

F  
349

7826

MATHEMATIKAI  
ÉS  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI

FRÖHLICH IZIDOR

OSZTÁLYTITKÁR.

39  
1922

XXXIX. KÖTET.



BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1922.

Ára 300 korona.

1953

1963

1973

F  
346

7826

MATHEMATIKAI  
ÉS  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI

FRÖHLICH IZIDOR

OSZTÁLYTITKÁR.

XXXIX. KÖTET.



BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA.

1922.

Ára 300 korona.

1953

1963

1973

F  
349

7826

MATHEMATIKAI  
ÉS  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
ÉRTESÍTŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

34  
192

SZERKESZTI

FRÖHLICH IZIDOR

OSZTÁLYTITKÁR.

XXXIX. KÖTET.



BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1922.

Ára 300 korona.

1953

1963

1973

3

7

MATHEMATIKAI  
ÉS  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI

FRÖHLICH IZIDOR

OSZTÁLYTITKÁR.

XXXIX. KÖTET.



BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1922.

Ára 300 korona.

## Kivonat a M. Tud. Akadémia III. osztályának ügyrendjéből.

62. §. A «Math. és Természettud. Értesítő» a M. Tud. Akadémia III. osztályának folyóirata, melyben az ülésein részletesen bemutatott vagy csak röviden bejelentett tudományos munkákat teszi közzé, feltéve, hogy a követelményeknek megfelelnek.

Az Értesítőben csak oly közlemények foglalhatnak helyet, melyek az illető szaktudomány művelésében az elért eredmények vagy a használt módszerek tekintetében haladást jeleznek és irodalmi szempontból is kellő gonddal készültek. Terjedelem tekintetében az Akadémia rövid és szabatos fogalmazást kíván, melyben a dolgozat tudományos tartalmának megértésére szükséges részletek kellően kidomborodnak.

Az egyes cikkek terjedelme három ívet meg nem haladhat; egyes rendkívüli esetekben csak az osztály adhatja meg az engedélyt nagyobb terjedelmű dolgozat közzétételére, mely azonban az öt ívet ekkor sem haladhatja túl. \*

A cikkekhez szükségelt ábrák rendszerint egyszerűek és a szöveg közé illesztendőek; csak a hol a tárgy ezt okvetlenül megkívánja, adhatók külön mellékletet képező táblák.

Az Értesítőt az osztálytitkár szerkeszti, ki a megejtett bírálat után a maga részéről is örködni tartozik a felett, hogy a közzétett dolgozatok a jelzett követelmények szempontjából kifogásolhatók ne legyenek. Abban az esetben, midőn a benyújtó tag az osztálytitkárral meg-egyezésre jutni nem tud, joga van az ügyben az osztály határozatát kikérni.

Az Akadémia elvárja tagjaitól, hogy akkor is, mikor az Akadémián kívül álló szakférjak dolgozatait mutatják be, már a bemutatás előtt meggyőződjenek arról, hogy a közzétételre ajánlott dolgozatok tartalmilag és alakilag a felsorolt követelményeket kielégítik-e? Arra, hogy valamely szerző tudományos dolgozata az Értesítőbe felvételre, különben elég, ha a szerző azt az osztálytitkárnak beküldi, ki a dolgozat címét az osztály ülésén bejelenti és kedvező bírálat esetében az Értesítőbe ölvessi.

Minden közlemény legott a bemutatás után hibátlanul, tisztán és olvashatólag írva átadandó az osztálytitkárnak. Csak az osztály határozatából engedhető meg — fontos akadályok esetében — utólagos átvétel.

Az Értesítő évi öt füzetben jelenik meg; a füzetek megjelenési határideje február, április, június, október és december hónapoknak mindenkor utolsó napja.

A szerzők értekezéseik 25 különnyomatát díjtalanul kapják. Az e számon felül kívánt különnyomatok költségét a szerzők fedezik.

---

\* A jelenlegi súlyos nyomdai viszonyok között egy dolgozat terjedelme a nyomtatott félvétet nem haladhatja túl.



F  
349

7826 eszt

MATHEMATIKAI  
ÉS  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
ÉRTESITŐ.

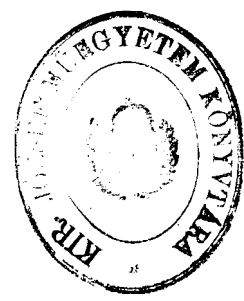
A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI

FRÖHLICH IZIDOR

OSZTÁLYTITKÁR.

XXXIX. KÖTET.



BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1922.

1989

Museo Kuvataiteen  
Keräilykeskus  
Keräilykortti 1623

## TARTALOM.

	<i>Lap</i>
BAUER MIHÁLY: A $p$ -adikus, illetőleg a $\mathfrak{P}$ -adikus számok elmélete és a közönséges algebrai számtestek	54—60
CSÁSZÁR ELEMÉR: A quantum-emissio hypothesis a fekete sugárzás elméletében	143—155
CSORRA GYÖRGY: Az irreducibilis kovariansz alarendszerek előállítása a binár alakoknál	83—101
CSORBA GYÖRGY: Az irreducibilis kovarianszok számának véges voltáról a binár alakoknál	102—116
DUDICH ENDRE: A cyclommatos tarandus Thunberg változékonyságáról	276—286
FARKAS GYULA: Einstein-féle gravitatio régi elméletből	156—163
FÉNYI GYULA: A légnyomás 10 évi észlelésének eredményei Kálocsán 1906-tól 1915-ig	133—142
FILARSZKY NÁNDOR: Növényrendszertan	48—53
FRÖHLICH PÁL: A fénytörés geometriai törvényének érvényességi határáról	239—249
GELEI JÓZSEF: Megtermékenyítik-e az édesvízi planáriák önmagukat?	206—212
HARKÁNYI BÉLA báró: Adalékok a csillagok fejlődésének elméletehez	30—47
ISTVÁNFY GYULA: A kukorica technikai elemeiről	199—205
KERÉKJÁRTÓ BÉLA: A torus periodikus transzformációiról	213—219
KERÉKJÁRTÓ BÉLA: A tartományjelleg megmaradásáról	220—221
KERÉKJÁRTÓ BÉLA: Görbék és görbeseregek topológiájáról	305—313
KERTÉSZ KÁLMÁN: A magyar birodalom legyeinek synopsisa	124—130
KONEK FRIGYES: Chemiai configuratio—physiologiai hatás	250—258
KONEK FRIGYES: A protocatechusav egy új képződési módjáról	259—260
KONEK FRIGYES és LOCZKA LAJOS: Változva substituált arylbenzoyl-glykolsavesterek synthesise	261—264
KONEK FRIGYES: Aromás és alifás aminosavak új kapcsolódási módjáról	265—266
KRAMÁR JENŐ: Vizsgálatok néhány bakterium tokjának chemiai természetéről	222—227

## IV

	<i>Lap</i>
MAUTHNER NÁNDOR: A glükosidok előállítása synthesissel	117—123
MAURITZ BÉLA: A danubit nevű kőzet	131—132
ORTVAY RUDOLF: A Sagnac-kísérlet az általános relativitás elmé- lete szempontjából	314—323
PEKÁR DEZSŐ: Földalatti vetődések kimutatása a torsiós ingával	1—29
RADOS GUSZTÁV: Adalékok a quadratikus maradékok elméletéhez	76—82
SCHAFARZIK FERENCZ: Budapest székesfőváros legújabb geológiai térképezéséről	181—198
SCHILBERSZKY KÁROLY: Újabb adatok a sclerotina sclerotiorum Lib. biológiájához és phytopathologiai viselkedéséhez	228—238
SZABÓ ZOLTÁN: A Cephalaria-genus rendszere	267—275
STEINER LAJOS: Hőmérsékleti viszonyok a dobsinai jégbarlangban	61—75
TOKODY LÁSZLÓ: Újabb adatok a hodrusbányai fassait kristály- tani és optikai ismeretéhez	287—297
VENDL MIKLÓS: Adatok az albitok optikai viszonyainak ismere- téhez	164—173
VENDL MIKLÓS: A végardói Somlyód-hegy rhyolithjának földpátja	174—177
VENDL ALADÁR: A verseczi gnájsz nagy földpátszemei	178—180
ZSIVNY VIKTOR: A hodrusbányai fassait kémiai összetétele	298—304

## FÖLDALATTI VETŐDÉSEK KIMUTATÁSA A TORSIÓS INGÁVAL.<sup>1</sup>

PEKÁR DEZSŐ-től.

Nagyemlékű professzorom, báró Eötvös Loránd halála után a pénzügyminisztérium keretében a «Báró Eötvös Loránd geofizikai intézet» létesült, a mely vezetésem alatt az ő nagy horderejű gravitációs vizsgálatainak folytatására s azoknak úgy tudományos, mint gyakorlati szempontból való továbbfejlesztésére van hivatva.

A zavaros viszonyok, a vörös uralom és az azt követő román megszállás miatt 1919-ben méréseinket a szabadban nem folytathattuk, s csak 1920 tavaszán kezdhettük meg ily irányú munkálatainkat.

A Magyar Általános Kőszénbánya Részvénytársulat kérésére május 8-tól június 6-ig a tokodi bányaterületen végeztünk torsziós inga-méréseket abból a célból, hogy ott az esetleg előforduló földalatti vetődések helyét és lehetőségig azok mélységét és nagyságát meghatározzuk, a mely adatok ismerete bányászati szempontból kiválóan fontos. Tekintve, hogy elméletileg a torsziós inga e kérdés eldöntésére nagyon is alkalmasnak, sőt egyenesen erre hivatottnak ígérkezik, a tényleges kísérleti kipróbálás tudományos szempontból is nagyon érdekes.

A rendszeren használatos nehézségmérő eszköz, az inga ugyanis tudvalevőleg magát az egész nehézségi erőt, a nehézségi erő gyorsulását  $1 \cdot 10^{-3}$  CGS pontossáig adja meg. Ezzel szemben a torsziós inga a nehézségi erő változásait  $1 \cdot 10^{-9}$  CGS pontossáig méri.

<sup>1</sup> Megjelent a Magyar Általános Kőszénbánya Részvénytársulat anyagi hozzájárulásával.

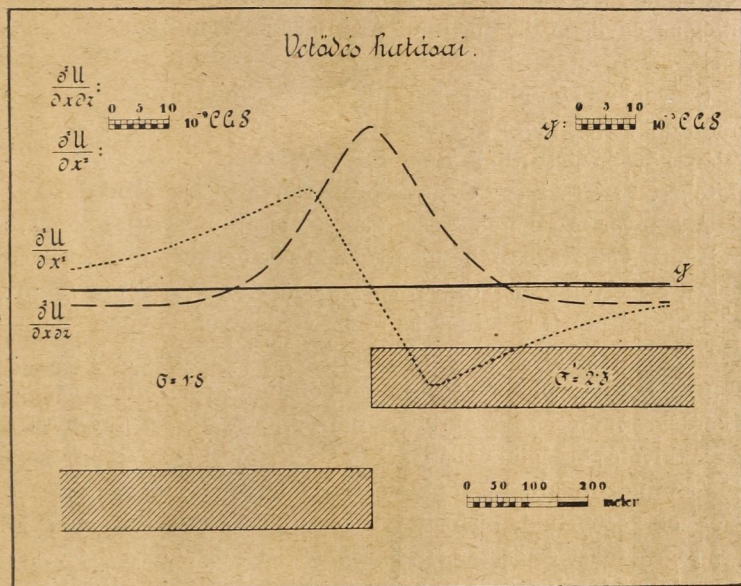
Megfelelő számítások<sup>1</sup> útján csakhamar meggyőződhetünk arról, hogy igen tekintélyes földalatti vetődések hatása a nehézségi erőben ingával egyáltalán nem mérhető le, ezzel szemben a torsiós ingával meghatározott differenciálquotiensekben szembeötlően nyilvánul.

Az 1. rajzban egy ilyen számított esetet tüntettünk fel. A föld felszíne alatt 100 m mélységben egy 100 m vastag, a környezetnél 0.5-del sűrűbb réteg húzódik, mely az ábrában feltüntetett módon 200 m-rel leesik. A vetődés hatását, annak irányára merőlegesen haladva, a nehézségi erőben, a  $g$ -ben a folytonos vonalú majdnem egyesnek látszó görbe adja; míg a szakgatott görbe a torsiós inga egyik adatának, a gradiensnek, a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ -nek értékeit; a pontozott görbe pedig a torsiós inga másik, görbületi adatának, a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ -nak értékeit tünteti elő, még pedig az eszközök különböző érzékenységének megfelelő, egyenlő méretben. (E mennyiségek jelentéséről majd a későbbiekben szólunk.) A rajzban szembeötlően látjuk, hogy *a felvett vetődés az ingával egyáltalán nem mutatható ki*, mert a megfelelő görbe maximuma is kisebb az észlelés határánál. Sőt külön kiemelhetjük még azt is, hogy magának a görbének alakja sem alkalmas a vetődés helyének meghatározására. Ezzel szemben a vetődés hatása, a mint azt a szakgatott és a pontozott görbe mutatja, a torsiós inga adataiban messze az észlelési határ felett 27, illetőleg 16 egységnyi szélső értékekkel, feltűnő módon mutatkozik s így nagyon is biztosan lemérhető. Egyúttal a torsiós inga két adatának egymástól eltérő jellemző görbéje kétséget kizárólag jelzi, hogy egy föld alatti vetődéssel van dolgunk. A  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  görbe maximuma, illetőleg a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  görbe 0 pontja megadja a föld felszínén a vetődés helyét; a görbék méreteiből pedig a vetődés mélységére és méreteire következ-

<sup>1</sup> Rövidség kedvéért a számításoknál használt formulákat és az ezekkel kapcsolatos részleteket nem közlöm. E tekintetben utalok EÖTVÖS LORÁNNYÁRÓ eredeti közleményeire és pedig különösen a — *Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hilfe der Drehwaage*; Verhandlungen der im Jahre 1906 in Budapest abgehaltenen XV. allgemeinen Konferenz der Internationalen Erdmessung 1908. S. 337—395. — értekezésére, a melyben azokat jobbra megtalálhatjuk.

tethetünk. *Egy egyszerű vetődés tehát a torziós ingával biztosan meghatározható.* Ábránkban készakarva egy legegyszerűbb sematikus esetet tüntettünk fel, megjegyezzük azonban, hogy a tényleg előforduló ferde vetődések is lényegében hasonló görbéket adnak, a mint erre még később visszatérünk.

A mondottak alapján első pillanatban azt hihetnők, hogy a torziós inga minden esetben teljesen biztos eszköz a vetődések fel-



1. rajz.

keresésére. A tényleges viszonyokat fontolóra véve azonban beláthatjuk, hogy eszközünk nem minden esetben adhat határozott feleletet.

Első sorban ugyanis a torziós inga adataiban természetesen a földfelület látható egyenetlenségeiből származó hatás is bennfoglaltatik s így a földalatti viszonyokra való következtetéseinknél ezt is tekintetbe kell vennünk. Minthogy pedig nagy mértékben egyenetlen terepen e hatás kiszámítása bizonytalanná válik, az ily helyeken végzett mérésekből a földalatti viszonyokra biztos követ-

keztetéseket nem vonhatunk. Szóval a méréseket ilyen célból csak eléggé egyenletes terepeken végezhetjük eredményesen.

Ezenkívül a torsiós ingának ily módon korrigált adatai is még a földlatti különböző rétegalakulatok együttes, mondjuk eredő hatásának eredményei. Zavaros földalatti rétegalakulatok esetén nem hámozhatjuk ki biztosan az eredő görbéből magának a vetődésnek görbéjét. Bizonyos rétegalakulatok egymás hatását leronthatják. Például két egymáshoz közelfekvő vetődés esetén esetleg az egyik görbe maximumát a másiknak minimuma eltüntetheti, stb.

Szóval a különböző zavaró hatások miatt még azt sem mondhatjuk meg előre egy adott esetben, hogy méréseinkből egyáltalán következtethetünk-e valami biztosat a földalatti rétegalakulatokra. Erre csak egy előzetes próbamérés adhat feleletet.

A Magyar Általános Kőszénbánya Részvénytársulat illetékes körei előtt nyomatékosan hangsúlyoztam az előzőkben vázolt nehézségeket, a melyek vállalkozásunkat egyelőre bizonytalanná teszik. Ennek daczára a társulatnak az újabb vívmányokat felkaroló, széles látókörű vezetője, VIDA JENŐ vezérigazgató úr kiváló súlyt helyezett arra, hogy tudományos szempontból minden körülmények között érdekes méréseinket okvetlenül elvégezzük. Úgy ő, valamint a társulat kiváló geológiai és bányászati szakértője, VIZER VILMOS igazgató úr minden tekintetben támogatták munkálatainkat és a nehéz viszonyok közepette is biztosították részünkre a mérésekhez szükséges segéderőket és összes egyéb szükségleteinket. Az állami bányászati kutatások tudós vezetője dr. Böckh Hugó h. államtitkár úr pedig lehetővé tette, hogy e részben magánjellegű vizsgálatokkal foglalkozhassunk. Fogadják mindannyian őszinte köszönetünket.

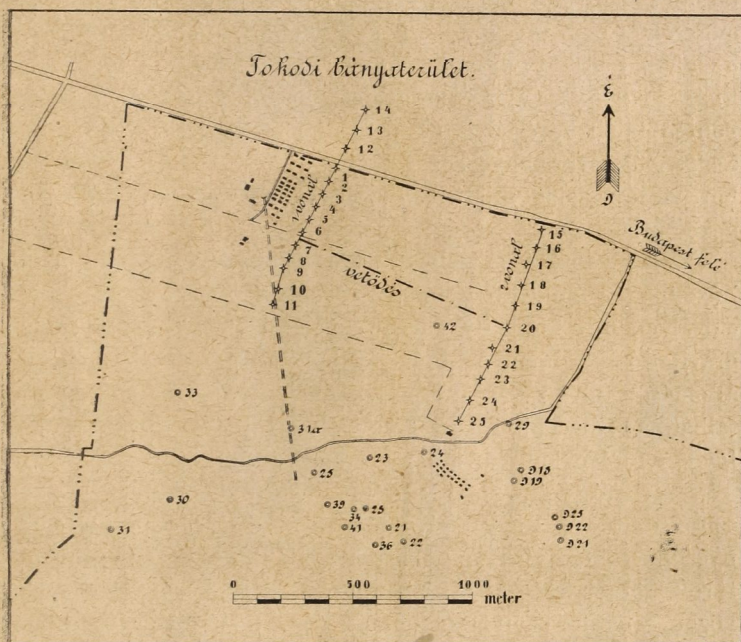
### 1. Torsiós inga-mérések.

Mindenekelőtt arról kellett gondoskodnunk, hogy az észlelési állomásokat a czélnek megfelelő módon és gravitációs szempontból használható területeken helyezzük el. A bányaterületen végzett fúrások és előzetes geológiai adatok alapján a várható vetődések a budapest—bécsi köves úttal (a mely a csillagászati meridiánnal nyugat felé  $74^\circ$ -ot képez) körülbelül párhuzamosan húzód-



nak, a miért is az észlelési szelvények körülbelül erre az irányra merőlegesen helyezendők el.

Itt mindjárt ki kell emelnünk azt a sajnálatos körülményt, hogy a megmunkált földek és vetések miatt az észlelési vonalakat általában nem helyezhettük el ott, a hol gravitációs szempontból a terepviszonyok legkedvezőbbek voltak. Hivatalos mérési pro-



2. rajz.

grammunk miatt pedig a felvételt az aratás utáni időkre nem halaszthattuk, s így meg kellett elégednünk azzal, hogy a méréseket gravitációs szempontból kevésbé előnyös helyeken végezzük el.

Két vonalat fektettünk a megvizsgálandó területen :

Az 1. vonal a bányatelep keleti szélén húzódik, a mint azt a 2. alatt mellékelt térképen láthatjuk. A síkság felőli, északi része gravitációs szempontból elég jó, a hegy felőli, déli része már rosszabb, s a 11-es állomáson túl gravitációs szempont-

ból már hasznavehetetlen, a miért is itt a vonalat félbe kellett szakítanunk.

Nem hagyhatjuk itt említés nélkül, hogy a köves úttól északra fekvő terület gravitációs szempontból kifogástalan, s így az itt végzett mérések a legbiztosabb eredményeket nyújtották volna. E terület azonban már nem a Magyar Általános Kőszénbánya Részvénytársulat bányaterülete, s így természetesen e helyen részletes méréseket nem végeztünk. *Tudományos geológiai szempontból azonban nagyon hasznos volna itt egy a síkságba mélyen beletnyúló gravitációs szelvény felvétele*, ha mindjárt gyakorlati szempontból talán kevésbé értékes is lenne. Itt ugyanis a szén mindenestre már jóval mélyebben fekszik, s különösen az e vidéken gyakori vízveszedelem miatt kiaknázása előreláthatólag nagy nehézségekbe ütköznék.

A 2. vonal a megvizsgálandó terület keleti határához közel húzódik. E vonalban a terep már sokkal egyenetlenebb, mint az előzőben, úgy hogy itt, a mint azt a későbbiekben látni fogjuk, a gravitációs eredmények már jóval kevésbé megbízhatóak. A 23 állomáson túl a zavaros terepviszonyok miatt a vonalat nem folytathattuk, bármennyire előnyös is lett volna az egyébként, mert így egy fúrásokkal már feltárt területre jutottunk volna.

Várható volt, hogy a vetődésekben elsősorban a föld felszíne alatt nem nagy mélységben lévő sűrű rétegek hatása érvényesül, s hogy így az okozott gravitációs zavar aránylag kis távolságon játszódik le. Éppen ezért az állomásokat egymáshoz közel, a terepviszonyoktól függően 50—100 m távolságban helyeztük el egymástól. Egy-egy állomáson mindenkor két egyenlő gravitációs eszközzel, a II. és III. számúval észleltünk, a melyeket külön házikójukban felállítva, 4 m távolságban helyeztünk el egymástól. Ily módon a két eszköz mérési eredményeinek középértékét véve, a legközvetlenebb környezet inhomogenitásából származó zavaró hatást a lehetőségig kiküszöböltük.

Maguk a gravitációs megfigyelések a szokásos módon éjjel, óránkénti leolvasással történtek. A nagy terjedelemlre való tekintettel az észlelési sorozatokat és az ezzel kapcsolatos részleteket nem közölhetjük. A megfigyelésekben rendes munkatársaimon FERTE JENŐ főgeophysikuson és SZÉCSÓDY MIKLÓS mérnökön kívül

SZÉKELY LAJOS tokodi bányamérnök is segédkezett, a kinek szíves és megbízható közreműködését e helyen is külön köszönjük.

Minthogy méréseinket meglehetősen egyenetlen terepen végeztük, különös gondot kellett fordítanunk az eszköz közvetlen környezetéből származó hatás, az úgynevezett *terrénhatás* lehető pontos meghatározására. E célból az eszközök helyén egy-egy 3 m sugarú körben a földet síkra egyengetjük, kiplanáljuk; s ennek hajlását észak-dél és kelet-nyugoti irányban alkalmas libellával  $1/10^\circ$ -os pontossáig lemérjük; továbbá a terepet nyolcz irányban 5, 20, 50, 100 m távolságú pontok magasságának lemérésével kinivelláljuk, s ezenkívül a talaj sűrűségét meghatározzuk. Ezekből az adatokból számítjuk ki a környezet teljesen esetleges egyenetlenségeiből származó terrénhatást.

## 2. A gravitációs észlelések feldolgozása.

Az észlelések alkalmával az eszközt bussolával a mágneses észak-dél irányba állítva, kezdjük el megfigyeléseinket. Az ily módon meghatározott adatok tehát a mágneses meridiánra és pedig egy oly koordinátarendszerre vonatkoznak, a melynek  $X$  tengelye a mágneses észak felé,  $Y$  tengelye a mágneses kelet felé,  $Z$  tengelye pedig függőlegesen lefelé mutat. A torsiósi inga-észlelések útján meghatározott négy adat közül az első kettő, a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  és a  $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$  a *gradienst határozza meg* (a hol  $U$  a nehézség potenciálfüggvényét jelenti) és pedig annak  $X$ , illetőleg  $Y$  tengelymenti komponensét adja. A másik két adat, a  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$  és  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$  pedig a *nívófelület görbületi viszonyairól nyújt felvilágosítást*. E mennyiségekkel és azok jelentőségével majd a következő fejezetben részletesen foglalkozunk.

A II. számú eszközzel végzett mérések eredményeit az I. táblázatban állítottuk egybe. Az első oszlopban az állomások számai foglaltatnak és pedig abban a sorrendben, a mint azok északról dél felé, a síkságtól a hegy felé haladva egymásután következnek, külön csoportban az 1. és külön a 2. vonal állomásai.

I. táblázat. Topografikus értékek a mágneses meridiánra vonatkoztatva. II. sz. Eszköz.

Allomás	Észlelt értékek				Terrénhatás				Topografikus értékek			
	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$
Tokod	<i>1. vonal.</i>											
14	- 30.8	-13.8	- 64.6	- 6.7	- 34.8	-11.7	- 12.6	-11.9	+ 4.0	- 2.1	- 52.0	+ 5.2
13	- 30.4	+20.7	- 63.8	+ 7.1	- 24.8	+33.9	- 16.3	+ 4.2	- 5.6	-13.2	- 47.5	+ 2.9
12	- 35.8	- 7.0	- 40.7	+ 0.2	- 34.7	- 1.2	+ 16.2	- 5.7	+ 1.1	- 5.8	- 56.9	+ 5.9
1	- 31.2	+ 2.0	- 46.4	- 6.4	- 33.2	+ 7.4	+ 7.0	- 3.1	+ 2.0	- 5.4	- 53.4	- 3.3
2	- 33.5	+ 3.7	- 49.9	- 7.3	- 30.2	+ 5.5	+ 3.8	- 3.5	- 3.3	- 1.8	- 53.7	- 3.8
3	- 14.1	+34.4	- 59.7	- 2.0	- 2.7	+45.1	-12.6	+ 2.1	-11.4	-10.7	- 47.1	- 4.1
4	- 38.1	+ 1.3	- 70.6	+ 1.2	- 25.1	+ 6.1	- 0.4	+ 2.8	-13.0	- 4.8	- 70.2	- 1.6
5	- 40.8	+ 7.8	- 18.2	+ 2.0	- 24.9	+ 5.4	+ 3.5	- 1.7	-15.9	+ 2.4	- 21.7	+ 3.7
6	- 57.7	-23.7	- 49.0	+ 16.2	- 31.7	- 4.9	- 4.5	+ 1.0	-26.0	-18.8	- 44.5	+15.2
7	- 68.3	-28.7	- 71.2	+ 11.2	- 44.6	-16.7	- 27.6	+10.5	-23.7	-12.0	- 43.6	+ 0.7
8	- 70.8	-11.1	- 81.2	+ 10.5	- 58.0	-14.5	- 30.8	+14.3	-12.8	+ 3.4	- 50.4	- 3.8
9	- 80.3	- 2.7	- 96.1	+ 6.3	- 76.1	- 6.3	- 30.0	+ 2.4	- 4.2	+ 3.6	- 66.1	+ 3.9
10	-116.8	-38.8	- 69.7	+ 14.1	-107.0	-42.3	- 26.2	+18.4	- 9.8	+ 3.5	- 43.5	- 4.3
11	-158.5	-41.7	- 1.3	+ 5.1	-124.2	-28.0	+ 41.4	+14.7	-34.3	-13.7	- 42.7	- 9.6
	<i>2. vonal.</i>											
15	- 57.4	-18.2	- 74.7	+ 9.6	- 38.6	-10.8	- 4.3	+ 1.9	-18.8	- 7.4	- 70.4	+ 7.7
16	- 86.2	-31.8	- 92.8	+ 14.5	- 75.3	-31.2	- 33.6	+ 6.0	-10.9	- 0.6	- 59.2	+ 8.5
17	-117.4	+17.7	- 88.4	- 36.2	- 92.6	+20.0	- 23.2	-37.2	-24.8	- 2.3	- 65.2	+ 1.0
18	-121.5	+19.3	- 58.5	+ 10.1	-106.8	+18.0	+ 17.4	+20.0	-14.7	+ 1.3	- 75.9	- 9.9
19	-128.0	-61.0	- 9.1	+ 17.0	-111.1	-63.5	+ 18.8	+17.9	-16.9	+ 2.5	- 27.9	- 0.9
20	- 65.0	+ 5.9	+ 13.3	-105.8	- 19.8	+ 5.1	+ 32.4	-16.9	-45.2	+ 0.8	- 19.1	-88.9
21	-117.4	-13.9	- 63.0	+ 53.7	-109.6	-16.9	- 51.1	+57.9	- 7.8	+ 3.0	- 11.9	- 4.2
22	-132.1	+38.3	+ 13.1	- 21.3	- 98.4	+43.1	+ 14.3	-26.9	-33.7	- 4.8	- 1.2	+ 5.6
23	- 34.3	+68.5	- 6.1	- 14.0	- 19.8	+57.9	- 9.9	-12.0	-14.5	+10.6	+ 3.8	- 2.0
24	-107.7	-28.8	+ 48.2	- 15.8	- 71.7	-23.7	+ 33.0	- 6.6	-36.0	- 5.1	+ 15.2	- 9.2
25	+ 38.1	+51.0	- 4.4	+ 10.1	+ 18.3	+21.5	+ 4.6	-10.0	+19.8	+29.5	- 9.0	+20.1

Az «Észlelt értékek» rovatcsoportban az egyes állomásokon végzett észlelési eredmények középértékei foglaltatnak.

A «Terrénhatás» rovatcsoportban a 100 m távolságig terjedő terep egyenetlenségeiből származó hatások következnek, a melyek meghatározásáról az előző fejezetben már részletesen szóltunk. Látjuk, hogy e hatások igen nagyok, a miért is kiváló gondot kellett arra fordítanunk, hogy meghatározásuk lehetőleg pontos és reális legyen.

Az utolsó rovatcsoportban a «Topografikus értékek» néven azok az adatok sorakoznak, a melyeket a terrénhatásnak az észlelt értékekből való levonása útján nyerünk. Ez adatok tehát azoknak felelnek meg, a melyeket 100 m távolságig sík és vízszintes terepen nyertünk volna.

A II. táblázatban a III. számú eszközre vonatkozó adatokat teljesen hasonló módon állítottuk egybe, mint az az előző táblázatban történt.

A III. táblázatban folytatólagosan a «Topografikus középértékek» foglaltatnak. Az első rovatcsoportban a II. és III. számú eszközre vonatkozó, az előző táblázatokban közölt topografikus értékek közepei, a melyek, a mint azt már említettük, a *mágneses meridiánra* vonatkoznak. A második rovatcsoportban pedig a mágneses deklináció<sup>1</sup> figyelembevételével a *csillagászati meridiánra* átszámított topografikus középértékek következnek.

A IV. táblázat első rovatcsoportjában a «Topografikus rendeltettségű» értékeit közöljük. A normális lapult földalagnak megfelelőleg ugyanis az észlelőhely földrajzi szélességétől függően a

$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  és a  $\left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$ -nak bizonyos meghatározott normális értékei vannak, és pedig Tokod vidékére kiszámítva

$$10^9 \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = + 8.1 \text{ és } 10^9 \cdot \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) = + 4.7 \text{ CGS.}$$

<sup>1</sup> A bányaterületen végzett földmágnességi megfigyeléseket e helyen nem részletezhetem, csupán felemlítem, hogy FEKETE JENŐ mérései szerint a felmért területen számottevő mágneses zavarok nincsenek, s az elemek közepes értékei 1920 május 15-re a következők:

Horizontális intenzitás	.....	$H = 0.20933 \text{ CGS.}$
Deklináció	.....	$D = 4^\circ 51' 2''.$
Inklináció	.....	$I = 62^\circ 40' 2''.$

II. táblázat. Topografikus értékek a mágneses meridiánra vonatkoztatva. III. sz. Eszköz.

Állomás	Észlelt értékek				Torréhatás				Topografikus értékek			
	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$
Tokod	1. vonal.											
14	- 25.6	- 8.5	- 71.0	- 10.6	- 26.8	- 3.0	- 20.5	- 17.2	+ 1.2	- 5.5	- 50.5	+ 6.6
13	- 31.3	+ 11.5	- 63.1	+ 5.3	- 24.5	+ 21.7	- 8.5	+ 5.4	- 6.8	- 10.2	- 54.6	- 0.1
12	- 38.6	- 14.3	- 52.3	+ 0.1	- 31.6	- 7.4	+ 4.3	- 0.4	- 7.0	- 6.9	- 56.6	+ 0.5
1	- 32.5	- 4.9	- 56.1	- 3.3	- 33.8	+ 4.1	+ 10.4	- 3.5	+ 1.3	- 9.0	- 66.5	+ 0.2
2	- 35.4	+ 0.6	- 55.5	- 5.0	- 28.1	+ 4.3	- 0.5	- 5.6	- 7.3	- 3.7	- 55.0	+ 0.6
3	- 12.3	+ 29.5	- 56.8	+ 5.7	- 4.7	+ 38.0	- 6.1	+ 10.3	- 7.6	- 8.5	- 50.7	- 4.6
4	- 41.2	+ 7.3	- 77.0	+ 1.0	- 28.7	+ 11.4	- 3.5	+ 1.3	- 12.5	- 4.1	- 73.5	- 0.3
5	- 41.0	- 1.7	- 21.6	+ 3.4	- 29.1	+ 3.3	+ 4.7	- 3.1	- 11.9	- 1.6	- 26.3	+ 6.5
6	- 63.8	- 21.0	- 50.6	+ 16.9	- 33.3	- 2.9	+ 0.6	- 1.5	- 30.5	- 18.1	- 51.2	+ 18.4
7	- 77.6	- 15.4	- 71.7	+ 5.1	- 54.1	- 5.9	- 10.4	+ 7.6	- 23.5	- 9.5	- 61.3	- 2.5
8	- 79.4	- 3.8	- 85.5	+ 13.8	- 67.3	- 2.7	- 31.1	+ 13.7	- 12.1	- 1.1	- 54.4	+ 0.1
9	- 77.4	+ 3.4	- 98.2	+ 9.0	- 74.1	- 10.7	- 37.4	- 2.0	- 3.3	+ 14.1	- 60.8	+ 11.0
10	- 123.9	+ 30.2	- 71.3	+ 13.6	- 113.0	- 31.1	- 27.2	+ 15.5	- 10.9	+ 0.9	- 44.1	- 1.9
11	- 165.9	- 41.5	- 13.9	+ 5.1	- 130.0	- 38.1	+ 45.5	+ 21.8	- 35.9	- 3.4	- 59.4	- 16.7
	2. vonal.											
15	- 59.4	- 18.9	- 78.4	+ 11.3	- 39.9	- 9.3	- 4.8	+ 0.8	- 19.5	- 9.6	- 73.6	+ 10.5
16	- 92.5	- 34.2	- 102.1	+ 13.8	- 74.9	- 31.9	- 30.5	+ 0.9	- 17.6	- 2.3	- 71.6	+ 12.9
17	- 114.5	+ 17.9	- 83.1	- 35.3	- 88.3	+ 16.4	- 15.0	- 40.5	- 26.2	+ 1.5	- 68.1	+ 5.2
18	- 133.6	+ 6.5	- 64.1	+ 13.6	- 111.0	+ 23.8	+ 10.0	+ 19.4	- 22.6	- 17.3	- 74.4	- 5.8
19	- 141.3	- 62.3	- 36.2	+ 24.1	- 111.4	- 60.7	+ 11.5	+ 21.5	- 29.9	- 1.6	- 47.7	+ 2.6
20	- 53.1	- 3.7	+ 12.1	- 115.7	- 22.7	- 2.3	+ 30.6	- 17.4	- 30.4	- 1.4	- 18.5	- 98.3
21	- 122.0	- 10.1	- 61.8	+ 55.6	- 110.5	- 11.7	- 39.7	+ 56.9	- 11.5	+ 1.6	- 22.1	- 1.3
22	- 120.7	+ 59.0	+ 33.1	- 14.8	- 92.7	+ 43.0	+ 29.8	- 19.4	- 28.0	+ 16.0	+ 3.6	+ 4.6
23	- 37.4	+ 70.8	+ 0.6	- 19.1	- 17.6	+ 60.2	- 10.3	- 11.4	- 19.8	+ 10.6	+ 10.9	- 7.7
24	- 107.5	- 36.5	+ 44.1	- 12.3	- 72.0	- 30.2	+ 35.4	- 8.7	- 35.5	- 6.3	+ 8.7	- 3.6
25	+ 47.8	+ 53.8	- 2.9	+ 9.4	+ 24.7	+ 22.6	- 1.2	- 11.8	+ 23.1	+ 31.2	- 1.7	+ 21.2

III. táblázat. Topografikus középértékek.

Állomás	A mágneses meridiánra vonatkoztatva				A csillagászati meridiánra vonatkoztatva			
	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$
Tokod	1. vonal.							
14	+ 2.6	- 3.8	- 51.3	+ 5.9	+ 2.3	- 4.0	- 52.6	+ 1.6
13	- 6.2	- 11.7	- 51.1	+ 1.4	- 7.2	- 11.2	- 50.9	- 2.8
12	- 4.1	- 6.4	- 56.8	+ 3.2	- 4.6	- 6.0	- 57.1	- 1.5
1	+ 1.7	- 7.2	- 60.0	- 1.6	+ 1.1	- 7.3	- 58.7	- 6.5
2	- 5.3	- 2.8	- 54.4	- 1.6	- 5.5	- 2.4	- 53.1	- 6.1
3	- 9.5	- 9.6	- 48.9	- 4.4	- 10.3	- 8.8	- 46.8	- 8.4
4	- 12.8	- 4.5	- 71.9	- 1.0	- 13.1	- 3.4	- 70.6	- 6.9
5	- 13.9	+ 0.4	- 24.0	+ 5.1	- 13.8	+ 1.6	- 25.4	+ 3.1
6	- 28.3	- 18.5	- 47.9	+ 16.8	- 29.7	- 16.1	- 52.8	+ 12.6
7	- 23.6	- 10.8	- 52.5	- 0.9	- 24.4	- 8.8	- 51.5	- 5.2
8	- 12.5	+ 1.2	- 52.4	- 1.9	- 12.4	+ 2.2	- 51.1	- 6.2
9	- 3.8	+ 8.9	- 63.5	+ 7.5	- 3.1	+ 9.2	- 65.1	+ 2.2
10	- 10.4	+ 2.2	- 43.8	- 3.1	- 10.2	+ 3.1	- 42.2	- 6.7
11	- 35.1	- 8.6	- 51.1	- 13.2	- 35.7	- 5.7	- 46.0	- 17.2
	2. vonal.							
15	- 19.2	- 8.5	- 72.0	+ 9.1	- 13.6	- 7.4	- 74.0	+ 3.0
16	- 14.3	- 1.5	- 65.4	+ 10.7	- 14.4	- 0.3	- 68.0	+ 5.2
17	- 25.5	- 0.4	- 66.7	+ 3.1	- 25.4	+ 1.7	- 66.8	- 2.4
18	- 18.7	- 8.0	- 75.2	- 7.9	- 19.3	- 6.4	- 71.6	- 14.0
19	- 23.4	+ 0.5	- 37.8	+ 0.9	- 23.3	+ 2.4	- 37.6	- 2.2
20	- 37.8	- 0.3	- 18.8	- 93.6	- 37.7	+ 2.8	+ 12.4	- 93.9
21	- 9.7	+ 2.3	- 17.0	- 2.8	- 9.5	+ 3.1	- 15.9	- 4.2
22	- 30.9	+ 5.6	+ 1.2	+ 5.1	- 30.3	+ 8.1	- 0.5	+ 5.1
23	- 17.2	+ 10.6	+ 7.4	- 4.9	- 16.3	+ 12.0	+ 8.9	- 4.2
24	- 35.8	- 5.7	+ 12.0	- 6.4	- 35.2	- 2.7	+ 14.0	- 5.3
25	+ 21.5	+ 30.4	- 5.4	+ 20.7	+ 24.0	+ 28.5	- 12.2	+ 20.0

IV. táblázat. Topografikus és subterrán rendellenességek.

Állomás	Topografikus rendellenességek				Kartografikus hatások				Subterrán rendellenességek			
	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$	$10^8 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$
Tokod	<i>1. vonal.</i>											
14	- 5·8	- 4·0	- 57·3	+ 1·6	+ 2·6	- 0·6	- 61·9	- 13·1	- 8·4	- 3·4	+ 4·6	+ 14·7
13	- 15·3	- 11·2	- 55·6	- 2·8	+ 2·9	- 0·5	- 74·9	- 15·6	- 18·2	- 10·7	+ 19·3	+ 12·8
12	- 12·7	- 6·0	- 61·8	- 1·5	+ 2·7	- 0·5	- 84·0	- 20·1	- 15·4	- 5·5	+ 22·2	+ 18·6
1	- 7·0	- 7·3	- 63·4	- 6·5	+ 2·8	+ 0·4	- 83·7	- 16·0	- 9·8	- 7·7	+ 20·3	+ 9·5
2	- 13·6	- 2·4	- 57·8	- 6·1	+ 3·5	- 0·6	- 66·9	- 14·6	- 17·1	- 1·8	+ 9·1	+ 8·5
3	- 18·4	- 8·8	- 51·5	- 8·4	+ 3·6	- 0·4	- 70·0	- 14·4	- 22·0	- 8·4	+ 18·5	+ 6·0
4	- 21·2	- 3·4	- 75·3	- 6·9	+ 4·7	- 0·6	- 65·3	- 15·8	- 25·9	- 2·8	- 10·0	+ 8·9
5	- 21·9	+ 1·6	- 30·1	+ 3·1	+ 4·6	- 0·9	- 49·2	- 9·5	- 26·5	+ 2·5	+ 19·1	+ 12·6
6	- 37·8	- 16·1	- 57·5	+ 12·6	+ 6·4	- 1·3	- 59·0	- 16·4	- 44·2	- 14·8	+ 1·5	+ 29·0
7	- 32·5	- 8·8	- 56·2	- 5·2	+ 8·5	- 1·2	- 48·4	- 15·4	- 41·0	- 7·6	- 7·8	+ 10·2
8	- 20·5	+ 2·2	- 55·8	- 6·2	+ 9·7	- 0·6	- 54·3	- 15·7	- 30·2	+ 2·8	- 1·5	+ 9·5
9	- 11·2	+ 9·2	- 69·8	+ 2·2	+ 8·8	- 2·1	- 62·3	- 28·7	- 20·0	+ 11·3	- 7·5	+ 30·9
10	- 18·3	+ 3·1	- 46·9	- 6·7	+ 3·6	- 0·8	- 35·1	- 18·5	- 21·9	+ 3·9	- 11·8	+ 11·8
11	- 43·8	- 5·7	- 50·7	- 17·2	- 4·4	- 2·0	- 49·1	- 29·8	- 39·4	- 3·7	- 1·6	+ 12·6
	<i>2. vonal.</i>											
15	- 21·7	- 7·4	- 78·7	+ 3·0	- 6·9	+ 0·0	- 97·1	+ 1·1	- 14·8	- 7·4	+ 18·4	+ 1·9
16	- 22·5	- 0·3	- 72·7	+ 5·2	+ 7·4	- 0·7	- 62·3	- 10·7	- 29·9	+ 0·4	- 10·4	+ 15·9
17	- 33·5	+ 1·7	- 71·5	- 2·4	+ 6·9	- 1·7	- 91·8	- 16·5	- 40·4	+ 3·4	+ 20·3	+ 14·1
18	- 27·4	- 6·4	- 76·3	- 14·0	+ 7·9	- 4·0	- 82·7	- 30·0	- 35·3	- 2·4	+ 6·4	+ 16·0
19	- 31·4	+ 2·4	- 42·3	- 2·2	+ 1·2	- 5·5	- 39·5	- 33·1	- 32·6	+ 7·9	- 2·8	+ 30·9
20	- 45·8	+ 2·8	+ 7·7	- 93·9	- 3·9	- 0·5	- 53·7	+ 7·3	- 41·9	+ 3·3	+ 61·4	- 101·2
21	- 17·6	+ 3·1	- 20·6	- 4·2	+ 3·7	- 1·0	- 21·5	- 10·1	- 21·3	+ 4·1	+ 0·9	+ 5·9
22	- 38·4	+ 8·1	- 5·2	+ 5·1	+ 2·4	- 0·6	- 82·9	- 28·0	- 40·8	+ 8·7	+ 77·7	+ 33·1
23	- 24·4	+ 12·0	+ 4·2	- 4·2	+ 1·5	- 0·3	- 38·8	+ 1·1	- 25·9	+ 12·3	+ 43·0	- 5·3
24	- 43·3	- 2·7	+ 9·3	- 5·3	+ 2·4	- 0·4	- 36·2	+ 3·6	- 45·7	- 2·3	+ 45·5	- 1·7
25	+ 15·9	+ 28·5	- 16·9	+ 20·0	+ 5·3	+ 0·7	- 25·2	+ 3·8	+ 10·6	+ 27·8	+ 8·3	+ 16·2



A topografikus középértékekből e normális adatokat levonva, nyerjük a normálistól való eltérést: a topografikus rendellenességet.

A topografikus rendellenességek adataiban még a 100 m-en túl lévő terep földfeletti látható egyenletlenségeiből, a közeli hegyektől származó hatás még bennfoglaltatik, a melytől ez adatokat meg kell szabadítanunk, ha a földalatti viszonyokra akarunk következtetni. E hatást a rétegvonalas térkép alapján számítjuk ki, a miért is «*Kartografikus hatásnak*» hívjuk.

A kartografikus hatás meghatározása meglehetősen hosszadalmas: az észlelőállomásból kiindulva 10—10°-os irányokban, összesen tehát 36 irányban lemérjük sorban az egymást követő rétegvonalaknak az észlelőhelytől való távolságát, ez adatokból kiszámítjuk az egy-egy 10°-os cikkely hatását, e hatásokat azután közös koordináta-rendszerre átszámítjuk és összegezzük. A meghatározásra a rendelkezésünkre bocsátott 1/5760-as térképet használtuk. Magának a sematikusan történő számításnak további részletezésébe e helyen nem bocsátkozhatunk.

A kiszámított kartografikus hatások a IV. táblázat második rovatcsoportjában foglaltatnak. Az értékekből látjuk, hogy e hatások különösen a görbületi adatokra, a  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$  és a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ -ra vonatkozóan igen nagyok. Épen ezért a kartografikus hatásokat valamennyi állomásra pontosan ki kellett számítanunk, a mi már magában véve több mint egy hónapi munkát igényelt.

A kartografikus hatásokat a topografikus rendellenességekből levonva, jutunk a «*Subterrán rendellenességekhez*», vagyis azokhoz az adatokhoz, a melyek annak felelnek meg, mintha észleléseinket hegy-völgyektől ment, teljesen sima, normális földön végeztük volna. Ily módon tehát a földfeletti látható tömegek hatását észleléseinkből teljesen kiküszöböltük. A subterrán rendellenességekben már csakis a földalatti tömegek hatása érvényesül, s így ezek az adatok képezik alapját mindama következtetéseinknek, a melyeket a földalatti alakulatokra levonni szándékozunk. Az ilyen meglehetősen hosszadalmas módon levezetett subterrán rendellenességeket a IV. táblázat utolsó rovatcsoportjában találjuk.

### 3. A gravitációs mérések végeredményei.

A mint azt már az előző fejezetben érintettük, a torsiós ingával meghatározott adatok első ketteje, a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  és a  $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$  a nehézségi erő *gradiensét* adja meg, és pedig a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  annak  $X$  tengelymenti, a  $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$  pedig  $Y$  tengelymenti komponensét jelenti. Maga a gradiens a nehézségi erő horizontális síkban való változásának mértéke. Ez az adat határozza meg egyrészt, hogy mely irányban haladva legnagyobb e változás, másrészt számértéke megadja, hogy a legnagyobb változás irányában 1 cm-rel előrehaladva hány  $10^{-9} CGS$  egységgel nő a nehézségi erőnek, a  $g$ -nek értéke.

A  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  és  $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$  adataiból a gradienst magát és annak irányát könnyen kiszámíthatjuk. E számítást összehasonlítás kedvéért úgy a *topografikus rendellenességekre*, valamint a *subterrán rendellenességekre* vonatkozóan elvégeztük. Ezek az adatok foglaltatnak az V., illetve VI. táblázat második rovatcsoportjában és pedig annak első rovatában maguk a gradiensek, második rovatában pedig a gradiens irányát meghatározó, a csillagászati északkal képezett szögletek, a  $\gamma$ -ák és pedig kelet felé pozitívnak, nyugot felé negatívnak jelezve. Közbevetőleg csupán felemlítjük, hogy e táblázatok első rovatcsoportjában az észlelésiállomások helyét meghatározó adatokat közöljük.

A gradienseket grafikusan nyíllal ábrázolhatjuk: a nyilat a gradiens irányába helyezük, hosszát pedig a gradiens értékével arányosan rajzoljuk. A topografikus és a subterrán rendellenességekre vonatkozó adatokat a 3. rajzban tüntettük elő. A két-féle gradienseket egybevetve látjuk, hogy a távolabbi földfeletti tömegek a gradiensek értékét megváltoztatják ugyan, de a változás aránylag nem nagy. A gradienst ugyanis már a 100 m távolságon túl fekvő terep egyenletlenségei kevésbé befolyásolják.

A torsiós inga másik két adata a  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$  és a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$  a nehézségi erő *nívófelületének*, szintfelületének *görbületi viszonyairól* nyújt felvilágosítást.

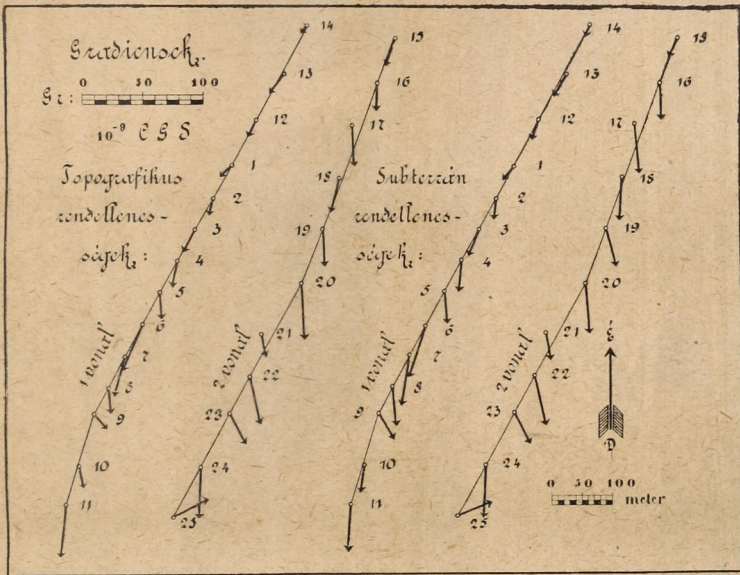
V. táblázat. Topografikus rendellenességekből számított értékek.

száma	Az állomás		Gradiens		Horizontális irányító képesség		A szelvény irányába eső értékek	
	távolsága		$10^6 G_r$	$\gamma$	$10^6 R$	$\lambda$	$10^6 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial z} \right)_\varepsilon$	$10^6 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)_\varepsilon$
	az előzőtől	az elsőtől						
Tokod					1. vonal.		$\varepsilon = -153^\circ 18'$	
14	0 m	0 m	7-0	$-145^\circ 24'$	57-4	$+ 1^\circ 56'$	$+ 6-9$	$+ 36-7$
13	90 m	90 m	19-0	$-143^\circ 48'$	55-9	$- 2^\circ 53'$	$+ 18-7$	$+ 28-7$
12	90 m	180 m	14-0	$-154^\circ 43'$	61-9	$- 1^\circ 24'$	$+ 14-0$	$+ 34-4$
1	90 m	270 m	10-1	$-134^\circ 12'$	64-7	$- 5^\circ 48'$	$+ 9-5$	$+ 27-4$
2	60 m	330 m	13-8	$-170^\circ 0'$	59-1	$- 5^\circ 58'$	$+ 13-2$	$+ 24-7$
3	60 m	390 m	20-4	$-154^\circ 26'$	54-2	$- 9^\circ 2'$	$+ 20-4$	$+ 17-2$
4	60 m	450 m	21-5	$-170^\circ 53'$	76-6	$- 5^\circ 12'$	$+ 20-5$	$+ 33-8$
5	60 m	510 m	22-0	$+175^\circ 49'$	30-7	$+ 5^\circ 49'$	$+ 18-9$	$+ 22-9$
6	60 m	570 m	41-1	$-156^\circ 56'$	62-8	$+11^\circ 50'$	$+ 41-0$	$+ 54-5$
7	60 m	630 m	33-7	$-164^\circ 51'$	57-2	$- 5^\circ 15'$	$+ 33-0$	$+ 25-2$
8	60 m	690 m	20-6	$+173^\circ 52'$	57-2	$- 6^\circ 16'$	$+ 17-3$	$+ 23-3$
9	50 m	740 m	14-5	$+140^\circ 36'$	69-9	$+ 1^\circ 48'$	$+ 5-9$	$+ 45-2$
10	90 m	830 m	18-6	$+170^\circ 23'$	48-8	$- 7^\circ 57'$	$+ 15-0$	$+ 17-2$
11	70 m	900 m	44-2	$-172^\circ 35'$	61-3	$-17^\circ 5'$	$+ 41-7$	$+ 2-6$
					2. vonal.		$\varepsilon = -155^\circ 42'$	
15	0 m	0 m	22-9	$-161^\circ 10'$	78-9	$+ 2^\circ 15'$	$+ 22-8$	$+ 56-6$
16	80 m	80 m	22-5	$-179^\circ 14'$	73-4	$+ 4^\circ 4'$	$+ 20-6$	$+ 55-9$
17	80 m	160 m	33-5	$+177^\circ 6'$	71-7	$- 1^\circ 55'$	$+ 29-8$	$+ 43-7$
18	90 m	250 m	28-1	$-166^\circ 51'$	81-3	$-10^\circ 5'$	$+ 27-6$	$+ 29-5$
19	90 m	340 m	31-5	$+175^\circ 38'$	42-5	$- 2^\circ 58'$	$+ 27-6$	$+ 24-7$
20	100 m	440 m	45-9	$+176^\circ 28'$	188-0	$-46^\circ 11'$	$+ 40-6$	$-146-0$
21	105 m	545 m	17-9	$+170^\circ 1'$	22-3	$-11^\circ 6'$	$+ 14-8$	$+ 7-3$
22	70 m	615 m	39-2	$+168^\circ 5'$	11-5	$+31^\circ 30'$	$+ 31-6$	$+ 11-1$
23	70 m	685 m	27-2	$+153^\circ 49'$	9-4	$-58^\circ 17'$	$+ 17-3$	$- 9-1$
24	100 m	785 m	43-2	$-176^\circ 26'$	14-1	$-65^\circ 38'$	$+ 40-6$	$- 14-1$
25	100 m	885 m	32-6	$+ 60^\circ 51'$	43-4	$+33^\circ 33'$	$- 26-4$	$+ 41-2$

VI. táblázat. Subterrán rendellenességekből számított értékek.

száma	Az állomás		Gradiens		Horizontális irányító képesség		A szelvény irányába eső értékek	
	távolsága		10° Gr	$\gamma$	10° R	$\lambda$	10° $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_\varepsilon$	10° $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_\varepsilon$
	az előzőtől	az elsőtől						
Tokod								
					<i>1. vonal.</i>		$\varepsilon = -153^\circ 18'$	
14	0 m	0 m	9·1	-157° 58'	29·8	+49° 27'	+ 9·1	+ 20·9
13	90 m	90 m	21·1	-149° 33'	32·1	+63° 31'	+ 21·1	+ 9·0
12	90 m	180 m	16·4	-160° 21'	43·3	+60° 25'	+ 16·2	+ 16·6
1	90 m	270 m	12·5	-141° 51'	27·8	+68° 27'	+ 12·3	+ 3·2
2	60 m	330 m	17·2	-173° 59'	19·3	+59° 5'	+ 16·5	+ 8·2
3	60 m	390 m	23·5	-159° 6'	22·1	+73° 31'	+ 23·4	- 1·4
4	60 m	450 m	26·1	-173° 50'	20·4	+30° 20'	+ 24·4	+ 20·3
5	60 m	510 m	26·6	+174° 37'	31·6	+63° 35'	+ 22·5	+ 8·8
6	60 m	570 m	46·6	-161° 29'	58·0	+45° 45'	+ 40·6	+ 45·6
7	60 m	630 m	41·7	-169° 30'	21·9	+34° 41'	+ 39·2	+ 21·0
8	60 m	690 m	30·3	+174° 42'	19·1	+42° 45'	+ 25·7	+ 10·2
9	50 m	740 m	23·0	+150° 32'	62·3	+41° 33'	+ 12·8	+ 54·1
10	90 m	830 m	22·2	+169° 4'	26·4	+31° 43'	+ 17·6	+ 26·0
11	70 m	900 m	39·6	-174° 38'	25·2	+28° 48'	+ 37·0	+ 21·2
					<i>2. vonal.</i>		$\varepsilon = -155^\circ 42'$	
15	0 m	0 m	16·5	-153° 26'	18·8	+81° 10'	+ 16·5	- 9·3
16	80 m	80 m	29·9	+179° 14'	33·3	+35° 57'	+ 27·1	+ 30·7
17	80 m	160 m	40·5	+175° 11'	34·8	+62° 53'	+ 35·4	+ 7·7
18	90 m	250 m	35·4	-176° 6'	32·6	+50° 40'	+ 33·2	+ 19·8
19	90 m	340 m	33·5	+166° 23'	61·9	+43° 42'	+ 26·4	+ 48·2
20	100 m	140 m	42·0	+175° 30'	209·1	-53° 27'	+ 36·8	-192·4
21	105 m	545 m	21·7	+169° 6'	11·8	+47° 11'	+ 17·7	+ 8·3
22	70 m	615 m	41·7	+167° 58'	102·1	+64° 47'	+ 33·6	- 1·7
23	70 m	685 m	28·7	+154° 36'	44·3	-83° 5'	+ 18·6	- 36·4
24	100 m	785 m	45·8	-177° 7'	45·6	-87° 52'	+ 42·6	- 32·6
25	100 m	885 m	29·8	+ 69° 8'	33·4	+52° 11'	- 21·0	+ 18·8

Ez adatokból első sorban a nivófelület főgörbületeinek irányát határozhatjuk meg. Ezenkívül az  $R = g \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)$  mennyiség értékét számíthatjuk ki, a melyben  $g$  a nehézségi erő gyorsulását,  $\rho_1$  a kisebbik,  $\rho_2$  pedig a nagyobbik főgörbületi sugarat jelenti. Ez az  $R$  mennyiség határozza meg a nehézségi erő ama forgatóképességét, a mely a vízszintesben mozgó egyszerű



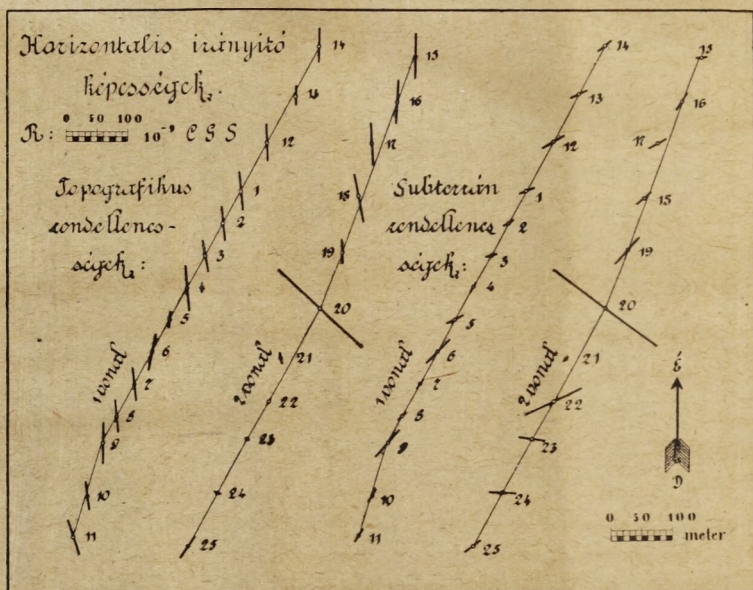
3. rajz.

torsiós inga rúdját a nagyobb görbületi sugarú főgörbület síkjába igyekszik terelni. Épen ezért ezt az  $R$  mennyiséget *horizontális irányítóképességnek* nevezzük.

A horizontális irányítóképességeket, az  $R$ -eket és azok irányát összehasonlítás kedvéért ugyancsak úgy a *topografikus*, valamint a *subterrán rendellenességekből* kiszámítottuk. Ez adatok foglaltatnak az V., illetőleg a VI. táblázat harmadik rovatcsoportjában, és pedig annak első rovatában maguk az  $R$ -ek, a horizontális irányítóképességek, második rovatában pedig az  $R$ , illetőleg

a nagyobb görbületi sugarú fősík irányát meghatározó, a csillagászati északkal képezett szögletek, a  $\lambda$ -ák, és pedig kelet felé pozitívnak, nyugot felé negatívnak jelezve.

A horizontális irányítóképességeket, az  $R$ -eket grafikusan kis vonaldarabkákkal ábrázolhatjuk: a vonalkát az  $R$ , a nagyobb sugarú főgörbület irányába helyezzük és hosszát az  $R$  értékével arányosan rajzoljuk. A topografikus és subterrán rend-



4. rajz.

ellenességekre vonatkozó adatokat a 4. rajzban tüntettük elő. E kétféle  $R$ -eket egymással egybevetve látjuk, hogy a 100 m-en túl fekvő földfeletti tömegek a horizontális irányítóképesség értékeit úgy nagyság, mint irány tekintetében lényegesen megváltoztatják.

A horizontális irányítóképességekben a földfeletti zavaró tömegek hatása tehát aránytalanul erősebben nyilvánul, mint a gradiensekben. Tekintetbe véve már most, hogy a földfeletti tömegek hatásának úgy a terrén-, de különösen a kartografikus

hatásnak számításakor e tömegek inhomogenitását figyelembe nem vehetjük és egy közepsűrűséggel vagyunk kénytelenek számolni, ebből a meghatározásoknak bizonyos fokú bizonytalansága származik, a mely természetesen a kiszámított hatások nagyságával együtt fokozódik.

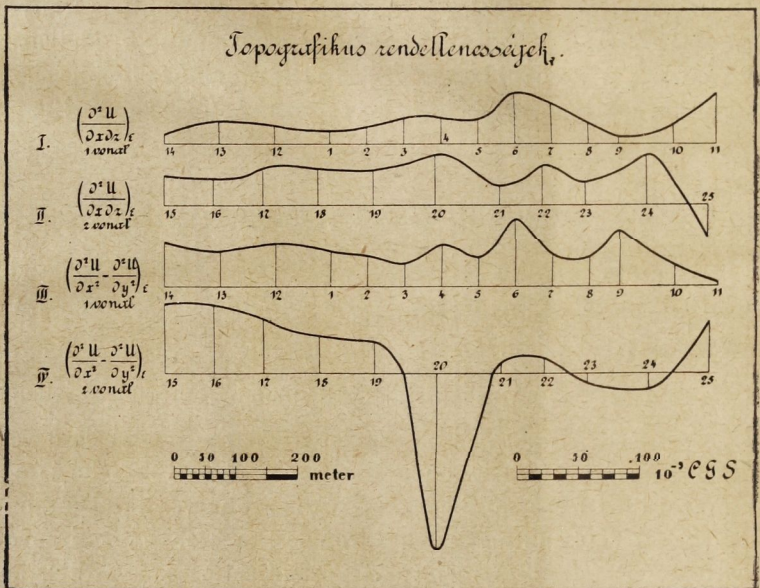
Ezek alapján a subterrán értékekre vonatkozóan, a melyek tulajdonképen további következtetéseinknek alapját képezik, általában a következőket állapíthatjuk meg: A horizontális irányító-képességek értékei sokkal bizonytalanabbak, mint a gradiensek. Ugyancsak a jelzett okok miatt az első vonalnak, illetőleg szelvénynek adatai megbízhatóbbak és használhatóbbak, mint a másodikéi.

#### 4. A gravitációs mérésekből vonható következtetések.

A mint azt már a bevezető sorokban egy számított példa kapcsán tárgyaltuk, a vetődésnek — irányára merőlegesen haladva — a torsiós inga adataiban és pedig úgy a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ -ben, valamint a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ -ben jellemző változásokat kell okoznia, megfelelő jellemző görbéket kell adnia. Szelvényeinket épen ezért a várható vetődések irányára körülbelül merőlegesen fektettük. Ha tehát adatainkból ily irányú következtetéseket akarunk vonni, akkor mindenekelőtt azoknak az észlelési vonalak, a szelvények irányába eső értékeit kell kiszámítanunk. E számítást összehasonlítás kedvéért úgy a topografikus, mint a subterrán rendellenességekre elvégeztük.

A terepviszonyok miatt mind a két vonalat meg kellett törni, ezért az első és az utolsó állomást összekötő középirányt vettük számításba. E szerint az 1. vonal iránya a csillagászati ésszakkal nyugot felé  $\varepsilon = -153^\circ 18'$ , a második vonalé pedig  $\varepsilon = -155^\circ 42'$  szöget képez. Az ezekben az irányokba eső  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  értékek, vagyis a gradiensek megfelelő vetületei foglaltatnak az V. és VI. táblázat negyedik rovatcsoportjának első rovatában. A második rovatban pedig az ez irányokba eső  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$  adatai következnek, amelyek azonban már nem egyszerű vetületek, hanem a szelvény irányára

átforgatott értékek. Tulajdonképen csupán a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  értékeire volna szükségünk, de ezeket külön egy egyszerű vonal adataiból nem számíthatjuk ki. Tekintve azonban, hogy a vetődés a vele párhuzamos irányban változást nem okoz, a  $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$  állandónak vehető s így más zavaró hatásoktól eltekintve, a  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$



5. rajz.

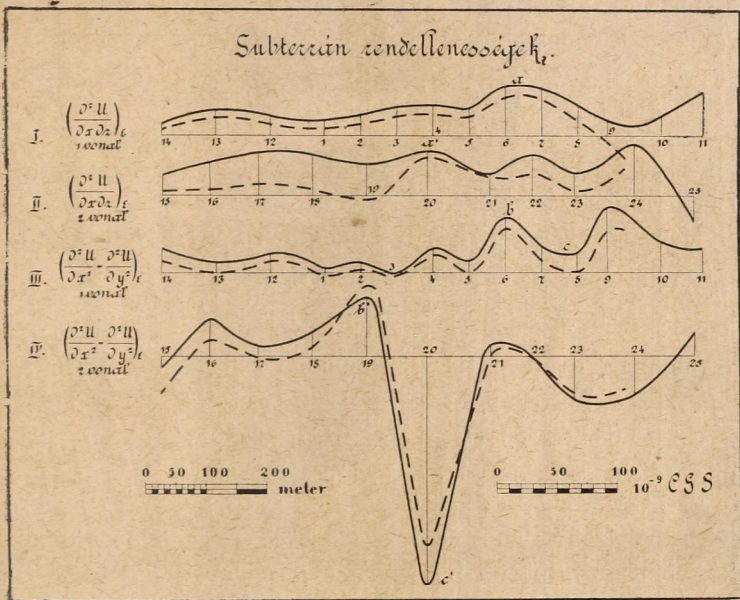
változásaiban főleg a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  változásai érvényesülnek. Épen ezért a vetődést jellemző görbének ezekben az adatokban is elő kell tűnnie.

A szelvények irányába eső értékeket grafikusán az 5. és 6. rajzban folytonos vonallal kihúzva tüntettük fel és pedig az elsőben a topografikus rendellenességeket, a másodikban pedig a subterrán rendellenességeket. Az egyes ábrákon a két felső görbe az 1. és 2. vonal  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  értékeit, a két alsó pedig a  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$  értékeit tünteti elő. Az abszcissák az állomások



távolságait, az ordináták pedig a gravitációs értékeket jelentik a megfelelő léptékek szerint feltüntetve.

Az 5. és 6. rajz megfelelő görbéit egymással összehasonlítva ugyanazt látjuk, a mit már előbb a gradiensekre és a horizontális irányítóképességekre nézve említettünk, hogy a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$



6. rajz.

görbéi sokkal kevésbé térnek el egymástól, mint a  $\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)$  görbéi.

A földalatti viszonyokra a subterrán rendellenességekből vonhatunk következtetést. Lássuk tehát, mit olvashatunk ki a 6. rajz görbéiből.

A gradiensek, illetőleg a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  értékek elsősorban a földalatti sűrűbb rétegek lejtési viszonyairól adnak felvilágosítást. E célból úgy az 1., mint a 2. vonalban az átlagos gradienst számí-

tottuk ki: a gradiens görbéket megintegráltuk, illetőleg a görbe és az abszcissatengely közötti területet kiszámítottuk; a területet a szelvények hosszával osztva megkapjuk a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  átlagos értékét, a középgradienst. Ily módon a középgradienst az 1. vonalban  $21,85 \cdot 10^{-9}$  CGS-nek, a 2. vonalban pedig  $28,66 \cdot 10^{-9}$  CGS-nek találtuk. A felső és az alsó rétegek közötti sűrűségkülönbséget 0,7-nek véve, a mit majd a későbbiekben indokolunk, e gradiens értékek az 1. vonalban  $4^\circ 14'$ , illetőleg a 2. vonalban  $5^\circ 32'$  lejtésnek felelnek meg.

Ez alapon a két vonal közé eső 42-es fúróluknak vonalában a lejtést kereken  $5^\circ$ -nak vehetjük, s ennek megfelelően például a bécs—budapesti köves út alatt az egyes rétegek körülbelül 50 méterrel fekszenek mélyebben, mint a 42-es fúrólukban.

Már a bevezető sorokban kifejtettük, hogy a vetődésnek a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  értékeiben egy olyan görbét kell adnia, melynek maximuma a vetődés felett fekszik; a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  görbéjében pedig a vetődés előtt maximumnak, utána pedig minimumnak kell lennie, a mint azt az 1. rajzban láthatjuk.

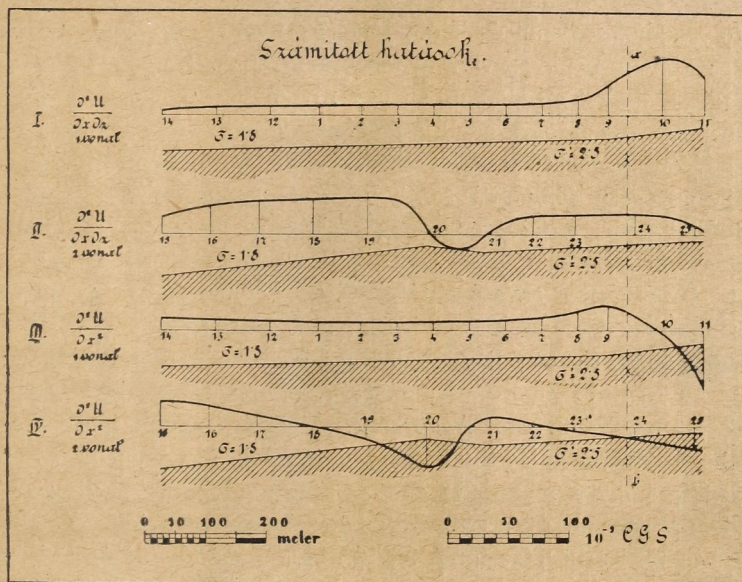
Görbéinket megfigyelve elsősorban azt tapasztaljuk, hogy azok meglehetősen zavarosak. E zavarosság több okból származik.

Elsősorban a számításba vett térrén és kartografikus hatások meglehetősen bizonytalanok és pedig lényegesen nagyobb mértékben a 2. vonalban, mint az 1. vonalban; továbbá nagyobb mértékben a  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$ , mint a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  értékekre vonatkozólag.

A III. és IV. görbét illetőleg külön ki kell emelnünk azt az előzőekben tárgyalt körülményt, hogy ezek tulajdonképpen nem a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  görbéi s hogy a  $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$  feltételezett állandósága mindenestre nem felel meg teljesen a valóságnak.

Ezenkívül, a mint a látható térszín egyenetlen volt, épen úgy egyenetlen az alsó rétegek menete is. Arra az esetre vonatkozólag, ha az alsó sűrű rétegek a felszín egyenetlenségeit követnék, ki is számítottuk e hatásokat, a melyeket a 7. rajz tüntet elő. Az I. és II. görbe az 1., illetőleg 2. vonal  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  értékeit, a

III. és IV. görbe pedig a megfelelő  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  értékeket grafikusan ábrázolja és pedig arra az esetre vonatkozólag, ha a felső és az alsó rétegek közötti sűrűségkülönbséget ismét 0.7-nek vesszük fel. Külön ki kell emelnünk, hogy e görbéknek a függélyes szakgatott *ab* vonaltól jobbra eső részei tekintetbe nem vehetők. A számítás ugyanis az esetre vonatkozik, ha az alsó sűrűbb réteg a



7. rajz.

rajzban feltüntetett részletén túl, vízszintesen a végtelenig folytatódik, a mi pedig természetesen a valóságnak nem felel meg. Az ily módon a széleken, vagyis a 11., illetőleg 25. állomás alatt fellépő törés hatása érvényesül a görbék szélő részein s azokat lényegesen és a valóságtól eltérő módon megváltoztatja.

Az alsó rétegek menete azonban mindenesetre nem követi hűen a felszín alakulását, a mint azt a környékbeli fúrások adatai is elárulják. Ez ismét pontos számításba nem vehető eltéréseket okoz.

Minde bizonytalanságok daczára azonban e görbék, ha nem is teljes pontossággal, de mindenesetre oly zavarokat tüntetnek elő, a melyek a subterrán rendellenességek görbéiben bennfoglaltatnak s abból kiküszöbölendők lennének. Épen ezért a 6. rajzban a folytonos vonalú görbékből a 7. rajz megfelelő görbéit levontuk s ily módon a szakgatott vonalú görbéket nyertük, melyek további következtetéseinkre már alkalmasabbak.

A görbék alakját továbbá bizonyos fokig az a körülmény is befolyásolja, hogy az észlelő állomások nem egyenlő tengerszini magasságban, nem egy vízszintesben fekszenek. Ezzel szemben a számított esetek mindenkor az egy nivófelületen, az egy vízszintesben fekvő pontokra adják a megfelelő gravitációs értékeket.

Végül a görbék alakját az a körülmény is megváltoztatja, hogy az egész földalatti szint lejt és, hogy a vetődés is valószínűleg ferde, a mint erre még majd a számított példák kapcsán visszatérünk.

Mindezeket a zavaró hatásokat szem előtt tartva s az egyes részleteket ezek alapján elbírálva, a 6. rajz folytonos és még inkább annak szakgatott görbéiből a következőket olvashatjuk ki:

Az I. görbében  $a$ -nál, a 6. és 7. állomások között egy határozott maximum van. A görbének többi egyenetlenségei a különböző zavaró hatásoknak tulajdonítandók s ugyancsak ezek okozzák, hogy a maximum előtt és után nem megy le kellő mértékben a kihúzott görbe, a mint az a szakgatott görbénél legalább részben már bekövetkezik. A 9., 10., 11. állomásokon a terep hirtelen emelkedése miatt a korrekciók meglehetősen megbízhatatlannak s így a 11-esen mutatózó emelkedés ennek tulajdonítandó.

A megfelelő III. görbében a  $b$  pontnál egy maximum, a  $c$  pontnál egy minimum van. A bizonytalan korrekciók és a zavaró hatások okozzák minden valószínűség szerint, hogy a görbe hullámosan emelkedik fel a  $b$  pontig. A 9., 10., 11. állomások ez adatok szempontjából még sokkal megbízhatatlanabbak, mint az I. görbe esetében, tekintetbe véve még különösen a 11. állomáson túl fekvő terep nagy egyenetlenségeit. A 9. állomáson mutatózó maximum tehát e körülménynek tudandó be s ugyancsak ez okozza, hogy  $c$ -nél a minimum nem megy le a kellő mélységig.

Szóval az 1. vonal  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  görbéjében (I. görbe)  $a$ -nál egy maximumot állapíthatunk meg, ugyane vonal  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$  görbéjében (III. görbe) pedig az  $a$  pontnak megfelelő pont előtt  $b$ -ben egy maximumot,  $c$ -ben egy minimumot találunk. Ez adatok együttesen, a mint azt már a bevezetésben kifejtettük, egy vetődést jeleznek, szóval az 1. vonal  $a$  pontja alatt, a 6. és 7. állomások között egy vetődést kell feltételeznünk.

A mint azt már ismételten említettük, a 2. vonal adatai jóval kevésbé megbízhatóak, mint az 1. vonaléi. Együttesen szemügyre véve a II. és IV. görbéket, látjuk, hogy a IV. görbében  $b'$ -nél egy teljesen határozott maximum és  $c'$ -nél egy igen jelentékeny minimum van. A terepviszonyokat figyelembe véve, nevezetesen azt, hogy az eszköz a 20. állomáson egy hegygerinczen állott, megjegyezhetjük, hogy a helyes minimum mindenestre kisebb s e feltűnő érték a terepkorrekciónak a talaj inhomogenitásából eredő helytelen meghatározásából származik. Ugyanez a körülmény magyarázza a  $c'$  pont kismértékű eltolódását is. A IV. görbében mutatkozó egyéb egyenletlenségeket a zavaró hatásoknak kell tulajdonítanunk.

Ez adatoknak megfelelőleg a II. kihúzott görbében mutatkozó több maximum közül az  $a'$  pontban levőt kell reálisnak tekintenünk, a mint azt különben a szakgatott görbe máris eléggé igazolja. A többi egyenletlenségeket pedig a különböző zavaró hatásoknak kell tulajdonítanunk, a mi a terepviszonyokat figyelembe véve, teljesen indokoltak is látszik. Így a 24. állomáson mutatkozó maximumot mindenestre a kellően számításba nem vett zavaró hatások okozzák, a mint azt a szakgatott görbében már kevésbé feltűnő emelkedés is bizonyítja.

A 2. vonal  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  görbéjében (II. görbe)  $a'$ -nál mutatkozó maximum és ugyanezen vonal  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$  görbéjében (IV. görbe)  $b'$ -nél levő maximum és  $c'$ -nél mutatkozó minimum együttesen ugyancsak egy vetődést határoznak meg. Szóval a 2. vonal  $a'$  pontja, a 20. állomás alatt egy vetődést kell feltételeznünk. Hozzá kell azonban tennünk, hogy a 2. vonalban e feltevésünk kevésbé biztos, mint az az 1. vonalban volt.

Hogy az ily módon, az 1. és 2. vonalban mutatkozó vetődés összetartozik-e, arra nézve méréseink semmi felvilágosítást sem nyújthatnak. E célból ugyanis a közbülső területet is be kellene hálózunk észlelési állomásokkal. Minthogy azonban az eddigi geológiai megállapítások szerint a két vonal vetődési pontjait összekötő egyenes a vetődések irányának körülbelül megfelel, a meghatározott pontokat összetartozóknak vehetjük, *s így mondhatjuk, hogy a 6. és 7. állomások közepét a 20. állomással összekötő egyenes alatt egy vetődés húzódik*, a mint azt a 2. alatt mellékelt térképbe eredő vonallal berajzoltuk.

A kérdéses vetődés méreteire gravitációs adatainkból az adott viszonyok között csak hozzávetőleges következtetést vonhatunk. Elsősorban a zavaró hatások miatt következtetéseink alapját képező görbék deformálódtak, másrészt a földalatti rétegek helyes átlagos sűrűségének megállapítása is bizonytalan.

A sűrűség megállapítása céljából a tokodi bányából kőpróbákat szereztünk s ezek sűrűségét meghatároztuk. E sűrűségi adatok a következők:

Mészkő 1. — — —	2·69	Homokkő — — —	2·53
“ 2. — — —	2·67	Agyagpala — — —	2·37
Márgás mészkő —	2·59	Tályog 1. — — —	2·64
Márga 1. — — —	2·19	“ 2. — — —	2·14
“ 2. — — —	2·45	Szén — — —	1·38

Az átlagos sűrűség megállapításánál figyelembe vettük a tokodi fúrasi naplóban foglalt adatokat és pedig mindazokra a fúrásokra vonatkozólag, a melyek a hegygerincztől északra, szelvényeink felé esnek s a melyeket a 2. alatt mellékelt térképünkbe is berajzoltunk.

A fúrások közül különösen tekintetbe vettük a szelvényeinkhez legközelebb eső 33-as (összmélysége 379·0 m) és még inkább a 42-es (összmélysége 298·5 m) fúrást, a melyek nemcsak közelségük, de tetemes mélységük miatt is e célra különösen alkalmasnak kínálkoztak.

A fúrasi adatok szerint körülbelül 50 méter mélységben a kemény és vastag homokkőréteggel kezdődnek a nagyobb sűrűségű rétegek és kis megszakításokkal lefelé folytatódnak. Ez ala-

pon közelítőleg úgy vehetjük fel, hogy 50 méterig a rétegek átlagos sűrűsége 1·8, s innen kezdve lefelé 2·5.

Ez adatok alapján néhány sematikus vetődési esetnek megfelelő gravitációs értékeket kiszámítottunk. Tekintve, hogy a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  görbe sokkal biztosabb, mint a  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$  görbe, magát a vetődést körülbelül olyan nagynak választottuk, hogy a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  ben mutatkozó maximum a 6. rajz I. görbéjének a pontban lévő maximumával körülbelül egyenlő legyen. Ennek megfelelően a vetődést egyelőre 30 m-esnek vettük fel.

A 8. rajzban az I. görbék a következő adatoknak felelnek meg. A vetődés függőleges és 30 m nagy, a magasabb réteg 50 m-rel van a föld felszíne alatt, a sűrűségek  $\sigma = 1\cdot8$  és  $\sigma' = 2\cdot5$ . A folytonos vonal a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  és a szakgatott vonal a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  görbéje.

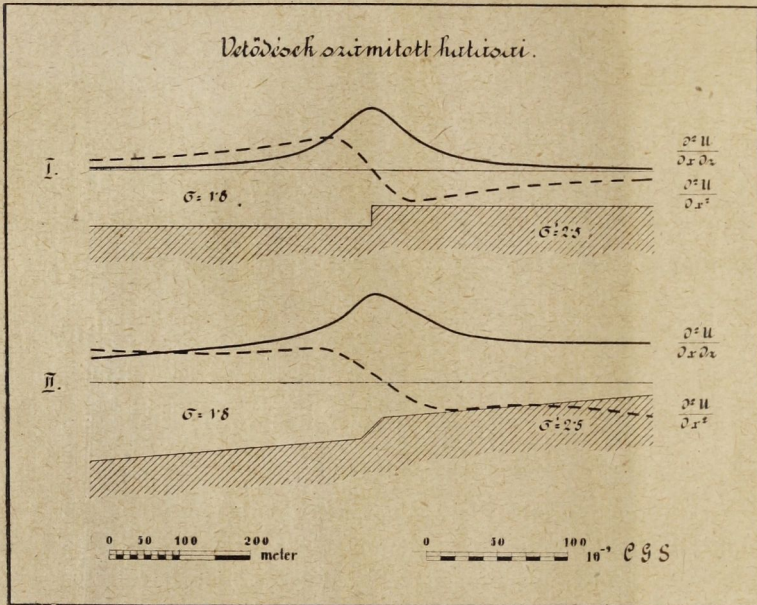
A II. görbék hasonló esetre vonatkoznak azzal a különbséggel, hogy a sűrűbb alsó rétegnek  $5^\circ$ -os lejtése van, s magának a vetődésnek  $45^\circ$  a dőlése. A folytonos vonal ismét a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$  és a szakgatott vonal a  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$  görbéje.

Az ez utóbbi esetben felvett vetődésalakulat mindenesetre közelebb áll a valósághoz. Ez alapon a számított görbéket figyelembe véve látjuk, hogy az egyelőre 30 m-esnek felvett vetődés kissé nagy. A 6. rajz I. görbéjének a pontban levő maximuma ugyanis  $44\cdot10^{-9}$  CGS. Ennek megfelelőleg a vetődést olyan méretűnek kell vennünk, hogy a megfelelő folytonos vonalú II. görbe maximuma körülbelül ugyanennyi legyen, a mi 20 méternek felelne meg. Tekintethe véve a sűrűségben és az egyéb adatokban rejlő bizonytalanságot, a vetődést ez alapon körülbelül 20–25 méteresnek vehetjük.

Az előzőkben előadottak szerint tehát a torsiós inga-mérésekkel a tokodi bányaterület felmért részén az alsóbb rétegek lejtési viszonyait, egy vetődést és annak hozzávetőleges nagyságát állapíthatjuk meg, a mint azt a fennebbieken részletesen tárgyaltuk.

Ismételten említettük, hogy a felmért területek gravitációs

szempontból előnytelenek voltak. Ez egyrészt megnehezítette, másrészt bizonytalanná tette következtetéseinket. Ennek daczára az első próba, hogy a torsiós ingával vetődéseket keressünk fel, biztató eredménnyel járt. Kedvezőbb gravitációs terepen hasonló czélzatú méréseket végezve, kétségtelenül biztosabb és pontosabb



8. rajz.

következtetéseket vonhatunk. Mindenesetre azonban már a jelen esetben is nagy érdeklődéssel várom a tervbe vett fúrások eredményeit, hogy azok e tudományos módszerrel történt megállapításokat mennyire fogják igazolni.

\*

A vizsgálatok meglehetősen terhesek voltak. Maguk a mérések sok és jórészt éjjeli időre eső megfigyeléssel kapcsolatosak. Az adatok feldolgozása, a számítások különösen a kedvezőtlen terep



miatt hónapokra terjedő munkát igényeltek. Mindezekben a műveletekben lelkes munkatársaim, első sorban FEKETE JENŐ főgeophysikus és kivüle SZECSDY MIKLÓS mérnök tevékeny és jelentős részt vettek. Fogadják buzgó fáradozásaikért e helyen is őszinte köszönetemet!

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1921 február hó 14.-én tartott üléséből.)

## ADALÉKOK A CSILLAGOK FEJLŐDÉSÉNEK ELMÉLETÉHEZ.

Báró HARKÁNYI BÉLA I. tagtól.

(Székfoglaló.)

1. §. Az újabb astrophysikai kutatások terén az állócsillagok spektrumának gondos megvizsgálásán kívül nagy szerepet játszanak a csillagok sugárzását jellemző egyéb adatok: számokban kifejezett csillagszínek, színindexek, effektív hullámhosszak és effektív hőmérsékletek, melyek mindannyian érthető physikai okokból a csillag spektrumával szoros kapcsolatban állanak. A legújabb időkig úgy látszott, hogy az itt mutatkozó kapcsolatok egyértelműek úgy, hogy például a csillag színéből vagy effektív hőmérsékletéből közvetlenül következtethetünk a csillag spektrumára, és viszont a spektrum ismeretével a többi jellemző adat meghatározható s elég pontosan kiszámítható. Az ilyen irányú újabb vizsgálatok közül csak SCHWARZSCHILD<sup>1</sup> és WILSON<sup>2</sup> jelentős dolgozatait említem, melyekben a szerzők nagy észleleti anyag gondos discussiója alapján ily tárgyú ismereteinket jelentékenyen gazdagították.

Későbbi kutatások során azonban feltűnt, hogy ezek a kapcsolatok nem egészen ilyen egyszerűek. Mivel a csillagspektrumok vizsgálata kétségtelenül mutatta, hogy azok egyenlő típus mellett nagyon különbözhetnek egymástól, ha az ibolya-részek fényességét hasonlítjuk össze, J. C. KAPTEYN<sup>3</sup> nagyszámú csillagnak photographiai és visualis nagyságrendje által meghatározott színindexét megvizsgálta ebből a célból. Különböző távol-ságú csillagok színindexét ugyanazon spektrum mellett külön-

<sup>1</sup> Aktinometrie der Sterne der B. D. bis zur Grösse 7.5. Teil B.

<sup>2</sup> Publikationen des Astrophys. Observatoriums zu Potsdam Nr. 74.

<sup>3</sup> Contributions from the Mt. Wilson Solar Observ. No. 42.

bözőnek találván, ennek okát főképen a fény térbeli absorptió-jában kereste, mely a főképen visualis hatású sugarakra kisebb mint a photographiai hatású sugarakra, miért a csillag színe ceteris paribus annál sárgásabbá válnék, minél nagyobb a távolsága. KAPTEYN s később munkatársai ki is számították azt a kis arányossági factort, mely a színindexnek a távolsággal való változását megadja, de az ily úton talált eredmények nagyon eltérőek. Legújabban különösen a gömbalakú csillaghalmazokra vonatkozó mérések ilyen absorptio-hatásnak a távolságtól való függését igen valószínűtlenné teszik, úgy, hogy H. SHAPLEY<sup>4</sup> véleménye szerint, ki ezen a téren a legilletékesebb kutató, ez a hatás — ha egyáltalában létezik — mindenkor elhanyagolható.

Mivel a spektrumokban és színindexekben észlelt különbségek kétségtelenek, közelfekvő dolog volt ezek okát a csillag abszolút nagyságrendjében keresni, mit már KAPTEYN is megkísérelt, de negatív eredménnyel. Ezt a kapcsolatot igyekszik F. H. SEARES<sup>5</sup> tisztázni egy újabb, igen czélszerűnek látszó, színindexet helyettesítő adat meghatározása útján. Szerinte ugyanaz a spektrum, vagyis ugyanazoknak a vonaloknak jelenléte, ami a spektráltípus meghatározását adja, legalább közelítőleg ugyanolyan felületi fényességnek felel meg. Ha tehát a gömbalakúnak feltételezett csillag sugara is különböző lesz, ezért a photosphaerát környező légkör állapota is megváltozhatik, ami a csillag színének változását is okozhatja a nélkül, hogy a spektrum vonalainak helyét vagy intenzitását módosítaná. — SEARES módszere az «expositio-viszony» (exposure-ratio) mérésén alapszik. Ő a csillagot ugyanazon az orthochromatikus lemezen veszi fel, néhányszor sárga sugárszűrőn keresztül, néhányszor a nélkül, különböző expositio idők mellett. Az így létrejött képeket összehasonlítva megállapítja azt a  $t_1$  időt az első képsorozatban, melyhez tartozó kép éppen egyenlő intenzitású a második sorozat  $t_2$  idő alatt felvett képével. Az így adódó:  $E = \log t_2 - \log t_1$  számértéket — ez a keresett expositio-viszony — használja további

<sup>4</sup> Contributions from the Mt. Wilson Solar Observ. No. 156, 5—6 l.

<sup>5</sup> Commun. from the Mt. Wilson Solar Observ. to the Nat. Academy of Sciences. No. 59.

vizsgálataira mint színindexet és igazolja az abszolút nagyságrend befolyását a csillag színére egyes spektraltípusok esetében.

2. §. Mivel e kérdés tisztázása a csillagok physikai alkatának magyarázatához szükségesnek látszik, kívánatosnak tartottam a potsdami effektív hőmérsékletek igen pontos sorozatát, melyet eddig még nem vizsgáltak meg ilyen szempontból, erre a célra felhasználni.<sup>2</sup> — Az abszolút nagyságrendnek az

$$M = m + 5 + 5 \log p \quad (1)$$

egyenlet által megadott értékét, hol  $p$  a parallaxis,  $m$  a csillag látszólagos Harvard-rendszer szerint számított nagyságrendje, W. S. ADAMS, A. H. JOY és munkatársai igen értékes új katalógusából<sup>6</sup> vettem át, mely nagyszámú csillagra terjed ki, de sajnos, főképen csak az  $F$ -től  $M$ -ig terjedő Harvard-spektráltípusokra, aminek oka az, hogy az ott felhasznált parallaxisok a más forrásból származókon kívül mind a Mt. WILSON-observatoriumon használt spektroszkopiai módszerrel vannak meghatározva, mely csak ilyen típusú spektrumoknál használható.

Az idézett potsdami kiadványban található  $T$  effektív hőmérsékletek helyett az ugyanott közölt  $c_2/T = \tau$  mennyiséget kívánom a következőkben felhasználni, hol  $c_2$  a PLANCK-fele törvény exponentialis állandója;  $\tau$  azért alkalmasabb  $T$ -nél, mert középhibája minden spektráltípusra ugyanaz,  $T$  középhibája ellenben nagymértékben változó. A nagyon pontosan meghatározott spektráltípusokat és  $M$  értékeit ADAMS idézett művéből vettem, hol  $M$  az (1) egyenlet szerint a  $p = 0''.1$  parallaxisnak felel meg. A feltételezett

$$\Delta \tau = \alpha \Delta M \quad (2)$$

egyenletben  $\alpha$ -t állandónak tekintve, ez a mérési adatokból kiszámítható. A pontosság megítélésére tekintettel kell lennünk úgy  $\tau$  mint  $M$  középhibáira. Egy  $\tau$  adat középhibája WILSING szerint<sup>2</sup> középértékben  $\pm 0.12$ , egy  $M$  értéke pedig ADAMS szerint  $\pm 0.40$  mg, mi a meghatározásában csak mérsékelt pontosságot enged meg. Az észleleti anyagot, mely 117 csillagra terjed, spektráltípusok szerint csoportosítva

<sup>6</sup> Contributions from the Mt. Wilson Solar Observ. No. 199.

az:  $A$   $F$   $G$   $K$   $Ma$   $Mb$  típusokra  
 4 24 45 33 8 3 csillag esik.

Mivel az  $A5$ -től  $F8$ -ig terjedő csillagok száma csekély és az egyes HARVARD-alosztályok szerint kedvezőtlenül oszlanak el, ezeket a többitől különválasztva egyenlítetttem ki, mire később térek át. Az  $F9$ -tól  $Mb$ -ig terjedő 95 adatból azt a 72-t használtam fel az  $a$  factor kiszámítására, melyekből a HARVARD-típusok egy-egy alosztályára 5-nél több jutott, mert ily módon a spektráltípus befolyása  $\tau$ -ra teljesen különválasztható  $M$  hatásától. Az így csoportosított  $M$  szerint rendezett adatok a következők, hol az első oszlopban minden csoportban  $M$ , a másodikban  $\tau$  áll, alul pedig az  $\bar{M}$  és  $\bar{\tau}$  számtani közepek:

$F9$		$G5$		$G7$		$G8$		$G9$	
-3.0	2.60	-1.3	3.31	-0.3	3.92	-1.4	3.62	-2.0	4.29
-2.7	3.23	-0.9	3.11	+0.1	3.31	+0.4	2.96	-0.3	3.40
-0.1	3.08	-0.6	3.05	+0.7	3.07	+0.5	3.14	+0.4	3.49
+2.1	2.67	-0.4	3.70	+0.7	2.59	+0.8	2.87	+0.8	3.48
+2.8	2.67	+0.5	3.07	+0.8	3.31	+0.9	3.19	+1.0	3.18
+4.9	2.46	+0.9	2.61	+0.9	3.07	+2.5	3.11	+1.4	3.30
<u>-0.67</u>	<u>2.79</u>	+1.0	2.92	+0.9	2.73	+3.9	3.07	+1.7	3.00
		+3.7	2.56	+1.1	3.51	+1.08	3.14	+0.43	3.45
		+0.36	3.04	+1.1	3.46				
				+1.6	3.23				
				+0.76	3.22				
$K0$		$K2$		$K3$		$K4$		$Ma$	
-0.3	3.27	-2.9	4.64	0.0	3.95	+0.4	5.06	-3.8	4.79
+0.9	4.27	-1.0	4.11	+0.1	3.72	+0.4	4.31	-0.1	4.32
+1.2	3.92	-0.2	3.70	+0.3	4.18	+0.4	3.70	0.0	4.96
+1.3	2.99	+0.6	3.23	+0.6	3.59	+0.4	3.76	+0.2	4.62
+1.8	3.26	+0.6	3.40	+0.7	3.38	+0.5	2.91	+0.2	4.46
+5.8	2.94	+0.7	3.70	+0.8	3.92	+0.5	3.99	+0.5	4.54
+1.77	3.44	<u>-0.37</u>	<u>3.80</u>	+0.8	3.95*	+1.0	4.17	+0.5	4.57
				+0.47	3.81	+0.51	4.13	+0.8	4.78
								<u>-0.41</u>	<u>4.63</u>

A (2) szerinti kapcsolat megállapítására kiszámítottam a  $\Delta M = M - \bar{M}$  és  $\Delta \tau = \tau - \bar{\tau}$  különbségeket minden egyes érték-pár adataiból. Az értékek némileg szabálytalanul ingadoznak, de azért rögtön feltűnik, hogy általában nagy negatív  $\Delta M$ -nek nagy pozitív  $\Delta \tau$  felel meg, tehát az  $a$  coefficientens negatív. Jobb áttekin-

tés végett a  $\Delta M$ ,  $\Delta\tau$  értékpárok gyakoriságát a matematikai statisztikában szokásos correlatio-táblában állítottam össze:

$\Delta\tau \backslash \Delta M$	-3.1-től -4.5-ig	-1.6-től -3.0-ig	-0.1-től -1.5-ig	0.0-től +1.4-ig	+1.5-től +2.9-ig	+3.0-től +4.4-ig	Össze- sen
-61-től -90-ig	—	—	1	—	—	—	1
-31-től -60-ig	—	—	3	7	—	3	13
-01-től -30-ig	1	1	5	16	2	—	25
+00-től +29-ig	1	1	9	10	—	—	21
+30-től +59-ig	1	1	3	1	—	—	6
+60-től +89-ig	—	2	4	—	—	—	6
Összesen :	3	5	25	34	2	3	72

A keresett összefüggés a táblából, tekintve az adatok csekély számát, nem vehető ki világosan. Sokkal jobb áttekintést adnak a mérési eredmények, ha először  $\Delta M$  szerint rendezve, az értékpárokat 10-, illetőleg 11-es csoportokra osztva  $\Delta M$  és  $\Delta\tau$  közepeit kiszámítjuk:

$$\begin{array}{l} \overline{\Delta M} \quad -2.41 \quad -0.74 \quad -0.26 \quad +0.03 \quad +0.31 \quad +0.75 \quad +2.26 \\ \overline{\Delta\tau} \quad +0.344 \quad +0.244 \quad +0.038 \quad -0.166 \quad -0.052 \quad -0.164 \quad -0.235, \end{array}$$

miből az összefüggés  $M$  és  $\tau$  változása között világos. Hasonlóképen rendezve  $\Delta\tau$  szerint s ugyanígy közepeket képezve lesz:

$$\begin{array}{l} \overline{\Delta\tau} \quad -0.478 \quad -0.252 \quad -0.129 \quad +0.049 \quad +0.057 \quad +0.217 \quad +0.626 \\ \overline{\Delta M} \quad +0.97 \quad +0.20 \quad +0.22 \quad +0.68 \quad -0.19 \quad -0.66 \quad -1.28. \end{array}$$

Ez a két sorozat a «regressio-vonalak»-nak nevezett egyeneseket határozza meg, melyek ily esetekben, a hol a két változó mennyiség mérsékelt pontossággal van megadva, természetesen nem azonosak, hanem azt az ilyenkor általában észlelt jelenséget mutatják, hogy a legkisebb négyzetek módszere szerint az ez adatokat legjobban ábrázoló egyenesek kisebb-nagyobb szöveget zárnak

be, a szerint, a mint a kapcsolat a két változó között szorosabb vagy lazább. Az egyenesek egyenletét a

$$\Delta\tau = a\Delta M \quad (2)$$

és

$$\Delta M = a\Delta\tau \quad (3)$$

alakba írva, az  $a$  és az  $a$  coefficientseket az eredeti 72 értékpárból kiszámítva, a következő eredményeket találtam, középhibáikkal együtt:

$$a = -0.120 \pm 0.0261; \quad a = -1.914 \pm 0.415.$$

$M$  hatása tehát a várt irányú és a középhibát tekintve elég pontosan meg van határozva. Egy  $\tau$  érték középhibája a kiegyenlítés után  $\pm 0.313$ -nek adódik, míg az eredeti  $\tau$  értékek középhibája  $M$  hatása tekintetbe vétele nélkül  $\pm 0.357$ ; az  $a\Delta M$  tag hatása tehát nem csökkentí lényegesen a középhibát. WILSING ezt az utóbbi adatot  $\pm 0.31$ -nek találja <sup>2</sup>, és megjegyzi, hogy ez a  $\tau$ -nak a spektralfotometriai mérésekből közvetlenül adódó  $\pm 0.12$  középhibájánál valószínűleg azért ennyivel nagyobb, mert a csillagspektrumok még ugyanazon alosztályon belül is objektív különbségeket mutatnak. Látjuk az itt talált értékekből, hogy ezt az eltérést a kétféle középhiba között az  $a\Delta M$  tag bevezetése alig csökkenti.

Kiszámítottam végül az itt felhasznált adatokból a correlatio coefficientens értékét középhibájával, ez:

$$-0.480 \pm 0.091.$$

Ez az érték elég nagy és elég biztosan van meghatározva arra, hogy a  $\Delta M$  és  $\Delta\tau$  kapcsolatát objektíve is teljesen beigazoltnak tekinthessük.

A hátralevő  $A5$ -től  $F8$ -ig terjedő 22 csillag adatai nem vezettek kielégítő eredményre. A  $\tau$  értékeket a csillagok csekély száma miatt itt először a spektraltípusok szerint egyenlítetttem ki, tekintet nélkül  $M$ -re. Ezután a számított és észlelt  $\tau$  értékek különbségeit: a  $\Delta\tau$ -kat iparkodtam előállítani, mint  $M$  függvényeit, egy állandó tag és az  $aM$  tag segítségével. Az adatok kis száma és a  $\Delta\tau$ -k szabálytalan ingadozása az  $a$  coefficientens bizonytalan meghatározására vezetett:  $a$  értéke  $+0.018$ , kicsiny a nálánál nagyobb:  $\pm 0.053$  középhibához képest s ezért a talált érték reálisnak nem tekinthető.

Az ily módon az észleleti anyagnak nagyobbik,  $F9$ -tól  $Ma$ -ig terjedő részére igazolt kapcsolat  $\Delta M$  is  $\Delta \tau$  között lehetővé teszi  $M$  kiszámítását (3) alapján a  $\tau - \tau_0$  különbségből, ha a pontos spektráltypus és így  $\tau_0$ , a  $M=0$ -nak megfelelő érték ismeretes. Ezt az utóbbit a következőkben kívánom táblázatosan összeállítani. Így tehát igazolva van legalább is az elvi lehetősége annak, hogy (1) szerint egy csillag parallaxisát spektralphotometriai vizsgálatok alapján kiszámíthatjuk, ha spektruma pontosan ismeretes. Az így elérhető pontosság ugyan elég mérsékelt, de mindenestre fokozható lenne, ha  $\alpha$ -t sikerülne gazdagabb és főképpen  $M$ -ben nagyobb közre terjedő észleleti anyagból pontosabban kiszámítani. Így ez a módszer is megfelelne annak a célnak, melyet SEARES saját módszere feladatául kitűzött.

3. §. A talált eredményt összehasonlítottam SEARES adataival. Az összehasonlítás csak mérsékelt pontossággal volt elvégezhető, mert a szerző idézett művében az ott bevezetett  $E$  expositio-viszonyokat számszerint az egyes csillagokra nem közli, hanem csak kis méretű görbékkel ábrázolja  $E$ -nek és  $M$ -nek összefüggését néhány spektráltypusra, hol  $E$   $8.8$ -tól  $9.6$ -ig változik.  $E$  értékét megadja  $M=0$ -ra az egyes típusokra, ebből  $\tau_0$  és  $E$  közt graphikus úton a következő összefüggést vezettem le:

$$\tau_0 = 1.50 + 5.3 (E - 9.00).$$

Ebből kiszámítható a görbék minden  $E$  ordinátájához tartozó  $\tau$  érték. Az  $E$ -ket a görbéken leolvassván, a csillagok ott vizsgált 3 csoportjára a következő  $\tau$  értékeket találtam:

$M$	$\tau$	$M$	$\tau$	$M$	$\tau$
$F5$ -1	2.09	$G6$ -2	4.05	$K5$ 0	4.42
	0 2.40		0 3.47	+ 2	4.00
+1	2.62	+2	3.15	+ 4	3.74
+2	2.68	+4	2.99	+ 6	3.58
+3	2.62	+6	2.88	+ 8	3.58
+4	2.52			+10	3.84
+5	2.41				

Ezekből az adatokból és a görbékéből látható, hogy a  $\tau$  változása  $M$  szerint általában nem lineáris. Az  $F5$  csoportban  $\tau$  eleinte növekszik az  $M=+2$ -nek megfelelő maximumáig, azután csök-



ken; kezdetben tehát  $\Delta\tau : \Delta M$  pozitív és mintegy  $+0.32$ , a végén negatív  $-0.08$ . Ez magyarázza részben, hogy miért nem sikerült a potsdami adatok első csoportjára az  $a$  coefficientst kívánt pontossággal meghatároznom. A G6 csoportban a csökkenés kezdettől végig látható,  $\Delta\tau : \Delta M - 0.29$ -tól  $-0.05$ -ig változik; a K5 csoportban a csökkenés eleinte gyorsabb  $-0.32$  sebességgel, azután  $M = +6$  és  $M = +8$  között  $\tau$  minimum lesz s végül ismét növekszik  $+0.10$  sebességgel. Az  $M$ -típusnál a keresett hatást SEARES nem tudta kimutatni. A fentebb kiszámított  $a = -0.120$  érték e szerint a G6-nak megfelelő SEARES-féle adatok között középütt foglal helyet.

Lényegében véve megerősítik ezeket az eredményeket P. GUTHNICK<sup>7</sup> és K. BOTTLINGER<sup>8</sup> a sokkal érzékenyebb photoelektromos módszerrel végzett vizsgálatai, de ezekről eddig csak előzetes jelentések állanak rendelkezésünkre pontos szám adatok nélkül.

Végül a következő táblázatban összeállítottam a potsdami  $\tau$ -adatok középértékeit az egész felhasználható anyagból az egyes spektráltípusok alosztályaira. Az 1. oszlop adja a spektrum megjelölését, a 2. a csillagok számát, a 3.  $M$  középértékét, a 4.  $\tau$  középértékét, az 5.  $g$ -vel jelölve  $\tau$ -nak azt az értékét, mely az előbbi értékek nagyobb méretben szerkesztett görbe útján való kiegyenlítése által adódik, a 6. oszlopban áll a  $\tau - g$  különbség, a 7.-ben a (3) egyenlet szerint  $M = 0$ -ra redukált  $\tau_0$  érték, de csak F9-től kezdve, a 8.-ban  $g_0$ -lal jelölve  $\tau_0$ -nak szintén graphikusan kiegyenlített értéke és végül a 9.-ben a  $\tau_0 - g_0$  különbség.

Sp.	sz.	$\bar{M}$	$\tau$	$g$	$\tau - g$	$\tau_0$	$g_0$	$\tau_0 - g_0$
A 7.0	4	+1.65	2.08	2.11	-3			
F 1.4	5	+0.86	2.12	2.32	-20			
F 4.2	9	+1.89	2.44	2.47	-3			
F 7.0	4	+3.15	2.75	2.61	+14			
F 9.0	6	-0.67	2.79	2.72	+7	2.87	2.81	+6
G 0.7	9	-0.88	2.92	2.81	+11	2.81	2.89	-7
G 5.2	12	+0.33	3.05	3.09	-4	3.09	3.14	-5
G 7.0	10	+0.76	3.22	3.22	0	3.31	3.26	+5
G 8.0	7	+1.08	3.14	3.30	-16	3.27	3.34	-7
G 9.0	7	+0.43	3.45	3.40	+5	3.50	3.43	+7

<sup>7</sup> J. HARTMANN: *Astronomie*. 415. l.

<sup>8</sup> *Vierteljahrsschr. der Astron. Ges.* 56. k., 154—155. l.

<i>K</i> 0.2	8	+1.81	3.46	3.53	- 7	3.68	3.57	+ 9
<i>K</i> 2.0	6	-0.37	3.80	3.75	+ 5	3.76	3.83	7
<i>K</i> 3.0	7	+0.47	3.81	3.89	- 8	3.87	3.97	-10
<i>K</i> 4.0	7	+0.51	4.13	4.04	+ 9	4.19	4.10	+ 9
<i>K</i> 5.2	5	+0.52	4.25	4.21	+ 4	4.31	4.24	- 7
<i>Ma</i>	8	-0.48	4.63	4.65	- 2	4.57	4.63	- 6
<i>Mb</i>	3	-0.67	4.87	4.87	0	4.79	4.79	0

Az egyezés az egyes középértékek és a  $g$  görbe között általában kielégítő; a reductio  $M=0$ -ra természetesen keveset változtat a  $\tau$  értékeken, mert  $\bar{M}$  a legtöbb csoportban elég kicsiny, de azért a reductionnak megvan a hatása, mint azt az utolsó oszlopnak a 7.-énél valamivel kisebb értékei mutatják.

Összehasonlítás kedvéért közlöm itt WILSING-nek valamivel kisebb számú csillagból levezetett adatait <sup>2</sup>  $M$  elhagyásával, melynek hatásával ő nem foglalkozott. Az 1—4. oszlop WILSING értékeit, az 5. a fentebb használt  $g$  görbéből következő értékeket, a 6. WILSING graphikusan kiegyenlített értékeit, végül a 7. az 5. és 6. rovat különbségét tartalmazza:

<i>Sp.</i>	<i>Sz.</i>	$\tau$	$\tau-g'$	$g$	$g'$	$g'-g$
<i>F</i> 3.0	8	2.14	0	2.40	2.14	- 2.6
<i>F</i> 7.5	10	2.73	+18	2.64	2.55	- 9
<i>G</i> 1.3	4	2.69	- 2	2.85	2.71	-14
<i>G</i> 5.9	13	3.09	- 4	3.13	3.13	0
<i>G</i> 8.5	13	3.34	-10	3.35	3.44	+ 9
<i>K</i> 0.6	7	3.04	-60	3.56	3.64	+ 8
<i>K</i> 3.3	8	4.09	+14	3.94	3.95	+ 1
<i>K</i> 5.7	3	4.42	+20	4.25	4.22	- 3
<i>Ma</i>	4	4.47	-18	4.65	4.65	0
<i>Mb</i>	2	4.91	+ 2	4.87	4.89	- 2

Az egyezés mindenütt teljesen kielégítő, kivéve talán az első értéket, de ennek magyarázata, hogy WILSING-nél az *F* 3.0 adat *F* 0-tól *F* 4-ig terjedő értékek közepe, tehát végpontja a görbének, mert ő az *A* típusú csillagokat ennél a kiegyenlítésnél nem használja fel.

4. §. Az állócsillagok fizikai alkotásának és fejlődésének magyarázatában nagy haladást jelent az E. HERTZSPRUNG és H. N. RUSSEL vizsgálatain alapuló elmélet, melynek alap gondolata tulajdonképen N. LOCKYER-re vezethető vissza. E szerint csillagok

a HARVARD-typusok sorát kétszer futják át, először az *MKG FAB* sorrendben, ez a hőmérsékleti görbe felmenő ága, azután a fordított: *B...M* sorrendben, ez a lemenő ág. Az első phasisban a csillagok kis sűrűségű «óriás» csillagok *F*-ig, a másodikban nagy sűrűségű «törpe» csillagok *F*-től *M*-ig. A Nap az utóbbiak közé tartozik.

A következőkben W. NERNST-nek<sup>9</sup> egy újabb igen érdekes feltevésével kívánok foglalkozni, melyet a csillagfejlődés physikai értelmezésére vezetett be. Ő abból a tényből indul ki, hogy a Nap és csillagok sugárzásának pótlására a condensatióból származó energia-termelés nem elégséges, ha azoknak olyan hosszú élettartamot tulajdonítunk, minőt főképen a geologiai újabb kutatások követelnek. Ezért a radioaktív átalakulásokban keresi a csillagok energiájának forrását. Szerinte az uranium bomlása, melynek félideje:  $6 \times 10^9$  év, teljesen elégséges ilyen hosszantartó folyamat magyarázatára.

Ha NERNST nyomán *U*-val jelölöm az égitestnek egy év alatt kisugárzott energiáját, *r*-rel sugarát, *T*-vel effektív hőmérsékletét, *z*-val a STEFAN-BOLTZMANN-féle törvényt állandóját, akkor:

$$U = 4\pi zr^2 T^4.$$

Ha  $\delta$  a vízre vonatkoztatott sűrűség és  $\mu$  az égitest tömege:

$$\delta = \frac{3}{4} \frac{\mu}{\pi r^3}; \text{ s ha } U_N, \delta_N, T_N \text{ és } \mu_N = 1,$$

ugyanazek a mennyiségek a Napra vonatkoztatva és feltesszük, hogy  $\mu = 1$ , *r* eliminálása útján lesz:

$$U = U_N \left( \frac{T}{T_N} \right)^4 \left( \frac{\delta_N}{\delta} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (4)$$

Ebből *U* kiszámítható, ha *T* és  $\delta$  ismeretesek és ha feltehetjük, hogy minden csillag tömege középértékben a Napéval egyenlő. NERNST a Napra vonatkozó adatokat a következőképen választja:

$$U_N = 1.20 \times 10^{41} \text{ erg.}; \quad T_N = 6300^\circ; \quad \delta_N = 1.38.$$

<sup>9</sup> Das Weltgebäude im Lichte der neueren Forschung (1921).

Ha most már  $U$  teljesen az uranium bomlásából származik, ez a feltevés lehetővé teszi a fejlődés időbeli lefolyásának megvizsgálását, ami igen érdekes új probléma, mert az így talált adatok a csillagstatisztika adataival összehasonlíthatók. Mellesleg megjegyzem, hogy ezzel a kérdéssel másnemű, egyszerűbb feltevések mellett már tavalyi budapesti egyetemi előadásaimban foglalkoztam a csillagfejlődés menetének inkább csak kvalitatív szemléltetése céljából. Ha ez új feltevés szerint:

$$U = U_0 e^{-ct}, \quad (5)$$

és  $c$  ismeretes, akkor (5)-ből  $t$  kiszámítható, ha az  $U_0$  kezdő értéket sikerül megállapítani. NERNST vázlatos és szűkszavú fejtegetéseit kívánom a következőkben kiegészítve és részben helyesbítve a tapasztalattal összehasonlítani.

NERNST adatai, melyeket bővebb indokolás és a források közelebbi megjelölése nélkül vizsgálatainak alapjául választ, után számítás alapján kissé helyesbítve, a következő táblázat  $\delta$ ,  $T$  és  $U$  rovataiban állanak, hol  $U$  egysége  $10^{41}$  erg:

$\delta$	$T$	$\tau$	$U$	$t$	$M$
0.001	5000°	2.92	59.0	0.035	+0.71
0.035	8000	1.83	36.1	0.248	1.17
0.23	9500	1.54	20.5	0.495	1.97
0.33	9500	1.54	16.1	0.599	2.24
0.65	8500	1.72	6.57	0.989	3.08
1.00	7500	1.95	2.99	1.331	3.83
1.38	6300	2.32	1.20	1.727	4.78
1.50	6000	2.43	0.93	1.836	5.06
2.00	4000	3.65	0.15	2.624	7.62

5. §. Ez adatokból az észlelésekkel való könnyebb összehasonlítás céljából kiszámítottam az  $M$  abszolút nagyságrendeket. Erre felhasználtam az egyik korábbi értekezésemben<sup>10</sup> nagyobb észlelési anyagból levezetett egyik formulát, mely a  $T$  effektív hőmérsékletű és  $\rho$  látszólagos (szögmértékben mért) sugarú gömbalakú égitest  $m$  látszólagos nagyságrendjét a következő alakban adja:

$$m = a + \frac{b}{T} - 5 \log \sin \rho,$$

<sup>10</sup> Astron. Nachrichten 186. k. Nr. 4451.

miből, ha az  $r$  linearis sugarat és a  $p$  parallaxist bevezetjük, lesz:

$$m = a + \frac{b}{T} - 5 \log r - 5 \log \sin p;$$

ugyanilyen egyenletet írva fel a Nap  $m_N$ ,  $T_N$ ,  $r_N$  és  $\sin p_N = 1$  adataira, azután az  $M$  és  $M_N$  abszolút nagyságrendeket bevezetve (1) szerint, lesz:

$$M - M_N = \frac{b}{T} - \frac{b}{T_N} - 5 \log \frac{r}{r_N};$$

ha végül a csillag tömegét a feltevés szerint 1-nek vesszük, lesz:

$$\left(\frac{r}{r_N}\right)^3 = \frac{\delta_N}{\delta};$$

és így:

$$M = M_N + \frac{b}{T} - \frac{b}{T_N} + \frac{5}{3} \log \frac{\delta}{\delta_N};$$

tehát az  $M$  a  $T$ -ből és  $\delta$ -ból kiszámítható  $T_N$  és  $\delta_N$  ismeretével. Idézett értekezésemben  $b=28240$  értéket találtam és az  $M_N=4.78$  értéket használtam fel; ha NERNST nyomán  $T_N=6300^\circ$  vétetik és  $\delta: \delta_N$  helyébe  $\sigma$ -t írunk, lesz:

$$M = 0.298 + \frac{5}{3} \log \sigma + \frac{28240}{T} = 0.298 + \frac{5}{3} \log \sigma + 1.934\tau. \quad (6)$$

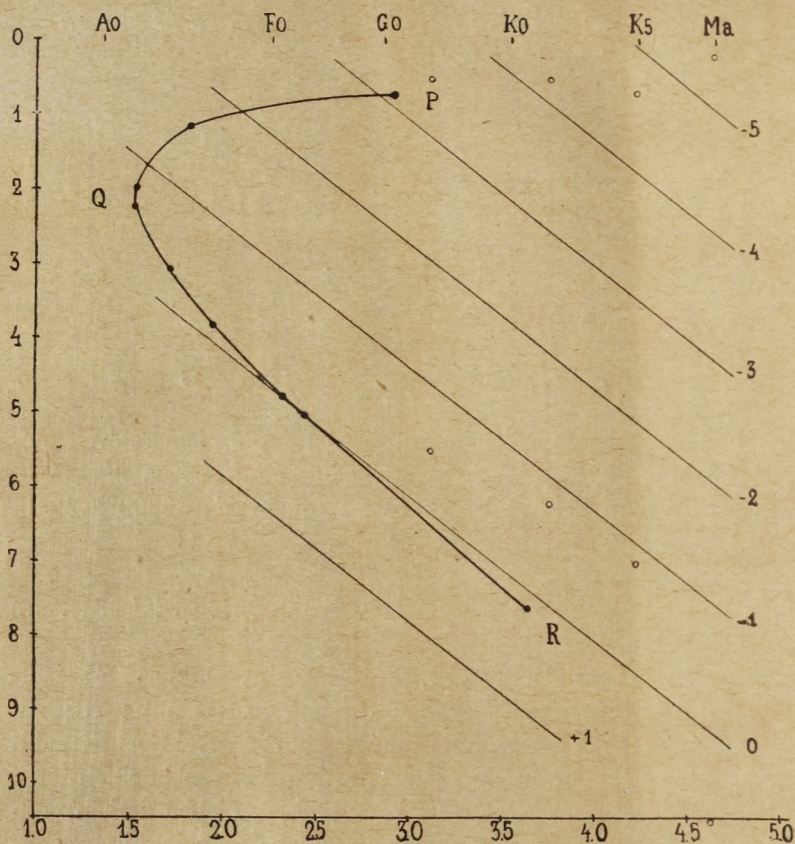
Az így számított  $M$  alatt álló értéket graphikusan ábrázoltam, mint az 1. ábra görbéjének ordinátáit, abscissának a 2. §-ban bevezetett  $e_2: T = \tau$  viszonyt választottam a gyakran használt spektráltípusok helyett. Ezt azért tartom helyesebbnek, mint a spektráltípusok terjedelmét kifejező, többé-kevésbé önkényesen választott hosszakat, mert  $\tau$  physikailag szabatosan definiált mennyiség, melynek számértéke a fentebbiek szerint minden spektráltípusra pontosan meg van határozva. A  $\tau$ -nak a 37. lapon közölt kiegyenlített  $g_0$  értékét használtam fel.

Az (5) egyenletből egyszerűen következik, hogy a  $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$  pontok geometriai helyei az

$$M = p + q\tau \quad (7)$$

egyenesek.

További összehasonlítások czéljára felhasználtam az ADAMS és munkatársainak<sup>6</sup> már eddig is használt adatait azok legújabb összeállítására alapján.<sup>11</sup> Ha az idézett katalogus  $M$  értékeit spektráltípusok szerint csoportosítjuk, mindjárt feltűnik egy-egy



1. ábra.

typuson belül az  $M$ -ek igen különböző gyakorisága. Ha ezt az utóbbi számot  $M$  függvényeképen ábrázoljuk, az így szerkesztett görbék  $G$ -től az  $M$ -typusig az óriás és törpe csillagoknak meg-

<sup>11</sup> G. E. HALE: Annual Report of the Director of Mt. Wilson Obs. (1921) 269—270. I.

felelő két-két maximumot mutatják. Ezeket a maximális gyakoriságú  $M$  értékeket választom az illető spektráltípusok képviselőinek. Nem kívánom itt diskutálni, hogy vajjon ez a választás a leg-helyesebb-e, mert lehetne másfajta értékekre, például a számtani közepekre is gondolni, de jelen hiányos ismereteink mellett mégis az előbbi választást tartom a fejlődési elmélet szempontjából leg-megfelelőbbnek. A használt adatok a következők:

Spektráltípusok határai	...	$G_0 - G_5$	$K_0 - K_3$	$K_4 - K_9$	$Ma - Md$
Közepes spektráltípusok	...	$G_5$	$K_{1.5}$	$K_5$	$Ma$
$\tau$	...	3.12	3.76	4.22	4.63
$M$ a görbe felmenő ágán	...	+0.5	+0.5	+0.7	+0.2
$M$ a " leszálló "	...	+5.5	+6.2	+7.0	10.5;

hol a spektráltípusok közéértékét az egyes típusok alosztályainak gyakoriságát tekintetbe véve állapítottam meg;  $\tau$  ismét a  $g_0$  görbe szerint vétetett.

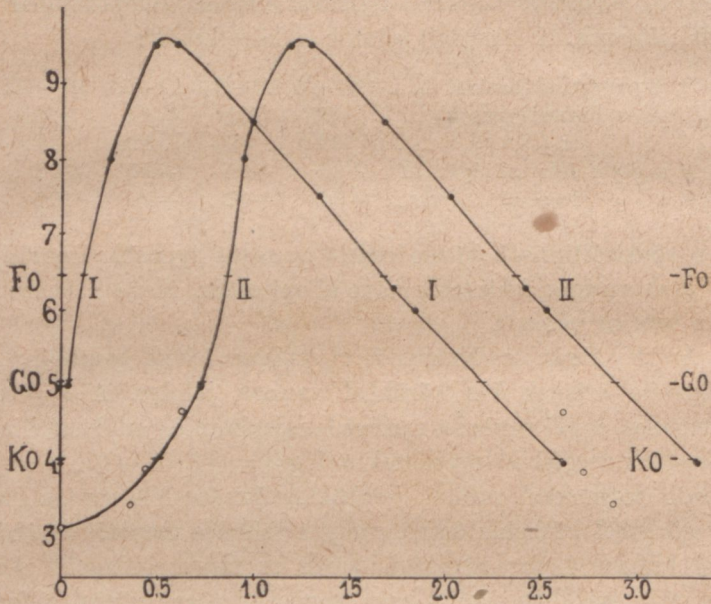
Az 1. ábrán a NERNST-féle értékek fekete pontokkal, az ADAMS-féle értékek kis körökkel vannak jelölve. A  $\sigma = \text{const}$  egyeneseket a (7) egyenlet szerint berajzoltam és az ilyen állandó sűrűségnek megfelelő egyenesek a  $\log \sigma = +1, 0, -1 \dots -5$ -ig a felsorolt számokkal vannak jelölve. A NERNST-féle pontok szabályos görbével köthetők össze, mely a fejlődés menetét ábrázolja:  $P$ -ből kiindulva (kis sűrűségű vörös és sárga csillagok)  $Q$ -n át hol maximum  $R$ -ig, hol a nagy sűrűségű törpe vörös csillagokkal végződik. NERNST végül az (5) egyenlet alapján az időnek minden  $T$ -hez tartozó  $t$  értékét kiszámítja s egy kis méretben rajzolt görbében ábrázolja  $T$  időbeli változását. Ha most már az időtartamokat, a meddig a csillag fejlődésének valamely, például spektráltípusa által megadott phasisát befutja, arányosnak vesszük az illető állapot gyakoriságával, akkor ebből a görbéből az egyes spektráltípusok gyakoriságára némi következtetéseket vonhatunk.

Ha az (5) egyenletbe közönséges logaritmusokat vezetünk be, lesz:

$$\log U_0 - \log U = at, \quad (8)$$

hol  $a$  az uranium félidejével kifejezhető; ez az állandó azonban a következőkre lényegtelen lévén,  $at$  helyett  $t$ -t írok, később álla-

pitva meg ennek egységét. (8)-ból  $t$  csak  $U_0$  ismeretével számítható ki. Ezt a kezdeti állandót NERNST az  $5000^\circ$ -nak megfelelő:  $U = 59.0$  értéket némileg extrapolálva  $64.0$ -nak választja, de minden bővebb indokolás nélkül. Az ennek megfelelő  $t$  és  $T$  értékeket a 2. ábrán I-gyel jelölt görbével ábrázoltam; a  $t$ -értékek a 40. lapon



2. ábra.

levő táblázat 5. oszlopából vannak véve; a  $T$ -értékek, mint ordináták  $1000^\circ$ -okban számítandók.

Első tekintetre feltűnik, hogy NERNST adatai csak  $5000^\circ$ -nál kezdődvén, a felmenő ágon a  $K-Ma$  közbe eső csillagoknak csak kis részére terjedhetnek ki, pedig ilyen csillagok nem kivételesek és a fejlődési sor legelején foglalnak helyet. Az 1. ábrából különben kitűnik, hogy a görbe felső  $QP$  ága egyszerűen folytatható  $P$ -n túl is az ADAMS-féle pontokon át. De ha a  $\log \sigma = \text{const}$  egyeneseket követjük, kitűnik, hogy az így folytatott görbe sokkal kisebb:  $10^{-4}$ -tól  $10^{-5}$  rendűig terjedő sűrűségekhez vezet, míg NERNST  $\sigma = 0.00072$ -nél állapodik meg. Ha az  $Ma$  típusnak megfelelő  $M = +0.2$  és  $\tau = 4.63$  számokból (4) szerint  $U_0$ -át kiszámítom,



ez 318·1 lesz; azaz sokkal nagyobb, mint NERNST kezdőértéke, főképen az igen kis  $\sigma = 3\cdot66 \times 10^{-6}$  miatt.  $U_0$  ez értékét választva, bizonytalan és önkényes extrapolatiót mellőzve,  $t$  új értékeit számítottam  $+0\cdot696$ -nek a 40. lapon közöltekhez való hozzáadása által. A görbe alakja ezáltal nagyon megváltozik, mint azt a 2. ábra II. görbéje mutatja, melybe még az ADAMS-féle pontokat is be-rajzoltam kis körökkel jelölve, a következő adatok alapján:

Spektrum	G5	K15	K5
$t$ a felmenő ágon	0·607	0·436	0·361
$t$ a leszálló ágon	2·607	2·716	2·881
$T$	4760°	3880°	3460°

A II. görbe eleinte lassabban emelkedik, mint az I. és  $t$ -ben nagyobb közre terjed. Az új pontok a felmenő ágon jól követik a görbe menetét, a leszálló ágon azonban nagyon eltérnek, ami előre várható volt, mert ezek a pontok az 1. ábra görbéjébe sem illeszthetők bele s attól a  $\sigma = \text{const}$  egyenesek tanúsága szerint oly irányban térnek el, ami a  $\sigma$  1-nél kisebb értékére enged következtetni, ez tehát a condensatio feltevésével ellenkeznek. Ha a jobb egyezés biztosítására felhasználnók a  $\tau$  érték (3) egyenletben kifejezett correctióját  $M$  miatt, ez a kellő irányban hatna,  $\tau$ -értékét kisebbitené; de ezt mellőztem, mert az ott szereplő  $-0\cdot120$  coefficientens az  $M$  értékek ilyen nagy közére nincs elég biztosan meghatározva. A görbék végpontjául NERNST-tel egyezően a  $T=4000^\circ$  hőmérsékletet választottam, mert valószínűnek tartom, hogy az összehasonlításra felhasználható katalogusokban kevés olyan törpe csillag van, melynek hőmérséklete ennél alacsonyabb.

A keresett százalékos viszonyszámok kiszámítása végett az egyes spektráltípusok hőmérsékleti határait következőképen választottam a többször használt  $g_0$ -adatok alapján:  $A$  és  $B$  típust összefoglaltam, úgyszintén  $K$ -t és  $M$ -et; az  $FO$ -hoz tartozó  $6460^\circ$ -ot az  $A+B$  csoport, a  $GO$ -hoz tartozó  $5100^\circ$ -ot az  $F$  csoport, végül a  $KO$ -hoz tartozó  $4110^\circ$ -ot a  $G$  csoport hőmérséklete alsó határának tekintem. A görbe ennél alacsonyabb  $T$ -nek megfelelő szakasza a  $K+M$  csoportra esik. Az így meghatározott ordinátákhoz tartozó  $t$  értékek megfelelő különbségei adják az illető phasisok időtartamát. Ezeket az I-re érvényes  $2\cdot624$ , a II-re érvényes

3:320 összes időtartamokkal kombinálva, a következő százalékokban kifejezett gyakorisági számokat találtam,  $F' G' \dots$ -vel jelölve a felmenő,  $F'' G'' \dots$ -vel a leszálló ágra vonatkozó spektráltípusokat:

	$K'+M'$	$G'$	$F'$	$A+B$	$F''$	$G''$	$K''+M''$
I. görbe	0.7	0.7	3.1	59.2	19.9	15.3	1.2%
II. görbe	15.4	6.9	3.0	46.0	15.1	12.4	1.2%

Az összehasonlítás céljára E. C. PICKERING-nek 6.25 látszólagos nagyságrendig terjedő, H. SEELIGER<sup>12</sup> által is felhasznált adataiból kiszámítottam a következő százalékokat, egyesítve a 3 galaktikus zónára közölt értékeket. Ugyanígy jártam el KAPTEYN-nek<sup>13</sup> 8.45 m-ig teljes adataival. Az így talált százalékok a következők:

Spektrum	$B$	$A$	$F$	$G$	$K$	$M$
Pickering	11.6	30.8	11.8	9.9	28.1	7.5%
Kapteyn	10.6	24.1	20.0	18.1	25.0	2.3%

A görbék adatait az  $A+B$  csoport kivételével kettesével összefoglalva s az utóbbi százalékszámokat is megfelelően csoportosítva, lesz végül

	$A+B$	$F$	$G$	$K+M$
I. görbe	59.2	23.0	16.0	1.9%
II. „	46.0	18.0	19.3	16.6%
Pickering	42.4	11.8	9.9	35.6%
Kapteyn	34.7	20.0	18.1	27.3%

A II. görbe általában kielégítőbb eloszlást ad, mint az I., melynél az  $A+B$  csoport feltűnően számos a  $K+M$  rovására. Ez a viszony természetesen az  $U_0$  új választása folytán javul meg, ami pedig a tapasztalatnak teljesen megfelel, holott NERNST választása önkényes extrapolatio. Ezáltal II. felmenő ága tetemesen meghosszabbodik I-hez képest. Ezzel szemben I. az óriás és törpe csillagok számarányát a gyakran olvasható véleménynyel jobb egyezésben tünteti fel, mért e szerint az óriás csillagok száma az  $F'$ -től  $M$ -ig terjedő közben sokkal kisebb, bár ennek a véleménynek sem kielégítő bizonyítását, sem a számarány meg-

<sup>12</sup> Astron. Nachrichten 193. k. Nr. 4617.

<sup>13</sup> Publications of the Astron. Laboratory at Groningen No. 30. 88. l.

állapítását az eddig itt hozzáférhető irodalomban nem találtam. A II. görbében az előbbi okból ez a viszony fordított. Az eltérések különben a PICKERING és KAPTEYN adataiból számított százalékok között is elég nagyok, minek oka a fényességi határok különbsége, melytől különösen a  $B$  és némileg az  $A$  spektrumok gyakorisága is nagy mértékben függ. A galaktikus szélesség befolyása ezen az anyagon természetesen nem tanulmányozható.

Az itt közölt vizsgálatokat — tekintettel ismereteink hiányosságára és a többrendbeli, alaposan nem indokolható feltevésekre — csak előzetes, tájékoztató kísérletnek tekintem. Az állandó, egységnyi tömeg feltevése, az egyes spektráltípusokhoz tartozó közepes hőmérsékletek kapcsolata az  $M$  abszolút nagyságrénddel, az egyes típusokhoz tartozó közepes  $M$ -értéknek szabatos definíciója és kiszámítása, az  $U_0$  kezdeti állandó és a folyamat végét meghatározó  $t$  érték megállapítása még tüzetes, nagyobb észleleti anyagon alapuló megvizsgálásra szorul, ami a jövő kutatások feladata.

Végül csak azt jegyzem meg, hogy az itt kiszámított  $t$  értékekből a megfelelő időközöket években az uranium félidejének:  $6 \times 10^9$  év felhasználásával a talált  $t$ -knek  $2 \cdot 0 \times 10^{10}$ -nel való szorzása által években is kifejezhetjük, ami NERNST szerint az újabb kutatásoknak megfelelő hosszúságú időközökhöz vezet. Nem tartom magamat illetékesnek arra, hogy a vizsgált kérdésnek physiko-chemiai oldalát megbiráljam és azzal foglalkozzam, hogy az uraniumhoz hasonló viselkedésű más anyagok, vagy azok keveréke alkalmasabb-e a csillagfejlődés folyamatának magyarázatára.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922 május 29.-én tartott üléséből.)

# NÖVÉNYRENDSZERTAN.

(Ismertetés.)

FILARSZKY NÁNDOR I. tagtól.

Növényrendszertani munkákban nincs hiány sem az idegen, sem a magyar, sem a régi, sem az új s legújabb irodalomban. Vannak avult és vezető-, kielégítő és kevésbé kielégítő systematikai munkák; engem még a legújabbak sem elégitettek ki; és hogy sok évi tanulmányaim után gondolataimat, nézeteimet, saját felfogásomat mintegy megrögzitsem, meggyőzően érvényesíthesem, már régebben hozzáfogtam ilyen munka megírásához, de többször ezt félbeszakítottam, mert oly kérdések merültek fel, a melyeknek kielégítő feleletére csak újabb meg újabb tanulmányok után tehettem szert. Ily módon bizony csak lassan érlelődött terjedelmes munkám első, nehezebbik része, melyet kéziratban a mai alkalommal ezennel bemutatok és tartalmát rövidesen megismertetem.

Munkámban két nagy természetes főcsoportot, divisiót állítok fel: a *Sporophyta* vagy *Haploideae* (p. 1—703) és az *Embryophyta* vagy *Diploideae* főcsoportját (p. 1—194.)

Az elsőbe sorozom subdivisio czimén a *Telepešeket*, *Thallophyta* (p. 1—578) és a *Mohféléket*, *Bryophyta* (p. 579—703), a másodikba az *Edényes Kryptogamokat*, *Pteridophyta* (p. 1—95) és a *Magvas növényeket*, *Spermatophyta*. (p. 96—194.)

1. A *Thallophyta* a régibb és legújabb rendszerekben a legváltozatosabb módon kerültek megbirálás alá, de egy rendszerben sem méltattak oly uralkodó szerepre, mint a legújabb ENGLER-féle rendszerben, a melyben az egész növényország 13 egyenlőrangú szakaszra (Abteilung-ra) van osztva és a *Telepešek* egyesegyedül már 11 ilyen szakaszt (Abteilung-ot) képviselnek! Ez az osztályozás a régi híres mesterséges rendszereknél is mesterségesebbnek tetszik.

Én az EICHLER-féle 1883-ban publikált legtermészetesebb

rendszert követve, a *Telepeseket* szintén az ismeretes 3 osztályra (classis), a *Gombák*, *Fungi*, a *Zuzmók*, *Lichenes* és a *Moszatok*, *Algae* osztályára osztályozom azzal a különbséggel, hogy nem a *Moszatokat*, hanem a *Gombákat* tekintem alsóbbrendűeknek és a *Fungi* osztályával kezdem meg a rendszert; a *Zuzmókat* szintén külön osztályban, a II. classisban tárgyalom, a III. classis pedig a *Moszatok* osztálya, a mely a legmagasabbrendű *Telepeseket* foglalja magában.

A *Zuzmók* az ENGLER-féle rendszerben mellékosztályokként a XI. Abt. két olyan *Gomba*-osztályához csatoltatnak, melyeknek képviselői a *Zuzmókhoz* hasonló módon termelik a szaporító spórákat. Eltekintve attól, hogy a *Zuzmók* vegetatív teste egyetlen egy *Gomba*-faj vegetatív testéhez még nem is hasonlít, továbbá telepük sajátos szerkezete már egymagában is elég arra, hogy egy külön, a *Telepeseknek* többi két osztályával egyenrangú osztályba állíttassanak, terméstarték kialakulása sem minden esetben azonosítható a *Gombák* megfelelő terméstarték kialakulásával és az *Ascomycetes* egyik alcsoportjára jellemző ivarszervek, valamint azok termékenyítési folyamatának módja egyetlen egy *Zuzmó*-fajnál sem található fel. Mindez igazolja a *Zuzmók* külön osztályának felállítását s ezt a régebbi systematikusoktól is követett eljárást a *Zuzmókra* vonatkozó legújabb kutatások eredményei sem ingatják meg.

a) A *Gombák* osztályán belül 5 alosztályt (subclassist) különböztetek meg, nevezetesen:

- I. subcl. *Schizomycetes*.
- II. subcl. *Myxomycetes*.
- III. subcl. *Saccharomycetes*.
- IV. subcl. *Phycomycetes*.
- V. subcl. *Mycomycetes*.

A rendszert tehát a *Schizomycetes*-sel, mint a növényvilág legalsóbbrendű képviselőivel kezdem meg. Az ENGLER-féle rendszerben pusztán szaporodási módjukra való tekintettel a legalsóbbrendű *Moszatokkal*, a *Schizophyceae* (*Cyanophyceae*)-vel vannak egyesítve *Schizophyta* néven, szerkezetük, életmódjuk és egyéb jellemző általános és speciális tulajdonságaik ellenére. Két rendre osztályozom: *Eubacteria* és *Myxobacteria*-ordóra.

A *Myxomycetes* az ENGLER-féle rendszerben a II. Abt.-ot, vagyis egy külön, e rendszer többi főcsoportjával egyenlőrangú főcsoportot alkotnak. Én a *Fungi* alá rendezem, ha testük szerkezete, szaporodási szerveik képzése tekintetében a többi *Gombá*-tól el is térnek, de életmódjukra nézve ezekkel teljesen meg-egyeznek. Három rendjük: a *Sorophoreae*, a *Plasmodiophoreae* és a *Myxogasteres*.

A *Saccharomycetes*-t újabban primær vagyis redukált *Ascomycetes*-nek tartják, azonban az itt ismeretes szaporító sejtek képződését sehol sem előzi az ascusképződés jellegzetes folyamata és így e sejtek sem lehetnek ascospórák, hanem csak endoconidiumok módjára fejlődő endospórák. Különbözteti őket a többi *Gombá*-tól, hogy csak mint külön, a többi *Gomba*-csoporttal egyenlőrangú csoport szerepelhetnek a *Gombák* rendszerében. Két kis ordójuk az *Ensaccharomycetes* és a *Schizosaccharomycetes*.

A *Phycomycetes* az újabb rendszerekben is egységes, jól határolt önálló *Gombacsoport*ként tárgyalatnak két cohors alatt: I. Cohors *Archimycetes*, a *Myxochytridieae*, *Rhizochytridieae* és *Mycochytridieae* rendekkel; II. Cohors *Siphonomycetes* a *Zygomycetes* és *Oomycetes* rendekkel.

A *Mycomycetes* alá az összes *Ascomycetes*-t és *Basidiomycetes*-t foglalom, a *Basidiomycetes*hez pedig az *Ustilagineae*-t, az *Aecidiomycetes*-t és a *Fungi imperfecti*-t (*Deuteromycetes*-t) is sorozom *Pseudobasidiæ* néven, szaporító sejtjeik azonos vagy hasonló képződési módjára való tekintettel, a mi az osztályozásnál itt egyedül jöhet számba. Rendszerük a következő: I. Cohors *Ascomycetes*: I. subcoh. *Pseudoasceae* az *Ascoideae* és *Protomyceteae* rendekkel; II. subcoh. *Protoasceae* az *Endomyceteae* és *Protodisceae* rendekkel; III. subcoh. *Carpasceae* az *Ascogoniae* és *Carpogoniae* rendekkel. II. Cohors *Basidiomycetes*: I. subcoh. *Pseudobasidiæ* az *Ustilagineae*, *Aecidiomycetes* és *Deuteromycetes* rendekkel; II. subcoh. *Protobasidiomycetes* a *Phragmobasidiæ*, *Schizobasidiæ* és *Acrobasidiæ* rendekkel; III. subcoh. *Autobasidiomycetes* a *Dacryomycetes*, *Hymenomycetes* és *Gasteromycetes* rendekkel.

b) A *Zuzmók* osztályán belül az általánosan használatos rendszert követem; megkülönböztetek két alosztályt: az I. subel. *Ascolichenes* a *Discolichenes* és *Pyrenolichenes* rendekkel; és II. subel. *Basidiolichenes* a *Hymenolichenes* és *Gasterolichenes*-sel.

c) A *Moszatok* osztályozásában az ú. n. szín-rendszert (Farbensystem) tartom legtermészetesebb rendszernek, mert ez legjobban tájékoztat e növénycsoport tömkelegében, másrészt pedig legvilágosabban és legkönnyebben engedi meg mindazoknak a tulajdonságoknak és életfolyamatoknak rendszeres tárgyalását, melyek az egyes csoportokra legjellemzőbbek. 5 alosztályt különböztetek meg, nevezetesen:

- I. subel. *Cyanophyceae*.
- II. subel. *Diatomophyceae*.
- III. subel. *Chlorophyceae*.
- IV. subel. *Phaeophyceae*.
- V. subel. *Rhodophyceae*.

Kezdem a legalsóbbrendűekkel a *Cyanophyceae* (Ordo *Cyanophyceae*)-vel, melyek az ENGLER-féle rendszerben a *Schizophyta* (I. Abt.) alatt *Schizophyceae* néven a *Schizomycetes*-sel egyenlőrangú osztályként vannak felállítva.

A *Diatomophyceae*-hez sorozom a *Flagellata* mindama csoportjait, melyeknek képviselői sárga-sárgásbarna chromatophoráiktól sárga-sárgásbarna színűek a *Flagelliferae* rendjében és a kovamoszatokat, Ordo *Bacillarieae*.

Egyszerű sejtosztódással való szaporodás jellemzi mind a két alosztályt, de míg a *Kék Moszatok*nál csakis ivartalan szaporodás, a *Sárga Moszatok*nál már ivaros szaporodás, gameták párosodása, zygospóráképződés is ismeretes.

A *Chlorophyceae* rendszerét a szintelen és zöld *Flagellata*-val vezetem be: I. Cohors *Flagellata* az *Eusflagellata* és *Phycosflagellata* rendjével; folytatom a II. Coh. *Protococciidae*-vel a *Palmelleae*, *Protococcineae* és *Coenobieae* rendekkel; a III. Coh. *Siphoneae* a *Protosiphoneae* és *Eusiphoneae* rendekkel; a IV. Coh. *Conjugatae* a *Desmidiidae* és *Zygnemaeae* rendekkel; az V. Coh. *Confervoideae* a *Monoenergides* és *Polyenergides* rendekkel és végzem a legmagasabbrendűekkel, a VI. Coh. *Verti-*

*cillatae*-vel, a *Dasycladineae* és *Charineae* rendekkel. Az említett csapatok (Cohorsok) közül a *Flagellata*, a *Conjugatae* és a *Verticillatae* második alcsoportja a divó újabb rendszerekben nem szerepelnek a *Chlorophyceae* között, noha a szintelen *Flagellata* kivételével mind szintén tiszta *Zöld Moszatok*; hanem például az ENGLER-féle rendszerben külön-külön Abt.-ként tárgyalatnak. A *Chlorophyceae* nemcsak testük szerkezete, fejlettsége, tagoltsága, hanem ivartalan és ivaros szaporodásuk tekintetében is az összes *Moszatok* között a legnagyobb változatosságot mutatják.

A *Phaeophyceae* rendjei: a *Protophaeophyceae*, melyeknek képviselőit némely algologus még a *Flagellata*-hoz vonja, a *Phaeosporae*, a *Tilopterideae* és a *Fucoideae*.

A *Rhodophyceae*-nél két rendet, a *Sporocarpae* és *Cystocarpae* rendjét különböztetek meg.

2. A *Bryophyta*-t EICHLER szerint két osztályra, a *Hepaticae* és *Fronzosi* classisára osztályozom és az előbbieknél 3 rendet, az *Anthoceroeteae*, a *Marchantieae* és a *Juñgermannieae* ordóit, az utóbbiaknál pedig 4 rendet, a *Sphagneae*, az *Andraeae*, az *Archidiidae* és a *Bryineae* ordóit különböztetem meg.

Általában a *Bryophyta*-t *Embryophyta*-nak veszik, noha itt embrioképzésről szó sem lehet, a megtermékenyített petesejtből nem embryo, hanem terméstest indul fejlődésnek, mely tisztán a szaporító sejtek, a bryospórák érlelésére van hivatva. Rendszerüket azért kezdem meg a Májmoakkal, nem pedig a Lombos Moakkal, a mint azt WETTSTEIN teszi, mert organographiailag a *Hepaticae* állanak közelebb a *Moszatok*hoz.

3. A *Pteridophyta*, melyeket ENGLER rendszerében a XI. Abt.-ban *Embryophyta asiphonogama* néven a *Bryophyta*-val egyesít, általában 3 nagy csoportra: *Harasztfélékre*, *Zsurlókra* és *Korparfüfélékre* szokás osztályozni; munkámban 4 osztályát különböztetem meg.

I. Classis *Filicineae* az *Eufilicinae* és *Cycadofilicinae* alosztályával.

II. Classis *Equisetineae* az *Euequisetineae* (Ordo *Equisetaceae* és Ordo *Calamariaceae*) és *Sphenophytinae* (Ordo *Sphenophylleaceae*) alosztályával.



III. Classis *Hydropteridinae* az *Isoëtinae* (*Gymnosporangiatae*, Ordo *Isoëteae*) és az *Euhydropterides* (*Angiosporangiatae*, Ordo *Salvinieae* és Ordo *Marsilieae*) alosztályokkal.

IV. Classis *Lycopodinae* a *L. isosporae* (*Eligulatae*, Ordo *Psilotae* és Ordo *Lycopodieae*) és a *L. heterosporae* (*Ligulatae*, Ordo *Selaginelleae* és Ordo *Lepidodendreae*) alosztályával.

A *Hydropteridinae* külön osztályának felállítását nemcsak testök szerkezete és tagoltsága, mely lényegesen eltér a többi *Pteridophyta* testétől, hanem a spórák képzése sporocarpium-félében vagy igazi sporocarpiumban is teljesen indokolja.

A *Filicineae* vagy iso- vagy anisospórás növények, az *Equisetinae* homo- vagy heterospórás növények (+), a *Lycopodinae* iso- vagy heterospórás növények, a *Hydropteridinae* már csak heterospórások.

4. A *Spermatophyta* az ENGLER-féle rendszerben *Embryophyta siphonogama* (XIII. Abt.) két nagy csapata: I. Cohors *Gymnospermae* és II. Coh. *Angiospermae* közül csak az elsőt tárgyalom 4 osztályával:

I. Classis *Cycadinae* a *Cycadinae* (Ordo *Cycadeae*) és *Bennettitinae* (Ordo *Bennettitiae*) alosztályával;

II. Classis *Ginkgoineae* a *Ginkgoinae* (Ordo *Ginkgoeae*) és *Cordaitinae* (Ordo *Cordaiteae*) alosztályával;

III. Classis *Coniferinae* a *Taxinae* (Ordo *Taxaceae*) és *Abietinae* (Ordo *Taxodieae*, Ordo *Cupresseseae*, Ordo *Abietaeae*) alosztályával;

IV. *Gnetinae* (Ordo *Ephedraeae*, Ordo *Gnetaeae* és Ordo *Tumboaeae*).

Eddig terjed munkámnak teljesen kész kézírata. A *Spermatophyta* II. Cohorsa, az *Angiospermae* még készülőfélben van; megkezdtem a munkát az I. Classis *Dicotyledones*-sel és be fogom fejezni a II. Classis *Monocotyledones*-sel. Tehát az összes *Virágos növények* rendszere van hátra, mely a már megírt *Angiospermae*-vel munkámnak 2. részét fogja alkotni.

# A $p$ -ADIKUS, ILLETŐLEG $\mathfrak{P}$ -ADIKUS SZÁMOK ELMÉLETE ÉS A KÖZÖNSÉGES ALGEBRAI SZÁMTESTEK.

BAUER MIHÁLY-tól.

Az algebrai testek vizsgálatának módszereit HENSEL az általa bevezetett rationalis  $p$ -adikus, illetőleg algebrai  $\mathfrak{P}$ -adikus számokkal gazdagította. Első idevonatkozó közleményében<sup>1</sup> még a classikus ideálméletből indul ki; később az ideálméletet nem használja fel, sőt a közönséges algebrai számtestekre való alkalmazásában is a  $\mathfrak{P}$ -adikus számok elméletét tekinti a priusnak.<sup>2</sup>

A következőkben meg fogom mutatni, hogy abban az esetben, mikor az

$$f(x) = x^n + c_1 x^{n-1} + \dots + c_n = 0 \quad (1)$$

egyenlet együtthatói rationalis egész számok és az egyenlet a közönséges értelemben irreducibilis: a classikus ideálméletből kiindulva, igen természetes módon adódik a rationalis  $p$ -adikus számok tartományának oly kibővítése, melyben (1)-nek  $n$  számú  $\mathfrak{P}$ -adikus gyöke van, még pedig ezek a közönséges gyökökkel *identikusoknak* vehetők.<sup>3</sup> Továbbmenve ideálméleti és algebrai meg-

---

<sup>1</sup> Über die Entwicklung der algebraischen Zahlen in Potenzreihen. Math. Annalen 55. k. (1902), 301—336. l.

<sup>2</sup> Első sorban tekintetbe jönnek: Theorie der algebraischen Zahlen. Erster Band 1908. Über die zu einer algebraischen Gleichung gehörigen Auflösungskörper. Journal für Math. 136 k. (1909), 183—209. l. Eine neue Theorie der algebraischen Zahlen. Math. Zeitschrift 2. k. (1918) 433—452. l.

<sup>3</sup> Ha az (1) egyenlet együtthatói rationalis  $p$ -adikus számok és az egyenlet e tartományban irreducibilis, akkor HENSEL szerint a  $\mathfrak{P}$ -adikus gyökök problémáját vissza lehet vezetni egy  $g(x)=0$  közönséges rationalis együtthatójú és  $p$ -adikus értelemben irreducibilis egyenlet hasonló problémájára. Itt  $g(x)$  az  $f(x)$ -nek alkalmas közelítő polynomja.

fontolások megadják közvetlenül az összefüggést egyrészt  $f(x)=0$  irreducibilis  $p$ -adikus tényezői, másrészt a  $p$ -nek az  $f(x)=0$  egyenlet egyik gyöke által adott testben érvényes törzsideálokra bontott alakja között.<sup>1</sup>

Az 1. §. idálelméleti és algebrai tényeket tartalmaz, a 2. §. a  $\mathfrak{P}$ -adikus tartomány előállítását és  $f(x)$  felbontását adja, a 3. §. bebizonyítja azt a HENSEL-féle tételt, hogy minden  $p$ -adikus algebrai egyenlet «algebrai módon» megoldható. Ez a tény, mint itt kitűnik, a legszorosabb összefüggésben van HILBERT-nek a felbontási csoportra vonatkozó vizsgálataival.<sup>2</sup>

### 1. §. Tételek az ideálelméletből és algebrából.

1. Legyen  $\omega$  a rationalis egész együtthatójú és irreducibilis (1) egyenletnek egyik gyöke, mely a  $K$  számtestet határozza meg. A számtest GALOIS-féle tartománya legyen  $G$ , csoportja  $\mathfrak{G}$  és tartozzék  $K$  a  $\mathfrak{K}$  alcsoporthoz. Valamely  $p$  törzsszámnak  $K$ -ban való felbontását DEDEKIND-nek következő szabálya adja meg.<sup>3</sup> Jelöljük  $p$ -nek a  $G$  GALOIS-féle tartományban egy tetszőszerinti törzstényezőjét  $\mathfrak{P}$ -vel és legyen ennek felbontási csoportja  $\mathfrak{H}$ . Állítsuk elő a  $\mathfrak{G}$  csoportot a  $(\text{mod } \mathfrak{H}, \mathfrak{K})$  kettős modulus szerint, azaz legyen: <sup>4</sup>

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{H}R_1\mathfrak{K} + \mathfrak{H}R_2\mathfrak{K} + \dots + \mathfrak{H}R_k\mathfrak{K}, \quad (2)$$

hol az  $R_1 = E, R_2, \dots, R_k$  elemek a  $(\text{mod } \mathfrak{H}, \mathfrak{K})$  incongruens elemek képviselői. Akkor a  $K$  testben törzsideál tényezőkre bontva

$$p = p_1^{g_1} p_2^{g_2} \dots p_k^{g_k}. \quad (2^*)$$

Itt a  $p_i$  törzsideál foka  $f_i$  és az  $f_i g_i$  szorzat nem más, mint a  $\mathfrak{H}R_i\mathfrak{K}$  complexus különböző elemeinek száma osztva a  $\mathfrak{K}$  különböző elemeinek számával. A  $K$ -beli  $p_i$  törzsideálnak a GALOIS-féle tartományban való felbontása

$$p_i = (\mathfrak{P}_{i1} \dots)^{a_i}, \quad (2^{**})$$

<sup>1</sup> Fejtegetéseink átvihetők relativ testekre.

<sup>2</sup> Grundzüge einer Theorie der Galoisschen Zahlkörper. Göttinger Nachrichten 1894, 224—236. I. Die Theorie der algebraischen Zahlkörper. Jahresbericht der Deutschen Math.-Vereinigung 4. k.

<sup>3</sup> Zur Theorie der Ideale. Göttinger Nachrichten 1894, 272—277. I.

<sup>4</sup> Először  $\mathfrak{H}$  alkalmazandó.

hol a zárójelben levő törzsideálok nem mások, mint a  $\mathfrak{S}R_i\mathfrak{R}\mathfrak{P}$  complexusban foglalt különböző törzsideálok. (Az  $f_i, g_i, a_i$  számoknak meghatározása a  $\mathfrak{S}$  csoportból és ennek alcsoportjaiból, valamint  $\mathfrak{R}$ -ből itt nem jó tekintetbe.)

2. Az előbb ismertetett szabálynak két következménye lesz reánk nézve fontos. Ha  $p$ -nek a  $K$ -, illetőleg  $G$ -ben egy tetszőszerinti törzstényezője  $p$ , illetőleg  $\mathfrak{P}$ , akkor mindig lehet a  $\mathfrak{G}$  csoportnak oly  $R$  elemét találni, hogy  $p$  osztható  $R\mathfrak{P}$ -vel és így az előbbiek szerint  $p$  a  $\mathfrak{S}R\mathfrak{R}\mathfrak{P}$  complexusban foglalt különböző törzsideálokkal és csakis ezekkel osztható. Ebből tüstént folyik a következő tétel.

I. Ha  $p$  osztható  $R\mathfrak{P}$ -vel, akkor a  $p$  conjugáltjai közül azok és csakis azok oszthatók  $\mathfrak{P}$ -vel, melyek a  $\mathfrak{R}R^{-1}\mathfrak{S}\omega$  testekben vannak.

Ennek következtében a  $K$  test számainak  $p$ -re vonatkozó rendjét ki lehet fejezni bizonyos conjugált testekben a  $\mathfrak{P}$ -re vonatkozó rend segítségével. Ugyanis igaz a II. tétel.

II. Ha  $\mathcal{Q}$  a  $K$  test száma, akkor  $p$ -re vonatkozó rendjét megkapjuk, ha vesszük a  $\mathfrak{R}R^{-1}\mathfrak{S}\omega$  testek bármelyikében levő conjugáltjának  $\mathfrak{P}$ -re vonatkozó rendjét, vagyis a  $\mathfrak{P}$ -re vonatkozó kitevőjét elosztjuk az illető számtestben fellépő és  $\mathfrak{P}$ -re vonatkozó legkisebb pozitív kitevővel.

A bebizonyításra elég megjegyezni, hogy ha  $\mathcal{Q}$  kitevője  $p$ -re  $h$ , akkor az előbbiek szerint a  $\mathfrak{R}R^{-1}\mathfrak{S}\mathcal{Q}$  számok bármelyike pontosan  $\mathfrak{P}^{ah}$ -t tartalmazza, hol  $a$  állandó szám és pedig  $(2^{**})$  szerint a  $\mathfrak{R}R^{-1}\mathfrak{S}p$  ideálok mindegyike pontosan  $\mathfrak{P}^a$ -val osztható.

3. Nevezzük a  $\mathfrak{S}$  felbontási csoportához tartozó felbontási testet  $H$ -nak. Ha  $a$  ennek a testnek valamely determináló száma, akkor LANDSBERG<sup>1</sup> szerint

$$f(x) = f_1(x, a) f_2(x, a) \dots f_k(x, a), \quad (3)$$

a hol  $f_i(x, a)$  irreducibilis polynom együtthatói a  $H$  test számai és  $f_i(x, a) = 0$  gyökei a  $\mathfrak{R}R^{-1}\mathfrak{S}\omega$  complexus különböző számai. Minthogy  $K$  a  $\mathfrak{R}$  alcsoportához tartozik, az előzők szerint a gyökök száma és így az  $f_i(x, a) = 0$  egyenlet foka  $f_i g_i$ .

<sup>1</sup> Über Reduktion von Gleichungen durch Adjunktion. Journal für Math. 132. k. (1907), 1—20 l.

## 2. §. A rationalis $p$ -adikus számok teste és ennek kibővítése.

1. Ez a kibővítés az előzmények után könnyen megkapható egy oly eljárással, mely a KÜRSCHÁK által bevezetett értékelés fogalmából indul ki.<sup>1</sup> Vegyük az  $\omega$  és conjugáltjai által megadott  $G$  GALOIS-féle tartományban a  $p$ -nek egy tetszésszerű  $\mathfrak{P}$  törzstényezőjét. A  $G$  test minden zérustól különböző  $\mathcal{O}$  száma  $\mathfrak{P}$ -t egy legnagyobb  $h$  kitevőn tartalmazza. Legyen  $\mathcal{O}$  értékelése  $\|\mathcal{O}\| = e^{-h}$ , hol  $e$  tetszésszerű egynél nagyobb valós szám. A zérus értékelése legyen zérus. E megállapítás után a szorzat értékelése egyenlő a tényezők értékeléseinek szorzatával; az összeg értékelése pedig nem nagyobb, mint a tagok értékelésének maximuma, melylyel egyenlő, ha egy legnagyobb értékelésű tag van.

Ebből kiadódik a szabályos sorozatok és így a HENSEL-féle limesek fogalma. (Minden  $\mathcal{O}$  közöséges számot, mint a  $\mathcal{O}, \mathcal{O}, \dots$  sorozat határértékét tekintjük.) Ha a  $G$  test közöséges számait ezekkel a limesekkel kibővítjük, akkor oly perfect testet kapunk, mely a rationalis  $p$ -adikus számok tartományát magában foglalja és a melyben  $f(x) = 0$ -nak  $n$ -számú  $\mathfrak{P}$ -adikus gyöke van, még pedig ezek a közöséges gyökökkel identikusoknak vehetők. Az  $f(x) = 0$  egyenlet nem marad irreducibilis a rationalis  $p$ -adikus számok testében. Be fogjuk ugyanis bizonyítani, hogy a (3) alatti egyenletben szereplő  $f_i(x, a)$  tényezők mindegyike  $p$ -adikusan egy  $P_i(x)(p)$  irreducibilis tényezővel egyenlő. A  $P_i(x)(p)$  polynomok különbözők és együtthatóik rationalis  $p$ -adikus számok.

2. Mindenekelőtt a felbontási test minden egész száma HILBERT szerint minden  $\mathfrak{P}$  modulusra egy a  $t$ -től függő rationalis egész számmal congruens, tehát egyenlő egy rationalis  $p$ -adikus egész számmal, vagyis

$$f_i(x, a) = P_i(x)(p), \quad (3^*)$$

hol  $P_i(x)$  együtthatói rationalis  $p$ -adikus egész számok.

A  $P_i(x) = 0 (p)$  egyenlet  $\mathfrak{P}$ -adikus gyökei a  $\mathfrak{R}_i^{-1}\xi\omega$  complexus-

<sup>1</sup> Az abszolút érték fogalmának általánosítása. Math. és Természettud. Értesítő 30. k. (1912), 699—745. l. Über Limesbildung und allgemeine Körpertheorie. Journal für Math. 142. k. (1913), 211—253. l.

ban foglalt különböző számok<sup>1</sup>; ki fogjuk mutatni, hogy az egyenlet a rationalis  $p$ -adikus számok testében irreducibilis. Legyen ugyanis a rationalis egész  $p$ -adikus együttthatójú  $G(x) = 0$  egyenletnek  $\mathfrak{F}$ -adikus gyöke a  $\mathfrak{K}R_i^{-1}\mathfrak{H}\omega$  számok valamelyike, például az  $\bar{Q} = \bar{K}R_i^{-1}\bar{H}\omega$  szám, hol  $\bar{K}$ , illetőleg  $\bar{H}$  a  $\mathfrak{K}$ , illetőleg  $\mathfrak{H}$  csoportnak valamely eleme. Ez azt jelenti, hogy  $t$  minden értékéhez van a  $G(x)$ -nek oly  $g(x)$  közöséges rationalis egész együttthatójú közelítő polynomja, melyre

$$g(\bar{Q}) \equiv 0 \pmod{\mathfrak{F}^t}. \quad (4)$$

Ha erre a congruentiára a  $\mathfrak{H}$  csoport valamely elemét alkalmazzuk, akkor  $\mathfrak{F}$  önönmagába megy át és így a

$$g(x) \equiv 0 \pmod{\mathfrak{F}^t} \quad (4^*)$$

congruentiát a  $\bar{K}R_i^{-1}\mathfrak{H}\omega = \mathfrak{K}R_i^{-1}\mathfrak{H}\omega$  complexus számainak mindegyike kielégíti. Ezek tehát gyökei a

$$G(x) = 0 \quad (p) \quad (5)$$

egyenletnek,  $P_i(x)$  ( $p$ ) csakugyan irreducibilis. A bebizonyításból látni, hogy az irreducibilis tényezőkre való felbontás egyértelmű.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ezek  $\mathfrak{F}$ -adikusan is különbözők. Ha valamely szabályos sorozatban, melynek határértéke nem zérus, elég messze megyünk, akkor az elemeknek  $\mathfrak{F}$ -re vonatkozó kitevőjük ugyanaz. Ez a kitevő tartozzék a határértékhez. A  $P_i(x) = 0$  ( $p$ ) valamely gyöke által adott testben előforduló számok közül azokat mondjuk egésznek, melyeknek  $\mathfrak{F}$ -re vonatkozó kitevőjük nem negatív. A szövegben foglalt tárgyalásból látni, hogy ezek és csak ezek elégítene ki oly egyenleteket, melyekben az ismeretlen legmagasabb együttthatója egy és a többi rationalis  $p$ -adikus egész szám. Sőt látható, hogy a szóban forgó test száma akkor és csak akkor egész, ha normája rationalis egész  $p$ -adikus szám.

<sup>2</sup> Ezek az eredmények megoldják a következő kérdést. Mi annak a szükséges és elegendő feltétele, hogy az (1) irreducibilis egyenlet baloldala minden törzsszámhatvány-modulusra reducibilis legyen. (V. ö. következő dolgozatommal: Zur Theorie der Fundamentalgleichung. Journal für Math. 149. k. (1919), 90. l. jegyzet.) Ez egyike ama kérdéseknek, melyeknek teljes megoldása a  $p$ -adikus számok elmélete nélkül eddig nem ismeretes. Hasonló a következő sokkal egyszerűbb tény. Minden rationalis egész együttthatójú  $f(x) = x^n + c_1x^{n-1} + \dots + c_n$  polynomhoz van a  $p$ -nek a polynomtól függő oly  $t$  hatványa, hogy  $f(x) \pmod{p^t}$ ,  $v \geq t$  egyértelműleg bomlik fel  $\pmod{p^v}$  irreducibilis tényezőkre.

3. Az 1. §. II. tételéből látni, hogy a  $K$  közönséges algebrai számtest számainak a  $p_i$  törzsideálra vonatkozó rendje megegyezik a  $P_i(x) = 0$  ( $p$ ) valamely gyöke által adott «leképezési» testben a megfelelő számnak a test valamely HENSEL-féle törzsszotójára vonatkozó rendjével. A HENSEL-féle törzsszotó foka a szóban forgó testben egyenlő  $f_i$ -vel, normája æquivalens  $p^{f_i}$ -vel.<sup>1</sup> Ha a  $K$  számtest számait csak a  $p$ -nek egy adott  $p$  törzstényezőjére nézve akarjuk megvizsgálni, mint HENSEL az ő alapvető multiplicativ előállításában teszi (Journal für Math. 146 és 147. k., lásd még TONIO RELLA vizsgálatait ugyanott 150. k.), akkor elég a  $K$  számait a  $p$  tényező segítségével HENSEL-féle limesekkel kibővíteni. Ez a bővítés megfelel annak, hogy  $f(x) = 0$ -nak azt a  $p$ -adikus irreducibilis tényezőjét használjuk, melynek  $\omega$  a gyöke.

### 3. §. A $p$ -adikus algebrai egyenletek algebrai megoldhatósága.

1. Elég lesz arra az esetre szorítkozni, mikor az egyenlet együtthatói közönséges rationalis egész számok és az egyenlet közönséges értelemben irreducibilis GALOIS-féle egyenlet. Legyen

$$G(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

<sup>1</sup> Álljanak itt a következő megjegyzések. Legyen a  $K$  testben

$$p = p_1^{g_1} p_2^{g_2} \dots p_k^{g_k}, \quad \omega = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k} q, \quad (p, q) = 1.$$

A

$$P_i(x) = x^{n_i} + d_1^{(i)} x^{n_i-1} + \dots + d_{n_i}^{(i)} = 0 \quad (p), \quad n_i = f_i g_i$$

egyenlet egy tetszőszerinti gyökét jelöljük  $\Omega_i$ -vel, az általa meghatározott test valamely HENSEL-féle törzstényezőjét  $\pi_i$ -vel. Láttuk, hogy

$$p \sim \pi_i^{g_i} \quad \text{és} \quad \Omega_i \sim \pi_i^{\alpha_i}.$$

Akkor

$$\frac{\alpha_i}{g_i} = \frac{\alpha_i f_i}{g_i f_i} = \frac{r_{n_i}^{(i)}}{n_i},$$

hol  $r_{n_i}^{(i)}$  a  $d_{n_i}^{(i)}$  rendjét jelenti  $p$ -re. Ámde DUMAS szerint (Sur quelques cas d'irréducibilité des polynoms à coefficients rationnels. Journal de Math. S. 6. T. 2. (1906) 191—285. 1.) a  $P_i(x)$  ( $p$ ) irreducibilis polynomnak  $p$ -re csak egyetlen PUSEUX-féle száma lehet és így ez nem más, mint a szóban forgó  $\frac{r_{n_i}^{(i)}}{n_i}$  hányados. (V. ö. következő dolgozatommal: Az algebrai mennyiségek általános elméletéhez. Math. és Természettud. Értesítő 23. k. 127—138. 1.)

ilyen egyenlet és  $G(\omega) = 0$ . Az egyenlet csoportját jelöljük  $\mathfrak{G}$ -vel, legyen  $\mathfrak{P}$  a  $p$ -nek tetszésszerű törzsideálja és

$$p = (\mathfrak{P} \dots)^g,$$

hol a zárójelbe foglalt törzsideálok mindegyike  $f$ -ed fokú és  $g$ -ed rendű. A  $\mathfrak{P}$  ideál felbontási csoportját jelöljük  $\mathfrak{H}$ -val, rendje  $fg$ . A  $\mathfrak{P}$ -adikus testet kapjuk, ha a  $G$  test számait a HENSEL-féle limesekkel kiegészítjük. A  $p$ -adikus rationalis számok testében  $G(x)$   $fg$ -ed fokú irreducibilis tényezőkre bomlik; annak a tényezőnek, melynek  $\omega$  a gyöke, összes gyökei a  $\mathfrak{H}\omega$  számok. (Itt nem kell az 1. §. általános eredményeit kihasználni.) Ez a tényező  $p$ -adikus értelemben GALOIS-féle egyenletet ad, melynek csoportja isomorph a  $\mathfrak{H}$  felbontási csoporttal. Ezzel az «algebrai megoldhatóság» evidenciába lép, mert a  $\mathfrak{H}$  csoport HILBERT már idézett vizsgálatai szerint algebrailag megoldható.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1921 október 24.-én tartott üléséből.)



## HŐMÉRSÉKLETI VISZONYOK A DOBSINAI JÉGBARLANGBAN.

(Kivonat.)

STEINER LAJOS I. tagtól.

A következőkben ama megfigyelések eredményeit foglaljuk össze, a melyeket a m. kir. orsz. Meteorologiai Intézet a dobsinai jégbarlang hőmérsékleti viszonyaira vonatkozólag az utóbbi években végeztetett. E megfigyelések különösen érdekesek és értékesek azért, mert az eddigi szórványos és rövidebb időtartamra terjedő feljegyzésekkel szemben évekre terjedő, folytonos adatokat szolgáltatottak.

A barlang leírásában a legszükségesebb tudnivalókra szorítunk, mivel a barlang beható leírása úgyis megtalálható dr. KRENNER JÓZSEF SÁNDOR: A dobsinai jégbarlang (Budapest, 1874, K. M. Termtud. Társulat) című munkájában. A barlang  $48^{\circ} 52'2$  északi szélességben,  $20^{\circ} 18'6$  Greenwich-től számított nyugati hosszúságban, körülbelül 980 m tengerszín feletti magasságban fekszik. Bemeneti nyílása észak felé néz; a barlang lefelé nyúló zsák, melynek alsó keskeny nyílásán át történik a viznek lefolyása. Ez utóbbi nyílás a sziklatömbbe vezet. A külső levegővel való közlekedés a bemeneti nyíláson és a hegyet alkotó sziklákban levő keskeny, kapilláris hasadékokon át történik. A barlangban több szintet különböztethetünk meg. A bejárástól lefelé haladva az úgynevezett «kis terembe» jutunk, ebből lépcsők vezetnek a mélyebben fekvő «nagy terembe». Ezek alkotják a barlang felső szintjét (120 m hosszú, 35—60 m széles, 10 m magas); ebből lépcsőkön az alsó szintbe: a jobb- és baloldali folyosóba jutunk.

A Meteorologiai Intézet a «nagy terem»-ben 1911 novemberben angol hőmérőházikót állított fel, a melyben egy higany

hőmérő, egy RICHARD-féle thermograph és 1912 szeptember óta még egy hygrograph is nyert elhelyezést. Künn a barlang előtt hasonló házikóban egy higanyhőmérő és egy RICHARD-féle thermograph volt elhelyezve. E thermograph szalagján 1 mm=1 C°, a barlangban levőnek szalagján 1.94 mm=1 C°.

A műszerek kezelése GÁL SÁNDOR erdőőrre volt bízva, a ki e megbízásnak lelkiismeretesen és buzgalommal tett eleget.

A megfigyelésekben 1917-ben van egy hosszabb hézag és 1918-ban a külső thermographban van sok hézag műszerhiba folytán. 1915 július hava is hiányos.

### I. A hőmérséklet évi menete.

1. Az 1. ábra a hőmérséklet havi középértékeit tünteti fel a barlangban és künn. A mint látjuk, a hőmérséklet a barlangban télen követi a külső hőmérsékletet, nyáron azonban csak nagyon tompított mértékben. Nyáron a hőmérséklet a barlangban 0 C° körül van és +0.4 C°-ig emelkedik. Az I. tábla az évi hőmérséklet FOURIER-féle sorbafejtésének állandóit tartalmazza. A «*k*» index a külső, a «*b*» index a belső (barlang) levegőre vonatkozik. A sorbafejtésnek alakja a következő:

$$u_0 + u' \sin (U' + t) + u'' \sin (U'' + 2t).$$

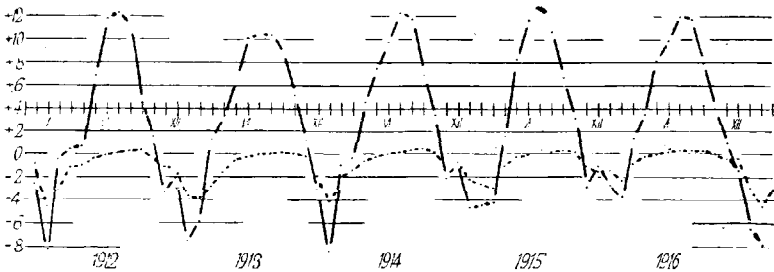
Az időszámítás kezdete januárius 15.-e; *t* a folyó idő. Az állandók a külső levegőre vonatkozólag az 1912., 1913., 1914., 1916. évből, a barlangra vonatkozólag az 1913., 1914., 1916., 1918. évből számítottak. E számítás alapjául a következő adatok szolgáltak (havi középhőmérsékletek):

	Külső levegő	Belső levegő		Külső levegő	Belső levegő
I.	-6.78	-3.16	VII.	11.72	+0.07
II.	-3.28	-2.74	VIII.	11.21	+0.15
III.	0.63	-1.80	IX.	6.99	+0.21
IV.	2.98	-0.90	X.	3.48	+0.09
V.	7.24	-0.36	XI.	-0.84	-0.73
VI.	10.34	-0.10	XII.	-1.92	-1.39
Évi köz ( <i>u</i> <sub>0</sub> ): külső levegő		3.48,	belső levegő		-0.89.

A fázisszögeknel az I. táblában a szélső értékek időpontját is megadtuk. Az egyéves hullám a barlangban a külső hőmérséklet-hez képest 22 napos késést mutat, a félévshullámnál e késés 43

napot tesz ki. A külső levegő hőmérsékletében a féléves hullám amplitudója nagyon kicsiny az éves hullám amplitudójához képest (a viszony 0·015), a belső hőmérsékletben ellenben még elég nagy (a viszony 0·386). A féléves hullám amplitudója a barlangban jóval nagyobb, mint künn (a viszony 4·575).

Az évi menetből látni (l. ábra), hogy a barlang hőmérséklete kifejezetten és gyorsan követi a külső hőmérsékletet, a mikor az utóbbi alacsonyabb, mint a barlang hőmérséklete; de csak nagyon tompítva követi, ha a külső hőmérséklet magasabb a belsónél. Még jobban szembetűnik ez, ha folytatólagosan minden órának megfelelően 24 órás középértékeket számítunk és ily



A hőmérséklet havi középértékei künn (---) és a barlangban (—).

középértékek képezését hosszabb időtartamon keresztül folytatjuk. Ily rajzok közlését hely- és költségkímélés okából mellőzzük.

A barlang hőmérsékletére általában a következő tényezők mérvadóak: 1. a külső hidegebb, tehát nagyobb sűrűségű levegő a lefelé nyúló barlangba befolyik;<sup>1</sup> 2. a külső levegőt a szél a barlang bejáró nyílásán és a keskeny sziklarepedéseken át a barlangba hajtja; 3. a kívülről a barlangba jutott levegő, ha hőmérséklete 0 C° felett van, lehülés közben jeget olvaszt és így a barlang hőmérsékletének emelésére csak részben hat. A tiszta vezetés alárendelt szerepet játszik.

A 2. tényező jelenlétét a hőmérsékletnek a nyári hónapok-

<sup>1</sup> KRENNER i. h. 17., 22. l. Dr. WALTHER KNEBEL: Höhlenkunde, Braunschweig, 1906, Friedr. Vieweg & Sohn. 190. l. E. A. MARTEL: La Spéléologie. Paris, Gauthier-Villars, 91. l.

ban való lassú emelkedése bizonyítja. Az a jelenség azonban, hogy a barlang hőmérséklete mindamellett csak néhány tized fokkal emelkedik  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  fölé, kapcsolatban azzal a ténnyel, hogy a jég a nyári hónapok alatt részben megolvad,<sup>1</sup> a harmadik helyen említett tényezőre utal. Télen azonban hideg napokon az 1. tényező fontos a barlang hőmérséklete szempontjából. A mikor a külső hőmérséklet magasabbá vált, mint a belső, rendszerint csakhamar  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  fölé emelkedik (nyáron mindig  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  felett van) és azok az időtartamok, mialatt a külső hőmérséklet magasabb, mint a belső, de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  alatt van, rövidek. Ezért nem sikerül a 3. hatást élesen elválasztani attól, mely a csökkent légcseréből, melyet a negatívvá vált különbség a belső és külső hőmérséklet között ( $\Delta$ ) okoz, származik.

2. A barlang felmelegedésének említett módjával függ össze az a jelenség, hogy a téli félévben (október—márczius) a legalacsonyabb hőmérséklet a barlangban általában — kevés kivétellel — ugyanarra a napra esik, mint künn, vagy ettől csak egy nappal tér el; e jelenség legtöbbszörre még április és május hónapban is mutatkozik. De nincs megegyezés a legmagasabb hőmérséklet bekövetkezésének időpontjára vonatkozólag. E jelenség magyarázata az, hogy október—márczius hónapban a külső legalacsonyabb hőmérséklet beálltakor a hőmérséklet künn alacsonyabb, mint a barlangban és  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  alatt van, a levegőcsere tehát élénk. A mikor a külső hőmérséklet eléri havi legmaga-

---

<sup>1</sup> Annak daczára, hogy a jég nyáron megolvad, a jég mennyisége évről-évre növekszik: a téli félévben újonnan képződött jég mennyisége felülmúlja a nyáron leolvadt mennyiséget. Ez a körülmény a jégnek túl nagy mértékben való megnövekedése folytán a szép, fantasztikus jégalakulatok létét fenyegeti. A jég túlságos megnövekedésének ellensúlyozására az a javaslat merült fel, hogy a jeget nyáron a barlangból részben eltávolítsák. A jégnek kivágása és elszállítása költséges és nem vihető keresztül a célnak megfelelően. Egy másik, a célnak jobban megfelelő eljárási módot MARCZELL GYÖRGY dolgozott ki és terjesztett elő 1914 márczius 10.-én Dobsinán tartott előadásában. E javaslat szerint nyáron a külső meleg levegőt, szellőztető berendezés segélyével csővezetékben a barlang különböző részeibe szállíthatnók és tetszésszerint eloszthatnók. A szellőztetők hajtását elektromotor végezhetné, mely a barlangnak meglevő elektromos világítását ellátó áramba volna bekapcsolható.

sabb értékét, egyúttal magasabb, mint a barlang hőmérséklete és többnyire  $0\text{ C}^\circ$  felett van, a levegőcsere tehát kevésbé élénk és a betóduló külső levegő melegkészlete részben a jég megolvásztására fordítatik.

## II. A hőmérséklet napi menete.

1. E vizsgálatnál az a gondolat vezetett bennünket, hogy a hőmérséklet menetére a barlangban a belső és külső hőmérséklet különbsége a mérvadó. Hogy e viszonyokba jobb betekintést nyerjünk, az összes napokat két csoportra osztottuk: az egyikbe azokat a napokat soroztuk, a melyeken a nap összes 24 óráján a belső és külső hőmérséklet különbsége pozitív ( $\Delta_{24} > 0$ ), a másik csoportba azokat, amelyekben e különbségek negatívak ( $\Delta_{24} < 0$ ). Ilyen kiválogatás után  $\Delta_{24} > 0$  számára 315,  $\Delta_{24} < 0$  számára 410 napunk maradt. Csupán az október—április időközt dolgoztuk így fel. A május—szeptember időtartamot kizártuk e vizsgálatból, mert e hónapokban a hőmérséklet a barlangban igen keveset változik és a napi menet — ha egyáltalában megvan — oly kicsiny, hogy a mi műszerberendezésünkkel nem mutatható ki.

Ugyanannak a hónapnak adatait az összes évekből egyesítve, külön vizsgáltuk meg az egyes hónapokat. A következő számok a napi menetet az összes hónapokból egyesítve tüntetik fel (középtől való eltérések):

$\Delta_{24} > 0^\circ$			$\Delta_{24} > 0^\circ$		
Óra	Künn	A barlangban	Óra	Künn	A barlangban
0	-0°42	+0°018	13	+1°37	+0°042
1	-0°55	-0°014	14	+1°52	+0°116
2	-0°71	-0°042	15	+1°44	+0°160
3	-0°74	-0°072	16	+1°07	+0°188
4	-0°83	-0°090	17	+0°66	+0°190
5	-0°90	-0°122	18	+0°34	+0°174
6	-1°00	-0°152	19	+0°07	+0°142
7	-1°04*	-0°170	20	-0°08	+0°110
8	-0°84	-0°184	21	-0°18	+0°086
9	-0°39	-0°178	22	-0°25	+0°060
10	+0°17	-0°144	23	-0°36	+0°040
11	+0°64	-0°086	24	-0°42	+0°018.
12	+1°05	-0°018			

Középhőmérséklet: künn -6°81, a barlangban -2°96

Ingadozás: künn — — — 2°56, a barlangban 0°374.

$\Delta_{24} < 0^\circ$			$\Delta_{24} < 0^\circ$		
Óra	Künn	A barlangban	Óra	Künn	A barlangban
0	-0.77	-0.003	13	+1.61	-0.007
1	-0.82	-0.012	14	+1.68	+0.002
2	-0.84	-0.008	15	+1.56	+0.002
3	-0.91	-0.005	16	+1.27	0.000
4	-0.97	-0.005	17	+0.75	+0.002
5	-1.03	-0.013*	18	+0.30	-0.002
6	-1.04*	-0.008	19	-0.03	+0.005
7	-0.87	-0.005	20	-0.24	+0.002
8	-0.54	-0.002	21	-0.41	+0.002
9	-0.09	0.000	22	-0.52	+0.002
10	-0.40	+0.007	23	-0.66	+0.003
11	-1.07	+0.008	24	-0.77	-0.003.
12	+1.31	+0.007			

Középhőmérséklet: künn 3.41, a barlangban -0.85

Ingadozás: künn — — — 2.72, a barlangban 0.02.

A  $\Delta_{24} > 0$  napokon a barlangban kifejezett és aránylag jelentékeny napi menet mutatkozik. A  $\Delta_{24} < 0$  napokon a napi menetet a barlangban általában igen kicsiny, de még kimutatható. Valamivel nagyobbnak mutatkozott e menet az egyesített január-február hónapokban, a mikor az ingadozás 0.05 C°-ot tett ki. E nagyobb ingadozás azonban 1912 február 7—12 és különösen február 7—8 napokból ered. Az utóbbi két nappól megállapított napi menetben az ingadozás 0.25 C° (künn 2.23 C°). A február 7—12 időközben és különösen február 7.-én és 8.-án nagyon heves, viharos szelek dúltak. Az aránylag nagy napi menet a barlangban a 2. tényezőre (63. lap) vezetendő vissza, mert 1. és 3. tényezők e napokon a napi menetet csökkentik (a barlang hőmérséklete alacsonyabb, mint a külső levegőé és az utóbbi 0 C°-nál magasabb).

Az

$$u_0 + u' \sin(U' + t) + u'' \sin(U'' + 2t) + u''' \sin(U''' + 3t)$$

FOURIER-sor állandóit a II. tábla tünteti fel. A  $k$  és  $b$  index ismét a külső és belső hőmérsékletre vonatkozik. A sorbafejtést a 3. tagig közöljük, a 4. tag igen kicsiny és bizonytalan. A II. tábla azonkívül összefoglalóan feltünteti a külső és belső napi hőmérsékletmenet kapcsolatát. E táblában feltüntettük egyúttal az amplitudók arányát:  $u_k : u_b$ , és a szélső értékek kérését

a barlangban a külső hőmérséklethez képest:  $t_b - t_k$ , a hol  $t_b$  és  $t_k$  a szélső értékek időpontjait jelentik a barlangban és künn.

Az amplitudókban párhuzamos menetet találunk künn és a barlangban. Így például az egynapos hullámban a legnagyobb amplitudo künn és a barlangban február hónapra esik, a legkisebb pedig október—november, illetőleg deczemberre. A félnapos hullámban a legnagyobb amplitudo úgy a barlangban, mint künn január hónapra esik, a legkisebb értékek pedig október—november, illetőleg deczember hónapra. A harmadnapos hullámban is tökéletes párhuzamosság van a külső és belső amplitudók között.

A fázisszögekre vonatkozólag a következőket állapíthatjuk meg. A harmadnapos hullámban, márczius—április hónapot nem tekintve, a szélső értékek a barlangban késést mutatnak a külsőkhöz képest. Az egy- és félnapos hullámban e késés a téli hónapokban kisebb, a tavaszi és őszi hónapokban nagyobb és középben  $3^h 14 \cdot 4^m$ , illetőleg  $1^h 53 \cdot 4^m$ . A harmadnapos hullámban ellenkező szabályosság mutatkozik: a késés télen nagyobb, tavaszszal és őszszel kisebb.

2. A 65. lapon közölt számokból látjuk, hogy a  $\Delta_{24} < 0$  napokon a külső hőmérséklet átlagban  $0\text{ C}^\circ$  felett van, a  $\Delta_{24} > 0$  napokon ellenben  $0\text{ C}^\circ$  alatt. E szerint a kiesiny napi menetet az első esetben és a jelentékeny napi menetet a második esetben az 1. és 3. tényező (63. lap) együttesen hozza létre. Hogy az 1. tényezőn kívül a 2. is jelentős, a következőkből látjuk. Kiválogattuk azokat a napokat, a melyeken a nap mind a 24 órájában a külső hőmérséklet alacsonyabb volt  $0\text{ C}^\circ$ -nál; ilyen nap volt összesen 462; ezekből kikerestük azokat, a melyeken  $\Delta_{24} > 0$ , ilyen volt 310;  $\Delta_{24} > 0$  összes napok száma 315 volt, ezekben az előbbi 310 bennfoglaltatik. A  $\Delta_{24} > 0$  napokon a maximum és minimum közti különbség (ingadozás)  $0 \cdot 374\text{ C}^\circ$  volt a barlangban és  $2 \cdot 56\text{ C}^\circ$  künn. Ezek az értékek, melyek a 315  $\Delta_{24} > 0$  naphól erednek, a mondott 310 napra is elfogadhatók. A fent említett 492 naphól kiválogattuk azokat, a melyeken  $\Delta_{24} < 0$  volt. Ilyen mindössze 4 volt.

E napokon a napok csekély száma miatt a közepes napi menet — különösen künn kissé szabálytalan. Mindamellett

megengedettnek látszik a következő következtetés. E 4 napon, a mikor  $\Delta_{24} < 0$  és a külső hőmérséklet  $0\text{ C}^\circ$  alatt van,  $0.99$  külső ingadozásnak  $0.14$  ingadozás felel meg a barlangban, tehát  $2.56$  külső ingadozásnak megfelelne  $\frac{2.56}{0.99} \times 0.14 = 0.362$ , tehát pontosan az az érték  $-0.374$ , a melyet  $\Delta_{24} > 0$  napokra nyertünk.

Ez az eredmény is arra mutat, hogy a barlang és a külső levegő közti légcserét a külső és belső hőmérséklet különbségén kívül, vagyis a külső hideg levegőnek a barlangba való lefolyásán kívül, a barlangba dinamikus úton behajtott levegő is közvetíti.

3. Deczember-február hónapokban kiválogattuk azokat a napokat, a melyeken a nap 24 órájában a hőmérséklet künn  $0\text{ C}^\circ$ -nál magasabb (*A* napok), és azokat, a melyeken a külső hőmérséklet  $0\text{ C}^\circ$ -nál kisebb (*B* napok). E napokon a hőmérséklet napi ingadozását künn ( $S_k$ ) és a barlangban ( $S_b$ ) kiirtuk és azután a külső ingadozás nagysága szerint csoportosítottuk őket. Ekkor kitűnt, hogy az *A* napokon nincs párhuzamosság  $S_k$  és  $S_b$  között, de kifejezett párhuzamosság mutatkozik a kettő között a *B* napokon. Ennek oka, hogy az *A* napokon kevésbé élénk a légcseré és a barlangba dinamikus úton betódult levegő jeget olvaszt, a *B* napokon a légcseré élénkebb és jégolvasztás nem történik.

Ha a belső napi ingadozást a *B* napokon minden  $S_k$  csoporton belül a  $\Delta$  hőmérsékletkülönbségek nagysága szerint rendezzük, kitűnik, hogy az ingadozás künn a belső ingadozásra mérvadó, továbbá, hogy a belső és külső napi középhőmérséklet pozitív különbségének növekedésével a napi ingadozás a barlangban nő. E párhuzamosság eléggé kifejezett azokban a közökben, a melyekben nagyobb számú adattal rendelkezünk.

Hogy az 1. és 3. tényezők (63. lap), melyek a barlang hőmérsékletére mértékadók, nem választhatók el élesen egymástól, a következő statisztikából tűnik ki. Deczember-február téli hónapokra szorítkozva, azt látjuk, hogy a 41 *A* napon 39 van olyan, a melyeken  $\Delta_{24} < 0$ . Olyan *A* nap, a melyen  $\Delta_{24} > 0$ , nincs. Továbbá a 229 nap közül, a melyeken  $\Delta_{24} > 0$ , 225 olyan,



a mely egyszersmind  $B$  nap. (A összes hónapokra ezek az adatok: összes  $A$  napok száma 327, amaz  $A$  napok száma, a melyeken egyszersmind  $\Delta_{24} < 0$ , 315; ama napok száma, a melyeken  $\Delta_{24} > 0$ , 315, ezek közt 310  $B$  nap van.) És miként fennebb láttuk, az összes  $B$  napok közt csak 4 van olyan, a melyen  $\Delta_{24} < 0$ .

### III. A barlang hőmérsékletére vonatkozó egyéb tapasztalatok.

1. Hőmérsékleti és nedvességi megfigyelések történtek a barlang különböző részeiben egy ASSMANN-féle aspiratiós psychrometer segélyével a következő napokon: 1911 november 1. (MARCZELL GY.), 1912 szeptember 3. (KASSNER K., RÓNA ZS., MARCZELL GY.), 1913 augusztus 25. (RÓNA ZS., MARCZELL GY.), 1914 márczius 9. (MARCZELL GY., STEINER L.), 1917 augusztus 28. és 29. (STEINER L.). Ezekből a szórványosan véghezvitt megfigyelésekből kitűnt, hogy a barlang különböző részei közt általában nincsenek jelentékeny különbségek. Néhány tized fok eltérés a hőmérsékletben és 1–2% a nedvességben előfordul ugyan, de kifejezett rendszeresség nélkül. Általában – úglátszik – ott van magasabb hőmérséklet, a hol erősebb vízbeszivárgás (vagy jégolvadás) nyoma mutatkozik. Ez ellentétben van azzal a felfogással, mely a jégbarlangok alacsony hőmérsékletét a beszivárgó, aláhűtött vízzel magyarázza.<sup>1</sup>

2. 1917 augusztus végén a barlang ama részében, a melyben a műszerek vannak elhelyezve, a szikla hőmérsékletének mérésére a jégtől ment, csupasz sziklafalba 4 hőmérő helyeztetett el vízszintes helyzetben. Ezek a hőmérsékletet 24, 33, 44 és 108 cm mélységben adják meg. E hőmérők adatai átlag hetenként egyszer a szalagváltás alkalmával jegyeztettek fel. E szórványosan végzett megfigyelésekből a következő havi középértékek adódnak. E számtáblában az első számoszlop a barlang levegőjének, tehát a vele érintkező sziklafelületnek havi középhőmérsékletét tünteti fel (0 mélység).

<sup>1</sup> SCHWALBE: Die drei Eishöhlen von Domanova, Dobsehau und Szi-licze in Ungarn etc., Gaea XVIII. 1882. 626–628. 1.

1917	0 mélység	0.24 mélység	0.33 mélység	0.44 mélység	1.08 mélység
IX.	(+0 <sup>o</sup> .18)	-0 <sup>o</sup> .10	-0 <sup>o</sup> .09	-0 <sup>o</sup> .18	-0 <sup>o</sup> .76
X.	+0.01	-0.10	-0.14	-0.19	0.52
XI.	-0.05	-0.14	-0.08	-0.15	-0.40
XII.	-2.76	-1.47	-1.27	-1.36	-1.05
1918					
I.	-3.31	-2.00	-1.87	-1.97	-1.68
II.	-2.88	-1.79	-1.64	-1.77	-1.52
III.	-2.02	-1.56	-1.49	-1.59	-1.55
IV.	-0.95	-1.23	-1.28	-1.29	-1.42
V.	-0.38	-0.63	-0.72	-0.68	-0.91
VI.	-0.21	(-0.60)	-0.43	-0.58	-0.73
VII.	-0.05	—	-0.27	-0.46	-0.64
VIII.	+0.11	—	-0.17	-0.31	-0.51
IX.	-0.22	—	-0.10	-0.19	-0.39
X.	+0.31	—	-0.08	-0.19	-0.36
XI.	-1.05	—	-0.34	-0.51	-0.54
XII.	-2.34	—	-0.43	-0.64	-0.60

A 24 cm mélységre vonatkozó hőmérő 1918 júliusban eltört.

E számok arra mutatnak, hogy télen a sziklafal jelentékeny mélységig lehül és így — és erre különös nyomatékkal utalunk — a barlang nyári felmelegedése ellen hat. A jégbarlangok keletkezése és fennmaradása kérdésében tehát a szikla lehülésével mint igen fontos tényezővel számolnunk kell.<sup>1</sup>

#### IV. Relatív nedvesség.

Miként említettük, a barlangban elhelyezett hőmérő-házikóban 1912 szeptember óta egy hygrograph is működött. Kitént, hogy nyáron a hygrograph változatlanul egyenes vonalat ír le, a levegő a barlangban telített. Ekkor a barlang hőmérséklete is nagyon kis változásoknak van alávetve. A benyomuló levegőnek hőkészlete elsősorban jégolvasztásra fordítatik. A jeges víz párája telíti a levegőt. Télen azonban jelentékeny ingadozás mutatkozik néha a relatív nedvességben és ilyenkor a következő szabályszerűség mutatkozik. A mikor  $\Delta$  (barlang hőmérsékletéből

<sup>1</sup> A szikla lehülésének jelentőségére — más vonatkozásban ugyan — már TELLYESNICZKY KÁLMÁN rámutatott. A jégbarlangok keletkezéséről. Term. Közl. XXVI. köt. 1894. Pótf. 86—89. l.

levonva a külső hőmérsékletet) kisebb, mint 0, a barlang levegője telített vagy közel van a telített állapothoz; a mikor  $\Delta > 0$  lett, a relativ nedvesség fogy és a betóduló levegő páratartalma szerint változik addig, míg ismét  $\Delta < 0$  lett; a mikor ez bekövetkezik, a relativ nedvesség növekedni kezd és fokozatosan növekszik a telítettségig. Ez a néha kisebb közökben ismétlődő folyamat egyes esetekben annyira szabályos, hogy első tekintetre a relativ nedvesség napi menetének vélhetnők; mindenesetre egészen meglepő napi menet volna, melynek maximuma a délutáni és minimuma az éjjeli órákban van. A relativ nedvesség valódi napi menete azokon a napokon jelentkezik, a melyeken folytonosan  $\Delta > 0$ . Néha heves szélnek befolyása a légcserére és ezzel kapcsolatban a relativ nedvességre kimutatható.<sup>1</sup>

Megvizsgáltuk a relativ nedvesség napi menetét november—április azon napjain, a mikor  $\Delta_{24} > 0$ , vagyis a mikor a barlang hőmérséklete is kifejezett napi menetet mutat. Egészben 233 nap használtatott fel e célra. (Szalagváltási napokon mutatkozó ugrások miatt e napokat nem használtuk fel; ezért nem használhattuk fel az 1912 november—1918 december időtartamból az összes 315 napot, a melyen  $\Delta_{24} > 0$  volt.) Átlagban a relativ nedvesség ingadozása a napi menetben igen kicsiny, noha egyes esetekben 8—10% változások előfordulnak. A következő számok mutatják a relativ nedvesség napi menetét a barlangban (átlagot véve a megvizsgált hónapokból). A számok a középtől való eltérések.

Óra	%	Óra	%	Óra	%	Óra	%
0	+0·19	7	+0·24	13	-0·27	19	-0·19
1	+0·26	8	+0·24	14	-0·42	20	-0·15
2	+0·23	9	+0·21	15	-0·47	21	-0·05
3	+0·22	10	+0·20	16	-0·48*	22	+0·06
4	+0·21	11	+0·07	17	-0·41	23	+0·10
5	+0·27	12	-0·08	18	-0·32	24	+0·19
6	+0·27						

Közép 88·79. Ingadozás 0·75.

<sup>1</sup> A barlang hőmérsékletének és relativ nedvességének a szél erősség- és széliránnyal kapcsolatban való vizsgálata nem történt meg, mert szélmegfigyelések nem történtek. Egyes esetekben azonban nagyon heves szél alkalmával a Dobsina városában levő meteorológiai állomás ada-

A relatív nedvesség napi menete a barlangban nem fogható fel a hőmérsékletmenet folyamányakép condensatio nélkül, noha e felvétel egészben és nagyjában hasonló menetre vezet.

Ha  $t_0, e_0, f_0$  a hőmérsékletet, a telítettségi párányomást  $t_0$  hőmérsékletnél és a relatív nedvességet jelenti a nap bizonyos időpontjában és  $t, e, f$  a megfelelő érték a nap egy másik időpontjában, akkor a relatív nedvesség napi menetét az említett módon fogva fel, nyernők:

$$f = f_0 \frac{e_0}{e} \frac{1+at}{1+at_0}, \quad (\alpha = 1,273).$$

Az  $(1+at)/e$  változó tényező a  $\Delta_{24} > 0$  napokon februárius hónapban, a mikor a legnagyobb ingadozása van, és az összes hónapból középben a következő napi menetet mutatja:

Óra	Február	Közép	Óra	Február	Közép
1	0.305	0.276	13	0.303	0.275
2	0.306	0.276	14	0.298	0.273
3	0.307	0.277	15	0.296*	0.272
4	0.307	0.277	16	0.296*	0.271*
5	0.308	0.278	17	0.296*	0.271*
6	0.310	0.279	18	0.296*	0.272
7	0.311	0.279	19	0.296*	0.273
8	0.311	0.279	20	0.298	0.273
9	0.311	0.279	21	0.300	0.274
10	0.308	0.279	22	0.301	0.274
11	0.307	0.277	23	0.301	0.275
12	0.305	0.276	24	0.304	0.275

Ha  $t_0, e_0, f_0$  helyébe az éjféleli adatoknak megfelelő, a telítettségi állapottól nem nagyon távol álló, plausibilis értékeket teszünk, a valósággal nagyjában egyező menetet kapunk, de nagyobb, az egyes hónapokban 5%-ig menő ingadozással.

De a relatív nedvesség menete a barlangban nem fogható fel ily módon.

Külső levegő behatolása nélkül a párolgó jég a levegőt foly-

---

tai voltak felhasználhatók. Dobsina városa a jégbarlangtól délkeleti irányban, körülbelül 8 km távolságban (légvonalban) és 468 m tengerszín feletti magasságban fekszik, közte és a barlang közt egy, helyenként körülbelül 1170 m magasságig emelkedő hegyhát vonul.

ton teliténé. Ha most kívülről levegő jut a barlangba, a behatoló levegő párányomása szerint más-más folyamat játszódik le. Ha a behatoló levegő párányomása kisebb a jég párányomásánál a barlangban, jég fog elpárologni; ha nagyobb, akkor a levegőből fog pára lecsapódni jégkristályok alakjában, a mi a jég szaporodását mozditja elő.

Ha a hőmérséklet künn alacsonyabb, mint a barlangban, akkor a behatoló levegőnek párányomása kisebb, mint a telítettségi nyomás a barlangban. A behatoló levegő felmelegszik és a relativ nedvesség nagyságát a jég párolgása és a behatoló levegő felmelegedése szabályozza.

Ha a hőmérséklet künn magasabb, mint a barlangban és a külső levegő behatolhat a barlangba, akkor két eset lehetséges a szerint, a mint a külső párányomás kisebb vagy nagyobb a barlangban levő (telítettségi) nyomásnál. Az első esetben a behatoló levegő párárt vesz fel, a második esetben a pára kis jégkristályok alakjában kiválik és a behatoló levegő mindkét esetben lehül.

Egy szélső eset az volna, ha a belső levegő a kívülről behatoló levegőtől keveredés és a telítettségi hőmérséklet elérése nélkül — kiszorittatik. A külső levegő hőmérsékletét jelentse  $t_k$ , a telítettségi párányomást e hőmérsékletnél  $e_k$  és a relativ nedvességet  $f_k$ , a belső levegőre vonatkoztatva ugyane mennyiségek legyenek  $t_b$ ,  $e_b$  és  $f_b$ , akkor az említett feltevésben  $f_b = \varepsilon f_k$ , hol

$$\varepsilon = \frac{e_k}{e_b} \frac{1 + at_b}{1 + at_k}.$$

Az  $\varepsilon$  tényező értékeit a különböző hónapokra kiszámítottuk. Ezekből az  $\varepsilon$  számára a következő átlagos napi menet adódik:

Óra	Óra	Óra	Óra
1 0·701	7 0·681*	13 0·815	19 0·730
2 0·694	8 0·693	14 0·820	20 0·720
3 0·693	9 0·719	15 0·814	21 0·715
4 0·687	10 0·750	16 0·787	22 0·715
5 0·686	11 0·775	17 0·761	23 0·713
6 0·683	12 0·803	18 0·744	24 0·706

E számokból látjuk, hogy a barlangban a relativ nedvességnek ily egyszerűsítő felvételekből levezetett napi menete a külső

I. tábla. A hőmérséklet évi menete Fourier-féle sorbafejtésének állandói:

Egy éves hullám		Féléves hullám				Egy éves hullám		Féléves hullám			
$a'_1$	$n'_1$	$T'_1$	$U'_1$	$a''_1$	$n''_1$	$T'_1$	$U'_1 - U''_1$	$a'_2/a'_1$	$U'_2 - U''_2$		
8-147	1-432	209 <sup>o</sup> 84	248 <sup>o</sup> 21	0-121	0-554	230 <sup>o</sup> 77	245 <sup>o</sup> 15	0-176	-21 <sup>o</sup> 63	4-575	-85 <sup>o</sup> 62
		VII. 17	VIII. 8			III. 17, IX. 15	IV. 29, X. 28				
		F. 15	II. 6			VI. 16, XII. 17	VII. 20, I. 28				

A külső hőmérséklet az 1912, 1913, 1914, 1916, a belső az 1913, 1914, 1916, 1918. évekhöz számítottak.

II. tábla. A külső ( $\beta$ ) és belső ( $\beta'$ ) hőmérséklet napi menetét felülnéző Fourier-sor állandói:  
 $\Delta_{24} > 0$  napokon:

Hónap	Egy napos hullám				Félnapos hullám				Harmadnapos hullám				Egy napos hullám		Félnapos hullám		Harmadnapos hullám		
	$u'_k$	$u''_k$	$U'_k$	$U''_k$	$u'_k$	$u''_k$	$U'_k$	$U''_k$	$u'''_k$	$u''''_k$	$U'''_k$	$U''''_k$	$\beta'_k/\beta_k$	$\beta'_k - \beta_k$	$\beta''_k/\beta_k$	$\beta''_k - \beta_k$	$\beta'''_k/\beta_k$	$\beta'''_k - \beta_k$	
Január	1-128	0-219	223 <sup>o</sup> 4	180 <sup>o</sup> 9	0-616	0-074	45 <sup>o</sup> 43	55 <sup>o</sup> 56	0-140	0-012	215 <sup>o</sup> 1	142 <sup>o</sup> 7	5-2	+2 <sup>b</sup> 50-0 <sup>m</sup>	8-3	+1 <sup>b</sup> 39-8 <sup>m</sup>	11-7	+1 <sup>b</sup> 36-4 <sup>m</sup>	
Február	1-643	0-288	226 <sup>o</sup> 7	177 <sup>o</sup> 1	0-601	0-068	40 <sup>o</sup> 7	34 <sup>o</sup> 28	0-113	0-009	223 <sup>o</sup> 7	164 <sup>o</sup> 9	5-7	+3 18-4	8-8	+1 55-8	12-6	+1 18-4	
Márcz. ápr. 1	1-140	0-138	211 <sup>o</sup> 4	158 <sup>o</sup> 5	0-452	0-046	43 <sup>o</sup> 3	33 <sup>o</sup> 39	0-008	0-003	161 <sup>o</sup> 5	212 <sup>o</sup> 2	8-3	+3 31-6	9-8	+2 7-4	14-0	-1 7-6	
Máj. jún. 2	0-740	0-100	227 <sup>o</sup> 4	168 <sup>o</sup> 3	0-318	0-024	58 <sup>o</sup> 4	35 <sup>o</sup> 6	2-0	0-107	0-008	218 <sup>o</sup> 0	155 <sup>o</sup> 9	7-4	+3 56-4	13-2	+2 4-4	13-4	+1 22-8
Dezember	0-610	0-101	234 <sup>o</sup> 6	186 <sup>o</sup> 1	0-296	0-025	60 <sup>o</sup> 8	12 <sup>o</sup> 1	0-080	0-007	223 <sup>o</sup> 4	105 <sup>o</sup> 5	6-0	+3 14-0	11-8	+1 35-8	12-9	+2 37-2	
Közép	1-044	0-167	223 <sup>o</sup> 7	175 <sup>o</sup> 1	0-453	0-046	47 <sup>o</sup> 4	33 <sup>o</sup> 0	7-0	0-095	0-007	216 <sup>o</sup> 1	148 <sup>o</sup> 5	6-3	+3 14-4	9-8	+1 53-4	13-6	+1 30-1

1 Áprilisban összesen 6 nap van, azért márczussal egyesítették.  
 2 Októberben összesen 6 nap van, azért novemberrel egyesítették.

napi menettől jelentékeny mértékben eltérhet. Az eltérés olyan irányú, hogy a külső ingadozás benn a barlangban csökken; a napi menet a barlangban meg is fordulhat és ellentettje lehet a külsőnek: a maximum a déli és kora délutáni, a minimum az éjjeli és reggeli órákban léphet fel. A külső alacsonyabb relatív nedvesség délben és délután az  $\varepsilon$  tényező folytán kevésbé csökken, mint a nagyobb relatív nedvesség éjjel és a reggeli órákban. A külső relatív nedvesség napi menetét közvetlen adatokból nem ismerjük, mert ott nem működött hygrograph, ezért becslésekre szorítkozzunk.

Az  $\varepsilon$  tényező szélső értékeinek viszonya 1:146 (okt.—nov.) és 1:320 (febr.) között van és középpen 1:203. A relatív nedvességnek legkisebb és legnagyobb értéke künn körülbelül az  $\varepsilon$  szélső értékeinek időpontjában következik be. Ha a legnagyobb érték künn 95%, akkor az említett hónapokban és középpen rendre 12%, 23% és 16% külső ingadozásnak alig felel meg ingadozás a barlangban. Ennél kisebb ingadozású külső menetnek a barlangban megfordított napi menet felel meg.

E viszonyokat a levegő keveredése jelentékenyen módosítja. A keveredés hatása a relatív nedvesség emelésében áll.

A mi esetünkben a relatív nedvesség napi ingadozása künn átlagban alig lehetett nagyobb, mint a fentebb felemlített számok; a feltételezett egyszerű viszonyok mellett a napi menet a barlangban a külsőnek fordítottja volna. Mivel a levegőkeveredés a relatív nedvességet növeli és minthogy — az előbbieket szerint (73—75. lap) — a barlangban oly napi menet mutatkozik, mely a külsőnek nagyon tompított, de nem megfordított képe, azt következtetjük, hogy a keveredés az éjjeli és reggeli órákban élénkebb, mint a déli és kora délutáni órákban. A míg a barlang hőmérsékletének kialakulásában a 63. lapon említett 1. tényező a mérvadó, ez az eredmény érthető, mert a déli órákban  $\Delta$  kisebb, mint az éjjeli órákban ( $\Delta$  a nap 24 órájában az itt vizsgált napokon pozitív).

## ADALÉKOK A QUADRATIKUS MARADÉKOK ELMÉLETÉHEZ.

RADOS GUSZTÁV r. tagtól.

A quadratikus maradékok elmélete a

$$z^2 \equiv D \pmod{q} \quad (1)$$

másodfokú binom congruentiára vonatkozó problémákkal foglalkozik. Ezek közül különösen kettő vonta magára a matematikusok figyelmét. Az egyik, az elemibb, ama  $D$  számok meghatározását követeli, a melyekkel adott  $q$  mellett az (1) alatti congruentia megoldható és azokét is, a melyekkel nem oldható meg; tehát követeli a  $q$  modulushoz tartozó quadratikus maradékok, illetőleg quadratikus nem-maradékok meghatározását. E problema törzsszámmodulusra, valamint összetett modulus esetére is teljesen megoldottnak tekinthető. A másik, a mélyebb probléma megadott  $D$  mellett ama törzsszám-modulusok meghatározására vonatkozik, a melyeknek használata mellett az (1) alatti congruentia megoldható és azokénak meghatározására, a melyek mellett e congruentia nem oldható meg, azaz a melyekre nézve  $D$  quadratikus maradék, illetőleg quadratikus nem-maradék. Ez a probléma arra az esetre, midőn  $D = p$  törzsszám, teljesen meg van oldva. A megoldás a következő tételekben talál kifejezést:

Ha  $D$  a  $p$  törzsszámmal egyenlő, akkor a szerint a mint e  $p$  törzsszám  $(4n+1)$ -alakú vagy  $(4n+3)$ -alakú, két egymástól lényegesen eltérő tétel áll fenn.

1. Ha a  $p$  törzsszám  $(4n+1)$ -alakú, akkor az összes törzsszámmodulusok, a melyekre nézve (1) megoldható, azaz, a melyeknek  $p$  a quadratikus maradéka, nem egyebek, mint az



$$1^2 + pu, 2^2 + pu, \dots, \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + pu$$

( $u = 0, 1, 2, \dots$ )

számtani haladványokban előforduló törzsszámok (e számtani haladványok mindegyikében DIRICHLET classikus tétele értelmében végtelen sok törzsszám fordul elő, mert mindegyikükben a kezdőtag és a különbség egymáshoz képest relatív törzsszámok); az összes törzsszámmodulusok pedig, a melyeknek  $p$  nem-maradéka, az

$$1^2b + pu, 2^2b + pu, \dots, \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 b + pu$$

( $u = 0, 1, 2, \dots$ )

számtani haladványokban előforduló törzsszámok, a melyekben  $b$  a  $p$ -nek tetszésszerű nem-maradékát jelenti. E számtani haladványok száma mind a két esetben

$$\nu = \frac{p-1}{2} = \frac{\varphi(p)}{2} = \frac{1}{2} \varphi(D),$$

a hol  $\varphi(D)$  az ismeretes EULER-féle számelméleti függvényt jelenti.

2. Ha a  $p$  törzsszám  $(4n+3)$ -alakú, akkor az összes törzsszámmodulusok, a melyeknek  $p$  quadratikus maradéka a

$$p^2 + 4^{p-1} i^2 + 4pu, 3p^2 + 4^{p-1} bi^2 + 4pu \quad (u=0, 1, 2, \dots),$$

( $i = 1, 2, \dots, \frac{p-1}{2}$ )

a melynek  $p$  nem-maradéka a

$$p^2 + 4^{p-1} bi^2 + 4pu, 3p^2 + 4^{p-1} i^2 + 4pu \quad (u=0, 1, 2, \dots)$$

( $i = 1, 2, \dots, \frac{p-1}{2}$ )

számtani haladványokban előforduló törzsszámok. E haladványok száma mind a két esetben

$$\nu = \frac{p-1}{2} + \frac{p-1}{2} = \varphi(p) = \varphi(D).$$

*Hogyan oszlanak el ama páratlan törzsszámok, a melyeknek  $D$  quadratikus maradéka, illetőleg nem-maradéka, midőn  $D$  páratlan összetett szám? Erre a kérdésre óhajtok a jelen dolgozatban*

válaszolni, míg a páros  $D$  esetére egy más alkalommal remélek visszatérhetni. A választ a fölvetett kérdésre az alanti I. és II. tétel fogja megadni.

A tárgyalás általánosságának korlátozása nélkül föltehető, hogy  $D$ -nek nincsen négyzetes osztója, mert a tárgyalás mindig erre az esetre vezethető vissza. Legyen tehát  $D$  törzstényezős föl-bontása

$$D = p_1 p_2 \dots p_r,$$

akkor ez csupa különböző törzstényezőt tartalmaz. A fent említett tételek a következők:

I. Ha a  $D$ -ben foglalt  $(4n+3)$ -alakú törzstényezők száma páros, akkor azok a törzsszámok, a melyeknek  $D$  quadratikus maradéka, valamint azok is, a melyeknek nem-maradéka,  $\nu = \frac{1}{2} \varphi(D)$  számú számtani haladványban előforduló törzsszámok.

II. Ha a  $D$ -ben foglalt  $(4n+3)$ -alakú törzstényezők száma páratlan, akkor úgy azok a törzsszámok, a melyeknek  $D$  quadraticus maradéka, valamint azok is, a melyeknek nem-maradéka, bizonyos  $\nu = \varphi(D)$  számú számtani haladványban előforduló törzsszámok.

Miként látható, e tételek a bevezetésben említett 1. és 2. tétel általánosításai.

Az I. és II. tétel bebizonyításában a következő alakú congruenciarendszer szerepel:

$$x \equiv l_0 \pmod{4}, \quad x \equiv l_1 \pmod{p_1}, \dots, \quad x \equiv l_r \pmod{p_r}. \quad (K)$$

E rendszer az  $l_i$ -k bármely értékrendszere mellett megoldható és összes megoldásai az

$$x = D^2 l_0 + \sum_{i=1}^r \left( \frac{4D}{p_i} \right)^{p_i-1} l_i + 4Du \quad (H)$$

$(u=0, 1, 2, \dots)$

számtani haladványban foglalt egész számok. E számtani haladvány kezdő tagja és a  $4D$  különbsége relativ törtszámok, mert a kezdő tag a  $4D$  egyik törzstényezőjével sem osztható. De akkor DIRICHLET tétele szerint a  $(H)$  haladványban végtelen sok törzsszám fordul elő.

Ugyanígy megjegyzés tehető az

$$x \equiv l_1 \pmod{p_1}, \dots, x \equiv l_r \pmod{p_r} \quad (K')$$

congruentiarendszerre vonatkozóan, a melynek megoldásait az

$$x = \sum_{i=1}^r \left( \frac{D}{p_i} \right)^{p_i-1} l_i + Du \quad (u=0, 1, 2, \dots) \quad (H')$$

képlet szolgáltatja.

Tételeink bebizonyítása most már a

$$\left( \frac{D}{x} \right) = 1 \quad (E_1)$$

$$\left( \frac{D}{x} \right) = -1 \quad (E_2)$$

egyenletek megoldására vezethető vissza, a melyekben  $\left( \frac{D}{x} \right)$  az ismeretes LEGENDRE-symbolum és az  $x$  ismeretlen, mint páratlan törzsszám meghatározandó. Tekintettel a  $D$  törzstényezős előállítására, a  $\left( \frac{D}{x} \right)$  így írható:

$$\left( \frac{D}{x} \right) = \left( \frac{p_1}{x} \right) \left( \frac{p_2}{x} \right) \dots \left( \frac{p_r}{x} \right).$$

A reciprocitás törvénye szerint azonban

$$\left( \frac{p_i}{x} \right) = \left[ (-1)^{\frac{p_i-1}{2} \frac{x-1}{2}} \right] \left( \frac{x}{p_i} \right).$$

$(i=1, 2, \dots, r)$

Ha  $p_i$   $(4n+1)$ -alakú, akkor

$$\left( \frac{p_i}{x} \right) = \left( \frac{x}{p_i} \right),$$

ha pedig  $(4n+3)$ -alakú, akkor

$$\left( \frac{p_i}{x} \right) = (-1)^{\frac{x-1}{2}} \left( \frac{x}{p_i} \right);$$

tehát

$$\left( \frac{D}{x} \right) = (-1)^{\alpha \frac{x-1}{2}} \left( \frac{x}{p_1} \right) \left( \frac{x}{p_2} \right) \dots \left( \frac{x}{p_r} \right),$$

a hol  $\mu$  a  $D$ -ban előforduló  $(4n+3)$ -alakú törzstényezők számát jelenti.

Foglalkozunk először a I. tétel bebizonyításával, a mikor is  $\mu$  páros szám. Ez esetben az  $(E_1)$  és  $(E_2)$  egyenletek a következők

$$\left(\frac{D}{x}\right) = \left(\frac{x}{p_1}\right) \left(\frac{x}{p_2}\right) \cdots \left(\frac{x}{p_r}\right) = 1, \quad (E_1^*)$$

$$\left(\frac{D}{x}\right) = \left(\frac{x}{p_1}\right) \left(\frac{x}{p_2}\right) \cdots \left(\frac{x}{p_r}\right) = -1. \quad (E_2^*)$$

Jelöljük ezentúl a  $p_i$  törzsszám quadratikusan maradékait

$$\left(\text{az } 1^2, 2^2, \dots, \left(\frac{p_i-1}{2}\right)^2 \text{ számokat}\right)$$

röviden így:

$$a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ia}, \dots, a_{i\frac{p_i-1}{2}},$$

$(i=1, 2, \dots, r)$

a nem-maradékokat

$$b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ia}, \dots, b_{i\frac{p_i-1}{2}},$$

$(i=1, 2, \dots, r)$

akkor az  $(E_1^*)$  egyenletet azok és csak azok az  $x$  törtszámok fogják kielégíteni, a melyek olyan  $(K')$  congruentiarendszer gyökei, a melyben az  $l_i$  közül páros számú pl.  $2k$  számú  $b_{ia}$ -kal, a hátralevő  $l_i$ -k pedig  $a_{ia}$ -kal vannak pótolva. Az ilyen congruentiarendszerek száma

$$\frac{p_1-1}{2} \frac{p_2-1}{2} \cdots \frac{p_r-1}{2} \binom{r}{2k} = \frac{\varphi(D)}{2^r} \binom{r}{2k},$$

a hol  $\binom{r}{2k}$  binomális együttható az  $r$  elemből ismétlés nélkül képezhető kombinációk számát jelenti. Az  $(E_1^*)$  egyenlet összes megoldásait szolgáltató congruentiarendszerek száma tehát

$$v = \frac{\varphi(D)}{2^r} \left[ 1 + \binom{r}{2} + \binom{r}{4} + \dots \right] = \frac{\varphi(D)}{2},$$

mert

$$1 + \binom{r}{2} + \binom{r}{4} + \dots = 2^{r-1}.$$

Tehát az  $(E_1^*)$  egyenlet összes megoldásai nem egyebek, mint

azok a törzsszámok, a melyek a  $(H')$  alatti képletből adódó ama  $\nu = \frac{\varphi(D)}{2}$  számú haladványban előfordulnak, a mely számtani haladványok a  $(H')$  alattiból akként adódnak, hogy ebben minden lehető módon páros számú  $l_i$  helyébe  $b_{ia}$  nemmaradékokat, a többi  $l_i$  helyébe pedig  $a_{ia}$  quadratikus maradékokat teszünk. A talált haladványok száma  $\nu = \frac{\varphi(D)}{2}$ , miként bebizonyítandó volt.

Az  $(E_2^+)$  egyenlet megoldásai gyökei ama congruenciarendszereknek, a melyek a  $(K')$  alattiból úgy adódnak, hogy az  $l_i$  közül minden lehető módon páratlan számút  $b_{ia}$ -kal, a megmaradókat  $a_{ia}$ -kal, pótoljuk. E rendszerek száma

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{p_1-1}{2} \frac{p_2-1}{2} \dots \frac{p_r-1}{2} \left[ \binom{r}{1} + \binom{r}{3} + \binom{r}{5} + \dots \right] = \\ &= \frac{\varphi(D)}{2^r} \cdot 2^{r-1} = \frac{\varphi(D)}{2}, \end{aligned}$$

mert

$$\binom{r}{1} + \binom{r}{3} + \binom{r}{5} + \dots = 2^{r-1}.$$

Tehát  $\nu = \frac{\varphi(D)}{2}$   $(K')$  congruenciarendszer és így ugyanannyi  $(H')$  számtani haladvány van, a melyekben előforduló törzsszámok az összesek, a melyeknek  $D$  quadratikus nem-maradéka. Ezzel az I. tétel teljesen be van bizonyítva.

Áttérve a II. tétel bebizonyítására, megjegyezzük, hogy e tétel esetében  $\mu$  páratlan, tehát az  $(E_1)$  és  $(E_2)$  egyenletek ezekbe mennek át:

$$\left(\frac{D}{x}\right) = (-1)^{\frac{x-1}{2}} \left(\frac{x}{p_1}\right) \left(\frac{x}{p_2}\right) \dots \left(\frac{x}{p_r}\right) = 1, \quad (E_1^{++})$$

$$\left(\frac{D}{x}\right) = (-1)^{\frac{x-1}{2}} \left(\frac{x}{p_1}\right) \left(\frac{x}{p_2}\right) \dots \left(\frac{x}{p_r}\right) = -1. \quad (E_2^{++})$$

Az  $(E_1^{++})$  egyenletet kielégítő  $x$  törzsszámok ama congruenciarendszerek megoldásai, a melyek a  $(K)$  rendszerből vagy akként keletkeznek, hogy  $l_0$  helyébe 1-et, páros számú  $l_i$  helyébe  $b_{ia}$ -kat, a többi  $l_i$  helyébe  $a_{ia}$ -kat írunk (e rendszerek száma

$$\frac{p_1-1}{2} \frac{p_2-1}{2} \dots \frac{p_r-1}{2^r} \left[ 1 + \binom{r}{2} + \binom{r}{4} + \dots \right] = \frac{\varphi(D)}{2},$$

vagy pedig akként, hogy  $l_0$  helyébe 3-at, a többi  $l_i$  közül páratlan számú helyébe  $b_{ia}$ -kat, a megmaradók helyébe  $a_{ia}$ -kat írunk (e rendszerek száma

$$\frac{\nu_1-1}{2} \frac{\nu_2-1}{2} \dots \frac{\nu_r-1}{2} \left[ \binom{r}{1} + \binom{r}{3} + \binom{r}{5} + \dots \right] = \frac{\varphi(D)}{2}.$$

Összesen tehát

$$\nu = \frac{\varphi(D)}{2} + \frac{\varphi(D)}{2} = \varphi(D)$$

congruentiarendszer adódott. Ennek következtében  $\varphi(D)$  számú különböző ( $H$ ) számtani haladvány is van, a melyekben előforduló törzsszámok az összesek, a melyeknek  $D$  a quadratikus maradéka.

Egészen hasonlóan mutatható ki a II. tétel második része is az ( $E_2^+$ ) egyenlet megoldása alapján.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1921 november 21.-én tartott üléséből.)

## IRREDUCIBILIS KOVARIÁNS ALAPRENDSZEREK ELŐÁLLÍTÁSA A BINÆR ALAKOKNÁL.

CSORBA GYÖRGY-től.

Az invariáns elmélet feladata nemcsak a kovariánsok tulajdonságainak kifejtése, a kovariánsok valóságos kiszámítása a definitio és a meghatározó differenciálegyenletek alapján,<sup>1</sup> hanem megadott fok- és rendszám mellett a lineárisan független kovariánsok számának meghatározása, továbbá bizonyos irreducibilis kovariáns rendszerek megállapítása. Az első tárgyalások abból indultak ki, hogy az  $n$ -edrendű binær alak  $q$  fokú,  $\sigma$  rendű lineárisan független kovariánsai száma egyenlő  $x^q y^\sigma$  koefficiensével az

$$\frac{1-y}{(1-x)(1-xy)(1-x^2y)\dots(1-x^ny)}$$

kétváltozós racionális törtfüggvény végtelen sorba fejtésénél, ha  $\mu = \frac{nq-\sigma}{2}$ . A fontosabb kérdésnek, az irreducibilis kovariánsok száma meghatározásának megoldására CAYLEY és SYLVESTER azt a legegyszerűbb módszert alkalmazta, mely a *hatványszorzatos komponálás* módszerének nevezhető. E szerint összehasonlítjuk a már meglévő  $q_i$  fokú,  $\sigma_i$  rendű  $C(q_i\sigma_i)$   $i=1, 2, \dots, k$  kovariánsokból

$$C(q_1\sigma_1)^{r_1} C(q_2\sigma_2)^{r_2} C(q_3\sigma_3)^{r_3} \dots C(q_k\sigma_k)^{r_k}$$

hatványszorzat alakjában komponálható  $q$  fokú,  $\sigma$  rendű kovariánsok számát az ugyanolyan fok- és rendszámú lineárisan független kovariánsok számával, s ha ez utóbbi a nagyobb, a többlet irreduci-

<sup>1</sup> Lásd pl. CSORBA Gy.: «Az invariáns elmélet angol iránya». A miskolci ref. főgimn. Értesítője. 1905. 1—35. lap.

bilis kovariánsokat jelent, ha pedig a compositiók száma nagyobb, a többlet kovariáns összefüggéseket (syzygans) jelent. Így fokról-fokra lehet haladni az irreducibilis kovariánsok kikeresésében. Annyi kovariáns compositio van, a hány megoldása van nem negatív egész számokban a

$$\begin{aligned} \varrho_1 x_1 + \varrho_2 x_2 + \dots + \varrho_k x_k &= \varrho, \\ \sigma_1 x_1 + \sigma_2 x_2 + \dots + \sigma_k x_k &= \sigma \end{aligned}$$

határozatlan egyenletrendszernek. Ugyane szám úgy is megadható, mint  $x^e y^\sigma$  koefficiense az

$$\frac{1}{(1-x^{\varrho_1} y^{\sigma_1})(1-x^{\varrho_2} y^{\sigma_2}) \dots (1-x^{\varrho_k} y^{\sigma_k})}$$

kétféle változós racionális törtfüggvény végtelen sorba fejtésénél. A mint látható, úgy a lineáris független kovariánsok, mint a compositiók számának meghatározása az

$$\frac{1}{\prod_i (1-x^{a_i} y^{b_i})}$$

kétféle változós törtfüggvénytípus sorbafejtését kívánja. Ez viszont az

$$\frac{1}{\prod_i (1-x^{c_i})}$$

egyváltozós törtfüggvénytípusra vezethető. Azonban, mivel sem az egyik, sem a másik típus kifejtésére algebrai képletek nem voltak, azért e módszer csak egyszerűbb, numerikus fokú példákra ( $n=2, 3, 4, 5, 6$ -odr. alaknál) volt alkalmazható, de tetszésszerű alak tárgyalására nem volt kiterjeszhető és különösen nem volt lehetséges a főkérdésnek, az előállítható irreducibilis kovariánsok véges száma megmutatásának megoldása.<sup>1</sup> Azok a beható és részletes algebrai vizsgálatok, melyeket e dolgozat szerzője az egész számok additív előállítására (partitio numerorum), illetőleg a lineáris határozatlan egyenletek megoldásának meghatározására

<sup>1</sup> Lásd CSORBA Gy.: Az inv. elm. angol iránya. 29. l.



kérdésében végzett,<sup>1</sup> melyekkel megadta a kérdéses kifejtési együtt-  
hatóknak igen jellegzetes algebrai kifejezését, nemcsak könnyebbé  
és áttekinthetőbbé teszik a binár alakok kovariánsainak tárgyalá-  
sát, de lehetővé teszik tetszésszerű rendű alaknál is az előállít-  
ható irreducibilis kovariánsok véges számának bizonyítását.

E dolgozat az első feladattal foglalkozik. Irreducibilis ko-  
variáns alaprendszereket állít elő egyszerű módon a 2—6-odrendű  
alakoknál s megadja a lineáris független kovariánsok számának par-  
ticionális függvényekben való általános kifejezését, továbbá meg-  
adja az irreducibilis kovariánsok számai kifejezését tetszésszerű  
 $n$ -edrendű alaknál alacsonyabb fok- és rendszámokra nézve. A vé-  
gességi tétel tárgyalása külön dolgozatnak lesz feladata.

A szükséges partitionális segédeszközök egyike az, hogy az

$$\frac{1}{(1-z^{a_1})(1-z^{a_2})\dots(1-z^{a_n})} = \sum_{M=0}^{\infty} \varphi(a_1 a_2 \dots a_n, M) z^M$$

kifejtés együttthatója az  $M$ -nek részben periodikus, részben egész  
függvénye, ily alakban

$$\begin{aligned} & \varphi(a_1 a_2 \dots a_n, M) = \\ & = c_0(M) + c_1(M) M^1 + c_2(M) M^2 + \dots + c_{n-1}(M) M^{n-1}, \end{aligned}$$

hol  $c_0(M)$ ,  $c_2(M)$ , ...,  $c_{n-1}(M)$  a periodikus részek. Ezeknek abso-  
lut algebrai képlete szerint (Cs. Gy.: «Az egész számok additív  
előállítása», 126. l. «Über die Partition der ganzen Zahlen,» 562. l.)  
a  $c(M)$ -féle periodikus függvények a következő elemi szakaszos  
partitionális függvénytípusra vezethetők. Legyenek  $i$  és  $k$  relatív  
primek, akkor az  $ix \equiv M \pmod{k}$  congruentia alapgöndása, mely  
így jelölhető:  $x = \eta_{ik}(M)$ , az  $M$ -nek szakaszos függvénye. Továbbá  
bármely szakaszos számelméleti függvény, melynek periodicitási  
modulusa  $a$ , ilyen *normál alakban* állítható elő :

<sup>1</sup> Cs. Gy.: «Az egész számok additív előállítása». Math. és Természet-  
tud. Ért. 1899. XVII. k. 189—260. l. «A kettős particiókról» Math. és Phys.  
L. 1904. és 1905. XIII. és XIV. évf. «Über die Partitionen der ganzen Zahlen.»  
Math. Annalen. 1914.

$$f(M) = a_0\eta_{1a}(M) + a_1\eta_{1a}(M+1) + \dots + a_{a-1}\eta_{1a}(M+a-1),$$

a hol

$$a \binom{a}{2} a_i = \sum_{M=0}^{a-1} f(M) + \binom{a}{2} \{f(a-1-i) - f(a-i)\}.$$

Például

$$\eta_{23}(M) = \frac{1}{3} \{2\eta_{13}(M) - 2\eta_{13}(M+1) - \eta_{13}(M+2)\}.$$

A normál alak megint variálható a következő relatio segítségével :

$$\eta_{ik}(M) + \eta_{ik}(M+1) + \dots + \eta_{ik}(M+k-1) = \binom{k}{2}.$$

Például

$$\eta_{23}(M) = 2 - \eta_{13}(M+2).$$

A legvégső partitionális alaptípus :

$$\varphi(k, M) = \frac{1}{k} (1 - \eta_{1k}(M)) + \eta_{1k}(M+k-1).$$

Ennek értéke = 1, ha  $M \equiv 0 \pmod{k}$  és értéke = 0 minden más esetben. A fokozatban következő típus :

$$\varphi(a, b, M) = \frac{1}{ab} \{M+ab - a\eta_{ab}(M) - b\eta_{ba}(M)\}.$$

Az általános esetben  $\varphi(a_1 a_2 \dots a_n, M)$  képletében :

$$c_{n-1}(M) = \frac{1}{(n-1)! a_1 a_2 \dots a_n}$$

$$c_{n-2}(M) = \frac{1}{2!(n-2)! a_1 a_2 \dots a_n} \left\{ \sum_i a_i d_i - 2 \sum_i a_i \eta_{a_i d_i}(M) \right\},$$

hol  $d_i$  az  $a_1 a_2 \dots a_{i-1} a_{i+1} \dots a_n$  legnagyobb közös osztója.

Az invariáns elméletben a lineárisan független kovariánsok száma tárgyalásakor a következő partitionális típus jön elő :

$$\varphi(2, 3, \dots, n, 1, 2, 3, \dots, n-r, M).$$

Jelöljük ezt röviden  $\varphi_{rn}(M)$ -mel, akkor a következő egyszerű reductió formulákkal :

$$\begin{aligned}\varphi_{rn}(M) &= \varphi_{r, n-1}(M) + \varphi_{r, n}(M - (n-r)) \\ \varphi_{rn}(M) &= \varphi_{r-1, n-1}(M) + \varphi_{rn}(M-r) \\ \varphi_{rn}(M) &= \varphi_{n-r, n}(M)\end{aligned}$$

kisebb  $M$  számértékek mellett  $\varphi_{rn}(M)$  számára *számtáblázatokat* is készíthetünk. Ezekből, mint a tervezett invariánselméleti tárgyalásokhoz szükségesek, e dolgozatban elő vannak állítva:

$$\varphi_{02}(M), \varphi_{03}(M), \varphi_{04}(M), \varphi_{05}(M), \varphi_{06}(M)$$

értékei  $M=0, 1, 2, \dots, 45$  mellett,

$$\varphi_{12}(M), \varphi_{13}(M), \varphi_{14}(M), \varphi_{15}(M), \varphi_{16}(M)$$

értékei  $M=0, 1, 2, \dots, 30$  mellett,

$$\varphi_{22}(M), \varphi_{23}(M), \varphi_{24}(M), \varphi_{25}(M), \varphi_{26}(M)$$

értékei  $M=0, 1, 2, \dots, 15$  mellett.

Ezekből például

$$\varphi_{06}(45) = 515, \varphi_{16}(30) = 674, \varphi_{26}(15) = 159.$$

Az  $M$  tetszőszerinti értéke mellett a lineárisan független kovariánsok számai meghatározásakor *szükséges* independents partitionális függvényképletekből a következők vannak (fáradtságos munkával) kiszámítva:

$$\begin{aligned}&\varphi(2, M), \varphi(1, 2, M), \varphi(2, 3, M), \varphi(1, 2, 3, M), \varphi(2, 3, 4, M), \\ &\varphi(1, 2, 2, 3, M), \varphi(1, 2, 3, 4, M), \varphi(2, 3, 4, 5, M), \varphi(1, 2, 2, 3, 4, M), \\ &\varphi(1, 2, 3, 4, 5, M), \varphi(2, 3, 4, 5, 6, M); \end{aligned}$$

továbbá:

$$\begin{aligned}&\varphi(1, 1, 2, M), \varphi(1, 1, 2, 3, M), \varphi(1, 1, 2, 2, 3, M), \varphi(1, 1, 2, 3, 4, M), \\ &\varphi(1, 1, 2, 2, 3, 4, M), \varphi(1, 1, 2, 3, 4, 5, M), \varphi(1, 2, 3, 4, 5, 6, M).\end{aligned}$$

E partitionális függvényképletek utolsója, mint a többinek tipikus representánsa:

$$\begin{aligned}&3!5!6! \varphi(1, 2, 3, 4, 5, 6, M) = \\ &= 6M^5 + 315M^4 + 6160M^3 + (54450 + 1530\gamma_{12}(M+1))M^2 + \\ &+ (196130 + 28350\gamma_{12}(M+1) + 3200\gamma_{13}(M+1) + \\ &+ 6400\gamma_{13}(M+2))M^1 + 314345 + 122625\gamma_{12}(M+1) + \\ &+ 51200\gamma_{13}(M+1) + 67200\gamma_{13}(M+2) + 12150\gamma_{14}(M+1) + \\ &+ 16200\gamma_{14}(M+2) + 12150\gamma_{14}(M+3) + 20736\gamma_{15}(M) - \\ &- 4800\{2\gamma_{16}(M+1) - \gamma_{16}(M+3) - \gamma_{16}(M+5)\}.\end{aligned}$$

Ebből alkalmas reductiók formulákkal a többi mind rekonstruálható. Például

$$\begin{aligned}\varphi(1, 2, 3, 4, 5, M) &= \varphi(1, 2, 3, 4, 5, 6, M) - \varphi(1, 2, 3, 4, 5, 6, M-6), \\ \varphi(1, 2, 3, 4, M) &= \varphi(1, 2, 3, 4, 5, M) - \varphi(1, 2, 3, 4, 5, M-5), \\ \varphi(1, 2, 2, 3, M) &= \varphi(1, 2, 3, 4, M) + \varphi(1, 2, 3, 4, M-2) \text{ stb.}\end{aligned}$$

A komponálással nyerhető kovariánsok száma meghatározásához a tárgyalásban szükséges partitionális függvényképletek:

$$\begin{aligned}\varphi(4, M), \varphi(1, 1, M), \varphi(2, 3, 3, M), \varphi(1, 2, 3, 3, M), \\ \varphi(1, 2, 3, 5, M), \varphi(1, 2, 2, 3, 3, M)\end{aligned}$$

szintén elő vannak állítva.

A további segédesszközök az úgynevezett *kettős partitíók*, illetőleg a két egyenletből álló elsőfokú határozatlan egyenletrendszerek elméletéből valók. Ennek lényeges része, hogy az

$$\frac{1}{\prod_{\epsilon=1}^k (1-x^{a_{\epsilon}}) \prod_{i=1}^v \prod_{\rho=1}^{s_i} (1-x^{a_{i\rho}} y^{b_{i\rho}})} = \sum_{A=0}^{\infty} \sum_{B=0}^{\infty} P(A, B) x^A y^B$$

kétféle változós kifejtés együtthatója az  $A$ -nak és  $B$ -nek részben periodikus, részben egész függvénye, ily alakban:

$$\begin{aligned}P(A, B) &= \sum_{l, t=0} c_{l, t}(A, B) A^l B^t, \\ 0 &\leq l + t \leq n - 2,\end{aligned}$$

mely  $A$  és  $B$ -ben  $(n-2)$ -edfokú egész kifejezés formájú, hol  $n$  a törtfüggvény nevezőjében előjövő kéttagú tényezők száma, de a  $c(A, B)$  koefficiensek  $A$  és  $B$ -nek periodikus függvényei.<sup>1</sup> Az elemzések szerint a kétféle változós szakaszos függvényeknek itt előjövő elemi típusa a következő:  $\eta_{1k}(aA + bB + c)$ , hol a periodicitás modulusa  $A$ -ra és  $B$ -re nézve  $k$ . Igen fontos segédétel továbbá, hogy minden kétféle változós szakaszos számelméleti függvény a következő *normál alakra* hozható:

<sup>1</sup> Lásd CSORBA GY.: A kettős partitíókról. Math. és Phys. Lapok. 1904—1905.

$$f(A, B) = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{m=0}^{k-1} \beta_{im} \gamma_{1k}(A+i) \gamma_{1k}(B+m),$$

hol

$$\begin{aligned} & k^2 \binom{k}{2} \beta_{im} = \sum_{A=0}^{k-1} \sum_{B=0}^{k-1} f(A, B) + \\ & + \binom{k}{2} \sum_{B=0}^{k-1} (f(k-1-i, B) - f(k-i, B)) + \\ & + \binom{k}{2} \sum_{A=0}^{k-1} (f(A, k-1-m) - f(A, k-m)) + \\ & + \binom{k}{2} \{f(k-1-i, k-1-m) + f(k-i, k-m) - \\ & - f(k-1-i, k-1-m) - f(k-i, k-1-m)\}. \end{aligned}$$

Például

$$\begin{aligned} & 9\gamma_{13}(2A+B+1) = \\ & = \{\gamma_{13}(B) - 2\gamma_{13}(B+1) + 4\gamma_{13}(B+2)\} \gamma_{13}(A) + \\ & + \{4\gamma_{13}(B) + \gamma_{13}(B+1) - 2\gamma_{13}(B+2)\} \gamma_{13}(A+1) + \\ & + \{-2\gamma_{13}(B) + 4\gamma_{13}(B+1) + \gamma_{13}(B+2)\} \gamma_{13}(A+2). \end{aligned}$$

A kettős partitíók problémája megoldásának útja az, hogy algebrai képletet adnak az

$$\frac{1}{\prod_i \prod_q (1 - x^{ai} y^{bi})}$$

kétváltozós törtfüggvénynek az egyik változó szerinti kifejtésére s a képlet mutatja, hogy a kifejtés együtthatói a másik változóban az egyszerű partitíók típusához tartozó racionális törteket tartalmaznak. Lesz ugyanis:

$$\frac{1}{\prod_i \prod_q (1 - x^{ai} y^{bi})} = \sum_{B=0}^{\infty} \Phi(B, x) y^B,$$

hol

$$\begin{aligned} \Phi(B, x) = & \sum_{m=1}^{am} x^{bm} B^m \{c_{m,0}(B, x) + c_{m,1}(B, x) B^1 + \dots + \\ & + c_{m,sm-1}(B, x) B^{sm-1}\}. \end{aligned}$$

Az algebrai képlet  $c_{m,k}(B, x)$  számára van megadva. (Cs. Gy.: Kettős partitíókról. Math. és Ph. L. 1905. 320. lap.)

A legegyszerűbb alaptípus, mely az invariáns elméleti tárgyalásokhoz is leginkább szükséges, a következő:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(1-x^{a_{11}}y^{b_{11}})(1-x^{a_{21}}y^{b_{21}})} = \\ & = \sum_{B=0}^{\infty} \left\{ \frac{x^{\frac{a_1}{b_1}B + b_{21}\left(\frac{a_2}{b_2} - \frac{a_1}{b_1}\right)v_{21}}}{\left(1-x^{b_{11}b_{21}\left(\frac{a_2}{b_2} - \frac{a_1}{b_1}\right)}\right)} + \frac{x^{\frac{a_2}{b_2}B + b_{11}\left(\frac{a_1}{b_1} - \frac{a_2}{b_2}\right)v_{11}}}{\left(1-x^{b_{11}b_{21}\left(\frac{a_1}{b_1} - \frac{a_2}{b_2}\right)}\right)} \right\} y^B = \\ & = \sum_{B=0}^{\infty} \left\{ \frac{x^{\frac{a_1}{b_1}B + \frac{b_{21}}{b_1b_2}\delta_{21}v_{21}}}{\left(1-x^{\frac{b_{11}b_{21}}{b_1b_2}\delta_{21}}\right)} - \frac{x^{\frac{a_2}{b_2}B + \frac{b_{11}}{b_1b_2}\delta_{21}(b_{21}-v_{11})}}{\left(1-x^{\frac{b_{11}b_{21}}{b_1b_2}\delta_{21}}\right)} \right\} y^B, \end{aligned}$$

hol

$$\begin{aligned} b_{11}v_{11} &\equiv B \pmod{b_{21}}, & b_{21}v_{21} &\equiv B \pmod{b_{11}} \\ 0 &\leq v_{11} < b_{21} & 0 &\leq v_{21} < b_{11} \\ \delta_{21} &= a_2b_1 - a_1b_2, & \frac{a_{11}}{b_{11}} &= \frac{a_1}{b_1}, & \frac{a_{21}}{b_{21}} &= \frac{a_2}{b_2}. \end{aligned}$$

Ezzel:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1-xy^2)(1-x^2y^2)} &= \sum_{B=0}^{\infty} \left\{ \frac{x^{\frac{1}{2}(B+4\eta_{23}(B))}}{1-x^4} - \frac{x^{B+4-2\eta_{12}(B)}}{1-x^4} \right\} y^B, \\ \frac{1}{(1-xy^2)(1-x^3y^3)} &= \sum_{B=0}^{\infty} \left\{ \frac{x^{\frac{1}{2}(B-3\eta_{12}(B))}}{1-x^3} - \frac{x^{B+3-\eta_{23}(B)}}{1-x^3} \right\} y^B, \\ \frac{1}{(1-xy^3)(1-x^3y^3)} &= \sum_{B=0}^{\infty} \left\{ \frac{x^{\frac{1}{2}(B+8\eta_{12}(B))}}{1-x^6} - \frac{x^{3B+8}}{1-x^6} \right\} y^B. \end{aligned}$$

A második alaptípus:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(1-x^{a_{11}}y^{b_{11}})(1-x^{a_{21}}y^{b_{21}})(1-x^{a_{22}}y^{b_{22}})} = \\ & \sum_{B=0}^{\infty} \left\{ x^{\frac{a_1}{b_1}B} c_{10}(B, x) + x^{\frac{a_2}{b_2}B} (c_{20}(B, x) + c_{21}(B, x)B) \right\} y^B, \end{aligned}$$

hol

$$\frac{a_{11}}{b_{11}} = \frac{a_1}{b_1}, \quad \frac{a_{21}}{b_{21}} = \frac{a_{22}}{b_{22}} = \frac{a_2}{b_2}, \quad \frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2}.$$

Ha  $b_n, b_{21}, b_{22}$  legnagyobb közös osztója 1,

$$\begin{array}{llll} b_{21} \text{ és } b_{22} & & & d, \\ b_{11} \text{ és } b_{21} & & & d_1, \\ b_{11} \text{ és } b_{22} & & & d_2, \end{array}$$

továbbá  $a_2 b_1 - a_1 b_2 = \delta_{21}$ , akkor itt

$$c_{1,0}(B, x) = \sum_{b_{21} \nu_{21} + b_{22} \nu_{22}} \equiv B \pmod{b_{11}} \frac{x^{\frac{\delta_{21}}{b_1 b_2} (b_{21} \nu_{21} + b_{22} \nu_{22})}}{\left(1 - x^{\frac{b_{11} b_{21} \delta_{21}}{b_1 b_2 d_1}}\right) \left(1 - x^{\frac{b_{11} b_{22} \delta_{21}}{b_1 b_2 d_2}}\right)}$$

$$0 \leq \nu_{21} < \frac{b_{11}}{d_1}, \quad 0 \leq \nu_{22} < \frac{b_{11}}{d_2}.$$

Így tovább...

Ide tartozó megoldott példák:

$$\frac{1}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)(1-x^3y^3)}, \quad \frac{1}{(1-xy^2)(1-x^2y^2)(1-x^3y^3)}.$$

A kettős partitíókra vonatkozó formuláknál nagy szerepet viszik a következő mintájú határozatlan congruentia:

$$b_1 \nu_1 + b_2 \nu_2 + \dots + b_v \nu_v \equiv B \pmod{b},$$

$$0 \leq b_i < \frac{b}{d_i},$$

hol  $d_i$  a  $b_i$  és  $b$  legnagyobb közös osztója. Ennek megoldásai száma: \*

$$\frac{b^{v-1}}{d_1 d_2 \dots d_v}.$$

Nevezetes tulajdonság továbbá, hogy a kettős partitíóknál a keresett mennyiséget nem is egy képlet, hanem a képleteknek bizonyos csoportja fejezi ki, melyek mindenike az  $A$  és  $B$  számok más és más viszonyai mellett használtatik. (Cs. Gy.: A kettős partitíókról. M. és Ph. L. XIV. 330–331. l. és 338–339. l.) Például az

\* Lásd Cs. Gy.: A többszörös partitíókról. Math. és Természettud. Ért. 1914. XXXII. k. 591. lap.

$$\frac{1}{\prod_{i=1}^v (1 - x^a y^{b_i})} = P(AB) x^A y^B \left( \frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2} < \dots < \frac{a_v}{b_v} \right)$$

kifejtésnél

$$P(A, B) = 0, \text{ ha } \frac{A}{B} < \frac{a_1}{b_1} \text{ vagy } \frac{A}{B} > \frac{a_v}{b_v},$$

és egy-egy külön képlet szerepel azokban az esetekben, midőn  $A/B$  értékei az

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2} < \dots < \frac{a_v}{b_v}$$

törtek által meghatározott számhatárok valamelyikébe esnek. A képletek száma így  $v-1$ .

Ilyen kifejtések és formulák által válik lehetővé a binár alakoknál a kovariáns compositiók számának meghatározása.

A mi pedig a lineárisan független kovariánsok számát illeti, annak meghatározása a kettős partitiónál az egyszerűbb speciális esetek közé tartozik.

Az invariáns elmélet tüzetes és többirányú megállapítása szerint<sup>1</sup> az  $n$ -edrendű binár alak  $\rho$  fokú,  $\sigma$  rendű,  $\mu = \frac{n\rho - \sigma}{2}$  súlyú lineárisan független kovariánsainak száma, ha azt  $Q_n(\mu, \rho)$ -val jelöljük, a mint azt a bevezetésben jeleztük, egyenlő  $x^\mu y^\rho$  koeficiensével

$$\frac{1-x}{(1-y)(1-xy)(1-x^2y)\dots(1-x^ny)}$$

racionális törtnek végtelen sorba fejtésében. Particionális jelzésben tehát

$$Q_n(\mu, \rho) = P\left(\begin{matrix} 0, 1, 2, \dots, n; \mu \\ 1, 1, 1, \dots, 1; \rho \end{matrix}\right) - P\left(\begin{matrix} 0, 1, 2, \dots, n; \mu-1 \\ 1, 1, 1, \dots, 1, \rho \end{matrix}\right)$$

A kettős partitiókra vonatkozó általános képlet ide alkalmazásával<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Cs. Gy.: Az invs elm. angol iránya. 13. l.

<sup>2</sup> Cs. Gy.: A kettős partitcióról. Második rész. 320. l.



$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{(1-y)(1-xy)(1-x^2y)\dots(1-x^ny)} = \\
 & = \sum_{B=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{n+1} x^{(m-1)B} \frac{1}{\prod_{i=1}^{n+1} (1-x^{i-m})} y^B = \\
 & = \sum_{B=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{n+1} x^{(m-1)B} \frac{y^B}{\prod_{i=1}^{n-1} (1-x^{i-m}) \prod_{i=m+1}^{n+1} (1-x^{i-m})} = \\
 & = \sum_{B=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{n+1} x^{(m-1)B} \frac{(-1)^{m-1} x^{\frac{m(m-1)}{2}} y^B}{\prod_{i=1}^{m-1} (1-x^{m-i}) \prod_{i=m+1}^{n+1} (1-x^{i-m})} = \\
 & = \sum_{B=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{n+1} \frac{(-1)^{m-1} x^{(m-1)B + \binom{m}{2}} y^B}{(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{m-1})(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-(m-1)})} = \\
 & = \sum_{B=0}^{\infty} \left\{ \sum_{r=0}^n \frac{(-1)^r x^{rB + \frac{r(r+1)}{2}}}{(1-x^2)(1-x^3)\dots(1-x^r)(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-r})} \right\} y^B.
 \end{aligned}$$

E szerint lesz:

$$\begin{aligned}
 & Q_n(\mu, \rho) = \text{coeffs } x^\mu \text{ in} \\
 & \sum_{r=0}^n \left\{ \frac{(-1)^r x^{rB + \frac{r(r+1)}{2}}}{(1-x^2)(1-x^3)\dots(1-x^r)(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-r})} \right\}.
 \end{aligned}$$

Vagy

$$\begin{aligned}
 & Q_n(\mu, \rho) = \sum_{r=0}^n (-1)^r \text{coeffs } x^{\mu - \rho - \binom{r+1}{2}} \text{ in} \\
 & \frac{1}{(1-x^2)(1-x^3)\dots(1-x^r)(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-r})}.
 \end{aligned}$$

Innen megint a kettős partitíók általános elmélete alkalmazásával  $Q_n(\mu, \rho)$  számára több képlet adódik, melyek mindenike  $\mu$  és  $\rho$  oly értékeire érvényes, melyekre nézve  $\mu/\rho$  a

$$0 < 1 < 2 < 3 < \dots$$

számok által meghatározott számközök valamelyikébe esik. Ha például

$$h - 1 \leq \mu/\varrho = v \leq h,$$

akkor

$$Q_n(\mu, \varrho) = \sum_{r=0}^{h-1} (-1)^r \varphi \left( 2, 3, \dots, r, 1, 2, \dots, n-r; \mu - \varrho - \binom{r}{2} \right).$$

Kérdés, mi a  $v$  legnagyobb értéke? Minthogy

$$= \frac{n\varrho - \sigma}{2}, \text{ tehát } \mu \leq \frac{n\varrho}{2} \text{ és } \mu/\varrho = v \leq \frac{n}{2}.$$

*Páros* rendű alaknál, ha  $n=2m$ , ennél fogva lesz  $v_{\max}=m$ , tehát  $h-1=0, 1, 2, \dots, m-1$  lehet, azaz  $Q_{2m}(\mu, \varrho)$  számára  $m$  számú képlet van.

*Páratlan* rendű alaknál, ha  $n=2m+1$ ,  $v_{\max} = m + \frac{1}{2}$ , tehát  $h-1 = 0, 1, 2, \dots, m$  lehet, azaz  $Q_{2m+1}(\mu, \varrho)$  számára  $(m+1)$  számú képlet van. De itt az utolsó csoportnál, hol  $r=0, 1, 2, \dots, m$ , a képlet érvényességi határai  $m \leq \mu/\varrho = v \leq m + \frac{1}{2}$ .

Lássuk most már az egyes alakokat.

Az  $n=2$ -odrendű alaknál, ha  $0 \leq \mu/\varrho = v \leq 1$ , akkor

$$Q_2(\mu, \varrho) = \varphi(2, \mu).$$

Az  $n=3$ -adrendű alaknál, ha  $0 \leq \mu/\varrho = v \leq 1$ , akkor

$$Q_3(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, \mu);$$

ha pedig  $1 < \mu/\varrho = v \leq 1 + \frac{1}{2}$ , akkor

$$Q_3(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, \mu) - \varphi(1, 2, \mu - \varrho - 1).$$

Az  $n=4$ -edrendű alaknál, ha  $0 \leq \mu/\varrho \leq 1$ , akkor

$$Q_4(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, \mu),$$

ha  $1 \leq \mu/\varrho = v \leq 2$ , akkor

$$Q_4(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, \mu) - \varphi(1, 2, 3; \mu - \varrho - 1).$$

Az  $n=5$ -ödrendű alaknál, ha  $0 \leq \mu/\varrho = v \leq 1$ , akkor

$$Q_5(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, 5; \mu),$$

ha  $1 \leq \mu/\varrho = v \leq 2$ , akkor

$$Q_5(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, 5, \mu) - \varphi(1, 2, 3, 4, \mu - \varrho - 1),$$

ha  $2 \leq \mu/\varrho = v \leq 2^{1/2}$ , akkor

$$Q_5(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, 5, \mu) - \varphi(1, 2, 3, 4, \mu - \varrho - 1) + \\ + \varphi(1, 2, 2, 3, \mu - 2\varrho - 3).$$

Például invariánsoknál, mikor  $\varrho = 2R$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\mu = 5R$ ,

$$Q_5(5R, 2R) = \\ = \varphi(2, 3, 4, 5, 5R) - \varphi(1, 2, 3, 4, 3R - 1) + \varphi(1, 2, 2, 3, R - 3) = \\ = \frac{1}{4!5!} \{60R^2 + (720 - 1080\gamma_{13}(R))R + 2840 - 1620\gamma_{12}(R) - \\ - 320(2\gamma_{13}(R) + \gamma_{13}(R + 1)) - 180(\gamma_{14}(R) - \gamma_{14}(R + 2))\}.$$

Az  $n = 6$ -odrendű alaknál, ha  $0 \leq \mu/\varrho \leq 1$ , akkor

$$Q_6(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, 5, 6, \mu),$$

ha  $1 \leq \mu/\varrho = v < 2$ , akkor

$$Q_6(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, 5, 6, \mu) = \varphi(1, 2, 3, 4, 5, \mu - \varrho - 1),$$

ha  $2 \leq \mu/\varrho = v \leq 3$ , akkor

$$Q_6(\mu, \varrho) = \varphi(2, 3, 4, 5, 6, \mu) - \varphi(1, 2, 3, 4, 5, \mu - \varrho - 1) + \\ + \varphi(1, 2, 2, 3, 4, \mu - 2\varrho - 3).$$

Például invariánsoknál, mikor  $\sigma = 0$ ,  $\mu = 3\varrho$ ,

$$Q_6(3\varrho, \varrho) = \\ = \varphi(2, 3, 4, 5, 6, 3\varrho) - \varphi(1, 2, 3, 4, 5, 2\varrho - 1) + \varphi(1, 2, 2, 3, 4; \varrho - 3) = \\ = \frac{1}{4!6!} \{12\varrho^3 + (396 - 540\gamma_{12}(\varrho))\varrho^2 + (3888 - 3780\gamma_{12}(\varrho))\varrho^1 + \\ + 17496 - 8640\gamma_{12}(\varrho) - 1920\gamma_{13}(\varrho) + 1080\gamma_{14}(\varrho + 3) - \\ - \frac{3456}{5}(2\gamma_{13}(\varrho) + 2\gamma_{13}(\varrho + 1) + \gamma_{15}(\varrho + 3))\}.$$

Alacsonyabb fokszámokon alkalmas reduciós formulákkal könnyen lehet számtáblázatokat készíteni  $Q_n(\mu, \varrho)$  számára. Például

$$Q_2(\mu, \varrho)\text{-nál } \varrho = 1, 2\text{-re,}$$

$$Q_5(\mu, \varrho)\text{-nál } \varrho = 1, 2, 3, 4, 5, 6\text{-ra,}$$

$Q_4(\mu, \rho)$ -nál  $\rho = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ -ra,

$Q_5(\mu, \rho)$ -nál  $\rho = 1, 2, 3, \dots, 18$ -ra,

$Q_6(\mu, \rho)$ -nál  $\rho = 1, 2, 3, \dots, 15$ -re.

Ezekből például  $Q_5(40, 16) = 4$ ,  $Q_6(42, 14) = 10$ .

Tetszésszerinti  $n = 2m$  rendű alaknál ( $m > 3$ ), ha

$$h-1 \leq \mu/\rho = v \leq h,$$

akkor

$$Q_{2m}(\mu, \rho) = \sum_{r=0}^{h-1} (-1)^r \left\{ \frac{\binom{2m}{r} (v-r)^{2m-2} \rho^{2m-2}}{2m!(2m-2)!} - \frac{\binom{2m}{r} \left[ \binom{r+1}{2} + 1 - \binom{2m+1-r}{2} \right] (v-r)^{2m-3} \rho^{2m-3}}{2! 2m!(2m-3)!} + \dots \right\}.$$

Az  $n = 2m+1$  rendű alaknál ( $m \geq 3$ ), ha  $h-1 \leq \mu/\rho = v \leq h$ , akkor

$$Q_{2m+1}(\mu, \rho) = \sum_{r=0}^{h-1} (-1)^r \left\{ \frac{\binom{2m}{r} (v-r)^{2m-1} \rho^{2m-1}}{2m!(2m-1)!} - \frac{\binom{2m}{r} \left[ \binom{r+1}{2} + 1 - \binom{2m+2-r}{2} \right] (v-r)^{2m-2} \rho^{2m-2}}{2! 2m!(2m-2)!} + \dots \right\}.$$

A kovariánsokra vonatkozó reciprocitási tétel, mely szerint  $Q_n(\mu, \rho) = Q_\rho(\mu, n)$ , lehetővé teszi, hogy a tetszésszerinti  $n$ -edrendű alaknál alacsonyabb  $\rho = 2, 3, 4, 5$  fokszámokon a lineárisan független kovariánsok száma kifejezésére partitiónális képleteket állíthassunk. Így lesz:

$$Q_n(\mu, 2) = Q_2(\mu, n),$$

$$Q_n(\mu, 3) = Q_3(\mu, n),$$

$$Q_n(\mu, 4) = Q_4(\mu, n),$$

$$Q_n(\mu, 5) = Q_5(\mu, n).$$

Ezek segélyével lehetséges az  $n$ -edrendű alaknál a  $\rho \leq 5$  és  $\sigma \leq 5$  fok- és rendszámhatárokon belől a következő táblázatokat összeállítani.

I. Az  $n = 2m$  rendű alak lineárisan független kovariánsainak száma ( $m \geq 2$ ):

$\rho$	$\sigma = 0$	$\sigma = 1$	$\sigma = 2$	$\sigma = 3$	$\sigma = 4$
1	—	—	—	—	—
2	1	—	—	—	1
3	$1 - \eta_{12}(m)$	—	$\eta_{12}(m)$	—	$1 - \eta_{12}(m)$
4	$\frac{1}{3}(m + 3 - \eta_{13}(m))$	—	—	—	$\frac{1}{3}(2m + \eta_{13}(m))$
5	$\frac{1}{144} \{ 3m^2 + (36 - 54\eta_{12}(m))m + 142 - 81\eta_{12}(m) - 16(2\eta_{13}(m) + \eta_{13}(m+1)) - 9(\eta_{14}(m) - \eta_{14}(m+2)) \}$	—	$Q_5(5m - 1, 2m)$	—	$Q_5(5m - 2, 2m)$

II. Az  $n = 2m + 1$  rendű alak lineárisan független kovariánsainak száma ( $m > 2$ ):

$\rho$	$\sigma = 0$	$\sigma = 1$	$\sigma = 2$	$\sigma = 3$	$\sigma = 4$
1	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—
3	—	—	—	1	—
4	$\frac{1}{3}(m + 2 - \eta_{13}(m + 2))$	—	—	—	$\frac{1}{3}(2m + 1 + \eta_{13}(m + 2))$
5	$\frac{1}{144} \{ 6m^2 + 24m - 36\eta_{12}(m) - \frac{16}{3}(\eta_{13}(m) + 4\eta_{13}(m+1) - 2\eta_{13}(m+2)) + 3(7\eta_{14}(m) + 4\eta_{14}(m+1) + \eta_{14}(m+2) - 2\eta_{14}(m+3)) \}$	—	—	$Q_5(5m + 1, 2m + 1)$	—

Ezek után meghatározhatjuk az *irreducibilis kovariánsok* számaát és kijelölhetjük az irreducibilis kovariánsokat az  $n = 2, 3, 4, 5, 6$ -odrendű alaknál bizonyos alacsonyabb fokszámhatárig minden rendszámmon, tetszésszerinti  $n$ -edrendű alaknál a  $\rho \leq 5, \sigma < 5$  fok- és rendszámhatárokon belül.

A legalacsonyabb fokon minden lineárisan független kovariáns egyúttal irreducibilis; ezekből kiindulva a már megtalált irreducibilis kovariánsokból hatványszorzatok alakjában komponálható kovariánsok számát folyton összevetjük a lineáris független kovariánsok számával. A többlet irreducibilis kovariánsokat jelent.

Jelöljük a  $\rho$  fokú,  $\sigma$  rendű lineáris független kovariánsok számát  $L(\rho, \sigma)$ -val, az ugyanolyan fokrendű compositiók számát  $K(\rho, \sigma)$ -val, akkor lesz:

Az  $n = 2$ -odrendű alaknál:

$\rho$	$\sigma$	$L(\rho, \sigma)$	Compositiók	$K(\rho, \sigma)$	Irreducibilisek
1	2	1	—	0	$C(1, 2)$
2	0	1	—	0	$C(2, 0)$

Az  $n = 3$ -adrendű alaknál:

$\rho$	$\sigma$	$L(\rho, \sigma)$	Compositiók	$K(\rho, \sigma)$	Irreducibilisek
1	3	1	—	0	$C(1, 3)$
2	0	0	—	0	—
2	2	1	—	0	$C(2, 2)$
2	4	0	—	0	—
2	6	1	$C^2(1, 3)$	1	—
3	1	0	—	0	—
3	3	1	—	0	$C(3, 3)$
3	5	1	$C(1, 3) C(2, 2)$	1	—
3	7	0	—	0	—
3	9	1	$C^3(1, 3)$	1	—
4	0	1	—	0	$C(4, 0)$

Ugyanúgy mutatható ki az  $n=4$ -edrendű alaknál a  $\rho=1-3$  fokig  $5$  ( $C(1, 4)$ ,  $C(2, 0)$ ,  $C(2, 4)$ ,  $C(3, 0)$ ,  $C(3, 6)$ ), az  $n=5$ -ödrendű alaknál a  $\rho=1-18$  fokig  $23$ , az  $n=6$ -odrendű alaknál a  $\rho=1-15$  fokig  $26$  irreducibilis kovariáns. Magasabb fokúaknál a compositiók tényleges felírása nem is szükséges, hanem elég a lehetséges compositiók számának meghatározása a kettős partitíók elmélete alkalmazásával előállított absolut képletekkel, reductiók formulákkal vagy számtáblázatokkal.

Az  $n$ -edrendű alaknál a  $\rho \leq 5$ ,  $\sigma < 5$  fokrendhatárokon belül a  $\rho = 1, 2, 3$  fokszámokon minden lineárisan független kovariáns irreducibilis is.

Most már az  $n=2m$  rendű alaknál ezekből a következő számmal komponálhatók kovariánsok:

$\rho = 4, \sigma = 0$	esetben	$C^2(2, 0)$	alakban	1
$\rho = 4, \sigma = 4$	"	$C(2, 0) C(2, 4)$	"	1
$\rho = 5, \sigma = 0$	"	$C(2, 0) C(3, 0)$	"	$1 - \gamma_{12}(m)$
$\rho = 5, \sigma = 2$	"	$C(2, 0) C(3, 2)$	"	$\gamma_{12}(m)$
$\rho = 5, \sigma = 4$	"	$C(2, 0) C(3, 4)$	"	$1 - \gamma_{12}(m)$
		$C(3, 0) C(2, 4)$	"	$1 - \gamma_{12}(m)$

Ennek folytán az  $n=2m$  rendű alaknál ( $m \geq 2$ ) az *irreducibilis* kovariánsok száma: (Lásd 100. old.)

Az  $n=2m+1$  rendű alaknál ( $m \geq 2$ ) a felvett fok- és rendhatárokon belől csak a  $\rho=4, \sigma=4$  esetben lehet 1 kovariánst komponálni  $C^2(2, 2)$  alakban. Ennélfogva itt az *irreducibilis* kovariánsok száma: (Lásd 100. old.)

E táblázatok első példák az *irreducibilis* kovariánsok számának képletben való kifejezésére. Egyebek közt kitűnik belőlük, hogy a páros rendű alaknak mindig van legalább két különböző fokú 2-odrendű kovariánsa és pedig, ha  $n \equiv 2 \pmod{4}$ , akkor egy 3-adfokú és egy 5-ödfokú, ha ellenben  $n \equiv 0 \pmod{4}$ , akkor például egy 5-öd- és egy 6-odfokú. Viszont a páratlan rendű alaknak mindig van legalább két különböző fokú 1-sőrendű kovariánsa, még pedig például 5-ödfokon és 7-edfokon.

Invariánsok tekintetében a páros rendű alaknak mindig van egy másodrendű invariánsa és a legalacsonyabb olyan  $\rho$  fokszámmon, melyre nézve  $\rho \equiv 1 \pmod{2}$  és hol lineárisan független kova-

III. Az  $n = 2m$  rendű alak irreducibilis kovariánsainak száma ( $m \geq 2$ ):

$\varrho$	$\sigma = 0$	$\sigma = 1$	$\sigma = 2$	$\sigma = 3$	$\sigma = 4$
1	—	—	—	—	—
2	1	—	—	—	1
3	$1 - \eta_{13}(m)$	—	$\eta_{12}(m)$	—	$1 - \eta_{13}(m)$
4	$\frac{1}{3}(m - \eta_{13}(m))$	—	—	—	$\frac{1}{3}(2m - 3 - \eta_{13}(m))$
5	$\frac{1}{144} \{ 3m^2 + (36 - 54\eta_{13}(m))m - 2 + (3\eta_{13}(m) - 1)(2\eta_{13}(m) + 1) - 9(\eta_{13}(m) - \eta_{13}(m+2)) \}$ $+ \eta_{13}(m+1)$	—	$Q_5(5m - 1, 2m) - \eta_{13}(m)$	—	$Q_5(5m - 2, 2m) - 2\eta_{13}(m+1)$

Jegyzet: A  $\varrho = 6, \sigma = 2$  fokrenden minden lineárisan független kovariáns irreducibilis, mert nincs compositio.

IV. Az  $n = 2m + 1$  rendű alak irreducibilis kovariánsainak száma ( $m \geq 2$ ):

$\varrho$	$\sigma = 0$	$\sigma = 1$	$\sigma = 2$	$\sigma = 3$	$\sigma = 4$
1	—	—	—	—	—
2	—	—	1	—	—
3	—	—	—	1	—
4	$\frac{1}{3}(m+2 - \eta_{13}(m+2))$	—	—	—	$\frac{1}{3}(2m+2 + \eta_{13}(m+2))$
5	—	$\frac{1}{144} \{ (m^2 + 24m - 36\eta_{13}(m) - \frac{1}{3}(7\eta_{14}(m) + 4\eta_{14}(m+1) + \eta_{14}(m+2) - 2\eta_{14}(m+3)) \}$ $+ 3(7\eta_{14}(m) + 4\eta_{14}(m+1) + \eta_{14}(m+2) - 2\eta_{14}(m+3)) \}$	—	$Q_5(5m+1, 2m+1)$	—

Jegyzet:  $\varrho = 7, \sigma = 1$  fokrenden minden lineárisan független kovariáns irreducibilis, mert nincs compositio.



riánsok vannak, azok mind irreducibilisek. A páratlan rendű alaknál mindig van legalább egy 4-edfokú invariáns és a legalacsonyabb olyan  $\rho$  fokszámon, melyre nézve  $\rho \equiv 2 \pmod{4}$  és hol lineárisan független kovariánsok vannak, azok mind irreducibilisek.

Nevezetes körülmény az is, hogy mivel az egyetlen elsőfokú kovariánsból, az alakból magából:  $C(1, n)$  csak egyetlen 2-odfokú kovariáns komponálható, úgymint  $C^2(1, n) = C(2, 2n)$ , ennél fogva az összes 2-odfokú lineárisan független kovariánsok a  $\sigma = 2n$  rendűn kívül irreducibilisek. Egy-egy irreducibilis 2-odfokú kovariáns van tehát az  $n = 2m$  rendű alaknál a  $\sigma = 0, 4, 8, 12, \dots, 4m - 4$  rendszámokon, összesen  $m$ , és az  $n = 2m + 1$  rendű alaknál a  $\sigma = 2, 6, 10, \dots, 4m - 2$  rendszámokon, összesen  $m$ .

---

*Jegyzet.* E dolgozatból az 87. oldalon említett számtáblázatok és függvényképletek azért hiányoznak, mert külső okokból az eredetinek  $\frac{1}{4}$ -részére kellett összevonni a dolgozatot.

## AZ IRREDUCIBILIS KOVARIÁNSOK SZÁMÁNAK VÉGES VOLTÁRÓL A BINÆR ALAKOKNÁL.

CSORBA GYÖRGY-től.

Ugyanazok a partitionális segédeszközök, melyek lehetővé teszik a binær 2 – 6-odrendű alaknál egyszerű módon és új formában irreducibilis kovariáns alaprendszerek előállítását, a lineárisan független kovariánsok számának partitionális függvényekkel való általános kifejezését és tetszésszerű  $n$ -edrendű alaknál alacsonyabb fok- és rendszámokon az irreducibilis kovariánsok számának partitionális képletekkel való előállítását,<sup>1</sup> alkalmasak arra, hogy megadjuk velök a CAYLEY-SYLVESTER-féle hatványszorzatos komponálási invariáns módszer eddig hiányzó kiegészítését, az előállítható irreducibilis kovariánsok véges számának bizonyítását.

Ez új tárgyalási formát már alkalmazta és a végesség-tétel bizonyításával már foglalkozott a szerző egy előző dolgozatában,<sup>2</sup> de csak invariánsokra (0-adrendű kovariáns) vonatkozólag. Ez jelentékenyen könnyebb feladat volt, mert csak egyváltozós partitionális függvények alkalmazását kívánta. Jelen dolgozatban sikerült az újformájú tárgyalást és a talált eredeti végesség-tétel bizonyítását a kétváltozós partitionális függvények elméletéből vett segédeszközökkel a binær alak kovariánsainak teljes rendszerére kiterjeszteni.

Az  $n=2, 3, 4$ -edrendű alaknál igen egyszerűen megmutat-

---

<sup>1</sup> Lásd CSORBA Gy.: «Irreducibilis kovariáns alaprendszerek előállítása a binær alakoknál». L. a megelőző értekezést.

<sup>2</sup> «Particionális vizsgálatok alkalmazása az invariáns elméletben.» A miskolci ref. főgimnázium Értesítője. 1911.

hatjuk, hogy a hatványszorzatos komponálás módszerével kijelölhetőkön kívül más irreducibilis kovariáns nincs. Az  $n=5$  és  $n=6$ -odrendű alaknál, általában tetszésszerinti  $n$ -edrendű alaknál pedig bebizonyítjuk, hogy a feltétlenül irreducibilis kovariánsoknak bizonyos minimális számú alkalmas csoportjával már ki tudunk jelölni olyan véges  $\rho$  fokhatárt, melyen túl irreducibilis kovariánsok nem találhatók, ennél fogva elég a hatványszorzatos komponálás módszerét az illető fokhatárig kiterjeszteni és így az irreducibilis alakzatok száma véges.

Az  $n=2$ -odrendű alaknál a hatványszorzatos komponálás módszere szolgáltat két kovariánst, úgymint  $C(1, 2)$  és  $C(2, 0)$ . Az ezekből komponálható  $\rho$  fokú  $\sigma$  rendű kovariánsok száma  $K(\rho, \sigma)$  egyenlő  $x^\rho y^\sigma$  koefficiensével

$$\frac{1}{(1-xy^2)(1-x^2)}$$

kifejtésében. Helyettesítsünk  $y^2$  helyébe  $y$ -t és megfelelőleg  $\sigma$  helyébe  $\frac{\sigma}{2}$ -t, hol  $\frac{\sigma}{2}$  egész szám, mert  $\sigma \equiv 0 \pmod{2}$ , akkor lesz

$$\begin{aligned} K(\rho, \sigma) &= \text{coeffs } x^\rho y^{\sigma/2} \text{ in } \frac{1}{(1-xy)(1-x^2)} = \\ &= \text{coeffs } x^\rho \text{ in } \frac{x^{\sigma/2}}{1-x^2} = \text{coeffs } x^{\rho-\sigma/2} \text{ in } \frac{1}{1-x^2} = \\ &= \varphi(2, \rho-\sigma/2) = \varphi(2, \mu). \end{aligned}$$

Ez érvényes, ha  $0 \leq \sigma$  és  $\rho - \frac{\sigma}{2} \geq 0$ , azaz, ha:

$$0 \leq \frac{\sigma}{\rho} \leq 2 \quad \text{vagy} \quad 0 \leq \frac{\mu}{\rho} \leq 1.$$

Másrészt a lineárisan független kovariánsok száma <sup>1</sup>

$$L(\rho, \sigma) = \varphi(2, \mu).$$

Ennélfogva  $K(\rho, \sigma) - L(\rho, \sigma) = 0$ , a mi azt jelenti, hogy komponálással több irreducibilis kovariánst találni nem lehet.

<sup>1</sup> Cs. Gy.: Irreducibilis kovariáns alapsziszterek előállítására, 94. l.

Az  $n = 3$ -adrendű alaknál a hatványszorzatos komponálás módszerével található  $C(1, 3)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $C(3, 3)$ ,  $C(4, 0)$  kovariánsokból komponált  $\rho$  fokú  $\sigma$  rendű kovariánsok száma

$$K(\rho, \sigma) = \text{coeffs } x^\rho y^\sigma \text{ in } \frac{1}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)(1-x^3y^3)(1-x^4)}.$$

Partitionális jelzésben

$$K(\rho, \sigma) = \varphi \left( \begin{matrix} 1, 2, 3, 4, \rho \\ 3, 2, 3, 0, \sigma \end{matrix} \right).$$

Hogy ez mindig nagyobb a lineárisan független kovariánsok számánál, tehát hogy a komponálás módszere több irreducibilis alakzatot nem ad, annak egyszerű bizonyítására ki tudjuk mutatni, hogy  $K(\rho, \sigma) - L(\rho, \sigma) = K(\rho-6, \sigma-6)$ , azaz egyenlő a  $\rho-6$  fokú  $\sigma-6$  rendű kompozíciók számával, mely már definitiójánál fogva mindig pozitív. A bebizonyítandó tételnek ily alakot adhatunk:  $K(\rho, \sigma) - K(\rho-6, \sigma-6) = L(\rho, \sigma)$ . Minthogy

$$\begin{aligned} & K(\rho-6, \sigma-6) = \\ & = \text{coeffs } x^{\rho-6} y^{\sigma-6} \text{ in } \frac{1}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)(1-x^3y^3)(1-x^4)} = \\ & = \text{coeffs } x^\rho y^\sigma \text{ in } \frac{x^6 y^6}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)(1-x^3y^3)(1-x^4)}, \end{aligned}$$

lesz

$$\begin{aligned} & K(\rho, \sigma) - K(\rho-6, \sigma-6) = \\ & = \text{coeffs } x^\rho y^\sigma \text{ in } \frac{(1-x^6 y^6)}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)(1-x^3y^3)(1-x^4)} = \\ & = \text{coeffs } x^\rho y^\sigma \text{ in } \frac{(1+x^3 y^3)}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)(1-x^4)}. \end{aligned}$$

Itt a kettős partíciókra vonatkozó tárgyalások szerint<sup>1</sup>

$$\frac{1}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)} = \sum_{\sigma=0}^{\infty} y^\sigma \left\{ \frac{x^{\frac{\sigma}{3} + \frac{4}{3} \tau_{3,3}(\sigma)}}{1-x^4} - \frac{x^{\sigma+4-2\tau_{1,3}(\sigma)}}{1-x^4} \right\},$$

<sup>1</sup> Cs. Gy.: Irreducibilis kovariáns alaprendszerek előállítása, 90. lap.

tehát

$$\begin{aligned}
 & \frac{1+x^3y^3}{(1-xy^3)(1-x^2y^2)(1-x^4)} = \\
 & = \sum_{\sigma=0}^{\infty} y^{\sigma} \left\{ \frac{x^{\frac{\sigma}{3} + \frac{4}{3}\eta_{23}(\sigma)}}{(1-x^4)(1-x^4)} - \frac{x^{\sigma+4-2\eta_{12}(\sigma)}}{(1-x^4)(1-x^4)} \right\} + \\
 & + \sum_{\sigma=0}^{\infty} y^{\sigma+3} \left\{ \frac{x^{\frac{\sigma}{3} + \frac{4}{3}\eta_{23}(\sigma)+3}}{(1-x^4)(1-x^4)} - \frac{x^{\sigma+7-2\eta_{12}(\sigma)}}{(1-x^4)(1-x^4)} \right\} = \\
 & = \sum_{\sigma=0}^{\infty} y^{\sigma} \left\{ \frac{x^{\frac{\sigma}{3} + \frac{4}{3}\eta_{23}(\sigma)}}{(1-x^4)(1-x^4)} + \frac{x^{\frac{\sigma}{3} + \frac{4}{3}\eta_{23}(\sigma)+2}}{(1-x^4)(1-x^4)} - \right. \\
 & \left. - \frac{x^{\sigma+4-2\eta_{12}(\sigma)}}{(1-x^4)(1-x^4)} - \frac{x^{\sigma+4-2\eta_{12}(\sigma-1)}}{(1-x^4)(1-x^4)} \right\}.
 \end{aligned}$$

Innen a kettős partitíók általános elmélete értelmében, ha

$$1. \quad \rho - \frac{\sigma}{3} \geq 0, \quad \text{de} \quad \rho - \sigma < 0, \quad \text{azaz:}$$

$$1 < \sigma/\rho \leq 3,$$

$$K(\rho, \sigma) - K(\rho-6, \sigma-6) =$$

$$= \varphi\left(4, 4; \frac{3\rho - \sigma - 4\eta_{23}(\sigma)}{3}\right) + \varphi\left(4, 4; \frac{3\rho - \sigma - 4\eta_{23}(\sigma) - 6}{3}\right).$$

A  $\sigma = 3\rho - 2\mu$  helyettesítéssel, ha

$$0 \leq \frac{\mu}{\rho} \leq 1,$$

$$K(\rho, \sigma) - K(\rho-6, \sigma-6) =$$

$$= \varphi\left(4, 4, \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu)}{3}\right) + \varphi\left(4, 4, \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) - 6}{3}\right) =$$

$$= \varphi\left(4, \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu)}{3}\right) \varphi\left(1, 1; \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu)}{12}\right) +$$

$$+ \varphi\left(4, \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) - 6}{3}\right) \varphi\left(1, 1, \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) - 6}{12}\right) =$$

$$= \frac{1}{4} (1 - \eta_{34}(2\mu) + \eta_{34}(2\mu+1)) \left( \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) + 12}{12} \right) +$$

$$+ \frac{1}{4} (1 - \eta_{34}(2\mu+2) + \eta_{34}(2\mu+3)) \left( \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) + 6}{12} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \eta_{12}(\mu+1) \left( \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) + 12}{12} \right) + \eta_{12}(\mu) \left( \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) + 6}{12} \right) = \\
&= \left( \frac{2\mu - 4\eta_{13}(2\mu) + 6}{12} \right) + \frac{6}{12} \eta_{12}(\mu+1) =^* \\
&= \frac{1}{18} \{3\mu + 9 + 9\eta_{12}(\mu+1) - 6\eta_{13}(2\mu)\} = \\
&= \frac{1}{18} \{3\mu + 18 - 9\eta_{12}(\mu) - 4\eta_{13}(\mu) - 4\eta_{13}(\mu+1) + 2\eta_{13}(\mu+2)\} = \\
&= \varphi(2, 3, \mu).
\end{aligned}$$

Másrészt e határolásban a lineárisan független kovariánsok száma: <sup>1</sup>

$$L(\rho, \sigma) = \varphi(2, 3; \mu)$$

ezzel azonosan egyező kifejezés.

Hasonló a tárgyalás  $0 \leq \frac{\sigma}{\rho} \leq 1$ , illetőleg  $1 \leq \frac{\mu}{\rho} \leq 3/2$  esetében, midőn kellő átalakításokkal szintén kimutatjuk, hogy  $K(\rho, \sigma) - K(\rho-6, \sigma-6)$  kifejezése azonosan egyezik a lineárisan független kovariánsok számának  $L(\rho, \sigma)$ -nak előre ismert kifejezésével:

$$L(\rho, \sigma) = \varphi(2, 3, \mu) - \varphi(1, 2; \mu - \rho - 1).$$

Ezzel szigorúan be van bizonyítva, hogy komponálással a harmadrendű alaknál a felsoroltakon kívül több irreducibilis kovariáns nem található.

Ezeknél a tárgyalásoknál és átalakításoknál, mint a továbbiaknál is, az  $\eta_{ik}(M)$  és  $\varphi(a_1 a_2 \dots a_n M)$  partitionális jelvények alaptulajdonságain kívül főképpen a periodikus számelméleti függvényekre vonatkozó az a tétel nyer alkalmazást, hogy a periodus modulusának ismerete esetén a függvény bizonyos normál alakban állítható elő, úgymint lesz:

$$f_a(M) = a_0 \eta_{1a}(M) + a_1 \eta_{1a}(M+1) + \dots + a_{a-1} \eta_{1a}(M+a-1),$$

hol

$$\binom{a}{1} \binom{a}{2} a_i = \sum_{M=0}^{a-1} f_a(M) + \binom{a}{2} (f(a-1-i) - f(a-i)).$$

<sup>1</sup> Cs. Gy.: Irred. kovariáns alapszerek előállítása, 94. lap.

*Jegyzet.* A harmadrendű alaknál végzett tárgyalás módja és anyaga magában foglalja annak kimutatását is, hogy itt az összes kovariáns összefüggések, syzygansok az  $S(6, 6)$  alapsyzygans folyamányai.

Az  $n = 4$ -edrendű alaknál a hatványszorzatos komponálás módszerével nyerhető  $C(1, 4)$ ,  $C(2, 0)$ ,  $C(2, 4)$ ,  $C(3, 0)$ ,  $C(3, 6)$  irreducibilis kovariánsokból komponálható  $\rho$  fokú  $\sigma$  rendű kovariánsok száma

$$K(\rho, \sigma) = \text{coeffs } x^\rho y^\sigma \text{ in } \frac{1}{(1-xy^4)(1-x^2y^4)(1-x^3y^6)(1-x^2)(1-x^3)}$$

Partitionális jelzésben

$$K(\rho, \sigma) = \varphi \left( \begin{matrix} 1, 2, 3, 2, 3, \rho \\ 4, 4, 6, 0, 0, \sigma \end{matrix} \right) = \varphi \left( \begin{matrix} 1, 2, 3, 2, 3, \rho \\ 2, 2, 3, 0, 0, \sigma/2 \end{matrix} \right),$$

minthogy  $\sigma \equiv 0 \pmod{2}$ .

Hogy ez mindig nagyobb a lineárisan független kovariánsok  $L(\rho, \sigma)$  számánál, azt úgy sikerül legkönnyebben bebizonyítanunk, hogy megmutatjuk, miszerint

$$K(\rho, \sigma) - L(\rho, \sigma) = K(\rho-6, \sigma-12),$$

azaz a kettő különbsége egyenlő a  $\rho-6$  fokú  $\sigma-12$  rendű kovariáns-compositiók számával, a mely definitiójánál fogva mindig pozitív. A bizonyítandó tételnek ily alakot adhatunk:

$$K(\rho, \sigma) - K(\rho-6, \sigma-12) = L(\rho, \sigma).$$

Itt

$$K(\rho, \sigma) = \text{coeffs } x^\rho y^{\sigma/2} \text{ in } \frac{1}{(1-xy^2)(1-x^2y^2)(1-x^3y^3)(1-x^2)(1-x^3)}$$

Hasonló tárgyalással, mint a harmadrendű alaknál, kimutathatjuk, hogy, ha

$$0 \leq \mu/\rho \leq 1,$$

akkor

$$\begin{aligned} & K(\rho, \sigma) - K(\rho-6, \sigma-12) = \\ & = \frac{1}{144} \{ 3\mu^2 + (36 - 18\eta_{12}(\mu))\mu + 112 - 63\eta_{12}(\mu) - 16(\eta_{13}(\mu) - \\ & - \eta_{13}(\mu+2)) - 9(\eta_{14}(\mu) + \eta_{14}(\mu+1) + \eta_{14}(\mu+2) - \eta_{14}(\mu+3)) \}. \end{aligned}$$

Ugyane határolásban a lineárisan független kovariánsok száma

$$L(\varrho, \sigma) = \varphi(2, 3, 4, \mu)$$

ezzel azonosan egyezik.<sup>1</sup>

Az  $1 \leq \mu \leq 2$  esetben hasonló módon végeztetik a tárgyalás s eredményül azt nyerjük, hogy  $K(\varrho, \sigma) - K(\varrho-6, \sigma-12)$  kifejezése azonosan egyezik  $L(\varrho, \sigma)$  kifejezésével, a melynek értéke partitionális jelvényben:<sup>1</sup>

$$L(\varrho, \sigma) = \varphi(2, 3, 4, \mu) - \varphi(1, 2, 3, \mu - \varrho - 1).$$

Ezzel szigorúan be van bizonyítva, hogy komponálással a felsoroltakon kívül több irreducibilis kovariáns a 4-edrendű alaknál nem található. A tárgyalás módja és anyaga azt is magában foglalja, hogy itt van egy alapsyzygans:  $S(6, 12)$ .

Az  $n=5$ -ödrendű alaknál csak az invariánsokra végezhető hasonló tárgyalás. Ha a  $C(4, 0)$ ,  $C(8, 0)$ ,  $C(12, 0)$ ,  $C(18, 0)$  invariánsokból komponálható  $\varrho=2R$  fokú összetételek száma  $K(2R, 0)$ , akkor kimutatható, hogy

$$K(2R, 0) - L(2R, 0) = K(2R-36, 0).$$

Ezzel az nyer bizonyítást, hogy a felsoroltakon kívül más irreducibilis invariáns nincs és hogy az összes invariáns syzygansok egy 36-odfokúnak az összetételei. (Lásd Cs. Gy.: Particionális vizsgálatok alkalmazása... 22—23. lap.)

Az  $n=6$ -odrendű alaknál, ha a  $C(2, 0)$ ,  $C(4, 0)$ ,  $C(6, 0)$ ,  $C(10, 0)$ ,  $C(15, 0)$  invariánsokból képezhető  $\varrho$  fokú invariánsok száma  $K(\varrho, 0)$ , megmutatható, hogy

$$K(\varrho, 0) - L(\varrho, 0) = K(\varrho-30, 0).$$

Ezzel az nyer bizonyítást, hogy a felsoroltakon kívül más irreducibilis invariáns nincs és hogy az összes invariáns syzygansok egy 30-odfokúnak az összetételei. (Lásd Cs. Gy.: Particionális vizsgálatok alkalmazása... 25—26. lap.)

Kitűzött feladatunknak, a kovariánsokra vonatkozó végességi

<sup>1</sup> Cs. Gy.: Irred. kovariáns alaprendszerek előállítása, 94. lap.



tételnek *tetszésszerű* rendű alaknál való bebizonyítása végett előzőleg egy tételre van szükségünk, mely így hangzik:

*Az  $n$ -edrendű binaer alak irreducibilis invariánsainak ( $\sigma=0$ ) száma véges, de legalább is  $n-2$ .*

E tétel első része be van bizonyítva a következő helyen: Cs. Gy.: «Particionális vizsgálatok alkalmazása...» 26—30. lap.

A másik része, hogy *legalább is  $n-2$  irreducibilis invariáns van*, viszont abból következik, hogy az invariáns compositiók száma  $(n-2)$ -nél kevesebb alapinvariáns mellett magasabb fokszámokon nem lehetne nagyobb a lineárisan független invariánsok számánál, mert az utóbbi kifejezése  $\varrho$ -ban  $(n-3)$ -adfokú alakzat, hol a legmagasabb hatvány koefficiense pozitív, a compositiók számának kifejezése pedig ennél alacsonyabb fokú lenne  $\varrho$ -ban.

Most már következhetik a végső tétel tárgyalása:

*Az  $n$ -edrendű binaer alak irreducibilis kovariánsainak száma véges.*

Ennél a kettős particiók elméletének következő adataira van szükségünk.

Ha  $a_1 a_2 \dots a_r$  legnagyobb közös osztója  $a$ , hasonlóan, ha  $b_1 b_2 \dots b_r$  legnagyobb közös osztója  $b$ , továbbá

$$\frac{a_1}{b_1} \leq \frac{a_2}{b_2} \leq \dots \leq \frac{a_r}{b_r},$$

akkor a

$$\varphi \left( \begin{array}{c} a_1 a_2 \dots a_r; A \\ b_1 b_2 \dots b_r; B \end{array} \right)$$

partitionális szám csak úgy különbözhetik zérustól, ha

$$A \equiv 0 \pmod{a}, \quad B \equiv 0 \pmod{b},$$

továbbá

$$\frac{a_1}{b_1} \leq \frac{A}{B} \leq \frac{a_r}{b_r},$$

jellegetes alakja pedig:

$$\sum_{\alpha+\beta \leq k} C_{\alpha\beta}(A, B) A^\alpha B^\beta,$$

hol az  $A$  és  $B$ -ben való legmagasabb méret  $k$  olyan, hogy

$$0 \leq k \leq r - 2,$$

vége a legmagasabb méretű rész mindig pozitív.

Az alapul veendő irreducibilis kovariánsokra nézve a következő megállapítások végezhetők.

1. Fokszámaik legnagyobb közös osztója mindig 1, rendszámaiké 1 vagy 2, a mint  $n \equiv 1$  vagy  $0 \pmod{2}$ . Ha a komponálásnál eleinte nagyobbak is a legnagyobb közös osztók, annak előrehaladásával folyton kisebbednek s végre eléri, el kell érniök a jelzett minimumot. Ez azért szükséges, mert például olyan kovariánsokból, melyek fokszámainak legnagyobb közös osztója  $d$ , csak olyanokat lehetne komponálni, hol a fokszám  $d$ -nek többszöröse.

2. Az irreducibilis kovariánsoknál kell lenni olyannak, melyre nézve  $\frac{\sigma}{\rho} = 0$  (valóban mindig van legalább egy invariáns  $C(\rho, 0)$ ): kell lenni olyannak is, melyre nézve  $\frac{\sigma}{\rho} = n$  (ez maga az alak  $C(1, n)$ ). Ugyanis kovariánsok általában a  $0 \leq \sigma \leq n\rho$  határookban vannak és ha ilyen méretűeket irreducibilis kovariánsokból komponálással elő akarunk állítani, az alapul vett kovariánsok között a kettős partitíók szabályai szerint olyanoknak kell lenniök, hogy  $\frac{\sigma}{\rho}$  határértékei 0 és  $n$  legyenek.

A továbbiakban meg kell különböztetnünk a páros és páratlan rendű alakokat. Az alak rendje  $n = 2m + \varepsilon$  formában írható, hol  $\varepsilon = 0$  páros alaknál,  $\varepsilon = 1$  páratlan rendűnél. Ha a kovariánsok foka  $\rho$ , rendje  $\sigma$ , akkor mindig  $\sigma \equiv \varepsilon\rho \pmod{2}$ .

A lineárisan független kovariánsok száma ilyen alakú kifejezés:

$$L_i(\mu, \rho; v) = e_{i, n-2}(\mu, \rho; v) \rho^{n-2} + e_{i, n-3}(\mu, \rho; v) \rho^{n-3} + \dots + e_{i, 0}(\mu, \rho; v),$$

hol az  $e$ -féle koefficiensek  $\rho$  és  $\sigma$ -nak periodikus,  $\mu/\rho = v$ -nek egész kifejezése és  $e_{i, n-2}$  pozitív, mert ha nem lenne az,  $\rho$ -nak egy határon túl levő értékeire nézve  $L_i$  negatív lenne, a mi értelmezésénél fogva lehetetlen. Az eredeti formában a lineárisan független kovariánsok száma  $\mu$  és  $\rho$ -ban egész-függvény kifejezés kétváltozós periodikus együtthatókkal, de ha a nem periodikus részekben a  $\mu = v\rho$  helyettesítést alkalmazzuk és  $\rho$  hatványai szerint rendezünk, akkor a fenti forma áll elő. Ilyen képletekből van  $m + \varepsilon$  számú.

Páros rendű alaknál  $v$ -nek a  $0 < 1 < 2 < \dots < m$  számközök mindenikébe eső értékeire nézve egy-egy, páratlan rendűnél  $v$ -nek a  $0 < 1 < 2 < \dots < m < m + \frac{1}{2}$  számközök mindenikébe eső értékeinél egy-egy. Például  $L_i(\mu, \varrho; v)$  akkor használatik, ha  $i-1 \leq v \leq i$ .

Tegyük fel, hogy a hatványszorzatos komponálás módszerével már találtunk bizonyos számú irreducibilis kovariánst, de olyanokat, hogy azok már az 1. és 2. feltételnek megfelelnek. Az ezekből előállítható  $\varrho$  fokú,  $\sigma$  rendű,  $\mu = \frac{n\varrho - \sigma}{2}$  súlyú compositiók számát következő alakú kifejezések állítják elő:

$$K_l(\mu, \varrho; v) = C_{l, k}(\mu, \varrho, v) \varrho^k + C_{l, k-1}(\mu, \varrho, v) \varrho^{k-1} + \dots + C_{l, 0}(\mu, \varrho, v),$$

hol a  $C_l(\mu, \varrho, v)$ -féle koefficiensek  $\mu$  és  $\varrho$ -nak periodikus,  $v$ -nek egész kifejezései és  $C_{l, k}(\mu, \varrho, v)$  pozitív.

Ilyen képlet van például  $r$  számú, úgy hogy lehet  $l=1, 2, \dots, r$  és minden képlet a  $v$ -nek bizonyos, az  $l$  értékétől függő számközben levő értékei mellett alkalmazható.

A

$$K(\mu, \varrho, v) - L(\mu, \varrho, v)$$

különbségre, ha  $L$ -re volt  $m + \varepsilon$  képlet,  $K$ -ra volt  $r$  képlet, általában legfeljebb  $r + m + \varepsilon$  számú képletet kell és lehet konstruálni. Ezek ilyen formájúak:

$$\begin{aligned} & K_l(\mu, \varrho, v) - L_l(\mu, \varrho, v) = \\ & = p_{l, u}(\mu, \varrho, v) \varrho^u + p_{l, u-1}(\mu, \varrho, v) \varrho^{u-1} + \dots + p_{l, 0}(\mu, \varrho, v), \end{aligned}$$

hol a  $p_l(\mu, \varrho, v)$  féle koefficiensek  $\mu$  és  $\varrho$ -nek szakaszos függvényei,  $v$ -nek egész kifejezései. Ha  $K$  és  $L$  periodicitási modulusainak legkisebb közös többese  $\lambda$ , akkor ez lesz a  $p_l(\mu, \varrho, v)$  koefficienseknek modulusa. Legyen

$$\begin{aligned} \mu & \equiv \tau \pmod{\lambda}, & \tau < \lambda, \\ \varrho & \equiv \omega \pmod{\lambda}, & \omega < \lambda, \end{aligned}$$

akkor írható:

$$\begin{aligned} & K_l(\mu, \varrho, v) - L_l(\mu, \varrho, v) = \\ & = p_{lu}(\tau, \omega, v) \varrho^u + p_{l, u-1}(\tau, \omega, v) \varrho^{u-1} + \dots + p_{l0}(\tau, \omega, v). \end{aligned}$$

Itt a képletcsoportok száma legfeljebb  $m + \varepsilon + r$ , a maradékosztályok száma pedig mindeniknél  $\lambda^2$ , mert lehet

$$\tau = 0, 1, 2, \lambda - 1,$$

$$\omega = 0, 1, 2, \lambda - 1$$

minden változatban.

Tegyük fel most, hogy az alapul vett kovariánsok olyanok, hogy a kompozíciók számának kifejezésében  $\rho$  legmagasabb hatványának kitevője  $k < n - 2$ . Ekkor a  $K(\mu, \rho, v) - L(\mu, \rho, v)$  különbség kifejezésében  $\rho$  legmagasabb kitevője  $u = n - 2$  és

$$p_{t, u}(\tau, \omega, v) = -e_{i, n-2}(\tau, \omega, v)$$

*negatív szám.* Ez azt jelenti, hogy található olyan, minden  $v$  értékre nézve közös  $h_t(\tau, \omega)$  számhatár, melynél nagyobb  $\rho$  értékek mellett a  $K_t(\mu, \rho, v) - L_t(\mu, \rho, v)$  különbség mindig *negatív*. Legyen a

$$h_t(\tau, \omega) \quad \left( \begin{array}{l} \tau = 0, 1, 2, \dots, \lambda - 1 \\ \omega = 0, 1, 2, \dots, \lambda - 1 \end{array} \right)$$

számok legnagyobbika  $h_t$ ; viszont a

$$h_0, h_1, h_2, \dots, h_{m+\varepsilon+r}$$

számok legnagyobbika  $h$ ; akkor a  $\rho > h$  értékek mellett

$$K(\mu, \rho, v) - L(\mu, \rho, v)$$

mindig *negatív*, a mi azt jelenti, hogy a felvett kovariánsokon kívül más irreducibilisek is vannak.

A komponálás folytatásával ennél fogva előbb-utóbb találunk annyi és olyan irreducibilis kovariánst, hogy  $K_t(\mu, \rho, v)$  kifejezésében  $\rho$  legmagasabb hatványkitevője  $k > n - 2$ . Ekkor a

$$K_t(\mu, \rho, v) - L_t(\mu, \rho, v)$$

különbség kifejezésében  $\rho$  legmagasabb kitevője  $u = k$  és lesz

$$p_{t, u}(\tau, \omega, v) = C_{i, k}(\tau, \omega, v)$$

*pozitív szám.* Ez azt jelenti, hogy található olyan (minden  $v$  értékre közös)  $h_t(\tau, \omega)$  számhatár, melynél nagyobb  $\rho$  értékek mellett a különbség mindig *pozitív*. Legyen a  $h_t(\tau, \omega)$   $\lambda^2$  számú mennyiség legnagyobbika  $h_t$ , viszont a  $h_0 h_1 h_2 \dots h_{r+m+\varepsilon}$  számok legnagyobbika  $h$ , akkor a  $\rho > h$  értékek mellett  $K(\mu, \rho, v) - L(\mu, \rho, v)$

mindig pozitív, a mi azt jelenti, hogy a  $\rho > h$  fokhatáron túl nincs irreducibilis kovariáns. Addig viszont véges számú van, ennél fogva az irreducibilis kovariánsok összes száma véges.

Az  $n = 5$ -ödrendű alaknál a végességi tétel bizonyításához alkalmas a  $C(4, 0)$ ,  $C(8, 0)$ ,  $C(12, 0)$ ,  $C(18, 0)$ ,  $C(5, 1)$ ,  $C(1, 5)$  irreducibilis kovariánsokból álló rendszer. Ugyanis a fokszámhatároknak: 4, 8, 12, 18, 5, 1 legnagyobb közös osztója 1, a rendszámoké: 1, 5 szintén 1, továbbá kovariánsokat lehet komponálni a kettős partitíók szabályai szerint a  $0 \leq \sigma/\rho \leq 5$  határookban, úgy hogy a  $\sigma = 2, 3, 4$  rendszámok sem maradnak ki.

Tetszőszerinti páratlan rendű alaknál ( $n = 2m + 1$ ,  $m > 2$ ) alkalmas alakkovariánsok lehetnek, például a  $2m - 1$  számú irreducibilis invariáns:  $C(\rho_1 0)$ ,  $C(\rho_2 0)$ , ...,  $C(\rho_{2m-1} 0)$ , továbbá két elsőrendű kovariáns  $C(5, 1)$ ,  $C(7, 1)$  és maga az alak  $C(1, 2m + 1)$ . Használhatók a jelentékeny számmal levő 2-odfokú és 3-adfokú irreducibilis kovariánsok is.

Az  $n = 6$ -odrendű alaknál a végességi tétel alkalmazásához használható a  $C(2, 0)$ ,  $C(4, 0)$ ,  $C(6, 0)$ ,  $C(10, 0)$ ,  $C(15, 0)$ ,  $C(3, 2)$ ,  $C(1, 6)$  irreducibilis kovariáns rendszer. Ugyanis fokszámaiknak: 2, 4, 6, 10, 15, 3, 1 legnagyobb közös osztója 1, rendszámaiknak: 2, 6 legnagyobb közös osztója 2, továbbá kovariánsok komponálhatók a  $0 \leq \sigma/\rho \leq 6$  határookban, úgy hogy a  $\sigma = 4$  rendszám sem marad ki.

Tetszőszerinti páros rendű alaknál ( $n = 2m$ ,  $m > 3$ ) a végességi tétel bizonyításához alkalmas alakkovariánsok lehetnek, például a  $(2m - 2)$  számú irreducibilis invariáns:

$$C(\rho_1 0), C(\rho_2 0) \dots C(\rho_{2m-2} 0);$$

továbbá két másodrendű kovariáns  $C(5, 2)$  és  $C(3, 2)$ , illetőleg  $C(6, 2)$ , végre maga az alak  $C(1, 2m)$ . Avagy használhatók a jelentékeny számmal rendelkezésre álló 2-od- és 3-adfokú irreducibilis kovariánsok.

A mi a végességi tétel bizonyításával kapcsolatos gyakorlati eljárást illeti, a hatványszorzatos komponálás módszerével előállítható összes irreducibilis kovariánsok kikeresésére, az az lehet, hogy a midőn már a komponálási eljárás előrehaladtával elég és kellő kovariánsunk van, meghatározzuk a  $\rho$  fokszámnak még el-

érendő felső határát és a komponálást e határig terjesztjük ki. Ha e határszám még magasnak látszik, több-több kovariáns felvételével mind kisebb-kisebb fokhatárszámot keresünk, míg végre a komponálás munkája a fokhatárszámot eléri. Ezzel a művelet befejeződik és a komponálással elérhető összes irreducibilis kovariánsokat mind megkaptuk.

A hatványszorzatos komponálás eljárásának alkalmazásakor a régiebb invariánselmélet azt az elvet alkalmazta,<sup>1</sup> hogy a  $\varrho$  fokhoz tartozó mindenféle rendű lineárisan független kovariánsok összes számát  $L(\varrho)$ -t összeveti a már talált irreducibilis kovariánsokból komponálható  $\varrho$  fokú s mindenféle rendű kovariánsok összes számával  $K(\varrho)$ -val; ha  $\varrho$  olyan, hogy  $K(\varrho) - L(\varrho) \geq 0$ , akkor azt mondja, hogy a  $\varrho$  fokon nincs többé irreducibilis kovariáns. E módszer, bár a kiindulási alapok tekintetében bizonyos hiányossága van, jelentékeny egyszerűsítéshez vezet, mert csak egyváltozós partitionális függvényekkel dolgozik s az irreducibilis kovariánsok felső fokhatárszámának meghatározása könnyebben végezhető.

Ha

$$P_n(\mu, \varrho) = \text{coeffs } x^\mu y^\varrho \text{ in } \frac{1}{(1-y)(1-xy)(1-x^2y)\dots(1-x^ny)},$$

akkor az összegezés eredményeül az adódik, hogy a  $\varrho$  fokú lineáris független kovariánsok összes száma

$$L_n(\varrho) = P_n\left(\frac{n\varrho - \varepsilon}{2}, \varrho\right),$$

hol  $\varepsilon = \tau_{12}(n\varrho)$ . Az egyszerű partíciók jelvényeiben kifejezve:

$$L_n(\varrho) = \sum_{r \geq 0} \varphi\left(1, 2, \dots, r, 1, 2, 3, \dots, n-r; \frac{n\varrho - \varepsilon}{2} - r\varrho - \frac{r(r+1)}{2}\right).$$

kiterjesztve az összegezést  $r$ -re nézve addig, a míg

$$\frac{n\varrho - \varepsilon}{2} - r\varrho \geq 0.$$

<sup>1</sup> Lásd FAÁDI BRUNO-WALTHER: Theorie der binären Formen. 193—200. lap.

Így az egyes alakoknál lesz: Ha

$$n = 2, L_2(\varrho) = \varphi(1, 2, \varrho)$$

$$n = 3, L_3(\varrho) = \varphi\left(1, 2, 3, \frac{3\varrho - \eta_{12}(\varrho)}{2}\right) - \\ - \varphi\left(1, 1, 2, \frac{\varrho - 2 - \eta_{12}(\varrho)}{2}\right)$$

$$n = 4, L_4(\varrho) = \varphi(1, 2, 3, 4, 2\varrho) - \varphi(1, 1, 2, 3, \varrho - 1)$$

$$n = 5, L_5(\varrho) = \varphi\left(1, 2, 3, 4, 5; \frac{5\varrho - \eta_{12}(\varrho)}{2}\right) - \\ - \varphi\left(1, 1, 2, 3, 4, \frac{3\varrho - \eta_{12}(\varrho) - 2}{2}\right) + \\ + \varphi\left(1, 1, 2, 2, 3, \frac{\varrho - \eta_{12}(\varrho) - 6}{2}\right)$$

$$n = 6, L_6(\varrho) = \varphi(1, 2, 3, 4, 5, 6, 3\varrho) - \varphi(1, 1, 2, 3, 4, 5, 2\varrho - 1) + \\ + \varphi(1, 1, 2, 2, 3, 4, \varrho - 3).$$

Viszont a  $\varrho$  fokú compositiók összes száma

$$n = 2 \text{ esetben } 2 \text{ alapkovariánsból: } K_2(\varrho) = \varphi(1, 2, \varrho)$$

$$n = 3 \quad \text{''} \quad 4 \quad \text{''} \quad K_3(\varrho) = \varphi(1, 2, 3, 4, \varrho)$$

$$n = 4 \quad \text{''} \quad 5 \quad \text{''} \quad K_4(\varrho) = \varphi(1, 2, 2, 3, 3, \varrho) \text{ stb.}$$

A kovariáns-kalkulálás befejezésére megmutatható, hogy

$$K_2(\varrho) - L_2(\varrho) = 0$$

$$K_3(\varrho) - L_3(\varrho) = K_3(\varrho - 6)$$

$$K_4(\varrho) - L_4(\varrho) = K_4(\varrho - 6).$$

Tetszésszerűen alaknál pedig  $K_n(\varrho) - L_n(\varrho)$  kifejezéséből  $\varrho$  számára felső határt keresünk, melynél nagyobb  $\varrho$  mellett a különbség mindig pozitív, tehát új irreducibilis kovariáns nem lehet. E munka menetére rávilágít a következő kis példa. A harmadrendű alaknál

$$K_3(\varrho) - L_3(\varrho) = \\ = \frac{1}{288} \{2\varrho^3 - 6\varrho^2 - 18\eta_{12}(\varrho)\varrho^1 + 36\eta_{12}(\varrho) - 32\eta_{13}(\varrho) + \\ + 9\eta_{14}(\varrho) + 18\eta_{14}(\varrho + 1) - 9\eta_{14}(\varrho + 2)\}.$$

Például,

$$\begin{array}{l} \text{ha } \rho \equiv 0 \pmod{12}, \text{ lesz } \frac{1}{288} \{2\rho^3 - 6\rho^2\}, \\ \text{ha } \rho \equiv 1 \pmod{12}, \text{ *lesz } \frac{1}{288} \{2\rho^3 - 6\rho^2 - 18\rho + 22\}, \\ \text{ha } \rho \equiv 11 \pmod{12}, \text{ lesz } \frac{1}{288} \{2\rho^3 - 6\rho^2 - 18\rho - 10\}; \end{array}$$

a megfelelő határszámok  $h=4, 12, 5, 28, 17, 10, 37, 12, 33, 28, 21, 10$ ; ezek legnagyobbika 37, tehát a  $\rho \geq 37$  fokon túl nem lehet irreducibilis kovariáns.

---

*Jegyzet.* E dolgozat az eredeti fogalmazásnak  $1/4$ -résznyi összevonása.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1918 márczius 18.-án tartott üléséből.)



# A GLÜKOSIDOK ELŐÁLLÍTÁSA SYNTHESISSEL.<sup>1</sup>

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

(A M. Tud. Akadémia 1918 évi nagygyűlésén a Lukács Krisztina-díj egyik felével koszorúzott pályamű rövid kivonata.)

Az oxyketonglükosidok synthesisével foglalkozó előző munkáim<sup>2</sup> folytatásaképpen újabban az acetovanillon glükosidjának synthesisét létesítettem. E synthesishez szükséges acetovanillont a Finnemore<sup>3</sup> által egynehány év előtt kidolgozott eljárás útján állítottam elő. E reactio szerint benzoylvanillin ætheres oldatára methylmagnesiumjodidet hagyunk hatni, a keletkezett secundær alkoholt ketonná oxydáljuk és végül a benzoylgyököt natronlúggal leválasztjuk. Az acetovanillont lúgos közegben közönséges hőmérsékleten kondenzáljuk  $\beta$  acetobromglükose-val tetraacetylglükacetovanilonná, mely vegyületből barytvízzel alacsony hőmérsékleten való elszappanosításkor a glükoacetovanillon képződik. Mivel az acetovanillont Finnemore<sup>4</sup> az apocynum cannabinum-ból különítette el, nem valószínű, hogy később e glükosidot is még fel fogják lelteni a természetben.

A vizsgálatot még több, a természetben igen elterjedt glükosid-savra is kiterjesztettem. A betula lentá<sup>5</sup>-ból, szintúgy még több más növényből is elkülönítették a gaultherint, mely vegyület hydrolysis-

<sup>1</sup> A budapesti kir. m. tud.-egyetem II. chemiai intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> Journal für prakt. Chemie [2] 85, 564 (1912); ugyanott 88, 764 (1913).

<sup>3</sup> Journ. Chem. Soc. 93, 1520.

<sup>4</sup> Journ. Chem. Soc. 93, 1513.

<sup>5</sup> SCHNEEGANS. Pharm. Centralhalle 38, 27 (1897).

kor salicylsavasmethylre és glükosera bomlik. Mivel e glükosid igen könnyen hydrolyzálódik, ezért acetylzármaszékának synthesiséét létesítettem; a természetes anyag acetylatiója útján a szintetikus termékkel azonosítani lehet majd. A tetraacetylgaultherin synthesiséét létesíthetjük, ha a salicylsavas methylt acetonos lúgos közegben hosszabb ideig acetobromglükose-val összerázzuk. Rövid ideje KARRER<sup>1</sup> más úton acetobromglükose-ból és ezüstsalicylatból két vegyületet: salicylsavtetra-acetylglükose-estert és salicylsavtetraacetyl d-glükosidet nyert.

Ezenkívül glükosidsavak előállítására alkalmas eljárásomat<sup>2</sup> az oldalláncban telítetlen aromás oxycarbonsavakra is kiterjesztettem és így az első képviselőit az oldalláncban telítetlen aromás oxycarbonsavak glükosidjainak állítottam elő. Paracumarsavmethylsterből és acetobromglükose-ból kondensatio útján a tetraacetylglükoparacumarsavmethylster képződött, mely vegyület elszappanosításakor glükoparacumarsav keletkezett. A ferulasavmethylsterből és acetobromglükose-ból a tetraacetylglükoferulasavmethylster állott elő, melyet barytvízzel elszappanosítva, a glükoferulasav képződött.

#### KISÉRLETI RÉSZ.

#### Tetraacetylglücoacetovanillon.

A fentebbi vegyület előállításához szükséges acetovanillont Finnemore eljárása szerint állítottam elő. A methylmagnesiumjodidnak benzoylvanillinra való hatásakor a vegyület benzolos oldatát használtam a könnyebb oldhatósága miatt. Kondenzálás végett 3·8 acetovanillont feloldottam 0·9 g natriumhydroxydból és 20 cm<sup>3</sup> vízből készített oldatban. Az oldatba előbb 20 cm<sup>3</sup> acetont öntöttem, azután külső hűtés közben, hogy a hőmérséklet 18 C° fölé emelkedjék, 9·3 g acetobromglükose acetonos (10 cm<sup>3</sup>) oldatát elegyítettem. Fél óra mulva még 10 cm<sup>3</sup> acetont öntöttem az elegyhez. Bizonyos idő mulva az oldat megzavarosodik, ekkor 10 cm<sup>3</sup> vizet és 10 cm<sup>3</sup> acetont kell önteni a reactioelegyhez, mire az új-

<sup>1</sup> Ber. 50, 836 (1917).

<sup>2</sup> Journ. für prakt. Chemie 82 271 (1910).

ból megtisztul. Az oldatot 5 órán át közönséges hőmérsékleten hagy-  
tam állni, azután az acetont vacuumban leszivattam és a vissza-  
maradó olajat vízbe öntöttem. A terméket vízzel többször jól  
kimostam, meleg methyalkoholban oldottam és csontszénnel szín-  
telenítettem. Az oldat lehülésekor az acetylszármazék szép kris-  
tályokban válik ki. Olvad  $156\text{--}157\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on.  $0\cdot1591\text{ g}$  anyag adott:  
 $0\cdot3237\text{ g CO}_2$ -t és  $0\cdot0790\text{ g H}_2\text{O}$ -t. A  $\text{C}_{23}\text{H}_{28}\text{O}_{12}$  képlet alapján  
számított értékek:  $C = 55\cdot64\%$ ,  $H = 5\cdot64\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C = 55\cdot48\%$ ,  $H = 5\cdot51\%$ . A ter-  
mék szintelen kristályokban válik ki; meleg alkoholban könnyen  
oldódik, valamint meleg benzolban és acetonban is. Lignoinban az  
acetylszármazék melegen is igen nehezen oldódik.

### Glükoacetovanillon.

Az elszappanosítás következőleg végezhető:  $4\text{ g}$  tetracetyl-  
glükoacetovanillont finom porrá zúzunk és  $200\text{ cm}^3$   $6\%$ -os ba-  
ryumhydroxyd-oldattal  $16$  óra hosszat a rázógépen összerázzuk.  
A reactiofolyadékban kristályok lebegnek, melyeket leszűrünk és  
vízzel jól kimosunk. A talált termék súlya  $1\cdot9\text{ g}$  volt,  $223\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on  
olvadt és meleg vízből átkristályosítva, az alábbi glükoacetovanillin-  
nel azonosnak bizonyult. A kristályokról leszűrt oldatból a főlös  
baryumhydroxydot széndioxyddal választottam le és az oldatot  
a kivált baryumcarbonatról leszűrtem. Az oldatot vacuumban  
( $10\text{ mm}$ ) bepároltam, miközben gondoskodtam, hogy a hőmérsék-  
let  $40\text{--}45\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on maradjon. A bepárlás vége felé a termék kezdett  
kikristályosodni; ekkor a destillálást megszakítottam, a kivált kris-  
tályokat szűrőn összegyűjtöttem és meleg vízből átkristályosítottam.

$0\cdot1500\text{ g}$  adott:  $0\cdot3019\text{ g CO}_2$ -t és  $0\cdot0829\text{ g H}_2\text{O}$ -t.

A  $\text{C}_{16}\text{H}_{29}\text{O}_8$  képlet alapján számított értékek:  $C = 54\cdot86\%$ ,  
 $H = 6\cdot09\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C = 54\cdot86\%$ ,  $H = 6\cdot14\%$ . A vegyü-  
let szintelen tükben kristályosodik; olvad  $223\text{--}224\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on.  
A glükoacetovanillon hideg vízben nehezen oldódik, ellenben me-  
leg vízben könnyen. Oldható meleg alkoholban is. A vegyület me-  
leg ætherben, benzolban és acetonban fölötte nehezen oldódik.  
Petroleumætherben és lignoinban a glükosid oldhatatlan.

**Tetraacetylglükosalicylsavas methyl.  
Tetraacetylgaultherin.**

Az acetobromglükosenak kondenzálása a salicylsavas-methyllel kezdetben nehézségekbe ütközött, mert a salicylsavasmethyl nehezen oldható nátriumsót létesít. Ha az acetobromglükosenak és salicylsavasmethylnek acetonos oldatát egy molekulásúlynyi natriumhydroxyd hig oldatával elegyítjük, ez utóbbi vegyület natriumsója kiválik és a két termék egyáltalában nem hat egymásra. E nehézséget úgy lehet leküzdeni, hogy a fentebbi módon összekevert termékeket a rázógépen több óra hosszat rázzuk, mikor az így keletkezett emulsióban a kondenzálás végbe ment. A termelési hányad azonban így sem jó.

A kondenzálást úgy végeztem, hogy 2·9 g salicylsavas-methylt meg 8 g acetobromglükose-t feloldottam 20 cm<sup>3</sup> acetonban, azután az oldatot, kis részletekben, 0·9 g natriumhydroxydból és 10 cm<sup>3</sup> vízből készített oldattal elegyítettem, ügyelve, hogy külső hűtéssel a hőmérsékletet 18 C°-on tartsam. Végezetül a reactióelegyhez még 10 cm<sup>3</sup> vizet és 15 cm<sup>3</sup> acetont öntöttem. Az így keletkezett emulsiót négy óra hosszat a rázógéppel ráztam, a kivált terméket szűrőre gyűjtöttem és 2 g natriumhydroxydból meg 300 cm<sup>3</sup> vízből készített oldattal többször kimostam. A termék felületét vízzel nagyon jól kimostam és hig methylalkoholból átkristályosítottam.

0·1568 g anyag adott: 0·3138 g CO<sub>2</sub>-t és 0·0738 g H<sub>2</sub>O-t.

A C<sub>22</sub>H<sub>26</sub>O<sub>12</sub> képlet alapján számított értékek: C = 54·77 %, H = 5·39 %.

Kísérletileg talált értékek: C = 54·56 %, H = 5·23 %. A tetraacetylglükosalicylsavasmethyl szintelen lapocskákban kristályosodik, melyek 154—155 C°-on olvadnak. A vegyület meleg alkoholban, de acetonban és benzolban is könnyen oldódik. Ligroinban és petroleumætherben oldhatatlan. Aetherben az acetylszármazék nehezen oldódik.

### Tetraacetylglükoparacumarsav-methylester.

A paracumarsavmethylester előállítását POSNER<sup>1</sup> adatai szerint végeztem. A kondenzáláshoz 4·3 g paracumarsavmethylestert és 9·8 g acetobromglükose-t, 30 cm<sup>3</sup> tiszta acetonban oldottam fel. A reactioelegybe részletenként 1 g natriumhydroxidből és 10 cm<sup>3</sup> vízből készült oldatot csepegtettem, miközben külső hűtéssel gondoskodtam róla, hogy az elegy hőmérséklete 18 C° fölé ne emelkedjék. Az oldat fél óra múlva megzavarosodik; ekkor még 20 cm<sup>3</sup> acetont elegyítettem hozzá és közönséges hőmérsékleten öt óra hosszat hagytam állni. A reactio bevégezte után a reactioközegnek vagy semleges kémhatásúnak, vagy nagyon gyengén lúgosnak kell lenni. Az acetont azután vacuumban közönséges hőmérsékleten leszivattam és a visszamaradó olajos terméket hideg vízzel gondosan kimostam. A terméket meleg methylalkoholban oldottam, csontszénnel színtelenítettem és még melegen kevés vízzel elegyítettem. Az oldat lehülésekor az acetylszármazék színtelen kristályokban válik ki. Olvad 160—161 C°-on.

0·1650 g anyag adott: 0·3428 g CO<sub>2</sub>-t és 0·0803 g H<sub>2</sub>O-t.

A C<sub>24</sub>H<sub>38</sub>O<sub>12</sub> képlet alapján számított értékek: C = 56·69%, H = 5·51%.

Kísérletileg talált értékek: C = 56·64%, H = 5·40%. A tetraacetylglükoparacumarsavmethylester könnyen oldódik alkoholban, ætherben és benzolban. Meleg ligroinban a termék bár nehezen, de oldódik, míg petroleumætherben majdnem oldhatatlan.

### Glükoparacumarsav.

Az acetylszármazék elszappanosítását úgy végezzük, hogy a terméket hosszabb ideig hig baryumhydroxyddal, közönséges hőmérsékleten összerázzuk, a fölös baryumhydroxydot széndioxyddal kicsapjuk és a keletkező baryumcarbonatot leszűrjük. Az oldatot hig kénsavval közömbösítjük, a kiváló baryumsulfatról az oldatot leszűrjük, töményítjük, mikor a glükosid kiválik.

Az elszappanosítás céljából négy g tetraacetylszármazéket

<sup>1</sup> Journ. für prakt. Chemie [2] 82, 425 (1910).

finomra porítottam és 200 cm<sup>3</sup> 6%-os baryumhydroxyd-oldattal 16 órán át a rázógéppel ráztam. Az oldatot megsűrve, széndioxyddal telítettem. A kivált baryumcarbonatot porcellánszűrőn leszűrtem, hideg vízzel jól kimostam és az anyalúgot, hig kénsavval pontosan közömbösítettem. A baryumsulfatot PUKALI-féle porcellánhengerral különítettem el az oldattól. A folyadékot vacuumban, 10 mm nyomás alatt és 40 C°-ot nem meghaladó hőmérsékleten pároltam be. A folyadék töményítésekor a termék kezd kiválni; ekkor a desztillálást megszakítottam és az oldat lehülése után a terméket szűrőn összegyűjtöttem. További tisztítás végett meleg vízből átkristályosítottam. Az anyalúgot exsiccatorban bepárolva, a visszamaradó terméket vízből átkristályosítottam, mikor még kevés glükosid vált ki. Termelés 70%.

0.1496 g anyag adott: 0.3023 g CO<sub>2</sub>-t és 0.0747 g H<sub>2</sub>O-ot.

A C<sub>15</sub>H<sub>16</sub>O<sub>8</sub> képlet alapján számított értékek: C = 55.21%, H = 5.52%.

Kísérletileg talált értékek: C = 55.10%, H = 5.54%.

A vegyület szintelen tűkben válik ki, melyek 194—195 C°-on olvadnak. A glükosid hideg vízben nehezen, melegben könnyen oldódik; könnyen oldódik meleg acetóban és benzolban is. Meleg benzolban a vegyület nagyon nehezen oldódik, míg meleg ætherben majdnem oldhatatlan.

### Tetraacetylglükoferulasav-methylester.

Az alábbi kísérletekhez szükséges ferulasavmethylestert POSNER<sup>1</sup> adatai szerint állítottam elő. A kondenzáláshoz 4.2 g ferulasavmethylestert és 9 g acetobromglükose-t oldtam fel 30 cm<sup>3</sup> acetóban. Az oldatba lassacskán 0.9 g natriumhydroxydból meg 10 cm<sup>3</sup> vízből készült oldatot csepegtettem be, külső hűtésről gondoskodva, hogy a hőmérséklet 18 C° fölé ne emelkedjék. Fél órai állás után még 20 cm<sup>3</sup> acetont elegyítettem az oldathoz és öt óra hosszat közönséges hőmérsékleten hagytam állni. Ezután az acetont vacuumban, közönséges hőmérsékleten leszívattam; a visszamaradó olajos terméket vízzel többször jól kimostam. A terméket meleg methyl-

<sup>1</sup> Journ. für prakt. Chemie [2] 82, 435 (1910).

alkoholban feloldottam és csontszénnel szintelenítettem. A még meleg folyadékba kevés vizet csepegtettem; az oldat kihülésekor a termék kikristályosodik. A további tisztítás céljából még egyszer hig methylalkoholból kristályosítottam át.

0.1596 anyag adott: 0.3270 g  $CO_2$ -t és 0.0808 g  $H_2O$ -t.

A  $C_{25}H_{80}O_{13}$  képlet alapján számított értékek:  $C = 55.76\%$ ,  
 $H = 5.57\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C = 55.87\%$ ,  $H = 5.62\%$ .

Az acetylszärmazék szintelen tükben kristályosodik. Olvad  $125-126\text{ }^\circ\text{C}$ -on. A vegyület alkoholban és benzolban könnyen, ætherben nehezen oldódik; ligroinban rendkívül nehezen oldódik, petroleumætherben majdnem oldhatatlan.

### Glükoferulasav.

Az acetylszärmazékból 4 g-ot finom porrá zúzva,  $200\text{ cm}^3$  6%-os baryumhydroxydoldattal 16 óráig a rázógépen erősen összeráztam. A kevés változatlan termékről (0.5 g) leszűrt oldatot széndioxyddal telítettem. A baryumcarbonattól porcellánszűrővel különítettem el az oldatot és a csapadékot vízzel jól kimostam. A leszűrt folyadékot hig kénsavval pontosan semlegesítettem és a kivált baryumsulfatot az oldattól Punkall-féle porcellánszűrővel különítettem el. Az oldatot 10 mm nyomás alatt és  $40\text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékleten pároltam be. A termék már destillálás közben kezd kiválni; ekkor megszakítottam a bepárlást és a kihült oldatból a glükosidot szűrőre gyűjtöttem. További tisztítás céljából a vegyületet meleg vízből kristályosítottam át. Hozadék 55%. Az anyalúgot vacuumexsiccatorban bepárologtatván, még kevés glükosid kivált.

0.1591 g anyag adott: 0.3135 g  $CO_2$ -t és 0.0800 g  $H_2O$ -t.

A  $C_{16}H_{20}O_9$  képlet alapján számított értékek:  $C = 53.92\%$ ,  
 $H = 5.61\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C = 53.74\%$ ,  $H = 5.58\%$ .

A glükosid szintelen tükben kristályosodik, melyek  $186-187\text{ }^\circ\text{C}$ -on olvadnak. A vegyület könnyen oldódik meleg vízben, valamivel nehezebben hidegben. Meleg benzolban nagyon nehezen oldódik; meleg ætherben majdnem oldhatatlan.

# A MAGYAR BIRODALOM LEGYEINEK SYNOPSISIA.

KERTÉSZ KÁLMÁN I. tagtól.

## II. Tetanoceridæ.<sup>1</sup>

*A nemzetségek meghatározására szolgáló táblázat.*

- 1 (4) Pajzsukon két kis felálló, hátulsó lábszárukon egy præapicalis sörtéjük van. Pleuráikon és potrohukon nincsenek makrohæták. Toruk szőrözete kevésbé fejlett (a humeralis, præsuturalis és præcutellaris sörték hiányzanak, vagy esenevészek).
- 2 (3) Ocellaris sörtéi nincsenek; metapleurájának bütyke szőrös. Homloka nyerges; szeme függőlegesen tojásdad, kiálló; második csápize a harmadiknál kétszerre hosszabb, palavessző alakú. Hátulsó czombja megvastagodott s csak ezen visel két sorba elhelyezett tüskéket; elülső csipője csupasz. Tora, felülről nézve, egyforma széles, elöl nem keskenyebb, a harántvarrat előtti része rövidebb, mint a varrat mögötti.  
1. *Sepedon* LATR.
- 3 (2) Ocellaris sörtéi vannak; metapleurájának bütyke nagyon rövid finom szőröcskéekkel fedett. Homloka lapos, szeme kerekded, nem kidülledt; második csápize olyan hosszú, mint a harmadik és a szélességük is egyforma. Elülső és meg nem vastagodott hátulsó czombja alsó oldalának distalis felében két sorba elhelyezett tüskéket visel; elülső csipője elöl szőrös. Tora, felülről nézve, szélességénél két-

---

<sup>1</sup> I. Lauxaniidæ, I. Math. és Természettud. Értesítő, XXXVIII. k. 1921. 352—359. lap.



szerte hosszabb, előre feltűnően megkeskenyedik; a harántvarrat a tor közepén van — — — 2. *Dichaetophora* ROND.

- 4 (1) Pajzsukon rendszeren 4 sörte van, de ha csak 2, akkor hátulsó lábszáruk két præapicalis sörtét visel.
- 5 (6) Harmadik és negyedik hosszanti ere feltűnően összetartó; egy sternopleuralis sörtéje van; elülső és hátulsó czombja feltűnően vastag s alul kétsorosan tüskés; homlokpántja elől kihegyezett — — — — — 3. *Salticella* R.-D.
- 6 (5) Harmadik és negyedik hosszanti erek nem, vagy csak kevéssé összetartó; elülső czombjuk nem vastag s alul nem tüskés; homlokpántjuk szalagalakú, vagy hiányzik s ez utóbbi esetben egy sternopleuralis sörtéjük van.
- 7 (8) Második csápizének hossza a harmadiknak legfeljebb  $\frac{1}{2}$ -át éri el, a harmadik a csúcsa felé meg nem keskenyedik, hanem mindenütt egyforma széles marad, tojásdad, vagy ha felső széle kissé homorú, vesealakú — 4. *Renocera* HEND.
- 8 (7) Második csápizük legalább félakkora, mint a harmadik, de többnyire hosszabb nála; vagy a harmadik iz szélestövű, csúcsa felé többé-kevésbé, sőt néha annyira megkeskenyedő, hogy hegyes háromszög-alakúvá lesz s csúcán néha még nyulvány is van, mely utóbbi esetben azonban a második iz rövidebb a harmadik iz felénél.
- 9 (10) Homlokpántja és járomlemeze nincs; első hosszanti ere nagyon közel fekszik fiókeréhez és jóval a rendes haránter előtt torkollik a szegélyérbe. Csápsörtéje felül fésűs. — — — — — 5. *Ctenulus* ROND.
- 10 (9) Homlokpántjuk és járomlemezük van; első hosszanti erek nem torkollik rendes haránterük előtt a szegélyérbe. Csápsörtéjük csupasz, vagy egyenletesen tollas.
- 11 (20) Csápsörtéjük hosszan tollas, az egyes tollsugarak elállóak, a zászló olyan széles, mint a harmadik csápiz; a tollsugarak (a *Lunigera* nemzetség kivételével) feketék; harmadik csápizük a csúcán sohasem sörtés.
- 12 (15) Pleuráik csupaszok, csak sternopleurájukon van rövid, ritkás szőrözet; szemük kerekded, egyszínű.
- 13 (14) Lunulája fedett; csápsörtéje feketés; szárnyán nincs reczeszerű hálózat; torának hátán hosszanti sávok húzódnak.

- pikkelyének pillái világos színűek; ötödik potrohgyűrűjének hossza rendes . . . . . 6. *Tetanocera* DUM.
- 14 (13) Lunulája szabad; csápsörtéje világos színű; szárnyán reczeszerű rajzolat van; tora hátának hosszában foltosok húzódnak; pikkelyének pillái sötét színűek; ötödik potrohgyűrűje megrövidült . . . . . 7. *Lunigera* HEND.
- 15 (12) Meso- és pteropleurájuk sörtés, de ezeken, mint sternopleurájukon, finom szőrözet is van.
- 16 (17) Egy orbitalis sörtéje van; ötödik potrohgyűrűje megrövidült . . . . . 8. *Dictya* MEIG.
- 17 (16) Két orbitalis sörtéjük van; ötödik potrohgyűrűjüknek hossza rendes.
- 18 (19) Szeme harántul tojásdad; második csápize hosszánál szélesebb, duzzadt, egyforma széles; pikkelyének pillái sötét színűek; tora foltos; szárnya sötét színű, tejfehér foltokkal tarkázott . . . . . 9. *Trypetoptera* HEND.
- 19 (18) Szeme kerek; második csápize szélességénél hosszabb s csúcsa felé szélesedő; pikkelyének pillái világos színűek; torán hosszantfutó sávok vannak; szárnya áttetsző, sötét reczeszerű rajzollal . . . . . 10. *Phorbina* R.-D.
- 20 (11) Csápsörtéjük csupasz, vagy pelyhei nekifekszenek a gerincznek; a zászló harmadik csápizük szélességénél mindig keskenyebb.
- 21 (22) Præsuturalis, belső és utolsóelőtti külső dorsocentralis sörtéje nincs; minden pleurája szőrös; szemén két sáv van; lunulája szabad; hátulsó harántere fekvő  $\perp$  alakúan megtört . . . . . 11. *Hydromera* HEND.
- 22 (21) Præsuturalis, belső és utolsóelőtti külső dorsocentralis sörtéjük van.
- 23 (26) Csápsörtéjük csaknem csupasz; harmadik csápizük csúcsa nem sörtés; hátulsó haránterük meglehetősen rézsútos és S alakúan hajlott.
- 24 (25) Lunulája részben szabad; vallarsörtéi vannak; minden pleurája szőrös; szemén két sáv van.
12. *Elgiva* MEIG. ap. MEIG.
- 25 (24) Lunulája fedett; vallarsörtéi nincsenek; csak a sternopleurája szőrös; szeme egyszínű. 13. *Hydrodromia* R.-D.

- 26 (23) Csápsörtéjük pelyhes, vagy csaknem tollas; hátulsó haránterük nem nagyon rézsútos és többnyire csak ívelt.
- 27 (28) Harmadik csápizének csúcsa sörtés; arczpajzsa feltünően rézsútos ————— 14. *Coremacera* ROND.
- 28 (27) Harmadik csápizének csúcsa nem sörtés; arczpajzsa nem feltünően rézsútos ————— 15. *Limnia* R.-D.

*A fajok meghatározására szolgáló táblázatok.*

1. nemzetség. **Sepedon** LATR.

- 1 (2) Kékesfekete ————— *sphegeus* FABR.
- 2 (1) Rozsdasárga ————— *spinipes* SCOP.

2. nemzetség. **Dichætophora** ROND.

Csak egy fajtát, az *obliterata* FABR.-t ismerjük hazánkból.

3. nemzetség. **Salticella** R.-D.

Magyarországon csak a *fasciata* MEIG. faj fordul elő.

4. nemzetség. **Renocera** HEND.

- 1 (2) Pofájának szélessége félakkora, mint szemeinek magassága; mindkét ivar hátulsó czombján alul rövid, erős tüskék vannak, felül pedig csupasz, vagy csak gyenge sörtéket visel ————— *fuscinervis* ZETT.
- 2 (1) Pofájuk szélessége szemük magasságának csak  $\frac{1}{3}$ -át éri el; legfeljebb himjük hátulsó czombja erősebben sörtés alul, felül azonban mindig több sörtét visel; himjük homloka előre erősen megkeskenyedik.
- 3 (4) Egy orbitalis sörtéje van; homlokának elülső része és oldala, nemkülönben homlokpántja fényes sárga; himje hátulsó czombjának alsó oldalán csak erősebb pillaszőrök vannak ————— *pallida* FALL.
- 4 (3) Két orbitalis sörtéje van; homloka, a fekete homlokpánt kivételével, fénytelen; himjének hátulsó czombja alul hosszan szőrös ————— *striata* MEIG.



- 10 (9) Szárnya sárgásan áttetsző, erei világos barnák, haránterei feketésen szegélyezettek s csak egyes példányain látható a szárny elülső szélén, vagy a 2—4. hosszanti ér torkolatánál némi elhomályosodás — — — — — *ferruginea* FALL.

7. nemzetség. **Lunigera** HEND.

Hazánkból egy faja ismeretes, a *chaerophylli* FABR.

8. nemzetség. **Dictia** MEIG.

Egy faja ismeretes, az *umbrarum* L.

9. nemzetség. **Trypetoptera** HEND.

Egy faja ismeretes, a *punctulata* SCOP.

10. nemzetség. **Pherbina** R.-D.

- 1 (2) Szemén két sáv van; mesopleuráján 5—6 gyenge, pteropleuráján egy erős sötét visel; homlokán fekete pontok vannak — — — — — *coryleti* SCOP.
- 2 (1) Szemük nem sávozott; mesopleurájukon egy erős sörte, pteropleurájukon több gyenge szőr van; homlokukon nincs fekete pont.
- 3 (4) Alsó szegélysejtjében levő sötét foltok hosszúkásak, a közöttük levő távolság kisebb, mint a foltok hossza; hátulso czombja végén kívül és belül egy-egy sötét pont van  
*vittigera* SCHIN.
- 4 (3) Alsó szegélysejtjében levő sötét foltok kerekdedek s a közöttük levő távolság legalább is akkora, mint a foltok hossza; hátulso czombja végén nincs sötét pont *punctata* FABR.

11. nemzetség. **Hedroneura** HEND.

- 1 (2) Torának alapszíne sárgásbarna, hátán két hamvas hosszanti sáv fut végig; kissé hamvas mesopleuráján elmosódott sárgásbarna folt van — — — — — *rufa* PANZ.
- 2 (1) Tora hamuszürke, hátán két rozsdabarna sáv fut végig; mesopleuráján kis kerek barna folt van — — — — — *cucularia* L.

12. nemzetség. **Elgiva** MEG. ap. MEIG.

- 1 (2) Negyedik hosszanti erének utolsó szelvényén nincs sötét folt; szárnya részben tejfehér — — — — — *lineata* FALL.
- 2 (1) Negyedik hosszanti erének utolsó szelvényén sötét folt van; szárnya sehol sem tejfehér — — — — — *albisetata* Scop.

13. nemzetség. **Hydrodromia** R.-D.

Egy fajja ismeretes csak, a *dorsalis* FABR.

14. nemzetség. **Coremacera** ROND.

- 1 (2) Feketésszürke, lába barnásfekete — — — — — *marginata* FABR.
- 2 (1) Barnássárgák, lábuk rozsdássárga.
- 3 (4) Homlokán hosszúkás nagy bársonyfekete folt van s mindkét orbitalis sörtéje ebből ered — — — — — *halensis* Lw.
- 4 (3) Homlokán kerekded fekete folt van, melyből elülső orbitalis sörtéje ered; hátsó orbitalis sörtéjének a tövén levő folt rendkívül kicsiny, sőt néha hiányzik is — — — — — *catenata* Lw.

15. nemzetség. **Limnia** R.-D.

- 1 (2) Sárgásbarna torának hátán két keskeny sötétbarna sáv van — — — — — *fumigata* Scop.
- 2 (1) Tora hátának közepén élénksárga páratlan sáv fut, melyet két keskeny rozsdabarna sáv szegélyez, ezektől kétoldalt pedig két széles hamuszürke sáv fut, melyeket külső oldalukon egy-egy széles barna sáv szegélyez — — — — — *unguicornis* Scop.

## A DANUBIT-NEVU KÖZET.

MAURITZ BÉLA I. tagtól.

Akadémiánk III. osztályának 1910. évi június hó 13.-án tartott ülésén<sup>1</sup> néhai Krenner József r. tag «Egy új közettypusról» ezímen tartott előadást; az előadás szövege magyar nyelven nem jelent meg.

Ugyanez év aug. 24.-én a nemzetközi földtani kongresszus Stockholmban tartott ülésén<sup>2</sup> Krenner ugyancsak erről a tárgyról értekezett; előadásáról a kongresszus jegyzőkönyve a következő sorokban (magyar fordításban) számol be.

«Budapesttől északra, abban a szögben, a hol a Duna hirtelen délnek kanyarodik, egy hegység terül el, melynek andezitjeit Szabó József és Koch Antal ismételtén megvizsgálta. Az előadó (t. i. Krenner) ott egy neovulkanikus közetet talált, melyet a tephritek közé kell sorolni.

A közet lényegében nephelin-, amphibol-, hypersthen- és kevés mész-nátron-földpátból áll, a mely a labrador-sorba tartozik. Kivéve a hypersthen, a mely a harántlap szerint táblás vagy léczalakú és csakis a prizmazónában van jól kifejlődve, a többi elegyrész mind automorph. A hypersthen uralkodó lapján lép ki a tengelypár. Augit, biotit és kvarcz hiányzik. A szerző a közetet, a melynek a hypersthen és a nephelin közös elegyrésze, a Duna mentén való előfordulása után danubitnak nevezte el.»

Részletesebb leírást Krenner később sem közölt.

Az új közet úgy a hazai, mint a külföldi petrographusok és geologusok körében különösen két okból kifolyólag meglehetősen

<sup>1</sup> Akadémiai Értesítő 1910. 494.

<sup>2</sup> Comptes Rendus de la XI-e Session du Congrès géologique international. Stockholm. Premier fascicule. 130. oldal.

nagy feltűnést keltett. Szokatlannak és valószínűtlennek találták egyrészt a nephelin-hypersthen-elegyrészek associációját, másrészt pedig igen meglepő volt egy a foyait-thermalis sorba tartozó eruptív kőzetnek (tephritnek) az andezites eruptiók kellő közepén való megjelenése.

Akadémiánkon tartott előadásában, melynek fültanúja voltam, Krenner kiemelte, hogy a kőzet különösen szépen kifejezett állapotban Leányfalun, Gyulai Pál kertje környékén található. Úgy magam, mint petrografus és geologus társaim kíséretében többször felkerestem ezt a rendkívül érdekesnek ígérkező helyet, azonban a jelzett kőzetet nem találtuk meg.

Krenner József hagyatékából a budapesti egyetem ásványkőzettani intézetének birtokába kerültek a Krenner gyűjtötte eredeti kőzetpéldányok vékony csiszolatai és így a danubit-kőzet kérdése most már végérvényesen tisztázható.

Krenner leírásában egy lényeges ténybeli tévedés van, amelyben a kőzet nephelint nem tartalmaz. Az új kőzet-typust Krenner valószínűleg a mikroszkopi vizsgálat előtt csak makroszkopi előzetes vizsgálat alapján állította fel. A plagioklas-földpátok (labrador) a  $b$   $\{010\}$  oldallap szerint táblásan fejlődtek ki, az oldallapon kívül mint uralkodó kristályformák még a  $c$   $\{001\}$  harmadik véglap,  $m$   $\{110\}$  és  $m$   $\{1\bar{1}0\}$  harmadik fajta véglapok (hemiprismák), továbbá az  $x$   $\{101\}$  második fajta véglap (makrohemidoma) jelennek meg. Az oldallappal párhuzamos hasadási lemez ennek folytán hatszöges keretű és az ismeretes hajlásszögek folytán, melyeket minden nagyobb kézikönyv felsorol, ez a hatszög megközelíti a szabályos hatszöget. A tévedés tehát csak ott történhetett, hogy Krenner ezeket az apró hasadási felületeket, melyek csaknem szabályos hatszögek, a nephelinre vonatkoztatta, holott azok a labrador-földpáthoz tartoznak. A vékony csiszolatok tüzetes mikroszkopi vizsgálata ugyancsak arról győzött meg, hogy nephelin nincsen bennök; a kőzet igen üde megtartású típusos amphibol-hypersthen-andezit, a milyennek eddig is ismertük és a milyenek Nagy-Magyarország területének sok pontján található. A danubit kőzetfaj ennek folytán törlendő.



## A LÉGNYOMÁS 10 ÉVI ÉSZLELÉSÉNEK ERED- MÉNYEI KALOCSÁN 1906-TÓL 1915-IG.

FÉNYI GYULA S. J. I. tagtól.

A következő észlelések folytatásai azoknak, melyeket 1896-tól 1905-ig végeztem és a Math. és Természettud. Értesítő XXIX. kötetében közöltem. Az észlelésre ugyanaz a kitünő minőségű RICHARD-féle bárograf, ugyanabban a felállításában a Haynald-Observatoriumon szolgált és a leolvasások ugyanazon a módon vannak feldolgozva.

A harmonikus analysis által nyert állandókat a következő táblázat tartalmazza. Az állandók jelentését az alábbi képletek határozzák meg, melyekben  $B$  a változó légnyomást óránként jelenti,  $b$  a napi középértéket,  $a_1$   $a_2$   $a_3$  az egyszeres, kétszeres, és háromszoros hullámnak legnagyobb amplitudóját, kilengését,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  az éjféλι phasist fokokban kifejezve. Az  $x$  helyébe az órának száma éjféλι után teendő.

$$B = b + p_1 \cos 15x + p_2 \cos 30x + p_3 \cos 45x \dots +$$

$$+ q_1 \sin 15x + q_2 \sin 30x + q_3 \sin 45x \dots \quad \text{és}$$

$$B = b + a_1 \sin (A_1 + 15x) + a_2 \sin (A_2 + 30x) + a_3 \sin (A_3 + 45x).$$

Az e táblázatban foglalt állandók természetesen megerősítik a már az előbbi decenniumból talált eredményt és a három periodikus hullám minőségét Kalocsán mint valódit állapítják meg. De sokkal érdekesebb, mint ez az általános összhangzás, a kétszeres hullámnak *oly pontos* megegyezése a két decenniumban: a phasisek ideje az ő változásaival az évszakok folyamában, minden hónapban néhány fokig, az időben kifejezve tíz percig megegyezik; a kilengések minden hónapban 0.01 mm-ig ugyan-

A légnyomás-analytikai tényezők Kalocsán az 1906—1915. években.

	Közép $b_1 700 +$ mm	$u_1$ mm	$U_1$	$u_2$ mm	$U_2$	$u_3$ mm	$U_3$	$\Delta U_3$	$p_1$	$q_1$	$p_2$	$q_2$	$p_3$	$q_3$
Január	55·5	0·14	35° 54'	0·22	151° 50'	0·113	353° 45'	- 9°	+0·1194	+0 0809	-0·0070	- 0·2199	+0·0711	+0·0885
Február	53·2	0·18	20° 57'	0·25	143° 17'	0·087	345° 9'	-30°	+0·1030	+0·1420	+0·0287	-0·2441	+0·0428	+0·0754
Márczius	51·5	0·26	357° 1'	0·29	139° 9'	0·037	314° 45'	- 77°	+0·0565	+0·2543	+0·0548	0·2852	- 0·0001	+0·0374
Április	50·8	0·34	348° 26'	0·32	132° 0'	0·010	237° 42'	- 76°	+0·0202	+0·3356	+0·0977	-0·3008	- 0·0101	+0·0023
Május	50·7	0·33	337° 14'	0·29	134° 32'	0·040	161° 47'	- 5°	-0·0447	+0·3276	+0·0780	-0·2820	-0·0182	-0·0360
Junius	50·8	0·39	341° 43'	0·29	132° 42'	0·054	156° 21'	+1°	-0·0222	+0·3871	+0·0852	-0·2735	+0·0195	-0·0499
Julius	50·4	0·35	343° 58'	0·26	129° 39'	0·051	157° 23'	-4°	-0·0063	+0·3506	+0·0935	-0·2435	-0·0192	-0·0467
Augusztus	51·6	0·35	336° 24'	0·29	128° 18'	0·031	153° 43'	+163°	-0·0518	+0·3429	+0·1067	0·2680	-0·0100	-0·0296
Szeptember	53·5	0·24	341° 37'	0·31	131° 59'	0·027	317° 2'	+28°	- 0·0145	+0·2440	+0·0950	-0·2923	+0·0010	+0·0271
Október	54·7	0·20	352° 25'	0·30	145° 38'	0·069	344° 50'	+21°	+0·0252	+0·1939	+0·0222	-0·2909	+0·0342	+0·0597
November	53·2	0·17	17° 6'	0·24	151° 46'	0·094	5° 16'	-3°	+0·0881	+0·1404	+0·0075	-0·2429	+0·0719	+0·0598
Deczember	53·2	0·13	28° 38'	0·22	155° 18'	0·130	2° 26'	-9°	+0·0880	+0·0923	-0·0200	-0·2158	+0·0956	+0·0878

azok. Ily pontos megegyezés meglepő és azt bizonyítja, hogy a meghatározott értékekben a kétszeres hullám lefolyása Kalocsán törvényszerűleg meg van állapítva.

A még észrevehető csekély különbségek az ezredmilliméterekben a még érvényesülő háborítások, úgy mint az észlelés és a számítás nem abszolút pontosságának el nem kerülhető maradványai, úgy hogy biztos eredményként megállapíthatjuk, hogy az  $u_3$  amplitúdója a napegyenlőség idejében határozottan 0.31 mm és  $132^\circ$ -nyi phasisszöggel van egybekötve. Ugyanoly biztos-sággal a téli solstitium idejében az amplitudo 0.22 mm és a nyári solstitiumban 0.26—0.27 mm, míg a phasisszögek télen 40 perczel kisebbek, mint nyáron. Az amplitudók és phasisszögek e teljes egyenlősége a két napegyenlőség idejében kétségkívül onnan ered, hogy a föld tengelyének állása a Naphoz a két æquinoctiumban teljesen ugyanaz; ellenben az egyenlőtlenség a két solstitiumban annak a következménye, hogy azokban a föld tengelye ellenkező hajlású a Nap felé. Az amplitudo akkor valamivel kisebb, mint a napegyenlőség szakában, mert a kétszeres hullám, midőn mint egységes képződmény a forgó földgömbön átsiet, a szélességi köröket harántul lépi át és így az ő fejlődésében némileg megakad és zavarodik. Legkisebb a téli solstitiumban, mert akkor a Nap napi íve a legkisebb; jóval nagyobb a nyári solstitiumban, mert akkor a napi ív kétszer akkora, mint télen; a phasis is akkor egy órával késik.

Ugyanoly vonatkozások a föld tengelyének állásához a háromszoros hullámban találhatók, de ellenkező irányban, mint a kétszeres hullámban: az amplitudo  $u_3$  főmaximuma ugyanis a téli solstitiumban uralkodik, a kisebbik a nyári solstitiumban, míg a napegyenlőség két szakában a számítás igen csekély minimumot ad, mely a valóságban a hullám akkori eltűnésének a jele. Általában úgy látszik, hogy a középszerű földrajzi szélességek alatt és a belföldön e hullámindító ereje az æquinoctiumok idejében teljesen és merőleg a kétszeres hullámban érvényesül és így az  $u_2$  maximumát okozza, azután részint a háromszoros hullámra tér át és a solstitiumokban amannak maximumát idézi elő. Az itt előterjesztett kalocsai észlelések ily viszonylagosságnak szám szerint is megfelelnek, a mennyi-

ben az amplitudo  $u_2$  nyáron és télen is ugyanannyival csökken, mint a mennyit kitesz az  $u_3$  ugyanabban az időben.

A légnyomás ingadozásainak e sajátos viszonyai felhívják azok okainak felkutatására és egyszersmind mutatják, mely irányban keresendő e tünemény megértése és magyarázata. E törekvésben mindenekelőtt szem előtt kell tartani, hogy a háromféle hullám nem az analysis merő számítási eredménye, milyen akármely számsorból is kapható, hanem három különböző tünemény kifejezője és e szerint külön okoknak eredménye.

Lehetetlen, hogy ugyanaz az ok egyrészt az egyszeres, hely és idő szerint oly különböző és változó hullámzást hozza létre és másrészt a kétszeres hullámot, mely szigorú törvényszerűséggel csak a földrajzi szélességtől és az év szakától függ. Ezért alig lehet kétség, hogy az egyszeres hullámzás az alsóbb, a felhők felső határáig terjedő légkörben, a Troposphérában az időjárás szeszélye alatt keletkezik, a kétszeres hullám oka pedig a felső, felhők feletti, állandó atmosphérában, a Stratosphérában keresendő.

Ez az általános nézet figyelemre méltó támogatást talál a napsugárzás pontos méréseiben, melyeket a kalocsai observatoriumon az 1908—1913. években az ANGSTRÖM-féle compensációs pyrhiometerrel eszközöltünk. Már az észlelések feldolgozása közben feltűnt, hogy az 1912. év július és augusztus havában folyton rendkívüli gyenge sugárzást mértünk. A sugárzás e csökkenése Kalocsán különös jelentést nyert és fokozott érdekességre tett szert az által, hogy az amerikai csillagászok Washingtonban és Algierben a legkitünőbb eszközökkel és legnagyobb gonddal végzett mérésekkel szintén a sugárzás feltűnő csökkenését állapították meg és hogy az a Kalocsán észlelt csökkenéssel időben egybeesik és nagyságban megegyezik.<sup>1</sup> Washingtonban és Algierben 10% csökkenést állapítottak meg és ez is az elméletnek megfelelő pontossággal nyilvánul a kalocsai észlelésekben. A sugárzás e feltűnő apadását a légkörben ideiglenesen

<sup>1</sup> Annales of the Astrophysical Observatory of the Smithsonian Institution, Vol. III. p. 19, 147, 151.—E gyengülésről l.: dr. STEINER LAJOS: Az ég homályossága 1912 nyarán. Természettud. Közöny 1912, p. 842—846.

beállt homályosodással, a magas légkörben lebegő porfellegekkel magyarázták meg, melyeket a katmai vulkán Kamtsatkában 1912 június 6.-án történt nagy kitörésekor kilökött és melyeket a magasságban uralkodó nyugati áramlat Északamerika felett és azután Európa fölé átvitt. Megfontolván, hogy a sugarak fokozott elnyelése a porfellegekben, úgy a mint az áteső sugarakat meggyengítik, a magas légkört magát kell hogy melegegítsék, azt sejtettem, hogy ennek a melegedésnek, ha ugyan egyáltalán a felső légkör hőmérsékváltozása a légnymomás ingadozását okozza, a légnymósi tényezőkben kell nyilvánulnia. Ennélfogva az 1912. év július és augusztus havának légnymósi analtikái tényezőit külön kiszámítottam és a két decenniumban talált, normálisnak vett értékekkel összehasonlítván, valóban feltűnő és igen tanulságos különbséget állapíthattam meg, melyet a mellékelt táblázat mutat be.

		" <sub>1</sub> mm	U <sub>1</sub>	u <sub>2</sub> mm	U <sub>2</sub>
Július	1896—1905	0.43	345°	0.27	132°
	1906—1915	0.35	343°	0.259	130°
	1912	0.38	341°	0.322	123°
Augusztus	1896—1905	0.38	339°	9.28	133°
	1906—1915	0.35	336°	0.288	128°
	1912	0.36	336°	0.305	130°

Igen jellemző, hogy csak a kétszeres hullám amplitúdója a rendesnél nagyobb, míg a phasis ideje, a mennyire az általában meghatározható, ugyanaz és a különben változatos egyszeres hullám amplitúdója és phasis ideje, a mennyire az általában várható, szintén ugyanaz. Főképen az 1912 évi július hava tűnik ki az amplitudo  $u_2$  nagyságával, mert ez a hónap egészében a zavart időszakba esett, mely Kalocsán körülbelül június 21.-étől egészen augusztus 19.-éig igazolható. Az  $u_2$ -ben feltűnő különbség 0.02 mm ugyan csekélynek mondható, de ennek a hullámnak nagy állandósága és szoros törvényszerűsége e különbségnek különös jelentőséget kölcsönöz, úgy hogy merő esetleges eltérésnek nem tekinthető, hanem a felsőbb légkörnek

amplitudója általában a felső légkör naponkénti melegülésének következménye; nagyon is érthető tehát, hogy annak *nagyobb* melegezése a rendkívüli elnyelés következtében az  $u_2$  amplitudo növekedését idézi elő. Az  $u_2$  0.02 mm-rel való, azaz 10°-os növekedése közelítőleg a mért sugárzás egyidejű apadásának, melyet szintén 10%-osnak találtak, felelne meg jól. A nagyobb amplitudo  $u_2$  és a napsugárzás egyenlő *gyengülésének* összetalálkozása ugyanabban az időben az ugyan hypothetikus porfellegekkel, nagyon is támogatja azt a nézetet, hogy a légnyomás kettős hulláma a felső légkörbe való besugárzásának, nevezetesen annak hőmérséki menetének az eredménye, a miből a hullám változatlansága, törvényszerűsége, függetlensége a felhőzetben uralkodó áramlatoktól és viharoktól és az egész alsóbb időjárás szeszélyétől egyben meg van magyarázva.

E szerint a magas légkör váltakozó melegezésében és lehülésében mégis egy kétszeres hullámnak indító lökését kellene felvenni, mely csak azért növeli éppen ezt a hullámot, mert a légkör saját lengési idejének felel meg, mely MARGULIES analitikai kutatása szerint éppen 12 órához nagyon közel áll. Bevalljuk, hogy mindebben a légnyomás lényeges problémáját, mely törvény szerint a légkör hőmérsékváltozása az ő nyomásának ingadozását előidézi, még nem fejtettük meg.

Végre minden hónap adataiból a maradékokat határozta meg, melyeket kapunk, ha mind a háromféle hullám kiszámított értékeit a számítás alá vett értékekből levonjuk. E maradékok nagysága általában az észlelés és számítás pontosságának kriteriuma; de több tekintetből a kutatásnak is anyagot nyújtanak: az azokban észrevehető szabályos menet az illető hullám kiszámításában megejtett hibát árulja el; ha ugyanoly eltérések egyenlő időközökben következnek, abból még felsőbbrendű periodusra is következtethetünk; magányosan valamely órában kiemelkedő nagy maradék külön lökésnek tulajdonítható abban az órában; egyéb kis ingadozások megfelelő helyen az illető hullámnak a sinustörvényről való eltérését sejtetik.

A mellékelt táblázat e maradékokat ezredmilliméterekben adva tartalmazza. Az e számok szerint rajzolt görbék összeállítására és áttekintésére után a következőket lehet megállapítani:

Maradékok: Észlelés—Számítás. Ezredmilliméterek.

	Ó r á k d. e.												Ó r á k d. u.											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jan.	-74	-5	+50	+25	-11	-23	-42	-13	-14	+36	+46	-29	-74	-38	+38	+44	+11	-16	-29	-12	+35	+63	+58	-15
Febr.	-18	+28	-16	-41	+9	-18	-12	+33	-15	-59	+15	+13	-18	-26	+14	-10	-37	-2	+18	-13	-23	+3	17	-16
Márc.	+32	+50	-20	-24	-4	-3	+18	+4	+24	-27	19	+13	-1	0	+41	-24	-24	-9	+15	+22	-4	-9	-22	-35
Ápr.	-17	+7	+10	-22	-60	-29	+12	-12	-23	-15	-20	-23	+18	+30	+4	+19	+20	-7	+4	+60	+65	13	-29	+5
Máj.	+6	-7	-16	-44	26	-5	+15	+21	+3	+7	+18	+29	+21	+26	+25	+38	5	-13	10	+15	+43	51	-49	-28
Jun.	+5	+20	+3	-20	+3	+1	+20	6	-13	-7	+19	+7	-5	15	-4	+12	-3	+10	-12	-35	+58	9	17	+6
Jul.	+8	+26	+1	-12	-11	-13	-6	+11	+4	+7	+10	-3	-15	25	-1	+31	+14	+6	-21	20	+41	-10	11	-6
Aug.	+19	+35	-32	+6	-9	-7	+13	0	-7	0	+7	-4	+3	-8	0	+28	+9	-35	-29	+27	+36	-9	-25	-23
Szept.	-1	-6	-8	-27	-30	-10	+21	+17	+33	+16	-15	+10	+4	-14	-12	-9	+1	-34	-7	+57	+39	8	-20	-19
Okt.	+14	+6	-18	+29	+25	-33	-15	+40	-5	-24	+11	-7	23	+4	+26	-2	-15	+19	+7	-31	+9	+21	-15	-34
Nov.	-53	+14	-4	+9	+28	-12	-26	+8	-24	+23	+37	-17	-21	-34	+30	+22	-5	+5	-15	-30	+12	+21	+15	+6
Dec.	-96	-3	+82	-66	-27	-5	-32	-66	-29	+138	+1	-50	-87	-50	+31	-43	+6	-43	-43	-23	+28	+50	+82	+1

Minthogy a pontos észlelésekből és számításokból eredő eltérések szigorúan az esetleges hibák törvénye alá esnek és ezért minden hónapban és a nap minden órájában teljesen ugyanolyanok, ezeknek felső határát a *legkisebb* sorozataiból ismerhetjük meg. A görbék áttekintésekor feltűnik, hogy június és július havában, de főképpen augusztusban, a reggeli 3 órától egészen a délutáni 3 óráig bennfoglalva, a maradékok az 0.01 mm-t csak egyszer haladják meg kevéssel, míg más órákban és hónapokban sokkal, egész a húszszorosukig nagyobbak. Megismerjük ebből, hogy e 12 órában a lengést zavaró okok hiányzanak vagy igen csekélyek és hogy tehát a 0.01 mm jobbadán csak a mondott esetleges hibák *felső* határát képviseli és hogy ennél fogva hiába iparkodunk az észlelés és a számítás még fokozott pontosságával a hullámzások menetét még simábban előállítani.

Kiváló nagy maradékok a téli évszakban tűnnek fel és pedig egyenlőképpen minden 24 órában. Ez a Kalocsán — és egész Középeurópában — ebben az évszakban átvonuló cyclonoknak tulajdonítandó, amilyenek nyáron nem fordulnak elő. Azonban nyáron is találunk tetemes eltéréseket, de csak a délutáni 4 órától egészen a reggeli 3 óráig terjedő szakban, a mi nagyon jellemzően abból magyarázható, hogy abban az időben nyáron zivatarok szokták a légnomást megzavarni. A sinus-törvénytől való kis eltérések nem vehetők észre; ezeket az időjárás zavaródásai elfedik. Bizonyos órában valamely hullámot-indító lökés nem mutatható ki; de egyet, olyfélélet azonban, meg kell említenem, mely igen feltűnően kiemelkedik. A görbéken ugyanis azt látjuk, hogy a hat hónapban, áprilistól szeptemberig, 9 órákor este, mindig rendkívül nagy és pedig positiv maradékot kaptunk, mely többnyire a legnagyobb eltérés is mind a 24 órában. Különös lökés ebben az órában a hullámok helyzetéhez alig hozható viszonyba: különben sem volna érthető, hogy az 9 órákor éjjel történnék, midőn a légnomás periodikus ingadozásának okát a Nap sugárzásának akarjuk betudni. Ezt a nagyon kiemelkedő maradékot talán az észlelési helység használatából, kezeléséből magyarázhatjuk meg, melybe az állomási észlelő 9 órákor este belép, hogy a barograf mellett függő állomási barometert leolvassa.



A rajzolt görbéken továbbá a téli időben, főképpen januárban, szembetűnően és nagyon szabályosan nyilvánul a légnymás négyszeres hulláma, melynek létezését már az előbbi decenniumban kimutattam. A következő táblázat a meghatározott állandókat és tényezőket tartalmazza, s a jól megegyező hónapok már egybe vannak foglalva.

	$U_4$	$u_4$
Nov., Decz., Január	203°	0·027 mm
Február	15°	0·010
Márczius, Április	296	0·019
Május	278	0·015
Június, Július, Augusztus	228	0·004
Szeptember, Október	297	0·014
Deczember egyedül	199	0·020

A phasisidőnek oly szoros megegyezése az összetartozó hónapokban, valamint az egynemű időszakokban, a 4. hullám valódiságát kétségen felül bizonyítja. Megerősíti még a tényezők megegyezése a Turinban és a Potsdamban más években meghatározott tényezőkkel, mely összhangzából egyszersmind az is következtethető, hogy a négyszeres hullám nemcsak lokális tünetény Kalocsán, hanem a légnymás általános ingadozásához tartozik.

Részletesen megállapíthatjuk, hogy az amplitudo  $u_4$  a téli solstitiumban a leguagyobb és 0·020—0·050 körül ingadozik, míg a phasisidő meglehetősen szorosan mindig 200—210° közt fekszik. A nyári solstitiumban a phasisidő szintén csak kevéssel nagyobb 220—230-nál, ellenben az amplitudo, 0·004, nyáron oly csekély, hogy a phasisidő is jelentését veszteni látszik. Ámde ki kell emelni, hogy számításunkban Kalocsán júniust és júliust külön véve és augusztust is külön véve, de még az előbbi decenniumunkban is június és július havában épen csak  $u_4=0·004$  kaptunk, ugyanily phasisidővel. Hasonlóképpen a két aequinoctiumban megint a phasisidő egy fokig! ugyanaz és az amplitudo 0·014—0·018. A közbeeső hónapok ellenben jellemző eredményt

nem adtak; ezek mintegy átmenetben lévő, zavartaknak átszanak lenni.

Évi periodikus tényezők az 1906—1915. évben.

	$b$ 700+ mm	$u_1$ mm	$U_1^\circ$	$u_2$ mm	$U_2^\circ$	$p_1$	$q_1$	$p_2$	$q_2$
1906	52·05	0·24	343·0°	0·27	139·9	-0·0075	+0·2372	+0·0624	-0·2680
1907	52·84	0·28	351·6°	0·26	139·6	+0·0321	+0·2750	+0·0476	-0·2598
1908	53·48	0·27	2·9°	0·27	141·5	+0·0842	+0·2603	+0·0455	-0·2658
1909	50·90	0·26	351·6°	0·26	139·2	+0·0300	+0·2579	+0·0489	-0·2557
1910	51·00	0·24	348·2°	0·27	136·2	+0·0137	+0·2360	+0·0660	-0·2602
1911	53·19	0·30	351·2°	0·27	139·5	+0·0329	+0·3004	+0·0539	-0·2639
1912	52·52	0·20	343·4°	0·27	142·1	-0·0055	+0·1992	+0·0373	-0·2706
1913	53·51	0·24	354·6°	0·26	142·4	-0·0397	+0·2349	+0·0349	-0·2615
1914	52·65	0·26	347·9°	0·26	141·5	+0·0135	+0·2624	+0·0389	-0·2612
1915	50·86	0·14	4·3°	0·25	133·8	+0·0469	+0·1336	+0·0695	-0·2381
10 évben	52·30	0·24	351·7°	0·26	139·3	+0·0280	+0·2397	+0·0505	+0·2605

A mellékelt táblázat a tíz évnek évi tényezőit tartalmazza, melyek a légnyomás általános összehasonlítására szolgálhatnak. E számok áttekintésekor az 1915. év adatai mint rendkívül kicsinyek tűnnek fel és az évet, mint különösen zavartat jellemzik.<sup>1</sup> Az  $u_1$  amplitudo ugyanis csak 0·14 mm, azaz sokkal kisebb, mint a többié és mint az előbbi decenniumé. Ugyanazt a súlyt és jelentőséget kell tulajdonítani az  $u_2 = 0·25$  mm-nek, ámbár csak 0·01 mm-rel kisebb, mert a többi év oly szorosan csak 0·26—0·27 közt változik. Az észlelés helyes voltát és jelentőségét a budapesti észlelések is tanúsítják, melyek a központi meteorológiai intézet szíves közlése szerint ugyanoly mértékben eltérő tényezőket adtak:  $u_1 = 0·16$ ,  $u_2 = 0·24$ ; továbbá a következő évnek, 1916-nak tényezői Kalocsán megint a szokott értékekhez,  $u_1 = 0·26$ ,  $u_2 = 0·27$  térnek vissza.

<sup>1</sup> Általában Magyarországon is homályosodást vettek észre; v. ö. az Időjárás 1919 júl.—decz. füzetét: A légkör különös homályossága hazánkban 1915 aug. 19—20. napjain.

## A QUANTUMEMISSIO HYPOTHESISISE A FEKETE SUGÁRZÁS ELMÉLETÉBEN.

CSÁSZÁR ELEMÉR-től.

PLANCK a legújabb időkben is a discontinuus emissio hypothesisire támaszkodva vezeti le sugárzási formuláját <sup>1</sup> s állást foglal a discontinuus absorptióval szemben, mellyel elválaszthatatlanul összekapcsolódik a fényquantumok gondolata s a sugárzó energia terjedésére vonatkozó hullámelméletnek teljes feladása. A quantumemissio hypothesisének itt említett szerepére való tekintettel indokoltnak látszik közelebbről megvizsgálni e föltevés különböző lehetséges alakjait ama szempont által vezérelve, hogy a discontinuus emissio eredeti PLANCK-féle föltevésének változtatása révén minél közelebb jussunk a klasszikus felfogáshoz, a teljesen folytonos energiakicserélődés gondolatához. Már e megjegyzésből is kitűnik, hogy jelen dolgozatom tárgya tulajdonképen általánosítása ez Értesítő 1918. évi kötetében megjelent értekezésem tartalmának.<sup>2</sup> Ugyanis a quantumemissio hypothesisének újabb alakot adva kimutatjuk, hogy ebből a sugárzási *formuláknak végtelen sorozata származik*, mely sorozatnak speciális tagjai a klasszikus, a BAURR-MOULIN-DE BOISSOUUDY-féle és a PLANCK-féle sugárzási formula; a mely sorozatnak egyes tagjai alkalmasnak látszanak még arra is, hogy a PLANCK-féle formulától való esetleges igen finom eltéréseknek (sőt a NERNST és WULF által hangsúlyozottaknak is) theoretikus okát adják.

---

<sup>1</sup> M. PLANCK: Wärmestrahlung, IV. kiadás, 189. o. Leipzig, 1921. J. A. BARTH.

<sup>2</sup> Császár E.: Math. és Természettud. Értesítő XXXVI. k. 373. o. 1918.

1. A quantumemissio hypothesisise szerint a linearis oscillatorok az egész  $0 - \infty$  energiatartományban discontinuusan emittálnak. Ettől eltérően tegyük fel, hogy minden oscillatorra nézve létezik egy kritikus energiahatár (analog módon a kritikus hőmérséklettel), mely fölött az oscillatorok másként működnek, mint alatta; mely fölött azok folytonosan, alatta pedig discontinuusan emittálnak. Részletesebben a föltevés a következő: az oscillatorok a  $0$  és  $(n+1)\varepsilon$  határokkal bíró energiatartományban  $((n+1)\varepsilon$ -t beleértve) folytonosan absorbeálnak, de csak akkor emittálhatnak, ha energiájuk az  $\varepsilon = h\nu$  energiaquantumnak egész-

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \varepsilon & 2\varepsilon & 3\varepsilon & & & n\varepsilon & (n+1)\varepsilon \\ | & | & | & | & & & | & | \\ \hline & & & & & & & \end{array}$$

számi többszöröse s emissio esetében összes energiájukat kiadják: az  $(n+1)\varepsilon$ -tól  $\infty$ -ig terjedő tartományban pedig teljesen folytonosan működnek. Az  $n$  az energiatartomány rendszámát jelenti:

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

E föltevésnek statistikus mechanikai jelentése tulajdonképen az, hogy a  $0 - (n+1)\varepsilon$  tartományban az oscillatorok eloszlására nézve érvényes a

$$dN_m = \frac{N}{\varepsilon} \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\right) e^{-\frac{m\varepsilon}{kT}} dE \quad (1)$$

formula,<sup>1</sup> az  $(n+1)\varepsilon - \infty$  tartományban pedig a<sup>2</sup>

$$dN = \frac{N}{kT} e^{-\frac{E}{kT}} dE, \quad (2)$$

hol  $N$  az összes oscillatorok száma, melyek a fekete sugárzással thermikus egyensúlyban állanak,  $dN_m$ , illetőleg  $dN$  pedig egy-egy  $dE$  nagyságú elemi energia-intervallumban lévő oscillatorok száma,  $E$  az energia.

2. Mindenekelőtt kiszámítjuk e hypothesis alapján egy oscillator középenergiáját, mint az abszolút hőmérséklet függvényét, megjegyezve, hogy ez a középenergia úgy nyerhető, ha az összes oscillatorok energiáját osztjuk ezeknek a számával.

<sup>1</sup> és <sup>2</sup> CSÁSZÁR E.: L. c. 379. o.

$$\bar{U}_v = \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\right) \sum_{m=0}^n \left\{ e^{-\frac{m\varepsilon}{kT}} \int_0^{\varepsilon} (m\varepsilon + E) dE \right\} + \frac{1}{kT} \int_{(n+1)\varepsilon}^{\infty} E e^{-\frac{E}{kT}} dE,$$

hol  $m \leq n$ . Az integratio elvégzése után

$$\bar{U}_v = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\right) \sum_{m=0}^n \left( m e^{-\frac{m\varepsilon}{kT}} + \frac{1}{2} e^{-\frac{(n+1)\varepsilon}{kT}} \right) + ((n+1)\varepsilon + kT) e^{-\frac{(n+1)\varepsilon}{kT}}.$$

Legyen

$$e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} = x,$$

mikor is  $x < 1$ , ekkor az összegezés elvégzése után

$$\bar{U}_v = \varepsilon(1-x) \left\{ \frac{nx^{n+2} - (n+1)x^{n+1} + x}{(1-x)^2} + \frac{1}{2} \frac{1-x^{n+1}}{1-x} \right\} + ((n+1)\varepsilon + kT)x^{n+1}.$$

Az előforduló műveleteket elvégezve:

$$\bar{U}_v = \frac{\varepsilon(x - x^{n+2})}{1-x} + \frac{\varepsilon}{2}(1 - x^{n+1}) + kTx^{n+1}. \quad (3)$$

Ha az  $n$  paraméternek, mely pozitív egész számot jelent, különböző értékeket adunk, e kifejezésből nyerhetők azok az eredmények, melyek egyrészt a klasszikus elméletből, másrészt a quantumemissio feltevésének speciális alakjaiból folynak. Ha  $n = -1$ , vagyis egyáltalában nincs discontinuitas, akkor

$$\bar{U}_v = kT,$$

a mi a klasszikus elmélet eredménye. Ha  $n = 0$ , vagyis csak a  $0 - \varepsilon$  tartományban áll fenn a discontinuus emissio föltevése, akkor

$$\bar{U}_v = \left( \frac{\varepsilon}{2} + kT \right) x + \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\frac{\varepsilon}{2} + kT}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}} + \frac{\varepsilon}{2},$$

a mi a bevezetésben említett speciális hypothesisünknek a következménye. Ha  $n = \infty$ , akkor

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{U}_\nu = \frac{\varepsilon}{x^{-1}-1} + \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon}{e^{kT} - 1} + \frac{\varepsilon}{2},$$

a mely a PLANCK-féle teljes quantumemissio hypothesisének eredménye.<sup>1</sup>

3. A középenergiát könnyen előállíthatjuk a sugárzó energia sűrűségének függvénye gyanánt is. A (3) alatti formulát ugyanis, ha két első tagjából az  $(1-x^{n+1})$  tényezőt kiemeljük, a következőleg írhatjuk:

$$\bar{U}_\nu = (1-x^{n+1}) \left\{ \frac{\varepsilon}{x^{-1}-1} + \frac{\varepsilon}{2} \right\} + kTx^{n+1}. \quad (4)$$

Ha e formulának physikai jelentését keressük, a következő eredményre jutunk. Mivel (1) és (2) alapján

$$N(1-x^{n+1}) = N \sum_{m=0}^n (1-x)x^m \quad \text{és} \quad Nx^{n+1} = \frac{N}{kT} \int_{(n+1)\varepsilon}^{\infty} e^{-\frac{E}{kT}} dE \quad (5)$$

jelentik egyrészt a  $0 - (n+1)\varepsilon$  energiatartományba eső, tehát a discontinuusan emittáló összes oscillatorok számát, másrészt az  $(n+1)\varepsilon - \infty$  tartományba eső, tehát folytonosan működő összes oscillatorok számát, a (4) alatti egyenlőség tulajdonképpen azt fejezi ki, hogy a középenergia kiszámítása céljából az eredeti oscillatorrendszer helyettesíthető egy teljesen discontinuusan emittáló és egy másik teljesen folytonosan működő oscillatorokból álló rendszerrel, hol az összes oscillatorok száma  $N$ , az egyes típusokba tartozók pedig (5) által van adva.

Ha már most a (4) egyenletben felhasználjuk ama körülményt, hogy egyrészt a klasszikus elmélet,<sup>2</sup> másrészt a PLANCK-féle quantumemissio hypothesisének<sup>3</sup> eredményeképpen

$$kT = \frac{c^3}{8\pi\nu^2} u_\nu \quad \text{és} \quad \frac{\varepsilon}{x^{-1}-1} + \frac{\varepsilon}{2} = \frac{c^3}{8\pi\nu^2} u_\nu + \frac{\varepsilon}{2},$$

hol  $u_\nu$  a  $\nu$  rezgésszámú sugárzó energia sűrűsége, akkor a fellepő műveletek elvégzése után

<sup>1</sup> M. PLANCK: L. c. II. kiadás, 140. o.

<sup>2</sup> U. ö.: U. o. I. kiadás, 124. o.

<sup>3</sup> U. ö.: U. o. II. kiadás, 161. o.

$$\bar{U}_\nu = \frac{c^3}{8\pi\nu^2} u_\nu + \frac{\varepsilon}{2} (1 - x^{n+1}). \quad (6)$$

Ez a formula is egyesíti magában a klasszikus elméletből s a részleges és teljes quantumemissio hypothesiséből folyó eredményeket, ha  $n = -1, 0$  és  $\infty$ .

4. A középenergiának (3) és (6) alatti két értékét egyenlővé téve nyerjük  $u_\nu$  explicit alakját:

$$\begin{aligned} u_\nu &= \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \left\{ \frac{\varepsilon(x - x^{n+2})}{1-x} + kTx^{n+1} \right\} = \\ &= \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \left\{ \frac{h\nu \left( 1 - e^{-\frac{(n+1)h\nu}{kT}} \right)}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} + kTe^{-\frac{(n+1)h\nu}{kT}} \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Vagy ha a specifikus sugárzási intenzitást kifejezzük  $\lambda$  függvénye gyanánt:

$$E_\lambda^{(n)} = \frac{c_1}{\lambda^5} \left[ \frac{1 - e^{-\frac{(n+1)c_2}{\lambda T}}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} + \frac{1}{\frac{c_2}{\lambda T} e^{\frac{(n+1)c_2}{\lambda T}}} \right], \quad (8)$$

hol  $c_1$  és  $c_2$  konstans. Ezt a formulát még a következő alakban is írhatjuk, hogy a PLANCK-féle formulához való viszonyát feltüntessük:

$$E_\lambda^{(n)} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^z - 1} \left\{ 1 + \frac{e^z - z - 1}{ze^{(n+1)z}} \right\} \quad (9)$$

$$= \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^z - 1} (1 + a), \quad (10)$$

hol  $z$  és  $a$  jelentése látható.

Ez egy *universalis sugárzási formula*, mely az  $n$  parameter megfelelő értéke mellett megadja az összes eddig említett formulákat. Ha  $n = -1$ , akkor nyerhető a LORD RAYLEIGH-féle formula, ha  $n=0$ , akkor kapjuk a BAUER-MOULIN-DE BOISSOUDY-féle formulát, végül ha  $n = \infty$ , akkor a PLANCK-féle formulára jutunk. Ha  $n$  a  $\infty$  felé közeledik — mint később (148. oldal) látni fogjuk — felülről közelítjük meg a PLANCK-féle formulát. A (8) a sugárzási formulának végtelen sorozatát állítja elő, melyek legalább is  $n$ -nek nagyobb értékei mellett egyformán alkalmasak a fekete sugárzás tapasztalati törvényszerűségeinek leírására.

5. Kimutatjuk, hogy a (8) alatti formulák  $n$  bármilyen pozitív egész értéke mellett eleget tesznek a sugárzási formula négy szükséges feltételének.

a) Hogy a STEFAN-BOLTZMANN-féle törvényt:  $E_{\text{tot}} = \sigma T^4$ , hol  $\sigma$  konstans, nyerhetjük (7)-ből, illetőleg (8)-ból, azt integrációval mutatjuk meg. Ha  $u$  jelenti a totalis energiasűrűséget:

$$u = \frac{8\pi}{c^3} \int_0^\infty \nu^2 \left\{ \frac{h\nu \left(1 - e^{-\frac{(n+1)h\nu}{kT}}\right)}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} + kT e^{-\frac{(n+1)h\nu}{kT}} \right\} d\nu.$$

Az integrandus első tagjában szereplő

$$\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

függvényt végtelen sorba fejtve, a fellépő összevonások elvégzése után az integrandus exponentialis tagok összege lesz, s elvégezve az integrációt,  $u$ -ra a következő értéket kapjuk:

$$u = \frac{48\pi}{c^3} \frac{(kT)^4}{h^3} \left[ 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{(n+1)^4} + \frac{1}{3(n+1)^3} \right].$$

Ha a szögletes zárójelben lévő összeget  $a_n$ -nel jelöljük:

$$u = \frac{48\pi}{c^3} \frac{(kT)^4}{h^3} a_n. \quad (11)$$

Ha  $n = -1$ , akkor  $a_{-1} = \infty$  és  $u = \infty$ , a mi a klasszikus elméletnek sajátos, éppen a quantumelmélet szükségszerűségét igazoló következménye. Ha  $n = 0$ , akkor

$$a_0 = 1 + \frac{1}{3},$$

a mely a tapasztalathoz képest kissé nagy. Ha  $n = \infty$ , akkor

$$a_\infty = 1 + \frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \dots = \frac{\pi^4}{90},$$

s ez PLANCK eredménye.

Az energiagörbének  $n$ -nel való változásáról, tehát a totalis



sugárzásról még úgy is tájékozódást szerezhetünk, ha a többi változót állandónak tekintve, előállítjuk a

$$\frac{du_\nu}{dn}$$

differentiálhányadost; erről ugyanis kiderül, hogy bármilyen  $n$  mellett ( $n$ -et folytonos változónak gondolva) negatív, vagyis a míg  $n$  a  $(-1)$ -től a  $(+\infty)$ -ig nő, az  $u_\nu$  értéke folytonosan fogy. Mivel azonban  $n = +\infty$  esetében

$$\frac{du_\nu}{dn} = 0,$$

az  $u_\nu$  minimumát éri el a PLANCK-féle formulában, a minek közlebbi jelentése az, hogy ha  $u_\nu$ -ről  $E_\lambda^{(n)}$ -re térve át, egy meghatározott  $T$  mellett elkészítjük az energiagörbéket,  $n$ -et  $(+\infty)$ -tól lefelé  $(-1)$ -ig fokozatosan csökkentve (egészeken át), ez utóbbi energiagörbék mind fölötté fekszenek a PLANCK-félének s legfelül áll a klasszikus elméletből folyó RAYLEIGH-féle görbe.

b) A (8) alatti formula  $n$ -nek bármilyen pozitív egész értéke mellett megfelel a WIEN-féle eltolódási törvénynek is, mi alatt nemcsak azt értjük, hogy  $E_\lambda^{(n)}$  a  $\frac{c_1}{\lambda^5}$  faktortól eltekintve csak a  $\lambda T$  szorzatnak a függvénye, hanem még azt is, hogy bármilyen  $n$  mellett kiszámítva a  $\lambda_{\max} T$  szorzatot, a nyert eredmény a tapasztalattal összhangzásban áll. Előállítjuk  $E_\lambda^{(n)}$ -nek  $\lambda$  szerinti differentiálhányadosát (a többi változót állandónak tekintve) s ezt zérussal tesszük egyenlővé:

$$\begin{aligned} \frac{dE_\lambda^{(n)}}{d\lambda} &= e^\beta (\beta^2 - 5\beta) + 5\beta + e^{-(n-1)\beta} [(n+1)\beta - 4] + \\ &+ e^{-n\beta} [-(n+2)\beta^2 - (2n-3)\beta + 8] + \\ &+ e^{-(n+1)\beta} [(n+1)\beta^2 + (n-4)\beta - 4] = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

hol  $\beta = \frac{c_2}{\lambda_{\max} T}$ . Ha  $n=0$ , ez a komplikált egyenlőség a következő egyszerű alakot ölti:

$$\beta^2 - 4\beta - 4 = 0,$$

melynek pozitív gyöke:

$$\beta = 2(1 + \sqrt{2}) = 4.8284\dots \quad (13)$$

Ha  $n = \infty$ , akkor a (12) alakja:

$$e^{-\beta} + \frac{\beta}{5} - 1 = 0,$$

melynek bennünket érdeklő gyöke:<sup>1</sup>

$$\beta = 4.9651\dots \quad (14)$$

Főntos feladat már most annak az eldöntése, hogy ha  $n$  a 0 és  $+\infty$  között van,  $\beta$  szintén a fenti (13) és (14) alatti két érték között fekszik-e. Ki lehet mutatni, hogy ha  $n$  a 0-tól kiindulva a pozitív egész értékeken át növekszik,  $\beta$  az  $n$ -nel monoton módon nő. E célból figyelembe veendő, hogy a (12) egyenlet meghatározza  $\beta$ -t, mint az  $n$  implicit függvényét. Ha ellőállítjuk a

$$\frac{d\beta}{dn} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial n}}{\frac{\partial f}{\partial \beta}}$$

differenciálhányadost, erről kiderül, hogy  $n=0$  esetében negatív,  $n=\infty$  mellett pedig zérus. Előre várható, hogy ez a differenciálhányados közben legalább egyszer zérussá válik. A zérussá válás szükséges feltétele, hogy

$$\frac{\partial f}{\partial n} = 0 \text{ legyen, ha } \frac{\partial f}{\partial \beta} \neq 0.$$

Mivel az utóbbi véges  $\beta$  és  $n$  érték mellett nem állhat fenn, csak az első feltételt kell vizsgálnunk. Maga a differenciálhányados a következő:

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \beta e^{-(n+1)\beta} [e^{2\beta} (5-\beta) + e^{\beta} (2\beta^2 - 4\beta - 10) - \beta^2 + 5\beta + 5] - \beta^2 n e^{-(n+1)\beta} [e^{2\beta} - e^{\beta} (\beta + 2) + \beta + 1]. \quad (15)$$

Belátható, hogy ha ez =0-sal, a (12) alatti meghatározó egyenlet figyelembe vételével  $\beta$ -ra és  $n$ -re a következő két feltételi egyenletet nyerjük:

<sup>1</sup> K. JELLINEK: Phys. Chemie d. Gasreaktionen, 355. o.

$$\beta n [e^{2\beta} - e^{\beta}(\beta+2) + \beta+1] - [e^{2\beta}(5-\beta) + e^{\beta}(2\beta^2-4\beta-10) - \beta^2+5\beta+5] = 0 \quad (16)$$

és

$$e^{(n+1)\beta} [e^{\beta}(\beta^2-5\beta) + 5\beta] + [e^{2\beta} - e^{\beta}(\beta+2) + \beta+1] = 0. \quad (17)$$

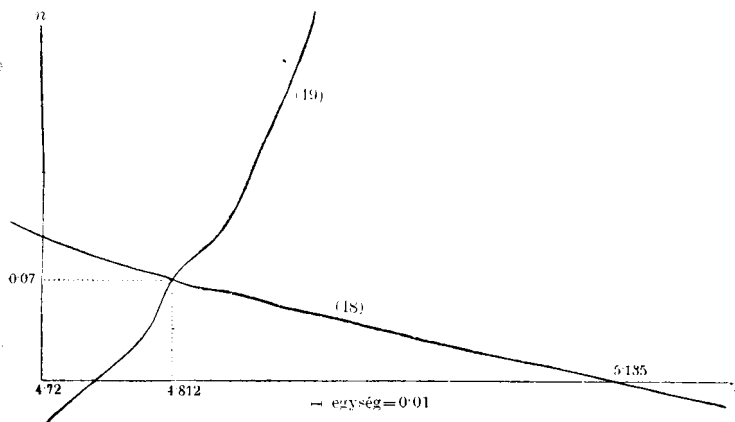
E két utóbbi egyenletből rendre kifejezhetjük  $n$ -et  $\beta$  explicit függvénye gyanánt:

$$n = \frac{e^{2\beta}(5-\beta) + e^{\beta}(2\beta^2-4\beta-10) - \beta^2+5\beta+5}{\beta[e^{2\beta} - e^{\beta}(\beta+2) + \beta+1]}; \quad (18)$$

és

$$n = \frac{1}{\beta} \log \frac{e^{\beta}(\beta+2) - e^{2\beta} - \beta - 1}{e^{2\beta}(\beta^2-5\beta) + 5\beta e^{\beta}}. \quad (19)$$

Grafikusan eldönthető már most, hogy van-e olyan pozitív valós  $\beta$  érték, mely mellett e két utóbbi függvény helyettesítési értéke ( $n$ ) megegyezik s ezenfelül még pozitív egész szám. Kiderül, hogy ha közelítőleg  $\beta=4.812$ , akkor mindkét esetben  $n=0.07$  s ez az egyetlen valós értékpár, mely a (16) és (17) feltételi egyenleteket egyidejűleg kielégíti. A grafikonok ilyenek:



Tehát ha  $n$  a 0-tól kezdve növekszik, akkor  $\beta$  vele fogyni kezd, körülbelül  $n=0.07$  esetén eléri minimumát, azontúl nő; mivel pedig  $\beta_1 > \beta_0$ , mondhatjuk, ha  $n$  a pozitív egészeken halad keresztül,  $\beta$  monoton módon nő vele. Mivel pedig

$$\lambda_{\max} T = \frac{c_2}{\beta},$$

ebből következik, hogy az energiagörbe maximuma (állandó  $T$  mellett)  $n$  növekedésével folyton a rövidebb hullámok felé tolódik el, de a  $\lambda_{\max} T$  szorzat állandóan a kísérleti eredmények körül van. Valószínűleg lehetséges itt a grafikusnál elegánsabb megoldást is találni.

c) Egy sugárzási formula helyességének harmadik szükséges feltétele az, hogy a  $\lambda T$  szorzatnak  $c_2$ -höz képest kicsiny értékei mellett átmenjen a WIEN-féle formulába, s a (8) alatti formula tekintet nélkül az  $n$  paraméter értékére megfelel e követelménynek.

d) A negyedik szükséges feltételnek is eleget tesz (8), ugyanis a  $\lambda T$  szorzatnak  $c_2$ -höz képest nagy értékei mellett bármilyen  $n$  esetében átmege a RAYLEIGH-féle formulába.

6. A PLANCK-féle quantumemissio hypothesisének még más módosítása is gondolható. Lehetséges például, hogy a discontinuus emissiót csak egyetlen tetszésszerű  $\varepsilon$  tartományra (másodikra, harmadikra,  $n$ -edikre) tartjuk fenn, egyébként az oscillatorok teljesen folytonosan működnek. Így is elő lehet állítani a sugárzási formuláknak végtelen sorozatát, melyek persze *a tapasztalattal általában nem egyeznek meg*. Elvégezve az előforduló számításokat, azzal az érdekes körülménnyel találkozunk, hogy nullapont-energiát csak akkor kapunk, ha a  $0 - \varepsilon$  tartomány discontinuitási tartomány; másrésztől a nullapontenergia a hatásquantumok hypothesisének, vagyis a véges és meghatározott nagyságú elemi valószínűségi tartományok létezésének s az oscillatorok ezekben való egyenletes eloszlásának a következménye, tehát e két körülmény között kell valami közelebbi kapcsolatnak lenni.

A quantumtheoria legújabb fejlődésére való tekintettel talán célszerűbbnek látszott volna az energiaquantumok helyett hatásquantumokkal dolgozni, azonban egy szabadsági fok mellett (linearis oscillatorok) ez különösebb előnnyel nem jár, sőt a követett tárgyalási mód egyszerűbbnek látszik. Ha azonban a PLANCK-féle quantumelmélet reductióját több szabadsági fokra is ki akarjuk terjeszteni, természetesen a hatásquantumokhoz kell folyamodni.

7. Nézzük már most, hogy a fekete sugárzásra vonatkozó

kísérleti eredmények indokolttá teszik-e a quantumemissio hypothesisének módosítását s új sugárzási formulák felállítását. Az egész kérdésnek lényege az, hogy a PLANCK-féle formula exakt természettörvény-e, vagy csak jó közelítő formula, melynek segítségével a tapasztalatokról számot lehet adni. Újabban NERNST és WULF<sup>1</sup> kétségbe vonták azt, hogy PLANCK formulája exakt természettörvény. Ugyanis feldolgozták RUBENS és KURLBAUM, LUMMER és PRINGSHEIM, PASCHEN, továbbá WARBURG és társainak egymástól teljesen független mérési adatait, azt vizsgálván, hogy ha  $c_1$  konstanst a PLANCK-féle formulából kifejezik:

$$c_1 = \lambda^5 (e^z - 1) E_\lambda,$$

vajjon ez állandó-e az egyes mérési sorozatokban, ha  $c_2 = 14300$ , a mi eléggé bizonyos.<sup>2</sup> S arra az eredményre jutottak, hogy a PLANCK-féle formula szerint számítva ennek a constansnak mindegyik mérési sorozatban meghatározott természetű járása van, még pedig  $z=0$ -tól körülbelül  $z=2.5$ -ig nő, ott maximumát éri el, azontúl monoton módon fogy. Ennek physikai jelentése pedig az, hogy a PLANCK-féle formula azokon a területeken, melyeken már a RAYLEIGH-féle kezd érvényes lenni, kicsiny értékeket ad az  $E_\lambda$ -ra, miért is egy faktoriall kell a PLANCK-féle formulát szorozni, mely a WIEN-féle eltolódási törvény értelmében csak a  $\lambda T$  szorzat függvénye lehet s változásában követi a  $c_1$  constans járását. NERNST és WULF nem adják meg az új formula explicit alakját, csak felírják, hogy

$$E_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^z - 1} (1 + \alpha),$$

s  $\alpha$ -ra nézve, mely  $z$  függvénye, nagy tapasztalati anyag feldolgozása után részletes táblázatot állítanak elő.

Ha egy tekintet vetünk a redukált quantumemissio hypothesiséből származó formulák (10) szerkezetére, azonnal látható, hogy ezek egytől-egyig ilyen szerkezetűek s bennük az  $\alpha$  mint  $\lambda T$  explicit függvénye meg van adva. (Megjegyzem, hogy a (10) nem a NERNST-WULF-féle értekezés hatása alatt keletkezett.) Nincs ugyan

<sup>1</sup> W. NERNST u. TH. WULF: Verhandl. d. D. Phys. Ges. 1919. 294. o.

<sup>2</sup> U. ök: U. o. 297—303. o.

olyan legalább is egész  $n$  paraméterérték, mely mellett  $\alpha$ -nk pontosan a NERNST-WULF-féle táblázatot szolgáltatja, de ez tulajdonképpen nem is lényeges. Ugyanis e táblázat folytán a STEFAN-BOLTZMANN-féle constansra túlnagy érték adódik s különben is — bár a szerzők számítása szerint systematikus eltérések a PLANCK-féle formulától tagadhatatlanok — a táblázat részleteiben nem eléggé bizonyos. Annyit azonban meg lehet állapítani, hogy ha vannak a PLANCK-féle formulától finom eltérések, azok a (8) formula segítségével megfelelő  $n$  mellett leírhatók.

NERNST és WULF feltűnést keltő értekezésükkel kihívták a fekete sugárzással foglalkozó kísérleti physikusokat s a kihívásra már meg is jött a válasz. A Phys. Zeitschr. 1921. évi októberi számában RUBENS és MICHEL<sup>1</sup> beszámolnak a NERNST-WULF-féle dolgozat következtében végzett új fekete sugárzási méréseikről, melyeknek fontos czélja annak a megállapítása: áll-e a PLANCK-féle formula vagy bukik? Ők NERNST-ékkel szemben csudálatos (1%) pontossággal kimutatták, hogy a PLANCK-féle formula a  $z=0.2$ -tól a  $z=5.6$ -ig terjedő tartományban érvényes, vagyis itt a PLANCK-féle formula alapján számított  $c_1$  constans inkább állandó, mint a NERNST-WULF-féle módosítás alapján számított — «wie zu erwarten war» — mondják RUBENS és MICHEL munkájukban. Az eltérések mindenestre kisebbek e szerint, mint a NERNST-WULF-féle táblázat megkívánja.

Ezzel természetesen a kérdés még nincs elintézve. Ugyanis NERNST és WULF a legkülönbözőbb kísérletezőknek különböző módszerek mellett nyert adatait dolgozták fel s éppen az a meglepő, hogy mindegyikben ugyanolyan természetű rendszeres eltérést tapasztaltak. Vajjon ezek a régebbi mérések mind hibásak? Ezenkívül a PLANCK-féle formula — mint NERNST és WULF is megjegyzi — két helyen látszik esetleg sebezhetőnek. Ha a  $c_2$  konstans kiszámítjuk a

$$c_2 = \beta \cdot \lambda_{\max} T \quad (\beta = 4.9651)$$

összefüggés alapján, melyben a kísérleti eredmények középértéke gyanánt

$$\lambda_{\max} T = 2915,$$

<sup>1</sup> H. RUBENS u. G. MICHEL: Phys. Zeitschr. 1921. 569. o.

akkor  $c_2$ -re nagy értéket (körülbelül 14,473-at) nyerünk 14,300-hoz képest, a mely pedig eléggé bizonyosnak látszik. Ezenkívül a PLANCK-féle formulából számítva, a STEFAN-BOLTZMANN-féle konstans <sup>1</sup>  $\sigma = 5.738 \times 10^{-12}$ , míg GERLACH-nak <sup>2</sup> igen pontos mérései  $5.8 - 5.9 \times 10^{-12}$  körüli értéket állapítanak meg, tehát nagyobb a PLANCK-félénél. A (8) formulából számított  $\beta$  értékek mind a PLANCK-féle érték alatt, a  $\sigma$  értékek pedig a PLANCK-féle érték fölött vannak.

Szóval tehát új és nagy kísérleti adathalmaz szükséges, hogy a PLANCK-féle formulát illetően végleges döntés történjék. Hogy finom árnyalatbeli eltérések szóba jöhetnek, az a mondottak alapján világos, s ezt maga PLANCK is elismeri.<sup>3</sup> De ha csakugyan így döntene is a jövő, ez a quantumhypothesisre nézve csak formális változást jelentene; hiszen láttuk, hogy a quantumemissio hypothesisének módosítása alkalmas arra, hogy segélyével a PLANCK-féle formulától való legfinomabb eltéréseket is leírjuk.

<sup>1</sup> L. FLAMM : Phys. Zeitschr. 1917. 521. o.

<sup>2</sup> W. Gerlach : Jahrbuch d. Radioaktivität, 1918. 155. o.

<sup>3</sup> M. PLANCK : L. e. IV. kiad. 195. o.

## EINSTEIN-FÉLE GRAVITATIO RÉGI ELMÉLETBŐL.

FARKAS GYULA r. tagtól.

Régi elméleten itt a speciális relativitás elméletét értem, a melyből egy eredete szerint még régibb elv, az inertia-erők virtualis munkájának az elve alapján az egytestproblemát szándékozom kifejteni.

Ebből az elvből indulva, a négy méretű siktérben egy pontnak egy háromméretű forgásfelületre utalt kényszermozgása olyan alakban állítható elő és azután a forgásfelületnek egyszerű phænomenologiai föltevésével olyan alak tulajdonítható, hogy az előkerült geodæsiai mozgásnak a mi mindenkori háromméretű empirikus terünkbe tartozó komponense épen az EINSTEIN-féle gravitációnak felel meg. Az erre alkalmas speciális felületek seregével megadott kényszer definiálja a négy méretű térben a physikai tér-állapotot.

1. *Jelölések.* Egy pont négy derékszögű koordinátáját  $x, y, z, s$  jelölje a négy méretű siktérben. Ezek sorában a három első jelentse a pontnak a mi mindenkori háromméretű empirikus terünkben lévő koordinátáit. Az  $x, y, z$  komponensű vektort röviden  $w$ -vel jelöljük:  $w \equiv (x, y, z)$ , ennek a nagyságát pedig  $r$ -rel:  $\text{abs } w \equiv r$ . A mi empirikus  $x, y, z$ -terünk egyméretű normálisán imaginarius időkoordinátát jelentsen  $s$ , tehát  $s_i s_j \leq 0$ , minél fogva a LORENTZ-transzformációban

$$w_i w_j + s_i s_j \equiv x_i x_j + y_i y_j + z_i z_j + s_i s_j = \text{inv.}$$

Tekintsük  $n$  számú tömegpont független rendszerét az  $m_1, \dots, m_n$  invariáns és állandó („nyugalmi») tömegekkel a  $w_1, s_1; \dots; w_n, s_n$  változtatható helyeken. A  $(w_1, s_1), \dots, (w_n, s_n)$  négyes vektorokat egy és ugyanannak a  $\theta$  skalárisnak, mint in-



varians valós időparaméternek a függvényeként számítsuk. Minden a  $\theta$  paramétertől függő mennyiségnek a  $\theta$  szerint képezett totális deriváltjait jelöljük a mennyiség fölé irt pontokkal, például az  $(m_i)$  tömegpontnak a «sebességét» és «gyorsulását» a  $\theta$  időparaméter értelmében  $(\dot{w}_i, \dot{s}_i)$ , illetőleg  $(\ddot{w}_i, \ddot{s}_i)$  alakban írjuk:

$$\frac{d}{d\theta}(w_i, s_i) \equiv (\dot{w}_i, \dot{s}_i), \quad \frac{d^2}{d\theta^2}(w_i, s_i) \equiv (\ddot{w}_i, \ddot{s}_i);$$

és írjuk a  $w_i$  nagyságára,  $r_i$ -re vonatkozóan

$$\frac{dr_i}{d\theta} \equiv \dot{r}_i = \frac{w_i \dot{w}_i}{r_i}, \quad (r_i^2 \equiv w_i^2 \equiv x_i^2 + y_i^2 + z_i^2);$$

$$\frac{d^2 r_i}{d\theta^2} \equiv \ddot{r}_i = \frac{d}{d\theta} \frac{w_i \dot{w}_i}{r_i} = \frac{w_i \ddot{w}_i + \dot{w}_i^2}{r_i} - \frac{w_i \dot{w}_i}{r_i^2} \dot{r}_i = \frac{w_i \ddot{w}_i + \dot{w}_i^2 - \dot{r}_i^2}{r_i}.$$

2. Az *inertia-erők virtuális munkájának elve a négy méretű síktérben* tömegpontok független rendszeréről azt állítja, hogy a négyes tengelyrendszernek és a  $(w_1, s_1)$  stb. négyes vektorok  $\theta$  paraméterének a megválasztása lehet oly szerű, hogy a  $-m_1(\ddot{w}_1, \ddot{s}_1)$  stb. négyes inertia-erőknek mindig minden virtuális munkája eltűnik:

$$\sum_1^n m_i (\ddot{w}_i \delta w_i + \ddot{s}_i \delta s_i) = 0,$$

a hol  $(\delta w_1, \delta s_1)$  stb. képviselik a közös  $\theta$  közös  $d\theta$  megváltozásához az összes virtuális elmozdulásokat (a melyeken a lehetséges és a tényleges elemi elmozdulások különbségei értendőek).

Ezentúl két tömegpont független rendszerére szorítkozunk, még pedig azzal a kikötéssel, hogy az egyiknek a tömege igen nagy legyen a másiknak a tömegéhez képest,  $m_1$  igen nagy az  $m_2$ -höz képest, úgy hogy  $m_2$  az  $m_1$  mellett ne tegyen számot. *Felteszünk, hogy ez esetben egy oly négyes tengelyrendszerben, amelyben az  $(m_1)$  tömegpont állandó négyes sebességgel mozog, igen pontosan áll a két pont rendszerére elvi egyenletünk:*

$$m_1 (\ddot{w}_1 \delta w_1 + \ddot{s}_1 \delta s_1) + m_2 (\ddot{w}_2 \delta w_2 + \ddot{s}_2 \delta s_2) = 0.$$

A *physikai térállapot hatása az  $(m_2)$  tömegpontra abból álljon igen pontosan, hogy ennek a mozgása egy háromméretű*

*forogásfelületre van utalva, olyanra, a melynek a tengelye az ( $m_1$ ) tömegpont pályavonalára. Utóbbin legyen az origo.*

Ezek szerint a tengelyrendszer megválasztására a következő invariáns követelésünk van (t. i. invariáns a LORENTZ-transzformációban):

$$(\dot{w}_1, \dot{s}_1) = \text{const.}$$

Van továbbá az invariáns

$$\dot{w}_1 w_2 + \dot{s}_1 s_2 = \varphi(w_2^2 + s_2^2)$$

kényszeregyenletünk valamely invariáns alakú  $\varphi$  függvény szerint, az ( $m_2$ ) tömegpont mozgására.

Egyszerűsítésül az  $s$ -ek tengelyét az ( $m_1$ ) tömegpont pályavonalába helyeztük legyen, tehát

$$w_1 = 0, \dot{s}_1 = \text{const}; \quad (1)$$

a kettes indexet pedig mellőzzük:

$$m_2 \equiv m, \quad w_2 \equiv w, \quad s_2 \equiv s.$$

Most kényszeregyenletünk ebbe rudukálódik:

$$\dot{s}_1 s = \varphi(w^2 + s^2),$$

minélfogva  $s$  a  $w$  nagyságának  $r$ -nek a függvényeként teszi a kényszerfeltételt:

$$s = \psi(r). \quad (2)$$

Elvi egyenletünk ezekben az alakokban jelentkezik már most:

$$\begin{aligned} \ddot{w} \delta w + \ddot{s} \delta s &\equiv \ddot{w} \delta w + \check{\psi} \psi' \delta r \equiv \ddot{w} \delta w + \check{\psi} \psi' \frac{w \delta w}{r} \equiv \\ &\equiv \left( \ddot{w} + \check{\psi} \psi' \frac{w}{r} \right) \delta w = 0, \quad \left( \psi' \equiv \frac{d\psi}{dr} \right). \end{aligned}$$

Mint hogy  $\delta w$  szabadon adható, innen a

$$\ddot{w} + \check{\psi} \psi' \frac{w}{r} = 0 \quad (3)$$

mozgásegyenletünk van.

3. A  $\theta$  időparaméter mint az ( $m$ ) tömegpont Minkowski-féle egyéni időjelzője. A (3) előtt irt elvi egyenlet a tényleges elemi el-

mozdulásokra alkalmazva:  $\ddot{w}dw + \dot{s}ds = 0$ , tehát  $\dot{w}^2 + \dot{s}^2 = \text{const}$ . Ezt az állandót egyszersmindenkorra negatívnak tegyük meg (ami módunkban áll, mert  $\dot{s}^2 \leq 0$ ). Ezáltal specziálisan MINKOWSKI második «axiomája» teljesül. Minthogy pedig elvi egyenletünk  $k\theta$  paraméterrel is érvényes, ha  $\theta$  paraméterrel érvényes és ha  $k$  állandó, onnélfogva  $\theta$  megválasztható úgy, hogy ama negatív integrációs állandónk a negatív egység legyen, tehát hogy legyen:

$$\dot{w}^2 + \dot{s}^2 \equiv \dot{w}^2 + \phi'^2 \dot{r}^2 = -1. \quad (4)$$

A (3) mozgásegyenlet részletes kifejtése végezt felhasználjuk ezt az egyenletet, de felhasználjuk a (3) többi első integrálját is. Az utóbbiakat a (3)-nak  $w$  vektorral való vektori szorzata szolgáltatja, vagyis a  $[w\ddot{w}] = 0$  egyenlet, amelyből valamely a állandó három komponensű vektor szerint  $[w\ddot{w}] = a$ . Ezt négyzeteléssel alkalmazzuk:

$$[w\ddot{w}]^2 \equiv w^2 \ddot{w}^2 - (w\ddot{w})^2 \equiv (\dot{w}^2 - \dot{r}^2) r^2 = a^2. \quad (5)$$

E két egyenletből ugyanis a területi sebesség és  $r$  hányadosára meg az  $\dot{r}$ -ra

$$\dot{w}^2 - \dot{r}^2 = \left(\frac{a}{r}\right)^2, \quad \dot{r}^2 = -\frac{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2}{1 + \phi'^2} \quad (6)$$

kifejezéseink vannak, mint  $r$  függvényeire.

4. A mozgásegyenlet kifejtése. A (3) alatt előforduló  $\ddot{\phi}$  deriváltat lépésről-lépésre ezekben az alakokban kapjuk:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &\equiv \frac{d(\phi'\dot{r})}{d\theta} \equiv \phi''\dot{r}^2 + \phi' \frac{d}{d\theta} \frac{w\dot{w}}{r} \equiv \phi''\dot{r}^2 + \phi' \left( \frac{w\ddot{w} + \dot{w}^2}{r} - \frac{w\dot{w}}{r^2} \dot{r} \right) \equiv \\ &\equiv \phi''\dot{r}^2 + \phi' \frac{w\ddot{w} + \dot{w}^2 - \dot{r}^2}{r}. \end{aligned}$$

E szerint a (3) alól a  $\ddot{w}$  gyorsulás kifejezése ezt az alakot ölti:

$$\ddot{w} = - \left( \phi' \phi'' \dot{r}^2 + \phi'^2 \frac{w\ddot{w} + \dot{w}^2 - \dot{r}^2}{r} \right) \frac{w}{r}.$$

Hogy innen a jobboldalon lévő  $w\ddot{w}$  skaláris szorzatot eliminálhassuk, szorozzuk át skaláris módon a  $w$  vektorral:

$$w\ddot{w} = - \left( \phi' \phi'' \dot{r}^2 + \phi'^2 \frac{w\ddot{w} + \dot{w}^2 - \dot{r}^2}{r} \right) r,$$

tehát

$$\frac{w\ddot{w}}{r} = - \frac{\phi' \phi'' \dot{r}^2 + \phi'^2 \frac{\dot{w}^2 - \dot{r}^2}{r}}{1 + \phi'^2}.$$

Beírva ezt  $\ddot{w}$  kifejezésébe:

$$\ddot{w} = - \left( \frac{\phi' \phi''}{1 + \phi'^2} \dot{r}^2 + \frac{\phi'^2}{1 + \phi'^2} \cdot \frac{\dot{w}^2 - \dot{r}^2}{r} \right) \frac{w}{r}$$

Vezessük be ide (6) alól  $\dot{r}^2$  és  $\dot{w}^2 - \dot{r}^2$  kifejezését és kapjuk:

$$\ddot{w} = - \left\{ \frac{-\phi' \phi''}{(1 + \phi'^2)^2} + \frac{\alpha^2}{r^3} \left( \frac{\phi'^2}{1 + \phi'^2} - \frac{r \phi' \phi''}{(1 + \phi'^2)^2} \right) \right\} \cdot \frac{w}{r}. \quad (7)$$

5. *Phaenomenologiai föltevés a térállapot szorosabb meghatározására. Egyezés az EINSTEIN-féle gravitációval.* Azzal a feltevéssel legyen megszorítva  $\phi$ -nek (tehát egyben  $s$ -nek) az  $r$ -től való függése, hogy a gyorsulás (7) alatti kifejezésében az a területi sebességtől független összetevő a NEWTON-féle gyorsulás.

Ez a feltevés nyilvánképpen igen pontosan teljesül, ha tesszük

$$\frac{-\phi' \phi''}{(1 + \phi'^2)^2} = \frac{M}{r^2};$$

a hol  $M$  az  $m_1$  (nagyobb) tömegnek a gravitációs állandóval való szorzata. Azonban általánosabban is teljesíthető a feltevésünk, nevezetesen úgy is, hogy azzal a kikötéssel tesszük

$$\frac{-\phi' \phi''}{(1 + \phi'^2)^2} = \frac{M}{r^2} + f'(r), \quad (8)$$

hogy az  $f$  függvény essék ki a gyorsulás (7) alatt írt kifejezéséből. Ezt a meghatározást quadratura alá vetvén, de az integrációs állandót félegység híján az  $f$  függvénybe számítván:

$$\frac{1}{1 + \phi'^2} = - \frac{2M}{r} + 2f(r) + 1, \quad (8_1)$$

tehát egyszersmind

$$\frac{\phi'^2}{1 + \phi'^2} = \frac{2M}{r} - 2f(r). \quad (8_2)$$

A (7)-ben történt helyettesítésekkel és erre az  $f$ -et tartalmazó résznek 0-sal egyenlítése után, a következő alakban nyerjük a  $\ddot{w}$  gyorsulást:

$$\ddot{w} = - \frac{Mw}{r^3} \left( 1 + 3 \frac{a^2}{r^2} \right). \quad (9)$$

Az  $f$ -re háramló egyenlet pedig így írható:

$$\left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) f'(r) = 2 \frac{a^2}{r^3} f(r),$$

a melyből

$$f(r) = \frac{h \equiv \text{const}}{1 + \frac{a^2}{r^2}}. \quad (10)$$

EINSTEIN a Merkúr-bolygó perihelium-mozgását magyarázó emlékezetes közleményében e bolygó gyorsulására (egy nyomtatási hiba nélkül véve) a következő kifejezésekhez jutott:

$$\frac{d^2 x_\nu}{ds^2} = - \frac{\partial \Phi}{\partial x_\nu}, \quad \Phi = - \frac{a}{2r} \left( 1 + \frac{B^2}{r^2} \right),$$

a hol  $s$  az időparaméter,  $a$  a Nap tömegével meghatározott állandó,  $B$  a területi sebesség nagysága és  $\nu = 1, 2, 3$ .<sup>1</sup> Ha ezekben  $x_1, x_2, x_3$  helyett  $x, y, z$ ;  $s$  helyett  $\theta$ ;  $a$  helyett  $M$ ;  $B^2$  helyett  $a^2$  iratik, akkor a tartalmuk pontosan egyezik a (9) alatt előállított mozgás-egyenlettel.

6. *Pótlások.* a) *Az energia-egyenletről.* Ha a (6) alatt lévő második egyenletbe beírjuk (8<sub>1</sub>) alól  $\psi'$  értékét, akkor azt kapjuk, hogy

$$\dot{r}^2 = \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \left( \frac{2M}{r} - 2f - 1 \right).$$

Innen  $f$ -nek (10) alatt található értékével

$$\dot{r}^2 = \frac{2M}{r} \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{a^2}{r^2} - (2h + 1) \quad (11)$$

<sup>1</sup> EINSTEIN: «Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie» Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wissensch. 1915. II. 837. 1.

«energia-egyenletre» teszünk szert.<sup>1</sup> Ebben, mint (9) egyik első integráljában, —  $(2h+1)$  képviseli az integratiós állandót. A (8) alatt betoldott  $f'(r)$  póttagnak köszönhető, hogy ez az integratiós állandó felmerült.

b) *A térállapot meghatározásáról.* A (8<sub>1</sub>) és (10) alól

$$\frac{1}{1+\psi'^2} = -\frac{2M}{r} + \frac{2h}{1+\frac{a^2}{r^2}} + 1,$$

honnan :

$$\psi'^2 = 2 \frac{M(a^2 + r^2) - hr^3}{(r - 2M)(a^2 + r^2) + 2hr^3}. \quad (12)$$

Elliptikus integrálok határozzák meg tehát a  $\psi$  függvényt s úgy a (2) alatt kiszabott  $s = \psi(r)$  forgásfelületet, azt a háromméretű felületet, a melyre az  $(m)$  tömegpont mozgása van utalva.

A (12) quadraturájának az állandója és az  $a^2$  és  $h$  állandók változtatásával áll elő (2)-ből az a háromméretű felületsereg, a mely itt a négyméretű térben a physikai állapot jellemzésére szolgál.

c) *A gyorsulás kifejezéséről.* A gyorsulás végső kifejezésének (9)-nek egy meghatározó eleme a (9)-nek, mint differenciálegyenletnek egyik első integráljához járult integratiós állandó, az  $a^2$  állandó. Ha ezt tekintet nélkül illetén jelentményére, sőt még tekintet nélkül állandó voltára is, a maga eredeti jelentménye szerint mint (5) valamelyik baloldalát írjuk be (9)-be, akkor absolut alakban kapjuk a gyorsulás kifejezését, például

$$\ddot{w} = -\frac{Mw}{r^3} \{1 + 3(a^2 - r^2)\}. \quad (13)$$

A sebességektől függő skaláris potenciál definitiójának értelmében<sup>2</sup> ehhez a vektoralakhoz az

$$Q \equiv \frac{M}{r} (1 + u^2 - r^2)$$

<sup>1</sup> H. WEYL: «Raum-Zeit-Materie» 4. kiadásában a 233. lapon az egyezés  $m=M$ ,  $E=2h+1$ ,  $b^2=a^2$  által, a hol  $m$ ,  $E$ ,  $b^2$  az ottani betűk.

<sup>2</sup> W. VOIGT: «Kompendium der theoretischen Physik» I. 1895. 24. lap.

függvény a skaláris potential.  $\Omega$  differentiálja ugyanis a következő alakban állítható elő:

$$d\Omega = \mathfrak{R}dw, \quad \mathfrak{R} \equiv -\frac{Mw}{r^3} \{1 + 3(w^2 - \dot{r}^2)\} - \frac{2M}{r^3} [w [w\ddot{w}]].$$

Ebből ama definitio szerint  $\ddot{w} = \mathfrak{R}$ . Azonban  $\mathfrak{R}$  kifejezésén könnyen megállapítható, hogy

$$[w\mathfrak{R}] = \frac{2M}{r} [w\ddot{w}], \quad \text{minélfogva} \quad [w\ddot{w}] = \frac{2M}{r} [w\ddot{w}];$$

és így  $[w\ddot{w}] = 0$ , tehát  $\mathfrak{R}$  kifejezése (13) jobboldalával egyenlő.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1921 október 3.-án tartott üléséből.)

# ADATOK AZ ALBITOK OPTIKAI VISZONYAINAK ISMERETÉHEZ.<sup>1</sup>

VENDL MIKLÓS-tól.

Az alábbi sorokban az albitok optikai viszonyaira vonatkozó ismereteinket óhajtom két jól definiált albit optikai konstansainak meghatározásával bővíteni.

## 1. Sajóházai albit.

A megvizsgált albit Sájóházáról (Gömör m.) való, hol vaspátelerekben kvarcz, pirit, szfalerit és szkorodit (?) társaságában fordul elő. Rendkívül szép, gyakran teljesen víztiszta, néha 1 cm-t is elérő kristályokban terem s így optikai vizsgálatokra rendkívül alkalmas anyag. Kristálytani szempontból már igen pontosan feldolgozta ez albitokat MELCZER GUSZTÁV,<sup>2</sup> kémiai analízisük pedig MAURITZ professzortól származik,<sup>3</sup> a ki ugyanazon az anyagon végezte az elemzést, a melyből MELCZER a kristály-geometriai konstansokat határozta meg. Hálás köszönettel tartozom MAURITZ professzor és ZIMÁNYI igazgató uraknak, hogy a még rendelkezésükre álló anyagot optikai vizsgálataim céljára átengedni szíveskedtek.

---

<sup>1</sup> A budapesti kir. m. Tudományegyetem ásvány- és kőzettani intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> MELCZER GUSZTÁV: Adatok az albit pontos ismeretéhez. Földtani Közöny XXXV. 153—170.

<sup>3</sup> MAURITZ BÉLA: Magyarországi kőzetalkotó ásványok. Földtani Közöny XL. 547.



MAURITZ BÉLA elemzése szerint ez albit összetétele a következő:

$\text{SiO}_2$	---	---	---	---	---	---	---	---	68·95%
$\text{Al}_2\text{O}_3$	---	---	---	---	---	---	---	---	19·60%
$\text{CaO}$	---	---	---	---	---	---	---	---	0·13%
$\text{Na}_2\text{O}$	---	---	---	---	---	---	---	---	11·72%
$\text{K}_2\text{O}$	---	---	---	---	---	---	---	---	0·10%
									100·50%

MAURITZ molekulaszázalékokban az összetételt  $\text{Al}_{99}\text{An}_{0.5}\text{Or}_{0.5}$ -nek adja meg. E szerint ez albit a teoretikus albithoz igen közel áll. MELCZER teljesen tiszta albitnak veszi, mert  $\text{K}$  és  $\text{Ca}$  nyomok szerinte még spektroszkóppal sem voltak kimutathatók (MAURITZ BÉLA elemzése későbbi keletű).

*Optikai vizsgálatok.* A törési exponensek meghatározására három csiszolatot használtam fel; kettő (010)-al, egy pedig (001)-el volt párhuzamos. A méréseket az ABBE-PULFRICH-féle totálreflektometerrel végeztem, a VIOLA-ajánlotta differenciál-methodussal. Összehasonlításként a kvarcz  $\omega$ -ja szolgált, melyet J. W. GIFFORD után<sup>1</sup> nátrium-fényre 1·5442558-nak vettem fel. A leolvasást természetesen a táveső jobb- és baloldali helyzetében elvégeztem s ezenkívül az egyes állásokban a horizontális korongot 180°-kal is elfordítottam még, úgy, hogy egy érték tulajdonképpen négy leolvasás középértéke. Homogen fényül  $\text{Na}$ -gőz szolgált.

A három csiszolaton elvégzett észleletek középértékei (az egyes mérések értékei egyébként egymás között alig tértek el) a következők:

$$\begin{array}{ll} a_{\text{Na}} = 1.5285 \text{ (4)} & \gamma - \alpha = 0.0105 \text{ (1)} \\ \beta_{\text{Na}} = 1.5326 \text{ (8)} & \beta - \alpha = 0.0041 \text{ (4)} \\ \gamma_{\text{Na}} = 1.5390 \text{ (5)} & \gamma - \beta = 0.0063 \text{ (7)} \end{array}$$

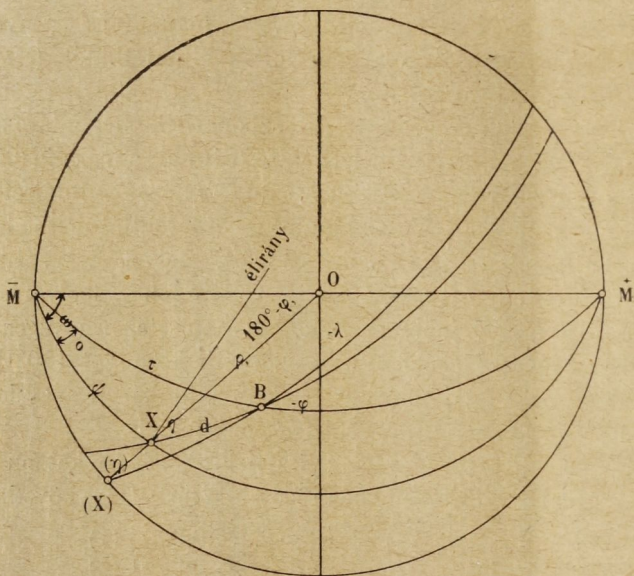
Az optikai tengelyek helyzetének a meghatározására azt a mikrokonoszkopikus módszert használtam, a mely tudomásom szerint GROSSPIETSCH O.-tól származik, aki ezt a MORRO VELHO-i albitról írt munkájában le is írta.<sup>2</sup> Ez a methodus egyébként BECKE professzor jól ismert konoszkopikus módszerén alapszik.

GROSSPIETSCH az optikai tengelyek megállapítására vonatkozó számítás menetét csak arra az esetre közli, a mikor a csiszolat a

<sup>1</sup> P. GROTH: Chemische Kristallographie I. 88.

<sup>2</sup> O. GROSSPIETSCH: Kristallform und optische Orientierung des Albit von Morro Velho und Grönland. T. M. P. M. 27. 361—363.

prizmazóna valamelyik lapján fekszik, ha tehát  $\rho$   $90^\circ$ -kal egyenlő (a prizmazóna æquatoriálisan áll). Bár ő is számol  $90^\circ$ -tól eltérő  $\rho$ -jú csiszolatokkal, az ezekre vonatkozó szükséges korrekéziót azonban nem közli, ezért szükségesnek tartom a számítás, illetőleg a gondolatmenet körülbelüli skémáját röviden megemlíteni ilyen általános esetekre. Legyen  $\bar{M}$  (lásd az ábrát) a (010) lap  $\varphi=0^\circ$  orál- és  $\rho=90^\circ$  polárszöggel megadva.  $X$  jelentsen egy a kristályra mesterségesen rácsiszolt lapot.  $X$  koordinátáit jelöljük  $\varphi_1, \varrho_1$ -gyel.



$B$  jelölje az egyik optikai tengelyt. Ez adatok alapján az optikai tengely helyzetét könnyen lerögzíthetjük  $\bar{M}$  és  $X$  lapok elmetiszőrdési éléhez, illetőleg az  $e$  lapokon átfektethető nagy körhöz. GROSSPIETSCH le is írja, hogy hogyan történik ez, tudniillik megmértem  $XB (=d)$  ívet és  $\bar{M}XB (= \gamma)$  szöget. Ha az  $X$  lap az alapkörön fekszik, jelöljük ez esetben  $(X)$ -szel, akkor világos, hogy  $180^\circ - \varphi$  egyenlő az  $\bar{M}(X)$  ívvel s  $\bar{M}B$  ív (kiszámítható az  $\bar{M}(X)B$  gömbháromszögből) a  $B$  tengely  $\varphi$ -jét  $90^\circ$ -ra egészíti ki,  $\lambda$  pedig  $90^\circ - (X)MB$  szöggel lesz egyenlő. Vegyük azonban azt az esetet, a mikor a kristály olyan lapon fekszik, melynek  $\rho$ -ja eltér

90°-tól. Ilyen esetben a számítás bár kissé körülményes, mind-  
amellet mégis igen egyszerű. A  $180^\circ - \varphi$  most nem egyenlő  
 $\bar{M}X (= \varphi)$  ívvel; ezt előbb ki kell számítanunk például a  $\bar{M}XO$   
gömbháromszögből (adva van két oldal és a közbezárt szög) s csak  
ezután számíthatjuk ki az  $\bar{M}XB$  gömbháromszögből az  $\bar{M}B (= \tau)$   
ívet.  $90^\circ - \bar{M}B$  ív adja meg végül a  $B$  tengely  $\varphi$ -jét.  $\lambda$  korrekció-  
ját pedig körülbelül a következő módon végezhetjük el:  $\bar{M}OX$   
gömbháromszögből kiszámítjuk  $X\bar{M}O (= \omega)$  szöget,  $\bar{B}MX$  gömb-  
háromszögből pedig  $B\bar{M}X (= o)$  szöget; e két szög különbsége  
fogja megadni  $\lambda$ -t, a mint ez az ábrából is világosan kitűnik.

Félreértés elkerülése szempontjából meg kell jegyezni azt,  
hogy ha a  $B$  vagy az  $A$  tengely ellenkező irányban lép ki az  $X$  la-  
pon, azaz ha  $X$  közelebb esik  $\bar{M}$ -hez, mint  $\bar{M}$ -hez, akkor számítá-  
saimban a vonatkozások  $\bar{M}$ -re s az alsó félgömb  $O$ -jára vonat-  
koznak. Így például  $\varphi$  nem az  $\bar{M}X$  ívet, hanem az  $\bar{M}X$  ívet fogja  
jelenteni stb.

GROSSPIETSCH módszere a tengelyek meghatározására igen al-  
kalmas egyszerűsége miatt s ha az ember a fent említett mate-  
matikai korrekciókon kívül pontosan ügyel arra, hogy a mikrosz-  
kop s a csavaros mikrometerokulár mindig szigorúan centrált  
legyen, a MALLARD-konstans továbbá jól legyen megállapítva, a  
tubus magassága változatlan maradjon (ennek változtatásából igen  
érzékeny hibák eredhetnek), nemkülönben nagyon ügyel arra is,  
hogy a mikrometerokulár vertikális fonálkeresztjének a nullapontja  
a lehető legpontosabban legyen minden egyes mérésnél megállá-  
pítva s végezetül sok leolvasás középértéke szolgáljon a számítások  
alapjául, akkor a valósághoz igen közel álló értékekhez kell jutni.  
Én húsz leolvasás középértékével számítottam.

A méréseket egy «Fuess nagy modell» mikroszkópon végez-  
tem. Az alábbi táblázatban közlöm a mérések eredményeit

Tengely	A csiszolat orientációja		$\eta$	$d$	$\psi$	$\tau$	$\omega$	$o$
	$\varphi_1$	$\varrho_1$						
A	+35°23'	-86°27'	106°12'	13°19'	35°32'	41° 1'	83°53'	19°41'
B	-28°35'	+90°—'	147°36'	15°50'	—	42°43'	90°—'	12°27'
	-27° 8'	+89°18'	145°14'	17°47'	27° 8'	42°52'	91°32'	14°50'

Tengely	A csiszolat orientációja		Az optikai tengely koordinátái		Tengelyhelyzet	
	$\varphi_1$	$\varrho_1$	$\varphi$	$\lambda$	$\varphi$	$\lambda$
A	+35°23'	-86°27'	-48°59'	+64°12'	-49°	-64·2°
B	-28°35'	+90°	-47°17'	-77°33'	-47·2°	-77·1°
	-27° 8'	+89°18'	-47° 8'	-76°42'		

A középvonalak koordinátái pedig a következők lesznek:

$$\alpha: \begin{matrix} \varphi & \lambda & \varphi & \lambda \\ -0\cdot9^\circ (-0^\circ56') & +83\cdot9^\circ (+83^\circ53') & -73\cdot4^\circ (-73^\circ26') & -9\cdot3^\circ (-9^\circ20') \end{matrix}$$

«A csiszolat orientációja» rovatra vonatkozóan meg kell említenem magyarázatul azt, hogy  $\varphi_1$  a primazónában (010)-tól számított azimutot jelenti (óramutató járásával megegyező értelemben az előjel +, ellenkező esetben -),  $\varrho_1$  pedig a pólustávolsággal egyenlő (a felső hemiszférán +, az alsón pedig - előjelű).

A tengelyhelyzetek helyességét ellenőrizendő kiszámítottam a kioltások értékét az *M* és a *P* lapon. E számított értékek összehasonlítását a mért értékekkel alább adhatom. A mért kioltások értékelésére meg kell jegyezniem azt, hogy olyan vékonycsiszolaton történt a meghatározás, a melyeknek *P*, illetőleg *M* lapját változatlanul ragasztottam fel a tárgylemezre. A *P* lap szerinti készítményekre vonatkozóan ki kell még emelnem azt is, hogy csak ket-tős albitikreket használtam fel, a melyeknek egyik egyénét majdnem egészen az ikernyomig lecsiszolva, ennek csak egy csekély töredékét tartottam meg s így a megmaradt nagyobbik egyén teljesen a *P* lapon feküldhetett. A méréseket BERTRAND-stauroszkoppal végeztem.

A kioltás <i>P</i> lapon			A kioltás <i>M</i> lapon		
Mért	Közép	Számított	Mért	Közép	Számított
3°29'			20°37'		
3°18'			20°33'		
3°35'	3°27'	3°14'	19°56'	19°52'	20°8'
3°26'			19°35'		
—			18°36'		

Feltűnő, hogy míg a  $P$  lapon a kioltások alig ingadozók, addig az  $M$  lapon jóval nagyobb különbségek észlelhetők. Ennek oka egyrészt az a már másoktól is megemlített körülmény, hogy az  $M$  lap ritkán van teljesen a helyén (egy kissé eltolódott), másrészt pedig a rajta fellépő rovátkoltság miatt nem éppen bizonyos, hogy párhuzamosan fekszik a tárgylemezzel. E nagyobb kioltásbeli ingadozásra természetesen erős befolyással van még a kémiai összetétel ingadozása is, mert míg 15 mol %  $An$ -nak a molekulába való belépése esetén a  $P$  lapon csak alig  $2^\circ$ -kal, addig az  $M$  lapon már  $9-10^\circ$ -kal változik meg a kioltás értéke s így már 1 mol %  $An$  belépése  $M$  lapon a kioltás értékét több mint  $\frac{1}{2}^\circ$ -kal eltólhatja.

Végezetül álljon a tengelyszögre vonatkozóan két adat:

$$2V \text{ (a mért tengelyhelyzetből számítva)} = 78^\circ 7'$$

$$2V \text{ (a törési exponensekből " )} = 78^\circ \text{---}'.$$

A kioltások kiszámításakor szükségem volt egy pár szögértékre. ( $P$ -jének és  $\varphi$ -jének megállapítása céljából.) Ezeket MELCZER idézett munkájának «legjobb mérések» jelzésű adataiból vettem át.

## 2. Beaume-i albit (Oulx környéke, Piemont).

A megvizsgált albitok LUIGI COLOMBA modenai egyetemi tanár gyűjtéséből származnak, aki oly szíves volt kérésemre több kristályt adni optikai vizsgálataimhoz, amiért is igen nagy hálára köteleztem le. Kristálytani szempontból ugyanő írta már le az albitokat<sup>1</sup> s kémiai elemzésüket is elkészítette. Előfordulási viszonyait COLOMBA szintén részletesen leírta jelzett munkájában; itt erre vonatkozólag csak annyit tartok szükségesnek idézni, hogy kontakt mészkőből s az ezekből kiinduló földpáterecekből származik s vele együtt még glaukophan, ilmenit, mohsit, anatas, rutil, hæmatit, kvarcz, pirit, barit, kalczit, dolomit, rodokrozit, sziderit és chlorit fordul elő.

<sup>1</sup> LUIGI COLOMBA: Osservazioni mineralogiche e litologiche sull' alta Valle della Dora Riparia (Rocce e minerali della Beaume, Oulx.). Estratto dalla Rivista di Mineralogia e Cristallografia Italiana. Vol. XXXVIII. p. 27—32. Ref. Z. f. X. 50. 497—500.

Az anyag, bár a kristályok aprók (alig 2—3 mm-esek), át-  
látszósa miatt optikai vizsgálatra szintén alkalmas volt.

COLOMBA professzor a következő elemzéseket közli ez albitokról: <sup>1</sup>

	Albit a földpátércskékből:			Albit a megváltozott mészkőből:		
	1	2	Közép	1	2	Közép
$SiO_2$	67·96%	—	67·96%	67·38%	—	67·38%
$Al_2O_3$	20·78%	20·47%	20·62%	20·84%	20·35%	20·50%
$CaO$	0·35%	0·44%	0·40%	0·51%	0·39%	0·45%
$Na_2O(K_2O$ nyommal)	—	10·95%	10·95%	—	11·21%	11·21%
			99·93%			99·63%

	A kettős elemzés középértéke:	Molekula-arányok:	
$SiO_2$	67·67%	1·126	5·95
$Al_2O_3$	20·60%	0·200	1·06
$CaO$	0·42%	0·008	1
$Na_2O(K_2O$ nyommal)	11·08%	0·180	1
	99·77%		

A közölt molekula-arány alapján kikerekítve  $Ab_{98}An_2$  összetételűnek vehetjük ez albitot.

A törési exponensek meghatározására két lemezt használhattam csak fel (mert alkalmas nagyságú kristály e kettőn kívül több nem állott rendelkezésemre), mind a kettő  $M$ -mel volt párhuzamosan csiszolva. Hogy a két  $\beta$  ( $\beta'$ ,  $\beta''$ ) közül melyik a helyes érték, azt a határgörbék polarizációs viszonya alapján el lehet dönteni. Mivel azonban az albitok FRESNEL-ellipsoidja már aránylag jól ismert, azért ez esetben nem tartottam szükségesnek a határgörbék polarizációs viszonyait megfigyelni, annál inkább nem, mert hiszen az itt megfigyelt határgörbéket összehasonlíthattam a saját házi albitok  $M$  lapján észlelt határgörbékkel. A törési exponensek a következők:

$$\begin{aligned} \alpha_{Na} &= 1\cdot5285 & \gamma - \alpha &= 0\cdot0106 \\ \beta_{Na} &= 1\cdot5329 & \gamma - \beta &= 0\cdot0062 \\ \gamma_{Na} &= 1\cdot5391 & \beta - \alpha &= 0\cdot0044. \end{aligned}$$

Az optikai tengelyek mérésére két csiszolatot használhat-

<sup>1</sup> L. c. p. 25—26.

tam fel. A mérések eredményét a következő táblázat foglalja magában:

Tengely	A csiszolat orientációja		$\eta$	$d$	$\psi$	$\tau$	$\omega$	$\sigma$
	$\varphi_1$	$\varrho_1$						
A	+43°13'	-79°37'	62°59'	7°47'	44°12'	41° 8'	75° 2'	10°34'
B	-49° 1'	-87°56'	39°35'	10°10'	49° 3'	41°36'	87°16'	9°45'

Ezek alapján a tengelyek s a középvonalak helyzetét a következő koordinátákkal adhatom meg:

$$\begin{array}{l}
 \varphi \qquad \qquad \qquad \lambda \\
 A: -48\cdot9^\circ (-48^\circ52') \quad +64\cdot5^\circ (+64^\circ28') \\
 B: -48\cdot4^\circ (-48^\circ24') \quad -77\cdot5^\circ (-77^\circ31')
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \varphi \qquad \qquad \qquad \lambda \\
 \alpha: -0\cdot3^\circ (-0^\circ15') \quad +83\cdot6^\circ (+83^\circ34') \\
 \gamma: -74^\circ (-74^\circ1') \quad -7\cdot5^\circ (-7^\circ27').
 \end{array}$$

Ellenőrzésképen álljon itt még a tengelyek helyzetéből *M* és *P* lapra kiszámított kioltás mellett a mért kioltás: <sup>1</sup>

	Számított	Mért
<i>P</i> lapon	3·8°	3·7°
<i>M</i> " "	20·1°	19·3°.

A tengelyszögre vonatkozóan két adatot közölhetek:

$$\begin{array}{l}
 2V \text{ (a tengelyhelyzetből számítva)} = 77^\circ20' \\
 2V \text{ (a törési exponensekből " )} = 80^\circ -'.
 \end{array}$$

A kioltások kiszámításakor itt is szükségem volt egy pár jó lapszög értékére: ilyenekül a LUIGI COLOMBA idézett munkájában közölt szögértékek «középtértékei» szolgáltak.

\*

Ha végigtekintünk az alábbi táblázaton, a mely az ismertesebb albitok optikai orientációjának a különböző búvároktól való

<sup>1</sup> A mért kioltások itt nem olyan biztosak, mint a sajházi albitnál mértek, mert az az anyag, a melyet a kioltások mérésére használhattam fel, nem volt már oly tökéletesen kifogástalan, mint a sajházai.

meghatározását tartalmazza, akkor rögtön szembe kell hogy tűnjék a konoszkopikus módszerekkel elért eredmények igen jó megegyezése (I. BECKE, GROSSPIETSCH adatait s az én adataimat). Az Amelia Co. II. albitra felvett  $Ab_{95}An_5$  összetétel azonban kissé magasnak látszik az  $An$  tartalomra nézve, amint ezt egyébként már BECKE is megemlíti a GROSSPIETSCH-féle újabb adatokra támaszkodva.<sup>1</sup>

Letőhely.	Tengelyhelyzet				Autor
	A		B		
	$\varphi$	$\lambda$	$\varphi$	$\lambda$	
1. Grönland	-49°1'	+64°2'	-47°8'	-76°5'	O. GROSSPIETSCH
2. Morro Velho	-48°1'	+64°3'	-47°9'	-77°8'	" "
3. Amelia Co. II.	-49°5'	+64°75'	-47°9'	-78°8'	F. BECKE.
4. Sajóháza	-49°	+64°2'	-47°2'	-77°1'	VENDL M.
5. Beaume	-48°9'	+64°5'	-48°4'	-77°5'	" "
6. Modane	-47°5'	+65°	-49°	-76°	A. MICHEL LÉVY
7. ?	-47°	+65°	-48°	-77°	E. v. FEDOROW
8. Carrara	-58°	+62°	-41°5'	-87°5'	C. VIOLA
9. Lakous	-43°	+77°	-47°5'	-78°	" "
10. Amelia Co. I.	-41°5'	+59°5'	-47°	-60°	" "
11. Wallhornthörl	-45°5'	+57°5'	-52°	-80°5'	" "
12. Krankogl	-40°	+64°	-47°	-81°	" "

1. T. M. P. M. 27. 373.

2. T. M. P. M. 27. 363.

3. T. M. P. M. 19. 328.

4. —

5. —

6. Étude sur la détermination des feldspaths, 1894.

7. Zeitschrift f. Kr. 22. 257. 16. ábra.

8. " " " 32. 116. Közölt ábra.

9. " " " 30. VII. tábla.

10. " " " 32. 322.

11. " " " 32. 327.

12. " " " 32. 331.

<sup>1</sup> F. BECKE: Über den Zusammenhang der physikalischen, besonders der optischen Eigenschaften mit der chemischen Zusammensetzung der Silicate. DOELTER: Handbuch der Mineralchemie II. Erste Hälfte p. 11.



A kioltásokról szólva először le kell szögeznünk azt a tényt, hogy ezek teljesen kielégítő pontossággal az albitoknál nem határozhatók meg. Az  $M$  lap kioltásainál biztosabb értékeknek tekinthetjük a  $P$  lapon megfigyelteteket, bár az albit-ikersík nyomának eltolódása vagy az  $M$  szerinti hasadás esetleges kevésbé kitünőkifejlődése miatt hibákkal itt is számolnunk kell. Ha azonban az irodalomban található legmegbízhatóbb kioltási adatokat összegezzük s az én adataimmal összehasonlítjuk (l. a legutolsó táblázatot), akkor a következő eredményekhez juthatunk, illetőleg a következőket erősíthetjük meg: 1.  $M$  lapon a BECKE megadta  $20^\circ$ -os kioltás a valósághoz igen közel áll.

Lelőhely	$P$	$M$	Autor
1. Grönland — — —	$3.6^\circ$	$20.3^\circ$	O. GROSSPIETSCH
2. Morro Velho — —	$3.9^\circ$	$19.9^\circ$	“ “
3. Amelia Co. II. — —	$4^\circ$	$20^\circ$	F. BECKE
4. Sajóháza — — —	$3.5^\circ$	$19.9^\circ$	VENDL M.
5. Beaume — — — —	$3.7^\circ$	$19.3^\circ$	“ “
6. Modane — — — —	$3-4^\circ$	$18^\circ 34' - 20^\circ 46'$	A. MICHEL LÉVY
9. Lakous — — — —	$3^\circ 34'$	$19^\circ$	C. VIOLA
10. Amelia Co. I. — —	$3^\circ 20'$	$18^\circ 43'$	“ “

2.  $P$  lapon a kioltást többen nagyobbra veszik (különösen a tankönyvírók), mint a mekkora a valóságban. Maximálisan  $4^\circ$ -nak vehetjük (BECKE), *de igen valószínűnek tartom, a mit egyébként már GROSSPIETSCH is megemlít, hogy ennél kisebb, véleményem szerint csak  $3.6^\circ - 3.7^\circ$ .*

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1921. évi október 24.-én tartott üléséből.)

## A VÉGARDÓI SOMLYÓD-HEGY RHYOLITHJÁNAK FÖLDPÁTJA.

VENDL MIKLOS-tól.

3 szövegrajzzal.

A megvizsgált földpátok a végardói (Zemplén m.) Somlyód-hegy mállott, széteső rhyolithjából származnak s e közetnek idiomorf, dihexaéderszerű (igen keskeny prizmával) kvarczkristályok kíséretében a porfiros elegyrészeit alkotják. Az anyag ZIMÁNYI KÁROLY múzeumi osztály-igazgató úr gyűjtéséből való, a ki vizsgálataim czéljára a legszebb kristályokat átadta, a miért őszinte köszönetemet fejezem ki e helyen is.

E földpátokra vonatkozólag SZABÓ JÓZSEF egyik munkájában találunk már adatokat,<sup>1</sup> a ki elemzést is készített róluk.<sup>2</sup> Az elemzési adatokra, a fajsúlyra s a külső alakra támaszkodva mállott szanidinnektartotta SZABÓ e földpátokat. KRENNER JÓZSEF is foglalkozott innét származó földpátokkal, melyeket oligoklásznak határozott meg<sup>3</sup> s rajzokat is közölt róluk.

Vizsgálataim anyagát a rhyolithból kihullott földpátok alkották. Ezek gyakran igen szép idiomorfok, a nagyságuk pedig

---

<sup>1</sup> SZABÓ JÓZSEF: Tokaj-Hegyalja és környékének földtani viszonyai. M. T. Akadémia, Matematikai és Természettudományi Közlemények. IV. kötet 1866. p. 243 és 266—267.

<sup>2</sup> CSIKY JÓZSEF: Az ardódi földpát vegyelemzése. Természettudományi Társulat Közlönye. 1866. IV. kötet p. 21.

<sup>3</sup> KRENNER JÓZSEF: Egy harmadkori magyarhoni trachyt földpátjáról. Természettudományi Társulat Közlönye. 1867. VII. kötet p. 344—352. I. táblával.

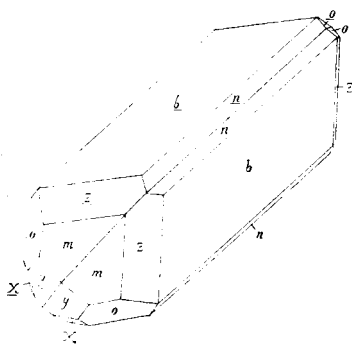
sokszor az 1 cm-t is meghaladja. A sok kristály között akadt több olyan, a mely goniometrikus mérésre is alkalmas volt. A megmért kristályok mind ikreknek bizonyultak s általában három típusba voltak besorolhatók.

Az első típust azok a kristályok alkotják, a melyek az *a* kristallografiai tengely irányában hosszúra nyúltak s a bavenoi törvény szerint ikrek. Ezek habitusát az 1. ábra érzékíti meg.

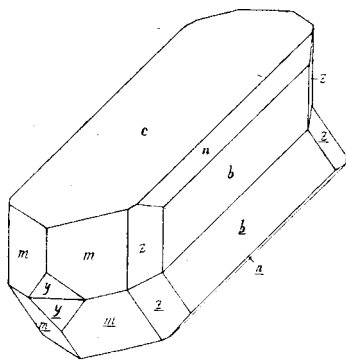
Formái:

$$\begin{array}{l}
 b: \left\{ \begin{array}{l} 010 \\ 001 \\ 110 \\ 130 \end{array} \right\} \\
 c: \left\{ \begin{array}{l} 021 \\ \bar{1}01 \\ \bar{2}01 \\ \bar{1}11 \end{array} \right\} \\
 m: \left\{ \begin{array}{l} 010 \\ 001 \\ 110 \\ 130 \end{array} \right\} \\
 z: \left\{ \begin{array}{l} 021 \\ \bar{1}01 \\ \bar{2}01 \\ \bar{1}11 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

A mért szögértékek közlését mellőzöm, mert az összes kristályok lapjai igen fénytelenek s korrodáltak voltak, úgy, hogy teljesen pontos mérésekre alkalmatlannak bizonyultak.



1. ábra.



2. ábra.

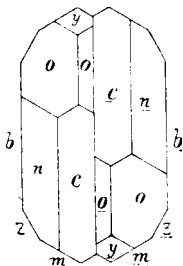
A  $\{010\}$  forma lapjain a *c* kristallografiai tengelylyel párhuzamos rostozás van.

A második típust manebachi ikrek alkotják. Ilyet csak egyet tudtam megmérni. Idealizált képét a 2. ábra adja. Ez az iker is az *a* kristallografiai tengely irányában megnyúlt s az előbbi típusnál említett rostozás az oldalas véglapon itt is megvan.

Formái :

$$\begin{array}{ll}
 b: \{ 010 \} & z: \{ 130 \} \\
 c: \{ 001 \} & n: \{ 021 \} \\
 m: \{ 110 \} & y: \{ \bar{2}01 \}.
 \end{array}$$

A harmadik tipushoz tartoznak azok a kristályok, amelyek a karlsbadi törvény szerint ikrek. Ezek a  $\{010\}$  szerint meg lehetőségen táblásak. Az összenövés a  $(010)$  lapon történt s a két egyén egymásba nem nőtt be, miként ez a karlsbadi ikreknél oly gyakori eset, hanem a  $(010)$  lapok érintkeznek csupán. E típus szerinti ikrekre vonatkozik a 3. ábra a  $c$  krisztallografiai tengely irányából nézve.



3. ábra.

Formái :

$$\begin{array}{lll}
 b: \{010\} & z: \{130\} & o: \{\bar{1}11\} \\
 c: \{001\} & y: \{\bar{2}01\} & \\
 m: \{110\} & n: \{021\} & 
 \end{array}$$

Néha a bavenoi és a manebachi típus ikrei egymással bavenoi helyzetben vannak összenöve.

*Optikai vizsgálat.* Pontos törési exponensek mérésére ez anyag nem mondható alkalmasnak. Kollolithba ágyazva a fénytörése minden irányban kisebb annál. Mikroszkop alatt helyenként zavaros, gyakran tartalmaz zöld üvegzárványt, néha pedig üreges. Itt-ott csoportosan igen apró, gyakran pálczikaalakú, közelebről meg nem határozható, a földpátnál jóval gyengébben fénytörő zárványok vannak. A földpáttal szemben fellépő igen erős kontur miatt esetleg üregecskének tarthatjuk ezeket is.

A  $(00\bar{1})$  lappal párhuzamosan készült vékony csiszolatok egyike igen érdekes bavenoi ikernek bizonyult. Ugyanis egy keskeny bavenoi ikerlécz mutatkozott (poliszintes íkrekre emlékeztetően), majdnem teljesen egyenes szegéllyel s a mellette levő két lap nem bizonyult azonos orientációjúnak. A keskeny ikerlécz  $(010)$  lappal volt párhuzamos s közrefogta a  $(00\bar{1})$  és a  $(001)$  lap, a mit csak úgy lehet értelmezni, hogy a  $(0\bar{2}1)$  szerinti ikresedést követi a  $(021)$  szerinti is.

A földpát tengelyszögére vonatkozóan a következő adat áll

rendelkezésemre (az  $a$  krisztallografiai tengely irányában megnyúlt kristályon mérve):

$$2\epsilon = 38^{\circ} 33'.$$

A tengelysík a szimmetriasíkra merőleges, a horizontális diszperzió biztosan felismerhető. Az optikai tengelyek diszperziójára vonatkozóan:  $\rho > \nu$ . A hegyes bisszektrix a nagyobb rugalmasság s így a karakter negatív.

A mért kioltások pedig a következők:

$a$ (001)	lapon	egyenes,
$a$ (010)	"	$7.5^{\circ}$ .

Ezek alapján a megvizsgált földpátot *scanidimnek* minősíthetem.

A budapesti kir. m. Pázmány Péter Tudományegyetem ásvány- és közettani intézetében készült dolgozat.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922 május hó 29.-én tartott üléséből.)

## A VERSECZI GNÁJSZ NAGY FÖLDPÁTSZEMEL.

VENDL ALADÁR-tól.

Főként SCHAFARZIK FERENCZ geologiai felvételi jelentéséből ismeretes,<sup>1</sup> hogy a verseczi szigethegység az alsó csillámos gnájsz- és csillámpala-csoportba tartozó kristályos palákból áll. A hegység nyugati részének, különösen pedig a verseczi Várhegynek közete biótit-muszkovitos *szemesgnájsz*, melyben porfiroblasztok alakjában nagy, néha 6 cm hosszúságot is elérő, karlsbadi ikres földpátok fordulnak elő lényeges elegyrészként.

E földpátokról először STÜRZENBAUM JÓZSEF emlékezik meg, a ki azt írja, hogy e nagy földpátok karlsbadi ikrek s kihullva a közetből, nagy mennyiségben találhatók.<sup>2</sup> HALAVÁTS GYULA felemelti jelentésében, hogy e földpátokat biotit és muszkovit hullámszerűen hajlott rétegecskéi veszik körül; közli továbbá, hogy SCHAFARZIK FERENCZ meghatározása szerint e földpát «perthithez hajló loxoklasz».<sup>3</sup> SZABÓ JÓZSEF geologiai tankönyvében a verseczi «gránit» nagy földpátjait «ortoklász»-nak mondja.<sup>4</sup> Legutóbb pedig SCHAFARZIK FERENCZ «porfirosan behintett karlsbadi ortoklász-ikrek»-ről tesz említést.<sup>5</sup>

Bár e földpátok idiomorphismusa gyenge, mégis a következő — rosszul kifejlődött — kristályformák állapíthatók meg rajtuk:  $P = (001)$ ,  $M = (010)$ ,  $l = (110)$ ,  $T = (1\bar{1}0)$ ,  $x = (10\bar{1})$ . Karlsbadi ikrek; az összenövési sík az eddig megfigyelt példányokon a (010), a két egyén körülbelül egyenlő méretű, a (001) szerint való hasa-

<sup>1</sup> SCHAFARZIK FERENCZ: Krassó-Szörény megye alaphegysége kristályos paláinak reviziója petrográfiai és tektonikai szempontból. A m. kir. földtani intézet 1913. évi jelentése, 189.

<sup>2</sup> STÜRZENBAUM JÓZSEF: A turmalinnak egy magyarhoni új lelhelyéről. Földtani Közlöny 1873, 232.

<sup>3</sup> HALAVÁTS GYULA: Jelentés az 1882. évben Versecz környékén-eszközölt földtani felvételekről. A m. kir. földtani intézet 1882. évi jelentése, 55.

<sup>4</sup> SZABÓ JÓZSEF: Geologia, Budapest 1883, 251.

<sup>5</sup> SCHAFARZIK FERENCZ: l. c.

dás mindig kitünő, a (010) szerinti kevésbé tökéletes. E földpátok általában szintelenek, víztiszták, optikai sajátásaik alapján *mikroklínok*. A (001) szerint való hasadási lemezeken és csiszolatokon rendszerint a jellemző rácsos struktúra látszik. A kioltásokat hasadási lemezkéken mértem és számos mérésből középérték gyanánt a következő adatokat nyertem:

Kioltás a (001) lapon:  $16^{\circ}8'$ ;

„ „ (010) „ „  $5^{\circ}$ .

Néhol a rácsozottság igen gyengén kifejlődött, sőt ritkán teljesen hiányzik. Helyenként a rácsos strukturájú rész közvetlenül átmegy ugyanazt a interferentia-szint mutató, de nem rácsos részletbe. Mikropertites kifejlődés is észlelhető.

A mikroklín főtömege egységes orientációjú, de helyenkint apró — a savanyú oligoklászsorba tartozó — albit-ikres plagioklászszemecskék, valamint itt-ott apró, a mikroklín főtömegétől eltérő orientációjú, szabálytalan alakú mikroklín szemecskék is vannak benne; az utóbbiak főleg a mikroklín szegélyén. Zárványként továbbá még szintelen kvarcyszemek, muszkovit- és biotitlemez-kék észlelhetők. Némelyik kvarcyszem unduláló kioltást mutat.

A mikroklín szemek szélében belemélyesztve gyakran *mirmekit* észlelhető, mely e szerint a mikroklín öbölszerű mélyedésében helyezkedik el, felülete a mikroklín felé konvex. A kvarcyszálak a mirmekitben kissé divergálóak és csaknem merőlegesen helyezkednek el a mirmekit felületére. A kvarcyszálak optikailag úgy viselkednek, mintha egy egyénhez tartozók volnának. A mirmekit földpátja kissé zavaros, fénytörése alapján (a kvarcyszálakhoz viszonyítva) savanyú oligoklász.

A nagy mikroklínkristályokat a szemesgnájszban rendszeren sok biotitot és muszkovitot tartalmazó sáv burkolja be, a mit már HALAVÁTS is megemlít. Gyakran a közetnek ez erősen csillámos zónája és a mikroklín közé egy, apró mikroklín szemekből álló réteg van iktatva, melynek mikroklín szemecskéi nem orientáltelhelyezésűek. Az apró mikroklínok között többnyire kevés savanyú oligoklász, kvarc és csillám is előfordul. A nagy mikroklín-ikrektől távolabb mindinkább több kvarcot, plagioklászt, biotitot és muszkovitot találunk.

A mikroklin szemek (010) szerint táblásak s oly módon helyezkednek el a kőzetben, hogy ez a lap a rétegzettséggel esik egybe. Néha a szemek a szélükön kissé kihúzottak, úgy, hogy az egész szem mintegy lencseszerűen elvékonyodik a széle felé. Ez a jelenség a gránitlakkolitból képződött szemesgnájsz genesisének a következménye.

Chemiai elemzésre egy nagy mikroklin-ikret használtam fel, melyet durva porrá (cca 0.1 mm átmérőjű) zúrtam össze s azután különös gondnal, benzolban, mikroszkoppal szemenként válogattam szét. Az így megtisztított anyag aránylag igen homogének látszott, csak nyomokban tartalmazott kvarcot, biotitot és muszkovitot zárványként.

Az elemzés eredménye :

$SiO_2$	64.91 %
$Al_2O_3$	19.08 "
$Fe_2O_3$	0.18 "
$CaO$	0.70 "
$MgO$	0.08 "
$Na_2O$	2.40 "
$K_2O$	12.30 "
$H_2O$	0.22 "
Összesen :	99.87 "

Ezekből az értékekből számítva e mikroklin összetétele :

ortoklász	74.40	molszázalék
albit	22.06	"
anortit	3.54	"

Ha az elemzési eredményeket ily módon átszámítottuk ortoklász-, albit- és anortitmolekulákra, még igen kevés  $SiO_2$  és  $Al_2O_3$  felesleg marad, a mi a mikroszkopi vizsgálat alapján a csillám-, illetőleg a kvarc-zárványoknak felel meg. A vas, magnézium és víz szintén a csillámzárványok alkotórésze.

Köszönettel tartozom SCHAFARZIK FERENCZ műegyetemi tanár úrnak, ki megengedte, hogy intézetének chmiai laboratóriumában a mikroklin elemzését elvégezhettem.



## BUDAPEST SZÉKESFŐVÁROS LEGÚJABB GEOLOGIAI TÉRKÉPEZÉSÉRŐL.

A DNy-i térképlapok bemutatásával.

SCHAFARZIK FERENCZ r. tagtól.

(Székfoglaló.)

Tekintetes Akadémia!

Akadémiai rendes taggá való megválasztatásomért hálás köszönetemet kifejezve, engedje meg a Tekintetes Akadémia, hogy székfoglalóul Budapest fővárosunk legújabb geológiai térképfelvételének délnyugati részét bemutassam, melyet 1919-től 1921-ig, tehát három éven keresztül a nyári hónapokban bejártam és részletesen felvettem.

E térképészeti mű előzményei a következők:

Magyarország első érdemes geológusa FRANCOIS Sulpice BEUDANT, a párisi királyi ásványgyűjtemény aligazgatója volt, kit királyunk XVIII. LAJOS 1818-ban Magyarországra küldött, melyet abban az időben még oly kevéssé ismertek. Hazatérte után BEUDANT elragadtatással jelentette királyának, hogy a beutazott ország bámulatra méltó területe Európának, nemcsak természetadta kincseinél fogva, hanem amaz analógiák folytán is, melyek az új kontinens sok híres vidékéhez teszik hasonlónak. 1822-ben, tehát négy évre reá, hatalmas nagy munkáját adja ki ezen a czímen: *Voyage minéralogique et géologique en Hongrie pendant l'année 1818*. I—III kötet 4<sup>o</sup> és a IV. kötet atlaszával. Ebben az éppen száz év előtti munkájában Hazánk számos vidékével behatóan foglalkozik és róluk geológiai térképet is közöl, úgy mint Selmeczbánya környékéről, útja egyik főcélpontjáról és a déli Bakony bazaltvidékéről, a melynek festőisége őt különösen lebilincselte. Fővárosunkat természetesen

nem került el; itt meglátogatta közintézeteinket, majd pedig tanulmányozta a közeli és távolabbi környéket. Megismerteti munkájában a Gellérthegyet, a Várhegyet, Budafok, Tétény és több más hely geologiai viszonyait, sőt atlaszában geologiai szelvényeket is mutat be e pontok szembeötlőbb feltárásairól. Az itt talált képződményekről korához és a maga felfogásához mérten időrendi sorozatot is állított fel, mely utána még sokáig érvényben maradt. Budapest környékéről, sajnos, külön térképlapot nem készített BEUDANT, hanem csak a munkája végéhez csatolt s az egész ország területét felölelő kis méretű (1 : 1,000,000-hoz) átnézetes térképének megszerkesztésekor olvasztotta bele megfigyeléseinek főbbjeit.

BEUDANT után SZABÓ JÓZSEFünk volt az a tudós, ki Pest és Buda geologiai megismerésében nevezetes munkát fejtett ki. Budapestre felkerülvén, 1850-től 1854-ig helyettes tanára volt a budapesti egyetemnek, majd PETERS KÁROLY németnyelvű tanárságának ideje alatt 1860-ig a budai főreáliskolában kapott helyet, míg azután 1860-tól, vagyis a tudományegyetemen a magyar tan nyelv behozatalától kezdve ugyanide az ásványtan és földtan rendes tanárává neveztetett ki. SZABÓ 1854 óta szorgosan kutatta a főváros környékét, tudományos összefoglalásait pedig részint a főreáliskola évi programjában, részint a földtani és a kir. természettudományi társulatok kiadványaiban tette közzé. Ekkor történt, hogy a *M. Tud. Akadémia Math. és Term.-tud. Osztályának* 1857. évi február 16.-án tartott összes ülése a 300 forintos NAGY KÁROLY jutalomdíjra a következő tételt hirdette ki: «*Adassék Magyar- vagy Erdélyország valamely vidékének földtani megismerletése, saját vizsgálatokon épülve magyar nyelven*» — a mire SZABÓ JÓZSEF a Budapestre vonatkozó bőséges kutatási eredményeivel sorompóba lépett. «*Haec studia nobiscum peregrinantur*» jeligés munkáját, mely mint III. «*Pest-Buda környékének földtani leírása*» címét viselte, KUBINYI FERENCZ, NENDTICH KÁROLY és SZÖNYI PÁL akad. tagok beható és egyhangú jelentése alapján az Osztály 1858 szeptember 12.-én tartott ülésében a kitűzött jutalom nyertesének jelentette ki.

A Magy. Tud. Akadémia a tárgy fontosságához illően nyomában még 1858-ban ki is adta SZABÓ JÓZSEF munkáját, mely az 58 oldalra terjedő szövegen kívül még egy 1:66,240-hez méretű,

geologiailag színezett térképlapból is állott. Pietással forgatjuk e 63 év előtt megjelent kis úttörő munkát és szemléljük a hozzácsatolt térképet, a mely a kezdet nehézségeiből fakadó minden fogyatékoságától eltekintve, mégis a magyar főváros érdemes első geologiai térképének tekintendő. A M. Tud. Akadémia ezzel a szerencsés kezdéssel Budapest geologiai térképezését mintegy inau gurálta, megelőzve e lépésével egyéb, csak jóval későbbben megjelent hasonló munkát.

A M. Tud. Akadémia hagyományának is megfelel tehát, hogyha a főváros geologiai térképügyét érdeklődéssel kísérjük.

Magyarország alkotmányos életének 1867-ben történt helyreállítása után az *első magyar Minisztérium* elhatározta egy önálló, a bécsitől független magyar *Földtani Intézet* felállítását, a mit a következő évben meg is valósítottak. Első igazgatónak P. HANTKEN MIKSÁT nevezték ki, a geologusok statusában pedig HOFMANN KÁROLY és BÖCKH JÁNOS nevével találkozunk. Legsürgősebb teendőnek a főváros korszerű geologiai felvételét tekintve, HANTKEN a budai rész térképezésével HOFMANN KÁROLYT, a pesti oldalt bejárásával pedig BÖCKH JÁNOST bízta meg. Nevezettek e feladatuknak egy rövid év leforgása alatt meg is feleltek, úgy hogy a rákövetkező 70. és 71. évben a térképen kívül már a magyarázó értekezések is napvilágot láthattak. E kiadványok a tudomány nivóján állottak s különösen kiemelendő, hogy fundamentális adataik még ma is érvényesek. Kivált a budai részek tárgyalása, szakítva a multak többrendbeli tévedésével, új fogalmakat honosít meg. Azonban ez az új térkép nem volt kizárólag a főváros környékének szentelve, a mennyiben tulajdonképen a katonai 144,000-es táborkari térkép G 7 jelű lapjáról volt szó, a melyből Budapest főváros határára aránylag csak egy igen kicsiny rész esik. Mint egyik lapja az egész országra kiterjedő speciális térképműnek, földtani intézetünk emez első kiadványának az egész mű tablójába bele kellett illeszkednie, a mi a szerzőket a már előre megállapított és minden megjelenendő lapra kötelező színekkel szigorú alkalmazására kényszerítette. Ilyen könnyűsben e térkép nem volt valami kedvező megjelenésű, a mennyiben a rajta túlsúlyban előforduló harmadkori képződmények esupán különböző árnyalatokban és vonalkázással túlhalmozva mind a zöld színt kapták, a mi a térkép olvasását nagyon megnehezítette.

Kár, hogy már akkoriban egy kizárólag a főváros czéljait szolgáló, nagyobb méretű és tetszetősebb színezésű külön kiadványra nem gondoltak. De csakhamar még így is elfogyott Budapest környékének ez a kézi színezésű térképe, úgy hogy az a 80-as évek vége felé már egyáltalában nem volt kapható.

Budapest térképe újból való kiadásának a gondolata csak a *Millennium* közeledtével vetődött ismét felszínre. Időközben a közös *cs. és kir. Táborkar* új méretű térképlapokat adott ki 1 : 25,000, illetőleg 1 : 75,000 mértékben, a mely utóbbit a *M. kir. Földtani Intézet* az ujonnan kiadásra kerülő térképei számára alapul fogadta el. Böckh János akkori igazgató terve szerint a Millenniumon egyéb térképészeti munkák kiállításán kívül Budapest környékének geologiai térképe is be volt mutatandó, még pedig az új 75,000-es méret lapjain. Az új speciális térképen ugyanis Budapest környéke két lapra esik. Az egyik a lánczvidéktől északra terjed egészen Tali-Tótfalúig, a másik ugyancsak a lánczvidéktől számítva az összes déli területeket foglalja magába lefelé egészen Ereszig. Minthogy az új lapok terjedelme tetemesen felülmulta a régi Hofmann-Böckh-féle 144,000-es térképlap kereteit, mivel továbbá a térszín ábrázolásának módja nem vágott egybe e kétféle lapon és végre még latolgatva azt a nehézséget is, a mely felmerül, ha kicsiny méretből geologiai határokat nagyobb méretű alapra akarunk átvinni, azt az elhatározást érlelte meg Böckh J. igazgatóban, hogy az új térképlapok területe reambulálandó, illetőleg a széleken teljesen új felvétel eszközlendő. E munka keresztülvitelét a földtani intézet két önkéntesen vállalkozó tagjára bízta: HALAVÁTS GYULÁRA és SCHAFARZIK FERENCZRE, a kik közül HALAVÁTS a Budapest-Ereszi lapot, SCHAFARZIK pedig a Budapest-Szent-Endreit dolgozta fel. Így jött létre 1896-ban Budapest újabb kiadású (a Szabó Józsefétől számítva harmadik) térképe. Ezt a szintén csak kézzel kifestett kiadást az igazgatóság csak ideiglenes jellegűnek tekintette, mivel nemsokára a színnyomatú térképsokszorosításra akart áttérni, a miért e millenniumi kiadásból mindössze csak 100 példányt készíttetett. Ezt a csekélyszámú kiadást a nagyközönség csakhamar elkapkodta, az újabb színnyomomású térképkadás során pedig a budapesti lapokra már nem került a sor. Személyi és tárgyi akadályok miatt mind továbbra tolódott el ez a nagyfontosságú ügy, úgy, hogy jelenleg Budapest fővárosa

immár mondhatni majdnem két évtized óta nélkülözi környékének geológiai térképeit. BÖCKH JÁNOST a mk. földtani intézet igazgatásában 1909-ben LÓCZY LAJOS váltotta fel, a kinek Budapest térképét illetőleg nagyszabású tervei voltak. Egy teljesen új geológiai felvétel előzte volna meg a nagy méretben, színes nyomtatásban kiadandó térképlapokat; azonban pénzügyi mostohaágunk, majd pedig a világháború kitörése megakasztotta Lóczynak egyéb szép terveivel együtt ezt a jószándékát is.

Kilátásaink Budapest geológiai térképét illetőleg már csaknem holtpontra jutottak, a mikor váratlanul szóhoz jelentkezett az a faktor, a mely voltaképen ebben az ügyben legjobban van érdekelve, t. i. maga a *Főváros*. A főváros közönsége, illetőleg a fővárosi Tanács megbízásából annak mihozzánk legközelebb álló szerve, vagyis a *fővárosi mérnöki osztályok vezetősége* kijelentette ugyanis a főváros sürgős geológiai térképezését illetőleg komoly érdekelttségét. Nem történhetik ugyanis a város határában ásás vagy alapozás, agyaggödrök, kő- és kavicsbányák még csak szakszerű ellenőrzése sem, hydroológiai vagyis termális, ásvány- és talajvíz-kérdések tanulmányozásáról nem is szólva és több efféle, a mikor mérnökeink az altalaj geológiai viszonyaival ne kerülnének szembe. Ezt a hézagot a mérnöki és geológusi készség között eddig fontosabb esetekben geológus szakközvegek rendszeres bevonásával szokták volt át-hidalni. Ez a régi usus ugyan a jövőben sem fog teljesen elmaradhatni, azonban mérnökeinkben egyre erősebben nyilvánult meg ama valóban érthető vágy, hogy már a mindennapi foglalkozásuk közben is az altalaj pontosabb megítélhetése szempontjából megfelelő geológiai forrásmunkákra is támaszkodhassanak. Nyilvánvaló, hogy ez a cél csakis egy jó és nagyobb méretű térképlap létesítésével érhető el.

LÓCZY LAJOS dr. igazgató és SZONTAGH TAMÁS dr. másodigazgató előzetes tárgyalásai után 1919 tavaszán a városházán egy vegyes bizottság ült össze, a melyen mint a földtani intézet régi tagja és állandó munkatársa magam is résztvettem. Miután a jelenlévők a készítendő térkép ügyéhez a fenti szellemben hozzászóltak, a székesfőváros képviselői kijelentették, hogy 1. a főváros a geológiai felvétel alapjául szolgáló 1:5000 méretű térképlapokról gondoskodik, valamint a felvétel költségeit is kiutaltványozza; 2. hogy a

székesfővárosnak szolgáltatandó egyetlen ilyen nagyméretű eredeti térképműről az 1 : 25,000 méretre kisebbitendő lapokat a műszaki szolgálat és a nagyközönség számára színes nyomtatásban sokszorosítottatja és 3. hogy a térképhez készülő monografikus leírás, a hozzátartozó vázlatok, szelvények és ábrák kiadásáról is gondoskodni fog.

Magunk közt tovább folytatva a tanácskozást, hárman jelentkezünk Budapest főváros egész határának legrészletesebb geológiai felvételére; ketten: PÁLFY MÓRICZ dr. és magam (a kikhez később még SCHRÉTER ZOLTÁN csatlakozott) a budai rész és HORVÁTH HENRIK a pesti oldal térképezésére. Szabad választást nyervén, én magam a Budai hegység D-i részét kértem munkaterületül, már csak abból a szempontból is, mivel az É-i részeket már egyszer, ugyanis az 1894—5. évben reambuláltam, tehát eléggé ismerem és most önmagamát mintegy felülbírálni nem akartam, másrészt pedig azért, mivel a Budai hegység előttem ismeretlenebb D-i részén a főváros geológiáját illetőleg több szempontból újabb eredményeket vártam.

★

*Budapest székesfőváros újabb geológiai felvételének délnyugati térképlapjairól (kivonatosan).*

A mi a munka külsőségeit illeti, megemlíthető, hogy a terület bejárása 1919 nyarán csak kisebb mérvben volt teljesíthető, úgy, hogy a térképezés főleg 1920-ra maradt. Hogy azonban a főváros területén fellépő geológiai képződmények, melyek a közigazgatási határok által többnyire természetellenes módon lenyírbáltattak, kellőképen értékelhetők legyenek, kívánatosnak tartottam, hogy a főváros távolabbi D-i környékét is a megindított tanulmányaim körébe belevonjam, a mi 1921-ben a m. kir. földtani intézet támogatásával meg is történhetett. Ennek eredménye az, hogy a 16. zóna, XX. rovat ÉNy. (Budapest és Tétény) jelű és 1 : 25,000 méretű térképlap alapján a Budafok, Nagytétény, Diósd, Érd, Sós-kút, Bia és Tárnok közé eső területet is bejárhattam és geológiailag térképezhettem.<sup>1</sup> Ezzel együtt az egész a székesfőváros érdekében bejárt terület mintegy 200 négyzetkilométert tett ki.

<sup>1</sup> Kivéve Budaörs község határát, melyet 1919-ban Vendl Aladár térképezett.

Ezen az egész területen, vagyis a Budai hegység déli részében a sztratigrafiai megállapítások röviden a következők:

1. A *földolomit*; hegységünk legrégebb képződménye. Azon az általános felismerésen kívül, hogy a Budai hegység dolomitja a triasz-rendszer norikumi emeletének tagja, sikerült egy szerencsés lelet alapján kimutatnom, hogy annak szaruködös régiója az Ördögórom sziklás bércén ennél valamivel mélyebb szintből való. Az ottani malomkőbánya őrházának keleti szomszédságában látható dolomit szarukövében ugyanis egy, habár rosszul megtartott kagylóst leltem, a melyben azonban id. Lóczy Lajos, kinek a darabot megmutattam, mégis a Bakonyban is előforduló *Ostrea Montis caprilis*, KLIPST. fajt ismerhette fel. Minthogy ez a faj a Bakonyban a *felső márgacsoport Tori rétegeire* jellemző, dolomitunkat is velük egyidősnek és ennek következtében a karniai emeletbe tartozónak kell tekintenünk. Ezzel a megállapítással rétegsorozatunk lefelé egy emelettel bővül, a mivel a Budai alaphegységnek a Bakonyival való analogiája ismét egy újabb kapcsolással megerősödik.

2. A *felső eocénkor nummulinás mészköve*. A középeocénkorban megindult kontinentális süllyedés a következő felső eocénkorban erőlyesen folytatódik, úgy hogy a transgredáló tenger nummulinás mészköve alaphegységünket szélteben elfödi. Ma azonban területünkön e nummulinás mészkőből az őt elborító fedőrétegek különös védelme folytán mindössze csak még néhány apró foszlány maradt fenn, a mint az például a Szent-Gellérthegy tetejének déli szélén konstatalható. Egy másik pont, a hol e mészkő előfordul, a Makkos Szt. Mária kúpjá az egykori budakeszi, most fővárosi erdőben. A harmadik meglepetésszerűen felbukkant új előfordulást pedig felső oligocén homoktól körülveve a Budakeszi határ Ny-i szélén a «Biai hegy» Ny-i tövében fedezhettem fel. E három mészkő-rög faunája az ismert nummulina és orthophragmina fajain kívül nem nyújtott újabb paleontologiai elemeket.

3. A «*briozoás rétegek*». E rétegesoport konglomerátumokból és briozoumokban és foraminiferákban gazdag mészmárgarétegekből áll.

Tudvalevő, hogy ezeket a briozoás rétegeket HOFMANN KÁROLY 1871-ben a legfelső eocénbe állította. Ismeretes továbbá az is, hogy HANTKEN MIKSA ellenkezőleg alsó oligocénkoriaknak tekintette őket.

Újabban VOGL VIKTOR<sup>1</sup> foglalt állást ebben a vitás kérdésben, még pedig a HANTKEN-féle felfogás mellett.

Petrogenetikai szempontból a briozoás rétegek összefüggése a feküjükben fellépő nummulinás mészkővel nem mindenütt olyan szoros, mint az óbudai Szépvölgyben, a mennyiben ellenkezőleg megfigyelni való — a mint ezt különben annak idején már HOFMANN<sup>2</sup> is észrevette —, hogy köztük és a nummulinás mészkő között bizonyos diskordantia észlelhető. A budai hegység északibb részének emelkedése folytán a briozoás rétegek sokkal alacsonyabb nivóban rakódtak le, mint a nummulinás mészkő, míg ellenben a déli részeken, Budaörs körül, ahol a hegység bizonyos mértékben süllyedt, a briozoás rétegek még a nummulinás mészkőlerakodásokon is túlterjedve, közvetlenül az alaphegység dolomitjára telepődtek le. Mindez világos jele a kéregelmozdulásnak, valamint a briozoás rétegek egyidejű transzgradálásának is. A déli részeken, nevezetesen a Gellérthegytől DNy-ra, sok helyen hatalmas parti konglomerátumokkal kezdődik az ebnozdulás utáni ülepítés, úgy hogy a tulajdonképpeni briozoás márgák már csak erre a konglomerátum-telepre mint következő rétegek rakódhattak le. Kétségtelenül megfigyelhető ez a Gellérthegyen, Rupphegyen, Ördögormon és több más helyen. A transzgressiónak eme bázis-konglomerátuma helyenkint a már megszilárdult nummulinás mészkőből legördült sziklát is foglal magába, illetőleg kavicsait ennek repedéseibe süllyeszti bele, világos jelül annak, hogy ebben az időben a nummulinás mészszip diagenetikus megszilárdulása már teljesen be volt fejezve.

4. *A budai márga.* Ezek a mészben dús, sokszor mészmárga jellegű padok észrevétlen átmenettel a briozoás rétegek fölött foglalnak helyet. Nummulinák és orthophragminák csak gyéren vannak bennük, ellenben briozoákban, foraminiferákban bővelkedők, valamint krinoida nyéltagok és egyes tüskebőrűek is gyakran találhatók bennök. Geológiai koruk alsó oligocén. A budai márga tulajdonképpen ugyanannak a tengernek part előtti lerakódása, a mely a

<sup>1</sup> VOGL VIKTOR. Az eocén és oligocén-képződmények határa Budapest környékén. Koch Emlékkönyv. Budapest, 1912. 153 l.

<sup>2</sup> HOFMANN K. A Buda-Kovácsi hegység földtani viszonyai. Külön lenyomat a m. kir. földtani intézet évkönyvéből. Pest, 1871. 35. l. alul.



parti briozoás rétegekkel annyiban áll összeköttetésben, hogy időnkint a partok felől egy-egy konglomerátumpad — talán mint kivételes áramlatok eredménye — közbehelyezkedik. Ilyen például az a durvább anyagú pad, mely a Németvölgyben levő árkokban, és azok a finomabb szeműek, melyek a Sashegy-utca délkeleti kapaszkodóján megfigyelhetők. Mind a kettőt már HOFMANN is ismerte.

Ezekben az óharmadkori lerakódásokban nevezetesebb paleontologiai leletekre nem bukkantam, azonban felemlíthetem, hogy közel területünk É-i határához, ugyanis a Rózsadomb DK-i tövében a budai márgában egy gazdag echinida-fekvetnek jöttem a nyomára, melyet 1921. évi nov. 2.-án a magyarhoni Földtani Társulat «HANTKEN MIKSA» emlékülésén bemutattam.

5. *A kiscelli agyag.* Kékesszürke színű, túlnyomólag agyagos, kevesebb meszet tartalmazó, a rétegzés szerint csak rosszul hasadó kőzet. Geologiai kora alsó oligocén és teljesen megegyező a budai márgával, a mint ezt már HOFMANN KÁROLY<sup>1</sup> is hangsúlyozta. Foraminifera-s a benne még előforduló csekélyszámú vékonyhéjú puhatestű-faunája ugyanaz. Mialatt a budai márga közelebb a tenger partjához üledett le, addig a kiscelli agyag távolabb rakódott le tőle, mint pelitikus facies. Mi sem igazolja e viszonyt beszédesebben, mint a városligeti artézi kútfúrás szelvénye, a melyben alig 3—4 kmt-re a Budai hegység egykori partjától a 326·5 m vastagságú kiscelli agyag mélyebb medenceülepítése mellett a budai márgából már egyáltalában semmit sem találtak.

Látnivaló tehát ebből a felsorolásból, hogy a rétegülepítés a briozoás parti konglomerátumoktól kezdve szervesen összefüggő. Míg a konglomerátum, vagyis hullámverés durva törmeléke a partvonalon fekszik, addig az előtte lévő zónákban szelektív módon a briozoás rétegek és a budai márga dolomitlisztes és mészdús iszapja, külsőbb a távolabbi tengerfenéken pedig túlnyomólag az agyagos iszap csapódott le. Azonban még az alsó oligocénkori idő teljes lepergése előtt a Budai hegység ismét süllyed, mire a tenger partvonala pozitív értelemben előrenyomul. Ezzel karöltve a különböző fekvésű kőzetdetritus lerakódó helyei is a kontinens felé tolnak el, úgy hogy például a finomabb agyagos iszap már az egyes öblökben is

<sup>1</sup> HOFMANN K. id. munkája 47--51. old.

feülededésre kerülhetett. Ez az oka annak, hogy a kiscelli agyag a Krisztinavároson át előrenyomulva, még az Ördögárok szűk völgyét is elfoglalhatta. A legtöbb helyen így kerülhetett a kiscelli agyag a budai márga fölé.

E transgressziót észrevette már T. ROTH KÁROLY<sup>1</sup> is, a ki mondja, hogy a tenger előrenyomulása a kiscelli agyag képződése idejében érte el a tetőfokát.

Az alsó oligocén után következnek ugyanennek a sectionnak középső emelete, de ez tudvalevőleg eddigelé kimutatva még nincsen. T. ROTH KÁROLY azonban teljesen megokoltan megjegyzi, hogy ez az eddig hiányzó emelet alighanem a városligeti artézi kút profiljában szinte túlvastagon fellépő kiscelli agyag-lerakodásnak fedőrétegeiben rejtőzik.<sup>2</sup> Az egész faciesnek főleg foraminiferákból álló faunája azonban olyan megegyező a budai márgaéval, hogy sem ezen az úton, sem pedig jó feltárások alapján még nem sikerült a középoligocént felismerni és az alsó oligocéntől elválasztani.

6. *Felső oligocén.* Közvetlenül ez emelet beköszöntése előtt hatalmas lendülettel kiemelkedik a kontinens, mire a mély tenger visszahúzódik és a Budai hegység kivált déli oldalán csekélyebb mélységű partközeli, subpelagikus, gazdag faunák lakta víznek engedti át a helyet. Lerakódásai többnyire homokosak, a melyek Esztergom, Szent-Endre és Pomáz vidékén váltakozva sós, brakkos, sőt édesvízi mocsaras üledékekből állanak. Buda közelebbi, nevezetesen D-i vidékén azonban csakis sóstengeri faunaelemeket találunk az üledékei közé betemetve. Feltárásai főleg Törökbálint mellett a Tétény-Biai plató meredek északi oldala tövében tanulmányozhatók, valamint tovább keleti irányban e plató lábánál a Kamaraerdő felé egészen a budafoki Kereszthegyi árokig húzódva, majd pedig innen É-ra a Péterhegyre, a hol azután a rétegei DK-i düléssel a Pacsirtahegy kavicsai alatt eltűnnek. Szép faunáját, melynek vezéralakja a *Pectunculus obovatus*, Törökbálintról HOFMANN K.<sup>3</sup> ismertette, egy újabb köérbereki feltárás nem kevésbé gazdag faunáját

<sup>1</sup> T. ROTH KÁROLY. A magyar Középhegység É-i részének felső oligocén rétegeiről, különös tekintettel az Egervidéki Oligocénre. Koch emlékkönyv. Budapest, 1912, p. 126.

<sup>2</sup> Id. h. p. 126.

<sup>3</sup> Id. munka 55. és köv. oldalain.

pedig, melyet magunk gyűjtöttünk, KULCSÁR KÁLMÁN,<sup>1</sup> műegyetemi asszisztens írta le. Faunája 38 fajból áll.

7. *Alsó (I) mediterrán emelet (Bourdigalien)*. Ennek rétegei látszólag konkordansan helyezkednek el az előbbieken vázolt felső oligocén rétegesoponton. Feltűnően durva kavicsból álló rétegek, továbbá különböző minőségű homoksztrátumok és csak igen ritkán vékonyabb agyagbetelepülések is alkotják ez emelet kőzeteit. Egyik fedőpadja gyanánt biotitos andezittufa is mutatkozik, mint valami távoli hamuszórásnak a széllel iderepült anyaga. A Bourdigalien kőzettanilag túlnyomólag durvaszemű és lerakódásának zónája mélyebb szintű, mint a felső oligocéné, a miből a kontinens tetemes emelkedésére vonható következtetés. A kavicsok petrográfiai tanulmányozásából pedig kiténik, hogy a háttérben — véleményem szerint a Velencei hegységtől É-ra, Bia, Bicske és Tinnye irányában — egy metamorf paleozoos sedimentumokból és rajtuk keresztül-kasul rajzó gránit, pegmatit, aplit, kvarcporfir (? liparit) és más kőzetek teléreiből álló magasabb hegység emelkedett, a melynek éppen az emeltetés folytán a legélénkebb erosiót kellett elszenvednie.<sup>2</sup> Látható tehát ezekből, hogy a felső oligocén és az alsó mediterrán emeleteink közti látszólagos konkordantiához csakugyan alapos szó fér s hogy a két formatio között tulajdonképpen éles diskordantia van.

Noha a szóban forgó rétegeink közvetlenül litorális lerakódásúak, mégis végig csak tiszta sós vízi fauna-elemeket figyelhettem meg bennük. Faunájukat részint a Budafoki Sashegyi kavicsbányában, részint a Kereszthegyi árokban, valamint a Pacsirtahegy hatalmas kavicsfeltárásában gyűjthettem össze. Ebből a gazdag faunából mint legjellemzőbbeket felemlítem a következőket: *Anomia ephippium*, L. var. *costata*, BRONX, *Ostrea gingensis*, SCHLTH., *Amusiopecten gigas*, SCHLTH., *Pecten (Aequipecten) praescabriusculus*, FONT., *Pecten pseudo-Beudanti*, DÉP. ET ROM. Az egész fauna 41 faj-

<sup>1</sup> KULCSÁR K. A felső Oligocén újabb előfordulása Budafok és Török-bálint között. Földt. Közl. XLV. köt. Budapest, 1915. 169. old.

<sup>2</sup> Ez emelet kavicsainak petrográfiai ismertetését Dr. SINKOVITS DÁNIEL, műegyetemi tanársegédre bízom, ki e dolgozatát 1921-ben *kézirat*os doktori disszertációként a budapesti tud. egyetem bölcsészeti karához benyújtotta.

ból áll, a melyekhez növényi maradványok is csatlakoznak. E terület egynémely pontjáról már 1910-ben HALAVÁTS GYULA és 1911-ben LÖRENTHEY IMRE is megemlékezett. E fauna alapján kiteszik, hogy rétegeink teljesen megegyeznek a bécsi medencze, valamint a hasonkori magyar I. mediterrán lerakódásaival.

8. *Felső (II.) mediterrán (Vindobonien) emelet.* Közetei szürke csillámos homok, gyéren apró kavicszemekkel, fehéres meszes homok, egyes homokkő padok, márga és lajtamészko, a melyek a főváros DNy-i határa területén éppen csak a Kamaraerdő D-i szélén fordulnak elő. Az új katonai út felső végén történt mélyítésben mintegy hat méter vastag telepet formálnak e rétegek és fölöttük szabályos rátelepedésben a szarmatakori mészkő figyelhető meg. Az útbevágás felső mediterrán rétegeiben gyűjtött faunát LÖRENTHEY IMRE tette tanulmány tárgyává.<sup>1</sup> A régibb geológiai térképek mint keskeny csíkot tüntették fel a Kamaraerdőtől kezdve egészen Törökbálintig, végig a tétényi plató É-i pereme mentén. Az új felvétel alkalmával azonban sikerült ugyane rétegeket sokkal nagyobb kiterjedésben kimutatnom, a mennyiben a nagytétényi plató keleti részén a felszínen fekvő kemény mészkőpadot — melyet eddig tévesen szarmatakorinak tartottak — mint felső mediterránkorit ismerhettem fel. E nagymérvű felszíni térfoglalása ennek a felső mediterrán emeletnek beigazolódott azután még a háború kitérősekor itt készített katonai futóárkok 2—3 m mély feltárásai által is. A felszíni kemény mészkőpad alatt ugyanis egy lazább, csak néhol összeállóbb lajtamészko pad következik tömérdek kövülettel, továbbá alatta egy laza meszes homoktelep sok pecten-nel. A gazdag faunából a következőket emelem ki: *Alveolina melo*, D'ORB., *Pecten leythajanus* PARTSCH, *Pecten aduncus*, EICHW., *Cardium turonicum*, MAYER, *Fusus valenciennesi*, GRAT. Gyűjtött anyagom 50 fajt ölel fel.

Érdig és Sósokutj kiterjesztett bejárásaim közben még különösen az Erlakoveci majorban és a Sósokuti szőlőkben, valamint régi klasszikus helyén: Bián is találkoztam a felső mediterrán kövületes rétegeivel. Mindezekből a leletekből megállapítható, hogy Buda

<sup>1</sup> LÖRENTHEY I. Újabb adatok Budapest környéke harmadkori üledékeinek geológiájához. Math. és term.-tud. Ért. XXIX. köt. 3. füz. Budapest, 1911. 520 l.

D-i szomszédságában a vindobonien kor siker, meleg sósvizi tengere uralkodott.

9. *Szarmata emelet (Sarmatien)*. A fővárosi határ DNy-i részén voltaképpen még nem mutatkoznak ez emelet rétegei nagyobb összefüggésben, csupán csak egyetlenegy ponton, u. i. a Kamaraerdőben, az új katonai út felső végén lévő bevágásban találkozunk e képződmény első durvamészkö padjával, mely itt konkordans módon a LÖRENTHELY IMRE leirta felső mediterrán fedőjeként fekszik. A mint azonban a főváros itteni határán átlépünk és a nagytétényi plató jelenlegi katonai gyakorlóterére kerülünk, akkor kivált D-i és Ny-i irányban egyebet sem látunk, mint a kilométerekre terjedő és enyhén DDK-re dülő szarmatakorai mészkőrétegeket. A plató felszíne nagyjából egybeesik a legfelül levő mészkőpad lapjával, úgy hogy nagy területeken mindig csak ugyanannak az egy rétegnek a hátán járunk. Közettani szempontból ez az emelet majdnem kivétel nélkül durvamészből való, mely főleg foraminiferás, erviliás, cerithiumos, mactrás és hasonló padokból áll. A begyűjtött anyagom faunája mintegy 10 fajt ölel fel. A roppant nagy mennyiségben fellépő, de csak kevés fajt képviselő faunája már gyengébben sósvizi, mint az előző felső mediterráné. Kivált a foraminiferás padok kitünőek építőkö-termelésre és ennek a körülménynek köszönhető az a sok feltárás, melyet az itteni kisebb-nagyobb kőbányák nyújtanak. E feltárások fedőrétegeit a jól faragható mélyebb padoktól rendszeren arasznyi, zöldesszürke, lágy, szappanos tapintatú, kövelőszerű biotitos riolittufa választja el, mely arról nevezetes, hogy iszapolási maradéka tele van a legszebb *zirkon*-kristálykakkal.

10. *Pannoniai pontusi emelet (Pontien)*. Úgy látszik, hogy ez emelet szintjei a főváros határától D-re teljes sorozatban ki vannak fejlődve. Lerakódásai már Budafok és Nagytétény közt, főleg azonban Diósd és Érd határaiban tűnnek fel. Diósdnál az alsó pannoniai emeletet, vagyis a *lyrceás* szint rétegeit figyelhettem meg, ellenben Érdnél a Molnárhegyi téglagyár agyaghányájában a HALAVÁTS GYULÁTÓL 1895-ben felfedezett *Unio Wetzleri* szintet, vagyis a felső pannoniai emelet legfelső rétegeit tanulmányozhattam. Ennek a nagy pannoniai beltengernek egyik öble elhnyült azután egészen a Széchenyi-hegy tájáig, a melynek dolomitból és budai márgából álló tömegét abrasálta. Üledékei: alul 0.5—1.0 m. vastag durva kavics

és fölötte 25—30 m. vastag, homokból és homokkőből álló rétegsorozat, közvetlenül a földolomit abrasiós felületére rakódtak le. A homokkő a benne néhai Br. Eötvös JÓZSEF találta *Aceratherium incisivum*-maradvány alapján LÖRENTHEY I. taglalása szerint a felső pannoniai emelet *Congeria rhomboidea* szintjéhez tartozik. Ennek a transgressziós telepnek kiterjedése a denudatio pusztításait megelőzőleg egykor sokkal nagyobb lehetett, mit abból következtek, hogy az alján levő kavics konglomerátumját foszlányként a Sas-hegy nyugati kúpján is kimutathattam.

E látszólag félkör alakú öböl ÉK—DNy-i irányú húrja mentén voltak ebben az időben elhelyezve a budai hévforrások is, a melyek kivált az alsó kavicstelepet kovakiválással, pirittel és barittal impregnálták. A pirit jelenleg már a legtöbb helyen teljesen limonittá változott át, a mi a szóban forgó konglomerátumot és részben az alsó homokkőpadok némelyikét valami barna vasérczhez hasonlóan intenzív sötétbarnára festette.

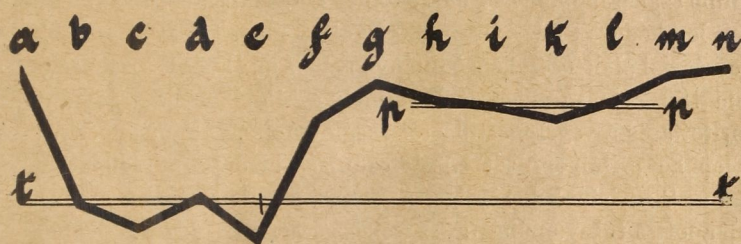
A következő szint, vagyis az *Unio Wetzleri* szintje idejében alaposan megváltoztak a fizikai viszonyok, valószínűleg a már beállott emelkedés következtében. Zárt lagunává alakulva, teknője forrásvízi üledékekkel kevert bitumenes mészsizzappal telik meg, melyben már a mocsaras tavi jellegű *Lymnaea sp. Planorbis*, valamint a szárazföldi *Helix Reinensis*, *Gobanz* fajok köbelei bőségesen találhatók.<sup>1</sup>

11. *Levantei emelet (Levantine)*. Ebben a korban megváltoznak a szárazulat emelkedése folytán a fizikai viszonyok. A beltenger az alföldi medence mélyebb részei felé húzódik vissza. Egyidejűleg kialakul a Kis Magyar Alföld folyórendszere s a Duna már Budapestig jut le, a hol a levantei tóba való beömlése előtt a Mastodon arvernensis és M. Borsoni tartalmú kavicsok jellemezte torrentiális deltáját fölépíti.<sup>2</sup> Lépést tartva ezekkel a jelenségekkel csökken a hévzitek hidrosztatikai nyomása, maguk a források pedig faka-

<sup>1</sup> SCHRÉTER ZOLTÁN: Harmadkori és pleisztocén hévforrások tevékenységének nyomai a Budai hegységben. M. kir. Földt. int. évk. XIX. kötet, 5. füzet, 211. old.

<sup>2</sup> SCHAFARZIK F. A Budapesti Duna paleohidrografiája. Földt. Közlöny, XLVIII. köt. 1918.

dási tölcseikkel fokozatosan lejjebb szállnak, míg a pleistocén terrasz színlőjére le nem érnek. Ilyenül az óbudai, geologiai szempontból klasszikus travertino terraszt ismerjük, mely 145—150 m magasságú. A budai hegység D-i részein éppen ilyen nivójú forráslerakódásunk nincsen, mert már a Várhegy (160 m) és a Naphegy (158 m) travertino takarója is nálánál valamivel magasabb. Még inkább eltérő tőle a Szent Gellérthegy forrásvízi mészkövének a fekvése (219 m). Ezt az utóbbit feltétlenül idősebbnek, nevezetesen a Széchenyi-hegy Unio Wetzleri szintű mészkő és az óbudai pleistocén travertino képződésének ideje közé esőnek, tehát *levantei*



1. ábra. A Budai hegység oscillatiójának grafikus vázolata.  $t-t$  = a nyílt tenger szintje;  $p-p$  = a pannoniai beltenger szintje.  
A szárazulat vertikális irányban történt elmozdulása a krétától (*a*) kezdve a középeocén (*b*), felső eocén (*c*), briozoás szint (*d*), alsó oligocén, kiscelli agyag (*e*), felső oligocén (*f*), alsó mediterrán (*g*), felső mediterrán (*h*), szarmata (*i*), pannoniai (*k*), levantei (*l*), pleistocén (*m*) és holocén (*n*) idő-kön keresztül.

korinak kell tartanunk. A régi Buda—Budaörsi termális vonalon létezett felszíni üledékek s többi közt bizonyára a fiatalabbak travertintinóból, vagy félig travertintinóból álló párnái is a nagymérvű denudatio folytán már valamennyien eltűntek. Egyidejűleg pedig maga a hegység mélyen táródott fel, úgy, hogy a kibontakozott forrás-csatornák körüli elkovásodások, montmorillonit-képződések és egyéb jelenségek mindenütt jól láthatók (Csiki hegyek, Rupphegy, Sashegy, Gellérthegy). Ellenben tulajdonképpen tavi, tehát a levantei tó üledékei még a Budai hegység alacsonyabb halomvidékén sem voltak kimutathatók.

12. *Pleistocén (Negyedkor, «Diluvium»)*. Az ó- és újabb negyedkori fejlődmények kivétel nélkül kontinentális jellegűek és a levantei

teiek nyomában folytatólagosan fellépők, mind a mellett háromféle faciesűek, ugymint fluviatilisek, forrásvizek és subaërikusak. A folyamiak a Duna kialakulásával kapcsolatosak s lerakódásainak maradványai a Duna paleohidrografiája<sup>1</sup> szempontjából igen jelentősek. Ópleistocén kavics borítja a P.-Szt-Mihályi alsó mediterrán és a P.-Szt-Lőrinczi levantei kori halmokat, de típusosan megvannak magas terraszok alakjában a Duna jobb partja mentén is. Legjellemzőbbje az óbudai «kiscelli» párkánysík, mely 150 m t. sz. f. magasságban (unakavicsból áll. Különböző pontokon pleistocén emlősök maradványai találtattak ezekben a kavicsokban. A folyó délibb szakasza mentén Budafokon és Diósdon szintén vannak pannon lerakódások felett ilyen 130—140 m magas kavicsterraszok. — Forrásvizi pleistocén képződmény továbbá az óbudai «kiscelli» mésztufa 150—159 m magasságban, mely az előbb említett kavicsot elborította és a végelpusztulástól megmentette. Jellemző gerincesek (*Elephas primigenius* stb.) előfordulása bizonyítja pleistocén korát. — S pleistocénkori végre a lösz is, vagris a légáramlatok által felkapott s túlnyomólag a hegyek szélesendes oldalain leülepitett por, mely a Budai hegység D-i részében is szélteben előfordul. Megjegyzendő, hogy a mi löszképződésünk főleg fiatalabb pleistocénkori.

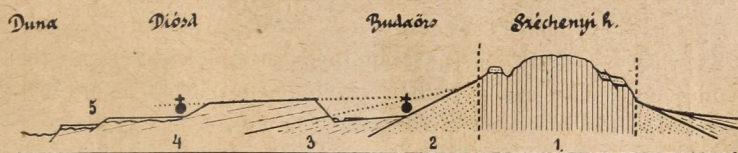
13. *Holocén (Jelenkor)*. Ebben az időben fejeződik be a Budai hegység mai morfológiája, főleg a folyóvíz erodáló hatására, de a mellett az uralkodó szél-közreműködése mellett is (deflatio). A Duna medervájása, mely az ópleistocén időtől kezdve igen energikus volt, napjaink felé parabolikusan csökken. A fővölgy gyors mélyülése kezdetben túlmélyítéseket hozott létre, melyek a mellék-völgyek utánamélyülése folytán fokozatosan kiegyenlítődték, a mi a vízrajzi hálózatot egyes tájakon gyökeresen meg is változtatta. Példá erre a budakeszi vizek a törökbálinti Brandlsuttin szarnata mészkőbe vajt szoroson át Diósdnak és a Duna felé való folyásának a későbbi fejlődésű Budafok—Kamaraerdői Kőérpatak által való lecsapoltatása. — A Duna fővölgyében az óholocén időből valók a 105—116 m magasságú városi terraszok, a milyen például a Lágymányos, és végre még megemlíthető, hogy a budai hévforrások a mostkori

<sup>1</sup> SCHAFARZIK FERENCZ: A Budapesti Duna paleohidrografiája. Földt. Közöny XLVIII. k. Budapest, 1918. 184. lap.



folyamán egészen a Duna mellé leszállottak. Ez az általuk elfoglalt, a Duna jobb partja mentén lévő D—É-i törésvonal alkotja a mai «Budapesti thermális vonalat».

A deflációnak pedig nemcsak Buda vidékén, hanem általában klasszikus példáit az örsödi és örmezői keserűvizes területek kád-szerű kimélyítéseiben ismerhettem fel, a melyek az uralkodó ÉNy-i szél hatására keletkeztek oly módon, hogy a szél a felszínen lévő finomszemű felső oligocén homokot egészen a kiscelli agyag abráziós síkjáig kitararította. Hasonlók vannak Budaörs község alsó



2. ábra. A Budai hegység tektonikájának alapformája; a diapirszerű anti-klinális. 1 = felső triaskori dolomit; 2 = eocén és alsó oligocén; 3 = felső oligocén; 4 = neogén; 5 = pleistocén és holocén lerakódások.

szomszédságában, valamint figyelemreméltók az Érdtől ÉNy-ra pannoniai területen található deflációk is.

14. Geológiai térképemen az előbbieken felsoroltakon kívül még a szintén jelenkori felszíni klimatikus képződmények, illetőleg *talajnemek* is figyelemben részesülnek és térképészetileg is kifejezésre jutottak, nevezetesen a mezőségi gesztenyebarna talaj, nagyobb részben mindenütt a lösz felszíni rétegét alkotva, továbbá a fekete réti agyag a Lágymányoson, Örsödön és Örmezőn, a rendzina dolomit feletti fekete talaja, kivált a Széchenyi-hegyen, és végre a futóhomok a fővárosi határ D-i szélén a Budafoki út nyugati oldalán. Térképemen ezek a takarórétegek (hozzájuk számítva magát a lösz is) pusztán csak vonalozással vannak feltüntetve, míg különben a teli színek a takaró alatti altalaj közetét jelentik, például a Gellérthegy D-i oldalán lösz alatt a Budai márga, a Lágymányoson réti agyag alatt a kiscelli agyag színét látjuk alkalmazva.

★

Az előzőekben ismertetett 1 : 5000 méretű, Budapest székesfőváros geológiai térképéhez való leírás munkában van. További rész-

letezése messzemenő dolog volna, ezért befejezésül még csak két általánosabb érdekű összefoglalásról teszek jelentést:

1. Az egyik a Budai hegység vertikális irányban történt oscillatiója, a mire vonatkozólag hosszadalmas magyarázat helyett a mellékelt grafikont (1. ábra) közlöm,

2. a másik pedig az, mely a Budai hegység tektonikai viszonyaira vonatkozik. Tanulmányozva ugyanis a síkság térszine fölé kiemelt részeken, vagyis a tulajdonképpeni hegységben jelentkező tektonikai fő- és mellékelemeket, arra a végső eredményre jutottak már az elődeink is, hogy a Budai hegység a Magyar Középhegységnek egyik szerves része, a melyen főleg DNy—ÉK-i hossz- és DK—ÉNy-i haránttörések uralkodnak. Különösen pedig megemlítendő, hogy az egész hegységnek a «Budapesti thermális vonal» által jelzett D—É-i lépcsőzetes törésrendszer vet véget az Alföld medencéje felé. Öreg Gellérthegyünknek ebben is nevezetes a szerepe. Az egész egy tipusos rögös hegység. Hegységünk déli részének legnagyobb kiemelkedésétől, vagyis a Széchenyi hegytől DNy-ra a Csiki hegyek irányában a hegység mindinkább összeszűkül és tektonikailag egy — habár belsőleg szétforgácsolt — antiklinálisnak tekinthető, a melynek tengelyéhez, vagyis a magját alkotó földolomithoz úgy a DK-i, mint az ellenkező ÉNy-i oldalon a harmadkori lerakódások hozzátámaszkodnak, eleinte meredek, azután pedig fokozatosan enyhülő düléssel. A Budai hegység déli részének tektonikája tehát nem annyira a szabályszerű, isoklinális szárnyakat feltüntető antiklinális után igazodó, hanem inkább egy olyan változata, melynek magja a legemelkedettebb résznek felel meg, míg a szárnyak kerékküllőszerű elrendezésűek. A hegységünkön uralkodó ez a tektonikai törvény röviden *diapir*-szerű antiklinálisnak nevezhető (2. ábra) a melynek jellemző vonásai mindenütt, akár a Gellérthegyen, akár a Sashegyen, Rupphegyen, de másutt is tipusosan felismerhetők.

## A KUKORICZA TECHNIKAI ELEMEIRŐL.

ISTVÁNYFY GYULA rendes tagtól.

(Székfoglaló.)

Székfoglaló értekezésem egyik fejezetét, a kukoricza rostjainak leírását nyújtom az alábbiakban. A kukoricza technikai elemei eddig kevés figyelemben részesültek, pusztán csak a héjlevelek rostjairól adott J. v. WIESNER pár szónyi ismertetést,<sup>1-2</sup> mely HÖHNEL,<sup>3</sup> HANAUSEK<sup>4</sup> munkáiba is átment. A kukoricza azonban mindinkább előtérbe hatol mint technikai növény, a cellulozegyártás terén meg éppenséggel nagy jövője van, s ezért főleg rostjainak tanulmányozása időszerűvé vált.

A rostok fajtái. Az átlagos ipari cellulozéktól eltérően, a

---

<sup>1</sup> WIESNER, J.: Mikroskopische Untersuchung der Maisliesche und der Maispapierproducte. Dingler's Polytechnisches Journal. 175. 1865. 225—243. Mit Abbild. auf Taf. III.

<sup>2</sup> WIESNER, J., v.: Die Rohstoffe des Pflanzenreichs. 1873. 448—450. u. a. II. Aufl. II. 1903. 436—437.

«A háncsrostok jól megmaradtak s a papír anyagának nyilván fő-tömegét teszik. Nagy vastagságuk révén a többi szalma fajta háncsrostjától s jellemző szerkezetük folytán pedig más hasonló növényi rostoktól elütnek.»

«Végeik gyakran agancsszerűek, vastagságuk egészen 82  $\mu$ -ig terjedhet. Sejtfaluk vastagsága, háncsrostokéhoz képest általában csekély, mert a sejtür  $\frac{2}{3}$ — $\frac{1}{5}$  teszi a sejt összmérvőjének. A háncsrostok falain egyszerű vagy kettős sorokban csavarvonalban haladó résalakú pettyek vonulnak végig. A papiranyagban előforduló háncssejteken még az epidermis maradványai megtapadnak, ezekben rendes epidermissejtek és kovasejtek találhatóak.»

«Ha az ilyen rostokat chromsavval kezeljük, a közönséges epidermissejtek előbb leválnak róluk mint a kovasejtek. Ezenkívül a kukoriczapa-pirokban hálózatos, gyűrűs- és csavaros edénytorodékek fordulnak elő.»

<sup>3</sup> HÖHNEL, FR., v.: Mikroskopie d. techn. verwend. Faserstoffe. 2. Aufl. 1905. 112.

<sup>4</sup> HANAUSEK, T. F.: Lehrb. d. technischen Mikroskopie. 1901. 107—108.

kukoricza feltárt rostjai két fajtára oszthatók: 1. sima és 2. göcsös rostokra.

1. *Sima rostok.* Sejtfaük a felületről tekintve egyenletes; ezek megint lehetnek *vastagfalúak*, az ilyenek sejtüre általában szűk, esetleg vonalszerű, vagy *vékonyfalúak*, ha a sejtthártya jóval keskenyebb mint a sejtür, az utóbbiak közt szalagosan lapítottak is gyakoriak.

A sima rostok általában véve hosszúnak és közülök kerülnek ki a leghosszabbak is. A szakítási helyek rojtosabbak mint a következőkön.

2. *Göcsös rostok.* Ezek fala nem olyan egyenletes, a pettyek körül kidomborodó göcsös kiemelkedések is előfordulnak s a mellett még a sejtür szűkebb és helyenként szinte eltűnik. A göcsös rostok általában rövidebbek, a leghosszabbra nyúltak is legfőljebb a középhosszúságot ha eléri. A szakítási helyek kevésbé rojtosak.

A sima rostokat jellemzik a ferdén balra csavarodó, felhágó vonalban elrendezett, réshez hasonló éles szabású pettyek és a rézsütös, egymást keresztező sávolatrendszer. A göcsös rostok falát nagyon sok, de kevésbé meredek vonalban mutatkozó, vagy rendetlen likaacsatorna járja át, melyektől a felület egyenlőtlen lesz, mert a résalakú, közepén tágabb nyílású pettyek körül a sejtfa kissé feldomborodik, erősen fénytörő, szinte duzzadó lesz. Sőt helyenkint, hol erősebb lehetett a vegyi hatás, a likaacsatornák repedéshez hasonlóan szétnyílnak és a sejt lumenjéből eredően hézagok, kimarások is jelentkeznek. A sejtfaük esetleg erősebb duzzadtsága alkalmilag a sávlati vonalrendszer teljes fellazulásában jelentkezik.

A *sima rostok alakja általában* igen hosszúra nyúlt orsóra emlékeztet, az ilyenek végződése is egyformábbak. Az orsódad sejt lassanként fogyatkozik el a végei felé s azután a legvége egyenes vagy kissé elhajló, esetleg egyben elvékonyodó s ujjhoz hasonlóan kihúzott.

A göcsös rostok hosszában erősebben kidomborodó orsóalakúak a göcsök nem ritkák, a végek felé rendszeren a leggyakoribbak.

A göcsös rostokon nem ritkán elszórtan, vagy még inkább

végeik felé kihegyezett függelékek, kunkorok, esetleg villás nyúlványok mutatkoznak.

Meglehetősen általános a göcsös rostok végeinek állati fejhez (krokodilusfejhez) hasonlatossága, ezt a sejttal vastagsága és horgossága, meg a likaescsatornák nagy száma idézi elő. Némelyek egyenlőtlenül fejlődnek ki, egyik végük terejszerűen elszélesedik s lekerekítettik, másik kihegyezett, vagy viszont az egyik vég rendes, míg a másik horgos, kampós lesz. Lehet a rost a legvégén villásan elágazott s a villa szárjai fogószerűen összegömbülnek, vagy pedig szétnyílnak, a mi ritkább eset (talán ez az agancsalak, melyet WIESNER említ).

A sima rostokon tapasztalni leggyakrabban azt, hogy az egyik vége a rostnak spatulaszerűen vagy lándzsásan elszélesedik, sőt még azonfelül  $90^\circ$  alatt egyszer, kétszer, avagy esetleg háromszor is tengelye körül megpördődik. Így sajátos tág csavarfordulat keletkezik. Ritka eset azonban, hogy mind a két vég egyszerre lándzsás. A végeknek csavaros elfordulása, a mennyire az újabb irodalommal rendelkezünk, tudtommal rostokon nem észleltetett még s így magában véve jellemzi a kukoricza rostjait a többivel szemben.

A *rostok hosszúsága*. A vizsgálat pontossága érdekében úgy a kukoriczaszárból, mint a lomblevelekből, valamint a héjlevelekből külön táratott fel cellulóze s aztán megmértetett a rostok hosszúsága, s a mikroszkop látterében való gyakoriságuk százalékokban fejeztetett ki: *rövid rostoknak*: a 100—500—1000  $\mu$ , *közepeseknek*: az 1000—2500  $\mu$  és *hosszúaknak* a 2500—5000  $\mu$  közöttieket tekintem.

A szalma részeinek mikroszkopos elemzése:

	szárban	levélben	héjlevélben
rövid	45·0 %	37·0 %	18·0 %
közepes	30·0 %	36·0 %	65·0 %
hosszú	1·0 %	7·0 %	7·0 %
edénydarabok	12·0 %	6·0 %	3·0 %
különféle sejtek	12·0 %	14·0 %	7·0 %

Kitűnik tehát, hogy a *rövid* rostok a szárban, a *közepesek* pedig a héjban jelentkeznek legnagyobb mértékben; míg a

*hosszúak* csak a levélszervekben találhatók számottevően, a szárban kis mértékben képviselvek.

A lomblevél-, épp úgy mint a szárcelluloze, jóformán egyenlő mértékben rövid- és középrostokból alakul, míg a héj-celluloze legnagyobb részt (szinte <sup>3</sup> 4-e) középhosszúságú rostokból tevődik össze.

S így a hosszú (azaz 2500—5000  $\mu$  stb. nagyságú) rostok egyik esetben sem játszanak lényegesebb szerepet.

*A rostok harántmetszete.* A szöveti összeköttetésben levő rostok harántmetszetben szabályosan sokszögletesek, esetleg egy irányban összenyomottak, falaik erősen megvastagodottak, a rétegzés azonban nagyon finom; a sejtűrt közvetlen övező része a sejtfalnak éles kettős körvonallal válik el a többitől. A középlemez hálózata igen feltűnő. — *Jóddal és kénsavval* kezelve a metszeteket, a középlemez sötétsárga lesz, s tovább befelé három széles réteg válik ki: a külső a legszélesebb, a középső ennek felét teszi, s a vékony határvonal ezen két sárga réteg közt kékszinű, míg a legbelső réteg kék és a sejtűrt egészen összeszorítja. Ez a reactio tehát a friss sejtekben az elfásodás mértékét is elég tisztán láttatja.

A feltárt anyag harántmetszetei (beágyazás után) többnyire magánosak, elgörbült sokszögekhez hasonlítanak, igen kidomborodó sarkokkal, a sejtthártya erős felduzzadása a sejtűrt is eltorzítja. Leggyakoribb a rhombusalak, melynek sarkai erősen lekerekítettek; a duzzadás rendszeren oly fokú, hogy a sejtűr igen összeszorul, esetleg vonalnyira nyomatik össze. Bizonyos esetekben a sejtthártyának héjas szétválása is előfordul. Akkor olyan a keresztmetszeti kép, mintha a sejt egy lemezből lett volna feltűrve.

*A rostok szélessége.* A leggyakoribb méretek 16, 28, 32, 48  $\mu$ . A rostok szélességének tehát 25, 50, 65, 114, 120, 140-szeresét teszi ki a hosszúság.

A sejtfa és a sejtűr egymáshozí arányát vizsgálva, a legközönségesebb esetek, hogy: a vékonyfalu síma rost sejtfa 8+8, üre 24, teljes szélessége tehát 40  $\mu$ ; avagy falvastagsága 8+8, üre 16=32  $\mu$ ; a vastagfalu síma rost fala 7+7, üre 4=18  $\mu$ ; vagy falvastagsága 6·5+6·5, üre 3=16  $\mu$ .

A legtágabb símafaluak esetében gyakori méret a 4·5+4·5

$\mu$  fal,  $43 \mu$  sejtűr, együtt  $52 \mu$  szélesség. Az ilyenek már rendszeren egészen szalagosra lapítottak és sokszor akár a gyapotszörökön is, a fal a rost hosszában kétoldalt kissé feldomborodó. Lehet a rost hosszában hengeres meg felváltva szalagos, ezek valószínűen a szárizek felső végén levők, melyek már elhagyják a mestomnyalábot s az alapszövetbe olvadnak.

A göcsös rostok szélességét illetően átlagosan elmondhatni, hogy a sejtűr jóval szűkebb, s a végek felé teljesen vonalnyira csökkentett. A fal vastagsága tehát itt nagyobb mint a sejtűrre, sokszor pedig azt 5—7-szer is felülmulja.

A rostokat illetően tapasztalataim s J. v. WIESNER-nek adatai közt tekintélyes eltérések mutatkoznak: 1. ő csak sima rostokról emlékezik meg dolgozatában s ezt illetően sem tesz különbséget a vastag, vékonyfalu, szalagos stb. közt, 2. göcsös rostok hiányzanak leírásából, 3. a végeknek lándzsás vagy spatulaszerű kiképzését, akár csak a végek csavaros felpödrését egyáltalán nem látta, 4. a szélességi méretek, melyeket megad, jóval tekintélyesebbek és egészen  $82 \mu$ -ig terjednek; 5. az agancshoz hasonló elágazásokat (a hasonlathoz ragaszkodva) nem tudtam föllelni.

#### Mikrochemiai reakciók:

1. *Jód és kénsav.* A rost csavarosan tengelye körül sodródik, a sejtfallal *sötétkék* színt ölt, a plasmatómló a csavaros görbületeket követő sötét fonál gyanánt húzódik a tengely mentén; a sejtfallal erre a sodródások közeiben hólyagosan puffadni kezd, világosabb kékszinű és hajfonathoz hasonló lesz. A duzzadás szabálytalanabban is jelentkezhet, a hol gyűrűsen ránczokba tőrődött a legkülső réteg, mikor egy-egy ponton könyökszerű hajlatok keletkeznek s ezekből hólyagosan buggyan ki a sejtthártya anyaga.

A további duzzadás révén a sejt eredeti szélességének 3—4-szeresét is eléri, színe még világosabb kék s harántul csikoltnak tetszik. Ilyenkor körvonalai helyenként, szakaszosan elmosódnak (a kezdő oldódás jelei).

A hol a rostokat nem éri a kénsav fel nem hígult állapotában, ott a rostok némileg eltérőbben viselkednek. Az ilyen rostok nagyjából megtartják alakjukat, a duzzadás egyetlenesebb arány-

ban jelentkeznek, élénk sötétkék színűek, s felületükön nagyobb közökben sötétkék erősebb vonalakból összeverődött sávokat húzódnak végig tág csavarmenetben.

A plasmatómló sötétkék nagyon gyöngye zöldes-barna árnyalattal, a tömlő hol czérnavastagságú (500-szoros nagyításnál), máskor pedig széles, szalagszerű, a szerint hogy szűkebb vagy szélesebb rostban foglaltatott-e?

Ugyancsak jód- és kénsavval vizsgáltatott az *eredeti állapotban levő, tehát friss érett rostok változása is*. Mindkét fajta rost megpödrödik, sárgás-zöld, zöldes-kék lesz és oldódik, a plasmatómló féregszerűen összehúzódik. De általában a duzzadás, hólyagos felpuffadás jóval csekélyebb mértékű, mint a feltárt anyagból eredő rostokon.

A szöveti kötelékből kiszabadított rostok viselkedése inkább hasonlít a feltárt anyagból eredő rostokéhoz.

2. *Anilinsulfat*. A szárból, héjából, lomblevélből külön-külön feltárt anyag rostjai mind nem színeződtek, ellenben makroszkoposan nagyobb tömegben együtt némi sárgás árnyalat látható: a sárga színreactio a feltárt anyag fedény-darabjain, epidermisén, bélparenchymasejtjein stb. sem mutatkozik, a miből kiderül, hogy a ligninanyagok a feltárás folyamán teljesen eltávolítottak.

3. *Pholoroglucinnal és sósavval* kezelés után a rostokon semmi változás sem jelentkezik: csak 1 óra elteltével lehet pusztá szemmel némi piszkos rózsaszínű árnyalatot észrevenni.

4. *Chlorzinkjóddal* a feltárt rostok azonnal sötét vörhenyesibolyás színt öltenek. Általában pedig sötétebbek mint az edénynyalábok elemei vagy a parenchyma-, meg az epidermis-sejtek: azaz jóval tökéletesebben megszabadultak a ligninanyagoktól.

A tiszta cellulózera utaló színeződés oly erős, hogy szerkezeti változást nem lehet kivenni a rostokon, legfeljebb a felületi egyenetlenségek, dudorok sejtethők.

5. *Rézocyanammoniak*. A feltárt anyag rostjai a frissen készült tömény reagensben felette gyorsan oldódnak. Először a rostok kissé megduzzadnak, azután egyes pontokon kis bütyök-szerű daganatok jelennek meg s a következő pillanatban már a rost hirtelen *felpuffad*, majd a bütykök nagy hólyagokká duzzadnak és gyöngyosorhoz hasonlóvá lesz a rost: a hólyagok közti



befüzdések igen élesek, míg ellenben a hólyagok maguk igen elmosódottak.

Mikor a rost felpuffad, abban a pillanatban a felületét borító rugalmas réteg gyűrűs redőkben lecsúszik a domború hólyag oldalairól s voltaképen ez a gyűrűkbe tűródő réteg alkotja a befüzdéseket. Ez a felületi réteg azonban nem foszlik szét, mint például a gyapotrostok felületét takaró cuticula.

A hólyagos puffadást nyomon követi a felduzzadt cellulózeanyag szétfolyása, úgy hogy később aztán a rostból pusztán csak a sorjában egy vonal mentén álló gyűrűk maradnak vissza, a középpontjukon tehát a szál tengelyének vonalán végig vonuló plasmatómlővel, mely a teljes oldás után kiszabadul s jókora hosszú darabokban visszamarad.

*A mikrochemiai reakciók eredményeit tehát összefoglalva, mindebből következik, hogy a feltárt anyag teljesen ligninmentesnek mondható.*

---

(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1922 április hó 24.-én tartott üléséből.)

## MEGTERMÉKENYÍTIK-E AZ ÉDESVIDI PLANÁRIÁK ÖNMAGUKAT?

GELFI JÓZSEF-től.

Ez a kérdés igen különböző okoknál fogva régóta foglalkoztatja tudományos érdeklődésemet és régóta készlet, hogy kísérleti alapon igyekezzem reá feleletet nyerni. A kutatásra készlető okok között első volt a jelen esetben az önmegtermékenyítésnek igen nagyfokú lehetősége, a mely a vizsgált állatokban úgy a kettős-ivarúságból (hermaphroditaságból), mint az alkat- és élettani körülményekből egyaránt következik. A valószínűséget irodalmi adatok is támogatják, mert SEKERA-nak <sup>1</sup> a rokon *Rhabdocoela Örvényférges*-en végzett kísérletei ott a szaporodásnak azt — a fajfenntartása szempontjából nem sokat ígérő — módját elég elterjedtnek tüntetik föl; továbbá WILHELMI <sup>2</sup> (p. 105) is egyik *Tengeri Örvényférges*, a *Procerodes lobata*-ban szintén «lehetségesnek, sőt valószínűnek» tartja az önmegtermékenyítést. Engem azonban mégsem azért érdekelt ez a kérdés, mert kísérleti állataimban talán minden eddig vizsgálnál a legnagyobb mértékben lehetővé van téve az állat saját spermiumainak az összetalálkozása saját petesejtjével, illetőleg oviumával, hanem éppen ellenkezőleg az, hogy hátha mégis itt is talál módot a természet arra, hogy ez az élettudományi belátásunkkal össze nem egyeztethető fajfenntartási mód itt se valósulhasson meg.

Előre elárulom, hogy kísérleteim a kérdésre, a várakozásnak megfelelőleg, tagadó választ adtak.

<sup>1</sup> SEKERA E.: Über die Verbreitung der Selbstbefruchtung bei den Rhabdocoeliden. Zool. Anz. Bd. 2. 1906. p. 186—217. 2. Figg.

<sup>2</sup> WILHELMI J.: Tricladen. Fauna und Flora des Golfes von Neapel etc. 32. Monographis. Ausgeg. v. d. Zool. Stat. zu Neapel. Berlin, 1909.

Lássuk azonban, mielőtt kísérleteimről beszámolnék, azt, hogy a *Planariák* ivarszerveinek alkotása, a hím és a női párzási szervek helyzeti viszonya mennyiben teszi lehetővé az önmegtermékenyítést.

Ismeretes dolog, hogy a szóban levő állatoknak, jóllehet kettős-ivarúak, egy ivarnyílásuk van. A közös ivarnyílás, mint azt vizsgálati állatomról, a *Dendrocoelum*-ról írt tanulmányom<sup>1</sup> 161. oldalán látható vázlat mutatja, közös ivarelőtérbe vezet. A közös ivarelőtér baloldali, tölcseralakú fülkéjébe torkollik hátoldal felől az izmos-mirigy fölött a női párosodó szerv: a vagina, mint a végén levő hólyagnak, a bursa copulatrixnak<sup>2</sup> a vezetőke. Viszont ugyancsak ebbe az ivarelőtérbe szájadzik hátfelől a penishüvely: a hím párosodó szerv vezetőké is. A penishüvelyt, ezt a tölcseralakú üreget azonban, melynek torka a közös ivarelőtér felé tekint, a női ivarelőrészhez is számíthatjuk, mert egyrészt benne (!) képződik ki a tojás, másrészt pedig a torkába nyílik a hátoldal felől az egyesült petevezeték.<sup>3</sup>

Párzás alkalmával az egyik fél a másiknak bursa copulatrixába üríti spermáját, olyképpen, hogy a penisflagellumot teljesen belétojja. A spermiumok tehát a párzás után maguktól vándorolnak vissza a vaginán az ivarelőtérbe, onnan a penishüvely torkába és folytatódólagosan a petevezetékbe. Ezt az U-alakú utat azonban az állatnak saját spermiumai is minden akadály nélkül megtehetnék. Mert a spermiumokat, ha azoknak föltétlen szükségük van a bursa váladéka által való fölhigulásra, az állat a saját vaginájába is belövelheti, mivel évégett a penisflagellum nagyfokú mozgékonyágánál fogva a szükségkívánta U-alakban könnyen meggömbülhet. Vagy megoldható volna ilyen feladat a kétféle szerv összejátszódásával olyképpen is, hogy a penis erectiójakor egyéb járatok elzáródása folytán a penis közelében foko-

<sup>1</sup> GELEI J.: Tanulmányok a *Dendrocoelum-lacineum* OERST. szövetéről. (1909)–1912. Budapest. M. T. Akadémia kiadása.

<sup>2</sup> Rendszerint receptaculum seminisnek nevezik; az említett megjelölést: Bau, Teilung und Infectionsverhältnisse von Trypanoplasma Dendrocoeli TEMTHAM, Arch. f. Protistenkunde Bd. 32. című dolgozatomban használom.

<sup>3</sup> Az említett ábra ezt már nem tünteti fel.

zódna, a bursában pedig a fal elernyedése miatt csökkenne a nyomás. Ha pedig a termékenyítő, vagyis a petébe behatoló-képességre nézve lényegtelen az, hogy a spermium a receptaculumban járt-e vagy sem, akkor meg éppen könnyen nyomulhatnak át a penisből kikerült spermiumok a penishüvelybe nyíló petevezetékbe.

Épp oly kevésbé akadályoznak élettani okok az önmegtermékenyítést. Nevezetesen a *Planáriák mindkétnemű ivartermékei nagyrészt egyjűlőben érnek meg*. Az első spermiumok ugyan korábban alakulnak ki, mint az első érett peték, azonban a spermiumtermelés messzire áttolódik a női ivarérettség és a tojásrakás idejére. Például a *Dendrocoelum*-nál még olyan állapotban is találtam a farkvégen spermatocytákat, melyek már lerakták a tizedik tojásukat. Ez a mindkét nemre vonatkozó egyjűlő ivarérettség abban is kifejeződik, hogy — mint ismeretes — az állatok kölcsönösen és egyjűlőleg termékenyítik meg egymást. Erről a *Dendrocoelum*-ot illetőleg magam is meggyőződtem, még pedig metszetsorozaton, és tapasztaltam, hogy ugyanakkor, a mikor az egyik állat bursájába a társa üritette a spermát, a saját penise a társa vaginájába volt betolva: vagyis ezek az állatok nemesak kettősivarúak egyjűlő him- és női ivarérettséggel, hanem párosodáskor egyjűlőleg hímek- és nőstényekként is viselkednek.

A mondottak után most már áttérhetek kísérleteim és egyéb vizsgálataim ismertetésére. Az önmegtermékenyítés kísérleti eldöntése igen egyszerűnek látszik. Ahhoz, első látszatra nem kell egyéb, mint hogy egyenként, elkülönítve tenyésztünk *Planáriák*-at, s ha azok így is szaporítanak, akkor van önmegtermékenyítés, ha pedig nem szaporítanak, akkor nem is tudják magukat megtermékenyíteni. A körütekintéssel kísérletezőnek számolnia kell azonban a parthenogenesis esetével és figyelembe kell vennie a magukat beporzó virágokat is, még pedig itt olyan eseteket, midőn a megtermékenyítést nem követi termékenység. Ezért kísérleteimet a következő körülmények figyelembevételével végeztem.

1. Kísérleti állatokat magam költettem ki a szabadból gyűjtött *Dendrocoelum*-tojásokból. Ezt azért tartottam szükségesnek.

mert újabb tapasztalatom szerint a tojásrakásban lesóványodott és megkisebedett állatok megifjodáson esnek át és újra ivartermékeket hoznak létre. Ma még nem tudjuk megmondani, hogy ilyen egyedekben az első virágzás korából való idegen spermiumok nem élík-e át a tubában a lesóványodásnak ezt a korát és azt sem, hogy a szabadból gyűjtött, fiataloknak látszó példányok között nem rejtőznek-e olyan megifjodó egyedek, melyek magukra fölnevelten is ne raktak volna esetleges régi spermium-készletükkel termékenyített tojásokat és így ne zavarták volna ellenőrizhetetlen módon kísérleteimet.

2. A tojásból kikelt fiatalokat együttesen neveltem addig, a míg egy centiméter hosszúak lettek és akkor közülök ötven legegészségesebb egyedét szétosztottam egyenként két liter vizet tartalmazó kísérleti edényeimbe. A vizet vizinövényekkel tartottam állandóan frissen és a mellett hetenként egyszer vezetéki vízzel is kicseréltem az edények fele víztartalmát. Az állatok eledele bőven kijutott az üvegekben nagyszámmal elhelyezett és embryókkal megrakott *Asellusok*-ból. Ilyképpen az 50 állatból sikerült 37-et ivarérettségükig fölnevelni.

Kísérleteim első eredménye az volt, hogy az állatok nyolcz hónap leteltével tojni kezdtek.

Arra már előre számítottam, hogy a tojásrakás párosodás nélkül is bekövetkezik, mert azt már 1911-ben Münchenben HERTWIG intézetében tapasztaltam, hogy a petefészeknek fölhasználása végett közvetlenül attól farkirányban (caudalisan) lefejezett állatok életben hagyott nagyobb része a műtét után következő napokban 1—3 tojást rakott, természetesen pete nélkül.

És éppen e miatt a tapasztalatom miatt állott tőlem távol az a gondolat, hogy a kísérleteim során bekövetkezett tojásrakásból az önmegtermékenyítésre következtessek, miként azt például WILHELM tette a *Procerodes lobata* vizsgálatakor.

Az állatok megfigyeléseim befejeztéig (a 13. hó végéig) 155 tojást raktak, egyik-másik 18-at is; de némelyik csak 1-et. Két kísérleti állatot az első tojás lerakása előtt rögzítettem. A tojásrakás végét ezenkívül még hat állat nem érte meg, mert hármat közülök az első tojásával, egyet a második tojás lerakása

kiszámított napján kora hajnalban, egyet a negyedik és egyet az ötödik tojásával rögzítettem.

A tojásokat arra nézve, hogy megtermékenyített petét tartalmaznak-e vagy nem, kétféleképpen vizsgáltam meg. Először is felerészüket mintegy 35—40 napig érintetlenül hagytam ott, a hol az üveg falán az állat fölragasztotta őket. Az eredmény a várakozásnak megfelelően az volt, hogy egy sem kelt ki közülük, holott az ugyanabban a kísérleti helyiségben párosodott állatok által egyidejűleg lerakott tojásokból 30—32 nap alatt fiatal *Dendrocoelumok* másztak elő. Ennélfogva már első kísérleteim valószínűtlenné tették az önmegtermékenyítést.

Azonban a bizonyítás ebben a formájában még nem megátámadhatatlan és így a lerakott tojások mikroszkópi vizsgálatával is ellen kellett őriznem a kiköltésre szántakat. A mellett egyéb ellenőrző kísérleteket is végeztem. Nevezetesen szó lehetett arról, hogy a petébe ugyan behatolt spermium, de — mivel az itt összetalálkozó törzslények bizonyos tekintetben testvéreknek tekinthetők — hatástalan maradt. Vitás lehetett volna az is, vajjon abban a vízben, melyben kísérleti állataim tojásai nem keltek ki, megtermékenyített tojásokban a fejlődés valóban lehetséges volt-e? Végül feleletre várt az a kérdés is, hogy kísérleti állataimat a fogság nem tette-e meddővé, nemi ösztöneikben eltompultakká?

Az utóbbi két kérdésre egy csapásra úgy kaptam feleletet, hogy 7. és 8. számú állatomat, miután az egyik a második, a másik az ötödik tojását lerakta, összepárosítottam. Mindenestre érdekes volt tapasztalnom, hogy minden lényt mily hatalmas ösztön űz a nemi tevékenységre, midőn a teljes egyedülletben fölnevelt és igen alsórendű állatok az első találkozásra azonnal párosodáshoz fogtak és nyolcz percz mulva már folyamatban volt a copulatio. Az egyszeri párosodás után saját edényeikbe visszarakott állatoktól származó tojások mind kikeltek s így a csak pár nappal azelőtt termékenyítés nélkül lerakott tojások ki nem kelésében sem az egyéni fogyatékoságnak, sem a környező víz káros befolyásának nem lehetett része.

Ezek után csak azt kellett még ellenőriznem, hogy hatolt-e, vagy egyáltalán behatolhatott-e spermium az ovocytába? E végett

a tojásokból 38-at és valamennyi rögzített állatot beágyaztam és 15  $\mu$ -os metszetsorozatban földolgoztam.

Sehol egyetlen ovocytában spermium nyomára nem akadtam, pedig 200-nál többet vizsgáltam át közülök. És mindenestre nagyon érdekes volt azt tapasztalnom, hogy a petesejtekben a lerakás után még hetek multával is várta az ovulatio előtt már kialakult első irányorsó, hogy valami erő az erő oszlásokat megindítsa, annak nyilvánvaló bizonyítékául, hogy a metakinesisig eljutott folyamat továbbviteléhez külön kiváltóokra van szükség, a. mi itt a spermiumtól származik.

Az egészben eltett állatok rögzítésekor arra ügyeltem, hogy vizsgálati anyagot szerezhsek tojások rakásáig még nem jutott, mindenképp az első tojását éppen kialakító, azonkívül több tojás lerakása után lévő és éppen valamelyik tojásának várt és kiszámított lerakási napját élő, de tojását még nem formáló állatból. S ime valamennyi állatból való metszetsorozataim egyöntetűen azt igazolják, hogy a spermiumok a him ivarrészből sem a receptaculum seminisbe, sem a petevezetékbe nem vándoroltak ki. És így nagyon természetes, hogy rendszeres megtermékenyítés semmiesetre sem következhetett be.

Mindamellettt igen sajtáságos, hogy annyi tojásból még véletlenül sem termékenyült meg valamelyikben pete. Nevezetesen véletlenül a penishüvelyben is termékenyülhetne meg ovium, mindjárt a tojásképződés elején a sziksejtek és a peték összeseregglése közben, a mikor még nincsen héj a tojáson. Itt, a penisen keresztül könnyen a petéhez férközhetnék a spermium. Ez azonban, ismétlem, egy esetben sem történt meg. És miért? Utolsó föladatunk, hogy erre a kérdésre is megfeleljünk.

Mivel a ductus seminalis ürtere izomösszehúzódással annyira el nem zárható, hogy ott spermium át ne hatolhasson, nem gondolhatunk más gátló tényezőre, mint valamely vegyileg ható ingerre, mely vagy taszítja a spermiumokat, vagy mozgásukat bénítja. Ennek megállapítása végett néhány állatot a fedőlemez alatt annyira szétlapítottam, hogy a tubus- és ductus seminalis-ukhoz ötszázszoros nagyítással is hozzáférközhettem. Ily módon mindjárt világossá vált, hogy az önmegtermékenyítés egyszerűen azért nem következik be, mert a még ki nem lövelt

spermiumok alig-alig mozognak. A mi csekély ide-oda tolódás, lassú görbülés-változás észlelhető rajtuk, az nagyon csekély erőre vall ahhoz, hogy magukat az összecsavarodásuk alkotta fonat-szerű tömegeből kiszabadítsák. Ez a még nyilatkozásra nem bírható, alig észlelhető mozgás érteti még velünk azt is, hogy a sperma kiürítését szolgáló ductus seminalis hámja miért oly erősen csillangós és fala miért oly izmos.

*Vizsgálataim tehát egyöntetűen azt igazolják, hogy 1. a Planáriák nem termékenyítik meg önmagukat; és 2. ennek oka abban rejlik, hogy a spermiumok mindaddig, a míg más állat ivarvezetékébe nem jutottak és ott megfelelő hatóanyagokkal föl nem hígultak, nem tudnak mozogni.*

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1920 május hó 7.-én tartott üléséből.)



# A TORUS PERIODIKUS TRANSFORMATIÓIRÓL.<sup>1</sup>

KERÉKJÁRTO BÉLÁ-tól.

## 1. §. Invarians ciklusrendszerek szerkesztése.<sup>2</sup>

Jelentse  $t$  egy kétoldalú  $p > 0$  nemszámú zárt felületnek önmagára való egyértelmű folytonos periodikus transformatióját. Konstruálunk egy egymással nem találkozó, nem æquivalens ciklusból álló rendszert, mely  $t$ -nél önmagába megy át.

a)  $t$  megtartja az *indicatrixot* és hagy egy  $P$  *fixpontot*.

Két egymással nem találkozó, æquivalens (azaz egymásra összehúzható), a  $P$  pontot közükben tartalmazó ciklus (vagyis egy pontra össze nem húzható egyszerű zárt görbe) és egy õket közükben összekötõ,  $P$ -t elkerülõ út által messünk ki a felületbõl egy elemet (= körlemez kölcsönösen egyértelmű folytonos képe) és képezzük le kölcsönösen egyértelmű folytonos módon az egységkör belsejére úgy, hogy  $P$  a középpontba menjen át; jelentse  $G_\tau$  ( $0 < \tau < 1$ ) a felületen azt a görbét, mely ezáltal a  $\tau$  sugarú concentrikus körnek felel meg.

Ha  $\tau$  elegendõ kicsiny, akkor  $G_\tau$  (a  $t$  hatványainál való) képeivel együtt egy  $G_\tau$  invarians JORDAN-görbétõl lftárolt, a  $P$ -t tar-

<sup>1</sup> V. ö. BROUWER: *Amst. Akad. Proceed.* XXI. 1352—1356. o. (1919). Az amsterdami Akadémia 1919 május 3-i ülésén e tárgyról bejelentett elõzetes jelentésem a jelen levezetéstõl különbözõ; nevezetesen e dolgozat 1. §-a attól eltérõ, általánosabb módszerekkel dolgozik.

<sup>2</sup> A következõkben felhasználom a *Mathem. Annalen* 80. kötetében (36—41. o. (1919)) közölt tételeimet, melyek szerint a körlemeznek önmagára való egyértelmű folytonos periodikus transformatiója megmaradó *indicatrix* esetén forgással, megfordított *indicatrix* esetén tükrözéssel *homeomorph*.

talmazó elemet metsz le a felületről. Legyen  $\tau_0$  a  $\tau$  parameter legkisebb oly értéke, melyre ez nem áll; legyen  $E_{\tau_0} = \lim_{\tau \rightarrow \tau_0} E_\tau$  és  $C_{\tau_0} = \lim_{\tau \rightarrow \tau_0} C_\tau$ . Van  $C_{\tau_0}$ -nak oly  $Q$  pontja, melyet  $E_{\tau_0}$ -ban  $P$ -vel két úttal összekötve, egy cyklust kapunk; válasszuk ezeket a  $w_0, w'_0$  útakat úgy, hogy azok a velök nem azonos képeikkel  $P$  és  $Q$ -n kívül ne találkozzanak s ha  $Q$  a  $t$ -nek  $t^i$  hatványánál invariáns, akkor  $w'_0$  maga is  $w_0$ -nak egy  $w_i$  képe legyen. A  $w_0, w'_0$  ívek összes  $w_i, w'_i$  képei együtt JORDAN-görbeíveknek oly invariáns rendszerét alkotják, a melyek közül nem lehet két ív æquivalens (feltéve, hogy a felület nemszáma  $p > 0$ ).

Ha  $Q$  nem pontja  $w_0$  és  $w'_0$ -n kívül egyéb  $w$  ívnek, akkor  $q_0 = w_0 + w'_0$  képeivel együtt egymással  $P$ -n kívül nem találkozó ciklusoknak  $t$ -nél invariáns rendszerét alkotja.

Ha pedig  $Q$  a  $w_0$  és  $w'_0$ -n kívül egyéb  $w$  íveknek is pontja, akkor  $P$ -ből  $w_0$  elegendő közelében  $w_0$  egyik partján végigmegyünk s anélkül hogy bármely  $w$  ívet metszenénk, egy bizonyos  $w_i$  ívnek a  $w_0$ -nak ehhez a partjához csatlakozó partján visszamegyünk  $P$ -be, úgyhogy a leírt út képeivel  $P$ -n kívül ne találkozzék. Ez az út képeivel együtt, egymással  $P$ -n kívül nem találkozó ciklusoknak  $t$ -nél invariáns rendszerét adja.

Abban az esetben, hogy a talált rendszer két  $q_0$  és  $q_i$  cyclusa æquivalens, az általok meghatározott singularis gyűrűtartomány vagy önmagába megy át a  $t^i$  transformationál egy 2-periodusú forgással s így van egy  $q_0$  és  $q_i$ -vel æquivalens,  $t^i$ -nél invariáns  $q'_0$  cyclus, melynek összes képei egymással  $P$ -n kívül nem találkozó, nem æquivalens cyclusoknak  $t$ -nél invariáns rendszerét alkotják; vagy a  $(q_0, q_i)$  singularis gyűrűtartomány képei együtt egy singularis torust alkotnak, mely szükségképpen azonos az adott felülettel.

b) A  $t^i$  ( $1 < i < n$ ) transformationál van fixpont,  $t$ -nek az indicatrixot megfordító hatványainál nincsen fixpont.

Legyen  $t^i$  az  $n$ -periodusú  $t$  transformatio legkisebb oly hatványa, melynél van egy  $P_0$  fixpont; legyenek  $P_0, P_1, \dots, P_{i-1}$  a  $P_0$  képei az  $1, t, \dots, t^{i-1}$  transformatióknál. Meg lehet határozni, az a) alatti fejtegetések szerint, egy oly  $q_0$  cyklust, mely a  $t^i$  hatvá-

nyainál előálló képeivel  $P_0$ -on kívül nem találkozik. Tekintsük  $q_0$  képeit  $t$  összes hatványainál. Menjünk  $P_0$ -ból  $q_0$ -on az első oly  $R_0$  pontig, hogy a megtett  $\overline{P_0 R_0}$  ív találkozzék valamelyik képével.  $\overline{P_0 R_0}$ -on legfeljebb egy egyetlen  $R_0$ -sal æquivalens pont fekehtik. Ha  $\overline{P_0 R_0}$ -on nem fekszik  $R_0$ -sal æquivalens pont, akkor a  $w_0 = \overline{P_0 R_0}$  ív képeivel  $P_0$  és  $R_0$ -on kívül nem találkozik és  $w_0$  összes képei  $t$ -nél invariáns oly  $\{w\}$  rendszert alkotnak, mely a felületet nem osztja fel elemekre. Ha azonban  $R'_0 + R_0$  a  $\overline{P_0 R_0}$ -nak egy  $R_0$ -sal æquivalens,  $t$  egyik hatványánál sem invariáns pontja, akkor  $\overline{P_0 R_0}$ -nak  $R'_0 R_0$  íve képeivel együtt egymással nem találkozó JORDAN-görbékot alkot; ha e görbék nem húzhatók össze egy pontra, akkor egymással nem találkozó ciklusok  $t$ -nél invariáns rendszerét szolgáltatják; ha ezek egy pontra összehúzható görbék, akkor mindegyiknek belsejében fekszik egy-egy  $S_k$  fixpont és a  $\overline{P_0 R'_0} + \overline{R'_0 S_0} = w_0$  ív olyan, hogy képeivel  $P_0$  és  $S_0$ -on kívül nem találkozik; ez ív összes képei  $t$ -nél invariáns oly  $\{w\}$  rendszert alkotnak, mely a felületet nem osztja fel elemekre.

Vegyünk fel  $P_0$  egy kis környezetében egy  $t$  egyik hatványánál sem invariáns  $Q_0$  pontot s kössük össze egy  $Q_k$  képevel egy a  $\{w\}$  rendszerrel nem találkozó út által,  $\{w\}$ -hez oly közel, hogy ez az út képeivel ne találkozzék. Ennek az útnak összes képei egymással nem találkozó ciklusoknak  $t$ -nél invariáns rendszerét alkotják.

c)  $A^i$  ( $i=1, 2, \dots, n-1$ ) hatványoknál nincsen fixpont.

Kössünk össze két æquivalens pontot egy oly  $w_0$  út által, melyen nincs más két æquivalens pont.  $w_0$  összes képei egymással nem találkozó JORDAN-görbékot alkotnak; ezek közül egyik sem húzható össze egy pontra, mert különben az általa meghatározott elembe a  $t$ -nek e görbét invariánsan transformáló hatványánál volna fixpont.

d)  $t$  megfordítja az indicatrixot.

Ha az indicatrixot megfordító  $t$  transzformációnak van egy  $P$  fixpontja, akkor egy  $P$  köré írt elegendő kicsiny JORDAN-görbe összes képeivel egy  $t$ -nél invariáns elemet metsz le  $P$  körül, úgyhogy  $t$  a  $P$  környezetében tükrözéssel homöomorph. Van tehát ponto-

san két pontról-pontra invariáns JORDAN-görbeiv, melyek  $P$ -ben találkoznak. Következésképp a  $t$  fixponthalmaza egymással nem találkozó JORDAN-görbék rendszerét alkotja. Ha a felület nemszáma  $p > 0$ , akkor ezek egyike sem húzható össze egy pontra, továbbá ha  $p > 1$ , akkor nem lehet e ciklusok közül kettő æquivalens.

Ha az indicatrixot megfordító  $t^i$  transformatiónál van fixpont, akkor a  $t^i$  fixponthalmaza, a mely  $t$ -nél invariáns, egymással nem találkozó, nem æquivalens (ha  $p > 1$ ) ciklusok rendszerét szolgáltatja.

## 2. §. A torus periodikus transformatióinak felsorolása.

Az 1. § fejtegetéseiből következik, hogy a torusnak önmagára való egyértelmű folytonos periodikus transformatiójánál létezik vagy egy invariáns ciklus, vagy egy invariáns cikluspár, vagy egy invariáns ciklus-hármas egy közös ponttal.

### a) *Transformatiók invariáns ciklussal.*

Messük fel a torust az invariáns cyculus mentén, kapunk egy sík körgyűrűt s a torus adott transformatiójának megfelel a körgyűrű önmagára való periodikus transformatiója.

A körgyűrű periodikus transformatiói a következők: <sup>1</sup>

1° Megmaradó indicatrix és megcsereált határok:

$$\begin{cases} \varphi' = \varphi + \frac{2k\pi}{n}, & (k, n = \text{relativ prim}), \\ r' = r; \end{cases}$$

( $n, \varphi$  poláris koordináták,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ ,  $1 \leq r \leq 3$ ).

2° Megmaradó indicatrix, megmaradó határok:

$$\begin{cases} \varphi' = -\varphi, \\ r' = 4 - r, \end{cases}$$

<sup>1</sup> Ez közvetlenül adódik azokból a tételeimből, melyek szerint a gömbfelület önmagára való egyértelmű folytonos periodikus transformatiója megmaradó indicatrix esetén forgással, megfordított indicatrix esetén tükrözött forgással homöomorph; 1. Mathem. Ann. 80. 36—41. o. (1919).

3° Megfordított indicatrix, megmaradó határok:

$$\begin{cases} \varphi' = -\varphi, \\ r' = r. \end{cases}$$

4° Megfordított indicatrix, megcserélt határok:

$$\begin{cases} \varphi' = \varphi + \frac{2k\pi}{n}, & (k, n = \text{relativ prim}), \\ r' = 4 - r. \end{cases}$$

Hogy e transformatiókból a torus transformatióihoz jussunk, meg kell határoznunk a körgyűrű két határcörének pontjaira egy olyan páros azonosítást, a melynél két egymásnak megfelelő pont képei ugyancsak egymásnak megfelelő pontok.

1° esetében a torus megfelelő transformatiója, függetlenül a határcörök azonosításától, bicirkuláris  $(\varphi, \psi)$  koordinátákban a következő formulákkal fejezhető ki:

$$\text{I. } \begin{cases} \varphi' = \varphi + \frac{2k\pi}{n}, & (k, n = \text{relativ prim}), \\ \psi' = \psi. \end{cases}$$

2° esetében ugyancsak irreleváns a határpontok azonosítása a torus előálló transformatiójára, a melyet a következő formulákkal fejezünk ki:

$$\text{II. } \begin{cases} \varphi' = -\varphi, \\ \psi' = -\psi. \end{cases}$$

3° esetében a szerint, hogy a körgyűrű határcörerein fekvő két-két fixpont közül az egyenlő, illetőleg  $\pi$ -vel különböző arcusúkat feleltetjük meg egymásnak, kapjuk a torus következő transformatióit:

$$\begin{cases} \varphi' = \varphi, \\ \psi' = -\psi. \end{cases}$$

illetőleg:

$$\begin{cases} \varphi' = \varphi + \psi, \\ \psi' = -\psi, \end{cases}$$

melyek az alább következő III., illetőleg IV. transformatióknak speciális esetei.

4° esetében, ha a határcörök azonosításánál egymásnak megfelelő két pont a transformatiónál æquivalens, akkor a torus következö transformatiója adódik:

$$\text{III. } \begin{cases} \varphi' = \varphi + \frac{2k\pi}{n}, & (k, n = \text{relativ prim}), \\ \psi' = -\psi. \end{cases}$$

Ellenkezö esetben azonosítható a transformatio a következövel:

$$\text{IV. } \begin{cases} \varphi' = \varphi + \psi + \frac{2k\pi}{n}, & (k, n = \text{relativ prim}), \\ \psi' = -\psi. \end{cases}$$

b) *Transformatiók invariants cykluspárral.*

Válasszuk a  $(\varphi, \psi)$  geographikus coordinátákat úgy, hogy  $\varphi = \pm\pi$  és  $\psi = \pm\pi$  invariants cykluspárt alkossanak. Messük fel a torust ennek mentén, ezáltal egy négyzetet kapunk s a

$$P(\varphi = \pi, \psi = \pi)$$

fixpontnak ennek négy csücsa felel meg. Ha két átellenes csücs egymásba megy át, akkor van a toruson egy invariants cyklus, így ezt az esetet már a) alatt elintéztük. Ha egy csücs egy szomszédos csücsbe megy át, akkor a négyzet transformatiója egy  $\frac{\pi}{2}$ -vel való elforgatás; ehhez képest a torus megfelelő 4-periódusú transformatiója a következö:

$$\text{V. } \begin{cases} \varphi' = -\psi, \\ \psi' = -\varphi. \end{cases}$$

c) *Transformatiók invariants cyklus-hármassal.*

Legyen  $\varphi = \pi$ ,  $\psi = \pi$  és  $\varphi = \psi$  a három cyklus, melyek a / transformatiónál egymásba mennek át. Messük fel ezek mentén a torust, kapunk két  $\Delta_1$  és  $\Delta_2$  háromszöget, melyek csücsai  $P_1, P_2, P_3$ , illetöleg  $P'_1, P'_2, P'_3$  önmagukba, vagy egymásba mennek át.

Ha a  $\Delta_1$  és  $\Delta_2$  háromszögek mindegyike önmagába megy át, akkor a  $(P_1, P_2, P_3)$  pontesoport invariants és így mindegyik  $P_i$  és

$P_i'$  pont  $t^3$ -nál önmagába megy át, következőleg  $t^3$  az azonosság. Ebből adódik továbbá, hogy  $t$  megtartja az indicatrixot és homöomorph a  $\Delta_1$ , illetőleg  $\Delta_2$  háromszögek egy-egy  $\frac{2\pi}{3}$ -mal való elforgatásával. A torusnak a megfelelő 3-periodusú transzformációját a következő alakok ábrázolják:

$$\text{VI. } \begin{cases} \varphi' = -\psi, \\ \psi' = \varphi - \psi. \end{cases}$$

Ha  $\Delta_1$  és  $\Delta_2$   $t$ -nél egymásba mennek át, akkor  $t^2$ -nél ezek mindegyike invariáns s így  $t^2$  az éppen jellemzett 3-periodusú transzformatio. Osszuk fel  $\Delta_1$ -et három háromszögre, melyek  $t^2$ -nél ciklikusan egymásba mennek át;  $t$ -nél való képeik megadják  $\Delta_2$ -nek három háromszögre való felosztását, még pedig úgy, hogy a  $\Delta_1$  illetőleg a  $\Delta_2$  háromszögeinek megfelelő ciklikus rendjei meghatározta indicatrixok megegyezők. E szerint  $t$  egy az indicatrixot megtartó 6-periodusú transzformatio, melyet a következő alakok ábrázolnak:

$$\text{VII. } \begin{cases} \varphi' = \varphi - \psi, \\ \psi' = \varphi. \end{cases}$$

## A TARTOMÁNYJELLEG MEGMARADÁSÁRÓL.

KERÉKJÁRTO BÉLÁ-tól.

A JORDAN-görbe-tétel<sup>1</sup> szerint a körvonal kölcsönösen egyértelmű folytonos képe a síkon két tartományt határoz meg és ezeknek határával azonos. E tétel alapján be fogjuk bizonyítani, hogy egy *tartománynak* (azaz csak belső pontokból álló, összefüggő síkbeli ponthalmaznak) kölcsönösen egyértelmű folytonos leképezésénél az eredeti tartomány bármely pontjának környezete a képpontnak teljes környezetére képződik le. Ebből következik BROUWER alaptétele,<sup>2</sup> mely szerint egy tartománynak kölcsönösen egyértelmű folytonos képe maga is *tartomány*.

Legyen  $P$  az adott tartomány egy pontja és  $K$  egy a  $P$  pontot belsejében tartalmazó négyzet, mely belsejével együtt a tartományhoz tartozik. A  $K$  négyzet képe egy  $J$  JORDAN-görbe.

Legyen  $Q$  egy tetszőszerinti pont a  $K$  négyzet belsejében;  $P', Q'$  a  $P, Q$  képei. A  $\overline{PQ}$  egyenes szakasz képe egy  $\overline{P'Q'}$  JORDAN-görbeiv, mely  $J$ -vel nem találkozik; e szerint a négyzet belsejének képe vagy egészen a  $J$  belsejében, vagy pedig egészen a  $J$  külsejében fekszik.

Meg fogjuk mutatni, hogy  $K$  belsejének képe  $J$  belsejében fekszik. Tegyük fel az ellenkezőjét. Osszuk fel akkor  $K$ -t két  $l_1$  és  $l_2$  felező vonallal négy homothetikus egybevágó négyzetre. A  $K$  négyzetnek  $l_1$  két végpontja által meghatározott két darabja legyen  $k_1$  és  $k_2$ ;  $k_1, k_2, l_1, l_2$  képei  $k'_1, k'_2, l'_1, l'_2$ . Az  $l'_1$  JORDAN-görbeiv a

<sup>1</sup> L. KERÉKJÁRTO: Math. és Természettud. Ért. 38. k. 194. o. A M. T. Akadémia III. osztálya 1919 okt. 20.-i ülése.

<sup>2</sup> BROUWER: Mathem. Annalen 71. (1911) 305. o. és 72. (1912) 55. o.; BROUWER bizoonyítása bárhány dimensio esetére vonatkozik. A két dimenziós esetre SCHOENFLIES bizoonyította be a tételt; l. Göttinger Nachr. 1899. 282. o.



$J = k'_1 + k'_2$  JORDAN-görbe két pontját ennek külsejében összeköti; így a  $k'_1$  és  $k'_2$  ívek közül egyik, például  $k'_1$  az  $l_1$ -vel oly JORDAN-görbét alkot, mely a másikat,  $k'_2$ -t belsejében tartalmazza. Az  $l_2$ -nek  $h_1$ -en fekvő végpontja közelébe eső pontok képei a  $k'_1$  és  $l_2$  közös pontjának közelében, a  $k'_1 \mp k'_2$ -nek, tehát a  $k'_1 + l_1$ -nek is külsejébe esnek. E szerint ha a  $K = k_1 + k_2$  négyzet belsejének képe a  $J = k'_1 + k'_2$  külsejében fekszik, akkor a  $K$ -ból felezéssel nyert két négyszög közül egyiknek,  $k_1 + l_1 = K_1$ -nek belseje a négyszög képének külsejére képeződik le és  $K$ -nak képe a  $K_1$  négyszög képének belsejében fekszik. Felezzük meg a  $K_1$  négyszöget két négyzetté és így tovább, akkor a  $K, K_1, K_2, \dots, K_n, \dots$  egymásban foglalt négyszögek sorozatához jutunk, amelyek egy  $S$  ponthoz konvergálnak s a melyek bármelyikének belseje a négyszög képének külsejére képeződik le, még pedig úgy, hogy a  $K_{n+1}$  képe belsejében tartalmazza a  $K_n$  képét. Ez pedig nyilvánvalóan ellentmond annak a feltevésnek, hogy a leképezés az  $S$  pontban folytonos. Ebből az ellentmondásból következik, hogy a  $K$  négyzet belsejének képe a  $J$  JORDAN-görbe belsejében fekszik.

Hogy pedig  $J$  belsejének minden pontja a  $K$  belseje valamely pontjának képe, következőképpen igazoljuk. Az ellenkező feltevés esetén legyen  $R'$  a  $J$  belsejében egy a  $K$  belsejének képhalmazához nem tartozó pont. Legyen  $\overline{R'S'}$  egy a képhalmazzal nem találkozó út, a melynek másik végpontja  $S'$  a  $K$  belsejében fekvő  $S$  pontnak képe.  $S$  körül rajzolunk egy oly kis  $c$  kört, hogy a  $c$  belseje bármely két pontjának megfelelő képpontok távolsága kisebb legyen az  $R', S'$  pontok távolságának felénél. A  $c$  képe egy  $c'$  JORDAN-görbe, a melynek — mint éppen bebizonyítottuk —  $S'$  a belsejében fekszik; mivel pedig  $R'$  a  $c'$  külsejében fekszik, kell, hogy  $c'$  találkozzék az  $\overline{R'S'}$  úttal; így  $\overline{R'S'}$  tartalmazna  $S'$ -n kívül egy másik képpontot is, feltevéseinkkel ellentézőleg.

Ezzel állításunkat teljesen bebizonyítottuk. Ugyanez a bizonyítás érvényes bármely dimenzioszám esetében.

## VIZSGÁLATOK NÉHÁNY BAKTERIUM TOKJÁNAK CHEMIAI TERMÉSZETÉRŐL.

KRAMÁR JENŐ-től.

A bakteriumok tokjának morphológiája a bakteriologiai irodalom jól kidolgozott fejezetei közé tartozik. Még nagyobb érdeklődés irányult arra a parallelismusra, mely a pathogen bakteriumok tokképzése s virulentiája között kétségtelenül fennáll. A bakteriumok tokjának chemiai természetét illetőleg azonban aránylag kevés vizsgálat történt.

A különböző szerzőknek különböző bakteriumok tokanyagjával végzett vizsgálataiból kétségtelenül leszögezhető az, hogy a bakteriumok tokanyagja korántsem azonos természetű, sőt még egy, chemiailag rokon anyagok alkotta csoport keretein belül sem helyezhető el valamennyi.

Az irodalmi adatokat illetőleg TOENNIESSEN munkájára utalva itt csupán a különböző vizsgálati eredmények összefoglalására szorítkozunk. Ezek szerint az eddig vizsgált bakteriumféleségek két nagy csoportba sorolhatók.

Az első csoportba tartozók N-menetesek, hig savakkal főzve nehéz fémsókat redukálnak s így különböző monosaccharidáknak polymerjei gyanánt foghatók fel. Ide tartozik — mint TOENNIESSEN vizsgálatai óta tudjuk — a *Pneumobacillus* tokanyagja, továbbá a *B. lactis aërogenes* gummija (EMMERLING) s a *B. radiculicola* nyálkás anyagja (BUCHANAN).

A második csoportot alkotó tokanyagok N-tartalmúak s általában a glycoproteidek közé sorolhatók; így BURRI és ALLEMANN a *Bac. casei*-nél chitinszerű anyagot talál, GOETHART a *streptococcus hollandicus*nál egy mucinfajtát ír le. A lépfene bacillusáról írott

monographiájában PREISZ is ama véleményének ad kifejezést, hogy a *B. anthracis* tokanyagja valószínűleg szintén a mucinok csoportjába tartozik.

A jelen munkám tárgyát tevő vizsgálatok négy bakteriumféleségre terjeszkednek ki. Ezek a *Pneumobacillus FRIEDLÄNDERI*, a *Bac. anthracis*, a *Bac. radicola* s egy nyúlós borból tenyésztett tokos bacillus.

A tokanyag előállítására és tisztítására a különböző methodusok közül TOENNIESSEN eljárását találtam a legalkalmasabbnak, mely úgy a szénhidrát-, mint a fehérjetermészetű tokanyagok előállítására is egyformán jónak bizonyult.

Az eljárás részleteit illetőleg TOENNIESSEN idevágó közleményére<sup>1</sup> utalok, itt csak a gondolatmenetet vázolom.

Az agarfelületről destillált vízzel lemosott kulturatömeget alkohollal való lecsapás után fixáljuk, tisztítjuk és szárítjuk. A mozsárban való eldörzsölés után nyert finom bakteriumpor vízben emulgeálva s tusban vizsgálva ép tokkal bíró bacillusokat mutat. A tok leválasztása a baktériumok testéről híg lúggal való főzéssel történik, miáltal a tokanyag oldatba megy, míg a tokjuktól immár megfosztott bakteriumok centrifugálással könnyen eltávolíthatók. Az oldatban foglalt tokanyagot azután alkohollal lecsapjuk, majd ismételt vízben oldással s alkohollal való lecsapással tisztítva s szárítva, közelebbi vizsgálatnak vethetjük alá.

### **Pneumobacillus Friedländeri.**

TOENNIESSEN vizsgálatai szerint a pneumobacillus tokja oly szénhidráttermészetű anyag, a mely hydrolysis után galactoset szolgáltat. TOENNIESSEN a vizsgálataihoz használt pneumobacillust a 3<sup>o</sup> glycerint tartalmazó HEIM-féle táptalajon tenyésztette s ezért annak a feltevésnek adott kifejezést, hogy a bacillus tokjának felépítésére valószínűleg a táptalaj e glycerinjét használja fel.

Mínthogy a rendelkezésemre álló pneumobacillustörzs közönséges agaron is igen buján nőtt, megelégedtem a közönséges agaron való tenyésztéssel annál is inkább, mert érdekes volt megtudni,

<sup>1</sup> Zentralbl. f. Bakt. Abt. I. Orig. Bd. 85. H. 4.

hogy vajjon a táptalaj megváltoztatásával nem változik-e meg a tokanyag összetétele is?

A TOENNIESSEN előírása szerint előállított tokanyag hófehér, láza por, amely vízben, lúgban, savakban könnyen oldódva, kissé opaleszkáló oldatot ad. Főzéssel nem koagulálható, eczetsav, sulfosalicylsav, salétromsav, réz-sulfát, mercurichlorid, esersav, ferrocyanáli-eczetsav nem csapja le. A fehérje színreactióit nem adja. Alkohol neutrálsók jelenlétében és gyengén savanyú reactio mellett oldatában azonnal pelyhes, laza csapadékot létesít; ferrichlorid, ólom-acetat néhány órai állás után szintén lecsapja. Ammoniumsulfáttal való telítésnél azonnal durva flocculusokban válik ki,  $\frac{1}{2}$ -telítésre csak hosszabb idő múlva lassan fejlődik a csapadék; a kicsapathóság alsó határa kb.  $\frac{1}{3}$ -telítés. A LASSEIGNE-féle próba nagyobb mennyiségű (40—50 mg) anyag alkalmazása mellett is mindig negatív.

A változatlan tokanyag nehéz fémsókat nem redukál, híg savban való hosszabb főzéssel azonban erős redukáló képességet nyer. Optikailag aktív: a polározott fény síkját jobbra forgatja; élesztő bár lassan, de végül teljesen elerjeszti. Kéveszerűleg elrendezett tükből álló phenylosazonja könnyűszerrel előállítható. A jegeczek bomlásponjtját  $193^{\circ}$  C-on találtuk.

Ezek az adatok kétségtelenül megerősítik TOENNIESSEN vizsgálatait s valószínűvé teszik, hogy a pneumobacillus tokja a galactose valamely polymerjéből áll.

Mínthogy azonban jelen vizsgálataimhoz táptalajul közönséges agart használtam, az a kérdés merül fel, hogy e táptalaj mely része szolgálhatott közvetlen forrásul a bakteriumnak tokja felépítésére. Az a feltevés, hogy maga az agar-agar mint szénhydrát játszana szerepet — tekintve nehezen való elbonthatóságát — nem valószínű; ilyenformán a húskivonatban levő kis mennyiségű szénhydráton kívül már csak a táptalaj fehérjei s a pepton lehetnek azok, melyekből a bakterium komplikált lebontás és újból való felépítés útján a szükséges szénhydrátsoportot készíti.

### Bacillus anthracis.

Mínthogy a virulens anthrax-törzsek az állati testen kívül csak serumban tenyésztve termelnek tokot, s a tokanyagnak ilyen serum-

kulturából lehető tisztán való előállítása a táptalajból származó kiséző szennyezések miatt nehézségekbe ütközik, jelen vizsgálatomhoz egy, PREISZ tanár által a PASTEUR-féle anthrax-vaccinából tenyésztett *u. n.* szelidített törzset választottam. Ez a, már csak egerekre pathogen törzs közönséges táptalajon tenyésztve is bő tokot termel s így a tokanyag előállítására kiválóan alkalmasnak látszott.

A lépfene-bacillus tokanyagja zöldes-fehér por alakjában állítható elő; vízzel, lúggal és savakkal sűrűnfolyó, viscosus, kissé opaleszkáló oldatot ad. Minthogy ez anyagnak már minimális (néhány tized milligrammnyi) mennyisége is erősen pozitív LASSEIGNE-féle berlinikék-reactiót mutatott, felmerült a kérdés, hogy vajjon nem fehérjetermészetű anyaggal állunk-e itt szemben. Ebben az irányban haladva azután kitűnt, hogy a *bac. anthracis* tokanyagja a fehérje színreactióit jól adja, főzéssel azonban nem koagulálható, ecetsavval, salétromsavval, sulfosalicylsavval, ferrocyanáli-ecetsavval ki nem esapható. A nehéz fémsók közül  $Cu\ So_4$ ,  $Fe\ Cl_3$  és ólomacetat, az alkaloid-reagensek közül csersav hatására pelyhes csapadék alakjában válik ki. Ammoniumsulfat már  $\frac{1}{8}$ -telítésnél kicsapja.

Érdekes az alkohollal szemben való viselkedése: vizes oldatában alkohol már 50%-nyi concentrációban tejszerű zavarodást okoz, a mely az alkohol concentrációjának emelésével fokozódik. Neutrálisok jelenlétében és gyengén savanyú reactió mellett 10–12 órai állás után a folyadék feltisztul, az edény fenekét és falát pedig vékony, fehér, tapadós réteg vonja be.

A kvalitatív analysis során ként állandóan találtunk, míg phosphor kimutatása sohasem sikerült. A különböző alkalmakkor előállított tokanyag nitrogen-tartalmát 7.4–8.0% között ingadozó-nak találtuk.

A tokanyag változatlan állapotban redukáló képességgel nem bír, híg savakkal főzve és besűrítve azonban gyengén, de kifejezetten redukál.

A felsoroltak alapján a *bac. anthracis* tokanyagjának chemiai természetét illetőleg két feltevés volna jogosult: tartozhatik a tokanyag a glycoproteidek osztályába s akkor a kimutatott szénhidrát-csoportot mint a fehérje-molekula komponensét kell tekintenünk; de lehetséges az is, hogy a tok chemiailag nem is egységes, hanem

egymás mellett tartalmaz egy fehérje- s egy szénhidráttermészetű testet.

Az előbbi feltevés ellen a tokanyagának aránylag, fehérjéknél szokatlanul alacsony nitrogéntartalma volna, habár kivételesen találunk fehérjéket még alacsonyabb N-tartalommal is, így például HAMMARSTEN a *Helix pomatia* fehérjemirigyéből előállított ú. n. *helicoproteid*-ben alig 6%-nyi N-t talált.

Viszont a tok heterolog összetétele esetén a fehérjekomponenst a szénhidrát-alkotórésztől egyszerű chemiai eljárással, erélyesebb beavatkozás nélkül kellene tudnunk elkülöníteni úgy, hogy végeredményben egy nitrogenmentes szénhidrátot kapjunk. Azonban erre irányuló minden próbálkozásunk meddő maradt, a szénhidrát-csoport leválasztása csak hosszú ideig tartó hydrolysis útján volt lehetséges; ekkor azonban már nem beszélhetünk elkülönítésről, hanem lehasításról.

Tudatában annak, hogy a kérdés végleges tisztázását csak a tokanyag részletes quantitativ analysise hozhatná meg, amire a rendelkezésünkre álló anyag aránylag csekély mennyisége miatt nem gondoltunk, mégis valószínűbbnek kell tartanunk azt, hogy a *bac. anthracis* tokanyagja egységes, tejérjetermészetű anyag és a glycoproteidek csoportjába sorozható. Minthogy vízben jól oldódik, ecetsav nem csapja ki, legkönnyebben a pseudomucinok osztályába volna beilleszthető.

A véletlen folytán a lépfene bacillusa mellé még egy, szintén fehérjetermészetű tokot termelő bacillust állíthatunk. Nyúlós borok vizsgálata közben egy, az anthrax-bacillushoz morfológiailag nagyon hasonló, bő tokot termelő bacillust tenyésztettünk ki. Már a tokanyag izolálása és tisztítása közben feltűnt az anthrax-bacillus tokanyagjához nagyon hasonló viselkedése: az alkohollal lecsapott tokanyag éppen olyan nyúlós, tapadós consistentiájú, mint a hogyan azt a *bac. anthracis* tokanyagján láttuk. A közelebbi vizsgálat során azután kiderült, hogy e bacillus tokanyagja, ha nem is azonos a *bac. anthracis* tokanyagjával, de vele legalább is közeli chemiai rokonságban áll.

**Bac. radicola.**

A *bac. radicola* egyes törzseire jellemző, hogy telepei bizonyos agar-táptalajokon tenyésztve nyálkás, kocsonyás karaktert vesznek fel.

E nyálkás anyag előállítása czéljából a *bac. radicola*-t szilárd táptalajon is tenésztethetjük; nagyobb mennyiséghez juthatunk azonban folyékony táptalaj alkalmazásával.

Jelen vizsgálatainkhoz nagy lombikokba öntött, 0.5% peptont és 2% saccharoset tartalmazó folyékony táptalajt használtunk. A beoltás után egy hónappal, szobahőmérsékleten tartva, a lombik tartalma nyálkás, kocsonyás jelleget öltött, a mely azonban 1/2% lúg hozzáadására annyira csökkent, hogy a bakteriumok eltávolítása szűrővel, majd centrifugálással lehetségessé vált. Ha most e bakteriumoktól már mentes lúgos oldatot gyengén megsavanyítjuk, majd háromszoros mennyiségű alkoholt adunk hozzá, a nyálkás anyag sárga, félig áttűnő kocsonya alakjában válik ki. E kocsonyát kihalászva langyos destillált vízben oldjuk, majd alkohollal ismét kicsapjuk s az egész eljárást többször megismételjük. A kezdetben sötétsárga vizes oldat a tisztítás közben mind világosabb lesz, az alkohol hatására megmeredő kocsonya mind átlátszóbbá válik. Víz-telenítés és szárítás után végre sárgás-barna por alakjában nyerjük a nyálkás anyagot.

A *bac. radicola* vázolt módon előállított nyálkás anyaga vízben oldva kissé sárgás árnyalatú, sűrűn folyó, syruyszerű oldatot ad, a melyből alkoholon kívül még ferrichlorid, ólomacetat és ammoniumsulfat hatására is kocsonya alakjában válik ki, míg a többi, fenn tárgyalt tokanyagoknál használt reagensek nem okoznak benne változást. A fehérje színreakcióit nem adja, a LASSEIGNE-próba még nagyobb mennyiséggel is negatív. Változatlan állapotban redukáló képességgel nem bír, hydrolyzálva azonban a nehéz fémsókát erősen redukálja. Optikailag aktív, a polározott fény síkját jobbra forgatja, erjeszthető, osazonjának bomlásponjtját 205°-on találtuk.

Kétségtelen tehát, hogy a *bac. radicola* által termelt nyálkás anyag szénhydráttermészetű és invertálás után szőlőcukrot szolgáltat.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922 márczius hó 13.-án tartott üléséből.)

# ÚJABB ADATOK A SCLEROTINIA SCLEROTIORUM LIB. BIOLOGIÁJÁHOZ ÉS PHYTOPATHOLOGIAI VISELKEDÉSÉHEZ.

Dr. SCHILBERSZKY KÁROLY-tól.

(Előzetes jelentés a *Sclerotinia sclerotiorum* Lib. monografiájából.)

Részben még folyamatban levő vizsgálataim czélja: 1. a vadon tenyésző növényeken kívül főképpen a művelési növények ama sorozatának a megállapítása, a melyeken ez a gomba jelentékeny károkat szokott okozni, ami megfelelő helyi és időjárási viszonyok között epidémia-szerű jelleget is ölthet; 2. a gombának morfológiai és biológiai viszonyai ismeretének kiegészítő és újabb észleletek, valamint kísérletek által való kibővítése; 3. a fertőzési körülményeknek kísérleti megállapítása; 4. a gombaokozta gazdasági kártételek korlátozására irányuló védekezésmódok és alkalmas óvóintézkedések ismertetése.

Eddig végzett kutatásaim eredményeit — a melyek a készülőben levő monografia egyrészét teszik — a következőkben kívánom röviden összefoglalni.

A *Sclerotinia sclerotiorum* Lib. egyik nevezetes és legveszedelmesebb károsítója sok — rendszertanilag egymástól nagyon távol álló — művelési növénynek, a melyeken bőségesen hozza létre micéliumát és telepecsomóit (sclerotium). Kifejlődött növényeken kívül több esetben találtam csiranövény-korban is; érdekes biológiai jelenség gyanánt kell azonban megemlítenem, hogy egyszikű növényeken való előfordulását egyetlen esetben sem figyeltem meg. *Prillieux* a Bretagne-ból kukoriczaszárazakat kapott, amelyekben olyan hatalmas telepecsomók foglaltattak, a minők például a babon, a



csicsókán és a murokrépán ismeretesek. Kétségtelen azonban, hogy ezek a *Sclerotinia Fuckeliana* (De Bary) telepcsomói lehettek, mert a *Sclerotinia sclerotiorum* a kukoriczán egyáltalában nem fordul elő, rajta nem tud élösködni. A *Scl. Fuckeliana* telepcsomói jóval apróbbak és fényes fekete színűek. A *Sclerotinia sclerotiorum* egyike amaz élösködő gombafajoknak, amelyek nagy mértékben polyvorok. Legtöbbnyire húsos gyökereken fordul elő, kivált kötöttebb és nedves talajokban; tartósan csapadékos időjárásakor azonban földfeletti növényrészekben — leginkább szárazon és terméseken — is megjelenik. Legnagyobb károkat okoz a téli eltartás czéljából elraktározott mező és kertgazdasági terményeken (például: takarmányrépa, czukorrépa, petrezselyem). Elterjedtségének kedvez a nyirkos klimájú vidék, ezért Észak-Európában (Dánia, Hollandia, Svédország, Anglia) jóval gyakoribb és veszélyesebb, mint Közép- és Dél-Európában. A rendszertanilag heterogen növénycsaládok között szerepelnek például a következők: *Compositae*, *Cruciferae*, *Umbelliferae*, *Chenopodiaceae*, *Solanaceae*, *Papilionaceae*. A gazdanövények egyébiránt megállapításom szerint főképpen a következő természetes növénycsaládokból kerülnek ki:

1. Moraceae. 2. Chenopodiaceae. 3. Cruciferae. 4. Papilionaceae. 5. Balsaminaceae. 6. Violaceae. 7. Umbelliferae. 8. Solanaceae. 9. Cucurbitaceae. 10. Compositae.

Idevágó tanulmányok folyamán több új gazdanövényt tudtam megállapítani, amelyekről a szakirodalomban ninesen említés; így például vastag pasztinák-gyökereken (*Pastinaca sativa*) nagykiterjedésű sclerotium-telepeket találtam, a melyek közül kettőt folyadékban konserváltan őrizek gyűjteményemben. Tapasztalásaim szerint ez a gomba-előfordulás a szabadföldi tenyészőhelyeken kívül megvan a növényházakban is, valamint a teletetésre szolgáló vermekben, pinczékben és egyéb terményraktárakban is. A tömeges kártétel minden egyes esetben eredeti fertőzési góczpontokból — mint kiindulóhelyekből — ered, a honnét sugárirányban a periferia felé halad. A terjedés mérvét jelentékenyen elősegíti az, ha a szántóföldi, avagy kerti termesztésben mellőzik a megfelelő rendszeres váltóüzemet (váltógazdaság, forgórendszer), mert ezzel a gombának adva vannak a folytonos és fokozatos továbbszaporodásnak a körülményei. Az időjárásnak nyári csapadékos viszonyai szintén

nagy mértékben vannak hatással e gombaokozta fertőzési kártételnek a mérvére; így hazánkban például az 1910. és 1920. év között lefolyt időszakban az 1913. és 1914. év túlságosan, kivételes nyári és őszi csapadékmennyisége miatt e gomba temérdek kárt tett a gyökérféle terményekben, főképpen 1913-ban. Szántóföldeken ez a gomba leginkább mint szárbeli élősködő jelenik meg, még pedig rendszerint az alsó szártagokban és a gyökérnyakban; innét azonban tovább terjedhet a levélnyelekbe, a kocsányokba, sőt a termésbe (például babhüvely). Hajtatóházakban ugorka-indák szárcsomóin (bütykein) találtam e gomba hófehér pelyhű myceliumát, a melynek belsejében utóbb a fekete telepcsomók jelentek meg; az indák emiatt idejekorán elpusztultak.

### Biologiai viselkedés.

Ez a gomba alkalmi (fakultatív) élősködő lévén, csupán sérült vagy egyéb okokból élettelen növényrészekben tud a fertőzés megindulni; a kicsirázott spóra hyphája ugyanis kizárólag nekrosisban levő sejtekbe hatol, s bizonyos fokú tenyészállapot után a hyphafonalak előrehaladásukban fermentummal megölik az ép sejtekből álló szövetrészt is; a már nekrosisba esett sejtekbe csak utólagosan hatolnak a hypha-ágak, miközben tökéletes bomlási folyamatot idéznek elő. Ezt a fokozatos hatást több ízben volt alkalmam észlelni pasztinák-gyökereken, a melyeken a fertőzött szövetrészt és az intakt szövetréteg közötti átmeneteket összehasonlítólag vizsgáltam, úgy anatómiai, valamint mikrochemiai módszerek segítségével. Az észlelt eredmény ugyanis az volt, hogy nemcsak a hyphafonales gyökérszövetrészt tartalmazott élettelen sejteket, hanem a szomszédos, közelben levő hyphamentes sejtek is a holt sejtek reakcióját és szerkezetét mutatták, a mennyiben a jellegzetes plasmatikus tünetek is felismerhetők voltak. A még küljebb eső hibátlan élő sejtek plasmaszervezete szembeötlő ellentétben volt az erjesztő-hatás folyamán megváltozott sejtekével, a mely utóbbiak a hyphafonales szövetrészt külső határán 1—2 sejtrétegű öv által voltak képviselve. Ez erjesztő (fermentum) jellemző tulajdonsága gyanánt azt tapasztaltam, hogy a sejtekben foglalt keményítőt mindvégig nem támadta meg, hanem azokat szerkezeti épségükben meghagyta.

A gomba telepesomóit, életképességi időtartamukon belül, az évnek bármelyik időszakában csirázásnak tudtam indítani, illetőleg rajtuk a mycelium-képződést megindítani; legkönnyebben csiráztak az idei telepesomók nyárutóján és az ősz folyamán. Alomjukkál együtt szárazon eltartott telepesomókat két év múltával is, nedves tenyésztési módszerrel mycelium-képzésre indítottam; ugyanolyan módon eltartott hároméves telepesomók tenyésztés közben meddőnek mutatkoztak. A telepesomók mycelium-eresztésére, legkedvezőbb (optimális) hőmérsékletnek a 18—20° C. bizonyult.

A hyphafonalak rendszerint a sejtközötti menetekben haladnak, a sejtfalakkal való érintkezés helyein tapadó szívókákat (appressoria) létesítenek, a melyek sejthártyát oldó fermentumot választanak ki, mely savanyu kémhatású volt. A telepesomó-alakulás tartama alatt a mycelium-moholy között képződött gyöngyszerű cseppeket szintén savanyú hatásúaknak találtam. Az említett cseppeknek a gomba mycelium-fermentumával való biológiai összefüggését, illetőleg a vele való esetleges azonosságát további vizsgálataimmal szándékozom kideríteni. Annyit máris megállapítottam, hogy — miként a mycelium-tömegek kisajtott és megszárt nedve — az említett víztiszta színű harmatos gyöngycseppek élő répa- és pasztinákszeletekben helyi nekrotikus élénk elváltozásokat idéztek elő.

Olykor tetemes számmal képződnek közel egymáshoz a telepesomók a fertőzött növényen. Egy babszárban például 32 telepesomót találtam, a melyek közül a legtöbb a szár tövi részében volt és a szár középső, tengelyirányú csatornaüregében volt elhelyeződve. Babról gyűjtött telepesomókon áttelelés előtt nem lehetett megfelelő tenyésztési eljárásokkal apotheciumokat létesítenem.

1. *kísérlet.* Virágcserepekben 4—5 cm-nyire a talajfelszín alatt tartottam az 1915. év őszén keletkezett sclerotiumos murokrépagyökereket és télen át nyirkos mérsékelt növényházban (temperarium, 14—16° C) maradtak. Telepesomós gyökerű cserép volt 22. Ezek közül hét cserépbeli gyöker telepesomója meddő maradt, holott azonos körülmények között volt valamennyi. A többi cserépben vegyesen voltak meddő és apotheciumos telepesomók. Az 1915. évi őszi keletkezésű telepesomókból 1916 márczius első felében je-

lent meg a legtöbb apothecium (a legelső márczius 9.-én). Az apotheciumok száma az egyes telepesomókon változó volt, 2—15 között ingadozott. Murokréparól való kétéves telepesomókból sikerült nedves légkörben, harang alatt apotheciumokat nevelni.

2. *kísérlet.* Spórákkal való fertőzési kísérleteket két sorozatban végeztem :

A) sérületlen, ép felületű pasztiniák-gyökerek ;

B) 1. karczolásal, 2. szúrásokkal, 3. horzsolásokkal sérült felületű pasztiniákgyökerek.

Mind a két sorozat gyökerei (19—19 darab) páratelt levegőben ugyanazon módon permetezettettek be, vízzel öblített ascosporákkal. Az A) sorozat majdnem változatlan maradt (19-ből kettő volt fertőzött),<sup>1</sup> ellenben a B) sorozat kivétel nélkül penész-bevonatot eredményezett, a melynek első megjelenése 8—12 napon belül volt észlelhető. Leggazdagabb penészképződményt szolgáltatott a 3. számú alsorozat (horzsolások).

3. *kísérlet.* Másik A) és B) sorozatú gyökereken permetező fertőzés helyett a destillált vízben tartalmazott spórákat sterilizált ecsettel kentem a kísérleti gyökerekre (19—19). Az eredmény lényegesen eltérésektől eltekintve, arány szerint körülbelül ugyanaz volt. Ez a kísérleti sorozat — valamint az előbbi is — párákkal nem túltelített növényházban történt.

4. *kísérlet.* E kísérleti sorozat folyamán arra törekedtem, hogy egész murokrépa- és pasztinákgyökereken a fertőzések előtt különböző mechanikai sérüléseket ejtettem azért, hogy a fertőzésre használt myceliumok nekrotikus gazdanövénysejtekkel kerüljenek érintkezésbe. A sérülések szerint a következő kísérleti alsorozatokot használtam : 1. tűkarczolások ; 2. vastag tűszúrások ; 3. bőrhorzsolások ; 4. forró vaskéssel kaparások ; 5. ütögetés által felületi zúzódások ; 6. forró vízzel csepegtetések ; 7. tenyészőoldattal (babfőzet leve) való leöntések. Minden egyes kategóriában

---

<sup>1</sup> Az A) sorozat két tényleges fertőzési esetében kétféle lehetőség van : vagy sérültek voltak az illető gyökérfelületek, vagy pedig a saprophyta kezdő fejlődést biztosító valamilyen bevonati anyag volt jelen a gyökerek felületén. Ez utóbbi eset közelebbi tanulmányozása érdekében további kísérletek fognak történni.

25—25 egész gyökéren történtek a friss myceliummal való fertőző beoltások.

*Eredmények:* Legjobban sikerültek a 6. és 7. alsorozat fertőzései, kevésbé, de azért közelálló eredmény mutatkozott a 4. alsorozaton, míg a többi (1., 2., 3., 5.) alsorozaton aránylag legcsekélyebb százalékokban mutatkozott a pozitív fertőzési hatás. A megfigyelési idő 24 napig tartott; a pozitív és negatív fertőzési eredmények megállapítása tekintetéből a megfigyeléseket jóval előbb zárhattam volna le, a 24 napos időtartam arra volt fenntartva, hogy a pozitív esetekben a mycelium-fejlődések viszonylagos energiáját is meg lehessen figyelni; legerélyesebb volt a fejlődés a babfőzet levéllel leöntött gyökerek felületén, valamint a forró vízzel lecsepegtetett gyökereken. Mindakét esetben már néhány nappal a fertőzés megindulása után buja mycelium-pelyhek keletkezése volt észlelhető. A kísérletek részletes számbeli kimutatása a következő tabellából ítélhető meg:

Alsorozat	Pozitív fertőzés		Negatív fertőzés		Mycelium-fejlődés
1.	8	11	17	14	gyenge
2.	9	7	16	18	normális
3.	16	16	9	9	„
4.	19	21	6	4	erélyes
5.	12	10	13	15	normális
6.	23	24	2	1	nagyon erélyes
7.	25	25	—	—	„

5. kísérlet. Tárgyai voltak szabadföldi babnövények szárai 1913 június havában, jól trágyázott, közép kötöttségű lazább kerti talajban; megfigyelési időtartam 32 nap, ebből kilencz volt teljesen napfényes (verőfényes), a többi felhős vagy esős volt. A kísérleti kerti ágyás egyik felében a babvetés sortávolsága 20 cm és tőtávola 10 cm volt, míg a másik felében sortávolsága 24 cm és tőtávola 15 cm volt. A fertőzési mycelium az előző évi, pincében elvermelt murokrépa gyökereiről vétetett. A kísérleti alsorozatok esetei a következők voltak: 1. sérületlen szárok; 2. féloldalasan horzsolt

szárak; 3. ugyanaz mint az előző (2), de beecsetelve babfőzet levével. Mind a három alsorozat kétféleképpen hajtattott végre, úgy mint *a)* a fertőzés után takaratlanul, *b)* a fertőzési helyek körül vékony olajos papirossal (fokozottabb páratartalom miatt) tonnaszerű burkolattal, alul-felül rögzítő kötéssel. A rögzítések 10 nap múlva eltávolítottak.

Az eredményeket, vagyis a pozitív fertőzések számarányát, valamint a mycelium fejlődésfokát a következő táblázatos összeállítás tünteti fel:

## A)

Alsorozat	Módja	Pozitív fertőzés	Fertőzés %-a	Mycelium-fejlődés a 20. napon
1.	<i>a)</i>	3	1·61	gyenge
	<i>b)</i>	7	3·76	"
2.	<i>a)</i>	137	73·65	erélyes
	<i>b)</i>	159	84·40	igen erélyes
3.	<i>a)</i>	146	78·48	erélyes
	<i>b)</i>	163	87·63	igen erélyes

## B)

Alsorozat	Módja	Pozitív fertőzés	Fertőzés %-a	Mycelium-fejlődés a 20. napon
1.	<i>a)</i>	—	—	gyenge
	<i>b)</i>	2	2·04	"
2.	<i>a)</i>	65	66·32	közepes
	<i>b)</i>	73	74·48	"
3.	<i>a)</i>	71	72·44	erélyes
	<i>b)</i>	75	76·53	igen erélyes

Miként látható, a *B.* táblázat számszerű adatai alacsonyabbak, mint az *A.* táblázatéi, a mi a növények sűrűbb és ritkább tőtávola által látszik indokoltnak, noha az illető alsorozatokban a megfelelő százalékos különbsétek nem voltak egészen arányosak.

6. *kísérlet.* Mély faládákba helyezett földbe, 1914 június elején, délkeleti fekvésű támfal mellett (Nagytétény), védő eresz alatt, közel egymáshoz penészes áttelelt murokrépa-gyökereket dugdostam, a közeikbe pedig babot vetettem (Merveille de Paris és *Phaseolus multiflorus*). Egyes csiranövényeken 15—20 nap elmúltával a fertőzés bekövetkezett, a további idő folyamán pedig a beteg babnövényszáma nem növekedett. Az aránylag csekély számú fertőzési esetekben a szikalatti szártagon jelent meg a mycelium; a beteg növények a virágzás előtt tönkrementek. Nyilvánvaló, hogy a fertőzés csupán a disponáló csiranövényeket érte, mely esetekben kétségtelen, hogy a fertőzés a penészes murokrépagyökerekkel való közelség folytán (5—6 cm) történhetett meg. Steril myceliummal különféle gyökérkorongokat számos esetben — igen könnyen — sikerült megfertőzni (takarmányrépa, murokrépa, czéklarépa). Virágzás kezdetén levő borsószárakat előzetesen sérült helyeken sem myceliummal, sem pedig ascospórákat tartalmazó víznek a rápermetezésével nem tudtam fertőzött állapotba juttatni. Tenyészetben levő (még nem virágzó) szabadföldi kárdi- (*Cynara cardunculus*) gyökerek mellé dugott penészes murokrépával a gyökérnyakon fertőzés és a myceliumnak fokozatos növekedése volt észlelhető (1914 június). Ugyanezzel a fertőzési eljárással a sóskán szembetűnően lanya — késedelmes — volt a mycelium-alakulás és a keletkezett szövetek mindvégig nem volt olyan tömött, mint a kárdi esetében. (Mind a két esetben a kísérleti idő tartama alatt a hőmérséklet = 17—19° C.)

A TICHOMIROFF-tól<sup>1</sup> észlelt apotheciumok a kenderszárakon a *Sclerotinia sclerotiorum*-éival azonosak. Valószínűleg azonos a kenderrákkal az a betegség is, a melyet HAZSLINSZKY FRIGYES Magyarországon (Igló) és MASSALONGO<sup>2</sup> Észak-Olaszországban figyelt meg. A mycelium átszővi a szarát és egy 8—16 cm széles övben conidium-tartó-féle képződmények létesültek, a fertőzött öv feletti része pedig a növénynek elhal. Ez a HAZSLINSZKYTÓL *Botrytis infestans*-nak, MASSALONGO-TÓL pedig *Botr. Felisiana*-nak nevezett gomba, esetleg a *Sclerotinia sclerotiorum*-hoz tartozik, jöllehet tudtommal abból

<sup>1</sup> PEZIZA KAUFMANNIANA, eine neue aus Sclerotium stammende und auf Hanf schmarotzende Becherpilzspecies; Bull. Soc. Imp. Nat. de Moscou; 1868.

<sup>2</sup> RABENHORST: Kryptogamenflora, VIII. S. 293.

telepecsomók eddig még nem észleltettek. Az idevágó vizsgálatokat folyamatosan tettem.

Ez a gomba nem fejleszt conidiumos alakot, azonban gyakran található *Botrytis cinerea* társaságában; mesterséges tenyészetekben eddig soha sem sikerült a *Scl. sclerotiorum* *Botrytis*-fructificációját megkapni. Tagadni kell tehát a szóban forgó gombafaj összetartozását valamilyen *Botrytis*-szerű conidiumos alakkal. Nem lehet egyebet találni, mint fehér szövedékű tömött myceliumot és az ebből keletkezendő telepecsomókat. A *Botrytis cinerea* conidiumaiból nem sikerült apotheciumos ivadékot nevelni; valamint a *Sclerotinia sclerotiorum* ascospóráiból nem volt létesíthető *Botrytis*-féle ivadékok.

### Betegségi tünetek, kártétel, védekezés.

A tövén élő megtámadott növények szárai vagy levelei a fertőzés következtében sárgulnak és azután sínylődnék vagy elhalnak; a pusztulás tünetei fehér penészszővedék kíséretében a rohadás jellegét mutatják, miközben a nekrotikus szövetekben vagy azok felületén telepecsomók keletkeznek. A szárazknak ilyen megbetegedése gyakori esetekben a következő miveleti növényfajokon fordul elő: burgonya, kender, csicsóka, napraforgó, dohány, bab, kömény, ugorka. Az elraktározott húsos gyökérféléket borító fehér, finomszálú, sűrű mycelium behatol a szövetekbe, a melyek tőle vizenyőssé válnak; legelőbb a kéregszövet bomlik és a mycelium fokozatosan beljebb hatol a bélszövetig. Az így elpusztult gyökerek felületi részén, a penészmoholy alatt keletkeznek — rendszerint tömeges összefüggésben — a sclerotiumok. A fejes saláta (*Lactuca sativa*) levélfonáki vastag erein figyeltem meg a mycelium- és telepecsomóképződést. Sűrűn felfűzött dohányleveleken, nyirkos időjárásakor a levélereket pépszerűen meglágyulva találtam, a melyeket bőséges mycelium lepett be. Ritkább esetekben fiatal csiranövényeket is elborít a mycelium, a növénykéek hirtelen meglágyulnak, elnyálkásodnak, telepecsomóképződést azonban nem figyeltem meg rajtuk. Ezt a gombát a dohány csiranövényein is találtam.

**Védekezés.** 1. Szigorúan betartandó forgórendszer (váltógazdaság), különös tekintettel ama miveleti növényekre, a melyek mint



gazdanövények szerepelnek; célja a mycelium talajbeli elszaporodásának a megakadályozása.

2. A talajnak őszkor való megforgatása és meszezése vagy pedig 0·5 százalékos formalin-oldattal való fertőtelenítése; erősebben fertőzött talajoknak szénkénegezése, négyzetméterenként = 48 gr.

3. A rendszerél vizenyösebb talajok víztelenítése (alagsövezéssel vagy árkok és csatornák vonásával).

4. A foszfátokkal trágyázott területeken termesztett növények jobban ellenállóak, úgyszintén a későbbi vetésekből származott növények.

5. Mélyebb fekvésű, avagy túlságosan kötött és csekély rétegű laza feltalajú területek elkerülendők.

6. Sűrű vetések vagy ültetések mellőzendők.

7. A fertőzött gyökerű növényeknek földlabdával együtt való kiszedése és megsemmisítése.

8. Rendszeres gyomirtás kapálással, mert ez a gomba sokféle vadon termő gyomnövényen is előfordul.

9. A földfeletti növényrészek megóvása céljából 1%-os bordeauxi lével való permetezés (június hónaptól kezdve).

10. Növényházi vagy melegágyi termesztés közben rendszeres szellőztetés és a túlnedvességű talaj mellőzése.

11. A gyökérféle termények szedése nedves, sáros talajból mellőzendő, várni kell a talaj szikkadásáig. A kiszedett gyökerek elvermelés előtt széttergetendők, hogy a felületek légszárak legyenek; az elraktározási helyeknek a szellőztetéséről nem szabad megfeledkezni.

12. Gyökérféle termények kiszedésekor a penészes, meglágyult, sérült és romlott példányok kiselejtezendők; csakis a kifogástalan, ép állapotban levő, egészséges külsejű gyökerek vermelendők el. A kiselejtezett anyag azonnal felhasználandó avagy megsemmisítendő.

13. Fertőzött, beteg növények részei ne kerüljenek a zagyvatrágya-halomra (keveréktrágya, komposzt), későbbi talajfertőzések elkerülése céljából; e tekintetből a zagyvatrágya meszezése sem nyújt elegendő biztosítékot.

14. A vermelő gödrök, a pinczék és a kamarák az elrakás előtt

gondosan fertőtlenítendőök (kénporozással, megfelelő gombaölő folyadékkal való permetezéssel, avagy locsolással).

15. A szabad földben elvermelt gyökérfélék kupaczatát nem ajánlatos előbb szalmaburkolattal és azután földdel betakarni, mert a szalmatakaró a gyakori téli csapadéktól átnedvesedvén, egészen sohasem száradhat ki és így állandó páras légkört szolgáltat, a mi a gombának penészalakulatára kedvező fejlődést biztosít. A vermek megtöltött kupaczatát legjobb megfelelő rétegvastagságban földdel hantosan beborítani.

16. Ha a teletetés folyamán penészfészkek találtatnának, az összes penészes gyökereket gondosan el kell távolítani, mert különben a penész gyorsan tovább terjed és az egész készlet elpusztulhat. Ügyelni kell, hogy a penészes fészkek szomszédságában levő egészséges külsejű gyökerek is eltávolíttassanak, mivel ezek is gyanúsak a lappangó fertőzés valószínűsége miatt.

17. Pinczékben vagy egyéb helyeken, valamint a földbe való vermelés után az elrakáshoz használt földet gondosan el kell hordani, nem szabad a következő évi termények telettetésekor újból felhasználni.

# A FÉNYTÖRÉS GEOMETRIAI TÖRVÉNYÉNEK ÉRVÉNYESSÉGI HATÁRÁRÓL.

FRÖHLICH PÁL-tól.

## TARTALOM.

1. §. A megfigyelés tárgyát tevő jelenség leírása.
2. §. A megfigyelés módszerének leírása.
3. §. Kísérleti berendezés.
4. §. A megfigyelés eredményeinek összefoglalása.

### 1. §. A megfigyelés tárgyát tevő jelenség leírása.

A geometriai optika, egytörésű közegekben a sugár haladása irányát tekintve a törésnek kétféle eshetőségét különbözteti meg.

Először haladjon a fény az optikailag sűrűbb közegből a ritkább felé. Ha  $\varphi_1$  a beesés,  $\varphi_2$  a törés szöge,  $n$  a sűrűbb közegnek a ritkábbra vonatkoztatott törésmutatója, tehát  $n > 1$ , akkor a törés egyszerű törvényéből  $\frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} = n$  következik, hogy  $\sin \varphi_1 \geq \frac{1}{n}$  esetben teljes fényvisszaverődés fog beállni és a ritkább közegbe fénysugár egyáltalán nem fog behatolni. Azonban úgy az elméleti megfontolások, mint a kísérleti megfigyelések egyaránt arra az eredményre vezettek, hogy a fényvektor teljes fényvisszaverődés esetén is benyomul a második, a ritkább közegbe és a benyomult fényvektor amplitúdója arányos az

$$e^{-\frac{2\pi z_2}{\lambda_2} \cdot \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}}$$

tényezővel, hol  $z_2$  a vektor benyomulási mélysége és  $\lambda_2$  a hullámhosszúság a ritkább közegben. Az amplitudo tehát a benyomulás

mélységével rohamosan csökken. Ebből az is következik, hogy teljes fényvisszaverődés csakis akkor létesülhet, ha a ritkább közeg vastagsága nagyobb mint a vektor benyomulási mélysége. A vektor e benyomulási mélységének megállapítása céljából igen nagyszámú kísérleti vizsgálódás történt.<sup>1</sup>

E vizsgálatokról, melyek közismertek, e helyen nem kívánok bővebben szólni, hanem rátérek a fénytörésnél felmerülő ama másik esetre, a mely az eddig említett eseteknek mintegy megfordítottja.

Legyen optikailag különböző két közeg sík határfelülete közepében, de az optikailag ritkább közegben egy pontszerű fényforrásunk. Az ebből szétküldött sugarak a határfelületen törést szenvednek. Ha  $\varphi_1$  a beesés,  $\varphi_2$  a törés szöge,  $n$  a sűrűbb közegnek a ritkábbra vonatkoztatott törésmutatója, tehát  $n > 1$ , akkor a törés

egyszerű törvényéből  $\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = n$ , következik, hogy ha  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ ,

akkor,  $\sin \varphi_2 = \frac{1}{n} < 1$  és  $\varphi_2 < \frac{\pi}{2}$ . (Lásd az 1. ábrát.) Ebből nyilván-

való, hogy itt totalis reflexio nem fog beállhatni, azonban az összes törött sugaraknak a második sűrűbb közegben egy olyan egyenes körkúpon belül kell haladniok, melynek nyílása a totalis reflexio határszögének kétszerese, tengelye a fényforrásból a határfelületre bocsátott merőleges. Ez a kúp szigorúan véve csonka kúp ugyan, de ez a következők szempontjából lényegtelen. Nevezzük e kúpot a totalis reflexio határkúpjának. A mondottakból következik, hogy a ritkább közegben elhelyezett pontszerű fényforrás a sűrűbb közegből nézve csakis a határkúpon belül latható és a határkúpon kívül nem látható. Azonban úgy elméletileg, mint kísérletileg kimutatható, hogy ha a pontszerű fényforrás a határfelülethez igen kis, hullámhossznyi

<sup>1</sup> QUINCKE: Pogg. Annalen 1866, 127. k., 199. l.

ELMOR E. HALL: Physical Review 1902, 15. k., 73. l.

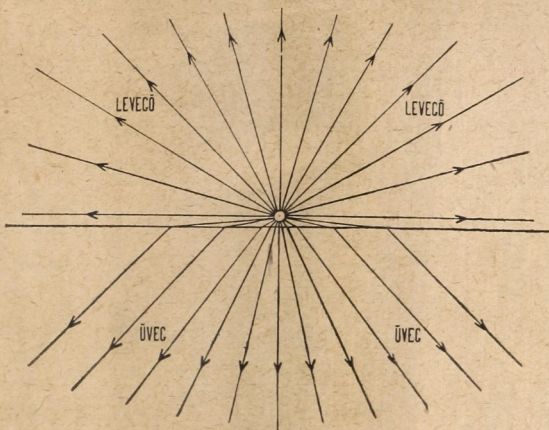
CLEMENS SCHAEFER und GUSTAV GROSS: Annalen der Physik 1910, 32. k., 648. l.

W. VOIGT: Annalen der Physik 1899, 67. k., 185. l.; 1899, 68. k., 135. l. 1911, 34. k., 797. l.; 1911, 36. k., 866. l.

KETTELER: Annalen der Physik 1899, 67. k., 879. l.

EICHENWALD: Annalen der Physik 1911, 35. k., 1037. l.

rendű távolságra van, akkor a totalis reflexio határképén kívül is láthatóvá lesz. Vagyis a törés geometriai törvényének érvényessége megszűnik, ha a fényforrás két közeg elválasztó síkjához egy meghatározott kicsiny távolságon belül van. E kérdés elmélete teljes részletességgel ki van már dolgozva.<sup>1</sup> Azonban kísérletileg még nincs megállapítva az, hogy mi a maximális távolsága a pontszerű fényforrásnak a határfelülettől, hogy az a totalis reflexio határképén kívül éppen még látható legyen, vagy más szóval, mekkora az a határtávolsága a pontszerű fényforrásnak két közeg határfelüle-



1. ábra.

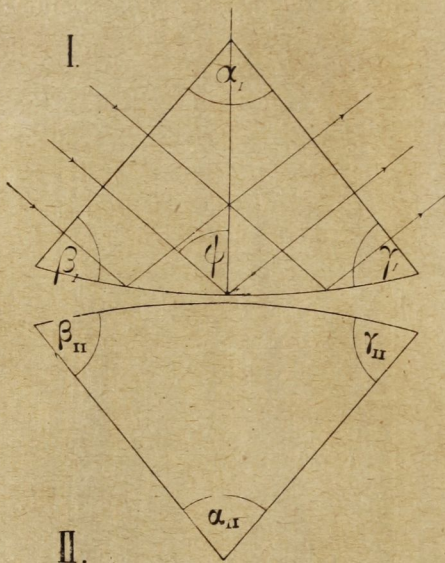
tétől, a melynél nagyobb távolság esetén a törés geometriai törvénye még érvényben van és a melynél kisebb távolság esetén e törvény érvényessége szemmel láthatólag megszűnik. Illetőleg, hogy ez a határtávolság mily összefüggésben van a hullámhosszúval, a két közeg törésmutatójával és a fény polárizációs állapotával.

## 2. §. A megfigyelés módszere.

E távolság kísérleti meghatározásakor a legnagyobb, szinte leküzdhetetlennek látszó nehézség egy pontszerű fényforrást két

<sup>1</sup> FRÖHLICH IZIDOR: Matematikai és Természettudományi Értesítő 1916 XXXIV. kötet, 453. oldal.

közeg határfelületéhez hullámhossz-rendű közelségbe vinni, ott állandó helyen tartani és e kis távolságot pontosan meghatározni. Elsőrendű fényforrást, még ha az például egy izzó aczeltű hegye is, alig vihetünk ily közel a határfelülethez, a távolság pedig az izzás folytán szakadatlanul változik és így meghatározására semmiféle használható módszerünk sincs. Ezért FRÖHLICH IZIDOR egyetemi professzor úr ajánlatára, a ki már qualitative több ízben megfigyelte e távolságot, oly másodrendű fényforrást használtam, a melyet egy



2. ábra.

üvegprisma valamely lapjára vont erősen megvilágított karezolás egy érdes pontja szolgáltatott, a határfelület pedig, melyhez e pontszerű fényforrást hullámhosszrendű távolságban helyeztem el, egy másik prismának síma lapja volt. Ugyan a megfigyelések pontossága és a számítások egyszerűsítése szempontjából előnyösebb lett volna prismák helyett telt félgömböket használni, azonban a félgömbök előállítására a jelen ipari körülmények között nem volt lehetséges. Mindkét prisma

alapja igen nagy megközelítésben egyenlőszárú és egybevágó háromszög. Ugyancsak mindkettőnek nagyobbik (átfogó) lapja igen nagysugarú gömbfelület. A görbületi sugarakra a mérések és számítások folyamán nem lesz szükség. Nevezzük az egyik prismát I.-, a másikat II.-nek. (Lásd a 2. ábrát.) A két prisma egy rézkeretbe helyezhető és az  $\alpha$  éleknél működő csavarok segítségével összeszoríthatók úgy, hogy a két görbült lap érintkezzék. Ilyen berendezés mellett azonban a prismák állandóan érintkezzenek, illetőleg a csavarok meglazításakor nem állanak szilárdan a rézkeretben. Ezért a II. prisma görbült felületén a  $\beta_{II}$  és  $\gamma_{II}$  élek mentén

folyékony ragasztó gummival egy keskeny és igen vékony szalagszerű réteget vontam, mely megszáradása után rugalmasságánál fogva megengedi a teljes érintésig való összeszorítást; másrészt a csavarok meglazításával a prizákat el is lehet egymástól távolítani, de e mellett e hasábok még mindig szilárdan állanak a rézkere-  
tükben.

Az I. prisma görbült felületének körülbelül a közepén egy vízszintes irányú és szabálytalan alakú éles karczolat van. A karczolat igen vékony, közönséges rátekintésre alig észrevehető, s körülbelül a hosszúsága felező pontjában megtörik, ez a törési pont igen jól megfigyelhető és rögzíthető. Ha az I. prizának görbült felületét erős intenzitású fénynyel megvilágítom (2. és 3. ábra), akkor a karczonal érdes részei mind másodrendű fényforrásokká lesznek s a sugarakat minden irányban szétszórják. A karczonal mélyedése természetesen nem fekszik a prisma lapjának felületén, hanem mélyebben; azonban a karczonal szélei kétségtelenül a prisma lapjának felületén fekszenek. Ez erősen megvilágított karczonal e törési pontja szolgáltatja a szükséges és észlelésnek alávethető pontszerű fényforrást. E pontszerű fényforrás, a mely az optikailag ritkább közegbe küldi sugarait, a második prizmatól, vagyis az optikailag sűrűbb közeg határfelületétől a csavarok és a gummireteg segítségével tetszés szerint eltávolítható, vagy ahhoz az érintésig közelíthető.

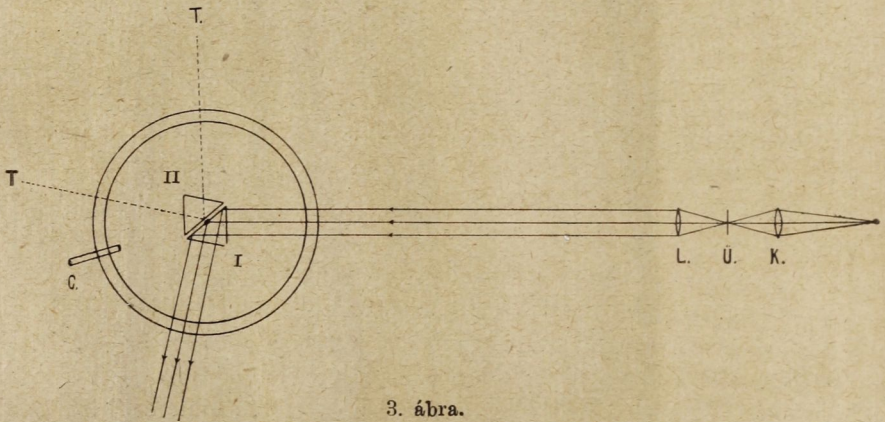
A két prisma görbült felületei közötti vékony levegőréteg vagy a netán odahelyezett valamilyen folyadék az optikailag ritkább, a II. prisma üveganyaga az optikailag sűrűbb közeg. A két közeg határfelülete a II. prisma görbült lapja. Ez a határfelület, minthogy a görbületi sugár igen nagy, közönséges törés esetén a mérési hiba határán belül síknak tekinthető.

A két prisma módot nyújt tehát arra, hogy egy pontszerű fényforrást két közeg határfelületéhez tetszés szerinti kicsiny, hullámhosszrendű távolságra helyezzünk el; a fényforrás és határfelület közötti távolság a NEWTON-féle színes gyűrűk segítségével teljes pontossággal meg is határozható. Így e kísérleti módszerrel az 1. §. végén említett határtávolság is minden nehézség nélkül meghatározható, ami annyival is fontosabb, mert e távolság az elmélet segítségével nem számítható ki, hanem csak kísérletileg állapítható meg.

A karczvonat megvilágítására szolgáló fénynyalábot az I. prisma valamely sikkapján át oly szög alatt engedjük behatolni az üvegyagba, hogy a görbült felületén totalis reflexiót szenvedjen, nehogy e világító nyaláb a II. prismába behatolva, az észlelést zavarja; mert ez az elsőrendű fényforrásból származó, intenzív, világító fénynyaláb a karcz megvilágításával eleget tett rendeltetésének és másra nem kell.

### 3. §. Kísérleti berendezés.

Elsőrendű fényforrás gyanánt egy 5 Amperes ZEISS-féle iv-lámpa szolgált, melynek szénrúdjai merőlegesek egymásra. Az ebből kiinduló sugarak egy 20 cm-nyire elhelyezett erős kondenzoron (*K*) és 40 cm-nyire elhelyezett 15 cm gyújtótávolságú lencsén (*L*) áthaladva párhuzamosakká lesznek. (Lásd a 3. ábrát.) A fény a kondenzon



3. ábra.

ron és lencse közé állított eléggé homogen színes üveglapon (*U*) szűrődött át. A párhuzamos sugárnyaláb egy nagy JAMIN—SENARMONT-féle kör közepén, mely az elsőrendű fényforrástól 130 cm-nyi távolságban van, a rézkeretben megerősített prismák közül az I. prisma  $\beta_1$  és  $\alpha_1$  élei által meghatározott sikkapját merőlegesen éri (2. ábra) s ennek üvegyagába irányváltozás nélkül behatolva, a görbült felületen teljes fényvisszaverődést szenved és egyszersmind élesen megvilágítja a  $\beta_1, \gamma_1$  felületen lévő karczvonatot. A karczvonat törési



pontját a II. prisma üveganyagán át a Jamin-kör területén forgathatólag elhelyezett kis távcsövön ( $C$ ) vizsgáltam. A totalis reflexio határkúpján ( $T, T'$ ) belül a karcz mindig, a két prisma bármekkora távolsága esetén is látható volt, a határkúpon kívül azonban csak akkor lesz látható, ha a prismák megfelelő közelségben vannak.

A karczvonálnak ez a megvilágítása az egész mérés folyamán állandó maradt, s a teljes fényvisszaverődés határkúpjától számított különböző irányokból úgy észleltem a karczot, hogy a főkörön levő távcsövet forgattam el. Lehetséges volna a mérést oly módon is végezni, hogy állandó irányba állított távcső mellett a prismákat forgatom el. Ez utóbbi esetben azonban a karcz megvilágítására szolgáló sugárnyaláb beesési szöge és így a karcz intenzitása is az észlelés folyamán változó lenne s ezért az előző módszer alkalmasabbnak látszik.

A határkúpon túl eső térnek egy meghatározott helyéből nézve a karczot, a prismákat annyira összeszorítottam, hogy az éppen *eltűnjék* és azután annyira engedtem a prismák szorító csavarjait, hogy a karcz éppen *eltűnjék*. A két esetben a prismák távolságainak középértéke, illetőleg a karczvonaltörési pontja és a II. prizma görbült felülete távolságainak középértéke fogja a pont láthatóságának maximalis távolságát, vagyis a törés geometriai törvénye érvényességének határtávolságát adni.

A karcz és a II. prisma görbült felülete közötti távolságot a NEWTON-gyűrűk segítségével határoztam meg. A gyűrűk észleléséhez az elsőrendű fényforrás intenzitását csökkentettem és a prismákat úgy forgattam el, hogy a párhuzamos sugárnyaláb az I. prisma  $\beta_1$  és  $\alpha_1$  élek által meghatározott síklapját  $21^\circ$  beesési szög alatt érve, az I. prisma üveganyagán és görbült lapján át a levegőrétegbe és a II. prisma görbült lapján át ennek üveganyagába is behatoljon. Ekkor úgy a törött, mint a két görbült lapról visszavert fényben NEWTON-gyűrűk jönnek létre. A gyűrűk a törött fényben igen elmosódottak voltak s így gyűrűket csak a visszavert fényben észleltem. Egy 20 cm gyűjtőtávolságú lencsével előállítottam a gyűrűk realis képét s a gyűrűk átmérőjét és a karcz helyét a gyűrűrendszerben egy okulármikrométerrel határoztam meg. Ezekkel az adatokkal a karcz távolsága a II. prisma görbült lapjától kiszámítható volt. Minden egyes távolság meghatározásához a négy

belső gyűrűt használtam; a többi eltorzult alakjánál fogva nem volt használható.

#### 4. §. A megfigyelés eredményeinek összefoglalása.

Összesen háromféle színnel, melyeket színes üvegeken át való szűréssel nyertem, végeztem a méréseket. A színes üvegek természetesen nem teljesen homogének, s így e szempontból alkalmasabb lett volna spektrálvonalakkal megvilágítani a karczot, ez azonban kis intenzitású lett volna, s inkább az intenzitást növeltem a homogenége hátrányára, mint fordítva. A vörös fény közepes hullámhossza 0,000630 mm, a totalis reflexio határszöge a II. prisma üveganyagára és levegőre vonatkozólag  $38^{\circ}3'$ . A zöld fény közepes hullámhossza 0,000522 mm, a totalis reflexio határszöge  $38^{\circ}0'$ . A kék fényközepes hullámhossza 0,000447 mm, a totalis reflexio határszöge  $37^{\circ}8'$ .

E megfigyelést mind a három szín esetében a határkúpon kívül és pedig tőle  $2^{\circ}5'$ -nyi távolságban kezdtem meg oly módon, hogy a két prizmat annyira összeszorítottam, hogy a karcz éppen látható legyen. A következő észlelési helyzet a határkúpon kívül  $5^{\circ}$  volt, s azután  $5^{\circ}$ -os közökben haladtam tovább a rasans-irány felé. A határkúptól számított  $40^{\circ}$  volt a legszélsőbb észlelési irány. Innen az előző közökben visszafelé haladva, azt az esetet állítottam elő, hogy a karcz egy-egy észlelési irányból tekintve a prizmak széthúzása által éppen eltűnjék. Megjegyzem, hogy az észlelési közők nem a levegőre, hanem a II. prisma üveganyagára vonatkoznak, ezért az észlelő távcső beállítását a főkörön a törés egyszerű törvényével minden észlelési irányhoz külön ki kellett számítani.

A karcznak elő- és eltüntetését öt-öt, összesen tíz esetben végeztem. Minden egyes elő- és eltüntetéskor a karcz és II. prisma távolságát a NEWTON-gyűrűk segítségével meghatároztam. És pedig négy gyűrű segítségével kiszámított hat adat középértéke adta minden beállításhoz a karcz távolságát. Így tehát minden észlelési irányhoz tartozó határtávolságot tíz beállításból származó 60 adat középértékéből határoztam meg.

A határkúp és  $2^{\circ}5'$  között, valamint  $40^{\circ}$  és a rasans-irány között a jelenség már zavaros volt, s így ott nem észleltem.

Az eredményeket a számtáblázatban és a 4. ábrán graphikusan foglaltam össze.

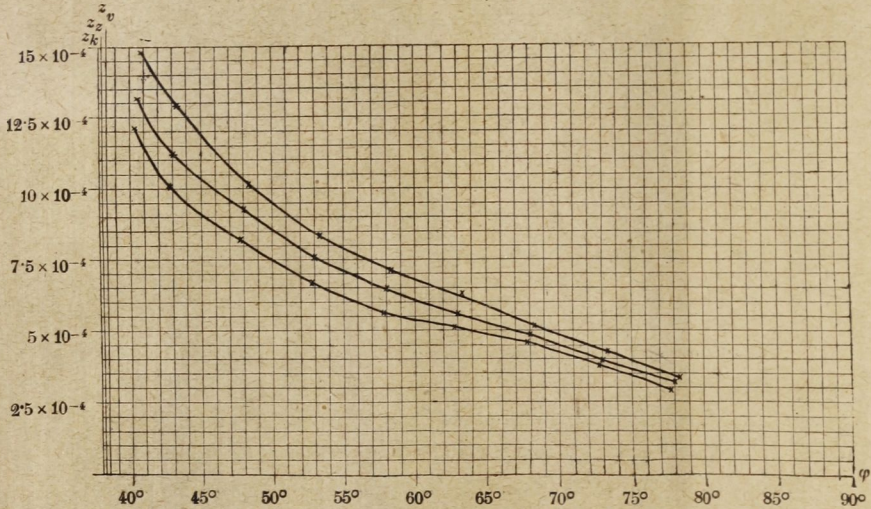
$\varphi_r$	Vörös fény			Zöld fény			Kék fény		
	$\lambda = 0,000630$			$\lambda = 0,000522$			$\lambda = 0,000447$		
	$\varphi_{tot} = 38^{\circ}3'$			$\varphi_{tot} = 38^{\circ}0'$			$\varphi_{tot} = 37^{\circ}8'$		
	$\varphi$	$\frac{z_2}{\lambda}$	$z_2 \cdot 10^{-6}$ mm.	$\varphi$	$\frac{z_2}{\lambda}$	$z_2 \cdot 10^{-6}$ mm.	$\varphi$	$\frac{z_2}{\lambda}$	$z_2 \cdot 10^{-6}$ mm.
2°5'	40°8'	2·341	1475	40°5'	2·510	1310	40°3'	2·716	1214
5°	43°3'	2·041	1286	43°0'	2·146	1120	42°8'	2·264	1012
10°	48°3'	1·602	1009	48°0'	1·776	926	47°8'	1·843	824
15°	53°3'	1·316	829	53°0'	1·462	763	52°8'	1·494	668
20°	58°3'	1·124	708	58°0'	1·236	645	57°8'	1·262	564
25°	63°3'	0·997	628	63°0'	1·078	563	62°8'	1·143	511
30°	68°3'	0·829	522	68°0'	0·916	478	67°8'	1·022	457
35°	73°3'	0·675	425	73°0'	0·749	391	72°8'	0·846	378
40°	78°3'	0·524	330	78°0'	0·613	320	77°8'	0·624	279

A számtáblázat első rovatában  $\varphi_r$  jelenti az észlelt sugár irányzógét a határkúptól számítva; ezek a szögek minden szín esetén ugyanazok. Az egyes fénynekhez tartozó első rovatban  $\varphi$  jelenti az észlelés irányát a beesési merőlegestől számítva, itt az egyes színek között egy állandó különbség, a totalis reflexio határszögeinek különbsége jelentkezik. Az egyes fénynekhez tartozó második rovatban  $\frac{z_2}{\lambda}$  jelenti a karcz maximalis vagy határtávolságát, és pedig minden színnek saját hullámhosszával mérve. Az egyes fénynekhez tartozó harmadik rovat  $z_2 \cdot 10^{-6}$  mm jelenti e távolságot, a milliméter milliommód részével mérve.

A graphikus összeállításban  $\varphi$  tengely jelenti az észlelési irányokat és  $\varphi=0^{\circ}$  a beesési merőlegest, ez a pont az ábrán már nem látható. A tengelyen egy osztályrész  $1^{\circ}$ -nak felel meg. A  $z_2$  tengely jelenti a maximalis távolságokat és egy osztályrész  $0,5 \times 10^{-4}$  mm-nek felel meg. A  $\varphi$  tengelyen  $37^{\circ}8'$ ,  $38^{\circ}$  és  $38^{\circ}3'$  helyeken emelt merőlegesek  $z_k$ ,  $z_z$ ,  $z_v$  a megfelelő színekre vonatkozólag a totalis reflexio határkúpjait jelentik. A koordinata

rendszer kezdőpontja és a  $z_2$  tengely az ábrán nincs feltüntetve. A legfelső görbe a vörös, a középső a zöld és a legalsó a kék fényre vonatkozik.

A számtáblázatból és a graphikus előállításból látható, hogy a láthatóság maximális távolsága, vagyis a geometriai optika érvényességi határa minden szín esetén a határkúptól a rasans irány felé eléggé szabályos menetű esökkenést mutat. E határtávolság ugyanazon észlelési irány, de különböző hullámhosszúságú fény esetén különböző; és pedig nagyobb hullámhosszúságú fény esetén



4. ábra.

nagyobb, ha absolut mértékben fejezzük ki, azonban nagyobb hullámhosszúságú fény esetén kisebb, ha saját hullámhosszával mérjük.

A karcz megvilágítása a quantitativ észlelés folyamán természetes fényvel történt. Poláros fényre nézve csak qualitativ megfigyelést végeztem, s általánosságban úgy találtam, hogy kis észlelési szög ( $\varphi_2$ ) esetén, vagyis a totalis reflexio határkúpja közelében a beesés síkjára merőleges síkban, nagy észlelési szög esetén, vagyis a rasans irány közelében pedig a beesés síkjával párhuzamos síkban a poláros fény intenzitása és egyszersmind a karcz határtávolsága

is nagyobb volt. Ez a különbség azonban oly csekély, hogy quantitative nem határozhattam meg.

Az itt közölt megfigyelések mind a levegő-üveg határfelületére vonatkoznak. Más törésmutatójú anyag és üveg határfelülete esetén mutatkozó jelenség megvizsgálására vonatkozó kísérleti sorozatot már megkezdttem.

Igaz hálával tartozom Dr. FRÖHLICH IZIDOR egyetemi tanár úrnak, a ki e tárgyra és a megfigyelés módszerére figyelmemet felhívta, s a szükséges eszközöket átengedte, egyszersmind Dr. RYBÁR ISTVÁN magántanár úrnak, az I. számú physikai intézet igazgatójának, a ki az intézet helyiségeit és eszközeit készséggel rendelkezésemre bocsátotta és értékes tanácsaival állandóan segítségemre volt.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1921 április hó 28.-án tartott üléséből.)

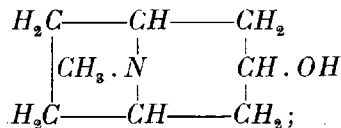
## CHEMIAI CONFIGURATIO-PHYSIOLOGIAI HATÁS.

KONEK FRIGYES I. tag székfoglalója.

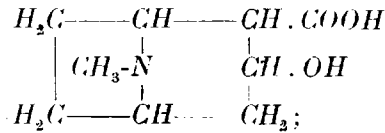
Elhatározásomban, hogy mai akadémiai székfoglalóm tárgyául azt a belső összefüggést válaszszam, a mely az anyag kémiai szerkezete és physiologiai hatása között fennáll: többféle ok vezetett. Első helyen emlitem ez okok közül abbéli szilárd meggyőződésemet, hogy a kémiai tudományoknak legfőbb rendeltetése az emberiség földi sorsának megkönnyítése, a földi létnek elviselhetővé tétele az azt fenyegető betegségek leküzdésével. Egy BOMBASTUS THEOPHRASTUS PARACELBUS, a kinek személyével és munkáival fiatalabb éveimben előszeretettel foglalkoztam, már 400 évvel ezelőtt — tehát még az alchemia sötét korszakában — korát messze meghaladó genialitással felismerte a chemiának ezt a legelső és legfőbb feladatát és kimondotta az arany-igazságot, hogy tudományunk ne az aranycsinálással, hanem inkább az «élet-elixir», vagyis olyan kémiai gyógyszerek előállításával foglalkozzék, a melyek a betegségeknek leküzdésére, sőt, mi több, az emberi életből való teljes kiküszöbölésére alkalmasak. Második helyen tudományos neveltetési irányomat kell említenem; a legfőbb természetes gyógyítószereknek, a növényi alkaloidoknak behatóbb tanulmányozása, hasadási termékeiknek közelebről való megismerése, kombinálva a modern kémiai synthesis finomabb módszereibe való behatolással, csakhamar megérelték bennem azt az elhatározást, hogy én is beállok PARACELBUS követői közé. Harmadszor végül azt a tényt kell említenem, hogy legelső, ez Akadémiának bemutatott tudományos dolgozatom is már ezen a téren, tudniillik a kémiai szerkezet és a physiologiai hatás között való összefüggés terén mozgott, a mennyiben az első mesterséges kokainnak a salicylsavból való synthesisét

tárgyalta. Tehát természetesnek fogja találni a mélyen tisztelt Akadémia, ha mai székfoglalómban is a sokféle physiologiai hatás közül kiragadom ezt az egyet, a kokainszerű, a helyi érzéstelenítő hatást, mint a melylyel kezdettől fogva a legnagyobb előszeretettel foglalkoztam és idevágó saját dolgozataim felhasználásával röviden vitatom az e hatás és a chemiai struktura között fennálló kapcsolatot és összefüggést.

A solanacea- és koka-alkaloidok, főleg az atropin és kokain chemiai szerkezetének kipuhatólására irányuló kutatások majdnem 100 évre — még WÖHLER korszakába — nyúlnak vissza. Ő volt az, a ki a kokain chemiai széthasításával felfedezte az ekgonint, a mely az eredeti növényi basis összes nitrogénjét tartalmazza; és konstatálta a hasadási termékek között a benzoë-savnak és a methylalkoholnak jelenlétét. Utána sokan foglalkoztak ez értékes növényi basis — a mely az orvosi praxist egy csapásra meghódította — fő hasadási termékének, az ekgoninnak chemiai szerkezetével. Sok tetszetős, de később ismét megezáfolt és elejtett struktura-spekuláció után végre WILLSTÄDTERNEK, volt müncheni kollégámnak sikerült klasszikus, a NOBEL-díjjal koszorúzott munkálataival a tropinnak és az ekgoninnek chemiai szerkezetét kétségen kívül leszögezni. A tropin számára elfogadjuk ma a következő konfiguratiót, mely szerint



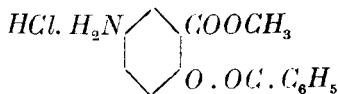
ez a fontos atropin hasadási termék egy pyrrolidin és piperidinyűrű sajáttságos kondensatiója folytán keletkezett basikus biheterocyclikus alkohol. Úgy látszik, hogy ez az alakzat a növényvilágban eléggé elterjedt, mert három nagy alkaloidcsaládnak, az atropa-, a hyosciamin- és a koka-alkaloidoknak alkotja az alapját és úgy látszik, hogy phytochemiai synthesise a növényi laboratóriumban vajmi könnyen, de mindenesetre könnyebben mehet végbe, mint a modern emberi kutató és synthetizáló műhelyekben. Az ekgonin már most a tropin orthocarboxylszármazéka :



és ha végül ebben a képletben a secundær alkoholos hydroxylt a benzoësav, a carboxylt pedig a methylalkohol gyökével telítjük vagy közömbösítjük, megkapjuk a kokaint magát. A kokainnak legértékesebb physiologiai hatása a helyi érzéstelenítés; a pupillatágítást vagy mydriasiszt csak mint másodfokú hatást akarom említeni. Ha már most a kokaint savakkal vagy lúgokkal elbontjuk ekgoninre, benzoësavra és methylalkoholra: ezek a hatások — főleg a localanæsthesis — megszűnnek. Sem az ekgoninnak magának, sem benzoyl-esterének érzéstompító hatása nincsen. Ebből a körülményből azt a fontos következtetést kell levonnunk, hogy a kokainszerű hatás létrejöttéhez két strukturális kellék kívántatik; megkívántatik ugyanis, hogy az ekgoninban mind az alkoholos hydroxyl, mind a carboxyl valamely sav, illetőleg alkoholgyök által lekötve, mintegy letompítva legyen; mert sem a benzoyl-ekgonin, sem az ekgonin-methylester mint olyan nem mutat localanæsthesist. A chemiai szerkezet és physiologiai hatás közt fennálló ez összefüggésből már most a kokain részleges synthesisének számtalan lehetősége következik. Mert ha a természetes alkaloidából leszappanosítjuk a methyl- és benzoylgyököket, vagyis magából a puszta ekgoninból indulunk ki, könnyűszerrel sikerül annak carboxylgyökét sósavgáz és methylalkohol segélyével (vagy más esterifikáló eljárással) methylesterré átalakítani, vagyis az ekgoninmethylestert készíteni; majd ennek secundær alkoholgyökét benzoylchloriddal vagy anhydriddel benzoylálni és az így kapott félig mesterségesnek mondható synthetikus termék — mivel szerkezetében teljesen megegyezik a természetes kokainnal — mutatni fogja annak érzéstelenítő hatását is. Ha pedig nem methylalkoholt és benzoylchloridot, hanem helyettük más homolog vagy rokon alkoholokat, illetőleg savchloridokat alkalmazunk: a mesterséges kokainok beláthatatlan nagy sorozata fog keletkezni, melyek természetesen homologok, illetőleg hasonlóak lesznek — többé-kevésbbé physiologiai hatásukban is — magához a természetes alkaloidához s némi



túlzással mesterséges kokainoknak nevezhetők. EINHORN és tanítványai egy egész sorozat ilyen félig synthetikus kokaint állítottak elő, melyek között nem egy — physiologiai szempontból is — értékes termék akadt. A tudományos kutatás azonban nem elégedett meg ezzel a fél eredménynyel, hanem tovább kísérletezve főleg arra törekedett, hogy az ekgonint magát, a természetes kokain fő hasadási termékét — egy synthetikus úton alig megközelíthető biheterocyclikus basikus alkoholt —, valamely más, könnyebben hozzáférhető, nitrogentartalmú, azaz basikus anyaggal pótolja. A mintegy 20—25 évre visszanyúló synthetikus kísérletek fényesen igazolták ezen feltevés helyességét és ma már egész sor olyan kokainpótló synthetikus anyaggal rendelkezünk, a melyeknek szerkezeti képletében már nincs többé ott az ekgonin. Mig kezdetben strukturájának szolgálai utánzására törekedtek, később ettől elállottak és ma már az ekgonin helyét legtöbbszörre valamely basikus jellegű, rendszeren aminogyöksubstituált aromás oxysav foglalja el, a mely benzoylált ester alakjában a természetes alkaloida helyi érzéstelenítő hatását is mutatja. Így keletkeztek gyors egymásutánban a «mesterséges kokainok»; a novo holo- és eukainok, az orthoformok, a propäsin, nirvanin, anæsthesin stb., a melyek többé-kevésbé ma is még értékes tényezői a helyi érzéstelenítéssel dolgozó orvosi műtét-praxisnak. Ebben a sorozatban egyike volt az első mesterséges kokainoknak az általam 25 évvel ezelőtt salicylsavból synthetizált «metaamino-benzoylsalicylsavmethylester chlorhydrát», a mely erős localanæstheticumnak bizonyult és a gyakorlatban csak azért nem tudott érvényesülni, mivel az anyavegyületnek: a salicylsavnak a szivre gyakorolt kellemetlen hatását is örökölte. Mint előadásom bevezető részében már röviden jeleztem, ez volt egyúttal első tudományos dolgozatom, a mely a Tekintetes Akadémiának be lett mutatva. <sup>1</sup>Mellőzöm azért itt a kísérleti részt és annak csak az eredményét, a mesterséges kokain configuratióját szőgezem le:



<sup>1</sup> Mathem. és Természettud. Ért. XIV. 16:

a melyből azonnal láthatjuk a természetes kokainnal való strukturális analogiát; a benzoylált hydroxyl és esterifikált carboxyl ortho-helyzetű mind a kettőben; ellenben a basicitás hordozójának, a nitrogen-atomnak, úgy chemiai jellegében, mint viszonyos helyzetében már lényegesebb eltérés mutatkozik.

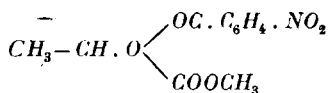
Hogy a két jellegzetes kokaingyöknek ortho-helyzete (FOURNEAUX-féle szabály) nem éppen elengedhetetlen kelléke az érzéstelelnítő hatásnak: az néhány évre rá az «orthoform» és «orthoform novum» synthesisével bizonyossá vált, a melyek már nem többé az ortho-, hanem a meta-, illetőleg a para-oxybenzoésavnak aminoszármaazékai, s a sebkezelésben ma is értékes localanæstheticumok. E példán felbuzdulva, később még gyakrabban és bővebben éltek a chemiai metathesissel, azaz a hatásos atomcsoportok helyváltoztatásával. Csakhogy ennek a dolognak is megvan a maga természetes rugalmassági határa, a melyen túlmenve feltétlen szakadás következik be. Ezt a rugalmassági határt vizsgálándó, synthetizáltam néhány évvel ezelőtt PACSUVAL<sup>1</sup> a para-kumár- vagy paraoxyfahéj- és a vanillinsavnak néhány kokainstrukturájú származékát, a melyekben a hydroxyl és carboxyl parahelyzetben, illetőleg még messzebb került egymástól; benzoylált és methylált aminoszármaazékaik — mint az különben előrelátható volt — semmiféle kokainszerű hatást többé már nem mutattak. A phenolsavak után kiterjesztettem vizsgálataimat az aromás alkoholsavakra is, s e család legegyszerűbb és legkönnyebben hozzáférhető képviselőjével, a phenylglykolsavval vagy mandulasavval kísérleteztem, a melyből sikerült is egy kokainhatást mutató származékot előállítanom. Mivel az ilyen mandulasav-származékok készítése külön módszer kipróbálását tette szükségessé, erről a LOCZKA ALAJOSSAL végzett munkának az eredményeiről külön értekezésben is akarok beszámolni.

A salicylsavval és más aromás oxysavakkal végzett synthetikus kísérleteimet utóbb átvittem az alifatikus sorozatra, kiterjesztve őket az alifás oxysavak legegyszerűbb és könnyen hozzáférhető képviselőire. Ilyenekül kínálkoznak a glykolsav, a tejsavak, az oxy-

<sup>1</sup> KONEK, PACSU: Math. és Természettud. Ért. 1915, XXXIII. k., 51 — 67. l. Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. 51. (1918) 235.

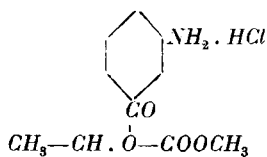
vajsavak (főleg a  $\beta$  és az oxy-iso-vegyület), a kétbasisúak közül a tartronsav, az almasav, a borkósavak; a hárombasisúak közül a citromsav. Nagyon természetes, hogy mivel a basicitás hordozója, a nitrogén-atom, illetőleg az amino- vagy iminogycok egy alifás oxysav szénvázába csak bajosan illeszthető be: ebben az esetben a synthesis menetén változtatnom kellett és át kellett helyeznem az aminocsoportot a benzoylgyöckbe. Ez a dolog kétféle módon lehetséges; ugyanis vagy a kész benzoylált oxysavestert nitrifikáljuk és a nitroestert reductióval aminoesterré változtatjuk; vagy pedig már eleve nitrobenzoylchloriddal végezzük az alkoholos hydroxylgyöck esterifikációját. Mivel az utóbbi eljárás sokkal egyöntetűbb és tisztább munkának látszott, ez utóbbit választottam. Ez alkalommal csak az erjedési vagy közönséges tejsavval és az almasavval végzett kísérleteimről, illetőleg azok eredményéről kívánok röviden beszámolni. Előre bocsátom, hogy a három nitrobenzoësavchlorid között a legkönnyebben hozzáférhető és így legolcsóbb terméket: a metavegyületet választottam, a mely *m*-nitrobenzoësavból és phosphorpentachloridból minden laboratóriumban könnyűszerrel előállítható és különben a chemiai forgalomban is ma már aránylag olcsón beszerezhető.

*$\alpha$ -tejsavas methyl* a sav methylalkoholos oldatának a szokott módon, száraz sósavgázzal való telítése és a terméknek vacuumban való fractionált destillálása útján tiszta állapotban és elég jó százalékos nyeredéssel készíthető. Különben a kereskedelmi forgalomnak is tárgya. Egy molekula tejsavas methylt elegyítünk ugyancsak egy molekula metanitrobenzoylchloriddal (ez utóbbiból csekély felesleg nem fog ártani) és az elegyet olajfürdőben kb. 100°-ra hevítjük mindaddig, míg a sósavgáz-fejlődés csaknem teljesen megszűnik, a mi két-három óra mulva rendszeren be szokott következni; kihülve a reactio-termék csaknem egész tömegében megmerevedik. A reactio lefolyásának időtartamát meg lehet rövidíteni azzal, ha nyomás alatt, zárt üvegcsőben végezzük ugyancsak 100°-ot meghaladó hőfokon; az üvegcsövek eléggé nagy nyomás alatt nyílnak. A termék: «metanitrobenzoyl —  $\alpha$  — tejsavas methyl»:



hígított, kb. 50%-os æthylalkoholból, finom tüalaku jegeczekben kristályosodik, a melyek 79—80°-on olvadnak. A vegyület elemzési adatainak, valamint pontosabb jellemzésének közlését egy későbbi, összefüggő tanulmány számára tartom fenn.

A nitrovegyületnek a megfelelő aminoszármazékká való átváltoztatását a következő módon végeztem: a száraz és tiszta anyagot leöntjük feles koncentrált sósavval és öngorgácsot adagolunk az elegyhez, miközben az lassan felmelegszik; külső hűtéssel elejét vesszük a túlságos melegedésnek, hogy a kettős ester esetleg el ne szappanosítottassék. A fémreszeléket addig kell adagolni, míg a nitrovegyület, a mely a koncentrált sósavban csak suspendálva van, teljesen eltűnt és tiszta oldatot kapunk. Ennek bekövetkeztével a folyadékot a feles, változatlan ónról leöntjük, vízzel erősen felhígítjuk és az oldatba ment fémet kénhydrogennel teljesen leválasztjuk s az ónsulfidet szűréssel eltávolítjuk. A szűrletet kaliumcarbottal megalkalizálva, sárgaszínű olaj alakjában válik ki a keresett aminoester, a mely igen könnyen oldódik ætherben. Az ætherikus oldat még nagy hígítás mellett is intenzív, kék fluorescentia tünetményt mutat, a mely nagyban emlékeztet a chininsulfat vizes oldatának színére. Az æther elűzése után visszamaradó sárgás színű olajos test nem kristályosodik. Ha absolut alkoholos sósavval elegyítjük, sóképzés folytán átalakul a megfelelő kristályos chlorhydrattá, a mely kevés absolut alkoholból salmiakszerű, tollazott kristályokban jegeczedik. Olvadáspontjuk 218—19°. A «meta-amino-benzoyl —  $\alpha$  — tejsav-methylesterchlorhydrát»,



a nyelvre hozva határozottan bódító, érzéstompító hatású; ez a helyi érzéstelenítő hatás azonban — az eddigi kísérletek alapján — mulandóbb természetű, mint a természetes alkaloidé. Való

azonban, hogy ez a, természetes mintára összeillesztett műtermék, a kokain szerkezetének fő- és alapvonásait követve újabb fényes bizonyítékkal szolgálhat arra, hogy a physiologiai hatás mennyire függvénye a chemiai szerkezetnek. A vegyület pontosabb jellemzését, sóinak és egyéb származékainak valamint ezek elemzésének közlését egy későbbi közlemény számára tartom fenn.

Végül leírom még az almasav megfelelő származékainak előállítását. E célból kiindultam a chemiai kereskedelemben is kapható (KAHLBAUM) természetes, balrafordító almasavból és annak feles metylalkoholban való oldatát száraz sósavgázzal telítettem. Hogy az oxysavból a víz kihatását és így fumarsav-ester keletkezését megakadályozzuk, jéggel kiadósan kell hűteni az oldatot. Az esterificatio befejezte után a feles sósavat és metylalkoholt vízfürdön elűzzük; a maradékot vízzel hígítjuk,  $K_2CO_3$ -mal telítjük, hogy a netalán képződött estersavat oldatban tartsuk és ætherrel kirázzuk. A szárított oldószer elűzése után kellemes, aromás szagú olaj marad vissza, a csaknem egészen tiszta almasavas metyl. Bomlás nélkül csak erős vacuumban forr. További célokra ez a nyers termék eléggé tiszta. Rendszeren 16 gr dimethylestert kaptam 20 gr almasavból. Ha ezt az estert æquimolekuláris mennyiségű *m*-nitrobenzoylchloriddal olajfürdőben hevítjük, már 60°-on megindul a sósavgáz-fejlődés; felmegyünk 80°-ig és ezen a hőfokon tartjuk az elegyet mindaddig, míg a sósavfejlődés alább hagy, illetőleg csaknem teljesen megszűnik, a mi 1—2 óra mulva rendszeren be szokott következni. Lehülve a reactió termék szilárd kristályos tömeggé merevedik, a mely leszürve, vízzel kimosva és agyagon megszáritva, forró, erősen hígított alkoholból finom, gyengén sárgás színű, csillagokká csoportosult túalakú kristályokban jegecedik. A *m*-nitrobenzoyl-almasav-dimethylester kristályai 79—80°-nál olvadnak; a szokásos organikus oldószerekben könnyen oldódnak, ellenben vízben oldhatatlanok. Majdnem theoretikus mennyiségben képződik a komponensekből. A nitroester reductióját a szokott módon koncentrált sósavval és ónreszeléssel végeztem. Túlságos felmelegedést kerülni kell, hogy az ester el ne szappanosittassék. A fémreszeléket addig adagoljuk a nitroester sósavas suspensiójába, míg az teljesen oldatba nem ment. Majd a feles ónról leöntött és vízzel felhígított oldatból kénhydrogénnel

leválasztjuk a fémet és az ónsulfid szürletét  $K_2CO_3$ -mal megalkalizáljuk, mire sárgás színű olaj válik ki, a mely igen könnyen és erős — a chininsulfátéra emlékeztető — kék fluorescentiával oldódik ætherben. Az aminoester olajos test, a mely alkoholos sósavval a chlorhydrat kristályos tömegévé merevedik. Igen kevés absolut alkoholból ez a só gömbökké csoportosult finom túalakú jegecsekben kristályosodik. Az anyalugætherrel kicsapható. A kristályos meta-aminobenzoylmasavdimethylesterchlorhydrat  $215-16^\circ$ -on olvad. A nyelvre hozva határozott kokainszerű hatást fejt ki, a mely — az eddigi kísérletek alapján — erejében és tartóságában nagyon hasonlít a megfelelő tejsav-származékhoz. A vegyület pontosabb jellemzését, az isomer ortho- és paraaminobenzoylmaesterek előállítását stb. egy későbbi összefüggő közlemény számára tartom fenn.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922. márczius 13.-án tartott üléséből.)

## A PROTOCATECHUSAV EGY ÚJ KÉPZŐDÉSI MÓDJÁRÓL.<sup>1</sup>

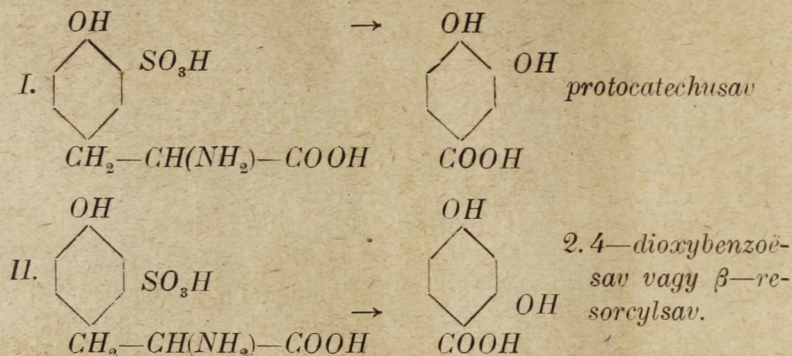
KONEK FRIGYES levelező tagtól.

A spirochætaölő anyagok vagy antilueticumok sorában már jó néhány év óta kedvező eredménnyel alkalmazzák a többi között a tyrosinhiganyszármazékait is. A basikus tyrosin-higany vízben való olthatóvá tételének problémájával foglalkozván, tanulmányoztam a többi között az állati eredetű, balraforgató tyrosin sulfurálási termékeit, illetőleg annak sóit is. A tyrosin vagy p-oxyphenylalaninnak koncentrált kénsavval való sulfurálása alkalmával, ha a műveletet 100° alatt hajtjuk végre, tyrosinmonosulfosav keletkezik, a mely vegyület az irodalomban már régóta ismert. Ámbár az aromás chemia eddig ismert substitútiós szabályai alapján több mint valószínű volt, hogy a sulfogyök a tyrosin aromás felében is a hydroxylhez, nem pedig az alaninmaradékhoz, orthohelyzetbe fog lépni: ezt az analógiafeltevést vagy következtetést eddig még senki be nem bizonyította. Sikerült ezt a bizonytalanságot a tyrosinsulfosav káliómlesztésével és az így kapott termékek pontos megvizsgálásával eltüntetnem. A tyrosint magát először BARTH, még a múlt század 50-es éveiben ömlesztette meg kálival és mint egyetlen reakcióterméket az oldalláncnak carboxyllal való helyettesítése révén p-oxybenzoësavat kapott. Ha már most ezt a műveletet a tyrosinmonosulfosavra alkalmazzuk, a sulfogyök annak rendjémódja szerint ki lesz cserélve a hydroxylgyökkel és az így keletkezett dioxybenzoësav a sulfogyöknek a benzolmagban elfog-

---

<sup>1</sup> Közlemény az Orsz. chemia Intézet organikus technológiai laboratóriumából.

lalt viszonylagos helyzete szerint vagy pyrocatechin-, vagy pedig resorcin-származék lesz :



A kísérlet teljesen egyöntetűen az I. alatti szerkezet, illetőleg helyzet mellett döntött, a mennyiben a tyrosinsulfosavbaryumnak szilárd kálival vagy nátronnal ezüst csészében végzett ömlesztése, az ömledéknek savval való elbontása és ætherrel való kivonatólása, tiszta, kristályos protocatechusavat eredményezett, a mely vaschloriddal megadta az orthodioxybenzolok annyira jellemző smaragdzöld színreactióját, más eredetű tiszta protocatechusavval (az aldehydből oxydatióval előállítva) elegyítve nem mutatott olvadáspont-csökkenést és összetétele végül elementáris analysissal is meg lett erősítve. Kitűnik tehát ezekből a kísérletekből, hogy a tyrosin sulfurálása alkalmával a sulfogyök — a hydroxyl para helyzete el lévén foglalva — orthoba helyezkedik ahhoz és hogy a régóta ismert sulfosav constitutiója megfelel az I. alatti képletnek, mivel ez a sulfosav a káliömllesztésben kizárólag csak protocatechusavat szolgáltat és az isomer resorcylsav még nyomokban sem jelentkezik. (Az idevágó kísérleteket Gruzl Ferencz úr végezte.)



## VÁLTAKOZVA SUBSTITUÁLT ARYL-BENZOYL- GLYKOLSAVESTEREK SYNTHESISÉ.<sup>1</sup>

KONEK FRIGYES levelező tag-tól és LOCZKA ALAJOS-tól.

Erre vonatkozó kísérleteink újabb fejezetet jelentenek együnkünknek egy — minden követelménynek megfelelő — mesterséges kokainnak, azaz helyi érzéstelenítőnek synthesisére irányuló, évekre visszanyúló fáradozásában. A salicyl-parakumar-és vanillinsavval tett legújabb és egyéb tapasztalatok után a phenylglykolsavat, vagy mandulasavat választottuk, mint olyan oxysavat, a mely szerkezeténél fogva mintegy átmenet a phenolsavak és a kokain között, a mennyiben alkoholos hydroxyll tartalmaz és ez a carboxylhoz ugyanolyan helyzetet foglal el, mint az  $\alpha$ -kokainban.

A nitrosoportnak a mandulasav molekulájába való közvetlen beillesztése nehézségekkel jár, azért más úton, a megfelelő nitrobenzaldehydből kellett kiindulnunk; ezt cyanhydrogen segítségével nitromandulasavnitrillé kell változtatni és benzoylchloriddal a hydroxyll benzoylálni; ezt a két utóbbi műveletet FRANCIS és DAVIS,<sup>2</sup> illetőleg ALOY és RABAUT<sup>3</sup> eljárása szerint egy fázisba is össze lehet vonni, ha a nitroaldehydet a cyankáliummal és a savchloriddal egyszerre hozzuk össze, a midőn a reactio első fázisában keletkezett additív termék, az aldehydcyanhydrin keletkezése pillanatában mindjárt benzoylozva is lesz. Az acylezett savnitril pedig minden további nélkül elszappanosítható az illető carboxylvegyületté, illetőleg methylalkoholos közegben közvetlen a keresett oxysavester fog belőle keletkezni.

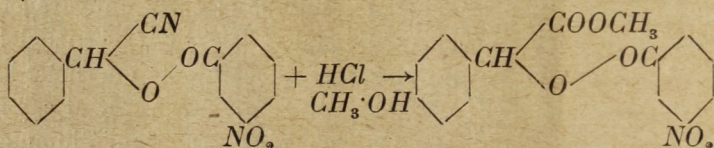
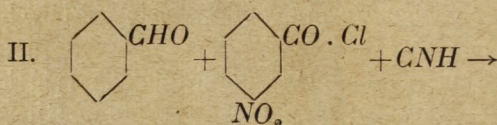
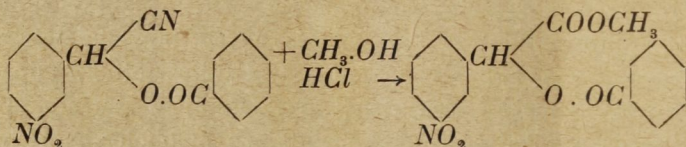
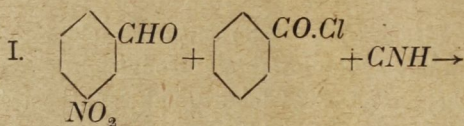
---

<sup>1</sup> Közlemény a Budapesti Tudomány Egyetem I. és III. sz. vegytani intézetéből.

<sup>2</sup> Chem. Zentr. Bl. 1901. II. 1227.)

<sup>3</sup> Chem. Zentr. Bl. 1912. I. 1993; 1913. II. 133; 1913. II. 239; 1918. II. 112.

Ha már most ebben a reakciófolyamatban a nitrocsoportot például áttesszük az aromás aldehydből az aromás savchloridba, akkor ez a csoport a keletkezett arylbenzoylglykolsavesternek többé nem aryl, hanem benzoylmaradékában fog megjelenni, más szóval hatalmunkban van ilyenformán váltakozva egyszer *a*-ban, másszor *b*-ben — substituált arylbenzoylglykolsavesterek synthesise. Például:



tehát I. szerint egy benzoyl-*m*-nitromandulasavester vagy «*a*» — arylsubstituált glykolsavester, — II. szerint pedig egy nitrobenzoylmandulasavester, vagy «*b*» — benzoylsubstituált glykolsavester keletkezik.

E reactioséma szerint, a mely az aldehydből a korrespondáló oxysavesterhez való átmenetet egy műveletbe tömöríti, mind a két vegületkategóriába tartozó képviselőt állítottunk elő.

A benzoyl-*m*-nitrobenzaldehydcyanhydrin synthesise *m*-nitrobenzaldehydből.

Elvégből 9 gramm kristályos (Kahlbaum-féle) 56°-nál olvadó *m*-nitrobenzaldehydet feloldunk 60—80 gr. ætherben s jól záró üvegdugós palaczkban hozzáöntjük 4—5 gr. tiszta cyanká-

linak 100—120 c/cm. vizes oldatát, majd 8 gr. benzoylchloridot csepegtetünk hozzá és az elegyet a gépen kb. 2 óra hosszat alaposan rázzuk. A vizes rétegben kezdetben keletkezett csapadék eltűnik és tiszta sárgaszínű oldatot kapunk, míg az æther zöldes színt vesz fel. 1—1½ órai rázás után a benzoylált cyanhydrin a két réteg érintkezési felületén kiadós fehér csapadék alakjában kivált. Az æthert gondosan lepipettázva, a vizes oldatot csapadékosul rávisszük a szívószűrőre, vízzel gondosan kimossuk és agyagon megszáritjuk. Az így kapott nyers termék súlya 11—12 gr. A többit az ætherből nyerhetjük, ha azt elpárologtatva, a visszamaradt félszilárd anyagot alkohollal maczeráljuk, miáltal még 2—3 gr. sárgaszínű port kapunk úgy, hogy az összhozadék nyers termékben kitesz 14—15 grammot. A benzoylált m-nitrobenzaldehydecyanhydrin vagy nitromandulasavnitril hideg alkoholban csak nehezen oldható; forróból sárgás színű, fénylő leveles kristályokban jegezedik, a melyek 101°-nál olvadnak.

*A cyanhydrin átalakítása benzoyl-m-nitromandulasav-methylesterré egy műveletben.* E végből 4 gr. teljesen száraz, finom poralakú nitrocyanhydrint 30 gr. száraz és absolut tiszta methylalkoholban suspendálunk és gyors, száraz sósavgázárammal telítünk addig, míg az oldat ismét teljesen kihült. Időközben a cyangyök anorganikus elszappanosítási terméke, az ammoniak, mint faszeszben oldhatatlan salmiak, fehér pelyhes csapadék alakjában kiválik. Az alkoholos oldatot fél liter jeges vízbe öntjük, mire az tejszerűen megzavarodik. Ha most a sósavat bicarbonattal letompítjuk, nyúlós, sárgaszínű anyag válik ki, a mely nemsokára — az oldat tisztulása közben — annyira megmerevedik, hogy szívótölcséren leszűrhető. Agyagszár az állapotban 3·8 grammot nyom. Forró faszeszből hatszöges oszlopcskák jegezesednek, a melyek 103°-nál olvadnak.

*Elektroreductio.* A nitrocsoporthoz elektrolytos hidrogénnel való redukálását a Pukall-féle cellában rézdrót kathóddal és ólomlemez anóddal végeztük; 10%-os kénsav, illetőleg a nitroesternek sósavval telített methylalkoholos oldata szolgált anolyt, illetőleg katholyt gyanánt. 3 volttal és 2 ampérrel 2 óráig elektrolizálunk langyos hőnél; majd kétannyi sósavas vízzel hi-

gitva az alkoholt elűzzük. Az új basis sósavas sója másnapra rendszeren kristályos pikkelyek alakjában szokott kiválni, a melyek leszűrve, kevés vízzel kimosva és vakuumban megszáritva 0·8 grammot nyomtak, 2 gramm nitroesterből kiindulva. Az anyalúg meglúgosításával még egy másik részlet is nyerhető. Kevés sósavas vízből az új vegyület táblás kristályokban jégezedik, a melyeknek nincs éles olvadáspontjuk, a mennyiben 120°-nál megpuhulnak, de csak 150° körül olvadnak. Hogy primær amin keletkezett, mutatja az a vérvörös azofesték, a melyet az új vegyület diazotált sósavas oldata  $\beta$ -naphtollal szolgáltat. Sósavas oldatából ammoniak leválasztja a szabad basist, a mely azonban már a levegőn száradva, oxydatio folytán nyúlós tömeggé szarusodik. A physiologiai vizsgálat — tekintettel a korlátolt mennyiségre — eddig csak kis mértékben volt keresztülvihető. De már ezek az orientáló élettani vizsgálatok is minden kétségen kívül bebizonyították, hogy a benzoyl-m-aminomandulasavmethylesterchlorhydrat egy localanæstheticum, a mennyiben úgy alkoholos, mint vizes oldata a bőr alá fecskendezve, anæmiával kapcsolatos helyi érzéstelenséget okoz; olajos oldata hámfosztott helyen vértelenít és érzéstelenít. Távolhatása gyengén bódító; mydriasis, illetőleg myosis nem volt észlelhető.

A *m. nitrobenzoyl-m-nitrobenzaldehydcyanhydrin, vagy m-nitromandulasavnitril előállítás*a teljesen úgy történt, mint a megelőző nitrilé; csakhogy benzoylchlorid helyett m-nitrobenzoylchloridot használtunk. A cyanid elszappanosítása a megfelelő savvá, illetőleg annak methylesterévé, majd e dinitroesternek reductioja a megfelelő diaminné is ugyane módszerek szerint történt. A végül kapott m-aminobenzoyl-m-aminomandulasavmethylesterchlorhydrat — mint az különben előre várható volt — már nem localanæstheticum, hanem mint a legtöbb diamin (hullaalkaloidák például) erős mérég, a mely a bőr alá fecskendezve az állatot fél percz alatt megöli. Az előállított új vegyületek elemzési adatait, pontosabb leírásukat és jellemzésüket, valamint a közbeeső termékek leírását egy későbbi, összefüggő közlemény számára tartjuk fenn.

---

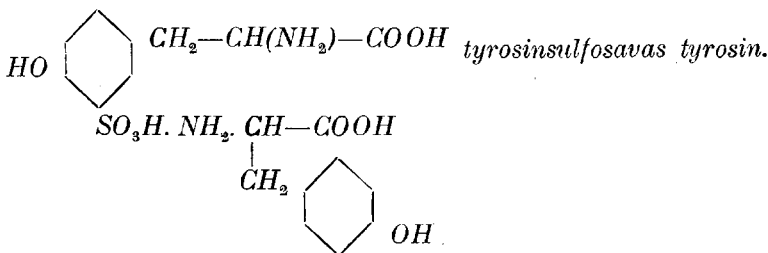
(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922 május 22.-én tartott üléséből.)

## AROMÁS ÉS ALIFÁS AMINOSAVAK ÚJ KAPCSOLÓDÁSI MÓDJÁRÓL.

(Előzetes jelentés.)

KONEK FRIGYES levelező tagtól.

A tyrosinsulfosavra, annak származékaira, sóira és átalakulásaira vonatkozó tanulmányaim során azt a megfigyelést tettem, hogy a szabad tyrosinsulfosav vízes oldata forralás közben jelentékeny mennyiségű tyrosint tud oldani, a mely magában forró vízben alig számbavehető mennyiségben oldódik. Quantitativ kísérletek csakhamar meggyőztek arról, hogy egy molekula sulfosav egy molekula tyrosint tud oldani. A reactio-termék a hűlő oldatokból jórészen kristályosan kiválík, másik része az oldatok vacuum-concentrátiójával nyerhető. A tyrosinsulfosav azonban más aminosavakat is old; eddig glycinnel és asparaginsavval kísérleteztem a tyrosinéhoz hasonló eredménnyel. Bár az így kapott új termékeket még nem tudtam kimerítően jellemezni és elemezni, még is állithatom, hogy ebben az esetben sóképzésről lehet csak szó olyan értelemben, hogy a tyrosinsulfosav sulfogyöke ammoniumsulfatszerű vegyületet létesít egy másik tyrosin-molekula aminocsoportjával, s a keletkezett vegyület ilyen szerkezettel fog birni:



Ez egy új, eddig még nem észlelt kapcsolódási módot jelent aromás aminosavak között, a melyet a sulfogyök közvetít és a mely természetesen sokféleképp variálható és kiterjeszhető úgy alifás, mint heterocyklikus aminosavakra is. Végül ilyen molekulák, mint a tyrosinsulfosavas tyrosin, két szabad carboxyllal két phenolhydroxyllal és egy aminogyökkel rendelkeznek és ilyen formán a legkülönbözőbb sókat és egyéb származékokat is adhatják, a melyek között — minthogy már a tyrosin maga is kiváló higany-vehiculumnak bizonyult — bizonyára lesznek farmakologiai szempontból érdekesek és értékesek is. Ezekről a dolgokról egy későbbi tanulmányban behatóbban szándékozom még nyilatkozni.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922 évi május 22.-én tartott üléséből.)

## A CEPHALARIA GENUS RENDSZERE.

SZABÓ ZOLTÁN-tól.

«*A Cephalaria genus monographiája*» című munkám kéziratát a Magyar Tudományos Akadémia az 1915. évben a Vrréz-díjjal volt kegyes kitüntetni.<sup>1</sup> A teljes munka kiadása elé nagyobb terjedelme és nagy képanyaga miatt még mindig legyőzhetetlen akadályok emelkednek, miért is ezúttal csakis a genus rendszerének, mint a monographia tudományos eredményének közlésére szoritkozom.

A rendszer ismertetése czéljából röviden vázolni óhajtom a genus rendszerezésének történetét és az újonnan megállapított rendszer áttekintését az elfogadott fajok elrendezésével.

**1. A genus rendszerezésének története.** A SCHRADER (Cat. sem. hort. Göttingen 1814) részéről először megkülönböztetett *Cephalaria*-genusba tartozó *Dipsacacea*-fajok azelőtt LINNÉ *Scabiosa* genusába tartoztak. Mint ilyent LINNÉ ötöt irt le, mégpedig átvette (Spec. plant. 1753 p. 98). BAUHINUS-tól (Pinax 1623), a *Sc. alpina*, *leucantha* és *syriaca* fajokat, HERMANN-tól (Hort. Acad. Lugd. Batav. 1687), a *S. transsylvanica*-t, majd COMMELINUS-tól (Hort. med. Amst. II. 1701) a *S. rigida*-t (Linné, Amœn. Acad. VI. n. 4). LINNÉ óta a *Cephalaria*-genusba sorolt fajnevek száma 104-re emelkedett, a melyek közül nyolczat e genusból ki kell rekesztenem, 52 nevet más leirt fajjal kell azonosítanom, miért is a leirt 104 faj közül csak 44 marad meg, de viszont e 44 fajhoz hat eddig még le nem irt fajt csatolva (ENGLER, Bot. Jahrb. 1922), a *Cephalaria*-genusba tartozó fajok száma 50-re tehető.

<sup>1</sup> M. Tud. Akad. Értesítő 306- 307. füz. 1915. 429-431. old.

A *Cephalaria*-genus SCHRADER-féle körvonalait a legtöbb szerző, mint ROEMER és SCHULTES (Syst. veget. 1818 III. p. 45—54), COULTER (Mém. sur les Dips. Genève 1823), DE CANDOLLE (Prodr. IV. 1830 p. 647), ENDLICHER (Gen. plant. 1836—40 p. 534 n. 2192), BENTHAM és HOOKER (Gen. plant. II. 1873 I. p. 159 n. 4), BOISSIER (Fl. orient. III. 1875 p. 117), HÖCK (Nat. Pflanzenfam. IV. 4. 1897 p. 187—188) és több más szerző átvette; csak néhány szerző tartotta meg a tágabb *Scabiosa*-genus fogalmát, mint MERTENS és KOCH (Deutschl. Flora I. 1823 p. 741), BAILLON (Hist. des plantes VII. 1879 p. 530) és az Index Kewensis. A *Cephalaria*-név helyett e genus jelzésére más nevek is alkalmaztattak. Így ROEMER és SCHULTES szerint SCHOTT kéziratban a *Cerionanthus* nevet, LAGASCA (Gen. et spec. 1816 p. 7) a *Lepicephalus*, WALLROTH (Sched. crit. 1822 p. 46) a *Pycnocomon* nevet alkalmazta. E nevek azonban nem mentek át a közhasználatba, sem pedig MOENCH (Method. 1794 p. 488), SPRENGEL (Syst. veget. I. 1825 p. 378), REICHENBACH (Flor. germ. excurs. 1830—32 p. 196, Icon. Fl. Germ. XII. 1850 p. 22) eljárása sem, a kik a *Cephalaria* fajokat a *Succisa*-genushoz vonták.

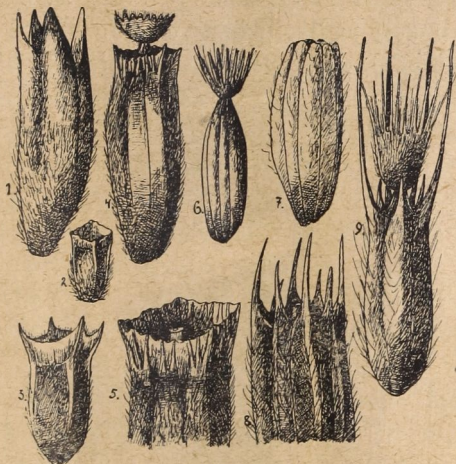
A genus belső rendszerezésének első nyomai MERTENS és KOCH (Deutschl. Flora I. 1823 p. 741) művében lelhetők fel, a hol, bár a kollektív *Scabiosa*-genus marad meg, de az ezen belől felállított 10 «Rotte» közül a *Cephalaria* fajok a két elsőbe tartoznak, és pedig a *Lepicephalus* körébe azok, a melyek involucellum-koronája fogas, a *Cerionanthus* körébe azok, a melyek koronája hártvás szegélyű. Ez utóbbi «Rotte» a *C. leucantha* és a *C. rigida* fajokat, az előbbi a többi ismert fajt tartalmazza. MERTENS és KOCH eme rendszerezése már rámutat az involucellumnak, mint termésburoknak különböző megalakulására és a korona rendszertani értékére.

A következő ily irányú lépés a BOISSIER-é volt, a ki elkülönítette a korona nélküli typust *Phalacrocarpus* elnevezéssel; ilyenü sectióba sorolja Flora orientalisában (III. 1875 p. 117) a *C. aristata*-t (involucellum apice calvum), míg a többi 19 keleti fajt MERTENS és KOCH után a *Lepicephalus* névvel foglalja egybe mint II. sectiót (involucellum dentibus vel aristis 4—8 terminatum).



A rendszerezés alapjául LANGE a murvákat tekinti (WILLKOMM et LANGE, Prodr. Fl. Hispan. II. 1870), külön sectióba helyezve a hegyes, szúrós murvájú *C. syriaca*-t Sect. I. *Echinocephalus* névvel, míg a *C. leucantha*-t (paleis muticis) a *C. baetica*-val a Sect. II. *Lepicephalus* LAGASCA névvel foglalja egybe.

Legújabban VAN TIEGHEM foglalkozott a Dipsacaceák rendszerezésével (Remarques sur les Dipsacacées, Ann. des Sciences



A Cephaliariák terméstypusai, mint a subgenusok megkülönböztetésének alapjai: 1–2 a *Lobatocarpus* négylebenyű, 3–5 a *Fimbriatocarpus* hártvás-rojtos, 6 a *Phalacrocarpus* korona nélküli, 7–9 a *Denticarpus* fogas-szálkás koronájú termésburka. 1. *C. scabra* érett termés: 5 : 1; — 2. *C. humilis* involucelluma viritáskor, hártvás peremmel 5 : 1; — 3. *C. balearica* involucelluma viritáskor 5 : 1; — 4. *C. leucantha* érett termése csészével 5 : 1; — 5. ugyanannak koronája 8 : 1; — 6. *C. aristata* termése csészével 5 : 1; — 7. *C. coriacea* termése 5 : 1; — 8. *C. elata* termésének koronája 10 : 1; — 9. *C. syriaca* termése csészével 5 : 1. — Eredeti rajzok száraz anyagról.

Naturelles 9. ser. Botanique, Tome X. 1909). A *Cephalaria* genust három genusra, a *Phalacrocarpus*, *Cephalaria* és *Lepicephalus* genusokra bontja. A szorosabb értelemben vett *Cephalaria*-genust VAN TIEGHEM a fogazott koronájú fajokra foglalja le (pl. *tatarica*, *alpina*, *transsylvanica*, *syriaca* etc.), a *Phalacrocarpus* megfelel BOISSIER fogatlan koronájú sectiójá-

nak, de VAN TIEGHEM a *C. aristata*-n kívül még a *C. radiata*-t és *C. centaurooides*-t (bizonyára a *laevigata*-t) is ide sorolja, a *Lepicephalus* a hártvás peremű koronával bíró *C. leucantha*-t és *C. rigida*-t tartalmazza.

A magam részéről nagyjából elfogadom VAN TIEGHEM felosztásának alapelveit, de a *Lepicephalus*-genust két részre kell bontanom. Az egyik csoportot a délafrikai fajok alkotják, a melyek hártvás koronaszegélye négy levélszerű lebenynyé alakul, miért is *Lobatocarpus* névvel foglalom össze e 13 fajt. A másik csoportot a mediterrán négy faj (a *C. leucantha* alakköréből) alkotja, a melyeknek fiatal korban szintén hártvás koronaszegélye a természetesen rojtos peremmé tagolódik. E csoportnak a *Fimbriatocarpus* nevet adom. A korona nélküli *Phalacrocarpus*-csoportot BOISSIER értelmében tartom meg a *C. aristata* és a *C. Sintenisii* részére, de nem sorolhatom ide a redukált koronájú *C. laevigata*-t és *C. radiata*-t. A fajok zöme (20 faj) a legnagyobb kiterjedésű csoportba foglalható, a mely csoportot jellemző fogas koronájú involucelluma miatt *Denticarpus*-nak nevezem el. E csoportot tekintette VAN TIEGHEM tulajdonképeni *Cephalaria*-genusnak. A *Phalacrocarpus* és *Denticarpus* csoportok centruma az örmény-perzsa felföld, a honnan csak egyes fajok jutnak a távoli nyugatra. E négy csoportot nem választhatom szét a többi meg egyező vonás miatt négy külön genusba, mint VAN TIEGHEM tette, de viszont annyi önállóságuk mégis van, még földrajzi elterjedésük tekintetében is, hogy subgenusoknak tekinthessem ezeket. E szerint az egyes subgenusok következőképpen állíthatók szembe (V. ö. a képet az előző oldalon).

I. A termésburok négyfőerű, a korona hártvás peremű.

1. A korona négylebenyű I. subg. *Lobatocarpus*.

2. A korona rojtokra oszló II. subg. *Fimbriatocarpus*.

II. A termésburok nyolcfőerű, a korona peremnélküli.

1. A termés orsóalakú, nem szélesedik fogas koronává III. subg. *Phalacrocarpus*.

2. A termés felül fogas koronává szélesedő IV. subg. *Denticarpus*.

E felosztást a termés fejlődésének és szöveti szerkezetének tanulmányozása is támogatja, a melynek részleteit más dolgozatomban közlöm; itt csak annyit említek meg, hogy a délafrikai

*Lobatocarpus* és a mediterrán *Fimbriatocarpus* egymással közelebbi rokon csoport. Mindkettőben feltűnő, hogy az involucellum négyfőerű fejlődése négy levélre vezethető vissza. E négy levél eredeti alakját meg is tartja a *Lobatocarpus* subgenusba tartozó fajokon, a hol a négy median-transversalis saroklebeny fiatalon hártvás szegélylyel összekötött. Hasonló megjelenésű a *Fimbriatocarpus* involucelluma is bimbókorban, de a hártvás perem több sclerenchymás czafrangra tagolódik olyképpen, hogy a négy sarokfogon kívül ezek között 6—6 czafrang jön létre, úgy, hogy szabályos kifejlődésben a korona 28 részletre tagolódik.

A *Denticarpus* és a *Phalacrocarpus* nemcsak növényföldrajzi, de fejlődéstani szempontból is kapcsolatos egymással. Mindkettőn négy median-transversalis ér fut a termésburok négy bordájában és négy diagonalis a négy köztesbordában.

E nyolcz ér folytatása a nyolcz fog is, a mely a *Denticarpus* subgenusban erőteljes koronát alkot és fajonkint különböző hosszúságú, de a *Phalacrocarpusban* nyolcz lapos kiemelkedéssé törpül és nem szélesedik koronává. Megjegyzendő, hogy a négy median-transversalis sarokborda sokkalta erőteljesebb kifejlődésű, mint a négy diagonalis köztesborda. Rendellenes esetekben, mint a *C. transsylvanica* prolificatióiban, az involucellumot négy levél helyettesíti, a mely median-transversalis helyzetű. A négy köztes borda commissuralis képződmény a négy saroklevél között.

A murvák alaki tulajdonságait is fel lehet használni a rendszerezésben, különösen a sok fajú *Denticarpus* subgenusban. A murvák csücsának kialakulása, hajlása és színe jellegzetes külsőt ad a még kinyílás előtti virágnak, valamint az elvirítottaknak. E tulajdonságot már felhasználta rendszerezésében LANGE, a mikor a *C. syriaca* tüskés murvai alapján felállította az *Echinocephalus* sectiót. Ehhez a sectióhoz még hat további sectiót csatolhatunk, úgy, hogy a *Denticarpus* subgenust hét sectióra bonthatjuk. E sectiók jellemvonásait és a hozzájuk tartozó fajokat a következő fejezet tartalmazza.

Egybevetve a Cephalariák eddigi rendszereit, ezek között a következő összehasonlítás tehető:

Új rendszer 1922	MERTENS & KOCH 1823	LANGE 1870	BOISSIER 1875	VAN TIEGHEM 1909
Subgenus :	Rotte :	Sectio :	Sectio :	Genus :
<i>Lobatocarpus</i>	<i>Cerionanthus</i>	—	—	<i>Lepicephalus</i>
<i>Fimbriatocarpus</i>		<i>Lepicephalus</i>	—	
<i>Phalacrocarpus</i>	—	—	<i>Phalacrocarpus</i>	<i>Phalacrocarpus</i>
<i>Denticarpus</i>	<i>Lepicephalus</i>	<i>Echinocephalus</i>	<i>Lepicephalus</i>	<i>Cephalaria</i>

**2. A rendszer áttekintése.** A genus, a subgenusok és a sectiók jellemvonása, valamint az ezekbe a kategoriákba sorolt fajok áttekintése a következő:

### Genus *Cephalaria*.

SCHRADER, Ind. sem. hort. Goetting. 1814.

Capitulum globosum, hinc inde ovoideum. Involucri foliola paleis breviora, squamiformia, imbricata. Paleæ oblongæ, lanceolatae, vel spathulatae, carinatae, apice obtusæ, acutæ, acuminatæ, cuspidatæ, mucronatæ vel aristatæ, rigidæ, pallidæ vel dorso et apice violaceæ, fuscæ, rufescentes, nigro-sphacelatae, glabræ vel pilosæ. Calyx cupulæformis vel patelliformis, margine denticulatus, dentibus minimis vel elongatis, pilosus, villosus. Corolla quadrifida, alba, lutea vel violacea. Stamina 4. Stylus filiformis simplex, stigma longitudinale. Achenium fusiforme, vel sub apice dilatato-coronatum, umbilicatum, 8-costatum, quadrangulato-compressum, villosum, rarius decalvatum, calycem deciduam gerens, corona achenii quadrilobata, vel fimbriata, vel octodentata, vel edentata.

Species 50 Europæ merid., Asiæ occid.-merid., Africæ borealis et meridionalis. Subgenera I—IV.

#### I. Subgenus *Lobatocarpus* SZABÓ.

Achenium dentibus 4 angularibus lobiformibus connatis coronatum.

Species 13 perennes Africae meridionalis:

1. *C. attenuata* (L. fil.) ROEM. & SCHULT. — 2. *C. scabra* (L. fil.) ROEM & SCHULT. — 3. *C. decurrens* (THUNBG.) ROEM. & SCHULT. — 4. *C. rigida* (L.) ROEM. & SCHULT. — 5. *C. humilis* (THUNBG.) ROEM. & SCHULT. — 6. *C. retrosetosa* ENGLER & GILG. — 7. *C. natalensis* O. KUNTZE. — 8. *C. Galpiniana* SZABÓ. — 9. *C. Zeyheriana* SZABÓ. — 10. *C. Wilmsiana* SZABÓ. — 11. *C. oblongifolia* (O. KUNTZE) SZABÓ. — 12. *C. pungens* SZABÓ. — 13. *C. Goetzei* ENGLER.

## II. Subgenus Fimbriatocarpus SZABÓ.

Achenium maturum apice dilatato-coronatum, margine denticulis plurimis fimbriatum.

Species 4 perennes regionis mediterraneæ:

14. *C. balearica* COSS. — 15. *C. Sieberi* SZABÓ. — 16. *C. linearifolia* LANGE. — 17. *C. leucantha* (L.) SCHRAD. [cum form. 1. *angustiloba* D. C., 2. *incisa* D. C., 3. *Scopoli* VIS., 4. *mediterranea* (VIV.) SZB.]

## III. Subgenus Phalacrocarpus BOISS.

Achenium fusiforme, apice non coronatum, calvum.

Species 2 annuæ in Ponto, Anatolia et Armenia:

18. *C. aristata* C. KOCH. — 19. *C. Sintensisii* FREYN.

## IV. Subgenus Denticarpus SZABÓ.

Achenium apice dentibus 8 minoribus vel longioribus, hinc inde in aristam elongatis coronatum.

Species 31 Europæ merid., Africae boreal., Asiæ occident.:

### Sect. 1. *Globocephalae* SZABÓ.

Paleæ mucronatæ. Calyx cupuliformis, margine integra, pilosiuscula. Achenium denticulis minimis. Spec. unica, annua, mediterranea:

20. *C. joppensis* (REICHENB.) COULTER.

### Sect. 2. *Echinocephalae* LANGE.

Paleæ aristatæ, pungentes. Calyx cupularis, denticulatus. Achenium dentibus 8 inæqualibus vel æqualibus. Spec. 7 annuæ, mediterraneæ:

21. *C. cilicica* BOISS. & KOTSCHY. — 22. *C. dictaetophora* BOISS. —  
23. *C. Stapfi* HAUSSEN. — 24. *C. setosa* BOISS. & HOHEN. — 25. *C. tenella*  
PAYNE. — 26. *C. syriaca* (L.) SCHRAD. — 27. *C. transsylvanica* (L.) SCHRAD.

### Sect. 3. *Leucocephalae* SZABÓ.

Paleæ dorso pallidæ, apice subfuscæ, attenuate acuminatæ. Calyx patelliformis, limbo denticulato. Achenium denticulis minimis obsolete 8 coronatum. Species 4 perennes in Rossia austr., Transsylvania, Penins. Balcanæ boreali:

28. *C. coriacea* (WILLD.) STEUD. — 29. *C. laevigata* (W. K.) SCHRAD. —  
30. *C. media* LITW. — 31. *C. uralensis* (MURR) SCHRAD.

### Sect. 4. *Squarrosocephalae* SZABÓ.

Paleæ pallide rufescentes, elongate acuminatæ. Achenium dentibus 4 longioribus et 4 intermediis brevioribus coronatum. Species 5 perennes Penins. Balcanæ, Anatoliæ et Maroccanæ:

32. *C. ambrosioides* (SIBTH. & SMITH) ROEM. & SCHULT. — 33. *C. dipsacoides* BOISS. & BAL. — 34. *C. flava* (SIBTH. & SMITH) SZABÓ. — 35. *C. setulifera* BOISS. & HELDR. — 36. *C. mauritanica* POMEL.

### Sect. 5. *Stellipilae* SZABÓ.

Plantæ pilis stellato consociatis tecta. Spec. 2 perennes Anatoliæ, Syriæ:

37. *C. stellipilis* BOISS. — 38. *C. speciosa* BOISS. & KOTSCHY.

### Sect. 6. *Chalybeocephalae* SZABÓ.

Paleæ attenuate cuspidatæ, violaceæ. Folia integra, villosa. Spec. unica Cappadociæ:

39. *C. Szabói* HAYEK.

### Sect. 7. *Atrocephalae* SZABÓ.

Paleæ apice triangulatæ, atro-fuscæ. Achenium dentibus 4 angularibus longioribus, 4 intermediis brevioribus. Calyx dentibus elongatis. Folia 1—2 pinnata vel lyrata, laciniis ellipticis, cuspidatis vel linearibus, serratis. Species 11 perennes montanæ et subalpinæ ab Alpibus usque ad mont. Elburs:

40. *C. juncea* BOISS. — 41. *C. taurica* SZB. — 42. *C. sublanata* (BORNH.) SZABÓ. — 43. *C. pilosa* BOISS. & HUET. — 44. *C. microcephala* BOISS. — 45. *C. salicifolia* POST. — 46. *C. procera* FISCH. & LALLEM. — 47. *C. elata* (HORNEM.) SCHRAD. cum form. 1. *atrata* (LAG.) SZB., 2. *caucasica* (LITW.) SZB., 3. *Tchihatchewi* (BOISS.) SZB., 4. *brevipalea* (SOMM. & LEV.) SZB., 5. *armeniaca* (BORZ.) SZB. — 48. *C. pastricensis* DÖRFL. & HAYEK. — 49. *C. radiata* GRISEB. — 50. *C. alpina* (L.) SCHRAD.

(Készült a budapesti kir. magy. Pázmány Péter tudományegyetem általános növényteni intézetében és növénykertjében.)

---

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1922 május 29.-én tartott üléséből.)

## A CYCLOMMATUS TARANDUS THUNBERG VÁLTOZÉKONYSÁGÁRÓL.

DUDICH ENDRÉ-től.

A változékonyság tanulmányozása a szarvasbogarakon (*Lucanidae*) rendszertani szempontból igen fontos, mert a fajok nagy részében a hímek nagyságban és alakban annyira különbözök lehetnek (*poecilandria*), hogy sok esetben egy-egy faj különböző formáit mint önálló fajokat írták le és a tévedés csak később derült ki. Az ilyen tanulmányokhoz természetesen nagy, az összes átmeneti alakokat magába foglaló anyag kell. A vizsgálatok eredménye nemcsak rendszertani szempontból fontos, hanem a változékonyságra nézve is jelentős.

Abban a szerencsés helyzetben voltam, hogy a Magyar Nemzeti Múzeum állattári osztályában alkalmam volt egy borneoi szarvasbogárfaj, a *Cyclommatus tarandus* Thunberg páratlanul szép sorozatán ilyen tanulmányokat végezhetni. Ez a sorozat 178 híméből és 176 nőtényiből áll, melyeket XÁNTUS JÁNOS, a híres magyar kutató Borneo-szigetén, Sarawakban gyűjtött.

Ezt a sorozatot nemcsak alaktani szempontból vizsgáltam meg, hanem biometrikailag is feldolgoztam. A méréseket körzővel végeztem. A nagysági adatok öt mérés számtani középértékei. Ötszámjegyű logaritmussal számoltam és minden számítást háromszor megismételtem. A számítás tekintetében DUNCKER<sup>1</sup> és LANG<sup>2</sup> módszerét követem.

---

<sup>1</sup> DUNCKER: Die Methode der Variationsstatistik (Arch. f. Entwicklungsmech. 8. 1899. p. 112—183.). DUNCKER: Symmetrie und Asymmetrie bei bilateralen Thieren (ibid. 17. 1904. p. 593—682.).

<sup>2</sup> LANG: Die experimentelle Vererbungslehre in der Zoologie seit 1900 (Jena, 1914), II. Hauptteil (p. 201—464.): Anfangsgründe der Biometrik der Variation und Korrelation.



1. A nőstény testhosszának változékonysága.

A 176 példány mérési adatai szerint a változékonyság 16—25 mm közt mozog, vagyis a tágassága elég nagy. Az adatok alapján a következő variálási sorozatot állíthatjuk fel:

Osztályok: ( <i>mm</i> )	15·5—16·5 — 17·5 — 18·5 — 19·5 — 20·5—21·5					
Osztályközepek: ( <i>Z</i> )	16	17	18	19	20	21
Gyakoriság: ( <i>p</i> )	2	6	22	23	42	30
Középértékek: ( <i>V</i> )	16	17·08	18·19	19·13	20·16	21·15
$\delta = V - Z$	0	0·08	0·19	0·13	0·16	0·15
Osztályok: ( <i>mm</i> )	21·5 — 22·5 — 23·5 — 24·5 — 25·5					
Osztályközepek: ( <i>Z</i> )	22	23	24	25		
Gyakoriság: ( <i>p</i> )	26	17	5	3	<i>n</i> = 176	
Középértékek: ( <i>V</i> )	22·11	23·05	24·09	24·91		
$\delta = V - Z$	0·11	0·05	0·09	—0·09	$\Sigma\delta = 0·87$	

A változékonyság monotipikus. A variánsok eloszlása megközelítőleg binomialis lévén, a sorozat meghatározó értékeit is ki lehetett számítani:

$$\begin{aligned}
 n &= 176 \\
 M \pm m &= 20·42615 \pm 0·13887 \text{ mm} \\
 q_1 &= 19·1087 \text{ mm} \\
 Med &= 20·3333 \text{ mm} \\
 q_3 &= 21·7692 \text{ mm} \\
 Q &= \pm 1·33025 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M\text{-quartil együttható} &= 6·51242 \\
 Med\text{-quartil együttható} &= 6·54228 \\
 \sigma + m_\sigma &= \pm 1·83454 \pm 0·9778 \text{ mm} \\
 v + m_v &= 8·9814 \pm 0·47871 \\
 M_0 &= 20·14769 \text{ mm.}
 \end{aligned}$$

## 2. A hím változékonysága, főleg alaki tekintetben.

A hím pöcilandrikus és pedig öt alakját különböztethet-  
tem meg. Ez az öt alak és számbeli eloszlása a vizsgálati anyag-  
ban a következő:

forma prionodonta	— — — — —	23 példány
“ amphiodonta	— — — — —	31 “
“ telodonta	— — — — —	8 “
“ mesodonta	— — — — —	27 “
“ mesamphiodonta <sup>1</sup>	— — — — —	89 “

Az egyes alakokat a következőképpen jellemezhetem:

### a) *Forma prionodonta*:

Méretei:	min.	med.	max.	ampl.
A test hossza (mm) <sup>2</sup>	16·00	21·22	23·50	7·50
A mandibula hossza (mm) <sup>3</sup>	3·75	6·78	10·00	6·25
A mandibulaindex (%) <sup>4</sup>	23·43	32·91	42·55	19·12

A mandibula oldala egész hosszában fogazott, a fogazat két különböző részre oszlik. A præbasalis rész fogai zömökek, tom-  
pák, kis közök választják el őket egymástól. Merőlegesek az  
alagra, felületük finoman szemcsés. Számuk 4—11, az alsó éles  
szögletet (angulus præbasalis) alkot. A subapicalis részen a fogak  
hát-hasi irányban lapítottak, élesek és hegyesek. Tövük össze-  
olvadt, de határaikat barázdák jelzik. Tengelyük ferdén előre áll.  
Felületük sima, fénylő. Számuk 4—13, a két mandibulán több-  
nyire egyenlő.<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Az elnevezések az utolsó kivételével LEUTHNER-től valók, cf. LEUTH-  
NER: A Monograph of the Odontolabini (Trans. Zool. Soc. London, 11. 1885.  
p. 385—491.).

<sup>2</sup> A középvonalban az epistomium csúcsától a szárnyfedők végéig.

<sup>3</sup> A tö első szélétől a csúcsig egyenes vonalban.

<sup>4</sup> A mandibula hossza a testhossz százalékában kifejezve.

<sup>5</sup> Ezt a számbeli symmetriát alább részletesebben tárgyalom. Symme-  
trikus a két subapicalis fogazat, ha a jobb ( $d$ ) és baloldali ( $s$ ) fogak száma  
egyenlő, vagyis  $s = d$ ; aszimmetrikus, ha  $s \leq d$ . Pozitív az aszimmetria,  
ha  $s > d$ , vagyis  $s - d = D$ ; negatív, ha  $s < d$ , vagyis  $s - d = -D$ .

A kétféle fogazat közvetlenül csatlakozik egymáshoz, elválasztó köz nincs.

b) *Forma amphiodonta.*

Méretei:	min.	med.	max.	ampl.
A test hossza (mm)	20·00	22·76	26·00	6·00
A mandibula hossza (mm)	7·40	10·04	13·00	5·60
A mandibulaindex (%)	37·00	45·41	55·39	18·39

Jellemzi, hogy a praebasalis és a subapicalis fogazatot, melyek alig különböznek az előző formáétól, egy fogatlan köz választja el.

A subapicalis fogak száma 8—15. Itt már előtérbe lép az asymmetria, egészen  $D = 4$ -ig. A legelső fog nagyobb és erősebb a többinél és ívesen előrehajlik. Egy példány bal mandibuláján 19 subapicalis fogat számoltam meg, míg a jobb oldalon csak 10 volt. Ilyen nagy számú fog sehol az egész sorozatban máshol elő nem fordul és mivel ezek ugyanakkora mandibularészen vannak, mint a jobboldali 10 fog, itt a fogaknak a kettéosztódására kell gondolnunk. Az asymmetria ez esetben  $D = 10$  volna, de ez nem eshetik a többivel egyenlő elbírálás alá.

A praebasalis fogak száma 1—5. A számbeli csökkenés basipetalis irányban történik. A f. amphiodonta alaktanilag a f. prionodonta-ból vezethető le; vannak példányok, melyeken a praebasalis fogazatot elválasztó köz alig nagyobb, mint a praebasalis fogak közei. Ez a köz azután a mandibula megnyúlásával egyidejűleg a praebasalis fogak számának csökkenése következtében egyre nő, míg végre olyan alakokhoz jutunk, melyek már a következő formához közelednek.

c) *Forma telodonta.*

Méretei:	min.	med.	max.	ampl.
A test hossza (mm)	22·00	23·73	25·00	3·00
A mandibula hossza (mm)	11·00	11·99	15·00	4·00
A mandibulaindex (%)	50·00	54·62	61·22	11·22

Csak a subapicalis fogazat van meg. Ez egészen hasonló az előző alakéhoz, azzal a különbséggel, hogy a legelső fog még erőtelje-

sebb és jobban előrehajlik. A fogak száma 5—9, az asymmetria kifejezettebb, mint a f. amphiodonta-n, egészen  $D = 4$ -ig megy.

A f. telodonta a f. amphiodonta-ból vezethető le. Ha ennél a praebasalis fogazat egészen redukálódik, akkor előttünk van a f. telodonta. Ezt bizonyítja az is, hogy van egy példány, amelynek a bal mandibuláján van egy igen kicsiny praebasalis fog, a jobbon ellenben fognak már nyoma sincs.

d) *Forma mesodonta.*

Méretei:	min.	med.	max.	ampl.
A test hossza (mm) ... ..	23·20	24·93	27·50	4·30
A mandibula hossza (mm) ...	12·50	15·23	18·50	6·00
A mandibulaindex (%) ... ..	52·24	60·93	69·23	16·99

A fogazat subapicalis fogakból és egy submedian-fogból áll, mely a mandibula proximalis felének vége előtt az alsó oldalon lép fel.

A subapicalis fogazat, a legalsó fog erősödését nem tekintve, olyan, mint az előző alakban. A fogak száma 8—15, túlnyomóan pozitív asymmetriával  $D = 5$ -ig.

A submedian fog nem homolog a f. amphiodonta legfelső praebasalis fogával, hanem teljesen új képződmény. Kezdeménye kis dudor, mely a mandibula hosszának közepe előtt, a ventralis oldalon, a szélesség belső harmadában jelenik meg. Fejlődésében, mely fokról-fokra követhető, két fokozatot különböztethetünk meg:

1. A fogkezdemény megjelenik, nagyobbodik, kihegyesedve apró foggá lesz, melynek töve fokozatosan szélesedve, a mandibula alsó lapjának belső éle felé nyomul, hegye pedig a median sík felé irányulva végre egy vonalba jut a belső éllel, de felülről még nem látható. Az ilyen példányok a fenti középértékekhez képest minusvariánsok. A f. mesodonta-nak ezt a fejlődési fokát *f. promesodonta*-nak nevezem.

2. A submedian fog folytonosan növekedve kibúvik a mandibula belső éle alól, úgy hogy már felülről is látható. A töve magával ragadva a belső élt, áttolódik a mandibula belső oldal-lapjára is, de ennek felső éle megszakíthatatlanul húzódik el felette.

Az ilyen példányok az alak középértékeivel szemben pluszvarián-  
sok és ezeket *f. eumesodonta* néven foglalom össze.

A *f. mesodonta* körébe tehát két alak tartozik, a *f. prome-  
sodonta* és a *f. eumesodonta*, melyek a fejlődés két különböző  
fokának felelnek meg. A *f. mesodonta* a *f. telodonta*-ból vezet-  
hető le. Ez az általam megállapított fejlődési folyamat éppen az  
ellenkezője a LEUTHNER-től feltételezett fogfejlődési folyamatnak.  
LEUTHNER és utána KOLBE is, az Odontolabinae-alcsalád tanul-  
mányozása alapján a *f. mesodontát* a *f. amphiodontából*, a *f.  
telodontát* pedig a *f. mesodontából* vezeti le. Ezt a nézetet  
általánosítani nem szabad, mert a többi alcsaládban a foga-  
zattípusok fejlődési egymásutánja más is lehet.<sup>1</sup>

e) *Forma mesamphiodonta.*

Méretei:	min.	med.	max.	ampl.
A test hossza (mm) — — — —	25·00	28·77	39·50	14·50
A mandibula hossza (mm) —	15·50	21·91	34·50	19·00
A mandibulaindex (%) — — —	59·61	75·61	88·57	28·61

Erre a formára jellemző, hogy a *mesodonta*-bélyeg mellett  
újra *præbasalis* fogak jelennek meg. Mivel a LEUTHNER- vagy a  
GRIFFINI-féle nevek egyike sem alkalmazható rá, *f. mesamphio-  
donta*-nak neveztem el.

A *subapicalis* fogazat alakja változatlan, az alsó fog eléri  
legnagyobb fejlettségét; a fogak száma 9—18, erős pozitív asym-  
metriával  $D = 6$ -ig. A *submedian* fog tovább fejlődött és eléri a  
4·5 mm hosszúságot. Ferdén előre és lefelé irányul. A leg-  
nagyobb példányoknál töve már annyira áttolódott a mandibula  
belső oldalára, hogy a felső él is megszakad felette.

A *f. amphiodonta* *præbasalis* fogazatára emlékeztető tőelötti  
fogazat két részből áll. Az egyik közvetlenül a belső oldal alsó  
éle mellett, a *submedian* fog módjára a mandibula alsó lapján  
fejlődik és mint rövid fogsor a *submedian* fogtól a tő felé húzódik.  
A fogak száma 1—5, nagyságuk *basipetalis* irányban csökken. A má-  
sik csoport a mandibula tövétől a belső oldalon húzódik a *sub-  
median* fog felé és 1—4, rosszul fejlett, kiszögellésszerű fogacská-

<sup>1</sup> A *Cyclommatus tarandus* a *Cladognathinae* alcsaládba tartozik.

ből áll, melyek acropetalis irányban kisebbednek. A két csoportban különböző számú fog lehet s így sokféle combinatio lehetséges.

A f. mesamphiodonta a f. mesodonta közvetlen leszármazottja. Fejlődése az utóbbiból a legapróbb részletekig szemmel kísérhető. Vele a mandibula fejlődése eléri a csúcspontját, mind a hosszúság, az index, mind pedig az alak tekintetében. Ugyancsak itt találjuk a testhossz legnagyobb értékeit is.

\*

Az alakok egymásutánja tehát a következő:

f. prionodonta → f. amphiodonta → f. telodonta → f. mesodonta → f. mesamphiodonta.

Ez az egymásután a test- és a mandibula hosszának, a mandibulaindexnek a fokozatos megnagyobbodásával és az asymmetria növekedésével is a legteljesebb összhangban van.

### 3. A hím test- és mandibulahosszának, valamint a mandibulaindexnek a változékonysága.

Érdekes eredményekre jutunk akkor, ha a test és a mandibula hosszának, továbbá a mandibulaindexnek a változékonyságát az egyes alakokon és az egész anyagon összehasonlítjuk. Ezek a vizsgálatok egyrészt a szarvasbogarak irodalmában általánosan használt nagysági alakok (f. minima, minor, media, major, maxima) létjogosultságára vetnek fényt, másrészt a változékonyság körülményeit és a testhossz, mandibulahossz közötti correlatiót világítják meg.

Az öt alak testhosszának adatai (mm).

Forma:	min.	med.	max.	ampl.
prionodonta	16·00	21·22	23·50	7·50
amphiodonta	20·00	22·76	26·00	6·00
telodonta	22·00	23·73	25·00	3·00
mesodonta	23·20	24·93	27·50	4·30
mesamphiodonta	25·00	28·77	39·50	14·50

Kiviláglik ebből, hogy: 1. a test a f. prionodonta-tól a f. mesamphiodonta-ig állandóan nő; 2. az amplitudók a f. telodonta-tól felfelé és lefelé nagyobbodnak; 3. a formák nagysági változékonysága transgressiv.

A variálás tágassága  $39\cdot50 - 16\cdot00 = 23\cdot5$  mm. A variánsok eloszlása az egyes alakokon belül megközelítőleg binomialis, az egész anyagra vonatkozó variálási sorban abinomialis, így a meghatározó értékeket nem számítottam ki.

$Mc = 27\cdot75$  mm, a 178 példány hosszának középértéke  $M = 24\cdot47$  mm.

Mivel a biometrikában szokásos javítási kísérletek, hogy az osztályok tágasságának vagy az osztálycentrumoknak ( $Z$ ) megváltoztatásával a variánsok eloszlását megjavítsam, sikertelenek maradtak, úgy látszik az abinomialis eloszlás a populatio természetében rejlik. Az oka minden valószínűség szerint az, hogy a populatio öt biotípust tartalmaz, az öt alakot, mely különbözően és transgressíve variál. A transgressiók területeken keletkeznek a maximumok, úgy hogy a gyakorisági polygon többesűsíti.

A transgressív variálás lehetetlenné teszi a nagysági alakok felállítását is, mert ha az amplitudót öt egyenlő részre osztjuk fel, akkor a nagysági alakok morphologiailag eltérő egyéneket fognak magukban foglalni, szóval alaktanilag nem jellemezhetőek egységesen. A fenti öt forma esetében (à 4·7 mm):

a f. minima	16—20·7 mm,	} prionodonta és amphiodonta egyénekből,
a f. minor	20·7—25·4 "	
a f. media	25·4—30·1 "	} amphiodonta, mesodonta és mes-amphiodonta egyénekből,
a f. major	30·1—34·8 "	
a f. maxima	34·8—39·5 "	

Látható, hogy a nagysági alakok megkülönböztetésének pœcilandrikus fajoknál semmi értelme sincs.

Az öt alak mandibula-hosszának adatai (mm):

Forma:	min.	med.	max.	ampl.
prionodonta	3·75	6·78	10·00	6·25
amphiodonta	7·40	10·04	13·00	5·60
telodonta	11·00	12·99	15·00	4·00
mesodonta	12·50	15·23	18·50	6·00
mesamphiodonta	15·50	21·91	34·50	19·00

A hosszúság a f. prionodonta-tól a f. mesamphiodonta felé növekszik; az amplitudók a f. telodonta-tól felfelé és lefelé növekednek; a variálás transgressiv, szóval ugyanazokkal a jelenségekkel találkozunk, mint a test hosszánál.

A variálás tágassága  $34.50 - 3.75 = 30.75$  mm. A felállított variálási sorban a variánsok eloszlása abinomialis.  $Mc = 19.125$  mm,  $M = 16.47$  mm. Az abinomialis eloszlást itt is a transgressióval kapcsolatos pœcilandria okozza, amely a nagysági formák felállítását itt is lehetetlenné teszi.

Az öt alak mandibulaindexoi (%):

Forma:	min.	med.	max.	ampl.
prionodonta _ _ _ _	23.43	32.91	42.55	19.12
amphiodonta _ _ _ _	37.00	45.41	55.39	18.39
telodonta _ _ _ _	50.00	54.62	61.22	11.22
mesodonta _ _ _ _	52.24	60.93	69.23	16.99
mesamphiodonta _ _	59.61	75.61	88.57	28.96

A mandibulaindex minden tekintetben úgy viselkedik, mint a test és a mandibula hossza. A variálás tágassága  $88.57 - 23.43 = 65.14\%$ . A variánsok eloszlása abinomialis.  $Mc = 56\%$ ,  $M = 61.66\%$ .

Nagysági formákat a pœcilandria és a transgressio miatt itt sem állíthatunk fel. A mandibulaindex fokozatos növekedése a f. prionodonta-tól a f. mesamphiodonta-ig állandóan fokozódó *hypermorphia*-nak helyes képét adja.

Látjuk tehát, hogy a test és a mandibula hossza, a mandibulaindex és a benne kifejezésre jutó *hypermorphia* mind a formáknak amaz egymásutánjában növekszik, melyet alaktani alapon az előző fejezetben megállapítottam.

Meg kell itt emlékeznem a test és a mandibula hosszának correlatív variálásáról is. Már az elmondottak alapján is biztosra vehető, hogy ez a correlatio megvan, és pedig pozitív, azaz a test növekedése a mandibula növekedését vonja maga után. Vizsgálataim szerint azonban a correlatio nem olyan szoros, hogy például előre azt mondhatnók, hogy egy 22 mm hosszú példánynak a mandibulája föltétlenül felülmulja egy 21 mm-es példányét. A meghatározó értékek hiányában a correlatiós együtt-



hatót ( $r$ ) nem számíthattam ki, de a két variálási sorból megszerkesztettem a correlatiós táblázatot, a mely igazolja, hogy a két bélyeg közt megvan a pozitív, de tökéletlen és meglehetősen zavaros correlatio.

#### 4. A subapicalis fogazat változékonysága, symmetriája és correlatiója.

Már az egyes alakok tárgyalásakor rámutattam a subapicalis fogak számbeli variálására. Az alábbi vizsgálatoknál  $n = 168$ , mert 10 példányt a subapicalis fogak csorbultsága miatt figyelmen kívül kellett hagynom.

A variálási sor:

$V = \text{fog}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$p_s$	1	2	1	3	6	4	16	18	19	35	26	25	8	2	1	1
$p_d$	1	3	1	2	7	15	28	41	32	27	6	5	—	—	—	—

Ebből látható, hogy a változékonyság a baloldalon erősebb; a két legnagyobb  $p$  nincs ugyanabban az osztályban; a baloldalon a nagyobb, a jobbon a kisebb osztályok a gyakoribbak. A variánsok eloszlása a két oldalon megközelítőleg binomialis lévén, a két sor meghatározó értékei a következők:

$M \pm m$	$\overset{s}{12\cdot52382 \pm 0\cdot19325}$ fog	$\overset{d}{11\cdot04166 \pm 0\cdot14878}$ fog
$q_1$	11	" 9\cdot96427
$Med$	12\cdot91885	" 11\cdot15853
$q_3$	14\cdot30770	" 12\cdot37500
$Q$	$\pm 1\cdot65385$	" $\pm 1\cdot20536$
$M$ -quartil-együttható	13\cdot20630	10\cdot91670
$Med$ -quartil-együttható	12\cdot80200	10\cdot80240
$\sigma \pm m_\sigma$	$\pm 2\cdot50466 \pm 0\cdot13665$ fog	$\pm 1\cdot92831 \pm 0\cdot10520$ fog
$v \pm m_v$	$19\cdot99950 \pm 1\cdot13386$	$17\cdot46440 \pm 0\cdot92496$
$Mo$	13\cdot70891	fog 11\cdot39227 fog

A meghatározó értékek számszerűen is mutatják a baloldali fogazat erősebb variálását.

A két oldal szymetriaviszonyait mutató  $D$  adatokból a következő különbségi sort kapjuk:

$D$	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f. prionodonta	3	15	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—
f. amphiodonta	5	7	11	1	2	1	—	—	—	—	—	1
f. telodonta	—	1	—	3	3	1	—	—	—	—	—	—
f. mesodonta	1	4	6	10	3	1	1	—	—	—	—	—
f. mesamphiodonta	2	8	24	28	15	4	2	1	—	—	—	—
$p$	11	35	43	44	23	7	3	1	—	—	—	1

Symmetrikus 21%, asymmetrikus 79%. A pozitív asymmetria az uralkodó (122:11). Az asymmetria a f. mesamphiodonta felé egyre fokozottabb mértékben nyilvánul meg, úgy hogy nézetem szerint itt nem véletlen, egyéni sajátosságról van szó, hanem az asymmetria éppen olyan szoros összefüggésben van a formák előrehaladó fejlődésével, mint a test és a mandibula hosszának, a mandibulaindexnek és a hypermorphiának a növekedése.

A collectiv asymmetriát kifejező asymmetria-index a DUNCKER-féle képletből számítva:  $\alpha = 0.69393$ , vagyis nagy, de tökéletlen pozitív asymmetria van jelen.

A jobb- és baloldali subapicalis fogazat közt a megszerkesztett correlatiós táblázat szerint pozitív correlatio van. Számításaim szerint a correlatiós együttható:  $r \pm m_r = 0.80642 \pm 0.072135$ , tehát a pozitív correlatio elég erős, de tökéletlen. Regressiója  $R_{\frac{y}{x}} = 0.62086$  fogegység ( $x = s$ ,  $y = d$ ).

\*

A tropusi kutatókra vár, hogy a megállapított variálási tények bionómiai magyarázatát megtalálják, azaz részletes nevelési és öröklési kísérletekkel megállapítsák, hogy a formák kialakulása milyen tényezők függvénye, hogy a pöcilandria variatiojelenség-e, vagy pedig modificatio.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922 május hó 29.-én tartott üléséből.)

## ÚJABB ADATOK A HODRUSBÁNYAI FASSAIT KRISTÁLYTANI ÉS OPTIKAI ISMERETÉHEZ.

TOKODY LÁSZLÓ-tól.

Hodrusbányán a Kohutova-völgyben a granodioritnak mészkővel való kontaktusán fassait fordul elő. Ezt az előfordulást BALÁZS PÁL selmeczbányai bányamérnök fedezte fel a mult század közepe táján s a gyűjtött anyagot a bécsi földtani intézetnek küldötte be, ott FR. FOETTERLE ismertette a nélkül azonban, hogy a kristályformákat felsorolta volna.<sup>1</sup> Részletesebb adatokat közölt G. vom RATH,<sup>2</sup> a ki 4—5 cm-es ikerkristályokat vizsgált és rajtuk a következő hat formát állapította meg:  $s\{\bar{1}11\}$ ,  $o\{\bar{2}21\}$ ,  $\lambda\{\bar{3}31\}$ ,  $m\{110\}$ ,  $a\{100\}$ ,  $c\{001\}$ ; egyben rámutatott arra a megegyezésre, a mely a hodrusbányai és a monzoni-i fassaitok kifejlődésbeli sajátágai között fennáll. Mérési adatokat RATH sem közölt. A fassaitnak hodrusbányai előfordulásáról megemlékezett SZABÓ JÓZSEF<sup>3</sup> is Selmeczbánya geologiai viszonyait tárgyaló munkájában. Újabban dr. JUCOVICS L. a Magyarhoni Földtani Társulat 1921 június 1.-én tartott szakülésén foglalkozott a hodrusbányai fassait kristálytani viszonyaival és a következő tíz alakot említette meg:  $a\{100\}$ ,  $b\{010\}$ ,  $c\{001\}$ ,  $m\{110\}$ ,  $z\{021\}$ ,  $u\{111\}$ ,  $s\{\bar{1}11\}$ ,  $o\{\bar{2}21\}$ ,  $\lambda\{\bar{3}31\}$ ,  $e\{\bar{1}21\}$ .

A vizsgálataim anyagát tevő kristályok a Magyar Nemzeti Múzeum ásványgyűjteményéből valók s azokat dr. ZIMÁNYI KÁROLY

<sup>1</sup> Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt. 1853. p. 183 és 835.

<sup>2</sup> G. vom RATH: Über Fassaitkrystalle von Traversella mit eingeschalteten Zwillingsplatte sowie das Fassait-Vorkommen von Kohutova bei Schemnitz. Verhandl. d. nat. Verein. Bonn. 1877. p. 192. és Ein Besuch der Umgebung v. Kremnitz u. Schemnitz in Ungarn August 1875 u. September 1877. Sitzungsberichte d. nieder-rhein. Ges. in Bonn 1877. p. 315—316.

<sup>3</sup> SZABÓ J.: Selmec környékének geol. leírása. Budapest 1891. p. 66.

osztályigazgató úr volt szives nekem megvizsgálás czéljából átadni; magát a vizsgálatokat pedig a kir. József Műegyetemen Dr. Schafarzik F. műgyet. ny. r. tanár úr ásvány-földtani intézetében végeztem.

Az említett kristályok a kontaktuson keletkezett tömött fassait üregeiben fordulnak elő; általában véve aprók, méretük az 1—5 mm között váltakozik, felületüket — ellentétben a Jugovicstól megvizsgált kristályokkal — semmiféle bevonóanyag nem borítja. A kristályok színe világos-zöld kissé sárgás árnyalattal, vagy sötétzöld; elég gyakran megfigyelhető, hogy a kristályok színe nem egyöntetű, hanem egyik végük sötétebb színű, egyes esetekben előfordult, hogy a kristályok egyik vége világos sárga színű és éles határral sötétzöld színben folytatódik. A világosszínűek átlátszók vagy legalább is áttetszők, a sötétszínűek át nem látszók.

A 24 megvizsgált kristályon a következő tiz formát sikerült megállapítanom:

$$\begin{aligned} a & \{100\} \\ b & \{010\} \\ c & \{001\} \\ z & \{021\} \\ p & \{\bar{1}01\} \\ m & \{110\} \\ s & \{\bar{1}11\} \\ o & \{221\} \\ \lambda & \{\bar{3}31\} \\ \varepsilon & \{\bar{1}21\}, \end{aligned}$$

ezeknek orthocentrikus gnomonikus projectióját a 14. ábra tünteti fel az összes Hodrusbányáról ismert formákkal együtt. A formák nagyságuk szerint sorakoztatva a következők:  $m \lambda z a o s c \varepsilon p b$ .

A megfigyelt alakok az alábbi combinatiókban léptek fel: (l. 289. old.)

E táblázatból összeállítva, az alakok számszerinti fellépése:

lap  $m, a, c, z, b, \lambda, s, o, p, \varepsilon,$   
 fellép 24, 23, 16, 16, 11, 10, 7, 7, 5, 1 esetben.

Kristály száma	$a \{100\}$	$b \{010\}$	$c \{001\}$	$z \{021\}$	$p \{\bar{1}01\}$	$m \{110\}$	$s \{\bar{1}11\}$	$o \{\bar{2}21\}$	$\lambda \{\bar{3}31\}$	$\epsilon \{\bar{1}21\}$	Ábra
1.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	.	.	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>o</i>	$\lambda$	.	1.
2.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	<i>p</i>	<i>m</i>	.	<i>o</i>	$\lambda$	.	2.
3.	<i>a</i>	.	.	.	.	<i>m</i>	.	<i>o</i>	$\lambda$	.	—
4.	<i>a</i>	<i>b</i>	.	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	$\lambda$	.	6.
5.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	.	<i>p</i>	<i>m</i>	.	<i>o</i>	$\lambda$	.	—
6.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	.	.	<i>m</i>	.	<i>o</i>	$\lambda$	.	—
7.	<i>a</i>	<i>b</i>	.	.	.	<i>m</i>	.	<i>o</i>	$\lambda$	.	4.
8.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	$\epsilon$	7.
9.	<i>a</i>	.	.	.	.	<i>m</i>	.	.	$\lambda$	.	—
10.	<i>a</i>	<i>b</i>	.	.	.	<i>m</i>	.	<i>o</i>	$\lambda$	.	3.
11.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	<i>p</i>	<i>m</i>	.	.	$\lambda$	.	5.
<b>Ikrek :</b>											
12.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	.	8.
13.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	<i>s</i>	.	.	.	—
14.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	<i>p</i>	<i>m</i>	<i>s</i>	.	.	.	—
15.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	.	—
16.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	<i>s</i>	.	.	.	10.
17.	<i>a</i>	.	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	<i>s</i>	.	.	.	11.
18.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	.	—
19.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	.	—
20.	.	.	.	$\epsilon$	.	<i>m</i>	<i>s</i>	.	.	.	—
21.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	.	—
22.	<i>a</i>	<i>b</i>	.	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	.	9.
23.	<i>a</i>	<i>b</i>	.	$\epsilon$	.	<i>m</i>	.	.	.	.	12.
24.	<i>a</i>	<i>b</i>	.	.	.	<i>m</i>	.	<i>o</i>	$\lambda$	.	13.

Az egyes lapok kifejlődésbeli sajátságairól a következőket említhetem meg.

Az összes megvizsgált kristályokon az  $[100.010]$  öv az, a melyik a legtökéletesebb reflexeket szolgáltató lapokat foglalja magában; a jelen esetben a legkitünőbb reflexet az  $m \{110\}$  forma lapjai adják. Ezzel ellentétben a legkevésbé jól reflektáló lapok az  $[a. c = 100.001]$  zónában lépnek fel. Az  $a \{100\}$  forma mindkét övben benne van s ez reflexének átmeneti jellegű sajátságában igen jól nyilvánul meg, a mennyiben reflexe tökéletlenebb, mint a harmadik fajta prismáké, de jóval tökéletesebb, mint az  $[a. c = 100.001]$  zóna többi lapjaié. Mint legkevésbé jó lapokkal megjelenő formát a  $p \{\bar{1}01\}$  II. fajta véglapot jegyezhetem fel, a mely érdes felületű s egy esetben sem adott kielégítő reflexet. A  $c \{001\}$  bár homályos felületű, mégis minden esetben — úgy az egyszerű egyéneken, mint az ikreken jól mérhető volt.

A  $z \{021\}$  határozott reflexű lapokkal volt megfigyelhető.

A mint a projectióból kitűnik, a leglapdúsabb öv a főradiális zóna, a melyhez tartozó  $s \{\bar{1}11\}$ ,  $o \{\bar{2}21\}$ ,  $\lambda \{\bar{3}31\}$  formák lapjai jó reflexet szolgáltatottak.

A megfigyelt formák az egyszerű egyéneken és ikreken egymástól eltérő combinatiókban jelentek meg.

Az egyéneket tekintve, azt tapasztaljuk, hogy a negyedik fajta prismák közül a  $\lambda \{\bar{3}31\}$  minden esetben jobban fejlett, mint az  $o \{\bar{2}21\}$ , ez viszont erősebben alakult ki, mint az  $s \{\bar{1}11\}$ . Az egyéneken igen gyakran léptek fel az  $o \{\bar{2}21\}$  és  $\lambda \{\bar{3}31\}$  negyedik fajta prismák, míg az ikreken csak egyetlen egy esetben sikerült ezt kimutatnom (13. á.). Az  $s \{\bar{1}11\}$  formát az egyéneken csak egy alkalommal figyeltem meg (1. ábra), ezzel szemben az ikreken majdnem minden kristályon megállapíthattam (8., 9., 10., 11. és 12. ábra). Ugyanezt mondhatni a  $z \{021\}$  formára is, a mely — egy kristály kivételével — valamennyi ikerkristályon fellépett, míg az egyéneken csak négy esetben szerepelt (2., 5., 6., 7. ábra) és az ikreken nagyobb, az egyéneken kisebb lapokkal jelent meg.

Az  $a \{100\}$  véglap úgy az ikerkristályokon, mint az egyszerű egyéneken igen gyakori; az ikerkristályokon többnyire jobban fejlett, mint az egyéneken. A  $b \{010\}$  rendszeren keskeny lapokkal je-

lenik meg. A  $c \{001\}$  gyakoribb az ikreken, mint az egyes kristályokon.

Az  $m \{110\}$  mind az egyéneken, mind pedig az ikreken jól fejlett lapokkal volt megfigyelhető.

Az  $\varepsilon \{\bar{1}21\}$  formát csak egy kristályon, a mely nem volt iker, figyelhettem meg, a mikor is jól kialakult lap alakjában jelent meg.

Egybevetve a fentebbieket, arra a következtetésre juthatunk, hogy a hodrusbányai fassait kristályai között az ikrek adják az egyszerűbb combinatiókat és azokon a kristályokon, melyeket megvizsgálni alkalmam volt, mint jellemző sajátság a pozitív negyedik fajta prismák hiánya említhető meg. Meg kell továbbá még jegyezni, hogy a kristályegének nemcsak a Monzoni fassait-kristályaival, hanem a krisztianiai területen, Solgerfjeld-en megfigyelt fassaitok megjelenésével, habitusával is teljes megegyezést mutatnak.<sup>1</sup>

A lapszögekre vonatkozó mért és számított szögértékeket az alábbi táblázatba foglaltam egybe, megjegyezvén, hogy az egyes élekre adott mért szögértékek minimálisan három mérés középértékeit adják

	mért	számított <sup>2</sup>
$a : b = 100 : 010$	$89^\circ 41'$	$90^\circ$
$: c = : 001$	$74^\circ 10'$	$74^\circ 10' 9''$
$: z = : 021$	$79^\circ 33'$	$79^\circ 36' 6''$
$: p = : \bar{1}01$	$105^\circ 5'$	$105^\circ 30'$
$: m = : 110$	$46^\circ 24'$	$46^\circ 25'$
$: \lambda = : \bar{3}31$	$55^\circ 26\frac{1}{2}'$	$55^\circ 26' 30''$
$: \varepsilon = : \bar{1}21$	$100^\circ 28'$	$100^\circ 11'$
$b : c = 010 : 001$	$90^\circ 13'$	$90^\circ$
$: z = : 021$	$41^\circ 10\frac{1}{2}'$	$41^\circ 23' 25''$
$: m = : 110$	$43^\circ 35'$	$43^\circ 35'$
$: o = : \bar{2}21$	$44^\circ 40'$	$44^\circ 54' 30''$
$: \lambda = : \bar{3}31$	$43^\circ 53'$	$44^\circ 12' 30''$
$c : z = 001 : 021$	$48^\circ 31\frac{1}{2}'$	$48^\circ 36' 30''$

<sup>1</sup> V. M. GOLDSCHMIDT: Die Kontaktmetamorphose im Kristianiagebiet. Kristiania. 1911. p. 338.

<sup>2</sup> C. HINTZE: Handbuch d. Mineralogie. Leipzig. 1897. II. köt. p. 1017.

		mért	számított
$c:p =$	$:\bar{1}01$	$30^\circ 44'$	$31^\circ 20'$
$:m =$	$:110$	$79^\circ 38'$	$79^\circ 9' 30''$
$:s =$	$:\bar{1}11$	$41^\circ 52'$	$42^\circ 2'$
$:o =$	$:\bar{2}21$	$65^\circ 19'$	$65^\circ 21'$
$:\lambda =$	$:\bar{3}31$	$76^\circ 21'$	$76^\circ 23'$
$m:m' = 110:$	$\bar{1}\bar{1}0$	$92^\circ 50'$	$92^\circ 50'$
$m':m'' = \bar{1}\bar{1}0:$	$\bar{1}\bar{1}0$	$87^\circ 10'$	$87^\circ 10'$
$m:z = 110:$	$021$	$48^\circ 7'$	$48^\circ 7' 13''$
$:s =$	$:\bar{1}11$	$78^\circ 34'$	$78^\circ 37'$
$:o =$	$:\bar{2}21$	$35^\circ 35'$	$35^\circ 25' 49''$
$:\lambda =$	$:\bar{3}31$	$24^\circ 21'$	$24^\circ 21' 31''$
$s:z = \bar{1}11:$	$021$	$30^\circ 29'$	$30^\circ 30' 9''$
$:o =$	$:\bar{2}21$	$22^\circ 49'$	$23^\circ 19'$
$o:o = \bar{2}21:$	$\bar{2}21$	$84^\circ 25'$	$84^\circ 17'$
$:z =$	$:021$	$38^\circ 21'$	$38^\circ 48' 5''$
$:\lambda =$	$:\bar{3}31$	$11^\circ 1'$	$11^\circ 2'$
$\lambda:\lambda = \bar{3}31:$	$\bar{3}31$	$91^\circ 35'$	$91^\circ 35'$
$\epsilon:z = \bar{1}21:$	$021$	$20^\circ 49'$	$20^\circ 35'$

*Ikerszögek:*

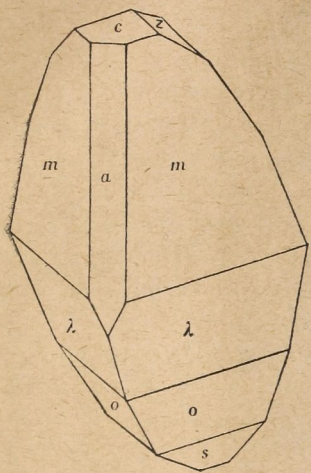
$c:\underline{c}$	$31^\circ 39'$	$31^\circ 39' 42''$
$z:\underline{z}$	$20^\circ 35'$	$20^\circ 31' 36''$

A fassait optikai tulajdonságait illetőleg meglepő, hogy erre vonatkozólag az irodalomban rendkívül kevés adatot találunk; az ismeretes összes optikai megfigyelés csupán a kioltásra vonatkozik, a törésmutatókra és a tengelyszög értékére semmi adatunk sincs.

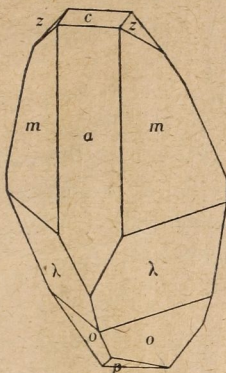
Az optikai viszonyok megállapításánál nagy nehézségeket okozott a kristályok kicsiny volta és a megvizsgálható anyag csekély mennyisége.

A kioltás megállapítására használt lemez nem volt tökéletesen párhuzamos a (010) lappal, az eltérés  $2^\circ$ . A csiszolat mikroszkop alatt réteges, héjas szerkezetet tüntetett fel, a rétegek a (001) és ( $\bar{1}11$ ) szerint helyezkedtek el. Egy másik — ugyancsak (010) szerint párhuzamosan készült — preparatum a zónás felépítésen kívül homokóráds szerkezetet is mutatott, a mit — az irodalom szerint —

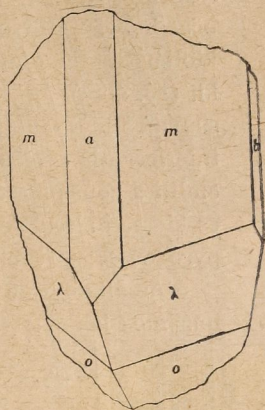




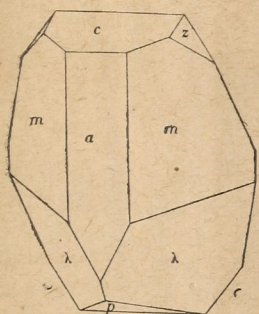
1.



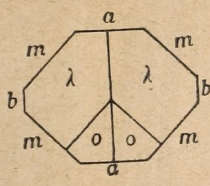
2.



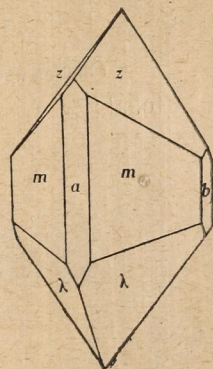
3.



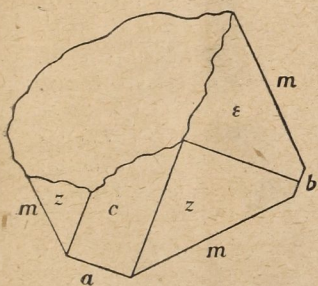
5.



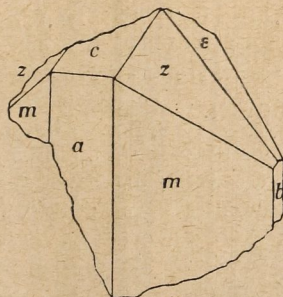
4.



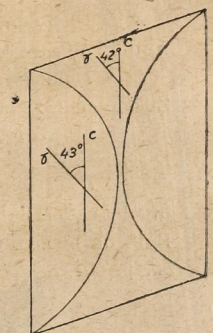
6.



7.



15.



Újabb adatok a hodrusbányai fassait kristálytani és optikai ismeretéhez.

a fassaitokon eddig még nem észleltek. Ez a homokórák szerkezet nem oly feltűnő, mint a titanaugitokon, de jól észrevehető a különböző interferentia-színek alapján és a két különböző részlet között a kioltásbeli differentia — fehér fényben — körülbelül  $1^{\circ} 10'$ -et tesz ki. (15. ábra). A kioltás nem tökéletes, hanem mint arra E. WEINSCHENK<sup>1</sup> is rámutatott, kékes-barnás, jelen esetben inkább barnás interferentia-színeket figyelhetni meg. Ugyancsak WEINSCHENK említi a zonás strukturát — a homokórák szerkezet kivételével — és kiemeli a fassait optikai sajátosságainak némelyes hasonlóságát a pyroxen-csoport natron- és titandús tagjaihoz.

Az általam meghatározott kioltás fehér fényben (010)-val párhuzamos lapon:

$$c : \gamma = 42^{\circ} 10' \quad 18 \text{ mérés középértéke,}$$

míg Na-fényben

$$c : \gamma = 42^{\circ} 4' \quad 31 \text{ mérés középértéke.}$$

Összehasonlításként közlöm az irodalomban található adatokat:

$c : \gamma$	lelőhely	megfigyelő
$42^{\circ} 23'$	Traversella	HERWIG <sup>2</sup>
$50^{\circ} 05'$	Toal della Foya	"
$47^{\circ} 10'$	Pesmeda	DOELTER <sup>3</sup>
$58^{\circ}—64^{\circ}$	Monzoni	WEBER <sup>4</sup>
$42^{\circ}$	Pareng	MUNTEANU-MURGOÏ <sup>5</sup>

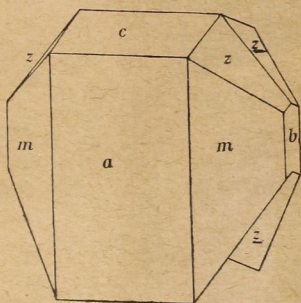
<sup>1</sup> E. WEINSCHENK: Die gesteinsbildenden Mineralien 1915. p. 171.

<sup>2</sup> F. HERWIG: Einiges über die opt. Orientation d. Min. d. Pyroxen-Amphibolgruppe. Programm d. Kgl. Gymnasium. Saarbrücken 1884. p. 5.

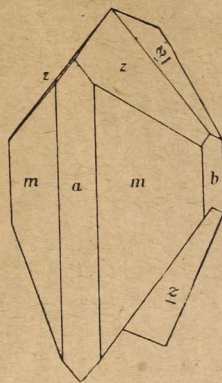
<sup>3</sup> DOELTER: Ü. die Abhängigkeit d. opt. Eigenschaften von d. chem. Zusammensetzung beim Pyroxen. Neues Jahrbuch für Min. 1885. I. p. 51.

<sup>4</sup> M. WEBER: Petrogr. Untersuchungen im Monzonigebiet. Inaug. Diss. München. 1899. Ref.: Zeitschr. f. Kryst. 35. p. 303.

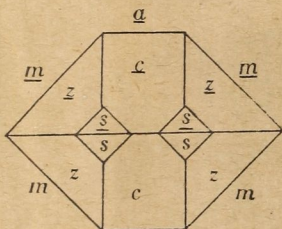
<sup>5</sup> G. MUNTEANU-MURGOÏ: Ü. die Einschlüsse Granat-Vesuvianfels in dem Serpentin des Paringu-Massivs. Inaug. Diss. Különlenyomat: Bull. de la Soc. des Sciences. Bukarest. 1900. p. 55. Ref.: Zeitschr. f. Kryst. 36. p. 651.



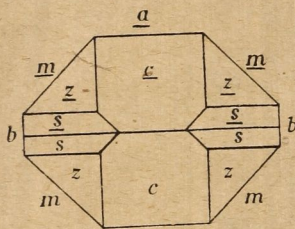
8.



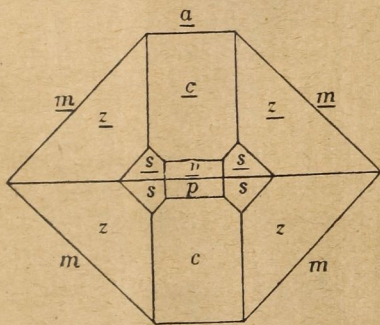
9.



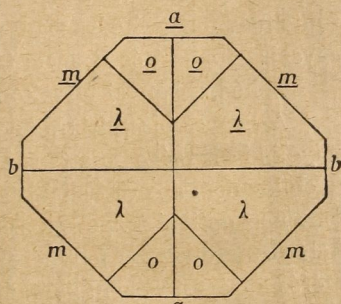
10.



11.

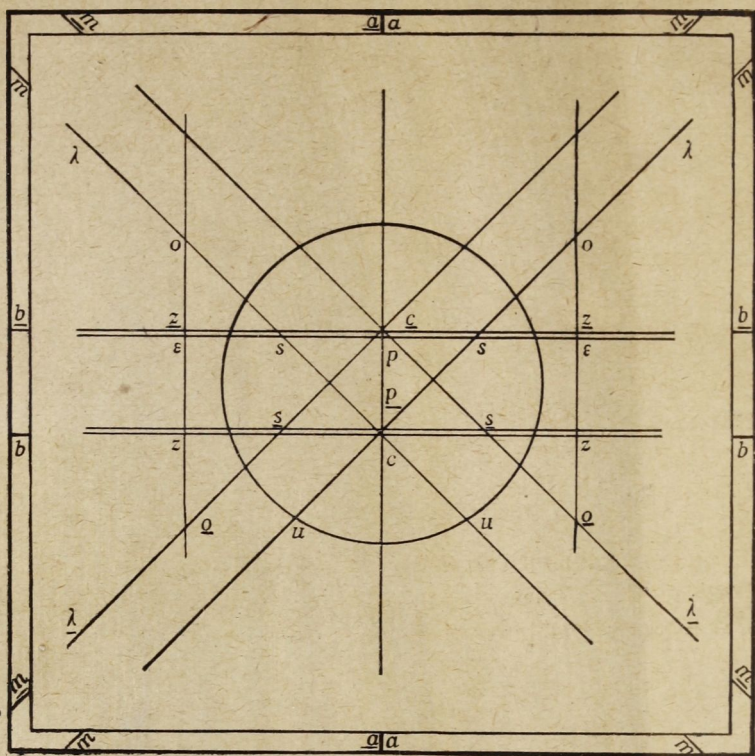


12.



13.

Újabb adatok a hodorusbányai fassait kristálytani és optikai ismeretéhez.



14.

HERWIG toal della foyai és WEBER adatai túl magas értékeket tüntetnek fel. A hodrusbányai fassaitok kioltási értéke legjobban egyezik MURGOČI és HERWIG traversellai adataival.

A hodrusbányai fassaiton pleochroismus nem vehető észre.

A hegyes bissectrixre merőlegesen csiszolt lemezt — a kristályok kicsinysége miatt — a vizsgálatok czéljának teljesen megfelelőleg nem sikerült előállítani. Egy csekély eltérésű ( $1-2^\circ$ ) lemezen az optikai tengelyek szögét terpentín-olajban ( $n/D = 1.4710$ ) határoztam meg  $Na$  fénynél  $23^\circ.5^\circ$  C temperatura mellett és így 5 mérés középértékeként kaptam :

$$2 H_a = 68^\circ 35'.$$

Az optikai karakter pozitív.  $\rho > v$ .

A kémiai elemzést ZSIVNY V. úr, a Nemzeti Múzeum vegyészete végezte, a kinek szívességéből az elemzési adatokat az alábbiakban közölhetem :

$Si O_2$	48.56 %
$Al_2 O_3$	9.06
$Fe_2 O_3$	1.68
$Fe O$	0.36
$Mn O$	nyomok
$Ca O$	25.16
$Mg O$	14.89
$Na_2 O$	0.09
$K_2 O$	0.04
$Ti O_2$	0.57
$H_2 O$	0.28
	<hr/>
	100.69.

Feltűnő az alkaliák jelenléte és a  $TiO_2$  tartalom, a mely utóbbi *esetleg* az optikai sajátságokra, nevezetesen a homokórák szerkezet kialakulására is befolyással lehetett.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922 jan. hó 16.-án tartott üléséből.)

## A HODRUSBÁNYAI FASSAIT CHEMIAI ÖSSZETÉTELE.

ZSIVNY VIKTOR-tól.

A TOKODY LÁSZLÓ által kristálytanilag és optikailag megvizsgált<sup>1</sup> hodrusbányai fassait chemiai vizsgálatát a következőkben foglalhatom össze.

Megbízható eredmények elérése czéljából rendkívüli gondot fordítottam az elemzendő anyag tisztaságára. Az ásvány fennőtt kristályait lupa alatt tollkés segélyével megtisztítottam a legtöbb kristálylapot borító igen vékony, lágy bevonattól, melynek eltávolítása után a kristálylap tűkörsímán tűnt elő; majd apró darabkákra törve, kis nagyítású mikroszkop alatt az átlátszó és zárványmenteseket kiválogattam s csak azokat használtam fel a fajsúlymeghatározáshoz és a chemiai elemzéshez.

Az alkohollal, majd étterrel megmosott és 110° C.-on szárított ásvány fajsúlyát pyknometerrel határoztam meg. 1.1333 gr. anyaggal 20.0° C.-on két egymástól függetlenül végzett meghatározás szerint a fajsúly:

$$\left. \begin{array}{l} 3.30_8 \\ 3.30_9 \end{array} \right\} \text{k. é.-ben } 3.30_8.$$

A chemiai elemzésre vonatkozólag, melyet a szilikátelemezés ismert módszereivel<sup>2</sup> platinaedényekben végeztem, csak annyit jegyzek meg, hogy az összes vasat a biszulfátos olvadék oldatában, a ferrivásnak kénhydrogengázzal történt redukálása után "50 káliumpermanganát-oldattal való titrálással, az aluminiumot az összes vasnak megfelelő  $Fe_2O_3$  értéknek az  $Al_2O_3$  összes  $Fe_2O_3$  értékből való levonása útján, a ferrovasat a HILLEBRAND által mó-

<sup>1</sup> Lásd a megelőző értekezést: TOKODY, Újabb adatok a hodrusbányai fassait kristálytani és optikai ismeretéhez.

<sup>2</sup> HILLEBRAND: Analyse der Silikat- und Karbonatgesteine, II. kiadás, (1910).

dosított PRATT-féle, a titánt a WELLER-től származó colorimetrikus, az alkáliákat a SMITH-, a vizet pedig a SIPŐCZ-féle eljárással határozta meg.

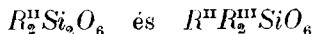
Az elemzésre felhasznált anyag egyrésze a fajsúlymeghatározásra használt anyag volt. A szódával való feltárás 0·5508, a ferrovas 0·5587,<sup>1</sup> az alkáliák 0·5212, a víz meghatározása pedig 0·1064 gr. anyaggal történt.

Az elemzési eredmények, melyek a végleges porítás után 110° C-on szárított anyagra vonatkoznak, az I. táblázatban vannak feltüntetve.

I. táblázat.

Hodrusbánya				Italian Peak			
	%	molekulaviszony		%	molekulaviszony		
$SiO_2$	48·56	1·000	} 1·009	47·53	—	1·000	
$TiO_2$	0·57	0·009		—	—	—	—
$Al_2O_3$	9·06	0·110	} 0·123	9·88	0·126	} 0·140	
$Fe_2O_3$	1·68	0·013		1·79	0·014		
$FeO$	0·36	0·006	} 1·023	0·91	0·016	} 0·470	} 1·046
$MnO$	nyomok	—		nyomok	—		
$MgO$	14·89	0·459		14·43	0·454		
$CaO$	25·16	—		0·558	25·46		
$Na_2O$	0·09	—	} 0·002	nyomok	—	—	
$K_2O$	0·04	—		—	—	—	—
$H_2O$	0·28	—	0·019	0·30	—	0·021	
	100·69			100·30			
fajsúly	3·30 <sub>8</sub> (20·0° C)			3·312 (16·7° C)			

A fenti adatokból kitűnik, hogy az  $R^{IV}O_2 : R^{III}O$  viszony igen közel = 1-gyel,<sup>2</sup> tehát a hodrusbányai fassait összetétele — a vizet és az igen kis mennyiségű alkáliákat tekinteten kívül hagyva — a DOELTER és mások által bővített TSCHERMAK-féle elmélet szerint<sup>3</sup>



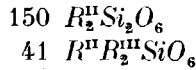
typusú vegyületekkel fejezhető ki.

<sup>1</sup> E részlet finoman való porítása abszolút alkohol alatt történt.

<sup>2</sup> 1·009 : 1·023 = 1·000 : 1·013.

<sup>3</sup> V. ö. TSCHERMAK: Min. u. Petrogr. Mitth., 32, 522—526 (1914), Centralbl. f. Min., 1915, p. 225—232; ZAMBONINI: (Atti R. Accad. Napoli, 16, [1914]; Zeitschr. f. Kryst., 55, 139—150 [1915—1920]); DOELTER: Centralbl. f. Min., 1917, p. 185—191.

Esetünkben az összetételt



adja meg.

Az egyes komponenseket külön kiszámítva,<sup>1</sup> a következő összetételhez jutunk:

### II. táblázat.

molekulaviszony			molekula %
0·429	143	$\text{CaMgSi}_2\text{O}_6$	75·0
0·006	2	$\text{CaFe}^{\text{II}}\text{Si}_2\text{O}_6$	1·1
0·015	5	$\text{Mg}_2\text{Si}_2\text{O}_6$	= 2·6
0·110	36½	$\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_6$	19·2
0·013	4	$\text{CaFe}_2^{\text{II}}\text{Si}_2\text{O}_6$	2·1
			100·0

vagy

molekulaviszony			molekula %
0·444	148	$\text{CaMgSi}_2\text{O}_6$	77·5
0·006	2	$\text{CaFe}^{\text{II}}\text{Si}_2\text{O}_6$	= 1·1
0·108	36	$\text{Ca}(\text{Al}, \text{Fe}^{\text{III}})_2\text{Si}_2\text{O}_6^*$	18·8
0·015	5	$\text{Mg}(\text{Al}, \text{Fe}^{\text{III}})_2\text{Si}_2\text{O}_6^*$	2·6
			100·0

A két felfogás egyenlőképpen jogosult.

A fenti keverési arányokból számított és az elemzésnél talált<sup>2</sup> értékek a következő (III.) táblázatban vannak egymással összehasonlítva.

### III. táblázat.

	talált	számított	különbség
$\text{SiO}_2$	48·92	49·36	- 0·44
$\text{Al}_2\text{O}_3$	9·05	8·95	+ 0·10
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	1·68	1·53	+ 0·15
$\text{FeO}$	0·36	0·35	+ 0·01
$\text{MgO}$	14·87	14·82	+ 0·05
$\text{CaO}$	25·12	24·99	+ 0·13
		100·00%	100·00%

<sup>1</sup> TSCHERMAK: loc. cit., 32, 525. — A titánt, melynek a bázisok közti elosztására elegendő támpontunk nincsen, nem tüntettem fel külön vegyületekben, hanem a Si-hoz számítottam; hasonló oknál fogva a \*-gal jelzett képletekben az  $\text{Fe}^{\text{III}}$ -at az Al-mal egyesítettem.

<sup>2</sup> A  $\text{TiO}_2$ -ot equivalens  $\text{SiO}_2$ -ra és az alkáliák s a víz elhagyásával az egészet 100%-ra átszámítva.



A hodrusbányai fassaithoz a chemiai összetétel szempontjából legközelebb áll az L. G. EAKINS<sup>1</sup> által elemzett Italian Peak-i (GUNNISON Co., Col., U. S. A.) augit, melynek elemzési adatai és fajsúlya az I. táblázatban vannak feltüntetve. Belőlük kitűnik, hogy az  $SiO_2 : R^{II}O$  viszony eléggé eltér 1-től s így összetétele TSCHERMAK hővitett elméletével nem fejezhető ki pontosan, míg ellenben a metasilikát-aluminát-elmélet CESÀRO-ZAMBONINI-féle alakjával<sup>2</sup> ez lehetséges.

A ZAMBONINI által feltételezett vegyületekkel kifejezve, összetétele: <sup>3</sup>

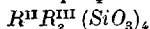
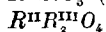
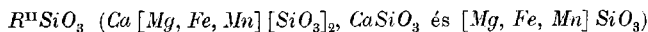
## IV. táblázat.

molekulaviszony			molekula %
7·777	-----	350	$R^{II}SiO_3$ 86·6
0·202	-----	9	$R^{II}R^{III}(SiO_3)_4 = 2·3$
1·000	-----	45	$R^{II}R_2^{III}O_4$ 11·1
			<hr/> 100·0-nek adódik ki.

<sup>1</sup> F. W. CLARKE-nál, Bull. geol. Surv. U. S. A. 113, 112 (1893); DOELTER, Min. Chemie, II. 1. p. 538. A fent közölt adatokon kívül egyéb adatokat nem találtam az irodalomban erre az augitra vonatkozólag.

<sup>2</sup> Miután már régebben RAMMELSBERG (Min. Chemie, 486 [1860]) és nyomán KNOP (Studien über Stoffwandlungen im Mineralreiche, 27 [Leipzig, 1873]) a pyroxének összetételének magyarázására az  $RSiO_3$  ill.  $R_3Si_3O_9$  mellett isomorph komponensek gyanánt aluminátokat és ferrinmetasilikátot vettek fel (RAMMELSBERG az  $Al$ -tartalmú augitokban  $RSiO_3$ ,  $R_3Al_4O_9$ ,  $Fe_2Si_3O_9$ , KNOP:  $R_3Si_3O_9$ ,  $R_3Al_4O_9$ ,  $Fe_2Si_3O_9$  komponenseket tételez fel) — újabban G. CESÀRO (Ann. d. la Soc. Géol. d. Belg. 40, 413—421 [1913—1914]) hasonló elmélet segítségével kísérte meg az  $\frac{R^{II}O}{SiO_2} > 1$  viszonyt mutató sesquioxyd-tartalmú pyroxének összetételét kifejezni. CESÀRO e pyroxéneket metasilikátok ( $R^{II}SiO_3$ ) és aluminátok ( $R^{II}[Al_2O_3]$ ) keverékének tekinti s azonkívül felteszi, «hogy a sesquioxydok egyrésze metakovasavhoz kötve lehet jelen»; szerinte a pyroxének összetétele  $n \{SiO_2 \cdot aR_2O_3 \cdot (1-3a)RO\} + Al_2O_3 \cdot RO$  képletnek felel meg.

ZAMBONINI (loc. cit.) egy évvel később hasonló eredményre jut; szerinte az augitokat



vegyületekből állónak kell tekinteni.

<sup>3</sup> A CESÀRO-féle képlettel számítva (lásd loc. cit., 414—415).

A hodrusbányai fassait összetétele ugyanezen elmélet alapján :

V. táblázat.

molekulaviszony			molekula %
9.400	66	$R_1^{II}SiO_3$	88.0
0.285	2	$R_1^{II}R_2^{III}(SiO_3)_4$	2.7
1.000	7	$R_1^{II}R_2^{III}O_4$	9.3
			100.0

A VI. táblázatban az elemzéssel talált<sup>1</sup> és a IV. s V. táblázat keverési arányaiból számított<sup>2</sup> értékek vannak egymással összehasonlítva.

VI. táblázat.

	Hodrusbánya			Italian Peak		
	talált	számított	különbség	talált	számított	különbség
$SiO_2$	48.92	48.96	-0.04	47.53	47.43	+0.10
$Al_2O_3$	9.05	9.01	+0.04	9.88	10.10	-0.22
$Fe_2O_3$	1.68	1.66	+0.02	1.79	1.76	+0.03
$FeO$	0.36	0.35	+0.01	0.91	0.91	0.00
$MgO$	14.87	14.87	0.00	14.43	14.39	+0.04
$CaO$	25.12	25.15	-0.03	25.46	25.41	+0.05
	100.00	100.00		100.00	100.00	

A VII. táblázatban a szakirodalomban található fassait-elemzéseket állítottam össze, nem véve figyelembe azokat, melyekben az  $Fe_2O_3$  és  $FeO$  nincsen külön feltüntetve, vagy a melyek elváltozást mutató anyagra vonatkoznak.

<sup>1</sup> Mint a III. táblázatnál számítva.

<sup>2</sup> Az  $Al_2O_3$ - és  $Fe_2O_3$ -ot, illetőleg a  $CaO$ -,  $MgO$ - és  $FeO$ -ot az elemzés által megadott arányban véve számításba.

<sup>3</sup> Ilyenek: ZILLERVÖLGY-i fassait, elem. BARTHE (Wien. Akad. Ber. 24, 290); DOELTER sz. (Tsch. Min. Mitth., 7, 72 [1877] nem biztos, hogy fassait. Monticellit után pseudomorph fassait, MONZONI, elem. v. Rath, (Sitzungsber. Berl. Akad. 1874; DOELTER, loc. cit.).

SANTORIN, elem. Fouqué, (C. R. 1875. I. p. 634; DOELTER, Min. Chemie II. 1. p. 559).

MAL INVERNO (Fassavölgy), elem. DOELTER, (Tsch. Min. Mitth. loc. cit. 71; Min. Chemie loc. cit. 558.); szerinte az elváltozás jeleit mutatta.

Az ARENDAL-i agyitot (elem. DOELTER, Tsch. Min. u. Petrogr. Mitth. 1, 63 (1878)), melyet DANA (System, VI. kiad. p. 360) a fassaitok közt sorol fel, DOELTER nem számítja azok közé.

VII. táblázat.<sup>1</sup>

	Monzoni (Fassavölgy)			le Selle
	Toal della Foja			
	I.	II.	III.	IV.
	kristályok	kristályos fassait	kristályok a II. féleség üregeiből	gehlenit utáni pseudomorphosa
$SiO_2$	43·81	44·06	44·76	44·22
$Al_2O_3$	9·97	10·43	10·10	12·37
$Fe_2O_3$	7·01	5·91	5·01	3·83
$FeO$	1·52	1·67	2·09	1·14
$MgO$	12·51	13·10	13·65	11·26
$CaO$	25·10	25·20	24·90	27·31
$H_2O$	0·51	0·15	—	0·73*
	100·43	100·52	100·51	100·86
fajsúly	—	2·965 (16° C.)	2·979	—

\* izzítási veszteség.

E fassaitok összetétele, mint azt CESÀRO a III. számúra vonatkozólag már közölte, nem formulázható a bővített TSCHERMAK-féle elmélet szerint,<sup>2</sup> mert mint az elemzésekből számított következő adatok mutatják, az  $SiO_2 : R^{IV}O$  viszony jelentékenyen eltér 1-től;

	$SiO_2$	$R^{IV}O$
I.	1·000	1·073
II.	1·000	1·092
III.	1·000	1·094
IV.	1·000	1·067

a metasilikát-aluminát-elmélet CESÀRO-ZAMBONINI-féle alakja segítségével azonban pontosan kifejezhető. Ez elmélet alapján számított értékek a hodrusbányai fassaitra vonatkozókkal együtt a VIII. táblázatban vannak összefoglalva.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> I. III, elem. DOELTER (Tsch. Min. Mitth. 7, 65—73 [1877]; Min. Chemie, loc. cit.), IV. elem. CATHREIN (Tsch. Min. u. Petrogr. Mitth. 8, 410 [1886]). Itt megjegyzem, hogy DOELTER Min. Chemie-jában, valamint loc. cit. 7, 71. lapján az általa elcmezett négy fassait % összetételénél a  $CaO$  a  $MgO$ -dal fel van cserélve s a fassaitokat DOELTER az elsől említett helyen a felcserélt adatok alapján magnesiumdúsának jellemzi és a klinohypersthenekkel hozza kapcsolatba, a SANTORIN-i fassaitnál pedig  $FeO$  helyett  $Fe_2O_3$ -ot ír.

<sup>2</sup> CESÀRO, loc. cit. 419—420.

<sup>3</sup> A ZAMBONINI által feltételezett vegyületeket véve tekintetbe.

## VIII. táblázat.

	I.		II.	
	mol. viszony	mol. %	mol. viszony	mol. %
$R^{II}SiO_3$	5.325...112	81.8	5.414...108	82.5
$R^{II}R_2^{III}(SiO_3)_4$	0.189...4	2.9	0.150...3	2.3
$R^{II}R_2^{III}O_4$	1.000...21	15.3	1.000...20	15.2
		100.0		100.0

	III.		IV.		Hodrusbánya	
	mol. viszony	mol. %	mol. viszony	mol. %	mol. viszony	mol. %
$R^{II}SiO_3$	5.916...182	84.0	5.270...79	81.5	9.400...66	88.0
$R^{II}R_2^{III}(SiO_3)_4$	0.129...4	1.8	0.200...3	3.1	0.285...2	2.7
$R^{II}R_2^{III}O_4$	1.000...31	14.2	1.000...15	15.4	1.000...7	9.3
		100.0		100.0		100.0

A hodrusbányai fassait chemiai összetételét a fassavölgyiekével összehasonlítva kitűnik, hogy ezeknél

usque: 4.8%- ill. 3.6%-el több  $SiO_2$ - ill.  $MgO$ -ot és

usque: 1.7%- ill. 6.2%-el kevesebb  $FeO$ -ill.  $Al_2O_3 + Fe_2O_3$ -ot és a IV. számú kivételével lényegben ugyanannyi  $CaO$ -ot tartalmaz. Magasabb  $SiO_2$  és alacsonyabb sesquioxyd tartalma, a CESÀRO-ZAMBONINI-féle elmélet értelmében azt mutatja, hogy felépítésében az alumínát-molekulák kisebb számmal vesznek részt, mint a fassavölgyiekében (l. a VIII. táblázatot).

Valamennyi itt tárgyalt fassaitnál 10%-on felüli (egyiknél<sup>1</sup> csaknem 17%-ot elérő)  $Al_2O_3 + Fe_2O_3$ -ot és a  $MgO$  mennyiségénél usque 2.4-szer nagyobb, magas (25—27% körüli)  $CaO$  tartalmat konstatalhatunk.

Az elemzett anyag a M. Nemzeti Múzeum Ásvány-Őslénytárából való.

<sup>1</sup> Lásd VII. táblázat: I.

# GÖRBÉK ÉS GÖRBESEREGEK TOPOLOGIÁJÁRÓL.

KERÉKJÁRTÓ BÉLÁ-tól.

Jelen dolgozatom első §-ában egy új topologikus bizonyítást adok arra, a conformis leképezések elméletéből is ismert tételre, hogy egy JORDAN-görbét belsejével együtt leképezhetünk kölcsönösen egyértelmű és folytonos módon egy zárt körlemezre.<sup>1</sup> A második §-ban megállapítom annak szükséges és elégséges feltételét, hogy egy görbesereg homoeomorph legyen a koncentrikus körök seregével.

## 1. §.

Legyen  $H$  egy (egyszerű) polygon; ezt és belsejét le akarjuk képezni topologikusan (azaz kölcsönösen egyértelmű, folytonos módon) egy zárt körlemezre. A mennyiben  $H$  nem háromszög, belsejét felosztjuk háromszögekre olyan átlói által, melyek  $H$  belsejében haladnak. Legyen  $\Delta$  e háromszögek közül olyan, melynek két oldala közös  $H$ -nek két oldalával;  $\Delta$  harmadik  $c$  oldalának közelében felveszünk egy  $S$  pontot, mely  $H$ -n belül,  $\Delta$ -n kívül fekszik s a melyet  $c$  végpontjaival összekötve, ezek az utak nem metszik a háromszögek oldalait; ez a két út és  $c$  egy  $\Delta'$  háromszöget alkot.  $\Delta + \Delta'$  felületét  $S$ -ből való vetítéssel leképezzük  $\Delta'$ -re; ez a  $H$  polygon felületének az egygyel kisebb oldal-számú  $H - \Delta$  polygon felületére való leképezését adja. Így folytatva tovább,  $H$  felületének egy háromszögre való leképezését kapjuk s e háromszöget egy belső pontjából

<sup>1</sup> E tételnek ugyanesak topologikus bizonyítását adta L. ANTOINE: Sur l'homéomorphie de deux figures et de leurs voisinages; Thèse, Strasbourg 1921.

egy köréje irt körre vetítve, végül az adott  $H$  polygon felületének egy zárt körlemezre való topologikus leképezéséhez jutunk. E leképezést összekapcsolva a körlemeznek alkalmasan választott önmagára való leképezésével, elérhetjük, hogy a  $H$  felületének a körlemezre való leképezése a kerületen azonos legyen egy előre megadott tetszésszerű topologikus leképezéssel.

Legyen most  $J$  egy tetszésszerű JORDAN-görbe.  $J$ -t felosztjuk  $k^{(1)}$  ívre, melyek mindegyike  $\varepsilon^{(1)}$ -nél kisebb átmérőjű; legyenek ezek az ívek  $i_1, i_2, \dots, i_{k^{(1)}}$ . Mindegyik  $i_r$  ívnek vesszük egy  $P_r$  belső pontját. Legyen  $Q_r$  egy  $J$  belsejében fekvő pont, melynek  $P_r$ -től való távolsága kisebb a  $P_r$ -nek  $(J - i_r)$ -től való távolságának felénél. A  $\overrightarrow{Q_r P_r}$  egyenes szakaszon legyen  $S_r$  a  $J$  első pontja; jelöljük a  $Q_r S_r$  szakaszt  $\lambda_r^{(1)}$ -gyel. Összekötjük most a  $Q_r$  és  $Q_{r+1}$  pontokat egy oly  $\mu_r$  úttal, mely az  $i_r$  és  $i_{r+1}$  közös végpontjának  $4\varepsilon^{(1)}$  sugarú környezetében halad s a mely  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{k^{(1)}}$  utak nem metszik egymást és a  $\lambda_r^{(1)}$  utakat sem, eltekintve közös végpontjaiktól. Kapunk így egy

$$\Pi^{(1)} = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_{k^{(1)}}$$

polygont, a melynek és  $J$ -nek egymástól való távolsága mindenütt kisebb  $4\varepsilon^{(1)}$ -nél; a  $\Pi^{(1)}$  és  $J$  közti tartományt a  $\lambda_r^{(1)}$  utak  $4\varepsilon^{(1)}$ -nél kisebb átmérőjű tartományokra osztják. Felosztjuk most a  $J$ -nek  $\overline{S_r S_{r+1}}$  íveit, mindegyiket  $k^{(2)}$  ívre, melyek mindegyike  $\varepsilon^{(2)} = \frac{\varepsilon^{(1)}}{2}$ -nél kisebb átmérőjű; a fentihez hasonló módon szerkesztjük a  $\lambda_s^{(2)}$  utakat, közéjük véve a  $\lambda_r^{(1)}$  utak megfelelő részeit is; összekötte ezeknek a nem  $J$ -n fekvő végpontjait, kapunk egy  $\Pi^{(2)}$  polygont, úgy hogy  $\Pi^{(2)}$  és  $J$  egymáshoz mindenütt  $4\varepsilon^{(2)}$ -nél közelebb fekszik s a  $\Pi^{(2)}$  és  $J$  közti tartományt a  $\lambda_s^{(2)}$  utak  $4\varepsilon^{(2)}$ -nél kisebb átmérőjű tartományokra osztják. S így folytatjuk ezt az eljárást tovább.

Most már  $\Pi^{(1)}$ -et és belsejét topologikusan leképezzük egy  $\frac{1}{2}$  sugarú körre, úgy hogy a  $\lambda_r^{(1)}$  végpontjainak képei a  $\varphi = \frac{2r\pi}{k^{(1)}}$  szögű pontok legyenek; ez megtörténvén, a  $\Pi^{(1)}$  és  $\Pi^{(2)}$  közti tartományt leképezzük egy az előbbihez folytonosan csatlakozó leképezéssel az  $\frac{1}{2}$  és  $\frac{2}{2}$  sugarú körgyűrűre, úgy hogy a  $\lambda_r^{(1)}$  utaknak  $\Pi^{(1)}$  és  $\Pi^{(2)}$  közti részei a

$$\varphi = \frac{2r\pi}{k^{(1)}}, \quad \frac{1}{2} \leq \varrho \leq \frac{2}{3}$$

radiálisokba s a  $\lambda_s^{(2)}$  utak végpontjai a  $\varphi = \frac{2s\pi}{k^{(1)}k^{(2)}}$  szögű pontokba menjenek át. És így tovább.

Ilyen módon kapjuk  $J$  belsejének a kör belsejére való topologikus leképezését. E leképezés topologikusan kibővíthető a kerületekre is, mivel a kör minden  $0 \leq \varrho \leq 1$ ,  $\varphi = \text{const.}$  sugarának képe egy JORDAN-görbeiv. Ugyanis egy  $\varphi = \frac{2r\pi}{k^{(1)}k^{(2)} \dots k^{(v)}}$  szögű sugár képe véges számú JORDAN-görbeiből tevődik össze; más sugáré pedig végtelen sok  $a_1 + a_2 + \dots$  JORDAN-görbeiből, melynél az  $a_n + a_{n+1} + \dots$  rész  $\varepsilon^{(n)} = \frac{\varepsilon^{(n)}}{2^{n-1}}$ -nél kisebb átmérőjű. Következésképp a körvonal minden pontjának megfelel kölcsönösen egyértelmű és folytonos módon a  $J$  egy pontja. Így előállítottuk a JORDAN-görbének és belsejének egy zárt körlemezre való topologikus leképezését.

Hozzátehetjük még, hogy e leképezés olyképpen módosítható, hogy a kerületen egy előre megadott topologikus leképezéssel legyen azonos; továbbá, hogy ugyanúgy kiterjeszthető a JORDAN-görbe külsejére is. Általánosan így mondhatjuk ki az eredményt:

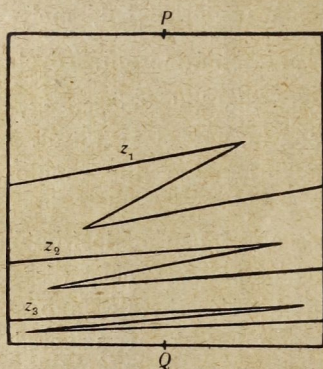
*Adva lévén egy Jordan-görbének egy másik Jordan-görbére való topologikus leképezése, meg lehet határozni az egész síknek önmagára való topologikus leképezését, mely e Jordan-görbéken az adott leképezéssel azonos.*<sup>1</sup>

## 2. §.

Legyen adva egy körlemezen fekvő JORDAN-görbék olyan serege, hogy (egy pont kivételével) a körlemez minden egyes pontján keresztül a seregnek egy és csakis egy görbéje halad; kimutatható, hogy e sereg bármely két görbéje közül egyik a másiknak belsejében fekszik. Egy ily görbesereg szükségképpen æquivalens a  $0 \leq x \leq 1$  intervallummal (a görbevonalat s a görbe-

<sup>1</sup> ANTOINE, l. c.

sereg középpontját szintén a sereghez számítjuk); azaz meg lehet feleltetni a  $0 \leq x \leq 1$  számokat e görbéknek kölcsönösen egyértelmű módon és úgy, hogy két  $x$  és  $x'$  értéknek megfelelő görbék egymástól mindenütt tetszésszerűen kis  $\varepsilon$ -nál kisebb távolságban vannak, hacsak  $x$  és  $x'$  különbsége elég kicsiny. Kérdés, hogy egy ily sereg szükségképpen homoeomorph-e a koncentrikus körök seregével, azaz lehet-e leképezni topologikusan a körlemezt önmagára oly módon, hogy a sereg mindegyik görbéje koncentrikus körbe megy át. A válasz tagadó, mint azt a következő példán láthatjuk, hol az egyszerűbb ábrázolás czéljából



concentrikus körök és JORDAN-görbék helyett egy négyzetet betöltő parallel-vonalsereget és egy JORDAN-görbeiből álló oly sereget veszünk, mely ívek a négyzet két párhuzamos oldalának pontjait kötik össze; az ábrán egy sorozatot adok, mely kiegészíthető egy a négyzetet teljesen kitöltő JORDAN-görbeív-sereggé. A  $z_1, z_2, \dots$  ívek nyilván nem lehetnek parallel vonalak képei, mivel a  $P$  és  $Q$  pontokat nem lehet a négyzet belsejében összekötni egy oly JORDAN-görbeívvel, mely a  $z_i$  ívek mind-

egyikét egy és csak egy pontban metszi.

Kérdés tehát, mily feltétel mellett lesz egy ilyen sereg homoeomorph egy parallelvonalsereggel, vagy előbbi tárgyunkra visszatérve, egy JORDAN-görbesereg egy koncentrikus körsereggel. Szükséges nyilván a következő feltétel:

A) Ha  $P_\nu$  és  $Q_\nu$ , a sereg ugyanazon  $j_\nu$  görbéjén választott pontok, a  $\nu$  minden határon túl való növekedésével egy és ugyanazon  $P$  ponthoz convergálnak, akkor a  $j_\nu$  görbéken alkalmasan választott  $\overline{P_\nu Q_\nu}$  ívek is  $P$ -hez convergálnak, azaz átmérőjük 0-hoz tart.

Ki fogjuk mutatni, hogy e feltétel teljesülése egyben elég-séges is arra, hogy az adott görbesereg homoeomorph legyen a koncentrikus körök seregével. E czélból előbb az A) feltétel né-



hány vele æquivalens következményét állapítjuk meg, melyek A)-ból könnyen levezethetők.

B) Minden pozitív  $\rho$ -hoz meghatározható oly  $\varepsilon > 0$ , hogy ha  $A$  és  $B$  tetszésszerű pontok, melyek ugyanazon a  $j$  görbén fekszenek s a melyek távolsága kisebb, mint  $\varepsilon$ , az  $\widehat{AB}$  és  $\widehat{BA}$  ívek egyikének átmérője kisebb, mint  $\rho$ .

C) Minden pozitív  $\varepsilon$ -hoz meghatározható oly  $\eta > 0$ , hogy ha  $A$  és  $B$  tetszésszerű pontok, melyek ugyanazon a  $j$  görbén fekszenek s a melyek távolsága kisebb, mint  $\eta$ , akkor össze lehet kötni őket egy  $\varepsilon$ -nál kisebb átmérőjű és egészen a  $j$  belsejében (illetőleg külsejében) haladó úttal.<sup>1</sup>

D) Minden pozitív  $\varepsilon$ -hoz meghatározható oly  $\eta > 0$ , hogy ha  $A$  és  $B$  tetszésszerű pontok, a melyek távolsága kisebb, mint  $\eta$ , akkor össze lehet kötni őket a rajtok áthaladó görbék között egy  $\delta$ -nál kisebb átmérőjű úttal.

Bebizonyítjuk most a következő segédtevélet:

I. Legyen  $\varepsilon$  egy tetszésszerű pozitív szám,  $A$  és  $B$  a körlemez két tetszésszerű pontja, hogy a  $B$ -n áthaladó görbe belsejében fekszik az  $A$ -n áthaladónak. Meg lehet határozni egy oly  $P_0 = A, P_1, P_2, \dots, P_n = B$  pontsorozatot, hogy minden  $\nu$ -re a  $P_\nu, P_{\nu+1}$  pontok távolsága kisebb, mint  $\varepsilon$  és a  $P_{\nu+1}$ -n áthaladó görbe belsejében fekszik a  $P_\nu$ -n áthaladó görbének.

Választunk a görbeseregből oly  $j_0, j_1, j_2, \dots, j_r$  sorozatot, hogy  $j_0$  és  $j_r$  az  $A$ , illetőleg  $B$ -n áthaladó görbék, továbbá  $j_{\nu+1}$  belsejében van  $j_\nu$ -nek és végül  $j_\nu$  és  $j_{\nu+1}$  egymástól való távolsága mindenütt kisebb, mint  $\frac{\varepsilon}{3}$ . Felveszünk a  $j_\nu$  görbéken  $P_\nu$  pontokat úgy, hogy  $P_0 = A$ , s minden  $\nu$ -re

$$\overline{P_{\nu+1}P_\nu} < \varepsilon \quad \text{és} \quad \overline{P_{r-1}P_r} < \frac{\varepsilon}{3}.$$

A  $j_\nu$  görbe  $\widehat{P_\nu B}$  ívét felosztjuk  $s$  ívre, melyek mindegyike  $\frac{\varepsilon}{3}$ -nál kisebb átmérőjű; ez ívek végpontjai legyenek

$$Q_0 = P_\nu, Q_1, Q_2, \dots, Q_s = B.$$

<sup>1</sup> Vagyis a símaság (Unbewalltheit) tulajdonsága a seregre nézve egyenletesen fennáll.

Válasszunk most egy

$$j'_r = j_{r-1}, j'_{r+1}, j'_{r+2}, \dots, j'_{r+s} = j_r$$

görbesorozatot, úgy hogy  $j'_{r+v+1}$  belsejében van  $j_{r+v}$ -nek; mind-egyik  $j_{r+v}$ -n ( $v=1, 2, \dots, s-1$ ) felvesszünk egy  $P_{r+v}$  pontot, melynek  $Q_r$ -től való távolsága kisebb, mint  $\frac{\varepsilon}{3}$ . Ilyen módon egy

$$P_0 = A, P_1, \dots, P_{r-1}, P_{r+1}, \dots, P_{r+s} = B$$

sorozatot kapunk, mely az I. állításban foglalt tulajdonsággal bír.

E tételnek még egy kiterjesztését adjuk. Egy  $C$  continuumot az adott görbeseregre vonatkozólag *convexnek* nevezünk, ha  $C$ -nek bármely ugyanazon a  $j$  görbén fekvő pontpárjával együtt a  $j$ -nek egy  $e$  pontokat összekötő íve is  $C$ -hez tartozik.

II. *Legyen  $C$  egy az adott görbeseregre vonatkozólag convex continuum, mely az  $A$  és  $B$  pontokat tartalmazza  $s$  legyen  $\varepsilon$  tetszésszerű pozitív szám. Meg lehet határozni egy oly  $P_0 = A, P_1, P_2, \dots, P_n = B$  pontsorozatot, hogy minden  $v$ -re a  $P_{v+1}$ -n áthaladó görbe belsejében halad a  $P_v$ -n áthaladónak: továbbá a  $\overline{P_v P_{v+1}}$  távolság kisebb, mint  $\varepsilon$  s végül bármely pontnak  $C$ -től való távolsága kisebb, mint  $\frac{\varepsilon}{3}$ .*

E pontokat  $P_0 = A$ -tól kezdve folytatólagosan definiáljuk a következő két előírással: 1. Legyen  $x$  a  $P_v$  körül  $\varepsilon$  sugárral irt kör; ha  $x$  és  $C$ -nek van a  $P_v$ -n áthaladó  $j_{P_v}$  görbe belsejében közös pontja, akkor  $P_{v+1}$  legyen a  $x$  és  $C$ -nek olyan közös pontja, hogy a rajta áthaladó  $j_{P_{v+1}}$  görbe belsejében nincsen  $x$  és  $C$ -nek közös pontja; 2. ha  $x$  és  $C$ -nek nincsen  $j_{P_v}$  belsejében közös pontja, akkor legyen  $S_v$  egy a  $j_{P_v}$ -n fekvő sűrűsödő helye a  $C$  continuum  $j_{P_v}$  belsejében fekvő részének;  $C$  convexitása folytán  $j_{P_v}$ -nek  $\overline{P_v S_v}$  íve  $C$ -hez tartozik, ezt felosztjuk  $\frac{\varepsilon}{3}$ -nál kisebb átmérőjű ívekre, melyek végpontjai:

$$Q_v = P_v, Q_{v+1}, Q_{v+2}, \dots, Q_{v+\mu} = S_v;$$

most felvesszük  $C$ -nek egy a  $j_{P_v}$  belsejében,  $S_v$ -höz  $\frac{\varepsilon}{3}$ -nál kö-

zelebb fekvő  $P_{v+\mu}$  pontját, továbbá  $j_{P_v}$  és  $j_{P_{v+\mu}}$  között felvesszünk  $\mu-1$  görbét; legyenek ezek  $j_{P_{v+1}}, \dots, j_{P_{v+\mu-1}}$ , úgy hogy  $j_{P_{v+\lambda+1}}$  a  $j_{P_{v+\lambda}}$ -nak belsejében fekszik és  $j_{P_{v+\lambda}}$  és  $j_{P_v}$  egymástól való távolsága mindenütt kisebb, mint  $\frac{\varepsilon}{3}$ ; végre minden  $j_{P_{v+\lambda}}$ -n ( $\lambda=1, 2, \dots, \mu-1$ ) egy a  $Q_{v+\lambda}$ -tól  $\frac{\varepsilon}{3}$ -nál kisebb távolságban levő  $P_{v+\lambda}$  pontot választunk. E második esetben a folytatólagos eljárás  $P_v$ -ből a  $P_{v+1}, P_{v+2}, \dots, P_{v+\mu}$  pontokat állítja elő, míg az első esetben csak egy  $P_{v+1}$  pontot ad.

A definitióból nyilvánvaló, hogy ha  $P_v$  a nyert sorozatnak olyan pontja, melyből a folytatás 1. szerint történik, akkor  $\overline{P_{v+r}P_v} > \varepsilon$ , ( $r \geq 2$ ), továbbá, ha  $P_v$  és  $P_{v+\lambda}$  két oly pont, melyekben az 1. folytatás nem lehetséges, akkor

$$\overline{P_v P_{v+\lambda+r}} > \varepsilon, \quad (r \geq 0).$$

Következőleg véges számú lépés után eljutunk a  $j_B$  görbe egy  $P_n$  pontjához; ha ez a pont  $B$ -től különbözik, közbeiktatunk, mint az I. tétel bizonyításánál, véges számú pontot, mely az előbbi sorozatot  $B$ -vel kapcsolja össze.

A II. tétel segítségével most már bebizonyíthatjuk a következő állítást:

III. *Legyen  $A$  és  $B$  a körlemez két tetszőszerinti pontja,  $j_A$  és  $j_B$  a seregnek rajtok áthaladó görbéi; össze lehet kötni  $A$ -t és  $B$ -t egy a  $j_A$  és  $j_B$  közt haladó Jordan-görbeivel, mely a sereg minden  $j_A$  és  $j_B$  közt fekvő görbéjét egy és csak egy pontban metszi.*

Megadunk először is egy pozitív tagú olyan  $\eta_1 + \eta_2 + \dots$  convergens sort, hogy a  $D$ ) értelmében megfelelő  $\varepsilon_i$  számok  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots$  sora, továbbá az  $\varepsilon_i$ -knek  $B$ ) értelmében megfelelő  $\varrho_i$  számok  $\varrho_1 + \varrho_2 + \dots$  sora is convergens legyen.

Összekapcsoljuk most (I. értelmében)  $A$ -t és  $B$ -t egy

$$A = P_0, P_1, \dots, P_n = B$$

pontsorozattal, melyre  $\overline{P_v P_{v+1}} < \eta_1$ ; összekötjük  $P_v$  és  $P_{v+1}$ -et a rajtok átmenő görbék közében haladó  $\varepsilon_1$ -nél kisebb átmérőjű úttal ( $D$ ) szerint); ez utak összesege alkot egy  $A$ -t és  $B$ -t összekötő  $u_1$  utat. Az  $u_1$  uthoz rendelünk egy a görbeseregen

convex  $C_1$  continuumot, úgy hogy ha  $u_1$ -nek két  $P$  és  $Q$  pontja ugyanazon a  $j$  görbén fekszik, akkor  $j$ -nek egyik  $\overline{PQ}$  íve is  $C_1$ -hez tartozik, ha pedig  $u_1$  és  $j$ -nek csak egy közös pontja van, akkor  $C_1$ -nek sincsen  $j$ -n egyéb pontja. Meghatározunk most (II. szerint) egy

$$P_0^{(2)} = A, P_1^{(2)}, \dots, P_v^{(2)} = P_1, \dots$$

pontsorozatot, úgyhogy  $P_v^{(2)}$ -nek  $C_1$ -től való távolsága kisebb, mint  $\frac{\varepsilon_1}{3}$ , és egy  $u_2$  utat, a melynek  $P_v^{(2)} P_{v+1}^{(2)}$  részei  $\varepsilon_2$ -nél kisebb átmérőjűek; így  $u_2$ -nek  $C_1$ -től való távolsága mindenütt kisebb, mint  $\frac{\varepsilon_1}{3} + \varepsilon_2$ ; az  $u_2$  által meghatározott convex continuum  $C_2$  távolsága  $u_2$ -től mindenütt kisebb, mint  $\rho_2$  ( $B$ ) tétel szerint); így  $C_2$ -nek  $C_1$ -től való távolsága mindenütt kisebb, mint  $\rho_2 + \varepsilon_2 + \frac{\varepsilon_1}{3}$ . Így folytatva tovább, nyerjük a  $C_1, C_2, C_3, \dots$  continuumokat, melyek egy  $C_\omega$  continuumhoz convergálnak; mivel pedig  $C_n$ -nek bármely  $j$  görbével közös része  $\rho_n$ -nél kisebb átmérőjű és  $\rho_n \rightarrow 0$ , ha  $n \rightarrow \infty$ , következik, hogy  $C_\omega$  mindegyik  $j$  görbét, mely  $j_A$  és  $j_B$  között fekszik, egy és csak egy pontban metszi s így  $C_\omega$  egy JORDAN-görbeiv. Ezzel a III. tétel be van bizonyítva. Hasonlóképpen mutatható ki, hogy egy ilyen összekötő ív meghatározása után megadható még egy másik is, mely az előbbit nem metszi.

Bebizonyítjuk most eredeti állításunkat, mely szerint az A) tulajdonsággal bíró görbesereg a koncentrikus körök seregével homoeomorph.

Választunk először egy  $j_0^{(1)}, j_1^{(1)}, \dots, j_n^{(1)}$  sorozatot az adott görbeseregéből, hol  $j_n^{(1)}$  a külső határkört,  $j_0^{(1)}$  a sereg középpontját jelöli, a mely sorozat olyan, hogy  $j_v^{(1)}$  a  $j_{v+1}^{(1)}$ -nek belsejébe nvan s e görbék egymástól való távolsága mindenütt kisebb, mint  $\varepsilon (> 0)$ . E görbék mindegyikét felosztjuk  $k^{(1)}$  ívre, mely ívek mindegyike  $\varepsilon$ -nál kisebb átmérőjű s az osztáspontokat összekötjük egymással olyan  $\lambda_0^{(1)}, \lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}, \dots, \lambda_{k^{(1)}-1}^{(1)}$  JORDAN-görbeivekkel, melyek egymást nem, s a sereg mindegyik görbéjét egy és csak egy pontban metszik. Ezután minden  $j_v^{(1)}$  és  $j_{v+1}^{(1)}$  görbe között felvesszünk a seregéből újabb  $(n^{(2)} - 1)$  görbét, úgy hogy bármely két szomszédosnak egymástól való távolsága mindenütt kisebb legyen,

mint  $\frac{\varepsilon}{2}$ , s az összes eddig felvett görbéknek a  $\lambda_v^{(1)}$  ívek által meghatározott minden ívét felosztjuk  $k^{(2)}$  ívre, melyek átmérője kisebb, mint  $\frac{\varepsilon}{2}$ . S így folytatjuk tovább. Akkor minden  $\lambda_v^{(i)}$  ívnek megfeleltetjük a  $\varphi = \frac{2\nu\pi}{k^{(1)} \cdot k^{(2)} \cdot \dots \cdot k^{(i)}}$  szögértéket s a  $j_v^{(i)}$  görbének az  $r = \frac{\nu}{n^{(1)} \cdot n^{(2)} \cdot \dots \cdot n^{(i)}}$  távolságot; ilyen módon meghatároztunk egy a körlemezen mindenütt sűrű ponthalmazon egy  $(r, \varphi)$  görbevonalú poláris koordinátarendszert, mely az egész zárt közlemezre kölcsönösen egyértelmű és folytonos módon kiterjeszhető. E mellett az  $r = \text{const.}$  értékek adják az adott görbesereg görbéit s így e koordináta-meghatározás, mely a körlemeznek önmagára való topologikus leképezése s a metrikus poláris koordinátarendszert a görbevonalú poláris koordinátarendszerbe viszi át, egyben megmutatja az adott görbeseregnek a koncentrikus körök seregével homoeomorph voltát. Eredményünk a következő tételben foglalható össze:

*Legyen adva egy körlemezen fekvő Jordan-görbéknek olyan serege, hogy a körlemez minden pontján, egy pont kivételével, halad a seregnek egy és csak egy görbéje. E görbesereg akkor és csak akkor homoeomorph a koncentrikus körök seregével, ha teljesül a következő feltétel: legyenek  $P_v$  és  $Q_v$  a sereg ugyanazon a  $j_v$  görbéjén fekvő pontok, melyek  $\nu$  növekedésével ugyan  $P$  ponthoz convergálnak; akkor a  $j_v$  görbéken alkalmasan választott  $\widehat{P_v Q_v}$  ívek is  $P$ -hez convergálnak.*

## A SAGNAC-KISÉRLET AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁS ELMÉLETE SZEMPONTJÁBÓL.

ORTVAY RUDOLF-461.

Az úgynevezett «specziális» relativitás elméletének alap-postulátuma szerint, egymáshoz képest egyenletes translatiót végző rendszerekben a physikai jelenségek lefolyásának törvényei megegyeznek, nevezetesen a fény is mindegyik rendszerben ugyanazzal az állandó sebességgel terjed.

Ha azonban oly rendszereket is tekintetbe veszünk, melyek legalább a mozgás egyes szakaszaiban egymáshoz képest nem egyenletes translatorius mozgást végeznek és ezekre a rendszerekre mégis a specziális relativitás elméletének szempontjait alkalmazzuk, akkor érthető, hogy oly következtetésekre jutunk, melyek a relativitás elméletének ellentmondanak. Klasszikus példa erre az úgynevezett óra-paradoxon<sup>1</sup> és SAGNAC interferentia-kísérlete.<sup>2</sup> Mindkét esetben gyorsuló mozgások is szerepelnek és azért a jelenségek teljes elmélete csak az általános relativitás elméletének szempontjából adható meg, mely a gyorsulások tekintetbe vételére is módot nyújt. Jelen dolgozat tárgya a SAGNAC-kísérlet tárgyalása az általános relativitás elméletének szempontjából.

### I.

SAGNAC kísérlete abban áll, hogy egy forgatható korongon egy szabályos sokszög csúcsaiban alkalmasan elhelyezett tükrök segítségével egy fényforrásból kiinduló, ugyanazon a szabályos sok-

<sup>1</sup> A. EINSTEIN : Naturwissenschaft 6. (1918), p. 697.

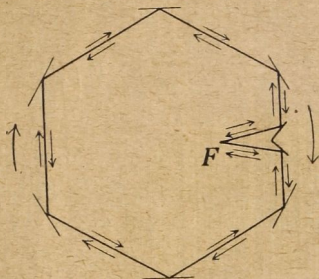
<sup>2</sup> G. SAGNAC : Paris C. R. 157 (1913), p. 708 és 1410.

szög-alakú pályán ellenkező irányban végigvezetett két fénysugár közt interferentia-jelenséget létesített. Ha a korongot a sokszög centrumán áthaladó, annak síkjára merőleges tengely körül egyenletes forgásba hozta, az interferentia-sávok eltolódtak, azaz a két interferáló hullám közt phasiskülönbég jött létre.

SAGNAC kísérlete mindenestre kimutatja, hogy egyenletes forgást végző koordináta-rendszerekben a fény másképp terjed, mint inertia-rendszerekben. Ez egyáltalában nem meglepő, mert a mechanikából ösmeretes, hogy ilyenkor centrifugális és CORIOLIS-féle erők lépnek fel, melyek számos módon (FOUCAULT-féle inga, gyroskop, Eötvös módszere) a földön is kimutathatók és a melyek optikai analogja a SAGNAC-kísérlet.

A kísérlet elmélete<sup>1</sup> egy inertia-rendszerben, melyhez képest a korong forog, nehézség nélkül megadható; LAUE<sup>2</sup> már a kísérlet kivitele előtt előre megadta a várható phasiskülönbég értékét.

A tárgyalás egyszerűsítése czéljából feltehetjük, hogy a két interferáló fénysugár nem sokszög-alakú pályát, hanem körpályát fut be. A fény terjedési sebessége mindkét pályán a földhöz rögzített koordináta-rendszerben, melyet itt inertia-rendszernek tekinthetünk, állandóan  $c$ . Ha a kör kerülete  $l$ , akkor a fény ezt  $\tau = \frac{l}{c}$  idő alatt futja be. Ha a kerület  $v = r_0 \omega$  sebességgel forog, hol  $r_0$  a radius,  $\omega$  a szögsebesség,  $\tau$  idő alatt a kerületnek az a pontja, honnan a két sugár kiindult és hol a két sugár ismét találkozik,  $\tau \cdot v = \Delta l$  hosszal elmozdult, tehát az egyik sugár úthossza ennyivel meghosszabbodott, a másika ugyanennyivel megrövidült, köztük előáll  $2\Delta l = \frac{2lv}{c}$  útkülönbég azaz  $\frac{2lv}{c^2}$  phasiskülönbég és



1. ábra.

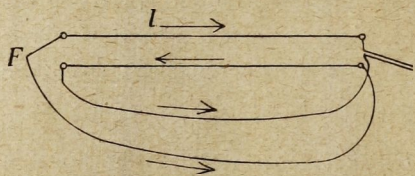
<sup>1</sup> M. v. LAUE: München. Ber. 1911. p. 404.  
 „ „ „ Das Relativitätsprinzip. 3. Aufl. 1919.  
 „ „ „ Ann. d. Phys. 62 (1920), p. 448.  
<sup>2</sup> LAUE: l. c.

ennek megfelelő eltolódása az interferentia-sávoknak. Az együttmozgó rendszerről megítélve a phasiskülömbőség ugyanennyi és a befutott út mindkét hullámra megegyezik, tehát a két hullám terjedési sebességének kell különbözőnek lennie. Ezeket  $c-v$ , illetőleg  $c+v$ -nek véve, megkapjuk az észlelt phasiskülömbőséget, lévén  $\frac{v}{c}$  magasabb hatványaitól eltekintve a phasiskülömbőség:

$$\begin{aligned} \frac{l}{c-v} - \frac{l}{c+v} &= \frac{l}{c} \left( \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} - \frac{1}{1 + \frac{v}{c}} \right) = \\ &= \frac{l}{c} \left( 1 + \frac{v}{c} + \dots - 1 + \frac{v}{c} \dots \right) = \frac{2lv}{c^2}. \end{aligned}$$

Nyilvánvalóan forgó koordináta rendszerekben nem vezethetünk be oly időszámítást, hogy a fény ugyanazzal a  $c$  sebességgel terjedjen, mint inertia-rendszerekben.

Könnyen beláthatjuk, hogy a SAGNAC-kísérletet, vagy annak módosítását, melynél egy fényforrásból kiinduló két oly sugár közt létesítünk interferentiát, melyek egyike a sebesség irányában  $l$  utat fut be, a másik pedig ugyanezt az utat ellenkező irányban futja be, nem használhatjuk fel arra, hogy segélyével az egyen-



2. ábra.

letes translatiót, például a föld napkörüli mozgását kimutassuk. (A föld tengelykörüli forgásának kimutatása a SAGNAC-kísérlettel elvileg lehetséges, kivitelemel nem látszik lehetetlennek, lásd LAUE I. c.) Ugyanis csak forgó

mozgásnál vezethetjük a két fénysugarat úgy, hogy az egyik csak a sebesség irányában, a másik csak azzal ellenkező irányban haladjon, a többi út pedig a két fénysugárra közös és ugyanabban az értelemben befutott legyen.

Translatorius mozgásnál ugyanis, ha az egyik fénysugár az  $l$  utat a mozgás irányában futja be a fényforrástól a végpontig, akkor a másik sugár, mely ugyanezt az  $l$  utat ellenkező irányban futja be, kénytelen azért, hogy ugyanabból a kezdeti helyzetből



ugyanabba a véghelyzetbe jusson, még egy oly utat befutnia, melynek vetülete  $l$ -re  $2l$  és melyen a befutás iránya a mozgás irányával megegyezik, úgy hogy ez a sugár  $l$  utat a sebességgel ellenkező,  $2l$  utat megegyező irányban futott be (lásd a 2. ábrát).

## II.

Az általános relativitás elmélete a természeti jelenségek alap-törvényeit minden speciális koordináta-rendszer választásától független alakban, a tér-idő sokaság vektorai és tensorai közti invariáns egyenletekkel fejezi ki. Ha tehát valamely koordináta-rendszerben ismeretes egy mozgás vagy elektromágnességi tér változásának lefolyása, akkor azt bármely más koordinátarendszerben egy egyszerű transformatio segítségével megadhatjuk. Így ösmerve egy tömegpont mozgásának törvényeit egy az állócsillagok rendszeréhez rögzített koordináta-rendszerben, egy ahhoz egyenletes forgásban levő rendszerben éppúgy, mint a klasszikus mechanikában, megkapjuk a centrifugális és CORIOLIS-erőket.<sup>1</sup>

A fény terjedésének törvényét az általános relativitás elméletében úgy fejezik ki, hogy a fénysugarak pályája a tér-idő sokaságban egy olyan geodetikus vonal, melynek ívhossz-négyszete:

$$ds^2 = \sum_{i,k=1}^4 g_{ik} dx_i dx_k = 0$$

eltűnik. A geodetikus vonal egyenlete általános invariáns alakban:

$$\frac{d^2 x_i}{d\lambda^2} + \sum_{k,h=1}^4 \left\{ \begin{matrix} kh \\ i \end{matrix} \right\} \frac{dx_k}{d\lambda} \cdot \frac{dx_h}{d\lambda} = 0,$$

hol  $\lambda$  paraméter,

$$\left\{ \begin{matrix} kh \\ i \end{matrix} \right\} = \sum_{j=1}^4 g^{ij} \left[ \begin{matrix} kh \\ j \end{matrix} \right], \quad \left[ \begin{matrix} kh \\ j \end{matrix} \right] = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{kj}}{\partial x_h} + \frac{\partial g_{hj}}{\partial x_k} - \frac{\partial g_{kh}}{\partial x_j} \right)$$

a CHRISTOFFEL-féle symbolumok.

<sup>1</sup> H. THIRRING: Phys. Zeitschr. 19 (1918), p. 33 és 22 (1921), p. 29.

A. KOPFF: Phys. Zeitschr. 22 (1921), p. 24 és p. 179.

H. WEYL: Raum-Zeit-Materie. IV. Aufl., p. 203.

Az állócsillagok rendszerében az ívelem négyzete, a mint ismeretes:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - dt^2,$$

ha az időt oly mértékkel mérjük, hogy a fény sebessége az egység.

Ha EINSTEIN és De SITTER szerint a világteret végesnek vesszük fel, az együttthatók mások lesznek ugyan, de a különbség oly pontokra nézve, melyek távolsága a koordinátarendszer kezdőpontjától kicsiny, a tér görbületi sugarához képest másodrendű kicsiny.

Az állócsillagokhoz képest egyenletes forgást végző rendszerben a fény sebességét a bennünket érdeklő speciális esetben megkapjuk a geodetikus vonalak egyenleteinek felállításával nélkül a

$$ds^2 = 0$$

feltételből, ha a  $g_{ik}$  együttthatók értékeit a forgó rendszerre transformáljuk.

A fenti ívelem négyzete hengerkoordinátákban:

$$ds^2 = dz^2 + dr^2 + r^2 d\varphi'^2 - dt'^2;$$

ezt transformáljuk egy a  $z$  tengely körül  $\omega$  állandó szögsebességgel forgó rendszerre <sup>1</sup> a következő substitúcióval:

$$\varphi' = \varphi + \omega t, \quad t' = t;$$

akkor az együttforgó rendszerben lesz:

$$ds^2 = dz^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2 + 2r^2 \omega d\varphi dt - (1 - \omega^2 r^2) dt^2.$$

Tekintetbe véve, hogy a SAGNAC-kísérletben a fény a forgástengelyre merőleges síkban, a rádiusra merőlegesen terjed:

$$dz = 0, \quad dr = 0;$$

és  $dt^2$ -vel osztva,  $ds^2 = 0$  egyenletből lesz:

$$\left(r \frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + 2r\omega \cdot r \frac{d\varphi}{dt} - (1 - \omega^2 r^2) = 0.$$

Itt:  $r \frac{d\varphi}{dt} = c$  a fény sebessége.

<sup>1</sup> WEYL: l. c.

Itt  $\omega \cdot r = v$  a kör periferiája egy anyagi pontjának sebessége az állócsillagokhoz rögzített rendszerben.

Ez az egyenlet  $c$  számára a következő másodfokú egyenletet szolgáltatja, ha a fenti helyettesítéseket elvégezzük :

$$c^2 + 2vc - (1 - v^2) = 0,$$

melynek két gyöke :

$$c_1 = -v + 1, \quad c_2 = -v - 1$$

a periferia mentén a forgás irányában, illetőleg ellenkező irányban terjedő fénysugarak sebessége, teljes megegyezésben a tapasztalattal.

### III.

Az általános relativitás elvének megfelelően úgy is eljárhatnánk, hogy az ívelemet közvetlenül egy oly koordináta-rendszerben határozzuk meg, melyben az állócsillagok egyenletes rotációt végeznek.

Az elméleti tárgyalás alapjául a gravitációs tér EINSTEIN-féle alapegyenletei szolgálnak :

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \lambda g_{ik} = - \kappa T_{ik}.$$

( $i, k = 1, 2, 3, 4$ ).

Itt a jelölések jelentése a következő :

$$R_{ik} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \begin{matrix} ia \\ a \end{matrix} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_a} \left\{ \begin{matrix} ik \\ a \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} ia \\ \beta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k\beta \\ a \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} ik \\ a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} a\beta \\ \beta \end{matrix} \right\}$$

a RIEMANN-féle másodrendű („redukált») tensor, továbbá

$$\left\{ \begin{matrix} ik \\ l \end{matrix} \right\} = g^{hl} \left[ \begin{matrix} ik \\ h \end{matrix} \right], \quad \left[ \begin{matrix} ik \\ h \end{matrix} \right] = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{kh}}{\partial x_i} + \frac{\partial g_{ih}}{\partial x_k} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x_h} \right)$$

a CHRISTOFFEL-féle symbolumok. Két egyenlő index egy tagban a megállapodás szerint összegezést jelent erre az indexre 1-től 4-ig.

$g^{hl}$  a  $g_{hl}$ -ek matrixában a  $g_{hl}$  elemhez tartozó minor és az egész determináns hányadosa.

$$R = g^{ik} R_{ik}$$

a RIEMANN-tensor skalárisa ;

$$T_{ik} = \rho \frac{dx_i}{ds} \cdot \frac{dx_k}{ds} = \rho \frac{dx_i}{dt} \cdot \frac{dx_k}{dt} \cdot \left(\frac{dt}{ds}\right)^2$$

az incohærens, feszültségnélküli anyag energia-impulsus tensora ;

$\kappa$  = gravitációs állandó,

$\lambda$  a világtér állandó görbülete, kis szám, ezt a tagot tárgyalásunkban elhagyjuk,

$c$  fénysebesség legyen az egység.

Ezeknek az egyenleteknek általános integrációja forgó testhez rögzített koordinátarendszerben eddig nem sikerült.

H. THIRRING<sup>1</sup> érdeme, hogy ezt a problémát egy másikkal helyettesítette, melynél az integratio keresztülvihető. THIRRING nem forgatja a világteret a test körül, hanem csupán egy  $r$  sugarú  $M$  tömegű vékony gömbhéjat, melynek sugara nagy a test méreteihez képest, a mivel eléri azt, hogy a  $g_{ik}$ -k kissé térnek el normális értékeiktől: ( $g_{11} = g_{22} = g_{33} = +1$ ,  $g_{44} = -1$ ; a többi zérus), megfelelően annak, hogy az energia-impulsus tensora komponensei kicsinyek. Ellenben, ha a világteret forgatjuk, akkor a távoli tömegek igen nagy sebessége folytán jelentékeny értékeket vesznek fel.

Ha a  $g_{ik}$ -k kevéssé térnek el normális értékeiktől, alkalmazhatjuk a téregyenleteknek EINSTEIN-féle közelítő megoldásait retardált potenciálok segítségével:

$$g_{ik} = -\delta_i^k + \gamma'_{ik} - \delta_i^k \frac{1}{2} \Sigma \gamma'_{\alpha\alpha};$$

hol

$$\delta_i^k = \begin{cases} +1 & \text{ha } k = i \\ 0 & \text{ha } k \neq i \end{cases};$$

$$\gamma'_{ik} = -\frac{\kappa}{2\pi} \int \frac{T_{ik}(x, y, z, t-r)}{r} dV, \quad dV = dx dy dz.$$

A forgástengely legyen a  $z$  tengely, a szögsebesség  $\omega$ , mely igen kicsiny, ha oly időegységet vezetünk be, melynél a fénysebesség az egység. Ezért  $\omega^2$ -et és a magasabb tagokat elhanyagoljuk.

<sup>1</sup> H. THIRRING : Phys. Zeitschr. 19 (1918), p. 33 és 22 (1921), p. 29.

J. LENSE u. H. THIRRING : Phys. Zeitschr. 19 (1918), p. 156.

A. KOPFF : Phys. Zeitschr. 22 (1921), p. 24 és p. 179.

A. KOPFF : Grundzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie.

Polárkoordinátákat bevezetve lesz:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= \frac{dx}{dt} = -r \cdot \omega \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi, \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{dy}{dt} = +r \omega \sin \vartheta \cos \varphi, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{dz}{dt} = 0;\end{aligned}$$

és az energia-impulsus tensora,  $\omega^2$ -ét elhagyva:

$$T_{ik} = \rho \left( \frac{dt}{ds} \right)^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & +r\omega \sin \vartheta \sin \varphi \\ 0 & 0 & 0 & -r\omega \sin \vartheta \cos \varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ r\omega \sin \vartheta \sin \varphi, & -r\omega \sin \vartheta \cdot \cos \varphi, & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Az ívelem kovarians együtthatói <sup>4</sup> pedig ugyanebben a megközelítésben, elhagyva az  $\omega^2$ -ot tartalmazó tagokat, a gömbhéj középpontja közelében:

$$g_{ik} = \begin{cases} 1+a & 0 & 0 & +\frac{2}{3}a\omega y \\ 0 & 1+a & 0 & -\frac{2}{3}a\omega x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ +\frac{2}{3}a\omega y, & -\frac{2}{3}a\omega x & 0 & -(1-a) \end{cases}$$

$$\text{Itt: } a = \frac{x}{4\pi} \cdot \frac{M}{r}.$$

Az ívelem négyzete:  $ds^2 = \Sigma g_{ik} dx_i dx_k$ ; ez lesz:

$$ds^2 = (1+a)(dx^2 + dy^2) - \frac{4}{3}a\omega(-ydx + xdy)dt - (1-a)dt^2.$$

A fény sugar «pályája» a tér-idősokaságban egy geodetikus nullavonal, melyre fennáll:

$$ds^2 = 0.$$

Ismét polárkoordinátákat vezetve be, ha  $r_0$  a SAGNAC-kísérletnél a fény sugar körpályájának radiusa, hol  $r_0 < r$ ,

$$\begin{aligned}x &= r_0 \cos \varphi, & dx &= -r_0 \sin \varphi d\varphi \\ y &= r_0 \sin \varphi, & dy &= +r_0 \cos \varphi d\varphi,\end{aligned}$$

továbbá:

<sup>4</sup> H. THIRRING: l. c. Phys. Zeitschr. 22 (1921), p. 29.

$$-ydx + xdy = r_0^2 d\varphi = r_0^2 \frac{d\varphi}{dt} dt = r_0 \cdot c \cdot dt,$$

ha a fény a radiusra merőlegesen terjed,  $c$  a fény sebessége.

$$dx^2 + dy^2 = r_0^2 d\varphi^2 = \left( r_0 \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt^2 = c^2 \cdot dt^2$$

behelyettesítve az ívelem kifejezésébe :

$$(1+a)c^2 dt^2 - \frac{4}{3} a \omega r_0 c dt^2 - (1-a) dt^2 = 0,$$

és elosztva  $(1+a)dt^2$ -vel, a fénysebesség számára egy másodfokú egyenletet kapunk :

$$c^2 - \frac{4}{3} \frac{a}{1+a} \omega r_0 c - \frac{1-a}{1+a} = 0,$$

mely a fénysebesség számára két értéket szolgáltat :

$$c = \frac{2}{3} \frac{a}{1+a} \omega r_0 \pm \sqrt{\frac{4}{9} \left( \frac{a}{1+a} \right)^2 + \frac{1-a}{1+a}}.$$

Tekintetbe véve, hogy  $a$  kicsiny, csak lineáris tagjait tartjuk meg :

$$\begin{aligned} c_1 &= + (1-a) + \frac{2}{3} a \omega r_0, \\ c_2 &= - (1-a) + \frac{2}{3} a \omega r_0, \end{aligned}$$

hol

$$a = \frac{x}{4\pi} \cdot \frac{M}{r};$$

és  $\omega r_0 = v$  a körpálya egy pontjának sebessége akkor, ha a test forog.

Ha a gömbhéj nem forog, akkor két egymással ellenkező irányban egyenlő sebességgel terjedő fénysugár lehetséges, melyek sebessége :

$$c_0 = 1 - \frac{x}{4\pi} \frac{M}{r} = 1 - a,$$

hol  $a$  a gömbhéj potenciálja a centrumában.

Ha a gömbhéj forog, a második  $\frac{2}{3} a \omega r_0$  tag a két hullám különböző terjedési sebességét idézi elő. A sebesség ugyan nem

$c_0 + \omega r_0$  illetőleg  $c_0 - \omega r_0$ , mint a SAGNAC-kísérletnél, hanem a második tag az igen kicsiny  $\alpha$  tényezővel van szorozva megfelelően annak, hogy nem a világtér tömegeit, hanem csak az azokhoz kis tömegű és sebességű gömbhéjat forgattuk, míg a világtér távoli nagy tömegei, melyek épen a  $g_{ik}$  normális értékeit előidézik, a forgásban nem vesznek részt.

### Összefoglalás.

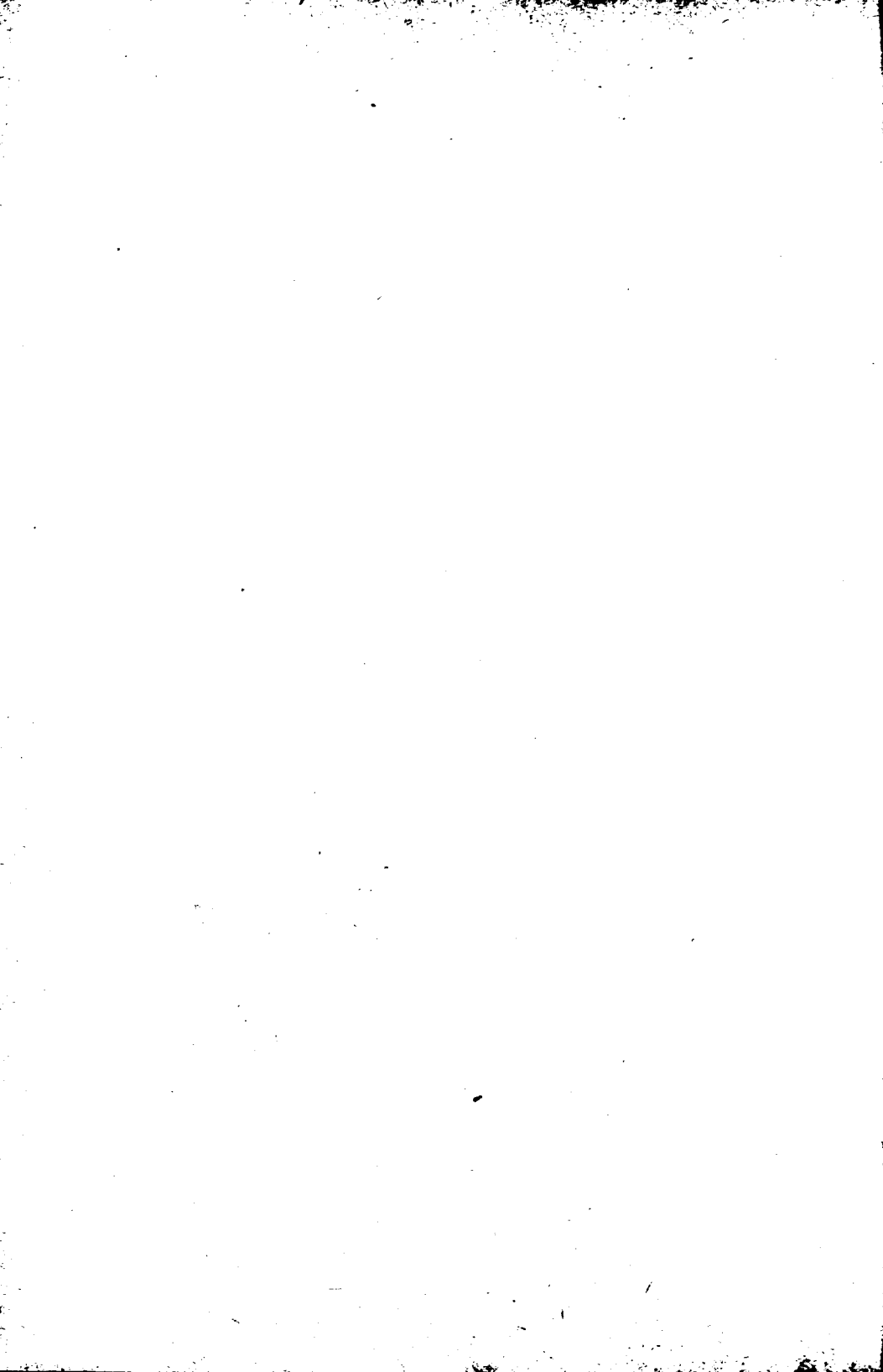
1. A SAGNAC-kísérletnél lényeges a forgó mozgás, egyenletes translatio ugyanezen az elven alapuló kísérlettel nem mutatható ki.

2. A téridő-sokaság ívelemét a testtel együtt forgó koordináta-rendszerre transformálva és ebből határozza meg a fény terjedési sebességét, a SAGNAC-kísérlet szigorúan értelmezhető.

3. Az egyenletesen forgó gömbhéj a belsejében terjedő fényhullámokra az EINSTEIN-féle gravitációs elmélet szerint oly hatást gyakorol, hogy a forgás irányában és az ellenkező irányban terjedő hullám sebessége különböző lesz.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1922. évi február 13.-án tartott üléséből.)





# A M. T. Akadémia Matematikai és Természettudományi Bizottsága kiadványai.

## Mathematikai és Természettudományi Közlemények:

### XXXIX. kötet.

- Sigmond Elek.** A könnyen átsajátítható phosphorsav jelentősége és meghatározása talajaink trágyaszükségletének megállapítása céljából, 1906 4.—  
**Lőrentsey Imre.** Palaeontológiai tanulmányok a harmadkorú rákok köréből, 1907 ..... 2.—  
**Bernátsky Jenő.** A hazai Asparagusfélék monographiája, 1907 ..... 3.—  
**Ifj. Entz Géza.** A Tintinnidák szervezete, 1908 ..... 3.—

### XXX. kötet.

- Gombocz Endre.** A Populusnem monographiája, 1908 ..... 6.—  
**Méhely Lajos.** Prospalax priscus (NHRG), 1908 ..... —.80  
**Péterfi Márton.** Adatok a Bihar-hegység moha-flórájának ismeretéhez, 1908 ..... 1.50  
**Mauritz Béla.** A Mátra-hegység eruptív kőzetei, 1909 ..... 2.40  
**Gáti Béla.** Gyorsváltakozású gyenge áramok méréséről, 1909 ..... —.60

### XXXI. kötet.

- Szabó Zoltán.** A Knautia-genus monographiája, 1911..... 10.—  
**Bernátsky Jenő.** A hazai Iris-félék, 1911..... 3.—

### XXXII. kötet.

- Méhely Lajos.** Magyarország csíkos egerei, 1913 ..... 3.—  
**Daday Jenő.** Magyarország kagylós levéllábú rákjai, 1913 ..... 4.—  
**Hollós László.** Kecskemét vidékének gombái, 1913..... 4.—

### XXXIII. kötet.

- Jungmayer Mihály.** Budapest és környékének szabadon élő evezőlábú rákjai, 1914 ..... 5.—  
**Szücs Andor.** A földigiliszta idegrendszerének finomabb szervezete, 1915 5.—  
**Richter Aladár.** A víztartó szövet s az élettani felemáslevelűség némely esete, 1916. 135 lap, 12 tábla rajzzal és négy táblázattal ..... 10.—

### XXXIV. kötet.

- Lendl Adolf.** A pókok izomrendszere. I. A tipikus izomrost szövettani szervezete. 1917. 108 lap, kilencz kéttős táblával és 33 szövegrajzzal 15.—

## Külön kiadványok:

- Dr. Deési Daday Jenő.** A magyarországi kagylósrákok magánrajza. Ostracoda Hungariae, 1900. IV és 320 lap, a szöveg közé nyomott 64 ábrával ..... 6.—  
**Dr. Jancsó Miklós.** Tanulmány a váltóláz parasitáiról, 1906. 279 lap 14 táblával és számos rajzzal ..... 12.—  
**Dr. Méhely Lajos.** Species generis Spalax. A földi kutyák fajai származás- és rendszertani tekintetben. 1909. IV és 353 lap, 33 táblával és 19 szövegrajzzal ..... 15.—  
**Dr. Gelei József.** Tanulmányok a Dendrocoelum lacteum Oerstd. szövettanáról. 1912. 289 lap, 16 táblával és 19 szövegrajzzal ..... 10.—  
**Dr. Gorka Sándor.** Anatómiai és élettani adatok a bogarak Malpighi-edényei működésének megítéléséhez. 1913. 147 lap, 7 képtáblával ..... 4.—  
**Dr. Méhely Lajos.** Fibrinae Hungariae. Magyarország harmad- és negyedkori gyökeresfogú poczkai, különös tekintettel a fajformálódás tényezőire és időszakaira. 1914. IV és 102 lap, 8 táblával és 1 szövegtáblával ..... 6.—

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA : GÉCZY KÁLMÁN.

