontjai, akkor a H felületnek ezeken a pontokon átmenő és az e, p_1 és p_2 vezéregyeneseket metsző alkotói a K_1 felületnek is egyszersmind alkotói. Ennek a $2k+1$ alkotónak az e egyenessel való $2k+1$ metszéspontja tehát rajta van a K_1 felületen is.

Ha a P_1 és P_2 pontokon átmenő tetszőleges E kúpszelet a P_1 és P_2 pontokba eső három metszésponton kívül $2k+1$ pontban találja a G_1 görbét, akkor van olyan egyenes, amely a K_1 felületet $2k+1$ pontban találja a nélkül, hogy hozzátartoznék a felülethez. Az E, p_1 és p_2 vezérvonalak által meghatározott H másodrendű torzfelületnek a p_1 és p_2 egyenesekkel egy rendszerbe tartozó és a K_1 felülethez nem tartozó bármely alkotója nyilvánvalóan ilyen tulajdonságú, mert az E és G_1 görbék $2k+1$ közös pontján átmenő és a p_1 és p_2 egyeneseket metsző $2k+1$ egyenes a H és K_1 felületeknek $2k+1$ közös alkotója.

A mondottak alapján annak szükséges és elégséges feltétele, hogy a K_1 torzfelület harmadrendű legyen, az, hogy a G_1 görbe síkjának a P_1 és P_2 pontokon átmenő kúpszeletei e két pontba eső három metszésponttal együtt legfeljebb hat pontban találják a G_1 harmadrendű görbét.

Ez a föltétel mindig teljesül, ha a G_1 görbe harmadrendű algebrai görbe, de teljesülhet akkor is, amikor a G_1 görbe nem algebrai, mivel vannak harmadrendű nem algebrai torzfelületek is, miként JUEL kimutatta.[26] Ha K_1 egy ilyen nem algebrai harmadrendű torzfelület és G_1 ennek a felületnek egy általános síkmetszete, amelyen P_1, ill. P_2 a kettős-, ill. egyszeres vezérvonalnak metszéspontja a G_1 görbe síkjával, akkor a P_1 és P_2 pontokon átmenő és a G_1 görbe síkjában fekvő egy E kúpszeletnek sem lehet a G_1 görbével a P_1 és P_2 pontok beszámításával 6-nál több és 4-nél kevesebb metszéspontja.

A megelőzők alapján annak a szükséges és elégséges feltétele, a p_1 és p_2 vezéregyenesek és a G_1, ill. G_2 harmadrendű vezérgörbe által meghatározott K_1, ill. K_2 torzfelületek hatodrendű maximáli s indexű felületet alkossanak, az, hogy a P_1 és P_2 pontokon átmenő bármely E kúpszeletnek, amely a G_1 és G_2 görbék síkjában fekszik,

[26] JUEL, 13.

a G_1 és G_2 görbékkel a P_1 és P_2 pontokba eső három-három metszéspontonon kívül legfeljebb még három-három, együttvéve azonban legalább még négy metszéspontjuk legyen.

A föltételeknek megfelelő G_1 és G_2 görbék könnyebb előállíthatósága végett a két görbének egy körre vonatkozó G_1' és G_2' poláris ábráit vesszük, amelyek egy-egy kettősérintővel és egy-egy csúcsponttal bíró görbék, amilyen pl. a kardiois görbe. Ha t_1, ill. t_2 jelöli a P_1, ill. P_2 pont polárisát, akkor a t_1 és t_2 a G_1' és G_2' görbéknek közös érintői, a G_1' görbének t_1 azonkívül kettősérintője, a G_2' görbének pedig vagy t_1 vagy t_2 a kettősérintője. Mivel G_1' és G_2' nulladfajú és együttvéve hatodosztályú maximális osztályindexű síkgörbét állít elő, azért az a két tartomány, amelynek pontjaiból a G_1', ill. G_2' görbéhez egy-egy érintő húzható, egyszeresen összefüggő és egymáson kívül fekszik.

A G_1' és G_2' harmadosztályú görbéknek azzal a tulajdonsággal is kell bírniok, hogy a t_1 és t_2 érintőkkel bíró bármely E' kúpszelettel a t_1' és t_2' érintőkön kívül legfeljebb még 3—3, együttvéve azonban legalább négy közös érintőjük legyen. Ilyen G_1' és G_2' görbéket elő lehet állítani két kardioissal is.

Tetszőlegesen felveszünk a síkban két egymást metsző t_1 és t_2 egyenest és az általuk alkotott négy szögtér közül két szomszédosnak belsejében úgy helyezzük el a G_1', ill. G_2' kardioist, hogy a t_1 és t_2 mindkét görbét érintse és a G_1' kettősérintője összeessék a t_1-gyel, a G_2' kettősérintője pedig vagy a t_1-gyel vagy a t_2-vel. Azok az E' kúpszeletek, amelyeknek t_1 és t_2 érintőik, e két érintő által alkotott két csúcsszögtér közül vagy a G_1'-t, vagy a G_2'-t tartalmazóban fekszenek.

Ha E' a G_2'-t tartalmazó csúcsszögtérben fekszik, akkor helyzeténél fogva a G_1'-vel egy ötödosztályú maximális osztályindexű reducibilis görbét alkot, vele tehát $2.3=6$ közös érintője van, amelyek közül 2 a t_1-gyel, 1 pedig a t_2-vel egyezik. Az E' és G_2' görbéknek páros számú, de legfeljebb hat és legalább négy közös érintőjük van, minthogy a közös érintők közül három a t_1 és t_2 érintőkbe esik. Hasonlókép van akkor is, ha E' a G_1'-t tartalmazó csúcsszögtérbe esik. Az E' kúpszeletnek tehát a G_1' és G_2' görbékkel a t_1 és t_2 érintőkbe eső 3—3 közös érintőn kívül legfeljebb hat és legalább négy közös érintője van együttvéve.

A G_1' és G_2' kardioisokat harmadosztályú, nem algebrai görbékkel is helyettesíthetjük, ha ezeket úgy választjuk meg, hogy az előbbi helyzetű E' kúpszeletekkel legfeljebb 6—6, együttvéve azonban legalább 10 közös érintőjük legyen. Ilyen görbék duálisának létezése JUEL fent említett eredményéből következik.

Ezzel a XIV. tétel teljesen be van bizonyítva.

7. Harmadrendű torzterületköpennyel bíró maximális indexű felületek.

Ki fogjuk mutatni a következő tételt:

XV. *Kettőnél több harmadrendű torzfelület nem alkothat maximális indexű felületet.*

Két harmadrendű torzfelületből összerakható maximális indexű felület előállítása végett az előző §-ban a G_1' és G_2' harmadosztályú görbéket úgy vettük fel, hogy közülök az egyik a t_1 és t_2 közös érintő által alkotott S_1 és S_2 csúcsszögtér közül teljesen az egyikben, a másik görbe pedig teljesen a másik csúcsszögtérben feküdjék. A XV. tétel igazolása végett először azt fogjuk kimutatni, hogy abban az esetben, amikor a két görbe egészen vagy részben ugyanabban a csúcsszögtérben fekszik, akkor van t_1 és t_2 érintőkkel bíró olyan E' kúpszelet, amelynek a G_1' és G_2' görbékkel a t_1 és t_2 érintőkbe eső 3—3 érintő beszámításával csak 4—4 közös érintője van.

Mivel a G_1' és G_2' harmadosztályú nulladfajú görbék hatodosztályú maximális indexű síkgörbét alkotnak, azért az általuk határolt T_1, ill. T_2 egyszeresen összefüggő tartományok, (amelyeknek pontjaiból a G_1', ill. G_2' görbe konkáv oldala érhető el), egymáson kívül vannak. A síknak e két tartományon kívül fekvő kiegészítő T_{12} tartománya olyan, hogy pontjaiból mindkét görbének konvex oldala érhető el.

A t_1 és t_2 érintők O metszéspontjából mindkét görbéhez három-három érintő húzható, az O pont tehát a T_{12} tartományban fekszik és belőle a G_1' vagy a G_2' görbéhez a t_1 és t_2 érintőkön kívül más érintő nem húzható.

Föltételezhetjük, hogy a t_1 és t_2 érintők által alkotott S_1 csúcsszögtér magában foglalja a T_1 és T_2 tartományokat vagy ezeknek legalább egy-egy darabját.

Egyszerűség kedvéért egy olyan centrális projekciót alkalmazunk, amely az O ponton átmenő és az S_2-be eső egy egyenest végtelen távolba visz. Ez a centrális projekció a t_1 és t_2 egyeneseket t_1^* és t_2^* párhuzamos egyenesekbe viszi át, amelyektől határolt S_1^* sáv az S_1 csúcsszögtér projekciója. Ezzel a projekcióval a T_1, T_2, ill. T_{12} tartományoknak az S_1-be eső darabjai az S_1^* sáv T_1^*, T_2^*, ill. T_{12}^* tartományaiba mennek át. A T_1 és T_2 tartományok nyilvánvalóan egyszeresen összefüggők, vagy legalább is egyszeresen összefüggő, de egymástól különálló olyan részekből állanak, amelyeknek határvonalai a t_1 és t_2 egyenesek darabjain kívül olyan ívekből állanak, amelyek vagy mind a G_1' görbe G_1^* projekciójához, vagy pedig mind a G_2' görbe G_2^* projekciójához tartoznak. (Könnyű volna kimutatni, hogy T_1^* és T_2^* egy darabból állanak.) Akármelyik ilyen tartománynak a t_1^* és t_2^* egyenesek közül mindkettőn van határpontja. Az ellenkező esetben volna az S_1^* sávban a G_1^* vagy G_2^* görbének a t_1^* és t_2^* egyenesekkel egy párhuzamos t^* érintője, ami pedig lehetetlen, mivel e két görbe harmad- és nem negyedosztályú.

Mivel a T_1^* és T_2^* tartományok egymáson kívül és végesben fekszenek és mivel a t_1^* és t_2^* egyeneseken akármelyiknek vannak határpontjai, azért a T_{12}^* tartománynak van olyan végesben fekvő $\overline{T}_{12}^*$ része, amely az S_1^* sávban egy T_1^* tartományt egy T_2^* tartománytól elválaszt. Jelöljük C_1-gyel, ill. C_2-vel a $\overline{T}_{12}^*$ tartománynak a G_1^*, ill. G_2^* görbéhez tartozó határívét, továbbá A_1 és B_1, ill. A_2 és B_2-vel e két ívnek a t_1^*, ill. t_2^* egyenesen fekvő végpontjait, akkor a $\overline{T}_{12}^*$ tartomány határvonala a C_1 és C_2 íveken kívül az A_1B_1 és A_2B_2 szakaszokból áll. E két ívet a t_1^* vagy a t_2^* egyenes legfeljebb végpontjaikban érintheti, de nem lehet e két ív közül egyiknek sem a t_1^* és t_2^* egyenesekkel párhuzamos, de tőlük különböző érintője, mivel a G_1^* és G_2^* görbe harmadosztályú. Emiatt nem tartalmazhatja a C_i ív ($i=1$, 2) a G_i^* görbe csúcspontját. Ha ugyanis tartalmazná, akkor a csúcsponton át a t_1^* egyenessel párhuzamosan húzott egyenes vagy összeesnék a csúcsérintővel, vagy pedig még egy pontban metszené a C_i ívet. Ez a pont a csúcsponttal együtt egy szingularitásnélküli ívet határolna, amelynek volna tehát a t_1^* egyenessel párhuzamos érintője, amely a t_1^* és t_2^* egyenesektől különböznék. Ugyanilyen ok matt a t_1^* egyenessel párhuzamos

és az S_1^* sávba eső egyenesek csak egy-egy pontban találják a C_1 és C_2 íveket. Ebből következik, hogy ez a két ív konvex ív.

Ha C_1 és C_2 egy Q pontban érintik egymást, akkor a közös érintő S_1^* sávba eső darabjának elég közeli szomszédságában van olyan lapos ellipszis, amely érinti a t_1^* és t_2^* egyeneseket és a Q pont szomszédságában fekvő két-két pontban metszi a C_1 és C_2 íveket.

Ha a C_1 és C_2 íveknek nincs közös pontjuk, akkor nyilvánképen van a $\overline{T}_{12}^*$ tartományban olyan parallelogramma vagy trapéz, amelynek két oldala az A_1B_1 és az A_2B_2 szakaszokra esik, a másik két oldala pedig a C_1, ill. C_2 ívet Q_1, ill. Q_2 pontban érinti. Ebbe az idomba berajzolható olyan ellipszis, amely a Q_1 ponton is keresztülmegy. A C_2 ívet érintő oldalnak alkalmas elmozgatásával kapunk olyan ellipszist is, amely a $\overline{T}_{12}^*$ tartományban fekszik és a t_1^*, t_2^*, C_1 és C_2 vonalakat érinti. A C_1 és C_2 ívek érintőinek elég kicsiny alkalmas elmozdításával kaphatunk tehát a t_1^* és t_2^* egyeneseket érintő olyan ellipszist, amely a C_1 és C_2 íveket a Q_1, ill. Q_2 pont szomszédságában fekvő két-két pontban metszi, a G_1^* és G_2^* görbékkel pedig más közös pontja nincs. Az ilyen kúpszeletekről ki fogjuk mutatni, hogy a G_1^* és G_2^* görbékkel a t_1^* és t_2^* érintők beszámításával csak 4—4 közös érintőjük van.

Ha a G_1^* görbe síkjában egy E^* kúpszeletet úgy veszünk fel, hogy a két görbe által határolt egyszeresen összefüggő tartományoknak ne legyen közös belső pontjuk, akkor a két görbe ötödosztályú maximális osztályindexű reducibilis görbét alkot. Közös érintőik száma tehát $3.2=6$. A kettősérintők száma nem változik akkor sem, ha a mondott kikötések fenntartása mellett az E^* kúpszeletet addig deformáljuk, amíg a G_1^* görbét egy Q_1 pontban érinti. A G_1^* görbének az új kúpszelettel való hat közös érintője közül azonban kettő a Q_1 ponthoz tartozó közös érintőbe összeesik. Ez kettős közös érintő eltűnik azonban akkor, ha a kúpszelet további kis deformációval a G_1^* görbét a Q_1 pont szomszédságába eső két pontban metszi. A G_1^* görbének ezzel a kúpszelettel tehát csak négy közös érintője lesz. (Ha a kúpszelet további deformálása alatt nem érinti a G_1^* görbét, akkor a deformáció alatt a G_1^* görbével való közös érintőinek száma négy marad még abban az esetben is, ha a két görbe metszéspontjainak száma a kúpszeletnek a G_1^* görbe csúcspontján való áthaladása miatt meg is változik.)

Ezzel a 7. § harmadik bekezdésében kimondott állítás be van bizonyítva. Ebből következik, hogy három harmadrendű torzfelület nem alkothat 9-edrendű maximális indexű felületet.

Ha a K_1, K_2 és K_3 harmadrendű torzfelületek 9-edrendű maximális indexű felületet alkotnak, akkor közös p_1 és p_2 vezéregyenespárjuk van. Ha a három torzfelület egy egyenesét sem tartalmazó egy σ sík G_1, G_2, G_3 görbékben metszi a K_1, K_2, K_3 felületeket és P_1, P_2 pontokban a p_1, p_2 vezéregyenespárt, akkor a három görbének kettőspontjai nem különbözhetnek a P_1 és P_2 pontoktól.

Abból, hogy a három torzfelület egyikéhez sem tartozó bármely egyenes legalább hét pontban metszi a K_1, K_2, K_3 köpenyekből álló kilencedrendű maximális indexű felületet, a 6. §-ban mondottak alapján következik, hogy a σ síknak a P_1, P_2 pontpáron átmenő bármely kúpszelete a P_1 és P_2 pontok beszámításával a G_1, G_2, G_3 görbéket vagy 6—6 pontban találja, vagy pedig kettőt közülök 6—6 pontban és egyet négy pontban talál.

Ha G_1', G_2', G_3' jelöli a G_1, G_2, G_3 görbéknek egy körre vonatkozó poláris görbéit, t_1 ill. t_2 a P_1, ill. P_2 pont polárisát, S_1 és S_2 pedig a t_1, t_2 egyenespár által alkotott két csúcsszögteret, akkor az előzők szerint az S_1 és hasonlókép az S_2 csúcsszögtér a G_1, G_2 és G_3 görbék közül csak egyet tartalmazhat, a másik két görbének ellenben egy ívét sem tartalmazhatja, mivel a K_1, K_2 és K_3 köpenyek közül bármely kettő hatodrendű maximális indexű felületet alkot. Ez azonban lehetetlen, mivel a két csúcsszögtér közül az egyikbe két görbének kell jutnia.

Ebből az ellentmondásból következik, hogy K_1, K_2 és K_3 nem alkotnak kilencedrendű maximális indexű felületet.

A XV. tétel kimutatása végett tegyük fel most, hogy $k(\geq 3)$ harmadrendű torzfelület egy h irreducibilis felületre széteső n-edrendű maximális indexű felületet alkot. Mivel a harmadrendű felületek indexe az egység, azért[27] $n=k+2h$. Ha az egyes irreducibilis felületek k_1, k_2,..., k_h számú harmadrendű köpenyből állanak, akkor $k = k_1+k_2+\cdots+k_h$.

Kimutatjuk, hogy $k_1=k_2\cdots=k_h=1$, vagyis $h=k$.

---

[27] N 1, 680—682.

Ha ugyanis $k_1 \geq 2$ volna, akkor a k_1 köpeny közül akármelyik kettő irreducibilis és így negyedrendű felületet alkotna, ami a XIII. tétel értelmében lehetetlen.

Ha pedig $k \geq 3$ harmadrendű torzfelület k felületre széteső $3k$-rendű maximális indexű felületet alkotna, akkor közülök bármely három kilencedrendű maximális indexű felületet alkotna, ami pedig az előbb kimutatott tétel szerint lehetetlen. Ebből következik a XV. tétel igazsága.

XVI. *Az olyan kétköpenyű maximális indexű felület, amelynek köpenyei harmadrendűek és közülök az egyik torzfelület, mindig reducibilis. A másik köpeny vagy szintén torzfelület, vagy pedig a torzfelületköpenyt egy vezéregyenes mentén érinti.*

Ha az F maximális indexű felület K_1 és K_2 harmadrendű köpenyekből áll, amelyek közül K_1 általános harmadrendű torzfelület, akkor a XVI. tétel kimutatására a X. tétel alapján csak azt kell igazolnunk, hogy az F felület nem lehet negyedrendű.

Ha az F felület negyedrendű volna, akkor a XI. tétel alapján a K_1 egyik vezéregyenese rajta volna a K_2 felületen, a másik azonban nem. Ha ugyanis a másik vezéregyenes is rajta volna a K_2 felületen, akkor a két vezéregyenes bármely közös szelője mindkét köpenyt legalább három-három pontban találná, az F felület tehát hatodrendű volna.

Mivel tehát csak egyik vezéregyenes fekszik a K_2 felületen, azért a másik vezéregyenes a K_2 felületet egy pontban metszi, amelyen e miatt a K_1 és K_2 felület egy közös egyenese keresztülmegy. Ez az egyenes nem vezéregyenese a K_1 felületnek, ennélfogva csak alkotója lehet. A K_1 felületnek tehát egy vezéregyenese és egy alkotója rajta fekszik a K_2 felületen. E két egyenesen átmenő σ sík mindkét köpenyből három egyenest vág ki. Ennek a síknak ezekbe az egyenesekbe nem eső bármely más egyenese tehát hat pontban találja az F felületet. Az F felület tehát hatodrendű.

Ha a K_1 köpeny speciális harmadrendű torzfelület, akkor p_1 kettősvezéregyenese az egyszeres vezéregyenessel összeesik. A K_1 köpeny p_1 szinguláris egyenese tehát rajta van a K_2 köpenyen, amelyről föltételezhetjük, hogy nem torzfelület. Ha az F felület egy általános G síkmetszetében G_1, ill. G_2 jelöli a K_1,

ill. K_2 köpeny síkmetszetét, akkor a G_1 harmadrendű görbének van egy P szinguláris pontja, amelyen az elsőfajú G_2 harmadrendű görbe is keresztülmegy.

A G görbének egy körre vonatkozó G' poláris görbéje olyan maximális osztályindexű görbe, amelynek van egy nulladfajú és egy elsőfajú menete. A nulladfajú G_1' menet t szinguláris (kettős vagy inflexiós) érintője az elsőfajú G_2' menetet is érinti. Ennek a t érintőnek van tehát pontja abban az egyszeresen összefüggő T tartományban, amelynek pontjaiból a G_2' görbének konvex oldala érhető el. Mivel a t egyenes nem fekhetik teljesen egy egyszeresen összefüggő tartományban, azért metszenie kell a G_2' görbét egy Q pontban. Ebből a Q pontból a G_1' görbéhez három érintő húzható, mivel a t egyenes kétszeres érintőnek számít; de három érintő húzható a G_2' görbéhez is, mert a t egyenes Q-ból egy, a Q ponthoz tartozó érintő pedig két érintőnek számít. A G' görbe tehát hatodosztályú görbe.

Ebből következik, hogy a G görbe és vele az F felület is hatodrendű.

Ezzel a XVI. tétel be van bizonyítva.

A XVI. tételből következik a következő:

XVII. *Ha egy harmadrendű köpenyekből álló maximális indexű felületnek egyik köpenye torzfelület, akkor a felület reducibilis.*

Ha a felület ugyanis irreducibilis volna, akkor bármely két köpenye irreducibilis felületet alkotna,[28] s így a torzfelületköpeny bármely más köpennyel negyedrendű felületet alkotna, ami pedig a XVI. tétellel ellenkezik.

A XVII. tételből következik a következő:

XVIII. *A maximális számú páratlan köpenyből álló n-edrendű maximális indexű felületeknek egy köpenye sem lehet torzfelület, kivéve az $n=3$ esetet, amikor a felület egyköpenyű.*

A páratlan köpenyek indexe páratlan szám lévén, az n-edrendű maximális indexű felület legfeljebb $n-2$ páratlan köpenyből áll. Ha a páratlan köpenyek száma az $n-2$ számot eléri, akkor azok mind harmadrendűek, mert ellenkező esetben a köpenyek indexösszege nagyobb volna, mint a felület indexe, $n-2$. Ha azonban

[28] N 1, 682.

a köpenyek indexösszege a felület indexével egyenlő, akkor a felület irreducibilis.

8. Maximális indexű magasabbrendű torzfelületek.

Az egyköpenyű maximális indexű torzfelületekre a következő tétel mondható ki:

XIX. *Bármely egyköpenyű maximális indexű torzfelület nulladfajú.*

JUEL kimutatta,[29] hogy az n-edrendű maximális indexű egyköpenyű felületek kétfélék lehetnek: 1. van egy $(n-2)$-szeres és egy kettős vezéregyenesük, amelyek közül az elsőn nincs határpont, a másodikon azonban mindig van határpont; 2. van egy $(n-1)$-szeres és egy egyszeres vezéregyenesük és egyiken sincs határpont. Az az eset, amikor a két vezéregyenes összeesik, határesetként tekinthető.

Az első esetben JUEL ugyan nem számítja a torzfelülethez a kettősvezéregyenesnek izolált kettőspontsorát. A felület tulajdonságaiból és előállításából következik azonban, hogy a felület akkor is maximális indexű marad, ha az izolált kettőspontsort is hozzávesszük.

A XIX. tétel bizonyításánál először azt kell megjegyeznünk, hogy egy n-edrendű egyköpenyű maximális indexű torzfelületnek egy általános síkmetszete egymenetű n-edrendű maximális indexű síkgörbe. Ha ugyanis k menetű volna a síkmetszet, akkor a két vezéregyenes és akármelyik menet közös szelői egy torzfelületet határoznának meg, amely egy részét tenné ki az n-edrendű felületnek. Az n-edrendű torzfelület tehát k köpenyű volna.

Ezek után a második esetben a XIX. tétel nyilvánvaló, mivel ebben az esetben az általános síkmetszet olyan n-edrendű egymenetű maximális indexű síkgörbe, amelynek van egy $(n-1)$-szeres pontja. Mivel egy $(n-1)$-szeres pont $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ kettőspontnak felel meg és mivel egy egymenetű n-edrendű maximális indexű görbének legfeljebb $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ kettőspontja lehet,

[29] JUEL, 23—38.

azért az általános síkmetszet és vele a torzfelület nulladfajú. Ebből következik, hogy egy olyan egyköpenyű n-edrendű maximális indexű torzfelületnek, amelynek az egyik vezéregyenese $(n-1)$-szeres, nincs többszörös alkotója.

Abban az esetben, amikor az n-edrendű egyköpenyű maximális indexű F torzfelületnek egy p_1 $(n-2)$-szeres és egy p_2 kétszeres vezéregyenese van, jelölje G_n a felület egy általános síkmetszetét, P_1, ill. P_2 e síkmetszetnek a p_1, ill. p_2 egyenessel való közös pontját. A G_n görbe olyan egymenetű n-edrendű maximális indexű síkgörbe, amelynek a P_1 pontban $(n-2)$-szeres pontja, a P_2 pontban pedig, amely a felület valóságos kettőspontjait tartalmazó szakaszon fekszik, valóságos kettőspontja van. A G_n síkmetszet ezenkívül azzal a tulajdonsággal is bír, hogy hozzá a P_1 pontból két rajta kívül érintő egyenes húzható, a P_2 pontból ellenben egy olyan érintő sem húzható, amely P_2-n kívül érinti a G_n görbét.[30]

Az ilyen tulajdonságú G_n görbének JUEL egy más tétele alapján a P_1 és P_2 pontokon kívül van még $n-3$ kettőspontja.[30]

Ebből következik, hogy a G_n görbe nulladfajú, mivel a P_1 pontba $\frac{(n-2)(n-3)}{2}$, a P_2 pontba 1 kettőspontja esik és mivel ezeken kívül van még $n-3$ kettőspontja. A G_n általános síkmetszet nulladfajú voltából következik, hogy F is nulladfajú.

A XIX. tétel ezzel be van bizonyítva. A bizonyításból következik a következő tétel:

XX. *Az olyan egyköpenyű n-edrendű maximális indexű torzfelületnek, amelynek egyik vezéregyenese $(n-2)$-szeres, $n-3$ kettősalkotója van. Nincs ellenben kettősalkotója a felületnek, ha egyik vezéregyenese $(n-1)$-szeres.*

Könnyen belátható a következő tétel is:

XXI. *Ha k számú egyköpenyű torzfelület maximális indexű felületet alkot, akkor ennek a felületnek rendszáma a köpenyek rendszámainak összegével egyenlő és így a felület a k számú köpenyére esik szét.*

[30] JUEL, 30—31.

[31] JUEL: «Einleitung in die Theorie der ebenen Elementarkurven dritter und vierter Ordnung», D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter 7 Raekke, Naturv. og Math. Afd. XI. 2 (1914), 136.

Egy ilyen maximális indexű felületnek egy általános síkmetszete a XIX. tétel miatt k nulladfajú menetből áll. Mivel egy olyan maximális indexű síkgörbe, amelynek k nulladfajú menete és akárhány elsőfajú menete van, vagy k vagy $k+1$ irreducibilis görbére esik szét,[32] azért az előbbi általános síkmetszet k irreducibilis görbére, a k nulladfajú menetre esik szét. Az általános síkmetszet rendszáma tehát menetei rendszámainak összegével egyenlő. Ezzel a XXI. tétel be van bizonyítva, mivel a felület köpenyei és egy általános síkmetszetének menetei között kölcsönösen egyértelmű vonatkozás áll fenn.

A XXI. tétel kiegészítésekép és a XV. tétel általánosításakép a következő tétel mondható ki:

XXII. *Ha az r-edrendű K_r és az s-edrendű K_s egyköpenyű torzfelületek együttvéve maximális indexű felületet alkotnak, akkor a K_r, ill. K_s felületnek van egy egyszeres és egy $(r-1)$-szeres, ill. $(s-1)$-szeres vezéregyenese és az egyik felület két vezéregyenese a másiknak két vezéregyenesével összeesik. Nincs olyan maximális indexű felület, amely három vagy háromnál több torzfelületköpenyből állana, föltéve, hogy ezek közül legalább egynek rendszáma kettőnél nagyobb.*

Mivel a XI. tétel miatt a K_r és K_s köpeny vezéregyenespárja összeesik, azért egyik vezéregyenesen sem lehet izolált kettőspontsor. Ha ugyanis volna az egyiken, akkor az izolált kettőspontsornak egy P pontja a másik köpeny egy pontjával összeesnék, amely ponton átmenő érintő az I. tétellel ellentétben átmenne az izolált P kettősponton. Ebből Juel eredményei alapján következik a tétel első része.

A tétel második részének bebizonyítása végett jelölje F a K_r és K_s köpenyek által alkotott maximális indexű felületet, p_1 és p_2 a két köpeny közös vezéregyeneseit, σ az F felület egy általános síkmetszetének síkját, G_r, ill. G_s azt a görbét, amelyet a σ sík a K_r, ill. K_s köpenyekből kivág, és végül P_1, ill. P_2 azt a pontot, amelyben p_1, ill. p_2 egyenes a σ síkot metszi. A G_r, p_1 és p_2, ill. G_s, p_1 és p_2 vonalak közös szelői a K_r, ill. K_s torzfelületnek alkotói.

Mivel F maximális indexű $r+s$-edrendű felület, azért a térnek a felülethez nem tartozó tetszőleges e egyenese legfeljebb $r+s$ és

[32] N 4. 438; N 12. 182.

legalább $r+s-2$ pontban találja a felületet, vagyis a K_r és K_s köpenyek közül legfeljebb az egyiket találhatja a köpeny indexével egyenlő számú pontban.

Az e egyenesnek a K_r, ill. K_s köpennyel való metszéspontjait úgy határozhatjuk meg, hogy az e, p_1 és p_2 egyenesek által meghatározott H másodrendű vonalfelületnek a K_r, ill. K_s felülettel való közös alkotóit határozzuk meg. Ha E az a kúpszelet, amelyben a H felületet a σ sík metszi, akkor az E kúpszeletnek a G_r, ill. G_s görbével való közös pontjai közül először leszámítjuk a P_1, P_2 pontpárba mindig beleeső r, ill. s pontot és azután a megmaradt pontokon át az e, p_1 és p_2 egyenesekhez közös szelőket húzunk. Ezek a közös szelők az e egyenesből azokat a pontokat metszik ki, amelyekben az e egyenes a K_r, ill. K_s köpenyt találja.

Olyannak kell tehát a G_r és G_s görbéknek lenniök, hogy a P_1 és P_2 pontokon átmenő bármely E kúpszelettel a P_1 és P_2 pontokba eső r, ill. s metszésponton kívül legfeljebb r, ill. s, együttvéve azonban legalább $r+s-2$ közös pontjuk legyen. Ahány ilyen metszéspontja van ugyanis egy E kúpszeletnek a G_r, ill. G_s görbével, annyi pontban találják az E, p_1 és p_2 vezérvonalakkal meghatározott H másodrendű torzfelületnek a p_1 és p_2 alkotókkal ugyanabba a sugárrendszerbe tartozó alkotói a K_r, ill. K_s torzfelületet.

Jelölje egy körre vonatkozólag a G_r, ill. G_s görbének poláris görbéjét G_r', ill. G_s', a P_1, ill. P_2 pont polárisát t_1, ill t_2, akkor a t_1, t_2 egyenespár a G_r', ill. G_s' görbére vonatkozólag egyszeres és $(r-1)$-szeres, ill. $(s-1)$-szeres érintő. A G_r', ill. G_s' görbének olyannak kell tehát lennie, hogy t_1 és t_2 érintőkkel bíró bármely E' kúpszelettel legfeljebb r, ill. s, együttvéve azonban legalább $r+s-2$ közös érintője legyen a t_1 és t_2 érintőpárba eső r, ill. s közös érintőn kívül.

Teljesen úgy mutatjuk ki, mint az $r=3$ és $s=3$ esetben tettük, hogy a t_1 és t_2 egyenespár által alkotott S_1 és S_2 csúcsszögtér közül az egyik a G_r', a másik a G_s' görbét tartozik egészen magában foglalnia.

Ebből következik, hogy kettőnél több olyan torzfelület, amelyek közül legalább az egyik másodrendűnél magasabbrendű, nem alkothat maximális indexű felületet. A másodrendűnél magasabb-

rendű torzfelület vezéregyeneseinek egyértelműleg megfelelő t_1 és t_2 egyenespár ugyanis csak két csúcsszögteret alkot, ezekbe tehát nem helyezhető el három vagy annál több görbe úgy, hogy akármelyik csúcsszögtér egy és csak egy egész görbét tartalmazzon és ne tartalmazza a többi görbének egy ívét sem.

A XXII. tétel ezzel bebizonyítottnak tekinthető.

9. Kétköpenyű maximális indexű torzfelületek előállítása.

A XXII. tétel kiegészítésekép és a XIV. tétel általánosításakép kimutatjuk a következő tételt:

XXIII. *Kettőnél nem kisebb bármely r és s egész számokra van olyan r-ed-, ill. s-edrendű egyköpenyű torzfelület, amelyek együttvéve maximális indexű felületet alkotnak.*

A bizonyításban szükségünk van a következő segédtételre:

1. *Ha az*

$$e_h(x, y) \equiv y - a_h x = 0 \qquad (h=1, 2, \ldots, n-1);$$
$$f_k(x, y) \equiv y - b_k x = 0 \qquad (k=1, 2, \ldots, n)$$

egyenletek egymástól különböző $2n-1$ *valós egyenest állítanak elő, amelyeknek bizonyos forgásértelemben*

$$f_1, e_1, f_2, e_2, \ldots, f_{n-1}, e_{n-1}, f_n \tag{12}$$

a sorrendje, akkor az

$$\begin{aligned} &e_1(x, y).e_2(x, y)\ldots e_{n-1}(x, y)- \\ &-f_1(x, y).f_2(x, y)\ldots f_n(x, y)=0 \end{aligned} \tag{13}$$

egyenlet a realitás szempontjából is n-edrendű, $2n-2$*-edosztályú, nulladfajú, továbbá maximális indexű és zéró osztályindexű görbét állít elő. A görbe* $(n-1)$*-szeres O pontján és a görbe egy bizonyos ívének akármelyik Q pontján átmenő bármely kúpszeletnek az O és Q pontokba eső n ponton kívül legfeljebb még n és legalább még* $n-2$ *valós közös pontja van a görbével.*

Ennek a görbének, amelyet röviden G_n görbének fogunk nevezni, a koordinátarendszer O középpontjában közönséges $(n-1)$-szeres pontja van, amelynek az e_h egyenesek az érintői. Az O ponton átmenő sugársor bármely tagja az O pontba eső $n-1$

ponton kívül egy és csak egy pontban találja a G görbét. Ennek a pontnak

$$x = \frac{e_1(1, m).e_2(1, m)\ldots e_{n-1}(1, m)}{f_1(1, m).(f_2 1, m)\ldots f_n(1, m)} = \varphi(m) \text{ és } y = m.\varphi(m)$$

a koordinátái, ha az O ponton átmenő sugárnak $y - mx = 0$ az egyenlete.

Ebből következik, hogy a G_n görbe $n-1$-szeres pontjának érintői mind közönséges érintők, amelyeken kívül O-n nem megy át más érintője a görbének, és hogy a G_n görbének O-n kívül nincs más szinguláris pontja.

Mivel az $n-1$-szeres pont $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ számú kettőspontnak felel meg, azért a G_n görbének realitási és algebrai fajszám is zéró.

Az e_h és f_k egyeneseknek az O-ból kiinduló egyik, ill. másik félegyenesét e_h és f_k, ill. e_h' és f_k' jelekkel megjelölhetjük, úgy, hogy a fölvett forgásértelemben egymásra következő (egyszerű) szögterek sorrendje

$$\begin{gathered}(f_n, f_1),\ (f_1, e_1), \ldots,\ (f_{n-1}, e_{n-1}),\ (e_{n-1}, f_n'), \\ (f_n', f_1'),\ (f_1', e_1'), \ldots,\ (e_{n-1}', f_n')\end{gathered} \tag{14}$$

legyen. Az általánosság megszorítása nélkül föltehetjük, hogy az y tengely pozitív fele és vele a görbének A ($x=0$, $y=1$) pontja az (f_n, f_1) szögtérbe esik.

A G_n görbe menetének tanulmányozása végett induljunk ki a görbe A pontjából és haladjunk a görbén az O körül fölvett forgásértelemben. A G_n görbe az (f_n, f_1) szögteret az f_1 egyenes végtelen távoli pontjában hagyja el és azután az (f_1', e_1') szögtérbe jut, amelyet az O pontban hagy el, ahol az e_1 egyenest az A ponttal ellenkező oldalon érinti. A G_n görbe ezután az (e_1, f_2) szögtérbe és onnan az f_2 egyenes végtelen távoli pontján át az (f_2', e_2') szögtérbe jut. Ebből a szögtérből az (e_2, f_3) szögtérbe úgy jut el a görbe, hogy az e_2 egyenest az A ponttal ellenkező oldalon érinti.

Az eljárás folytatásával könnyű észrevenni, hogy a G_n görbe az $e_1, e_2, \ldots, e_{n-1}$ egyeneseket mind az A ponttal ellenkező oldalukon érinti.

Mivel a G_n görbének egy inflexiós érintője sem megy át az O ponton, azért van az OA szakaszon egy olyan B és az y tengely negatív felén egy olyan C pont, hogy a G_n görbének egy inflexiós érintője se messe a BC szakaszt. Amíg tehát egy P pont B-ből kiindulva leírja a BC szakaszt, azalatt a belőle a G_n görbéhez húzható érintők száma csak akkor változik, amikor a pont a G_n görbét átlépi. Mivel a BC szakaszon a G_n görbének csak az O pontja fekszik, azért B-ből $2(n-1)$-gyel több érintő húzható, mint a C-ből, mert a P pont az O-n való áthaladáskor $n-1$ ívet konvex oldaláról a konkáv oldala felé lép át. Az első PLÜCKER-féle egyenlet alapján a G_n görbének algebrai osztályszáma is $2n-2$, ezért realitási osztályszáma is $2n-2$. Ebből következik, hogy a B pontból $2n-2$ érintő húzható a G_n görbéhez, a C pontból pedig egy sem. A G_n görbe tehát zéró osztályindexű.

A G_n görbének az (e_1, f_2) és (f_2', e_2') szögterekben, vagyis az e_1 és e_2 egyeneseknek az f_2 egyenest tartalmazó kettős szögterében fekvő zárt M_1 része, pszeudomenete egységindexű, mivel a végtelen távoli egyenessel csak egy közös pontja van, az f_2 egyenes végtelen távoli pontja. Hasonlókép egységindexű a G_n görbének az e_k és e_{k+1} egyeneseknek az f_{k+1} egyenest tartalmazó kettős szögterébe eső M_k pszeudomenete ($k=1, 2, \ldots, n-2$).

Az egységindexű $M_1, M_2, \ldots, M_{n-2}$ pszeudomenetekből álló zárt görbe indexe pontosan $n-2$, mivel az $n-2$ egységindexű pszeudomenet indexösszegénél nem lehet kisebb és a G_n görbe indexénél nem lehet nagyobb, amely pedig legfeljebb $n-2$ lehet. Ebből következik, hogy a G_n görbe maximális indexű és hogy az (e_{n-1}, f_n'), (f_n, f_1) és (f_1', e_1') szögterekben, vagyis az e_{n-1} és e_1 egyeneseknek az f_1 és f_n egyeneseket tartalmazó kettős szögterébe eső utolsó M_{n-1} pszeudomenet zéróindexű, és így páros.

Mivel az n-edrendű p-edfajú maximális indexű síkgörbék inflexiós pontjainak száma[33] $w=n-2+2p$, azért a G_n görbének $n-2$ inflexiós érintője van.

A G_n görbe pszeudomeneteinek az O pontban szögpontjuk van. Az M_k ($k=1, 2, \ldots, n-2$) páratlan pszeudomenetet az O ponton átmenő y egyenesek közül nyilvánkép azok és csak azok nem

[33] N 3, 290; N 11, 165.

metszik az O pontban, amelyek az e_k és e_{k+1} egyenesek által határolt és az f_{k+1} egyenest magában foglaló kettős szögtérbe vagy ennek határára esnek. Az O ponton átmenő és az e_h egyenesektől különböző akármely g egyenes az n—2 páratlan pszeudomenet közül tehát legfeljebb egyet nem metsz az O pontban. Ha a g egyenes az egyik e_h egyenessel összeesik, akkor nyilvánkép legalább n—4 páratlan pszeudomenetet metsz az O pontban.

Ebből következik a G_n görbének az a tulajdonsága, hogy az O ponton és a páros pszeudomenet egy Q közönséges pontján átmenő bármely E kúpszelet a G_n görbét legfeljebb $2n$ és legalább $2n$—2 pontban találja.

Az első állítás annak a következménye, hogy az E másodrendű, a G_n pedig n-edrendű algebrai görbe. A második állítás abból az ismert STAUDT-féle tételből következik, amely szerint a sík egy páros görbéje a sík bármely görbéjét páros számú pontban metszi, föltéve, hogy a metszéspontok száma véges. Ez a STAUDT-féle tétel szögponttal bíró görbékre is igaz.

Az O ponton átmenő E kúpszeletnek jelölje g az érintőjét az O pontban. Ha g különbözik az e_h egyenesektől, akkor a G_n és E görbék metszéspontjai közül n—1 esik az O-ba és legalább egy a Q-ba. Ha g összeesik valamelyik e_h egyenessel, akkor az E kúpszelet az O pontban érinti a G_n görbe egyik ágát és így az O és Q pontokba együttvéve az E és G_n görbéknek legalább $n+1$ közös pontja esik.

Ha az E kúpszelet g érintője különbözik az e_h egyenesektől, akkor az O pontban a g egyenes és vele az E kúpszelet a G_n görbének legalább n—3 páratlan pszeudomenetét metszi. A STAUDT-féle tétel szerint az E kúpszelet metszi még legalább egy-egy pontban ezeket a pszeudomeneteket. Az O és Q pontokba eső n ponton kívül az E és G_n görbéknek van tehát még legalább n—3 közös pontjuk. A két görbe közös pontjainak száma ennélfogva legalább is a $(2n$—3)-mal egyenlő páros szám és így legalább $2n$—2.

Ugyanez áll akkor is, ha az E kúpszelet g érintője összeesik valamelyik e egyenessel, amikor a g egyenes és vele az E kúpszelet az O-ban legfeljebb két páratlan pszeudomenetet nem metsz és így legalább $(n$—4)-et metsz. A STAUDT-féle tétel szerint az E és G_n görbéknek az O és Q pontokba eső $n+1$ közös pontján kívül

van legalább még n—4 közös pontjuk, közös pontjaiknak száma tehát ismét legalább $2n$—2.

Ezzel az 1. tételt teljesen bebizonyítottuk. Ebből következik, hogy a G_n görbe és e görbe síkját az O és Q pontokban metsző p_1 és p_2 kitérő egyenespár mint vezérvonalak, n-edrendű maximális indexű torzfelületet határoznak meg.

Ha egy olyan C pont körül, amelyen nem megy át a G_n görbének egy érintője sem, egy kört írunk le, akkor a G_n görbének erre a körre vonatkozó G_n poláris görbéje végesben fekvő olyan n-edosztályú $2n$—2-edrendű nulladfajú maximális osztályindexű síkgörbe, amelynek n—2 csúcspontja van és amelyet az O pontnak a fölvett körre vonatkozó t_1 poláris egyenese n—1 különböző pontban érint.

A t_1 (n—1)-szeres érintő az n—1 érintésponton kívül nem találhatja a $2(n$—1)-edrendű G_n' görbét. A G_n' görbe e miatt a t_1 érintőnek teljesen az egyik oldalán van. A G_n' görbét a t_1 egyenessel való n—1 érintéspontja n—1 ívre bontja fel, amelyek a G_n görbe pszeudomeneteinek felelnek meg. E közül az n—1 ív közül n—2 egy-egy csúcspontot tartalmaz, az utolsó ellenben, amely a páros pszeudomenetnek felel meg, nem tartalmaz. Ez az ív szingularitásnélküli másodosztályú ív, ennélfogva konvex ív. A G_n görbe páros pszeudomenete ugyanis másodrendű, mivel egy egyenes az n—2 páratlan pszeudomenetet együttvéve legalább n—2 pontban találja, a páros pszeudomenetre tehát legfeljebb két metszéspont juthat. A G_n görbe páros pszeudomenetének megfelelő konvex ív végpontjai a G_n' görbének a t_1 érintőn fekvő érintéspontjai közül a legszélsők. A G_n görbe Q pontjának a fölvett körre vonatkozó t_2 polárisa az előbbi konvex ívnek egy érintője. Ez a t_2 érintő a konvex ív két végpontját összekötő t_1 egyenest a rajta fekvő érintéspontokat tartalmazó szakaszon kívül fekvő P pontban metszi. A P pont a síknak abban a tartományában fekszik, amelynek pontjaiból a G_n' maximális osztályindexű síkgörbéhez maximális számú, vagyis n érintő húzható, mivel a t_1 és t_2 együttvéve n érintőnek számít. A P pontból tehát a G_n' görbének konvex oldala érhető el.

Ezekből következik, hogy a G_n' görbének pontjai a t_2 érintőnek is ugyanazon oldalán vannak. Az ellenkező esetben ugyanis

metszené a t_2 egyenes az egymenetű G_n' görbét. Ha pedig a t_2 egyenesnek P-ből kiinduló és a G_n' görbével való közös pontokat tartalmazó félegyenesét P körüli forgással a t_1 egyenesnek P-ből kiinduló és az n—1 érintéspontot nem tartalmazó félegyenesébe visszük át, akkor forgatás közben találnánk egy olyan t utolsó félegyenest, amelynek a G_n' görbével még volna közös pontja. Ekkor azonban a t egyenes is érintené a G_n' görbét, mivel P-ből a görbének konvex oldala érhető el. Ez azonban lehetetlen, mert akkor a P-ből $n+1$ érintő menne az n-edosztályú G_n' görbéhez.

Ebből következik, hogy a G_n' görbének a t_1 és t_2 érintőpár által alkotott két csúcsszögtér közül csak egyben lehetnek pontjai. Ha a másik csúcsszögtérben a G_n' görbéhez hasonló tulajdonságú G_m' görbét úgy helyezünk el, hogy a t_1 és t_2 egyenespár annak (m—1)-szeres, ill. egyszeres érintője legyen, akkora két görbe együtt egy olyan ($n+m$)-edosztályú maximális osztályindexű síkgörbét alkot, amelynek a t_1 és t_2 egyeneseket érintő bármely E' kúpszelettel legfeljebb $2(n+m)$ és legalább $2(n+m)$—2 közös érintője van, amelyek közül $n+m$ a t_1 és t_2 egyenesekbe esik.

Ha ugyanis T_2, T_n, ill. T_m jelöli az E', G_n', ill. G_m' görbe által bezárt egyszeresen összefüggő tartományt, akkor a T_2 tartománynak a T_n és T_m tartományok közül csak az egyikkel lehet közös belső pontja. Ha a T_2 és T_n tartományoknak nincs közös belső pontjuk, akkor az E' és G_n' görbe közös érintőinek száma $2n$, mivel együttvéve ($n+2$)-edosztályú maximális osztályindexű görbét alkotnak. Ha pedig van e két tartománynak közös belső pontja, akkor az E' és G_n' közös érintőinek száma az előzők szerint legalább $2n$—2.

Ezekből most már következik, hogy a G_n' és G_n' görbepárnak egy körre vonatkozó G_n és G_m poláris görbepárja mint vezérgörbe, továbbá az a p_1 és p_2 kitérő egyenespár, amely a G_n' és G_m' görbék síkját a t_1 és t_2 egyeneseknek a fölvett körre vonatkozó P_1, ill. P_2 pólusaiban metszi, mint vezéregyenespár maximális indexű kétköpenyű torzfelületet állít elő.

Ezzel a XXIII. tétel be van bizonyítva.

10. Kúpfelületektől és torzfelületektől különböző maximális indexű felületek előállítása.

Ki fogjuk mutatni a következő tételt:

XXIV. *Bármely* $n(>2)$ *rendszámra vonatkozólag van olyan maximális indexű elsőfajú felület, amely nem vonalfelület* (vagyis nem kúp- vagy torzfelület).

Ennek a tételnek kimutatására felhasználjuk a következő segédtételt:[34]

2. *Ha az*

$$e_k(x, y)\equiv y-a_kx=0 \text{ és } f_k(x, y)\equiv y-b_kx=0 \ (k=1, 2, \ldots, n-2)$$

egyenletek olyan reális és egymástól különböző $2n-4$ *egyenest állítanak elő, amelyeknek bizonyos forgásértelemben az egymásutánja*

$$e_1f_1f_2e_2e_3f_3f_4\ldots f_{n-3}f_{n-2}e_{n-2} \text{ ill. } e_1f_1f_2e_2e_3f_3f_4\ldots e_{n-2}f_{n-2}, \tag{14}$$

a szerint, amint n páros, ill. páratlan, ha továbbá az e_1 *és* f_1 *egyeneseknek a többi egyenest nem tartalmazó* (e_1, f_1) *csúcsszögterébe esik az y tengely, és ha végül az* $A(x, y)$ *az x és y homogén másodfokú pozitív definit formája, akkor az*

$$e_1e_2\ldots e_{n-2}-f_1f_2\ldots f_{n-2}.A=0 \tag{15}$$

egyenlettel előállított G görbe n-edrendű $(n-2)$*-edfajú maximális indexű görbe. Ez a görbe* $n-2$ *harmadrendű elsőfajú menetből áll, amelyek közül egy-egy esik az* (e_1, f_1), (f_2, e_2), $(e_3, f_3)\ldots$ *egyenespárok által alkotott s a többi egyenest nem tartalmazó* $n-2$ *szögtérbe.*

A (15) egyenletből következik, hogy a koordinátarendszer O kezdőpontja a G görbének $(n-2)$-szeres pontja, amelynek e_1, $e_2, \ldots, e_{n-2}$ az érintői és ezek az érintők mind inflexiós érintők. Az $f_1, f_2, \ldots, f_{n-2}$ egyenesek a görbének aszimptotái A görbének az O pontba eső közönséges $(n-2)$-szeres pontján kívül nincs más szinguláris pontja.

Ha a G görbe egyenletét

$$A(x, y) = \frac{e_1(x, y).e_2(x, y)\ldots e_{n-2}(x, x)}{f_1(x, y_2).f_1(x, y)\ldots f_{n-2}(x, y)} \tag{16}$$

[34] N 1, 674—675. Lásd még N 2, 546—553; N 9, 418—422.

alakban írjuk, láthatjuk, hogy csak olyan (x, y) pont fekhetik a G görbén, amelynek koordinátái a (16) egyenlet jobboldalát pozitívvá teszik, mivel az egyenlet baloldala pozitív definit. A jobboldali függvény az O ponton átmenő egy g egyenes bármely pontjában ugyanaz. Ha egy g_0 egyenesből kiindulva a g egyenest az O pont körül bizonyos értelemben körülforgatjuk, akkor a körülforgás alatt a (16) jobboldala akkor és csak akkor változtat előjelt, ha g egy e_k vagy f_k egyenest keresztüllép. Ebből következik, hogy a G görbének csak az (e_1, f_1), (f_2, e_2), $(e_3, f_3)\ldots$ nem szomszédos $n-2$ csúcsszögtérben vannak pontjai, mivel az (e_1, f_1) szögtérbe eső y tengelyen a (16) jobboldalának $+1$ az értéke. A G görbének az előbbi $n-2$ csúcsszögtérben fekvő menetei páratlanok, mivel az O pontból hozzájuk húzott érintőknek velük három közös pontjuk van.

Az $n-2$ görbemenet rendszáma három, mert egy tetszőleges egyenesnek az $n-3$ páratlan görbemenettel együttvéve legalább $n-3$ közös pontja van, az utolsó görbemenetre tehát háromnál több nem eshetik. Egy tetszőleges egyenesnek tehát vagy $n-2$ vagy n közös pontja van a G görbével. A görbe e miatt maximális indexű.

Mivel a G görbe $n-2$ menetének indexe az egység, azért a menetek indexösszege a görbe indexével egyenlő. Ebből következik, hogy a G görbe irreducibilis. Egy irreducibilis maximális indexű görbe fajszáma menetei fajszámainak összegével egyenlő. Minthogy egy harmadrendű menetnek sincs kettőspontja, azért valamennyi elsőfajú és így $n-2$ a G görbe fajszáma.

Ezzel az 2. segédtétel teljesen be van bizonyítva.

Ha az f_1 és f_2 egyeneseket minden határon túl egymáshoz közelítjük, akkor az összeesés határesetében az (e_1, f_1) és az (f_2, e_2) szögterekben fekvő két menet az összeeső $f_1 \equiv f_2$ egyenes végtelen távoli pontjába eső kettőspontban egy menetté egyesül. Hasonlóképp egy menetet kapunk az (f_2, e_2) és az (e_3, f_3) szögterekben fekvő menetekből, ha az e_2 és e_3 egyeneseket egymás felé addig közelítjük, amíg összeesnek. Az összeeséskor az O pont az egyesítés után kapott menetnek önérintkezési pontja lesz, amelynek az összeeső $e_2 \equiv e_3$ egyenes az érintője. Mindkét esetben a két egységindexű menetből egy kettősindexű menetet kapunk.

Ha k egymásra következő egységindexű menetet ily módon egyesítünk, akkor egy k-indexű és $(k+2)$-edrendű görbemenetet kapunk, mert a síknak egy tetszőleges egyenese a k egységindexű görbe egyesítésével kapott görbemenetet legalább k és legfeljebb $n-(n-2-k)=k+2$ pontban találja. Egy ilyen egyenes a többi $n-2-k$ egységindexű menetet legalább $n-2-k$ pontban találja.

Ebből a 2. segédtétel jelölései alapján a következő segédtétel következik:

3. *Ha a* (14) *alatti sorozatban az egymásra következő* e_k *egyenespárok és* f_k *egyenespárok közül s számúban a két e-, ill. két f-egyenest egymással összeejtjük, a nélkül azonban, hogy a* $2n-4$ *egyenes sorrendjén egyébként változtatnánk, akkor a* (15) *alatti egyenlet n-edrendű* $p=n-2-s$ *fajú és ugyanennyi menetből álló maximális indexű görbét állít elő. A görbének valamennyi menete elsőfajú, s indexeik az*

$$i_1+i_2+\ldots+i_p=n-2$$

egyenletnek eleget tevő tetszőleges pozitív számok lehetnek.

Ha az

$$e_1e_2\ldots e_{n-2}-f_1f_2\ldots f_{n-2}A(x,\ y)=0 \tag{17}$$

egyenlet a 3. segédtételnek megfelelő n-edrendű görbét állít elő és ha a $B(x,\ y,\ z)$ függvény a három változót explicite tartalmazó másodfokú pozitív definit forma, akkor az

$$e_1e_2\ldots e_{n-2}-f_1f_2\ldots f_{n-2}.B(x,\ y,\ z)=0 \tag{18}$$

egyenlet maximális indexű n-edrendű $p=n-2-s$ fajú és ugyanennyi köpenyből álló F felületet állít elő.

Ezt a felületet ugyanis bármely $z=ax+by$ sík a 3. segédtételnek megfelelő görbében metszi. Ha az a és b paraméterek változnak, akkor ezek a síkmetszetek leírják a felületet, amely tehát annyi és olyan indexű köpenyekből áll, mint amennyi és amilyen indexű menetekből a felületnek egy O ponton átmenő általános síkmetszete.

Ez az F felület nem vonalfelület. Az $(n-2)$-szeres egyenesen és a felület egy ezen kívül fekvő pontján átmenő síkok az $n-2$-szeres egyenesen kívül ugyanis nem egyeneseket, hanem ellipszi-

seket vágnak ki a felületből. Az yz sík által a felületből kimetszett görbe egyenlete pl.

$$1-B(0, y, z)=0.$$

Mivel az F felület egy köpenye elsőfajú maximális indexű felület, amelynek rendszáma a felület rendszámának növelésével akármilyen naggyá tehető, azért ezzel a XXIV. tétel teljesen be van bizonyítva. Egyúttal a következő általánosabb tételt is bebizonyítottuk:

XXV. *Minden* $n(\geq 3)$ *rendszámra vonatkozólag van olyan* p*-edfajú és* p *köpenyből álló maximális indexű felület, amelynek köpenyei az*

$$i_1 + i_2 + \cdots + i_p = n - 2$$

egyenletnek eleget tevő tetszőleges pozitív $i_1, i_2, \ldots, i_p$ *indexűek és amely felület köpenyei nem kúp- és nem torzfelületek.*

Ebből a tételből következik a következő:

XXVI. *Minden* $n(\geq 3)$ *rendszámra vonatkozólag van olyan* n*-edrendű* $(n-2)$*-fajú maximális indexű felület, amelynek egy köpenye sem kúp- vagy torzfelület. Egy ilyen felület* $n-2$ *harmadrendű köpenyt tartalmaz.*

Azt a kérdést, mikép lehet akármilyen n-re nézve egyköpenyű n-edrendű, nulladfajú, kúp- és torzfelületektől különböző maximális indexű felületet előállítani, függőben kell hagynunk.

Maximális indexű felületekre vonatkozó előbbi dolgozatunkban előállítottunk egy olyan hatodrendű maximális indexű irreducibilis felületet, amely vonalfelülettől különböző négy harmadrendű köpenyből és egy ovaloidból áll és amelynek négy páratlan köpenye páronkint egy tetraédernek hat élében metszi egymást.[35] Ennek a felületnek irreducibilitása miatt köpenyei közül akárhány maximális indexű irreducibilis felületet alkot. Ebből következik a következő tétel:

XXVII. *Van kétköpenyű harmadrendű, háromköpenyű negyedrendű, négyköpenyű ötödrendű és ötköpenyű hatodrendű olyan maximális indexű felület, amelyeknek egy köpenye sem vonalfelület. Az ilyen*

[35] N 1, 671—672.

felületeknek egyik köpenyük ovaloid, a többi pedig harmadrendű elsőfajú felület.

11. Negyedrendű maximális indexű felületek.

A negyedrendű p-edfajú, maximális indexű felületekre, amelyeket $F_4^{(p)}$ felületeknek fogunk nevezni, a következő összefoglaló tételt mondhatjuk ki:

XXVIII. *A negyedrendű p-edfajú maximális indexű $F_4^{(p)}$ felületek fajszáma, 2, 1, 0 vagy —1 lehet. Bármely $F_4^{(2)}$, $F_4^{(1)}$ vagy $F_4^{(0)}$ felület irreducibilis, bármely $F_4^{(-1)}$ reducibilis.*

Az $F_4^{(2)}$ felületek vagy vonalfelületektől különböző két harmadrendű (elsőfajú) *köpenyből és egy vagy zéró ovaloidból állanak, vagy pedig két harmadrendű elsőfajú kúpköpenyből és egy vagy zéró másodrendű felületből, amely utóbbi vagy ovaloid vagy szintén kúpfelület.*

Az $F_4^{(1)}$ felületek vagy két harmadrendű kúpköpenyből állanak, amelyek közül az egyik nullad-, a másik elsőfajú, vagy pedig egy negyedrendű elsőfajú kúpköpenyből, amelyhez még hozzájárulhat egy ovaloid vagy egy másodrendű kúpköpeny. Az $F_4^{(1)}$ felületek két kettősegyenesének mindig van tehát közös pontjuk.

Az $F_4^{(0)}$ felületek mind egyköpenyűek. Egy ilyen felület vagy két kettős vezéregyenessel és egy kettősalkotóval bíró torzfelület, vagy egy háromszoros és egy egyszeres vezéregyenessel bíró torzfelület, vagy kúpfelület, vagy végül (vonalfelülettől különböző) Steiner-féle felület. A két kettős vezéregyenessel bíró $F_4^{(0)}$ torzfelületek kivételével bármely más $F_4^{(0)}$ felület három kettősegyenesének van közös pontja.

Az $F_4^{(-1)}$ felületek vagy két másodrendű kúpfelületből, vagy két másodrendű torzfelületből állanak. A négy kettősegyenesnek az első esetben van közös pontja, a második esetben azonban nincs. A négy kettősegyenes ekkor egy térbeli négyszöget határoz meg.

Megjegyezzük, hogy egy több kúpköpennyel bíró maximális indexű felület kúpköpenyei közös csúccsal bírnak.[36]

A tétel első bekezdésében foglaltak a IV. és V. tételből következnek.

A tétel további részeinek belátása végett először azt igazoljuk,

[36] N 1, 662—663.

hogy egy $F_4^{(p)}$ felületnek sem lehet harmadrendű torzfelületköpenye. Ha ugyanis volna, akkor ezen az egységindexű köpenyen kívül volna a felületnek még egy egységindexű és e miatt harmadrendű köpenye. Ez azonban a XVI. és XVII. tételek miatt lehetetlen, mert a két harmadrendű köpeny hatodrendű felületet alkotna.

Az $F_4^{(2)}$ felületek egy általános síkmetszete egy kettősponttal bíró negyedrendű irreducibilis maximális indexű síkgörbe. Egy ilyen görbének van két elsőfajú harmadrendű menete, amelyek egymást egy pontban metszik, és lehet még egy ovalisa. Ebből következik, hogy az $F_4^{2)}$ felületnek két harmadrendű köpenye van. A kúpköpenyt nem tartalmazó $F_4^{(2)}$ felületek létezése a XXVII. és a XXVI. tételből következik. Ha egy ovalisból és két harmadrendű menetből álló maximális indexű másodfajú síkgörbét egy síkján kívül fekvő pontból projiciálunk, akkor kúpköpenyekkel bíró $F_4^{(2)}$ felületet kapunk. Mivel az így kapott felület irreducibilis, azért akkor is $F_4^{(2)}$ felület marad, ha másodrendű kúpköpenyét elhagyjuk vagy annak belsejében fekvő egy ovaloiddal helyettesítjük.

A szerkesztésben felhasznált tulajdonságú negyedrendű görbe létezése nyilvánvaló. Ilyen görbe pl. egy olyan negyedosztályú görbének duálisa, amely egy ovalisból és ennek belsejében egymáson kívül álló és egymást körül nem záró két STEINER-féle hipocikloisból áll.

JUEL vizsgálataiból következik, hogy nincs olyan maximális indexű negyedrendű torzfelület és nincs olyan vonalfelülettől különböző maximális indexű negyedrendű felület, amelynek csak két kettősegyenese volna.[37] Ebből következik, hogy az $F_4^{(1)}$ felületeknek mindig van legalább egy kúpköpenye. A tételnek megfelelő $F_4^{(1)}$ felületek a megfelelő negyedrendű elsőfajú maximális indexű síkgörbék projiciálásával és az esetleges másodrendű kúp ovaloiddal való helyettesítésével éppúgy előállíthatók, mint a másodfajú negyedrendű maximális indexű síkgörbékből a megfelelő $F_4^{(2)}$ felületek. Egy elsőfajú negyedrendű és maximális indexű síkgörbe vagy egy nulladfajú és egy elsőfajú harmadrendű menetből, vagy egy maximális indexű negyedrendű elsőfajú menetből és egy vagy zéró

[37] JUEL, 21 és 39.

ovalisból áll. Ilyen görbe pl. egy kardioisból és annak belsejében fekvő STEINER-féle hipocikloisból álló görbének, ill. egy ovalisból és annak belsejében fekvő kettőspontnélküli négycsúcsú hipocikloisból álló görbének duálisa.

Az $F_4^{(0)}$ felületek közül a kétféle torzfelületnek és ezek egy általános síkmetszetét projiciáló $F_4^{(0)}$ kúpfelületnek létezése nyilvánvaló. Hogy vonalfelülettől különböző $F_4^{(0)}$ felület is létezik és hogy három kettősvonalának van közös pontja, JUEL mutatta ki. Az ilyen felület kettősérintőnélküli STEINER-féle felület.[38]

Az $F_4^{(-1)}$ felületek között azért nincs ovaloidköpennyel bíró, mert a két köpenynek vannak közös pontjai és így közös egyenesei, ovaloidon pedig nem fekhetnek egyenesek.

Két másodrendű torzfelületből összerakható $F_4^{(-1)}$ felület szerkesztését egymástól függetlenül szerző és JUEL mutatták ki.[39] Két egymáson kívül álló és egymást körül nem záró ovális duálisának projiciálásával $F_4^{(-1)}$ kúpfelületet kapunk.

Ezekkel a XXVIII. tétel be van bizonyítva.

12. Ötödrendű maximális indexű felületek.

Az ötödrendű p-edfajú maximális indexű felületekre, amelyeket $F_5^{(p)}$ jellel fogunk jelölni, a következő tétel mondható ki:

XXIX. *Az ötödrendű maximális indexű $F_5^{(p)}$ felületek p fajszáma* 3, 2, 1, 0 *vagy* —1 *lehet. Az $F_5^{(3)}$, $F_5^{(2)}$, $F_5^{(1)}$ felületek mind irreducibilisek, az $F_5^{(-1)}$ felületek mind reducibilisek. Az $F_5^{(0)}$ felületek közül a többköpenyűek mind reducibilisek.*

Az $F_5^{(3)}$ felületek 3 *harmadrendű elsőfajú és* 1 *vagy* 0 *másodrendű köpenyből állanak. A harmadrendű köpenyek vagy mind kúpfelületek, amikor az esetleges másodrendű köpeny kúpfelület vagy ovaloid, vagy csak végesszámú egyenest tartalmazó harmadrendű felületek, amikor a másodrendű köpeny csak ovaloid lehet.*

Az $F_5^{(2)}$ felületek egy esetleges ovaloid leszámításával mindig kúpfelületek és vagy két elsőfajú és egy nulladfajú harmadrendű köpenyből, vagy egy negyedrendű és egy harmadrendű elsőfajú köpenyből, továbbá egy vagy zéró másodrendű köpenyből állanak.

---

[38] JUEL, 39—40.

[39] JUEL, 10—11. N 1, 672—674.

Az $F_5^{(1)}$ felületek közül egynek sincs torzfelületköpenye. Az $F_5^{(1)}$ felületek vagy egy ötödrendű elsőfajú köpenyből és egy vagy zéró másodrendű köpenyből állanak, vagy egy harmadrendű és egy negyedrendű köpenyből, amelyek közül az egyik első-, a másik nulladfajú.

Az $F_5^{(0)}$ felületek vagy egyköpenyűek, vagy pedig többköpenyű reducibilis felületek, amelyek egy harmadrendű elsőfajú és egy vagy két másodrendű köpenyből állanak.

Az $F_5^{(-1)}$ felületek egy nulladfajú harmadrendű köpenyből és egy másodrendű köpenyből állanak, amelyek közül mindkettő torzfelület vagy mindkettő kúpfelület.

A tétel első bekezdésében mondottak a IV. és V. tételből következnek.

Az $F_5^{(3)}$ felületek egy általános síkmetszete 3 harmadrendű elsőfajú menetet és egy vagy zéró másodrendű menetet tartalmazván, következik, hogy az $F_5^{(3)}$ felületeknek van három elsőfajú harmadrendű köpenyük, amelyek közül egy sem torzfelület. Csak végesszámú egyenest tartalmazó $F_5^{(3)}$ felületek létezése a XXVI. és XXVII. tételből következik. Egy ilyen felület egy általános síkmetszetének projiciálásával $F_5^{(3)}$ kúpfelületet kapunk, amelyben az esetleges másodrendű kúpfelületet egy annak belsejében fekvő ovaloiddal is helyettesíthetjük.

Az $F_5^{(2)}$ felületek általános síkmetszeteinek tulajdonságaiból következik, hogy azok vagy egy nulladfajú és két elsőfajú harmadrendű köpenyből, vagy egy negyedrendű és egy harmadrendű elsőfajú köpenyből és esetleg egy másodrendű köpenyből állanak. Egy nulladfajú harmadrendű felület mindig vonalfelület. Az $F_5^{(2)}$ irreducibilis felületnek azonban a XVI. és XVII. tételek miatt nem lehet harmadrendű torzköpenye. Ha az $F_5^{(2)}$ felületnek egyik köpenye negyedrendű elsőfajú, akkor az a XXVIII. tétel szerint csak kúpfelület lehet. Ha egy kardioisból és annak belsejében egymáson kívül fekvő és egymást körül nem vevő két STEINER-féle hipocikloisból álló görbének vagy egy oválisból és annak belsejében fekvő és egymást körül nem záró kettőspontnélküli három- és négycsúcsú hipocikloisból álló görbének duálisát síkjukon kívül fekvő pontból projiciáljuk, akkor a tételben kifejezett tulajdonságú $F_5^{(2)}$ felületeket kapjuk, amelyekben a másodrendű kúpfelület el is hagyható vagy ovaloiddal helyettesíthető.

Az $F_5^{(1)}$ felületek általános síkmetszetei ötödrendű elsőfajú (irreducibilis) síkgörbék. Egy ilyen görbe legfeljebb két menetből állhat, amelyek közül mindig van egy elsőfajú, a másik, amennyiben létezik, nulladfajú. A görbe tehát állhat egy elsőfajú negyedrendű és egy nulladfajú harmadrendű menetből, vagy egy nulladfajú negyedrendű és egy elsőfajú harmadrendű menetből, vagy pedig egy elsőfajú ötödrendű és egy, vagy zéró másodrendű menetből. Ennek megfelelően az $F_5^{(1)}$ felületek is háromfélék lehetnek.

Ha a negyedrendű köpeny elsőfajú, akkor ez a XXVIII. tétel miatt kúpfelület, tehát a harmadrendű köpenynek is annak kell lennie. Ilyen $F_5^{(1)}$ kúpfelületet kapunk egy kardioisból és annak belsejében fekvő aszteroisból álló görbe duálisának projiciálásával.

Ha az $F_5^{(1)}$ felület negyedrendű köpenye nulladfajú, akkor az nem lehet torzfelület. Ha ugyanis torzfelület a negyedrendű köpeny, akkor az elsőfajú harmadrendű köpeny csak végesszámú egyenest tartalmazhat, mert nem lehet torzfelület, sem pedig kúpfelület. A negyedrendű torzköpeny egyik vezéregyenese rajta van a harmadrendű köpenyen, mivel a torzköpeny alkotóinak a harmadrendű köpennyel való közös pontjai egyenes vonalon fekszenek. A negyedrendű köpeny két vezéregyenesének együttes sokszorossága az $F_5^{(1)}$ felületen tehát 5, mivel a negyedrendű köpenyre vonatkozólag ez a szám 4. Ebből következik, hogy a harmadrendű köpenynek a két vezéregyenesen kívül eső bármely pontján átmenő és a két vezéregyenest metsző egyenes 5-nél több pontban találja az $F_5^{(1)}$ felületet, a felülethez tehát hozzátartozik. Mivel a harmadrendű köpeny nem vonalfelület, azért ez lehetetlen. Ebből az ellentmondásból következik, hogy a nulladfajú negyedrendű köpennyel bíró $F_5^{(1)}$ felületeknek ez a köpenye vagy kúpfelület, vagy pedig maximális indexű STEINER-féle felület.

Ha egy kettőspontnélküli két csúcsponttal bíró epicikloisból és ennek belsejében fekvő STEINER-féle hipocikloisból álló görbe duálisát a görbe síkján kívüli pontból projiciáljuk, akkor olyan $F_5^{(1)}$ kúpfelületet kapunk, amelynek negyedrendű köpenye nulladfajú. Hogy van-e olyan $F_5^{(1)}$ felület, amelynek egyik köpenye STEINER-féle maximális indexű felület, a másik köpenye pedig harmadrendű, függőben kell hagynunk.

Ha az $F_5^{(1)}$ felület egyik köpenye ötödrendű, akkor nem lehet

másodrendű torzfelületköpenye. Ha ugyanis volna egy ilyen felületnek egy másodrendű torzfelületköpenye, akkor annak az ötödrendű köpennyel a XII. tétel értelmében hat közös alkotója volna, az $F_5^{(1)}$ felület tehát nem lehetne elsőfajú, hanem legalább nulladfajúnak kellene lennie.

Ha egy ovalisból és annak belsejében fekvő kettőspontnélküli öt csúcsponttal bíró hipocikloisból álló duálisát a görbe síkján kívül fekvő valamely pontból projiciáljuk, akkor $F_1^{(5)}$ felületet kapunk, amelyben a kúpfelület el is hagyható vagy belsejében fekvő ovaloiddal helyettesíthető. A XXIV. tétel értelmében van egyköpenyű és vonalfelülettől különböző $F_5^{(1)}$ felület is.

Mivel egy $F_5^{(0)}$ felület általános síkmetszete ötödrendű nulladfajú maximális indexű síkgörbe és mivel egy ilyen görbe vagy egymenetű, vagy pedig egy harmadrendű elsőfajú menetből és egy vagy két másodrendű görbéből áll, azért az $F_5^{(0)}$ felület vagy egyköpenyű, vagy egy harmadrendű elsőfajú köpenyből és egy vagy két másodrendű köpenyből áll.

Ha egy kettőspontnélküli és három csúcsponttal bíró epiciklois duális görbéjét egy síkján kívül fekvő pontból projiciáljuk, akkor egyköpenyű $F_5^{(0)}$ kúpfelületet kapunk. Ha pedig egy ovalisból, egy benne fekvő harmadosztályú hpocikloisból és egy ezen belül fekvő ovalisból álló görbének duálisát projiciáljuk, akkor három köpenyű $F_5^{(0)}$ kúpfelületet kapunk. Ebből a felületből az egyik másodrendű kúpfelület, mégpedig az a másodrendű kúpfelület, amelynek a másik két köpennyel nincs közös pontja, elhagyható, vagy belsejében fekvő ovaloiddal helyettesíthető. Másfajta $F_5^{(0)}$ reducibilis kúpfelületet kapunk egy olyan G görbe duálisának projiciálásával, amely két egymáson kívül fekvő és egymást körül nem záró ovalisból és az egyik ovális belsejében fekvő STEINER-féle hipocikloisból áll. Az ilyen $F_5^{(0)}$ kúpfelületből egyik kúpköpeny sem hagyható el a nélkül, hogy ez a felület meg ne szűnnék $F_5^{(0)}$ felület maradni. A G görbe ugyanis egyik ovalisának elhagyása után vagy harmadosztályú lesz, vagy megszűnik maximális osztályindexű lenni. Mivel a G görbe két ovalisának négy közös érintője van, azért a megfelelő $F_5^{(0)}$ felület két másodrendű köpenyének négy közös egyenese van. E két másodrendű köpeny közül egyik sem helyettesíthető ovaloiddal.

Egyköpenyű $F_5^{(0)}$ torzfelület létezése az előzők alapján nyilvánvaló. Vonalfelülettől különböző egyköpenyű $F_5^{(0)}$ felületek létezésének kérdését, valamint kúpfelületköpenyt nem tartalmazó reducibilis $F_5^{(0)}$ felületek létezésének kérdését válasz nélkül kell hagynunk.

Mivel az ötödrendű és —1 fajú maximális indexű síkgörbék két nulladfajú görbéből állanak, amelyek közül az egyik harmad-, a másik másodrendű és mivel ezeknek a meneteknek hat közös pontjuk van, azért az $F_5^{(-1)}$ felületek két nulladfajú köpenyből állanak, amelyek közül az egyik harmad-, a másik másodrendű és e két köpenynek hat közös egyenese van.

Ebből következik, hogy az $F_5^{(-1)}$ felületek másodrendű köpenye ovaloidtól különbözik és hogy egy ilyen felületnek mindkét köpenye vagy kúpfelület, vagy torzfelület.

Az $F_5^{(-1)}$ torzfelületek létezése a XXIII. tételből következik. Ha egy oválisból és egy kardioisból álló olyan görbének a duálisát, amelynek két menete egymáson kívül fekszik és egymást nem zárja körül, egy síkján kívül fekvő pontból projiciálunk, akkor $F_5^{(-1)}$ kúpfelületet kapunk.

Ezzel a XXIX. tétel be van bizonyítva.

13. Másodrendű torzfelületköpenyt nem tartalmazó és legfeljebb ötödrendű felületek kettősegyeneseiről.

Nemcsak maximális indexű felületekre, hanem a bevezetésben adott értelmezéssel bármilyen hatodrendűnél alacsonyabbrendű felületekre is érvényes a következő tétel:

XXX. *Ha F olyan, legfeljebb ötödrendű felület, amelynek nincs másodrendű torzfelületköpenye, akkor a felület akármelyik kettősegyenesének a többi kettősegyenes közül legfeljebb eggyel nincs közös pontja.*

A tétel bizonyítása végett feltételezhetjük, hogy az F felületnek van legalább három egymástól különböző e_1, e_2, e_3 kettősegyenese.

Ha az e_1 egyenesnek a tétellel ellentétben az e_2 és e_3 egyenesek közül egyikkel sem volna közös pontja, akkor két eset volna lehetséges: 1. az e_2 és e_3 egyeneseknek nincs közös pontjuk, 2. az e_2 és

e_3 egyeneseknek van közös pontjuk. Mindkét eset lehetetlen. Az első esetben ugyanis az e_1, e_2 és e_3 kettősegyenesek közös szelői az F felületet mind ötnél több pontban találnák és így hozzátartoznának a felülethez, amelyről pedig föltételeztük, hogy nincs másodrendű torzfelületköpenye. A második esetben az e_2 és e_3 egyeneseken átmenő sík tartoznék hozzá a felülethez, mivel ennek a síknak az e_1 egyenessel való metszéspontján átmenő egyenesek a felületet legalább 6—6 pontban találnák.

A XXX. tételből következik a következő:

XXXI. *Ha másodrendű köpenyt nem tartalmazó, egy legfeljebb ötödrendű felületnek négy egymástól különböző kettősegyenese van, akkor azok vagy egy ponton mennek keresztül, vagy pedig egy térbeli négyszöget határoznak meg. Ha a felületnek négynél több egymástól különböző kettősegyenese van, akkor a felület kettősegyeneseinek mindig van egy közös pontjuk.*

Ha e_1, e_2, e_3, e_4 a felületnek négy egymástól különböző kettősegyenese, akkor az előbbi tétel szerint e_1 legfeljebb egyet nem metsz az e_2, e_3, e_4 egyenesek közül. Föltehetjük tehát, hogy e_1 metszi az e_2 és e_3 egyeneseket. Két eset lehetséges: 1. e_1 metszi az e_4 egyenest, 2. e_1 nem metszi az e_4 egyenest.

Ha e_1 metszi az e_4 egyenest, akkor az e_2 egyenes az e_3 és e_4 egyenesek közül metszi legalább az egyiket. Föltehetjük tehát, hogy e_2 metszi az e_3 egyenest. Ekkor az e_1, e_2, e_3 egyenesek közül bármely kettő metszi egymást. Ez a három egyenes nem fekhetik egy síkban, mert ellenkező esetben a három egyenes síkjának bármely egyenese legalább hat pontban találná a felületet és így hozzátartoznék a felülethez. Ebből következik, hogy az e_1, e_2 és e_3 egyeneseknek van egy S közös pontjuk, és hogy ez a három egyenes egy triédert alkot. Az e_4 egyenes az e_1 egyenesen kívül az e_2 és e_3 egyenesek közül legalább az egyiket még metszi. Mivel azonban e_4 nem eshetik bele sem az (e_1, e_2), sem az (e_1, e_3) síkba, azért keresztül kell mennie az S ponton.

Ha az e_1 egyenes nem metszi az e_4 egyenest, akkor az e_4 egyenesnek metszenie kell az e_2 és e_3 egyeneseket, amelyeket az e_1 egyenes is metsz. Ekkor az e_2 és e_3 egyenesek nem metszhetik egymást, mert ha metszenék, akkor metszéspontjukon keresztülmenne az e_1 és e_4 egyenes is, amelyeknek pedig feltevésünk szerint nincs

közös pontjuk. Ebből következik, hogy az e_1, e_2, e_3 és e_4 egyenesek egy térbeli négyszöget határoznak meg.

Ha e_5 a felületnek az előző kettősegyenesektől különböző kettősegyenese, akkor az e_1, e_2, e_3, e_4 egyeneseknek négyélt kell alkotniok, amelynek S csúcspontján az e_5 egyenesnek is keresztül kell haladnia.

Az e_5 egyenes ugyanis legalább hármat metsz az e_1, e_2, e_3 és e_4 egyenesek közül. Az e_5 által metszett három egyenes közül mindig van olyan kettő, amely egymást is metszi. Ennek a két egyenesnek metszéspontján az e_5 egyenes is keresztülmegy, mivel annak a két egyenesnek nem eshetik a síkjába. Az e_5 egyenes tehát az e_1, e_2, e_3, e_4 egyenesek közül kettővel triédert alkot. Mivel a hátralevő két egyenesnek a triéder három éle közül legalább kettővel közös pontja van, azért mind az öt e_k egyenesnek van egy közös pontja.

Ezzel a XXXI. tétel be van bizonyítva.

Ebből és a XXIX. tételből következik a következő tétel:

XXXII. *Az $F_5^{(3)}$, $F_5^{(2)}$ felületeken és a többköpenyű $F_5^{(1)}$ felületeken fekvő többszörös egyeneseknek mindig van közös pontjuk. Ha az egyköpenyű $F_5^{(1)}$ és $F_5^{(0)}$ felület egymástól különböző többszörös egyeneseinek száma legalább négy, akkor ezeknek is van közös pontjuk; kivétel azonban a háromszoros és kettős vezéregyenessel bíró $F_5^{(0)}$ torzfelület, amelynek ez a két többszörös egyenese és két kettősalkotója egy térbeli négyszöget határoz meg. Ha az egyköpenyű $F_5^{(1)}$ vagy $F_5^{(0)}$ felületeken az egymástól különböző többszörös egyenesek száma kettő, ill. három, akkor azok közül az egyik metszi a másikat, ill. a másik kettőt. A reducibilis ötödrendű maximális indexű felületeken a többszörös egyenesek másodrendű vonalfelületeken fekszenek.*

Kúpköpenyt tartalmazó maximális indexű ötödrendű felületekre vonatkozólag ez a tétel nyilvánvaló, így tehát valamennyi $F_5^{(2)}$ felületre nyilvánképen áll.

Mivel egy $F_5^{(3)}$ felületnek mindig van három páratlan köpenye, K_1, K_2 és K_3, azért a K_1 és K_2 egy e_{12} egyenesben metszi egymást, amely egyenesnek a K_3 köpennyel való P metszéspontja mindhárom köpenyen rajta van. Ebből következik, hogy ezen a P ponton keresztülmegy a K_3 köpenynek a K_1, ill. K_2 köpennyel való e_{13}, ill. e_{23} metszésvonala.

A kúpköpenyt nem tartalmazó többköpenyű $F_5^{(1)}$ felületnek van egy negyedrendű nulladfajú és egy harmadrendű elsőfajú köpenye. A negyedrendű köpenyen fekvő három kettősegyenes egy P ponton megy át. Mivel ezek a kettősegyenesek egymástól különböznek, azért a XXXI. tétel bizonyítása alapján az $F_5^{(1)}$ felületnek másik két kettősegyenese is keresztülmegy a P ponton.

A tételnek az egyköpenyű $F_5^{(1)}$ vagy $F_5^{(0)}$ felületekre vonatkozó része nyilvánképen igaz kúpfelületekre vagy torzfelületekre, föltehetjük tehát a tétel bebizonyítása végett, hogy a vizsgált egyköpenyű $F_5^{(1)}$ vagy $F_5^{(0)}$ felületek nem vonalfelületek.

Ha az egyköpenyű $F_5^{(1)}$ vagy $F_5^{(0)}$ felületnek van öt egymástól különböző kettősegyenese, akkor azoknak a XXXI. tétel miatt van közös pontjuk. Ha a felület egymástól különböző kettősegyeneseinek száma ötnél kevesebb, akkor egy kettősegyenessel egy szomszédos kettősegyenesnek össze kell esnie, vagy pedig három kettősegyenesnek egy háromszoros egyenesbe kell összeesnie. Ha az e_1 kettősegyenesben két szomszédos kettősegyenes összeesik, akkor a felület az e_1 egyenes mentén önmagát érinti. Az e_1 egyenes egy P pontjában a felület érintősíkja olyan, hogy a P ponton átmenő egyenesei a P pontban legalább négy összeeső pontban találják a felületet. Ebből következik, hogy a felület egy kettősegyenese sem metszheti az előbbi érintősíkot az e_1 egyenesen kívül. Ha ugyanis az egyik kettősegyenes ezt a síkot az e_1 egyenesen kívül fekvő Q pontban metszené, akkor a PQ egyenes hozzátartoznék a felülethez, mivel vele legalább hat közös pontja van. A P pont változtatásával tehát végtelen sok egyenest találnánk a felületen, a felület tehát feltevésünkkel ellentétben vonalfelület volna.

Ha pedig az e_1 háromszoros egyenes, akkor ennek egy P pontján átmenő σ érintősíkot a többi kettősegyenes közül szintén egy sem metszheti az e_1-en kívül fekvő pontban. Ha ugyanis egy kettősegyenes a σ síkot az e_1 egyenesen kívül fekvő Q pontban metszené akkor a PQ egyenes hozzátartoznék a felülethez, mivel vele legalább hat közös pontja van. A P pont változtatásával tehát végtelen sok egyenest találnánk a felületen, amely tehát nem lehetne vonalfelülettől különböző.

Ebből következik, hogy mindkét esetben metszi az e_1 többszörös egyenes a többi többszörös egyenest. Ha tehát négy az

egymástól különböző többszörös egyenesek száma, akkor a négy egyenes nem alkothat térbeli négyszöget, mivel közülök az egyik metszi a többi hármat. A négy egyenesnek tehát négyélet kell alkotnia.

Ha a többszörös egyenesek száma csak kettő vagy három, akkor az előbbiek szerint az egyiknek metszenie kell a többit.

Reducibilis ötödrendű maximális indexű felületekre a XXXII. tétel a X. és XII. tételből következik.

Ezzel a XXXII. tételt bebizonyítottuk.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. évi nov. 12-én tartott üléséből.)

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE FLÄCHEN VOM MAXIMALINDEX.

Von JULIUS v. SZ. NAGY, korresp. Mitglied d. Akademie.

Unter einer Fläche verstehen wir hier eine aus Elementarflächen bestehende Fläche. Eine Elementarfläche ist eine stetige, geschlossene Fläche, die in jedem Punkte eine mit dem Punkte sich stetig ändernde Berührungsebene hat und für die jede ebene Schnittkurve, sowie jede ebene Schnittkurve eines jeden ihrer Berührungskegel aus Elementarkurven besteht. Eine Elementarkurve ist im Sinne von C. JUEL ein reelles eindeutiges Kreisbild in der reellen projektiven Ebene, welches überall eine Tangente besitzt und aus endlich vielen Konvexbogen besteht. Durch Erweiterung dieser Definition lassen wir den Elementarkurven auch ganze Geraden und auch isolierte Doppelpunkte zu.

Ein kleinster geschlossener Teil einer Fläche, der selbst eine Fläche im definierten Sinn ist, ist eine Schale oder Mantel. Wir nehmen an, dass die Fläche keine Ebene- oder Punktschale besitzt.

Anschliessend an eine Arbeit von C. JUEL und an eine eigene Arbeit über Flächen von Maximalindex wird erst das Geschlecht p einer Fläche n-ter Ordnung von Maximalindex definiert. Hat nämlich die Fläche d Doppelgeraden (jede Doppelgerade mit der entsprechenden Multiplizität gerechnet), so ist

$$p = \frac{(n-1)\,(n-2)}{2} - d.$$

Das Maximum von p für eine Fläche n-ter Ordnung vom Maximalindex ist $n-2$. Ist $p > n-5$, so ist die Fläche im Sinne der

vom Verfasser gegebenen Definition[1] irreduzibel. Ist $p>n-2-3k$, so zerfällt die Fläche in höchstens k irreduzible Flächen.

Hat eine Fläche vom Maximalindex eine Ovaloidschale, so kann sie keine Regelflächenschale haben. Die Ordnung und der Index einer Fläche vom Maximalindex, die ein Ovaloid und ausserdem auch andere Schalen hat, bleibt unverändert, wenn man das Ovaloid auslässt oder es durch ein in seinem Inneren liegendes Ovaloid ersetzt.

Nach C. JUEL[2] gibt es Flächen vierter Ordnung vom Maximalindex, die aus zwei Regelflächen dritter Ordnung bestehen. Die Doppelgerade der einen oder der anderen Regelfläche hat zwei Grenzpunkte, von denen die Doppelgerade in zwei Strecken geteilt wird. JUEL rechnet der Regelfläche nur diejenige Strecke der Doppelgerade zu, die die eigentlichen Doppelpunkte enthält.

Nach unsrer Definition müssen wir die ganze Doppelgerade der Fläche zurechnen. In dieser Auffassung gibt es keine Fläche vierter Ordnung vom Maximalindex, die aus zwei Regelflächen dritter Ordnung besteht. Es gibt aber Flächen sechster Ordnung und vom Maximalindex, die zwei Regelflächenschalen dritter Ordnung haben.

Es gilt der allgemeine Satz:

Es gibt Flächen vom Maximalindex, die von zwei Regelflächen p-ter bezw. q-ter Ordnung gebildet werden, wo $p(\geqq 2)$ und $q(\geqq 2)$ beliebige ganze Zahlen sind. Diese Flächen sind vom Geschlecht -1. Es gibt aber keine Flächen vom Maximalindex, die aus drei oder mehr Regelflächen bestehen, wenn die Ordnung von mindestens einer Regelfläche grösser als zwei ist.

Es gibt für jede Ordnung $n(\geqq 3)$ einschalige Flächen n-ter Ordnung vom Maximalindex und vom Geschlecht 1, die keine Kegel und keine Regelflächen sind. Es gibt für jede Ordnung $n(\geqq 3)$ Flächen n-ter Ordnung und vom Maximalindex, die vom Geschlecht p $(0\leqq p\leqq n-2)$ sind und aus p von Kegeln und Regelflächen verschiedenen Schalen vom Geschlecht 1 bestehen.

Die Flächen vierter und fünfter Ordnung vom Maximalindex

[1] Fussnote [2] im ungarischen Texte, Arbeit 1, S. 672.

[2] Fussnote [1] im ungarischen Texte, S. 13.

werden nach ihren Geschlechtern, nach der Lage ihrer Doppelgeraden und nach der Qualität ihrer Schalen in Klassen geteilt. Die Qualität einer Schale ist dreierlei, je nachdem sie nur endlich viele Geraden enthält, eine Regelfläche oder eine Kegelfläche ist.

Es gilt der folgende Satz für Flächen $n(\leqq 5)$-ter Ordnung auch dann, wenn sie nicht vom Maximalindex sind: Hat eine dieser Flächen keine Regelflächenschale zweiter Ordnung und hat sie vier voneinander verschiedene Doppelgeraden, so haben diese Doppelgeraden entweder einen gemeinsamen Punkt, oder sie bilden ein räumliches Viereck. Ist die Anzahl der voneinander verschiedenen Doppelgeraden grösser als vier, so haben sie einen gemeinsamen Punkt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Nov. 1934.)

A RAYLEIGH—SCHRÖDINGER-FÉLE PERTURBÁCIÓ-ELMÉLET EGY MÓDOSÍTÁSÁRÓL.

WIGNER JENŐ-től.

Ismeretes, hogy míg a RAYLEIGH—SCHRÖDINGER-féle perturbációs elmélet első közelítése mindig túl magas eredményt ad a legalsó energianívóra, semmi hasonló nem állítható a második és magasabb közelítésekre. A jelen dolgozat célja egy olyan közelítő eljárás kidolgozása, mely a legalsó energianívót mindig felülről közelíti meg, éppúgy, mint a variációs módszer, melynek mindenik közelítése a kérdéses $H+V$ operatornak egy középértéke egy normalizált hullámfüggvényre.

Ha $H+V$ középértékét a (4*a*) alatt adott függvényre kiszámítjuk (ψ_k H-nak E_k-hoz tartozó sajátfüggvénye), a feladat nem más, mint az így kapott (4*b*) kifejezésnek minimummá való tétele. Ha a számlálóban levő kettős összeget elhagyjuk, az így egyszerűsített kifejezés az α-knak (5*a*) alatt adott értéke mellett lesz legkisebb. Ebben a kifejezésben $F_1^{(2)}$ az *egész* minimalizálandó kifejezés értéke az α-k ezen értéke mellett és meghatározására a (6) implicit egyenlet szolgál. Ezen implicit egyenlet megoldása tehát egy — a RAYLEIGH—SCHRÖDINGER egyenlet harmadik közelítésének megfelelő, — de mindig túl magas értéket ad az energiára.

A magasabb közelítéseket már most úgy nyerjük, hogy az említett kettős összegben, mely az α-knak bilineáris kifejezése, az egyik faktort az előző közelítésnek megfelelő kifejezéssel helyettesítjük, míg a másik faktort változatlanul ismeretlennek tekintjük. Az így nyert kifejezéseket a (7*a*) alatt adott α-k teszik legkisebbé. A (7*a*)-ben szereplő $F_1^{(3)}$ megint az egész minimali-

zálandó kifejezés értéke ezen α-rendszer mellett (meghatározására a (7) egyenlet szolgál) és így ismét egy felső határát képezi a legkisebb energiaértéknek.

Az éppen leírt közelítő kifejezések a RAYLEIGH—SCHRÖDINGER-féle elmélet megfelelő kifejezéseinél valamivel egyszerűebbek és így könnyen általánosíthatók $n=\infty$-re, mely esetben a sajátértékegyenletnek egy formális megoldását adják egy végtelen sor alakjában. Ezen végtelen sort először L. BRILLOUIN adta meg, a nélkül azonban, hogy a részletösszegek viszonyát a valódi megoldáshoz megvizsgálta volna. Bizonyos esetekben könnyen ki lehet mutatni, hogy BRILLOUIN végtelen sorai a valódi megoldáshoz konvergálnak, és világos, hogy a jelen eljárás sok esetben konvergál, amikor az eredeti nem használható.

Végül a nyert közelítő kifejezés egy MATHIEU egyenletre alkalmaztatik példaképpen.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. nov. 12-én tartott üléséből.)

ON A MODIFICATION OF THE RAYLEIGH—SCHRÖDINGER PERTURBATION THEORY.

By EUGENE WIGNER.

1. The RAYLEIGH—SCHRÖDINGER perturbation theory[1] gives an explicit power series in λ for the characteristic values F_n and the characteristic functions φ_n of a Hermitean operator $H+\lambda V$

$$(H+\lambda V)\varphi_n = F_n\varphi_n \tag{1}$$

if the corresponding quantities E_n and ψ_n for the «unperturbed operator» H are known

$$H\psi_n = E_n\psi_n. \tag{1a}$$

If the so-called matrix elements of V are denoted, as usual, by

$$V_{nm} = (\psi_n, V\psi_m) = V^*_{mn} \tag{2}$$

the first terms of the aforementioned series read

$$F_n^{(2)} = E_n + \lambda V_{nn} + \lambda^2 \sum_k{}' \frac{|V_{nk}|^2}{E_n - E_k} \tag{3a}$$

$$\varphi_n^{(1)} = \varphi_n + \lambda \sum_k{}' \frac{V_{kn}}{E_n - E_k}\psi_k. \tag{3b}$$

Generally only these first terms of the series are used in actual calculations, the higher terms become increasingly complicated.

---

[1] J. W. S. RAYLEIGH, The theory of Sound. London and New York 1894, vol. 1, p. 113. E. SCHRÖDINGER, Collected papers on Wave Mechanics. London and Glasgow 1928, p. 64.

We shall fix our attention on the lowest energy value E_1. While it is evident that the first approximation for this $E_1^{(1)} = E_1 + \lambda V_{11}$ is always greater than its real amount — since it is the expectation value of a normalized wave function ψ_1; nothing like this holds for the second and higher approximations. It even happens quite often that the last series in (3a) diverges in cases when the lowest energy value is finite itself. In these cases, of course, the RAYLEIGH—SCHRÖDINGER perturbation theory is inapplicable to the problem. The aim of the present paper is to give an approximation formula for E_1 which always yields values that are too high, and which can be proved to converge at least in certain simple cases. Such an expression is naturally provided for by the variational method which had been used frequently indeed in cases for which the general shape of the characteristic functions could be obtained by physical considerations.

The final result, the ∞-th approximation, will appear in the form of an infinite series. This infinite series was first found by L. BRILLOUIN[1] who obtained it by an intuitive consideration of the usual scheme. He has already pointed out in his important paper that his series converges much more rapidly than the power series of SCHRÖDINGER. He has not investigated, however, the successive approximations and their relations to the actual problem.

2. For the sake of convenience we shall denote further on $E_k^{(1)} = E_k + \lambda V_{kk}$ simply by E_k, assuming $V_{kk} = 0$ or that the diagonal part of V is already put into H. In addition to this, we shall put $\lambda = 1$. The expectation value of $H + V - E_1$ for the wave function

$$\varphi_1 = \psi_1 + \sum_{k=2}^{\infty} a_k \psi_k \tag{4a}$$

is (R means that the real part of the ensuing expression must be taken)

$$E_1 - E_1 = \frac{\sum_k (E_k - E_1) |a_k|^2 + 2R \sum_k V_{1k} a_k + \sum_{kl} V_{kl} a_k^* a_l}{1 + \sum_k |a_k|^2} \tag{4b}$$

[1] L. BRILLOUIN, Journal de physique, **4**, 1, 1933. The perturbed energy first appears as resonance denominator in J. E. LENNARD-JONES article, Proc. Roy. Soc. London, A. **129**, 598, 1930.

where all summations must be extended, as always in this paper, from 2 to ∞. Expression (4*b*) must be made to a minimum by choosing the α 's properly.

To orient ourselves we proceed as follows. We neglect first the double sum in the numerator of (4*b*), i. e. assume $V_{kl} = 0$ for $k > 1$, $l > 1$. Differentiation of (4*b*) with respect to α_k gives then

$$\alpha_k^{(1)} = \frac{V_{k1}}{F_1^{(2)} - E_k}. \tag{5a}$$

This, inserted into (4*b*), gives

$$F_1^{(2)} - E_1 = \sum_k' \frac{|V_{1k}|^2}{F_1^{(2)} - E_k}. \tag{5b}$$

This is an implicit equation for $F_1^{(2)}$, which can be solved e. g. by plotting both sides of (5*b*) against $F_1^{(2)}$. It is an exact solution of the problem if $V_{kl} = 0$ (i. e. it is $F_1^{(2)} = F_1$): the finding of the characteristic values of a JACOBI matrix.[1]

It appears to be natural, now, even if the V_{kl} are different from zero, to try (5*a*) for $\alpha_k^{(1)}$ but to use instead of (5*b*) an equation expressing again that $F_1^{(2)} - E_1$ is equal to the total fraction (4*b*), which, under the present conditions will no longer be equal to the right side of (5*b*). One obtains, instead of (5*b*)

$$F_1^{(2)} - E_1 = \sum_k' \frac{V_{1k} V_{k1}}{F_1^{(2)} - E_k} + \sum_{kl}' \frac{V_{1k} V_{kl} V_{l1}}{(F_1^{(2)} - E_k)(F_1^{(2)} - E_l)}. \tag{6}$$

The value of F_1 obtained from (6), since it is an expectation value of $H + V$, is always too high. For the next approximation one may try

$$\alpha_k^{(2)} = \alpha_k^{(1)} + \beta_k$$

neglect second power terms in the double sum of (4*b*), then minimize the resulting expression. One obtains, by denoting the total fraction this time with $F_1^{(3)} - E_1$

---

[1] (5*b*) goes over into the usual formula of the RAYLEIGH—SCHRÖDINGER theory if E_1 is doubly degenerate, and E_3, E_4 etc. are far away from $E_1 = E_2$. However, (5*b*) may be used as it stands, without first solving a «secular equation».

$$a_k^{(2)} = \frac{V_{k1}}{F_1^{(3)} - E_k} + \sum_l \frac{V_{kl} a_l^{(1)}}{F_1^{(3)} - E_k}$$

which is in this approximation equal to

$$a_k^{(2)} = \sum_k \frac{V_{k1}}{F_1^{(3} - E_k} + \sum_{kl} \frac{V_{kl} V_{l1}}{(F_1^{(3)} - E_k)(F_1^{(3)} - E_l)}. \tag{7a}$$

Inserting this into (4b) again, one obtains

$$\begin{aligned} F_1^{(3)} - E_1 = &\sum_l \frac{V_{1l} V_{l1}}{F_1^{(3)} - E_l} + \sum_{lk} \frac{V_{1l} V_{lk} V_{k1}}{(F_1^{(3)} - E_l)(F_1^{(3)} - E_k)} + \\ &+ \sum_{lkj} \frac{V_{1l} V_{lk} V_{kj} V_{j1}}{(F_1^{(3)} - E_l)(F_1^{(3)} - E_k)(F_1^{(3)} - E_j)} + \\ &+ \sum_{lkji} \frac{V_{1l} V_{lk} V_{kj} V_{ji} V}{(F_1^{(3)} - E_l)(F_1^{(3)} - E_k)(F_1^{(3)} - E_j)(F_1^{(3)} - E_i)}. \end{aligned} \tag{7}$$

This, solved by a graphical or other method, again gives certainly too high values for F_1.

It is evident now, how the higher approximations look. If one inserts

$$a_k^{(n)} = a_k^{(n-1)} + \sum_{\mu_1 \dots \mu_{n-1}} \frac{V_{k\mu_{n-1}} V_{\mu_{n-1}\mu_{n-2}} \dots V_{\mu_2\mu_1} V_{\mu_1 1}}{(f - E_k)(f - E_{\mu_{n-1}}) \dots (f - E_{\mu_1})} \tag{8a}$$

into (4b), the right side, which is the expectation value of a normalized wave function minus E_1, becomes

$$\begin{aligned} \frac{1}{N}[T_2 + T_3 + \dots + T_{2n} + T_{2n+1} + (N-1)(f - E_1)] = \\ = \frac{(\varphi_1^{(n+1)}, (H+V)\varphi_1^{(n+1)})}{(\varphi_1^{(n+1)}, \varphi_1^{(n+1)})} - E_1 \end{aligned} \tag{9}$$

with

$$N = 1 + \sum_k |a_k^{(n+1)}|^2 \tag{9a}$$

and

$$T_{j+1} = \sum_{\mu_1 \dots \mu_j} \frac{V_{1\mu_j} V_{\mu_j \mu_{j-1}} \dots V_{\mu_2\mu_1} V_{\mu_1 1}}{(f - E_{\mu_j})(f - E_{\mu_{j-1}}) \dots (f - E_{\mu_1})}. \tag{9b}$$

Equ. (9) is an identity. If one chooses f such that

$$T_2 + T_3 + \dots + T_{2n+1} = f - E_1 \tag{8}$$

one sees that the expectation value of the corresponding wave function is just

$$F_1^{(n+1)} = f$$

which can be taken as the $(n+1)$th approximation. One can satisfy oneself easily, that the infinite series, obtained by generalization of (8), together with a similar generalization of (8*a*) and with (4*a*), formally satisfie equation (1) with $F_1=f$. They can diverge, of course, in spite of this. It is true, however, that all equations of the form (8) give too high values for F_1. One easily sees that the odd term of (8) are always negative,[1] (therefore improving on the energy value), while the even ones may be positive or negative.

Of course, (8) converges in many cases in which the usual RAYLEIGH—SCHRÖDINGER method diverges. It can converge even in the case of a continuous spectrum which has been made artificially discrete by setting finite boundaries to an originally infinite problem. There is one, as I think, rather general case, in which it can easily be shown to converge. This is when H is an «even» operator, which remains unaltered under a transformation Q, satisfying the equation $Q^2=1$, and V an odd operator which goes over into $-V$ under the same transformation. Then V_{kl} is zero if k and l refer either both to even states, or both to odd states and the even terms of the series (7) drop out. The conditions of the convergence are in this case merely that $H+V$ should be bounded downwards (the lowest energy value finite) and applicable to all characteristic functions of H.

Of course, (8), (8*a*), (4*a*) still give a formal solution of the problem, if one inserts other numbers instead of 1. It is not so easy, however, to discuss the resulting equation in these cases.

---

[1] The $(2n-1)$st term in (8) is equal

$$T_{2n} = \sum_k (a_k^{(n)} - a_k^{(n-1)})^2 (f - E_k) \qquad (*)$$

which is, of course, negative. Equation (*) is material for the proof of convergence in cases to be mentioned later

3. As an example, I want to discuss the MATHIEU-equation

$$\frac{-d^2\varphi}{dx^2} + \sin x\, \varphi = F\varphi(x)$$

in which the total potential $\sin x$ will be regarded as perturbation. The unperturbed characteristic functions are

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \quad \psi_1 = \frac{\sin x}{\sqrt{\pi}}, \quad \psi_2 = \frac{\cos x}{\sqrt{\pi}}, \quad \psi_4 = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\pi}} \cdots$$

and the V_{kl} matrix is

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \cdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \cdots \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \cdots \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \cdots \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

The equation for the lowest energy is

$$-F_1 = \frac{1}{2(1-F_1)} + \frac{1}{8(1-F_1)^2(4-F_1)} + \\ + \frac{1}{32(1-F_1)^3(4-F_1)^2} + \frac{1}{32(1-F_1)^2(4-F_1)^2(9-F_1)} + \cdots$$

This equation can be solved by successive approximations very easily, one obtains $F_1 = -0{\cdot}37856$.

Another example of a similar simple case will be given by Mr. F. Seitz in the calculation of the Fermi energy of metallic electrons.

(From the meeting of the IIIrd class of the Hungarian Academy of Sciences on the 12th November 1934.)

RHACHITIS-KÍSÉRLETEK BORJÚKKAL ÉS A RHACHITIS AETIOLOGIÁJA.

MAREK JÓZSEF l. tagtól és WELLMANN OSZKÁR, URBÁNYI LÁSZLÓ vendégektől.

A rhachitis lényegének felderítésére évtizedek óta folytatott nagyarányú kísérletes vizsgálataink malacokra, valamint kutyákra vonatkoznak és azt az eredményt adták, hogy a jelzett állatfajokban a rhachitis egyfelől foszforfeleslegeket tartalmazó, vagyis negatív földalkalicitású vagy ellenkezőleg túlnagy calciumfeleslegeket tartalmazó, vagyis szerfelett pozitív földalkalicitású táplálék felvételével összefüggésben, másfelől elégtelen mész- vagy foszforellátás után szokott fejlődni. Minthogy néhány külföldi búvár (THEILER, GREEN és DU TOIT) szerint a kérődző állatok szervezete ebben a tekintetben eltérően viselkednék, nevezetesen benne csupán foszforszegény táplálkozás esetén jönnének létre rhachitises csontelváltozások, szükségesnek láttuk kísérleteink kiterjesztését borjúkra is. Ez lehetővé vált a földmívelésügyi kormány anyagi támogatása folytán.

A kísérletekhez két 76, illetőleg 63 napos borjút használtunk fel és azokat mennyiségileg elegendő meszet és foszfort tartalmazó, de az egyik esetben — 10·77 mg, a másik esetben — 16·25 mg egyenértéknek megfelelő földalkali-alkalicitású takarmánnyal etettük. Mindkét borjú három, illetőleg hét hónap múlva megbetegedett már az életben, valamint a boncolás során, a szövettani vizsgálat és a csontváz kémiai analysise alapján felismerhető rhachitisben. A csontvázban a mészsók megfogyását jól szemléltetjük az elemzési adatok szembeállításával egy egészséges borjúnak szintén megelemzett csontvázában megállapított értékekkel.

Ezek szerint a kísérleti eredmény a még hiányzó bizonyítási láncszemet szolgáltatja abban az irányban, hogy negatív földalkali-alkalicitású táplálék nemcsak a mindenevő sertésben, hanem a növényevő kérődzőkben és mindenek szerint a lóban is lehet rhachitis kiváltója, noha természetes viszonyok között a kérődzőkben ez ritkán valósulhat meg, minthogy a kérődző állatok természetének megfelelő táplálék földalkali-alkalicitása rendszerint pozitív szokott lenni, szemben a sertés és bizonyos körülmények között a ló takarmányával. Ezek szerint a rhachitises sóforgalmizavar kialakulásában nincsen elvi különbség az egyes állatfajok között; csupán fokozatbeli eltérések fedezhetők fel köztük, összefüggésben a természetszerű táplálékuk ásványi anyagtartalmával és a csontvázuk képviselte mészsótartalék különbségeivel.

A földalkali-alkalicitás fogalmának helyettesítése a *Ca/P* aránnyal nem helyeselhető, mert ez esetben a táplálék megfelelő voltának megítélésénél kiesnék a magnesiának mint az egyik földbázisnak befolyása, márpedig a magnesia a foszforfeleslegek rhachitist keltő hatását a foszfor megkötése és ilyen alakban a szervezetből való kiküszöbölése útján tompítja, illetőleg az acidosisos rhachitis gyógyulását eredményezheti. Foszfordús táplálkozás esetén a foszfor felszívódása csökken ugyan a felesleggel arányosan, de a bélürülékkel eltávozó része, különösen, ha a szervezet alkalikészlete csekély, calciumot von el, a vérbe felszívódott feles HPO_4-ionok pedig csökkentvén a vér HCO_3-ionjainak mennyiségét, véracidosist okoznak, ez viszont a csontvázból a $CaCO_3$ elvonására vezet. Mészdús táplálkozással összefüggésben viszont a fel nem szívódott *Ca*-felesleg már a bélben eredményezhet *P*-elvonást, a felszívódott *Ca*-felesleg pedig a vérben a HCO_3- és *Ca*-ionok megszaporodása folytán véralkalosist tart fenn, ez úton a csontvázból HPO_3-ionok kilépésére és végeredményben a tricalciumfoszfát megfogyatkozására, valamint tricalciumfoszfátnak hiányos lerakódására vezet.

A táplálék calciumhiányának rhachitist keltő hatását sok búvár azért vonja kétségbe, mert a vér *Ca*-tartalma a rhachitis és az osteomalacia eseteiben meglehetősen állandó szokott lenni. Ez az érv azonban azért nem állja meg a helyét, mert a mellékpajzsmirigy hormonális szabályozó tevékenysége minden körülmé-

nyek között biztosítja a vér *Ca*-tartalmának bizonyos határok között mozgó állandóságát, hiányos *Ca*-bevitel esetén nevezetesen akképpen, hogy a táplálékkal felvett kevés calciumnak a csontokban való lerakódását megakadályozza, másfelől a csontvázból, mint a szervezet hatalmas mésztartalékjából, meszet von el, minek folytán a növekedő csontokban rhachitises elváltozások keletkeznek. A vér anorganikus *P*-tartalmának szabályozására a szervezetnek nincsen hormonális berendezése, annak értékváltozásai, mint egyik előző előadásomban kifejtettem volt, a szerint igazodnak, hogy enzyma-hatás folytán mennyi anorganikus foszfor alakul át organikus foszforvegyületekké, illetve, hogy máskor mennyi anorganikus foszfor szabadul fel a szerves kötésből.

A D-vitamin a *Ca* és a *P* felszívódásának és kiválasztásának, valamint a *Ca*- és a *P*-anyagforgalomnak szabályozásával a táplálék hiányos vagy hibás ásványi anyagösszetételének rhachitist kiváltó hatását bizonyos határig megakadályozni képes.

Kísérletes megállapításaink és biochemiai vizsgálati eredményeink alapján a táplálék összetételével összefüggésben oktanilag acidosisos, alkalosisos, achalikosisos és aphosphorosisos rhachitis különböztethető meg.

*

(A dolgozat egész terjedelmében megjelenik az «Archiv für wissenschaftliche und praktische Tierheilkunde» c. német folyóiratban.)

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. febr. 18-án tartott üléséből.)

RHACHITIS-VERSUCHE BEIM KALB UND DIE RHACHITIS-ÄTIOLOGIE.

Von J. MAREK, O. WELLMANN und L. URBÁNYI.

Es zeigte sich im Versuch an zwei Absatzkälbern mit negativ-erdalkalischer Ernährung, dass auch beim Kalb ein *P*-überschüssiges, somit negativ-erdalkalisches Futter allein rhachitogen wirkt. Es lässt sich daher die Ansicht nicht aufrecht erhalten, bei den Widerkäuern sei die Rhachitis bzw. Osteomalazie stets ausschliesslich auf eine *P*-arme Ernährung zurückzuführen.

Trotzdem gegenüber dem *Ca* das *Mg* im Haushalt des Körpers eine viel geringere Rolle spielt, es gebührt bei der Beurteilung der mineralstofflichen Zusammensetzung der Nahrung der Berücksichtigung des *Ca*- und *Mg*-Gehaltes einerseits, und des *P*-Gehaltes andererseits dennoch ein Vorzug gegenüber dem Werte des *Ca*/*P*-Verhältnisses, weil das *Mg* die rhachitogene Wirkung etwa vorhandener *P*-Überschüsse abzudämpfen und in dieser Weise die Entwicklung von Rhachitis zu verhindern oder eine bereits vorhandene Erkrankung zur Heilung zu bringen vermag.

Jede wesentliche Abweichung von dem optimalen Erdalkali-Alkalizitätswerte (beim Ferkel + 20 bis 25 mg Äquivalenzen), somit eine negative Erdalkali-Alkalizität ebenso wie eine übermässig stark positive Erdalkali-Alkalizität, wirkt rhachitogen (bei den Fleischfressern nur eine übermässig stark positive E. A.). Eine optimale E. A. vehindert jedoch eine rhachitische Erkrankung nur bei auch quantitativ ausreichender *Ca*- und *P*-Versorgung des Körpers.

Nach der mineralstofflichen Zusammensetzung der Nahrung lässt sich in ätiologischer Beziehung eine azidotische, eine alkalo-

tische, eine achalikotische und eine aphosphorotische Rhachitis mit jeweils wechselndem Gehalt des Blutserums an anorganischem *P* unterscheiden, während der *Ca*-Spiegel infolge des hormonal-regulatorischen Eingreifens der Parathyreoidea keine wesentlichen Schwankungen darzubieten pflegt.

Jede mineralstofflich unzweckmässige Zusammensetzung der Nahrung wird bis zu einer gewissen Grenze durch das D-Vitamin oder durch ultraviolette Bestrahlung in der Ausübung ihrer rhachitogenen Wirkung verhindert.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. Februar 1935.)

ADATOK A LOVČENIPORA KÉRDÉSÉHEZ.

KUTASSY ENDRÉ-től.

(A szöveg között egy ábrával.)

A Lovčenipora génuszt GIATTINI[1] írta le 1903-ban a montenegrói Lovčen-hegy felsőtriászkorú mészkő rétegeiből. Az azóta eltelt 30 esztendő alatt bebizonyosodott, hogy ez a génusz a mediterran-hima-malayi mezozoós Tethys egyik legelterjedtebb alakja, korára nézve azonban a legeltérőbb vélemények alakultak ki. Mielőtt az erdélyi új előfordulás jelentőségét tárgyalnám, szükséges, hogy az eddigi irodalmi adatokról némi áttekintést nyerjünk.

GIATTINI a Lovčenipora génuszt a Tabulata koralok körébe, a Favositidák családjába sorolta, mint a Pachypora génusz közeli rokonát írta le. Ez a génusz a montenegrói lelőhelyen Gyroporellák és Megalodonta kagylókra utaló keresztmetszetekkel telt mészkőben fordul elő, ezért a mészkőkomplexust GIATTINI a felsőtriászba helyezte. Hasonlóan a felsőtriászba sorolta a Lovčen dolomitos, márgás Megalodus mészköveit ARTHABER[2] is.

A genotypusként szereplő *Lovčenipora Vinassai* GIATTINI-fajt jóval később, 1915-ben VINASSA de REGNY[3] Timor-szigetén is megtalálta, ahol az alapforma több új varietással és fajjal együtt

---

[1] GIATTINI, G. B.: Fossili del Lovčen nel Montenegro. (Rivista Italianna di Paleontologia. Vol. VIII. (1902) p. 62—66. T. V—VI.)

[2] ARTHABER, G.: Die alpine Trias des Mediterrangebietes. (Lethea geognostica T. II. 1. p. 455. (1904.)

[3] VINASSA DE REGNY, P.: Triadische Algen, Spongien, Anthozoen und Bryozoen aus Timor. (Paleontologie von Timor Lief. IV. 1915. p. 104—106.)

fordul elő és a kitűnő megtartású példányokból készített számos csiszolat alapján sokkal részletesebben és pontosabban körvonalazta a generikus és faji bélyegeket. Hasonlóan a genotypushoz tartozó alaknak ismerte fel VINASSA DE REGNY azt a Buru szigetéről származó példányt is, melyet WANNER[4] Pachypora intabulata Wanner néven írt le, s amelyről néhány évvel később már GERTH[5] is azt vélte, hogy a Lovčenipora génuszhoz tartozik. VINASSA úgy a timor- mint a buruszigeti példányok lelőhelyét, egyrészt a kísérő fauna, másrészt a lovceni előfordulás analógiája alapján felsőtriászkorúnak tartotta.

Néhány évvel GATTINI munkájának megjelenése után FELIX[6] Dalmáciából egy új, a Spongiomorphidák családjába sorolt génuszt írt le Cladocoropsis néven, s az ezt tartalmazó rétegcsoportot Cladocoropsis mészkőnek nevezték el. Magukban a Cladocoropsis mészkövekben más kövületeket nem találtak, mivel azonban fedőjükben a legfelső jura, illetve a legalsó kréta (neocom)-rétegek fordulnak elő, a Cladocoropsis mészkő korát felsőjurában állapították meg. Ezeket a Cladocoropsis mészköveket 1914—26. évek között RENZ[7] Görögország számos pontján is megtalálta s a Cladocoropsisok beható vizsgálata s a montenegrói Lovčenipora eredeti példányaival való összehasonlítás alapján megállapította, hogy ezek teljesen azonosak a Lovčeniporákkal, tehát a később felállított Cladocoropsis génusz név az irodalomból törlendő. RENZ[8] megállapítása szerint a Lovčeniporás mészkőkomplexus alsó tagjá-

---

[4] WANNER, I.: Triaspetrefakten der Molukken und des Timorarchipels. (Neues Jahrb. für Mineralogie etc. Beil. Bd. XXIV. p. 184. T. VII.)

[5] GERTH, H.: Fossile Korallen von der Molukkeninsel Buru nebst einigen Bemerkungen über die phylogenetischen Beziehungen der Gattung Alveopora. (Neues Jahrbuch für Mineralogie 1910. Bd. II. p 16. Textfig. 1.)

[6] FELIX, J.: Eine neue Korallengattung a. d. dalmatinischen Mesozoicum. (Sitzungsber. d. Naturforsch. Gesellschaft zu Leipzig 1906. p. 1—8. Textfig. 1—5.)

[7] RENZ, C.: Über die Korallengattungen Cladocoropsis Felix und Lovčenipora Giattini. (Eclogae geologicae Helvetiae Vol. XX. (1926). p. 31—34. Textfig.)

[8] Loc. cit. p. 34.

ban Megalodonták fordulnak elő, magát a Lovčeniporás mészkövet azonban már felsőjurakorúnak tartja, a dalmáciai analogia alapján, bár a felfogás helyességét itt sem lehet bizonyítani egyetlen kísérő kövülettel sem. Hasonlóan kétségbe vonja RENZ a Lovčen-hegyen előforduló, valamint a timorszigeti Lovčeniporák felsőtriászkorát is, mivel szerinte a Lovčen-hegyi rétegek is a felsőjurába tartoznak, bár a Megalodonta keresztmetszetek előfordulása kétségtelenül a triászra utal.

Ugyanezen évben SIMIONESCU,[9] a dobrudschai Cernavodáról egy új Lovčenipora fajt, a L. dobrogiaca fajt írta le. A cernavodai mészkövek kora, mint ezt a kísérő fauna bizonyítja, kétségtelenül alsó kréta. Így tehát az eddig ismertetett négy lelőhelyről kikerült fajok szerzői a Lovčenipora génusz előfordulását három különféle korba helyezték.

A következő 1927. évben YABE[10] és TOYAMA, a japáni Torinosu-rétegekből írták le a Lovčenipora génuszt, YABE nem osztja RENZ felfogását, bár az ő ábrái alapján is kétségtelenül megállapítható, hogy a japáni korálok is a Lovčenipora génuszhoz tartoznak.

Szerinte a montenegrói, timori, burui és sumatrai alakok a Lovčenipora génuszba sorolandók és triászkorúak, míg a dalmáciai és a japáni formák (melyek jurakorúak) számára helyesebb megtartani a Cladocoropsis elnevezést. Az irodalmi adatok alapján ugyan ő sem vonja kétségbe a két génusz nagy hasonlóságát, azonban a köztük fennálló nagy korbeli különbség alapján helyesebbnek véli azokat más-más névvel nevezni. Ennek a felfogásnak a helytelenségéről azonnal meggyőződhetünk, ha YABE jó ábráira tekintünk, amelyekből világosan kitűnik a balkáni, timori és japáni alakoknak generikus azonossága.

Időközben VINASSA DE REGNY[11] Szumatrában ismét meg-

[9] SIMIONESCU, J.: Sur quelques fossiles rares dans le Trias et le Crétacé inférieur de Roumaine. (Bullet. de la Sect. de l'Académie Roumaine X-ème année (1923) N. 4—5. p. 1—3. Textfig. 1—3.)

[10] YABE, H. and TOYAMA, S.: *Cladocoropsis mirabilis* FELIX from the Torinosu Limestone of Japan. (Japanese Yourn. of Geology and Geographie Vol. V. N. 8. 3. p. 107—111. T. VII—IX. 1927.)

[11] VINASSA DE REGNY, P.: Sur l'age des calcaires du Bariosan et des Mont. Gumai a Sumatra. (Verh. Geolog. Mijnb. Genoot Nederl. en Kolonien Geol. Ser. Vol. VIII. 1925. p. 405—414.)

találta a Lovčeniporákat, s innen egy új varietást, a Lovčenipora Vinassai Giatt.-forma clavata-t írta le. A sumatrai Gumai-hegység Lovčeniporás rétegeit VINASSA a timori előfordulás analógiájára szintén a triászba helyezte. Ezt a felfogást azonban az elmult évben alaposan alátámasztva, megdöntötte MUSPER,[12] aki a Gumai-hegység Lovčeniporás rétegeiben Nerineákat talált, melyeknek egyike egy borneói alsó kréta Nerineához hasonlít leginkább, s így ezek a rétegek az ő felfogása szerint, alsókrétakorúak. Tekintve, hogy a Nerineák csak a jura- és krétaformációkban fordulnak elő, az már MUSPER eddigi leletei alapján is kétségtelen, hogy a sumatrai előfordulás semmiesetre sem lehet triászkorú. MUSPER[13] szerint a timori Lovčeniporákról sem lehet ezidőszerint teljes bizonyossággal állítani, hogy triászkorúak lennének, mivel azokat sem szálban álló kőzetekből gyüjtötték, hanem csak szabadon heverő tuskókból.

Egy igen fontos adatot találunk még DOUGLAS[14] munkájában, aki Perzsiában a hauz-i-khan-i raetiai rétegekből említi a Lovčenipora *Vinassai Giatt.-forma ramosa* VIN.-fajt. Ezek a rétegek, amint az idézett helyen felsorolt kísérő koralfaunából kitűnik (loc. cit. p. 628.) teljes bizonyossággal a raetiai emeletbe tartoznak. Sajnos, DOUGLAS a Lovčeniporaleletnek sem leírását, sem ábráját nem közli.

Amint a fentiekből kitűnik, a Lovčenipora-kérdéssel ezideig foglalkozó szerzőknél az a vélemény alakult ki, hogy a Lovčenipora génusz a jura- és a krétakorszakban élt s így azok a triászkorúnak tartott lelőhelyek is, amelyekből eddig Lovčeniporákat ismertünk, minden bizonnyal jurakorúak. (Megjegyzem még, hogy DOUGLAS fenti fontos munkáját a kérdés tárgyalói eddig még nem ismerttették.) Éppen ezért örömmel ragadom meg az alkalmat, hogy ezúttal a Bihar-hegységből egy biztos sztratigráfiai támpontot nyujtó adatot ismertessek.

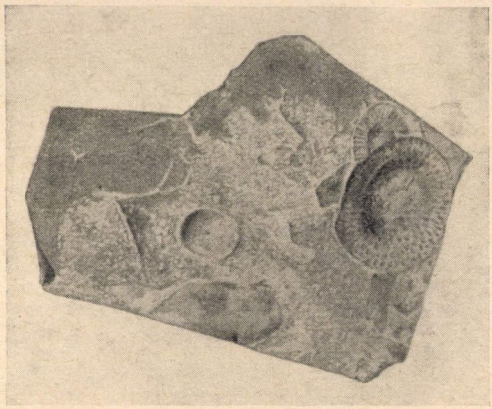
---

[12] MUSPER K. A. F. R.: Nieuwe-fossielresten en de ouderdom der kalksteenen in het Pretertiair van het Goemaigebergte. (De Ingenieur in Nederlandsch Indie Nummer 8. (1934) p. 134—142. T. I.)

[13] Loc. cit. p. 136.

[14] DOUGLAS, J. A.: A marine triassic fauna from Eastern Persia. (Quart. Journ. of the Geolog. of London 1929. Vol. 85.)

A Bihar- és Kodru-Móma-hegység gazdag triászkori faunáját a m. kir. Földtani Intézet részére néhai PÁLFY MÓRIC és ROZLOZSNIK PÁL főgeológusok gyüjtötték be, az 1910-es évek elejétől kezdve egészen 1917-ig bezárólag. A Bihar-hegység triászkori sztratigráfiájáról a Mollusca-fauna alapján már az 1928. évben megjelent egy értekezésem az Akadémia kiadásában.[15] Az elmult évben, amikor a triászkorú koral- és bryozoa-fauna feldolgozását



1. ábra. Lovčenipora vinassai GIATT. forma ramosa kimállott példányai.

megkezdtem, a Bihar-hegység raetiai rétegeiből kezeimhez került egy koralpéldány, amely már külalakjával is kétségtelenül a Lovčeniporákra utal. Tekintettel a Lovčenipora kérdésben ezidőszerint uralkodó ellentmondó vélemények tisztázásának fontosságára, helyén valónak tartottam, hogy ezzel a lelettel már most a fauna monográfikus feldolgozása előtt foglalkozzam.

A Bihar-hegység triászkorú lerakódásaiban igen nagy szerep jut a raetiai emeletnek. Amint PÁLFY[16] és KUTASSY[15] vizsgá-

[15] KUTASSY E.: Triászkorú faunák a Béli- és Biharhegységből. — Tradische Faunen a. d. Béler und Bihargebirge. (Magyar Tud. Akad. Mat. és Term.-tud. Értesítője. XLV. kötet 1928. p. 526—540.)

[16] PÁLFY M.: A kösseni rétegek fácies kifejlődése és sztratigrafiai helyzete a Bihar- és Bélihegységben. — Die Faziesentwicklung und die

lataiból kitűnik, a Bihar-hegységben lévő Fericse község sötétszürke homokos mészkőrétegei kétségkívül típusos raetiai emeletre utaló igen gazdag brachyopoda, korall- és kagylófaunát zárnak magukba. Ezekből a sötétszürke homokos mészkőrétegekből származik Fericséről az itt tárgyalandó Lovčenipora lelet is (1. ábra).

A sötétszürke mészkő felületén több szabálytalan félgömbalakú kimálott Lovčenipora-telepet látunk, melyek közül különösen kettő igen szépen megmaradt. A nagyobbik példány a telep alsó oldalát mutatja, s kitűnően láthatók rajta a telep alsó központi részéből minden irányba szétfutó polypcsövek. Ez a példány első tekintetre feltűnő hasonlatosságot mutat a Lovčenipora vinassai GIATT.-forma ramosa VIN.-alakhoz, különösen, ha VINASSA (3) LXVI. tábláján az 1. ábrán közölt példányokat szemléljük. Mellette egy másik példány felületi nézetének félkeresztmetszetét látjuk, melyen az egyes csövek hosszanti metszete maradt meg. (V. ö. GERTH loc. cit. Textfig. 1.)

Annak ellenére, hogy a kőzetpéldányok belső része igen erős mértékben átkristályosodott, sikerült egy másik kőzetpéldányból, ugyanezen lelőhelyről számos csiszolatot készíteni, melyek mindegyike megerősíti azt a nézetet, melyet a külalak megvizsgálása után nyerünk. A számos csiszolat és lecsiszolt felület a belső szerkezeti azonosságról is meggyőzött. Amint az ábrákon látjuk, az egyes csövekben némileg eltérően a más lelőhelyek példányaitól, épp úgy mint GIATTINI eredeti Lovčenipora példányainál a stereoplasmakitöltés a szokásosnál gazdagabb s ezért a csövek keresztmetszete a legtöbb esetben kerekded. Osztódásban levő, középen bemélyedő vesealakú sejtek, valamint még félig összekapcsolt kerekded sejtek gyakoriak, éppúgy mint a montenegrói példányoknál. (V. ö. GIATTINI loc. cit T. VI. Fig. 1—2.)

Fontos jellemvonása még a Lovčenipora génusznak, hogy a fenéklemezek csaknem teljesen hiányoznak. Vékony csiszolataimban egyetlen egy fenéklemezt sem vettem észre, csupán GIATTINI ábráihoz hasonló megszakítások jelentkeznek a csövekben, melyek

---

stratigraphische Position der Kössenerschichten des Bihar- und Bélergebirges. (Magy. Tud. Akad. Mat. és Term.-tud. Értesítője. XLIII. k. 1926. p. 464—487.)

mint VINASSA megállapította, oly módon jönnek létre, hogy a hullámosan lefutó csövek falrészletei a lumenbe kerülnek és a csiszolatban az ilyen, a cső keresztmetszetre merőleges falrészletek fenéklemezeknek látszanak. Helyenként megfigyelhetők a csövek falát áttörő sűrű poros sorok is, melyeknek előfordulása a génusz egyik legfontosabb bélyegét adja.

Mindezeket egybevetve, nem lehet kétséges, hogy a Biharhegység raetiai emeletében előforduló Tabulata-maradványok a fentemlített fajt képviselik.

Az eddig elmondottakat figyelembe véve, a Lovčenipora génuszra vonatkozó paleogeográfiai és sztratigráfiai ismereteinket a következőkben foglalhatjuk össze.

Ezideig ismeretes alakok :

1. *Lovčenipora Vinassai* GIATT. *forma ramosa* VIN. (= Cladocoropsis mirabilis Felix). Felső triász, Montenegro, Dalmatia, Görögország, Malayi archipelagus (Timor, Buru). Kétségtelenül raetiai emelet: Erdély (Bihar-hegység), Perzsia (Hauz-i-Khan).

2. *Lovčenipora Vinassai* GIATT.-*forma globosa* VIN. (Felsőtriász: Timor).

3. *Lovčenipora magnopora* VIN. (Felsőtriász: Timor.)

4. *Lovčenipora chaetetiformis* VIN. (Felsőtriász: Timor.)

5. *Lovčenipora* sp. (valószínűleg n. sp.). (Felsőjura: Japán.)

6. *Lovčenipora dobrogiaca* SIM. (Alsókréta: Dobrudscha.)

7. *Lovčenipora clavata* VIN. (Alsókréta: Sumatra.)

Ebből felsorolásból kitűnik, hogy a Lovčenipora génusz a Balkán-félszigettől kiindulva Erdélyen, majd a Dobrudschán át követhető Ázsiába, egészen a malayi szigettengerig. Tehát a mediterrán és himalayai mezozoós Földközi-tenger vonulatán végig. Erdélytől és a Balkántól nyugatra ezideig nem ismerjük, amely körülmény egyezik az eddigi tapasztalatokkal is, mivel az erdélyi triasztenger alakjai a geográfiai távolság csekélységéhez viszonyítva, aránylag kevéssé egyeznek a Nagy Magyar Alföld nyugati oldalán fekvő budai-Bakony-hegység mediterrán-típusú triász faunájával.[17]

A génusz sztratigráfiai elterjedéséről is tiszta képünk van már.

---

[17] KUTASSY, A.: Die Ausbildung der Trias im Momagebirge. (Zentralblatt für Mineralogie usw. Jhrg. 1928. Abt. B. N. 5.)

A törzsalak, illetve annak egyik leggyakoribb variációja Erdélyből és Perzsiából kétségbevonhatatlanul bebizonyított raetiai rétegekből került ki. Ezek után nem lehet kétséges az sem, hogy GIATTINI és VINASSA eredeti felfogása helyes és a montenegrói Lovcen mészkövei is triászkorúak.

Véleményem szerint ez a körülmény egyúttal megszabja a dalmáciai és görögországi Lovčeniporás mészkövek korát is. RENZnek nincsenek kövületei, melyek ezeknek a mészköveknek jurakorát igazolnák, viszont az ott előforduló Lovčeniporák szerinte teljesen egyezőek a montenegróiakkal, így tehát joggal tételezhetjük föl, hogy ezek a mészkövek is felsőtriászkorúak, annál is inkább, mert feküjükben Megalodus mészkövek települnek.

A Japánban előforduló alak valószínűleg új faj s lelőhelye az eddigi kutatások szerint jurakorú.

A génusznak az alsókrétában való előfordulása kétségtelen, egyrészt a dobrudschai, másrészt a sumatrai példányok alapján.

Mindezek után kitűnik, hogy a Lovčenipora génusz törzsalakjának triászkorát nem lehet kétségbe vonni, viszont ennek a ténynek a megállapítása nem zárja ki azt, hogy a génusz a mezozikum más formációiban is előforduljon. A Lovčenipora génusz tehát nagy földrajzi elterjedésű csoport, melynek alakjai a felsőtriásztól az alsókrétáig éltek.

(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1935. febr. 18-án tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR LOVČENIPORA-FRAGE.

(Textfig. 1.)

Von A. KUTASSY.

Bezüglich des Alters in die Reihe Tabulaten gehörigen Lovčenipora-Genus gelangten in der bisherigen Literatur ziemlich abweichende Auffassungen zum Ausdruck. Das Genus wurde ursprünglich von GIATTINI[1] aus dem Kalksteinschichten des montenegrinischen Lovčen-Berges beschrieben, die er für triadisch hielt. Später beschrieb VINASSA DE REGNY[3] Lovčeniporen von der Insel Timor und stellte sie auf Grund von Analogien gleichfalls in die Trias. Einige Jahre nach dem Erscheinen der Arbeit GIATTINI's beschrieb FELIX[6] unter dem Namen Cladocoropsis ein neues Korallengenus aus Dalmatien, von dem es sich später heraustellte, das es nicht anderes, als ein Synonym von Lovčenipora ist.[7] In den von FELIX beschriebenen Cladocoropsis führenden Schichten kamen keine sonstigen horizontbezeichnenden Versteinerungen zum Vorschein, da aber im Hangenden derselben kretazeische Schichten anzutreffen sind, reihte RENZ[7] diese und die montenegrinische Cladocoropsiskalken in den oberen Jura. Inzwischen fand SIMIONESCU[9] die Lovčeniporen auch in der unteren Kreide der Dobrudscha vor und YABE[10] beschrieb sie aus dem japanischen oberen Jura. DOUGLAS[14] erwähnt das Lovčenipora-Genus aus Persien in Begleitung einer typischen rhätischen Fauna. In letzter Zeit erbrachte MUSPER[12] den Nachweis, dass die mezozoischen Ablagerungen des Gumai-Gebirges auf Sumatra, die von VINASSA DE REGNY[11] auf Grund des dort Vorkommenden Lovčenipora-Genus in die Trias gestellt worden, in Wirklichkeit unterkretazeischen Alters sind.

Hierdurch entstand eine unsichere Situation und in Anbetracht

dessen, dass die bisherigen Autoren die Arbeit DOUGLAS' noch nicht zitierten, bezweifelte es RENZ überhaupt, dass Lovčenipora in der Trias vorkäme.

Verfasser fand die Form Lovčenipora vinassai GIATT. forma ramosa VIN. in den vom Fericeer Magura-Berg des siebenbürgischen Bihar-Gebirges stammenden dunkelgrauen Kalksteinen vor, die nach der reichen Begleitfauna[15,16] zweifelsohne rhätische Ablagerungen sind. Es erscheint somit nicht ausgeschlossen, dass auch die Lovčeniporakalke Montenegros obertriadischen Alters sind.

Auf Grund obiger Angaben folgt es also, dass die Arten des Lovčenipora-Genus am Balkan und auf der Insel Timor obertriadisch, in Siebenbürgen und Persien unzweifelhaft rhätisch, in Japan oberjurassisch, in der Dobrudscha und auf der Insel Sumatra aber unterkretazeisch sind. Das Genus Lovčenipora ist demnach eine Gruppe von grosser geographischer Verbreitung, deren Formen von der oberen Trias bis in die untere Kreide lebten.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. Februar 1935.)

KÉT UJ INDOPECTEN FAJ AZ ERDÉLYI TRIÁSZBÓL.

KUTASSY ENDRÉ-től.

(A szöveg között két ábrával.)

Az Indopecten subgenus alakjait ezideig csak a hima-malayi triasz provincia területéről, Perzsiából, a Himalaya vidékéről, valamint Timor-, Szumatra-, és Misol-sziget felsőtriász üledékeiből ismertük. A régebbi szerzők a subgenus egyes alakjait a Chlamys és Aequipecten subgenusba sorolták, míg végül Douglas[1] szükségesnek találta egy új subgenus felállítását, melybe ez ideig 10 fajt soroltak.[2] Legújabban a Budai-hegység nóri korú dolomitrétegeiből Vigh[3] egy új fajt és az ezideig a timori és perzsiai felsőtriászból ismeretes Indopecten subserraticosta Krumb. fajt említi. A mediterrán triásztenger területéről ezideig csak ezt az egy előfordulást ismertük, sajnos, azonban az idézett munkában csak faj felemlítést találunk, leírás vagy ábra az új fajról nincs. Az erdélyi triászfauna feldolgozása után[4] a Bihar-hegység triászrétegeiből a m. kir. Földtani Intézet gyüjteményéből két Indopecten

---

[1] Douglas, J. A. (1929): A marine triassic fauna from Eastern Persia. (The Quarterl. Journ. of the Geolog. Soc. of London V. 85.)

[2] Kutassy A. (1931): Lamellibranchiata triadica II. (Fossilium Catalogus I. Pars 51. p. 311.)

[3] Vigh Gy. (1934): Neuere Triasfunde im Ungarischen Mittelgebirge. (Neues Jahrbuch f. Mineralogie etc. Beil. Bd. 72. Abt. B. p. 33—45.)

[4] Kutassy A. (1928): Die Triasschichten des Béler und Bihargebirges mit besonderer Rücksicht auf die stratigr. Lage ihres Rhätikums. (Verhandl. d. Geolog. Bundesanstalt Wien. No. 11.)

subgenusba sorolható alak került kezemhez, melyeket a fauna paleontológiai monográfiájában akartam pótlólag közölni, mivel azonban a mai nehéz gazdasági helyzet mellett nagyobb monográfia megjelentetése nehezen remélhető, szükségesnek látszott ezt a két paleogeográfiai szempontból annyira fontos alakot külön ismertetni.

A két új Indopecten faj egyike, melyet

Pecten (Indopecten) transylvanicus nov. sp.

néven vezetek be az irodalomba Petrósz községtől D-re, sárgás színű kontaktos homokkőből származik. A kontakthatás folytán a homokkőben a kövületek rendkívül ritkák és ezideig ebből a rétegcsoportból más szintjelző alak nem került elő. Rozlozsnik Pál főgeológus úr szóbeli szíves közlése alapján azonban ez a rétegcsoport a települési viszonyok alapján kétségkívül felsőtriásznak vehető és legnagyobb valószínűséggel a raetiai emeletbe sorolható.

Sokkal pontosabban meghatározható a másik új faj sztratigráfiai helyzete. A

Pecten (Indopecten) Pálfyi

néven leírt új faj Felsőpojény község vidékéről származik, sötétszürke homokkőből a fericsei Magura-hegy D-i lejtőjéről. A fericsei Magure sötétszürke homokos mészköveiből, melyeknek kora addig bizonytalan volt, néhai Pálfy Móricnak sikerült szépszámú kövületanyagot gyüjteni s az innen kikerült *Terebratula pyriformis*, *Waldheimia norica*, *Ostrea haidingeriana*, *Avicula contorta*, valamint *Thecosmilia clathrata* fajok alapján kétségtelen, hogy a fericsei Magura sötétszürke homokos mészkövei a raetiai emeletbe tartoznak. Ily módon a felsőpojényi új Indopecten faj kora is kétségkívül raetiai.[5]

Ha az eddig ismert Indopecten fajokat sztratigrafiai elterjedés szempontjából vizsgáljuk, úgy azt találjuk, hogy az eddigi leletek alapján a génusz előfordulása kizárólag a felsőtriászra szorítkozik.

---

[5] Pálfy M. (1926): A kösseni rétegek fácieskifejlődései és sztratigráfiai helyzete a Bihar- és Bélihegységben. (Magyar Tud. Akadémia Math. és Természettudományi Értesítője. XLIII. kötet.)

A sumatrai, timori, misoli példányok kísérő faunája kétségkívül a felső triászra, legnagyobb valószínűséggel a nori emeletre utal; a perzsiai és himalájai előfordulásokról csak annyit lehet biztosan megállapítani, hogy a felsőtriászkori, míg az eddig ismert egyetlen európai előfordulás a Budai-hegységben [3] teljes bizonyossággal nori korú. Így tehát a biharhegységi új fajok a génusz legfiatalabb képviselői.

Az Indopecten génusznak az erdélyi raetiumban való előfordulása más szempontból is nagyfontosságú. Amint a Biharhegység faunájának tárgyalása során (4. p. 222—223) már kifejtettem, az erdélyi triászüledékek raetiai csoportja határozottan a triászformációra utal és nem fogható fel a liász legalsó tagjának és nem nevezhető infraliásznak, mint a kárpáti kifejlődés.[6] Amint a fentiekből kitűnik, az Indopecten subgénusz kifejezetten triászbeli alakokat foglal magában, hasonló formákat a liászból nem is ismerünk, s így előfordulása még jobban alátámasztja az erdélyi raetium típusos triászjellegét.

Igen érdekes képet kapunk, ha az Indopecten génusz paleogeográfiai elterjedését vesszük szemügyre. A genotypusként szereplő *Indopecten Clignetti* KRUMB. néhány más fajjal együtt Timor szigetéről került ki, hasonlóan előfordul a génusz a maláji archipelagus területén Misol- és Szumatra-szigeteken is. Tovább nyugat felé a Himalája vidékén, valamint a perzsiai felsőtriászban is megtaláljuk a génusz egyes alakjait. Az elmúlt évig csupán a hima-malayi triászprovinciából ismertük tehát az Indopecten génuszt, amíg VIGH [3] a budai hegyekből két fajt nem említett.

Az erdélyi triászfaunák, amint tudjuk, nem mutatnak sok rokoni kapcsolatot a hima-malayi triászfaunával, hanem szorosan az alpesi triásztenger faunájához kapcsolódnak. Ezzel szemben érdekes jelenség, hogy a közbeeső Bakony—Budai-hegység faunáival aránylag kevés a rokoni kapcsolat, amely tény annak idején engem arra a meggondolásra vezetett, hogy a Budai és Erdélyi hegyek által közrefogott Nagy Magyar Alföld helyén a MOJSISOVICS—LÓCZY-féle felfogáshoz csatlakozva, egy triászkorú szárazföldet tételezek fel s az alpesi és erdélyi triászfauna kicserélődésének útját a Kárpátok triászában keressem.[4] Ezt a feltevést elősegítette az a tény is, hogy a triászkori üledékek az Alföld mindkét

oldalán határozottan litorális jellegűek. Hogyan jutott azonban egy ilyen jellemző és könnyen felismerhető alak, mint az Indopecten, az erdélyi triásztengerből a budavidékibe, mikor minden valószínűség megvan arra, hogy a Kárpátokban nem igen fordult elő, hiszen a kárpáti raetium faunáját GOETEL munkája alapján [6] igen jól ismerjük. Természetesen néhány közös jellemző alak előfordulása még nem jogosít fel messzemenő következtetésekre, de véleményem szerint (tekintettel arra, hogy úgy a budai, mint az erdélyi triászüledékek partközelre utalnak) talán közelebb járunk a valószínű viszonyokhoz akkor, ha azt tételezzük fel, hogy a triászkorszak idején a Nagy Magyar Alföld helyén nem egy teljesen összefüggő szárazulat helyezkedett el, hanem egy szigetekkel sűrűn telehintett tengerrészlet, melynek szigetei között mégis némi út állott rendelkezésre az erdélyi és dunántúli faunák kicserélődéséhez.

A két új Indopecten faj leírását az alábbiakban adom meg:

Pecten (Indopecten) transylvanicus nov. sp.

(1. szövegábra.)

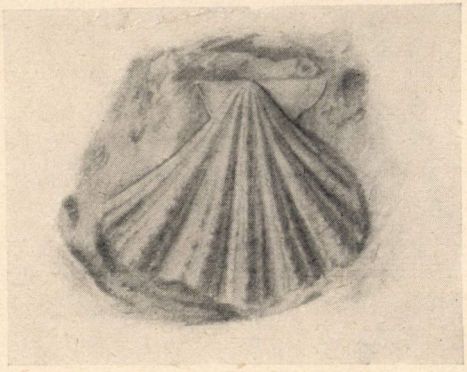
Ezt az új fajt csupán egy lenyomatban megmaradt héjtöredék képviseli, amelyről azonban olyan jó másolatot lehetett készíteni, melyről a faji jellemvonások a legpontosabban leolvashatók.

A megmaradt jobb teknő gyengén domborodó, kissé assymetrikus alakot mutat. A mellső (jobboldali) fülön jól látható byssus bevágás van, míg a hátsó fül csaknem teljesen egyenes lefutású, minden bemélyedés nélkül. Mindkét fül gyengén domborodó. A héjat nyolc radiális borda díszíti, melyek közül a mellsők és hátsók gyengén fejlettek, míg az öt közbülső erősen boltozott és széles. A közbülső főbordák mindegyikén három másodlagos borda fut le, melyek közül a középső a legerősebb, míg a két peremi borda gyengébb. A bordaközök mélyek, s a másodlagos peremi bordák mentén, hirtelen árokszerűen bemélyednek, s csak felényi szélességűek, mint a bordák. Minden egyes főborda közbülső másodlagos bordáján, a borda és a növedékvonalak keresztezési pontjánál az Indopectenekre annyira jellemző csomósorok lépnek fel.

[6] GOETEL, N. (1916): Die rhätische Stufe und der untere Lias der subtatrische Zone in der Tatra. (Bullet. de l'Acad. sc. de Cracovice.)

Rendesen csak a középső másodlagos bordákon találjuk meg ezt a csomósort, s a peremi másodlagos bordák némelyike teljesen síma, egyeseken azonban itt is megfigyelhetjük a csomók nyomát. A mellső gyenge főbordán szintén meg van a csomósor nyoma, a hátsó (hetedik és nyolcadik) főbordák azonban teljesen símák. Intercostalis bordák nincsenek. A növedékvonalak lefutása a lenyomaton jól látható. A fülek díszítését nem lehet megfigyelni.

A jellemző bordafejlődés és díszítés az első tekintetre az Indopectenek közé utalja ezt az alakot, erősen elüt azonban ez a faj az eddig ismert fajoktól erősebben fejlett assymetriájával, amely tulajdonsága révén az *Indopecten serraticosta* Bittn. faj áll hozzá a legközelebb, ettől azonban díszítésében teljesen különbözik. Díszítését tekintve, az erdélyi példány az *Indopecten Clignetti* Krumb. és az *Indopecten subserraticosta* Krumb. alakokkal hasonlítható össze leginkább. Az *Indopecten Clignetti* Krumb. fajtól azonban elválasztja elsősorban is a jóval magasabb bordaszám, az intercostalis részek csekély szélessége, valamint elsősorban az erősen assymetrikus forma. A bordák számát tekintve, legközelebb áll az *I. subserraticosta* Krumb. fajhoz, melynél azonban mind a nyolc bordán megtaláljuk a csomósort, míg az erdélyi alak két hátsó bordája teljesen síma és egészen keskeny lécszerű, azonkívül az *I. subserraticostá*nál nyoma sincs a főbordákon a két oldalsó másodlagos bordának s így a főbordák oldali része lejtősen megy át az intercostális barázdákba, míg az *Indopecten transylvanicus*nál a két peremi másodlagos borda mellett az intercostalis rész fala meredeken esik le.



1. ábra. *Pecten (Indopecten) transylvanicus* nov. sp.

Némileg hasonlóan fejlett másodlagos peremi bordák talá-

hatók ugyan az *Indopecten Clignetti* KRUMB. egyes variációinál is (v. ö. KRUMBECK[7] T. CXCIII. Fig. 9), ezek a példányok azonban egyébként teljesen elütnek az erdélyi alaktól.

Mindezeket egybevetve, az erősen assymetrikus körvonal a magasabb bordaszám és a sajátságos bordakifejlődés alapján minden kétséget kizárva bizonyos, hogy a Bihar-hegység ezen Indopecten-csoportba tartozó alakja új fajt képvisel.

Előfordul egy példányban, Petrósz felsőtriászrétegeiben.

Pecten (Indopecten) pálfyi nov. sp.

(2. szövegábra.)

Haránt irányban megnyúlt, gyengén domborodó alak, melyből csak a bal teknő maradt meg. Csaknem teljesen symmetrikus forma, lekerekített mellső és hátsó peremmel. A mellső fül, sajnos, hiányzik, a hátsó fülnek is csak egy részlete maradt meg.

A héjat hat borda díszíti, melyek közül a mellső és hátsó gyengébben fejlett és laposabb, míg a négy közbülső szélesebb és domborúbb. A bordák a bubtájéktól radiálisan ágaznak el és az alsó perem felé fokozatosan szélesednek. A bordák teljesen símák, csupán a hullámosan lefutó növedékvonalak keresztezik a bordákat, melyek helyenként erősebben szembetűnő redőket alkotnak. A bordák legerősebben domborodnak a búbtájékon, az alsó perem felé mindinkább ellaposodnak, de azért teljesen laposak itt sem lesznek.

Ez a faj feltétlenül a *Pecten verbeeki* BOETTGER[8] néven a sumatrai felsőtriászból leírt faj alakkörébe tartozik, lényeges különbségei azonban határozottan elválasztják ettől a fajtól, Erre a fajra utal elsősorban a héj körvonala, a harántovális alak, lényeges eltérés mutatkozik azonban elsősorban a bordák kialakulásában. A nevezett fajnál ugyanis a bordákat az alsó perem köze-

[7] KRUMBECK, L. (1924): Die Brachiopoden, Lamellibranchiaten und Gastropoden der Trias von Timor. II. (Paleontologie von Timor Lif. XXII.)

[8] KRUMBECK, L. (1914): Obere Trias von Sumatra. (Paleontographica Suppl. IV. II. Abt. 3. p. 235. T. XV. Fig. 1—6.)

lében mélyre vágódott hasadékok határolják, míg az erdélyi példánynál ilyen hasadékoknak nyoma sincs, hanem a bordák éles elhatárolás nélkül csaknem fokozatos átmenettel folytatódnak az intercostális részekben. Azonkívül az *I. verbeeki* fajnál a búb közelében minden bordán egy csomósor helyezkedik el, míg az *I. Pálfyi*nál a bordák teljesen simák és bár az alsó perem felé ellaposodnak, mégis a perem széléig megőrzik domború jellegüket, holott a sumatrai faj bordái a búbtájékot kivéve, teljesen laposak. A bordák domborúbb jellegét tekintve inkább az *Indopecten microglyptus* Boettg. (l. u. ott p. 237. T. XV. Fig. 7—14) fajhoz hasonlíthatnánk az erdélyi fajt; ellenben ennél az alaknál még nagyobb mértékben fejlettek az egyes bordákat határoló hasadékok, és körvonala inkább magas, mint kiterült alakot mutat. Mindezek után kétségtelen, hogy a fericsevidéki raetiai alak, annak ellenére, hogy csak egyetlen bal teknője ismeretes, egy új fajt képvisel, mely az *Indopecten verbeeki* Boettg. és ae *Indopecten microglyptus* Boettg. alakkörébe tartozik.



2. ábra. *Pecten (Indopecten) pálfyi* nov. sp.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. febr. 18-án tartott üléséből.)

ZWEI NEUE INDOPECTEN-ARTEN AUS DER SIEBENBÜRGISCHEN TRIAS.

(Mit Textfig. 1—2.)

Von A. KUTASSY.

Aus dem DOUGLAS aufgestellten[1] Subgenus: Indopecten sind bisher bloss 10 Arten[2] bekannt, die ausnahmslos aus den obertriadischen Schichten der Hima-Malayischen Triasprovinz (Timor, Misol, Sumatra, Himalaya, Persien) zum Vorschein kamen. Im Laufe des vergangenen Jahres fand GY. VIGH[3] die bisher nur aus Sumatra bekannte Art *Indopecten subserraticosta* KRUMB. nebst einer neuen Indopecten Art (von der jedoch bisher noch weder eine Beschreibung, noch eine Abbildung erschienen ist) in Ungarn, unmittelbar bei Budapest in der Schichten des norischen Hauptdolomites vor.

Verfasser beschreibt aus dem Bihargebirge zwei neue Indopecten-Arten. Die eine ist:

Indopecten transylvanicus nov. sp.

(Textfig. 1.)

stammt aus rosigem kontaktmetamorphen Sandstein der Gegend der Ortschaft Petrósz. Aus diesem Sandstein sind andere Versteinerungen bisher noch nicht bekannt, doch gehört er auf Grund seiner stratigraphischen Lage unzweifelhaft in die obere Trias und ist aller Wahrscheinlichkeit nach eine Ablagerung der rhätischen Stufe. Diese assymetrische Form ähnelt der Art *Indopecten serraticosta* BITTN. und steht hinsichtlich ihrer Verzierung den

Arten *Indopecten Clignetti* KRUMB. und *Indopecten subserraticosta* KRUMB. nahe, von denen sie sich jedoch durch die erheblich grössere Anzahl ihrer Rippen (8 Hauptrippen), ferner durch die Ausbildung der sekundären Rippen unterscheidet. Bezeichnend ist auch das Fehlen der Knoten an den hinteren Rippen.

Die zweite neue Art:

Indopecten Pálfyi nov. sp.

(Textfig. 2.)

stammt ebenfalls aus dem Bihargebirge, von der Gegend der Ortschaft Felsőpojény, aus dem dunkelgrauen sandigen Kalkstein am Südhang des Fericser Maguraberges. Alter unzweifelhaft rhätisch, da in der Begleitfauna die typischesten rhätischen Formen figurieren.[5] Diese Art gehört in den Formenkreis der Arten *Indopecten Verbeeki* BOETTG. und *Indopecten microglyptus* BOETTG., ihre Rippen verflachen jedoch nicht so sehr und sind nicht durch Spalten begrenzt. Von *I. Verbeeki* unterscheidet sie sich in erster Linie auch durch das gänzliche Fehlen der Knotenreihen.

Das Subgenus Indopecten kommt demnach — wie aus den obigen Angaben ersichtlich — in allen Stufen der oberen Trias vor. Das Vorkommen einer dermassen charakteristischen triadischen Form im Rhätikum ist auch schon deshalb wichtig, weil es meine Schlussfolgerungen bezüglich der Ausbildung des siebenbürgischen Rhätikums bekräftigt,[4] wonach sich das letztere unmittelbar an die Trias anschliesst, seine Fauna eine typische Triasfauna ist und demnach nicht — wie die rhätischen Ablagerungen des Tátragebirges[6] — als Infralias aufgefasst werden kann.

Das Vorkommen dieser charakteristischen Gruppe der Hima-Malayischen Triasprovinz in der Mediterranen (Alpinen) Triasprovinz ist auch vom paläeogeographischen Gesichtspunkt höchst interessant. Die siebenbürgische Triasfauna zeigt, wie bekannt,[6] nicht viele verwandtschaftlichen Beziehungen, mit dem wohlbekannten Trias, des am Ostrand des Grossen Ungarischen Alföld (Tiefebene) befindlichen Budaer (Ofner) Gebirges. Diese Tatsache, sowie auch der Umstand, dass die triadischen Faunen am beiden Seiten des Alföld, auf Ufernähe verweisen, veranlassten mich im

Anschluss an die Mojsisovics—Lóczy'sche Auffassung an der Stelle des Grossen Ung. Alföld in der Trias ein Festland anzunehmen.[6] Der neu entdeckte faunistische Zusammenhang der siebenbürgischen und transdanubischen Trias führt mich jedoch zu der Überzeugung, dass es vielleicht richtiger wäre an der Stelle des Grossen Ung. Alföld kein zusammenhängendes Festland, sondern einen mit Inseln vollgestreuten Meeresabschnitt voraus zu setzen, wobei die Inseln immerhin einige Gelegenheit zum Austausch der siebenbürgischen und transdanubischen Fauna boten.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. Februar 1935.)

A MUSSOLINI-BARLANG FELÁSATÁSÁNAK EREDMÉNYEI.[1]

KADIĆ OTTOKÁR-tól.

A közel 30 év óta tartó rendszeres barlangkutatásaink elsősorban a hazai ősembertudománynak tettek kiváló szolgálatokat. Utalok ebben a tekintetben a magyarországi jégkori emberről írt — nemrég megjelent — művemre, amelyben 35 olyan hazai lelőhelyet ismertetek, ahol az ősember nyomait valamely alakban megtaláltuk. Míg régebben geológusaink és őslrégészeink azon vitatkoztak: vajjon élt-e nálunk az ősember, rendszeres barlangkutatásaink révén ma már tudjuk, hogy hazánkban a paleolitikumnak majdnem minden kultúraemelete megvan. Sőt az is kiderült, hogy egyik-másik őskőkori kultúra nálunk fejlődött s innen északra és nyugatra terjedt el.

Míg azonban rendszeres barlangkutatásaink folytán az ősembernek kultúrmaradványai az utolsó évtizedekben ilyen örvendetes módon megszaporodtak, csontvázmaradványai, sajnos, csak elvétve kerültek a felszínre. Eltekintve a balla-gyermek csontvázmaradványaitól és egyéb szórványosan talált fosszilis emberi csontoktól, amelyek már a *Homo sapiens fossilis* formakörbe tartoznak, a régibb fosszilis embertípus, a *Homo primigenius* csontvázmaradványait egyik-másik barlangunkban csak bizonytalan nyomok alakjában találtuk meg.

Az 1932. év az ősemberi csontleletek feltalálása tekintetében nagy haladást jelent, amennyiben ebben az évben a cserépfalui *Subalyukban* a régibb ősembertípusnak több jellemző csontváz-

[1] Kivonat a kéziratban levő monografiából.

részét sikerült a felszínre hozni. Ebben az évben ugyanis barlangkutató szakmunkásaim Heves vármegye és Eger város törvényhatóságok anyagi támogatásával próbaásatást végeztek a közeli barlangokban, hogy ily módon számomra előkészítsék a rendszeres ásatást. Munkásaimat ebben a vállalkozásukban egészen különös szerencse kísérte, mert a Subalyuk bejárati részében először paleolitos kőeszközöket, majd ősemberi állkapcsot fedeztek fel. Erre a meglepő hírre a m. kir. Földtani Intézet igazgatósága a helyszínre küldött s ott mint kétségtelen tényt megállapíthattam, hogy buzgó munkásaim a nevezett barlangban a musztiéri ősember kőiparára és állkapcsára akadtak. Látva, hogy ebben a barlangban további fontos tudományos eredményekre számíthatunk, az ásatást, a nevezett intézet megbízásából, kezembe vettem s 1932. május 1-től október 15-ig megszakítás nélkül a barlangot teljesen kiásattam. A végzett ásatások eredményét röviden összefoglalva az alábbiakban közlöm.

Mivel a barlangnak megfelelő neve nem volt, a Magyar Barlangkutató Társulat választmánya elhatározta, hogy ezt a kíváló barlangot Olaszország miniszterelnöke, az olasz barlangügy fellendítője, a magyarbarát Duce tiszteletére *Mussolini-barlang*nak nevezi el.

I. A barlangkitöltés rétegei.

A Mussolini-barlang (Subalyuk) Cserépfalu község határában (Borsod vm.), a Hór-völgy jobboldalán 44 m-rel. magasságban, felsőtriászkori mészkőben, két egymást keresztező hasadék mentén korrózió és erózió útján fejlődött. A korrózióval bővített hasadékokból csupán a folyosó felső szakaszában találunk maradványokat, a barlang többi részét utólagosan az erózió bővítette ki abban a terjedelemben, ahogy azt az ásatás után ma is látjuk. A folyóvíz munkájának nyomait mindenütt megtaláljuk öblös kivájások alakjában. A kiásott barlangfenék lejtéséből és irányából következik, hogy az egykor itt folyó patak belülről kifelé folyt s hogy nem a Hór-patak vájta ki a barlangot, hanem ennek egyik mellékága, amely távolabb vidékről érkezett a barlangba s annak közvetlen közelében a Hór-patakba torkolt. Ennek az őskori Subapataknak a nyomai a Kúthegy közelében teljesen eltűntek s csak

a Mussolini-barlang az a parányi földalatti patakszakasz, amely annak egykori létét bizonyítja. A csarnok harántmetszetein látható oldalsó kivájásokból kitűnik, hogy a Suba-pataknak a medre ismételve süllyedt, a csarnok mennyezetén látható kivájások pedig arról tanúskodnak, hogy a patak vize nyomás alatt állott. A keresztszelvények kiöblösödéséből látszik, hogy a Suba-patak három szintben folyt hosszabb ideig s ez idő alatt tágította a járatot. A patak utoljára szűk mederben folyt a barlang egyik oldalán s amikor a Hór-patak mélyebbre vágta a medrét, a Suba-patak is lépést tartott a fővölgy süllyedésével; a patak vize a mélységbe vezető hasadékokban eltűnt, a barlang pedig szárazon maradt.

Az ásatás után tiszta képet kaptunk a barlang alakjáról, méreteiről és keletkezéséről. Kitűnt, hogy az eredetileg jelentéktelen üreg KNy-i irányban haladó tágas csarnokból és ÉNy—DK-i irányban terjedő, magasabban fekvő folyosóból áll. Ott, ahol ez a két járat kereszteződik, először kürtő, majd ennek kibővülésével zsomboly fejlődött.

A csarnokot és a 20 m magas zsombolyt egészen a felszínig mállástermékek, nevezetesen különböző agyag- és mészkőtörmelék töltötte ki. A kőzettani alapon megkülönböztetett és különválasztott 18 rétegelemet, könnyebb áttekintés végett, kőzettani, őslénytani és ősrégészeti alapon a következő csoportokba foglalhatjuk össze.

Az első rétegcsoportba tartoznak plasztikus, erősen összeálló, finoman iszapolt, vörösszínű agyagok, amelyekből hiányzik a mészkőtörmelék és csak a legalsóbb, a sziklás fenékre rakódott részben találunk homokot és kavicsot.

A második rétegcsoport, a lerakódás zöme, különböző színű, összeálló mészkőtörmelékes barlangi agyagból áll. Ez mindenben megfelel a barlangjainkban rendszeresen előforduló barlangi agyaglerakódásoknak.

A harmadik rétegcsoportba sorozom a zsombolyt kitöltő többszínű, laza, mészkőtörmelékes barlangi agyagok rétegsorát. Ezek a zsomboly beomlása és a fölötte álló külső mészkőfalaknak mállásából keletkeztek, a zsombolyba szóródtak és azt teljesen kitöltötték.

A negyedik rétegcsoportba tartoznak a holocén szürke és

fekete mészkőtörmelékes humuszlerakódások, amelyek egyes helyeken a pleisztocén üledékeket fedik.

A hatalmas barlangkitöltés összes rétegeiben bőven gyüjtöttünk ősemlősmaradványokat, ezeknek alapján a következőket állapíthattuk meg. Az első rétegcsoporthoz tartozó vörös és barna agyagrétegekben főleg kérődzőktől származó csontokat találtunk, ezek a csarnok hátsó részében olyan tömegesen jelentkeztek, hogy a vörös agyagban itt valóságos csontbreccsa-réteg képződött. A kérődzőknek tömeges előfordulása barlangunkban arról tanúskodik, hogy az első rétegcsoport lerakódása idejében mérsékelt erdei klíma uralkodott.

A többméternyi vastagságú második rétegcsoport alsó rétegeiben a kérődzők kimaradnak s helyettük a megszokott jégkori barlangi fauna lép fel, éspedig tömegesen a barlangi medve, alárendelve a barlangi oroszlán, barlangi hiéna, farkas, róka, mammut, gyapjasszőrű orrszarvú, óriásgim, szarvas, ősbölény, vadló és más fajok. Ennek a rétegcsoportnak felső részében lerakódott, világosbarna, mészkőtörmelékes, barlangi agyag faunája az előbbiektől csak abban különbözik, hogy a barlangi medve mellett a vadló is uralomra jut. E szerint a második rétegcsoport faunája a főjégkorszakba tartozik s az alsóval szemben hidegklímájú volt.

A harmadik rétegcsoport, a zsombolyt kitöltő hatalmas, laza mészkőtörmelékes barlangi agyag, meddő volt. A humusztakaró végül kevés récens, prehisztórikus csontot tartalmazott.

Bár a Mussolini-barlangban gyüjtött őslénytani anyag behatóbb tanulmányozása még folyamatban van, az eddig felismert fajok alapján máris megállapítható, hogy a mélyebb rétegek faunája mérsékelt, erdei, a felső rétegeké ellenben hideg jégkori klímára enged következtetni.

Ezzel a megállapítással egyeznek Hollendonner Ferenc dr.-nak az egyes rétegekben gyüjtött faszénmaradványokon végzett antrakotómiai vizsgálatai. Ezek szerint az első rétegcsoportban talált faszénmaradványok kizárólag lombos fanemektől erednek, a második rétegcsoportban talált faszenek lombos és fenyőfanemektől valók, a világosbarna barlangi agyagból gyüjtött faszenek kizárólag fenyőfáktól származnak. A barlangkitöltés rétegeiből a felszínre került állati és növényi maradványainak rétegtani el-

oszlásából következik, hogy a barlang fenekére rakódott vörös agyagok idejében mérsékelt, enyhe, erdei klíma uralkodott, majd az éghajlat a felső rétegek lerakodása alatt fokozatosan hidegebb lett, s végül a világosbarna barlangi agyagréteg lerakodásával beállott jégkorszakkal teljesen hidegre fordult.

II. A barlangban gyüjtött régiségek.

Az ősember jelenlétét a Mussolini-barlangban mindenekelőtt a tűz nyomai igazolják. Ezek a nyomok tűzhelyrétegek és faszénszemek alakjában jelentkeznek. Legkiterjedtebb tűzhelyréteg az a sötétbarna agyagréteg, amelyik az előtér és a csarnok egész területére terjed ki. Egy másik nagyobb, összefüggő tűzhelyréteget a barlang elülső szakaszában, a világosbarna agyagrétegben találtuk. A barlangkitöltés többi részében csupán faszénszemek fordultak elő.

A barlangban gyüjtött őskőkori kőszilánkoknak száma 5333 darabot tesz ki. Ebből 750 darab céltudatosan meg van munkálva s mint eszköz szerepel, a többi mind hulladék és nyersanyag. A kőeszközök függőleges elterjedéséből kitűnik, hogy majdnem minden rétegben voltak paleolitok, főelterjedésük mégis főleg két réteghez van kötve. Ezek a lerakodás legalsóbb részében levő sárgásvörös agyag és a pleisztocén rétegsor legfelsőbb tagja, a világosbarna barlangi agyag. A típustani meghatározást illetőleg már itt jelzem, hogy a Mussolini-barlang kőipara a musztérienbe tartozik, éspedig az alsó kultúrarétegeké a javamusztérienbe, a felsőké pedig a késői musztérienbe.

1. A javamusztérien emlékek.

A mélyebb rétegekben gyüjtött paleolitos kőiparban mindenekelőtt az tűnik szembe, hogy a jól megmunkált darabok száma aránylag nagy, s hogy minden darabot patina fed. Az iparban túlsúlyban vannak a hegyek, kaparók és pengék, míg a vakarók, fúrók, diszkuszok és dekadens szakócák alárendelt szerepet játszanak.

Az alsó kultúraréteg legjellegzetesebb eszköze a hegy, amelyet itt több változatban találtuk meg. Ennek a szerszámtípusnak

legkisebb és legegyszerűbb alakjai az apró, vékony, hegyben végződő szilánkok éles szélekkel, ilyeneket majdnem minden őskőkori kultúrafokban találunk. A többi hegy mind jól megmunkált, kicsi vagy közepes nagyságú, legtöbbször háromszögalakú, vékony töredék, széleik szilánkolva vannak.

A jól megmunkált hegyek közé tartoznak elsősorban kicsi és középnagyságú részarányos és asszimmetrikus, háromszögalakú kézi hegyek. Szembetűnnek továbbá hosszúra nyúlt, lándzsaalakú hegyek, lapított háttal, azután csőralakú hegyek s végül nagy, vastag, zömök hegyek erősen szilánkolt szélekkel.

Az alsó kultúrarétegek második fontos eszköze a kaparó. Ez több alakban jelentkezik. A leggyakoribb típus a hosszúkás, vékony kaparó hajlított háttal és egyenes, szilánkolt kaparóéllel. Egy másik típus az előzőhöz hasonlít, de alsó éles széle le van kerekítve. Vannak azután rövid és magas kaparók, alsó szélük egyenes vagy lekerekített, és nem ritkák a háromszögalakú példányok sem. Ritkábbak a homorúélű kaparók és olyanok, amelyeknek alsó szélük meredeken fut le. Végül előfordulnak még háromszögalakú, széles, hegyes kaparók is, erősen szilánkolt kaparóéllel.

A hegyek és kaparók mellett a penge a harmadik kőszerszámtípus, amely az alsó kultúrarétegben nagyobb számban lép fel. Ezek legkisebb alakjai a csekély számban talált apró, hosszúkás, élesszélű pengék. Azután következnek középnagyságú, legtöbbször vékony alakok éles vagy csak gyengén szilánkolt szélekkel. Leggyakrabbak azonban középnagyságú, vastag pengék jól megmunkált szélekkel. Aljuk rendszerint vastag, széles, fölfelé a pengék gyakran tompa heggyel végződnek. Felső oldaluk több hosszú leütéssel lapított s egy, két vagy több él fut hosszában, alsó oldaluk a legtöbb esetben gyengén homorú vagy egyenes, az alsó oldal alján többé vagy kevésbbé látható poccanás szokott lenni.

A túlsúlyban levő hegyek, kaparók és pengék mellett a többi eszköztípus szinte elenyészik. Egyéb eszközből a nagy anyagban csupán egy fúró, két dekadens szakóca, hat diszkusz és egy nagy kőmag került felszínre.

Megmunkált csontok közül az alsó kultúrarétegekben szépen kidolgozott penge, két csontgomb, néhány hegy és több megmunkált és kisimított csonttöredék került a felszínre.

A fenti ismertetésből kitűnik, hogy az alsó kultúrarétegek ipara a musztérienbe tartozik. Az egyes hegyek és kaparók oly pompásan ki vannak dolgozva, hogy iparunkat e kultúraemelet fejlettségének virágkorába, a *javamusztérien*-be kell soroznunk. Ehhez hasonló musztérient még csak a Grotte du Prince-barlangban Mentone mellett találtak.

2. A késői musztérien emlékei.

Az alsó kultúrarétegekkel szemben a felsőkben igen sok paleolitos anyagot találtunk, a jól megmunkált darabok azonban aránylag ritkák. Itt is túlsúlyban vannak a hegyek, kaparók és pengék, míg a vakarók, fúrók, diszkuszok és dekadens szakócák alárendelve fordultak elő.

Hasonlóképpen, mint az alsó kultúrarétegben, a felsőkben is, elsősorban a hegyeket találjuk nagyobb számban képviselve. Ez a szerszámtípus az alsó kultúrarétegekben pompás megmunkálásban jelentkezik és fejlődésének tetőpontját éri el, de a felső kultúrarétegek hegyei, megmunkálás tekintetében, mögöttük állanak. Azt látjuk, hogy a felső kultúrarétegek paleolitjai, hegyek dolgában, nagymértékben visszafejlődtek.

A felső kultúrarétegek hegyei a legtöbb esetben kicsi és nagy szilánk, kicsi vagy középnagyságú töredék, széleik részben megmunkálatlanok és élesek, részben pedig szilánkoltak. Ezek leggyakrabban széles, háromszögalakú, vékony vagy vastag töredékek, széles és vastag aljjal, felső végük azonban mindenkor hegyes vagy tompa hegyben végződik. Igen érdekesek azok a hegyek, amelyeknek magas hátuk van.

A hegyek mellett a kaparók a második szerszámtípus, amely a felső kultúrarétegekben a legjobban van képviselve, sőt nagy számuknál és formagazdagságuknál fogva az elsőket jóval túlszárnyalják. A legtöbb kaparó kicsi, középnagyságú és nagy, vékony vagy vastag, hosszúkás vagy zömök töredék, legtöbbször jól szilánkolt kaparóélük egyenes. Azután van számos kaparó, amely az előbbiekhez hasonlít, de kaparóélük lekerekített s vannak kaparók, amelyeknek alsó szélük meredeken lejt és erősen szilánkolva van. A kaparóknak egy további csoportja azzal tűnik ki,

hogy egyenes kaparóéle csorbítva szilánkolt. Vannak továbbá olyan hosszúkás és zömök kaparók, hogy élük többé-kevésbbé kivágott. Végül ismerünk kicsi és középnagyságú, legtöbbször trapezoid-, ékalakú kaparókat, amelyek feltűnően magasak.

A felső kultúrarétegekben talált pengék közül túlsúlyban vannak a nagy, széles alakok megmunkálatlan éles széllel, vannak azonban kisebb, keskeny és széles pengék is. Aránylag kevés az olyan penge, amelyeknek szélei többé vagy kevésbbé szilánkolt. Vannak végül pengehasadékok, amelyeknek egyik széle kaparóéllé vagy felső vége fúróheggyé van kidolgozva.

A fúrók ebben a kultúraszintben több alakban jelentkeznek. A legkisebb képviselői ennek a szerszámtípusnak kicsi és nagy szilánkok, amelyeknek felső vége terminális vagy oldalsó fúróheggyé van kidolgozva. Vannak azután nagy, vastag szilánkok, amelyeknek kivékonyodott, jól megmunkált végét fúrónak használták s vannak végül kicsi és közepes nagyságú, vastag töredékek, amelyeknek felső vége hasonlóképpen fúróheggyé van kidolgozva.

Megmunkált csonttöredékeket a felső kultúrarétegben is találtunk, ezeknek a kidolgozása azonban annyira atipikus, hogy a szóban levő kultúraszint típustani megítélésekor nem jöhetnek tekintetbe. Mint egyedüli típus néhány itt talált kiskevélyi fogpenge szerepel.

A fentiekből kitűnik, hogy a felső kultúraemelet szintén a musztérienbe tartozik, az itt gyüjtött kőeszközök azonban korántsincsenek úgy kidolgozva, mint az alsó kultúrarétegeké. A megmunkálás jóval egyszerűbb és felületes, a szilánkolás hanyag. Ebből következik, hogy ez a jóval fiatalabb musztiéri kőipar hanyatlásnak indult s így csakis a *késői musztérien-be* tartozhat.

III. Az ősemberi csontvázmaradványok.

A Mussolini-barlang felásatásának legmeglepőbb eredménye az, hogy a világosbarna barlangi agyagból jégkori állatok és szénmaradványokkal együtt ez egyszer ősemberi csontvázmaradványok is felszínre kerültek, éspedig egy felnőtt és egy gyermek csontvázrészei. A felnőtt egyén legfontosabb darabja egy fogas állkapocs, amelynek álla rézsút le- és befelé hajlik. Ez annyira

jellemző csont, hogy első rátekintésre meg lehet állapítani, hogy a talált darab a *Homo primigenius*-tól származik. Az állkapcson kívül előkerült még a keresztcsont, a szegycsont első tagja, több csigolya, egy térdkalács, valamint több kéz- és lábközépcsont. A gyermek csontvázából megtaláltuk a koponya néhány töredékét, több csigolyát, bordát és ujjpercet. Mindezeknek a csontoknak behatóbb tanulmányozása folyamatban van.

IV. A krapinai és cserépfalui lelet.

A Mussolini-barlang musztiéri kőipara nem az egyedüli ilyenkorú lelet hazánkban. Ezt az ipart gyengébb kifejlődésben megtaláltuk Tatán, nyomokban a csobánkai Kiskevélyi barlangban, továbbá Erdélyben a Cholnoky- és Bordu Mare-barlangban, s végül Horvátországban a Krapinai barlangban. Mindezek a leletek, kivéve a krapinait, a késői musztérienbe tartoznak.

A krapinai kőipar a Mussolini-barlang két kőiparával nem egyezik. Barlangunk pompás javamusztérienjétől igen távol áll a primitivus krapinai lelet, de barlangunk késői iparával sem egyezik, már csak meleg faunájánál fogva sem. A krapinai ipar barlangunk mindkét iparánál jóval régibb, jóllehet Európa egyik legrégibb musztérienje, miért is *koramusztérien*-nek tartom.

A fentiekből kitűnik, hogy a magyar birodalom volt területén megtaláltuk a musztérien kultúraemeletnek teljes kifejlődését három kultúraszintben: Krapinán mérsékelt meleg klímájú állattársaságban megtaláltuk ennek a kultúraemeletnek legősibb szintjét, a korai musztérient, a Mussolini-barlangban pedig megtaláltuk egyazon szelvényben, egymás fölött, a két további kultúraszintet klasszikus kifejlődésben ; legalul mérsékelt-enyhe klímájú állatok és növények kíséretében a musztériennek virágkorát, fejlettségének legmagasabb fokát, ezért java musztériennek nevezhetjük, legfelül pedig jégkori fauna és flóra kíséretében megtaláltuk ennek a kőiparnak legfiatalabb, hanyatlásnak indult szintjét, ezt meg joggal késői musztériennek nevezhetjük.

A magyarhoni musztérien három szintje a hazai pleisztocén kronológiájába a következőképpen illeszkedik: a mérsékelt meleg klímájú korai musztérient a preglaciális időszak végére, a mérsékelt

enyhe klímájú javamusztérient annak legvégére, a jégkori hideg klímájú késői musztérient pedig a főjégkorszak elejére helyezem.

A musztériennek ily módon földtani, őslénytani és régiségtani alapon megállapított hármas beosztása és kronológiája nemcsak a hazai, hanem a többi európai musztérien-leleteknek kronológiai hovatartozását is lehetővé teszi és a musztiéri kultúraemelet kialakulását kellő megvilágításba helyezi. Ez a Mussolini-barlang felásatásának legfőbb eredménye, ez egyszersmind a magyar rendszeres és céltudatos barlangkutatásnak is legújabb fényes eredménye.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. febr. 18-án tartott üléséből.)

ERGEBNISSE DER AUSGRABUNGEN IN DER MUSSOLINIHÖHLE.

Von OTTOKÁR KADIC.

Nach den jahrelang dauernden Höhlengrabungen im östlichen Teil des Bükkgebirges wendten wir uns im Jahre 1932 zur Ausgrabung einer Höhle, die im westlichen Teil des genannten Gebietes, nahe Eger liegt. Im Frühjahr des erwähnten Jahres unternahmen nämlich meine höhlenforschenden Arbeiter Versuchsgrabungen in den Höhlen der Umgebung von Cserépfalu (Komitat Borsod) und stiessen bei dieser Gelegenheit in einer dieser Höhlen auf paläolithische Steingeräte. Als später aus derselben Schichte auch ein Unterkiefer des Homo primigenius ans Tageslicht kam und dadurch die grosse Bedeutung dieser Höhle offenbar geworden ist, betraute die kgl. ung. Geologische Anstalt den Verfasser dieses Aufsatzes mit der gänzlichen Ausräumung der Höhle, die zu Ehren des Ministerpräsidenten von Italien *Mussolinihöhle* benannt wurde. Die Grabungen währten vom 1. Mai bis 15. Oktober 1932.

Die in einer rel. Höhe von 44 m an der rechten Uferseite des Horbaches mündende Höhle ist in triassischem Kalkstein, entlang zweier sich kreuzender Spalten durch Korrosion und Erosion entstanden. Die durch Korrosion erweiterten Spaltenteile finden wir bloss im oberen Teil des Ganges erhalten, während die übrigen Höhlenteile durch Erosion erweitert wurden, in einem Umfange, wie wir es nach den Ausgrabungen auch heute noch sehen. Der Hauptgang der Höhle, die Halle, ist entlang einer OW-lich streichenden Spalte entstanden. Letztere war ursprünglich grösser, ihr vorderster Teil ist jedoch infolge der Vertiefung des Hortales eingestürzt, so dass der Vorhof, der einstige vorderste Höhlenteil, ohne Decke geblieben ist. Der im hintersten Teil der Halle mündende Gang entstand entlang einer NW—SO-lich streichenden

Spalte. Dort, wo sich die beiden Spalten kreuzen, entwickelte sich ein Schacht.

Sämtliche genannten Räume waren fast vollständig mit verschiedenem Material ausgefüllt. Nach Farbe und petrographischer Beschaffenheit konnten folgende Schichtenelemente festgestellt werden.

Auf die felsige Höhlensohle setzte sich zunächst lebhaftroter, plastischer Ton ab, in dessen unteren Partien Kies und Sand eingelagert waren. Im oberen Teil enthielt dieser Ton Knochenreste einer reichen Wiederkäuer-Gesellschaft, deren faunistische Charakter vorläufig noch nicht bestimmt worden ist. Die Untersuchung der hier gefundenen Holzkohlenreste hat es klargelegt, dass es sich hier um eine Ablagerung handelt, während welcher vorzugsweise Laubholz herrschte, somit sie einem warmen Klima entspricht.

Über diesen Ton lagerte eine verhältnismässig dünne gelblichrote Schicht, die sich über die ganze Halle und den Vorhof ausbreitete. Die hier gesammelten Knochenreste waren ein Gemisch der unteren Wiederkäuer- und der darüberliegenden Hochglazialfauna. Es ist dies die unterste bedeutungsvolle Ablagerung, die durchwegs Paläolithe, bearbeitete Knochenfragmente und Holzkohlenreste enthielt, somit sie als Kulturschicht anzusehen ist.

Die gelblichrote Kulturschicht ist von oben durch eine dünne, dunkelbraune Schicht abgegrenzt, die ebenfalls Paläolithe und Knochen enthielt. Die dunkle Färbung rührt von Kohlenruss-Infiltration her, so dass letztere als ein weitausgebreiteter Feuerherd angesehen werden kann.

Über den lebhaftroten Tonschichten lagerte eine mehrere Meter mächtige, zunächst grünlichgraue, dann gelblichgraue und endlich dunkelgraue, kalkschuttführende Höhlenlehmablagerung, die massenhaft Knochenreste des Höhlenbären, untergeordnet auch solche vom Höhlenlöwen, von der Höhlenhyäne, dem Wolf, Fuchs, Mammut, Rhinoceros, Wisent, Wildpferd und anderen eiszeitlichen Säugetieren enthielt; sonach gehört dieser Schichtenkomplex in die Hauptglazialperiode. Kulturreste, namentlich Paläolithe, bearbeitete Knochen und Holzkohlenreste kamen hier nur zerstreut vor.

Auf die bisher erwähnten Schichtenkomplexe folgt ein hell-

brauner, kalkschuttführender Höhlenlehm, der durch eine eingelagerte, dunkelgraue und grünlichgraue Schicht in einen unteren und oberen Teil zerlegt wird; im Vorhof vereinigen sich beide Schichtenteile. Die Fauna dieser Ablagerungen entspricht im grossen und ganzen den vorangehenden Schichtenreihen, mit dem Unterschied, dass hier neben dem Höhlenbären auch das Wildpferd dominiert. Es ist dies die zweite bedeutungsvolle Schicht der Höhlenfüllung, die tausende von paläolithischen Absplissen enthielt.

Im hinteren Teil der Halle überlagert den hellbraunen Höhlenlehm ein ähnlicher, jedoch lose gebundener kalkschuttführender Höhlenlehm, der vorzugsweise den Schacht ausfüllt und weder organische, noch kulturhistorische Einschüsse enthält, somit dessen Alter nicht näher bestimmt werden kann; jedenfalls gehört derselbe in irgend eine jüngere Phase des Pleistozäns.

Fast sämtliche Schichten der oben besprochenen Höhlenausfüllung enthalten Spuren der Anwesenheit des Menschen, namentlich paläolithische Absplisse und Steingeräte, bearbeitete Knochenfragmente, Feuerherde und Holzkohlenstücke. Alle diese Kulturreste sind jedoch auf zwei Hauptkulturschichten, die untere gelblichrote und die obere lichtbraune Kulturschicht gebunden. Sämtliche roten und braunen Tonschichten reihen sich der unteren und sämtliche kalkschuttführenden Höhlenlehmablagerungen der oberen Kulturschicht.

Das in den unteren Kulturschichten gesammelte paläolithische Material zeichnet sich vorzugsweise dadurch aus, dass die Zahl der gut bearbeiteten Steingeräte verhältnismässig gross ist und dass sämtliche Stücke mit guter Patina bedeckt sind. In der Steinindustrie herrschen Spitzen, Schaber und Klingen vor, untergeordnet fanden sich auch Kratzer, Bohrer, Diskusse und zwei dekadente Faustkeile. Von bearbeiteten Knochen sind in den unteren Kulturschichten eine schön bearbeitete Klinge, zwei Knöpfe, einige Spitzen und mehrere gut bearbeitete und geglättete Knochenfragmente gefunden worden.

Aus dem oben besprochenen Gerätinventar ist leicht zu ersehen, dass wir es hier mit einem Moustérien zu tun haben. Die einzelnen Spitzen und Schaber sind derart prächtig zugerichtet, dass ich diese Industrie in die Blütezeit dieser Kulturstufe rechne

und sie in das *Hochmoustérien* einreihe. Eine ähnliche Steinindustrie wurde in der Grotte du Prince bei Mentone gefunden.

Gegenüber den unteren Kulturschichten ist das paläolithische Material der oberen äusserst reich; die gut bearbeiteten Stücke sind jedoch verhältnismässig gering. Auch hier herrschen die Spitzen, Schaber und Klingen vor, untergeordnet finden wir hier auch Kratzer, Bohrer, Diskusse und dekadente Faustkeile. Bearbeitete Knochenfragmente sind auch in den obere Kulturschichten in grösserer Zahl gefunden worden, die Bearbeitung dieser Objekte ist jedoch durchgänz atypisch.

Aus allen dem, was über die Kulturreste der oberen Kulturschichten gesagt wurde, erhellt, dass wir es auch hier mit einem typischen Moustérien zu tun haben. Die Steingeräte dieser Kulturschicht sind jedoch lange nicht so herrlich, wie jene der unteren. Die Bearbeitung ist viel einfacher und oberflächlich, die Retuschierung nachlässig. Daraus folgt, dass diese viel jüngere Moustérienkultur gegenüber der unteren einer gewissen Dekadenz verfallen ist. Letztere kann sonach nur ein *Spätmoustérien* sein.

Eines der wichtigsten Ergebnisse der Ausgrabung in der Mussolinihöhle ist unzweifelhaft die Tatsache, dass aus dem hellbraunen Höhlenlehm diesmal auch menschliche Knochenreste ans Tageslicht kamen, und zwar eines erwachsenen Individuums und eines Kindes. Das wichtigste Stück des erwachsenen Individuums ist ein bezahnter Unterkiefer, dessen vorderer Teil schräg nach unten und einwärts abfällt. Es ist dies ein derart charakteristischer Knochen, auf Grund dessen auf den ersten Blick festgestellt werden kann, da s wir es mit dem Unterkiefer vom *Homo primigenius* zu tun haben. Ausser dem Unterkiefer fanden wir auch das Kreuzbein, das erste Glied des Brustbeines, mehrere Wirbeln, eine Kniescheibe und einige Hand- und Fussmittelknochen. Vom Skelett des Kindes liegen bloss Schädelfragmente, einige Wirbeln, mehrere Rippenbruchstücke und Fingerglieder vor. Das eingehende Studium all dieser menschlichen Knochenreste steht vor.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. Feber 1935.)

ADATOK
A SUCTORIUSOK FEJLŐDÉSÉNEK ISMERETÉHEZ.[1]

(Három szövegközti ábrával.)

KORMOS JÓZSEF-től.

Külső bimbózás.

A Suctoriusokat a rajzóképzés alapján két nagy csoportba szokták osztani: az elsőbe azok a fajok tartoznak, melyek külső bimbózással hozzák létre rajzóikat, a másodiknál pedig a szülő testén belül — belső bimbózással — keletkeznek az utódok. A külső bimbózás legegyszerűbb esete a *Podophryá*knál ismeretes. Ezek tudvalevően olyan módon szaporodnak, hogy testüknek felső felét, melyen már előzőleg csillóöv alakult ki, leválasztják. A rajzó csillóöve az apicalis tájéktól a nyél felé növekedve jő létre. Igen figyelemreméltó, hogy ez a csillóöv nem tetszőleges meridianusban — a csúcson és nyélen áthaladó bármelyik zónában — jelenik meg, hanem helye már előre pontosan megszabott egy, az állat csúcsán, az excretiós porusain és scopuláján áthaladó keskeny terület által, melyből suctellumok úgyszólván sohasem sugároznak

---

[1] Közlemény a m. kir. F. J. Tudományegyetem Állatrendszertani Intézetéből. Igazgató: *dr. Farkas Béla* egyet. ny. r. tanár.

[1] A Rockefeller-alap és a Szegedi Természettudományi Kutatási Bizottság segélyezésével készült dolgozat.

[1] A szegedkörnyéki Suctoriusok fejlődésére vonatkozó vizsgálataim közben nyert eredményeket részletesen, megfelelő rajzokkal és az irodalmi vonatkozásokkal együtt később fogom ismertetni, az alábbiakban csupán a fontosabbak összefoglalására szorítkozhatom.

ki. Miután ennek a zónának apicalis részén valamennyi alapi szemcse szorosan egymás közelében már kialakult, megjelennek a csillók is, mindegyik szemcséből egyszerre és azonos ütemben nőve ki. Ezzel egyidejűleg kezdetét veszi a csillóöv kialakulása azáltal, hogy az alapi testek egymástól a hozzájuk tartozó csillókkal együtt fokozatosan eltávolodnak mindaddig, míg a csillósorok végeikkel zárt övvé nem kapcsolódnak, vagyis míg a rajzó le nem fűződik a szülő állatról. Közben a rajzó fokozatosan elnyeri végleges alakját. Bimbózáskor az állat egyetlen vacuoluma mindig a szülőben marad, a rajzóban a csillók megjelenése idején új lüktető hólyag képződik ki. A csillóöv kialakulása a többi bimbózási módnál is a *Podophryák*éhoz hasonlóan történik.

A legtöbb fajnál már módosultabb a külső bimbózás. Ezeknek ismertetését elhagyva, még a *Pseudogemmides globosa* (n. g. n. sp.) [1] szaporodásáról emlékezünk meg, mivel benne a külső és belső bimbózás közötti átmeneti jellegek mutatkoznak. E fajnál az embryoképzés közvetlenül a pellicularis burok alatt indul meg, éspedig azzal, hogy itt az állat hossztengelyére merőleges irányú alapi szemcsesorok képződnek ki. Utána csakhamar a csillók is megjelennek, majd egymástól eltávolodva úgyszólván az embryo egész felületén gyéren szétoszolnak. Az egész fejlődésnek legjellemzőbb és a tiszta külső bimbózástól megkülönböztető bélyege, hogy a csillók szétvándorlása közben megjelenő oszlási barázda nem sík felületen vágja el az embryót a szülőtől, hanem ennek testébe ferde irányban mind mélyebbre és mélyebbre hatol, úgyhogy amikor ilyen módon az embryo szülőjétől elvált, testének legnagyobb részét ennek pelliculája által képezett p e r i g e m m a l i s ür veszi körül.

---

[1] E dolgozatban előforduló fajok közül a *Pseudogemmides globosa* és a *Tocophrya multifasciculata* új alakok. A *Prodiscophrya Collini* (Root) *Podophrya Collini* Root, a *Peridiscophrya* pedig *Periacineta* Collin néven ismeretes. Az első két faj részletes leírását, a többinél pedig az új elnevezés indokolását egy másik dolgozatomban fogom megadni.

Belső bimbózás.

Ez a rajzóképzés nem olyan közös alaptypus szerint megy végbe, mint ahogyan eddig gondolták, hanem két, egymástól élesen eltérő fajtáját lehet megkülönböztetni. Az egyik, mely talán elterjedtebb, megfelel annak a szaporodási módnak, amit endogén bimbózásnak szoktak nevezni. Voltaképpen már a másik typusba tartozó eseteket is közöltek: így némely *Paracinetá*nál (Sand, Collin) és a *Prodiscophrya Collini*nál (Root), csakhogy ezeket Collin is, Root is a külső és belső bimbózás közötti átmeneti jellegű fejlődésként írták le. Azonban a vizsgálataim szerint ez a szaporodási mód specializált, önálló bimbózási fajta, s ezért mint invaginatiós rajzóképzést lehet megkülönböztetni a belső bimbózás másik esetétől, amit viszont, szintén a legjellemzőbb sajátsága alapján, circumvaginatiós rajzóképzésnek nevezhetünk el.

Circumvaginatiós rajzóképzés.

Ennek a szaporodási módnak lefolyása röviden a következő:

A szülő állat testének valamely meghatározott részén (többnyire a csúcstájékon, azonban a *Tocophrya multifasciculatá*nál és a *T. lemnarum* egyik fajváltozatánál gyakran oldalt) kis terület csőszerűen betüremkedik, majd — kezdetben csak az embryo későbbi csillósorainak irányában — erős növekedésbe fog. Miután itt a csillóöv megjelent, minden irányban gyorsan növekedni kezd, mégpedig úgy, hogy a szülő plasmájának felső részét, mint a leendő rajzó testét fokozatosan körülvájja (e miatt nevezhető ez a folyamat circumvaginatiós bimbózásnak), végül pedig teljesen lefűzi.

Az egyszerű circumvaginatiós rajzóképzést alapvonásaiban már Bütschli ismertette, s azóta többen végigkövették. Most csupán egyetlen részletéről emlékezek meg.

A *Tocophryák, Acineták, Choanophryák* stb. rajzóira jellemző dorsalis csillópamat, melyet Collin adoralis zóna néven említ és a Peritricha-csoport hasonló nevű képződményével igyekszik homologizálni, kifejlődésének tanúsága szerint nemcsak hogy nem homolog azzal, hanem még önálló képződménynek sem tekinthető,

mivel közvetlenül a csillóövből származik. Ugyanis az embryoképzés legkezdetén e csillópamat alapjául szolgáló basalis szemcsék a többi csillósor alapi testeinek közelében helyezkednek el, s csak a csillók kinövése után, amikor ezeknek vándorlása megindul, jutnak fokozatosan messzebbre a csillóövkezdeménytől egészen a végleges helyükig, ami némely fajnál majdnem a test hátsó végénél van.

A circumvaginatiós rajzóképzés legszélső eseteit az egyszerű és a simultan többes bimbózási fajták képezik. Némileg már az *Endosphaera Engelmannié* is, de főképpen a *Tocophrya multifasciculata* szaporodása áthidaló szerepet játszik e két szélsőséges eset között. Míg ugyanis az egyszerű circumvaginatiós bimbózásnál az első rajzó képződését csak hosszabb nyugalmi idő után követi újabb rajzó kialakulása, a *Tocophrya multifasciculata* szaporodása közben gyakran megtörténik, hogy mielőtt az egyik rajzó képződése véget ért volna, már a másodiknak is megjelennek a csillói, sőt találhatók olyan egyedek, melyekben tíz-tizennégy rajzó van a fejlődés különböző fokán. Legnagyobb részük már kihatolásra kész, néhányan azonban a szülő testével összefüggenek, éspedig úgy, hogy a legfiatalabbnak még a csillói sem nőttek ki teljesen, s csupán a micronucleusa oszlik ; az előzőben már teljesen kész a micronucleus, sőt a macronucleusa is képződőben van; ez előtt pedig olyan embryo fekszik, melynek macronucleusa éppen lefűződik és csillóöve majdnem véglegesen kialakult. Tehát itt a succedan bimbózás annyira meggyorsult, hogy az embryók egészen kis időkülönbséggel jelennek meg egymásután s e miatt a szülő macronucleusa egyszerre két vagy több nyujtványt is fejleszt, bár a nyujtványok lefűződése csak egymásután következik be. Simultan bimbózásnál tudvalevően már valamennyi rajzó körülbelül egy időben fejlődik ki és a főmag nyujtványai is hasonló fejlettségűek.

Invaginatiós rajzóképzés.

Említettem, hogy némely *Paracineta* és a *Prodiscophrya Collini* rajzóképzését a külső és belső bimbózás között átmeneti szaporodásként ismertették, sőt egyesek még a *Dendrocometes* és a *Stylocometes* bimbózását is idesorolják. Azonban a *Paracineták*, velük

együtt a *Prodiscophrya Collini* éppen úgy, mint a Discophryidák családjába tartozó összes többi alakok, melyeknek fejlődéséről eddig úgyszólván semmi biztos adat nem volt — névszerint a *Discophryák, Rhynchophryák, Peridiscophryák* (*Periacineta* Collin) — és végül a Dendrocometidák olyan közös és önálló fejlődési typus szerint hozzák létre az utódaikat, melyet invaginatiós rajzóképzés néven sorolhatunk a belső bimbózás másik typusa mellé, mint vele egyenlő értékű bimbózási fajtát. Az egész invaginatiós rajzóképzés menetét a következőkben foglalhatjuk össze: Egyes fajokra vagy csoportokra jellemző helyen (rendesen a csúcson vagy a test közepe táján) ectoplasmabenövés által kis tömlő jön létre, melyet likacsos pellicula zár el a külvilágtól, illetőleg legspeciálisabb esetben még az ectoplasmabetüremkedés is elmaradhat, s így egészen zárt tömlő képződik. Ez az embryótömlő fokozatosan nagyobbodik, miközben felületén az alapi szemcsék végleges elrendeződésükben megjelennek, a tömlő megnyúlási irányában futó párhuzamos sorokba rendeződve. E sorok a tömlőnek az invaginatiós nyílástól legtávolabb fekvő részén kerek foltot hagynak szabadon. Ettől kezdve az embryókezdemény fajonkint változó és némely esetben eléggé bonyolult irány- és alakváltozások közben mind nagyobbá lesz, a csillói kinőnek, végleges helyükre jutnak, a scopulát jelző kerek csillónélküli folt felemelkedik, másszóval az embryótömlő eléri a teljes kifejlődését. Ilyen állapotban a tömlő kifordított embryónak tekinthető. Végleges alakját a szabadbajutás közben nyeri el, tehát azáltal, hogy bizonyos nyugalmi idő elteltével, mely alatt a csillók mozgása majdnem teljesen szünetel és az invaginatiós nyílást elzáró likacsos pellicula leszakadozik, s így szabaddá válik az út, az embryótömlő fokozatosan kitüremkedik.

A kitüremkedés után az embryót a szülővel még összekötő plasmahíd elszakad, miután előzőleg többnyire hosszú fonállá nyúlt meg.

Így megy végbe megfigyeléseim szerint — természetesen fajonkint bizonyos különbségekkel — a rajzó képződése a *Prodiscophrya Collini, Discophrya astaci, Discophrya brachystyla, Rhynchophrya, Peridiscophrya Buckei, Peridiscophrya linguifera* (2. ábra) stb.-nél. Tehát nem helyes régebbi szerzőknek az az állítása, hogy

a *Discophryák* rajzóikat a *Tocophryák*éhoz hasonló menet szerint hozzák létre, vagyis circumvaginatiós módon, de nem tekinthetjük e szaporodást átmeneti jellegűnek sem, mivel 1. a külső és belső bimbózás között álló rajzóképzésnél a fejlődés első részleteinek kellene a külső s a későbbieknek a belső bimbózásra jellemzően végbemenni. Márpedig a valóságban előbb a szülő testén belül kialakul az embryótömlő, s csak azután türemkedik a szabadba. 2. Az invaginatiós rajzóképzést a circumvaginatiótól több fontos sajátság különbözteti meg, melyek egyúttal a két belső bimbózás jellemvonásait is magukba foglalják. Ezek a különbségek (l. 1. ábra) a következők:

A circumvaginatiós rajzóképzésnél a szülő testén belül kiformálódik a rajzó végleges alakja azáltal, hogy a perigemmalis ürt képező pellicula a szülő testéből az embryónak szánt protoplasmaterületet körülvájja. Ezzel szemben az invaginatiósnál a szülő testén belül még nem határolódik el az embryo protoplasmája, mivel a tömlő a megkezdett irányban nő tovább a nélkül, hogy a szülő állatból valamely területet véglegesen körülfogna és lefűzne. Vagyis míg az előbbi rajzóképzési módnál a betüremkedés által létrejött ür körülveszi az embryónak szánt plasmatömeget, s így mint perigemmalis ür szerepel, addig ugyanez az invaginatiós rajzóképzésnél benne fekszik az embryónak szánt protoplasmában, amiért is entogemmalis ürnek nevezhetjük. A circumvaginatiós bimbózásnál a perigemmalis tömlő falazatának csak egy része lesz az embryo pelliculájává, más része «szülés» alkalmával a rajzó kihatolását segíti elő, s utána csakhamar felszívódik, az invaginatiós embryoképzésnél pedig az entogemmalis üreg teljes egészében a rajzó pelliculája által van körülvéve. A kétféle szaporodási mód közötti különbséget még növeli az a körülmény, hogy a rajzó kihatolása is egészen eltérően megy végbe. Az endogen bimbózásnál a magoszlás körülbelül ugyanabban az időben történik, mint a külső bimbózás esetén, nem sokkal az embryó lefűződése előtt. Ehhez hasonló jelenség csak a legegyszerűbb invaginatiós embryóképzés alkalmával tapasztalható, a fajok legnagyobb részében azonban (*Discophryák, Peridiscophryák, Dendrocometes* stb.) a macronucleus még a kihatolás előtt vagy legkésőbb a kihatolás közben *(Prodiscophrya)* befejezi az oszlását.

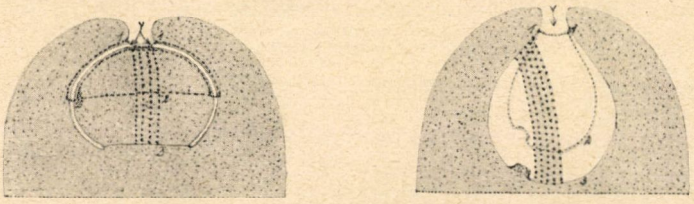
Mint a két rajzóképzési typus közötti nevezetesebb eltérést említhetjük még meg, hogy a circumvaginatiós rajzóképzés egyszerű és többes formában egyaránt megvalósulhat, azonban az invaginatiósnál ugyanabban a — betüremkedéssel létrejött — ürben több embryó sem egyszerre, sem egymásután nem keletkezhetik, mivel az embryótömlő kitüremkedése alkalmával az entogemmalis ür teljes egészében eltűnik, s így a következő embryo képzéséhez új invaginatióra van szükség.

A különböző rajzóképzési typusok összefüggése.

Az kétségtelen, hogy a külső bimbózás a harántoszlásból, a belső pedig a külsőből származott. Mindössze COLLIN képzeli éppen megfordítva, amennyiben a Suctoriusok belső bimbózását a külsőből igyekszik levezetni. Elgondolását két feltevésre alapította: 1. A legmódosultabb alakú rajzók külső bimbózással keletkeznek, míg az egyszerű egytengelyű formák belsővel. Ezzel szemben legyen elegendő itt csupán arra utalni, hogy külső bimbózással is keletkeznek ősi alkatú rajzók (pl. *Paracinetá*knál és *Parapodophryá*knál), míg a Discophryidák lárvái, melyek pedig mindig belső bimbózással jönnek létre, a legeltérőbb alakú rajzók közé tartoznak 2. COLLIN szerint a *Paracineták* egyes fajainak bimbózása átmeneti jellegű, mégpedig olyan értelemben, hogy a belső bimbózástól a a külső felé tart. Azonban már fentebb rámutattunk arra, hogy e szaporodási mód önálló typus és bizonyos esetekben olyan jellemvonásokkal bír (pl. az úgyszólván teljesen zárt embryótömlő képződése némely *Discophryá*nál), amelyek a belső bimbózás felé való erős specializálódását bizonyítják.

Annak a megállapításához, hogy a belső bimbózás a külsőből miként keletkezett, segítséget nyujthat a *Pseudogemmides globosa* szaporodása, amely külső bimbózásként indul és csak a későbbi szakaszában mutat az endogén bimbózásra jellemző sajátságokat. Ennek ismerete alapján következtethetjük, hogy a belső bimbózás a külsőből azáltal jött létre, hogy az oszlási barázda, mely külső rajzóképzésnél síklap mentén vágja el az embryót a szülő testétől, egyrészt ferdébbé vált, másrészt pedig fokozatosan korábban jelent meg, ami végül oda vezetett, hogy — belső bimbózásnál — már

a csillók alapi testeinek kialakulása előtt bemélyedés támad az állat valamely részén. Ha azután e kezdeti ectoplasmabenövés fokozatosan a megkezdett irányban nagyobbodik és így alakját a lehetőségig megtartja, akkor invaginatiós a rajzóképzés (1. ábra *b*), ha pedig a besüllyedés nem az eredeti irányban, hanem körös-



a *b*

1. ábra. *a*—*b* : vázlatos rajzok a circumvaginatiós (*a*) és invaginatiós (*b*) rajzóképzés közötti különbségek feltüntetésére. A két bimbózási mód ugyanazzal a számmal jelzett állapotai körülbelül megegyező fejlődési állapotok. (1....., 2...., 3....)

körül halad tovább (1. ábra *a*), úgy hogy az embryónak szánt plasmát kivájja a szülő testéből, akkor circumvaginatiós rajzóképzésről szólhatunk.

A rajzó szabadba jutása.

Míg a külső bimbózással létrejött rajzók teljesen a saját erejükből, csillóik csapkodása által kifejlődött húzás következtében szakadnak el a szülő testétől, belső bimbózásnál — se circumvaginatiós, se invaginatiós rajzóképzésnél — erre nem képesek. Circumvaginatiós rajzóképzés esetén a szülőnyílás körüli terület sokkal nagyobb ellenállást fejt ki, hogy sem mozgásával a rajzó azt legyőzhetné; ezért a szülőnek magának kell a külvilágra segítenie az embryót. Azonban ez a segítés nem a «szülés»-előtti időkben jelentkező contractiók által valósul meg, ahogyan a legtöbb kutató gondolja, hanem a szülőnek a rajzóra gyakorolt egyenletes nyomásában nyilvánul. Ez következik abból, hogy éppen szülés közben szünetelnek a contractiók, másrészt pedig ugyanebben az időben a rajzó csillói sem csapkodnak, hanem teljes mozdulatlanságban

fekszik a perigemmalis üregben s csak akkor fog maga is erőteljes mozgásba, amikor csillóöve már a külvilágra jutott. Csak kivételesen — főként többes bimbózásnál — van a rajzónak is szerepe a kiszabadulásban.

Az invaginatiós rajzóképzéssel kapcsolatban már említettük, hogy ott az embryótömlő kitüremkedéssel hagyja el a szülő testét és válik rajzóvá. A csillóknak e folyamatnál semmiféle jelentőségük nincs: egész idő alatt mozdulatlanok, vagy csak a kihatolás szempontjából mit sem számító határozatlan mozgást végeznek.

Kérdés, hogyan magyarázható az a látszólag nagyfokú eltérés, ami a két belső bimbózási módnál az embryónak (invaginatiós rajzóképzésnél), illetőleg rajzónak (circumvaginatiós rajzóképzésnél) a szabadbajutásában megnyilvánul.

Ha a két belső bimbózást ugyanazon stadiumban összehasonlítjuk, akkor megállapítható, hogy a perigemmalis és entogemmalis ür homolog képződmények, illetőleg az entogemmalis ür csillós, tehát majdnem az egész falazata megfelel a perigemmalis ür hasonló részének, vagyis a rajzó pelliculájának. A felső része csillótlan és csupán a bimbó kiformálása végett jött létre, annak felépítésében nem vesz részt. Azonban «szülés» alkalmával ugyanazt a szerepet játsza, amit invaginatiós rajzóképzésnél az egész entogemmalis tömlő. Tudniillik, miután a rajzó fajonként jellegzetes módon kihatolása érdekében kedvező helyzetet foglalt el, a perigemmalis tömlő lassan kezd felemelkedni és a kitüremkedési törekvése által kifejtett nyomás juttatja mind feljebb és feljebb a mozgásában gátolt rajzót, mindaddig, míg annak csillóöve a szabadba nem került, illetőleg néha még azután is. Legnagyobb szerepet e folyamatnál a tömlőnek a szülőnyílás alatti része játszik.

Tehát végeredményben bármily jelentős a két szaporodási typus közötti különbség, az utód szabadbajutása ugyanazon elv alapján: egyik esetben az entogemmalis, a másikban a perigemmalis tömlő kitüremkedési törekvése által valósul meg.

Reorganisatiós rajzóképzés.

Az eddigiekben a bimbózásnak főként olyan eseteivel foglalkoztunk, melyeknél a rajzóképzés szaporodással jár (reproductiós

rajzóképzés). Elég gyakran bekövetkezik azonban, hogy az állat úgyszólván teljes egészében mozgásra képes formát ölt, vagyis rajzóvá alakul át.

Ez a rajzóvá alakulás ugyanúgy történik, mint a reproductiós rajzóképzés; amelyik faj külső bimbózással szaporodik, annak egyedei egészben is külső bimbózáshoz hasonlóan válnak rajzóvá. A belső bimbózáson belül, circumvaginatiós rajzóképzés esetén a teljes átalakulás is ilyen, éppen úgy, ahogyan invaginatióval szaporodó fajok egészükben is az invaginatiós bimbózás szerint alakulnak át. (Érvényes ez a *Prodiscophrya Collini*re vonatkozólag is, bár ennél a Suctoriusnál Root másképpen írja le a kifejlett állatnak rajzóvá való átalakulását.)

Az egész állatnak rajzóvá való átalakulása nemcsak az alapelvekben egyezik meg a reproductiós rajzóképzéssel, amit már mások is észrevettek, hanem a legkisebb részletekben is utánozza azt: csillózata ugyanolyan módon jő létre, mint a szaporodásnál az embryóé, új vacuolumok keletkeznek benne, az embryóénak megfelelő számban és elrendeződésben. (Belső bimbózású fajoknál természetes, hogy ilyenkor új lüktető hólyagok lépnek fel, mert hiszen a régieknek a pelliculával együtt, ahhoz erősítve vissza kell maradniok; azonban még például a *Podophryák*nál is eltűnik a régi vacuolum, bár ezek az átalakulás alkalmával csupán a nyeléket hagyják hátra.) Új scopula is képződik, pelliculája pedig teljes egészében vagy legalább is a csillóöv zónájában megújhodik. Tehát az egész folyamat bizonyos organellumok reorganisatióját eredményezi, amiért reorganisatiós rajzóképzésnek nevezhetjük. Teljes átalakulásról azért sem igen beszélhetünk, mert belső bimbózású fajoknál az összes, a pelliculával és ectoplasmával kapcsolatos organellumokon kívül még rendesen bizonyos mennyiségű plasma is marad vissza.

Figyelemreméltó, hogy reorganisatiós rajzóképzésnél a macronucleuson ugyanolyan szerkezeti változások mutatkoznak, aminők szaporodás alkalmával az oszlásra való előkészület közben következnek be, a nélkül azonban, hogy a mag oszlása is megtörténne.

A scopula kialakulása.

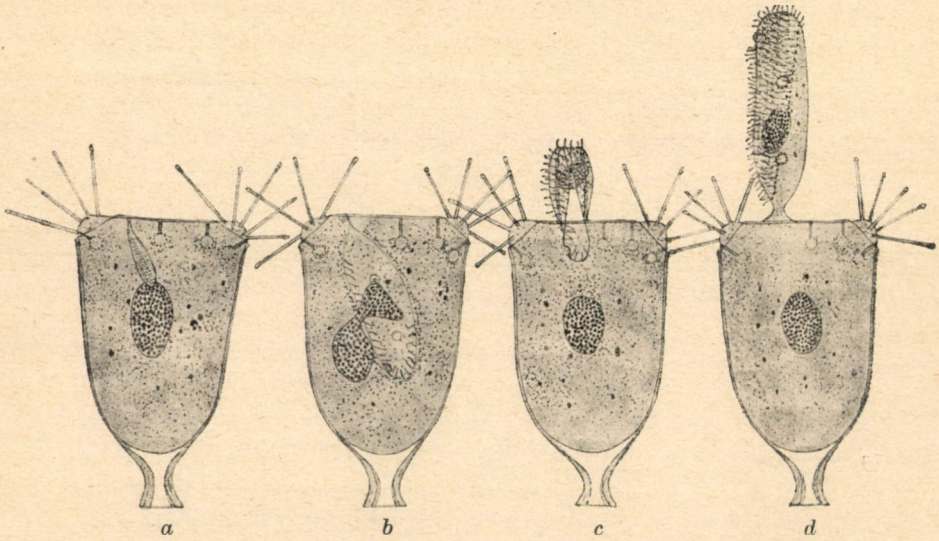
A scopula megjelenésének idejében nagy változatosság uralkodik. A két legszélsőségesebb esetet egyrészről a Discophryidák családja (valószínűleg ide sorolhatók az összes többi, scopulával rendelkező és invaginatiós rajzóképzéssel szaporodó fajok is), másrészről pedig a *Podophryák*, továbbá a *Tocophrya multifasciculata* (és vele bizonyára még több faj az Acinetidák családjából) képviselik. A *Discophrya*-féléknél a scopula-kezdemény már az embryó képződésének kezdetén megjelenik a basalis szemcséktől üresen hagyott helyen, mely az embryótömlő növekedésével egyidejűleg fokozatosan felemelkedik, s amely alatt a scopularis szemcsék összegyűlnek. Nem sokkal az embryo szabadbajutása után a scopula lassan besüllyed, úgyhogy a szabadon úszó rajzón már legtöbbször ilyen állapotban találhatjuk meg.

A *Podophryák* nyélképző része a rajzó elszabadulásakor még egyáltalán nem ismerhető fel, hanem csak röviddel a megtelepedés előtt jelenik meg (a csillóövben, a test hátsó harmadában, éspedig mindig azon az oldalon, ahol a vacuolum is van), de a scopularis szemcsék képződése bizonyára már előbb megtörtént, mint ahogyan azt a *Tocophrya multifasciculata* rajzóin észleltem. Ennél a fajnál ugyanis már a macronucleus oszlása előtt megjelennek a scopularis szemcsék, melyek a nyél képzésére vannak hivatva, azonban nem előre meghatározott kis területen, hanem az egész plasmában egyenletesen széthintve. Csak később, a mag oszlásának, sőt az embryo lefűződésének befejezése után kezdenek a rajzónak ahhoz a végéhez vándorolni, melyhez a csillóöv közelebb fekszik, s ott azután sorokba rendeződnek.

Nyélképzés, metamorphosis.

Bizonyos idő múlva a rajzó megtelepedik és a scopulájának működésével kezdetét veszi az átalakulás: az alzathoz tapadva basalis lemezt és nyelet hoz létre, már tudniillik, ha az állat egyáltalán nyeles alak. A fajoknak jelentős számában, főként az *Acinetáknál*, *Tocophryáknál*, de kisebb mértékben a *Podophryáknál* is, a nyél növelése közben a scopula mélyen a testbe süllyed. (Tehát

nem a besüllyedés után kezdi képezni a nyelet, mint FILIPJEV írja.) Ilyen módon a nyelet, amíg rövid, teljes hosszúságában, később azonban csak a felső részét, a rajzó testének pellicularis csöve burkolja. Ebből a csőből fokozatosan, csak a metamorphosis végére kerül ki azáltal, hogy az állat alsó része lassan feltolódik.



2. ábra. *Peridiscophrya linguifera* rajzóképzése *a*-n a még fiatal embryo-tömlő látható. *b*: az embryo + tömlő teljesen kialakult, s a macronucleus éppen oszlik; *c*: a magoszlás befejeződött és az embryo-tömlő félig kitüremkedett; *d*: a már teljesen kitüremkedett embryót még plasma-híd köti össze a szülő testével.

Nem sokkal azután, hogy a nyél növekedése megindult és a csillók mozgásukat befejezvén, kezdenek felszívódni, a suctellumok is feltűnnek. Attól függően, hogy a rajzónak régi és újonnan kialakult organellumai a metamorphosis végéig eredeti elrendeződésükben maradnak vagy közben lényeges helyzetváltozást szenvednek, az átalakulásnak két csoportját különböztethetjük meg.

Az egyiknél, s idetartozik a fajok legnagyobb része, lényeges változás nem következik be a vacuolum, suctellumnyalábok stb. elrendeződésében, vagyis a rajzó symmetriai viszonyai megmarad-

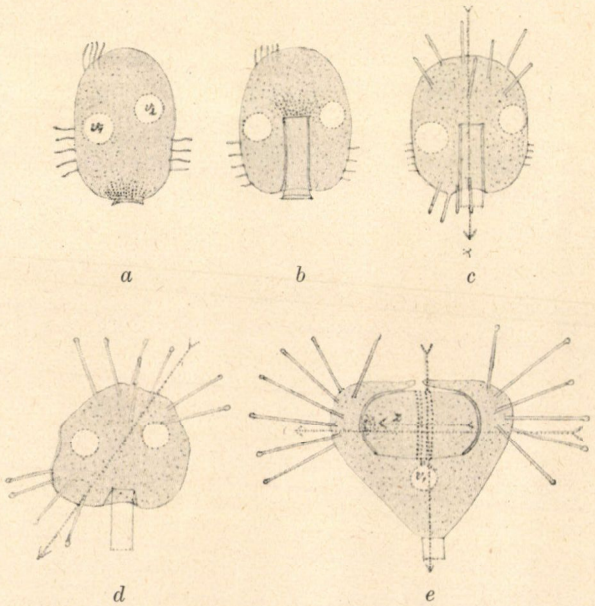
nak a kifejlett állatban is. Tehát a rajzó tengelyei ilyenkor azonosak a belőle kialakult suctellumos alak tengelyeivel, amiért is ilyenkor tengelyváltozásnélküli metamorphosisról szólhatunk. Lényegesebb tengelyváltozás nélkül játszódik le a metamorphosis a *Podophryák*nál, *Acineták* egy részénél (pl. *Acineta oequalis*), egynémely *Tocophryá*nál (*Tocophrya multifasciculata*), a *Prodiscophryá*nál, *Discophryák*nál és *Peridiscophryák*nál. A kifejlődést mindezekben az esetekben elég részletesen sikerült is végigkövetni. Legsajátságosabb közöttük a *Peridiscophryák* átalakulása, amelynél a suctellumnyalábok nem a végleges viszonylagos helyükön: az állat csúcsrészének két oldalán, hanem a test közepe táján, oldalt jelennek meg, s csak a burok képződésének előrehaladásával jutnak mind magasabbra, úgy hogy a fiatal *Peridiscophrya*, melyen a burokképződés még nem indult meg, a *Discophryák*hoz meglepően hasonlít. A suctellumnyalábóknak ez a helyzetváltoztatása a *Peridiscophryá*nál ugyanazon főtengely irányában történik, s így tengelyváltozást nem eredményez.

Eddigelé még csak a *Tocophryák*nál figyeltem meg (*T. cyclopum*, *T. lemnarum*, *T. quadripartita*), de bizonyosnak tekinthető, hogy az *Acinetá*knál is előfordul a metamorphosisnak másik fajtája, melyre az jellemző, hogy a rajzó megtelepedésétől kezdve a teljes kifejlődéséig a pelliculával kapcsolatban levő organellumoknak viszonylagos helyzete (vacuolumok, suctellumok, álcai csillózóna tájéka) megváltozik, s e miatt a symmetriai tengelyek szintén fokozatosan más irányba kerülnek mindaddig, míg eredeti helyzetükre körülbelül merőlegesekké nem váltak.

Az ilyen átalakulást tengelyváltozással járó metamorphosisnak nevezhetjük, mivel a kifejlett állat a rajzóhoz viszonyítva heteraxonius: álcai főtengelye melléktengellyé vált és szervezete alapján új symmetriai főtengely húzható benne, mely közelítőleg a rajzókorbeli hát-hasi melléktengelynek felel meg.

A 3. ábra rajzai mutatják azt a változást, mely például a *Tocophrya cyclopum*on játszódik le a rajzó megtelepedésétől kezdve a teljes kifejlődéséig. Ez lényegében abban áll, hogy a scopula közelében a csillóöv alatt és az ellenkező testvégen a csillóöv felett megjelenő suctellumok nem maradnak eredeti helyükön, hanem

a 3. ábra *e* rajzán látható helyzetbe jutnak. A közöttük levő vacuolum, mely a rajzón még középen, a csillóöv mellett található, szintén följebb kerül: az apicalis tájék közepére.



3. ábra. A *Tocophrya cyclopum* egyik fajváltozatának metamorphosisa (félig vázlatosan). *a*: éppen megtelepedett rajzó, *b*: ugyanez a nyélképzés kezdetén. A *c*, *d*, *e* rajzok a kinőtt suctellumok fokozatos helyváltozását és a nyél devaginatióját mutatják. *e*: a teljesen kifejlett állat rajzóképzés közben; v_1: a metamorphosis után is megmaradó vacuolum, mely rajzóképzésnél (lásd: *e*) a perigemmalis tömlő aljára süllyedt; v_2: a másik vacuolum, mely a metamorphosis végére eltűnik; *x*: a szülő állat álcai főtengelye; *y*: morphologiai főtengelye; *z*: az embryo főtengelye.

Hasonló az átalakulás a másik említett két *Tocophryánál* is. A *Tocophrya lemnarum* rajzóiban két vacuolum van, melyek közül egyik fajváltozatban a suctellumnyalábok közötti, a másikban pedig a kívülük fekvő a metamorphosis végére eltűnik. Előfordul ilyen eset a *Tocophrya cyclopumnál* is, sőt még a *Peridiscophrya Buckei* és *Peridiscophrya linguiferának* egyik lüktető hólyagja is

csak az álcai életben működik. Annak ellenére, hogy e kétféle átalakulás között látszólag nagy különbség van, mégis nem minden esetben választhatók el élesen egymástól. A *Tocophryák*nál, tehát ugyanazon nemzetségen belül, mind a kettő előfordulhat: a *Tocophrya multifasciculata* tengelyváltozással, mások pedig a nélkül alakulnak át. Sőt a *Tocophrya multifasciculatá*nál még egyedenkint is tapasztalható az átalakulásban bizonyos fokú eltérés. Figyelemre méltó, hogy a csillóöv alatt kezdetben mindig kevesebb suctellum jelenik meg, s csak az átalakulás után nő körülbelül ugyanannyi, amennyi a másik nyalábban is van, továbbá, hogy bizonyos fajoknál, melyek főként a *Podophryák*, *Acineták*, *Tocophryák* közé tartoznak, suctellumok a csillóövben nem szoktak kiképződni. Éppen ezen fajoknál állapítható meg — amint alább látni fogjuk — a szülő álcai csillózónájának a helye és az utód csillóöve között a legszembetűnőbb kapcsolat.

A szülő és embryo orientatiós viszonyairól.

A rajzóképzés minden fajtája közvetlenül vagy közvetve levezethető a Csillósoknak — melyek a Prostomások révén a Suctoriusok ősei — oszlásából. Némely fajnak bimbózása közben azonban olyan sajátság mutatkozik, amely sehol a Csillósoknál nem ismeretes, nevezetesen az, hogy a szülőnek és embryójának főtengelyei egymásra merőlegesek. Ez a tengely-viszony nem általánosan elterjedt, mint Collin gondolja, hanem a fajoknak egy részénél az embryo úgy helyezkedik el, hogy főtengelye párhuzamosan fut a szülő morphologiai főtengelyével. (Ezt viszont Bütschli hitte általános szabálynak.) Hasonlóan viselkednek az invaginatiós rajzóképzéssel szaporodó fajok is: a szülőnek és utódjának tengelyviszonya párhuzamos és merőleges egyaránt lehet, bár az idetartozó alakoknál mégis bizonyos határozatlanság nyilvánul meg. Már magában véve az is szokatlan, hogy éppen olyan fajok *(Prodiscophrya Collini, Peridiscophryák)*, melyeknél a szülőnek és embryónak tengelyei párhuzamosaknak tekinthetők, az embryo scopulája ellenkező irányba néz, mint a szülőé.

A circumvaginatiós embryóképzésű Suctoriusoknál az átalakulásnak és az embryóképzés alatt uralkodó viszonyoknak

együttes figyelembevételével megfelelő magyarázat kínálkozik a szülő és utód tengelye merőlegességének megfejtésére. Valószínű, hogy lényegében az itteni tapasztalatok alkalmazhatók az invaginatiós rajzóképzés esetére is.

Ismeretes az előzőkből, hogy a *Tocophryák* nagy részénél (pl. *Tocophrya lemnarum*, *T. quadripartita*, *T. cyclopum* és különböző változataik) a rajzó átalakulás közben tengelyváltozást szenved, amennyiben a főtengelye — jelen esetben azonos a hossztengellyel — eredeti irányára merőleges helyzetbe jut, s ezáltal a kifejlett állat egyik melléktengelyévé válik. Ha az átalakulás után bizonyos idő múlva az állat rajzóképzésbe fog, akkor a fejlődő embryo a szülőnek alaktani alapon meghúzható főtengelyére merőlegesen helyezkedik el, illetőleg — és ezt kell most fontosabbnak tekintenünk — az embryó hossztengelye párhuzamos a szülőnek az átalakulás során más helyzetbe jutott larvalis hossztengelyével.

Akad azonban olyan eset is, amikor az átalakulás alatt a főtengely iránya nem változik meg. Ilyenkor az embryo főtengelye szintén követi a szülő megfelelő tengelyének az irányát (pl. *Tocophrya multifasciculata*, *Acineta oequalis* etc.). Sőt a megfigyelt egyedeknél azt tapasztaltam, hogy nemcsak párhuzamos a szülő rajzókorabeli heteropolaris főtengelye és a rajzó hasonló tengelye, hanem a tengelyek ugyanolyan értékű végei is egybeesnek: az embryo scopulája ugyanabban az irányban fekszik, amelybe a szülő larvalis scopulájának viszonylagos helyét jelző tengelyvég az átalakulás után került. Ez vonatkozik természetesen az utód egyéb részeire is, mint azt a *Tocophrya cyclopum*, *T. lemnarum* és *T. quadripartitá*nál megállapíthattam. Különösen az utóbbi faj, jellegzetes szabályos alkata következtében mutatja szépen, hogy az embryó helyzete milyen hűen tükrözi vissza a szülőnek az átalakulás során szenvedett symmetriaváltozásait.

Éppen a miatt a pontosság miatt, mellyel az említett esetben az embryo követi a szülőállatnak egyszer változatlan, máskor lényegesen módosult tengelyirányait, nagy valószínűséggel mondhatjuk, hogy a bimbózó állatokon észlelt tengelyviszony az átalakulás során szenvedett tengelyváltozásnak az eredménye.

Hasonló magyarázat adható bizonyára az Acineták embryóinak

elhelyezkedésére vonatkozólag is, bár itt néha csak látszólagosan merőleges a szülőnek és utódjának főtengelye. Így például az *Acineta oequalis* rajzójának scopulája nem véghelyzetű, hanem a csillóövbe tolódott el és e miatt átalakuláskor sem következik be lényeges tengelyváltozás, ami viszont azt eredményezi, hogy a szülő és embryó azonos tengelyei is megegyező irányúak.

Meg kell azonban említenem, hogy vannak fajok, amelyeknél a tengelyviszony nem hozható ilyen szoros kapcsolatba az átalakulás alatti változásokkal. Hogy ezek az esetek másodlagosan állottak elő vagy egyéb okra vezethetők vissza, arra egyelőre biztos választ nem lehet adni.

A *Podophryák* bimbózása alkalmával, akár szaporodással jár, akár teljes egészében alakul rajzóvá az állat, a rajzó csillóöve nemzedékről-nemzedékre ugyanazon zónában jelenik meg. Belső bimbózás esetén is előfordul, hogy a szülő álcai csillóövének tájéka határozza meg az embryo csillósorainak lefutási irányát. A legszebb példát éppen azok az alakok szolgáltatják, melyeknél átalakulás közben a rajzókori csillóöv új helyzetbe kerül (pl. a tengelyváltozással átalakuló *Tocophryáknál*), mivel szaporodáskor ennek a tájékán történik a betüremkedés és a fejlődő embryo csillóöve ugyanolyan irányban jelenik meg, aminőben a szülő lárvakori csillóöve fekszik.

Ha mindezekhez hozzátesszük, hogy a rajzó symmetriáját főként csillózatának elhelyezkedése szabja meg, akkor joggal mondható, hogy az embryo orientatióját is közvetlenül ez befolyásolja, mert ahogyan a szülő álcai csillózónájának helyzete változik, ennek meghatározó képessége miatt megfelelően módosul az embryo elhelyezkedése is.

Dolgozatom a szegedi Ferenc József Tudományegyetem Állatrendszertani Intézetében készült. E helyen is hálás köszönetet mondok dr. Farkas Béla professzor úrnak állandó támogatásáért és tanácsaiért, melyekkel vizsgálataim közben segítségemre volt.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. márc. 18-án tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR KENNTNIS DER ENTWICKELUNG DER SUCTORIEN.

Von J. KORMOS, Szeged.

Bei der Schwärmerbildung der Suctorien werden drei Haupttypen unterschieden. Unter den zwei, mit dem Namen innere, bzw. äussere Knospung bezeichneten Fortpflanzungstypen wurden bei der letzteren wiederum zwei, voneinander unbedingt verschiedene Arten der Fortpflanzung beobachtet. Diese sind:

1. Schwärmerbildung durch Circumvagination. Diese ist eigentlich identisch mit der im ehemaligen Sinne genommenen inneren Knospung.

2. Schwärmerbildung durch Invagination. Diese wurde bei einigen Arten auch von anderen Forschern beobachtet, aber fälschlich als eine Übergangsform zwischen äusserer und innerer Knospung gedeutet. Sie ist in ihrer ursprünglichsten Form in der Familie der Discophryiden anzufinden, bei der jede Art in dieser Weise ihre Schwärmer bildet. Die beiden Arten der inneren Knospung unterscheiden sich in erster Linie darin, dass bei der ersteren die anfänglich röhrenartige Einstülpung später so wächst, dass sie das dem Embryo zugedachte Plasma umschliesst und absondert, beim zweiten Typ aber ihre ursprüngliche Wachstumsrichtung bis zum Ende beibehält, d. h. bis zu ihrer völligen Ausbildung in Schlauchform in den Körper der Mutter einwächst. Während also bei der Circumvaginationsknospung ein durch die Einstülpung einer bestimmten Fläche des Muttertieres entstandener Schlauch die dem Embryo zugedachte Plasmamasse umgibt und so als ein perigemmaler Raum eine Rolle spielt, liegt derselbe Raum bei der Invaginationsknospung in dem Plasma selbst, weshalb sie ento-

gemmaler Raum genannt werden kann. Bei der Circumvaginationsknospung wird nur ein Teil der Wandung des perigemmalen Raumes zur Pellicula des Schwärmers, die übrigen Teile fördern das Herausschlüpfen des Schwärmers bei der «Geburt». Bei der Invaginationsknospung ist der entogemmale Raum vollständig von der Pellicula des Schwärmers umgeben. Es können Unterschiede auch in der Art festgestellt werden, wie der Schwärmer in die Aussenwelt gelangt, oft auch im Zeitpunkt der Kernteilung und auch in anderen Eigentümlichkeiten.

Wenn die Schwärmerbildung nicht in Verbindung mit einer Vermehrung vor sich geht, sondern das Tier «total» zum Schwärmer umwandelt wird, dann geht diese Umwandlung bei jeder Art in derselben Weise vor sich, wie die reproduktive Schwärmerbildung. Dasselbe gilt auch für die kleinsten Einzelheiten der Schwärmerbildung. Im Falle der totalen Umwandlung erneuern sich — auch bei äusserer Knospung — gewisse Organellen: die Scopula, Vacuolen, ferner die Gegend der Cilienzone (deshalb: reorganisatorische Schwärmerbildung), sogar am Macronucleus zeigen sich Zeichen der Vorbereitung zur Teilung.

Die Schwärmer werden nicht durch die Kontraktionen des Muttertieres in die Aussenwelt befördert, und auch die Schwärmer selbst spielen dabei nur eine kleine Rolle. Der durch die Tendenz des perigemmalen Schlauches zur Ausstülpung auf die Schwärmer geübte Druck bewirkt die Befreiung der Schwärmer.

Bei *Pseudogemmides globosa* (n. g., n. sp.) ist eine Übergangsform der Fortpflanzung zwischen äusserer und innerer Knospung zu beobachten. Von den Organellen des Schwärmers bildet sich am spätesten die Scopula aus. Sie ist manchmal schon früh in der Entwicklung wahrzunehmen, oft aber entwickelt sie sich nur nach Abschnürung des Embryos endgültig, wenn die bis dahin zerstreuten, scopularen Körnchen nach einem bestimmten Ort wandern. Es kommt häufig vor (*Tocophrya*, *Acineta* etc.), dass die Scopula während des Stielwuchses in den Körper des Schwärmers sinkt. Während der Schwärmer zu einem suctellierten Tier wird, bleibt seine Hauptachse entweder unverändert (Metamorphose ohne Achsenveränderung), oder sie wird allmählich schiefer, bis sie zu ihrer ursprünglichen Lage senkrecht zu stehen kommt.

Die neue Hauptachse wird nun in diesem Falle die larvale dorsiventrale Nebenachse (Metamorphose mit Achsenveränderung). Meistens geschieht die Umwandlung des Schwärmers in der ersten Weise; Achsenveränderung während der Metamorphose geht nur bei wenigen Arten vor sich (bei den Tocophryen und wahrscheinlich auch bei Acineten). Wie auf Grund der Beständigkeit oder Veränderung der Symmetrieverhältnisse zweierlei Typen der Metamorphose zu unterscheiden sind, pflegt auch die Orientierung des Muttertieres zu ihren Nachkommen in zwei Formen aufzutreten: Die morphologischen Hauptachsen stehen entweder parallel oder senkrecht. Die wahrscheinlichste Ursache hierfür glauben wir in dem Umstand zu finden, dass die Symmetrieelemente der Nachkommen der Richtung der larvalen Symmetrieelemente des Muttertieres auch in solchen Fällen folgen, in denen diese während der Metamorphose eine wesentliche Veränderung erfahren haben, da die Gegend der larvalen Cilienzone des entwickelten Tieres den Ort des Ciliengürtels des Embryos direkt beeinflusst und dadurch indirekt auch eine Wirkung auf die Orientierung des Embryos ausübt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. März 1935.)

KÍSÉRLETI VIZSGÁLATOK A TÖMEGVONZÁS ÉS A TEHETETLENSÉG ARÁNYOSSÁGÁRÓL.

RENNER JÁNOS-tól.

I. Bevezetés.

A vonzó és a tehetetlen tömeg arányosságának vizsgálata régi időkre nyúlik vissza. Erre vonatkoznak már GALILEI-nek a légüres ejtőcsőben végzett kísérletei is. NEWTON különböző anyagú ingák lengésidejének változatlanságából következtetett arra, hogy a tömegvonzás az anyagi minőségtől független, s bár méréseinek pontossága csak körülbelül $^1/_{1000}$-ig terjedt, ezt az elvet általánosan igaznak fogadta el. BESSEL (1827) is különböző anyagú ingákkal végezte vizsgálatait, s a nehézségi erőt $^1/_{60000}$-ig megegyezőnek találta a különböző anyagoknál a vizet kivéve. Még újabb időkben is többen ezzel a módszerrel vizsgálták meg a kérdést, s főleg a mérés pontosságának fokozására törekedtek. H. H. POTTER (1923, Irod. 7., 11.) nagy gonddal végzett ingaméréseinél a nehézségi erőben $^1/_{300000}$-nél kisebb eltérést talált ólom, bizmut, paraffin, ammoniumfluorid és mahagonifa esetében, csupán acélnál talált $^1/_{50000}$-nyi eltérést. Technikai okokból alig remélhető, hogy az ingalengések alapján való összehasonlítás pontossága lényegesen fokozható volna.

A gravitáció és a tehetetlenség arányossága báró EÖTVÖS LORÁND-ot is foglalkoztatta már gravitációs vizsgálatainak kezdetén. (Irod. 1., 2.) EÖTVÖS erre a célra nagy érzékenységű eszközét, a torziós ingát használta fel. Ezirányú kutatásainak alapgondolata az, hogy miután a nehézségi erő a tömegvonzásnak és a centrifugális erőnek az eredője, ennélfogva a tömegvonzásnak az anyagi minőséggel való esetleges változása együttjárna a

nehézségi erő irányának a megváltozásával. Eötvös-nek 1890-ben közzétett eredményei szerint sárgaréz, üveg, antimonit és parafa esetében az eltérés kisebb $^1/_{20\,000\,000}$-nál. Eötvös később tökéletesítette módszerét, s 1908-ban Pekár Dezső-vel és Fekete Jenővel együtt nagyszabású kísérleti vizsgálatokat végzett; e vizsgálatok anyagából készült az a pályamunka, amelyet a göttingeni egyetem filozófiai fakultása 1909-ben a Benecke-alapítvány első díjával jutalmazott. A pályamű rövidítésekkel Eötvös halála után nyomtatásban is megjelent. (Irod. 6.) E vizsgálatok a mérés pontosságát tovább fokozták, amennyiben a különböző anyagok vonzásának eltérése 5.10^{-9}-nél kevesebbnek mutatkozott. Megvizsgálták a következő anyagokat: magnalium, kígyófa, vörösréz, víz, kristályos rézszulfát, rézszulfátoldat, aszbeszt és faggyú. Ezeken kívül hasonló vizsgálat történt a Landolt-Heydweiler-féle ezüstszulfát-ferroszulfát reakcióra, továbbá rádióaktív anyagokra vonatkozólag is.

Eötvös módszerével, torziós ingával vizsgálta meg a tömegvonzás és a tehetetlenség arányosságát H. H. Potter (1927), észleléseinek pontossága azonban nem éri el Eötvös méréseinek pontosságát. (Irod. 15.)

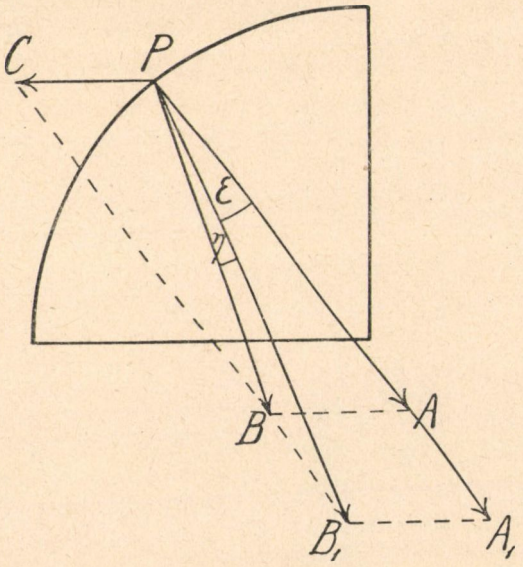
Legújabban Selényi Pál és Rózsa M. foglalkoztak a vonzó és a tehetetlen tömeg arányosságának megvizsgálásával, s erre egészen eredeti módszert dolgoztak ki. Ez a módszer a vizen úszó különböző anyagok egyensúlyi állapotát vizsgálja. Ideiglenes eredményeikről egyelőre rövid közleményben számoltak be. (Irod. 17.)

A vonzó és a tehetetlen tömeg arányossága különösen fontos szerephez jutott az Einstein-féle általános relativitási elméletben; ezt az arányosságot Einstein alapelvként mondotta ki. E kérdésnek a relativitás elméletében elfoglalt jelentősége is kívánatossá teszi, hogy a különböző anyagok vonzása további kísérleti vizsgálatok tárgya legyen. A további kutatás egyrészt az eddigiektől eltérő módszerek alkalmazására, másrészt a már eddig alkalmazott módszerek pontosságának fokozására irányulhat. A következőkben ismertetett kísérleti vizsgálataimnál Eötvös torziós inga-módszerét vettem alapul s a mérés pontosságának növelésére törekedtem. Lehetőleg olyan anyagokat vizsgáltam

meg, amelyek Eötvös kísérleteinél nem fordultak elő, s amelyekhez az anyag belső szerkezetére vonatkozó elméletek szempontjából különösebb érdeklődés fűződik.

II. Eötvös módszerének alapelvei.

Feltesszük, hogy a Földnek a különböző minőségű anyagokra ható vonzása ugyanolyan irányú, de különböző nagyságú. A meridiánmetszetet feltüntető 1. ábrán a Föld felszínén



1. ábra.

levő P pontban a tömegegységre PC centrifugális erő, s az anyagi minőség szerint PA, illetve PA_1 vonzóerő hat. A vonzóerők különbözősége tehát $\eta = BPB_1$ szögnyi irányeltérést létesít az eredő nehézségi erőben.

PBB_1 háromszögből $\eta = \frac{BB_1}{PB} \sin \varepsilon$

A vonzóerők különbsége: $BB_1 = G_1 - G$

Az egyik anyagra ható eredő erő:

$$g = PB; \quad \text{tehát} \quad \eta = \frac{G_1 - G}{g} \sin \varepsilon.$$

A két különböző anyag gravitációs állandója között $f_1 = f(1+x)$ összefüggést vehetjük fel; ebből következik, hogy $G_1 - G = Gx$ és így a másodrendű kicsi mennyiségek elhanyagolásával

$$\eta = \frac{G}{g} x \sin \varepsilon.$$

Az Eötvös-féle torziós inga lengő szerkezetére a megcsavart drótnak és a gravitációs térnek forgató nyomatéka hat s ezek az inga nyugalmi állapotában egyensúlyban vannak: $\tau\vartheta = F$.

τ a drót torziósnyomatéka, ϑ az elcsavarás szöge, F a gravitációs tér forgató nyomatéka.

Ha feltesszük, hogy a lengő szerkezet egyes tömegrészeire ható nehézségi erő nemcsak a tömegpont viszonylagos helyzetétől, hanem anyagi minőségétől is függ, akkor F két részből tehető össze: $F = D + E$.

D a tér forgatónyomatéka abban az esetben, ha az egész lengő szerkezet valamilyen alapul választott normálanyagból volna, E pedig az anyagi minőségből származó eltérés, s ez a következőképpen fejezhető ki:

$$E = (m_b l_b x_b - m_a l_a x_a) G \sin \varepsilon \sin \alpha.$$

E kifejezésben m_b az ingarúdhoz erősített felső tömeg, m_a a mélyebben felfüggesztett hengeres tömeg, l_b és l_a e tömegek forgási karjai, α pedig az ingarúdnak északtól számított azimutszöge.

Az ingarúd kezdőállásában m_a tömeg észak felől van.

D-nek a torziós inga elméletéből ismert kifejezését felhasználva

$$\vartheta = \frac{1}{2}\frac{K}{\tau} U_J \sin 2\alpha + \frac{K}{\tau} U_{xy} \cos 2\alpha - \frac{m_a l_a h}{\tau} U_{xz} \sin \alpha + \\ + \frac{m_a l_a h}{\tau} U_{yz} \cos \alpha + \frac{m_a l_a}{\tau} (x_b - x_a) G \sin \varepsilon \sin \alpha. \tag{1}$$

K a lengő szerkezet tehetetlenségi nyomatéka, h az m_a tömegközéppontjának az ingarúd hossztengelyétől számított függőleges távolsága; U_{xz}, U_{yz}, U_Δ, U_{xy} a gravitációs teret jellemző második differenciálhányadosok.

Az anyag különbözősége miatt esetleg fellépő erők meghatározása céljából a meridiánsíkban és arra merőlegesen kell észleléseket végezni. Ha az északi és déli állások leolvasásainak különbségét m-el, a keleti és nyugati állások leolvasásainak különbségét v-vel jelöljük, akkor e mennyiségek viszonya az (1) alatti kifejezésből a másodrendű tagok elhanyagolásával a következő:

$$\frac{v}{m} = -\frac{U_{xz}}{U_{yz}}\left(1 - \frac{2K}{\tau}U_\Delta\right) - \Delta\alpha\left(1 + \frac{v^2}{m^2}\right) - \frac{v^2}{m^2}\frac{m}{4L} - \\ - \frac{2n_1 - n_3 - n_7}{4L} + \frac{4L}{m\tau}m_a l_a G(x_a - x_b)\sin\varepsilon. \qquad (2)$$

Itt L a tükör és a skála távolsága skálarészekben kifejezve, továbbá n_1, n_3, n_5, n_7 a négy világtájnak megfelelő állásokban nyert leolvasások, $\Delta\alpha$ pedig az a kis szög, amit a kezdőállásban az ingarúd a csillagászati északi iránnyal bezár.

A x együtthatók különbségének meghatározására Eötvös háromféle, egymástól csak kevéssé eltérő módszert dolgozott ki. Legpontosabb a harmadik módszer, mely a gravitációs tér esetleges időközi változásaitól, valamint a torziós drótok érzékenységének a megváltozásától is független. Észleléseimnél és azok feldolgozásánál elsősorban ezt az utóbbi módszert követtem.

E módszernél olyan kettős torziós ingát kell használni, melynél az ingarudak közel párhuzamosan és ellentetten vannak felfüggesztve; a felső tömegek ugyanolyan neműek (x_b együtthatóval), az alsók pedig az összehasonlításra kiszemelt különböző tömegek (x_a, x'_a együtthatókkal).

Két észlelési sorozatra van szükség: az elsőnél az 1. ingarúdra a x_a együtthatójú tömeg, a 2. ingarúdra a x'_a együtthatójú tömeg van felfüggesztve; a megfelelő értékek ekkor az 1. ingarúdra vonatkozólag v_1 m_1 $\Delta\alpha_{1\,\mathrm{I}}$, a 2. ingarúdra nézve v'_2 m'_2 $\Delta\alpha_{2\,\mathrm{I}}$. A második észlelési sorozatnál az ingarudakra függesztett tömegeket felcseréljük egymással, s erre az esetre jelöl-

jük az 1. ingarúd adatait v_1' m_1' $\Delta a_{1\,II}$ betűkkel, a 2. ingarúd adatait v_2 m_2 $\Delta a_{2\,II}$-vel.

A (2) alatti egyenletből a két észlelési sorozat és a két eszköz adatainak felhasználásával nyerjük a vonzási együtthatók különbségét:

$$x_a - x_a' = \frac{m\tau}{8Lm_a l_a G \sin\varepsilon}\left\{\left(\frac{v_1}{m_1} - \frac{v_2'}{m_2'}\right) + \left(\frac{v_2}{m_2} - \frac{v_1'}{m_1'}\right)\right\} + \\ + \frac{m\tau}{8Lm_a l_a G \sin\varepsilon}\left(1 + \frac{v^2}{m^2}\right)\{(\Delta a_{1\,I} - \Delta a_{1\,II}) - (\Delta a_{2\,I} - \Delta a_{2\,II})\}. \quad (3)$$

III. Általános megjegyzések a kísérletekre vonatkozólag.

Kísérleteimet a *Báró Eötvös Loránd Geofizikai Intézet* laboratóriumában végeztem az Intézet leltárába tartozó eredeti Eötvös-féle nagytípusú III. jelzésű vizuális torziós ingával.

Az eszköznek fontosabb adatai a következők:

A torziós drótok hossza 56 cm; a drót torziónyomatéka az 1. ingánál 0·493, a 2. ingánál 0·504 CGS.

Az ingarúd hossza 40 cm, az alsó súly forgási karja $l = 20$ cm.

A skálának a tükörtől való távolsága 62·3 cm; a skála félmilliméteres s így a skálatávolság $L = 1246$ skálarész.

A lengő szerkezetek tehetetlenségi nyomatéka:

az 1. ingánál $K = 24319$ CGS, a 2. ingánál $K = 24385$ CGS.

Az alsó súly tömegközéppontjának távolsága az ingarúd középvonalától általában 20 cm. A felfüggesztett tömeg körülbelül 29·3 g volt (pontosabb értékek az eredmények részletezésénél). Az ingarudakhoz erősített felső tömeg mindkét ingarúdnál és valamennyi kísérleti sorozatnál platina volt.

A lengő szerkezetek csillapodásához az új állásba való átforgatás után általában 60 percre volt szükség. Egyes esetekben ezt az időt 55 percre redukáltam, viszont bizonyos nagyobb térfogatú felfüggesztett testeknél a csillapodási idő hosszabb volt.

A torziós inga kezdő állásának, a csillagászati meridiánnak az irányát részletes helyszínrajz alapján állapítottam meg.

A vizuális észlelési berendezés optikája lehetővé tette a félmilliméteres skálarészek $^1/_{20}$ részének becsléssel való megállapí-

tását; ez azonban az adott berendezés mellett a leolvasás pontosságának végső határa.

Eötvös módszerének alkalmazásánál az a legfontosabb elv, hogy a torziós inga lengő szerkezetére a gravitációs téren kívül más hatás ne érvényesüljön. Eötvös nagy körültekintéssel járt el a zavaró hatások kiküszöbölésénél s mindazokat kísérleteimnél szem előtt tartottam. Ezenfelül értékesítettem azokat a tapasztalatokat, amiket a torziós ingával hosszú időn át végzett észleléseim során szereztem, figyelembe véve a torziós inga újabb fejlődését. A következőkben arról számolok be röviden, hogy miképen sikerült a zavaró hatásokat az eddiginél nagyobb mértékben megszüntetni.

A zavaró hatások közül különösen a hőmérsékleti hatás, a mágneses hatás és a torziós drót szabálytalan járása figyelemreméltó.

A hőmérsékleti hatás részben a torziós drót egyensúlyi helyzetének szabályos eltolódásában, részben az eszköz egyes részeinek különböző felmelegedéséből származó zavarokban nyilvánul meg.

A torziós drót szabályos hőmérsékleti járása előre meghatározható s mint a drót járásának hőmérsékleti együtthatója mindig számításba vehető. A kísérleteimnél használt torziós drótok hőmérsékleti együtthatói kicsi értékűek és pedig 1 C° hőmérsékletváltozásra vonatkoztatva az 1. ingánál $+0{\cdot}03$, a 2. ingánál $-0{\cdot}04$ skálarész. Az ebből származó egyensúlyi helyzeteltolódásokat alig kellett figyelembe venni; és pedig annál kevésbbé, mert a v és m mennyiségeket fokozatosan haladva, mindig a szomszédos leolvasások különbségéből számítottam, s azok között legfeljebb $0{\cdot}1$ C° hőmérsékletkülönbség volt.

Sokkal fontosabb az egyéb hőmérsékleti zavarok lehető megszüntetése. Különösen a szabadban végzett torziós ingamérésekből ismeretes, hogy a lengő rész egyensúlyi helyzetét a hőmérsékletváltozások befolyásolják erősen. Laboratóriumban e hatások sokkal kisebbek; mikor azonban a pontosság határának minél nagyobb kiterjesztéséről van szó, ezeket a zavaró hatásokat kell elsősorban megszüntetni. Az erre vonatkozó kísérleti és elméleti vizsgálatok szerint megállapíthatók bizonyos általános elvek, ame-

lyek alapján e hatásokat csökkenteni lehet. Ismert tapasztalati tény azonban az is, hogy a torziós ingának a hőmérsékletváltozásokkal szemben való érzékenysége a készüléknek egészen egyéni tulajdonsága; különösen a fémburkolat jó zárásának van ebben fontos szerepe. A nagyméretű eszközök ebből a szempontból jobbak a kisebbméretű eszközöknél. Több eszközön végzett előzetes megfigyelések alapjan meggyőződtem arról, hogy a már említett III. jelzésű eszköz egyéni tulajdonságainál fogva különösen alkalmas szubtilis vizsgálatok elvégzésére. Ennek az eszköznek is, mint az újabb eszközöknek általában, hármasfalú fémháza van hőszigetelő légközökkel.

Gondoskodtam továbbá arról, hogy az eszközt ne is érjék nagyobb hőmérsékleti változások. Az észleléseket állandóan besötétített szobában végeztem; az eszköz a szoba közepén felállított dupla vászonfalú, hőszigetelő anyaggal bélelt sátorban volt elhelyezve; a téli évszakban sem az észlelési helyiségben, sem a szomszéd termekben fűtés nem volt. Ilyen körülmények között a hőmérsékletváltozás az eszköz belsejében igen csekély és főleg lassú volt; két egymásra következő leolvasás között a hőmérsékletváltozás legfeljebb 0·1 C°-ot tett ki, legtöbb esetben azonban csak több óra alatt érte el ezt az értéket. Ezenkívül előzetes melegítő kísérletekkel megállapítottam a lengő szerkezeteknek azt a legkedvezőbb egyensúlyi helyzetét, melyben a hőmérsékleti változások iránt a legkevésbbé érzékenyek; ebből a célból a sátron belül elektromos fűtőtesteket helyeztem el s a melegítés hatását az ingáknak több egyensúlyi helyzetében megfigyeltem. A hőmérsékleti hatást még azzal is csökkentettem, hogy az eszköz alsó csöveinek belsejében teljesen jól záró aránylag rövid betétcsöveket szereltem fel, ami azért volt lehetséges, mert az alsó tömeg felfüggesztő drótja a szokottnál lényegesen rövidebb. A későbbi észleléseket a melegítő kísérletekkel megállapított legkedvezőbb egyensúlyi helyzetek: az 1. ingánál 160, a 2. ingánál 442 skálarészekkel adott egyensúlyi helyzetek közelében végeztem. Az azonos azimutális állásokban végzett egymásra következő leolvasásokban csak néha mutatkoztak 0·05—0·10 skálarésznyi rendű olyan eltérések, amelyek hőmérsékleti hatásoknak tulajdoníthatók. A jó védelem következtében

az eszköz úgyszólván érzéketlen volt a hőmérsékletváltozásokkal szemben.

A mágneses hatás legegyszerűbben a földmágneses tér kompenzálásával küszöbölhető ki. A laboratóriumban a földmágneses térhez elektromos áramok időnkint erősen változó tere is hozzájárul. Kísérleti vizsgálataim helyén a vízszintes térerősséget KOHLRAUSCH-féle variométerrel több izben meghatározva, azt középértékben körülbelül 0·18 gaussnak találtam; az elektromos áramok hatásából származó változások ennek többnyire csak 10—15%-át teszik. A vízszintes térerősséget a lengő szerkezet súlypontmagasságában az eszköz közepétől körülbelül 1 méter távolságban északon és délen elhelyezett megfelelő erősségű rúdmágnesekkel kompenzáltam. A mágneses erőtérnek nem kompenzálható változásai megfigyeléseimet nem befolyásolták. A kompenzálási eljárás a legtöbb esetben teljesen elegendő; egy esetben külön korrekciós eljárást alkalmaztam. Ferromagnetikus anyagok ilyen módszerrel nem vizsgálhatók meg, mert a nagy mágneses hatás az egyensúlyi helyzetet bizonytalanná teszi.

A torziós drót rugalmas tulajdonságaiból származó szabálytalan járás igen kedvezőtlenül befolyásolhatja az eredményeket. Összes kísérleteimnél ugyanazokat a platina-iridium ötvözetű drótokat használtam. E drótok árammal való izzítás útján és többszöri lassú felmelegítés és lehűtés útján kellően elő voltak készítve. Szándékosan nagyon régi torziós drótokat választottam, amelyek már több mint két évtizede állandóan megterhelve lógtak. Előzetes kísérleteim meggyőztek arról, hogy semmiféle rugalmas utóhatásuk nincsen s a végleges kísérleti sorozatoknál sem tapasztaltam effélét.

Bár az alkalmazott módszer független a gravitációs tér esetleges változásaitól, arra törekedtem, hogy egy kísérleti sorozaton belül ilyenféle változás lehetőleg ne álljon be. A hibaszámítást ugyanis a gravitációs tér megváltozása némileg módosítja, mégpedig kedvezőtlenebbnek tűnteti fel az elért pontosságot. Az adott gravitációs térben kisebb változást csak az észlelő helyiség alatt levő pincében felhalmozott fűtőanyag okozhatott; kísérleteim legnagyobb részét a fűtési időszakon kívül végeztem, s amennyiben egyes észlelési sorozatok mégis beleestek a fűtési évszakba,

arra ügyeltem, hogy ugyanannál az észlelési sorozatnál nagyobb fűtőanyagberaktározás ne forduljon elő; a napi fűtőanyagelvonások hatása pedig egészen jelentéktelen.

E helyen is köszönetet mondok dr. Pekár Dezső min. tanácsos úrnak, aki mint a Geofizikai Intézet igazgatója a laboratóriumi helyiséget és a szükséges eszközöket hosszú időn át rendelkezésemre bocsátotta s munkámat értékes tanácsaival állandóan támogatta.

IV. Részletes kísérleti eredmények.

1. Platina és sárgaréz összehasonlítása.

Ezeket az Eötvös által is megvizsgált anyagokat azért választottam első kísérleteimhez, hogy a pontosság kiterjesztése tekintetében összehasonlítást tudjak tenni.

A platinahenger hossza 2·71 cm, átmérője 0·80 cm, tömege 29·228 g; a sárgarézhenger hossza 4·80 cm, átmérője 0·96 cm, tömege 29·259 g.

A tömegközéppont távolsága az ingarúd hossztengelyétől a platinahengernél $h=19{\cdot}94$ cm, a sárgarézhengernél ugyanannyi.

Az *a)* észlelési sorozatnál a kettős torziós inga 1. eszközében platinahenger, 2. eszközében sárgarézhenger volt alsó súlyként felfüggesztve. A *b)* sorozatnál e tömegek fel voltak egymással cserélve.

a) észlelési sorozat 86, *b)* sorozat 78 leolvasásból állott. A csillapodási idő 60 perc volt.

A (3) alatti egyenletben szereplő v és m mennyiségeket a közvetlen leolvasásokból úgy számítottam ki, hogy valamely állásban nyert leolvasásnak s az ellentett állásban közvetlenül előtte és utána nyert leolvasások középértékének a különbségét vettem; a közbenső időpontokra az értékeket lineárisan interpoláltam. A $\frac{v}{m}$ viszonyt a v és m értékek közepéből számítottam.

A hosszú észlelési sorozatok adatainak felsorolását, valamint a számítások részletezését mellőzve, csupán a végeredményeket közlöm.

a) sorozat eredményei. (80 értékből számított közepek.)

$m_1 = + 7{\cdot}3819$ skálarész $\quad v_1 = + 2{\cdot}0109$ skálarész

$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2724.$

$m'_2 = + 7{\cdot}0140$ skálarész $\quad v'_2 = + 1{\cdot}8484$ skálarész

$\frac{v'_2}{m'_2} = 0{\cdot}2635.$ Tehát $\frac{v_1}{m_1} - \frac{v'_2}{m'_2} = + 0{\cdot}0089.$

E mennyiségek középértékének középhibái $\sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n(n-1)}}$ alapján számítva:

$$\Delta m_1 = \pm 0{\cdot}0044 \qquad \Delta v_1 = \pm 0{\cdot}0062$$

$$\Delta\left(\frac{v_1}{m_1}\right) = \sqrt{\left(\frac{v_1}{m_1^2}\Delta m_1\right)^2 + \left(\frac{1}{m_1}\Delta v_1\right)^2} = \pm 0{\cdot}00085$$

$$\Delta m'_2 = \pm 0{\cdot}0041 \qquad \Delta v'_2 = \pm 0{\cdot}0052$$

$$\Delta\left(\frac{v'_2}{m'_2}\right) = \sqrt{\left(\frac{v'_2}{m'^2_2}\Delta m'_2\right)^2 + \left(\frac{1}{m'_2}\Delta v'_2\right)^2} = \pm 0{\cdot}00076.$$

b) sorozat eredményei. (72 értékből számított közepek.)

$m'_1 = + 7{\cdot}3273$ skálarész $\quad v'_1 = + 2{\cdot}0343$ skálarész

$\frac{v'_1}{m'_1} = 0{\cdot}2776$

$m_2 = + 7{\cdot}0799$ skálarész $\quad v_2 = + 1{\cdot}9363$ skálarész

$\frac{v_2}{m_2} = 0{\cdot}2735.$ Tehát $\frac{v_2}{m_2} - \frac{v'_1}{m'_1} = - 0{\cdot}0041.$

E mennyiségek középértékének középhibái:

$$\Delta m'_1 = \pm 0{\cdot}0067 \qquad \Delta v'_1 = \pm 0{\cdot}0072$$

$$\Delta\left(\frac{v'_1}{m'_1}\right) = \pm 0{\cdot}00102$$

$$\Delta m_2 = \pm 0{\cdot}0056 \qquad \Delta v_2 = \pm 0{\cdot}0061$$

$$\Delta\left(\frac{v_2}{m_2}\right) = \pm 0{\cdot}00089.$$

Ezek alapján

$$\left(\frac{v_1}{m_1} - \frac{v'_2}{m'_2}\right) + \left(\frac{v_2}{m_2} - \frac{v'_1}{m'_1}\right) = + 0{\cdot}0048.$$

Az azimuteltérések miatt számított korrekció:

$$(\Delta a_{1\,\mathrm{I}} - \Delta a_{1\,\mathrm{II}}) - (\Delta a_{2\,\mathrm{I}} - \Delta a_{2\,\mathrm{II}}) = \frac{-6{\cdot}13 - 2{\cdot}20}{2492} = -\,0{\cdot}0033.$$

A számításhoz még a következő adatokra van szükség:

$G \sin \varepsilon = 1{\cdot}6858$ (Budapestre vonatkozólag)

$$\frac{m\tau}{8Lm_a l_a G \sin \varepsilon} = 0{\cdot}3652.10^{-6}.$$

(3) kifejezés alapján számítva:

$$\varkappa_{\text{platina}} - \varkappa_{\text{sárgaréz}} = +\,0{\cdot}45.10^{-9} \pm 0{\cdot}65.10^{-9}.$$

2. Sárgaréz és batáviai üvegcseppek összehasonlítása.

A sárgarézhenger ugyanaz, mint az első kísérleti sorozatnál. A batáviai üvegcseppeket vékonyfalú sárgaréztubusba helyeztem; e tubus külső átmérője 16·4 mm, hosszúsága 10·48 cm. Tömege az üvegcseppekkel együtt 29·274 g, a belehelyezett 7 drb. batáviai üvegcsepp tömege 18·357 g.

A megtöltött tubus súlypontja valamely mérleg érzékenységének változásából határozható meg. A mérleg forgástengelye közelében a mérlegrúdhoz üres hüvely van erősítve; a hüvelybe helyezett hengeres tömeg a mérleg súlypontját s így érzékenységét megváltoztatja.

Jelöljük az üres mérleg súlypontjának a forgástengelytől való távolságát s_0-al, a mérleg karját k-val, a lengő rész súlyát Q-val, s a Δp_0 túlsúllyal létesített kibillenést Δa_0-al.

Ezek között a következő összefüggés áll fenn:

$$\frac{\Delta p_0}{\Delta a_0} = \frac{Qs_0}{k}. \tag{4}$$

Ismert $2h$ hosszúságú és P súlyú homogén fémcsövet helyezve a hüvelybe, Δp túlsúly Δa kitérést hoz létre. Erre nézve:

$$\frac{\Delta p}{\Delta a} = \frac{Qs_0}{k} + \frac{Ps}{k}.$$

Innen (4) alatti összefüggés figyelembevételével a fémcső súlypontjának a mérleg forgástengelyétől való távolsága:

$$s = \frac{k}{P}\left(\frac{\Delta p}{\Delta \alpha} - \frac{\Delta p_0}{\Delta \alpha_0}\right).$$

Tehát az üres hüvely fenekének távolsága a forgástengelytől:

$$S = h + s.$$

A fémcső helyett a P_1 súlyú tubust helyezzük a hüvelybe s ismét megmérjük a mérlegnek $\frac{\Delta p_1}{\Delta \alpha_1}$ érzékenységét; ennek felhasználásával a tubus súlypontjának a tubus aljától való távolsága:

$$h_1 = S - \frac{k}{P_1}\left(\frac{\Delta p_1}{\Delta \alpha_1} - \frac{\Delta p_0}{\Delta \alpha_0}\right).$$

Méréseim szerint:

$P = 51{\cdot}838$ g, $P_1 = 29{\cdot}274$ g, $h = 7{\cdot}49$ cm, $k = 12{\cdot}06$ cm,

$$\frac{\Delta p_0}{\Delta \alpha_0} = 1{\cdot}269 \quad \frac{\Delta p}{\Delta \alpha} = 1{\cdot}678 \quad \frac{\Delta p_1}{\Delta \alpha_1} = 6{\cdot}970$$

$$S = 7{\cdot}58 \text{ cm} \quad h_1 = 5{\cdot}24 \text{ cm}.$$

Erre az adatra a felfüggesztő drót hosszának méretezése miatt van szükség. Az üvegcseppekkel megtöltött tubus súlypontjának a torziós ingarúd hossztengelyétől való távolsága $h = 20{\cdot}0$ cm, a sárgarézhengerre nézve új felfüggesztő dróttal $h = 20{\cdot}01$ cm.

Az aránylag nagy átmérőjű tubus a torziós ingába felszerelve nehézségeket okozott a csillapodás szempontjából. Minthogy a vastag tubus az eszköz belsejében csak igen szűk térben mozoghat, a lengő szerkezet mozgása teljesen aperiodikus s annyira lassú, hogy körülbelül csak 3 óra múlva veszi fel az egyensúlyi helyzetet. A belső szekrény méreteinek megfelelő bővítésével a teljes megcsillapodáshoz szükséges időt 1 óra 35 percre redukáltam.

Az egyenkint 66 értékből számított középértékek a középhibák feltüntetésével:

$$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2643 \pm 0{\cdot}0004 \qquad \frac{v_2'}{m_2'} = 0{\cdot}2563 \pm 0{\cdot}0007$$

$$\frac{v_1'}{m_1'} = 0{\cdot}2636 \pm 0{\cdot}0007 \qquad \frac{v_2}{m_2} = 0{\cdot}2564 \pm 0{\cdot}0004.$$

Ezek szerint, figyelembe véve a felcserélésnél előálló azimuteltérések miatt vett $-0{\cdot}0007$ korrekciót, a vonzási együtthatók különbsége:

$$\varkappa_a' - \varkappa_a = -\,0{\cdot}004.10^{-9} \pm 0{\cdot}42.10^{-9}.$$

Ha feltesszük, hogy az így mutatkozó eltérés csupán az üvegtől származik, s a sárgaréztubusnak abban semmi szerepe nincsen, akkor az előbbi eredményt 1·59 súlyaránnyal meg kell szorozni s így végeredményben

$$\varkappa_{\text{üvegcsepp}} - \varkappa_{\text{sárgaréz}} = -\,0{\cdot}006.10^{-9} \pm 0{\cdot}67.10^{-9}.$$

3. Sárgaréz és összetört batáviai üvegcsepp összehasonlítása.

Az előbbi kísérleteknél használt üvegcseppeket összetörve, a törmeléket ugyanabba a sárgaréztubusba tettem s a súlypontot az előbb ismertetett módon a mérleg érzékenységének változásából meghatároztam.

Az üvegtörmelékkel töltött tubus tömege $P_1 = 29{\cdot}270$ g.

A mérleg érzékenysége üresen:

$$\frac{\Delta p_0}{\Delta \alpha_0} = 1{\cdot}299.$$

A mérleg érzékenysége a tubussal:

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta \alpha_1} = 9{\cdot}173.$$

Figyelembe véve $S = 7{\cdot}58$ cm értéket, a súlypont távolsága a tubus aljától: $h_1 = 4{\cdot}33$ cm. Ehhez képest méretezve a felfüggesztő drótot, a tubus súlypontjának távolsága az ingarúd hosszteng elyétől $h = 20{\cdot}01$ cm. Összehasonlításul ugyanazt a sárgarézhengert használtam, mint előbb.

Az egyenkint 66 értékből számított közepek a középhibák feltüntetésével

$$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2562 \pm 0{\cdot}0006 \qquad \frac{v_2'}{m_2'} = 0{\cdot}2506 \pm 0{\cdot}0005$$
$$\frac{v_1'}{m_1'} = 0{\cdot}2600 \pm 0{\cdot}0006 \qquad \frac{v_2'}{m_2} = 0{\cdot}2528 \pm 0{\cdot}0005.$$

Ezek szerint, figyelembe véve az azimuteltérések miatti $+0{\cdot}0012$ korrekciót, a vonzási együtthatók különbsége:

$$\varkappa_a' - \varkappa_a = +\,0{\cdot}13.10^{-9} \pm 0{\cdot}41.10^{-9}.$$

Ha ezt a különbséget kizárólag az üvegtörmelék rovására írjuk, akkor 1·59 súlyaránnyal kell az eredményt megszoroznunk s így végeredményben:

$$\varkappa_{\text{üvegtörmelék}} - \varkappa_{\text{sárgaréz}} = +\,0{\cdot}21.10^{-9} \pm 0{\cdot}65.10^{-9}.$$

A 2. és 3. észlelési sorozat eredményei szerint a vonzási együtthatók különbsége igen kicsi s a $0{\cdot}6.10^{-9}$ középhiba határán belül esik. Ennélfogva az ép és az összetört üvegcseppek tömegvonzásának eltérése nem lehet $0{\cdot}6.10^{-9}$-nél nagyobb. Az üvegnek ez a kétféle állapota a tömegvonzásra nincs befolyással. Ha volna változás a tömegvonzásban a feszültségi energia szabaddá válása következtében, annak a torziós ingával elért pontosság határánál, vagyis körülbelül $^1/_{1\,600\,000\,000}$-nál kisebbnek kellene lennie.

4. Sárgaréz és paraffin összehasonlítása.

Az anyag belső szerkezetére vonatkozó újabb elméletek szerint a különböző elemek felépítésében fontos szerep jut többek között a héliummagnak és a protonnak, vagyis a hidrogénmagnak. Az atómsúlyok alapján közelfekvő az a feltevés, hogy a héliummagban négy proton van egyesülve; minthogy azonban a hélium atómsúlya 4, a hidrogéné 1·0077, bizonyos tömeghiány jelentkezik. A 0·0077 különbség ellenértéke sugárzási energia, amelynek szabaddá kellene válnia, ha sikerülne valamikor hidrogénatomokból héliumot előállítani. Richardson (Irod. 8.), Reichen-

BÄCHER (Irod. 12.) lehetségesnek tartják, hogy a hidrogén atómsúlyának 1 fölötti értéke nem származik térkeltő tömegtől, tehát ennek a tömegrésznek nincs vonzó hatása, de mint energiává is átalakuló tömegnek van tehetetlensége. Ebből az következnék, hogy sok hidrogént tartalmazó anyagok vonzó tömege a tehetetlen tömegükhöz képest kisebb. E feltevések alapján H. H. POTTER (Irod. 11., 15.) ebből a szempontból vizsgált meg több anyagot, mégpedig egyrészt ingalengésekkel, másrészt torziós ingával. Ingalengésidőkből kisebb eltérést talált nehány erősen hidrogéntartalmú anyagnál, bár többnyire a nagyobb vonzóerő irányában; torziós ingával végzett kísérleteinél nem mutatkozott különbség, méréseinek pontossága azonban aránylag kicsi. Aránylag sok hidrogént tartalmaz a paraffin. A következőkben sárgaréz és paraffin összehasonlítására végzett kísérleteimet ismertetem.

A paraffint megolvasztva vékonyfalú sárgaréztubusba öntöttem; e tubus átmérője 13·2 mm, hossza 15·08 cm, tömege a paraffinnal együtt 29·270 g, a paraffin tömege 17·050 g. A sárgarézhenger ugyanaz, mint az előző kísérletekben.

A paraffinnal töltött tubus súlypontjának a tubus aljától való távolsága a már ismertetett módon meghatározva 7·64 cm. A felfüggesztő drótot ennek megfelelően méretezve a súlypont távolsága az ingarúd hossztengelyétől $h = 20{\cdot}01$ cm.

Mivel a paraffinos tubus is nagyobb átmérőjű a rendszerint használt hengeres súlyokhoz képest, csak az eszközház megfelelő bővítésével tudtam a csillapodási időt egy órára redukálni.

Az egyenkint 90 értékből számított közepek a középhibák feltüntetésével

$$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2456 \pm 0{\cdot}0004 \qquad \frac{v_2'}{m_2'} = 0{\cdot}2439 \pm 0{\cdot}0003$$

$$\frac{v_1'}{m_1'} = 0{\cdot}2436 \pm 0{\cdot}0003 \qquad \frac{v_2}{m_2} = 0{\cdot}2416 \pm 0{\cdot}0003.$$

Az azimuteltérések miatti $-0{\cdot}0003$ korrekció figyelembevételével a vonzási együtthatók különbsége:

$$\varkappa_a' - \varkappa_a = +\,0{\cdot}24.10^{-9} \pm 0{\cdot}26.10^{-9}.$$

Ha ezt a különbséget kizárólag a paraffin rovására írjuk, akkor azt 1·72 súlyaránnyal megszorozva végeredményben kapjuk:

$$\varkappa_{\text{paraffin}} - \varkappa_{\text{sárgaréz}} = + 0{\cdot}41.10^{-9} \pm 0{\cdot}44.10^{-9}.$$

5. Vörösréz és ammoniumfluorid összehasonlítása.

Az ammoniumfluorid (NH_4F) felépítésében is aránylag sok hidrogénmag vesz részt s így ez a vegyület is nagyon alkalmas annak a kérdésnek a megvizsgálására, hogy van-e eltérés a héliummagban kötött és a szabad hidrogénmagok tömegvonzásában.

Az ammoniumfluoridsót vékonyfalú sárgaréztubusba tettem, miután a tubus belső falát a belehelyezendő anyag maró hatására való tekintettel előzetesen vékony bakelitlakkréteggel vontam be, s a megtöltés után légmentesen elzártam. E tubus átmérője 13·2 mm, hossza 16·20 cm. A megtöltött tubus tömege összesen 29·279 g, a bennelévő ammoniumfluorid tömege 12·922 g.

A megtöltött tubus súlypontjának távolsága a tubus aljától 8·57 cm, s ennek megfelelően $h = 20{\cdot}00$ cm.

Az összehasonlításul használt vörösrézhenger átmérője 9·6 mm, hosszúsága 4·50 cm. Erre nézve $h = 20{\cdot}00$ cm.

A csillapodási idő egy óra volt.

Egyenkint 90 értékből számított közepek a középhibák feltüntetésével

$$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2550 \pm 0{\cdot}0004 \qquad \frac{v'_2}{m'_2} = 0{\cdot}2537 \pm 0{\cdot}0003$$

$$\frac{v'_1}{m'_1} = 0{\cdot}2566 \pm 0{\cdot}0003 \qquad \frac{v_2}{m_2} = 0{\cdot}2553 \pm 0{\cdot}0003.$$

Az azimuteltérések miatti $-0{\cdot}00015$ korrekció figyelembevételével a vonzási együtthatók különbsége

$$\varkappa'_a - \varkappa_a = + 0{\cdot}06.10^{-9} \pm 0{\cdot}25.10^{-9}.$$

Ha feltesszük, hogy ez a különbség kizárólag az ammoniumfluoridtól származik, akkor ezt az eredményt 2·266 súlyaránnyal kell megszorozni, s így végeredményben:

$$\varkappa_{\text{ammoniumfluorid}} - \varkappa_{Cu} = + 0{\cdot}13.10^{-9} \pm 0{\cdot}57.10^{-9}.$$

Úgy ennek, mint a megelőző sorozatnak az eredményeiből az következik, hogy az atómnak héliummagokból, vagy protonokból való felépítése nincsen befolyással a tömegvonzásra, mert úgy a paraffinnál, mint az ammoniumfluoridnál az észlelt eltérés a középhiba határán belül esik. Másszóval a hidrogén tehetetlen és vonzó tömege azonos.

V. Észlelések közbeiktatott állásokban.

Magánrézötvény és vörösréz összehasonlítása.

Az észak-déli és kelet-nyugati főállásokban való észleléseken kívül ezekhez képest 45°-al elforgatott állásokban végzett leolvasásokból is az előbbiektől teljesen függetlenül megállapítható a vonzási együtthatók különbsége.

Nevezzük a kezdő azimutot, melyben a kettős torziós inga 1. eszközének alsó súlya eszakon van, 1. azimutnak, innen kelet felé számítva 45°-kint az egymásra következő azimutállásokat sorban 2, 3, 4, 5, 6, 7 és 8 számú azimutállásnak. A 2. azimutban $\alpha = 45° + \Delta\alpha + \frac{n_1 - n_2}{2L}$ s így tovább.

Bevezetve a következő rövidítő jelöléseket:

$$n_6 - n_2 = p, \quad n_8 - n_4 = q,$$

$$\frac{2n_1 - n_2 - n_6}{4L} = \varrho, \quad \frac{2n_1 - n_4 - n_8}{4L} = \sigma, \quad \frac{U_{xz}}{U_{yz}} = \beta,$$

a II. fejezetben foglalt (1) alatti kifejezés felhasználásával

$$\frac{1}{p}\left(1 - \frac{2K}{\tau} U_{xy}\right) =$$

$$= \frac{1}{\frac{L}{\tau} m_a l_a h U_{yz} 2\sqrt{2}} \Big[1 + \Delta\alpha + \varrho + \beta(1 + \Delta\alpha + \varrho) + \beta^2 -$$

$$- \frac{G \sin \varepsilon}{h U_{yz}} (1 + \Delta\alpha + \varrho)(x_b - x_a) \Big];$$

$$- q\left(1 - \frac{2K}{\tau} U_{xy}\right) = \frac{L}{\tau} m_a l_a h U_{yz} 2\sqrt{2} \Big[1 + \Delta\alpha + \sigma +$$

$$+ \beta(1 - \Delta\alpha - \sigma) - \frac{G \sin \varepsilon}{h U_{yz}} (1 - \Delta\alpha - \sigma)(x_b - x_a) \Big].$$

Ezekből a másodrendű tagok elhanyagolásával

$$-\frac{q}{p}\left(1-\frac{4K}{\tau}U_{xy}\right)=$$
$$=1+2\beta+\beta^2+2(1+\beta)\Delta a+(1+2\beta)\varrho+\sigma- \qquad (5)$$
$$-\frac{(1+\beta)G\sin\varepsilon}{hU_{yz}}(2+\nu)(x_b-x_a),$$

ahol

$$\nu=\varrho-\sigma=\frac{n_4+n_8-n_2-n_6}{4L}.$$

Kettős torziós ingát használva a közbeiktatott állásokban is két sorozatot kell észlelni. Legyen az első sorozatnál az 1. eszközben a x_a, a 2. eszközben a x_a' együtthatójú tömeg s az észlelési eredmények az 1. eszköznél $p_1\,q_1$ a másodiknál $p_2'\,q_2'$; a tömegek felcserélése után az 1. eszköznél $p_1'\,q_1'$, a 2. eszköznél $p_2\,q_2$; továbbá ν megfelelő értékeit is hasonló indexekkel különböztetjük meg.

E jelölések felhasználásával az (5) alatti kifejezésből kiszámítható a vonzási együtthatók különbsége:

$$x_a-x_a'=A(1+2\beta+2\beta^2)\left[\frac{1}{2+\nu_2'}-\frac{1}{2+\nu_1}+\frac{1}{2+\nu_1'}-\frac{1}{2+\nu_2}\right]-$$
$$-2A\,\frac{1+\beta}{2+\bar{\nu}}\left[(\Delta a_{1\,\mathrm{I}}-\Delta a_{1\,\mathrm{II}})-(\Delta a_{2\,\mathrm{I}}-\Delta a_{2\,\mathrm{II}})\right]+ \qquad (6)$$
$$+A\left(1-\frac{4K}{\tau}U_{xy}\right)\left[\frac{1}{2+\nu_2'}\frac{q_2'}{p_2'}-\frac{1}{2+\nu_1}\frac{q_1}{p_1}+\frac{1}{2+\nu_1'}\frac{q_1'}{p_1'}-\frac{1}{2+\nu_2}\frac{q_2}{p_2}\right].$$

E kifejezésben rövidség kedvéért

$$A=\frac{hU_{yz}}{2(1+\beta)G\sin\varepsilon}\quad\text{továbbá }\nu\text{ középértéke }\bar{\nu};$$

Δa indexeinek pedig ugyanaz a jelentése, mint a II. fejezet (3) alatti kifejezésében.

Ezt az eljárást mangánrézötvény és vörösréz összehasonlításánál alkalmaztam. A 30% mangántartalmú mangánrézötvényből készült henger átmérője 9·6 mm, hossza 5·26 cm, tömege 29·268 g; vörösrézhengernek ugyanazt használtam, mint a IV. 5. fejezetben leírt kísérletnél.

Párhuzamosan végeztem észleléseket a főállásokban és a közbeiktatott állásokban, s az eredményeket egymástól függetlenül dolgoztam fel. A csillapodási idő egy óra volt.

A főállásokban végzett észlelések eredményei.

Egyenkint 74 értékből számított közepek a középhibák feltüntetésével:

$$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2603 \pm 0{\cdot}0003 \qquad \frac{v'_2}{m'_2} = 0{\cdot}2639 \pm 0{\cdot}0003$$

$$\frac{v'_1}{m'_1} = 0{\cdot}2611 \pm 0{\cdot}0003 \qquad \frac{v_2}{m_2} = 0{\cdot}2644 \pm 0{\cdot}0003.$$

A szükséges korrekciók figyelembevételével

$$\varkappa_{Cu} - \varkappa_{Mn\ \text{ötvény}} = -\,0{\cdot}08.10^{-9} \pm 0{\cdot}20.10^{-9}.$$

A közbeiktatott állásokban végzett észlelések eredményei.

62 értékből számított közepek:

$$p_1 = -\,6{\cdot}3311 \pm 0{\cdot}0026 \qquad q_1 = 3{\cdot}8744 \pm 0{\cdot}0020$$

$$p'_2 = -\,6{\cdot}2054 \pm 0{\cdot}0024 \qquad q'_2 = 3{\cdot}7972 \pm 0{\cdot}0021$$

$$\frac{q_1}{p_1} = -\,0{\cdot}6120 \pm 0{\cdot}0004 \qquad \frac{q'_2}{p'_2} = -\,0{\cdot}6119 \pm 0{\cdot}0004.$$

58 értékből számított közepek:

$$p'_1 = -\,6{\cdot}3231 \pm 0{\cdot}0025 \qquad q'_1 = 3{\cdot}8668 \pm 0{\cdot}0020$$

$$p_2 = -\,6{\cdot}2062 \pm 0{\cdot}0030 \qquad q_2 = 3{\cdot}7978 \pm 0{\cdot}0028$$

$$\frac{q'_1}{p'_1} = -\,0{\cdot}6115 \pm 0{\cdot}0004 \qquad \frac{q_2}{p_2} = -\,0{\cdot}6119 \pm 0{\cdot}0005.$$

Továbbá az egyes állások észleléseinek középértékéből:

$$\nu_1 = +\,0{\cdot}00143 \quad \nu'_2 = 0{\cdot}00147 \quad \nu'_1 = 0{\cdot}00144 \quad \nu_2 = 0{\cdot}00138.$$

Középértékben $\frac{1}{2+\bar{\nu}} = 0{\cdot}4996.$

A (6) alatti kifejezésben előforduló szorzók a gravitációs tér adatait is tartalmazzák. Ezeket az adatokat a kísérleti sorozatok elején és végén külön meghatároztam s a két észlelés eredményei alig térnek el egymástól. E méréseknél a két eszközben ugyanaz az anyag volt felfüggesztve. Középértékben:

$$U_{xz} = +16{\cdot}21E;\ U_{yz} = -61{\cdot}78E;\ U_{\Delta} = +29{\cdot}93E;\ U_{xy} = -5{\cdot}49E$$
$$A = -496{\cdot}8.10^{-9} \quad \beta = -0{\cdot}2624 \quad 1 + 2\beta + 2\beta^2 = 0{\cdot}6129.$$

Figyelembe véve az azimuteltérések miatti $+0{\cdot}00007$ korrekciót, végeredményben a vonzási együtthatók különbsége:

$$\varkappa_{Cu} - \varkappa_{Mn\ ötvény} = -0{\cdot}12.10^{-9} \pm 0{\cdot}22.10^{-9}.$$

A meghatározás pontossága a közbeiktatott állásokban ugyanaz, mint a főállásokban. E kísérleti sorozatoknál különösen kedvezőek voltak az észlelési körülmények: a gravitációs tér úgyszólván teljesen állandó, a hőmérsékleti hatás s a drótok járása pedig igen csekély volt. A középhiba egyik sorozatnál sem nagyobb $0{\cdot}2.10^{-9}$-nél, a $\varkappa_a - \varkappa_a'$ különbség pedig mindkét esetben kisebb e középhibánál. E mérések szerint tehát a különböző minőségű anyagok vonzási együtthatóinak különbsége kisebb, mint $^1/_{5\ 000\ 000\ 000}$.

VI. Mágneses korrekció alkalmazása.

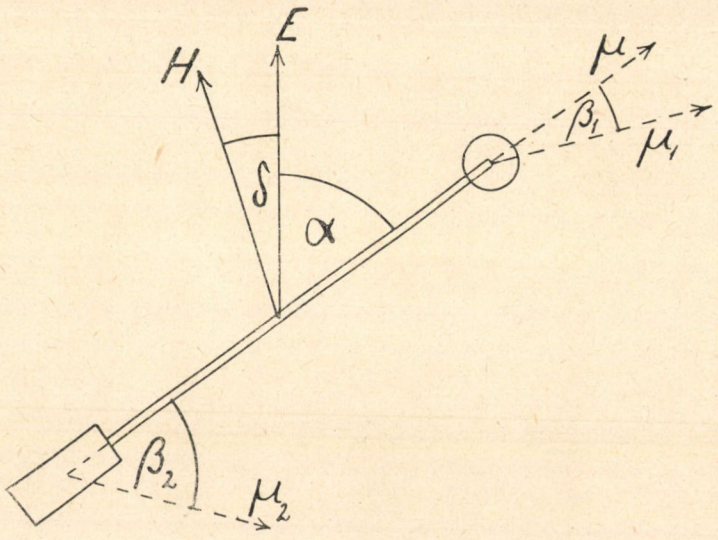
Bizmut és sárgaréz összehasonlítása.

Ha a földmágnességi tér egyszerű kompenzálása elégtelennek bizonyul, akkor a 45°-os közbeiktatott állásokban való észlelést a mágneses hatás kiküszöbölésére lehet felhasználni.

Legyen az ingarúd, az alsó súly és a felső lapos súly állandó mágnességének momentuma rendre $\mu\ \mu_1\ \mu_2$. Az ingarúd állandó mágnességének tengelyéül a rúd tengelye vehető,[1] az alsó és a felső súly mágnesezési tengelyének vízszintes vetülete az ingarúd tengelyével β_1, illetve β_2 szöget zár be kelet felé számítva (2. ábra). Ha a nyugati mágneses deklináció δ, s az ingarúdnak kelet felé számított azimutszöge α, akkor a H intenzitású homogén mágneses tér forgatónyomatéka az egész lengő szerkezetre:

$$\varphi = -H[\mu \sin(\delta+\alpha) + \mu_1 \sin(\delta+\beta_1+\alpha) + \mu_2 \sin(\delta+\beta_2+\alpha)].$$

[1] A számítás eredménye más irányú mágnesezésnél is igaz.



2. ábra.

Ebbe belefoglalható az influált mágnesség hatása is, amennyiben annak meghatározott iránya van a test alakjához képest.

Az egymásra következő állásokat úgy mint az előző fejezetben 1—8 indexekkel jelölve, fennállanak a következő összefüggések:

$$\varphi_1 = -\varphi_5 = \frac{1}{2\sqrt{2}}[(\varphi_2-\varphi_6)-(\varphi_4-\varphi_8)]$$

$$\varphi_3 = -\varphi_7 = \frac{1}{2\sqrt{2}}[(\varphi_2-\varphi_6)+(\varphi_4-\varphi_8)].$$

Innen az északdéli és a keletnyugati főállásokban a mágneses hatások különbségei skálarészekben:

$$\Phi = \frac{2L}{\tau}[(\varphi_2-\varphi_6)-(\varphi_4-\varphi_8)] \qquad \Psi = \frac{2L}{\tau}[(\varphi_2-\varphi_6)-(\varphi_4-\varphi_8)] \quad (7)$$

$-\Phi$-t az m, $-\Psi$-t pedig a v értékéhez, mint korrekciót hozzá kell adni.

E korrekciók a torziós inga elmélete alapján a következőképpen számíthatók ki részletesen:

$$
\begin{aligned}
-\Phi = &-\frac{p}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{2K}{\tau}U_{xy}\right)+\frac{q}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{2K}{\tau}U_{xy}\right)- \\
&-\frac{2L}{\tau}m_a l_a h U_{xz}\lambda+\frac{2L}{\tau}m_a l_a h U_{yz}(2-\nu) \\
-\Psi = &-\frac{p}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{2K}{\tau}U_{xy}\right)-\frac{q}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{2K}{\tau}U_{xy}\right)- \\
&-\frac{2L}{\tau}m_a l_a h U_{xz}(2+\nu)-\frac{2L}{\tau}m_a l_a h U_{yz}.\lambda+ \\
&+\frac{2L}{\tau}m_a l_a(x_b-x_a)(2+\nu)G\sin\varepsilon.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Itt rövidség kedvéért: $\lambda=\frac{4n_1-n_2-n_4-n_6-n_8}{4L}$.

Az itt vázolt korrekciós módszernek gyakorlati kipróbálására a bizmutnak sárgarézzel való összehasonlítását választottam. Az irodalomban található adatok szerint az elmúlt évtizedben a bizmut a tehetetlenség és a gravitáció arányossága szempontjából élénk érdeklődés és vita tárgya volt. Ch. F. Brush (Irod. 5.) jelentékeny, körülbelül 28%-os eltérést talált bizmut és cink vonzása között s ennek alapjan feltette, hogy a diamágneses anyagoknak általában rendellenes gravitációs terük van. Ezután mások is megvizsgálták a bizmut viselkedését, többek között H. H. Potter (Irod. 7., 11.), továbbá H. A. Wilson (Irod. 9.), de nem találtak eltérést.

A bizmut és sárgaréz összehasonlítására végzett kísérleteim első részénél a mágneses teret a szokásos módon kompenzáltam s külön korrekciót nem alkalmaztam.

A bizmuthenger átmérője 9·8 mm, hossza 4·0 cm, tömege 29·259 g. Súlypontjának távolsága az ingarúd tengelyétől $h=19{\cdot}98$ cm.

Mindkét sorozatnál 102 értékből számítottam közepet s a vonzási együtthatók különbségére a következő értéket kaptam:

$$\varkappa_{\text{sárgaréz}}-\varkappa_{Bi}=-1{\cdot}20.10^{-9}\pm 0{\cdot}64.10^{-9}.$$

A kísérletek második részében közbeiktatott állásokban is észleltem s kompenzáló mágneseket nem használtam.

A főállásokban nyert eredmények (74 értékből számítva)

$$m_1 = 7{\cdot}6252 \pm 0{\cdot}0050 \qquad v_1 = 1{\cdot}7574 \pm 0{\cdot}0047$$
$$m'_2 = 7{\cdot}3662 \pm 0{\cdot}0049 \qquad v'_2 = 1{\cdot}8302 \pm 0{\cdot}0030.$$

$$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2305 \quad \frac{v'_2}{m'_2} = 0{\cdot}2485 \text{ (mágneses korrekció nélkül).}$$

A közbeiktatott állásokban nyert eredmények (34 értékből)

$$p_1 = -\,6{\cdot}6401 \pm 0{\cdot}0070 \qquad q_1 = 4{\cdot}0504 \pm 0{\cdot}0051$$
$$p'_2 = -\,6{\cdot}3489 \pm 0{\cdot}0074 \qquad q'_2 = 3{\cdot}9948 \pm 0{\cdot}0040.$$

A korrekciós számítás céljára a gravitációs teret is meg kellett határozni.

A korrekciók értékei:

$$-\Phi_1 = -\,0{\cdot}0171 \pm 0{\cdot}0062 \qquad -\Psi_1 = +\,0{\cdot}1529 \pm 0{\cdot}0062$$
$$-\Phi'_2 = -\,0{\cdot}0834 \pm 0{\cdot}0059 \qquad -\Psi'_2 = +\,0{\cdot}0214 \pm 0{\cdot}0059.$$

A főállások eredményeinek javított értékei:

$$m_1 = 7{\cdot}6081 \pm 0{\cdot}0080 \qquad v_1 = 1{\cdot}9103 \pm 0{\cdot}0078$$
$$m'_2 = 7{\cdot}2828 \pm 0{\cdot}0077 \qquad v'_2 = 1{\cdot}8516 \pm 0{\cdot}0066$$
$$\frac{v_1}{m_1} = 0{\cdot}2511 \pm 0{\cdot}0011 \qquad \frac{v'_2}{m'_2} = 0{\cdot}2542 \pm 0{\cdot}0009.$$

A tömegek felcserélése után észlelt második sorozat eredményei a főállásokban: (74 értékből számítva)

$$m'_1 = 7{\cdot}5500 \pm 0{\cdot}0045 \qquad v'_1 = 1{\cdot}7098 \pm 0{\cdot}0054$$
$$m_2 = 7{\cdot}4608 \pm 0{\cdot}0036 \qquad v_2 = 1{\cdot}8371 \pm 0{\cdot}0029.$$

$$\frac{v'_1}{m'_1} = 0{\cdot}2265 \qquad \frac{v_2}{m_2} = 0{\cdot}2462 \text{ (mágneses korrekció nélkül).}$$

Közbeiktatott állásokban végzett észlelésekből a második sorozatban:

$$p'_1 = -\,6{\cdot}6246 \pm 0{\cdot}0062 \qquad q'_1 = 4{\cdot}0372 \pm 0{\cdot}0025$$
$$p_2 = -\,6{\cdot}2708 \pm 0{\cdot}0031 \qquad q_2 = 3{\cdot}9633 \pm 0{\cdot}0078.$$

Ezekből származó korrekciók:

$$-\Phi'_1 = -\,0{\cdot}0764 \pm 0{\cdot}0047 \qquad -\Psi'_1 = +\,0{\cdot}1321 \pm 0{\cdot}0047$$
$$-\Phi_2 = -\,0{\cdot}2212 \pm 0{\cdot}0059 \qquad -\Psi_2 = -\,0{\cdot}0258 \pm 0{\cdot}0059.$$

A javított értékek e szerint:

$$m'_1 = 7{\cdot}4736 \pm 0{\cdot}0065 \qquad v'_1 = 1{\cdot}8419 \pm 0{\cdot}0071$$
$$m_2 = 7{\cdot}2396 \pm 0{\cdot}0069 \qquad v_2 = 1{\cdot}8113 \pm 0{\cdot}0066$$
$$\frac{v'_1}{m'_1} = 0{\cdot}2465 \pm 0{\cdot}0010 \qquad \frac{v_2}{m_2} = 0{\cdot}2502 \pm 0{\cdot}0009.$$

Figyelembe véve az azimuteltérések miatti $-0{\cdot}0002$ korrekciót, végeredményben a vonzási együtthatók különbsége a mágneses korrekció alkalmazása esetén:

$$\varkappa_{\text{sárgaréz}} - \varkappa_{Bi} = +\,0{\cdot}14.10^{-9} \pm 0{\cdot}74.10^{-9}.$$

Míg tehát mágneses korrekció nélkül a vonzási együtthatók különbsége a középhibánál valamivel nagyobb, a mágneses korrekció bevezetésével e különbség sárgaréz és bizmut esetében is a középhibánál kisebbnek mutatkozik. A középhiba itt is olyan rendű, mint a többi összehasonlításnál, s így H. H. POTTER mérési eredményeivel megegyezésben, de a mérés pontosságát sokszorosan kiterjesztve kimondható, hogy a tömegvonzás szempontjából a bizmutnak semmiféle eltérő tulajdonsága nincsen.

VII. Összefoglalás.

A megvizsgált anyagok vonzási együtthatóinak eltérését és a középhibát a következő táblázat foglalja össze:

Összehasonlított anyagok	$\varkappa_a - \varkappa'_a$	Középhiba
Pt — sárgaréz	$+\,0{\cdot}45.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}65.10^{-9}$
Batáviai üvegcsepp — sárgaréz	$-\,0{\cdot}01.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}67.10^{-9}$
Batáviai üvegtörmelék — sárgaréz	$+\,0{\cdot}21.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}65.10^{-9}$
Paraffin — sárgaréz	$+\,0{\cdot}41.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}44.10^{-9}$
Ammoniumfluorid — *Cu*	$+\,0{\cdot}13.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}57.10^{-9}$
Mnötvény — *Cu*	$+\,0{\cdot}08.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}20.10^{-9}$
	$+\,0{\cdot}12.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}22.10^{-9}$
Bizmut — sárgaréz	$-\,0{\cdot}14.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}74.10^{-9}$

A $\varkappa_a - \varkappa_a'$ különbségek e szerint minden esetben kisebbek a középhibánál. Az észlelt különbségek között pozitív és negatív előjelűek egyaránt előfordulnak. A középhibák mind ugyanolyan rendűek s azok középértéke $\pm 0{\cdot}52.10^{-9}$; így e mérések alapján a megvizsgált anyagokra nézve kimondható, hogy a vonzási együtthatók különbsége $0{\cdot}5.10^{-9}$-nél kisebb, vagyis *a gravitáció állandója körülbelül* $^1/_{2\,000\,000\,000}$*-ig az anyagi minőségtől független.* A hibahatár az eddig ismert mérésekhez képest általában 10-szeresen, egy esetben 25-szörösen kitolódott.

Egyes megvizsgált anyagok (paraffin, ammoniumfluorid) felvilágosítást adnak arról, hogy a héliummagok és a protonok összehasonlításánál jelentkező úgynevezett tömegdefektus a gravitáció állandójára befolyással nincsen.

Nincs különbség az ép és az összetört batáviai üvegcsepp vonzásában sem.

Eötvös módszerének kibővítésével, közbeiktatott állásokban való észlelés felhasználásával lehetővé vált ugyanazon anyagok esetén két egymástól független eredmény megállapítása s a pontosság határának további kiterjesztése, másrészt megfelelő korrekcióval a mágneses hatás számításbavétele. E korrekció alkalmazásával megvizsgált bizmut szintén nem mutatott rendellenes viselkedést.

Végül hálás köszönetemet fejezem ki ezen a helyen is dr. Tangl Károly egyetemi ny. r. tanár úrnak, aki az Egyetemi Kísérleti Fizikai Intézet több eszközét adta át használatra s munkámat értékes útbaigazításaival nagymértékben elősegítette.

Irodalom.

1. B. Eötvös Loránd: A Föld vonzása különböző anyagokra. Akad. Értes. I. k. 1890. 108—110. o.

2. B. R. Eötvös: Über die Anziehung der Erde auf verschiedene Substanzen. Math. u. Naturwiss. Ber. aus Ungarn. VIII. 1890. 65—68. o.

3. A. Einstein: Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems. Phys. Zeitschrift. 14. k. 1913. 1249—1266. o.

4. C. V. Burton: The possible Dependance of Gravitational Attraction on Chemical Composition. Phil. Mag. 28. 1914. 252—256. o.

5. Charles F. Brush: Discussion of a Kinetic Theory of Gravitation II., and some new Experiments in Gravitation. Phys. Rev. 18. 1921. 125—126.

6. R. Eötvös †, Desiderius Pekár u. Eugen Fekete: Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität. Annalen der Physik (4) 68. k. 1922. 11—66. o.

7. H. H. Potter: Note on gravitational acceleration of bismuth. Phys. Rev. 19. k. 1922. 187—188. o.

8. O. W. Richardson: Note on Gravitation. Phil. Mag. 43. k. 1922. 138—145. o.

9. H. A. Wilson: Note on the ratio of mass to weight for bismuth and aluminium. Phys. Rev. 20. k. 1922. 75—77. o.

10. A. Berroth: Bemerkungen zu «Ch. F. Brush: Discussion of a Kinetic Theory of Gravitation and some new Experiments». Astron. Nachr. 218. 1923.

11. H. H. Potter: Some Experiments on the Proportionality of Mass and Weight. Proc. Roy. Soc. London. 104. k. 1923. 588—610. o.

12. Ernst Reichenbächer: Träge, schwere und felderzeugende Masse. Zeitsch. f. Phys. 15. k. 1923. 276—279. o.

13. Fr. Riedinger: Gravitation und Trägheit. Zeitschr. f. Phys. 19. k. 1923. 43—46. o.

14. Ch. F. Brush: Some New Experiments in Gravity. Proc. Amer. Phil. Soc. 64. k. 1925.

15. H. H. Potter: On the Proportionality of Mass and Weight. Proc. Roy. Soc. London. 113. k. 1927.

16. P. J. Wold: Mass-weight ratio of metals under strain. Phys. Rev. 35. k. 1930.

17. M. Rózsa u. P. Selényi: Über eine experimentelle Methode zur Prüfung der Proportionalität der trägen und gravitierenden Masse. Zeitschrift für Physik. 71. k. 1931. 814—816. o.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. március 18-án tartott üléséből.)

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PROPORTIONALITÄT VON GRAVITÄT UND TRÄGHEIT.

Von J. RENNER, (Budapest.)

Als Fortsetzung der von Baron R. EÖTVÖS, D. PEKÁR, und E. FEKETE noch im Jahre 1908 unternommenen, im nächsten Jahre mit dem ersten Preis aus der Benecke'schen Stiftung von der Universität Göttingen preisgekrönten, aber erst im Jahre 1922 veröffentlichten Untersuchungen wurden vom Verfasser weitere Beobachtungen mit der Absicht ausgeführt, um die Genauigkeit der Drehwagemethode womöglich zu erhöhen. Dies gelang einerseits durch die geeignete Wahl der Drehwage und der vorzüglichen Torsionsdrähte, anderseits durch die vollkommene Beseitigung der störenden Einflüsse der Temperaturschwankungen.

Zur Beobachtung wurden solche Stoffe gewählt, welche bei den obengenannten Untersuchungen nicht vorkamen. Die bekannte EÖTVÖS'sche Methode, welche Beobachtungen in der Meridianstellung und in der ostwestlichen Azimutstellung benützt, wurde dadurch erweitert, dass Beobachtungen in noch vier anderen symmetrischen Azimutstellungen zur Berechnung des Einflusses der Massenverschiedenheiten herangezogen wurden. Dieses letztere Verfahren war auch dazu geeignet, um die störende Wirkung des erdmagnetischen Feldes genau in Rechnung zu ziehen; diese Korrektion erwies sich besonders bei dem diamagnetischen Stoffe Wismut als vorteilhaft.

Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der Beobachtungen; x bedeutet darin den spezifischen Attraktionskoeffizienten der Gravitationskonstante nach der Formel

$$f_1 = f(1+x).$$

Untersuchte Stoffe	$\varkappa - \varkappa'$	
Pt — Messing	$+0{\cdot}45.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}65.10^{-9}$
Glastränen — Messing	$-0{\cdot}01.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}67.10^{-9}$
Zerstäubte Glastränen — Messing	$+0{\cdot}21.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}65.10^{-9}$
Paraffin — Messing	$+0{\cdot}41.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}44.10^{-9}$
Ammoniumfluorid — *Cu*	$+0{\cdot}13.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}57.10^{-9}$
Manganlegierung — *Cu*	$+0{\cdot}08.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}20.10^{-9}$
	$+0{\cdot}12.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}22.10^{-9}$
Wismut — Messing	$-0{\cdot}14.10^{-9}$	$\pm 0{\cdot}74.10^{-9}$

Aus dieser Tabelle ist es zu sehen, dass der Unterschied der spezifischen Attraktionskoeffizienten in jedem Falle kleiner ist, als der mittlere Fehler. Die mittleren Fehler sind alle von derselben Grössenordnung und ihr Mittelwert beträgt $\pm 0{\cdot}52.10^{-9}$. Die Gravitationskonstante ist für die untersuchten Stoffe allgemein bis zur Genauigkeit von 1 : 2 000 000 000, in einem Falle sogar von 1 : 5 000 000 000 von der Beschaffenheit der Körper unabhängig.

Einige untersuchten Stoffe, wie Paraffin und Ammoniumfluorid geben Aufschluss darüber, dass der bei Vergleich von Heliumkernen und Protonen auftretende sogenannte Massendefekt auf die Anziehungskräfte keinen Einfluss hat.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. März 1935.)

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

INHALTSVERZEICHNIS.

Seite

HOOR-TEMPIS, M. v.: Der Jahrzentgang der Entwicklung der Maschinenquote je Einwohner und der erzeugten mechanischen Arbeit in den Kulturstaaten ..... 291—292

HOOR-TEMPIS, M. v.: Die Maschinenquote und der Jahresbedarf an mechanischer Arbeit Trianon-Ungarns und des Auslands ..... 304—305

GERŐ, L.: Über die Störungen in den Badenspektren von CS, CO^+ und N_2 351

KADIČ, O.: Ergebnisse der Ausgrabungen in der Mussolinihöhle ..... 518—521

KERÉKJÁRTÓ, B. v.: Théorie des transformations régulières de surfaces ..... 405—406

KERÉKJÁRTÓ, B. v.: Sur l'indice des transformations analytiques 419

KORMOS, J.: Beiträge zur Kenntnis der Entwickelung der Suctorien ..... 539—541

KUTASSY, A.: Beiträge zur Lovćenipora-Frage ..... 496—497

KUTASSY, A.: Zwei neue Indopecten-Arten aus der siebenbürgischen Trias ..... 505—507

MAREK, J., WELLMANN, O. und URBÁNYI, L.: Rhachitis-Versuche beim Kalb und die Rhachitis-Ätiologie ..... 486—487

NAGY, J. v.: Untersuchungen über die Flächen vom Maximalindex ..... 472—474

PEKÁR, D.: Nachweis von unterirdischen Höhlungen mit der Eötvösschen Drehwage ..... 329—330

POGÁNY, B.: Beobachtungen über die Zeeman-Aufspaltungen von Linien des Krypton I, Argon I und Xenon I Spektrums 370

RENNER, J.: Experimentelle Untersuchungen über die Proportionalität von Gravität und Trägheit ..... 569—570

URBÁNYI, L.: siehe MAREK, J.

WELLMANN, O.: siehe MAREK, J.

WIGNER, E.: On a modification of the Rayleigh-Schrödinger perturbation theory ..... 477—482

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA. — ÁBRAI V.

3336
EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED
BUDAPESTI KIR. ÜGYÉSZSÉG 1936 OKT. 11.

MATEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

LIII. KÖTET. — HARMADIK (UTOLSÓ) RÉSZ.

MATHEMATISCHER
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHER
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND LIII. — DRITTER (LETZTER) TEIL.

BUDAPEST.
KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.
1935.

ORGANOGRAFIAI ÉS GENETIKAI VIZSGÁLATOK DIPSACACEÁKON.

SZABÓ ZOLTÁN l.-tagtól.

(23 képpel.)

Ezelőtt 30 esztendővel, az 1904. évben kezdettem el foglalkozni a *Dipsacaceák* családjával, amikor PAX F. professzor ösztönzésére a boroszlói botanikus kertben a *Knautiák* kritikus génuszának monografikus feldolgozásához fogtam. A lefolyt 30 év alatt több rendszertani és összehasonlító morfológiai tanulmányom jelent meg e családra vonatkozóan, amelynek tagjait rendszeresen tenyésztettem a budapesti egyetemi növénykertben 1905-től 1920-ig. Ez idő alatt MÁGOCSY DIETZ SÁNDOR növénykerti igazgató úr szíves támogatásával összegyüjtöttem a növénykerti csereforgalom és termőhelyi gyüjtés révén minden elérhető *Dipsacacea*-fajt, úgyhogy 1916-ban már egy 60 ágyas kritikus *Dipsacacea*-gyüjtemény volt a budapesti egyetemi növénykertben. E gyüjtemény lovag WETTSTEIN RICHARD akkori bécsi professzor szerint — aki személyesen meglátogatta az 1916. év nyarán e tenyészkertet — a maga nemében egyedüli volt és tanúságot tett az *egyetemi botanikuskertek összehasonlító monografikus irányú feladatáról*. A növények nagy részének származékai akkoron Bécsbe kerültek, a budapesti kert gyüjteményét pedig az *ismételt megnyirbálások miatti áthelyezgetések elpusztították*. Az összehasonlító alaktani és rendszertani munka egyes fajok variabilitásának és genetikájának tanulmányozását tette szükségessé, miértis az utóbbi évtizedben a kísérleti térre terelődött a figyelmem. Különösen a variabilis fajok, mint a *Dipsacus silvestris, sativus* és *laciniatus, Scabiosa maritima, Knautia*

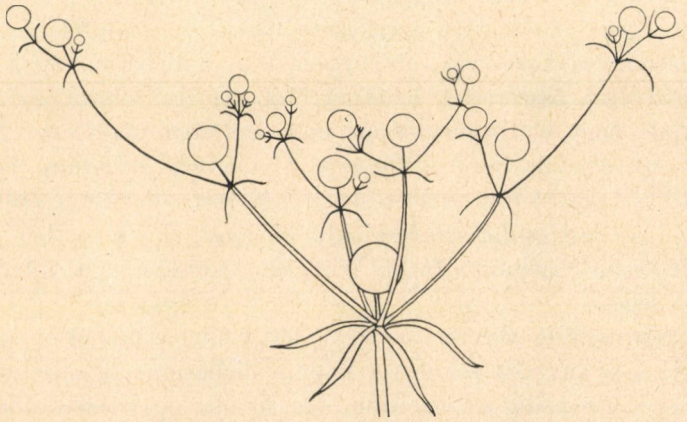
orientalis és *integrifolia*, *Cephalaria syriaca* és *Asterocephalus stellatus* nagyegyénszámú tenyésztéséhez fogtam. A kísérleti terület fenntartása és gondozása a kert szűk területének nagyságához képest, hála az igazgatóság engedélyezésének és a kertész-munkatársak tevékenységének, sikerrel is járt. A nagyobb mértékű szaporítást ezenkívül az utóbbi években lehetővé tette a budapesti *Kertészeti Tanintézet*, valamint a székesfővárosi *Kertészképző iskola* vezetőségének előzékenysége, amellyel nagyobb területeket és kertészeti munkát bocsátottak rendelkezésemre. E kísérletek és vizsgálatok révén sikerült e növénycsaládra vonatkozólag több érdekes organográfiai és genetikai eredményhez jutnom, amelyek közül a jelenlegi alkalommal a következő három problémakört kívánom ismertetni: 1. a *hajtásrendszer értelmezése és a levélállás megállapítása*, 2. a *levélállásváltozatok öröklése*, 3. a *hibridek túlfejlődése*.

I. A hajtásrendszer értelmezése.

1. Elágazás. Abban a dolgozatomban (1), amely a *Dipsacaceák virágzatának fejlődéstani értelmezését* tárgyalja, analitikai módszerrel vezettem le a virágzat cymosus felépítését. Ez a dolgozatom igen részletes méltatásra talált többek között GOEBEL K. müncheni professzornak röviddel halála előtt megjelent művében (2) (104. old.). GOEBEL a dolog alapvető lényegét, a virágzat cymosus fejlődését nem meri véglegesen elismerni, mondván, hogy ebben az esetben «*müsste man eine erhebliche Änderung in der jetzigen Entwicklung gegenüber der ursprünglichen annehmen. Solche Änderungen kommen gewiss vor, aber ohne zwingende Gründe wird man sie wohl nicht voraussetzen*». Ezen habozás után GOEBEL K., a kísérleti organográfia legkiválóbb képviselője, maga hoz fel még több támpontot a cymosus felépítésre a *Morina*-félék rokonságából és a *Campanulaceák* homologiájából. Meg is mondja, «*dass derartiges vorkommt, also diese Annahme nicht eine blosse Konstruktion ist...*» Ugy látszik, hogy a virágzat cymosus szerkezetének végleges elismeréséhez szükséges még az *egész hajtásrendszer bogas felépítésének* igazolása is. Ha a hajtásrendszer bogas és a virágzatrészek is bogas alkatúak, nem szükséges az «erhebliche Änderung» feltételezése és nem is lehetséges a kettő összeköttetésének fürtös jelleget tulajdonítani. A fürtös

jelleg egyébiránt csakis az akropetalis fejlődési és virágzási sorrendből látszik meglevőnek, bár erre vonatkozóan is kimutattam, hogy csak látszólagos jelenség.

Nincs más hátra, mint az egész hajtásrendszer fejlődését és kialakulását analizálni. Erre két növény alkalmas, két típusa a Dipsacaceák testfelépítésének; az *Asterocephalus stellatus* és valamelyik *Dipsacus* faj. Ez a két növény a Dipsacacea fajok konstitúciótípusainak két végpontját jelzi. Az *Asterocephalus stellatus* teljesen



1. kép. Az *Asterocephalus stellatus* ágrendszerének vázlata.
Fig. 1. Schematische Darstellung des Sprossystems von *A. s.*

megfelel az egyszerű dichasialis felépítésnek, azzal a hozzáadással, hogy az egyes virágok helyét a virágzati fészek foglalja el. (1. kép.)

Meg kell jegyeznem, hogy az elsőrendű virágzat leggyakrabban teljesen kocsánytalan, továbbá, hogy az első tengelyen nemcsak egypár, hanem két «decussált» másodrendű ágpár is keletkezhetik. A másod- és harmadrendű opponált ágak egyike mindig hosszabb, mint a másik, amely jelenség régen ismert (v. ö. WYDLER) (3) a legtöbb génuszban és a dichasialis rendszer átmenetére mutat a monochasialis felé. A harmad- és negyedrendű ágpár helyett már valóban egy-egy ág szokott megjelenni.

Az *Asterocephalus stellatus*hoz hasonló felépítésű a *Cephalaria syriaca*, amelynek külön varietásaként van megnevezve a kocsány-

talan csúcsvirágzatú alak *(Scabiosa syriaca α)* LINNÉ, Spec. 141 *S. dichotoma* LAM. Illustr. n. 1303, *C. syriaca β) sessilis* DE CANDOLLE, Prodr. IV. 1830. n. 648.).

A *Dipsacus*-fajok a család e legnagyobb termetű testalkatát képviselik (2. kép). A magas termet nemcsak az elsőrendű tengely meghosszabbodásában nyilvánul meg, hanem ezt a meghosszabbodást a levélpárok és ezzel a másodrendű ágpárok megsokszorozódása kíséri. Ez a jelenség az, amely látszólagosan fürtös külsőt ad az ágrendszernek. Nem lehetséges azonban, hogy a bog és a fürt közötti különbséget a levél és az ágpárok mennyisége adja meg. A *Dipsacus*-alkat egyes emeleteinek szerkezete tökéletesen megfelel egy-egy dichasium szerkezetének, olyképpen, hogy a dichasium-ágak ismét többszörösen összetettek lehetnek. Az elemzési adatok azt bizonyítják, hogy a *Dipsacus*-típus csak annyiban tér el az *Asterocephalus*-típustól, hogy a főtengelyt egyetlen dichasium helyett több, egymás felett emeletesen elhelyezett dichasium alkotja, vagyis *metameres-dichasium* alakul ki, amelyeknek esetleg mindegyike monochasiumba futhat ki, vagyis kunkor vagy forgó hajlamú lehet.

SCHIMPER és BRAUN (5 : 188. old.) a dichasiumból olyképpen vezeti le a kunkort *(bostryx)*, hogy a dichasiumnak mindig csak az egyik, mégpedig a homodrom ága, mindig ugyanazon oldal felé fejlődik ki, a forgót *(cicinnus)* pedig olyképpen, hogy az antidrom ág jut kifejlődésre. Megjegyzi, hogy «*das reine Dichasium gehört jedoch zu den seltensten Fällen, indem fast immer von den beiden Zweigen, wann auch beide sich ausbilden, der eine vor dem anderen gefördert, vorzugsweise begünstigt ist, so dass das Dichasium also fast immer entweder der Schraubel, oder der Wickel annähert und in beide entgegengesetzte Typen allmählige Übergänge zeigt.*»

A homodromia és antidromia megállapítása Dipsacaceákon nem egyszerű, mert ehhez többszörös elágazás volna szükséges. A vizsgált különböző génuszba tartozó példányok azt az egy jelenséget kétségtelenül bizonyítják, hogy a dichasium egyik ága a legtöbb esetben erőteljesebb növekedésű, mint a másik. A harmadrendű ágak azonban rendesen 1 levélpárral bírnak, amely levélpár helyzete nem mindig nyujt biztos alapot ahhoz, hogy a spirális hajlását a viszonylagos főtengellyel szemben megállapíthassuk. Az

ágak csúcsán fejlődő virágzatban pedig a spirális iránya nem állandó. Nem lehetséges tehát egyszerűen megfigyelni azt, hogy a szemköztes két ág egyike a maga egészében a főtengellyel homodrom, másika pedig antidrom lenne.

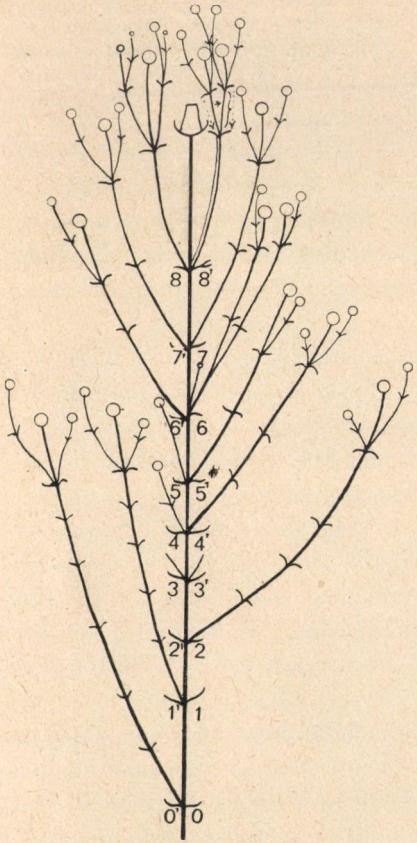
Fejlődéstanilag a dichasium egyik ágát homodromnak, a szemköztit antidromnak ismerte fel WYDLER (6 : 306. old.), aki a *Dipsacusra* vonatkozólag (3 : 321. old.) megemlíti, hogy a két ág lehet néha egyenlően fejlett, de a *Scabiosa* és *Knautia* génuszokban megállapítja a dichasium forgó-irányzatát, mégpedig a második előlevélből kiinduló előnnyel, sőt a *Scabiosa* fajokon *(atropurpurea, ochroleuca, columbaria)* forgó-elrendeződést (*Sarmentides scorpioides* BRAVAIS) állapít meg. Később WYDLER (3 : 499—500. old.) a *Knautia arvensisre* és a *Succisa pratensisre* az ágak homodromiáját állapítja meg, a hosszabb ág a 2. előlevélből keletkezik. A *Scabiosa dichotoma* 1. ága homodrom, a 2. antidrom. Hasonlóképpen ezt a forgó-irányzatot állapítja meg HOFMEISTER is (7 : 438. old.) : «*Die Blütenköpfchen von Dahlia, Dipsacus sind die Enden von Achsen unecht dichotomischer zur Wickelbildung neigender Auszweigungen . . . Die Blütenköpfchen der meisten Scabiosen . . . sind zu Dichasien zusammengestellt, deren spätere Auszweigungen sich als Wickel gestalten*». E szerint a Dipsacaceák dichasiumának ágai forgókba futhatnak *(«Wickel-Tendenz»)*, ami annyit jelent, hogy a dichasium két ága közül a viszonylagos főtengellyel antidrom ág fejlődik erőteljesebben, sőt a harmadrendű elágazás esetében csakis az fejlődik ki.

Ezek alapján azt kellene kimondanunk, hogy az elágazás dichasialis, forgó irányzattal. Ily határozottan azonban nem mondható ki a tétel, mert megfigyeléseim szerint sok esetben nem az antidrom, hanem a homodrom ág fejlődik ki, tehát a kunkor-irányzat is fellép. Még jobban komplikálja a megítélést az a körülmény, hogy az ágak csúcsán lévő virágzat spirotrophismusában nem mindig homodrom magával az ággal, amelynek a csúcsát elfoglalja.

Egy példán megvilágítva e körülményeket, a következő rendszertelen jelenségeket állapíthatjuk meg:

A példány elágazásának vázlatos hosszanti képén látható (2. kép). hogy a levélrózsa felett nyolc csomó helyezkedik el, melynek mindegyikében ágak keletkeznek. Csakis a 7. csomóban van körülbelül egyenlő fejlettségű két ág, ezek virágzatának mindkettője a főtengellyel homodrom. A többi kifejlett másodrendű ág virágzata részben homodrom, részben

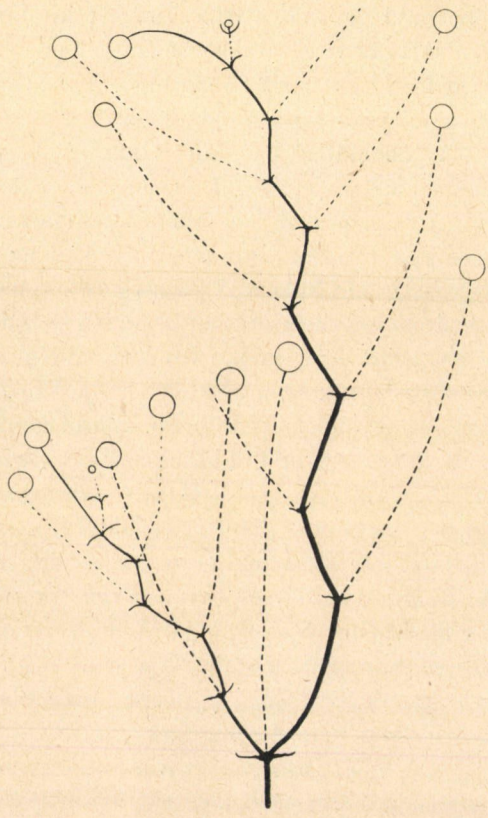
antidrom. Tehát mindkét féle ág lehet erőteljesebben fejlett. Homodrom virágzatúak az 1′, 2, 4′, 7, 7′, 8 antidrom virágzatú a 0′, 5′, 6′, levelek másodrendű hónaljhajtásai. A további elágazások virágzata szintén különféle viselkedésű: A 0′ ág jobboldali harmadrendű ágának virágzata antidrom, a baloldali homodrom és fejlettebb. Az 1′ ág két harmadrendű ágának virágzata csökevényes, de a baloldali fejlettebb. A 2 ág jobboldali homodrom virágzat fejlettebb, a baloldali csökevényes. A 3—3′ ágak csökevényesek. A 4 ág nem ágazik el tovább, a 4′ ág két harmadrendű ága közül a jobboldali fejlettebb mint a bal, de virágzatuk nem fejlődött ki. Az 5 ág csökevényes, az 5′ ág csak jobboldali csökevényes harmadrendű ágat fejlesztett, a baloldali egyáltalában nem jelent meg. A 6′ ág jobboldali harmadrendű virágzata homodrom, a baloldalié csökevényes. A 6 ág helyét igen csökevényes másodrendű ág és két, valószínűleg erősen fejlett harmadrendű ág foglalja el, amelyek virágzatai egymással antidromok, a rajtuk fejlett 1—1 negyedrendű ág szintén antidrom virágzatú. A 7 ág homodrom virágzatú, két egyenrangú homodrom virágzattal. A 7′ ág homodrom, két egyenrangú szintén homodrom harmadrendű virágzattal. A 8 ág homodrom fejlettebb antidrom és rövidebb homodrom virágzatú harmadrendű ággal. Ezen ágak mindegyike negyedrendű ágakat is visel, a baloldali harmadrendű ág antidrom jobboldali, a jobboldali harmadrendű ág homodrom jobboldali negyedrendű virágzattal. A 8′ ág két másodrendű ág fasciálása, kétcsúcsú tartólevéllel. A két ág a csúcson szabaddá válik, úgy, hogy ahol a négy harmadrendű



2. kép. A *Dipsacus silvestris* ágrendszerének vázlata.
Fig. 2. Schematische Darstellung des Sprossystems von. *D. s.*

ág elágazik, a két másodrendű ág virágzatainak a kocsánya is szabad. A négy harmadrendű ág négytagú örvöt alkot 4 tartólevéllel. A két másodrendű ág közül a baloldali antidrom, a jobboldali homodrom virágzatú. A négy harmadrendű ág közül 3 homodrom és egy antidrom virágzatú. E szerint a virágzatok spirotrophismusában mindkét irányzat, a homodrom-kunkor és az antidrom: forgó irányzat megfigyelhető.

Az elágazás bogas felépítése mellett tanúskodik leginkább az a jelenség, amikor *az egész hajtásrendszer forgósan, sympodiálisan alakul meg.* Ez a sympodium kizárólagosan a cymosus rendszer sajátsága lehet. A 3. kép feltüntet egy *Scabiosa columbaria* hajtásrendszert, amelyet egy, a budapesti egyetemi növénykertben 1934. szeptemberében tanulmányozott példányon figyeltem meg.



3. kép. A *Scabiosa columbaria* áltengelyes felépítése.

Fig. 3. Sympodiale Hauptachse von *Scabiosa columbaria.*

Az egyes fészkek virágnyílásának egymásutánja sem mond ellent a bogas felépítésnek. Általában akropetalis virágzási sorrendet szoktak tulajdonítani a fürtös ágrendszernek és basipetalisat (centrifugálisat) a bogasnak. A *Dipsacus* ágrendszerében egyesített virágzatok akropetalis virításából azonban mégsem következtethetünk ennek fürtös rendszerére. Az *Asterocephalus* egyemeletes

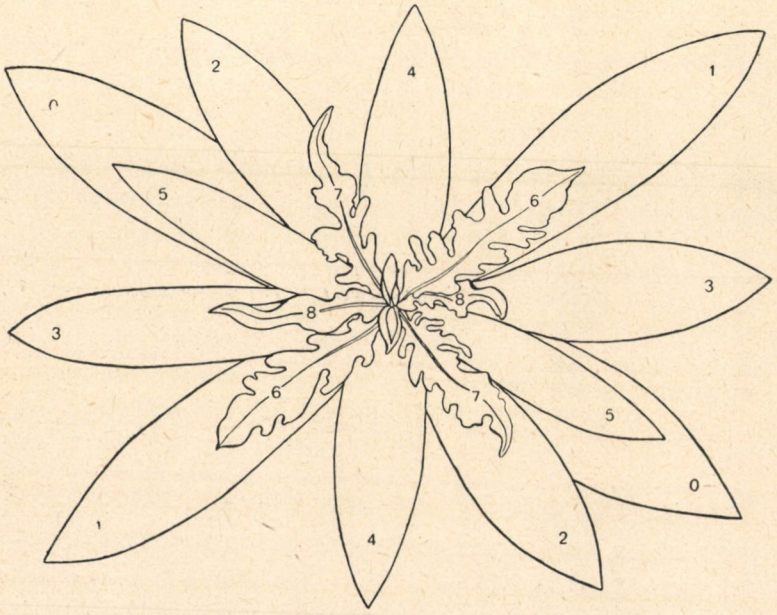
dichasiumának virítására vonatkozólag kétségtelenül megállapíthatjuk, hogy az elsőrendű csúcsvirágzat hamarább készül el és hamarabb virit, mint az ágak másod- és harmadrendű virágzatai, tehát a virágzás centrifugális. Amint azonban a növény *többemeletes* főtengelyt fejleszt, a csúcsvirágzat kifejlődése mindig késik és ezt az oldalágak virágzatai sorban megelőzik. *E miatt lesz a legalsó oldalág a legidősebb és a virítás sorrendje akropetalis, a nélkül azonban, hogy a bogas felépítés fürtössé változnék.*

2. Levélállás a rövidhajtáson. A bogas felépítésre vezethetők vissza azok a jelenségek is, amelyek a levélállásban jelentkeznek.

A *Dipsacaceák* levélállása általában mint keresztben átellenes, decussált rendszer ismeretes. Ki kell azonban emelnünk, hogy a decussatio két különálló jelenség összetétele, nevezetesen: 1. a levelek átellenes helyzete ugyanabban a szintben, 2. a két egymás feletti szint leveleinek váltakozó elhelyezkedése. Mivel a családra mint törzsökség a kéttagú örv jellemző és az ettől való eltérés rendellenességnek fogható fel, amiről később még lesz szó, a levélállás vizsgálatakor tulajdonképpen az örvök levéleloszlásának egymáshoz való viszonyát kell értelmeznünk. COULTER (8), ENDLICHER (9), DE CANDOLLE (10), BAILLON (11) és HÖCK (12) a család rendszertani jellemzésekor nem tér ki erre a körülményre, ellenben A. BRAUN (5:377) és HOFMEISTER (7:459) morfológiai műveiben a család a decussatio példájaként szerepel. WYDLER (3:497) volt az első, aki azt is megállapítja, hogy a *D. silvestris* levélrózsájának és szárának levélpárjai $^2/_5$ divergentiás állásúak, tehát a keresztbenátellenesség nem derékszöges.

A kifejlett őszi vagy tavaszi levélrózsák képe (4. kép) sohasem mutatja a decussált helyzetet négy ortostichonnal. Leggyakoribb a 10 közelítőleges f^5 ortostichon, ami megfelel a WYDLER (3:297)-féle $^2/_5$ divergentiának. *A derékszöges decussatio elméleti négy ortostichonja ebben az esetben négy f^2 parastichon gyanánt jelentkezik.* A 90 fokos decussatio helyett átlagosan 72 fokos elfordulás jön létre, ami azonban korántsem constans adat. Számos mérésem azt igazolja, hogy a 10 ortostichonba eső szuperponált levelek nincsenek egymással szerves összeköttetésben, mert gyakran nem észlelhető a 0—5′ és 0′—5 superpositio, mert az 5—5 levélpár túlesik a 0—0 páron, a 0—2 közé, vagy pedig innen marad, úgy, hogy a 7—7′ levélpár

kerül a 0—0′ fölé. Ez az utóbbi eset, egy egyoldalúan megvilágított *Cephalaria leucantha* levélrózsa (5. kép) különösen tanúskodik a mellett, hogy a superponált levelek között organikus kapcsolat nincsen, ellenben ha az f^2 értelmében futó parastichonokat rajzoljuk meg, úgy ezek szerves összeköttetésben lévő leveleket érintenek (0—2′—4—6′—8, 1—3′—5—7′, 0′—2—4′—6—8′, 1′—3—5′—7).



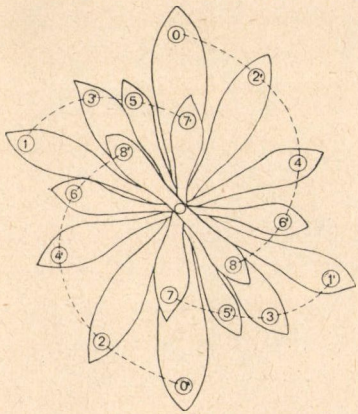
4. kép. A *Dipsacus laciniatus* őszi levélrózsája.
Fig. 4. Blattrosette von *D. laciniatus* im Herbst.

E négy parastichon közül két-két szemköztes a levélbázisok összenövése folytán kongruens futású. E szerint a BRAVAIS (13)-féle «*système bijugé de la serie* 1, 2, 3, 5» speciális eseteként fogható fel a levélrózsák rendszere, amelyben az f^2 szerinti *négy* parastichon megfelel a *fedéssor* fogalmának, amelyet a virágzat elemzése alkalmával állapítottam meg (1).

Az egyenletes felső világítás mellett fejlődő kettős $^2/_5$ divergentiájú levélrózsát (4. kép) ugyanazzal a módszerrel analizálva,

mint a virágzat esetében tettük, a levelek beilleszkedésében a következő rendet állapíthatjuk meg:

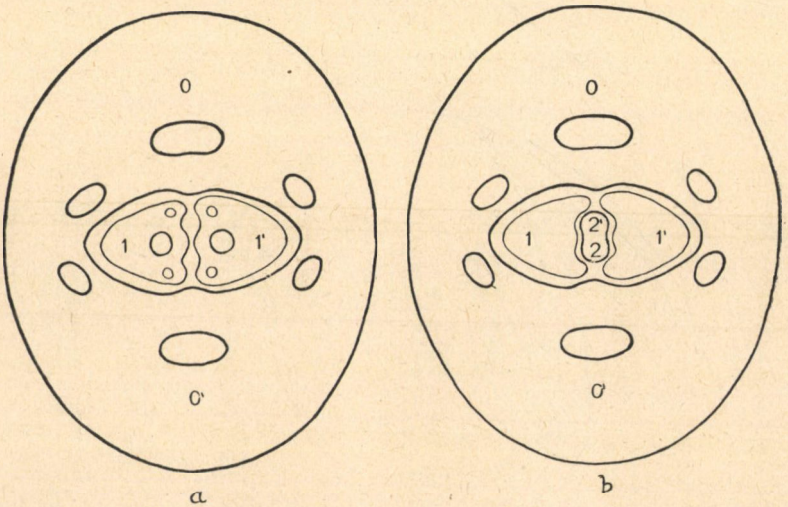
A 0—0′ levélpár után fejlődő 1—1′ levélpár már nem merőleges, nem esik a transversalisba, hanem a diagonalis felé hajlik. Ennek közvetlen eredménye az, hogy a 0—1′ és a 0′—1 levelek közötti távolság kisebb (kb. 72°), mint a 0—1 és a 0′—1′ levelek közötti (kb. 108°). E miatt a következő párok beilleszkedése sem történhetik olyképpen, mintha ezek a távolságok a derékszöggel volnának egyenlőek. A nagyobb közbe ugyanis két levélpár illeszkedik be (2—2′, 4—4′), míg a kisebbe csak egy (3—5′), mégpedig legelőbb a sorrendben következő levélpár: a 2—2′, olyképpen azonban, hogy ennek a levélpárnak vonala is 0—0′-hez esik közelebb, tehát nem felezi a 0—0′ és az 1—1′ párok szögét. Eddig követve a levelek elhelyezkedését, rögzítenünk kell azt a körülményt, hogy az első *két* levél után (0—0′) beilleszkedett *négy* levél (1—1′, 2—2′). A további sorrend szerint további legmélyebb köz a 0—1′, ill. a 0′—1 levelek között van, ahova 3—3′ levélpár, majd az 1—2′ és 1′—2 levelek közé a 4—4′ levélpár, végül a 2′—3 és 2—3′ levelek közé az 5—5′ levélpár kerül, amely azonban már ez esetben többékevésbbé a 0—0′ pár fölé jut. Az első fedésig beilleszkedett tehát *kettő*, majd *négy*, végül *hat* levél: 3—3′, 4—4′, 5—5′. Könnyen leolvasható, hogy a további beilleszkedés során a legközelebbi fedésig tíz levél vagyis öt levélpár jut helyhez: 6—6′, 7—7′, 8—8′, 9—9′ és 10—10′. Az egymásutáni ciklusokban beilleszkedő levelek mennyisége a FIBONACCI-féle főszámsor kettőzésének felel meg: 2, 2, 4, 6, 10...



5. kép. A *Cephalaria leucantha* oldalról megvilágítottan fejlődő levélrózsájának vázlatos képe.
Fig. 5. Schematische Abbildung einer bei einseitiger Belichtung entwickelten Blattrosette von *C.l.*

A decussatio spirotroph rövid hajtáson «kettős spiralis» rend-

szerré válik. A négy ortostichonból négy csavarvonalas parastichon f^2 keletkezik. A «kettős spiralis» (0—1—2—3 . . . és 0′—1′—2′—3′ . . .) *tagjai egymástól függetlenek, tehát ez a két «spiralis» nem tekinthető «genetikus» spiralisnak, ellenben a négy f^2 parastichon szervesen összefüggő tagokat köt össze és e parastichonok közül az 1—1 szemköztes*



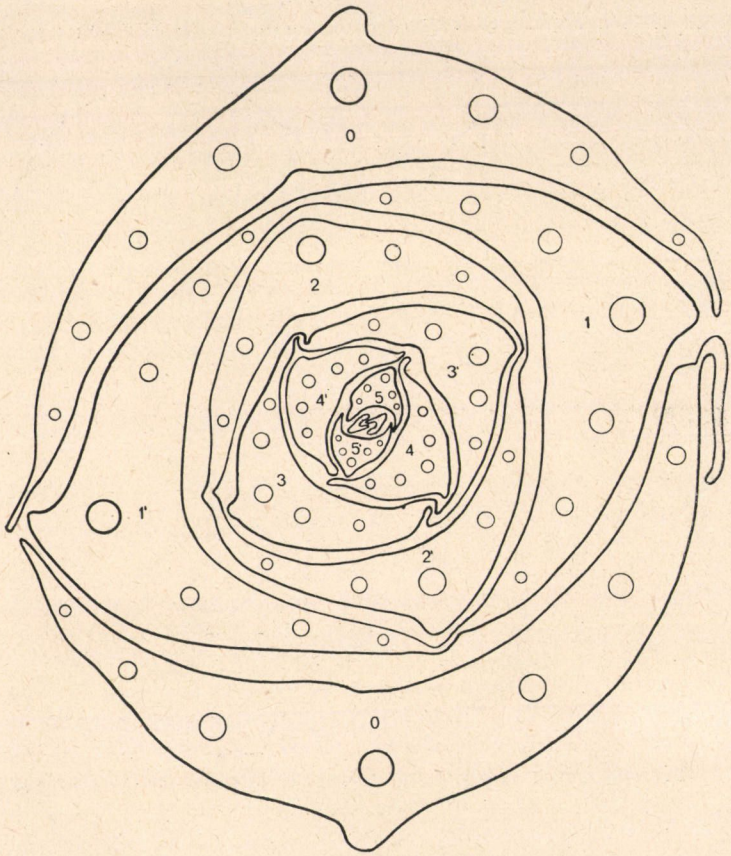
6. kép. A *Cephalaria leucantha* csiranövényének keresztmetszete a plumula szintje feletti (*a*) és a tenyészőkúp szintjében (*b*). — 0—0′ a két sziklevél nyelének, 1—1′ a két első lomblevélnek, 2—2′ a két második lomblevél dudorának átmetszete. A körök és kerülékek az edénynyalábok helyét jelzik.

Fig. 6. Querschnitt durch eine Keimpflanze von *C. l.* oberhalb der Plumula (*a*) und durch den Vegetationskegel (*b*). — 0—0′ Stiele der Cotyledonen, 1—1′ die ersten Laubblätter, 2—2′ die Höcker des zweiten Laubblattpaares. Die Kreise und Ellipsen bezeichnen die Stelle der Gefässbündel.

(0 és 0′, 1 és 1′) *az átellenesség és a levélhüvely összenövése révén egymással kapcsolatban van.*

A levélrózsák szerkezete e szerint nyilvánvalóan arra mutat, hogy a szorosan vett decussatiót felváltja egy olyan levélhelyzet, amely sokkal több levelet juttat fényhez, mint a derékszöges váltakozású elhelyezkedés. Feltételezhető, hogy a csíranövényen pontosan derékszögesen váltakozó elhelyezkedésben jönnek létre egy-

másután a levélpárok, amint azt a *Cephalaria leucantha* csíranövényén tapasztaltam (6. kép) és csak *másodlagosan* változik meg a párok kölcsönös helyzete. Nem lehetetlen azonban, hogy *már a*



7. kép. A *Cephalaria elata* levélrózsájának keresztmetszete. A körök az edénynyalábokat jelzik.

Fig. 7. Querschnitt durch die Blattrosette von *C. e.* Die Kreise bezeichnen die Gefässbündel.

csíranövényen eltérés mutatkozik az egymás feletti örvök derékszögű elhelyezkedésétől, amely azután a kifejlett levélrózsában vagy megnyúlt hajtáson változatlanul rögzítődik, esetleg másodlagosan továbbmódosul. Az évelő fajok rhizómája oldalrügyének (7. kép)

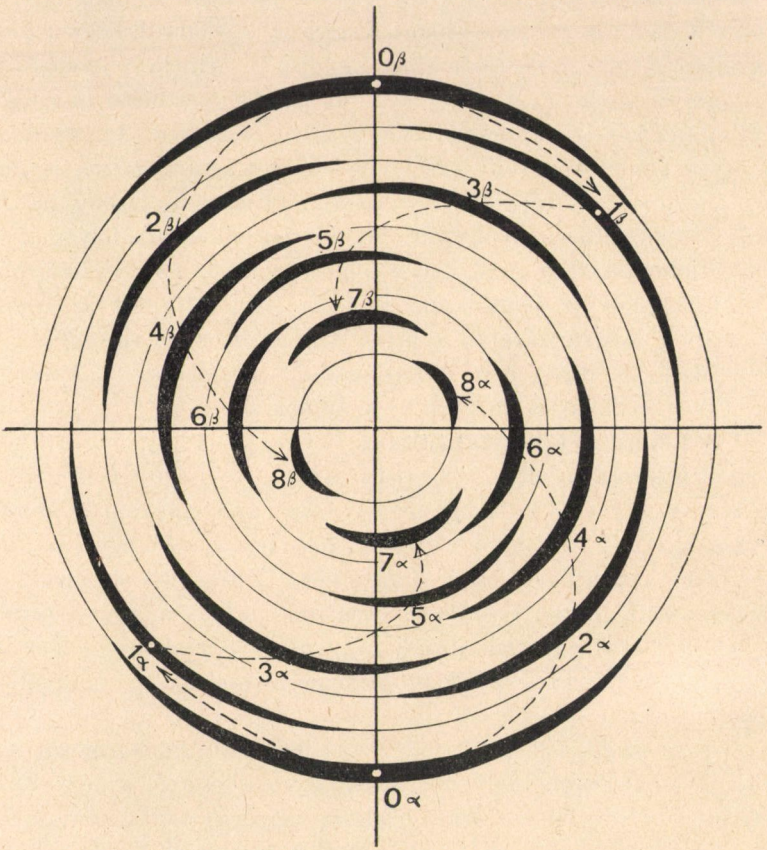
metszetsorozata a levélpárok helyét *nem a pontos merőlegesben, hanem attól eltérő helyzetben mutatja.* Ezeknek a tapasztalatoknak ellenére sem állíthatjuk azonban azt, hogy az új dudorok megjelenésének ez az eltolódása a merőlegestől elsődleges jelenség, mert ez is lehet mechanikai hatások következménye. Valószínűnek tartjuk, hogy a merőlegestől való eltérés, vagyis az a jelenség, hogy a 2—2′ levélpár nem az 1—1′ levélpár leveleinek érintkező pontjában, hanem az egyik levél széle alatt illeszkedik be, belső histologiai differenciálódások kapcsolatának a következménye. Azt azonban, hogy a kibontakozásban lévő levelek másodlagosan *torziós mozgást végeznek*, számos megfigyelés igazolja. Magam is bizonyíthatom, hogy a közelítően superponált levélpárok fejlődésük folyamán az ortostichontól elhajlanak. Erre a jelenségre alább még visszatérünk, de már most is jelezhetjük, hogy e torziós forgást az edénynyalábok csatlakozásának sympodialis fejlődése is elősegíti.

Mielőtt ezekre a belső differenciálódásokra áttérnénk, a hosszúhajtás levélállását is meg kell vizsgálnunk.

3. Levélállás a hosszúhajtáson. A virágzatba hajtó hosszúhajtásokon a levélállás eltérése a tiszta decussatiótól szintén megfigyelhető. Az eltérés — az eddigi megfigyelések szerint — annál szembetűnőbb, minél vastagabb a hajtás, miértis a kisebb egyéves fajok vékony szárán a decussatió majdnem tisztán is megfigyelhető. A decussatió páros tagjainak elválását, vagyis a szórt «spiralis» levélállást csak egyetlen afrikai fajon *(Cephalaria oblongifolia)* láttam, azt is herbariumi példányon, miértis közelebbi tanulmányozása nem volt lehetséges.

A hosszúhajtásokon észlelt levélállások általános típusát a 8. rajzon ábrázoltam. A rajzról azonnal szembeszökő a négy «ortostichon» csavarvonalas elrendeződése, vagyis az ortostichon görbülése, mely a szár bordáinak elhajlásában is követhető. Az elhajlás különböző mértékű lehet, de sohasem oly nagy mértékű, mint a rövidhajtáson, a levélrózsán. Némelykor teljesen egyenletes elosztású alaprajz keletkezik, olyképpen, hogy a 0—0′, 1—1′ levélpár egymásra közelítően merőlegesen illeszkedik be, a 2—8 párok azonban hajlott f^2 parastichonban, miáltal létrejöhet a 0—7′, 0′—7, 1—8, 1′—8 superpositio is, ami csak annyit jelent, hogy a 0—2′—4—6′—8, illetőleg a többi ortostichonok tagjainak elhajlási

szöge összesen 90°-os lehet. Ennél gyakoribb azonban az egyenlőtlen elrendeződés, amikor már az első két levélpár sem helyezkedik el egymásra merőleges síkban, tehát a 4 csavarvonal nem osztja



8. kép. A *Dipsacus silvestris* főtengelyének levélállása vázlatosan.
Fig. 8. Die Blattstellung der Hauptachse von *D. s.* schematisch dargestellt.

egyenlő 4 részre az alaprajzot. Mindkét féle esetben megállapítható azonban, hogy a csúcs felé, a tengely vékonyodásával a tagok «eltolódásának» szöge csökken. A hosszúhajtás négy f^2 parastichonja csatlakozik a levélrózsákéhoz.

A decussatio típikus kifejlődésétől eltérő jelenségek már a levélállások tanának bölcsőkorában feltűntek. A levélállások szabályos ágait megállapító észlelések első közléseiben BRAUN A. (4.: 361., 363., 377. old.), SCHIMPER és BRAUN (5.) említést tesz a tiszta decussatiótól való eltérésről is. SCHIMPER és BRAUN szerint «*was man Quirle nennt, sind abgesetzte, in sich geschlossene Blattstellungscyclen*» (161. old.), továbbá szerintük az örvök nem simultan keletkezésűek, hanem successio figyelhető meg, és (165. old.) a cyclusok között éppen olyan helyzet-viszonyok keletkezhetnek, mint a szórt levelek között. A különböző cyclus-helyzeteket SCHIMPER bizonyos toldalékkal, a «*prosenthesis*»-sel jelöli meg, amely a cyclus utolsó levele *(cyclur)* és a következő cyclus első levele *(cyclarch)* között van. Így az alternatio esetében az $^1/_2$ prosenthesis állapítható meg. Kéttagú örvök esetében az $^1/_2$ prosenthesis, tehát (90°), a decussatiót hozza létre, a SCHIMPER-féle $\frac{1+\frac{1}{2}}{2}$ divergentia szerint. Az ettől való eltérések a következő sorozatban fejezhetők ki (i. m. 167. old.):

$$\frac{1+\frac{2}{3}}{2}, \quad \frac{1+\frac{3}{5}}{2}, \quad \frac{1+\frac{5}{8}}{2}, \quad \frac{1+\frac{8}{13}}{2}, \quad \frac{1+\frac{13}{21}}{2} \cdots \frac{a+\frac{a'}{b'}}{b}.$$

Ezekről mondja SCHIMPER (168. old.): «*Die folgenden Glieder dieser Kette geben mindest bekannte, wiewohl nicht so sehr seltene gegenseitige Stellungsverhältnisse von Blattpaaren, die man Z. B. in der Familie der Dipsaceen sämmtlich auffinden kann und noch manche in der Hauptkette nicht enthaltene abweichende Verhältnisse dazu*».

A levélállások «törvényeinek» megállapítói tehát észrevették azt, hogy a decussatio «törvénye» a Dipsacaceákon nem érvényesül tisztán, hanem itt a még nagyobb «prosenthesis»-ben kifejezett eltolódások észlelhetők. Mivel ez a «prosenthesis» különböző értékű, természetes, hogy vannak olyan esetek, amelyek a főszámsorba (Hauptkette) illenek, de viszont maguk a törvényfelállítók beismerik, hogy több eset van, amely nem fejezhető ki a főszámsor tagjaival (v. ö. A. BRAUN, 4 : 368., 374. old.). Röviden ez a körülmény azt jelenti, hogy a levélpárok nem egyszerűen decussáltak,

hanem elhajlások állapíthatók meg, de ezek az elhajlások geometriai alapon nem rögzíthetők és képletekkel általánosítható formulába nem foglalhatók. Hozzáfűzhetjük ehhez még azt is, hogy a prosenthesis ugyanazon a növényen sem állandó.

A 8. képen ábrázolt esetben, amely balra forduló, pl. a 0α—0β levélpárra következő 1α—1β levélpár prosenthesise az a szög volna, amelyet a medián 0α—0β vonal az óramutató forgásával ellentétes irányban az 1α—1β pár síkjával bezár. Ez a szög 135°. Ez és az erre következő, ugyancsak az óramutató forgásával ellentétes irányban mért prosenthesisek:

0β—1α	1α—2α	2α—3β	3β—4β	4β—5α	5α—6α	6α—7β	7β—8β
135°	90°	110°	90°	140°	60°	110°	110°

E számsorból megállapítható, hogy az ezt alkotó számok a fősorozatnak megfelelő prosenthesis-sorozatba nem illeszthetők be. A hosszúhajtás kezdő prosenthesise magasabb, mint a többi, azután az azonos indexű (α—α, β—β) leveleké kisebb, mint az eltérő indexűeké (α—β, α—β), kivéve a legfelső levélpárat. A szögadatokból éppúgy, mint a rajzból látható, hogy az azonos indexű leveleket összekötő parastichonok közelebb vannak egymáshoz (1α, 3α, 5α ... és 2α, 4α, 6α) mint az eltérő indexűek.

0α—1α	1α—2α	2α—3α	3α—4α	4α—5α	5α—6α	6α—7α	7α—8α
45°	90°	70°	90°	40°	60°	70°	110°

Mindebből az következik, hogy a prosenthesis nem rögzített érték. Ahány példán mértem, annyiféle volt, ami arra mutat, hogy a derékszöges decussatiótól való eltérés mértéke a szár fejlődésének, vastagodásának mértékétől és torzióját befolyásoló külső hatásoktól függ.

Már e levélrózsákon végzett mérések is azt bizonyítják, hogy a prosenthesis kísérletileg megváltoztatható érték, amely csak akkor mutat bizonyos állandóságot, ha a tengelyen a levélpárok szimmetrikusan helyezkednek el. A prosenthesis adatainak a «szabálytalanságai» legjobb bizonyítékai annak, hogy az «alapspiralis» nem a fejlődéssorrendet feltüntető vonal, hanem heterogén tagokat köt össze.

HOFMEISTER (7 : 471) a decussatiónak kétféle módját különbözteti meg, amelyeket már A. BRAUN (4 : 363, 377) is kiemel és lerajzol (4. Taf. XXXVII. fig. 2. és 3.). Az egyik típusban *(Caryophyllaceae, Gentianaceae, Rubiaceae)* az «eltolódás» mindig egyirányú, a másikban zeg-zugosan kétirányú *(Oleaceae)*. A *Dipsacaceák* a *Caryophyllacea*-típushoz közelednek, melyben az eltolódás okát HOFMEISTER az örvök tagjainak succedán fejlődésében (471. old.) és a levélalap egyenlőtlenségében (500) látja. E szerint pl. az első pár első levelének alapja a baloldalon erősebben fejlett, mint a jobboldalon. Ez a különbség lassankint eltűnik. Ugyanaz a levélpár második levelének alapi részei között még megvan ez a különbség akkor, amikor a következő levélpár fejlődésnek indul. E szerint az első levélpár második levelének jobbfele még rövidebb akkor, mint a bal, tehát az első pár első levelének balfele és második levelének jobbfele között nagyobb hely van, mint a szemköztes oldalon. A második örv első levele tehát ezen a nagyobb, szélesebb («breitere Lücke») helyen fog megjelenni. (HOFMEISTER-féle szabály, v. ö. GOEBEL 14 : 194. old.). Ez folyton ismétlődve arra az eredményre vezet, hogy az egymásfeletti örvök egyenrangú leveleit összekötve, folytonos és egyirányú csavarvonalat kapunk. A harmadik örv első levele az első örv második levele fölé kerül és csak az ötödik örv első levele kerül az első örv első levele fölé. Ezt a «*Caryophyllaceae-típust*» SCHUMANN (9 : 581. old.) a kunkor-állással egyezteti össze.

A Dipsacaceae-decussatio nem teljesen azonos a HOFMEISTER-féle (7 : 471) *Caryophyllaceae*-decussatióval. SCHOUTE I. C. legutóbbi igen áttekinthető feldolgozását (16). alapul véve, a decussatióra vonatkozólag a Caryophyllaceákra a következő jelenségek jellemzők :

1. Egy levélpár hónaljrügyei gyakran egyenlőtlen kifejlődésűek. 2. Ugyanazon pár levelei több növényen fejlődéstanilag észrevehető időközben válnak láthatóvá. 3. Ugyanazon pár levelei gyakran nem átellenesek ; nemcsak a látható fejlődési stádiumok alatt, hanem kinőtt állapotban sem. 4. Az egymásra következő levélpárok gyakran nem merőlegesen helyezkednek el. Ezen jelenségek közül a levélpárok hónaljrügyeinek egyenlőtlen kifejlődése (1) valamint az egymásra következő levélpárok nem merőleges elhelyezkedése (4) gyakori jelenség, míg a másik két (2, 3) jelenség legfeljebb elvétve

fordulhat elő. A két levélnek nem egyszerre történő kifejlődését nem tudtam pontosan megállapítani; a levelek átellenességének eltérését inkább csak oldalrügyekben *(Cephalaria)*, főképpen azonban kényszertorziós példányokon láttam. E miatt nem azonosíthatom a kétféle decussatiót. Ezenkívül még HOFMEISTER (7 : 471) ama feltétele sem válik be, amely a kettős spiralisra vonatkozik. HOFMEISTER szerint ugyanis a levélpárok nagyobbik tagját, vagy a nagyobbik hónaljhajtásokat egymással összekötve, a *Caryophyllaceae*-típuson egyenletes futású spiralist kapunk, míg a másik spiralis a kisebb tagokat köti össze. Ezzel szemben az *Oleaceae*-típus zeg-zugos vonalrendszert hoz létre, mert az egyenlő fejlettségű tagok hol a jobb-, hol a baloldaliak. A D. decussatión egyik sem állapítható meg. A leggyakoribb eset az, amikor a fejlettebb és a csökevényesebb hónaljhajtások közül az azonosokat egybekötve, négy parastichont kapok, amely négy parastichon párosával szemköztes és azonos fejlettségű. Ez a négy parastichon ortostichon volna, ha a levélpárok merőleges decussatióban volnának (8. kép).

SCHWENDENER mechanikai elméletét megalapozó művében (17 : 82.) a decussatióval feltűnően keveset foglalkozik. Elfogadja a kétféle típust; a *Caryophyllaceae*-decussatiót «eltolódás»-ra vezeti vissza és HOFMEISTER megfigyelését, hogy az ortostichonok tangentialis-ferdén futnak, nem látja megerősítve, pedig éppen e jelenség a *Dipsacaceákon* a legfeltűnőbb. A levélpárok tagjainak succedán megjelenését a szintkülönbségre vezeti vissza.

GOEBEL (14 : 194) a mechanikai magyarázatokkal szemben azt hangsúlyozza, hogy az oldalszervek rendjét a *tenyészőcsúcs belső viszonyai* állapítják meg és valószínűnek tartja, hogy a matematikailag kifejezhető viszonyok maguktól értetődő és magukban nem fontos következményei bizonyos növekedési törvényeknek.

GOEBEL az örvösséget általában az egyenletesen sugaras kifejlődés legteljesebb kifejezőjének, a decussatiót pedig a sziklevelekhez való csatlakozás tipikus példájának tekinti. Az asymetrikus örvös eseteket GOEBEL három típusba sorozza (dorziventralis: *Acanthaceae*, spirotroph: *Caryophyllaceae*, bilaterialis: *Rochea*), amelyek közül a *Acanthaceae*-típushoz hasonlóat észleltem a *Dipsacusok* között is, mégpedig az erősebben fejlődő ágak megoszlása tekintetében (*kryptodorsiventralitas* az alsó öt nodusban). Hasonló

esetet közöl WYDLER is (6:499.) a *Knautia arvensis*-en, amelyen egyfelől a +, másfelől a — hajlások kerülnek egymás fölé. E jelenséget függetleníti GOEBEL az ágak homodrom vagy antidrom voltától, hanem tisztán táplálkozásbeli különbségekre vezeti vissza. Magam igen sok *Dipsacus*-egyén analysise alapján szintén *nem állapíthatok meg összefüggést a hajtásrendszer esetleges dorziventralitása, az ágak fejlődésbeli különbségei, homo- vagy antidrom szerkezete között.*

A következtetések, amelyeket a hosszúhajtáson észlelhető levélállásból levonhatunk, ugyanazok, mint a levélrózsából megállapítottak. A «*système bijugé*» két alapspiralisának itt sincs meg az egymással való kapcsolata, *a négy f^2 parastichon azonban, mint szervesen kapcsolt tagokból álló lánc, itt is élesen feltűnik.*

4. Az oldalszervek brachialis kapcsolata. Figyelemmel az oldalszervek leírt valóságos rendjére mind a levélrózsában, mind a hosszúhajtásokon és egybevetve ezeket az eddigi alaktani kutatások magyarázataival, arra a meggyőződésre kell jutnunk, hogy GOEBEL felfogásával egyezően, mélyebb, a növény belső sajátságaiban rejlő viszonyokat kell szemügyre vennünk. Eziránybanban döntő támaszpontunk van, mégpedig az a megállapítás, hogy a Dipsacaceák «dichasialis» felépítésűek, az oldalszervek elrendeződésében pedig vagy a kunkor vagy a forgó irányzat, röviden *brachialis*, azaz *monochasialis* irányzat jut kifejlődésre. Ez a meggondolás feljogosít ugyanazokra a következtetésekre, mint amelyeket a virágzat felépítésére vonatkozóan levezettünk.

E magyarázat bizonyítását a hajtásrendszeren megnehezíti az a körülmény, hogy a hajtások tenyésző-csúcsát mindig virágzat fejezi be. Igen fiatal csíranövények csúcsán oly kevés dudor jelenik meg, hogy ezek fejlődésének sorrendje még sorozatos metszeteken sem tekinthető át. A vizsgálat tehát virágzatból indulhat csak ki, amely azonban teljes egészében ugyan nem «decussált», de oly eredményekkel jár, hogy a vegetativ hajtásra is teljes joggal alkalmazható.

Az ortothrop hajtás egyenes kapcsolatban van a virágzat rendszerével. A két sziklevélre, mint a diarch gyökér két edénynyalábjának megfelelő két átellenes oldalszervre a két nyalábköteg dichasialis elágazásának megfelelően két pár levél illeszkedik be, mint a négy sympodialis kapcsolat kiinduló bázisa.

Az ortostichonok hajlása miatt minden levél fedése alá két levél kerül. Így pl. a 0α levél fedése alá (a 8. képen) az 1α és 2α, az 1α levél fedése alá 2β és 3α stb. Ez arra mutat, hogy a levél hónaljában a levél bázisa két végének belső felén a fedésviszonyok tanúsága szerint a rügyben egy-egy levéldudor keletkezhetik. Ezt a keletkezés módot a virágzat vizsgálatában pontosan ki is lehet mutatni. A két levéldudoron kívül a levél hónaljában axilis rügy jelenik meg. A levéldudorok egyike közelebbi fedésű, a másik tagja távolabbi. Ha minden levél belső oldalán kifejlődik mind a két dudor, úgy a dichasiumra emlékeztető levélkapcsolódás jön létre, hacsak az egyik, úgy valamelyik monochasiumos kapcsolás. Állandóan ugyanazon egyoldalas kapcsolás révén kunkoros irányzat, változó egyoldalas kapcsolódás révén forgós irányzat keletkezik. E két, illetőleg egyetlen levéldudor helyét az előző levél bázisa jelöli ki.

E gondolatmenet alapján az ágrendszer elméleti diagrammája megszerkeszthető.

Alapul kell vennünk a többszörös dichasialis elágazás közismert alaprajzát (9. kép). A főtengelyt a középen rajzolt kör ábrázolja jobbról-balról 1—1 cotyledonnal, vagy két előlevéllel, amelynek hónaljában egy-egy ág keletkezik (0—0′). Ez a két ág megfelel pl. a hajtáson a 0 és 0′ ágdudoroknak. A dichasialis elágazást az elméletben merőleges irányban továbbvezetve, ezen 0 és 0′ dudoroknak két-két előlevele fejlődik, a 0α és 0β, illetőleg a $0'\alpha$ és $0'\beta$, hónaljukban egy-egy axilis dudorral a következő rendben: 0—1, 0—2′, 0′—1, 0′—2. Ezeket az ágakat nem merőleges csatlakozásban, hanem a hajlás felületére, tehát kúpfelületre vetítve, a 10. rajzon is feltüntettem. A vetület szerkesztésekor figyelemre kell méltatni azt a körülményt, hogy a jobb- és baloldali két cotyledon hónaljában keletkező 0 és 0′ ág két előlevele, az α és β nem kerül egy szintbe, hanem érvényesül a dichasialis elágazás azon jellemvonása is, hogy az egyik ág erőteljesebben fejlődik, mint a másik vagyis a kúpvetület esetében az egyik levél és a hónaljában fejlődő ág egy szinttel magasabb szintbe jut, mint a másik. Rajzunkban, mivel ez az előnyben részesítés állandóan ugyanarra az oldalra esik, a jobboldali ág állandóan egy szinttel magasabbra jut, mint a bal. E miatt az első ág a második körbe. a második ág a harmadik körbe jut. Hasonló a 0′-ből kiinduló rendszer helyzete

9. kép. A dichasialis rendszer alkalmazása a Dipsacusok ágrendszerére.

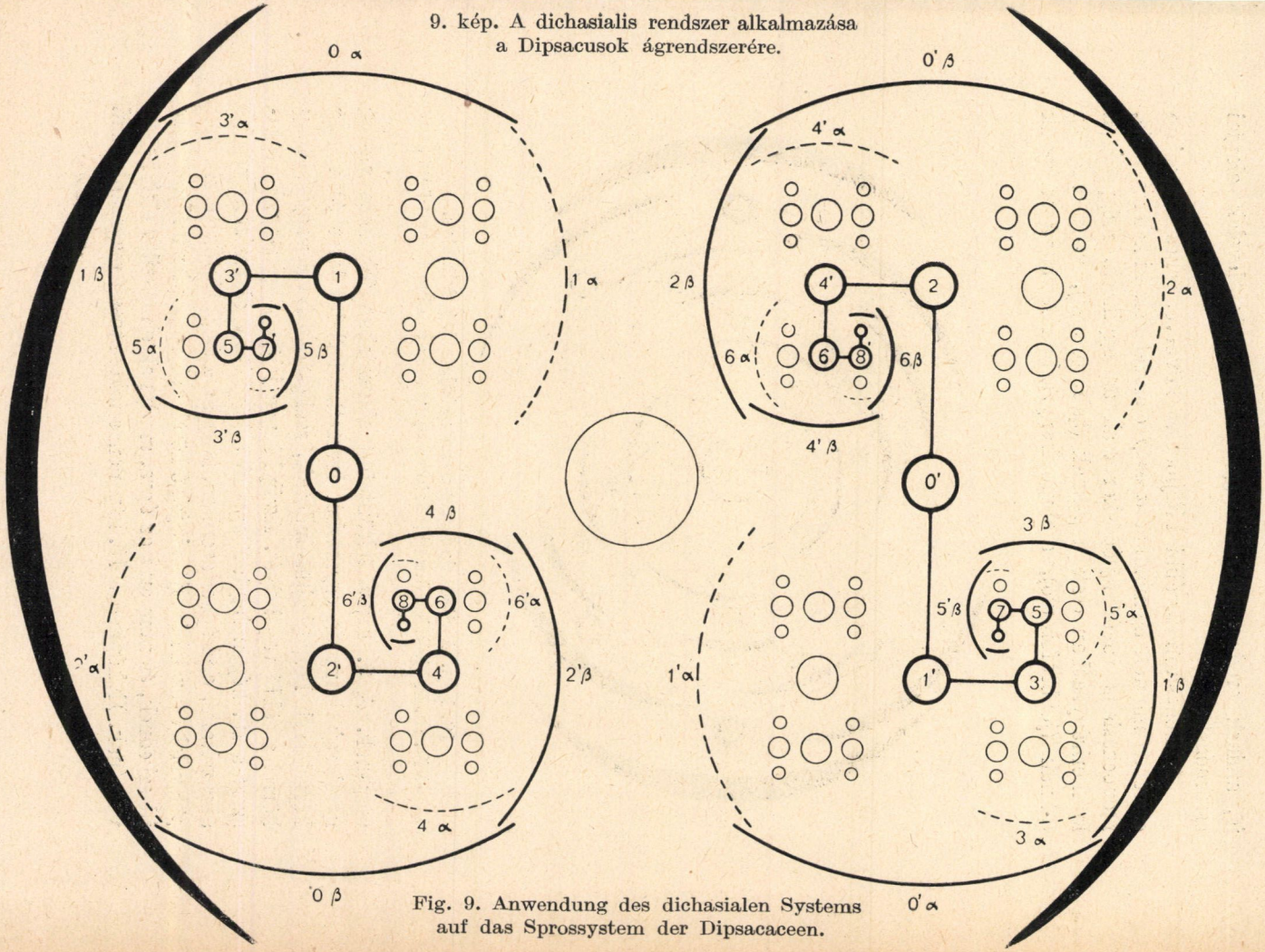
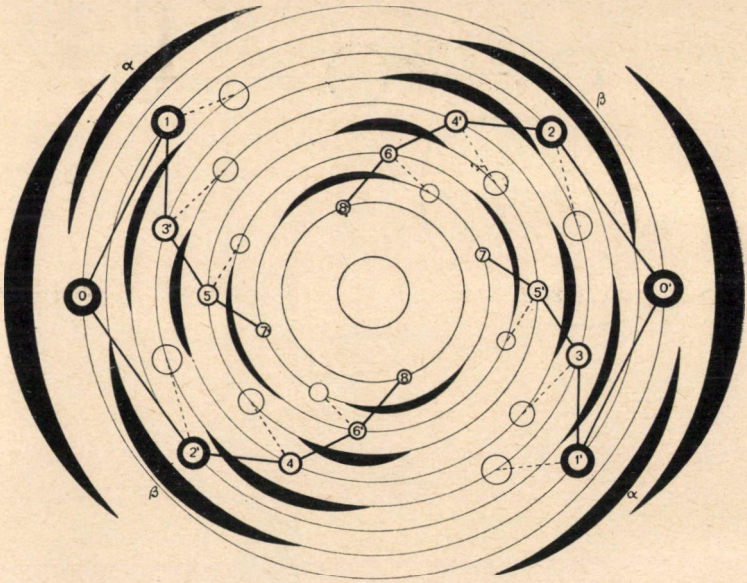


Fig. 9. Anwendung des dichasialen Systems auf das Sprossystem der Dipsacaceen.

is, aminek eredménye az, hogy a szemköztes levelek alapjai összenőnek.

A dichasium további kifejlődését követve, teljes dichasium esetében minden ág mindkét α és β előlevelének ki kell fejlődnie, monochasialis továbbfejlődéskor csak az egyiknek, mégpedig a kunkorirányzatban csak a β-knak (balraforduló), vagy csak az α-knak (jobbraforduló), a forgó irányzatban felváltva az α-nak



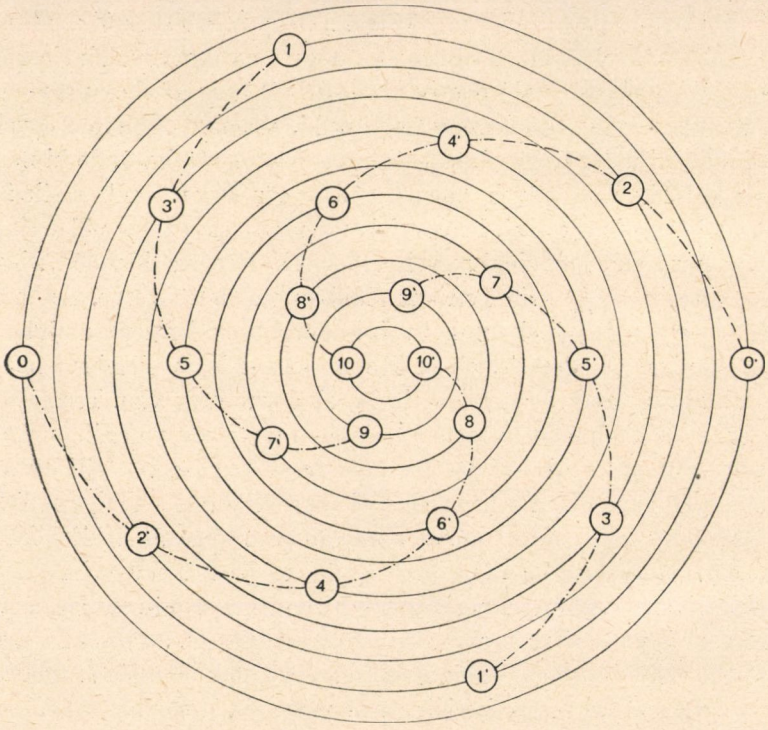
10. kép. A dichasialis rendszer vetülete kúpfelületre.
Fig. 10. Projektion des dichasialen Systems auf eine Kegelfläche.

és β-nak. A 9. képen feltüntetett alaprajzban folytonos vastag ívvel rajzoltam az egymásból levezethető β leveleket és vastag körrel ezek hónaljhajtás-dudorait, szakgatott ívvel vagy vékony körrel a többi tag helyét. Az ilyképpen jelölt négyes-kunkorrendszert a 10. képen folytatólagosan a kúpfelület alaprajzára vetítve ábrázoltam, olyképpen azonban, hogy az α és β, illetőleg a kifejtett β levelek és ezek hónaljágait jelző körök valamennyien a főtengelyre illeszkednek, és nem arra az ágra, amelynek elméletileg első levelei volnának. Ilyképpen a 10. kép nem a fokozatosan magasabbrendű

elágazást ábrázolja, mint a 9. kép, hanem az oldalszervek rendjét a főtengelyen. E rajzból már most leolvashatók ugyanazok a jelenségek, amelyeket a hajtás diagrammájáról megállapítottunk. A kifejlődő oldalszervek rendje megfelel a 2. és 8. rajzon feltüntetett valóságos helyzetnek. A dichasiumok ki nem fejlődött ágait a 10. rajzon vékony számnélküli körökkel jeleztem. A négy kunkor-vonal nem szimmetrikus elhelyezkedésű, mert a 0—1, 0—2′ és a 0′—1′, 0′—2 távolságokat rövidebbre vettem, hogy a két 0 és 0′ rendszer egymástól távol essék. Nyilvánvaló, hogy a kunkorvonalak eloszlásától és egymástól való relatív távolságától függ az, hogy egy-egy örvben 2, 3 vagy 4 oldalszerv fejlődik ki. Megnagyobbítva a távolságokat, kitűnik, hogy pl. az első ágból származtatható, de ki nem fejlett 1α levél és ennek hónaljhajtása közelítően egybeesnék 2α levéllel és a 4′ hajtással. Erről a jelenségről meggyőz egy pillantás a 11. képre, ahol az oldalszervek elhelyezkedése az állandó 72°-os prozentezissel ($^2/_5$) szimmetrikus alakban van feltüntetve. Az örvtagok mennyiségének megállapításakor, már szerephez jut a «mechanikai elmélet» is, olyan HOFMEISTER-féle értelemben, hogy az oldalszerv csak ott fejlődhetik ki, ahol erre hely van. Természetesen ez nem «elmélet», hanem a valóságos térviszony megállapítása. Pontosan sugaras kifejlődés esetében csak egy szerv fejlődik ki, amelynek kapcsolata a levélfedésből (borulásból) megállapíthatóan a kunkorvonalba esik. Amint azonban nem sugaras a kifejlődés, mindkét szerv megalakul, pl. az első ágból az 1β és 1α, ennek hónaljhajtásaival. Ilyenképpen nemcsak kettő, hanem három-, esetleg négytagú örv is jöhet létre és csak a helyzetviszonyok pl. az 1α és 2β egymástól való távolsága szabja meg, hogy a tagok egymástól függetlenül, vagy «összenőve», fasciálva jelennek meg. E szerint e gyakori «rendellenes» esetek is könnyen megmagyarázhatók. Ilyen esetet tüntet fel pl. a 2. rajz, ahol a hosszanti képen a nyolcadik kettős (kétcsúcsú) levél hónaljából két egyenértékű ág fejlődik, vagyis a 10. alaprajzra vonatkoztatva a hatodikból kifejlődik mindkét lehetséges ág és fasciálva jelenik meg. Természetes, hogy ilyen kifejlődésre főképen a csúcs felé van alkalom, ahol már magasabb rangú örv nem jelenik meg.

A 10. rajzon mármost kitűnik a decussatio «ortostichonjaiba», vagyis a f^2 parastichonba eső tagok «szerves kapcsolata», amelyet

a helyzetek leírásakor többször említettem. Ez nem egyéb, mint a kunkoros, éspedig a négyes kunkorrendszer kapcsolata. A két testvér kunkor-pár helyzete teljes szimmetria (11. kép) esetében sem alkothat más rendszert, mint a 8. rajz «ívesen hajlott decussatiója». A decussatio «ortostichonjai» a Dipsaceákon sohasem, vagycsak a leg-



11. kép. A kettős $^2/_5$ állás alaprajza négy f2 parastichonnal.
Fig. 11. Grundriss einer $^2/_5$-Stellung mit vier f2 Parastichen.

ritkább esetben (vékony száron) ortostichonok, hanem oly kunkorvonalak, amelyek az egymásfeletti tagokat származásuk sorrendjében összekötik.

Ez a rend, ez az elhelyezkedés nem vezethető le sem az «alapspiralisból», sem a kettős SCHUMANN-féle kunkorvonalból. A forgó irányzatnak sem tudnók okszerű magyarázatát adni sem a borulás,

sem az elhelyezkedés viszonyai alapján, különösen azért nem, mert a forgóba kerülő tagok egymástól függetleníthetők, köztük szövettani kapocs nincs, ami az 5. képen ábrázolt levélrózsa és 10—11. alaprajz egybevetéséből rögtön feltűnik. A forgó irányzat feltételezné a tengely egyik felére eső tagoknak számsor szerinti szerves kapcsolatát, amit a valóságos állapotok jellemzésekor már megcáfoltunk. Ez nem jelenti azt, hogy hellyel-közzel a forgó irányú, vagy dichasialis irányú fejlődés szerephez ne juthatna.

Az értelmezés, amely a fejlődéssorrenddel, borulásviszonyokkal és a belső szöveti szerkezettel (edénynyalábkapcsolat) teljes összhangzásban van, még egy következtetést is megenged. A dichasialis elágazás 9. alaprajzára visszatérve, figyelembe veendő ugyanis az a körülmény, hogy a középső főtengelyhez viszonyítva a 0—0′ másodrendű, az 1—1′, 2—2′ harmadrendű, a 3—3′, 4—4′ negyedrendű ágak, sőt a β-előny alapján a harmadrendű és negyedrendű ágak közül a β hónaljában lévők magasabbrangúak, mint az α hónaljában lévők. Ennek következtében ezek az ágak, bár valamennyien a viszonylagos főtengelyen helyezkednek el, egymással nem egyenrangúak. Egy pillantást vetve bármelyik fejlett Dipsacus-példányra (2. rajz), ezt beigazolva látjuk abban, *hogy az ágak felfelé haladva többé-kevésbbé rövidebbek, kevesebb levélpárral birnak, tehát nem egyenlő rangúak. Megjelenésük sorrendje acropetalis, de viszont teljes kifejlődésük befejezésének időrendje basipetalis* (centrifugalis), *mert a rövidebb felső ágak hamarabb érik el teljes kifejlődésüket, mint a sokkal hosszabb alsó ágak.* Ezen alapul a *Dipsacaceák* dichasiumának az a jellemvonása, hogy az egyes *virágzatok* kinyílásának relatív sorrendje is centrifugalis. Az ágakon az oldalszervek rendje azonos a főtengelyével. Csak az első két levél eredetének és kapcsolódásának kérdése tisztázandó. Az ág dudor alakjában azonban embryónak felel meg, a két első levél pedig a két sziklevélnek. E két levél semmiféle genetikus kapcsolatban nincs a főtengellyel, vagy a tartólevéllel, keletkezésüket csak olyan szövetdifferenciálódásra lehet visszavezetni, mint a szikleveleké. Helyzetükről a virágzattal kapcsolatban volt szó (1).

Visszatérve még a Goebel-féle *Acanthaceae* típus tárgyalásakor mondottakra, semmi szükség arra, hogy a + és a — jelű tagokat kössük össze mesterséges forgó irányzatú zeg-zugos vonallal. Meg-

érthető ez a kunkoros kapcsolattal is, ha az imént vázolt fejlődésmenet révén a két hátulsó kunkorsorozatot 0-ból dichasialisan kapcsolom, a másik kettőt pedig 0'-ből. A 0 és a 0' (5. rajz) teljes visszavezetéssel a levélrózsában a két sziklevélnek felelhet meg

$$\text{cot. } 0 \begin{cases} 1,\ 3',\ 5,\ 7' \\ 2',\ 4,\ 6',\ 8 \end{cases}$$

$$\text{cot. } 0' \begin{cases} 1',\ 3,\ 5',\ 7 \\ 2,\ 4',\ 6,\ 8' \end{cases}$$

Elég a 0'-előny (erősebb fejlődés) feltételezése ahhoz, hogy az egész rendszer dorziventralitását megvilágítsa.

5. A vegetativ szervek rendjének alaptételei. A kifejlett szervek elhelyezkedésének valósággal megfigyelt elrendezése, a fejlődési sorrend, a szervek kapcsolata tehát a következő, a Dipsacaceák testének felépítésére vonatkozó tételek rögzítésére jogosít:

a) *A Dipsacaceák teste dichasiális felépítésű, amely típus nemcsak az elágazásban, hanem az oldalszervek elrendeződésében is megállapítható.*

b) *A tenyésző csúcson az új dudorok megjelenésének helyét az előző levél szabja meg a dichasium-szerkezet alapján olyképpen, hogy minden levél hónaljában 1—1 ágdudor és a levélalap belső (felső) oldalán 2—2 levéldudor jelenik meg, amely fejlődés-elméleti szempontból nem egyéb, mint az axilis hajtás két első előlevele (α—β).*

c) *A két dudor kifejlődése esetén dichasialis, egyikének kifejlődése esetén monochasialis kapcsolat létesül az oldalszervek között, amely az edénynyalábok lefutásával is társul. A monochasium túlnyomóan kunkorirányzatú.*

d) *Az oldalszervek rendje (levélállás, elágazás) a főtengelyen nem váltakozó, keresztben átellenes, hanem négyes kunkorrendszerű, amely körülmény megmagyarázza a spirotrophismust és a decussatio «ortostichonjainak» íves hajlását.*

e) *A főtengely elméletileg négy kunkorirányzatú monochasiumból összetett sympodiumnak tekinthető, ezért végtelen a «főtengely», nincs rajta csúcsvirág és e miatt nem egyenrangúak a főtengely ágai.*

f) *A magasabb termetű növények teste ugyanis több emeletes, metameres dichasium, az ágak megjelenésének sorrendje acropetalis-progressziv, kifejlődésük tetőpontjának időrendje basipetalis-progressziv.*

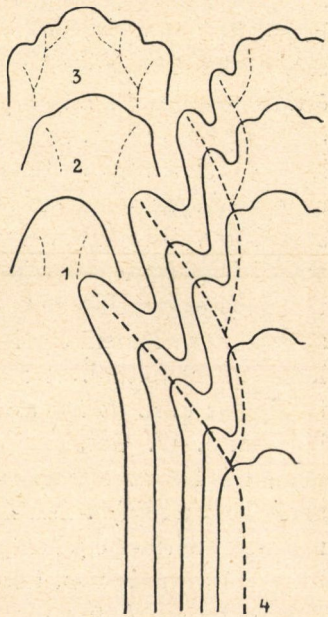
6. Az edénynyalábcsatlakozások kétségtelenül szoros összefüggésben vannak a hajtásrendszer felépítésével és a levélállással. Ismeretes LESTIBOUDOIS alapvető műve (18), aki már egy előző értekezését továbbfejlesztve elsőnek írja le a kapcsolatot a levélállás és a nyaláblefutás között, számos növényen igazolva a nyalábok számának és elágazásainak összefüggését a levelek elsődleges helyzetével, sőt kimondotta azt a fejlődéstani szempontból fontos tételt, hogy *«les feuilles sont formées par l'expansion des faisceaux fibrovasculaires de la tige»* (p. 17). HANSTEINnak (19) az a nézete (p. 274), hogy *«die Anordnung dieser Blattspuren im Holzringe stellt das anatomisch fixierte Bild der Blattstellung dar...»*. A Dipsacaceák nyalábrendszerének példáját a *Knautia arvensisen* VUILLEMIN (20) állapította meg. Rajza a teljesen fejlett állapotot tünteti fel és rámutat a nyalábok sympodiális kapcsolatára. Messze vezetne azoknak a véleményeknek az ismertetése, amelyek a levélállás és nyalábrendszer közötti kapcsolatot tagadják. A rég lezajlott vita kapcsolatos volt a divergentiák létrejöttének sokféle magyarázatával, a sokféle félreértés pedig a primér és a secundér állapotok összecserélésével. Ismeretes, hogy valamely szórt levélállás divergentiájának számszerűsége vagy a decussált helyzet a másodlagos, exogen fiziológiai (pl. fényhatás) torziók (v. ö. SIERP 21) révén megváltozhatik, de az is beigazolódott TEITZ (22) vizsgálataival, hogy éppen a levélnyomnyalábok fejlődése is előidéz szártorziót és ezáltal befolyásolja a levélállást.

Fejlődéstani szempontból e szerint a levelek organografiai helyzetét a dudorok elhelyezkedése és az edénynyalábok későbbi átalakulása állapítja meg. A magam részéről a dudorok elhelyezkedését, vagyis megjelenési helyét is a tenyészőcsúcs belső szöveti differenciálódásával tartom kapcsolatosnak. Mivel a szárban differenciálódó procambialis sejtsorok a levelek dudorába vezetnek, kétségtelen a levéldudor és a procambium fejlődésének kapcsolata. GOEBEL (14 : 194) is kifejezésre juttatja ama meggyőződését, hogy az oldalszervek rendjét a tenyészőcsúcs belső viszonyai állapítják meg, magam is sokkal valószínűbbnek tartom azt, hogy a procambialis sejtsorok elágazásának és differentiálódásának a következménye a felszíni sejtosztódás, vagyis a dudorkeletkezés, mint ennek a fordítottja. Már KOCH L. (23) szerint *«das Procambium entsteht früh-*

zeitig in dem jungen Internodium. Meist von dessen basalen Teilen ausgehend schreitet die Differencierung gegen und in das zugehörige Blatt vor» (p. 395). Igaz, hogy ezekből a szavakból nem derül ki, hogy a levéldudor alakul-e meg előbb, vagy a procambium. Közvetlen megfigyelés e felől nehezen fog döntő bizonyítékot szolgáltatni. A magam részéről már a virágzat fejlődésének tárgyalásakor hangoztattam, hogy a procambialis sejtsorok és ezek elágazásai már *igen korai* stádiumban felismerhetők a sejtmag feltűnő orsószerű alakjáról, nagyobb méreteiről és igen erős festődéséről. Azonban ez a stadium sem elég korai ahhoz, hogy ebből a dudorelőzés kétségtelenül megállapítható lenne. Csakis *logikai* megfontolásokra támaszkodunk, amikor a tenyészőcsúcson szabályos rendben megjelenő dudorokat a belső osztódási folyamatok, mégpedig *a procambium differenciálódásának következményeként* fogjuk fel. A megnyúlt procambialis sejtsorok anyagi vagy energetikai hatást gyakorolnak a növekedésük irányába eső felületi sejtekre, amelyek osztódásnak indulva dudorrá alakulnak. Ezt a feltevést tanúsítja Müller és Schuepp észlelete is. A tenyészőcsúcs osztódását decussatio esetében Müller N. J. C. (24) kísérte figyelemmel és mind a *Caryophyllaceae*, mind a *Oleaceae*-típusnál megállapította, hogy a rügykeresztmetszetben a levelek mediánjai ugyanabban az örvben sem esnek egybe, ami saját megállapításunknak is megfelel (7. kép). Müller a jelenségből azt következteti, «*dass die Verschiebung der Mediane zweier Blätter schon in der ursprünglichen Anlage stattfindet und nicht in Folge nachträglicher selbständiger Wachstumserscheinungen des Blattes*». Az osztódások felületi pontos leírása és az «oscillálás» menetének megállapítása teljesen megfelel annak a feltételnek, hogy ez a jelenség a procambium belső differenciálódásával kapcsolatos, habár Müller a cytologiai megkülönböztetéseket még nem vihette keresztül. Az ő 49. rajza még azt is megmutatja, hogy az egymásra következő levélpárok decussatiója nem derékszögű, az új dudorok mindig az előző levél egyik szélén belül keletkeznek. Schuepp (25) nyomon követte számos növényen a szártenyészőcsúcsok ritmikus alakváltozását, «*plastochron*»-nak nevezve egy-egy ismétlődő tagozat fejlődésének időszakát, majd megfigyelve a kifejlett levelek közötti internodiumok torzióját.

Müller és Schuepp ritmikusságot észlelt és ez a ritmikusság

csakis az osztódások ritmusával lehet kapcsolatos. Ha a ritmussal egybekapcsoljuk a létrejött dudorok helyét, úgy ezek váltakozása és összefüggése az edénynyalábok kezdő procambialis differenciálódására mutatnak, amelyek sympodiális elágazásainak hasonló ritmusa van. Ezt a ritmust tünteti fel a 12. kép.



12. kép. Az edénynyalábok prokambiumainak differenciálódása és kapcsolódása a levéldudorok megjelenésével.

Fig. 12. Differenzierung und Verkettung der Prokambien im Zusammenhange mit dem Erscheinen der Blatthöcker.

Egybekapcsolva a levélrózsa és a hosszúhajtás levélállásának fenti elemzését és az ennek alapján megállapított négy fedéssor rendszert, a diarch gyökér-steléből kiinduló sympodiális nyalábrendszerrel: *az egész test felépítésében egységes, dichasialis típust láthatunk.*

7. Levélállások változékonysága. Az előbbiekben kifejtettem, hogy a Dipsacaceák testének felépítésében a bogas fejlődésmenet és ennek metameres ismétlődése már önmagában is lehetővé teszi a spiralitas bármely formájának megjelenését. Éppen úgy, amint a virágzatban a magasabb divergenciák, a levélrózsában és a hajtáson a FIBONACCI-számsor alacsonyabb tagjai szerinti divergenciák (rendesen $^2/_5$) észlelhetők. Az örv normálisan kettős, abnormálisan egyes, hármas vagy négyes.

Az a körülmény, hogy a Dipsacaceák általában keresztben átellenes levélállásúak, de legtöbbször csavarodottan a kétszeresen $^2/_5$ divergencia érvényesül, egyenes kifejezője a dichasialis nyalábrendszernek, négy genetikus fedéssorral. Az átellenes levelek bázisának összenövése vályúszerű képletté a két-két szemköztesen fejlődő nyalábsympodiumot két egységes rendszerré fűzi össze, amelyben pontosan követni lehet a nyaláblefutást, a két pár fedéssort egészen a floralis régióig,

ahol a fedéssorok felszaporodnak a dichasialis elágazások ismétlődésével.

E «*normális*» típustól azonban számos eltérő «*rendellenes*» alakulatot ismer az irodalom. Az eltérések között legérdekesebbek azok, amelyek nem két, hanem három- vagy négytagú örvök megjelenésében nyilvánulnak és amelyek nem is keltik a torzulások benyomását. Ezek *a kéttagúságtól való eltérések egyenes bizonyítékai a fentebbi dichasialis-levezetés helyességének*, mert, a fentiek szerint a fejlődés során egyenesen adva van a lehetősége annak, hogy necsak négy, hanem öt, hat vagy nyolc monochasium-ág jusson kifejlődésre. Ezek az eshetőségek mindenesetre kapcsolatosak a tenyészőcsúcs hosszanti és vastagságbeli növekedésének együttes haladásmódjával, vagyis függvényei a növekedéstényezők összességének. Hogy ezek a tényezők exogenek-e vagy endogenek, azt a jelenség tanulmányozásával nem, hanem csakis termesztési és tenyésztési kísérletekkel lehet megállapítani. A rendellenes kifejlődések között a legfeltűnőbb az ú. n. «*tortus*» alak, amely már régen ismeretes az irodalomban. J. W. GOETHE weimari palotájának gyüjteménytárában magam is láttam egy szép szárított példányt, de nincs tudomásom arról, hogy a «*Spiral-Tendenz*» elméletének nagy hangoztatója analizálta-e és leírta-e e jelenséget. A Spiral-Tendenz-ről írt értekezésében (26) ugyanis nem találtam hivatkozást a *Dipsacus tortus*-ra.

A. BRAUN (28) a Ges. naturf. Freunde zu Berlin 1872. július 16-i. ülésén mutatott be *Valeriana* torziókat és felsorolja az addig ismert adatokat. E szerint a *Dipsacus fullonum*-on először MASTERS (Terat p. 34) észlelte és közölte a kényszertorziót, ami több genuszban ismeretes. A. BRAUN e közleményében a csavarodás első magyarázatát adja, miszerint *a levélbázisok összenövése miatt az internodiumok megnyúlása nem lehet az egész kerületen egyenletes.* «*Die Folge davon ist eine Drehung in der Richtung des kurzen Weges, durch welche die Insertionslinie der Blätter allmählig und zuletzt bis zur Senkrechten aufgerichtet, die senkrechte Streckungsrichtung dagegen zu einer schraubenförmigen herabgezogen wird*». E jelenséget MORREN (29) spiralismus-nak nevezte és a *Valeriana officinalis-on* írta le. SCHIMPER *strophomania*-nak jelzi A. BRAUN szerint, aki *Zwangsdrehung* elnevezéssel illette (27).

P. MAGNUS (30) 1877-ben mutatott be és írt le kényszertorziós

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

«*Dipsacus silvester* MILL.» példányokat, amelyeket E. ULE gyüjtött. MAGNUS szerint az A. BRAUN-féle magyarázatnak ellentmondanak azok az esetek, amelyekben ez a rendellenesség csekélyebb mértékben lép fel; ezekben az esetekben meglátszik, hogy a szár hosszanti barázdáinak csavarodása összenövés nélkül is fellép. A legfelső levélpár szintjében előfordult eset bizonyítja egyfelől az összenövés nélküli torzió lehetőségét, aminek oka más körülményben keresendő, másfelől azt, hogy a csavarodás miatt a levelek az egyik oldalon egymáshoz közeledtek és magasságban egymástól eltávolodtak. Más, nem összenőtt levelű növényen is előfordul torzió, amiből azt lehet következtetni, hogy a barázdák csavarodása nem a levelek összenövésének következménye, hanem ellenkezőleg, a levelek a barázdák csavarodása miatt közelednek az egyik oldalon és így egymással összenőnek. MAGNUS szerint nehéz a barázdák csavarodásának okát megtalálni. Legegyszerűbb feltevés az, hogy a fiatal, tovább növekedő szárcsúcs felfelé vagy növekedése irányában ellenállásra talál, amely megakadályozza őt a fiatal hosszabbodó internodiumtól kiinduló lökések követésében és abban, hogy a hosszabbodó internodium őt passive előre tolja, a nélkül, hogy ennek oldalsó csavarodását megakadályozná. Ennek következtében a hosszanti barázdáknak spiralisan kell kitérniök, ami addig tart, amíg az ellenállás megvan. A csavarodás miatt az internodium által tartott levél az előző fölé kerül és insertiója ferde vagy függőleges lesz. Arra a kérdésre, hogy miért nem ér el a csavarodás még nagyobb fokot, úgy, hogy az ifjabb levél az idősebben túl jusson, MAGNUS nem tud felelni. Az egymáshoz közeljutott levelek alapjukkal összenőnek, a torziós rész barázdáinak hosszanti növekedése annak hatalmas felfuvódását okozza.

Az oly jelenségeket, amikor egy faj keretén belül kétféle *constans* forma van, «*rögzített dimorphismusnak*» is szokták nevezni, bár a *Dipsacus* esetében, mint JOHANNSEN megjegyzi (31 : 324. old.), a hármas örvű alak miatt «*trimorph*»-nak volna nevezendő a faj.

HUGO DE VRIES (32—34) volt az, aki a torziós fejlődéseket, ezek között a *Dipsacus silvestris tortus*-t is a legbehatóbban tanulmányozta, elébb morfológiai, majd örökléstudományi szempontból. A kényszertorziókról kiadott hatalmas monográfiájában (33) aprólékosan leírja a csavart termetű («*torsus*») példányokat, különösen

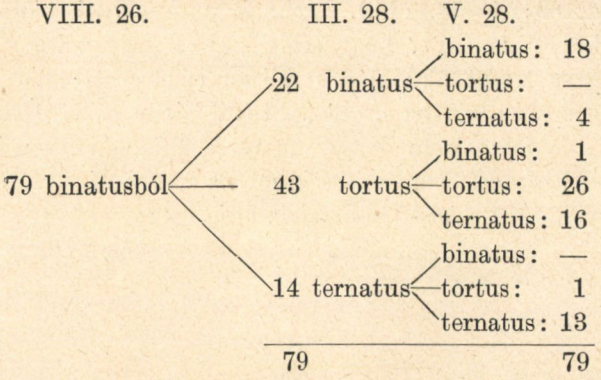
azok levélállását. Megállapítja, hogy kényszer-torzió csakis spiralis levélállás esetében következik be, a decussált kéttagú normális, a szintén gyakori háromtagú, vagy az igen ritka négytagú örvös példányok nem csavarodnak. A levélállásokat sorozatos rügymetszeteken tanulmányozta. Megfigyeléseinek részleteit nem közlöm, hanem csak a mesteri leírásokra és képekre utalok és itt csak azokra a jelenségekre hivatkozom, amelyekre a következőkben szükségem lesz.

Lényeges megállapítása DE VRIES-nek, hogy a levélrózsák levélállása megváltozik, az átellenesből spiralis válik (33: p. 27). Erre a jelenségre magam is rájöttem tenyésztési kísérleteim során, amikor az évek óta tenyésztett tortus származékok *őszi* levélrózsáit vizsgálva azokon tiszta átellenességet állapítottam meg, míg ugyanezek tavasszal jórészben hármasok és tortusok lettek. Az egyik kísérlet számadatai a következők:

1933. évi vetésből	*binatus*	*tortus*	*ternatus*	*összesen*
1933. augusztus 26-án:	79	—	—	79
1934. március 28-án:	22	43	14	79
» április 11-én:	24	18	37	79
» május 28-án:	19	27	33	79

Ezekből az adatokból látszik, hogy a normális átellenes *(binatus)* levélrózsákból igen nagy: 76% átváltozott a következő év nyaráig *ternatus* alakká (háromtagú levélörvökkel) és *tortusokká*. Az is érdekes, hogy a 79 őszi binatus levélrózsából tavasszal 14 ternatus és 43 tortus keletkezett, de a *tortusok egy része ismét ternatussá vált szárbahajtás idején.*

Az 1935. márciusi számláláskor megállapított tövek ugyanis a következőképpen alakultak át május 28-ig:

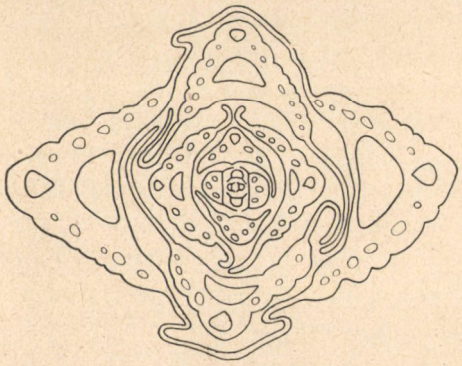


E kísérlet feltűnő eredménye, hogy a palánta és őszi levélrózsa-állapotban *binatus*-nak induló példányok tavasszal háromféle alakra válnak szét, de ez a háromféle tavaszi levélrózsa sem marad állandó jellegű, hanem szárbahajtáskor ismét átalakulhat. Ez a második átváltozás azonban bizonyos irányt mutat. Így a *binatus*-ból nem lesz *tortus*, a *tortus*-ból sem lesz *binatus* (az egyetlen eset bizonyára megfigyelési hiba), a *ternatus* is megmarad *ternatus*-nak. E szerint a *binatus* és a *tortus gyarapítja szárbahajtáskor a ternatus alakokat.*

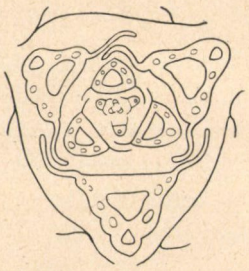
Már DE VRIES megjegyzi (34 : I. 232), hogy «*bei D. sylvestris torsus, welche Rasse an dreigliedrigen Individuen reich zu sein pflegt, sind diese in der ersten Jugend fast ausnahmslos decussiert*», de további következtetést nem fűz e jelenséghez.

A torziós szár belső szerkezetére, az övszerű edénynyalábkapcsolódásokra, a csavarodás félbeszakadására, helyi torziókra vonatkozó megállapítások DE VRIES eredeti művében részletesen olvashatók, azt a megfigyelését azonban, amely a csavarodás lefolyását *időméréssel* is rögzíti, külön kiemelem, mert ez a klasszikus megfigyelés bizonyítja azt, hogy a növekedéssel egyidejűleg, mint fentebb is említettem, valóban csavarodás idézi elő a bordázat sajátságos csavarvonalas futását a száron. DE VRIES-től függetlenül magam is megfigyeltem a levélrózsák új leveleinek ezt a forgását. DE VRIES a DARWIN-féle circummutációs megfigyelésre való üveglemezzel, magam pedig üvegházban a cserép felett kifeszített fonalakkal (1918), a szabadban pedig kifeszített aluminium huzalokkal (1934) állapítottam meg a forgó mozgást (részletes tabellák DE

VRIES művében, 33 : 54—56. old.). Ezeknek a megfigyeléseknek az a jelentős következménye, hogy segítségükkel beigazolta DE VRIES azt, hogy a tortus alakon a spralisan elhelyezett levelek csavarvonala a *forgás révén lecsavarodik*, továbbá, hogy MAGNUS magyarázata (l. fentebb) nem helyes, mert semminemű nyomás a környező levelek részéről nem akasztja meg a hosszanti növekedést, hanem egyedül a BRAUN-féle okfejtés állja meg a helyét, aki a levélalapok összenövését jelöli meg a kényszer-torzió okául. Ezzel



13. kép. A kéttagú *Dipsacus silvestris* rügyének keresztmetszeti képe vázlatosan DE VRIES után.
Fig. 13. Querschnitt einer *binatus* Knospe nach DE VRIES.



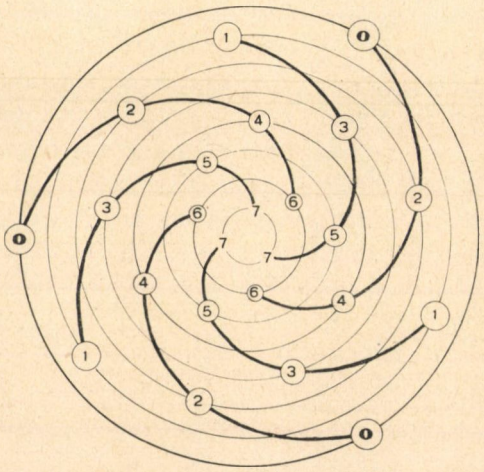
14. kép. A háromtagú *Dipsacus silv.* rügyének keresztmetszete vázlatosan DE VRIES után.
Fig. 14. Querschnitt einer ternatus Knospe nach DE VRIES.

kapcsolatban DE VRIES művéből tárgyunkra vonatkozólag még a divergentia-mérések fontosak. A klasszikus exaktságú vizsgálatok és pontos rajzok eredményeiből kitűnik ugyanis az, ami úgy látszik DE VRIES részére nem volt fontos, hogy *a hármasörvű ternatus alak és a spiralis levélelrendezésű tortus alak rügyének keresztmetszete egymással majdnem kongruens.*

A H. DE VRIES rajzában a binatus rügyében (13. kép) két-két levél pontos decussatióval a teret négy quadransra osztja, a ternatus rügyében pedig (14. kép) a három levéldudor, vagy fiatal levél teljes pontossággal három azonos nagyságú részre osztja a szintet,

két concentrikusan elhelyezett egymásban fekvő egyenlőszárú háromszöget mutatva (14. kép). Ezek a levelek szintenkint összenőve háromtagú alternáló örvöket alkotnak. A keresztmetszeti kép éppolyan szabályos, mint egy derékszögesen decussált (13. kép) kéttagú örvé, csakhogy a divergentia a szintben nem $^1/_2$, hanem $^1/_3$. A parastichonok száma *hatra* emelkedik (15. kép).

A tortus rügye (16. kép) *átmeneti alak a binatus* és *ternatus alak között*. A derékszögű binatus decussatió módosulata a kissé elhajlott



15. kép. A *Dipsacus s. ternatus* levélállásának alaprajza hat parastichonnal.

Fig. 15. Grundriss einer ternatus-Blattstellung mit sechs Parastichen.

kétszeres $^2/_5$ állású levélrózsa (7. kép), amelyben már közel van ahhoz a helyzet, hogy az örvök két tagja ne legyen teljesen oppositióban. Amint a tengely erősebb vastagságbeli növekedése miatt ez a két tag aszimmetrikusan eltolódik, *felbomlik a decussatió rendje*. Ha a vastagságbeli növekedés elég nagy ahhoz, hogy két dudor helyett három jelenjék meg egy szintben, az meg is történik, hiszen a fentebb kifejtett okoknál fogva a négy genetikus parastichon valamelyike bármikor bifurkálhat. Ha ez a vastagságbeli növekedés szimmetrikus, ez a bifurkáció egyszeriben bekövetkezik és négy genetikus parastichon helyett hat folytatja az útját és



16. kép. A *Dipsacus s. tortus* rügyének keresztmetszeti képe DE VRIES után.

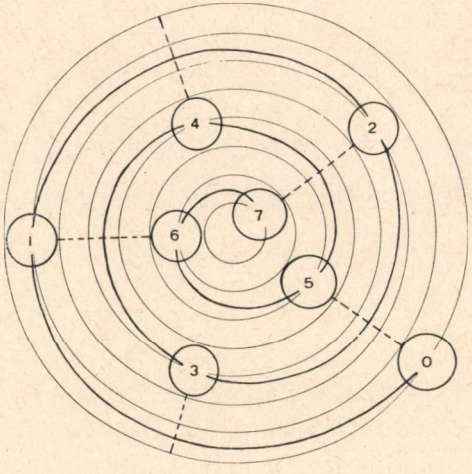
Fig. 16. Querschnitt einer tortus Knospe nach DE VRIES.

létrejön a *ternatus* alak, amelynek levélbázisai övenkint összenőnek (15. kép).

Elégtelen vastagságbeli növekedés esetében azonban a három levéldudor nem kerülhet azonos szintbe (16. kép). Az újonnan beilleszkedő harmadik már nem fér el, úgy, hogy *két egymásfeletti örv tevődik össze öt dudorból, amelyek alapja összenő és folytatólagos spiralist ad.* (17. kép).

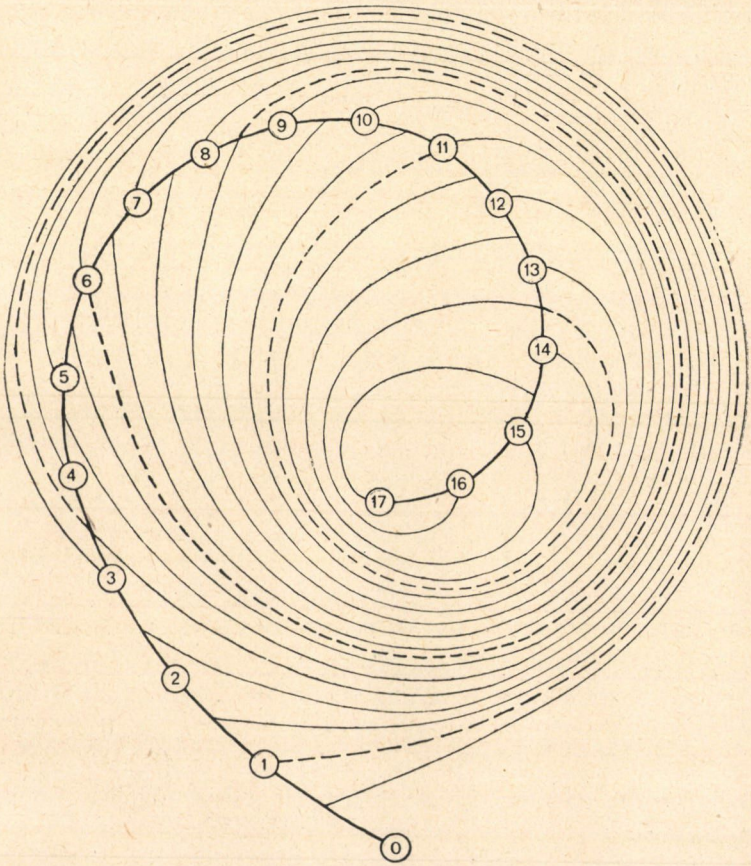
E szerint a binatus → decussált binatus → kissé csavart → tortus-ternatus sorozat a tenyészőkúp vastagságbeli növekedésének fokozatossága révén jön létre, amely néha túl is csap a ternatusságon és nagyritkán *quaternus* alak is megjelenik.

A tortus alakzat megjelenésének különböző formáira és kísérő jelenségeire nem térve ki, amelyek DE VRIES művében részletes



17. kép. A *Dipsacus silvestris tortus* $^2/_5$ levélállásának elméleti alaprajza a csavarodás előtt.

Fig. 17. Theoretischer Grundriss einer $^2/_5$ tortus-Blattstellung von Dipsacus silvestris vor der Torsion.



18. kép. A *Dipsacus silvestris* tortus levélállásának és csavarodásának alaprajza. A számokat összekötő vastag görbe a levelek elhelyezkedését, a többi csavarvonal a bordák futását érzékíti. Teljesen fel van tüntetve az 1—6—11—16 kapcsolat.

Fig. 18. Blattstellung und Torsion von *Dipsacus silvestris tortus*. Die dickere Linie verbindet die Insertionstellen der Blätter, welche numeriert sind. Die entgegengesetzt verlaufenden Spiralen veranschaulichen die Riefen des Stengels. Die unterbrochene Linie 1—6—11—16 beweist die $^2/_5$ Stellung.

ismertetésre találnak, a *tortus-levélállás jellemzésére, annak alaprajzával* (18. kép) egészítem ki DE VRIES rajzait, amely alaprajzon a kinyujtott levélspiralis és a csigavonalas bordarendszer viszonya

látszik. Az alaprajzon kipróbálható DE VRIES ama módszere (33. p. 93), amellyel kifejlett példányon a bordacsatlakozásokból megállapítható a levélállás eredeti mivolta is. Szerinte «*bei* $^2/_4$ *Blattstellung trifft die mediane Riefe eines Blattes abwärts auf das sechste, bei decussierter Stellung aber auf das fünfte, wenn in beiden Fällen das Blatt, von dem man ausgeht, als erstes bezeichnet ist*». Ha a rajzon a hatodik számmal megjelölt insertiókörtől kifutó bordát lefelé követjük, úgy az a harmadik és negyedik insertio között fog áthaladni és (szaggatott vonallal jelzetten) folytatódik egészen az első insertiókörig. E szerint valóban a hatodik levelet találtuk útban, vagyis a torzió nem decussált levélállású szár csavarodása, hanem a levelek már eredetileg spiralist alkottak, amely spiralis helyzet a fentebb említett módon jött létre.

Ez a megállapítás eklatánsan bizonyítja azt, hogy *a tortus alak a decussált és a ternatus közötti típus.* Amíg ugyanis a decussáltnak négy, a ternatusnak pedig hat genetikus parastichonja van, az előző adat szerint a tortus öt ilyennel kell hogy bírjon. A fenti minta szerint ez az öt meg is állapítható a 16. képen, sőt a 17. képen is:

I.: 0—5—10—15; II.: 1—6—11—16; III.: 2—7—12—17; IV.: 3—8—13; V.: 4—9—14.

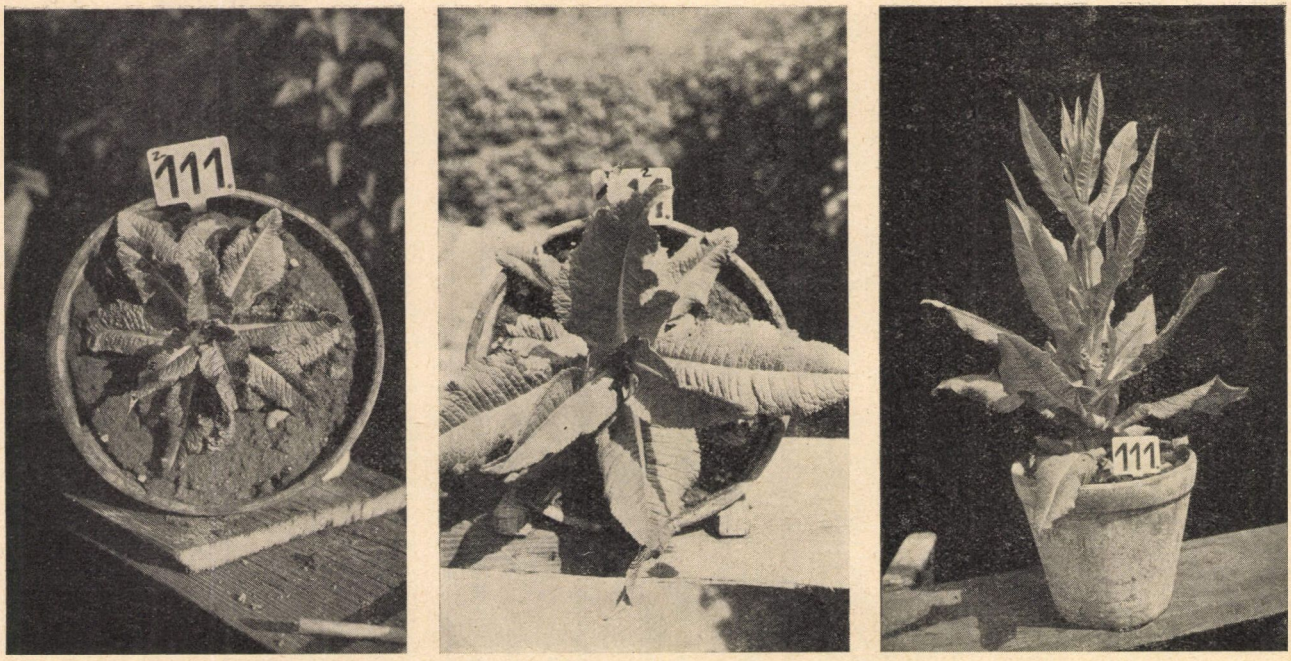
Ezzel maradéknélküli bizonyítást nyert az, hogy a tenyészcsúcs vastagságbeli növekedése alkalmat ad a dichasialis fejlődési rend eshetőségeinek a kibontakozására; ezek az eshetőségek az ismert formákban jelentkeznek, amelyek a következő fejlődési sorba állíthatók:

1. stricte *decussatus* } *binatus* (*átellenes* kettősörvű) 4 genet.
2. *dispiralis* } . vonallal. (19. kép.)
3. *tortus (csavart)*, 5 genet. vonallal. (20. kép.)
4. *ternatus (hármasörvű)* 6 genet. vonallal. (21. kép.)
5. *quaternus (négyesörvű)* 8 genet. vonallal.

Ezen öt forma közül azonban csak a *dispiralis, tortus* és *ternatus* trimorphia (19, 20, 21. kép) gyakori.

II. A levélállás-változatok öröklése.

Az előző fejezetben megkülönböztetett alakok csak abban az esetben érdemelnek különleges rendszertani méltatást, ha nem egy-



19. kép. *Dipsacus silvestris binatus* 111. sz. egyede cserépben nevelve. 1: 1934 április 14., 2: április 28., 3: május 26-án. A középső képen jól látszik a levelek csúcsának görbülése, a felső levelek keresztben átellenessége és az alsók torziós helyváltoztatása.

Fig. 19. *Dipsacus silvestris binatus* Nr. 111. Drei Stadien der Entwickelung: 1.: 14. April, 2.: 28. April, 3.: 26. Mai 1934. — Im mittleren Bilde ist die Krümmung der Blattspitzen zu sehen. Die oberen Blätter sind noch decussiert, die unteren sind schon aus dieser Stellung verschoben.

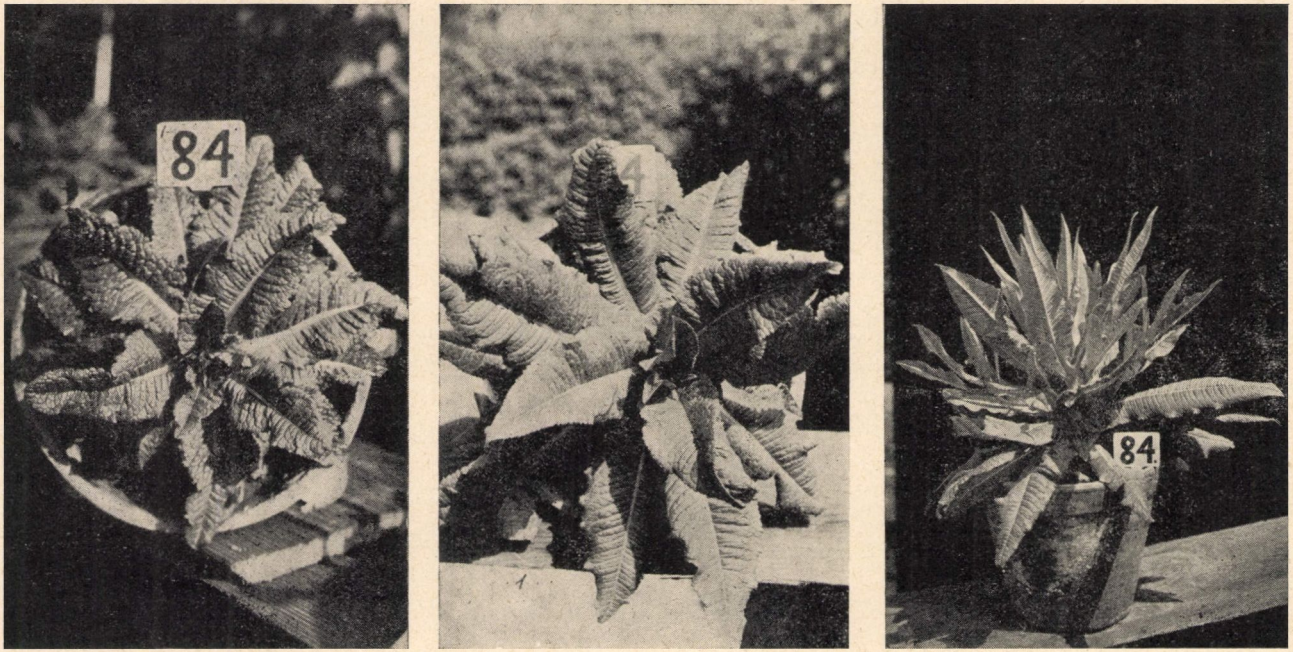
szerűen a táplálkozásviszonyokra visszavezethető modifikációkat képviselnek, hanem bizonyos mértékű önállóság és állandóság jelentkezik rajtuk. Nyilvánvaló, hogy csak huzamos örökléstani kísérletek révén lehetséges e kérdésben dönteni.

A «*tortus*» alak már HUGO DE VRIES-t is igen érdekelte, aki azt kívánta megállapítani, hogy «*a kényszertorzió, éppúgy mint sok más monstruozitás, örökletes jelenség-e és ezáltal kiválogatás révén lassankint rögzíthető-e?*»

Meg kell jegyeznünk, hogy H. DE VRIES nem foglalkozott a levélállás-eltérések morfogenetikai magyarázatával, tehát nem is élt előtte az a kép, amelyet az előző fejezetben megrajzoltunk, sem a levélállásváltozatok egymással való összefüggése. Ő a «tortus»-változatban egy sajátságos monstruozitást látott, amely nézete szerint (34: I. 573. old.) «*egyetlen tulajdonság: a decussált levélállás elvesztésének, illetve lappangásának mechanikai következménye*». E szerint a «tortus»-alak a mai örökléstani terminológia szerint «*veszteségmutáció*» volna.

A «*tortus*»-változat öröklésmenetével DE VRIES 1884—1902-ig, 18 éven át kísérletezett. E kísérletek eredményei közül lényeges az a megállapítás, hogy a kedvező életkörülmények biztosításával «*az állandó izolálás és a legszebb csavart egyének szelektálása a fajtát megtartja magaslatán, de lényegesen nem javítja azt*».

DE VRIES kísérleteiben az 1885-ben talált két tortus példány 1643 utóda között 1887. évben 2 drb tortus volt (0·1%). Ezek egyikének negyedik ivadékában (1892) 107 drb között 37 drb, vagyis 34% lett már csavarodott. Az első 1885. évi kísérletben még 50 tövet termesztett 1 m^2 területen, az 1892-es ivadékban már csak 22 drb-ot. Ennek a kedvező körülménynek a fenntartása a következő ivadékokban megtartotta a 40% körüli magaslatot. A maradék 60% kettős és hármas örvű volt. Ezek az eredmények nyilvánvalóan feljogosították H. DE VRIES-t a fenti következtetésekre és arra a megállapításra, hogy a tortus ú. n. «*köztes-fajta*» (*Zwischenrasse* DE VRIES; *átcsapó fajta, umschlagende Sippe* DE VRIES—KLEBAHN), vagyis oly fajta, amely (PLATE, 35 szerint) az ősalaktól élesen megkülönböztethető, azonban sem a típus, sem a varietas nem tenyészthető ki tisztán. Nem lesz tiszta a tenyészet még tartós kiválogatással sem, hanem az egyik mindig létrehozza a másikat is, mind maga-



20. kép. A *Dipsacus silvestris tortus* alak (84. sz. tő). A levélrózsák a *ternatus* és a *binatus* közötti helyzeteket mutatják. Felvételi idő mint 19. képé.

Fig. 20. *Dipsacus silvestris tortus* Nr. 84. Die Blätter zeigen die Zwischenstufen zwischen den zweigliedrigen und dreigliedrigen Stellungen. Aufgenommen wie Fig. 19.

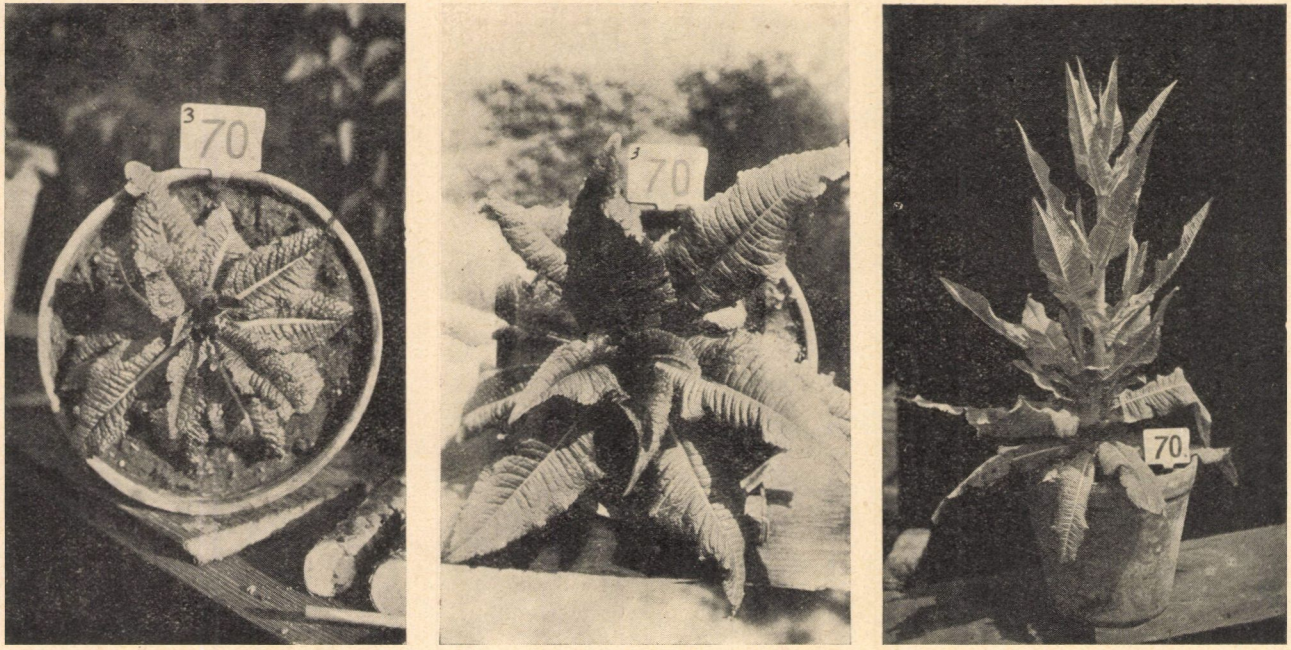
megporzással, mind vegetativ módon. Ez úgy értelmezendő, hogy akár az ősalakot *(binatus)* akár a *tortus* alakot szaporítom is önmegporzással, mindegyik származékában meglesz mind a két alak bizonyos százalékban (pl. 40% tortus, 60% binatus). DE VRIES kétféle *köztesfajtát* (Zwischenrasse) különböztetett meg; a *félfajtát* (Halbrasse) 1—3%-os örökléssel és *középfajtát* (Mittelrasse) közel 50%-os örökléssel. A *tortus az utóbbihoz tartozik*, a százalékszám nagyságát azonban erősen befolyásolja a környezet, úgy, hogy rossz táplálkozási viszonyok között az ily anomáliak fel sem lépnek.

Az öröklésnek ily menete — amely az elemi mendelizmussal, főképpen pedig a gének állandóságával ellenkezik, engem is kísérletezésre ösztönzött. Kísérleteimnek az a körülmény adott tápot, hogy H. DE VRIES figyelmen kívül hagyta örökléstani szempontból a háromtagú örvvel bíró alakot, bár azokat is registrálta. A *binatus*, *tortus* és *ternatus* számaránya DE VRIES kísérleteiben a *tortus kiválogatásával* tenyésztve a következő volt (%-ban):

	binatus	*tortus*	*ternatus*
1889.	93	4	3
1892.	55	34	11
1896.	36	42	22
1900.	24	46	30
	csökken	erősebben emelkedik	gyengébben emelkedik

Ezekből a számokból kitetszik, hogy a három fő «fajta» számaránya a legszebb torziós példányok szelektálása és kiválogatása révén olyképpen változott meg, hogy a binatus tetemesen csökkent, a tortus-é és vele együtt a ternatus-é emelkedett 30—46%-ra. Meg kell azonban jegyezni, hogy a két utóbbi fajta megjelenése tetemesen függ a jó táplálkozási viszonyoktól (trágyázás, öntözés, kerti művelés). Kísérleteinek hat utolsó évében a tortus fellépése (mindig tortus magból vetve) közepesen 35%-os volt.

E kísérletek alapján a «*Dipsacus silvestris tortus*» mint átcsapó alak, «*umschlagende Sippe*» ment át az örökléstudományi irodalomba. Egyik leghasználatosabb kézikönyv, a BAUR-féle (36 : p. 31) azt írja, hogy sovány földben csak a binatus alak terem; ha nem egyenletes tápértékű a talaj: csavart és nemcsavart példányok; ha kitűnő



21. kép. A *Dipsacus silvestris tertanus* alak (70. sz. tő). A levélrózsa levelei fokozatosan alakulnak kéttagúságból háromtagúvá. Felvétel mint a 19. képé.

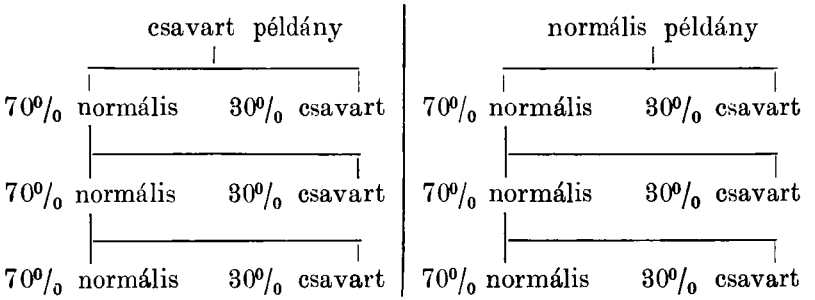
Fig. 21. *Dipsacus silvestris ternatus* Form Nr. 70. Die Blätter der Rosette gehen nach und nach von dem zweigliedrigen Wirtel zu dem dreigliedrigen über. Aufgenommen gleichzeitig mit Fig 19.

tápértékű a talaj és a növények egymástól távol vannak, majdnem kizárólagosan tortus alakok nőnek. Ez utóbbi jelenséget magam is igazoltam már 1921-ben, amikor 1915 óta folytatott kísérleteimről előzetes közlést tettem (37).

BAUR szerint a táplálkozási feltételek bizonyos konstellációs értékénél, a jó táplálkozás minimumánál határpont van. Mindazok az egyének, amelyek ez alatt élnek, egyenes szárúak, amelyek e felett élnek, csavartszárúak. E szerint a fajta átcsap az egyenes szárú növekedésből a csavartszárúba. Ezt az átcsapást: «*rögzített dimorphismus*»-nak is nevezik (BAUR 36 : 32. old.).

Ugyancsak BAUR hozza fel e két alakot mint iskolapéldát az állandóan azonos tenyészeti feltételek közötti állandó számszerű átcsapásra, akár az egyik, akár a másik alak magvát vetjük is el.

A schema BAUR szerint a következő:



és így tovább.

Ezekből az adatokból kétségtelenül beigazolt valóság az, hogy a *Dipsacus silvestris* fajnak van egy fajtája, amely hajlamos a torzióra (és a ternatus példányok létrehozására), de ezek a *tortus* alakok csakis jól tápláltság és kerti művelés esetében lépnek fel bizonyos százalékban, akár a normális, akár a tortus alak magvát vetjük is el. A többi következtetés azonban kiegészítésre szorul.

A kérdést a magam részéről nem láttam elintézve sem DE VRIES megállapításaival, sem az örökléstani irodalom nézetével. Húsz év óta folytatott termesztési kísérleteim meg is világítják más oldalról is a kérdést. Megjegyzem, hogy a termesztési kísérletek elé meglehetős nehézségek tolulnak részben azért, mert a növény *kétéves*, tehát 5 ivadék neveléséhez 10 év szükséges, részben pedig azért,

mert több példány szabadföldi termesztése igen nagy kertészetileg művelt és gondozott területet igényel. DE VRIES szerint 10 növénynek 1 m^2 szükséges. Magam csak 5 növényt termeltem 1 m^2 területen. Pontos eredmény eléréséhez a növények százai szükségesek miért is kisebb anyagommal csak közelítő eredményeket érhettem el, de többet a jelenlegi eszközökkel elérni nem lehetséges. Kísérleteimmel elsősorban is azt akartam tisztázni, vajjon elkülöníthetők-e konstans fajták alakjában a megkülönböztetett alakok, vagy ha nem, milyen viszonyban vannak ezek egymással és a környezethatással. Feltűnt, hogy DE VRIES is, meg általában az örökléstani irodalom is a «*tortus*»-alakot részesíti előnyben, bizonyára bizarr formája miatt, a *hármas örvű* formát, melyet *ternatus*-nak nevezek, elhanyagolja. DE VRIES számbaveszi ugyan ezeket is, de eme alak kitenyésztését nem kísérli meg. A «*ternatus*» alakról megemlíti, hogy (34: II. 588) «*Die Beziehung der dreigliedrigen Wirtel zu der spiralen Anordnung harrt noch einer genauen Untersuchung. Vielleicht sind die ersteren als ein niedriger Grad der Anomalie zu betrachten*». DE VRIES logikusan megérezte, hogy a kétféle anomália között összefüggés van, de a *ternatust* is *atavistá*-nak (ősalakra visszaütőnek) tekintette, éppúgy, mint a *binatust* és az *anomalia* alacsonyabb mértékét tulajdonította neki, holott, mint fentebb kimutattuk, a *tortus* alak az alacsonyabb fokú.

E viszonyokra pontosabb fényt vetnek az egyes alakok magamegporzással nyert mennyiségbeli viszonyai. Ezt már DE VRIES is megkísérelte megállapítani (34: II. 591.), de csak egyetlen ivadékon. A magam részéről egy ideig a *tortus* (1915—1925) majd a *ternatus* (1925—1935) tiszta tenyésztésére fektettem a súlyt. Az 1921. évi eredmény volt (tortus-magról vetve):

normalis binatus	18 (10%),
partialis tortus	35 (19·4%),
totalis tortus	52 (28·9%),
ternatus	75 (41·7%)
	180

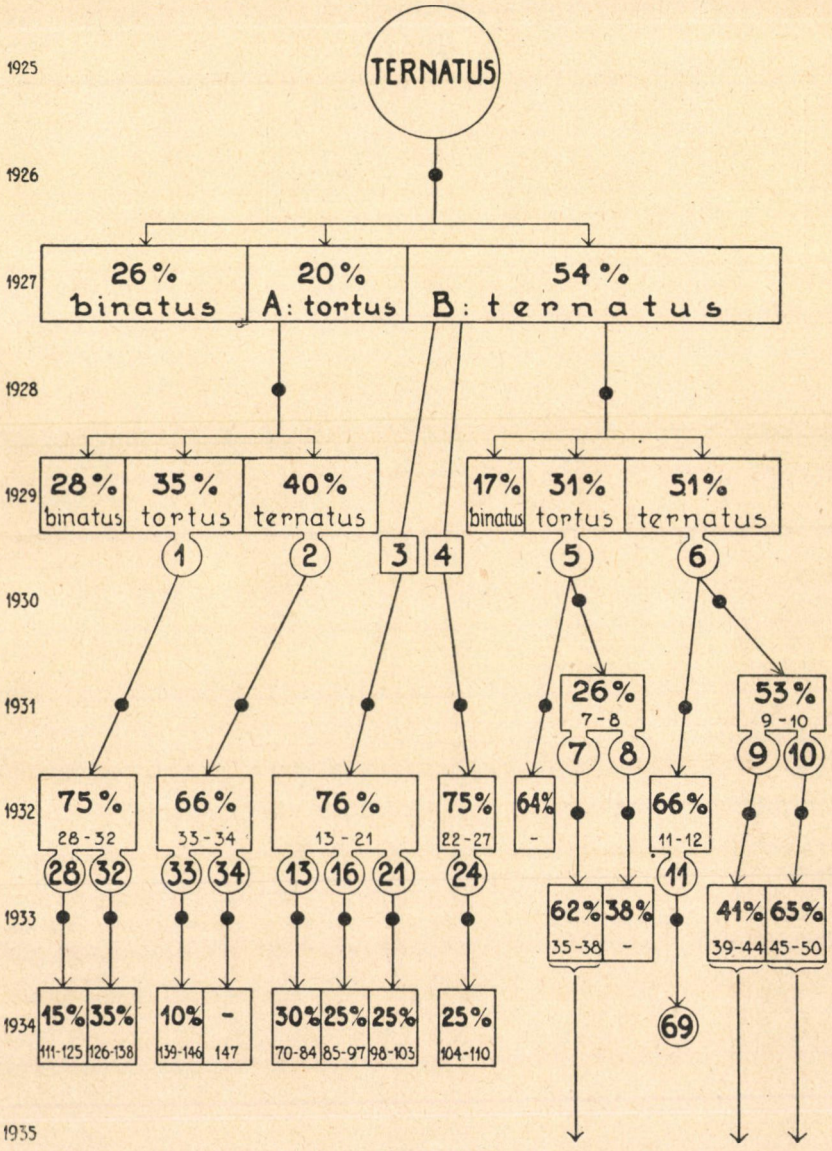
Feltűnt a ternatus alakok nagy száma, miért is megkíséreltem azt, hogy nem nyilatkozik-e meg a háromlevelűség már a csira-

növényen? Az 1921. júl. 19-én elvetett többszáz ternatusból származó magból csak 9 tricotyl csíranövény fejlődött, de ezek is visszaalakultak később kéttagúakká, mert a második-harmadik levélörv már kéttagú lett. Az 1921. év óta olyképpen tenyésztettem tovább az anyagot, hogy a magvakat két egymástól távoleső helyre vetettem. Szárbahajtáskor összeolvastam a három alak mennyiségét, viritás előtt kiirtottam az egyik ágyból a ternatust és binatust, maradt a tortus, a másik ágyban megmaradt a ternatus. Lényegileg más eredményt ilymódon nem értem el, mint amit DE VRIES, vagyis fenn lehetett tartani a három alak arányszámát, de tiszta szétválasztását nem. (L. 22. kép 1925—1931.)

Változás csak akkor mutatkozott az eredményben, amikor a tiszta származéksor tenyésztésére tértem át. A *Dipsacus* tudvalevően idegen-megporzó növény és napokig is eltart, amíg virágzatai elvirítanak. Sikerült azonban teljesen elszigetelt virágzatban is bizonyos mennyiségű csíraképes kaszatot nyernem. Az 1929. év után négy szigetelővel dolgoztam és így meg lehetett kísérelni egyes származéksorok szétválasztását. (L. 22. kép.). Az 1925. év egyik ternatus tövének magvait 1926-ban elvetve, ezekből az 1927. évben 20% *tortus* és 54% *ternatus* termett; 1928-ban mind a *tortusból*, mind a *ternatus*-ból vetettem és 1929-ben ezekből keletkező tortusokból és ternatusokból szigeteltem (1, 2, 5, 6); 1930-ban vetettem az 5. és 6., 1931-ben az 1.,2. tövek magvait és a 3., 4. számokkal jelzett 1927. évi B törzsbeli magvakat. Az 5. és 6. anyatövek származékaiból négy *ternatust* szigeteltem az 1931. évben is (7—10. sz.). Ennek a 10 anyatőnek az összehasonlítását olyképpen kaptam, hogy 1931-ben elvetettem az 1—6. sz., 1932-ben pedig a 7—10. sz. tövek magvait. Az 1931. évtől kezdve mind a páratlan, mind a páros évszámú esztendőkben lett e szerint aratásom, amely törzsek összefüggését mutatja az alábbi 22. kép, terméseredményét pedig a táblázat.

Fig. 22. Seite 617:

Fig. 22. Gang der Züchtung des *Dipsacus silvestris tortus*. (1925—1935) Die Qudarate bezeichnen die Zuchbestände, die Kreise die isolierten und zur Nachzucht benützten Exemplare, die Pfeile die Abstammungen, die schwarzen Punkte das Jahr der Aussaat. In den Quadraten sind seit 1931 die Prozentzahlen der ternatus Exemplare und die Nummern der isolierten Exemplare verzeichnet. Im Jahre 1934 sind alle, nicht ausgerodeten Exemplare numeriert, auch die nicht isolierten.



22. kép. A *Dipsacus silvestris ternatus* tenyésztésének menete 1925—1935. A négyszögek a tenyészállományt, a körök a szigetelt és továbbtenyésztésre használt anyatöveket, a nyilak a leszármazást, a fekete pontok a vetés évét jelzik. A négyszögekben 1931 óta csak a ternatus alak százalékszáma, 1932 és 1933-ban a szigetelt egyedek sorszáma van feltüntetve, 1934-ben valemennyi szigetelt és szabadonporzó egyed folytatólagos sorszámot kapott.

1932.

Törzs-szám	Binatus		Tortus		Ternatus			Összesen	Kiválogatott tövek
	drb	%	drb	%	drb	%	max. magasság		
1	3	7	9	20	34	75	227	46	28—32 tern.
2	11	17	11	17	42	66	192	64	33—34 tern.
3	1	2·4	8	19	32	76	228	42	13—21 tern. 1 drb quaternus 2·4 %
4	3	7	8	18	34	75	235	45	22—27 tern.
5	3	17·5	3	17·5	11	64·7	—	17	—
6	8	19	6	14	28	66	—	42	11 binatus 144—148 cm
Összesen	29	11	45	18	181	71	—	255	—

Áttekintve az 1932. év tenyésztési eredményeit, a legfeltűnőbb jelenség az, hogy az 1925—1931. évekhez képest a ternatus egyének mennyisége tetemesen növekedett, 51—53%-ról 66—76%-ra. Kétségtelen, hogy a szoros önmegporzásnak és a ternatus-kiválogatásnak van hatása az állomány összetételére. A három alak viszonyát az egyes törzseken belül a következő számok fejezik ki (a binatust 1-nek véve) :

	binatus	tortus	ternatus
1.	1	3	11
2.	1	1	4
3.	1	8	32
4.	1	3	11
5.	1	1	4
6.	1	0·75	8·25

Figyelemmel arra, hogy az 1927. évi kiinduló állomány aránszáma 1 : 0·7 : 2 volt, az emelkedés feltűnő. A 3. sz. törzs adta viszonylagosan (a binatussal szemben) a legtöbb ternatust, ebben a törzsben volt egy quaternus példány is (15. sz.).

Az 1933. év nyarán kifejlődött az a négy törzs, amelynek anyatöveit 1931-ben izoláltam. E négy törzs a 7., 8., 9. és 10. sz. anyanövény származéka. A 7. és 8. sz. anyanövény anyja tortus volt (5—1929), a 9. és 10. számúé ternatus (6—1929), de mind a két anya ternatusból eredt (4—1927). Az 5. sz. tő származékai 26%, a 6. sz. törzsé 53% ternatust tartalmaztak 1931-ben, tehát meglehetős nagy különbség volt a tortus-eredet (5) és a ternatus-eredet (6) között. Sajátságosképen ez a különbség az 1933. évi ivadékban nem rögzítődött, ami annak a bizonyítéka, hogy az ivadékok egyes egyedei igen eltérő genotípusúak. A 7. és 8. sz. testvértő származékai, mint az 1933. évi táblázatból kitűnik, erősebben térnek el egymástól ternatus %-ban, mint a másik két, 9. és 10. tőtől. Megjegyzendő, hogy az 1932/3. évi tenyészet nagy egyénszámú volt, tehát a százalékszámítás elég jó képet ad.

1933.

Törzs-szám	Binatus		Tortus		Ternatus			Összesen	Kiválogatott tövek
	drb	%	drb	%	drb	%	max. magasság		
7	41	13·7	70	23·4	188	62·9	198	299	4 drb 35—38. sz.
8	54	**28**	64	33·2	75	38·3	—	193	—
9	41	21·3	72	**37·5**	79	41·2	**248**	192	6 drb 39—44. sz.
10	9	7·9	30	26·3	75	**65·8**	219	114	6 drb 45—50. sz.
Atlag	145	18·1	236	29·6	417	52·3	—	798	—

A 8. törzsnek legmagasabb a binatus, a 9. törzsnek a tortus, a 10.-nek a ternatus százaléka. A 7. törzs mindhárom százaléka ezek alatt marad. Ha e százalékokat a hajlam kifejezőjének tekintjük, úgy a 10. törzs relative leginkább hajlamos a ternatus, a 9. a tortus és a 8. a binatus alak létrehozására. A 7. törzs igen közel van szintén a ternatus hajlamhoz.

Az egyes törzseken belül vizsgálva e három alak százalékszámának egymáshoz való viszonyát, a következő arányokat kapjuk:

	binatus	tortus	ternatus
7.	1	1·7	4·6
8.	1	1·2	1·4
9.	1	1·9	1·9
10.	1	3·3	8·3

Jól tudom, hogy ezek a számok még nem kifogástalanok és általános érvényű következtetésre nem alkalmasak, hiszen az anyatövek kétségtelenül ismeretlen eredetű hybridek, sőt az anyatövek minden egyes magva más és más genézisű lehet. Ennek ellenére a 7. és a 10. törzsek ternatushajlama feltűnő.

Egybevetve az 1—6. sz. törzsek 1932. évi és a 7—10. törzsek 1933. évi viszonyszámait, az utóbbiban a ternatus számok tetemes csökkenése észlelhető. Tulajdonítható ez esetleg annak is, hogy extenzivebb volt a művelésmód, de tulajdonítható annak is, hogy az 1., 2., 3. és 4. sz. törzseknek csak a szülő ivadéka volt egyetlen egyszer önmegporzás eredménye (1927-ben), az 5. és 6. törzsek két ivadékon (1927., 1929), a 7—10. törzsek pedig három ivadékon keresztül (1927., 1929., 1931) szenvedtek önmegporzást, tehát jelentkezhetik olyirányú beltenyésztési degeneráció, amely a binatusok mennyiségét növelte a ternatussal szemben. Ennek oka azonban más is lehet.

E miatt a jövőben még megvizsgálandónak tartom azt a jelenséget, amely a 22. kép adataiból is feltűnik és amelyet már az imént is hangsúlyoztam, hogy a *ternatus* alak viszonylagos mennyisége csökkent 1934-ben az 1932. év adataival szemben. Az adatok azt a gyanút keltik, hogy a magvak hosszabb pihenője után (1927—1931-i az 1., 2., 3., 4. törzsben) magasabb százalék volt a ternatusé, mint előzőleg, vagy később a szünet nélküli vetéskor. Különösen feltűnő ez a 4. törzsben, amelyben 1., 2., 3 éves vetések adatai vannak szembeállítva. Végleges ítélethez szükséges a *csíraképesség pontos vizsgálata* is, mert lehet, hogy egy év után a binatus és tortus hajlandóságú csírák elpusztulnak.

Ezzel ellentétben a négy törzsben sajátságos, önálló jellegek jelentkeztek. A 23. fényképeken feltűnnek pl. a 9. sz. törzs nagytermetű egyénei, szomszédaival szemben. A. 8. törzset hamarosan kiirtottam alacsony ternatus %-a miatt, miért is csak a 7., 9. és 10.

törzsről vannak méreteim. Ezek közül a kiválogatott legmagasabb példányok méretei a következők: 7. törzs 192—198; 9. törzs 232—248; 10. törzs 203—219 cm.

A botanikuskerti telepen a 7. és 10. sz. törzs rozettái télen el pusztultak, áprilisban a nagy tőrózsa helyett sok apró hónalj



23. kép. *Dipsacus silvestris*-tenyészet a budapesti egyetemi füvészkertben 1933. június hó 10-én. Balról a 7. törzs alacsony, bokros, a középső hirtelen felnyúló, korai fejlődésű, igen magas, a jobboldali 10. sz. törzs közepes és kevert. A karók magassága 140 cm, a jelzés rajtuk 100 cm a talaj felszínétől.

Fig. 23. *Dipsacus silvestris*-Zucht im Botanischen Garten der Universität Budapest. (10. Juni 1933). Links Nr. 7. niedrig buschige, in der Mitte Nr. 9 mit hochwüchsige, schnellwachsende, rechts Nr. 10 mit mittelmässige, gemischte Exemplare. Die Pfähle sind 140 cm hoch mit einem Zeichen bei 100 cm.

rozetta jelent meg. A 9. sz. törzsnek ellenben hatalmas tőrózsái fejlődtek. Májusban a 7. és 10. bokrosan, a 9. törzs pedig szárasan fejlődött úgy, hogy június 10-én, amikor a fényképezés történt, nagy volt a 9. törzs eltérése a másik kettőtől.

A három törzs közül a kilencediknek legalacsonyabb a ternatus százaléka, de a legmagasabb a ternatusok termete. Az egyes példányok szárbaszökése és növekedése igen gyors; 1933. júniusában

csapadékos napok után egyik napról a másikra nyúltak fel a szárak. Július 1-től július 10-ig a 9. sz. törzs egyénein 6—22 cm. nyúlást mértem, a 43. sz. egyén növekedése pl. a következő menetű volt:

VI. 27.	VII. 1.	VII. 3.	VII. 10.	VII. 14.
219	235	239	248	248 cm

Virítás után a növekedés megáll és hirtelen leszáradás következik be.

E szerint az egyes törzsek között a háromféle típus számaránya és az egyes egyedek magassága miatt különbségek vannak. E törzsek sajátságainak átöröklését majd az 1935. év nyarán tudom ellenőrizni, mert magvaik csak 1934. júniusában voltak elvethetők. A 7. törzsből négy (35—38), a 9.-ből hat (39—44), a 10.-ből négy (45—49) szigetelt anyató szolgáltatott magot.

Az 1934. évben az 1—6 törzsek származékai közül azok serdültek fel, amely törzsek kiválogatott tövei 1932-ben 11—34. számot viselték. Ezek már alkalmat adtak arra, mint beltenyésztéses származékok, hogy a csiranövényektől kezdve megfigyelés alá vegyük őket.

Mindegyik törzsből 20 magot vetettem kísérletképpen. Mivel az 1933. évben nem volt elegendő helyem a vetésre, a 24 kiválogatott tő (11—34. sz.) csiranövényei közül csak 9 törzset palántáztattam ki 9 ágyba a botanikus kertben. A 6. sz. törzs egyedeiből két normális decussált binatus példányt szigeteltem és számoztam; 11. sz. (144 cm) és 12. sz. (148 cm). A 11. sz. magvai közül egyetlen egy csirázott, 160 cm-re növő binatus lett belőle (69. sz.), felül részleges torzióval. Nevezetes, hogy a 11. sz. növény magvának csirázási próbájakor 100 mag közül csak 6 volt embryós és e közül csak kettő csirázott. A 12. sz. a szabadban nem csirázott. A mag csirázási próbájának 2%-a csirázott. Még egy ilyen gyenge csirázású szár mazékom volt, a 34. sz. a második törzsből. Ez is egyetlen binatus egyént adott (147). A többi törzsek csiráztak, de ezek is elég alacsony százalékkal (5—20). Az egyes származékok csiranövényeinek színe és nagysága között különbségek mutatkoztak. Kiválogattam közülök 1933. év őszén az alábbi hét homogén törzset és az előbb említett 11. és 34. számút. Adataik a következők (20 mag alapján):

1934.

11. sz.	1 drb	(69. sz.)	1 bin.	—	—	19 elpusztult	—
13. «	15 «	(70— 84. «)	3 «	5 tort	7 tern.	5 «	180 cm
16. «	13 «	(85— 97. «)	2 «	6 «	5 «	7 «	190 «
21. «	6 «	(98—103. «)	0 «	1 «	5 «	14 «	173 »
24. «	7 «	(104—110. «)	0 «	2 «	5 «	13 «	195 «
28. «	15 «	(111—125. «)	7 «	5 «	3 «	5 «	172 «
32. «	13 «	(126—138. «)	3 «	3 «	7 «	7 «	188 «
33. «	8 «	(1 9—146. «)	1 «	5 «	2 «	12 «	170 «
34. «	1 «	(147. «)	1 «	—	—	19 «	155 «
			19 bin.	27 tort.	33 tern.	101 elpusztult	

Amint ez adatokból látszik, az 1934. évben mindegyik törzs alacsonyabb termetű volt mint az 1933. vagy 1932. évi származékok, egy sem érte el a két métert. Igaz, hogy jóval szárazabb volt a június is, de jóval kisebb méretű volt a tenyésztés is. Nem volt lehetséges oly nagytömegű egyént termeszteni, mint az előbbi két évben. Feltűnő a sok pusztulás, a sok «letalis» sorsú mag (180 közül 101). A 13. és 32. úgylátszik inkább hajlik a ternatusság felé, mint a többi. A termetesebb 14 ternatus egyént ismét elszigeteltük. Annak megállapítása végett, hogy a magvak rossz csirázási százaléka az önmegporzás miatt van-e, a szigetelés nélküli fejekből is összegyüjtettem próba céljaira a magvakat.[1]

Az egyes alakok közti számaránynál az alacsony egyénszám miatt nem sokat következtethetünk az adatok helyességére, mert hiszen minden törzs minden egyes egyénét fel kellene nevelnünk, hogy a valósághoz közel járjunk. A tenyésztés azonban azt mindenesetre igazolta, hogy az egyes törzsek között jellegzetes különbségek vannak, amelyek nem vezethetők vissza a környezet hatásaira.

---

[1] A dolgozat korrekturája idején vettem számba az 1935. évi adatokat. Ezekből legérdekesebb az, hogy a 13. törzs anyatövének magvait 1934. tavaszán a Kertészeti Tanintézetben elvetve, 1935. július 19-én a 116 példány közül 36 binatus és *80 ternatus* volt, tortus egyetlen egy sem. A ternatus 69%-ra emelkedett.

A kísérletekből egyelőre az alábbi következtetésekre juthatunk:

1. Az anyagban mind a négyféle alak: a binatus, tortus, ternatus és quaternus megjelenik. Ezek közül a legritkább a quaternus, amely csak egyetlen példányban jelentkezett. A binatus alaknak csak a kissé csavart formája jelentkezik, a teljesen szabályos derékszögesen decussált nem.

2. A csíranövény rendszerint dikotyl; ha trikotyl lenne, ez is visszaalakul decussáltra, úgy, hogy az első nyári és őszi levélrózsa binatus szerkezetű; csak a következő tavaszon alakul ki a három alak. A ternatus alaknak csak a főtengelye hármasörvü, a tortusnak is rendesen csak a főtengelye csavarodott, az ágakon ritkán jelentkezik anomália. Ebből következik, hogy *absolut tortus és absolut ternatus egyén nincs, tehát ezek az abnormitások a főtengely fejlődésével függenek össze*, továbbá nem is az abnormitások, mint morfológiai jellegek öröklődnek, hanem az erre való hajlam (*dispositio*, latens tulajdonság).

3. A binatus-tortus-ternatus alakok viszonylagos számaránya a ternatus alak kiválógatásával és beltenyésztésével növelhető a ternatus javára.

4. A kiválogatott anyatövek származékai egymástól eltérők alaki, termetbeli, színbeli sajátságaikban, sőt az egyes alakok számarányai tekintetében is, mert a testvér anyatövek is heterozygoták és egymással nem azonos genotypusúak.

5. A harmadik ivadékban már tetemes mértékű zygotikus letalitás lépett fel, amely egyes törzsek magvain megközelítően 100%-ot tesz ki.

6. Különösen feltűnő némely törzsben a magamegporzás következményeképpen a ternatus egyének *óriási termete és igen gyors növekedése*, amelyekkel szemben egészen törpe, koránelhaló binatus példányok is jelentkeznek. Ez a jelenség arra mutat, hogy belső növekedési faktorok irányítják (azonos külső körülmények között) a termet kialakulását, amelyek különböző mennyisége különböző magasságot idéz elő.

7. A hosszanti növekedést megelőzően a levélrózsa tenyészőkúpjának tavaszi vastagságbeli növekedése dönti el, hogy binatus, tortus vagy ternatus lesz-e a növény. Mivel ugyanolyan tenyésztési

körülmények között mindhárom alak megjelenik, e vastagságbeli növekedést is belső faktorok irányítják.

8. Természetesen a belső faktorok csakis akkor érvényesülhetnek, ha a sensibilis periodusban megvan az érvényesülésre szükséges külső hatások megfelelő konstellációja is. Mivel a normális binatus-levélrózsa tavasszal alakulhat át a másik két formává, ez az időszak jelölhető meg sensibilis periodus gyanánt a növény ontogenezisében. Csak a tenyészőcsúcs növekedésére optimális külső konstellációk esetében alakul meg az illető származéksorra jellemző öröklési számarány.

9. A fajon belüli alakok megjelenése e szerint a polimeria (homomeria) jelenségének körébe tartozik, egyelőre még meg nem határozható és származéksoronkint változó egyirányú génmennyiségek együttes hatására vezethetők vissza. A génmennyiségek emelkedése a binatus-tortus-ternatus fokozat szerint történik és az egyes származéksoroknak ezen alakok gyakorisága szerint szerkesztett görbéi tipikus féloldalas görbék.

10. A közönséges vadon élő alak: a binatus, a minimalis génkomplexussal. A tortus és a ternatus botanikus kertekben keletkezett mint az ismételt beltenyésztés mutációs eredménye. E miatt fokozódik a beltenyésztés intenzitását növelve az egyes alakok egyénmennyisége és alább hagy, ha a kölcsönös megporzásnak szabad tere nyílik. Ez a jelenség is a polimeriára mutat, mert beltenyésztéskor több a valószínűsége az egyenirányú gének mennyiség-emelkedésének. A természetben is előfordulhat a két abnormis alak, ha az előfordulás zárt és izolált, miért is beltenyésztéssel szaporodik és ehhez a külső faktorok optimális konstellációja is csatlakozik.

III. A hybridek túlfejlődése.

A keresztezések származékainak analízise révén talán minden öröklési szabály megállapítása előtt közismert volt a hybridek túlfejlődésének jelensége (németül: *Luxurieren der Bastarde*), vagyis az a jelenség, hogy a beltenyésztés miatt degenerált egyének közötti keresztezés első nemzedéke termetben, erőben, termőképességben stb. felülmúlja a szülőket.

Érdekes, hogy Focke szerint (38) a *Dipsacaceae* családban az

első hybridet SIMONKAI írta le (*D. fallax* SIMK. 39), amely a *D. silvestris* és a *D. laciniatus* hybridje. SIMONKAI nem tesz említést e hybrid termetére vonatkozóan. Azóta a hybridek egész sora vált ismeretessé. A magam részéről eddig a *Knautia* és a *Cephalaria* genuszokkal foglalkoztam rendszeresen, amikor feltűnt, hogy a *Knautia* génusz sokkal variabilisabb és sokkal kombinativabb, mint a *Cephalaria*. Ez utóbbi génuszban hybrid még eddig nincsen. A *Knautia* génuszban egész sorát állapíthattam meg a hybrideknek és ezek közül többön jelentkezett az ú. n. *heterozis* jelensége, ami tudvalévően onnan ered, hogy a két keresztező egyén genotípusában lévő faktorok összekerülése váltja ki a szóbanforgó túlfejlődésbeli jelenségeket.

A megfigyelt *Knautia*-hybrideken gyakran igen élesen jelentkezett a termetbeli és elágazásbeli túlfejlődés, amit rendszerint a meddőség kísér. Habár kisérlettel még nem állítottam elő hybridet (a *Lychnoidea* subgenusba tartozó *K. orientalis* és a *Tricheranthes* subgenusba tartozó *K. integrifolia* keresztezése eredménytelen maradt; 1933—1934), de kétségtelen bizonyítékaim vannak az egymással érintkező elterjedésű fajok közös termőhelyeiről ily hybridek keletkezésére. Az előző fejezet adatainak, mégpedig a növekedés poliméria öröklésének bizonyítéka gyanánt kell foglalkoznom e hybridekkel. Ezek tanulmányozásából leszűrt eredményeket a következő pontokban foglalhatom össze:

1. Az egyes egyének hybridogén eredete annál pontosabban állapítható meg, minél távolabbi rokonok között történt a keresztezés. A monographiámban megkülönböztetett subsectiókon belül lévő fajok közötti hybridek legfeljebb a két faj közötti intermediér alakot mutatják. A különböző subsectiók vagy sectiók közötti hybridek már fokozottabban tanúsítják a túlfejlődést. Ilyen jelenség észlelhető pl. a *K. rhodopensis* hybriden, amely két különböző subgenushoz tartozó faj (*K. arvensis* és *K. integrifolia*) hybridje. Különösen feltűnők azok a hybridek, amelyek az *Arvenses* és *Purpurascentes* subsectiók fajai között keletkeztek. Ezekben a háromtengelyű elágazás dominál a kéttengelyű fölött (*drymeia* típus), megjelenik hellyel-közzel az *arvensis*-fajkör levélszabdaltságának génje és valamennyi hybrid a törzsfajokét messze felülmuló bokrosodást, többszörös elágazást mutat, karcsú, vesszős ágakkal.

A hybridek alaki sajátságaiból következtetve, nyilvánvaló, hogy a különböző subsectiókhoz tartozó fajok növekedését oly gének szabályozzák, amelyek a heterozigotában összekerülve, megsokszorozzák egymás hatását.

A legfeltűnőbb, egészen a gigantizmusig terjedő túlfejlődés jellemez két növényt, amely fajként iratott le. Az egyik a *Knautia Visianii*, amely alaki sajátságai után ítélve a *K. integrifolia* és a *K. purpurea* hybridje a kattaroi öböl partján. Ezt a növényt 1902—1907-ig több példányban gyüjtötték, de azóta úgylátszik eltűnt. Azok a példányok, amelyekről e hybridogen fajt leírtam, két és félméter magasságot is elértek. A többi tulajdonság intermediér volt. Termései meddők voltak, tenyésztésük nem sikerült. Egy másik hasonlóképpen gigantikus fajt a *Knautia lucana*-t LACAITA fedezte fel Dél-Olaszországban Basilicata erdeiben, amely minden jel szerint szintén a *K. purpurea* és a *K. integrifolia* leszármazottja, vagyis a *K. Visianii*-vel izogen.

A mult év folyamán Dél-Franciaországból és Spanyolországból revizió végett hozzánk küldött anyagban szintén számos példát találtam arra, hogy a sectiók közötti hybridek erősen túlfejlettek. Dél-Franciaországban a *K. arvernensis*, a *K. purpurea*, a *K. arvensis* és a *K. silvatica* egymással több helyen érintkezik és majdnem mindenütt megjelenik a szülőket túlszárnyaló heterózisos hybrid. (V. ö. 40.)

Mindezeket azért kapcsolom jelenlegi tanulmányomhoz, hogy kimutassam a magamegporzásnak és a keresztezésnek azonos következményét: a túlfejlődést. A magamegporzáskor a polimér faktorok halmozódása okozhatja a gigantizmust, keresztezéskor a más-más egyirányú faktorok kombinálása eredményezi ugyanazt. Ezek a megfigyelések megerősítik az örökléstudománynak azt a megállapítását, hogy a *túlfejlődést és a leromlást nem a keresztezés, illetőleg a beltenyésztés idézi elő, hanem azok a génkomplexusok, amelyek a két folyamatban találkoznak.*

Irodalom. — Literaturverzeichnis.

1. SZABÓ Z.: A Dipsacaceák virágzatának fejlődéstani értelmezése. A Szent István Akadémia mennyiségtan-természettudományi osztályának felolvasásai. 2. kötet. 6. szám.

2. GOEBEL K.: Blütenbildung und Sprossgestaltung. Zweiter Ergänzungsband zur Organographie der Pflanzen. Jena 1931.

3. WYDLER H.: Kleinere Beiträge zur Kenntnis einheimischer Gewächse. Dipsaceae. Flora XLIII., XVIII., 1860. No 32.

4. BRAUN A.: Vergl. Untersuchung über die Ordnung der Schuppen an den Tannenzapfen. 1830.

5. BRAUN A.: Carl SCHIMPER's Vorträge über die Möglichkeit eines wissenschaftlichen Verständnisses der Blattstellung. (Flora XVIII., I. 1835.)

6. WYDLER H.: Über die symmetrische Verzweigungsweise dichotomer Infloreszenzen (Flora; 1851., 19.)

7. HOFMEISTER: Allgem. Morphologie der Gewächse. Leipzig, 1868. (Handb. der physiol. Botan. Bd. I. Abt. 2.).

8. COULTER: Mémoire sur les Dipsacées. Soc. Phys. Genève 1823. p. 17.

9. ENDLICHER: Genera plantarum. 1836—40. p. 353.

10. DE CANDOLLE: Prodr. syst. nat. IV. (1830) p. 643.

11. BAILLON: Histoire des plantes VII. (1879) p. 221.

12. HÖCK: Dipsaceae in Nat. Pflanzenfam. IV. 4. (1897) p. 182.

13. BRAVAIS: Essai sur la disposition des feuilles curvisériées. (Ann. des sc. nat. ser 2. Tome VII. 1837. 42).

14. GOEBEL: Organographie der Pflanzen, I. Th. 2. Aufl.

15. SCHUMANN: Beitr. zur Kenntn. der Monochasien. Sitzber. der kgl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. 1889. II.

16. SCHOUTE: Über die Caryophyllaceen-Decussation. (Ber. der D. B. G. 1932. B. L. H. 5.).

17. SCHWENDENER: Mechanische Theorie der Blattstellungen. Leipzig 1878.

18. LESTIBOUDOIS: Phyllotaxie anatomique. (Ann. sc. nat. 3. ser. Bot. Tome X. 1848. p. 15.).

19. HANSTEIN: Über den Zusammenhang der Blattstellung mit dem Bau des dicotylen Holzringes. (Pringsh. Jahrb. I. 1858. p. 233.)

20. VUILLEMIN: Le valeur des caractères anatomiques. Tige des Composées. (Fac. de médicine de Nancy. Ser. I. No 190. Paris, 1884. p. 138.)

21. SIERP: Internodientorsionen der Pflanzen mit decussierter Blattstellung. (Pringsh. Jahrb. 55. 1915. p. 343.)

22. TEITZ: Über definitive Fixierung der Blattstellung durch die Torsionswirkung der Leitstränge. (Flora 71. 1888. p. 419.)

23. KOCH L.: Die vegetative Verzweigung der höheren Gewächse. (Pringsh. Jahrb. 25. 1893. p. 380).

24. MÜLLER N. J. C.: Das Wachstum des Vegetationspunktes von Pflanzen mit decussierter Blattstellung, Pringsh. Jahrb. wiss. Bot. 1866. 67. p. 247).

25. SCHUEPP: Untersuchungen über Wachstum und Formwechsel von Vegetationspunkten (Pringsh. Jahrb. 57. 1917. p. 1).

26. Goethe J. W.: Über die Spiraltendenz der Vegetation (Weimar, 1831).— H. Böhlau: Goethes Werke. 1892. II. Abth. 7. Bd. 37).

27. Braun A.: Monatsberichte der preuss. Akad. 1854. p. 44.

28. Braun A.: Sitzungsber. der Ges. Naturf. Freunde zu Berlin 1872. p. 63.

29. Morren: Sur le spiralisme teratologiques des tiges. Bull. de l'Akad. r. d. Sc. de Belgique. T. XVIII. 1851. (Braun szerint.)

30. P. Magnus: Verhandlungen des botan. Vereins der Prov. Brandenburg Jhg. 19. Berlin 1877. — Sitzungsberichte p. 118. (XLVIII. Sitzung. v. 31. VIII. 1877).

31. Johannsen: Elemente der exakten Erblichkeitslehre. 3 Aufl. 1926.

32. De Vries: Über die Erblichkeit der Zwangsdrehung (Ber. d. deutsch. Bot. Ges. VII. 1889. p. 291).

33. De Vries: Monographie der Zwangsdrehungen (Pringsheims Jahrb. XXIII. 1892. p. 13).

34. De Vries: Die Mutationstheorie. Leipzig. I. (1901), II. (1903).

35. Plate: Vererbungslehre 2. 582.

36. Baur: Einführung in die Vererbungslehre 7—11 Aufl. 1930.

37. Szabó: A Dipsacus silvestris torsus tenyésztése a budapesti tudományegyetemi növénykertben. Botan. Közlemények XIX. 1921. 94.

38. Focke: Die Pflanzenmischlinge 1881. p. 192.

39. Simonkai: Természetrajzi füzetek II. 1878. p. 150.

40. Szabó: Újabb adatok Nyugat- és Déleurópa Knautiáinak ismeretéhez. Botan. Közlem. XXX. 1934. 109—141.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1934. ápr. 23-án tartott üléséből.)*

---

* Kiegészítve az 1934/35. évi adatokkal.

ORGANOGRAPHISCHE UND GENETISCHE UNTERSUCHUNGEN AN DIPSACACEEN.

(Mit 23 Abbildungen.)

Von Z. SZABÓ, korresp. Mitglied.

1. *Verzweigung.* In einer meiner Dipsaceen-Arbeiten (1) habe ich eine «entwickelungsgeschichtliche Deutung des Blütenstandes der Dipsacaceen» gegeben und den cymösen Bau desselben zu beweisen versucht. Meine Ausführungen hatte damals K. GOEBEL (2: 104) besprochen, aber die cymöse Entwickelung des Blütenstandes hatte er nicht ohne weiteres angenommen, denn in diesem Falle «müsste man eine erhebliche Änderung in der jetzigen Entwickelung gegenüber der ursprünglichen annehmen. Solche Änderungen kommen gewiss vor, aber ohne zwingende Gründe wird man sie wohl nicht voraussetzen». Des weiteren führt GOEBEL mehrere ähnliche homologe Fälle an, und beweist «dass derartiges vorkommt, also diese Annahme nicht eine blosse Konstruktion ist».

Es scheint mir nötig zu sein Beweise zu suchen, dass das ganze Sprossystem der Dipsacaceen cymös aufgebaut und die racemöse Natur der Verzweigung nur eine scheinbare ist. Wenn dies gelingt, so fällt die Notwendigkeit der Annahme einer «erheblichen Änderung» GOEBELS weg.

Zur Analyse eignen sich zwei Verzweigungstypen, der des Asterocephalus stellatus (Fig. 1) und jener der Dipsacus-Arten. Ersterer entspricht vollkommen einem dichasialen Bau, wobei die Blütenstände I. Ranges oft stengellos sind. Von den beiden opponierten Zweigen II. und III. Ordnung ist der eine immer länger als der andere (WYDLER: 3). — Die Dipsacus-Arten (sativus, silvestris,

laciniatus) besitzen den höchsten Wuchs und eine wiederholte Verzweigung, sowie eine Vermehrung der Blattpaare. Dieser Bau verleiht diesen Arten ein racemöses Äussere. Die Analyse spricht dafür, dass die Hauptachse von mehreren übereinander stehenden Dichasien aufgebaut wird, deren Zweige sich in Monochasien fortsetzen. Das Verzweigungssystem der Dipsacaceen-Arten (und dadurch aller Verwandten) ist demnach ein metameres Dichasium.

Die mehrfach nachgewiesene gewöhnliche Monochasien-Tendenz dieser Verzweigung (vgl. SCHIMPER und BRAUN : 5), besonders die Wickeltendenz (WYDLER : 3, 6, HOFMEISTER 7) spricht auch für eine allgemeine cymöse Natur der Verzweigung. Bei Scabiosa columbaria (Fig. 3) ist das Wickel-Sympodium ganz typisch aufzufinden.

2. *Blattstellung der Kurztriebe.* Die Dipsacaceen sind Beispiele der «decussierten Blattstellung» obwohl schon WYDLER (3 : 497) betont hat, dass die Blattpaare der Rosetten und der Langtriebe eine $^2/_5$ Stellung aufweisen. Die Blattrosetten (Fig. 4) besitzen nie eine rechtwinkelige Decussation mit 4 Ortostichen, sondern eine Stellung mit zehn *f*5 Ortostichen. Die vier Ortostichen der «wechselständigen» Blattpaare erscheinen als *f*2 Parastichen. Manchmal sind auch den 0—0 die 7—7 Paare superponiert (Fig. 5). Die superponierten Blätter stehen also in keinem genetischen Zusammenhange miteinander, nur zwischen den Blättern der vier *f*2 Parastichen ist eine nähere Verbindung wahrzunehmen. Zufolge gegenseitiger Verwachsung der beiden Blätter eines Quirls weisen diese Parastichen einen kongruenten Verlauf (Système bijugé de la serie 1, 2, 3, 5 . . . BRAVAIS 13) auf. Diese 4 genetischen Parastichen entsprechen den Deckungsreihen, welche ich im Blütenstande nachgewiesen habe (1). Es können also die beiden «Grundspiralen» keine «*genetische*» Rolle haben.

3. *Blattstellung der Langtriebe.* Die Abweichung der Blattstellung von der Decussation ist umso schärfer, je dicker die Achse ist. Die Decussation der Keimpflanze kann noch rechtwinkelig sein (Fig. 6.), der Grundriss eines entwickelten Dipsacus (Fig. 7., 8.) zeigt aber die spiralige Abbiegung der vier Deckungsreihen nach *f*2, wodurch auch die Superposition 0—7 zustandekommen kann. Die Abweichungen von der typischen Decussation sind schon seit

A. BRAUN (4, 5) mehrmals beschrieben worden. Die SCHIMPER-schen Prosenthesis-Angaben brachten aber nicht viel Licht. Ich habe selbst hunderte von Prosenthesis-Winkelmessungen ermittelt ohne besonderen Nutzen. Die Schwankungen der Prosenthesiszahlen zeigen, dass die Blattstellungsmodificationen mathematisch nicht formulierbar sind. Die sogenannte «Grundspirale» verbindet heterogene Seitenorgane, die miteinander in keiner genetischen Beziehung stehen. Die Dipsacaceen erinnern in gewissen Beziehungen an die HOFMEISTER-sche (7 : 471) Caryophyllaceae-Decussation, aber nach der Erklärung von SCHOUTE (16) lassen sich die beiden Decussationen nicht ohne weiteres identifizieren, erstens, weil ich die Verschiebung und abweichende Entwickelung der Glieder der einzelnen Blattpaare nicht beobachten konnte, ferner, weil die Entwickelung der Seitenorgane die Richtigkeit der Annahme zweier opponierten Grundspiralen nicht bestätigt.

4. *Die brachiale Verkettung der Seitenorgane* ist ohne weitere Erläuterungen aus unseren Abbildungen 9., 10 und 11 zu ersehen. Der Grundriss einer dichasialen Verzweigung (Fig. 9) mit Wickeltendenz aus 0—0′ spricht für sich und lässt den Grundriss der Dipsaceen-Blattstellung (Fig. 10) als eine Kombination von vier Spiralen (Deckungsreihen) erklären (Fig 11).

Das Vierwickelsystem ist in Fig. 10 mittels einer Projektion dargestellt, in welcher alle Seitenglieder auf einer Kegelfläche liegen. Dadurch wurden die Verteilung der Blätter und deren Achselsprosse als Glieder eines monochasialen Systems dargestellt. Die Lage dieser Glieder entspricht den tatsächlichen Verhältnissen (Fig. 8). Aus dieser Verteilung stellt sich heraus, dass die relative Entfernung der vier Wickel die Zahl der Wirtelglieder bestimmt. Diese Entfernung hängt wieder von dem Maasse des Dickenwachstums der Hauptachse ab (HOFMEISTER «grösste Lücke»). In der Abbildung 10 ist die Anordnung der vier Wickelreichen (forma binata) in der Form von genetischen Deckungsreihen dargestellt. Mit diesem dichasialen Aufbau hängt innig zusammen, dass die Zweige eines Dipsacus (Fig. 2.) verschiedenen Ranges sind. Das Erscheinen dieser Zweige ist acropetal, aber am Ende der Entwicklungszeit tritt eine basipetale Richtung ein, weil die kurzen oberen Zweige

eher den Höhepunkt ihrer Entwickelungsphasen erreichen, als die viel längeren unteren Zweige.

5. *Die Ergebnisse* dieser organographischen Untersuchungen können folgenderweise zusammengefasst werden:

a) Der Körper der Dipsacaceen ist dichasial gebaut.

b) Die Stelle einer neuen Blattanlage ist durch ein voriges Blatt bestimmt, unter dessen linkem und rechtem Rande sich je eine Anlage entwickelt.

c) Es kommt im Falle der Entwicklung beider Anlagen eine dichasiale, im Falle blos einer der beiden eine monochasialer Verkettung zustande.

d) Die Anordnung der Seitenglieder auf der Hauptachse ist demnach keine streng decussierte, sondern eine vier-wickelige.

e) Die Hauptachse ist als ein aus vier Monochasien zusammengesetztes metameres Dichasium aufzufassen.

f) Die Zweige entstehen acropetal-progressiv, der Abschluss der Entwickelung derselben erfolgt in basipetaler Richtung.

6. *Auch die Gefässbündelverbindungen* zeigen Beziehungen zum Aufbau der Achse. LESTIBOUDOIS (18), HANSTEIN (19), VUILLEMIN (20) sind der gleichen Meinung. Die secundären Torsionen ändern zwar die ursprüngliche Blattstellung (SIERP: 21), aber diese Torsionen sind gleichfalls durch den Gefässbündelverlauf beeinflusst. Die Entwickelung, Differenzierung und Verzweigung der Procambiumstränge beeinflusst schon frühzeitig das rhythmische Erscheinen der Blattanlagen, so, dass man die Stellung der Blatthöckerbildung logisch als eine durch die Procambialdifferenzierungen, beziehungsweise durch die sympodialen Verzweigungen derselben bestimmt angesehen werden kann. (Vergl. MÜLLER: 24, SCHÜEPP: 25). Diese rhytmische Entwickelung ist in unserer Fig. 12 versinnlicht.

7. *Die Veränderlichkeit der Blattstellungen.* Die cymöse Entwickelung der Sprosse und deren metamere Wiederholung macht sämtliche Formen der «spiralen» Blattstellung möglich, gewöhnlich sind aber die zweigliederigen Quirle der $^2/_5$ Stellung gemäss geordnet. Ausser dem zweigliedrigen (f. binatus) Quirle kommen auch drei (f. ternatus) und viergliedrige (f. quaternus) vor, abgesehen von der berühmten zwangsgedrehten «tortus»-Form. Wie schon oben be-

sprochen wurde, ist die Blattstellung von $^2/_5$ bis eine directe Folge der vier, paarweise verwachsenen Deckungsreihen. Die genannten Abweichungen sind wieder aus dem dichasialen Grundplane (Fig. 9—10) abzuleiten, weil bei geeigneten Wachstumsverhältnissen die Möglichkeit gegeben ist, statt vier, auch 5, 6 oder 8 Monochasien zu entwickeln.

Die Natur der Zwangsdrehungen (BRAUN: 28, MORREN: 29, MAGNUS: 30) ist besonders von HUGO DE VRIES (32—34) klargelegt worden. Es ist von besonderer Wichtigkeit, dass die Herbstrosetten alle typisch zweigliedrig sind, und die Aberrationen erst im Frühjahre entstehen (vergl. Tabelle S. 602—603). Während einem meiner Versuche wurden aus 79 zweigliederigen Herbstrosetten 27 in die tortus-, 33 in die ternatus-Form umgewandelt.

Die Querschnitte der Formen: tortus und ternatus zeigen, wie aus den nach DE VRIES gezeichneten Figuren 14 und 16 ersichtlich ist, dass diese beiden beinahe kongruent sind! Die Form «ternatus» (Fig. 14) zeigt alternierende dreigliedrige Quirle, so, dass die Parastichen auf 6 steigen (Fig. 15). Bei Form «tortus» (fig. 16) haben die 3 Blatthöcker in ein und demselben Quirl keinen Platz, so dass zwei übereinander liegende Quirle zusammen 5 Blattanlagen besitzen, deren Blattgrunde miteinander verwachsen sind und eine einzige «Spirale» bilden. Danach bilden die folgenden Formen: streng-decussiert (Fig. 13), $^2/_3$ decussiert (Fig. 7), tortus (Fig. 16) und ternatus (Fig. 14) eine Reiche, welche die graduell zunehmende Dicke des Vegetationskegels der Hauptachse darstellt. Die tortus-Form ist demgemäss ein Zwischenglied zwischen binatus und ternatus. In diesem Sinne ist sie eine «Zwischenrasse». Die ungenaue Bezeichnung der genetischen Literatur: «umschlagende Sippe» ist nicht korrekt, weil diese nur auf eine dimorphe Modifikabilität passt. Die vorzüglichen Zeichnungen von H. DE VRIES ergänze ich mit dem Grundriss der tortus-Form (Fig. 18), in welchem die die Blätter verbindende Spirale (1, 2, 3 . . . 17) und die entgegengesetzt verlaufenden Riefen des Stengels zu sehen sind. Die Linie 1—6—11—16 bestätigt die $^2/_5$ Blattstellung (vgl. DE VRIES 33 p. 93), also eine monospiralige Verteilung der Blätter. Demgemäss wurde das Diagramm der tortus-Form rekonstruiert (Fig. 17), mit 5 genetischen Linien nach $f5$. Die Form mit viergliedrigen

Quirlen ist sehr selten. Diese besitzt 8 Ortostichen (bezw. Parastichen). Es dürfte auch eine Zwischenform zwischen ternatus und quaternus entstehen, welche gleichfalls zwangsgedreht ausfallen müsste. Vielleicht sind diese unter den tortus-Exemplaren, und unter den vielen missgelungenen, teilweise tordierten Exemplaren verborgen.

8. *Vererbung der Variabilität der Blattstellungen.* Über die Vererbungsverhältnisse des D. silvestris-tortus hat H. DE VRIES alles klar auseinandergesetzt. Seine klassischen Untersuchungen kann ich bestätigen, aber gleichzeitig betreffs der ternatus-Form ergänzen. H. DE VRIES sagt nämlich (34. II. 388): «*die Beziehung der dreigliedrigen Wirtel zu der spiraligen Anordnung harrt noch einer genauer Untersuchung*». Ich selbst habe die ternatus-Form mit autogamer Isolation und gärtnerischer Behandlung mehr wie 10 Jahre hindurch gezüchtet (Fig. 22). Die Kultur dieser Form bestätigte die Ansicht von H. DE VRIES, dass die f. ternatus mit f. tortus in Beziehung steht, doch, wie schon früher auseinandergesetzt wurde, stellt die f. ternatus eine höhere, nicht eine niedrigere Anomalie dar. Wie aus Fig. 22 zu ersehen ist, ist die Prozentzahl der ternatus-Form durch Selektion von 51 bis auf 76% gestiegen. Bei fortgesetzter Inzucht sank die Prozentzahl wieder auf 65% herab, (verg. die Tabellen im ungarischen Texte). Es hat sich herausgestellt, dass in der Population der ternatus-Form mehrere Linien in steter Bastardierung leben, welche schon nach kurzer Inzucht trennbar sind. Im Jahre 1933 wurden z. B. die vier Nachkommenschaften (Nr. 7, 8, 9, 10) gezüchtet, welche sich von einander durch Höhe, Winterfestigkeit, Farbe, ternatus-Prozentzahl, Wuchsform etc. unterschieden. Die Stämme von 1934 zeigten schon starke Inzuchtdegeneration und zygotische Letalität. Diese Erscheinungen bedürfen noch einer genaueren Nachprüfung.

Alle diese Erscheinungen sprechen für das Vorhandensein von homomeren inneren Faktoren, welche bei günstigen Konstellationen der äusseren Faktoren zu Tage treten können. Die Kumulation der homomeren Faktoren geschieht der binatus-tortus-ternatus-quaternus Formenreiche entsprechend, wodurch die Frekvenzzahlen dieser Formen eine halbseitige Kurve ergeben. Die tortus und ternatus-Formen sind Produkte der Inzucht in botanischen Gärten (wie

auch viele anderen Garten-Formen), welche aber in isolierten Associationen selbst im Freien entstehen können.

9. *Die luxuriierenden Exemplare* des D. silvestris-ternatus erinnerte mich an die Hybriden, welche ich in meiner Knautien-monographie angeführt habe, und die auch seither vom mehreren Seiten registriert wurden. Die Gattung Knautia, im Gegensatz zur Gattung Cephalaria neigt ausgesprochen zur Bastardierung. Nicht nur die naheverwandten Arten, sondern Arten ferner stehenden Sektionen bilden Bastarde, wenn dies geographisch möglich ist. Besonders lehrreich sind die Bastarde von Knautia integrifolia und purpurea (K. Visianii und K. lucana), von K. arvensis und drymeia, K. arvernensis und purpurea. Alle diese Bastarde zeigen einen Riesenwuchs, reiche Verzweigung, sind jedoch steril. Mir scheint aber, dass das Luxuriieren in diesen Fällen auch durch homomere Faktoren hervorgerufen wird, wie in vielen Fällen der Heterosis.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 23. April 1934.)

A BUDAPESTI VÍZVEZETÉKI VÍZ SZÜREDÉKÉNEK FAUNÁJA.

TÖRÖK PIROSKÁ-tól.

I. RÉSZ.

Bevezetés.

Dr. STRÖSZNER ÖDÖN egyetemi tanár, igazgató vezetése alatt a Székesfővárosi Közegészségügyi és Bakteriologiai Intézetben vízvizsgálatokkal foglalkozom. A víz hygieniai megítéléséhez a fizikachemiai és bakteriologiai vizsgálatok eredményein kívül a víz mikroszkopiai-biologiai vizsgálatának eredménye is szükséges. A mikroszkopiai-biologiai vizsgálati módszer a vízben előforduló élettelen anyagok, növényi és állati organismusok jelenlétét állapítja meg s ezekből következtet a víz szennyezettségi fokára, ihatóságára és használhatóságára. Az előbbi két vizsgálati módszerrel teljesen egyenértékű, eredményei támogatják és kiegészítik ezek eredményeit. Dr. SCHEFF-DABIS LÁSZLÓ intézeti aligazgató, főnököm megbízásából ilyen irányú vizsgálatokat végeztem, s mivel az intézet feladatai közé tartozik a budapesti vezetéki víz ellenőrzése, így a vezetéki vizet is kezdtem figyelni. Az állati organismusok oly sokféle faját találtam benne, hogy érdekesnek látszott a budapesti vezetéki víz faunájának megállapítása. Dr. ENTZ GÉZA egyetemi professor úr biztatására s az ő útmutatása mellett meghatároztam a vezetéki víz szüredékében egy év alatt előforduló állati organismusokat. A vizsgálatot 1933. október 1-én kezdtem meg és 1934. október végén fejeztem be. 1934. november és decemberben néhány controll-vizsgálatot végeztem.

Dolgozatom részben a Székesfővárosi Közegészségügyi és

Bakteriologiai Intézetben, részben a tihanyi Biologiai Kutatóintézetben készült.

Kedves kötelességet teljesítek, midőn ezen a helyen mindazoknak, akik munkámban segítségemre voltak, hálás köszönetemet fejezem ki. Elsősorban is dr. ENTZ GÉZA professor úrnak, aki folytonos buzdításával, munkám irányításával, eszközök és az irodalom megszerzésében való segítségével lehetővé tette dolgozatom elkészítését. Dr. STRÖSZNER ÖDÖN igazgató, dr. SCHEFF-DABIS LÁSZLÓ aligazgató urak az eszközök megszerzéséért és a tihanyi intézetbe való eljutásomért, munkám iránti folytonos érdeklődésükért fogadják legmelegebb köszönetemet. Hálás köszönettel tartozom továbbá dr. VARGA LAJOS egyetemi magántanárnak a talált *Rotatoriák*, dr. PENARD E. professornak és dr. J. H. SCHURMANN STEKHOVEN jr.-nak a kétes *Sarcodinák*, illetőleg *Nematodák* felülvizsgálásáért. SEBESTYÉN OLGA, dr. STILLER JOLÁN tanárnők és dr. MÖDLINGER GUSZTÁV egyetemi magántanár munkámban való támogatásukért, dr. KREPUSKA GYULA tanár az irodalom megszerzésében való segítségért fogadják köszönetemet.

Minthogy dolgozatomnak egész terjedelmében való közlése előreláthatólag hosszabb időt vesz igénybe, az alábbiakban, mintegy előzetes jelentésül csak a főbb eredményeket közlöm. Elsősorban a prioritás megóvása céljából az új fajok rajzait és leírását, azután pedig az eredmények összefoglalását.

Az új fajok leírása.

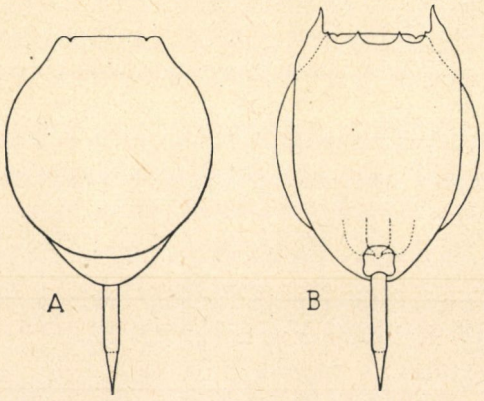
Classis: *Rotatoria*. Ordo: *Ploima*. Subordo: *Loricata*. Familia: *Cathypnidae*. Genus: *Monostyla* EHR.

A vízvezetéki vízben élő sok érdekes állat között két új *Monostyla* is fordul elő. Tiszteletem és nagyrabecsülésem jeléül az egyiket hazánk kiváló *Rotatoria*-kutatója, dr. VARGA LAJOS egyetemi magántanár, a másikat dr. STRÖSZNER Ödön egyetemi tanár, intézeti igazgató nevével jelzem.

Monostyla Vargae n. sp. (1—2. ábra.)

Leírás: A páncél körvonala ovális. A dorsalis páncéllemez erősen domború, a ventralis páncéllemez lapos. Alakjára nézve a

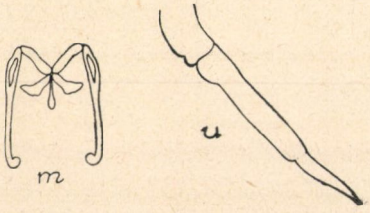
dorsalis lemez kehelyalakú, fejfelőli része felé elkeskenyedik, felső széle egyenes, a két oldalsó legömbölyített csúcsa felől kis bemélyedés van. A ventralis lemez tojásalakú, keskenyebb, mint a



1. ábra. *Monostyla Vargae* n. sp. *A* = dorsalis páncéllemez, *B* = ventralis páncéllemez. Oc. 15, Obj. 40. $^1/_3$-re kisebbítve.*

dorsalis lemez. Két hosszú, oldalsó tüskében kihúzott fejfelőli szélén még négy kis tüske van. A tüskék között három nagyobb közbelső és két kisebb szélső, ívszerű bemélyedés látható. A dorsalis lemez felső széle a ventralis lemez felső széle kis tüskéinek hegyét nem éri el. Az oldalsó barázdák mélyek, a coxalis lemezek lekerekítettek.

A mastax a genusnak megfelelő typusú. A manubrium hosszú és görbült, a fulcrum kicsi. A láb kétízű, az első íz keskeny, a második íz felé gombszerűen végződik, oldalai majdnem párhuzamosak, a második íz gömbölyded. Az ujj hosszú, a páncél hosszának felénél valamivel rövidebb. Oldalai egyenesek, párhuzamosak, felénél lejebb keskenyedni kezd és hosszú hegyben végződik. Néhány



2. ábra. *Monostyla Vargae* n. sp. *m* = mastax, *u* = ujj oldalról. Oc. 30, Obj. 40. $^1/_3$-re kisebbítve.

* Valamennyi rajz Zeiss-mikroszkóppal és a megjelölt ábrán kívül Zeiss-rajzolókészülék segítségével készült.

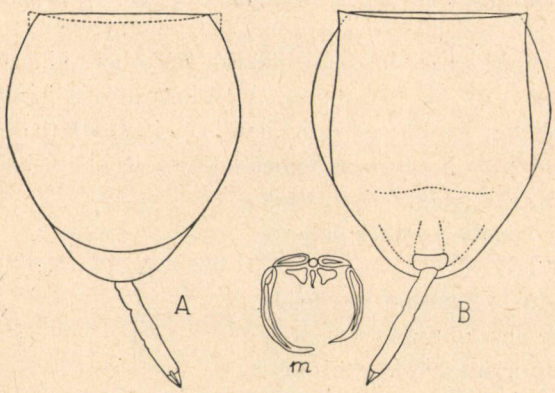
példánynak, így a lerajzoltnak is az ujján lefűződés látszott a keskenyedés kezdetén, ez azonban nem volt mindig látható.

Augusztusban találtam először, azután szeptember és októberben is több példányát gyüjtöttem.

Méretei: A ventralis lemez hossza a tüskével együtt 78—89 μ. A tüske hossza: 7 μ. A dorsalis lemez hossza: 71·2—74·7 μ. A ventralis lemez szélessége: 49·8 μ, a dorsalis lemez szélessége: 42·7—46·28 μ. A ventralis lemez fejfelőli széle 32·4—39·16 μ. A dorsalis lemez fejfelőli széle 32 μ. Ujja: 32·04—35·6 μ. Egész hossza 124 μ.

Monostyla Strösznerí n. sp. (3. ábra.)

Leírás: A páncél körvonala szélesen ovális, a dorsalis páncéllemez erősen boltozott, a ventralis lemez lapos. A dorsalis lemez majdnem köralakú, a fejfelőli széle egyenes, a ventralis lemez tojásdadalakú, a fejfelőli széle gyengén íves, oldalt erős hegyes-



3. ábra. *Monostyla Strösznerí* n. sp. *A* = dorsalis páncéllemez, *B* = ventralis páncéllemez, *m* = mastax. Oc. 30, Obj. 40. $^1/_3$-re kisebbítve.

szögben végződik, oldalai a felső harmadban gyenge bemélyedést mutatnak. A felületén a lábfelőli harmadban egy keresztredő van. A dorsalis és ventralis lemez felső szélei majdnem fedik egymást. Az oldalsó barázdák sekélyek, a coxalis lemezek lekerekítettek.

A mastax a genusra jellemző typusú; a manubrium erősen görbült, majdnem köralakú, az incus és a fulcrum nagyon redukálódott.

A láb két ízből áll. Az első íz körtealakú, kb. kétszer olyan hosszú, mint a második íz. A második íz rövid és keresztben elliptikus. Az ujj hosszú, a páncél hosszának mintegy felét teszi ki. Oldalai párhuzamosak, de nem simák, hanem hullámosak, mintha spirális befűződések volnának rajta. Hegyes körömben végződik, mely középen hasított. Június hónapban négy példányt gyüjtöttem.

Méretei: A ventralis lemez hossza: 76 μ, szélessége 56 μ. A dorsalis lemez hossza: 60 μ, szélessége: 60 μ. Az ujj hossza 36, a köröm hossza 4 μ. Egész hossza 112 μ.

Classis: *Crustacea.* Ordo: *Copepoda.* Subordo: *Harpacticoida.* Familia: *Stenocaridae* MONARD. Genus: *Parastenocaris* KESSLER.

A *Parastenocaris* nemből eddig tizenhat faj volt ismeretes. Tizenegy európai, három délamerikai, két indiai. Az európai fajok a *P. brevipes* KESSLER kivételével, melyet mohában talált a német búvár, a földalatti vizek faunájához tartoznak. Kutakból és vízvezetékből kerültek ki. A budapesti vízvezetéki vízben is él négy faj. Összehasonlítva az irodalmi adatokkal, újaknak bizonyultak. Három speciesnek úgy a hím, mint a nőstény példányát megtaláltam, a negyediknek csak a hímjét.

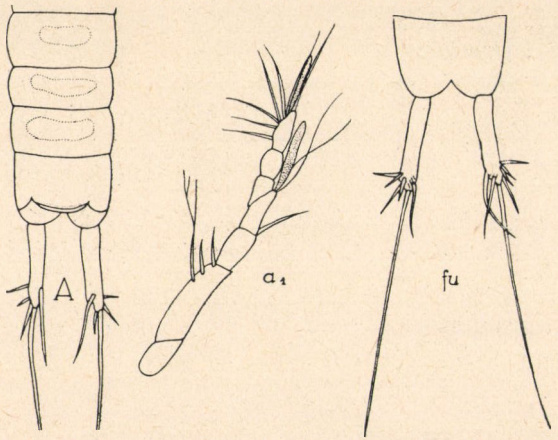
Parastenocaris Entzii n. sp.

Nőstény (4—5. ábra). Hosszúsága a villa hosszú sertéje nélkül 0·448 mm, sertével együtt 0·602 mm. Tízszer olyan hosszú, mint széles. Alakja féregszerű, hátrafelé alig keskenyedik el. Színtelen, átlátszó. A három első abdominalis szelvény hátsó oldalán a *P. brevipes*hez hasonlóan szabálytalan chitin-megvastagodás látható. A test első szelvénye jóval hosszabb és jól elkülönült rostrumban végződik, melyen két fínom szőr látható, a többi szelvény az első és utolsó abdominalis szelvény kivételével kb. egyenlő hosszú, ez a kettő kissé hosszabb. Az analis operculum alig íves, alsó oldalán, úgyszintén az utolsó abdominalis szelvény végén, a villák tövénél igen fínom, többnyire csak immersiós lencsével látható szőrök fordulnak elő.

A villa ágai hosszabbak, mint az utolsó abdominalis szelvény, nagyon karcsúak, ötször olyan hosszúak, mint amilyen szélesek.

Egymástól távol állanak. A jól fejlett végső serte hossza egyenlő az abdomen hosszával, ezenkívül a villaágakon a hasoldal felé irányulva, lateralisan négy serte van. A ventralis oldal belső szélén egy sor fínom szőr és alatta egy hosszú serte foglal helyet. Ezekhez a sertékhez még egy jól fejlett dorsalis serte járul.

Az első antenna hét ízből áll, a negyedik ízen lévő érzékszerv majdnem eléri az utolsó antennaíz végét, a hetedik ízen lévő érzékszerv kb. akkora, mint az utolsó két antennaíz.



4. ábra. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Nőstény. *A* = az abdominalis szelvények és villa dorsalis oldalról. *fu* = villa ventralis oldalról. Oc. 20, Obj. 20. $^1/_3$-ra kisebbítve. a_1 = 1. antenna. Oc. 20, Obj. 40 $^1/_3$-ra kisebbítve.

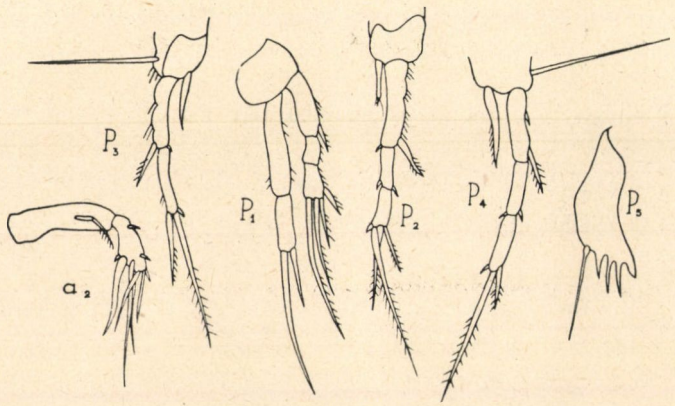
A második antenna főága két ízből áll, öt apicalis sertéje és rövid tüskéi a nemnek megfelelőek, mellékága egyízű, rövid tömlő, mely tollas sertében végződik.

Az első pár úszóláb két ízből álló endopoditja hosszabb, mint a három ízből álló exopodit. Az exopodit első és harmadik ízének külső oldalán az íz végén tüskék, ezek felett és a második ízen három rövid szőr van. Az endopodit belső oldalán (az első íz első és utolsó harmadán), továbbá a külső oldal utolsó harmadán két-két szőr van.

A második pár úszóláb exopoditjának első és harmadik íze hosszú, tollas tüskét, a harmadik íz tollas sertéket visel, melyek

közül a belső hosszabb. Az endopodit egytagú, keskeny tömlő, rövid kis tövisben végződik, melyet belülről egy hosszabb, kívülről egy rövidebb szőr vesz közre.

A harmadik pár úszóláb basipoditján hosszú serte van, alatta fínom szőrök. Az exopodit a nemnek megfelelően két ízből áll, mindkét ízen tollas tüskék, a második ízen tollas serte van. Az endopodit hegyes tövisben végződő, hengeres képlet, hossza az exopodit első ízének felét túlhaladja.



5. ábra. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Nőstény. $a_2 = 2$. antenna. Oc. 20, Obj. 40. $^1/_3$-ra kisebbítve. $P_1 = 1$. láb, Oc. 10, Obj. 100 imm. $^1/_3$-ra kisebbítve. P_2, P_3, P_4, $P_5 = 2$—5. láb. Oc. 20, Obj. 40. $^1/_3$-ra kisebbítve.

A negyedik pár úszóláb basipoditján szintén megvan a kifelé irányuló hosszú serte, exopoditja három ízből áll, hasonló a második pár láb exopoditjához. Endopoditja hajlott, hengeralakú, elhegyesedő tömlő, külső oldalán fínom szőrök vannak. Valamivel hosszabb, mint az exopodit első íze.

Az ötödik lábpár lemezalakú, melynek belső oldala széles tövisben végződik. A tövistől kifelé, három majdnem egyenlő hosszú sertét találunk, a láb legkülső oldalán pedig egy nagyon hosszút, ez körülbelül akkora, mint maga a láb. A láb olyan hosszú, mint az ötödik thoracalis szelvény.

Hím (6—7. ábra) Valamivel kisebb, mint a nőstény. Az 1—4 abd. szelvényen chitin-megvastagodások vannak. A villa teljesen megegyezik a nőstényével.

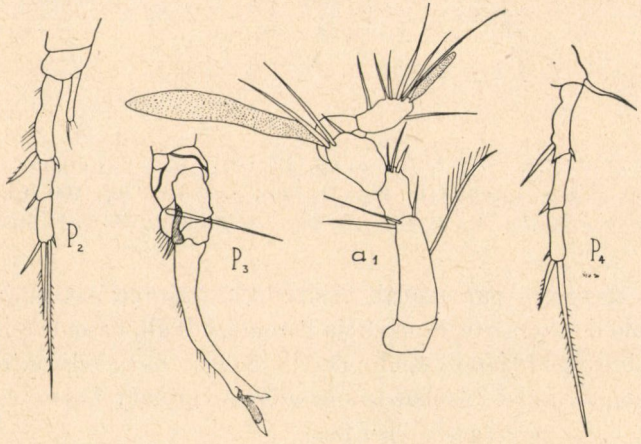
Az első antenna a negyedik íztől kezdve erősen görbült. A negyedik ízen levő érzékszerv hatalmasan fejlett, hosszúsága jóval túlhaladja az antenna utolsó ízét. A hetedik ízen lévő érzékszerv gyöngébben fejlett.



6. ábra. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Hím oldalról. Oc. 15, Obj. 40. $^1/_5$-re kisebbítve.

A második antenna és az első pár úszóláb olyan, mint a nőstényé.

A második láb endopoditja valamivel szélesebb, mint a nőstényé, a végső tövis hiányzik, csak három szőr van rajta.



7. ábra. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Hím. $a_1 = 1$. antenna, P_2, P_3, $P_4 = 2$—4. láb. Oc. 20, Obj. 40. $^1/_3$-ra kisebbítve.

A harmadik lábpár fogóláb. Basipoditján chitin-megvastagodás, hosszú serte és egy sorozat szőr van. Az endopodit hiányzik. Az exopodit első íze hosszú, vékony, kb. kilencszer olyan hosszú, mint amilyen széles, külső szélén a felső és alsó harmadban néhány szőr van. Apophysise kissé hosszabb, mint a második íz.

A negyedik lábpár endopoditja kivételével ugyanolyan, mint a nőstényé. Az endopodit is hasonló, de rövidebb, az exopodit első ízének végét nem éri el.

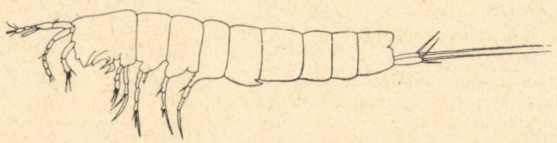
Az ötödik láb ugyanolyan, mint a nőstényé, a szélső, hosszú sertéje azonban erősebben fejlett.

A spermatophor a többi fajéhoz hasonlóan palackalakú.

Egyévi vizsgálat alatt hét hím és kilenc nőstény példányt találtam.

Parastenocaris similis n. sp.

Nőstény (8—9. ábra). A villa hosszú sertéje nélkül 0·356 mm, sertével együtt 0·460 mm. Tízszer olyan hosszú, mint széles. Teste hosszú, féregszerű, hátrafelé alig keskenyedik el, átlátszó, színtelen. Az előbbi fajhoz hasonlóan az első három abdominalis szelvény



8. ábra. *Parastenocaris similis* n. sp. Nőstény oldalról. Oc. 15, Obj. 40. $^1/_5$-re kisebbítve.

hátsó oldalán chitin-megvastagodás látható, de ez nem olyan kifejezett, mint az előbbi fajnál. Csak akkor látható jól, ha az állat lágyrészeit kálilúggal kioldjuk. A test szelvényei közül az első jóval hosszabb, mint a többi s jól elkülönült tompa rostrumban végződik. A többi szelvény az első és utolsó adbominalis szelvény kivételével kb. egyenlő hosszú, ez a kettő kissé hosszabb. Az analis operculum íves, rajta és az utolsó abdominalis szelvényen az előbbi fajhoz hasonlóan igen fínom szőrsorozat van.

A villa ágai rövidebbek, mint az utolsó abdominalis szelvény. Divergálnak, karcsúak, szélességük a hosszúság egynegyed részét teszi ki. A terminalis hosszú serte középső részén három egymástól egyenlő távolságra levő szőr van. A serték száma és elrendezése az előbbi fajhoz hasonló.

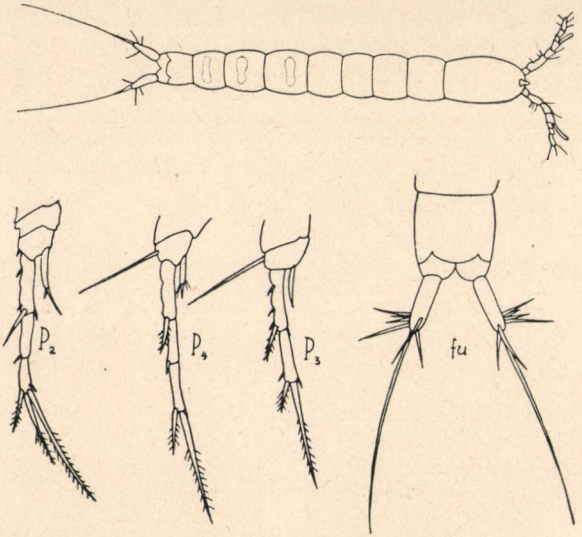
Az első pár antenna hét ízből áll. A negyedik ízen lévő érzék-

szerv eléri az utolsó antennaíz végét. A hetedik ízen lévő érzékszerv olyan hosszú, mint az utolsó két antennaíz.

A második antenna az előbbi fajéval teljesen megegyező.

Az első lábpár endopoditja hosszabb, mint az exopodit.

A második lábpár exopoditja az előbbi fajéval megegyező. Endopoditja kis, keskeny lemez, hosszúsága a szélesség ötszöröse, a végén, kifelé egy hosszabb, befelé két kisebb szőr van. Az endo-



9. ábra. *Parastenocaris similis*. Nőstény. *A* = hátoldalról. Oc. 10, Obj. 20. $^1/_3$-ra kisebbítve. P_2, P_3, P_4 = 2—4. láb. Oc. 20, Obj. 40. $^1/_3$-ra kisebbítve. *fu* = villa dorsalis oldalról. Oc. 20, Obj. 20. $^1/_3$-ra kisebbítve.

podit a hosszú szőr nélkül az első exopoditíz felénél lejjebb, a hosszú szőrrel együtt, az első exopoditíz végéig ér.

A harmadik lábpár basipoditján hosszú serte foglal helyet, endopoditja rövid, szőrtelen tüske, az első exopoditíz felét kissé meghaladja.

A negyedik lábpár basipoditján szintén hosszú serte van. Az endopodit az exopodit első ízének felét meghaladó keskeny, hengeres képződmény, rövid, hegyes tüskében végződik, melyet több kis szőr vesz körül.

Az ötödik lábpár hossza akkora, mint az ötödik thoracalis

szelvény fele. Az előbbi fajéhoz hasonló, trapezoidalakú lemez, mely a test közepe felé széles tövisben, a test széle felé a láb hosszánál másfélszer hosszabb sertében végződik. E kettő között még három serte van, melyek jóval hosszabbak, mint a belső tövis.

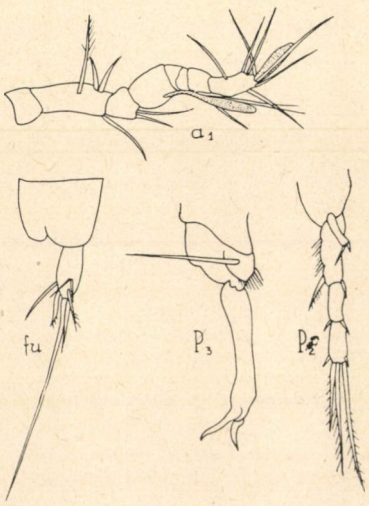
Egészben véve hasonlatos az előbbi fajhoz. Különbségek: a villa rövidebb, mint az utolsó abdominalis szelvény, más a harmadik és negyedik láb endopoditja, az ötödik láb rövidebb.

Hím (10. ábra). A nőstényhez hasonló, egész hossza 0·416 mm.

Az első antenna erősen görbült, a negyedik ízén lévő érzékszerv nem olyan erősen fejlett, mint az előbbi fajon, az utolsó antennaíz végéig ér. A hetedik ízén lévő érzékszerv kb. akkora, mint az utolsó antennaíz.

A második antenna, az első lábpár és a második láb exopoditja ugyanolyan, mint a nőstényé. A második láb endopoditja rövidebb, mint a nőstényé és kissé befelé görbült.

A harmadik lábpár nagyon hasonlít a *P. Entzii* hímjének harmadik lábához. A basipoditon hosszú serte van, az exopodit első íze a középső részén elkeskenyedik, hossza a szélesség ötszöröse, apophysise kb. akkora, mint a második íz.



10. ábra. *Parastenocaris similis* n. sp. Hím. a_1 = 1. antenna, *fu* = villaág oldalról, P_2, P_3 = 2—3. láb. Oc. 20, Obj. 40. $^1/_2$-ra kisebbítve.

A negyedik lábpár basipoditján hosszú serte van, az endopodit rövid tüske.

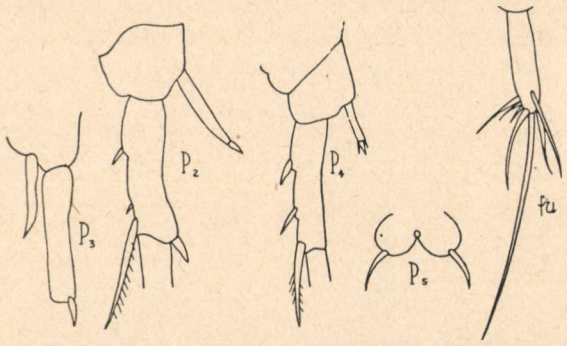
Az ötödik lábpár olyan, mint a nőstényé.

A villa rövidebb és szélesebb, mint a nőstényé, hosszúsága a szélesség kétszerese, egyébként ugyanannyi és ugyanolyan sertéi vannak, mint a nőstényének.

A vizsgálati év alatt hét hímet és tizenkét nőstényt találtam.

Parastenocaris budapestiensis n. sp.

Nőstény (11. ábra). Hossza a hosszú terminalis serte nélkül 0·326 mm, azzal együtt 0·428 mm. Színtelen, átlátszó, féregszerű testén az előbbi fajokhoz hasonlóan chitin-megvastagodások nincsenek. Valamennyi szelvény egyenlő hosszú, kivéve az elsőt, mely jóval hosszabb, mint a többi és jól elkülönült, tompa rostrumban végződik. Valamennyi szelvény dorsalis oldalán a középső harmad elején és végén két-két szőr van. Az analis operculum gyengén íves, rajta és az abdomen utolsó szelvényének belső oldalán az előbbi fajokéhoz hasonló fínom szőrök vannak.



11. ábra. *Parastenocaris budapestiensis* n. sp. Nőstény. *fu* = villaág hátoldalról. Oc. 20, Obj. 40. 1/3-ra kisebbítve. P_2, P_3, P_4 = 2—4. láb endopoditja, P_5 = 5. láb. Oc. 20, Obj. 100 imm. 1/3-ra kisebbítve.

A villa ágai keskenyek, divergálnak, hosszabbak, mint az utolsó abdominalis szelvény. Három és félszer olyan hosszúak, mint szélesek. A jól fejlett terminalis sertén kívül a villa utolsó ötödén van a hátsó serte, vele egy magasságban egy lateralis serte, ez alatt két kis rövid serte és egy külső apicalis, hátrafelé irányuló, továbbá egy belső ventralis serte foglal helyet, ezek hosszúsága a lateralis sertéket kivéve egyenlő, a terminalis serte hosszúságának majdnem felét érik el.

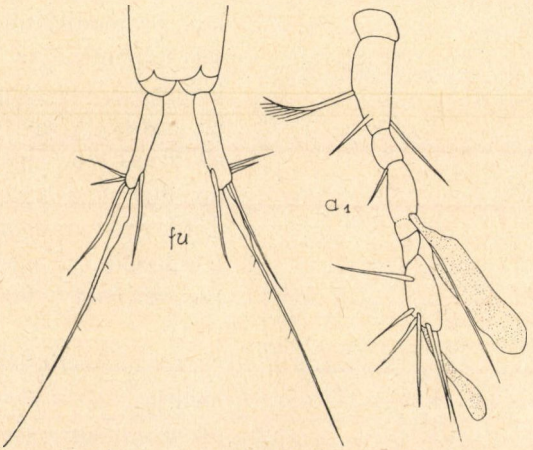
Az első antenna negyedik ízén lévő érzékszerv kissé elhagyja az első antenna végső ízét. A hetedik ízen lévő érzékszerv kb. akkora, mint az antenna utolsó három íze.

A második antenna mellékága egyszerű szőrben végződő rövid tömlő.

Az első lábpár endopoditja hosszabb, mint az exopodit.

A második lábpár endopoditja hosszú, hengeres, hegyes tüskében végződő csupasz képződmény, mely az exopodit első ízének felénél lejjebb ér.

A harmadik lábpár endopoditja rövid, tüskealakú, az exopodit első ízének feléig ér.



12. ábra. *Parastenocaris budapestiensis* n. sp. Hím. *fu* = villa hátoldalról. Oc. 5, Obj. 100 imm. $^1/_3$-ra kisebbítve. a_1 = 1. antenna. Oc. 10, Obj. 100 imm. $^1/_3$-ra kisebbítve.

A negyedik lábpár endopoditja rövid, két kis tüskében és egy szőrben végződő tömlő, az exopodit első ízének feléig ér.

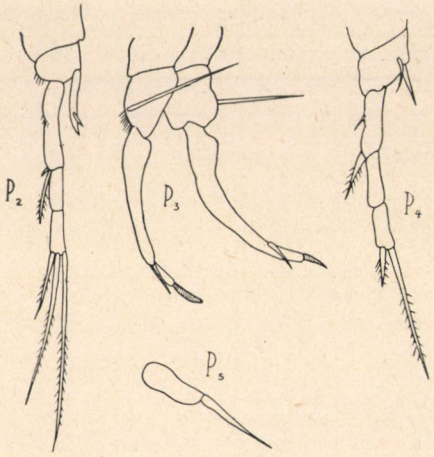
Az ötödik lábpár nagyon rövid, kerek lemezalakú, közepén egy tüske van.

Hím (12—13. ábra). Ugyanakkora, mint a nőstény. A test alakja, a második antenna, az első lábpár ugyanolyan, mint a nőstényé.

A villa ágai keskenyek, divergálnak, a terminalis hosszú serte kiindulása után duzzadt, két íves domborodást képez, majd ismét elkeskenyedik. A többi serte hasonló a nőstényéhez.

Az első antenna alig görbült, a negyedik ízén lévő érzékszerv

hatalmasan fejlett, az utolsó antennaízet túlhaladja. A hetedik ízen lévő szintén vaskosabb, mint a nőstényé, hossza az antenna két utolsó íze hosszúságának felel meg.



13. ábra. *Parastenocaris budapestiensis* n. sp. Hím. P_2, P_3, P_4 = 2—4. láb. Oc. 10, Obj. 100 imm. 1/3-ra kisebbítve. P_5 = 5. láb. Oc. 20, Obj. 100 mm. 1/3-ra kisebbítve.

A második lábpár endopoditja hasonló a nőstényéhez, csak utolsó harmadán egy kis tövis van.

A harmadik lábpár fogóláb. Basipoditján hosszú sertét találunk. Az endopodit hiányzik, az exopodit első íze hosszú, vége felé erősen elkeskenyedő, igen hosszú apophysisben végződő képződmény. Az apophysis végső fele hyalin. A második exopoditíz igen rövid, vékony tüske.

A negyedik lábpár endopoditja az első exopoditíz feléig érő egyszerű tüske, a basipoditról egy görbe tüske hajlik át rajta.

Az ötödik lábpár olyan, mint a nőstényé, csak hosszabb tömlőalakban keskenyedik és hosszú tüskében végződik.

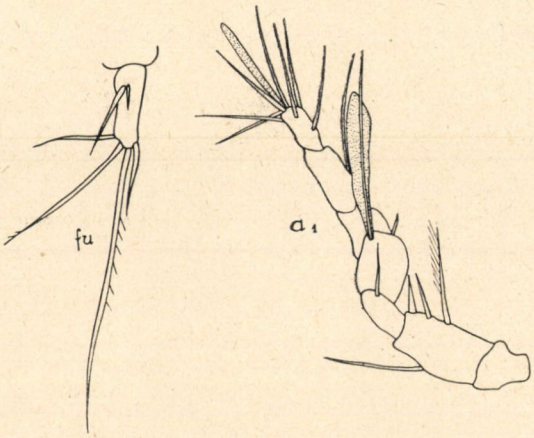
Összesen nyolc hímet és tizenöt nőstényt találtam.

Parastenocaris pannonicus n. sp. (14—15. ábra.)

Hím. Hossza a végső serte nélkül 0·480 mm, azzal együtt 0·622 mm. A test alakja féregszerű, színtelen, átlátszó. A test minden szelvénye egyenlő hosszú. A *P. brevipes*hez hasonlóan a chitin-megvastagodások az 1—4. abdominalis szelvényeken igen szépen látszanak, ezenkívül minden egyes szelvény hátsó oldalán két-két pár, az első szelvényen, a fejrészen, három pár szőr látható.

Az analis operculum alig íves, az előbbi fajokon észlelt fínom szőrök itt is, az utolsó abdominalis szelvényen is megvannak.

A villa ágai karcsúak, háromszor olyan hosszúak, mint szélesek. A felső harmadán, a külső oldalon egy hátrafelé irányuló hosszú és egy ventralis oldal felé néző rövidebb serte van. A terminalis serte mellett egy ventralis serte és két kis szőrt viselő, igen hosszú lateralis serte foglal helyet. A dorsalis serte rövidebb, mint a lateralis. A terminalis serte középső részén egyenlő távolságban hat kis szőr van.



14. ábra. *Parastenocaris pannonicus* n. sp. Hím. *fu* = villaág oldalról, a_1 = 1. antenna. Oc. 10, Obj. 100 imm. $^1/_3$-ra kisebbítve.

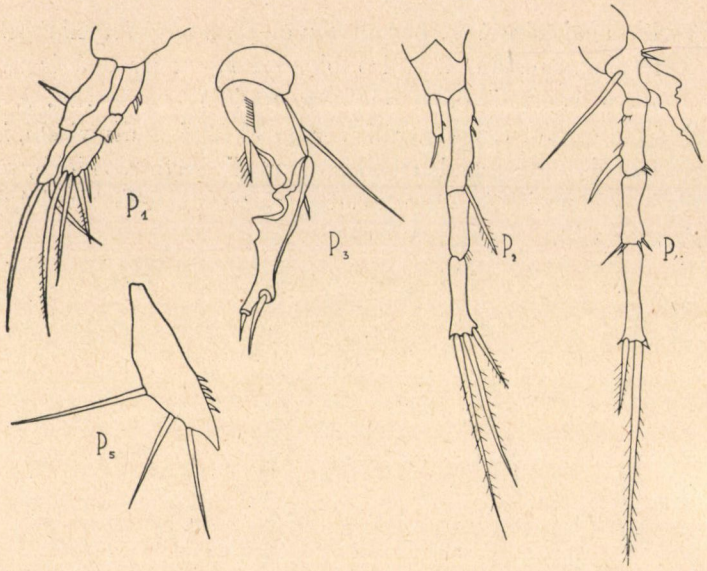
Az első antenna negyedik íze erősen görbült, rajta vaskos érzékszerv van, melynek hossza majdnem eléri az utolsó antennaíz végét. A hetedik ízen lévő igen keskeny érzékszerv hossza akkora, mint az utolsó két antennaíz.

A második antenna mellékága egyízű.

Az első lábpár endopoditja hosszabb, mint az exopodit. Az első íze külső felének alsó részén vastag tüske van, egyébként a többi fajéhoz hasonló.

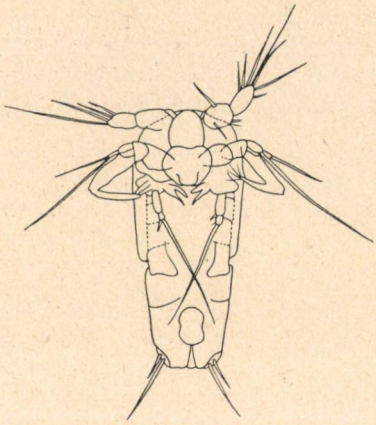
A második lábpár endopoditja keskeny lemez, melynek szélessége a hosszúság negyedrésze. Rajta egy belső rövidebb és egy külső hosszabb végső szőr van, mellyel együtt az exopodit első ízének majdnem a végéig ér.

A harmadik lábpár basipoditján hosszú serte és chitin-megvastagodások vannak. Az endopodit szőrös tüske. Az exopodit



15. ábra. *Parastenocaris pannonicus* n. sp. Hím. P_1, P_2, P_4, P_5= 1. 2. 4. 5. láb. Oc. 10, Obj. 100 imm. $^1/_3$-ra kisebbítve. P_3=3. láb. Oc. 20,Obj. 40. $^1/_3$-ra kisebbítve.

első íze sajátságos alkotású, belső oldalának felső harmadán egy erős, ez alatt egy gyengébb kiszögelés van. Külső oldala gyengén hullámos, közepén egy kis tüske foglal helyet. A külső oldalon az apophysisig, a belső oldalon a kiszögelés csúcsáig chitinmegvastagodás vonul végig. Apophysise hosszabb, mint a második íz. Az apophysis és a második íz is hegyes tüskében végződik.



16. ábra. *Nauplius* lárva. Oc. 20, Obj. 40. Szabadkézzel $^1/_3$-ra kisebbítve.

A negyedik lábpár endopoditja háromszögalakú lemez, melynek felső külső és alsó belső felén több kis bemélyedés van.

Az ötödik lábpár akkora, mint az ötödik thoracalis szel-

vény. Alakjára nézve háromszögű lemez, mely a test közepe felé tüskében hegyesedik el. Külső oldalán három hosszú sertéje, a test közepe felé négy kis tüskéje van. Ez a láb a *P. Staheli* MENZELhez hasonló.

Egyetlenegy példányát május 16-án szűrt vízből nyertem.

A *Parastenocaris*ok különböző fejlettségű *Nauplius*-lárváit (16 ábra) egész évben megtaláltam, legnagyobb számmal szeptemberben és októberben fordultak elő.

Összefoglalás.

A vezetéki víz faunáját 1933. októbertől 1934. október végéig vizsgáltam. A szüredékben 80 állatfajt határoztam meg.

A fajok a következőképpen oszlanak meg:

Protozoa 28 (*Rhizopoda* 15, *Heliozoa* 2, *Ciliata* 11).

Vermes 46 (*Rotatoria* 28, *Gastrotricha* 3, *Nematoda* 15).

Arthropoda 6 (*Crustacea* 4, *Arachnoidea* 2).

Magyarország faunájára nézve összesen 18 új faj és 5 új varietas fordult elő.

Protozoák közé tartozik 4 faj: *Euglypha laevis* PERTY, *Centropyxis discoides* PENARD (?), *Trachelophyllum chilense* BÜRGER, *Euplotes affinis* DUJ., *forma tricirrata* KAHL., 1 varietas: *Centropyxis aculeata* STEIN var. *oblonga* DE FLANDRE.

*Rotatoriák*hoz tartozik 5 faj: *Proales minima* WEBER et MONTET, *Diglena mustela* MILNE, *Monostyla pyriformis* DADAY, *Monostyla arcuata* BRYCE, *Colurella obtusa* GOSSE.

*Gastrotrichák*hoz 1 faj: *Chaetonotus macrochaetus* ZEL.

*Nematodák*hoz 6 faj: *Prismatolaimus intermedius* DE MAN, *Diploscapter coronata* COBB, *Cyatholaimus terricola* DE MAN, *Ethmolaimus pratensis* DE MAN, var. *Lemani* HOFM., *Plectus geophilus* DE MAN, *Hoplolaimus aquaticus* MIC., 4 varietas: *Rhabdolaimus terrestris* DE MAN. var. typ. MIC., *Mononchus macrostoma* BASTIAN, *Prismatolaimus dolichurus* DE MAN., *Plectus cirratus* var. typ. MIC.

*Tardigradák*hoz 2 faj: *Macrobiotus ampullaceus* THUL, *Hypsibius Schaudinni* RICHTERS.

A tudomány számára 6 új faj fordult elő. 2 *Rotatoria*: *Monostyla Vargae* n. sp. és *Monostyla Strösznerí* n. sp. 4 *Cope-*

poda: Parastenocaris Entzii n. sp., *Parastenocaris budapestiensis* n. sp., *Parastenocaris similis* n. sp. és *Parastenocaris pannonicus* n. sp.

Az előfordult fajok között vannak typikus földalatti vizekre jellemző fajok, ezek a vak *Copepodák: Parastenocaris Entzii* n. sp., *P. similis* n. sp., *P. budapestiensis* n. sp., *P. pannonicus* n. sp. és más lelőhelyen a föld felszínén előforduló fajok. Ezekhez tartozik az előforduló *Copepodákon* kívül az összes többi faj.

A felsorolt 80 fajhoz csatlakozik még néhány eddig még meg nem határozott *Oligochaeta-* és *Turbellaria-* és egy *Rotatoria*faj. Ez utóbbi a *Microdinidae*-családba tartozik, ritka. Tanulmányaim szerint új nemet is képvisel. Eddigi reávonatkozó még hiányos ismereteimet külön tanulmányban óhajtom később pótolni, úgy mint a *Turbellariákra* és *Oligochaetákra* vonatkozókat is.

Könnyebb áttekinthetőség szempontjából az alábbi táblázatban összefoglaltam a vizsgálati év alatt előfordult fajok névjegyzékét, feltüntetve a fajok hónaponkénti előfordulását s a gyakrabban előforduló fajok legnagyobb egyénszámban való megjelenését. A táblázat tartalmazza még az átlagos havi vízhőmérsékletet is.

Az összeállításból kitűnik, hogy csak 15 olyan faj van, melyet minden hónapban megtaláltam. Ezek az *Amoeba verrucosa, Arcella vulgaris, Difflugia constricta, Centropyxis aculeata, Euglypha laevis, Chilodonella cucullulus, Philodina macrostyla, Proales minima, Colurella colurus, C. obtusa, C. adriatica, Monostyla pyriformis, Chaetonotus larus, Distyla flexilis, Monohysteria vulgaris.* A többi faj megjelenési ideje változott. A megjelenés és eltűnés okát egy évi vizsgálat alapján kideríteni nem tudtam. Bizonyára összefüggésben van a hőmérsékletváltozással és több ismeretlen körülmény közül azzal, hogy a vizsgált vezetéki víz elegyvíz, különböző kutak vizéből tevődik össze. A vízszolgáltatásba egyszerre minden kutat nem kapcsolnak be. Időnként tisztítás céljából egyes kutakat elzárnak, akkor annak állatvilága hiányozhat a vezetékből. A fajok változását előidéző körülmények megismerésére többévi beható tanulmányozásra van szükség.

Az összes fajszám az egyes hónapokban nem mutatott nagy ingadozást, általában télen kevesebb volt, mint a másik három évszakban. Az összes fajszám változását az alábbi grafikon tünteti

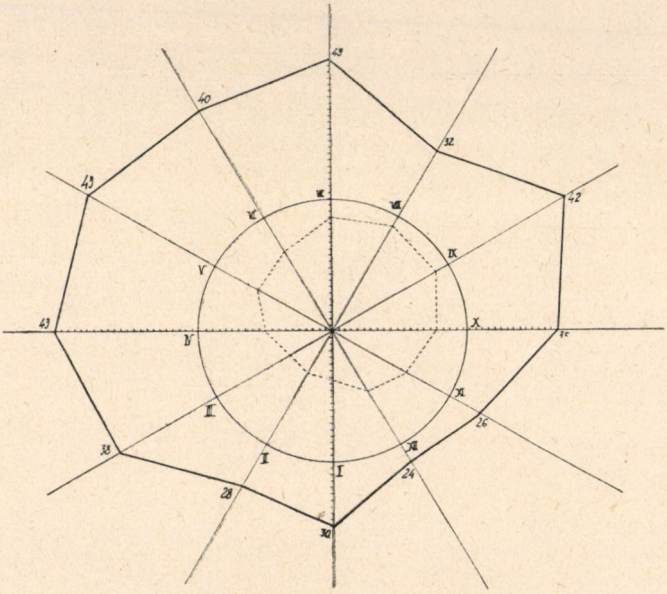
	Év és hónap											
	1933			1934								
	Október	November	December	Január	Február	Március	Április	Május	Június	Július	Augusztus	Szeptember
	Vízhőmérséklet C fokban											
	16	13·5	11	7·8	7·5	7·8	10	13	16	18	18·5	18
1. *Amoeba verrucosa* Ehr.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	●
2. *Amoeba radiosa* Duj.								+	+	+		+
3. *Amoeba proteus* Pallas										+		
4. *Limax typ. Amoeba*	+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	●
5. *Arcella vulgaris* Ehr.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	●	●	●
6. *Cochliopodium bilim.* Ehr.		+							+			
7. *Quadrula symmetrica* Schulze										+		
8. *Difflugia globulosa* Dujardin				+		+						
9. *D. constricta* Ehr.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	●
10. *Centropyxis aculeata var. oblonga* de Flandre	+	+	+	+	+	+	+	●	+	+	+	●
11. *Centropyxis discoides* Penard(?)						+			+			
12. *Euglypha alveolata* Dujardin	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+
13. *Euglypha laevis* Perty	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
14. *E. ciliata* Penard										+		
15. *Trinema enchelys* Ehr.					+	+			+			+
16. *Acanthocystis spinifera* Greef.							+					
17. *Actinophrys vesiculata* Penard							+					
18. *Trachelophyllum chilense* Bürger	+			+								+
19. *Lionotus fasciola* Ehr.							+					
20. *Chilodonella cucullulus* Müller.	+	+	+	●	●	+	+	+	+	+	+	+
21. *Ch. dentata* Fouque	+	+	+	+	+	+	+			+		
22. *Cinetochilum margaritaceum* Perty	+	+				+	+	+		+		+
23. *Euplotes affinis* D. *f. tricirrata* Kahl	+			+	+	+	+	+	+	+		+
24. *Aspidisca lynceus* Ehr.							+	+			+	+
25. *Vorticella convallaria* L.							+	+		+		
26. *Vorticella microstoma* Ehr.					+							
27. *Cothurnia cristallina* Ehr.								+				

	Év és hónap												
	1933			1934									
	Október	November	December	Január	Február	Március	Április	Május	Június	Július	Augusztus	Szeptember	
	Vízhőmérséklet C fokban												
	16	13·5	11	7·8	7·5	7·8	10	13	16	18	18·5	18	
28. *Zoothamnium affine* Stein								+					
29. *Philodina macrostyla* Ehr.	+	+	+	+	+	+	+	+	●	+	+	●	
30. *Ph. roseola* Ehr.	+						+		+	+		+	
31. *Ph. citrina* Ehr.				+				+			+	+	
32. *Rotifer vulgaris* Schr.				+		+	+						
33. *Callidina bidens* Gosse	+	+	+			+					●	+	
34. *Ascomorpha ecaudis* Perty ...										+			
35. *Proales minima* Weber	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	●	
36. *Furcularia forficola* Ehr.									+	+		+	
37. *Diglena mustela* Milne							+	+	+	+			
38. *D. grandis* Ehr.							+	+	+	+			
39. *D. circinator* Gosse											+	+	
40. *Diaschisa gracilis* Ehr.							+	+	+	+	+		
41. *Euchlanis dilatata* Ehr.	+						+			+			
42. *Distyla flexilis* Gosse	●	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	●	
43. *Monostyla lunaris* Ehr.	+												
44. *M. pyriformis* Daday	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
45. *M. arcuata* Bryce									+	+	+		
46. *M. closterocerca* Schmarda									+				
47. *M. Vargae* n. sp.	+										+	+	
48. *M. Ströszneri* n. sp.									+				
49. *Colurella colurus* Ehr.	●	●	+	+	+	+	+	+	+	+	+	●	
50. *C. obtusa* Gosse	●	+	+	+	+	+	●	●	+	+	+	●	
51. *C. adriatica* Ehr.	+	+	+	+	+	+	●	+	+	+	+	+	
52. *C. uncinata* Müller	+	+	+	+	+			+			+	+	
53. *C. species*									+				
54. *Metopidia ovalis* Müller								+					
55. *Anurea aculeata* Ehr. *var. divergens* Voigt										+			

	Év és hónap											
	1933			1934								
	Október	November	December	Január	Február	Március	Április	Május	Június	Július	Augusztus	Szeptember
	Vízhőmérséklet C fokban											
	16	13·5	11	7·8	7·5	7·8	10	13	16	18	18·5	18
56. *Notholca striata* EHR.			+	+			+					
57. *Chaetonotus larus* MÜLLER	+	+	+	+	+	+	+	+	+	●	●	+
58. *Ch. macrochaetus* ZELINKA	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	
59. *Ch. maximus* EHR.				+	+	+	+					
60. *Monohysteria vulgaris* DE MAN.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
61. *M. similis* BÜTSCHLI								+	+			
62. *Prismatolaimus dolichurus* DE MAN	+	+	+	+				+	+	+	●	●
63. *Pr. intermedius* DE MAN								+	+	+		
64. *Trilobus gracilis* BASTIAN						+		+				+
65. *Rhabdolaimus terrestris* DE MAN						+	+	+	+	+		
66. *Plectus cirratus* var. *typ.* MIC...	+			+	+	+	+		+	+	+	+
67. *Pl. geophilus* DE MAN	+			+	+	+	+	+	+	+	+	+
68. *Diploscapter coronata* COBB ...	+					+	+	+			+	+
69. *Mononchus macrostoma* BASTIAN						+	+			+		
70. *Cyatholaimus terricola* DE MAN.								+				
71. *Ethmolaimus pratensis* DE MAN var. *Lemani* HOF.								+				
72. *Hoplolaimus aquaticus* MIC. ...												+
73. *Dorylaimus carteri* BASTIAN f. *typ.* MIC.							+					
74. *D. filiformis* B. f. *t.* MIC.												+
75. *Macrobiotus ampullaceus* THUL .							+			+		
76. *Hypsibius Schaudinni* RICHTERS	+						+	+				+
77. *Parastenocaris Entzii* n. sp. ...			+	+			+	●	+	+		+
78. *P. similis* n. sp.	+		+	+	+		+	●	+	+		+
79. *P. budapestiensis* n. sp.	+	+	+		+	+	+	●	+	+		+
80. *P. pannonicus* n. sp.								+				

A táblázatban a + a faj előfordulását, a ● a legnagyobb számban való megjelenését jelzi.

fel (17. ábra). A grafikonban a 12 részre beosztott kör a vizsgálati évet, egy körcikk egy hónapot ábrázol. A körcikk sugarán az illető hónapban előforduló fajok számát és az átlagos havi vízhőmérsékletet tüntettem fel. A legmagasabb pontokat egymással össze-



17. ábra. A vízvezetéki víz szüredékében egy év alatt előfordult állatok összes fajszámának grafikai ábrázolása.

kötöttem. A római számok a hónapokat, az arabs számok a fajszámot, a belső szaggatott vonal a vízhőmérsékletet jelöli.

Az egyes csoportok fajszámának hónaponkénti eloszlása a következő volt:

Rhizopoda.

Hónapok:	X.		XI.		XII.		I.		II.		III.	
	7		8		6		7		8		10	
Hónapok:	IV.		V.		VI.		VII.		VIII.			IX.
	7		8		11		11		7			9

Ciliata.

Hónapok:	X.	XI.	XII.	I.	II.	IV.
	5	3	2	3	5	7
Hónapok:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	6	4	2	4	3	5

Rotatoria.

Hónapok:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	13	10	9	10	8	9
Hónapok:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	13	13	16	16	14	14

Nematoda.

Hónapok:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	5	2	2	4	3	7
Hónapok:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	6	10	7	6	6	8

Copepoda.

Hónapok:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	2	1	3	1	2	1
Hónapok:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	3	4	3	3	—	3

Az összeállításból kitűnik, hogy a *Rhizopodák* és *Rotatoriák* nyáron, a *Ciliaták, Nematodák* és *Copepodák* tavasszal fordultak elő a legnagyobb fajszámmal.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. április 15-én tartott üléséből.)

FILTRAT-FAUNA DER BUDAPESTER WASSERLEITUNG.

Von PIROSKA v. TÖRÖK.

Zusammenfassung.

Ich habe die Fauna des Leitungswassers von Budapest vom Oktober 1933. bis Oktober 1934. untersucht. Im Filtrat konnte ich 80 verschiedene Tierarten bestimmen.

Die gefundenen Tiere verteilen sich folgendermassen:

Protozoa 28 (*Rhizopoda* 15, *Heliozoa* 2, *Ciliata* 11).

Vermes 46 (*Rotatoria* 28, *Gastrotricha* 3, *Nematoda* 15).

Arthropoda 6 (*Crustacea* 4, *Arachnoidea* 2).

Ungarns Fauna betreffend fand ich 18 neue Species und 5 neue Varietäten, diese sind die Folgenden:

Protozoen 4 Species: *Euglypha laevis* PERTY, *Centropyxis discoides* PENARD (?), *Trachelophyllum chilense* BÜRGER, *Euplotes affinis* DUJ. forma *tricirrata* KAHL. 1 varietas: *Centropyxis aculeata* STEIN var. *oblonga* DE FLANDRE.

Rotatorien 4 Species: *Proales minima* WEBER et MONTÉT, *Diglena mustela* MILNE, *Monostyla pyriformis* DADAY, *Monostyla arcuata* BRYCE, *Colurella obtusa* GOSSE.

Gastrotrichen 1 Species: *Chaetonotus macrochaetus* ZEL.

Nematoden 6 Species: *Prismatolaimus intermedius* DE MAN, *Diploscapter coronata* COBB, *Cyatholaimus terricola* DE MAN, *Ethmolaimus pratensis* DE MAN, var. *Lemani* HOFM., *Plectus geophilus* DE MAN, *Hoplolaimus aquaticus* MIC., 4 varietas: *Rhabdolaimus terrestris* DE MAN var. *typ.* MIC., *Mononchus macrostoma* BASTIAN, *Prismatolaimus dolichurus* DE MAN, *Plectus cirratus* var. *typ.* MIC.

Tardigraden 2 Species: *Macrobiotus ampullaceus* THUL, *Hypsibius Schaudinni* RICHTERS.

Für die Wissenschaft sind neu 6 Arten, und zwar 2 *Rotatorien: Monostyla Vargae* n. sp. und *Monostyla Strószneri* n. sp. 4 *Copepoden: Parastenocaris Entzii* n. sp., *Parastenocaris budapestiensis* n. sp., *Parastenocaris similis* n. sp. und *Parastenocaris pannonicus* n. sp.

Zwischen den vorkommenden Arten sind sowohl solche, welche für unterirdische Gewässer charakteristisch sind, die blinden *Copepoden: Parastenocaris Entzii* n. sp., *P. similis* n. sp., *P. budapestiensis* n. sp., *P. pannonicus* n. sp., sowie solche, welche auf der Oberfläche vorkommen. Zu diesen gehören ausser den Copepoden alle anderen gefundenen Arten.

Ausser den obengenannten 80 Arten fand ich auch einige bisher noch nicht bestimmte *Oligochaeten* und *Turbellarien* und eine *Rotatorie,* welche zur Familie der *Microdinidae* gehört und recht selten vorkommt; nach den Untersuchungen stellt sie eine neues Genus dar. Doch sind diesbezüglich meine Kenntnisse noch zu lückenhaft, ich möchte dieselben erweitern und diesen Angaben in einer folgenden Publikation mit den Angaben über die noch nicht bestimmten *Turbellarien* und *Oligochaeten* mitteilen.

Um die Übersicht zu erleichtern, habe ich in der Tabelle an Seite 655—657 die Liste der während des ganzen Untersuchungsjahres beobachteten Species zusammengestellt, und zwar so, dass ich einerseits die Zahl der in den verschiedenen Monaten vorkommenden Species, anderseits die Höchstzahl der am häufigsten vorkommenden Species angeführt habe. Ausserdem enthält die Tabelle noch die monatliche Durchschnittstemperatur des Wassers.

Aus der Zusammenstellung ist ersichtlich, dass nur 15 solche Species vorhanden sind, welche ich in jedem Monat finden konnte. Diese sind: *Amoeba verrucosa, Arcella vulgaris, Difflugia constricta, Centropyxis aculeata, Euglypha laevis, Chilodonella cucullulus, Philodina macrostyla, Proales minima, Colurella colurus, C. obtusa, C. adriatica, Monostyla pyriformis, Chaetonotus larus, Distyla flexilis, Monohysteria vulgaris.* Das Erscheinen der übrigen Species wechselte, doch konnte ich den Grund des Erscheinens oder Verschwindens nicht ergründen. Wahrscheinlich hängt es mit der Temperatur des Wassers und hauptsächlich damit zusammen, dass das untersuchte Leitungswasser ein Gemisch von mehreren Brunnenwässern ist. Das Leitungswasser enthält nicht immer das

Wasser derselben und auch nicht aller Brunnen. Zeitweise werden einige Brunnen zwecks Reinigung abgesperrt und dann fehlt die Fauna dieser Brunnen aus dem Leitungswasser. Um diese zeitweiligen Änderungen in der Fauna verfolgen zu können, müssen jahrelange eingehende Untersuchungen angestellt werden.

Die Gesamtzahl der monatlich gefundenen Species zeigte keine grossen Schwankungen, im allgemeinen war sie im Winter niedriger als in den 3 anderen Jahreszeiten.

Grafikon an Seite 658 dient zur Veranschaulichung der Änderungen der Gesamtzahl. Der in 12 Felder eingeteilte Kreis bedeutet das Untersuchungsjahr, 1 Sektor bedeutet 1 Monat. Auf dem Radius des Sektores habe ich die Zahl der im fraglichen Monate vorkommenden Species und die Durchschnittstemperatur aufgezeichnet, die höchsten Zahlen habe ich miteinander verbunden. Die römischen Zahlen bedeuten die Monate, die arabischen die Zahl der Arten.

In den einzelnen Monaten zeigten die Gruppen die folgende Verteilung:

Rhizopoda.

Monate:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	7	8	6	7	8	10
Monate:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	7	8	11	11	7	9

Chiliata.

Monate:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	5	3	2	3	5	7
Monate:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	6	4	2	4	3	5

Rotatoria.

Monate:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	13	10	9	10	8	9
Monate:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	13	13	16	16	14	14

Nematoda.

Monate:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	5	2	2	4	3	7
Monate:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	6	10	7	6	8	8

Copepoda.

Monate:	X.	XI.	XII.	I.	II.	III.
	2	1	3	1	2	1
Monate:	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	3	4	3	3	—	3

Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, dass die *Rhizopoden* und *Rotatorien* im Sommer, die *Ciliaten*, *Nematoden* und *Copepoden* im Frühjahr am häufigsten vorkommen.

Erklärung der Figuren.

Fig. 1. *Monostyla Vargae* n. sp. A = Dorsalpanzer, B = Ventralpanzer. Oc. 15, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 2. *Monostyla Vargae* n. sp. m = Mastax, u = Zehe von der Seite. Oc. 30, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 3. *Monostyla Strösznerі* n. sp. A = Dorsalpanzer, B = Ventralpanzer. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert. m = Mastax. Oc. 30, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 4. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Weibchen. A = Abdominalsegmenten und Furka von Dorsalseite. fu = Furka von Ventralseite. Oc. 20, Obj. 20. Auf $^1/_3$ verkleinert. a_1 = 1. Antenne. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 5. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Weibchen. a_2 = 2. Antenne. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert. P_1 = 1. Bein. Oc. 10, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert. P_2, P_3, P_4, P_5 = 2—5. Bein. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 6. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Männchen. Habitus von der Seite. Oc. 15, Obj. 40. Auf. $^1/_5$ verkleinert.

Fig. 7. *Parastenocaris Entzii* n. sp. Männchen. a_1 = 1. Antenne, P_2, P_3, P_4 = 2—4. Bein. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 8. *Parastenocaris similis* n. sp. Weibchen. A = Habitus von der Seite. Oc. 15, Obj. 40. Auf $^1/_5$ verkleinert.

Fig. 9. *Parastenocaris similis* n. sp. Weibchen. A = Habitus von

der Dorsalseite. Oc. 10, Obj. 20. Auf $^1/_3$ verkleinert. P_2, P_3, P_4 = 2—4. Bein. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert. *fu* = Furka von der Dorsalseite. Oc. 20, Obj. 20. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 10. *Parastenocaris similis* n. sp. Männchen. a_1 = 1. Antenne. *fu* = Furkalast von der Seite. P_2, P_3 = 2—3. Bein. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 11. *Parastenocaris budapestiensis* n. sp. Weibchen. *fu* = Furkalast von der Dorsalseite. Oc. 20, Obj. 40. Auf $^1/_3$ verkleinert. P_2, P_3, P_4 = 2—4. Bein. Endopoditen. P_5 = 5. Bein. Oc. 20, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 12. *Parastenocaris budapestiensis* n. sp. Männchen. *fu* = Furka von der Dorsalseite. Oc. 5, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert. a_1 = 1. Antenne. Oc. 10, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 13. *Parastenocaris budapestiensis* n. sp. Männchen. P_2, P_3, P_4 = 2—4. Bein. Oc. 10, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert. P_5 = 5. Bein. Oc. 20, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 15. *Parastenocaris pannonicus* n. sp. Männchen. P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 = 1—5. Bein. Oc. 10, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 14. *Parastenocaris pannonicus* n. sp. Männchen. *fu* = Furkalast von der Seite. a_1 = 1. Antenne. Oc. 10, Obj. 100 Imm. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 16. *Nauplius-Larve.* Oc. 20, Obj. 40. Mit freier Hand gezeichnet. Auf $^1/_3$ verkleinert.

Fig. 17. Graphische Darstellung der Gesamtzahl der im Filtrat des Leitungswassers vorhandenen Arten während eines Jahres.

Die Zeichnungen sind mit ZEISS-Mikroskop und mit Ausnahme eines Figures mit ZEISS-Zeichenapparat gezeichnet.

In der Tabelle + zeigt das Erscheinen der Species, ● zeigt die Höchstzahl der am häufigsten vorkommenden Species.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1935.)

TÚLTERHELT *NaCl*-KRISTÁLYOK ELEKTROMOS VEZETÉSE ÉS KRISTÁLYOS SZERKEZETE.

GYULAI ZOLTÁN l. tagtól.

1. A szilárd testekben fellépő tiszta ionvezetés mechanismusának kutatásában pár évvel ezelőtt még vita tárgya volt, hogy a vezető ionok minden hőmérsékletnél rácsionok-e, vagy pedig alacsonyabb hőmérsékleteken elsősorban olyan ionok közvetítik az áramot, amelyek másodrendű hatások (szabálytalan rácskiképződés, külső erőművi behatások) következtében a szabályos rácsionoktól eltérő állapotban vannak.[1] E kérdések során pár évvel ezelőtt megfigyeléseket közöltem,[2] melyek mutatták, hogy egy *NaCl*-kristályhalmaz (pasztilla) bizonyos körülmények között teljesen másfajta vezetést mutat, mint az általában ismeretes. Ezek a körülmények éppen a fent jelzett erőművi behatásoknak egy végletét képviselték, nyomatékosan bizonyítván azok hatását. Ezen megfigyelések eredményeként rá is mutattam, hogy e kérdés tárgyalásánál mindig figyelembe kell vennünk azt, hogy a vizsgált kristály belseje stabilis vagy labilis állapotban van-e. A labilis állapot éppen az említett erőművi hatások következtében áll elő. Ez a jelenség a fémek gyakorlati megmunkálásánál általában ismeretes és az újabb vizsgálatok szerint ebből a szempontból a legtöbb esetben lényeges különbség fémes és nemfémes anyagok között nincsen.[3] Ismeretes az is, hogy az itt jelzett labilis állapot-

---

[1] A. Joffé: Zeitschr. f. Phys. **62.** k. 730. oldal. 1930.

[2] Z. Gyulai: Beiträge zur Kenntnis elektrischer Leitfähigkeit deformierter *NaCl*-Kristalle. Zeitschr. f. Phys. **78.** 630. oldal. 1932.

[3] A. Smekal: Phys. Zeitschr. **34.** 633. oldal. 1933.

A. Smekal: Zeitschr. f. Metallkunde. **26.** 220. oldal. 1934.

ból az anyagok általában törekszenek az ú. n. stabilis állapotba jutni. E folyamatok neve az irodalomban megújhodás (Kristallerholung) és újrakristályosodás (Rekristallisatio). Az ionvezetők kutatásában eddig elsősorban arra törekedtek, hogy e stabilis állapotban mérjék meg az egyes anyagok lehetőleg reprodukálható vezetési állandóit és így anyagállandókhoz jussanak. A következőkben közölt vizsgálataim ezzel szemben éppen erre a folyamatra vonatkoznak, miközben a kristályhalmaz egy labilis állapotból kiindulva stabil állapotba jut. Kimérve az egyes helyeken a vezetés változását a hőmérséklettel és a

$$K = Ae^{-\frac{B}{T}}$$

(K az elektromos vezetőképesség, T absolut hőmérséklet, B az ionok kioldási munkája, A az ionszámmal arányos tényező,) VAN T'HOFF-féle függvény alapján kiszámítva a B és A konstansokat, a labilis állapotokat oly számokkal jellemezhetjük, melyeknek fizikai jelentésük van. *NaCl*-kristályokon és pasztillákon a B és A állandókat már többször meghatározták és az irodalomban többféle értéket közöltek. SMEKAL[1] közlése szerint jól temperált anyagra a B értékek az alacsonyabb hőmérsékleti tartományban úgy egykristályra, mint pasztillára ugyanaz, éspedig 10,300, az A értékek 0·055—0·62 közé esnek.

2. *A vizsgálatok.* Kiindulási anyagul *NaCl* pro Analysi-készítményt használtam TH. SCHUCHARDTÓL. Használat előtt az anyagot kiizzítottam, részben a víz eltávolítására, részint azért, hogy a kristályban levő szennyeződésnek mérés közben való hőmérsékletváltozásokra M. KASSEL[2] által észlelt szétosztódását elkerüljem. Az ilyen módon előkészített anyagot lehűlés után mindjárt achátcsészében a legfinomabb porrá törtem és pasztillává préseltem. A pasztillák felületére elektródul graphitbevonat jött és azután egy elektromos kályhában platinaelektródok szolgáltak árambevezetőkül. A hőmérsékletet egy HERAEUS-féle Nickel-Chromnickel és a P. T. Reichsanstalt által 1003. sz. alatt hitelesített thermo-

[1] A. SMEKAL: Handbuch der Physik. XXIV 2. 1933. 881. oldal. 26. ábra.

[2] W. KASSEL: Zeitschr. f. Phys. 90. 287. 1934.

elemmel mértem. A vezetőképesség mérése az ismert áramfeszültségméréssel történt.

A pasztillák előállítási körülményeit az 1. táblázat tünteti fel. A következőkben a vezetési mérések eredményeit az itteni három csoport szerint ismertetem.

1. táblázat.

A pasztillák előállítási módja.

	N°	Hőmérséklet C°	Nyomás kgr/cm²	Nyomási idő percekben
I.	27	~22°	10000	30
	28	~22°	23000	0·5 *
II.	29	~300°	4800	
	30	300°	3000	
	31	400°	2000	
	32	500°	2000	
II.	33	100°	2500	
		négyszer egymásután váltogatva préselve és utána 500°-on 4 órán át temperálva.		

* prés elrepedt

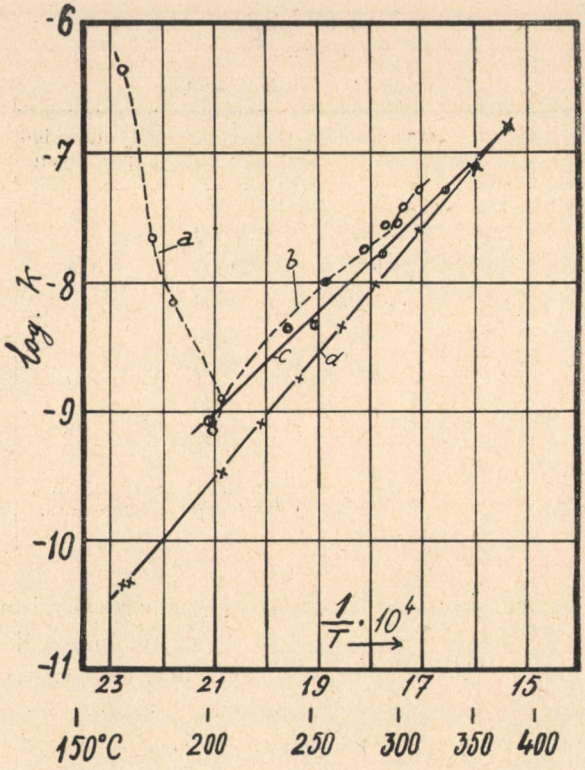
3. A 27. és 28. sz. pasztillák viselkedése már részben ismeretes. Magasabb, de állandó hőmérsékleten a vezetőképességük esik.[1] Ha most a hőmérsékletet fokozatosan emeljük, természetes, hogy szabálytalanul változó értékeket nyerünk.

Ezt tünteti fel a 28-as pasztillára az 1. ábra *a* görbéje. De látjuk, hogy már 200° C közelében a pasztilla oly állapotba jön, hogy a további hőemelkedésre a vezetési értékek, ha szabálytalanul is, de emelkednek (*b* görbe rész). A hőmérséklettel —300°-ig emelkedve és újra leszállva, már annyira javítja a vezetést, hogy újabb hőmérsékletemelkedésnél engedelmeskedik a VAN T'HOFF-féle formulának (*C* görbe). Az itt számított *B* érték 9100. Innen eső hőmérsékleten mérve (*d* görbe), tökéletes egyenest nyerünk és a *B* érték 11,300-at mutat. Látjuk tehát, hogy a magasabb hőmérsék-

[1] Z. GYULAI: Idézett munka.

let hatására a kristályok törekszenek abba az ú. n. stabil állapotba jutni, amelyben normálisan viselkednek.

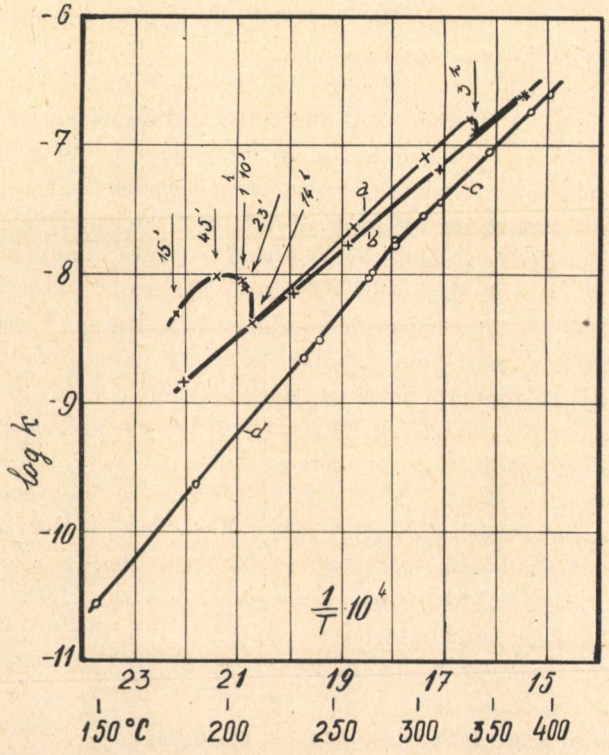
A 27. sz. pasztilla ugyanígy viselkedik, annak a B értéke 10,650. Mindkét pasztilla B értéke jelentékenyen nagyobb, mint



1. ábra. *NaCl*-pasztilla (No 28) elektromos vezetésének hőmérsékleti függése a temperálás különböző fokozatain.

a jól temperált kristályokra ismeretes 10,300 érték. Ezt úgy értelmezhetjük, hogy a kristályokban még mindig megmaradt a nagy nyomásnak egy utóhatása. A fémeken ismert hasonló jelenségek mintájára ezt egy merevülési hatásnak nevezhetjük. Ez a merevülési hatás nagasabb hőmérsékleti kezelésre szintén megszűnik. Hogy a kristályok nincsenek még teljes nyugalmi állapotukban, mutatja, hogy az 1. ábra d görbéje egész végig síma, egyenes,

pedig az alsóbb hőmérsékleti tartományban (kb. 280° alatt) egy rendes kristályon mindig fellép a belső polarisatiós feszültség,[1] minek következtében a hőmérsékleti egyenes 280° közelében törést szenved és innen meredekebben esik.



2. ábra. *NaCl*-pasztilla (No 29) elektromos vezetésének függése a temperálás különböző fokozatain.

4. Még tipikusabban mutatja ugyanazt a jelenséget a következő, 29. sz. pasztilla. Ezt 300° C-on préseltem 4800 kg/cm² nyomás mellett. A nyomással le kell szállani, mert a forma nagyobb hőfokon nem bír ki akkora nyomást. A kezelés különben ugyanaz volt, mint általában. Az eredményt szemléletesen tünteti fel a

[1] A. JOFFÉ: Zeitschr. f. Phys. **62.** 730. oldal. 1930.

2. ábra. Az *a* görbe kezdetén látjuk, hogy a vezetés változó értékeket mutat. Az egyes pontokhoz kezdetben oda vannak írva az idők, ameddig a kristály ezen a hőmérsékleten volt. Látható, hogy hosszabb időzés egy hőmérsékleten mind jobban és jobban eltéríti a pontokat a várható emelkedő értékektől. 14 órai időzésre 220° C hőfokon a vezetés 100%-ot esik, de viszont a pasztilla oly állapotba jön, hogy a további hőmérsékletemelkedésre szigorúan a VAN T'HOFF-féle egyenest adja. Azonban még mindig nincsenek a kristályok egyensúlyban, mert 332° C-on 3 órai időzés újabb 27% esést idéz elő és egyszersmind a görbe hajlása is megváltozott. Látjuk tehát, hogy a szigorú egyenes még nem bizonyítja, hogy a kristályok egyensúlyban vannak. Eső hőmérséklet mellett új hajlással, tehát új *B* értékkel, de szigorúan egyenest mutat a vezetés (*b*). A *B* értékek kisebbednek 8900-ról 7900-ra. Tehát a 8900-as értékben még jó adag merevülési hatás van, ami 332° C-on 3 óra alatt jelentékenyen szűnik. Azonban az újabb hőmérsékleti görbe sem mutatja még a belső polarisatiós mező kifejlődését. A pasztillát ezután egy külön elektromos kemencében 650°-on 4 órán át temperáltam. Az újabb vezetési mérés eredménye a vezetőképesség csökkenése kb. a felére, a *B* érték újabb növekedése (*c* egyenes rész) és még az, hogy 280° alatt most már fellép a pasztillában a belső polarisatiós feszültség is (*d* egyenes rész). Ez a jelenség jelzi, hogy a pasztilla kristályai közelednek a végső stabil állapot felé. A polarisatiós feszültség hőmérsékleti eloszlását adja a 3. ábra 1. görbéje.

5. Az eredményeket összefoglalva a 29., 30., 31., 32. pasztillákra a 2. táblázat tünteti fel.

Látható, hogy a vezetési értékek változnak, ha felfelé, illetőleg utána lefelé szálló hőmérséklet mellett mérünk. Ezt a jelenséget minden kutató észlelte és régebben szokás volt egykristályoknál is emiatt csak esőhőmérséklet mellett mérni.[1] Jelen esetben kristályhalmazokon mérünk, amelyek erős nyomások után még nincsenek belső egyensúlyban. A jelenségnek talán a lényegét érintjük, ha úgy magyarázzuk, hogy itt egy, az áram hatására fellépő pihenési, illetőleg rekristallisatiós folyamatról van szó. Ugyanis ionok,

[1] T. E. PHIPPS és E. G. PORTRIDGE: Journ. Amer. Chem. Soc. **51.** 1331. oldal. 1929.

2. táblázat.

A B és A értékek változása különböző hőmérsékletek hatására.

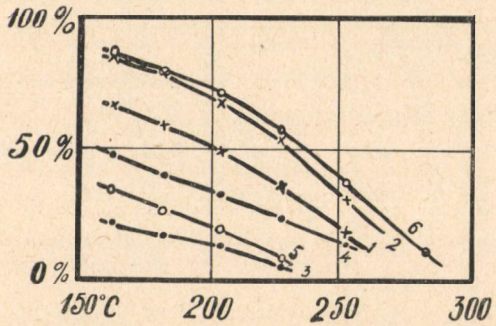
$N°$	Hőmérsékleti tartomány emelkedő v. eső irányban mérve	B	A	
29	160→400°	8900	0·45	Belső polarisatio nincsen
	400→160°	7900	0·132	
	650°-on 4 órán at temperálva			
	280⇄400°	9000	0·182	280°C alatt belső polarisatio
30	210→300°	5000	0·000223	
	440→160°	8770	0·129	Belső polarisatio nincsen
	650°-on 4 órán át temperálva			
	280⇄400°	9250	0·165	Fellép a belső polarisatio
31	160→400°	8600	0·286	Belső polarisatio nincsen
	400→250°	9300	0·79	250° alatt kicsiny belső polarisatio
	480-on temperálva			
	280⇄400°	9670	0·114	Belső polarisatio
32	160→420°	8700		Belső polarisatio nincsen
	420→250°	9500	0·777	250° alatt kicsiny belső polarisatio
	750°-on temperálva			
	280⇄420°	9830	0·49	280° alatt jelentékeny belső polarisatio
33	250→440°	10000	0·295	250° alatt gyenge polarisatio
	440→280°	10230	0·407	280° alatt a belső polarisatio nagyobb

amelyek legkevésbbé vannak egyensúlyban, legkönnyebben vesznek részt az áramban, de ezek legtöbbje egy olyan helyen, ahol erősebb erőtérbe kerül, — nyilván ellentétes töltésű ionok környezetében — szilárdabban illeszkedik be az egész ionhalmazba. Itt talán joggal mutathatunk rá Kosselnek[1] a kristálynövekedésre

[1] W. Kossel: Die molekulären Vorgänge beim Kristallwachstum. Leipziger Vorträge. 1928.

vonatkozó elméleti megállapításaira, mely szerint (27. oldal) egy-egy új ionréteg vagy ionsor megkezdése nehezebben indul meg. Ezt a megindulást lényegesen megkönnyítheti az, ha a kristály külső elektromos térben lévén, ionjaira erő hat, minek következtében az ionok hőmozgásához még egy másik mozgás járul. Így lehet megérteni, hogy a 30-as pasztillánál a B értékek a fel- és leszálló hőmérsékleti ágban 5000-ről 8770-re emelkednek. A többi pasztillák is mind kivétel nélkül mutatják e jelenséget.

E jelenséggel függ össze a legnagyobb valószínűség szerint az a másik jelenség, hogy a felfelé haladó hőmérsékleti ágban rendesen



3. ábra. A polarisatiós feszültség eloszlása a hőmérséklettel a No 29 (1), a No 30. (2), a No 31. (3 és 4) és a No 32. (5 és 6) pasztillákban.

nem fejlődik ki belső polarisatiós feszültség. Ezt a táblázatban az tünteti fel, hogy e helyeken az a megjegyzés áll, hogy belső polarisatio nincsen.

Amidőn azonban fellép a belső polarisatio, egy bizonyos hőmérsékleten a vezetési VAN T'HOFF-egyenes törést szenved és alacsonyabb hőmérsékleten meredekebb esést mutat. Ha a felső hőmérsékleti tartomány egyenesét meghosszabbítjuk lefelé, a két egyenesből a polarisatiós feszültség hőmérsékleti eloszlása kiszámítható, amint ezt a 3. ábra a 29., 30., 31., 32. kristályokra szemlélteti.

Amint látjuk, a kristályok temperálásának előrehaladásával a polarisatiós feszültség mind erősebb és erősebb lesz. Lásd a 3. ábra 3. és 4., illetőleg 5. és 6. görbéit. Az 1. és 2. görbék magasabb hőmérsékleten való temperálás után léptek fel. E két jelenség a leg-

szorosabban összefügg egymással. Ugyanis a legelső mérésnél (emelkedő hőmérsékleti ág) még igen sok szabálytalan elhelyezkedésű, ú. n. laza ion van, amelyek az egyes térelemekben keletkező polarisatiós feszültségeket kiegyenlítik. E leglazább ionok azonban — amint fentebb jeleztem — éppen az áramlás következtében más helyekre kerülvén, ott szilárdabban beépülnek, tehát ezáltal éppen azoknak a mozgékony ionoknak a száma csökken meg nagyon, amelyek a belső polarisatiós feszültséget közömbösíthetik. Ha e folyamat eléggé előrehaladt, már a leszálló hőmérsékleti ágban jelentkezik a polarisatiós feszültség. Igen valószínű, hogy az igen nagyon laza ionok között nemcsak positiv, hanem negativ ionok is résztvesznek az áramban. TUBANDT szerint ugyanis e hőmérsékleten normális esetben csak a positiv ionok közvetítik az áramot.

A másik jelenség pedig, amit a 2. táblázat számai mutatnak, az, hogy amint a pasztilláinkat magasabb és magasabb hőmérsékleteken kezeljük, a B értékek úgy a felfelé, mint a lefelé szálló ágban folytatólagosan nagyobbak. Ez azt mutatja, hogy a pasztillák kristályainak jósága elsősorban a hőmérsékleti kezeléstől függ.

6. Az utolsó, 33. sz. pasztilla készítésénél a pasztillát 100° C-on 2500 kg/cm^3 nyomással préseltem és utána a formában 500° C-ra melegítettem 4 órán át. Lehűlve 100°-ra, újra ezzel a nyomással préseltem és ezt az eljárást váltogatva — tehát 100°-on préselés, utána 500°-on temperálás — egymásután négyszer alkalmaztam. Itt szükségesnek tartom külön kiemelni, hogy a pasztillákat a présből nem kinyomtam, hanem egy erre a célra készített csővágóval kivágtam. Ugyanis kinyomásnál, miután a hengeralakú pasztilla oldala igen erősen surlódik a prés falához, a tapasztalat szerint a pasztillában gyakran belső repedések keletkeznek. Az eredmény az, hogy már a felszálló hőmérsékleti ágban a B érték igen megközelíti az irodalmi értéket és a leszálló ág úgy a B, mint az A értékben egyezik régi mérésekkel, ahol a cél stabil végső értékek elérése volt. A számszerű eredmények a 2. táblázat utolsó sorában vannak feltüntetve.

Ha most ezek után még egyszer a belső polarisatiós feszültséget vesszük szemügyre, láthatjuk, hogy amint a temperálások folytán

a kristályok belső szerkezete rekristallisatio útján[1] fokozatosan tökéletesedik, a B kioldási munkák nagyobbak lesznek, a belső polarisatiós feszültségek is nagyobbak lesznek. Ez összefüggések igen valószínűvé teszik az itt felsorolt jelenségek között fennálló belső kapcsolatot és az azok magyarázatára adott értelmezést.

Összefoglalva tehát, megállapíthatjuk, hogy egy kristályhalmaz B értékei törekednek az egykristályra érvényes B értéket elérni. Ez a jelenség azt mutatja, hogy a B értékek nem függenek az egyes kristályindividuumok nagyságától, csupán azok tökéletességétől. A kristályindividuumok száma úgy látszik, hogy az A értékekben jut kifejezésre.[2] Az A értékek ugyanis a vezetési ionok számával arányosak. De az alsóbb hőmérsékleti tartományban a vezetési ionok ú. n. laza ionok, a legnagyobb valószínűség szerint felületi ionok, és így természetes, hogy ha sok apró kristályindividuumból áll a halmazunk, az A értékek nagyobbak. Az A értékek a 2. táblázatban minden egyes esetben fel vannak tüntetve. A változásaikról azonban egyelőre nem lehet értelmezést adni, mert labilis állapotban az ionok mozgékonysága, mivel ezzel lényeges belső átalakulások is járnak, a vizsgálat egész folyamán nem egyforma és így az A állandókban még ez is benne van.

A 7. pontban külön beszámolunk egy jelenségről, amely az itt említett még rejtett összefüggéseket kísérletileg valószínűvé teszi.

A vezetés jelenségét még lényegesen befolyásolják a kristályban levő szennyeződések, amelyek elkerülhetetlenek.[3]

7. Amint láttuk, a kristályban lefolyó változások a kristálypihenéssel (Erholung) és rekristallisatióval magyarázhatók. Itt kell megemlíteni, hogy kb. 150—300° C hőmérsékleti tartományban fellép egy jelenség, mely az itt feltételezett átalakulási folyamatoknak szinte kézzelfogható szemléltetése. Vegyünk egy pasztillát az előállítás után és figyeljük a vezetőképességet áramfeszültségkapcsolásban. Bizonyos hőmérsékletek (150—300°) közben azt vesszük észre, hogy az árammérő időnként nagy áramingadozásokat mutat. Az áramingadozások 10%-ot is elérhetnek és percekig el-

---

[1] H. G. Müller: Phys. Zeitschr. **35**. k. 646. oldal. 1934.

[2] Smekal: Handb. d. Phys. XXIV/2. 882. oldal.

[3] M. Kassel, idézve fentebb.

tartanak. Az ingadozások hirtelen fellépő áramnövekedésekből és áramesésekből állanak. Az első benyomásunk az, hogy a körben valahol laza érintkezés van. Azonban gondos vizsgálat megmutatja, hogy egy minden pasztillánál rendesen ismétlődő jelenségről van szó. A jelenséget az eddigiek alapján értelmezhetjük. Ugyanis a préselés után a kristályokban erős feszülések maradnak vissza. Ezek megszüntét nevezik kristálymegújhodásnak (Erholung). Ez a kristálymegújhodás vagy pihenés magasabb hőmérséklet hatására indul meg. Azonban ugyancsak a magasabb hőmérséklet hatására rögtön egy újrakristályosodási folyamat is indul meg. E két jelenség, bármilyen általános is (a fémeknél is), még eddig nem választható szét. Ha ez a megújhodási és újrakristályosodási folyamat nem folytonosan, hanem időnként egyszerre nagyobb térelemekben ugrásszerűleg megy végbe, akkor egy ilyen folyamatot ugrásszerű áramváltozásoknak kell követnie. Ez utóbbi magyarázat még nyer valószínűségben, ha meggondoljuk, hogy egyes kutatóknak [1] sikerült mikroszkóp alatt egy új kristálynak ugrásszerű növekedését a rekristallisatio folyamán direkt meg is figyelni. PRZIBRAM a megfigyelést alacsony hőmérsékleten, MÜLLER magas hőmérsékleten végezte, úgyhogy az itt közölt hőmérsékleti tartomány beleesik e két kutató által megadott hőmérsékletek közé. Miután az erős áramingadozásokat csak nagy lengésidejű galvanométerrel figyeltem meg, viszont egy rövid lengésidejű galvanométer még sokkal több finomságot ígér, ilyen megfigyelések tervbe vannak véve.

Összefüggés a kristályszerkezettel.

8. Az előbbi vizsgálatok eredménye az, hogy az egykristály törekszik egy végső stabil állapotba jutni. Ezt az állapotot eddig a B állandó jellemzi és látjuk, hogy az összes kutatások megegyeznek abban, hogy az alsóbb hőmérsékleti tartományban a B értékek úgy egykristályra, mint kristályhalmazra nagy pontossággal egyeznek. Ennek az egyezésnek — ha meggondoljuk, hogy egykristály és pasztilla között külső formában milyen nagy különbségek vannak — mélyebb jelentősége kell, hogy legyen. Ez a je-

[1] K. PRZIBRAM: Zeitschr. f. Phys. 67. 1931. 89. oldal stb.
H. G. MÜLLER: Physik. Zeitschr. XXXV. 1934. 647. oldal.

lentőség abban van, hogy mindkét esetben a vezetési ionok fizikai állapota ugyanaz. Erre az állapotra a *B* érték jellemző, míg az *A* értékek csak azt jelzik, hogy a szóban forgó ionok nagyobb vagy kisebb számmal vannak jelen. Itt most számba kell vennünk, hogy a vezetés két *B* értéket szolgáltat, nevezetesen kb. 500° C fölött 23,000 és 500° C alatt 10,300 értékkel. A felső érték az igazi ionvezetés területére tartozik, ahol a kristály mint elektrolyt a vezetésben minden ionjával résztvesz és itt egykristály és pasztilla között nincs különbség. Az alsó hőmérsékleti intervallum az a vitás terület, melyet a bevezetésben jeleztem és amelyre az újabb vizsgálatok szerint az a vélemény alakul ki, hogy az ú. n. laza ionok szerepelnek benne. Tehát e laza ionok egy látszólag tökéletes egykristályban is jelen kell hogy legyenek, míg egy pasztillában a jelenlétük természetes, hacsak a sok szabad felületre is gondolunk.

A következőkben azt a kérdést vetem fel, hogy van-e valamely általánosabb szempont, amely a kétféle ionkioldási munkát indokolná vagy annak az eredetét pontosabban megmagyarázná. Azt találom, hogy KOSSELnek a kristályosodási folyamat molekuláris magyarázata erre a kérdésre pontos választ ad. Ha bizonyos az, hogy egy egykristályban vannak belső szabad felületek elég nagy számmal, akkor KOSSEL elméletéből következik, hogy a felületek ionjaira más kioldási munkák érvényesek, mint egy szabályosan elhelyezett rácsionra. Viszont, hogy egy egykristályban is vannak belső szabad felületek, erre sok direkt és indirekt bizonyítékot hoztak fel az irodalomban, melyekből csak a SIEDENTOPF-féle[1] additiv festésre és a szakítási mérésekre utalok.[2]

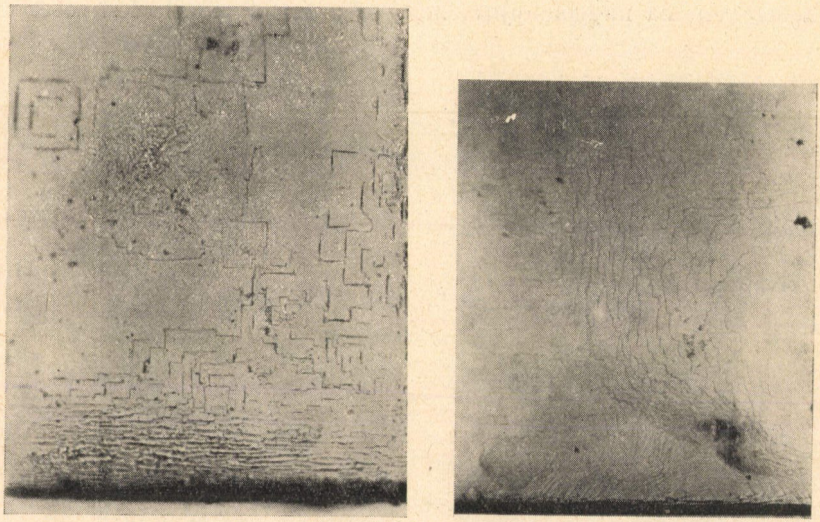
9. Miután a tapasztalat szerint közel az olvadási ponthoz való temperálás sem szünteti meg e belső felületeket, ez arra mutat, hogy e szabad felületek valamelyes módon hozzátartoznak a valóságos kristályok szerkezetéhez. Erről kétféle módon próbáltam meggyőződni. Jól temperált kristályokban maratási kísérleteket végeztem. E maratási kísérletek[3] eredménye az, hogy mindig

[1] SIEDENTOPF: Phys. Zeitschr. **6.** k. 855. oldal. 1905.

[2] Handb. d. Phys. XXIV/2. 1934. SMEKAL cikke és OROWÁN E.: Zeitschr. f. Kristallogr. (A) **89.** 327. oldal. 1934.

[3] A maratások és mikrofotografiák elkészítéséért MASZNYIK LAJOS tanárjelöltnek e helyen is köszönetet mondok.

kapunk a friss repesztésű felületeken apró, finom szerkezetet, amely szerkezet a kristály felépítésében jelenlevő egyenletesség hiányából ered. Egy képet mutat a 4*a*. ábra egy természetes kősón. Ugyanezen természetes kristályból egy darabot az olvadáspont közelében temperáltam négy órán át és a 4*a*-val egy folyadékban marattam azzal egy ideig. A maratás eredménye az, hogy a maratási ábrák igen finomak lettek, annyira, hogy bár mikroszkóp alatt



a) *b)*

4. ábra. Maratási ábrák *NaCl*-kristályokon.
a) természetes kősó; *b)* synthetikus *NaCl*-kristály.

megfelelő ferde világításnál jól láthatók, a mi eszközeinkkel nem sikerült róla jó fotográfiai felvételt készíteni. Itt lehetne azt is mondani: hogy természetes kristályok geológiai időkön át feltétlenül szenvedtek túlterheléseket, aminek hatása a belsejükben a csúszási felületeken megmarad, amit a temperálás nem tüntet el. Ezzel szemben a 4*b*. ábra maratási ábrát tüntet fel egy synthetikus *NaCl*-egykristályon, tehát egy kristályon, amelyet olvadékból kristályosítottam ki, amelynél túlterhelés nem fordult elő. A maratási szerkezet itt is megvan. E szerkezet már csakis a kristályoso-

dás következménye lehet. Ez azt mutatja, hogy bár a nátriumchlorid szabályos rendszerben kristályosodik, a kristályosodásnál mégis fellépnek olyan jelenségek, amelyek már a kristály születésénél belevisznek a szerkezetbe kis hiányosságokat. Bár az első pillanatra ez sajátságosnak látszik, mert egy ilyen kristályosításnál a növő felületet folyékony anyag veszi körül és időbelileg kb. 1 óra alatt nő a kristály kb. egy centimétert, továbbá a hőmérséklet a növőfelületen az egész idő alatt állandónak vehető, mégis nem lehetetlen, ha meggondoljuk, hogy ez a kristálynövekedési sebes-

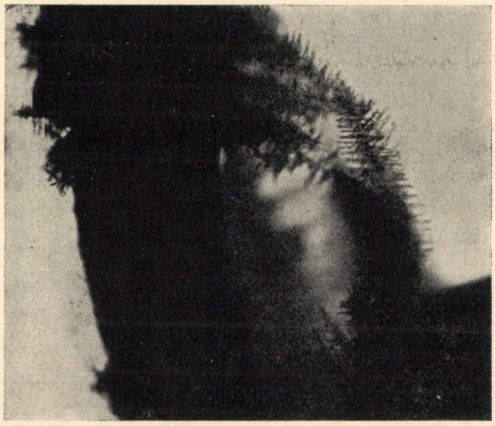


5*a*. ábra. *KCl*-kristályok növése vizes oldatból.

ség ez esetben ionrétegekben kifejezve 10^4 ionréteget tesz ki másodpercenként.

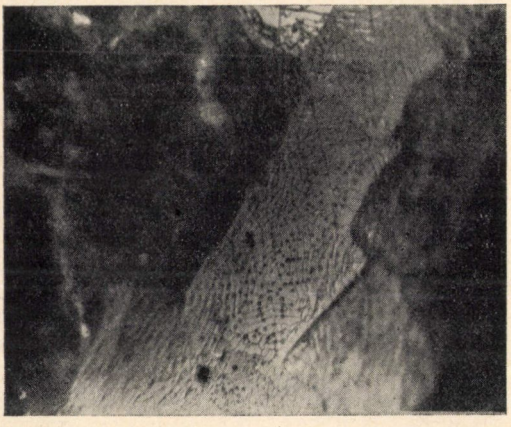
E meggondolás következtében szükségesnek tartottam a kristályosodás folyamatát mikroszkóp alatt megfigyelni. Megfigyeléseim eredménye [1] az, hogy a kristály növekedése több egymással egyenlő értékű lépésből áll és e lépések folyton ismétlődnek. Így egy pontból megindul egy quadratikusan elágazó fenyőfaszerű szerkezet, amelynek ágai újra elágaznak. Ez az elágazó szerkezet mikroszkóp alatt szubjektíve megfigyelhető olvadékban

[1] Részletesen ismertetve a Zeitschr. f. Kristallographie-ban.



5b. ábra. *NaCl*-kristályok növekedése gőzből.

is, dacára annak, hogy itt a kifejlődő kristályt teljesen folyékony anyag (ionok és molekulák) veszi körül; tehát nem lehet arról szó, hogy az anyagpótlás hiányossága itt lényegesen szerepet játszik. Egy ilyen elágazó formát mutat oldatból kikristályosodó *KCl* az *5a.* ábrában, illetőleg az *5b.* ábra *NaCl* gőzből és az *5c.* ábra *NaCl* olvadékból. A kristályosodás folyamatát illető megfigyeléseim végső eredménye az, hogy a kristályok növekedése teljesen ugyan-



5c. ábra. *NaCl*-kristályok növekedése hirtelen lehűtött olvadékból.

azon elvek szerint folyik le úgy az oldatból, mint gőzből és olvadékból. Ezeket az elveket elméletileg W. KOSSEL [1] fejtette ki először és azután bővítette S. STRANSZKI.

10. A kifejtett elméleti meggondolások különösen érdekesek abból a szempontból, hogy kimutatják, hogy *NaCl*-kristályok esetében is rhombdodekaeder vagy más felületek is igen könnyen képződésnek indulnak és ha az elméletileg kifejtett schematikus képeket szemügyre vesszük, látjuk, hogy a fejlődés olyan, hogy a kristályban könnyen keletkezhetnek üregek. Ez az elméleti megállapítás teljesen egyezik a mikroszkóp alatt végzett szubjektív megfigyeléseimmel és azzal a már ismert ténnyel, hogy sóoldat bepárolásánál nagy előszeretettel képződnek kis kockák, amelyek lapjai nincsenek teljesen kifejlődve, csupán az élei és így a kockalapok helyén üres, bemélyülő piramisok foglalnak helyet. Ez a jelenség egyenes szemléltetése KOSSEL azon elméleti megállapításának, hogy a *NaCl*-kristályban az ionok rárakodása a csúcsokból és élekből indul meg. E megállapítással egyeznek saját megfigyeléseim [2] *NaCl*-kristályokon és ERDEY GRUZ T.[3] megfigyelései elektrolytikusan kiválasztott ezüst kristályosodásánál. Így tehát érthető, hogy a valóságos kristályok, dacára annak a törekvésnek, hogy a hibás helyeiket kigyógyítsák, mégis rendelkeznek belső folytonossági hiányokkal. E folytonossági hiányok vagy üregek egy jól temperált kristályban szintén kristályfelületekkel vannak határolva, de mint ilyenek, jelen vannak. Tehát az üregek jelenléte egyáltalán nem azt jelenti, hogy a kristály molekuláris szerkezetében hiba volna, hanem csak annyit, mintha egy szabályos kockából apróbb kockákat, amelyek szabályos kockafelületekkel vannak határolva és orientációjuk egyezik a nagy kockáéval, kivennénk. Azonban éppen e belső kristályfelületeknek van jelentősége az elektromos vezetés szempontjából. Ugyanis KOSSEL idézett dolgozatában a 30. oldalon, a 9. ábrában egyenként részletesen felírja,

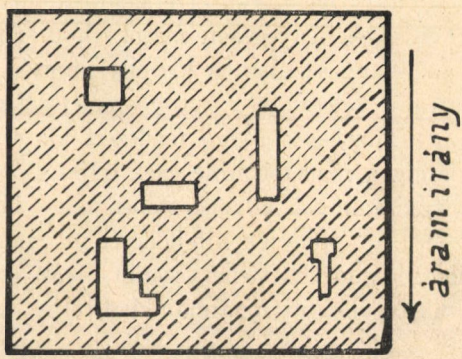
[1] W. KOSSEL: Die molekulare Theorie des Kristallwachstums. Leipziger Vorträge 1928.

J. N. STRANSZKY: Zeitschr. f. phys. Chem. (B). 17. 127. oldal. 1932.

[2] GYULAI Z. fentebb idézve.

[3] ERDEY GRUZ T.: Zeitschr. f. phys. Chemie. Abt. A. 157. kötet. 165. oldal. 1931.

hogy milyen munkát kell végeznünk, ha egy iont a tömör kristályból, egy szabad felületről, élről vagy csúcsról el akarunk távolítani. A legkisebb munkát kell végezni, ha egy megtört ionréteg szélső ionsorának az ionjait akarjuk sorban eltávolítani. A legnagyobb munkát a tömör kristályból való eltávolításkor kell végeznünk, és ennek értéke a KOSSEL által választott egységben 1·7476. Viszont legkisebb munkát akkor végzünk, ha egy szabad ionréteg már meg van kezdve és ennek ionjait soronként eltávolíthatjuk. Az itt végzett munka az előbbi egységben 0·8738. Látjuk, hogy a tömör kristályból való eltávolításnál végzett munka a két-



6. ábra. A belső üregek schematikus képe egy *NaCl*-egykristályban.

szerese annak, amit egy megkezdett ionréteg ionjainak eltávolításával kell végeznünk. Viszont a vezetésnél mért *B* értékek 23,000 és 10,300, szintén közel ebben a viszonyban vannak. Ez utóbbi érték, amely, mint említettük, az ú. n. laza ionokra vonatkozik, mint látjuk, kb. 10%-kal kisebb, mint azt a KOSSEL-féle elmélet alkalmazásával várhatnók. Itt azonban meg kell gondolnunk, hogy szabad felületeken még más elhelyezkedések is lehetségesek, pl. szabad ionsorok, ionsorok végei stb., és így az eltérés érthető. A valóságban mindig vannak szennyeződések is jelen, amiknek a hatása a *B* értékekre abban jelentkezik, hogy azokat kisebbítik.[1]

[1] Lásd GYULAI Z.: Zeitschr. f. Phys. 67. 812. oldal. 1931. és M. KASSEL: Zeitschr. f. Phys. 90. 287. old. 1934.

A súlypont ez összefüggésekben azon van, hogy a vezetéssel mért B kioldási munkák egyezése különféle kristályok esetében elméleti megindokolást nyert. E megindokolás szerint tehát a laza ionok lényegükben a kristályok belsejében levő szabad felületek ionjai. Egy kristályhalmazban azonban az egyes elemi kristályok épp oly tökéletesek lehetnek, mint egy külsőleg is hibátlan egykristályban, csupán a szabad felületek száma nagyobb.

E kép alkalmazásánál megértjük azt a megállapításunkat is, hogy kristályhalmazban csak akkor fejlődik ki belső polarisatiós feszültség, ha az már kezd egyensúlyba jönni. Ugyanis ekkor a belső felületeken az ionok az üregek végéig könnyen tolódhatnak el és ha ott tökéletes rácsszerkezetre akadnak, ott már számukra a mozgási lehetőségek lényegesen mások (l. 6. ábrát) és így ott felhalmozódnak. Amíg azonban a kristály nincsen teljesen egyensúlyban, ez üregek valószínűleg apróbb repedésekkel tovább folytatódnak és egy közel összefüggő rendszert alkotnak. Ugyancsak láttuk, hogy amíg a felületek nincsenek teljesen begyógyulva, ott a kicsiny kioldási munkák következtében nagy ionmozgékonyság is lehetséges, ami a tértöltések kifejlődését megakadályozza.

A laza ion fogalom tehát ezek szerint olyan értelmezést nyer, ami a kristályokról alkotott fogalmainkkal teljesen jól megfér.

Összefoglalás.

1. Különböző hőmérsékleten és nyomáson készített *NaCl*-pasztillák elektromos vezetőképességének hőmérsékleti függését mértem ki különböző temperálási állapotokban.

2. A temperálás előrehaladásával az ionok kioldási munkái (B értékek a VAN T'HOFF-féle összefüggésben) az alsóbb hőmérsékleti tartományban nőnek.

3. A belső polarisatiós feszültség csak a temperálás előhaladásával lép fel és azzal nő.

4. Alacsonyabb hőmérsékleten készített pasztillák a temperálás kezdetén egyenáram mellett lökésszerű áramugrásokat adnak. Rámutatok ezen jelenségnek a valószínű összefüggésére, többek által megfigyelt ugrásszerű rekristallisatiós jelenségekkel.

5. Kristályosítási és kristályfeloldási (maratási) megfigyelé-

sek — összhangban az irodalomban más rokon megállapításokkal — arra a megállapításra vezettek, hogy egykristályok belsejében is mindig vannak belső szabad felületek, élek stb.

6. W. KOSSEL molekuláris szemléletekből levezeti és kiszámítja az ionok kioldási munkáit. Ő egy felületi ionra félakkora kioldási munkát talál, mint egy belső ionra. A csúcsokon és éleken fekvő ionok kioldási munkái közbülső értékeket adnak. A vezetési mérésekkel megállapított kétféle ionkioldási munkák ($B = 10{,}300$ az alacsonyabb, és $B = 23{,}000$ a magasabb hőmérsékleti tartományban) összefüggésbe hozva a KOSSEL-féle elméletileg levezetett ionkioldási munkával: logikus megindokolást és szemléletes fizikai értelmezést nyernek.

A Rockefeller-alapnak és a Széchenyi Tudományos Társaságnak köszönetet mondok a rendelkezésre bocsátott támogatásért.

Szeged, Ferenc József Tudományegyetem kísérleti fizikai intézete, 1935. április hó.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. ápr. 15.-én tartott üléséből.)

DIE ELEKTRISCHE LEITFÄHIGKEIT UND KRISTALLSTRUKTUR DEFORMIERTER *NaCl*-KRISTALLE.

Von Z. GYULAI, korr. Mitglied der Akademie.

Diese Arbeit wird etwa gleichzeitig auch in einer deutschen Zeitschrift erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1935.)

INDUKÁLT NÉGYZETES ALAKOKRÓL.

RADOS GUSZTÁV r. tagtól.

Legyenek

$$x_1,\ x_2,\ldots,\ x_k$$

határozatlanok és

$$f = \mu_0\mu_0 p_0 + \mu_1 u_1 p_1 + \cdots + \mu_{\nu-1} u_{\nu-1} p_{\nu-1}$$

$$\nu = \binom{n+k-1}{n}$$

e határozatlanoknak n-edrendű homogén formája, amelyben

$$\mu_0,\ \mu_1,\ldots,\ \mu_{\nu-1}$$

a formának egyelőre tetszés szerint választott számbeli fölszerelése, az

$$u_0,\ u_1,\ldots,\ u_{\nu-1}$$

literális együtthatók és

$$p_0,\ p_1,\ldots,\ p_{\nu-1}$$

pedig azokat az egymástól különböző $x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_k^{\alpha k}$ hatványszorzatokat jelentik, amelyekben

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_k = n.$$

Ha az f formára az

$$x_i = a_{i1}\,y_1 + a_{i2}\,y_2 + \cdots + a_{ik}\,y_k \qquad (i=1,2,\ldots,k) \quad (S)$$

S lineáris helyettesítést alkalmazzuk, akkor menjen ez át a

$$F = \mu_0 U_0 P_0 + \mu_1 U_1 P_1 + \cdots + \mu_{\nu-1} U_{\nu-1} P_{\nu-1}$$

transzformált alakba, ahol az

$$U_0,\ U_1,\ldots,\ U_{\nu-1}$$

a literális együtthatókat,

$$P_0,\ P_1,\ldots,\ P_{\nu-1}$$

az

$$y_1^{\beta_1} y_2^{\beta_2} \ldots y_k^{\beta_k}$$
$$(\beta_0 + \beta_2 + \cdots + \beta_k = n)$$

egymástól különböző hatványszorzatokat jelentik.

Az U_j literális együtthatók — mint ismeretes — a következőképen fejezhető ki

$$U_j = s_{j0}u_0 + s_{j1}u_1 + \cdots + s_{j\nu-1}u_{\nu-1} \quad (J_n(S))$$
$$\left(j = 0, 1, \ldots \nu - 1;\ \nu = \binom{n+k-1}{n}\right).$$

ahol az $s_{\alpha\beta}$ együtthatók az S lineár helyettesítés a_{ij} együtthatóinak n-edfokú homogén kifejezései.

Az $(J_n(S))$ alatti lineár egyenletrendszer állapítja meg az eredeti S helyettesítés n-edfokú vagy n-dik indukált helyettesítését, amely az

$$u_0,\ u_1,\ldots,\ u_{\nu-1}$$

határozatlanokat az

$$U_0,\ U_1,\ldots,\ U_{\nu-1}$$

új határozatlanokba átviszi.

Az indukált helyettesítésekre vonatkozóan 1898-ban (L. Mat. és Természettud. Értesítő XVI. kötet 381. l.) a következő tételt bizonyítottam be:

T) Ha az S induktor-helyettesítés

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \ldots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \ldots & a_{2k} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \ldots & a_{kk}-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

karakterisztikus egyenletének gyökei

$$\lambda_1,\ \lambda_2,\ldots,\ \lambda_n,$$

akkor az $I_n(S)$ n-edik indukált helyettesítés

$$\begin{vmatrix} s_{00}-\mu & s_{01} & \ldots & s_{0\nu-1} \\ s_{10} & s_{11}-\mu & \ldots & s_{1,-1} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ s_{\nu-11} & s_{\nu-12} & \ldots & s_{\nu-1\,\nu-1}-\mu \end{vmatrix} = 0$$

karakterisztikus egyenletének gyökei a

$$\mu_{ni_2\ldots i_n} = \lambda_{i_1}\lambda_{i_2}\ldots\lambda_{in}$$

szoratból akként adódnak, hogy

$$i_1,\ i_2,\ldots\ i_n$$

helyébe az

$$1,\ 2,\ldots,\ k$$

elemeknek összes n-edosztályú ismétléssel való kombinációit helyettesítjük.

Az S helyettesítés konjugált helyettesítése úgy adódik, hogy az S-ben szereplő a_{gk} együtthatók helyébe az a_{hg} együtthatókat írjuk, azaz az S együtthatói alkotta matrix sorait az oszlopaival pótoljuk.

Általánosságban valamely S helyettesítés konjugált helyettesítésének S'-nek $I_n(S')$ n-edik indukált helyettesítése nem egyezik meg az eredeti S helyettesítés n-edik indukált helyettesítés konjugált helyettesítésével, azaz az

$$I_n(S') = (I_n(S))', \qquad (E)$$

egyenlőség nem áll fenn.

1898-ban «Indukált helyettesítések csoportjai» című értekezésemben (L. Mat. és Természettud. Értesítő 17. k. 56. l.) kimutattam, hogy praeparált indukált helyettesítések esetében az (E) alatti egyenlőség mindig helyes. (T_2 alatti tétel).

Az I_n, (S) helyettesítést pedig praeparáltnak akkor mondjuk, ha az indukálásnál alapul szolgáló

$$f = u_0\mu_0 p_0 + \mu_1 u_1 p_1 + \cdots \mu_{\nu-1}u_{\nu-1}p_{\nu-1}$$

n-edrendű forma

$$\mu_0,\ \mu_1,\ldots,\ \mu_{\nu-1}$$

számbeli fölszerelését úgy választjuk, hogy benne nem — mint rendesen — az n-edik hatványozásban szereplő polynomális együtthatók, hanem ezeknek pozitív előjellel vett négyzetgyökei szerepeljenek.

Legyen most már az

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{pmatrix}$$

valós elemekből alakított matrix symmetrikus, úgyhogy

$$a_{gh} = a_{hg} \qquad (g, h = 1, 2, \dots k),$$

akkor az

$$y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ik}x_{ki} \qquad (i = 1, 2, \dots k) \qquad (S)$$

S lineáris helyettesítés a konjugált S' helyettesítésével megegyező. Könnyűszerrel kimutatható, *hogy az S helyettesítés praeparált n-edik indukált helyettesítése $I_n(S)$ ismét olyan, hogy a hozzátartozó matrix symmetrikus,* azaz, ha az n-edik indukált helyettesítés

$$U_\alpha = s_{\alpha 0}u_0 + s_{\alpha 1}u_1 + \dots + s_{\alpha\nu-1}u_{\nu-1}, \quad I_n(S)$$

hogy akkor

$$s_{gh} = s_{hg} \qquad (g, h = 0, 1, 2, \dots, \nu-1). \qquad (e)$$

Ugyanis az (E) alatti egyenlőségnél fogva

$$I_n(S') = (I_n(S))',$$

de mivel

$$S' = S,$$

azért fennáll az

$$(I_n(S))' = I_n(S)$$

egyenlőség, amely előbbi állításunkat, hogy az $I_n(S)$ helyettesítés együtthatórendszere ismét symmetrikus, igazolja.

Legyen most már adva a

$$Q^{(1)} = \sum_{g=1}^{k} \sum_{h=1}^{k} a_{gh}\xi_g\xi_h$$

quadratikus alak, akkor

$$Q^{(n)} = \sum_{t=0}^{\nu-1} \sum_{u=0}^{\nu-1} s_{tu}\eta_t\eta_u$$

alakot, melynek együtthatóit az $I_n(S)$ praeparált n-edik indukált helyettesítés együtthatórendszere szolgáltatta és amelyekre

nézve az (*e*) egyenlőség fennáll, a Q alak n-edik indukált alakjának nevezem.

Ily módon az indukált alakoknak

$$Q^{(1)},\ Q^{(2)},\ldots,\ Q^{(n)},\ldots \qquad (s)$$

végtelen sorozata adódik. Valós $a_{gh}^{(r)}$ együtthatók esetében a sorozatra vonatkozó következő tételek állanak fenn:

1. *Ha* $Q^{(1)}$ *definit pozitív alak, akkor összes indukált alakjai is ilyenek.*

2. *Ha* $Q^{(1)}$ *definit negatív alak, akkor* $Q^{(n)}$ *definit pozitív vagy definit negatív, a szerint, amint n páros vagy páratlan.*

3. *Ha* $Q^{(1)}$ *semidefinit pozitív, akkor összes indukáltjai is ilyenek.*

4. *Ha* $Q^{(1)}$ *semidefinit negatív, akkor* $Q^{(n)}$ *semidefinit pozitív vagy semidefinit negatív, a szerint, amint n páros vagy páratlan.*

5. *Ha* $Q^{(1)}$ *a szó szoros értelmében indefinit, azaz értékkészletében ellenkező előjelű helyettesítési értékek is szerepelnek, akkor* $Q^{(n)}$ *is a szó szoros értelmében indefinit.*

E tételekből tüstént következik, hogy ha az (*s*) alatti sorozat valamelyik alakja definit, akkor ilyenek az (*s*) sorozat összes alakjai. Ha ugyanis $Q^{(1)}$ semidefinit vagy indefinit lenne, akkor 1. *alatti tételnél fogva* ilyeneknek kellene lenniök az (*s*) sorozat összes alakjainak is, amit a fölvételünk kizár; tehát $Q^{(1)}$ definit és így ismét az 5) alatti tétel következtében az (*s*) sorozat összes alakjai definit alakok. Ugyanígy mutatható ki, a 3), 4) és 5) alatti tételek segítségével, hogy ha az (*s*) sorozat bármelyik alakja semidefinit vagy pedig a szó szoros értelmében indefinit, akkor ilyenek lesznek az (*s*) sorozat összes alakjai. Úgyhogy fennáll a következő tétel:

Arra, hogy a

$$Q^{(1)},\ Q^{(2)},\ldots,\ Q^{(n)},\ldots$$

indukált quadratikus alakok mindannyian definit, semidefinit, vagy a szó szoros értelmében indefinit alakok legyenek, szükséges és elegendő, hogy egyikük ilyen legyen.

Az 1), 2), 3), 4) és 5) alatti tételek helyessége a következő meggondolásokból derül ki.

Ismeretes, hogy valamely valós együtthatós

$$Q^{(1)} = \sum_{g=1}^{k} \sum_{h=1}^{k} a_{gh} \xi g \xi_h$$

quadratikus, akkor és csak akkor definit pozitív, ha a hozzátartozó

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a^{21} & a_{22}-\lambda & \dots & a_{2k} \\ \cdot & & \dots & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk}-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

sekuláris egyenletnek összes gyökei pozitív előjelüek; $Q^{(1)}$ definit negatív, ha e gyökök mindannyian negatív előjelűek; semidefinit, ha e gyökök közül néhányan zérussal egyenlők, a többiek pedig megegyező előjelűek; a szó szoros értelmében indefinit, ha e gyökök között vannak ellenkező előjelűek.

A $Q^{(1)}$-hez tartozó n-edik indukált alakjához a $Q^{(n)}$-hez tartozó

$$\begin{vmatrix} s_{00}-\mu & s_{01} & \dots & s_{0\nu-1} \\ s_{10} & s_{11}\ \mu & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ s_{\nu-11} & s_{\nu-12} & \dots & s_{\nu-1\,\nu-1}-\mu \end{vmatrix} = 0 \quad \left(\nu = \binom{n+k-1}{m}\right)$$

szekuláris egyenletnek gyökei a *T)* alatt idézett tétel értelmében a $Q^{(\nu)}$ szekuláris egyenletének

$$\lambda_1,\ \lambda_2, \dots,\ \lambda_k$$

gyökeiből akként adódnak, hogy a

$$\mu_{i_1 i_2 \dots i_k} = \lambda_{i_1} \lambda_{i_2} \dots \lambda_{i_k}$$

sorozatban

$$i_1,\ i_2, \dots,\ i_n$$

helyébe az

$$1,\ 2, \dots.\ k$$

alakuknak n-edosztályú ismétléssel való kombinációit helyettesítjük.

Ha most már $Q^{(1)}$ definitpozitív, tehát

$$\lambda_1 > 0,\ \lambda_2 > 0 \dots \lambda_n > 0,$$

nyilván az összes $\mu_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ gyökök is pozitív előjelűek lesznek, tehát $Q^{(n)}$ definit pozitív, tehát az 1. alatti tételt igazolva van.

Ha $Q^{(1)}$ definit negatív, amikor az összes λ_i gyökök negatív előjelűek lesznek, akkor a $\mu_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ gyökök mindannyian pozitív vagy mindannyian negatív előjelűek, tehát $Q^{(n)}$ definit pozitív vagy definit negatív, a szerint, amint n páros vagy páratlan. Ez pedig a 2. alatti tétel tartalma.

Ha $Q^{(1)}$ semidefinit, akkor a λ_i gyökök közül néhányan zérussal egyenlők, a többiek pedig megegyező előjelűek. Ugyanez áll a $\mu_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ gyökökre nézve is, tehát $Q^{(n)}$ is semidefinit és minthogy a zérustól különböző $\mu_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ gyökök mindannyian pozitívok, ha ilyenek a zérustól különböző λ_i-k és mindannyian pozitív vagy mindannyian negatív előjelűek, midőn az összes a zérustól különböző λ_i-k negatív előjelűek, a $Q^{(n)}$ semidefinit pozitív, semidefinit pozitív $Q^{(1)}$esetében; semidefiinit negatív $Q^{(1)}$ esetében pedig semidefinit pozitív vagy semidefinit negatív, a szerint, amint n páros vagy páratlan. Ezzel a 3. és 4. alatti tételek helyességét evidenciába helyeztük.

Ha $Q^{(1)}$ a szó szoros értelmében indefinit, amikor a λ_i gyökök között ellenkező előjelűek vannak, akkor ilyenek lesznek a $\mu_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ gyökök között is, amiből az 5. alatti tételek helyessége következik.

Mint ismeretes, a $Q^{(1)}$ valós együtthatós négyzetes alaknak valós lineáris transzformációkkal szemben nevezetes arithmetikai invariánsa annak szignaturája Ha $Q^{(1)}$ négyzetösszeges előállításában a pozitív előjelű tagok száma π, a negatív előjelüekké ν, akkor $Q^{(1)}$ signaturája σ

$$\sigma = \pi - \nu.$$

Kérdés, hogyan számítható σ-ból a $Q^{(n)}$ n-edik indukált quadratikus alaknak signaturája Σ?

Ha az eredeti $Q^{(1)}$ qadratikus négyzetösszegek előállításában π pozitív és ν számú negatív együttható fordul elő, akkor a hozzátartozó szekuláris egyenletnek gyökei

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$$

között π számú pozitív és ν számú negatív előjelű van. Mivel pedig a $Q^{(n)}$ n-edik indukált quadratikus alaknak gyökei a

$$\mu_{i_1 i_2 \ldots i_n} = \lambda_{i_1} \lambda_{i_2} \ldots \lambda_{i_n}$$

szorzatból akként adódnak, hogy ebben $i_1, i_2, \ldots, i_n$ helyébe az $1, 2, \ldots, k$ elemeknek összes ismétléssel való n-edosztályú kombinációit helyettesítjük, a $Q^{(n)}$ négyzetösszeges előállításában előforduló pozitív előjelű gyökhatók száma

$$P = \sum_{l=0}^{\infty} \binom{\nu+2l-1}{2l} \binom{\pi+k-2l-1}{k-2l},$$

a negatív előjelű tagok száma N pedig

$$N = \sum_{l=1}^{\infty} \binom{\nu+2l-2}{2l-1} \binom{\pi+k-2l}{k-2l+1}$$

és így $Q^{(n)}$ signaturája

$$\sum = P - N = \binom{\pi+2k-1}{k} +$$

$$+ \sum_{l=1}^{\infty} \left[\binom{\nu+2l-1}{2l} \binom{\pi+k-2l-1}{k-2l} - \binom{\nu+2l-2l}{k-2l1} \binom{\pi+k-2l-1}{k-2l+1} \right].$$

Ez az eredmény könnyen kifejezhető az eredeti $Q^{(1)}$ alak signaturája, σ, segítségével. Ugyanis

$$\pi + \nu = k$$
$$\pi - \nu = \sigma$$

lévén,

$$\pi = \frac{k+\sigma}{2}, \quad \nu = \frac{k-\sigma}{2}.$$

Ezeket az értékeket a Σ számára talált képletbe behelyettesítvén, $Q^{(k)}_{\iota}$ n-edik indukált alakjának szignaturája k és σ segítségével való kifejezése adódik.

Végül legyen szabad a fönt kifejezett tételeket egy konkrét példával illusztrálni.

Legyen az eredeti valós együtthatós quadratikus alak

$$Q^{(1)} = \alpha\xi^2 + 2\beta\xi\eta + \gamma\eta^2,$$

a hozzátartozó lineár helyettesítés S tehát

$$x_1 = \alpha y_1 + \beta y_2$$
$$x_2 = \beta y_1 + \gamma y_2. \qquad (S)$$

Ha $Q^{(1)}$ harmadik indukált alakját keressük, akkor S-nek harmadik praeparált indukált helyettesítéséből kell kiindulnunk. Ennek matrixa a következő:

$$M^{(3)} = \begin{pmatrix} \alpha^3 & \sqrt{3}\alpha^2\beta & \sqrt{3}\alpha\beta^2 & \beta^3 \\ \sqrt{3}\alpha^2\beta & 2\alpha\beta^2+\alpha^2\gamma & 2\alpha\beta\gamma+\beta\gamma^2 & \sqrt{3}\beta^2\gamma \\ \sqrt{3}\alpha\beta^2 & 2\alpha\beta\gamma+\beta\gamma^2 & 2\beta^2\gamma+\alpha\gamma^2 & \sqrt{3}\beta\gamma^2 \\ \beta^3 & \sqrt{3}\beta^2\gamma & \sqrt{3}\beta\gamma^2 & \gamma^3 \end{pmatrix}.$$

Ennek következtében a $Q^{(1)}$-hez tartozó harmadik indukált alak $Q^{(3)}$ a következő

$$\begin{aligned} Q^{(3)} = {} & \alpha^3X^2 + (2\alpha\beta^2 + \alpha^2\gamma)\,Y^2 + (2\beta^2 + \alpha\gamma^2)\,Z^2 + \gamma^3U^2 + \\ & + 2\sqrt{3}\alpha^2\beta XY + 2\sqrt{3}\alpha\beta^2XZ + 2\beta^3XU + \\ & + 2\,(2\alpha\beta\gamma + \beta\gamma^2)\,YZ + 2\sqrt{3}\beta^2\gamma YU + 2\sqrt{3}\beta\gamma^2ZU. \end{aligned}$$

Az indukált négyzetes alakokra levezetett tételek mellékeredményeként a determináns-tételeknek egész sorozata adódik. Ha a $Q^{(1)}$ quadratikus alak determinánsát $D^{(1)}$-gyel, az n-edik indukált alakét $D^{(n)}$-nel jelöljük, akkor a következő tételek állanak fenn:

Ha a $D^{(1)}$ determináns összes főminorai pozitív előjelűek, akkor a $D^{(n)}$-ei is ilyenek. Így az előbb tárgyalt példa esetében, ha

$$\alpha > 0, \quad \gamma > 0,$$

akkor az $M^{(3)}$ matrix összes főminorai pozitív előjelűek. Ez az 1. tétel közvetetlen folyománya.

Ha $D^{(1)}$ párosfokú főminorai pozitív, a páratlanfokúak negatív előjelűek, akkor ugyanez áll elő a $D^{(n)}$ főminoraira nézve is. Ez a 2. alatti tétel következménye.

Ha a $D^{(1)}$ rangszáma fokszámánál kisebb és a zérustól különböző főminorai mindannyian pozitív előjelűek, akkor $D^{(n)}$ rangszáma is fokszámánál kisebb és a zérustól különböző főminorai pozitív előjelűek. Ez a 3. alatti tétel folyománya,

Ha $D^{(1)}$-nek rangszáma a fokszámánál kisebb és a zérustól különböző főminorai közül a páros fokúak pozitív, a páratlan fokúak negatív előjelűek, akkor ugyanez áll a $D^{(n)}$ determinánsra nézve is. Ez pedig a 4. alatti tételből következik.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. április 15-én tartott üléséből.)

ÜBER INDUZIERTE QUADRATISCHE FORMEN.

Von GUSZTAV RADOS o. M.

Es sei die Matrix

$$M^{(1)} = (a_{gh}) \qquad (g, h = 1, 2, \ldots, k)$$

symmetrisch, so dass die durch sie bestimmte lineare Substitution

$$y_i = a_{i_1}x_1 + a_{i_2}x_2 + \cdots + a_{ik}x_k \qquad (i = 1, 2, \ldots, k) \quad (S)$$

mit ihrer konjugierten Substitution

$$y_i = a_{1i}x_1 + a_{2i}x_2 + \cdots + a_{ki}x_k \qquad (S')$$

übereinstimmt.

Zunächst wird bewiesen, dass alsdann die Matrix der n-ten praeparierten Substitution

$$M^{(n)} = (s_{tu}^{(n)}) \quad \left(t, u = 1, 2, \ldots, \binom{n+k-1}{n}\right)$$

wiederum symmetrisch ist.

Es wird ferner die quadratische Form

$$Q^{(n)} = \sum_{t=1}^{v} \sum_{u=1}^{v} s_{tu}^{(n)} \Xi_t \Xi_u \quad \left(v = \binom{n+k-1}{n}\right)$$

als die n-te induzierte quadratische Form von

$$Q^{(1)} = \sum_{g=1}^{k} \sum_{h=1}^{k} a_{gh}\xi_g\xi_h$$

definiert. Es ergibt sich demnach eine unendliche Folge

$$Q^{(1)}, \; Q^{(2)}, \ldots, \; Q^{(n)}, \ldots \qquad (I)$$

von induzierten Formen. Für diese gelten für dem Fall dass die Coefficientem a_{gh} von $Q^{(1)}$ reelle Grössen sind, die nachfolgenden Sätze

Damit alle Formen der Folge (I) $\begin{matrix}\textit{definit}\\ \textit{semidefinit}\\ \textit{indefinit}\end{matrix}$ *seien, ist es notwendig und hinreichend, dass irgendeine unter ihnen* $\begin{matrix}\textit{definit}\\ \textit{semidefinit}\\ \textit{indefinit}\end{matrix}$ *sei.*

Damit alle Formen der Folge (I) $\begin{matrix}\textit{definit positiv}\\ \textit{semidefinit positiv}\end{matrix}$ *seien, ist notwendig und hinreichend, dass eine unter ihnen* $\begin{matrix}\textit{definit positiv}\\ \textit{semidefinit positiv}\end{matrix}$ *sei.*

Ist $Q^{(1)}$ $\begin{matrix}\textit{definit negativ}\\ \textit{semidefinit negativ,}\end{matrix}$ *so wird* $Q^{(n)}$ $\begin{matrix}\textit{definit}\\ \textit{semidefinit}\end{matrix}$ positiv oder negativ *je nachdem n* gerade oder ungerade ist.

Damit alle Formen der Folge (I) *indefinit im engeren Sinne des Wotes seien, ist notwendig und hinreichend, dass irgendeine unter ihnen im engeren Sinne des Wortes indefinit sei, d. h. dass sich in ihrem Wertevorrat Werte von etgegengesetzten Vorzeichen vorkommen.*

Aus diesen Sätzen folgt eine Reihe von Sätzen über die Hauptminoren der Determinante

$$|s_{tu}^{(n)}| \qquad \left(t_1 n_1 = 1, 2, \ldots, \binom{n+k-1}{n}\right).$$

(Vorgelegt der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in der Sitzung am 15. April. 1935.

INDUKÁLT HELYETTESÍTÉSEK DETERMINÁNSÁNAK RANGJÁRÓL.

RADOS GUSZTÁV r. tagtól.

KÜRSCHÁK JÓZSEF a fenti címen e folyóirat 18. kötetében egy dolgozatot tett közzé, amelyben a következő tételt állította föl és bebizonyította:

Legyen

$$Y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{ik}x_k \quad (S) \quad (i=1, 2, \ldots, k)$$

Valamely S lineár helyettesítés és

$$U_g = r_{g1}u_1 + r_{g2}u_2 + \cdots + r_{gv}u_v \quad I_n(S)$$
$$\left(v=1, 2, \ldots, v;\ v=\binom{n+k-1}{n}\right)$$

az S-nek n-edik indukált helyettesítése, akkor ha az S determinánsának rangszáma m, az $I_n(S)$ helyettesítés rangszáma

$$\varrho = \binom{m+n-1}{n}$$

binomiális együtthatóval egyenlő.

KÜRSCHÁK ezt a tételt tisztán determinánselméleti fejtegetésekkel kissé bonyolódott úton mutatta ki. A jelen sorokban meg akarom mutatni, hogy e tétel ismeretes tételekből egy csapásra miként következik.

T_1) Ismeretes, hogy valamely helyettesítés rangszáma akkor és csak akkor m, ha a zérus karakterisztikus egyenletének $(k-m)$-

szeres gyöke, ahol k a határozatlanok számát, a helyettesítés dimenzióját jelenti [1]

T_2) Ismeretes továbbá, hogy az $I_n(S)$ n-edik indukált helyettesítés karakterisztikus egyenletének gyökei

$$\mu_{i_1 i_2 \ldots i_n} = \lambda_{i_1} \lambda_{i_2} \ldots \lambda_{i_n}$$

szorzatból úgy adódnak, hogy $i_1, i_2, \ldots, i_n$ helyébe az $1, 2, \ldots, k$ elemeknek n-ed osztályú ismétléssel való kombinációit helyettesítjük. (L. Mat. és Természettud. Értesítő 16. sz. 380. és 381. l.)

Ha S determinánsának rangszáma m, akkor karakterisztikus egyenletének csak m-számú a zérustól különböző gyöke van, a zérus pedig $(k-m)$-szeres gyöke. Ha tehát

$$\lambda_1 \gtrless 0,\ \lambda_2 \gtrless 0, \ldots,\ \lambda_m \gtrless 0,$$

akkor

$$\lambda_{m+1} = \lambda_{m+2} = \cdots = \lambda_k = 0.$$

---

[1] Ha ugyanis az S helyettesítés matrixának segítségével az

$$A = \sum_{g=1}^{k} \sum_{h=1}^{k} \alpha_{gh} x_g x_h$$

bilineár alakot képezzük, akkor, mindig található oly U helyettesítés, hogy

$$U^{-1} A U = \lambda_1 \xi_1 \eta_1 + \lambda_2 \xi_2 \eta_2 + \cdots + \lambda_k \xi_k \eta_k.$$

Itt $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ az S karakterisztikus egyenletének gyökei. Ha

$$\lambda_{m+1} = \lambda_{m+2} = \cdots = \lambda_k = 0$$

azaz a zérus az S karakterisztikus egyenletének $(k-m)$-szeres gyöke, akkor

$$U^{-1} A U = \lambda_1 \xi_1 \eta_1 + \lambda_2 \xi_2 \eta_2 + \cdots + \lambda_m \xi_m \eta_m$$

tehát $U^{-1}AU$ rangszáma m és mivel a rangszám lineár helyettesítéssel szemben invariáns, A determinánsának és így az S helyettesítésnek is rangszáma m-mel egyenlő. Az előbb felállított feltétel tehát elegendő.

Ha fordítva feltesszük, hogy S-nek rangszáma m, akkor (S) determináns összes, az m-ediknél magasabb fokú aldeterminánsai zérussal lévén egyenlők, az

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11}-\lambda & \alpha_{12} & \ldots & \alpha_{1k} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22}-\lambda & \ldots & \alpha_{2k} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \alpha_{k1} & \alpha_{k2} & \ldots & \alpha_{kk}-\lambda \end{vmatrix}$$

a λ^{k-m} tényezőt tartalmazza, tehát $\lambda=0$ az S karakterisztikus egyenletének $\lambda=0$ $(k-m)$-szeres gyöke.

Ebben az esetben az $I_n(S)$ karakterisztikus egyenletének a zérustól különböző gyökei a

$$\mu_{k_1 k_2 \ldots k_n} = \lambda_{k_1} \lambda_{k_2} \ldots \lambda_{k_n}$$

szorzatból úgy adódnak, hogy

$$k_1,\ k_2, \ldots,\ k_n$$

helyébe az 1, 2,..., m elemeknek ismétléssel való kombinációit helyettesítjük. Ezeknek száma pedig

$$\varrho = \binom{m+n-1}{n}$$

és így a KÜRSCHÁK-féle tételekkel megegyezően azt találtuk, hogy az $(I_n(S))$ n-edik indukált helyettesítés determinánsának rangszáma ϱ-val egyenlő.

Végül megjegyzem, hogy KÜRSCHÁK bebizonyítása egyszerűbb eszközökkel élvén, hosszadalmasabb az enyémnél, mely a tárgyalásban algebrai egyenletek gyökeinek fölhasználásával, tehát kevésbbé egyszerű eszközökkel, tetemesen rövidebb úton éri el a célt.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. május 13.-án tartott üléséből.)

ÜBER DEN RANG DER DETERMINANTE INDUZIERTER SUBSTITUTIONEN.

Von GUSTAV RADOS o. Mitglied.

Im 18. Bande dieser Zeitschrift hat JOSEF KÜRSCHÁK den nachfolgenden Satz aufgestellt und bewiesen:

Es sei durch

$$y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{ik}x_k \quad (i=1, 2, \ldots, k) \qquad (S)$$

die lineare Substitution (S) *vom Range* m *gegeben und durch*

$$U_g = r_{g1}u_1 + u_1 + r_{g2}u_2 + \cdots + r_{gv}u_v \qquad (I_n(S))$$
$$\left(g = 1, 2, \ldots, v;\ v = \binom{n+k-1}{n}\right)$$

ihre n*-te induzierte Substitution* $I_n(S)$*, alsdann ist der Rang der Determinante von* $I_n(S)$ *gleich dem Binomialcoeffizienten*

$$\varrho = \binom{m+n-1}{n}.$$

Der Beweis, den KÜRSCHAK für diesen Satz erbracht hat, stützt sich auf elementare Determinantensätze und ist eben darum etwas umständlich.

Im nachfolgenden wird gezeigt, wie sich die Richtigkeit dieses Satzes auf dem kürzesten Wege aus bekannten Sätzen ergibt. Diese Sätze sind:

I. *Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass der Rang der Determinante von* S *gleich* m *sei, besteht darin, dass die Zahl Null* $(k-m)$*-fache Wurzel der charakteristische Gleichung von* S *sei.*

II. *Sind*

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$$

die Wurzeln der charakteristischen Gleichung von S, alsdann ergeben sich die sämtlichen Wurzeln der charakteristischen Gleichung von $(I_n(S))$ *aus dem Produkt.*

$$P = \lambda_{i_1}\lambda_{i_2}\ldots\lambda_{i_n}$$

indem man hierin für $i_1, i_2, \ldots, i_n$ *die sämtlichen Combinationen n-ter Klasse mit Wiederholungen von* $1, 2, \ldots, k$ *einsetzt.*[1]

Wegen I hat die charakteristische Gleichung von S nur m von der Null verschiedene Wurzeln, es seien diese etwa

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m,$$

und die Null zur $(k-m)$-fachen Wurzel, so dass

$$\lambda_{m+1} = \lambda_{m+2} = \cdots = \lambda_k = 0$$

ist.

Da das Produkt P im obwaltenden Falle genau $\binom{m+n-1}{n}$ von Null verschiedene Werte liefert, alle anderen gleich Null sind, hat die in Folge von II die charakteristische Gleichung von $(I_n(S))$ die Zahl Null als Wurzel von der Multiplicität

$$\binom{n+k-1}{n} - \binom{n+m-1}{n}$$

und somit ist wegen I der Rang Determinante von $(I_n(S))$ gleich

$$\varrho = \binom{m+n-1}{n}.$$

---

[1] Siehe meine Note «Induzierte Substitutionen» Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn Bd. XVII, pag. 244.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Mai 1935.)

MAGYARORSZÁG VALLONIÁI.

A Magyar Nemzeti Múzeum gyüjteménye alapján.

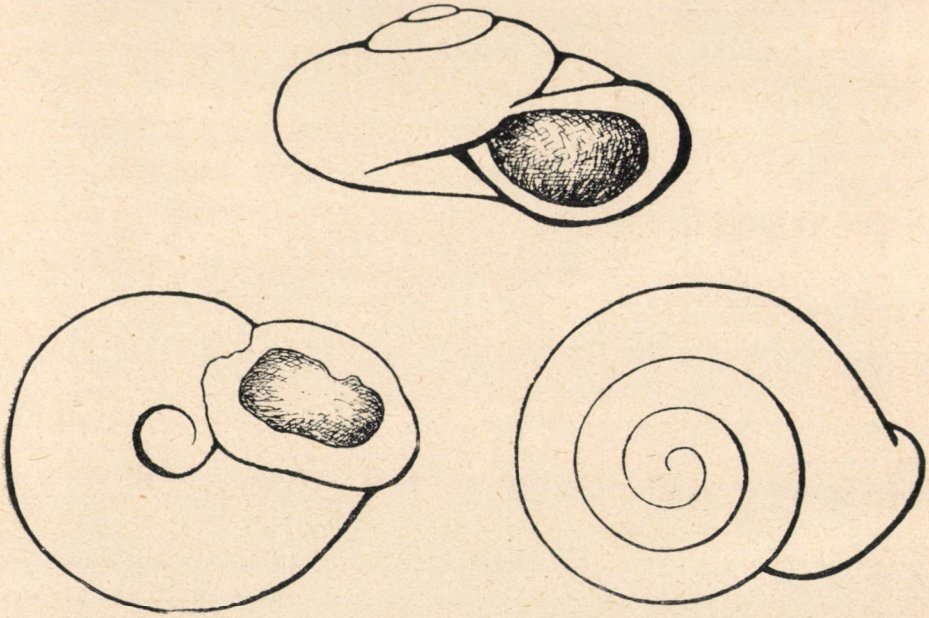
WAGNER JÁNOS-tól.

(6 szövegábrával).

A hazai *Valloniák* összefoglalásával eddig még senki sem próbálkozott meg. KORMOS volt az, aki több dolgozatában foglalkozott (főleg diluviális) *Valloniák*kal, azonban rendszeres és kimerítő munka még mindezideig nem jelent meg róluk. A Magyar Nemzeti Múzeum gyüjteményének feldolgozása után megkísérlem az alábbiakban a hazai alakokról összefoglaló képet adni. Meg kell itt mindjárt jegyeznem, hogy ez a gyüjtemény eléggé gazdagnak mondható külföldi viszonylatban is, hiszen nem kevesebb, mint 180 termőhely és gyüjtés több mint 2000 példányát vizsgáltam meg, ezenfelül azonban ott ahol lehetett, még a megbízható irodalmi adatokat is figyelembe vettem, noha már ezen a helyen le kell szögeznem, hogy a *Valloniák* pontos és biztos meghatározása igen nagy figyelmet és gyakorlatot kíván, és ezért néha elsőrangú szakemberek adatai is tartalmazhatnak tévedéseket. Ezzel szemben a Nemzeti Múzeum v a l a m e n n y i *Vallonia*-példányát saját magam vizsgáltam meg.

A *Valloniák* a magyar Mollusca-faunában már a harmadkorban megjelennek. Az öcsi felső-pontusi rétegekből HALAVÁTS «*Helix Fuchsi*» név alatt írt le egy új *Valloniát*, míg LÖRENTHEY ugyanazt az alakot *Vallonia pulchella* néven sorolja fel. Soós, aki legújabban részletesen foglalkozott az öcsi Molluscákkal, kimutatta, hogy az öcsi *Valloniák* egy része a SANDBERGER által leírt *Vallonia subpulchellá*hoz tartozik, míg egy másik (kisebb) része a *Vallonia cos-*

*tatá*hoz áll közel (10, p. 195). WENZ szerint a kettő között átmeneti alakok is találhatók, és ezért ő valamennyiüket a *subpulchellá*hoz sorozza. Az anyagot gondosan átvizsgálva megállapítottam, hogy valóban két típus *(pulchella* és *costata)* fordul elő benne, amiből viszont az következik, hogy két legjobban elterjedt *Valloniá*nk ősei már a pontikumban éltek hazánk területén, és így mindkét



1. ábra. A *Vallonia subpulchella* SBGR. háza. Öcs, pontien. (Erősen nagyítva.)

faj igazi őshonosnak tekinthető. A *pulchella* őse sokkal gyakoribb volt az öcsi faunában, mint a *costatáé*, utóbbiból alig akadt egy-két példány. Az előbbieket vastag szájperem, és a ma is élő *pulchellá*éval nagyjából megegyező héj jellemzi. (1. ábra.)

A negyedkorban már több *Vallonia* szerepel hazánkban, ezeknek termőhelyét, valamint gyüjtőik nevét nagyrészben megtalálhatjuk ROTARIDES összefoglaló lösz-munkájában (8, p. 42—43). Külön kell megemlékeznünk dr. KORMOS TIVADAR munkásságáról, aki a sárréti holocénből néhány új alakot írt le a Sárrét geologiai

multját és jelenét tárgyaló ismert munkájában (5, 32—33). Ezek az alakok csak helyi változatok ugyan, azt bizonyítják azonban, hogy a *Valloniák* alakjukat illetőleg meglehetősen változékonyak, egy jelenség, amelyre a későbbi tárgyalás során még vissza fogunk térni. A Sárrétről ismerteti először KORMOS a *V. pulchella enniensist*, de közli innen a *V. excentrica* előfordulását is. Az igen sok termőhelyről felsorolt *V. pulchella* mellett számos adatunk van még az ugyancsak gyakori *V. costatáról* is, amely a negyedkorban mindenütt elterjedt volt. Kizárólag a pleistocénból vált eddig csak ismertté a *Vallonia tenuilabris*. Ennek élő példányai mindmáig nem kerültek elő hazánk területéről, úgy, hogy valószínűleg igazuk van azoknak, akik ezt a legnagyobb termetű *Valloniánkat* a jégkorszak után kihalt állatok közé sorozzák.

A fajok rendszeres ismertetése.

1. Vallonia pulchella MÜLL.

A leggyakoribb és legelterjedtebb *Valloniák* egyike. Holarktikus állat, amely Európán kívül még Északnyugat-Afrikában, Észak-, Nyugat- és Kelet-Ázsiában és Észak-Amerikában él; Norvégiában a 70°-ig hatol fel (2, p. 110). Gyakori a diluviumban és a holocénban, azonban az angliai felső-pliocénban (Red Crag és Norwich Crag) is megtalálták. Hazánk faunájában a harmadkor vége óta él, és így a nevezetes «ősi törzs»-höz sorolható (9, p. 19), azaz ahhoz a csoporthoz, amelynek tagjai valóban őshonosoknak tekinthetők nálunk. Jelenlegi elterjedése a történeti Magyarország egész területére kiterjeszkedik. A hegyvidéken éppen úgy otthon van mint a síkságon, mindenütt széltében-hosszában megtalálható. Úgy látszik azonban, hogy a különböző ökologiai viszonyokhoz kevésbbé jól tud alkalmazkodni, mint a *costata*, így egyes szerzők szerint például a magasabb hegyekben inkább az utóbbi fajt találjuk meg. Kövek és moha alatt, nedves fadarabok között, sziklapárkányokon stb. él. Magam több mint 1000 példányát vizsgáltam át az ország legkülönbözőbb részeiből (65 különböző gyüjtést), ezeknek gyüjtői a következők voltak: BIELZ, BOKOR, BRANCSIK, DOBIASCH, DUDICH, ENDREY, GAÁL, GYÖRFFY, HAZAY, HORVÁTH,

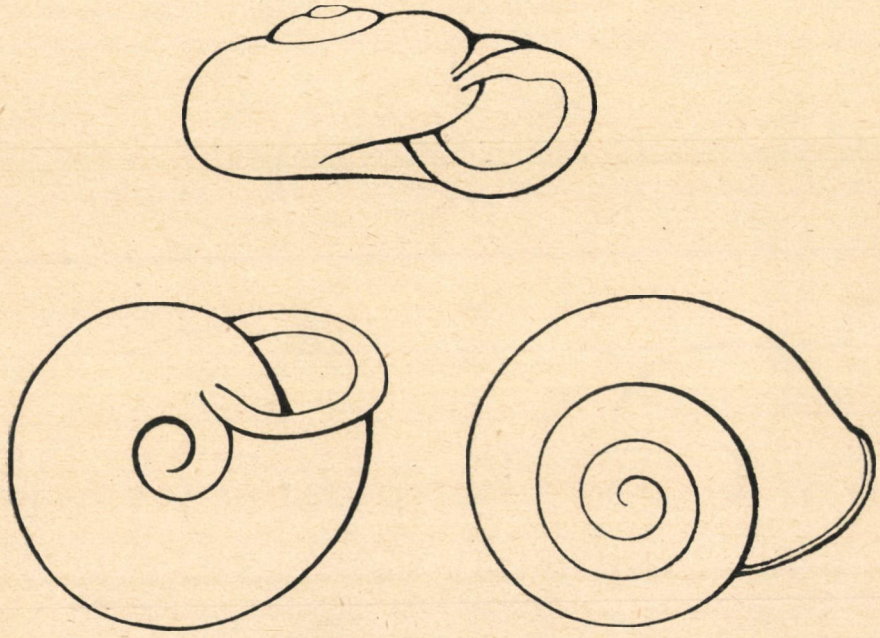
József főherceg, Kormos, Gróf Kornis, Miketz, Orosz, Méhely, Soós, Szilády, Traxler, Wagner.

Legfontosabb termőhelyei a következők: Budapest és környéke (Budai vár, több gyüjtés, a Miketz-féle nem kevesebb mint 190, legnagyobbrészt típikus példánnyal, de benne átmenetekkel az *enniensis* és az *excentrica* felé is! Zugliget, Jánoshegy, Hárshegy, Hüvösvölgy, Margitsziget, Római-Fürdő stb.). Alföldi termőhelyek: Cinkota, Izsák, Ócsa, Dabas, Fülöpszállás, Tiborszállás, Szabadszállás, Kecskemét, Bugaci-puszta, Baja, Tápiósáp, Hajduszoboszló, Nyíregyháza, Bátorliget, Püspökfürdő, Nagyvárad. (Egyes tápiósápi, cinkotai, ócsai, kecskeméti, tiborszállási, valamint a keszthelyi gyüjtésekben a *pulchella* és a *pulchella enniensis* együtt fordultak elő.) Dunántúli termőhelyek: Süttő (Kis-Gerecse), Alcsúthi kert, Mecsek-hegység, Kaposvár, Zirc, Cuha-szurdok, Keszthely, Sopron, Gönyü. Felvidéki termőhelyek: Trencsén (több gyüjtés, az egyikben 124 darab, köztük átmenetek az *enniensis* és az *excentrica* felé is, coll. Brancsik), Pozsony, Gemsenberg, Nagysalló, Szklenófürdő, Rád (Nógrád m.), Magas-Tátra, Lersch-Villa, Bükk-hegység, Putnok, Aggtelek, Börzsönyi hegység, Szokolya. Erdélyi termőhelyek: Fogaras (több gyüjtés, az egyik közülük 180 példányt tartalmaz, leg. E. A. Bielz), Nagyszeben, Brassó.

Horvátország néhány pontjáról is előkerült. Így Gracac környékéről, a Vrelo Zrmanja-folyó hordalékából, valamint Zernownicáról (Juraj).

A *Vallonia pulchella* házának (2. ábra) egyik legfontosabb és legjellemzőbb sajátsága kétségen kívül a szájnyílás alkata, amelynek révén más fajoktól könnyen és jól elkülöníthető. A szájnyílás kerek vagy tojásdadalakú, az ajak megvastagodott, duzzadt, gyakran erősen kitüremkedett. A száj széle sohasem éles peremű, hanem mindig tompa, lesimított. A szájszélek (külső és belső) rendszerint meglehetősen távol esnek egymástól, sokkal távolabb, mint pl. a *V. costata* esetében. Ezeknél a fontos sajátságoknál sokkal kevésbbé jelentős a ház alakja, formája, valamint annak simasága vagy sávozottsága. A héj alakja rendkívül változékony, és a köralakútól egészen a tojásalakúig mindenféle átmeneteket alkothat. A szélsőségesen tojásalakú formákat *V. excentrica* néven szokás megkülönböztetni, ezen megkülönböztetés jogosultságáról alább, a variációk

tárgyalása során fog majd még szó esni. Éppen úgy, mint a héj alakja, variál azonban a héj felületének vonalkázottsága is. A teljesen sima, minden vonalkázottságtól mentes házaktól az erősen kiálló, fonalszerű bordákkal jellemzettekig itt is megtaláljuk az átmeneteket, azonban le kell már e helyen szögeznem azt, hogy e tulajdonságot tekintve az átmenetek sokkal ritkábbak, valamint hogy a



2. ábra. A *Vallonia pulchella* Müll. háza. Budapesti példány. (Erősen nagyítva.)

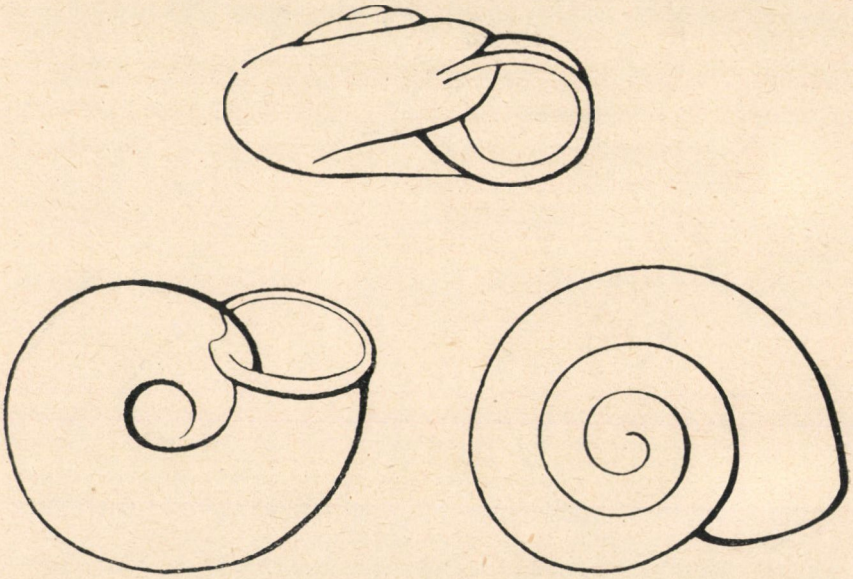
bordák megjelenésével karöltve az alak megkisebbedése is jár. A sima és a bordás házú alakok rendszerint külön-külön telepekben lépnek fel, átmeneti alak csak ritkán akad közöttük. A kétféle alak között a különbség legtöbbnyire annyira nagy és szembeötlő, hogy ezen az alapon már sokkal jogosultabbnak látszik egy külön rendszertani egység felállítása *(V. enniensis)*. Ennek behatóbb tárgyalása ugyancsak alább fog következni.

A Vallonia pulchella alakköre.

A) **Vallonia pulchella** Müll. forma **excentrica** Sterki. (3. ábra.)

(*Vallonia excentrica* Sterki, Proc. Acad. Nat. Sci. Philad. 1893, p. 252.).

Ez az alak egészen a legújabb időkig mint önálló rendszertani egység szerepelt Sterki nagyszabású *Vallonia*-tanulmánya óta.



3. ábra. A *Vallonia pulchella* Müll. forma *excentrica* Sterki háza. Nagyszebeni példány. (Erősen nagyítva.)

Mint jó fajt tárgyalja többek között Geyer is közkézen forgó könyvében (2, p. 110), valamint a hazai szerzők közül Kormos 5, p. 33), aki először ismertette Magyarország holocénjéből. Legújabban Rensch ék foglaltak igen élesen állást a *Vallonia excentrica* faji jogosultsága ellen. Szerintük (7, p. 293—294) nagyobb *pulchella*-sorozatokban mindig találunk *excentrica*kat, de velük együtt ezenkívül még mindenféle elképzelhető átmenetet is a két alak között! Ebből pedig nyilvánvalóan következik, hogy az *excentrica*-típus

csak egy formavariációja a *pulchellá*nak. RENSCHék megállapításaihoz minden tekintetben csatlakoznom kell, mivel a *pulchella*-anyag átvizsgálásakor kiderült, hogy a hazai gyüjtések között a nagyobb példányszámúakban szintén akadt *excentrica*. Ahonnan sok *pulchella* került elő, ott megtaláltam az *excentricát* is, valamint a kettő közti átmeneti alakokat, azonban meg kell állapítanom, hogy az *excentrica* majdnem minden esetben igen ritka volt. A példányok nagy többsége típikus *pulchellák*ból állott, *excentrica* csak itt-ott akadt közöttük (Így például a budai Várhegyen gyüjtött *pulchella*-tömegben stb.). Csupán egyetlen egy esetben tapasztaltam, hogy az *excentrica* egymagában lépett fel, a típikus *pulchella* nélkül. Ezek a nagyszebeni példányok, amelyek valamennyien jellegzetes *excentricák*! Kiválogattam még ezeken kívül néhány *excentrica*-alakot a budapesti, munkácsi, sztrojnai, koppándi és nagyváradi gyüjtésekből is. Érdekes, hogy STERKI az *excentricát* már említi a Monarchia területéről, mégpedig a következőképpen: «Austro-Hungary: Brosteni in the Karpathian Mts.» (11, p. 253). KORMOS a Sárrét és Dinnyés holocénjéből említi, mint a *pulchella* egyik alfaját, és a Sárréten eléggé gyakorinak találta (5, p. 33). Az *excentrica* színe, szájnyílása és vonalkázottsága teljesen olyan mint a törzsalaké, mindössze annyiban tér el tőle, hogy kisebb alakja tojásidomú, ovális, és így természetesen köldöke is excentrikus helyzetű és szűkebb. Érdekes sajátsága még ezenfelül az is, hogy utolsó kanyarulata aránylag szélesebb, a nyílás felé jobban kitáguló. A törzsalakkal együtt előfordulván, szintén holarktikus elterjedésű, Európa és Észak-Amerika számos pontjáról jelentették. Már az angliai felső-pliocénban megvan.

B) Vallonia pulchella MÜLL. forma Csórensis KORM.

(Vallonia pulchella Csórensis KORMOS. A Balaton tud. tanulm. eredm., I., 1909, p. 33.).

A törzsalaktól jobban kiemelkedő tekercse, szűkebb köldöke és elül mélyebben lehajló utolsó kanyarulata különböztetik meg, valamint az, hogy a szegély szélei még közelebb fekszenek egymáshoz, mint a *pulchellán*. Nyílása is megnyúltabb. A felsorolt különbségek rendszertani szempontból olyannyira jelentéktelenek, hogy

csupán ezekre támaszkodva egy új alfaj jogosultságát elismerni nem tudom. Ezért a *Csórensis* is csak mint helyi alak szerepelhet. Egyetlen termőhelye a fejérmegyei Sárrét.

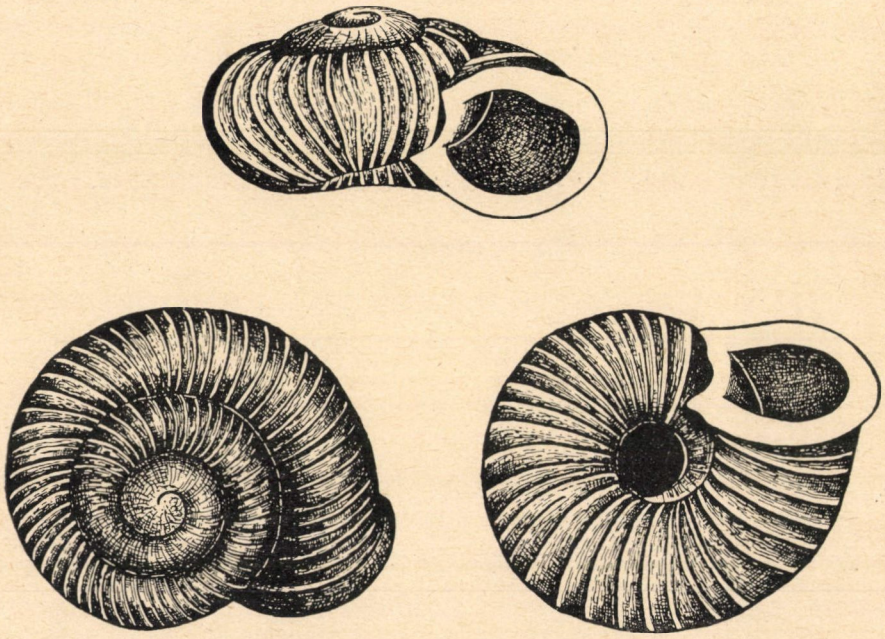
C) Vallonia pulchella enniensis Gredl. (4. ábra.)

(Vallonia enniensis Gredler, Tirols Conchylien, 1856.).

A héj alakja, színe, valamint a szájnyílás alkotása tekintetében teljesen megegyezik a törzsalakkal. Eltér tőle azonban abban, hogy annál lényegesen kisebb termetű, és hogy a ház felületén kanyarulatonként kb. 45 darab sűrűn elhelyezett, határozottan fejlett, de a mellett fonalszerű, tompa keresztborda halad keresztül. Ezek a keresztbordák az első kanyarulaton a legkevésbbé fejlettek, lejjebb azonban mindinkább feltűnnek. Köztük másodlagos, igen finom alkotású, gyengéd bordácskák is fellépnek. Az *enniensis*t, amely nyilvánvalóan a *pulchella* alakkörébe tartozik, régebben a *costatá*val tévesztették össze, holott a kettő között igen lényeges különbségek vannak. A legfontosabbakat természetesen a szájnyílás kialakulásában találjuk meg, azonban a bordák alkotása is teljesen különböző. Míg ugyanis az *enniensis* bordázottságára a fentemlített sajátságok jellemzőek, addig a *V. costata* egy-egy kanyarulatán mindössze csak kb. 25—35 darab ritkábban elhelyezett, éles, magas borda halad keresztül. Az *enniensis* és a törzsalak között átmenetek is fordulnak elő, ezek azonban aránylag ritkák; én magam rendszerint pontosan meg tudtam határozni minden egyes példányt. Fontos még az a körülmény is, hogy sok helyen csak az *enniensis*t gyüjtötték, míg máshol csak a *pulchella* fordul elő. Igen gazdag *enniensis*-termőhelynek bizonyult Balaton-Ederics, ahonnan a Györffy által gyüjtött, nem kevesebb mint 135 darab, régebben *pulchellá*nak határozott, azonban kivétel nélkül a típikus *enniensis*-hez tartozó példány származik. Hazai termőhelyei alább következnek. Ezeknek áttanulmányozása után az derült ki, hogy az enniensis hazánkban főleg a Dunántúlon és az Alföldön terjedt el, míg a Kárpátok területéről, valamint Erdélyből egyetlen egy termőhelyét sem ismerjük eddig. Az irodalomban közölt elterjedése alapján a déleurópai alakokhoz kell soroz-

nunk. Spanyolországban, Déltirolban, Dalmáciában, Albániában, a Vardár és a Marica hordalékában (mint *V. costellata*! 3, p. 2—7), Kilikiában, Ciskaukáziában gyüjtötték, de Németország és Déloroszország néhány helyéről szintén ismeretessé vált. Fossilisan a diluviumból közölték.

A magyar faunából először Kormos említi (5, p. 32), mégpedig a sárréti holocénből, ahol, úgylátszik, gyakori volt. A *Valloniák-*



4. ábra. A *Vallonia pulchella enniensis* Gredl. háza. Balatonedericsi példány. (Erősen nagyítva.)

kal foglalkozó szakemberek általában mindig mint önálló rendszertani egységről emlékeznek meg róla. Fajnak tartják Geyer és Hesse (2, p. 110, ill. 3, p. 2), alfajnak Kormos (5, p. 32), varietasnak Sterki (11, p. 251). Saját vizsgálataim alapján önálló alfajnak tekintem. A Nemzeti Múzeumban levő anyag kb. 220 darab *Vallonia pulchella enniensis*t tartalmaz. A példányokat gyüjtötték: Dudich, Györffy, Hollós, Horváth, Miketz, Soós, Szombathy, Wagner. Eddig ismert termőhelyei a

következők: Budapest (a MIKETZ-féle gyüjteményből), Göd, Cinkota, Ócsa, Tiborszállás, Palics, Kecskemét, Ceglédbercel, Tápiósáp, Vámospércs, Székesfehérvár, Kaposvár, Tapolca, Balaton-Ederics (ez a legtetemesebb anyag, nem kevesebb mint 135 példánnyal, leg. GYÖRFFY), Keszthely, Jákfa, Sopron, Nagysalló. (Egyes budapesti, cinkotai, ócsai, tiborszállási, kecskeméti, tápiósápi és keszthelyi gyüjtésekben a törzsalakkal együtt fordult elő.)

D) **Vallonia pulchella enniensis** GREDL. forma **major** KORM.

Az alfaj jellemző alakjától nagyobb háza révén, valamint abban különbözik, hogy utolsó kanyarulata elül jobban lehajlik. A Sárrétről írta le KORMOS (5, p. 32—33).

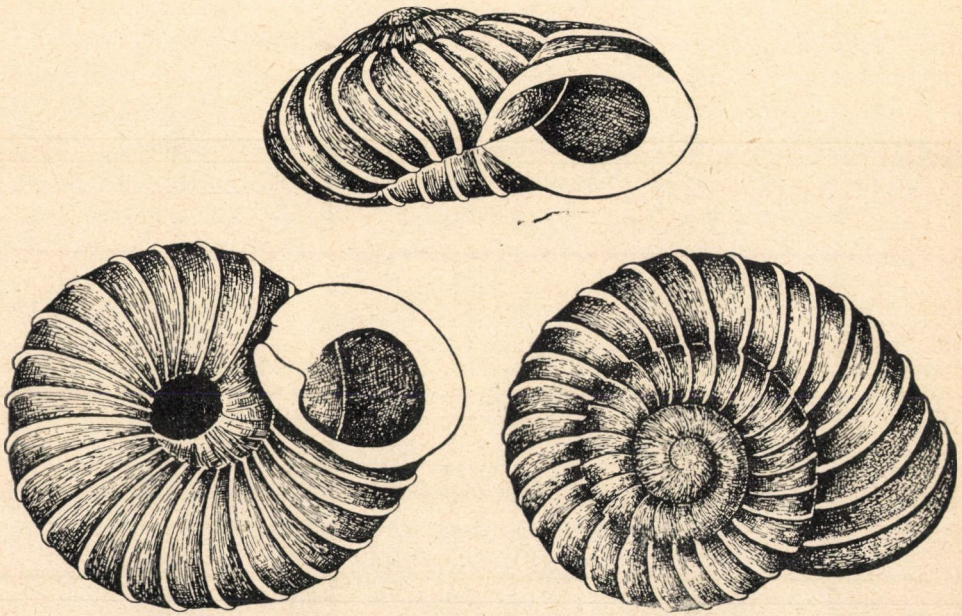
2. Vallonia costata MÜLL. (5. ábra.)

A *V. pulchella* mellett a legjobban elterjedt *Vallonia*-fajunk. A többi fajoktól szájnyílásának jellemző alakja, valamint a házának felületén található bordák révén különböztethetjük meg. Szájnyílása hirtelen, trombitaszerűen tágul ki, ajka széles, lapos, vékony, nem duzzadt és vastag, a száj széle éles peremű. Az ajak gyakran áttetsző, a száj szélei néha teljesen összeérnek, a szájnyílás olykor egészen kerek. Bordázottsága mindig éles és határozott, bordái keményen, élesen állanak ki, magasak, egymástól meglehetősen távol helyezkednek el. Egy-egy kanyarulaton 35 bordánál többet sohasem találunk, annyit is csak a ritkább esetekben, rendszerint kevesebbet.

A *Vallonia costata* a történeti Magyarország egész területén széltében-hosszában megtalálható; az Alföldön éppúgy megvan, mint a Kárpátokban, de előfordul Horvátországban és Erdélyben is. Én magam igen sok hazai termőhelyről származó 85 gyüjtés több mint 1000 példányát vizsgáltam át, a fontosabb termőhelyek felsorolását az olvasó alább találja meg. Az állat maga rendszerint nedves helyeken, deszkák, fadarabok alatt, köveken, sziklaperemeken él.

Előfordulás: Tipikusan holarktikus faj, amely Északnyugat-Afrikában, Európában, Nyugat- és Észak-Ázsiában, valamint Észak-

Amerikában fordul elő. Egyesek vizsgálatai szerint a különböző ökologiai viszonyok megváltozását jobban bírja ki, mint a *pulchella*, így pl. a magas hegységekben magasabbra hatol fel. A *V. costata* őséül talán a *Vallonia subcyclophorellát* lehetne tekinteni, azonban az öcsi faunában már egészen costata-szerű Valloniák találhatók, és így bizonyos, hogy



5. ábra. A *Vallonia costata* Müll. háza. Budapesti példány. (Erősen nagyítva.)

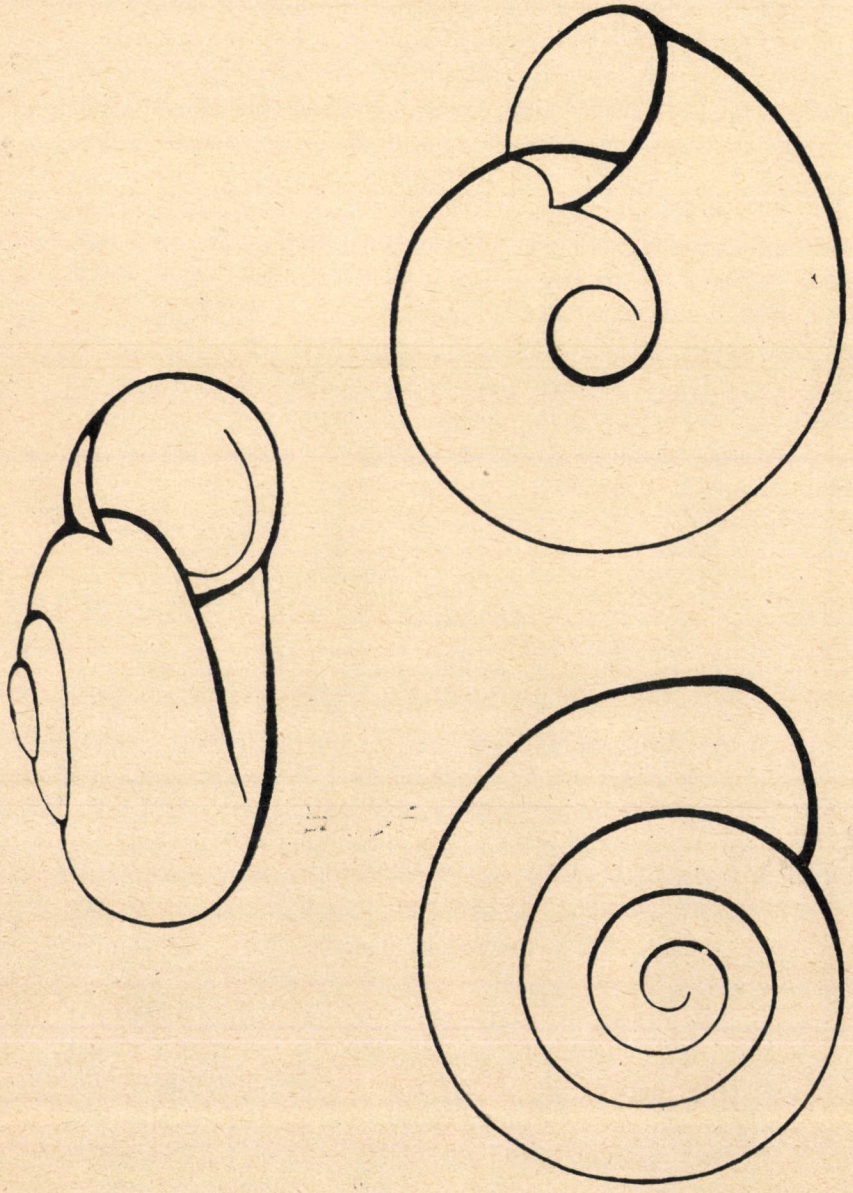
a Vallonia costata szintén Molusca-faunánk őshonos alakjai közé sorozható. A diluviumban általában még gyakoribb, mint a *pulchella*.

A Nemzeti Múzeumban levő *Vallonia costata*-példányokat a következők gyüjtötték: Biró, Brancsik, Dobiasch, Dudich, Endrey, Frivaldszky, Gaál, Gebhardt, Györffy, Hazay, Hollós, Horváth, József főherceg, Kimakowicz, Kornis, Mahr, Méhely, Miketz, Orosz, Richter, Soós, Szikra, Szilády, Szinnyei, Traxler, Wagner.

Legfontosabb termőhelyei a következők: Budapest (Buda, coll. MIKETZ, 150 darab; Budai várhegy, coll. KORNIS, 85 darab; u. o. coll. HAZAY, 60 darab; Jánoshegy, Hárshegy, Hüvösvölgy, Zugliget, Római-fürdő, Margitsziget), Budafok, (SZINNYEI, coll. RICHTER, 60 darab). Alföldi termőhelyek: Cinkota (40 darab), Ócsa, Kecskemét, Bugac, Szabadszállás, Izsák, Palics, Baja, Szabadka, Nyíregyháza, Bátorliget, Nagyvárad. Dunántúli termőhelyek: Alcsúth, Kaposvár, Mecsek-hegység: az Abaligeti barlangból, Zirc, Cuha-szurdok, Kőszeg, Sopron, Kismarton, Gönyü, Keszthely. Felvidéki termőhelyek: Trencsén, Baán (Trencsén m.), Magas-Tátra, Lersch-Villa, Barlangliget, Munkács, Nagysalló, Szklenó-fürdő, Rád, Szokolya, Aggteleki barlang körül, Putnok, Lillafüred, Szádellői völgy. Erdélyi termőhelyek: Tordai hasadék, Brassó, Fogaras, Nagyszeben, Petrozsény, Csetáte Boli. Horvátországi termőhelyek: Gracac, a Vrelo Zrmanja hordalékából, valamint Dalmáciában Zengg.

3. Vallonia tenuilabris AL. BRAUN. (6. ábra.)

Legnagyobb termetű *Vallonia*-fajunk, amelynek azonban élő példánya Magyarország területéről mindezideig nem került elő. Nagyságán kívül megkülönbözeti a többi fajoktól még az is, hogy utolsó kanyarulata a szájnyílás felé nem tágul ki különösebben, ajka pedig nem vastagodott meg. A Magyar Nemzeti Múzeum gyüjteményében a következő termőhelyekről származó példányait vizsgáltam meg: Tápiósáp, leg. Soós, 7 példány; Alcsúth, kert, leg. JÓZSEF főherceg, 1 példány; Balaton, Alsó-Dáka, coll. BRANCSIK, 7 példány; Zalaapáti (pleistocén) leg. KORMOS, 6 példány. A hazaiakon kívül vizsgáltam azonban még németországi és oroszországi házakat is. Récens példánya nem került még elő, löszből ismert termőhelyeit ROTARIDES állította össze (8, p. 43). Míg a löszlerakodások idején nagyszámban lépett föl, addig a későbbi, melegebb klíma beálltával mindjobban fogyott, végre napjainkban végleg kiveszett. KORMOS azt tartja, hogy a *V. tenuilabris* jégkorszakbeli circumpoláris jövevény, amely az eljegesedések idejében északi hazájából délre húzódott, és a hideget kevéssé tűrő *pulchellát* egyidőre teljesen háttérbe szorította (6, p. 26). Valóban úgy látszik,



6. ábra. A *Vallonia tenuilabris* Al. Braun háza. Tápiósápi példány. (Erősen nagyítva.)

hogy e faj a jégkorszakban érte el legnagyobb európai kiterjedését, míg az eljegesedés után a hőmérséklet emelkedésével száma mindinkább fogyott és végül is teljesen kipusztult Közép-Európa területéről. Az eddigi vizsgálatok szerint feltehető, hogy a fiatalabb, igazi löszrétegekben már kizárólag a *V. pulchella* az uralkodó, míg a *tenuilabris* háttérbe szorul. A németországi diluviumban is gyakori («Leitfossilie für das Diluvium!»), azonban az alluviumból már hiányzik. Odessa környékén a felső-pliocénban is megtalálták. Szibériában a 60—68° között található, de nem ritka az orosz folyók hordalékában sem, bár LINDHOLM szerint (levélbeli közlés) récens példányok az európai Oroszországból még nem kerültek elő. A régebbi németországi és svájci adatok nem erre a fajra vonatkoznak (2, p. 112 és 1, p. 3—5). A *tenuilabris*t ezek szerint valóban jellemző lószcsigának kell tartanunk, amelyet Európában récens állapotban még seholsem mutattak ki biztosan, minek következtében kihaltnak tekinthető. Folyóhordalékokban azonban még mindig eléggé gyakori.

A hazai Valloniák összefoglaló meghatározó táblázata.

1. (6) A ház utolsó kanyarulata a nyílás felé hirtelen tágul ki, a száj nyílását jól fejlett ajak szegélyezi 2
2. (3) Az ajak széles, lapos, vékony, nem duzzadt, a száj széle éles peremű; a ház felületét éles, erős, egymástól meglehetősen távol álló bordák díszítik; az egy kanyarulaton levő bordák száma 35-nél nem több, rendszerint azonban kevesebb (25—35 között) *Vallonia costata* MÜLL.
3. (2) Az ajak vastag, duzzadt, a száj széle tompa, lesimított; a ház felülete síma vagy vonalkázott, vagy tompa, fonalszerű, egymáshoz meglehetősen közelálló bordákkal díszített (a bordák száma egy kanyarulaton kb. 45) 4
4. (5) A héj felülete síma vagy vonalkázott ..... *Vallonia pulchella* MÜLL.
5. (4) A héj felületét tompa, fonalszerű bordák díszítik (számuk egy kanyarulaton kb. 45) ..... *Vallonia pulchella enniensis* GREDL.

6. (1) A ház utolsó kanyarulata a nyílás felé lassan, fokozatosan tágul ki, az ajak nem vastagodott meg
Vallonia tenuilabris AL. BRAUN.

Az eredmények összefoglalása.

1. Szerző a Magyar Nemzeti Múzeum *Vallonia*-gyüjteményének tanulmányozása után kimutatja, hogy a történeti Magyarország területén három jól megkülönböztethető *Vallonia*-alak él, nevezetesen a *Vallonia pulchella* MÜLL., *a Vallonia pulchella enniensis* GREDL., és a *Vallonia costata* MÜLL.

2. Szerző vizsgálatai szerint a *Vallonia pulchella* és a *V. costata* az ország egész területén előfordulnak, őshonosoknak is tekinthetők, amelyeknek ősei már a harmadkor vége óta élnek hazánkban. A *V. costata* elterjedési adatai ezenkívül még arra látszanak utalni, hogy ez a faj jobban tud alkalmazkodni a különböző ökologiai viszonyokhoz, és így elterjedése még nagyobb, mint az előző fajé.

3. Szerző kimutatja, hogy a Vallonia pulchella enniensis a törzsalaktól jól megkülönböztethető és elhatárolható, miért is szerinte önálló alfajnak kell tekinteni.

4. A *V. pulchella enniensis* szerző vizsgálatai szerint az Alföldön és a Dunántúlon terjedt el, Erdélyből, valamint a Kárpátok területéről mindezideig nem vált ismeretessé.

5. A Vallonia excentrica nevű, eddig fajnak tartott alak faji önállósága szerző vizsgálatai alapján nem tartható fenn tovább, mert az szerinte nem egyéb, mint a V. pulchellának helyenként előforduló forma-variációja.

6. Ugyancsak helyi alakoknak kell tekintenünk az eddig alfajnak tartott Vallonia pulchella Csórensis Korm., valamint a Vallonia pulchella enniensis forma major Korm. nevű Valloniákat.

7. A diluviumban messze elterjedt *Vallonia tenuilabris* ma már Magyarország területén valószínűleg sehol sem él.

Irodalom.

1. Clessin, S.: Die Molluskenfauna des Auswurfs der Donau bei Regensburg. Nachrbl. Deutsch. Mal. Ges. 40, 1908.

2. Geyer, D.: Unsere Land- und Süsswasser-Mollusken. Stuttgart, III. Aufl., 1927.

3. Hesse, P.: Zur Kenntnis der Molluskenfauna von Ostrumelien. II. Nachrbl. Deutsch. Mal. Ges. 45, 1913.

4. Kormos, T.: A dunántúl keleti részének pleistocénkorú puhatestű faunája. «A Balaton tud. tanulm. eredm.» I., 1905.

5. Kormos, T.: A fejérmegyei Sárrét geologiai multja és jelene. «A Balaton tud. tanulm. eredm.» I., 1909.

6. Kormos, T.: Új adatok a balatonmelléki alsó-pleistocén-rétegek geologiájához és faunájához. «A Balaton tud. tanulm. eredm.» I., 1910.

7. Rensch, B. I.: Zur Landschneckenfauna von Nordskandinavien. S. B. Ges. Naturforsch. Freunde, Berlin, 1932.

8. Rotarides, M.: A lösz csigafaunája, összevetve a mai faunával, különös tekintettel a szegedvidéki löszökre. A Szegedi Alföldkutató Bizottság Könyvtára, Szeged, 1931.

9. Soós, L. Magyarország állatföldrajzi felosztása. Állattani közl. 31, 1934.

10. Soós, L.: Az öcsi felső-pontusi Mollusca-fauna. Állattani közl. 31, 1934.

11. Sterki, V.: Observations on Vallonia. Proc. Acad. Nat. Sci. Philadelphia, 1893 (1894).

12. Tryon, G. W.: Manual of Conchology. Philadelphia, VIII. 1892.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1935. május 13-án tartott üléséből.

DIE VALLONIEN UNGARNS.

Auf Grund der Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums.

Von HANS WAGNER.

(Mit 6 Textabbildungen.)

Verfasser bearbeitete die ungarischen *Vallonien* auf Grund der Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Er untersuchte mehr als 2000 Exemplare, die von 180 verschiedenen Fundstellen gesammelt worden sind, und zog ausserdem — soweit es möglich war — auch noch die als sicher erscheinenden literarischen Angaben in Betracht. Diese Angaben sind leider mit grosser Vorsicht zu behandeln, da eine absolut sichere Bestimmung der *Vallonien* grosse Übung und Aufmerksamkeit erfordert. Deshalb enthalten viele Arbeiten der älteren Autoren manche falsche Angaben bzw. Irrtümer. Sämtliche *Vallonia*-Exemplare des Ungarischen Nationalmuseums wurden dagegen vom Verfasser selbst untersucht.

Im ungarischen Text werden sämtliche Formen eingehend besprochen. Das Hauptgewicht der Arbeit wurde auf folgende Punkte gelegt: 1. Auf die wichtigsten Schalenmerkmale, auf deren Grund die Formen voneinander zu trennen sind, 2. auf den Formenkreis von *Vallonia pulchella* und 3. auf die räumlichen und zeitlichen Verbreitungsangaben bei den einzelnen Arten. Die wichtigen (sicheren) Fundstellen der Formen sind in dem ungarischen Text angegeben.

Die *Vallonien* erscheinen in der ungarischen Molluskenfauna bereits im Tertiär (*Vallonia subpulchella* Sbgr. von Öcs, pontische Stufe.) Aus dem Diluvium sind uns schon mehr Formen bekannt und auch noch in unseren Tagen finden wir sie mit einigen Arten

und Formen im ganzen Land. Aus den Untersuchungen des Verfassers ersehen wir, dass in Ungarn drei gut voneinander zu unterscheidende, rezente Vallonien vorkommen, nämlich *Vallonia pulchella*, *Vallonia pulchella enniensis* und *Vallonia costata*.

Laut Verfasser kommen *Vallonia pulchella* und *costata* überall im ganzen Lande vor und sind auch als ursprüngliche Elemente der ungarischen Molluskenfauna zu betrachten, deren Ahnen schon seit dem Ende der Tertiärzeit in Ungarn leben. Die Verbreitungsangaben von *costata* scheinen ausserdem noch darauf hinzuweisen, dass diese Art die anpassungsfähigere ist, d. h., dass sie sich leichter an die verschiedenen ökologischen Verhältnisse anzupassen vermag und deshalb eine noch grössere Verbreitung besitzt als *pulchella*.

Verfasser beweist ferner, dass *Vallonia pulchella enniensis* von der Stammform gut zu unterscheiden und abzugrenzen ist, weshalb sie auch als eine selbständige Unterart betrachtet werden muss. Laut den Untersuchungen des Verfassers lebt sie in der ungarischen Tiefebene und im pannonischen Hügelland, von Siebenbürgen und aus dem Karpathengebiet ist sie uns jedoch bisher nicht bekannt.

Die artliche Selbstständigkeit der *Vallonia excentrica* ist weiterhin nicht aufrecht zu halten, da diese nichts anderes ist, als eine manchmal auftretende Lokal-Form der *pulchella*.

Ebenfalls als solche Lokalformen ist noch die bisher als Unterart bekannte *Vallonia pulchella csórensis* und *Vallonia pulchella enniensis* forma *major* zu betrachten.

Die im Diluvium weit verbreitete *Vallonia tenuilabris* kommt im heutigen Ungarn wahrscheinlich nirgends mehr lebend vor.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademia der Wissenschaften vom 13. Mai 1935.)

A NÓGRÁDSZAKÁLI TUFÁS MÁRGA FAUNÁJÁNAK KORA.

BOGSCH LÁSZLÓ-tól.

Nógrádszakál község Nógrád vármegyében, az Ipoly mentén fekszik. A község keleti oldalán, ott, ahol a Bertőce- vagy Bertece-patak eléri a falu első házait, gazdag kövület-lelőhely ismeretes a patak medrében. Az egész vidék geológiai felépítésével Noszky Jenő, az említett lelőhelyről ismeretes maradványokkal pedig főképpen Gaál István és Strausz László foglalkozott (9., 2., 10.). Gaál 32 fajból álló faunát sorol fel innen, míg Strausz 40 alakot említ a szóbanforgó lelőhelyről. Összesen 10 olyan fajt is felsorolnak, amelyeket nekem nem sikerült itt megtalálnom. Gyüjtéseimet 1930 és 1931 nyarán végeztem ezen a lelőhelyen s a magam által begyüjtött anyagon kívül meghatározhattam a Streda Rezső által begyüjtött rendkívül gazdag faunát, valamint Noszky Jenő gyüjtésének és a Harmat István által iszapolt anyagnak néhány alakját is. Így a Gaál és Strausz által felsorolt, de általam nem konstatált fajokkal együtt 129 fajból álló faunalistát közölhetek a nógrádszakáli Bertece-patak medrében levő kövületlelőhelyről. Legyen szabad dr. Streda Rezső érseki tanácsos és dr. Noszky Jenő múzeumi igazgató uraknak az anyag szíves átengedéséért ezúton is hálás köszönetet mondanom. Noszky igazgató úrnak külön hálával tartozom kéziratos geológiai térképének szíves rendelkezésre bocsátásáért is.

A nógrádszakáli tufás márgaréteg faunalistája a következő:

FORAMINIFERA.

Cristellaria cultrata MONTFORT,*
Robulina imperatoria D'ORBIGNY,
Robulina cfr. *intermedia* D'ORBIGNY,
? Robulina sp.,
Rotalina sp.,
Globigerina bulloides D'ORBIGNY,
Globigerina regularis D'ORBIGNY,
Truncatulina boueana D'ORBIGNY,
Heterostegina simplex D'ORBIGNY,
Heterostegina costata D'ORBIGNY,
Textularia carinata D'ORBIGNY,

ANTHOZOA.

Acanthocyathus vindobonensis REUSS,
Ceratotrochus duodecimcostatus GOLDFUSS,
Conotrochus typus SEGUENZA,
Flabellum cuneatum GOLDFUSS.

ECHINODERMATA.

Echinoidea sp.

VERMES.

Serpula sp.

MOLLUSCOIDEA.

Bryozoa sp.
Lunulites sp.**
Terebratula rovasendiana SEGUENZA,
Terebratula sp.

---

* Anyagomban nem fordul elő, csak GAÁL említi.
** Anyagomban nem fordul elő, csak STRAUSZ említi.

MOLLUSCA.

a) *Lamellibranchiata.*

I. Taxodonta.

Nucula nucleus LINNÉ,
Leda nógrádensis n. sp.
Leda (Lembulus) fragilis CHEMNITZ,
Leda (Lembulus) fragilis CHEMNITZ n. var. *gracilis*,
Yoldia pellucida PHILIPPI (= *Y. longa* BELLARDI) *
Yoldia nitida BROCCHI,
Arca diluvii LAMARCK,
Bathyarca polyfasciata SISMONDA,
Glycymeris (Glycymeris) deshayesi MAYER,
Limopsis (Pectunculina) anomala EICHWALD,
Taxodonta gen. et sp. indet.

II. Anisomyaria.

Pedalion soldanii DESHAYES,
Pedalion sp.,
Pinna tetragona BROCCHI,
Amussium cristatum BRONN var. *badensis* FONTANNES,
Amussium cristatum BRONN. var. *mediterranea* GAÁL * és **,
Pecten (Chlamys) seniensis LAMARCK,
Pecten (Oopecten) latissimus BROCCHI var. *austriaca* KAUTSKY,
Pecten revolutus MICHELOTTI,
Pecten sp.,
Lima (Limatula) subauriculata MONTAGU,
Lima (Limea) strigilata BROCCHI,
Ostrea digitalina DUBOIS,
Ostrea digitalina DUBOIS n. var. *minor.*

III. Eulamellibranchiata.

Astarte triangularis MONTAGU,
Astarte triagnularis MONTAGU n. var. *substriata*,

Astarte triangularis MONTAGU n. var. *integra*,
Crassatella (Crassinella) moravica HOERNES,
Cardita (Cyclocardia) scalaris SOWERBY,
Phacoides orbicularis LAMARCK,
Phacoides (Cardiolucina) agassizi MICHELOTTI,
Miltha bellardiana MAYER,
Myrtea spinifera MONTAGU,
Divaricella ornata AGASSIZ,
Loripes dentata DEFRANCE,
Loripes dentata DEFRANCE n. var. *hoernesi*,
Thyasira transversa BRONN,
Lucina fragilis PHILIPPI,
? *Lucina* sp. ex aff. *mojsvári* R. HOERNES,
Lucina sp.
Laevicardium fragile BROCCHI,
Laevicardium (Trachycardium) multicostatum BROCCHI,
Cardium hians BROCCHI var. *danubiana* MAYER,
Cardium sp.
Gouldia minima MONTAGU,
Meretrix (Cordiopsis) islandicoides LAMARCK,
Chione (Clausinella) plicata GMELIN,
Chione (Clausinella) plicata GMELIN var. *rotundior* KAUTSKY,
Chione (Clausinella) scalaris BRONN,
Chione (Ventricoloidea) multilamella LAMARCK,
Timoclea marginata HOERNES,
Ervilia sp.,
? *Mactra triangula* RENIER *
Lutraria (Psammophila) oblonga CHEMNITZ,
Psammobia uniradiata BROCCHI,
Solenocurtus candidus RENIER,
Solenocurtus (Azor) antiquatus mut. *miocaenica* COSSMANN et PEYROT,
Tellina (Moerella) donacina LINNÉ,
Tellina (Peronaea) planata LINNÉ,
Tellina (Tellina) serrata RENIER,
Tellina (Oudardia) compressa BROCCHI,
Solen sp.,

Panopaea menardi DESHAYES,
Aloidis (Varicorbula) gibba OLIVI,
Aloidis (Varicorbula) gibba OLIVI var. *curta* LOCARD,
Aloidis revoluta BROCCHI,
Teredo norvegica SPENGLER,
Thracia longa n. sp.
Brechites cfr. *miocaenicus* VADÁSZ,

b) *Scaphopoda.*

Dentalium (Antalis) raricostatum SACCO,
Dentalium (Antalis) vitreum SCHRÖTER,
Dentalium (Ditrypa) incurvum RENIER,

c) *Gastropoda.*

Astraea (Bolma) meynardi MICHELOTTI,
Astraea (Bolma) carinata BORSON,
Neritina picta FÉRUSSAC,
Turritella (Haustator) turris BASTEROT,
Turritella bicarinata EICHWALD *,
Turritella (Archimediella) archimedis BRONGNIART,
Cerithium sp.,
Scala (Acrilla) disjuncta BRONN,
Melanella (Polygyreulima) eichwaldi HOERNES,
Pyramidella plicosa BRONN,
Crepidula (Crypta) gibbosa DEFRANCE **,
Aporrhais pes pelecani LINNÉ, var. *dertominor* SACCO,
Natica (Lunatia) helicina BROCCHI,
Natica (Neverita) josephinia RISSO,
Natica millepunctata LAMARCK,
Sigaretus sp.,
Cassis (Semicassis) miolaevigata SACCO,
Apollon depressus GRATELOUP,
Pirula condita BRONGNIART,
Pirula geometra BORSON,
Pirula (Tudicla) hoernesi STUR,

Murex partschi HOERNES **,
Babylonia brugadina GRATELOUP,
Ancilla (Baryspira) glandiformis LAMARCK,
Ancilla (Tortoliva) subcanalifera D'ORBIGNY,
Voluta haueri HOERNES,
Volutilithes sp.
Clavatula amaliae R. HOERNES—AUINGER **,
Clavatula laevigata EICHWALD,
Conus (Chelyconus) fuscocingulatus BRONN,
Conus (Conospira) dujardini DESHAYES,
Ringicula auriculata MÉNARD,
Sabatia utricula BROCCHI,
Scaphander lignarius LINNÉ,
Elysia semistriata FÉRUSSAC,

VERTEBRATA.

a) *Pisces.*

Otholithus sp.

Ez a meglehetősen tekintélyes fajszámú fauna s az egyes alakoknak legnagyobbrészt kifogástalan megtartása, valamint a legtöbb formának aránylag elég gyakori egyedszáma lehetővé tették, hogy a helvécien és a tortonien faunák közötti különbségeket vizsgálhassuk. A bécsi medence felsőmediterrán üledékeinek pontos őslénytani vizsgálata most van folyamatban. Ennek a munkának egyes részleteit KAUTSKY már közölte is (6, 7). Sajnos, több dolgozata még ma is kéziratban van meg s így rendkívül fontos és értékes megállapításai még nem mehettek át a köztudatba. Vizsgálataiból kétségtelenül kiderül, hogy a helvécien és tortonien faunái között pontos és rendszeres vizsgálatok jellemző különbségeket mutathatnak ki. Ha már most vizsgálatainak eredményeit a nógrádszakáli faunára is alkalmazzuk, akkor azt látjuk, hogy a fauna tortonienkori jellege, amire már GAÁL és STRAUSZ is utaltak, egész világosan kidomborodik.

GAÁL szerint ugyanis a fauna a felsőmediterrán felsőbb szintájába tartozik és a pötzleinsdorfi heterosteginás rétegekével

rokon (2). STRAUSZ szintén tortonienkorinak tartja a Bertece-patak bevágásából előkerült faunát (10, 12).

A puhatestűek legnagyobb része a bécsi medencének mind helvécien, mind pedig tortonienkorú rétegeiből ismeretes. Vannak azonban olyan alakok is, amelyek a bécsi medencében kizárólag a tortonienben fordulnak elő.

Így pl. a *Pecten revolutus* MICHELOTTI fajt KAUTSKY rendkívül jellemzőnek tartja az osztrák tortonienre. Nálunk NOSZKY adatai szerint (8) szintén csak tortonienkori rétegekből volt ismeretes. Lengyelország tortonienjéből HILBER említi ezt a fajt; Olaszországban BELLARDI és SACCO szerint (1) csak az elvezianóban fordul elő. Franciaországból ez az alak tudomásom szerint ismeretlen.

A bécsi medencének egy másik jellegzetes tortonien formája az *Astarte triangularis* MONTAGU. Ezt az alakot MONTAGU eredetileg Angliából írta le, ahol a fiatal harmadkori üledékekből, a pliocénkori crag-ok rétegeiből említi WOOD (13) is. A bécsi medencében nagy tömegben fordul elő, de csak egy lelőhelyen, a tipikusan tortonienkori Steinabrunnban. Hazánkból STRAUSZ említi más lelőhelyről is ezt az alakot. Egyrészt már ő is megtalálta Nógrádszakálon, másrészt meg a Mecsekből sorolja fel (11). Minthogy sem Olaszország, sem pedig Franciaország mediterrán üledékeiben nem fordul elő, úgy tekinthető ez a faj, mint amelynek a bölcsője Közép-Európában van s azután innen vándorolt észak felé. Mindenesetre igen jellemzőnek tekinthetjük a mi tortonienünkre.

A *Thyasira transversa* BRONN a bécsi medencében szintén csak a tortonienből ismeretes. Pötzleinsdorfban fordul elő nagy ritkán s néhány példánya ismeretes a nyugatmagyarországi Récényből is. Olaszországban már az elvezianóban fellép s megtalálható végig az egész középmiocénen. Rendszertani helyzete meglehetősen zavaros. Minthogy azonban a mi mediterrán képződményeinkkel leginkább rokon bécsi medencebeli előfordulása a tortonienre utal, nálunk is mint a tortonien jellemző kövületét kell felfognunk.

A *Lucina fragilis* PHILIPPI a mediterrán egyéb provinciáiban (Franciaország, Olaszország) elég nagy vertikális elterjedést mutat. A bécsi medencében azonban eddig csak tortonien rétegekből volt ismeretes. Ezidőszerint tehát még a bécsi medencében és a magyar mediterránban a tortonient jellemzi, bár a többi helyeken való

nagy vertikális elterjedése valószínűvé teszi, hogy esetleg már nálunk is előfordul mélyebb rétegekben is, és csak ritkasága miatt nem került eddig elő.

A Veneridák közül a *Chione (Clausinella) scalaris* BRONN alak KAUTSKYnak még kéziratban levő dolgozata alapján a bécsi medencében csak a tortonienből került eddig elő. A helvécien lelőhelyeken a közel rokon *Chione (Clausinella) basteroti* DESHAYES fordul elő. Minthogy a nógrádszakáli forma a steinabrunni alakokkal tökéletesen megegyezik, kétségtelenül a tortonienre utal.

A *Solenocurtus candidus* RENIER faj a bécsi medencében eddig Enzesfeld, Gainfahren és Pötzleinsdorf lelőhelyekről volt ismeretes csak, tehát kizárólag tortonien rétegekből. Nyugat-Franciaországban viszont csak a helvétien üledékekből ismeretes, Olaszországban pedig az elvezianótól kezdve fordul elő. Mint a bécsi medence tortonienjének formája, szerintem faunánk tortonien jellegét igazolja.

A Tellinák közül a *Tellina (Moerella) donacina* LINNÉ a bécsi medence helvécienjében éppen úgy előfordul, mint tortonienjében A többi nógrádszakáli Tellina-faj azonban a bécsi medencének csak tortonien rétegeiből ismeretes. Ezek közül a *Tellina (Peronaea) planata* LINNÉ, melynek Nógrádszakálról csak rosszul megtartott töredékei ismeretesek, Pötzleinsdorf, Speising és Récény lelőhelyekről került elő. Olaszországban a tortonianóban, Franciaországban pedig már a helvétien folyamán megjelenik. A *Tellina (Tellina) serrata* RENIER a gainfahreni márga egyik ritka formája, Nógrádszakálról is összesen csak két példánya került elő. Olaszországban csak a fiatalabb képződményekben (piacenziano, astiano) fordul elő. A Loire-medencében azonban csak a helvétien rétegekből ismeretes.

Tipikusan tortonien forma a *Tellina (Oudardia) compressa* BROCCHI, melyet HOERNES a pötzleinsdorfi homokokból ír le. SACCO szerint a tortonianóban jelenik meg. Franciaországban a rendelkezésemre álló irodalmi adatok szerint nem fordul elő. A nógrádszakáli példányok leginkább az olaszországi Astiból származó példányokkal egyeznek meg.

Az *Aloidis revoluta* BROCCHI szintén csak a tortonienből ismeretes a bécsi medencében. Hasonlóképpen Olaszországban is csak

a tortoniano folyamán lép fel. Az aquitaniai és a Loire-medencében már a helvétiennek tartott üledékekben is fellép, ami megint arra utal, hogy a mi tortonien formáink ott már korábban megjelennek.

A bécsi medencének egy további kagylója, mely szintén csak tortonien üledékekből ismeretes, a *Teredo norvegica* SPENGLER. Ennek a fajnak a maradványai szintén előfordulnak Nógrádszakálon. Olaszországban a *Teredo norvegica* már az alsó mediterrán folyamán megjelenik.

A 66 kagylófaj között tehát nem kevesebb, mint 11 olyan faj fordul elő, mely a bécsi medencében csak tortonien üledékekből ismeretes. Ezekhez járul még a *Brechites miocaenicus* VADÁSZ faj bizonytalan maradványa, mely eddig szintén csak tortonien üledékekben volt található.

A Scaphopodák között feltűnő a *Dentalium badense* hiánya. A Bertece-patak faunájának listájában a régebbi adatok szerint ez a faj szintén előfordul, nekem azonban egyetlenegy példányt sem sikerült ebből a fajból begyüjtenem. Töméntelen mennyiségben került elő azonban a *Dentalium (Ditrypa) incurvum* RENIER alak. HOERNES szerint csak a tortonien lelőhelyekről ismeretes. Ezzel szemben azonban a bécsi múzeum gyüjteményében láttam a bécsi medence helvécien lelőhelyeiről származó példányokat is, amik mellett lapugyi és bujturi alakok is előfordulnak.

A *Dentalium (Antalis) vitreum* SCHRÖTER alak a ritkaságok közé tartozik, mely a bécsi medencében csak a badeni agyagból ismeretes. Észak-Németországban az egész miocénben előfordul, míg Olaszországban az elvezianótól, Franciaországban pedig már az alsómediterrántól kezdve élt.

A Scaphopodák itt előforduló harmadik faja azonban, a *Dentalium (Antalis) raricostatum* SACCO, a tortoniennél idősebb képződményekből nem ismeretes. A bécsi medencében csak Pötzleinsdorfról ismeretes, Olaszországban csak a tortonianótól kezdve fordul elő.

Így tehát azt mondhatjuk, hogy a Dentaliumok is a nógrádszakáli fauna tortonien korát bizonyítják.

Ha már most a csigákat vizsgáljuk, azt látjuk, hogy ezek között egyetlenegy sincs, amely a bécsi medence tortonienkori üledékeiben nem fordulna elő. Mint a kagylóknál, itt is az a helyzet, hogy az

alakok legnagyobb része mind a helvécienben, mind pedig a tortonienben előfordul, azonban vannak mégis alakok, melyek a tortonienre jellemzőek.

Ilyen alak a *Melanella (Polygyreulima) eichwaldi* HOERNES. Ez a forma Badenből és Vöslauból ismeretes. Olaszországban és a franciaországi aquitaniai medencében szintén csak a tortonienből került elő. A lengyel tortoniennek hasonlóképpen jellemző alakja. Csak Észak-Németországban jelenik meg már az alsómiocénben.

A *Pyramidella plicosa* BRONN az irodalmi adatok alapján a bécsi medencéből szintén a tortonienből volna ismeretes. Láttam azonban olyan alakokat is az összehasonlító anyagban, amelyek állítólag Grussbach helvécien rétegeiből származnak. Olaszországban az elvezianótól kezdve, Franciaországban csak a tortonienből ismeretes.

Az *Aporrhais pes pelecani* LINNÉ var. *dertominor* SACCO mind Olaszországban, mind az aquitaniai medencében csak a tortonienből ismeretes. Valószínűleg Steinabrunnban is előfordul, innen azonban a típus neve alatt sorolták fel, illetőleg az ebbe a varietásba tartozó példányokat nem különítették el a fajtól.

A *Pirula (Tudicla) hoernesi* STUR, mely a nógrádszakáli anyagban, sajnos, csak töredékesen fordul elő, eddig csak a bécsi medence tortonienjéből volt ismeretes.

Hasonlóképpen csak tortonien üledékekben fordul elő a *Voluta haueri* HOERNES, melyet Bujturról és Gainfahrenről ismertettek csak eddig.

STRAUSZ faunalistájában szerepel a *Pleurotoma (Clavatula) amaliae* HOERNES R.—AUINGER, mely eddig ugyancsak kizárólag tortonien üledékekben fordult elő.

A *Clavatula laevigata* EICHWALD fajnak a HOERNES—AUINGER által leírt *Pleurotoma (Clavatula) susannae* alakkal való azonosságát FRIEDBERG mutatta ki. A HOERNES—AUINGER-féle forma a bécsi medencében csak Badenből ismeretes, tehát szintén a tortonienre jellemző alaknak tekintendő.

Szintén csak a tortonienben fordul elő a *Conus (Chelyconus) fuscocingulatus* BRONN, mely a bécsi medencebeli és a lengyelországi tortonienre jellemző.

A *Sabatia utricula* BROCCHI faj a bécsi medencében csak

Baden, Vöslau, Steinabrunn tipikusan tortonien üledékeiből ismeretes. Olaszországban szintén a tortonianót jellemzi, míg Franciaországban már korábban megjelenik.

Végül még egy olyan csigafaja van a nógrádszakáli faunának, mely a bécsi medencében csak a tortonien üledékeiből ismeretes, nevezetesen az *Elysia semistriata* Férussac. Franciaországban már ez a faj is korábban jelenik meg, szintúgy Németországban is, ahol az alsó mediterránból már szintén ismeretes. Olaszországban az elvezianóban lép fel.

A nógrádszakáli csigafauna általam meghatározott 31 formája közül tehát nyolc faj a bécsi medencében csak a tortonienből ismeretes.

Ezekkel szemben mindössze két faj van az egész puhatestű faunában, amelyek eddig csak helvécien rétegekből voltak ismeretesek. Ezek közül egyik a *Lucina* sp. *ex aff. mojsvári* R. Hoernes. Ennek a fajnak Nógrádszakálról csak egy igen tökéletlen megtartású példánya került elő. Maga az ottnangi forma is rossz megtartású s mindössze néhány példánya ismeretes. Így ennek a fajnak a jelenléte a legkevésbbé sem gyengíti a nógrádszakáli fauna tortonien jellegét. A másik faj, mely csak Gaál listájában szerepel, a ?*Mactra triangula* Renier bizonytalan maradványa.

Így aztán teljes bizonyossággal állíthatjuk, hogy a nógrádszakáli Bertece-patak bevágásának tufás márgarétegéből származó fauna tortonien korú.

A felsorolásokból egy másik érdekes jelenség is kiderül. A magyar mediterrán irodalomban ugyanis széltében elterjedt vélemény volt, hogy faunisztikai alapon felső mediterrán képződményeink nem határolhatók el. Az itt felsorolt példák azonban kétségtelenül beigazolják ennek a feltevésnek a helytelenségét. Hiszen ha a tiszta tortonien alakok százalékos számát nézzük, akkor azt találjuk, hogy a kagylók közül kb. 16%, a csigák közül meg 26% a bécsi medencének kizárólagosan tortonien üledékeiből ismeretes. Ha még most a Foraminiferákat és Anthozoákat is tekintetbe vesszük, akkor azt találjuk, hogy az egész fauna százalékos eloszlása még inkább a tortonien mellett szól. Az alsóbbrendű állatkörökkel azonban nem óhajtottam bővebben foglalkozni s így ezek jelentőségére sem térhetek itt ki.

Mint már említettem, a bécsi medence egyes lelőhelyeinek molluszkafaunájára vonatkozó pontos és részletes őslénytani vizsgálatok most vannak folyamatban. Annyi azonban a már eddig közöltekből is megállapítható, hogy a helvéciennek és a tortoniennek a szétválasztása pontos őslénytani vizsgálatok segítségével is keresztülvihető. Ennek alapján azután a mi mediterrán képződményeinkben is meghúzhatjuk majd a pontosabb határvonalakat faunisztikai alapon.

GAÁL meghatározása szerint a nógrádszakáli fauna a pötzleinsdorfi homok faunájával egyezik meg leginkább. GAÁL faunalistájában a Bertece-patak bevágásából mindössze 32 fajt sorol fel. Az azóta előkerült, lényegesen nagyobb fajszámú fauna azonban sokkal nagyobb megegyezést mutat a bécsi medence mélyebb tengerben leülepedett rétegeinek faunáival. Míg faunánk alakjai közül a pötzleinsdorfi homokokban csak 23 faj fordul elő, addig a vöslaui lelőhelyről 29, a badeni agyagból 31, a gainfahreni márgából 41 és a steinabrunni márgás üledékekből 42 fajunk ismeretes. Még több (45) közös faja van a grundi rétegekkel; minthogy azonban Grund elnevezés alatt nem egy lelőhely faunája szerepel s faciológiai szempontból sem lehet a grundi faunát egységesnek tekinteni, s végül minthogy Grund általában a mi faunánkénál mélyebb szintet képvisel, a vele való összehasonlítás nem enged meg messzebbmenő következtetéseket.

Ebből az összehasonlításból azonban mindenképpen kitűnik, hogy a nógrádszakáli faunaelemek a bécsi medencében azon rétegekben fordulnak elő leggyakrabban, amelyek a lajtamészkő heteropikus fácisei gyanánt, tehát tipikusan tortonien képződményekként szerepelnek.

Az olaszországi üledékekkel való összehasonlításból az tűnik ki, hogy a kagylók között három faj Olaszországban csak az elvezianóból ismeretes, míg hét faj csak a tortonianótól kezdve fordul elő. A Nógrádszakálon előforduló három Dentalium faj közül az egyik *(Dentalium (Antalis) raricostatum)* csak a tortonianóban lép fel, míg a másik kettő már az elvezianóból is ismeretes. A csigák közül hat faj nem éli túl Olaszországban az elvezianót, míg viszont hat olyan forma fordul elő, mely csak a tortonianótól és egy, amely a piacenzianótól kezdve ismeretes.

Faunánk elemeinek legnagyobb része azonban az elvezianótól kezdve az astianóig ismeretes az itáliai miocén üledékekből. Ennek ellenére is, még az olaszországi előfordulásokkal való összehasonlítás után is kétségtelen, hogy a Bertece-patak tufás rétegéből előkerült fauna a tortonienkori tenger állatvilágának maradványaiból áll.

A franciaországi Loire- és aquitaniai medencék faunái bizonyos fokú eltérést mutatnak korbelileg. A mi formáink közül ott már több korábban alakul ki. Így a kagylók között 18 olyan faj fordul elő, amely a helvétiennél fiatalabb üledékekben nem ismeretes, sőt egy forma *(Loripes dentata)* a francia miocénben csak a burdigalienből került elő. Ezzel szemben csak három forma van, amely a tortonienben lép föl. A Dentaliumok között csak az előbb is említett *Dentalium (Antalis) raricostatum* faj fordul elő a francia miocénben is, ahol szintén csak a tortonienben jelenik meg. A csigákat tekintve, négy faj a burdigalien és három a helvétiennél magasabbra nem megy, négy faj pedig a tortonienben jelenik meg.

A mi faunánk szempontjából az északnémetországi kifejlődés a franciaországihoz hasonló viszonyokat mutat, amennyiben a nógrádszakáli faunaelemek egy része, amely Közép-Európában egyébként csak a tortonienben jelenik meg, itt már korábban fellép.

Irodalom.

1. Bellardi, L.—Sacco, F.: I Molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria. Turin, 1872—1904.

2. Gaál István: Adatok az Osztrovszky-Vepor andezittufáinak mediterrán faunájához. Földtani Közlöny, 35. kötet, 1905.

3. Hoernes, M.: Die fossilen Mollusken des Tertiärbeckens von Wien. I. Univalven. Bécs, 1856.

4. Hoernes, M.: Die fossilen Mollusken des Tertiärbeckens von Wien. II. Bivalven. Bécs, 1870.

5. Kautsky, F.: Das Miozän von Hemmoor und Basbeck-Osten. Abhandlungen d. Preussischen Geologischen Landesanstalt. Neue Folge, Heft 97. Berlin, 1925.

6. Kautsky, F.: Die biostratigraphische Bedeutung der Pectiniden des niederösterreichischen Miozäns. Annalen des Naturhistorischen Museums in Wien. 42. kötet. Bécs, 1928.

7. Kautsky, F.: Die Bivalven des niederösterreichischen Miozäns; Taxodonta und Veneridae. Mit einem Beitrag zur Frage der Entstehung

der Arten. Verhandlungen d. geolog. Bundesanstalt. 1932. évfolyam 9—10. füzet.

8. Noszky Jenő: Adalékok a magyarországi lajtameszek faunájához. Annales Musei Nationalis Hungarici 22. kötet.

9. Noszky Jenő: Die geologischen Verhältnisse des mittleren Ipoly-Tales. Jahresbericht d. k. ung. geol. Anstalt für 1917—1924. Budapest, 1934.

10. Strausz László: Adatok az Ipoly-völgy vidékének geológiájához. Földtani Közlöny, 54. kötet. Budapest, 1924.

11. Strausz László: Das Mediterran des Mecsekgebirges in Südungarn. Geologische und palaeontologische Abhandlungen. Neue Folge, 15. kötet, 5. füzet, 1928.

12. Strausz László: Geologische Fazieskunde. M. kir. Földtani Intézet Évkönyve, 28. kötet. 1928.

13. Wood, S. V.: A monograph of the Crag mollusca with description of the shells from the upper tertiairies of the British Isles. II. kötet. London, 1850—56.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. június 3-án tartott üléséből.)

DAS ALTER DER FAUNA DES TUFFIGEN MERGELS VON NÓGRÁDSZAKÁL.

Von LÁSZLÓ BOGSCH.

In der Umgebung der Ortschaft Nógrádszakál ist im Bette des Bertece-Baches ein sehr reicher Fossilienfundort. Die Fauna dieses Fundortes wurde bereits von GAÁL und STRAUSZ bearbeitet, die 32, resp. 40 Arten von hier erwähnen. Der Verfasser zählt aus diesen tuffigen Mergelschichten 129 Arten auf. Von den aufgezählten 66 Muschelarten kommen 11 Formen vor, die im Wiener Becken bis jetzt nur in Tortonschichten gefunden wurden. Von 31 Schnekkenarten sind im Wiener Becken 8 für das Torton charakteristisch. So repräsentiert unter den Muscheln 16% und unter den Schnecken 23% rein tortonische Formen des Wiener Beckens. Abgesehen von den anderen Merkmalen der Fauna, beweist schon diese rein mathematische Angabe ihr tortonisches Alter. Die Prozentzahl erhöht sich noch, wenn wir auch die Foraminiferen und Anthozoen in Betracht ziehen. Die neuesten Forschungen von KAUTSKY erzielen den faunistischen Unterschied zwischen Helvet und Torton zu erklären. Nach Verfassers Ansicht lässt sich ein faunistischer Unterschied im Falle gut erhaltener Faunen mit recht vielen Arten auch zwischen den Stufen des ungarischen Mediterrans genau nachweisen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 3. Juni 1935.)

TOVÁBBI VIZSGÁLATOK A CSONTOK SÓINAK KÉMIAI SZERKEZETÉRŐL.

MAREK JÓZSEF l. tagtól és
WELLMANN OSZKÁR, URBÁNYI LÁSZLÓ vendégektől.

Egy előző dolgozatban (Matem. és Természettudom. Értesítő, 1935. LII. k., 335. o.) kilátásba hoztuk vizsgálatok végrehajtását abban az irányban, hogy a csontanyagnak különböző folyadékokkal és oldatokkal való főzése közben milyen változások mennek végbe a csontsók kémiai szerkezetében. Ez úton további tárgyi bizonyítékokat reméltünk ama nézetünk helytállóságának támogatására, hogy a csontok ásványi alkotórésze nem lehet az apatitokhoz hasonló komplex-vegyület, mint azt KLEMENT kálilúgos glicerinnel főzött csontok vizsgálata alapján állítja.

Vizsgálatainkat egészséges borjú- és tehéncsontokkal végeztük és azokat ebből a célból finom porrá őrlésük után glicerinnel, kálilúgos glicerinnel, desztillált vízzel, vizes KOH-, K_2CO_3-, illetve Na_2HPO_4-oldattal 1 óra hosszat főztük, illetőleg a glicerines oldatokkal a feltárást 200° C melegben végeztük. Összehasonlítás végett hasonló eljárásoknak vetettünk alá tiszta calcium phosphoricum tribasicumot magában, továbbá 9-szeres mennyiségben keverve, tiszta calciumcarbonicummal. Mindezen eljárások során megállapítottuk, hogy a csontok Ca- és P-tartalmú vegyülete a tiszta tricalciumfoszfáthoz hasonló mértékben megy át hidrolizisen, ennek eredményeként azután a csontok foszfortartalma megfogy, a mellett bázisos Ca-foszfát keletkezik és így a csontok viszonylagos bázistartalma megnövekedik. Ez a változás a glicerines oldatokkal föltárt anyagban szintén végbement, ennek folytán megvan a lehetősége annak, amint erre KLEMENT utal, hogy az ilyen módon kezelt

csontokban röntgenospektrofotografiás eljárással a hidroxilapatit kimutatható. Ez azonban egyáltalában nem bizonyítja annak kész állapotban előfordulását a csontban, sőt a csontfoszfát hidrolizálható volta ellenkezőleg kizárja a hidroxilapatit jelenlétét, mert az utóbbi vegyület a csontanyagnak a röntgenospektrofotografiás vizsgálatokhoz való előkészítése közben szükségképen keletkező műtermék.

A hidroxilapatit-hypothesis szükségszerűen megkövetelte azt a további feltételezést, hogy a csontok szénsavtartalmának főtömegét magnézium- és alkalikarbonátok képviselik és csupán csekély része kapcsolt calciumhoz. Vizsgálataink során nagyobb mennyiségű vízben oldható szénsavat csak a lúgokkal főzött csontokban találtunk és erről is kimutattuk, hogy az a teljesen ki nem mosható lúgból származik. De egyéb adatok is ellene szólnak annak, hogy a csontok szénsavtartalmának főtömege alkaliákhoz kapcsolt. Megállapítható ugyanis mindenekelőtt, hogy csak a még szénsavszegény fiatal csontokban van annyi alkali, hogy az a szénsavlekötés nézőpontjából figyelembe jöhetne; a felnőtt állatok szénsavdús és viszont alkaliszegény csontjaira ellenben ez már nem áll. Egyenesen bizonyító pedig ebben az irányban az a megállapításunk, hogy a csontnak Na_2HPO_4-oldattal való főzése közben éppen úgy csökken a Ca/P-hányados értéke, mint a tricalciumfoszfát és calciumkarbonát keverékének hasonló kezelése folyamán. Ez arra vall, hogy a csontok szénsavtartalma éppen olyan könnyen cserélődik ki foszforsavval, mint a tricalciumfoszfát és calciumkarbonát keverékében, de egyúttal azt is bizonyítja, hogy a csontban foglalt szénsav csakis olyan fémhez lehet kötve, melynek foszfátja praktice vízben oldhatatlan. Kizártnak tekinthető ennélfogva, hogy a csontok szénsavtartalmának számottevő része alkalifémekhez lehessen kötve. Mint szénsavlekötő anyag csekély mennyiségénél és tulajdonságainál fogva nem jöhet tekintetbe a magnézium sem. Az utóbbi nevezetesen a szénsavtartalomnak csak csekély, mindössze 21·2—25·1%-át tudja megkötni, viszont a csontoknak alkalitartalma semmiképen sem elegendő a maradékszénsav megkötésére. Mindezek szerint a szénsav főtömege csakis mészhez kötve fordulhat elő a csontokban.

Előbbi és jelen vizsgálataink eredményei, továbbá a csontok Ca/P-hányadosa, illetőleg viszonylagos bázistartalma, amely az

állatok faja, kora, táplálkozása és a különböző mélységű csontrétegek szerint változik, a mellett tanuskodnak, hogy a csontok ásványi anyagának főtömege tricalciumfoszfát és calciumkarbonát és hozzá csupán némi trimagnézium- és calcium-alkalifoszfát van keverve. Kétségtelen tehát, hogy az apatit-hypothesis helytállóságát megdönti nemcsak a csontok kémiai összetétele, hanem azok élettani szerepe és működése is.

*

A dolgozat egész terjedelmében megjelenik a «Mezőgazdasági Kutatások», valamint a «Hoppe-Seyler's Zeitschrift für physiologische Chemie» című folyóiratokban.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. jún. 3-án tartott üléséből.)

WEITERE UNTERSUCHUNGEN ÜBER DEN CHEMISCHEN AUFBAU DER KNOCHENSALZE.

Von J. MAREK, O. WELLMANN und L. URBÁNYI.

Es konnte durch vergleichende Untersuchungen gemalener Knochen von gesunden Kälbern und Kühen sowie von reinem Tricalciumphosphat, des weiteren einer Mischung von Tricalciumphosphat und Calciumkarbonat (im Verhältnis 9 : 1) festgestellt werden, dass die *Ca*- und *P*-haltige Verbindung im Knochen beim Kochen mit Glyzerin, glyzerinhaltiger Kalilauge, reinem Wasser, wässeriger *KOH*- und K_2CO_3-Lösung in einem dem reinen Tricalciumphosphat ähnlichen Masse hydrolysiert wird und infolgedessen der *P*-Gehalt im Knochen abnimmt, andererseits durch Bildung eines basischen *Ca*-Phosphats dessen Basengehalt verhältnismässig zunimmt. Dieselbe Veränderung trat auch in den genau nach dem GABRIELschen Verfahren mit glyzerinhaltigen Lösungen aufgeschlossenen Stoffen ein, es liegt daher die Möglichkeit vor, dass, wie von KLEMENT darauf hingewiesen wurde, in dem so hydrolysierten Knochen tatsächlich ein Hydroxylapatit röntgenspektrophotographisch nachweisbar ist. Es ist aber hierdurch überhaupt nicht bewiesen das Vorkommen einer solchen Verbindung auch in unvorbehandelten Knochen, weil ja die röntgenospektrophotographische Untersuchung eine soche Vorbehandlung zur Voraussetzung hat, wobei unter Veränderung der Zusammensetzung für die Entstehung eines Hydroxylapatits die Möglichkeit gegeben ist.

Aus unhaltbar hat sich erwiesen auch die durch die Apatit-Hypothese geforderte weitere Annahme, als wäre die Hauptmenge des Kohlensäuregehaltes im Knochen an Alkalien gebunden. Es finden sich vor allem nur in den noch kohlensäurearmen Knochen

junger Tiere solche Alkalimengen vor, die hinsichtlich der Kohlensäurebindung in Betracht kommen könnten, nicht dagegen die kohlensäurereichen und gleichzeitig alkaliarmen Knochen erwachsener Tiere. Einen direkten Beweis in dieser Beziehung wurde geliefert durch die Festellung, dass beim Kochen mit Na_2HPO_4-Lösung im Knochen ebenso der Wert für den *Ca/P*-Quotient abnimmt wie in einer Mischung von Tricalciumphosphat und Calciumkarbonat bei gleicher Behandlung. Dies spricht dafür, dass der Kohlensäuregehalt im Knochen ebenso leicht gegen Phosporsäure vertauscht wird wie in dem Tricalciumphosphat-Calciumcarbonatgemisch, es erscheint andererseits aber hierdurch auch bewiesen, dass der Kohlensäuregehalt im Knochen nur an ein solches Metall gebunden vorhanden sein kann, dessen Phosphat praktisch wasserunlöslich ist. Hiernach muss als ausgeschlossen betrachtet werden, dass ein bedeutender Anteil der im Knochen vorhandenen Kohlensäure an Alkalimetalle gebunden sei. Als Bindungsmittel für die Kohlensäure muss des weiteren auch das Magnesium ausscheiden, weil seine geringen Mengen bloss zur Bindung von 21·2—25·1% des Kohlensäuregehaltes ausreichen würden und andererseits der Alkaligehalt der Knochen sich für die Bindung des übrigbleibenden Kohlensäuregehaltes ebenfalls als ungenügend darbietet. Nach alledem kann der Hauptanteil der Kohlensäure nur an das Calcium gebunden im Knochen vorhanden sein.

Die angeführten Untersuchungen haben dafür den Beweis erbracht, dass der *Ca*- und *P*-Gehalt der Knochen nicht als eine komplexe Apatitverbindung, sondern als ein Gemisch von Tricalciumphosphat und Calciumkarbonat mit geringer Beimengung von Trimagnesiumphosphat und Calcium-Alkaliphosphat vorhanden aufzufassen ist.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 3. Juni 1935.)

HŐMÉRSÉKLET HATÁSA GÉNEK ÁLTAL FELTÉTELEZETT PHÄNOTYPUSRA DROSOPHILA MELANOGASTERNÉL.

CSIK LAJOS-tól.

Egy előző kísérleti sorozatban megállapítottam, hogy a *miniature, cut*[6], *dumpy* és *expanded* recesszív gének — melyek a Drosophilánál különböző szárnyformát és nagyságot örökítenek át — milyen törvényszerűségek szerint fejtik ki hatásaikat, ha ezeket a géneket különböző kombinációkban ugyanazon egyedbe keresztezzük be. (Erre vonatkozó eredményeim láthatók: Csik: Biol. Zentrb. B. 54. Magy. Tud. Akadémia Mat. és Természettud. Ért. LIII. kötet.) Hasonló eredményeket kaptam egyes Drosophila-serték kombinációjánál is. (L. a Magy. Biol. Kut.-int. Munk. Vol. VII.)

Az előző kísérleti sorozatot a Drosophila tenyésztésre optimális 25° C-on végeztem. Irodalmi adatok alapján tudjuk, hogy a *vadtípusu* Drosophila szárnya 15 C fokon jóval nagyobb lesz, mint 25 C fokon, viszont a *vestigial* gén által feltételezett szárny annál hosszabb, minél magasabb hőmérsékleten tenyésztjük az őt vivő állatokat. Vizsgálat tárgyává tettem, hogy *a miniature, cut*[6], *dumpy, expanded* gének és azok kombinációi által eredményezett phänotypusban milyen elváltozások jönnek létre, ha ezen géneket, génkombinációkat vivő állatokat nem 25, hanem 15 C fokon tenyésztem. A kifejlődési idő 25 C fokon 9—10 nap, míg 15 C fok körül 28—35 nap. Előbbi eredményeim valószínűvé tették, hogy a vizsgált gének különböző időben kapcsolódnak be azokba a folyamatokba, melyeknek eredménye a szárny végleges formájának és nagyságának kialakulása. Így érdemesnek látszott vizsgálni, hogy miként változik az egyes gének hatása, ha a fejlődési időt meghosszabbítjuk, miáltal nőnek azok a különbségek is, melyek az egyes gének

hatásának időtartama között fennállanak. Eredményeim röviden a következőkben foglalhatók össze. A szárny alakja lényegében nem változott. Az egyes géneknek a szárny nagyságára való befolyása azonban 15 C fokon más, mint 25 C fokon. 15 C fokon tenyésztett *vadtípusú* és *miniature*, *cut*[6], *dumpy*, *expanded* géneket vivő legyek szárnya nagyobb, mint a 25 fokon tenyésztetteké. A megnagyobbodás azonban nem arányos sem a vadtípusú szárny megnagyobbodásával, sem egymás közt a mutált géneket vivő legyek szárnyaira nézve. Ezen tény bizonyíték előbbi felvételünk mellett, hogy a vizsgált gének különböző időben kezdik hatásukat kifejteni.

A vizsgált gének hatására vonatkozólag értékes adatokat nyerhetünk, ha azokat a különbségeket hasonlítjuk össze, melyek a vadtípusú szárny és az általuk eredményezett szárnyak között fennállanak, mert tulajdonképpen ezek a különbségek az illető gének hatásai. Összehasonlítva a 15 C és 25 C fokon tenyésztett állatok szárnyairól nyert adatokat, azt mondhatom, hogy a *miniature* csökkentő hatása 15 fokon nőtt, mert 25 fokon 2, 12-szer kisebb szárnyat eredményezett, mint a vadtípusú szárny, viszont 15 fokon 2·34-szer kisebbet. Ugyanez az arány, ha a *miniature* hatását a kombinációkban nézzük. Ez a tény bizonyíték arra, hogy ez a gén előbb bekapcsolódik a szárnyat létrehozó folyamatokba, mint a többi vizsgált gén, sőt mint azon tényezők jórésze, melyek a vadtípusú szárnyat eredményezik. Százalékos számításaim azt bizonyítják, hogy a 15 fokos tenyésztés még ezen felül, a hatás időtartamának a megnövekedésén felül speciálisan is emeli a miniature csökkentő hatását. Tehát relative gyorsabban is folynak le 15 fokon a miniature gén által feltételezett azon reakciók (kémiai, vagy fizikális-kémiai, anyagcserefolyamatok stb.), melyeket a miniature gén kivált, mint a többi gének által feltételezett reakciók.

Cut[6] hatására vonatkozólag jelenlegi eredményeim is amellett bizonyítanak, amint azt előzőleg is felvettük, hogy ezen gén a reá jellemző hatást a szárny ontogenesisében csak egész későn fejti ki. Ezen gén esetén létrejön az egész szárnyra való kezdemény, s hatása obliteráció útján jön létre.

Dumpy hatása 15 C fokos tenyésztés mellett a kombinációkban csökkent. Úgy látszik, hogy az a változás, melyet a dumpy gén a szárny fejlődési folyamataiban létrehoz, nagyon függ más tényezők

hatásától. Láttuk már 25 fokon is, mennyire befolyásolta az *expanded* hatás. Ismeretes továbbá, hogy a dumpy tenyészetekben gyakran előfordulnak egyedek, melyek alig mutatnak dumpy hatást.

Csökkent az *expanded* gén növekedést előmozdító hatása is. Ezen gén hatásának megítélésénél, mely a szárnyat — a többi vizsgált gén kicsinyítő hatásával szemben — nagyobbá teszi a vadtípusú szárnynál, tekintetbe kell vennünk azt is, hogy a növekedés határai nem tolhatók ki a végtelenig. Ezt más tényezők is megakadályozzák (chitin-burok stb.). Egy speciális csökkentő hatást mégis feltételezhetünk, mert azokban a kombinációkban is csökkent hatása, melyek eredményeképpen kis szárnyak jöttek létre. Hogy expanded mikor kezdi hatását kifejteni, erre vonatkozólag ezekből az eredményekből nem lehet következtetni. Úgy látszik, hogy jobban lehet eldönteni ezt a kérdést egy feldolgozás alatt levő más kísérleti sorozatomból, melyben a sejtnagyságokat és számokat határoztam meg az egyes szárnytípusok különböző pontjain s különböző hőmérsékleten tenyésztett állatoknál.

A tenyésztési hőmérséklet változtatása tehát részben megváltoztatta az egyes gének hatásának úgy abszolút, mint relatív időtartamát, ennek eredménye az eltérő hatásfok, ezen utóbbi pedig bizonyíték amellett, hogy az egyes gének különböző időben kapcsolódnak be az ontogenesisbe, másrészt egyes géneknél speciálisan is megváltoztatta azokat a fejlődésfiziológiai folyamatokat, melyeket az illető gén létrehoz a szárny kialakulásában.

(Ezen dolgozat részletesen megjelenik a Magy. Biol. Kut.-int. Munk.-ban.)

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. június 3-án tartott üléséből.)

EINFLUSS DER TEMPERATUR AUF DIE GENWIRKUNG AN DROSOPHILA-FLÜGEL.

Von L. CSIK.

Es wurde geprüft, wie die Wirkungen von *miniature*, *cut*^{6}, *dumpy* und *expanded* bei Veränderung der Züchtungstemperatur sich verändern. Es hat sich gezeigt, dass die einzelne Wirkungen dementsprechend verschieden sind, wieweit die Zeitpunkte des Eingreifens der Gene in den Entwickelungsvorgang sich relative verschieben, und es gibt Gene, deren Wirkungen darüber hinaus noch speziell beeinflusst wurden.

(Die Arbeit erscheint ausführlich in «Arbeiten des Ung. Biol. Forsch.-Inst.» Tihany.)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 3. Juni 1935.)

A DIFFUZIOS POTENCIÁLOK KONCENTRÁCIÓFÜGGÉSE. I.

SZABÓ ZOLTÁN-tól (Szeged).

Bevezetés.

1. A sósav ionaktivitásainak vizsgálatával kapcsolatban átvitellel bíró láncokon végzett elektromótoros erőmérésekből kiderült, hogy a különböző koncentrációjú oldatok között fellépő diffuziós potenciál a koncentráció logaritmusának 0·2 molaritásig lineáris függvénye.[1]

A NERNST-[2] és HENDERSON[3]-féle képletekből ez csak akkor következik, ha koncentrációtól független ionmozgékonyságokkal és teljes disszociáció-állandóval számolunk. Nyilvánvaló, hogy ezen feltételek egyike sem áll fenn.

HARNED[4] és TAYLOR[5] a diffuziós potenciált a következő egyenlettel fejezi ki :

$$\varepsilon = -\sum_{1}^{s}{}' \frac{RT}{N_i \mathfrak{F}} \int t_i d\ln a_i$$

ahol t_i az ion átviteli száma, a_i az aktivitása. Ebből az egyenletből az ε és a *log m* lineáris összefüggése akkor következne, ha a

$$\sum_{1}^{s}{}' \int t_i d\ln a_i$$

---

[1] L. az előző közleményt : SZABÓ ZOLTÁN: Vizsgálatok a sósav ionjainak aktivitásáról. A következőkben mint «Előző dolgozat» idézve.

[2] W. NERNST: Ztschr. f. phys. Chem. **2.** 617. 1888.; **4.** 129. 1889

[3] P. HENDERSON: Ztschr. f. phys. Chem. **59.** 118. 1907.; **63.** 325. 1908.

[4] S. B. HARNED: Journ. of phys. Chem. **30.** 433. 1926.

[5] P. B. TAYLOR: Journ. of phys. Chem. **31.** 1478. 1927.

integrál értéke az összes ionokra összegezve a koncentráció logaritmusától lineárisan függő értékeket adna. A fenti elméletekből tehát a lineáris összefüggés fennállására nem következtethetünk.

A diffuziós potenciálnak eddigi ú. n. «kísérleti értékei» (tekintettel arra, hogy a diffuziós potenciál közvetlen mérése elvileg lehetetlen feladat) pedig minden egyéb bizonytalanságuk mellett sem alkalmasak ilyen értelmű következtetés levonására.

Kívánatosnak látszott tehát a m_1 *HCl/HCl* m_2 láncoknál kapott eredményt más úton is megvizsgálni.

Egyes diffuziós potenciált nem vehetünk vizsgálat alá, mert a koncentráció változásával az elektródpotenciálok is változnak, és a két változás egymástól el nem választható.

Vizsgálat tárgyát képezte továbbá az azonos és a különböző oldatok között fellépő diffuziós potenciál létrejöttének és állandóságának kérdése is.

2. A diffuziós potenciálok koncentrációfüggésének tanulmányozására olyan aszimmetrikus galvánláncok nyujtanak módot, melyeknél a két elektród a vizsgálat folyamán mindig azonos. Ilyen pl. a következő :

Hg/HgCl, *a* mol HCl_{ε_1}/x mol HCl_{ε_3}/b mol KCl_{ε_3}/a mol *HCl*, *HgCl/Hg*

Ennél a láncnál az elektródpotenciálok algebrai összege zérus. A mért elektromótoros erő csak a folyadék határokon fellépő diffuziós potenciálokból tevődik össze. Három diffuziós potenciál lép fel, melyek közül ε_3 állandó, miután *a* és *b* állandók, ε_1 és ε_2 pedig az *x* moralitással változnak.

Természetesen ezen a láncon mért elektromótoros erőből az egyes diffuziós potenciálok értéke nem számítható ki, azonban különböző *x* molaritás mellett mért elektromótoros erőből következtetést vonhatunk az $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ potenciáloknak a koncentrációval való változására.

Az elektródok azonossága nem szükséges feltétel. Ugyanezt a célt egyszerűbb lánccal is elérhetjük :

Hg/HgCl, *a* mol *HCl/x* mol *HCl/b* mol *KCl*, *HgCl/Hg*

csakhogy ekkor a diffuziós potenciáloktól származó elektromótoros erőhöz egy az elektródok potenciálkülönbségétől eredő állandó elektromótoros erő fog járulni.

Különböző szempontból kiinduló vizsgálatok céljára így az állandó elektródú aszimmetrikus láncoknak a legváltozatosabb sorát állíthatjuk elő.

3. A diffuziós potenciálok három osztályba sorozhatók :

a) azonos minőségű, de különböző koncentrációjú oldatok között fellépő diffuziós potenciál.

b) különböző minőségű, de azonos koncentrációjú oldatok érintkezésénél fellépő diffuziós potenciál.

c) különböző minőségű és különböző koncentrációjú oldatok között fellépő diffuziós potenciál.

Jelen dolgozatban az *a)* és *c)* osztályba sorolt diffuziós potenciálok képezik a vizsgálat tárgyát.

Kísérleti rész.

4. Miután az ionaktivitások vizsgálatához legalább tizedmillivolt pontosság szükséges, kívánatos volt a diffuziós potenciálokra vonatkozó vizsgálatot is legalább ilyen pontossággal végezni.

Az elérhető pontosságot két körülmény szabja meg.

Egyrészről az elektródok potenciálja. Az előző dolgozatomban adtam meg azt az eljárást, mellyel az itt felhasznált elektródokat készítettem. Az így előállított elektródok igen állandó és reprodukálható potenciállal bírnak, amelyek az itt kívánatos pontosságnak teljesen megfelelnek.

A lánc elektromótoros ereje legnagyobb mértékben függ az összeköttetéstől. Aszimmetrikus láncnál legalább két diffuziós potenciállal kell mindig számolnunk. Ezek különböző tulajdonságokkal bírnak a szerint, hogy azonos vagy különböző minőségű oldatok érintkezésénél jöttek létre.

5. Azonos oldatok különböző koncentrációi között az összeköttetés geometriai viszonyaitól függően hosszabb vagy rövidebb idő alatt beáll egy olyan diffuziós potenciál, mely ezután már független úgy az összeköttetés alakjától, mint azonbelül a koncentrációeloszlástól. Ez mindig reprodukálható.

Ebben az esetben célszerű azt az elrendezést használni, melynél a kétféle koncentrációjú oldat között az összeköttetést egy lopóval állítjuk elő. A lopó szárai egy-egy U alakú csőbe merülnek,

melyek az illető oldatokkal vannak megtöltve. A lopó belső átmérője 5 mm is lehet, a végeit célszerű kissé kihúzni.

Ez az összeköttetési mód kis ellenállású és vele az állandó potenciált jelentő stacionárius állapot 15 perc alatt biztosan létre jön.

6. Nehezebb probléma a különböző minőségű oldatok érintkezésénél fennálló viszonyok állandó és reprodukálható alakban való előállítása.

A fenti eljárás, melyet LEWIS és SARGENT [6, 7] is használtak különböző oldatok között, egyáltalában nem megfelelő, mert a potenciál így folyton változik. Egy tájékoztató kísérletnél használtam ezt az összeköttetést. A mért elektromótoros erő az első órában 2 mV-t, aztán négy órán át óránként fél mV-t változott. Ekkor a monoton változás megszűnt és helyette 3—4 tizedmillivolt ingadozás lépett fel.

Nyilvánvaló, hogy ezt az összeköttetési módot használhatatlannak kell minősítenünk.

Jobb eredménnyel biztattak azok az összeköttetések, melyeket GUGGENHEIM[8] és SHU-TSU-CHANG[9] használtak. Ezeknek főjellemvonása a hengeres szimmetria. A két folyadék egymással egy 1—2 mm belső átmérőjű kapilláris csőben érintkezik. GUGGENHEIM szerint az itt előálló diffuziós potenciál (with free diffusion junction) néhány tizedmillivoltra állandó és reprodukálható.

Úgy a GUGGENHEIM, mint a SHU-TSU-CHANG-féle összeköttetésnél a két oldat egymástól eredetileg egy csappal van elválasztva. A csap geometriai viszonyai éppen itt az érintkezés helyén megszüntetik a hengeres szimmetria szigorú követelményét. Ezért célszerűbbnek láttam az összeköttetést úgy felépíteni, hogy az oldatok érintkezésénél a hengeres szimmetria teljesen fennálljon. A szükséges csapot a használt diffuziós edény alján helyeztem el (1. ábra).

7. Az oldatokat cső függőleges száraiba rétegezzük. Alulra jön a nagyobb fajsúlyú oldat, amely fölé kapilláris tölcsérrel réte-

---

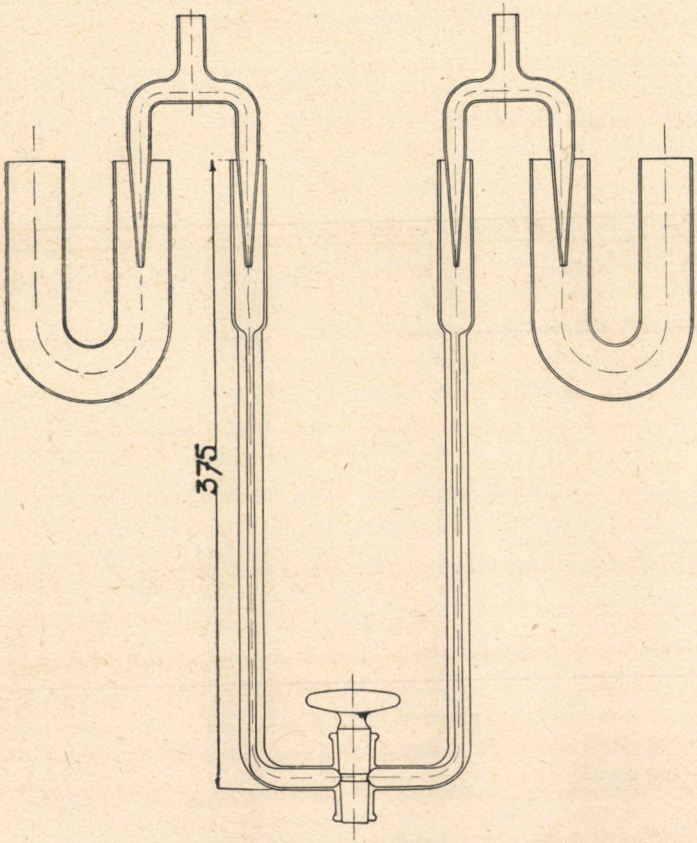
[6] G. N. LEWIS és L. W. SARGENT: Journ. Amer. Chem. Soc. **31.** 363. 1909.

[7] G. N. LEWIS, T. B. BRIGHTON és R. L. SEBASTIAN: Journ. Amer. Chem. Soc. **39.** 2245. 1917.

[8] E. A. GUGGENHEIM: Journ. Amer. Chem. Soc. **52.** 1315. 1930.

[9] SHU-TSU-CHANG: Ann. Phys. **16.** 513. 1933.

gezzük a könnyebbet. Hogy a rétegezés alatt a folyadékoszlop magasságában előálló különbségek miatt eltolódás ne állhasson be, a csapot zárva tartjuk. Miután alulra mindig a töményebb, tehát a jobban vezető oldat kerül, a csapot a mérés alatt is zárva tart-



1. ábra. A különböző diffuziós réteg szerkezetek előállítására szolgáló összeköttetések.

hatjuk. Ez által a meniszkusz esetleges eltolódását is elkerülhetjük. A csap néhány körülforgatásával (mikor még csak a legtöményebb oldat van az edényben) pedig elérhetjük, hogy a csaptest és a csaptok közzé bejut az a vékony folyadékréteg, mely a kellő vezetést biztosítja.

Megjegyzem, hogy a kísérleteimnél csak a különböző minőségű oldatok közötti diffuziós rétegeket állítottam ebben az összekötő csőben elő, az azonos minőségű oldatok közötti összeköttetéshez a lopócsöves eljárást használtam.

8. A használt oldatokat pro analysi MERCK készítményekből kétszer desztillált vízzel állítottam elő. A koncentrációkat molaritásban számoltam.

A diffuziós csövet megtöltése után azonnal termosztátba helyeztem, melynek hőmérséklete 25·00° C volt ± 0·02° ingadozással. Ugyancsak ebben a termosztátban tartottam állandó hőmérsékleten az elektródokat is. Az elektromótoros erő mérése ugyanazzal a kompenzátorral történt, melyet az előző dolgozatomban már leírtam.

9. A mérés pontosságára és a diffuziós potenciál reprodukálhatóságára a rétegszerkezet minősége volt a legnagyobb befolyással.

A tapasztalat azt mutatta, hogy a stacionárius állapot beállása, mely az állandó potenciálértéket szolgáltatja, leghamarabb a legtökéletesebb rétegezésnél történik meg. Ekkor a kétféle törésmutatójú oldat éles meniszkuszban érintkezik egymással. Ebben az esetben a potenciál mindjárt a végleges értéket veszi fel, mely legfeljebb néhány századmillivoltot ingadozik. Pl. a

Hg|HgCl, 4 mol *HCl*|1 mol *HCl*|4 mol *KCl*, *HgCl|Hg*.

lánc elektromótoros ereje mint az idő függvénye az I. táblázatban látható.

I. táblázat.

Idő	EME *mV*
15°45′	— 70·48
16°05′	·46
16°30′	·46
16°40′	·46
17°00′	·46
18°50′	·44
másnap reggel	— 70·50

Rendkívül fontos, hogy az oldatok keveredése csak diffuzió útján jöjjön létre. Ha a rétegezésnél a határfelületen az oldatok áramlással is keveredtek volna, akkor a potenciál kezdetben erősen változik és csak 1—3 óra mulva veszi fel a végleges értéket. Ilyen mérést mutat a II. táblázat.

II. táblázat.

Hg/HgCl 4 mol *HCl*/2 mol *HCl*/4 mol/*KCl*, *HgCl/Hg*

Idő	EME *mV*
09°30′	— 58·52
10°00′	— 58·14
10°30′	— 58·21
11°20′	— 58·08
12°10′	— 58·08
12°45′	— 58·07
15°00′	— 58·07

Éppen ezért, mert ilyen fontosnak bizonyult, hogy tiszta oldatok érintkezzenek, a kaliumkloridoldat bevitele után az oldat fölötti kapilláris részt vattával mindig szárazra töröltem. Hosszabb idő (1—2 nap) mulva az elektromótoros erő állandósága megszűnik. Ennek valószínű oka az, hogy a diffuziós réteg ekkor már annyira kiterjedt, hogy kilép a kapillárisból és a szélesebb csőben a stacionárius állapot megváltozik.

Ha a potenciál a második órában még egy tizedmillivoltnál többet változik, akkor a rétegezés helytelenül történt. Ilyen esetben céltalan a stacionárius állapot beállására várni, hanem új kísérletben a rétegezést nagy gondossággal kell megismételni.

10. A diffuziós potenciálra vonatkozó jelen vizsgálataim során a következő láncok elektromótoros erejét mértem :

Pt/H, *x* mol *HCl*/*y* mol *HCl*, *H/Pt*
Pt/H, *y* mol *HCl*/*z* mol *HCl*, *H/Pt*
Pt/H, *x* mol *HCl*/*z* mol *HCl*, *H/Pt*
Pt/H, *x* mol *HCl*/*y* mol *HCl*/*z* mol *HCl*, *H/Pt*

} I/*a*

Valamint a megfelelő anionláncoknál

$$\left.\begin{array}{l} Hg|HgCl,\ x \text{ mol } HCl|y \text{ mol } HCl,\ HgCl|Hg \\ Hg|HgCl,\ y \text{ mol } HCl|z \text{ mol } HCl,\ HgCl|Hg \\ Hg|HgCl,\ x \text{ mol } HCl|z \text{ mol } HCl,\ HgCl|Hg \\ Hg|HgCl,\ x \text{ mol } HCl|y \text{ mol } HCl|z \text{ mol } HCl,\ HgCl|Hg \end{array}\right\} I/b$$

Ezeken vizsgáltam az azonos oldatok között létrejövő diffuziós potenciált.

A

$$Hg|HgCl,\ a \text{ mol } HCl|x \text{ mol } HCl|b \text{ mol } KCl|a \text{ mol } HCl,\ HgCl|Hg \quad II.$$

és

$$Hg|HgCl,\ a' \text{ mol } HCl|x \text{ mol } HCl|b \text{ mol } KCl,\ HgCl|Hg \quad III.$$

láncokon, hol $a=0{\cdot}09249$, $b=4{\cdot}000$, $a'=4{\cdot}000$, $x=0{\cdot}05—4{\cdot}00$, pedig egy sósav-sósav és egy sósav-kaliumklorid oldat közötti diffuziós potenciál összegét vizsgáltam.

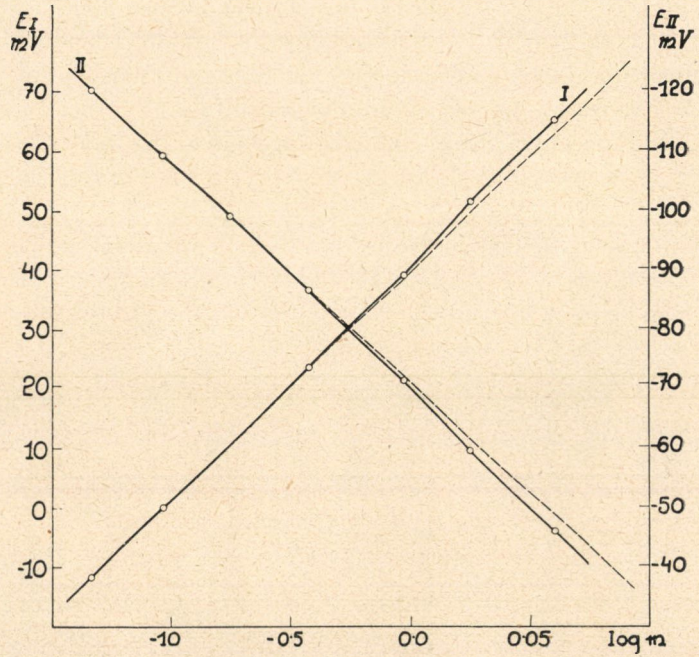
A mérési eredmények a III., IV. és V. táblázatban vannak összefoglalva.

A kísérletek eredményei,

11. Az azonos elektrolit különböző koncentrációinak érintkezési határán fellépő diffuziós potenciál független a két oldat közötti koncentrációeloszlástól. Ennek megfelelően, mint az a közvetett és a közvetlenül mért elektromótoros erők összehasonlításából látszik, a szuperpozíció elve a kísérleti hibák határain belül fennáll.

12. Ha a IV. és V. táblázatban levő elektromótoros erőket, mint a koncentráció logaritmusának függvényét felrajzoljuk, akkor $x=0{\cdot}05—0{\cdot}5$ moláris oldatok között egyenest kapunk (2. ábra). Ez a lineáris összefüggés természetesen két diffuziós potenciál összegére vonatkozik. De semmi okunk sincs feltételezni, hogy ez az egyenes a két diffuziós potenciál valamilyen különös kompenzációjából jött létre. Az említett koncentrációtartományban úgy a sósav-sósav, mint a sósav-kaliumklorid diffuziós potenciál a koncentráció logaritmusának lineáris függvénye.

13. Nagyobb (m—$0{\cdot}5$) koncentrációknál ez a lineáris összefüggés megszűnik. Jelenleg nincs még módunk arra, hogy az elhajlás



2. ábra. A diffuziós potenciálok koncentrációfüggése. I. görbe a *Hg/HgCl*, *a* mol *HCl/x* mol *HCl/b* mol *KCl/a* mol *HCl*, *HgCl/Hg* felépítésű, a II. görbe a *Hg/HgCl*, *a'* mol *HCl/x* mol *HCl/b* mol *KCl*, *HgCl/Hg* felépítésű láncon mért elektromótoros erőt szemlélteti.

okát kiderítsük. Ez származhat a fenti átmenetek valamelyikétől, de származhat mind a kettőtől is.

Miután az elhajlás a kísérleti hibák határain belül ott kezdődik, ahol a sósav ionaktivitási és középaktivitási koefficiensei egymástól eltérnek, valószínű, hogy az elhajlás oka a sósav elektrokémiai sajátságaiban keresendő.

Összefoglalás.

14. A diffuziós potenciálok koncentrációfüggésének tanulmányozására az állandó elektródú aszimmetrikus galvánláncok nyujtanak módot.

Azonos elektrolit különböző koncentrációjú oldatai között fel-

lépő diffuziós potenciál független a két oldat közötti koncentráció-eloszlástól, az átmeneti réteg szerkezetétől, mindig állandó és reprodukálható. A szuperpozíció elve mindig szigorúan teljesül.

A sósav-sósav és sósav-kaliumklorid diffuziós potenciál a változó sósavkoncentrációnak lineáris függvénye 0·5 mol töménységig.

Különböző elektrolitek oldatai között állandó és reprodukálható diffuziós potenciál megvalósítása csak olyan különleges edényben sikerül, melyben az érintkezés helyén a hengeres szimmetria szigorúan teljesül.

III. táblázat.

Az I *a)* és I *b)* egyenletek alapján összeállított láncok elektromótoros erői.

Koncentrációk			Kationlánc	Anionlánc
x	y	z	mV	mV
0·01185	0·7678		— 34·44	165·94
	0·7678	4·266	— 22·42	110·99
0·01185		4·266	— 56·86	277·24
0·09037	0·5023		— 14·11	70·68
	0·5023	1·080	— 6·99	36·92
0·09037		1·080	— 21·12	107·58
0·5023	1·080		— 6·99	36·45
	1·080	2·050	— 7·18	37·16
0·5023		2·050	— 14·21	73·59
1·080	2·050		— 7·20	36·93
	2·050	4·266	— 11·96	55·53
1·080		4·266	— 19·20	82·63
0·01185	0·7678	4·266	— 56·92	277·20
0·09037	0·5023	1·080	— 21·10	107·54
0·5023	1·080	2·050	— 14·20	73·71

IV. táblázat.

A II. egyenlet alapján összeállított láncok elektromótoros erői.

Koncentráció x mol.	Párhuzamos kísérletek EME-i mV	Középérték mV
4·000	65·00	
	64·88	
	64·84	64·88
	64·84	
	64·88	
	64·80	
1·931	51·16	
	51·28	
	51·28	
	51·04	51·20
	51·12	
	51·28	
	51·14	
0·9476	38·74	
	38·70	38·70
	38·66	
	38·72	
0·3800	23·06	
	23·36	23·16
	23·20	
	23·00	
0·09249	0	0
0·04716	− 11·50	− 11·51
	− 11·52	

V. táblázat.

A III. egyenlet alapján összeállított láncok elektromótoros erői.

Koncentráció x mol.	Párhuzamos kísérletek EME-i. mV	Középérték mV
4·000	— 44·58	
	— 44·62	— 44·56
	— 44·58	
	— 44·46	
1·931	— 58·04	
	— 58·08	— 58·01
	— 58·08	
	— 57·84	
0·9476	— 70·54	
	— 70·46	— 70·54
	— 70·60	
0·3800	— 86·02	
	— 86·06	— 86·08
	— 86·10	
0·1789	— 98·66	
	— 98·92	— 98·74
	— 98·64	
0·09249	— 109·34	
	— 109·42	— 109·40
	— 109·46	
0·04716	— 120·48	
	— 120·34	— 120·42
	— 120·46	

Dolgozatom a Magyar Királyi Ferenc József Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézetében készült. E helyen is hálás köszönetet mondok dr. NÁRAY-SZABÓ ISTVÁN egyetemi m. tanár úrnak, aki munkám folyamán tanácsaival támogatott, valamint a Rockefeller Alapítványnak és a szegedi Természettudományi Kutatási Bizottságnak a segédeszközökben való támogatásért.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. máj. 13-án tartott üléséből.)

ÜBER KONZENTRATIONSABHÄNGIGKEIT DER DIFFUSIONSPOTENTIALE I.

Von ZOLTÁN SZABÓ.

Die Konzentrationsabhängigkeit von verschiedenen Diffusionspotentialen wird mit Hilfe von Flüssigkeitsketten mit zwei identischen Elektroden untersucht, wie z. B.

Hg/HgCl, *a* mol *HCl/x* mol *HCl/b* mol *KCl/a* mol *HCl*, *HgCl/Hg*.

Zwischen Lösungen verschiedener Konzentrationen eines Elektrolyten ist das Diffusionspotential von der Struktur der Übergangsschicht unabhängig, konstant und reproduzierbar. Das Prinzip der Superposition ist streng gültig.

Zur Erreichung von konstanten und reproduzierbaren Diffusionspotentialen zwischen Lösungen verschiedener Elektrolyten muss die Übergangsschicht eine zylindrische Symmetrie besitzen.

Die Summe der Diffusionspotentialen in den oben genannten Ketten erwies sich als eine lineare Funktion des Logarithmus der Salzsäurekonzentration bis 0·5 mol.

Szeged. Institut für theoretische Physik der Universität.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Mai 1933.)

VIZSGÁLATOK A SÓSAV IONJAINAK AKTIVITÁSÁRÓL.

SZABÓ ZOLTÁN-tól. (Szeged.)

Bevezetés.

1. Az átvitel nélküli galvánláncokkal végzett mérésekből kiszámítható az alkalmazott elektrolit parciális moláris szabadenergiájának változása, vagyis az aktivitása, mint a koncentráció függvénye, ami az úgynevezett középaktivitási koefficiensben nyer kifejezést. Az ilyen lánc temperaturakoefficiensének meghatározása pedig a parciális moláris hőtartalom megváltozásáról, az elektródfolyamat kalorimetrikusan is megmérhető reakcióhőjéről ad felvilágosítást. De ezek az adatok mindig magára az elektrolitra vonatkoznak, nem annak egyes ionjaira. Az ionok szabadenergiájának mindig az összege, aktivitásainak mindig a szorzata szerepel a számításokban, ami definició szerint az elektrolit szabadenergiájával és aktivitásával azonos.

Bár ezek az adatok széles alapot nyujtanak a termodinamikai számítások elvégzéséhez, mégis igen nagy elméleti és gyakorlati jelentősége volna annak, ha ismernők az ionok aktivitását, mint a koncentráció függvényét.

Erre olyan mérések nyujtanak módot, melyeknél a számításokban az ionok parciális moláris szabadenergiájának nem az összege, hanem a különbsége szerepel. Ez az eset áll fenn az átvitellel biró, vagyis többfolyadékos láncoknál.

$$\text{A } H_2 HCl\, x_1 \text{ mol} \,|\, HCl\; x_2 \text{ mol } H_2 \text{ lánc}$$

elektromótoros erejét a következő egyenlet fejezi ki

$$E = \frac{RT}{NF} \ln \frac{a_1}{a_2} + \varepsilon, \qquad (1)$$

hol a_1 és a_2 x_1 és x_2 koncentrációkhoz tartozó ionaktivitások, ε a diffuziós potenciál. Itt az elektromotoros erőt tehát már nem magának az elektrolitnak az aktivitása, hanem az elektródpotenciált meghatározó ion aktivitása szabja meg. Ha az egyik aktivitást (a_1) olyan kicsinek választjuk meg, hogy azt a koncentrációval vehetjük egyenlőnek (igen kis koncentrációknál az aktivitási koefficiens = 1) a_2-t meghatározhatjuk, ha az ε, a két különböző koncentrációjú oldat határán fellépő diffuziós potenciál ismeretes. Mindezideig az ionok aktivitásának kérdése azon bukott el, hogy ez az diffuziós potenciál nem volt ismeretes, illetve a rávonatkozó elméleti számítások nem adtak megnyugtató alapot arra, hogy a mért elektromos erő az így nyert diffuziós potenciállal korrigálva tényleg az elektródpotenciálok különbségét adja meg.

Az átvitellel bíró láncok elektromotoros erejének vizsgálatánál eddig két irányt követtek.

Az egyik irány, melyet amerikai kuta'ók, LEWIS, HARNED, TAYLOR dolgoztak ki, a kísérleti adatokból indul ki és az ionaktivitás és az átviteli szám közötti összefüggést keresi.

A másik bizonyos, elméletileg feltételezett átmeneti rétegszerkezetek esetében a folyadékpotenciál kiszámítását az ion mozgékonysági adatok segélyével végzi el. Ezen irány főképviselői NERNST, PLANCK és HENDERSON.

A következő fejezetben, mielőtt arra az eljárásra áttérnék, mellyel a saját kísérleti adataimat kiértékeltem, ezen kutatások eddigi eredményeire fogok röviden kitérni.

Elméleti rész.

2. Az átvitellel bíró láncok elektromotoros erejének változása dE_τ az egyes ionok parciális moláris szabadenergiaváltozásával, valamint a hozzátartozó átviteli számokkal a következőképpen fejezhető ki:[1]

$$dE_\tau = \frac{d\bar{F}_1}{N_1\mathfrak{F}} - \frac{t_1 d\bar{F}_1}{N_1\mathfrak{F}} + \frac{t_2 d\bar{F}_2}{N_2\mathfrak{F}} - \frac{t_3 d\bar{F}_3}{N_3\mathfrak{F}} + \frac{t_4 d\bar{F}_4}{N_4\mathfrak{F}} - \cdots \quad (2)$$

[1] P. B. TAYLOR: Journ. of phys. Chem. 31. 1478. 1927.

hol $d\overline{F}_1$, $d\overline{F}_3$... az 1, 3,... kationok szabadenergiaváltozásai, t_1, t_3... ezek átviteli számai, N_1, N_2... pedig vegyértékei, $\mathfrak{F}$ a Faraday-féle szám. A páros indexű mennyiségek az anionokra vonatkoznak. Az elektród az 1. kationra nézve megfordítható.

$A - \sum_1^s{}_i \frac{t_i d\overline{F}_i}{N_i \mathfrak{F}}$ tagok képezik a folyadékpotenciált, melynek értéke m_1 és m_2 koncentrációk között

$$\varepsilon = - \sum_1^s{}_i \int_{m1}^{m_2} \frac{t_i d\overline{F}_i}{N_i \mathfrak{F}} = - \sum_1^s{}_i \frac{RT}{N_i \mathfrak{F}} \int_{m_1}^{m_2} t_i d \ln a_i. \qquad (3)$$

Binér elektrolitek esetében 25° C-nál, Briggs-féle logaritmusra áttérve és figyelembe véve, hogy $a_i = f_i m_i$, hol f_i az m_i-hez tartozó ionaktivitási koefficiens,

$$\varepsilon = - \sum_1^s{}_i 0{\cdot}05915 \int_{m_1}^{m_2} t_i d \log m_i - \sum_i^s 0{\cdot}05915 \int_{m_1}^{m_2} t_i d \log f_i. \qquad (4)$$

Ezen egyenletben csak az első integrál értéke számítható ki, mert csak a $t_i = t_i(m_i)$ függvény ismeretes a kísérleti adatokból, a $t_i = t_i(f_i)$ nem.

Az ε kiszámításához bizonyos megszorítások szükségesek tehát.[2], [3], [4] Mac Innes szerint ilyen feltétel lehet az, hogy a káliumkloridoldatban az ionok aktivitási koefficiense minden koncentrációnál egyenlő, továbbá, hogy a binér sók egyenlő koncentrációjú oldatában a közös ion aktivitási koefficiense is egyenlő.

Ezen önkényes feltevések azonban csak nagy higítás ($\ll 0{\cdot}01$ ionerősség) esetében adnak ellenőrizhető adatokat.[5] A folyadékpotenciál kiszámítása ilyen alapon nem vezet egyértelmű megoldásra. HARNED kimutatta, hogy az f_i-nek minden más definíciója kielégíti a (4) egyenletet, feltéve, hogy az ionok így

---

[2] P. B. TAYLOR: loc. cit.

[3] H. S. HARNED: Journ of phys. Chem. **30**. 433. 1926.

[4] A. UNMACK és E. A. GUGGENHEIM: Kgl. Danske Vid. Selsk. Mat. — fys. Med. 10. 1930.

[5] LEWIS—RANDALL: Thermodynamik 1927. 328. oldal.

definiált aktivitási koefficiensei a középaktivitási koefficiensre vonatkozó

$$\gamma \pm = \frac{A\pm}{m(\nu_+^{\nu_+}\nu_-^{\nu_-})^{\frac{1}{\nu_+ + \nu_-}}} = (f_+^{\nu_+} f_-^{\nu_-})^{\frac{1}{\nu_+ + \nu_-}} \qquad (5)$$

egyenletet kielégítik.

Ezen vizsgálatok tehát nem vezettek eredményre, az így nyert számadatok relatív jelentőségűek voltak.

3. Az elektrolit-elektrolit határon fellépő potenciálkülönbség elméleti meghatározására kétféle eljárás van, a szerint, ahogy a folyadékok érintkezésénél csak diffuziós,[6],[7] vagy diffuziós és konvekciós jelenségeket is felveszünk.[8]

Az első módszer PLANCK-tól származik, az utóbbi HENDERSON-tól. Azokból a részletes vizsgálatokból, melyeket PLETTIG[9] és SHU-TSU-CHANG[10] végeztek, nemcsak az átmeneti rétegszerkezetekben valójában fennálló nagy elvi különbségek derültek ki, hanem ezen rétegszerkezetek reprodukciójánál fellépő nehézségek is.

Így ezen iskola által elért eredmények is szintén csak relatív jelentőségűek, mert nem adják meg a diffuziós potenciál valódi értéket. Ennek oka a következőkben foglalható össze:

Az átmeneti rétegszerkezeteknek az elméletben feltételezett alakban való szigorú megvalósítása sohasem sikerül, csak kisebb-nagyobb közelítésben.[11], [12] Az ionmozgékonyságok a koncentrációval erősen változnak tehát az átmeneten belül is. Végül a képletekben ionkoncentrációk szerepelnek, mely fogalomnak ma már nem tudunk értelmet tulajdonítani.

Mindezek alapján a kutatók egy része feleslegesnek tartotta az ionaktivitások meghatározását, sőt ezek definiálhatóságát és

---

[6] W. NERNST: Ztschr. f. phys. Chem. 2. 613. 1888.; 4. 129. 1889.

[7] M. PLANCK: Wied. Ann. 39. 161. 1890.; 40. 561. 1890.; Ber. preuss. Akad. Wiss. 1933. 362.

[8] P. HENDERSON: Ztschr. f. phys. Chem. 59. 118. 1907.; 63. 325. 1908.

[9] V. PLETTIG: Ann. d. Phys. 5. 736. 1930.

[10] SHU-TSU-CHANG: Ann. d. Phys. 16. 513. 1933.

[11] K. SITTE: Ztschr. f. Phys. 91. 622., 642., 651., 1934.; 93. 698. 1935.

[12] M. PLANCK: Ztschr. f. Phys. 93. 696. 1935.

meghatározhatóságát egyenesen tagadásba vette.[13],[14] Ez utóbbiak főképviselője GUGGENHEIM. Szerinte mindig csak ionpároknak az aktivitását, a középaktivitást lehet meghatározni.

4. Ilyen messzemenő következtetés nem állja meg a helyét.[15]

Az ionaktivitások minden konvenciótól mentesen is definiálható mennyiségek, és az alábbi vizsgálatok módot nyujtanak (jelenleg ugyan még csak egy bizonyos koncentrációig) a számértékük meghatározására.

Szükségesnek tartom, hogy az elektródpotenciált definiáljam.

A megfordítható elektród potenciálját az elektród anyagában és a vele érintkező oldatban levő ionok szabadenergiakülönbsége határozza meg, ez a szabadenergiakülönbség független az elektródoknak galvánelemmé való párosításától.

Az átvitellel bíró anionra, vagy kationra reverzibilis galvánlánc elektromotoros erejét tehát a következő egyenlettel fejezhetjük ki:

$$E_t = \frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 m_1}{f_2 m_2} + \varepsilon_{12}, \qquad (6)$$

hol f_1 és f_2 az ionok aktivitási koefficiensei az m_1 és m_2 koncentrációjú oldatokban, ε_{12} pedig ezen koncentrációk között fellépő diffuziós potenciál.

Ha a mért elektromotoros erőből a mérés pillanatában fennálló diffuziós potenciált levonjuk, megkapjuk a potenciálmeghatározó ionok szabadenergiáinak különbségét.

Az egyik koncentrációt olyan kicsinek választva, hogy $f_1 m_1 = m_1$, azaz $f_1 = 1$, a (6) egyenlet egyúttal az ionaktivitás konvenció nélküli definícióját adja az m_2 koncentrációnál.

Végtelen híg oldatoknál az aktivitás a koncentrációval definíciószerűen egyezik. Itt tehát úgy a közép, mint az ionaktivitási koefficiensek az egységgel egyenlők.

Ha ebből kiindulva a töményebb oldatok felé haladunk, a kétféle aktivitási koefficiens csökkenni fog és ez a változás egy

---

[13] P. B. TAYLOR: loc. cit.

[14] E. A. GUGGENHEIM: Journ. of phys. Chem **33**. 842. 1929.; **34**, 1540. 1930.

[15] J. N. BRÖNSTED, stb.: Ztschr. f. phys. Chem. A. **162**. 128. 1932.

darabig együtthalad úgy, hogy a kétfele aktivitási koefficiens értéke a kísérleti mérések pontoságán belül egyezni fog. Később nagyobb koncentrációknál az ionaktivitási koefficiens értéke egymástól és így a középaktivitási koefficiens értékétől is eltér. A közöttük való összefüggést ekkor is a

$$\gamma = (f^{\nu} f'^{\nu'})^{\frac{1}{\nu+\nu'}}$$

egyenlet szabályozza, hol γ a közép, f a kation, f' az anion aktivitási koefficiense, ν és ν', pedig ezek vegyértékei.

5. Jelen vizsgálatok célja a közép- és az ionaktivitási koefficiensek értékének egymáshoz való viszonyát kideríteni.

Ez a következőképpen lehetséges.

A fenti (6) egyenletünkből vonjuk le az

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \gamma_1 m_1 - \frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \gamma_2 m_1 = E_{sz} \tag{7}$$

egyenlet által definiált elektromotoros erőt. γ_1 és γ_2 az m_1 és m_2 koncentrációkhoz tartozó középaktivitási koefficiensek. A különbség rendezve lesz:

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 \gamma_2}{f_2 \gamma_1} + \varepsilon_{12} = E_t - E_{sz}. \tag{8}$$

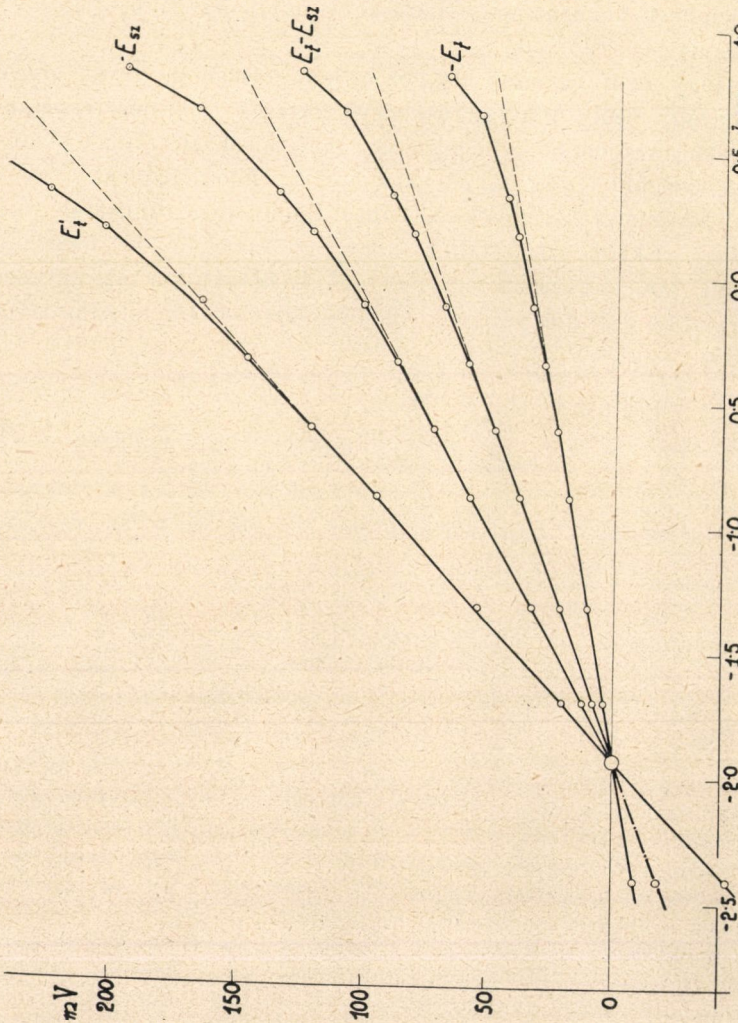
Tehát a két elektromos erő különbsége, $E_t - E_{sz}$, tartalmazza a diffuziós potenciált és egy tagot, mely arányos az ionaktivitási koefficiensek viszonyainak logaritmusával.

Ha az *egyik* koncentrációt definiciószerűen igen kicsinek választjuk, $m_1 \gg m_2 \sim 0$, akkor $\gamma_2 = f_2$ és így lesz

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1}{\gamma_1} + \varepsilon_{12} = E_t - E_{sz}. \tag{9}$$

Ezen egyenlet két ismeretlent tartalmaz ugyan, de igen hasznosnak bizonyult az ionaktivitási koefficiensek vizsgálatánál.

Ugyanis alkalmasan berendezett mérések eredményeiből (l. alább) az $E_t - E_{sz}$ értékeket mint a koncentráció logaritmusának függvényét ábrázolva, a sósav esetén egyenest kapunk egészen 0·2 mol koncentrációig. Nagyobb koncentrációnál az $E_t - E_{sz} = F(\log m)$ már nem lineáris többé. (L. 1. rajz.)



1. rajz. A mért és számított elektromotoros erők koncentrációfüggése. A —·—·— vonal a 14. egyenlet alapján mért diffuziós potenciált szemlélteti.

6. Kérdés, hogy az $E_t - E_{sz}$ értéket az $F(\log m)$ függvény lineáris tartományában milyen érték képviseli? *

Ez összetevődik a diffuziós potenciál és az f és γ aktivitási koefficiensek koncentrációváltozásából úgy, hogy a két változás egy egyenes eredőt ad.

Hogy ezen egyenes két görbe kompenzációja révén jön-e létre, vagy pedig már az összetevő értékek is lineáris összefüggésben vannak a koncentráció logaritmusával, annak eldöntésére vizsgáljuk meg magának a (6) egyenletnek, azaz a mért E_t elektromotoros erőnek a koncentráció logaritmusától való függését. Ekkor azt találjuk, hogy az $E_t = E(\log m)$ függvény 0·2 mol koncentrációig egyenes. (L. 1. ábrát.) Ez az egyenes egyrészről a diffuziós potenciálból, másrészről az ionaktivitásokból tevődik össze.

Tehát a diffuziós potenciál úgy az $\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f}{\gamma}$ taggal, mint az ionaktivitást kifejező $\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 m_1}{f_2 m_2}$ taggal összetéve egyenest ad, ha mint a koncentráció logaritmusának függvényét ábrázoljuk.

Már ebből is igen valószínűnek látszik, hogy az $E_t - E_{sz}$ egyenesnek az összetevői is egyenesek, különben az $\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f}{\gamma}$ tag ugyanolyan kompenzáló hatást fejtene ki, mint az $\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 m_1}{f_2 m_2}$ tag. Még inkább következtethető ez abból, hogy az $\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 m_1}{f_2 m_2}$

* Egy előzetes közleményben (Magyar Chemiai Folyóirat 39. 145. 1933.) már foglalkoztam ezzel az egyenlettel. Abból, hogy a DRUCKER és RIETHOFF méréseiből képezett $E_t - E_{sz}$ értékek logaritmikus koncentráció-abszcissza esetén egyenesre esnek, extrapolálva a vonatkozási koncentrációnál zérus ordináta-értéket vesznek fel, következik, hogy az egyenesek magukat a diffuziós potenciálokat ábrázolják.

Azokban az esetekben, mikor a vonatkozási koncentrációnál az extrapolált ordinátaérték nem zérus, a vonatkozási koncentrációkat, valamint az egész mérés koncentrációtartományát nagynak választottuk meg. Későbbi meggondolásokból kiderült, hogy abból a $\Delta\varepsilon$ értékből, melyből az egyenes a vonatkozási koncentrációnál az abszcissza tengely felett vagy alatt elhalad, nem vonhatunk az ion és a középaktivitási koefficiens közötti eltérésre következtetést. Ezzel az esettel az idézett cikkben leírt módon nem foglalkozhatunk.

taggal rokon $\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2}$ tag, azaz a középaktivitások kifejezése az említett koncentrációtartományban maga is lineáris függvénye a $\log m$-nek.

7. Ezen az alapon tehát megállapíthatjuk, hogy *a sósavnál a diffuziós potenciál a koncentráció logaritmusának lineáris függvénye egészen 0·2 molaritásig.* Megerősíti ezt az állítást a következő dolgozat eredménye is.

Mindebből azonban még semmi következtetést nem vonhatunk az aktivitási koefficiensekre, mert a diffuziós potenciál számértéke maga nem ismeretes. Miután a diffuziós potenciál lineáris függvény, elég két pontját meghatározni, hogy az egész 0·2 molaritásig terjedő tartományban ismerjük az értékét. Azaz két koncentráció között kell a diffuziós potenciál valódi értékét ismernünk. Ha azoktól az önkényes feltevésektől, melyek az eddigi ionaktivitásvizsgálatokat jellemzik, mentesek akarunk maradni, ezen diffuziós potenciál meghatározására nem alkalmazhatjuk az eddigi eljárások egyikét sem. Közvetlen mérésre vagyunk utalva, mely a következőképpen lehetséges.

Ha az átvitellel bíró koncentrációs lánc elektródjai a kationra nézve megfordíthatók, akkor az elektromotoros erő lesz.

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln f_1 m_1 + \varepsilon - \frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln f_2 m_2 = E_t \qquad (10)$$

Anionra nézve megfordítható elektródok esetében

$$-\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln f_1' m_1 + \varepsilon' + \frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln f_2' m_2 = E_t', \qquad (11)$$

hol f_1 és f_2 a kationok f_1' és f_2' az anionok aktivitási koefficiensei.

Ha mindkét láncot ugyanazon a diffuziós összeköttetésen keresztül mérjük le, ($\varepsilon = \varepsilon'$) akkor a két egyenlet összeadható és lesz

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 f_2'}{f_1' f_2} + 2\varepsilon = E_t + E_t'. \qquad (12)$$

Első közelítésben feltehetjük, hogy igen nagy higításoknál, ha az ionaktivitási koefficiensek nem is egyenlők, de fennáll

$$\frac{f_1}{f_1'} \cong \frac{f_2}{f_2'}. \qquad (13)$$

Ekkor a logaritmikus tag értéke zérus lévén, a diffuziós potenciál lesz

$$\varepsilon = \frac{E_t + E_t'}{2}. \qquad (14)$$

Ez jelenleg még nem tekinthető végleges értéknek, mert a (13) önkényes feltevést tartalmaz. Következtetéseink végén kiderül, hogy a (13) feltevésnél csak az egyenlőség jele áll fenn s így a logaritmikus tag értéke a (12)-ben zérus.*

Az így kiszámított diffuziós potenciált grafikusan ábrázolva, azt találjuk, hogy a két pontot összekötő egyenes hajlása teljesen megegyezik az $E_t - E_{sz}$ egyenes hajlásával. (L. az 1. rajzot.) Ebből pedig az következik, hogy *az* $E_t - E_{sz}$ *egyenes csak magát az* ε*-t képviseli* és az $\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f}{\gamma}$ tag értéke 0·2 mol *koncentrációig* zérus. *Az ionaktivitási és középaktivitási koefficiensek számértéke tehát ezen koncentrációig terjedő tartományban ugyanaz.* Ezzel egyúttal megszünt a (14) szigorú alkalmazása ellen a (13)-ban «közelítőleg egyenlő» jel által képviselt önkényes feltevés is.

8. Ha a 0·2 molaritásnál nagyobb koncentrációtartományban végzett méréseket vizsgáljuk, néhány valószínű következtetést vonhatunk az itt uralkodó viszonyokra, de végleges számszerű adatokat ezidőszerint nem kaphatunk.

Ha a kationlánc és anionlánc elektromotoros erejét mint a $\log m$ függvényét ábrázoljuk, akkor azt találjuk, hogy az anionláncnál kapott értékek gyorsabban hajolnak el az egyenestől, mint a kationláncnál. Ennek két oka lehet.

Az anion aktivitási koefficiense erősebben változik a koncentrációval, mint a közép- és a kationaktivitási koefficiens.

Vagy a diffuziós potenciál is erősebben nő, mint lineárisan, a koncentráció logaritmusával.

---

* Lewis és Randall hipotéziséből (Thermodynamik 329. o.), melyet az ionok független aktivitási koefficiensére alkottak, kísérleti adatok alapján következik, hogy az ionaktivitási koefficiensek 0·01 molaritás alatt biztosan egyenlők. Hogy ez a hipotézis mennyiben érvényes nagyobb koncentrációk felé, arra később visszatérek.

Lehetséges még azt is feltételezni, hogy 0·2 molaritáson felül a diffuziós potenciál lassabban nő, mint lineárisan. Ez az eset azonban nem valószínű, mert ekkor már 1—2 moláris koncentrációnál az ionaktivitási koefficiensek között olyan nagy eltéréseket kapnánk, hogy a kettő aranya $f'/f \sim 10$ lenne.

Ezidőszerint még nincsenek adataink arra vonatkozólag, hogy a fenti két eset közül mind a kettő, vagy csak egy áll-e fenn. Az elhajlást úgy a láncok elektromotoros erői, mint a középaktivitások, valamint a következő dolgozatban sósav-sósav és sósav-káliumklorid diffuziós potenciálok mind 0·2—0·5 molaritásnál kezdik el. Az egyes görbék eltérése a lineáris extrapolációval kapott értéktől 4 molos sósav esetében a következő:

Diffuziós potenciálok (sósav-sósav+sósav-káliumklorid	2·8 *mV*
$E_t - E_{sz}$	16·0 «
Kationlánc	8·6 «
Anionlánc	34·0 «
Középaktivitások	25·5 «

Bar mindenik esetben kell kompenzációkkal számolnunk, mégis ezen adatok összehasonlításából arra a következtetésre juthatunk, hogy az egyenestől való eltérést elsősorban az aktivitási koefficiensek változása okozza, az elhajláshoz a diffuziós potenciál változása kisebb mértékben járul hozzá. Ekkor pedig első közelítésben az $E_t - E_{sz}$ görbéből a diffuziós potenciált lineárisan extrapolálva az ionaktivitási koefficiensek közelítő értékeit kiszámíthatjuk.

Az 1 moláris oldatig történt számításokból, hol a diffuziós potenciál esetleges extrapolációs hibája még mérsékelt eltérést okozhat, az derült ki, hogy az ionaktivitási koefficiensek között olyan eltolódás van, mely szerint a koncentráció növekedésével a kloridion aktivitása erősebben nő, mint a hidrogénioné. ($f' > f$).

Ismételten hangsúlyoznom kell, hogy e fejezetben (8) tárgyalt gondolatmenet csak közelítés, melyben csak valószínű, de nem végleges következtetésekhez jutottunk.

Kísérleti rész.

9. Kísérleteim folyamán mértem

$$Pt/H_2 \underset{m_1}{HCl}/\underset{m_2}{HCl}\ H_2/Pt$$

és

$$Hg/HgCl \underset{m_1}{HCl}//\underset{m_2}{HCl}\ HgCl/Hg$$

láncok elektromotoros erejét.

Az elektromotoros erőket mindig egy fix, m_1, vonatkozási koncentrációval szemben mértem, mely körülbelül 0·01 moláris volt. Ez olyan koncentráció, melynél az $f = f' = \gamma$ feltétel teljesülése már előre várható, másrészt a higítás még nem olyan nagy, hogy az a potenciálok szabatos észlelését megnehezítené.

Ezen 0·01 moláris koncentrációjú vonatkozási elektródokkal kapcsoltam szembe a 0·02, 0·05, 0·1, 0·2, 0·5, 0·8, 1·0, 2·0 és 4·0, 6·0 mol koncentrációjú elektródokat.

A diffuziós potenciálnak a (14) egyenlet alapján történő mérését nagy gonddal 0·00390 és 0·0119 moláris oldatok között végeztem, amely koncentrációk a velük szemben támasztott követelménynek (13) már a priori megfelelni látszottak.

10. Hidrogénelektród készítése. Áramló hidrogénelektródot használtam, melynek alakját a 2. ábra szemlélteti.

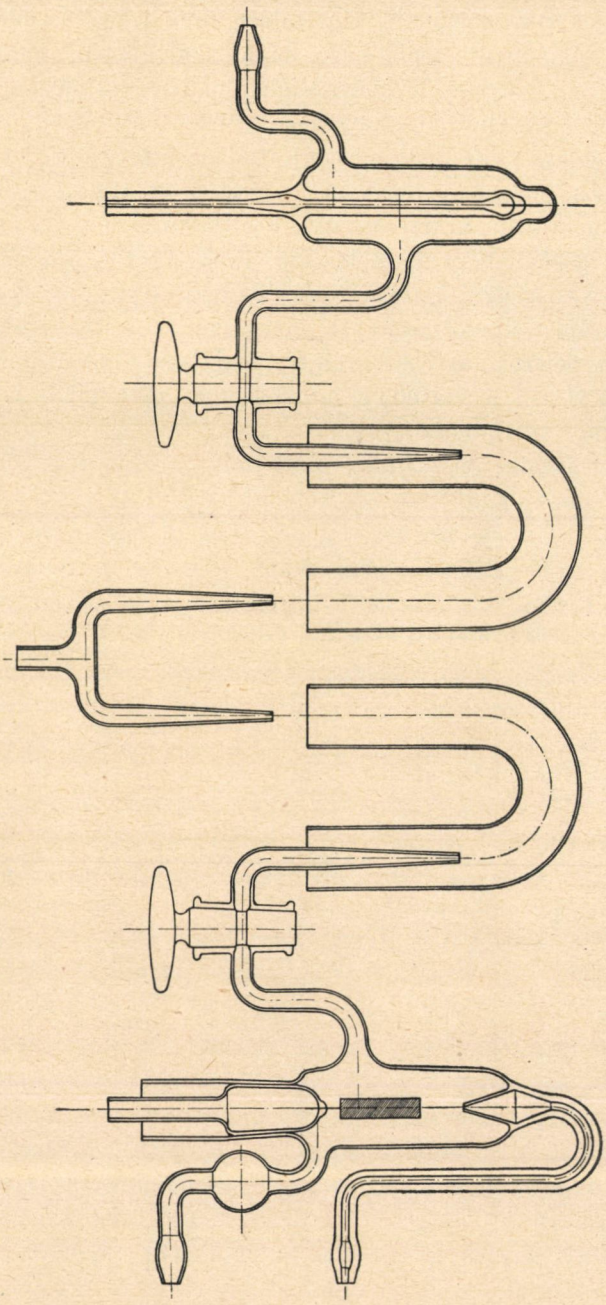
A helyes potenciál beállásához döntő fontosságú két tényező: a platinalemez előkészítése és az áramló hidrogén tisztasága és mennyisége.

A platinalemezt először Ellis[16] által megadott módon akartam kormozni, aki tiszta platinakloridoldatból választotta le a platinakormot. Ő kiemeli, hogy az oldatnak nem szabad ólmot tartalmaznia. Bár az idézett cikkben előírt eljárást a legpontosabban megtartottam, a leválasztás nem adott jó eredményt. A platinakorom helyett szürkeszínű, tömör réteg vált le, de ez is nagyon nehezen.[17] A katódon hidrogén fejlődött, az oldatból a platina finom szemcsék alakjában kicsapódott.

---

[16] H. J. Ellis: Journ. Amer. Chem. Soc. **38**. 737. 1916.

[17] Ugyanezt találták: G. Hevesy és T. Somaya; Ztschr. f. phys. Chem. A. **171**. 41. 1934.



2. rajz. A kísérleti berendezés. Baloldalon a hidrogén, jobboldalon a kalomelelektród látható.

Miután GÜNTELBERG[18] sem talált különbséget az ólomtartalmú és ólommentes platinázó oldatokkal történt bevonások között, én is a LUMMER-KURLBAUM-féle oldatból platináztam be az elektródokat. Az eljárás a következő volt:

A megolvasztott kaliumbiszulfáttal megtisztított elektródot az előírásos platinázó oldatban hálóanód alkalmazásával kormoztam be. Olyan áramerősséget használtam, hogy a katódon is gyenge gázfejlődés volt észlelhető. Körülbelül félóra alatt már megfelelő vastagságú platinakoromréteg csapódik le. Az okkludált platinázó oldat eltávolítására az elektródot híg kénsavoldatban katódosan pólároztam 6—8 órán át, majd egy éjjelen át kétszer desztillált vízben folytattam a katódos polározást, mikor is 220 V egyenáramot alkalmaztam.

Az elektródot összeállítás előtt mindig abban az oldatban áztattam, mely éppen mérésre következett.

A hidrogént bombából vettem; izzó rézspirálison, tömény nátronlugon, desztillált vizen, majd a mérendő oldattal telt mosón keresztül vezettem az elektródokra. A potenciál beállása még erős gázáram mellett is lassan következik be. Tapasztalataim szerint szükséges, hogy a gázáram erőssége legalább 1·2—1·5 cm^2 legyen másodpercenként. Ilyen körülmények között a potenciál két óra alatt beáll.

A hidrogénelektród potenciálja természetesen függ a gáznyomástól. Exakt méréseknél mindig figyelembe kell venni azt az ellenállást, melyen át a gáz az elektródedényből távozik, továbbá azt, hogy az elektródedényben a totális nyomás a gáz és az oldat parciális nyomásaiból tevődik össze és így az egész függ a külső barométerállástól. Eddig az utóbbit, ismerve az oldat felett a vízgőz parciális nyomását, számítás útján vették figyelembe.

Jelen méréseknél úgy jártam el, hogy az elektródedényből távozó gázt egy olyan mosón keresztül buborékoltattam ki, melyben a vízoszlop magassága a hidrogén parciális nyomását éppen 760·0 mm higanyoszlopnak megfelelő nyomásra egészíttette ki. (Az észlelt légnyomás a vízgőztenzióval korrigálva sohasem érte

[18] E. GÜNTELBERG. Ztschr. f. phys. Chem. **123**. 199. 1926.

el a 760 mm-t.) Ez által a terhes számítások és korrekciók nélkülözhetők voltak.

Az így elkészített és kezelt hidrogénelektródok igen reprodukálhatóknak és állandóknak bizonyultak. Ugyanabban az oldatban az elektródok között legfeljebb 0·02 mV eltérést észleltem.

11. Kalomelelektródok készítése. Kalomelelektródok készítésére ELLIS-nél[20] találunk részletes előírást, aki hangsúlyozza, hogy a kalomel és az oldat közötti egyensúly helyes beállásától függ a potenciál reprodukálhatósága. A kereskedésbeli kalomellel nem kapott jó eredményt, ezért higanyanódnak sósavban való polározása által állított elő kalomelt. GÜNTELBERG[21] az ezüst-ezüstklorid-elektródok készítésénél kiemeli, hogy az oldatok oxigéntartalma miatt a

$$2Ag + 2HCl + O \rightarrow 2AgCl + H_2O$$

egyenlet alapján a koncentráció megváltozik és ez a folyamat, míg oxigén van jelen, kizárja egy reprodukálható potenciál beállását.

Nagyon valószinű, hogy a kalomel-elektród esetében is fellép az oxidáció, ezért kísérleteimet mindjárt úgy rendeztem be, hogy az oldatokból az elektród összeállítása előtt az oxigént kiűztem. Továbbá azt tapasztaltam, hogy a higany anódikusan tisztítva (8 Amp/dm^2 6 órán át) és kétszer desztillálva megfelelő tisztaságú az elektród elkészítéséhez és a kereskedésbeli, lecsapás útján készült kalomel (Hydrargyrum chloratum mite via hum. par. Merck) jól használható.

ELLIS rámutat annak fontosságára, hogy az elektrolitnak nem szabad a platinaelvezetéssel közvetlenül érintkezni. Ez oly módon érhető el, hogy a platinaelektródot körülbelül 15 mm mélyen merítjük a száraz higany alá, melyre utólag kerül a külön edényben elkészített $HCl - HgCl - Hg$ keverék. Az oldatnak a kalomellel való telítését az elektródedény elé kapcsolt mosóban végeztem. Az elektród elkészítése következőképpen történt:

---

[20] H. J. ELLIS: loc. cit.

[21] E. GÜNTELBERG: loc. cit.

A krómkénsavval és bőséges vízzel kimosott elektródokat egy százalékos, néhány csepp pro analysi salétromsavval megsavanyított mercuronitrátoldattal (pro analysi) töltjük meg. Az oldalcsövön (l. a 2. ábrát) platinadrótot vezetünk be, segédelektródul. A platinabeforrasztást elektrolitosan higannyal bevonjuk. Az elektrolizis körülbelül 10 percig tart. Az áramerősség ne legyen nagyobb 5—8 mA-nél. Az elektrolizis befejezése után az edényt desztillált vízzel jól kimossuk és meleg levegőárammal kiszárítjuk, Ezután következik az edény tulajdonképpeni megtöltése.

Higanypipettából annyi higanyt bocsátunk az edénybe, hogy az a szélesebb részben is legalább 1 cm magas réteget alkosson. Közvetlenül az elektród elé kapcsolt mosóba egy borsónagyságú higanycseppet és a mérendő elektrolittal előzőleg kimosott kalomelből 0·1—0·2 grammot teszünk. Majd megfelelő mennyiségű elektrolitet öntünk be. Ugyanebből az elektrolitból öntünk a keverőmosó elé kapcsolt mosóba is, hogy ebben az átáramló gáz az illető elektrolitkoncentrációnak megfelelő víztenziót felvegye.

Az egyes darabokat gumicsővel összekapcsolva termosztátba helyeztem. A keverést nitrogéngázzal végeztem, melyet bombából nyertem. A gázt ugyanúgy tisztítottam, mint a hidrogént. A gáz az elektródedény kihúzott csövén át egy folyadékzáron keresztül buborékolt ki.

Az oldat telítésére töményebb oldatoknál ($m > 0{\cdot}5$) 24 óra, hígabb oldatoknál 48 óra szükséges. Az átáramló nitrogén nemcsak keveri az elektrolit-kalomel-higanyból álló elegyet, hanem az oxigént is kiűzi. A telítés után a keverőmosót a szárai körül, mint tengely körül elforgatjuk úgy, hogy a gáznyomás az oldatot az elektródedénybe nyomja át. A megtöltés után az összeköttetést képező gumicsövet egy szorítóval elzárjuk.

Az elektródok közvetlenül a megtöltés után esetleg még néhány mV különbséget mutathatnak. Ez azonban rövid idő alatt (1 óra) magától is eltűnik. Az elektród enyhe rázogatása ezt elősegíti.

Az így elkészített elektródok belső ellenállása aránylag nem nagy és a potenciálja 0·05 moláris oldattól felfelé 0·01 mV-ra reprodukálható. A kész elektródokat természetesen állandó hő-

fokon kell tartani, mert a hőmérsékletingadozás a beállt egyensúlyt irreverzibilisen megzavarja és a potenciál ezután eltérést mutathat.

Természetesen nagy gondot fordítottam az alkalmazott anyagok tisztaságára. A sósavat (A. hydrochloric. fum. pro anal. o. Merck) kétszer desztillált vízzel hígítottam. A víz tisztaságát vezetőképességmméréssel ellenőriztem. A szénsav kiűzése nem szükséges.

A koncentráció meghatározása titrálással történt. Az eredményeket molaritásban (gmol anyag/1000 g) oldószer fejeztem ki.

12. Összeköttetés, mérőberendezés. Ugyanazon koncentrációjú hidrogén és kalomel elektródok egy *U* alakú cső egyik szárában találkoztak, melyet az illető elektrolittel töltöttem meg. A másik koncentrációjú, hasonló felépítésű elektródpárral az összeköttetést az *U* csövek másik szárába merülő ⊥ alakú lopók képezték. Ebbe az összekötendő elektrolitek közül a könnyebb fajsúlyút szívtam be. Ennél az elrendezésnél a lopók vékony száraiban a stacionárius állapotnak megfelelő koncentráció-átmenet rövid idő alatt létrejött és a diffuziós potenciál nem változott.

Ezzel a kísérleti megoldással sikerült azt is elérnem, hogy a kation- és anionlánc elektromotoros erejének kifejezésében ugyanaz a diffuziós potenciál szerepelt.

Az elektródok, mosók, valamint az összeköttetést szolgáló *U* csövek egy körülbelül 120 literes termosztátba merültek, melynek hőmérséklete 25° C volt, $\pm$ 0·02° C ingadozással.

Az elektromotoros erőt egy 15.000 Ω ellenállású Otto Wolff-féle kompenzátoron mértem. Áramjelzőül egy 10^{-10}Amp. érzékenységű tükrös galvanométer szolgált.

13. A mérések kivitele. Az összeállított berendezéssel a a mérések a következőképpen történtek:

Miután a kalomelelektródokat elkészítettem, megindítottam hidrogéngázáramot. Körülbelül egy óra mulva észleltem az átvitel nélküli láncok elektromotoros erejét. Majd az észlelést félóránként megismételtem. 2, $2^1/_2$ óra mulva ezek az elektromotoros erők már állandósultak. Ekkor az összekötendő *U* csövekbe belehelyeztem a megfelelően töltött lopókat. Ekkor rendszerint

mindjárt lemértem az átvitellel bíró láncok elektrómotoros erejét is, de ezt az adatot a kiértékelésnél nem vettem figyelembe. $^1/_4$—$^1/_2$ óra mulva beállt a stacionárius állapot és ettől kezdve az átvitellel bíró láncok elektrómotoros ereje állandó lett.

Ezután az észleléseket hosszabb-rövidebb ideig folytattam, de mindig legalább 3 óra hosszat. Helyesen készített és kezelt elektródok esetében ezalatt a potenciál ingadozása legfeljebb 0·02—0·04 mV-t tett ki, legtöbbször azonban ez alatt maradt. Néhány kísérletet hosszabb ideig is folytattam (8 óráig), azonban ezalatt sem észleltem említésreméltó eltérést.

14. A mérések eredményei az I. táblázatban találhatók. A táblázatba csak az állandósulás utáni elektrómotoros erők középértékei vannak felvéve.

I. táblázat.

Koncentráció mol.	Középakt. koeff.	Kationlánc EME-je. mV	Anionlánc EME-je. mV
0·00390	0·937	10·04	— 45·44
0·01190	0·897	Vonatkozási koncentráció	
0·01980	0·875	— 4·26	20·32
0·04865	0·829	— 11·57	53·58
0·1311	0·778	— 20·09	96·30
0·2448	0·760	— 24·66	121·74
0·4415	0·755	— 30·00	146·34
0·7678	0·772	— 34·44	165·94
1·304	0·865	— 40·00	200·08
2·082	1·033	— 45·36	227·10
4·266	1·85	— 56·86	277·24
6·310	3·59	— 68·68	324·78

A II. táblázatban foglaltam össze a kísérleti adatokból számított eredményeket. Megjegyzem, hogy az $E_t - E_{sz}$ és $E'_t + E_{sz}$ értékek közötti eltérés a középaktivitási koefficiens értékének, valamint az interpolációnak a hibája. Ezen eltérés azonban nem

jelentős, mert a helyes értéket a kettő középértéke definíció-szerűen adja.

A nagyobb ($m > 0{\cdot}2$) koncentrációkra vonatkozó f és f' értékek az elméleti részben körülírt (8. pont) eljárással vannak számítva. Valószínű, hogy a végleges ionaktivitási értékek ezen adatok és a megfelelő γ értékek közé esnek.

II. táblázat.

Koncentráció mol.	E_{sz} mV	$E_t - E_{sz}$ mV	$E_t' + E_{sz}$ mV	f	f'
0·00390	27·74	— 17·70	— 17·70	0·937	
0·01190	—	—	—	0·897	
0·01980	— 12·27	8·01	8·05	0·875	
0·04865	— 34·26	22·69	(19·32)*	0·829	
0·1311	— 57·94	37·85	38·36	0·778	
0·2448	— 73·24	48·58	48·50	0·753	0·766
0·4415	— 88·53	58·53	57·81	0·743	0·767
0·7678	— 103·30	68·86	(62·64)*	0·714	0·834
1·304	— 119·80	79·80	80·18	0·714	1·048
2·082	— 136·20	90·84	90·90	0·729	1·429
4·266	— 169·80	112·94	107·44	1·024	3·343
6·630	— 196·80	128·12	127·98	1·22	10·59

A kísérleti eredmények tárgyalása.

15. A kísérleti adatokból vont következtetéseknek az eddigi irodalmi adatokhoz való viszonyát vizsgálva, két fontos körülményre kell rámutatnunk.

A diffuziós potenciálnak igen nagy higításoknál mért értéke sem egyezik a HENDERSON-féle potenciállal. Míg kísérleti adatok-

* A zárójelbe tett értékek nem pontosak, mert a kalomelelektródba levegő jutott.

ból a diffuziós potenciál értékére híg oldatoknál a következő tapasztalati formula érvényes (25° C).

$$\varepsilon = -36{\cdot}79 \log \frac{m_1}{m_2},$$

azaz tízszeres koncentrációváltozásra a diffuziós potenciál értéke 36·79 mV-t tesz ki, addig ugyancsak 25° C-on, 0·001 és 0·01 moláris oldat között, ha a hidrogénion mozgékonyságát 350·8-nek, a klór-ionét 76·60-nak vesszük, HENDERSON szerint 37·92 mV a számítás eredménye. Tekintve azt, hogy azonos elektrolitek különböző koncentrációjú oldatai között alkalmas összeköttetés esetén a diffuziós potenciál gyorsan és reprodukálhatóan beáll, 0·01—0·02 mV-on belül állandó, továbbá, hogy helyesen elkészített elektródok esetén az elektródpotenciálok állandósága szintén ilyen rendű, a számított és talált érték közötti különbség a kísérleti hibák határain kívül esik.

Ez a tény az első kétségtelen kísérleti bizonyíték a mellett, hogy a HENDERSON-féle képlet csak közelítő értéket szolgáltat.

16. A másik fontos körülmény, amire rá kell mutatnunk, hogy a sósav esetében a két ion aktivitási koefficiense 0·2 moláris koncentrációig ugyanaz, vagyis egyenlő a középaktivitási koefficienssel. Ezen koncentrációig tehát sem a MAC INNES felfogása, sem a LEWIS—RANDALL-féle szabály nem érvényes.

MAC INNES[22] szerint az egy-egy értékű és közös ionnal bíró sók egyenlő koncentrációjú oldatában a közös ion aktivitási koefficiense egyenlő. LEWIS és RANDALL[23] kiegészítették, illetve általánosították ezt a posztulátumot, miszerint híg oldatokban ez az aktivitási koefficiens csak az ionerősségtől függ.

Ebből következik, hogy ha egy megadott ionerősségnél egy ionnak az aktivitási koefficiensét meghatározzuk, vagy önkényesen megválasztjuk, akkor lépésről lépésre kiszámíthatjuk a többi ionok aktivitási koefficienseit is.

MAC INNES, valamint LEWIS és RANDALL a KCl-nál a K^+ és

---

[22] MAC INNES: Journ. Amer. Chem. Soc. 41. 1086. 1919.

[23] LEWIS és RANDALL: Thermodynamik 1927. 328. oldal.

K^- aktivitásait egyenlőnek véve számították ki néhány ion aktivitási koefficiensét 0·1 ionerősségig.

Ekkor a sósavnál a H^+-ionra 0·84, a Cl^--ionra 0·79 jött ki, mely utóbbi érték egyenlő a káliumklorid kloridionjának aktivitási koefficiensével 0·1 ionerősségnél.[24]

Látjuk, hogy ezek az adatok a kísérleti eredményekkel nem egyeznek, nagyobb koncentrációk esetén pedig a valószínű iránnyal sem.

Véleményem szerint úgy a Mac Innes-féle posztulátum, mint a Lewis—Randall-féle szabály csak igen nagy higításoknál érvényes. Nagyobb koncentrációknál akképp módosítandó, hogy egy ion aktivitási koefficiense minden elektrolit oldatában, mely ezt az iont tartalmazza, más és más, de ugyanazon elektrolit különböző töménységű oldatában az ionerősség függvénye.[25]

Összefoglalás.

17. Az a körülmény, hogy az átvitellel bíró galvánláncok elektromotoros erejéből a diffuziós potenciálra vonatkozó bizonytalan számítások miatt eddig az ionaktivitásra nem sikerült megnyugtató következtetést vonni, nem zárja ki az ionaktivitások definiálhatóságát és meghatározhatóságát.

Legyen f_1 és f_2 az m_1 és m_2 koncentrációkhoz tartozó ionaktivitási, γ_1 és γ_2 pedig a középaktivitási koefficiensek, ε a diffuziós potenciál. Az E_t-t az

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 m_1}{f_2 m_2} + \varepsilon = E_t$$

E_{sz}-t az

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2} = E_{sz}$$

egyenlet definiálja.

Akkor az

$$\frac{RT}{N\mathfrak{F}} \ln \frac{f_1 \gamma_2}{f_2 \gamma_1} + \varepsilon = E_t - E_{sz}$$

---

[24] Lewis—Randall: Thermodynamik. 329. oldal.

[25] St. v. Náray-Szabó és Zoltán Szabó: Ztschr. f. phys, Chem. A. 166. 228. 1933.

egyenlet elemzéséből kiderült, hogy a diffuziós potenciál 0·2 molaritásig a koncentráció logaritmusának lineáris függvénye.

Az $E_t - E_{sz} = F(\log m)$ függvény lineáris tartományában az egyenes hajlása megegyezik a nagy higításoknál kísérletileg meghatározott diffuziós potenciál hajlásával. *Tehát 0·2 molaritásig az $E_t - E_{sz}$ értékek a diffuziós potenciált képviselik. Az ionaktivitási koefficiensek itt megegyeznek a középaktivitási koefficiensekkel.*

A kísérletileg meghatározott diffuziós potenciál a HENDERSON szerint számítottól körülbelül 3%-ra eltér, ami a HENDERSON-féle elgondolások elégtelenségét bizonyítja.

A MAC INNES és LEWIS—RANDALL-féle hipotézis úgy módosítandó, hogy egy ionaktivitási koefficiense minden elektrolit oldatában, mely ezt az iont tartalmazza, más-más értékkel bír, de ugyanazon elektrolit különböző töménységű oldatában az ionerősség függvénye.

A sósavaktivitás méresének technikáját úgy módosítottam, hogy az a legnagyobb pontosság elérésére legyen alkalmas.

Munkám a Magyar Királyi Ferenc József Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézetében készült. E helyen is hálás köszönetet mondok dr. NÁRAY SZABÓ ISTVÁN egyetemi magántanár úrnak, aki állandó érdeklődésével és tanácsaival e munkám elkészítését lehetővé tette. Hasonlóképpen köszönettel tartozom a Rockefeller-Alapítványnak, melynek adományából szereztettek be a használt műszerek, továbbá a szegedi Természettudományi Kutatási Bizottságnak a támogatásért.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. május 13-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE IONENAKTIVITÄTEN DER SALZSÄURE.

Von ZOLTÁN SZABÓ.

Die Bestimmung von Ionenaktivitäten kann mit Hilfe der *EMK* von Flüssigkeitsketten mit Überführung geschehen, falls die Diffusionspotentiale mit genügender Genauigkeit bekannt sind. Die Werte der Diffusionspotentiale können folgenderweise bestimmt werden:

Es seien f_1 und f_2 die Ionenaktivitätskoeffizienten bei den Konzentrationen m_1 und m_2, γ_1 und γ_2 die entsprechenden mittleren Aktivitätskoeffizienten und ε das Diffusionspotential. Dann wird die gefundene *EMK* E_t der Salzsäure-Konzentrationskette

$$\frac{RT}{n\mathfrak{F}} ln \frac{f_1 m_1}{f_2 m_2} + \varepsilon = [Eg.]$$

Wir definieren eine fiktive *EMK* E_{sz} durch die folgende Gl.:

$$\frac{RT}{n\mathfrak{F}} ln \frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2} = E_{sz}.$$

Aus der experimentellen Verfolgung der Werte von $E_t - E_{sz}$ geht hervor, dass ε bis 0·2 molare Konzentration eine lineare Funktion von log m ist. Die Neigung der Gerade $E_t - E_{sz} = F$ (log m) ist genau gleich der Neigung von

$$\varepsilon = \frac{E + E'}{2}$$

(wo die E die *EMK* der Kationenkette, E' die *EMK* der Anionenkette ist), welche Gleichung wenigstens bei sehr grossen Verdünnungen (unter 0·01 molar) die Diffusionspotential angeben muss.

Auf diese Weise kann man also die Diffusionspotentiale zwischen verschieden konzentrierten Salzsäure-Lösungen experimentell bestimmen. Diese Werte weichen von den nach HENDERSON berechneten um etwa 3% ab. Nun können wir die Ionenaktivitätskoeffizienten bestimmen und finden, dass sie bis zur Konzentration 0·2 molar einander und der mittleren Aktivitätskoeffizienten gleich sind.

Szeged. Institut für theoretische Physik der Universität.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Mai 1933.)

VALÓS EGYÜTTHATÓJÚ POLINOMOK DERIVÁLTJÁNAK VALÓS ZÉRÓHELYEIRŐL.

SZŐKEFALVI NAGY GYULA l. tagtól

1. E. LAGUERRE[1] találta a következő tételt:

Ha a csupa valós zéróhelyekkel bíró $P(x)$ n-edfokú polinom két szomszédos zéróhelyének távolságát n egyenlő részre osztjuk, akkor a $P'(x)$ derivált nem tűnhetik el a két szélső osztásrész közül egyiknek sem a belsejében.

Ennek a tételnek élesítése a következő tétel:[2]

Ha $a_1 \leqq a_2 \leqq \ldots \leqq a_n$ a csupa valós zéróhelyekkel bíró n-edfokú $P(x)$ polinom zéróhelyei, akkor a $P'(x)$ deriváltnak nincs zéróhelye az

$$\left(a_k,\ a_k+\frac{a_{k+1}-a_k}{n-k+1}\right) \text{ és } \left(a_{k+1}-\frac{a_{k+1}-a_k}{k+1},\ a_{k+1}\right) \quad (a_k \neq a_{k+1})$$

intervallumok belsejében.

P. MONTEL a LAGUERRE-féle tételt a következőkép általánosította:[3]

Ha a valós együtthatójú $P(x)$ n-edfokú polinom α és β $(>\alpha)$ valós zéróhelyei közé nem esik a polinom egy zéróhelyének valós része sem, akkor az (α, β) intervallum n egyenlő részre való osztásával kapott két szélső részintervallum egyikének belsejében sem tűnhetik a $P'(x)$ derivált polinom.

---

[1] E. CESÀRO, Nouv. Ann. de Math. (3) 4. (1885), 328—330. CESÀRO—KOWALEWSKI, Elementares Lehrbuch d. alg. Analysis und Infinitesimalrechnung, Leipzig 1904, 431.

[2] Sz. NAGY GYULA, Jahresbericht d. DMV. 27. (1918), 40—41.

[3] P. MONTEL, Bull. de la Soc. Math. de France 58. (1930), 119.

Ezt a tételt élesíti a következő tétel:[4]

Ha $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *a valós együtthatójú* $P(x)$ *n-edfokú polinom zéróhelyei a zéróhelyek valós részének növekvő sorrendjében és ha* a_k *és* $a_{k+1}(>a_k)$ *valósak, akkor* $P'(x)$ *derivált polinomnak nincs zéróhelye az*

$$\left(a_k,\ a_k+\frac{a_{k+1}-a_k}{n-k+1}\right) \text{ és } \left(a_{k+1}-\frac{a_{k+1}-a_k}{k+1},\ a_{k+1}\right)$$

intervallumok belsejében.

2. Be fogjuk bizonyítani ezeknek a tételeknek a következő általánosításait:

I. *Ha* α *és* $\beta(>\alpha)$ *a valós együtthatókkal bíró* $P(x)$ *n-edfokú polinomnak két valós zéróhelye és ha a polinomnak egy zéróhelye sincs az* (α, β) *átmérőjű kör belsejében, akkor a* $P'(x)$ *polinomnak nincs zéróhelye az*

$$\left(\alpha,\ \alpha+\frac{\beta-\alpha}{n}\right) \text{ és } \left(\beta-\frac{\alpha-\beta}{n},\ \beta\right)$$

intervallumok belsejében.

II. *Ha* α *ill.* $\beta(>\alpha)$ *a valós együtthatójú* $P(x)$ *n-edfokú polinomnak egy* m_α- *ill.* m_β*-szoros valós zéróhelye, ha továbbá a polinomnak egy zéróhelye sincs az* (α, β) *átmérőjű* K *kör belsejében és ha végül* h_α, h_β *jelöli a polinom azon zéróhelyeinek számát, amelyeknek valós része* α*-nál nagyobb, ill.* β*-nál kisebb, akkor a* $P'(x)$ *derivált nem tűnhetik el az*

$$\left(\alpha,\ \alpha_1=\alpha+m_\alpha\frac{\beta-\alpha}{m_\alpha+h_\alpha}\right) \text{ és } \left(\beta_1=\beta-m_\beta\frac{\beta-\alpha}{m_\beta+h_\beta},\ \beta\right)$$

intervallumok belsejében.

Csak a II. tételt bizonyítjuk be, mivel ez az I. tételt magában foglalja.

Ha x a $P'(x)$ polinomnak az (α, β) intervallum belsejében fekvő egy zéróhelye, akkor a

$$\frac{P'(x)}{P(x)}=\frac{m_\alpha}{x-\alpha}+\frac{m_\beta}{x-\beta}+\cdots=0$$

[4] Sz. Nagy Gyula, Mat. és Fiz. Lapok 38. (1931), 54—55.

egyenletet az

$$\frac{m_\alpha}{x-\alpha}+\cdots=\frac{m_\beta}{\beta-x}+\cdots \tag{1}$$

alakban is írhatjuk, ahol a $P(x)$ polinom egy γ zéróhelye az egyenlet bal, ill. jobb oldalán szerepel a szerint, amint a valós része x-nél kisebb, ill. nagyobb. Ha γ valós része x-szel egyenlő, akkor a hozzátartozó tag az egyenletnek akármelyik oldalán állhat.

Az (1) egyenletnek a γ egyszeres zéróhelyhez tartozó tagjában a valós rész az x és γ ponton átmenő, s a valós tengelyen fekvő középponttal bíró K_γ kör átmérőjének reciprok értékével egyenlő.

Ha ugyanis $\gamma-x=re^{i\varphi}$, akkor

$$\frac{1}{\gamma-x}=\frac{\cos\varphi}{r}-i\frac{\sin\varphi}{r}. \tag{2}$$

Ebből következik állításunk igazsága.

Mivel az x pont a K körön belül, a γ pont pedig a K körön kívül, vagy a K körön van, azért a K_γ kör metszi a K kört. A K_γ körlap tartalmazza az α vagy a β pontot a szerint, amint $\Re(x-\gamma)$, ill. $\Re(\gamma-x)$ pozitív. A K_γ kör D_γ átmérője tehát az $\Re(x-\gamma)>0$ esetben pedig nem kisebb, mint $\beta-x$.

Az (1) egyenletből a tagok valós részeinek tekintetbevételével következik tehát az

$$\frac{m_\alpha}{x-\alpha}\leqq\frac{h_\alpha}{\beta-x}\quad\text{és}\quad\frac{m_\beta}{\beta-x}\leqq\frac{h_\beta}{x-\alpha} \tag{3}$$

két egyenlőtlenség, amelyeket még

$$x-\alpha\geqq m_\alpha\frac{\beta-\alpha}{m_\alpha+h_\alpha}=\alpha_1-\alpha\quad\text{és}\quad\beta-x\geqq m_\beta\frac{\beta-\alpha}{m_\beta+h_\beta}=\beta-\beta_1 \tag{4}$$

alakban is írhatunk. Ezekkel az egyenlőtlenségekkel a II. tétel teljesen be van bizonyítva.

Ha a $P(x)$ polinomnak h_{α_1}, ill. h_{β_1} olyan zéróhelye van, amelyeknek valós része α_1-nél nagyobb, ill. β_1-nél kisebb, akkor az (1) egyenletből nyilvánkép az

$$\frac{m_\alpha}{x-\alpha}\leqq\frac{h_{\alpha_1}}{\beta-x}\quad\text{és}\quad\frac{m_\beta}{\beta-x}\leqq\frac{h_{\beta_1}}{x-\alpha} \tag{5}$$

egyenlőtlenségek is következnek, mivel $\alpha_1\leqq x\leqq\beta_1$.

Ebből következik a II. tételnek következő kiegészítése:

Ha a II. tételben szereplő $P(x)$ polinomnak h_{α_1}, ill. h_{β_1} olyan zéróhelye van, amelyeknek valós része α_1-nél nagyobb, ill. β_1-nél kisebb és ha a $h_{\alpha_1} < h_\alpha$ és $h_{\beta_1} < h_\beta$ egyenlőtlenségek közül legalább az egyik igaz, akkor a $P'(x)$ polinomnak nincs zéróhelye az

$$\left(\alpha,\ \alpha_2 = \alpha + m_\alpha \frac{\beta-\alpha}{m_\alpha+h_{\alpha_1}}\right) \text{ és } \left(\beta_2 = \beta - m_\beta \frac{\beta-\alpha}{m_\beta+h_{\beta_1}},\ \beta\right)$$

intervallumok belsejében.

Ha a $P(x)$ polinomnak h_{α_2} α_2-nél nagyobb és h_{β_2} β_2-nél kisebb valósrészű zéróhelye van és ha a $h_{\alpha_1} > h_{\alpha_2}$ és $h_{\beta_1} > h_{\beta_2}$ egyenlőtlenségek közül legalább az egyik igaz, akkor a $P'(x)$ polinomnak nincs zéróhelye az

$$\left(\alpha,\ \alpha_3 = \alpha + m_\alpha \frac{\beta-\alpha}{m_\alpha+h_{\alpha_2}}\right) \text{ és } \left(\beta_3 = \beta - m_\beta \frac{\beta-\alpha}{m_\beta+h_{\beta_2}},\ \beta\right)$$

intervallumok belsejében. (Ez az eljárás tovább folytatható).

3. Kimutatjuk a következő tételt is:

III. *Ha valós együtthatójú $P(x)$ polinomnak a m_α-szoros, $\beta(>\alpha)$ m_β-szoros valós zéróhelye, ha továbbá a polinomnak legfeljebb $m_\beta+2p$, ill. $m_\alpha+2q$ olyan zéróhelye van, amelyeknek valós része α-nál nagyobb, ill. β-nál kisebb, és ha végül egy zéróhelye sincs a polinomnak annak a K_{12} körkétszögnek belsejében, amely az*

$$\left(\alpha,\ \beta_1 = \beta - m_\beta \frac{\beta-\alpha}{m_\alpha+m_\beta+2q}\right) \text{ és } \left(\alpha_1 = \alpha + m_\alpha \frac{\beta-\alpha}{m_\alpha+m_\beta+2p},\ \beta\right),$$

átmérőjű K_1 és K_2 körlapokból áll, akkor a $P'(x)$ deriváltnak nincs zéróhelye az $(\alpha,\ \alpha_1)$ és $(\beta_1,\ \beta)$ intervallumok belsejében.

A tétel bebizonyítása végett feltételezzük, hogy a tétellel ellentétben van olyan $P_0(x)$ polinom, amelyre a tétel kikötései teljesülnek ugyan, de amelynek $P_0'(x)$ deriváltja az $(\alpha,\ \alpha_1)$ intervallum egy belső x_0 pontjában eltűnik.

A bizonyítás folyamán egy $P(x)$ polinomon a III. tétel kikötéseinek megfelelő polinomot értünk, de megengedjük azt is, hogy a polinomra vonatkozólag a β zéróhely sokszorossága m_β-nál nagyobb is lehessen.

Ha S_0, ill. S jelöli az x_0 pontban a $P_0(x)$, ill. $P(x)$ polinomra vonatkozólag az (1) egyenlet jobboldalán álló tagoknak összegét (egyszersmind ezen tagok valós részeinek összegét), akkor nyilvánkép

$$\frac{m_\alpha}{x_0-\alpha} \leqq S_0. \tag{6}$$

Ha δ és $\bar{\delta}$ jelöli a K_{12} körkétszög csúcspontjaihoz tartozó két konjugált képzetes számot, akkor a $P(x)$ polinomok zéróhelyeinek változtatásával ki fogjuk mutatni, hogy az

$$\begin{aligned} \frac{m_\alpha}{x_0-\alpha} \leqq S \leqq \Re\left[\frac{p}{\delta-x_0}+\frac{p}{\bar{\delta}-x_0}\right]+\frac{m_\beta}{\beta-x_0} = \\ = \frac{p}{\delta-x_0}+\frac{p}{\bar{\delta}-x_0}+\frac{m_\beta}{\beta-x_0} \end{aligned} \tag{7}$$

egyenlőtlenség bármely $P(x)$ polinomra fennáll.

Nyilvánvaló, hogy az S-összeg nagyobbodik, ha a $P_0(x)$ polinomnak x_0-nál nagyobb valósrészű zéróhelyeit az x_0 pont körül a valós tengely pozitív iránya felé való forgatással a K_{12} körkétszög határára vagy a valós tengelyre visszük. Ezzel az eljárással a $P_0(x)$ polinomból, ill. S_0 összegből egy $P_1(x)$ polinomot ill. S_1 összeget kapunk.

A $P_1(x)$ polinom x_0-nál nagyobb valamennyi valós zéróhelyének a β pontba való összehúzásával az S_1 összeg tovább nagyobbítható. Ha az így kapott polinom sokszorossága a β pontban m_β-nál páratlan számmal volna nagyobb, akkor a polinomot az $x-\beta$ tényezővel végigszorozzuk. A $P_1(x)$ polinomból ily módon kapott polinomot $P_2(x)$-szel és a rá vonatkozó S-összeget S_2-vel jelöljük. Ha a $P_2(x)$ polinomból a megfelelő gyöktényezőkkel való osztás által eltávolítjuk azokat a páronkint konjugált képzetes zéróhelyeket, amelyeknek valós része α-nál nagyobb, de x_0-nál nem nagyobb, akkor a $P_2(x)$-ből szintén valós együtthatókkal bíró olyan $P_3(x)$ polinomot kapunk, amelyre vonatkozólag $S_3 = S_2$.

A δ és $\bar{\delta}$ szögpont a K_{12} határvonalát a K_1, ill. K_2 kör kerületéhez tartozó G_1, ill. G_2 körívre bontja. Azalatt, amíg egy γ pont a β pontból kiindulva a G_1 köríven a δ ($\bar{\delta}$) ponthoz közeledik, az x_0 és δ ponton átmenő és a valós ten-

gelyre vonatkozólag szimmetrikus fekvésű K_γ kör D_γ átmérője monoton fogy. Ha nem volna ugyanis monoton a D_γ változása, akkor a G_2 körívnek (β, δ) darabján volna olyan egymástól különböző γ_1 és γ_2 pont, hogy a $K_{\gamma_1} \equiv K_{\gamma_2}$ volna. Ekkor azonban ez a két pont és ezeknek a valós tengelyre vonatkozó tükörképe a K_2 és K_{γ_1} körnek közös pontjai volnának. Ez azonban lehetetlen, mivel a K_2 és K_{γ_1} körök nem eshetnek egybe, minthogy a K_{γ_1} kör x_0 pontja a K_2 körön kivül fekszik. Ez utóbbi ok miatt $D_\gamma < D_\beta = \beta - x_0$, amiből következik, hogy a γ pont mondott mozgása alatt D_γ monoton fogy, $\Re\left(\frac{1}{\gamma - x_0}\right)$ pedig monoton nő.

Ha γ_0 ($\bar{\gamma}_0$) a G_1 körív (α, δ) (ill. $\alpha, \bar{\delta}$) darabjának x_0 valós résszel bíró pontja és ha egy γ pont a G_1 köríven a γ_0 (ill. $\bar{\gamma}_0$) pontból kiindulva a δ (ill. $\bar{\delta}$) ponthoz közeledik, akkor az előbbiekhez hasonló módon látható be, hogy a γ pontnak ez alatt a mozgása alatt $\Re\left(\frac{1}{\gamma - x_0}\right)$ monoton nő.

Ezekből következik, hogy az S_3 összeg növekedik, ha a $P_3(x)$ polinomnak a $K_{1,2}$ körkétszög határán fekvő konjugált képzetes zéróhelypárjait a δ, $\bar{\delta}$ pontpárba egyesítjük és azután ennek a a két pontnak így kapott p_1 sokszorosságát a β pontba eső $m_\beta + 2p_2$ zéróhely rovására még p_2-vel növeljük. Az így kapott $P_4(x)$ polinomnak az α m_α-szoros, a β m_β-szoros, a δ és $\bar{\delta}$ pedig $p_1 + p_2$-szeres zéróhelye. Mivel $p_1 + p_2 \leqq p$, azért ezzel a (7) egyenlőtlenség ezzel be van bizonyítva.

Ha

$$P^*(x) = (x - \alpha)^{m_\alpha}(x - \beta)^{m_\beta}[(x - \delta)(x - \bar{\delta})]^p \tag{8}$$

és ha x_δ^* jelöli a $P^{*\prime}(x)$ polinomnak az (α, β) intervallum belsejébe eső legkisebb valós zéróhelyét, akkor erre az x_δ^*-ra fennáll a

$$\frac{m_\alpha}{x_\delta^* - \alpha} = \frac{p}{\delta - x_\delta^*} + \frac{p}{\bar{\delta} - x_\delta^*} + \frac{m_\beta}{\beta - x_\delta^*} \tag{9}$$

egyenlőség. Ennek az egyenlőségnek a (7) egyenlőtlenséggel való egybevetéséből következik, hogy $x_0 \geqq x_\delta^*$. Ki fogjuk mutatni, hogy a III. tétel jelölései szerint $x_\delta^* = \alpha_1$ és így $x_0 \geqq \alpha_1$.

Ha c pozitív szám és ha

$$n = m_\alpha + m_\beta + 2p, \quad a = -m_\alpha c, \quad \beta = m_\beta c, \tag{10}$$

akkor

$$\delta = ic\sqrt{\frac{2pm_\alpha m_\beta}{n}}, \quad -\bar{\delta} = ic\sqrt{\frac{2pm_\alpha m_\beta}{n}},$$
$$a_1 = \frac{-2pcm_\alpha}{n}, \quad \beta_1 = \frac{2pcm_\beta}{n} \tag{11}$$

és

$$P^*(x) = (x+m_\alpha c)^{m_\alpha}\,(x-m_\beta c)^{m_\beta}\left(x^2 + \frac{2c^2pm_\alpha m_\beta}{n}\right)^p. \tag{12}$$

Ennek a $P_0^*(x)$ polinomnak deriváltja az (α, β) intervallum belsejében csak az

$$x_0^* = -\frac{2pcm_\alpha}{n} = a_1, \quad x_1^* = 0 \text{ és } x_2^* = \frac{2pcm_\beta}{n} = \beta_1 \tag{13}$$

pontokban tűnik el.

Ebből következik, hogy az x_0 pont — feltevésünkkel ellentétben — nem fekszik az (a, a_1) intervallum belsejében.

Hasonlókép bizonyítható be, hogy a $P_0(x)$ polinomnak a (β_1, β) intervallum belsejében sem lehet zéróhelye. Ezzel a III. tétel be van bizonyítva. Megfelelő tétellel ez a tétel is kiegészíthető, miként a II.

4. Tőlünk származik[5] a következő tétel:

Ha a csupa valós zéróhelyekkel bíró $P(x)$ n-edfokú polinom legkisebb és legnagyobb zéróhelyének távolságát n egyenlő részre osztjuk, akkor a két szélső osztásrész mint zárt intervallum mindig tartalmazza legalább egy-egy zéróhelyét a polinom $P'(x)$ deriváltjának.

Ez a tétel valós együtthatókkal bíró polinomokra a következőkép általánosítható:

IV. *Ha α és $\beta(>\alpha)$ a valós együtthatókkal bíró $P(x)$ n-edfokú polinom két valós zéróhelye és ha az α, ill. β ponton kívül a polinomnak valamennyi zéróhelye az*

$$\left(a_1 = a + \frac{\beta - a}{n}, \beta\right) \text{ ill. } \left(a, \beta_1 = \beta - \frac{\beta - a}{n}\right)$$

[5] Sz. Nagy Gyula, Jahresbericht d. DMV. 27. (1918), 37. old.

átmérőjű kör belsejébe vagy kerületére esik, akkor a $P'(x)$ derivált polinom az (α, α_1) ill. (β_1, β) zárt intervallumon legalább egyszer eltűnik.

Ez a tétel a következő általánosabb tételből következik:

V. *Ha α és $\beta(>\alpha)$ a valós együtthatókkal bíró $P(x)$ polinomnak két valós zéróhelye és ha α_2 az (α, β) intervallum olyan belső pontja, hogy* 1. *a polinom α_2-nél nagyobb valósrészű zéróhelyei közül, amelyeknek száma legalább h_β, egy sincs az (α_2, β) átmérőjű K_β körön kívül;* 2. *a polinom α_2-nél kisebb valósrészű zéróhelyei közül, amelyeknek száma legfeljebb h_α, egy sincs az (α, α_2) átmérőjű K_α kör belsejében;* 3. $\alpha_2 \geqq \alpha + h_\alpha \frac{\beta-\alpha}{h_\alpha+h_\beta}$; *akkor a $P'(x)$ polinomnak mindig van az (α, α_2) intervallumban α-tól különböző zéróhelye.*

Megfelelő feltételek teljesülése esetén hasonló tételt mondhatunk ki a $P'(x)$ polinomnak az (α, β) intervallum belsejében fekvő legnagyobb zéróhelyére is.

Az V. tétel bizonyítása végett vegyük észre, hogy az

$$F(x) = \frac{P'(x)}{P(x)} = \frac{1}{x-\alpha} + \frac{1}{x-\beta} + \cdots \tag{14}$$

függvény az (α, β) intervallumnak az α-hoz elég közel fekvő x_1 pontjában pozitív értéket vesz fel. $F(\alpha_2)$ értéke a (14) jobb oldalán álló tagok $x=\alpha_2$-höz tartozó valós részeinek összegével egyenlő. Ha γ a $P(x)$ polinom egy zéróhelye és ha D_γ jelöli az α_2 és γ ponton átmenő és a valós tengelyre vonatkozólag szimmetrikus helyzetű K_γ kör átmérőjét, akkor $\Re\left(\frac{1}{\alpha_2-\gamma}\right)$ értéke vagy $\frac{1}{D_\gamma}$, vagy 0, vagy $-\frac{1}{D_\gamma}$ a szerint, amint $\Re(\alpha_2-\gamma)$ pozitív, zéró, illetőleg negatív.

Az V. tétel feltételeiből következik tehát, hogy

$$F(\alpha_2) \leqq \frac{P'(\alpha_2)}{P(\alpha_2)} \leqq \frac{h_\alpha}{\alpha_2-\alpha} - \frac{h_\beta}{\beta-\alpha_2} \leqq 0.$$

Az $F(x)$ függvény tehát az x_1 ill. α_2 pontban pozitív, ill. nempozitív értéket vesz fel. Mivel az V. tétel feltételei miatt az $F(x)$ függvénynek az (x_1, α_2) intervallumban nincs pólusa, azért

az $F(x)$ függvénynek és vele együtt a $P'(x)$ polinomnak van legalább egy olyan x_0 zéróhelye, amelyre nézve $a<x_0 \leqq a_2$.

Ezzel az V. tétel be van bizonyítva. Az V. tételből a IV. tétel egyszerűen következik.

5. A LAGUERRE-féle tételnek és így az azt magában foglaló I. tételnek a következő általánosítása is igaz:

VI. *Ha* $\alpha = a + iA$ és $\beta = b + iB$ *egy valós együtthatókkal bíró* $P(x)$ *n-edfokú polinomnak olyan két zéróhelye, amelyekre az*

$$a < b, \quad |A| \leqq \frac{b-a}{n} \quad \text{és} \quad |B| \leqq \frac{b-a}{n}$$

egyenlőtlenségek fennállanak, és ha a polinomnak nincs zéróhelye az (a, b) *átmérőjű körön belül, akkor a* $P'(x)$ *polinomnak van legalább egy zéróhelye az*

$$\left(a_1 = a + \frac{b-a}{n},\ b_1 = b - \frac{b-a}{n}\right)$$

zárt intervallumban. Ha $A = 0$, *ill.* $B = 0$, *akkor* $P'(x)$ *nem tűnhetik el az* (a, a_1) *ill.* (b_1, b) *intervallum belsejében.*

Ez a tétel a következő általánosabb tételnek következménye:

VII. *Ha* $\alpha = a + iA$, *ill.* $\beta = b + iB$ $(a < b)$ *a valós együtthatójú* $P(x)$ *polinomnak egy* m_α*-szoros, ill.* m_β*-szoros zéróhelye, ha továbbá a polinomnak nincs zéróhelye az* (a, b) *átmérőjű* K *kör belsejében, és ha végül az előbbi számok és a polinom a-nál nagyobb, ill. b-nél kisebb valósrészű zéróhelyeinek* h_a *ill.* h_b *száma között fennállanak az*

$$|A| \leqq m_\alpha \frac{b-a}{m_\alpha + h_a} = d_a \quad \text{és} \quad |B| \leqq m_\beta \frac{b-a}{m_\beta + h_b} = d_b$$

egyenlőtlenségek, akkor a $P'(x)$ *derivált polinomnak van legalább egy zéróhelye az* $(a_1 = a + d_a,\ b_1 = b - d_b)$ *zárt intervallumon. Ha az előbbi feltételeken kívül* $\alpha = a$, *ill.* $\beta = b$, *akkor a* $P'(x)$ *polinom nem tűnhetik el az* (a, a_1), *ill.* (b_1, b) *intervallum belsejében.*

Ha

$$F(x) = \frac{P'(x)}{P(x)} = \frac{m_\alpha}{x-\alpha} + \frac{m_\beta}{x-\beta} + \cdots, \tag{15}$$

akkor először az

$$F(a_1) \geqq 0 \quad \text{és} \quad F(b_1) \leqq 0 \tag{16}$$

egyenlőtlenségek helyességét igazoljuk.

Ha $A = 0$, ill. $A \neq 0$, akkor

$$\frac{m_\alpha}{a_1 - a} = \frac{m_\alpha}{a_1 - a},$$

illetőleg

$$\frac{m_\alpha}{a_1 - a} + \frac{m_\alpha}{a_1 - \bar{a}} = \frac{2\,m_\alpha(a_1 - a)}{(a_1 - a)^2 + A^2} \geqq \frac{2\,m_\alpha(a_1 - a)}{2(a_1 - a)^2} = \frac{m_\alpha}{a_1 - a}.$$

A $P(x)$ polinom zéróhelyeinek helyzetéből mind az $A=0$, mind pedig az $A \neq 0$ esetben következik tehát az

$$F'(a_1) \geqq \frac{m_\alpha}{a_1 - a} - \frac{h_a}{b - a_1} = 0$$

egyenlőtlenség, mivel a (15) jobboldalán legfeljebb h_a tagnak negatív a valós része és mivel ezekben a valós részeknek számértéke legfeljebb $\frac{1}{b - a_1}$.

Hasonlókép látható be, hogy az

$$F(b_1) \leqq \frac{h_b}{b_1 - a} - \frac{m_\beta}{b - b_1} = 0$$

egyenlőtlenség mind a $B = 0$, mind a $B \neq 0$ esetben fennáll.

Ezzel a (16) alatti egyenlőtlenségek be vannak bizonyítva. Ezekből az egyenlőtlenségekből következik, hogy a $P'(x)$ polinom az (a_1, b_1) zárt intervallumon legalább egyszer eltűnik.

Ha a_2 ill. b_2 az (a, a_1) ill. (b_1, b) intervallum egy belső pontja, akkor az $A = 0$, ill. $B = 0$ esetben az

$$F(a_2) \geqq \frac{m_\alpha}{a_2 - a} - \frac{h_a}{b - a_2} > \frac{m_\alpha}{a_1 - a} - \frac{h_a}{b - a_1} = 0,$$

illetőleg

$$F(b_2) \leqq \frac{h_\beta}{b_2 - a} - \frac{m_\beta}{b - b_2} < \frac{h_b}{b_1 - a} - \frac{m_\beta}{b - b_1} = 0$$

egyenlőtlenség fennállását könnyen be lehet látni. A $P'(x)$ polinomnak az $A = 0$, ill. $B = 0$ esetben tehát nem lehet zéróhelye az (a, a_1), ill. (b_1, b) intervallum belsejében.

Ezzel a VII. tétel és azzal együtt a belőle következő VI. tétel teljesen be van bizonyítva.

A VII. tétel bizonyításából következik a következő tétel:

VIII. *Ha* $\alpha = a + iA$, $\beta = b + iB$, $\gamma = c + iC$ és $\delta = d + iD$ $(a < b \leqq c < d)$ *egy valós együtthatókkal bíró* $P(x)$ *polinom olyan zéróhelyei, amelyekre az* (a, b) *és* (c, d) *intervallumokban a VII. tétel feltételei teljesülnek, és ha a* (b, c) *zárt intervallumban a polinomnak vagy egy zéróhelye sincs, vagy legalább két zéróhelye van, akkor a* $P'(x)$ *polinomnak az* (a, d) *intervallumban legalább három zéróhelye van. Ez a tétel akkor is igaz marad, ha* β *és* γ *a polinomnak ugyanazt a zéróhelyét jelenti.*

A megfelelő jelölésekkel ugyanis

$$F(a_1) \geqq 0, \quad F(b_1) \leqq 0, \quad F(c_1) \geqq 0 \quad \text{és} \quad F(d_1) \leqq 0.$$

Ebből következik, hogy a $P'(x)$ polinomnak az (a_1, b_1) és (c_1, d_1) zárt intervallumokban van legalább egy-egy zéróhelye. Ha tehát van a $P(x)$ polinomnak a (b, c) intervallumban legalább két zéróhelye, akkor a $P'(x)$ polinomnak az (a, d) intervallumban legalább három zéróhelye van. Ha a $P(x)$ polinomnak a (b, c) zárt intervallumban nincs zéróhelye, akkor az $F(x)$ függvény az (a, d) intervallum belsejében folytonos függvény. Mivel az (a, a_1), ill. (d_1, d) intervallumnak az a_1, ill. d_1 pontjához elég közel fekvő a_2, ill. d_2 pontjában ez az $F(x)$ folytonos függvény pozitív, ill. negatív értéket vesz fel, azért az $F(x)$ és a $P'(x)$ függvényeknek az (a_2, d_2) intervallumban páratlan számú és így legalább három zéróhelyük van. Ezzel a VIII. tétel be van bizonyítva.

Ennek a tételnek alapján elő lehet állítani valós együtthatókkal bíró és akármilyen magas fokszámú olyan $P(x)$ polinomot, hogy a $P(x)$ polinomnak legfeljebb két valós zéróhelye legyen, hogy továbbá a polinom két egymástól különböző valós résszel bíró zéróhelyének valós részei közé essék legalább egy valós zéróhelye a $P'(x)$ polinomnak és hogy a $P'(x)$ polinom valamennyi zéróhelye valós és egymástól különböző legyen.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1935. április 15-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE REELLEN NULLSTELLEN DES DERIVIERTEN EINES POLYNOMS MIT REELLEN KOEFFIZIENTEN.

Von JULIUS v. SZ. NAGY.

Es wird unter anderen die folgende Verallgemeinerung eines Satzes von E. LAGUERRE (Nouv. Ann. de Math. III. Reihe 4 (1885), 328—330) bewiesen:

Sind $\alpha = a + iA$ *und* $\beta = b + iB$ *zwei solche Nullstellen eines Polynoms* $P(x)$ *n-ten Grades mit reellen Koeffizienten, für welche die Ungleichungen*

$$a < b, \ |A| \leqq \frac{b-a}{n} \text{ und } |B| \leqq \frac{b-a}{n}$$

bestehen, und liegt keine Nullstelle von $P(x)$ *im Innern des Kreises mit dem Durchmesser* (a, b), *so verschwindet das Derivierte* $P'(x)$ *mindestens einmal auf der Strecke*

$$\left(a_1 = a + \frac{b-a}{n}, \ b_1 = b - \frac{b-a}{n}\right).$$

Ist $A = 0$ *bzw.* $B = 0$, *so kann* $P'(x)$ *im Innern der Strecke* (a, a_1) *bzw.* (b_1, b) *nicht verschwinden.*

Es gilt auch die folgende Verallgemeinerung eines Satzes des Verfassers (Jahresbericht d. DMV. 27 (1918), 40—41):

Sind α *und* $\beta (> \alpha)$ *reelle Nullstellen eines Polynoms* $P(x)$ *n-ten Grades mit reellen Koeffizienten und liegt keine andere Nullstelle von* $P(x)$ *ausserhalb der Kreisfläche vom Durchmesser*

$$\left(a_1 = \alpha + \frac{\beta-\alpha}{n}, \ \beta\right) \text{ bzw. } \left(\alpha, \ \beta_1 = \beta - \frac{\beta-\alpha}{n}\right),$$

so enthält das abgeschlossene Intervall (α, α_1) *bzw.* (β_1, β) *mindestens eine Nullstelle des Derivierten* $P'(x)$.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1935.)

ADATOK A MADÁRBÉLCSATORNA BEIDEGZÉSÉNEK ISMERETÉHEZ.

(Három szövegközti rajzzal.)

ÁBRAHÁM AMBRUS-tól.

A madárbélcsatorna érző és mozgató idegeit az oesophagus mentén lefutó vagus-ágakból, a truncus sympathicus különböző szakaszaiból, a proctodaeum s részben talán az urodaeum egy része is a nervus pudendusból kapja. Különleges idege a madarak bélcsatornájának a REMAK-féle bélideg, melynek rostjai egyrészt a mellékvesefonadékból, másrészt azokból a rostokból állanak, melyek a truncus sympathicusnak utolsó thoracalis és első lumbalis dúcaiból erednek. A REMAK-féle ideg a duodenumtól kezdődőleg a mesenterium két lemeze között halad egészen a rectumig. Lefutásába számos dúc van beiktatva, amelyek néha szabályosan vannak elrendeződve.

Ezeknek az idegeknek a finomabb szerkezetével a régebbi búvárok közül REMAK, KRAUSE, AUERBACH és GERLACH, az újabbak közül pedig CLOETTA, ZIETSCHMANN és MAX CLARA foglalkozott. Legújabban I. F. IWANOWnak jelent meg egy dolgozata, amelyben néhány madár bélcsatornáján végzett vizsgálatának az eredményeit közli. Mivel a fenti vizsgálatok közül egyedül IWANOW dolgozott modern ezüstözési eljárásokkal, pár évvel ezelőtt a madárbélcsatorna mikroszkópikus beidegzésének tanulmányozásába kezdtem. Ezek a vizsgálatok hamarosan arról győztek meg, hogy a madárbélcsatorna nemcsak rendkívül jó vizsgálati anyag, hanem elsőrendűen alkalmas arra is, hogy rajta a bélcsatorna területére eső autonom idegrendszer finomabb szerkezetét tanul-

mányozhassuk s ezzel a neurologiának alapvető kérdéseihez is hozzászólhassunk.

Vizsgálataimat részben a budapesti egyetemi állattani intézetben, részben a tihanyi biológiai kutatóintézetben, részben pedig a szegedi áll. polgári iskolai tanárképző főiskola állattani intézetében végeztem. Vizsgálati anyagul a házi tyúk, veréb és bagoly bélcsatornája szolgált. Vizsgálati módszereim supravitalis methylénkék-festés, főkép pedig a BIELSCHOWSKY-féle ammoniákos ezüst-impregnálás volt, amellyel a legszebb eredményeket értem el s amellyel véleményem szerint ma a neurológiában felvetődő alapproblémákhoz a legközelebb lehet férkőzni.

A madarak bélcsatornája, nem számítva a száj- és garatüreget, a következő szakaszokra oszlik: 1. nyelőcső (oesophagus), 2. mirigyes gyomor (proventriculus), 3. izmos gyomor (ventriculus), 4. epésbél (duodenum), 5. csípőbél (ileum), 6. utóbél (rectum), 7. cloaka, melynek részei a coprodaeum, az urodaeum és a proctodaeum. Mindezek a részek szövettani tekintetben az általános gerincestípust követik, csak a nyelőcső hosszanti izomrétege fejlődött vissza egyes fajoknál, másoknál pedig ugyancsak a nyelőcsőnek és a mirigyes gyomornak hosszanti izomrétege gyengén fejlett.

A magam részéről sorba vizsgáltam a bélcsatorna főbb szakaszait és ezen vizsgálatok eredményeit a következőkben fogom összefoglalni.

Nyelőcső (oesophagus).

A tyúk nyelőcsövében az adventitia és a muscularis hosszanti rétegének határán több-kevesebb rostot tartalmazó idegtörzsek futnak, melyek részben az adventitiát, részben pedig a harántcsíkolt izomszövetet idegzik be a nélkül, hogy végükön a cerebrospinalis rostok jellegzetes véglemezes szerkezete felismerhető volna. A rostok legalább részben velősek, tehát vaguságak s végződésük mégis a sympathikus rostokéval egyezik meg.

Ugyancsak a tyúk nyelőcsövében a két izomréteg között a BIELSCHOWSKY-módszerrel kiválóan impregnálható kisebb-nagyobb dúcok vannak (1. ábra). A dúcok rendesen több idegtörzs találkozásában feküsznek. A praeganglionaris törzsek rostjainak egy része átfut rajtuk. Az átfutó rostok túlnyomó részét IWANOW velősek-



1. ábra.

nek mondja. Ilyen értelemben ezek a dúcok, amelyek helyzetük szerint az AUERBACH-féle fonadék sejtjeinek felelnek meg, tulajdonképpen csak hemiganglionok (REMAK). A dúcok sejtjei mind multipolárisak, egy hosszú nyúlványuk van, amely a postganglionaris idegben fut tovább s rendesen több rövid, amelyek vagy a dúc-

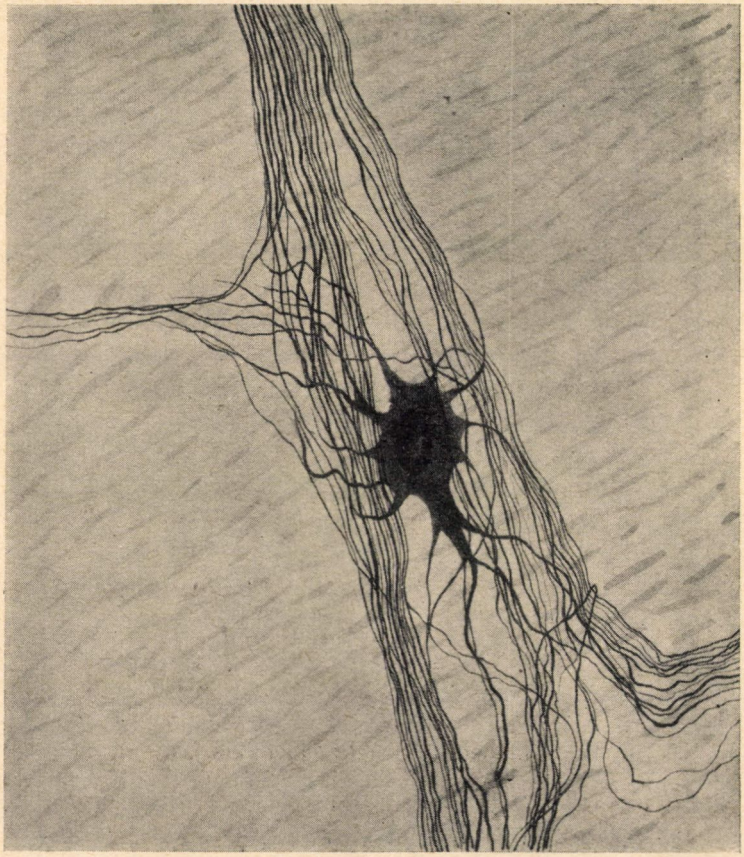
ban, vagy pedig a dúcot közvetlenül határoló izomrostokban végződnek. A rövid nyúlványok végén erősebb nagyítással valami hálózatforma látszik, aminek természetével ma még nem vagyunk egészen tisztában. Az kétségtelen, hogy valamiféle finom szerkezet, amely az idegsejt és a végrehajtó szerv között szoros összeköttetést létesít. Hogy ezt a LAWRENTJEW-féle értelemben dentritlemeznek vagy pedig BOEKE-féle terminális recének kell-e, illetőleg lehet-e nevezni, azt az én véleményem szerint a mai vizsgálómódszerekkel nem igen lehet végérvényesen eldönteni. Általában erősen kell hangsúlyoznom, hogy az autonom idegrendszer területére eső végződések megjelölésénél erősen óvatosnak kell lennünk, mert sohasem tudjuk egészen bizonyosan, hogy vajjon nem egy folytatásától megfosztott varix-e az, amit sokszor végződésnek tartanak, vagy esetleg nem egy elvágott rostnak az impregnálás folytán kissé megduzzadt végdarabja kelti-e az idegvégződés látszatát. De ha kétségtelennek látszik az, hogy az idegrost csakugyan véget ért, akkor jön csak még a neurológiának talán legnehezebb kérdése, hogy milyen összefüggés van az idegrost vége és a mi esetünkben az izomrost között.

A dúcot alkotó sejtek a fenti leírás értelmében a DOGIEL-féle első típusba tartoznak, s így, ha megtartjuk a LANGLEY-féle nevezéktant, a LAWRENTJEW-féle vizsgálatokra támaszkodva parasympathikusoknak is mondhatók. A dúcok mellett ugyancsak a tyúk nyelőcsövében idegtörzzsel összeköttetésben nem lévő magános idegsejtet is találtam, amelynek egyik rövid nyúlványa LAWRENTJEW-féle dendritlemezben végződik. A dúcokban az első típusú multipolaris sejtek mellett kisebb számmal akadnak unipolaris és bipolaris sejtek is, amelyek a DOGIEL-féle második típust képviselik.

Mirigyes gyomor (proventriculus).

A tyúk mirigyes gyomrában az intramuralis dúcok két fonadékban: a plexus myentericusban és a plexus submucosusban csoportosulnak. A mirigyes gyomor mind a két fonadék tanulmányozására rendkívül alkalmas. A dúcsejtek, amelyek mindkét fonadékban a DOGIEL-féle második típusba tartoznak, a BIEL-

SCHOWSKY-féle metódussal jól impregnálhatók. Különösen azok a sejtek jellegzetesek, amelyek rendszerint egyesével valamelyik idegtörzsnek a lefutásába vannak beiktatva (2. ábra). Ezek, mint



2. ábra.

a 2. ábrán jól látható, multipolarisak és DOGIEL második típusának felelnek meg. Nyúlványaik között sok a hosszú s ezek az idegtörzsbe mennek át, ahol messzire követhetők, a rövidebbek átfutnak az idegtörzsön s a környező síma izomsejteken végződnek. Az idegsejteknek a törzsekben való előfordulása az autonom

idegrendszernek ősi volta mellett bizonyít, de másrészt ritka voltuk a jelen esetben az alsóbbrendű gerincesekhez viszonyítva központosítottságról tanúskodik. Az alsóbbrendű gerinceseknek, főleg egyes csontos halaknak a belében, amint azt a csukánál láttam, az idegsejtek nem rendeződnek dúcokba, más halaknál, mint azt a menyhalnál tapasztaltam, dúcokba rendeződnek, de vannak szabadon álló sejtek is, a madaraknál pedig dúcban találjuk a sejteket, vagy pedig az idegtörzsekben, kivéve a nyelőcsövet és a cloakát, ahol magányosan álló sejtekre is akadunk.

A tyúk mirigyes gyomrában túlsúlyban vannak a második típusú sejtek, amit az IWANOW-féle felfogással szemben hangsúlyoznom kell. A mirigyes gyomorban a MEISSNER-féle fonadék dúcai is jól impregnálhatók. A dúcok kisebbek, mint az AUERBACH-féle fonadékban és a sejtek között sok az unipolaris.

Izmosgyomor (ventriculus).

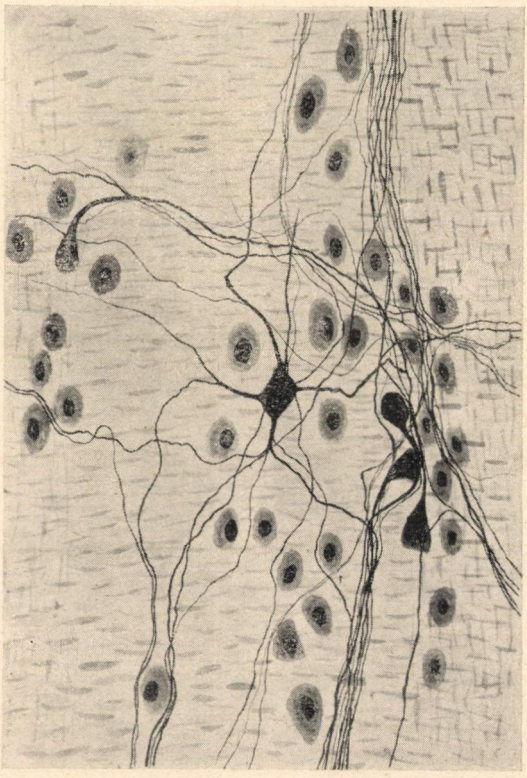
A bagoly izmosgyomrában az AUERBACH-féle fonadék rendkívül fejlett. Az idegeket alkotó rostok nagyon vékonyak s fő jellegzetességük az idegeknek az, hogy mindegyikben egy feltűnő vastag és erősen varixos rost fut, amely, amint azt egyes esetekben jól meg lehet állapítani, valamely dúc feltűnő nagy DOGIEL első típusú sejtjének messzemenő nyúlványa. Az idegtörzseket továbbá az is jellemzi, hogy bennük helyenkint, egymástól nem messze, számos egy vagy két sorban álló, aránylag kicsi idegsejtet találunk. A dúcok közül az AUERBACH-fonadékban lévők nagyobbak, sejtjeik túlnyomólag DOGIEL első típusúak és tokkal vannak körülvéve, amely főleg a nagy sejtek körül látható jól.

A MEISSNER-féle fonadék lazább, dúcai kisebbek s maguk a dúcsejtek is kicsinyek. A dúcok beterjednek közvetlenül a mirigycsövek közé. A MEISSNER-fonadékból több-kevesebb, aránylag nem sok rostból álló ideg fut a mirigycsövek közötti laza kötőszövetben, melyeknek oldalágai a mirigycsövek hossztengelyét követik, másrészt pedig hálózattal fonják keresztül-kasul a mirigycsöveket. A rostok sok esetben a mirigysejtek alá követhetők, sőt nem ritkán azt is meg lehet figyelni, hogy az idegrost közvetlenül érintkezik a mirigyhámmal, azt azonban, hogy az ideg- és a hámsejtek között,

vagy pedig a hámsejtekben végződik-e, még a legjobb készítményen sem lehet eldönteni.

Epésbél (duodenum).

A duodenum idegekben és dúcokban rendkívül gazdag s a tyúk bélcsatornájában mindkét fonadék a legszebben impregnálható. Az AUERBACH-fonadék dúcai átlag nagyok. Egy-egy dúcba



3. ábra.

rendszerint 3—4 vastag idegtörzs lép be. Az idegtörzsek rostjainak legnagyobb része átfut a dúcon. Meglepő a rostoknak kimondhatatlan gazdagsága, ami egy jól sikerült készítményről a mikroszkopizáló szemébe ötlik. De még meglepőbb az, hogy a rostoknak egy kisebb

része milyen furcsán viselkedik a dúcban. Vannak rostok, amelyek a dúcig haladva visszafordulnak, mások benne hurkot alkotnak, ismét mások számos nagy ívben áthajolva s újra visszatérve futnak át a dúcon. Mindezeknek a viszonyoknak megítélése a legkülönbözőbb lehetne, azonban annyi kétségtelen, hogy az ilyen képekből az derül ki, hogy a dúcoknak a szerkezete nem olyan egyszerű és érthető, mint azt a régi s hipotézisekkel megtüzdelt vizsgálatok nyomán eddig gondoltuk.

A dúcsejtek az AUERBACH-fonadékban kisebbek, a MEISSNER-fonadékban nagyobbak s mindannyian több vagy kevesebb messzire futó nyúlvánnyal vannak ellátva (3. ábra). Sok köztük a DOGIEL második típusú multipolaris sejt, e mellett azonban feltűnő jelenség, hogy a dúcban sok az unipolaris sejt is. Különös továbbá az is, hogy a lamina propriában a mirigycsövek között nem ritkán egyedülálló unipolaris és bipolaris sejtekre akadunk. A sejteknek a nyúlványai a dúcokból mind messzire futnak s az idegtörzsekben igen sokáig követhetők.

Utóbél (rectum).

Valamennyi bélszakasz közül az utóbél AUERBACH-féle dúcai a legnagyobbak. A fonadék idegei supravitalisban is totális készítményben jól festhetők. Az idegtörzsek száma, amelyek a két izomréteg között futnak, az összes bélszakaszok között az utóbélben a legnagyobb. Néha egy-egy dúcban nem kevesebb, mint kilenc idegtörzsnek a belépését lehet figyelemmel kísérni. A sejtek multipolarisak, DOGIEL második típusúak, sok közöttük az unipolaris forma és vannak közöttük első típusúak is, amelyekből rendesen a vékony nyúlványok mellett egy feltűnő vastag lép ki.

Nagyon sajátságosak a cloaka beidegzési viszonyai, különös alkatúak a dúcai s a mikroszkópi képen gyakorta látható egyes dúcsejtjei s méginkább a nagy érzőgomolyok, amelyek az izomrostok között nagy számban találhatók, mindezekkel azonban más helyen szándékozom foglalkozni.

A rectumból, de különösen a duodenumból készült metszeteken igen szépen tanulmányozható az erek beidegzése. A hajszálerek mentén néha több egyedülálló finom rostot látunk, amelyeknek azonban az ér falához való viszonya pontosan nem körvona-

lazható. Annyi kétségtelen, hogy a rostok rajta futnak a hajszálér falán, s ez véleményem szerint elég intim kapcsolat arra, hogy a capillaris falának mozgása ideg szerint szabályozható legyen. A hajszálerek mellett gyakorta akadunk olyan kisebb arteriákra, amelyeknek a beidegzési viszonya szintén pontosan tanulmányozható. Ezekben, amint az több mikroszkópi képen jól szembetűnik, két, rendszerint csak néhány rostból álló idegtörzsecske fut végig, közülük egyik az adventitiában, ennek a szélén, a másik pedig közvetlenül a medián halad, sőt olyan képek is vannak, amelyek azt a látszatot keltik, mintha a media hosszában is futnának idegrostok. Azt, hogy a rost milyen összefüggésben áll az arteria falát alkotó szövetekkel, eldönteni nem lehet, aminthogy dacára a sok vizsgálatnak, az autonom idegrostok végződésével ma még sehogyan sem vagyunk tisztában. A DOGIEL első típusú idegsejtek rövid nyúlványa az egyetlen, hol a végződés kétségtelenül látható. Egyébként azonban általában mindenfelé a legnagyobb homály uralkodik. Innen érthető az a sok tapogatódzás, amely a mai irodalomban mindig újabb és újabb végződési formák leírásával lep meg bennünket. Talán éppen ez a körülmény késztette STÖHRT is arra, hogy a bélcsatorna területére eső idegeknek «tulajdonképpeni morphologiai végződésformájá»-ul a tőle elnevezett terminalis reticulumot jelölje meg. A «vagus- vagy sympathikus-rostok és az intramuralis idegsejtek neuritjei sohasem idegezhetnek be egy meghatározott izomsejtet; ezeknek előbb a terminalis reticulum syncytialis hálózatába (syncytiales Wabenwerk) kell beleszájadzaniuk». Ebben az értelemben tehát a bélcsatorna izomzatában nincsen sem külön vagus-, sem pedig külön sympathikus-végződés. Abban, hogy a sympathikus-rendszernek a végződését nem ismerjük, STÖHRrel magam is egyet értek. Abban azonban semmiképpen sem, mintha minden idegelem terminalis reticulumban egyesülne s ez volna a vegetativ idegrendszernek egyetlen végződési formája. Nem érthetek STÖHRrel egyet azért, mert a terminalis reticulumot még a legjobban impregnált készítményeken sem tudtam felfedezni, de másrészt azért sem, mert azokat a finom rostokat, amelyeket ő az idegvégződések összekötőjének tart és syncytialis hálózatnak nevez, én nem tartom idegeknek, hanem más szövetek körébe tartozó finom rostozatoknak. Hogy ilyen általános érvényű

terminalis reticulumnak a felvételétől tartózkodnunk kell, az legjobban a compó bélcsatornáján végzett vizsgálatomból derült ki, ahol kimutattam, hogy a vaguságak rostjai a lamina muscularis harántcsíkolt rétegeiben valóságosan és egyenkint végződnek. Meggyőződésem szerint úgy a vagus, mint a sympathikus rostjai, valamint a dúcsejtek nyúlványai a magasabbrendű gerincesek bélcsatornájában is mind külön végződnek, mi azonban ezeket a végződéseket nem ismerjük, mert idegvizsgáló módszereink és eszközeink csődöt mondanak, valahányszor az idegrendszernek és a végrehajtó szerveknek belső kapcsolatát akarjuk megismerni. Határállomáson vagyunk s itt fogunk vesztegelni mindaddig, amíg valaki jobb vizsgálati módszerekkel és eszközökkel nem fog megajándékozni bennünket.

Összefoglalás.

1. A nyelőcső rostjai részben velősek, részben velőtlenek, az AUERBACH-féle fonadék dúcai hemiganglionok; sejtjeik DOGIEL első típusához tartoznak. A sejtek hosszú nyúlványai az idegekben futnak, rövid nyúlványai pedig a sejtek közelében végződnek.

2. A mirigyes gyomor fonadékaiban a sejtek DOGIEL második típusúak; a dúcokon kívül gyakoriak az egyesével, de ritkán álló idegsejtek, amelyek nyúlványai legnagyobbrészt idegtörzsben futnak, kisebb részben a szomszédos síma izomszövetben végződnek.

3. Az izmosgyomor AUERBACH-féle fonadéka nagyon sűrű szövésű, dúcai nem nagyok, az idegsejtek aprók. A mirigyeket sűrű ideghálózat veszi körül, amelynek egyes rostjai közvetlenül a mirigyhám alján végződnek.

4. Az utóbélben az AUERBACH-féle fonadék dúcai nagyok, beléjük sok ideg lép, a sejtek között sok az unipolaris s a második típusú sejtek mellett első típusúak is vannak.

5. A hajszálereket az idegrostok kígyózva követik, a kisarteriákban az adventitia külső szélén s a media határán futnak kevés rostból álló idegek, amelyeknek rostjain semmiféle különös végződési formát nem lehet észrevenni.

6. A STÖHR-féle «terminalis reticulum» nem tekinthető a vegetativ idegrendszer végződési formájának.

Irodalom.

1. Ábrahám Ambrus: Adatok az édesvízi csontoshalak fali dúcsejtjeinek ismeretéhez. Állattani közlemények XXX. 1—2., p. 63. 1933.

2. Ábrahám Ambrus: Über die Innervierung des Verdauungstraktes einiger Knochenfische. Arbeiten der I. Abteilung des ungarischen Forschungsinstitutes. Bd. VI. p. 1. 1933.

3. Dogiel, A. S.: Zwei Arten sympathischer Nervenzellen. Anat. Anz. Bd. 11. p. 679. 1896.

4. van Esweld: Über die nervösen Elemente in der Darmwand. Zeitschr. für mikr. anat. Forschung. Bd. 15. p. 1. 1928.

5. Harting, K.: Über die feinere Innervation der extrahepatischen Gallenwege. Zeitschr. f. Zellforschung und mikr. Anat. Bd. 12. p. 518. 1931.

6. Iwanow, J. F.: Die sympathische Innervation des Verdauungstraktes einiger Vogelarten. (*Columba Livia* L., *Anser cinereus* L. und *Gallus domesticus* L.) Zeitschr. f. mikr. anat. Forschung. Bd. 22. p. 569. 1930.

7. Kolossow u. Iwanow: Zur Frage der Innervation des Verdauungstraktes einiger Fische (*Acipenser ruthenus, Silurus glanis*). Zeitschr. f. mikr. anat. Forschung. Bd. 22. p. 533, 1930.

8. Lawrentjew, B. I.: Experimentelle-morphologische Studien über den feineren Bau des autonomen Nervensystems. II. Über den Aufbau der Ganglien der Speiseröhre nebst einigen Bemerkungen über das Vorkommen und die Verteilung zweier Arten von Nervenzellen in dem autonomen Nervensystem. Zeitschrift f. mikr. anat. Forschung. Bd. 18. p. 233. 1929.

9. Reiser, K. A.: Der Nervenapparat im Processus vermiformis nebst einigen Bemerkungen bei kronischer Appendicitis. Zeitschr. f. Zellforschung und mikr. Anatomie. Bd. 15. p. 761. 1932.

10. Schabadasch, A.: Die Nerven des Magens der Katze. Zeitschr. f. Zellforschung und mikr. Anatomie. Bd. 10. p. 254. 1929.

11. Stöhr, Ph. jr.: Mikroskopische Studien zur Innervation des Magen-Darmkanals. Zeitschr. f. Zellforschung und mikr. Anat. Bd. 12. p. 66. 1930.

12. Stöhr, Ph. jr.: Mikroskopische Studien zur Innervation des Magen-Darmkanals. II. Über die Nerven des menschlichen Magens und ihre Veränderungen beim Ulcus. Zeitschr. f. Zellforschung und mikr. Anat. Bd. 16. p. 123. 1932.

13. Stöhr, Ph. jr.: Mikroskopische Studien zur Innervation des Magen-Darmkanals III. Zeitschr. f. Zellforschung und mikr. Anatomie. Bd. 21. p. 243. 1934.

14. Stresemann, E.: Aves in Kükenthals Handbuch der Zoologie. Bd. VII. Zweite Hälfte, zweite Lieferung. p. 175. Berlin u. Leipzig, 1927.

A rajzok magyarázata.

1. Házi tyúk. A nyelőcső tangentiális hosszmetszetéből. Idegdúc a két izomréteg között. BIELSCHOWSKY-féle eljárás.

2. Házi tyúk. A mirigyes gyomor tangentiális hosszmetszetéből. Dogiel második típusú idegsejt a plexus myentericusnak egyik idegtörzsében. BIELSCHOWSKY-féle eljárás.

3. Házi tyúk. Az epésbél tangentiális hosszmetszetéből. Idegdúc a plexus submucosusból. BIELSCHOWSKY-féle eljárás.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1935. április 15-én tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR KENNTNIS DER INNERVATION DES VOGELDARMES.

Von A. ÁBRAHÁM.

Der Verfasser hat die mikroskopische Innervation des Verdauungstraktes bei dem Haushuhn, dem Sperling und der Eule mit der Silbermethode von BIELSCHOWSKY untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind die folgenden.

1. Die Nervenfasern der im Oesophage längslaufenden Nerven sind teils markhaltig, teils marklos. Ebenda sind die Ganglien des Geflechtes von AUERBACH Hemiganglien und die Zellen derselben gehören zum ersten Typus von DOGIEL. Die langen Fortsätze der Zellen laufen in den Nervenstämmen und die kurzen Fortsätze enden in der Umgebung der Zelle in den Ganglien oder an den Muskelfasern.

2. In den Geflechten des Drüsenmagens bei dem Haushuhn sind die Zellen der Ganglien vom zweiten Typus von DOGIEL; neben den Ganglien sind auch einzelnstehende Ganglienzellen zu finden, der grösste Teil der Fortsätze dieser läuft in Nervenstämmen, der kleinere Teil der Fortsätze hat sein Ende in dem angrenzenden Muskelgewebe.

3. Das AUERBACHsche Geflecht des Muskeldarmes der Eule ist dicht geflochten. Die Ganglien des Geflechtes sind nicht gross, die Zellen derselben sind klein. Die Drüsen sind von einem dichten Nervengeflecht umgeben, aus dem einige Fasern zu den Drüsenzellen laufen und dort endigen.

4. Die Ganglien des Geflechtes von AUERBACH sind im Enddarm des Haushuhnes und des Sperlings gross, in die Ganglien treten viele Nervenstämme ein. In den Ganglien befinden sich

viele bipolare Zellen und neben dem zweiten Typus von DOGIEL auch solche des ersten Typus.

5. Die Nervenfasern begleiten schlängelnd die Kapillaren, in den kleinen Arterien laufen die wenige Nervenfasern enthaltende Nervenstämme an der Grenze zwischen Media und Adventitia. Bei diesen Fasern können wir keine besondere Endigungsform wahrnehmen.

6. Das «Terminalreticulum» von STÖHR ist nicht als die Endigungsform des vegetativen Nervensystems anzuerkennen.

Erklärung der Abbildungen.

1. Haushuhn. Aus einem tangentialen Längsschnitt des Oesophagus. Ganglion zwischen den Muskelschichten. Silbermethode von BIELSCHOWSKY.

2. Haushuhn. Aus einem tangentialen Längsschnitt des Muskelmagens. Nervenzelle vom zweiten Typus von DOGIEL im Nervenstamm des intramusculären Geflechtes. Silbermethode von BIELSCHOWSKY.

3. Haushuhn. Aus einem tangentialen Längsschnitt des Zwölffingerdarmes. Ganglien aus dem Nervengeflecht der Submucosa. Silbermethode von BIELSCHOWSKY.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1935.)

BARS VÁRMEGYE PUHATESTŰ-(MOLUSCA)-FAUNÁJÁNAK ALAPVETÉSE.

DUDICH ENDRE l.-t. és WAGNER JÁNOS-tól.

Bars vármegye puhatestűiről a legutóbbi időkig alig tudtunk valamit. Az irodalomban is kevés adatot találunk. Még a legtöbbet említ PETRICSKÓ (13, p. 36—38), aki Szklenófürdőről és Vihnyéről sorol fel néhány fajt. Soós (15, p. 162) monográfiájában csupán egy barsi adat van: *Helix hortensis* Körmöcbányáról.

A csaknem teljesen dr. DUDICH ENDRE által gyüjtött puhatestűeket dr. Soós LAJOS és dr. WAGNER JÁNOS határozták meg. DUDICH gyüjtése a megyének számos pontjára kiterjedt, és egyes adatai DUDICH, MODELL és WAGNER munkáiban találhatók meg. 1933. júliusában dr. DUDICH ENDRE és dr. WAGNER JÁNOS együtt gyüjtöttek Nagysallón és Körmöcbányán.

Az alább következő felsorolás 106 csigát és 9 kagylót tartalmaz. Endemikus faja a megyének eddig nincs. Említést érdemlő nevezetességek a *Milax gracilis*, *Vitrea opinata*, *Fruticicola Lubomirskii*, *Vallonia pulchella enniensis*, *Fusulus varians* és néhány hasonló, ritkábban előforduló alak. Legérdekesebb faj a déli *Caecilioides Actoniana* var. *Petitiana*, amelyet eddig csak Sziciliából ismertünk. Kétségtelen, hogy a további kutatások még számos fajt fognak kimutatni a megyéből, azonban valószínű, hogy a változatosság nem lesz valami nagy, mert a megye geológiai felépítésében a mészkő nagyon alárendelt szerepet játszik.

A megye déli, lapályos-dombos, és északi, hegyes része között a puhatestű fauna tekintetében rendkívül nagy a különbség.[1]

[1] A megye természeti viszonyainak rövid jellemzése megtalálható DUDICH ornithologiai munkájában (7.).

Délen, a száraz, erdőtlen vagy alig erdős, alluviális lapályon és dombokon, kultúrsteppe területek laza rétegein eurytop-ubiquista fajok élnek, ezek is aránylag kis számban. A tócsákban és a lassan folyó patakokban limnikus, iszapkedvelő csigák és kagylók élnek. Ezeknek jórészét a Garam holt ágaiban és a hegyvidék kevés állóvizében is megtaláljuk. Érdekesebb állatok csak különleges biotopokban találhatók, így forrásoknál *(Vitrea opinata)* és pincékben *(Caecilioides Actoniana* var. *Petitiana)*.

A hegyvidéken az eurytop fajok mellett nagyszámban találjuk a hegyi fauna petrophil-hygrophil fajait. A *Daudebardia*, *Phenacolimax*, *Vitrina*, *Oxychilus*, *Retinella*, *Gonyodiscus*, *Fruticicola*, *Monacha*, *Helicodonta*, *Isognomostoma*, *Orcula*, *Ena*, *Marpessa*, *Clausilia*, *Fusulus* és *Laciniaria* nemek fajai túlnyomórészt itt élnek. Megvan három nagyon jellemző kárpáti csigafajunk is, a gyönyörű színezetű *Bielzia coerulans*, a *Campylaea faustina* és a *Campylaea Rossmässleri*. Forrásokban és patakokban rheophil fajok élnek, mint a *Bythinella austriaca*, a *Bythinella hungarica* és az *Ancylus fluviatilis*.

Mint feltűnő körülményt említjük meg, hogy a Garam vizében Garamkovácsitól felfelé, tehát a hegyi szakaszon, semmiféle puhatestűt sem talált Dudich és a partokon sem ötlött szemébe sehol kagylóhéj. Ez talán ökologiailag magyarázható hiány. A hegyvidéki szakaszon olyan durva a Garam hordaléka, hogy a csigákat és kagylókat a tovasodródó kövek összemorzsolnák. A lapályi Garam-szakaszban élnek puhatestűek, de főképpen kagylók; az *Ancylus fluviatilis* egészen Nagy(Alsó)-Szecséig jön le. A holt Garamágak faunája természetesen állóvizi.

Az eddig gyüjtött puhatestű állatfajok száma kereken 100, amelyhez még 15 alfaj, ill. fajváltozat csatlakozik. A megye faunáját összetétele szempontjából a trencsénmegyei, a börzsönyhegységi, valamint a Bars megye határán fekvő selmeci (és Selmecbánya-környéki) faunákkal hasonlíthatjuk össze, mert ezek mindegyikéről jelentek már meg részletes összeállítások. A Selmeckörnyéki fajokat, számszerint 42-t, Petricskó Jenő állította össze (13), jegyzéke azonban nyilvánvalóan nagyon hiányos, mert hiszen Selmecbánya környékén bizonyosan jóval több faj él, mint amennyit a szerző felsorol. A kimutatottak között csak 4 olyant

találtunk, amely a mi listánkból hiányzik, ezek közül is az egyik *(Xerophila striata)* valószínűleg téves adat. A Börzsönyi-hegységben (10) előforduló 48 fajból, csak 3 szárazföldi faj nem szerepel a barsiak között, ezeknek az előfordulása azonban szintén várható, míg 2, Barsból eddig nem ismert *Limnaea* bizonyosan előfordul megyénkben is.

Az összehasonlításra a most említetteknél sokkal alkalmasabb Trencsén vármegye Mollusca-faunája, amelyet évekig tartó gyüjtés és vizsgálat után állított össze dr. Brancsik Károly (1). Ő 107 fajt és 38 fajváltozatot sorol fel megyéjéből. A fajok közül 32-t Barsban még nem találtunk meg, míg 75 faj azonos a Bars megyében élőkkel. Nevezetes ezek közül a Barsban még nem gyüjtött 24 szárazföldi alak, míg a mi összeállításunkból hiányzó vízicsigái közül bármelyik előkerülhet Barsból is. A megyénkből eddig nem ismert trencséni csigák között 12 középeurópai faj van *(Limax tenellus, Vitrina diaphana, V. elongata, Vertigo pygmea, V. antivertigo, V. pusilla, Columella edentula, Succinea putris, Limnaea auricularia, Physa fontinalis, Paraspira leucostoma, Bathyomphalus contortus);* a Soós által (16) felállított «ősi törzs»-höz 6 tartozik *(Abida frumentum, Truncatellina cylindrica, Limnaea palustris, Gyraulus albus, G. glaber, Carychium minimum)*, az alpesi és keletalpesi Molluskákat 4 faj képviseli *(Vitrina brevis, Monacha umbrosa, Vertigo alpestris, Clausilia parvula)* és ugyancsak 4 a kárpáti endemizmus is (Soós értelmezésében: *Campylaea cingulella, Laciniaria cana, Clausilia latestriata, Graciliaria filograna);* ezekhez csatlakozik azután még 3 déli alak *(Pyramidula rupestris, Chondrina avenacea, Balea perversa)*, a «szarmata» *Monacha bidens* és a pontusi *Orcula doliolum.*

Ezek közül a középeurópaiak valamennyien könnyen előkerülhetnek még Barsból, ugyanez áll az ősi törzshöz számított csigákra, a déli alakokra, valamint a *Monacha bidens*re és az *Orcula doliolum*ra.

A keletalpesiek közül a *Monacha umbrosa* az ország nyugati részein fordul elő egészen Trencsénig, de megvan a Tátrában is. Barsi előfordulása kétséges. A *Vertigo alpestris* a Kárpátok területén elszórtan található. Lehet, hogy kicsinysége miatt nem került még elő Barsból. A *Clausilia parvula* az ország nyugati részében fordul elő, míg a *Vitrina brevis*ről még nincsenek biztos elterjedési adataink.

A kárpáti endemismusok közül a *Campylaea cingulella* az Északnyugati-Kárpátok területén él a Tátráig, előfordulása Barsban kétséges, míg a *Laciniaria cana* a Kárpátok egész területén él, és így még megyénkből is várható. Ugyanezt mondhatjuk a *Clausilia latestriata* és a *Graciliaria filograna* nevű fajokról is. A trencséni alakok között tehát alig van néhány, amely Bars megyében feltételezhetően nem él, a többi valószínűleg megvan itt is. Ezeknek felkutatása mindössze idő kérdése.

A barsi puhatestűeket, Soós (16) felosztását véve alapul, a következő csoportokba oszthatjuk:

I. «Ősi magyar Mollusca-törzs» ...	ide	tartozik	12 faj
II. Középeurópai Molluskák	«	«	38 «
III. Kárpáti endemizmusok.....	«	«	12 «
IV. A magyar medence endemizmusai	«	«	6 «
V. Déli elemek	«	«	9 «
VI. Alpesi elemek	«	«	11 «
VII. Keletalpesi elemek	«	«	5 «
VIII. Moesiai fajok.....	«	«	1 «
IX. Szarmata fajok	«	«	2 «
X. Nyugat(Észak)európai alak	«	«	1 «
XI. Ázsiai alak	«	«	1 «
XII. Pontusi elemek	«	«	2 «
Összesen	ide	tartozik	100 faj.

Ebből az összeállításból látható, hogy a faunának éppen 50%-át középeurópai fajok és az ősi magyar Mollusca-törzs fajai alkotják, tehát azok az alakok, amelyeknek legnagyobb része Magyarország egész területén széltében-hosszában előfordul és így a hazai «totalis»- és «semi-totalis» alakok közé tartozik (Ökland értelmezésében). A fennmaradó 50% megoszlik olyképpen, hogy belőle 18% kárpáti endemizmus és a magyar medence endemizmusa, 16% alpesi és keletalpesi alak, 9% pedig déli elem. A fennmaradó csekélyszámú faj megoszlik (ázsiai, pontusi, szarmata stb.). Természetes dolog, hogy a totalis és semi-totalis

alakok találhatók a legnagyobb számban, hiszen ezek az ország egész területén előfordulnak. A barsi hegyvidékre azonban már a kárpáti elemek, valamint az alpesi és keletalpesi fajok nagyszámban való megjelenése jellemző. Százalékban kifejezve 28%-át alkotják a faunának, de egyedszámban is igen tekintélyes mennyiségben találhatók a hegyekben. Meglepő a déli elemek meglehetősen nagy száma (9%), azonban ezeknek egy része a megye síksági területén él. A többi elemek aránylag olyan kis százalékokban vesznek részt a fauna felépítésében, hogy különösebb jelentőségük nincsen. Összefoglalásul tehát azt állapíthatjuk meg, hogy Bars vármegye Mollusca-faunájának 65 %-át az ősi magyar Mollusca-törzs, a magyar medence endemizmusai, valamint közép- és déleurópai fajok alkotják, ezekhez jellemző fajként a hegyvidéken még 12% kárpáti endemizmus, valamint 16% alpesi és keletalpesi faj járul.

Mielőtt a fajok részletes felsorolására rátérnénk, meg kell beszélnünk néhány irodalmi adatot, amelyek félreértésekre adhatnak alkalmat.

Az egyik a vándorkagyló (*Dreissena polymorpha* Pallas) előfordulása a Zsitvában. Tudvalevőleg már Grossinger említi, hogy: «copiosas reperi, dum in amne Zsitva piscationi interessem A. 1790, in alveis Holt Zsitva, et Büdös ér dictis intra pagos Kurta-Kesz et Isa.» (8, p. 295). A faunakatalogus szerint (2, p. 42): II. Kurtakeszi (Fluv. Zsitva). Ebben rejlik a félreértések forrása. Először is Kurtakeszi nem a II., hanem a III. régióban van. Másodszor az előfordulási hely nem a Zsitva-folyó, hanem a Komárommegyében, a Dunától északra fekvő állóvizű Zsitva, «Holt Zsitva», amely Hetény-Kurtakeszi és Izsa közt húzódik ívben délkeletnek és Zsitvató-pusztánál a Dunába torkollik. A Zsitva-folyó, helyesebben patak, Bars megyében ered, Zsitvabesenyő alatt hagyja el a megyét és Martos község mellett a Nyitrába ömlik. A két Zsitvának egymáshoz ma semmi köze. Könnyen lehetséges azonban, hogy a vízszabályozások megkezdése előtt összefüggtek egymással.

A másik munka, amelyben helyreigazításra szoruló adatokat találtunk, Rotarides érdemes löszcsiga-monográfiája (14). Rota-

RIDES munkájában több érdekes puhatestűt említ Aranyosmarótról, úgymint: *Viviparus hungaricus* (p. 66), *Lithoglyphus naticoides* (p. 68), *Microcolpia acicularis* és *Esperi* (p. 69), *Theodoxus danubialis* (p. 70), *Unio crassus* (p. 71), és *Sphaerium rivicola*. Hivatkozik HORUSITZKYnak egy 1900-as munkájára (9), amely ezeket a holocénből (h) sorolja fel. Ezek a fajok azonban nem Aranyosmarótról valók, semmi közük a megye faunájához. ROTARIDES egy sajnálatos tévedésnek esett áldozatul. HORUSITZKY kérdéses munkájában (9, p. 150), a következőket mondja: «Nagy Suránytól északra a Nyitra-völgy keletkezésénél a Zezinka- (Cetenka-) pataknak is van része . . . Ott, ahol az aranyosmaróti vasút a patakot szeli, a homokban számos csigákat találhatni, úgymint: *Melaniida (Hemisinus) acicularis, Esperi, Vivipara hungarica, Planorbis (Coretus) corneus, Lithoglyphus naticoides, Neritina danubialis, Unio batavus, Sphaeriun rivicola*».

Kétségtelen, hogy itt nem arról van szó, hogy ezeket a fajokat Aranyosmaróton találták. Csupán a lelőhelyet határozza meg HORUSITZKY azzal pontosan, hogy megadja: ez az aranyosmaróti vasútvonal és a Cetenka-patak keresztezésénél van. Ez a hely pedig, mint akármilyen 200-ezres vagy 75-ezres térképen megállapítható, Nagysurány mellett van, attól kb. 2 km-re keletre. Az említett fajok termőhelye tehát Nagysurány és nem Aranyosmarót, amely innét légvonalban 36 km-re van ÉÉK-i irányban.

A PUHATESTŰEK RENDSZERES FELSOROLÁSA.

I. Csigák—Gastropoda.

Fam. **Hydrobiidae.**

1. *Bythinella austriaca* FRFLD. Barsmegyei termőhelyek: Magasmart (patak), Szklenófürdő (Tepla-patak, GEITNER-forrás), Felsőbesnyő (forrás), Garamrudnó (csermely), Körmöcbánya (patakok és források), Kékellő (forrás). Keletalpesi faj, amely nálunk Kőszegen (VISNYA), valamint a Kárpátokban él, de megvan a Mátrában (WAGNER, 23, p. 158; 25, p. 85—87), a Börzsönyben (MIKSZÁTH, 10, p. 41, WAGNER, 19, p. 159), a Buda-Pilisi hegység-

ben; Budapest környékén egészen az Alföldig ér el. A Dunántúlon Kőszeg kivételével hiányzik.

2. *Bythinella hungarica* Hazay. Körmöcbánya (zólyomvölgyi patak). Rendkívül ritka faj, amelynek Budapest után ez az egyetlen biztosan ismert termőhelye. Együtt fordul elő az előző fajjal. Hazai endemizmus.

3. *Bythinia tentaculata* L. Fakóvezekény (leveledi patak), Zseliz (Kompa-patak), Zsemlér (Holt Garam), Nagymánya. — Az ősi magyar Mollusca-törzs tagja, amely főképpen a síkságokon közönséges.

Fam. **Viviparidae.**

4. *Vivipara contecta* Mill. Fakóvezekény (leveledi patak), Rendve. Középeurópai faj, amely főképpen a síkságokon él.

5. *Vivipara hungarica* Hazay. Verebély, Csiffár, Nemesoroszi. Hazai endemizmus, ugyancsak síkságot kedvelő alak.

Fam. **Valvatidae.**

6. *Valvata piscinalis* Müll. Zsemlér (Holt Garam).

7. *Valvata naticina* Menka. Nagysalló (Második Sár-patak.). Mindkét *Valvata*-faj az ősi magyar Mollusca-törzs tagja, mindenütt elszórtan fordulnak elő.

Fam. **Limnaeidae.**

8. *Limnaea stagnalis* L. Garamszentgyörgy (Holt Garam), Zsemlér (Holt Garam), Zseliz (Kompa-patak), Nemesoroszi, Lekéripuszta, Nagymánya, Ohaj, Zsitvabesnyő, Zsitvagyarmat, Verebély. Dudich megpróbálta meghonosítani Nagysallóban, de nem sikerült. Az ősi törzs tagja, nagyon sok állóvizünkben megtalálható és közönséges.

9. *Limnaea ovata* Drap. Garamkovácsi (Holt Garamág), Zseliz (Kompa-patak), Nemesoroszi, Léva. Középeurópai faj, nagyon sok folyó- és állóvizünkben megvan.

10. *Limnaea peregra* Müll. Nagysalló, Szklenófürdő. Középeurópai faj, főképpen patakok, források lakója.

11. *Limnaea truncatula* Müll. Nagysalló, Újbánya, Magasmart, Töhöl, Szklenófürdő, Körmöcbánya, Felsőpél, Saskőváralja. Országszerte elterjedt középeurópai faj.

Fam. **Planorbidae.**

12. *Coretus corneus* L. Lekér, Zseliz, Nagysalló, Zsemlér, Óvár, Garamszentgyörgy, Fakóvezekény. Az ősi törzshöz tartozik; a síkságok álló és lassan folyó vizeiben mindenütt megvan.

13. *Planorbis planorbis* L. Rendve. Az ősi törzs tagja. A síkságok vizeiben még az előző fajnál is gyakoribb.

14. *Paraspira spirorbis* L. Nagysalló, Zsemlér, Óvár, Garamszentgyörgy, Zsitvabesenyő, Nagymánya, Nemesoroszi. Középeurópai faj, amely nálunk is országszerte elterjedt.

15. *Segmentina nitida* MÜLL. Nagysalló. Az ősi törzs tagja, országszerte elterjedt.

Fam. **Ancylidae.**

16. *Ancylus fluviatilis* MÜLL. Újbánya, Magasmart, Garamrév, Garamrudnó, Szklenófürdő, Jálna, Vasberzence (patakok), Körmöcbánya (patak), Tolmács (Garam), Nagyszecse (Garam), Mészvölgyi patak (Dallos), saskőváraljai patak. Középeurópai faj, nálunk országszerte elterjedt.

17. *Ancylus lacustris* L. Nagysalló, Óvár (Telér-patak), Garamrudnó (felső tó). Középeurópa, nálunk mindenütt megvan.

Fam. **Succineidae.**

18. *Succinea Pfeifferi* ROSSM. Nagysalló. Az ősi magyar törzs tagja, amely főleg kisebb-nagyobb vizek partján fordul elő.

19. *Succinea elegans* RISSO. Nagysalló, Verebély, besei-patak, Léva. Déli alak, főképpen az Alföldön gyakori.

20. *Succinea oblonga* DRAP. Nagysalló, Szklenófürdő, Damásd. Középeurópai faj, nálunk mindenütt megtalálható.

Fam. **Pupillidae.**

21. *Orcula dolium* DRAP. Szklenófürdő. Alpesi faj, amely az északnyugati felföldön általánosan elterjedt. BRANCSIK Trencsénből számos «fajváltozatát» írta le (1, p. 20—22).

22. *Pupilla muscorum* MÜLL. Nagysalló, Szklenófürdő, Töhöl. A magyar fauna ősi törzséhez tartozik, nálunk mindenütt előfordul.

Fam. **Valloniidae.**

23. *Vallonia pulchella* MÜLL. Nagysalló, Szklenófürdő, Damásd. WAGNER legújabb vizsgálatai szerint az ország egész területén előforduló, őshonos faj (16, p. 19).

23/A) *Vallonia pulchella enniensis* GREDL. Nagysalló, 1934. VIII. 25. leg. DUDICH, det. WAGNER. — Ez az alfaj WAGNER szerint főleg a Dunántúlon és az Alföldön él. A déli alakok sorába tartozik.

24. *Vallonia costata* MÜLL. Nagysalló. Magyarországon mindenütt előforduló, őshonos faj.

25. *Acanthinula aculeata* MÜLL. Körmöcbánya. Középeurópai, ú. n. «hegyi faj», amely mindenütt csak elszórtan, ritkán fordul elő.

Fam. **Enidae.**

26. *Ena montana* DRAP. Körmöcbánya. Középeurópai hegyi faj, a Kárpátok területén általánosan elterjedt. Megvan a Börzsönyben is (10, p. 42).

27. *Ena obscura* MÜLL. Nagysalló (1933-ban leg. WAGNER), vasberzencei völgy. Középeurópai faj, amely már az alacsonyabb hegyekben is él.

28. *Chondrula tridens* MÜLL. Nagysalló. Pontusi alak, amely főképpen az Alföldön és a Dunántúlon él.

Fam. **Cochlicopidae.**

29. *Cochlicopa lubrica* MÜLL. Szklenófürdő, vasberzencei völgy. Mindenütt elterjedt, közönséges faj.

30. *Caecilioides acicula* MÜLL. Nagysalló, Szklenófürdő. Déli alak, amely az ország egész területén előfordul.

31/A. *Caecilioides acicula* var. *hyalina* BLZ. Nagysalló.

31. *Caecilioides Actoniana* var. *Petitiana* BEN. Nagysalló. 1924. június 27-én pincében találta DUDICH. Déli alak, amely addig csak Sziciliából volt ismeretes. (6, p. 122). *Hazánkból máshonnét nem ismerjük.* 1934. VIII. 25-én DUDICH sokat gyüjtött ugyanott egy kútból.

Fam. **Clausiliidae.**

32. *Marpessa laminata* MONT. Szklenófürdő, Körmöcbánya. Alpesi faj, amely a hegyvidéken általánosan elterjedt (Dunántúl, Buda-Pilisi hegység, Mecsek, Mátra, Bükk, Börzsöny).

33. *Marpessa Parreyssi* Rossm. Körmöcbánya, vasberzencei völgy, Dallos, Saskőváralja. Kárpáti endemizmus ; megvan a Mátrában (Wagner, 23, p. 156) és a Börzsönyben (Mikszáth, 10, p. 44) is.

34. *Marpessa orthostoma* Menke. Körmöcbánya. Keletalpesi faj, nálunk a Kárpátok területén él. A Bükkből és a Mátrából Wagner mutatta ki (19, p. 161, ill. 23, p. 156).

35. *Clausilia cruciata* Stud. Körmöcbánya. Alpesi faj, nálunk a Kárpátok területén közönséges. Wagner a Mátrában a Kékes tetején is gyüjtötte (25, p. 84).

36. *Clausilia dubia* Drap. Szklenófürdő, Körmöcbánya (leg. Wagner, 1933). Alpesi faj, amely hazánkban a Kárpátok területén közönséges. Wagner a Bükkből (19, p. 161) és a Mátrából (25, p. 84), Mikszáth a Börzsönyből (10, p. 44) említi.

36/A. *Clausilia dubia obsoleta* A. A. Schm. Körmöcbánya (Skalka), Lepusny-völgy. A törzsalakkal együtt él a barsi hegyvidéken.

37. *Iphigena ventricosa* Drap. Szklenófürdő, Körmöcbánya, vasberzencei völgy, Dallos. Alpesi faj, Magyarország nyugati és északi hegyvidékén eléggé gyakori. Mikszáth a Börzsönyben is gyüjtötte (10, p. 44).

38. *Iphigena plicatula* Drap. Szklenófürdő, Körmöcbánya, vasberzencei völgy, Dallos, Saskőváralja. Alpesi faj, nálunk a Kárpátok területén fordul elő, akárcsak alfaja, az

38/A. *Iphigena plicatula nana* Scholtz. Körmöcbánya (Skalka).

39. *Iphigena tumida* Küst. Körmöcbánya (leg. Wagner, 1933), Dallos. Kárpáti endemizmus, az északi Kárpátok jellemző faja.

40. *Laciniaria plicata* Drap. Szklenófürdő, Körmöcbánya (leg. Wagner, 1933). Erdős, hegyes vidékeinken mindenütt megvan. Kárpátok, középhegységek, (Budai-Pilisi hegyek, Bakony, Mecsek, Börzsöny, Mátra, Bükk).

41. *Laciniaria biplicata* Mont. Szklenófürdő, Körmöcbánya, Dallos, Saskőváralja, vasberzencei völgy. — Erdős-hegyes vidékeink ismert faja. Kárpátok, Mátra, Bükk, Pilis-Budai hegység, Mecsek, stb.

42. *Laciniaria turgida* Rossm. Körmöcbánya (Goldbrunni völgy) Dallos. A Kárpátok egész területén előforduló ritka endemizmus.

43. *Fusulus varians* C. PFR. Körmöcbánya (leg. WAGNER, 1933, DUDICH, 1933. VIII. 10). A Keleti-Alpok jellemző Clausiliája. Nálunk ritka, ismert termőhelyei a Királyhegy, a hermaneci völgy és Sólyomkő.

Fam. **Zonitidae.**

44. *Daudebardia brevipes* FÉR. Körmöcbánya (Goldbrunni völgy, 1933. VIII. 12. leg. DUDICH). Középeurópai faj, amely az ország nyugati határáról (Savanyúkút), valamint a Kárpátok néhány pontjáról vált ismeretessé. Trencsénben is megvan (1, p. 6), a Mátrából pedig WAGNER mutatta ki (23, p. 157).

45. *Oxychilus glaber* FÉR. Szklenófürdő. Hazánkban általánosan elterjedt déli faj.

46. *Oxychilus cellarium* MÜLL. Szklenófürdő. Nálunk igen sok helyen előforduló középeurópai faj.

47. *Retinella nitens* MICH. Garamrudnó, Szklenófürdő, Körmöcbánya, Dallos. Jellegzetesen középeurópai faj, amely főképpen a hegyvidéken terjedt el.

48. *Retinella pura* ADLER. Szklenófürdő. Ugyancsak középeurópai alak, nálunk a Kárpátokban és Erdélyben él. WAGNER a Mátrában is gyüjtötte (23, p. 157).

49. *Zonitoides nitidus* MÜLL. Nagysalló (leg. WAGNER, 1933), vasberzencei völgy. Középeurópai, nálunk általánosan elterjedt faj.

50. *Zonitoides hammonis* STRÖM. Körmöcbánya (Goldbrunni völgy, 1933. VII. 14 leg. DUDICH). Nálunk a Kárpátokban és Erdélyben élő középeurópai faj.

51. *Vitrea crystallina* MÜLL. Garamrudnó, Szklenófürdő. Sóos szerint Mollusca-faunánk ősi törzsének tagja (16, p. 19), amely a Kárpátok egész területén elszórtan fordul elő.

52. *Vitrea diaphana* STUD. Körmöcbánya (leg. WAGNER, 1933), Dallos (Mészvölgy). Déli alak, a Kárpátok területén általánosan elterjedt.

53. *Vitrea opinata* CLESS. Nagysalló, 1927. VI. 10-én a zseliziúti balparti forrás iszapjából mosta ki DUDICH. Igen ritka faj, amelyet eddig csak Budapestről ismertünk (DUDICH, 6, p. 122).

Fam. **Vitrinidae.**

54. *Phenacolimax pellucidus* MÜLL. Szklenófürdő. Középeurópai faj, a Kárpátok területén általánosan elterjedt, de másutt is sok helyen megvan.

55. *Phenacolimax annularis* STUDER. Vihnye (PETRICSKÓ, 13, p. 37). Déleurópai faj, amelyet a magyar területről csak az irodalom említ.

56. *Vitrinopugio Kotulae* WESTERL. Körmöcbánya (1933. V. VII., VIII. Zólyom-völgy, Goldbrunni völgy, Lepusny-völgy, Skalka, Határgerinc, nem ritka. Leg. DUDICH, WAGNER). Hazánk területéről eddig csak a Tátrából ismertük. A keletalpesi fajokhoz sorolandó.

Fam. **Limacidae.**

57. *Limax maximus* L. Lekér, Nagysalló, Léva, Szklenófürdő, Körmöcbánya, Dallos, Garamberzence, Vasberzence, Jálna, Saskőváralja. Középeurópai faj, mely Magyarország egész területén előfordul (26, p. 12—13); számos szín- és rajzolatváltozatát ismerjük, ezek közül Barsban a következők vannak meg:

57/A. *Limax maximus* var. *cinereus* LISTER. Szklenófürdő (13, p. 37).

57/B. *Limax maximus* var. *candidus* LESS. & POLL. Körmöcbánya (26, p. 15.).

57/C. *Limax maximus* var. *limbatus* MOQ.-TAND. Nagysalló (21, p. 101; 26, p. 15).

58. *Limax cinereo-niger* WOLF. Szklenófürdő, Körmöcbánya (26, p. 18). Garamberzence, Vasberzence, Jálna, Saskőváralja, Dallos. Középeurópai faj, hazánk egész területén előfordul (26, p. 18—19). Igen sok színváltozata ismeretes, közülük Barsmegyében a következők fordulnak elő:

58/A. *Limax cinereo-niger* var. *ornatus* LESS. Körmöcbánya (21, p. 103; 26, p. 22).

58/B. *Limax cinereo-niger* var. *verus* DUM. & MORT. Körmöcbánya, (21, p. 102; 26, p. 21).

58/C. *Limax cinereo-niger* var. *punctatus* LESS. Körmöcbánya (Skalka).

59. *Limax flavus* var. *Breckworthianus* LEHM. Nagysalló,

Szklenófürdő (26, p. 25); középeurópai faj, amely rendszerint az emberi háztartások közelében üt tanyát. Hazánk számos pontjáról előkerült (26, p. 24—25).

60. *Bielzia coerulans* M. Bielz. Szklenófürdő, Körmöcbánya (különösen gyakori a Zólyomvölgybe nyíló két mellékvölgyben; a határgerincen ritka. 26, p. 30). Jálna, Garamberzence, Saskővára-alja, Vasberzence, Dallos. Wagner vizsgálatai szerint ez a legszebb színű házatlan csigánk típikus sudeto-kárpáti faj (26, p. 30), amelyet a hazai subendemizmusok közé kell soroznunk.

61. *Lehmannia marginata* Müll. Nagysalló, Szklenófürdő, Körmöcbánya, Garamberzence. Az ország egész területén elterjedt középeurópai faj (27, p. 172).

61/A. *Lehmannia marginata* var. *Heynemanni* Bielz. Nagysalló (27, p. 173).

62. *Agriolimax laevis* Müll. Nagysalló (leg. Wagner, 1933.). A faj elterjedéséről még nincsen elegendő adatunk, de valószínűleg az ország egész területén él. Középeurópai alak (27. p, 187).

62/A. *Agriolimax laevis* var. *grisea* Tayl. Körmöcbánya.

63. *Agriolimax agrestis* L. Nagysalló, Léva, Szklenófürdő, Garamkovácsi. (Középeurópai faj, amely az országban mindenütt gyakori (27, p. 183), akárcsak ismert alfaja, az

63/A. *Agriolimax agrestis reticulatus* Müll. Nagysalló (Wagner, 27, p. 184), Garamkovácsi, Körmöcbánya.

63/B. *Agriolimax agrestis* var. *nigra* Mort. Nagysalló (Wagner, 21, p. 103).

Fam. **Milacidae.**

64. *Milax marginatus* Drap. Vihnye (Petricskó, 13, p. 36), Szklenófürdő (Wagner, 18, p. 336; 22, p. 56). Déli csiga, amely főképpen a tengerparton él nagyobb számban, de egészen a Kárpátokig felhatol (27, p. 203).

65. *Milax gracilis* Leyd. Nagysalló (Wagner, 22, p. 56; 18, p. 335). A fauna-katalógus csak Budapestről és Nagyszebenből említi, de Wagner vizsgálatai óta (27, p. 204) tudjuk, hogy az országnak még más pontjain is él, néhol tömegesen. Déli alak.

Fam. **Macrochlamydidae.**

66. *Euconulus trochiformis* MONT. Körmöcbánya (Skalka, leg. WAGNER, 1933.). Középeurópai, nálunk a hegyvidéken általánosan elterjedt faj.

Fam. **Patulidae.**

67. *Gonyodiscus rotundatus* MÜLL. Szklenófürdő, Körmöcbánya, Dallos. Nálunk eléggé ritka középeurópai faj.

68. *Gonyodiscus perspectivus* MEG.-MÜHLF. Saskőváralja. Keletalpesi faj, nálunk a Kárpátok területén és a Dunántúlon fordul elő.

69. *Gonyodiscus ruderatus* STUDER. Körmöcbánya (Skalka). A Kárpátok területén általánosan előforduló középeurópai faj.

Fam. **Arionidae.**

70. *Arion hortensis* FÉR. Nagysalló, Szklenófürdő. Középeurópai faj, amelynek hazai elterjedéséről még nem sokat tudunk.

71. *Arion subfuscus* DRAP. Körmöcbánya, Saskőváralja, Dallos. Középeurópai faj, WAGNER vizsgálatai szerint (28) az ország egész területén elterjedt.

72. *Arion circumscriptus* JOHNST. Vasberzencei völgy, Garamkovácsi, Nagysalló, Körmöcbánya. Középeurópai faj, amely nálunk talán még az előzőnél is gyakoribb.

Fam. **Helicidae.**

73. *Eulota fruticum* MÜLL. Nagysalló. Egy ázsiai Helicida-csoport tagja, amely nálunk főleg Erdélyben gyakori, ellenben a Felvidéken ritkább.

74. *Helicella obvia* HARTM. Nagysalló, Léva, Nagymánya. Pannoniai faj, a magyar síkságokon helyenként tömegesen él.

75. *Theba carthusiana* MÜLL. Nagysalló, Nemesoroszi, Nagymánya, Léva. Déli, síkságot kedvelő alak.

76. *Helicodonta obvoluta* MÜLL. Szklenófürdő, Körmöcbánya, Saskőváralja. Alpesi faj, amely az Északnyugati-Kárpátok, valamint a Dunántúl hegyes-dombos vidékein él (Bakony, Mecsek). MIKSZÁTH a Börzsönyből említi (10, p. 43), WAGNER a Bükkből (19, p. 161).

77. *Isognomostoma isognomostoma* GMEL. Szklenófürdő, Kör-

möcbánya. Ez is alpesi alak, a Kárpátok területén gyakori, megvan a Mátrában is (23, p. 157).

78. *Campylaea Rossmässleri* Pfr. Körmöcbánya (Skalka). Jellemző kárpáti endemizmus, a Kárpátok területén elszórtan fordul elő.

79. *Campylaea faustina* Rossm. Vihnye (13, p. 37), Szklenófürdő, Körmöcbánya, Garamberzence, Dallos, Saskőváralja, Ókörmöcske. Ugyancsak kárpáti faj, amelyet a magyar középhegységekben is megtaláltak (Bükk, Wagner, 19, p. 161; Mátra, Wagner, 23. p. 157; Börzsöny, Mikszáth, 10. p. 43).

80. *Arianta arbustorum.* L. Szklenófürdő, Körmöcbánya, Dallos. Alpesi faj, a Kárpátok területén általánosan elterjedt.

81. *Fruticicola hispida* L. Nagysalló (leg. Wagner, 1933). Középeurópai faj, főleg vizek mellett gyakori.

82. *Fruticicola Pietruskyana* Pfr. Garamrudnó. Kárpáti faj, az Északnyugati Kárpátok területén elszórtan él.

83. *Fruticicola cobresiana* V. Alten. Körmöcbánya (Goldbrunni völgy), Saskőváralja. Alpesi alak, a Kárpátokban sok helyen él. Wagner megtalálta a Bükkben is (19, p. 161).

84. *Fruticicola Lubomirskii* Slós. Vihnye (*Fr. Clessini* Ul. 13, p. 37), Szklenófürdő. Kárpáti faj, az Északnyugati-Kárpátok területén fordul elő.

85. *Fruticicola sericea* Drap. Vihnye (Petricskó, 13, p. 37). Soós megállapításai szerint e faj hazánk területéről eddig még bizonyosan kimutatva nincsen és így lehet, hogy Petricskó adata téves meghatározás eredményeképpen terheli az irodalmat.

86. *Monacha rubiginosa.* A. Schm. Nagysalló, Kovácsmajor. Úgynevezett «Szarmata»-alak. A síkságok nedvesebb helyein általánosan elterjedt.

87. *Monacha incarnata* Müll. Nagysalló, Szklenófürdő, Körmöcbánya. A Kárpátok területén gyakori középeurópai faj.

88. *Monacha vicina* Rossm. Körmöcbánya (1933. VIII. leg. Dudich) (Lepusny-völgy), vasberzencei völgy, Dallos (Mészvölgy), Saskőváralja. Kárpáti endemizmus.

89. *Euomphalia strigella* Drap. Nemesoroszi, vasberzencei völgy. Szarmata faj, a Kárpátok területén mindenütt előfordul.

90. *Cepaea vindobonensis* Fér. Az egész megyében gyakorinak

kell lennie, mert DUDICH igen sok helyen gyüjtötte, bár Körmöcbánya környékének hegyei között nem találta meg. Úgynevezett pontusi alak, nálunk szórványosan mindenütt előfordul.

91. *Cepaea hortensis* L. Körmöcbánya (Soós, 15, p. 162. STROBEL, 17, p. 18). Nyugati faj, az Északnyugati-Kárpátokban sok helyen él.

92. *Helix pomatia* L. Mindenütt gyakori.

II. Kagylók—Lamellibranchiata.

Fam. **Sphaeriidae.**

93. *Sphaerium corneum* L. Nagysalló, Verebély. Nálunk általánosan elterjedt középeurópai faj.

94. *Musculinum lacustre* MÜLL. Nagysalló, Léva. Középeurópai faj, amely azonban az előbbinél jóval ritkább és csak szórványosan fordul elő.

95. *Pisidium amnicum* MÜLL. Szklenófürdő, Verebély. Az ősi magyar Mollusca-törzs tagja, nálunk mindenütt elszórtan fordul elő.

96. *Pisidium casertanum.* POLI. Újbánya. Középeurópai faj, nálunk egyes vidékeken közönséges. (Mecsek.) Országszerte elterjedt.

Fam. **Unionidae.**

97. *Unio crassus cytherea* KSTR. Lekér (Garam), Garamkovácsi (Garam), Vámosladány (Szikince-patak), Verebély (Tildi víz), Léva (csatorna). A Felső-Duna folyamkörnyékének egyik jellemző alakja.

98. *Unio pictorum platyrhynchus* ROSSM. Garamszentgyörgy (Garam), MODELL, 11, p. 182), Veszele (Garam), Zseliz (Garam), Lekér (Garam), Garamkovácsi (Garam). Ez az alfaj is jellemző alakja a Felső-Duna folyamkörnyékének.

99. *Unio tumidus solidus* ZEL. Óvár (Kompa-patak), Lekér (Garam), Verebély (Tildi víz), Léva (csatorna). Ez az alak is a Felső-Duna vízrendszerében él, azonban megvan a Nagy- és a Kis-Alföldön is.

100. *Anodonta cygnea.* L. Lekér (Garam), Garamkovácsi (Holt

Garam-ág), Nagykálna (Garam), Nagysalló (Sár-patak), Léva (csatorna). Középeurópai faj, hazánkban mindenütt előfordul.

100/A. *Anodonta cygnea piscinalis* Nils. Lekér (Garam).

Irodalom.

1. Brancsik, K.: A Trencsén vármegyében található Molluscák rendszeres összeállítása. (Magy. Tud. Akad. Math. Természettud. Közl. 24, 1888.).

2. Csiki, E.: A magyar birodalom állatvilága. (Fauna Regni Hungariae.). II. Mollusca. (Budapest, 1906.).

3. Dudich, E.: Faunisztikai jegyzetek. I. (Állattani Közl. 22, 1925.)

4. Dudich, E.: Faunisztikai jegyzetek. II. (Állattani Közl. 23, 1926.)

5. Dudich, E.: Faunisztikai jegyzetek. III. (Állattani Közl. 25, 1928.)

6. Dudich, E.: Faunisztikai jegyzetek. IV. (Állattani Közl. 30, 1933.)

7. Dudich, E.: Adatok Bars megye madárvilágához. (Kócsag, 5, 1932.).

8. Grossinger: Universa historia-physica Regni Hungariae. III, 1794.

9. Horusitzky, H.: Nagy-Surány környékének agrogeologiai viszonyai. (M. K. Földtani Intézet évi jelentése, 1900-ról. Budapest, 1902.).

10. Mikszáth, Gy.: Adatok a Börzsönyi-hegység és a Nagyszál Molluscafaunájának ismeretéhez. (Állattani Közl. 28, 1931.).

11. Modell, H.: Die Najaden Ungarns. (Ann. Mus. Nat. Hung. 21, 1924.).

12. Papp, D.: Vándorkagyló (Dreissensia polymorpha Pall) a Zagyvából. (Állattani Közl. 7, 1908.).

13. Petricskó, J.: Selmecbánya vidéke állattani tekintetben. (Selmecbánya monographiája. Természettud. rész. II., Selmecbánya, 1892.)

14. Rotarides, M.: A lösz csigafaunája stb. (A szegedi Alföldkutató Bizottság Könyvtára, 6. Szakoszt. A. 8, 1931.).

15. Soós, L.: Magyarország Helicidái. (Állattani Közl. 3, 1904.).

16. Soós, L.: Magyarország állatföldrajzi felosztása. (Állattani Közl. 31, 1934.).

17. Strobel: Studi su la Malacologia ungherese. (Pavia, 1850.)

18. Wagner, J. (H.): Adatok a Milax-nem ismeretéhez. (Beiträge zur Kenntnis der Gattung Milax). (Ann. Mus. Nat. Hung. 26, 1929.).

19. Wagner, J. (H.): Faunisztikai közlemények. (Faunistische Mitteilungen.) (Állattani Közlemények, 26, 1929.).

20. Wagner, J. (H.): Faunistische Mitteilungen. (Archiv f. Molluskenk. 61, 1929.).

21. Wagner, J. (H.): Neue Schnecken aus Ungarn. (Archiv f. Molluskenk. 62, 1930.).

22. WAGNER, J. (H.): Morphologische und anatomische Studien an Milax. (Zoolog. Anzeiger, 88, 1930.).

23. WAGNER, J. (H.): Über die Schnecken des Mátragebirges (Oberungarn). (Zoolog. Anzeiger, 92, 1930.).

24. WAGNER, J. (H.): Interessante Schneckenfunde aus Ungarn. (Archiv. f. Molluskenkunde, 64, 1932.).

25. WAGNER, J. (H.): Beiträge zur Molluskenfauna des Kékesberges in Oberungarn. (Folia Zoolog. et Hydrobiol. 5, 1933.).

26—27—28. WAGNER, J. (H.): Magyarország, Horvátország és Dalmácia házatlan csigái. I. (Ann. Mus. Nat. Hung. 28, 1934.); II. (l. c. 29, 1935.); III. l. c. kéziratban.).

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1935. máj. 13-án tartott üléséből.)

DIE GRUNDLAGE DER WEICHTIERFAUNA VOM KOMITAT BARS.

Von E. DUDICH und H. WAGNER.

Auf Grund einer zehnjährigen Forschungstätigkeit enumerieren die Verfasser die Molluskenarten, welche bisher in dem Komitat Bars erbeutet wurden. Die, in dem ungarischen Texte mitgeteilte Faunenliste enthält 100 Arten und einige Unterarten, bezw. Varietäten. Die Fundorte sind in dem Texte aufgezählt und auch die allgemeine Verbreitung der Arten angegeben.

Ökologisch teilt sich das Gebiet in zwei verschiedenen Bereiche. Der südliche Bereich wird von der Ebene und von dem Hügellande gebildet und besitzt eine recht arme Fauna, welche hauptsächlich aus eurytop-ubiquisten Arten besteht. Der nördliche Bereich umfasst den mittleren und nördlichen Teil des Komitates. Dieser ist ein Bergland, in dessen Aufbau jedoch die Kalkgesteine nur eine untergeordnete Rolle spielen. Die Fauna dieses Bereiches ist ziemlich reich und weist hauptsächlich montane, bezw. rheophile Elemente auf.

Bei einer zoogeographischen Analyse lassen sich folgende Faunenelemente nachweisen: 50% mitteleuropäische Arten und die Mitglieder des uralten ungarischen Molluskenstockes, 18% Endemismen der Karpathen und des ungarischen Beckens, 16% Arten der Alpen und der Ostalpen, 9% südliche Arten und endlich 7% Arten verschiedener Herkunft (moesiatische, sarmatische, pontische, westliche, asiatische Arten). Erwähnenswert ist *Caecilioides Actoniana* var. *Petitiana*, eine Form, welche bisher aus Sizilien bekannt war.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Mai 1935).