

50639

50639

MATHEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI

KÖNIG GYULA

OSZTÁLYTITKÁR.

HARMINCZADIK KÖTET.

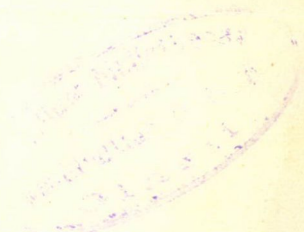
1912.

KILENCZ TÁBLÁVAL.

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1912.





TARTALOM.

	<i>Lap</i>
ALEXANDER BÉLA : Adalékok az α -sugaras képek keletkezéséhez (I–III. tábla)	250
ALEXANDER FERENCZ : Vizsgálatok az agy vérgázcserejéről	651
– és RÉVÉSZ GÉZA : Optikai ingerek hatása az agy gázcserejére	465
DADAY JENŐ : Néhány új vagy kevésbé ismert Phyllopora anostraca	98
Két érdekes aberratio a Phyllopora conchostraca alrend körében	407
DOBY GÉZA : A tengeri (zea mays) női virágszárának oxydasái	324
Dr. FENTZ GÉZA : A Vampyrellidium vagans szervezetéről és életmódjáról (IV. tábla)	430
FRÖLICH MIHÁLY : Laguerre egy problémájáról	746
FRÖHLICH IZIDOR : Az elhajlított fény polárossági állapotának újabb nevezetes törvényszerűségei	1
FROHNER ROMÁN : A Budapest környéki alacsonyabb hőfokú hévizek radioaktivitásáról	382
GLASER C. OTTÓ : A fundulus heteroclitus fejlődési munkája	927
HEVESY GYÖRGY : Az actiniumemanatio kimutatásáról actiniumtartalmú ásványok oldatában	125
Az actiniumemanatio oldhatósága folyadékokban és szénben	135
Olvasztott sók és fémek kölesönös viselkedéséről	661
A radioaktív elemek elektrokémiájáról	903
HRONYECZ GYÖRGY : A linearis differenciálrendszerek integralmatrixának két-két singularis pont között vett integrálja és az alapszubsztitúciók közötti összefüggésről	214
HUTYRA FERENCZ : A sertéspestis elleni immunizálás kísérleti alapja	492
KELEMEN GYÖRGY : A pilocarpin és atropin hatása a gázcserere	486
KONKOLY THEGE MIKLÓS : Négy új üstökös	113
KÜRSCHÁK JÓZSEF : Az abszolút érték fogalmának általánosítása	699
LENHOSSÉK MIHÁLY : A ganglion ciliare-ről. 2. A hullók sugárdúcea	419
LŐRENTHEY IMRE : Újabb adatok Budapest környéke harmadidőszaki üledékeinek geológiájához	263
MAURITZ BÉLA : Adatok a gyergyó-ditrói szienittömsz kémiai viszonyainak ismeretéhez	607
A ditrói canerinit	673

TARTALOM.

	<i>Lap</i>
MAUTHNER NÁNDOR: A phenolcarbonsavak condensatiója	458
SZ. NAGY GYULA: Arithmetikai vizsgálatok a magasabbfajú ternær egyenletek körében	441
NÉMAI JÓZSEF: Közlemény a gége összehasonlító anatómiája köréből	474
OLTAY KÁROLY: Az ingákkal való relativ gravitaciómérések pontossága	843
ÓNODI ADOLF: A koponyáüregek és az agyvelőnek az orr melléküre- gein át való feltárásáról	165
— Az orr melléküregei a gyermekkorban	513
PÓLYA GYÖRGY: Laguerre problémájáról	783
PRINZ GYULA: Belsőázsiai utazásainak topographiai eredményei ...	109
QUAGLIARIELLO KAJETÁN: Fizikai-chemiai vizsgálatok a fehérje meg- alvadásáról	484
RICHTER ALADÁR: Átszellőztető és a mechanikai rendszer correlatiója a Schizæák szervezetében (V—IX. tábla)	796
RÓNA ERZSÉBET: A bróm és az egyértékű telített aliphás alkoholok egymásra való hatásának sebességéről vizes oldatban	876
SCHILBERSZKY KÁROLY: Pleistocænkorú mohafaj Kecskemétről	632
SZÜCS ADOLF: Két adalék az egyoldalú felületek elméletéhez	950
VESELSZKY GYULA: A budapesti hévvizek radioactivitásáról és eredeté- ről	340
VADÁSZ M. ELEMÉR: A Mecsek-hegység középső neokom rétegeinek kagylói	688
— Kisázsiai liász képződmények	694
VÁRADI LÁSZLÓ: A hőmérséklet befolyása a keletkező aranyhydrosol színére és dispersiójának fokára	929
Az I.—XXX. kötet tartalomjegyzéke	957

AZ ELHAJLÍTOTT FÉNY POLÁROSSÁGI ÁLLAPOTÁNAK ÚJABB NEVEZETES TÖRVÉNYSZERŰSÉGEI.

FRÖHLICH IZIDOR r. tagtól.

TARTALOMMUTATÓ.

Összefoglaló bevezetés.

1. §. A dolgozat célja. Összefüggése az eddigi ilyfajta vizsgálatokkal. 4. lap.
2. §. A vizsgálat tárgyának részletesebb körvonalozása; első és második ábra. 5. lap.
3. §. A kísérleti vizsgálat általános menete és általános eredményei; harmadik ábra. 8. lap.
4. §. Az elméleti fejtegetések általános gondolatmenete és általános eredményei. 12. lap.

Kísérleti rész.

5. §. A mérő kísérletek berendezése. A használt üvegekészítmények. 15. lap.
6. §. A főeszköz alaphelyzetei. A BABINET-féle kompenzátor csik-köze. A phasis-eltolódás előjelének kísérleti megállapítása. 17. lap.
7. §. A mérési eredmények csoportosítása. A táblás összeállítás szerkezete. Jelölések; negyedik ábra. 22. lap.
8. §. Az O. 3298 jelzésű, $\omega_t=42^\circ 2'$ határszögű félhengeren végzett megfigyelesek rendezett eredményei 45° beesés-azimut mellett. Négy számtábla. 29. lap.

- 9. §.** Az O. 4679 jelzésű, $\omega_t = 38^\circ 2$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések rendezett eredményei $22^\circ 5$, 45° , $67^\circ 5$ beesés-azimutok mellett. Négy számtábla; négy vetületi rajz, két kiegészítő rajz. 31. lóp.
- 10. §.** Az O. 3771 jelzésű, $\omega_t = 35^\circ 1$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések rendezett eredményei 45° beesés-azimut mellett. Négy számtábla. 38. lóp.
- 11. §.** Az S. 230 jelzésű, $\omega_t = 32^\circ 1$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések rendezett eredményei 45° beesés-azimut mellett. Négy számtábla. 40. lóp.

Elméleti rész.

A) *Ellipsisben poláros fényvektor általános vonatkozásai. Komplex amplitúdót mutató vektor-kifejezés physikai értelmezése.*

- 12. §.** Egymásra merőleges, egyszerűen harmonikus, egyenesmenti két ξ és η vektor összetevése ellipsis-szerű vektorrá. A pálya egyenlete a keringés előjele. Kilenczedik ábra. 42. lóp.
- 13. §.** A ξ és η vektorok helyetteszése más, ezekhez képest elforgatott, egymásra szintén merőleges ξ' és η' egyszerű, egyenesmenti vektorokkal. 45. lóp.
- 14. §.** A feladat megfordítása: A ξ' és η' vektorok helyetteszése a ξ és η vektorokkal. 49. lóp.
- 15. §.** Az egymásra merőleges, egyenesmenti, egyszerű két vektor eredő ellipsise jellemzőinek kifejezése az összetevők jellemzőiből. 50. lóp.
- 16. §.** A megelőző probléma megfordítása: Ismert ellipsis-vektor helyetteszése egymásra merőleges, egyszerű, egyenesmenti két vektorral. 52. lóp.
- 17. §.** Alkalmazás tényleges mérésekre: Az összetevők megmért amplitudo-hányadosából és phasis-különbségéből az eredő ellipsis-vektor alakjának, helyzetének és keringésének meghatározása. Az eljárás megfordítása. 53. lóp.
- 18. §.** Komplex kifejezésű amplitúdót mutató vektor-kifejezés physikai értelmezése. 56. lóp.

B) *Átlátszó közegeknek levegővel érintkező határlapján, levegőben levő másodrendű fényerjesztő közép-pontok egyszerű elmélete.*

- 19. §.** Az elmélet alap gondolata. Tizedik ábra. 58. lap.
20. §. Az elméletből folyó kifejezések előállítására szolgáló általános geometriai vonatkozások. 62. lap.
21. §. A levegőben haladó elhajlított sugarak vektorainak elméleti kifejezései. 64. lap.
22. §. Az üvegben, a totális reflexio kúpján *belül* haladó elhajlított sugarak vektorainak elméleti kifejezései. 66. lap.
23. §. Az üvegben, a totális reflexio kúpján *kívül* haladó elhajlított sugarak vektorainak elméleti kifejezései. 70. lap.

A megfigyelések rendezett eredményeinek összehasonlítása az elméletből nyert adatokkal.

- 24. §.** Általános megjegyzések. Jelzések. A háromféle sugárcsoport vektorainak elméleti számítására szolgáló formulák összefoglalása. 74. lap.
25. §. Az O. 3298 jelzésű, $\omega_t = 42^\circ 2'$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal. 77. lap.
26. §. Az O. 4697 jelzésű, $\omega_t = 38^\circ 2'$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal. 79. lap.
27. §. Az O. 3771 jelzésű, $\omega_t = 35^\circ 1'$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal. 84. lap.
28. §. Az S. 230. jelzésű, $\omega_t = 32^\circ 1'$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal. 86. lap.
29. §. Az összehasonlító egybeállítás eredményei: Az elméletnek a tapasztalattal általánosságban való megegyezése. Jegyzet SELÉNYI PÁL alapfeltevésére és elméletére vonatkozólag. 88. lap.

30. §. Az elhajlitott, szétszórt sugarak fényerősségi viszonyai, valamint phasis-különbségei és a beejtett fény polárossági azimutjai között fennálló tapasztalati és elméleti összefüggés. 90. lap.

Összefoglaló bevezetés.

1. §. A dolgozat célja: összefüggése az eddigi ilyfajta vizsgálatokkal.

Az utóbbi években három ízben volt szerencsém a Tekintetes Akadémia elé terjeszteni azokat a vizsgálataimat, melyek az elhajlitott és a szétszórt fény poláros állapotának megismerésére vonatkoznak.¹

E kutatásaim jelentékeny számú mérőkísérletek eredményeit tartalmazzák és többrendbeli új törvényszerűséget állapítottak meg; de ezekben több helyen, különösen e munkálatok német

¹ FRÖHLICH IZIDOR r. t.: Üvegrácsokról visszaverődve-elhajlitott fény polározási viszonyai általános törvényszerűségeinek kísérleti megállapítása. (M. T. Akadémia Matematikai és Természettudományi Értesítőjének XXII. kötete, 207—312. l., Budapest, 1904. Előterjesztve a M. T. Akadémia III. osztályának 1904. évi márczius hó 14.-én tartott ülésén.)

Ugyanez a szerző: Az elhajlitott fény polározásának új törvényszerűségei (kivonat). (Ugyanennek az Értesítőnek XXIV. kötete, 465—494. l., Budapest, 1906. Előterjesztve a M. T. Akadémia III. osztályának 1906. évi május hó 14.-én tartott ülésén.)

Ugyanez a szerző: A circumaxiális polározás törvényének általános érvényessége egyenletes fénytörésű közegek belsejében. (Ugyanennek az Értesítőnek XXVII. kötete, 299—370. l., Budapest, 1909. Előterjesztve a M. T. Akadémia III. osztályának 1909. évi márczius hó 15.-én tartott ülésén.)

Ugyanez a szerző: Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmässigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes. (Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn, Bd. XXII, p. 65—438; továbbá ugyanennek külön kiadványú, vászonkötésű különnyomata.) Leipzig, B. G. Teubner, 1907.

E vizsgálataimmal kapcsolatos, belőlük indul ki s ezeket tovább fejleszteni törekszik:

SELÉNYI PÁL: Adalékok az üvegrácsos elhajlitott fény polárosságának elméletéhez. (M. T. Akadémia Matematikai és Természettudományi Értesítőjének XXIX. kötete, 45—75. l., Budapest, 1911. Előterjesztve a M. T. Akadémia III. osztályának 1910. évi október hó 17.-én tartott ülésén.)

nyelvű kiadványában számos oly tapasztalati tényt közöltem, melyeket általánosságukban már akkor felismertem ugyan, de a melyeket eddig, idő hiányában, mérő-módszerekkel még nem vizsgálhattam meg.

Jeleztem, hogy a mennyiben ez lehetséges leszen, e kutatásokat folytatni s eredményeiket, a mint ezek egy-egy területre nézve megérték, részletesen ismertetni fogom.

Szabadjon e szerint e helyen, jelen dolgozatomban egy ideartozó, aránylag egyszerű jelenség-csoportról, különösen *quantitatív* megvizsgálásáról beszámolnom; *qualitatív* sajátságairól idézett második közleményem 476. lapján és idézett német könyvemnek 79. §-ában már több évvel ezelőtt részletesen szoltam. Ott ugyanis azoknak az összes elhajlított fénysugaraknak polárossági viszonyait ismertettem, mely sugarak levegővel érintkező üvegrács barázdált felületén történt elhajlítás folytán keletkeznek, ha e felületre igen fényerős, egyenesben poláros sugárnyaláb esik. Ekkor az elhajlított sugarak nemcsak a levegőbe, de az üvegbe is haladnak; ezek szerint itt a másodrendű fénygerjesztés a levegő és az üvegrács közös határfelületén megyen végbe.

A tapasztalat kimutatta, hogy a levegőbe elhajlított sugarak az ú. n. isogonális polározás (vagy stereographikusan párhuzamos polározás) törvényének felelnek meg,¹ e szerint mindig egyenesben polározvák; továbbá, hogy az üvegbe elhajlított sugarak közül azok, melyek a rács normálisával nem képeznek jelentékeny szöget, szintén még egyenes mentén polárosak; ellenben azok, melyek e normálissal nagyobb szöget képeznek, ellipsises mutatnak polározást, mely igen jelentékeny is lehet.

De még ennek az így jelzett jelenség-összeségnek is szükítetem a keretét, mert csak a *merőleges beesés*nél keletkező jelenség-csoportot kívántam megvizsgálni.

2. §. A vizsgálat tárgyának részletesebb körvonalozása.

Az e helyen tárgyalt jelenséget az 1. §-ban idézett kísérleti eljárástól kissé eltérőleg, úgy állítottam elő, hogy a másodrendű

¹ V. ö. az 1. lapon idézett második közleményem 472., 473. lapját.

fénygerjesztő középpontoknak e jelenség létesítésénél viselt szerepét jobban lehessen megállapítani.

E végből a jenai Zeiss-gyárban pontosan csiszolt üveg-félgömböket és üvegfélgengereket rendeltem, melyek anyaga külön-külön ugyan egynemű volt, de e készítmények törésmutatója és színszóró képessége igen különböző és a lehető legszélsőbb határok között változik.

E félgömbök és félgengerek csiszolt átfogó lapját közönséges gyertyaláng felhasználásával finom koromréteggel vontam be; a réteg oly vékony volt, hogy jóformán látni sem lehetett, ha az egész átfogó lapot beborította; csak ha a szem majdnem érintőlegesen tekintett a felületére, lehetett némi kormozást észrevenni, vagy még akkor is, mikor a kormozást részben letörültem; ekkor ugyanis az üveglap tiszta részét és kormozott részét épen még meg lehetett különböztetni egymástól.

Ha most igen erős villamos vagy napfény érte a kormozást: minden egyes koromrészecske eléggé fényerős másodrendű fénygerjesztő középponttá vált és a tér minden iránya mentén küldött szét elhajlított vagy szétszórt sugarakat.

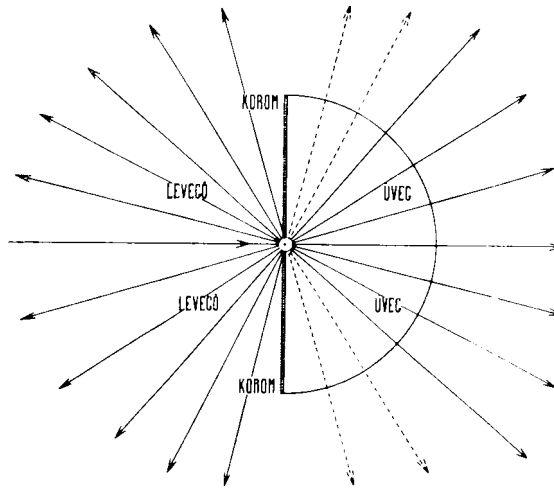
Az ily másodrendű gerjesztő középpont körül lévő teret az üvegekészítmény sík határlapja mindig két részre osztja: egyik oldalán a levegő tölti be az egyik felét, a másik oldalán a másik felét az üvegekészítmény anyaga.

A nevezett másodrendű középpontokból csakugyan indulnak elhajlított vagy szétszórt sugarak az egész tér bármely iránya mentén, azaz a nevezett levegő-féltér és üveg-féltér valamennyi iránya mentén; hogy ez valóban így van, bizonyítja az a körülmény, hogy az így jól megvilágított koromréteg a térnek bármely iránya mentén, kivétel nélkül jól látható volt.

Bármily erős nagyítóval megtekintve a kormozást: ez nem mutatkozik egyenletes rétegnek, hanem inkább szemcsés, granulált szerkezetűnek; sőt az olyan gyenge kormozásnál, a melyet kísérleteinkben használtunk, jóformán kétségen kívülnek tekinthető, hogy a szénrészecskék az üveglapon nem képeznek egyenletes, folytonos szerkezetű, igen vékony réteget, hanem, hogy ezek a szemecskék egymástól elváltak, mint igen gyéren reáhin-tett külön részecskék vannak elosztva a sík lapon.

Ezek szerint a jelen berendezésnél a koromrészecskék hozzátapadtak az említett üvegtáblák sík határlapjának ahhoz az oldalához, mely a levegővel érintkezett. Az ezekből a másodrendű gerjesztő középpontokból a fent mondott kétféle optikai jellegű térrészekbe haladó elhajlított vagy szétszórt összes sugarak polárösségi állapotának a megvizsgálása képezi a jelen dolgozat kísérleti és elméleti részének tartalmát.

Miként már fent jeleztük, a beejtett, gerjesztő sugárnyaláb itt mindig egyenesen poláros intenzív napfényből állott és



1. ábra.

mérőkísérleteinkben mindig merőlegesen esett a kormozott határlapra.

Az így keletkező szétszórt sugárrendszerek kétféleképpen létesíthetők:

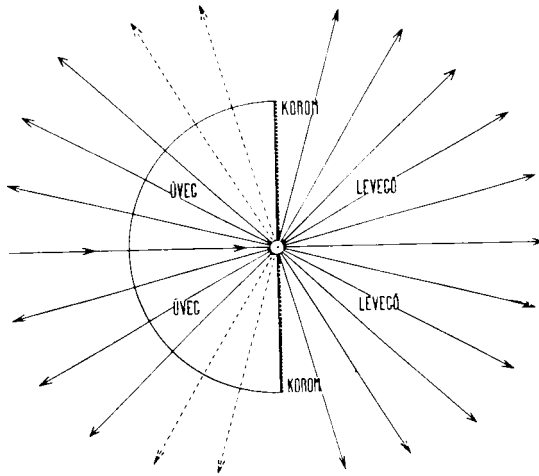
1. Az *első főesetben* (1. ábra) a gerjesztő fénynyaláb közvetlenül a levegőből jut a kormozott lapra; az így gerjesztett koromrészecskékből keletkeznek egyfelől az üvegyagon átmenő, látszólagosan törésileg, másfelől a levegőbe haladó, látszólagosan mintegy visszaverődésileg elhajlított fénysugarak.

2. A *második főesetben* (2. ábra) a gerjesztő fénynyaláb közvetlenül merőlegesen esik az üvegtáblák domború

felületére s az üveganyagon áthatolva, szintén merőlegesen esik a kívülről kormozott határlapra ; ekkor az így gerjesztett koromrészecskékből keletkeznek egyfelől a levegőbe haladó látszólagosan mintegy törésileg, másfelől az üveganyagba hatoló látszólagosan visszaverődésileg elhajlított, szétszórt fénysugarak.

3. §. A kísérleti vizsgálat általános menete és általános eredményei.

Az előbbiek szerint az itt fellépő másodrendű fénygerjesztő középpontok nem lehetnek mások, mint az említett, igen kicsiny,



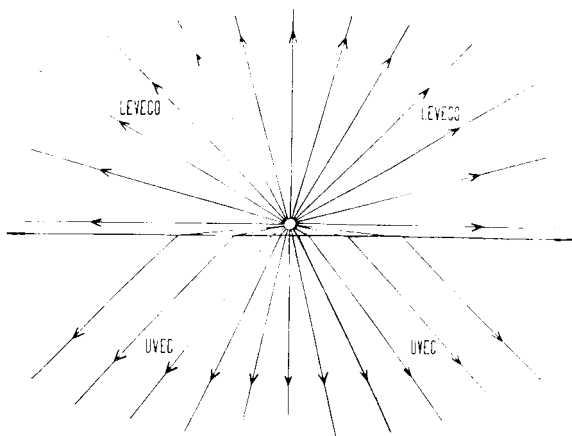
2. ábra.

bizonyára ultra-mikroszkópos koromrészecskék, melyek tulajdonképpen még a levegőben ugyan, de az üveg sík határfelületétől igen kicsiny távolságban, mintegy az e felületen tapadó sűrűsített levegőrétegben vannak elhelyezve ; e távolság mindenestre, a tapasztalat szerint kisebb, mint annak a levegőrétegnek a vastagsága, a mely szükséges arra, hogy ily határfelületen szabályos törés és visszaverődés, valamint szabályos totális reflexio álljon elő.

Az alább a kísérleti részben részletesen ismertetendő megfigyelések azt mutatták, hogy a megelőző, 2. §-ban említett elhajlított fénysugarak a következő módon oszlanak meg :

A 3. ábra érzékíti azt az esetet, mikor az üveg és levegő közös határsíkjától kicsiny távolságban, a levegőben jelen van egy (másodrendű) világító pontszerű fényforrás, mely ily gerjesztett koromrészecskének a képe; az ebből minden irányba induló sugarak útját a rajz tünteti elő és pedig azokét a sugarakét, melyek útjai a közönséges törés és visszaverődés geometriai törvényeinek felelnek meg.

Az említett törvények szerint a levegővel telt féltérben bármily irány mentén zavartalanul haladhatnak sugarak; ellen-



3. ábra.

ben az üveggel telt féltérben e törvények szerint csak oly sugarak, melyek iránya a totális reflexio kúpján belül van. A teljes visszaverődés e kúpját a 3. ábra tünteti fel; e végből mindinkább kisebbnek veendő a másodrendű középpont távolsága a határfelülettől s akkor az 1. és 2. ábrák által előtüntetett szétterjedő sugárrendszerek állanak elő; ezekben a teljes visszaverődés határát azok a szélső egyenesek jelentik, melyek az üvegben még egészen kihúzóttak.

Ellenben azok az irányok, melyek még az üvegben ugyan, de e határkúpon kívül egészen a közös határsíkgig terjedő térben vannak, oly egyenesek, melyek mentén már nem létesül-

hetnének, legalább a közönséges törés és visszaverődés geometriai törvényei szerint e pontszerű fényforrásokból nem keletkezhetnének fénysugarak.

Ámde a kísérletek megmutatták, hogy még ebben a térövben is fellépnek *reális, megfigyelhető* elhajlított vagy szétszórt sugarak és pedig épen a nevezett másodrendű fénygerjesztő középpontok jelenlétele folytán: mert a koromrétegnek gondos letörlése után semmiféle más irányban, mint a merőlegesen a beejtett sugárnyaláb folytatása mentén keletkezhetik észrevehető fényerősségű sugár; de a koromréteg jelenléte folytán a totális reflexio e terében ténylegesen haladó sugarakat az 1. és 2. ábrák vonalkázottan mutatják.

Ezek szerint az említett másodrendű fényforrásokból a szó szoros értelmében a tér valamennyi iránya mentén haladnak valóságos, kísérletileg megvizsgálható sugarak; ezek tényleges megvizsgálásának eredménye most, az előzetesen is az 1. és 2. ábrában érzékített *mindkét főesetre nézve egyaránt érvényesen*, a következőleg fejezhető ki:

a) *Mindazok az elhajlított sugarak, melyek a kormozott felületből közvetlenül a levegőbe szóródnak szét, általánosságban véve nagy megközelítéssel egyenesben polárosok; polárosági síkjaik az egyszerű circumaxialis polározás törvényével egyező elrendezést mutatnak; e szerint fényvektoraik a meridionális vektorrendszer legegyszerűbb esetének felelnek meg.* Ennek az elrendezésnek symmetria-tengelye a beejtett gerjesztő fénynyaláb polárossági síkjának az a normálisa, mely a másodrendűleg gerjesztő korom- (szén-) részecskén halad át. Csak az idetartozó oly sugarak, melyek e kormozott laphoz közelítőleg érintőlegesen haladnak a levegőbe, melyek e szerint nem terjedhetnek egészen zavartalanul tovább, mutatnak helyenként számbavehető eltérést e törvénytől, ugyanis némi ellipszises polárosságot; de itt is az ellipsis-vektor nagy tengelye igen közelítőleg megfelel a meridionális vektor-rendszernek.

b) *Mindazok az elhajlított sugarak, melyek a kormozott felületből az üveganyagba szóródnak szét, az üveganyagnak alább említendő két térrészében egészen különböző, igen saját-szerű viselkedést mutatnak:*

Ugyanis, az üvegfélgömb középpontjából szerkesztve a teljes visszaverődés kúpját az üveganyagban: e kúp palástfelülete, miként már fent érintettük, e félgömbalakú teret két részre osztja. Az üveg-anyagba hatolt sugarak közül azok, melyek e kúp belsejében haladnak, igen nagy megközelítéssel egyenesben vannak polározva; ellenben azok, melyek e kúpon kívül ugyan, de még mindig az üveg anyagában haladnak, általánosságban véve igen jelentékeny ellipszises polárosságot mutatnak, mely átlagában igen tetemes phasis-különbséggel van egybekapcsolva.

A nevezett totális reflexio kúpja a mondott tapasztalatok szerint e jelenségre nézve a szó szoros értelmében *elválasztó kúp*nak mondható, mert palástfelülete az üveganyagban elválasztja az egyenesben poláros állapotú elhajlított sugarakat és ezek terét az ellipszisben poláros elhajlított sugaraktól és ezek terétől. A magán az *elválasztó kúp palástfelületén haladó elhajlított sugarak* szintén még mindnyájan egyenesben vannak polározva; ezeknek polárossági sikkja egybeesik a mindenkori elhajlítási vagy szétszórási sikkal. Ez a tapasztalat érvényes, bármily polárosságú is a merőlegesen beejtett fénynyaláb, sőt lineárisan poláros beejtett fény esetében is, ha ennek polárossági sikkja a beesés sikkjával egybeesik; e tapasztalat bármily beesésszögre nézve fennáll.

Az e *palástfelületen kívül* haladó elhajlított sugarak vektorösszetevői azonnal igen nagy phasis-ugrást mutatnak; ez a hirtelen phasisváltozás az e palástfelület külső oldalához igen közel elhaladó elhajlított sugarakra nézve pontosan nem mérhető meg, minthogy maga az egész jelenség e helyen bizonytalan, zavarosnak látszó szerkezetű. De e palástfelülettől csak két vagy három fokot kitevő ívtávolságban haladó ily külső elhajlított sugarak polárossági állapota már igen határozott és jól megvizsgálható: phasis-különbségük az elhajlítási szögük szerint némileg változik, de mindig igen tetemes marad; sőt értéke azokra a sugarakra nézve, melyek a kormozott síkhoz közelítőleg érintőlegesen, de még az üveganyagban haladnak, a kilenczven fok felé közeledik.

A dolgozat kísérleti része folyamán részletesen vannak előtüntetve a fentiekben általánosságukban jelzett sugárössze-
ségeknek mérésileg megállapított s az így nyert adatok alapján

számtáblákban kifejezett polárossági viszonyai; különösen azonban négy észleleti fősorozatra nézve úgy egyenesvonalú, valamint ellipszisszerű fényvektoraiknak képei négy vetületi-rajzban és három-három kiegészítő-rajzban összefoglalóan és szemléltetően vannak érzékitve.

4. §. Az elméleti fejtegetések általános gondolatmenete és általános eredményei.

Az előzőkben körvonalozott, tapasztalatilag megvizsgált jelenségnek e dolgozat elméleti részében egyszerű theoretikus értelmezését, magyarázatát törekedtem adni, a mely, miként a továbbiakból ki fog tűnni, e jelenségnek quantitativ sajátságait is általánosságukban véve igen jól állítja elő.

A tulajdonképeni elméletet megelőzi az ellipszisszerű vektorok általános tulajdonságainak rövid ismertetése, ugyanis egymásra merőleges két egyszerű, egyenesvonalú fényvektor összetevése ellipsis-vektorra és helyettesítése más irányítású, egymásra merőleges két vektorral. Továbbá azoknak a vektor-formuláknak kifejtése, melyek segítségével az észlelet adataiból, közelebbről pedig a BABINET-féle kompenzátor leolvasásaiból az ellipsis-szerű fényvektor főtengelyeinek egymáshoz való viszonyát, hányadosukat, irányításukat s a pálya leírása előjelét fejezhetni ki.

Ezek a vonatkozások tartalmuk szerint ismereteseek; de kifejtésük és előállításuk az irodalom sok helyén nem kielégítő és sok esetben tökéletlen; szükségesnek tartottam e fejtegetéseket oly módon nyújtani, hogy helyességük és érthetőségük tárgyában semmiféle kétely ne maradjon fenn.

Ehhez járul még FRESNEL abbéli eljárásának egyszerű ismertetése, mely a *komplex* amplitudót mutató vektor-kifejezések fizikai értelmezésekor mindaddig oly fényesen bevált.

A mi magát, a megvizsgált jelenségnek tulajdonképeni elméletét illeti: ennek az elméletnek alapját képező alapfeltevés, mint a belőle folyó eredmények mutatják, nemcsak igen jól használható dolgozód-ypothesisnek válik be, hanem egyszerű mély betekintést enged a fényvektorok abbéli viselkedésére, mely jelentkezik, a mikor a fényerjesztő másodrendű középpont oly közelségben van valamely szilárd átlátszó közeg határfelületéhez, mely közelség kisebb, mint annak a közeg-rétegnek a vastagsága,

mely szükséges, hogy e határfelületen szabályszerű törés, visszaverődés vagy teljes visszaverődés keletkezzenek.

Ennek az alaphypotesisnek megszerkesztésekor abból az általános tapasztalatból indultam ki, melyre nézve több mint két évvel ezelőtt a Tekintetes Akadémiának részletes, nagyszámú kvantitatív adatot tartalmazó előterjesztést tettem.¹ Ugyanis abból, hogy bármily halmazállapotú, egynemű és egyöntetű (homogén és isotrop) közeg belsejében lévő, de külső intenzív fénynyaláb hatása alatt egyenesben poláros másodrendű fénygerjesztő középponttá vált bármily testrészeszecske maga körül mindig pontosan egyszerűen circumaxialis polározási rendszert létesít a térben, más szóval, oly egyszerűen meridionális fényvektor-rendszert ébreszt és tart fenn, melynek symmetria-tengelye a kívülről indított, gerjesztő fényvektor egyenesével esik össze.

Ez a tapasztalat különösen még abban az esetben is szigorúan fennáll, mikor légnemű átlátszó közegekben lebegnek szén- vagy koromrészeszecskek, melyek erős napfényben másodrendű fénylő középpontokká válnak.²

E nevezetes tapasztalatot alapul véve, *a jelen dolgozatban megvizsgált jelenség* értelmezésére nézve igen valószínű hypotesisképen felveszem, s jóformán nem is lehetne itt egyszerűbb feltevéssel élni, hogy az *üveglapon magán lévő, igen kicsiny, ultramikroszkopos koromrészeszecskek maguk a szóbanforgó másodrendű fénygerjesztő középpontok*, melyek e szerint az üvegyanyag sík határlapjának a levegővel érintkező oldalán tapadnak. Az ismertetett berendezés folytán a merőlegesen beejtett igen intenzív, egyenesben poláros gerjesztő fénynyaláb e koromrészeszecskeknek egyenes vonalú, a határlaphoz párhuzamosan váltakoz gerjesztő fényvektort tulajdonítanak.

a) Az e részeszecskekből a *levegőbe induló sugarak* jóformán zavartalanul terjednek szét és a tér e feléber., meggyezésben a kísérleti tapasztalattal, *a circumaxialis polározás* azaz *a meridionális vektorrendszer jellegét mutatják.*

b) Ellenben az ugyanezekből a másodrendű gerjesztő közép-

¹ V. ö. az 1. lap lábjegyzetében idézett közlemények harmadikát.

² V. ö. az előbb idézett közlemény 353–366. lapját.

pontokból az *üveganyag felé induló sugarak* ennek határlapján szabályszerű törést szenvednek és azután a teljes visszaverődés kúpja terében haladnak az üvegben tovább; e szabályszerű törés folytán az eredetileg circumaxialis polározást mutató e sugarak egyenesben való polárosságának jellege nem változik ugyan, de polárossági síkjuk helyzete más lesz; e helyzetváltozást a fénytán ismert tapasztalati törvényei, a FRESNEL-féle törési formulák segítségével elméletileg egyszerűen lehet meghatározni.

ba) Ámde, miként fent kiemeltük, e koromrészecskékből, melyek nem az üvegben, hanem határfelületéhez tapadva a levegőben vannak, még oly sugarak is indulnak és jutnak az üvegbe, melyek a totális reflexio kúpján kívül haladnak, melyek e szerint rendes törés útján nem juthattak az üvegbe. E sugaraknak a levegőben feltevészerűleg felvett részei irányára nézve a közönséges törés törvényéből folyó kifejezések complex szerkezetűvé válnak; éppen úgy a magukra e sugarak fényvektoraira nézve a circumaxialis polározás vagy a meridionális vektor-rendszer törvényéből és a közönséges törés törvényéből folyó kifejezések is complex szerkezetűek lesznek, azaz, reális és imaginárius részeket tartalmaznak.

Más szóval, ezeknek az üvegben haladó tényleges, valódi, megfigyelhető sugaraknak megfelelnek a koromrészecskékből feltevészerűleg az üveganyag felé kiindulóknak felvett oly sugarak, melyek irányainak és fényvektorainak kifejezései közvetlenül nem mutatnak reális értékeket, hanem complex természetűek.

Mindazonáltal a fényelméletben érvényes, a tapasztalat által eddig mindig igazolt, fent is érintett FRESNEL-féle eljárás szerint az ily complex kifejezésekhez tartozó reális fényvektoroknak valódi jellemző adatai egyszerűen meghatározhatók és előállíthatók.

A fentiekben körvonalozott elméleti megfontolások alapján az e dolgozatban kísérletileg megvizsgált összes elhajlított, szétosztott sugarak fényvektoraira nézve kiszámítottam ezek meghatározó adatait és összehasonlítottam ezeket azokkal az ugyanily nevű, de tapasztalati számértékekkel, melyek ugyanezeknek a sugaraknak kísérleti, mérésileg való megvizsgálásából adódtak.

Azt találtam, hogy a tapasztalat és az elmélet a legkülönbözőbb fénytörésű üvegnemekre nézve is általánosságban véve igen szépen egyezik s hogy e szerint az elmélet alapját képező fentemlített egyszerű felfogás igen elfogadhatónak mondható.

Kísérleti rész.

5. §. A mérő kísérletek berendezése. A használt üvegekészítmények.

Jelen vizsgálódásainkban gerjesztő külső fényforrásként mindig verőfényes napsugár-nyaláb szolgált, melyet jól működő óraműves SILBERMANN-féle heliostat mindenkor vízszintesen vetített be az elsötétített észlelő-terem kerek nyílásán; ezt tetszészerinti alakú nyílások által a mindenkori czélnek megfelelően módosítani lehetett. Az összes méréseket egy nagyméretű új, külön ily czélokra megrendelt JAMIN-SÉNARMONT-féle körön végeztük; ezt a párisi PH. PELLIN czég, a híres SOLEIL-DUBOSEQ optikai czég utódja elismert tökéletességgel állította elő és igen nagyszámú fénytani segédeszközzel akként szerelte fel, hogy ily természetű optikai vizsgálatokra nézve alig maradt kívánni való. Az eszköznek a vízszintes síkhoz tetszésszerinti módon hajlítható nagy főkörét e vizsgálatainkban állandóan igen közelítőleg a vízszintes síkkal párhuzamos helyzetben tartottuk; a polározót vivő karját állandó helyre erősítettük e főkörhöz, míg az analizálót és a BABINET-féle kompenzátort vivő kar szabadon mozoghatott e főkör mentén.

A heliostat szolgáltatta napfény-nyaláb áthaladt a polározón, mely itt elég tágas FOUCAULT-féle hasáb volt s a közvetlenül utána következő köralakú diaphragmát is átlépve, közvetlenül reá esett a kísérletezésnek alávetett, síklapján igen gyengén bekormozott üvegekészítményre. Minthogy ez alkalommal csak oly jelenségeket vizsgáltunk, melyeknél e beejtett fénynyaláb a kormozott lapra *merőlegesen* esett be: az üvegekészítményt mindig úgy helyeztük el, hogy sík lapjának helyzete ennek a feltételnek feleljen meg.

A beejtett nyaláb a kormozott lapnak a közepén egy köralakú, világos foltot létesített, melynek alkotó részeit épen

az intensív módon megvilágított, ultramikroskopos szén- vagy koromrészecskék képezték. Ebből a foltocskából kiindulólág a sugarak egyrészt közvetlenül a levegőbe szóródnak; a levegőben való haladás közben polárossági állapotuk nem változik; másrészt az üvegyagba lépnek töréses szóródással; ha már az üvegbe jutottak, az üvegyagon áthaladva, valamint ennek domború felületéből kilépve, e haladás és a merőleges kilépés folytán nem változik valamely ily sugárnak az elhajlítás vagy szórás révén bekövetkezett polárossági állapota.

Ezek a sugarak, minthogy jelentékeny részük ellipszisben poláros, megvizsgáltattak az analizáló vagy pontosabban mondva észlelőcsövön lévő BABINET-féle kompenzátorral és analizáló nikollal.

A kompenzátor-t rendszeren hosszirányával a félkörre merőlegesen állítottuk, mert ily helyzetben interferentia-csíkjai a főkörhöz párhuzamos helyzetűek, azaz vízszintesek; ha egyébként változtatlan beállítás mellett az észlelőcsövet a főkör tengelye körül forgatjuk, e cső mindig az említett világos folt felé tekint és a vízszintes csikozásnál a sugarak phasisváltozása, különösen pedig a phasis-ugrások, jobban felismerhetők és könnyebben mérhetők.

Oly sugarak megfigyelésekor, melyeknek vektora az egyenesvonalúságtól észrevehetőleg nem tért el, a kompenzátor-t kivettük s egyszerűen csak polározóval és analizálóval mértünk.

A mi illeti a jelenség létesítésére használt *üvegfélgömböket*, ezek eleinte telt, tömör üvegfélgömbök voltak, de e félgömbök egyszersmind mint dioptrikai eszközök, mint félgömb-lencsék is működtek, minélfogva csak rövid csíkok jelentkeztek a látótérben.

Ennek elkerülése végett és minthogy csak *merőleges* beesést vizsgáltunk, helyesebbnek véltem a félgömböket tömör, homogén *üvegfélgömbökre* helyettesíteni; mert ily normális beesésnél az elhajlított vagy szétszórt sugaraknak mindig csak azt a sorozatát kellett megvizsgálnunk, mely e félgömb tengelyére merőleges síkban lép fel, bármilyen legyen is a merőlegesen beejtett fénynyaláb polározási azimutja a nevezett elhajlítási síkhoz.

Maguk a kompenzátor csikjai pedig ily alakú üvegkészítménynél a félhenger tengelyéhez párhuzamos vagy a reá merőleges irány mentén sokkal jobban, egyenesebben alakulhatnak ki, mely körülmény a mérést sok esetben egyszerűsíti vagy pontosabbá teszi.

Ezek értelmében, szabályszerű közökben változtatva a beeső fény említett polározási azimutját és mindig csak a félhenger tengelyére merőleges síkban észelve a szétszórt sugarakat: megfigyelhettük e félhengerek segélyével is mindazokat az elhajlított sugarakat, melyek ily merőlegesen beejtett nyalázból keletkezve, a tér bármily iránya mentén haladnak, szóval, az összes ily szétszórt sugarakat, melyek *üveg-félgömb* készítménynél előállanak.

A jenai ZEISS czégnél összesen *nyolcz* ily pontosan esiszolt félhengert készíttettem; ezek közül kettő-kettő páronként egymással egyenlő volt; fénytörésmutatójuk a lehető legtágabb határok között változott; átmérőjük 5 cm-t, magasságuk 2·7 cm-t tett ki; színszórásuk csak a magasabb törésmutatójú anyagokra nézve volt jelentékenyebb; de itt a törésmutatónak csak a középértéke bír fontossággal. Az alábbi táblácskában közlöm e készítmények négy fajtájára nézve gyári jelzésüket, törésmutatójuk középértékét egyrészt nagyítóval való meghatározás alapján, másrészt a totális reflexio határszöge, illetve itt a fentemlített elválasztó kúp nyílása kísérleti meghatározása alapján:

Gyári jelzés... ..	0·3298	0·4697	0·3771	S·230
<i>n</i> mikr. mérés ...	1·4683	1·6232	1·7525	1·9064
<i>n</i> tot. refl.	1·4882	1·6170	1·7398	1·8836

A törésmutatók e középértékei meghatározási módjuk szerint eléggé különböznek egymástól, a mint ez előre várható is volt; de céljainkra nézve e kisebb mérvű pontosság is teljesen elegendő.

6. §. A főszköz helyzetei; a BABINET-féle kompenzátor köze; a phasis-eltolódás előjelének kísérleti megállapítása.

1. A szilárd helyzetű, a polározót vivő csőbe kicsiny nyílású kör-diaphragmát helyezve, az analizátort vivő észlelőeső végére hasonlóképen kicsiny köralakú nyílást erősítve s a szokásos igazításokat és segéd-fonálkereszteket alkalmazva, sokszoros be-

állításal adódott az a helyzete az észlelőcsőnek, a melynél a polározócső és az analizálócső tengelye egy egyenesbe esőnek volt tekinthető. Az analizálócső és a polározócső különböző azimutjai szerint ez kissé különbözőnek adódott, mert e készítmények nem voltak szigorúan párhuzamos lapúak, illetve igen kicsiny mértékben eltérítették a rajtuk áthaladó sugarakat, de ezek az eltérések czéljainkra nézve egyrészt elhanyagolhatóan kicsinyek voltak, másrészt, minthogy a legtöbb esetben ellentett quadransokban történtek a leolvasások, a középértékekre nem gyakorolhattak számbavehető befolyást.

Az említett két tengely egybeesésére nézve az észlelőcső nóniusának zérusjelzésű vonása a főkörön középértékben $152^{\circ}37'$ helyzetet mutatott.

2. Továbbá, az analizáló és a polározó alaphelyzeteit megállapítandó, a legegyszerűbb eljárást vettük alapul:

Úgyanis a főszköz asztalkájára bármily, de legalább *egy* csiszolt sík lapot mutató üvegekészítményt úgy helyezve, hogy e lapja merőleges síkú legyen a főkör síkjára, a polározócsőből reá eső, róla visszaverődött sugárnyalábot észleltük.

a) Ha a polározócsőben a polározót bent hagytuk, de az észlelőcsőből az analizálót eltávolítottuk és az első csőből a visszaverő üveglapra eső nyalábot a polározás szöge alatt ejtettük be, akkor az elemi tapasztalatok szerint a visszaverődött sugár teljesen eloltódott, ha a beejtett fény polárosságának síkja a beesés síkjára (itt a főkör síkjára) merőleges volt; ezt az eloltást a polározócső tengelye körüli forgatásával érhetni el és így a polározócső polárossági síkjának a főkör síkjához való helyzete pontosan adódott; ezt a polározócső posítio-körén lehetett leolvasni.

b) Ha a polározócsőből a polározót eltávolítottuk, de az analizálót az észlelőcsőben hagytuk és az első csőből a visszaverő üveglapra eső nyalábot szintén a polározás szöge alatt ejtettük be, akkor ismét az elemi tapasztalatok szerint a visszaverődött sugár teljesen eloltódik, ha az analizátornak polárossági síkja a beesés síkjára (azaz itt ismét a főkör síkjára) merőleges volt; ezt az eloltást az analizálócső tengelye körül való forgatásával érhetni el és így az analizálócső polárossági síkjának

a főkör síkjához való helyzete pontosan adódott ; ezt az analizáló positio körén lehetett leolvasni.

Ilyformán sokszor ismételt mérések és beállítások alapján azokat az *alaphelyzeteket* nyertük, a melyeknél a *polározónak*, illetve az *analizálónak*, *polárossági síkja* a *beesés síkjával* azaz **itt a főkör síkjával párhuzamos.**

Ezek a következők voltak :

A *polározó alaphelyzeténél* ennek noniusa zéruspontja a polározónak a positio-körén mutat : $+1^{\circ}43'$ helyzetet középértékben.

Az *analizáló alaphelyzeténél* ennek noniusa zéruspontja az analizálónak a positio-körén mutat : $+11^{\circ}15'$ helyzetet középértékben.

3. A BABINET-féle kompenzátornak *csík-közét* e kompenzátor dobjának fordulatszámában fejeztük ki: *vörös* fényben, melyet az eszközzel együtt szállított homogén piros üveglap bocsátott keresztül, a köztávolság 16·145 fordulatnak adódott ; *natrium*-fényben a köztávolság 15·317 fordulatnak ; ezek felhasználásával, a *napszínkép legvilágosabb sugaraira* nézve, melyek hullámhosszúsága a nátrium fényénél valamivel kisebb, felvettem, hogy : a BABINET-féle kompenzátor *köztávolságának középértéke* : 15,000 *dobfordulat* ; ez az adat többszöri megvizsgálás után fehér fényre nézve igen elfogadhatónak mutatkozott.

Hátra van még egy fontos kérdésnek ; a kompenzátorral felismert *phasis-különbség előjelének* a tisztázása.

E végből magát a kompenzátort, különösen két kristály-ékét optikailag meg kellett vizsgálnom és interferentialis működését pontosan ki kellett puhatolnom, a mi önmagában véve is jelentékeny munkát adott. Minthogy ez a vizsgálat itt tulajdonképen csak segédvizsgálat, melynek részletes ismertetése a jelen dolgozat keretén kívül esik, elegendőnek tartom *eredményei* közül a következőket közölni :

A BABINET-kompenzátor szerkezetének általánosságban való leírása a jobbfajta optikai művekben megtalálható ; magyarul könnyen hozzáferhető helyen ismertettem.¹ A kompenzátor hosz-

¹ FRÖHLICH IZIDOR: A polározott fény interferentiája törvényeinek kísérleti bemutatása. Matematikai és Physikai Lapok XI. kötete, 360-

szabb, mozgatható ékének kristálytengelye ez ék lapjában, merőlegesen az ék hosszirányára van irányítva; kisebb, rögzített éke az előbbivel eltentett geometriai helyzetben van, kristálytengelye ez ék lapjában, a hosszabb ék hosszirányával párhuzamosan halad.

A hosszabb ék szélesebb végehez van alkalmazva az osztályozott dobbal ellátott mozgató csavar, mely ezt az éket hossziránya mentén tetszesszerűen eltolhatja. Ha a dobot úgy forgatjuk, hogy osztályrészei a növekvő számok szerint vonuljanak el a dobszerkezetnek szilárd jelző egyenese mellett, akkor az egész hosszú ék a dob felé vonul. Ezt a forgatást az óramutató forgásával könnyen hasonlíthatjuk össze: ugyanis, az észlelő szeme legyen jelenleg a dob tengelye azon a folytatásán, a melyen a hosszú ék és a szem köze esik a dob; ha a szem a dob felé tekint s a dobot az óramutató járásával egyezően forgatjuk, akkor a fent említett mozgás áll elő, azaz a hosszú ék a dob felé vonul. Ha a kompenzátor felhasználásával csikrendszert létesítünk, ennek az egész rendszernek eltolódását tapasztaljuk, ha a hosszú éket hossziránya mentén toljuk el; közelebről pedig, a *hosszú ék eltolásának és a csikrendszer velejáró eltolódásának iránya egymással mindig egyező*.

Rendszeresen a kompenzátor rögzített rövidebb éke közelségében, ennek a csikokat észlelő szem felé eső oldalán, egymáshoz kis távolságban, merőlegesen a kompenzátor hosszirányára két fekete fonál van kifeszítve, mely a kompenzátor látótere közepét foglalja el; e kicsiny fonálköz a csik helyének rögzítésére szolgál.

A következő, gondos kísérleti megállapításokat egyrészt a kompenzátor ékeinek kristálytani külön megvizsgálása alapján állítottam elő; másrészt sokszorosan ellenőriztem oly kristályszerkezetekkel, így különösen csillámlemezekkel, melyek meghatározott, *ismert előjelű* phasis-különbségeket létesítettek.

Legyen most a kompenzátor úgy beállítva, hogy a középső sötét csik pontosan az említett keskeny fonálközbe essék és legyen,

380. I. és XII. kötete, 89–118. l. Budapest, 1902, 1903; különösen az utóbbi közlemény 109–112. lapja, hol az eszköz szerkezetének sémászerű rajzai az optikai és kristálytani vonatkozásokat szemléltetik.

miként ez eszközünk rendes szerelésénél lenni szokott, a vízszintes hosszirányú kompenzátor dobja a megfigyelő szemébe jutó sugárnyalábtól *balra* eső oldalán:

*Bal*felé tolva el a hosszú éket, a fekete csík a fonálközéből *bal*felé vonul s a fonálközön áthaladó sugár világosságot mutat; a kis fonálközön áthaladt világos sugárnak az eltolásmenti (azaz a kompenzátor hossza menti) vektor-összetevője relativ késést, retardálást mutat; ellenben ugyanennek a világos sugárnak az eltolás irányára (a kompenzátor hosszirányára) merőleges vektor-összetevője relativ előresietést, acceleratiót mutat.

De, ha az eredeti beállítás forog fenn, ugyanis ha a kompenzátorra beeső síkban poláros fény polározási azimutja $+45^\circ$ a főkör síkjához képest, és a középső fekete csíkot az említett fonalközbe hoztuk, s ha most valamely külső oknál fogva a kompenzátorra eső sugárnyaláb polárossági állapota akként változik, hogy a csikrendszer *jobbra* vonul, akkor a külső ok a sugárnak a *kompenzátor hosszmenti vektor-összetevője phasisát* viszonylagosan *növelte, vagy a kompenzátor szélessége menti vektor-összetevője phasisát* viszonylagosan *kisebbitette*. Hogy a csíkot ismét a fonálközbe hozzuk vissza, a mozgatható éket *balfelé* kell eltolnunk, a mit úgy érünk el, hogy a kompenzátor dobját az osztályrészei növekedő számainak elvonulása irányára szerint kell forgatnunk.

E tapasztalatok alapján a használt *kompenzátorral mérendő phasiskülönbség előjelére nézve* a következő, *kísérletileg megállapított, ellenőrzött és igazolt szabály áll fenn:*

Ha a kompenzátor dobját osztályzata növekvő számainak elvonulása irányára mentén, azaz, dobját csavarával együtt jobbsodrásulag kell forgatnunk azon célból, hogy a középső csíkot a kis fonálköz közepébe hozzuk vissza: akkor ez annyit jelent, hogy a külső optikai ok folytán az észlelt sugárnyalábnak a kompenzátor hossza menti vektor-összetevője viszonylagosan gyorsult (phasisa növekedett), vagy a kompenzátor szélessége menti vektor-összetevője viszonylagosan lassult (phasisa kisebbedett), vagy egyszerre lépett be mindkét változás.

Ezek után az előkészítő mérések, beállítások, vizsgálatok és megállapítások után rátérhettünk tulajdonképeni méréseinkre.

7. §. A mérési eredmények csoportosítása. A táblás összeállítás szerkezete. Jelölések.

A továbbiakban közölt vizsgálati eredményeket mindenképp előttről az egyes üvegtáblák szerint rendeztem; ugyanis az egy-egy üveg táblánál észlelt sugarak állapota egy-egy kisebb-nagyobb fejezetben van előtüntetve.

Az eredmények közös elrendezésére, a jelölésekre nézve a következő megállapodások érvényesek és pedig kivétel nélkül:

1. Az *első főeset*hez (2. §.) mindazok a szétszórt sugarak tartoznak, melyek keletkeznek, mikor a beejtett, gerjesztő fénynyaláb a polározócsőből közvetlenül levegőn át merőlegesen esik a kormozott üveglapra (1. ábra, 7. lap). Itt e sugarak *I. sorozatát* alkotják azok a sugarak, melyek a korom-részecskékből kiindulva (mintegy látszólagosan törésileg) az *üveganyagba szóródnak szét* és az *üveganyagon áthaladva* domború felületéből mindenütt merőlegesen lépnek ki a levegőbe; ellenben *III. sorozatát* alkotják azok a sugarak, melyek a korom-részecskékből (mintegy látszólagosan visszaverődésileg) közvetlenül a *levegőbe szóródnak szét*.

2. A *második főeset*hez (2. §.) mindazok a szétszórt sugarak tartoznak, melyek keletkeznek, mikor a beejtett, gerjesztő fénynyaláb a polározó csőből közvetlenül normálisan esik az üvegtábla domború felületére, ezen átlépve s az üveganyagon is áthaladva, merőlegesen esik a kormozott átfogó-lapra (2. ábra, 8. lap). Itt e sugarak *II. sorozatát* alkotják azok a sugarak, melyek a korom-részecskékből kiindulva (mintegy látszólagosan visszaverődésileg) az üveganyagba szóródnak s az üveganyagon áthaladva, mindenütt merőlegesen lépik át ennek domború felületét s így folytatják útjukat a levegőbe. Ellenben *IV. sorozatát* alkotják azok a sugarak, melyek a korom-részecskékből (mintegy közvetlenül törésileg) szóródnak szét.

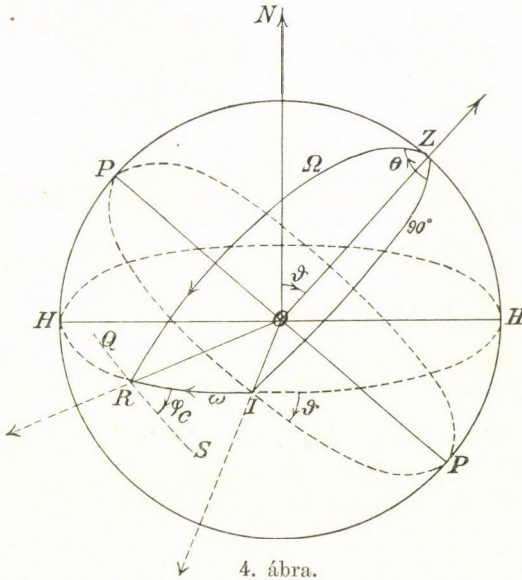
Az észleleti adatok számeredményeit tartalmazó táblákban jelentik (megegyezésben a 4. ábrával, 23. lap):

$\vartheta = (HIP) \sphericalangle$ szöget, mely nem más, mint a beejtett, gerjesztő \vec{OI} fénynyaláb polározás-síkja (PIP) és az elhajlítás (szétszórás) szög síkja ($IIIH$) közötti szög, avagy e beejtett fénynyaláb polározási azimutja a főkörhöz képest.

$\omega = (IOR)$ \neq nem más, mint az elhajlított \vec{OR} sugár és a bejött \vec{OI} sugár irányai által bezárt szög, az elhajlítás vagy a szétszórás szöge.

E szerint ϑ és ω tulajdonképen az \vec{OR} elhajlított sugár gömbi koordinátáit jelentik a PIP kör síkjára és az \vec{OI} egyenesre vonatkozólag.

A rajz szerint \vec{OZ} jelenti a bejött fénynyaláb (PIP) polározás-síkjának normálisát; erre az \vec{OZ} -re és az \vec{OI} -re nézve a rajz szerint θ és Ω szintén gömbi koordináták, és pedig:



4. ábra.

$\theta = a \widehat{ZI}$ meridián és a \widehat{ZR} meridián közötti szög;

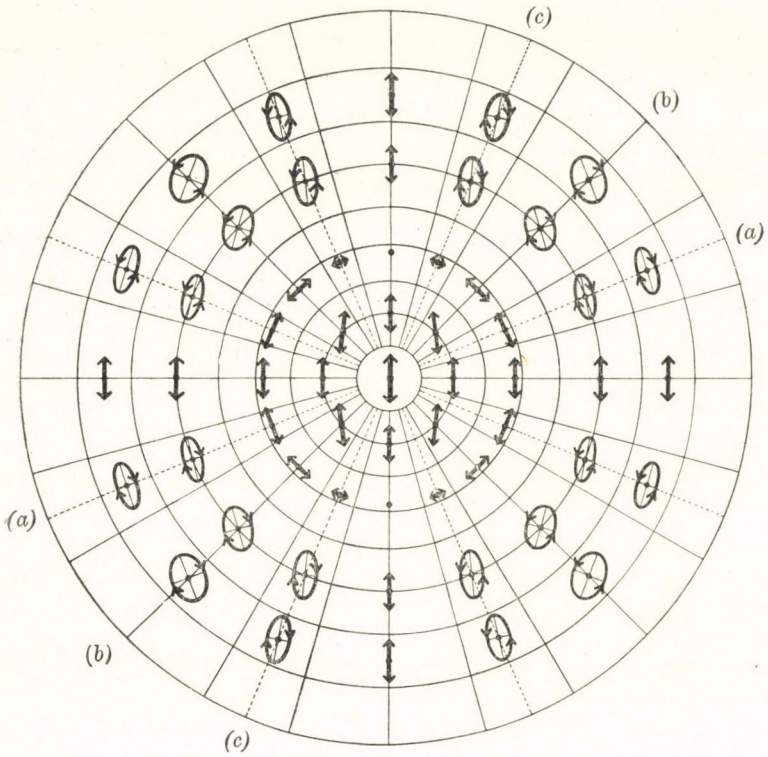
$\Omega = a \widehat{ZR}$ meridiánrész ívhossza.

A ϑ , ω és θ , Ω , gömbi koordinátáknak egymással való összefüggéséről l. a 20. §. (1), (2), (3) formuláit.

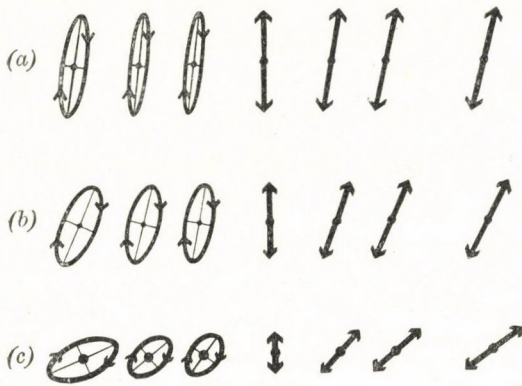
Továbbá jelentik valamennyi észlelt sugárra nézve:

$$\operatorname{tg} k = \frac{\text{a főkörhöz párhuzamos vektor-összetevő amplitudója}}{\text{a főkörre merőleges vektor-összetevő amplitudója}};$$

$\epsilon = \text{a főkörre merőleges vektor-összetevő phasisa} - \text{a főkörhöz párhuzamos vektor-összetevő phasisa}.$



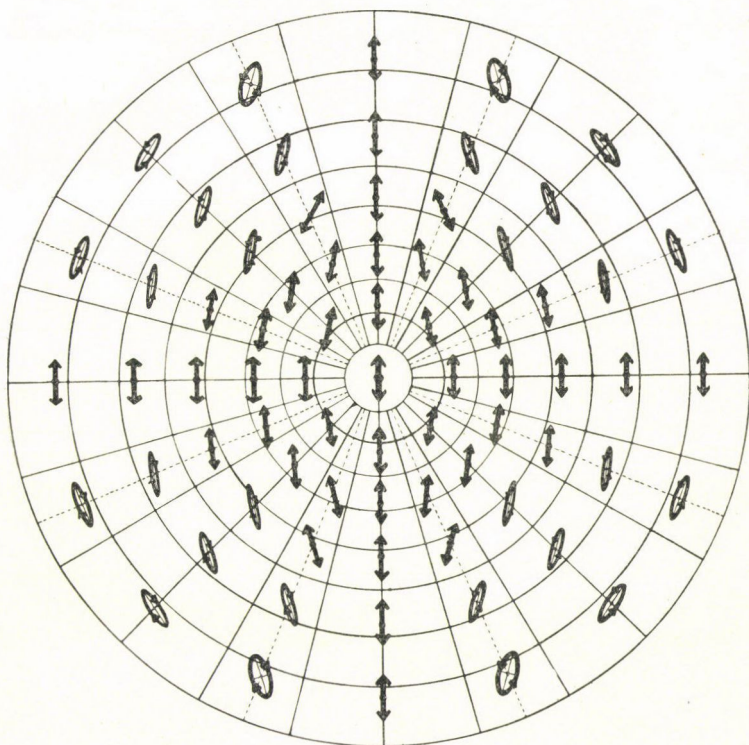
5. ábra. I. vetületi rajz.



5a. ábra.

E két adatot, k -t és ε -t, a BABINET-féle kompenzátorral való mérés közvetlenül szolgáltatja.

Ezekből az adatokból a 17. §. (25) és (26) formulái alapján kiszámítható a hozzájuk tartozó ellipsis-vektor féltengelyeinek egymáshoz való viszonya, melyet tgK -val jelölünk; továbbá

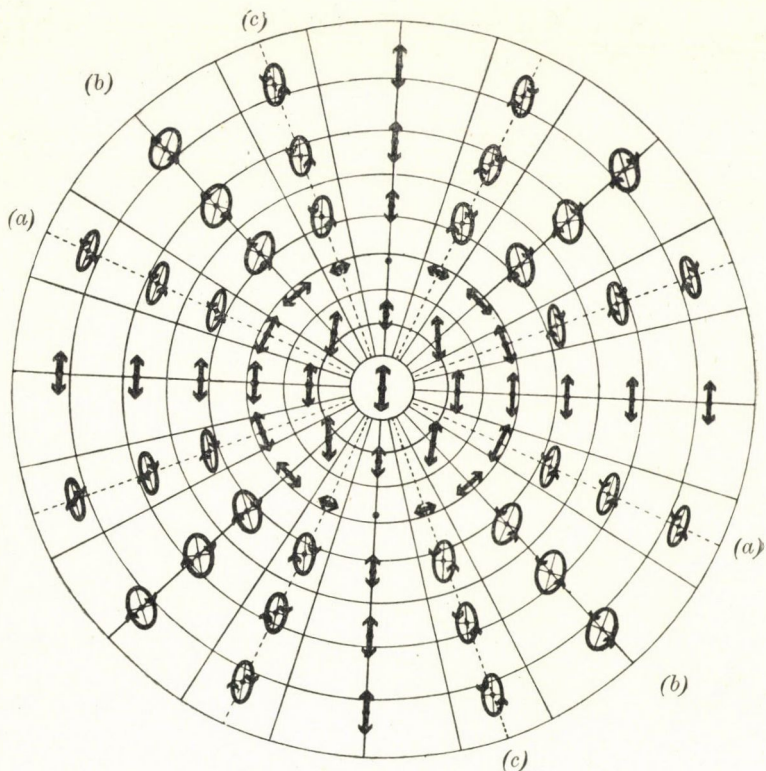


6. ábra. III. vetületi rajz.

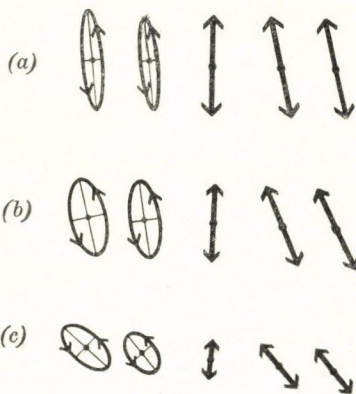
e tengelyeknek a főkör normálisához való a hajlásszöge, végre az ellipsis-pálya leírásának előjelét a 12. §. (5) formulája alapján határozzuk meg.

Ezek szerint az észlelt sugár ellipsis-vektorára nézve jelentik:

a az ellipsisnek első főtengelye és a főkör normálisa közötti szöget (vagy az ellipsis második főtengelye és a főkör síkja közötti szöget);



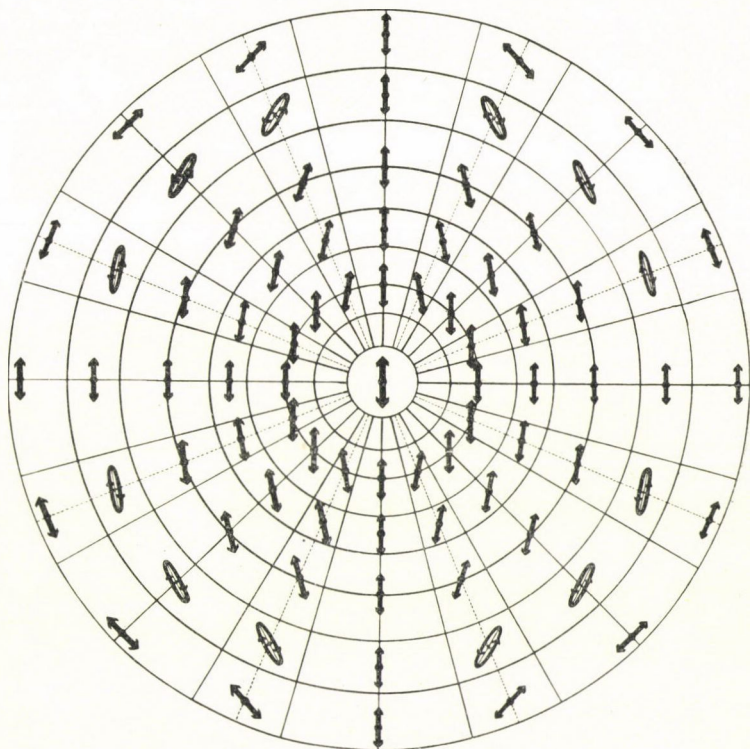
7. ábra. II. vetületi rajz.



7a. ábra.

$$\operatorname{tg}K = \frac{\text{az ellipsis-vektor második fő tengelye}}{\text{az ellipsis-vektor első fő tengelye}};$$

vége a *keringés előjele* jelenti, hogy az észlelő szemébe jutó elhajlitott sugár ellipsis-vektorának pályáját *mily keringésű* vek-



8. ábra. IV. vetületi rajz.

torral látja e szem leírtnak: a *jobbra keringés* egyező az *óra-mutató járásával*; a *balra keringés* ellentett.

A mi illeti a táblás adatokat, meg kell jegyeznünk, hogy minden mérendő mennyiséget legalább tízszer figyeltük meg s ugyanannyi leolvasást végeztünk, kényesebb esetekben még több észleletet tettünk.

Minden egyes beesési azimutnál a vízszintes *HHH* síkban

(4. ábra, 23. lap) lévő szétszórt sugarakat úgy választottuk, hogy ezek a térben elég jól legyenek elosztva s hogy így az egész térben előálló sugárnyaláb viselkedéséről átnézetes képet lehessen szerkeszteni.

A megfigyelések csakhamar kimutatták, hogy az egy-egy ily (HIH) síkban lévő elhajlitott sugarak között azok, melyek az \vec{OI} belső sugárhoz képest szimmetrikusan fekszenek, melyekre nézve e szerint az ω ugyanakkora, de ellentett előjellű, polárosági állapotukat illetőleg egészen egyenlőképen viselkednek; e körülmény a négy vetületi rajzban (5., 6., 7., 8. ábrák, 24., 25., 26., 27. lap) igen jellemző kifejezést nyer.

Az itt közölt táblákban ily sugarak páronként egyesített adatai foglalvák, melyek e szerint egyenként nagyszámú megfigyelés egyesített középértékeinek tekintendők.

8. §. Az O. 3298 jelzésű, $\omega_i = 42.2$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések rendezett eredményei.

A beejtett napfény polározási azimutja: $\vartheta = +45^\circ 0$.

Első főeset (1. ábra). Napfény közvetlenül levegőből esik merőlegesen a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\operatorname{tg} \alpha$	α	ε	α	K	$\operatorname{tg} K$	Keringés
+45°0	0°0	0°0	90°0	0.907	-44°2	-4°5	+44°2	-2°2	-0.039	balra
+45°0	±15°0	±11°0	90°±10.6	0.891	+41.7	-2.7	+41.7	-1.3	-0.023	«
+45°0	±30°0	±22.2	90°±20.7	0.642	+32.7	-4.0	+32.6	-1.8	-0.031	«
+45°0	±37.7	±28.6	90°±25.6	0.416	+22.6	-2.3	+22.6	-0.8	-0.014	«
+45°0	±39.7	±30.4	90°±26.9	0.315	+17.4	-1.4	+17.4	-0.4	-0.007	«
+45°0	±42.2	±32.7	90°±28.4	0.000	a totális reflexio határirányai					
+45°0	±45.7	±34.6	90°±30.4	0.310	+17°2	+66°9	+7°6	+15°6	+0.279	jobbra
+45°0	±47.7	±37.9	90°±31.5	0.477	+25.5	+66.0	+13.7	+22.6	+0.416	«
+45°0	±60.0	±50.8	90°±37.8	0.713	+35.5	+66.3	+25.4	+29.9	+0.575	«
+45°0	±75.0	±69.3	90°±43.1	0.703	+35.1	+74.6	+18.2	+32.6	+0.640	«

III. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\operatorname{tg} \alpha$	α	ε	α	K	$\operatorname{tg} K$	Keringés
+45°0	±157°5	±163°7	90°±15°7	0.901	-42°0	-2°9	-42°0	+1°4	0.025	jobbra
+45°0	±142.5	±151.5	90°±25.5	0.776	-37.8	-0.7	-37.8	-0.3	0.005	«
+45°0	±127.5	±137.3	90°±31.1	0.627	-32.1	0.0	-32.1	0.0	0.000	—
+45°0	±112.5	±120.4	90°±40.8	0.429	-23.2	+3.3	-23.2	1.2	-0.021	balra
+45°0	±97.5	±100.6	90°±44.5	0.262	-14.7	+14.3	-14.3	-3.5	-0.061	«
+45°0	±92.0	±92.8	90°±45.0	0.167	-9.5	0.0	-9.5	0.0	0.000	--

Második főeset (2. ábra). Napfény üvegyagon át esik a kormozott lapra.

II. sorozat. Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
+45°0	±157°5	±163°7	90°±15°7	-0·830	-39°7	-4°0	-39°7	+2°0	+0·035	jobbra
+45°0	±142°5	±151°5	90°±25°5	-0·520	-27°8	-1°4	-27°8	+0°6	+0·005	«
+45°0	±140°5	±149°8	90°±26°7	-0·420	-21°9	+2°6	-21°8	-0°8	-0·014	balra
+45°0	±137°8	±147°3	90°±28°4	-0·000						a totális reflexio határirányai
+45°0	±134°5	±144°3	90°±30°3	-0·302	-16°8	+64°4	-14°7	-14°8	-0·264	balra
+45°0	±132°5	±142°4	90°±31°6	-0·433	-23°4	+65°6	-11°9	-20°7	-0·376	«
+45°0	±127°5	±137°3	90°±34°1	-0·548	-28°7	+64°2	-17°2	-24°6	-0·458	«
+45°0	±112°5	±120°4	90°±40°8	-0·703	-35°1	+69°7	-21°9	-31°0	-0·601	«
+45°0	±97°5	±100°6	90°±44°5	-0·649	-33°0	+81°7	-9°0	-32°3	-0·632	«

IV. sorozat. A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
+45°0	±0°0	0°0	90°0	+0·916	+42°5	-3°1	+42°5	-1°5	-0·027	balra
+45°0	±15°0	±11°0	90°±10°6	+0·933	+43°0	-4°2	+43°0	-2°1	-0·036	«
+45°0	±30°0	±22°2	90°±20°7	+0·866	+40°9	-3°1	+40°9	-1°6	-0·028	«
+45°0	±45°0	±35°3	90°±30°0	+0·687	+34°5	-2°8	+34°5	-1°3	-0·023	«
+45°0	±60°0	±50°8	90°±37°8	+0·516	+27°3	-3°1	+27°3	-1°2	-0·021	«
+45°0	±75°0	±69°3	90°±43°1	+0·333	+18°4	-0°5	+18°4	-0°2	-0·004	«
+45°0	±88°0	±87°2	90°±45°0	+0·086	+4°9	-0°0	+4°9	0°0	0·000	—

9. §. Az O. 4697 jelzésű, $\omega_1=38^\circ 2$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések rendezett eredményei.

A bejuttatott napfény polárizációs azimutjai: $\vartheta = +22^\circ 5$; $\vartheta = +45^\circ 0$; $\vartheta = +67^\circ 5$.

Első főcset (I. ábra.) Napfény közvetlenül levegőből esik a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegebe szétszórt sugarak polárizációs állapota.

Ide tartozik az 5. és 5a. ábra; az I. számú vetületi rajz és kiegészítő rajza, 24. lap.

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
+22°5	0°0	0°0	90°0	+0·425	+23°0	-2°2	+23°0	-0°8	-0·014	balra
+22·5	±15·0	±13·9	90°±5·7	+0·408	+22·2	-5·0	+22·0	-1·8	-0·030	"
+22·5	±30·0	±28·1	90°±11·0	+0·240	+13·5	-3·7	+13·5	-0·9	-0·015	"
+22·5	±33·7	±31·6	90°±12·3	+0·191	+10·8	-2·6	+10·8	-0·7	-0·011	"
+22·5	±35·7	±33·6	90°±12·9	+0·157	+8·9	-1·6	+8·9	-0·3	-0·005	"
+22·5	±38·2	±36·0	90°±13·7	0·000	a totális reflexio határirányai					
+22·5	±40·7	±38·5	90°±14·5	+0·187	+10°6	+65°0	+7°0	+9°6	+0·170	jobbra
+22·5	±42·7	±40·5	90°±15·0	+0·216	+12·2	+62·8	+5·9	+10·7	+0·189	"
+22·5	±45·0	±42·7	90°±15·7	+0·281	+15·7	+62·1	+7·9	+13·7	+0·243	"
+22·5	±60·0	±58·0	90°±19·4	+0·291	+16·2	+63·7	+7·9	+16·5	+0·296	"
+22·5	±75·0	±73·1	90°±21·7	+0·333	+18·4	+71·3	+6·1	+17·3	+0·316	"
+45°0	0°0	0°0	90°0	+0·997	+44°9	-5°5	+44°9	-2°8	-0·048	balra
+45·0	±15·0	±11·0	90°±10°6	+0·869	+41·0	-3·8	+41·0	-1·9	-0·034	"
+45·0	±30·0	±22·2	90°±20·7	+0·525	+27·7	-3·6	+27·7	-1·5	-0·026	"
+45·0	±33·7	±25·3	90°±23·1	+0·437	+23·6	-4·0	+23·6	-1·5	-0·026	"
+45·0	±35·7	±26·9	90°±24·4	+0·344	+19·0	-1·8	+19·0	-0·6	-0·010	"
+45·0	±38·2	±29·1	90°±25·9	0·000	a totális reflexio határirányai					
+45·0	±40·7	±31·3	90°±27·5	+0·390	+21°3	+66°8	+10°1	+19°3	+0·350	jobbra
+45·0	±42·7	±33·1	90°±28·7	+0·479	+25·6	+64·8	+14·0	+22·5	+0·414	"
+45·0	±45·0	±35·3	90°±30·0	+0·611	+31·4	+56·4	+23·3	+23·7	+0·438	"
+45·0	±60·0	±50·8	90°±37·8	+0·743	+36·6	+63·9	+27·6	+29·6	+0·568	"
+45·0	±75·0	±69·3	90°±43·1	+0·784	+38·1	+73·2	+24·8	+35·0	+0·700	"

ϑ	ω	θ	Ω	$\operatorname{tg} \alpha$	α	ε	α	K	$\operatorname{tg} K$	Keringés
+67°5	0°0	0°0	90°0	+2·45	+67°8	-2°2	+67°8	-0°6	-0·011	balra
+67·5	±15·0	±5·9	90°±13·8	+2·25	+66·1	-1·3	+66·1	-0·5	0·008	"
+67·5	±30·0	±12·5	90°±27·5	+1·51	+56·5	-0·8	+56·5	-0·4	-0·007	"
+67·5	±33·7	±14·3	90°±30·8	+1·06	+46·6	-0·7	+46·6	-0·3	-0·005	"
+67·5	±35·7	±15·4	90°±32·6	+0·882	+41·4	+1·0	+41·4	+0·5	+0·0008	jobbra
+67·5	±38·2	±16·8	90°±34·9	0·000						
							a totális reflexio határirányai			
+67·5	±40·7	±18·2	90°±37·1	+0·869	+41°0	+67°3	+35°0	+33°1	+0·654	jobbra
+67·5	±42·7	±19·5	90°±38·8	+1·13	+48·4	+64·2	+52·6	+31·7	+0·617	"
+67·5	±45·0	±20·9	90°±40·8	+1·57	+57·5	+62·6	+67·1	+27·8	+0·539	"
+67·5	±60·0	±33·5	90°±53·2	+1·97	+63·1	+64·2	+74·7	+23·3	+0·431	"
+67·5	±75·0	±55·0	90°±63·2	+1·96	+63·0	+74·3	+79·7	+25·6	+0·479	"

III. sorozat: A levegőbe szétszóró sugarak polárösségi állapotai.
 Ide tartozik a 6. ábra, a III. számú vetületi rajz, 25. lap.

ϑ	ω	θ	Ω	$tg\ \alpha$	α	ε	α	K	$tg\ K$	Keringés
+22.5	± 157.5	± 159.1	$90^\circ \pm 8.4$	-0.344	-19.0	-0.3	-19.0	+0.1	+0.002	jobbra
+22.5	± 142.5	± 144.7	$90^\circ \pm 13.5$	-0.295	-16.4	+3.6	-16.4	-1.0	-0.017	balra
+22.5	± 127.5	± 129.7	$90^\circ \pm 17.7$	-0.245	-13.8	+7.9	-13.7	-1.9	-0.032	"
+22.5	± 112.5	± 114.2	$90^\circ \pm 20.7$	-0.202	-11.4	+19.7	-10.8	-3.8	-0.065	"
+22.5	± 97.5	± 98.1	$90^\circ \pm 22.3$	-0.135	-7.7	+68.2	-2.9	-7.1	-0.125	"
+22.5	± 92.0	± 92.0	$90^\circ \pm 22.5$	-0.033	-1.9	0.0	-1.9	0.0	0.000	—
+45.0	± 157.5	± 163.7	$90^\circ \pm 15.7$	-0.885	-41.5	-2.0	-41.5	+1.1	+0.018	jobbra
+45.0	± 142.5	± 151.5	$90^\circ \pm 25.5$	-0.776	-37.8	+3.9	-37.7	-1.8	-0.031	balra
+45.0	± 127.5	± 137.3	$90^\circ \pm 34.1$	-0.613	-31.5	+10.0	-30.8	-4.4	-0.077	"
+45.0	± 112.5	± 120.4	$90^\circ \pm 40.8$	-0.462	-24.8	+14.8	-24.8	-5.7	-0.100	"
+45.0	± 97.5	± 100.6	$90^\circ \pm 44.5$	-0.292	-16.3	+49.7	-11.6	-12.1	-0.214	"
+45.0	± 92.0	± 92.8	$90^\circ \pm 45.0$	-0.098	-5.6	0.0	-5.6	0.0	0.000	—
+67.5	± 157.5	± 171.0	$90^\circ \pm 20.7$	-2.25	-66.0	-2.6	-66.0	+1.0	+0.018	jobbra
+67.5	± 142.5	± 163.6	$90^\circ \pm 34.2$	-1.80	-61.0	+1.6	-61.0	-0.6	-0.010	balra
+67.5	± 127.5	± 153.5	$90^\circ \pm 47.1$	-1.49	-56.1	+3.7	-56.1	-1.7	-0.029	"
+67.5	± 112.5	± 137.3	$90^\circ \pm 58.6$	-1.16	-49.2	+16.3	-49.4	-8.0	-0.140	"
+67.5	± 97.5	± 109.0	$90^\circ \pm 66.4$	-0.898	-41.9	+42.1	-40.9	-20.9	-0.382	"
+67.5	± 94.0	± 100.4	$90^\circ \pm 67.2$	-0.711	-35.4	0.0	-35.4	0.0	0.000	—

Második főessel (2. ábrán). Napfény üveganagon át esik a kormozott lapra.

II. sorozat: Az üvege szétszórt sugarak polarizációs állapota.
Ide tartozik a 7. és 8a. ábra, a II. számú vetületi rajz és kiegészítő rajza, 96. lap.

ϑ	ω	ϑ	Ω	$\lg \pi$	π	ε	α	K	$\lg K$	Keringés
+22°5	+157°5	+159°1	90°+8°4	-0.360	-19°8	-2°4	-19°8	+0°8	+0.013	jobbira
+22°5	+146°3	+148°4	90°+12°3	-0.240	-13°5	-1°6	-13°5	+0°3	+0.006	«
+22°5	+144°3	+146°4	90°+12°9	-0.204	-11°5	-0°7	-11°5	+0°2	+0.002	«
+22°5	+141°8	+144°0	90°+13°7	-0.000	-10°6	+62°9	a totális reflexio határánál	-10°4	-0°185	balra
+22°5	+139°3	+141°5	90°+14°5	-0.187	-12°1	+67°4	-4°9	-11°1	-0°196	«
+22°5	+137°3	+139°4	90°+15°0	-0.214	-18°6	+64°5	-9°1	-16°6	-0°298	«
+22°5	+127°5	+129°7	90°+17°7	-0.337	-18°2	+72°6	-6°3	-17°3	-0°311	«
+22°5	+112°5	+114°2	90°+20°7	-0.399	-17°4	+77°4	-4°3	-16°8	-0°301	«
+22°5	+97°5	+98°1	90°+22°3	-0.313	-17°4	-2°7	-40°5	+1°3	+0°023	jobbira
+45°0	+157°5	+163°7	90°+15°7	-0.857	-40°6	+0°8	-28°5	-0°3	-0°005	balra
+45°0	+146°3	+154°8	90°+23°1	-0.543	-28°5	+2°0	-23°4	-0°7	-0°012	«
+45°0	+144°3	+153°1	90°+24°4	-0.433	-23°4					
+45°0	+141°8	+150°9	90°+25°9	0.000						
+45°0	+139°3	+148°7	90°+27°5	-0.425	-23°1	+66°4	-11°3	-20°7	-0°378	balra
+45°0	+137°3	+146°9	90°+28°7	-0.523	-27°6	+64°8	-13°7	-24°0	-0°445	«
+45°0	+127°5	+137°3	90°+34°9	-0°716	-35°6	+62°9	-26°0	-28°7	-0°548	«
+45°0	+112°5	+120°4	90°+40°8	-0°839	-40°0	+69°0	-31°8	-33°3	-0°657	«
+45°0	+97°5	+100°6	90°+44°5	-0°798	-38°6	+73°4	-27°2	-31°2	-0°606	balra
+67°5	+157°5	+171°0	90°+20°7	-1°79	-50°4	-3°9	-60°7	+1°7	+0°029	jobbira
+67°5	+146°3	+165°7	90°+30°8	-1°21	-50°4	-0°7	-50°4	+0°4	+0°007	«
+67°5	+144°3	+164°6	90°+32°6	-0°997	-44°8	+0°2	-44°8	+0°1	-0°002	balra
+67°5	+139°3	+163°2	90°+34°9	0.000						
+67°5	+131°8	+161°8	90°+37°1	-0°986	-44°6	+63°4	-43°9	-31°8	-0°618	balra
+67°5	+137°3	+160°6	90°+38°8	-1°27	-51°7	+63°2	-55°7	-27°8	-0°527	«
+67°5	+127°5	+153°5	90°+47°1	-1°63	-58°5	+61°8	-68°6	-25°9	-0°486	«
+67°5	+112°5	+137°3	90°+58°6	-1°74	-60°1	+69°2	-74°3	-29°6	-0°568	«
+67°5	+97°5	+109°0	90°+66°4	-1°62	-58°4	+71°9	-74°0	-29°1	-0°557	«

IV. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

Ide tartozik az 8. ábra, a IV. számú vetületi rajz, 27. lap.

ϑ	ω	θ	Ω	$\operatorname{tg} \alpha$	α	ε	α	K	$\operatorname{tg} K$	Keringés
+22 ^o 5	0 ^o 0	0 ^o 0	90 ^o 0	+0.420	+22 ^o 8	- 6 ^o 2	+22 ^o 8	- 2 ^o 2	-0.039	balra
+22.5	±15.0	±13.9	90 ^o ± 5.7	+0.414	+22.5	- 3.3	+22.5	- 1.2	-0.021	«
+22.5	±30.0	±28.1	90 ^o ±11.0	+0.386	+21.1	- 1.6	+21.1	- 0.6	-0.009	«
+22.5	±45.0	±42.7	90 ^o ±15.7	+0.335	+18.5	- 1.3	+18.5	- 0.5	-0.009	«
+22.5	±60.0	±58.0	90 ^o ±19.4	+0.260	+14.6	+ 2.4	+14.6	+ 0.6	+0.010	jobbra
+22.5	±75.0	±73.1	90 ^o ±21.7	+0.204	+11.5	+14.4	+11.2	+ 2.8	+0.049	«
+22.5	±88.0	±88.0	90 ^o ±22.5	+0.044	+ 2.6	0.0	+ 2.6	0.0	0.000	—
+45 ^o 0	0 ^o 0	0 ^o 0	90 ^o 0	+1.04	+45 ^o 1	- 3 ^o 4	+45 ^o 1	- 1 ^o 7	-0.030	balra
+45.0	±15.0	±11.0	90 ^o ±10.6	+0.983	+44.5	- 3.8	+44.4	- 1.9	-0.033	«
+45.0	±30.0	±22.2	90 ^o ±20.7	+0.894	+41.8	- 2.8	+41.8	- 1.3	-0.023	«
+45.0	±45.0	±35.3	90 ^o ±30.0	+0.748	+36.8	- 2.3	+36.8	- 1.1	-0.019	«
+45.0	±60.0	±50.8	90 ^o ±37.8	+0.536	+28.2	+ 3.1	+28.2	+ 1.2	+0.021	jobbra
+45.0	±75.0	±69.3	90 ^o ±43.1	+0.352	+19.4	+12.1	+19.1	+ 3.8	+0.066	«
+45.0	±88.0	±87.2	90 ^o ±45.0	+0.082	+ 4.7	0.0	+ 4.7	0.0	0.000	—
+67 ^o 5	0 ^o 0	0 ^o 0	90 ^o 0	+2 ^o 29	+66.4	- 5 ^o 8	+66 ^o 5	- 2 ^o 1	-0.037	balra
+67.5	±15.0	± 5.9	90 ^o ±13.8	+ 2.21	+65.7	- 2.2	+65.7	- 0.8	-0.014	«
+67.5	±30.0	±12.5	90 ^o ±27.5	+ 2.05	+64.0	- 1.6	+64.0	- 0.6	-0.011	«
+67.5	±45.0	±20.9	90 ^o ±40.8	+1.66	+59.0	- 1.1	+59.0	- 0.5	-0.009	«
+67.5	±60.0	±33.5	90 ^o ±53.2	+1.28	+52.1	+ 2.1	+52.1	+ 1.0	+0.018	jobbra
+67.5	±75.0	±55.0	90 ^o ±63.2	+0.863	+40.8	+16.8	+40.6	+ 8.1	+0.142	«
+67.5	±86.0	±79.8	90 ^o ±67.2	+0.441	+23.8	0.0	+23.8	0.0	0.000	—

3*

A jelen §-ban közlött megfigyelések összesített eredményeinek átnézetes képét az I., II., III., IV. számú négy vetületi rajz és az első kettőhöz tartozó két kiegészítő rajz nyújtja. 24., 25., 26., 27. lap.

A *vetületi rajzok* mindig a térnek egy-egy félgömbalakúnak felvett terére vonatkoznak; a vetítés ezekre nézve a *stereographikus polár-projectio* szabályai szerint történt; a szempont itt a rajz síkja mögött, e síkra merőleges egyenesben és pedig a vetített gömbfelület sugarával egyenlő távolságban van. E vetítésre és idetartozó alkalmazására nézve v. ö. az első lapon idézett első dolgozatom 249., 251., 252. lapját.

Jelen rajzainkban minden egyes vetületi kép előtünteti az egy-egy félgömbalakú térben haladó sugaraknak e gömbfelülettel való metsző, átdőfési helyeit és pedig fekete, kis pontok alakjában; továbbá a minden egyes ily sugárhoz tartozó fényvektornak is a képét, vonatkoztatva a mindenkori sugár átdőfési helyére, mint fényvektor-középpontra.

A középső lineáris kettős nyíl jelenti a *beejtett, gerjesztő* fényvektort; a többi kettős nyíl és ellipsis-alak az elhajlított, szétszórót sugarak vektorait. A vetületi képek I., II., III., IV. jelzései jelentik, hogy ezek az e §-ban közölt, *ugyanily* jelzésű négy adatsorozathoz tartoznak.

A kiegészítő két ábra azoknak a sugaraknak és fényvektorainak képeit mutatja, melyek a totális reflexio határirányához közel haladnak, melyeket ezért nem lehetett volna az I. és II. vetületi rajzokba beleilleszteni, a nélkül, hogy ezeket a rajzokat ez által túlságosan meg ne töltöttük volna, a mi átnézetességüket mindenestre zavarta volna.

Így az I. képhez tartozó kiegészítő rajz előtünteti az I. sorozatnak az: $\omega = 30^\circ 7, 33^\circ 7, 35^\circ 7, 38^\circ 2, 40^\circ 7, 45^\circ 0$ szögekhez tartozó sugarai vektorát, mely sugarak, miként azonnal észreveszszük, a főrajzon az (a), (b), (c)-vel jelelt legnagyobb körök (a vetületi rajzban egyenesek) síkjaiban haladnak.

Épen így a II. képhez tartozó kiegészítő rajz előtünteti a II. sorozatnak az: $\omega = 146^\circ 3, 144^\circ 3, 141^\circ 8, 139^\circ 3, 137^\circ 3$ szögekhez tartozó sugarai vektorát, mely sugarak, miként szintén azonnal kiderül, a főrajzon az (a), (b), (c)-vel jelelt legnagyobb

körök (a vetületi rajzban egyenesek) síkjaiban haladnak. Az előbbiekben (3. §.) említett elválasztó kúp szerepe az I. és II. vetületi képen igen szépen jelentkezik; a kiegészítő rajzok pedig szépen mutatják az egyenesvonalú fényvektornak ellipsis-vektorra fajulását, ha sugara az elválasztó kúp palástfelületéből kilép. A III. és IV. vetületi kép mutatja, hogy a levegőbe szétszórt sugarak mindig igen közelítőleg egyenesben polárosak; az igen nagy elhajlítású sugarak ellipsises polárosságot mutatnak, mely valószínűleg e sugaraknak a kormozott felülethez közelítőleg érintőleges haladásánál előálló zavaroknak tudandó be; egyébként a dolgozat harmadik részében ki fog derülni, hogy még ezeknek az ellipsis-vektoroknak is a nagy tengelye megfelel a meridionális vektor-rendszernek.

10. §. Az O. 3771 jelzésű, $\omega_t = 35^\circ 1$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések rendezett eredményei.

A beejtett napfény polározási azimutja: $\vartheta = +45^\circ 0$.

Első főeset (1. ábra). Napfény közvetlenül levegőből esik a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
$+45^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$90^\circ 0$	$+1\cdot 007$	$+45^\circ 2$	$-1^\circ 4$	$+45^\circ 2$	$-0\cdot 7$	$-0\cdot 012$	balra
$+45\cdot 0$	$\pm 15\cdot 0$	$\pm 11\cdot 0$	$90^\circ \pm 10\cdot 6$	$+0\cdot 830$	$+39\cdot 7$	$-1\cdot 0$	$+39\cdot 7$	$-0\cdot 6$	$-0\cdot 011$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 30\cdot 0$	$\pm 22\cdot 0$	$90^\circ \pm 20\cdot 7$	$+0\cdot 456$	$+24\cdot 5$	$+1\cdot 0$	$+24\cdot 4$	$+0\cdot 4$	$+0\cdot 007$	jobbra
$+45\cdot 0$	$\pm 32\cdot 6$	$\pm 24\cdot 3$	$90^\circ \pm 22\cdot 4$	$+0\cdot 333$	$+18\cdot 4$	$+6\cdot 2$	$+18\cdot 3$	$+1\cdot 7$	$+0\cdot 029$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 35\cdot 1$	$\pm 26\cdot 4$	$90^\circ \pm 24\cdot 0$	$0\cdot 000$	a totális reflexio határirányai.					
$+45\cdot 0$	$\pm 37\cdot 6$	$\pm 28\cdot 6$	$90^\circ \pm 25\cdot 6$	$+0\cdot 468$	$+25^\circ 1$	$+62^\circ 2$	$+14^\circ 6$	$+21^\circ 4$	$+0\cdot 392$	jobbra
$+45\cdot 0$	$\pm 40\cdot 0$	$\pm 30\cdot 7$	$90^\circ \pm 27\cdot 0$	$+0\cdot 606$	$+31\cdot 2$	$+59\cdot 6$	$+22\cdot 1$	$+24\cdot 9$	$+0\cdot 453$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 55\cdot 0$	$\pm 45\cdot 3$	$90^\circ \pm 35\cdot 4$	$+0\cdot 804$	$+38\cdot 8$	$+60\cdot 6$	$+33\cdot 0$	$+27\cdot 5$	$+0\cdot 470$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 70\cdot 0$	$\pm 62\cdot 8$	$90^\circ \pm 41\cdot 6$	$+0\cdot 781$	$+38\cdot 0$	$+70\cdot 9$	$+26\cdot 2$	$+33\cdot 2$	$+0\cdot 655$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 75\cdot 0$	$\pm 69\cdot 3$	$90^\circ \pm 43\cdot 1$	$+0\cdot 787$	$+38\cdot 2$	$+64\cdot 5$	$+30\cdot 3$	$+30\cdot 7$	$+0\cdot 595$	«

III. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
$+45^\circ 0$	$\pm 157^\circ 5$	$\pm 163^\circ 7$	$90^\circ \pm 15^\circ 7$	$-0\cdot 904$	$-42^\circ 1$	$0^\circ 0$	$-42^\circ 1$	$0\cdot 0$	$0\cdot 000$	—
$+45\cdot 0$	$\pm 142\cdot 5$	$\pm 151\cdot 5$	$90^\circ \pm 25\cdot 5$	$-0\cdot 801$	$-38\cdot 7$	$+3\cdot 6$	$-38\cdot 7$	$-1\cdot 8$	$-0\cdot 030$	balra
$+45\cdot 0$	$\pm 127\cdot 5$	$\pm 137\cdot 3$	$90^\circ \pm 34\cdot 9$	$-0\cdot 669$	$-33\cdot 8$	$+2\cdot 4$	$-33\cdot 8$	$-1\cdot 1$	$-0\cdot 019$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 112\cdot 5$	$\pm 120\cdot 4$	$90^\circ \pm 40\cdot 8$	$-0\cdot 486$	$-25\cdot 9$	$+4\cdot 2$	$-25\cdot 8$	$-1\cdot 6$	$-0\cdot 027$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 102\cdot 5$	$\pm 107\cdot 4$	$90^\circ \pm 43\cdot 7$	$-0\cdot 364$	$-20\cdot 0$	$+4\cdot 2$	$-19\cdot 9$	$-1\cdot 4$	$-0\cdot 024$	«
$+45\cdot 0$	$\pm 92^\circ 0$	$\pm 92\cdot 8$	$90^\circ \pm 45\cdot 0$	$-0\cdot 157$	$-8\cdot 9$	$0\cdot 0$	$-8\cdot 9$	$0\cdot 0$	$0\cdot 000$	—

Második főeset (2. ábra). Napfény az üvegyagon át esik a kormozott lapra.

II. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\operatorname{tg} \alpha$	α	ε	α	K	$\operatorname{tg} K$	Keringés
+45°0	±157°5	±163°7	90°±15°7	-0°759	-37°2	+ 2°1	-37°2	- 1°0	-0·017	balra
+45°0	±149·4	±157·3	90°±21·1	-0·544	-28·6	+ 5·2	-28·5	- 2·1	-0·036	»
+45°0	±147·4	±155·7	90°±22·4	-0·419	-22·7	+ 5·5	-22·8	- 2·0	-0·035	«
+45°0	±144·9	±154·1	90°±24·0	0·000		a totális reflexio határirányai				
+45°0	±142·4	±151·4	90°±25·6	-0·440	-23·7	+69°8	-22°0	-21°8	-0°400	balra
+45°0	±140·4	±149·7	90°±26·8	-0·623	-31·9	+69·0	-18·1	-28·4	-0·541	«
+45°0	±132·5	±142·3	90°±31·4	-0·721	-35·8	+63·3	-26·8	-29·5	-0·566	«
+45°0	±117·5	±126·4	90°±38·9	-0·804	-38·8	+68·8	-29·4	-32·8	-0·641	«
+45°0	±102·5	±108·4	90°±43·7	-0·842	-40·1	+80·2	-19·3	-38·1	-0·781	«

IV. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\operatorname{tg} \alpha$	α	ε	α	K	$\operatorname{tg} K$	Keringés
+45°0	0°0	0°0	90°0	+0·997	+44°9	- 2·7	+44°9	- 1°3	-0·023	balra
+45°0	±15·0	±10·7	90°±10·6	+0·949	+43·5	- 0·8	+43·5	- 0·4	-0·006	«
+45°0	±30·0	±22·2	90°±20·7	+0·842	+39·5	0·0	+39·5	0·0	0·000	—
+45°0	±45·0	±35·7	90°±30·0	+0·667	+33·7	0·0	+33·7	0·0	0·000	—
+45°0	±60·0	±50·8	90°±37·8	+0·466	+25·0	0·0	+25·0	0·0	0·000	—
+45°0	±75·0	±69·2	90°±43·1	+0·349	+19·2	0·0	+19·2	0·0	0·000	—
+45°0	±88·0	±87·2	90°±45·0	+0·183	+10·3	0·0	+10·3	0·0	0·000	—

11. §. Az S. 230 jelzésű, $\omega_1 = 32^\circ 1$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések rendezett eredményei.

A beejtett napfény polározási azimutja: $\vartheta = +45^\circ 0$.

Első főeset (1. ábra). Napfény közvetlenül levegőből esik a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
+45°0	0°0	0°0	90°0	+0·997	+44°9	— 2°5	+44°9	— 1°2	— 0·022	balra
+45·0	±10·0	± 7·1	90°± 7·1	+0·885	+41·5	— 3·5	+41·5	— 1·8	— 0·033	«
+45·0	±20·0	±14·4	90°±14·0	+0·767	+37·5	— 3·2	+37·5	— 1·5	— 0·028	«
+45·0	±28·0	±20·6	90°±19·4	+0·447	+24·1	— 1·1	+24·1	— 0·6	— 0·011	«
+45·0	±30·0	±22·2	90°±20·7	+0·394	+21·5	+ 2·5	+21·5	+ 1·0	+ 0·018	jobbra
+45·0	±32·1	±23·9	90°±22·1	0·000	a totális reflexio határirányai					
+45·0	±34·5	±25·9	90°±23·6	+0·662	+33°5	+51°9	+27·7	+23°9	+0·447	jobbra
+45·0	±36·5	±27·6	90°±24·9	+0·719	+35·7	+50·1	+31·0	+23·2	+0·429	«
+45·0	±40·5	±31·1	90°±27·3	+0·784	+38·1	+43·8	+35·5	+21·1	+0·386	«
+45·0	±50·0	±40·1	90°±32·8	+8·813	+39·1	+38·2	+37·6	+18·7	+0·339	«
+45·0	±60·0	±50·8	90 ±37·8	+0·857	+40·6	+23·8	+40·2	+11·8	+0·209	«

III. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
+45°0	±157°5	±163°7	90°±15°7	— 0·827	— 39·6	— 0°3	— 39°6	+ 0°1	+ 0°002	jobbra
+45·0	±142·5	±151·5	90°±25·5	— 0·716	— 35·6	+ 0·7	— 35·6	— 0·3	— 0·005	balra
+45·0	±127·5	±137·3	90°±34·9	— 0·566	— 29·5	+ 3·3	— 29·4	— 1·4	— 0·025	«
+45·0	±112·5	±120·4	90°±40·8	— 0·429	— 23·2	+ 4·2	— 23·1	— 1·5	— 0·027	«
+45·0	±102·5	±107·4	90°±43·7	— 0·310	— 17·2	+ 6·1	— 17·2	— 1·9	— 0·033	«
+45·0	± 92·0	± 92·8	90°±45·0	— 0·135	— 7·7	0·0	— 7·7	0·0	0·000	—

Második főeset (2. ábra). Napfény üvegyagonon át esik a kormozott lapra.

II. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
$+45^\circ$	$\pm 157^\circ 5$	$\pm 163^\circ 7$	$90^\circ \pm 15^\circ 7$	$-0^\circ 784$	$-38^\circ 1$	$0^\circ 0$	$-38 \cdot 1$	$0^\circ 0$	$0^\circ 000$	—
$+45^\circ$	$\pm 152 \cdot 0$	$\pm 159 \cdot 4$	$90^\circ \pm 19 \cdot 4$	$-0 \cdot 575$	$-28 \cdot 9$	$+ 2 \cdot 8$	$-28 \cdot 9$	$- 1 \cdot 2$	$-0 \cdot 021$	balra
$+45^\circ$	$\pm 150 \cdot 0$	$\pm 157 \cdot 8$	$90^\circ \pm 20 \cdot 7$	$-0 \cdot 462$	$-24 \cdot 8$	$+ 4 \cdot 7$	$- 24 \cdot 7$	$- 2 \cdot 0$	$-0 \cdot 035$	«
$+45^\circ$	$\pm 147 \cdot 1$	$\pm 156 \cdot 1$	$90^\circ \pm 22 \cdot 1$	$-0 \cdot 000$	a totális reflexio határirányai					
$+45^\circ$	$\pm 145 \cdot 0$	$\pm 153 \cdot 7$	$90^\circ \pm 23 \cdot 9$	$-0 \cdot 664$	$-33^\circ 6$	$+60^\circ 1$	$-24^\circ 8$	$-26^\circ 3$	$-0^\circ 490$	balra
$+45^\circ$	$\pm 142 \cdot 5$	$\pm 151 \cdot 5$	$90^\circ \pm 25 \cdot 5$	$-0 \cdot 716$	$35 \cdot 6$	$+58 \cdot 0$	$-28 \cdot 6$	$-26 \cdot 7$	$-0 \cdot 503$	«
$+45^\circ$	$\pm 139 \cdot 0$	$\pm 148 \cdot 4$	$90^\circ \pm 27 \cdot 6$	$-0 \cdot 752$	$-36 \cdot 9$	$+60 \cdot 6$	$-29 \cdot 5$	$-28 \cdot 4$	$-0 \cdot 541$	«
$+45^\circ$	$\pm 128 \cdot 5$	$\pm 138 \cdot 4$	$90^\circ \pm 33 \cdot 6$	$-0 \cdot 833$	$-39 \cdot 8$	$+58 \cdot 7$	$-34 \cdot 9$	$-26 \cdot 7$	$-0 \cdot 503$	«
$+45^\circ$	$\pm 118 \cdot 5$	$\pm 127 \cdot 5$	$90^\circ \pm 38 \cdot 4$	$-0 \cdot 854$	$-40 \cdot 5$	$+71 \cdot 6$	$-31 \cdot 6$	$-34 \cdot 6$	$-0 \cdot 689$	«

IV. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

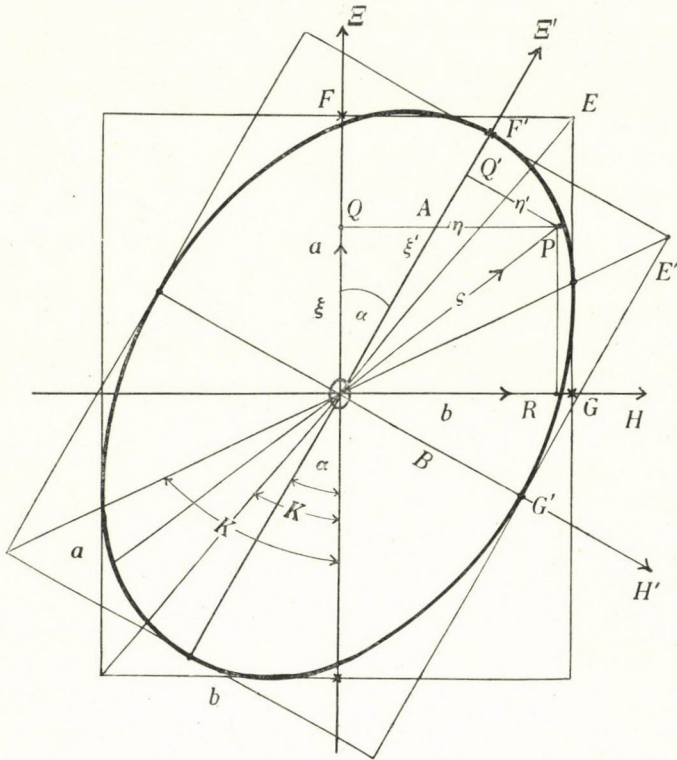
ϑ	ω	θ	Ω	$\text{tg } \alpha$	α	ε	α	K	$\text{tg } K$	Keringés
$+45^\circ$	$0^\circ 0$	$0 \cdot 0$	$90^\circ 0$	$+0^\circ 857$	$+40^\circ 6$	$+1 \cdot 9$	$+40^\circ 6$	$+0^\circ 9$	$+0^\circ 016$	jobbra
$+45^\circ$	$\pm 15 \cdot 0$	$\pm 10 \cdot 7$	$90^\circ \pm 10 \cdot 6$	$+0 \cdot 833$	$+39 \cdot 8$	$-1 \cdot 7$	$+39 \cdot 8$	$-0 \cdot 8$	$-0 \cdot 015$	balra
$+45^\circ$	$\pm 30 \cdot 0$	$\pm 22 \cdot 2$	$90^\circ \pm 20 \cdot 7$	$+0 \cdot 735$	$+36 \cdot 3$	$-1 \cdot 0$	$+36 \cdot 3$	$-0 \cdot 4$	$-0 \cdot 008$	«
$+45^\circ$	$\pm 45 \cdot 0$	$\pm 35 \cdot 3$	$90^\circ \pm 30 \cdot 0$	$+0 \cdot 577$	$+30 \cdot 0$	$-2 \cdot 8$	$+30 \cdot 0$	$-1 \cdot 2$	$-0 \cdot 021$	«
$+45^\circ$	$\pm 60 \cdot 0$	$\pm 50 \cdot 8$	$90^\circ \pm 37 \cdot 8$	$+0 \cdot 396$	$+21 \cdot 6$	$-1 \cdot 0$	$+21 \cdot 6$	$-0 \cdot 4$	$-0 \cdot 007$	«
$+45^\circ$	$\pm 75 \cdot 0$	$\pm 69 \cdot 3$	$90^\circ \pm 43 \cdot 1$	$+0 \cdot 180$	$+18 \cdot 2$	$+1 \cdot 6$	$+18 \cdot 2$	$+0 \cdot 6$	$+0 \cdot 011$	jobbra
$+45^\circ$	$\pm 88 \cdot 0$	$\pm 87 \cdot 2$	$90^\circ \pm 45 \cdot 0$	$+0 \cdot 119$	$+ 6 \cdot 7$	$0 \cdot 0$	$+ 6 \cdot 7$	$0 \cdot 0$	$0 \cdot 000$	—

Elméleti rész.

A) *Ellipsisben poláros fényvektor általános vonatkozásai. Komplex amplitúdós vektor-kifejezés fizikai értelmezése.*

12. §. Egymásra merőleges, egyszerűen harmonikus egyenesmenti két ξ és η fényvektor összetevése ellipsis-szerű vektorrá. A keringés előjele.

Legyen ΞHZ valamely derékszögű, jobb sodrású koordináta-rendszer; haladjon Z tengelye mentén valamely homogén fény-



9. ábra.

sugár, vagy pontosabban kifejezve, két egymemű fénysugár, melyek mindegyike egyenesben, és pedig egymásra merőlegesen van polárizva: az egyiknek lineáris vektora a Ξ , a másiké az H tengely mentén váltakozik (9. ábra).

E vektorok legegyszerűbb kifejezései:

$$\vec{OQ} = \xi = a \sin(\gamma + \varepsilon_a); \quad \vec{OR} = \eta = b \sin(\gamma t + \varepsilon_b); \quad (1)$$

bennük:

$$\overline{OF} = a; \quad \overline{OG} = b \quad (2a)$$

e vektorok amplitudói; továbbá:

$$\gamma = \frac{2\pi}{T}; \quad \varepsilon_a = 2\pi\delta_a; \quad \varepsilon_b = 2\pi\delta_b; \quad (2b)$$

hol T a fénynem szakasza, a rendszeren úgynevezett rezgés tartama, ε_a és ε_b a két fényvektor kezdő-phasisa; t a folyó idő.

E két vektorból egy *eredő* vektor, ugyanis:

$$\vec{OP} = \vec{\rho} = \vec{\xi} + \vec{\eta} = \vec{OQ} + \vec{QP} \quad (3)$$

származik; jobban mondva, e két vektor fénytani hatása egyenértékű egy $\vec{\rho}$ eredő vektor-éval; ennek meghatározó adatai az összetevendő két egyenesmenti vektor adataiból fejezhetők ki.

1. Az *eredő vektor geometriai pályája egyenletét* következőleg nyerjük:

Az (1) rendszerből t kiküszöbölendő; e végből ezt írhatjuk:

$$\begin{aligned} \frac{\xi}{a} &= \sin(\gamma t) \cos \varepsilon_a + \cos(\gamma t) \sin \varepsilon_a; \\ \frac{\eta}{b} &= \sin(\gamma t) \cos \varepsilon_b + \cos(\gamma t) \sin \varepsilon_b. \end{aligned} \quad (1a)$$

Szorozva az első egyenletet $\sin \varepsilon_b$ -vel, a másodikat $\sin \varepsilon_a$ -val; különbségükből kiesik $\cos(\gamma t)$; hasonlóképen szorozva az első $\cos \varepsilon_b$ -vel, a másodikat $\cos \varepsilon_a$ -val, különbségükből kiesik $\sin(\gamma t)$; így nyerjük

$$\begin{aligned} \frac{\xi}{a} \sin \varepsilon_b - \frac{\eta}{b} \sin \varepsilon_a &= \sin(\gamma t) \cdot \sin(\varepsilon_b - \varepsilon_a); \\ \frac{\xi}{a} \cos \varepsilon_b - \frac{\eta}{b} \cos \varepsilon_a &= \cos(\gamma t) \cdot \sin(\varepsilon_a - \varepsilon_b). \end{aligned} \quad (3)$$

E két egyenlet négyzet-összege:

$$\frac{\xi^2}{a^2} - 2 \frac{\xi\eta}{ab} \cdot \cos(\varepsilon_b - \varepsilon_a) + \frac{\eta^2}{b^2} = \sin^2(\varepsilon_b - \varepsilon_a); \quad (4)$$

ez kifejezi az eredő $\vec{\rho}$ vektor ellipsis-szerű pályáját; e pályát ugyanis leírja e $\vec{\rho}$ vektor végpontja minden egyes T periodus közben, mert e szakasz alatt a ξ és η , melyek e pálya pontjainak folyó koordinátái, összes értékeiken mennek át.

2. *E pálya körülfutásának avagy az eredő-vektor keringésének előjelét* legegyszerűbben területi sebessége előjélével határozhatjuk meg; e sebességre nézve ugyanis az (1) szerint áll:

$$\begin{aligned} 2 \frac{df}{dt} &= \xi \left(\frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} \right) = \\ &= ab \frac{2\pi}{T} \{ \sin(\gamma t + \varepsilon_a) \cos(\gamma t + \varepsilon_b) - \sin(\gamma t + \varepsilon_b) \cos(\gamma t + \varepsilon_a) \}, \end{aligned}$$

azaz maga a sebesség:

$$\frac{df}{dt} = ab \cdot \frac{\pi}{T} \cdot \sin(\varepsilon_a - \varepsilon_b). \quad (5)$$

Itt a , b , T pozitív mennyiségek; e szerint a területi sebesség előjele s így a körülfutás vagy keringés előjele is a $\sin(\varepsilon_a - \varepsilon_b)$ előjélével egyenlő.

Ha a rajz síkja fölött lévő észlelő szemébe jutó fénysugár vektora e szemre nézve az óramutató haladásával egyező módon végzi körülfutását, akkor e sugarat jobbra ellipsisben polárosnak nevezzük; ha ugyane szemre nézve körülfutásának iránya az előbbivel ellentett: a fénysugár balra ellipsisben van polározva.

Jegyzet: A 9. ábrából is kitetszik, hogy a (4) egyenlettel kifejezett ellipsisnek legnagyobb kiterjedése az H -ra merőleges irányban nem lehet más, mint $\pm a$; ellenben Ξ -re merőleges irányban $\pm b$; e szerint maga az ellipsis be van írva abba a derékszögű egyenközénybe, melynek középpontja O , míg oldalai $+a$ és $-a$, illetve $+b$ és $-b$ távolságokban az H , illetve Ξ tengelyektől haladnak; ennek az egyenközénynek negyedrésze $OFE G$ derékszögű négyszög.

Bármilyen legyen is az $\varepsilon_b - \varepsilon_a$ phasis-külömbőség: az ellipsisnek mondott sajátága fennáll, mert a és b e közben ugyan-

azok maradnak, de maga az ellipsis az $\varepsilon_b - \varepsilon_a$ más és más értéke mellett más és más alakú és felveheti mindazokat az ellipsis-alakokat, melyek a nevezett egyenközénybe beírhatók.

Így, mikor $\varepsilon_b - \varepsilon_a = \frac{\pi}{2}$, akkor az ellipsis (4) alatti egyenletéből: $\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1$; azaz ez oly ellipsis, melynek a nevezett \overline{FE} és \overline{EG} érintő egyenesekkel való érintkezési pontjaik egybeesnek az F és G pontokkal és a velök szemben fekvő pontokkal; a keringése balsodrású. Mikor $\varepsilon_b - \varepsilon_a = +\pi$, akkor a (4)-ből $\left(\frac{\xi}{a} + \frac{\eta}{b}\right)^2 = 0$, azaz az ellipsis az OE egyenesmenti átlóba fajult el, melynek a Ξ tengelylyel képzett szöge trigonometriai tangense egyenlő b/a -val. Ha $\varepsilon_b = \varepsilon_a$, ez a trigonometriai tangens egyenlő $-b/a$ -val. Így folytatható az ily esetek részletezése.

Röviden: Adott amplitudókkal bíró, tetszésszerű phasis-különbséget mutató, egymásra merőleges két egyszerű harmonikus vektor eredője oly ellipsis-vektor, mely be van írva abba a derékszögű egyenközénybe, melynek középpontja a vektorok kezdete, oldalai pedig a nevezett két vektorral párhuzamosak és amplitudóinak kétszeresével egyenlők.

13. §. A ξ és η vektorok helyettesítése más, ezekhez képest elforgatott, egymásra merőleges ξ' és η' egyszerű, egyenesmenti vektorral.

Írjuk rövidség kedvéért:

$$\varepsilon_b - \varepsilon_a = \varepsilon; \quad (6)$$

vonatkoztatassuk továbbá a $\vec{\rho}$ eredő vektort oly $\Xi'H'Z'$ koordináta-rendszerre, melynek Z' tengelye egybeesik az eredeti $\Xi H Z$ rendszer Z tengelyével, ellenben a $\Xi'H'$ rendszer a ΞH -tengelyekhez képest α' szöggel jobbra van elforgatva (9. ábra).

Ekkor $\vec{\rho}$ vetületei a Ξ' és H' mentén $\overline{OQ'} = \xi'$ és $\overline{Q'P} = \eta'$; fennállanak a következő elemi transformáló egyenletek, melyeket

$$\begin{aligned} \xi' &= \xi \cos \alpha' + \eta \sin \alpha'; \\ \eta' &= -\xi \sin \alpha' + \eta \cos \alpha'; \end{aligned} \quad (6a)$$

már az ábra is igazol:

$$\begin{aligned}\xi &= \xi' \cos a' - \eta' \sin a' \\ \eta &= \xi' \sin a' + \eta' \cos a'.\end{aligned}\quad (6b)$$

Ezek jelentik, hogy:

$$\vec{\xi} + \vec{\eta} = \vec{\rho} = \vec{\xi}' + \vec{\eta}', \quad (6c)$$

azaz, hogy az egymásra merőleges ξ és η egyenesmenti két vektor eredményében egyenértékű a szintén egymásra merőleges, szintén egyenesmenti ξ' és η' két vektor eredményével, avagy optikai hatásával.

Ez a ξ' és η' a közönséges szabályok szerint igen könnyen hozható az időnek egyszerű harmonikus függvényei alakjába, melyet így írhatni:

$$\xi' = a' \sin(\gamma t + \varepsilon'_a); \quad \eta' = b' \sin(\gamma t + \varepsilon'_b). \quad (7)$$

Ugyanis, az (1) kifejezéseit (6a)-ba helyettesítve:

$$\begin{aligned}\xi' &= a' \sin(\gamma t + \varepsilon'_a) = +a \sin(\gamma t + \varepsilon_a) \cos a' + b \sin(\gamma t + \varepsilon_b) \sin a' \\ \eta' &= b' \sin(\gamma t + \varepsilon'_b) = -a \sin(\gamma t + \varepsilon_a) \sin a' + b \sin(\gamma t + \varepsilon_b) \cos a'.\end{aligned}\quad (8)$$

Kifejtve a (8) jobb oldalait, rendezve $\sin(\gamma t)$ és $\cos(\gamma t)$ szerint: ezek együtthatóinak a (7) rendszerben fellépő $\sin(\gamma t)$ és $\cos(\gamma t)$ együtthatóival egyenlőknek kell lenniök; azaz, a kifejtést és az összehasonlítást végezve, kell, hogy rendre álljon:

$$\begin{aligned}a' \cos \varepsilon'_a &= a \cos \varepsilon_a \cdot \cos a' + b \cos \varepsilon_b \sin a'; \\ a' \sin \varepsilon'_a &= a \sin \varepsilon_a \cdot \cos a' + b \sin \varepsilon_b \cdot \sin a';\end{aligned}\quad (9a)$$

$$\begin{aligned}b' \cos \varepsilon'_b &= -a \cos \varepsilon_a \sin a' + b \cos \varepsilon_b \cos a'; \\ b' \sin \varepsilon'_b &= -a \sin \varepsilon_a \sin a' + b \sin \varepsilon_b \cos a';\end{aligned}\quad (9b)$$

mely négy egyenlet elegendő a ξ' és η' vektorok jellemző négy állandójának, ugyanis a' és b' amplitúdóinak és ε'_a és ε'_b kezdő phasisainak meghatározására.

Az első és második egyenletpár négyzet-összegéből nyerjük:

$$\begin{aligned}a'^2 &= a^2 \cos^2 a' + 2ab \cos(\varepsilon_b - \varepsilon_a) \sin a' \cos a' + b^2 \sin^2 a'; \\ b'^2 &= a^2 \sin^2 a' - 2ab \cdot \cos(\varepsilon_b - \varepsilon_a) \sin a' \cos a' + b^2 \cos^2 a'.\end{aligned}\quad (10)$$

E (10) egyenletek szolgáltatják az a' és b' amplitudókat, melyeket mindig *positiv mennyiségeknek* veszünk. Így a (9a) és (9b)-ből az ε'_a és ε_b quadransa és pontos értéke meghatározható.

Ha az ε'_a -t és ε'_b -t csak $+\pi$ különbséig kívánjuk ismerni, a (9a) és (9b)-ből:

$$\begin{aligned} tg\varepsilon'_a &= \frac{a \sin \varepsilon_a \cos a' + b \sin \varepsilon_b \sin a'}{a \cos \varepsilon_a \cos a' - b \cos \varepsilon_b \sin a'} \\ tg\varepsilon'_b &= \frac{a \sin \varepsilon_a \sin a' - b \sin \varepsilon_b \cos a'}{a \cos \varepsilon_a \sin a' - b \cos \varepsilon_b \cos a'}. \end{aligned} \quad (11)$$

De maguknál e phasisoknál fontosabb az $\varepsilon'_b - \varepsilon'_a$ phasiskülönbség ismerete; e végből szerkesszük a (9a) és (9b)-ből rendre a következő szorozmányokat:

$$\begin{aligned} 2a'b' \cos \varepsilon'_a \cos \varepsilon'_b &= (-a^2 \cos^2 \varepsilon_a + b^2 \cos^2 \varepsilon_b) \sin (2a') + \\ &+ 2ab \cos \varepsilon_a \cos \varepsilon_b \cos (2a'); \\ 2a'b' \sin \varepsilon'_a \sin \varepsilon'_b &= (-a^2 \sin^2 \varepsilon_a + b^2 \sin^2 \varepsilon_b) \sin (2a') + \\ &+ 2ab \sin \varepsilon_a \sin \varepsilon_b \cos (2a'); \\ 2a'b' \cos \varepsilon'_a \sin \varepsilon'_b &= \frac{1}{2} [-a^3 \sin (2\varepsilon_a) + b^3 \sin (2\varepsilon_b)] \sin (2a') + \\ &+ 2ab \sin \varepsilon_b \cos \varepsilon_a \cos^2 a' - 2ab \cos \varepsilon_b \sin \varepsilon_a \sin^2 a'; \\ 2a'b' \sin \varepsilon'_a \cos \varepsilon'_b &= \frac{1}{2} [-a^3 \sin (2\varepsilon_a) + b^3 \sin (2\varepsilon_b)] \sin (2a') + \\ &+ 2ab \sin \varepsilon_a \cos \varepsilon_b \cos^2 a' - 2ab \cos \varepsilon_a \sin \varepsilon_b \sin^2 a'. \end{aligned}$$

Ezekből egyszerű rövidítések után:

$$\begin{aligned} 2a'b' \sin (\varepsilon'_b - \varepsilon'_a) &= 2ab \cdot \sin (\varepsilon_b - \varepsilon_a); \\ 2a'b' \cos (\varepsilon'_b - \varepsilon'_a) &= (-a^3 + b^3) \sin (2a') + \\ &+ 2ab \cos (\varepsilon_b - \varepsilon_a) \cos (2a'). \end{aligned} \quad (12)$$

Ezek szerint a (7) rendszer és az (1) rendszer egymással akkor egyenértékű, ha reájuk nézve a (9a) és (9b) vagy a belőlük folyó (10), (11), (12) összefüggések fennállanak.

A (9a) és (9b) négy egyenlete egymástól független négy vonatkozás; a (10), (11), (12) egyenletek között sem lehet több független kapcsolat.

A (7)-ből a ξ' és η' eredő $\vec{\rho}' = \vec{\rho}$ vektorának ellipsis-egyenlete a (4) mintájára:

$$\frac{\xi'^2}{a'^2} - 2 \frac{\xi'\eta'}{a'b'} \cdot \cos(\varepsilon'_b - \varepsilon'_a) + \frac{\eta'^2}{b'^2} = \sin^2(\varepsilon_b - \varepsilon_a); \quad (13)$$

mely a (4)-gyel minden tekintetben egyenértékű ellipsis, mivel *mindig* áll:

$$\vec{\rho} = \vec{\xi} + \vec{\eta} = \vec{\xi}' + \vec{\eta}' = \vec{\rho}'.$$

Mínthogy a és b , valamint a' és b' is *positív* mennyiségek: a (12) szerint $\sin(\varepsilon'_b - \varepsilon'_a)$ *előjele* egyenlő $\sin(\varepsilon_b - \varepsilon_a)$ *előjelével*; evvel a körülfutás iránya egyértelműleg van meghatározva.

Itt is azonnal kitetszik, hogy a (13) egyenlettel előállított ellipsisvektornak a Ξ' menti legnagyobb mérete $\pm a'$, az H' menti legnagyobb mérete $\pm b'$; azaz ez az ellipsis be van írva abba a derékszögű egyenközénybe, melynek negyedrésze az $OF'E'G'$ derékszögű négyszög.

Ez az ellipsis a (4)-gyel kifejezett ellipsis-sal minden tekintetben azonos.

Összefoglalva az előző §-ban nyert eredményt:

Az eredeti:

$$\xi = a \sin(\gamma t + \varepsilon_a); \quad \eta = b \sin(\gamma t + \varepsilon_b). \quad (1)$$

egymásra merőleges, egyenesmenti két egyszerű vektor eredménye helyettesíthető az új

$$\xi' = a' \sin(\gamma t + \varepsilon'_a); \quad \eta' = b' \sin(\gamma t + \varepsilon'_b), \quad (7)$$

szintén egymásra merőleges, egyenesmenti, az előbbiekhez $+a'$ szöggel jobbra elforgatott, egyszerű két vektor eredményével, ha az utóbbiak jellemző állandóira nézve rendre áll, rövidség kedvéért írva:

$$\varepsilon_b - \varepsilon_a = \varepsilon; \quad \varepsilon'_b - \varepsilon'_a = \varepsilon'; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} a' &= \{a^2 \cos^2 \varepsilon + ab \cos \varepsilon \sin(2a') + b^2 \sin^2 \varepsilon\}^{\frac{1}{2}} \\ b' &= \{a^2 \sin^2 \varepsilon - ab \cos \varepsilon \sin(2a') + b^2 \cos^2 \varepsilon\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} 2a'b' \sin \varepsilon' &= 2ab \sin \varepsilon \\ 2a'b' \cos \varepsilon' &= (-a^2 + b^2) \sin(2a') + 2ab \cos \varepsilon \cos(2a'). \end{aligned} \quad (12)$$

Ezekhez még a ξ' és η' -ben kifejezett ellipsis egyenlete járul:

$$\frac{\xi'^2}{a'^2} - 2 \frac{\xi'\eta'}{a'b'} \cos \varepsilon' + \frac{\eta'^2}{b'^2} = \sin^2 \varepsilon'. \quad (13)$$

14. §. A feladat megfordítása: A ξ' és η' vektorok helyettesése a ξ és η vektorokkal.

A (10) és (12) egyenletekben a ξ' és η' jellemző állandói nyernekek kifejezést a ξ és η állandóival és a' szöggel; az egyenletrendszert könnyen meg lehet fordítani, azaz az a , b , ε mennyiségeket a' , b' , ε' mennyiségekkel és a' -val lehet kifejezni.

E végből a (7) rendszert a (6b) rendszerbe helyettesíthetjük; ennek bal oldala az (1) rendszerrel fejezhető ki, ily módon teljesen ugyanily rendszert, mint a (8)-at nyerünk:

$$\begin{aligned} \xi &= a \sin(\gamma t + \varepsilon_a) = a' \sin(\gamma t + \varepsilon'_a) \cos a' - b' \sin(\gamma t + \varepsilon'_b) \sin a'; \\ \eta &= b \sin(\gamma t + \varepsilon_b) = a' \sin(\gamma t + \varepsilon'_a) \sin a' + b' \sin(\gamma t + \varepsilon'_b) \cos a'. \end{aligned} \quad (8')$$

A (8) rendszerből a (8') rendszert nyerjük, ha az előbbibe a , b , ε_a , ε_b helyébe rendre írunk a' , b' , ε'_a , ε'_b -t és megfordítva; továbbá a' helyébe mindenütt $-a'$ -t.

A (8') rendszer további kezelése ugyanolyan, mint előbb a (8) rendszeré volt; de nem szükséges ezt végeznünk, mert a származó eredményt az említett felcseréléssel azonnal nyerhetjük a (10)-ből és a (12)-ből; leszen így

$$\begin{aligned} a &= \{a'^2 \cos^2 a' - a'b' \cos \varepsilon' \sin(2a') + b'^2 \sin^2 a'\}^{\frac{1}{2}} \\ b &= \{a'^2 \sin^2 a' + a'b' \cos \varepsilon' \sin(2a') + b'^2 \cos^2 a'\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (10')$$

$$\begin{aligned} 2ab \sin \varepsilon &= 2a'b' \sin \varepsilon'; \\ 2ab \cos \varepsilon &= (a'^2 - b'^2) \sin(2a') + 2a'b' \cos \varepsilon' \cos(2a'). \end{aligned} \quad (12')$$

A megelőző és a jelen §-ban fejtegetett egyenértékűsége és helyettesíthetősége a $\vec{\rho}$ és $\vec{\rho}'$ vektor-eredőknek különösen akkor érvényesül, ha bármily polárosságú fénysugár merőlegesen halad kettős törésű rétegen vagy lemezen át: ekkor e sugár mindig egymásra merőlegesen poláros két egyenesvonalú vektorra oszlik, melyek irányát a kristálytengelyek határozzák meg. Forgatva e lemezt a reá eső fénysugár, mint forgási tengely körül, e



kristálytengelyek is szenvednek forgást és velük együtt azok az egyenesek is, melyek mentén a beejtett sugár két vektorösszetevője váltakozik, de e két összetevőnek mindig egyenértékűnek kell lennie a beejtett sugár vektorával.

15. §. Az egymásra merőleges, egyszerű két egyenesmenti vektor-eredő ellipsise jellemzőinek kifejezése az összetevők jellemzőiből.

A (10), (12) és ki nem irtan a (13) egyenletben az a' elforgatási szög nagysága eddig tetszésszerű; de választhatunk oly $a' = a$ értéket, melyre nézve $\cos \varepsilon'$ zérussal egyenlő. Ekkor a (13) egyenletből lesz:

$$\frac{\xi'^2}{a'^2} + \frac{\eta'^2}{b'^2} = 1,$$

azaz ez oly ellipsist jelent, melynek a' féltengelye a Ξ' , b' féltengelye az H' mentén van.

Jelöljük ebben az $a' = a$ esetben az a' , b' -t A , B -vel, ekkor a 13. §. (10), (12), (13) egyenletei a (14) jelzéssel írhatók:

$$\begin{aligned} A^2 &= a^2 \cos^2 \varepsilon + ab \cos \varepsilon \sin (2\varepsilon) + b^2 \sin^2 \varepsilon; \\ B^2 &= a^2 \sin^2 \varepsilon - ab \cos \varepsilon \sin (2\varepsilon) + b^2 \cos^2 \varepsilon. \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \pm 2AB &= 2ab \sin \varepsilon; \\ 0 &= (-a^2 + b^2) \sin (2\varepsilon) + 2ab \cos \varepsilon \cos (2\varepsilon). \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\frac{\xi'^2}{A^2} + \frac{\eta'^2}{B^2} = 1. \quad (13a)$$

Itt mindenekelőtt megjegyzendő, hogy A és B pozitív mennyiség; épen úgy a és b ; másrészt a feltétel, hogy $\cos \varepsilon'$ zérussal egyenlő legyen, kielégíthető:

$$\varepsilon' = + \frac{\pi}{2}$$

és

$$\varepsilon' = - \frac{\pi}{2},$$

vagy

$$\sin \varepsilon' = \pm 1$$

által; e szerint a (12a) első egyenletének *felső* előjele érvényes, ha az ε értéke 0 és $+\pi$ között, *alsó* előjele, ha ε 0 és $-\pi$ között van.

A $\cos \varepsilon' = 0$ feltétel által meghatározott a szöveget a (12a) második egyenlete szolgáltatja, lévén belőle:

$$\operatorname{tg} (2a) = \frac{2ab}{a^2 - b^2} \cdot \cos \varepsilon. \quad (15)$$

Ez az egyenlet a $(2a)$ szöveget $\pm \pi$ állandóig határozza meg; az a szöveget e szerint $\pm \frac{\pi}{2}$ állandó kivételével.

Ez a bizonytalanság könnyen eltüntethető, valamint A^2 és B^2 is egyszerűen előállítható a következő megfontolások alapján: Állanak a következő geometriai összefüggések:

$$\begin{aligned} \cos^2 a &= \frac{1}{2} [1 + \cos (2a)]; \quad \sin^2 a = \frac{1}{2} [1 - \cos (2a)]; \\ \cos (2a) &= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 (2a)}}; \quad \sin (2a) = \frac{\operatorname{tg} (2a)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 (2a)}}. \end{aligned} \quad (16)$$

A (15) egyenlet felhasználásával rendre nyerjük:

$$1 + \operatorname{tg}^2 (2a) = \frac{(a^2 - b^2)^2 + 4a^2 b^2 \cos^2 \varepsilon}{(a^2 - b^2)^2},$$

vagy rövidség kedvéért írva:

$$(a^2 - b^2)^2 + 4a^2 b^2 \cos^2 \varepsilon = d^4 \quad (17)$$

lesz

$$\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 (2a)} = \frac{d^2}{a^2 - b^2} \quad (18)$$

és így a (16)-ból:

$$\begin{aligned} \cos (2a) &= \frac{a^2 - b^2}{d^2}; \quad \sin (2a) = \frac{2ab}{d^2} \cos \varepsilon; \\ \cos^2 a &= \frac{d^2 + a^2 - b^2}{2d^2}; \quad \sin^2 a = \frac{d^2 - a^2 + b^2}{2d^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

A d^4 értéke a (17) szerint okvetetlenül pozitív; a d^2 lehet pozitív vagy negatív; ez a $\cos (2a)$ -nak a (19)-ben kiírt kifejezése értelmezéséből is folyik, mert a lehet nagyobb vagy kisebb b -nél.

A d^2 zerus értéket veszen fel, ha *egyszerre*: $\cos \varepsilon = 0$ és $a = b$.

A (19) értékekkel a (10a)-ból:

$$A^2 = \frac{a^2}{2d^2} (d^2 + a^2 - b^2) + \frac{2(ab \cos \varepsilon)^2}{d^2} + \frac{b^2}{2d^2} (d^2 - a^2 + b^2)$$

$$B^2 = \frac{a^2}{2d^2} (d^2 - a^2 + b^2) - \frac{2(ab \cos \varepsilon)^2}{d^2} + \frac{b^2}{2d^2} (d^2 + a^2 - b^2),$$

avagy:

$$A^2 = \frac{1}{2d^2} \{ (a^2 + b^2) d^2 + (a^2 - b^2)^2 + 4a^2 b^2 \cos^2 \varepsilon \}$$

$$B^2 = \frac{1}{2d^2} \{ (a^2 + b^2) d^2 - (a^2 - b^2)^2 + 4a^2 b^2 \cos^2 \varepsilon \},$$

avagy végre, tekintettel (17)-re:

$$A^2 = \frac{1}{2} (a^2 + b^2 + d^2); \quad B^2 = \frac{1}{2} (a^2 + b^2 - d^2). \quad (20)$$

Az α szög értékét illetőleg megjegyzendő, hogy (15) szerint $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{2}$ esetben az $\alpha = 0$; s ha most ε abszolút értéke kisebb lesz, mint $\frac{\pi}{2}$, akkor α pozitív vagy negatív, a szerint a mint α nagyobb vagy kisebb b -nél; a keringés ellenben az (5) szerint *positív*, ha $\varepsilon = \varepsilon_b - \varepsilon_a < 0$ és megfordítva.

Ekként semmiféle határozatlanság sem marad meg az eredő vektort előtűntető kifejezésekben.

16. §. A megelőző probléma megfordítása. Ismert ellipszisvektor helyetteszése egymásra merőleges egyenesmenti, egyszerű két vektorral.

E végből nem kell mást tennünk, mint a megelőző § (15), (19), (20) egyenletét a , b , ε -ra nézve megoldani.

A (20)-ból nyerjük:

$$A^2 + B^2 = a^2 + b^2; \quad A^2 - B^2 = d^2;$$

a (12a)-ból:

$$\pm 2AB = 2ab \sin \varepsilon;$$

a (19)-ből:

$$(A^2 - B^2) \sin(2\alpha) = 2ab \cos \varepsilon;$$

$$(A^2 - B^2) \cos(2\alpha) = a^2 - b^2.$$

Adott mennyiségeknek tekintjük most az ellipsis-vektor A , B féltengelyeit, továbbá ezeknek a most tetszésszerű irányítású tengelyekkel $\mathcal{E}H$ képzett a szögét, végre a vektor kerin-gésének előjelét, azaz a $\sin(\varepsilon_a - \varepsilon_b) = \sin(-\varepsilon)$ előjelét: meghatározandók az összetevőknek a , b amplitúdói és $\varepsilon = \varepsilon_b - \varepsilon_a$ phasiskülömbisége.

E czélból fenti egyenleteinket írjuk:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= A^2 + B^2; \\ a^2 - b^2 &= (A^2 - B^2) \cos(2a); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} 2ab \sin \varepsilon &= \pm 2AB; \\ 2ab \cos \varepsilon &= (A^2 - B^2) \sin 2a. \end{aligned} \quad (22)$$

A $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$ vonatkozás felhasználásával a (21)-ből folyó:

$$a^2 = \frac{1}{2} \cdot A^2 [1 + \cos(2a)] + \frac{1}{2} \cdot B^2 [1 - \cos(2a)]$$

$$b^2 = \frac{1}{2} \cdot A^2 [1 - \cos(2a)] + \frac{1}{2} \cdot B^2 [1 + \cos(2a)]$$

egyenletekből végre:

$$\begin{aligned} a^2 &= A^2 \cos^2 a + B^2 \sin^2 a \\ b^2 &= A^2 \sin^2 a + B^2 \cos^2 a \end{aligned} \quad (23)$$

$$tg \varepsilon = \pm \frac{2AB}{A^2 - B^2} \cdot \frac{1}{\sin(2a)} \quad (24)$$

A kettős előjel kérdése itt könnyen nyer megoldást: ugyanis a (24) jobboldali mennyiségei: A , B , a adott értékek s a kerin-gés előjele is ismeretes, egyszersmind $\sin \varepsilon$ előjele s így (22)-ből $\cos \varepsilon$ előjele is ismeretes lesz. Evvel a probléma megfordítása minden határozatlanság mellőzésével megtörtént.

17. §. Alkalmazás tényleges mérésekre: Az összetevők meg-mért amplitúdó-hányadosából és phasiskülönbőségéből az eredő ellipsis-vektor alakjának, helyzetének és keringésének meghatá-rozása. Az eljárás megfordítása.

Valamely egynemű fénysugár *polározása állapotát* teljesen ismerjük, ha *ellipsis-vektora féltengelyeinek hányadosát* és *irá-*

nyitását, valamint *keringése előjelét* ismerjük; a fénysugár *fényerőssége e mellett a légtömbözőbb lehet.*

Tényleges méréseknél ily vektort alkalmas polározó és analízáló készítményekkel vizsgálunk meg; ezek szolgáltatják az ily ellipsis-vektoroknak egymásra merőleges két egyenesmenti összetevője amplitúdóinak hányadosát, *irányítását* és phasiskülönbségét.

A legtökéletesebb és legelterjedt ily vizsgálati módszer az, melyet a BABINET-féle kompenzátor segítségével alkalmazhatunk; ily eljárással történtek a jelen dolgozat kísérleti részében ismertett megfigyelések. E szerkezet optikai működésére nézve v. ö. a 6. §. idetartozó megjegyzését és lábjegetét.¹

Jeleljék most az ezzel az eszközzel végzett beállítások szerint k a helyreállított egyenesben való polárosság azimutját, α és b az eszköz főkörére merőleges és hozzá párhuzamos összetevő amplitúdóit, $\varepsilon = \varepsilon_b - \varepsilon_a$ phasiskülönbségüket, továbbá $\text{tg } K$ az ellipsis-vektor féltengelyeinek $\frac{A}{B}$ hányadosát és a az A féltengely és az a egyenese közötti szöget, akkor:

$$\text{tg } k = \frac{b}{a}; \quad (25a) \quad \text{tg } K = \frac{B}{A}. \quad (25b)$$

1. Az *eredő ellipsis-vektor K és a jellemzőire nézve* a 15. §. (15) egyenletéből:

$$\text{tg } (2\alpha) = \frac{2ab}{a^2 - b^2} \cos \varepsilon = \frac{2 \frac{b}{a}}{1 - \frac{b^2}{a^2}} \cdot \cos \varepsilon = \frac{2 \text{tg } k}{1 - \text{tg}^2 k} \cdot \cos \varepsilon,$$

azaz:

$$\text{tg } (2\alpha) = \text{tg } (2k) \cdot \cos \varepsilon. \quad (25)$$

¹ Magyar nyelven ismertetem e készítményt és fénytani hatását; FRÖHLICH IZIDOR: A polározott fény interferentiája törvényeinek kísérleti bemutatása. (Mathematikai és Fizikai Lapok, XI. kötet, 360–380. l.; XII. kötet, 89–118. l. Budapest, 1902, 1903.) Különösen használható a második rész 109–112. lapja, hol rajzok szemléltetik a fényvektorok idetartozó sajátságait.

Továbbá áll:

$$\sin(2K) = 2 \sin K \cdot \cos K = 2 \frac{\operatorname{tg} K}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 K}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 K}},$$

azaz tekintettel (25b)-re és a 16. §. (21) és (22) rendszereire

$$\sin(2K) = \frac{2 \frac{B}{A}}{1 + \frac{B^2}{A^2}} = \frac{2AB}{A^2+B^2} = \pm \frac{2ab}{a^2+b^2} \sin \varepsilon,$$

azaz (25a) szerint:

$$\sin(2K) = \pm \frac{2 \cdot \operatorname{tg} k}{1 + \operatorname{tg}^2 k} \cdot \sin \varepsilon. \quad (26)$$

E szerint itt (25) és (26) értelmében az észlelet k és ε adataival K és a , valamint a keringés előjele meg van határozva; a kettős előjelre nézve a megelőző 16. §. végén mondtak állanak.

Ezek a formulák nyertek alkalmazást e dolgozat kísérleti része tábláiban foglalt K , a és *keringés* nevezetű adatoknak az észlelet: k , ε számeredményeiből való számításakor.

2. Az *összetevők* k és ε *jellemzőire nézve*, a megelőző 16. § (23) és (24) egyenleteivel:

$$\operatorname{tg}^2 k = \frac{b^2}{a^2} = \frac{A^2 \sin^2 \alpha + B^2 \cos^2 \alpha}{A^2 \cos^2 \alpha + B^2 \sin^2 \alpha},$$

vagy $A^2 \cdot \cos^2 \alpha$ -val osztva:

$$\operatorname{tg}^2 k = \frac{\operatorname{tg}^2 K + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 K \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (27)$$

Épen így:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \pm \frac{2 \frac{B}{A}}{1 - \frac{B^2}{A^2}} \cdot \frac{1}{\sin(2\alpha)} = \pm \frac{2 \operatorname{tg} K}{1 - \operatorname{tg}^2 K} \cdot \frac{1}{\sin(2\alpha)},$$

azaz:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \pm \frac{\operatorname{tg}(2K)}{\sin(2\alpha)}, \quad (28)$$

hol a kettős előjelre nézve a megelőző, 16. §. végén tett megjegyzés érvényes.

18. §. Komplex szerkezetű amplitudót mutató vektor-kifejezés fizikai értelmezése.

E helyen nem bocsátkozhatunk a fényvektorok kifejezéseiben, vagy e kifejezések bármily alkotó részében felmerülhető komplex mennyiségek tárgyalásába és értelmezésébe, mely itt messze vezetne; beérjük azzal, hogy az oly vektorokkal foglalkozunk, melyeknek csak amplitudójuk kifejezése válik komplex mennyiséggé; ilyenekre szükségünk lesz.

Az idetartozó legismertebb, legegyszerűbb esetek azok, mikor valamely üvegszerű test határfelületén a totális reflexio határszöge mellett, vagy még nagyobb szög mellett, belső visszaverődés történik; ekkor ugyanis az ismert FRESNEL-féle reflexio-formulák, melyek a visszaverődött vektor-összetevők amplitudóit fejezik ki, komplex mennyiségekké alakulnak.

1. Már FRESNEL adott fizikai értelmet az ily szerkezetű vektoroknak s a teljes visszaverődést ez alapon az elméletből helyesen állíthatta elő.

Ha valamely fényvektor kifejezése:

$$(A + \sqrt{-1} \cdot B) \sin(\gamma t), \quad (1)$$

akkor FRESNEL szerint ez egy

$$a \sin(\gamma t + \mathcal{A}) \quad (2)$$

reális kifejezésű vektort jelent, hol

$$a = \sqrt{A^2 + B^2}; \quad \operatorname{tg} \mathcal{A} = \frac{B}{A}; \quad (3)$$

azaz a reális vektor amplitudója egyenlő a komplex amplitudo modulusával, phasisváltozása ellenben ennek szögamplitudójával.

Ez az értelmezés egészen analog a komplex mennyiségeknek GAUSS-féle geometriai értelmezésével.

2. Némileg más megfontolások ugyanerre az eredményre vezetnek. Ugyanis az

$$a_0 e^{\sqrt{-1} \gamma t} = a_0 \cos(\gamma t) + \sqrt{-1} a_0 \sin(\gamma t) \quad (4)$$

kifejezésből folyólag az

$$a_0 e^{\sqrt{-1}(\gamma t - \frac{\pi}{2})} = a_0 \sin \gamma t - \sqrt{-1} \cdot a_0 \cdot \cos(\gamma t) \quad (5)$$

kifejezés *reális része* jelent egy *egyszerű harmonikus fényvektort*, $a_0 \sin(\gamma t)$ -t. Ha most az a_0 *amplitudo komplex* lesz s alakja :

$$a_0 = A + \sqrt{-1} B,$$

akkor ez írható :

$$a_0 = A + \sqrt{-1} B = a \cdot e^{\sqrt{-1} \cdot \mathcal{A}},$$

hol

$$A = a \cos \mathcal{A}; \quad B = a \sin \mathcal{A}.$$

Ekkor a fentirt kifejezésből :

$$\begin{aligned} a_0 e^{\sqrt{-1}(\gamma t - \frac{\pi}{2})} &= (A + \sqrt{-1} B) \cdot e^{\sqrt{-1}(\gamma t - \frac{\pi}{2})} = \\ &= a \cdot e^{\sqrt{-1} \{ \gamma t - \frac{\pi}{2} + \mathcal{A} \}}; \end{aligned} \quad (6)$$

és ennek *reális része* :

$$a \sin(\gamma t + \mathcal{A}) \quad (7)$$

szintén egyszerű harmonikus fényvektor, melynek amplitudója és phasisváltozása

$$a = \sqrt{A^2 + B^2}; \quad \operatorname{tg} \mathcal{A} = \frac{B}{A} \quad (8)$$

mint fent (3) alatt.

A (3) és (2) vagy a (8) és (7) vonatkozások szerint a komplex amplitudót mutató vektor-kifejezések reális vektorai mindig igen könnyen előállíthatók.

Ez az eljárás eredményében mindig a tapasztalattal egyezőnek bizonyult, ha fénytörésre és fénytelen visszaverődésre alkalmazzuk.

Jelen dolgozatunk 23. §-ában alkalmazzuk ezt az eljárást, a fényelhajításnak, illetve szétszórásnak itt észlelt nevezetes jelenségeire; s bár a *fényerősség* problémája ebben az esetben, a jelenségben magában rejlő bizonytalanságnál fogva nem fejthető meg: mégis a polározási állapot elmélete teljességében nyújt-ható, a nyert eredmények a tapasztalattal szépen egyeznek.

B) Átlátszó közegeknek levegővel érintkező határlapján, levegőben lévő másodrendű fénygerjesztő középpontok egyszerű elmélete.

19. §. Az elmélet alap gondolata.

Az összefoglaló bevezetés 4. §-ában már körvonaloztuk a jelen dolgozatban megvizsgált jelenség értelmezése tárgyában követendő elméleti eljárásunkat; ezért e helyen csak röviden kell a tulajdonképeni elméleti fejtegetések alapját képező, itt elég reálisnak tekinthető feltevésekről szólni.

A 4. lapon idézett harmadik dolgozatomban részletes quantitativ mérésekkel igazoltam, hogy bármily halmazállapotú, homogén és isotrop átlátszó közeg belsejében lévő másodrendű fénygerjesztő középpont, melyet kívülről reáejtett intenzív, egyenesben poláros fénynyaláb indít: maga körül e közegben mindig oly circumaxiális polározást avagy oly egyszerű meridionális fényvektor-rendszert létesít, melynek symmetria-tengelye a beejtett, gerjesztő fénynyaláb polárossága síkjára merőleges, mely tengely a szóbanforgó másodrendű középponton halad át.

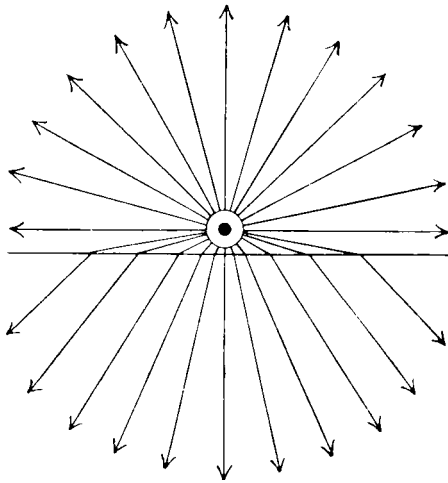
Ez a nevezetes, egyszerű, tapasztalati törvény különösen még¹ akkor is fennáll, mikor tetszésszerű légnemű testekben, lángokban vagy ezek füstjében még el nem égett szénrészecskék, koromtestecskék lebegnek, melyek a reájuk ejtett igen erős fénykúp gerjesztő hatása alatt másodrendű fénygerjesztő, fényszóró középpontokká válnak.

Szabad e szerint fölvennünk, hogy másnemű kísérleti berendezéseknél, a hol koromrészecskék ténylegesen szórnak szét fénysugarakat, e koromtestecskék szintén másodrendű fénygerjesztő középpontokként viselkednek; csakhogy a belőlük induló, elhajlított vagy szétszórt sugarak, a kísérleti elrendezés sajátosságai szerint, nem terjedhetnek minden irányban oly zavartalanul, mint egynemű, egyöntetű közegben.

Jelen kísérletünkben, hol a használt üvegekészítmények sík átfogólapját lehellestzerűen vékony koromréteggel vontuk be és e réteget igen erős napfényvel világítottuk meg: bizonyára teljes joggal szabad e kormozás bármily egyes részecskéjét másodrendű fénygerjesztő középpontként felfognunk. Ugyanis, ha e

vékony réteget letöröljük: csak a szabályosan törött és visszaverődött sugarak lépnek fel, jóformán semmiféle elhajlitott vagy szétszórt fényt nem lehet észrevenni, jeléül annak, hogy az üveglapnak a levegővel érintkező oldalán tapadó e koromrészecskék okozói e fényszórásnak.

Ezeket az ultramikroskopos széntestecskéket e szerint tulajdonképen még a levegőben lévőeknek, levegővel körülvetteknek kell tekintenünk; csakhogy, míg a térnek egyik felében a levegő mintegy határtalanba terjeszkedik, addig a térnek másik felében



10. ábra.

igen kis vastagságú levegőréteg és közvetlenül utána az üvegananyag következik (10. ábra).

Hypothesisünk alap gondolata ezek szerint egyszerűen a következő:

A merőlegesen bejuttatott, intenzív, egyenesben poláros napfénynyaláb az ultramikroskopos koromrészecskét oly egyenesvonalú, egyszerűen harmonikusan váltakozó fénygerjesztésbe hozza, melynek vektor-egyenesese nemcsak merőleges a bejuttatott fény polárossága síkjára, hanem egyszerűen párhuzamos a kormozott határlaphoz. E körül a koromrészecske körül, mely még levegőben lévőnek tekinthető, keletkezik oly sugárrendszer,

melynek szétszórt sugarai, a meddig a levegőben zavartalanul haladhatnak, a circumaxiális polározás törvényét mutatják, avagy az egyszerű meridionális vektor-rendszernek felelnek meg; szóval minden egyes szétszórt sugár egyenesben poláros, polárosságának síkja mindig magában tartalmazza e szétszórt sugarat és merőleges a nevezett gerjesztő vektor egyenesén és e sugáron átfektetett síkra. Ugyanennek a szétszórt sugárnak lineáris fényvektora pedig egyszerre merőleges sugarára és polározásának most meghatározott síkjára.

Elméletünknek e szerint a következő feladata leszen:

1. Az ily másodrendű fénygerjesztő középpontból a levegővel telt féltérbe haladó sugarak polárossága állapotának előállítása; ez az épen megelőzőleg mondottak szerint az egyszerűen circumaxiális polározás törvénye szerint történik, mert e térrészbe a szétszórt sugarak jóformán zavartalanul terjedhetnek tovább (10. ábra).

2. Az ily gerjesztő középpontból induló, az üvegyanyagba hatoló szétszórt sugarak polározása állapotának előállítása; itt két sugárcsoportot fog kelleni megkülönböztetni:

2a. Azokat a levegőbe szétszórt sugarakat, melyek az *üveg-készítmény határlapjához érve, ott szabályszerű törést és visszaverődést szenvednek* (3. és 10. ábra, 9. és 59. lap). Az üvegyanyag belsejébe tört fénynyaláb sugarai a *törés előtt*, a meddig levegőben haladnak, a többször említett circumaxiális polározás törvényének felelnek meg; az üvegbe való törés folytán minden egyes sugár polárossága síkjának helyzete megváltozik, de *nem* változik az a sajátossága, hogy vektora egyenesvonalú. A polárosság síkjának említett irányváltozását az optikának jól ismert tapasztalati törvényei, a FRESNEL-féle *törési* formulák segítségével, elméletileg könnyen határozhatjuk meg.

A mi illeti az idetartozó, eredetileg még a levegőben haladó sugaraknak a nevezett határfelületről a levegőbe való *visszaverődését*: ezzel azért nem szükséges itt foglalkoznunk, mert az észleletekből merített tapasztalatok szerint ily visszaverődött sugaraknak nincs észrevehető befolyása a levegőbe szétszórt és ott tovább haladó sugarak polárossága állapotára, mert ez a circumaxiális polározás törvényének elég jól felel meg. Csak az

oly sugarak, melyek közelítőleg érintőlegesen a határfelülethez haladnak a levegőben, mutatnak némi ellipszises polározást, de ez inkább annak a körülménynek tudandó be, hogy ezek a rasans irányban haladó sugarak a többi koromrészezske miatt zavartalanul nem haladhatnak tovább s így eredeti polárossági állapotukat sem tarthatják meg.

Az itt 2a. alatt említett sugarak közül a *megettört* sugarak az üvegyanyagban csakis a *totális reflexio kúpja terében haladhatnak* s az elmélet szerint is csak egyenesben polárosak lehetnek. Minthogy a gerjesztő középpont távolsága a határsíktól a fény hullámhosszúságával egyenlő rendű vagy még kisebb: az itt tárgyalt *törött* sugaraknak az *üvegyanyagban való terét* gyakorlatilag egyenlőnek lehet tekinteni, a teljes visszaverődés ama kúpja terével, a melynek csücsa maga a gerjesztő koromrészezske (1. és 2. ábra, 7. és 8. lap).

2b. Azokat a sugarakat, melyek az *üvegyanyagban ugyan*, de a *teljes visszaverődés kúpján kívül lévő térben haladnak*. Ezek is az említett, gerjesztett koromrészezskekből származnak; erről szintén legegyszerűbben úgy győződhetünk meg, ha a koromozást jól letörüljük: ilyenkor e sugarak mind eltűnnek.

De ezek a sugarak nem juthattak az üvegyanyagba a szabályos fénytörés törvényei szerint, hanem mindenesetre annál az oknál fogva, mert e részezskek a határfelülethez rendkívül közel esnek; mindenesetre e részezskeknek e határsíktól való távolsága kisebb, mint annak a vékony levegőréttegnek a vastagsága, mely réteg jelenlétele arra szükséges, hogy a határfelületen szabályos törés és visszaverődés, valamint szabályos totális reflexio előállhasson.

A teljes visszaverődés kúpján kívül haladó e sugarakra nézve azok a kifejezések, melyek a 2a. alatt említett törött sugarak fényvektoraira vonatkoznak, komplex szerkezetűek lesznek; hasonlóképen komplex mennyiség fejezi ki azt a beesésszöveget, mely a 2b. alatt tárgyalt sugarak bármelyikéhez tartoznék, ha ezt törött sugárnak tekintenők.

Ezeknek a komplex szerkezetű fényvektoroknak a FRESNEL-féle eljárás szerinti kezelése (18. §.) és a reális fényvektorok kifejezéseinek előállítása képezi egyszerű elméletünk utolsó részét.

20. §. Az elméletből folyó kifejezések előállítására szolgáló általános geometriai vonatkozások.

Legyen a már e dolgozatban is több ízben használt 3. vagy 10. ábrában a vízszintes egyenes fölött rajzolt tér a levegő tere, az alatta rajzolt tér az üvegyanyag által elfoglalt tér. Ezt a két közeget vízszintes egyenes által elötüntetett sík választja el egymástól; e határsík rajzunk síkjára merőleges legyen. E siktól igen kicsiny távolságban, a levegőben van felvéve egy, az előbbieken már sok ízben jellemzett másodrendű fényerjesztő középpont; ennek egyenesvonalú váltakozása, rezgése e határsíkkal párhuzamosan és e rajzunk síkjára merőleges egyenesben menjen végbe.

Az e körül a gerjesztő középpont körül keletkező circumaxiális polározási-rendszer, vagy egyszerű meridionális fényvektor-rendszer a 4. ábrán (23. lap) tanulmányozható előnyösebben.

Megegyezésben a már a 7. §-ban megállapított jelzésekkel, legyen itt is O az említett másodrendű fényerjesztő középpont helye; továbbá a jelen rajzunk síkjában lévő $(PZHHP)$ sík legyen a levegő és az üveg közötti sík határlap, mely észleleteinknél függőleges; \vec{OI} az erre a határlapra merőlegesen bejuttatott igen nagy fényerősségű gerjesztő sugárnak haladása iránya, (PIP) e sugár polárossága síkja, \vec{OZ} e sugár lineáris fényvektorának egyenese; \vec{OR} az O -ból induló tetszésszerű elhajlított vagy szétszórt sugár haladásának iránya.

Ezenkívül jelezze: $(PHI) \sphericalangle = \theta$ a bejuttatott fénysugár polárossága síkjának hajlását az \vec{OR} -hez tartozó $HIRH$ elhajlítási síkhoz képest, végre (QRS) annak az OZ körüli párhuzamos körnek az ívét, a mely az R helyen halad át. Az ehhez a (QRS) -hez húzott érintő egyenes nem más, mint az \vec{OZ} tengelyhez tartozó circumaxiális polározás törvényének megfelelő, az \vec{OR} elhajlított sugárhoz tartozó *polározási irány*; maga az \vec{OR} sugárnak polárosság síkja a $(QRSO)$ sík, mely a $(HIRH)$ elhajlítási síkkal φ_c szöveget, azimutot képez. Ugyane sugárnak a meridionális vektor-rendszer szerinti egyenesvonalú vektora az R helyen a ZR legnagyobb körívhez húzott érintőegyenese.

1. *Első főeset: A beejtett fény közvetlenül levegőből esik merőlegesen a kormozott felületre* (1. ábra 7. lap).

Ekkor (PHPZHIR) félgömbtér az üvegfélgömbnek vagy általában véve az *üvegekészítménynek tere*, mely most a *rajz síkja előtt*, mintegy e fölött *terül el*; a *rajz síkja mögött elterülő tér a levegő tere*.

A rajzból kitűnik, hogy *ebben a főesetben az üvegben haladó* \vec{OR} szétszórt sugárra nézve (IOR) $\angle = \omega$ az *elhajlítás szöge*, melyre nézve most: $0 \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{2}$; e sugár elhajlítási síkja az ω szög síkja, azaz a (HIRH) sík; ellenben az ugyane főesetben a *levegőben haladó* \vec{OR} elhajlított sugárnak az (IOR) $\angle = \omega$ elhajlítása szögére nézve áll: $\frac{\pi}{2} \leq |\omega| \leq \pi$.

2. *Második főeset: A beejtett fény az üvegyagon át esik merőlegesen a kormozott felületre* (2. ábra, 8. lap).

Ekkor az előbbi esethez képest megfordított vonatkozások érvényesek, ugyanis a (PHPZHIR) félgömbtér most a *levegő tere*; ez a *rajz síkja előtt*, vagy e fölött *terül el*; ellenben a *rajz mögött lévő tér az üvegekészítmény tere*.

Ebben a főesetben, miként szintén a rajzból kitűnik, a *levegőben haladó* \vec{OR} szétszórt sugár elhajlítási szöge: (IOR) $\angle = \omega$; erre nézve jelenleg áll $0 \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{2}$; e sugár elhajlítási síkja szintén az ω síkja, azaz a (HIRH) sík; ellenben az ugyane főesetben az *üvegben haladó* \vec{OR} elhajlított sugárnak (IOR) $\angle = \omega$ elhajlítási szögére nézve áll: $\frac{\pi}{2} \leq |\omega| \leq \pi$.

A 4. ábrában előtüntetett ϑ , ω ; θ , Ω gömbi koordináták és φ_c polározási azimut, melyek mind az \vec{OR} elhajlított sugárhoz tartoznak, a gömbháromszögtan elemei értelmében különösen az (IRZ) gömbháromszögből folyólag a következő vonatkozásokat mutatják:¹

¹ V. ö. az 1. lapon idézett közlemények harmadikának 317. és 318. lapját.

$$\begin{aligned} \cos \omega &= + \cos \theta \sin \Omega; & \cos \Omega &= - \sin \vartheta \sin \omega; \\ \operatorname{tg} \vartheta &= - \operatorname{cosec} \theta \operatorname{cotg} \Omega; \quad (1) & \operatorname{cotg} \theta &= + \sec \vartheta \operatorname{cotg} \omega; \quad (2) \\ \operatorname{tg} \varphi_c &= - \operatorname{cotg} \theta \cos \Omega; & \operatorname{tg} \varphi_c &= + \operatorname{tg} \vartheta \cos \omega; \end{aligned}$$

$$\sin \Omega \cos \varphi_c = \cos \vartheta; \quad \sin \Omega \sin \varphi_c = \sin \vartheta \cos \omega. \quad (3)$$

21. §. A levegőben haladó elhajlított sugarak vektorainak elméleti kifejezései.

Az \overline{OZ} symmetria-tengely körüli meridionális vektor-rendszerben az R helyen, a *levegőben* jelentkező fényvektor *lineáris* jellegű; váltakozása az R helyen az RZ ívhez húzott egyenesben megyen végbe; kifejezése így írható: ¹

$$\rho_l = a \cdot \sin \Omega \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right); \quad (4)$$

itt Ω jelenti azt a szöveget, melyet az \overline{OR} elhajlított sugár képez a beejtett fény polárossága síkjának \overline{OZ} normálisával; r az \overline{OR} gömbsugár hosszát, $2\pi\delta$ a phasis kezdő értékét.²

Ezt a $\vec{\rho}$ *lineáris* vektort most szétbontjuk egymásra merőleges két egyenesmenti összetevőre: az egyik összetevő a *HRH körre merőleges*, R -en átmenő egyenes mentén; a másik összetevő a *HRH körben lévő*, R -en átmenő egyenes mentén legyen; az elsőt ξ_l -lel, a másodikat s_l -lel jeleljük. Minthogy a ρ egyenese a 4. ábra szerint φ_c szöveget képez a (HRH) sík normálisával, azonnal írhatjuk:

$$\xi_l = \rho_l \cos \varphi_c = a \sin \Omega \cos \varphi_c \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right);$$

$$s_l = \rho_l \sin \varphi_c = a \sin \Omega \sin \varphi_c \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right);$$

¹ V. ö. az 1. lapon idézett első közlemény 224. lapját és az ezen lévő utolsó formuláját; továbbá negyedik közleményem 107., 108., 173., 176. lapját s í. t.

² Az l index jelzi, hogy a vektorok a szabadon a *levegőben* haladó sugarakhoz tartoznak, mely sugarak egyszersmind közvetlenül az észlelő szerkezetbe jutnak; a ρ_l összetevői is mutatják ezt a jelzést.

avagy még a (3) felhasználásával:

$$\begin{aligned}\xi_i &= a \cos \vartheta \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right); \\ s_i &= a \sin \vartheta \cos \omega \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right).\end{aligned}\tag{5}$$

Ezekből közvetlenül nyerjük

$$\frac{s_i}{\xi_i} = \operatorname{tg} \varphi_c = \operatorname{tg} \vartheta \cdot \cos \omega.\tag{6}$$

Ez a φ_c szög pedig, miként fent már megjegyeztük, nem más, mint az \vec{OR} elhajlított sugár polározása síkjának a circumaxiális polározás törvényéből folyó azimutja a (HRRH) elhajlítási síkhoz képest; avagy, a mi lényegében ugyanazt jelenti: a φ_c szög nem más, mint az \vec{OR} elhajlított sugár fényvektorának a meridióális vektor-rendszerből folyó hajlásszöge az elhajlítási sík normálisához képest.

Ez az eredmény, különösen pedig a (6) formula, érvényes a levegőben haladó bármily \vec{OR} elhajlított sugárra nézve, akár az első, akár a második fősét csoportjába tartozzék is az, szóval a (6) érvényes $0 \leq \omega \leq \pi$ közre nézve épen úgy, mint $0 \leq \omega \leq -\pi$ ellentett közre nézve (63. lap).

A (6) formula segélyével számítottam e szerint a levegőbe szétszórt, tetszésszerű (ϑ , ω) irányban haladó sugár vektorának φ_c azimutját; az elmélet szerint e vektor lineáris. Az észlelet szerint a 8--11. §§. II. és IV. sorozatú táblái szerint, e vektorok legnagyobb része igen közelítőleg lineáris; ily vektor hossziránya igen közelítőleg egybeesik nagyon megnyult főtengelyével, melynek α az azimutja.

E szerint ezekre a sugarakra nézve a φ_c az elméletileg számított, α a megfigyelt azimutja a fényvektornak; írva az előbbi $\alpha_c = \alpha_{\text{calc.}}$ -nek, reá nézve áll:

$$\operatorname{tg} (\alpha_c) = \operatorname{tg} \vartheta \cos \omega;\tag{6a}$$

úgy hogy az észlelet adatait elméletünk számeredményeivel összehasonlíthattam.

22. §. Az üvegben a totális reflexio kúpján belül haladó elhajlított sugarak vektorainak elméleti kifejezései.

A megelőző §-ban talált kifejezéseket módosítanunk kell a végből, hogy az üveganyagban haladó sugarakra érvényesíthessük.

Ugyanis, jelentse itt is, mint a 20. §-ban, ω azt a szöveget, melyet az *üvegben haladó*, elhajlított, szétszórt, megtört \vec{OR} sugár képez az \vec{OI} beejtett gerjesztő sugár haladása irányával; továbbá jelentse χ azt a szöveget, melyet *ugyanaz a sugár*, de *mielőtt az üvegbe törést szenvedett*, a *levegőben* képez ugyanazzal az \vec{OI} iránynyal. (3. és 10. ábra.)

Ekkor a közönséges, szabályos törés törvénye áll:

$$\sin \chi = n \sin \omega, \quad (7)$$

hol itt *mindig*:

$$n > 1. \quad (8)$$

E szerint a jelen esetben tárgyalt sugaraknak a levegőben való útrészére nézve áll, hogy ennek az irányát, nem mint a megelőző §-ban ϑ és ω , hanem ϑ és χ szögek határozzák meg; ez az ily irányú, a levegőben haladó sugár azonban itt, a 3. és 10. ábra szerint, az *üveglapra beeső sugárképen szerepel*.

Ennek a beeső sugárnak $\vec{\rho}_b$ egyenesvonalú vektorát szintén szétbonthatni egymásra merőleges két egyenesmenti összetevőre, ugyanis, miként a megelőző §-ban: $(HRIH)$ elhajlítási síkra merőleges ξ_b és az e síkban lévő s_b összetevőre. Az (5) rendszer értelmében ezek az összetevők írhatók:

$$\begin{aligned} \xi_b &= a \cos \vartheta \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right); \\ s_b &= a \sin \vartheta \cos \chi \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right). \end{aligned} \quad (9)$$

A *beesés szöge*, mely alatt ez a (ϑ, χ) irányú sugár éri az üvegekészítmény sík lapját, miként közvetlenül kitetszik: χ , mert hiszen χ az a szög, melyet a levegőben lévő része e sugárnak képez e határsík normálisával, mely itt az \vec{OI} iránynyal egybeeső.

Ezek szerint ξ_b nem más, mint az *üvegre eső sugár fényvektorának az az összetevője, mely e sugár beesés-síkjára merőleges*; és épen így s_b nem más, mint *ugyane sugár fényvektorának e beesés síkjában levő összetevője*.

Ez a sugár, az *üvegbe haladva, törést szenved*; törésszöge nem más, mint az *üvegben haladó \vec{OR} törött sugár és a határsík \vec{OI} normálisá között lévő szög, melyet e §-ban is ω -val jeleltünk*; χ és ω -ra nézve a (7) és (8) vonatkozások állanak fenn.

Mielőtt e sugár az üveg lapját éri, vektor-összetevőinek amplitudói (9) szerint:

$$a \cos \vartheta; \quad a \sin \vartheta \cos \chi;$$

ezek az amplitudók az üvegbe törés folytán szintén változnak, értékeiket nyerjük, ha a jól ismert FRESNEL-féle törési formulákkal:

$$\frac{2 \sin \omega \cos \chi}{\sin(\chi + \omega)}; \quad \frac{2 \sin \omega \cos \chi}{\sin(\chi + \omega) \cos(\chi - \omega)} \quad (10)$$

megszorozzuk. *Phasiváltozások e törés folytán nem állanak be.*

Jelevé most $\vec{\rho}_\tau$, $\vec{\xi}_\tau$, s_τ -val az így megtört \vec{OR} sugárnak lineáris fényvektorát s ennek az elhajlítás síkjára merőleges és párhuzamos összetevőjét, ezek az utóbbiak a (9) és (10) alapján írhatók:

$$\xi_\tau = a \cos \vartheta \cdot \frac{2 \sin \omega \cos \chi}{\sin(\chi + \omega)} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right); \quad (11)$$

$$s_\tau = a \sin \vartheta \cos \chi \cdot \frac{2 \sin \omega \cdot \cos \chi}{\sin(\chi + \omega) \cos(\chi - \omega)} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right).$$

Ezekből folyik:

$$\frac{s_\tau}{\xi_\tau} = \operatorname{tg} \varphi_{gc} = \frac{\cos \chi}{\cos(\chi - \omega)} \cdot \operatorname{tg} \vartheta. \quad (12)$$

Mint hogy a fentiek szerint $\vec{\rho}_\tau = \vec{\xi}_\tau + \vec{s}_\tau$ *eredő vektor egyenesmenti vektor*, a φ_{gc} jelenti azt a szöget, melyet $\vec{\rho}_\tau$ képez az elhajlítási sík normálisával, avagy φ_{gc} az a szög, melyet az *üvegben haladó \vec{OR} elhajlított sugár polárosságának síkja képez az elhajlítás (HHH) síkjával.*

A (12) formula e szögnek elméletünkéből folyó értékét szol-

gáltatja. E $\text{tg } \varphi_{gc}$ érték *reális* marad és e szerint $\vec{\rho}_\tau$ lineáris vektor marad, a meddig az $s_\tau : \xi_\tau$ hányados valós.

A (7) és (8)-ből folyó

$$\sin \chi = n \sin \omega; \quad \cos \chi = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega}$$

vonatkozásokkal a (12) írható:

$$\text{tg } \varphi_{gc} = \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega}}{n \sin^2 \omega + \cos \omega \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega}} \text{tg } \vartheta. \quad (12a)$$

Mint hogy a *ténylegesen észlelt, az üvegben haladó bármely sugárra* nézve az ω csak *reális* lehet, kitetszik, hogy úgy a ξ_τ és s_τ , valamint $s_\tau : \xi_\tau$ hányadosuk csak addig reális, a meddig a $\cos \chi = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega}$ valós; ez pedig addig valós, a meddig az ω -ra nézve áll:

$$0 < |\omega| \leq \omega_t; \quad (13a)$$

$$\sin \omega_t = \frac{1}{n}; \quad (13b)$$

hol ω_t az érintkező két közegre nézve a *totális reflexio határ-szöge*. E szerint a jelen § formulái csak azokra a sugarakra nézve valósak és közvetlenül alkalmazhatók, melyek az üvegben, a teljes visszaverődés kúpja terében haladnak.

A (12) vagy a (12a) formula e szerint alkalmas arra, hogy az üvegben haladó szétszórt sugarak közül a totális visszaverődés kúpjában levőknek vektora azimutját elméletünk alapján kiszámítsuk; ezt meg is tettem az e dolgozatban közölt, idetartozó sugarakra nézve. Ha $a_{\text{calc.}} = a_c$ -vel jeleljük ezt az azimutot, a (12) szerint:

$$\text{tg } a_c = \frac{\cos \chi}{\cos (\chi - \omega)} \cdot \text{tg } \vartheta. \quad (12a)$$

A tényleg megfigyelt idetartozó sugarak nagy megközelítésben egyenesben polárosak; a hol észrevehetőleg kis ellipszises polározás lép fel, ott a nagyon megnyúlt ellipszis hossz tengelyének α azimuttal bíró irányát lehet az elméletileg számított vektor egyenesének tekinteni és így az $a_{\text{obs.}}$ és az $a_{\text{calc.}}$ egymással való összehasonlítása megejthető.

Jejyzet: Nem érdektelen annak felemlítése, hogy már STOKES a (12) vagy (12a)-hoz hasonló formulát állított fel.¹

Ugyanis, planparallel üveglemezre barázdált rács által létesített fényelhajlítás értelmezésével foglalkozva, mint egyik lehetőséget tárgyalja azt a felfogást, hogy a rácsozott felületre eső fény, e *felületen való áthatolás után, az üvegyanyagban szenved diffrakciót, azaz küldi szét másodrendű sugarait.* Ha a beejtett fény vonalmenti polárosságot mutat, akkor e *szétszórt* sugarak *polárossági állapota, de nem fényerőssége, megfelel a circumaxiális polározás törvényének; e sugarak az üveglemez sima lapjáig zavartalanul terjednek, s ott törést szenvedve, a levegőbe lépnek ki.*

Ezeknek a kilépő sugaraknak polárossága síkjai azimutjára nyeri a következő formulákat:

$$\begin{aligned} m &= \sec \theta' \cos (\theta - \theta'), \\ \sin \theta &= \mu \sin \theta', \\ \operatorname{tg} a &= m \operatorname{tg} \tilde{\omega}, \end{aligned} \quad (14)$$

hol θ' az üvegben haladó szétszórt sugárnak a határsíkra való beesésének szögét, θ az üveglemezből a levegőbe kilépése szögét, μ a lemez relativ törésmutatóját jelenti. Továbbá $\tilde{\omega}$ a beejtett fénynek, a a kilépő sugárnak polárossága síkjának azimutja az elhajlítás síkjára *merőleges* iránytól számítva.

E szerint, a mi jelzésünkkel, a végformula jobb oldala:

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - a \right) = \frac{\cos \omega}{\cos (\chi + \omega)} \cdot \operatorname{tg} \vartheta. \quad (15)$$

E formula *nem azonos* szövegünk (12) formulájával; de STOKES e gondolatmenete analogiát mutat gondolatmenetünkkel.

STOKESÉHEZ hasonló fejtegetéseket végez SELÉNYI PÁL is, e dolgozat 1. lapján idézett értekezésében;² v. ö. a 29. §-t.

23. §. Az üvegben a totális reflexió kúpján kívül haladó elhajlított sugarak vektorainak elméleti kifejezései.

¹ G. G. STOKES: Mathematical and Physical Papers, Vol. II, p. 307, 315, Cambridge, 1883.

² SELÉNYI PÁL: M. T. Akadémia Matematikai és Természettudományi Értesítőjének XXIX. kötete, 57. és 58. lapja, Budapest, 1911.

A megelőző §-ban (11), (12), (12a) alatt nyert kifejezéseink megszűnnek valóságosak lenni, ha $\omega_t \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{2}$; ekkor ugyanis $\cos \chi$ *imaginárius* és így:

$$\sin \chi = n \cdot \sin \omega \geq 1; \quad \cos \chi = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}. \quad (16)$$

Írva rövidség kedvéért a (11)-ben:

$$\tau_m = a \cos \vartheta \cdot \frac{2 \sin \omega \cos \chi}{\sin(\chi + \omega)}, \quad (17)$$

$$\tau_p = a \sin \vartheta \cdot \frac{2 \sin \omega \cos^2 \chi}{\sin(\chi + \omega) \cos(\chi - \omega)};$$

$$\Phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \vartheta \right); \quad (18)$$

e (11) írható:

$$\begin{aligned} \xi_\tau &= \tau_m \sin \Phi, \\ s_\tau &= \tau_p \sin \Phi. \end{aligned} \quad (19)$$

Felhasználva (16)-ot és megjegyezve, hogy

$$\begin{aligned} \sin(\chi + \omega) &= \sin \chi \cos \omega + \cos \chi \sin \omega, \\ \sin(\chi + \omega) \cos(\chi - \omega) &= \sin \chi \cos \chi + \sin \omega \cos \omega, \end{aligned} \quad (20)$$

a (17)-ből a $\sin \chi$ kiküszöbölhető, úgy hogy csekély rövidítés után:

$$\begin{aligned} \tau_m &= 2a \cos \vartheta \cdot \frac{\cos \chi}{n \cos \omega + \cos \chi}, \\ \tau_p &= 2a \sin \vartheta \cdot \frac{\cos^2 \chi}{n \cos \chi + \cos \omega}. \end{aligned} \quad (21)$$

A nevezőkből $\cos \chi$ első hatványa kiküszöbölhető, ha számlálóját τ_m -nek és nevezőjét $n \cos \omega - \cos \chi$ -vel, τ_p -t $-n \cos \chi + \cos \omega$ -val szorozzuk; így nyerjük

$$\begin{aligned} \tau_m &= 2a \cos \vartheta \cdot \frac{n \cos \omega \cos \chi - \cos^2 \chi}{n^2 \cos^2 \omega - \cos^2 \chi}; \\ \tau_p &= 2a \sin \vartheta \cdot \frac{\cos \omega \cos^2 \chi - n \cdot \cos^2 \chi \cdot \cos \chi}{\cos^2 \omega - n^2 \cos^2 \chi}. \end{aligned} \quad (22)$$

Bevezetve most (16)-ból a $\cos \chi$ -nek imaginárius értékét: a

(22)-ben a *számlálók komplex* mennyiségek, a *nevezők reálisak*. Így leszén, némi rövidítés után:

$$\begin{aligned} \tau_m &= \frac{2a \cos \vartheta}{n^2 - 1} \cdot \left\{ (n^2 \sin^2 \omega - 1) + \sqrt{-1} n \cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1} \right\}, \\ \tau_p &= \frac{2a \sin \vartheta (1 - n^2 \sin^2 \omega)}{(n^2 - 1) [(n^2 + 1) \sin^2 \omega - 1]} \cdot \left\{ \cos \omega - \sqrt{-1} n \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1} \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Ez alakok mutatják ezeknek az amplitudóknak komplex szerkezetét.

A (19) kifejezések amplitudói τ_m és τ_p a (23) szerint komplex mennyiségek lévén, a 18. §-ban ismertetett eljárás értelmében az ezekhez tartozó *reális* fényvektorok írhatók:

$$\begin{aligned} T_m \sin(\Phi + \Delta_m), \\ T_p \sin(\Phi + \Delta_p); \end{aligned} \quad (24)$$

hol (23) és a 28. §. szerint

$$\begin{aligned} \tau_m &= A_m + \sqrt{-1} B_m; \\ \tau_p &= A_p + \sqrt{-1} B_p; \\ T_m^2 &= A_m^2 + B_m^2; \quad \operatorname{tg} \Delta_m = \frac{B_m}{A_m}; \\ T_p^2 &= A_p^2 + B_p^2; \quad \operatorname{tg} \Delta_p = \frac{B_p}{A_p}; \\ A_m &= 2a \cos \vartheta \frac{n^2 \sin^2 \omega - 1}{n^2 - 1}; \\ B_m &= 2a \cos \vartheta \frac{n \cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}{n^2 - 1}; \\ A_p &= 2a \sin \vartheta \frac{\cos \omega (1 - n^2 \sin^2 \omega)}{(n^2 - 1) [(n^2 + 1) \sin^2 \omega - 1]}; \\ B_p &= 2a \sin \vartheta \frac{n \{n^2 \sin^2 \omega - 1\}^{\frac{3}{2}}}{(n^2 - 1) [(n^2 + 1) \sin^2 \omega - 1]}. \end{aligned} \quad (25)$$

$$(26)$$

Rövidítések után a számítás adja:

$$T_m^2 = \frac{4a^2 \cos^2 \vartheta}{n^2 - 1} (n^2 \sin^2 \omega - 1); \quad \operatorname{tg} \Delta_m = + \frac{n \cos \omega}{\sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}; \quad (27)$$

$$T_p^2 = \frac{4a^2 \sin^2 \vartheta}{n^2 - 1} \cdot \frac{(n^2 \sin^2 \omega - 1)^2}{(n^2 + 1) \sin^2 \omega - 1};$$

$$\operatorname{tg} \Delta_p = - \frac{n \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}{\cos \omega}, \quad (27)$$

melyek e szerint a *reális vektorösszetevők mindegyikének valós amplitudóját és phasis-elváltozását fejezik ki.*

E helyen e kifejezések egy nevezetes sajátosságát kell fel-említenünk: ugyanis a most nevezett vektorösszetevők amplitudói s így *fényerősségei*, valamint *egyenkénti phasis-elváltozásai* itt nem képezik kísérleti és elméleti vizsgálataink tárgyát, hanem csak ez *amplitudók hányadosa* és a *phasis-elváltozások különbsége.*

A totális reflexio *határképja* palástfelülete mentén *haladó sugarakra* nézve $\sin \omega = \sin \omega_t = \frac{1}{n}$; ebben az esetben T_m és T_p külön-külön zérus; $\Delta_m = \pm \frac{\pi}{2}$; $\Delta_p = 0$. De, ha $\omega > \omega_t$, akkor az amplitudók a zérustól különböznek; a phasis-elváltozások is mások lesznek.

A *tapasztalat szerint* az $\omega = \omega_t$ környékén az *amplitudók absolut értékeire* vonatkozó ez eredmények a valóságban nem állanak fenn; de *hányadosuk az észleleteknek elég jól felel meg*, épen úgy mint a *phasiskülönbség.*

E körülmény elméleti jelentőségéről más alkalommal kívánok szólni.

Ezekből a (27) négy kifejezéséből egyszerű műveletek végrehajtása után:

$$\frac{T_p}{T_m} = \operatorname{tg} \Psi = \frac{\sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}{\sqrt{(n^2 + 1) \sin^2 \omega - 1}} \operatorname{tg} \vartheta;$$

$$\operatorname{tg} (\Delta_p - \Delta_m) = \operatorname{tg} \Delta = + \frac{n \sin^2 \omega}{\cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}. \quad (28)$$

Itt $\operatorname{tg} \Psi$ jelenti a nevezett valós két vektorösszetevő amplitudóinak hányadosát, Δ a phasisaik különbségét a jelzett $\Delta_p - \Delta_m = \Delta$ összefüggés szerint.

E vektor-összetevők eredője e szerint *ellipszises fényvektor*, polárossági állapotát Ψ és Δ határozza meg.

Könnyű meggyőződni, hogy a (28) rendszer még következőleg is írható:

$$\operatorname{tg} \mathcal{A} = + \frac{n \sin^2 \omega}{\cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}; \quad \operatorname{tg} \mathcal{P} = \frac{\cos \mathcal{A}}{\cos \omega} \operatorname{tg} \vartheta. \quad (29)$$

Ezek az egyszerű formulák szolgáltatják a szóbanforgó, az üvegyanyagban a teljes visszaverődés határkúpján kívül haladó bármily elhajlított sugárra nézve, mely ω és ϑ szögmeghatározói által van adva: az e sugárhoz tartozó reális, ellipszises fényvektor \mathcal{P} és \mathcal{A} jellemző adatait, és pedig éppen a ϑ és ω irányszögek s az üveg n relativ törésmutatója által, lévén itt mindig $n > 1$.

Ha pedig ennek az elméletileg számított fényvektornak $\operatorname{tg} \mathcal{P}$ értékét, azaz e vektor derékszögű összetevői amplitúdóinak, T_p és T_m -nek a hányadosát és phasisaik \mathcal{A} különbségét ismerjük: akkor a 17. § (25) és (26) formuláival magának e számított ellipszisektornak féltengelyei viszonyát, $\operatorname{tg} K_{\text{calc.}}$ -ot és e tengelyek irányítását, $\alpha_{\text{calc.}}$ -ot számíthatjuk ki:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} (2\alpha_{\text{calc.}}) &= \operatorname{tg} (2k_{\text{calc.}}) \cos \varepsilon_{\text{calc.}} = \operatorname{tg} (2\mathcal{P}) \cdot \cos \mathcal{A}; \\ \sin (2K_{\text{calc.}}) &= \pm \frac{2 \cdot \operatorname{tg} (k_{\text{calc.}})}{1 + \operatorname{tg}^2 (k_{\text{calc.}})} \cdot \sin \varepsilon_{\text{calc.}} = \frac{2 \operatorname{tg} \mathcal{P}}{1 + \operatorname{tg}^2 \mathcal{P}} \cdot \sin \mathcal{A}; \end{aligned} \quad (30)$$

hol, miként észreveszszük a jelen §-ban használt \mathcal{P} és \mathcal{A} megfelelő a 12—17. §§-okban használt k és ε -nak; csakhogy most ezeket a mi elméletünk alapján, a jelen 23. § (28) és (29) egyenleteivel az ω , ϑ , n -ből nyertük.

A továbbiakban használt formulákat ezek szerint összeállítjuk:

$$\operatorname{tg} \mathcal{P} = \frac{T_p}{T_m} = \operatorname{tg} (k_c) = \frac{\sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}{\sqrt{(n^2 + 1) \sin^2 \omega - 1}} \operatorname{tg} \vartheta; \quad (28a)$$

$$\operatorname{tg} (\mathcal{A}_p - \mathcal{A}_m) = \operatorname{tg} (\varepsilon_c) = + \frac{n \sin^2 \omega}{\cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}};$$

$$\operatorname{tg} (\varepsilon_c) = + \frac{n \sin^2 \omega}{\cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega + 1}}; \quad \operatorname{tg} (k_c) = \frac{\cos (\varepsilon_c)}{\cos \omega} \cdot \operatorname{tg} \vartheta; \quad (29a)$$

$$\operatorname{tg} (2\alpha_c) = \operatorname{tg} (2k_c) \cos (\varepsilon_c); \quad \sin (2K_c) = + \frac{2 \operatorname{tg} (k_c)}{1 + \operatorname{tg}^2 (k_c)} \cdot \sin (\varepsilon_c). \quad (30a)$$

Ezekkel a formulákkal végeztem az e §-ban tárgyalt sugarakra nézve elméleti számításokat: n az üvegyagnak relatív törésmutatója, ϑ és ω az üvegben tetszésszerű irányban haladó \vec{OR} elhajlított, szétszórt sugár független két irányszöge; az elméletileg így nyert adatok közvetlenül összehasonlíthatók a kísérleti mérésekből nyert ugyanily nevű, a 8–11. §§ tábláiban foglalt ε , k , a , K adatokkal.

A megfigyelések rendezett eredményeinek összehasonlítása az elméletből nyert adatokkal.

24. §. Általános megjegyzések: Jelzések. A háromféle sugárcsoport vektorainak elméleti számítására szolgáló formulák összefoglalása.

A következő szakaszokban a czimben kifejezett összehasonlítás quantitativ módon számadatokkal, táblásan van előtüntetve.

A táblákban foglalt mennyiségek kivétel nélkül a következő jelentést mutatják:

ϑ a kormozott síkra merőlegesen beejtett, egyenesben poláros fénynyaláb polárossága síkjának hajlásszöge az elhajlítás, a szétszórás mindenkori síkjához; ez a szög *positiv*, ha az észlelő szemébe jutó ily beejtett sugár polárossága síkja helyzetéhez a legkisebb szögforgatással akként jutunk, hogy szemünk e mellett e forgatást az óramutató járásával egyenlőnek látja; erre nézve a 4. ábra (23. lap) szintén mérvadó.

ω a tetszésszerű irányban, a levegőben vagy az üvegben zavartalanul haladó sugár terjedési iránya és a beejtett sugár iránya között lévő szög, röviden itt a szétszórás szöge, melynek síkja a mindenkori elhajlítás síkja.

$\operatorname{tg} k$ a tekintetbe vett, szétszórt sugár fényvektora ama két, egyenesvonalú vektor-összetevője amplitúdóinak hányadosát jelenti, mely összetevők egyike az elhajlítási síkra merőleges, másika vele párhuzamos; ez a $\operatorname{tg} k$ e párhuzamos amplitúdónak osztata a merőleges amplitúdóval.

ε jelenti ugyane két vektor-összetevő phasisainak különbségét, ugyanis a párhuzamos vektor-összetevő phasisát, levonva belőle a merőleges összetevőét.

α annak a vektor-ellipsisnek nagy tengelye és az elhajlítási sík normálisa közötti szöveget, mely ellipsis k és ε által van meghatározva.

$\operatorname{tg} K$ jelenti ugyanennek a vektor-ellipsisnek két főtengelye hányadosát; ennek nevezője az a feltengely, mely az elhajlítás síkja normálisával $\frac{\pi}{2} + \alpha$ szöveget képez, számlálója pedig az ugyane normálissal α szöveget képező feltengely.

A következő §-okban közölt táblák számadatainak egyik, a mérések eredményeire vonatkozó része már a 8—11. §§-ban közölt számtáblák lényeges részét alkotja; a *jelzésben* csak az a különbség, hogy a kísérletből folyó ott k , ε , α , K -val jelzett mennyiségeket jelen tábláinkban rendre

$$k_{\text{obs.}}, \quad \varepsilon_{\text{obs.}}, \quad \alpha_{\text{obs.}}, \quad K_{\text{obs.}}$$

jelekkel fogjuk jelezni; ellenben az elméletünkből számítás útján előállított ugyanily mennyiségeket

$$k_{\text{calc.}}, \quad \varepsilon_{\text{calc.}}, \quad \alpha_{\text{calc.}}, \quad K_{\text{calc.}}$$

jelekkel jelezzük; rövidség kedvéért *e jelzők kezdőbetűjét*, o -t és c -t tartjuk csak meg.

Ezek az utóbbi mennyiségek az elmélet alapján, a 18—23. §§-ban levezetett és értelmezett következő formulák alapján számítottak:

1. A *levegőbe szétszórt és benne zavartalanul továbbhaladó* sugarakra nézve a 21. § (6a) formulája szerint (65. lap):

$$\operatorname{tg}(\alpha_{\text{calc.}}) = \operatorname{tg}(\alpha_c) = \operatorname{tg} \vartheta \cos \omega \quad (1)$$

adódik ϑ és ω -ból; *ily sugár az elmélet szerint egyenes mentén poláros* és így $k_{\text{calc.}} = \alpha_{\text{calc.}}$.

2. Az *üveganyagba szétszórt és benne a teljes visszaverődés küpján belül zavartalanul haladó* sugarakra nézve a 22. § (7) és (8), valamint (12) formulája szerint (67. lap):

$$\operatorname{tg}(\alpha_{\text{calc.}}) = \operatorname{tg}(\alpha_c) = \frac{\cos \chi}{\cos(\chi - \omega)} \operatorname{tg} \vartheta; \quad (2)$$

hol még: $\sin \chi = n \cdot \sin \omega; \quad n > 1.$

$$\theta \approx \omega \leq \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

ily sugár, elméletünk szerint szintén egyenes mentén poláros és így itt is $k_{\text{calc.}} = a_{\text{calc.}}$.

3. Az üveganyagba szétszórt és benne a teljes visszaverődés kúpján kívül zavartalanul haladó sugarakra nézve a 23. § (29a) és (30a) formulái szerint:

$$\text{tg}(\varepsilon_{\text{calc.}}) = \text{tg}(\varepsilon_c) = + \frac{n \sin^2 \omega}{\cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}};$$

$$\text{tg}(k_{\text{calc.}}) = \text{tg}(k_c) = \frac{\cos(\varepsilon_c)}{\cos \omega} \cdot \text{tg} \vartheta; \quad (3)$$

$$\text{tg}(2a_{\text{calc.}}) = \text{tg}(2a_c) = \text{tg}(2k_c) \cos(\varepsilon_c);$$

$$\sin(2K_{\text{calc.}}) = \sin(2K_c) = \pm \frac{2 \text{tg}(k_c)}{1 + \text{tg}^2(k_c)} \sin(\varepsilon_c);$$

az ily sugár elméletünk szerint általánosságban ellipsisben poláros fényvektorral bír.

Jegyzet: Azoknál az elhajlított sugaraknál, melyeknél az itt (1) és (2) alatt felemlített formulák szerint az elméletből csak egyenesmenti fényvektorok várhatók, míg az észleletben ezek némi ellipsisben való polárosságot is mutattak: az összehasonlítás csak az a értékeire nézve történetelt.

Ugyanis ily esetekben az észleletből nyert ellipsis-vektor hosszabb féltengelyének $a_{\text{obs.}}$ azimutját hasonlítottam össze az elméletből folyó $a_{\text{calc.}}$ vektor-azimutttal, vagy polárossági sík azimutttal; az $\varepsilon_{\text{obs.}}$ ilyen legtöbbször igen kicsiny volt, míg az $\varepsilon_{\text{calc.}}$ ekkor mindig csak zérus lehetett.

25. §. Az O. 3298 jelzésű, $\omega_t=42^\circ 2$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal.

A beejtett napfény polározási azimutja: $\vartheta=+45^\circ 0$.

Első főset (1. ábra). Napfény közvetlenül levegőből esik merőlegesen a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
$+45^\circ 0$	$\pm 0^\circ 0$	$+44^\circ 2$	$+45^\circ 0$	$-0^\circ 8$	$-4^\circ 5$	$0^\circ 0$	$-4^\circ 5$	$+44^\circ 2$	$+45^\circ 0$	$-0^\circ 8$	$-2^\circ 2$	$0^\circ 0$	$-2^\circ 2$
$+45^\circ 0$	$\pm 15^\circ 0$	$+41^\circ 7$	$+43^\circ 0$	$-1^\circ 3$	$-2^\circ 7$	$0^\circ 0$	$-2^\circ 7$	$+41^\circ 7$	$+43^\circ 0$	$-1^\circ 3$	$-1^\circ 3$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 3$
$+45^\circ 0$	$\pm 30^\circ 0$	$+32^\circ 7$	$+35^\circ 1$	$-2^\circ 4$	$-4^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-4^\circ 0$	$+32^\circ 6$	$+35^\circ 1$	$-2^\circ 5$	$-1^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 37^\circ 7$	$+22^\circ 6$	$+25^\circ 1$	$-2^\circ 5$	$-2^\circ 3$	$0^\circ 0$	$-2^\circ 3$	$+22^\circ 6$	$+25^\circ 1$	$-2^\circ 5$	$-0^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 39^\circ 7$	$+17^\circ 4$	$+20^\circ 1$	$-2^\circ 7$	$-1^\circ 4$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 4$	$+17^\circ 4$	$+20^\circ 1$	$-2^\circ 7$	$-0^\circ 4$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 4$
$+45^\circ 0$	$\pm 42^\circ 2$	a totális reflexio határirányai											
$+45^\circ 0$	$\pm 45^\circ 7$	$+17^\circ 2$	$+24^\circ 5$	$-7^\circ 3$	$+66^\circ 9$	$+71^\circ 5$	$-4^\circ 6$	$+7^\circ 6$	$+10^\circ 0$	$-2^\circ 4$	$+15^\circ 6$	$+22^\circ 8$	$-7^\circ 2$
$+45^\circ 0$	$\pm 47^\circ 7$	$+25^\circ 5$	$+27^\circ 8$	$-2^\circ 3$	$+66^\circ 0$	$+69^\circ 2$	$-3^\circ 2$	$+13^\circ 7$	$+13^\circ 8$	$-0^\circ 1$	$+22^\circ 6$	$+25^\circ 3$	$-2^\circ 7$
$+45^\circ 0$	$\pm 60^\circ 0$	$+35^\circ 5$	$+34^\circ 4$	$+1^\circ 1$	$+66^\circ 3$	$+70^\circ 0$	$-3^\circ 7$	$+25^\circ 4$	$+20^\circ 7$	$+4^\circ 7$	$+29^\circ 9$	$+30^\circ 9$	$-1^\circ 0$
$+45^\circ 0$	$\pm 75^\circ 0$	$+35^\circ 1$	$+36^\circ 2$	$-1^\circ 1$	$+74^\circ 6$	$+79^\circ 1$	$-4^\circ 5$	$+18^\circ 0$	$+15^\circ 3$	$+2^\circ 7$	$+32^\circ 6$	$+35^\circ 0$	$-2^\circ 4$

III. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
$+45^\circ 0$	$\pm 157^\circ 5$	$-42^\circ 0$	$-42^\circ 7$	$+0^\circ 7$	$-2^\circ 9$	$0^\circ 0$	$-2^\circ 9$	$-42^\circ 0$	$-42^\circ 7$	$+0^\circ 7$	$+1^\circ 4$	$0^\circ 0$	$+1^\circ 4$
$+45^\circ 0$	$\pm 142^\circ 5$	$-37^\circ 8$	$-38^\circ 4$	$+0^\circ 6$	$-0^\circ 7$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 7$	$-37^\circ 8$	$-38^\circ 4$	$+0^\circ 6$	$-0^\circ 3$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 3$
$+45^\circ 0$	$\pm 127^\circ 5$	$-32^\circ 1$	$-31^\circ 3$	$+0^\circ 8$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-32^\circ 1$	$-31^\circ 3$	$+0^\circ 8$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$
$+45^\circ 0$	$\pm 112^\circ 5$	$-23^\circ 2$	$-20^\circ 9$	$-2^\circ 3$	$+3^\circ 3$	$0^\circ 0$	$+3^\circ 3$	$-23^\circ 2$	$-20^\circ 9$	$-2^\circ 3$	$-1^\circ 2$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 2$
$+45^\circ 0$	$\pm 97^\circ 5$	$-14^\circ 7$	$-7^\circ 5$	$-7^\circ 2$	$+14^\circ 3$	$0^\circ 0$	$+14^\circ 3$	$-14^\circ 3$	$-7^\circ 5$	$-6^\circ 8$	$-3^\circ 5$	$0^\circ 0$	$-3^\circ 5$
$+45^\circ 0$	$\pm 92^\circ 0$	$-9^\circ 5$	$-2^\circ 0$	$-7^\circ 5$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-9^\circ 5$	$-2^\circ 0$	$-7^\circ 5$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$

Második főeset (2. ábra). Napfény üvegnyagon át esik merőlegesen a kormozott lapra.

II. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	±157°5	-39°7	-40°1	+0°4	-4°0	0°0	-4°0	-39°7	-40°1	+0°4	+2°0	0°0	+2°0
+45°0	±142°5	-27°8	-25°5	-2°3	-1°4	0°0	-1°4	-27°8	-25°5	-2°3	+0°6	0°0	+0°6
+45°0	±140°5	-21°9	-20°8	-1°1	+2°6	0°0	+2°6	-21°8	-20°8	-1°0	-0°8	0°0	-0°8
+45°0	±137°8							a totális reflexió határirányai					
+45°0	±134°5	-16°8	-24°0	+7°2	+64°4	+71°8	-7°4	-14°7	-9°6	-5°1	-14°8	-22°5	+7°7
+45°0	±132°5	-23°4	-27°6	+4°2	+65°6	+69°3	-3°7	-11°9	-13°4	+1°5	-20°7	-25°2	+4°5
-45°0	±127°5	-28°7	-31°8	+3°1	+64°2	+67°8	-3°6	-17°2	-18°7	+1°5	-24°6	-28°0	+3°4
-45°0	±112°5	-35°1	-35°6	+0°5	+69°7	+74°1	-4°4	-21°9	-19°3	-2°6	-31°0	-32°8	+1°8
-45°0	±97°5	-33°0	-33°6	+0°6	+81°7	+85°0	-3°3	-9°0	-5°9	-3°1	-32°3	-33°4	+1°1

IV. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	±0°0	+42°5	+45°0	-2°5	-3°1	0°0	-3°1	+42°5	+45°0	-2°5	-1°5	0°0	-1°5
+45°0	±15°0	+43°0	+44°0	-1°0	-4°2	0°0	-4°2	+43°0	+44°0	-1°0	-2°1	0°0	-2°1
+45°0	±30°0	+40°9	+40°9	0°0	-3°1	0°0	-3°1	+40°9	+40°9	0°0	-1°6	0°0	-1°6
+45°0	±45°0	+34°5	+35°3	-0°8	-2°8	0°0	-2°8	+34°5	+35°3	0°8	-1°3	0°0	-1°3
+45°0	±60°0	+27°3	+26°6	+0°7	-3°1	0°0	-3°1	+27°3	+26°6	+0°7	-1°2	0°0	-1°2
+45°0	±75°0	+18°4	+14°5	+3°9	-0°5	0°0	-0°5	+18°4	+14°5	+3°9	-0°2	0°0	-0°2
+45°0	±88°0	+4°9	+2°0	+2°9	0°0	0°0	0°0	+4°9	+2°0	+2°9	0°0	0°0	0°0

26. §. Az O. 4697 jelzésű, $\omega_t=38^\circ 2$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal.

A beejtett napfény polározási azimutjai $\vartheta=22^\circ 5$; $\vartheta=45^\circ 0$; $\vartheta=67^\circ 5$.

Első főeset (1. ábra). Napfény közvetlenül levegőből esik merőlegesen a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polározási állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\epsilon_{\text{obs.}}$	$\epsilon_{\text{calc.}}$	$\epsilon_0 - \epsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
$+22^\circ 5$	$0^\circ 0$	$+23^\circ 0$	$+22^\circ 5$	$+0^\circ 5$	$-2^\circ 2$	$0^\circ 0$	$-2^\circ 2$	$+23^\circ 0$	$+22^\circ 5$	$+0^\circ 5$	$-0^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 8$
$+22^\circ 5$	$\pm 15^\circ 0$	$+22^\circ 2$	$+20^\circ 9$	$+1^\circ 3$	$-5^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-5^\circ 0$	$+22^\circ 0$	$+20^\circ 9$	$-1^\circ 1$	$-1^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 8$
$+22^\circ 5$	$\pm 30^\circ 0$	$+13^\circ 5$	$+14^\circ 9$	$-1^\circ 4$	$-3^\circ 7$	$0^\circ 0$	$-3^\circ 7$	$+13^\circ 5$	$+14^\circ 9$	$-1^\circ 4$	$-0^\circ 9$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 9$
$+22^\circ 5$	$\pm 33^\circ 7$	$+10^\circ 8$	$+11^\circ 9$	$-1^\circ 1$	$-2^\circ 6$	$0^\circ 0$	$-2^\circ 6$	$+10^\circ 8$	$+11^\circ 9$	$-1^\circ 1$	$-0^\circ 7$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 7$
$+22^\circ 5$	$\pm 35^\circ 7$	$+8^\circ 9$	$+9^\circ 5$	$-0^\circ 6$	$-1^\circ 6$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 6$	$+8^\circ 9$	$+9^\circ 5$	$-0^\circ 6$	$-0^\circ 3$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 3$
$+22^\circ 5$	$\pm 38^\circ 2$	$0^\circ 0$											
a totális reflexio határirányai													
$+22^\circ 5$	$\pm 40^\circ 7$	$+10^\circ 6$	$+10^\circ 7$	$-0^\circ 1$	$+65^\circ 0$	$+69^\circ 8$	$-4^\circ 8$	$+7^\circ 0$	$+3^\circ 9$	$+3^\circ 1$	$+9^\circ 6$	$+9^\circ 5$	$+0^\circ 1$
$+22^\circ 5$	$\pm 42^\circ 7$	$+12^\circ 2$	$+12^\circ 9$	$-0^\circ 7$	$+62^\circ 8$	$+66^\circ 0$	$-3^\circ 2$	$+5^\circ 9$	$+5^\circ 6$	$+0^\circ 3$	$+10^\circ 7$	$+11^\circ 7$	$-1^\circ 0$
$+22^\circ 5$	$\pm 45^\circ 0$	$+15^\circ 7$	$+14^\circ 3$	$+1^\circ 4$	$+62^\circ 1$	$+64^\circ 1$	$-2^\circ 0$	$+7^\circ 9$	$+6^\circ 7$	$+1^\circ 2$	$+13^\circ 7$	$+12^\circ 8$	$+0^\circ 9$
$+22^\circ 5$	$\pm 60^\circ 0$	$+16^\circ 2$	$+17^\circ 2$	$-1^\circ 0$	$+63^\circ 7$	$+68^\circ 0$	$-4^\circ 3$	$+7^\circ 9$	$+7^\circ 2$	$+0^\circ 7$	$+16^\circ 5$	$+15^\circ 8$	$+0^\circ 7$
$+22^\circ 5$	$\pm 75^\circ 0$	$+18^\circ 4$	$+17^\circ 9$	$+0^\circ 5$	$+71^\circ 3$	$+78^\circ 3$	$-7^\circ 0$	$+6^\circ 1$	$+4^\circ 1$	$+2^\circ 1$	$+17^\circ 3$	$+17^\circ 5$	$-0^\circ 2$
$+45^\circ 0$	$0^\circ 0$	$+44^\circ 9$	$+45^\circ 0$	$-0^\circ 1$	$-5^\circ 5$	$0^\circ 0$	$-5^\circ 5$	$+44^\circ 9$	$+45^\circ 0$	$-0^\circ 1$	$-2^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-2^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 15^\circ 0$	$+41^\circ 0$	$+42^\circ 7$	$-1^\circ 7$	$-3^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-3^\circ 8$	$+41^\circ 0$	$+42^\circ 7$	$-1^\circ 7$	$-1^\circ 9$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 9$
$+45^\circ 0$	$\pm 30^\circ 0$	$+27^\circ 7$	$+32^\circ 8$	$+5^\circ 1$	$-3^\circ 6$	$0^\circ 0$	$-3^\circ 6$	$+27^\circ 7$	$+32^\circ 8$	$+5^\circ 1$	$-1^\circ 5$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 5$
$+45^\circ 0$	$\pm 33^\circ 7$	$+23^\circ 6$	$+27^\circ 0$	$-3^\circ 4$	$-4^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-4^\circ 0$	$+23^\circ 6$	$+27^\circ 0$	$-3^\circ 4$	$-1^\circ 5$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 5$
$+45^\circ 0$	$\pm 35^\circ 7$	$+19^\circ 0$	$+22^\circ 0$	$-3^\circ 0$	$-1^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 8$	$+19^\circ 0$	$+22^\circ 0$	$-3^\circ 0$	$-0^\circ 6$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 6$
$+45^\circ 0$	$\pm 38^\circ 2$	$\pm 0^\circ 0$											
a totális reflexio határirányai													
$+45^\circ 0$	$\pm 40^\circ 7$	$+21^\circ 3$	$+24^\circ 5$	$-3^\circ 2$	$+66^\circ 8$	$+69^\circ 8$	$-3^\circ 0$	$+10^\circ 1$	$+10^\circ 9$	$-0^\circ 8$	$+19^\circ 3$	$+22^\circ 6$	$-3^\circ 3$
$+45^\circ 0$	$\pm 42^\circ 7$	$+25^\circ 6$	$+28^\circ 9$	$-3^\circ 3$	$+64^\circ 8$	$+66^\circ 0$	$-1^\circ 2$	$+14^\circ 0$	$+16^\circ 5$	$-2^\circ 5$	$+22^\circ 5$	$+25^\circ 3$	$-2^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 45^\circ 0$	$+31^\circ 4$	$+31^\circ 7$	$-0^\circ 3$	$+56^\circ 4$	$+64^\circ 1$	$-7^\circ 7$	$+23^\circ 3$	$+20^\circ 5$	$+2^\circ 8$	$+23^\circ 7$	$+26^\circ 8$	$-3^\circ 1$
$+45^\circ 0$	$\pm 60^\circ 0$	$+36^\circ 6$	$+36^\circ 8$	$-0^\circ 2$	$+63^\circ 9$	$+68^\circ 2$	$-4^\circ 3$	$+27^\circ 6$	$+26^\circ 0$	$+1^\circ 6$	$+29^\circ 6$	$+31^\circ 4$	$-1^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 75^\circ 0$	$+38^\circ 1$	$+38^\circ 0$	$+0^\circ 1$	$+73^\circ 2$	$+78^\circ 3$	$-5^\circ 1$	$+24^\circ 8$	$+19^\circ 4$	$+5^\circ 6$	$+35^\circ 0$	$+35^\circ 9$	$-0^\circ 9$

ϑ	ω	$\chi_{\text{obs.}}$	$\chi_{\text{calc.}}$	$\chi_0 - \chi_c$	$\epsilon_{\text{obs.}}$	$\epsilon_{\text{calc.}}$	$\epsilon_0 - \epsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+67°5	0°0	+67°8	+67°5	+0°3	-2°2	0°0	-2°2	+67°8	+67°5	+0°3	-0°6	0°0	-0°6
+67°5	+15°0	+66°1	+65°8	+0°3	-1°3	0°0	-1°3	+66°1	+65°8	+0°3	-0°5	0°0	-0°5
+67°5	+30°0	+56°5	+57°2	-0°7	-0°8	0°0	-0°8	+56°5	+57°2	-0°7	-0°4	0°0	-0°4
+67°5	+33°7	+46°6	+50°9	-4°3	-0°7	0°0	-0°7	+46°6	+50°9	-4°3	-0°3	0°0	-0°3
+67°5	+35°7	+41°4	+44°3	-2°9	+1°0	0°0	+1°0	+41°4	+44°3	-2°9	+0°5	0°0	+0°5
+67°5	+38°2	0°0											
+67°5	+40°7	+41°0	+47°8	-6°8	+67°3	+69°8	-2°5	+35°0	+52°8	-17°8	+33°1	+34°5	-1°4
+67°5	+42°7	+48°4	+53°2	-4°8	+64°2	+66°0	-1°8	+52°6	+62°9	-10°3	+31°7	+30°6	+1°1
+67°5	+45°0	+57°5	+56°1	+1°4	+62°6	+64°1	-1°5	+67°1	+66°6	+0°5	+27°8	+28°2	-0°4
+67°5	+60°0	+63°1	+61°1	+2°0	+64°2	+68°0	-3°8	+74°7	+74°6	+0°1	+23°3	+19°1	+4°2
+67°5	+75°0	+63°0	+62°0	+1°0	+74°3	+78°3	-4°0	+79°7	+81°6	-1°9	+25°6	+27°6	-2°0

a totális reflexió háttérnyai

III. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

XXX

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+22°5	±157°5	-19°0	-20°9	+ 1°9	- 0°3	0°0	- 0°3	-19°0	-20°9	+ 1°9	+ 0°1	0°0	+ 0°1
+22°5	±142°5	-16°4	-17°8	+ 1°4	+ 3°6	0°0	+ 3°6	-16°4	-17°8	+ 1°4	- 1°0	0°0	- 1°0
+22°5	±127°5	-13°8	-14°1	+ 0°3	+ 7°9	0°0	+ 7°9	-13°7	-14°1	+ 0°4	- 1°9	0°0	- 1°9
+22°5	±112°5	-11°4	- 9°1	- 2°3	+19°7	0°0	+19°7	-10°8	- 9°1	- 1°7	- 3°8	0°0	- 3°8
+22°5	± 97°5	- 7°7	- 3°1	- 4°6	+68°2	0°0	+68°2	- 2°9	- 3°1	+ 0°2	- 7°1	0°0	- 7°1
+22°5	± 92°0	- 1°9	- 0°9	- 1°0	0°0	0°0	0°0	- 1°9	- 0°9	- 1°0	0°0	0°0	0°0
+45°0	±157°5	-41°5	-42°7	+ 1°2	- 2°0	0°0	- 2°0	-41°5	-42°7	+ 1°2	+ 1°1	0°0	+ 1°1
+45°0	±142°5	-37°8	-38°4	+ 0°6	+ 3°9	0°0	+ 3°9	-37°7	-38°4	+ 0°7	- 1°8	0°0	- 1°8
+45°0	±127°5	-31°5	-31°3	- 0°2	+10°0	0°0	+10°0	-30°8	-31°3	+ 0°5	- 4°4	0°0	- 4°4
+45°0	±112°5	-24°8	-20°9	- 3°9	+14°8	0°0	+14°8	-24°3	-20°9	- 3°4	- 5°7	0°0	- 5°7
+45°0	± 97°5	-16°3	- 7°4	- 7°9	+49°7	0°0	+49°7	-11°6	- 7°4	- 4°2	-12°1	0°0	-12°1
+45°0	± 92°0	- 5°6	- 2°0	- 3°6	0°0	0°0	0°0	- 5°6	- 2°0	- 3°6	0°0	0°0	0°0
+67°5	±157°5	-66°0	-65°9	- 0°1	- 2°6	0°0	- 2°6	-66°0	-65°9	- 0°1	+ 1°0	0°0	+ 1°0
+67°5	±142°5	-61°0	-62°4	+ 1°4	+ 1°6	0°0	+ 1°6	-61°0	-62°4	+ 1°4	- 0°6	0°0	- 0°6
+67°5	±127°5	-56°1	-55°8	- 0°3	+ 3°7	0°0	+ 3°7	-56°1	-55°8	- 0°3	- 1°7	0°0	- 1°7
+67°5	±112°5	-49°2	-42°7	- 6°5	+16°3	0°0	+16°3	-49°4	-42°7	- 6°7	- 8°0	0°0	- 8°0
+67°5	± 97°5	-41°9	-17°5	-24°4	+42°1	0°0	+42°1	-40°9	-17°5	-23°4	-20°9	0°0	-20°9
+67°5	± 92°0	-35°4	- 9°6	-25°8	0°0	0°0	0°0	-35°4	- 9°6	-25°8	0°0	0°0	0°0

6

Második főeset (2. ábra). Napfény üvegyanagon át esik merőlegesen a kormozott lapra.

H. sorozat: Az üvege szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\varkappa_{\text{obs.}}$	$\varkappa_{\text{calc.}}$	$\varkappa_0 - \varkappa_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+22°5	±157°5	-19°8	-18°7	-1°1	-2°4	0°0	-2°4	-19°8	-18°7	-1°1	+0°8	0°0	+0°8
+22°5	±146°3	-13°5	-12°0	-1°5	-1°6	0°0	-1°6	-13°5	-12°0	-1°5	+0°3	0°0	+0°3
+22°5	±144°3	-11°5	-9°5	-2°0	-0°7	0°0	-0°7	-11°5	-9°5	-2°0	+0°2	0°0	+0°2
+22°5	±141°8	0°0											
a totális reflexio határirányai													
+22°5	±139°3	-10°6	-10°7	+0°1	+62°9	+69°7	-6°8	-5°0	-3°9	-1°1	-10°4	-9°5	-0°9
+22°5	±137°3	-12°1	-12°9	+0°8	+67°4	+66°0	+1°7	-4°9	-5°6	+0°7	-11°1	-11°7	+0°6
+22°5	±127°5	-18°6	-16°4	-2°2	+64°5	+64°3	+0°2	-9°1	-7°8	-1°3	-16°6	-14°6	-2°0
+22°5	±112°5	-18°2	-15°5	-2°7	+72°6	+72°9	-0°3	-6°3	-5°0	-1°3	-17°3	-14°7	-2°6
+22°5	±97°5	-17°4	-16°9	-0°5	+77°4	+84°5	-7°1	-4°3	-3°7	-0°6	-16°8	-16°8	0°0
+45°0	±157°5	-40°6	-39°2	-1°4	-2°7	0°0	-2°7	-40°5	-39°2	-1°3	+1°3	0°0	+1°3
+45°0	±146°3	-28°5	-27°1	-1°4	+0°8	0°0	+0°8	-28°5	-27°1	-1°4	+0°3	0°0	+0°3
+45°0	±144°3	-23°4	-22°0	-1°4	+2°0	0°0	+2°0	-23°4	-22°0	-1°4	+0°7	0°0	+0°7
+45°0	±141°8	0°0											
a totális reflexio határirányai													
+45°0	±139°3	-23°1	-24°5	+1°4	+66°4	+69°8	-3°4	-11°3	-10°9	-0°4	-20°7	-22°6	+1°9
+45°0	±137°3	-27°6	-28°9	+1°3	+64°8	+66°0	-1°2	-15°7	-16°5	+0°8	-24°0	-25°3	+1°3
+45°0	±127°5	-35°6	-35°4	-0°2	+62°9	+64°3	-1°4	-26°0	-25°7	-0°3	-28°7	-29°2	+0°5
+45°0	±112°5	-40°0	-37°5	-2°5	+69°0	+72°9	-3°9	-31°8	-23°9	-7°9	-33°3	-34°1	+0°8
+45°0	±97°5	-38°6	-36°2	-2°4	+73°4	+84°5	-11°1	-27°2	-8°0	-19°2	-31°2	-36°2	+5°0
+67°0	±157°5	-60°8	-63°1	+2°3	-3°9	0°0	-3°9	-60°7	-63°1	+2°4	+1°7	0°0	+1°7
+67°0	±146°3	-50°4	-50°9	+0°5	-0°7	0°0	-0°7	-50°4	-50°9	+0°5	+0°4	0°0	+0°4
+67°0	±144°3	-44°8	-44°3	-0°5	-0°2	0°0	-0°2	-44°8	-44°3	-0°5	+0°1	0°0	+0°1
+67°0	±141°8	0°0											
a totális reflexio határirányai													
+67°0	±139°3	-44°6	-47°8	+3°2	+63°4	+69°8	-6°4	-43°9	-52°8	+8°9	-31°8	-34°5	+2°7
+67°0	±137°3	-51°7	-53°2	+1°5	+63°2	+66°0	-2°8	-55°7	-62°9	+7°2	-27°8	-30°6	+2°8
+67°0	±127°5	-58°5	-59°8	+1°3	+61°8	+64°3	-2°5	-68°6	-71°3	+2°7	-25°9	-25°7	-0°2
+67°0	±112°5	-60°1	-61°7	+1°6	+69°2	+72°9	-3°7	-74°3	-77°9	+3°6	-29°6	-29°5	-0°1
+67°0	±97°5	-58°4	-60°5	+2°1	+71°9	+84°5	-12°6	-74°0	-85°5	+11°5	-29°1	-29°3	+0°2

IV. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+22 ^o 5	0 ^o	+22 ^o 8	+22 ^o 5	+ 0 ^o 3	- 6 ^o 2	0 ^o	- 6 ^o 2	+22 ^o 8	+22 ^o 5	+ 0 ^o 3	-2 ^o 2	0 ^o	-2 ^o 2
+22 ^o 5	±15 ^o	+22 ^o 5	+21 ^o 8	+ 0 ^o 7	- 3 ^o 3	0 ^o	- 3 ^o 3	+22 ^o 5	+21 ^o 8	+ 0 ^o 7	-1 ^o 2	0 ^o	-1 ^o 2
+22 ^o 5	±30 ^o	+21 ^o 1	+19 ^o 7	+ 1 ^o 4	- 1 ^o 6	0 ^o	- 1 ^o 6	+21 ^o 1	+19 ^o 7	+ 1 ^o 4	-0 ^o 6	0 ^o	-0 ^o 6
+22 ^o 5	±45 ^o	+18 ^o 5	+16 ^o 3	+ 2 ^o 2	- 1 ^o 3	0 ^o	- 1 ^o 3	+18 ^o 5	+16 ^o 3	+ 2 ^o 2	-0 ^o 5	0 ^o	-0 ^o 5
+22 ^o 5	±60 ^o	+14 ^o 6	+11 ^o 7	+ 2 ^o 9	+ 2 ^o 4	0 ^o	+ 2 ^o 4	+14 ^o 6	+11 ^o 7	+ 2 ^o 9	+0 ^o 6	0 ^o	+0 ^o 6
+22 ^o 5	±75 ^o	+11 ^o 5	+ 6 ^o 2	+ 5 ^o 3	+14 ^o 4	0 ^o	+14 ^o 4	+11 ^o 2	+ 6 ^o 2	+ 5 ^o 0	+2 ^o 8	0 ^o	+2 ^o 8
+22 ^o 5	±88 ^o	+ 2 ^o 6	+ 0 ^o 8	+ 1 ^o 8	0 ^o	0 ^o	0 ^o	+ 2 ^o 6	+ 0 ^o 8	+ 1 ^o 8	0 ^o	0 ^o	0 ^o
+45 ^o 0	0 ^o	+45 ^o 1	+45 ^o 0	+ 0 ^o 1	- 3 ^o 4	0 ^o	- 3 ^o 4	+45 ^o 1	+45 ^o 0	+ 0 ^o 1	-1 ^o 7	0 ^o	-1 ^o 7
+45 ^o 0	±15 ^o	+44 ^o 5	+44 ^o 0	+ 0 ^o 5	- 3 ^o 8	0 ^o	- 3 ^o 8	+44 ^o 4	+44 ^o 0	+ 0 ^o 4	-1 ^o 9	0 ^o	-1 ^o 9
+45 ^o 0	±30 ^o	+41 ^o 8	+40 ^o 9	+ 0 ^o 9	- 2 ^o 8	0 ^o	- 2 ^o 8	+41 ^o 8	+40 ^o 9	+ 0 ^o 9	-1 ^o 3	0 ^o	-1 ^o 3
+44 ^o 0	±45 ^o	+36 ^o 8	+35 ^o 3	+ 1 ^o 5	- 2 ^o 3	0 ^o	- 2 ^o 3	+36 ^o 8	+35 ^o 3	+ 1 ^o 5	-1 ^o 1	0 ^o	-1 ^o 1
+45 ^o 0	±60 ^o	+28 ^o 2	+26 ^o 6	+ 1 ^o 6	+ 3 ^o 1	0 ^o	+ 3 ^o 1	+28 ^o 1	+26 ^o 6	+ 1 ^o 6	+1 ^o 2	0 ^o	+1 ^o 2
+45 ^o 0	±75 ^o	+19 ^o 4	+14 ^o 5	+ 4 ^o 9	+12 ^o 1	0 ^o	+12 ^o 1	+19 ^o 1	+14 ^o 5	+ 4 ^o 6	+3 ^o 8	0 ^o	+3 ^o 8
+45 ^o 0	±88 ^o	+ 4 ^o 7	+ 2 ^o 0	+ 2 ^o 7	0 ^o	0 ^o	0 ^o	+ 4 ^o 7	+ 2 ^o 0	+ 2 ^o 7	0 ^o	0 ^o	0 ^o
+67 ^o 5	0 ^o	+66 ^o 4	+67 ^o 5	- 1 ^o 1	- 5 ^o 8	0 ^o	- 5 ^o 8	+66 ^o 5	+67 ^o 5	- 1 ^o 0	-2 ^o 1	0 ^o	-2 ^o 1
+67 ^o 5	±15 ^o	+65 ^o 7	+66 ^o 8	- 1 ^o 1	- 2 ^o 2	0 ^o	- 2 ^o 2	+65 ^o 7	+66 ^o 8	- 1 ^o 1	-0 ^o 8	0 ^o	-0 ^o 8
+67 ^o 5	±30 ^o	+64 ^o 0	+64 ^o 4	- 0 ^o 4	- 1 ^o 6	0 ^o	- 1 ^o 6	+64 ^o 0	+64 ^o 4	- 0 ^o 4	-0 ^o 6	0 ^o	-0 ^o 6
+67 ^o 5	±45 ^o	+59 ^o 0	+59 ^o 6	- 0 ^o 6	- 1 ^o 1	0 ^o	- 1 ^o 1	+59 ^o 0	+59 ^o 6	- 0 ^o 6	-0 ^o 5	0 ^o	-0 ^o 5
+67 ^o 5	±60 ^o	+52 ^o 1	+50 ^o 4	+ 1 ^o 7	+ 2 ^o 1	0 ^o	+ 2 ^o 1	+52 ^o 1	+50 ^o 4	+ 1 ^o 7	+1 ^o 0	0 ^o	+1 ^o 0
+67 ^o 5	±75 ^o	+40 ^o 8	+32 ^o 0	+ 8 ^o 8	+16 ^o 8	0 ^o	+16 ^o 8	+40 ^o 6	+32 ^o 0	+ 8 ^o 6	+8 ^o 1	0 ^o	+8 ^o 1
+67 ^o 5	±86 ^o	+23 ^o 8	+ 9 ^o 6	+14 ^o 2	0 ^o	0 ^o	0 ^o	+23 ^o 8	+ 9 ^o 6	+14 ^o 2	0 ^o	0 ^o	0 ^o

6*

27. §. Az O. 3771 jelzésű, $\omega_t = 35^\circ 1$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal.

A beejtett napfény polárizációs azimutja: $\vartheta = +45^\circ 0$.

Első főeset (1. ábra). Napfény közvetlenül levegőből esik merőlegesen a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárizációs állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
$+45^\circ 0$	$0^\circ 0$	$+45^\circ 2$	$+45^\circ 0$	$+0^\circ 2$	$-1^\circ 4$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 4$	$+45^\circ 2$	$+45^\circ 0$	$+0^\circ 2$	$-0^\circ 7$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 7$
$+45^\circ 0$	$\pm 15^\circ 0$	$+39^\circ 7$	$+42^\circ 4$	$-2^\circ 7$	$-1^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 0$	$+39^\circ 7$	$+42^\circ 4$	$-2^\circ 7$	$-0^\circ 6$	$0^\circ 0$	$-0^\circ 6$
$+45^\circ 0$	$\pm 30^\circ 0$	$+24^\circ 5$	$+29^\circ 8$	$-4^\circ 3$	$+1^\circ 0$	$0^\circ 0$	$+1^\circ 0$	$+24^\circ 4$	$+29^\circ 8$	$-4^\circ 4$	$+0^\circ 4$	$0^\circ 0$	$+0^\circ 4$
$+45^\circ 0$	$\pm 32^\circ 6$	$+18^\circ 4$	$+23^\circ 6$	$-5^\circ 2$	$+6^\circ 2$	$0^\circ 0$	$+6^\circ 2$	$+18^\circ 3$	$+23^\circ 6$	$-5^\circ 3$	$+1^\circ 7$	$0^\circ 0$	$+1^\circ 7$
$+45^\circ 0$	$\pm 35^\circ 1$	$0^\circ 0$											
a totális reflexio határirányai													
$+45^\circ 0$	$\pm 37^\circ 6$	$+25^\circ 1$	$+26^\circ 8$	$-1^\circ 7$	$+62^\circ 2$	$+66^\circ 5$	$-4^\circ 3$	$+14^\circ 6$	$+14^\circ 3$	$+0^\circ 3$	$+21^\circ 4$	$+23^\circ 7$	$-2^\circ 3$
$+45^\circ 0$	$\pm 40^\circ 0$	$+31^\circ 2$	$+31^\circ 6$	$-0^\circ 4$	$+59^\circ 6$	$+61^\circ 9$	$-2^\circ 3$	$+22^\circ 1$	$+21^\circ 5$	$+0^\circ 6$	$+24^\circ 9$	$+25^\circ 9$	$-1^\circ 0$
$+45^\circ 0$	$\pm 55^\circ 0$	$+38^\circ 8$	$+37^\circ 9$	$+0^\circ 9$	$+60^\circ 6$	$+63^\circ 5$	$-2^\circ 9$	$+33^\circ 0$	$+30^\circ 2$	$+2^\circ 8$	$+27^\circ 5$	$+30^\circ 3$	$-2^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 70^\circ 0$	$+38^\circ 0$	$+39^\circ 0$	$-1^\circ 0$	$+70^\circ 9$	$+73^\circ 9$	$-3^\circ 0$	$+26^\circ 2$	$+26^\circ 2$	$0^\circ 0$	$+33^\circ 2$	$+35^\circ 0$	$-1^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 75^\circ 0$	$+38^\circ 2$	$+39^\circ 1$	$-0^\circ 9$	$+64^\circ 5$	$+77^\circ 8$	$-13^\circ 3$	$+30^\circ 3$	$+22^\circ 7$	$+7^\circ 6$	$+30^\circ 7$	$+36^\circ 6$	$-5^\circ 9$

III. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárizációs állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
$+45^\circ 0$	$\pm 157^\circ 5$	$-42^\circ 1$	$-42^\circ 7$	$+0^\circ 6$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-42^\circ 1$	$-42^\circ 7$	$+0^\circ 6$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$
$+45^\circ 0$	$\pm 142^\circ 5$	$-38^\circ 7$	$-38^\circ 4$	$-0^\circ 3$	$+3^\circ 6$	$0^\circ 0$	$+3^\circ 6$	$-38^\circ 7$	$-38^\circ 4$	$-0^\circ 3$	$-1^\circ 8$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 8$
$+45^\circ 0$	$\pm 127^\circ 5$	$-33^\circ 8$	$-31^\circ 3$	$-2^\circ 5$	$+2^\circ 4$	$0^\circ 0$	$+2^\circ 4$	$-33^\circ 8$	$-31^\circ 3$	$-2^\circ 5$	$-1^\circ 1$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 1$
$+45^\circ 0$	$\pm 112^\circ 5$	$-25^\circ 9$	$-20^\circ 9$	$-5^\circ 0$	$+4^\circ 2$	$0^\circ 0$	$+4^\circ 2$	$-25^\circ 8$	$-20^\circ 9$	$-4^\circ 9$	$-1^\circ 6$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 6$
$+45^\circ 0$	$\pm 102^\circ 5$	$-20^\circ 0$	$-12^\circ 3$	$-7^\circ 7$	$+4^\circ 2$	$0^\circ 0$	$+4^\circ 2$	$-19^\circ 9$	$-12^\circ 3$	$-7^\circ 6$	$-1^\circ 4$	$0^\circ 0$	$-1^\circ 4$
$+45^\circ 0$	$\pm 92^\circ 0$	$-8^\circ 9$	$-2^\circ 0$	$-6^\circ 9$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$-8^\circ 9$	$-2^\circ 0$	$-6^\circ 9$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$	$0^\circ 0$

Második főeset (2. ábra). Napfény az üvegyagon át esik merőlegesen a kormozott lapra.

II. sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	±157°5	-37°2	-38°3	+1°1	+2°1	0°0	+2°1	-37°2	+38°3	+1°1	-1°0	0°0	-1°0
+45°0	±149°4	-28°6	-28°6	0°0	+5°2	0°0	+5°2	-28°5	-28°6	+0°1	-2°1	0°0	-2°1
+45°0	±147°4	-22°7	-23°6	+0°9	+5°5	0°0	+5°5	-22°6	-23°6	+1°0	-2°0	0°0	-2°0
+45°0	±144°9	0°0											
a totális reflexio határirányai													
+45°0	±142°4	-23°7	-26°7	+3°0	+69°8	+66°5	+3°3	-22°0	-14°2	-7°8	-21°8	-24°1	+2°3
+45°0	±140°4	-31°9	-31°0	-0°9	+69°0	+62°4	+6°6	-18°1	-20°5	+2°4	-28°4	-25°8	-2°6
+45°0	±132°5	-35°8	-36°4	+0°6	+63°3	+60°1	+3°1	-26°8	-29°0	+2°2	-29°5	-28°0	-1°5
+45°0	±117°5	-38°8	-38°6	0°2	+68°8	+68°4	+0°4	-29°4	-29°2	-0°2	-32°8	-32°5	-0°3
+45°0	±102°5	-40°1	-39°2	-0°9	+80°2	+79°8	+0°4	-19°3	-20°3	+1°0	-38°1	-37°3	-0°8

IV. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\varepsilon_{\text{obs.}}$	$\varepsilon_{\text{calc.}}$	$\varepsilon_0 - \varepsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	0°0	+44°9	+45°0	-0°1	-2°7	0°0	-2°7	+44°9	+45°0	-0°1	-1°3	0°0	-1°3
+45°0	±15°0	+43°5	+44°0	-0°5	-0°8	0°0	-0°8	+43°5	+44°0	-0°5	-0°4	0°0	-0°4
+45°0	±30°0	+39°5	+40°9	-1°4	0°0	0°0	0°0	+39°5	+40°9	-1°4	0°0	0°0	0°0
+45°0	±45°0	+33°7	+35°3	-1°6	0°0	0°0	0°0	+33°7	+35°3	-1°6	0°0	0°0	0°0
+45°0	±60°0	+25°0	+26°6	-1°6	0°0	0°0	0°0	+25°0	-26°6	+1°6	0°0	0°0	0°0
+45°0	±75°0	+19°2	+14°5	+4°7	0°0	0°0	0°0	+19°2	+14°5	+4°7	0°0	0°0	0°0
+45°0	±88°0	+10°3	+2°0	+8°3	0°0	0°0	0°0	+10°3	+2°0	+8°3	0°0	0°0	0°0

28. §. Az S. 230 jelzésű, $\omega_t = 32^\circ 1$ határszögű félhengeren végzett megfigyelések eredményeinek összehasonlítása az elméletből folyó adatokkal.

A beejtett napfény polározási azimutja: $\vartheta = +45^\circ 0$.

Első főeset (1. ábra). Napfény közvetlenül levegőtől esik merőlegesen a kormozott lapra.

I. sorozat: Az üvegebe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\epsilon_{\text{obs.}}$	$\epsilon_{\text{calc.}}$	$\epsilon_0 - \epsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	0°0	+44·9	+45°0	-0°1	-2°5	0°0	-2°5	+44·9	+45°0	-0°1	-1°2	0°0	-1°2
+45·0	±10·0	+41·5	+43·7	-2·2	-3·5	0·0	-3·5	+41·5	+43·7	-2·2	-1·8	0·0	-1·8
+45·0	±20·0	+37·5	+39·1	-1·6	-3·2	0·0	-3·2	+37·5	+39·1	-1·6	-1·5	0·0	-1·5
+45·0	±28·0	+24·1	+29·4	-5·3	-1·1	0·0	-1·1	+24·1	+29·4	-5·3	-0·6	0·0	-0·6
+45·0	±30·0	+21·5	+23·8	-2·3	+2·5	0·0	+2·5	+21·5	+23·8	-2·3	+1·0	0·0	+1·0
+45·0	±32·1	0·0											
a totális reflexio határirányai													
+45°0	±34°5	+33°5	+28°8	+4°7	+51°9	+63°1	-11°2	+27°7	+17°7	+10°0	+23°9	+24°4	-0°5
+45·0	±36·5	+35·7	+32·9	+2·8	+50·1	+58·6	-8·5	+31·0	+24·6	+6·4	+23·2	+25·6	-2·4
+45·0	±40·5	+38·1	+36·3	+1·8	+43·8	+56·0	-12·2	+35·5	+33·9	+1·6	+21·1	+26·1	-5·0
+45·0	±50·0	+39·1	+38·8	+0·3	+38·2	+58·8	-20·6	+37·6	+33·6	+4·0	+18·7	+28·4	-9·7
+45·0	±60·0	+40·6	+39·7	+0·9	+23·8	+65·5	-41·7	+40·2	+32·8	+7·4	+11·8	+29·3	-17·5

III. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\epsilon_{\text{obs.}}$	$\epsilon_{\text{calc.}}$	$\epsilon_0 - \epsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	±157°5	-39°6	-42°7	+3°1	-0°3	0°0	-0°3	-39°6	-42°7	+3°1	+0°1	0°0	+0°1
+45·0	±142·5	-35·6	-38·4	+2·8	+0·7	0·0	-0·7	-35·6	-38·4	+2·8	-0·3	0·0	-0·3
+45·0	±127·5	-29·5	-31·3	+1·8	+3·3	0·0	+3·3	-29·4	-31·3	+1·9	-1·4	0·0	-1·4
+45·0	±112·5	-23·2	-20·9	-2·3	+4·2	0·0	+4·2	+23·1	-20·9	-2·2	-1·5	0·0	-1·5
+45·0	±102·5	-17·2	-12·3	-4·9	+6·1	0·0	+6·1	-17·2	-12·3	-4·9	-1·9	0·0	-1·9
+45·0	±92·0	-7·7	-2·0	-5·7	0·0	0·0	0·0	-7·7	-2·0	-5·7	0·0	0·0	0·0

Második főeset. (2. ábra.) Napfény az üvegyagyon át esik merőlegesen a kormozott lapra.

II. Sorozat: Az üvegbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$K_0 - \alpha_c$	$\epsilon_{\text{obs.}}$	$\epsilon_{\text{calc.}}$	$\epsilon_0 - \epsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	±157°5	-38°1	-37°2	-0°9	0°0	0°0	0°0	-38°1	-37°2	-0°9	0°0	0°0	0°0
+45°0	±152°0	-28°9	-29°4	+0°5	+2°8	0°0	+2°8	-28°9	-29°4	+0°5	-1°2	0°0	-1°2
+45°0	±150°0	-24°8	-23°8	-1°0	+4°7	0°0	+4°7	-24°7	-23°8	-1°1	-2°0	0°0	-2°0
+45°0	±147°1	0°0											
a totális reflexio határirányai													
+45°0	±145°0	-33°6	-30°1	-3°5	+60°1	+61°6	-1°5	-24°8	-19°9	-4°9	-26°3	-24°9	-1°4
+45°0	±142°5	-35°6	-34°1	-1°5	+58°0	+57°5	+0°5	-28°6	-26°7	-1°9	-26°7	-25°8	-0°9
+45°0	±139°0	-36°9	-36°6	-0°3	+60°6	+56°0	+4°6	-29°5	-30°8	+1°3	-28°4	-26°2	-2°2
+45°0	±128°5	-39°8	-39°0	-0°8	+58°7	+59°7	-1°0	-34°9	-33°6	-1°3	-26°7	-28°8	+2°1
+45°0	±118°5	-40°5	-39°8	-0°7	+71°6	+66°6	+5°0	-31°6	-32°5	+0°9	-34°6	-32°3	-2°3

IV. sorozat: A levegőbe szétszórt sugarak polárossági állapota.

ϑ	ω	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$\epsilon_{\text{obs.}}$	$\epsilon_{\text{calc.}}$	$\epsilon_0 - \epsilon_c$	$\alpha_{\text{obs.}}$	$\alpha_{\text{calc.}}$	$\alpha_0 - \alpha_c$	$K_{\text{obs.}}$	$K_{\text{calc.}}$	$K_0 - K_c$
+45°0	0°0	+40°6	+45°0	-4°4	+1°9	0°0	+1°9	+40°6	+45°0	-4°4	+0°9	0°0	+0°9
+45°0	±15°0	+39°8	+44°0	-4°2	-1°7	0°0	-0°7	+39°8	+44°0	-4°2	-0°8	0°0	-0°8
+45°0	±30°0	+36°3	+40°9	-4°6	-1°0	0°0	-1°0	+36°3	+40°9	-4°6	-0°4	0°0	-0°4
+45°0	±45°0	+30°0	+35°3	-5°3	-2°8	0°0	-2°8	+30°0	+35°3	-5°3	-1°2	0°0	-1°2
+45°0	±60°0	+21°6	+26°6	-5°5	-1°0	0°0	-1°0	+21°6	+26°6	-5°5	-0°4	0°0	-0°4
+45°0	±75°0	+18°2	+14°5	+3°7	-1°6	0°0	-1°6	+18°2	+14°5	+3°7	+0°6	0°0	+0°6
+45°0	±88°0	+6°7	+2°0	+4°7	0°0	0°0	0°0	+6°7	+2°0	+4°7	0°0	0°0	0°0

29. §. Az összehasonlító egybeállítás eredményei: Az elméletnek a tapasztalattal általánosságban való megegyezése. *Jegyzet:* SELÉNYI PÁL alapföltevése és elmélete.

Az utolsó négy §-ban közölt táblák számadatai mutatják, hogy a megfigyelésekből és az elméletből nyert adatok általánosságban véve egymással elég jól egyeznek.

Nagyobb, észleleti hibáknak nem tulajdonítható eltérések a következő sugarakra nézve fordulnak elő:

a) A levegőbe szétszórt sugarak közül azok, melyek igen nagy elhajlítási, szétszórási szöget mutatnak, helyenként, de nem mindenütt, jelentékenyen eltérnek a circumaxiális polározás törvényétől; ezt hajlandó vagyok annak a körülménynek tulajdonítani, hogy e sugarak, melyek a kormozás lapjához közel érintőlegesen haladnak a levegőbe, éppen ennél fogva nem terjedhetnek egészen szabadon tovább, hanem a szomszédos koromrészecskékhez oly közelségben haladnak, hogy ezek jelenlétele módosítja legalább is azt a vektor-összetevőjüket, mely a kormozott lapra közelítőleg merőleges, úgy hogy ily esetekben az eredetileg lineáris vektora az elhajlított sugárnak ellipsis-szerűvé lesz.

Az sincs kizárva, hogy a kormozásnál ki nem kerülhető némi egyenletlenség, a koromrészecskéknek a határlapon való nem egészen egyenletes sűrűséggel való hozzátapadása az említett sugarak polározási állapotára befolyást gyakorol.

b) Az üvegbe szétszórt sugaraknál különösen az *S. 230* üvegekészítmény esetében (28. §) az I. sorozat adatai kevésbé jól egyeznek, különösen az ϵ phasiskülönbségek; a IV. sorozat $k_{\text{obs.}}$, $k_{\text{calc.}}$, $k_0 - k_c$ rovatainak megtekintése azt a benyomást kelti, mintha ez az üvegyanyag rotációs-polárossági hatású volna; egyébként ennek az anyagnak közepes fénytörés-mutatója, színszóró képessége, anyagi alkata és fajsúlya inkább az optikailag *fém*s jellegű anyagokhoz tartozónak minősíti. Ilyen anyagokra nézve még más elméleti meggondolások is szükségesek.

A többi üvegnem és jelenségcsoport sugárösszeségeire nézve a megegyezés kielégítőnek mondható; igen pontos megegyezés általánosságban véve már csak azért sem várható, mert maguk az észleletek, a jelenségnek sokszor kényes szerkezeténél és

gyakran kisebb fényerősségénél fogva, nem mindig végezhető könnyen és biztosan.

Sőt, az egyenesen beejtett sugárhoz képest szymmetrikusan fekvő sugarak, melyekre nézve az ω elhajlítási szög csak előjelében különbözik, mégis, a mi illeti polárossági állapotukat, gyakran észrevehető mérési különbségeket mutatnak; ezeknek csak a középértékeiket mutatják a táblázatok.

Mindezekből az általános eredményekből szabad azt következtetnünk, hogy az elmélet alapját képező föltevés, mely — miként a fentiekben már több ízben kiemeltük — igen valószínű is, itt igen jó dolgozó hypothesisnek vált be, legalább a mérsékelt törésmutatójú üvegnemekre néze.

Nagyon valószínű, hogy e föltevés idetartozó másfajta jelenségek vizsgálatánál is hasznos felderítő és rendező szolgálatot fog tehetni.

Jegyzet: Dr. SELÉNYI PÁL, budapesti egyetemi tanársegéd, már a 4. lapon idézett közleményében ¹ a rácsozott üvegfelületek által úgy a levegőben, valamint az üvegben elhajlított sugarak polárossági állapotára vonatkozólag a következő alaphypothesist állítja fel:

Fölveszi, hogy a barázdált, azaz elhajlító síkhoz párhuzamos síkban, az előbbi síkhoz igen közeli távolságban vannak elhelyezve azok az anyagi részecskék, melyek másodrendű fénygerjesztő középpontok.

E középpontok mindegyike maga körül circumaxiális polárosságú sugárrendszert létesít; e sugarak közül az észlelő szemébe, mely ugyanabban a közegben van, mint e középpont, két-két sugár jut egy-egy ily középpontból: ugyanis az e középpontból egyenesen a szembe haladó és az ugyanebből a középpontból haladó, a határfelületen szabályosan visszaverődött, szintén a szembe induló sugár. A visszaverődést FRESNEL reflexio-formulái hozzájárulásával vette tekintetbe s e két sugár interferenciája eredményét számítja ki, a másodrendű középpontot a visszaverő

¹ SELÉNYI PÁL: Adalékok az üvegrácson elhajlított fény polárosságának elméletéhez. M. T. Akadémia Matematikai és Természettudományi Értesítője XXIX. kötete, Budapest, 1911; különösen 55—59., 68—71. lap.

sikhoz oly közel esőnek véve fel, hogy a két sugár menetkülönbsége elhanyagolható.

Ha az észlelő szeme nem abban a közegben van, a melyben e másodrendű középpontokat felveszi, akkor az ebből induló sugár a határfelületen szabályszerű törést szenved és így jut a megfigyelő szemébe.

Mindegyik esetben nyer SELÉNYI a 22. § (12) formulájával egyenértékű formulát, melyet szerzője a *rácsozott* felületről levegőbe elhajlított sugárnyaláb és az üvegbe elhajlított sugarakra nézve, de csak merőleges beesésnél érvényesít.

Az első fénysugárcsoport a tapasztalat szerint általánosságban véve az isogonális polározás törvényének felel meg: ezt a SELÉNYI-STOKES-féle formula is szép megközelítésben szolgáltatja; hasonlóképen állíthatók elő azok a tapasztalatok is, melyek érvényesek, mikor üvegrács barázdált felülete optikailag ritkább folyadékokkal érintkezik s az elhajlított sugarak a folyadékban haladnak tovább.

A második sugárcsoportot, mikor a rácsozott felületről a sugarak optikailag sűrűbb közegbe haladnak, csak a totális reflexio határszögéig hasonlította össze formulájával mennyilegesen; észrevette a határszögnél elméletileg várható $\frac{\pi}{2}$ nagyságú ugrást a phasiskülönbségben, de quantitativ, teljes mérések hiányában tovább nem haladhatott.

De SELÉNYI e formulája teljes ellentétben áll a *kormozott* lapról a *levegőbe* elhajlított, szétszórt sugarak tapasztalati polárossági állapotával, mert ez a circumaxiális polározás törvényének felel meg; már e körülmény is elegendő volt, hogy SELÉNYI feltevését mással pótoljam, mely az e dolgozatban foglalt észleteket elég jól tükrözi vissza.

Még megjegyzem, hogy SELÉNYI értekezésében az n , ω , χ betűk jelentése nem mindenütt ugyanaz, mint jelen dolgozatomban, így különösen az üvegben haladó elhajlított sugarakra nézve.

30. §. Az elhajlított, szétszórt sugarak fényerősségi viszonyai, valamint phasiskülönbségei és a beejtett fény polárossági azimutjai között fennálló tapasztalati és elméleti összefüggés.

Az *O. 4697* jelzésű, $n = 1.610$ közepes törésmutatójú üveg-

félhengeren végzett megfigyelések, melyeknél a beejtett, gerjesztő fénynyaláb polárossága síkjának azimutja mind a négy sorozatra nézve $\vartheta = 22^{\circ}5$, $45^{\circ}0$, $67^{\circ}5$ értékű: arra is alkalmasak, hogy belőlük következtetést lehessen vonni, mennyiben felelnek meg az elhajlított sugarak *vektor-összetevőinek amplitudói* annak a követelménynek, hogy ezek a beejtett, gerjesztő sugár amplitudója megfelelő vetületeivel arányosak legyenek.

Ugyanis, a szabályos törés és visszaverődés, valamint a teljes visszaverődés jól ismert tapasztalatai szerint, a törött, a visszaverődött, a totalisan reflektált sugár vektor-összetevőinek fényerősségére nézve fennáll az, hogy ez az intenzitás mindenkor egyenesen arányos a *beejtett* fény ugyanily irányú összetevőinek fényerősségével.

Kérdés tárgyát képezheti az, vajjon e tapasztalati törvényszerűség, melyet minden idetartozó elmélet kialakításánál mint jóformán önmagától értetődő egyik alapvonatkozást használunk fel, a tapasztalat szerint elegendő megközelítéssel fennáll-e az elhajlított, itt szétszórt fénysugarakra nézve?

Kísérleteink erre a kérdésre is igenlőleg felelnek.

A 18—23. §§-ban fejtegetett és a 24. §-ban összefoglalt elméletünk szerint rendre áll: a *levegőbe* szétszórt sugarakra nézve:

$$\operatorname{tg}(k_{\text{calc.}}) = \operatorname{tg} \vartheta \cos \omega; \quad (1)$$

üvegbe szórt, a teljes visszaverődés kúpján *belül* haladó sugarakra nézve:

$$\operatorname{tg}(k_{\text{calc.}}) = \frac{\cos \chi}{\cos(\chi - \omega)} \cdot \operatorname{tg} \vartheta; \quad (2)$$

üvegbe szórt, a teljes visszaverődés kúpján *kívül* haladó sugarakra nézve:

$$\operatorname{tg}(k_{\text{calc.}}) = \frac{\cos(\varepsilon_c)}{\cos \omega} \operatorname{tg} \vartheta; \quad (3)$$

hol:
$$\operatorname{tg}(\varepsilon_c) = + \frac{n \sin^2 \omega}{\cos \omega \sqrt{n^2 \sin^2 \omega - 1}}.$$

E szerint, ha valamely *meghatározott irányítású* szétszórt vagy elhajlított sugarat megfigyelünk, de e mellett a beejtett

fénynyaláb polárossági azimutját megváltoztatjuk: ekkor e közben n , ω változatlan, míg ϑ változó.

A fényerősség abszolút értéke kísérleti megvizsgálásával itt nem foglalkozunk; de a $\operatorname{tg} k$ jelenti mindenütt a tekintetbe vett szétszórót sugár vektora említett két összetevője amplitudói hányadosát, melyet a kísérlet szolgáltat s mely az elméletből is következik. Ez az elmélet, miként a 18—23. §§ fejtegetéseiből kitetszik, mindenütt tartalmazza a fent a szabályszerű törésre, visszaverődésre, totális reflexióra nézve említett törvényszerűség alapvonatkozását, vonatkoztatva itt a tárgy természete szerint a mindenkori elhajlítási, szétszórási síkra, mint alapsíkra, mert az elhajlított sugár vektor-összetevői amplitudóinak kifejezései mindenütt $a \cos \vartheta$ és $a \sin \vartheta$ -val arányosak.

Már az eddigiekben, különösen a 25—28. §§ táblás összeállításában foglalt kielégítő megegyezése az elméletnek a tapasztalattal elegendő bizonyíték a nevezett alapvonatkozásnak a valóságban fennállására nézve; de észleleti eredményeink még másalakú, talán meggyőzőbb összeállításokat és következtetéseket engednek meg.

Ugyanis, jelevél k'_c , k''_c , k'''_c -vel a ϑ' , ϑ'' , ϑ''' előbb definiált azimutokhoz tartozó értékeket, all a jelen § (1), (2), (3) formulái szerint:

$$\operatorname{tg}(k'_c) : \operatorname{tg}(k''_c) : \operatorname{tg}(k'''_c) = \operatorname{tg} \vartheta' : \operatorname{tg} \vartheta'' : \operatorname{tg} \vartheta''' \quad (4)$$

Másrészt, az ugyanehhez az ω -hoz, de ϑ' , ϑ'' , ϑ''' szögekhez is tartozó sugarakra nézve a megfigyelt k'_0 , k''_0 , k'''_0 értékek, ha fent kimondott alapvonatkozásunk csakugyan fennáll, eleget tesznek a következő feltételnek:

$$\operatorname{tg}(k'_0) : \operatorname{tg}(k''_0) : \operatorname{tg}(k'''_0) = \operatorname{tg} \vartheta' : \operatorname{tg} \vartheta'' : \operatorname{tg} \vartheta'''; \quad (5)$$

$$\text{azaz: } \operatorname{tg}(k'_0) : \operatorname{tg}(k''_0) : \operatorname{tg}(k'''_0) = \operatorname{tg}(k'_c) : \operatorname{tg}(k''_c) : \operatorname{tg}(k'''_c) \quad (6)$$

minden egyes, meghatározott ω elhajlítási, szótszórási sugárra vonatkozólag.

Az O. 4697 jelzésű félhengerre nézve:

$$\vartheta' = + 22^\circ 5; \quad \vartheta'' = + 45^\circ 0; \quad \vartheta''' = + 67^\circ 5;$$

a következő táblázatok az idetartozó, a 26. §-ban foglalt I., II., III., IV. sorozat táblai adatai felhasználásával vannak szerkesztve.

Az O. 4697 jelzésű félhenger I. sorozatára nézve:

ω	$\vartheta' = 22^\circ 5$	$\vartheta'' = 45^\circ 0$	$\vartheta''' = 67^\circ 5$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha''_0)}$	$\frac{\text{tg } (\alpha''_0)}{\text{tg } (\alpha'_0)}$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha''_0)}$
	$\alpha'_{\text{obs.}}$	$\alpha''_{\text{obs.}}$	$\alpha'''_{\text{obs.}}$			
0°0	+23°0	+44°9	+67°8	0·407	5·77	0·425
±15°0	+22°2	+41°0	+66°1	0·385	5·52	0·469
±30°0	+13°5	+27°7	+56°5	0·348	6·29	0·457
±33°7	+10°8	+23°6	+46°6	0·423	5·54	0·437
±35°7	+8°9	+19°0	+41°4	0·330	5·63	0·539
±38°2	0°0			a totális reflexio határirányai		
±40°7	+10°6	+21°3	+41°0	0·448	4·65	0·480
±42°7	+12°2	+25°6	+48°4	0·425	5·21	0·451
±45°0	+15°7	+31°4	+57°5	0·389	5·59	0·461
±60°0	+16°2	+36°6	+63°1	0·377	6·78	0·391
±75°0	+18°4	+38°1	+63°0	0·398	5·93	0·424

Az utolsó három rovat középértéke és a $\frac{\text{tg } \vartheta''}{\text{tg } \vartheta''}$, $\frac{\text{tg } \vartheta'''}{\text{tg } \vartheta''}$, $\frac{\text{tg } \vartheta'''}{\text{tg } \vartheta'}$ hányadosok egymással egyenlő értékek volnának, ha említett alapvonatkozásunk szigorúan fennállana; a középértékeket a hányados fölé húzott vízszintes vonással jelezve áll:

$$\frac{\text{tg } (k'_0)}{\text{tg } (k''_0)} = 0\cdot392; \quad \frac{\text{tg } (k''_0)}{\text{tg } (k'_0)} = 5\cdot69; \quad \frac{\text{tg } (k'_0)}{\text{tg } (k''_0)} = 0\cdot453;$$

$$\frac{\text{tg } \vartheta''}{\text{tg } \vartheta'''} = 0\cdot414; \quad \frac{\text{tg } \vartheta'''}{\text{tg } \vartheta'} = 5\cdot83; \quad \frac{\text{tg } \vartheta'}{\text{tg } \vartheta''} = 0\cdot414.$$

A megegyezés türethetőnek látszik.

Az O. 4697 jelzésű félhenger II. sorozatára nézve:

	$\vartheta' = 22^\circ 5$	$\vartheta'' = 45^\circ 0$	$\vartheta''' = 67^\circ 5$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha'_0')}$	$\frac{\text{tg } (\alpha''_0)}{\text{tg } (\alpha''_0')}$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha'_0')}$
ω	$\alpha'_{\text{obs.}}$	$\alpha''_{\text{obs.}}$	$\alpha'''_{\text{obs.}}$			
$\pm 157^\circ 5$	-19.8	-40.6	-60.8	0.479	4.97	0.420
± 146.3	-13.5	-28.5	-50.4	0.449	5.04	0.442
± 144.3	-11.5	-23.4	-44.8	0.436	4.88	0.470
± 141.8	0.0			a totális reflexio határirányai		
± 139.3	-10.6	-23.1	-44.6	0.433	4.19	0.439
± 137.3	-12.1	-27.6	-51.7	0.413	5.01	0.410
± 127.5	-18.6	-35.6	-58.5	0.439	4.85	0.470
± 112.5	-18.2	-40.0	-60.1	0.481	5.29	0.392
± 97.5	-17.4	-38.6	-58.4	0.491	5.19	0.393

A középértékekre nézve itt nyerjük:

$$\frac{\overline{\text{tg } (k''_0)}}{\overline{\text{tg } (k'''_0)}} = 0.451; \quad \frac{\overline{\text{tg } (k''_0)}}{\overline{\text{tg } (k'_0)}} = 5.04; \quad \frac{\overline{\text{tg } (k'_0)}}{\overline{\text{tg } (k'_0')}} = 0.429;$$

$$\frac{\text{tg } \vartheta''}{\text{tg } \vartheta'''} = 0.414; \quad \frac{\text{tg } \vartheta'''}{\text{tg } \vartheta'} = 5.83; \quad \frac{\text{tg } \vartheta'}{\text{tg } \vartheta''} = 0.414.$$

Itt a megogyezés, a középső értékekre nézve nem oly jó, mint az I. sorozatban.

Az O. 4697 jelzésű félhenger III. sorozatára nézve.

	$\vartheta' = 22^\circ 5$	$\vartheta'' = 45^\circ 0$	$\vartheta''' = 67^\circ 5$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha'_0')}$	$\frac{\text{tg } (\alpha''_0)}{\text{tg } (\alpha''_0')}$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha'_0')}$
ω	$\alpha'_{\text{obs.}}$	$\alpha''_{\text{obs.}}$	$\alpha'''_{\text{obs.}}$			
$\pm 157^\circ 5$	-19.0	-41.5	-66.0	0.394	6.52	0.389
± 142.5	-16.4	-37.8	-61.0	0.430	6.13	0.380
± 127.5	-13.8	-31.5	-56.1	0.412	6.06	0.401
± 112.5	-11.4	-24.8	-49.2	0.399	5.75	0.436
± 97.5	-7.7	-16.3	-41.9	0.326	6.63	0.462

A középértékek itt:

$$\frac{\overline{\text{tg } (k''_0)}}{\overline{\text{tg } (k'''_0)}} = 0.391; \quad \frac{\overline{\text{tg } (k''_0)}}{\overline{\text{tg } (k'_0)}} = 6.22; \quad \frac{\overline{\text{tg } (k'_0)}}{\overline{\text{tg } (k'_0')}} = 0.414;$$

$$\frac{\text{tg } \vartheta''_0}{\text{tg } \vartheta'''_0} = 0.414; \quad \frac{\text{tg } \vartheta''_0}{\text{tg } \vartheta'_0} = 5.83; \quad \frac{\text{tg } \vartheta'}{\text{tg } \vartheta''} = 0.414.$$

A megegyezés elég jó.

Jegyzet: E sorozatból az $\omega = \pm 92^\circ 0$ szórási szöghöz tartozó értékeket kihagytuk, mert a sugarak itt egészen érintőlegesek s polárossági állapotuk más tényezők befolyása alatt áll.

Az O. 4697 jelzésű félhenger IV. sorozatára nézve:

ω	$\vartheta' = 22^\circ 5$	$\vartheta'' = 45^\circ 0$	$\vartheta''' = 67^\circ 5$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha'''_0)}$	$\frac{\text{tg } (\alpha''_0)}{\text{tg } (\alpha'_0)}$	$\frac{\text{tg } (\alpha'_0)}{\text{tg } (\alpha''_0)}$
	$\alpha'_{\text{obs.}}$	$\alpha''_{\text{obs.}}$	$\alpha'''_{\text{obs.}}$			
$0^\circ 0$	+22.8	+45.1	+66.4	0.438	5.45	0.419
$\pm 15 \cdot 0$	+22.5	+44.5	+65.7	0.444	5.35	0.422
$\pm 30 \cdot 0$	+21.1	+41.8	+64.0	0.436	5.32	0.432
$\pm 45 \cdot 0$	+18.5	+36.8	+59.0	0.449	4.98	0.447
$\pm 60 \cdot 0$	+14.6	+28.2	+52.1	0.417	4.93	0.485
$\pm 75 \cdot 0$	+11.5	+19.4	+40.8	0.409	4.25	0.577

A középértékek itt:

$$\frac{\overline{\text{tg } (k''_0)}}{\overline{\text{tg } (k'''_0)}} = 0.432; \quad \frac{\overline{\text{tg } (k'''_0)}}{\overline{\text{tg } (k'_0)}} = 5.04; \quad \frac{\overline{\text{tg } (k'_0)}}{\overline{\text{tg } (k''_0)}} = 0.463;$$

$$\frac{\text{tg } \vartheta''}{\text{tg } \vartheta'''} = 0.414; \quad \frac{\text{tg } \vartheta'''}{\text{tg } \vartheta'} = 5.83; \quad \frac{\text{tg } \vartheta'}{\text{tg } \vartheta''} = 0.414.$$

Itt is, mint a II. sorozatban, a középső értékek elég nagy mértékben különböznek egymástól.

Jegyzet: E sorozatból az $\omega = \pm 88^\circ 0$ szórási szöghöz tartozó értékeket ugyancsak a III. sorozatnál említett oknál fogva kihagytuk.

A mi illeti a szétszórt sugarak összetevőinek *phasiskülönbségét*, itt a 26. §-ban közölt táblák ennek a ϑ azimuttól való függetlenségét mutatják; ez különösen az ellipsisben poláros sugarakra nézve érvényes. A levegőbe szórt sugarak közül a III. sorozatban az $\omega = \pm 97^\circ 5$ -hoz és $\pm 112^\circ 5$ -hoz tartozó sugarak mutatnak némi eltérést; de ott valószínűleg e jelenségben rejlik a szabálytalanság.

Szabadjon végre e helyen jelen dolgozatom létesülésére vonatkozó néhány megjegyzést tennem, különösen pedig azokat felemlítenem, kiknek ebből az alkalomból is hálával tartozom.

Maguk a megfigyelések ugyanabban a teremben történtek, a melyben idetartozó előbbi kísérleti vizsgálódásaim, ugyanis a budapesti tudomány-egyetem physikai intézete első emeleti nagy tantermében; ennek e célra való szíves rendelkezésre bocsátásáért újra legmelegebb köszönetet mondok nagyméltóságú br. Eötvös LÓRÁNT r. t. úrnak, a nevezett intézet igazgatójának.

A megfigyelésekben különösen KURDILLA FERENCZ tanárjelölt úr, jelenleg a jászberényi állami főgymnásiumnak alkalmazott okleveles tanár volt szíves ügy az 1909., valamint az 1910. év nyári hónapjaiban közreműködni; megállapított tervem szerint a nagyszámú, gyakran eléggé fáradságos észleléseket, folytonos vezetésem és ellenőrzésem alatt igen nagy szorgalommal, kitartással és ügyességgel, gondosan végezte, miért itt is meleg köszönetet mondok neki. Az 1909. évi idetartozó megfigyelések oly jelenségekre vonatkoztak, melyek keletkeztek, mikor a használt üvegekészítmények sík átfogó lapja gyémántesúcsesal rácsozva volt; de az így létesülő elhajlitott sugarak fényerősségi viszonyai nem voltak kedvezők a BABINET-féle kompenzátorral való megvizsgálásra. Az 1910. évi észleleteknél ezek az átfogó lapok kizárólagosan *komozva* voltak, mi által céljainkra nézve alkalmasabban megfigyelhető jelenség létesült.

E megfigyelések redukálását, belőlük a fényvektorok jellemzőinek a kiszámítását, továbbá a fényvektorok adatainak az elméletből folyó számbeli kiértékesítését jóformán teljesen magam végeztem, ugyancsak magam végeztem nagyszámú, sokszor ismételt kísérletek alapján a BABINET-féle kompenzátor szerkezetének megállapítását és meghatároztam az általa létesített, illetve segélyével mért phasiskülönbség mindenkor *absolut előjelét*. Épen így magam készítettem e dolgozathoz tartozó rajzokat, így különösen — az I., II., III., IV. vetületeti rajzot, — itt az 5., 6., 7., 8. rajzot és az 5a, 6a, kiegészítő rajzot 50×50 cm méretben.

E négy rajzot 100×100 cm méretben, a hozzátartozó

kiegészítő két rajzot, valamint a 1., 2., 3. ábrát is jelentékenyen nagyított, bemutatásra alkalmas méretben készítették el: CSÁSZÁR ELEMÉR, CSÜRÖS ISTVÁN, CSER IMRE és NES TIVADAR egyetemi hallgatók, a báró EÖTVÖS JÓZSEF-kollégium tagjai; ezt itt is köszönettel ismerem el.

Ugyanezeknek a rajzoknak egy tizedrészükre, ugyanis e dolgozat szövege közötti rajzok méreteire kisebbitett fényképeit dr. PEKÁR DEZSŐ úr volt szíves elkészíteni, szabadjon neki e helyen is köszönetemet kifejezni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1911 május 15.-én tartott üléséből.)

NÉHÁNY ÚJ VAGY KEVÉSSÉ ISMERT PHYLLOPODA ANOSTRACA.

Két szövegközi rajzzal.

DADAY JENŐ r. tagtól.

Újabban több termőhelyről számos érdekes és részben új *Phyllopoda anostraca*-faj jutott birtokomba, melyeknek egy részét Director Prof. BOUVIER E. L. úr, a Museum d'hist. Natur. Paris és Director Prof. SKORIKOW S. úr, a Museum d'hist. Nat. d. Acad. St. Petersbourgh zoologiai gyűjteményéből bocsátotta rendelkezésemre, más részét pedig H. GADEAU DE KERVILLE úr és NÁDAI L. úr gyűjtötte Kisásziában. A rendelkezésemre állott fajok feljegyzését, illetőleg az újaknak leírását a *Phyllopoda anostraca* alrendre vonatkozó ismeretek további pótlása czéljából szükségesnek, megokoltnak tartom s azt az alábbiakban adom.

1. *Artemia salina* (L.).

var. *Köppeniana* (S. FISCH.).

Artemia salina (L.) v. *Köppeniana* E. DADAY DE DEÉS. Monogr. syst. d. Phyllopoetes anostraces, p. 123. fig. 5a.

A szt.-pétervári akadémia állattani gyűjteményéből számos nőstény példány állott rendelkezésemre, melyeknek méreti viszonyai a következők voltak: test hossza 6·8—8·5 mm; törzs hossza 3—4 mm; potroh hossza 3·8—4·5 mm; petezacskó hossza 1 mm.

A két üvegecskében pihenő példányok termőhelye ismeretlen s a gyűjteményt kísérő jegyzékben is ez állott «Patria?» Valószínűnek tartom, hogy a példányok a Kaspi-tenger környékéről valók.

2. *Artemia salina* (L.).var. *arietina* (S. FISCH.).

Artemia salina (L.) v. *arietina* E. DADAY DE DEÉS. Loc. cit. p. 129. fig. 4b—d; fig. 6a—k.

E varietásnak több hím és nőtény példánya állott rendelkezésemre, a melyeket H. GADEAU DE KERVILLE úr gyűjtött «Lac salé a Djéroud au nord-est de Damas» termőhelyről Syriában. A példányok között találtak copulatióban levők is.

A ♂ egész hossza a homloktól a villafüggelék csücsáig 6·7 mm; törzs hossza 2·5 mm; potroh hossza 3·7 mm; villafüggelékek hossza 0·5 mm.

A ♀ egész hossza a homloktól a villafüggelékek csücsáig 9·5 mm; törzs hossza 4 mm; potroh hossza 5 mm; villafüggelékek hossza 0·5 mm; petezacskó hossza 2 mm.

Megjegyzem, hogy e varietást 1890 máj. 19.-én Prof. TH. BARROIS is gyűjtötte, de arról nem tesz említést, hogy hímeket is talált volna.

A szt.-pétervári akadémia gyűjteményéből kapott anyagban is megtaláltam e varietás néhány ♀ példányát, de a termőhelyre vonatkozó adat hiányzott.

3. *Branchinecta paludosa* (O. F. M.).

Branchinecta paludosa E. DADAY DE DEÉS. Loc. cit. p. 160. fig. 13.

A Museum d'hist. nat. Paris tulajdonát képező példányokat a Mission arctique française gyűjtötte 1909-ben két termőhelyen, névszerint Novaja-Zemljan és Plaine France et Russie-n. Az első termőhelyről 3 fiatal, 2 ♂ és egy ♀ példányt vizsgáltam, míg a második termőhelyről való példányok valamennyien még csak fiatal ♀ és ♂-ek voltak.

4. *Chirocephalus Skorikowi* n. sp.

Fig. 1a—n.

Hím. A test karsú. A törzs a potroh hosszát a villafüggelékek nélkül meghaladja. A törzs-és potrohszelvények mindannyian

egyszerűek. A villafüggelékek megnyúltak, törformák, csúcsuk felé keskenyednek, a két utolsó potrohszelvény együttes hosszát kissé meghaladják, szegélyeik sűrűen és egyformán sörtések. (1. ábra *e.*)

A fej meglehetősen széles, a homlok szélesen kerekített, egyszerű. A felső csáppár az alsó basalis ízének hosszát nem éri el. A kocsányos szemek csaknem fél oly hosszúak, mint a felső csápok.

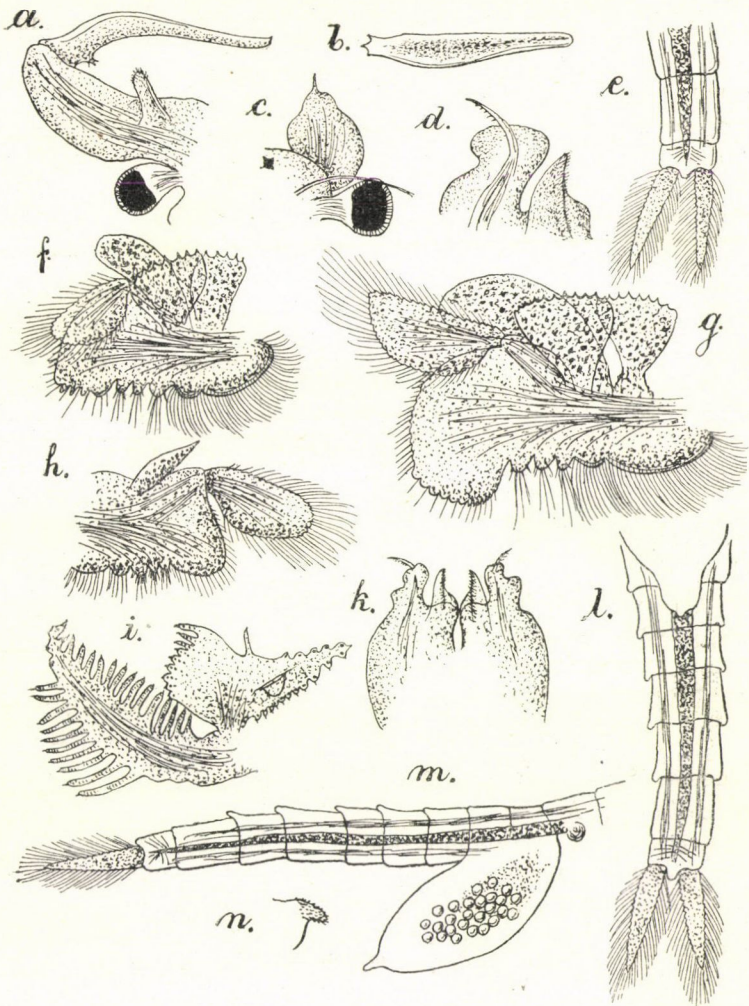
A kétizű alsó csápok basalis íze közepesen duzzadt, az apicalis iznél rövidebb, apophysise megnyúlt, oszlopforma, végcsúcsán finoman tüskézett. (1. ábra *a.*) Az alsó csápok apicalis íze sarlóformán kissé befelé görbült, csúcsa felé keskenyedik, külső oldala domború, a belső ellenben homorú vagy kivájt, belső szegélyén alapja közelében befelé tekintő, kúpforma, néhány kis tüskével fegyverzett halmot visel. (1. ábra *a, b.*)

Az antennalis, fűrészforma függelék a basalis íz hosszát nem, vagy csak kevéssel haladja meg, végcsúcsa felé fokozatosan keskenyedik, izmos, külső szegélyén fokozatosan rövidülő, ujjforma 9 nyujtványt visel, melyek közül a négy alapi a függelék legnagyobb szélességét meghaladja, valamennyi csúcsán és hasi oldalán tüskés, a tüskék hosszorokba rendeződöttek; a belső szegélyen az ujjforma nyujtványok rövidek, a függelék szélességét nem haladják meg vagy nem közelítik meg, fokozatosan rövidülnek, csúcsukon és hasi oldalukon tüskések, a tüskék hosszorokba rendeződöttek. (1. ábra *i.*)

Az antennalis, fűrészforma függelék basalis lemeze egészben karélyforma, mellső szegélyén kissé öblös, közepén ujjforma nyujtvánnyal, külső szegélyén kerekített, fokozatosan kibebbedő öt ujjforma nyujtvánnyal és öt kis szemölcsessel fegyverzett, melyek kúpformák és tüskések; a belső apicalis csúcs meglehetősen megnyúlt, kúpforma tüskés szegélynyujtványokat visel és belső szegélye közelében zsákforma kiemelkedés van. (1. ábra *i.*)

A lábak szerkezete kissé elütő, az utolsónak kivételével mindeniken két, fűrészesen csipkézett szegélyű kopoltyúlemez és síma felületű, meglehetősen széles kopoltyúzacskó van. (1. ábra *f, g.*)

Az 1—5. lábpár endopoditja alant kissé megnyúlt, alsó



1. ábra. *Chirocephalus Skorikowi* n. sp.

a. ♂ a fej fele az alsó csáppal, alulról. 1:10. — b, ♂ az alsó csáp apicalis ize belülről. 1:10. — c, ♀ a fej fele, fölülről REICH. Oc. I. Obj. 0. — d, ♂ penis. 1:20. — e, ♂ a potroh vége a villafüggelékkel. 1:10. — f, ♂ első láb. 1:20. — g, ♂ hatodik láb. REICH. Oc. I. Obj. 0. — h, ♂ tizenegyedik láb. 1:20. — i, ♂ fűrészforma antennalis függelék az alapllemezzel. 1:10. — k, ♂ penis egészben. 1:10. — l, ♀ potroh a hasoldalról. 1:10. m, ♀ utolsó törzszelvény és potroh oldalról. 1:10. — n, ♀ potrohhalmoeska. REICH. Oc. I. Obj. 2.

szegélyén majdnem egyenes, három-négy tüskeforma halommal fegyverzett, külső szegélyének felső részében szélesen íves, alsó felében ellenben lejtős. Az exopodit a lábak többi részének félhosszát nem éri el, meglehetősen széles, csúcsharmadában fokozatosan keskenyedik, fűrészesen szegélyezett. A három endita meglehetősen rövid, vastag, halomforma. (1. ábra *f.*)

A 6—10. lábpár endopoditja alatt meglehetősen megnyúlt, alsó szegélyén kerekített, íves halmocskákkal és apró tüskékkel fegyverzett, külső szegélyén csaknem egyenes és csipkézett. (1. ábra *g.*) Az exopodit féloly hosszú, mint a láb többi része. A három endita olyan szerkezetű, mint a megelőző lábaké.

A 11. lábpárnak kopolyülemeze nincs, a kopolyúzacskó keskeny, hegyes csúcsú. Az endopodit alsó vagy hátulsó zuga kissé megnyúlt, meglehetősen szélesen kerekített, csak sörtékkel fegyverzett, a külső szegély némileg egyenes, elmosódottan csipkés. Az exopodit a láb többi részének félhosszát sokkal meghaladja, széles szegélyei csipkés. (1. ábra *h.*)

A penis apicalis ize egykarélyos, alapján alul szarunemű, némileg ékforma nyujtvány emelkedik, mely kis tüskékkel fedett a belső szegélyén. (1. ábra *d, k.*)

A test egész hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 18 mm; törzs hossza 7 mm; potroh hossza 9 mm; a villafüggelékek hossza 1·7—2 mm.

Nőstény. A test méreti viszonyai a himéihez hasonlóak. A tíz első törzsszelvény egyszerű. Az utolsó törzsszelvény mindkét oldalán meglehetősen erős halommal fegyverzett. (1. ábra *m.*) A 3—7. potroh-szelvény a hátulsó szegély és a hátoldal közelében mindkét felől meglehetősen hegyes, szemecskés, kissé ki- és hátrafelé irányuló nyujtványt visel. (1. ábra *l, m, n.*)

A villafüggelékek megnyúltak, törformák, meglehetősen keskenyek, szegélyeik csipkés és sörtések, a két utolsó potroh-szelvény együttes hosszának felét kissé meghaladják. (1. ábra *l.*)

A fej homloka szélesen kerekített, síma. A felső csápok az alsóknak hosszát kevéssel meghaladják. Az alsó csápok némileg kúpformák, hátoldalukon felfűjtak, csúcuk hegyes, szegélyeiken kétkarélyosak, az alapi karély nagyobb, a csúcskarély ellenben kisebb. (1. á. *c.*) A kocsányos szemek a felső csápok félhosszát meghaladják.

A lábak szerkezete meglehetősen hasonlít a himéhez. A petezacskó megnyúlt tojásforma, hátulsó csúcsa meglehetősen hegyes, oly hosszú, mint a 4—5 utolsó potrohszelvény együtt. (1. ábra *z, m.*)

A test egész hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 17·5—19·3 mm; a törzs hossza 8—9 mm; a potroh hossza 7·5 mm; a villafüggelékek hossza 2—2·8 mm.

Termőhely: Daghestan, Kumnuch kör, 2 nőstény és 2 hím példányt gyűjtött innen MLOKOSIEWICZ 1909. évi aug. 10—14-én. Transkaukasia, Achalkalaki kör, tócsa a Levangol tó mellett. (41°31' É, 61°21' K. Greenwich). Négy példányt gyűjtött BERG L. 1909. évi június 25.-én. A példányok a szt.-pétervári Akadémia Muzeumának tulajdonai.

Az előzőekben leírt faj a hím alsó csápjainak és a fűrészforma csápfüggelékeknek szerkezetével némileg a *Chirocephalus stagnalis* (SHAW) fajjal egyezik meg; fokozza a megegyezést, hogy a fűrészforma csápfüggelék basalis lemezén megvan a zacskószerű kitűrődés. A nőstény potrohszelvényeinek szerkezetével, illetőleg ezek bizonyos csoportjának (3—7) hátulsó szegélyén emelkedő szemecskés dudorkáival a *Chirocephalus spinicaudatus* SIM. fajra emlékeztet, a melytől eltér azonban a hím fűrészforma antennalis függelékének basalis lemezén levő zsebszerű kitűrődésével és az alsó csápok általános szerkezetével. Lényeges különbséget alkot az említett két fajjal szemben a *Chirocephalus Skorikowi* DAD. nőstényének alsó csáppárja is, a mely a *Chirocephalellus* subgenus nőstényeivel egyezik meg. Az elmondottak alapján a *Chirocephalus Skorikowi* DAD. faj oly átmeneti alaknak tekinthető, a mely egyfelől összekapcsolja a *Chirocephalellus*- és *Chirocephalus* s. str. subgenusokat, másfelől pedig a *Chirocephalus spinicaudatus* SIM. és *Chirocephalus stagnalis* (SHAW) fajokat.

5. *Pristicephalus Josephinae* (GRUB.).

Pristicephalus Josephinae E. DADAY DE DEÉS. Loc. cit. p. 216. fig. 27a—l.

E fajnak példányait a szt.-pétervári Akadémia Muzeumának anyagában két termőhelyről találtam meg, még pedig: 1. Guvern.

Moskau, Petrowskoë-Kazumanskoë és 2. Ustj-Ziljma környéke a Wolotschok folyó völgyében. Az első termőhelyről több ♀ és ♂ példányt SCHAPESCHNIKOW úr gyűjtött 1909 május 27.-én, míg a másodikról egy hímét ZSCHURANSKIJ úr 1906 július 24.-én. A SCHAPESCHNIKOW úrtól gyűjtött példányok méreti viszonyait a következőknek találtam:

♂ egész testhossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 9·8—10·5 mm; törzs hossza 4—4·5 mm; potroh hossza 3·8—4 mm; villafüggelékek hossza 2 mm.

♀ egész test hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 10·5—15 mm, törzs hossza 4·5—7 mm, potroh hossza 4—6 mm, villafüggelék hossza 2 mm, petezacskó hossza 2—3·8 mm.

A méreti viszonyok tekintetében az épen említett példányok általában egyeznek az eddig ismertekkel és egyéb más tekintetben sem mutatnak eltérést.

6. *Tanymastix Perrieri* DAD.

Tanymastix Perrieri E. DADAY DE DEÉS. Loc. cit. p. 322. fig. 56a—k.

A párisi nat. hist. múzeum gyűjteményéből való egyetlen nőtény példányt vizsgáltam, a melyet SEURAT úr gyűjtött Algierben a termőhely pontosabb megjelölése nélkül.

A teljesen kifejlődött és petezacskójában sok petét tartalmazó nőtény méreti viszonyai a következők: a test egész hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 16·3 mm; törzs hossza 6·8 mm; potroh hossza 7·5 mm; villafüggelékek hossza 2 mm; petezacskó hossza 3·8 mm. E számadatok szerint a szóban forgó nőtény az eddig ismertek között a legnagyobb.

7. *Branchipus lævicornis* n. sp.

Fig. 2a—l.

Hím. A test meglehetősen zömök. A törzs a potroh hosszát a villafüggelékek nélkül sokkal meghaladja, szelvényei simák. A potroh a törzsnél sokkal karcsúbb, szelvényei simák. A villafüggelékek keskenyek, törformák, szegélyeik csipkésék, egyenlően

sörtések, oly hosszúiak, mint a három utolsó potrohszelvény együtt. (2. ábra *k.*)

A fej meglehetősen keskeny, két ostorforma függeléket visel, melyek a nyakszirtről indulnak ki, végső részükben elmosódottan izeltok s az alsó csápoknál hosszabbak. (2. ábra *a.*)

A felső csápok hosszabbak az alsóknak basalis izénél. Az alsó csápok basalis izükkel egymásközt s a fejjel összenöttek. pajzsot alkotnak. A homlokpajzs hátoldala síma, csupán a közepén villás középső vonaluk van, mellső szegélyükön, közel a fej középvonalához, mindkét oldalon kissé lapított, ékforma. előre és kissé befelé irányuló nyujtványt visel. (2. ábra *a.*, *b.*) Az apicalis csápiz az alapíznél sokkal hosszabb, sarlóformán befelé ívelt, közepétől kezdve csúcsáig erősen vékonyodik, csúcsa egyszerű, kissé kifelé görbült (2. ábra *a.*); a hasoldalán a közepén kissé kiemelkedő, szélesen kerekített halom és szegélymelletti gyengén hullámos, a basalis iz mellső szegélyétől a végcsúcsig húzódó vonal van. (2. ábra *b.*)

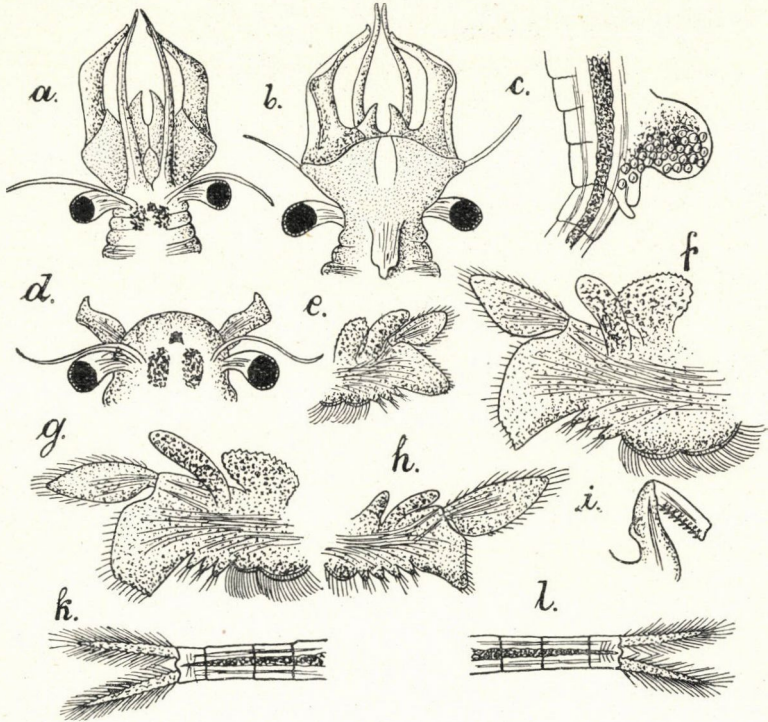
A kocsányos szemek csaknem elérik az alsó csápok félhosszát.

A lábak valamennyien meglehetősen egyező szerkezetűek egyetlen, csipkészegélyű kopoltyülemezzel. Az első lábpár endopoditja meglehetősen kifelé szökellő, némileg kúpforma, csúcsa kerekített, kis tüskékkel fegyverzett, hátsó szegélye némileg egyenes, síma, külső szegélye lejtős és apró sörtékkel fedett. Az exopodit csúcsa felé fokozatosan keskenyedik, a láb többi részének felét nem éri el. A három endita kúpforma. (2. ábra *c.*)

A 6. láb endopoditja hátrafelé meglehetősen megnyúlt. hátulsó vagy külső csúcsa kissé hegyes, alsó vagy hátulsó szegélye lejtős, síma, külső szegélye íves, alsó harmadában csipkés, gyéren sörtés. Az exopodit közepén erősen szélesedett, csaknem oly hosszú, mint a láb többi része. A három endita kúpforma. (2. ábra *f.*)

A kilencedik láb endopoditja hátra és kifelé irányul, csúcsa szélesen elmetsett, csaknem egyenes, alsó felében csipkés. alsó szegélye lejtős, csupasz, külső szegélye némileg egyenes, gyéren sörtés. Az exopodit csúcsa felé fokozatosan keskenyedik, a láb többi részének félhosszát nem éri el. A három endita halomforma. (2. ábra *g.*)

A tizenegyedik lábpár kopolytúlemezese csenevész, épszegélyű. Az endopodit kissé hátra és kifelé megnyúlt, némileg kúpforma, csúcsa hegyesen kerekített, hátulso vagy alsó szegélye sima,



2. ábra. *Branchipus laevicornis* n. sp.

a, ♂ feje felülről. 1:10. — b, ♂ feje alulról. 1:10. — c, ♀ petezacsója. 1:10. — d, ♀ feje fölülről. REICH. Oc. I. Obj. 0. — e, ♂ első láb. REICH. Oc. I. Obj. 0. — f, ♂ 6. láb. REICH. Oc. I. Obj. 0. — g, ♂ 9. láb. REICH. Oc. I. Obj. 0. — h, ♂ 11. láb. REICH. Oc. I. Obj. 0. — i, ♂ penis. REICH. Oc. I. Obj. 0. — k, ♂ potroh-részlet a villafüggelékkel. 1:10. — l, ♀ potroh-részlet a villafüggelékkel. 1:10.

külső szegélye kissé íves, sörtés. Az exopodit meglehetősen széles, a láb többi részének félhosszát sokkal meghaladja. Az enditák rövidek, kúpformák. (2. ábra h.)

A penis basalis nyújtvány nélkül, de basalis részének belső szegélyén sarlóforma, kifelé görbült nyújtvány van. A penis

apicalis íze hengeres, oldalain mindkét felől fűrészesen fogazott. (2. ábra *i.*)

A test egész hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 15·3—15·8 mm; a törzs hossza 7·8—8 mm; a potroh hossza 5·5—5·8 mm; a villafüggelékek hossza 2 mm.

Nőstény. A test a híménél karcsúbb és kisebb. A törzs a potrohnál vastagabb és kevésbé hosszabb. A test valamennyi szelvénye síma, a potrohszelvények csaknem egyforma vastagok. A villafüggelékek keskenyek, törformák, a potroh két utolsó szelvényének együttes hosszát kevésbé meghaladják, szegélyeik egyenlően sörtések. (2. ábra *l.*)

A fej meglehetősen széles, a homlok egyszerű, szélesen kerekített. A felső csápok sokkal hosszabbak az alsóknál. Az alsó csápok némileg megnyúlt négyszögűek, hátulsó szegélyük közepén szélesen öblös, míg a mellső szegélyük szélesen íves, hátulsó csúcsguguk kerekített, a mellső ellenben kis karomban folytatódik. (2. ábra *d.*) A kocsányos szemek nem érik el a felső csápok félhosszáig.

A lábak szerkezete többé-kevésbé hasonlít a hímekéhez. A petezacsó alulról nézve tojásforma, rövid, a két genitális szelvény együttes hosszát kevésbé haladja meg, oldalról nézve két részletre tagolódott, felső része gömbforma, sokkal szélesebb, az alsó ellenben keskeny. (2. ábra *c.*)

A test egész hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 13·3—13·7 mm; a törzs hossza 5·8—6 mm; a potroh hossza 5·7—5·9 mm; a villafüggelékek hossza 1·8 mm; a petezacsó hossza 2 mm.

Termőhely: Kisázsia, Eregli. Több hím és nőstény példányt gyűjtött NÁDAI L. 1911. évi július 28.-án.

Az előzőekben leírt új faj a genusnak eddig ismert harmadik faja. Általános szervezeti viszonyai tekintetéből a faj meglehetősen rokonságot mutat a *Branchipus stagnalis* (L)-hoz, a melytől azonban több tekintetben eltér. Legfontosabb ismertető bélyege a hím második csáppárjának szerkezete, a mennyiben az apicalis íz közepéről hiányzik a kis hasoldali kutikula-nyújtvány. Ehhez járul a hím villafüggelékeinek alakjában és szerkezetében, valamint a nőstény alsó csáppárjának alakjában és szerkezetében mutatkozó eltérés is.

8. *Branchipus stagnalis* (L.).

Branchipus stagnalis E. DADAY DE DEÉS. Loc. cit. p. 312. fig. 54a—h.

E fajnak egyetlen nőstény példánya állott rendelkezésemre, a párisi Museum d'hist. natur. gyűjteményéből, a melyet S. SEURAT úr gyűjtött Algierban «á 100 Kit. d. Laghouat, Bar le Nord Kil. 236» termőhelyről. A példány a nagyobbak közé számítható és méreti viszonyai a következők: egész test hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 18·5 mm; törzs hossza 7·5 mm; potroh hossza 9 mm; villafüggelékek hossza 2 mm; petezacskó hossza 3·5 mm. Az előbbi számadatok szerint a potroh hosszabb a törzsnél, a mi némi eltérést mutat a faj körében a többi példánytól, a melyeknek törzse hosszabb a potrohnál.

9. *Streptocephalus Zeltneri* DAD.

Streptocephalus Zeltneri E. DADAY DE DEÉS. Loc. cit. p. 396. fig. 81a—i.

E fajnak 16 ♀ példányát vizsgáltam a párisi Museum d'hist. natur. gyűjteményéből, a melyeket F. DE ZELTNER úr gyűjtött Sudanban Gumbu környékén 1908 decz. 27.-én. Általánosságban egyeznek e példányok a fajnak Yélimané termőhelyről (Sudan) leírt példányaival, csak hogy sokkal nagyobbak és petezacskójuk rövidebb, a mennyiben csupán a 6—7. potroh-szelvényig nyúlik le. A test méreti viszonyai a következők: egész test hossza a homloktól a villafüggelékek csúcsáig 27·6—36 mm; törzs hossza 11·5—14·8 mm; potroh hossza 12·5—17·2 mm; villafüggelékek hossza 3·6—4 mm; petezacskó hossza 9—10·5 mm.

Megjegyzem itt, hogy a faj első leírásánál szerepelt példányokat is F. DE ZELTNER úr gyűjtötte ugyancsak Sudanban, 1906 augusztus havában, úgy látszik tehát, hogy e faj Sudanban közönséges.

BELSŐÁZSIAI UTAZÁSAIMNAK TOPOGRÁFIAI EREDMÉNYEI.

PRINZ GYULÁ-tól.

Van szerencsém a nagytekintetű Tud. Akadémia támogatásával végzett belsőázsiai tanulmányutaim topográfiai eredményeit 26 térképlapon bemutatni. A 26 térképlap 30 földrajzi foknégy-szögnyi területet foglal magában a 37 és 42° földrajzi szélesség és a Greenwich-től keletre számított 72—82° földrajzi hosszúság között. A bemutatott eredeti térképlapok a fenti területet 1:250,000 mértékben ábrázolják.

A fokhálózatot az orosz tíz-versztes katonai térképről vettem át, a mely egyszerű polyconicus projectio s megfelel az 1909. évi londoni világtérkép-értekezlet határozatainak. A térkép-szerkesztésnél szükséges fixpontokat az orosz katonai kartográfiai intézet kiadványaiból vettem, a melyek közül hat kétségtelenül megbízható pontos adat. Ezen csillagászati helymeghatározással megállapított pontokat utazásom alatt felkerestem s ezekből fejlesztettem itinerariumomat. A hat fixpontból összesen 15 útvonalat jártam be, összesen 7319 kilométer hosszúságban, melyhez még függetlenül 620 kilométernyi hosszúságban kisebb kirándulások csatlakoznak. A fixpontok s ezen majdnem 8000 kilométer hosszúságú útvonal alkotják a térképek vázát.

Az útvonal felvételében a német gyarmati tiszték részére előírt és Friederichsentől ismertetett módszert alkalmaztam. Ezen módszerrel 30—40 kilométernyi útvonalat olyan módon lehet térképezni naponként, hogy a geologiai megfigyelések nem szenvednek vele kárt.

A saját útvonalaimon kívül térképembe belerajzoltam az

összes előttem járt utazók útvonalait is, a mennyiben azokat térképeik és leírásaik alapján meg tudtam állapítani. Az útvonalak keresztezési pontjait, azonkívül az összes eddig ismert egyéb csillagászati helymeghatározással megállapított pontokat tekintetbe véve alkalmaztam a szerkesztésnél a szükséges correktiókat.

Ellentétben a legtöbb utazóval, a beutazott terület arczatát nem árnyékolási rendszerrel, hanem isohypsákkal, magassági görbékkel ábrázolom. A belsőázsiai hanhai-területek óriási egyenletes törmelék-lejtőit, melyeken a térszín megváltozása nélkül 1000—1500 méter szintkülönbségek épen nem ritkák, lehetetlen árnyékolási rendszerrel hűen ábrázolni.

A magassági görbék szerkesztését a tőlem aneroiddal mért 1109 adatra, továbbá az irodalomban egyéb utazóktól közölt vagy térképeken megjelent összesen alig 500 adatra alapítottam. Meg kell jegyezmem, hogy a Merzbacher-expediczió jelentős topográfiai eredményeit még nem használhattam fel, mert azok megjelenése még huzamosabb időt fog igénybe venni. Ezt az 1600 adatot még lényegesen kiegészítettem szintezéssel, amelyben 518 pontról rajzoltam panorámát, melybe behúztam a kilátóponttal egyenlő magasságú szintvonalat. Ugyancsak vízszintes síkról beállított fényképezőgép segítségével még 126 panorama-fényképet is felhasználtam.

A térképanyag összegyűjtésénél a Vogel-féle eljárást alkalmaztam.

Magától értetődik, hogy az ilyen módon készült isohypsák pontosságát nem szabad összehasonlítani a háromszögeléssel és nivellálással végzett nagy műszeres térképezés útján nyert magassági görbékkel, mert az előbbieket aránylag nagyon kevés mért pont alapján készülték, sőt az aneroiddal lemért pontok is 50—60, sőt 100 méteres hibákat rejthetnek magukban. Az ilyen isohypsás térképnek az előnye az, hogy kicsiny méretre redukálva a hibái úgyszólván teljesen eltűnnek. Ha 1:250.000 méretben szerkesztett hozzávetőleges isohypsáimat például az eddig Ázsia belső részeiről megjelent térképek általános másfél vagy két milliós mértékére redukáljuk, a hibák már nem lesznek jelentékenyek.

Térképeim az illető területre vonatkozó topográfiai ismereteink összeségét mutatják be, beleértve az utazó saját eredményeit is. Azáltal, hogy minden utazó útvonalát a térkép feltünteti, rögtön megállapíthatjuk, hogy melyik terület kinek a felfedezése.

Utazásaimnak topográfiai eredménye főleg az arczat lehető hű ábrázolásában, nem pedig egészen ismeretlen területek felfedezésében áll. Bár 3300 kilométernyi olyan utat jártam be, melyet előttem nem látott európai utazó, mégis a fősúlyt inkább a Pamir, Tienshán és a Tárím nyugati szögletének természetes, hű ábrázolására fektettem. A Tárím-medenceze peremének óriási törmelékűpjait térképemen látjuk először hűen ábrázolva. A néhány évtized előtt még általános téves hitet a Tienshán déli és a Kuenlün északi meredekfalú hirtelen leszakadásáról már régebben megdöntötték ugyan, de ez az első isohypsás ábrázolás alkalmas csak arra, hogy ezen óriási hegylejtők domborzati képét megvilágosítsa.

A Száridsássz-területet még a legujabb orosz katonai térkép is lefolyástalan, medencének tünteti fel. Már ALMÁSSY és BORGHESE herczeg 1900-ban egyidejűleg megállapította, hogy ez a természettel ellenkező ábrázolás. MERZBACHER 1903-ban felfedezte a Száridsássz déli kilépését a hegységből, én pedig 1906-ban majdnem az egész szurdokvölgyet bejártam a folyó jegén s az áttöréses völgyrendszerek egyik legszövevényesebb példáját ábrázolom.

A Kogelecsab-terület felfedezése már egyedül az én érdemem. MERZBACHER térképén 1904-ben még teljesen ismeretlennek van jelezve ez a terület, az én térképem pedig magasan fekvő völgykatlant ábrázol, a melyet jéggel borított hegylánczok öveznek. A déli magasabb hegylánczból 15—20 km hosszúságú glecserek folynak le. Az összes folyóvizek a Lop-nor vízgyűjtő területébe tartoznak, nem pedig az Aral-tóéba, mint még MERZBACHER is hitte.

A Karateke- és Kоктан-hegységről kidolgozott térképek is nagy, ismeretlen területeket ábrázolnak. Ezek közül különösen a Karateke délkeleti hegylánczainak képe érdekes.

A hegylánczok csapása, a magas völgykatlanok elhelyezkedése sok esetben nyújt érdekes orográfiai egységeket. Ezek közül kettőt

akarok kiemelni. Az első, hogy a Tienshán belsejében is ábrázolok északnyugati csapású heglánczokat, a melyek a Fergana-hegláncz analogiái. A második a Kászári-hegység, a Kiziljart-problémájához fűződik, melynek megoldása második utazásomnak egyik főcélja volt. A Kiziljart-nak nevezett hegyvidék orográfiája korántsem olyan egyszerű, mint eddig hittük. A nyugati rész, a mely a Kiziljart folyótól délre van, nyugat-keleti csapású hegység, sőt még közelít az északkelethez, tehát épen merőleges a Suess-féle Jarkend-ívhez. Az Ulugart és Gez között nehezen kibogozható hegláncz-csomósodás foglal helyet, mely nyugatkeleti és délnyugat-északkeleti csapású hegygerinczek tömkelegéből áll. Ugyanilyen szövevényes az orográfiai helyzet tovább kelet felé egészen a Kenykolig. A Jarkend-darja vidékén azonban már nyugodtabb, szabályosabban elhelyezkedett északnyugat-délkeleti csapású heglánczokat látunk ábrázolva.

E térképek felére redukálva a Petermann Mitteilungen czimű folyóiratban fognak megjelenni, egyúttal geológiai térképfelvételeimnek topográfiai alapjául fognak szolgálni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 január 22.-én tartott üléséből.)

NÉGY ÚJ ÜSTÖKÖS.

Spectroskopos megfigyelések 1911-ben.

KONKOLY THEGE MIKLÓS tiszteleti tagtól.

1910. évi december 12.-én beszámoltam a t. akadémiának az 1884. évtől 1910. évig megejtett üstökös-megfigyeléseimről, s ennek az értekezésnek folytatásaként most bemutatom az 1911. évben megjelent üstökösökön eszközölt megfigyeléseimet.

Az 1911. év igen gazdag volt üstökösök megjelenésében, mert idáig hetet láttunk, s ezek közül négyet szabadszemmel is lehetett látni, sőt valószínű, hogy november havában a BORELLI-féle periodicus üstökös is látható lesz szabad szemmel.

A hét üstökös közül spektroskopos megfigyelést eszközöltem július 28.-án a KIESS által Amerikában felfedezett üstökösön, továbbá szeptember 19.-én és 23.-án a BROOKES-üstökösön, október 3.-án a BELJAWSKY-üstökösön és október 24.-én a GUENISSET által felfedezett üstökösön, a melyeket ezen sorrendben óhajtok ismertetni.

1. 1911 b Kiess (üstökös) spektroskopos megfigyelése a nagytagyosi pusztámon történt, mivel ép akkor (július 28) dr. TERKÁN LAJOS ó-gyallai astrophysicai observatoriumi adjunc-tussal ott tartozkodtunk a végre, hogy a juliusi hullócsillag rajt figyeljük meg egyidejűleg Ó-Gyallával, mivel ép arra a célra ez a hely igen kedvező, mert majdnem egy meridiánban van Ó-Gyallával (18° keletre) s 35 km távolban dél felé.

Az üstököst a reggeli órákban megtaláltuk, a négy hüvelykes refractorban igen fényes volt, de később szabadszemmel is lehetett látni (a láthatóság határán volt). 1^h50^m-től 2^h30^m-ig

eszközöltem rajta a spectroscopos megfigyelést egy VOGEL II. típusú spectroscoppal, melyen azonban semmiféle micrometer sincs, így tehát a sávok helyzetét csakis becsülni lehetett, de ezek aránylag oly fényesek voltak, hogy a gyakorlott megfigyelő az első reátekintésnél megláthatta, hogy azok a normál spectrum sávjaitól nem térhetnek el. A sávok intenzitása is hasonló az üstökösök spectrumában látott sávok fényességi viszonylataival, mert ha a sárgás-zöldben látható (516μ) sáv intenzitását egységnek tekintjük, úgy a sávok fényviszonyai egymáshoz: 0.3, 1.0, 0.4 lesznek feltehetőek.

Nagyobb műszerrel a sávokat kitűnően lehetett volna mérni, de nem akarván a hullócsillag megfigyeléseket megszakítani, inkább nem mentem át Ó-Gyallára, hanem megelégedtem ezzel a kissé primitív megfigyeléssel.

2. 1911 c (Brookes) üstökös. Ez az üstökös igen fényes volt, sőt a spectroma is igen fénytéljesnek mutatkozott. Nem mulaszthatom el itt azt a megjegyzést tenni, hogy némely üstökös vizuális megfigyelésre rendkívül fényesnek mutatkozik, noha a spectroma feltűnően gyenge, míg más tetemesen gyengébb intenzitású üstökösnek a spectroma igen fényes.

A BROOKES-üstökösön két estén eszközöltem spectroscopos megfigyeléseket, még pedig szeptember 13.-án két különböző műszerrel. 1911 szeptember 13.-án 0^h45^m -től 1^h10^m -ig a «Heustreu 40» spectroscoppal négy elég fényes sávot figyeltem meg s minden sávon hat-hat mérést eszközöltem, nemkülönben szeptember 23.-án ugyanazon a műszeren szintén a Merz-Konkoly 10 hüvelykes refractorra alkalmazva 7^h20^m -től 8^h30^m -ig szintén hat-hat beállítást eszközöltem minden sávon.

A két esteli megfigyelés olyanyira egyezik, hogy az összes megfigyeléseket összevontam, s a középértékekből vezettem le a hullámhosszaságokat; így a megfigyelt négy sávnak a helyzete a spectrumban a következő:

I.	Ia.	II.	III.
560.4μ ;	546.0μ ;	516.0μ ;	472.0μ
Intenzitás = 0.3,	0.2,	1.0,	0.6.
Részállás = 0.4, illetve 0.3 mm.			

Meg kell azonban jegyezni, hogy az utolsó tizedes az adott számoknál már javítva van.

Mint említettem volt, szeptember 13.-án az üstökös spectrumát még egy második műszerrel is megfigyeltem, melyről az értekezés végén lesz majd szó; most csak annyit jegyzek meg róla, hogy ezt kizárólagosan a VOGEL I. típusú spectroscopjának mintájára üstökösök megfigyelésére készíttettem s ajándékoztam az ó-gyallai csillagdnak.

Minden sáv ötször lett beállítva, s a megfigyelések összevont értéke lett hullámhosszaságra redukálva, a miből a következő eredményt nyertem:

I.	Ia.	II.	III.
560·0 μ	544·7 μ	516·0 μ	472·0 μ

A mint a sávok helyzete mutatja, a két műszer adatai az Ia sáv kivételével teljesen egyeznek, de az Ia sávnál is az eltérés oly csekély (0013 μ), hogy tekintve a sáv fénytelsőségét (0·2) az egy-séges fényű sávhoz hasonlítva, a midőn a skálarészek mindig a sáv fénymaximumára lettek beállítva, igen könnyen belecsúszhat ily kis eltérés a megfigyelésbe, sőt ha a két előbbi megfigyeléseket 12 súlylyal, ezeket öt súlylyal összevonjuk, akkor az eltérés a normál üstökös-spectrumtól vajmi kevés lesz.

3. 1911 g (*Beljawsky*) üstökös. Ez a rendkívül fényes s hosszú csávájú üstökös hirtelen jelent meg a nyugati égen, de sajnos csak igen közel a horizonthoz, úgy hogy arra nem is gondolhattunk, hogy alakját fényképezés segítségével megörökítsük, mert hosszabb exponálás után a lemezek iszonyú módon megfátyolosodtak volna; azért minden figyelmemet a spectroscopos megfigyelésre fordítottam, de ezzel a műtettel is nagyon kellett sietnem, mert az üstökös igen gyakran eltűnt a park óriási 100 esztendős fái mögött.

A megfigyelés csak egy estén sikerült, október 13.-án, 6^h20^m-tól 6^h45^m-ig, s ezen időben is állandóan láttam a spectroscop látmezejében a Nap (atmosphæras) spectrumát, a mi végre is nem volna rossz, mert kiváló tájékozó pont gyanánt szolgálna a megfigyelőnek, csak ne gyengitené az üstökös spectrumában levő sávok láthatóságát. Ez a hátrány pedig igen érezhető volt.

Ezen az üstökösön, illetve spectrál-sávjain, azok mind-egyikén 4—4 beállítást voltam képes eszközölni, mert a megfigyelés végén az üstökös már a fák között volt. A 4—4 megfigyelést középértékké összevonva, a következő hullámhosszúságokat nyerjük:

I.	Ia.	II.	III.
560·3 μ ;	544·7 μ ;	516·5 μ	472·6 μ
Intenzitás = 0·3,	0·2,	1·0,	0·2.

Már a sávok intenzitási viszonyaiból is látható, hogy a spectrum intenzitása épen séggel sem állott arányban az üstökös látszólagos fényével, s a sávok is, nem mint az rendszeren lenni szokott fényesebb üstökös-spectrumokon, hogy annak a kevésbé törekeny vége felé éles határvonalakkal bírnak, s az ibolya szín felé elmosódtak, hanem a Beljowsky-üstökös spectrumának a sávjai inkább mindkét szélén elmosódtak voltak, s a sávok végei csúcsban végződtek.

A sávokon kívül még egy gyenge és keskeny folytonos spectrum is volt látható, mely okvetlen az üstökös magjától származott. Ez kiterjedt 570 μ hullámhosszasságtól körülbelül 480 μ -ig.

Az üstökösnek gyors déli mozgása annak további megfigyelhetését lehetetlenné tette.

4. 1911 *f(Guenisset)* üstökös. Ezt az üstökösöt, mely szintén szabad szemmel a láthatás határán áll, GUENISSET francia csillagász Juvisseyben, FLAMMARION CAMIL csillagdján fedezte fel.

Október 14.-én, mielőtt a refractort fotografálási célból átadtam volna Tass observátor úrnak, az üstökösöt az első esti órákban 7^h10^m-tól 7^h50^m-ig megfigyeltem spectroscoppal. A használt műszer ismét a rendkívül compendiosus úgynevezett «Heustreu 40» volt, azonban a jelen esetben a spectrum gyengesége miatt 0·8 mm résnyílás mellett történtek a megfigyelések.

A spectrum, mint előbb említettem, nem igen fényes volt, s a KLEISS-féle üstökös spectruma a nagytagyosi Merz-Konkoly négy hüvelykes refractoron határozottan fényesebbnek tűnt fel július 28.-án. A II. sáv elég fényes volt, úgy hogy annak sárgás-zöld színét egészen jól ki lehetett venni, de a vörös felé eső sáv már igen gyenge volt, sőt a spectrum törekenyebb vége felé

eső sáv olyanyira gyenge volt, hogy annak helyét csakis felvillanó lámpa mellett lehetett a skálán megállapítani.

A sávokon, t. i. az I. és II.-on 3—3 beállítást eszközöltem, míg a III.-on négyet. A megfigyeléseket összevonva, a következő értéket nyertem a sávok helyzetére nézve hullámhosszaságban :

	I.	II.	III.
	559·7 μ ;	515·9 μ ;	472·1
Intenzitás =	0·3,	1·0,	0·2.

Az üstökös később fényesebb lett, úgy, hogy október 20.-án az első esti órákban nagytagyosi pusztámon (Vértessalja) Terkán dr. és ifj. POSZTÓCZKY KÁROLY urak (utóbbi itteni birtokos társam, szenvedélyes kedvelője a csillagászati tudománynak) szabad szemmel is látták, de egy jó Merz-binokliban igen fényes volt.

*

Ha most magunk elé tesszük az általam számított normál üstökös-spectrumot, azt fogjuk tapasztalni, hogy az eltérés attól mind a három üstökösnél csak végtelen csekély. Így p. o. lássuk először a BROOKES-üstökös spectrumát :

Normál üstökös-spectrum	Brookes-üstökös spectruma	Eltérés
I. = 560·14 μ	560·39 μ	+ 000·25 μ
Ia. = 545·37 μ	545·92 μ	+ 000·55 μ
II. = 516·02 μ	516·00 μ	— 000·02 μ
III. = 472·07 μ	472·00 μ	— 000·07 μ

Az előbbi táblázat csupán a 12 megfigyelés középértékét hasonlítja össze, melyek a «Heustreu 40» spektroskoppal lettek megejtve, a következő táblázatba azonban belevontam a csekély eltérést mutató öt megfigyelést, melyet a «Vogel-Konkoly» spektroskoppal eszközöltem. Bemutatom ezt pedig azért, hogy látható legyen az, hogy mily csekély a középértékben a normál üstökös-spectrumtól az eltérés, ha az eredményt két tizedessel megtoldjuk.

Normál üstökös-spectrum	Brookes-series 1+2	Δ Normal-spectrum-Brookes
I. 560·14 μ	560·19 μ	— 000·05 μ
Ia. 545·37 μ	545·20 μ	+ 000·17 μ
II. 516·02 μ	216·00 μ	+ 000·02 μ
III. 472·07 μ	471·98 μ	+ 000·09 μ

A táblázatból első pillanatra látható, hogy a Brookes-üstökös spectruma teljesen egyezik az általam számított normál üstökös-spectrummal, s szintén a szénhydrogén gázok sorozatába osztható be.

Hasonlitsuk össze most a BELJAWSKY-féle üstökös spectrumát a normál spectrummal s lássuk milyen eredményt nyerünk annál:

Normál üstökös-spectrum	Beljawsky-üstökös spectruma	Δ Normál üstökös-spectrum - Beljawsky
I. 560·14 μ	560·32 μ	— 000·18 μ
Ia. 545·37 μ	544·72 μ	+ 000·65 μ
II. 516·02 μ	516·48 μ	— 000·46 μ
III. 472·07 μ	472·60 μ	— 000·53 μ

Ennél a rendkívül fényes üstökösnél a spectrum aránylag elég gyenge volt, s ahhoz főképen hozzájárul az a kellemetlen körülmény, hogy azt kénytelen voltam az alkonyban észlelni, mint azt már előbb említettem, mert míg a Brookesnál csakis az Ia sávnál mutatkozik a hetedik tizedesnél egy egység eltérés, addig a Beljawsky-üstökös valamennyi sávjánál van eltérés a hetedik tizedesben, s az eltérés a maximumát a különben is igen gyenge Ia sávnál hat egységgel éri el.

A GUENISSET által felfedezett üstökös spectruma az égitest fényéhez képest sokkal intenzivebb volt az előbbinél, bár abban csak három sáv volt látható, a melyeket a következő táblázatban ismét összehasonlítok az általam számított normál üstökös-spectrummal:

Normál üstökös-spectrum	Guenisset-üstökös spectruma	Δ Normalspectrum - Guenisset-üstökös spectruma
I. 560·14 μ	559·72 μ	+ 000·42 μ
Ia. 545·37 μ	—	—
II. 516·02 μ	515·88 μ	+ 000·14 μ
III. 472·07 μ	472·12 μ	— 000·05 μ

Minekutána láttuk a három üstökös szinképét külön-külön a normál üstökös-spectrummal összehasonlítva, kísérjük meg a három spectrum sávjainak hullámhosszasság-értékét egy középértékké összevonni, s akkor összehasonlítani a normál spectrummal.

Az összehasonlítandó üstökös-spectrumokból nem egyszerű középértéket vettem, hanem azokat súlyok szerint kezeltem, még pedig oly módon, hogy a Brookes-üstökös spectrumának megfigyeléseit kétfelé választottam, s a melyek a «Heustreu 40» spectroscoppal lettek megfigyelve, 12 súlyt kaptak, míg a második sorozat, a mely a Vogel-Konkoly spectroscoppal lett megfigyelve, öt súlyt kapott, a Beljawsy négy, a Guenisset négy súlylyal lett számítva.

Mindenesetre sokkal érdekesebb ezen három üstökös spectrál-vonalainak megegyezése a normál spectrummal, semhogy azon egyszerűen keresztül lehetne siklani. Így p. o. ha a 17 megfigyelésből egyszerű középértéket veszünk, t. i. a 12 megfigyelés a «Heustreu 40» és az öt megfigyelés a Vogel-Konkoly spectroscoppal, akkor az eltérés a normál üstökös-spectrumtól a következő lesz:

I.	Ia.	II.	III.
- 000·05 μ	+ 000·17 μ	+ 000·02 μ	+ 000·09 μ

De még érdekesebb, ha a három üstökös spectrumának sávjait összehasonlítjuk (mert ez a három üstökös egyszerre volt az égen látható), oly módon, hogy azok helyzetét súlyok szerint kezeljük; a mint erről a következő táblácska fog nekünk beszámolni:

Normál \subseteq spectrum	Brookes Beljawsy Guenisset	} \subseteq spectrum	Δ Norm. sp. - (3 \subseteq)
I. = 560·14 μ	560·21 μ		-- 000·07 μ
Ia. = 545·39 μ	545·40 μ		-- 000·03 μ
II. = 516·02 μ	516·06 μ		-- 000·04 μ
III. = 472·07 μ	472·11 μ		-- 000·04 μ

Igen nehéz dolog, hogy valaki a saját megfigyelése felett ítélkezzen, de minthogy itt a számok beszélnek, azt merem álli-

tani, hogy a megfigyelések eredményei kifogástalanok a három üstökösnél; de hogy ennek a három üstökösnek a spectruma olyanmire hasonló egymáshoz, megvallom, hogy azt sem tartom egyszerű véletlenségnek, sőt nem tartom épenséggel lehetetlennek, hogy a három üstökös egy és ugyanazon otthonból került a Naprendszerünkbe; bármilyen azoknak a pályája, az nem változtathat e tekintetben a dolgon, mert ki tudja azt, hogy mivel találkoztak ezek a «világító semmik» (Roche tanár mondása) azalatt, míg a catastrophális helyüktől mihozzánk kerültek!?

A mi a spectrum (háromnak a középértéke) hasonlatosságát illeti a régibb üstökösök spectrumához: az legjobban hasonlít az 1903 (Borelli) üstökös szinképehez, a Beljawsky-üstökös spectruma pedig szintén, ha az utolsó tizedest javítjuk, a BORELLI-féle üstököshöz hasonlít, míg a GUENISSET legközelebb áll az 1886. évi (Barnand-Hartwig) üstökös spectrumához.

Az értekezés elején említést tettem egy új spectroskopról, melyet kiválóan üstökösök megfigyelésére építettem, s főczéлом az volt, hogy lehetőleg nagy fényteljességet nyerjek vele.

A prisma egy három tagú Amici-prisma, melyet a jól ismert Schmiédtt és Haensch-czég készített Berlinben; keresztmetszete 324 mm^2 , szórási képessége pedig C -től F -ig $3^\circ 26'$. A prisma F vonalra «a vision direct». A collimator-lencse átmérője 30 mm s gyújtávja csak 100 mm; ennek czélja, hogy lehető sok fényt gyűjtsön a réstől a prismába.

A rés egy mikrométer-csavarral állítható, melynek menete 0.5 mm s annak végén egy dob van alkalmazva, mely 100 részre van osztva, tehát a rés állása 0.05 mm pontossággal leolvasható. A résen egy összehasonlító prizma van alkalmazva, a mely onnan tetszés szerint eltávolítható. Ennek a czélja kettős: hogy t. i. szükség esetén mesterséges fénynek a spectrumát is lehessen egy égitest spectrumával összehasonlítani, de még egy más czélja is van, melyről későbbben lesz szó. A collimator-lencse a réssel szemben eltolható, t. i. egy fogas-hajtó és fogasrúd segítségével, s az eltolódás egy milliméter-skálán leolvasható. Így p. o. az index normal állása 5.8 mm.

A prizmaház a collimator-csőre négy csavarral van felerő-

sítve, olymódon, hogy a prizmaházat csak vagy 5—6 fokkal kell csavarni, ha t. i. a négy csavart megeresztettük, s akkor a csavarok fejei a megfelelő gömbölyű lyukakon keresztül lemaradnak, s a prizmaházat le lehet húzni a collimator-csőről.

A prizmaház felső végén egy kis csövet látunk, melynek iránya a prizmaház tengelyétől, a merőleges iránytól kissé eltér, mert a prizma végső felülete nem alkot annak tengelyével 45 fokot. Ebben a csőben van a skála, a vetítő és a megvilágító lencse. A cső végén a cső szögletének megfelelően, melyet a prizmaház tengelyével képez, ismét egy prizma található, mely lehetővé teszi azt, hogy egy lámpás, mely a prizmán át a skálacsőbe világít, párhuzamosan állhasson a prizmaházzal. A lámpás egy két voltos kis ozrám-lámpa, melynek fényét egy, a refractoron lévő rheostattal kellőleg le lehet tompítani.

A skálát ki fogom cserélni, mert azt Schmiedt és Haensch nagyon durvára csinálta, s nem lehet a sávok vagy vonalak helyzetét vele kellő pontossággal beállítani.¹

Említettem volt, hogy az összehasonlító prizmának a résen még más célja is van, az t. i., hogy azzal egy második spectrumot is lehessen a műszerben előállítani.

A cél tehát az, hogy a műszert a legkönnyebb módon lehessen átváltoztatni egy SCHEINER-féle spectrálfotometerré, a nélkül, hogy annak állandói megváltoznának.

A műszer alsó vége (rés) egy zárólapra van szerelve, mely egy «adapteur»-re (REPSOLD szerint: «a Konkoly-féle fazék») van két csavarral illesztve, s ez az «adapteur» a bázis-lapon, mely pedig egy nagy Zeiss dugóval van egyesítve, forgatható, és bárhol is egy rögzítő csavar által megszilárdítható; természetesen a forgó-kör beosztással van ellátva.

A fent említett zárólapra pedig kézi csavarral egy 90 fokra hajlított rézlapot lehet reá erősíteni, a mely egy csövet visel, mely azonban a collimátor-csővel derékszöget alkot és a nyílása az összehasonlító (rés) prizma felé néz. Ebben a csőben

¹ Amidőn ezen értekezés correcturáját végzem, már egy kitünő finom új skála van a műszerben, csak az értékét kell hullámhosszuságokban meghatározni.

egy fix nicol-prizma van beszerelve, s tovább egy másik forgatható cső belesziszolva. A belső csőben ismét egy második nicol-prizma van, s a végén egy 100 fokra osztott dob. Ezt a második berendezést négy kis nyéllel forgatni lehet. A cső egyik végén egy oly módon kombinált lencse van alkalmazva, melynek gyűpontjában a kis electromos lámpa van beillesztve, a mely a nicolokra párhuzamos sugarakat vet; a cső másik végén pedig egy homályos üveg van, a mely által azok a sugarak egyenletesebbek lesznek intenzitás tekintetében, melyek az összehasonlító prizmaára esnek.

A cső belső végére még egy rövid gyútváú kis mikroskoplencse is van alkalmazva, mely tetszés szerint arra reátehető vagy arról elvehető. Ennek czélja, hogy a lámpából jövő párhuzamos sugarakat ismét a részre, egy pontra összegyűjtse, a végből, hogy ha a műszerrel csillagspectrumot figyelünk meg, a mely egy keskeny szálból áll, e mellé az összehasonlító spectrumot képesek legyünk egy keskeny szállá átalakítva megfigyelni.

A műszer collimator-csővéről a prizmaház, mint már említve volt, levehető; s. a helyett egy másik prizmaház illeszthető reá. Ebben a prizmaházban pedig egy egyszerű 60 fokos nehezebb flint üvegprizmát találunk, melyet kívülről egy gombban végződő tengelylyel a minimumra lehet beállítani, és tetszés szerint rögzíteni.

A prizmaház dobalakú, s azon — mint az e sorok írója és GOTHARD JENŐ által készített több spectrokopon, a mely rendszerünk már több elsőrendű német műszerésznél is utánzásra lett méltatva (úgy p. o. Töpfer Potsdamban) — a központból kiindul két forgatható kar, melyek egy lappal, a dob hengerglapjával párhuzamosan vannak egymással összeillesztve s viselik a megfigyelő távcsövet, a melynek objectivje 30 mm átmérővel és 150 mm gyútváúval bír, az okulár pedig hatszor nagyít.

A távcsövet a spectrum hosszán egy fogaskerékkel és egy hajtóval végig lehet vezetni s bárhol is megrögzíteni, nemkülönben annak helyzetét egy körosztáson leolvasni.

A távcső okulárjának a gyűpontjában, párhuzamosan a spectrummal, egy pár lamella eltolható, a mi arra szolgál, hogy azokkal a spectrumoknak csakis azt a részét hagyjuk sza-

badon, a mely megfigyelés alá kerül, a többit egyszerűen lefedjük, hogy a hosszú fénysáv ne bántsa a megfigyelő szemét.

A prizmaházra, jobban mondva dobra, még egy kis távcső is van alkalmazva, a melyen keresztül a rést lehet látni. Ennek a kis távcsőnek csak akkora az elmozgathatása, hogy vele utána tudunk menni a prizma reflectáló lapjának (a melyen a rést látjuk) akkor, ha a prizmát a minimumra beállítjuk; ez akkor mint a prizma tartója rögzítve lesz, s úgy is kell, hogy maradjon.

A kis összehasonlító electromos lámpa eleibe okvetlen szükséges egy rheostátot és Ampére-mérőt kapcsolni, ha azt akarjuk, hogy a fény különböző megfigyeléseknél, sőt hosszabb időtartamra is, egy és ugyanazon megfigyeléseknél is állandó maradjon intenzitása tekintetében.

A lámpa intenzitása x volt, y Ampére mellett okvetlen összehasonlítható a Nap spectrumával, mert csakis ezen a módon nyerhetünk egy állandó intenzitású fényforrást, melylyel megfigyeléseinket összehasonlíthatjuk.

A két spectrum összehasonlításának a reductiója az ismert intenzitási formula szerint történik.

A műszernek optikai része három czégtől származik. A spectrál prizmát, mely «à vision directe», F. Schmiedt et Haensch készítette Berlinben, míg a 60 fokos prizmát, úgy a collimátorlencsét, mint a távcső objectívját s oculárját, nemkülönb a kis megfigyelő távcső oculárját és objectívját M. Hessoldt et Söhne Wetzlarban; végre a két nicol-prizma Hallétól származik Potsdamban.

A műszer mechanikai részét saját tervrajzaim szerint KLASSOHN JÁNOS készítette, a m. kir. országos Meteorologiai és földmágnassági intézet műszaki tisztje, a ki is a műszer egyes részeit a már előrehaladott tanonczfiúkkal (a mi nem kerül pénzbe) elődolgoztatta, s ő szabad óráiban azokat kidolgozta s összeállította.

Nem mulaszthatom el itt megjegyezni, miszerint KLASSOHN JÁNOS műszaki tiszt olymódon beledolgozta magát az optikai műszerek készítésébe, hogy hizelgés nélkül el lehet mondani, hogy elsőrangú műszereket tud előállítani, a mit már több mű-

szeren bebizonyított, a melyeket miniszteri engedély folytán az ógyallai csillagda számára készített s a melyek használatban is vannak.

Az említett műszerhez, minthogy azt a nagytagyosi refractorom mellé szántam, az összes optikát és az anyagot saját erszényemből fedeztem, de a műszer kissé nehéz lett a rövid gyútávú 100 mm nyílású távcsőhöz, tehát az ógyallai csillagdának ajándékoztam, s annak leltárába besoroztattam.¹

¹ Tervbe van véve, hogy ezzel a műszerrel és egy cabinet-spectrograph-fal Terkán dr. adjunctussal különböző kőzetek Albédóját fogjuk vizsgálni, összehasonlítva az eredményt a hold felületével, mely kísérlethez már sajátkezüleg készítettem egy Scheiner-féle megvilágító állványt.

AZ AKTINIUMEMANÁCIÓ KIMUTATÁSÁRÓL AKTINIUM-TARTALMÚ ÁSVÁNYOK OLDATÁBAN.

HEVESY GYÖRGY-től.

Ásványok rádiumtartalmának meghatározása többnyire az ásványszolgáltatta rádiumemanáció meghatározása útján történik, e módszer pontos és megbízható eredményt szolgáltat.¹ Kézen fekvő ugyanezen módszer segítségével határozni meg az ásványok aktinium-tartalmát is. Ez utóbbi meghatározása elé akadályt gördít az aktiniumemanáció rövid, 3·9 másodpercet tevő periodusa, félideje (= azon idővel, mely alatt az emanáció tömege eredeti tömegének felére esökken). BOLWOOD² ezért csak minőségileg kísérlette meg az aktiniumemanációt aktinium-tartalmú ásványok oldatában kimutatni, kísérletei azonban negatív eredménnyel jártak.

Vajjon az aktiniumemanáció rövid élete eredményezte BOLWOOD negatív kísérleteit, vagy pedig az aktiniumemanáció valamely még ismeretlen tulajdonsága, melyet a rádiumemanáció nem mutat? Lehetségesnek látszott, hogy az aktiniumemanáció vízben oly nagy mértékben oldható, hogy a levegőáram, melynek feladata az emanációt az oldatból az elektroskópba terelni, nem tudja az utóbbit magával ragadni; viszont ennek ellenkezője sem látszott lehetetlennek: az emanáció oly kis mértékben oldható, hogy nem hatolhat át a vízrétegen és születése helyén -- a feloldott aktiniummolekula közelében -- hal el.

Hogy e kérdésre, melyre RUTHERFORD prof. volt szives figyel-

¹ Lásd pl. GLEDITSCH: Le Radium. 1911 aug.

² Americ. J. of Sc. (1908) 25. 210. oldal.

memet ráterelni, megfelelhessenek, először azt állapítottam meg, vajjon akt. em. tartalmú levegő áthatolhat-e vízrétegen. Miután e kísérlet pozitív eredményt szolgáltatott, annak a megállapítására került a sor, vajjon egy aktinium - készítmény oldalán keresztül haladó gyors levegőáram tartalmaz-e aktinium-emanációt és hogy sikerül-e ez utóbbit kimutatni az uraninit ásvány oldatában.

A kísérleti berendezés.

Az igen egyenletes levegőáramot 250 atm. nyomás alatt lévő levegőt tartalmazó aczélszögcső szolgáltatta. A levegő szilárd kálit meg foszforpentoxidot tartalmazó csövön át haladva, tehát gondosan szárított állapotban érte el az aktiniumkészítményt tartalmazó csövet. Ez utóbbi selyempapírba burkolva tartalmazta a 20,000 uránegységnyi aktivitású, 0.1 gr-nyi aktiniumkészítményt; az emanáció a selyempapíron keresztül jutott a felette áramló levegőbe és az utóbbival együtt az 5 ccm köbértalmú, vizet tartalmazó mosóüvegecskébe, majd onnét az emanációs elektroszkop ionizáló kamrájába. Az 500 ccm térfogatú henger alakú zárt kamra felső lapján kis, kétablakos házikót hordoz, melyben az aranylemez, meg az elektród foglal helyet. Az elektród részben izoláló kénbe van beolvasztva és mélyen belényúlik a kamrába. Ha ez utóbbiban foglalt levegőt az emanáció szolgáltatta a sugarak ionizálják, akkor az elektród töltése eltávozik, az aranylemezecke, melynek állását nagyítón át figyeljük, helyzetét megváltoztatja. E helyzetváltozás sebessége az ionizálás és így a levegő aktiniumemanáció-tartalmának mértéke. Miután a levegőáram az ionizáló kamrát elhagyta, kénsavval töltött buborék-számlálón áthalad és a buborék száma szolgáltatja az áram sebességét.

A bevezető kísérletek meglepő eredményt szolgáltatottak, ha az emanációt tartalmazó levegő ugyanis a kamrába való belépése előtt vízrétegen át haladt, sokkal aktívabbnak mutatkozott, mintha víz helyett ugyanolyan térfogatú levegőn áthaladva, jutott az ionizáló kamrába. Így pl. 0.3 cm³ procec-nyi sebességgel áramló levegő aktivitása az első esetben 77.5 egységnyit tett ki, míg a második esetben ennek mintegy harmadrészét,

28·5 egységet. E jelenségnek, melyet kivétel nélkül, különböző dimenziójú készülékeknel egyaránt tapasztaltunk, magyarázata abban rejlik, hogy míg levegőtérfogaton át haladva az emanáció tartalmú levegő ebben széteszlik, addig vízrétegen át keskeny oszlopban halad, annélkül, hogy az egész térfogatban széteszlanék. Az első esetben az emanációnak több ideje van átalakulni, mint a másodikban, kevesebb fog tehát belőle az ionizáló kamarába jutni.

E jelenséggel nem radioactiv gázok áramlásánál nem találkozhatunk és a radioaktivok közül is csupán a gyorsan átalakulóknál, melyeknek periodusa ugyanolyan rendű, mint az áramlási sebesség. Nem radioaktiv gázok esetében ugyanis nemsokára egyensúly állana be a levegőt tartalmazó edény gáztartalma (azt a gázt értjük, melyet a levegőáram magával sodor) és a levegőáramé között és ettől fogva a levegőáram gáztartalma változatlanul jutna tovább. A gyorsan átalakuló aktiniumemanáció esetében azonban ilyen egyensúlyi állapot nem állhat be, mivel az edénybe jutott aktiniumemanáció újból és újból nagy sebességgel szétesik és ez így új emanáció felvételére képes. Az *egyensúlyt jellemző paraméterek száma eggyel megszaporodott*, minek következményeivel lépten-nyomon találkozunk az akt. emanáció tulajdonságainak vizsgálata közben.

Ha az időt, mely alatt az emanáció az ionizáló kamrán áthalad, t -vel jelöljük és azt, mely alatt a forrásául szolgáló aktinium-készítménytől a kamráig jut, t_1 illetve t_2 -vel a szerint, a mint a mosóüvegben, melyen át halad, levegő vagy pedig víz van, akkor az ionizáló áram erőssége a két esetben

$$i_1 = Ce^{-\lambda t_1} [1 - e^{-\lambda t}]$$

illetve

$$i_2 = Ce^{-\lambda t_2} [1 - e^{-\lambda t}],$$

hol C egy arányossági tényező, λ pedig az emanáció radioaktiv állandója ($0\cdot18 \text{ sec}^{-1}$).

A levegő áramlási sebessége mindkét esetben ugyanaz, de a magával sodort emanáció eredő sebessége a két esetben igen különböző, mivel az első esetben több emanáció torlódik össze és hal el útközben, mint a másodikban. Tekintsük ugyanis az

idő (t) helyett a vele egyenlő viszonyát a térfogatnak és térfogatsebességnek, $\frac{V}{q}$ -t, akkor

$$t_1 = \frac{V_1}{q}$$

$$t_2 = \frac{V_2}{q}$$

V_1 jelenti a lég áramkör térfogatát, he a mosóüvegben levegő, V_2 pedig ha abban víz van, a készítmény és az ionizáló kamara között.

Ha parányi buborékokban halad át a levegőáram a mosóüvegeskén, úgy a buborék térfogatát elhanyagolhatjuk az egész térfogattal szemben, mely a készítmény és kamara között foglal helyet és $V_2 = V_1 - V_m$, hol V_m a mosóüveg térfogata.

A fentiekből következik, hogy

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{e^{-\lambda t_1}}{e^{-\lambda t_2}} = \frac{e^{-\frac{\lambda}{q} V_1}}{e^{-\frac{\lambda}{q} V_2}} = e^{-\frac{\lambda}{q} (V_1 - V_2)} = e^{-\frac{\lambda}{q} V_m}.$$

Tekintsük a nagyobb számú kísérletek egyikét:

$$q = 0.3 \text{ cm}^3 \text{ pro sec.}$$

$$\lambda = 0.18 \text{ sec}^{-1}$$

$$V_m = 2.5 \text{ cm}^3.$$

Ez $i_2 = 4.5 i_1$ szolgáltat, míg a kísérlet eredménye $i_2 = 2.7 i_1$ volt. Mivel a levegőbuborék térfogatát és az emanáció oldhatóságát vízben elhanyagoltuk, i_1 elméleti és kísérleti értékének csak megközelítő megegyezését várhatjuk.

A fenti levezetés célja annak a megállapítása, hogy i_2 értéke nagyobb lehet i_1 -nél, hogy a vízen áthaladt levegő aktivitása nagyobb lehet a levegőn áthaladt emanáció-tartalmú levegő aktivitásánál. Az oldhatóságot is tekintetbe vevő szigorúbb levezetést később tárgyaljuk.

Hogy a vázolt jelenséget nem valami ismeretlen, egyéb ok okozza, azt abból is láthatjuk, hogy nagyobb térfogatú, levegővel telt edény bekapcsolása az áramkörbe a jelenséget mind-

inkább visszaszorítja. Így 50 cm^3 térfogatú edény bekapcsolása után i_2 csupán 1·2-szerese volt i_1 -nek.

Az aktiniumemanáció gyakorlati kezelését illetően a fentiekből azon tanulságot vonhatjuk le, hogy az emanáció kimutatását törekvő kísérletekben, az emanáció forrása és az elektroszkop közötti teret lehetőleg kicsinyre kell szabnunk és hogy egy elkerülhetetlen ürt kedvezőbb vízzel, tömény kénsavval vagy egyéb, az emanációt kevésbé absorbeáló folyadékkal tölteni ki, mint levegővel.

Az aktiniumemanáció kimutatása aktiniumsók oldatában.

0·1 mgr-nyi 20,000 uránegységnyi aktivitású aktiniumsót hígított sósavban feloldva 3 cm^3 térfogatú mosóüvegecskébe helyeztünk és az oldaton át parányi buborékok alakjában 0·47, illetve 0·27 cm^3 per sec.-nyi sebességű légáramot bocsátottunk keresztül; az előbbi 33, az utóbbi 26 egységnyi aktivitást mutatott. Hogy valóban a feloldott só és nem parányi szilárd részei adták le az emanációt, azt abból láthatjuk, hogy az oldatot átszűrve és a kísérletet megismételve, az áramló levegő ugyanazon aktivitást mutatta, mint a fenti esetben. Az aktiniumsók oldata helyett a finom poralakú készítményt helyezve a mosóüvegbe, a levegőáram alig félannyi emanáció-tartalmat mutatott, világos tehát, hogy nemcsak sikerül az aktiniumemanációt a só oldatából kinyerni, de a kihozatal kedvezőbb is, mint a porrá zúzott szilárd só esetében.

Az aktiniumemanáció kimutatása a joachimsthaliban uraninit ásvány oldatában.

1 gr joachimsthaliban uraninit ásványt tömény salétromsavban feloldottunk és csekély oldhatatlan kovasav eltávolítása után több órán át forraltunk a rádium emanáció eltávolítása céljából, melyet az uraninit oldata eredetileg nagyobb mennyiségben tartalmaz. Az oldószer nagy részét elpárolgztatva, a maradék 2·5 cm^3 oldatot 3·5 cm^3 térfogatú mosóüvegbe helyeztük, az utóbbit a levegőt tartalmazó henger, szárító készülék, elektro-

skop és buborékszámológóból álló körbe kapcsolva, 0.4 cm^3 per sec. sebességű levegőáram 2 egységnyi,¹ 0.6 cm^3 sebességű pedig 3 egységnyi aktivitást mutatott. A kísérletet 1.5 gr uraninit oldatával megismételve, 0.4 cm^3 per sec. sebességű áram aktivitása 3 egységnyi volt.

Annak a kimutatása, hogy a talált aktivitás okozója nem rádium- avagy tóriumemanáció, hanem az aktiniumnak az emanációja, könnyen sikerül, tekintve a három emanáció különböző periódusát. Míg az aktiniumemanáció igen gyorsan alakul át, félideje 3.9 másodperc lévén, addig a tóriumemanáció periódusa 53.5 , a rádium emanációé $3, 3 \cdot 10^5$ másodperc. Ha az emanációt magával sodró légáramot hirtelen megszakítjuk, az elektroskop megfigyelését azonban tovább folytatjuk, akkor, ha a levegő aktiniumemanációt sodort magával, aktivitásának kevesebb, mint 1 perc leforgása alatt, teljesen meg kell szünnie; ha tóriumemanációt tartalmazott a levegőáram, akkor aktivitásának mintegy fele része lesz meg 1 perc lefolyása után; ha rádiumemanációt, akkor a levegőáram megszakításának általában nem szabad befolyásolnia az észlelt aktivitást.

1. Ha az áram megszakítása után $\frac{1}{2}$ percig tovább figyeljük az elektroskop viselkedését, akkor a tapasztalt «közép» aktivitás (integrálaktivitás percenként) a következő lesz:

Középpaktivitás, a megszakítás előtti aktivitás %-ában kifejezve.	Emanáció
18	Aktiniumé.
83	Tóriumé.
100	Rádiumé.

2. Ha a megfigyelést a megszakítás után $\frac{1}{2}$ percczel kezdjük, további $\frac{1}{2}$ percig folytatva, a következő középaktivitást kell tapasztalnunk:

¹ E relativ egység az aranylemezeske elmozdulását jelenti percenként annak az elmozdulásnak a levonása után, a mit az aranylemezeske nem aktivált levegőben mutat. Ez utóbbi értéke a fenti esetben 0.2 .

Középpaktivitás	Emanáció
9 %	Aktiniumé.
70 %	Tóriumé.
100 %	Rádiumé.

3. Ha a megfigyelést rögtön a megszakítás után kezdjük és 1 perczig folytatjuk, a következő közép aktivitást fogjuk tapasztalni :

Középpaktivitás	Emanáció
0·08 %	Aktiniumé.
56 %	Tóriumé.
100 %	Rádiumé.

A fenti számokat a következő módon nyerjük: Legyen I_0 a másodperczenkénti aktivitás az emanációtartalmú levegő folytonos áramlása közben mérve; az áram megszakítása után kizárólag az ionizáló kamrában bennrekedt emanáció ionizál, az utóbbi azonban szétesvén, az ionizáció is rohamosan esökken, a másodperczenkénti aktivitás t másodpercz mulva már csak $I_0 e^{-\lambda t}$ lesz; ha a megfigyelést tüstént a megszakítás után kezdjük és 30 másodperczig folytatjuk, akkor a mért összaktivitás (integrálaktivitás) aktiniumemanáció esetében

$$I_0 \int_0^{30} e^{-\lambda t} dt$$

lesz és a középaktivitás

$$\frac{I_0}{30} \int_0^{30} e^{-\lambda t} dt = \frac{I_0}{30 \cdot 0\cdot18} (1 - e^{-5\cdot4}) = 0\cdot18 I_0,$$

a tórium emanációében pedig

$$\frac{I_0}{30 \cdot 0\cdot013} (1 - e^{-0\cdot39}) = 0\cdot83 I_0.$$

Ha nem tüstént a megszakítás után kezdjük a megfigyelést, de 30 másodperczcel később, akkor az integrációt 0 és 30 helyett 30 és 60 között kell végeznünk; ha a megszakítás után

kezdjük a megfigyelést és egy egész perczig folytatjuk, akkor az integrálás 0 és 60 közé esik stb.

Kísérletek:

3·05 aktivitású légáram megszakítása után az első félpercz alatt folytatva a megfigyelést 0·5-nyi középaktivitást tapasztalunk, a mi az eredeti aktivitás 16%-ának felel meg; az elmélet 18%-ot követel, ha aktiniumemanáció, 83%-ot, ha a tóriumé, 100%-ot, ha a rádiumé van jelen.

Másik kísérletben 20 perczig áramlott az emanáció tartalmú levegő az elektroskópon keresztül, itt már az elektroskópban képződött aktiv csapadékot is tekintetbe kellett venni; az utóbbi aktivitása 0·75, az áramló levegőé 2·35 volt, az első félperczen át mérve a tapasztalt középaktivitás az áram aktivitásának 15%-át tette ki.

Az áram megszakítása után fél perczcel kezdve a megfigyelést, az eredeti aktivitásnak még 4%-át tapasztaltuk; elméletileg 0·1%-ot kellene kapni, ha aktiniumemanáció, 56%-ot, ha tóriumemanáció van jelen.

Ha a megfigyelést az áram megszakítása után kezdtük és 1 perczig folytattuk, az elméleti 9% helyett az eredeti aktivitásnak még 14%-át tapasztaltuk; ha azonban tóriumemanáció lett volna jelen, 70%-ot, ha rádiumemanáció, 100%-ot kellett volna még találnunk.

Tekintve a parányi aktivitásokat, a fenti kísérletek eredményének megegyezése az elméleti követelményekkel teljesen kielégítő és az uraninit oldatából nyert emanáció tényleg az aktinium emanációja.

A fenti módszer helyességének megvizsgálása céljából tóriumemanációval is végeztünk néhány kísérletet. Tóriumnitrát vizes oldatán keresztül 0·5 cm³ per sec. sebességű légáramot bocsátva keresztül, az utóbbi 23 egységnyi aktivitást mutatott, ha az áramot megszakítva az aktivitást $\frac{1}{2}$ perczig tovább mértük, a «középaktivitás» 20 volt, tehát a megszakítás előttinek 85%-a; az elmélet 83%-ot követel.

Az emanációk megkülönböztetésének szokásos módszere az aktiv csapadék periodusának megállapítása, melyet az illető emanáció szolgáltat. A mi esetünkben, midőn igen parányi akti-

nyitásokat kell mérnünk, e módszer felmondja a szolgálatot. Az alábbi táblázat mutatja azon aktivitást, melyet az aktív csapadék szolgálat, az emanáció aktivitásának százalékában kifejezve.

Az aktív csapadék képződésének ideje.	Aktivitás az emanáció aktivitásának százalékában kifejezve.
1 perc	0.18 %
5 " "	1.90 %
10 " "	6.1 %
1 óra	33.0 %
2 " "	44.0 %
3 " "	48.4 %
3.5 " "	49.0 %
4 " "	49.5 %
4.5 " "	49.7 %
5 " "	49.8 %
∞	50 %.

E számokat a következő integrál szolgáltatja, ha π helyébe a kérdéses időt helyettesítjük :

$$\int_0^{\pi} \frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} dt + \int_0^{\pi} \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} dt + \int_0^{\pi} \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} dt$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} dt + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} dt + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} dt$$

Hogy az aktív csapadék aktivitása legjobb esetben csak a felét teszi ki az emanáció aktivitásának, annak oka abban rejlik, hogy az emanáció minden atom-szétválása két-két α rész kilövelésével, míg az aktív csapadék atom, illetve aktinium C (új terminologia!) atom szétválása egy-egy α rész kilövelésével jár.¹

Hogy az emanáció szolgáltatja aktivitásnak csak egy harmad részét nyerhessük is mint aktív csapadék-aktivitást, 1 óra

¹ Tényleg nem az emanáció atom átalakulása szolgáltatja mindkét α részt, de egyet az újonnan felfedezett «aktinium A» atom; az utóbbi periodusa csupán $1/450$ másodperc (l. GEIGER: Phil. Mag. 1911 jul.) lévén, a két α rész kilövelése praktice egybeesik.

hosszat kellene a levegőáramot az uraninit-oldaton, illetve az elektroszkop ionizáló kamráján keresztül bocsátani. Ez majdnem kivihetetlen, mert a levegő vizes oldaton áthaladván, az elektroszkop izolációja megrosszabbodik, főleg azonban azért, mert az oldatban, melyből a rádiumemanációt kifőztük volt, újabb rádiumemanáció képződik. A fenti integrálmódszer kidolgozása ilyenképen előfeltételévé lett annak a kimutatásnak, hogy tényleg az aktinium emanációját tartalmazza a rádiumemanáció-tartalmától megfosztott uraninit-oldat.

A második közleményben az aktinium mennyileges meghatározásáról fogunk beszámolni, az illető ásvány oldatának aktiniumemanáció tartalmából következtetve annak aktiniumtartalmára, valamint az ásványok rádium és aktiniumtartalmának viszonyáról. A rokon köteléket, mely az aktiniumot a többi radioaktív elemhez köti, nem ismerjük, fontos tehát az ásványok rádium- és aktiniumtartalma viszonyának megállapítása, ettől várhatjuk az aktinium helyzetének esetleges megállapítását az elemek átalakulásának sorában.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1911. nov. 13.-án tartott üléséből.)

AZ AKTINIUMEMANÁCIÓ OLDHATÓSÁGA FOLYADÉKOKBAN ÉS SZÉNENBEN.

HEVESY GYÖRGYTŐL.

A rádiumemanáció anyagi természetének felismerése volt a radioaktivitás természetének megismeréséhez vezető lépések egyik legfontosabbika. A rádiumemanáció kondenzálhatóságának¹ kimutatását követte az emanáció oldhatóságának² megállapítása vízben és szerves folyadékokban, diffusio-állandójának³ gázokban és vízben, szinképének,⁴ majd legújabban sűrűségének⁵ meghatározása.

Az emanáció fenti tulajdonságai közül oldhatósága folyadékokban képezte a legtüzetesebb vizsgálatok⁶ tárgyát; az utóbbi megismeréséhez, elméleti érdekeken kívül, a radiotherapiának fontos érdekei is fűződnek, tekintve a növekvő fontosságot, melyet gyógyvizek emanációtartalmának tulajdonitanak. A tóriumemanáció oldhatóságát⁷ is ismerjük, bár kevésbé kimerítően. Az igen rövid életű aktiniumemanáció old-

¹ RUTHEFORD és SODDY: *Phil. Mag.* 16. 4. 370. (1902).

² v. TRAUBENBERG: *Phys. Zeit.* 130. (1904).

³ CURIE et DANNE. *C. R.* (1903).

⁴ RUTHEFORD és ROYDS: *Phil. Mag.* (6). 16. 313. (1908).

⁵ RAMSAY és GRAY: *Ann. d. Chimie et d. Phys.* (8). 21. 145. (1910)

⁶ v. TRAUBENBERG: *l. c.*; HIMSTEDT: *Freiburger Ber.* 13. 101. (1903); MACHE: *Wiener Ber.* 113. 1329. (1904); HOFFMANN: *Phys. Zeit.* 337. (1905); KOFBER: *Phys. Zeit.* 5. (1908); RAMSTEDT: *Le radium* 8. (1911). 253; BOYLE: *Phil. Mag.* (1911 decz.).

⁷ KLAUS: *Phys. Zeit.* 820. (1905).

hatóságáról azonban mitsem tudunk. Feladatomból tűztem ki az aktiniumemanáció oldhatóságának meghatározását vízben és tíz egyéb folyadékban, valamint abszorbtíójának megállapítását kókuszdíószénben.

A rádiumemanáció oldhatóságának megállapítóit a szokásos statikai módszert alkalmazták. E módszer abban áll, hogy az emanációtartalmú levegőt egyensúly beálltaig rázzuk az illető folyadékkal és ezután megállapítjuk az eredetileg jelen lévő emanációnak milyen törtrésze van még meg a levegőben. Mivel az emanáció élettartama ahhoz az időhöz képest, melyet az egyensúly beállta vesz igénybe, igen nagy, a fenti módszer alkalmazása nem ütközik nehézségbe. Ha tóriumemanációval akarjuk megismételni a fenti kísérletet, a tóriumemanáció rövid periodusa igen zavarólag hat. KLAUS-nak, miután kimutatta volt, hogy a tóriumemanáció megoszlása levegő és mérsékeltén rázott petróleum között másfél percet igényel, mely idő elmúltával az eredetileg meglévő emanációnak még 30%-a nem alakult át, mégis sikerült a statikai módszer segítségével meghatározni a tóriumemanáció oldhatóságát vízben és petróleumban. Az aktiniumemanáció félideje 3·9 másodperc; rázzuk az utóbbit tartalmazó levegőt folyadékkal és tételezzük fel, hogy a megoszlási egyensúly beállta itt is, mint az előbbi esetben, másfél percet igényel, akkor ezen idő elmulta után az eredetileg jelen volt aktiniumemanációnak csupán a $9 \cdot 10^{-8}$ -szorosa lesz még meg.

Ilyképen az aktiniumemanáció oldhatóságának meghatározása a statikai módszer szerint nem látszott lehetségesnek, miért is egy dinamikai «áramló» módszer alkalmazását kíséreltük meg. E módszer alap gondolata a következő: Ha emanációtartalmú levegőáram folyadékon halad keresztül, akkor az emanáció egy részét a folyadék absorbeálja és a levegőáram aktivitásának csökkenése mértékéül szolgál az emanációmennyiség csökkenésének. Míg a statikai módszernél rázás útján erős convectiont igyekszünk létesíteni, addig dinamikai módszerünknel az utóbbit károsnak tekintjük és egyedül az absorbtio és diffuzio folyamatát kívánjuk meg. Az elsőről feltételezzük, hogy a folyadék és gáz közötti határretegbe szorítkozik és hogy tüstént

beáll — mely feltevést az absorbtio tanának¹ tapasztalatai támogatják —, a második folyamat pedig matematikailag követhető. A diffúzió differenciálegyenletét, radioaktív testek diffúziója esetén ki kell bővítenünk egy taggal, mely az illető test periodusát is tartalmazza. E tagnak, a rövid periodusú aktiniumemanáció esetében, vezetőszeret jut az egyenletben, melynek következménye, hogy daczára az emanáció normális, tehát lassú diffúziójának, a diffúzió igen vékony folyadék rétegre szorítkozik és így a két fázis közötti megoszlás azon része is, melyre a diffúzió mérvadó, igen gyorsan áll be.

Ez okoskodás azonban csupán az oldhatóság quantitativ meghatározásakor nélkülözhetetlen, a minőségi kísérletekben, melyekről először számolunk be, a convection és diffúzió egyaránt játszhatik szerepet, hacsak a kísérleteket ugyanazon körülmények között végezzük.

Az aktiniumemanáció oldhatóságának minőségi meghatározása.

Ha az emanáció forrása és az ionizáló kamra közé absorbeáló folyadékoszlopot csatolunk, akkor ez annak felel meg, mintha az emanáció útját, illetve az időt, mely alatt a kamrát eléri, meghosszabbítottuk volna. $Ie^{-\lambda t}$ azon aktivitás, melyet akkor tapasztalunk, ha a folyadék nem absorbeál. I jelenti az emanáció aktivitását eredő helyén, t azon időt, mely alatt a kamrába jut, ha azonban a közbeccsatolt folyadék absorbeál, akkor $Ie^{-\lambda' t}$ lesz a tapasztalt aktivitás és $Ie^{-\lambda' t}$, illetve t' az emanáció oldhatóságának qualitativ mértékéül szolgál.

Az I. táblázat tartalmazza azon aktivitásokat, melyeket az emanációtartalmú levegőnek az illető folyadékon át való áramlásánál nyertünk. A három oszlop a 0.12, 0.15 és 0.20 cm³ per sec.-nyi áramlási sebesség mellett meghatározott értékeket tartalmazza. A kísérleti berendezést később tárgyaljuk.

¹ Lásd FREUNDLICH: Kapillarchemie. Leipzig, 1909; MACBAIN: Z. phys. Chem. 68. (1910) 481. stb.

1. táblázat.

Áramlási sebesség, köbcenti- méterben, másodpercenként	0,12	0,15	0,20
18°-nál telített vizes kalium- klorid oldat	5,5	21,2	60,5
Tömény kénsav	3,5	19,3	58
Víz	3,0	16,4	52,5
Aethylalkohol	1,8	14,0	43,5
Amylalkohol	0,8	3,2	29,8
Aceton	—	3,0	28,4
Benzaldehyd	—	2,9	22,8
Benzol	—	2,2	22,5
Toluol	—	2,0	16,5
Petróleum	—	1,7	9,2
Kénhydrogen	—	—	3,0

Az aceton rovatában található számok nem olyan megbízhatók, mint a táblázat egyéb értékei, mivel az aceton kis része már alig egy percczel a kísérlet megkezdése után az ionizáló kamrába párolgott és az elektroscóp kész isolatióját megrosszabbította. Az isolatio eme megrosszabbodását a benzollal végzett kísérletekben is tapasztaltuk: magyarázata valószínűleg a kén felületén képződött, vezető, benzolos kénvegyületben rejlik; az eredeti isolatiót sikerült helyreállítani azáltal, hogy hosszabb időn át száraz levegőáramot bocsátottunk keresztül az ionizáló kamrán.

A 2. táblázatból látható a folyadékok rádium-, tórium-, illetve aktiniumemanációt oldó képessége, v. TRAUBENBERG,¹ RAMSTEDT,² BOYLE³ és a magam kísérletei nyomán. Az összes eddig megvizsgált folyadékoknál mind a három emanáció oldhatóságának sorrendje ugyanaz.

¹ L. e.

² L. e.

³ BOYLE: Bulletin of the Macdonald Phys. Build. No 1. (1910) 520.

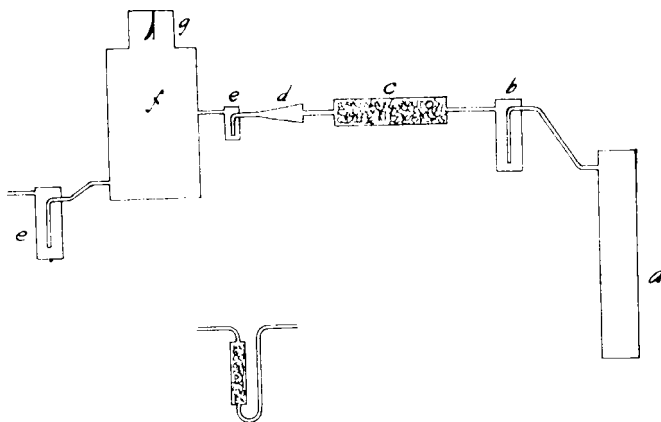
2. táblázat.

A folyadékok sorrendje az emanációkat oldó képességük szerint.

Rádiumemanáció	Tóriumemanáció	Aktiniumemanáció
Vizes sóoldatok	—	Vizes sóoldatok
Viz	Viz	Viz
Tömény kénsav	Tömény kénsav	Tömény kénsav
Aethylalkohol	—	Aethylalkohol
Aceton	—	Aceton
Benzol	—	Benzaldehyd
Xylol	—	Benzol
Toluol	—	Toluol
Kloroform	—	Petroleum
Petroleum	Petroleum	Szénkéneg
Szénkéneg	—	

A kísérleti berendezés.

A fenti kísérletekben az aktiniumemanáció forrásául 0.01 gr.-nyi 20,000 urán egységű aktiniumkészítmény szolgált, melyet selyempapirosba burkolva, üvegcsőben helyeztünk el. Ha



1. ábra.

az üvegcsővön, melyet az 1. ábrán (d)-vel jelölünk, levegőt fújunk keresztül, úgy ez magával sodorja az aktiniumkészít-

ményből újból és újból képződő emanációt, az utóbbi egy részét az (e)-ben lévő folyadék absorbeálja, másik része a levegőárammal együtt az elektroszkop ionizáló kamrájába (g) jut, honnét a levegőáram a buborékszámológán (e) át távozik. Az igen egyenletes levegőáramot erősen komprimált levegőt tartalmazó aczélhenger szolgáltatta, a (b) és (c)-ben lévő kénsav, illetve phosphorpentoxyl gondoskodott az áram szárításáról. Mivel kezdetben a levegőbuborékok kissé több emanációt hurezoltak magukkal, mint később, csak 20 percczel a légáram bekapcsolása után kezdtük meg az aktivitás mérését.

Az emanációs elektroszkop az 500 cm^3 térfogatú, hengeralakú ionizáló kamrából áll, mely felső lapján két quarz-ablakkal ellátott rézházikót hordoz; ez utóbbi tartalmazza az aranylemezcskét, valamint az ionizáló kamrába mélyen benyúló elektródot. Az elektród izoláló kénbe van beolvasztva, az aranylemezcse parányi quarefonalat hordoz, mely állásának megfigyelését megkönnyíti.

Eleinte az emanáció létesítette aktiveszapadék ionizálását mértük, később magának az emanációnak az aktivitását. Ez utóbbi módszer kényelmesebbnek bizonyult, az így nyert aktivitásból azonban ki kellett vonni az aktív csapadék okozta, többnyire csekély aktivitást, melyet olyképen határoztunk meg, hogy az ionizáló kamra aktivitását a levegőáram megszakítása után rögtön — de nem 40 másodperc leforgása előtt, mely idő alatt az emanáció tömegének 99·8%-a szétesett — megállapítottuk.

Különböző dimenziójú absorbeáló üvegecskékkel kísérleteztünk, hogy az ártalmas — levegőt tartalmazó — ürt lehetőleg kicsinyre szabjuk; az üvegek púpalakban végződtek és az ionizáló kamrához vezető csövet üvegyapattal tömtük ki, az utóbbi egyúttal a levegő-ionokat is felfogta, melyek ütközben képződtek és az ionizáló kamrába jutva, méréseinket befolyásolták volna.

Bármiként is választottuk meg készülékünk dimenzióit, a folyadékoknak absorbtioképességük szerint rendezett sorrendje ugyanaz maradt, az absorbtio továbbá függetlennek bizonyult a folyadékoszlop szélességétől és csupán annak hosszúságától füg-

gött. 7·5-nyi aktivitást mértünk, ha a levegőáram 3 cm magas, 0·6 cm széles benzoloszlopon át haladt, 7·7-nyit, ha az oszlop szélessége 2·2 cm-re rúgott. Ha az oszlop szélessége nem változott, de hosszúsága nagyobbodott meg, akkor toluollal végzett kísérletben az aktivitás 18·2, illetve 7·0 volt a szerint, a mint 2·8 vagy 7·8 volt a toluoloszlop hosszúsága. Tekintettel e tapasztalatra, mely különben teljesen megfelel elméletünk követelményeinek (lásd később), különös gondot fordítottunk a folyadékoszlopok egyenlő magasságára.

Az emanáció oldhatóságának mennyiségi meghatározása.

Függőleges, keskeny folyadékoszlopon át egyenletes, emanáció-tartalmú levegőáram halad, az utóbbit mint egy koncentrikus folyadékoszlopba beleágyazott hengeralakú levegőoszlopot tekintjük. Ha egyensúlyi állapot uralkodik, akkor megoszlási tényezőjének megfelelőleg oszlik meg az emanáció az áramló levegő meg a környező folyadékréteg között. Ezt a megosztást két folyamatból állónak tekintjük, pillanat alatt áll be az emanáció egyensúlyi megoszlása a levegőfázis meg az azt érintő parányi folyadékréteg között, majd onnét lassú diffúziós folyamat közvetíti az emanációt vízszintes irányban a folyadék belsejébe.

E felfogás helyessége mellett szólanak a fizikai kémia¹ tapasztalatai, a hidrogénnek szénben való absorbtiója esetében pedig MACBAIN² érdekes kísérletei. Ez utóbbinak egyrészt sikerült szenet hidrogénnel telítenie és ugyanakkor annak felületét megszabadítania az absorbeált hidrogéntől, másrészt csupán annak felületét töltenie meg azzal és kimutatnia, hogy míg a felületi condensatio pillanat alatt történik, addig a diffusio folyamata — a fenti esetben — mintegy 12 órát vesz igénybe.

Ez igen valószínűvé teszi abbeli feltevésünket, hogy ha emanációtartalmú levegő halad át függőleges folyadékoszloponkon, akkor a folyadék határfelülete és a gázfázis között az egyen-

¹ L. NERNST: Theoretische Chemie. Stuttgart, 1909; FREUNDLICH: Kapillarchemie. Leipzig, 1908 stb.

² Z. f. phys. Chem. 68. (1910) 481.

súly pillanat alatt áll be. Vajjon a folyadék határrétege azonos-e a molekuláris réteggel és így vastagsága 10^{-7} -rendű, vagy pedig annál vastagabb (10^{-6} vagy 10^{-5} -rendű), az ezen esetben — mint a továbbiakban látni fogjuk — nem lényeges.

A folyamat második része, az emanációnak a folyadék belsejébe irányított lassú diffúziója, látszólag meggátolja az egyensúlyi állapot gyors beállítását, ha azonban egy pillantást vetünk a radioaktív testek diffúziójának differentialegyenletére, mely a FICK-féle differentialegyenletnek kibővített alakja, akkor azt látjuk, hogy a diffúzió folyamata, az aktiniumemanáció rövid periodusa folytán oly kis térre szorítkozik, hogy a folyamat második része, az emanáció megoszlása a folyadék belsejében diffúzió révén is igen gyorsan történik.

A következőkben először a radioaktív anyagok diffúziójának differentialegyenletét fogjuk megbeszélni és abból kiindulva azt a térfogatot kiszámítani, a melybe diffúzió révén aktiniumemanáció még eljuthat. Az utóbbi térfogat szolgáltatja a V_1 tagját az $\eta = \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{V_2}{V_1}$ egyenletnek, hol η a megoszlási tényezőt jelenti, A_1 és A_2 a folyadék, illetve levegőfázisban jelenlevő emanáció mennyiségét, V_2 a levegőoszlop könnyen meghatározható térfogatát, V_1 a tekintetbe jövő «hatékony» folyadéktérfogatot. Ez utóbbi a különben legnehezebben meghatározható tag, melynek meghatározása azonban a mi esetünkben az aktiniumemanáció szerencsésen rövid periodusa folytán sikerül.

Radioaktív testek diffúziójának differentialegyenlete.

A FICK-féle differentialegyenlet, $\frac{\partial c}{\partial t} = D\Delta c$, ha a diffúzió csupán egy irányban történik (a mi esetünkben vízszintes irányban), a következő alakot ölti:¹

¹ Helyesebb lenne a cylindrikus differentialegyenletet tekinteni:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} - c = 0,$$

melynek integritása nullrendű HANKEL-féle cylindrikus függvényhez vezet (lásd JAHNKE und EMDA: Funktionentafeln. Leipzig, 1909):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \text{ hol } c = \text{töménység}$$

$$t = \text{idő}$$

$$x = \text{távolság}$$

$$D = \text{diffúzió-állandó.}$$

Ha radioaktiv test diffundál, akkor az egyenlet baloldala kibővül egy lineáris tággyal, λc -vel, hol λ a szétesési periodust jelenti és az egyenlet:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \lambda c,$$

a folytonossági állapot beállta esetén

$$\frac{\partial c}{\partial t} = 0$$

és

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \lambda c.$$

$$i_0 H_0^{(1)}(iy) = \frac{2}{\pi} \left[-1 + \left(1 - \log \frac{y}{2i}\right) \cdot I_0 y + \frac{1}{2} \frac{y^4}{2^4 \cdot 2!^2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{y}{2^2 \cdot 3!^2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \frac{y^8}{2^8 4!^2} - \dots \right]$$

Az ezen függvényt ábrázoló görbe menete $y=0.2$ értékétől kezdve igen hasonlít az exponentiális függvényt ábrázoló görbe menetéhez. Itt is $y=4$ lesz a független változó azon értéke, melynél a görbe practice eléri az abcissatengelyt és így $x=0.01$ az a távolság, melyen túl emanáció diffúzió útján nem juthat. Hogy azonban a szövegben α -val jelzett tényezőt kiszámíthatassuk — mely *fizikailag* az a szám, melylyel a «hatékony» térfogatot megszorozva nyerjük azon térfogatot, melyben az előbbiben nem egyenletesen eloszlott emanáció egyenletesen lenne elosztva, *matematikailag* pedig az α faktor szünteti meg a határozatlanságot, mely az által áll be, hogy az asymptotikusan konvergáló görbe ordinátáját az abcissa 4-nyi értékénél tekintjük «practice» nullnak —, ismernünk kellene annak a határrétegnek a vastagságát, melyből az emanáció a folyadékba diffundál. Nehogy egy erre vonatkozó hypothetikus feltevéssel terheljük meg levezetésünket, a diffúzió differentialegyenletének fenti alakjából indultunk ki, annál is inkább, mivel, mint már említettük volt, az exponentiális függvény menete, a minket érdeklő határok között, igen hasonló az $iH_0^{(1)}(ix)$ függvény menetéhez.

Az utóbbi egyenlet integrálása

$$c = Pe - \sqrt{\frac{\lambda}{D}}x + Qe + \sqrt{\frac{\lambda}{D}}x$$

szolgáltatót,

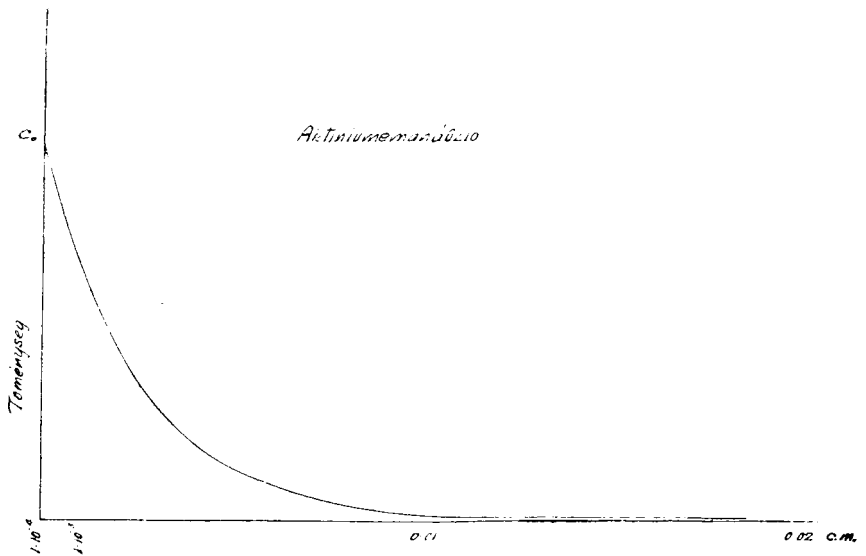
ha $x = \infty$, úgy $c = 0$ $Q = 0$,

ha $x = 0$, úgy $c = c_0$.

$$c = c_0 e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}}x}; \quad (1)$$

c_0 az emanáció töménységét jelenti a határretegben.

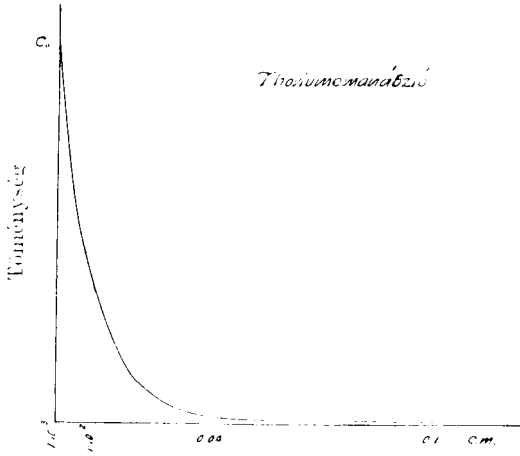
(1)-ből minden x -hez tartozó töménységet (c) kiszámíthatunk, vagyis bármely pontban uralkodó töménységet, ha λ -t és



2. ábra.

D -t ismerjük. A 3. számú táblázaton láthatók az x -ekhez tartozó c -értékek úgy a tórium mint az aktiniumemanáció esetében. A tóriumemanáció radioactiv állandója (λ) kisebb ($1, 28 \cdot 10^{-2}$) lévén az aktiniuménál, a töménység lassabban csökken a növekvő távolsággal. A 2. ábra görbéi ábrázolják a csökkenést, 0.01 cm-nyire a harántfelülettől; az aktinium-emanáció töménysége

alig 2%-át teszi a határretegbeli töménységének; tórium-emanáció esetében csak 0·04 cm-nyire a határfelülettől csökken ily kis részére a határretegbeli töménység.



3. ábra.

3. táblázat.

Aktinium-emanáció.			Tórium-emanáció.		
x cm.-ekben	$\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x$	c kifejezve c_0 sokszorosában	x cm.-ekben	$\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x$	c kifejezve c_0 sokszorosában
1	400	0	1	105	0
0,1	40	0	0,1	10,5	0,00001
0,02	8	0,0003	0,08	8,40	0,0002
0,01	4	0,0183	0,05	5,25	0,005
0,005	2	0,135	0,04	4,20	0,015
0,0001	0,4	0,670	0,01	1,05	0,350
0,00005	0,2	0,819	0,005	0,53	0,595
0,00001	0,04	0,960	0,001	0,11	0,900
0,000001	0,004	0,996	0,0001	0,011	0,990
0,0000001	0,0004	0,9996	0,00001	0,0011	0,9990

Az aktinium-emanáció diffúzió-állandóját folyadékokban nem állapították meg kísérletileg, de tudjuk, hogy a rádium-emanáció-diffúzió állandója¹ vízben 0·07 cm² nap⁻¹, ismerjük to-

¹ WALLSTABE: Phys. Z. 4 (1903) 721.

vábbá mind a három emanáció diffúzió-állandóját levegőben¹ és hogy az aktinium-emanáció a leggyorsabban diffundál, ezen adatok alapján D legvalószínűbb értékéül $0.1 \text{ cm}^2 \text{ nap}^{-1}$ -t állapítunk meg. (Az itten fellépő esetleges hiba következményeit később tárgyaljuk.)

Mint a fenti táblázat adataiból következik, praktice csupán a levegőárammal érintkező folyadékfelület és az attól¹ 100 centiméternyire lévő felület közötti térfogatba jut diffúzió révén aktinium-emanáció. A «hatékony» térfogat különbsége lesz tehát két henger térfogatnak, melyek egyike az r_1 sugarú levegőoszlop, másika az r_1+r_2 sugarú henger, hol r_2 a fenti (0.01 cm) rétegvastagságot jelenti. A keresett térfogat

$$V = [4\pi(r_1+r_2)^2 - 4\pi r_1^2] h = 4\pi r_2^2 h + 8\pi r_1 r_2;$$

r_2^2 kicsi lévén $r_1 r_2$ -hez hasonlítva

$$V = 8\pi r_1 r_2.$$

Számítsuk ki a «hatékony» térfogatban lévő összes emanáció-mennyiséget. Nem elégséges a határretegbeli töménységet (c_0) a fenti térfogattal (V) megszorozni, mivel a beállott egyensúlyi állapot daczára a «hatékony» térfogat minden elemében nem ugyanazon töménység uralkodik, de a töménység vízszintes irányban, a folyadék belseje felé, mint az 1. ábrából látható, rohamosan csökken és az ily módon kiszámított emanációtömeg nagyobb lenne a ténylegesnél. A helyes eljárás az, hogy a hatékony térfogatot megszorozzuk a közép töménységgel α -val, vagy a mi ugyanannyit jelent, a határretegbeli töménységet olyan térfogattal szorozzuk meg, melyben az összes emanációtömeg ugyanolyan töménységben lenne felosztva, mint a minőben a határretegben van jelen.

A hatékony térfogatban, illetve az egész folyadékban lévő emanáció tömege e szerint

¹ DEBIERNE: Le Radium 4 225 (1907). CHAUMONT: Le Radium 106 (1909). RUSS: Phil. Mag. 22 420 (1909).

$$c'_0 V \int_{r_2=0}^{r_2=r_1} e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}} x} dx = c'_0 S \pi r_1 h \left[1 - e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}} r_2} \right] = c'_0 \cdot a \cdot V,$$

hol c'_0 a levegőoszlop és a folyadék közötti határretegben lévő «közép» töménységet jelenti. (Ennek értelmét lásd lejjebb.) Az a sajátosságos — a nem radioaktív testek kémiájában elő nem forduló eset lép tehát fel, hogy az egyensúlyi állapot beállta daczára a töménység az egyik fázisban pontról-pontra változik. A mellett tekintetbe kell vennünk, hogy a levegőoszlopnak nem minden térfogatelemében uralkodik ugyanazon töménység, hanem ez az emanáció átalakulása folytán a magassággal csökken.

Jelöljük c -vel az emanáció töménységét az absorbeáló üveg fenekén, akkor a levegőoszlop összes emanációtartalma nem $v_2 c_3$ lesz ($v_2 =$ a levegőoszlop térfogatával), de $v_2 c' = v_2 c$, hol c' a «közép» töménységet jelenti, v'_2 pedig azon térfogatot, melyben az emanáció tömege ugyanolyan töménységben lenne *egyenletesen* felosztva, mint a melyben az absorbeáló üveg fenekén van meg.

A levegőoszlopban levő összes emanáció-tömeg e szerint

$$c' v'_2 \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{q} y} dy,$$

hol $h =$ a levegőoszlop magasságával,

$q =$ a lineáris áramlási sebességgel.

Az integrál kiszámítása a következő értékhez vezet:

$$\frac{4\pi r_1^2 c q}{\lambda} \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{q} h} \right) = c' v'_2. \quad (2)$$

Egyik alapfeltevésünk az, hogy a két fázis közötti határretegben pillanat alatt beáll az emanáció megoszlási egyensúlya; viszont a levegőoszlopban az emanáció töménysége pontról-pontra csökken függőleges irányban időbeli szétesés folytán, így tehát az emanáció töménységének a folyadékoszlopban is csökkennie kell az oszlop növekvő magasságával. Az emanáció közép-töménysége a folyadék határretegében

$$c'_0 = \frac{c_0}{h} \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{a} y} dy$$

és a folyadékban feloldott emanáció tömege

$$c'_0 a v = c_0 \cdot 8\pi r_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{D} r_2}\right) \frac{(1 - e^{-\frac{\lambda}{a} h})}{\lambda \left(1 - \frac{\lambda}{D}\right)}. \quad (3)$$

A megoszlási tényezőnek (7) kiszámítása.

Az absorbeáló üvegbe belépő aktinium-emanáció egy részét a folyadék veszi fel, a folyadékban széteső, átalakuló emanáció tömege arányos azonban a jelenlévő tömeggel — mely utóbbit (3) szolgáltatja — és így a folyadékban

$$\lambda v' c_0^2 a = \lambda x c v' \quad \text{ha } c_0 = x c \text{ írunk}$$

-nyi emanáció esik szét az időegység alatt. A levegőoszlop emanáció-tartalmát, ha azt absorbeáló folyadék veszi körül, nem a (2) egyenlet adja meg, de a következő:

$$v_2 c' - \lambda x c v a$$

és az emanáció középtöménységét levegőben

$$\frac{v_2 c' - \lambda x c v a}{v_2} = c' - \frac{\lambda x c v a}{v_2} \quad (4)$$

$$c' = \frac{c_0}{h} \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{a} y} dy$$

$$a v = \frac{c_0}{r_2} \int_{r=0}^{r=r_2} e^{-\frac{\lambda}{D} r} r dr.$$

A folyadékban lévő emanáció tömegét szolgáltatja

$$x c' a v \text{ és töménységét } x c' a. \quad (5)$$

Az emanáció töménységének viszonya a folyadékban és levegőben szorozva α -val szolgáltatja a megoszlási tényezőt

$$\eta = \frac{x}{1 - \lambda x \alpha \frac{v}{v_2}}. \quad (6)$$

Az egyenlet jobboldalának tagjai közül egyedül x -et nem ismerjük.

X értékének megállapítása.

A levegőfázis «átlagos» töménységét (4) egyenlet szolgáltatja, a «fenék»-töménységet pedig

$$\frac{c' \left(1 - \lambda x \alpha \frac{v}{v_2} \right)}{\frac{1}{h} \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{q} y} dy};$$

ha ezen emanáció szétesés nélkül áramlanék a folyadékra keresztül, akkor az egész levegőoszlopban

$$\frac{w_2 c' \left(1 - \lambda x \alpha \frac{v}{v_2} \right)}{\frac{1}{h} \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{q} y} dy}$$

-nyi emanáció lenne, az emanáció folytonos szétesése folytán azonban csak $v_2 c' \left(1 - \lambda x \frac{v}{v_2} \alpha \right)$ lesz meg. A két utolsó kifejezés különbsége szolgáltatja az időegység alatt a levegőfázisban szétesett emanációt, mely

$$v_2 c' \left(1 - \lambda x \frac{v \alpha}{v_2} \right) \left(\frac{1}{\frac{1}{h} \int_{y=0}^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{q} y} dy} - 1 \right). \quad (7)$$

A folyadékfázisban az időegység alatt széteső emanáció-tömeget a (6) egyenlet mutatja.

(6) és (7) összege szolgáltatja az időegység alatt összesen széteső emanációtömeget, mely arányos azon ionizáló áramok különbségével, melyek egyikét akkor mérjük, ha az emanáció az absorbeáló üveg elkerülésével jut az elektroskópba, másikat, ha az emanációt tartalmazó levegő az absorbeáló folyadékon át haladt volt. Az előbbit a -val, az utóbbit A -val jelölve

$$\lambda x c' v a + v_2 c' \left(1 - \frac{\lambda x a}{v_2} \right) \left(\frac{1}{\frac{1}{h} \int_0^{y=h} e^{-\frac{\lambda}{a} y} dy} - 1 \right) = K(a - A). \quad (8)$$

K = arányossági tényező.

Ha a folyadék az emanációt nem absorbeálja, mint például a higany, akkor

$$v_2 c' \left(\frac{1}{\frac{1}{h} \int_0^{y=h} e^{-\frac{\lambda y}{a}} dy} - 1 \right) = K[a - A']. \quad (9)$$

A' jelenti az ionizáló áramot, melyet a higanyon áthaladt emanáció-áram létesít. Jelöljük I -vel a (9) baloldalán a zárójel alatt lévő kifejezést, akkor

$$\frac{x(\lambda v a - \lambda v a I) + v_2 I}{v_2 I} = \frac{a - A}{a - A'} = R,$$

$$x = \frac{v_2 I (R - 1)}{\lambda v a (1 - I)}. \quad (10)$$

Ez és a (4) egyenlet a megoszlási tényező η következő értékét szolgáltatja:

$$\eta = \frac{\frac{v_2 I (R - 1)}{v a \lambda (1 - I)}}{1 - \frac{I (R - 1)}{1 - I}}. \quad (11)$$

Ha $\frac{I(R-1)}{1-I}$ kicsiny 1-hez képest, akkor

$$\eta = \frac{v_2 I (R - 1)}{a v \lambda (1 - I)}. \quad (12)$$

Az aktiniumemanáció relativ oldhatóságának meghatározása.

Határozzuk meg először az aktinium-emanáció oldhatóságát folyadékokban, mint a vízben való oldhatóságának többszörösét, jelöljük tehát a vízben való oldhatóságát 1-gyel.

$$\eta_1 = 1.$$

(12) egyenletből kiindulva a két folyadék közötti megoszlási tényező értékéül

$$\frac{\eta^n}{\eta_1} = \frac{R_n - 1}{R_1 - 1} \cdot \frac{1 - IR_1}{1 - IR_2}; \quad (13)$$

$\frac{1 - IR_1}{1 - IR_2}$ igen közel 1 lévén

$$\frac{\eta_n}{\eta_1} = \frac{R_n - 1}{R_1 - 1} = \frac{A' - A_n}{A' - A_1} \quad (14)$$

és

$$\eta_n = \frac{A' - A_n}{A' - A_1}. \quad (15)$$

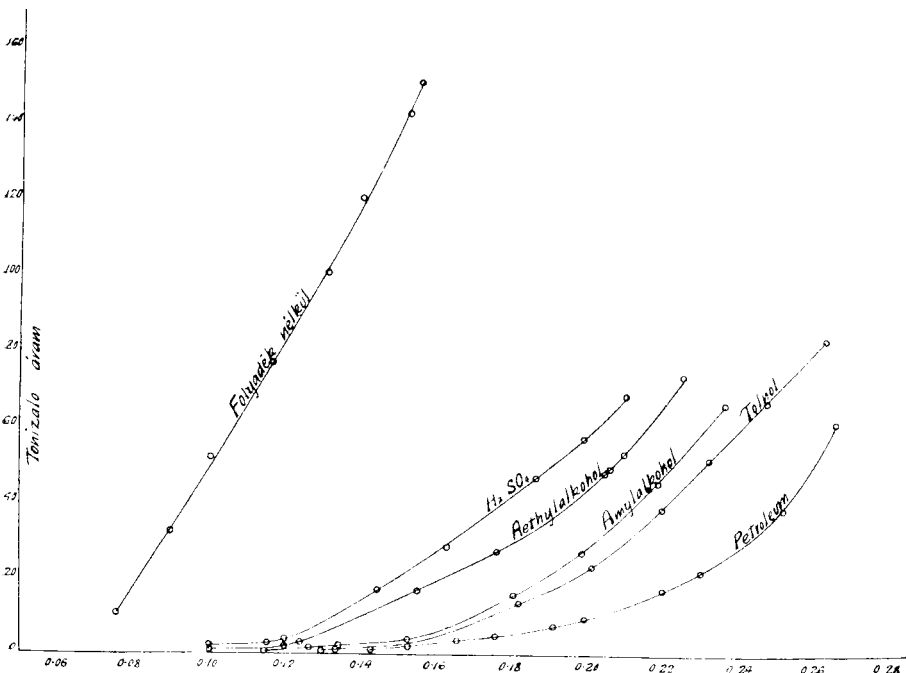
η_n = relativ oldhatóság

A' = ionizáló áram higanyon át való áramlás után,

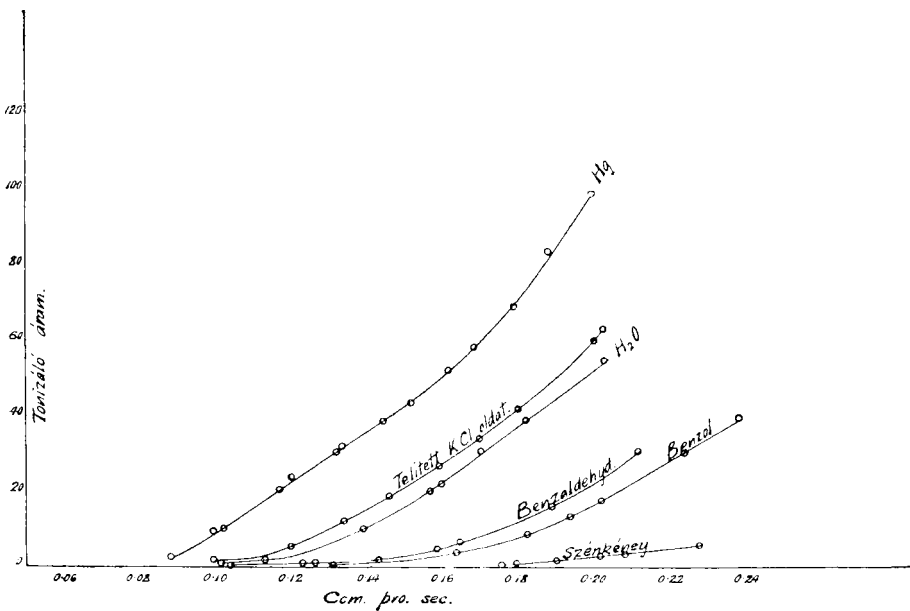
A_n = " " a kérdéses folyadékban át való áramlás után,

A_1 = " " vizen való áramlás után.

A' , A_n és A_1 értékeit különböző áramlási sebességnél a 4. táblázat mutatja, η_n értékei az 5. táblázatban találhatók. Az egyes értékek öt—öt megfigyelés középértékei. A fenti áramlási sebességeknél az oldhatóság független az áramlási sebességtől és mint a 6. táblázatból látható, jóval kisebb a rádiumemanáció oldhatóságánál az illető folyadékban. Az emanációk *relativ* oldhatósága a következő sorrendben csökken: rádium, tórium, aktinium.



4. ábra. Áramlási sebesség. ccm. pro. sec.



5. ábra. Áramlási sebesség.

4. táblázat.

q cm ³ .per sec.	A'	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀
	Higany	Víz	KCl-oldat	Kénsav	Aethylalkohol	Amylalkohol	Benzaldehyd	Benzol	Toluol	Petroleum	Szénkéneg
0,10	9	1,5	2	2	1	—	—	—	—	—	—
0,12	23	2,5	5	3	1,5	—	—	—	—	—	—
0,14	37	12	17	14	11	2	2	—	—	—	—
0,16	50	23	27	26	19	5	5	4	3,5	3	—
0,18	70	38	42	42	29	15	13	13	7	5	3,5
0,20	102	57	60	58	43	28	30	22	16	9	2,5
	A'—A ₁	A'—A ₂	A'—A ₃	A'—A ₄	A'—A ₅	A'—A ₆	A'—A ₇	A'—A ₈	A'—A ₉	A'—A ₁₀	
0,10	7,5	7	7	8	—	—	—	—	—	—	—
0,12	20,5	19	21	22,5	—	—	—	—	—	—	—
0,14	25	20	23	26	35	35	—	—	—	—	—
0,16	27	23	24	31	45	45	46	46,5	47	—	—
0,18	32	28	28	41	55	57	57	63	65	69	—
0,20	50	41	43	58	74	72	80	86	93	99	—

5. táblázat.

q cm ³ . per sec.	η_n tel. KCl-oldat	η_n tömény H ₂ SO ₄	η_n Aethylalkohol	η_n Amylalkohol	η_n Benzaldehyd	η_n Benzol	η Toluol	η Petroleum	
0,10	1,0	1,0	1,1	—	—	—	—	—	—
0,12	0,9	1,0	1,1	—	—	—	—	—	—
0,14	0,7	0,9	1,1	1,5	—	—	—	—	—
0,16	0,9	0,9	1,1	1,7	1,7	1,7	1,7	1,8	—
0,18	0,9	0,9	1,3	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1
0,20	0,8	0,9	1,2	1,5	1,6	1,7	1,7	1,9	2,0

$\eta_n = 1$
viz 18°

Hasonlítsuk össze a fenti gázok oldhatóságát szerves folyadékokban a nem radioaktív gázok oldhatóságával, ilyenkor főleg a rádiumemanáció rendkívül erős oldhatósága tűnik fel; a nem radioaktív gázok közül az ethán rendelkezik a legnagyobb absorpciótényezővel, $\eta=4\cdot5$ heptánban, míg a rádiumemanáció szénkéne-
ben $\eta = 81$ -et mutat. A mi a folyadékoknak absorbeáló képességük szerint rendezett sorrendjét illeti, ez igen lényegesen különbözik attól a sorrendtől, melyet JUST¹ nitrogénnél, hidrogénnél, széndioxidnál és szénoxidnál talált. Legújabban Mc DANIEL² meghatározta a metán, ethán és aethylén oldhatóságát a szerves folyadékok nagy számában, s egészen más absorbeáló sorrendet tapasztalt, mint JUST; ebből azt a fontos következtetést vonta, hogy a gáz specifikus természetének csak olyan befolyása van az oldhatóságra, mint az oldószernek; rokon gázoknál várhatunk csupán megegyező sorrendet; viszont a három emanáció esetében teljesen megegyező sorrendből azok rokoni viszonyára következtethetünk. A rádiumemanációról azonban tudjuk, hogy valószínűleg a nemes gázok csoportjába tartozik és így ezen közvetett úton sikerül az oly rövidéletű tórium- és aktinium-emanáció helyét ugyancsak a nemes gázok csoportjában állapítani meg.

6. táblázat.

A három emanáció relatív oldhatósága 18°-nál.

Absorbens	Rádium-em.	Tórium-em.	Aktinium-em.
H_2O	1	1	1
Telített KCl-oldat	0,23 (KOFLER)	—	0,9 (szerző)
Aethylalkohol	21 { (RAMSTEDT) 17 { (KOFLER)	—	1,1 "
Benzol	45 (RAMSTEDT)	—	1,8 "
Tolrol	46 (RAMSTEDT)	—	1,8 "
Petroleum (nem definiált)	29 (HOFFMANN)	5 (KLAUS)	1,9 "
Szénkéne- g	81 (RAMSTEDT)	—	2,1 "

¹ JUST, lásd LANDOLT-BÖRNSTEDT táblázatait.² Mc DANIEL: J. of phys. chem. 15. 580 (1911).

Az aktiniumemanáció megoszlási állandója víz és levegő között.

Mint láttuk volt, a megoszlási tényező (11. egyenlet)

$$\eta = \frac{\frac{v_2 I (R-1)}{av\lambda (1-I)}}{1 - \frac{I(R-1)}{1-I}}$$

Mivel úgy $R-1$, mint $\frac{I(R-1)}{1-I}$ igen kicsiny — kisebb 0·05-nél —, a fenti képletet egyszerűsíthetjük:

$$\eta = \frac{v_2 I (R-1)}{av\lambda (1-I)}$$

$$v_2 = 4\pi r_1^2 h = 0\cdot06 \text{ cm}^3.$$

$$v = 8\pi r_1 r_2 + 4\pi r_2^2 = 0\cdot034 \text{ cm}^3.$$

$$a = \frac{1}{r_2} \int_{x=0}^{x=r_2} e^{-\frac{\lambda}{D}x} \sqrt{\frac{\lambda}{D}x} dx = 0\cdot246$$

$$\frac{v_2}{av} = 8\cdot34$$

a , A' , A , $R-1$, I és η értékeit különböző áramlási sebesség mellett a 7. táblázat tartalmazza.

7. táblázat.

$q \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$	a	A	A'	$R-1$	I	$\frac{I}{1-I}$	η
0,10	50	2	3	0,02	0,73	2,7	2,2
0,12	85	6	8	0,03	0,58	1,4	1,9
0,14	126	13	19	0,05	0,54	1,2	2,0

Vessünk egy pillantást az η meghatározásánál fellépő esetleges hibaforrásokra. Mint ilyenek az emanáció-diffúzió állandójának hibás megállapítása és az esetleg fellépő konvekció jönnek tekintetbe. A rádiumemanáció diffúzió-állandójából vízben és levegőben és az aktiniumemanáció diffúzió-állandójából levegő-

ben, az utóbbi értékül vízben $0.1 \text{ cm}^2 \text{ nap}^{-1}$ -t állapítottunk meg; a diffúzió-állandó képletünkben a négyzetgyök alatt fordulván elő, eltérése a fenti értéktől aránylag kevéssé befolyásolja eredményünket, így pl. ha $D = 0.09$, akkor $a = 0.24$, 0.23 helyett és $\gamma = 2.17$, 2.05 helyett.

A kísérleti berendezés megválasztásakor és a kísérletek végzésekor különösen ügyeltünk a konvekció kizárására, de ha fel is lépett konvekció az absorbeáló folyadékban, ez eredményünket alig befolyásolhatta, erre csupán igen nagy sebességű konvekció képes, mivel a mi esetünkben a diffúzió folyamata, mint már megbeszéltük volt, felette gyors. Egy lineáris tagnak (λc) fellépése a diffúzió differenciálegyenletében és λ kis értéke a diffúzió folyamatának egészen különös jeleget kölcsönöz, melynek egyik, ránk nézve kedvező következménye a konvekció jelentőségének a visszaszorítása.

Fázisaink abszolút emanáció-töménysége.

A levegőfázis abszolút emanáció-töménységét a következő módon határozhatjuk meg: Az a részecskék száma, melyeket az emanáció forrásául szolgáló aktiniumkészítményünk másodpercenként kiröpit

$$\frac{2.3 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^4}{100 \cdot 1.6} = 3 \cdot 10^6,$$

mivel készítményünk aktivitása BOLTWOOD¹ szerint 20,000-nyi uránegység, 1 gr urán GEIGER és RUTHEFORD² szerint másodpercenként $2.3 \cdot 10^4 a$ részt lövel ki és az aktinium és az urán a sugarai «hatóhatárai»-nak viszonya 1,6.

Ha az a sugarak számából a széteső, illetve másodpercenként képződő emanáció-atómok számára akarunk következtetni, akkor tekintetbe kell vennünk, hogy az aktinium leadta a részecskéknek csak egy ötödrészt³ szolgáltatja az emanáció-

¹ BOLTWOOD: Proc. Roy. Soc. 85. A. (1911) 77.

² GEIGER and RUTHEFORD: Phil. Mag. 28. (1910) 697.

³ RUTHEFORD und GEIGER: Phys. Z. 10. (1908) 44.

atom szétesése és hogy az emanáció periódusa 0.18 sec^{-1} és így a másodpercenként az «aktinium X»-ből képződő emanáció-atóмок száma

$$\frac{3 \cdot 10^6}{3 \cdot 0.18} = 5 \cdot 10^6 \text{ (kerekén).}$$

Ez a maximuma azon emanációatomok számának, melyeket készítményünk a felette áramló levegőnek az időegység alatt leadhat. Ha a levegőáram $0.2 \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$ sebességgel áramlik, akkor 10^{18} levegőmolekula $2 \cdot 10^7$ emanáció-atómot fog magával sodorni, mivel RUTHEFORD és GEIGER⁴ szerint 1 cm^3 levegő $2.7 \cdot 10^{19}$ molekulát tartalmaz.

Levegőfázisunk maximális emanációtöménysége tehát $5 \cdot 10^{-12}$, tényleg azonban, mivel az emanáció nagy része magában a készítményben leli halálát és erősen absorbeáló folyadékok esetében az emanációnak alig 1%-a érte el az ionizáló kamrát, a levegőfázis emanációtöménysége aligha haladta meg a 10^{-15} -t.

Az aktiniumemanáció absorbtiója kókuszdiószénben.

A rádiumemanációt kókuszdiószén alacsony hőmérséklet mellett igen erősen absorbeálja,¹ az emanáció ezen tulajdonsága szolgált az atmoszférában kis mértékben mindig jelen lévő rádiumemanáció quantitativ meghatározására. A tóriumemanációnak is hasonló tulajdonságát tapasztalták,² érdekesnek látszott tehát az aktiniumemanáció viselkedését kókuszdiószénnel szemben a fenti két radioaktív-gáz viselkedésével összehasonlítani.

A kísérleti berendezés.

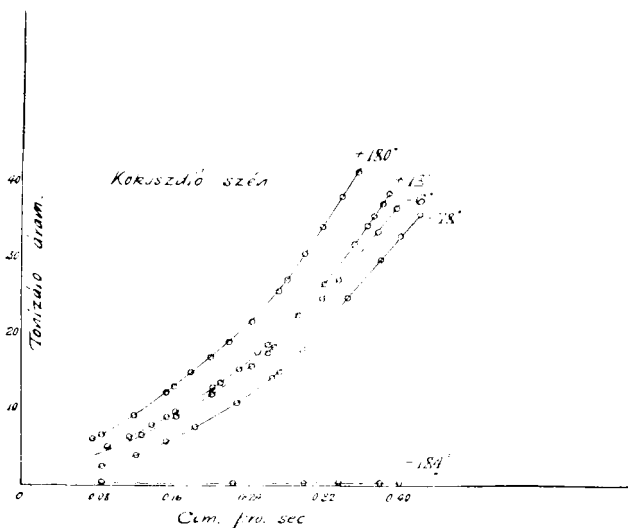
Az absorbtio meghatározására a folyadékok esetében alkalmazott áramlási módszer szolgált. A kísérleti berendezés az 1. ábrán láthatótól csak annyiban különbözött, hogy az absorbeáló üvegecske (*e*) helyett az ábrán látható 6 cm hosszú.

¹ RUTHEFORD: Nature. 1906 okt.

² BOYLE: Phil. Mag. 17 (1909) 389.

5 mm átmérőjű csövecskét (*h*) csatoltuk az áramkörbe. Az utóbbi tartalmazta a 2 mm élű szénkoczkákat. 180, 18°, —6, —79 és —184 fokon végeztünk kísérleteket, a fagypontnál magasabb hőmérsékletet meleg olajfürdő, az alacsonyabbakat jég, só, szilárd szénsav és folyékony levegő szolgáltatta. A hőmérsékletet pentán-hőmérővel mértük.

A 6. ábrán láthatók az ionizáló áramot, mint az áramlási sebesség függvényét jellemző görbék; látjuk, hogy már szoba-



6. ábra.

hőmérséklet mellett is erősen absorbeálja a szén az emanációt. E kísérletekben levegő helyett hidrogént használtunk, tekintettel a 180°-on végzett kísérletre, melyben különben szénoxid léphetett volna fel.

BOYLE¹ a tóriumemanációval végzett kísérletekben azt tapasztalta, hogy +180°-on a kókuszdiószén már nem absorbeálja az emanációt; az aktiniumemanációról ugyanezt feltételezve, a 180°-on megállapított ionizáló áramgörbét mintegy nem ab-

¹ BOYLE: Bulletin of the Macdonald Physics Building. No. 1. (1910).

sorbeáló médiumban nyertet tekinthetjük és kiszámíthatjuk az emanáció megoszlási tényezőjét a szilárd szénfázis meg a hidrogénfázis között.

A megoszlási tényező kiszámítása.

A szén- és gázfázis közötti megoszlási tényező kiszámítása egyszerűbben történik, mint a folyadék és gázfázis közötti. Mivel a szén absorptióképessége jóval nagyobb bármely folyadékénál, azért az emanáció veszteségét a gázfázisban elhanyagolhatjuk a szénfázisban szenvedett veszteségéhez képest. Ha T_1 hőmérsékleten, hol a szén még nem absorbeál, az I_1 ionizáló áramot mérjük, T_2 -nél, hol már absorbeál, az I_2 -t, akkor a szén által absorbeált emanáció tömege arányos lesz $I_1 - I_2$ -vel. Az egyensúlyi állapot beállta után, ha az időegység alatt $K(I_1 - I_2)$ -t absorbeál a szén, ugyanannyi fog szétetni is, a mi csak úgy lehetséges, ha a szén $\frac{K(I_1 - I_2)}{\lambda}$ emanáció-tömeget tartalmaz. A gázfázison viszont KI_2 -nyi emanáció áramlik az időegység alatt; ha az utóbbi térfogatát v_1 -gyel, az előbbiét v_2 -vel jelöljük, akkor a megoszlási tényező

$$\mu = \frac{(I_1 - I_2) v_1}{\lambda I_2 v_2}.$$

$I_1, I_2, \frac{1,4 \cdot (I_1 - I_2)}{\lambda I_2}$ és μ értékeit a 8. táblázat tartalmazza. 1,4-gyel azért kellett az utolsóelőtti oszlop tagjait megszorozni, hogy a hibát, a mit azáltal követtünk el, hogy 180° -on teljesen nem absorbeálóknak tekintettük szenünket, kiegyenlítsük. Ezen coefficientst BOYLE³ mérései szolgáltatják:

$$\frac{v_1}{v_2} = 0,25.$$

De tekintetbe kell itt is vennünk, hogy a szénnek nem az egész térfogata absorbeál, hanem csupán azon része, melybe az emanáció belédiffundálhat (v'_2). Az utóbbi (mint előbb már megbeszéltük volt) az emanáció diffúzió-állandójából és periódusából kiszámíthatjuk, mivel azonban az emanáció diffúzió-

állandóját szénben nem ismerjük, kénytelenek vagyunk megelégedni v'_2 felső határának és így γ alsó határának megállapításával, a szénben való diffúzió-állandót ugyanolyan rendűnek tekintve — $0,05 \text{ cm}^2 \text{ nap}^{-1}$ —, mint a folyadékokban lévőt. Akkor $v'_2 = \frac{v'_3}{32}$ és $\mu = 20$, ez utóbbi azonban, mint még egyszer megemlítjük, csak alsó határát szolgáltatja μ tényleges értékének.

8. táblázat.

q $\text{cm}^3 \text{ sec}^{-1}$	I_1	I_2	$\frac{1,4 (I_1 - I_2)}{I_2 \lambda}$	$\mu \text{ } 18^\circ$
0,08	6,70	5,0	2,6	21
0,12	9,95	7,5	2,6	21
0,16	13,5	10	2,3	18
0,24	22,0	17	2,2	18
0,28	27,5	21,5	2,3	18
0,32	35,0	27	2,2	18
0,36	42,5	34	2,6	21

Az aktíniumemanáció absorbtiójának összehasonlítása a rádium- és tóriumemanációéval.

A rádiumemanáció megoszlási tényezőjét szén és levegő között kiszámíthatjuk RUTHEFORD¹ kísérleteiből. Ez utóbbi azt tapasztalta, hogy -150° -on, 0,8 gr kókuszdiószén $0,05 \text{ mm}^3$ emanációt absorbeál és hogy az 50 cm^3 térfogatú edényben óvatosan hevített szén $+10^\circ$ -on az absorbeált emanációnak a felét adja le. A kókuszdiószén sűrűsége 1,6 lévén, a megoszlási tényező értéke

$$\mu = \frac{1 \cdot 50 \cdot 1,6}{1 \cdot 0,8} = 100.$$

A tóriumemanáció megoszlási tényezőjét egy áramlási módszerrel 50-ben állapította meg BOYLE,² azon feltevésekből indulva ki, hogy a szénrészecskék egész $0,6 \text{ mm}^3$ -nyi térfogata absorbeál.

¹ RUTHEFORD: Manchester Phil. Soc. Proc. 53. (2) (1908).

² HOMFRAY: Z. phys. Chem. 74. (1910) 129.

Noha, mint a 3. táblázat számai mutatják, a tóriumemanáció nagyobb periódusa folytán a «hatékony» térfogat aránylag nagy, mégis kisebb a szénrészecskék egész térfogatánál és így az ötvenes szám itt is csak alsó határát adja meg a megoszlási állandónak.

A 9. táblázatban állítottuk össze a három emanáció, továbbá néhány nem radioaktív-gáz megoszlási állandóit. Látjuk, hogy bár az utóbbiak 0°-ra vonatkoznak, hol a megoszlási állandó nagyobb, mint szobahőmérsékleten, mégis jóval kisebbek, mint az emanációk megoszlási állandói. Ezen igen lényeges eltérés magyarázata azon parányi töménységekben rejlik, melyekben a radioaktív-gázok fellépnek és a melyek RUTHEFORD kísérleteiben 10^{-7} -t, a magam kísérleteiben 10^{-14} -t meg nem haladtak.

HENRY törvényét nem alkalmazhatjuk a szénben feloldott gázokra, de helyettesítenünk kell az adsorbtíós törvénnyel, mely szerint

$$a = ap^n,$$

hol $a =$ állandó,

$$\frac{1}{n} = \text{„}$$

$p =$ partiális nyomás, illetve töménység,

$a =$ adsorbeált mennyiség.

E törvénynek speciális alakja HENRY törvénye, a mely esetben $\frac{1}{n} = 1$.

TRITOFF² számos gáznak határozta meg oldhatóságát szénben, különböző partiális nyomás mellett és azt tapasztalta, hogy a hidrogén kivételével minden gáz esetében $\frac{1}{n}$ kisebb egynél.

Ez annyit jelent, hogy csökkenő partiális nyomással a gáz megoszlási állandója a szén és gázfázis között csökken. Extrapoláljuk az emanációk parányi partiális nyomása mellett talált megoszlási tényezőt atmoszferikus nyomásra, ilyenkor elegendő

¹ FREUNDLICH: Kapillarchemie. 92. o.

² TRITOFF: Z. phys. Chem. 74. 657. (1910).

$\frac{1}{n}$ -nek csekély eltérését egytől feltételezni — pl. $\frac{1}{n} = 0,9$ —, hogy az emanációk részére ugyanolyan rendű megoszlási tényezőket kapjunk, mint pl. a DEWAR¹ találta megoszlási tényezői nem radioaktiv-gázoknak, melyeket a 9. táblázatunk is tartalmaz.

9. táblázat.

Gáz	Hőmérséklet	Megoszlási tényező η	Megfigyelő
Szénsav	0°	21	Dewar
Oxigén	0°	18	
Nitrogén	0°	15	
Argon	0°	12	
Hidrogén	0°	4	
Hélium	0°	2	
Aktiniumemanáció	18°	>20	Szerző
Tórium	18°	>50	Boyle
Rádium	10°	100	Rutherford

Az aktinium «aktiv csapadék»-ának gyűjtése az emanáció kondenzációja útján a folyékony levegő hőmérsékletén.

KINOSHITA² kutatásai révén tudjuk, hogy az aktiniumemanáció -120° -on kezd kondenzálódni és -150° -on teljesen cseppfolyósodik. Az itt leírt kísérletek célja annak a megállapítása volt, milyen tört részét lehet a gyorsan áramló emanációnak kis folyékony levegővel hűtött felületen cseppfolyósítani. $0,4 \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$ áramlási sebesség mellett $0,1\%$ kivételével az egész emanációt sikerült kondenzálni az 1. ábrán látható (*h*) csövecskében, ha azt 4 mm mélyen -184° folyékony levegőbe mártottuk. Akár szénrészesekkel, akár parányi quarz-golyócskákkal töltöttük meg a (*h*) csövet, ugyanazon eredményt kaptuk és az egész emanációból csupán 0,1-nyi aktivitásnak megfelelő

¹ DEWAR: Proc. Roy. Soc. 74. (1904). 122.

² KINOSHITA: Phil. Mag. 16. (1908) 121; GOLDSTEIN: Verh. d. deutsch. phys. Ges. 5. (1903) 392.

jutott az elektroscop ionizáló kamrájába, az emanáció teljes aktivitása 1100 volt. Ez utóbbit mint olyat — az aranylemez mozgása mérhetetlenül gyors lévén — nem sikerült megmérni, kiszámítása azonban könnyen sikerült az aktiv csapadék aktivitásából, melyet az emanáció 10 percz alatt az ionizáló kamrában létre hozott. Midőn a hűtő folyékony levegőoszlop magasságát 2 mm-rel megrövidítettük, az elektroscop 15° -nyi aktivitást mutatott, tehát már csak 98,5%-a cseppfolyósodott az emanációnak; a folyékony levegő eltávolítása után alig másfél perczcel az aktivitás mérhetetlen nagygyá vált. E kísérletekben az aktiniumot tartalmazó csövet és a kondenzáló edényt egy 8 cm hosszú, 1 mm átmérőjű hajszálcső kapcsolta össze, mely csövön át haladva az emanációnak csupán 1%-a eshetett szét, a többi 99%-a a kondenzáló csövecskében esvén szét, az aktiv csapadék 99%-a is abban volt kimutatható. Lehet tehát néhány mm^3 folyékony levegő segítségével nem vezető testek felületén is összegyűjteni az aktinium aktiv csapadékát. Elektromos mezőny segítségével történik az aktiv csapadékok gyűjtése vezető testek felületén a szokásos módszer szerint, a fenti módszer szerint nem vezető testek, orvosi preparátumok stb. is aktiválhatók kitünő kihasználással.

Összefoglalás.

Oly áramlási módszert dolgoztam ki, melynek segítségével sikerült rövidéletű gázok folyékony és gáznemű fázisok közötti megoszlási tényezőinek megállapítása.

Ezen módszerrel határozva meg az aktiniumemanáció oldhatóságát telített vizes káliumklorid-oldatban, vízben, tömény kénsavban, æthylalkoholban, amylalkoholban, acetonban, benzaldehydben, benzolban, toluolban, petróleumban és szénkéngben, a folyadékok oldóképessége az említett sorrend szerint növekszik.

A rádium- és tóriumemanációt is kivétel nélkül e sorrendben oldják a folyadékok. Ebből a három emanációnak vegyileg is közeli rokonságára következtetünk.

Az aktiniumemanáció megoszlási tényezője víz és levegő

között szobahőmérsékleten 2, a tóriumemanációé 1, a rádiumemanációé 0,3.

Hasonlóan a rádium- és tóriumemanációéhoz, az aktiniumemanáció megoszlási tényezője kókuszdiószén és levegő között szobahőmérsékleten igen nagy, alsó határa 20 lévén.

Ha aktiniumemanáció tartalmú levegő néhány köbmilliméternyi, folyékony levegővel hűtött téren át áramlik, akkor az emanáció nagy áramlási sebesség mellett is *teljesen* kondenzálódik. E módon sikerül az aktinium aktív csapadékát nem vezető testek felületén is összegyűjteni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1911 nov. 13.-án tartott üléséből.)

A KOPONYAÜREGNEK ÉS AZ AGYVELŐNEK AZ ORR MELLÉKÜREGGEIN ÁT VALÓ FELTÁRÁSÁRÓL.

ÓNODI A. I. tagtól.

Az orr melléküregbántalmainak koponyaüri és agyvelői szövődményei adott esetekben a koponyaüreg nasalis feltárását és az exploratív agypunctiót teszik szükségessé, hogy a koponyaüri genygyülemek és az agytályogok kiürítése eszközölhető legyen. Továbbá szaporodnak a kísérletek, hogy a hypophysis és a chiasma területe nasalis úton eléressék és gyógytanilag befolyásoltassék. Erre a célra szolgált eddig mint műtési terület a homloküreg és az iköböl; a hátsó homloküreggel eltávolítása útján a legelülső homloklebenyrész területén feltáratott a koponyaüreg és a felső iköböl eltávolítása által a hypophysis és a chiasma területe éretett el. Egyes kísérletekben az élőben subduralis úton a chiasma területét, továbbá kombinative a szemüregen át és az iköblön át a chiasma területét érték el. Eddig a rostasejteken át nem kísérelték meg az elülső koponyaárok megnyitását. Ezen munka célja az idevágó klinikai tapasztalatok és ismeretek igénybevételével áttekintő tiszta képet teremteni mindazon tájbontani és sebészi viszonyok és vonatkozások felől, melyek a koponyaüreg és egyes agyvelőrészek feltárásának alapját teszik.

Az orr melléküreggei közül a homloküreg és az iköböl az elülső és a középső koponyaárokkal áll viszonyban és első sorban beszélendő meg. A rostasejtek viszonya az elülső és a középső koponyaárokhöz, továbbá az iköböl vonatkozása a hátsó koponyaárokhöz ezután fog tekintetbe vétetni.

A homloküreg kiterjedését illetőleg egyes irodalmi adatokat

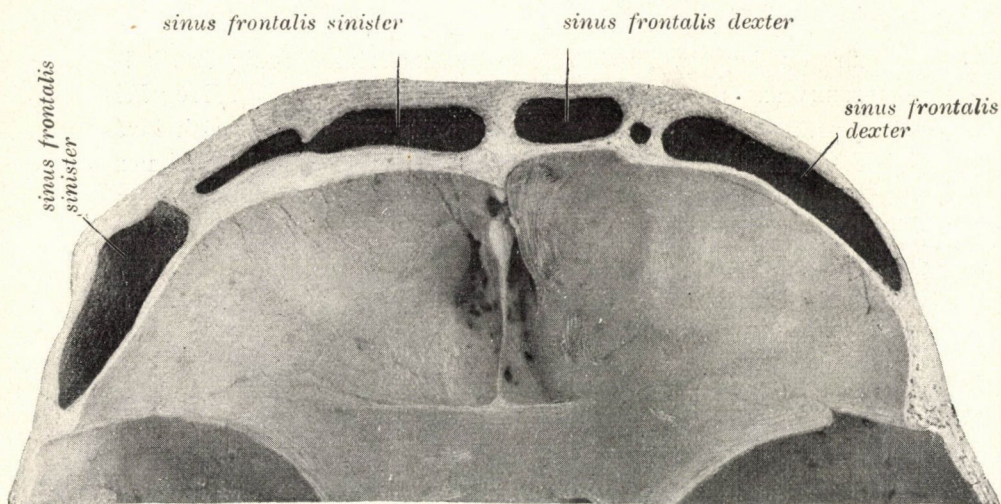
előrebocsátunk. BAYER szerint azon folyadékmennyiség, melyet a homloküreg fel tud venni, 4 ccm, BRAUNE és CLASEN szerint átlag 2·5 ccm, BRÜHL szerint átlag 2·8 ccm. Általában felveszik, hogy a férfiakban nagyobb a homloküreg. ALEZAIS szerint a férfiban a homloküregterület a felső szembőrdőrszél vonalában 6 cm és a mediánvonalban 3·5 cm, ellenben a nőben 4·5 és 3·5 cm; a homloküreg szemüregi területe a férfiban 2·25 cm és 2 cm, míg a nőben 2 cm és 1·3 cm. POIRIER szerint a homloküreg átlagos kiterjedése férfiban 3 cm, nőben 12—15 mm. PRAUN szerint a homloküreg különösen a haránt átmérőben nagyobb férfiban mint nőben. Egyes szerzők, mint HILDEBRANDT, ENGEL, BLUMENBACH, azt állítják, hogy a bal homloküreg többnyire nagyobb mint a jobb. TARENITZKY következő átlagos méreteket talált: jobboldalt a magasság 21 mm, a mélység 24 mm, a szélesség 24 mm; baloldalt a magasság 24 mm, a mélység 26 mm, a szélesség 26 mm. KUNITOMO 30 fejen átlagosan a homloküreg magasságát 2·81 cm, szélességét 2·44 cm, mélységét 1·36 cm méretűnek találta. BOEGE 200 fej közül 103 esetben, tehát 50·7%-ban, a bal homloküreget nagyobbak találta, 50 esetben, tehát 24·6%-ban, a jobb homloküreg volt nagyobb és 50 esetben mindkét homloküreg körülbelül egyenlő volt. PRAUN 12 fej közül 7 esetben és GALLMAERTS 25 fej közül a legtöbb esetben a jobb homloküreget találta nagyobbak. Ismeretes, hogy a homloküregek gyakran részaránytalanok; nincsen elfogadható ok arra, hogy éppen a bal homloküreg erősebb fejlődését vegyük fel; kétségtelen, hogy itt a véletlen játszik szerepet, mely nem nagy vizsgálati anyagon egy általános érvényű tétel felállításának alapjául nem szolgálhat.

Ezen felfogásunkat megerősítik vizsgálataink, melyek 1200 fej homloküregének Röntgen-felvételeire vonatkoznak és melyekben a frontalis homloküregterület vízszintes és függőleges irányban csaknem egyenlő nagynak bizonyult. Körülbelül az esetek egyharmadában a homloküregek mindkét oldalon, egyharmadban a jobboldalon és egyharmadban a baloldalon egyenlően voltak kifejlődve. Egyes szerzők összefüggést vettek fel a homloküregek és a szemöldökívek között. Hangsúlyoznunk kell, hogy a szemöldökívek alakulata a homloküregek kifejlődésével

semminemű felelkező viszonyban sem áll. Röntgen-képeink nagy homloküregeket mutattak egészen sima homlok mellett, és másrészt erősen kidomborodó szemöldökívek mellett a Röntgen-kép és a koponya felvésése a homloküreg hiányát mutatta. Több fejet sima homlokkal és gyengén kifejtett szemöldökívvél véstünk fel és kiterjedt homloküreget találtunk. A mi a homloküregek különböző méreteit illeti, az átlagos szélesség BOEGE szerint 23·1 mm, FAVOROLO szerint 16 mm, TILLEY szerint 18 mm, ARNOLD szerint 15 mm, TARENETZKY szerint 25 mm. BOEGE szerint a homloküreg legnagyobb magassága 42 mm. Általában a homloküregek legnagyobb kiterjedése a homlokdudorokig iratik le. LUSCHKA az átlagos magasságot 41¹/₂ mm-re becsüli. Meg kell jegyeznünk, hogy a homloküregnek ezen magassága csak kivételesen fordul elő és rendes viszonyok között átlagnak nem tekinthető. Az átlagos magassága a homloküregnek BOEGE szerint 20·8—22·5 mm, TARENETZKY szerint 22·5 mm, ARNOLD szerint 12 mm, TILLEY szerint 20—22 mm. Az átlagos hosszúság illetve mélység BOEGE szerint 16·1—23·1 mm és TARENETZKY szerint 25 mm. Nem tekintve a felemlitendő rendkívüli kiterjedéseket, vizsgálataink következő átmérőket állapítottak meg: a hosszúság 15 és 35 mm, a szélesség 20 és 40 mm és a magasság 6 és 32 mm között váltakozott. A Röntgen-képeken a frontalis homloküregterületen a legnagyobb magasságot 82 mm és a legnagyobb szélességet 50 mm méretben találtuk.

Vizsgálataink közben úgy fejeken mint metszeteken rendkívül nagy kiterjedéseket találtunk. Így a homloküregek felfelé egészen a homlokdudorokig terjedtek, továbbá a szemüreg felső falának lemezei között a foramen opticumig értek. Egy esetben rendkívül nagy kiterjedést észleltünk, a melyet harántmetszeten az 1. ábra érzékit. A baloldalon 21 mm-nyire, jobboldalt 10 mm-nyire terjed a halántékarokba, a bal homloküreg a halántékarok és a fissura orbitalis superior között szélességben 25 mm és magasságban 20 mm-nyi kiterjedést mutat és egyszerűs mind a középső koponyaárok legelülső és legfelső falát alkotja. Egy Röntgen-képünkön a homloküreg a homlokcsont pikkelyes részében függőleges irányban 82 mm és vízszintes irányban 50 mm-nyire terjed. A nagy homloküregek kiterjedésük

szerint a halántékárok és a szemüreg felé különböző nagy kiöblösödéseket alkothatnak, és az előbbi esetben recessus temporalis, az utóbbi esetben recessus orbitalis névvel jelöltetnek. A homlokcsont pikkelyes részében felfelé is képződhetnek kiöblösödések, recessus frontalis, melyek gyakran legyezőszerűen kiterjedhetnek, mint azt a 2. ábra mutatja. A különböző kiöblösödések a homloküregben előforduló csontléczek és válszfalak által tételeztetnek fel, a melyek az egyes üregrész-



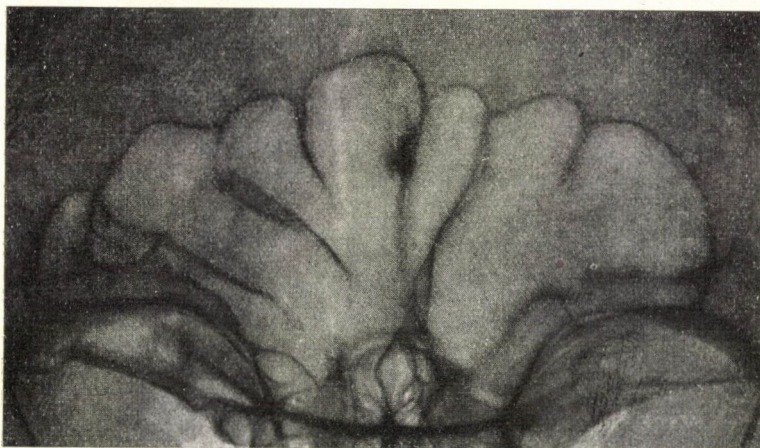
1. ábra. Harántmetszet. Természetes nagyság.

leteket határolják; egymással közlekednek, de egyes esetekben több elkülönített homloküreg látszatát kelthetik. Így több elkülönített kamra iratott le. Kettős homloküreget kettős kivezető csatornával említ POIRIER, HEYMANN, RITTER és BOEGE. A kettős homloküreg képződése még kritikai tisztázást igényel, minthogy a homlokcsont pikkelyes és vízszintes részében különbözően kiterjeszkedő rostasejtek homloküreg látszatát kelthetik. A homloküreg kis kiterjedéssel is bírhat, nagyon kicsiny lehet, sőt látszólag hiányozhatik is, és pedig egyrészt nagy részaránytalanság folytán, miáltal a homlok területén levő feltűnő kis homloküreg az ellenoldali által csaknem elfedetik,

másrészt a homloküreg rendellenes kis volta folytán úgy, hogy a homlokot nem, vagy alig érinti és csak a felső szögördörszél mediális területén található, vagy pedig a pikkelyes résznek a szemüreg-részbe való átmenetelénél, a hol néha csak néhány mm-nyi kiterjedésben található. A bulla frontalis névvel megjelölt elülső rostasejt különböző mértékben eltolhatja a homloküreget és homloküreg látszatát keltheti. Így van egy készítményünk, a hol a bulla frontalis rendkívüli nagy ki-

sinus frontalis dexter

sinus frontalis sinister

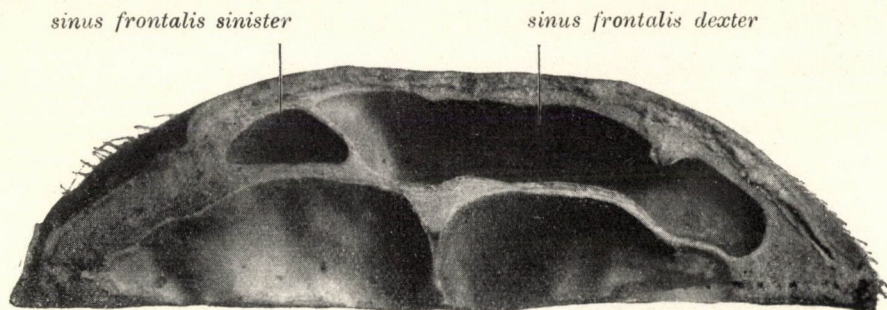


2. ábra. Röntgen-kép. Természetes nagyság.

terjedést mutat, a felső szögördörszél felett 20 mm-nyi magasságban, továbbá 35 mm-nyi szélességben terjed ki a homlokot, míg a 35 mm-nyi széles homloküreg a homlokot csupán 3 mm-nyi területen érinti.

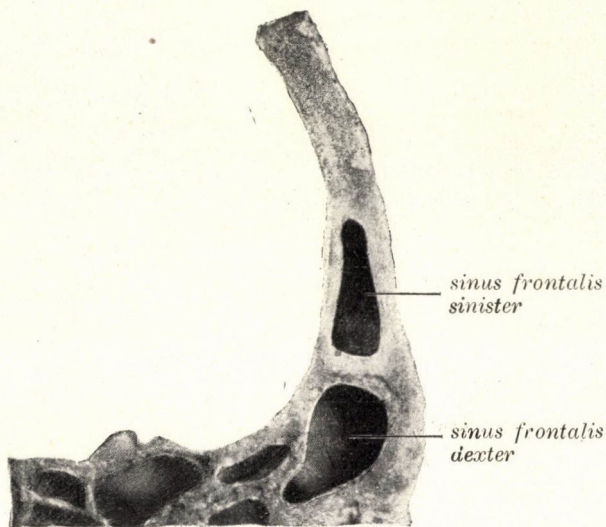
Gyakrabban a homloküreg különböző részaránytalanságával találkozunk ép úgy a homlokcsont pikkelyes részében, mint vízszintes részletében; a részaránytalanság a homloküregeket elválasztó sövény helyzetével függhet össze. A homloküreg sövénye, septum interfrontale, medián helyzettel bírhat, de eltérhet a függőleges iránytól és ferde vagy vízszintes helyzetben is lehet. A sövény elhajlása és ferde helyzete folytán

ilyen módon kis, de nagy részaránytalanságok is keletkezhetnek, miáltal az egyik homloküreg a másikat elnyomhatja és el-



3. ábra. Harántmetszet. Természetes nagyság.

fedheti. A 3. ábra harántmetszeten mutatja a septum interfrontale ferde helyzetét, a kiterjedt jobb homloküreget és a fel-



4. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

tűnően kicsiny bal homloküregét. Olyan részaránytalanság is előfordulhat, hogy az egyik homloküreg a másik oldalra

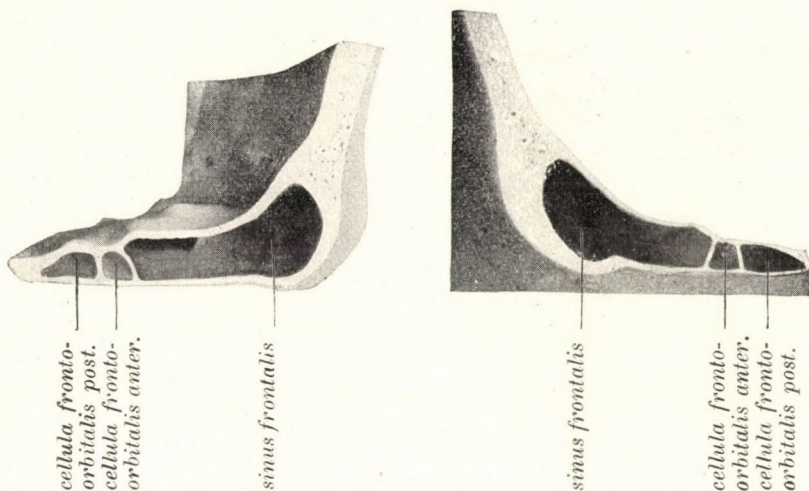
terjed és az ellenoldali homloküregtől vízszintes sővény által van elválasztva. Ezen alakviszonyt a 4. ábra érzékíti, melyen a bal homloküreg 15 mm-nyi szélességben a jobb homloküreget fedi és azonkívül még 30 mm-nyire felfelé terjed. 1200 fejen végzett Röntgen-felvételeken a homlok területén a jobb homloküreg áttérjedését a baloldalra 8%-ban és a bal homloküreg áttérjedését a jobboldalra 12%-ban észleltük.

A mi a homloküreg hiányát illeti, az adatok 2, 4, 6, 9, 12, 16, 18 és 20%-ról szólnak. Ezen adatok vonatkoznak 7, 23, 24, 30, 31, 60, 80, 200, 203 és 300 koponyára. LOGAN TURNER 500 fejen villamos átvilágítással vizsgálta meg a homloküregeket, ezen vizsgálati eljárással 80 esetben (16%) mindkét oldalon és 63 esetben (12,5%) csak az egyik oldalon hiányzott a homloküreg. Vizsgálatainkkor a homloküregeket nemcsak villamos átvilágítással, hanem Röntgen-felvételekkel is tettük kutatásaink tárgyává. A villamos átvilágítással elért eredmények abszolút értékkel nem bírnak, minthogy a csont vastagsága gyakran illuzoriussá teszi az átvilágítást, úgy hogy ott sem látunk homloküreget, a hol valójában nagyok vannak jelen. Ellenben a Röntgen-felvételekkel azon helyzetben vagyunk, hogy a homloküregek hiányát és kiterjedését a homlok területén megállapíthatjuk. 1200 fejen végzett vizsgálataink eredményei szerint a villamos átvilágításnál mindkét oldalon 30%-ban, a jobboldalon 10%-ban, a baloldalon 10%-ban, míg a Röntgen-felvételeknél mindkét oldalon 5%-ban és az egyik oldalon, úgy jobb mint baloldalon majdnem 1%-ban hiányzott a homloküreg. A homloküregek tehát gyakrabban hiányzanak mindkét oldalon mint egyedül az egyik oldalon.

Fontossággal bír az egyes homloküregfalak vastagsága. Rendesen az elülső homloküregfal a legvastagabb, sokkal vékonyabb a hátulsó cerebralis és a legvékonyabb az orbitalis homloküregfal. A homloküregnek a papírlemezhez érő fala és az elülső koponyaárokban elterülő fala egyes esetekben felette vékony, selyempapír vékonyságú is lehet. Vizsgálatainkban az elülső homloküregfal vastagsága 1 és 6 mm között ingadozott; hiányzó homloküregnél a csontos pikkelyrész vastagsága 8—10 mm volt. Majdnem minden esetben a hátulsó homloküregfal aránylag

vékonyabb mint az elülső homloküregfal; a hátsó homloküreg fal vastagsága 1 és 5 mm között váltakozott. A hátsó homloküregfal többnyire 1—2—3 mm vastag; 5 mm vastag, valamint átlátszó, selyempapír vékonyságú cerebralis falat ritkábban találtunk.

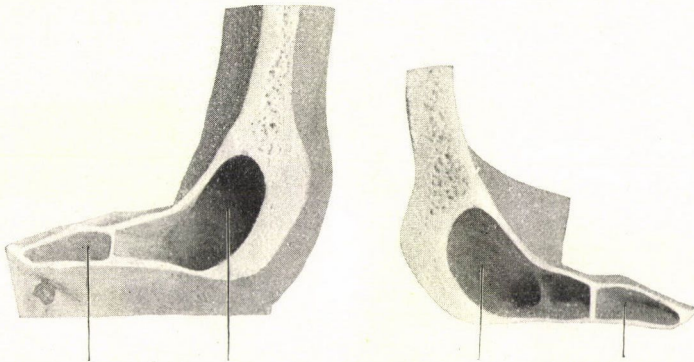
A homloküreg úgy a koponyaüreg elülső részét, mint az elülső koponyaárok területét különböző kiterjedésben érintheti. Egyes esetekben az elülső koponyaárok egész cerebralis falát



5. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

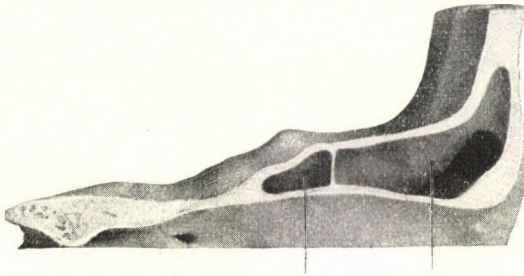
alkothatja. Előjöheth, hogy a homloküreg a középső koponyaárokba terjed (1. ábra). Az 5. ábra a bal homloküreg viszonyát az elülső koponyaárokhoz mutatja, a bal homloküreg mélysége 30 mm, szélessége 35 mm és magassága 25 mm; az elülső fala 2—5 mm, cerebralis fala $\frac{1}{2}$ —2 mm vastag. A 6. ábra mutatja ugyanazon fej bal homloküregének viszonyát az elülső koponyaárokhoz, a bal homloküreg 27 mm mély, 32 mm széles és 22 mm magas. Az elülső fal vastagsága 4—6 mm, a cerebralis fal $\frac{1}{2}$ —1 mm vastag. A 7. ábra a 27 mm széles, 23 mm mély és 26 mm magas homloküregét és viszonyát az elülső koponyaárokhoz mutatja, az elülső fala 1—4 mm, a cerebralis

lis fala $\frac{3}{4}$ —2 mm vastag. Egy készítmény a felelkező bal homloküreg viszonyát mutatja az elülső koponyaárokhoz, a bal homloküreg 25 mm mély és magas, 32 mm széles, az elülső homloküregfal 2—6 mm, a cerebralis fal $\frac{1}{2}$ —1 mm vastag. A 8. ábra

*cellula frontoorbitalis**sinus frontalis**cellula frontoorbitalis*

6. ábra. Sagittális metszet. Természetes nagyság.

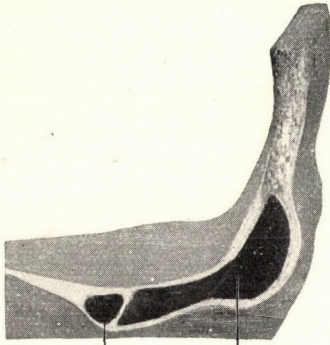
mutatja a 23 mm mély, 26 mm magas és 27 mm széles jobb homloküregét és viszonyát az elülső koponyaárokhoz. A 9. ábra a 25 mm mély, 22 mm magas és 21 mm széles bal homlok-

*cellula frontoorbitalis**sinus frontalis*

7. ábra. Sagittális metszet. Természetes nagyság.

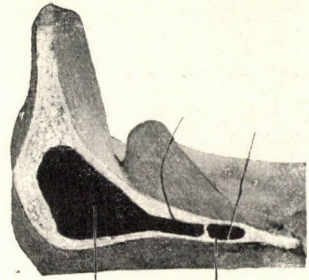
üregét mutatja, mely a frontoorbitalis sejttel közlekedik, az elülső homloküregfal 2—3 mm, a cerebralis fal 1— $1\frac{1}{2}$ mm vastag. Ezen bemutatott készítményeken a cerebralis homloküregfal inkább az elülső koponyaárok orbitalis részével állott össze-

függésben, míg nagyon csekély részben a koponyaüreg legelülső részletével. A következő képek az ellenkezőjét fogják mutatni. A 10. ábra a 19 mm mély, 35 mm magas és 32 mm széles jobb



cellula fronto-orbitalis *sinus frontalis*

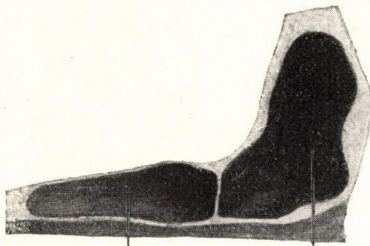
8. ábra. Sagittalis metszet.
Természetes nagyság.



sinus frontalis *cellula fronto-orbitalis*

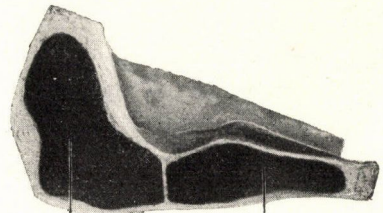
9. ábra. Sagittalis metszet.
Természetes nagyság.

homloküreget és viszonyát a koponyaüreghez tünteti fel, az elülső fal 1—3 mm, a cerebralis fal $\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$ mm vastag. A 11. ábra a 20 mm mély, 25 mm magas és 26 mm széles bal homlok-



cellula fronto-orbitalis anterior *sinus frontalis*

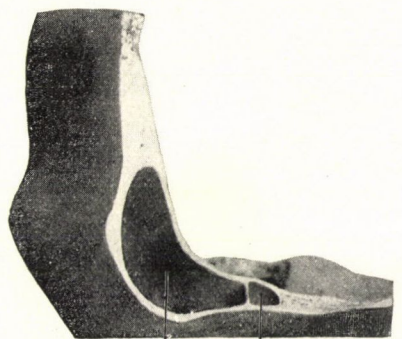
10. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.



sinus frontalis *cellula fronto-orbitalis anterior*

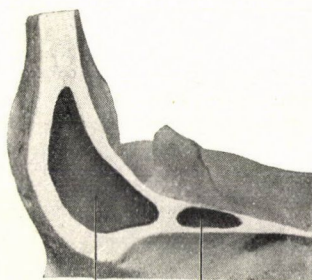
üregét és viszonyát a koponyaüreghez érzékíti, az elülső fal $\frac{1}{2}$ —2 mm, a cerebralis fal $\frac{1}{2}$ mm vastag. A 12. ábra mutatja a 25 mm mély, 26 mm magas és 21 mm széles homlok-

üregét és viszonyát a koponyaüreghez, az elülső fal $2\frac{1}{2}$ —3 mm, a cerebralis fal $1\frac{1}{2}$ —2 mm vastag. A 13. ábra mutatja a bal homlok-



sinus frontalis *cellula fronto-orbitalis*

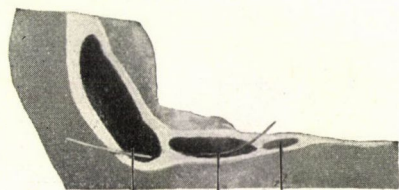
11. ábra. Sagittalis metszet.
Természetes nagyság.



sinus frontalis *cellula fronto-orbitalis*

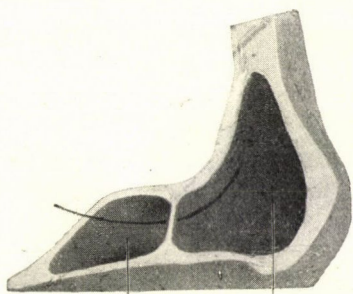
12. ábra. Sagittalis metszet.
Természetes nagyság.

üreg viszonyát a koponyaüreghez, a homloküreg közlekedik a fronto-orbitalis sejttel, elülső fala 1—2 mm, cerebralis fala 1— $1\frac{1}{2}$ mm vas-



sinus frontalis *cellula fronto-orbitalis*

13. ábra. Sagittalis metszet.
Természetes nagyság.

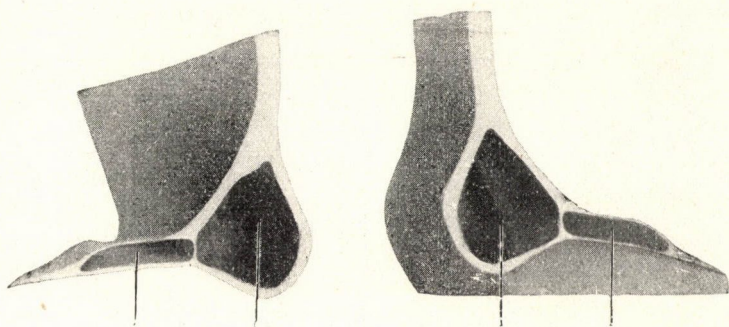


cellula fronto-orbitalis *sinus frontalis*

14. ábra. Sagittalis metszet.
Természetes nagyság.

tag. A 14. ábra a jobb homloküreg viszonyát mutatja a koponyaüreghez, a homloküreg a fronto-orbitalis sejttel közlekedik, a homlok-

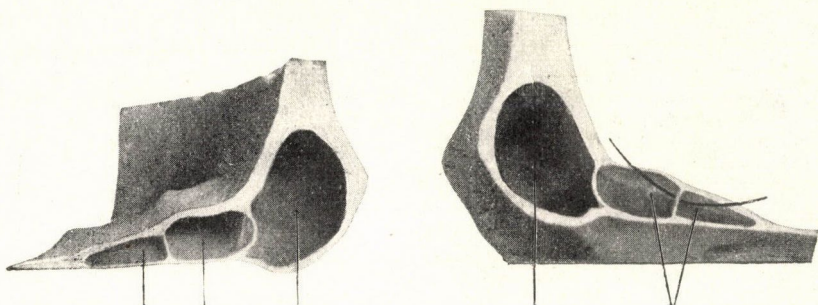
üreg elülső fala 2—4 mm, a cerebralis fala $1\frac{1}{2}$ —2 mm vastag. A 15. ábra mutatja a 33 mm széles, 21 mm magas és 15 mm mély bal homloküreget és viszonyát a koponyaüreghez, a homloküreg elülső fala 1—2 mm, a cerebralis fala $1\frac{1}{2}$ mm vastag.



cellula frontoorbitalis *sinus frontalis* *cellula frontoorbitalis*

15. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

A 16. ábra mutatja a 28 mm hosszú, 30 mm széles és 23 mm magas bal homloküreget és viszonyát a koponyaüreghez, a homloküreg elülső fala 1—3 mm, cerebralis fala $1\frac{1}{2}$ —2 mm vastag.

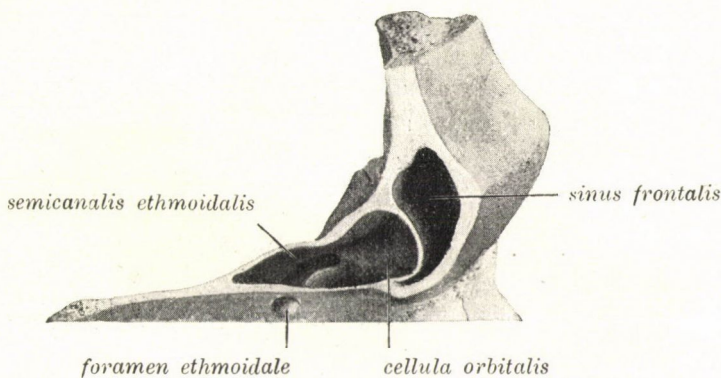


cellulae frontorbitales *sinus frontalis* *cellulae frontorbitales*

16. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

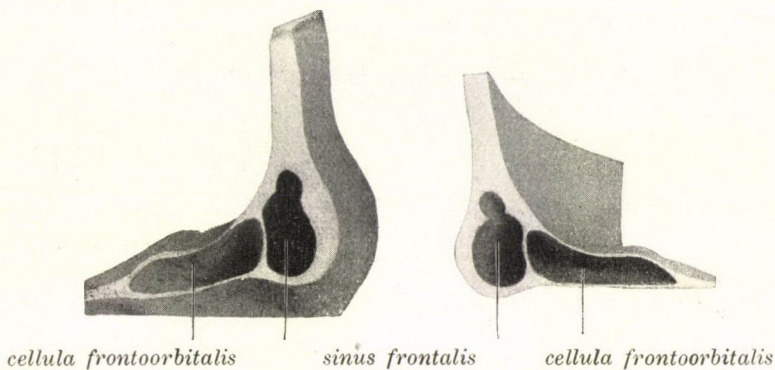
A 17. ábra mutatja a 23 mm magas, 30 mm széles és 13 mm mély bal homloküreget és viszonyát a koponyaüreghez, a homloküreg elülső fala 1—2 mm és cerebralis fala 1—2 mm vastag. A 18. ábra mutatja a 31 mm széles, 11 mm mély és 22 mm

magas jobb homloküreget és viszonyát a koponyaüreghez, a homloküreg elülső fala $1\frac{1}{2}$ —4 mm és cerebralis fala 5 mm vastag. A 19. ábra mutatja egy készítményen a rendestől eltérő



17. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

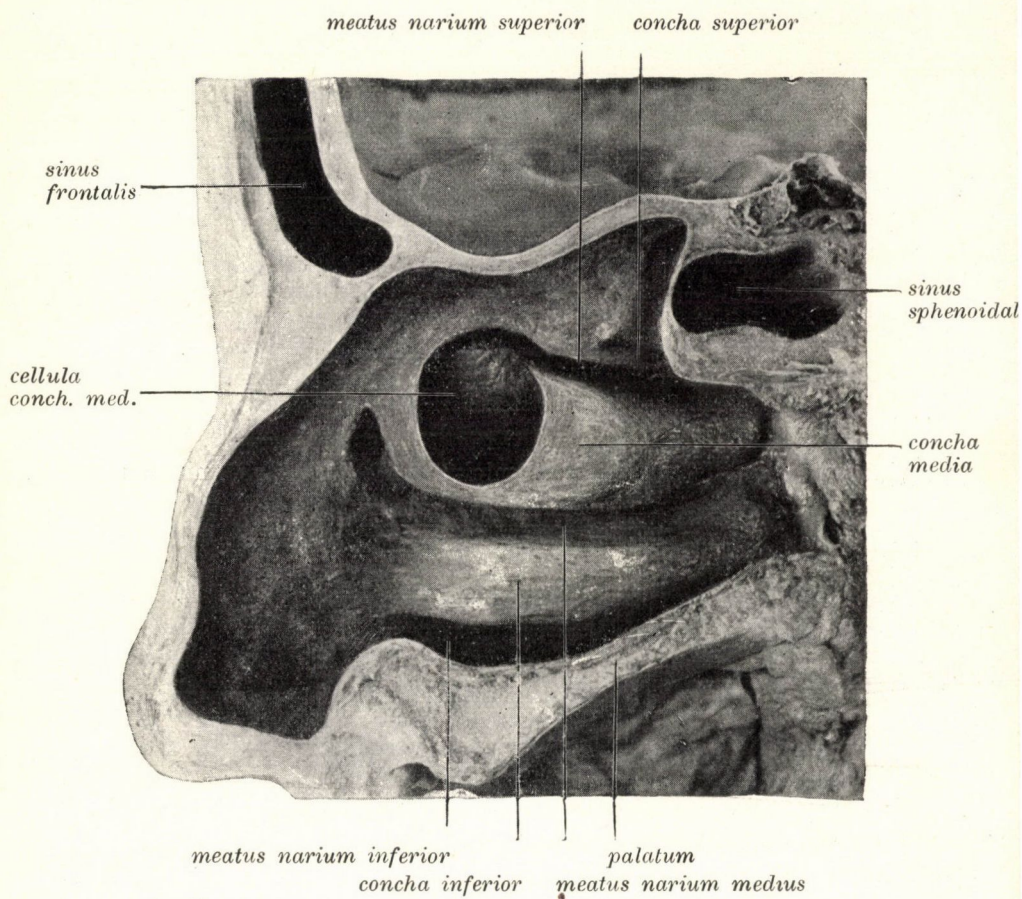
viszonyt, ugyanis a hátsó homloküregfal vastagabb, mint az elülső, az előbbi 5 mm, az utóbbi 3 mm vastag.



18. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

A mi a homloküreg szomszédos viszonyát az agyvelőhöz illeti, többnyire a homloklebeny domború részlete a homloktekervényeivel és nem olyan gyakran a homloklebeny alsó felülete jön tekintetbe. A homloklebeny domború részét illetőleg a

homloküreg részint a felső, részint a középső és alsó homlok-tekervény területen terjedhet ki. A homloküreg nagyobb kiterjedésénél az alsó területén mindhárom homloktekervényt is



19. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

érintheti, éppenúgy felfelé 4—8·2 cm-nyire a felső és középső homloktekervény területében terjedhet ki. A homloküregnek 1200 Röntgen-felvétele közül többet az agyvelőre vetítettünk, hogy a homloküregnek legkülömbözőbb viszonyait az egyes homloktekervényekhez és barázdákhoz tanulmányozhassuk. Ezekből a

a következőket soroljuk fel. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső homloktekervény, a bal homloküreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 41 mm magas, 27 mm széles, a bal 41 mm magas és 38 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső homloktekervény, a bal homloküreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 55 mm magas, 18 mm széles, hegyén kissé a bal oldalra tér és 10 mm magas és 4 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti; a bal üreg 48 mm magas és 33 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 38 mm magas, 40 mm széles, a bal 35 mm magas és 35 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal homloküreg a felső és középső homloktekervény területében van, a jobb üreg 44 mm magas, 47 mm széles, a bal 27 mm magas és 30 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 47 mm magas és 39 mm széles, a bal 51 mm magas és 36 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 52 mm magas, 33 mm széles, a bal 55 mm magas és 51 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területében van, a jobb üreg 48 mm magas, 36 mm széles, a bal 58 mm magas és 42 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 46 mm magas, 40 mm széles, a bal 48 mm magas és 42 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 46 mm magas, 47 mm széles, a bal 38 mm magas és 37 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb homloküreg 46 mm magas és 32 mm szé-

les, a bal 56 mm magas és 38 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 39 mm magas, 31 mm széles, a bal 49 mm magas és 45 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 48 mm magas és széles, a bal 40 mm magas és 37 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 48 mm magas, 36 mm széles, a bal 59 mm magas és 39 mm széles. A bal homloküreg fenn 12 mm magas és 5 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt érinti. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 51 mm magas, 45 mm széles, a bal 54 mm magas és 40 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 54 mm magas, 40 mm széles, a bal 50 mm magas és 50 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 46 mm magas, 49 mm széles, a bal 47 mm magas és széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 57 mm magas, 50 mm széles, a bal 55 mm magas és 45 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 52 mm magas, 42 mm széles, a bal 51 mm magas és 37 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 56 mm magas, 48 mm széles, a bal 60 mm magas és 46 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 82 mm magas, 50 mm

széles, a bal 75 mm magas és 49 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső homloktekervény területén mint keskeny ferde nyújtvány, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a bal üreg 40 mm magas és 23 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt érinti, a bal üreg 44 mm magas és 60 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső, középső] és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 46 mm magas és 16 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 46 mm magas és 50 mm széles, a bal üreg 38 mm magas és 31 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és a középső homloktekervény területén mint ferde keskeny nyújtvány, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a bal üreg 50 mm magas és 21 mm széles kiterjedésben a jobb homloktekervényt érinti, a bal üreg 53 mm magas és 60 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 46 mm magas, 16 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 46 mm magas, 50 mm széles, a bal 38 mm magas és 31 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény területén mint ferde, keskeny nyújtvány, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van; a bal üreg 50 mm magas és 21 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt érinti, a bal üreg 53 mm magas és 60 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 29 mm magas, 13 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 48 mm magas és 48 mm széles, a bal 31 mm magas és 29 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 33 mm magasságban és 10 mm szélességben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 40 mm magas, 53 mm széles, a bal 32 mm magas és 40 mm széles. Az egyik képen a jobb homlok-

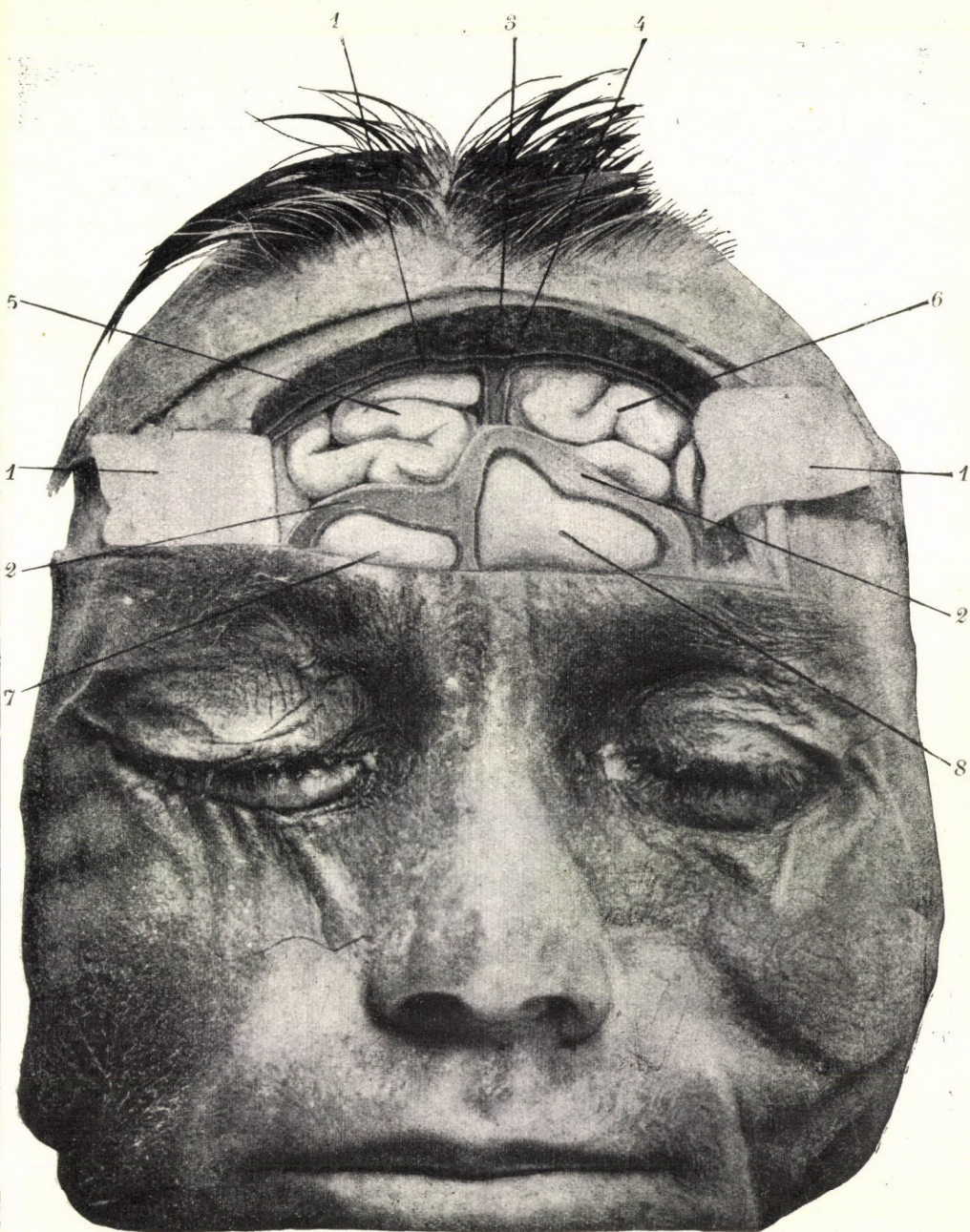
üreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 28 mm magas és 11 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 53 mm magas, 38 mm széles, a bal 40 mm magas és 35 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 35 mm magas és 9 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 45 mm magas, 40 mm széles, a bal 31 mm magas és 35 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a bal üreg 47 mm magas és 8 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 46 mm magas, 44 mm széles, a bal 47 mm magas és 45 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a bal üreg 47 mm magas és 8 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 46 mm magas, 44 mm széles, a bal 47 mm magas és 45 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 42 mm magas és 16 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 42 mm magas, 49 mm széles, a bal 41 mm magas és 35 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a bal üreg 23 mm magas és 12 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 41 mm magas, 44 mm széles, a bal 50 mm magas és 40 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 38 mm magas és 17 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 49 mm magas, 52 mm széles, a bal 27 mm magas és 38 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső

homloktekervény területén van, a jobb üreg 35 mm magas és 18 mm széles kiterjedésben a bal felső homlok-tekervényt érinti, a jobb üreg 50 mm magas, 68 mm széles, a bal 25 mm magas és 38 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a bal üreg 34 mm magas és 9 mm széles kiterjedésben a jobb felső homlok-tekervényt érinti, a jobb üreg 44 mm magas, 39 mm széles, a bal 49 mm magas és 40 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső és középső homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a jobb üreg 8 mm magas és 5 mm széles kiterjedésben a bal felső homlok-tekervényt érinti, a jobb üreg 59 mm magas, 42 mm széles, a bal 48 mm magas és 40 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső és középső homloktekervény területén van, a bal üreg 65 mm magas és 25 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 35 mm magas, 35 mm széles, a bal 65 mm magas és 45 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 31 mm magas és 7 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 64 mm magas, 51 mm széles, a bal 49 mm magas és 54 mm széles. Az egyik képen a jobb homloküreg a felső, középső és alsó homloktekervény, a bal üreg a felső, középső és alsó homloktekervény területén van, a jobb üreg 30 mm magas és 14 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a jobb üreg 64 mm magas, 50 mm széles, a bal 53 mm magas és 50 mm széles. Egy készítményen a homloklebenyek és a részaránytalan homloküregek szabaddá vannak téve, a jobb üreg 30 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt és 15 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti, a bal üreg 13 mm széles kiterjedésben érinti a bal felső homloktekervényt. Az egyik készítményen a jobb homloküreg hiányzik, a bal homloküreg 15 mm széles kiterjedésben a jobb felső homloktekervényt és 25 mm széles kiterjedésben a bal felső homloktekervényt érinti.

A homloküreg viszonya a homloklebeny alsó felszínéhez az üregnek a homlokcsont vízszintes részében való kiterjedése szerint nagyon különböző.

Így a gyurus rectus és a gyurus orbitalis különböző kiterjedésben lehet viszonyban a homloküreggel. A homloküreg egyes esetekben a homloklebeny egész alsó felszínét érintheti, sőt, mint esetünk mutatta, a középső koponyaárok területén a halántéklebeny legelülső részét is. A 20. ábrán bemutatunk egy készítményt, melyen a koponyaüreg meg van nyitva és a felső homloktekervény szabaddá van téve; az elülső homloküregfal eltávolítása után a homloküreg megtartott nyálkahártyája látható és az üreg viszonya a felső homloktekervényhez mindkét oldalon. A 21. ábra oly készítményt mutat, melyen KILLIAN módszere szerint meg van nyitva a homloküreg, az elülső és alsó homloküregfal el van távolítva és köztük egy keskeny csontléc meg van tartva; a cerebralis hátsó homloküregfal áttekinthető, a mely a koponyaüreg és a megfelelő agyvelő-részletek feltárása céljából eltávolítottatik.

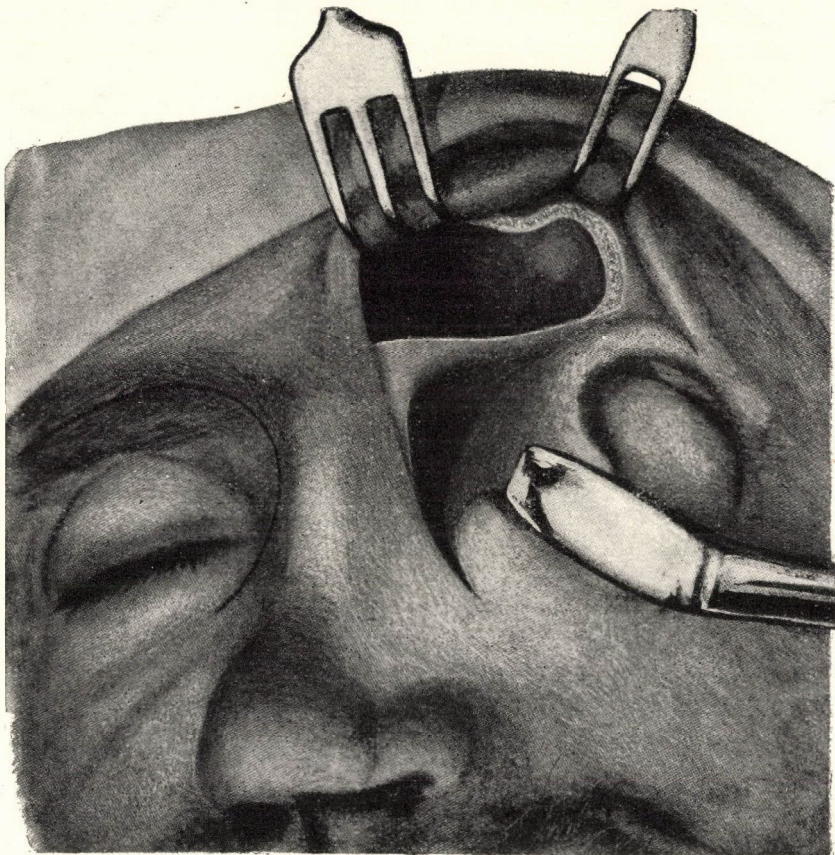
A hátsó fal eltávolítása után a dura mater választja el a homloküreget a koponyaüregtől, melyen át az exploratív agypunctio történik. Ezen a területen ürítettnek ki az extraduralis és intraduralis tályogok és az agytályogok. A homloküregen át végzendő exploratív agypunctiót illetőleg vizsgálataink a következő méreteket állapították meg. A homlokmetaszeteken az oldalsó agykamra legelülső része a polus frontalistól 4 cm-nyi távolságban van. Sagittalis agymetszeteken az oldalsó kamra legelülső része a polus frontalistól 38, 40, 41, 46 és 47 mm-nyi távolságban, az agyalaptól pedig vertikális irányban 18 és 20 mm-nyi távolságban fekszik. A hátsó homloküregfaltól az oldalsó agykamara legelülső részlete 45, 46, 48, 51, 52 és 55 mm-nyi és az elülső homloküregfaltól 54, 57, 58, 59, 60 és 62 mm-nyi távolságban van. Az oldalsó agykamara legelülső részlete a gyurus rectustól 21 mm-nyire fekszik vertikális irányban a hátsó rostasejt és az iköböl területén. Az insula Reilii homlokmetaszeten a polus frontalistól 6 cm-nyire található. Nagyobb távolságra esik sagittalis síkban a polus frontalistól a gyurus centralis anterior, 8, 9, 10 cm-nyire.



20. ábra. Természetes nagyság.

1 = dura mater, 2 = tabula externa sin. front., 3 = os frontale, 4 = sinus longitudinalis, 5 = lobus frontalis dexter, 6 = lobus frontalis sinister, 7 = sinus frontalis dexter, 8 = sinus frontalis sinister.

Az exploratív punctiót tehát a homloklebény alsó felszine felett legfeljebb 18 mm-rel kell végezni, különben a tú az oldalsó agykamrát és az agydúcokat éri; ezen magasság alatt 4—5 cm-nyire haladhatunk hátra és oldalt egyrészt a fennálló beszéd-



21. ábra. Természetes nagyság.

zavarok miatt, másrészt pedig azért, mert a homloklebény alapján többször fordul elő agytályog a homloklebény alsó felszínével határos melléküregek megbetegedése esetében. A homloklebény convex elülső felületén a homloküreg területének megfelelően végzendő agypunctiókor az alaptól 20 mm-nyire

felfelé a sagittalis síkban hátrafelé a tü 38 és 40 mm-nyi távolságban eléri az oldalsó agykamrát és az agydüczokat, ez okból csupán 2—3 cm-nyire hatolhat a tü. Ha azonban a mozgató kéreg-központok közelébe kell hatolnunk, izgalmi tünetek vagy a végtagok hűdésének esetében a gyrus centralis anteriorra és területére vagy a capsula internára történt direkt vagy távolhatás folytán, akkor az agyalaptól felfelé 4 cm-nyire hatolhatunk a tüvel hátrafelé és felfelé, a polus frontalistól 8, 9, 10 cm-nyi távolságban fekvő gyrus centralis anterior területe felé. Az agysebészetben az explorativ punctio számára kijelölt alsó homlokpont a szemgödörfeletti szél közepétől felfelé 4 cm-nyire fekszik. Ezen alsó homlokpont a legkritikább esetben esik a homloküreg területébe; 1200 koponyán csupán 4 esetben észleltem ezen területen a homloküreg jelenlétét.

Vizsgálatainkkal a koponyaüregnek és a homloklebenynek a homloküregen át történő feltárásának tájboncztani alapját megadtuk. A homloküregbántalmak által okozott agyszövődmények kór- és gyógytanát GERBER monographiájában részletesen feldolgozta, azonfelül LUC és mások is foglalkoztak vele. Még ráutalunk az agysebészeti közleményekre és tankönyvekre, bár ezek az orr melléküregein át történő sebészi beavatkozásokat alig vagy épen nem érintik. A gyógykezelés alapelvei, az agyhártyák és az agyszövet másodlagos fertőzésének esélyei, továbbá a vérzések ugyanazok, akár a fejcsontok trepanatiója által, akár az orr melléküregei cerebrealis falainak eltávolítása által nyitattik meg a koponyaüreg. Bár az agyszövődmények részletes kór- és gyógytanával nem foglalkozunk, mégis a koponyaüreg és homloklebeny sebészi feltárásának kérdését a következő statisztikai adatokkal gondoljuk megvilágíthatni. GERBER a homloküregszövődményeket illetőleg 473 esetben 140 agyszövődményt állított össze. 51 meningitis eset közül agytályog nélkül 14-szer pachymeningitis extraduralis tályoggal volt jelen, 65 agytályog közül pedig 25-ször és egy ízben a cerebrealis homloküregfal kóros volt. 51 meningitis esetben az elülső homloküregfal 9-szer, az alsó fal 2-szer, a cerebrealis fal 20-szor, a septum interfrontale 3-szor volt kóros, 12 adat hiányzik. Leptomeningitis purulenta agytályog nélkül 51 esetben, 6 thrombosisal, agytályog 65 eset-

ben, 21 meningitissel, 2 thrombosissal volt jelen. A gyűjtőeres öblök thrombophlebitise 15 esetben fordult elő. Ezek közül a sinus longitudinalis superior 12-szer, a sinus cavernosus 6-szor, a sinus transversus 3-szor, a sinus sigmoideus 1-szer, a sinus petrosus 2-szer, a torcular Herophili 2-szer, a vena ophthalmica 5-ször és a vena frontalis 1-szer volt a baj körébe vonva. Meningitis serosa négy esetben volt jelen. Ezen statisztikát kiegészítjük a REIPEN és az általunk észlelt meningitis serosa egy-egy esetével, továbbá a KILLIAN által észlelt esettel, mely a sinus longitudinalis thrombophlebitisére vonatkozik. GERBER homloküreggyenedés 66 esetének és poly- és pansinusitis nyolcz esetének szövődményeként agytályogot állított össze. Ezen statisztikát kiegészítjük CHIARI 4, FREUDENTHAL 3, KILLIAN 2, JOACHIM 1, BOTEY 1, COHEN 1, LUC 1, JACUBASCH 1, DE STELLA 1, RISCHE 1, REIKING 1 esetével, és a mi a műtéttel gyógyult agytályogokat illeti, DREYFUSS második statisztikájában három esetet említ, RAFIN, DENKER és HERZFELD esetét. GERBER kilencz esetet említ, DENKER, DONALIES, GRÜNWALD, HAGEN, HAMMESFAHR, HERZFELD, HORSLEY, LAURENS és RAFIN esetét; ezen statisztikát még öt esettel bővíthetjük: FREUDENTHAL, RISCHE, KILLIAN, MANASSE és BUTZENGEIGER esetével.

Felemlítjük továbbá négy esetét az agytályognak Highmor-üreggyenedés folytán, 11 esetét rostasejtgyenedés folytán és egy esetét iköbölgyenedés folytán. Ezen statisztika tehát agytályog 107 esetét mutatja mint a melléküreggyenedések szövődményét; ezekből a homloküreggyenedésekre esik 83 eset, a rostasejtgyenedésekre 11 eset, a Highmor-üreggyenedésekre négy eset, az iköbölgyenedésre egy eset és polysinusitis eseteire nyolcz eset.

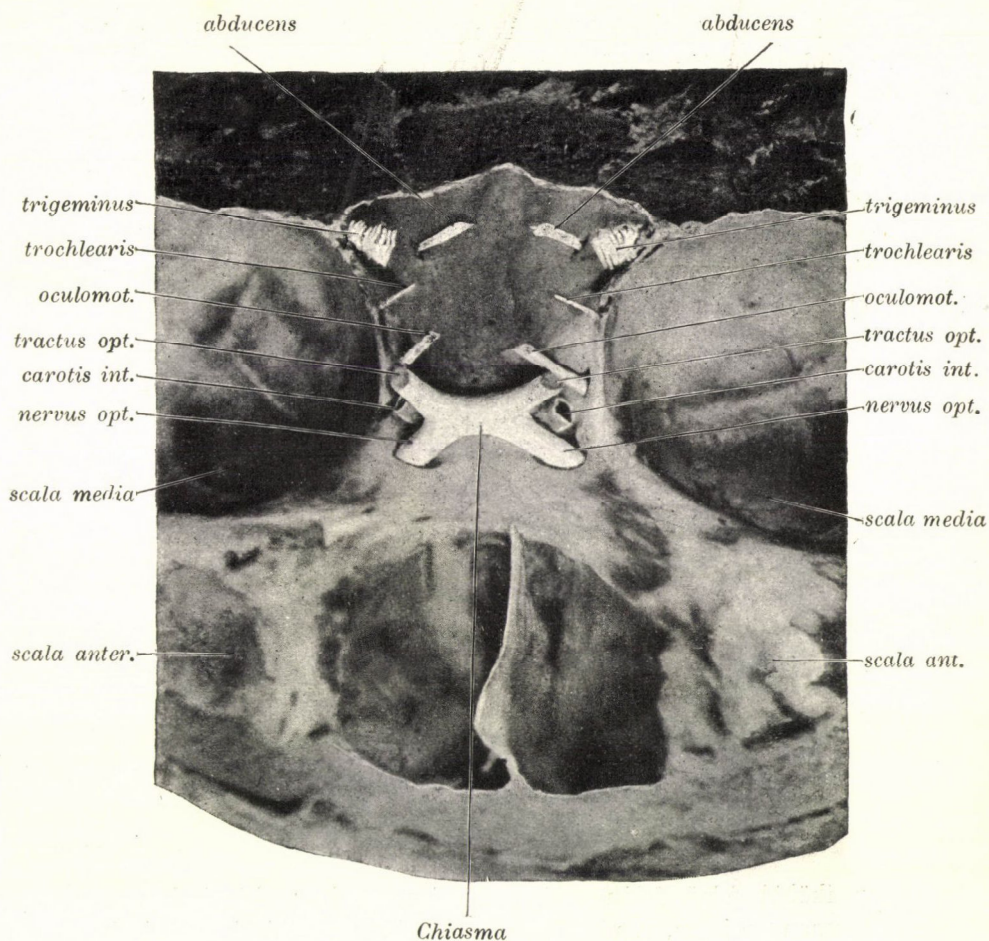
Egyéb szövődmények közül megemlítendő a Highmor-üreggyenedésénél meningitis 1, a vena ophthalmica és a plexus pterygoideus thrombophlebitisének 1 esete, a rostasejtgyenedésnél meningitis 12, a sinus cavernosus thrombophlebitisének 1 és meningitis serosa egy esete, az iköbölgyenedésnél meningitis 25, a sinus cavernosus thrombophlebitisének 5, a sinus longitudinalis thrombophlebitisének meningitissel párosult 1, meningitisnek thrombophlebitissel párosult 17, meningitisnek és extraduralis

tályognak 2, meningitis serosának 2 és intracranialis vérzésnek 1 esete. Végül encephalitis egyes esetei is észleltek.

A homloküreggenyedések szövödményeként említett extraduralis tályogok eseteiben 25 eset műtéti beavatkozásra gyógyult, ezek közül való BOTEY esete is, a hol az explorativ agypunctio negativ eredménnyel végeztetett. Ezen esetekben a cerebralis homloküregfal 18 esetben volt kóros, hét esetben perforálva volt és 11 esetben osteomyelitis, caries, necrosis és sequester volt jelen. A homloküreggenyedés szövödményeként felsorolt 51 meningitis-esetben a cerebralis homloküregfal 21 esetben volt kóros, 14-szer volt perforálva és 7 esetben osteomyelitis, caries, necrosis és sequester volt jelen. Az agytályogoknál 19 esetben a cerebralis homloküregfal perforációja és 33 esetben necrosis volt kimutatható, továbbá a hátulsó cerebralis fal mellett 11 esetben az alsó fal is, 5 esetben a cerebralis fal mellett az elülső fal is, egyedül az elülső fal 2 esetben, egyedül az alsó fal 5 esetben, az elülső és alsó fal és a sövény 1 esetben volt kóros. Csaknem minden említett agytályog a homloklebenyben volt található, 3 esetben a halántéklebenyben, egy esetben az agykocsányban és egy esetben az agyacsban. Az agytályogok különböző nagyok voltak, többszörös agytályog 8 esetben észleltetett. Az agytályogok nagysága borsó, tyúktojás és narancs nagysága között ingadozott, a felsorolt méret 1—1¹/₂, 3—4, 4, 6, 10—12 cm. Az agytályognak az agyfelszine alatti helyzetére és a kóros góctól való távolságra vonatkozólag következő adatok találhatóak: szorosan az agyhártyákon, azonfelül 1¹/₂, 1, 1¹/₂, 2, 2—3, 3, 8 cm távolságban. Sipolymentek, melyek az agytályogot a homloküreggel összekötötték, 4 esetben voltak jelen, sipolyok az agy felszínén pedig 4 ízben. Egyes esetekben az agytályog áttörése az oldalsó agykamrába, geny a harmadik és negyedik agykamrába is konstatalható volt. A felemlített 108 rhinogen agytályog 13 esete műtetre gyógyult, 29 esetben a sebészi beavatkozás daczára a halálos kimenetel megakadályozható nem volt, ezek között olyan esetek is vannak, hol az explorativ agypunctio eredménye negativ volt. Többek között TREITEL esete említendő, hol az agypunctio negativ volt, a második műtét-nél, mint maga mondja, nem volt bátorsága újabb punctiót

végezni, a bonczoláskor pedig a homloklebenyben nagy agytályog volt jelen. Azután egyes esetekben a sebészi beavatkozások nem voltak a kellő időben kivihetők. Más esetekben az agytályog csak a bonczasztalon lett megállapítva, e mellett még megjegyzendő, hogy egyes esetekben az agyműtét megtagadtatott. Az is előfordult, hogy a műtétkor a cerebralis homloküregfal épnek mutatkozott és a bonczolás mutatta ki az agytályog jelenlétét, továbbá megtörtént, hogy a koponyaüreg megnyitattott, az extraduralis tályog kiürítettett és az agytályog érintetlenül maradt. A felsorolt statisztikai adatok nemcsak a rhinogen agyszövődmények kérdését világítják meg, hanem tekintettel mai tapasztalatainkra és az agysebészet fényes gyógyeredményeire megengedik azon szilárd meggyőződésünknek kifejezést adni, hogy a kedvező, habár kicsiny statisztika a kellő időben végzett sebészi beavatkozásokkor a jövőben nagyobbodni fog és hogy a koponyaüreg és a homloklebeny feltárását a homloküregen át nemcsak az orrgyógyászok, hanem a sebészek is korán és kellő módon igénybe fogják venni.

A koponyaüreg és az agyvelő feltárását a rostasejteken át élön eddig nem végezték. A homloküregnek ismertett viszonyai az elülső koponyaárokhoz és a rostasejteknek röviden megemlített viszonya az elülső koponyaárokhoz, továbbá a kórbonczotani tények, a homloküreg és a rostasejtek perforatiója az elülső koponyaárokba, cerebralis falaik összenövése az agyhártyákkal a jövőben nem zárják ki a lehetőséget, hogy egyes alkalmas esetekben ezen út is felhasználható lesz az elülső koponyaárok és az orbitalis lebeny genygyülemeinek kiürítésére vagy ezen területen székelő idegen testek eltávolítására. A homloküreg tárgyalásakor használt ábrák a homloküreg viszonyát a frontoorbitalis sejtekhez és ez utóbbiak viszonyát az elülső koponyaárokhoz mutatják. Vizsgálataink szerint az elülső frontoorbitalis sejtek hossza 5 és 27 mm, szélessége 10 és 29 mm és magassága 9 és 25 mm között ingadozott; a hátsó frontoorbitalis sejtek hossza 9 és 25 mm, szélessége 12—21 mm és magassága 9 és 13 mm között váltakozott. A KILLIAN-féle gyökeres műtéttel a homloküregen át az egész rostatömkeleg és az iköböl is megnyitható. Az elülső koponyaárok feneke és a homloklebeny alsó felszíne

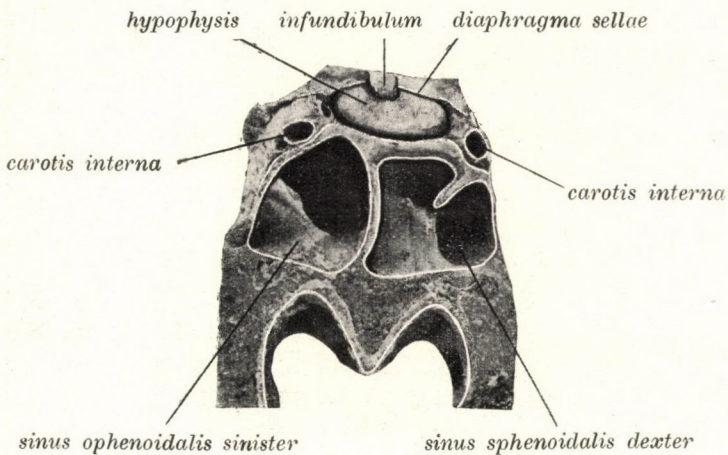


22. ábra. Természetes nagyság.

a homloküreg és a rostasejtek különböző kiterjedése mellett ezen módon feltárhatók. A tájbontzani alap és a sebési lehetőség meg van adva. Ezen az alapon vagy a homloküregből, vagy a rostasejtekből a látóideg területe subduralisan is elérhető. KRAUSE egy golyót a látóidegek területéről subduralisan távolított el, bárha ő ezen célra nem a melléküregek útját használta fel, hanem a szemüreg felett hatolt subduralisan a látóidegek területéhez, a hol a golyó feküdt.

Ezen pontot sem kívántuk figyelmen kívül hagyni, a mely egyébként csak a jövőnek van fentartva.

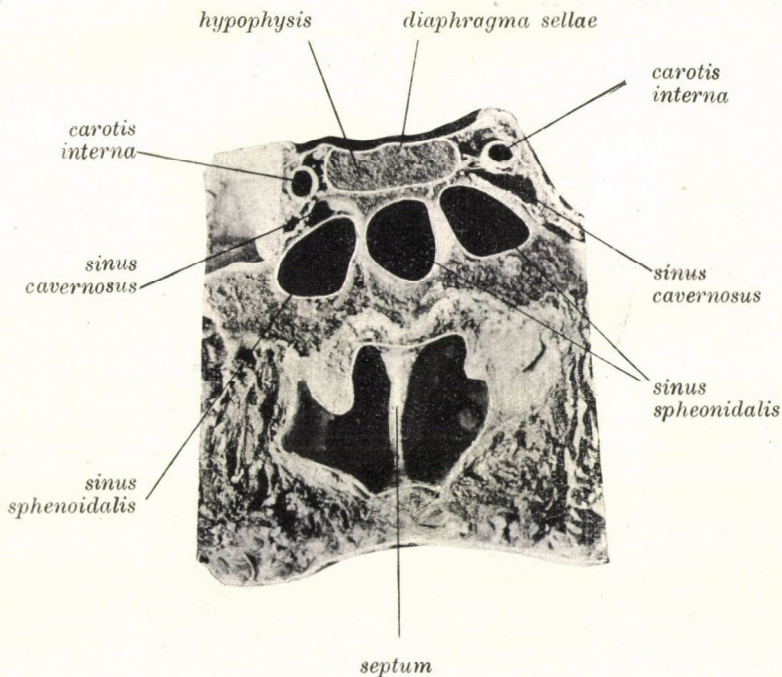
Áttérünk az iköbölnek és az orrüregnek a koponyaüreghez és az agyvelőhöz való viszonyainak tárgyalására. Az orrüreg felhasználása a koponyaüreg megnyitására és a hypophysis területének feltárására az utóbbi időben különböző eljárásokkal lett megkísérelve. A mi az iköblöt illeti, az különböző nagysággal bír és az íkesont testében van elhelyezve; elülső, hátulsó, alsó, felső, belső és oldalsó fallal bír. Rendes körülmények között



23. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság.

az iköböl felső falán a kis íkesontszárnyak gyökérrészletei, a foramen opticum, a planum sphenoidale és a sella turcica található; a török nyeregben, sella turcica, fekszik a hypophysis cerebri, a chiasma által fedve. A planum sphenoidale azon részletét, mely a chiasma és a két látóideg között fekszik, trigonum præsellare névvel jelöljük; ezt rendszeren az iköböl felső fala alkotja, de részben vagy teljesen egy hátulsó rostasejt is képezheti. A 22. ábra mutatja a sella turcica és a hypophysis felett fekvő chiasmát a látóidegekkel, továbbá a felső iköböl-falnak a chiasma, a látóidegek és a foramina optica között fekvő részét, a trigonum præsellaret. Ezen trigonum præsellare az iköböl cerebrialis felső falának eltávolításakor és a koponya-

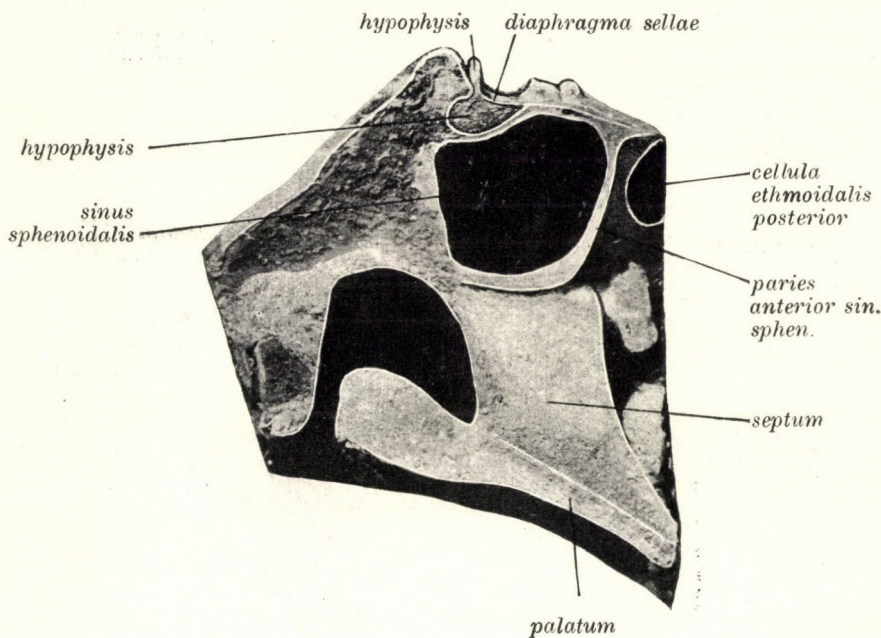
üreg megnyitásakor fontossággal bír. A 23. ábra homlokmetseten mutatja a két iköblöt és a csaknem a középvonalban álló septum intersphenoidalét; a diaphragma sellæ hátulsó részének eltávolításával jól látható a török nyeret kitöltő hypophysis az infundibulum csomkjával. A török nyereg alkotja mindkét iköböl felső falát, miáltal egyenes viszonyban állanak a hypo-



24. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság.

physissel. A 24. ábra homlokmetseten mutatja az egyenlőtlen nagyságú iköblöket, kiterjedt felső falukat a nagy hypophysis-sel. Mindkét oldalt látható oldalvást a carotis interna és a sinus cavernosus. A 25. ábra sagittalis metseten a középvonalban mutatja a kis török nyeret és a hypophysist. A felső iköbölfal hátulsó része kis kidomborodást mutat a hypophysis területén. Az orrsövény csontos része el van távolítva és az orrsövény nyálkahártyája meg van tartva. Fenn a diaphragma sellæ és az infundibulum csomkja látható.

A 26. ábra sagittalis metszeten mutatja a középvonalban a hypophysis és a sella turcica helyzetét, az ikéből meg van nyitva, az orrsövény csontos része el van távolítva és az orrsövény nyálkahártyája a bal oldalon meg van tartva. A sella turcica bedomborodása az ikébőlbe, az úgynevezett hypophysisdudor jól látható. Fenn látható a diaphragma sellae és az infundibulum csomkja. A 27. ábra mutatja a középvonalban a török-

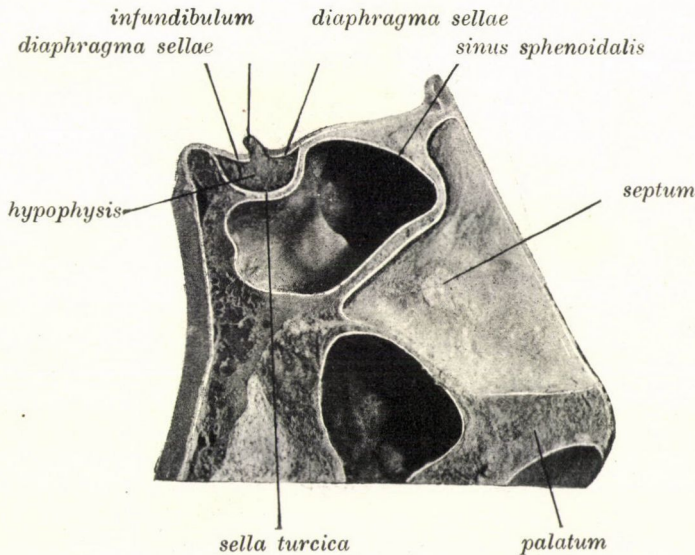


25. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

nyereg és a hypophysis helyzetét, az ikéből meg van nyitva, az orrsövény csontos része és a septum intersphenoidale el van távolítva, az orrsövény és a jobb ikéből nyálkahártyája meg van tartva. A bal ikéből egy kis része még látható. A felső ikébőlfal hátulsó részén a hypophysisdudor, a sella turcica, a hypophysis és a diaphragma sellae áttekinthető. Az endonasalis submucosus hypophysectomiánál HIRSCH szerint az orrsövény nyálkahártya-lemezei között jutunk az elülső ikébőlfalhoz, itt csak az egyik oldalon lett az orrsövény nyálkahártyája meg-

tartva, hogy a középvonalban a hypophysectomia területén egyes részletei in situ demonstrálhatók legyenek.

Több készítményünk van, melyeken a hypophysis közelében az iköböl vagy egyáltalán nem lelhető fel, vagy tőle egy különböző (egészen 12 mm-ig) vastagságú csontréteg által van elválasztva. A 28. ábra homlokmeetszeten mutatja a két iköblöt; a középvonalban egy 5 mm vastag csontréteg látható, mely az iköblöket a koponyaüregtől elválasztja, az iköblöknek a hypo-

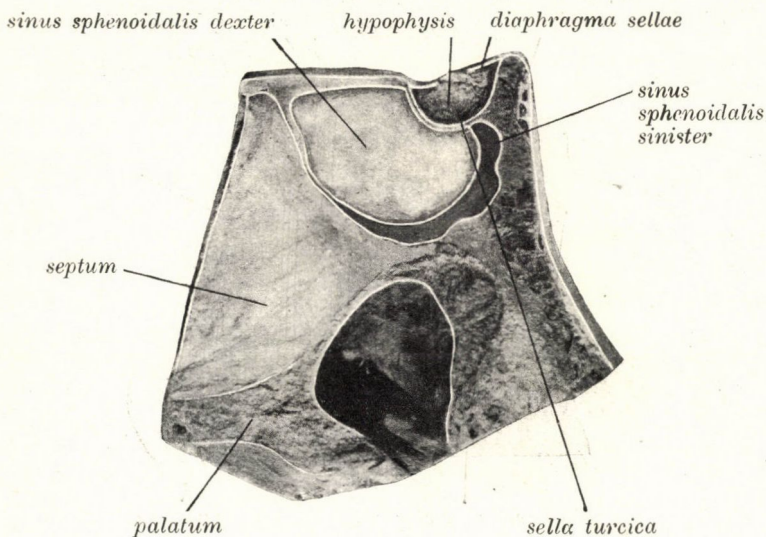


26. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

physishez semmi viszonyuk sincsen. A 29. ábra egy az előbbire rákövetkező homlokmeetszet képét mutatja, a szivacsos ikcsont testének felső részén a sekély török nyeret és a hypophysist. A 30. és 31. ábra homlokmeetszeten mutatja az iköblök egész területét, melyen a hypophysis nem lelhető fel. A 30. ábra az iköblök nagyobb elülső részét mutatja, egy 12 mm vastag csontréteg választja el a koponyaüregtől, a bal iköböl felett egy hátsó rostasejt látható. A 31. ábra homlokmeetszeten az iköblök hátsó részét és a koponyaüregtől elválasztó vastag csontréteget tünteti fel.

A 32. ábra sagittalis metszeten a középvonalban mutatja a hypophysis és a sella turcica helyzetét; az orrsövény egy része meg van tartva, az ikcsont testének szivacsos részében a sella turcica, a hypophysis és az infundibulum csomkja látható, az iköblökhöz való minden viszonylat nélkül. A 33. ábra sagittalis metszeten mutatja a hypophysis és a sella turcica helyzetét, a hátulsó iköbölfal a hypophysistól 6 mm-nyi távolban fekszik.

A leghátulsó rostasejt, cellula sphenoidalialis, az ikcsont

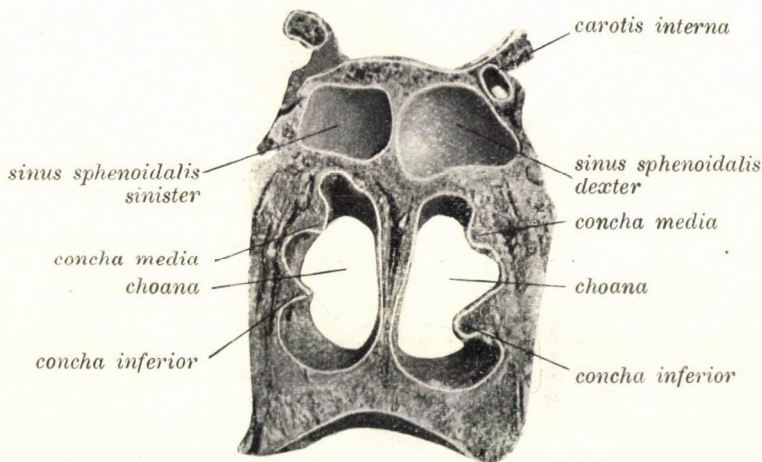


27. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

területébe terjedhet és a trigonum praesellarét alkothatja. A 34. ábra homlokmetszeten mutatja az iköblök felett elhelyezett hátulsó rostasejteket, melyek mindkét oldalon a foramen opticumig terjednek, a látóidegeket és a trigonum praesellare elülső részét határolják. A rostasejtek alsó fala alatt, közel a középvonalhoz az iköblök nyílásai láthatók. A látható ostium sphenoidale 2 mm tág, az elülső iköbölfal jobboldalt 6 mm, baloldalt 7 mm magas, a pars nasalis jobboldalt 10 mm, baloldalt 7 mm széles.

A felső iköbölfal különböző vastagsággal bírhat, papírvékony-ságú lehet, de különböző vastagságban, mely 12 mm-nyire nö-

vekedhetik, diploédús vagy tömött esontréteg alkothatja. A felső iköbőlfal mindkét oldalon vagy csak az egyik oldalon a canalis opticcussal és a látóideggel állhat bensőbb viszonyban. Vizsgálataink mutatták, hogy az egyik iköböl néha csak az ellenoldali látóideggel áll bensőbb viszonyban, továbbá, hogy a canalis opticus a látóideggel az iköbölben különböző hosszúságban egész 10 mm-ig szabadon futhat le. Ezen esetekben a canalis opticus az iköböl vagy a felső iköbőlfal oldalsó részén halad. A 35. ábra homlok-metszeten mutatja a jobb iköbölben a canalis opticus és látóideg lefutását a felső oldalsó részen. A hypophysisnek a közép-



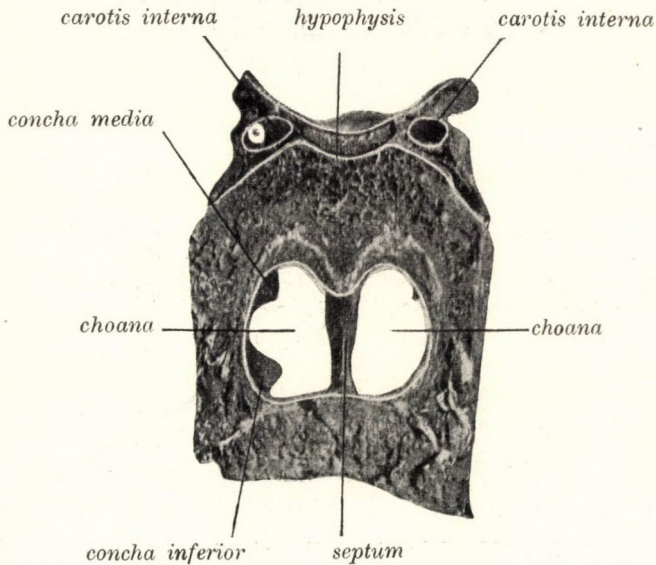
28. ábra. Homlok-metszet. Természetes nagyság.

vonásban történő feltárásakor az iköbölön kívül vagy belül oldalt lefutó látóideg megkimélve marad. A felső iköbőlfal kiterjedése szerint az elülső, középső és hátulsó koponyaárokkaal szomszédos viszonyban állhat és az ott fekvő idegekkel, erekkel és agyrészletekkel bensőbb viszonyba léphet.

Még megemlítjük röviden az alsó, hátulsó, belső és oldalsó iköbőlfalat. Az alsó iköbőlfal az üreg fenekét alkotja és különböző vastag, rendszeren, eltekintve a hátulsó faltól, legerősebb, de az üreg rendkívüli tágulatánál papírvékonyágú is lehet. Részben az orrüreg tetejének felső-hátulsó részét és részben az orrgarat-üreg tetejét alkotja. Az iköböl kiterjedése az orrgaratüreg terü-

letében nagyon különböző és az iköböl sagittalis kiterjedésével függ össze. Az alsó iköbölfal oldalsó részén ZUCKERKANDL szerint néha kiöblösödést mutat, hol a canalis vidianus mint lécz kiugrik, továbbá alkalmilag az iköböl feneke összefügg az orrgaratüreggel egy megmaradt ébrényi canalis craniopharyngeus alakjában.

A belső iköbölfal, a septum intersphenoidale, a symmetricus iköblöket a középvonalban választja el és sagittalis helyzete van,

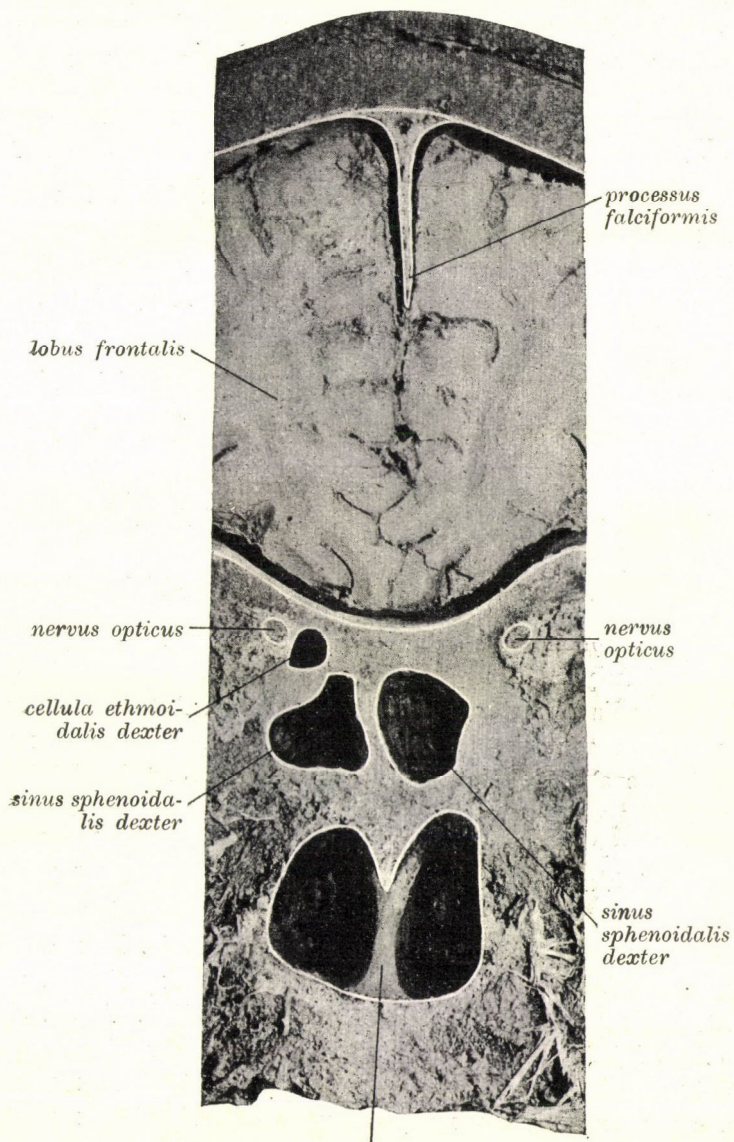


29. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság.

de az iköblök asymmetriájánál különböző hajlata és fekvése lehet és az egyik iköböl hiányánál hiányozhatik is.

Az oldalsó iköbölfal a középső koponyaárokban tartalmazza a sulcus caroticust, itt fekszik a carotis interna a sinus cavernosus-sal. Az iköböl olyan nagy kiterjedést érhet, hogy oldalsó fala a ganglion GASSERI-vel, a trigeminus első, második és harmadik ágával, a felső szemrészen áthaladó oculomotorius, trochlearis és abducens idegtörzseivel közelebbi viszonyba léphet.

A hátulsó iköbölfal többnyire erős, az os occipitale basilare-val csontosan összenőtt és a clivus felsőbb részét határolhatja.

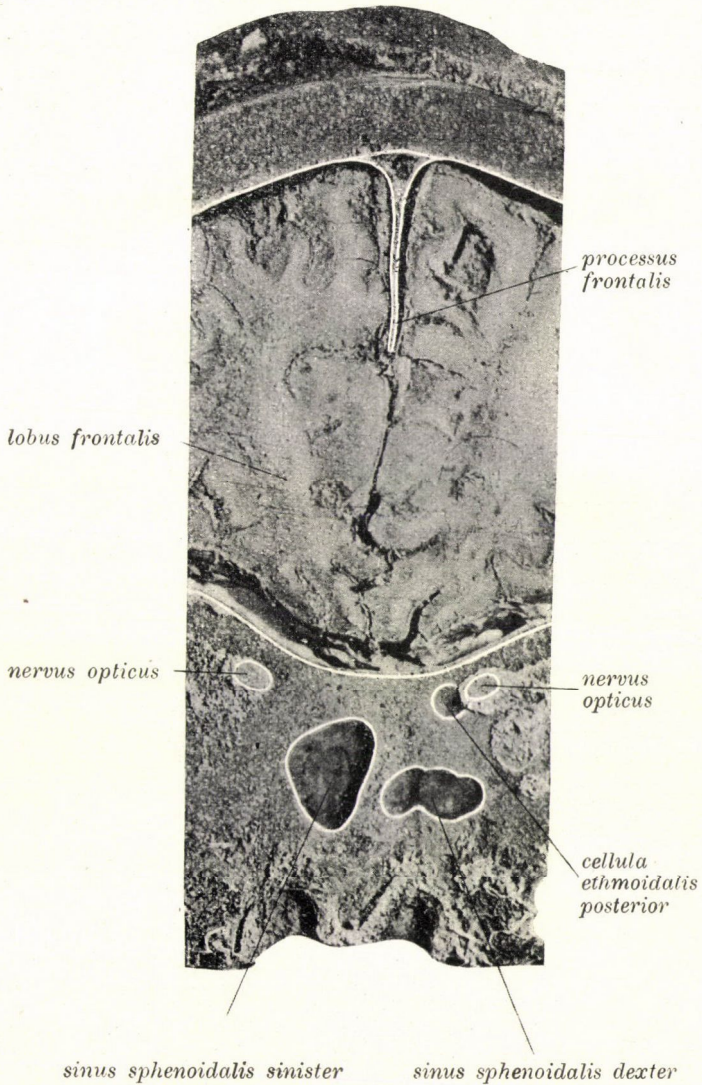


30. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság.

Az iköblök nagy kiterjedése mellett felette vékony lehet. Egy esetben láttuk az iköblöket 10 mm-nyire a dorsum sellæ-től még 30 mm-nyire a clivusra terjedni. Ezen viszonyt mutatja a 36. ábra.

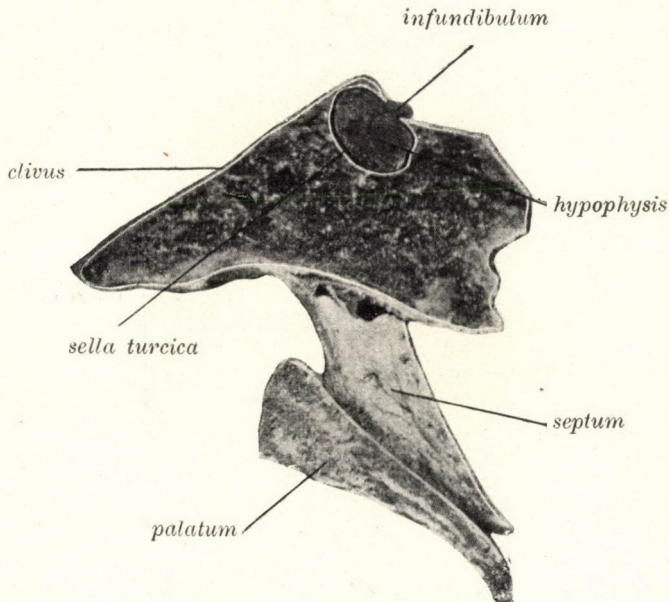
Az elülső iköbölfal pontos ismerete fontos szerepet játszik az iköböl endonasalis megnyitásakor. Az elülső iköbölfalon van elhelyezve az üreg nyílása, az ostium sphenoidale. Rendesen ezen nyílás a recessus sphenothmoidalis területén található, de a középvonal felé az elülső iköbölfalon, vagy magasán, közvetlenül az orrüreg teteje alatt is ellehet helyezve. Az ostium sphenoidale különböző nagy, nagysága $\frac{1}{2}$ —5 mm között ingadozhatik, lehet kerek, ovalis, félholdalakú és résszerű. A 37. ábra sagittalis metszeten mutatja az elülső iköbölfalat és az iköböl-nyílásba vezetett szondát; a szonda megfelel a ZUCKERKANDL-féle vonalnak, mely az elülső orrnyílás fenekétől a középvonalban a középső kagylót keresztezve, az elülső iköbölfalat eléri. A szonda vége oldalvást a recessus sphenothmoidalis felé és felfelé lesz vezetve, hogy az iköböl-nyílásba jusson. A távolság a spina nasalis interior és az elülső iköbölfal között 6—8 $\frac{1}{2}$ cm. Az ostium sphenoidale ritkábban látható, ezt megmagyarázza az oldalsó helyzet, a nyílás kicsinysége és az elülső iköbölfal látható nasalis részletének keskeny terjedelme. A 38. ábra homlok-metszeten mutatja az elülső iköbölfalon a látható nagy hosszúkás ovalis iköböl-nyílásokat. ZUCKERKANDL az elülső iköbölfalon két egyenlőtlen részt különböztet meg, a kisebb mediális részt, pars nasalis, és a nagyobb oldalsó részt, pars ethmoidalis. Vizsgálataink mutatták, hogy egyes esetekben az elülső iköbölfal egyidejűleg a HIGHMOR-üreg falát, továbbá a homloküreg falát és a fossa pterygopalatina falát is alkothatja. Ezen esetekben az elülső iköbölfal megfelelő részeit pars maxillaris, pars frontalis és pars pterygopalatina névvel jelöljük. A 38. ábra az elülső iköbölfal endonasalis megnyítására kedvező viszonyokat tüntet fel, bal oldalt a nasalis elülső iköbölfal 19 mm magas, a pars nasalis 14 mm és a pars ethmoidalis 7 mm széles, jobb oldalt a nasalis elülső iköbölfal 20 mm magas, a pars nasalis 11 mm és a pars ethmoidalis 6 mm széles. A középső orrkagyló helyzetében meg van tartva, eltávolításával az elülső





31. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság.

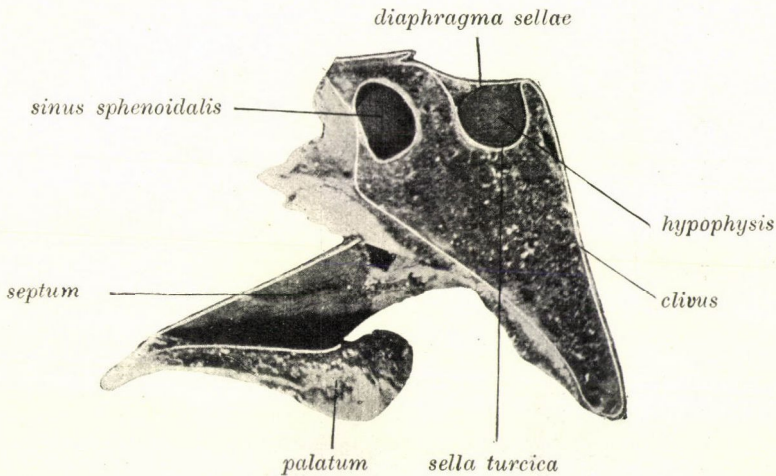
iköbőlfal területe pompásan hozzáférhetővé tehető. A 39. ábra homlokmetszeten mutatja a látható, 10 mm magas és 7 mm széles pars nasalist, a 3 mm tág iköbőlnyílást, a pars ethmoidalis egy hátsó rostasejt által elfedve, 4 mm széles. Ezen esetekben az iköből 20 mm hosszú, 11 mm széles és 12 mm magas. A pars ethmoidalis feltárása az elfedő hátsó rostasejtek eltávolításával indirekt eszközölhető. A 40. ábra homlokmetszeten



32. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

mutatja a rendkívül keskeny pars nasalist és a hátsó rostasejtek által elfedett pars ethmoidalist. A nasalis elülső iköbőlfal 15 mm magas, a pars nasalis 3 mm és a pars ethmoidalis 12 mm széles. Az elülső iköbőlfalat a hátsó rostasejtek fedik és medialis részlete csak rés-szerűleg nyitott. Az elülső iköbőlfal pars maxillaris vizsgálataink szerint különböző kiterjedésben alkotja a HIGHMOR-üreg közös falát. Ezen alakviszonyt egy készítményünk harántmetszete mutatja. Az iköből 37 mm magas, 47 mm széles és 35 mm hosszú, a HIGHMOR-üreg 42 mm hosszú és 36 mm

széles. Az üregek között levő vékony válaszfal kiterjedése 10 mm. A harántmetszet hullámszerű vonalban mutatja az iköböl elülső falát, rajta három részlete áttekinthető, jobb oldalt a pars nasalis 9 mm, a pars ethmoidalis 6 mm, a pars maxillaris 10 mm széles; bal oldalt a pars nasalis 9 mm, a pars ethmoidalis 7 mm, a pars maxillaris 10 mm széles. Egyes esetekben az orrsövény hátulso részében és felette észleltük az iköböl kiterjedését, me-



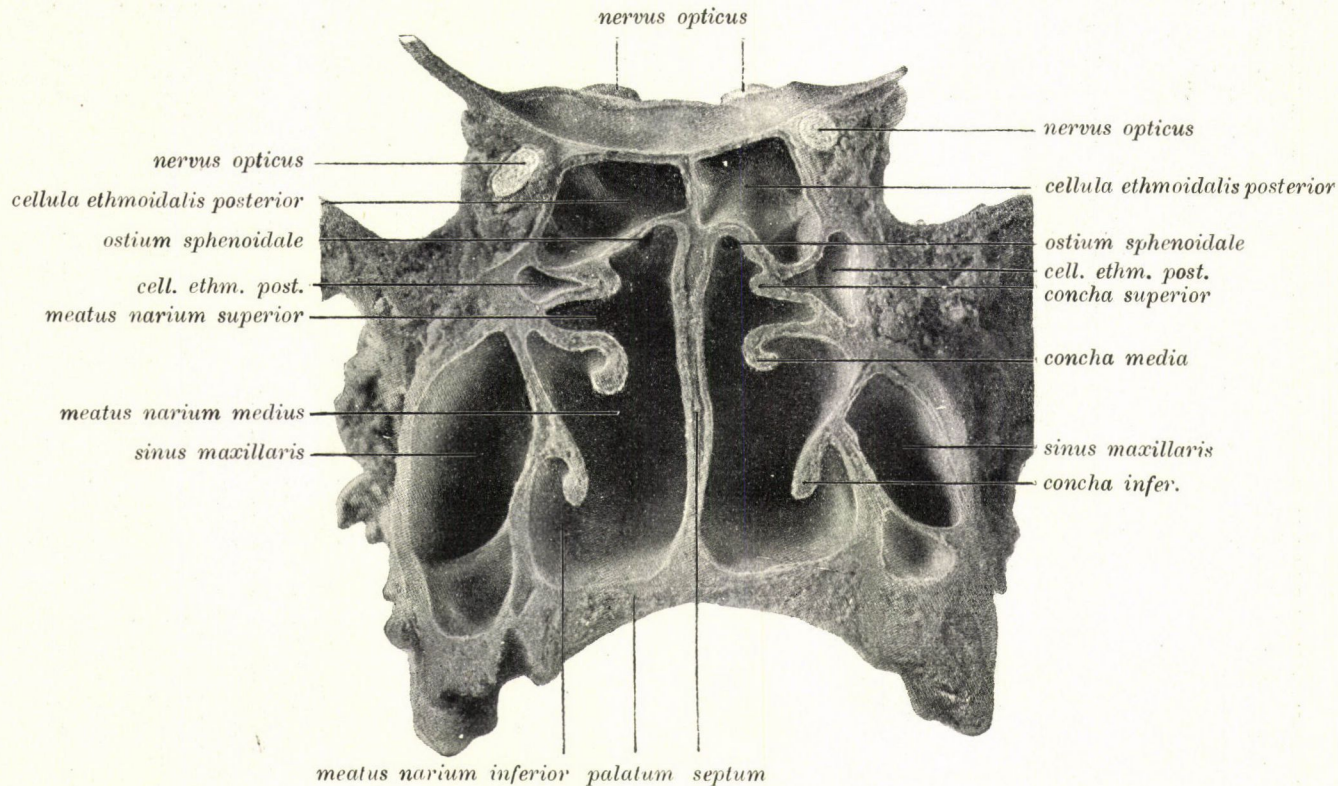
33. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

lyet a 36. ábra érzékít. Vannak készítményeink, melyeken a homloküregnek és az iköbölnek közös fala van, az elülső iköbölfal ezen részletét pars frontalis névvel jelöljük. Az iköböl nagy kiterjedésénél a fossa pterygopalatina falát alkothatja és tovább is terjedhet, egy készítményen az elülső iköbölfal 10 mm-nyi kiterjedésben határolja a fossa pterygopalatinát. Egy esetben észleltük, hogy az elülső iköbölfal előre a bulla ethmoidalisig terjedt és vele közös fala volt.

A táblázat a készítményeinkről vett méretekről és az elülső iköbölfal egyes részleteinek kiterjedéséről ad áttekintést.

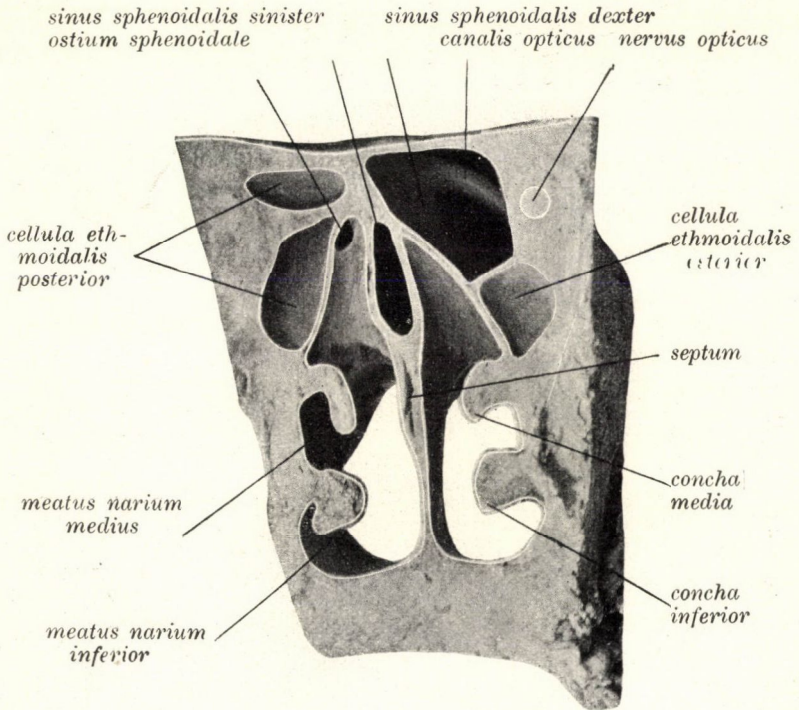
A pars nasalis szélessége	A pars ethmoidalis szélessége	A pars maxillaris szélessége	A pars frontalis szélessége	A nasalis elülső iköbőlfal magassága
14	7	—	—	19
12	7	—	—	18
11	4	—	—	20
11	6	—	—	20
10	8	—	—	6
10	9	—	—	15
9	5	—	—	20
9	6	10	—	—
9	7	10	—	—
8	8	—	—	15
8	8	4	—	15
7	1	—	—	12
7	2	—	—	12
7	4	—	—	10
7	5	—	—	11
7	7	—	—	5
7	8	—	—	15
7	9	—	—	10
7	15	—	—	10
6	6	—	—	11
6	11	—	—	18
6	18	4	—	—
5	3	—	—	7
5	14	8	—	—
3	7	—	—	5
3	12	—	—	15
2	18	—	—	12
7	15	6	12	—

Vizsgálataink mutatták, hogy a nasalis elülső iköbőlfal magassága 6 és 20 mm, az elülső iköbőlfal szélessége 8 és 28 mm, a pars nasalis szélessége 2 és 14 mm, a pars ethmoidalis szélessége 1 és 18 mm, a pars maxillaris szélessége 4 és 10 mm között ingadozott és a pars frontalis szélessége egy esetben 12 mm volt. Ezen 20 esetben a pars nasalis 14-szer volt szélesebb, mint a pars ethmoidalis, a pars ethmoidalis 10-szer volt szélesebb, mint a pars nasalis, 4 esetben mindkét részlet egyforma volt. Hat esetben egy pars maxillaris, egy esetben egy pars



34. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság.

frontalis volt jelen. Két esetben a pars maxillaris szélesebb volt, mint egyenként a pars nasalis és a pars ethmoidalis, egy esetben a pars maxillaris szélesebb volt, mint a pars nasalis. Egy esetben a pars frontalis volt szélesebb, mint a pars nasalis.

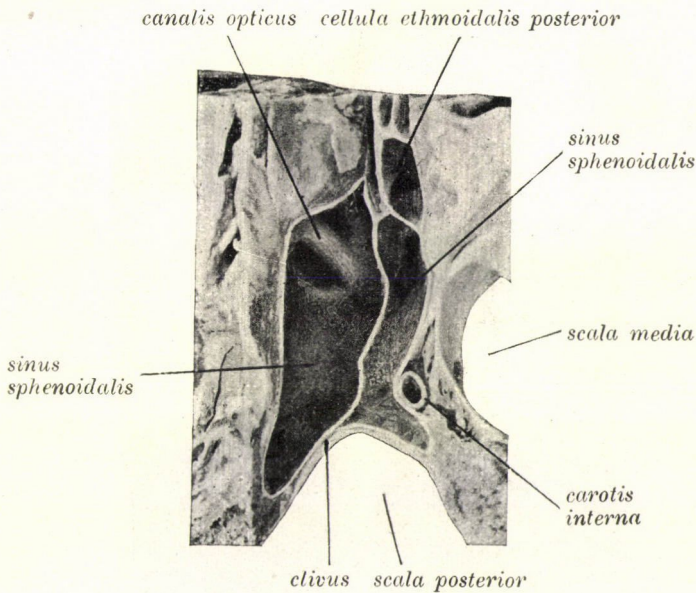


35. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság.

Az iköböl kiterjedését illetőleg észleleteink szerint a hossza 10 és 40 mm, a szélessége 9 és 60 mm és a magassága 9 és 42 mm között ingadozott. Az iköböl különböző nagy asymmetriát mutathatnak, rendes helyzet mellett különböző nagyok lehetnek, az iköböl kiterjedése olyan nagy is lehet, hogy a másik oldali iköbölt elnyomhatja vagy elfedheti. Azonkívül az egyik iköböl helyzete rendellenes is lehet, a mennyiben a másik iköböl előtt vagy alatt fekszik.

A mi a fejlődési rendellenességeket illeti, már megemlékez-

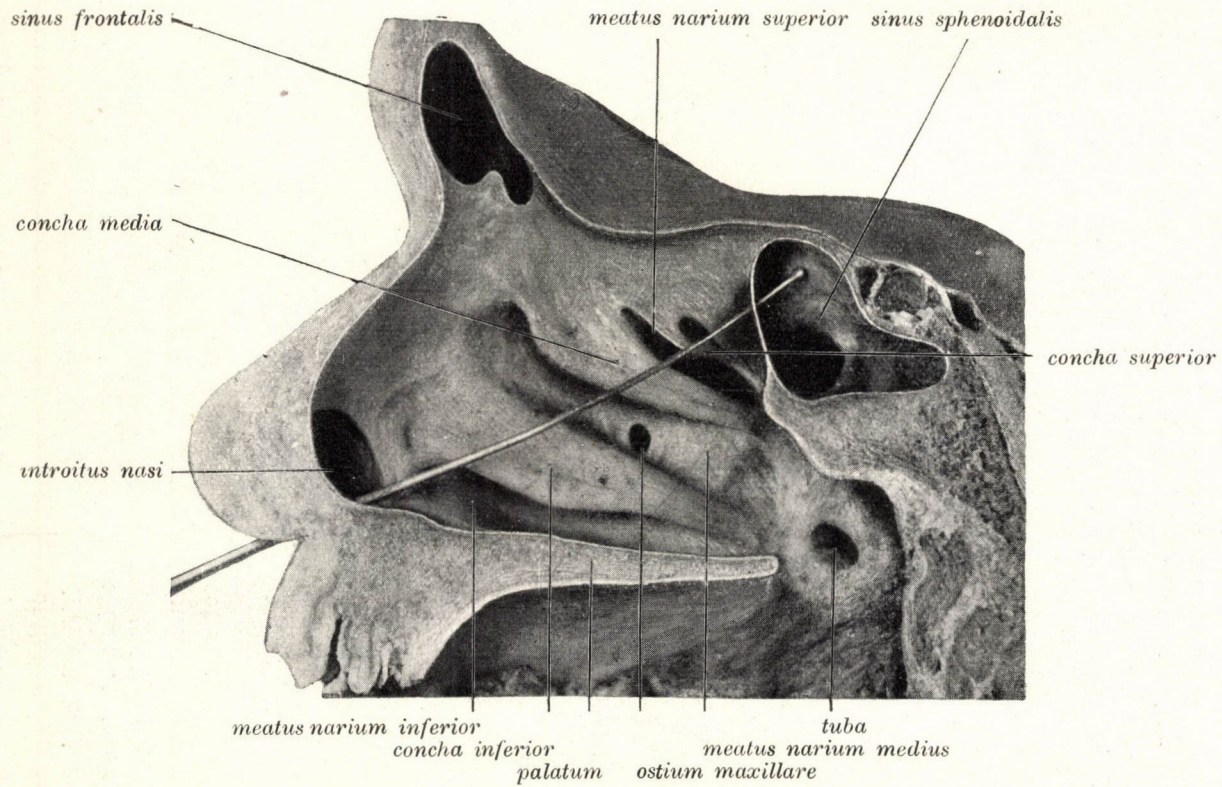
tünk az ébrényi canalis craniopharyngeusról. Egy iköböl hiányozhatik is. Élettani, azaz veleszületett csontiányokat észlelt ZUCKERKANDL, az oldalsó iköbölfalon kis hiányokat, melyek az iköblöket a középső koponyaárokkaal kötik össze. SPEE egy esetben a sulcus caroticus hiányát észlelte. Több fejen érreéseket észleltünk, néha symmetrikusan mindkét oldalon a kis ikszárny oldalsó gyökere alatt. Egyes esetekben ezen ér-



36. ábra. Harántmetszet. Természetes nagyság.

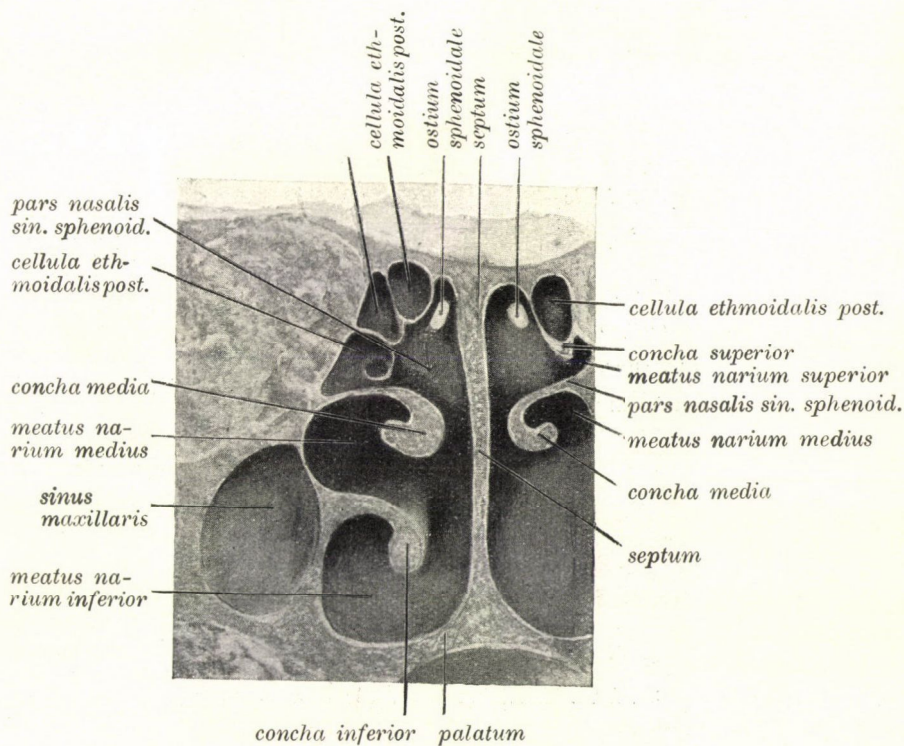
résekhez érbarázdák huzódnak, melyeken kisebb-nagyobb hosszúka csontiányok fordulnak elő. ZUCKERKANDL és HAJEK a septum intersphenoidalén észleltek csontiányokat.

A hypophysis elérésére és daganatainak eltávolítására több eljárást ajánlottak és egyeseket in vivo is alkalmaztak. Az út a halántéktájon át a halántéklebeny felemelésével a hypophysis feltárására CATON és PAUL által lett megjelölve, HORSLEY által in vivo használva. Az elülső koponyaárkon át elérni a hypophysist KILIANI és KRAUSE javasolta és KRAUSE hasz-



37. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság.

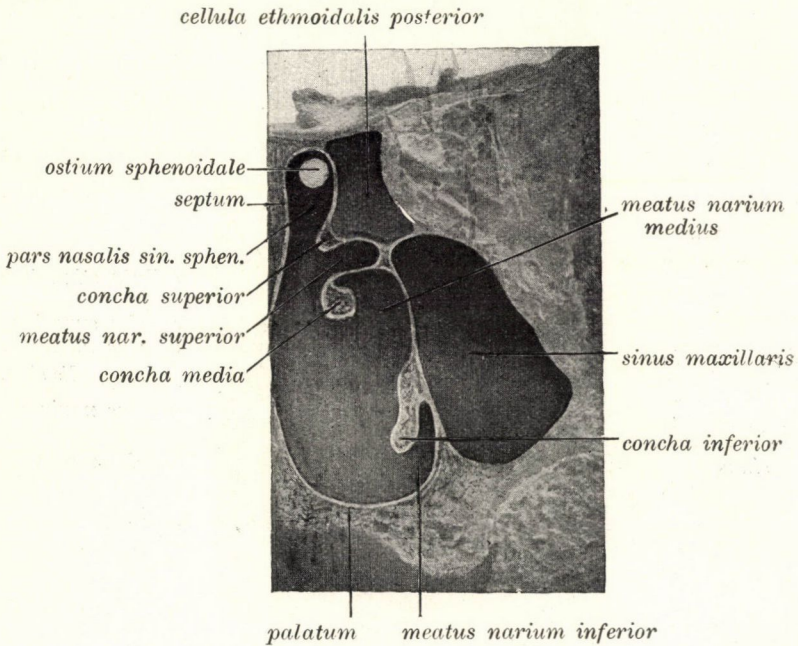
nálta élön, és pedig sikerrel távolított el ilyen módon egy golyót a chiasma területéről. A hypophysis feltárását az iköblön át először KÖNIG javasolta, a ki a kemény szájpad el-távolításával és az orrüreg kitakarításával jutott az iköblön át a hypophysishez. Ugyanazon időben LOEWE ezen czéla



38. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság.

PARTSCH szerint a kemény szájpad temporær felhajtását ajánlotta. LOEWE és LENNHOF egyszersmind ajánlotta az utóbbi időben a hypophysis feltárását pharyngotomia suprahyoideával az orrgaratüreg tetején az iköblön át végezni. GYERGYAY a hullán az orrgaratüreg tetején nyitotta meg az iköblöt és ezen át távolította el a hypophysist saját eljárása szerint az orrgaratba vezetett rövid fémcsovön keresztül. Végül KUHN a kö-

vetkező eljárást ajánlotta: peroralis intubatióval a lágy szájpad leválasztatik a keménytől, esetlegesen a hamuli pterygoidei levésésével a terület nagyobbíttatik, mely szükség esetén még tágítható a kemény szájpad és vomer vagy a kagylók resectiójával. A terület megvilágítására kis villamos lámpát használ. Az iköböl tetejének szabaddá tételére és a hypophysis-daganatok



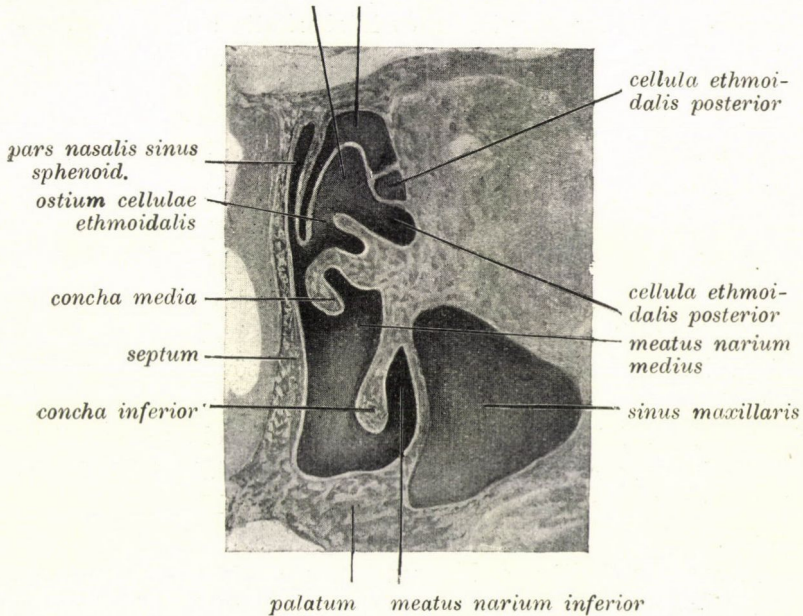
39. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság.

eltávolítására javaslatba hozattak az orr felhajtása, a direkt endonasalis megnyitás, a garattető szabaddá tétele, a felső állkapocs temporær resectiója vagy a kemény szájpad és vomer resectiója, azonfelül az alsó állkapocs átfürészélése és végül a pharyngotomia suprahyoidea.

Két eljárás lett a hypophysis feltárására betegeken alkalmazásba véve az orr felhajtásával és egyenes endonasalis úton lett az elülső és cerebralis iköbölfal eltávolítva. Elméleti tanulmányok után SCHLOFFER 1907-ben nasalis úton sikerrel távo-

litott el egy hypophysis-daganatot. Eljárása a következő: jobbról az orr felhajtása, az orrkagylók és orrsövény eltávolítása, a Highmor-üreg belső falának és a felső állkapocs orrnyujtványa egy részének eltávolítása, az iköböl megnyitása és a hypophysisdaganat eltávolítása. Eljárása egyes módosításokkal több mint 30 esetben végeztetett. KANAVEL eljárása abban áll, hogy U-alakú bőrmetszéssel az orrt alulról felszabadítja és felfelé

pars ethmoidalis sin. sphenoid. cellula ethmoidalis posterior



40. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság.

hajtja. Az orrsövény az iköbölökig lesz eltávolítva. Az iköbölök megnyitása után a hypophysis-dudor eltávolítottatik. HALSTEAD eljárása szerint a felső ajak alatt egy metszéssel az arczmaszk felfelé hajtatik, az orrsövény oralis úton eltávolítottatik és az iköbölök megnyittatnak. KOCHER módosítása abban állott, hogy az orrhát felhajtásával az orrsövény nyálkahártyáját két oldalt leválasztotta és a csontos részt submucosusan eltávolította, az iköbölöket megnyitotta és a hypophysisdudorig hatolt. Eljárása

szerint végezte műtétét egy esetben KANN. HALD egy V-alakú, lefelé irányított metszéssel szabaddá teszi az orrot és az orrsövényt, az orrsövénynek a spina nasalis anterior és a rostrum vonalába eső részét reszekálja, eltávolítja a középső kagylót, az iköböl egész elülső falát és a septum intersphenoidalét.

A hypophysisterület direkt endonasalis feltárását HIRSCH végezte hullán és élön. Ezen célra felhasználta az iköböl endonasalis széles megnyitásának eljárását és elérte a felső iköbölfal eltávolításával a hypophysis feltárását. Reszekálta a középső kagylót, megnyitotta és kitakarította a hátulsó rostasejteket, az elülső iköbölfal eltávolításával felvéste a sella turcicát. Egy esetben ilyen módon sikerrel végezte a műtétet. WEST hullán végzett eljárását ajánlotta. Mindkét oldalon a kagylók resectiója, az orrsövény egyenesszögű részének eltávolítása, mely a vestibulumtól az iköböl felé ferdén felfelé halad, a septum sphenoidale és a sella turcica eltávolításával a hypophysis szabaddá tétetik. HIRSCH módosította endonasalis eljárását, a mennyiben a submucosus septumresectio eljárását használta fel céljára. KOCHER említett eljárásával részben megelőzte. HIRSCH ezen eljárásba bevonta a sövény és a vomer hátulsó részét, a lamina perpendicularist, a rostrum sphenoidalét és az elülső iköbölfalat, submucosusan eltávolította az elülső iköbölfalat és a septum sphenoidalét és szabaddá tette a hypophysisdudort és a hypophysist. Ilyen módon HIRSCH 14 esetet operált.

MARSCHIK hullán a KILLIAN-féle metszéssel (extranasalis rostasejt-műtét) a rostacsont és az orrsövény hátulsó részének resectiójával eltávolította az elülső iköbölfalat és a cerebralis iköbölfalat és szabaddá tette a hypophysist. CHIARI ezen eljárással két esetben végzett műtétet jó eredménnyel.

Az extranasalisan és endonasalisan végzett műtétek statisztikája a következő: SCHLOFFER 1, EISELSBERG 7, RANZI 1, HOCHENEGG 5, KOCHER 1, SMOLER 1, SCHMIEGELOW 1, M. P. LECÈNE 1, BORCHARDT 1, ROSE 1, HABS 1, CUSHING 8, KANAVAL 1, MIXTER 1, HALSTEAD 2, HIRSCH 14, CHIARI 2, NICOLAI 1, KÜMMEL 1, NORVAL H. PIERCE 1, KAN 1, HALD 1 és MOSKOVICS 1. Összesen 56 esetben végeztek műtétet, 34 esetben jó eredménnyel.

A felsorolt adatok az extranasalis és endonasalis hypophys-ectomia jelentős sikerét mutatják, sőt az acromegalia minden tünetének megszünése is eléretett. Miután e helyen ezen kérdés kór- és gyógytanával nem foglalkozunk, csupán rögzíteni kívánjuk, hogy mindkét eljárással a hypophysisdaganatoknak csak a részleges eltávolítása lehetséges, cysták megnyithatók és kiüríthetők és hogy a dura mater felhasításával a látóideg nyomásának csökkenése érhető el. A hypophysisterület tájboncztani megvilágítása teljesen tájékoztat és bizonyítja, hogy a közép-vonalban végzett extra- vagy endonasalis hypophysectomia sem a látóideget, sem a carotis internát és sinus cavernosust nem sértheti meg. Az endonasalis submucosus hypophysectomia HIRSCH szerint a rhinológiának lényeges és szép haladása; ezen eljárással KOCHER kísérlete, az extranasalis hypophysectomiának összekötése az orrsövény submucosus resectiójával, továbbfejleszthető. A mi a többi felemlített eljárást illeti, ezek többnyire csak javaslatok, egyes klinikai esetek pedig csak az intracranialis hypophysectomiára vonatkoznak. Az általunk leírt és érzékített alakviszonyok mellett az élőben az említett javaslatok szerint végzendő hypophysectomiának útjába több akadály gördül, mint az extra- vagy endonasalis hypophysectomiánál, melyek eddig kielégítő gyógyeredményeket mutatnak fel és ajánlhatók is. A nasalis hypophysisterület tárgyalt alakviszonyainak pontos ismerete, a hypophysisdaganatok tünetei és a Röntgen-felvételek támogatják az endo- és extranasalis hypophysectomiát és biztos alapot nyújthatnak. A felsorolt esetek és gyógyeredmények száma nemcsak a hypophysectomia javallatainak kialakulásához vezetnek, hanem a hypophysis és a látóidegek területén végzendő más műtétek útját is egyengetni fogják.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1910 márczius 14.-én tartott üléséből.)

A LINEÁRIS DIFFERENTIALRENDSZEREK
INTEGRÁLMATRIXÁNAK KÉT-KÉT SINGULÁRIS PONT KÖZÖTT
VETT INTEGRÁLJA ÉS AZ ALAPSUBSTITUTIÓK KÖZÖTTI
ÖSSZEFÜGGÉSRŐL.

HRONYECZ GYÖRGY-től.

FUCHS L.¹ az ABEL-JACOBI-féle paraméter és argumentum felcserélési tételéből a lineáris differentialegyenletek számára vezetett le bizonyos relatiókat, melyek teljes analogonjai azoknak, a melyeket WEIERSTRASS a harmadfajú hyperelliptikus transcendensekre vonatkozó felcserélési tételből az első és másodfajú integrálok periodusaira nyert. A FUCHS-féle relatiók azon összefüggést fejezik ki, mely a FUCHS-typushoz tartozó lineáris differentialegyenlet két-két elágazási pontja között vett integrálok, a midőn ezek alatt ezen differentialegyenletek megoldásai szerepelnek, és a differentialegyenlet fundamentalsubstitutióinak coefficientensei között fennáll.

SCHLESINGER² ezen FUCHS-féle relatiókat összefüggésbe hozta az általa általánosított ABEL-JACOBI-féle felcserélési tétellel és HIRSCH,³ miután SCHLESINGERnek az EULER transformáltjára vonatkozó vizsgálatait ezen SCHLESINGER-féle általánosított felcserélési tételre alkalmazta, levezette és általánosította a FUCHS-féle relatiókat.

SCHLESINGER tanár feladatomból tűzte ezen FUCHS-féle relatióknak analogonjait az absolute kanonikus lineáris differentiaal-

¹ Crelle Journal 76. k. p. 177, Werke I és Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1892. II. Werke II, p. 1113.

² Handbuch d. Theorie d. lin. Differentialgleichungen II, 1. p. 405.

³ Mathematische Annalen 54, p. 202—275.

rendszerekre felállítani, a mikor két-két singuláris pont között vett integrálok alatt ezen differentialrendszerek valamely integrálmatrixának az elemei szerepelnek. Ezek, a mint azt a következőkben látni lehet, sokkal rövidebben és egyszerűbben adódnak, mint az n -rendű differentialegyenleteknél.

Vizsgálataim folyamán egyrészt azokat a módszereket követtem, melyeket SCHLESINGER¹ a «Vorlesungen über lineare Differentialgleichungen» (Leipzig, 1908) című könyvében a lineáris differentialrendszerek elméletének kifejtésénél alkalmaz, másrészt azokat, a melyekkel az előbb idézett kézikönyvében a FUCHS értekezéseit tárgyalja.² Dolgozatomnak egynéhány pontosan megjelölt helyén felhasználom azon írásbeli és szóbeli közléseket is, melyeket SCHLESINGER tanár volt szíves rendelkezésemre bocsátani.

I. Adjungált lineáris differentialrendszerek.³

Legyen

$$\frac{dy_k}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n y_\lambda a_{\lambda k}; \quad (a)$$

($k=1, 2, 3, \dots, n$)

egy lineáris differentialrendszer, akkor ennek adjungált lineáris differentialrendszere:

$$\frac{dz_k}{dx} = - \sum_{\lambda=1}^n z_\lambda a_{k\lambda}. \quad (b)$$

($k=1, 2, 3, \dots, n$)

Mi majd arra az esetre szoritkozunk, a mikor az (a) egyenletrendszer egy absolute kanonikus rendszer, a mikor tehát

$$a_{\lambda k}(x) = \frac{g_{\lambda k}(x)}{\varphi(x)},$$

¹ Ezen előadásokat az 1905—6. tanévben a kolozsvári egyetemen hallgattam. E könyvet a későbbiekben SCHLESINGER «Vorlesungen» című alatt fogom idézni.

² Handbuch II. 1. 257., 258., 259. §.

³ Részben SCHLESINGER tanár szíves szóbeli közlése, részben «Vorlesungen» című könyve alapján.

a hol

$$\varphi(x) = (x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_n)$$

és $g_{\lambda k}^{(x)}$ az x -nek legfeljebb $\sigma-1$ -fokú egész racionális függvénye.

Ebben az esetben a (a) és (b) differentialrendszerek ezen alakkkal bírnak

$$\varphi(x) \frac{dy_k(x)}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n y_\lambda(x) g_{\lambda k}(x), \quad (A)$$

$$\varphi(x) \frac{dz_k(x)}{dx} = - \sum_{\lambda=1}^n z_\lambda(x) g_{k\lambda}(x). \quad (b')$$

A (b') differentialrendszer

$$z_k(x) = \varphi(x) \mu_k(x) \quad (1)$$

substitutio alkalmazása által átmegy a következőbe:

$$\frac{d(\varphi(x) \mu_k(x))}{dx} = - \sum_{\lambda=1}^n \mu_\lambda(x) g_{k\lambda}(x). \quad (B)$$

($k=1, 2, \dots, n$)

Ez az (A)-hoz tartozó adjungált lineáris differentialrendszer.

II. A paraméter és argumentum felcserélésének tétele a lineáris differentialrendszerek esetében.¹

Áll a következő identitás:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[\varphi(x) \sum_{k=1}^n \frac{y_k(z)}{z-x} \mu_k(x) \right] - \frac{d}{dz} \left[\varphi(z) \sum_{k=1}^n y_k(z) \frac{\mu_k(x)}{x-z} \right] = \\ &= \varphi'(x) \sum_{k=1}^n \frac{y_k(z)}{z-x} \mu_k(x) + \varphi(x) \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{y_k(z)}{(z-x)^2} \mu_k(x) + \frac{y_k(z)}{z-x} \frac{d\mu_k(x)}{dx} \right\} - \\ &= \varphi'(z) \sum_{k=1}^n y_k(z) \frac{\mu_k(x)}{x-z} - \varphi(z) \sum_{k=1}^n \left\{ y_k(z) \frac{\mu_k(x)}{(x-z)^2} + \frac{dy_k(z)}{dz} \frac{\mu_k(x)}{x-z} \right\} = \end{aligned}$$

¹ SCHLESINGER tanárnak nékem szívesen átadott írásbeli följegyzései nyomán.

$$= \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{y_k(z)}{(z-x)^2} \mu_k(x) \varphi(x) - \varphi(z) y_k(z) \frac{\mu_k(x)}{(x-z)^2} \right\} - \sum_{k=1}^n \frac{y_k(z)}{x-z} \mu_k(x) \varphi'(z) +$$

$$+ \sum_{k=1}^n \frac{y_k(z)}{z-x} \left\{ \varphi'(x) \mu_k(x) + \varphi(x) \frac{d\mu_k(x)}{dx} \right\} - \sum_{k=1}^n \varphi(z) \frac{dy_k(z)}{dz} \frac{\mu_k(x)}{x-z}.$$

(A) és (B) tekintetbe vételével adódik pedig

$$\frac{d}{dx} \left[\varphi(x) \sum_{k=1}^n \frac{y_k(z)}{z-x} \mu_k(x) \right] - \frac{d}{dz} \left[\varphi(z) \sum_{k=1}^n y_k(z) \frac{\mu_k(x)}{x-z} \right] =$$

$$= \sum_{k=1}^n y_k(z) \mu_k(x) \left\{ \frac{\varphi(x) - \varphi(z)}{(z-x)^2} - \frac{\varphi'(z)}{x-z} \right\} +$$

$$+ \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n y_k(z) \mu_\lambda(x) \frac{f_{k\lambda}(x) - f_{k\lambda}(z)}{x-z},$$

vagyis

$$\frac{d}{dx} \left[\varphi(x) \sum_{k=1}^n \frac{y_k(z)}{z-x} \mu_k(x) \right] - \frac{d}{dz} \left[\varphi(z) \sum_{k=1}^n y_k(z) \frac{\mu_k(x)}{x-z} \right] =$$

$$= \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n y_k(z) \mu_\lambda(x) U_{k\lambda}(x, y), \quad (c)$$

a hol

$$U_{k\lambda}^{(x, z)} = \begin{cases} \frac{f_{k\lambda}(x) - f_{k\lambda}(z)}{x-z}, & \text{ha } k \neq \lambda \\ \frac{f_{k\lambda}(x) - f_{k\lambda}(z)}{x-z} + \frac{\varphi(x) - \varphi(z)}{(z-x)^2} - \frac{\varphi'(z)}{x-z}, & \text{ha } k = \lambda. \end{cases}$$

Az $U_{k\lambda}^{(x, z)}$ az x és z -nek $(\sigma-2)$ -fokú egész racionális függvénye. Abban az esetben, ha $k \neq \lambda$, ez közvetlenül látható; hogy a második esetben is nyilvánvalóvá legyen, bontsuk sorba $\varphi(x)$ függvényt $x = z$ környezetében TAYLOR tétele szerint; akkor kapjuk:

$$\frac{\varphi(x) - \varphi(z)}{(z-x)^2} - \frac{\varphi'(z)}{x-z} = \frac{\varphi''(z)}{2!} +$$

$$+ \frac{\varphi^{(3)}(z)}{3!} (x-z) + \dots + \frac{\varphi^{(\sigma)}(z)}{\sigma!} (x-z)^{\sigma-2},$$

a miből látható, hogy $U_{k\lambda}(xz)$ $k=\lambda$ esetében is x és z -nek $\sigma-2$ -fokú egész racionális függvénye.

Legyen (y_{ik}) egy integrálmatrixa az (A) differenciárendszernek és (μ_{ik}) az adjungált (B) differenciárendszer integrálmatrixa, akkor, ha mi a (c) egyenletbe y_k helyett y_{ik} -t, μ_k helyett μ_{jk} -t és μ_λ helyett $\mu_{j\lambda}$ -t teszünk, lesz

$$\sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n y_{ik}(z) U_{k\lambda}(x, z) \mu_{j\lambda}(x) = \frac{d}{dx} \left[\varphi(x) \sum_{k=1}^n \frac{y_{ik}(z)}{z-x} \mu_{jk}(x) \right] -$$

$$- \frac{d}{dz} \left[\varphi(z) \sum_{k=1}^n y_{ik}(z) \frac{\mu_{jk}(x)}{x-z} \right];$$

tegyünk ebbe továbbá

$$\mu_{jk}(x) = Y_{kj}(x) \quad \text{és} \quad \mu_{j\lambda} = Y_{\lambda j}(x),$$

a hol (1) és SCHLESINGER «Vorlesungen» harmadik előadása szerint:

$$\varphi(x) (Y_{ik}(x)) = (y_{ik}(x))^{-1},$$

akkor kapjuk, hogy

$$\sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n y_{ik}(z) U_{k\lambda}(x, z) Y_{\lambda j}(x) = \frac{d}{dx} \left[\varphi(x) \sum_{k=1}^n \frac{y_{ik}(z)}{z-x} Y_{kj}(z) \right] -$$

$$- \frac{d}{dz} \left[\varphi(z) \sum_{k=1}^n y_{ik}(z) \frac{Y_{kj}(x)}{x-z} \right],$$

vagyis

$$(y_{ik}(z) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x))) = \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(z)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) -$$

$$- \frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\frac{Y_{ik}(x)}{x-z} \right), \quad (G)$$

a hol $i, k=1, 2, 3, \dots, n$.

III. A singuláris pontokhoz tartozó determináló fundamentalegyenletek gyökeire vonatkozó feltétel és az abból folyó egyenletek.

Az (A) lineáris differencialrendszer megállapodásunk szerint egy absolute kanonikus rendszer, a miből következik, hogy az integrálmatrix kanonikus alakja a singuláris pontok környezetében ezen alakban állítható elő:

$$(\gamma_{ik}(x)) = ((x-c)^{r_i} \varphi_{ik}(x)), \quad (2)$$

(i, k=1, 2, \dots, n)

a hol $\varphi_{ik}(x)$ az $x=c$ singuláris pont környezetében holomorph függvények és $|\varphi_{ik}(x)| \neq 0$, a hol továbbá $x=c$ egy bizonyos singuláris pontot jelent az $a_1 a_2 \dots a_n$ közül és r_i az (A) egyenletrendszer $x=c$ singuláris pontjához tartozó determináló fundamentalegyenlet gyökeit. Ezekre az lesz a föltevésünk, hogy egymástól különbözők és hogy reális részük 0 és -1 között fekszik. Ebből következik, hogy a (b') és (B) differencialrendszerek determináló fundamentalegyenleteinek gyökei szintén egymástól különbözők és hogy a (b')-hez tartozó gyökök reális része 0 és $+1$ között,¹ míg a (B)-hez tartozó gyökök reális része ismét 0 és -1 között fekszik.

Az előbbi §-ban volt már:

$$\begin{aligned} \mu_{ik} &= Y_{ki}, \\ \zeta_{ik} &= \varphi(x) Y_{ki}; \end{aligned} \quad (3)$$

tegyünk még

$$(\gamma_{ik}(x))^{-1} = (H_{ik}^{(x)}) \varphi(x), \quad (4a)$$

akkor (2) szerint

$$(\xi_{ki}(x)) = (\gamma_{ik}(x))^{-1} = (\varphi(x) H_{ik}^{(x)}) = ((x-c)^{-r_k} \Phi_{ik}(x)), \quad (4b)$$

a hol $(\xi_{ik}(x))$ matrix a (b') adjungált lineáris differencialrendszer matrixának a kanonikus alakja. Az előbbi egyenletből adódik

$$(H_{ik}^{(x)}) = ((x-c)^{-r_k-1} \Phi_{ik}^*(x)), \quad (5)$$

¹ I. SCHLESINGER «Vorlesungen» 2 és 3.

$-r_k$ a 0 és +1 között fekvő positiv mennyiség. $\Phi_{ik}(x)$ és $\Phi_{ik}^*(x)$ az $x=c$ környezetében holomorph függvények.

A determináló fundamentalegyenletek gyökeire vonatkozó föltételtől következik, hogy:

$$[\varphi(z) \eta_{ik}(z)]_{z=c} = [(z-c)^{r_i+1} \varphi'_{ik}(z)]_{z=c} = 0$$

($i, k=1, 2, \dots, n$)

$z=c$ mellett eltűnnek, mert $\varphi'_{ik}(z)$ $z=c$ környezetében holomorph függvények és r_i+1 positiv mennyiség.

Hasonlóképen

$$[\varphi(x) H_{ik}^{(x)}]_{x=c} = [(x-c)^{-r_k} \Phi_{ik}(x)]_{x=c} = 0$$

($i, k=1, 2, \dots, n$)

$x=c$ mellett és az ezekből képezett matrixok

$$[(\varphi(z) \eta_{ik}(z))]_{z=c} = (0), \quad (6a)$$

$$[(\varphi(x) H_{ik}^{(x)})]_{x=c} = (0). \quad (6b)$$

Tudjuk, hogy

$$(y_{ik}(z)) = (c_{ik})(\eta_{ik}(z)), \quad (7)$$

a hol (c_{ik}) a $z=c$ singuláris ponthoz tartozó homogen lineáris átmeneti substitutio, állandó coefficiensekkel és el nem tűnő determinánssal; tudjuk továbbá, hogy

$$(y_{ik}(x))^{-1} = (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}),$$

így

$$(\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) = (c_{ik})(\eta_{ik}(x))^{-1} = (\eta_{ik}(x))^{-1}(c_{ik})^{-1}$$

és a (4a) szerint

$$(\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) = (\varphi(x) H_{ik}^{(x)})(c_{ik})^{-1}, \quad (8a)$$

$$(Y_{ik}^{(x)}) = (H_{ik}^{(x)})(c_{ik})^{-1}. \quad (8b)$$

Minthogy (c_{ik}) egy constans matrix, következik a (6) ból a (7) és (8b) alapján

$$[(\varphi(z) y_{ik}(z))]_{z=c} = (0) \quad (9a)$$

és

$$[(\varphi(x) Y_{ik}^{(x)})]_{x=c} = (0). \quad (9b)$$

IV. Első Fuchs-féle relatio.

Integráljuk a II. §. (C) egyenletét x -re a_μ -tól a_ν -ig és z -re a_x -tól a_λ -ig, a hol $\mu \leq \nu \leq x \leq \lambda$ és az integrációs utak úgy vannak választva, hogy nem találkoznak. Lesz:

$$\begin{aligned} \int_{a_\mu}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = \\ = \left[\left(\int_{a_x}^{a_\lambda} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=a_\mu}^{x=a_\nu} - \\ - \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_{a_\mu}^{a_\nu} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=a_x}^{z=a_\lambda}. \end{aligned}$$

A determináló fundamentalegyenletek gyökeire tett föltevésünk alapján, valamint abból, hogy az integrációs utak nem találkoznak, következik, hogy

$$\int_{a_\mu}^{a_\nu} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx = 0 \quad \text{és} \quad \int_{a_x}^{a_\lambda} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz = 0.$$

Ha ezekhez tekintetbe vesszük még az előbbi §. (9) egyenleteit, nyerjük, hogy

$$\int_{a_\mu}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = (0).$$

V. Második Fuchs-féle relatio.

Integráljuk a II. §. (C) egyenletét x -re a_μ -tól a_ν -ig és a z -re a_ν -tól a_x -ig, a hol $\mu < \nu < x$. Rövidség okáért jelöljük $a_\mu = a$, $a_\nu = c$ és $a_x = b$. Ezek után tehát:

$$\int_a^c dx \int_c^b dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_a^c dx \int_c^b dz \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(z)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) - \\
&- \int_a^c dx \int_c^b dz \frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\frac{Y_{ik}^{(x)}}{x-z} \right). \quad (D)
\end{aligned}$$

Jelen esetben az x és z -re vonatkozó integrációs utak c singuláris pontban találkoznak. A jobb oldalon álló integrálok kiszámítása végett elsősorban is az egyes integrálokat két részre fogjuk osztani, majd pedig megcsináljuk a szükséges reductiókat.

1.

A (D) egyenlet jobb oldalán álló első kettős-integrál kifejezése egyszerű integrállal.

Az « a »-tól a « c »-ig vezető és x integrációs síkban fekvő utat jelölje s ; míg a z síkban fekvő és a « c »-tól a « b »-ig menő utat jelölje σ . Osszunk fel úgy az s mint a σ utat két-két részre és pedig legyen

$$\begin{aligned}
s &= ac = aa' + a'c, \\
\sigma &= cb = cb' + b'b.
\end{aligned}$$

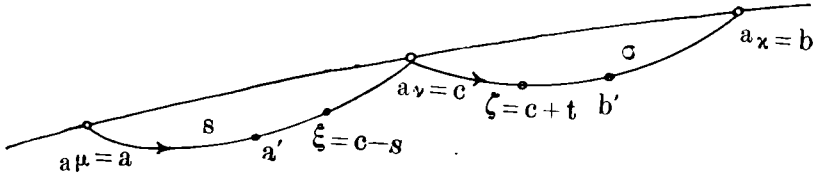
Az « a' », ill. a « b' » úgy legyenek az s , ill. a σ utakon megválasztva, hogy sem az a' , sem a b' nem esik össze egy singuláris ponttal sem, hanem mindig két-két singuláris pont közötti úton fekszenek.

A mi az integrációs utakat illeti, ezekre még következő megjegyzést teszünk.

Legyenek a singuláris pontok úgy elrendezve, hogy ezek a sík baloldaláról kiindulva úgy következzenek, a mint a sorszámuk mutatja, tehát ilyen rendben $a_1 a_2 \dots a_\sigma$. Kössük őket össze az a_1 -től kiinduló és az a_σ felé haladó vonallal s ennek mentén alkalmazzunk metszetet.

A most kijelölt integrációs utak úgy legyenek választva, hogy ezek míg $\mu < \nu < x$, ezen metszet jobb oldalán maradnak. Ha $\mu > \nu > x$, az utak épen az átellenes oldalon fekszenek. Ha pedig $\mu < \nu > x$, de $\mu \neq x$, akkor az egyik változóra vonatkozó

integrációs utak a metszet egyik, míg a másik változóra vonatkozó integrációs utak a metszet másik oldalán, de mindig pozitív értelemben haladnak.



Ezek után :

$$\int_a^c dx = \int_a^{a'} dx + \int_{a'}^c dx,$$

$$\int_c^b dz = \int_c^{b'} dz + \int_{b'}^b dz.$$

Így ha rövidség kedvéért még ezen jelölést vezetjük be :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(y)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) = V,$$

$$\int_a^c dx \int_c^b dz V = \int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz V + \int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz V + \int_{a'}^c dx \int_c^{b'} dz V +$$

$$+ \int_{a'}^c dx \int_{b'}^b dz V. \quad (d)$$

A jobb oldali kettős integrálok mindegyikét külön-külön egyszerű integrállal fogjuk kifejezni. Az első, második és negyedik kettős integrálok, minthogy ezeknél az integrációs utak nem találkoznak, közvetlenül kifejezhetők és pedig

$$\int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz V = \left[\left(\int_c^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) \right]_{x=a}^{x=a'}$$

$$\int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz V = \left[\left(\int_{b'}^b \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) \right]_{x=a}^{x=a'}$$

$$\int_{a'}^c dx \int_{b'}^b dz V = \left[\left(\int_{b'}^b \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) \right]_{x=a'}^{x=c}$$

A (9b) szerint

$$(\varphi(x) Y_{ik}(x)) = (0)$$

$x = a_\nu$ ($\nu = 1, 2, \dots, \sigma$) mellett, míg

$$\left(\int_c^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right)$$

matrix $x = a$ mellett, a hol a az $a_1, a_2, \dots, a_\sigma$ singuláris pontok közül az a_μ -t jelenti, véges. Hasonlóképpen véges a következő matrix is

$$\left(\int_{b'}^b \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right)$$

$x = a = a_\mu$, ill. $x = c = a_\nu$ mellett.

Ezeket tekintetbe véve lesz

$$\left[\left(\int_c^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=a} = (0),$$

$$\left[\left(\int_{b'}^b \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=a} = (0),$$

$$\left[\left(\int_{b'}^b \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=c} = (0),$$

a minek folytán az előbbi egyenletekből marad:

$$\int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz V = \left[\left(\int_c^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=a'}^{x=a} \quad (1)$$

$$\int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz V = \left[\left(\int_{b'}^b \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=a'}^{x=a}$$

$$\int_{a'}^c dx \int_{b'}^b dz V = \left[\left(\int_{b'}^b \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=a'}^{x=c}$$

Adjuk össze a két utolsó egyenletet:

$$\int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz V + \int_{a'}^c dx \int_{b'}^{b'} dz V = (0). \tag{a}$$

A (d) jobb oldali harmadik kettős integrált kifejezendők, vegyünk az «s» úton az a' és c között egy $\xi=c-s$ változó pontot, a hol $\lim_{s=0} (c-s)=c$. Hasonlóképen legyen a σ úton is a c és b' között egy $\zeta=c+t$ változó pont, a melyre szintén áll: $\lim_{t=0} (c+t)=c$.

Így

$$\begin{aligned} \int_{a'}^c dx \int_c^{b'} dz V &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \int_{a'}^{c-s} dx \int_{c+t}^{b'} dz \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(z)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) = \\ &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) \right]_{x=c-s}^{x=c-s} + \\ &+ \left[\left(\int_c^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) \right]_{x=a'}^{x=a'}. \end{aligned} \tag{h}$$

A második kifejezésben $\lim_{t=0} (c+t)=c$ vettem, mert ott a z és x nem találkozik.

A (g) és (h) egyenletek összeadásából adódik:

$$\begin{aligned} \int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz V + \int_{a'}^c dx \int_c^{b'} dz V &= \\ &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) \right]_{x=c-s}^{x=c-s}. \end{aligned} \tag{\beta}$$

Az (a) és (β) egyenletek összeadásából pedig adódik a (d), azaz a (D) jobb oldalán álló első kettős integrál kifejezése egyszerű integrállal:

$$\int_a^c dx \int_c^b dz \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(z)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) =$$

$$= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}^{(x)}) \right]^{x=c-s}. \quad (10)$$

2.

A (D) egyenlet jobb oldalán álló második kettős integrál kifejezése egyszerű integrállal.

A menet ugyanaz, mint az előbbeni esetben.

Legyen itt is:

$$\frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\frac{Y_{ik}(x)}{x-z} \right) = W,$$

akkor a (d) szerint

$$\int_a^c dx \int_c^b dz W = \int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz W + \int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz W +$$

$$+ \int_{a'}^c dx \int_c^{b'} dz W + \int_{a'}^c dx \int_{b'}^b dz W, \quad (f)$$

a hol az első, második és negyedik kettős integrálok megint közvetlenül kifejezhetők egyszerű integrállal, és pedig

$$\int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz W = \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^{a'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c}^{z=b'},$$

$$\int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz W = \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^{a'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=b'}^{z=b},$$

$$\int_{a'}^c dx \int_c^{b'} dz W = \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_{a'}^c \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=b'}^{z=b}.$$

A (9a) szerint

$$(\varphi(z) y_{ik}(z)) = (0)$$

$z = a_\nu$ ($\nu = 1, 2, \dots, \sigma$) mellett, míg

$$\left(\int_a^{a'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right)$$

$z = c$ és $z = b$ mellett véges; hasonlóképpen véges $z = b$ mellett a következő matrix is:

$$\left(\int_a^c \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right).$$

Így

$$\left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^{a'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c} = (0),$$

$$\left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^{a'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=b} = (0),$$

$$\left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^c \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=b} = (0).$$

Ezek után tehát:

$$\int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz W = \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^{a'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=b'},$$

$$\int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz W = \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^{a'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=b'},$$

$$\int_a^c dx \int_{b'}^b dz W = \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^c \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=b'}. \quad (g')$$

A két első egyenlet összeadásából adódik

$$\int_a^{a'} dx \int_c^{b'} dz W + \int_a^{a'} dx \int_{b'}^b dz W = (0). \quad (a')$$

Fejezzük ki most az (f) egyenlet jobb oldalán álló har-

madik kettős integrált egyszerű integrállal, a már előbb bevezetett limes segítségével:

$$\begin{aligned} \int_{a'}^c dx \int_c^{b'} dz W &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \int_{a'}^{c-s} dx \int_{c+t}^{b'} dz \frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\frac{Y_{ik}(x)}{x-z} \right) = \\ &= \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_{a'}^c \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t}^{s=b'} + \\ &+ \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t}. \end{aligned} \quad (h')$$

Adjuk össze a (g') és (h') egyenleteket:

$$\begin{aligned} \int_{a'}^c dx \int_c^{b'} dz W + \int_{a'}^c dx \int_{b'}^b dz W &= \\ &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t}. \end{aligned} \quad (\beta')$$

Az (a') és (β') egyenletek összeadásából pedig adódik az (f)-nek, azaz a (D) jobb oldalán álló második kettős integrálnak a kifejezése:

$$\begin{aligned} \int_a^c dx \int_c^b dz \frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\frac{Y_{ik}(x)}{x-z} \right) &= \\ &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t}. \end{aligned} \quad (11)$$

A (10) és (11) kifejezés értékeit tegyük be a (D)-be, akkor lesz

$$\begin{aligned} \int_a^c dx \int_c^b dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) &= \\ &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]^{x=c-s} - \right. \end{aligned}$$

$$- \left[(\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\int_a^{c-s} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t} \Bigg\}.$$

Tegyük be a jobb oldali kifejezésekbe az $(y_{ik}(z))$ és $(Y_{ik}(x))$ matrixok értékeit a (7), illetőleg a (8)-ból, lesz

$$\begin{aligned} & \int_a^c dx \int_c^b dz (y_{ik}(z) (U_{ik}(x, z) (Y_{ik}(x) = \\ & = (c_{ik}) \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{\gamma_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) H_{ik}^{(x)}) \right]^{x=c-s} - \right. \\ & \left. - \left[(\varphi(z) \gamma_{ik}(z)) \left(\int_a^{c-s} \frac{H_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t} \right\} (c_{ik})^{-1}. \quad (F) \end{aligned}$$

3.

Mielőtt a lim alatti kifejezések egyszerűsítéséhez és a fel-lépő integrálok kiszámításához fognánk, előbb más, a követ-kezőkben szükséges számításokat fogunk keresztülvinni.

Az adjungált lineáris differentialrendszerek tana szerint a (A) és (b')-nek eleget tevő megoldásokra áll a következő egyenlet-rendszer:¹

$$\sum_{\lambda=1}^n y_{i\lambda} z_{k\lambda} = \delta_{ik}, \quad (i, k=1, 2 \dots n)$$

a hol

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{ha } i = k \\ 0, & \text{ha } i \neq k, \end{cases}$$

azonban az előbbieik szerint

$$z_{k\lambda} = \varphi_{\lambda k} = \varphi Y_{\lambda k},$$

így lesz:

$$\varphi(x) \sum_{\lambda=1}^n y_{i\lambda}(x) Y_{\lambda k}(x) = \delta_{ik},$$

vagyis

$$(y_{ik}(x)) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) = (\delta_{ik}), \quad (\delta)$$

¹ L. SCHLESINGER: «Vorlesungen» pag. 35. (6.)

de a III. §. (2) és (7) szerint

$$(y_{ik}(x)) = (c_{ik}) (\delta_{ik} (x-c)^{r_i}) (\varphi_{ik}(x));$$

továbbá ugyane § (4) és (8) szerint

$$(\varphi(x) Y_{ik}) = (\delta_{ik} (x-c)^{-r_k}) (\Phi_{ik}(x)) (c_{ik})^{-1}.$$

Tegyük be ezeket a (δ) egyenletbe, akkor

$$(c_{ik}) (\delta_{ik} (x-c)^{r_i-r_k}) (\varphi^{ik}(x)) (\Phi_{ik}(x)) (c_{ik})^{-1} = (\delta_{ik})$$

vagy

$$(\delta_{ik} (x-c)^{r_i-r_k}) (\varphi_{ik}(x)) (\Phi_{ik}(x)) = (\delta_{ik}),$$

a miből következik, hogy

$$(\varphi_{ik}(x)) (\Phi_{ik}(x)) = (\delta_{ik}).$$

Tegyünk ebben $x = c$, kapjuk, hogy

$$\varphi'(c) (\varepsilon_{ik}^0) (E_{ik}^0) = (\delta_{ik}), \quad (13)$$

ahol ε_{ik}^0 az $y_{ik}^{(x)}$ és E_{ik}^0 az $Y_{ik}^{(x)}$ függvénynél az $x = c$ környezet sorbontásában fellépő első tag, a mely constans.

4.

A (F) egyenlet jobb oldalán lévő límes alatti első kifejezés egyszerűsítése.

A (2) alatti $(\eta_{ik}(z))$ matrixot bontuk fel ilyenképen:

$$(\eta_{ik}(z)) = ((z-c)^{r_i} \varepsilon_{ik}^0) + ((z-c)^{r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(z)),$$

hasonlókép bontuk fel a (4) alatti $(\varphi(x) H_{ik}^{(x)})$ matrixot:

$$(\varphi(x) H_{ik}(x)) = (x-c)^{-r_i} \varphi'(c) E_{ik}^0 + ((x-c)^{-r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(x)),$$

ahol ε_{ik}^0 és $\varphi'(c) E_{ik}^0$ constansok, míg $\bar{\varphi}_{ik}(z)$ a $z = c$ környezetében és $\bar{\varphi}_{ik}(x)$ az $x = c$ környezetében holomorph függvények.

Komponáljuk most az $(\eta_{ik}(z))$ matrixot az $(\varphi(x) H_{ik}(x))$ matrixszal

$$\begin{aligned} \left(\frac{\eta_{ik}(z)}{z-x}\right) (\varphi(x) H_{ik}^{(x)}) &= \left(\frac{(z-c)^{r_i} \varepsilon_{ik}^0}{z-x}\right) ((x-c)^{-r_i} \varphi'(c) E_{ik}^0) + \\ &+ \left(\frac{(z-c)^{r_i} \varepsilon_{ik}^0}{z-x}\right) ((x-c)^{-r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(x)) + \\ &+ \left(\frac{(z-c)^{r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(z)}{z-x}\right) ((x-c)^{-r_i} \varphi'(c) E_{ik}^0) + \\ &+ \left(\frac{(z-c)^{r_i+1} \varphi_{ik}(z)}{z-x}\right) ((x-c)^{-r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(x)). \end{aligned}$$

Integráljuk ezen egyenletet a z -re $c+t$ -től b' -ig, azután jelöljük ki, hogy $x=c-s$ veendő a felső határban s vegyünk az egésznél $\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}}$

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{\eta_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) H_{ik}^{(x)}) \right]^{x=c-s} &= \\ = \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\varepsilon_{ik}^0 \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right) ((x-c)^{-r_i} \varphi'(c) E_{ik}^0) \right]^{x=c-s} &+ \\ + \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\varepsilon_{ik}^0 \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right) ((x-c)^{-r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(x)) \right]^{x=c-s} &+ \\ + \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i+1}}{z-x} (\bar{\varphi}_{ik}(z)) dz \right) ((x-c)^{-r_i} \varphi'(c) E_{ik}^0) \right]^{x=c-s} &+ \\ + \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i+1}}{z-x} \varphi_{ik}(z) dz \right) ((x-c)^{-r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(x)) \right]^{x=c-s} &. \end{aligned}$$

Vizsgáljuk meg most ez egyenlet jobb oldalán álló második, harmadik és negyedik kifejezést. Nézzük előbb a másodikikat:

$$\begin{aligned}
& \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\varepsilon_{ik}^0 \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right) ((x-c)^{-r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}(x)) \right]^{x=c-s} = \\
& = \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\varepsilon_{ik}^0 \int_{c+t}^{b'} \left(-1 + \frac{z-c}{z-x} \right) (z-c)^{r_i} dz \right) ((x-c)^{-r_i} \bar{\varphi}_{ik}(x)) \right]^{x=c-s} = \\
& = \left(\varepsilon_{ik}^0 \int_c^{b'} \left(-1 + \frac{z-c}{z-c} \right) (z-c)^{r_i} dz \right) [((x-c)^{-r_i} \bar{\varphi}_{ik}(x))]^{x=c} = (0),
\end{aligned}$$

mert az integral alatti kifejezés már maga is zéró; így egy null matrix komponálva van egy olyan matrixszal, melynek összes elemei zérók, a mennyiben $-r_i > 0$, kapjuk a fenti eredményt.

Nézzük most a harmadik kifejezést:

$$\begin{aligned}
& \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i+1}}{z-x} \bar{\varphi}_{ik}(z) dz \right) ((x-c)^{r_i} \varphi'(c) E_{ik}^0) \right]^{x=c-s} = \\
& = \left(\int_c^{b'} (z-c)^{r_i} \bar{\varphi}_{ik}(z) dz \right) [((x-c)^{-r_i} \varphi'(c) E_{ik}^0)]^{x=c} = (0)
\end{aligned}$$

mert az első matrix elemei végesek, a második matrix elemei azonban $x=c$ -ben eltűnnek.

A második és harmadik kifejezésből következik, hogy a negyedik kifejezés is olyan matrix, melynek összes elemei zérók, marad tehát:

$$\begin{aligned}
& \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{\eta_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) H_{ik}(x)) \right]^{x=c-s} = \\
& = \varphi'(c) (\varepsilon_{ik}^0) (E_{ik}^0) \left(\left[\partial_{ik} \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} (x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]^{x=c-s} \right).
\end{aligned}$$

Ebből a (13)-nak tekintetbe vételével következik:

$$\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_{c+t}^{b'} \frac{\eta_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) H_{ik}(x)) \right]^{x=c-s} = \tag{14}$$

$$= \left[\left(\partial_{ik} \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} (x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right)^{x=c-s} \right].$$

5.

Az (F) egyenlet jobb oldalán lévő limes alatti második kifejezés egyszerűsítése.

Az eljárás ugyanaz, mint előbb volt.

Eszközöljünk következő matrix-felbontásokat:

$$(\varphi(z) \eta_{ik}(z)) = ((z-c)^{r_i+1} \varphi'(c) \epsilon_{ik}^0) + ((z-c)^{r_i+2} \bar{\varphi}_{ik}^*(z))$$

$$(H_{ik}(x)) = ((x-c)^{-r_i-1} E_{ik}^0) + ((x-c)^{-r_i} \bar{\Phi}_{ik}^*(x)),$$

a hol $\varphi'(c)$, ϵ_{ik}^0 és E_{ik}^0 constansok és $\bar{\varphi}_{ik}^*(z)$ a $z=c$ környezetében, míg a $\bar{\Phi}_{ik}^*(x)$ az $x=c$ környezetében holomorph függvények.

Komponáljuk a $(\varphi(z) \eta_{ik}(z))$ matrixot a $\left(\frac{H_{ik}(x)}{x-z}\right)$ matrixszal, lesz

$$(\varphi(z) \eta_{ik}(z)) \left(\frac{H_{ik}(x)}{x-z}\right) = ((z-c)^{r_i+1} \varphi'(c) \epsilon_{ik}^0) \left(\frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} E_{ik}^0\right) +$$

$$+ ((z-c)^{r_i+2} \bar{\varphi}_{ik}^*(z)) \left(\frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} E_{ik}^0\right) +$$

$$+ ((z-c)^{r_i+1} \varphi'(c) \epsilon_{ik}^0) \left(\frac{(x-c)^{-r_i}}{x-z} \bar{\Phi}_{ik}^*(x)\right) +$$

$$+ ((z-c)^{r_i+2} \bar{\varphi}_{ik}^*(z)) \left(\frac{(x-c)^{-r_i}}{x-z} \bar{\Phi}_{ik}^*(x)\right),$$

így az (F) egyenlet jobb oldalán lévő limes alatti második kifejezés lesz:

$$\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(\varphi(z) \eta_{ik}(z)) \left(\int_a^{c-s} \frac{H_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t} =$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[((z-c)^{r_i+1} \varphi'(c) \varepsilon_{ik}^0) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} E_{ik}^0 dx \right) \right]_{z=c-t} + \\
&+ \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[((z-c)^{r_i+2} \bar{\varphi}_{ik}^*(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} E_{ik}^0 dx \right) \right]_{z=c+t} + \\
&+ \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[((z-c)^{r_i+1} \varphi'(c) \varepsilon_{ik}^0) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i}}{x-z} \bar{\Phi}_{ik}^*(x) dx \right) \right]_{z=c+t} + \\
&+ \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[((z-c)^{r_i+2} \bar{\varphi}_{ik}^*(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i}}{x-z} \bar{\Phi}_{ik}^*(x) dx \right) \right]_{z=c+t}
\end{aligned}$$

Ezen egyenlet jobb oldali második, harmadik és negyedik kifejezése eltűnik, a mit majd mindjárt látunk, ha ezeket kissé átalakítjuk. A második kifejezés átalakítása lesz:

$$\begin{aligned}
&\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[((z-c)^{r_i+2} \bar{\varphi}_{ik}^*(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} E_{ik}^0 dx \right) \right]_{z=c+t} = \\
&= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[((z-c)^{r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}^*(z)) \left(E_{ik}^0 \int_{a'}^{c-s} \left(-1 + \frac{x-c}{x-z} \right) (x-c)^{-r_i-1} dx \right) \right]_{z=c+t} = \\
&= [((z-c)^{r_i+1} \bar{\varphi}_{ik}^*(z))]_{z=c} \left(E_{ik}^0 \int_{a'}^c \left(-1 + \frac{x-c}{x-c} \right) (x-c)^{-r_i-1} dx \right) = (0).
\end{aligned}$$

A harmadik kifejezés átalakítása:

$$\begin{aligned}
&\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[((z-c)^{r_i+1} \varphi'(c) \varepsilon_{ik}^0) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i}}{x-z} \bar{\Phi}_{ik}^*(x) dx \right) \right]_{z=c+t} = \\
&= [((z-c)^{r_i+1} \varphi'(c) \varepsilon_{ik}^0)]_{z=c} \left(\int_{a'}^c (x-c)^{-r_i-1} \bar{\Phi}_{ik}^*(x) dx \right) = (0),
\end{aligned}$$

mivel $r_i+1 > 0$ és $-r_i-10$ és -1 között fekszik.

Ezek alapján következik, hogy a negyedik kifejezés is olyan matrix, a melynek összes elemei zérók.

Ha ezeket tekintetbe vesszük, kapunk

$$\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(\varphi(z) \eta_{ik}(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{H_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t} =$$

$$= \varphi'(c) (\varepsilon_{ik}^0) (H_{ik}^0) \left(\partial_{ik} \left[\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} (z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t} \right)$$

vagy a (13) szerint

$$\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(\varphi(z) \eta_{ik}(z)) \left(\int_{a'}^{c-s} \frac{H_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c+t} =$$

$$= \left(\partial_{ik} \left[\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} (z-c)^{-r_i-1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t} \right). \quad (15)$$

A (14) és (15) kifejezések értékeit tegyük be a (F) egyenletbe, akkor

$$\int_a^c dx \int_c^b dz (y_{ik}(z)) ((U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x) =$$

$$= (c_{ik}) \left(\partial_{ik} \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]^{x=c-s} - \right. \right. \quad (G)$$

$$\left. \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t} \right\} \right) (c_{ik})^{-1}.$$

6.

Integráljuk a II. §. (φ) egyenletét *x*-re *c*-től *b*-ig és *z*-re *a*-tól *c*-ig.

$$\int_c^b dx \int_a^c dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x) =$$

$$= \int_c^b dx \int_a^c dz \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(z)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) - \quad (D')$$

$$- \int_c^b dx \int_a^c dz \frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\frac{Y_{ik}(x)}{x-z} \right).$$

Ha mi az egyszerű integrálokat ugyanúgy bontjuk fel, mint azt az V. 1. §-ban tettük, t. i. legyen:

$$\int_c^b dx = \int_c^{b'} dx + \int_{b'}^b dx$$

$$\int_a^c dz = \int_a^{a'} dz + \int_{a'}^c dz,$$

akkor az 1. §. (d) egyenlete a következőbe megy át:

$$\begin{aligned} \int_c^b dx \int_a^c dz V &= \int_c^{b'} dx \int_a^{a'} dz V + \int_{b'}^b dx \int_a^{a'} dz V + \\ &+ \int_c^{b'} dx \int_{a'}^c dz V + \int_{b'}^b dx \int_{a'}^c dz V, \end{aligned} \quad (d)^*$$

a hol

$$V = \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(z)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)).$$

Ha a (d)* egyenlet jobboldali kettős integráljait egyszerű integrálokkal fejezzük ki, akkor ugyanazon eljárással, a mint azt az 1. §-ban láttuk, igazolhatjuk hogy ezen kifejezések:

$$\left[\int_a^{a'} V dz \right]_{x=c}, \quad \left[\int_a^{a'} V dz \right]_{x=b},$$

és

$$\left[\int_{a'}^c V dz \right]_{x=b}$$

eltűnnek, és akkor, ha mi az 1. §-ban bevezetett limest itt is bevezetjük, kapjuk:

$$\begin{aligned} \int_c^b dx \int_a^c dz V &= \underbrace{\left[\int_a^{a'} V dz \right]_{x=b'}}_1 + \underbrace{\left[\int_a^{a'} V dz \right]_{x=b'}}_2 + \underbrace{\left[\int_{a'}^c V dz \right]_{x=b'}}_3 + \\ &+ \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \underbrace{\left[\int_{a'}^{a-s} V dz \right]_{x=c+t}}_4 + \underbrace{\left[\int_{a'}^c V dz \right]_{x=b'}}_5. \end{aligned}$$

A jobb oldalon álló 1 és 2 kifejezések összege, nemkülönben a 3 és 5 kifejezések összege zéró, így marad, hogy a (D') egyenlet jobb oldalán álló első kettős integrál:

$$\int_c^b dx \int_a^c dz \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{ik}(z)}{z-x} \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) =$$

$$= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[\left(\int_a^{c-s} \frac{y_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) Y_{ik}(x)) \right]_{x=c+t} . \quad (10')$$

A (D') egyenlet jobb oldalán álló második kettős integrál, ha mi az előbb eszközölt egyszerű integrálok felbontását felhasználjuk és ha mi a már 2. §-ban bevezetett

$$W = \frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(z)) \left(\frac{Y_{ik}(x)}{x-z} \right)$$

jelölést itt is érvényben hagyjuk, a következő kettős integrálok összegeképen jelenik meg:

$$\int_c^b dx \int_a^c dz W = \int_c^{b'} dx \int_a^{a'} dz W + \int_{b'}^b dx \int_a^{a'} dz W +$$

$$+ \int_c^{b'} dx \int_{a'}^c dz W + \int_{b'}^b dx \int_{a'}^c dz W.$$

Ha mi ezen egyenlet jobb oldali kettős integráljait egyszerű integrálokkal fejezzük ki, akkor ugyanazon eljárással, mint a 2. §-ban, igazolhatjuk, hogy ezen kifejezések

$$\left[\int_c^{b'} W dx \right]_{z=a}, \quad \left[\int_{b'}^b W dx \right]_{z=a}$$

és

$$\left[\int_{b'}^b W dx \right]_{z=c}$$

eltűnnek; ha mi az 1. és 2. §-ban bevezetett limest itt is felhasználjuk, lesz:

$$\int_c^b dx \int_a^c dz W = \underbrace{\left[\int_c^{b'} W dx \right]_{z=a'}}_1 + \underbrace{\left[\int_{b'}^b W dx \right]_{z=a}}_2 +$$

$$+ \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \underbrace{\left[\int_{c+t}^{b'} W dx \right]_{z=c-s}}_3 + \underbrace{\left[\int_c^{b'} W dx \right]_{z=a'}}_4 + \underbrace{\left[\int_{b'}^b W dx \right]_{z=a'}}_5.$$

Az 1. és 4. kifejezések összege zéró, hasonlókép a 2. és 5. kifejezések összege is zéró, így marad a (D') egyenlet jobb oldalán álló második kettős integrál számára

$$\int_c^b dx \int_a^c dz \frac{d}{dz} (\varphi(z) y_{ik}(x)) \left(\frac{Y_{ik}(x)}{x-z} \right) =$$

$$= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(\varphi(z) y_{ik}(x)) \left(\int_{c+t}^{b'} \frac{Y_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c-s}. \quad (11')$$

Ezen (10') és (11') kifejezések értékeit tegyük be a (D')-egyenletbe, azután meg a jobb oldali kifejezésekbe tegyük az ($y_{ik}(z)$), illetőleg ($Y_{ik}^{(2)}$) értékeit a (7), illetőleg a (8)-ból, akkor a (D') átmege ezen egyenletbe

$$\int_c^b dx \int_a^c dz ((y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) =$$

$$= (c_{ik}) \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[\left(\int_{a'}^{c-s} \frac{\eta_{ik}(z)}{z-x} dz \right) (\varphi(x) H_{ik}(x)) \right]_{x=c+t} - (F'') \right.$$

$$\left. - \left[(\varphi(z) \eta_{ik}(z)) \left(\int_{c+t}^{b'} \frac{H_{ik}(x)}{x-z} dx \right) \right]_{z=c-s} \right\} (c_{ik})^{-1}.$$

Ha ezen (F'') egyenlet jobboldali kifejezésénél tekintetbe vesszük a 4. és 5. §-ban végrehajtott reduciót, nemkülönben a (13) egyenletet, akkor ezen (F'') egyenletből lesz:

$$\int_c^b dx \int_a^c dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) =$$

$$\begin{aligned}
 &= (c_{ik}) \left(\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{a'}^c \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=c+t} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{c+t}^{b'} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c-s} \right\} \delta_{ik} \right) (c_{ik})^{-1}.
 \end{aligned} \tag{G'}$$

7.

A (G), ill. a (G') egyenletek limes alatti kifejezések át-
alakítása és kiszámítása.

Differenciálással igazolható a következő identitás:

$$(z-c)^{r_i} \frac{d}{dx} \frac{(x-c)^{-r_i}}{z-x} = (x-c)^{-r_i-1} \frac{d}{dz} \frac{(z-c)^{r_i+1}}{x-z}.$$

Integráljuk ezt x -re a' -től $c-s$ -ig és z -re $c+t$ -től b' -ig, s
vegyük $s=0$, $t=0$ melletti határértékét:

$$\begin{aligned}
 \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=a'}^{x=c-s} &= \\
 &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t}^{z=b'}.
 \end{aligned}$$

Ebből a tagok kellő csoportosítása után adódik:

$$\begin{aligned}
 &\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=c-s} - \right. \\
 &\quad \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t} \right\} = \\
 &= \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=b'} - \right. \tag{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[(x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=a'} = \\
 & = (b'-c)^{r_i+1} \int_{a'}^c \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-b'} dx + (a'-c)^{-r_i} \int_c^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-a'} dz.
 \end{aligned}$$

Az utolsó kifejezésben a limest már el lehetett hagyni, mert a z illetőleg az x -re vonatkozó integrációs utak ennél nem találkoznak.

Számítsuk ki most ezen utolsó kifejezést. E végből járjunk el a következőképen: minthogy az a' és b' pontok választása egész tetszőleges volt az s illetőleg a σ úton, csak a végpontokat képező sing. pontokkal nem volt szabad nekik összeesni, azért válasszuk meg ezeket úgy, hogy

$$\frac{b'-c}{a'-c} = e^{\pi\nu-1} \quad (17)$$

legyen.

A második integrálra alkalmazzuk most ezen substitutiót:

$$z-c = -(a'-c)\zeta,$$

a mikor is

$$z-a' = -(a'-c)\zeta,$$

így lesz

$$(a'-c)^{-r_i} \int_c^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-a'} dz = e^{r_i\pi\nu-1} \int_0^1 \frac{\zeta^{r_i}}{1+\zeta} d\zeta.$$

Ha pedig az első integrálra alkalmazzuk ezen substitutiót;

$$x-c = \frac{a'-c}{\zeta},$$

a mikor is

$$x-b' = \frac{(a'-c)(1+\zeta)}{\zeta},$$

akkor

$$(b'-c)^{r_i+1} \int_{a'}^c \frac{x-c}{x-b'}^{-r_i-1} dx = - \left(\frac{b'-c}{a'-c} \right)^{r_i+1} \int_1^\infty \frac{\zeta^{r_i}}{1+\zeta} d\zeta$$

de

$$\left(\frac{b'-c}{a'-c}\right) = e^{\pi\nu^{-1}},$$

így

$$(b'-c)^{r_i+1} \int_{a'}^c \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-b'} dx = e^{r_i\pi\nu^{-1}} \int_1^\infty \frac{\zeta^{r_i}}{1+\zeta} d\zeta;$$

ezek alapján tehát:

$$\begin{aligned} (a'-c)^{-r_i} \int_c^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-a'} dz + (b'-c)^{r_i+1} \int_{a'}^c \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-b'} dx = \\ = e^{r_i\pi\nu^{-1}} \int_0^\infty \frac{\zeta^{r_i}}{1+\zeta} d\zeta = e^{r_i\pi\nu^{-1}} \frac{\pi}{\sin r_i\pi} \end{aligned}$$

így a (16) alapján következik, hogy

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=c-s} - \right. \\ \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t} \right\} = \pi \frac{e^{r_i\pi\nu^{-1}}}{\sin r_i\pi}. \end{aligned} \tag{18}$$

Alakítsuk át, illetőleg számítsuk ki most a (G') egyenlet limes alatti kifejezését, e végből az e §. elején felállított identitást integráljuk x -re $c+t$ -től b' -ig, és z -re a' -től $c+s$ -ig s vegyük $s=0$, $t=0$ melletti határértékét, akkor a tagok kellő csoportosítása után kapjuk, minthogy a tagok egyik csoportjánál a limest el lehet hagyni és a megfelelő értékeket be lehet tenni:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{a'}^{c-s} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=c+t} - \right. \\ \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{c+t}^{b'} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c-s} \right\} = \\ = - (a'-c)^{r_i+1} \int_c^{b'} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-a'} dx - \end{aligned} \tag{16'}$$

$$- (b' - c)^{-r_i} \int_{a'}^c \frac{(z - c)^{r_i}}{z - b'} dz.$$

A jobboldalon fellépő második integrálra alkalmazzuk ezen substitutiót:

$$z - c = (a' - c) \zeta,$$

akkor, a (17) alapján lesz:

$$- (b' - c)^{-r_i} \int_{a'}^c \frac{(z - c)^{r_i}}{z - b'} dz = e^{-r_i \pi \sqrt{-1}} \int_0^1 \frac{\zeta^{r_i}}{1 + \zeta} d\zeta;$$

míg az első integrálra

$$x - c = - \frac{a' - c}{\zeta}$$

substitutiót fogunk alkalmazni, a mikor azután

$$- (a' - c)^{r_i + 1} \int_c^{b'} \frac{(x - c)^{-r_i - 1}}{x - a'} dx = e^{-r_i \pi \sqrt{-1}} \int_1^{\infty} \frac{\zeta^{r_i}}{1 + \zeta} d\zeta.$$

Ezek figyelembevételével a (16')-ből adódik, hogy

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x - c)^{-r_i} \int_{a'}^{c-s} \frac{(z - c)^{r_i}}{z - x} dz \right]_{x=c+t} - \right. \\ \left. - \left[(z - c)^{r_i + 1} \int_{c+t}^{b'} \frac{(x - c)^{-r_i - 1}}{x - z} dx \right]^{z=c-s} \right\} = \quad (18') \\ = e^{-r_i \pi \sqrt{-1}} \int_0^{\infty} \frac{\zeta^{r_i}}{1 + \zeta} d\zeta = e^{-r_i \pi \sqrt{-1}} \frac{\pi}{\sin r_i \pi}. \end{aligned}$$

A (18) és (18') egyenletek EULER-formulák felhasználásával átmennek a következőkbe:

$$\lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x - c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z - c)^{r_i}}{z - x} dz \right]^{x=c-s} - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t} \Bigg\} = 2\pi \sqrt{-1} \frac{e^{2r_i\pi\sqrt{-1}}}{e^{2r_i\pi\sqrt{-1}} - 1} - \\
 & \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{a'}^{c-s} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=c+t} - \right. \\
 & \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{c+t}^{b'} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]^{z=c-s} \right\} = 2\pi \sqrt{-1} \frac{1}{e^{2r_i\pi\sqrt{-1}} - 1},
 \end{aligned}$$

vagy, ha bevezetjük még ezen jelölést:

$$\omega_i = e^{2r_i\pi\sqrt{-1}},$$

akkor lesz:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{c+t}^{b'} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]^{x=c-s} - \right. \\
 & \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{a'}^{c-s} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]_{z=c+t} \right\} = \quad (19) \\
 & = 2\pi \sqrt{-1} \frac{\omega_i}{\omega_i - 1} = 2\pi \sqrt{-1} \left\{ 1 + \frac{1}{\omega_i - 1} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{\substack{s=0 \\ t=0}} \left\{ \left[(x-c)^{-r_i} \int_{a'}^{c-s} \frac{(z-c)^{r_i}}{z-x} dz \right]_{x=c+t} - \right. \\
 & \left. - \left[(z-c)^{r_i+1} \int_{c+t}^{b'} \frac{(x-c)^{-r_i-1}}{x-z} dx \right]^{z=c-s} \right\} = \frac{2\pi \sqrt{-1}}{\omega_i - 1}. \quad (19')
 \end{aligned}$$

8.

Tegyük a (G) egyenletbe annak a limes alatti kifejezés értékét a (19)-ből és a (G') egyenletbe annak a limes alatti kifejezés értékét a (19')-ből, akkor kapjuk:

$$\begin{aligned}
 & \int_a^c dx \int_c^b dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = \\
 & = 2\pi \sqrt{-1} \left\{ (\delta_{ik}) + (c_{ik}) \left(\frac{\delta_{ik}}{\omega_i - 1} \right) (c_{ik})^{-1} \right\} \quad (H)
 \end{aligned}$$

$$\int_c^b dx \int_a^c dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) =$$

$$= 2\pi \sqrt{-1} (c_{ik}) \left(\frac{\partial_{ik}}{\omega_i - 1} \right) (c_{ik})^{-1}. \quad (H)$$

Ezen egyenletek kifejezik azon összefüggést, a mely egy lin. diff. rendszer integrálmatrixának két-két sing. pont között vett integrálja és ezen sing. pontok egyikéhez tartozó átmeneti lineáris substitutio, nemkülönben a fundamentalsubstitutio kanonikus matrixának elemei között fennáll.

Az átmeneti lineáris substitutio és a fundamental substitutio kanonikus alakjából maga a fundamentalsubstitutio (A_{ik}) is megalkotható, és pedig:

$$(A_{ik}) = (c_{ik}) (\partial_{ik} \omega_i) (c_{ik})^{-1},$$

a hol (c_{ik}) az átmeneti lineáris substitutió, $(\partial_{ik} \omega_i)$ pedig a fundamental substitutio kanonikus alakja.

Vonjuk ki a (∂_{ik}) egység matrixot az (A_{ik}) mátrixból:

$$(A_{ik} - \partial_{ik}) = (c_{ik}) (\partial_{ik} (\omega_i - 1)) (c_{ik})^{-1},$$

a most kapott matrixnak vegyük az invers matrixát:

$$(A_{ik} - \partial_{ik})^{-1} = \left((c_{ik}) (\partial_{ik} (\omega_i - 1)) (c_{ik})^{-1} \right)^{-1}$$

$$= (c_{ik}) \left(\frac{\partial_{ik}}{\omega_i - 1} \right) (c_{ik})^{-1}.$$

Ha mi ezen utolsó egyenletet tekintetbe vesszük, továbbá ha mi $a = a_\mu$ $c = a_\nu$, és $b = a_x$ -t visszatesszük és feltüntetjük azt, hogy az (A_{ik}) fundamentalsubstitutio a $c = a_\nu$ sing. ponthoz tartozik, azáltal, hogy az (A_{ik}) fundamentalsubstitutióhoz egy felső ν indexet teszünk, tehát így: (A_{ik}^ν) , akkor kapunk a (H) , illetőleg a (H') egyenletből:

$$\int_{a_\mu}^{a_\nu} dx \int_{a_\nu}^{a_x} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) =$$

$$= 2\pi \sqrt{-1} \{ (\partial_{ik}) + (A_{ik}^\nu - \partial_{ik})^{-1} \} \quad (K)$$

$$\int_{a_\nu}^{a_x} dx \int_{a_\mu}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = 2\pi \sqrt{-1} (A_{ik}^\nu - \partial_{ik})^{-1}. \quad (K')$$

Ezen egyenletek kifejezik azon összefüggést, a mely valamely lin. diff. rendszer integrálmatrixára vonatkozó — két-két sing. pont között vett — integrálja és ezen integrálmatrixnak e két sing. pont közül ahhoz tartozó fundamentál substitutiója között létezik, a mely sing. pont mind az x , mind a z -re vonatkozó integrálnak egyik határát képezi. Az integráljel alatt fellép még egy $(U_{ik}^{(x, z)})$ matrix is, a melynek jelntése a II. §-ban van megadva, míg az $(Y_{ik}^{(x)})$ matrix a III. §-ban ilyenképen volt definiálva:

$$(Y_{ik}(x)) = \frac{1}{\varphi(x)} (y_{ik}(x))^{-1}.$$

Ezen összefüggés mindig határozott, mert a (K) és (K') egyenletekben a jobboldali inversmatrix mindig meghatározható, a mennyiben

$$|A_{ik}^v - \delta_{ik}| \neq 0.$$

Ugyanis $|A_{ik}^v - \delta_{ik}| \omega = 0$ nem egyéb, mint az a_v sing. ponthoz tartozó fundamentalegyenlet, melynek föltevésünk szerint $\omega = 1$ nem lehet gyöke.

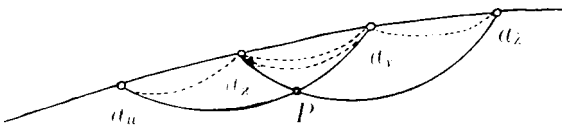
VI.

Relatiók harmadik csoportja.

Ezen relatiók az első és második relatiók alapján adódnak és pedig a következőképen:

Integráljuk a (C) egyenletet x -re a_μ -tól a_ν -ig és a z -re a_λ -tól a_λ -ig, a hol $\mu < \nu$, $\lambda < \lambda$ és $\lambda < \nu$.

Ha mindkét integrációs út a sing. ponton keresztül menő metszet egyik oldalán marad, akkor ezek egy P pontban találkoznak.



Mi azonban az integratiót úgy fogjuk eszközölni, hogy x -re

előbb integrálunk a_μ -tól a_x -ig, azután meg a_x -tól a_ν -ig; míg z -re előbb a_x -tól a_ν -ig, azután a_ν -tól a_λ -ig, tehát

$$\int_{a_\mu}^{a_\nu} dx = \int_{a_\mu}^{a_x} dx + \int_{a_x}^{a_\nu} dx$$

$$\int_{a_x}^{a_\lambda} dz = \int_{a_x}^{a_\nu} dz + \int_{a_\nu}^{a_\lambda} dz,$$

a minek folytán

$$\begin{aligned} & \int_{a_\mu}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = \\ &= \int_{a_\mu}^{a_x} dx \int_{a_x}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) + \\ &+ \int_{a_x}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) + \quad (I) \\ &+ \int_{a_\mu}^{a_x} dx \int_{a_\nu}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) + \\ &+ \int_{a_x}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)). \end{aligned}$$

Ez egyenlet jobboldalán fellépő első, harmadik és negyedik kettős integrálok értékeit azonban már ismerjük és pedig:

$$\int_{a_\mu}^{a_x} dx \int_{a_x}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = 2\pi \sqrt{-1} \{(\delta_{ik}) + (A_{ik}^x - \delta_{ik})^{-1}\}$$

$$\int_{a_\mu}^{a_x} dx \int_{a_\nu}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = (0)$$

$$\int_{a_x}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = 2\pi \sqrt{-1} \{(\delta_{ik}) + (A_{ik}^\nu - \delta_{ik})^{-1}\},$$

a hol (A_{ik}^x) az a_x sing. ponthoz tartozó, míg a (A_{ik}^ν) az a_ν sing.

ponthoz tartozó fundamentalsubstitutiót jelent. A (Y) egyenlet baloldalán álló kettős integrál pedig

$$\int_{a_\mu}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z))(U_{ik}(x, z))(Y_{ik}(x)) =$$

$$= - \int_{a_\mu}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z))(U_{ik}(x, z))(Y_{ik}(x)) = (0).$$

Tudniillik az utolsó esetben az x -re vonatkozó integrációs út a sing. pontokon keresztül menő metszet jobboldalán pozitív értelemben, míg a z -re vonatkozó út a metszet baloldalán pozitív értelemben halad, így a két út nem találkozik, a miből az első Fuchs-féle relatio alapján következik, hogy ez egyenlet teljesül.



Ha mindezeket figyelembe vesszük, akkor (Y)-ből adódik, hogy

$$\int_{a_x}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\lambda} dz (y_{ik}(z))(U_{ik}(x, z))(Y_{ik}(x)) =$$

$$= 2\pi\sqrt{-1} \{2(\delta_{ik}) + (A_{ik}^z - \delta_{ik})^{-1} + (A_{ik}^\nu - \delta_{ik})^{-1}\},$$

a hol az x -re vonatkozó integrációs út a metszet jobboldalán pozitív értelemben, míg a z -re vonatkozó integrációs út a metszet baloldalán pozitív értelemben halad.



Integráljuk a (C) egyenlet baloldalát x -re a_x -tól a_λ -ig, z -re pedig a_μ -tól a_ν -ig s vegyük tekintetbe a fenti eljárást, tudniillik integráljunk az x -re előbb a_x -tól a_ν -ig, azután a_ν -tól a_λ -ig,

míg a z -re előbb a_μ -tól a_x -ig, azután a_x -tól a_ν -ig; így kapunk egy (Y)-nek megfelelő egyenletet:

$$\begin{aligned} & \int_{a_x}^{a_\lambda} dx \int_{a_\mu}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = \\ & = \int_{a_x}^{a_\nu} dx \int_{a_\mu}^{a_x} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) + \\ & + \int_{a_x}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) + \\ & + \int_{a_\nu}^{a_\lambda} dx \int_{a_\mu}^{a_x} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) + \\ & + \int_{a_\nu}^{a_\lambda} dx \int_{a_x}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)), \end{aligned}$$

a hol a jobboldalon lévő első és negyedik kettős integrál értéke a (K')-ből meghatározható, míg a harmadik kettős integrál a FUCHS-féle első relatio alapján zéró; így marad:

$$\begin{aligned} & \int_{a_x}^{a_\lambda} dx \int_{a_\mu}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = \\ & = \int_{a_x}^{a_\nu} dx \int_{a_x}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) + \\ & + 2\pi \sqrt{-1} \{ (A_{ik}^z - \delta_{ik})^{-1} + (A_{ik}^\nu - \delta_{ik})^{-1} \}. \end{aligned}$$

Ha mi az x -re a sing. pontokon keresztül menő metszet baloldalán pozitív értelemben, tehát a_λ -tól a_x -ig, és z -re a metszet jobboldalán pozitív értelemben, tehát a_μ -tól a_ν -ig, integrálunk, a két út nem találkozik így ezen utóbbi egyenlet baloldala zéró és marad:

$$\begin{aligned} & \int_{a_\nu}^{a_x} dx \int_{a_\mu}^{a_\nu} dz (y_{ik}(z)) (U_{ik}(x, z)) (Y_{ik}(x)) = \\ & = 2\pi \sqrt{-1} \{ (A_{ik}^z - \delta_{ik})^{-1} + (A_{ik}^\nu - \delta_{ik})^{-1} \}, \end{aligned}$$

a hol az x -re vonatkozó integrációs út a metszet baloldalán, míg a z -re vonatkozó út a metszet jobboldalán megy.

*

Mindezek a relatiók egy feltételhez voltak kötve, tudniillik a sing. pontokhoz tartozó determináló fundamentálegyenlet gyökeinek reális része tartozott 0 és -1 között lenni; ezen feltétel elesik, ha a két-két sing. pont között vett integrálokat az ezen két sing. ponthoz tartozó úgynevezett hurokintegrálokkal helyettesítjük. Lásd: HIRSCH A., *Mathematische Annalen*, 54. k. 14. §. 269. old.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1911 november 13.-án tartott üléséből.)

ADALÉKOK AZ α -SUGARAS KÉPEK KELETKEZÉSÉHEZ.

ALEXANDER BÉLÁ-tól.

(Három táblával.)

Az α -sugaras képek általában absorptiós képeknek mondanak; a sok éven át folytatott kísérletezés arra tanított, hogy az elnyelésen kívül más tényezők is játszanak szerepet a lemez-kép létrejövetelében.

Kísérleteim egyes részeit már közzétettem.¹ A következőkben új adatokat nyújtok, melyek a létrejött kép bírálatakor tekintetbe veendő és melyek egyenesen ezen tényezőkre utalnak.

Ha egy 0·5 cm átmérővel bíró ólomgolyót fényérzékeny réteggel bevont üveglemezre helyezünk, a mely fénysugarak által át nem hatolható, vékony selyempapírba van csavarva, és ha ezen ólomgolyót 25 percen keresztül 22 cm távolságból 0·2 mm vastag ólomlemezen már keresztül nem hatoló α -sugarakkal

¹ «Über α -Strahlenbilder». 18 szövegközötti képpel, három eredeti α -sugaras képpel. Fortschritte auf d. Gebiete d. Röntgenstrahlen. XII. köt. 6. füzet.

«Über α -Strahlenbilder». Verhandlungen d. Deutschen Röntgen-gesellschaft. IV. köt.

« α -sugaras képekről». Poliklinikai jubileumi dolgozatok. 18 képpel.

«Über das Verhalten der α -Strahlen bei Durchstrahlung geometrischer Glaskörper». Archiv für physikalische Medizin und mediz. Technik. Számos rajzzal és α -sugaras képpel.

«Über α -Strahlenbilder». Verhandlungen der Deutschen Röntgen-gesellschaft. V. köt.

«Über α -Strahlenbilder». Kilencz szövegközötti ábrával, négy eredeti α -sugaras képpel. Fortschritte auf d. Gebiete d. Röntgenstrahlen. XIV. k.

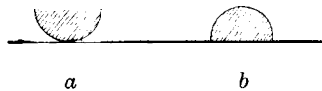
«Über α -Strahlenbilder». Verhandlungen der Deutschen Röntgen-gesellschaft. VII. köt.

besugarazzuk 45 Volt és 0·5 cm szikratáv mellett, mialatt a másodlagos áramkörbe beiktatott milliampèreméter 0·1-et mutat, akkor az áram megszakítása után eszközölt pontos képhívásnál a lemezen egy a golyó nagyságának teljesen megfelelő, tehát 0·5 cm átmérővel bíró átlátszó képet — *kiesési képet* — kapunk.

Ezen kiesési kép teljesen egyöntetű, semmiféle árnyalati különbséget sem mutat egyes részletein, széle ép oly átlátszó, mint közepe.

A kiesési kép körül a fényérzékeny réteg egyenletesen fekete. (1. ábra.)

Ha tekintetbe vesszük, hogy ezen kép körül egyenletesen fekete a fényérzékeny réteg, akkor jogosan kell föltételezni azt, hogy a 0·5 cm átmérővel bíró kis ólomgömb *alásugárzás* esetén a kiesési kép szélén árnyalati különbségek jelentkeznének, melyek arra utalnának, hogy a csőből és csőtől jövő sugarak oldalról a kis gömb széle alá esve vegyileg elbontják a fényérzékeny réteget és annak be kellene következnie, mert a sugarak hatása a fényérzékeny rétegre teljes, de az nem történik meg. A kiesési kép teljesen egyöntetű, az ólomgömb széli részleteinek alásugárzása ki van zárva.



2. ábra.

Ez bebizonyul a következő kísérletből is: ha egy ugyanoly nagyságú kis ólomgömböt óvatosan ketté vágunk és egyenletesre csiszoljuk a keletkezett két sík felületét úgy, hogy azok széle köröskörül éles, s azután az egyik félgömböt úgy fektetjük a fényáthatlan és egészen a fényérzékeny réteghez simuló vékony papirosra, hogy domborulatával fekszik azon, a másikat úgy, hogy a csiszolt, egyenes felület érintkezzék a papírral és ugyanazon berendezést használva szintén 25 perczen keresztül használjuk a besugárzást, a leírt képpel azonos kiesési képeket kapunk.

A *domborulatával* a papirosra fekvő félgömb ugyanolyan eredményt nyújt, mint az egész gömb, tehát alásugárzás nincs

jelen, ámbar elég erősek voltak a csőből és csőtől jövő sugarak, hogy teljesen megfeketítsék a fényérzékeny réteget.

De bebizonyul, hogy alásugárzás nincsen, abból is, hogy a sík lapjával a papiroson fekvő félgömb egészen ugyanazon képet nyújtja, melyet a megfordítva fekvő félgömbnél találtunk vagy az egész gömb besugárzásánál is.

Ha ugyanazon, 0.5 cm átmérővel bíró ólomgolyót 25 perccen keresztül 22 cm távolságból és 0.4 mm vastag ólomlemezen áthatoló x -sugarakkal besugárazzuk, 80 Volt és 2.0—2.5 cm szikratáv mellett, mi alatt a másodlagos áramkörbe beiktatott milliampèremeter 0.3-et mutat, akkor a lemezkép pontos előhívása után nem kapunk egyszerű kiesési képet, hanem egy gömbfelület képét (3. ábra).

A gömbfelület képe x -sugarak által idéztetett elő, de az nem x -sugaras kép a szokásos értelemben, mert az ólomgolyó átsugárzása ezen berendezés mellett ki van zárva.

Hogy az x -sugarak nem járták át az ólomgolyót, bebizonyul abból, hogy oly sugarak használtattak a kép készítésénél, melyek 4 tized (0.4) mm vastag ólomlemezen hatnak keresztül, ezzel szemben áll a golyó 50 mm átmérője.

Így csakis a kis golyó széle jöhetne tekintetbe az átsugárzáskor, tehát itt kellene létrejönni a fényérzékeny lemez sötétülésének, de éppen ezen széle a képnek — köröskörül — ábrázolódik világosabbnak, mint a szomszéd részletek; tehát itt is elesik az átsugárzás feltevése.¹

De az alásugárzás is elesik a gömbnél, mert ha csak annak következtében jönne létre a kép, akkor megint ott kellene a leg-sötétebb részleteinek jelen lennie, a hol azok nem találhatók,

¹ Hogy a kép szélének világosabban történt kirajzolása nem optikai csalódás, bebizonyul abból, hogy az jelen van akkor is, ha elfödve a képet, csak egyes részleteiben nézzük a kép szélét, vagy ha nagyítóval nézzük azt, mindig látható a szél és a szomszédos rész közötti különbség, még akkor is, ha a nagyítás nagy. Másolatokon a keskeny szél sötétebben mutatkozik, mint a szomszédos részletek, mint azt már előbb történt kísérletekkel bizonyítottam.

azaz a kép peripheriáján, és alásugárzás esetében azt kell feltételeznünk, hogy a sötét peripheriától kezdve lassan fog fogyni a sötét árnyalás a gömbfelület közepe felé, tehát azon részlet felé, mely legközelebb fekszik a fényérzékeny réteghez.

Ámde mi egész más képet látunk; szorosan szemügyre véve azt, 9 körsávot találunk rajta, nem minden sáv teljes, van csonka is, nem is egyforma szélességűek, de egymástól elhatároltatnak a különböző, váltakozóan fellépő árnyalatok által.

Ha az átsugárzás ki van zárva, ha pusztán alásugárzás nincs jelen és ha szemünk mégis gömbfelület ábrázolását látja, mely nem vonatkozhatik a golyónak felső, azaz az α -sugaras cső felé eső felületére, akkor minden bizonynyal csak az alsó felület ábrázolásáról lehet szó, de olyszerű ábrázolásáról, mely — mondhatni — szabályos, körben menő jelenségeket tüntet fel.

Ezen szabályos jelenségeknek más alapja alig lehet, mint reflectorius folyamat, reflectorius tünetcsoporttal van tehát dolgunk; a bizonyos szabályossággal ismétlődő jelenségek ábrázolása által szemünk elé varázsoltatik a gömbnek azon felülete, mely a fényérzékeny réteg felé néz, azaz *a gömb, a kis golyó alsó felülete.*

De ha alásugárzással is volna dolgunk, akkor az csak részben jöhetne tekintetbe, mert a kép közepén látható, szabályosan ismétlődő és körben menő jelenségek nem számíthatnak oda.

Megjegyzendő még, hogy mivel a lemez fénysugarak által át nem hatolható vékony papirba volt beburkolva, mivel a beburkolt lemez vastag szöveten feküdt, mely alatt vastag nemezréteg következett (ez alatt kemény falap volt elhelyezve), csakis azt lehet mondani, hogy a reflectorius folyamat *az üveglemez és az ólomgolyó alsó felülete között ment végbe.*

Említettem, hogy a gömbfelület képe köröskörül világosabb vékony széllel bír, ezen körülményt — akár pusztán a reflektált sugarak hatása, akár a reflektált sugarak által ébresztett új sugarakkal való párosult hatás alapján jött létre a lemezen látható szabályosan ismétlődő és körben menő jelenségek kirajzolása — alig lesz lehetséges másképen értelmezni, mint hogy az ezen széli részletre felülről eső α -suga-

rak azért nem hatoltak keresztül ezen helyen, mert eltértek irányuktól.¹

Tehát a gömbfelület képét x-sugarak rajzolták, de nem átsugárzásból eredő kép van előttünk, mert a sugarak nem hatolhattak keresztül a kis ólomgolyón; az ábrázolás az alsó felületre vonatkozik és az x-sugarak maguk belerajzolták a kiesési képbe azt, a mi velük történt. (Elektrographia.)

És csak ily módon, ily alapon magyarázható egy másik fémtárgynak, egy *gyűrűnek* az x-sugarak által történt helyes térbeli ábrázolása, plastikus képe is. (4. és 5. ábra.)²

A gyűrű nehezen áthatolható fémből — aranyból³ — áll, ujjon van, a kéz a fekete papirosba burkolt lemezen fekszik.

Szemünk látja a gyűrűalakot, meg tudja különböztetni a gyűrű közelebb és távolabb fekvő felét, részint a kirajzolás, részint az árnyékolás révén.

A gyűrűnek azon részlete, azon fele, mely a lemezhez közelebb esik, részleteiben van ábrázolva, míg a távolabb (a lemez-től távolabb) fekvő fele a képen is ilyennek látszik.

Az aranygyűrű nagyított rajzát azért mellékelem — 5. ábra — mert jobban fogunk ezen tájékozódni, minthogy a részletek nagyításukban jobban észrevehetőek. A nagyított kép rajzolásakor a lemezkép után indultam a nagyítónak használata mellett (úgy mint az 1. és 2. ábrán) és a rajta lévő részleteket és árnyalásokat hiven másoltam, a miről a két kép összehasonlítása meggyőző (összehasonlítandó a gyűrű x-sugaras pozitív képe és a nagyított rajz).

Magának az eredeti lemezképnek nagyítása azért nem felel meg célunknak, mert a nagyítás eszközlése alkalmával igen sok vész el a finom részletezésből.

A gyűrűnek szemünkhöz közelebb látszó felén — valóságban

¹ Az eredeti lemezkép lerajzolásakor a nagyítót használtam, hogy így az eredeti adatokat helyesen tüntessem elő.

² A reproductio nem adja vissza az eredeti képek finom részleteit.

³ Au, Pb, Bi a legnehezebben áthatolható fémek (atomsúlyuk 197·2, 207·1, 208).

a fényérzékeny réteghez fekszik közelebb — egymástól különválasztható két irányban haladó árnyalásokat vagy rajzolatokat látunk, *haránt irányban* és *függélyes irányban* haladókat.

A gyűrűkép *felső részlete* megfelel a lemeztől távolabb fekvő gyűrűfél belső felületének, sötétebben ábrázoltatik; a háttérből tisztán, de nem egészen élesen kirajzolt határvonallal emelkedik ki.

Középső részlete valamivel világosabb, a mi arra vezetendő vissza, hogy alatta az ujjpercz fekszik és ennek csontja okozza a kép e helyen valamivel világosabb árnyalását.

A lemezhez közelebb fekvő gyűrűfél ábrázolása teljesen megfelelő, helyes, szemünk látja a gyűrűfél *ívben futó domború felületét*, mely ábrázolás a szabályos jelenségek által okozott, egymástól elkülönülő árnyékolási részletek következtében jön létre.

Ha az egyes részleteket tekintjük — jobbról balfelé indulva —, látjuk, hogy :

1. a gyűrűkép szélén egész keskeny, jól észrevehető, világos sáv van (nem optikai csalódás, mert nagyítás mellett ép úgy látható és a negatív képen, a másolaton mint sötétebb széli sáv mutatkozik);

2. erre meglehetősen széles sötét árnyalat következik, mely lenn szélességéből veszítve a kép közepe felé hajlik és majdnem hegyesen végződik, de itt lenn is keskeny, világos széli sáv választja el a sötét (fekete) háttértől;

3. ezután egy világosabb keskeny csík következik, mely lenn szintén meghajlik;

4. erre megint sötétebb és szélesebb árnyékolás következik, mely a gyűrűfél világos középrészlete felé lassan fogyva, abba átmegegy;

5. a középrészlet világos képe balfelé sötétül, ezen sötétebb árnyalás áthúzódik a gyűrűfél szélességén;

6. ezután kevésbé éles világosabb csík következik, melynek határolása nem éles;

7. ezután szélesebb áthúzódó sötétebb árnyalás látható és végtére

8. újra jelen van, mint a kép másik felén, a keskeny világosabb széli sáv (nem optikai csalódás, l. az 1. pontot).

Az *ívben harántul futó részletezések* közül megemlítendő főképen a lemezhez közel fekvő gyűrűfél felső keskeny és világos széli rajza, melynek körvonala nem egészen éles (fémkép esik fémképre).

Ezen világos széli sáv alatt ugyanily irányban futó sötét csík következik, mely a gyűrűfél képének két vége felé, azaz a gyűrűrészleteknek a lemeztől történt távolodásával szélesebb lesz.

Ezen gyűrűfél alsó széle is mutat keskeny világos sávot, ennek határvonala egészen élesen rajzolódik a fényérzékeny rétegre (itt sincs optikai csalódás), ellentétben az egész gyűrűkép felső határvonalával, melynek kirajzolása azért nem éles, mert a távolfekvő gyűrűfélre vonatkozik; ezen nem éles határvonal középső részletének kis fokban történt kiboltosulása pedig arra vezetendő vissza, hogy az ujjpercz csontja zavaróan hat az éles és folytatólagos ívben folyó kirajzolásra. (l. a 4. és 6. ábrát).¹

Ha a képet — 4. ábra — általában megtekintjük, megismerjük a *tárgyat*, a gyűrűt; megismerjük *felvését*, minthogy két felének egymáshoz való viszonya úgy rajzolódik, a mint a valóságnak megfelel; megismerjük a *gyűrű alsó felének ívben hajló convex alsó felületét*; de felismerjük tüzetes nézésnél azt is, hogy a kép *nem lehet átsugárzási kép*, mert a gyűrű alsó felének képén oly jelenségek kirajzolását vesszük észre, melyek csak szabályos, a gyűrű alsó felületének kialakulásával is összefüggő folyamatra vezetendők vissza.

Forgathatjuk a dolgot a hogyan akarjuk, tanulmányozhatjuk a tárgyat — feltételezve az átsugárzást — és egyes részleteinek

¹ Az 5. ábrát azért mellékeltem, hogy ezen *másolat* bemutatásával bebizonyítsam, mily igaz az, hogy az x -sugaras lemezkép — 4. ábra — a pozitív kép és mennyire helytelen a másolatot pozitív képnek nevezni, mely valóságban negatív kép, mindent megfordítva mutat. A helytelen elnevezés az x -sugarakkal való foglalkozás első idejéből származik, a fényképészeti nomenclaturából vétetett át, holott a két dolog — fényképészeti és x -sugaras lemezkép — homlokegyenest szemben áll egymással.

A fényképészeti lemezkép csakugyan negatív kép, de az x -sugaras lemez pozitív képet nyújt, ennek másolata csak negatív kép lehet; az 5. ábráról nem lehet leolvasni a gyűrűkép viszonyait, a gyűrűnek *térbeli ábrázolását*, az nem nyújthatja az x -sugaras kép értelmezését.

egymáshoz való viszonyát mindenképen, oly magyarázatot, mely minden ellenvetésnek helyt áll, nem fogunk másképen adhatni, csak úgy, ha az egyes árnyalatok részletezésében *szabályos reflexjelenségeket* látunk, melyek a gyűrű alsó felületére vonatkoznak.

Tehát csakugyan *felület-rajzolást* látunk, mely a jelenlevő viszonyoknak teljesen megfelel, mert más felületekről részben más képeket is fogunk kapni (csak oly képeket fogunk tekintetbe vehetni, melyeknek értéke teljes, kikészítése kifogástalan).

Az esetleg feltételezett átsugárzásról vagy jelenlevő alásugárzásról itt ezen már bonyolultabb példánál ugyanaz mondható, mint az első, illetőleg második példánál (ólomgolyó).

Ezen példánál is belerajzolják az x -sugarak a kiesési képbe azt, a mi velük történik az üveglemez és tárgy között végbe menő folyamat alatt (*elektrographia*).

A nehéz és át nem sugárzott fémtárgyak képével szemben lássuk most egy gyöngéd növény — üvegházi gyöngyvirág — képét (7. ábra), tehát oly tárgy x -sugaras képét, mely kevés akadályt gördít az x -sugarak útjába.

Itt is mindent együtt látunk, a mi *térbeli ábrázolásnak* nevezhető, látjuk és megítélhetjük, hogyan és hol fekszik minden kicsiny részlet és milyen az egyes részeknek egymáshoz való viszonya.

Ha a tölcészerű, felfelé nyíló levelet nézzük, szemünk látja, hogyan bontakozik szét a levél és ott a hol a levél egyes részletei egymásra esnek, megítélhetjük ezen részletek egymáshoz való viszonyát.

Ép oly helyesen ábrázoltatik a főszár meghajlása, *térben való elhelyezése*, mint a kicsiny virágkelyhek fekvése, fekvésük helye és fekvésük módja.

Az ábra — a lemezképnek megfelelő pozitív kép — a virág képét helyesen mutatja, azaz úgy a hogy azt értelmeznünk kell, ha *helyesen nézzük a lemezképet, t. i. annak üvegfelületéről*.

A legalsó kis virágkehely a főszár alatt fekszik és oldal-ekvése mellett megítélhetjük, melyik részlete a kis virágkehely-

nek fekszik közelebb a lemezhez és melyik távolabb a lemeztől; még a kicsiny és igen vékony fedőlevél is helyesen jelenik meg, úgy mint a kehely kicsiny szára, mely egyenesen a főszár alá rajzolódik.

A következő kis kehely még inkább oldalán fekszik, de kicsiny szára távolabbról rajzoltatik a fényérzékeny rétegre, míg az erre következő kehely nyílásával inkább a lemez felé fordul és kicsiny szára közvetlenül a közös száron fekszik.

A legfelső három kis kehely különféle oldalhelyzetben rajzoltatik távolabbról, úgy mint közös száruk is.

Az ezen említett három kis kehely alatt fekvő két kehely igen szépen szemlélteti az x -sugarak helyes rajzképességét minden kicsiny részletben is; míg a baloldali kehely teljesen a fényérzékeny réteg felé fordítja nyílását, addig a jobb oldali alapjával fekszik reá és különféle fekvésnek megfelelőleg rajzoltatnak rajta a kis kelyhekben foglalt ivarrészletek is.

Ha itt félbeszakítom a virágkép bírálását, azért teszem, mert ezen utoljára említett két kis virágkehely ábrázolásának minősége gondolkodóba ejti a szemlélőt.

Hogy van az, hogy azon kis kehely, mely *nyílásával* a fényérzékeny réteg felé fekszik és végreszleteivel a beburkolásra szolgáló papírost érinti, olyannak rajzoltatik, azaz hogy magát a kis kehely által képezett barlangot, annak sötétebb ábrázolását látjuk, míg a másik oldalon az *alapjával* a beburkolásra szolgáló papíroson fekvő kis virágkehely világosabbnak mutatkozik?

Hiszen a kis kelyhek ugyanazok, anyagukat véve tekintetbe az egyiknél éppen azon rétegeken kellett áthatolni az x -sugaraknak, mint a másikkal.

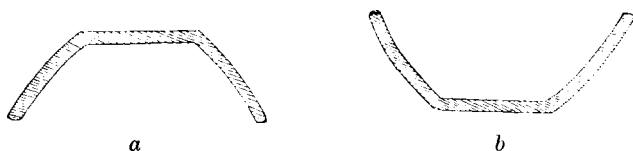
Az x -sugaraknak ezen rendkívül finom és helyes rajzképességét más, szemünkkel jobban követhető példával is ki lehet mutatni.

Ha két egyenlő nagy és falzatukban is egymásnak megfelelő porcellán csészét veszünk (festék tartására szolgáló porcellán csészét) — 8. ábra — és az egyiket úgy helyezzük el a lemezen, hogy nyílásával fekszik rajta, a másikat úgy, hogy azon áll, és ha átsugározzuk, arra fogunk gondolni, hogy mivel

ugyanazon anyagon, ugyanazon vastagságon kell keresztül hatolni az x -sugaraknak, a nyert képeknek is egyformáknak kell lenni.

De nem úgy van. Még a két kép *keletkezése* is elüt egymástól.

Ha szorgosan figyeljük a két kép létrejövetelét a fényérzékeny lemezen, látni fogjuk, hogy először jelentkezik b -nek a határrajza, azután a -nak a középképe, azután ugyancsak a -nak a határrajza és közvetlenül utána b alapjának a képe, úgy hogy



8. ábra.

rövid ideig a -nak sötét középképe b -nek világos középképe mellett észlelhető.

b alapja képeének sötétülése lassabban vagy gyorsabban következik be a szerint, a mint rendes vagy hígított képhívó folyadékot használunk.

Ha kész a kép, elég szemmél fogunk találkozni, mely figyelembe nem veszi a két kép különbségét és előfordul, hogy csak a figyelmeztetés vezet azok megítélésében.

Bizonyára a két kis virágkehely helyes ábrázolásakor is ugyanazon folyamat eredményét észlelhetjük, itt is *azon sugarak*, *a melyek már keresztül hatottak* a csekély akadályt képviselő anyagon, hatottak a fényérzékeny rétegre és rajzolták a kis kehely mélységét, öblét, tehát megint *felületrajzolásal* találkozunk, azaz oly ábrázolással, mely a lemez felé eső felület alakulásától függ.

Megfordítottját látjuk azon felületrajzolásnak, melyet észleltünk a 3. és 4. példán (golyó, gyűrű); ott az át nem hatolt test alsó felülete rajzoltatott ki — gömbfelület, a gyűrűnek ivben haladó domború felülete —, itt a kevesebb x -sugarakat absorbeáló csészének mélyedése, vagy az igen kevés x -sugarat absorbeáló kis virágkehely öble.

Igaz, hogy azt, a mit szemünkkel kísérhettünk a porcellán-

csészén, már nem fogjuk követhetni a kis virágkehely képének létrejövetelekor, arra már nem elég szemünk fogékonysága; de a *térbeli ábrázolást* észlelhetni fogjuk itt, a például szolgáló virágon ép úgy, mint észlelhattuk a gyűrűn és a mit észlelhetni fogunk mindenütt, a hol megfelelő arány volt az x -sugarakat nyújtó cső és tárgy között és a hol meg volt engedve az x -sugaraknak, hogy kifejthessék teljes rajzképességüket.

Visszatérve az egész virágképre, látjuk a térbeli ábrázolást, de vizsgálva a növény egyes részleteit, szemünk tovább tanul, tovább mélyed a helyes megítélésbe, a visszaadott helyes távlati viszonyok felösmérésébe.

Azonban úgy, mint a már látott képek megítélésekor, itt sem fogjuk nélkülözhetni a nagyító használatát, ezzel még ott is fogunk tájékozódni, hol szemünk már nem tud itélni és felösmerni.

A mi érdekessé és tanulságossá tette a golyó, illetőleg a gömbfelület képét, t. i. a másodlagos jelenségek észlelése, az a virágképen zavarólag hatna, a másodlagos jelenségek észlelhető módon nem is jöhettek létre, mert a növényi részek a mily keveset absorbeálnak az x -sugarakból, ép oly kis mértékben szolgáltatnak új sugarakat, melyek a vékony papírrétegen keresztül hatva a fényérzékeny réteget elbontják.

Igaz, hogy ezen folyamatot egészen tekintet nélkül nem lehet hagyni (*in theoria*), de a virágábrázolásakor (*in praxi*) nem jut kifejezésre.

Szorgosabban szemügyre véve a golyó (gyűrű) és virág x -sugaras képét, azt lehet mondanunk, hogy *két határt* jelző kép van előttünk, úgy az egyikén mint a másikon helyes térbeli ábrázolás van jelen, de a képek létrejövetele különböző.

Az *ólomgolyón* a felületábrázolás oly jelenségek által jött létre, melyek az x -sugaraknak a nehéz fémtesten való keresztülhatolásával nincsenek összefüggésben; a gyöngyvirágon kevés akadály áll az x -sugarak útjába, teljesen elesnek azon jelenségek, melyek az x -sugaraknak utjukból való eltérésre és reflexióra utalnak, de az absorptiók kép mindannak daczára úgy

a távlatokra és térbeli ábrázolásra, mint a felületrajzolásra vonatkozó adatok teljes illusztrációja.

Ezen két határkép közé lehet beosztani a számtalan x -sugaras képet, melyek helyes eljárás mellett a tekintetbe veendő tényezők harmonikus összejártszása mellett létrejönnek.

A szó «határkép» nem akarja azt jelezni, hogy a gyöngyvirágnál még kevesebb akadályt nyújtó anyagból álló tárgyakról (testekről) ugyanily térbeli ábrázolást és felületrajzolást mutató x -sugaras kép ne jöhetne létre, de talán helyesen használtam a «*határkép*» szót, mert oly messzire esik egymástól a két kép keletkezési alapja.

Alig szenved kétséget, hogy a bemutatott képeknél még tökéletesebbeket is lehetséges lesz nyerni, a keresés és kutatás nem állapodhatik meg, de a további következetes kísérletezés is igazolni fogja, hogy az x -sugaras képek nem kizárólag absorptiós képek.

Függelék.

Nem lesz tanulság nélkül egy oly képet megtekinteni, melyen az x -sugarak helyes térbeli rajzképességének bizonyítékát megtaláljuk oly formán, hogy különösen a besugárzott tárgy részeinek egymáshoz való távlati viszonya is tanulmányozható és pontosan megbírálnak.

A 9. ábra zárt fémháló tekercset ábrázol, melynek csavarodásmódját ép úgy látjuk, mint azt, hogy belső csavarulata nyílásával a fényérzékeny réteg felé fekszik.

A lemezen fekvő fémhálózat részeinek hajlása vagy behorpadása ép oly tisztán rajzoltatik, mint a lemeztől távolodó fémszálaknak a háttérbe való tűnése.

Ott a hol a háttérbe lépett a fémszövetrészet képe az előtérben lévő szövetrészletre esik, ott áttűnik és széle is jól kivehető; de ha nagy nagyítás mellett a látszólag szemünk felé eső hálózatot nézzük, azt fogjuk észlelni, hogy a kicsiny likakon keresztül a háttérben fekvő fémszálak is — megfelelő ábrázolással — láthatók, úgy hogy szemünk — ha ezen észleléshez lassankint hozzászokott — a kis hézagokon keresztül a vékony hálózat hajlását, a lemeztől való lassú eltávolodását látja.

Nagyítás nélkül hullámzatos, moirészerű rajzolatokat látunk, melyek az által jönnek létre, hogy a távolabb fekvő fémszálak közti nyílások képei különféleképpen esnek az előtérben fekvő fémszálak közti nyílásokra.

Ott a hol nagyon távol fekszenek a háttérben lévő fémszálak, ezen szép rajzolatok nem jönnek létre épen azon körülmény következtében, hogy a fémszálak képe már nem olyan éles és a helyesen rajzolt egymásba font fémszálak az előtérben egyedül láthatók.

Az utóbbiak hézagain keresztül a háttérben levő viszonyokat észlelni eleinte nehéz, de a szem csakhamar megszokja a nézést erősebb nagyítás mellett és csakhamar bekövetkezik a helyes megítélés.

Akármily irányban mutat a fémhálózat behajlást vagy visszahajlást, a figyelemmel néző szem felismeri a viszonyokat és a fémszálképek egymásra való esése következtében létrejött *különböző* rajzolatok szétfejtése ép oly világos képét nyújtja a viszonyoknak — akár két, akár három egymásra eső ily képet kell magyarázni —, mint az egészen az előtérben rajzolt fémszál — azt lehet mondani — előugró képe.

Már rövid és nem beható nézés mellett is látjuk a kép plastikáját, de figyelmes és beható nézés mellett megértjük, hogy más, mint helyes térbeli ábrázolás nem jöhet létre, mivel az x -sugarak a közvetlenül a papíroson fekvő fémszálak alá nem kerülnek, míg a fémszálaknak a lemeztől való távolodásukkal a sugarak a hézagokon keresztül haladva, a fényérzékeny rétegnek még azon részleteire is hatnak, melyek egyenesen a fémszálak alatt fekszenek, minek következtében a fémszál képe maga mind sötétebb lesz, míg kellő távolság mellett teljesen el is tűnik.

ÚJABB ADATOK BUDAPEST KÖRNYÉKE HARMAD- IDŐSZAKI ÜLEDÉKEINEK GEOLOGIÁJÁHOZ.

LŐRENTHEY IMRE 1. tagtól.

(Harmadik közlemény.)

E czímen megjelent előző két közleményemben¹ újabb kirándulásaimnak ama eredményeiről számoltam be, hat kisebb értekezés keretében, melyek az oligocénre és miocénre vonatkoztak. Az ezekben közzétett újabb megfigyeléseim részben kiegészítették Budapest tertiarjének rétegsorát, sokban gazdagítva ennek faunáját, részben pedig lényegesen módosították Budapest geologiai térképét.

Hogy eredményes kutatásaimat és gyűjtéseimet az idén is folytathattam, azt az Akadémia támogatása tette lehetővé, a miért e helyen is hálás köszönetet mondok.

Előző értekezéseimben kimutattam, hogy Hlavács Gyulának a budapesti neogénről írott munkája egyrészt nagyon kevés újat tartalmaz, másrészt pedig hamis képét nyújtja e képződményeknek, s hogy ez így van, ez értekezésem is igazolni fogja. Mielőtt azonban értekezésem tulajdonképeni tárgyára, a pliocénnek ismertetésére térnék, pótlólag néhány — a miocénre vonatkozó — megjegyzést óhajtok még tenni.

Harmadik értekezésemben, az alsó-mediteran kifejlődéséről és elterjedéséről szólva, kizárólag e képződménynek a Duna balparti részére vonatkozó újabb megfigyeléseimet ismerttettem meg, hangsúlyozva Budapest geologiai térképének ez irányban is szükségelt javítását. Így Hlavács munkájának is inkább ezzel

¹ Math. és Term.-tud. Értesítő. XXIX. köt. 1911.

a részével foglalkoztam s most még csak utólag az alsó-mediterránnak Budafok körüli kifejlődéséről akarok néhány megfigyelést közölni, nem mintha ezzel már ki lenne merítve e kérdés, mint a mint ezt HLAVÁCS Gy. már e munkám megjelenése előtt is hitte, hanem inkább csak azért, hogy ezzel a további kutatásra fölhívjam a figyelmet.

HLAVÁCS a budapesti neogénről írott munkájában, miután munkájának főérdemeként hangoztatja, hogy az ismereteket az újabb fölfogás keretébe illeszti, az alsó-mediterránt a nyugati mintára két szintbe osztja: az *akvitániaiba* és *burdigalenibe*. Az elsőbe számítja FUCHSNAK¹ még 1894-ben megjelent értekezése alapján a horni² és molti rétegeket a *Cardium Kübecki* HAUER sp. és *Pectunculus (Axinea) Fichteli* DESH.-vel, továbbá a loibersdorfi és korodi rétegeket s az ezekkel egykorú budafoki finom kavicsoknak alját; míg a gauderndorfi és eggenburgi rétegeket, valamint a schlier-t és a budafoki kavicsok felső részét az utóbbiba.

Újabban a «Bau und Bild Österreichs» czímű munkában HOERNES RUDOLF 1903-ban ezeket az előbb említett rétegeket mind a DEPÉRETTŐL fölállított *burdigaleni* emeletbe veszi. A budafoki föltárásokban eddig végzett vizsgálataim alapján én sem vagyok képes ezeket a homokokat kettéosztva, az egyik részét az akvitániai, a másikat pedig a burdigalenibe helyezni.

¹ Harmadkori kövületek Krapina és Radoboj környékének széntartalmú miocén-képződményeiből és az ú. n. «aquitániai emelet» geológiai helyzetéről. (A m. kir. földt. int. évk. X. k. 1894.)

² A «horni»-rétegekről SCHAFFER F. «Das Miozän von Eggenburg» (Abhandl. d. k. k. geol. R.-A. Bd. XXII. 1910) czímű munkájában a következőket mondja: «azelőtt az irodalomban mindig «horni-rétegek»-ről és «horni-medenczé»-ről beszéltek, miután azonban ez a képződmény Horn mellett egyáltalában nincs meg, Eggenburg mellett ellenben típusosan van kifejlődve, . . . így jogos és czélszerű a régi alaptalan megnevezést elvetni s helyébe Eggenburg-ot tenni.» Magától a névtől eltekintve, magukat a «horni-rétegek» nevével megjelölt s ezekkel egykorú rétegeket már jóval HLAVÁCS munkájának a megjelenése előtt is a burdigaleni emeletbe helyezték, a hová különben HLAVÁCS is helyezi az «eggenburgi rétegek»-et. Ezek azonban azonosak lévén az úgynevezett «horni»-rétegekkel, megdőlt az alapja HLAVÁCS eme széttagolásának.

Minthogy Hlavács nem térszíni megfigyelések nyomán állította össze munkáját s minthogy a föltárások a térképen sincsenek föltüntetve, egyik-másik pedig már kezd eltűnni; érdemesnek, sőt szükségesnek tartom ezekről pár szóval megemlékezni s ezzel is pótolni Hlavács munkájának számos hézagát.

Budafok község északi végénél az utolsó házak fölött a hegyen van egy már művelés alatt nem levő s így részben begyepesedett kavics-, illetve homokbánya, melyben finomabb és durvább kvarczkavics van föltárva, helyenként durva konglomeratum, majd durvább homoklenséekkel. A kövületek nem is gyakoriak, ki is vannak lúgozva s így nehezen gyűjthetők, legépebb állapotban találhatóók még a konglomeratum-padokban, melyekben különösen:

Pecten pseudo-Beudanti DEP. és ROM. és
Balanus concavus BRONN. gyakoriak.

E bánya északkeleti martjában, a bánya alján, a kavicsok alatt pár méter vastagságban zöldes, csillámos márga van föltárva halnyomokkal, *cenophora* és *calyptraca* köbelekkel, ebből gyűjtöttem fejtorát a

Neptunus cfr. *convexus* RISTORI-nak.

E bányával egyszintben kevéssel északra a hegyoldalban van a második homokbánya, melynek alján körülbelül $\frac{1}{2}$ m vastag ostrigás pad van föltárva, mely úgy látszik

Ostrea (Crassostrea) crassissima LAM.

teknőiből van fölépitve. Két-három méterrel följebb a bánya föltünően fehér, finom kvarczkavicsában néhány év előtt egész opállá átalakult törzsét találtuk a

Platanium purosium FELIX-nak.

FUCHS T. Gauderndorfból, a horni utat keresztező s Kattauba vezető mezei út föltárásából is említ *ostrea crassissima*-s padot.

A kocsúton tovább haladva Budaörs felé, a kúton túl délről északfelé lenyúló árok torkolatához jutunk, melynek szájánál a déli martban kis homokgödör van, melyből a következőket gyűjtöttem:

- Anomia ephippium* L. var. *costata* BROCC.
Pecten pseudo-Beudanti DEP. és ROM. töredékeit
Pecten (Manupecten) crestensis FONT. var. *laevis* SCHFF.
Pectunculus (Axinea) Fichteli DESH.
Ancillaria sp. ind.

Magában a mind jobban és jobban benövő, meredek falú árokban föltárt durvább homok közé homokkő és finomabb homoklencsék vannak települve. A homokkő helyenként valóságos konglomeratuma a *Pecten (Aequipecten) praescabriusculus* FONT. és *Anomia ephippium* L. var. *pergibbosa* SACCO-nak. A finomabb szemű rozsdás homok teszi lehetővé, hogy a legtörekenyebb héjjú fajok is a legépebb állapotban maradnak meg. Így sikerült egy teljesen ép anomia jobb (alsó) teknőt találnom, a mely tudtommal Magyarországból az első példány. A durva és finom homokból én a következő faunát gyűjtöttem:

- Avicula* ind. sp. (kőbél)
Pecten pseudo-Beudanti DEP. és ROM. var. *rotundata* SCHFF.
 " " " DEP. és ROM. nov. var. ?
 " (*Amussiopecten*) *gigas* SCHLOTH.
 " " " SCHLOTH. var. *plana* SCHFF.
 " (*Manupecten*) *crestensis* FONT. var. *laevis* SCHFF.
 " (*Aequipecten*) *praescabriusculus* FONT.
Anomia ephippium L. var. *pergibbosa* SACCO.
 " " L. var. *squamula* L.
 " " L. var. *ornata* SCHFF.
 " " L. var. *aspera* PHIL.
 " " L. var. *costata* BROCC.
 " " L. var. *ruguloso-striata* BROCC.
 " *rugosa* SCHFF.
Ostrea lamellosa BROCC.
 " *fimbriata* GRAT.
 " " GRAT. var. *crassa* SCHFF.
 " *gingensis* SCHLOTH.
 " (*Cubitostrea*) *frondosa* DE SERR.
 " (*Crassostrea*) *crassissima* LAM.
 " " " var. *anom. compressula* SACCO.

- Lithodomus?* (laköürege ostreahéjában)
Pectunculus (Axinea) Fichteli DESH.?
Venus Haidingeri HÖRN.
Dosinia exoleta L.
Tellina planata L. var. *lamellosa* D. C. G.? (töredék)
Mastra Bucklandi DEFR.? (rossz kőbél)
Lutraria (Eastonia) mitis MAY.? (töredék)
Xenophora Deshayesi MICHT. sp. ? (kőbelek)
Balanus concurvus BRONN.
 „ nov. sp. ? (cfr. *stellaris* BR. sp.)

Ez árok a vége felé kiszélesedik s itt a ma is bányászás alatt levő kövületekben, gyér homokban gyakoriak a kövült fadarabok.

Az eddig említettem földtárások irodalmilag mind ismeretlenek voltak. E földtárástól kevéssel nyugatra van a második mély árok, az az árok, melyet, mint irodalmilag is rég ismertet, HLAVÁCS is említ s felsorolja a földtani intézet gyűjteményében őrzött anyag alapján ennek már ismert faunáját. Az alakok meghatározása azonban, a mint rögtön látni fogjuk, jórészt elévült.

HLAVÁCS a «Nagyárok»-beli földtárásáról mindössze annyit mond, hogy az «akvitániai emelet»-beli durva kavics rétegei a hegységtől eldőlnék 13 h 25 fokkal s hogy itt gyűjthetők a legszebb kövületepéldányok. De csak a homoknak felső részét számítja az itt «fosszilliákban szegény» burdigaleni emelethez, holott az egész odatartozik. Föltétlenül szembeötlőbb lenne ez az összetartozandóság, ha az egyöntetű homoktömeg alul és fölül egyaránt kövületben dús lenne.

Itt is vannak helyenként a homokban homokkölenesék. Egy ilyenben az árok felső harmadának nyugati martjában, kevéssel az elágazása előtt, majdnem a képződmény alján találtam olyan padot, a mely valóságos konglomeratuma a

- Pecten (Acquipten) praescabriusculus* FONT. és
Anomia ephippium L. var. *pergibbosa* SACCO-nak, valamint
 „ „ L. var. *costata* BROCC.-nak alárendelten
Xenophora Deshayesi MICHT. ? kőbeleinek.

Tehát mind olyan fajoknak, a melyek itt Budapest környékén a burdigaleni emeletnek hogy úgy mondjam vezérkövületei. Közvetlenül ez alatt a homokkő-pad alatt sárgás finom csillámos kvarczhomok van föltárva, kevés kisebb kavicscsal, a mely telve van

Pectunculus (Axinea) Fichteli DESH.-vel,

melyek között több olyan példány is van, mely a varietas *vindobonensis* SCHFF.-hoz képez átmenetet (a tipusos *vindobonensis*-t eddig nem találtam meg). Ezek mellett ritkábban találhatók még pl.:

Pecten pseudo-Beudanti DEP. és ROM. és
Anomia ephippium L. var. *ornata* SCHFF.

Tehát mind olyan alakok ezek, melyek az eggenburgi rétegekben is gyakoriak helyenként.

Azt hiszem semmi kétség sem lehet az iránt, hogy e budafoki kavicsok egész tömegükben a burdigaleni emeletbe tartoznak, nem pedig, mint HLAVÁCS Gy. állítja, részben az akvitániaiba.

Ha az eddig körvonalozott dolgokhoz hozzáveszszük, hogy évekkal ezelőtt az alsó mediterránnak felső bryozoás meszét is megtaláltam az itteni Sashegy déli oldalán,¹ melyről azonban HLAVÁCS nem tud, sőt Budapestnek a — tőle reambulált — déli lapján föl sem tünteti, azt hiszem elég érdekesnek mondható az alsó mediterránnak budafoki kifejlődése s mindenesetre még HLAVÁCS munkája után is érdemes a részletesebb tanulmányozásra.

A mit igazol az is, hogy ebben az itt közölt töredékes kis faunában is már több olyan alak van, a biztosan meghatározhatóak között, mely Budapest környékére irodalmilag új. Ilyen a *Neptunus cf. convexus* RISTORI, *Balanus concavus* BRONN., *Ostrea fimbriata* GRAT. var. *crassa* SCHFF., *Ostrea (Crassostrea) crassissima* LAM. var. *anom. compressula* SACCO, *Anomia ephip-*

¹ Palaeontologiai tanulmányok a harmadkorú rákok köréből. (Math. és Term.-tud. Értesítő. XXII. k. 162. lap.)

pium L. var. *squamula* L., *A. ehippium* L. var. *ornata* SCHFF., *A. ehippium* L. var. *aspera* PHIL., *A. ehippium* L. var. *rugulosa-striata* BROCC., *A. ehippium* L. var. *pergibbosa* SACCO, *Anomia rugosa* SCHFF., *Pecten pseudo-Beudanti* DEP. és ROM. var. *rotundata* SCHFF., *Pecten (Manupecten) crestensis* FONT. var. *laevis* SCHFF. és *Pecten (Amussiopecten) gigas* SCHLOTH. var. *plana* SCHFF.

Hogy Hlavács nemcsak nem a modern fölfogás keretében tárgyalja a budapesti neogén anyagát, hanem épen ellenkezőleg, részben elévült, részben helytelen adatokat közöl, ezt e tárgyú előbbi értekezéseimben már több példával bizonyítottam. Most még csak az előbb fölhozottakkal kapcsolatban a következőkkel óhajtom állításomat támogatni.

Hlavács munkájának 305. lapján szerepel «*Rosalina Schreibersi* D'ORB.» és «*Truncatulina Schreibersi* D'ORB.», holott *Rosalina Schreibersi*-faj nincs is, hanem csakis *Rotalina Schreibersii*-t írt le D'ORBIGNI, ez pedig BRADYNak¹ már 1884-beli vizsgálatai alapján tulajdonképen *Pulvinulina*, tehát *Pulvinulina Schreibersii* D'ORB. sp., a minek vizont synonymája a Hlavácsnál *Truncatulina Schreibersii* néven szereplő alak, a mely pedig ilyen nemi névvel nem D'ORBIGNI faja, mint azt Hlavács GYULA hiszi, hanem *Sequenza*-é. Szóval a legnagyobb irodalmi tájékozatlanság tűnik ki minden sorából. Hlavács Gy. *Rosalina viennensis* D'ORB. faja «az újabb fölfogás keretében» azonos LINNÉ *Rotalia Beccarii* L. sp. fájával stb. stb.

De nemcsak a foraminiferák, hanem a molluscák sincsenek az újabb fölfogás keretébe beillesztve, sőt a legtöbb meghatározás épen a régi fölfogás keretébe lévén beállítva, már elévült. Itt csak néhányat a sok közül az alsó mediterránból. Így Hlavácsnál szerepel a *Pecten palmatus*, holott már a Hlavácstól is említett DÉPERET 1892-ben,² tehát Hlavács munkájának a megjelenése előtt nyolcz évvel említi, hogy az Eggen-

¹ BRADY: Report on the foraminifera collected by H. M. S. Challenger during the years 1873—76.

² DÉPERET: Classification et parallélisme du système miocène. p. CXLIX.

burgból ilyen néven említett alakok nem azonosak LAMARCK *F. palmatus*-ával, hanem a FONTANNESTÓL¹ leírt *Pecten cretensis* FONT.-nel. Ugyanezzel azonosak a mieink is s így a *Manupecten* alnembe tartoznak. Közismert dolog, hogy a HÖRNES M.-nál *Pecten Beudanti* néven szereplő alak nem azonos BASTEROT *Beudanti*-jával, a mint azt már FUCHS 1879-ben jelezte «Über die von Dr. E. TIETZE aus Persien mitgebrachten Tertiärversteinerungen»;² DEPÉRET és ROMAN³ pedig a különbségek alapján már 1902-ben el is különítette a *Pecten pseudo-Beudanti* DEP. és ROM. néven ez alakokat.

Az is régismert dolog, már TOUNOUER 1874-ben kimondotta,⁴ hogy «*Pecten solarium* LAM.» néven két különböző fajt foglalnak össze, melyek közül épen az eggenburgiak s így az azokkal egyező budapestkörnyékiek is SCHLOTHEIMNEK 1813-ban leírt *Pecten gigas* SCHLOT.⁵ fajával azonosak s így az *Anussiopecten* alnembe tartoznak. HLAVÁCSNÁL e faj is még «*Pecten solarium* LAM.» néven szerepel. HLAVÁCS a budafoki Nagyárok «burdigaleni» emeletbeli rétegeiből említi a *Pecten Rollei* HÖRN. fajt, melyről tudjuk, hogy HÖRNES előtt már STOLICZKA lefoglalván egy liaszbeli pecten megjelölésére e nevet, DEPÉRET és ROMAN indítatva érezték magukat a már idézett munkájukban 1902-ben, tehát HLAVÁCS munkájának a megjelenése előtt ugyancsak nyolcz évvel, *Pecten Hornensis* DEP. és ROM.-nak elnevezni stb.

Miután láttuk, hogy újat nem igen nyújtott HLAVÁCS Gy. munkája, azt hinné az ember, hogy legalább az újabb fölfogás keretébe illesztette a régi ismereteket, mint a mint munkájának egyedüli eredményeként igéri is, és . . . ez is ime így sikerült!

Sokban érdekes az a nagyfokú megegyezés, mely a galicziai és budapesti fölső mediterrán és szarmata között van. Már a fölső mediterrán budapestkörnyéki kifejlődéséről és faunájáról szólva kiemeltem, miszerint a *Pecten (Chlamys) trigonocosta*

¹ FONTANNES: Bassin du Rhône. Vol. VI. P. 164. pl. VI. Fig. 1—4.

² Denkschr. d. Ak. Wien. Bd. XLI. P. 105.

³ Pectinidés neogènes de l'Europe. I. partie. p. 20. Pl. II. Fig. 3.

⁴ Terrains miocènes de Sos et Gabarret. p. 163.

⁵ Pectinites gigas Schlotheim. Naturgeschichte der Versteinerungen. P. 92.

HILB. és *Pecten (Chlamys) gloriamaris* DUB. közössége érdekes kapcsolatot létesít a galicziai és budapesti fölső-mediterrán között; de még szembeötlőbb e megegyezés magának a képződménynek kifejlődését illetőleg. Ugyanis a budapest-rákosi s még inkább a katonai útbeli fölső mediterránra jellemző a nagy és vastaghéjjú molluscáknak csaknem teljes, a nagyobb foramiñiferáknak, pl. a *Heterostegina costata* és *Amphistegina Haueri*-nek pedig teljes hiánya; a mi szembeötlő akkor, mikor a magyarországi és bécsimedenczebeli fölső-mediterránt általában a vastaghéjjú, nagy és díszes molluscák, valamint az említett foraminiferák tömeges előfordulása jellemzi s e tekintetben csak a galicziai képez kivételt. Ezt ugyanis, a mint UHLIG¹ vizsgálataiból tudjuk, kis egyszerű alakok jellemzik, épen úgy mint a budapesti katonai útbeli előfordulást is. UHLIG a keletgalicziai előfordulásból (Goldberg) arra következtet, hogy ezek az üledékek aránylag sekély vízből ülepedtek le, és pedig olyanból, melynek fenekesíma volt vagy csak gyengén hullámos. UHLIGnak eme föltevését megerősíti a galicziaival faunistikailag sokban megegyező katonai-úti föltárás, a mennyiben itt az üledék sekélyvízi voltát s a partközelségét még egyrészt az üledék nagy kavicsstartalma, másrészt pedig a képződmény egy részének zátonyszerű (hydrozoás zátony) kifejlődése is igazolja. Ezek a hydrozoás zátonyok hullámtörökként szerepeltek s így a mögöttük elterülő sekély vízben védett helyen élhettek a molluskák s ezért nem volt szükségük erős vastag héjra.

Fokozza még a galicziai és budapesti neogénnek kifejlődésbeli rokonságát az, hogy úgy Keletgalicziában, mint a budapesti katonai-út bevágásában a fölső mediterránra szarmata-korszakbeli bryozoum-zátony települ.

Orosz-Lengyelországból már BARBOT DE MARNY 1866-ban ismertetett bryozoumos zátonyokat a szarmata-rétegekből.² Ol-

¹ Über die geologische Beschaffenheit eines Teiles der ost- und mittelgalicischen Tiefebene. (Jahrb. d. k. k. geol. R.-A. Bd. XXXIV. 1884. P. 180—181.)

² Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. LIII. X. P. 339.

SZEWSKI 1875-ben azt állította, hogy keleti Galicziában az elegyes-vizi szarmatára ismét tengeri, szerinte «második tengeri képződmény» következik, H. WOLF azonban 1876-ban kimutatja,¹ hogy a bryozoumokat tartalmazó második tengeri réteg nem a szarmata legfelső része — mint OLSZEWSKI hitte —, hanem ellenkezőleg a szarmata legalsó része, mely a mediterrán és szarmata rétegek között hatalmas vastagságú átmeneti réteget formál. TEISSEYRE L.² a podoliai Miodobora dombvonulatot bryozoumos zátonyként fogja föl. Ő mint érdekes föltárárra hivatkozik a Zbaraž melletti bányára, melyben szépen látni a bryozoumos mésznek, vagy a mint ő nevezi, pleuroporás mésznek (Pleuroporenkalkstein) a felső mediterráni úgynevezett kaiserwaldi lithothamniumos konglomerátumra való települését. Máskor vékonyan rétegzett szarmata-mészkőpadok települnek közbe.

Ha e szarmata bryozoumos meszeknek az előfordulási körülményeit összehasonlítjuk a budapesti katonai útbelivel, rögtön szembeötlik ezek teljes megegyezése, a mennyiben itt a katonaiútban is lithothamniumos, hydrozoás és kavicsos lajtamészkőre telepszik a bryozoumos szarmata.

Ezek után áttérek értekezésem tulajdonképeni tárgyára.

7. Újabb adatok Budapest környéke pannoniai képződményeinek kifejlődéséhez és faunájához.

Budapest pannoniai képződményeinek tanulmányozását s faunájának gyűjtését több mint tíz év előtt kezdettem. E tanulmányaim közben, mondhatnám majdnem véletlenül bukkantam ama új adatokra, melyeket az előző hat értekezésben közöltem s melyeket még néhány palæontologiai cikkben fogok folytatni.

Budapest pannoniai képződményeinek faunájáról első közleményem a Palæontographica-ban jelent meg «Die pannonische Fauna von Budapest» czimen 1902-ben, ennek befejező második

¹ Verhandl. d. k. k. geol. R.-A. Jahrg. 1876. P. 290.

² TEISSEYRE L.: Der podolische Hügelzug der Miodoboren als ein sarmatisches Bryozoën-Riff. (Jahrb. d. k. k. geol. R.-A. Bd. 34. 1884.)

és harmadik részén most dolgozom. E befejező rész geológiai eredményeinek rövid kivonata akadémiai székfoglalómként 1906-ban «Budapest pannoniai és levantei-korú rétegei és ezek faunája»¹ czímen jelent meg. Ebben e képződményre vonatkozó eddigi ismereteink fejlődését vázoltam s kimutattam, hogy HLAVÁCS GYULA több értekezésben foglalkozik ugyan e képződményekkel, mint egyébként is speciális tanulmányainak tárgyával, azonban daczára ennek, erre vonatkozó ismereteink SZABÓ JÓZSEFnek 1856-ban megjelent első e tárgyú értekezése óta alig gyarapodtak; mignem a fönti czimeken megjelent értekezéseim egészen új világitásban mutatták be a pannoniai képződményeket.

A régebbi értekezések szerzői — a mint ezt már hangsúlyoztam is — csakis a pannoniai és levantei képződmények Budapest körüli elterjedésére és anyaguk petrográfiai minőségének megismertetésére fektették a súlyt, figyelmen kívül hagyva e képződmények gazdag faunáját és az ezek alapján megállapítható sztratográfiai vonatkozásokat.

Igen gazdag faunákat ismertettem meg az előbb említett értekezéseimben ama rétegekből, melyeket HLAVÁCS GYULA meddőknék nevezett, úgy hogy ezek ma Magyarország pannoniai képződményeinek leggazdagabb faunái közé tartoznak. E faunák alapján azután kimutathattam a budapestkörnyéki föltárásokban a pannoniai emeletnek majdnem minden eddig ismert szintjét, melyek addig még innen teljesen ismeretlenek voltak.

Mielőtt az újabb kirándulásaimon szerzett tapasztalataim eredményeiről beszámolnék, HLAVÁCS GYULÁnak már sokszor említett, Budapest környékének neogén üledékeit tárgyaló, munkájáról kell szólanom, mint legújabb irodalmi termékről, mely a szóban levő képződményekkel is foglalkozik. HLAVÁCS munkájának épen ettől a részétől vár az ember legtöbbet, minthogy egyrészt e pliocén-képződmények HLAVÁCS speciális tanulmányainak tárgyai, másrészt pedig ez a legönállóbb része munkájának, a mennyiben a ZSIGMONDY és FRANZENAU érdemei folytán ismertté vált fúrt kutak szelvényei ehhez nem igen szolgáltatnak adatokat.

Sajnos azonban a munkának e része — a mennyiben ez

¹ Math. és Term.-tud. Értesítő. XXIV. kötet, 2. füzet.

egyáltalában lehetséges — még az előző részeknél is gyengébb. Hlavács Gyula már két előző értekezésében foglalkozott részletesebben e pliocén-képződményekkel, úgymint «Az Alföld Duna-Tisza közötti részének földtani viszonyai»,¹ másrészt pedig Budapest geológiai térképe Hlavácstól reambulált déli lapjának magyarázó szövegében.² E munkái azonban a mint ezt már «Budapest pannoniai és levantei-korú rétegei és ezek faunája» című értekezésemben kimutattam, semmivel sem vitték előbbre e képződményekre vonatkozó ismereteinket; a mennyiben a mint mondám: «A pannoniai képződményeket a terület bejárása nélkül — tehát reambulatio nélkül — jegyezte be a térképbe; a magyarázó szövegben pedig csakis a régi irodalmi adatokat ismétli s néha ezt is hibásan teszi.» (307. l.) Így pl.: az *Aceratherium incisivum* Cuv. sp.-ot *Anthracotherium magnum* Cuv.-nak kereszteli el. E munkámban a Hlavácstól meddőknek nevezett rétegekből igen gazdag faunát ismertettem meg, a mely nemcsak a fajok, hanem főleg az egyedek számát illetőleg rendkívül gazdag. A fauna alapján pedig megállapítottam a budapest-környéki pannoniai rétegeknek sztratigrafiáját. «Úgy, hogy ma már bizvást el lehet mondani, hogy a Budapest-környéki pliocén kifejlődése a hazában egyike a legérdekesebbeknek és faunája egyike a leggazdagabbaknak».

Ezeket tudva s azt, a mit Hlavács maga mond munkájának bevezető részében, hogy «Budapest változatos környéke a tanulmányozás állandó tárgya annál is inkább, mert erre folyton adódik alkalom az ipari tevékenység közben létrejött mesterséges föltárásokban»: az ember ettől a résztől várta a legtöbb újat.

E részen legkevésbé látszik meg az, hogy az újabb irodalmat s főleg az én tollamból eredő s reá nézve kellemetlen tárgyúakat készakarva mellőzi. Itt ugyanis, hogy a többi e

¹ A m. kir. Földt. Int. Évkönyve. XI. k. 1895.

² «Budapest és Tétény vidéke».

tárgyú értekezéséhez képest haladás legyen észlelhető, az én előbb említett, 1906-ban megjelent értekezéseimnek eredményeit részben fölhasználja, természetesen a forrás megnevezése nélkül. Már említi pl. a balparti részről az erzsébetfalvi téglagyár föltárását, de nem említi azt az érdekes faunát, melyet én innen két szintből ismertettem. Szól a szentlőrinczi téglagyár föltárásáról, de innen is csak a legfelső «*unio wetzleri*»-s rétegből említi öt fajt az én tölem említett 13 fajjal szemben, míg a föltárás kilencztizedét tevő mélyebb réteggkomplexum érdekes faunájáról nem tesz említést. Említi azonban innen mint legfölső réteget a mastodonos-kavicsot (néha helytelenül mastodonkavics), a mely pedig itt, a mint később szelvényben is bemutatom (l. ábra), teljesen hiányzik.

A «*Magyar Gőztégla- és Czementgyár r.-t.*» kőbányai föltárásaiból egy rétegből két, egy másikból hat kövületet említi, míg én már négy évvel előbb a sok kövületes réteg közül egyből, a 11. számúból 37 molluscát, három halat és sok ostracodát, míg a 2. számúból 39 molluscafajt és sok ostracodát említek.

A *keramiai gyár* agyaggödreből csak egy rosszul meghatározott fajt említi HLAVÁCS, míg én 26-ot ismertettem innen. A SEIFERT-féle és ÖRLEY-féle bányákból ugyanezt a rosszul meghatározott kövületet említi egyedül, míg én az elsőből 20, a másodikból 13 fajt soroltam föl munkámban. HLAVÁCS a HOFHAUSER-féle föltárást csak megemlíti, én ebben a szintjelző *Congerina ungu-la-caprae*-t gyűjtöttem, hasonlóan a VIRAVA-félét és LECHNER-félét is csak épen megemlíti, míg én az elsőből 10, a másodikból pedig 14 fajból álló érdekes faunát gyűjtöttem és ismertettem meg.

A Budapest-környéki pannoniai képződményeket tárgyaló munkáim közül csakis «Die pannonische Fauna von Budapest» ezimüt idézi 1902-ből s így csakis a *Kőbányai Gőztéglagyár r.-t.* és *Kőszénbánya és Tégla-gyár r.-t.* bányáiból, valamint az *Eigel-féle sertéshizlalda* kútjából kikerült faunákat ismeri részben s jóformán kizárólag ezeket; azt azonban már nem tudja, hogy én az elsőben a rég ismert *congeria ungu-la-caprae*-s szint fölött a *congeria triangularis* és *balatonica* szintjét is meg-

találtam.¹ Valamint azt sem tudja, hogy az *Orygoceras corniculum* BRUS. «a modern fölfogás keretében illesztve» *Orygoceras Fuchsi* KITTL. sp., a mint én ezt már 1903-ban tehát hét évvel HLAVÁCS munkájának a megjelenése előtt kimutattam.²

Az eddigiekből látható tehát, hogy HLAVÁCS munkájának ez a fejezete sem áll, sem kompilatorikus szempontból, sem az irodalom lelkiismeretlenül fölületes kezelése szempontjából a munka többi fejezete mögött.

HLAVÁCS GYULA önmagához következetes akar maradni abban is, hogy a mennyiben Budapest geologiai térképének tőle reambulált déli lapján kihagyta azt a pannoniai foltot, melyet a kispesti téglagyár bányája tár föl, itt a budapesti neogénről írott munkájában sem vesz tudomást arról, de arról sem, hogy én a többek között térképének erre a hibájára is reámutattam már, sőt hogy egy 18 fajból álló érdekes faunát ismertettem innen 1906-ban, tehát csak négy évvel HLAVÁCS munkájának a megjelenése előtt. Az ő térképén tehát a téglagyár (Z. O.) helyén futóhomok szerepel, holott akkor nálunk még nem ismerték a homoktéglat (1902-ben), hanem azt itt a Duna balparti részén mindenhol pannoniai agyagból készítették, de ez a tény sem figyelmeztette HLAVÁCSOT arra, hogy fölkeresse e helyet. Hasonlóan nem tud semmit nemcsak a *Fuchs-féle tanya* melletti pannon föltárásról, melyet ugyancsak téglagyár (Z. O.) jelez a térképen, hanem a híres SOUHEITL-féléről sem, illetve erről mindössze ennyit mond: «a M. Á. V. pusztaszentlőrinczi állomása közelében, ettől É-ra is van egy kisebb téglavető gödör, melyben vékonyabb humuszos homok alatt sárga márgakonkréziós agyag van föltárva». Ha HLAVÁCS GYULA a természetben tett megfigyelései alapján írta volna meg munkáit, úgy meggyőződött volna róla, hogy ez nem olyan lekicsinylendő kis téglavető gödör, hanem évtizedek óta művelt hatalmas

¹ Arról sincs tudomása, hogy munkájának megjelenése előtt két évvel dr. Méhes Gyula 18 ostracoda-fajt ismertetett meg az Eigel-féle sertés-hizlalda kútjából tőlem gyűjtött anyag alapján. [Földt. Közlöny, 1907—08]

² Néhány megjegyzés az *Orygoceras Fuchsi* KITTL. sp.-ről. (Földtani Közlöny. XXXIII. köt. 1903.)

bánya, mely a budapestiek között legérdekesebb. Mint rég művelt bányát már 1892-ben INKEY BÉLA is említi¹ szentlőrinczi munkájában és pedig a tulajdonosnak SOUHEITL-nek a nevén. Én pedig négy rétegnek a faunáját föl is sorolom, már említett s a budapesti pannont tárgyaló kivonatos jelentésemben. Itt nem lehet czélom e föltárás rétegeivel s az ezekben zárt gazdag faunákkal foglalkozni, minthogy «Die pannonische Fauna von Budapest» című monografikus munkám második részében részletesen fogok ezzel foglalkozni. Itt csak hangsúlyozni kívánom HLAVÁCS GYULA lekicsinylésével szemben, hogy éppen ebben a SOUHEITL-féle bányában föltárt rétegek szolgáltatják egyrészt a legjobb megtartású kövületeket, továbbá az itteni rétegekbe vannak zárva a leggazdagabb faunák; másrészt pedig itt lehet legtipusosabb kifejlődésben látni eme mocsárvízi üledékeket homokkölcenséikkel s teljesen édesvízi faunát bezáró homoklencséikkel. Itt ásatta ki dr. SCHRÉTER ZOLTÁN 1910-ben Magyarország legszebb mastodon-leletét.² Szóval ez a lekicsinyelt «kisebb téglavetőgödör» Budapest környékén a pannoniai-képződményeknek legérdekesebb föltárása, a melyre még később ismételten kell hivatkoznom.

HLAVÁCS munkájának a pannoniai képződményeket tárgyaló fejezetéről különben maga a szerző mond bírálatot akkor, a mikor hangsúlyozza [352 (96) l.], hogy ez üledékek a fúrólukak szelvényeiben már alárendelt szerepet játszanak s így főleg a felszínen tapasztalhatóakra kell szorítkozni; a felszínen tapasztalhatókat pedig ő maga nem iparkodott megtapasztalni, sőt mások tapasztalatait sem iparkodott figyelemre méltatni, mint a mint ezt az imént vázoltam, s így ez lett leggyengébb fejezete irodalmi összeállításának.

¹ Pusztá-Szent-Lőrincz (Pest m.) vidékének talajtérképezése. (A m. kir. földt. int. Évkönyve. X. k.)

² Ezt az érdekes leletet dr. SCHRÉTER ZOLTÁN a Magyarhoni Földtani Társulatnak 1910 nov. 16.-án tartott szakülésében mutatta be s előzetesen *Mastodon longirostris*-nak határozta meg; a mint ezt a Földtani Közlönynek XL. kötetében megjelent ülési jegyzőkönyv is bizonyítja (679. lap).

Miután röviden vázoltam, hogy mit nem tartalmaz Hlavács Gyula munkája abból, a mit tartalmaznia kellene, a pannoniai képződményeket illetőleg: lássuk most már a munka tartalmát.

I. Hlavács Gyula is, mint a Budapest pannoniai képződményeivel foglalkozó régibb bűvárok, majdnem kizárólag a képződmény petrográfiai kifejlődését és részbeni elterjedését ismerteti, a faunát nem véve tekintetbe.

II. Szól arról, hogy a Kárpátok övezte nagy pannoniai medencének nyugati öblei voltak a bécsi és gráczi medencék, melyek azonban a pannoniai korszak második felében, a tó szűkebb térre szorulván, szárazzá lettek, átadván a helyet az akkori Duna működésének, mely szerinte ekkor rakta le a «belveder-kavicsot». E medencékben, mondja Hlavács, tapasztalataink szerint a *Congerina banatica* R. Hoern. és *Limnocardium Lenzi* R. Hoern. jellemezte rétegek a legmélyebbek, melyek pl. a többi között Zágráb környékén, Szilágy megyében és Erdélyben vannak több helyen kifejlödvé.

III. Budapest környékén a pannoniai üledékek konkordánsan települnek a szarmata mészkövekre, ezek a közvetlenül ráülepítő rétegek azonban Hlavács szerint nem a pannoniai korszak elejéről valók, hanem későbbi időben rakódtak le s így a két képződmény között időbeli űr van. A mit úgy magyaráz, hogy a szarmata korszak «végén a hegységeket létrehozó erők erősebb működése következtében a víz terjedelme jóval kisebb, az egykori szarmata-tenger partjai mentén igen számos helyen szárazzá lett, melyen az erodáló erők romboló hatásukat kezdték meg». Ezért szerinte e két képződmény közötti «átmeneti réteget eddig nem ismerünk».

IV. Végre szól Hlavács a Budapest-környéki pannoniai rétegek rétegtani viszonyairól. Azt állítja — a nélkül azonban, hogy bizonyítaná —, hogy a tőlem Tinnyéről és a kőbányai Ergl-féle sertéshizlalda kútjából kikerült *Melanopsis Martiniand*-s rétegek az alsó pannoniai emeletbe valók s egykorúak

a *congeria ungula-caprae*-s rétegekkel s így nem szinti, hanem csak faciesbeli különbség van közöttük.

Külön középső emeletbe osztja a *congeria triangularis* és *balatonica* jellemezte szintet, míg a felsőbe szerinte csakis a «*congeria rhomboïlea s limnocardium cristagalli*» jellemezte szint s ennek édesvízi faciesei, valamint az «*unio wetzleri*» jellemezte szint tartoznak. S ide számítja végül az *unio wetzleri*-s homok fölötti magasan fekvő Mastodon Borsoni tartalmú battai réteget is.

Mielőtt kirándulásaimon tett újabb megfigyeléseimről beszámolnék, Hlavács Gyula szóban levő munkájának itt vázolt eredményeihez akarok még pontonként néhány kritikai megjegyzést tenni.

I. Miután láttuk, hogy a képződmény elterjedését illetőleg Hlavács adatai nagyon hiányosak, most még csak arra óhajtok röviden reámutatni, hogy a mint azt már az alsó mediterránt tárgyaló 3. értekezésemben is kifejtettem,¹ Hlavács a pannoniai képződmények rovására helytelenül rajzolja meg Csömörnél az alsó mediterráni tengeri üledékeknek határát kelet felé. A mennyiben Hlavács térképén Csömörtől nyugatra levantei kavics és pannoniai rétegek vannak föltüntetve, holott a falu északnyugati végénél levő homokbányában nem pannoniai rétegek vannak, hanem, a mint ott kimutattam, anomias alsó mediterráni homokok és homokkövek. Továbbá a pannoniai képződmény határának kelet felé való kitolása mellett szólt, a mint az alsó-mediterránt tárgyaló fejezetben már szintén kifejtettem, az a megfigyelésem is, mely szerint Mátyásföld keleti végén, a Fölsőmalomhoz vezető kocsíút mellett ásott kútban már nem volt meg a pannoniai képződmény, a mennyiben a humusz alatt valószínűleg holocén sárga homok alá közvetlenül a *Pecten (Aequipecten) praescabriusculus* Font. tartalmú alsó-medi-

¹ Újabb adatok Budapest környéke harmadidőszaki üledékeinek geológiájához. 3. Újabb adatok az alsó mediterrán kifejlődéséhez és elterjedéséhez. (Math. és Term.-tud. Értesítő. XXIX. köt. 133—134. lap.)

terráni finom kavics van települve; holott Hlavács Gyula térképe szerint egész Matyásföld a pannoniai képződmény rétegeire épült volna.

II. Hlavácsnak ama kijelentése, hogy a bécsi és gráci medenczék, mint a pannoniai beltenger öblei, csakis a pannoniai korszak elején voltak víz alatt, míg ennek későbbi szakában már szárazzá lettek a tenger lepadása következtében, helyt engedve kontinentális üledékek keletkezésének: nemcsak e medenczékre, hanem hozzá tehetem, hogy eddigi ismereteink szerint, az erdélyi medenczére is áll!

Hlavácsnak ama kijelentésére, hogy a *congeria banatica* és *Limnocardium Lenzi* alakkörébe tartozó fajok jellemezte márgák és agyagok a pannoniai képződmények legmélyebb szintjét alkotják, legyen szabad a következőket megjegyezni. Eleinte magam is azon a véleményen voltam,¹ hogy ez a pannoniai emelet legalsó szintje, a mennyiben a tőlem ismert lelethelyeken tényleg mindenhol a *Melanopsis Martiniana* és *Mel. vindobonensis* stb. jellemezte durva homokok alatt találtam a rétegeket, minthogy a vercesrovai klasszikus lelethelyen is a *congeria banatica*-s agyagra telepszik, a *melanopsis martiniana*-s és *mel. vindobonensis*-es kavics. Később azonban Gorjanović-Kramberger Károly² épen Zágráb környékén — melyre Hlavács is hivatkozik, mint állítása melletti bizonyítékra — kimutatta, hogy a *cong. banatica*-s márga nem a legalsó szint, hanem a *mel. martiniana*-s homokokba ismételten többszörösen váltokozva van letelepülve. Később Pávay-Vajna Ferencz³ Nagyenyed környékén talált a *melanopsis*-os rétegek fölött *congeria banatica*-val telt homokos márgaréteget.

¹ LŐRENTHEY: Jelentés az erdélyi Múzeum-Egylet megbízásából 1891 nyarán tett földtani kirándulásaimnak eredményeiről. (Értesítő II. Term.-tud. szak. Kolozsvár, 1893) és Adatok Szilágymegye és az erdélyi részek alsó-pontusi lerakódásainak ismeretéhez. (Értesítő II. Term.-tud. szak. Kolozsvár, 1903.)

² Das Tertiär des Agramer Gebirges. (Jahrb. d. k. k. geol. R.-A. Bd. 47. 1897.)

³ Oláhlapád környékének földtani viszonyai. (Földtani Közöny. XL. köt. 1910.)

Ugyanezt tapasztaltam magam Szócsánon, ama klasszikus lelethelyen, melyen az átmenet a szarmatából a pannoniaiba lépcsőről-lépésre követhető.¹ Erről az érdekes lelethelyről 1903-ban közöltem rövid ismertetést ama anyag alapján, melyet ARADI VIKTOR gyűjtött. Később azután több anyagot gyűjtendő, magam is fölkerestem Szócsánt. Ekkor megtaláltam a homokrétegek közé települt lemezes agyagos réteget, melyben ugyan eddig még nem találtam meg a *Congerina banatica*-t, bár a gazdag anyag tüzetes átnézése alkalmából még előkerülhet; de megtaláltam benne azt a jellemző vékonyhájú s rendszeren apró *cardium* ok nagy tömegével jellemzett faunát, a mely mindenhol jellemző e rétegekre. Úgy hogy e lelethely is megerősítette GORJANOVIC-KRAMBERGER K., TELEGDI ROTH LAJOS, PÁVAY-VAJNA K. stb. megfigyeléseit, igazolva azt, hogy HLAVÁCS itt sem vette tekintetbe a már jóval előbb megjelent irodalmat, mert különben nem tette volna azt a kategorikus kijelentést sem, hogy a szarmata és pannoniai képződmények között «átmeneti réteget eddig nem ismerünk». Ő t. i. eme kijelentését 1910-ben tette meg, míg én a szócsáni átmeneti rétegeket 1903-ban ismertettem meg, tehát hét évvel HLAVÁCS munkájának a megjelenése előtt. Szócsáni jelentésemben ugyanis kimutatom, hogy a mint a szarmata rétegtől fölfelé haladunk, fogynak a foraminiferák s a szarmatára jellemző *cerithium*ok, *tapes*, *ervilia*, *trochus*, *bulla* stb. s viszont szaporodnak a *congeriák*, *orygoceras*ok de főleg a *melanopsis*ok (Lyrceák).

Ha HLAVÁCS a tölem fölfedezett átmeneti rétegekről nem akar tudomást venni, sem azok létezését megczáfolni, akkor legalább a FUCHS-tól fölfedezett átmeneti réteget vette volna tekintetbe, melyet ő még 1875-ben fedezett föl.² Ez a «Bau und Bild Österreichs» című műben a 981. lapon FUCHS munkája nyomán szintén mint «Grenzschicht zwischen den

¹ A szarmata és pannoniai képződményeket áthidaló rétegeknek egy klasszikus lelethelye Magyarországon. (Földtani Közlöny. XXXIII. k. 1903.)

² FUCHS: Geologische Studien in den Tertiärbildungen des Wiener Beckens. Nr. XXI. (Jahrb. d. k. k. geol. R.-A. Bd. 25. 1875.)

Congerien- und sarmatischen Schichten» szerepel. R. HOERNES ugyancsak a «Bau u. Bild Österreichs» című munka 971—72. lapján e rétegeket a mäoti-emeletbe helyezi; HLAVÁCS ugyan hét évvel később azt mondja (353. l.), hogy e réteg határozottan pannoniai korszakbeli, de hogy miért, ezt már nem fejt ki. Ebből később SCHAFFER FERENCZ¹ 1906-ban, tehát négy évvel HLAVÁCS munkájának a megjelenése előtt FUCHS kézírata nyomán a következő faunát sorolja föl: «*Columbella scripta* BELL. (4.), *Buccinum duplicatum* Sow. (8.), *Murex sublavatus* BAST. (3.), *Cerithium rubiginosum* EICHW. (gy.), *Acme Frauenfeldi* HÖRN. (gy.), *Trochus pictus* EICHW. (1.), *Nerita* sp., *Paludina immutata* TRFLD. (gy.), *Melanopsis impressa* KRAUSS. (i. gy.), *Melanopsis vindobonensis* FUCHS (21.), *Planorbis tenuis* FUCHS (5.), *Limnaeus* sp., *Cardium cf. simplex* FUCHS (gy.), *Congeria ornithopsis* BRUS. (gy.)».

Ezt az érdekes kevert faunát Bécs környékén több helyen megtalálták, bizonyosságául annak, a mit a szócsáni leletre is mondhatok SCHAFFERREL egyetértően, hogy «die Mischung der sarmatischen Fauna mit der pannonischen (nála pontischen) weist auf keine Unterbrechung der Wasserbedeckung oder gar Erosion hin, wie sie anderwärts beobachtet worden sind».

Erre ott *melanopsis impressa*-s és *congeria ornithopsis*-os pannoniai homok telepszik görgetegekkel. Az a rég ismert tény, hogy a *melanopsis martiniana*-s nagy homok-komplexumba többszörösen közbetelepülnek a *congeria banatica*-s, illetve *cardium*-os márgák, beigazolta, hogy a rétegesoport a pannoniai emelet legalsó részét teszi s így indokolatlan HLAVÁCS ama állítása, hogy a tőlem Budapest területéről ismertetett kőbányai sertéshizlalda kútjából kikerült s Tinnyéről is ismertetett *melanopsis martiniana*-s rétegek nem a pannoniai korszak elejéről valók, hanem későbbi időben rakódtak le s így a szarmata és a pannoniai-rétegek között itt úr lenne. Ilyen ürnek vagy hézagnak föltételezésére annál kevésbé van szükség, mert a mint láttuk, pl. a szócsáni és bécsi kifejlődése a pannoniai emeletnek beigazolta, hogy igenis

¹ Geologie von Wien. II. Teil. P. 108.

nálunk épen úgy van átmenet a szarmata és pannoniai-képződmények között, mint Oroszországban és Romániában, csak HLAVÁCS Gy. nem tud róla, daczára annak, hogy munkájának megjelenése előtt FUCHS 35, én pedig 7 évvel ismertettük meg ez érdekes rétegsort.

Ez faunistikai szempontból egységes rétegcsoport, melyben csak a petrográfiai facies idézi elő a faunabeli faciest. Ugyanis szembeötlő, hogy a *Melanopsis Martiniana* jellemezte fauna, melyet később fogok még jellemezni, teljes gazdagságában kifejlődve — legalább eddigi ismereteim szerint — finomabb és durvább homokhoz, kavicshoz van kötve, míg a *Congeriu banatica* vagy a vékonyhéjú s többnyire kis cardiumok állattársasága márgás, agyagos rétegekből ismeretes, a mi arra vall, hogy ezek zavarosabb, iszaposabb vizet kedveltek, mint a melanopsisos fauna. E faciesviszonyoknak gyakori váltakozása igen könnyen megérthető, ha elképzeljük a pannoniai beltengert számos öblével és a sekély partok mentén keletkezett lagunáival. Magának a tengernek a tükre időnkint emelkedett esetleg több métert, mikor is a partok felé transgredálva, a partok mellett levő, egymástól elkülönült lagunákat s kisebb kiédesedett parti szegély-tavacsákat, pocsolyákat elborította, egyesítette s az ott leülepedett édesvízi rétegekre sósabbvízi üledéknek a települését tette lehetővé. A tenger tükrének apadásával mindig együtt járt a tengertől elhagyott partszegélyen sok kis mocsár keletkezése, melyekben a víz kiédesedett (míg a másik esetleg bepárologva sósabbá lett), így keletkezettek a partok közelében az édesvízi lencsék, melyekbe sok szárazföldi alak is belekerült. De nemcsak a beltenger tükrének emelkedése vagy süllyedése idéz elő a partok mentén nagyobb változásokat, hanem a folyamok beömlése is. A folyamok beömlési helyén keletkeztek pl. a homokos, kavicsos üledékek a *melanopsis martiniana*-s faunával, míg ugyanakkor odébb az iszapos márgás *cardium*-os vagy *congeria banatica*-s réteg rakódott le. A folyó azonban eltorlaszolva torkolatát, bizonyos idő múlva messzebb ömlött be a tengerbe, ott pl., a hol előbb márga rakódott le, s így most erre a márgás üledékekre fogja hordani a kavicsát, homokját. Természetszerűleg a helyi körülményeknek, hogy úgy mondjam

ilyen kicserélődése a faunák kicserélődését, vándorlását vonja maga után. Majd később a régibb viszonyok helyreálltával a faunák ismét helyet cserélnek s ha ezt többszörösen ismétlődve képzeljük el, megérthetjük az alsó-pannoniai emeletnek eme faciesváltozását és ennek többszörös ismétlődését.

E faciesváltozásoknak érdekes példáját szolgáltatja a bécsi medence pannoniai képződménye, melynek tipusos kifejlődését SCHAFFER Bécs vidékéről a következőkben közli:

1. A Fuchstól fölfedezett s már előbb említett jellegzetes faunájú határ réteg, mely a szarmata és pannoniai képződményeket áthidalja s jellemezve van a sok *Congerina ornithopsis* s *Melanopsis impressa*-val. Mint legalsó rétegre telepszik.

2. Tömböket tartalmazó kavics és homokos rétegek *Melanopsis impressa*-val s kevés *Congerina ornithopsis*-sal.

3. Majd tömött zsíros agyagok következnek *ostracoda*-k és kis *bithyniák*-kal s miként Magyarországon is alsó részükben a *Cardium simplex*-hez hasonló kis bordás *cardium*okkal.

4. Majd erre *Congerina Partschii* és *Melanopsis Martiniana*-s homokok, kavicsok települnek tályaggal váltakozva, a mely réteggösszletben alárendelten *Melanopsis vindobonensis* van és kis példányai a *Congerina subglobosa*-nak.

5. Fölé finom homokkal váltakozó tályag telepszik. A tályag fölül homokos s kevés *Congerina Cžjžeki* és *Cardium apertum* var. *Schedelianum*-mal, míg egyes padok *Cardium carnuntinum*-mal vannak telve. A réteggösszlet felsőbb részében *Congerina subglobosa*, *Cardium conjungens*, *Card. apertum*, *Melanopsis vindobonensis*, *Mel. pygmaea*, *Mel. Bouei* és emlős maradványok vannak.

6. Legfölül konkrecziós homokok települnek *Congerina spathulata* és *Cardium apertum*-mal, növényekkel és emlős maradványokkal.

Első tekintetre látni, hogy ez a fauna azonos a mi alsó-pannoniai emeletünkkel, a melyre épen úgy illenek SCHAFFER szavai, mint a mienkre: «Es ist selbstverständlich, dass diese Verteilung der Fauna keinen ausschliesslichen Zug der einzelnen Horizonte bil-

det. Vielmehr treten fast alle Formen in allen Lagen auf und nur das auffällige Vorherrschen in bestimmten Tiefen ist zu einem Kriterium für deren Stellung geworden, die wohl keinen stratigraphischen Wert für sich in Anspruch nehmen kann». (149. l.) S miután, a mint SCHAFER is kiemeli, a rétegsorozat nem mindenhol van teljes egészében kifejlődve: világos, hogy ezek a faunabeli különbségek csak facies jelleggel bírnak. Így tehát a bécsi medenczének ez a homokos kavicsos *lyrcea*-s szintje az ő agyagos *cardium*-os közékveteivel teljesen megfelel a mi alsó-pannoniai emeletünknek. Sőt, ha a gyűjtés a kellő körületekintéssel és óvatossággal történik, akkor a mi alsó-pannoniai emeletünkre jellemző mikrofauna is kikerül, mint ezt a leobersdorfi fauna igazolja.

Láttuk az eddigiekben, hogy HLAVÁCS GYULA a pannoniai emelet eme alsó részének kifejlődését illetőleg teljesen tájékozatlan. Ez az a szint, melyet BRUSINA Sp. a jellemző *Melanopsis (Lyrcea) Martiniana* és *Mel. (Lyrcea) vindobonensis* stb.-ről «*lyrceás szintnek*» nevezett el. Ebbe települnek többszörösen ismétlődve mint facies képződmények ama márgák, melyekre a lapos, vékonyhéjú *dilacna*-k nagy tömege, lapos kis *congeriá*-k, mint a *C. banatica*, *Pisidium? costatum*, *orygoceras*-ok, vékonyhéjú *planorbis*-ok stb. a jellemzők. E képződménynek kifejlődését illetőleg sem sikerült tehát HLAVÁCS-nak az ismereteket a modern fölfogás keretébe illeszteni, mint a mint ezt munkájának főérdemeként kiemeli, sőt ellenkezőleg, minthogy az utóbbi tíz év irodalmát nem ismeri, adatai a legrégebbi, elavult állapotokat tükrözik vissza.

HLAVÁCS GYULÁnak ama kijelentése, hogy a pannoniai medenczében s ennek a bécsi és gráci öbleiben «a mai napig (1910) elért tapasztalataink szerint a pannoniai (nála pontusi) emelet legmélyebb szintjét a *Congerina banatica* R. HOERN. és *Limnocardium Lenzi* R. HOERN. jellemezte rétegek képezik,» annyiból is helytelen, a mennyiben ilyen rétegeket sem a bécsi, sem a gráci medenczéből eddig nem ismerünk.

Hogy azonban a bécsi medenczében is megvannak e szinten belül a petrográfiai s ezzel kapcsolatos faunisztikai faciesek ; bizonyítja az, miszerint a Budapest-környéki alsó-pannoniai képződménnyel faunisztikai szempontból legjobban egyező leobersdorffiban TROLL OSZKÁR szerint¹ szintén van elegyes vízre utaló agyag, majd édesebb vízre utaló márga, sőt édesebb vízre utaló homok is meszes homokkővel és édesvízi mészlencsével. Sőt a mint már láttuk, SCHAFFER három agyagos rétegében is vannak vékonyhéjú bordás *cardium*-okban bővelkedő betelepülések. A tiposus *melanopsis martiniana*-s szintet itt is finomabb és durvább homok képviseli.

Itt a bécsi medenczében a víz kiédesedése nagyobb fokú volt mint pl. Budapest környékén. Budapest környékén s Magyarországon egyáltalában a kiédesedésnek ilyen foka csakis a felső-pannoniai emelet rétegein belül látszik gyönyörűen, pl. a SUCHEUTEL-féle bányában Szentlőrinczen. Mert itt a magyar medenczében csak a pannoniai korszak végén következett be a víz tükrének az a süllyedése, mely megelőzve a tenger teljes visszahúzódását, a bécsi s erdélyi medenczében már a pannoniai korszak közepe táján bekövetkezett. Hogy a tenger visszahúzódása után szárazzá lett bécsi medenczében a tenger tényleg a pannoniai korszakbeli Dunának engedte-e át mindjárt a teret s hogy tényleg a pannoniai korszak második felében rakta-e le a Duna a «belvederei kavicsot», mint ezt HLAVÁCS GYULA állítja, majd később fogjuk látni.

III. HLAVÁCS GY. a pannoniai képződmények települését illetőleg azt állítja, hogy azok párhuzamos településsel, vagy a mint ő a «görögösködő rómaiaskodás» ellen küzdve nevezi konkordansan települnek a szarmata rétegekre. Ismételten kell arra utalnom, a mit «Budapest pannoniai és levantei korú rétegei és ezek faunája» című értekezésemben (308. l.) épen HLAVÁCS GYULÁVAL szemben már hangsúlyoztam, hogy a pannoniai üledékek épen ellenkezőleg, mint ő állítja, eltérő dőléssel,

¹ Die pontischen Ablagerungen von Leobersdorf und ihre Fauna. (Jahrb. d. k. k. geol. R.-A. Wien, 1907.)

(discordansan) települnek a szarmata rétegekre. Ezt különben már előttem SZABÓ J. (1883) és INKEY B. (1892) is hangsúlyozta, csak HLAVÁCS nem akar róla tudomást venni. Nem értem különben, hol vannak HLAVÁCS adataiban állításainak bizonyítékai, mikor a szarmata rétegeknek Gubacsnál 5 h 25°, Kőbányán pedig a LEHNER-féle téglagyár bányájában 12 h dőlését mérte, míg a pannoniai rétegek szerinte is, mint INKEY szerint, KDK (7·5 h)-re dőlnek. Különben, hogy a pannoniai rétegek nem települhettek zavartalan nyugodtsággal a szarmatára, kitűnik abból is, hogy HLAVÁCS szerint a szarmata és pannoniai rétegek leülepedése közötti időben nagyobb térszíni mozgások történtek. Ő ugyanis azt mondja: a szarmata korszak «végén a hegységeket létrehozó erők erősebb működése következtében a víz terjedelme jóval kisebb, az egykori szarmata tenger partjai mentén igen számos helyen szárazzá lett...»

Hogy a lyrceás homokban megvan a *congeria banatica*-s vagy ezzel egyenértékű faunát bezáró *cardiumos* márgás facies, vagy hiányzik; vagy ha megvan, csak egyszer vagy többszörösen ismétlődve van-e betelepülve: ez mind a pannoniai korszakban uralkodott helyi viszonyoktól függ, a mi azt hiszem az általános beosztást nagyjában nem módosítja.

IV. HLAVÁCS az alsó-pannoniai képződmények rétegtani viszonyait (sztratigrafiáját) illetőleg két helytelen kijelentést tesz. Az első, hogy a legalsó szint *congeria banatica*-s márga s e fölé telepszik a «lyrceás szint». Ezzel HLAVÁCS a budapesti alsó-pannoniai emeletre vonatkozó ismereteket nemcsak hogy az újabb fölfogás keretébe nem illesztette, hanem egyszerűen a majdnem két évtized előtt megdöntött s így elévült álláspontra helyezte. A másik állítása az, hogy a *Congeria unguia-caprae* (melyet ő következetesen *Congeria Hörnesi*-re keresztel) s *Congeria Partschii* tömeges föllépésével jellemzett rétegek egykorúak a lyrceás szinttel, tehát az alsó-pannoniai emeletbe tartoznak. Ezeket ő mind csak odavetőleg állítja a nélkül, hogy bármivel bizonyítani tudná.

Erre vonatkozólag utalok a kivételesen HLAVÁCStól is idézett munkámra, «Die pannonische Fauna von Budapest» (288. l.)

eziműre, melyben faunisztikai alapon kifejtem, hogy a *Congeria unguia-caprae* tömeges föllépésével jellegzett rétegek a felső- és nem az alsó-pannoniai emeletbe tartoznak. E faunisztikai jellegekre mindjárt reá fogok térni az alsó- és felső-pannoniai emelet jellegzésénél. Itt csak azt akarom megjegyezni, hogy e *congeria unguia-caprae*-s rétegek legalján levő s így közvetlenül a szarmata mészre települő rozsdás kavicsokban Budapest-Rákoson is olyan alakokat gyűjtöttem a *Congeria Partschi* mellett, melyek a felső-pannoniai emeletre jellemzők, mint a *Limnocardium Penslii* FUCHS sp. *Limn. secans* FUCHS sp., *Limn. subdesertum* LŐRENT. és *Limn. Steindachneri* BRUS. sp.

Daczára annak, hogy én már 1902-ben kifejtettem ezt s daczára annak, hogy e munkámat már kivételesen HLAVÁCS is ismeri, mindamellett nem fogadja el a tőlem használt beosztást, de viszont azt sem tudja megindokolni, hogy miért nem. Pedig nagyon szeretném az ellenérveket hallani, melyek a tőlem elfogadott beosztás ellen szólnak.

Az tény, hogy itt Budapest környékén, és pedig a Duna balpartján, a rétegek településével nem igen lehet beigazolni, hogy a *congeria unguia-caprae*-s alján *cong. Partschi*-s rétegek nem egykorúak (faciese) a sertéshizlalda kútjából tőlem ismertett lyrceás szinttel, mert mindkettő egyaránt a szarmata mészre telepszik. Igaz ugyan, hogy egyrészt a sertéshizlalda kútjában föltárt lyrceás rétegek térszínileg valamivel mélyebben fekszenek, mint a téglagyárak bányáiban föltárt *cong. Partschi*- és *cong. unguia-caprae*-s rétegek; másrészt pedig az is tény, hogy ezek a téglagyárak bányáiban föltárt rétegek KDK dőlésökből következtetve a lyrceás szint fedőjébe esnek.

Azt későbbi vizsgálatok fogják talán magállapíthatni, hogy mi az oka annak, hogy a két szint, sőt emelet, rétegei sehol sem találhatók itt a közelben egymásra települve. Föl kell tételeznünk, hogy vagy a pannoniai korszak elején, a lyrceás szint lerakódása idejében, a mai téglagyárak agyagbányáinak fekvőjét tevő szarmata rétegek kiállottak szigetként a tengerből s csak a pannoniai korszak második felében öntötte el őket a víz, vagy pedig a sokaktól elfogadott pannoniai korszak eleji erroziót kell elfogadnunk.

Meg kell jegyezni azonban, hogy én ez erroziót sokkal kisebb térre szorítottam, mondhatnám lokálisabbnak tartom, mint a minőnek sokan tartják. Ha magyarázatként, az előbb mondottakra, az erroziót fogadjuk el, akkor a dolog világossá tétele céljából, még azokról a Hlavács Gyulától is említett nagyobb térszíni mozgásokról kell szólnom, a mely mozgások itt a Nagy Magyar-Alföld szélén kisebb mértékben talán még ma is működnek. Hogy ezek a pannonban is működtek, erre még több bizonyítékot fogok újabbi megfigyeléseim alapján is fölhozni. Most itt csak a pannoniai korszak elején működött tektonikus erőknél hatására akarok utalni, a mely hatások eredményei Budapest-Kőbányán és Rákoson több helyen észlelhetők. Így a mint ezt a «Budapest pannoniai és levantei korú rétegei és ezek faunája» című munkámban emlitem (315. l.), az ÖRLEY-féle rákosi téglagyár bányájában a szarmata mészkő ÉD törésvonal mentén 5 m-rel van elvetve, e vetődésben azonban a reá települt *congeria Partschii*- és *cong. unyulacprae*-s pannoniai rétegek már nem vesznek részt, jelezve, hogy a vetődésnek a felső-pannoniai rétegek leülepedése előtt kellett bekövetkezni.

Anyagom monografikus földolgozása alkalmával számos vetődési irányra és vonalra fogok még hivatkozni; itt csak egy, már a rákosszentmihályi Sashalom kavicsainak koráról írott értekezésemben¹ közöltem szelvényre akarok utalni (1. sz. szelvény), melyen a szarmata-mész kb. 30 m-rel van lesülyedve.

Ha a pannoniai korszak eleji erroziót elfogadjuk, akkor e vetődésekkel kapcsolatban az alsó-pannoniai emelet rétegeinek elhordását úgy lehet elképzelni, hogy a lyrceás szint egy részének leülepedése után kezdett csak itt Kőbánya és Rákos környékén az errozió működni, a mely teljesen errodálta e képződményt, kivéve azt a kis foltot, melyet az EIGEL-féle sertéshizlalda kútja tárt föl. Ennek a megmaradását csakis úgy lehet megmagyarázni, hogy vetődésekkel határolt kútszerű mélyedésbe jutott, a melyből az errodáló erő nem tudta kimosni.

¹ Földtani Közlöny. XXXIV. köt. 1904.

A térszin illetén kialakulásának figyelembe vételével itt *Budapest* területén is meg lehet állapítani, hogy a *congeria ungula-caprae*-s, *congeria Partsch*-s rétegek nem facies képződményei a lyrcéas szintnek, hanem ennél fiatalabbak. Ezt a tényt azonban szemmel láthatóbban igazolják más lelethelyek, így a Zágráb-hegységbeliek, melyekről GORJANOVIC-KRAMBERGER K. a többek között a következőket írja¹ a rétegek szintezéséről szólva: «... als auch die nächst tiefere, die der *Congeria Partsch* zu konstatieren. Unter diesen Etagen folgen noch die tiefsten Glieder der pontischen Abteilungen: der Sandstein von Bacun und Sandsteine mit *Melanopsis Martiniana*».

Annak a beigazolására, hogy a *congeria ungula-caprae*-s rétegek magasabb szintbe tartoznak mint a «lyrcéas szint», nem kell különben Zágrábig sem mennünk, mert erre megtaláljuk a bizonyítékot a Balaton mellékén, a mit magának HLAVÁCSNAK — úgy látszik tőle is elfeledett munkája — igazol.² Ő ugyanis itt teljesen a *congeria ungula-caprae*-s, valamint a reátelepülő *congeria balatonica* és *triangularis* jellemezte rétegeket egy csoportba foglalja, csak abban téved, hogy ezeket külön középső pannoniai emelet képviselőinek tartja.

Különben hogy a budapest-kőbányai sertéshizlalda kútjából kikerült lyrcéas szintnek nem e gyakorú faciese a budapest-rákosi *congeria ungula-caprae*-s szint, a mint ezt HLAVÁCS Gy. állítja, az eddig fölhozottakon kívül azt hiszem abból is kitűnik, hogy a két faunában csak egy közös faj van, a *Congeria Partsch* (Číž).³ Holott ha egykorú rétegek volnának, lehetetlen ilyen nagy közelség mellett, hogy több közös fajuk ne lenne.

Különben ez alábbiakban fölhozandókkal azt hiszem min-

¹ Die Gliederung des Pliozäns am südlichen Abhange des Agramer Gebirges. (Verhandl. d. k. k. geol. R.-A. Jahrg. 1897.)

² A balatonmelléki pontusi korú rétegek faunája. Budapest, 1902. 74. lapon lévő táblázat.

³ A másik közös fajról, a *Planorbis solenoëides*-ről kiderült, hogy a *Congeria ungula-caprae* jellemezte kőbányai rétegekből tőlem ilyen néven említett példányok új fajnak, a *Pl. parvulus* LÖRENT.-nek képviselői s így a *Pl. solenoëides* eddig csak az alsó-pannoniai emelet sajátja.

denkit sikerül meggyőzőnöm a felől, hogy nemcsak hogy nem egykorú e két szint, hanem hogy az alsó és felső-pannoniai emelet közötti határt épen e két szint közé kell húzni. Hogy ezt tehessem, röviden összefoglalom újból¹ a pannoniai képződmények két emeletének jellegeit, megjegyezve, hogy az emlős maradványok alapján, melyek még nálunk kellőleg tanulmányozva nincsenek, párhuzamosításokat vagy szintezéseket nem lehet tenni.

Az alsó-pannoniai emeletben a fauna főleg apró fajokból áll, minő a *Congerina Mintonfii* LÖRENT., *Cong. scrobiculata* BRUS., az indiai édesvizekben élőkre emlékeztető kis *planorbis*-ok, a Kelet-Ázsia édesvízi hydrobiidæ-ire emlékeztető *hydrobia* félék, mint a *caspia* és nyílt tekercsű *baglivia* apró kis tuskés *cardium*-félék, mint a *Didacna (Pontalmyra) Androssowi* LÖRENT. var. *spinosa* LÖRENT., tojásdad keresztmetszetű *orygoceras*-ok, *papyrotheca*-k. A nagy alakok közül legfontosabbak a *lyrcea*-k, mint a *Melanopsis (Lyrcea) Martiniana* FÉR., *Mel. (Lyrcea) vindobonensis* FUCHS, *Melanopsis (Lyrcea) impressa* KRAUSS. var. *Bonellii* E. SISMD. s egyéb *melanopsis* tömeges előfordulása.

Nagy mennyiségben szerepelnek a nagy *congeria*-k közül főleg a *Cong. ornithopsis* BRUS., máshol a *Congerina subglobosa* PARTSCH stb. valamint a *Melania (Melanoides) Escheri* alakkörébe tartozó nagy *melanoides*-ek. Nagy *limnocardium*-ok, *unio*-k és *vivipara*-k elvéteve vannak, míg a felső emeletben ezek uralkodnak. Hiányzanak itt eddigi ismereteink szerint az *anodonta*-k, *dreissensia*-k, *dreissensiomya*-k. Ez inkább a homokos és kavicsos facies faunája, míg a közbetelepült márgás, agyagos rétegekben a következő alakok vannak: *Congerina banatica* R. HÖRN., vékonyhéjjú *cardium*-félék, melyek néha tetemes nagyra nőnek, mint a *Limnocardium sirmiense* és *L. Lenzi* R. HÖRN., a legtöbb vékonyhéjjú kis alak a *Didacna (Pontalmyra) tinjeana* LÖRENT. alakkörébe tartozik, melyek helyenkint egész rétegeket töltenek meg. Elterjedt faj a *Pisidium? costatum* KRAMB-GORJ. Gyakoriak itt is az *orygoceras*-ok, a szifónélküli *valenciennesia*-k és a nagy *lymnaea*-k.

¹ LÖRENTHEY: Adatok a balatonmelléki pannoniai korú rétegek faunájához és sztratigrafiai helyzetéhez. (Balaton-bizottság munkálatai, 1905.)

A két facies közötti különbség a bezáró rétegek közettani minemiségében leli magyarázatát, a márgás, agyagos rétegek, melyek a vizet kevésbé bocsátják át, alkalmasak a vékonyhéjú alakok megőrzésére, míg ellenben a homokos, kavicsos faciesben csakis a nagy *lyrcea*-k, *melania*-k és *congeria*-k maradnak meg, míg a vékonyhéjú kis alakokat a gyorsan átszivárgó vizek föloldják, ezek közül csakis azok maradnak meg kövült állapotban, melyek valamely nagy csigaház belsejébe jutva megvédettek a kilugozástól s elmállástól.

A felső-pannoniai emeletre jellemzők a nagy és díszes *cardium*-félék, *Budmania*-k, de különösen a *limnocardium*-ok, melyek itt nagy fajsúlyban szerepelnek, míg az olyan kis alakok, mint a minők az alsó-emeletre jellemzők, vagy a *didacna*-k itt igen ritkák. A szarmata típusú *lyrcea*-k, mint az *impressa* var. *Bonellii*, hiányzanak, a *Martiniana* pedig ritkaság számba megy, míg az alsó emeletre ezek jellemzők; itt a tüskékkel erősen díszített *melanopsis*-ok is ritkák. Itt szerepelnek szifos *valenciennesia*-k és *dreissensiomya*-k, itt jelennek meg az *anodonta*-k, *dreissensia*-k és *vivipara*-k s már teljesen hiányoznak eddigi ismereteink szerint legalább az *orygoceras*-ok.

Ezek a közös jellegek olyan szorosan összefűzik az alsó- és felső-pannoniai emelet rétegeit egymás között s viszont olyan élesen szembeállítják a két emeletet egymással, hogy a *Congeria triangularis* és *balatonica* tömeges föllépésével jellemzett szintet külön középső pannoniai emeletként elkülöníteni, mint azt HLAVÁCS teszi, de megindokolni nem tudja, lehetetlen dolog. Eme állítást támogatja az a tény is, hogy GORJANOVIĆ-KRAMBERGER K. Horvát- és Szlavonország geológiai térképéhez írott magyarázó szövegében ezeket mondja: ¹

¹ Geologische Übersichtskarte des Königreichs Kroatien-Slavonien. (Erläuterungen zur geologischen Karte von Agram. 1908.)

Limnocardien (L. Schmidt) und 2. einem unteren aus Süß- und Brackwasser-Ablagerungen bestehenden Komplex, umfassend zu oberst den Lyrcea-Horizont, ferner brackische Mergel mit *Congerina Partschii*, *Valenciennesia Arthaberi*, *Val. Langhofferi*, *Val. limnaeoidea*, als auch Mergel mit *Congerina banatica*, *Limnaea Pančići*, darunter wieder Flußschotter mit *Melanopsis Martiniana*, oder stellenweise Mergel mit *Planorbis* und *Limnaeus*, endlich Sandsteine mit *Kongerien* und *Kardien*».

Ha HLAVÁCSsal egyetértve külön középső-pannoniai emeletet akarnánk megkülönböztetni, akkor oda kellene számítani a *congerina unguia-caprae*-s szintet is, minthogy ez az alsó-pannoniai emelet és HLAVÁCS középső szintjét képviselő *cong. triangularis* és *balatonica*-s szint között van.

GORJANOVIĆ-KRAMBERGERnek eme beosztása mindenben igazolja, hogy HLAVÁCS hibázik, mikor három részre tagolja a pannoniai emeletet, valamint hogy a tekintetben is elévült állásponton van, miszerint a *congerina banatica*-s szint külön szint, mely legalulra helyezendő, holott a mint én ezt már előbb kifejtettem, nálunk épen úgy, mint Zágráb környékén és egyebütt is, nem egyéb mint a «lyrceás szint» faciese.

E *congerina banatica*-s s vele egykorú *cordiumo*-s márgáknak külön szintként való fölfogása ellen bizonyít az a szoros genetikus összefüggés, mely a szarmata és alsó-pannoniai emelet *melanopsis*-os faciesének faunája között van. E szint közbetelepülésével ugyanis megszakítás állana elő a két fauna között.

Most még csak röviden utalni akarok arra a viszonyra, melyben a Budapest-környéki pannoniai rétegek és a külföldiek vannak.

A mi alsó-pannoniai emeletünk, valamint a bécsi és erdélyi medencze hasonló korú képződményei megfelelnek a romániai és oroszországi *maeoti emeletnek*. Melyben részben sok szarmata alak van még, mint *Szócsán*-on, vagy egyebütt is, pl. a *Limnocardium obsoletum*, *Didacna (Pontalmyra) Tinnyeana*,¹ *Didacna*

¹ E fajt «Die pannonische Fauna von Budapest» című munkámban *Pontalmyra Jagici* BRUS. néven írtam le, minthogy BRUSINA gyűjtemé-

(*Pontalmyra*) *Andrussowi* és ennek *spinosa* változata. *Melanopsis* (*Lyrcea*) *impressa* alakkörébe tartozó alakok különösen a *Bonellii* és *Matheroni*, *orygoceras*, *baglivia* s egyéb apró kis *hydrobiidae*, másrészt pedig több a szarmatára emlékeztető faj, mint pl. a *Limnocardium*? *Čekusi*, *Limn.*? *Kosići* stb. Meg vagyok róla győződve, hogy ha a mi magyarországi, még jórészt ismeretlen szarmata képződményeinket részletesen megismerjük, mindenki előtt világossá lesz a szoros összefüggés, mely a szarmata és az alsó-pannoniai üledékeink között van. Mert ahogy eddig e képződményeket ismerem, merem állítani, hogy majdnem nagyobb a hézag a felső és alsó-pannoniai emelet faunája között, mint az alsó-pannoniai és szarmata között. Eme nézetemnek felel meg különben lényegileg ANDRUSSOWNAK «Fossile und lebende Dreissensidæ Eurasiens» című munkájában közölt IV. táblázata (104. l.), melyben ő a bécsi medenceze pannoniai rétegeit a mi *lyrceás szintünkkel* és *congeria banatica*-s faciesünkkel egyetemben egyenértékűnek veszi a *maeoti emelettel* s mindezt a miocén legfelső tagjának tekinti. Míg a pliocén alsó részébe teszi a belvederei kavicsot és a szerinte ezzel egyenértékű *congeriás* rétegeket, azaz a mi felső-pannoniai emeletbeli rétegeinket, valamint a romániai és oroszországi hasonlókorú úgynevezett «pontusi» rétegeket.

A felső-pannoniai emeleten belül ugyancsak megvannak az edesebb és sósabb vízi faciesek, melyek megnehezítik a távoli lelethelyek szintjei egykorúságának a megállapítását,

nyében akkoriban, mikor a tinnyi anyagomat ott összehasonlítottam, ilyen néven szerepeltek az alakokkal megegyező példányok. Az Iconographiájában később más fajt ábrázolt ilyen néven s így én, a mint a balatoni munkámban is kifejtettem, kénytelen voltam ennek új nevet adni. Daczára annak, hogy én e nevet 1905-ben vezettem be az irodalomba, HLAVÁCS még 1910-ben sem vett róla tudomást, hanem fajomat, a mint ő mondja, helyesbíti *Stoosi*-ra, holott ilyen fajt BRUSINA nem is állított föl, csak egy *Štoosi* nevű fajt ábrázol Iconographiájában, a mely a mint balatoni munkámban kifejtettem nem azonos fajommal, de ha azonos lenne is, az elnevezést illetőleg az én fajomé volna az elsőség, a mennyiben 1902-ben már szabályszerű leírással és ábrával volt az irodalomba bevezetve.

Ezekről itt nem akarok részletesebben szólni, bár csak a HLAVÁCS-tól lekicsinyelt SUCHETL-féle bányá rétegsorára kellene utalnom, ezt azonban nem teszem, minthogy az anyag monografikus földolgozásakor erről úgylis részletesen fogok szólni.

Ez a felső emelet az, mely az oroszországi és romániai tulajdonképeni pannoniai emeletnek felel meg, minthogy az alsó részt itt mindenütt a maeoti emelet teszi. Romániában a mi pannoniai emeletünkre jellemző fajok közül szerepelnek: *Congerina rhomboidea*, *Valenciennesia Reussi*, *Cardium Steindachneri*, *Vivipara Fuchsi*, *Hipparion gracila* stb.

Igen világosan látni már ma, mikor e közép-európai pliocénnek faunáját eléggé ismerjük, hogy a mi alsó-pannoniai rétegeink s a meoti emeletrétegei a szarmata tengerrel való összeköttetésre, míg a felső pannoniai rétegeink a Pontus euxinussal való összefüggésre utalnak. Ezért némileg indokolt azok eljárása, a kik az alsó részt a miocénbe, míg a felsőt a pliocénbe veszik. Különbösen arra, hogy a mi alsó-pannoniai emeletünk mennyire szarmata típusú, ANDRUSSOW professzornak ama kijelentésére hivatkozom, melyet «Studien über die Brackwassercardiden. Didacna» című munkájában tesz (10. l.): LÖRENTHEY pannoniai gyűjteményének gyors megtekintése benne azt a benyomást keltette, a mit különben LASKAREV professzorban is keltett, hogy az (t. i. a tinnyi fauna) megfelel az oroszországi «alsó congeriás réteg», sőt a felső szarmata rétegeknek is.

HLAVÁCS Gy. a pannoniai korszak második felében a gráci és bécsi medenczében bekövetkezett változásokról szólva ezeket mondja: «... a tó szűkebb térre szorul, vize mindinkább veszt sótartalmából, nyugaton a bécsi és gráci öböl szárazzálesz. A folyóvizek kezdik meg romboló és építő munkájukat s a pontusi korú (helyesen *pannoniai korszakbeli*) «Duna» lerakja azt a hatalmas kavicskúpot, melyet belveder-kavics (helyesen *belvederei kavics*) néven ismerünk». (284. l.)

Eme állításon nem csodálkoznám, ha Hlavács Gy. maga munkája fő céljául nem azt tűzi ki, hogy az adatokat «az újabb fölfogás keretében» egységes képpé egyesítse. De eme kijelentése után csodálkoznunk kell azon, hogy nem ismeri a belvederei kavicsokra vonatkozó újabb irodalmat, illetve annyira újabbat, hogy 1902-ben, tehát Hlavács munkája előtt csak 8 évvel jelent meg. Dr. Schaffer F. ugyanis «Die alten Flussterrassen im Gemeindegebiete der Stadt Wien», majd «Geologie von Wien» cz. munkájában kimutatja, hogy a belvederei fauna nem a kavicsból vagy a kavicsba települt homokból származik, hanem az alsó-pannoniai homokból, mely, a mint mondja, «a congeriás rétegekkel» van szoros kapcsolatban, míg a kavics egyenlőtlen településsel (diskordansan) vagy a homokra, vagy az agyagnak barázdáiba és zsákjaiba telepszik s miután tehát a belvederei fauna nincs összefüggésben a belvederei kavicscsal, Schaffer a mindenkori félreértés elkerülése szempontjából helyesen elveti a belvederei kavics elnevezést, miután ez két különböző terrasse kavicsából áll: a régebbi laaerbergi-ből s a fiatalabb arsenali-ból.

Ezt Schaffer következőképen okolja meg: «minthogy a belvederei fauna nem a belvederei kavicsból származik s vele semmi rétegtani viszonyban sincs, kénytelen voltam, sőt csakis ilyen módon adhattam ennek kifejezést, hogy az egyikét eme kifejezéseknek elvetem. Minthogy azonban a Belvedere-fauna megjelölés — különösen külföldön — teljesen átment a tudományos irodalomba, ezt meg kellett tartanom s a másikat (Belvedere-sand) elejteni».

Schaffernek ezzel a fölfedezésével, hogy ez a kavics tömeg egészében nem egyidejű képződmény a mi felső-pannoniai emeletünkkel, hanem az alsó része valószínűleg még levantei, még legalább is a felső, vagy esetleg az egész pleistocén: elesik Hlavács Gyulának az az állítása is, hogy ezt a pannoniai korszakbeli «Duna» rakta le s elesik minden egyéb ehhez fűzött következtetése.

Később látni fogjuk, hogy a mi Budapest-környéki kavicsaink is részben levanteiek, részben pedig pleisztocének, a mint én

ezt már 1906-ban «Budapest pannoniai és levantei korú rétegei és ezek faunája» című értekezésemben jeleztem.

Azzal azonban, hogy SCHAFFER kimutatta, miszerint a «belvederei kavics»-nak nevezett kavicsok jóval fiatalabbak, mint eddig hitték, bizonyos ür keletkezett a bécsi medence pannoniai korszakbeli rétegei és eme kavicsok között, a mely űrt, a mint maga SCHAFFER is mondja, kényelmes volt azelőtt az úgynevezett «belvederei kavics»-csal kitölteni.

Az az érdekes hasonlatosság, mely az Angern melletti Mannersdorf és a Magyar Általános Hitelbank szentlőrinczi vagy Budapest-Szentlőrinczi r.-t. téglagyárának bányájában föltárt pannoniai képződmények kifejlődése között van, megindokolja, hogy ezzel foglalkozzam, annál is inkább, mert azt hiszem, megközelítem az igazságot akkor, a mikor ezeket az alsó-ausztriai rétegeket tartom ez űr kitöltőinek. KIRTL E.,¹ majd FUCHS T.² tanulmányozta a mannersdorfi föltárásokat s mindketten kifejezést adnak a fölötti meglepetésüknek, hogy a mint FUCHS írja (45. l.), az itteni «márgában semmi nyoma a congeriás rétegekben közönséges cardiumoknak és congeriáknak, hanem csakis kevés nyoma van az unio-knak és szárazföldi helix-eknek, miért is e márgát édesvízi üledéknek kell tartanunk és nem elegyesvízünek, mint a milyenek a congeriás rétegek». FUCHS megjegyzi, miszerint ő csak azt fűzi még ehhez: «hogy a congeriás rétegek közönségesen ismert faunájából itt nemcsak a cardium-ok és congeriá-k, hanem a melanopsis-ok és vivapara-k is hiányoznak, miáltal e rétegek faunisztikai jellege még idegenszerűbbé lesz». E pados, márgás rétegekben helyenkint homok- és kavicslencsék vannak, gerinces csontokkal, mint «*Mastodon longirostris* KAUP., *Dinotherium giganteum* KAUP., *Rhinoceros cfr. Schleiermacheri* KAUP.,

¹ Die jungtertiären Säugethierfunde in den Mannersdorfer Ziegelei bei Angern. (Annalen des k. k. Naturhist. Hofmus. 1891. 1892.)

² Über eine neuartige Ausbildungsweise pontischer Ablagerungen in Niederösterreich. (Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. Math.-naturw. Klasse. Bd. CXI. Abt. I. 1902.)

Hipparion gracile KAUP., *Amphicyon Gutmanni* KITTL.»; majd a márga alatti kvarczkavicserekben (Schnüren von Quarzgeröll) egy helyen nem ritkák a *Helix Turonensis*-re emlékeztető *helix*-ek.

A mely sajátságok ezeket a pliocén-rétegeket megkülönböztetik a bécsi medence többi úgynevezett «congeria-s» rétegtől, úgymint a *cardium*-ok, *congeria*-k és *vivipara*-k hiánya, ezek mind olyan jellegek, melyek viszont nagy megegyezést mutatnak a mannersdorfi és a szentlőrinczi rétegek között.

A szentlőrinczi téglagyári bánya főleg agygrétegeket tár föl, a melyek itt-ott homokosak. E rétegekből már INKEY BÉLA¹ említi a következőket: *Helix* *cfr. robusta* ROSS., *Melanopsis Bouéi* FÉR., *Neritina radmaneste* FUCHS, *Planorbis* *sp.* és *Unio* *sp.* Később én a bánya mélyesztése után hat méterrel mélyebben kizárólag *helix*-eket találtam, melyeket, a mennyire többé-kevésbé összenyomott voltukból megítélhető, *Helix (Tacheocampylaea) Doderleini* BRUS.-nak határoztam meg. *Melanopsis*-t nem találtam, de valószínű, hogy INKEY faja az azóta föllállított s a felsőbb szintekben elterjedt *Melanopsis Entzi* BRUS.-vel azonos. A korhadtnövényektől feketésre festett agygrétegekben, melyek tipusos mocsári üledékek, a *Hipparion gracile* KAUP. *sp.*, *Tragoceros Lóczyi* *nov. sp.*, *Cervus Lóczyi* POHLIG, *Rhinoceros* *cfr. Schleiermacheri* KAUP., *Mastodon* *sp. ind.* csontjai gyakoriak. Egy hyénát pedig dr. SCHRÉTER ZOLTÁN ismertetett innen.²

Egyrészt ez a faunabeli egyezés, mely az alsó-ausztriai és szentlőrinczi lelethelyek között van, másrészt pedig abban a negatív jellegben való megegyezés, hogy mindkét helyen hiányoznak a *cardium*-ok, *congeria*-k, másrészt a *vivipara*-k: följogosítanak arra, hogy ezeket egykorúaknak vegyem. Igaz ugyan, a mint TROLL is megjegyzi,³ hogy a pannoniai korszakbeli s kizárólag a klímától befolyásolt szárazföldi mollusca-k hosszabb

¹ Pusztaszent-Lőrincz (Pest m.) vidékének talajterképezése. (A m. kir. Földtani Intézet Évkönyve. X. köt. 1892.)

² Földtani Közlöny. XL. k. Ülési jegyzőkönyv 679. lap. 1910.

³ Die pontischen Ablagerungen von Leobersdorf und ihre Fauna. (Jahresb. d. k. k. geol. R.-A. Bd. 57. 1907.)

életűek mint az elegyesvizek ingadozó sótartalmától befolyásolt belvizek. Mindazonáltal azt hiszem, nem tévedek, ha ezeket a rétegeket a pannoniai emelet felső részébe helyezve egyenértékűeknek tekintem a *congeria rhomboidea*-s szinttel, mint annak teljesen kiédesedett partszegélyi üledékét. A milyer. édesvízi üledékeknek keletkezése úgy a bécsi medenczében, mint itt Budapest környékén szépen magyarázható a tenger fokozatos visszahúzódásával, leapadásával, a mivel karöltve jár a partszegélyi tavak keletkezése. FUCHS TIVADAR a mannersdorfi rétegeket csak pannoniai korszakbelinek mondja s tartózkodik a pontosabb kormeghatározástól, s hogy én tovább menve azt a felső-pannoniai emeletbe, sőt talán annak felső részébe helyezem, erre épen a szentlőrinczi viszonyok jogosítanak föl. Szentlőrinczen ugyanis épen úgy, mint Mannersdorfon, legfölül pleisztocén kavicsüledékek vannak, ezek alatt azonban Szentlőrinczen a Magyarországból eddig legfiatalabbnak ismert s az *Unio Wetzleri* HÖRN. (non DUNK.) tömeges föllépésével jellegzett finom kvarczos homok telepszik; míg alája itt Budapest környékén, a rétegek dőléséből ítélve, a belsőbb övben elterjedt *congeria triangulavis*-os és *congeria balatonica*-s rétegek nyúlnak.

A helixes és emlős maradványokat tartalmazó rétegek fölé települt pannoniai homokból én «Budapest pannoniai- és levanteikorú rétegei és ezek faunája» című értekezésemben a következő faunát ismerttettem meg: *Unio Wetzleri* HÖRN. (non DUNK.), *Congeria Neumayri* ANDR., *Pisidium sp. ind.*, *Planorbis (Coretus) cornu* L., *Helix (Tachea) baconicus* HALAV. (?), *Helix (Tacheocampylaea) Doderleini* BRUS. (?), *Vivipara Fuchsi* NEUM., *Melanopsis praemorsa* L., *Melanopsis Entzi* BRUS., *Melanopsis sp. ind.*, *Valvata Entzi nov. sp.*, *Valvata Entzi* LÖRENT. var. *tricarinata n. form.* és *Neritina (Clithon) sp. ind.*

Daczára annak, hogy én már 1906-ban megismerttettem a 13 fajból álló faunát, HLAVÁCS GYULA a négy évvel később megjelent munkájában mégis csak öt fajt említ innen.

★

Ezek előrebocsátása után áttérek kutatásaim tulajdonképeni eredményére. Budapest geologiai térképe nem sok kecsegtetőt

nyújt a pannoniai üledékeket illetőleg, a mennyiben a «Budapest pannoniai- és levanteikorú rétegei és ezek faunája» című értekezésben ismertetett lelethelyek is csak részben vannak a térképen föltüntetve, az itt ismertetett területtől keletre és északra levő területen pláne kevés pannoniai folt szerepel, a mennyiben a térkép szerint majdnem az egész területet diluvialisnak vett homok, kis részben alluvialis futóhomok és nagyon kevés zsombék foglalja el.

Az irodalomban e terület pannoniai rétegeiről csakis BÖCKH JÁNOS,¹ SCHMIDT S.,² TIMKÓ IMRE³ s csekélységem írtak. A már említett «Budapest pannoniai- és levanteikorú rétegei és ezek faunája» cz. dolgozatomban a Budapesthez közelebb levő területről értekeztem. A távolabbi vidéket, a Duna-Tisza közötti homokhátnak a Mátrával érintkező északi részét főleg BÖCKH és TIMKÓ méltatja. BÖCKH J. kimutatja e rétegeket Mogyoródról az Ordítóerdő két árkából és a Veresegyház és Szada közötti szőlőhegy árkaiból, a mit különben a térképen is föltüntet s megemlíti a pannoniai rétegek (congeria-képlet) tárgyalása végén, «hogy a Gödöllő és Aszód környékén oly roppant mennyiségben előforduló homok és agyag egy része még ide tartozik. Képviseelve lévén azonban itt még hasonló agyagból álló fiatalabb képletek is, kövületek hiányában nehéz kimondani, mi tartozik még a congeria-képlethez». A Duna-Tisza közötti homokhát utóbbi kövületmentesnek látszó rétegeiről TIMKÓ IMRE is hasonlóan nyilatkozik, a mennyiben azt mondja, hogy e vidék legrégibb képződménye a pannoniai homok, homokkő, homokos márga és agyag. A rétegösszlet fölül inkább homokos és homokköves, márgás, meszes, míg alsó részében úgy látszik inkább agyagos. E képződmény hatalmas vastagságáról fogalmat nyújt a TIMKÓ közölte két adat, a mely szerint az isaszegi Ilka-

¹ Fóth, Gödöllő, Aszód környékének földtani viszonyai. (Földtani Közlöny. II. köt. 1872.)

² Czinkota geologiai viszonyairól. (Földt. Közlöny. XXIII. k. 1893.)

³ Budapest dunajobbparti környékének, továbbá Gödöllő—Isaszeg vidékének agrogeologiai viszonyai. (Fölvételi Jelentés 1907-ről. Megjelent 1909-ben.)

majorban 300, a Szentgyörgy-puszták fűrott kútjában pedig 500 méterig hatoltak le benne. Kövületeket sem Böckh J., sem Trnko I. nem említ e rétegekből.

Kövületes rétegeket eddig az irodalom alapján csakis SCHMIDT S. és az én munkám alapján ismerünk mint legkeletibb helyekről Czinkotáról és Csömörről s mint legszakkeletibb helyekről Böckh J. munkája alapján Mogyoródról és Veres-egyházzról.

A pannoniai képződményeknek czinkotai előfordulásait SCHMIDT S. s az ő nyomán SCHAFARZIK és HLAVÁCS is ismertette. Én itt csak annyit akarok megjegyezni, hogy Czinkotán a falu DNY végénél az országút és a duzzasztott tó közötti mai vásártéren, a SCHMIDT-től «falusi vályogvető»-nek nevezett s ma már benövöfélben levő föltárásban a képződmény közvetlenül a *Pecten (Aequipecten) praescrabriusculus*-os homokra települt kékes, helyenkint rozsdás agyagos homokból sok *Congeria Purtschi* Czjz. példányt gyűjtöttem.

E lelethely mai állapotában igazolja azt, a mit SCHMIDT S. csak föltételezett, hogy t. i. itt a pannoniai rétegek közvetlenül az alsó mediterránra települnek. Ugyanezt igazolja a HLAVÁCS-tól közölt mátyásföldi kütszelvény is. Egyébként, hogy egész Czinkota altalaját a pannoniai képződmény teszi, melyet csak itt-ott főd el kavics és humusz, igazolja az az érdekes nagy föltárás is, melyet a Magyar Gazdasszonyok Egyesületének építkezése alkalmából létesítettek a falu déli részében s a mely a pannoniai agyagot kb. 5 m. vastagságban tárta föl. Mindössze egy nagy lábszárcsontot ástak ki belőle, melyet azonban, sajnos, összezúzott a munkások csákánya. Legnagyobb valószínűséggel a pannoniai rétegeinkben annyira elterjedt *mastodon*-nak volt a csontja.

SCHMIDT szerint észak felé, Csömör környékén, szintén föl van tárva a pannoniai képződmény. Szerinte a pleisztocén kavics, homokos-kavics és durvaszemű sárga homok alatt a csömöri faunák vízmosásaiban sárgásfehér csillámos síma homok, vagy szürke színű márgás mészkő bújik ki, majd mélyebben összeálló pados csillámos-homok van, alján homokkő-lencsékkel, mely legalul sárgás-kékesszürke homokos agyagba megy át. SCHMIDT S. e rétegekben kövületet nem gyűjtött, úgy hogy

csakis a képződmény kőzetanyaga s a rétegek települése alapján vette a rétegcsoporthoz pannoniai korszakbelinek. Nekem sikerült először 1903-ban a kerepesi viczinális építése alkalmával a csömöri Kálváriahegy nyugati bevágásában a kocsiút áthidalása alatt, az ott tetemes hosszúságban föltárt kékes homokos agyag-padból több *Congeria Partschii* ČŽŽEK példányt s a *Limnocardium* több fájának rossz példányát gyűjteni.

Újabb vizsgálatataim beigazolták, hogy a Kálváriahegynek egész tömege pannoniai agyag-, márga- és homokrétegekből áll. Kivéve a 224 m. magassági pont alatt, a tetőn levő bányában föltárt földkavicsot. Beigazolódott továbbá, hogy a csömöri pataknak Csömörtől keletre levő felsőfolyása szintén a pannoniai képződményekbe mélyeszi medrét. Ugyanis a fűvel eléggé benőtt mederben a nyugati ág közepetáján egy tenyérnyi vastagságú rozsdás homokpadból a következő kis faunát gyűjtöttem:

Congeria Partschii ČŽŽ. (i. gy.)

Limnocardium Penslii FUCHS sp. (e. gy.)

“ *Rogenhoferi* BRUS.? töredék

Valvata Otiliae PENECKE (1. példány).

A homok alatt kékes agyag van itt-ott föltárva, ebbe azonban még kevésbé vágta be magát a patak. Ebben is *Congeria Partschii* és *Limnocardium Penslii* található, de jóval ritkábban, mint a homokban.

Nyugat felé a csömöri szőlőhegynek, a térképen Óhegynek nevezett részének, nyugati oldalán BÖCKH JÁNOS pannoniai korszakbeli édesvízi meszet tüntet föl. Ma már e padot építés céljaira kifejtették, szerencse azonban, hogy irodalmilag rögzítve van. Én bejártam ismételten e hegyoldalt s azon a helyen, a hol a térképen az édesvízi mész szerepel, a két templom mellett elvezető úttal szemben, a patika mögött, csillámos homokkődarabokat találtam kiszántva, a mi itt épen úgy, mint az édesvízi mész, a pannoniai emeletre utal. Semmi kétség sem lehet tehát aziránt, hogy ez is, miként a Kálváriahegy, főtömegében pannoniai üledékekből áll s itt is az egész hegyet ugyanaz a kavics födi, mely a Kálváriahegyet.

Itt a pannoniai képződményeknek ez a szőlőhegybeli előfordulása a legnyugatibb, a mennyiben, a mint már kimutattam, a 3. értekezésemben az alsó mediterránról szólva, a szemközti homokgödörben már nem pannoniai homok van föltárva, mint ezt *Budapest* térképe föltünteti, hanem alsómediterráni. Itt egyúttal azt is látni, hogy a vízszintes településének látszó pannoniai rétegek eltérő dőléssel települnek az aránylag erősen dülő alsó-mediterránira, a mint ezt ott a 2. ábrán föl is tüntettem.

Miután láttam, hogy itt e homokhat dombjaiban a pannoniai képződmény rétegei nagy összefüggő területet borítanak s nem alkotnak olyan kis elszigetelt foltokat, mint ez Budapest geologiai térképén föl van tüntetve, nyomozni kezdettem a csömöri és czinkotai pannoniai foltok közötti összefüggést, a mit sikerült is megállapítanom. Ezt lehetővé tették a kerepesi villamosvonalnak csömöri hurkát lemetsző s megrövidítő vonalának kiépítése alkalmával foganatosított földmunkálatok. Kevéssel a Csömör-kistarcsai vonalrésznek kanyarodójában — az országút nyugati oldalán — levő kavicsbánya előtt vasúti őrházat építettek, melynek alapozásánál $\frac{1}{2}$ méter fekete humusz alatt sárga agyagot tártak föl, mely hogy a pannoniai képződmény tagja, igazolja a ház mellett ásott kút, melyben ugyanaz az agyag palás homokos rétegekkel váltakozik. Tehát e rétegek közettani minősége megegyező a csömöri és czinkotai pannoniai rétegek anyagával, melyeknek pannoniai voltát kövületek bizonyítják. E kút az ott dolgozó kútások bemondása szerint 27 m. mély s a víz benne 4 m. A vizet tehát okvetlenül itt is, mint e vidék kútjaiban többnyire, a pannoniai képződmény itteni fekvőjét tevő alsó-mediterráni kavics adja.

E kútban tehát az alsó mediterráni kavicsra települő pannoniai képződmény vastagsága 25—26 m. Kevéssel északkeletre — s valamivel magasabb térszínen — fekszik a már imént említett kavicsbánya, melynek alján két helyen is 1—1.5 méternyire kékes agyag nyúlik föl a kavicsba, melyet már pannoniai agyagnak kell tekinteni, annál is inkább, mivel a bánya közepén 2—3 m. mély kút van, melynek vizét a második vízgyűjtő, a pannoniai agyag szolgáltatja, a mely agyag — a mint láttuk — a vasúti őrháznál majdnem a fölületen van már.

A bánya alján levő s mintegy a kavicsba fölgyürt két pannoniai agyagrögöt úgy lehet csak magyarázni, hogy nagyon egyenetlen térszínre ülepedett a kavics, a mely egyenetlenséget vagy vetődések idézték elő, vagy pedig errozió.

Ezekkel a jórészt beépített s így eltűnt föltárásokkal lehet bizonyítani a czinkotai és csömöri pannoniai foltoknak összefüggését. Ez azonban bizonyítja egyúttal, hogy a térkép ma már e tekintetben is lényeges javításra szorul.

Északon *Mogyoród* környékén vannak ismét olyan föltárások, melyek igazolják, miszerint a pannoniai képződmények odáig folytatódnak. Ezeket már Böckh J. is említi idézett munkájában mint az «Ordító-erdő» szélén levő árkot s Budapest geológiai térképén is föltünteti.

Böckh J. innen *Cardium apertum* MÜNST. és *Congerina subglobosa* PARTSCH-t emlit.

A 25,000 katonai térképen Juhállás névvel van e hegy jelölve, melyet Böckh Ordító-erdő néven emlit. Ebből két D—É irányú vízmosás vajt medret; mindkettőben ott, a hol a hegy tömegébe s nem a síkba van a meder mélyesztve, pannoniai rétegek vannak föltárva.

A nyugatibb I. árok, mely a 75,000 térkép 169-es magassági pontja alatt végződik, a sikon löszbe s az alatta levő lejtőtörmeléke mélyesztí medrét, míg a hegyben a következő rétegeket tárja föl: 1. Homokkötáblákat (pannoniai) tartalmazó földőkavicsot, melyben nagyobb gerinczes csontot találtam (ez lehet levantei); 2. alatta szenes majd sárgás pannoniai agyagot; ezalatt 3. összetöredezett homokkövet, majd legalul 4. homokot. A pannonképződménynek három rétege mindössze néhány méter.

A II. keletibb árok, melyet Böckh J. is emlit, szebben tárja föl a rétegeket. Az elején, az árok szájánál, kb. 35 m. vastagságban alsó-mediterráni riolittufát tár föl, melynek padjai 15—16 h 5—6°-ra dőlnek. Erre a keletibb nagyobb vízmosásban KÉK, 5 fokos dőléssel települnek a pannoniai rétegek, melyek agyag, agyagoshomok és homokköves lencsüket, padokat bezáró homoknak váltakozó rétegeiből állanak. Az egész képződmény vastagsága legalább 30 m. s a legtöbb rétege kővületeket tartalmaz. A tölem 10. sz. jelzett kék agyagrétegből a

Congerina Partschii ČZŽ.-nek összenyomott páros teknőjét gyűjtöttem; míg a 11. sz. rozsdás homokrétegből a *Congerina Partschii* ČZŽ. (BöCKH *Congerina subglobosa*-t említ) igen sok többnyire páros teknőjét, *Linnocardium Penslii* FUCHS (BöCKH *Cardium apertum*-ot említ) két példányát s *Linnocardium secans* FUCHS? *sp.* töredékeit.

Mogyoródtól keletre a Gödöllőre vivő kocsit mellett a villamos-pálya keresztezésénél levő téglagyár agyaggödre szintén a pannoniai rétegeket tárja föl, a mint ezt később még látni fogjuk.

Északon *Veresegyház* körül vannak ismét a pannoniai rétegek föltárva és pedig a falutól K-re a Margitahegy északnyugati árkaiban és útbevágásaiban. Ezeket a helyeket BöCKH J. is említi munkájában s Budapest geologiai térképén is föltünteti. BöCKH a veresegyházi congeriás-agyagból a következő kövületeket sorolja föl; *levél-lenyomatokon* kívül *Melanopsis aquensis* GRAT., *Mel. Bouéi* FÉR., *Vivipara Sadleri* PARTSCH, *Viv. acuta* DRAP., *Cong. Basteroti* DESH., *Cardium apertum* MÜNST., *Unio atavus* PARTSCH és *Neritina sp.*

A Margitahegy tetejéről a falu legészakkeletib bházaihoz húzódó vízmosásnak a kocsit keresztezésénél levő leásásában igen sok *Congerina ungula-caprae* MÜNST. búbrészét gyűjtöttem, jeléül annak, hogy a felső pannoniai emeletnek legalsó szintje itt is megvan. E szintben, a mint láttuk, Csömörön, Czinkotán és Mogyoródon mindenhol a *Congerina Partschii* ČZŽ. van tömegesen, míg itt a *Cong. ungula-caprae*. Úgy látszik, e két faj helyettesíti egymást, és pedig olyan módon, hogy a *Congerina Partschii* tömegesen mindig kavicsos és homokos, és pedig többnyire vasas, rozsdás rétegekben van. A rákosi és kőbányai téglagyarak bányáiban mindig a szarmata mészre települő rozsdás kavicsos homokpadban van nagy mennyiségben. Csömörön, Czinkotán és Mogyoródon minden föltárásban rozsdás homokban találtam nagyobb mennyiségben.

Budapest-Rákoson és Kőbányán e rozsdás *Cong. Partschii* tartalmú kavicsra települt agyagrétegekben van a *Cong. ungula-caprae* óriási mennyiségben s itt Veresegyházon szintén agyagban találtam.

Úgy látszik tehát, hogy míg a *C. Partsi* édesebb és kevésbé zavaros, legföljebb vasas vizet kedvelt, addig a *C. unyula-caprae* sósabb és zavarosabb, iszaposabb vízben élt szívesebben.

Jóval magasabban, a Margitahegy északnyugati lejtőjén, a Hacsközi-mélyút homokos és agyagos kövületes rétegeiből a következő faunát gyűjtöttem:

- Congeria Neumayri* ANDR. (i. gy.) (Böckhnél *C. Basteroti*)
Dreissensia serbica BRUS. (i. gy.)
Unio Halavácsi BRUS. (gy.) (Böckhnél *Unio atavus*)
Limnocardium decorum FUCHS sp. (gy.)
 " *apertum* MÜNST. sp. (r.)
Hydrobia sylvica NEUM. (gy.)
Bythynia? *proxima* FUCHS (r.)
Micromelania? *laevis* FUCHS sp. (i. gy.)
 " ? *Schwabenau* FUCHS sp. (gy.)
 " *Haidingeri* STOL. sp. (r.)
Melanopsis (Lyrcaea) cylindrica STOL. (r.) (Böckhnél *M. Aquensis*)
 " " *Petrovici* BRUS. (r.)
 " *oxyacantha* BRUS. (i. gy.) (Böckhnél *M. Bouëi*)
 " *Entzi* BRUS. (e. gy.)
 " *decollata* STOL. (gy.)
Valvata balatonica ROLLE (e. gy.)
 " *variabilis* FUCHS (r.)
 " *Kimakovicsi* BRUS. (i. r.)
Vivipara cfr. *Fuchsi* NEUM. (i. r.)
Neritina (Clithon) radmanesti FUCHS? (i. r.)

Halesontok, többnyire úszótövisek.

Hasonló faunát Budapest környékéről eddig csakis a kistérségi téglagyár agyaggödreből és Érdről ismertettem. Ezek eddigi ismereteink szerint az úgynevezett «congeria rhomboideas szint»-et képviselik.

Az eddig vázoltam terület jelzi Budapest környékének Duna-balparti részén a pannoniai képződményeknek nyugati határát, ettől keletre és délre számos föltárást ismerek, melyekben

hasonló kőzetanyagból álló rétegek vannak föltárva, ezekből azonban kőületeket eddig senki sem ismertetett.

Böckh J. a Veresegyház környéki congeriás képletekről szólva kiemeli, hogy míg ezekben szerves zárványok vannak, addig «tovább keletfelé ugyan agyag, homok és homokkő nagy mennyiségben fordul elő, de kőületeknek itten épen semmi nyoma». Ugyanezt mondja Timkó Imre is.

A Kerepes-gödöllői villamos vonal építése alkalmával létesített föltárások ez irányban is egy nagy lépéssel vitték előre ismereteinket. Ugyanis kutatásaimnak egyik főeredménye, hogy ezekből a rétegekből, melyekben még senkinek sem sikerült kőületet találnia, én egy kis faunát gyűjtöttem, melynek alapján e nagy területen elterjedt hatalmas rétegcsoport pontosabb korát sikerült megállapítanom.

A Kerepestől nyugatra levő látóhegy alján a Sziláspatak meredek keleti martjában van egy, a térképen is jelzett szakadék, melyben a földökavics alatt 4 m. vastagon vannak a pannoniai rétegek föltárva, és pedig homokos agyag s márgakonkréziós agyagos homok. Majd fönn a hegyen, a villamos vasúti vonal bemetszésében ugyancsak pannoniai agyag s homokkő-konkréziókat s agyagos lencsét és lejtőtörmeléket tartalmazó pannoniai homok van föltárva. E körülbelül 12 m. magas föltárásnak közepe táján levő nagy homokkő konkréziókból gyűjtöttem a következő kőületek kőbeleit:

Unio Wetzleri HöRN. (non DUNK)

Planorbis cfr. *cornu* L.

« *sp.*

Mogyoródon a villamos vasútvonal és gödöllői kocsíút keresztezésénél levő téglagyár agyaggödrében, valamint a vasútvonal összes bemetszéseiben mindenhol agyag- és homokkőkonkréziós homok van föltárva.

A Bolnokahegy északi lejtőjén levő nagy vasúti bevágásban, Pusztaszentjakabbal szemben, a bemetszés keleti vége közelében, annak déli martjában a konkréziókból sok

Unio Wetzleri HÖRN. (non DUNK)
Planorbis cfr. *cornu* L. kőbelét gyűjtöttem.

E szerencsés leletek megállapítják ezeknek, az eddig meddőknek ismert rétegeknek korát, a mennyiben pontosan kijelölik a felső-pannoniai emeletbe való tartozandóságukat. Igaz ugyan, hogy itt Budapest környékén a HLAVÁCSTÓL lekicsinyelt szentlőrinczi SOUHEITL-féle téglagyár bányájában magam is találtam a *congeria triangularis* és *cong. balatonica* jellemezte szinten belül olyan édesebb vízi réteget, melyből több «*Unio Wetzleri*» példányt gyűjtöttem. Tihanyban dr. VITÁLIS ISTVÁN talált «*Unio Wetzleri*»-t ugyanebben a szintben; majd Neszmélyen a felső-pannoniai emelet magasabb úgynevezett *congeria rhomboidea*-s szintjéből én gyűjtöttem nagy mennyiségben. De legjellemzőbb a pannoniai emeletnek eddig ismert legmagasabb szintjére, a róla elnevezett «*Unio Wetzleri*-s» szintre. Ezek szerint tehát, eddigi ismereteink szerint, a felső-pannoniai emeletnek *congeria ungula-caprae* jellemezte legalsó szintjét kivéve, valamennyi szintjéből ismeretes volna e faj.

Sajnos, hogy eddig kevés ép példányát ismerjük ez érdekes alaknak s ennél fogva eddig még nem vagyunk abban a helyzetben, hogy végleges ítéletet mondjunk arról, miszerint valamennyi szintben tényleg az *Unio Wetzleri* van-e meg, vagy hogy ezek a különböző szintből való példányok egymással közel rokonfajok képviselői-e? BRUSINA Iconographia-jában már szintén rajzol le egy e csoportba tartozó alakot (XXIII. tábla 15—17. ábra) *Unio Pucií* néven, melyet természetesen nem ír le s így irodalmilag figyelembe nem vehető, annál kevésbbé, mert a zárópárkánya s izombenyomatai ismeretlenek.

Annyit már megállapíthattam, hogy a mi «*Unio Wetzleri*» példányaink a HÖRNES MÓRNÁL ÁCSRÓL ábrázolt példánnyal azonosak, de nem DUNKERnek e néven leírt fájával, a mint azt egy *Schwenditobel*ből *Pfrungen* mellől kapott példánnyal történt összehasonlítás alapján megállapíthattam. De ha mindjárt a különböző szintekből ismert példányaink mind tényleg az *Unio Wetzleri* HÖRN. (és nem DUNKER) fajjal bizonyulnának azonosnak, ez sem bizonyítana e fajnak szintjelző értéke ellen. Mert a társaság,

a melyben előfordul, elárúlja mindig a réteg szinti helyzetét. A SOUHEITL-féle téglagyár *congeria triangularis* és *balatonica* jellemezte szintjéből való példányok társaságában a következőket gyűjtöttem: *Unio Halavátsi* BRUS., *Limnocardium decorum* FUCHS, *Limnocardium* sp., *Limnocardium ponticum* HALAV.?, *Vivipara Salleri* PARTSCH, *Vivipara* ind. sp., *Planorbis grandis* HALAV.

Neszmélyen szintén sósabbvízi és gazdagabb faunát tartalmazó rétegekbe van települve: míg a legfölső *unio Wetzleri*-s szintben szegényes édesvízi fauna társul hozzá, majdnem olyan, mint itt Kerepes és Mogyoród környékén is. Legtöbbnyire csak kevés más *Unio*-faj, *Planorbis (Coretus) cornu* L., *Helix (Tachea) baconica* HALAV.?, *Helix (Tacheocampylaea) Doderleini* BRUS.?, *Vivipara Fuchsi* NEUM., *Pisidium* sp. s ritkábban *Melanopsis praemorsa* L., *Mel. Entzi* BRUS., *Valvata Entzi* nov. sp. s egy változata *Congeria Neumayri* ANDR. és *Neritina* sp. vannak a társaságában.

Az «*Unio Wetzleri*»-nek imént vázolt függélyes elterjedése alapján a kerepesi és mogyoródi rétegek a felső-pannoniai emeletbe tartoznak; még pedig legvalószínűbben, éppen az előbb mondottak alapján, ez emeletnek legmagasabb szintjébe, az «*Unio Wetzleri*» jellemezte szintbe. Nem merem azonban állítani, hogy az egész nagy rétegtömeg, mely e kövületes szint alatt van s a melyből eddig még nem ismerünk kövületeket, mind e szintbe tartoznék. Sőt hiszem, hogy különösen ott, a hol 300—500 m. vastagságot is elér e képződmény, mint Isaszegen (TIMKÓ szerint), ott benne van az egész felső-pannoniai emelet. De valószínűnek tartom még azt is, hogy a Duna-Tisza közötti homokhát e dombságainak agyagos, márgás, homokos, homokköves és mészköves nagy rétegtömegében még a levantei korszak rétegei is bennfoglaltatnak. Erre a föltevésre följogosít az a tény, hogy a szóban levő rétegek átlag KDK-re dőlnek 5—8 fokkal s így távolabb keletre ezek tetemes mélységben lehetnek már, úgy hogy a fölöttük levő rétegekben esetleg már a levantei korszak rétegeit kell látnunk; mint a mint az érd-battai meredek falban is az «*unio*

Wetzleri-s» szint fölött hatalmas tömege van a levantei képződményeknek.

A Budapest-környéki «unio Wetzleri»-s rétegeket úgy elterjedésöket, mint közetanyagukat s teljes kifejlődésüket illetőleg, épen úgy mint a többi sósabbvízi pannoniai réteget is, tavi (állóvízi) üledéknek kell tekintenünk. Ezek azonban épen úgy, mint a többi pannoniai réteg, kisebb-nagyobb lencsüket is alkothatnak.

E képződmények tehát a térképen, főleg pannoniai, illetve a mennyiben a levantei is benne lehet, pliocén képződmények színével térképezendők. Így Budapest geologiai térképén a futóhomok helyére, legalább a jelzett vidéken, pliocén rétegek térképezendők, melyek még Kerepes és Mogyoród környékén okvetlenül pannoniai emeletbeliek. E pliocén s főleg pannoniai rétegek elterjedése igen tetemes. Így Ecsertől északra, az Erdőhegy 200-as magassági görbájével határolt s a rákoscsabai Szárazhegyet s a péczeli Bartushegyet is magában foglaló nagy terület is ebből az édesvízi mészkő- vagy meszes homokkő-padokat tartalmazó képződményből van fölépitve, a mint ezt számos — a térképen fel nem tüntetett — kis bányaföltárás igazolja. Hasonlóképen Péczelen, a maglódi és ecseri határon mindenhol, valamint a Kopaszhegyen is nagy mennyiségben vannak kiszántva az édesvízi mészkő vagy meszes homokkő padjai. A péczeli szőlőhegyen levő föltárás, valamint a kastélytól DK-re levő bánya tanúsága szerint itt is, épen úgy mint a péczeli várhegyen s Tarcsa környékén, mindenhol ugyanezek a rétegek vannak föltárva, sőt ugyanezeket tárja föl az a gödöllői kis bánya is, mely a helységtől DNY-ra, a tanyától ÉK-re levő tapasztógödörben látható, melyben homok és agyag van föltárva. Ha még megemlítem, hogy TIMKÓ IMRE Isaszegről is említi e rétegeket, beigazoltam indokolt voltát annak, hogy Budapest térképének keleti részét a pannoniai képződmény színével kell befesteni, kevés diluvium és patak völgybeli alluvium kivételével. Az egész térszíni kialakulást e vidéken a pannoniai képződmények befolyásolják. A térszint kialakító pliocén utáni erróziók elhordották a panno-

niai képződmények laza anyagát s csak azok a helyek maradtak meg dombok alakjában, melyeket kisebb-nagyobb mész- vagy homokköllencsék védenek.

Ezeken a külső behatásokon kívül tektonikus erők is közreműködtek, habár talán kisebb mértékben, a térszín kialakításán. Megemlékeztem már előbb, sőt néhány szelvényemre is hivatkoztam, annak bizonyítására, hogy a pannoniai korszak első felében szépen beigazolható mozgások módosították Budapest térszínét. Hasonló kisebb, pár méteres elvetődések észlelhetők a gödöllői villamos vasútnak a Bolnokahegy északi részén levő bemetszésében. Ezek bizonyítják, hogy a Budapest környékének térszíni kialakításában közreműködő tektonikus erők nemcsak a pannoniai korszak elején, hanem végén is működtek.

8. Néhány megjegyzés Budapest környékének levantei és pleisztocén képződményeiről.

Már «Budapest pannoniai- és levantei korú rétegei és ezek faunája» című értekezésemben szólottam a Budapest-környéki levantei és pleisztocén kavicsokról.

Most néhány újabb megfigyelésem, de főleg HLAVÁCS GYULÁNAK a budapesti neogénről írott munkája késztet arra, hogy e cikksorozatomban befejezésésként röviden e legfiatalabb rétegekről is megemlékezzem.

Régebben Budapest környékéről csakis kavicsok voltak mint levantei korszakbeli folyamüledékek ismeretese, nekem sikerült először említett munkámban egyéb levantei üledékeket is kimutatni, és pedig tavi üledékeket, melyekről azonban HLAVÁCS munkája nem vesz tudomást.

HLAVÁCS a budapesti térképlap tőle reambulált déli részének magyarázó szövegében azzal indokolja meg e szóban levő kavicsoknak levantei koruságát, hogy ezek az «Unio Wetzleri» tartalmú homok fölé vannak települve s *Mastodon arvernensis* és *Mastodon Borsoni*-t tartalmaznak. Én ezzel szemben kimutattam — elismerve e kavicsok levantei vagyis fiatal pliocén voltát — egyrészt, hogy e szóban levő mastadonos kavicsok

nem települnek az «Unio Wetzleri»-s homokra a mint ezt a mellékelt szelvényen (1. ábra) be is mutatom, másrészt pedig, hogy vannak Budapest környékén Battánál mastodonos rétegek, melyek tényleg az «Unio Wetzleri»-s rétegekre reá vannak települve.

Eme tények megállapítása után HLAVÁCS GYULA újabb, az én munkám megjelenése után négy évvel megjelent, neogén munkájában, természetesen nem idézve munkámat, annyiban módosítja ennek hatása alatt nézetét, hogy a battai hatalmas vastagságú agyagból és homokos agyagból álló rétegösszletet nem említi ugyan a levantei képződményekről szóló fejezetben, hanem a pannoniai képződményekről szólva, a Battáról származó *Mastodon Borsoni* példányok, de különösen az egyetemi példány föl- említése után annyit mond: «ez a Battához közel eső téglagyár feltárásából származik, a mely magasan fekszik az unio wetzleris homok felett.»

Ha HLAVÁCS Gy. eme kijelentését és a levantei kavicsoknak kormegállapítására alkalmazott meghatározását összehasonlítjuk, látjuk, hogy a kettő födi egymást. Érthetetlen tehát, hogy ha ezek a rétegek magasan vannak az unio wetzleris rétegek fölött s a levanteire főleg jellemző *Mastodon Borsoni*-t tartalmazták, miért nem veszi HLAVÁCS ezeket levanteieknek. Nem ítélendő el, sőt dicséretre méltó megbecsülése látszik abban a tudásnak, ha az ember beismeri tévedését, miután újabb leletek meggyőzték régibb tévedéséről. Ma már ugyanis ismerünk a fölületről is levantei tavi üledékeket Battáról s nemcsak az Alföld altalajából, mint a mint HLAVÁCS még mindig állítja.

Nekem sikerült e battai rétegösszlet közepe tájáról, homokos kékes agyagból kővületeket gyűjteni, és pedig rossz megtartású planorbisokat. Egy része a *Planorbis (Coretus) cornu* L. alakkörébe tartozik vagy esetleg azzal azonos is. Ez igazolja, hogy e hatalmas rétegösszlet tavi üledék, a melyet települése és *Mastodon Borsoni* zárványa alapján levantei korszakbelinek kell tartani.

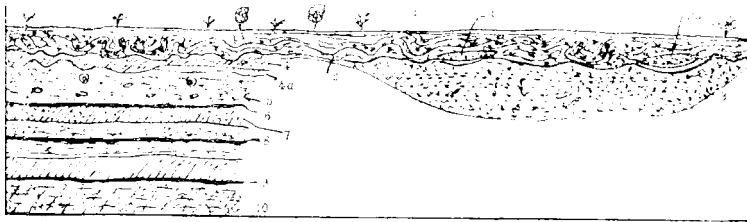
Hasonlóan levanteinek vagyok hajlandó venni a mogyoródi Juhállás nevű hegy ÉK-i árkában I. föltárt legfölső réteget, a mely itt a pannoniai rétegekre települő földökavics, melyben

sok, a pannoniai képződményekből eredő homokkőta-
blatörmelek van. Ebből egy nagyobb emlős állat csontdarabját gyűjtöttem.
Mélyebben a hegy lábánál van diluviális lejtőtörmelek s e fölött
lősz. Valószínűnek tartom továbbá, hogy a Duna-Tisza közötti
homokhat nagy (több mint 500 m. vastag) pliocén réteg töme-
gében van levantei korszakbeli üledék is.

Nem ilyen korúak azonban azok a kavicsok, a melyek mint
zsákos kavicsok ismeretesek. Ezeket, a mint ezt már INKEY BÉLA

DNY

ÉK



1. ábra. A szentlőrinczi téglagyár agyag (pannoniai) bányáját és az itteni
kavicsbányát érintő torzított szelvény (hosszaság 1 : 30000, magasság k. b.
1 : 1000), mely a következő rétegeket tárja föl: 1. Kavicsos humusz. 2. Zsáko-
san gyűrődött pleisztocén kavics, homoklencsékkel (2a). 3. Zavartalan tele-
pülésű levantei mastodons-kavics, csontokkal. 4. A zsákos kavicsba be-
gyűrű unio wetzleris fölsőpannoniai emeletbeli agyag, homoklencsével (4a).
5. Agyagos homok, márgakonkréciókkal s *helix*-ekkel. 6. Sötét mocsári
agyag szénnyomokkal, *helix*, *melanopsis*, *planorbis*, *unio*-val és csontok-
kal. 7. Homokos agyag *helix*-ekkel. 8—9. Feketés zsíros mocsári agyag
helix-ekkel. 10. Homokos agyag sok *helix*-szel és csontokkal.

is kiemeli 1892-ben, helyes diluvialisoknak venni, «ha a mélyeb-
ben fekvő hatalmas kavicsüledéket nem zavarjuk össze a fel-
szin kavicsával. Később, 1906-ban, én is utaltam e kétféle kavics
különböző koruságára, HLAVÁCS azonban ezek daczára még
1910-ben is levanteinek veszi ezt is a nélkül, hogy eljárását
bármivel is megindokolná.

E durvább földkavicsot élesen elkülöníti egyéb jellegén s
sárgás, rozsdás színén kívül sajátos zsákos volta az alatta
levő többnyire kékeszürke s nyugodt településű vagy kevésbé
álrétegzett kisebbszemű mastodons kavicsból. (2. és 9. ábra.)

E zsákos kavicsok elterjedése itt Budapest körül, különösen a Dunához közelebb levő alacsonyabb térszíni területeken, sokkal nagyobb, mint a mastodonos kavicsé, a mint én ezt már említett munkámban is kiemeltem. Viszont azonban nem nyúlik el annyira kelet felé, mint a mastodonos kavics, legalább nem tipusosan zsákos kifejlődésében. A gödöllői villamos vasútnak Csömör—Kistarcsa közötti szakaszainak nagy kanyarodójánál levő kavicsbányától nyugatra az erzsébetfalvai téglagyár bányájáig, tehát a Dunáig a föltárásokban mindenhol megvan ez a zsákos földkavics, és pedig dr. STRÖMPL GÁBOR vizsgálataiból tudjuk, hogy különböző terraszokban. Ezek a zsákos kavicsok felelnek meg körülbelül a bécskörnyéki s régebben «belvederei kavics»-oknak nevezett terraszkavicsoknak, melyek közül a Laerbergiterrasszt DEPÉRET még pliocénnek, míg DE LAMOTHE a fiatalabb arzenálival együtt pleisztocénnek tartja.

Sajnos, hogy ezekben a mi zsákos terrasz kavicsainkban sem találtunk eddig emlős maradványokat. Csak Erzsébetfalván hallottam a munkásoktól, hogy nagy állati lábszársonatot találtak, melyet azonban, sajnos, már nem láthattam. Ezekkel a zsákos kavicsokkal lesz egykorú a HLAVÁCS-tól «*elephas meridionalis*»-osnak nevezett kavics. Ez az elefánt újabb vizsgálatok alapján nem a *meridionalis*, hanem az *Elephas antiquus*.¹ Messze vezetne s nem is czélom e kavicsokkal részletesebben foglalkozni. Ezeket dr. STRÖMPL GÁBOR tanulmányozza évek óta szép eredménnyel. Itt csak a pleisztocén kavicsokban észlelhető zsákok keletkezési módjáról kerekedett eszmecseréhez akarok néhány megjegyzéssel járulni. Voltak, a kik a tölcésalakú ránczolódásokban föltörő források tölcésereit látták, majd INKEY BÉLA és nyomán HLAVÁCS GYULA is térszíni emelkedésekkel kapcsolatos csúszásokkal magyarázzák. Ez ellen szól azonban a mélyebbi levantei mastodonos-kavicsoknak zavartalan települése. Majd CHOLNOKY JENŐ időszakos sivatagi rohanó (torrens) patakok

¹ KORMOS T.: «Új adatok a balatonmelléki alsó-pleisztocén rétegek geológiájához és faunájához» című munkájában LÓCZY LAJOS szerkesztői megjegyzésben helyesbíti e meghatározást. (A Balaton tudományos tanulmányozásának eredményei. 1910.)

okozta wádiszerű barázdák metszeteinek tartja. Ennek azonban a gyűrődés minősége mond ellent, a mennyiben legtöbbször olyan meredek oldalúak, függőlyesen álló kavicsokkal, melyek patak bemetszéseit nem lehetnek. Akárhány olyan zsák is van, melynek falai visszahajlanak. Erre a legszebb példát a szentlőrinczi, régebben a Magyar Általános Hitelbank, újabban a Budapest-Szentlőrinczi r.-t. téglagyárának bányája szolgáltatja. E bánya



2. ábra. Mastodonos kavicsra települt zsákos kavics Szentlőrinczről.
A szerző felvétele.

északi falában, a hol a kavicsréteg a legvastagabb (1. ábra), s szépen látni a felső-pannoniai emeletbeli unio wetzleri-s rétegre való települését, van egy kb. 5 m hosszú, 2.5 m magas ilyen zsák, mely azonban fölül a szájánál kb. csak 3 m átmérőjű. Az ilyent nem lehet wádiszerű barázdának minősíteni. Később, «Budapest pannoniai s levantei stb.» című értekezésemben ama véleményemnek adtam kifejezést, miután az eddigi nézetek nem voltak kielégítőek a tünemény megmagyarázására, «hogy a kavicsal helyenkint váltakozó homokrétegeket, lencsákat a kavicsok

közé beszivárgó s ezek között lefutó vizek kimosták s az így keletkezett hézagba a felső rétegek beomoltak». Ott a hol a pannoniai agyagon fekszik e kavics, sőt az agyag a kavicsba be is van gyűrve, mint ezt a szentlőrinczi téglagyár bányájában megállapítottam, ott arra is lehet gondolni, hogy az agyag a nagy nedvesség következtében megduzzadt s a nehéz kavicsok közbesülyedtek. Ez a magyarázat ott, a hol agyag az altalaj.



3. ábra. Mastodonos kavicsra települt zsákos kavics Szentlőrinczről.
A szerző felvétele.

elfogadható. Esetleg ilyenek a gödöllői villamos esömör-kistarcsai szakaszának kanyarodójánál lévő kavicsbánya alján látható agyag-föltüremlések is. Dr. SCHAFARZIK FERENCZ az 1910 október 8.-án rendezett Földtani Társulati társas kiránduláson ama véleményének adott kifejezést, hogy a pleisztocén nagyobb csapadékmennyiségével s alacsonyabb hőfokával (gletserek közelsége) van a felső kavicsnak eme zsákos kifejlődése kapcsolatban. SCHAFARZIK eme nézetét a hallgatói számára kéziratként kiadott s sok becses új adatot tartalmazó kirándulási vezetőben

is kifejti. Szerinte a delta lapos, a folyóágak vízszíne fölé alig kiemelkedő térsége gyakori kiöntéseknek lehetett, különösen tavasszal, a szintere. Ilyenkor gyakran lehetett jégtorlódás s így a jégtáblák toronymagasságig is emelkedhettek, a melyek természetsszerűleg az átázott talajra dagasztó hatással lehettek. A jég elolvadása után pedig lassan kitöltődtek a fagyos gödrök. E föltevés mellett bizonyít a szentlőrinczi északi kavicsbánya nyugati oldalában levő kb. 2 m^2 nagyságú szögletes lajtamészkö zárvány, melynek a kavicsba jutását csakis a jéggel lehet legjobban megmagyarázni. A jég eltávolodásával a zsákoknak vízszintesen kellett volna kitöltődniök, de nem így történt, a a mennyiben a benne levő kavicsok néha függélyesen állanak, a mi némileg ellentmondani látszik a zsákok illetén keletkezésének.

A mechanikai hatások közül a víz elmosó és duzzasztó hatása, de főleg a fagy játszhatta a főszerepet.

A tölem felhozott kimosatási elmélet mellett szólna az a tény, hogy a hol a kavicsban megvannak alul a homoklencsék, ott fölül kevésbé gyűrt a kavics, a mint ezt a szentlőrinczi «megyei» bányában látni, míg ellenben ott, a hol ezek már kimosódtak, ott helyébe omlott a földőréteg s így gyűröttebbnek látszik. A víz működésével legjobban olyan módon tudom megmagyarázni e kavics-zsákok keletkezését, hogy részben a rohanó vizek föltorlaszolták a kavicsokat, másrészt a kavicsból kimosott homoklencsék helyébe besülyed a földő kavics; míg télen ez a beszívargó víz megfagyva s így kiterjedve széttolta s élére állította a kavicsokat, megránczolta egyúttal a rétegeket. Tavasszal a fölolvadt jég-lé lassabban folyt le s így nem igen módosította, vagy csak kevésbé, a kavicsok helyzetét.

Hasonló jelenségek hozhatták létre e kavicszsákokat, mint a minőket dr. CHOLNOKY JENŐ ismertet meg «tundra jelenség» néven a Spitzbergákról.¹ Ott is a hammadákon a kavicsok között lefolyó vizek és a fagy a kavicsoknak sajátságos függélyes elhelyeződését létesítik.

¹ A Spitzbergák. (Földrajzi Közlemények. XXXIX. köt. 1911.)

Újabb megfigyeléseim mindenesetre meggyőztek arról, hogy míg eddig nem mertem korra nézve e zsákos kavicsokat teljes biztonsággal az alsó levantei kavicsoktól elkülöníteni, addig már határozottan elkülönítendőnek tartom. Eltérő körülmények között ülepedett le e kétféle kavics, a mennyiben a felső nagyobb szemű zsákos kavics sokkal erősebb folyású és nagyobb vízbőségű folyó üledéke, mint az alsó apróbb szemű mastodonos kavics. Ezenkívül az elterjedése s valószínűleg eredése is más a két kavicsnak.

*

Az eddig elmondottakból látjuk, hogy nagyon sok tennivaló volt még s van még a Budapest-környéki neogént illetőleg, a mennyiben jórészt ismeretlen, daczára annak, hogy HLAVÁCS GYULA már e munkám megjelenése előtt sem tudta új adattal bővíteni ismereteinket.

Ezzel szemben láttuk, hogy pl. a budafoki alsó mediterrán alig van tanulmányozva. Én itt négy eddig irodalmilag még ismeretlen lelethelyet ismertettem meg faunájával együtt. E faunában nemcsak Budapest környékére, hanem Magyarországra nézve is újak a következők: *Neptunus* cfr. *convexus* RISTORI, *Balanus concavus* BRONN., *Ostrea fimbriata* GRAT. var. *crassa* SCHFF., *Ostrea (Crassostrea) crassissima* LAM. var. *anom. compressula* SACCO, *Anomia ephippium* L. var. *squamula* L., *A. ephippium* L. var. *ornata* SCHFF., *A. ephippium* L. var. *aspera* PHIL., *A. ephippium* L. *ruguloso-striata* BROCC., *A. ephippium* L. var. *pergibbosa* SACCO, *A. ephippium* L. var. *ornata* SCHFF., *Anomia rugosa* SCHFF., *Pecten pseudo-Beudanti* DEP. és ROM. var. *rotundata* SCHFF., *Pecten (Manupecten) crestensis* FONT. var. *laevis* SCHFF. és *Pecten (Amussiopecten) gigas* SCHLOTH. var. *plana* SCHFF.

Itt, Budapest környékének Duna jobbparti részén, a burdigaleni emelet két jellemző kövülete, a *Pecten praescabriusculus* és *Anomia ephippium* változatai nincsenek annyira a rétegek közzetani faciese szerint elkülönülve, mint a Duna balparti részen, Rákosszentmihály környékén. Bár itt is mind a két faj a finomabb szemű homokban s főleg homokkőben van nagy mennyiségben együtt. A *Pecten praescabriusculus* Budafok kör-

nyékén jóval nagyobbra nőtt, mint Rákosszentmihály környékén, jelezve, hogy a létföltételek itt jobban kedveztek neki. A Budafok-környéki alsó mediterráni homok bár nem a legfinomabb szemű, mégis igen alkalmas a legvékonyabb héjú kövületek megőrzésére. Így gyűjtöttem belőle egy anomia jobb (alsó) teknot, a mely tudtommal Magyarországból az első. A durva homokban természetsszerűleg Budafok környékén is a vastaghéjú nagy pectenek s főleg ostreák szerepelnek.

Láttuk, hogy indokolatlan Hlavácsnak ama eljárása, mely szerint e budafoki homok rétegtömeg alsó részét az akvitániai, míg a felsőbb részét a burdigaleni emeletbe helyezi; indokolatlan azért is, mert a burdigaleni emeletnek két jellemző kövülete, a *Pecten (Aequipecten) praescabriusculus* FONT. és az *Anomia ephippium* L. változatai s főleg a *var. pergibbosa* Sacco (az irodalomban *var. costata* Brocc.) úgy a homok felső részében, mint az alján települt homokkőben kőzetalkotó mennyiségben szerepel.

Egyébként pedig az «újabb fölfogás keretébe illesztve» e homokokkal egykorú koródi, molti és loibersdorfi rétegek is mind a burdigaleni emeletbe tartoznak.

Hogy egyébként sem sikerült Hlavácsnak ismereteinket az újabb fölfogás keretébe illeszteni, mutatja az, hogy, a mint láttuk, meghatározásai többnyire elévültek.

Érdekes a Budapest-környéki és kelet-galicziai felső mediterráni és szarmata rétegek kifejlődésbeli nagy megegyezése is.

Ugyanis úgy a katonai út bevágásában, e Hlavácstól nem ismert lelethelyen, mint Galicziában is az apró fajok jellemzik az egész felső mediterránt; míg Magyarországon és a bécsi medenczében is a hullámveréseket jobban kiálló, nagy és vastaghéjú alakok s nagy foraminiferák adják meg rendesen a fauna jellegét. E budapestkörnyéki és galicziai faunák tehát egyaránt arra utalnak, hogy a bezáró rétegeik sekély vízben s egyenletes vagy nagyon kevésbé hullámos tengerfenékre üledtek le. Fokozza az érdekességet még az, hogy a felső mediterrán és szarmata határán az említett bryozoumos zátonyok vannak mindkét helyen. Eddig Magyarország területéről csak

innen, a katonai útból, illetve a tétényi fensíkról ismerünk bryozoumos rétegeket a szarmatából. Ez mind igazolja, hogy mennyi újat lehet még annak találni, a ki keres.

HLAVÁCS Gy. munkájának legönállóbb része a pannoniai képződményekre vonatkozó, a mennyiben ahhoz egyrészt nem szolgáltatott adatokat sem ZSIGMONDY, sem FRANZENAU; másrészt pedig a pliocén képződményeket Hlavács évtizedek óta különösebb előszeretettel tanulmányozza. De mindennek daczára ez munkájának leggyengébb része, mert ezen látszik meg legjobban, hogy az újabb tíz év irodalmát szerzője teljesen figyelmen kívül hagyta, holott épen e képződmények tanulmányozása folyt ezalatt a legserényebben s a mit róluk tudunk, jóformán az utolsó tíz évi kutatások eredménye. Vizsgálataim eredményeinek némely adatát átveszi ugyan, de a forrás megnevezése nélkül. Hlavács nem ismeri e képződmények faunáját, nem ismeri a legérdekesebb föltárásokat, sőt még a rétegek települési módját sem s helytelenül tünteti föl térképén még a képződmény elterjedését is.

HLAVÁCS Gy. irodalmi tájékozatlanságára vezethető vissza, hogy ő nem ismer a szarmata és pannoniai képződmények között átmeneti rétegeket, holott ilyeneket FUCHS a bécsi medenczéből, én pedig Szócsánból ismertettem. A pannoniai képződményeket helytelenül osztályozza Hlavács, a mennyiben legalsó szintnek a *congeria banatica*-s márgákat veszi, holott rég közismert dolog, hogy ezek váltakoznak a *melanopsis (lyrcea) martinianá*-s homokokkal s hogy ez a faunabeli facies részben a közetfaciessel, részben pedig a rétegek anyagának különböző fokú konzerváló képességével kapcsolatos. Tapasztalati tény ugyanis, hogy pl. magában a vizet könnyen átbocsátó homok- vagy kavicsrétegekben mikrofaunának nyoma sincs. Mindamellett ezekből a rétegekből ismerjük a leggazdagabb mikrofaunát, a mennyiben a nagy csigák belsejéből nagy mennyiségben s kitünő megtartási állapotban gyűjthetők. Itt ugyanis a víz kilugozó hatásától megvédtettek. Ide részben eldöglésük után kerültek a tengeri iszappal, részben pedig ellenségeik elől, önmagukat megvéendő, a kidöglött üres csigaházakba rejtőzködtek, a hol azután eldöglöve meg is őrződtek. Legalább arra kell gondol-

nunk abban az esetben, a mikor pl. páros teknőjű *congeria*-kat s *limnocardium*-okat talál az ember a csigákban. Láttuk, hogy nem lehet a pannoniai emeletet három részre tagolni, mint azt Hlavács teszi, hanem csak alsó és felső emeletre, melyeknek szintjei egymás között az egyes alakok közössége alapján szorosan össze vannak fűzve. Láttuk, hogy az alsó pannoniai emelet szármata, míg a felső pontusi jellegű. Az alsó emelet rétegei egykorúak a romániai és oroszországi «mæoti rétegek»-kel. Az alsó emelet rétegei Budapest környékéről csakis Budapest-Kőbányáról, a sertéshizlalda kútjából ismeretesek s mint távolabbi lelethelyről Váczbottyánról, Ikladról, Domonyból, Tótygyörkről, Mácsáról. Eltekintve a fauna jellegétől, maga az a tény, hogy a sertéshizlalda kútjából kikerült fauna és a közeli téglagyárak bányáiból kikerült *congeria ungula-caprae*-s rétegek faunája között csak egy közös faj van, ellentmond annak, hogy ezek a képződmények egykorúak legyenek, mint a hogy Hlavács állítja.

A bécsi medencze lyrceás pannoniai rétegei az alsó-pannoniai emeletbe tartoznak, melynek leülepedése után a tenger visszahúzódva, a medencze szárazzá lett. Így a pannoniai korszak egész második felének üledéke gyanánt Hlavács a régibb irodalom alapján kizárólag az úgynevezett «belvederei kavics»-okat veszi. Miután azonban Schaffer már évekkel Hlavács munkájának a megjelenése előtt kimutatta, miszerint e kavicsok nem pliocénnek, hanem fiatalabbak, ür keletkezett e két képződmény között. Mignem Mannersdorf mellől Fuchs ismertetett meg olyan belvízi tavi üledéket, melynek faunája alapján — miután a település nem sokat árul el — eddig nem igen lehetett pontosabb korát megállapítani s így a felső-pannoniai emeletnek Magyarországból ismert szintjeibe beosztani. Tekintve azonban, hogy e fauna megegyezik azzal, melyet én *Szentlőrinczről* ismertettem, azt hiszem nem tévedek, ha e kettőt egykorúnak veszem s minthogy a szentlőrinczi település szerencsésebb, a mennyiben itt kövülettel jellegzett réteg telepszik reá, és pedig a pannoniai emeletnek legfelső unio wetzleris rétege, azt hiszem joggal lehet e mannersdorfi rétegeket is a felső-pannoniai emelet felső részébe helyezni.

Sem Budapest geologiai térképe, sem Hlavács neogén munkája nem sok kecsgetőt nyújt annak, ki a Budapest-környéki pannoniai képződmények tanulmányozásával akar foglalkozni. Mindemellett sikerült egyrészt az eddig meddőknek tartott rétegekből kövületeket gyűjtenem, másrészt onnan, a honnan eddig néhány fajt ismertünk csak, tekintélyes faunát zsákmányolni. *Budapest* pannoniai faunájára nézve mint új fajokat gyűjtöttem a *Hydrobia syrmica* NEUM. és *Valvata Kimakovicsi* BRUS.-t. A gyűjtött fauna alapján lehetségessé vált egyrészt a pannoniai korszakbelieknek ismert rétegek szinti helyzetét megállapítani a pannoniai rétegösszleten belül, másrészt pedig a meddőknek ismert rétegekről bebizonyítani, kövületek alapján, hogy ezek a pannoniai emelet legfölső unio Wetzleri jellemezte szintjébe tartoznak. Természetes, hogy ennek következtében Budapest geologiai térképe is sokban módosítandó, a mennyiben a lap keleti szélén *Czinkotá-tól*, *Kerepes-től*, *Mogyoród-ig*, *Veresegyház-ig*, *Gödöllő-ig*, *Pécel-ig*, *Maglód-ig*, *Ecser-ig*, kevés patak völgy-alluvium és kevés pleisztocén foltnak a megszakításával, mindenhol pliocén, illetve fölső-pannoniai rétegek térképezendők a mostani jórészt futóhomok helyére.

Míg Hlavács szerint Magyarország területéről levantei korszakbeli üledékeket, a mastodonos kavicsoktól eltekintve, csakis a Nagy-Alföldünk altalajából ismerünk; addig nekem sikerült ilyeneket a Balaton mellől *Fonyód-ról*, innen *Budapest* környékéről pedig *Battá-ról* és *Mogyoród-ról* is kimutatni. De a mint láttuk, a Duna-Tisza közötti homokhat Mátrához simuló részének kövületmentes márgás agyagos rétegei *Gödöllő*, *Aszód* környékén s innen keletre részben szintén levanteieknek tekinthetők.

Ma már kétségtelen, hogy a mastodonos levantei kavicsoktól korra nézve különböznek az úgynevezett zsákos kavicsok, melyek jórészt pleisztocénok s egykorúak a bécsi medence régebben belvedereinek nevezett kavicsaival. Nem is telepszik a mastodonos kavics az unio Wetzleri-s rétegekre, mint Hlavács állítja, hanem mint folyami mederkavics a fölső-pannoniai emelet agyagos rétegeibe mélyesztett medret tölt ki s így egyszintben van az unio Wetzleri-s rétegekkel, a mint ezt a mellékelt

szelvényem (1. ábra) igazolja. Ellenben a fiatalabb zsákos kavics egyaránt befödi a mastodonos kavicsot és az unio Wetzleri-szintet.

A kavicszsákokat a folyóvíz mechanikai hatásai hozták létre, a milyen a víz elmosó és duzzasztó hatása, de főleg a fagy s így tehát a jég működése.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 jan. 22.-én tartott üléséből.)

A TENGERI (ZEA MAYS) NŐI VIRÁGZATÁNAK OXYDASÉI.

DOBY GÉZÁ-tól.

A növényeken észlelhető sötét színeket igen gyakran oxydasék hatásának tulajdoníthatjuk;¹ különösen a tyrosinase játszik gyakran ily szerepet. Legfeltűnőbb ez az összeaprított répán vagy burgonyán, mely tyrosinase hatására a levegőn lassanként megfeketedik.

Egészen hasonló fekete szineződést veszünk észre a tengeri női virágzatának («cső») bibeszálain, melyek megtermékenyítés után a végüktől kezdve elfonnyadnak s e közben megbarnulnak, utóbb megfeketednek. Valószínű volt, hogy ezt a feketedést is oxydasék okozzák, esetleg éppen a tyrosinase. Miután pedig újabban egy esetben sikerült kimutatni, hogy az állati peték megtermékenyítésekor az oxydasék mennyisége gyarapodik,² valószínűnek látszott, hogy itt is találhatunk hasonló vonatkozást. A tengeri ilyen kísérletekre különösen alkalmas, mert virágzata és bibeszálai elég nagyok s az anyaggyűjtés aránylag könnyű.

E dolgozatomban azoknak a kísérleteknek eredményeit foglalom össze, melyekkel mindenek előtt kimutatom, hogy a tengeri bibeszálai peroxydase és oxygenase hatására feketednek meg, míg tyroxinase nincs bennük. Ezenkívül két irányban végeztem kísérleteket: 1. előállítottam a bibeszálak és a cső peroxydaséját; 2. e peroxydase és a friss bibeszálakban levő oxygenase «enzymrendszer»-ének³ mennyiségi változását a virág-

¹ PALLADIN: Ber. deutsch. botan. Gesellsch. 26a. (1908.) 125., 378., 389. — 27. (1909.) 101. és Zeitschr. physiol. Ch. 55. (1908.) 207.

² OSTWALD WOLFG.: Biochem. Zeitschr. 6. (1907.) 409.

³ EULER és BOLIN: Zeitschr. f. physiol. Ch. 70. (1910—11.) 280.

zatok kisajtott nedvében követtem a fejlődés folyamán, még pedig egyrészt természetesen megtermékenyített, másrészt mesterségesen meddően tartott virágzatokban párhuzamosan.

Az előállított peroxydase mind a bibeszálakban, mind a csőben az ily enzymekre jellemző tulajdonságokat mutatta és zymogénje van. Minőségi reakcióiból arra következtethetünk, hogy itt nem fehérjenemű vegyülettel (protein) van dolgunk, hanem valamely, vízben könnyen oldódó, nem-redukáló polysacchariddal. A hamut azonban nem bírtam teljesen eltávolítani; a bibeszálak legtisztább készítményében 7·8%, a csőében 5·3% volt a hamu,¹ melyben mangánt nem sikerült kimutatnom, azonban mindig találtam gyengébb-erősebb vasreaktiót.

Feltűnő, hogy ez az oxydase meglehetősen érzékeny a hydrogénperoxyd iránt; innen van, hogy a concentratiováltozás vizsgálatakor csak a legalsó koncentrációknál arányos a hatás az enzym mennyiségével,² míg a magasabb koncentrációknál a hatás rohamosan gyengül, mert a hydrogénperoxyd mennyiségét mindig az «aktiváló tehetség»-nek³ megfelelő arányban növeltem.

A bibeszálak peroxydasejában a fontosabb enzymek közül csak igen kevés katalasét találtam s így feltehetem, hogy készítményem enzymologiailag tiszta.

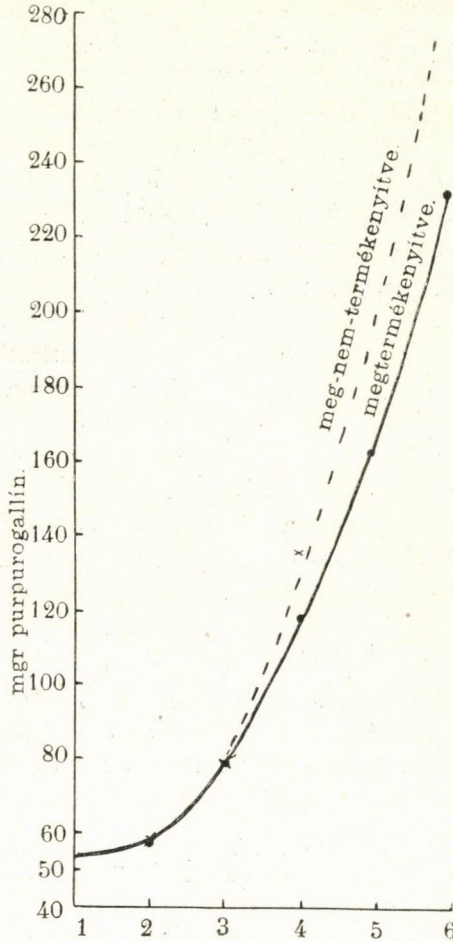
Azokból a kísérletekből, melyekben e peroxydasék és az oxygenase élettani jelentőségét vizsgáltam, legelőször is kiderült, hogy a bibeszálakban mindig van oxygenase, holott a maghonokban és a virágzati tengelyben soha sincs. A növény élettanában ezt fontosnak tartom, mert arra mutat, hogy a bibeszál működő-

¹ STÖCKLIN (Contrib. à l'ét. d. l. peroxydase, Genève, 1907. 24) 22%-ot talált dialysis nélkül, BACH és TSCHERNIAK 1·47%-ot dialysissel [Berichte deutsch. chem. Ges. 41. (1908.) 2348.], ugyanígy VAN DER HAAR [Berichte deutsch. chem. Ges. 43. (1910.) 1321. és 1327.], BACH 8%-ot (u. o. 365.) stb.

² Oxydaséknál a hatás végső terméke is arányos az enzym mennyiségével, mert az oxydasék nem katalizálók, hanem indukálók [CHODAR és BACH vizsgálatai, továbbá ENGLER és HERTZOG: Zeitschr. f. physiol. Ch. 59. (1909.) 327.]

³ Az aktiváló tehetség az a szám, mely mutatja, hogy 1 súlyrész peroxydase hány súlyrész hydrogenperoxydot aktivál, vagyis: $\frac{H_2O_2}{\text{peroxydase}}$ [BACH, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 37. (1904.) 3785.]

dése és bizonyára a pollentömlő növekedése az oxydase hatását okvetlenül megkívánja, míg a maghonban és a csutkában a



1. ábra. A bibeszálak peroxydaséja.

peroxydase — hogy úgy mondjam — csak tartalékenzym, mert hiszen hatását oxygenase hiányában úgy sem fejtheti ki. Ebből következik, hogy a maghonok és a virágzati tengely megdaráltan, tehát a sejtek megölése után sem szinesednek meg, ellenben a

zöld bibeszálak ilyenkor néhány percz alatt sötétbarna, illetve feketés színűvé válnak.

A fejlődés folyamán a bibeszálak peroxydaséja egészen más-ként viselkedik, mint a szemeké és a virágzati tengelyé. A maghonok, vagyis a tengeri szemek peroxydaséjának mennyisége a vizsgált időtartam alatt alig változott, legfeljebb a vége felé növekedett kissé, a midőn a már megtermékenyített szemekben sok tartaléktápanyag (keményítő és zsir) gyűlt össze s ezzel együtt a szárazanyag-tartalma igen megnövekedett. A virágzati tengely peroxydaséjának mennyisége még állandóbb, noha maga a tengely ez alatt lényegesen megváltozik, erősen fásodik.

Ellenben a bibeszálak nedvében a peroxydase felszaporodik úgy, hogy az utolsó időpontban (6a) már az eredeti értéknek több, mint négyszeresét érte el (l. a görbék 1. rajzát):

Fejlődési fok	a) megtermé- kenyítve	b) meddőn
	Viszonyszámok	
1. A bibeszálak még nem bujtak ki a cső levélhüvelyéből	1	1
2. A bibeszálak már néhány cm-nyire ki- bujtak; sok virágpor hull	1·078	1·081
3. A bibeszálak teljesen kifejlődtek, végig zöldek	1·43	1·45
4. Végük fonnyadni kezd, de még zöld, csak itt-ott barnul	2·18	2·51
5. Már meglehetősen fonnyadnak, de ki- látszó tövük még zöld, végük barna	3·01	—
6. A bibeszálak kilátszó része barna, fony- nyadt, a levelek alatt még zöld: a csutka fásodik	4·57, 4·03	>4·97

Ez a gyarapodás ép úgy megvan a megtermékenyített, mint a meddőn maradt bibeszálaknál, jelentős különbség azonban az, hogy a meddőké következetesen valamivel nagyobb, különösen az utolsó időpontban.

Legegyszerűbben magyarázhatnók a peroxydasének ezt a gyarapodását azzal, hogy a bibeszálak elszáradnak s hogy ennél-fogva egyszerűen a peroxydase koncentrációja lesz nagyobb. Ebben az esetben azonban a száraz anyag és a peroxydase mennyiségé-

nek arányosan kellene gyarapodnia, holott ez valóban nincs úgy. Ha a 2. időpont szárazanyaga alapján a többi időpont szárazanyagának megfelelő peroxydasehatást számítjuk ki, következetesen nagyobb értéket találunk, a mint ezt legjobban e táblázat viszonyszámai fejezik ki:

Peroxydase: ¹					
	2.	3.	4.	5.	6.
Talált	57·9	77·1	117·4	161·6	231·0
Számított	57·9	68·4	78·3	85·4	112·9
Viszonyszám:					
talált	1	1·12	1·5	1·9	2·1
számított					
Peroxydase: ¹					
Talált	58·1	78·2	134·8	—	>267
Számított	58·1	68·6	76·2	—	117·9
Viszonyszám:					
talált	1	1·14	1·76	—	>2·1
számított					

 Megfermé-
kenyítve.

Meddőkön.

Ám ez a különbség még nagyobb, ha a tiszta enzim koncentrációjának változásakor kapott adatokat vesszük figyelembe. Láttuk, hogy ott a peroxydase hatása lassabban nőtt, mint koncentrációja, tehát nem egyenesen, hanem lassúdó emelkedéssel haladó görbével van dolgunk. Ha tehát a peroxydase hatása a bibeszálak élete folyamán erősebben nagyobbodik, mint a hogy kiszáradásuk tovahalad, ez arra mutat, hogy *itt a peroxydase mennyisége csakugyan tetemesen megnő. A meddőkön ez a változás még nagyobb.*

Egészen hasonló viszonyokat találunk az oxygenasénál, melynek hatása a bibeszálakban szintén erősebben nő, mint a szárazanyagtartalom:

	2.	3.	4.	5.	6.	
Oxygenase ¹	talált	12·2	18·9	22·0	25·6	29·2
	számított	12·2	14·4	16·3	18·0	24·4
Viszonyszám	talált	1	1·3	1·34	1·4	1·2
	számított					

¹ Mérve mgr purpurogallinnal.

Tehát a bibeszálak fokozatos elhalása közben egyre több és több oxygenase is képződik. Ez azért fontos, mert tulajdonképen az oxygenase képesíti a peroxydasét hatásra.

Feltűnő, hogy a meddön maradt bibeszálakban az oxygenase még sokkal erősebben gyarapodik, mint a megtermékenyítettekben (l. a görbék 2. rajzát):

		2.	4.	6.
Oxygenase	{ talált _ _ _ _ _	16·1	30·4	59·0
	{ számított _ _ _ _ _	16·1	21·1	32·7
Viszonyszám	{ talált	1	1·4	1·8
	{ számított }			

Oly bibeszálak, melyeket eleinte izoláltam és később mesterségesen megtermékenyítettem, szintén ily rendellenesen magas oxygenaseértéket adtak:

		5.
Oxygenase	{ talált _ _ _ _ _	53·1
	{ számított _ _ _ _ _	30·7
Viszonyszám	_ _ _ _ _	1·7

Ellenkezőleg a peroxydase viszonzsáma még a természetesen megtermékenyített bibeszálakénál is kisebb:

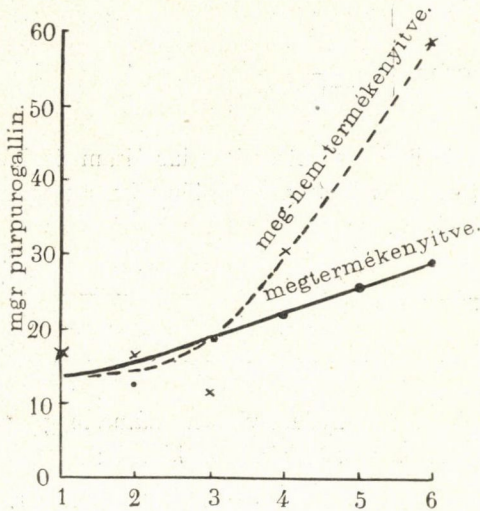
		5.
Peroxydase	{ talált _ _ _ _ _	170·7
	{ számított _ _ _ _ _	110·9
Viszonyszám	_ _ _ _ _	1·5

Ha ezek után kérdezzük, mi tehát a peroxydase és oxygenase valószínű élettani jelentősége a tengeri bibeszálaiban és női virágzatában, kísérleteim alapján ezt válaszolhatjuk:

A peroxydase a tengeri maghonában és virágzati tengelyében csak tartalékenzym, mert nincs oxygenaséja, melylyel hatását kifejthetné. Ezzel együtt jár, hogy mennyisége a fejlődés folyamán nem változik, sőt a virágzati tengelyben lassan csökken. Ha a megtermékenyítést mesterségesen megakadályozzuk, a peroxydase mennyisége kissé nagyobb.

A bibeszálakban ellenben mind a peroxydase, mind az

oxygenase mennyisége gyarapodik a fejlődés alatt. Ezzel PALLADIN növénylélekzési elméletének kibővítéséhez szolgáltatam adatot; szerinte¹ ugyanis az enzymek, tehát az oxydasék is felszabadulnak, mikor a sejt meghal, és hatásukat céltalanul fejtik ki. Vizsgálataim szerint azonban a meglevő peroxydasén kívül is még újabb képződött, a mi talán onnan van, hogy más enzymek a sejt halálával felszabadulván, bonyolultabb vegyületekből (zymo-



2. ábra. A bibeszálak oxygenáséja.

gén) peroxydasét és oxygenasét hoznak létre. Véleményem szerint itt a növénynek fontos berendezkedésével van dolgunk, melynek végső okát azonban ma még nem tudjuk; talán a fölöslegessé vált szerv megöléséről, eltávolításáról van szó. Ha a bibeszálak megtermékenyítését megakadályozzuk, a peroxydase a rendesnél erősebben halmozódik fel. Ez *betegségi jelenség* és megegyezik azokkal a vizsgálataimmal, melyekben a beteg burgonyagumók peroxydase-és tyrosinase-tartalmát nagyobbak találtam, mint az egészségesekét.² Az oxydasék ugyanis élettani

¹ Ber. d. deutsch. bot. Ges. 24. (1906.) 97. és a korábban említett helyek.

² Kísérletügyi Közlemények, 1911. évfolyam.

káros elváltozásoknál — úgy látszik — felszaporodnak, talán közvetlenül okozzák a bajt, vagy legalább is elősegítik;¹ ez esetleg szintén más enzimek rendetlen működésével függ össze.

Kísérleti rész.

1. *A peroxydase kimutatása*: Ha a bibeszálak vagy a csó kisajtott nedvét hydrogenperoxyddal és pyrogallol oldatával elegetjük, néhány másodperc múlva a purpurogallin jellemző, vörös, kristályos csapadéka válik ki. A reactio oly nedvvel is sikerül, mely hónapokig állt. Felforralt nedvvel a reactio nem sikerül. Ép így a friss, zöld bibeszálak összeaprítás után megbarnulnak; ha azonban előbb alkohollal vagy vízzel felforraltjuk őket, sem a bibeszálak, sem a folyadék nem barnul meg.

2. *A peroxydase előállítása és tulajdonságai*: A friss növényi részeket húsdarálón megdaráltam, 300 légköri nyomáson kisajtottam és a lét előbb 96%-os alkohollal csaptam ki, fractionáltam; a kevesebb alkoholtól kiváló csapadéknak több a hamuja és gyengébb a hatása, mint a róla leszűrt folyadékból több alkoholtól kiváló csapadéké. Ez az utóbb leváló csapadék tehát értékesebb. A további tisztítaskor a csapadékot vízben oldottam, szűrtem és alkohollal ismét kicsaptam; ezt addig ismételtem, míg a csapadék vízben tisztán oldódott. A csapadékot többnyire centrifugálással választottam el a folyadéktól. Az utolsó kicsapásokhoz methylalkoholt használtam, a mi igen hasznos volt, mert részint az ekkor már igen rosszul, finom emulsió gyanánt kiváló csapadékot összetömörítette, részint a makacsul hozzátapadó színesítő anyagból többet oldott, mint az æthylalkohol. Azonban a hatodik-hetedik kicsapás után sem bírtam ezt a színesítő anyagot elválasztani, úgy hogy készítményeim mind sötét színűek. Dialyzálást nem kockáztathattam meg, mert igen nagy veszteséggel jár és anyagom igen kevés volt. Mintegy 2¹/₂ kg bibeszálból pl. körülbelül csak 0·3 gr legtisztább peroxydasét kaptam. A mennyire ily csekély mennyiségekkel lehetett, különösen a bibeszálak peroxydaseját vizsgáltam behatóbban.

¹ Hasonló véleményt hangoztatott már Pozzi-Escor is, Chem. Centralblatt 1905, I. 1032.

A légüres térben, kénsav fölött szárított készítmények hamutartalma a következő:

	A 1.	A 2.	B 1.	B 2.
	Peroxydase bibeszálaktól Legtisztább	Kevésbé tiszta	Peroxydase csőből Legtisztább	Kevésbé tiszta
Hamu %-okban ... — ...	7·8	9·3—12·2	5·3	6·0

Mangánt az ólomperoxyd-salétromsavas eljárással nem bírtam kimutatni, vas azonban minden készítményemben volt s ezenkívül alkálisók.

A készítmények más reakciói itt következnek:

1. A MOLISCH-féle reakcióval (α -naphtol és tömény kénsav) rögtön sötétibolyaszín.

2. BIURET-reactio nincs.

3. MILLON kémszerével változás nincs.

4. A FEHLING-féle oldatot a készítmények nem redukálják.

5. Hydrogenperoxyddal együtt az oxydasék következő kémszereivel állnak elő reakciók: Hydrochinonnal (piros színeződés chinontól és chinhydron zöld kristályai válnak ki), vanillinnal (fehéres csapadék dehydrodivanillintól), guaiacollal (piros szín, majd csapadék tetraguaiacochinontól), ursollal (előbb zöld, utóbb feketés ibolyaszín), guaiakgyanta emulsiójával (kék szín), kaliumjodiddal (jódkiválás). Ez utóbbival a kísérletet így végeztem: Az 50 cm³-nyi reakciós folyadékban 0·08 gr *KJ*, 0·02 gr *H₂O₂*, 0·03 gr eczetsav és 0·01 gr peroxydase volt; az ellenőrző oldat peroxydase nélkül. A folyadékokat a *H₂O₂* hozzákeverésétől számitott 15 percz mulva titráltam $\frac{n}{100}$ natriumthiosulfat-oldattal.

Az ellenőrző folyadékra fogyott 4·45 cm³, a bibeszálak peroxydázásával 9·2 cm³, a cső peroxydázásával 8·3 cm³.

6. A bibeszálak peroxydasejában a következő enzymeket nem találtam: invertint, amylosét, maltosét, emulsint, zymasét, tyrosinasét, pepsinszerű proteinbontó enzyemet, oxygenasét. Ellenben katalase nyomai voltak benne. A cső peroxydasejét csak tyrosinaséra és pepsinszerű enzyemre vizsgáltam, szintén negativ eredménnyel. Oxygenase sem volt benne.

A bibeszálak peroxydasejának aktiváló tehetsége 2, a cső

peroxydasejéé 1·3, tehát meglehetősen gyenge.¹ Vizsgálataim erre nézve itt következnek:

1 gr pyrogallolra hydrogénperoxyd változó mennyisége mellett 50 cm³-nyi összes folyadékban 0·01 gr peroxydase hatott; a 19°-on 22 óra alatt leváló és 100 cm³ vízzel mosott purpurogallin mértéke a peroxydase hatásának.

A 1 készítmény:

H_2O_2 millimol:

0·025 0·05 0·2 0·4 0·6 0·9 1·25 2·5 5·0

Purpurogallin mgr:

nyomok 4·8 16·2 28·4 38·0 33·0 27·9 18·5 13·2

B 1 készítmény:

H_2O_2 millimol:

0·1 0·2 0·3 0·4 0·5 0·6 0·8 1·0 2·0

Purpurogallin mgr:

6·5 13·1 18·4 21·5 20·6 15·2 12·0 10·0 6·0

A 1 tehát 0·6 millimol = 0·0204 gr H_2O_2 -dal, B 1 pedig 0·4 millimol = 0·0136 gr H_2O_2 -dal együtt ad legtöbb purpurogallint.

Ha már most a peroxydase koncentrációjának hatását az aktiváló tehetség aránya szerint vizsgáljuk, a következő sorozatot kapjuk: 1 gr pyrogallolra 50 cm³ összes folyadékban a bibeszálak különböző mennyiségű peroxydaseja hatott, mindig a fennemlített aktiváló tehetségnek megfelelő hydrogénperoxyddal együtt:

Peroxydase:

gr	—	—	—	—	0·001	0·002	0·004	0·008	0·016	0·032	0·064
egység	—	—	—	—	1	2	4	8	16	32	64

¹ CHODAT és BACH egy készítményének aktiváló tehetsége 1 [BACH: Ber. d. deutsch. chem. Ges. 37. (1904.) 3786.], BACHnak egy dialysált peroxydasejéé 22 [BACH és TSCHERNIAK, u. o. 41. (1908.) 2348.].

Purpurogallin :

talált — — —	4·3	8·8	16·2	31·2	51·8	63·8	85·8
számított —	4·3	8·6	17·2	34·4	68·8	137·6	275·2

Látjuk, hogy a peroxydase hatása a concentrációval csak eleinte arányos, azonban csakhamar elmarad, sőt a magasabb concentrációknál rohamosan csökken. Ennek oka a készítmény nagy érzékenysége a hydrogenperoxyd iránt, a mi egyébként már az aktiváló tehetség megállapításakor, valamint más szerzőknek más peroxydázokkal végzett vizsgálataiból is kitűnt.

Mind a bibeszálak, mind a cső peroxydaseját már 10 másodpercznyi forralás, sőt a bibeszálakét már 90°-os hőmérséklet 10 másodpercz alatt is hatástalanná teszi; ha a felforralt peroxydaseoldatot egy napig állni hagyjuk, oxydáló tehetségét részben visszanyeri, tehát e peroxydaséknak is van *zymogenjük*.

		10 mperczig forralva	Forralás után 1 napig állt	Forralás nélkül	
Purpurogallin mgr	0·01 gr	A 1	0	13·2	38·0
peroxydasétól		B 1	0	10·9	21·5

A peroxydase jellemzésére fontosnak látszott, hogy más vegyületek jelenlétében változik-e a hatása. Sajnos, ezek a vizsgálatok csak előzetes tájékozódást jelenthetnek, mert peroxydasés készítményeim csekély mennyisége miatt behatóbb kísérleteket nem végezhettem. Legelőször a vas- és mangánvegyületekre gondoltam, mert kivált francia szerzők BERTRAND vizsgálatai nyomán azt vitatták,¹ hogy az oxydasék nem is enzymeek, hanem pusztán kolloidális vas- és mangánvegyületek okozzák az oxydasék reakcióit. E kísérleteket a bibeszálakból való más, kevésbé értékes peroxydaséval végeztem, 1—1 cgr-jára 0·6 millimol H_2O_2 -ot és 1 gr pyrogallolt véve 50 cm³ összes folyadékra:

¹ BERTRAND: Compt. rend. 124. (1897.) 1032. és 1358. — TRILLAT: Compt. rend. 137. (1903.) 922. és 138. 94. és 274. — DONY-HÉNAULT és VAN DUUREN: Chem. Centrbl. 1908. I. 2184.

Hozzákevert vegyület	Ferrosulfat			Manganosulfat			
	0	$\frac{1}{10,000}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10,000}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$
		millimol.			millimol.		
Purpurogallin mgr	9·4	9·3	6·7	0·7	9·7	10·4	7·3

Kitűnt tehát, hogy a ferrosulfat épen nincs a reactio javára, sőt aránylag már igen gyenge concentratiónál is gátolja; manganosulfat gyenge concentratióban még kissé fokozza a reactiót, töményebb oldatban azonban már ez is ártalmas. Itt kell fel-
említenem, hogy az a készítmény volt a leghatásosabb, melynek vas-reactiója a leggyengébb. Ez egyúttal közvetve bizonyítja, hogy e peroxydasék nem kolloidális vas- vagy mangánvegyületek, hanem valódi enzimek. A vas- és mangánsók gyengén alkalikus oldatban bizonyára itt is siettetnék a reactiót.

Ezenkívül megkísérletem, eltolja-e néhány czukor vagy szénhydrát, mely a bibeszálakban bizonyára bőségesen megvan, oly reactio egyensúlyi helyzetét, melyet épen a lélekzési enzimekhez tartozó peroxydase okoz:

	0	10% glucose	4% fructose	10% nádczukor	10% maltose	2% keményítő
Purpurogallin mgr	9·4	9·5	8·1	7·2	7·2	8·2

E kísérletek útmutatást nyújtanak arra, hogy a peroxydase hatásánál ezeket is figyelembe kell vennünk. Az eddigi szerzők többnyire csak az ú. n. «mérgek» hatását vizsgálták a peroxydaséra; czukrokat, szénhydrátokat nem vettek figyelembe, holott kísérleteim igazolják, hogy az itt használt töménységben csak a glucose nem akadályozta a peroxydase hatását, ellenben a fructose, nádczukor, maltose, sőt még a keményítő is gyöngítette.

Sokkal kevesebb peroxydasém volt, semhogy e viszonyokat behatóbban vizsgálhattam volna; ép így további vizsgálatokkal kellene megállapítani, mi okozza tulajdonképen ezt a gyöngítést.

3. *A peroxydase és oxygenase enzimrendszerének változása a fejlődés alatt:* E kísérletekben legfőbb gondot arra kellett fordítanom, hogy egységes, tiszta fajtaival dolgozzam s hogy a

termelési viszonyok, talaj, stb. egyenlők legyenek, mert a burgonyagumó oxydaséival végzett kísérleteimből kitűnt, hogy ezeknek az enzimeknek mennyisége mind e körülményektől is lényegesen függ.¹ A kísérletül használt egész táblán egyetlen, tiszta tenyésztésű cső² szemtermését vetettem el. Az egyes meghatározásokhoz mindig sok csövet vettem, hogy így az egyéni ingadozásokat lehetőleg elkerüljem. A 300 légköri nyomáson kisajtott nedvet rögtön toluollal kevertem és jéggel hűtve, sötét helyen addig szűrtem, míg tiszta lett. Ezt a folyadékot használtam enzymes folyadékknak és a meghatározásokhoz a következő keverékeket állítottam össze: 100 cm³ folyadékban volt 1 gr pyrogallol, változó mennyiségű hydrogenperoxyd és 2·5 cm³ enzymes folyadék. Minden meghatározáshoz egy-egy sorozat ily folyadékot tettem fel, melyben a hydrogenperoxyd mennyisége fokozatosan növekedett; ily módon minden esetben megtaláltam — legalább durván — a hydrogenperoxydnak azt a concentrációját, mely mellett legtöbb purpurogallin vált le; ezt a mennyiséget fogadtam el a peroxydase mértékéül. Mutatványul közlöm egy ily sorozat értékeit.

H_2O_2 gr 100 cm³ folyadékban :

0·02 0·04 0·06 0·09 0·12 0·15 0·18 0·22

Purpurogallin mgr :

80·9 99·3 124·1 170·7 146·1 133·7 121·5 111·3

A folyadékokat 20—22°-on 22 órai állás után szűrtem és a purpurogallint 100 cm³ vízzel mosva és 100°-on szárítva mértem. E meghatározások előbb említett maximális értékeit, mint a peroxydase mértékét e táblázat mutatja :

¹ Kísérletügyi Közlemények, 1911. évfolyam.

² E csövet a magyaróvári országos m. kir. növénynevelési intézet vezetője, GRABNER E. úr szíveségének köszönöm.

Időpont	A kísérlet napja	A női virágzat fejlődési foka	A Peroxydase bibeszálból		B Peroxydase a szemekből		C Peroxydase a csutkából	
			gr H_2O_2 100 cm ³ -ben	Purpuro- gallin mgr	gr H_2O_2 100 cm ³ -ben	Purpuro- gallin mgr	gr H_2O_2 100 cm ³ -ben	Purpuro- gallin mgr
1.	VII. 13.	A bibeszálak még nem bujtak ki a levélhüvelyből	0·03	53·7	0·06	93·3	0·04	51·5
2.	VII. 16.	A bibeszálak éppen kibujtak, még teljesen zöldek ; sok virágpor hull	0·04	57·9	0·03	63·1	0·03	52·2
3.	VII. 19.	A bibeszálak kifejlődtek, de még fonnyadás előtt	0·04	77·1	0·04	81·0	0·04	52·8
4.	VII. 24.	A bibeszálak vége épen fonnyadni kezd, de még csak itt-ott barnul	0·06	117·4	0·04	72·2	0·04	45·5
5.	VII. 28.	A bibeszálak már meglehetősen fonnyadtak, de kilátszó tövük még zöld ; végük barna, fonnyadt	0·12	161·6	0·04	74·7	0·04	47·9
I. 6.	VIII. 1.	A bibeszálak kilátszó vége már teljesen, vagy nagy részében száraz és barna, a levelek alatt még zöld. A csutka erősen fás	0·15	245·6	0·06	108·0	0·04	44·2
II.	VIII. 2.		0·12	216·5	—	—	—	—

Látjuk, hogy a bibeszálaknál a peroxydase koncentrációjának emelkedésével együtt jár a hidrogénperoxyd szükséges koncentrációjának növekedése is, míg ezek az értékek a szemek és a csutka fejlődése folyamán állandók maradtak.

Éppen úgy határoztam meg az oxygenasét is, de a hidrogenperoxydot természetesen elhagytam s így itt mindig csak egyetlen meghatározást kellett csinálnom. Az értékek ezek:

Időpont		1.	2.	3.	4.	5.	6.
Purpurogallin mgr	A	16·3	12·2	18·9	22·0	25·6	29·2
	B	0	0	2·6	0·9	1·6	0
	C	0	0	0	0	0	0

4. *A megtermékenyítés hatása a peroxydase és oxygenase enzimrendszerére:* E tétel tanulmányozása végett a most említett vizsgálatokkal párhuzamosan meg kellett határoznom a hasonló fejlődési fokon levő, de meg nem termékenyített csövek oxydasetartalmát. E végből megfelelő számú csövet túllzacskóval kötöttem be, még mielőtt bibeszálaik a levélhüvelyből kibujtak, tehát mielőtt még megtermékenyedhettek. Azonban a fejlődés folyamán az a nehézség állt elő, hogy a bekötött csövek bibeszálai kétszer-háromszor akkorára nőttek meg s így a fejlődésnek ugyanazt a fokát, a mely szerint a meghatározások időpontját megállapítottam, jóval később érték el, mint a megtermékenyített csövek. Ennek folytán több tulajdonság nem egyezett meg egymással a megtermékenyített és a meddő csövekben; így például a meg nem termékenyített csövek többnyire már nagyobbak és fásabbak voltak, mint a megfelelő megtermékenyítettek. Ezek azonban oly nehézségek, melyeket elkerülni nem lehetett és a melyek mellett kapott adatok következetes változása kétségtelenül bizonyítja a különbséget. A meddő csövek peroxydasejára vonatkozó értékek ezek:

Idő- pont	A kísérlet napja	A		B		C	
		gr H_2O_2 100 cm ³ -ben	Purpuro- gallin mgr	gr H_2O_2 100 cm ³ -ben	Purpuro- gallin mgr	gr H_2O_2 100 cm ³ -ben	Purpuro- gallin mgr
1.	VII. 13.	0·03	53·7	0·06	93·3	0·04	51·5
2.	VII. 17.	0·04	58·1	0·06	86·0	0·03	51·0
3.	VII. 20.	0·06	78·2	0·04	77·9	0·04	44·8
4.	VII. 31.	0·08	134·8	0·04	75·5	0·04	51·5
6.	VIII. 18.	0·15	267·0 ¹	0·08	122·2	0·04	60·9

Az oxygenase értékei a következők:

Időpont		1.	2.	3.	4.	6.
Purpurogallin mgr	A	—	16·3	16·1	11·4	30·4
	B	—	0	0	0	4·8
	C	—	0	0	1·0	0

A kísérletekből levont következtetéseket már az első részben tárgyaltam; itt még a bibeszálak szárazanyagára vonatkozó adatokat közlöm:

Szárazanyag %-okban:

	2.	3.	4.	5.	6.
a) megtermékenyített	9·9	11·7	13·4	14·6	19·3
b) meddő	9·9	11·7	13·0	—	20·1

¹ E sorozat maximális adata ennél is jóval nagyobb volt, de az enzymoldat aktivitása várakozáson felül akkora volt, hogy nem gondoskodtam elég magas H_2O_2 koncentrációról.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 január 22.-én tartott üléséből.)

A BUDAPESTI HÉVVIZEK RADIOACTIVITÁSÁRÓL ÉS EREDETÉRŐL.

WESZELSZKY GYULÁ-tól.

Budapest székesfőváros tanácsa fölkérte az egyetem II. sz. chemiai intézetét, hogy a főváros tulajdonát képező artézi, rudas és sáros fürdők forrásainak vizét megvizsgálja, vajjon nem tartalmaznak-e azok valamilyen radioactiv testet. Az intézet igazgatója, dr. LENGYEL BÉLA, e vizsgálatok végzésével engem bizott meg, s miután e vizek activitása váratlan nagy volt s a vizsgálat más szempontból is érdekesnek ígérkezett, én azt intézetünk igazgatójának biztatására a többi Budapesten fakadó hévforrásra is kiterjesztettem.

Ez irányú vizsgálataimat mintegy három évvel ezelőtt kezdettem meg. Első méréseimet az ELSTER és GEITEL konstruálta készülékkel végeztem. E készülékkel nyert adataim egymás között nem egyeztek eléggé, azért e célra magam konstruáltam készüléket.¹ E készülék mérőeszköze egy lemezes electroscop, melynek mozgását ocular-microméterrel ellátott microscoppal figyelem meg. E készülék kezdetben úgy volt berendezve, hogy úgy a MEYER és MACHE ajánlotta circuláló,² mint az ENGLER és SIVEKING leírta fontastoscopus³ eljárásra is alkalmas volt. E két eljárás mindegyikével nyert adatok, noha a lemez útját pontosan tudtam követni, gyakran s sokszor tekintélyes mértékben divergálóok voltak. Ezért a készüléket úgy alakítottam át, hogy

¹ Congrès international de Radiologie et d'électricité. Tome I. 684.

² Wien. Ber. 113. Abt. II. p. 1329. 1904.

³ Physik Zeitschrift 6. p. 700. 1905.

az emanáció-tartalmú levegő befogadására szánt henger légmentesen lezárható legyen, s mivel azt tapasztaltam, hogy a hibák egyik forrása abban rejlik, hogy e meleg vizekből, a vizet közönségesen a palaczkba mérve, mindig vész el emanáció, a vizgálatához szükséges viz gyűjtésére külön berendezett palaczkot konstruáltam.¹

E palaczkokkal a vizgyűjtés olyan módon történik, hogy azt kézi légszivattyúval a gyűjtendő viz hófoka és a forrás fekvése szerint 55—65 cm-nyire evacuálok s az így elzárt palaczk csapját viz alatt megnyitom. Ha a forrás mélyebben fekszik, vagy ha fűrt kút mélyéből akarok vizet gyűjteni, úgy a palaczkok csapja elé megfelelő hosszúságban üvegsőveket kötök. A palaczkot mindenkor annyira evakuáltam, hogy az körülbelül háromnegyed részig telt meg vízzel.

Ez edényből az emanáció-tartalmú levegőt oly módon vittem át a mérőedény hengerébe, hogy azt szintén 60—65 cm-nyire evakuáltam s az evakuált térbe bocsátottam át szárító chlorcalciumcsövön keresztül a gázokat. Minthogy a mérőhenger ürtartalma kerekszámban 8 liter, evakuálással abból körülbelül 6 liter levegőt szívattam ki, a vizgyűjtőedényben pedig a viz fölött 1 liternyi tér van, tehát e gázokat körülbelül ötször annyi levegővel öblitettem át. Megkísérlettem a vízben oldott emanációt forralással kiűzni, valamint úgy is meghatározni, hogy a vizet a fölötte levő levegővel jól összerázva, csak a viz fölött levő levegőt vittem át s az összes emanációtartalmat az emanáció absorbtíós coefficiense alapján számítottam. Az irodalomban a radiumemanáció absorbtíós coefficiensére vonatkozó adatok még hiányosak ugyan, de a tapasztalataim azt mutatják, hogy nagyobb mennyiségű vízzel dolgozva, az eddig ismert adatok alapján számított és a kiforralással nyert értékek körülbelül egyforma hiba-határok között egyeznek.

Méréseimnél ennélfogva, ha nagyobb mennyiségű vízzel s nem laboratóriumban dolgoztam, a kiforralási módszert mellőztem s a vízben oldott összes emanáció mennyiségét, annak absorbtíós coefficiense alapján számítottam.

¹ Physik. Zeitschrift, 13. Jahrg., 1912. p. 240.

A mi az emanáció előidézte vezetőképesség meghatározásának módját illeti, megkíséréltem azt közvetlenül az emanáció tartalmú levegőnek a készülékbe bocsátása után meghatározni. megkíséréltem a meghatározást későbbi időpontban végezni s a készülék gyors kiszellőztetése után a radioactiv lerakódás okozta vezetőképességet meghatározva, az emanáció okozta vezetőképességet az utóbb kapott érték levonásával az előbbiből számítani. Ez eljárások egyikével sem tudtam egybevágó adatokat kapni s adataim divergálók voltak akkor is, a mikor a megfigyeléseket sorozatosan végezve, a kezdeti értéket extrapolálással kerestem. E módszerekkel nyert adataim néha 30—40%-kal különböztek egymástól, azért végül a DUANE és LABORDE ajánlotta eljáráshoz¹ folyamodtam, melynek lényege, hogy a leolvasást az emanációnak a készülékbe bocsátatása utáni harmadik óra végén végezzük s a nyert adatokból a kezdeti értéket egyszerű képlettel számítjuk. Ez eljárás előnye, hogy a vezetőképesség ekkor hosszabb időn át alig változik, több ellenőrző mérést vagyunk képesek végezni. Az ajánlott számítási mód, miként GÖTZ IRÉNNÉK intézetünkben végzett kísérleteiből meggyőződtem, teljesen reális értékeket ad.

Hogy az ily módon végzett mérések miként egyeznek, a lvi n aplómból vett következő példával világítom meg.

Sáros fürdő forrása. 1911 márcz. hó 27.-én.

Az electroscop lemeze —10-től +10-ig (11·1 Volt) esett közönséges levegővel a készülékben 13·30 alatt.

Az electroscop lemeze —20-tól +20-ig (21·5 Volt) esett 3 órával az emanációnak a készülékbe bocsátása után:

I.	—	—	—	—	—	23·0" alatt
II.	—	—	—	—	—	23·6" "
III.	—	—	—	—	—	24·0" "
IV.	—	—	—	—	—	23·0" "
V.	—	—	—	—	—	23·0" "
					közéértékben	<u>23·32" alatt</u>

¹ Le Radium, 1910.

Ezekből, minthogy a kísérlethez vett víz mennyisége $W=3.7$ liter, a vízgyűjtő edényben levő levegő mennyisége $l=1.525$ liter, a víz hőfoka 40°C , absorbtíós coefficiense $a=0.16$, a föntiekből számított percenkénti potenciálesés $V=57.040$.

Egy liter vízre számítva $V = \frac{V(1+aw)}{lw} = 21.43$, ebből az egy liter vízben oldott emanáció mennyisége $=1.45$ milligr. *Ra* sec.

II. Sárosfürdő forrása. 1911 márczius hó 29.-én.

Az electroscop lemeze -10 -től $+10$ -ig (11.1 Volt) esett közönséges levegővel a készülékben $13.30''$ alatt.

Az electroscop lemeze -20 -től $+10$ -ig (21.5 Volt) esett 3 órával az emanációnak a készülékbe bocsátása után :

I.	— — — — —	23.2''	alatt
II.	— — — — —	24.2''	«
III.	— — — — —	24.0''	«
IV.	— — — — —	23.0''	«
középvértékben		23.5''	alatt

$$W = 3.5 \text{ liter,}$$

$$l = 1.725 \text{ liter,}$$

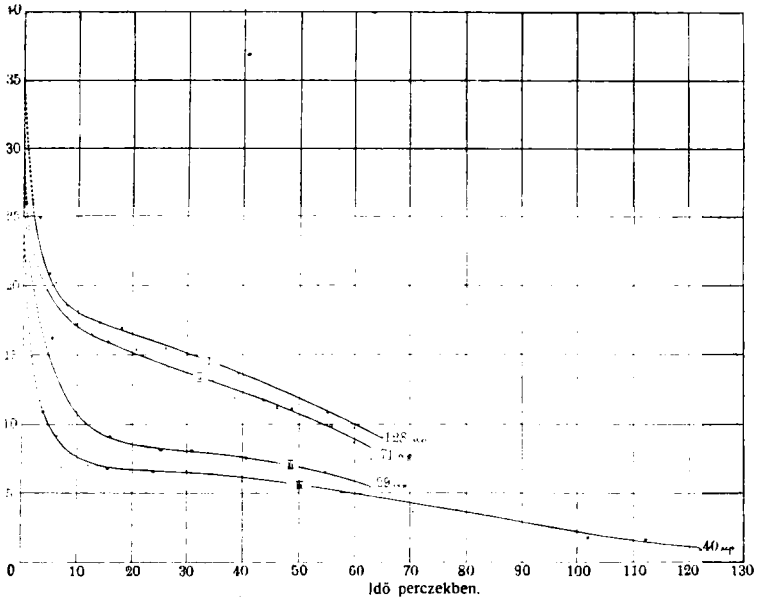
$$a = 0.16,$$

$$V = 56.6$$

Egy liter vízre számítva $V = \frac{V(1+aw)}{lw} = 21.42$, ebből az egy liter vízben levő emanáció mennyisége $= 1.44$ milligr. *Ra* sec. (a készülék kapacitása $= 12.9$, $\frac{S}{\text{Vol.}} = 0.319$).

E számítási mód csak az esetben ad helyes eredményt, ha az oldatban tisztán csak radiumemanáció volt, erről természetesen előzetesen kellett meggyőződnöm. Ennek megállapítását a következőkép végeztem: Az emanáció-tartalmú levegőt a készülékbe bocsátva, azt hosszabb-rövidebb ideig hagytam a készülékben időzni. Majd a készülék fedelét leemelve, azt gyorsan kiszellőztettem, ezután ismét összeállítván azt, lehetőleg rövid időközökben megfigyeltem a levegőnek a radioactiv lera-kódás okozta vezetőképességének változását.

Az alábbi 1. ábrán az abscissára a kiszellőtetéstől eltelt idő percekben, az ordinátára a megfelelő időben észlelt s egy percre átszámított potenciálesés Voltokban kifejezve van felrakva. Az egyes kísérlet-sorozathoz tartozó pontok vonallal vannak összekötve. A görbék pontozott része extrapolálva van. Az egyes görbék mellé írott számok az expositio idejét tüntetik



1. ábra.

fel, azaz azt az időt, a meddig a készülék az emanáció indukáló hatásának ki volt téve.

E görbék mindegyike már magában is a radium radioactiv lerakódásának viselkedésére vall, de egymás mellett nézve azokat, még az is szépen kitűnik azokon, miként érvényesül különbözőképen a radium *A*, *B* és *C*, a szerint, a mint a készülék hosszabb vagy rövidebb ideig volt az emanáció hatásának kitéve. Nagyobb biztonság kedvéért azt a kísérleti sorozatot, a melyből a IV. számú görbét konstruáltam, egy órán túl is folytattam, s az egy órán túli időben nyert adatokat, valamint az azokból számított értékeket a következő 1. táblázatban közlöm.

1. táblázat.

A készülék kiszellőztetésétől számított idő percekben	E táblázat első adatától számított idő percekben	A perccenkinti potenciálásés Voltokban	λ
78·5	0	3·57	—
102·0	23·5	1·94	$4·3 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$
112·0	33·5	1·64	$3·9 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$
122·0	43·5	1·01	$4·8 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$
közéértékben ...			$4·3 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$

Ez adatok világosan a radium *B*-re vallanak, úgy hogy ki van zárva annak eshetősége, hogy a mérés alkalmából a talált vezetőképességet más mint a radiumemanáció és annak termékei okozzák.

Az egyes források radiumemanáció-tartalmát az alábbi 2. táblázatban közlöm.

2. táblázat.

A forrás neve	Hőfoka	Egy liter víz radiumemanáció-tartalma* milligr. radiumsecundumban kifejezve
Városligeti artézi kút	74°	gyengébb
Sárosfürdő forrása	43°	1·45
Rudasfürdő:		
Rákóczy-forrás	42°	3·56
Török-forrás	42°	3·02
Kossuth L.-forrás	42°	2·82
Mátyás-forrás	42°	2·55
Ráczfürdő:		
Nagy forrás	43°	1·52
Kis forrás	43°	0·84
Királyfürdő	53°	0·175
Császárfürdő:		
Ivóforrás	59·5°	0·15
Ivóforrás szívóaknája	57°	0·28
Mária-forrás	54°	0·38
Náador-forrás	50°	0·43
Antal-forrás	58°	0·27
István-forrás	50°	0·45
Török-forrás, melegebb	29°	0·51
Török-forrás, hidegebb	21°	0·37
Margitszigeti artézi kút	43°	0·09

* Ausztriában és Németországban az ásványos vizek aktivitását többnyire az úgynevezett Mache-egységekben szokták kifejezni. Ez egység a készülék dimenziói szerint változik; egyrészt ezért, másrészt mivel az egyesek által használt mérési módszerek túlnagy értéket szolgáltatnak, én az aktivitás mértékének az egységben való kifejezését mellőztem.

Megjegyzem, hogy e vizek szilárd radium-vegyületeket oldva csak igen keveset tartalmaznak, főként annak emanációja van azokban oldva; belőlük kevés kovasavat, vasat, aluminiumot, magnesiumot és sulfatot tartalmazó, főként calciumcarbonátból álló üledék válik ki, a mely ott a hol a víz csendesebben folyik vagy áll, kristályosan rakódik le, a hol szívatva vagy zavarva lesz, finom iszapot képez, a zárt csövekben kristályosan válik ki, a hol szabadon folyik tovább, a vele érintkező testeket kéreggel vonja be. A vizeknek e váladéka gyenge aktivitást mutat, jeléül annak, hogy a víz kifolyása helyén még tartalmaz oldott radium-sókat.

E vizek közül legmelegebb a városligeti artézi kút vize. E kút fúrását ZSIGMONDY VILMOS 1868-ban kezdte, 1878-ban fejezte be. E kút fúrására az impulzust az adta, hogy a budai források vizéhez hasonlót olyan helyen kapjon, a hol a helyi viszonyok nagyobb fürdő építésére alkalmasak. Föltevését, hogy e helyen, mintegy 3 kilométernyi távolságra a legközelebbi hévforráshoz meleg vízre fog akadni, Budapest környékének geológiai viszonyaira alapította. Szerinte¹ az a terület, mely Budapest földalatti viszonyaira befolyással bír, 345 négyszögkilométert tesz ki. A budai hegyek mind vízszegények, mert beszivárgó vizük azok repedésein a mély rétegekbe jut, a honnan hévforrások alakjában kerül elő. A budai hévforrásoknak vízmennyisége 24 óránként 494,200 hektoliter. Ezt a vízmennyiséget Budapest környékének évi csapadéka (HUNFALVY szerint 427 m), ha annak csak egy nyolczada szivárog be, pótolni tudja.

Föltevését a következőkben foglalja össze:

«1. A budai hegyek geológiai szerkezete két nagy terjedelmű s vízhatlan rétegek által fedett földalatti víztartó keletkezésére szolgáltatott alkalmat, melyek egyike a kisczelli agyag felett, másika pedig ezen agyag alatt képződött. Az első vizét a Kőbányától Promontoron és Sós-kúton keresztül Biáig terjedő vonalon beszivárgás útján nyeri, vízhatlan Congéria-rétegek által fedetik s föléjtje délnek van irányozva.»

¹ A városligeti artézi kút fúrása Budapesten ZSIGMONDY VILMOS-tól, 1878.

«A második a Budaörstől Pomázig terjedő területen beszivárgó víznek köszöni létét, kisczelli agyag által fedetik s lejtője keletnek, azaz Pest városának lévén irányozva, a Duna folyam s Pest város határa alatt terjed el.»

«2. Az utóbbi, t. i. a budaörsi-pomázi víztartó fölejtője, mint mondám, Pest felé, majdnem egyenszögűen, egy a Duna jobboldalán északról dél felé terjedő főrepedésre lévén irányozva s mindazon meggyült víz, mely a budai hegyoldalok résein ki nem folyhatott, ezen repedésbe jutván és meghévíttetvén a repedéstől Pest felé eső részén a víztartó összes vize, miután annak vízhatlan földje miatt többé hidegebb vízzel érintkezésbe nem jöhet, a budai hévforrások közül eddigelé észlelt legmagasabb hőfokkal birand.»

«3. A budai s ó-budai felszálló hévforrások vizüket egy és ugyanazon víztartóból nyervén s létüket azon feszerőnek köszönvén, mely a felettők levő vízhatlan rétegeket s azokban alulról erósió folytán repedéseket előidézni képes volt, minden fúrlyuk, mely a Pomáztól a budapesti lánczhídíg nyúló vonalra egyszögűen a budai vagy pesti dunapartokon megindítatik, a többször érintett víztartó vízhatlan rétegeinek áttörése s kellően csövekben való befoglalása után felszálló s egyforma hőfokú hévforrást nyitnak meg.»

«4. Minden fúrlyuk ellenben, mely a kőbányai biai vonaltól dél felé a kisczelli agyagig mélyesztetik, szintén felszálló, de csak hideg forrást fog eredményezni.»

A városligeti artézi kút fúrása 970·48 méter mély; felváltva homok, kavics, homokkő, márga és agyagrétegeket törve át, dolomitrétegben végződik. Közvetlenül a dolomitréteg fölött egy 85 cm vastag szénrétegen tör át.

ZSIGMONDY a kút fúrásakor különböző mély rétegekben a következő hőmérsékleteket észlelte:

3. táblázat.

58	méter	mélységből	felhozott	iszap	hőmérséklete	15·0° C
66	"	"	"	"	"	19·8° "
84·63	"	"	"	"	"	20·6° "
160	"	"	"	"	"	30·0° "
189	"	"	"	"	"	31·8° "
275	"	"	"	"	"	35·0° "
308·45	"	"	"	"	"	37·8° "
364	"	"	"	"	"	44·0° "
390	"	"	"	"	"	46·8° "
444	"	"	"	"	"	49·3° "
465	"	"	"	"	"	51·3° "
495·22	"	"	"	"	"	51·8° "
512	"	"	"	"	"	53·2° "
560	"	"	"	"	"	58·1° "
570·12	"	"	"	"	"	60·6° "
618	"	"	"	"	"	64·4° "
700	"	"	"	"	"	70·2° "
751	"	"	"	"	"	72·2° "
881	"	"	"	"	"	80·0° "
903	"	"	"	"	"	80·9° "
A 970 méter mélyből fakadó víz hőmérséklete						73·9° "

Az e táblázatban feltüntetett adatok szerint a 970 méter mélységből fakadó víz hőmérséklete 7°-kal alacsonyabb, mint a talaj hőmérséklete 903 méter mélységben volt. Még érdekesebb, ha a különböző mélységben fakadó víz hőmérsékletét feltüntető táblázatot melléje állítom.

A vizet szolgáltató dolomitréteget 917·1 méter mélységben érte el ZSIGMONDY, de felszálló vizet csak 924·8 méter mélységben észlelt. Ez időtől fogva a fúrás haladtával úgy a kifolyó víz mennyiségét, mint hőfokát mérte. Mérési adatait a következő 4. táblázatban reprodukálom:

4. táblázat.

	A kifolyó víz hőmérséklete C fokokban	A 24 év alatt kifolyó víz mennyisége hektoliterben	Mélység méterben	Észrevételek	
1877 október 10.	43·375	432	929·8	A víz 3 m-rel a felszín alatt folyik ki.	
1877 " 11.	45·125	518	930·5		
1877 " 12.	46·500	648	931·23		
1877 " 13.	47·125	740	952·98		
1877 " 14.	49·625	797	952·96		
1877 " 15.	53·375	1926	933·66		
1877 " 16.	59·250	2073	934·65		
1877 " 17.	62·000	2592	935·05		
1877 november 1.	64·75	1920	936·45		A víz fél mé- terrel a fel- szín alatt folyik ki.
1877 " 2.	65·875	2250	937·06		
1877 " 4.	66·250	2304	937·31		
1877 " 6.	68·250	3544	936·56		
1877 " 8.	69·250	3918	940·94		
1877 " 10.	69·750	4430	941·94		
1877 " 12.	71·500	5119	945·34		
1877 " 13.	71·125	5333	947·01		
1877 " 15.	71·600	5760	949·34		
1877 " 16.	71·75	6582	950·44		
1877 " 17.	72·000	6939	951·32	A víz fél mé- terrel a fel- szín alatt folyik ki.	
1877 " 22.	72·125	7386	951·75		
1877 " 30.	72·375	7529	953·77		
1877 december 1.	72·500	7680	953·93		
1877 " 3.	72·750	8470	954·52		
1877 " 4.	73·000	9142	955·36		
1877 " 5.	73·250	9163	956·02		
1877 " 6.	73·250	9600	956·46		
1877 " 10.	73·250	10080	957·92		
1877 " 12.	73·375	10285	958·27		
1877 " 13.	73·500	10602	958·95	A víz fél mé- terrel a fel- szín alatt folyik ki.	
1877 " 18.	73·625	10634	962·37		
1877 " 19.	73·625	10800	962·56		
1877 " 20.	73·625	10971	963·45		
1877 " 21.	73·673	11148	964·37		
1878 január 16.	73·750	11520	970·01		
1878 " 21.	73·875	11917	970·48		

Az e két táblázatban foglalt adatokra később még vissza fogok térni.

A víz chemiai alkata THAN KÁROLY¹ vizsgálata szerint a következő:

5. táblázat.

10,000 súlyrész vízben van		Aequivalens százalékokban	
Calcium	1·6349	Ca $\frac{1}{2}$	43·62
Natrium	1·5620	Na	36·07
Magnesium	0·3656	Mg $\frac{1}{2}$	16·22
Kalium	0·2433	K	3·31
Strontium	0·0320	Sr $\frac{1}{2}$	0·39
Ammonium	0·0093	H ₄ N	0·29
Vas	0·0051	Fe $\frac{1}{2}$	0·10
Mangan	0·0035	Mn $\frac{1}{2}$	0·07
Baryum	0·0006	Ba $\frac{1}{2}$	0·02
Aluminium	0·0003	Al $\frac{1}{3}$	—
Lithium	0·0002	Li	0·01
Carbonat	2·1789	CO ₃ $\frac{1}{2}$	38·66
Chlorid	1·9035	Cl	28·58
Sulfat	2·0327	SO ₄ $\frac{1}{2}$	22·53
Silicat	0·7044	SiO ₃ $\frac{1}{2}$	9·82
Borat	0·0307	Bo ₂	0·38
Fluorid	0·0007	Fl	0·02
Jodid	0·0003	J	0·02
Phospat	0·0007	PO ₄ $\frac{1}{3}$	0·01

A nem illékony szervesen anyagok összege	10·7087	s.-r.
Szabad szénsav	5·4248	«
Félig kötött szénsav	1·5978	«
Kénhydrogén	0·0077	«

A forrásból kitörő gázok alkata:

Szénsav	77·77	térfogat
Nitrogén	20·24	«
Mocsárgáz	1·08	«
Hydrogén	0·46	«
Szénmonoxyd	0·24	«
Kénhydrogén	0·21	«
összesen	100·00	térfogat

Megemlítem még, hogy a kút fúrásakor 676·93 méternyi mélység elérte után a dolomit felett talált szénréteg átfúrásáig

¹ Értekezések a természettudományok köréből. M. tud. akad. kiadványa. X. kötet, IX. szám, 1880.

a tisztító csővel felhozott iszából nagy mennyiségű meggyújt-
ható gázok fejlődtek, melyek dr. RICK GUSZTÁV analízise¹ szerint:

6. táblázat.

48·34	térfogatszázalék	mocsárgázból,
38·68	«	nitrogénből,
9·09	«	hydrogénből,
2·09	«	széndioxydból és
1·80	«	oxygénből állottak.

Én a budapesti hévviKzkekkel végzett méréseimet e forrásnál kezdtem meg. Ekkor még nem használtam a dolgozatom elején leírt vízgyűjtő edényt, hanem a vizet nagy kádba bocsátva, ebből merítettem azt. Az e vízzel nyert mérési adatok tekintélyes mértékben különbözők voltak, azért nem közlök e víz emanáció-tartalmáról számszerű adatot. A most használt vízgyűjtő edénnyel ugyan közvetlenül a kifolyó csőből vehetnék vizet, de az így gyűjtött vízzel végzett mérések eredményei sem adnák a valódi értéket, mert a kút berendezése mostanában olyan, hogy a fúrás helye teljesen el van zárva; innen a víz a távolabb fekvő fürdőhöz van vezetve s csak itt lehetett ahoz hozzáférni. Mivel azonban a forrás vizével nagy tömegű gáz tör elő, ezt a fúrás helyén alkalmazott kipuffogón előzetesen eltávolítják s e gázokkal a magas hőfokú vízben oldott emanációnak is tekintélyes része eltávozik. Mérési észleléseimből következtetve, e víz radium-emanáció-tartalma a 2. táblázatban felsorolt gyengébben activ viKz emanáció-tartalmával lesz egyenlő.

A Sárosfürdő forrása a Gellérthegy lábánál, annak dél-keleti lejtője alatt, közvetlenül a Duna partján, sziklarepedésből fakad. Évekkel ezelőtt itt közvetlenül a forrás felett primitív fürdő állott s a nép a forrás vizének szinte csodálatos gyógyító hatást tulajdonított. A Ferencz József-híd építésekor a fürdőt lebontották s a környék rendezésekor a forrás beboltozva az úttest alá került. Ma a forrás Budapest székesfőváros tulajdonát képezi, a mely a forrás vizének értékesítésére nagyszabású fürdőt

¹ A városligeti artézi kút Budapesten ZSIGMONDY VILMOSTÓL 1878.

épit. A forrás vízbősége napi 800—1000 köbméter, hőfoka 43—45° között váltakozik. A víz chemiai összetételét legutóbb BALLÓ MÁTYÁS¹ vizsgálta s adatait a következő táblázatban közlöm.

7. táblázat.

10,000 gr. vízben van	Aequivalens százalékokban	
Calcium... ..	1·93912	<i>Ca</i> ¹ / ₂ 40·75
Magnesium... ..	0·62690	<i>Mg</i> ¹ / ₂ 21·40
Strontium... ..	0·02350	<i>Sr</i> ¹ / ₂ 0·22
Baryum... ..	nyom	
Kalium... ..	0·27890	<i>K</i> 5·84
Natrium... ..	1·71160	<i>Na</i> 30·50
Lithium... ..	0·01506	<i>Li</i> 0·88
Vas... ..	0·01190	<i>Fe</i> ¹ / ₂ 0·17
Mangan... ..	0·00660	<i>Mn</i> ¹ / ₂ 0·09
Aluminium... ..	0·00333	<i>Al</i> ¹ / ₃ 0·15
Chlorid... ..	1·84074	<i>Cl</i> 21·77
Bromid... ..	0·00258	<i>Br</i> 0·01
Jodid... ..	0·00013	<i>J</i> 0·04
Sulfat... ..	3·99270	<i>SO</i> ₄ ¹ / ₂ 34·87
Borat... ..	0·02466	<i>BO</i> ₂ 0·23
Phosphat... ..	0·00985	<i>PO</i> ₄ ¹ / ₃ 0·12
Hydrocarbonat... ..	0·608205	<i>HCO</i> ₃ 41·80
Kovász... ..	0·34600	<i>SiO</i> ₃ ¹ / ₂ 1·20
Hangyasav... ..	0·00045	
Egyéb szerves savak... ..	0·00139	

Összes szilárd alkotó részek 180° C-on szárítva... .. 13·9475 gr.
 Szabad szénsav (*CO*₂)... .. 2·58470 "
 Kénhidrogén vagy szénoxysulfid nincs a vízben.

A forrás, mint fentebb említettem, a Ferencz József-híd előtt elhaladó úttest alatt beboltozott medenczében fakad. Mikor először végeztem méréseket a forrásnál, a medence egészen meg volt telve vízzel, sőt a medenczéhez vezető lépcsők egy része is víz alatt volt. A vizet ott merítettem, a hol a forrás őrének útmutatása szerint a forrás legerősebb kiömlési helyét gondoltuk. A víz ekkor sokkal kisebb aktivitásúnak mutatkozott, mint a forrás közelében levő Rudasfürdő forrásainak aktivitása volt. Minthogy valószínű volt, hogy a stagnáló

¹ Budapest sz.-föv. vegyészeti és élelmiszervizsg. intézetének évkönyve.

meleg vízből az oldott radiumemanáció jó része eltávozott, vizsgálataimat körülbelül egy évvel később, mikor a főváros mérnöki hivatala a forrás vizszolgáltatását mérte s e czélból a medenczéből a vizet kiszívatta, megismételtem. A medencze alja ekkor törmelékekkel s e fölött mintegy félméteres rétegben a vízből kivált kristályos calciumcarbonáttal (calcit vagy aragonit) volt borítva. A medencze alja ekkor száraz volt, csak egy nedves vonal mutatta a vizet szolgáltató repedés irányát. E repedés egyik pontjába szélesebb cső volt illetve, itt bugyogott fel legerősebben a víz s az itt merített vízzel végzett mérésem eredménye van a táblázatban feltüntetve. Az ekkor eszközölt szivatóást fölhasználtam arra, hogy megvizsgáljam, hogy a víznek zárt csövekben szivattyúval való továbbításával az abban oldott emanációnak milyen mennyisége vész el. A szivattyu szívócsöve közvetlenül a forrás mélyébe volt lesüllyesztve, a honnan a vizet körülbelül 10 méternyi magasságban a földszínen elhelyezett, a vízbőség mérésére szolgáló vastartályba üritette. Egy időben merítettem vizet a forrásból és a tartályból, s míg a forrás vizének emanáció-tartalma 1·45 milligr. *Ra secundum*, a tartályból merített vizé csak 0·43 milligr. *Ra secundum*mal volt egyenlő, tehát a víz emanáció-tartalma egyszerűen szivattyúval való továbbítással s a csőből való kiömléssel, majdnem negyedére csökkent. A forrás kristályos üledékéből mintegy 6—8 kilogrammnyi sósavban oldva, ebből kénhydrogénnel kevés csapadékot kaptam, mely réz és arzen sulfidjából állott.

A forrás vize az utóbbi időben mintegy 20 évig használatlanul állott. A vizsgált üledék ez alatt az idő alatt gyűlt össze a forrásmedenczében. Ez üledéket kitararitották s a forrás vizét mostanában állandóan szivatják. Az újabban kivált üledéket újból vizsgáltam, abban a rezet, bár kisebb mennyiségben, szintén ki lehetett mutatni, de arsent ebben nem találtam. Lehet, hogy e test, mely csak végtelen kevés mennyiségben lehet a vízben, most az állandó szivatóaskor nem tud kiválni, de lehet, hogy az arsen máshonnan került az üledékbe vagy annak oldatába. E kérdés eldöntésére szolgáló kísérleteim most vannak folyamatban.

Az első alkalommal kapott arsent és rezet egymástól el-

választva, az arsen sulfidja gyenge aktivitást mutatott. Emanáció képződését kimutatni nem lehetett; a platinalemezre kiterített csapadék kilövelte sugarakat 0·02 milliméter vastag aluminium-lemez absorbeálta. Ezekből ítélve valószínű, hogy a csapadék aktivitása poloniumtól származik.

A Rudasfürdő a Gellérthegy keleti oldalán szintén közvetlenül a Duna mellett fekszik. A Rudasfürdőnek több forrása van, a melyek részben a hegy meredek oldalán levő repedésekből a hegy belseje felől jönnek elő, részben a hegy alatt elhaladó úttest alatt fakadnak. E források vize természetes eséssel egy közös gyűjtőmedenczébe folyik, a honnan azt a szivattyú a fürdőbe továbbítja.

E források naponként 700—900 köbméter vizet szolgáltatnak. Hőfokuk 40—42° között változik. A források vízbősége a Duna vízállásától függ. A fürdő főgépészenek állítása szerint a víz hőfoka a vízbőséggel függ össze, és pedig nagyobb vízbőség mellett a víz hőfoka magasabb, kisebb vízbőségnél alacsonyabb.

A víz chemiai összetételét legutóbb RÖZSÉNYI IVÁN¹ végezte. Szerinte:

8. táblázat.

10,000 gr. vízben van		Aequivalens százalékokban	
Calcium	1·91692	Ca ¹ / ₂	43·05
Strontium	0·02710	Sr ¹ / ₂	0·27
Magnesium	0·62954	Mg ¹ / ₂	23·22
Kalium	0·21876	K	2·51
Natrium	1·56539	Na	30·51
Lithium	0·00568	Li	0·36
Vas	0·00186	Fe ¹ / ₂	0·03
Mangan	0·00315	Mn ¹ / ₂	0·05
Aluminium	0·00023	Al ¹ / ₃	—
Chlor	1·65395	Cl	20·71
Brom	0·00148	Br	0·008
Jód	nyomok		
Sulfat	3·69596	SO ₄ ¹ / ₂	34·18
Borat	0·01999	BO ₃	0·20
Phospat	0·00403	PO ₄ ¹ / ₃	0·05
Hydrocarbonat	6·00363	HCO ₃	43·76
Kovasav (SiO ₂)	0·29933	SiO ₃ ¹ / ₂	1·10
Hangyasav	0·00153		
Egyéb szerves savak	0·00191		

Összes szilárd alkotó részek 12·9764 gr.

Szabad szénsav 2·11095 "

Kénhidrogén vagy szénnoxysulfid nincs.

¹ Budapest székesfőváros vegyészeti és élelmiszervizsgáló intézetének évkönyve, 1901—1903.

A mint a 2. táblázatból látható, a Rudasfürdő forrásainak radioaktivitása az összes budapesti hévvizek között a legnagyobb. Az egyes források aktivitása egymástól különbözönek adódott, de lehetséges, hogy e különbségek még kisebbek lennének, ha sikerülne e források feltörési helyét megközelíteni s közvetlenül onnan meríteni a vizet. E források nagyobb része ugyanis a hegy meredek oldalából vízszintes irányú repedésekből jön elő. E repedések szája elég széles s némelyik 2—3 méter magas, beljebb azonban erősen megszűkül. Ezekből jön elő a meleg víz gyenge eséssel; természetes, hogy útjában emanáció-tartalmának egy részét elveszti.

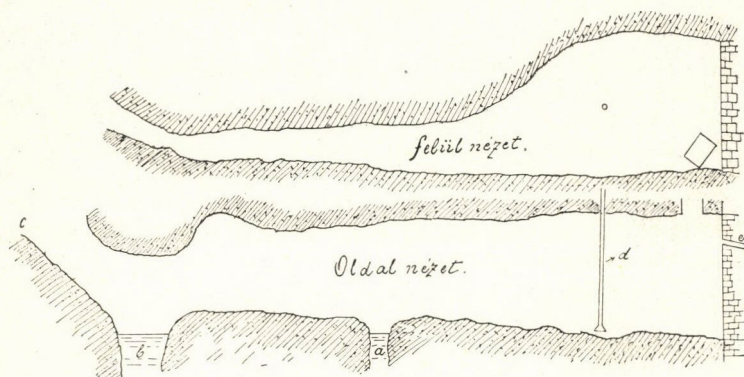
E források medenczéiben a Sárosfürdő forrásáéhoz hasonló kristályos üledék gyúlik össze, a melyet onnan évenként egyszer eltávolítanak. A múlt év nyarán kiszedett üledéket intézetünkben dr. BERKÓ JÓZSEF vizsgálta. A 8 kilogramm üledékből kénhydrogénnel kapott csapadékban arsént nem, csak kevés rezet talált; a réz mellett ammoniával igen kevés, bismuth hydroxyd-hoz hasonló fehér csapadékot kapott.

A Ráczfürdő forrásai a Gellérthegy északnyugati oldalán, közvetlenül a hegy lábánál, a Dunától valamivel távolabb fakadnak. A nagy forrás «hat öl hosszú, kovasavtól megkeményített és vasoxydtól sárgára festett dolomit-sziklarepedésből fakad». ¹ E sziklarepedés mintegy félméter széles, függőleges irányban halad lefelé s alig egy méternyire a víz színe alatt már sűrű iszappal van kitöltve. Ez iszap alól bugyog elő a víz. A víz hőmérséklete, mikor vizsgálataimat végeztem, 43° volt. A kis forrás alakját az alábbi rajzzal vázolom.

E vázlat nem pontos mérések, csak emlékezet után készült. A férfi-fürdő egyik kabinjából kőlappal fedett nyíláson és hágcsókon tágasabb nyílásba juthatunk, mely vízszintes irányban a Gellérthegy felé halad s mind alacsonyabb és szűkebb lesz. Az *a*-val jelölt helyen mintegy méter széles, vízzel és iszappal telt üreg van. A *b*-vel jelölt helyen hasonló, de valamivel nagyobb üreg található, itt azonban a repedés már annyira szűk és alacsony, hogy csak guggolva s helyenkint oldalt fordulva lehet azt megközelíteni. A forrást magát nem lehet látni, csak a csobogása hallható, jeléül annak, hogy a víz

¹ Das Raitzenbad in Ofen von Dr. J. N. v. HEINRICH, 1873.

magasabb helyről (*c*) folyik az alatta levő üregbe. A két üreg lehet a víz által mélyesztve, de a *b* üregbe bebocsátkozva, annak fenekét érni nem lehet s így lehetséges, hogy azok régi eliszapolódott forrásjáratok.¹ Rendes körülmények között az egész repedés vízzel van megtöltve s a víz az *e* nyíláson át természetes eséssel a fürdő medenczéjébe folyik. De *d*-nél a vizet szivattyúval is el lehet távolítani s ekkor a repedés hozzáférhető lesz. Mint a 2. táblázatból látható, míg a nagy forrás emanáció-tartalma 1·52, addig



2. ábra.

a kicsié 0·84 milligr. *Ra* secundummal egyenlő. E különbség, ha a fenti rajzot nézzük, érthetővé válik. Ugyanis itt a víz, mielőtt a méréshez mérhető lenne, kis vízesést képez, a mikor emanáció-tartalmának tekintélyes részét elveszíti.

A *b* üregből merített iszapban — mely részben a forrás üledékéből, részben a falakról levált márga maradékából áll, melyben egész márgarögök is voltak — arsen és rezes tudtam kimutatni. A kapott arsen sulfidja mintegy 2 grammnyi volt. Az iszap oldására megvizsgált arsenmentes sósavat használtam. A kísérlet megismétlése folyamatban van.

¹ Föltevéseimből kifolyólag, a fürdő igazgatója a *b* üreget tisztíttatni kezdte s a helyenkint kiszélesedő, majd összeszűkülő üreget mintegy négy méternyi mélységig tudták kitisztítani. *b* üreg tisztításakor a *c*-nél ömlő forrás elapadt, a víz mélyebb helyen tört a *b* üregbe s mennyisége is megszorodott, jeléül hogy ez üreg tényleg az eldugult régi forrásjárat.

Megemlítem még, hogy a mai Ráczfürdő már 1464-ben Királyfürdő név alatt főnnállott.¹

A mostani Királyfürdő forrása mintegy 3 kilométernyire északra a Gellérthegyi forrás-csoportoktól, a Józsefhegy alján, a Duna mellett fakad. A bővizű forrás vize még a török hódoltság idejében lefektetett földalatti csöveken természetes eséssel folyik a forrástól több száz méternyire épített Királyfürdőbe.

A Császárfürdő forrásai szintén a Józsefhegy keleti lábánál, alig száz m-nyire az előbb említett forrástól fakadnak. E források vizének hőmérséklete a lehető legkülönbözőbb. A 65·5°-os Szent Antal-forrás mellett találjuk a 21°-os török forrást. E források vízbősége rendkívül nagy. A víznek egy része turbinát hajt, mely a vízszivattyút tartja mozgásban.

A különböző források vizének összetételét legutóbb dr. HANKÓ VILMOS vizsgálta.² E vizsgálatok eredményét, miután e vizek összetétele nagyjában hasonló, nem fogom egyenként közölni. Az alábbi táblázatban az egyes alkotórészekből csak a talált legkisebb és legnagyobb mennyiségeket tüntetem fel.

9. táblázat.

	10,000 gr. vízben van		Aequivalens százalékokban		
	max.	min.	max.	min.	
Calcium	2·278	0·88509	Ca 1/2	54·032	47·967
Magnesium	0·3852	0·28505	Mg 1/2	25·821	11·907
Natrium	1·4750	0·40681	Na	33·39	19·176
Kalium	0·402	0·03963	K	4·886	1·106
Lithium	0·0326	0·00302	Li	5·062	0·202
Mangan	0·01986	0·00000	Mn 1/2	0·353	0·000
Vas	0·08274	0·0016	Fe 1/2	0·456	0·065
Hydrocarbonat	6·7720	4·1553	HCO ₃	73·843	53·036
Sulfat	1·9667	1·1217	SO ₄ 1/2	25·333	18·618
Chlorid	1·6262	0·00948	Cl	27·562	0·293
Kovasav (SiO ₂)	0·544	0·047			
Összes szilárd alkotórészek			23·510	8·352 gr.	
Szabad szénsav			1·7718	1·609	*
Szénoxysulfid			0·0062	nyom	

A Császárfürdő az Irgalmasrend tulajdonát képezi. Maga a fürdő ósrégi épület, mely az évszázadok folyamán számtalan átalakuláson ment keresztül. A különböző időben történt épít-

¹ Das Raitzenbad in Ofen von Dr. J. N. v. HEINRICH, 1873.

² A Császárfürdő rövid ismertetése.

kezésekkor a források vizét részben elvezették, részben a forrásokot átboltozva, föléjük építettek, úgyhogy ezek egyik-másikának eredeti fakadási helyét nem is ismerjük. Az úgynevezett ivóforrás és az ivóforrás szívó aknája úgy látszik nem külön források, hanem egy vagy több távolabbi forrás vizének gyűjtőaknái. Ugyanis a fürdő igazgatójának elbeszélése szerint a szívóakna oldalán, ha abból a vizet kiszivatják, egy cső látható, melyből meleg víz jön. Ez az akna a fürdőépület lépcsőházában van, az egész nagy márványlapokkal van lefedve, csak közepén van egy kavaszerű nyílás, az ivóforrás. Ez a szívóakna kellő közepén áll, de a víz csak a talajon átszivároghatva közlekedhetik amazzal, mert egészen a talajig lenyúló betonfallal van amattól elválasztva. Hogy e két helyről merített, de minden valószínűség szerint közös eredetű víznek a 2. táblázatban feltüntetett aktivitása különböző, oka csak az lehet, hogy a szívóakna zárt s közvetlenül kapja a forrás vizét, míg az ivókávéba csak hosszabb úton jut a víz s abban nyitottan stagnál.

Valószínűleg a szívóakna vizének talált aktivitása is már kisebb, mint az eredeti forrásvízé volt. A Mária-forrás az épületnek a Duna felé eső oldalán, közvetlenül az épületnek a főfala mellett, mintegy öt méter mélyen a föld színe alatt fakad. A Nádor-forrás a szivattyú mellett a fürdőépület alatt van. Az Antal-forrás szintén több forrásnak közös gyűjtőaknája. Az István-forrás az utca túlsó oldalán, a szálloda-épület alapfala mellett fakad. Úgy látszik, hogy e helyen magán is van forrás, de itt az úttest felé haladó csövek is láthatók, jelölül, hogy ez egyúttal gyűjtőaknát is képez. A török forrás a szálloda épülete alatt fakad. A folyosó egyik kőlapját leemelve, létrán egy körülbelül 5 méter hosszú, 2 méter széles üregbe jutunk. Az üreg alapja mindenütt szilárd, csak az egyik végén észlelhetni, hogy lábunk iszapba süpped. E helyen észre lehet venni, hogy meleg víz jön elő, a víz hőfoka 29° . Az üreg másik oldala felé közeledve a víz mind hidegebb lesz, míg a széléhez érve, oldalról jövő erős hidegebb vízáramot észlelünk. A víz hőfoka itt 21° . A két egymás tőszomszédságában fakadó, különböző hőfokú forrás vizének emanáció-tartalma is különböző, a melegebb vizé 0.51 , a hidegebbé 0.37 milligr. radium secundummal egyenlő. A török

forrás fenekéről gyűjtött igen finom, szürkés színű iszapnak, mely részben a forrás oldaláról került, elmállott márgából áll, sósavas oldatából kénhydrogénnel nyert csapadékában csak rezet találtam.

A margitszigeti artézi kutat 1866-ban ZSIGMONDY VILMOS furta. A kútnak mélysége 118·53 méter.

Az átfúrt rétegsorozat a következő:¹

1. Iszap s homok	— — — — —	4·74 méter
2. Kavics, eleinte homokos s kisebb darabokból, később mindinkább nagyobb darabokból, végre tojás- és ökölnagyságú hömpölyökből álló	— — — — —	3·79 "
3. Szilárd tályog, nagyobbbrészt sötétszürke színű, helyenként azonban sárgás szinezettel is, melyben 3—16 cm vastagságú mészmárga-rétegek fordulnak elő	— — — — —	105·26 "
4. Igen kemény mészmárga mészpát-jegeczekkel és pyrittal	— — — — —	4·74 "
összesen		— — 118·53 méter

A fúraskor kiszállított iszap hőfoka a különböző mélységekben a következő volt.

10. táblázat.

6·72 méternyi mélységben merített iszap hőfoka	11·3° C
17·07 " " " " " "	12·5° "
19·14 " " " " " "	13·7° "
32·24 " " " " " "	18·8° "
45·31 " " " " " "	23·8° "
49·31 " " " " " "	26·3° "
60·74 " " " " " "	30·0° "
62·95 " " " " " "	31·3° "
71·86 " " " " " "	33·7° "
81·84 " " " " " "	36·3° "
85·58 " " " " " "	37·5° "
88·61 " " " " " "	40·0° "
110·76 " " " " " "	41·3° "
114·58 " " " " " "	42·5° "

Innen a munka befejeztéig az iszap hőfoka egyenlő maradt.

¹ A városligeti artézi kút Budapesten, 1878.

A fúrólyuk 45·31 méternyi mélységben érte el az első felszálló vizet, a mely az elszigetelő cső nyílásáig emelkedve, abból cseppekben folyt ki. E csövet 948 mm magas csődarabbal megtoldva, a víz szintje a megtoldott cső nyílása alatt 948 mm-nyire maradt.

56·89 méternyire második vízszállító rétegre akadt. A víz ekkor már a megtoldott cső nyílásán is túlfolyt s a kifolyó víz mennyisége, lassankint emelkedve, 73·12 méternyi mélységben 24 óránként 170·5 hektolitert tett ki,

Ezen vízmennyiség állandó maradt 78·68 méternyi mélységig, hol a harmadik vízszállító réteg átfúrása után a kifolyó vízmennyiség 24 óránként 1140 hektoliterre emelkedett.

Innen a fúrás haladtával naponként szaporodott a vízmennyiség, maximumát 4000 hektoliterrel 24 óránként a 110. méternél érte el. Ezen ponttól megint állandó maradt egészen a fúrás bevégeztéig, azaz a fő víztartónak 118·53 méternyi mélységben való megcsapolásáig. Az ebből 43·8° C-kal kikerülő vízmennyiség 632 mm magasságban a sziget szintje fölött, kevés nappal a kitörés után 24 óránként 56,800 hektoliter volt.

A hévforrás emelkedése a sziget szintje fölé meghaladja valamivel a 9·48 métert, mert ily hosszúságú csövetet téve az elszigetelő csőre, annak felső nyílásából még mindig folyt ki csekély mennyiségű víz.

A víz hőmérsékletének változását a fúrás haladtával ZSIGMONDY a következő táblázatban adja meg:

11. táblázat.

45·31 méter mélységben a víz hőfoka	---	---	---	---	17·5° C
56·89 " " " " " "	---	---	---	---	20·0° "
65·05 " " " " " "	---	---	---	---	23·8° "
71·86 " " " " " "	---	---	---	---	30·0° "
73·11 " " " " " "	---	---	---	---	31·3° "
74·30 " " " " " "	---	---	---	---	32·5° "
78·50 " " " " " "	---	---	---	---	33·7° "
86·56 " " " " " "	---	---	---	---	36·3° "
101·27 " " " " " "	---	---	---	---	37·5° "
104·84 " " " " " "	---	---	---	---	38·2° "
117·68 " " " " " "	---	---	---	---	38·8° "
118·63 " " " " " "	---	---	---	---	43·8° "

A kút ma úgy van foglalta és bélelve, hogy a felső vízszállító rétegek el vannak szigetelve, a víz csak a legalsó járatból jöhet abba. A víz hőfoka az ez év decemberében végzett mérésem alkalmával 43·3° C volt.

A víz összetétele THAN KÁROLY¹ vizsgálata szerint:

12. táblázat.

10.000 súlyrész vízben van		Aequivalens százalékokban	
Calcium	1·5237	Ca ^{1/2}	47·97
Natrium	0·9188	Na	25·15
Magnesium	0·3726	Mg ^{1/2}	19·55
Kalium	0·4336	K	6·98
Mangan (vasnyomokban)	0·0069	Mn ^{1/2}	0·16
Lithium	0·0015	Li	0·13
Strontium	0·0042	Sr ^{1/2}	0·06
Carbonat	2·4960	CO ₃ ^{1/2}	52·38
Chlorid	0·4977	Cl	21·83
Sulfat	1·4931	SO ₄ ^{1/2}	19·58
Silicat	0·3745	SiO ₃ ^{1/2}	6·20
Jód	0·0008	I	0·01
Brom	0·0004	Br	0·01

Bórsav és illó szerves savak nyomai	—	s.-r.
Nem illékony szervesetlen anyagok összege	8·8565	«
Szabad szénsav	3·9820	«
Carbonylsulfid	0·0462	«

A forrásból fejlődő gázok alkata:

Szénsav (CO ₂)	29·54	tf.
Nitrogén (N ₂)	70·46	«
	100·00	tf.

A margitszigeti artézi víz *Ra* emanáció-tartalma aránylag kevés a többi vízéhez képest. A közvetlenül a víz színe alatt félméternyire meritett víz emanáció-tartalma: 0·03 milligr. *Ra* secundummal, 20 méterrel a víz színe alatt meritett vízzel 0·09 milligr. *Ra* secundummal egyenlő.

¹ Értekezések a természettudományok köréből. M. tud. akadémia kiadványa. VI. kötet, IX. szám.

A 20 méternyi mélységből oly módon gyűjtöttem vizet, hogy a vízgyűjtő edényt evakuálva, annak csapos csövét 5 drb. 2 méter hosszú csővel toldottam meg, melyeket a fűrt nyílás mélyébe bocsátottam.

A fent felsorolt hévforrásokon kívül Budapest belterületére még a Szt. Lukács-fürdő forrásai esnek. Ezeket nekem nem volt alkalmam megvizsgálni. A napilapok közlései szerint azokat ez év folyamán dr. SZILÁRD BÉLA vizsgálta s azokban literenkint 1·6 milligr. *Ra* secundumnak megfelelő *Ra*-emanációt talált. E források az egymástól alig 100 méternyi távolságra eső Király- és Császárfürdő forrásai közé esnek s így nem tartom valószínűnek, hogy ezek amazoktól olyan elütő aktivitással bírjanak, valószínűleg a napilapokban az adatok tévesen közöltettek.

Budapest külső területén, valamint annak határán fakadnak a kerékmalmi, római, csillaghegyi és az Árpád-fürdő langyos hévforrásai. E források vizét intézetünkben FROHNER ROMÁN vizsgálta s adatait részletesebben külön közleményben adja. E források hőfoka 20—23° C között van s radium-emanáció-tartalmuk 0·02—0·50 milligr. *Ra* közé esik.

A radium-emanáció kis mennyisége még a közönséges talajvizekben is elég gyakran előfordul. Egyes ásványos vizekben ez nagyobb mennyiségben van oldva. Az ismertebb nagyobb mennyiségű radiumemanációt tartalmazó ásványos vizeket s azok emanáció-tartalmát a Mme P. CURIE «Die Radioaktivität» című munkája II. kötetének 504. oldaláról vett alábbi táblázatban közlöm.

13. táblázat.

A forrás helye	Neve	Hőfoka	mulligr. Ra secundum litrenként *	Megvizsgálta
Plombières	(Franciaország)	Capucinus	0.84	CURIE és LABORDE
"	"	Vauquelin	0.38	CURIE és LABORDE
La Bourboule	"	Puits Chousy	3.12	LABORDE
Bourbon-Lancy	"	Le Lyme	0.17	CURIE és LABORDE
Uriage	"	Source principale	0.015	BESSON
Bussang	"	Grande Saluade	1.3	LABORDE
Aix-les-Bains	"	Source d'Alun	0.55	CURIE és LABORDE
Luchon	"	Grande source Borden	2.2	MOURRU
Dirza (Korsika)	"	Source Dirza	0.42	LABORDE
Gastein	(Ausztria)	Grabenbäckerquelle	11.0	MACHE és ST. MEYER
"	"	Grabenbäckerquelle	10.6	ENGLER és SIEVEKING
"	"	Elisabethstollen	9.4	MACHE és ST. MEYER
"	"	Elisabethquelle S	9.9	ENGLER és SIEVEKING
"	"	Elisabethquelle H	8.7	ENGLER és SIEVEKING
"	"	Elisabethquelle N	1.48	ENGLER és SIEVEKING
"	"	Wersenthalquelle	7.5	MACHE és ST. MEYER
Karlsbad	"	Eisenquelle	2.7	MACHE és ST. MEYER
"	"	Eisenquelle	3.87	ENGLER és SIEVEKING
"	"	Mühlbrunnen	2.23	MACHE és ST. MEYER
"	"	Sprudel	0.014	ENGLER és SIEVEKING
Marienbad	"	Nebenquelle	6.4	MACHE és ST. MEYER
Teplitz-Schönau	"	Steinbadquelle	32.5	MACHE és ST. MEYER
Franzensbad	"	Neuquelle	10.0	MACHE és ST. MEYER
Wiesbaden	(Németország)	Quelle von Dr. Kurz	0.84	HEINRICH és BRÜGGE
Odenwald	"	Hirtenbrunnenquelle	0.765	SCHMIDT és KURZ
Spessart	"	Albertquelle	0.433	SCHMIDT és KURZ
Baden-Baden	"	Büttquelle	7.65	ENGLER és SIEVEKING
"	"	Murquelle	1.94	ENGLER és SIEVEKING
Bad Nauheim	"	Karlsbrunnen	15.0	SCHMIDT és KURZ
Bad Soden am Taunus	"	Champagnerbrunnen	11.3	SCHMIDT és KURZ
Bad Kreuznach	"	Inselquelle	1.24	SCHMIDT és KURZ
Ischia sziget	"	Ó-római forrás	26.4	ENGLER
Aguas Lerez	"	Aconas	8.85	MUNOZ DEL CASTILLO

* Az eredeti táblázat szerint ez adatok 10 liter vízre vonatkoznak. Ez azonban valószínűleg sajtóhiba.

Összehasonlítva az e táblázatban felsorolt vizek aktivitását a dolgozatom elején közölt 2. táblázatban felsoroltakéval, kitűnik, hogy a budapesti hévvizek a legerősebben activ vizek közé tartoznak s csak kevés olyat találunk itt felsorolva, a melyek aktivitása ezeket fölülmulja.

Ha az e táblázatban felsorolt vizek hőmérsékletét tekintjük, föltűnik, hogy e vizek többnyire magasabb hőfokkal bírnak. Valószínűleg ez a körülmény indította A. GAUERT, hogy a *Ra*-emanációt a vizek juvenilis alkotórészének tekintse.

E. STUSS¹ volt az első, ki a természetes vizeket két főcsoportba: a vadozus és juvenilis vizek csoportjába osztotta, vadozusnak tartván azokat, melyek az eső- vagy hóvíz beszüremkedése útján jutnak a talajba, ahonnan ismét források vagy kutak vize alakjában jönnek elő, ezekkel szemben a juvenilis vizeket a föld izzó belsejéből, a magmából eredőnek tartja, ahonnan nemcsak a víz, hanem az abban oldott alkotórészeknek tekintélyes mennyisége is kerül.

A gondolatmenet, melyre föltevését alapítja, röviden a következő:

1871-ben a Vesuv működését szemlélvén, hasonlatosságot látott a Vezuv és a geysirek működése között. A Vesuv oldalán keletkezett krateré parasitiko-nál megfigyelte, hogy abba a láva minden 6—8 másodperczen mintegy félméternyire felemelkedett, majd fejnagyságú buborékok szállottak fel belőle, melyek izzó foszlányokat és salakot szórtak szét. A kitörés helyén vízgőz és felhők képződtek, melyekben sósav és kéndioxyd jelenléte volt konstatálható. A főkráter ugyanakkor nagyobb köveket lövelt ki. Minden kő üstököt vont maga után. Az abból lehullott hamu fehér konyhasóból álló kéreggel vonta be az alatt fekvő közeteket.

A fumarolákból előtörő gázokat többen vizsgálták. A megmeredő látatömegek hátán, a hol a megfigyelést könnyebben végezheték, a legmelegebb fumarolák (500°-on felüliek) szárazak, forró gázaikban sósavat, konyhasógózőket, fluort, bórt és foszfort

¹ Verhandlungen d. Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte. 74. Versammlung zu Karlsbad, 21. -27. Sept. 1902.

mutattak ki. E testek a hőmérséklet csökkenésével legelőbb maradnak el. A kén, gyakran arsenától kísérve, sokkal későbbi időszakokban is kimutatható s vízgőzzel keverve jön elő. Legtovább marad meg a széndioxyd, mely még az erősebben lehült gázokban is konstatálható, de megtaláljuk azt a legforróbb gőzökben is.

Gyakran látjuk, hogy e különböző fázisok egymás mellett folynak le. A Vezuv 1901 márczius havától augusztusig nagymennyiségű vízgőzt lövelt ki, melyet sósav kísért. Ez eső alakjában lehullva a környezet növényzetét tönkretette. A csúcson vas és réz-chlor vegyületeit lehetett találni. Ugyanekkor a hegy másik lejtőjén lehullott eső vizében sósavat egyáltalában nem, vagy csak igen csekély mennyiségben találtak.

A vulkánikus gázokban hydrogengáz jelenléte konstatálható, ebből következik, hogy a vulkánok nyílásai azon pontok, hol az oxydatió végbemegy, hogy azon chemiai vegyületek, melyek a vulkáni kitöréskor jelentkeznek, csak a föld felsőbb rétegeiben képződnek. *A sósav, a kénssav és a víz csak a légkörrel való érintkezéskor a felsőbb rétegekben keletkeznek.*

Egészen hasonló jelenségek figyelhetők meg a geysireknél. Island szigetén nemcsak a tulajdonképeni geysirek, hanem a forró bór-, kén- és alkáliás források hasonlatossága a vulkáni eruptiókhoz akkora, hogy szerinte e két tünemény egységes voltában kételkedni nem lehet. Az Island szigetén gyakran geysirszerűleg előszökő hévvizek főtömege tehát nem lehet más, mint a nem nagyon mélyen fekvő lávatömegekből felszabadult gázok condensatiós terméke.

Bár nem ekkora, de sok hasonlatosság van szerinte a vulkánok és hévforrások legtöbbje között is.

A fumarolák legforróbbjai szárazak, termékei tehát sublimatiós termékek lesznek. A kénes fumarolákat már vízgőz kíséri, e kettőnek termékei tehát egymásután következnek.

DAUBRÉE kimutatta, hogy az ónérczek fluor, chlór és bór kíséretében sublimáció útján keletkeztek, tehát oly vegyületek alakjában, melyeknek alkotórészeit ma is a legforróbb fumarolákban meg lehet találni.

Az ón érczei nem nyúlnak be mélyen a föld belsejébe,

néhány száz méternyire a gránit tömbök között elvesznek. Alattuk kénes érczek, főként réz, cink és arsen sulfidjai találhatóak.

Az ón érczei a legmagasabb hőfokú vulkánikus működésnek termékei, ezt követik a kénes érczek. Ezzel szemben a vulkánikus működés ama hosszú sorozatának, melynek eredményei a mai ércztellérek, utolsó fázisát képezik ama hévvizek, a melyek e tellérek mentén feltörnek és a melyek a vulkánikus működésnek vízben oldható termékeit magukkal szállítják. Ezeknek alkálisótartalma sokszor feltűnő nagy.

Suess a forrásokat ezek alapján a következő öt csoportba osztja :

Az első csoportba tartoznak a közönséges ivóvizek. Ezek a talaj átlagos hőmérsékletével bírnak, oldott alkotórészeiknek mennyisége csekély. Vadozus eredetűek.

A második csoportba tartozó vizek szintén vadozus eredetűek, hőfokuk a talaj közepes hőmérsékletével egyenlő, de nagyobb mennyiségű ásványos alkotórészt tartalmaznak oldva. Ilyenek a halleini jódos vizek, a keserű vizek stb.

A harmadik csoportot a vadozus hévvizek képezik, melyek magasabb hőfokukat a geysotermák felemelkedésének, vagy a forrás és vízgyűjtő területek között levő nagyobb magasságkülönbségnek köszönik. Oldott alkotórészekben többnyire szegények s gyakran indifferens hévvizeknek neveztetnek.

A negyedik csoportba tartoznak a juvenilis források. Hőfokuk az évszakok változásával nem változik, a forrás hőmérséklete azonban a talaj közepes hőmérsékletétől egészen 70°-ig terjedhet. Lehetnek indifferensek, vagy több vagy kevesebb ásványi alkotórészt oldva tartalmazók. *E források közvetlenül quarcz-járatokkal függnek össze, vagy maguk is szarukő lerakódásokat képeznek. Némely esetben folypát-járatot is képeznek s járataikban majd mindenütt legalább nyomokban baryt, gyakran pyrit kristályokat teleptenek.*

Az ötödik csoportot alkotják a geysirek.

Egészen másként, más alapon magyarázza e jelenségeket N. A. GAUTIER.¹

¹ N. A. GAUTIER : La genese des Eaus Thermales. Ann. d. Mines 1906.

GAUTIER kísérleti alapon megállapítja, hogy a különböző vulkánikus kőzetek 200–400°-ra hevítve légüres térben vizet termelnek.

Kísérletei szerint ily körülmények között:

egy kilogramm	gránit	7·35	gr
“	“	porfir	...	12·40	“
“	“	ophit	...	15·06	“
“	“	lehrzolit	...	16·80	“

vizet ad.

Ez alapon számítva a gránitnak egy köbkilométeres koczkája ily körülmények között 25—30 millió tonna vizet tud szolgáltatni.

A föld lehülése közben állandóan zsugorodik, ennek következtében szilárd kérge folytonosan ránczosodik. Egyes részei kitolódnak, mások ismét a folyékony magmába merülnek vagy a folyékony magma nyomul annak rései közé. A hol a szilárd kéregnek a magmába merülése vagy a magmának feltolódása erőszakosan, hirtelen történik, ott a gyors felmelegedés következtében hirtelen felszabadult gőzök és gázok hatására vulkánikus eruptio keletkezik. A hol a folyamat lassú egyenletességgel megy végbe, ott a vízgőz a porusokon és repedéseken felfelé törve lehül s helyenkint mint hév víz kerül elő. A vízzel együtt gázok, ezek között nagy mennyiségű hidrogén szabadul fel. Ez a magas hőmérsékleten a környező kőzetekre hatva azokat átalakítja, e hatásnak termékei részben a vízbe kerülnek. Ha a magmából konyhasó szublimál, ez részben a vízben oldódik, részben a fémeket illó chloridokká alakítja, maga a kovasavval natriumsilicáttá alakul. A fémchloridok a felsőbb rétegekben átalakulva képezik a fémtelléreket. A natriumsilicátot a szénsav natriumcarbonáttá alakítja át, míg a kovasav lecsapódik. A hidrogénnel együtt széndioxyd, szénmonoxyd, mocsárgáz, nitrogén, nemes gázok és radiumemanáció szabadulnak fel. Ezek ha külön utat nem találnak, a vízzel együtt törnek elő.

A budapesti hév vizek a talaj átlagos középhőmérsékleténél mind magasabb hőmérséklettel bírnak. Hőmérsékletüket évszakonként nem változtatják, bennük baryumot, bórsavat, foszforsavat

és fluort lehet kimutatni. Az egyes forrásokból előtörő gázok nagyobb mennyiségű nitrogént, azonkívül mocsárgázt, hidrogént, szénmonoxydot, széndioxydot, szénoxysulfidot és radiumemanációt tartalmaznak.

ZSIGMONDY a margitszigeti artézi kút csöveiben azok kicserélésekor apró baryt- és pyrit-kristályokat talált. Dr. SCHRÉTER ZOLTÁN geologus Budapest környékén számtalan helyen a tisztán üledékes kőzetekben kovasav telléreket talált, melyekről kimutatta, hogy azok a mostaniakhoz hasonló hévforrásokból keletkeztek. A budai márga lapjai közti üregekben számtalan helyen szépen kifejtett baryt- és fluoryt-kristályokat találunk.

E körülmények mind olyanok, hogy szinte csábitanak arra, hogy a fönn említett két dolgozat akármelyike alapján e vizeket juvenilisnek tekintsem. És mégis behatóbban vizsgálva azokat, arra a következtetésre jutok, hogy e vizek juvenilisek nem lehetnek, sőt az itt szerzett tapasztalatok alapján az a meggyőződésem, hogy az úgynevezett juvenilis vizek nem is lehetnek olyan elterjedtek, mint azt sokan hiszik s hogy a legnagyobb része azoknak a forrásvizeknek is, melyeket ma a fent elősorolt ismertetőjelek alapján juvenilisnek minősítenek, nem azok.

Úgy SUSS, mint GAUTIER azt tételezi fel, hogy a juvenilis vizek a legalább is 1000° hőmérséklettel bíró magmából gőz alakjában kerülnek elő, a honnan fölfelé törve lehűlnek és végül hévforrások alakjában jutnak a föld színére. Ha e víz a föld nagy felületén itt is, ott is apró csörgedező erek alakjában jönne elő, meg tudnám érteni azt, hogy az akár közönséges hőmérsékletű is legyen. De a budapesti hévforrások naponta kerekszámban 500,000 hektoliter vizet szolgáltatnak. A száz fokos víz gőzének látens melege 540 calória, azaz 1 kilogramm száz fokos víz gőze 5.4 kgr. 0 fokos vizet tud 100° -ra felmelegíteni, miközben maga is száz fokos vízzé alakul át. Akkora melegmennyiség ez, hogy elképzelhetetlen, hogy ily óriási mennyiségű vízgőz évszázadokon, ha nem hosszabb időn át, egy és ugyanazon aránylag szűk nyílásokon állandóan egyenletes hőmérsékletű vízzé lehűlve jőjjön fel és ne melegítse a rossz hővezető és belsejében amúgy is meleg talajt úgy át, hogy végül is nem víz, hanem túlhevített gőz alakjában törjön elő.

GAUTIER a Pélée hegy 1902. évi kitöréséről a következőket mondja: «Már április 25.-én földalatti moraj s a hegyek rengése volt észlelhető. A kráterekből forró vízsugarak ömlöttek. Az Etang Sec kerületén egy 200 méter átmérőjű tó képződött, ebben a víz a megolvasztott ólomhoz hasonlított. E víz a kráter széléből folyt e tóba és alul egy méter átmérőjű vízsugár lövelődött ki a föld hasadékából. Néhány nappal később teljesen derült időben a folyók, partjukat és a szomszédos házakat el-söpörve, kiáradtak.

Május 8.-án, mikor az égető hamu néhány pillanat alatt romba döntötte a várost, a vizgőzök ezzel együtt törtek elő a kráterből, beborították az egész eget és végre forró esővé alakultak át.»

Ez érthető is. A forró vizgőz a kráter kihült járatain lehülve forró vízesés alakjában kerül elő, de alig néhány nap alatt a járatok átmelegszenek, az égető hamu vizgőzzel tör elő, mely forró eső alakjában jut le.

Azt tehát, hogy a budapesti hévizek magasabb hőfokukat juvenilis vizgőznek köszönik, csak úgy lehetne magyarázni, hogy e gőzt aránylag sokkal nagyobb mennyiségű vadozus víz hűti le állandóan. Ez esetben azonban a víz hőfokának időnkint váltokozni kellene, és pedig oly módon, hogy a nagyobb mennyiségű vadozus víz hozzákeveredésekor, tehát nagyobb vízbőség esetén a víznek alacsonyabb, kisebb vízbőség mellett pedig magasabb hőfokúnak kellene lennie. A különböző források vize kisebb-nagyobb határok között tényleg változtatja hőmérsékletét, de mint a megfigyelések mutatják, épen ellenkezőleg, mint a hogyan e föltevés szerint kellene.

De nem lehetnek e vizek juvenilisek már azért sem, mert SUSS szerint a magmából nem is vizgőz, hanem hidrogén áramlik, ez csak a magasabb régiókban ég el vízzé. De a hidrogén égési melege 34,000 caloria. Ez a melegmennyiség ugyan redukálódik, ha azt tételezzük fel, hogy a hidrogén az oxygént a kőzetekből vonja el, de még mindig akkora marad, hogy bajos feltételezni azt, hogy e nagytömegű víznek csak egy része is így képződjék, a nélkül, hogy forró gőzöknek feltörését bárhol is észlelni tudnók s a majd 1000 méter mélységbe lefűrt

városligeti artézi kútnak hőmérséklete oly vízbőség mellett állandóan 74° legyen.

GAUTIER szerint a juvenilis vizek ott képződnek, a hol vulkánikus kőzetek, a föld tektonikus mozgása következtében, lassan s egyenletesen a magmába sülyedve dehydratizálódnak. Mint GAUTIER írja, a magyar medencze állandóan sülyedésben van, tehát a juvenilis víz képződésének lehetősége megvan. GAUTIER szerint a gránitnak egy köbkilométeres koczkája 25—30 millió köbméter vizet tud termelni. A budapesti hévizek évi víztermelése kerek számban 20 millió köbméter. Ezt a vízmennyiséget nem egészen egy köbkilométernyi tért kitöltő gránittömeg tudja szolgáltatni. Ezt a tömeget a mi viszonyaink között, minthogy erőszakos helyi sülyedést feltételezni nem lehet, nagy felületre kell szétosztanunk. Ha én e tömeget 10,000 négyzet kilométerre osztom szét, úgy e területnek, vagyis majdnem egész Pest megyének, évente 6—8 cm-rel kellene sülyednie, hogy az a vízmennyiség, a mit e források szolgáltatnak, kiadódjék. De 6—8 cm-es évi sülyedés akkora, hogy azt mérni kellene tudnunk. Már pedig tudtommal ily feltűnő sülyedést konstatálni nem lehet. Egyébként e föltevés szerint az idei kecskeméti földrengés oka a talajnak e ponton való erőszakosabb sülyedése volt. E földrengésnek a budai hévvizekre tehát hatással kellett volna lennie, vizük bőségének és hőfokának is emelkednie kellett volna s mi azt tapasztaltuk, hogy az idei esőszegény nyáron a források is gyengébben ontották vizüket. Igaz, hogy Kecskemét mintegy 80 kilométernyire van Budapeستől s GAUTIER szerint a talaj sülyedését nem kell okvetlenül hőforrásoknak kíséernie, mert a felsőbb régiók kőzetei is esetleg meg tudják kötni a vizet, de ez esetre annak a területnek, mely a források képződésére hatással van, kisebbnek kell lennie s ez esetben viszont a sülyedésnek kell nagyobbodnia.

THAN KÁROLY a városligeti artézi kútból előtörő gázokban szénsavat, nitrogént, mocsárgázt, hidrogént, szénmonoxydot és kénhydrogént, a margitszigeti vízben szénoxysulfidot mutatott ki. E testek mind olyanok, melyeket a vulkánok fumaroláiból előjövő gázokban ki lehet mutatni s melyeket a juvenilis források ismertető jeleinek tartanak. Csakhogy e gázok nagy részét

más arányban és sokkal nagyobb mennyiségben, mint dolgozatom elején felemlítettem, megkapták a városligeti artézi kút fúrásánál, már 676 méternyi mélységtől egészen a dolomitfeletti szénréteg átfúrásaig. Világos, hogy a gázok tekintélyes része a szénrétegekből kerül elő. A margitszigeti vízből előjövő gázoknak 70%-a nitrogén. A margitszigeti artézi kút azonban gázokban sokkal szegényebb, mint a városligeti. A gázok főtömege vízben oldva marad, érthető tehát, hogy a vízben rosszul oldódó nitrogén a gázban felszaporodik.

E vizek mindegyike oldott alkotórészeinek főtömegét a calcium- és magnesium-hydrocarbonát teszi. Ezek mellett azonban az alkáli fémek, a sulfát és chlorid ionjai is tekintélyes mértékben vannak meg.

A margitszigeti vízben a sulfát az összes alkotórészek æquivalenseinek 19·6, a városligetiben 22·5, a Császárfürdő forrásaiban 18·6—25·3, a Rudasfürdő forrásaiban 34·2, a sárosfürdőiben 34·9%-át teszi. Abszolút mennyiséget véve, a margitszigeti vízben literenkint 0·15, a Császárfürdő forrásaiban 0·11—0·19, az artéziben 0·2, a Rudasfürdőjében 0·34, a Sárosfürdő vizében 0·4 gr sulfát van oldva. E mennyisége ez alkotórésznek már magában sem valami feltűnő, de annál érthetőbb lesz, ha tudjuk, hogy a Gellérthegy tulsó lejtőjén keserűvíz-források fakadnak. Nem kell tehát ez alkotórész jelenlétének magyarázatára valamely különösebb feltevéshez fordulnunk, különösen nem mikor azt látjuk, hogy az épen a Gellérthegy oldalán fakadó Rudas- és Sárosfürdő forrásaiban található aránylag legnagyobb mennyiségben.

Az alkáli fémeknek, valamint a chloridnak æquivalense e vizek mindegyikében nagyobb számot mutat, de úgy az alkáli fémek összegének, valamint a chloridnak abszolút mennyisége egy esetben sem haladja meg literenkint a 0·2 gr-ot; ez a mennyisége e testeknek, tekintve azok jó oldhatóságát, nagyon könnyen összehalmozódhatott bennük, azoknak mindenesetre hosszabb földalatti útja alatt.

A phosphatnak bennük előforduló csekély mennyisége, tekintve azt, hogy az a termőtalajnak is mindenütt előforduló alkotórésze, azt hiszem, szintén nem szorul különösebb magyarázatra.

Egyedül a bórsav marad tehát, melynek vulkánikus eredete mellett a legtöbb valószínűség szól.

A bórsav azonban régi vulkánikus működésnek kőzetekbe zárt maradványa is lehet. Ezt a kőzetet, tekintve a víz tekintélyes *Ra*-emanációtartalmát, annak el kell érnie s így feltehető volt, hogy e működésnek maradványait, ha a működés már teljesen meg is szűnt, a víz a mélységből fel tudja hozni.

Budapest környékén tisztán üledékes kőzetben számtalan helyen találunk kovasav-telléreket.

E tellérek dr. SCHRÉTER ZOLTÁN szerint régi hévforrásoknak eldugult maradványai. E föltevés nagyon valószínű, mert a mostani hévforrásoknak nyílásait is ott, a hol azok természetes repedésen jönnek fel, mindenütt iszappal telve találtam. Ez iszap részben a repedés falainak elmállott kőzeteiből, részben calcium-carbonátból állott, benne kevés kovasavval. Úgy látszik, hogy a kovasav a mélyebbről vett iszapban szaporodik.

Ha csak a városligeti artézi kút mélységét vesszük alapul, már e közel 1000 méternyi mélységben a víz nyomása közel 100 atmosphaerányi. Nagyobb mélységben e nyomás arányosan növekszik.

Köztudomású, hogy a víz már közönséges hőmérsékleten és nyomáson is a vulkánikus kőzeteket lassan elbontja. Valószínű, hogy a nagy nyomású, szénsavas, magas hőmérsékletű víz e hatást fokozott mértékben fejt ki. De míg a közönséges víz hatásának főterméke a homok és agyag, addig a magas hőmérsékletű és nagy nyomású víz hatására részben átkristályosított testek, részben alkáli szilikátok és kolloidális kovasav keletkezhetnek. Amint a víz útjában saját nyomása alul mindinkább felszabadul s a szilikátok carbonátokká alakulnak, e kovasav is lassan telléreket képezve kiválik.

E föltevés mellett látszik bizonyítani az, hogy a Rudas- és Sárosfürdő forrásai vizében, a hol a víz több tágas nyílású üregeken lassan jön fel, tehát a kovasav kiválására több alkalma van, a kovasav aequivalensének %-a 1.1, illetve 1.2. A margitszigeti vízben, a hol útjának felső szakaszát már fűrt nyíláson gyorsan teheti meg, e szám 6.2%-ra s végül a közel

1000 méternyire fűrt városligeti artézi kút vizében 9·82-re szökik fel.

Még mikor e rétegek mélyen a föld alatt feküdtek, magasabb hőmérsékletű s nagyobb nyomású vízből képződhettek a budai márga üregeiben található, sokszor 2—3 cm nagyságú, jól kifejlett baryt-kristályok is, mert hogy ez alig oldható test kristályai közönséges körülmények között fejlődhetnek volna ily nagygyá, alig lehet elképzelni.

A bajorországi közönséges hőmérsékletű dürkheimi források nagymennyiségű üledéket képeznek, melynek 46%-a kovasav. E jelenséget E. EBLER úgy magyarázza, hogy e vízbe a föld mélyében silícium-chlorid jut, mely vízben hydrolysis következtében kolloidális kovasavvá és sósavvá alakul át. A sósav, mint ilyen, természetesen nem maradhat meg a vízben, hanem a mint az a különböző kőzetekkel érintkezik, azokat megtámadva, chloridok alakjában oldja. A dürkheimi vizeknél e magyarázat plausibilissé válik, mert ezekben a szilárd oldott alkotórészek mennyisége igen tekintélyes s ebben a chlorid aequivalensének száma akkora, hogy az alkáli fémek aequivalens számát jóval felülmulja. De a budapesti vizeknél a kovasavnak ily módon való képződését magyarázni nem lehet, mert a chlornak abszolút oldott mennyisége is, mint előbb említettem, kevés s aequivalens száma még a natrium aequivalens számának nagyságát sem éri el.

ZSIGMONDY VILMOS úgy a városligeti, mint a margitszigeti artézi kút fúrásakor figyelmét a talaj hőmérsékletének a különböző mélységekben való mérésére is kiterjesztette. Méréseit először a hőmérőnek közvetlenül a fúráslyukba való bebocsátásával végezte. Nagyobb mélységekben a hőmérő a nagy víznyomás következtében hamis adatokat mutatott, ezért későbbi mérései a gyorsan felszínre hozott iszappon történtek.

ZSIGMONDYNak a városligeti artézi kút fúrásakor nyert adatait a 3., a margitszigeti artézi kút fúrásánál feljegyzett adatait pedig a 10. táblázatban közöltem.

Mint a 3. táblázatból kitűnik, a mig a 903 méter mélységből felhozott iszap hőmérséklete 80·9° volt, addig a 970 méter mélységből fakadó víz hőmérséklete csak 73·9°. A margitszigeti

kút fúrásakor észlelt hőmérsékleti viszonyokról közölt táblázatokból szintén az látszik, mintha a talaj hőmérséklete magasabb volna, mint az abból fakadó víz hőmérséklete. ZSIGMONDY ez adatokból a városligeti fúrásnál a talaj thermikus gradiensét 12·61 méternek számítja. E szerint a víz a felette levő talajon keresztüljőve nemcsak nem hül, sőt hőmérséklete növekedik. De ugyanily módon számítva a margitszigeti kútnál végzett észlelésekből, itt a talaj thermikus gradiense 3·04 méternek adódna ki. Ez adat azonban nyilvánvalóan mutatja, hogy itt tévedésnek kell lennie. ZSIGMONDY maga is megjegyzi, hogy adatai valószínűleg néhány fokkal magasabbak, mert a fúrás következtében fölmelegedett talaj rossz hővezető lévén, sokáig megtartja a fölvett nagyobb meleget. Én azt hiszem, hogy ez adatok nemcsak néhány fokkal, hanem sokkal magasabbak, a mit az bizonyít, hogy a 929·8 méterből először felszálló víz még sokkal alacsonyabb, csak 43·375° hőmérséklettel birt. Ez időtől fogva a víz hőmérséklete folytonosan, eleinte gyorsabban, később lassabban emelkedett (4. táblázat), míg végül 3 hónap múlva egyensúlyba jött s azóta állandó hőmérséklettel tör elő. E jelenséget ZSIGMONDY nem magyarázza ugyan, de a táblázat összeállításából és a hozzá fűzött megjegyzésekből az tűnik ki, hogy ő azt oly módon értelmezi, hogy a hőfokemelkedés a mélység növekedésével változik. Az azonban szinte lehetetlen, hogy 40 méternyi talajrétegben 30°-nyi hőmérséklet-különbség legyen. Sokkal valószínűbb az, hogy a 929·8 méternyi mélységben stagnáló víz a talaj e mélységbeni hőmérsékletével bir. A mint e réteg áttörtett, az alatta levő mindig melegebb víz ezt kiszorította s helyébe a melegebb víz jött, ez a talajt is átmelegítvén, végül egyenletes, állandó hőmérséklettel jött fel. E feltevés mellett szólnak a margitszigeti kút fúrásakor szerzett észleletek is. Ugyanis e kút fúrásánál azt mondja ZSIGMONDY, hogy a második víztartó réteget 73·12 méternél érte el, innen a víz mennyisége állandó maradt, egészen a 78·68 méter mélységben elért harmadik víztartóig és mégis a víz hőfokát feltüntető 11. táblázatban 73·11 méternél 31·3, 74·3 méternél 32·5 és 78·5 méternél 33·7°-nak van a víz hőmérséklete megadva, jeléül annak, hogy miközben a fúrás a harmadik víztartó réteget elérte, a második víztartó

rétég hőmérséklete felemelkedett. Ezt bizonyítja különben az a körülmény is, hogy míg az első víztartó réteg hőmérsékletét $17\cdot5^\circ$ -nak adja meg s e hőmérséklet az egymásután következő 5 víztartó réteg megnyitása után $43\cdot8^\circ$ -ra emelkedik, a hőmérséklet ugyanaz marad akkor is, a mikor az első 4 víztartó réteget elszigeteli.

E szerint azt hiszem, hogy nem tévedek, vagy legalább is nem tévedek nagyot, ha a talaj hőmérsékletét 929·8 méternél $43\cdot4^\circ$ -nak veszem fel. Ezen az alapon, ha, a mint azt ZSIGMONDY teszi, $11\cdot075^\circ$ -nak vesszük Budapest átlagos közepes hőmérsékletét és 19 méternek azt a mélységet, mely már a hőingadozásnak alávetve nincs, a városligeti forrásnál a talaj thermikus gradiense $28\cdot5$ méternek adódik ki.

Mint a dolgozatom elején közölt második táblázatból kitűnik, a budapesti hévviKzK emanáció-tartalma lehető legkülönbözőbb. Ugyanezen táblázatban közlöm e viKzKnek a mérés alkalmával észlelt hőfokát. Mint ez adatokból látjuk, e viKzK hőfoka és emanáció-tartalma között semminemű összefüggés sincs. Legmagasabb hőfoka van a városligeti artézi kút vízének, ennek emanáció-tartalma aránylag kevés. Ugyancsak kevesebb az alacsonyabb hőfokú viKzK emanáció-tartalma is. Legnagyobb mennyiségét e testnek a közepes hőmérsékletű Rudasfürdő forrásai vízében találtam. A körülbelül ugyanilyen hőfokú margitszigeti artézi kút vízében megint sokkal kisebb mennyiségű emanáció van. E körülmény ismét ellentmond a viKzK juvenilis eredetének, illetve annak, hogy a Ra-emanáció a magmából származó alkotórész volna, mert ez esetben az alkotórész mennyiségének a víz hőfokával arányosnak kellene lennie. Igaz ugyan, hogy e viKzK főként radium-emanációt hoznak magukkal. Az oldott radiumvegyületek mennyisége azokban elenyésző csekély. A radium-emanáció gázalakú test lévén, a melegebb viKzKből könnyebben távozik el, mint a hidegebbekből, tehát a víz útjában annak esetleg tekintélyes része elveszhetett. Ez a körülmény mindenesetre nagy szerepet játszik. Dolgozatom folyamán föl is említettem azon eseteket, melyekben e körülmény eltérést idézhet elő, de épen a két artézi kútnál ez eshetőség legkevésbé jöhet számításba, annál kevésbé, mivel a mód, melylyel a mérés-

hez vizet gyűjtöttem, olyan volt, hogy az esetben, ha a forrás feltörési helyét meg tudtam közelíteni, a lehetősége annak, hogy a vízben oldott gázokból valami elveszszsen, ki van zárva. E tekintetben éppen a Rudasfürdő forrásainál volt legkedvezőtlenebb a helyzet, mert egyetlen forrásnál sem tudtam itt a forrás feltörési helyét megközelíteni.

Megjegyzem, hogy az irodalomban igen gyakran találjuk megemlítve, hogy a forrásvizek emanáció-tartalma változásnak van alávetve. Lehet, sőt valószínű, hogy oly esetekben, mikor a forrás feltörési helyét közvetlenül nem tudjuk elérni, ez az eset főnnáll, de azt hiszem, hogy ez esetek nagy többségében e föltevésre a mérési módszerek tökéletlensége s a víz hibás merítési módja adott okot. Én is tapasztaltam eltéréseket mindaddig, míg a vizet egyszerűen merítettem, de az eltérések azon forrásoknál, melyeknek feltörési helyét meg tudtam közelíteni, a kísérleti hibák határain belül redukálódtak azóta, a mióta a gyűjtést és mérést a leírt módon végeztem.

E források mindegyikének radiumemanáció-tartalma meglehetősen tekintélyes, a Gellérthegy körül fakadóké pedig határozottan nagynak mondható. Hogy ezek emanáció-tartalmukat honnan veszik, arra természetesen határozott feleletet adni nem tudok. A forrásokat környező kőzeteket rendszeresen eddig még nem vizsgáltam. De ezek tisztán üledékes kőzetek lévén, nem valószínű, hogy radiumban bővelkednek.

A vulkánikus kőzetek közül az eddigi vizsgálatok szerint radiumban leggazdagabb a gránit. Lehet, hogy a források ágyát alkotó kőzeteknek bázisa radiumban dúsabb gránit s innen a rádiumemanáció. De egyrészt eddig olyan radiumban dús gránitot, mely annyi radiumemanációt tudna átadni, a mennyi a vizsgált, emanációban dúsabb források vizében van, tudtommal nem ismerünk, másrészt a gránit tömör kőzet lévén, az emanációt bezárva tartja, tehát ez magában nem magyarázza meg e jelenséget. Azonban, mint azt már említettem, itt megvan a lehetősége annak, hogy a nagy mélységben a magas hőfokú és nagynyomású víz a kőzeteket átkristályosítja, egyes alkotórészeit kilúgozva, másutt lerakja. Nem lehetetlen, hogy miként barytot, helyenkint radiumban dúsabb vegyületeket hal-

moz össze. Ez esetben megvolna a magyarázata annak, hogy mért épen a Gellértheqy tövében fakadó források radiumemanáció-tartalma a legnagyobb. A Gellértheqy főközete a dolomit. Ebben a víz, mint azt az Erzsébethíd építésekör szerzett tapasztalatok és a források szája mutatják, széles barlangokat tud vájni. E barlangok mélyen fekvő szakaszaiban a víz évszázadok óta radiumban dúsabb iszapöt halmozhatott össze s ezen keresztül szívároqva, ettől nyerheti most emanáció-tartalmát.

A Józsefhegyi források útjoknak utolsó szakaszát agyagon és márgán s végül kavicsön keresztül szívároqva teszik meg. E laza kőzetben a forró vízben oldott gázoknak, ezekkel a rádium-emanációnak is tekintélyes része elveszhet.

A két artézi kút újabb keletkezésű lévén, ez adhatja magyarázatát, hogy vízük radiumemanációban aránylag leg-szegényebb.

Mint a 12. táblázatból kitűnik, a radiumemanációban dúsabb források vizei többnyire magasabb hőfokúak. Valószínűleg ez a körülmény indította, mint már említettem, GAUERT arra, hogy ezen alkotórészt a vizek juvenilis alkotórészének tekintse. A jelen esetben ezt ilyennek tekinteni, mint említettem, nem lehet. Megkísérlettem azonban számításba venni (a számítás módját lásd a 378. oldalon * alatti jegyzetben), vajjon a radium hőfejlesztő képessége nem járulhat-e e vizek hőfokának emeléséhez lényegesebb módon. Számításom eredménye az, hogy ha csak nem akarok nagymennyiségű radiumot föltételezni, az attól várható meleg legalább is a bővebb vízű források hőfokának emeléséhez nem járul hozzá lényegesen. E mellett szól, hogy a városligeti artézi kút fúrásánál a thermikus gradiens oly módon számítva, mint azt én tettem, 28.5 méternek adódik ki, tehát megközelíti a normális számöt. E szerint a budapesti hévviKek, ha csak gondolatmenetem és bizonyításaim közé valamilyen tévedés nem csúszott, magasabb hőfokukat főként a föld, annak belseje felé haladó természetes melegének köszönik. Ezt bizonyítja egyébként az is, hogy ZSIGMONDY azt a számítását, hogy azon a helyen, mintegy három kilométernyire a legközelebbi hévforrástól, a budai forrásokéhoz hasonló meleg vizet fog kapni, tisztán e föltevésre alapította és hogy számításában nem

csalódott. Valószínű azonban, hogy a geológiai viszonyok nem egészen olyan egyszerűek, a milyeneknek azokat ZSIGMONDY feltételezi.

Ha e feltevés igaz, ismét egy kérdés merül fel. Ugyanis a Budapest területén s annak határán fakadó alacsonyabb hőfokú hévforrások szintén tartalmaznak radiumemanációt, pedig, ha a normális thermikus gradienst vesszük számításba és a geológiai viszonyokat az eddig ismertek alapján ítéljük meg, akkor azt kell feltételeznünk, hogy ezek a vulkánikus kőzetet nem érik el. E területeken azonban mindenütt találunk telléreket, régibb hévforrások nyomait, ez üledékes kőzeteket tehát át és átjárták a régibb hévforrások. Ezek maradványainak köszönhetik talán a mostani langyos források emanáció-tartalmukat.¹ Ez lehet az oka FROHNER ROMÁN amaz észlelésének, hogy a langyos

¹ A Rudasfürdő Rákóczi-forrása literenkint annyi radiumemanációt tartalmaz, a mennyit 3·48 milligramm radium tud másodpercenként termelni. Ez megfelel olyan, saját termelte emanációjával egyensúlyban lévő oldat emanáció-tartalmának, melynek köbcéntiméterében $73\cdot25 \times 10^{-12}$ gramm radium van oldva. E víznek tehát olyan kőzettel kell érintkeznie, a mely köbcéntiméterenként legalább $73\cdot25 \times 10^{-12}$ gramm radiumot tartalmaz.

Nagy tömegekben előforduló kőzetek közül radiumban leggazdagabb a granit. Az alábbi táblázatban néhány granitféleség radiumtartalmát közlöm:

	Lelőhely	Fajsúly	Ra tartalom gr.-ként	Ra tartalom köbcéntiméterenként
Granit	Rhodesia	2·63	$9\cdot56 \times 10^{-12}$	$25\cdot2 \times 10^{-12}$
«	Lamorna (Cornwallis)	2·62	$9\cdot35 \times 10^{-12}$	$24\cdot5 \times 10^{-12}$
«	Rosemorran	2·62	$8\cdot43 \times 10^{-12}$	$22\cdot1 \times 10^{-12}$
«	Jóreményfok	2·67	$7\cdot15 \times 10^{-12}$	$19\cdot1 \times 10^{-12}$
«	Samt Yves (Cornwallis)	2·61	$6\cdot90 \times 10^{-12}$	$18\cdot0 \times 10^{-12}$
	középtértékben		$8\cdot28 \times 10^{-12}$	$21\cdot8 \times 10^{-12}$

(CURIE: «Die Radioaktivität» 11. kötet, 507. lap.)

Mint e táblázatból látható, a fönntemlített forrás vizének még az esetben is, ha a víz a vele érintkező kőzetek emanáció-tartalmát egészen át tudná venni, ezeknél radiumban gazdagabb kőzettel kell érintkeznie. (A tapasztalat azt mutatja, hogy a víz, ha legfőnyomabban porított kőzetekkel is hagyjuk állani, emanációban sokkal szegényebb, mint a vele érintkező kőzet.)

Mint említettem, a Budapest határán fakadó langyos hévvizek minden valószínűség szerint a vulkánikus kőzetet nem érik el. Ezek radium-emanáció-tartalmukat valószínűleg annak köszönik, hogy a régibb hév-

források közül a melegebbek, tehát a mélyebbről fakadók, radiumemanációban aránylag gazdagabbak, mint a hidegebbek. Nem lehetetlen azonban az sem, hogy e rendkívül bővizű források épen nagy vízbőségük következtében a talajt erősen lehűtik s így jóllehet nagy mélységből jönnek fel, nem oly melegek, mint a milyenek kis vízbőség mellett volnának.

Végül még egy körülményre kívánok kiterjeszkedni. Mint említettem volt, a forrásoknál ott, a hol ezt megtehettem, nagyobb mennyiségű iszapot gyűjtöttem. Ez iszapot feloldva, az oldatot kénhydrogénnel kezelve, abból csapadékot kaptam, a melyben rezet s két esetben arsen-t tudtam kimutatni. E csapadék radioactiv volt, activitása úgy látszik poloniumtól származott.

Az arsen-t, mint említettem, a Sáros- és Ráczfürdők forrásaiból gyűjtött iszapban találtam. A Ráczfürdőben újból gyűjtött iszap most van vizsgálat alatt, a Sárosfürdőben egy más alkalom-

források az üledékes kőzetet átjárva, mélyebb rétegeibe radiumot telepítettek.

Ha föltételezzük, hogy a radium e kőzetekben egyenletesen van eloszolva s annak mennyisége egyenlő a fön-n felsorolt kőzetek átlagos radiumtartalmával, vagyis köbcentiméterenként 21.8×10^{-12} gramm radiummal: azt, hogy a radiumnak föltételezett mennyisége mennyivel járul a források hőfokának emeléséhez, a következőképen számíthatjuk:

E források közül a legdélibb fekvésű Sárosfürdő forrása a legészakibb fekvésű csillaghegyi forrásoktól mintegy 12 kilométernyire fekszik. Keletnyugati irányban a városligeti artézi kútnak távolsága a kerékmalmi forrástól mintegy 4 kilométer.

E 48 négyzetkilométernyi területen fakadnak az összes budapesti hévforrások. E források közül a legmelegebb 74° , a leghidegebb 20° -nyi hőmérséklettel bír, az ezek közti különbség 54° . A városligeti artézi kútnál számított thermikus gradienst alapul véve $28.5 \times 54 = 1539$ méter a leghidegebb és legmelegebb források vízszállító szintje közti különbség. Ennélfogva $48 \times 1.539 = 73.872$ köbkilométer tért tölt be az a földtömeg, mely e források fakadási helye és számított mélysége közé csik.

Ha fölteszszük, hogy a radium a földtömegben egyenletesen van eloszolva s annak mennyisége köbcentiméterenként 21.8×10^{-12} gramm, az egészben foglalt radium-mennyiség 1610.4 kilogramm lesz.

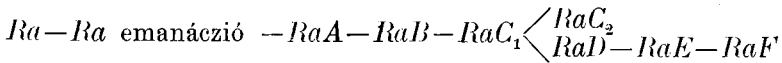
Egy kilogramm radium óránként 118 kaloria, ennélfogva a fönti mennyisége a radiumnak óránként 188,027 kaloria meleget fog termelni.

A budapesti hévforrások vízbősége naponta 500,000, óránként szolgál-

mal gyűjtött iszapban az arsént nem találtam meg. Ezt az észleletet egyszerűen felemlítem a nélkül, hogy abból bárminemű következtetést akarnék vonni, annál kevésbé, mert az ezen észlelést ellenőrző kísérletek még folyamatban vannak.

Ezzel szemben a rezet minden egyes esetben megtaláltam.

E vizsgálatokat tulajdonképen azért végeztem, hogy lehetséges lesz-e polonium és ólom jelenlétét kimutatnom. Az ólomot tartják ugyanis a radium inaktív végtermékének. Ólomot egy esetben sem találtam. E negatív eredmény ugyan semmit sem bizonyít, legfeljebb úgy, ha összevetjük azt K. FAJANS¹ újabb vizsgálataiból vont következtetésével, mely szerint a radium következőkép bomlik el:



Ez esetben azonban meginog a radium és ólom atomsúlyaiból

tatott mennyisége tehát 20,833 hektolitert tesz ki. Ennélfogva a feltételezett mennyiségű radium termelte hőből egy liter vízre esik:

$$\frac{188,027}{2,083,300} = 0,09 \text{ kaloria s így ez } 0,09 \text{ fokkal járul az e források vízének hőfokemeléséhez.}$$

E szám meglehetősen kicsiny. Egyrészt ezért, másrészt mivel a városligeti artézi kútnál a thermikus gradiens közel a normálisnak adódott ki, mondtam föntebb, hogy e vizek hőfokukat főként a föld természetes melegének köszönik s azt hiszem, hogy e föltevésemet a bővebbvízű forrásokra nézve a tervezett további tanulmányok is be fogják igazolni. De a városligeti artézi kút vize emanációban aránylag szegény. E vizek vízgyűjtő területe s ezen belül az a terület, melyen a régi hévforrások nyomait ki lehet mutatni, sokkal nagyobb, mint a föntebb számításba vett terület. Ezenkívül a források vízszolgáltatása a legkülönbözőbb, s épen az emanációban gazdagabbak aránytalanul kevesebb vizet szolgáltatnak, mint az emanációban szegényebbek. Végül, mint e vizek talált emanációtartalma mutatja, a radium a talajban nincsen egyenletesen elosztatva, helyenként a talajnak radiumban sokkal dúsabbnak kell lennie, mint azt számításba vettem.

Ennélfogva valószínű, hogy a radiumtermelte meleg az emanációban gazdagabb (a Rudasfürdő forrásánál legkevesebb 3,5-szer annyi radiumot kell feltételeznünk, mint azt számításba vettem) s kisebb vízbőségű források hőmérsékletének emeléséhez lényegesebben hozzájárul.

¹ KASIMIR FAJANS: Über die komplette Natur von RaC. Physik. Zeitschrift, 1911, p. 370.

számított összefüggésre alapított következtetés. A *Ra C* két testre hasadván, bajos feltételezni azt, hogy a nagy atomsúlyú ólom a radium bomlásának végterméke.

Nem akarom ezzel azt állítani, hogy most már vessük el mint feltételezett végterméket az ólmot s tegyük helyébe a rezet, csak föl akarom hívni a figyelmet arra, hogy én a fönn említetteken kívül ilyen szempontból a keszthely-hévízi, pöstyéni és búziási vizek iszapját is vizsgáltam s ezek mindegyikében megtaláltam e testet. Mindenesetre érdekes lesz kutatni, hogy ez csak a véletlennek következménye-e, vagy van-e a réz következetes jelenlétének ez iszapokban valamilyen jelentősége.

Dolgozatom végére érve, megemlítem, hogy e munkát ezzel még nem tekintem befejezettnek. A feleletre váró kérdéseknek egész komplexuma van s merült fel dolgozatom kapcsán. Egy ember e feladatot megoldani nem tudja. A nagyméltóságú magy. kir. földművelési miniszter úr bizottságot küldött ki, melynek feladatául tűzte a budapesti hévforrások tanulmányozását. E bizottság, melynek élén dr. SZONTÁGH TAMÁS bányatanácsos áll, már a megfigyelések és adatok egész halmazát gyűjtötte össze, azonkívül e források évszázadok óta kultivált területen fakadnak, vizüket ősi idők óta használják, szétszórtan számtalan följegyzés található róluk. SZONTÁGH bányatanácsos úr felszólított, hogy munkájukban én is támogassam őket, a mit én örömmel ígértem meg. Bizom benne, hogy e munka érdekes eredménnyel fog végződni.

Mielőtt dolgozatomat végleg befejezném, őszinte köszönetemet kell kifejeznem dr. LENGYEL BÉLA miniszteri tanácsos, egyetemi tanár úrnak, ki e munka végzésére felszólított s ahhoz minden eszközt rendelkezésemre bocsátott. Köszönetemet kell továbbá kifejeznem az Artézi-, Sáros-, Rudas-, Rác-, Király-, Császár- és margitszigeti fürdők igazgatóinak, a székesfőváros mérnöki hivatalának, különösen MACHÁN OTTÓ főmérnök úrnak, kik munkám folyamán a lehető legelőzékenyebben támogattak.

A BUDAPEST KÖRNYÉKI ALACSONYABB HŐFOKÚ HÉVVIZEK RADIOAKTIVITÁSÁRÓL.

FROHNER ROMÁN-tól.

WESZELSZKY GYULA dr. a budapesti hőforrások vizét radioaktivitás szempontjából vizsgálván, azokat meglepően erős radioaktivitásúaknak találta. Ő volt szíves figyelmemet felhívni azon körülményre, hogy érdekességgel bírna ezen vizsgálatokat a Budapest környékén előforduló, kevésbé magas hőfokkal bíró hévforrásokra is kiterjeszteni. Később ezen vizsgálatok körébe belevontam még a Budapesttől 58 kilométernyire fekvő esztergomi és a 92 kilométernyire levő tatatóvárosi hőforrásokat is.

Ezen források közül a római fürdői (Aquincum) és a csillaghegyi források közepes, a kerékmalmi és tatatóvárosi források csekélyebb radioaktivitással bírtak; míg az esztergomi forrásokban a radioaktív testeknek még a nyomait sem sikerült kimutatnom.

Vizsgálataimnál mérőeszközül a WESZELSZKY GYULA-féle radioelektrométereket használtam, melyeknek állandóit magam állapítottam meg. Hogy a lemez különböző helyzete milyen potenciálkülönbségnek felel meg, azt BORNHAUSER-féle apró akkumulátorok fokozatos, egymásután kapcsolásával határoztam meg, melyek feszültségét WESTON-féle voltméterrel ellenőriztem. Az egyik készülék kapacitását HARMS-féle kondenzátorral határoztam meg, mely érték 12·39 cm-nek adódott. A másik készüléknél, mely kizárólag forrásvizek radioaktivitásának mérésére volt berendezve, mivel ennek mikroszkopja nem volt elmozdíthatóan megszerkesztve, a kapacitást kondenzátorral meghatá-

rozni nem volt lehetséges, ezért ezen készüléknél a kapacitás meghatározása ismert töménységű radiumbromid-oldattal történt.

A meghatározást a következő módon eszközöltem:

Ismert radiumbromidoldatból 20—20 cm³-t két kis lombikba mértem le, az oldatokból az emanációt forralással üztem ki, s azt az egyik lombikból egy ismert kapacitású, a másikkól a meghatározandó kapacitású készülékbe bocsátottam át. Ezek mindegyikében előzetesen meghatároztam a levegő okozta másodpercenkénti potenciálesést.

A bebocsátástól számított két és háromnegyed óra múlva mindegyik készülékben 5—6 leolvasással meghatároztam az emanáció okozta másodpercenkénti potenciálesést, melyből a levegő ejtését kivontam.

Ha egy ismert kapacitású készülékben a radiumemanáció mennyiségét milligramm radium secundumban kifejezve akarjuk kiszámítani, ez DUANE és LABORDE¹ szerint a következő képletel történik:

$$\text{milligr. Ra sec.} = \frac{V \cdot C \cdot 10}{13 \cdot 15 \times 3 \times \left(1 - 0 \cdot 572 \frac{\zeta}{\nu}\right)},$$

a hol V = a radiumemanationak a készülékbe bocsátása utáni harmadik órában okozta másodpercenkénti potenciálesése, levonva a levegő okozta másodpercenkénti potenciálesést:

C = a készülék kapacitása,

ζ = az ionizáló tér felületei,

ν = az ionizáló tér köbtartalma.

De a jelen esetben a két készülék közül az egyiknek kapacitását nem ismerjük, azonban a két készülék mindegyikébe a radiumemanatio ugyanazon mennyisége került, tehát:

$$\frac{V \cdot C \cdot 10}{13 \cdot 15 \times 3 \times \left(1 - 0 \cdot 572 \frac{\zeta}{\nu}\right)} = \frac{V' \cdot C' \cdot 10}{13 \cdot 15 \times 3 \times \left(1 - 0 \cdot 572 \frac{\zeta'}{\nu'}\right)}$$

Ezen egyenletből a C' ismeretlen és meghatározandó:

¹ «Le Radium, 1910».

$$C' = \frac{V \cdot C \left(1 - 0.572 \frac{\xi'}{\nu'} \right)}{V' \left(1 - 0.572 \frac{\xi}{\nu} \right)},$$

A készülékekkel való mérések a forrás helyszínén történtek oly módon, hogy a készülékeket kellő földösszeköttetésekkel ellátván, azokban először a tiszta levegő vezetőképességét határoztam meg és azután az illető forrásvízből meritvén az emanatiót, az utóbbiból átszivatas útján vittem át a készülékekbe s a mérést mindenkor az emanationak a készülékbe bocsátása után $2\frac{3}{4}$ óra múlva kezdtem meg.

Úgy a levegő, valamint az emanatio okozta potenciálesést egy perczre számítottam át, az utóbbi esetben 5—6 mérésből a középértéket vévén. Az előbbit az utóbbiból kivonva, megkaptam azt a potenciálesést, melyet az emanatio idézett elő perczenkint.

Hogy a levegő okozta potenciálesést meghatározhassam, a készüléket az illető helyen levegővel kellett megtöltenem; a nagyobbik universal-radioelektrométernél, melynek teteje leszerelhetően volt berendezve, a megtöltés egyszerűen úgy ment végbe, hogy a készüléket kinyitván, a hengerből ide-odalóbalással üztem ki az előbb benne levő levegőt és megtöltöttem a helyszin levegőjével. A kisebbik készüléknél, mely nem volt szétszedhető, légszivattyúval való átszivatas útján történt ez. Az elektroszkóp lemezének esési sebességét chronográffal határoztam meg.

A vízgyűjtés külön e célra szerkesztett palaczk segélyével történt, mely oly módon volt elkészítve, hogy abból a víz gyűjtése közben az emanatio el nem távozhatott. A vízgyűjtés módja a következő:

A vízgyűjtő edényből a levegőt kis kézi szivattyú segélyével eltávolítván, a vízgyűjtő edény csapját üvegcsövekkel hosszabbítottam meg oly mértékben, hogy az utóbbiak segélyével közvetlenül a források kibugyogási helyéhez érhettem. A csapot megnyitván, a víz a vízgyűjtő edénybe tódult, úgy hogy a csap elzárása után az emanacio veszteség nélkül volt átvihető a készülékbe. A vízgyűjtő edényben a levegőt a szerint, hogy

milyen mélyről kellett a vizet felszivni, 50—60 cm-nyire ritkítotam, úgy hogy a vízgyűjtőedény csak háromnegyedrészéig telt meg vízzel, a mi a kísérletek kiviteléhez szükséges. A vízgyűjtés után az edényben levő vizet a felette levő levegővel, hogy az emanatió a víz és a levegő között egyenletesen oszoljon el, huzamosabb ideig ráztam. Az emanatiót már most az előbbi eljárásához hasonló légritkítással átszivattam a készülékbe, a vízpárák elnyelése céljából chlórcaiciumos csöveket iktatván a vízgyűjtőedény és a készülék közé.

Hogy egységesítsük a méréseket, az x mennyiségű vízből nyert emanatióokozta potenciálisest (V) át kellett számítanom az ugyanazon víz egy literében levő emanatió potenciálisésére (V_1). Ez a következő képlettel történt:

$$V_1 = \frac{V(l + aW)}{l \cdot W},$$

a hol V az észlelt perczenkénti potenciálisés, levonva a tiszta levegő okozta perczenkénti potenciálisest, l a meritő hengerben levő levegő mennyisége, W a lemért vízmennyiség, a pedig az abszorpciós koefficiens.

Fontos tehát ezen méréseknél meghatározni azon vízmennyiséget, a melynek emanatió-tartalmát mértük; mivel azonban az edény fémből készült, tehát átlátszatlan, ebből kifolyólag úgy van berendezve, hogy a felső csap kicsavarása után abba egy milliméter beosztású kalibrált pipetta nyúlik, melynek segítségével a vízmennyiség leolvasható.

Ismerve a vízgyűjtőedény űrtartalmát és a víz mennyiségét, a levegő térfogata könnyen kiszámítható. Mivel a vízgyűjtőedényt csak háromnegyedrészéig töltöttem meg vízzel, a fölötte levő levegő egy liter körül ingadozott és mivel a készülék mérőhengere pedig körülbelül 8 liter űrtartalmú, így tehát nyolczszor annyi térfogatú levegővel öblítvén az emanatiót, az utóbbi minden veszteség nélkül volt átvihető.

Az emanatió átszivattása után a készüléket 3 óra hosszat magára hagytam, a míg az emanatió és bomlástermékei között az egyensúly helyreállott s a méréseket csak ezen idő eltelte után végeztem.

A víz hőfokát KAPELLER-féle $\frac{1}{5}$ fokos hőmérővel határoz-
tam meg.

A megejtett mérések közül ott, a hol az adatok a többiektől feltűnőbb eltérést mutattak, ellenőrző méréseket is végeztem. Az eredmények minden esetben szépen összevágó értékeket adtak. Például közlök egy ilyen ellenőrző mérést, mely a római fürdő uszoda forrás II-vel jelölt forrásánál eszközöltetett két különböző készülékkel. Az egyik készülék kapacitása 12·9 cm, a másiké 12·39 cm volt. Mind a két készüléknél $\frac{\text{belső felület}}{\text{kőbtartalom}} = 0\cdot319$.

1. A forrás hőmérséklete 22° C.

$$W = 3\cdot45 \text{ liter,}$$

$$l = 1\cdot182 \text{ „}$$

$$a = 0\cdot265 \text{ „}$$

$$W = 5\cdot67 \text{ volt,}$$

$$V_1 = \frac{V(l+aW)}{l \cdot W} = 2\cdot758,$$

ebből számítva az egy liter vízben oldott radiumemanáció = $0\cdot186$ milligr. Ra. sec.

2.

$$W = 3\cdot82 \text{ liter,}$$

$$l = 0\cdot812 \text{ „}$$

$$a = 0\cdot265$$

$$W = 4\cdot754 \text{ volt,}$$

$$V_1 = \frac{V(l+aW)}{l \cdot W} = 2\cdot796,$$

és az egy liter vízben oldott radiumemanáció = $0\cdot184$ milli-
gramm Ra. sec.

A következő táblázatban az összes mérések eredményeit közlöm. A táblázatban az értékeket milligr. Ra. sec.-ban fejezem ki. A Rómaifürdő forrásainál, mivel itt több hőmérsékletmérést végeztem, csak azon értékeket vettem fel, melyeket a forrás radioaktivitásának meghatározásakor észleltem és mely hőfok alapjául szolgált az abszorpcziós koefficiens meghatározásának. Az esztergomi források adatai e táblázatból hiányzanak, mivel vizük a radioaktív anyagoknak még nyomaint sem tartalmazzák.

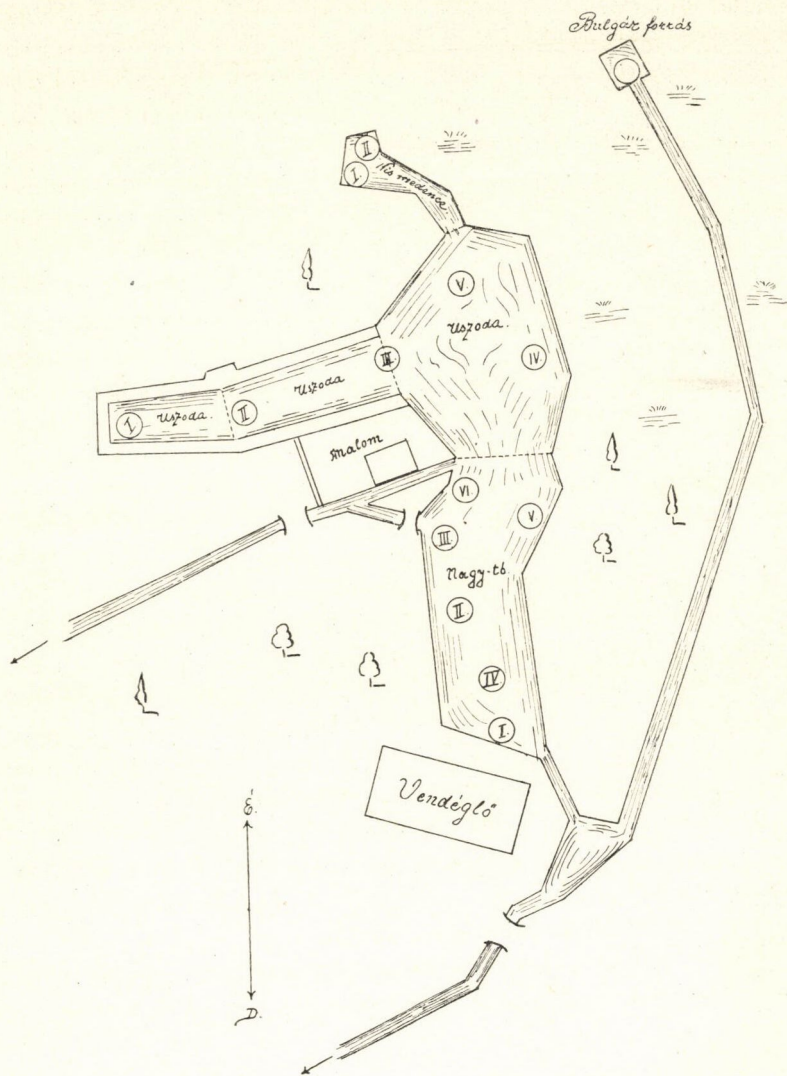
I. tábla.

A forrás neve		Milligr. Ra. sec.	C	A forrás neve		Milligr. Ra. sec.	C
Római fürdő	Uszoda-forrás I.	0.1674	22°	Bulgár-forrás — — —	0.3683	22.5°	
	„ „ II.	0.184	22°	Nagy tó I. — — —	0.1723	21.8°	
	„ „ III.	0.3956	22°	„ „ II. — — —	0.2604	21.5°	
	„ „ IV.	0.3645	22°	„ „ III. — — —	0.3382	22°	
	„ „ V.	0.2947	22°	„ „ IV. — — —	0.2319	21.5°	
	Kis medence I.	0.2311	22.5°	„ „ V. — — —	0.2400	21.5°	
	„ „ II.	0.5016	22.5°	„ „ VI. — — —	0.1405	21.5°	
	Kerékmalmi forrás	0.0540	20°	Árpád-forrás, a domb- oldalból — — —	0.3339	22.5°	
	Csillaghegyi forrásból	0.2641	20°	Árpád-forrás, a fenék- forrásból — — —	0.0222	22.5°	
	Csillaghegyi forrás, a gyűjtő aknából —	0.2627	17.8°	Árpád-forrás, gázok —	0.2999	—	
Tatatóvárosi Park- forrás — — — —	0.0464	23°	Tatatóvárosi Fényes- forrás — — — —	0.0326	22°		

A következőkben rátérek a forráscsoportok részletes leírására.

I. Rómaifürdő (Aquincum, régi löpormalom) forráscsoportok.

A források a Duna jobb oldalán, a szentendrei-út mellett fekszenek s nagyobb tavat alkotnak. A tónak, a mint az a mellékelt térképen látható, több nyulványa van. Két levezető csatornával bír, melyek déli irányban ismét egyesülnek és a vasúti töltésnél levő KREMPÍ-féle malom gyűjtőmedencéjét táplálják. A tó hossza északdéli irányban 129 méter, legnagyobb szélessége, keletnyugati irányban pedig 62 méter. Ezen medencében összesen 13 langyos forrás fakad, melyeknek helye karikázott számmal van a térképen jelölve. Ezekon kívül van egy, mely a tótól kissé távolabb keleti irányban Bulgár-forrás néven ismeretes (régii Gesundheits-Bründl) és kis medencét alkot, melynek lefolyása



1. ábra.

szintén déli irányban egyesül a tó levezető csatornáival. ZSIGMONDY VILMOS szerint¹ a víz a hőforrások felett 2·85 méterrel

¹ A városligeti artézi kút Budapesten, 1878, 6. o.

emeltetett, úgy hogy szintje 11·54 méterrel fekszik a Duna 0-pontja felett. Ugyanezen szerző szerint azelőtt még legalább 2 m-rel lehetett magasabb, mint az a római vízvezeteki maradványokból kitűnik. Ebből szerinte arra lehet következtetni . . . «miszerint azon víztartó szintjének, mely Buda és Óbuda összes forrásait táplálja, legalább is 13·43 méterrel a Duna szempontja s eszerint 4·9 méterrel a lukácsfürdői tó szintje felett kell feküdnie».

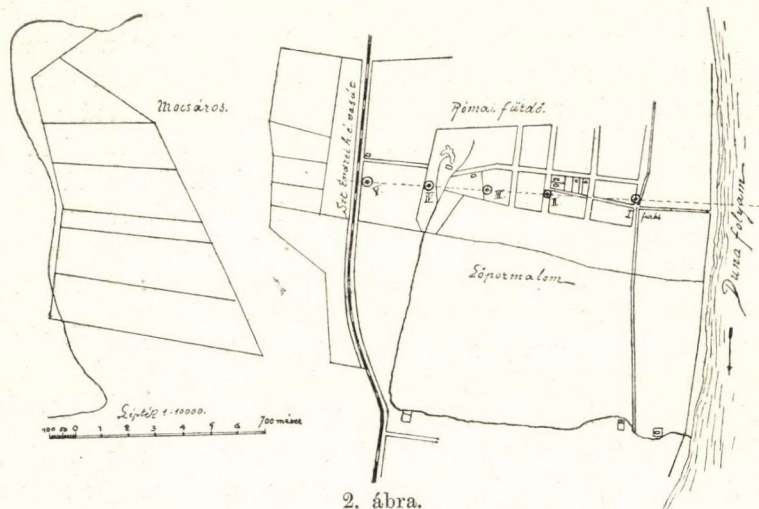
A rómaifürdői források csoport környékének földtani viszonyaira vonatkozólag érdekes adatul szolgálnak azon fúrások, melyeket 1903 tavaszán a főváros megbízásából VOGLER N. mérnök végzett és mely fúrási szelvények RINGER forrástulajdonos úr szíves közlése útján jutottak birtokomba. Ilyenmő fúrást ezen környéken négy helyütt végeztek, a Duna és a szentendrei h. é. vasút töltése közt elterülő vonalon a római fürdő tavától kissé délre. A fúráslyukak helyét a mellékelt helyszínrajzon tüntetem fel. A fúráslyukak geológiai szelvényét feltüntető táblázat szerint a fúró körülbelül a következő rétegeken haladt át: fekete turján, sárga agyag homok és kötörmelékkal, szürke éssárga puha agyag, melyre egy nagyobb szélességű kavicsréteg következett, keverve éles homokkal és végül kemény agyagmárga. A negyedik fúráslyuknál, mint az a szelvényből kitűnik, a Duna 0 pontjától számítva 5·60 méternyi mélységben bazaltköre akadt a fúró, mely goromba kavicsrétegtől elválasztva, mindjárt a kék agyagmárga felett fekszik. A szelvényeken fel van tüntetve a nyert víz hőfoka is és ezen hőmérséklet-mérésekből látható, hogy az utóbbi a Dunától távolodván, 14 foktól 17 fokig növekedett. A legmélyebb fúrás 16 méterrel a IV. fúráslyuknál történt, elérvén a kemény kékes agyagmárgát. Ezen fúrási szelvények részletesebb tárgyalására a későbbiekben szándékszem ismét visszatérni.

A források vízbősége RINGER forrástulajdonos úr szíves közlései szerint 24 óránként 40,000—50,000 hl-re tehető. ZSIRMONDY VILMOS¹ felemlíti 1878-ban, hogy a kerékmalmi, rómaifürdői források által szolgáltatott és 24 óra alatt a Dunába folyó vízmennyiség 152,000 hl.

¹ A városligeti artézi kút Budapesten, 1878, 5. o.

A mi a források hőfokát illeti, arra vonatkozólag ZSIGMONDY 1878-ban a következőket írja «... a harmadik csoport forrásai, melyek mostkori lerakodmányokból fakadnak ki, majdnem egyenlő hőfokkal bírnak ugyan, a lőpormalmi források középhőfoka ugyanis 26.3 , a kerékmalomé pedig 25° C lévén, de kibugyogásuk pontjain az egyes források 20 — 26.3° C között váltakoznak».

Hőmérsékletméréseimet három ízben is megismételtem, úgy mint 1911 június hónapban, továbbá ugyanez év októberében



2. ábra.

és végül 1912 január hónapjában. Ezen mérések eredményeként meg kell említenem, hogy az egyes források hőfokát, noha kisebb mértékben, de mégis különbözőnek találtam, a két legszélső adat között 1.35° C foknyi különbség lévén. Egy és ugyanazon forrásra nézve a hőmérséklet állandónak bizonyult, noha az egyik mérésemet június hónapban $+28^{\circ}$ C-nyi, a januárit pedig -14° C-nyi légköri hőmérséklet mellett végeztem. Az utóbbi mérések, a mint az a táblázatból kitűnik, kis különbséget mutatnak, a mi abban leli magyarázatát, hogy a hőmérő nem volt mindig azonos helyzetben lesüllyeszthető és így a nem foglalt forrásoknál több-kevesebb környezeti vízzel jöhetett érintkezésbe, mely körülmény azután ezen kis különbségeket eredményezte.

ZSIGMONDY adataira nézve meg kell jegyeznem, hogy valószínűleg tévedésen alapulnak, mivel nem tartom elképzelhetőnek, hogy a források vize 34 év alatt ily tetemesen veszített volna hőfokából. Ezen föltevésemet bizonyítja, hogy SZABÓ JÓZSEF «Budapest és környéke geológiai tekintetben» című, 1879-ben megjelent dolgozatában azt mondja, hogy az óbudai és csillaghegyi langyos források átlagos hőmérséklete 20·5 C°. Ezt bizonyítja továbbá, hogy SZABÓ szerint a csillaghegyi forrásokat KERNER három hónapon át vizsgálva, állandóan 22·75 C°-nak találta és azok hőmérséklete ma is körülbelül ugyanannyi. A méréseim és KERNER mérései között mutatkozó 0·25 C°-nyi különbséget csak azon körülménynek tulajdonítom, hogy a források kibugyogási helye közvetlenül ma már meg nem közelíthető.

Méréseim eredményeit a következő táblázat tünteti fel:

II. tábla.

A forrás neve	1911 június	1912 január	A forrás neve	1911 június	1912 január
Uzsoda forrás I. ...	22°	22·20°	Bulgár forrás ...	22·5°	22·75°
« « II. ...	22·2°	22·25°	Nagy tó I. ...	21·5°	21·8°
« « III. ...	22°	—	« « II. ...	21·5°	—
« « IV. ...	22°	—	« « III. ...	21·5°	21·9°
« « V. ...	22°	—	« « IV. ...	21·5°	—
Kis medence I. ...	22·5°	22·4°	« « V. ...	21·5°	21·8°
« « II. ...	22·5°	22·5°	« « VI. ...	21·5°	21·7°

Ezen táblázatba az 1911. év októberében eszközölt hőmérséklet-méréseim adatait nem vehettem fel, mivel a mérések kivitелére szolgáló KAPELLER-féle maximal hőmérő, a mint az a mérések alatt kitűnt, elromlott és helytelen adatokat mutatván, azokat nem közölhettem.

Megkísértem összefüggést keresni ezen források radioaktivitása és hőmérséklete között és habár törvényszerűségét a mérésekből nem olvashattam ki, mégis azt tapasztaltam, hogy a 22° C-nál magasabb hőforrások kerek számban 0·30 milligr. Ra sec. tartalommal bírtak, míg az ezen hőfokon aluliak kevesebbel.

Érdekességgel bírt ezen vizsgálatokra nézve az egyes források chemiai összetételében mutatkozó különbségek észlelése. Itt azonban a chemiai analízistől e különbségek feltüntetésében eredményt nem várhattam és ezért egy érzékenyebb módszerhez, a vizek elektromos ellenállásának meghatározásához folyamodtam és ezt a kísérleti hibák határain belül a források csoport egyes forrásaira nézve egyezőnek találtam. Ugyanis minden méréshez ugyanazon edényt használva, a különböző források vizének ellenállását 443·5 és 451·75 ohm közöttinek találtam. A legnagyobb eltérés tehát nem egészen 2%. Ez az eltérés, tekintve, hogy a víz összes szilárd alkotórészeinek összege literenként 0·406 g, tehát kerekszámban literenként 0·007 g oldott alkotórésznek felel meg, és tekintve, hogy a mérést csak a laboratóriumban, legjobb esetben a merítést követő napon végezhettem, a mikor a hydrocarbonatos kemény vízből a legnagyobb óvatosság mellett is végtelen csekély mennyiség kiválhatott, tisztán kísérleti hibának tulajdonítható.

Mivel a tó vize tudtommal eddig analizálva még nem lett, vizének mennyileges chemiai összetételét is meghatároztam.

1000 gramm vízben van :

<i>Ca</i>	0·102502 gr.
<i>Mg</i>	0·044021 "
<i>K</i>	0·005679 "
<i>Na</i>	0·00795 "
<i>So₄</i>	0·068941 "
<i>Sio₂</i>	0·013868 "
<i>Sr, Li</i>	nyomokban
Összes szilárd alkotórészek	0·4061 "

Gázok a forrásból sehol sem törnek elő, a víz színe kékes, tisztán átlátszó. A források valamennyien a tó fenekén fakadnak kisebb-nagyobb mélyedésekben. Fakadási helyük igen jól látható, mivel az előtörő víz fehéren csillogó mészdara-felhőcskéket hány fel a tó fenekéről. Az egyik közülük, mely egyike a legbővebb vizűeknek, valóságos kis kráterben fekszik, melynek mélysége a víz színétől számítva 3 méter körül van. A források kiömlésüknél homokot, mészszemcséket és kagylóhéjokat raknak le. A forrás szája körül fekete iszaplerakódásokat észleltem.

II. Csillaghegyi források csoport.

Ezen források Békásmegyer község határain belül a Csillaghegy tövében fakadnak. Az egyik forrást *Csillaghegyi forrás* néven üdítővíz céljaira palaczkolják. Közvetlen közelében a hegy tövében még két forrás fakad és *Árpád-forrás* néven egy régi malom helyén épült uszoda vizét táplálják.

Már 1858-ban SZABÓ JÓZSEF¹ megemlékezik e forrásokról és a mostani Árpád forrásról a következőket írja «... az egyik hely, hol egy mostkori mésztufképződésnek kell véghezmenni, Óbuda felett a löpörmalom rónája. Ezen a rónán több a mészhegyekből eredő forrás kerül el, és ingoványos helyeket képez. Egyike ezen forrásoknak az, mely a békásmegyeri (Krotendorf) csinos malmot hajtja. E víz nummulit-mészből fakad, kijövén, egy közel négy öl mélységű kis tavat tölt meg, melyben mennyisége egész éven át egyenlő, valamint hőfoka is. Dr. KERNER azt három hónapig változatlanul 22·75 C-nak találta; ugyancsak szerinte magassága a tenger felett 419·9 párisi láb.

«E víz tiszta, íze földes, vegybontva még nincs, de annyit mondhatni, hogy szénsavas meszet nagy mennyiségben tart feloldva. Ez a malomkerékre ráakódik és annyira meggyül, hogyha időnkint nem tisztítanak, a kerék végkép akadályozva volna forgásában. Minden négy-öt évben lefeszítenek a lapátokról egy pár ujnyi tufkérget, melyet a víz ily rövid ideig tartó érintkezés alatt rak rá. A víz a mésztartalom legnagyobb részével továsiet, s azt minden esetre elbocsátja magától, az ingoványos rónán tufréteget képezvén.

A *Csillaghegyi forrás* fakadási helye emlékkővel elzárt, mesterségesen foglalt medencében van. Ezen forrást állítólag már a régi rómaiak is ismerték és ivóvízül használva a közeli Aquincumba vezették.

A forrás medencéjét vascső köti össze a tőle néhány méternyire levő gyűjtőaknával, a honnan a vizet palaczkolás céljaira egy magasabb tartályba szivattyúzzák. Régebben, mielőtt ezen forrás becsét megismerték volna, úgy látszik, kertek öntö-

¹ Pest-Buda környékének földtani leírása. 1858, 13. o

zésére használták, a mint az a következő feljegyzésből¹ tűnik ki: «... Békásmegyeren a malom mellett van egy forrás, melynek vizét egy kertbe vezetik öntözésre».

A forrás vizét SZILÁGYI GYULA dr. 1906-ban vegyelemezte és szerinte a forrás vizének összetétele a következő:

1000 gramm vízben van:	
<i>KCl</i>	0·0156 gr.
<i>NaCl</i>	0·0258 «
<i>Na₂SO₄</i>	0·1509 «
<i>NaHCO₃</i>	0·00118 «
<i>Ca(HCO₃)₂</i>	0·3402 «
<i>Mg(HCO₃)₂</i>	0·2102 «
<i>Fe(HCO₃)₂</i>	0·0222 «
<i>SiO₂</i>	0·0176 «
Az oldott sók összege	0·7943 «
Szabad széndioxyd <i>CO₂</i>	0·1769 «

A forrás hőmérséklete közvetlenül a kibugyogás helyén 20° C, a mellette levő gyűjtő aknában pedig 17·8° C.

Gázok fejlődése itt sem volt észlelhető, sőt a forrás kibugyogása sem látható, mert ez csöndesen szívódik át egy homokrétegen.

Az Árpád forráscsoport.

Ezen forráscsoport két forrásból áll, melyek közül az egyik az uszoda északgyugati oldalán a hegy tövében fakad, míg a másik az uszoda délkeleti részén, a kavicscsal fedett medenceze fenekén tör elő. Egyikhez sem lehetett közvetlenül hozzáférni, mivel a domboldalból fakadót nagy kötömbökkel torlaszolták el, a másik pedig az ottaniak állítása szerint 6 méternyire a kavicsréteg alatt fakad. A csatorna pedig, melyet a forrás magának ezen takarón keresztül tört, beiszaposodott és betemetődött, úgy hogy csak 3 méternyire tudtam egy vasrúd segítségével köze-

¹ Budapest és környéke természetrajzi, orvosi és közművelődési leírása. Dr. GERLÓCZY GYULA és DULÁTSKA GÉZA. I. r. 24. o. 1879.

ledni a fakadás helyéhez. E forrás helyén körülbelül 5 négyzetméternyi területen mindenütt gázeltöréseket észleltem. A másik forrás gázokat nem hozott napvilágra. Az ottaniak állítása szerint az uszoda medenczében a domboldal mentén azelőtt még számos forrás fakadt, de ezeket az uszoda tatarozása közben cementfallal zárták el, úgy hogy eltörési helyüket megtalálni nem sikerült.

A források hőfokát 22·5 C-nak találtam. Radioaktivitása ezen két forrásnak merőben igen különböző volt, mert míg a domboldalból fakadó és gázokat nem tartalmazó forrásvíz literenkint 0·3339 milligr. Ra. sec. tartalommal bírt, addig a fenékről eltörő és gázokat magával ragadó forrás 0·0222 milligr. Ra. sec. tartalmú radioaktivitást mutatott. Hogy a kavics között fakadó forrás kisebb radioaktivitással bír, ez abban leli magyarázatát, hogy a forrásból egyszersmind gázok is törnek elő, mely gázok tudvalevőleg az emanatióit magukkal ragadják és így a vizsgálatnak alávetett víz csak csekély mértékben tartalmazhatta az utóbbit. Ez év januárjában sikerült ezen gázokból egy literű üvegtékében összegyűjtenem, melyet azután radioaktiv vizsgálatnak vettem alá és ekkor kitűnt, hogy az *emanatio legnagyobb része csakuqyan a gázokban volt*, mivel ezen gáz radioaktivitása 0·2909 Ra. sec.-nak felelt meg.

III. Kerékmalmi forrás.

A vörösvári-út mentén, közvetlenül a főváros határán fekszik; egy forrása van, mely egy 4—5 méter mély és körülbelül ilyen széles és hosszú gyűjtőmedenceze fenekén fakad. Vízét malom hajtásra használják. Eme forrás is régen ismeretes, a mi a következő feljegyzésből¹ tűnik ki «... kerékkorcsma a vörösvári-út mentében, falazott medenczéből fakad. Egy malmot hajt. Hőfoka 20—22° C. A szilárd részek összege (100,000 részben) 48—63 gr.» Hőmérsékletét 20° C-nak találtam, radioaktivitása pedig, a mint a táblázatból kivehető, igen csekély.

¹ Budapest és környéke természetrajzi, orvosi és közművelődési leírása. Dr. GERLÓCZY GYULA, dr. DULÁTSKA GÉZA. I. r. 24. o. 1879.

IV. Esztergomi források.

A források részben Esztergom szabad kir. város területén belül, részben pedig a Duna jobb partján fakadnak. A legbövizűbb ezek közül a káptalan birtokában levő forrás, utána következik az esztergomi takarékpénztár ujonnan épült uszócsarnokát tápláló és fűréssal mélyített artézi forrás (azelőtt a gyógyszerár udvarán levő forrás), továbbá az ugyanezen intézet tulajdonában levő néhány melegforrás, melyek az előbb említett mellett fakadnak, és egy püspöki birtokban levő; ezekhez még több más apróbb forrás sorakozik.

Ezen források közül az esztergomi takarékpénztár birtokában levő artézi forrás és az ugyanazon területen levő, de magasabb rétegekben fakadó török forrást vizsgáltam a radioaktivitás szempontjából. A vizsgálat eredménye negatívnak bizonyult, mivel *az önsugárzó anyagoknak még nyomaint sem sikerült megtalálnom*. Sőt, mi több, a vizsgálatkor az e vizekből nyert gázok kisebb vezetőképeséget mutattak, mint maga a levegő, a mi abban leli magyarázatát, hogy a levegő ejtésének a meghatározásakor a készülék ujonnan lévén elektromossággal töltve, az elektroszkóp rudacsáját szigetelő borostyánon a potenciál-egyensúly még nem jöhetett létre, ebből magyarázható tehát, hogy a három óra után mért, teljesen inaktív vízzel szemben a levegő ejtése valamivel gyorsabb volt.

Mivel ezen hévvizetek teljesen inaktívek, érdekesnek látszott azok fakadási körülményeivel és a vidék geológiájával kissé foglalkozni.

Ezeket megvilágítandó, leghelyesebbnek találom LÓCZY LAJOS szaknyilatkozatából közölni azon helyeket, melyek e vizsgálatokra nézve érdekességgel bírnak.

Lóczy többek között azt mondja «... az esztergomi várhegy magját jól rétegezett pados dolomites mészkő, a földolomit és a dachstein mész, a felsőtriasz-rhaeciai szintek átmenete alkotja. A mészkőrétegek a várhegy dunaparti falain és a Szent-István-kápolna alatt bukkannak elő, nem emelkednek azonban a székesegyháztól elfoglalt fennsík magasságáig, mert felettük a budapesti szentgellérthegyihez hasonló márgás, meszes, tűzkő-

ves homokkő hasonló telepedésben nyugszik és a várhegy lapját, valamint az esztergomi vizivárosban emelkedő Kálváriadombot is alkotja. A dolomitos dachstein-mészkö a primási fürdőforrás közelében 20—23 fok északi dűlésű, azonban az eocénkorú márgás-meszes homokkő alatt délnyugat felé tovább terjed.

A téglavetőben egyszerű aknakutásáskor elérték a dachsteint és közel ide a takarékpénztár hegytetői telkén is benn 30 méterre fúrtak. Továbbá a város altalajában valamennyi fúrás a Duna alluviuma alatt csekély mélységben elérte a mészkövet. A vizivárosi fúrások, mintegy 10 méter mélységben a talaj felszíne alatt, értesülésem szerint, áttűzték a Duna alluviumát. A gyógyszerár udvarában most munkában levő fúrásnak, melynek további folytatása ügyében a tekintetes takarékpénztár igazgatósága tanácsomat kívánta, 8·12 méter a városi mérnök úrtól megadott és a dunai méreze 0 pontjától mért magasságot.

ZSIGMONDY BÉLA fúrási szelvénye 10·64-ban érte el a szilárd dolomitos mészkövet, mely csekély petrográfiai módosulásokkal úgyszólván változatlanul tartott a fúrás 118·62 méter mélységű aljáig. Csak a 90·00—105·00 méter mélységi közből származtak márgás-meszes tűzköves szürke homokkődarabkák, a melyek a fúrópróbák és fúrószelvény tanúsága szerint csekély mennyiségben és ereken fordulhatnak elő a szilárd mészkő között.

A fúrás csövezés nélkül haladt 10·79 métertől mindvégig 350 mm. átmérővel.

Nyilvánvaló ebből, hogy az esztergomi Kis-Duna medre alatt is csekély mélységben, a 101·62 méterben levő méreze 0 pontja alatt alig 3 méternyire a dolomitos dachsteinmészkö sziklája kerül el a viziváros alatt, a takarékpénztár fürdőkertje és a fürdővendéglő udvara alatt.

Olyaténképpen lehet megítélni ezt a körülményt, hogy a Duna egykori kanyarulata a viziváros helyén, a Kálváriahegy és a Várhegy tövében járt és ezen hegyek meredek falait álmosság útján alkotva, fenekén vízszintesre gyalulta le a sziklatalajt.

Ezen a legyalult egykori dunafenéken az egykori folyókanyarulat mentén a primási gépgyártól kezdve a Hévíz-árokig terjedő bővizű források nem kevesebb mint 17 helyen fakadnak

a városi mérnöki hivataltól felvett dunamenti thermálforrások helyszínrajza szerint.

Ezekben a forrásokban, melyek valamennyien foglalva és felhasználva vannak, a víz a Duna vízállásával egybehangzólag magasabbra száll vagy apad.

A foglalt források kiömlése a Duna 0 pontja felett 5·76—7·65 méter között váltakozik. A kiömlés magassági határa ezekben nem állapítottatott meg, nem tudjuk tehát, vajjon ugyanabban a magasságban van-e a hidrosztatikus nyomásuk szintje, avagy 1·86 méteren belül ingadozik.

A gyógyszer-tár udvarán álló fúrásban a víz 39 centiméterre emelkedik a fúrósóban a kifolyó víz színe fölé, vagyis a kifolyás magassági határa 8·51 méter a Duna 0 pontja felett.

Értesülésem szerint ennek a fúrásnak mintegy 30 méter mélységéből szállt fel az a [22° R—27·5° C fokú] hévíz, a mely a f. é. április hó 30.-án és május elsején történt szakszerű mérések szerint 8·12 és 8·15 méter szintből 1,000 kbm. 24 órai vízmennyiséget szolgáltat, míg a káptalani malom forrásának vízmennyisége 6·39 méter magas vízkifolyásnál kerekszámban 1426 kbm-nek méretett.

Mindezek figyelembe vétele után Esztergomban azon mesozoikus hegyrögök egyikét konstatálhatom, a melyek Budapest és Esztergom között északnyugat-délkeleti és északdéli irányú hasadékok szerint nagy számban felbukkanva, vidékünk legrégibb kőzeteit hozták felszínre. — Az esztergomi várhegy magját egy ilyen kis dachsteinmész-körög alkotja, mely a vízivárosban a Duna alluviuma alá kerül. Magán a várhegyen és a Kálváriahegyen ezt a mész-körögöt diszkordánsan északkeleti 18—20 fokos dőlésben eocén-meszes homokkő burkolja.

Ez a jól rétegezett dolomitos mész-kő a dachsteinmész-kő alsó szintjét képviseli, a feküjében levő földolomit felé átmenetül szolgálván. A gyógyszer-tár udvarán álló fúrás 118·62 méterével a 23 fokos északihajlású rétegeknek átütött vastagságát 110 méterre számítom. A feküben, ha a telepedés szabályosságát semmi sem komplikálja, még legalább 300 méter vastagságú földolomit következik, úgy hogy a fúrás előreláthatólag csak további 325 méter után érné el a dolomit alját.

Ott, mintegy 450 méternyire a felszín alatt, azt a bitumenes, sötét, jól rétegezett mészkövet lehet a dolomit alatt várni, a melyet dr. SCHAFARZIK FERENCZ műegyetemi tanár 1883. évi részletes geológiai felvétele alkalmával a közelfekvő Pilishegy aljában Huta-Szent-Lélek körül felfedezett.

A Bakonyban és a Balaton felvidékén szerzett tapasztalataimból állíthatom, hogy a földolomit fekében levő bitumenes mészkövek és márgák nagy kiterjedésben szolgáltatnak bő forrásokat. Esztergom város altalajában is a földolomit fekéjében levő meszes-márgás középtriaszbeli rétegeket tekintem az alsóvizet vezető rétegeknek.

Valamennyi esztergomi forrást erről a szintről felemelkedőnek tartom.

Esztergom évi középhőmérsékletét 11° C-nak véve, a 27.5° C-nyi hévvizek (valamennyi forrás változatlanul pontosan ilyen hőfokú) eredő helyének mélységét a geothermikus törvény szerint ekként számítom:

Mint hogy a talaj állandó hőfoka a neutrális-thermikus szintben 11 fokkal, 25 m mélységben kezdődik és 27.5° — 11.0° — 16.5° C a víz thermikus értéke, ezt 30 -czal, mint a geothermikus gradienssel (30 m-re feltételezve általános egyenlet szerint a talaj hőmérsékének 1° C-kal való növekedését a mélység felé) kell megszoroznunk a mélység számítására. Ekként 495 m mélységet nyerünk, melyhez még 25 métert hozzáadva, 520 m földszínelatti mélységet számítok az esztergomi források eredő helyéül.»

Eddig tart Lóczy LAJOS szaknyilatkozatának azon része, mely a források eredetét és a vidék geológiáját ismerteti. Ehhez még hozzá akarom fűzni azt, hogy ezen adatok szerint a víz nem a fúrás fenekéről, hanem körülbelül 130 méter mély szintből száll fel, Lóczy LAJOS szerint megcsapolva azon sok elágazónak vélt természetes csatorna egyikét, mely Esztergom altalajában a Duna alluviuma felé szállítja a mélységi vizet.

Ezen fúrással mélyített forrás chemiai összetételét dr. HANKÓ VILMOS vizsgálta és szerinte:

1000 gramm vízben van :

$Ca(HCO_3)_2$	0·3527 gr.
Na_2SO_4	0·0689 "
$CaSO_4$	0·0301 "
$MgCl_2$	0·0296 "
$NaCl$	0·0103 "
$Fe(HCO_3)_2$	0·0047 "
K_2SO_4	0·0045 "
Al_2O_3	0·0018 "
SiO_2	0·0205 "
Szilárd alkotórészek összege	0·5231 "
Szabad CO_2	0·150 "
Hőmérséklet	28·2° C.

Mivel méréseim radioaktiv testek jelenlétére nem mutattak, az egy csoporthoz tartozó többi forrás vizét e szempontból nem vizsgáltam.

V. Tatatóvárosi források.

Az ESZTERHÁZY gróf birtokában levő roppant nagy kiterjedésű tó egész területén nagy mennyiségű meleg forrás fakad. Ezek közül a legbővebb vizű forrást vizsgáltam, mely a tó egy nyulványában a fenékről tör elő és melyet *park-forrás* névvel jelöltem. Továbbá vizsgálat tárgyává tettem még a városon kívül fekvő külön forráscsoportot alkotó ú. n. *fényes patak* forrásai közül egyet. *Egyik forráscsoport sem bizonyult csak közepesen is radioaktívnak.*

A fényes patak forrásai nagy mennyiségű gázt hoznak felszínre, melyek szinte kitörésszerűen buggyannak elő. Ezen gázokat felfogni ott tartózkodásom rövideje miatt nem sikerült, mivel a körülötte elterülő ingoványok a forrásokhoz való teljes közelférhetést megakadályozzák és így csak bizonyos előmunkálatok után lehetne ezen gázokat felfogni.

Igy tehát csak a radioaktiv mérésre szorítkoztam, melyhez a vízmerítést hosszú üvegcső segítségével eszközöltem, úgy hogy sikerült ily módon az egyik forrást megközelíteni. Ezen forrás még gyöngébben aktívnak bizonyult, mint az előbb említett uradalmi forrás.



Az utóbb említettnek hőfoka 23° C, a fényesforrása pedig 22° C.

Radioaktivitást ilyen csekély mértékben találva, a vizsgálatokat tovább nem folytattam.

A Budapest és Békásmegyer határában fakadó kerékmalmi, löpormalmi és csillaghegyi forrás csoportok, a mint említettem, mind radioaktívak és radioaktivitásuk nagysága hasonló természetű források radioaktivitásához mérve *elég tekintélyes*. Összehasonlításként a következő táblázatban a radioaktivitás szempontjából eddig megvizsgált külföldi források vizsgálati eredményét közlöm, melyet Mme P. CURIE «Die Radioaktivität»¹ című dolgozatából vettem át.

Ezen táblázatból kitűnik, hogy az általam megvizsgált források radioaktivitása semmiben sem áll mögötte a külföld hasonló természetű hévforrásainak.

¹ Mme P. CURIE : «Die Radioaktivität» II. köt. 504. o.

III. tábla.

A forrás helye	Neve	Hő- foka	Miligr. Ra. sec. lit. int.	Megvizsgálta
Plombières	Capucinus	46·0	0·84	CURIE és LABORDE
"	Vanquelin	69·0	0·38	" " "
La Bourboule	Puits Chonoy	60·0	3·12	LABORDE
Bourbon-Lancy	Le Lymbe	58·0	0·17	CURIE és LABORDE
Uriage	Source principale	27·2	0·015	BESSON
Bussang	Grande Salmade	13·0	1·3	LABORDE
Aix-les-Bains	Source d'Alun	47·0	0·55	CURIE és LABORDE
Luchon	Grande Source Borden	43·0	2·2	MOUREN
Dirza (Korzika)	Source Dirza	12·0	0·42	LABORDE
Gastein	Grabenbäckerquelle	36·3	11·0	MACHE és ST. MEYER
"	"	36·3	10·6	ENGLER és SIEVEKING
"	Elisabethstollen		9·4	MACHE és ST. MEYER
"	Elisabethquelle S.	46·0	9·9	ENGLER és SIEVEKING
"	Elisabethquelle H.	46·8	8·7	" " "
"	Elisabethquelle N.	42·5	1·48	" " "
"	Wasserfallquelle		7·5	MACHE és ST. MEYER
Karlsbad	Eisenquelle	8·4	2·7	" " "
"	"	8·4	3·87	ENGLER és SIEVEKING
"	Mühlbrunnen	39·2	2·23	MACHE és ST. MEYER
"	Sprudel	72·5	0·014	ENGLER és SIEVEKING
Marienbad	Nebenquelle	6·4	0·475	MACHE és ST. MEYER
Teplitz-Schönau	Steinbadquelle	32·5	0·465	" " "
Franzensbad	Neuquelle	11·0	0·068	" " "
Wiesbaden	Quelle v. Dr. Kurz	31·0	0·84	HEINRICH és BRUGGE
Odenwald	Hirtenbrunnenquelle		0·765	SCHMIDT és KURZ
Spessart	Albertquelle		0·433	" " "
Baden-Baden	Büttquelle	23·5	7·65	ENGLER és SIEVEKING
"	Murquelle	59·0	1·94	" " "
Bad Nauheim	Karlsbrunnen	15·0	1·74	SCHMIDT és KURZ
Bad Soden am Taunus	Champagnerbrunnen	11·3	1·34	" " "
Bad Kreuznach	Inselquelle	12·6	1·24	" " "
Ischia-sziget Olaszország	Ó római forrás	57·0	26·4	ENGLER
Agnas Lorez Spanyolország	Aceñas		8·85	NÚÑEZ DEL CASTILLE

Az említett és általam megvizsgált vizeket JACZEWSKY LEONÁRD iuveniliseknek tartja. WESZELSZKY GYULA e dolgozattal egy időben megjelenő munkájában a budapesti hévvezek iuvenilis voltát tagadja és az okokat, melyekkel e föltevését támogatja, említett munkájában részletesen kifejti.

Az én vizsgálataim szintén WESZELSZKY feltevését igazolják, mivel e források vízbősége is oly óriási, hogy elképzelhetetlennek tartom, miszerint vízgőzből kondenzált ily nagy tömegű víz aránylag alacsony hőmérsékleten törjön elő. Ez csak úgy volna elképzelhető, ha az aránylag kis mennyiségű iuvenilis vizet nagy mennyiségű vadózus víz hűtené állandóan. Ez esetben azonban a víz hőmérsékletének az időszakok változásával erős ingadozást kellene mutatnia.

Én végeztem méréseket nyáron $+28^{\circ}$ C és télen -14° C levegő hőmérséklet mellett, azonban, a mint azt a II. táblázatban feltüntetett adatok mutatják, ezekből ilyen következtetéseket vonni nem lehet. A Rómaifürdő egyes forrásainak *hőfoka különböző*, az egyes forrásoknak *radiumemanatió-tartalma is különböző*, úgy látszik azonban, hogy a magasabb hőfokú források radiumemanatió-tartalma valamivel magasabb, az alacsonyabbaké pedig valamivel alacsonyabb az átlagos emanatiótartalomnál. E körülmény a mellett látszik bizonyítani, hogy a magasabb hőfokú források több, rádiumemanatióban gazdag iuvenilis vízzel keverednek. Ezen észlelés az iuvenilitás mellett látszik bizonyítani, a mennyiben feltehető volna, hogy a mélyebb források több radiumemanációban gazdag iuvenilis vizet kapnak, míg a hidegebbek kevesebbet. E föltevésnek azonban ellentmondanak WESZELSZKY GYULÁ-nak a budapesti hévforrások körül szerzett tapasztalatai, a melyek szerint e vizek hőfoka és rádiumemanatió-tartalma között ily összefüggést találni nem lehet, valamint ellentmondanak az én elektromos vezetőképességet meghatározó méréseim, a mennyiben azokból az tűnik ki, hogy e vizek vezetőképessége között semmiféle számbavehető különbség sincsen, már pedig ha e vizek chemiai alkata között mérhető különbségek volnának, feltételezve azt, hogy e vizeket két különböző összetételű víz keverékének tekintjük, akkor e nagy érzékenységgű mérési módszer ezt okvetlenül elárulná.

E források hőfokának különbségét mással magyarázni nem lehet, mint azzal, hogy azok különböző mélységű rétegből törnek elő. E források hőfoka közötti különbség kerek számban $1\cdot5$ C lévén, ha a normális thermikus grádiens-t vesszük alapul, e források vízszállító rétegei között $45-50$ méternyi különbségek lehetnek. A mi a rádiumemanatió-tartalomban mutatkozó különbséget illeti, ennek oka az lehet, hogy a radiumvegyületek e rétegekben különbözőképpen lehetnek elosztva, egyébként azonban e rétegek összetételének egyenlőnek kell lennie, mert a víz chemiai összetétele egyenlő. Hogy e források vizei *talajvízzel nem igen keveredhetnek*, bizonyítják a dolgozatom megfelelő helyén említett geológiai szelvények. Ezek szerint a tótól különböző távolságban végzett fúrásokban a talajvíz szintje egyetlen esetben sem éri el a források fakadásának szintjét. Ezekből tehát nem a talajvíz vízének a források vizébe való áramlására, hanem fordítva arra kell következtetnünk, hogy a forrás vize táplálja a talaj vizét is. Ezt bizonyítja úgy a *talajvíz szintjének, valamint hőfokának emelkedése a forrás közvetlen környékén levő két fúrólyukban*.

Megemlítendő még, hogy JACZEWSKY LEONÁRD¹ e forrásoknál észlelhető ritmikus efflukeziókról beszél, midőn azt mondja «... a római fürdő forrásai igen sekély tó fenekéből fakadnak. A tó vize teljesen átlátszó és zöldes sugarakat vet vissza. A tófenék mészkődarával van borítva és a víz kibuggyanásakor mészkődara-felhőket ragad magával.

«A számos forrás közül ötöt figyeltem meg. Vibzóságuk különböző, de valamennyinek van ritmikus efflukeziója; rövid ideig tartó megfigyelésem alapján meg kell jegyeznem, hogy a lüktetések közötti szünetek nem egyenlő hosszúak és úgy látszik a bővizű forrásoknál rövidebbek.»

«A bővizű forrásoknál az egyes lüktetések között $1-2-3$ mp-nyi szünetet, a kevesebb vizű forrásoknál $4-6$ mp-nyi szünetet észleltem.»

«Az időt számolás útján állapítottam meg, minélfogva idő-

¹ A források physicochemiai természetének vizsgálatához szükséges adatok kritikai áttekintése. JACZEWSKY LEONÁRD, 1911. 12. o.

méréseim csak relativ értékűek, alapjukon csak a ritmikus efflukezió jelenlétét konstatálhatjuk.»

JACZEWSKY ezen ritmikus efflukeziókból a víz iuvenilis voltára következtet. Én hetekig végeztem méréseket a Rómaifürdő forrásainál, de egyetlen alkalommal egyetlen ilyen ritmikus mozgást sem tudtam megfigyelni, hacsak a források által felhányt föveny és a források környékén tenyésző algák mozgását nem tekintem annak. Ilyenféle mozgást azonban bármely bővebb vizű forrásnál találni.

Én azt hiszem, hogy e források keletkezésére és azok hőfokának magyarázatára különösebb okot — magmából előtörő forró vizgőzt — felvennünk nem kell. Ezt bizonyítja különben az esztergomi artézi kút története is. Itt számtalan helyen természetes repedésekből tör elő a meleg víz.

Az esztergomi takarékpénztár egy helyütt artézi kutat fúrattott; LÓCZY LAJOS szakvéleménye szerint, mely a föld normális thermikus gradiensére van alapítva, 500 méterig melegebb vízre nem fognak akadni. A fúrást 300 méterig végezték és tényleg melegebb vízre nem akadtak. Lehet ugyanis, hogy *a föld thermikus gradiensét bizonyos körülmények*, mint azt számtalan példa mutatja, helyenként befolyásolják. Így Esztergomban és Tatatóváros környékén mindenütt *köszénbányák* vannak. A köszénben, mint azt a tapasztalat mutatja, ma is folynak még hőtermelő reakciók, a melyek a talaj hőmérsékletére befolyással vannak. *A rádium vegyületei szintén termelnek hőt*, ez a hőmennyiség befolyással lehet a talaj hőmérsékletére, de nem valószínű, hogy az a Budapest és Békásmegyer határában fakadó források hőfokát nagy mértékben befolyásolja, a mennyiben a források óriási mennyiségű vizet és ezzel nagy mennyiségű hőt hoznak a felszínre, a melyhez képest az a mennyiség, a melyet a források vizében levő radiumemanációból számítható rádiummennyiség termel, *elenyésző csekély* lehet.

Dolgozatomat a bud. kir. magy. tud. egyetem II. sz. chemiai intézetében készítettem. Kedves kötelességemnek tartom, hogy az intézet igazgatójának, méltóságos LENGYEL BÉLA dr. egyetemi tanár úrnak e helyütt is köszönetet mondjak mindazért, a mivel dolgozatom elkészítése körül támogatni kegyeskedett.

Különös hálával kell megemlékeznem WESZELSZKY GYULA adjunktus úrról, a ki nagytudású tanácsaival és fáradhatatlan útbaigazításaival könnyítette dolgozatom elkészítését és a ki szíves volt figyelmemet dolgozatom tárgyára felhívni. Nemkülönben köszönettel tartozom TELKESSY IVÁN I. tanársegéd úrnak is, a ki baráti jóindulatával támogatott. Végül köszönetet kell e helyütt mondanom BLESZL FERENCZ esztergomi takarékpénztári vezérigazgató, továbbá RINGER GYULA forrástulajdonos uraknak, kik felvilágosításaikkal és a forrásokra vonatkozó adatokkal járultak hozzá dolgozatom elkészítéséhez.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 január 22.-én tartott üléséből.)

Az 1—3. tábla magyarázata.

1. ábra. 0·5 cm átmérőjű ólomgolyó kiesési képe. 25 perczig tartó besugárzás 22 cm távolságból, a sugarak 0·2 mm vastag ólomlemezen mennek keresztül. 45 Volt. Szikratáv 1·0 cm. A másodlagos áramkörbe beiktatott milliampèremeter 0·1-et mutat.

A lemezkép után négyszeres nagyításban rajzolta ALEXANDER BÉLA.

3. ábra. 0·5 cm átmérőjű ólomgolyó α -sugaras képe. 25 perczig tartó besugárzás 22 cm távolságból, ugyanazon erő mint az első ábrán. A sugarak 0·4 mm vastag ólomlemezen mennek keresztül. 80 Volt. A szikratáv 2·0—2·5 cm. A másodlagos áramkörbe beiktatott milliampèremeter 0·3-et mutat.

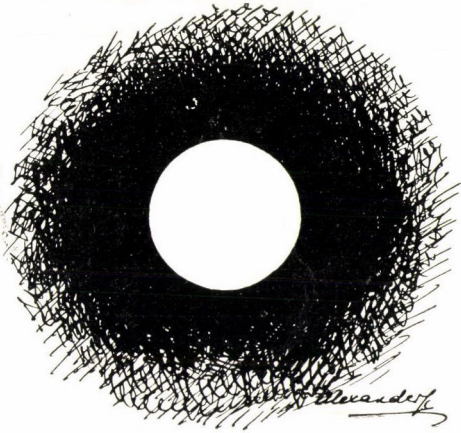
A lemezkép után négyszeres nagyításban rajzolta ALEXANDER BÉLA.

4. ábra. Arany gyűrűnek α -sugaras képe, *positiv kép*, megfelel a lemezképnek, mely helytelenül negatív képnek neveztetik.

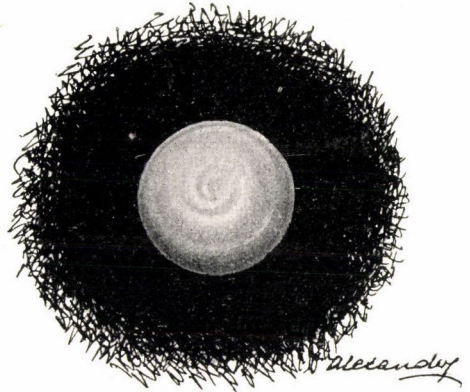
5. ábra. Arany gyűrűnek térbeli ábrázolása α -sugarakkal. Másodlagos jelenségek. Kétszeres nagyítása az eredeti lemezképnek.

Rajzolta : ALEXANDER BÉLA.

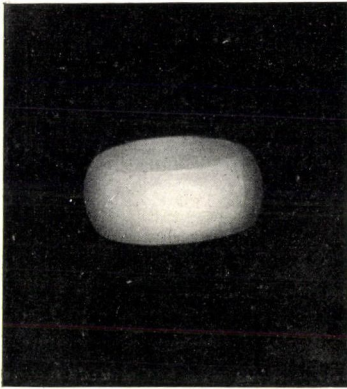
6. ábra. Ugyanezen gyűrű *negativ képe*, a lemezkép másolata, mely helytelenül pozitív képnek mondatik.



1. ábra.



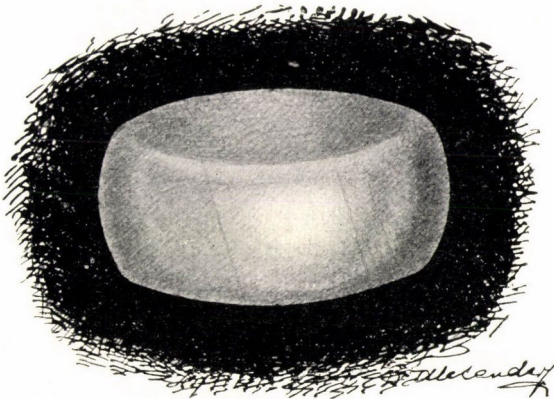
3. ábra.



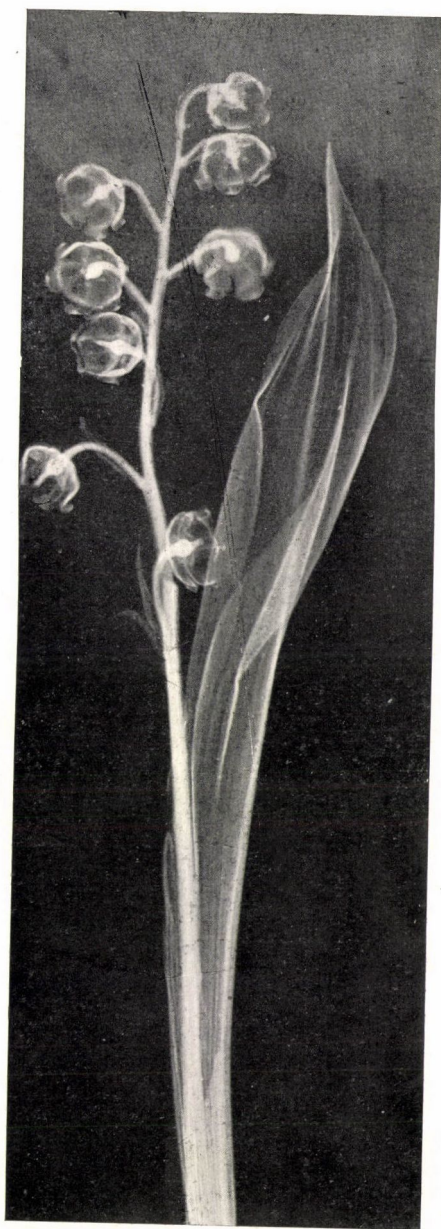
4. ábra.



6. ábra.



5. ábra.



7. ábra. Gyöngyvirág.
ALEXANDER BÉLA eredeti felvétele.

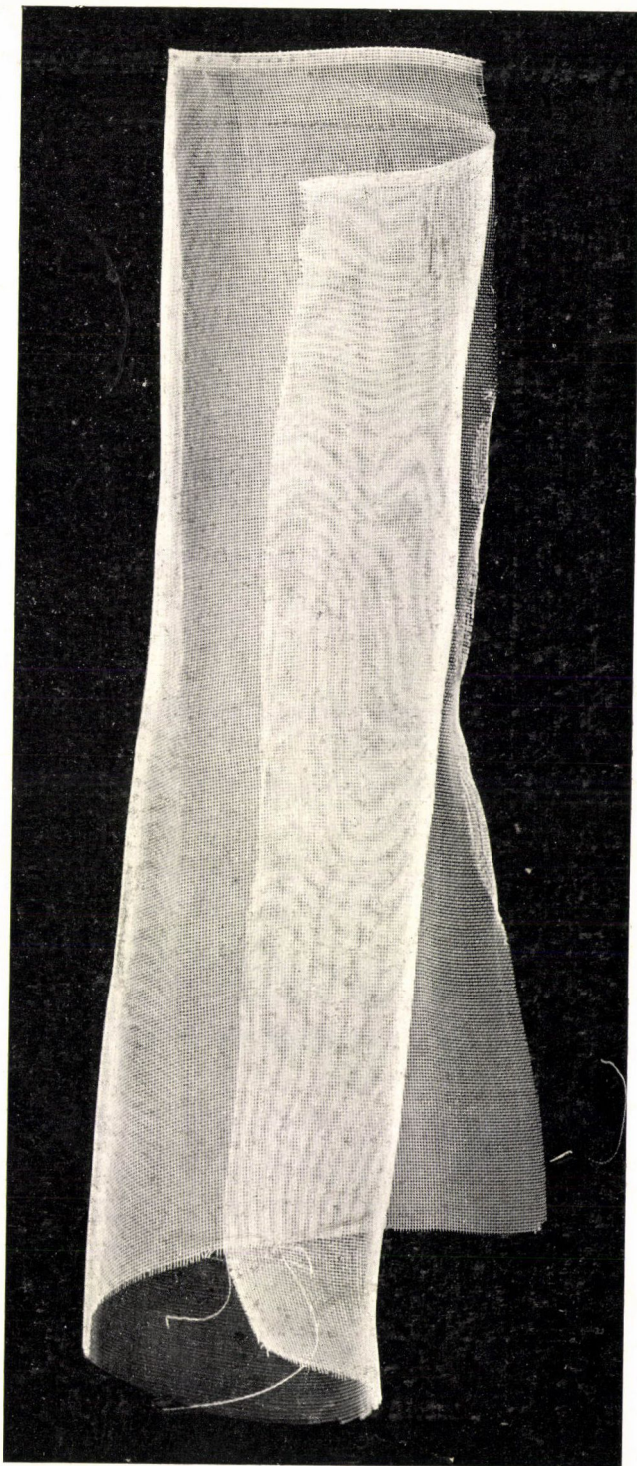
THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PH.D. THESIS

IN THE FIELD OF

PHILOSOPHY

BY



9. ábra. Fémszövet — zárt tekercs — x -sugaras képe. Plastikus kép.
Térbeli ábrázolás. ALEXANDER BÉLA eredeti felvétele.





KÉT ÉRDEKES ABERRATIO A PHILLOPODA CONCHOSTRACA-ALREND KÖRÉBEN.

(Gynækomorphismus és andropleurodimorphismus).

(Két szövegközi rajzzal.)

DADAY JENŐ r. tagtól.

Jelenleg a *Phyllopoda conchostraca*-alrend systematikai monographiájának megírásával foglalkozom és alkalmam volt a párisi, berlini és szt.-pétervári természetrajzi muzeumok idevonatkozó gyűjteményeit áttanulmányozni. Tanulmányaim folyamán, egyebek mellett, a berlini és szt.-pétervári gyűjteménynek *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. s a párisi gyűjteménynek *Lynceiopsis Perrieri* n. gen. n. sp. példányai között érdekes aberratiót mutatókat is találtam. Miután készülöben levő, jelzett munkámban ide vonatkozó megfigyeléseim nem kerülhetnek össze egységesen áttekinthetőleg, helyén valónak látom azokat az alábbiakban ismertetni. Tájékoztatóul csak annyit jegyzek meg, hogy a két faj aberrációjára vonatkozó adatokat külön-külön tárgyalom, annyival is inkább, mert egymástól teljesen eltérő természetűek. Befejezésül meg fogom kísérteni a kétféle aberratio magyarázatát keresni.

1. *Lynceus brachyurus* O. Fr. M.

Fig. 1a—h.

Mint általában ismeretes, a *Lynceus*-fajok fajcharacterrei között egyik legfontosabb, legjellemzőbb a nőstény és him feje rostrumának alakja és szerkezete. Mindenik faj nőstényének

és hímjének fején a rostrum nemesak fajonként, hanem ivar-egyénenként is többé-kevésbé eltérő alakú, bizonyos fokig másodlagos ivarjellem gyanánt szerepel. A legtöbb faj nőtstényének és hímjének rostruma vagy kerekített, vagy különféleképen elmetszett.

A *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. az egyetlen a genusban, a melynek typosos nőtstényén a fej rostruma elülről nézve egy medialis hosszú, ékforma, és két lateralis rövid, hegyes csúcsot mutat. (Fig. 1c). A typosos hím fejének rostruma ezzel ellentétben, több más fajéhoz hasonlóan, majdnem egyenesre metszett s csak közepén emelkedik ki néha gyenge halmocskába. (Fig. 1d.) Ezenkívül a nőtstény fejének homlokszegélye oldalról nézve félkörben szabályosan íves és észrevétlenül megy át a rostrumba (Fig. 1a.); míg ellenben a typosos hím fejének homlokszegélye a rostrum közelében kiemelkedetten íves és meredek lejtőben ereszkedik le a rostrumhoz. (Fig. 1b).

A rendelkezésemre állott gyűjteményeken tett vizsgálataim alapján a typosos *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. fajnak az előzőekben röviden jellemzett nőtstény és hím példányait a következő termőhelyekről jegyeztem fel: Akmolinsk gouv., Omsk-kör, Tschandok-Kulj-tó, Obdorsk környéke, Charkow, Tobolsk gouv. Orgonjach a Jana-folyó völgyében, Kjöbenhavn, Budapest, Ingolstadt, Rathshof, Berezov környéke Tobolskban, Pjany falu Sibiériában, Shandur Lake Indiában, Finkenkrug, Berlin, Jungfernhaid, Weissensee, Alt Geltori, Charlottenburg, Pribiloff-szigetek, St.-Paul, Runowschino Poltawa mellett, Rheinthal, Dania, Moskau, Norvegia, Finnia, Kazan.

Az épen felsorolt termőhelyek a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. rendkívül nagy földrajzi elterjedéséről tanuskodnak, de tanúságot tesznek arról is, hogy tenyészik az európai és siberiai alregióban, továbbá az orientali és nearcti régióban, illetőleg az indiai és canadai subregióban. De valószínű, hogy tenyészik az alleghanyi subregióban is.

Tanulmányaim folyamán a berlini természetrajzi muzeum gyűjteményében «Plötzensee» termőhelyről származó sajátosság példányokat vizsgáltam, a melyeknek nőtstényei a fej s illetőleg a rostrum szerkezetében (Fig. 1e—g), valamint minden más

szervezeti viszonyukban teljesen egyeztek a tipusos *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. nőstényeivel, de már a hímek feje, illetőleg rostruma amannak hímjeiétől nagy mértékben elütött. Eme hímeknek feje oldalról tekintve (Fig. 1f) a homlokszegély lefutásában teljesen egyezik a nőstényekével, mert szabályosan íves s a rostrum csúcsába észrevétlenül, feltűnő határ nélkül megy át, elülről tekintve pedig a rostrum csúcsa nem elmetszett, mint a tipusos hímeké (Fig. 1d), hanem teljes mértékben

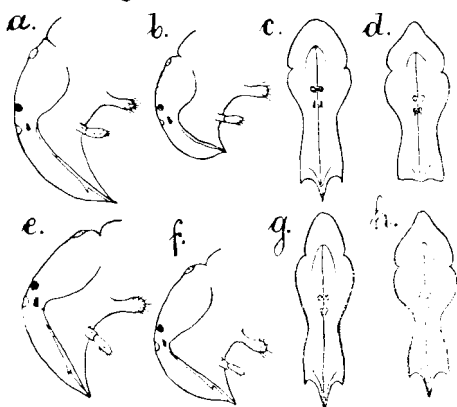


Fig. 1. *Lynceus brachyurus* O. FR. M.

a) *Lynceus brachyurus* O. FR. M. *typicus*; ♀ feje oldalról. 1 : 10. b) ♂ feje oldalról. 1 : 10. c) ♀ feje elülről. 1 : 10. d) ♂ feje elülről. 1 : 10. e) *Lynceus brachyurus* O. FR. M. aberr. *isorhynchus* DAD. ♀ feje oldalról. 1 : 10. f) ♂ feje oldalról. 1 : 10. g) ♀ feje elülről. 1 : 10. h) ♂ feje elülről. 1 : 10.

hasonlít a nőstényekéhez, illetőleg egy medialis hosszú, ékforma, és két lateralis rövid, hegyes csúcsot alkot. (Fig. 1h.)

Az előzőekben röviden ismertetett példányokat, tekintettel arra, hogy mily fontos szerepet játszik a rostrum kialakulásának módozata a fajok megkülönböztetésénél, miként ezt már hangsúlyoztam, első pillanatra egy új, önálló faj képviselőinek kellett tekintenem s bizonyára más bűvár is ilyeneknek tekintette volna. Már a speciesnevet is megállapíthattam, még pedig a hím rostrumának alakja és szerkezete alapján példányaimat *Lynceus acutirostris* n. sp. névvel jelöltem meg.

A szentpétervári Akadémia természetrajzi muzeumának gyűjteményéből rendelkezésemre állott *Lynceus*-félék tanulmányozása folyamán a Tobolsk-kormányzóságban Berezov város környékén WARPACHOWSKIJTól gyűjtött példányok hímjei között, mindjárt a legelső alkalommal, nem kis meglepetésemre, egy olyant találtam, a mely rostrumának szerkezetével teljesen megegyezett a «Plötzensee» termőhelyről valókkal. E felfedezés még inkább megerősített abban a feltevésemben, hogy a hegyes rostrumú hímek s a hozzájuk tartozó nőtények csakugyan egy új faj képviselőinek tekintendők, illetőleg a *Lynceus acutirostris* n. sp. valóban önálló faj.

A Berezov város környékéről gyűjtött példányok további tanulmányozása azonban nagy meglepetésben részesített. A hím példányok között ugyanis olyanokat is találtam, a melyeknek rostruma elmetszett volt, illetőleg a typosos *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. hímjeivel teljes mértékben megegyezett. Ez a vizsgálati eredmény természetesen egészen más irányt adott a «Plötzensee» termőhelyről való *Lynceus*-példányok értéke magyarázatának. Nyilvánvaló lett, hogy a rostrum szerkezete tekintetében a nőtényekkel teljesen egyező hímekre alapított *Lynceus acutirostris* n. sp. egyáltalán nem tekinthető új és önálló fajnak, sőt még varietásnak sem, hanem csupán aberrációnak, a melyet a nőtény és hím rostrumának azonos kialakulására való tekintettel *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. aberr. *isorhynchus* névvel jelölök.

2. *Lynceiopsis Perrieri* n. gen. n. sp.

Fig. 2a—h.

R. CHUDEAU 1909 június 10.-én Simbidissi mellett a Niger folyó középfolyásának medencéjében (Bassin du Moyen-Niger, Simbidissi) egyebek mellett több a *Lynceus*-genus általános jellemeit mutató *Phyllopora conchostraca* példányt is gyűjtött, a melyeket Prof. E. L. BOUVIER úr rendelkezésemre bocsátani kegyeskedett. A vizsgálatok folyamán kítűnt, hogy az épen említett példányok, bárha általános szervezetségükkel nagy mértékben egyeznek a *Lynceus*-genus fajaival, mégis bizonyos szembeötlő, igen fontos jellemeiben oly feltűnő eltérést

mutatnak, hogy nem lehet őket a *Lynceus*-genus keretébe osztani, hanem részükre új genust kell felállítani. A simbidissi példányok

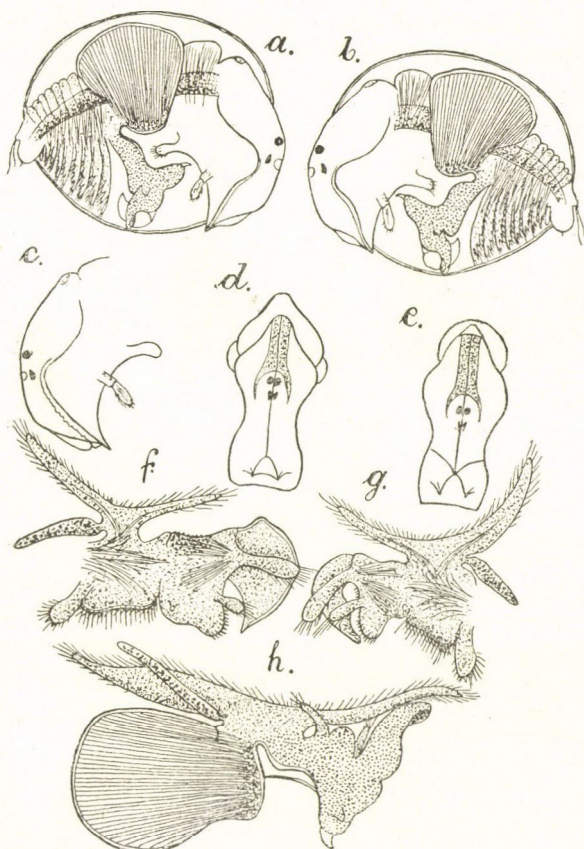


Fig. 2. *Lynceiopsis Perrieri* DAD.

a) ♂ *dextrosus*, oldalról. REICH. Oc. I. Obj. 0. b) ♂ *sinistrosus*, oldalról. REICH. Oc. I. Obj. 0. c) ♀ feje oldalról. Oc. I. Obj. 0. d) ♀ feje elülről. REICH. Oc. I. Obj. 0. e) ♂ feje elülről. REICH. Oc. I. Obj. 0. f) ♂ széles csúcskarmú első lába kívülről. REICH. Oc. I. Obj. 2. g) ♂ keskeny csúcskarmú első lába kívülről. REICH. Oc. I. Obj. 2. h) ♂ második kapcsoló-lába az izomtömlővel kívülről. REICH. Oc. I. Obj. 2.

befogadására a *Lynceiopsis* új genust állítom fel, melynek eddig ismert egyetlen faját Prof. PERRIER E. tiszteletére *Perrieri* fajnévvel jelölöm meg.

A *Lynceiopsis Perrieri* n. gen. n. sp. jellemeit röviden a következőkben foglalom össze:

Conchæ a latere visæ subsphæricæ, supra vel infra visæ late oviformes, antice posticeque acutiusculo terminatæ, umbone zonisque incrementi carentes, superficie polita.

Caput a latere visum in utroque sexu forma structuraque fere similibus (Fig. 2a—c); fronte late arcuata, in parte rostrali plus minusve declivi, antice visum rostro in utroque sexu obtuso (Fig. 2d—e), in femina angulis lateralibus rotundatis (Fig. 2d), in mare autem acutis. (Fig. 2e.)

Truncus feminae e segmentis 12 pedigeris, maris autem solum e segmentis 10 pedigeris compositus.

Telsonum margine posteriore rotundato, solum setosum (Fig. 2a—b), in utroque sexu forma simili.

Pedes primi paris et pes unus secundi paris maris prehensiles. Pedes primi paris prehensiles maris forcipem formantes unco apicali subfalci formi. Uncus pedis unius dilatatus. (Fig. 2f). alterius vero angustatus. (Fig. 2g.) *Pes primi paris unicum dilatatum gerens maris semper cum pede secundi paris prehensili associatus.* *Pes prehensilis pedum secundi paris maris aut in latere dextro, aut in latere sinistro evolutus.* Pars apicalis pedis prehensilis secundi paris utcunque malleiformis pars basalis autem inflata, utriculiformis, valde muscosa. (Fig. 2h.)

A *Lynceiopsis*-genust tehát a *Lynceus*-genustól élesen megkülönbözteti az, hogy a hímnek nemesak az első lábpárja módosult kapcsoló szervvé, hanem a második párnak egyike is. Ugyanez a bélyeg megkülönbözteti azonban a *Lynceiopsis*-genust az összes többi *Phyllopora conchostracák*-tól is, a melyeknek hímjein az első lábpáron kívül a második lábpár mindkét felegyaránt és egyformán módosult kapcsoló lábbá.

A *Lynceiopsis Perrieri*-fajra, a hímek első lábpárjának felemás szerkezetén kívül, jellemző a második kapcsoló láb sajátos szerkezete, legfőképen pedig példányonként változó helyzete. A hím példányok egyik csoportjában ugyanis a módosult második láb és vele kapcsolatban a széles csúcskarmú első láb is a jobb oldalon van. (Fig. 2a.) A példányok másik csoportjában ellenben a módosult második láb és vele kapcsolatban a széles csúcskarmú.

első láb is a baloldalon fekszik. (Fig. 2b.) A kapcsoló lábak eme helyváltoztatása következtében természetesen nem állapítható meg az, hogy a széles és keskeny csücskarmú első lábak közül melyik a jobb és melyik a bal, valamint nem állapítható meg az sem, hogy a második lábpárnak jobb vagy bal fele módosult-e kapcsoló lábbá. Ha azonban bizonyos *Lynceus*-fajok himjei első lábpárjának kialakulási viszonyait vesszük tekintetbe s ezen alapon következtetünk a *Lynceiopsis Perrieri*-faj himjeiére, akkor valószínűnek mondhatjuk azt, hogy a széles csücskarmu első láb és vele kapcsolatosan a módosult második láb is eredetileg jobboldali fekvésű.

*

Lássuk már most, hogy a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. faj «Plötzensee» és «Berezov» termőhelyekről való példányain a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. aberr. *isorhynchus* DAD. s a *Lynceiopsis Perrieri* Dad. himjein mutatkozó, fentebb ismertetett aberrationának minő jelentősége és valószínű magyarázata lehetséges.

A *Lynceus brachyurus* O. Fr. N. aberr. *isorhynchus* DAD.-nak a «Plötzensee» termőhelyről való példányai, egymagukban, önálló faj képviselőinek tekinthetők, de e jelentőségüket teljesen elveszítik a «Berezov» termőhelyről való példányok miatt s mint említettem, egyenesen aberratio rangjára süllyednek. A két termőhelyről való him példányok azonban fényt derítenek a fajkeletkezés nagy problémájára is. Felfogásom szerint igen szép példát nyújtanak a DE VRIES mutatio-elméletéhez.

A «Berezov» termőhelyről való him példányok a mutatio egyik irányban haladó, a rostrumnak a nőstényekéhez hasonló átídomulási lehetőségéről, a «Plötzensee» termőhelyről való hímek pedig a mutatio folyamán szerzett egy fontos bélyegnek, a nőstényekéhez hasonlóvá alakult rostrumnak állandósulásáról, illetőleg szerzett tulajdonságok átörökléséről tesznek tanúságot. A míg ugyanis a «Berezov» termőhelyről való hímek között, mint említettem, elmesztett, illetőleg typosos, továbbá hegyes, illetőleg a nőstényekéhez hasonló rostrumúak egyaránt mutatkoznak, addig a «Plötzensee» termőhelyről valók között csupán

hegyes, illetőleg a nőstényekével teljesen egyező rostrumúak találkoznak.

Feltéve most már azt a lehetőséget, hogy a «Plötzensee» termőhelyen a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. nemzedékről-nemzedékre, sőt évről-évre a nőstényekkel teljesen egyező szerkezetű rostrummal bíró hímeket hoz létre s a bűvár állandóan figyelte e példányokat, teljes jóhiszeműséggel új faj képviselőinek fogja tekinteni, mint az velem is megtörtént. A mutatio tehát egy új fajt produkált. Még azt sem lehet ellenérvül felhozni, hogy a mutatio ezen esetben nem egyéb, mint időszaki, vagy a külső körülmények hatására bekövetkezett szervezeti átídomulások okozata, mert a példányokat a «Plötzensee» termőhelyen 1889 máj. 3., 4., 10., 18.-án, a «Berezov» termőhelyen 1895 július 15.-én gyűjtötték és az első termőhely Berlin közelében, a másik ellenben Siberiában fekszik, nyilvánvalólag más-más természeti viszonyok között.

A *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. aberr. *isorhynchus* DAD. hím példányait azonban más nézőpontból is méltathatjuk, annak hangsúlyozásával, hogy a rostrum és az első lábak kialakulásában, valamint a lábpárok számában s az abdominalis lemez jelenlétében vagy hiányában a *Lynceus*-genus fajainak nőstényei és hímjei között tipusos ivari dimorphismus van.

Az előzőknek alapján itt mindjárt megállapíthatjuk azt, hogy a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. aberr. *isorhynchus* DAD. hímjein a tipusos ivari dimorphismus csorbát szenvedett, még pedig oly irányban, hogy azáltal a hímek bizonyos szervén illetőleg rostrumán, az eredetileg jellemző helyett a nőstények ivari bélyege lépett fel helyettesítőül. Más szóval: a hímeken másodlagos női ivarbélyegek jelentek meg. Olyan jelenség ez, a mely a *Lynceus*-genus köréből még eddig ismeretlen volt, de számos más, egymástól igen távol álló állatról már régebben ismeretes. Egyebek között igen szép példát szolgáltat ide vonatkozólag a tropusi égövi *Cladognathus dorsalis* ERICHS. s a *Chalcosoma atlas* (L.) nevű lemezescsápú bogár, mely utóbbinak a nőstény másodlagos ivari bélyegeit viselő hímjét *Chalcosoma Phidias* néven külön faj gyanánt írták volt le.

Az ivari dimorphismusnak ilyen aberratióját a már koráb-

ban alkalmazott *Thelyidia* név alá is beoszthatjuk ugyan, de helyesebbnek tartanám *Gynaekomorphismus* névvel jelölni, minthogy a hím ezen esetben nem az egyéni fejlődés befejezése után, esetleg az ivarszerv vagy más fontos szerv degenerálódása következtében, hanem az egyénfejlődés folyamán s az ivarszerv típusos kialakulásával kapcsolatosan szerezte meg a női ivarjellemekek egyes részleteit.

A *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. aberr. *isorhynchus* DAD. hímjein mutatkozó *Thelyidia*, illetőleg *Gynaekomorphismus* különben az *atavismus* fogalomkörébe is beosztható némileg. Minthogy azonban manapság még nem tudjuk s valószínűleg még a távol jövőben sem fogjuk tudni azt, hogy a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. milyen rostrumu ősoktól származott, a szó valódi értelmében vett *atavismusról* nem szólhatunk.

A valódi *atavismus* esetét csak úgy tételezhetjük fel, ha tény gyanánt elfogadjuk azt a feltevést, hogy a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. nőtényének rostruma az ősi állapotot mutatja s a hímé későbbi átídomulások folytán alakult ki. Ebben az esetben, természetesen a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. fajt a genus legősibb, illetőleg az ősi jellemekeket egyedül megőrzött, vagy ősi állapoton visszamaradt képviselőjének kell tekintenünk, a föld kerekességéről ez idő szerint ismert összes többi, elmetszett vagy kerekített rostrumu nőtényekkel bíró *Lynceus*-fajokkal szemben. Máskülönbén e feltevés mellett látszik tanuskodni a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. faj zoogeographiai elterjedésének már röviden vázolt, feltűnő széles köre is.

A *Lynceiopsis Perrieri* DAD. faj hímén, a már említett az a sajátságos jelenség, hogy a kapcsolólábbá ídomult egyik második láb a széles csücskarmos első kapcsolólábbal társulva majd a jobb, majd a baloldalon jelenik meg, az aberrationának még eddig ismeretlen formája.

A *Lynceiopsis Perrieri* DAD. aberratioja esetében is lehetséges gondolni a mutatio következtében megjelenő fajra, még pedig egyszerre kettőre is; nevezetesen arra, a melynek hímjén a jobb oldali második láb párosult a széles csücskarmú, ugyanolyan fekvésű első lábbal és módosult kapcsolólábbá, és aztán arra, a melynek hímjén a baloldali második láb társult a széles

csúcskarmú, ugyanolyan fekvésű első lábbal és módosult kapcsolólábbá. A két aberratiót abban az esetben, ha mindkettőt más-más termőhelyen, sőt még más időben is gyűjtötte és figyelte volna meg valaki, kétségtelenül külön faj gyanánt írta volna le. Minthogy azonban mind a kétféle hím egyazon termőhelyen és ugyanabban az időben tenyésztett s a széles csúcskarmú első láb s a kapcsolóvá módosult második láb helyzetének különféleségétől eltekintve semmi másban sem különbözik, nem tekinthetők különálló faj, de még varietas képviselőinek sem, hanem csupán aberrációknak. Azt a hímeket, melynek jobboldali második lába módosult kapcsolólábbá és társult a széles csúcskarmú első lábbal, *Lynceiopsis Perrieri* DAD. aberr. *dextrosa* DAD., azt ellenben, a melynek a baloldali második lába módosult kapcsolólábbá és társult a széles csúcskarmú, ugyanolyan fekvésű első lábbal, *Lynceiopsis Perrieri* DAD. aberr. *sinistrosa* DAD. névvel kívánom jelölni.

A *Lynceiopsis Perrieri* DAD. *dextrosa*- és *sinistrosa*-aberrációjának hímjei első lábpárjuk és a második lábpár egyikének kialakulása, társulása és legfőképen helyzetváltoztatásával az ivari *polymorphismus*-nak azt az esetét képviselik, a mikor másodlagos ivarbélyegekből egymástól elütő kétféle hím jelenik meg ugyanazon faj körében, illetőleg azt az esetet, a melyet én *androdimorphismus*-nak kívánok nevezni s a mire szép példa gyanánt szerepelnek a *Tanais*-genus hímjei. A *Lynceiopsis Perrieri* DAD.-faj két aberrációjának hímjei azonban lényegesen különböznek bélyegeikben a *Tanais*-félék kétféle hímjétől. A *Tanais*-félék hímjeinek egyik fajtáján ugyanis az ollók fejlődtek ki erősen, míg a másik fajtáján a szaglászervek, miért is az elsőket kapaszkodóknak, az utóbbiakakat szaglászóknak is nevezik. Ebben az esetben tehát különböző szervek kialakulása okozza az *androdimorphismus*-t, a hímek közötti ivari *dimorphismus*-t: A *Lynceiopsis Perrieri* DAD. faj mindkét aberrációjának hímjein már ugyanazok az ivarbélyegek, illetőleg szervek vannak jelen, csak hogy egyénekenként majd a jobb-, majd a baloldalon helyezkednek el a jellemző csoportosulásban. Erre való tekintettel én a *Lynceiopsis Perrieri* DAD. fajnak az *androdimorphismus* körébe tartozó jelenségét, megkülönböztetésül a *Tanais*-félék

himjein fellépő és hasonló más *androdiorphismus*-tól, *andropleurodiorphismus*-nak kívánom nevezni.

Ezek után már csak az van hátra, hogy a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. és a *Lynceiopsis Perrieri* DAD. fajok himjein kimutatott aberratiók okait keressük.

Azt hiszem, hogy nem tévedek, ha a *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. és a *Lynceiopsis Perrieri* DAD. aberrationának okait a pete sajátságában keresem és vélem megtalálni.

A *Lynceus brachyurus* O. Fr. M. himjein mutatkozó *Gynaecomorphismus*-nak bizonyára nem lehet más oka, mint a petében a termékenyítés után a női belyegek *prævalentiája*, a minnek hatása a nőtényéhez hasonló rostrum kialakulásában nyilvánul meg. E folyamat létrehozásában aztán valószínűleg közreműködhetek a külső *physical* okok, a termőhely természeti sajátsága is a faj *œcologiai* viszonyai is.

A *Lynceiopsis Perrieri* DAD. faj himjein mutatkozó *andropleurodiorphismus*-nak oka, a külső *physical* okok, a termőhely természeti sajátságainak s az *œcologiai* viszonyoknak kizárásával, kétségtelenül csupán a pete sajátságában kereshető és található meg.

Felfogásom szerint a *Lynceiopsis Perrieri* DAD. petéjének kétségtelenül a mozaik, vagy determinatív jellemmel bíró peték közé kell tartoznia, a melyen a barázdálódás folyamán már elkülönülnek az egyes szervek felépítésére alapul szolgáló blastomerák. A blastomerák között külön-külön meg kell lenniök azoknak, a melyekből a him két első kapcsolólába s a második kapcsolóláb lassanként fel fog épülni. Az, hogy a második kapcsolóláb és vele társultan a széles csúcskarmú első kapcsolóláb a jobb- vagy a baloldalon alakuljon-e ki, természetesen attól függ, hogy a megfelelő blastomerák a jobb- vagy a baloldalon helyezkednek-e el a barázdálódás folyamán. Hogy az elhelyezkedést mi befolyásolja, az ez idő szerint megoldhatatlan kérdés.

Valószínűnek látszik azonban előttem az a lehetőség, hogy a *Lynceiopsis Perrieri* DAD. petéje spirális barázdálódáson megy át, a mely majd dextrotrop, majd laotrop irányú ugyanazon barázda felléptekor és eredményezheti az első és második lábpar

alapjául szolgáló blastomerák eltolódását jobbról balra, vagy megfordítva, balról jobbra.

Nem tartom kizártnak azt a lehetőséget, hogy a *Lynceiopsis Perrieri* Dad. nőstényének a *dextrosus* vagy *sinistrosus* hímekkel való párosodása ne befolyásolhatná a leendő hím utódon a két első lábpár kialakulásának módozatát. Valószínűnek látszik előttem az, hogy a *dextrosus* hímektől termékenyített petéből szintén *dextrosus* hím fejlődik ki s a *sinistrosus* hímektől termékenyítettből *sinistrosus* hím. Ebben az esetben a szerzett tulajdonságok átöröklését bizonyító példával állanánk szemben.

Végül megjegyezhetem azt, hogy a szerveknek a *Lynceiopsis Perrieri* Dad. fajéhoz hasonló, egyik oldalról a másikra való eltolódása meglehetősen gyakori jelenség a *Gasteropodák* osztályában, sőt a halak között a *Pleuronectilae*-féléknél is és egyik eredménye, a *Gasteropodák* héjján külsőleg mutatkozó jobbra vagy balra csavarodásán kívül (péld. *Helix pomatia*), egyebek között a *chiastoneuria* név alatt ismert érdekes jelenség is.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 február 19.-én tartott üléséből.)

A GANGLION CILIARE-RÓL.

LENHOSSÉK MIHÁLY r. tagtól.

2. A hüllők sugárducza.

Egy éve mult, hogy szerencsém volt az Akadémiának a madarak ganglion ciliaréján végzett vizsgálataimról beszámolni. Ezeknek mintegy a folytatása azok a kutatások, a melyek eredményeit a következőkben óhajtom ismertetni. A tárgyuk a hüllők ganglion ciliaréja.

Az irodalomban egyetlen egy adatot sem találtam e tárgyról. Hogy ennek a ducznak milyen a szövettani szerkezete más gerinceseken, mint az emlősökön és különösen az emberen, az iránt eddig egyáltalában még kevesen érdeklődtek, de még azok a szerzők is, a kik — mint SCHWALBE, HOLTZMANN és mások — erre vonatkozó adatokat közölnek, a hüllőket teljesen figyelmen kívül hagyják. Így az a mai nap már ritka eset forgott fenn, hogy vizsgálataim teljesen érintetlen talajon mozogtak. Nem mondhatnám, hogy kimerítettem a tárgyat. Értekezésem során több olyan pontot érintek, mely majdan a jövőben külön kutatásoknak, külön dolgozatoknak lehet tárgya s így ezen a szűk téren is élénk tárul a tudomány kimeríthetlensége, a kutatás határtalansága. Dolgozatom már csak azért sem kimerítő, mert csak néhány könnyen hozzáférhető hüllőfajtát vizsgálhattam meg, sőt egy osztályt, a krokodilusokét, anyag híján egészen mellőznöm kellett.

Vizsgálati eljárásul ezúttal is, mint előző dolgozatomban, a Ramón y Cajal-féle ezüstreductió módszerét használtam, mely ezúttal is elsőrangú eljárásnak bizonyult az idegelemek finomabb szerkezetének és egymáshoz való viszonyának tanulmányozására.

A hüllők megvizsgált három osztályában, a gyíkokon, kígyókon és teknősbékákon, a legsarkalatosabb viszonyokra nézve megegyezést találtam. A ganglion ciliare mindenütt merőben mozgó ducz, vagyis csak a szemmozgató ideghez van vonatkozása; érző vagy sympathikus gyökere sehol sincs. A gyíkon és teknősbékán néha, de nem állandóan, közel jut ugyan a duczhoz vagy vele érintkezésbe is jön a háromosztatú ideg egy finom ciliaris ága, de könnyű róla a metszeteken meggyőződni, hogy a duczsejtekhez ennek a rostnyalábnak semmi köze sincs s hogy így semmiképen sem nevezhető a ducz érző gyökerének. A ducz a maga egészében a szemmozgató ideg rostjainak végződésai és a belső szemmozgató izmok közé van iktatva. A nervus oculomotorius idegrostjai mindenek szerint nem alkalmasak arra, hogy közvetlenül idegezhessék be a belső szemizmokat, hanem közéjük és az izomelemek közé még egy idegegység közbeiktatására van szükség, mely valamiképen módosítja, talán tompítja a középpont felől a szem belső izmaihoz áramló ingerületet.

Míg ebben a legfőbb kérdésben megegyezést találtam a hüllők különböző osztályaiban, már a szövettani részletekre nézve nagy eltéréseket állapíthattam meg. Legegyszerűbbek a viszonyok a gyíkok körében, bonyolultabb alakulást látunk a kígyókon s a legszövevényesebb viszonyokat észleljük a teknősbékákon, a hol a sugárducz idegsejtjeinek s különösen a körülöttük végződő idegrostoknak oly bonyolódott viselkedése bontakozik ki, mely tútesz a madarakon észlelhető viszonyokon is. A szem működésében hiába keressük a párvonalat a morfológiai haladásnak e sorrendjével.

A kígyók abban különállanak, hogy két sugárduczuk van: egy nagyobb proximális és egy kisebb distális; a két ducz egyforma szerkezetű (1. ábra).

A ducz idegsejtjei mindenütt egysarkúak; finom idegnyúlványuk van, mely a ciliaris idegek felé veszi az útját. A teknősbékán egyes idegsejtek nyúlványa a szemmozgató idegbe tér vissza, melyben alkalmasint környéki irányban halad tova s valamelyik nervus ciliaris anterior útján hagyja el az ideget.

A nyúlvány gyakrabban ered az idegsejt proximális oldalán,

mint a distálison; ennél fogva rövidebb-hosszabb lefutás után distális irányba kell kanyarodnia, hogy a ciliaris idegek egyikébe juthasson. Különösen finom az idegnyúlvány a teknősbékán, melynek pedig elég nagyok az idegsejtjei; szinte nehéz meg-



1. ábra. A sikkó (*coluber natrix*) sugárduca. Reconstructio alapján készült schema. A vastag szemmozgató üreg izomágát ad s azután a nagyobb proximális duczhoz mozgató gyökeret. Tovább haladva egy másik, kisebb, distális ducz fekszik hozzá. A duczokból ciliaris idegek erednek: a proximálisból kettő, a másikkól egy.

érteni, hogy az a nyilván nagy inger mennyiség, melyet a nagy idegsejt termel, hogy tud e finom szálacska eltávolodni. A sejt-től bizonyos távolságra mindenütt megvastagodik a nyúlvány és azontúl szélesebb átmérőjű marad; a megvastagodásnak helye

annak a pontnak felel meg, a hol a tengelyfonalra velőhüvely rakódik.

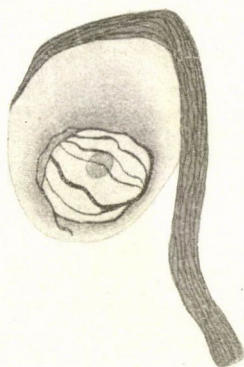
A sejt felszine sima ; körülötte tág kötőszöveti tokot s ezen belül, különösen a nyúlvány eredése tájékán, néhány amphicytát találunk. A sejt felszine s a tok belső felszine között valószínűleg finom, hig, syncytiumszerű protoplasma terül el. A tok a sejtnék nyúlványfelőli oldalán kúp alakú folytatásba húzódik ki, de a kúp nem a nyúlványt, hanem a sejthez érő oculomotoriusrostot veszi körül s annak burkaiba folytatódik.

A sejt teste a kígyón és teknősbékán egyöntetű, a gyíkon pedig sűrű, sötét endoplasmából s igen laza, csak halványan festődő ektoplasmából áll. A gyík és kígyó ciliaris sejtjeiben sajátságos, durva rostokból álló hálózatot találtam, mely a magot övezi körül sűrűn elrendezett abroncsok alakjában s mely kifelé teljesen zárt (2. és 3. ábra). A hálózat közvetlenül hozzásimul a maghoz s azt néha igen szabályos, a délkörökre emlékeztető rostozat alakjában hálózza be ; előfordul azonban, hogy e kosárból egyes ívalakú rostok válnak le, a melyek a sejtnék periferikusabb rétegeibe nyomulnak s különösen a sejttestnek belső sűrűbb s külső lazább rétegének a határán haladnak egy darabon. A rostrendszer nem tette reám a valódi rácsozat hatását : egyes rostjai nem látszanak egymással egybeolvadni. Kifelé e perinuclearis kosár teljesen zárt, a sejt felszínéig sehoh sem ér ; sem a nyúlványba, sem az idegsejten végződő oculomotoriusrostba folytatást nem küld. Hasonló rostokat találtam a kígyó ciliaris sejtjeiben is ; itt a rostok talán még durvábbak, mint a gyíkon. Hogy minek tekintsük e rostozatot, arra nézve nem tudtam biztos eredményre jutni. A GOLGI-féle apparatus endocellulare reticularé-hoz époly kevés hasonlatossága van, mint a HOLMGREN-féle csatornarendszerhez ; durva neurofibrillumoknak meg azért nem tarthatók e rostok, mivel nem folytatódnak az idegnyúlványba. Így további vizsgálatoknak kell majd eldönteniök, hogy milyen jelentősége van e sajátságos rostoknak. A teknősbékán e durva belső hálózat hiányzik, helyette kibontakozik a sejt testében a finomabb támasztó váz : a neurofibrillaris rece.

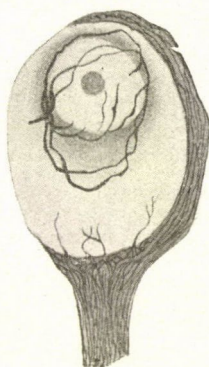
Észleleteim legfontosabb részének az idegsejteken való ideg-

végződés részletes megfigyelését tekintem. Az intercalaris idegvégződés különböző fajaival találkozunk itt. Intercalaris idegvégződésnek azt nevezem, a melynek útján egyik idegegység a másikra hat; az utolsó környéki neuron végződése a terminális idegvégződés.

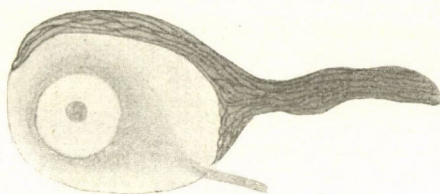
A gyíkon (2—5. ábra) csodálatosan egyszerű alakot találtam. Egy-egy idegsejthez mindig csak egy idegrostot követhet-



2. ábra.



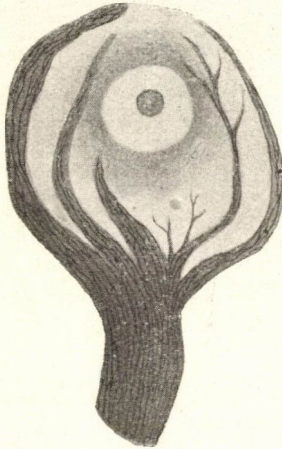
3. ábra.



4. ábra.

tünk, mely természetesen a szemmozgató-idegből ered. E rost feltűnően vastag az idegsejt nagyságához képest. A sejtet felszínének különböző pontján éri el, hol a nyúlvány mellett, hol távolabb tőle; a sejt tehát felszínének minden helyén alkalmas az ingerület felvételére. A végződés legegyszerűbb alakjánál (2. ábra) az idegrost hozzáfekszik a sejt felszínéhez s rajta félhold alakban kanyarodik a túlsó sarkig, miközben mindinkább megvékonyodik. Egész haladásában szorosan hozzáfekszik a sejthez. Még gyakoribb eset (3. és 4. ábra), hogy ott, a hol a rost

hozzátér a sejthez, diszkuszszerű megvastagodása van, mely sapka módjára fedi a sejt egyik sarkát. De evvel a megvastagodással nem végződik a rost, hanem a diszkusz egyik vagy mindkét oldalán még egy-egy finomabb ágba folytatódik, a mely délkörszerűen fut körül a sejten; ha kettő van, az egyik mindig finomabb és hosszabb a másiknál. Ritkán fordul elő (5. ábra), hogy nem két, hanem több ág ered a diszkusból, a melyek azután abroncsok módjára fogják körül a sejtet. Nem ritkán látjuk, hogy az egyik vagy másik oszláság apró kerek vagy körtealakú megvastagodással végződik csakhamar a sejten.



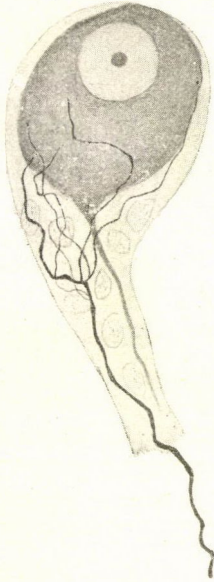
5. ábra.

Az oculomotoriusrost viszonya a sejt testéhez szoros érintkezésen, mondhatni odatapadáson alapszik, nem pedig közvetlen anyagi egybeolvadáson. Az idegrost diszkusza és a sejten végigfutó végága vagy végágaí rendszeren egészen sötétre festődnek; ilyenkor persze belső szerkezetükből mit sem láthatunk. De nem ritkán fordul elő, hogy e részek a barnának valamivel világosabb árnyalatával színeződnek s ilyenkor igen

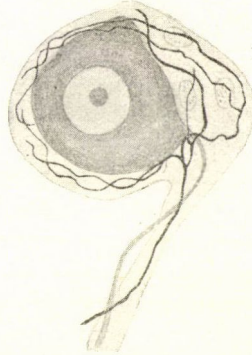
jól tanulmányozható bennük a neurofibrillumok viselkedése. Megállapíthatjuk, hogy a diszkuszban fonatot alkotnak, a végágakban pedig egymással párvonalasan haladnak, három-négy vagy valamivel több rostocska egy-egy ágban, s a rost megvékonyodásával egyenként megszűnnek. A sejt testébe nem hatolnak be, annak belső rosthálózatával semmi összeköttetésük sincs.

Az idegvégződésnek ez a feltűnően egyszerű viselkedése azt a gyanút kelthetné, hogy talán csak múló fejlődési alak, mely az állat teljes kifejlődésével bonyolódottabb végződésmóddá formálódik át. Ezt a gyanút támogatni látszik az a körülmény, hogy a madarakon csakugyan így áll a dolog. Mult évi dolgozatomban leírtam, hogy a fiatalabb, a tojásból éppen kikelt csirkének ciliaris duczában csakis ilyen egyszerű diszkuszszerű vég-

zödést lehet látni, míg a kifejlődött állaton csak pár sejten maradt meg a végződésnek ez az elemi formája, a legtöbb sejten ellenben szövevényes rostfonattá alakult át. A gyikra nézve ilyesvalaminek a lehetőségét teljesen kirekeszthetjük. Vizsgálataimat egyfelől a fűrgegyik és faligyik terhes példányain végeztem, másfelől pedig a zöld gyiknak valóságos diszpédányain, a melyek 44 cm hosszúságukkal eléggé jelét adták teljes érettségüknek. A gyikon kétségtelenül végleges állapotként marad meg a ciliaris idegvégzödések tekinteté-



6. ábra.



7. ábra.

ben az a viselkedés, mely a tyúkon csak mulandó fejlődési fokozat.

A kígyó ganglion ciliaréját (6. és 7. ábra) *Coluber*, *Tropidonotus* és *Zamenis* példányain vizsgáltam meg. A sejtek itt kisebbek, kerek, zsufoltabban helyezkednek el, az egész ducz, bár, mint említettük, kettő is van belőle, fejletlenebbnek látszik, mint a gyikon és különösen a teknősbékán. Itt is csak egy-egy oculomotoriusrost végződik minden egyes sejten. Feltűnő, hogy ez a rost milyen vékony. Végződésének módja egészen más, mint a gyikon: a rost a kötőszöveti tok kúp alakú részének csücskén belépve a sejt és tokja közti területre, faalakúlag fel-

oszlik néhány ágra; ezek a kúpban széjjeltérnek, maguk közé fogva a sejt nyúlványát s a sejt polaris részén végződnek szabad csúcsokkal. Az így keletkező végfa csak kevés vékony rostból áll, a rostok ritkán oszlanak tovább s akkor is csak egy- vagy kétszer. A járásuk rendszeren kanyargós. Legtöbbször, mint már említettük, már a nyúlvány közelében végződnek a sejten (6. ábra). Ritkán fordul elő (7. ábra), hogy hosszabbak s a sejt egész felszínét körülövezik, miközben azonban nem futnak szorosan a sejt felületén, hanem leginkább a sejt és tokja közti résben haladnak s kanyargós járásuknak csak egyik-másik pontján jutnak közvetlen érintkezésbe a sejttel. Itt is előfordul az az eset, hogy egyik-másik végág körtealakú megvastagodással végződik.

A legbonyolultabb viszonyok, mint már említettem, a teknős-békán tárultak elem, melyből *Testudo græca* és *Emys europæa* állott rendelkezésemre (8—13. ábra). A magasabb formáció először is abban nyilvánul meg, hogy a legtöbb idegsejthez két idegrost tér: a vastag főroston kívül még egy vékony járulékos rost. Mind a kettő a szemmozgató idegből jön. Egy ideig arra a lehetőségre gondoltam, hogy a finomabb rost talán sympathikus eredetű, vagyis a szemmozgató-idegbe valahol az agyvelő és ducz között az együttérző-ideggel való összeköttetés útján jut be. Vannak azonban sorozatos metszeteim, a melyeken a szemmozgató-ideg a szemtől visszafelé egész az agyvelőig követhető s e sorozatokon hiába kerestem ilyenféle összeköttetés nyomát s így végül is arra a meggyőződésre kellett jutnom, hogy a finomabb rost nem kívülről jut bele az idegbe, hanem ennek eredeti eleme. De itt megint az a kérdés vetődik fel, külön sejtekből erednek-e az agyvelőben a finom járulékos rostok, vagy csak oldalági az erősebbeknek, a melyek akár a duczban, akár a gyökérben, akár az idegben vagy akár még a központban erednek ezektől? Észleleteim az utóbbi felfogást támogatják, vagyis azt, hogy a finomabb rostokat az erősebb oculomotoriusrostok ilyen collateralis ágai gyanánt kell felfognunk.

A két rost között rendszeren igen nagy a vastagságbeli különbség: a főrost körül finom szálaeska alakjában csavarodik a járulékos rost. Vannak azonban esetek, mikor a különbség közöttük nem valami nagy, akár mivel a főrost gyengébb a ren-

desnél, akár pedig mivel a járulékos rost emelkedik egy közép-vastag idegrost színvonalára.

A főrostnak az a sajátja van, hogy közvetlenül a sejt előtt, már a sejtök kúp alakú részletén belül, gomolyaggá csavarodik fel. Ez a gomolyag különböző alakú és sűrűségű lehet. Legsűrűbbek és legszabálytalanabbak a rendesnél valamivel vékonyabb főrostok glomerulusai (8. ábra); az egészen vastag rost nem tud valódi gomolyagot alkotni, hanem legföljebb zezzugos csavarodásokba rendezkedik (9., 10. és 11. ábra). A gomolyag



8. ábra.



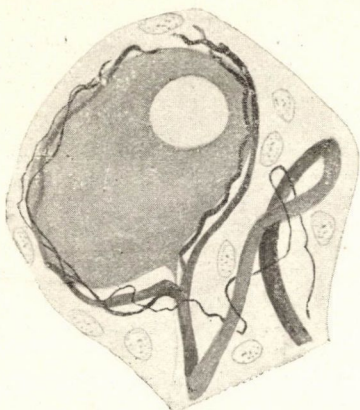
9. ábra.

különböző formái igen változatosak; már a főbb alakok leírása is messzire vezetne.

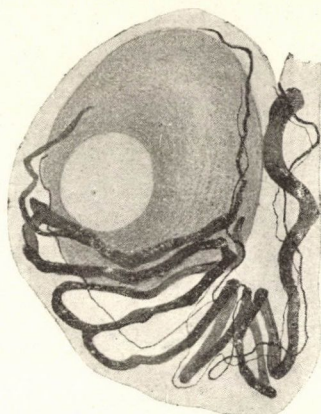
A gomolyagból kiszabadult rost a sejtre fekszik reá s a felszínén végződik, hol osztatlanul, hol meg két vagy több ágra oszolván, legtöbbször már a nyúlvány közelében, ritkábban a sejt túlsó sarkán.

A finom járulékos rost már messze a sejt előtt hozzátalakozik a főrosthoz s vagy csak szorosan mellette halad, vagy csavarulatokkal övezi őt körül. A tokon belül elágazódásaival keresztül-kasul járja a glomerulust s vele sűrű plexussá fonódik össze (12. ábra), más esetekben pedig igen szabályos pörge csavarulatokkal fonja körül a főrost kanyarulatait egészen addig a pontig, míg ez a sejthez ér (13. ábra). A járulékos rost végző-

dése ugyanolyan, mint a főrosté; elágazódásaival a sejt sarkí részét hálózta körül, nem ritkán azonban a sejt egész felszínét.

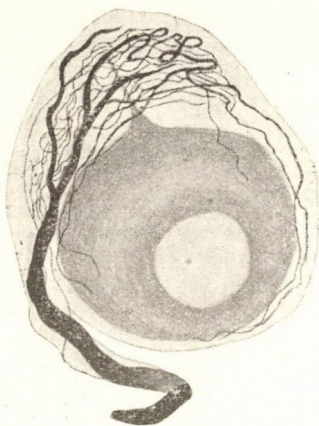


10. ábra.



11. ábra.

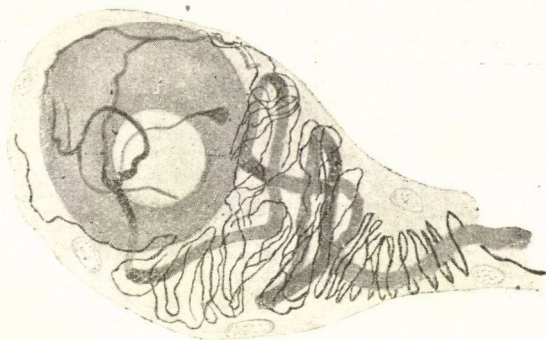
Végelágazódása egyes esetekben a durva rost végdarabjához szegődik, gyakoribb eset azonban, hogy legvégül ettől egészen függetlenné lesz s a sejt felszínén önállóan halad. A kettős beidegzéssel a szemmozgató-ideg nyilván erősebben hat a ciliaris duz idegsejtjeire; az is lehet, hogy e berendezésnek az a célja, hogy egy-egy oculomotoriusrost egynél több idegsejtire tudjon hatást kifejteni: egyre közvetlen folytatásával, a másakra vagy a többire finom collateralis ágaival.



12. ábra.

Mind a három hüülőosztályban előfordul néha-néha az idegvégződésnek satnya alakja. Ilyenkor az idegrost a sejtestnek felszínét el sem éri, hanem vagy önmaga még eloszlatlanul, vagy pedig végfácskájának egyes ágai közvetlenül a sejt előtt körtealakú megvastagodással végződnek. Nézetem szerint ez a végbunkó

megfelel a növekedési kúpnak; az ilyen rost nem fejlődött ki teljesen. A teknősbékán ezek a végbunkók néha oly sűrűn rendezkednek egymás mellé, hogy szinte tömött lemezzé csapód-



13. ábra.

nak össze, de gondos észlelés mellett nem kerülheti el figyelmünket, hogy ez a lemez apró végbunkókból áll. Néha a rost végdarabja végigfutva a sejt felszínén, még tovább burjánzik s csak a sejten túl szűnik meg ilyen végbunkóval.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912. febr. 19.-én tartott üléséből.)

A VAMPYRELLIDIUM VAGANS SZERVEZETÉRŐL ÉS ÉLETMÓDJÁRÓL.

Ifj. ENTZ GÉZA 1. tagtól.

(IV. tábla.)

A *Vampyrellidiummal* rokon szervezetekről, a *Vampyrellák-ról* esett már szó a tek. Akadémia előtt, midőn mélyen tisztelt volt főnököm, KLEIN GYULA «A *Vampyrella* fejlődése és rendszertani állása» című alapvető értekezését mutatta be ezelőtt épen 30 évvel, 1882 február hó 13.-án. Azóta sok tekintetben kiegészült ezen érdekes véglényekre vonatkozó ismeretünk, de magáról a tőlem ismertetendő *Vampyrellidium vagans*-ról nem csak hazánkban, de a külföldi szakirodalomban is alig esett szó. ZOPF írta le 1885-ben és a *Myxomyceták* között a tőle felállított *Monadinae Azoosporae* csoportba, a *Vampyrellaceák* családjába osztotta be, melynek nemei:

Vampyrellidium ZOPF
Spirophora ZOPF
Haplococcus ZOPF
Vampyrella CIENK.
Leptophrys HERTWIG et LESSER
Endyonema ZOPF

Magam először az 1899. év október havában figyeltem meg a tud. Egyetem növénykertjéből származó *Hydromystria stolonifera* G. F. W. MEY. (*Trianea bogotensis* KARST) nevű vízinövény (Fam. *Hydrocharinae*) gyökérszöreibre települt *Oscillaria (Lyngbya)* fonalaira tapadva. Azóta több ízben foglalkoztam vele. E lényt ZOPF művének megjelenése óta (1885) behatóan tudtommal senki sem tanulmányozta, a miért is szervezetére

s életmódjára vonatkozó kutatásaim — habár töredékesek — mégis nem egy tekintetben kiegészítik reá vonatkozó hézagos ismeretünket.

Zopf nagyságát sem határozza meg pontosan, csak annyit említ, hogy rajzai 540-szeresen vannak nagyítva (9. p. 100). DELAGE-HEROUARD szerint (2. p. 71) nagysága 10—12 μ , a mely adat azonban nyilván csak Zopf adatainak átszámítása útján nyeretett. Nagyságára nézve álljon itt a következő 102 egyén méretére vonatkozó összeállítás:

A mért egyének száma	A mért egyének nagysága	A mért egyének száma	A mért egyének nagysága
1	7·5 μ	11	24·0 μ
8	9·0 "	11	27·0 "
1	10·5 "	11	30·0 "
6	12·0 "	2	33·0 "
1	13·8 "	5	36·0 "
5	15·0 "	2	42·0 "
1	16·8 "	2	45·0 "
12	18·0 "	1	54·0 " *
21	21·0 "	1	120·0 " **

Mint e kis táblázatból látható, nagysága tág határok között (7·5—120 μ) ingadozik, de általában véve a kis véglények közé sorolható, a mennyiben a legtöbb egyén nagysága nem éri el az 50 μ -t se. Az *Amoebákkal* összehasonlítva (v. ö. ENTZ 3. p. 3) csak a NÄGLERTől leírt tipikus *Amoeba Lima*x kisebb nála (3 μ) s nagysága a kisebb *Amoebakéval* (8—50 μ) megegyező.

A nagyságnak megállapítása különben olyan szervezeteknél, melyek Amoebák módjára mozogva állabakat bocsátanak ki és vonnak ismét be, a minő a *Vampyrellidium* is, igen nehéz, hiszen, mint a táblázat utolsó rovata mutatja, egy s ugyanazon példány összehúzódva felét (54 μ) sem teszi a kinyúlt állapotban levőnek (120 μ). Megjegyzendő azonban, hogy a táblázatban felsorolt méretek az állabak nélküli plasmatestre vonatkoznak, mert mindig olyan példányokat mértem meg, a melyek gömbalakba húzódtak össze. Az állabak hossza a test hosszával megegyező

* Ugyanazon egyén összehúzódva.

** Ugyanazon egyén kinyúlva.

(3. rajz), sőt azt gyakran kétszeresen is felülmúló lehet. A nagyság megállapításának útját állja továbbá az is, hogy a test nagysága nemcsak a plasma összehúzódásának és kinyúlásának fokától, hanem nagy mértékben attól is függ, hogy mennyi táplálékot nyelt el az illető amoebaszerű szervezet, hiszen az elnyelt táplálék ezeknél a lényeknél sokszor tömegében nagyobb, mint a bekebelező teste.

A *Vampyrellidium* testének plasmája általában véve is — ellentétben a téglavörös, narancsszínű, rózsaszín vagy ritkán barna *Vampyrellakéval* (I. KLEIN 6. p. 27) — egészen szintelen hyalin, de csak akkor, ha elnyelt táplálék nincsen benne, mert ez rendkívül nagy befolyással van reá s annak színe, emésztési állapota szerint, majd zöld, majd vörhenyes vagy sárgás szemecskékkel zsufolt. De bármennyi elnyelt táplálék is van bennük, az állabak mindig teljesen szintelen, hyalin-ectoplasmából (hyaloplasma) állanak s csak a test zömét tevő plasmarészben láthatók elnyelt idegen testek a nyilván ettől szemecskés entoplasmában (I. a rajzokat a IV. táblán).

A *Vampyrellidium* alakja, mint amoebaszerű szervezeté, igen különböző lehet s első sorban a kibocsátott állabak számától (0—20-ig), alakjától, a test összehúzódottságának fokától és módjától függ. Azok az egyének, a melyek egyedül, vagy kevesedmagukkal tapadnak valamely *Oscillaria*-fonal végére, félgömbszerűek s az *Oscillaria*-fonalra tapadó végük homorúan levágott (2. ábra.) Hogyha nagy számban, mondhatnám mintegy egymás hátán ülnek a fonal csúcsán, testük hosszú, csőr-szerű nyúlványba húzódik ki, a melynek végén mint duzzadás látható a magot rejtő rész. (12. ábra felső részén.) Ha állabaikat mind behúzzák, elliptikusak vagy gömbölydedek (4., 6., 17. ábra), ha pedig a vízben szabadon kalandoznak, testükből köröskörül sugaras állabakat bocsátva, valóban a napállatkákhoz (*Heliozoa*) hasonlóak. (1 és 3. ábra.) Az állabak száma, mint említém, változó, 15—20 volt a legnagyobb szám, a mit megolvastam. Az állabak hegyesek, sugarasan nyomulnak ki a testből (1. ábra), hogyha beléjük utóbb több plasma ömlik, tövükön ujjalakú duzzadás látható (20. ábra) mely sokszor ellapulhat; gyakran két sugaras álláb között hyalinplasmából álló, hártyszerű összekötő

rész látható (20. ábra) s ez az összekötő rész utóbb megnövekedve, a két álláb tövétől kezdve lassan összeolvadhat úgy, mint a hogyan HOOGENAARD szerint (5. p. 220) a *Vampyrella lateritia* szomszédos állábai. A sugaras állábak gyakran el is ágazódnak. (20. ábra.) Míg a kinyomuló állábak vége hegyes (1., 13. ábra) addig az állábak visszahúzódása azzal veszi kezdetét, hogy distalis végük, hegye eltompul, majd elgömbölyödik, utóbb dudorodások, csomók keletkeznek rajta. E közben az álláb egyre rövidebbé és vastagabbá válik s végre beleolvad az alapját körülvevő plasmába. (3. ábra.)

A hyalinplasmában festés nélkül is jól látható a többnyire a test közepe táján elhelyezkedő gömbölyded, hólyagocskaalakú mag, melyen világos udvar [magnedv (?)], magtestecske s az egésztestet körülfogó maghártya látható (1., 3., 13., 20. ábra). A mag láthatósága olyan jellemvonása a *Vampyrellidium*nak, melytől a festés nélkül egyáltalában nem látható magvú *Vampyrellák*-tól könnyen megkülönbözteti. (V. ö. KLEIN 6. p. 27.)

A mag nagysága $4\cdot5$ — $6\ \mu$, a magtestecskéé $1\cdot5$ — $2\ \mu$ körüli.

A *Vampyrellidium* lüktető üregecskéjéről ZOPF nem tesz említést, KLEIN a *Vampyrellák*ból sem ismerte (6. p. 28), de ez DELAGE (2.) szerint a *Vampyrella*-nemre, mit ZOPF után BLOCHMANN (1.) is feljegyez, jellemző sejtszerv.

Én a *Vampyrellidium*ban egy, két, sőt öt lüktető üregecskét is számláltam, de ezek többnyire csak akkor váltak láthatóvá, ha a szervezet ellapult (13. ábra); e vacuolumok egymásután ritmikusan lüktettek oly módon, hogy mire az egyik maximalisan kitágult, a másik eltűnt, összehúzódott.

A víz, a melyből az *Oscillariák* és az őket támadó *Vampyrellidiumok* származtak, a botanikus kert azon üvegházából származott, a melynek hőfoka $+20^{\circ}$ C, s a *Vampyrellidiumok* az *Oscillariáknak* ama példányain találhatók, a melyek nem egyenkint lebegnek a vízben, hanem pamatokat, kötegeket alkotnak s ezen fonalak között azokat támadják meg, a melyek elhalófélben vannak. Az ilyen kötegeken a kis szervezeteket novembertől júliusig mindig megtaláltam s nyilván az év többi hónapjában is ott élnek. ZOPF azt írja róluk (9. p. 100), hogy az *Oscillariák* fonalait egész éven át lakják.

Az *Oscillaria*-fonalakhoz tapadókon kívül egyes szabadon kalandozókra is bukkantam, a legtöbb azonban az említett moszatra tapadva található, a hol elég keveset mozog.

Az aquariumból vett *Oscillaria*-fonalakon a *Vampyrellidiumok* fedőlemez alatt könnyen tenyészthetők, csak arról kell gondoskodnunk, hogy vízáramlást tartsunk fenn, a mit, mint ismeretes, a fedőlemez két oldalával leszorított és két egyenlőtlen magasságú viztartó vízének pamutszállal, vagy itatós papiros szalaggal való összekötésével érhetünk el, úgy, mint azt KLEIN értekezésében leírta (6. p. 7. és 8. jegyzet).

Ilyen módon egyazon præparatumban november közepétől december közepéig tenyésztettem őket. A készítményben kezdetben kevés *Vampyrellidium* volt, a melyek utóbb a fedőlemez alatt 3—4 nap múlva már igen elszaporodtak, számuk sokáig körülbelül azonos maradt, ha azonban a fedőlemez szélén kivált mészsókat letisztítottam, ismét szaporodtak s valahányszor megismételtem ezt a tisztogatást, az mindig ugyanazt, t. i. a *Vampyrellidiumok* szaporodását eredményezte, jeléül annak, hogy szaporodásukra a víz concentratiováltozása hatással van.

Ha a *Vampyrellidiumok* *Oscillariákat* támadnak meg, rendszerint nagy számban találhatóak egymás mellett és mögött (12. ábra); egy esetben 36 egyént számláltam meg, melyek széles végükkel rátapadtak az *Oscillaria*-fonalra. Az az *Oscillaria* (valamely *Lynghya*-faj), a melyet megfigyeltem, hüvelyt választ ki és e hüvelyben a *Vampyrellidiumok* nemcsak a fonal végére telepsznek le, hanem befurakodnak az *Oscillaria*-fonal sejtjei és hüvelye közé és ott gyakran igen ellapulnak. (4. ábra.) Az *Oscillaria*-fonalakat szervezetkéink részint a fonal csúcsán támadják meg, részint oldalról kezdik ki (2., 4. ábra). Ha a csúcson támadják meg, akkor — tapasztalatom szerint — mindig a nem növekedő esik áldozatul, az, a mely olyan, mintha valamely okból elpusztulófélben volna s élettevékenysége nem volna normális. Számtalanszor megfigyeltem, hogy a *Vampyrellidium*, mondhatnám, «körüljárta» az *Oscillaria*-fonalat, mintegy «megtapogatta» s csak ha «meggyőződött róla», hogy a «helyes végén» kutat, kezdett hozzá munkájához. ZOPF azt írja (9. p. 101), hogy a *Vampyrellidium*

megfúrja az *Oscillaria*-fonalat; én a támadás következő módját figyeltem meg. Az *Oscillaria*-fonal csúcssejtjére széles oldallal oda tapadva, mondhatnám, vesztegelt a *Vampyrellidium*. Ismeretes, hogy az *Oscillariák* hüvelyükben előre-hátra csúszkálnak. Midőn az *Oscillaria*-fonal hátraesúszik, «zurukkol», az a sejt, a melyre a *Vampyrellidiumok* rátapadnak, elszakad a többitől s a *Vampyrellidiumok* most mind nekiesnek a leszakított *Oscillaria*-korongnak és azt *Amoebák* módjára bekebelezik. Ez a megfigyelés azt teszi valószínűvé, hogy az *Oscillaria*-fonalra tapadó *Vampyrellidiumok* egy, az *Oscillaria* mozgását gátló, az ellen működő hatást fejtenek ki, melynek mibenlétéről azonban tudomást nem szerezhettem, de azt az impressziót keltik, mintha oda tapadva szívják az *Oscillaria* testfelületét. Azt, hogy megfúrják a *Vampyrellidiumok* az *Oscillaria* sejtjét, mint Zopf írja (9. p. 101), nem figyeltem meg, de azt hiszem, hogy láttam én is ezt a támadási módot. Gyakran az látható ugyanis, hogy ha nagyszámú *Vampyrellidium* lepi el valamely *Oscillaria*-fonal végét és a már a fonal végére telepedett véglénykékhöz még újak csatlakoznak, akkor a később érkezők a már megtelepedettek közé iparkodnak furakodni, még pedig a következő módon. Az *Oscillaria*-fonalhoz közeledő, mondjuk, elülső végükön hosszú, hegyes, törzszerű állábakat bocsátanak és ezen árszerű részükkel — mely meglehetősen merevnek tűnik fel — mintegy nekimennek a többi *Vampyrellidiumnak* (12. ábra), nyilván ily módon akarva falánk társaik között maguknak helyet szorítani, mert ha törzsszerű részük a többi közé benyomult, az árszerű állábba benyomuló plasma széjjelszorítja a már megtelepedetteket s így magának helyet erőszakol ki.

A hüvelyt lakó *Oscillaria*-fonalakon — mint említém — befurakodnak a fonal és a hüvely közé és itt oldalról támadják meg a fonalakat és pedig annak elhalt sejtjeit, még pedig oly módon, hogy kétágú, csőrszerű plasmanyulványt (állábat) bocsátanak a sejtek közé, melylyel mintegy megfogják az elpusztult sejtet és azt azután kilúzzák a többi sejt közül, majd amoeba módjára kebelezik be. (15. ábra.) Kezdetben az *Oscillaria*-sejt egészben figyelhető meg a rabló plasmájában, csakhamar azonban apró rögökké esik szét. E közben az *Oscillaria*-sejt kékes-

zöld színe tiszta zölddé változik, jelül annak, hogy a phycocyan felbomlott, majd okkersárga színt ölt, szürkessé, utóbb színtelenné válik. A táplálék nincsen emésztőüregbe zárva, hanem, mint HOOGENAARD a *Vampyrella lateritiáról* feljegyi (5. p. 218), azt közvetlenül megfekszi a plasma. Az éppen leírt módon természetesen csupán vékony *Oscillaria*-fonalak sejtjeit kebelezi be, a vastag fonalak sejtjeit csak akkor falhatják fel, ha azokat az említett módon elszakítva, bekebelezhető apró részekre bontották.

A *Vampyrellidium* főleg *Oscillariákból* táplálkozik, de mint ZOPF is megjegyzi (9. p. 101), nem válogatós, egyébbel is beéri. E tekintetben egészen másként viselkedik, mint a *Vampyrellák*, a melyek általában véve egy-egy növénycsoportra szorítkoznak, pl. a *Vampyrella lateritia* HOOGENAARD és mások szerint is csak *Spirogyrából* él (5. p. 221). A különféle *Oscillaria*-fajokon kívül a *Vampyrellidium* *Nostoc*-sejteket, apró *Diatomákat*, mindenféle növényi törmeléket és — ha megfigyelésem helyes — keményítőszemeket is bekebelez és megemészt.¹

A keményítő megemésztése egészen úgy ment végbe, mint a *Protomonas amylinél*. A szervezet teste kicsinysege következtében mintegy ráhúzza magát a keményítő- (búza-) szemécskére, azon már néhány óra múlva látszani kezd az emésztés hatása, körvonala egyenetlenné válik, utóbb benne «a féregmaráshoz» hasonló berágások, járatok keletkeznek s végre apró rögökre esik szét a szemecske. (14. ábra.) Emésztődése tehát teljesen olyan módon megy végbe, mint a hogyan a csirázó gabonafélékben az a diastase hatására szokott végbemenni.

Néhány *Vampyrellidium* a *Vampyrella (Leptophrys) vorax* HERTWIG és LESSER cystájának esett neki. Midőn a *Leptophrys*

¹ E megfigyelésre nézve meg kell jegyezmem, hogy épenséggel nem tarthatom kizártnak, hogy a búzakeményítőt bekebelező szervezet a *Protomonas amyli* CIENK. néven ismeretes *Flagellát*, a melyet alaki viselkedése tekintetében nem lehet elkülöníteni a *Vampyrellidiumtól*, ha ostorát bevonva *Amoeba* módjára kalandozik. E szervezetnek már neve is kifejezi, hogy keményítőt fal fel s lehet, hogy a tőlem megfigyelt esetben is ő volt a kérdéses faj, hiszen a vízáramlással könnyen bejuthatott (másként is) a fedőlemez alá.

cystája nyilván a *Vampyrellidiumtól* produkált fermentum hatására felbomlott, az új cystaburok kiválasztásával próbált védekezni, de ezt is feloldották az őt megtámadó *Vampyrellidiumok* és egyesült erővel a szó szoros értelmében felfalták a *Leptophryst*, úgy hogy csak a tőle elnyelt *Diatomák* páncélja jelölte rövid idő múlva hült helyét.

A *Leptophrys vorax* cystájának burka ZOPF szerint (9. p. 38), celluloséból áll (6. p. 9), úgy mint a KLEINTŐL tanulmányozott *Vampyrella pendula* CIENK. cystája és BLOCHMANN (1. p. 22) szerint a *Vampyrellák* cystaburka általában.

Egyesek *Bacteriumokat* nyeltek el s egy alkalommal azt is megfigyeltem, hogy a fedőlemez alatt fejlődött *Myceliumot* támadták meg és pedig oly módon, hogy több *Vampyrellidium* álláibaival mintegy behálózta a *Mycelium*-fonalakat, az egyes állábak érintkeztek is egymással s így a *Labyrinthuleákra* emlékeztető plasmodiumfélévé egyesültek, csakhamar azonban ismét visszahúzták álláibaikat és széjjelválva, sugaras állábakat bocsátva, mint *Heliozoa*-alakú *Vampyrellidiumok* mozogtak tovább. (5. ábra.)

Az emésztetlen maradék kiürítését ismételten megfigyeltem. Ez oly módon megy végbe, hogy az emésztetlen maradék a test belsejéből annak felületére nyomulva, ott kis állászerű dudort alkot, a mely dudorról utóbb mintegy visszahúzódik a plasma, úgy hogy a kiürítendő testet plasma többé nem veszi körül s ily módon kikerül a plasmából. (17—19. ábra.)

Hogyha összefoglaljuk a *Vampyrellidium* táplálkozására vonatkozó megfigyeléseket, az tűnik ki, hogy emésztése meglehetősen sok szerves anyagra kiterjed, mert megemészti a plasmarészt (*Oscillaria*, *Diatoma*, *Leptophrys* plasmája), tehát nyilván fehérjét; megemészti a szénhidrátok közül a keményítőt és a mennyiben, mint ismeretes, az *Oscillaria*-fonalakban a tartalék szénhidrát glycogén (SCHENK, STRASBURGER: Lehrbuch der Botanik 11. Aufl. 8. p. 289), nyilván ezt is. Abból pedig, hogy feloldja váladékával az *Oscillariát* burkoló hárttyát, arra kell következtetnünk, hogy chitint oldó fermentuma is van, hiszen az *Oscillariák* burkában az újabb vizsgálatok szerint chitin mutatható ki (SCHENK, STRASBURGER: Lehrbuch

11. Aufl. 8. p. 289.) Minthogy a *Leptophrys*-cysta burkát is feloldja, igen valószínű, hogy egy, a cellulosét oldó fermentum is képződik testében.

Szaporodásukra nézve megjegyezhetem, hogy csakis osztódást figyeltem meg és az rendszeren szabadon mozgó állapotban megy végbe (6—10. ábra); ha ellenben a *Vampyrellidiumok*, *Bacteriumok* támadása ellen védekezve, nyálka- (?) burokkal veszik körül magukat, ezen belül, tehát mintegy «nyugalmi állapotban» oszlanak. Az oszlás igen gyorsan, 2—3 perc alatt lejátszódik és azt általában véve a délelőtti órákban — reggel 8-tól 12 óra 45 percig — figyeltem meg. Az oszlás sebessége tehát az *Amoeba crystalligera* oszlásáéval egyezik meg, a mely SCHAUDINN szerint (3. p. 843) 1—2 perc alatt megy végbe. Egy alkalommal egy negyedóra alatt négy példány közül 3 megoszlott s az oszlás 2, illetőleg 3 perc alatt ment végbe. Az oszlás lefolyását csak eleveneken tanulmányoztam és az a következő: oszlás alkalmával állárait behúzza gömb alakot vett fel a szervezet, majd megnyúlt, piskóta alakúvá vált, a test közepén egyre mélyülő befűződés vette kezdetét, mely végre két részre osztotta a szervezetkét; az oszlási felek az oszlás után azonnal elgömbölyödtek s tüstént rávetették megukat az *Oscillariákra*. A magnak oszlását festett készítményen — sajnos — nem tanulmányozhattam.

Említettem, hogy a *Bacteriumok*, nevezetesen *Vibriók* támadása ellen nyálkás, kocsonyás burokkal véve körül magukat, iparkodtak védekezni, de e tolakodók támadásának nem mindig tudnak ellentállani s a *Bacteriumok* beléjük nyomulva ott elszaporodnak s pusztulásukat okozzák.

Azok az egyének, a melyekbe *Bacteriumok* (*Vibriók*) nyomultak, elgömbölyödnek, kevés állábat bocsátanak, egy helyben maradnak. A *Vibriók* a *Vampyrellidium* protoplasmájában egy elgömbölyödött részben — mintegy vacuolumban — láthatók és itt bugdácsolva mozognak. (16. ábra.) Ez a mozgás kezdetben lassú, azonban fokozatosan gyorsul s végre valóban szédületes gyorsaságú hemzsegsébe megy át. A fertőzött *Vampyrellidium* e közben egy-egy állábat bocsátott, majd mintha össze akart volna húzódni, egyet rándult. Ez után a sajátságos rándulás.

után egy pillanatra megszűnt a *Vibriók* hemzsegése, csakhamar azonban újult erővel tört ki. Most a *Vibriókat* körülfogó vacuolum plasmaburka megszakadt, a *Vibriók* bele jutottak a *Vampyrellidium* csupasz plasmájába és már mostan az egész *Vampyrellidium*-sejtben mindenütt láthatók voltak s folytatták örületes táncukat. Ez a mozgás azonban már csak néhány pillanatra tartott, mert a *Vampyrellidium*, mondhatnám, görcsös összerándulás után valósággal felrobbant és a *Vibriók* a környező vízbe jutottak s ott az elpusztult *Vampyrellidium* foszlányait rajzolták körül. A praeparatumban három nap múlva is eleven mozgásban láttam a *Vibriókat*, a mint körülrajzolták a *Vampyrellidiumokat*, a melyek azonban kocsonyás burkot választva ki, megvédték testüket e kellemetlen *Mikroorganizmusoktól*, de azért 5 esetben mégis beléjük nyomultak. Én legalább ennyiszor figyeltem meg a *Vampyrellidiumok* ezen sajátságos, *Vibriók* okozta pusztulását.

ZOFF szerint a *Vampyrellidiumnak* kétféle betokozódási módja van (9. p. 101). Ezek közül az egyik abban áll, hogy a kellő mennyiségű táplálékot felvett egyének elgömbölyödnek és finom, igen vékony hártáival veszik körül magukat. Ezeket a cystákat ZOFF zoocystáknak nevezi. Ilyent én is sokszor figyeltem meg (11. ábra), noha a külső burkot nem tudtam jól megkülönböztetni. Megjegyzendő azonban, hogy míg a *Vampyrellidiónál* az emésztés mindig ilyenféle betokozott állapotban megy végbe (HERTWIG és LESSER 4. p. 63), addig a *Vampyrellidium* nem mindig tokozódik be, ha teste tele van emésztendő táplálékkal. Emésztés után ZOFF szerint e cystákból egészen hyalin, amoebaszerű alakok bújnak elő. Ezt a tünetényt azonban magam nem figyeltem meg, valamint a második, a vastagburkú, ZOFF szerint úgynevezett nyugalmi spórákat (Dauersporen) sem, noha ugyancsak sok kísérletet végeztem erre nézve (a víz hőfokának emelése, sülyesztése, elpárologtatása, higitása, savak, alkak, sók stb. mind eredménytelenül végződtek). ZOFF szerint (9. p. 101) a nyugalmi spórából is egyetlen amoebaszerű szervezet bújik ki.

A *Vampyrellidium* rendszertani helyzetére nézve a bevezető sorokban említettem, hogy ZOFF a *Myxomyceták* közé osztotta

be őket; elfogadta e beosztást DELAGE és HEROUARD is. SCHEPOTIEFF (7. p. 392—393.) legújabbán megjelent tanulmányában mint önálló csoportról beszél a *Vampyrella*-félékről, a nélkül azonban, hogy a *Vampyrellidiumot* külön megemlítené.

Irodalom.

1. BLOCHMANN FR.: Die mikroskopische Thierwelt des Süßwassers. Hamburg, 1895.
2. DELAGE Y.—HEROUARD E.: Traité de Zoologie Concrète. Tom. I. Paris, 1896.
3. ENTZ G. ifj.: Hydrát-pusztító *Amoeba*. Matematikai és természettudományi Értesítő. 29. kötet, p. 836—868. 1911.
4. HERTWIG R. und LESSER E.: Über *Rhizopoden* und denselben nahestehende Organismen. Archiv f. mikroskop. Anatomie. Bd. X. Supplement p. 35—243. Taf. I—V. 1874.
5. HOOGENAARD R. H.: Einige Beobachtungen an *Vampyrella lateritia* LEIDY. Archiv f. Protistenkunde. Bd. VIII. p. 216—224. 1907.
6. KLEIN GY.: A *Vampyrella* fejlődése és rendszertani állása. Értekezések a természettudományok köréből. Budapest, 1882.
7. SCHEPOTIEFF A.: Untersuchungen über niedere Organismen. III. *Monerenstudien*. Zoologische Jahrbücher. Abteilung f. Anatomie u. Ontogenie d. Tiere. 32. Bd. 1911. p. 367—400. Mit Taf. 19—20.
8. STRASBURGER, JOST, SCHENCK, KARSTEN: Lehrbuch der Botanik. 11. Aufl. Jena, Fischer, 1911.
9. ZOPF W.: Die Pielztiere oder Schleimpilze. Encyclopedie der Naturwissenschaften. Breslau, 1885.

(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1912 február 19.-én tartott üléséből.)

ARITHMETIKAI VIZSGALATOK A MAGASABBFAJU TERNAER EGYENLETEK KÖRÉBEN.

SZ. NAGY GYULÁ-tól.

Bevezetés.

Egy előző dolgozatomban¹ kimutattam, hogy egy n -edrendű p -edfajú rationalis koefficiensű algebrai görbe mindig tartalmaz p -elemű rationalis pontcsoportokat (oly p pontot, melyeknek koordinátái nem rationalisak ugyan, de koordinátáik összes elemi szimmetrikus kifejezései rationalisok), ha n és $p-1$ relatív prímszámok.

Ezen tétel következtében a másodfajú rationalis koefficiensű algebrai görbék arithmetikai viselkedése bizonyos tekintetben egyszerűbb, mint az elsőfajúaké. Nevezetesen általánosságban minden másodfajú rationalis koefficiensű görbét rationalis koefficiensű birationalis transzformációval egy negyedrendű görbébe lehet átvinni és minden másodfajú görbe tartalmaz végtelen sok (általánosságban kétszeresen végtelen sok) rationalis pontkettőst. Hasonló tételket elsőfajú görbékre nem lehet állítani.²

Jelen dolgozatomból ki fog tűnni, hogy a görbe rendszáma és a fajszáma közötti kapcsolat, nevezetesen n és $2p-2$ legnagyobb közös osztója, egy n -edrendű p -edfajú tetszőleges rationalis koefficiensű görbe arithmetikai viselkedésére igen nagy fontosságú.

¹ «Algebrai görbék arithmetikai tulajdonságairól.» Math. és Phys. Lapok, 1909. Első közlemény; «Über arithmetische Eigenschaften algebraischer Kurven.» Math. u. Naturw. Berichte aus Ungarn, 26. kötet (1908), p. 168—195. E dolgozatot A , ill. B betűvel fogjuk idézni a következőkben.

² L. ezen dolgozatban p. 16.

Ez a szám határozza meg azon görbék rendszámait, melyekbe egy n -edrendű p -edfajú rationalis koeficiensű algebrai görbe rationalis koeficiensű birationalis transformatióval (koefficienseinek tetszőleges volta mellett) átvihető és a görbén mindig fellépő legkevesebb elemből álló rationalis pontcsoportok elemszámát.

Mivel ez a szám vizsgálatainkban főszerepet játszik, külön nevet fogunk neki adni és az n -edrendű p -edfajú rationalis koeficiensű algebrai görbe alapszámának, vagy egyszerűen alapszámnak fogjuk nevezni és Q betűvel jelölni.

Egy n -edrendű $p (> 1)$ -edfajú rationalis koeficiensű görbe alapszáma tehát

$$Q = [n, 2p - 2], \quad (1)$$

a hol a szögletes zárójel a közte levő számok legnagyobb közös osztóját jelenti.

A következőkben C_n^p egy n -edrendű p -edfajú rationalis koeficiensű görbét, azaz homogén koordinátákban egy

$$F(x_1, x_2, x_3) = 0 \quad (2)$$

n -edrendű, p -edfajú rationalis koeficiensű ternær egyenletet fog jelenteni; a C_n^p görberendszer az előbb definiált C_n^p görbék egy rendszerét, a C_n^p teljes görberendszer az összes C_n^p görbék, vagyis az összes n -edrendű rationalis koeficiensű p -edfajú görbék rendszerét fogja jelenteni, a hol azonban n és p egy görberendszerre nézve állandóak; transformatión rationalis koeficiensű birationalis transformatiót, adjungált görbén rationalis koeficiensű adjungált görbét, k -elemű pontcsoporton k -elemű rationalis pontcsoportot, vagyis oly k pontot fogunk érteni, melyek koordinátáinak összes elemi szimmetrikus függvényei rationalisak.

Vizsgálataink azonban érvényesek bármilyen koeficiensű algebrai görbékre, ill. ternær egyenletekre, csakogy ekkor a rationalis szón a görbeegyenlet koefficienseinek számtestében rationalist kell érteni.

I. Egy C_n^p görbén fellépő legkevesebb elemből álló pontcsoportokról:

1.

Legyen egy C_n^p ($p > 1$) görbén ismeretes egy m_1 , egy m_2, \dots egy m_s elemű rationalis pontcsoport és vessük fel a következő kérdést, hány pontból fognak állani azon pontcsoportok, melyeket azok segítségével előállíthatunk?

Mivel új pontcsoportok leszarmaztatására adjungált (általánosságban $(n-4)$ -nél magasabb rendszámú) görbéket használhatunk fel és mivel ezen görbék által a C_n^p görbéből kimetszett pontok közül a függő pontok száma $p-1$ vagy p , a szerint, a mint az adjungált görbe $(n-3)$ -ad, vagy magasabbrendű, azért a leszarmaztatott pontcsoport legalább is $(p-1)$ -elemű.

Új pontcsoportok leszarmaztatására a következőkép járhatunk el. Vezessünk keresztül az m_1 -elemű pontcsoporton h_1 -szer, a m_2 -eleműn h_2 -ször, . . . az m_s -eleműn h_s -szer, egy tetszőleges (rationalis koefficiensű) $(n-3)$ -adrendű adjungált görbe által (a kettőspontokon kívül) kimetszett $(2p-2)$ -elemű pontcsoporton λ -szor es a síknak annyi pontból álló rationalis pontcsoportján, a mennyin csak lehetséges, egy elegendő magas rendszámú $(n-3+k)$ -adrendű adjungált görbét. Ezen adjungált görbe a C_n^p görbéből a kettőspontokon és az említett pontcsoportokon kívül egy

$$kn + 2p - 2 - \lambda(2p - 2) - h_1 m_1 - h_2 m_2 - \dots - h_s m_s = p - 1 + \sigma \quad (3)$$

elemű rationalis pontcsoportot fog kimetszeni. A σ szám általánosságban pozitív, zéró csak akkor lehet, ha $k=0$ lehetséges.

A (3) egyenleten észrevehetjük, hogy annak baloldala lényegtelenül változik, ha az $(n-3+k)$ -adrendű adjungált görbét a főt említett pontcsoportokon kívül egy mn elemű pontcsoporton, melyben egy nem adjungált rationalis koefficiensű m -edrendű görbe a C_n^p -t metszi, h -szor és egy $(\mu n + 2p - 2)$ -elemű pontcsoporton, melyben egy $(n-3+\mu)$ -edrendű adjungált görbe ($\mu > 0$) a C_n^p görbét metszi, λ_1 -szer keresztülvezetjük. Ezen eset-

ben ugyanis csak a k és λ számok változnak s k helyett a (3) egyenletben $k - m\lambda - \lambda_1$, λ helyett $\lambda + \lambda_1$ lép be.

Azon pontcsoportok fognak legkevesebb elemből állani, melyek mellett a nem negatív σ szám lehető legkisebb. A (3) egyenlet pozitív $k, \lambda, h_1, h_2, \dots, h_s$ egész számokkal csak akkor állhat fenn, ha a következő legnagyobb közös osztó

$$\rho = [n, 2p-2, m_1, m_2, \dots, m_s]$$

$p-1+\sigma$ -t is osztja. Ennélfogva σ -nak szerkesztésünknel lehetséges legkisebb értéke olyan legkisebb pozitív szám, a mely mellett $p-1+\sigma$ ρ -val osztható. (σ zéró csak akkor lehet, ha a (3) egyenletnek kielégítése $k=0, \lambda=0, \sigma=0$ és h_1, h_2, \dots, h_s nem negatív egészszámú értékekkel lehetséges.)

2.

Tetszőleges rationalis koefficiensű C_n^p görbén általánosságban nem ismerünk más rationalis pontcsoportokat a C_n^p görbének rationalis koefficiensű adjungált és nem adjungált görbéivel való metszéspontjait tartalmazó pontcsoportokon kívül. Ennélfogva a (3) egyenletben $h_k=0$ ($k=1, 2, \dots, s$) és $\sigma>0$. A (3) egyenlet tehát most

$$kn - (\lambda - 1)(2p - 2) = p - 1 + \sigma. \quad (4)$$

Ezen egyenlet pozitív egészszámú k és $\lambda - 1$ értékekkel csak akkor állhat fenn, ha $p - 1 + \sigma$ osztható a C_n^p görbe alapszámával Q -val (1). A legkisebb pozitív σ egészszámú érték, a mely mellett ez bekövetkezik,

$$q = [n, p - 1]. \quad (5)$$

Ezen állítás közvetlenül belátható, ha

$$Q \equiv [n, 2p - 2] = q \equiv [n, p - 1],$$

de igaz marad akkor is, ha

$$Q = 2q.$$

Ezen esetben a

$$2p - 2 = Q\alpha$$

egyenletben a páratlan egész számot jelent, mert ha a páros volna, akkor a $p-1 = qa = Q \cdot \frac{a}{2}$ szám is osztható volna Q -val, a mi azonban $Q = 2q$ feltételünknek ellentmond. Tehát az a szám páratlan és emiatt a

$$p-1+q = q(a+1) = Q \cdot \frac{a+1}{2}$$

szám Q -val osztható.

A $\sigma = q$ tehát a legkisebb pozitív érték, mely mellett a (4) egyenletet pozitív k és λ egészszámú értékekkel ki lehet elégíteni. Legyen k és λ egy ilyen a (4) egyenletnek ($\sigma = q$) elegettevő pozitív egészszámú értékpár.

Az a pontcsoport, a melyben egy $(n-3+k)$ -adrendű (rationalis koeficiensű) adjungált görbe, a mely egy $(2p-2)$ -elemű pontcsoporton λ -szor (vagy e helyett egy ilyen pontcsoporton λ_1 -szer, egy másikon λ_2 -szor, ... egy s -ediken λ_s -szer, $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_s = \lambda$) keresztül megy, a C_n^p görbét még találja (a kettőspontokon kívül), lehető legkevesebb elemből álló $(p+q-1)$ -elemű rationalis pontcsoport.

Kevesebb elemből álló pontcsoportot a már szerkesztett $(p+q-1)$ -elemű pontcsoportok felhasználásával sem kaphatunk, mivel a

$$kn - (\lambda - 1)(2p - 2) - \mu(p + q - 1) = p - 1 + \sigma \quad (6)$$

egyenlet $0 < \sigma < q$ esetben nem negatív k , λ és μ egészszámokkal ki nem elégíthető.

3.

Ha már egy $(p+q-1)$ -elemű rationalis pontcsoportot fölkerestünk, akkor abból végtelen sok más $(p+q-1)$ -elemű pontcsoportot analog módon származtathatunk le, mint akkor, a mikor egy p -elemű pontcsoportból származtatunk le új p -elemű pontcsoportokat.¹

Legyen a

$$kn - (\lambda - 1)(2p - 2) - \mu(p + q - 1) = p + q - 1 \quad (7)$$

¹ I. A p. 340—344, B p. 173—177.

egyenletnek k , μ és λ egy megoldása, melyek közül k és μ pozitív és λ nem-negatív. Vezessünk keresztül egy $(2p-2)$ -elemű rationalis pontesoporton λ -szor (vagy λ számú $(2p-2)$ -elemű rationalis pontesoporton egyszeresen), a már ismert $(p+q-1)$ elemű rationalis pontesoporton μ -szőr (vagy ha több ismeretes, az egyikén μ_1 -szer, a másikon μ_2 -szer, ... az s -ediken μ_s -szer úgy, hogy $\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_s = \mu$ legyen) és a síknak $(q-1)$ -elemű pontesoportján egy $(n-3+k)$ -od rendű adjungált görbét. Ez a görbe C_n^p görbéből egy új $(p+q-1)$ -elemű pontesoportot fog kimetszeni.

Ha a síknak tetszőlegesen felvett $(q-1)$ -elemű rationalis pontesoportját változtatjuk, akkor így általánosságban $(q-1)$ -szer végtelen sok $(p+q-1)$ -elemű pontesoportot kapunk.

Három ismert $(p+q-1)$ -elemű pontesoportból új pontesoportokat más módszerrel is szerkeszthetünk. Ha ugyanis két $(p+q-1)$ -elemű pontesoporton keresztül egy $(n-3+k)$ -adrendű $\left(k \geq \frac{p+2q}{n}\right)$ adjungált görbét vezetünk keresztül, akkor ez a C_n^p görbéből egy $(kn-2q)$ -elemű pontesoportot fog még kimetszeni. Egy ezen a pontesoporton és a harmadik $(p+q-1)$ -elemű pontesoporton keresztülmenő (rationalis koefficiensű) ugyancsak $(n-3+k)$ -adrendű adjungált görbe a C_n^p görbéből egy új $(p+q-1)$ -elemű pontesoportot fog kimetszeni.

Ezen két módszerrel minden C_n^p görbén létező $(p+q-1)$ -elemű összes pontesoportokat épügy lehet leszármaztatni, mint egy p elemű pontesoportból POINCARÉ megfelelő két módszerével leszármaztatható összes p elemű pontesoportokat.¹

Különbség azonban az, hogy $q > 1$ esetben a $(p+q-1)$ -elemű pontesoportokat szerkesztéssel nem egyesével, hanem $(q-1)$ -szer végtelen sokaságban kapjuk, mivel azokat egy $q-1$ lineáris inhomogén paramétert tartalmazó adjungált görbesor metszi ki.

Lehetséges, hogy ezen görbesorban van olyan rationalis

¹ L. i. h. A vagy B . A leszármaztatható összes $(p+q-1)$ -elemű rationalis pontesoportokat is jellemezhetjük a C_n^p görbéhez tartozó ABEL-féle elsőfajú integrálösszegekkel, csak hogy most a p -számú integrálösszeg nem egy, hanem $q > 1$ esetben $(q-1)$ -szer végtelen sok pontesoportot állít elő. (Itt megjegyzem, hogy említett dolgozatomban δ_i előjelében több helyet könnyen észrevehető előjelhiba van.)

koeficiensű adjungált görbe, a mely által kimetszett $(p+q-1)$ -elemű rationalis pontesoport reducibilis, vagyis szétesik legalább is két kevesebb pontból álló rationalis pontesoportra. De arra a kérdésre, hogy mikor lehetséges ez s ha lehetséges, melyek azok az adjungált görbék, melyek reducibilis $(p+q-1)$ -elemű pontesoportot metszenek ki, ez idő szerint nem lehet válaszolni.¹

4.

Az előző vizsgálatok alól kivételt képeznek, koeficiensüknek tetszőleges rationalis volta mellett is azon C_n^p görbék, melyeknek rendszáma $n < p+2$,² mivel az ilyen görbéken mindig léteznek p ($\leq p+q-1$) pontnál kevesebb pontból álló rationalis pontesoportok.

Ennek oka az, hogy az ilyen C_n^p görbéken mindig léteznek $(n-3)$ -nál alacsonyabbrendű adjungált görbék és azon esetben, a mikor n p -nél is kisebb, a síknak összes rationalis koeficiensű egyenesei n ($< p$)-elemű rationalis pontesoportokat metszenek ki az ilyen C_n^p görbékből.

A szükséges és elégséges feltétel arra nézve, hogy $(n-3-k)$ -adrendű ($k > 0$) adjungált görbe létezzen a C_n^p görbén, a következő egyenlőtlenség:³

¹ Ez a kérdés a következő problémával függ össze:

Legyen

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_m) = 0 \quad (8)$$

a t_i ($i=1, 2, \dots, m$) parameter határozatlan értékei mellett az x_k ($k=1, 2, \dots, n$) változók (és a t_i parameterek ($i=1, 2, \dots, m$)) irreducibilis rationalis egész és egészszámú függvénye. Mikor lehetséges a t_i ($i=1, 2, \dots, m$) parametereket olyan rationalis számokkal helyettesíteni, hogy a (8) függvény reducibilis legyen; s ha lehetséges, hogyan kell azon parameter-értékeket választani?

² Ide tartoznak az összes

$$x_1^n + x_2^n = x_3^n$$

egyenletű FERMAT-féle görbék is, ha $n \geq 4$, mivel ezen esetben fajszámuk $p = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \geq n-1$.

³ Lásd pl. E. BERTINI: La geometria delle serie lineari sopra una curva piana secondo il metodo algebrico. Ann. di Mat. Serie II. Tomo XXII. (1894), p. 11–13, v. PICARD-SIMART: Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes. Tome II. p. 26–28.

$$\delta_k = p-1-nk + \frac{k(k+3)}{2} \geq 0, \quad (9)$$

a mely feltétel $n \geq p+2$ esetben csak a kettős (vagy többszörös) pontok speciális helyzete mellett teljesül.

Az olyan C_n^p görbéken, melyeken a (9) feltétel teljesül, általánosságban δ_k+1 (esetleg több is), egymástól lineárisan független $(n-3-k)$ -adrendű adjungált görbe. Az ilyen adjungált görbék által a C_n^p görbéből kimetszett

$$N = 2p-2-nk$$

pont közül általánosságban δ_k számú választható tetszőlegesen, a többi

$$2p-2-nk-\delta_k = p-1 - \frac{k(k+3)}{2}$$

azok által meg van határozva.

Ha a a legnagyobb pozitív egész szám, a mely a (9) egyenlőtlenséget kielégíti, vagyis a olyan pozitív egész szám, a melyre nézve a

$$\frac{p-1}{a+1} + \frac{a}{2} < n-2 \leq \frac{p-1}{a} + \frac{a-1}{2}$$

egyenlőtlenség teljesül, akkor a C_n^p görbén olyan pontcsoportok is léteznek, melyek

$$2p-2-n, 2p-2-2n, \dots, 2p-2-na$$

pontból állanak, és pedig általánosságban δ_k -szorosán végtelen sok $2p-2-kn$ ($k=1, 2, \dots, a$)-elemű pontcsoport létezik a C_n^p görbén, a melyek a $g_{2p-2-kn}^{\delta_k+\varepsilon_k}$ ($k=1, 2, \dots, a$; $\varepsilon_k \geq 0$, általánosságban $\varepsilon_k=0$) pontseregben fordulnak elő.

A C_n^p görbéből a síknak kétszeresen végtelen sok rationalis koefficiensű egyenese n -elemű pontcsoportokat metszvéen ki, azon pontcsoportok állanak legkevesebb eleméből a C_n^p görbén, melyeknek elemszáma

$$2p-2-na \text{ és } n$$

közül a kisebbik.

Az összes ilyen legkevesebb elemű pontcsoportok leszármaz-

tatására csak az összes $(n-3-a)$ -rendű (rationalis koefficiensű) adjungált görbék, esetleg a síknak összes rationalis egyeneseit kell a C_n^p görbével metszéshez hozni.

Egy csapásra megkapjuk valamennyi ilyen pontcsoportot, ha a C_n^p görbének a δ_a linearis inhomogén parametrumot tartalmazó $(n-3-a)$ görbével, esetleg két lineáris parametrumot tartalmazó egyenessel való metszéspontjait határozzuk meg s azután a parametrumoknak tetszőleges rationalis értékeket adunk.

II. A C_n^p görbék transformatiójáról.

1.

Ha egy C_n^p görbe T (rationalis koefficiensű birationalis) transformatióval egy C_m^p m -edrendű görbébe átvihető, akkor minden s -elemű irreducibilis vagy reducibilis rationalis pontcsoportnak, mely a C_m^p görbén létezik, a T transformatió inverse miatt hasonlóképp s -elemű irreducibilis, ill. reducibilis rationalis pontcsoport felel meg a C_n^p görbén. A C_m^p görbén azonban végtelen sok m -elemű pontcsoport létezik, melyeket a sík rationalis koefficiensű egyenesei metszenek ki a C_m^p görbéből, ennél fogva a C_n^p görbén is kell léteznie m -elemű pontcsoportoknak, ha a C_m^p görbébe transformálható.

Az a feltétel, hogy a C_n^p görbén m -elemű pontcsoportnak kell léteznie, ha a C_m^p görbébe transformálható, nemcsak szükséges, hanem egyúttal elégséges,¹ mert ha van a C_n^p görbén egy m -elemű pontcsoport, akkor ennek segítségével egy m -edrendű görbébe transformálható (föltéve, hogy $m \geq p+2$).

Vezessünk ugyanis a C_n^p -n létező m -elemű (rationalis) pontcsoporton keresztül egy $(n-3+k)$ -adrendű adjungált görbét $\left(k \geq \frac{m-p+2}{2}\right)$. Ezen adjungált görbe az m -elemű pont-

¹ Hasonló vizsgálatot $p=1$ esetben POINCARÉ is végzett, „Sur les propriétés arithmétiques des courbes algébriques”. Journal de mathématiques (5), t. 7. 1901. p. 177—179.

csoporton és a C_n^p görbe singuláris pontjain kívül még egy $(kn+2p-2-m)$ -elemű pontcsoportban metszi a C_n^p görbét.

Ha azonban $m \geq p+2$, akkor a $(kn+2p-2-m)$ -elemű (rationalis) pontcsoporton keresztül lehet egy legalább is két dimensionális $(n-3+k)$ -adrendű adjungált görbe-hálózatot vezetni, melynek minden egyes tagja még m pontban találja a C_n^p görbét.

Legyen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ három egymástól lineárisan független rationalis koefficiensű adjungált görbe ebből a hálózatból, melyeknek a kettőspontokon és a $(kn+2p-2-m)$ -elemű pontcsoporton kívül nincs más közös metszéspontjuk a C_n^p görbével, akkor a (2) görbe (C_n^p) a

$$\frac{\xi_1}{\varphi_1(x_1, x_2, x_3)} = \frac{\xi_2}{\varphi_2(x_1, x_2, x_3)} = \frac{\xi_3}{\varphi_3(x_1, x_2, x_3)}$$

rationalis koefficiensű birationalis transformációval egy C_n^p görbébe megy át. Q. e. d.

2.

Most a következő alaptételt fogjuk bebizonyítani:

A C_n^p teljes görberendszer, vagyis minden n -edrendű p -edfajú ($p > 1$) rationalis koefficiensű görbe, egy C_m^p ($m \geq p+2$) görberendszerbe rationalis koefficiensű birationalis transformációkkal mindig átvihető, ha a C_m^p görberendszer alapszáma (1) a C_n^p görberendszer alapszámának egészszámú sokszorososa.

Az előbbi pontban megállapított szükséges és elégséges feltétel, hogy akármilyen C_n^p görbe egy C_m^p görbébe transformálható legyen, az, hogy $m \geq p+2$ legyen és a C_n^p -n legyen m -elemű (rationalis) pontcsoport.

Általánosságban egy C_n^p görbén csak olyan m -elemű pontcsoportokat kereshetünk fel mindig, mely m ($\geq p$) egészszámokat a (6) egyenlet, vagyis kissé másképp írva a

$$kn - (\lambda - 1)(2p - 2) - \mu(p + q - 1) = m \quad (10)$$

egyenlet, pozitív k és nem negatív λ és μ egészszámok mellett szolgáltathat.

A (10) egyenlet azonban csak olyan és minden olyan m pozitív egészszámokat szolgáltat, melyek n és $2p-2$ legnagyobb közös osztójával oszthatók. A következő

$$Q_n = [n, 2p-2], \quad Q_m = [m, 2p-2]$$

symbolikus egyenletekből azonban következik, hogy C_n^p általános-ságban ($m \geq p+2$) minden olyan C_m^p görberendszerbe áttranszformálható, a melynek Q_m alapszáma a Q_n alapszámok egészszámu sokszorosa, a mivel alaptételünk be van bizonyítva.

Bebizonyított alaptételünk segítségével a C_n^p teljes görberendszereket arithmetikai szempontból osztályokba sorozhatjuk.

Egy osztályba tartoznak az összes teljes görberendszerek, melyeknek alapszáma ugyanaz, ellenben két teljes görberendszer különböző osztályba tartozik, ha alapszámuk különböző.

Két ugyanazon alapszámú, tehát ugyanazon osztályba tartozó görbe egymással arithmetikai szempontból teljesen *aequivalens*, mivel alaptételünk szerint egyik görberendszer minden egyes görbéjét rationalis koefficiensű birationalis transformatióval a másik görberendszer egy görbéjébe lehet áttranszformálni és viszont.

Vezessük be még a következő elnevezéseket:

Egy C_n^p görberendszer magában foglal, vagy nem foglal egy C_m^p teljes görberendszert a szerint, a mint az utóbbi teljes görberendszer az előbbibe transzformálható vagy nem transzformálható.

Egy C_n^p teljes görberendszer egy C_m^p görberendszerben foglaltatik vagy nem foglaltatik a szerint, a mint a C_m^p görberendszerbe transzformálható vagy nem transzformálható.

Ezen elnevezések bevezetésével a következő tételeket mondhatjuk ki alaptételünk segítségével:

1. Egy osztályba tartozó bármely rendű teljes görberendszer a többit magában foglalja és azokban foglaltatik.

2. Egy teljes görberendszer magában foglalja mindazon teljes görberendszereket, melyeknek alapszáma az ő alapszámában foglaltatik.

3. Egy teljes görberendszer mindazon teljes görberendszerekben foglaltatik, melyeknek alapszáma az ő alapszámának sokszorosa.

4. Két vagy több teljes görberendszerben közösen foglaltatnak

mindazon teljes görberendszerek, melyeknek alapszáma a főlvelt görberendszerek alapszámainak közös osztója.

5. Két vagy több teljes görberendszer foglaltatik mindazon teljes görberendszerekben, melyeknek alapszáma az ő alapszámaik közös többszöröse.

6. Az egység alapszámú teljes görberendszerek minden más teljes görberendszerben foglaltatnak, a $2p-2$ alapszámú teljes görberendszerek minden más görberendszert magukban foglalnak.

A különböző osztályok száma egyenlő a különböző alapszámok számával, vagyis $2p-2$ egymástól különböző osztóinak számával, az 1-et is belefoglalva. Ha tehát $2p-2$ különböző primfaktorai $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k$ és sokszoroságuk rendre $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_k$, vagyis

$$2p-2 = \varepsilon_1^{\nu_1} \cdot \varepsilon_2^{\nu_2} \cdot \dots \cdot \varepsilon_k^{\nu_k},$$

$$(\varepsilon_i \neq \varepsilon_h, \text{ ha } i \neq h; \nu_i > 0, i = 1, 2, \dots, k)$$

akkor a különböző osztályok száma

$$N = (\nu_1 + 1)(\nu_2 + 1) \dots (\nu_k + 1). \quad (11)$$

3.

Az előbbi pontban foglalt tételek szigorúan csak akkor érvényesek, ha a görberendszerek rendszáma $n \geq p+2$, vagy még az $n = p+1 = 4$ esetben is, miként látni fogjuk. Azon görberendszerek, melyekre nézve $n < p+2$ ($p > 3$), kivételt képeznek s bizonyos tekintetben kívül állanak minden osztályon.

Rájuk is érvényes alaptételünk, vagyis bármely $p+2$ -nél alacsonyabb rendszámú teljes görberendszer mindazon $p+1$ -nél magasabb rendszámú görberendszerben foglaltatik, melynek alapszámában az ő alapszáma foglaltatik, de nem foglal magában egyetlen $p+1$ -nél magasabbrendű teljes görberendszert. Azonfelül megtörténhetik, hogy egy $p+2$ -nél alacsonyabb rendszámú teljes görberendszer más $p+2$ -nél alacsonyabbrendű teljes görberendszerben foglaltatik.

Annak lehetősége, hogy egy C_n^p ($n < p+2$) teljes görberendszer egy más C_m^p ($m < p+2$) görberendszerbe transformálható,

nemcsak az alapszámoktól, hanem explicite a rendszámoktól függ. Két $p+2$ -nél alacsonyabb rendszámú teljes görberendszert akkor sem mondhatunk æquivalensnek, ha alapszámuk egyenlő.

Azon $p+2$ -nél alacsonyabbrendű teljes görberendszerek rendszámát, a melybe egy C_n^p ($n < p+2$) teljes görberendszer transformálható a következőkép állapíthatjuk meg:

Ha a_1 a legnagyobb pozitív egész szám, melyre nézve a (9) egyenlőtlenség baloldala $\delta_{a_1} \geq 2$, akkor a C_n^p görbét $(n-3-k)$ -adrendű adjungált görbék segítségével $2p-2-kn$ -edrendű görbébe lehet átvinni ($k=1, 2, \dots, a_1$), azonfelül h -adrendű nem adjungált görbék segítségével hn -edrendű görbébe.

Ezen görbék közül azon görbék rendszáma kisebb $p+2$ -nél, melyekre nézve

$$2p-2-kn < p+2, \text{ ill. } hn < p+2,$$

vagyis

$$\frac{p-4}{n} < k \leq a_1, \text{ ill. } h < \frac{p+2}{n}.$$

Meg akarjuk még jegyezni, hogy az eddigi vizsgálatok a legáltalánosabb C_n^p görbékre vonatkoznak. Specialis esetekben lényeges eltérések fordulhatnak elő az általános elmélettel szemben, nevezetesen ha pl. görberendszer helyett egy specialis görbéről szólunk.

III. Alkalmazások.

$$p = 2.^1$$

Mivel $2p-2 = 2$, azért a másodfajú rationalis koefficiensű görberendszerek két osztályba tartoznak. Az egyik osztályt a páratlan rendszámú görberendszerek alkotják, melyeknek alapszáma 1; e miatt minden C_{2n+1}^2 teljes görberendszer minden más teljes görberendszerben foglaltatik. A másik osztályba a 2 alapszámmal bíró, vagyis a C_{2n}^2 görberendszerek tartoznak.

Mint hogy a legalacsonyabbrendű C_n^2 görberendszer C_4^2 rendszáma páros, azért egy C_n^2 görbét rationalis koefficiensű bira-

¹ L. B, p. 186—190.

tionalis transformatióval egy negyedrendű kettősponttal bíró C_4^2 görbébe lehet átvinni, s mivel minden C_4^2 görbét

$$y^2 = a_0x^6 + a_1x^5 + \dots + a_6 \quad (12)$$

alakú \bar{C}_6^2 görbébe lehet transformálni¹ (rationalis koefficiensű birationalis transformatióval), azért a másodfajú görbék normalalakjának a C_4^2 alakot, vagy e helyett a (12) alatti \bar{C}_6^2 alakot tekinthetjük.

Mivel $p+q-1=2$ minden n -re nézve, azért minden másodfajú C_n görbén van rationalis pontkettős. A páratlan rendszámú C_{2n+1}^2 görbéken minden $m(>1)$ elemű rationalis pontcsoport előfordul, míg a páros rendszámú C_{2n}^2 görbéken általánosságban csak a párosszámú pontból álló rationalis pontcsoportok.

$$p = 3.$$

A különböző alapszámok 4, 2, 1. A C_n^3 görbék tehát három különböző osztályba tartoznak. A különböző osztályokat a C_{4n}^3 , C_{4n+2}^3 , ill. a C_{2n+1}^3 görberendszerek alkotják. A legkevesebb elemű pontcsoportok elemeinek száma a C_{4n}^3 és C_{4n+2}^3 görberendszereken 4, a C_{2n+1}^3 görberendszereken 3. A C_{4n}^3 görberendszeren föllépő pontcsoportok elemszáma $4m$ ($m \geq 1$), a C_{4n+2}^3 görberendszereken $2m_1$ ($m_1 > 1$), a C_{2n+1}^3 görberendszereken m_2 ($m_2 > 2$).

A legalacsonyabbrendű harmadfajú teljes görberendszer a C_4^3 teljes görberendszer, a mely egyúttal normalalakja a C_4^3 görberendszereknek, mivel minden más görberendszert magában foglal², noha rendszáma $4 < p+2 = 5$.

Ennek oka az, hogy egy C_n^3 görbén az $(n-3)$ -adrendű adjungált görbék két dimensionális

$$\lambda_1\varphi_1 + \lambda_2\varphi_2 + \lambda_3\varphi_3 = 0$$

görbehálózatot alkotnak, a hol $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ három egymástól lineárisan független $(n-3)$ -adrendű adjungált görbe egyenlete, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ határozatlan paraméterumok.

¹ L. B, p. 188.

² Kivételt képeznek a hyperelliptikus görbék, melyeket $(n-3)$ -adrendű adjungált görbékkel nem lehet birationalisan transformálni. L. Encykl. d. math. Wiss. III. C. 4. p. 415 és 423.

A C_n^3 görbe tehát a

$$\frac{\xi_1}{\varphi_1} = \frac{\xi_2}{\varphi_2} = \frac{\xi_3}{\varphi_3}$$

birationalis transformatióval egy $2p-2 = 4$ -edrendű C_4^3 görbébe megy át.

$$p = 4.$$

A negyedfajú C_n^4 görbék négy különböző osztályát jellemzik a megfelelő 6, 3, 2, 1 alapszámok. A legkevesebb pontcsoportok elemeinek száma rendre 6, 6, 5 ill. 4.

Különös érdekléssel azért bír a $p = 4$ eset, mivel a negyedfajú C_n^4 görberendszerek között már van $p+2$ -nél alacsonyabbrendű, t. i. a C_5^4 és mivel $p=4$ -nél először fordul elő, hogy a normalalak, vagyis a legalacsonyabbrendű teljes görberendszer, mely valamennyi görberendszert magában foglalja, a C_6^4 teljes görberendszer, nem a legalacsonyabbrendű C_n^4 görberendszer. Ez a két körülmény $p = 4$ -nél kezdődik és minden magasabbfajú görbénél előfordul.

A C_5^4 teljes görberendszer alapszáma 1 lévén, minden más görberendszerben foglaltatik, de maga egy önmagától különböző teljes görberendszert sem foglal magában.

A C_5^4 görbéken, vagyis két kettősponttal bíró 5-ödrendű görbéken a legkevesebb elemű pontcsoportok elemszáma nem négy, hanem kevesebb. A két kettősponton keresztülmenő egyenes rationalis P pontot metsz ki a C_5^4 görbéből, a P pont érintője rationalis ponthármas, a P pontból kiinduló sugársor rationalis koefficiensű egyenesei rationalis pontnégyest metszenek ki a C_5^4 -ből.¹

¹ Még különösebb esetek fordulnak elő specialis C_5^4 görbéken, melyeken a két kettőspont rationalis (pl. ha az egyik kettős pont helyett csúspont lép föl). Ilyenkor a ponthármasok is végtelen sokszor fordulnak elő azon két sugársor sugarain, melynek középpontja a két singularis pont.

Befejezés.

Kapcsolatban a ternär formák arithmetikai elméletében eddig megtett vizsgálatokkal,¹ az előzőkben talált eredményeink érvényességét $p = 0$ és $p = 1$ esetre is kimondhatjuk.

Az előzőkben foglalt fejtegetések ugyanis minden további nélkül 0 és 1 fajú görbékre is alkalmazhatók, mivel az $(n-3)$ -adrendű adjungált görbék használatát, melyek $p = 0$ és $p = 1$ esetben nem léteznek, magasabbrendű adjungált görbék használata által mellőzhetjük, a mint azt az első fejezet első pontjában megemlítettük.

1. $p = 0$. Ezen esetben $2p-2 = -2$ lévén a C_n^0 görbék alapszáma, melyet pozitívnak akarunk felvenni,

$$Q = [n, -2] = [n, 2].$$

Páros rendszám esetén tehát az alapszám 2, páratlan esetén 1.

Végtelen számmal fellépő legkevesebb elemű pontcsoportok elemszáma oly legkisebb $p-1+\sigma$ ($\sigma > 0$) pozitív egészszám, a mely Q -val osztható. Eddig talált eredményekkel megegyezésben találjuk, hogy minden páratlan rendszámú C_{2n+1}^0 görbén van végtelen sok rationalis pont, ellenben egy teljes C_{2n}^0 görberendszeren, vagyis egy C_{2n}^0 görbén nincsenek mindig rationalis pontok, hanem vannak rationalis pontkettősök.

Mivel minden C_{2n+1}^0 teljes görberendsort minden C_m^0 teljes görberendszerbe, ellenben egy C_{2n}^0 teljes görberendszert csak páros rendszámú C_{2m}^0 görberendszerbe lehet transformálni, a második fejezetben kimondott alaptételünk és a belőle folyó tételek igazak maradnak ezen görbékre is.

Van tehát a C_n^0 görbéknek normalalakja, a mely azon legalacsonyabb rendű C_n^0 görbe, a melynek rendszáma $2p-2 = -2$ vel osztható; ez, megegyezésben az eddigi vizsgálatokkal, a C_2^0 görbe.

2. $p = 1$. A C_n^1 görbéken $2p-2 = 0$ lévén, $Q = n$.

¹ L. Encyclopédie des sciences mathématiques. Tom. I. vol. 3. p. 212—213.

Ebből pedig következik, hogy egy C_n^1 görberendszeren fel-
lépő legkevesebb elemű pontcsoportok elemszáma p -től független
s csakis n -től függ, n -edrendű C_n^1 görbén épen n .

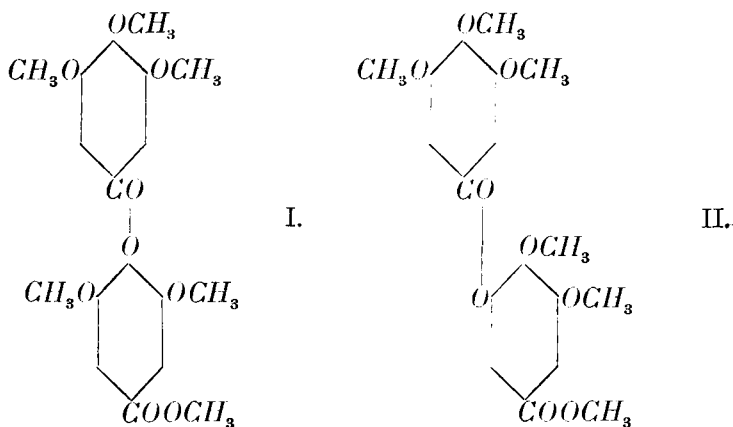
Általánosságban tehát nem tudunk egy C_1^n görbét oly C_1^m gör-
bébe transformálni, melynek m rendszáma n -nek nem egész-
számú sokszorososa, s az eddigi vizsgálatokkal megegyezőleg nem
találhatunk olyan C_1^n teljes görberendszert (n ugyanis $2p-2$ -nek
sokszorososa volna), a mely az összes többit magában foglalná.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 február 19.-én tartott üléséből.)

A PHENOLCARBONSÁVAK KONDENZÁCZIÓJA.¹

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Rövid ideje, hogy a pentamethylgallussavmethylester (I) synthesisét² közzéttem, melyet a trimethylgallussavchloridnak a syringasavmethylesterrel való kondenzácziója útján nyertem. Még nagyobb fontosságú az isomér (II) vegyület, mert ezen termék a NIERENSTEIN³ által a tanninból elkülönített digalussav alkylszármazéka:



E vegyület synthesise czéljából a 3, 4 dimethylgallussav-methylesterjéből indultam ki és ezen terméket a trimethylgallus-

¹ A budapesti kir. m. tud.-egyetem II. chemiai intézetében készült dolgozat.

² Mathem. és Természettudományi Értesítő, 29. köt. (1911); Journ. p. chem. [2] 84, (1911).

³ Ber. 43, 628 (1910).

savchloridjával kondenzáltam. A kondenzációt akképen eszközöljük, hogy a 3, 4 dimethylgallussavmethylester lúgos oldatát hosszabb ideig a trimethylgalloylchlorid ætheres oldatával össze-rázzuk.

HERZIG-nek és munkatársainak¹ előző beható vizsgálataiból kitűnt, hogy az aromás oxycarbonsavak és természetes származékaik fölös diazomethan behatására teljesen alkylszármazékaikká alakulnak át. Mint ezt a két isomér digallussav esetében kimutattam, ugyanezen eljárás segélyével még több hydroxylygököket tartalmazó phenolcarbonsavaknál is sikerül a különböző isomér esterszerűleg kapcsolódott származékoknak synthesisét létesíteni. Mivelhogy a természetes oxyszármazékok diazomethan segélyével alkylszármazékaikká alakíthatók át, ezen az úton, a fentebbi eljárással nyert synthetikus termékekkel azonosíthatók.

Ezen eljárás igen nagy érdekléssel bír a többi hasonló összetételű természetes anyag synthesise szempontjából és ezért munkám további menetében ezen módszer általános alkalmazhatóságát vizsgáltam meg. Mint ezen irányban végzett kísérleteim kimutatták, ezen eljárás általánosan alkalmazható. A phenol-æthercarbonsavak chloridjai — a digallussavak synthesisénél alkalmazott kísérleti körülmények között — azon phenolæthercarbonsavakkal, a melyek egy szabad hydroxylygököket tartalmaznak, kondenzálhatók esterszerűleg kapcsolódott származékokká. Így az ányissavchloridnak a paraoxybenzoesavmethylesterrel való kondenzációja által az anisoyl-paroxybenzoesavmethylester áll elő. Veratroylchloridból és paraoxybenzoesavmethylesterből a veratroyl-paroxybenzoesavmethylester kepződött. Vanillinsavmethylesterből és veratroylchloridból pedig a veratroylvanillinsavmethylester nyerhető. Végül a trimethylgallussavchloridnak kondenzációja egyrészt a paraoxybenzoesavmethylesterrel a trimethylgalloyl-paroxybenzoesavmethylestert, másrészt a vanillinsavmethylesterrel a trimethylgalloyl-vanillinsavmethylestert létesíti. Ezen eljárás igen nagy előnye az, hogy a képezett vegyületek szerkezete még több hydroxylygököket tartalmazó származé-

¹ HERZIG u. TSCHERNE: Ber. 38, 989 (1905); HERZIG: Ber. 41, 33 (1908); HERZIG u. RENNER: Monat. f. Chem. 30, 543 (1909).

koknál is mint az isomér digallussavaknál a synthesis útján meg van határozva. Szándékom vizsgálataimat ebben az irányban folytatni és különösen a természetben előforduló phenol-carbonsavakra kiterjeszteni.

KISÉRLETI RÉSZ.

Trimethylgalloyl 3, 4 dimethylgallussavmethylester.

Kiindulási test gyanánt szükségünk van a trimethylgallussavchloridra, a melyet trimethylgallussavból és phosphorpentachloridból állítunk elő PERKIN W. H. jun. és WEIZMANN C.¹ adatai szerint. A chlorid további tisztítására vacuumban fraktionálva destilláljuk. A másik összetevő részül szükséges 3, 4 dimethylgallussavmethylester előállítására HERZIG és POLLAK² kísérletei nyomán a 3, 4 dimethylgallussavat methylalkohollal és sósavgázzal methylesterévé alakítjuk át.

A kondenzációt a következőképen eszközöljük: 3 g 3, 4 dimethylgallussavmethylestert 1·5 g nátriumhydroxydból és 60 cm³ vízből készült oldatban feloldunk és 4·4 g trimethylgallussavchlorid ætheres (60 cm³) oldatával 7 óra hosszat a rázógépen erősen összerázzuk. A reakció közben kivált kristályokat ezután a folyadéktól szűrés által elkülönítjük és előbb híg nátronlúggal, majd vízzel jól kimossuk. A terméket máztalan porzellántányéron szárítjuk ki, azután benzol és petroleumæther keverékéből átkristályosítjuk. Termelési hányad 3·5 g. A% ætheres oldatot híg nátronlúggal ismételten átrázzuk és az oldószer szabadon való elpárolgatatása által még kismennyiségű kevésbé tiszta terméket nyerünk.

0·1607 g anyag adott: 0·3470 g CO₂-t, 0·0770 g H₂O-t. C₂₀H₂₂O₉ képlet alapján a számított értékek: C = 59·11%. H = 5·41%. A kísérletileg talált értékek: C = 58·88%, H = 5·32%.

E vegyület szintelen tűkben kristályosodik, a melyek 127—128° C-on olvadnak. A vegyület könnyen oldódik benzolban,

¹ Journ. Chem. Soc. 89, 1655 (1906).

² Mon. Chem. 25, 519 (1904).

alkoholban és chloroformban. Meleg ætherben könnyen oldódik, ellenben petroleumætherben és ligroinban oldhatatlan.

Trimethylgalloyl-paraoxybenzoesavmethylester.

Az egyik összetevő rész gyanánt szükséges trimethylgallussavchloridot a fentebbi adatok szerint állítjuk elő. A paraoxybenzoesavat előbb többször meleg vízből való kristályosítás útján tisztítjuk meg, ezután pedig methylalkohollal és sósvagázzal methylesterévé alakítjuk. A további tisztítás céljából az estert destilláljuk és végül benzolból átkristályosítjuk. 6 g trimethylgallussavchloridot 60 cm³ ætherben oldunk és 1·5 g natriumhydroxydból, 60 cm³ vízből és 4 g paraoxybenzoesavmethylesterből készített oldattal 8 óra hosszat a rázógépen összerázzuk. A reakció közben színtelen kristályok válnak ki, a melyeket az oldattól elkülönítünk és előbb hig nátronlúggal, ezután pedig vízzel jól kimosunk. A kristályokat porcellántányéron szárítjuk és további tisztítás céljából benzolból és petroleumætherből átkristályosítjuk. Oly. p. 109—110° C. Hozadék 5·3 g. Az ætheres oldatot többször hígított nátronlúggal kivonjuk és így az æther leparlása után még 0·7 g-ot nyerhetünk a fentebbi termékből.

0·1600 g anyag adott: 0·3645 g CO₂-t, 0·0748 g H₂O-t. C₁₈H₁₈O₇ képlet alapján a számított értékek: C=62·42%, H=5·20%. A kísérletileg talált értékek: C=62·13%, H=5·19%.

E vegyület könnyen oldódik benzolban, alkoholban és chloroformban. Hideg ligroinban és petroleumætherben igen nehezen oldódik, könnyen ellenben melegben. Aetherben könnyen oldódik.

Trimethylgalloyl-vanillinsavmethylester.

A kiindulási test gyanánt szükséges vanillinsavmethylestert többször meleg vízből átkristályosított vanillinsavból állítjuk elő, a melyet methylalkohollal és sósvagázzal methylesterévé alakítunk át. A további tisztítás végett az estert destilláljuk és ezután ligroinból átkristályosítjuk.

A kondenzácziót a következőképen eszközöljük: 4 g vanillin-

savmethylestert 1·5 g natriumhydroxydból és 60 cm³ vízből készített oldatban feloldunk és 5 gr trimethylgalloylchlorid ætheres (60 cm³) oldatával 7 óra hosszat összerázzuk. A kondenzációs termék a reakció közben legnagyobbrészt mint fehér kristálytömeg kivált. A kristályokat az oldattól elkülönítjük és előbb híg natriumhydroxyddal, majd vízzel jól kimossuk. A terméket ezután máztalan porcellántányéron szárítjuk ki és benzolból átkristályosítjuk. Szintelen, 131—132° C-on olvadó tük. Hozadék 4·3 g. Az ætheres oldatból lúggal való többszöri kezelés után csak igen kis mennyiségű kondenzációs terméket nyerhetünk.

0·1695 g anyag adott: 0·3758 g CO₂-t, 0·0820 g H₂O-t. C₁₉H₂₀O₈ képlet alapján a számított értékek: C = 60·63%, H = 5·31%. Kísérletileg talált értékek: C = 60·41%, H = 5·37%.

A vegyület könnyen oldódik benzolban, alkoholban és chloroformban. Ligroinban a vegyület igen nehezen oldódik és petroleumætherben majdnem oldhatatlan. Aetherben a vegyület nehezen oldódik.

Anisoyl-paeroxybenzoosavmethylester.

Az ezen kísérlethez szükséges áizssavchloridot vacuumban való frakcionált destilláció útján nyerjük.

A kondenzációhoz 4 g áizssavchloridot 60 cm³ ætherben oldunk és 1·5 g natriumhydroxydból, 60 cm³ vízből és 4 g paeroxybenzoosavmethylesterből készített oldattal 8 óra hosszat közönséges hőmérsékleten összerázzuk. A reakció közben már fehér kristályok válnak ki, a melyeket az oldattól elkülönítünk, előbb híg nátronlúggal, majd vízzel jól kimosunk. Ezután a vegyületet porcellántányéron kiszárítjuk és benzolból átkristályosítjuk. Termelési hányad: 1·5 g. Az ætheres oldatot többször híg nátronlúggal átrázzuk és az oldószer szabadon való elpárolgatása által még 0·2 g kondenzációs terméket nyerünk.

0·1603 g anyag adott: 0·3961 g CO₂-t, 0·0723 g H₂O-t. C₁₆H₁₄O₅ képlet alapján a számított értékek: C = 67·13%, H = 4·89%. Kísérletileg talált értékek: C = 67·38%, H = 5·19%.

E vegyület szintelen 146—147° C-on olvadó tükben kristályosodik. Hideg benzolban, alkoholban és chloroformban nehe-

zen oldódik, könnyen ellenben melegben. Ligroinban és petroleumætherben a vegyület oldhatatlan.

Veratroyl-vanillinsavmethylester.

E vegyület előállításához szükséges veratrumsavchloridot már MEYER H.¹ veratrumsavból és thionylchloridból, KOSTANECKI és TAMBOR² pedig szénkénegeben oldott veratrumsavból phosphor-pentachloriddal állította elő. Ez utóbbi eljárást igen czélszerűen egyszerűsíthetjük az által, hogy oldószer nélkül chlorozunk³ és így is majdnem quantitativ termelési hányaddal nyerjük a veratroylchloridot. A további tisztítás céljából a savchloridot vacuumban frakcionáljuk. A veratrumsavat vanillinsavból dimethylsulfattal való kezelés által nyerjük és vízből átkristályosítjuk.

4 g vanillinsavmethylestert 1·5 g natriumhydroxydból és 60 cm³ vízből készített oldatban feloldunk és 4·5 g veratrumsavchlorid ætheres (60 cm³) oldatával 7 óra hosszat a rázógépen erősen összerázzuk. Az ætheres oldatot elkülönítjük és ismételen hig nátronlúggal kirázzuk, ezután pedig az oldószert szabadon elpárologtatjuk. A visszamaradó terméket pedig benzol és petroleumæther keverékéből átkristályosítjuk. Színtelen, 128—129° C-on olvadó tükben válik ki. Hozadék 0·4 g. A vegyület könnyen oldódik benzolban, alkoholban és chloroformban. Meleg ligroinban és petroleumætherben majdnem oldhatatlan. Aetherben a vegyület nehezen oldódik.

0·1675 g anyag adott: 0·3849 g CO₂-t, 0·0794 g H₂O-t. C₁₈H₁₈O₇ képlet alapján a számított értékek: C = 62·42%, H = 5·20%.

Kísérletileg talált értékek: C = 62·66%, H = 5·26%.

Veratroyl-paraoxybenzoesavmethylester.

A kondenzációt a következőképen eszközöljük: 5·2 g veratrumsavchloridot 60 cm³ ætherben oldunk és 1·5 g natrium-

¹ Mon. Chem. 22, 428 (1901).

² Ber. 39, 4023 (1906).

³ F. MAUTHNER: Ber. 42, 192 (1909). Magy. chem. f. XV. k.

hydroxydból, 60 cm³ vízből és 4 g paraoxybenzoesavmethyl-esterből készített oldattal 8 óra hosszat összerázzuk. A reakció befejezte után az ætheres oldatot hígított nátronlúggal többször átrázzuk és az oldószert szabadon elpárologtatjuk. A visszamaradó terméket benzolból és petroleumætherből átkristályosítjuk.

0·1656 g anyag adott: 0·3936 g CO₂-t, 0·0792 g H₂O-t. C₁₇H₁₆O₆ képlet alapján a számított értékek: C = 64·56%, H = 5·06%.

Kísérletileg talált értékek: C = 64·81%, H = 5·31%.

E vegyület szintelen tűkben kristályosodik, a melyek 148—149° C-on olvadnak. Benzolban, alkoholban és chloroformban könnyen oldódik. Hideg ligroinban nehezen oldódik, ellenben könnyen melegben. Petroleumætherben melegen igen nehezen oldódik és hidegen majdnem oldhatatlan. Aetherben könnyen oldódik.

Ezen vizsgálatot folytatom.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 márcz. 18.-án tartott üléséből.)

OPTIKAI INGEREK HATÁSA AZ AGY GÁZCSERÉJÉRE.¹

ALEXANDER FERENCZ és RÉVÉSZ GÉZÁ-tól.

Többször volt már kísérleti vizsgálat tárgya az a kérdés, hogy a fokozottan működő agynak nagyobb-e az anyag- és energiaforgalma, mint a nyugvóé. Általában a működő szervek több O_2 -t fogyasztanak, több CO_2 -t és hőt termelnek, mint a nyugvó szervek. Az izomnál, vesénél és más mirigyeknél ez előre várható is, mert ezeknél a szervműködés igen feltűnő, jórészt mérhető munkavégzést jelent (mechanikai munka, osmosis stb.), melynek elvégzéséhez a szervezetnek jelentékenyen nagyobb chemiai energiamennyiséget kell átalakítania. Az agyműködésnél azonban physikailag mérhető munkavégzést nem lehetett megállapítani. Érthető tehát, hogy sokat vitatott kérdés volt az, hogy a fokozottan működő agynak mégis megnövekedik-e az energiaforgalma, vagy pedig az agyműködést oly folyamatok összességének kell-e tekintenünk, melyek semmi vagy rendkívül csekély energiaátalakulással járnak.

A «nyugvó», tehát különösebb külső ingerek által nem izgatott és semmi különösebb működést nem végző agy energiaforgalmának vagy rövidebben az «agy munkájának» nagysága még nem ismeretes. Vannak azonban olyan kísérleti adatok, a melyek arra mutatnak, hogy ez igen jelentékeny. Már EHRlich P.² kísérletei is azt mutatják, hogy az agy egyike az oxigénnel legbővebben ellátott szerveknek és általánosan is ismert a központi idegrendszernek, de különösen a nagy agykéregnek az

¹ A budapesti kir. m. tud.-egyetem ált. kórtani intézetében készült dolgozat.

² P. EHRlich: Das Sauerstoffbedürfnis des Organismus.

oxigénhiány iránt való nagy érzékenysége, mely az öntudat karakterisztikus zavarait idézi elő. Újabban a narkozist is oxigénhiánnyal magyarázzák. (VERWORN, MANSFELD.)

JENSEN¹ quantitative is meghatározta az agy vérellátását és ezt igen nagyinak találta. (136·4 cm³ vért kap percenkint 100 gr kutyaagy.) Eszerint az agy specifikus vérellátása 12-szer akkora, mint az izomé és egyáltalában egyike a vérrel legbővebben ellátott szerveknek. HILL és NABARRO² megállapította az agyon átáramló vér gáztartalmának a megváltozását. Ha az ő adataik és JENSEN mérései alapján kiszámítjuk a kutya agyának hőtermelését (ez mindenestre csak megközelítő számítás lehet), relative igen nagy értéket kapunk. (Percenkint 16·65 kal.)

Ha már a «nyugvó» agy energiaforgalma, az ú. n. «fentartó munkája» ilyen jelentékeny, kétszeres érdekességgel bír az a kérdés, hogy megnövekedik-e ez a működő szervben, melynek működését, mint már említettük, mint physikai munkamennyiséget nem tudjuk mérni.

Specifikus agyfunekciónak tekintik a szellemi munkát. A legtöbb eddigi vizsgálat annak a megállapítására irányult, hogy megváltozik-e az ember anyagcsereje fokozott szellemi munka közben? Ilyen vizsgálatokat végzett SPECK,³ majd jobb methodikával ATWATER, WOOD, BENEDICT és CARPENTER.⁴ Mindezen kutatások eredménye negatív volt, kivéve a legujabb BENEDICT-CARPENTER-féle kutatásokat, melyeknek a szerzők által adott negatív értelmezése nem egészen elfogadható.

Helytelen feltevésből indultak ki azon kutatók,⁵ a kik a

¹ P. JENSEN: Über die Blutversorgung des Gehirns. Pfügers Arch. f. Physiologie 103, 1904.

² HILL and NABARRO: On the exchange of blood-gases in brain. Journ. of Phys. 1895. Vol. XVIII. p. 218.

³ K. SPECK: Physiologie des menschlichen Atmens. Leipzig, 1892. S. 146—157.

⁴ ATWATER, WOOD and BENEDICT: Metabolism of Nitrogen and Carbon. U. S. Departm. of Agricult. Bull. 44. — FR. G. BENEDICT and TH. M. CARPENTER: The Influence of Muscular and Mental Work on Metabolism U. S. Department of Agriculture. Bull. 208.

⁵ JOHANSSON: Scand. Arch. f. Physiol. 8. S. 85. — FR. G. BENEDICT

kérdést azzal akarták megközelíteni, hogy *ébren és alvás közben* hasonlították össze a szervezet anyag- és energiaforgalmát, mert nem tételezhető fel a priori, hogy az alvás csak a középponti idegrendszer állapotát változtatja meg és a többi szerv működését egyáltalában nem befolyásolja.

Ezekkel ellentétben Mosso ¹ agyhőmérsékleti mérései, melyeket BERGER H. ² jobb methodikával megismételt, arra az eredményre vezettek, hogy úgy szellemi munkánál, mint érzékszervi behatásokra az agy hőmérséklete emelkedett, míg narkózisban csökkent. Ezen jelenség okául valóban nagy valószínűséggel az agykéreg hőtermelésében beálló változásokat lehet tekinteni, bár a vérellátásnak ilyenkor jelentkező változásai szintén vezethetnek hőmérsékleti ingadozásokhoz.

I.

A kérdést mi a következő módon igyekeztünk megoldani. Az agy fokozott működését ennek adæquat ingerlésével erős érzékszervi, még pedig optikai ingerekkel idéztük elő. Az agy anyag- és energiaforgalmának megváltozását gázcseréjének, O_2 -fogyasztásának és CO_2 -termelésének a megváltozásából akartuk megállapítani. Kérdésünk tehát az volt: *megváltozik-e az agy gázcseréje erős optikai ingerek hatására?* Az agy gázcseréjének megváltozását az egész szervezet O_2 -fogyasztásának és CO_2 -termelésének (tüdőgáz-cseréjének) változásával mértük, midőn a többi szerv állapotát, tehát gázcseréjét állandónak tekintettük, lehetőleg kizárva ennek megváltozását.

Ezért kísérleteinket kizárólag kurarázott és mesterségesen lélegeztetett állatokon végeztük, a mi által az izomrendszer állapotváltozásait, melyek a gázcserét ki nem számítható módon befolyásolják, kizártuk. A tüdőgázcserének a megállapítására a ZUNTZ-GEPPERT-féle módszert használtuk, a mely a gázcserének

and TH. M. CARPENTER: The Metabolism of Energy Transformations of Healthy Man During Rest. 1910. Washington. S. 241—242.

¹ A. MOSSO: Die Temperatur des Gehirns. Leipzig, 1899.

² H. BERGER: Untersuchungen über die Temperatur des Gehirns. Jena, 1910.

rövid időtartamokban való lehetőleg pontos meghatározására és már kis változásoknak a felismerésére a legalkalmasabb. Ez a módszer lényegében megegyezik a TANGL FERENCZ által az egyes szervek munkájának a megállapítására használt expirációs módszerrel. Kísérleti berendezésünk is teljesen ugyanaz volt és ezért ennek leírásában, utalva TANGL dolgozatára,¹ csak a következőkre szorítkozunk:

Minden kísérlet előtt a kutyákon tracheotomiát végeztünk és az egyik art. carotisba és vena jug. ext.-ba canült kötöttünk. Az első a vérnyomás mérésére, a második az 1%-os kuraroldat beöntésére szolgált. A kísérleti állat elektromosan melegíthető asztalon feküdt és testhőmérsékletét a kísérlet egész tartama alatt lehetőleg állandóan tartottuk.

A gázpróbák vétele 7—15 perczig tartott. Úgy a nyugalmi, mint az ingerléses kísérleteket teljesen elsötétített szobában végeztük. Az optikai ingerlésre 4—5, egyenkint 50 gyertyafény erejű Wolfram-lámpát használtunk, melyeket a kutya szemeitől 25—30 cm távolságra állítottunk fel. A kutya szemhéjai ki voltak feszítve és pupillái két-három csepp 2%-os atropin-oldat becseppentése által tágan voltak tartva. Az optikai inger tehát rendkívül erős volt. Az ingerlésre azon kísérletek kivételével, melyekben a szakadozott (intermittáló) és folytonos fény hatását hasonlítottuk össze, mindig szakadozott fényingereket alkalmaztunk. Ezeknek hatását ugyanis, a mint az később be is igazolódott, erősebbnek vártuk. A megszakítás rythmusa: 3" ingerlés, 5" sötét periodus volt.

II.

Kísérleteinkben a következő három kérdésre akartunk feleletet adni:

1. *Befolyásolják-e egyáltalában optikai ingerek a szervezet gázcseréjét?*
2. *A központi idegrendszer gázcseréjét befolyásolják-e vagy pedig más szervekét?*
3. *Ugyanaz-e a hatása a szakadozott optikai ingereknek, mint a folytonos ingerlésnek?*

¹ Tangl. Die Arbeit der Nieren etc. Biochem. Zeitschr. 1911. Bd. 34.

Az első kérdés eldöntésére 13 kísérleti sorozatot végeztünk, a melyekben kivétel nélkül azt találtuk, hogy a szakadozott optikai ingerlés alatt a szervezet oxigén-fogyasztása megnagyobbodott.

I. táblázat.¹

Szám	Test-súly Kgr	Nyugalom			Optikai ingerlés (int.)			Az O ₂ fo- gyasz- tás növe- kedése cm ³	Az O ₂ fo- gyasz- tás növe- kedése % %	A CO ₂ ter- mélés növeke- dése cm ³	A CO ₂ ter- mélés növeke- dése %
		O ₂ fo- gyasz- tás cm ³	CO ₂ ter- mélés cm ³	CO ₂ O ₂	O ₂ fo- gyasz- tás cm ³	CO ₂ ter- mélés cm ³	CO ₂ O ₂				
1	5,600	45,79	37,00	0,808	47,82	36,55	0,763	2,03	4,4	-0,43	-1,2
2	7,900	49,48	39,32	0,784	52,32	40,86	0,780	2,84	5,7	1,53	3,8
3	7,000	60,94	45,88	0,749	64,90	48,80	0,766	3,96	6,5	2,92	6,3
4	5,600	39,65	30,32	0,769	41,17	31,18	0,753	1,52	3,8	0,86	2,8
5	5,000	39,86	30,30	0,757	42,85	30,89	0,725	2,99	7,5	0,59	1,9
6	5,900	44,83	31,64	0,711	47,62	32,86	0,684	2,78	6,2	1,22	3,9
7	—	50,63	38,88	0,746	54,02	39,52	0,736	3,39	6,7	0,64	1,8
8	5,250	44,56	39,45	0,893	47,14	40,98	0,870	2,58	5,8	1,53	3,9
9	4,100	35,06	27,74	0,788	38,54	26,71	0,692	3,48	9,0	-1,03	-3,6
10	8,000	66,68	58,72	0,879	69,32	59,20	0,833	2,64	4,0	0,48	0,8
11	7,200	47,86	44,23	0,917	54,65	43,35	0,811	6,79	14,2	-0,88	-1,9
12	10,000	42,37	34,52	0,815	48,68	34,88	0,717	6,31	14,8	0,36	1,0
13	5,750	42,65	34,78	0,817	44,92	34,33	0,769	2,27	5,3	-0,45	-1,2
Középértékben :								3,35	7,2	0,59	1,4

Ez a megnagyobbodás, az összes kísérletekből számítva középértéket, a szervezet egész oxigén-fogyasztásának 7·2%-át teszi ki.

Szemben az O₂-fogyasztás ezen egyértelmű és jelentékeny megnövekedésével, a CO₂-termelés nem mutatott ennyire egyértelmű változást. Kilenc kísérleti sorozatban ugyan pozitív volt ez, de négyben csekély csökkenés mutatkozott. Középértékben ingerlés alatt 1·4%-kal növekedett meg a CO₂-termelés. A CO₂-termelés ezen aránytalan kis megnövekedésének a következményeképpen a $\frac{CO_2}{O_2}$ viszony (respirációs quotiens) minden

¹ A kísérleteknek részletesebb leírása és részletesebb táblázatokba foglalása a Biochem. Zeitschr. 1912. évfolyamában jelenik meg.

² Az O₂ fogyasztásnak és CO₂ termelésnek a táblázatokba foglalt értékei mindig 1 percre vannak számítva.

ingerlés alkalmával jelentékenyen csökkent; középértékben 0·810-ről 0·760-ra.

Ezen kísérletek végeredményeképen tehát megállapíthatjuk, hogy *szakadozott opt. ingerek hatása alatt az állati szervezet O_2 -fogyasztása 7·2%-kal megnövekedett, míg CO_2 -termelése lényegesen kevésbé emelkedett.* Ezen kísérletek még nem döntötték el azt, hogy az O_2 -fogyasztásnak az emelkedése valóban a központi idegrendszer gázcseréje megnövekedésének tulajdonítható-e és nem valamely más szerv reflektorikus izgatásának a következménye. Hogy ezt eldönthessük, lehetőleg meg kellett szüntetnünk minden idegösszeköttetést az agy és a szervezet többi része között, hogy így a reflexeknek az agyból való továbbterjedését kizárjuk. Az izomrendszernek a központi idegrendszerrel való összeköttetését már a kurarázás megszüntette, de nem volt még kizárva a zsigereknek és a vérkeringési szerveknek az optikai ingerek által való reflektorikus izgatása. Hogy ezt is kizárjuk, két kísérletben magasan átmetszettük a kísérleti állatoknak a gerinczagyát (az atlasz és a koponyaalap között), ezenkívül mind a két oldalon a n. vagusokat és az ezekkel együtt haladó n. sympathicust is. Ezáltal teljesen izoláltuk az agyat és közte és a szervezet közt minden fontosabb reflexösszeköttetést megszüntettünk. Az így megoperált állatokon végzett kísérleteink ugyanazt az eredményt adták, mint az előzőek. A két kísérleti sorozatban az O_2 -fogyasztás ingerlés alatt középértékben 11·8%-kal növekedett meg, míg a CO_2 -termelés csak 4·9%-kal.

II. táblázat.

Kísérlet módja	Gerincagy-átmetszés előtt			Gerincagy-átmetszés után		
	O_2 fogyasztás cm ³	CO_2 termelés cm ³	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2 fogyasztás cm ³	CO_2 termelés cm ³	$\frac{CO_2}{O_2}$
Nyugalom	47,86	44,23	0,917	40,10	34,26	0,844
Ingerlés	54,65	43,35	0,811	43,43	35,56	0,820
Megnövekedés az ingerlés alatt % — cm ³	6,79	—0,88	—	3,33	1,10	—
	14,2	—1,9	—	8,3	3,2	—

Ezek után megállapíthatjuk, hogy az optikai ingerlés hatására az agy O_2 -fogyasztása megnövekedik, még pedig a kutjának az agya középértékben percenkint 3.35 cm^3 -rel több O_2 -t fogyaszt, mint nyugalomban.

III. táblázat.

Kísérlet módja	Gerincagy-átmetszés előtt			Gerincagy-átmetszés után			A n. vagusok átmetése után		
	O_2 fogyasztás cm^3	CO_2 termelés cm^3	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2 fogyasztás cm^3	CO_2 termelés cm^3	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2 fogyasztás cm^3	CO_2 termelés cm^3	$\frac{CO_2}{O_2}$
Nyugalom	42,65	34,78	0,817	30,17	24,59	0,860	28,03	24,13	0,861
Ingerlés	44,92	34,33	0,764	34,82	26,23	0,742	33,35	22,63	—
Megnövekedés az ingerlés alatt % — cm^3	2,27	-0,45	—	4,65	1,64	—	5,32	-1,50	—
	5,3	-1,2	—	15,4	6,6	—	19,0	-6,1	—

A CO_2 -termelés aránytalanul kis megnövekedése igen valószínűvé teszi azt a feltevést, hogy az ingerlés alatt felvett O_2 -többlet nem fordítatik teljes oxydációra, mert akkor a CO_2 -termelésnek is megfelelően növekednie kellene, hanem tökéletlen anyagcsere-termékek alakjában ideiglenesen felhalmozódik a szervezetben. Erre mutatnak azok a kísérletek is, a melyeket rövid idővel az opt. ingerlés után végeztünk. Ezekben az O_2 -fogyasztás már visszatérőben van, míg a CO_2 -termelés rendesen tovább emelkedik. Az elhasznált anyagok teljes oxydációja ebben az esetben tehát, úgy látszik, csak lassan, fokozatosan történik. Az ily irányú kísérletek kis száma miatt azonban ezen kérdésről véglegesen nem mondhatunk. Ez a körülmény nem engedi meg, hogy az O_2 -fogyasztás megnövekedését az energiaforgalom megnövekedésének kiszámítására felhasználjuk, mert nem ismerhetjük a nem teljes oxydációra felhasznált O_2 kalorikus értékét. Kétségtelenül kisebb azonban ez, mint ha teljes elégetésre használtatott volna fel és ez érthetővé teszi BENEDICT és CARPENTER-nek

a hőtermelésre vonatkozó negatív eredményeit szellemi munka közben. Ők is csak az O_2 -fogyasztásban találtak lényegesebb változást. Úgy látszik, a gázcsereinek ilyen módon való megváltozása általános jelensége a fokozott agyműködésnek. Ennek a kérdésnek az eldöntésére egyikünk újabb kísérleteket kezdett meg, melyekben az agy vérgázcserejét vizsgálja. Reméljük, hogy ezen kísérletek még mélyebb betekintést fognak nyújtani a központi idegrendszer gázcserejébe.

IV. táblázat.

Szám	Nyugalom			Szakadozott op'. ingerlés			Rövid idővel a szakadozott ingerlés után			Az O_2 fogyasztás és a CO_2 termelés növekedése ingerlés alatt		Az O_2 fogyasztás és a CO_2 termelés megnövekedése ingerlés után	
	O_2 fogyasztás	CO_2 termelés	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2 fogyasztás	CO_2 termelés	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2 fogyasztás	CO_2 termelés	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2	CO_2	O_2	CO_2
	cm ³	cm ³	- -	cm ³	cm ³		cm ³	cm ³					
											0 ₁	0 ₂	0 ₃
1	39,65	30,32	0,769	41,17	31,18	0,753	40,92	31,59	0,777	3,8	2,8	3,3	4,2
2	39,86	30,30	0,757	42,85	30,89	0,718	41,42	30,11	0,725	7,5	1,9	3,9	-0,6
3	44,83	31,64	0,711	47,61	32,86	0,684	45,94	33,49	0,728	6,2	3,9	2,2	5,9
							Középértékben			5,8	2,8	3,1	3,2

Az ugyanolyan intenzitású folytonos és szakadozott optikai ingerlés összehasonlításakor azt találtuk, hogy az O_2 -fogyasztás megnövekedése az utóbbinál körülbelül kétszer akkora, mint az előbbinél. Ugyancsak erősebb a szakadozott fényinger pszichológiai hatása is.

V. táblázat.

Szám	Nyugalom			Szakadozott opt. ingerlés			Folytonos opt. ingerlés			Az O_2 fogyasztás és a CO_2 termelés növekedése (%) szakadozott ingerlés alatt		Az O_2 fogyasztás és a CO_2 termelés növekedése (%) folytonos ingerlés alatt	
	O_2 fogyasztás	CO_2 termelés	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2 fogyasztás	CO_2 termelés	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2 fogyasztás	CO_2 termelés	$\frac{CO_2}{O_2}$	O_2	CO_2	O_2	CO_2
	cm ³	cm ³		cm ³	cm ³		cm ³	cm ³					
1	44,83	31,64	0,711	47,61	32,86	0,684	47,62	34,34	0,721	6,2	3,9	6,2	8,5
2	44,56	39,45	0,893	47,14	40,48	0,870	44,38	40,19	0,906	5,8	3,9	0,0	1,4
3	35,06	27,74	0,788	38,54	26,71	0,692	36,89	27,13	0,735	9,0	-3,6	5,2	-2,3
4	66,68	58,72	0,879	69,32	57,73	0,833	67,89	59,02	0,869	4,0	0,8	1,8	0,5
							Középértékben			6,2	1,2	3,3	2,0

Azt hisszük, hogy ezen kísérleteink alapján kimondhatjuk, hogy az agy fokozott működése közben ennek O_2 -fogyasztása nagyobb lesz, míg CO_2 -termelése kevésbé növekedik meg. Tehát az agyműködést, épen úgy, mint a többi szerv működését, energiaátalakulással járó folyamatok alkotják.

Kísérleteinket az ált. kórtani intézetben végeztük TANGL FERENCZ tanár vezetése mellett.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 márcz. 18.-án tartott üléséből.)

KÖZLEMÉNY A GÉGE ÖSSZEHASONLÍTÓ ANATOMIÁJA KÖRÉBŐL.

NÉMAI JÓZSEF dr.-tól.

Hosszabb anatómiai tanulmányból, mely az emlősök hangszervének összehasonlítására irányul, rövid közleményt kívánnék közreadni egy szalagos szerkezetéről, a mely a gégebejárat mechanizmusában jelentékeny részt vesz.

Anatómiai dolgozatommal főleg a hangképzés mechanizmusát kívánom összehasonlítani. Tudvalevő ugyanis, hogy az élettani kísérletek számos hézagot hagynak fenn e kérdésben; és azért ott, a hol kísérleti úton nem sikerült egyes részleteket kideríteni, véleményem szerint az összehasonlító anatómia szolgáltathat becses adatokat tudásunk kibővítésére.

Feldolgoztam mindazon gégeket, melyek birtokomba kerültek, legelsősorban a háziállatokét, melyekből friss készítményt könnyen lehet szerezni, úgy a kifejlett állatból, mint a fejlődőből. Friss készítményt lehetett még beszerezni a vadakból, a minő a szarvas, őz, nyúl és vaddisznó.

Ezekon kívül rendelkezésemre állottak egyéb állatokból származó készítmények, a melyeket külföldről hozattam, továbbá olyanok, a melyeket az egyetemi állattani intézetben dolgozhattam fel. Ha tanulmányaim az aránylag rövid egy esztendei idő alatt és az anyag hiányossága miatt nem is lehetnek egészen kimerítőek, mégis az erszényes állatoktól kezdve fel a majmokig, igen különböző állatosztályok hangszervét dolgozhattam fel az egyetemi I. számú anatómiai intézetben. Vizsgálataimat továbbfejleszteni szándékozom.

Háziállataink közül a sertés, a szarvasmarha és a ló gégéjén

egy a gégebejáratot rögzítő szalagot találtam, a mely az irodalomban figyelembe véve nincsen. Pusztán egy közleményben találtam a nyomát.

Burow¹ az egyedüli szerző, a ki felemlíti és röviden leírja, azonban Burow-nak ez a megfigyelése az állattani anatómiákba nem is ment át.

A két legterjedelmesebb anatómia: MARTIN, továbbá ELLENBERGER és BAUM «Anatomie der Haussäugetiere» című műve sem tesz róla említést.

Részemről még a következő állatokon találtam és vizsgáltam meg: szarvas, őz, vaddisznó, antilope cervicapra, gazella rufifrons, oreas canna, cobus és juh. Úgy látszik tehát, hogy ez a szalagos fixatio a patások általános tulajdona.

A szalag leírása előtt röviden ki kell térnünk a kannaporc alakjára ez állatokban.

A kannaporc az emberétől főleg abban tér el, hogy két oldalról erősen összenyomott. Tehát nem tarthatjuk meg az összehasonlítást a pyramissal, a mint azt az emberi anatómiában szoktuk: mert a külső (oldalsó) és a belső (medialis) felület aránytalanul nagyobb és ezek elül (ventralis irányban) vékony lemezben olvadnak össze. E lemeznek éléből indul ki a lig. ventriculare és a vestibulum laryngisnak oldalsó lágyrészes falzata. Ez a lemez felfelé (a száj felé) a nagy, kakastarajhoz hasonlítható, kissé kifelé görbített porcogóba folytatódik, mely a gégebejárat képzésében vesz részt (l. ábra) és homolog az ember Santorini-porcogójával. A kis Santorini-dudorok helyét ez állatokon tehát nagy lapát-alakú lemezek foglalják el, a melyek a sertésen azonkívül hátul össze is nőttek. Épen úgy, mint az emberben, ezek a nagy lemezalakú porcogók rugalmas szövetből állanak, míg magának a kannaporcznak szövete hyalin-szerkezetű.

Az aryporcoknak alapja azonban szélesen terjeszkedik ki; a dorsalis széléből két nyúlvány kiszögellése látható: oldalt kifelé a proc. muscul. és a középvonal felé egy másik, a melyet

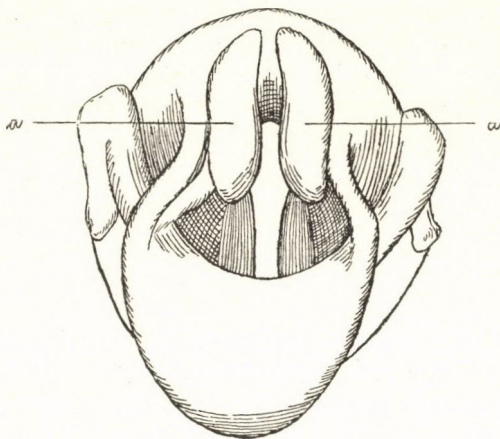
¹ Burow: Beitr. z. Anat. u. Histol. einiger Haussäugetiere. Arch. f. wissenschaftl. u. prakt. Tierheilkunde. 28. köt. 1902.

proc. medialisnak lehet nevezni. A két *proc. medialis* egymás felé van irányítva és szalagosan összekötve; az özön pedig egy interaryt. porcogó közbeékelése folytán (*morphologicè procrisoid?*) közvetlenül összefüggnek egymással. *Oreas canna* gégejében e helyen teljes összenövést találtam a két kannaporc között.

A *proc. muscul.* az emberétől annyiban különbözik, hogy a kannaporc dorsalis felületére léczeske alakjában folytatódik, a melynek mindkét oldala izomtapadásra szolgál, az éle pedig — az izomzattól szabadon maradván — mint fehér sáv látható az izomzat között.

A rögzítő szalag a megvizsgált fajokon.

Szarvasmarha (bos taurus). A gége hátulso felületén kikészített izomzattól legelőbb is feltűnik a gyűrűporc lapját



1. ábra. Szarvasmarha gégebejárata.
a kannaporc tarajok (Santorini-lemezek).

befedő m. erico-aryt. post. két nagy részlettel. Az egyik, a mediálisabb rész, vízszintesebb irányú rostokból van összeállva, melyek ferdén emelkedve érik el a kannaporcogó izomnyúlványát; a másik, oldalsó portio meredeken felfelé futó nyálá-

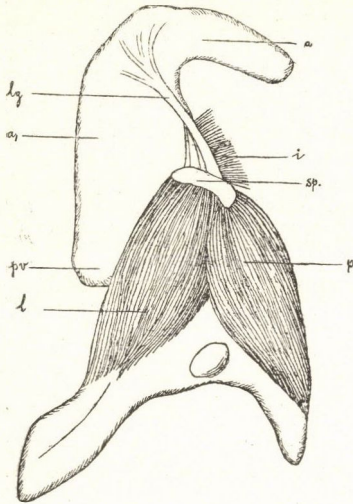
bocskákból áll, a melyek a gyűrűporcz alsó (aboralis) széle felől erednek. A kannaporczogók dorsalis felületét befödi a m. interarytænoideus, a mely mindkét oldalt a proc. musc. és az ebből folytatódó crista muscul.-hoz tapad. A rostok áthidalják a kannaporcok dorsalis lapjait, anélkül, hogy azokra tapadnának és az izom aboralis részében majdnem vízszintes irányúak, az oralis részében azonban mindinkább ívalakúak, úgy hogy mennél közelebb a gégebejárathoz, annál ferdebben futnak a középvonaltól lefelé a proc. muscul.-hoz.

A crista musc. külső oldalához a hangszalagizomzatnak felső nyalábjai tapadnak, a melyeknek a legfelső rostjaiból egy tekintélyes nyaláb különválik mint m. aryepiglotticus.

A kannaporc izomnyúlványjától rostos kötőszöveti szalag húzódik felfelé a kannaporc tarajához és aztán több kötegecskére szétszolva éri el a tarajnak (Santorini-porclemezek) majdnem egészen a szabad szélét, a hol a porczhártyába olvad bele. Ehhez a szalaghoz tapad a m. aryepiglotticus, befödve a m. ventricularis tapadását és a m. interaryt. legszélsőbb csekély részletét. Ha a m. aryepiglotticust a szalagról lefejtjük, akkor látjuk még csak jobban a szalagnak széles és erős odanövését a proc. muscularishoz, továbbá jól látható, hogy ez a szalag erősen összenőtt a m. interaryt. perimysiumával. A m. aryepigl. lefutását a gégefedő alapjáig jól lehet követni, ha a pajzsporc oldallapját eltávolítjuk. A m. interaryt.-nak felületes rostjai a leírt szalaggal forrnak egybe, a mélyebben fekvők a szalag alatt érik el a proc., illetőleg spina muscularist. A leírt szalagos képződmény, a mely a számos megvizsgált állaton csekély változatokkal mindenütt megtalálható és már a fiatal borjakon is megvan, *inas beirat szerepével bír a m. interaryt. és m. aryepiglott. között, a melynél fogva ezek mint egy folytonosságban meg nem szakított izmos hurok veszik körül az egész gégebejáratot.*

Másrészről azonban ez a szalag, felnyúlva egészen a gégebejáratig és több részre oszolva, több ponton rögzítve tartja a különben hajlékony Santorini-lemezeket s így egyszersmint a gégebejárat oldalfalának rögzítésére is szolgál és azt eredményezi, hogy a különben elhajló porcogó követni kénytelen az egész kannaporcznak az abductióját a mély belégzés közben.

Szarvas (cervus elaphus). Ezen állaton a szalag még érdekesebb. A kannaporcizomléczecskejétől a kannaporcizomcsúcsa felé a m. interaryt. rostjainak irányát keresztező fényes sáv vonul, a mely csak vékony fénylő fasciának látszik, de a melyet, ha a környezetéből kikészítjük, igen erős inszerű szalagnak ismerünk fel, mely áthidalja a kannaporcizomhomorúságát



2. ábra. *Cervus elaphus*.

a = kannaporcizom, *a*₁ = ventralis porcizomlemez, *lg* = szalag, *sp* = spina muscul., *pv* = proc. vocalis, *i* = m. interaryt., *p* = m. crico-aryt. post., *l* = m. crico-aryt. lateral.

áthidalás alatt vonulnak el és közvetlenül a spina muscul.-hoz tapadnak, a mi közben azonban egyes rostok át is mehetnek a ventrális izomzatba.

Szintén számos példányt vizsgálhattam meg.

Őz (cervus capreolus). Ezen állatnak izomhúsa igen szép sötétesvörös levén, a szalag fehér fényével még jobban szembe-tűnik. A tapadási viszonyok éppen olyanok, mint a szarvasban; a m. aryepiglotticus tapadási helye a szalagon valamivel magasabban van oralis irányban, a mi által még jobban kibontako-

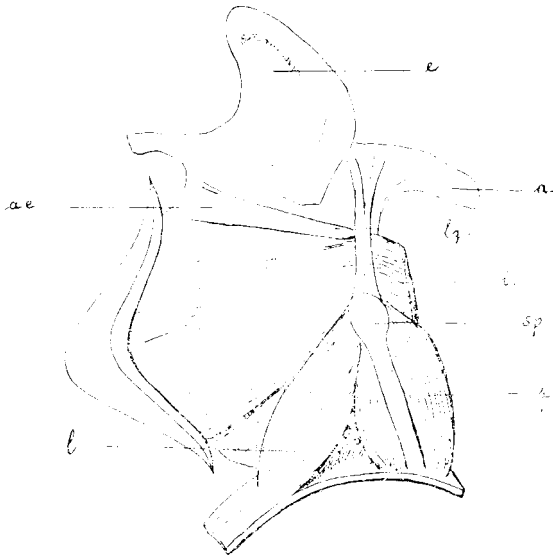
a proc. muscul. és az aryeporcizom felső széle (taraja) között és mintegy 2 mm szélességben és 25 mm hosszúságban húzódik e tarajhoz, a hol több vékonyabb rostra oszolva végződik a perichondriumban. (2. ábra.)

A szalag iránya nem esik össze az izomléczecske vonalával, hanem szöglet alatt éri azt. A szögletet még inszerű szalagocskák takarják le, a melyek a m. interaryt. perimysiumából képződnek és a melyek alatt a m. interaryt. izomhúsa található.

E szalaghoz tapadnak a ventrális irányban futó m. aryepigl. és néha a m. ventricularisnak is egyes nyálábocskái, továbbá a dorsalis irány felől a m. interaryt. felületesebb rétege, míg a mélyebb rétegének rostjai a szalagos át-

zik az izomzat közül és lefutását világosan lehet követni a gégefedő alapjához, a melyet nem a közepén, hanem jóval elébb az oldalán ér el. Hat példány közül egyiken sem volt eltérés.

Oreas canna (jávori antilope). (3. ábra.) Csak egy példány állott rendelkezésemre, mindenek szerint fiatalabb állatból, mert csontosodás a gégeporczogókban sehohsem volt található. A gége érdekes configuratióval bír, nagyságra nézve fiatalabb borjúéhoz



3. ábra. *Oreas canna*.

e = epiglottis, *a* = kannaporcztaraj, *sp* = spina muscul., *lg* = rögzítő szalag, *ae* = m. ary-epiglott., *i* = m. inter-aryt., *p* = crico-aryt. post., *l* = m. crico-aryt. later.

hasonlítható, de a nagy, orrmányszerűen előrenyúló protuberantia laryngis sokkal nagyobb látszatot ad a gégeének. Ha a hátsó felület izomzatát kikészítjük és egy megfelelő darabot a pajzsporcz oldallemezéből kivágunk, első megtekintésre szembeszökik az inszerűen fénylő és 3 mm szélességű erős szalag, a mely, ha a gégebejáratot kissé meghúzzuk, erősen megfeszül a spina muscul. és a kannaporcztaraj között. Ugyanebben az irányban folytatólag lefelé a m. cricoaryt. post.-on hasonló szé-

lességű inszerű sáv vonul végig az izomhúson, mely azonban csak az iránynak, de nem magának a fixáló szalagnak folytatása, mert ezek az ínas izomrostok alulról külön tapadnak a proc. muscularison. A fixáló szalagra dorsalis részről a m. interaryt. tapad, *de ezenkívül a m. cricoaryt. post.-nak is körülbelül 3 mm szélességű izomnyalábja*, a mely nyalábocska azonkívül még a m. interaryt. alsó rostjaival is összeköttetésbe lép, úgy hogy csak metszéssel fejthető le ennek az izomnak a széléről.

Már a szarvasban is konstatálható e két izomnak összeköttetése egy kis részletben és közel a tapadásukhoz, de a jávorantilopon ez kétségtelenül van kifejezve.

Ventrális irányban a fixáló szalagtól nemcsak a gyenge m. aryepigl. indul ki, hanem a m. ventricularis is. A fixáló szalag a Santorini-lemez közelében, a hol már izomtapadásra nem szolgál, két erős kötegre oszolva forrad össze a porcshártyával.

Cobus ellypsiprymnus (Ogilby) [vizi antilope]. Ezen az állaton a gége hátulsó felületét fedő izomzat magasan felterjed oralis irányban a gégebejáratig; ez okból a fixáló szalag csak rövid. A m. interaryt. perimysiumából látszik kiképződni és egyrészt a spina muscul.-on van megerősítve, másrészt a Santorini-porcshoz tapad. Itt is a fixáló szalaghoz van erősítve a m. aryepiglott., a mely egészen közel a gégebejáratához simul a kannaporcztaraj mellé és követhető a gégefedő alapjáig. A m. crico-aryt. post. legfelső nyalábocska érintkezésbe lépnek a m. interaryt. legalsó rostjaival.

Antilope cervicapra, négy példány. Az előbbihez hasonló viszonyokat mutat.

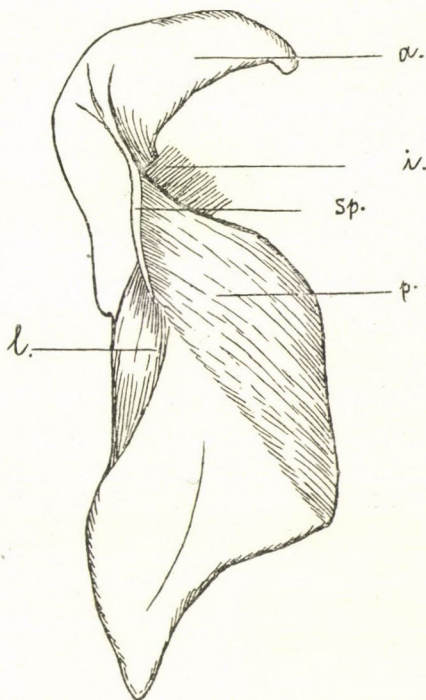
Juh (ovis aries). Egészen a szarvasmarháéhoz hasonló fixáló szalaggal bír, a mely ugyanolyan viszonyban van az izomzattal. A szalag azonban aránylag gyengébb és megtalálható egészen fiatal bányókön is.

Sertés (sus scropha). (4. ábra.) Ennek a gégejét és a vele azonos viszonyokat mutató *vaddisznóé*t is igen sok példányban vizsgáltam meg. A fixáló szalag itt nagyon tisztán kikészíthető és érdekes módon tér el a szarvasmarha és a szarvasfélék homolog szalagjától; mert itt a spina muscularist a kannaporcztarajával összekötő rostos szalag képzéséhez *magának a hangrés-*

tágító izomnak *ina is hozzájárul*. Ugyanis a *m. crico-aryt. post.* egyes rostjai vékony inakba futnak ki, amelyek hozzászegődnek a fixáló szalaghoz. Ez a szalag tehát egészen a hangrés-tágító izomnak hatalmában van. A fixáló szalaghoz hozzátapad dorsalis irányból a *m. interaryt.* Ez az izom távolról sem oly széles, mint az előbbi állatokon, viszont azonban a sagittalis átmérőben vastagabb. Felületes rostjai a fixáló szalaghoz tapadnak, tehát részben a hangrés-tágító izomnak inacsckájához. A mélyebb rostok a szalag alatt futnak el a *spina muscularishoz*.

Ha a *m. interaryt.*-t levágjuk a fixáló szalagról, igen jól láthatjuk, miképen hidalja át ez a szalag a kannaporecznak ama vajúlatát, a melyben a *m. interaryt.* fekszik. Ventralis irányból jövő izom a fixáló szalagra nem tapad. Ugyanis ennek az állatnak *m. arye-piglotticusa* nincsen. A hangszalag-izomzat pedig egybeforva tapad magán az izomléczecskén és a kannaporec külső oldalsó falán. Hiányzik itt tehát az az izomhu-

rok, a mely a gégebejáratot körülfogná és azt erősen összesajtolhatná. E helyett azonban a kannaporec tarajai hátul egybeforrottak, úgy hogy egy egészet alkotnak, másrészről pedig ezen állatnak oly terjedelmes, öblös gégefedője van, hogy e két körülmény mintegy pótolni látszik azt az izomzatot, mely a gégebejárat teljes zárásához a többi patáson megvan.



4. ábra. Sertésgége term. nagyság.

a = kannaporec, *i* = *m. interaryt.*, *p* = *m. crico-aryt. post.*, *l* = *m. crico-aryt. later.*, *sp* = *spina muscularis*.

Alig is lehet kétséges, hogy ezen állaton a leírt áthidaló szalag főképpen azzal a rendeltetéssel bír, hogy a kannaporcz taraját kifelé és lefelé húzza, tehát abdukálja. A midőn ugyanis a m. crico-aryt. post. kifelé forgatja a kannaporcz hangnyújtványát, tehát tágitja a hangrést, ugyanakkor a gégebejárathoz felhúzódó és az izomtól eredő inas köteg is megfeszül és tágitja a gégebejáratot. Úgy látszik, hogy a sertésnek különös szüksége volt arra, hogy a hangréstágító izomtól egy külön inacska menjen a gégebejárathoz, mert a tarajok hátulsó összenövése folytán a gégebejáratnak még külön aktív széthúzása könnyíti meg a belégzést.

Ló (equus caballus). Ezen állatnak az előbbiektől teljesen elütő, általában véve pedig gyöngébb szalagos berendezése van a kannaporcztarajok rögzítésére, a mely azonkívül különböző változatokat is mutat. A ló kannaporcza erősebb és az izomléczecske sokkal magasabbra húzódik fel a gégebejárat közeléhez. Ez az izomlécz, a mely mint egy gerincz húzódik fel a dorsalis felületen és azt két félre osztja, néha még egy szalaggal folytatódik, egészen fel a Santorini-tarajig. A szalag két részre oszolva el is éri a tarajnak szabad szélét. De ez nem minden példányban van meg. Ugyszintén nem minden állatban egyformán hajlékony a Santorini-taraj, mert egyesekben egészen rugalmas porczogóból áll, másokban pedig a tömött hyalin-porczogó a kannaporcz testéből átterjed a Santorini-tarajokba és némi rostos porczogóval elvegyülve alkotja annak állományát. A lónak kannaporcz-taraja tehát nem mindig oly hajlékony, de nem is oly nagy, mint a szarvasmarháé. Ezen állatnak tehát úglátszik kevésbé van szüksége arra, hogy erős szalag tartsa rögzítve a gégebejárat oldalait. Rendszerint azonban a gége hátulsó felületét borító izompólyából és kötőszövetből mennek erősebb rostkötegek fel egészen a tarajok széleig, de itt nem olvadnak össze a porczhártyával, hanem tömöttebb kötőszövetben végződnek.

Összegezés. E leírásokból kitűnik, hogy a patásokon egy erős rostos szalag köti össze a tulajdonképeni tömör kannaporczot annak hajlékony lemezalakú tarajával, symmetriásan mind a két oldalon. Ez a szalag, mely a hajlékony gégebejáratot lekötve tartja, egyszersmind összekötő kapocs a dorsalis és

ventralis izomzat között. Ha tehát ezek összehúzódnak, a gégebejáratot köröskörül mint a hurok összeszorítják. A lóban ez a szalag a leggyengébb, a ló azonban egy külön, a gégebejárat körül futó izomnyalábbal rendelkezik, mely a ventrális izomzattól vált ki. A sertésben a gégebejárat izomöve hiányzik.

Alig szenvedhet azonban kétséget, hogy ennek a szalagnak azonkívül még az a képessége is megvan, hogy a gégebejáratnak a tágítását is elősegítheti. Már ama körülménynél fogva, hogy ez a szalag lekötve tartja a hajlékony Santorini-lemezeket a tulajdonképeni tömött kannaporczhoz, a Santorini-lemez követni kénytelen a kannaporcz abductióját. Erőteljes belégzések alkalmával ezek a hajlékony tarajok könnyen libeghetnének a légárammal, bekövetkeznék tehát az, a mit aspirationnak nevezünk. A mi előfordul az élő emberen mint ritkaság és a gégetükörben látható. Csakhogy az emberi Santorini-porcz oly jelentéktelenül kicsi, hogy semmi zavart sem okoz a belégzéskor. Az ember különben erős belégzéssel az orrszárnyakat is szokta aspirálni, a mi a szakorvosok előtt eléggé ismert jelenség.

Az állatnak heves légzése, tehát gyors futása lehetetlenné válnék, ha e közben a kannaporcztarajokat a légárammal a közép-vonal felé aspirálná. Az unguláták pedig gyorsan futó állatok.

Azonkívül azonban, hogy a fixáló szalag rögzítve tartja a kannaporcztaraját, igen valószínű, hogy azokat aktíve kigömbíteni, tehát abdukálni tudja. A sértésre nézve ez alig lehet kétséges, de a szarvas és különösen a jávorantilope hangréstágító izmának tapadása szintén rendkívül valószínűvé teszi ezt.¹

¹ E közlemény megírása után jutott birtokomba FRANZMAN: Beiträge zur vergl. Anatomie u. Histol. des Kehlkopfes, Bonn, 1907, dolgozata, a melyben szerző figyelemre méltatja az általam itt leírt szalagot, és pedig már közelebbről, mint Burow. Azonban pusztán a házi patásokon találta meg, tüzetesebben nem foglalkozik vele és élettani jelentőségére nem terjeszkedik ki.

PHYSIKAI-CHEMIAI VIZSGÁLATOK A FEHÉRJE MEGALVADÁSÁRÓL.¹

QUAGLIARIELLO KAJETAN-tól (Nápoly).

(Kivonatos közlemény.)

Kísérleteim célja volt megállapítani, hogy a fehérjéknek hővel való megalvasztásakor mily irányban és mily mértékben változik meg az oldat kémiai reakciója.

Az irodalomban erre vonatkozólag egy adatot találtam. COHNHEIM említi «Chemie der Eiweisskörper» című könyvében (132. oldal), hogy ilyenkor az oldat lúgos lesz. Kísérleteket azonban nem említ és nem is idéz. Miután kísérleteimet már befejeztem, jelent meg SÖRENSENNEK és JÜRGENSENNEK² ezen tárgyra vonatkozó dolgozata. Eredményeim nagyjában megegyeznek az övéivel. Oldataim reakcióját a *H*-ionok koncentrációjának mérésével állapítottam meg. E koncentrációt a POGGENDORF-féle kompensációs eljárás szerint azon elektromotoros erővel mértem, melyet az illető oldattal készített hidrogénelektród mutatott századnormál sávval készített hidrogénelektróddal alkotott elemben.

Kísérleteimet 0,4—0,6 %-os tojásfehérjeoldatokkal végeztem. (Csak igen kevés só-t tartalmaztak.)

Az oldatok megsavanyítása sósavval, salétromsavval és ecetsavval történt. Az egyes kísérletekben a savak koncentrációját

¹ A budapesti kir. m. tud.-egyetem élet- és kórvegytani intézetében készült dolgozat.

² SÖRENSEN és JÜRGENSEN: Hitzekoagulation der Proteine. (Bioch. Zeitschrift. XXXI. 397.)

tág határok között változtattam (0,001 normáltól—0,05 normálig). Több kísérleti sorozatban neutrális sókat ($NaCl$, $NaNO_3$) is tartalmazó oldatokban tanulmányoztam a fehérjék kicsapódását.

Kísérleteim eredményeit a következőkben foglalhatom össze:

1. A fehérje hővel való megalvasztásakor az oldat lúgosabb lesz, a mennyiben a H -ionok koncentrációja csökken.

2. Ez a csökkenés annál jelentősebb, minél több fehérje csapódik ki.

3. Az elektromotoros erő maximális változása a kicsapódáskor 20—30 millivolt, a mi egyes esetekben a H -ion-concentratio 50%-os változásának felel meg.

4. Kimutatható a reactio ilyen irányú csekélyebb megváltozása azon esetekben is, mikor az oldatokban csapadék nem képződik, csak gyenge elhomályosodás.

5. Ha hidegen is képződik a sav hatására csapadék, akkor a felfőzésre a reactio nem változik meg, a mi azt bizonyítja, hogy nem a CO_2 kiűzése okozza a hydrogénion-concentratióknak a megváltozását.

6. Sósav és salétromsav jelenlétében a concentratio változása sokkal nagyobb, mint eczetsav jelenlétében, a minek az oka az, hogy az eczetsav sokkal kevésbé van disszociálva.

A kísérleteket TANGL FERENCZ tanár kezdeményezésére és vezetésével végeztem.

A PILOCARPIN ÉS ATROPIN HATÁSA A GÁZCSERÉRE.¹

KELEMEN GYÖRGY-től.

1.

FRANK O. és VOIT E. *egy* kutyán végzett kísérlettel bebizonyította, hogy a pilocarpin befecskendése után a CO_2 -kiválasztás növekedik.² A jelentősége ezen kísérletnek abban van, hogy a pilocarpin főképen a mirigyek, első sorban a nyál- és verejtékmirigyek működését fokozza, a CO_2 -kiválasztás növekedése tehát a fokozott mirigyműködés következményének tekinthető s egyúttal az utóbbinak mértéke is lehet. FRANK és VOIT kísérletei azonban azért hiányosak, mert egyrészt nem terjeszkedtek ki az O_2 -fogyasztás változásának meghatározására s mert másrészt nem tűnik ki belőlük kétségtelenül, hogy a talált növekedése a CO_2 -kiválasztásnak valóban az említett mirigyek fokozott működésének a következménye. Lehetséges ugyanis, hogy a pilocarpin a tüdőhámra is hat s ennek CO_2 -kiválasztó működését, mely BOHR szerint jelentékeny, fokozza. Erre már FRANK és VOIT is gondolt s ők maguk is kívánatosnak mondták vizsgálataik kiegészítését a vér gáztartalmának vizsgálatával. Ha a CO_2 -kiválasztás fokozódása a pilocarpin befecskendése után a szervezetben, a nyál- és verejtékmirigyekben, a CO_2 -termelés növekedésének a következménye, akkor egyidejűleg a vér CO_2 -tartalmának is növekednie kell.

Vizsgálataim célja volt a FRANK- és VOIT-féle kísérletek hiányainak pótlásával a felvetett kérdést megoldani. Egyben a pilocarpin antagonistá-mérgének, az atropinnak hatását is

¹ A budapesti kir. m. tud.-egyetem élet- és kórvegytani intézetében készült dolgozat.

² Zeitschrift für Biologie, 44, 1903.

tanulmányoztam, mert érdekesnek ígérkezett a mirigyműködést leszállító mérég hatásának vizsgálata.

2.

Kísérleteimet kurarázott kutyákon végeztem. TANGL részletesen megokolta a kurarázott állatok használatát;¹ elegendő, ha dolgozatára hivatkozom. Meghatároztam a kurarázott állatok tüdőgázcserejét és vérének O_2 - és CO_2 -tartalmát a pilocarpin befecskendése előtt és után. A gázcseret a ZUNTZ-féle eljárással határozta meg, úgy mint azt TANGL leírta. A vérgázok meghatározása a SZILI SÁNDOR módosította HALDANE-BARCROFT-féle készülékkel, részben pedig a BARCROFT-féle differenciális eljárással történt. A vérpróbákat mindig a gázcserekísérletek befejezése után vettem az állatból, hogy ne zavarjam a próbavétellel a kísérletet.

A pilocarpint az egyik vena jugularisba fecskendeztem.

Kísérleteimet részletesen más helyen fogom közölni. Itt csak a főbb eredmények ismertetésére szorítkozom.

Kutyáim átlag 0,75 mgr pilocarpint kaptak 1 kg testsúlyra.

1. A következő (I.) táblázat a *tüdőgázcsere változását* mutatja a pilocarpin hatása alatt:

I. táblázat. Középtételek.

A kísérleti állat száma	A kísérleti állat testsúlya gr.	Percenkénti O_2 fogyasztás				Percenkénti CO_2 productio				$\frac{CO_2}{O_2}$	
		pilocarpin-injectio		Változás		pilocarpin-injectio		Változás		pilocarpin-injectio	
		előtt	után			előtt	után			előtt	után
		cm ³		cm ³	%	cm ³		cm ³	%	előtt	után
1	4000	43,16	47,93	4,77	11,05	32,18	35,29	3,11	9,66	0,757	0,740
2	5500	60,84	65,52	4,68	7,69	43,90	51,38	7,48	17,03	0,726	0,784
3	6600	52,67	54,84	2,17	4,12	45,16	48,80	3,64	8,06	0,857	0,888
		Középtételek			7,62				11,58		

¹ FRANZ TANGL: Die Arbeit der Nieren und die «spezifisch-dynamische Wirkung» der Nährstoffe. Biochemische Zeitschrift, 34. 1. 1911.

A táblázatból világosan látszik, hogy a pilocarpin hatására az O_2 -fogyasztás és a CO_2 -kiadás emelkedik; kísérleteim részletes naplóból, melyeket itt nem közlök, kitűnik továbbá, hogy kb. a 4.—5. félórában az injectio után a gázcsereértékek elérik a maximumot, azután ismét süllyednek a normális határig. Ugyanez az adag bőr alá adva szintén hasonló hatást gyakorol. A második befecskendés, úgy mint ezt FRANK és VOIT is találta, hatástalan maradt. 1,3 mgr pilocarpin 1 kg testsúlyra másfél óra alatt megölte az állatot. Még azon adag is, mely nem öli meg az állatot, mulékonyan leszállítja a gázcseret. Azt észleltem ugyanis, hogy az O_2 -fogyasztás és a CO_2 -kiadás közvetlenül a befecskendés után kisebb adagokra is rövid időre csökken.

2. A vérgázak vizsgálatára a vért a carotisból vettem. A gázelemzések eredményei a II. táblázatban vannak.

II. táblázat.

Kísérleti állat száma	O_2 az arteriás vérben		Változás		CO_2 az arteriás vérben		Változás	
	a normál-kísérletek közép-értéke	injectio utáni legnagyobb érték	%	a normális érték százalékában kifejezve	a normál-kísérletek közép-értéke	maximum az injectio után	%	a normális érték százalékában kifejezve
	százalékokban				százalékokban			
3	26,75	26,57	-0,18	-0,67	42,19	47,93	+5,74	+13,60
6	21,31	19,60	-1,71	-8,02	33,37	35,85	+2,52	+ 7,55
7	20,39	19,81	-0,58	-2,84	31,56	34,85	+3,29	+10,42
8	22,07	20,99	-1,08	-4,89	29,15	33,77	+4,62	+15,84
9	21,96	22,96	+1,00	+4,55	36,82	45,38	+8,56	+23,24
10	20,87	22,81	+1,94	+9,29	37,64	42,19	+5,55	+14,74
	Középértékek			-2,48				+14,74

A vér CO_2 -tartalmának erős megnövekedése mutatkozott itt. A maximum azonban itt hamarabb következik be, mint a kilehelt levegőben, és pedig már a harmadik félórában az injectio után és nem volt ritka az olyan eset, midőn a vérben a CO_2 már megint visszatért normális értékére, mikor a kilehelt levegőben éppen a maximumát érte el. Feltűnően állandó emellett a vér O_2 -tartalma. Az O_2 -fogyasztás megnövekedése vagy csökkenése nem idézett elő kimutatható változást a vér O_2 -tartalmában.

Érdekes a CO_2 -tartalom változása a vénás vérben. A vena jugularisból vett vérben — daczára annak, hogy ezen vena gyűjti össze valamennyi nyálmirigy vérét — csak keveset nőtt a CO_2 -tartalom, míg a vena femoralis vérében lépést tartott az arteriás vér CO_2 -tartalmának növekedésével.

III. táblázat.

Kisérleti állat száma	A vena jugularis vérének CO_2 -tartalma az injectio		Változás		A vena femoralis vérének CO_2 -tartalma az injectio		Változás	
	előtt	után	%	az injectio előtti érték százalékában kifejezve	előtt	után	%	az injectio előtti érték százalékában kifejezve
	százalékokban				százalékokban			
15	34,02	35,84	1,82	5,34	32,96	37,42	4,46	13,18
16	34,04	37,78	3,74	10,98	35,63	40,00	4,37	12,26
	Középértékek			8,16				12,72

Ugyanezen két kísérletben a vénás vér O_2 -tartalma változatlan marad (a vena jugularisban a növekedés 0,01%, a vena femoralisban 0,59%).

Ennek teljesen megfelelően a carotis és a vena jugularis vére között az O_2 - és a CO_2 -tartalomban a különbség a pilocarpin hatására csökken, mert kevésbé nőtt a vénás vér CO_2 -tartalma, mint az arteriásé. A carotis és a vena femoralis vére között azonban a különbség változatlan marad.

IV. táblázat.

	Különbség 100 cm ³ vérben a carotis és vena jugularis vérének		Különbség 100 cm ³ vérben a carotis és vena femoralis vérének	
	O_2 -	CO_2 -	O_2 -	CO_2 -
	tartalma között		tartalma között	
Injektio előtt ...	+ 9,73	— 9,05	+ 10,58	— 9,01
Injektio után ...	+ 8,61	— 6,54	+ 10,13	— 8,65

Azon paradox jelenség mutatkozik tehát, hogy a fokozott működést kifejtő szerv (nyálmirigy) vénás vérében kevesebb a

CO_2 , mint a nyugóéban. Ennek magyarázata az, hogy a működő szervben nő a vér áramlási sebessége s ezzel az elnyelt CO_2 koncentrációja csökken.

3.

A pilocarpin különböző hatásai nem egyszerre mutatkoznak. Legszembetűnőbb hatása a nyáleválasztás fokozása. Míg a pilocarpin befeckendése előtt rendszeren nem folyt nyál, rögtön az injectio után megjelentek az első csöppek és később állandóan folyt a nyál a szájból; a 3—4. félórában a nyálfolyás maximumát érte el, ezután rohamosan csökkent. A nyáleválasztás maximumát később érte el, mint a vér CO_2 -tartalmának növekedése. Ezután következett a CO_2 -kiadás fokozódásának s legutóljára az O_2 -fogyasztás fokozódásának maximuma.

A *temperatura* rendszeren emelkedett, de a maximuma nem következett be mindig meghatározott időben.

A *vérvnyomás* leggyakrabban sülyedt és többnyire alacsony niveau is maradt. A *pulsus* majdnem mindig szaporábbá és arhythmiássá vált.

4.

A pilocarpin antagonistá-mérge, az atropin, ellenkező hatást gyakorol a szervezet gázcserejére.

Az atropinból 0,5 mgr-ot (1 kg testsúlyra) fecskendeztem az egyik vena jugularisba. A kísérletek eredményét az V. táblázat mutatja.

V. táblázat. Középtértékek.

A kísérleti állat száma	A kísérleti állat test-súlya gr.	Percenkénti O_2 fogyasztás				Percenkénti CO_2 productio				$\frac{CO_2}{O_2}$	
		atropin-injectio		Változás		atropin-injectio		Változás		atropin-injectio	
		előtt	után			előtt	után				
		cm ³		cm ³	%	cm ³		cm ³	%	előtt	után
1	6100	55,54	53,86	-1,68	-2,40	45,54	41,67	-3,87	-8,49	0,815	0,773
2	5200	48,87	46,21	-2,66	-5,44	38,93	35,21	-3,72	-9,55	0,803	0,762
3	7500	59,80	56,44	-3,36	-5,55	53,81	47,49	-6,32	-11,74	0,877	0,821
		Középtértékek									
										-4,46	
										-9,92	

Látjuk, hogy kb. 0,5 mgr atropin befecskendése után az O_2 -fogyasztás átlag 4,46 %-kal, a CO_2 -kiadás pedig 9,92 %-kal *csökken*. A szénsav értékeinek erősebb süllyedése meglátszik a respirációs quotiensnek az injectio utáni süllyedésén is. Egyik kísérlettel párhuzamosan vérgázanalysis is történt: a CO_2 -tartalom kissé süllyedt (35,84 %-ról 32,90 %-ra), az O_2 -tartalom majdnem változatlan maradt (23,12 és 24,65%). A vérnyomás kevéssé emelkedett.

Ezek után egy kutyának először pilocarpint, kb. két órával később pedig atropint adtam. Az O_2 -fogyasztás, a mely pilocarpin hatására megnőtt (54,29 cm^3 -ről 59,43-ra) és ismét visszatért normális értékére (54,20 cm^3), az atropin befecskendése után süllyedt (52,47 cm^3 -re), később ismét a rendes értékére emelkedett (54,23 cm^3); ugyanúgy változott a CO_2 -kiadás: az arteriás vér CO_2 -tartalma pilocarpinra nőtt (32,04 %-ról 35,74 %-ra), atropinra csökkent (30,08 %-ra).

Egy másik kutyába egyszerre fecskendeztem pilocarpint és atropint: csakis az O_2 -fogyasztásban mutatkozott hamar múltó emelkedés (65,47 cm^3 -ről 67,50 cm^3 -re) és ezt követő épen olyan rövid süllyedés (61,49 cm^3 -re), különben alig változott meg a gázcsere.

Vizsgálataim tehát bebizonyították, hogy a pilocarpin hatására a szervezetben (mindezek szerint főképen a nyálmirigyekben) valóban fokozódik az O_2 -fogyasztás és a CO_2 -termelés. Ezzel párhuzamosan megnő az egyenletesen mesterségesen szelöltetett állat arteriás vérében a CO_2 -tartalom.

Az atropin ellenkezőleg csökkenti a gázcserét; egyidejűleg az arteriás vér CO_2 -tartalma kevéssé csökken.

Kísérleteimet TANGL FERENCZ tanár kezdeményezésére és vezetésével végeztem.

A SERTÉSPESTIS ELLENI IMMUNIZÁLÁS KISÉRLETI ALAPJA.

Dr. HUTYRA FERENCZ-től.

A sertéspestis oktatát lényegében SCHWEINITZ és DORSET,¹ majd DORSET, BOLTON és Mc BRYDE² derítették ki, midőn az 1903. és az 1904. év folyamán megállapították, hogy az Amerikában évtizedek óta pusztító *hog-cholerát* filtrálható vírus okozza, mert beteg sertések vérének bakteriumoktól mentes szűrletével a betegség heveny alakját idézték elő. További kísérletekkel meggyőző bizonyítékokat szolgáltattak arra nézve is, hogy a *Bacillus suispestifer*, mely azelőtt általában mint a bántalom tulajdonképeni okozója szerepelt, csak utólagosan érvényesíti megbetegítő hatását, vagyis csak a filtrálható vírus által már megbetegített állat testében okozza a sertéspestisre jellemzőnek tekintett kóros elváltozásokat.

Az 1906. évben kísérletekkel³ megállapítottam, hogy a Magyarországon 1894 óta uralkodó «sertésvész» okozója szintén filtrálható vírus s hogy a betegség lényegében azonos az amerikai *hog-cholerával*, vagyis a sertéspestissel. Azóta Németországban OSTERTAG,⁴ majd UHLENHUTH, HÜBENER, XYLANDER és BOHTZ,⁵

¹ Twentieth report of the Bureau of Animal Industry. Washington, 1903, 157. l.

² Twenty-first report of the Bureau of Animal Industry. Washington, 1904, 138. l.; Bulletin Nr. 102, 1908.

³ Állatorvosi Lapok, 1906. évf., 373. l. — Berliner Tierärztliche Wochenschrift, 1906. évf., 607. l.

⁴ Zeitschr. für Infektionskrankheiten etc., 1907, II. k., 113. l.

⁵ Arbeiten aus dem kais. Gesundheitsamte, 1908, 27. k., 1. l.; 1909, 30. k., 217. l.

Angliában STOCKMAN,¹ Franciaországban pedig CARRÉ, LECLAINCHE és VALLÉE² hasonló eredményekre jutottak. Saját kísérleteim folyamán a beteg vér szűrletének beojtása után nemcsak a hevenyész pestisnek megfelelő kórképet, hanem a vastagbélben a tüszők kifekélyesedését és a nyálkahártya felületen elhalását, azonfelül pedig némely állatban hevenyész tüdő-mellhártyagyulladás kifejlődését is észleltem, mely leletekből azt következtettem, hogy nemcsak a *Bac. suispestifer*, hanem a *Bac. suis-septicus* is csak következményesen jut a már beteg állat testében érvényre, hogy tehát a korábban önállónak tekintett sertés-septicæmia is épügy rendszerint szövődménye az elsősleges sertés-pestisnek, mint az első helyen említett bacillus okozta bélbeli megbetegedés.³ Ezt a felfogásomat később idevonatkozó kísérletei alapján UHLENHUTH magáévá tette.

A sertéspestis oktana ilyen módon helyes alapra lévén fektetve, a betegség ellen való immunizálás kérdése is új irányba terelődött.

A feladat most már az volt, hogy az állatokat a filtrálható vírus vagyis az előleges megbetegedés ellen kell védeni, mert ha ez sikerül, akkor fel lehetett tételezni, hogy az állatok a csak következményesen érvényesülő bakteriumok okozta másodlagos megbetegedések illetve a pestis szövődményei ellen is meglesznek védve.

Ez irányban már 1906-ban kezdtem meg a kísérleteket, melyekkel megállapítottam, hogy egyrészt a filtrálható vírus okozta betegségből kigyógyult állatok későbbi hasonló mester-séges fertőzésnek ellenállnak, másrészt a beteg állatok vérének emelkedő mennyiségével ismételten kezelt sertések vérsavója 10 kcmnyi mennyiségben védelmet nyújt 0·5—1·0 kcm virulens vér megbetegítő hatása ellen.

Időközben Németországban UHLENHUTH és munkatársai,⁴

¹ Rep. of. the Board of Agriculture, 1908.

² Revue génér. de méd. vétér., 1908, XI. k., 242. l.

³ Zeitschrift für Infektionskrankheiten etc., 1907, II. k., 281. l.; 1908, III. k., 235. l.

⁴ Id. h.

Amerikában pedig DORSET, Mc BRYDE és NILES¹ közzétették hasonló irányú kísérleteik eredményeit. Különösen az utóbbi szerzők nagyszabású kísérletei kimutatták, hogy sok virulens vérnek a bőr alá vagy a vérbe befecskendezésével sertések magas fokra immunizálhatók, ennek folytán pedig úgy a mesterséges, mint a természetes fertőzés ellen hatékony vérsavót szolgáltatnak.

Úgy saját tapasztalataim, mint az amerikai és a német bűvárok kísérleteinek kedvező eredményei megokolttá tévén a magyar mezőgazdaság szempontjából fölötte fontos kérdésnek szélesebb alapon való tanulmányozását, az 1908. év elejétől kezdve a földművelésügyi miniszter anyagi támogatásával nagyobb arányokban végeztem a kísérleteket, ettől kezdve már KÖVES JÁNOS dr. munkatársam közreműködésével. Mindenekelőtt arról óhajtottunk meggyőződni, hogy a hyperimmunizált sertések vérsavója mennyiben védi az egészséges sertéseket a gyakorlati életben fennforgó viszonyok között a természetes fertőzéssel szemben. A több sorozatban több száz állattal megejtett kísérletek arra az egybehangzó eredményre vezettek, hogy az immunizáló szérummal beoltott sertések között fertőzött helyen következetesen jóval kevesebb volt a veszteség, mint a velök együtt tartott, ugyanolyan korú és fajtájú sertések között.²

A laboratoriumi jellegű, bár sok állattal és lehetőleg a gyakorlati viszonyok szemmel tartásával végzett kísérleteknek kedvező eredménye megadta az alapot arra, hogy a védőoltás a gyakorlatba átvitessék. Ebből a célból a kőbányai sertéshizlaló telepen az 1909. év elején laboratoriumot létesítettünk az immunizáló szérumnak nagyban való előállítására. A termelés kezdetben sok nehézséggel járt, mert meg kellett állapítani a sertések hyperimmunizálásának legalkalmasabb módját és erre a célra egészen új berendezéseket, készülékeket és eszközöket kellett szerkeszteni, sikerült azonban ezeket a nehézségeket, főképen

¹ Further experiments concerning the production of immunity from hog cholera. Washington, 1908.

² Állatorvosi Lapok, 1909. évf., 8. sz. — Zeitschrift für Infektionskrankheiten etc., 1909, VI. k., 1. l.

Köves munkatársam odaadó tevékenységével és technikai ügyességével, annyira legyőzni, hogy a laboratórium, habár némi fennakadásokkal, képes volt az ojtóanyag iránt mind élenkben nyilvánuló keresletnek megfelelni.

Az ojtóanyag nagyban való termelésével kapcsolatban tovább folyt a tudományos irányú laboratóriumi kísérletezés és tanulmányozás, egyrészt a szérum immunizáló értékének tüzetesebb megállapítása és a védőojtási módszer tökéletesbitése, másrészt a betegség oktana és kórbonczana körébe tartozó némely részletkérdés felderítése iránt.

Az immunitás köréből a következőkben óhajtók néhány alapvető kísérleti eredményt közölni, mint olyanokat, melyek megadják a kísérleti alapot a betegség ellen való gyakorlati védőojtások számára.

★

Azt, hogy a hyperimmunizált sertések vérsavója valóban véd úgy a mesterséges, mint a természetes fertőzés ellen, már az első tájékoztató kísérletek kielégítő módon beigazolták. Hasonló kísérletek általában hasonló eredménnyel később is történtek, részben a most már nagyban termelt ojtóanyag hatékonyságának ellenőrzése céljából is. Ilyen volt egyebek között a következő kísérlet is, melynek célja volt szabatosabban megállapítani a szérumnak immunizáló értékét, illetve azt a legkisebb szérummennyiséget, mely egészséges állatokat az erős fertőzéssel szemben még meg tud védeni.

Kísérleti állatok. 30 darab öthónapos, átlagosan 26 kg súlyú mangalicza-malacztot 1909 október 29.-én, közvetlenül megérkezésük után, erősen fertőzött szállásba helyeztünk el és négy nappal később, november hó 2.-án, szérummal és virussal, részben csak virussal beojtottuk őket.

Vírus. Vér oly sertésből, mely nagyon hevenyés vérömlésses pestis miatt súlyos betegen leöletett. A tisztán felfogott és azonnal defibrinált vérből a következő napon 5 db 50 kg súlyú sertés egyenkint 8 kcm-t kapott a bőre alá, mire mind az öt sertés súlyosan megbetegedett s közülök 4 db agóniában leöletett. Az eszerint nagyon virulens defibrinált vér további felhasználásáig jégszekrényben állott.

Szérum. Több sertésnek összekevert vérsavója, melyek 1909 július 10.-én és 30.-án, majd október 9.-én 500, 600 ill. 700 kcm defibrinált virulens vért kaptak a bőrük alá és október 30.-án elvéreztetés útján leölettek.

Az ojtás napja: 1909 november 2.

Csoport	A kezelés módja (Az összes állatok a természetes fertőzésnek is ki voltak téve.)	Az állatok száma	Pestisben elhullott		
			darab	%	mikor ?
1.	2.0 kcm vírus + 6.0 kcm szérum	5	1 ¹	20.0	XI. 25.
2.	2.0 " " + 8.0 " "	5	—	—	—
3.	2.0 " " + 10.0 " "	5	—	—	—
4.	2.0 " " + 12.0 " "	5	1	20.0	XI. 26.
	Összesen	20	2	10.0	
	Kontroll-állatok.				
5.	1.0 kcm vírus — — — — —	3	3	100.0	XI. 11. 19 ² .
6.	2.0 " " — — — — —	5 ²	3	60.0	XI. 14. 21 ² .
7.	Ojttatlanul maradt — — — — —	2	2	100.0	XI. 18. 21.
	Összesen	10	8	80.0	

¹ Azonfelül egy sertés november 20.-án megbetegedett, de meggyógyult.

² Az egyik, életben maradt sertésnek január hó folyamán mindkét füle üszkösen elhalt.

Ebben a kísérletben tehát *0.0 kcm szérum már határozott védőhatást fejtett ki*, mert az első csoport öt állatja közül három darab tökéletesen egészséges maradt, egy darab csak mulékonyan betegedett meg és csak egy darab esett a kettős — mesterséges és természetes — fertőzésnek áldozatul.

Nagyobb szérumadagok — 8–12.0 kcm — már kielégítően hatékonyak bizonyultak. Az egy elhullási eset a negyedik csoportban azok közé a kivételek közé tartozik, melyek itt épen úgy elő szoktak fordulni, mint a hogyan némely ojttatlan állat az erős fertőzéssel szemben is nagy természetes ellenállást tanúsít (l. a 6. csoportot, a hol egy sertés a természetes és a mesterséges fertőzés ellenére egészséges maradt).

A következő kísérlettel¹ a felől óhajtottunk tájékozást szerezni, hogy *a szérumnak védőhatása módosul-e* egyáltalában s ha igen, mennyiben *a hyperimmunizálás különböző stádiumaiban*, illetve a szerint, hogy a szérum vétele mennyi idővel történik a virulens vér befecskendése után, valamint a szerint, hogy a vérsavót még élő vagy pedig elvéreztetéssel leölt sertés szolgáltatja-e?

Kísérleti állatok. 64 darab 5—6 hónapos, átlagban 23 kg súlyú mangalicza-malacz. 1910 január 7.-én érkeztek a kísérleti telepre, a hol fertőzött szállásban helyeztetek el.

Vírus. 1909 december 26.-án heveny pestis miatt súlyos betegen levágott több sertés vérsavója, mely azóta jégszekrényben állott. A levágott sertések bonczolási lelete: kiterjedt vérzések, néhányban hevenyész vérömléses tüdőgyulladás és diphtheriás bélgyulladás.

Szérum. Az 1—4. csoportban 11, illetve 8 sertésből a mesterséges immunizálás különböző stádiumában vett vérsavó, még pedig:

Az 1. csoport számára: 650, 700, illetve 600 kcm defibrinált virulens vér befecskendése után 10 nap múlva (A).

A 2. csoport számára: ugyanígy kezelt élő sertésekből a harmadik befecskendés után 18 nap múlva (B).

A 3. csoport számára: ugyanazon élő sertésekből újabb 625 kcm virulens vér befecskendése után 11 nap múlva (C).

A 4. csoport számára: az említett módon négy ízben kezelt és az utolsó befecskendés után 20 nap múlva elvéreztetéssel leölt sertések vérsavója (D).

A 7. csoportban felhasznált szérum olyan sertésekből származott, melyek még sohasem voltak betegek pestisben, a 8. csoportban pedig olyan sertésekből, melyek természetes fertőzés következtében megbetegedtek és meggyógyultak, azontúl azonban semmiféle kezelésben sem részesültek.

¹ Részben már közölve az Állatorvosi Lapok 1911. évi 18. és a Berliner Tierärztliche Wochenschrift 1911. évi 17. számában.

Az ojtás napja: 1910 január 7.

Csoport	A kezelés módja (Az összes állatok a természetes fertőzésnek is ki voltak téve.)	Az állatok száma	Pestisben elhullott		
			drb.	%	mikor ?
1.	2.0 kem. virus +8.0 kem. szérum A)	8	—	—	
2.	2.0 " " +8.0 " " B)	8 ¹	—	—	
3.	2.0 " " +8.0 " " C)	8	—	—	
4.	2.0 " " +8.0 " " D)	8	1	12.5	II. 3.
	Összesen	32	1	3.1	
Kontroll-állatok.					
5.	Ojtatlanul maradt — — — — —	8	6	75.0	III. 23.—III. 3.
6.	2.0 kem. virus — — — — —	8	6	75.0	I. 15.— II. 5.
7.	2.0 " " +8 kem. normális szérum	8	7	87.5	I. 18.— II. 15.
		24	19	79.2	
8.	2.0 kem. virus +8 kem. szérum termé- szetes úton átvészelt sertésekből	8	4	50.0	I. 27.— II. 3.
	Összesen	32	23	71.9	

¹ Egy darab később pyobacillosisban hullott el.

Az életben maradt állatok 1910 június 29-ig maradtak a fertőzött szállásban, azután egy hizláló vette meg őket, kinek birtokában 1911 márczius hó végéig darabonként 80—100 kg súlyt értek el.

Ezek szerint az immunizáló szérummal, a mesterséges és a természetes fertőzéssel egyidőben beojtott 32 sertés közül (1—4. csoport) a kettős fertőzés ellenére csak egy darab, ellenben a szérummal nem kezelt 16 sertés közül (5. és 6. csoport) csak a természetes, illetve a természetes és a mesterséges fertőzés következtében 12 darab hullott el később pestisben.

A védőojtás eredményére közömbös volt az, hogy a szérum vétele a virulens vér harmadik befecskendése után 10 avagy 18 nap mulva történt-e és szintúgy az is, hogy a szérum a még élő avagy az elvéreztetés útján leölt állatokból származott-e.

Ez a kísérlet azért is tanulságos, mert jól föltünteti a különbséget egyfelől a hyperimmunizált sertések, másrészt a még meg nem betegedett, illetve a csak természetes úton átvészelt sertések vérsavójának hatása között. A magas fokra immunizált

állatok vérsavójának feltűnő védő hatásával ellentétben ugyanis az olyan sertések vérsavója, melyek még sohasem voltak betegek (7. csoport), ilyen hatást egyáltalában nem fejtett ki, viszont a csak egyszerűen átvészelt sertések savójának már volt ilyen, habár csak mérsékelt fokú hatása (8. csoport). Ez az eredmény arra utal, hogy a természetes úton támadt pestises megbetegedés folyamán is képződnek a szervezetben védőanyagok, csakhogy csekély mennyiségben és ez a mennyiség is a kiállott betegség súlyosságával arányban esetről-esetre különböző. A hyperimmunizálásnak feladata ezen védőanyagokat annyira szaporítani, hogy a vérsavó legalább az esetek nagy többségében kielégítő módon érvényesítse a védő hatását.

★

Úgy elméleti, mint gyakorlati szempontból fontos volt annak a kérdésnek az eldöntése, vajjon a hyperimmunizált sertések szérumának kétségtelenül beigazolt védőhatása csak egészséges állatokon az utólagos fertőzéssel szemben érvényesül-e, vagy pedig *képes-e a már előzőleg megtörtént fertőzést is hatástalanná tenni?* Az utóbbi esetben érdekes volt annak a megállapítása is, hogy a fertőzés után mely időpontig, vagyis a lappangási időszak hányadik napjáig érvényesíti a szérum a betegség kifejlődését gátló hatását?

Az a körülmény, hogy a sertéspestisnek aránylag hosszú a lappangási ideje — négy nap, egészen három hét — már eleve valószínűvé tette, hogy a szérum a fertőzés után legalább néhány napon belül hatékonyan fog bizonyulni és az ebben az irányban végzett kísérletek ezt a föltevést beigazolták.

Ilyen eredményre vezetett nevezetesen a következő kísérlet:

Kísérleti állatok: 75 darab 5–6 hónapos, mintegy 20 kg súlyú mangalicza-malacz. Megérkezésük után, 1910 február 14.-én azonnal fertőzött szállásban nyertek elhelyezést.

Virus. Több sertés vérsavója, melyek 1909 december 26.-án hevenyész pestis miatt súlyosan beteg állapotban leölettek (ugyanaz, mint a 497. lapon közölt kísérletben). A kísérlet napjáig a savó jégsekrényben állott.

Immunitizáló szérum. Több sertésnek összekevert vérsavója,

melyek három, illetve négy izben 600—700 kem virulens vért kaptak a bőrük alá. Az elvéreztetéssel leölt állatokból vett vérsavó 0.5% karbolsavas glycerinnel keverten a jégsekrényben állott. Az egy-egy alkalommal felhasznált szérummennyiséget mindig közvetlenül a befecskedés előtt vettük ki az edényből.

Az ojtás napja: A mesterséges fertőzés virulens vér bőr alá fecskendezésével az erre kijelölt összes csoportokban 1910 február hó 10.-én, az immunizáló szérum befecskendezése részint ugyanakkor, részint különböző időben a mesterséges fertőzés után történt.

A kísérleti berendezés részletei és a kísérlet lefolyása felől a következő táblázat tájékoztat:

Csoport	A kezelés módja (Az összes állatok a természetes fertőzésnek is ki voltak téve.)	A szérum-befecskendezési ideje	Allatok száma	Pestisben elhullott			
				darab	%	mikor?	
1.	2.0 kem virus +8.0	} kem szérum	Azonnal	8	1	12.5	II. 28.
2.	2.0 " " +8.0		3 nap m.	8 ¹	—	—	—
3.	2.0 " " +8.0		6 " "	8 ²	—	—	—
4.	2.0 " " +8.0		9 " "	8	6 ³	75.0	II. 26. — III. 23.
5.	2.0 " " +8.0		12 " "	8	6	75.0	II. 26. — III. 8.
6.	2.0 " " +8.0		15 " "	8	4 ⁴	50.0	II. 26. — III. 11.
7.	2.0 " " +8.0		18 " "	8	5 ⁴	62.5	II. 27. — III. 7.
Kontrol-állatok.							
8.	2.0 kem virus _ _ _	—	—	8	4	50.0	II. 27. — III. 11.
9.	Ojtatlanul maradt _ _ _	—	—	8	6 ¹	75.0	II. 27. — III. 16.
10.	8.0 kem szérum _ _ _	Azonnal	—	3	—	—	—

¹ Egy drb megbetegedett, de meggyógyult.

² Két drb megbetegedett, de meggyógyult.

³ Azonfelül egy drb megbetegedett, de meggyógyult.

⁴ Azonfelül két drb megbetegedett, de meggyógyult.

A szérum tehát a mesterséges fertőzést követő hatodik napig jól védte az állatokat, vagyis a legfőljebb hat nap óta testükben lappangó virust hatástalanná tette, míg a kilencedik

naptól kezdve a fertőzés után már nem tudta a betegség kifejlődését megakadályozni.

Az első elhullások, általában 4—5 napi nyilvánvaló betegség után, a mesterséges fertőzést követő 11—12 nap múlva következtek be. Az az időpont tehát, a melytől kezdve a szérum védő hatása már nem jutott érvényre, nagyjában egybeesik az első nyilvánvaló kóros tünetek jelentkezésével. Külön erre irányuló kísérletek azonban azt mutatták, hogy a nyilvánvaló kóros tünetek (bágyadtság, rossz étvágy, hányás stb) kifejlődését 1—2 napi lázas állapot szokta megelőzni, mely közben a sertések még egészségesnek látszanak. A lázas hőemelkedés viszont annak a jele, hogy a pestis filtrálható vírusa már kifejti megbetegítő hatását, kevés időre reá pedig már a járulékos baktériumok kezdenek pathogen hatásukkal érvényesülni, melyek ellen a filtrálható pestises vírus befolyása alatt termelődő ellenanyagok a szérumban hatástalanok.

Ezek a megfontolások arra a következtetésre jogosítanak, hogy a szóban levő szérum védő hatása általában a lappangási időszakban, sőt még a lázas megbetegedés kezdeti szakában is érvényesül, ellenben megszűnik akkor, amidőn a pestises vírus már súlyosan megbetegítette az állatot, vagy a midőn ezenfelül már a járulékos baktériumok okozta következményes szervi kóros elváltozások kezdenek kifejlődni. Minthogy pedig a lappangás ideje esetről-esetre különböző, a szérum védő hatása is nem mindig csak a fertőzést követő hat napon belül, hanem azokban az esetekben, a melyekben a lappangás hosszabb ideig tart, ezzel arányosan hosszabb időn belül is juthat érvényre.

Ezek szerint jogosult az a föltevés, hogy természetes viszonyok között is csak rövid idő óta fertőzött falkákban sikerül a szérumos ojtással a járvány továbbterjedését megakasztani vagy legalább nagyobb veszteségeknek elejét venni. Olyankor ugyanis, a midőn az első megbetegedések jelentkeznek, a falka többi állatja részben még nincsen fertőzve, részben a betegség lappangási idejének még csak kezdeti szakában van, ilyenkor pedig a szérum még kifejti a védő hatását. Az eredmény természetesen annál kedvezőbb lesz, minél korábban az első megbetegedések jelentkezése után alkalmazzuk a szérumos védő-

ojtást és a gyakorlati tapasztalatok teljes összhangzásban állnak a kísérletekből levont ezzel a következtetéssel.

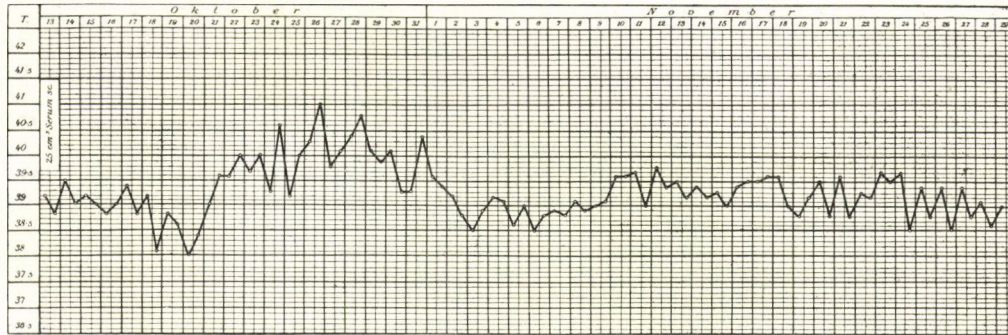
A most közölt kísérlet egyébként ismét tanulságos példát szolgáltat arra, hogy némely sertés természetes ellenálló képességénél fogva úgy a mesterséges, mint a természetes fertőzés ellenére életben marad (l. a 8. és a 9. sz. csoportot).

*

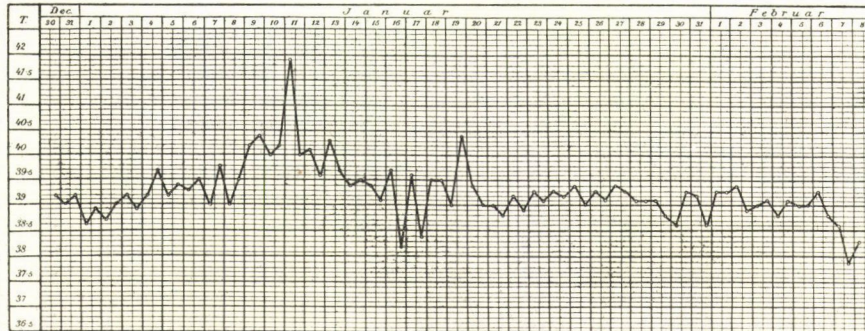
A kísérleti tanulmányok és a gyakorlati tapasztalatok egybehangzó eredménye szerint az immunizáló szérumok, tekintet nélkül arra, vajjon hatásuk a bakteriumok avagy ezek toxinjai ellen irányul-e, csak *passzív* immunitást létesítenek, melynek két fő tulajdonsága, hogy a szérum befecskendése után azonnal létesül, de a befecskendezett idegen fehérje fokozatos kiküszöbölődésével gyöngül és rendszerint rövid néhány hét alatt megszűnik. Ámbár a sertéspestis vírusa nem ismeretes közelebről, semmi kétség sem foroghat fenn az iránt, hogy a virulens vérrel való kezelés útján előállított szérum szintén csak passzív módon immunizálja a sertéseket. Annál jogosultabb ez a feltevés, mert pl. a száj- és körömfájás, valamint a keleti marhavész elleni szérumokról, melyek szintén filtrálható virussal magas fokra immunizált állatokból származnak, számos tapasztalat beigazolta, hogy védőhatásuk csak rövid ideig tart s hogy e szerint csak mulékony passzív immunitást idéznek elő.

A védőszérumoknak ezen általánosan beigazolt hatásával első tekintetre kevésbé egyeztethetők össze azok a tapasztalataink, melyek szerint a pestis ellen csak szérummal immunizált sertések az esetek túlnyomó többségében nemcsak hetek, hanem sok hónap múlva is ellenállanak a természetes fertőzésnek. Általában a szérummal beojtott állatok úgy kísérleti telepünkön, mint a vidéki gyakorlatban is, kevés kivétellel úgy viselkednek, mint a természetes úton átvészelt vagyis az erősen fertőzött falkákban életben maradt sertések, melyekről már másfél évtized óta ismeretes, hogy rendszerint életük végéig nem betegszenek meg újból pestisben, még a fertőzésre kedvező körülmények között sem.

A csak szérummal beojtott állatok ezen tartós ellenállását



1. sz. A szérum védő hatása alatt átvészelt sertés láztáblája.



2. sz. Természetes fertőzés következtében átvészelt sertés láztáblája.

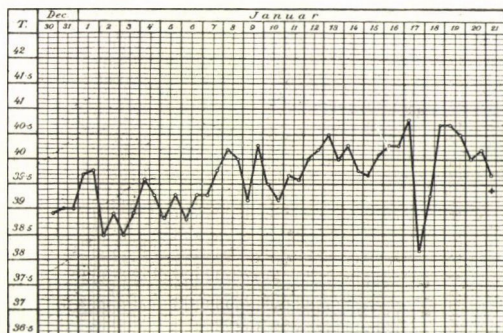
alig lehetett másképen értelmezni, mint azzal a feltevessel, hogy az állatok a szérummal történt beojtás után természetes fertőzés következtében a szérum védelme alatt *aktív* immunitásra tettek szert. A szérumos ojtást ugyanis, az előírás szerint, majdnem kizárólag csak akkor szokás igénybe venni, ha a pestis valamely állományban már mutatkozik s esetleg már több-kevesebb elhullást is okozott. Az állatok tartózkodási helye tehát ilyenkor már fertőzve szokott lenni és az ojtás előtt vagy után megbetegedett állatok még fokozzák a természetes fertőzés esélyeit. Ha azután a beojtott állatok továbbra is ezen a fertőzött helyen maradnak, akkor bő alkalmuk van arra, hogy testükbe a ragályanyagot fölvegyék. Ez utóbbi a szérummal védett szervezetben is kifejti a pathogen hatását, csak hogy ez éppen a szérumban foglalt immunanyagok gátló hatása következtében nem juthat úgy érvényre, mint a mesterségesen nem védett szervezetben. Reakziót mindazonáltal ilyen körülmények között is kivált, ennek eredménye pedig az *aktív* immunitás kifejlődése, épúgy, a hogyan ez a nem védett szervezetben is a mulékony megbetegedés kiállása következtében ki szokott fejlődni.

Ennek a jobbjára csak az észlelt ojtási eredményekből utólagosan levont következtetésen alapuló értelmezésnek helyességét utóbb beigazolta a beojtott állatok magatartásának tüzetesebb észlelése. Azonnal a fertőzött helyre való beállítás után szérummal beojtott és a fertőzött helyen tovább meghagyott sertések hőmérséklete ugyanis bizonyos idő múlva erősen emelkedik, a láz alábbhagyó jelleggel körülbelül egy hétig vagy esetleg tovább is tart, megszűntével pedig a hőmérséklet ismét csak az egészséges állapotban is észlelhető ingadozásokat mutatja (l. az 1. sz. láztáblát). A láz legtöbbször alig zavarja észrevehető módon az állatok viselkedését, némelykor azonban ez időtájt enyhe rosszullet jelei (csökkent étvágy, kevésbé élénk mozgás) is észrevehetőek rajtuk.

Egészen hasonló lázmenet észlelhető fertőzött helyre került, szérummal *nem ojtott* állatokon, ha a természetes fertőzés ellenére életben maradnak, illetve a pestises betegségből meggyógyulnak (l. a 2. sz. láztáblát). A különbség legfeljebb az, hogy az utóbbi állatokban a lappangás többnyire rövidebb, viszont a

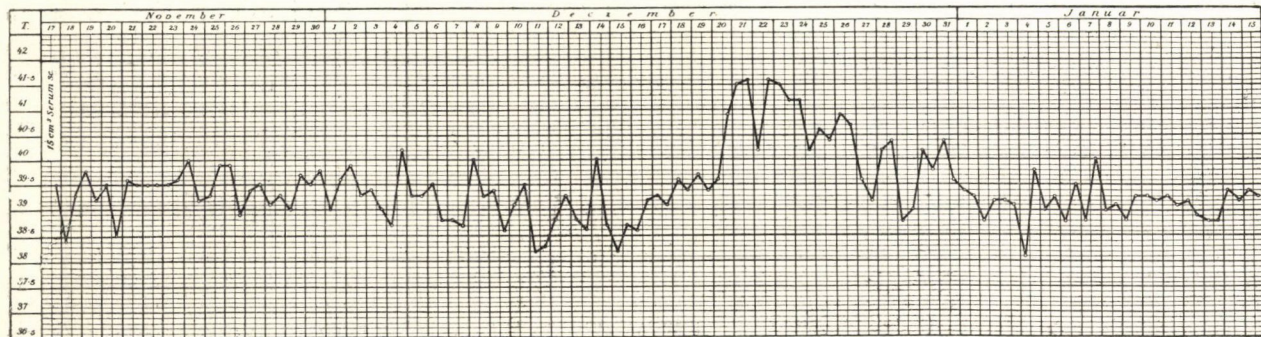
lázás állapot rendszerint tovább tart, azonfelül az állatok legtöbbször nyilvánvaló módon is megbetegszenek, nagy általánosságban pedig az a különbség a beoltott és a be nem oltott állatok között, hogy az előbbieket rendszerint életben maradnak, az utóbbiak közül ellenben legtöbbször tetemes százalék áldozatul esik a betegségnek (l. a 3. sz. láztáblát).

Nem szenved tehát kétséget, hogy a szérummal beoltott és azután fertőzött helyen tartózkodó sertéseken észlelhető lázas állapot mulékony pestises megbetegedésnek jele s hogy ehhez képest a beoltott állatok ilyen körülmények között *átvészelnének*,



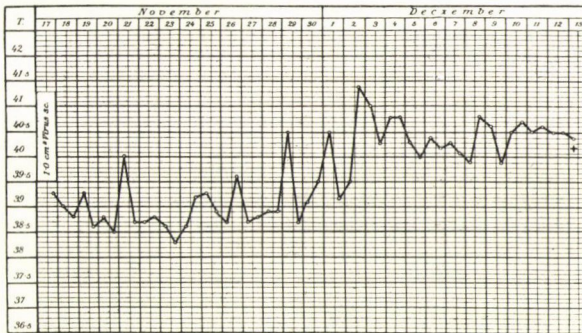
3. sz. Természetes fertőzés következtében halálosan megbetegedett sertés láztáblája.

ennek következményeképpen pedig aktíve immunizálódnak. A 4. sz. láztábla emellett annyiban is tanulságos, hogy a szérum nyújtotta passzív immunitásnak meglehetősen hosszú tartamát igazolja. Ebben az esetben az illető sertések, melyek egyikére a lázgörbe vonatkozik, a legnagyobb valószínűséggel csak későn fertőződtek eléggé hatékony vírussal. A velök együtt tartott és virulens vérrel fertőzött kontroll-állatok ugyanis november hó vége felé kezdtek megbetegedni (l. az 5. sz. láztáblát) és mindezen szerint az ezek testéből kikerült vírus fertőzte azután a csak szérummal oltott sertéseket, melyek az ezúttal csak aránylag későn, t. i. csak 2—3 héttel a szérumos ojtás után történt fertőzésnek még mindig ellen tudtak állani.



4. sz. A szérum védő hatása alatt átvészelt sertés láztáblája.

Ezek az észleletek megadják annak is a kielégítő magyarázatát, hogy a szérumos ojtás nem védi meg mindig tartósan az állatokat a későbbi fertőzéssel szemben, hanem hogy az esetek egy, habár csak kis részében, kb. 4—8 hét múlva a járvány a beojtott falkában ismét kiújul. A végleges eredmény ugyanis attól függ, hogy a szérummal beojtott állatok minő fertőzésnek voltak kitéve az ojtást közvetetlenül követő időben. Ha tartózkodási helyük akkor csak nagyon kevésbé, avagy épenséggel nincsen fertözve, akkor a sertéseknek alig van vagy pedig egyáltalában nincsen is alkalmuk a természetes úton való meg-



5. sz. Mesterséges fertőzés következtében halálosan megbetegedett sertés láztáblája.

fertőződésre s ezzel az átvészelésre. Ilyen körülmények között a csak passzív immunitás néhány hét leforgása alatt megszűnik s ettől kezdve az állatok ismét fogékonyak a fertőzés iránt (a kiújult járvány idejekorán alkalmazott szérumos ojtással ismét s ezuttal rendszerint véglegesen megakasztható). Tartós eredmény tehát csak az alatt a feltétel alatt érhető el, hogy a járvány legkezdetén immunizáló szérummal beojtott állatok az ojtást közvetetlenül követő hetekben kielégítően intenzív természetes fertőzésnek vannak kitéve, melynek azonban nem szabad túlságosan erélyesnek lennie, mert a szokatlanul erős fertőzés a különben kielégítő passzív immunitást is leggyőzheti. Ez az utóbbi eshetőség egy másik oka a némelykor nem kielégítő vagy épenséggel kedvezőtlen eredménynek.

A most közölt észleleteknek általános jelentőségük is van az immunitás szempontjából. A különböző fertőző betegségek között ebben a tekintetben fennforgó analogia alapján ugyanis teljes joggal lehet következtetni arra, hogy nemcsak a sertéspestis, hanem más betegségek esetén is a tisztán szérumos ojtás után nemcsak közvetlenül passzív, hanem közvetve aktív immunitás is fejlődhetik ki, föltéve, hogy a beojtott egyedek a passzív immunitás tartama alatt ki vannak téve a természetes fertőzésnek. Mindenek szerint nem ritkán történik ez, nevezetesen a lépfene és a sertések orbáncza s esetleg a serczegő üszök esetén is, tekintve, hogy e betegségek ellen a szérumos ojtást rendszerint olyankor veszik igénybe, a midőn valamely állatállományban az illető betegségnek már egy vagy több esete felmerült. Minthogy az említett betegségek legtöbbször a talaj fertőzöttsége következtében támadnak, megbetegedések jelentkezése pedig az illető tartózkodási hely erősebb fertőzöttségére utal, nagy valószínűséggel feltehető, hogy a még látszólag egészséges állatok kisebb-nagyobb része már szintén felvette testébe a takarmánnyal vagy az ivóvízzel a ragályt, csakhogy az illető állatok az ú. n. *lappangó fertőzés* állapotában vannak. Ez a feltevés pozitív észleletekre is támaszkodik, mert különösen a sertésorbáncz, de a lépfene és a serczegő üszök baczellusáról is ismételten kimutatták, hogy ezek a bakteriumok elég gyakran találhatóak virulens állapotban teljesen egészséges állatok emésztőcsatornájában.

Ha az ilyen állatokat olyan befolyások (meghülés, kihevülés, testi kifáradás stb.) éri, melyek természetes ellenálló képességüket hirtelen csökkentik, akkor az addig lappangó fertőzés a betegség kifejlődésére vezethet; valószínű azonban, hogy némelykor a betegség kifejlődése annak a következménye, hogy a bakteriumok virulentiája eddig közelebről nem ismeretes okból növekedik. Ha ez a körülmény forog fenn vagy ha az első betegek testükből erősen virulens ragályt ürítenek, mellyel közvetlenül vagy közvetve fertőzik a társaikat s ha ez utóbbiakat az első megbetegedések felmerülése után immunizáló szérummal ojtották be, akkor meg vannak adva a feltételek arra, hogy a szérummal beojtott állatok aktíve immunizálódjanak. Nagyon valószínű,

hogy olyan esetekben, midőn lépfenével vagy orbánczezal fertőzött állományokban a járvány a szérumos ojtás után azonnal megszűnik és nem is újul ki többé, a nélkül, hogy az állatokat utólag PASTEUR módszere szerint is beojtották volna, a kedvező eredmény az időközben a szérum védelme alatt természetes úton létrejött aktiv immunitásnak tudható be.

*

Befejezésül rövid összefoglalásban közlöm a vidéki gyakorlatban igénybevett *védőajtások eredményeire* vonatkozólag rendelkezésemre álló számbeli adatokat.

A gyakorlatban az 1909. év tavasza óta alkalmazzák a szérumos védőajtást a sertéspestis ellen. A szérum meglehetősen bonyolult termelésével szemben fennforgott akadályok és az új védekezési módszerrel szemben kezdetben megnyilvánult bizalmatlanság ellenére a védőajtások gyorsan hódítottak tért, úgyhogy a második évben már megközelítőleg 150,000, a harmadik évben pedig szintén megközelítőleg 300,000 sertést ojtottak be.

Az ojtások eredményeiről a folyó év márczius haváig mindössze 695 gazdaságban beojtott 83,331 állatról érkeztek be adatok, a melyek a következő táblázatban vannak összefoglalva.

A sertéspestis elleni védőajtások eredményei.

1909. IV. — 1912. III.

A beojtott falkák száma	Az összes falkák közül %	A beojtott állatok száma	Az összes állatok közül %	Elhullási %-ok	Összes veszteség	
					darab	%
358	51.5	27,938	33.5	0	—	—
119	17.1	23,423	28.1	0.1 — 5.0	511	2.2
52	7.5	8,035	9.7	5.1 — 10.0	615	7.6
68	9.8	11,182	13.4	10.1 — 20.0	1,794	16.0
597	85.9	70,578	84.7		2,920	4.2
34	4.9	4,417	5.3	20.1 — 30.0	1,042	23.5
38	5.5	4,722	5.7	30.1 — 50.0	1,749	37.0
26	3.7	3,614	4.3	50.1	2,446	67.7
695		83,331			8,557	10.3

A kimutatás adatai szerint a gazdaságoknak több mint felében az ojtás után egyáltalában nem észleltek elhullást, vagyis az ojtás az illető falkákban azonnal megszüntette a járványt.

A gazdaságoknak 85,9 %-ában az összes veszteség sehol sem haladta meg a 20 %-ot és átlagban 4,2 %-ot tett ki.

Nem kielégítő, részben határozottan kedvezőtlen volt az eredmény a gazdaságok 14,1 %-ában. Ennek magyarázatául a vonatkozó jelentésekből kiderül, hogy az illető gazdaságok túlnyomó részében akkor ojtották be az állatokat, a midőn az állomány már hosszabb idő óta erősen fertőzve volt és az állatok tetemes százaléka már el is hullott. Ilyen esetekben a még élő állatok is már erősen fertőzve vannak s jó részük már nyilvánvalóan beteg is, a járványnak ennyire előrehaladott szakában pedig a pestis elleni szérum annál kevésbé fejtheti ki a védő hatását, mert ilyenkor sok állatban már szövődményes kóros folyamatok is vannak többé-kevésbé kifejlődve. Végül néhány esetre vonatkozólag utólagosan kiderült, hogy az illető állományok nem is pestissel, hanem orbánczczal voltak fertőzve.

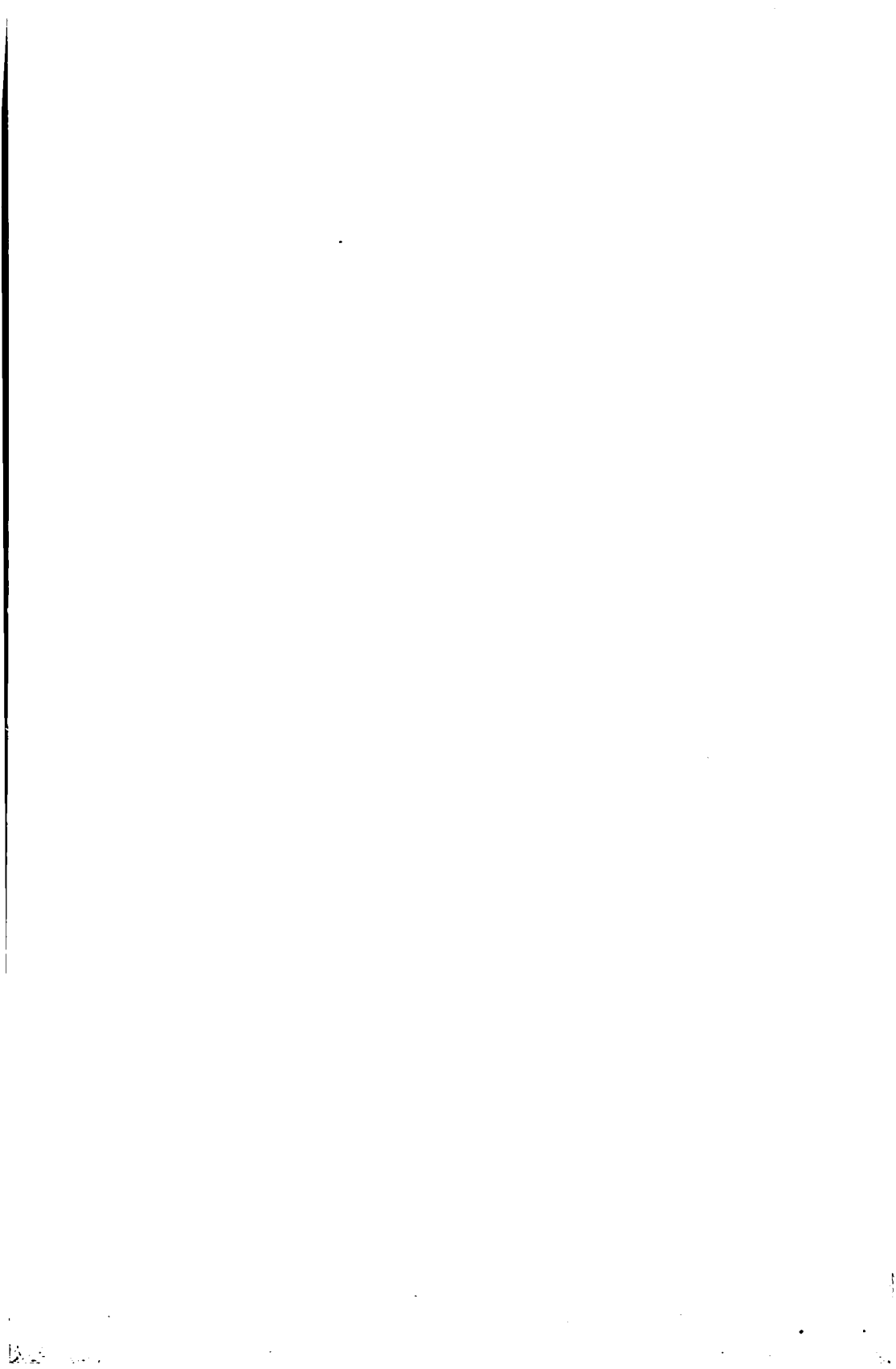
Az eredmények mérlegelésekor egyébként figyelemmel kell lenni arra a tényre, hogy a sertéspestis másfél évtized tapasztalatai szerint nagy átlagban mintegy 30 % veszteséget okoz a fertőzött állományokban, igen sokszor azonban a veszteség 50—70, sőt több százalékot is tesz ki.

*

Ámbár a sertéspestis elleni szérumos védőojtások alkalmazása a járvány korlátozására és mint ilyenek már eddig is értékes szolgáltatásokat tettek az ország mezőgazdaságának, nem zárkozhatom el annak beismerésétől, hogy mostani alakjukban nem felelnek meg egészen az elméleti követelményeknek és a gyakorlat igényeinek. Az immunizáló szérum előállításának módszere ma még meglehetősen empirikus, a minnek főoka az, hogy a vírus nem tenyészthető mesterségesen s a mellett virulenciájában eléggé tág határok között ingadozik. Már a szérum előállítása tehát többé-kevésbé bizonytalan tényezővel kénytelen számolni, másrészt pedig a szérumos ojtás csak bizonyos feltételek fennforgása esetén létesíti közvetve az aktív immunitást,

a mely feltételek alig ismerhetők fel az adott esetben kielégítő szabotossággal. A ragályanyag virulentiájának és ehhez képest a vele előállított szérum védő értékének ingadozása a főakadálya annak is, hogy a közvetlenül aktív immunitást létesítő szimultán védőoltási módszer, melynek eredményei tapasztalataink szerint sok esetben nagyon értékesek, ma még nem adható át kellő megnyugvással a gyakorlatnak. Különösen a közvetlen aktív immunizálásra való tekintettel a védőoltás további beható tanulmányozást igényel s erre vonatkozólag nálunk is szakadatlanul folyik tovább a kísérletezés.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 április 22.-én tartott üléséből.)



ÁBRAMAGYARÁZAT.

IV. tábla.

1. *Heliozoa* módjára sugaras állabakat bocsátó egyén. A plasmában közepén hólyagocska alakú mag, fölötte contractilis vacuolum és elnyelt táplálék-rögök. Nagyítás körülbelül 1 : 1500.

2. *Oscillaria* fonaldarabja, melynek csúcssejtjére tapad egy *Vampyrellidium*, egy pedig oldalról kezdi ki. Nagyítás körülbelül 1 : 540.

3. Állárait visszahúzó *Heliozoa*-szerű *Vampyrellidium*, a plasmában mag, contractilis vacuolum és elnyelt táplálék-maradék.

4. *Oscillaria*-fonaldarab, melynek hüvelyében három ellapult *Vampyrellidium* látható, oldalról pedig egy *Vampyrellidium* a fonal elhalt sejtjét kebelezi be. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

5. Plasmodium módjára egyesült *Vampyrellidium*-egyének. Nagyítás körülbelül 540-hez.

6—10. A *Vampyrellidium* osztódása. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

11. Emésztő *Vampyrellidium*-cysta. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

12. Számos *Vampyrellidium*tól megtámadott *Oscillaria*-fonál. Fenn bal oldalon egy törszerű állabas egyén helyet akar a már megtapadtak között szorítani. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

13. *Nuclearia*-alakban kalandozó egyén hólyagocska-alakú maggal, három contractilis vacuolummal, kevés elnyelt táplálék-maradékkal. Nagyítás körülbelül 1 : 1500-hoz.

14. Keményítőszemecskét elnyelt és azt emésztő *Vampyrellidium*. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

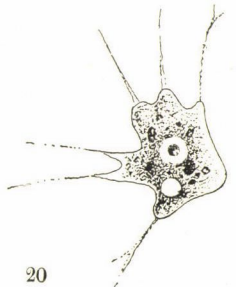
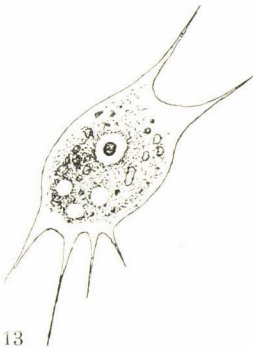
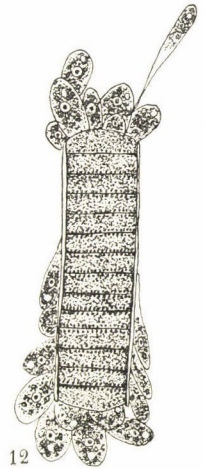
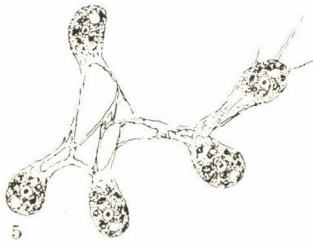
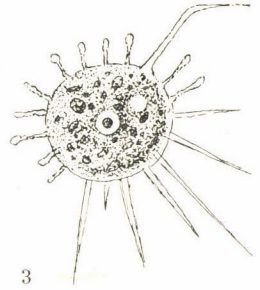
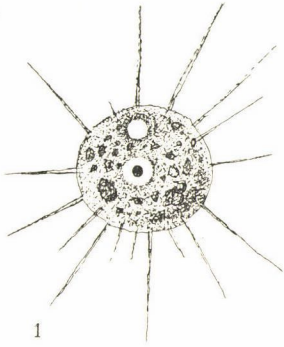
15. A megszakadt *Oscillaria*-sejt tartalmát *Amoeba* módjára bekebelező *Vampyrellidium*. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

16. *Vibriókkal* tele egyén. A vibríos rész a pontozottan feltüntetett terület. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

17—19. Emésztetlen maradékot kiürítő egyén. Nagyítás körülbelül 1 : 540-hez.

20. Oly egyén, mely *Heliozoa*-szerű állárait bevonva, karélyos állabakkal iparkodik tova haladni. A plasmában hólyagocska-alakú mag, egy contractilis vacuolum, kevés emésztetlen táplálék-maradék. Nagyítás körülbelül 1 : 1500-hoz.

Valamennyi rajz szabadkézzel készült.



JAVÍTANDÓK.

FRÖHLICH IZIDOR r. t.: «Az elhajlított fény polárossági állapotának újabb, nevezetes törvényszerűségei» című cikkében.

M. T. Akadémia Mathem. és Term.-tud. Értesítője XXX. kötete, 1—97. lap.

2. lap 4. sor fölülről: «láp» helyett olvasd: «lap».
2. « 17. « « «egyenlete» után igtasd: ;
3. « 5. « « «elméletből folyó» helyett olvasd: «elméleti».
5. « 21. « « «kimutatta» után igtasd: «, ha a beejtett fény a beesés síkjában van polározva».
5. « 8. « alulról: «mutatnak polározást» két szó felcserélendő.
5. « 1. « « az «1.» helyett olvasd: «4.».
6. « 7. « fölülről: «között változik» helyett olvasd: «közötti értékekkel bír».
6. « 10. « alulról: «koromréteg» után igtasd: ,
6. « 9. « « «mentén» után igtasd: «feléje tekintve».
9. « 4. « fölülről: «a képe» helyett olvasd: «pontszerűnek tekinthető helye».
10. « 6. « « «sugarak» után igtasd: ,
10. « 9. « « «a» elhagyandó.
10. « 10. « « «folytán» után igtasd: «nemcsak a többi irányokban, hanem».
10. « 11. « « «terében» után igtasd: «is».
10. « 13. « « «a» elé igtasd: «úgy a levegőben, mint az üvegben, azaz».
11. « 4. « « «üveg-anyagba» helyett olvasd: «üveg-anyagba».

11. lap 19. sor fölülről: «fénynyaláb» után igtasd: ;
11. « 20. « « «is» elhagyandó.
11. « 21. « « ; helyett olvasd: .
11. « 22. « « «nézve» után igtasd: «is».
12. « 5. « alulról: «dolgozóh-ypothesisnek» helyett olvasd: «dolgozó hypothesisnek».
13. « 8. « « «tulajdonítanak» helyett olvasd: «tulajdonít».
13. « 2. « « «1. lap» helyett olvasd: «4. lap».
14. « 15. « « «. . .ből» után igtasd: «a levegőben».
14. « 13. « « «kifejezései» után igtasd: «úgy a levegőben, mint az üvegben».
15. « 15. « fölülről: «DUBOSEQ» helyett olvasd: «DUBOSCQ».
16. « 2. « « «kiindulólág» után igtasd: «a 3. ábra, 9. lap szerint».
16. « 11. « « «analizáló» után igtasd: «csövön».
16. « 19. « « «és» után igtasd: «e mellett».
16. « 9. « alulról: «látótérben» helyett olvasd: «kompenzátorral felszerelt eszköz látótérében».
17. « 6. « fölülről: «a» után igtasd: «normálisan».
17. « 11. « « «haladnak» után igtasd: ;
17. « 17. « « «anyagokra» helyett olvasd: «üveganyagokra».
17. « 24. « « a három «0» számjegy helyett olvasd: «0».
20. « 23. « « «oldalán» helyett olvasd: «oldala közepe táján».
21. « 12. « « «beeső síkban poláros» helyett olvasd: «beeső, egyenesben-poláros».
21. « 9. « alulról: «azon» helyett olvasd: «abból a».
22. « 5. « fölülről: «üveg» után igtasd: -
22. « 14. « alulról: «esik» helyett olvasd: «érkezik».
22. « 11. « « «üveganyagba» helyett olvasd: «üveganyagba».
22. « 7. « «) jel után igtasd: «a levegőbe».
22. « 4. « « «szöget» elhagyandó.
23. « 1. « fölülről: \curvearrowright jel után igtasd: «, mely».
23. « 5. « alulról: «észlelt» után igtasd: «elhajlitott».

25. lap 3. sor alulról: «*a*» helyett olvasd: «*a*».
27. « 6. « « «*keríngés*» után igtasd: «*eivel*».
28. « 5. « « «*a*» után igtasd: «9. §. észleleti adatai-hoz tartozó».
29. « 5. « fölülről: a két «*x*» helyett olvasd: «*k*».
29. « 6. « « a «90°0» a többi 90° fölé jő.
29. « 7. « alulról: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
30. « 3. « fölülről: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
30. « 8. « alulról: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
30. « 7. « « a «90°0» a többi 90° fölé jő.
30. « 1. « « «—00» helyett olvasd: «00».
31. « 6. « fölülről: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
31. « 7. « « a «90°0» a többi 90° fölé jő.
31. « 11. « alulról: a «90°0» a többi 90° fölé jő.
32. « 1. « fölülről: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
32. « 2. « « a «90°0» a többi 90° fölé jő.
33. « 3. « « a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
34. « 4. « « a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
34. « 9. és 10. sor között, alulról, sorköz-nek kellene lennie.
35. « 3. sor fölülről: a két «*x*» betű helyett olvasd «*k*».
35. « 4., 11. és 18. sor fölülről: a «90°0» a többi 90° fölé jő.
36. « 3. sor fölülről: «nyújtja.» helyett olvasd: «nyújtja, 24-27. lap».
36. « 19. « « «nyíl és» helyett olvasd: «nyíl-alak vagy».
36. « 9. « alulról: «kiegészítő rajz» helyett olvasd: «5*a* kiegészítő rajz, 24. lap.»
36. « 8. « « «45°0» után igtasd: «elhajlítási».
36. « 4. « « «kiegészítő rajz» helyett olvasd: «7*a* kiegészítő rajz, 26. lap.»
36. « 3. « « «137°3» után igtasd: «elhajlítási».
38. « 5. « fölülről: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
38. « 6. « « a «90°0» a többi 90° fölé jő.
38. « 7. « alulról: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
39. « 3. « fölülről: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
39. « 8. « alulról: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».
39. « 7. « « a «90°0» a többi 90° fölé jő.
40. « 5. « fölülről: a két «*x*» betű helyett olvasd: «*k*».

40. lap 6. sor fölülről: a «90°0» a többi 90° fölé jő.
40. « 7. « alulról: a két «z» betű helyett olvasd: «k».
41. « 3. « fölülről: a két «z» betű helyett olvasd: «k».
41. « 8. « alulról: a két «z» betű helyett olvasd: «k».
41. « 7. « a «90°0» a többi 90° fölé jő.
42. « 4. « fölülről: «harmonikus» után igtasd: ,
42. « 9. ábrán: az (EO*F*) csúcsszögének «*K*» jele helyett olvasd: «*k*»; az (E'*O**F'*) csúcsszögének a jele «*K*»; az ábrán előforduló az az ívrész, mely az (*F'**O**F'*) csúcsszögét átfogja, törlendő.
43. « 2. sor fölülről: « $a \sin(\gamma + \varepsilon_a)$ » h. olvasd: « $a \sin(\gamma + \varepsilon_a)$ ».
43. « 13. « «vektor-éval» h. olvasd: «vektoréval».
43. « 15. « «*ererő*» helyett olvasd: «*credő*».
44. « 1. « «vektor» után igtasd: «végpontjának».
44. « 5. « «*credő-vektor*»-ból a -jel elhagyandó.
44. « 8. « « $\xi \left(\frac{d\eta}{dt} \right)$ » helyett olvasd: « $\left(\xi \frac{d\eta}{dt} \right)$ ».
44. « 16. « «*vagy*» után igtasd: «*a*».
45. « 9. « «*esnek*» után igtasd: «*magukkal*».
45. « 10. « « $\varepsilon_b - \varepsilon_a = +\pi$ » h. olvasd: « $\varepsilon_b - \varepsilon_a = 0$ ».
45. « 11. « « $\left(\frac{\xi}{a} + \frac{\eta}{b} \right)^2 = 0$ » h. o.: « $\left(\frac{\xi}{a} - \frac{\eta}{b} \right)^2 = 0$ ».
45. « 11. « «*azazaz*» helyett olvasd: «*azaz, az*».
45. « 14. « « $\varepsilon_b = \varepsilon_a$ » helyett olvasd: « $\varepsilon_b - \varepsilon_a = \pi$ ».
45. « 5. « alulról: «*a'*» helyett olvasd: «*a'*».
45. « 3. « «*melyeket*» elhagyandó.
46. « 1. « fölülről: «már az ábra is igazol» elhagyandó.
46. « 2. és 3. sora fölülről: végéhez igtatandó: ;
46. « 3. sora fölülről után igtasd: «*melyeket* már a 9. ábra, 42. lap is igazol».
46. « 12. sor fölülről: «*melyet*» helyett olvasd: «*melyeket*».
46. « 1. « alulról: $\cos(\varepsilon_b - \varepsilon_a) a'$ helyett olvasd: $\cos(\varepsilon_b - \varepsilon_a) \sin a'$.
47. « 3. « fölülről: « ε_b » helyett olvasd: « ε'_b ».
47. « 7. « « $\sin a'$ » helyett olvasd: « $\sin a'$ ».
47. « 8. « « $\cos a'$ » helyett olvasd: « $\cos a'$ ».

47. lap 16. sor fölülről: « $\cos(2a')$ » helyett olvasd: « $\cos(2a')$ ».
47. « 18. « « « $\cos^2 a'$ » helyett olvasd: « $\cos^2 a'$ ».
48. « 19. « « «eredeti» után igtasd: «(1) alatti, 43. l.».
48. « 22. « « «uj» után igtasd: «(7) alatti, 46. lap.».
48. « 23. « « « $\sin(\gamma' b)$ » helyett olvasd: « $\sin(\gamma l + \varepsilon b)$ ».
48. « 4. « alulról: « $\cos a'^2$ » helyett olvasd: « $\cos^2 a'$ ».
49. « 14. « fölülről: « $\sin a$ » helyett olvasd: « $\sin a'$ ».
50. « 5. « « «egyszerű» után igtasd: ,
50. « 6. « « «vektor-eredő» helyett olvasd: «vektor-eredő».
50. « 9. és 10. alulról: «*menyiség*» h. olvasd: «*menyiségek*».
51. « 9. sor alulról: « $\operatorname{tg}^2(2a)$ » helyett olvasd: « $\operatorname{tg}^2(2a)$ ».
52. « 10. « fölülről: B^2 kifejezésének « $+ 4a^2 b^2 \cos^2 \varepsilon$ » tagja — előjellel veendő.
52. « 8. « alulról: «egyenletet» helyett olvasd: «egyenleteit».
53. « 3. « fölülről: « ΞII » h. olvasd: « Ξ -vel, illetve II -val»,
53. « 9. « alulról: «ismeretes» után igtasd: «ebből a 12. §. (5) és a 13. §. (6) formulája szerint».
54. « 8. « fölülről: «legelterjedt» helyett olvasd «legelterjedtebb».
54. « 15. « « «és» után igtasd: «a».
54. « 17. és 18. sor fölülről: « $\frac{A}{B}$ » helyett olvasd: « $\frac{B}{A}$ »
54. « 19. sor fölülről: «akkor» után igtasd: «a 9. ábra, 42. lap szerint:».
55. « 11. « alulról: «osztva» után igtasd: «a (25a) felhasználásával».
55. « 8. « « «így» után igtasd: «a 16. §. (24) egyenletéből».
56. « 18. « fölülről: «a» helyett olvasd: «az átlátszó közegek határfelületén keletkező».
57. « 18. « alulról: «ennek» után igtasd: «az (5) szerinti».
57. « 7. « « «fénytelen visszaverődésre» h. olvasd: «fényvisszaverődésre».
58. « 14. « fölülről: «indít» után igtasd: «váltakozásra».
60. « 16. « « «10. ábra» után igtasd: «59. lap».
60. « 19. « « «két» helyett olvasd: «két».

60. lap 6. sor alulról: «való» után igtasd: «szabályos».
61. « 16. « « «hancm» helyett olvasd: «miért is e sugarakat a 3. és 10. ábrában, 9. és 59. lap, nem rajzoltuk; ezek keletkeznek».
61. « 9. « « «sugarakra» helyett olvasd: «sugarak az 1. és 2. ábrában, 7. és 8. lap, pontozva vannak rajzolva; ezekre».
62. « 4. « fölülről: «ábrában» után igtasd: «9. és 59. lap».
62. « 6. « « «közéget» után igtasd: «e».
62. « 11. « alulról: «(III) $\nabla = \vartheta$ » h. o.: «(III) $\nabla = \vartheta$ ».
63. « 8. « « « $\frac{\pi}{2} \overline{\leq} |\omega| \leq \pi$ » h. o.: « $\frac{\pi}{2} \overline{\leq} |\omega| \leq \pi$ ».
64. « 17. « « $\overrightarrow{\rho}$ » helyett olvasd: « $\overrightarrow{\rho}_i$ ».
64. « 13. « « «a ρ » helyett olvasd: «a ρ_i ».
65. « 10. « « «szerint a 8—11. §§. II.» helyett olvasd: «szerint, ugyanis a 8—11. §. III.».
65. « 4. « « «nézve» után igtasd: «a (6)-ból».
66. « 11. « fölülről: «ábra» után igtasd: «, 9. és 59. lap.».
68. « 10. « alulról: «idetartozó» elé igtasd: «a 8—11. §. I. és II. sorozataiban előforduló».
69. « 1. « fölülről: elé igtasd: [
69. « 7. « alulról: a 22. §. végéhez igtasd:].
69. « 7. « « «1. lapján» helyett olvasd: «4. lapján».
70. « 6. « fölülről: «(11)-ben» után igtasd: «67. lap».
70. « 8., 7. és 6. sora, alulról, helyett olvasd: «A nevezőkből $\cos \chi$ első hatványa kiküszöbölhető, ha τ_m -nek számlálóját és nevezőjét ($n \cos \omega - \cos \chi$)-vel, τ_p számlálóját és nevezőjét ($-n \cos \chi + \cos \omega$)-val szorozzuk; így nyerjük:».
71. « 14. « fölülről: «(23) és a 28. §.» helyett olvasd: «(23) formula és a 18. §.».
71. « 1 $\frac{1}{2}$ « alulról: «($n^2 \sin^2 \omega - 1$)» h. olvasd: «($n^2 \sin^2 \omega - 1$)».
73. « 1. « « « $\sin(2K_c) = + \dots$ » h. o.: « $\sin(2K_c) = \pm \dots$ »
74. « 6. és 7. sora fölülről: «§§ tábláiban foglalt» helyett olvasd: «§. I. és II. sorozataiban foglalt, idetartozó».

74. lap 15. sor alulról: «jutunk» után igtasd: «az elhajlítás síkjából».
75. « 12. « « « számítottak» h. olvasd: «számítottak».
76. « 1. « fölülről: « $\theta \bar{\leq} \omega \leq \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$ » helyett olvasd: «Emellett: « $0 \bar{\leq} |\omega| \leq \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$ ».
76. « 2. « alulról: «ilyen» után igtasd: «esetekben».
77. « 6. « fölülről: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c; K_{\text{obs.}}$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c, K_{\text{obs.}}$ ».
77. « 7. « alulról: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
78. « 3. « fölülről: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
78. « 8. « alulról: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
79. « 6. « fölülről: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
80. « 1. « « « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
81. « 2. « « « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
82. « 3. « « « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
83. « 2. « « « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
84. « 6. « « « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
84. « 7. « alulról: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
85. « 3. « fölülről: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
85. « 8. « alulról: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
86. « 6. « fölülről: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
86. « 7. « alulról: « $x_{\text{obs.}}, x_{\text{calc.}}, x_0 - x_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».

87. lap 2. sor fölülről: «Sorozat» helyett olvasd: «sorozat».
87. « 3. « « « $\alpha_{\text{obs.}}, \alpha_{\text{calc.}}, K_0 - \alpha_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
87. « 8. « alulról: « $\alpha_{\text{obs.}}, \alpha_{\text{calc.}}, \alpha_0 - \alpha_c$ » helyett olvasd: « $k_{\text{obs.}}, k_{\text{calc.}}, k_0 - k_c$ ».
87. « 6. « « 8. rovatában: «—0·7» h. o.: «—1·7».
89. « 1. « « « «Értesítője» h. olvasd: «Értesítőjének».
93. « 4. és 5. sora fölülről: $\alpha'_{\text{obs.}}, \alpha''_{\text{obs.}}, \alpha'''_{\text{obs.}}; \alpha'_0, \alpha''_0, \alpha'_0; \alpha'''_0, \alpha'_0, \alpha''_0$ helyein α helyett k betűt!
94. « 2. « 3. « « $\alpha'_{\text{obs.}}, \alpha''_{\text{obs.}}, \alpha'''_{\text{obs.}}; \alpha'_0, \alpha''_0, \alpha'_0; \alpha'''_0; \alpha'_0, \alpha''_0$ helyein α helyett k betűt!
94. « 10. « 9. « alulról: $\alpha'_{\text{obs.}}, \alpha''_{\text{obs.}}, \alpha'''_{\text{obs.}}; \alpha'_0, \alpha''_0, \alpha'_0; \alpha'''_0, \alpha'_0, \alpha''_0$ helyein α helyett k betűt!
95. « 8. « 9. « fölülről: $\alpha'_{\text{obs.}}, \alpha''_{\text{obs.}}, \alpha'''_{\text{obs.}}; \alpha'_0, \alpha''_0, \alpha'_0; \alpha'''_0, \alpha'_0, \alpha''_0$ helyein α helyett k betűt!
96. « 12. sor fölülről: «főgymnásiumnak» helyett olvasd: «főgymnásiumnál».
96. « 3. « alulról: «rajzot» után igtasd: —.
97. « 2. sorában a második és harmadik név felcserélendő.
97. « szövege utolsó sora után igtasd:

Utóirat: Szabadjon e helyen még utólagosan megjegyezmem, hogy az 1911. évnek nyarán, szintén KURDILLA FERENCZ tanárnak szíves közreműködésével, nagyszámú folytatólagos mérések történtek, ugyancsak a jelen dolgozatban használt, kormozott átfogó lapú üvegfélg hengerekkel; de e vizsgálatoknál a kormozott lapra ejtett fény beesése nemcsak merőleges, hanem tetszés szerinti irányú volt, a mi közben azonban polározása síkjá mindig egybeesett a beesés síkjával.

A még nem sajtókészen rendezett észleletek mutatták, hogy daczára a beesés szöge különbözőségének, a keletkező, elhajlitott, szétszórott poláros fény sugarak, jóformán kivétel nélkül, quantitative is, úgy viselkednek, mint a jelen dolgozatban megvizsgált, merőlegesen beejtett, egyenesben poláros fényből keletkezett elhajlitott sugarak.

El tények ismét kényszerítő bizonyítékai annak, hogy a beejtett egyenesben poláros fénynek, e koromrészecskéket gerjesztő vektora csak merőleges lehet a beesés síkjára, azaz saját polározása síkjára. (1912. évi április havában.)

AZ ORR MELLÉKÜREGEI A GYERMEKKORBAN.

ÓNODI ADOLF 1. tagtól.

Az orr melléküregei a gyermekkorban ez ideig rendszeresen feldolgozva nem lettek. Értékes adatokkal rendelkezünk ugyan az ébrényi időszakban az orr melléküregeinek első fejlődési alapját illetőleg, de csak egyes, általánosan tartott, sőt ellentmondó adatokat találunk a bonczani és orrgyógyászati tankönyvekben a gyermekkori melléküregekre vonatkozólag. Vizsgálataink célja volt ezen hézagot betölteni; adataink nemcsak a bonczani ismereteket egészítik ki és a téves adatokat igazítják helyre, hanem a természetes nagyságban feltüntetett alakviszonyok a sebészi beavatkozásoknál is értékesíthetők. Először összefoglaljuk a bonczani eredményeket, azután kifejtsük gyakorlati fontosságukat a gyermekkori melléküregbántalmak kezelésénél.

1. A homloküreg.

A mi a homloküreg fejlődését illeti, STEINER (1), MERKEL (2), KILLIAN (3), ZUCKERKANDL (4) és BOEGE (5) idevonatkozó adatait a homloküregről szóló dolgozatomban (6) már felemlítettem. Távol áll tőlem ezen alkalommal az orr melléküregei ébrényi fejlődésének alakviszonyait közelebbről fejtegetni. Csupán megjegyezni kívánom, hogy a KILLIAN által megjelölt recessus frontalis MIHALKOVICS-tól (7), mint recessus meatus medii iratott le. Ezen homlok-tasakból fejlődik közvetlenül a homloküreg, de KILLIAN szerint közvetve egy rostasejtből, az úgynevezett homloksejtből is keletkezhetik. A következő adatokkal a gyermekkori homloküreg fejlődésére vonatkozó különböző nézeteket foglaljuk össze. STEINER

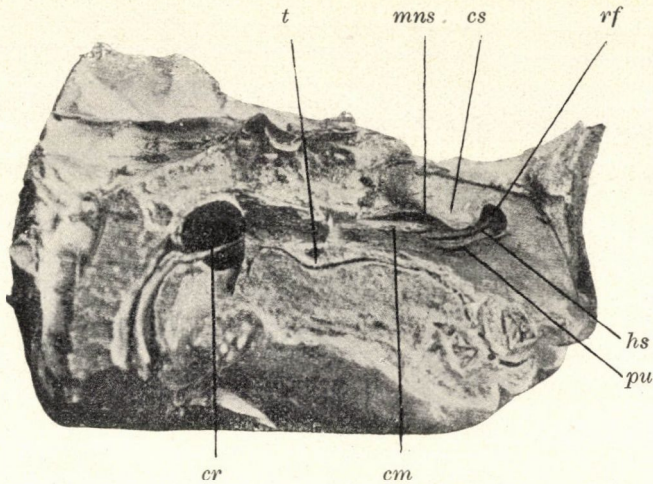
a homloküreg első fellépését az első és a második életév határára írta le; a hatodik és a hetedik év körül az üreg borsónyi nagyságot ér el. AEBY (8) szerint a homloküreg első fejlődése a második év kezdetén indul meg, MONTI (9) szerint a harmadik, negyedik évben, ENGEL (10) szerint a tizenkettedik évben, HARTMANN R. (11) szerint a fanosodás idejében, TILLAUX (12) szerint a tizenkettedik év után. ZUCKERKANDL, a ki a homloküreget nem tekinti egy rostasejt származékának, azt mondja, hogy az ujjszülöttben a homloküregnek nyoma sem található. MIHÁLKOVICS szerint a homloküreg a recessus meatus mediából indul ki, a negyedik évig kicsiny marad, a fanosodás idejében pedig csak borsónyi nagy. POIRIER (13) szerint a homloküreg a második év vége felé jelenik meg és nehezen állapítható meg, a hetedik év vége felé borsónyi nagy lesz és végleges nagyságát a tizenötödik évtől a huszadik évig éri el. SPEE (14) szerint a homloküreg első nyoma már az első év után mint sekély tasak mutatkozik, de csak a fanosodási időszakot megelőző években nagyobbodik kifejezetten és a huszadik év körül éri el átlagos végleges nagyságát. LANGER-TOLDT (15) szerint a homloküreg első nyoma az első év vége felé jelenik meg sekély tasak alakjában. Ezen tasak kibővülése lassankint megy előre, úgy hogy a hatodik évben alig éri el egy borsó nagyságát. A homloküreg kialakulásának lényegesebb haladása a tizenkettedik-tizennegyedik évben mutatkozik. CHIARI (16) szerint a homloküreg az ujjszülöttben teljesen hiányzik és fanosodás idejében körülbelül borsónyi. ZARNICO (17) is azt állítja, hogy a homloküreg az ujjszülöttben még nincsen jelen, fejlődése az első év végén indul meg és csupán a huszadik évben fejeződik be. A hatodik, hetedik évben borsónyi nagy. CHIARUGGI (18) a homloküregeket a mellső rostasejtek származékainak tekinti, szerinte kifejezetten csak a nyolczadik évben találhatóak, teljes kifejlődésüket a tizenötödik évtől a huszadik évig, vagy még később érik el.

Egyéb német, francia és angol tankönyvekben nem találunk szabatos adatokat a gyermekkori homloküregre vonatkozólag. A mint az elmondottak mutatják, a vélemények különbözők és ellentmondók: az egyetlen adat a nagyságot illetőleg, különböző évekre ugyan, borsó nagyságára vonatkozik. Közelebbi boncz-

tani adatokat, különösen a homloküregek méreteit, sem a boncz-tani, sem az orrgyógyászati tankönyvekben nem találtam. Fel-
említjük azon kevés közlést is, mely a homloküreg Röntgen-fel-
vételére vonatkozik, ez EICKEN, HAIKE és a *magam* dolgozata.
Öt Röntgen-felvételt a homloküregről szóló monografiámból ezen
munkámba is felvettem. Egy három éves, egy három és fél
éves, egy négy éves, egy hat éves, egy nyolcz és fél éves, egy
kilencz éves, egy tizenkét éves és egy tizennégy éves koponyán
az első és a fejlettebb alakban különböző kiterjedésben a homlok
területében írtam le. A homloküreg első alakja különböző ter-
jedelemben oldalt a szagló rés mellett mutatkozott. EICKEN (19)
egy hétéves koponyán egy kifejezett frontalis rostasejtet ész-
lelt. Hét éven alól kisebb frontalis rostasejtet talált. Tizenkét,
tizennégy és tizenöt éves koponyákon különböző nagy homlok-
üreget észlelt. HAIKE (20) több gyermek ép és kóros melléküre-
geit vizsgálta meg, a miről még lesz szó. Röntgen-felvételeit fronto-
occipitalis és lateralis irányban végezte. Önálló homloküreget
először két esetben: három és féléves leányban észlelt. HAIKE
azonkívül 5, 7, $7\frac{1}{2}$, $8\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{4}$, 12, $13\frac{1}{4}$, $13\frac{1}{2}$, 14 és
16 éves gyermekek homloküregeit vizsgálta meg és többnyire nagy
homloküregeket talált, ezek között $7\frac{1}{2}$ és $8\frac{1}{2}$ éves gyermekek
kifejezetten nagy homloküregeket mutattak. A kóros homlok-
üregek Röntgen-képeiről és jelentőségéről később fogunk szólani.
Ugyanott szó lesz KILLIAN (21) esetéről is, melyben egy éves
és három hónapos gyermekben a megbetegedett homloküreg meg
lett nyitva.

Ezen irodalmi áttekintés után a gyermekkori homloküregre
vonatkozó vizsgálataink eredményeit foglaljuk össze.

Az 1. ábra sagittalis metszeten egy nyolcz hónapos ebrényen
mutatja az oldalsó orrüregfalat a középső orrkagyló eltávolí-
tása után. Látható a középső orrkagyló (*cm*) tapadó vonala,
eltávolításával a félholdalakú rés (*hs*) területe szabaddá lett
téve, a rést felül a bulla ethmoidalis lemeze és alul a proces-
sus uncinatus (*pu*) határolja. A félholdalakú rés (*hs*) élesen
elhatárolt legelülső része felett jól kifejezetten látható a re-
cessus frontalis (*rf*), mely $4\frac{1}{2}$ mm-nyi kiterjedésben felfelé és
előre terjed. A középső kagyló (*cm*) tapadó vonala felett a



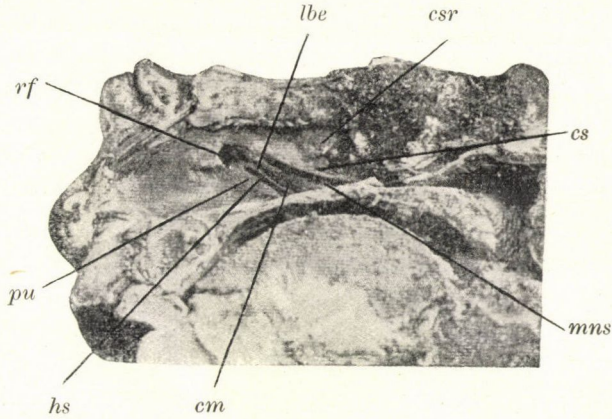
1. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *t* tuba Eustachii, *cr* cysta retropharyngealis.

felső orrjárat (*mns*) és a felső orrkagyló (*cs*), hátul az Eustach-féle kürt nyílása (*t*) és egy veleszületett, 13 mm magas és 16 mm széles rethopharyngeális cysta (*cr*) jól áttekinthető.

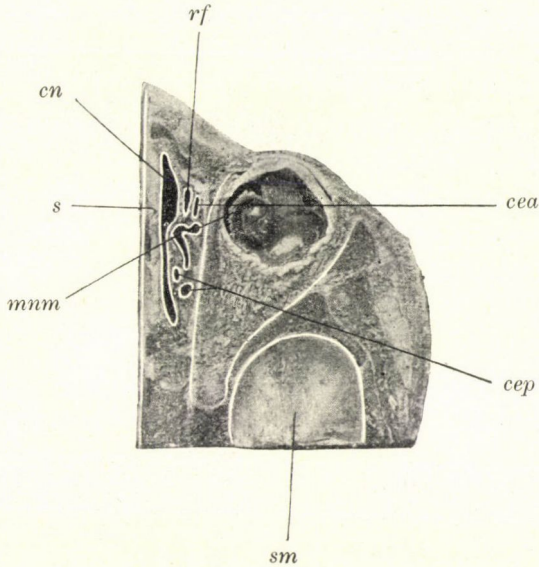
A 2. ábra sagittalis metszeten egy újszülöttön mutatja az oldalsó orrüregfalat a középső orrkagyló eltávolítása után. Látható a középső orrkagyló (*cm*) tapadó vonala, a félholdalakú rés (*hs*), melyet felül a bulla ethmoidalis lemeze (*lbe*) és alul a processus uncinatus (*pu*) határol. A félholdalakú rés (*hs*) élesen elhatárolt. Legelülső része felett a jól kifejezett recessus frontalis (*rf*) látható, mely $3\frac{1}{2}$ mm-nyi kiterjedésben felfelé és előre terjed. A középső kagyló (*cm*) tapadó vonala felett a felső orrjárat (*mns*), a felső orrkagyló (*cs*) és a legfelső orrkagyló (*csr*) maradványa látható.

A 3. ábra vízszintes metszeten egy újszülöttön a középső orrjárat (*mnm*) felső részének síkjában mutatja az orrüreget (*cn*), az orrsövényt (*s*), elülről hátrafelé a recessus frontalist (*rf*), az elülső (*cea*) és a hátulsó rostasejteket (*cep*).

A 4. ábra vízszintes metszeten egy újszülöttön a középső

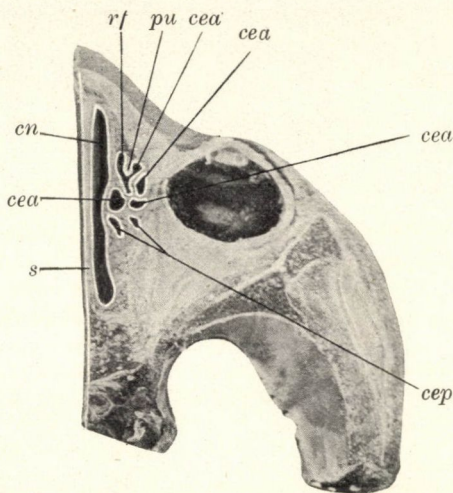


2. ábra Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *pu* processus uncinatus, *hs* hiatus semilunaris, *lbe* lamina bullae ethmoidalis, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *csr* concha suprema.



3. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cn* cavum narium, *s* septum, *mnm* meatus narium medius, *sm* fossa cranii media.

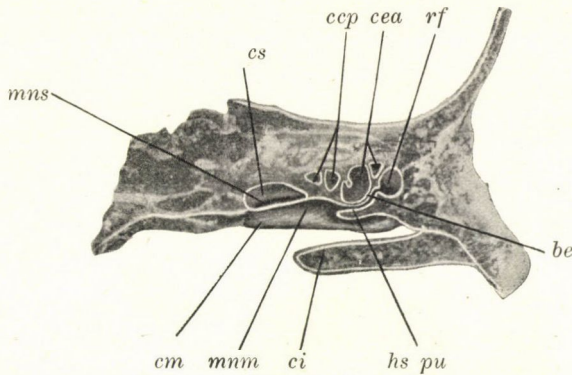
orrjárat legfelső részének síkjában mutatja a recessus frontalist (*rf*), a processus uncinatus (*pu*), az elülső rostasejteket (*cea*), a hátsó rostasejteket (*cep*), a keskeny orrüreget (*cn*) és az orrsövényt (*s*). A recessus frontalis (*rf*) 5 mm magas, 3 mm



4. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *pu* processus uncinatus, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cn* cavum narium, *s* septum.

hosszú és 2 mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) 2—3 mm hosszú, 4—5 mm magas, 2—3 mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) 5 mm magas, 4 $\frac{1}{2}$ mm hosszú és 2 mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) 5 mm magas, 4 $\frac{1}{2}$ mm hosszú és 2 mm széles.

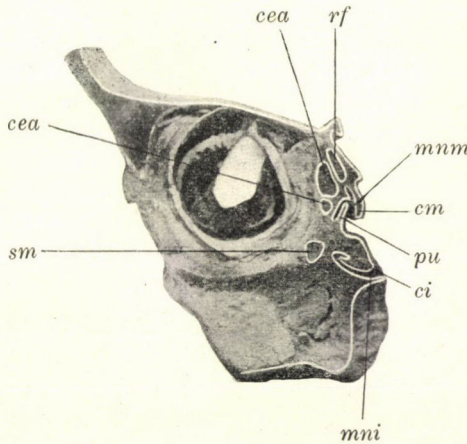
Az 5. ábra sagittalis metszeten egy egyhónapos gyermekből mutatja a homloküreget korai alakjában, így a recessus frontalist (*rf*), az elülső (*cea*) és a hátsó (*cep*) rostasejteket, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagyló egy részét és a középső (*mm*) és felső (*mns*) orrjárat egy részét. A recessus frontalis (*rf*) 4 $\frac{1}{2}$ mm magas, 3 $\frac{1}{2}$ mm hosszú és 3 mm széles, közvetlenül a félholdalakú résbe (*hs*) nyílik, mely a bulla ethmoidalis és a processus uncinatus (*pu*) között látható. Az elülső rostasejt (*cea*) 2—6 mm magas, 3—4 mm hosszú és 2—2 $\frac{1}{2}$ mm



5. ábra Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *be* bulla ethmoidalis, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ci* concha inferior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior.

széles. A hátulso rostasejt (*cep*) 2—3 mm magas, $2\frac{1}{2}$ —3 mm hosszú és 2—4 mm széles.

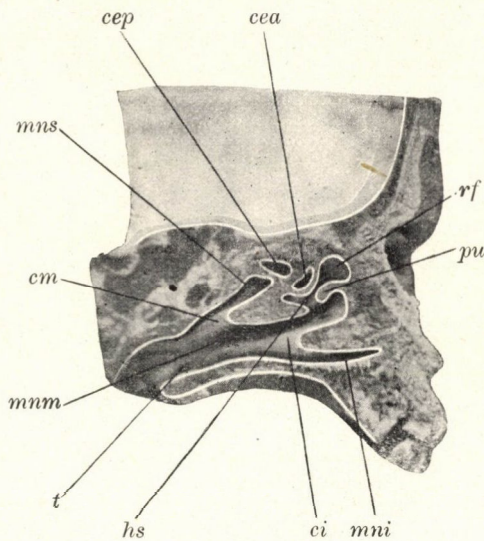
A 6. ábra homlokmetszeten egy egyhónapos gyermekből mutatja az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*ci*) és középső (*cm*)



6. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis *cea* cellula ethmoidalis anterior, *sm* sinus maxillaris, *mni* meatus narium inferior, *mnm* meatus narium medius, *pu* processus uncinatus, *cm* concha media.

orrkagylót, az alsó (*mni*) és középső (*mnm*) orrjáratot. A középső orrjáratban (*mnm*) a processus uncinatus (*pu*) és a félholdalakú rés látható, a középső orrjárat (*mnm*) felett a 6 mm magas, 5 mm hosszú és 2 mm széles recessus frontalis (*rf*), továbbá a középső orrjárat területében az elülső rostasejtek (*cea*) és az alsó orrjárat (*mni*) területében a Highmorüreg (*sm*).

A 7. ábra sagittalis metszeten egy egyhónapos gyermekből mutatja az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*) és a középső (*cm*) orrkagylót. A középső orr-

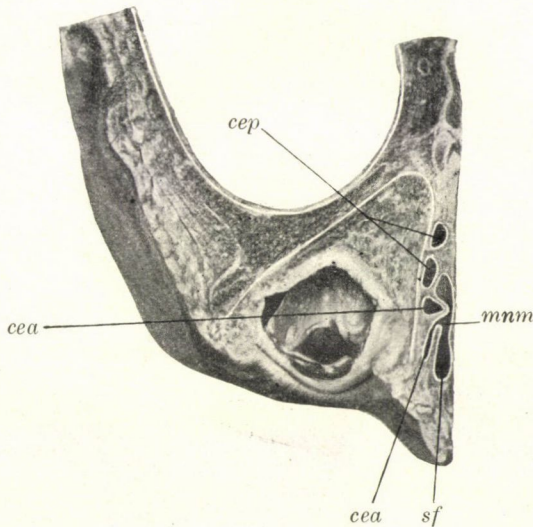


7. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *pu* processus uncinatus, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *hs* hiatus semilunaris, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *t* tuba Eustachii.

kagyló (*cm*) legelülső részének eltávolítására látható a félholdalakú rés (*hs*), a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*cea*) által határolva. A felső orrjárat (*mns*) területében a hátsó rostasejt (*cep*) és az alsó orrjárat (*mni*) vonalában hátul a tuba Eustachii (*t*) látható. A homloküreg korai alakja, a recessus frontalis (*rf*) 5 mm magas 4¹/₂ mm széles és 3¹/₂ mm hosszú,

a félholdalakkú rész (*hs*) felső elülső részletébe nyílik. Az elülső rostasejt (*cea*) $4\frac{1}{2}$ mm hosszú, 4 mm magas és $3\frac{1}{2}$ mm széles. A hátulsó rostasejt (*cep*) 5 mm hosszú, $3\frac{1}{2}$ mm széles és 3 mm magas. Egy $4\frac{1}{4}$ hónapos gyermek homlokmet szetén láttuk a $6\frac{1}{2}$ mm magas, $3\frac{1}{2}$ mm széles és a 3 mm hosszú homloküreget.

A 8. ábra vízszintes metszeten egy $4\frac{1}{4}$ hónapos gyermekből a középső orrjárat (*mns*) legfelső részének síkjában mutatja elülről hátrafelé a homloküreget (*sf*), az elülső (*cea*) és

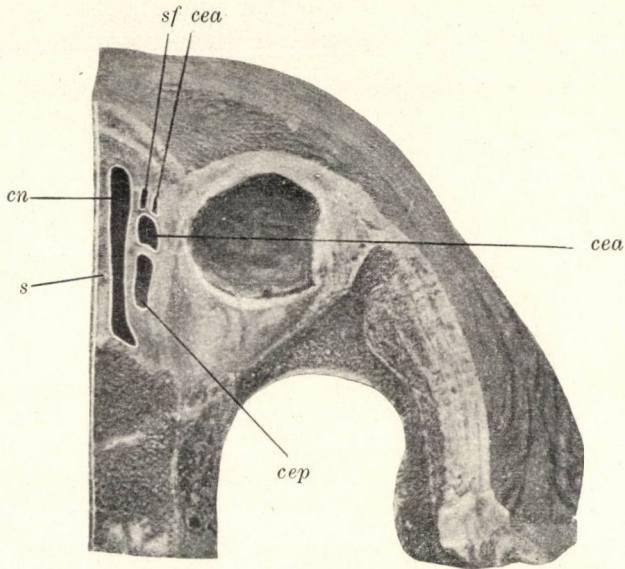


8. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *mnm* meatus narium medius.

a hátulsó (*cep*) rostasejteket. A homloküreg (*sf*) 6 mm magas, $5\frac{1}{2}$ mm hosszú és 3 mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) 4–5 mm magas, 3– $4\frac{1}{2}$ mm hosszú és 2–4 mm széles. A hátulsó rostasejt (*cep*) 5 mm magas, 3–5 mm hosszú és $4\frac{1}{2}$ mm széles.

A 9. ábra vízszintes metszeten egy öthónapos gyermekből az orrüreg felső részének síkjában mutatja a homloküreget (*sf*), az elülső rostasejteket (*cea*), a hátulsó rostasejtet (*cep*), az orrüreget (*cn*) és az orrsövényt (*s*). A homloküreg 7 mm magas, $5\frac{1}{2}$ mm hosszú és 2 mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*)

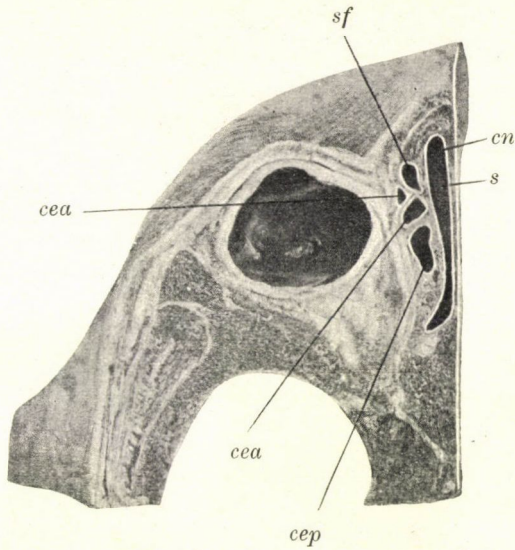
4—6 mm hosszú, 6—7 mm magas és 2—5 mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) 9 mm hosszú 8 mm magas és $4\frac{1}{2}$ mm széles.



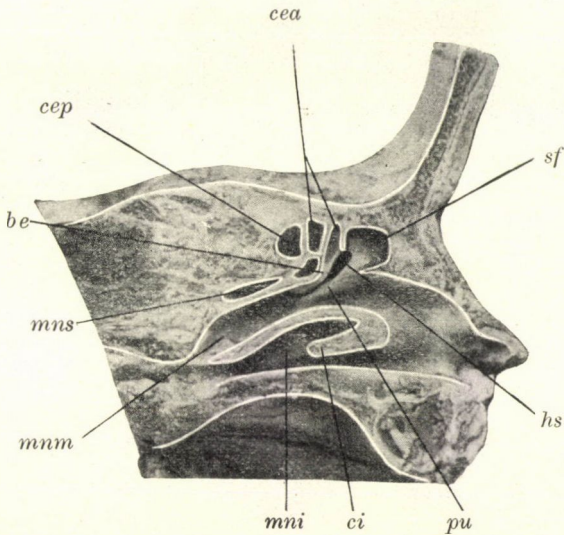
9. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cn* cavum narium, *s* septum.

A 10. ábra vízszintes metszeten egy öthónapos gyermekből az orrüreg felső részének síkjában mutatja a homloküreget (*sf*), az elülső rostasejtet (*cea*), a hátsó rostasejtet (*cep*), az orrüreget (*cn*) és az orrsövényt (*s*). A homloküreg (*sf*) $7\frac{1}{2}$ mm magas, 5 mm hosszú, 4 mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) $2\frac{1}{2}$ —6 mm hosszú, 3—8 mm magas és 2—5 mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) 10 mm hosszú, 6 mm magas és 4 mm széles. Ezen készítményen az ikéből 5 mm magas, $3\frac{1}{2}$ mm hosszú és 3 mm széles, nyílása 1 mm tág.

A 11. ábra sagittalis metszeten egy $5\frac{1}{2}$ éves gyermekből mutatja az átmetszett alsó (*ci*) orrkagylót, az alsó (*mn_i*), a középső (*mn_m*) és a felső (*mn_s*) orrjáratot. A félhordalakú rés (*hs*) szabaddá van téve, a bulla ethmoidalissal (*be*) és a processus



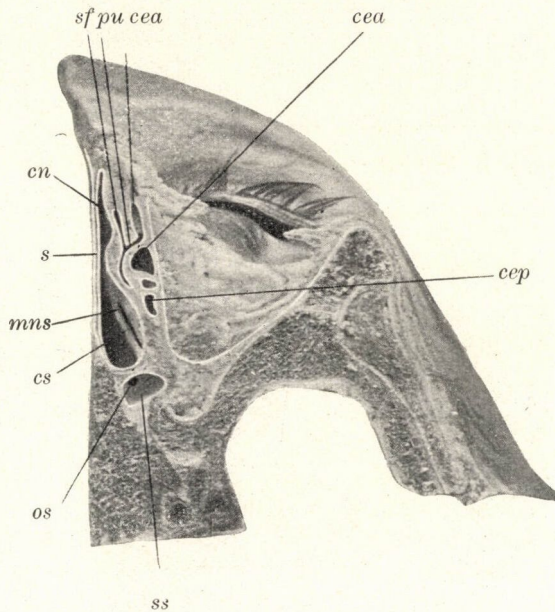
10. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cn* cavum narium, *s* septum.



11. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *be* bulla ethmoidalis, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *mns* meatus narium superior.

uncinatussal (*pu*). Fenn elülről hátrafelé látható a homloküreg (*sf*), az elülső (*cea*) és a hátsó (*cep*) rostasejt. A homloküreg korai alakja (*sf*) $6\frac{1}{2}$ mm hosszú, $5\frac{1}{2}$ mm magas és 4 mm széles, a félholdalakkú rész (*hs*) felső részén nyílik. Az elülső rostasejt (*cea*) 3—6 mm magas, $3\frac{1}{2}$ —4 mm széles és $2\frac{1}{2}$ —3 mm hosszú. A hátsó rostasejt (*cep*) $5\frac{1}{2}$ mm hosszú, 5 mm magas és 4 mm széles.

A 12. ábra vízszintes metszeten egy nyolczhónapos gyermekből a középső orrjárat legfelsőbb részének síkjában mutatja a

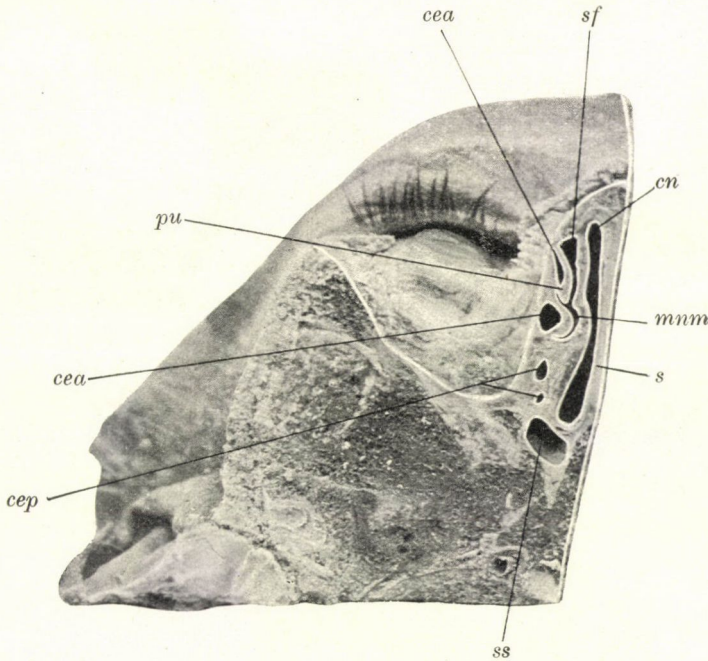


12. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *pu* processus uncinatus, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *os* ostium sphenoidale, *cn* cavum narium, *s* septum, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

homloküreg korai alakját, a recessus frontalist (*rf*), a processus uncinatust (*pu*), az elülső rostasejteket (*cea*), a hátsó rostasejteket (*cep*), az iköblöt (*ss*), a felső orrjáratot (*mns*), a felső kagylót (*cs*), az orrüreg felső részét (*cn*) és az orrsövényt (*s*).

A homloküreg (*sf*) 8 mm magas, 5 mm hosszú és 2 mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) 4–6½ mm magas, 4½ mm hosszú és 2–4 mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) 4–5 mm magas, 2½–3½ mm hosszú és 2 mm széles. Az iköblől (*ss*) 6 mm magas, 5½ mm hosszú és 5 mm széles, nyílása (*os*) 1 mm tág.

A 13. ábra vízszintes metszeten egy nyolczhónapos gyermekből a középső orrjárat (*mm*) legfelsőbb részének síkjában mu-

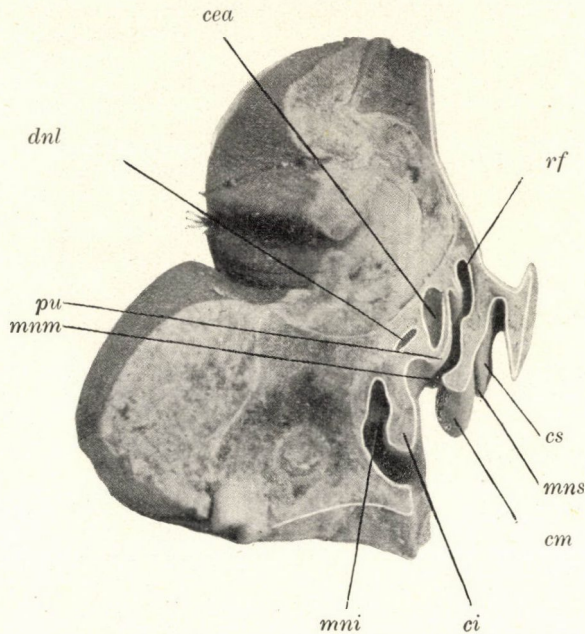


13. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *pu* processus uncinatus, *mm* meatus narium medius, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis (*ss*), *cn* cavum narium, *s* septum.

tatja a homloküreg korai alakját, a recessus frontalist (*rf*), a processus uncinatust (*pu*), az elülső rostasejtet (*cea*), a hátsó rostasejtet (*cep*), a középső orrjáratot (*mm*), az iköblöt (*ss*), az orrüreg felső részét (*cn*) és az orrsövényt (*s*). A homlok-

üreg (*sf*) $5\frac{1}{2}$ mm magas, 5 mm hosszú és $3-4\frac{1}{2}$ mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) $F-7$ mm hosszú, $5-7$ mm magas és $3-4\frac{1}{2}$ mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) $2\frac{1}{2}-4$ mm hosszú, $2-3$ mm magas és $1\frac{1}{2}-2$ mm széles. Az iköböl (*ss*) 9 mm magas, 6 mm széles és 5 mm hosszú, nyílása 1 mm tág. Egy 12 hónapos gyermek homlokmetsetén láttunk egy 6 mm magas, 5 mm hosszú és 5 mm széles homloküreget a homlokcsont pikkelyes részének alapján.

A 14. ábra homlokmetseten egy 14 hónapos gyermekből mutatja az orrüreg laterális falát az alsó (*ci*), középső (*cm*),

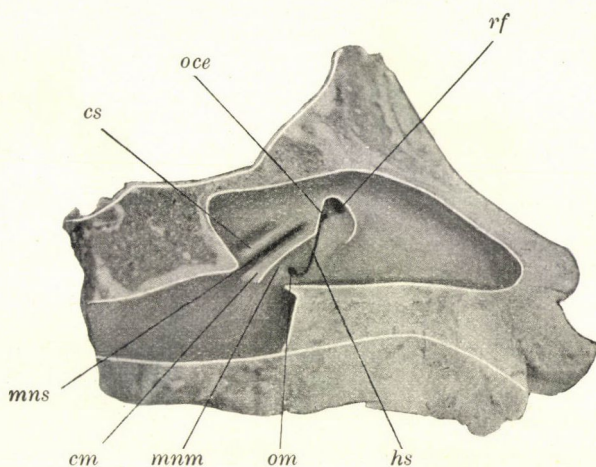


14. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *dnl* ductus nasolacrimalis, *pu* processus uncinatus, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

felső (*cs*) orrkagylóval és az alsó (*mni*), középső (*mnm*), felső (*mns*) orrjárat. A középső orrjárat (*mnm*) legelülső és legfelső részén látható a 6 mm magas, 4 mm széles és 3 mm

hosszú recessus frontalis (*rf*), mely a félholdalakú rés felett nyílik. A processus uncinatus (*pu*) felett egy 9 mm hosszú, 8 mm magas és 4 mm széles elülső rostasejt (*cea*) látható.

A 15. ábra sagittális metszeten egy 14 hónapos gyermekben a középső orrkagyló (*cm*) eltávolítása után mutatja a félholdalakú

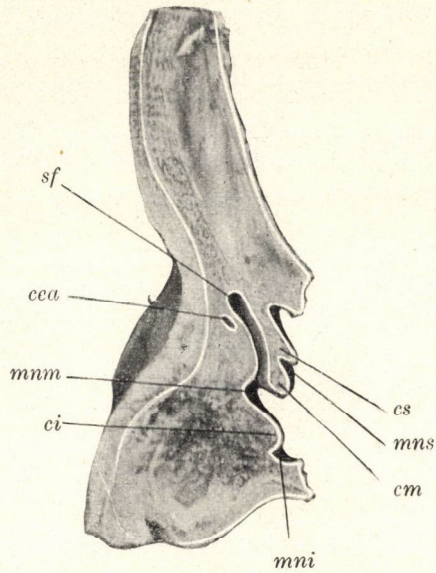


15. ábra. Sagittális metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *oce* ostium cellulae ethmoidalis anterioris, *hs* hiatus semilunaris, *om* ostium maxillare, *mmm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

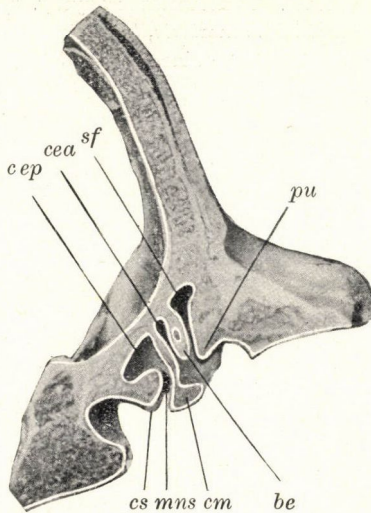
rés (*hs*) és a recessus frontális (*rf*) területét. A recessus frontális (*rf*) 10 mm magas, 9 mm hosszú és 6 mm széles. A recessusba nyílik a félhold alakú rés előtt egy kis elülső rostasejt (*cea*). A félholdalakú rés (*hs*) hátulso végén látható a Highmor-üreg ovalis nyílása (*om*).

A 16. ábra homlokmetszeten egy 15 hónapos gyermekből mutatja a 4 $\frac{1}{2}$ mm magas, 4 mm hosszú és 3 $\frac{1}{2}$ mm széles homloküreget (*sf*), mely a félholdalakú rés legfelsőbb-elülsőbb részén nyílik, továbbá az elülső rostasejtet (*cea*), az alsó (*mni*), a középső (*mmm*) és a felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), a középső (*cm*) és a felső (*cs*) orrkagylót.

A 17. ábra sagittális metszeten egy 15 hónapos gyermekből mutatja a 7 mm magas, 5 mm hosszú és 4 mm széles



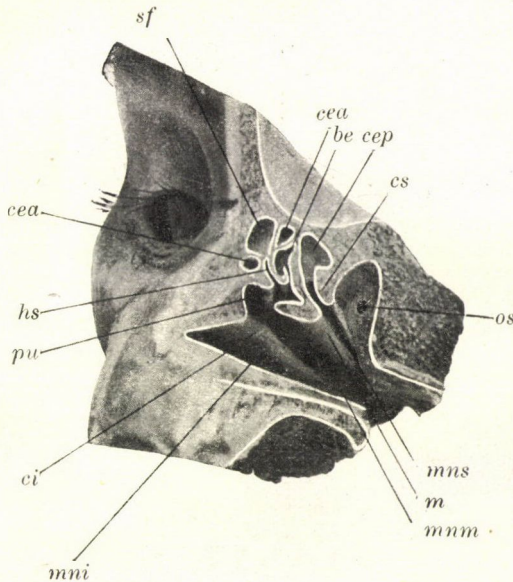
16. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium superior, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.



17. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *pu* processus uncinatus, *be* bulla ethmoidalis, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

homloküregét (*sf*), a félholdalakú rés legelülsőbb részébe nyílik, melyet a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) határol. Továbbá az elülső rostasejt (*cea*) nyílásával a középső orrjáratban és a hátsó rostasejt (*cep*) nyílásával a felső orrjáratban (*mns*) látható.

A 18. ábra sagittalis metszeten egy 15 hónapos gyermekből mutatja az alsó (*mni*), középső (*mm*) és felső (*mns*) orr-

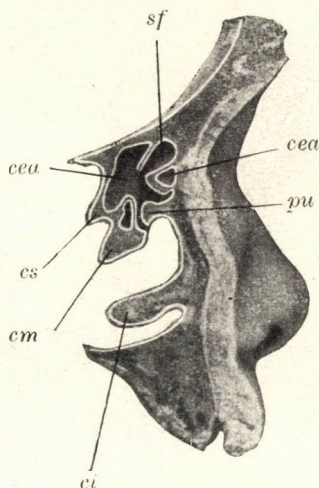


18. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *pu* processus uncinatus, *be* bulla ethmoidalis, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *os* ostium sphenoidale, *mni* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *cm* concha media, *cs* concha superior.

járatot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, elülről hátrafelé a homloküregét (*sf*), az elülső rostasejtet (*cea*), a hátsó rostasejtet (*cep*) és az iköböl nyílását (*os*). A homloküreg (*sf*) 7 mm magas, 5 mm hosszú és 4 mm széles, a félholdalakú rés elülső felső részébe nyílik, melyet a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) határol. Az elülső rostasejt (*cea*) 3–4 mm hosszú, 3¹/₂–4¹/₂ mm széles és 3–4¹/₂ mm

magas, egy elülső rostasejt (*cea*) a metszésfelülettől még 6 mm-nyire a processus uncinatusba (*pu*) folytatódik. A hátsó rostasejt (*cep*) 6 mm hosszú, 5 mm magas és 4 mm széles, nyílása a felső orrjáratban (*mns*) látható. Az $1\frac{1}{2}$ mm tág ostium sphenoidale (*os*) az 5 mm hosszú, $3\frac{1}{2}$ mm magas és 3 mm széles iköbölbe vezet.

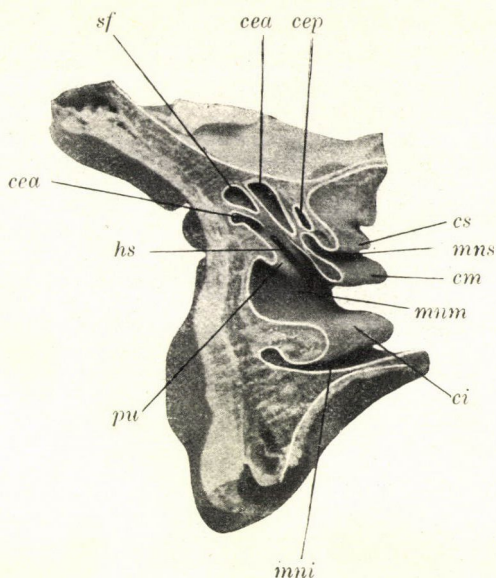
A 19. ábra homlokmetszeten egy $1\frac{1}{2}$ éves gyermekben mutatja az 5 mm magas, $3\frac{1}{2}$ mm széles és 3 mm hosszú homlok-



19. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *pu* processus uncinatus, *ci* concha inferior, *cm* concha media, *cs* concha superior.

üregét (*sf*), mely a félholdalaku rész felett nyílik. A homloküreg (*sf*) körül elülső rostasejtek (*cea*) vannak elhelyezve, az egyiknek magassága 10 mm, szélessége $3\frac{1}{2}$ mm és hossza $2\frac{1}{2}$ mm. A metszeten látható még a processus uncinatus (*pu*), az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagyló.

A 20. ábra az előző homlokmetszettel felelkezik és egy $1\frac{1}{2}$ éves gyermekben mutatja az orrüreg külső falát, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mmn*) és felső (*mns*) orrjáratot. A középső orrjáratban (*mmn*) a félholdalaku rész (*hs*), a processus uncinatus (*pu*), a félhold-

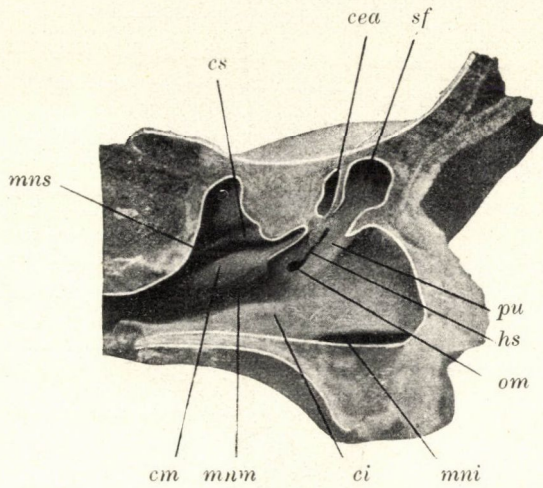


20. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior.

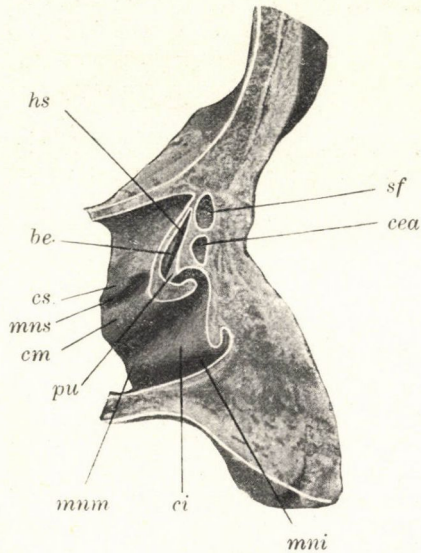
alakú rés felett a homloküreg (*sf*) elülső rostasejtektől (*cea*) körülvéve, továbbá a felső orrkagyló (*cs*) területén a hátsó rostasejt (*cep*) látható.

A 21. ábra sagittalis metseten egy 1½ éves gyermekén a középső kagyló (*cm*) eltávolításával mutatja a félholdalakú rés (*hs*) területét és a homloküreg nyílását (*sf*). A külső orrüregfalán az alsó (*ci*), a középső (*cm*) és a felső (*cs*) orrkagyló, az alsó (*mni*), a középső (*mm*) és a felső (*mns*) orrjárat látható. A rövid és keskeny félholdalakú rés (*hs*) hátsó végén a Highmor-üreg ovalis nyílása (*om*), a félholdalakú rés elülső vége felett a 9 mm magas, 7 mm széles és 4½ mm hosszú homloküreg (*sf*) látható.

A 22. ábra homlokmetseten egy két éves gyermekén mutatja az alsó (*mni*), középső (*mm*) és felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót. A félhold-



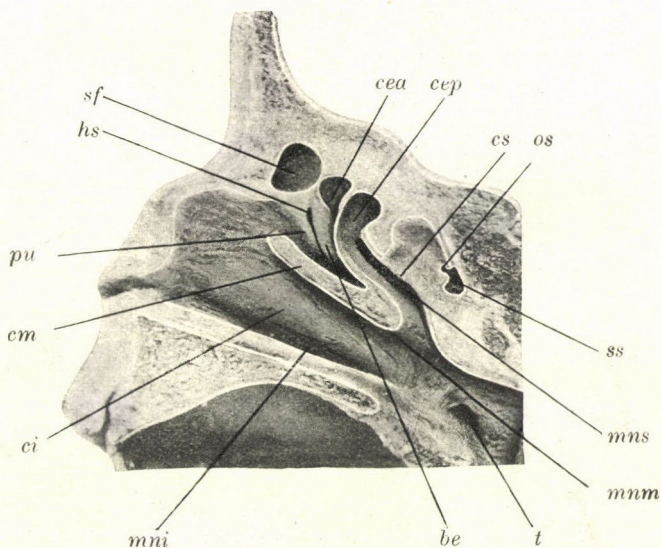
21. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *om* ostium maxillare, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.



22. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *hs* hiatus semilunaris, *be* bulla ethmoidalis, *pu* processus uncinatus, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior.

alakú rés (*hs*) területében, melyet a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) határol, a homloküreg (*sf*) és az elülső rostasejt (*cea*) látható. A homloküreg (*sf*) 5 $\frac{1}{2}$ mm magas, 4 mm széles és 3 mm hosszú és a félholdalakú rés (*hs*) elülső felső végébe nyílik. Az elülső rostasejt (*cea*) 5 mm magas, 4 mm széles és 3 $\frac{1}{2}$ mm hosszú, ezen sejt a metszésfelülettől még 10 mm-nyire a processus uncinatusba (*pu*) folytatódik.

A 23. ábra sagittális metszeten egy két éves gyermekben mutatja a lateralis orrüregfalat, az alsó (*mni*), középső (*mnm*)

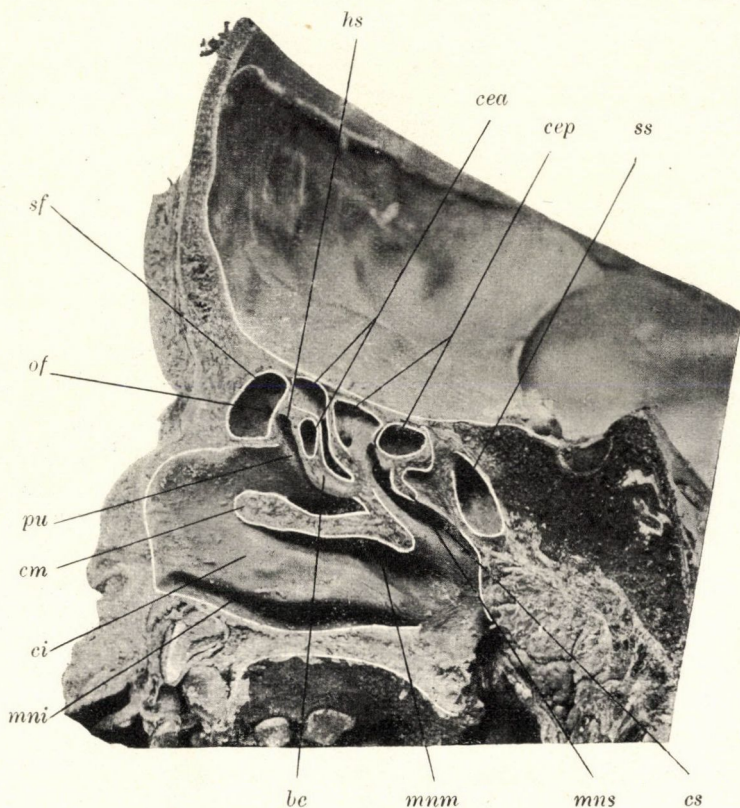


23. ábra. Sagittális metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *os* ostium sphenoidale, *ss* sinus sphenoidalis, *hs* hiatus semilunaris, *be* bulla ethmoidalis, *pu* processus uncinatus, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *t* tuba Eustachii.

és felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót. A középső orrkagyló (*cm*) elesett részlete folytán a félholdalakú rés (*hs*) szabaddá van téve a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) által határolva. Elülről hátrafelé a homloküreg (*sf*), az elülső rostasejt (*cea*), a hátsó rosta-

sejt (*cep*) és az ikéből (*ss*) helyzetükben és kiterjedésükben láthatók. A homloküreg (*sf*) $7\frac{1}{2}$ mm magas, $5\frac{1}{2}$ mm hosszú, 3 mm széles és a félholdalაკú rész (*hs*) tetején nyílik. Az elülső rostasejt (*cea*) $4\frac{1}{2}$ mm hosszú, 5 mm magas és $3\frac{1}{2}$ mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) 4 mm hosszú, 5 mm magas és 3 mm széles. Az ikéből (*ss*) $6\frac{1}{2}$ széles, 4 mm magas és $4\frac{1}{2}$ mm hosszú, nyílása 1 mm tág.

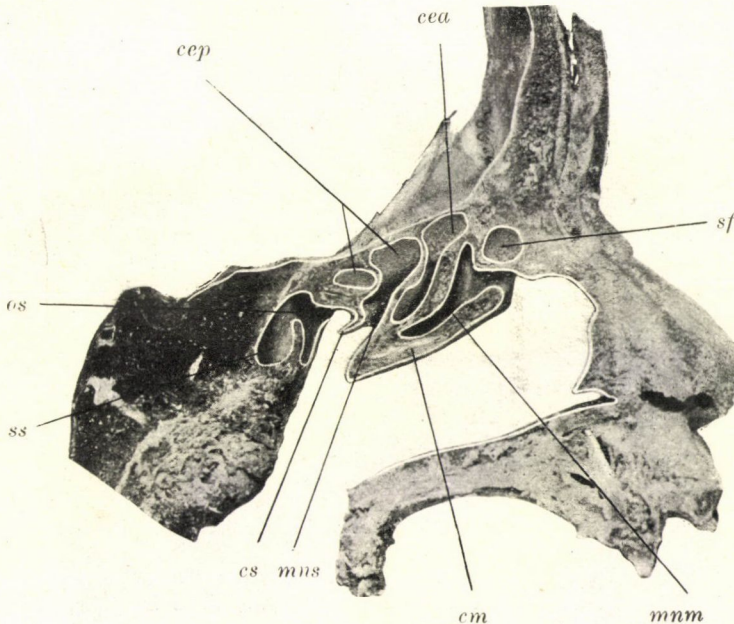
A 24. ábra sagittális metszeten egy három éves gyermekből mutatja az orrüreget és a belülről megnyitott melléküregeket.



24. ábra. Sagittális metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *of* ostium frontale, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *be* bulla ethmoidalis, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *cca* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *ss* sinus sphenoidalis.

Az alsó orrkagyló (*ci*) egészen meg van tartva, a középső (*cm*) és a felső (*cs*) orrkagyló részben elesett. A kagylók alatt az alsó (*mni*), a középső (*mnm*) és a felső (*mns*) orrjárat áttekinthető. A középső orrkagyló (*cm*) egy részének feltáráásával a félholdalakú rés (*hs*) területe szabaddá van téve, a processus uncinatus (*pn*) és a bulla ethmoidalis (*be*) által határolva. A jobb homloküreg (*sf*) 11 mm hosszú, 14 mm magas és 5 mm széles, $2\frac{1}{2}$ hosszúkás ovalis nyílással (*of*) a félholdalakú rés (*hs*) legelülő végébe nyílik.

A 25. ábra a felelkező sagittális metszeten egy három éves gyermektől mutatja a középső kagyló (*cm*) által fedett középső

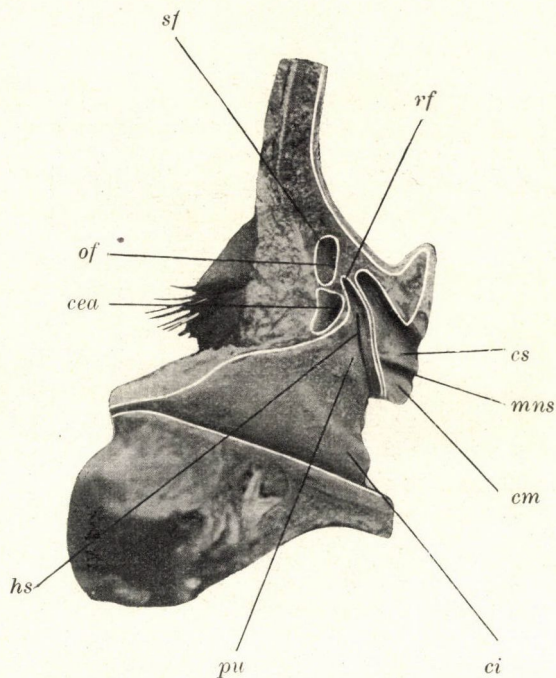


25. ábra. Sagittális metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *os* ostium sphenoidale.

orrjárat (*mnm*) legelülő részét. Egészen elül és fenn a homloküreg (*sf*) kis része látható, mögötte fekszik egy elülő rostasejt (*cea*), mely közvetlenül a recessus bullarisba nyílik, aztán kö-

vetkezik két hátsó rostasejt (*cep*) az egyik egyenesen a felső orrjáratba nyílik. Az ikcsont testében az ikéből (*ss*) nyílásával (*os*) látható. Egy három éves gyermek homlokmetsetén láttuk a 6 mm széles, 16 mm hosszú és 18 mm magas homloküreget $2\frac{1}{2}$ hosszúkás ovalis nyílásával a félholdalakú rés legfelső részébe nyílni.

A 26. ábra homlokmetseten egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekem mutatja a szabaddá tett félholdalakú rés (*hs*) területét, a proces-

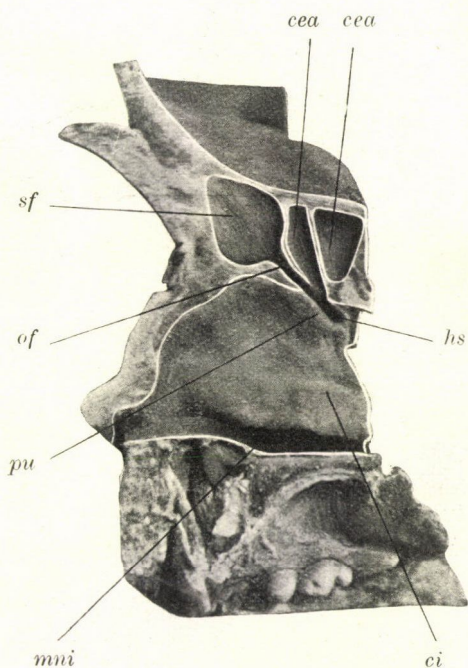


26. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *rf* recessus frontalis, *of* ostium frontale, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *cca* cellula ethmoidalis anterior, *ci* concha inferior, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

sus uncinatust (*pu*), az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagyló átmetszett részét, az alsó (*mni*), középső (*mmm*) és felső (*mns*) orrjárat egy részét, a homloküreget (*sf*) és az elülső rostasejtet (*cca*). A félholdalakú rés (*hs*) felett a keskeny recess-

sus frontalis (*rf*) látható, a hol a homloküreg egy hosszúkás ovális nyílással (*of*) nyílik. A homloküreg (*sf*) 6 mm hosszú, $6\frac{1}{2}$ mm magas és 5 mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) 8 mm hosszú, 6 mm magas és 4 mm széles és a processus uncinatusba (*pu*) terjed. Egy 6 éves gyermek sagittalis metszetén a 13 mm hosszú, 18 mm magas és 12 mm széles homloküreget láttuk.

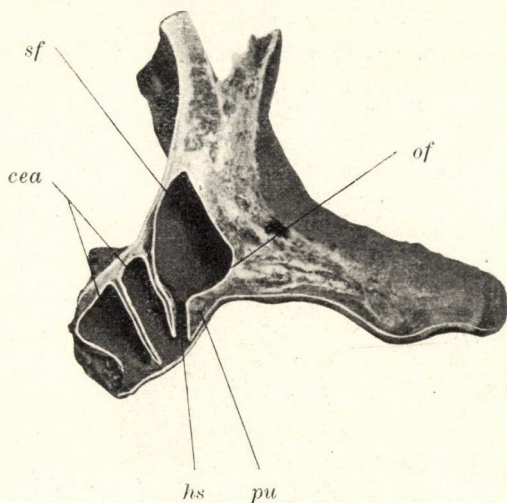
A 27. ábra sagittalis metszeten egy hat éves gyermekén mutatja a homloküreget (*sf*), a homloküreg nyílását (*of*), az



27. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *of* ostium frontale, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *pu* processus uncinatus, *hs* hiatus semilunaris, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior.

elülső rostasejteket (*cea*), a félholalakú rést (*hs*), a processus uncinatust (*pu*). A homloküreg (*sf*) 17 mm magas, 10 mm hosszú és 11 mm széles. A homloküreg nyílása (*of*) egyenesen összefolyik a félholalakú réssel (*hs*). Az elülső rostasejt (*cea*) 10—13 mm magas, 5—6 mm hosszú és 7 mm széles.

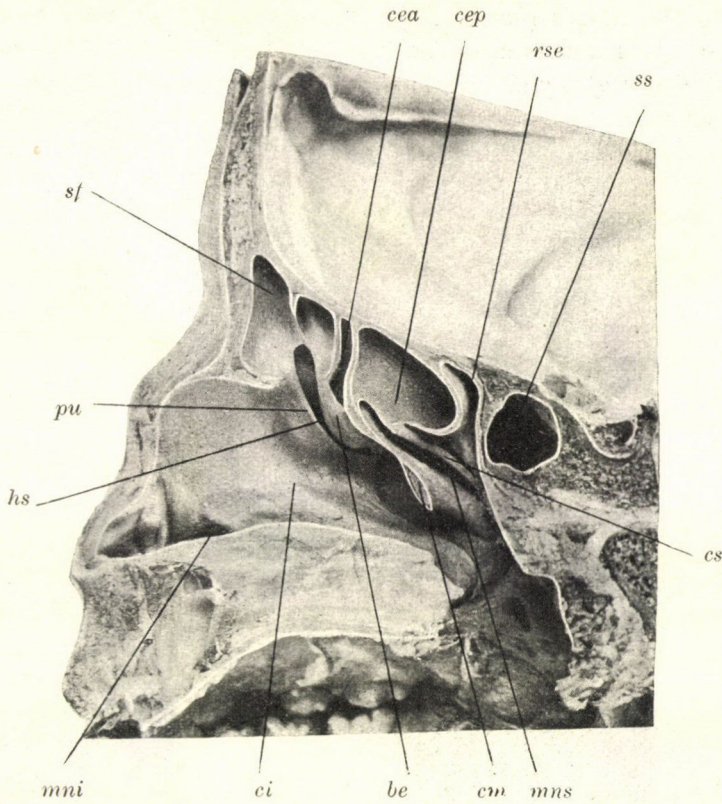
A 28. ábra sagittalis metszeten egy 6 éves gyermekből mutatja a felelkező homlokmetset a jobb homloküreget (*sf*) és a szomszédos elülső rostasejteket (*cea*). A homloküreg nyílása (*of*) egyenesen átmegy a félholdalakú részbe (*hs*), melyet a pro-



28. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *of* ostium frontale, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *cea* cellula ethmoidalis anterior.

cessus uncinatus (*pu*) határol. A homloküreg (*sf*) 17 mm magas, 10 mm hosszú és 11 mm széles.

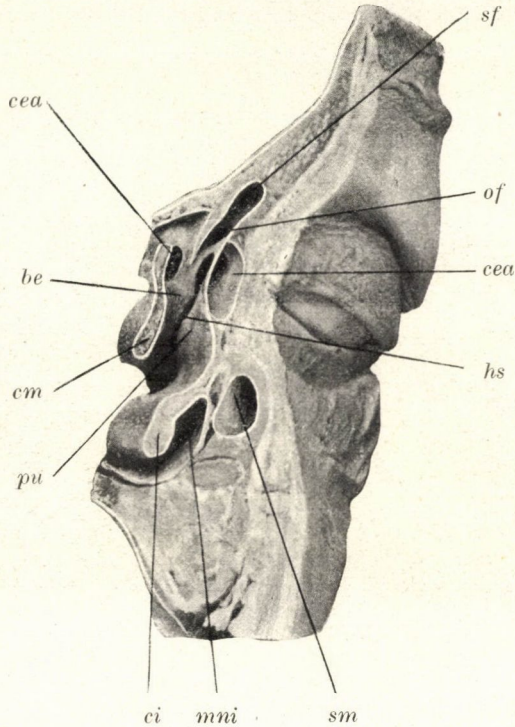
A 29. ábra sagittalis metszeten egy 7¹/₂ éves gyermekben mutatja a jól kifejlődött melléküregeket. A jobb homloküreg (*sf*) 17 mm magas, 11 mm hosszú és 7 mm széles, nyílása összefolyik a félholdalakú rész (*hs*) legfelső és legelülső részletével, melyet a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) határol, a középső kagyló eltávolításával ezen terület jól áttekinthető. Az elülső rostasejt (*cea*) 13 mm magas, 7 mm széles és 5 mm hosszú. A hátsó rostasejt (*cep*) 17 mm hosszú, 10 mm magas és 9 mm széles, ovális nyílással a felső orrjáratba (*mns*) nyílik. Az iköböl (*ss*) 12 mm hosszú, 13 mm magas és 9 mm széles, 2 mm tág nyílása a recessus sphenoidalishba (*rse*) nyílik.



29. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *pu* processus uncinatus, *be* bulla ethmoidalis, *hs* hiatus semilunaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *rse* recessus sphenothmoidalis, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

A 30. ábra homlokmetszeten egy 7¹/₂ éves gyermekén mutatja a homloküreg (*sf*) nyílási területét, az elülső rostasejteket (*cea*), a félhódalakú rést (*hs*), a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) által határolva. A bulla ethmoidalis (*be*) felett a recessus bullarisban egy elülső rostasejt (*cea*) ovalis nyílása látható. A homloküreg (*sf*) 14 mm magas, 9 mm széles és 4 mm hosszú, hosszúkás ovalis nyílással (*of*) nyílik a

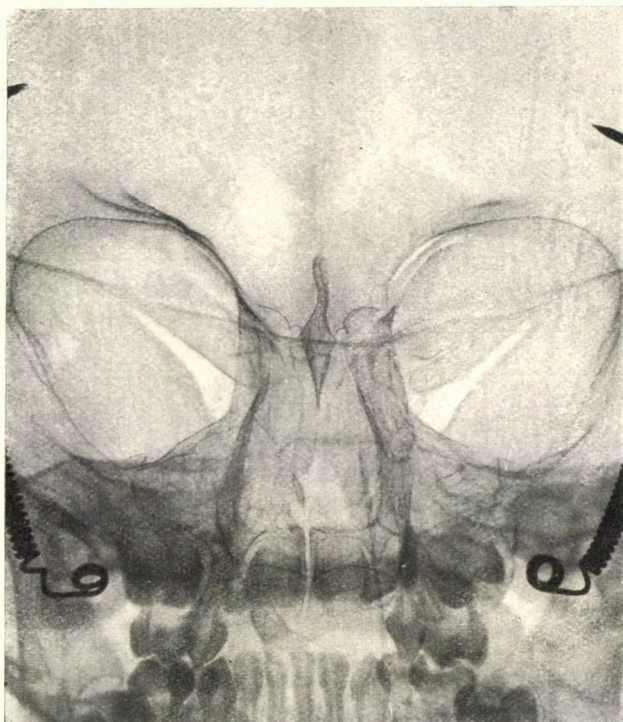
félhold alakú rés (*hs*) legelülső végébe. A homloküreg nyílása (*of*) alatt és a félholdalakú rés (*hs*) elülső vége előtt egy elülső rostasejt (*cea*) nyílása látható, mely 11 mm hosszú, 8 mm



30. ábra. Homlok metszet. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *of* ostium frontale, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *be* bulla ethmoidalis, *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media.

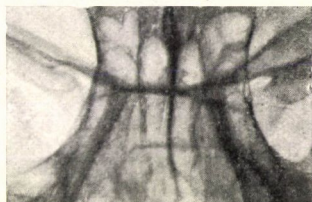
magas és 7 mm széles. Az alsó orrjárat (*mni*) területében a Highmorüreg (*sm*) elülső része áttekinthető.

A 31. ábra egy 15 hónapos koponya homloküregeinek Röntgen-képét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) vertikális irányban 3 mmnyi, vízszintes irányban 5 mmnyi, a bal homloküregnek (*sfs*) függőleges irányban $3\frac{1}{2}$ mmnyi és vízszintes irányban $5\frac{1}{2}$ mmnyi kiterjedése van.

*sfd**sfs*

31. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *s/s* sinus frontalis sinister
sfd sinus frontalis dexter.

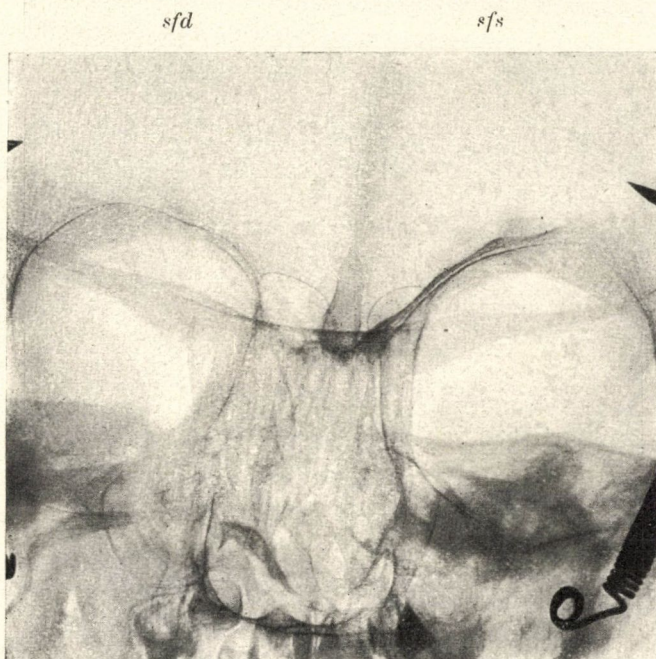
A 32. ábra egy 3 $\frac{1}{2}$ éves koponya homloküregének Röntgenképét mutatja. Mindkét homloküreg (*sfd*, *sfs*) 6 mmnyi kiterje-

*sfd**sfs*

32. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter.,
sfs sinus frontalis sinister.

déssel bir a homlokcsont pikkelyes részének függőleges és vízszintes irányában.

A 33. ábra egy 6 éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) a függőleges síkban



33. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

$8\frac{1}{2}$ mmnyi és a vízszintes síkban $8\frac{1}{2}$ mmnyi kiterjedéssel, a bal homloküreg (*sfs*) a függőleges síkban 6 mmnyi és a vízszintes síkban 6 mmnyi kiterjedéssel bir.

A 34. ábra egy $8\frac{1}{2}$ éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) 21 mmnyi kiterjedéssel bir a függőleges irányban és 29 mmnyi kiterjedéssel a vízszintes irányban.

A 35. ábra egy $8\frac{1}{2}$ éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) 22 mmnyi kiterjedést

sfd

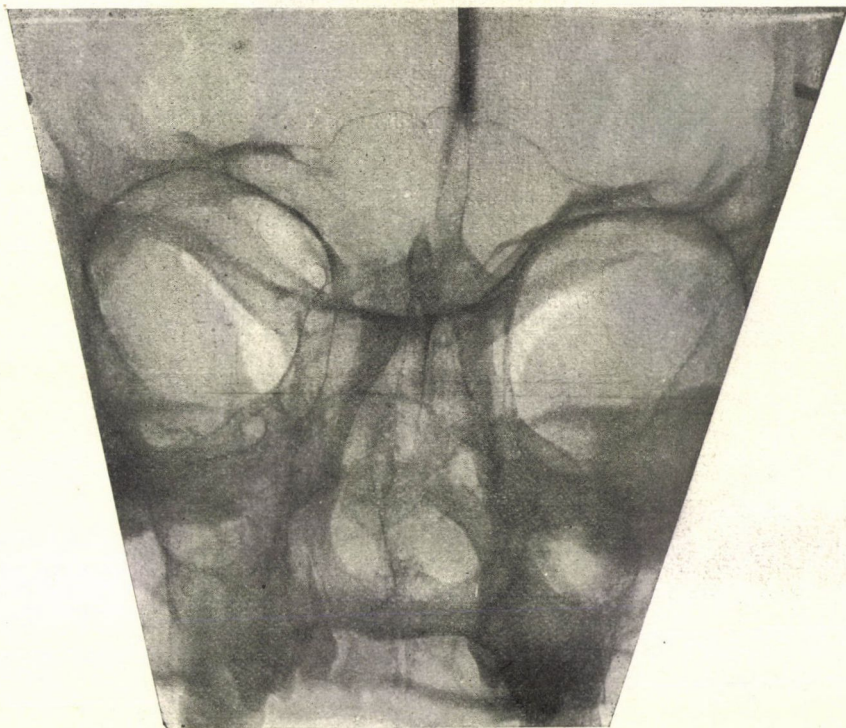
sfs



34. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

sfd

sfs



35. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfs* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frantalis sinister.

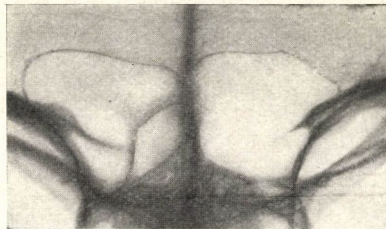
mutat mindkét irányban, míg a bal homloküreg (*sfs*) 10 mmnyi terjedelmet.

A 36. ábra egy 9 éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. A homloküreg (*sfd*, *sfs*) mindkét oldalon a homlokcsont alsó részében 10 mmnyi kiterjedéssel birnak.

*sfd**sfs*

36. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

A 37. ábra egy 12 éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. Mindkét homloküreg (*sfd*, *sfs*) jól kifejezett ala-

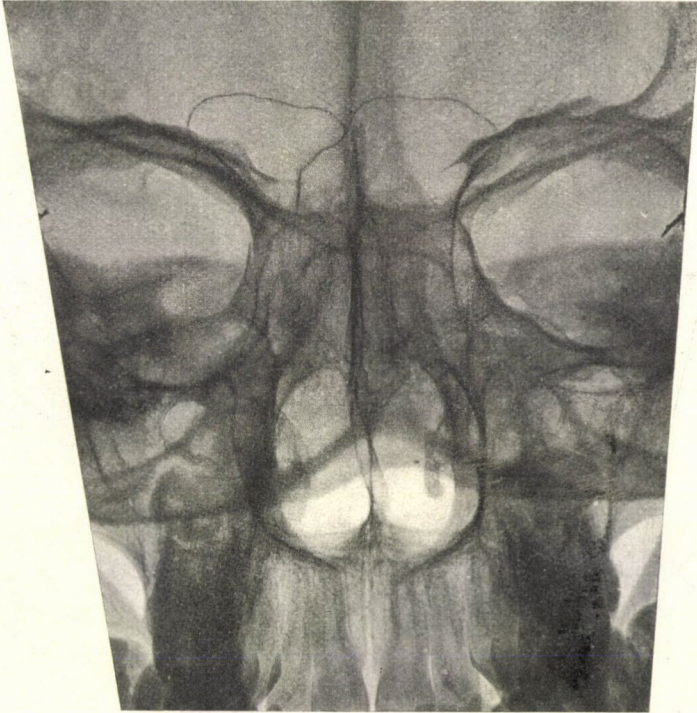
*sfd**sfs*

37. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter., *sfs* sinus frontalis sinister.

kot mutat a homlokcsont pikkelyes részében. Kiterjedésük a vízszintes irányban 20 mm és a függőleges irányban 17 mm.

A 38. ábra egy 13 éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) függőleges irányban

14 mmnyi és vízszintes irányban 20 mmnyi kiterjedést, a bal homloküreg (*sfs*) a függőleges irányban 14 mmnyi és a vízszintes irányban 22 mmnyi kiterjedést mutat.

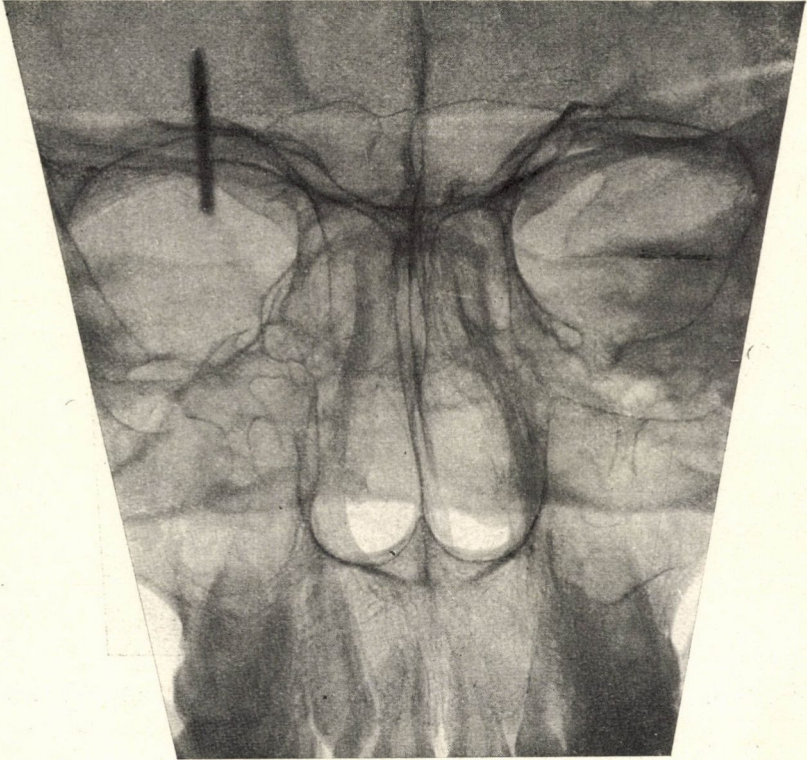
*sfd**sfs*

38. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

A 39. ábra egy 13 éves koponya homloküregeinek Röntgen-felvételét mutatja. A jobb homloköböl (*sfd*) függőleges irányban 13 mmnyi és vízszintes irányban 17 mmnyi kiterjedést, a bal homloköböl pedig 12 mmnyi és 18 mmnyi kiterjedést mutat.

A 40. ábra egy 13 éves koponya homloküregeinek Röntgen-képét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) függőleges irányban 10 mmnyi és vízszintes irányban 16 mmnyi kiterjedést mutat. A bal homloküreg hiányzik.

A 41. ábra egy 13½ éves koponya homloküregeinek Röntgenfelvételét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) a függőleges irányban 18 mmnyi és a vízszintes irányban 11 mmnyi kiterjedést mutat. A bal homloküreg hiányzik.

*sfd**sfs*

39. ábra. Röntgenfelvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

A 42. ábra egy 14 éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. A jobb oldalon hiányzik a homloküreg, a bal homloküreg (*sfs*) a homlokesont pikkelyes részében 10 mmnyi kiterjedést mutat.

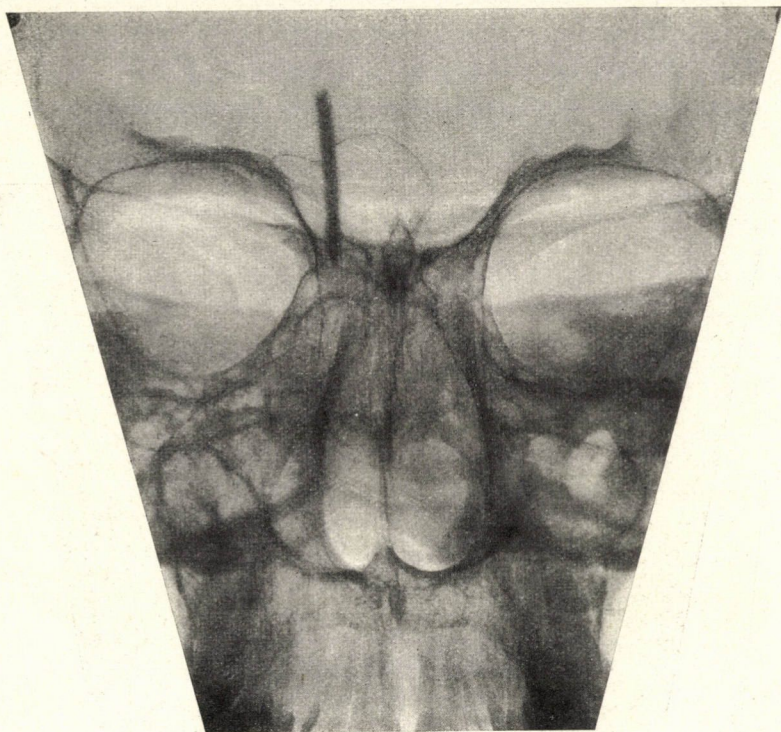
A 43. ábra egy 15 éves koponya komloküregének Röntgenképét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) a függőleges irányban 5 mmnyi és a vízszintes irányban 5 mmnyi kiterjedést, a bal homloküreg (*s/s*) a függőleges irányban 11 mmnyi és a vízszintes irányban 8 mmnyi kiterjedést mutat.

sfd

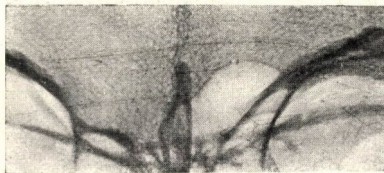


40. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter.

A 44. ábra egy 18 éves koponya homloküregének Röntgenképét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) a függőleges irányban 15 mmnyi és a vízszintes irányban 26 mmnyi kiterjedést, a bal homloküreg (*s/s*) a függőleges irányban 6 mmnyi és a vízszintes irányban 13 mmnyi kiterjedést mutat.

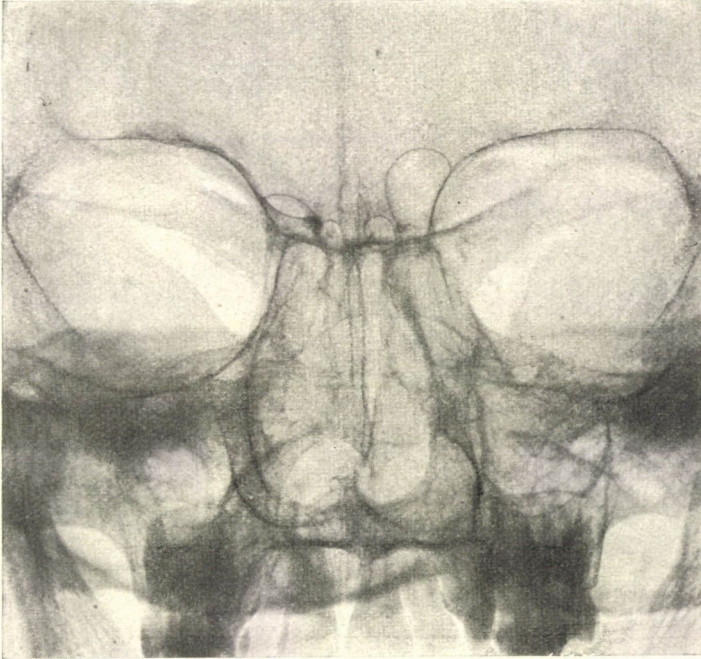
sfd

41. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter.

s/s

42. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *s/s* sinus frontalis sinister.

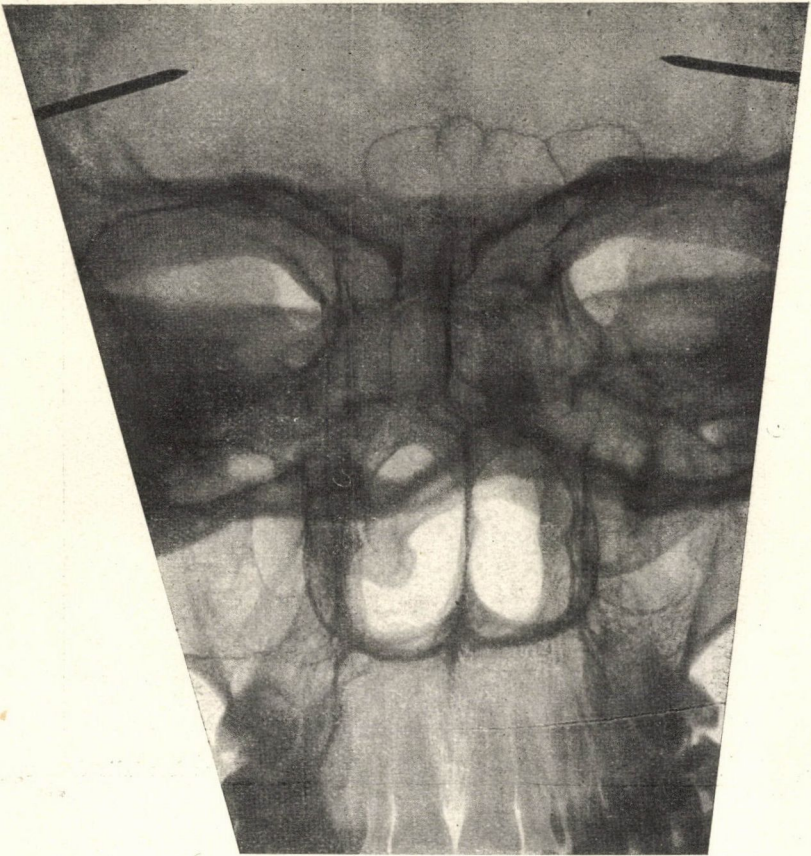
A 45. ábra egy 19 éves koponya homloküregeinek Röntgenképét mutatja. A jobb homloküreg (*sfd*) függőleges irányban 21 mmnyi és vízszintes irányban 21 mmnyi kiterjedésű, a bal homloküreg (*sfs*) függőleges irányban 16 mmnyi és vízszintes irányban 24 mmnyi kiterjedést mutat.

*sfd**sfs*

43. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

A homloküreg korai alakja úgy a foetalis életben, mint az első gyermekévekben a homloktasak, recessus frontalis alakjában jelentkezik a középső orrjáratban; ezen korai alakjában a homloküreg helyzetében és kiterjedésében a homlokcsont basalis pikelyes részét még nem érte el és ez utóbbi pneumatizálása még nem vette kezdetét. Vizsgálataink eredményét a következőkben

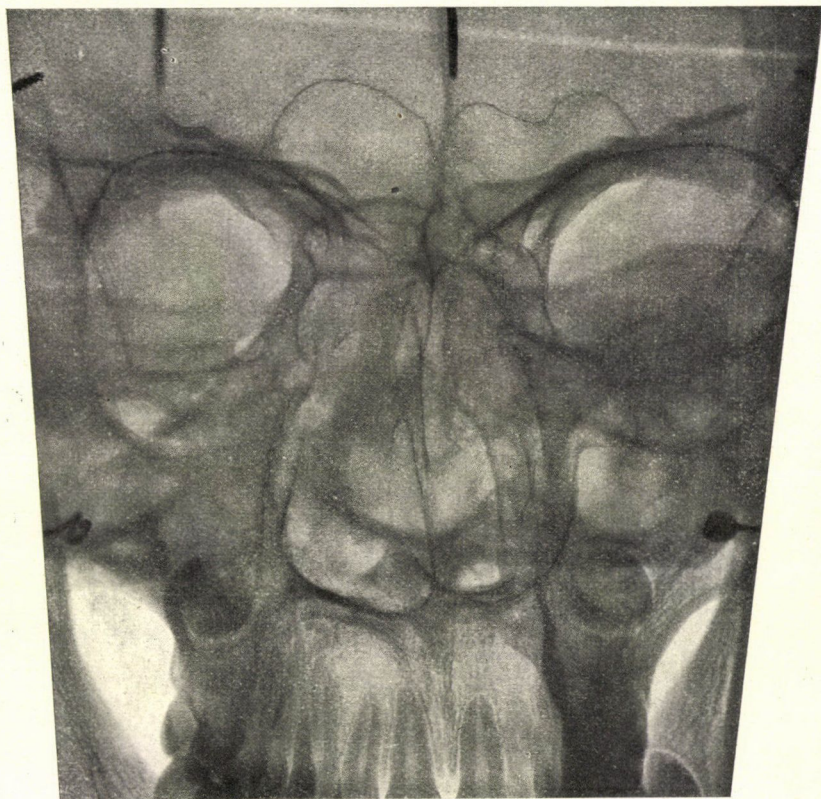
foglaljuk össze: Az első évben (újszülöttön és 1., $4\frac{1}{2}$, 5, $6\frac{1}{2}$, 8 és 12 hónapos gyermekek) a homloküreg magassága $3\frac{1}{2}$ és 8 mm, hossza 3 és 9 mm és szélessége 2 és 6 mm között inga-

*sfd**sfs*

44. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

dozott. A második évben (15, 18 és 24 hónapos gyermekek) a homloküreg magassága $4\frac{1}{2}$ és 9 mm, hossza 4 és $5\frac{1}{2}$ mm és szélessége 3 és 7 mm között váltakozott. A harmadik évben

(3 éves gyermek) a homloküreg magassága 14 és 18 mm, hossza 11 és 16 mm és szélessége 5 és 6 mm között ingadozott. A negyedik évben ($3\frac{1}{2}$ éves gyermek) a homloküreg

*sfd**sfs*

45. ábra. Röntgen-felvétel. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

$6\frac{1}{2}$ mm magas; 6 mm hosszú és 5 mm széles volt. A hatodik évben (6 éves gyermek) a homloküreg magassága 17 és 18 mm között váltakozott. A nyolczadik évben ($7\frac{1}{2}$ éves gyermek) a homloküreg magassága 14 és 18 mm, hossza 4 és 11 mm és szélessége 7 és 9 mm között ingadozott.

Röntgen-leleteink a koponyák homlokterületében a következők: A második évben (15 hónapos gyermek) a homloküreg magassága 3 és $3\frac{1}{2}$ mm és szélessége 5 és $5\frac{1}{2}$ mm között ingadozott. A negyedik évben ($3\frac{1}{2}$ éves gyermek) a homloküreg magassága 4 és 6 mm között váltakozott. A hatodik évben (6 éves gyermek) a homloküreg magassága 6 és $8\frac{1}{2}$ mm és szélessége 6 és $8\frac{1}{2}$ mm között ingadozott. A kilencedik évben ($8\frac{1}{2}$ és 9 éves gyermek) a homloküreg magassága 10 és 20 mm között váltakozott. A tizenkettedik évben (12 éves gyermek) a homloküreg 17 mm magas, 20 mm széles volt. A tizenharmadik évben (13 éves gyermek) a homloküreg magassága 10 és 13 mm és a szélessége 15 és 18 mm között ingadozott. A tizennegyedik évben ($13\frac{1}{2}$ és 14 éves gyermek) a homloküreg magassága 10 és 18 mm és szélessége 10 és 21 mm között váltakozott. A tizenötödik évben (15 éves gyermek) a homloküreg magassága 5 és 11 mm és szélessége 5 és 9 mm között ingadozott. A tizennyolczadik évben (18 éves egyén) a homloküreg magassága 6 és 15 mm és szélessége 13 és 26 mm között váltakozott. A tizenkilencedik évben (19 éves egyén) a homloküreg magassága 16 és 21 mm és szélessége 21 és 25 mm között ingadozott.

A következő tabellákban áttekintően összefoglaljuk a vizsgált fejeket és azok korát, a metszetek irányát, az egyes melléküregek méreteit és a megfelelő ábrákra vonatkozó egyes megjegyzéseket. Az első tabella a metszetekkel elért eredményeket, a második tabella a koponyák Röntgen-leleteit mutatja.

Homloküreg.

Kor	Metszés iránya	Magas- ság	Hossz	Széles- ség	Megjegyzések
		millimetekben			
8 hónapos foetus	sagittalis	4·5	4·5	—	Az erősen előre és felfelé fejlődött recessus frontális rf. az 1. ábrán jól látható.
Újszülött	"	3 ¹ / ₂	3 ¹ / ₂	—	Ábra 2. rf.
"	horizontalis	5	3	2	" 3. "
"	"	5	3	2	" 4. "
1 hónapos	sagittalis	4 ¹ / ₂	3 ¹ / ₂	3	A homloküreg korai alakja, kiterjedése és helyzete jól látható, egyenesen a félhódalakú részbe nyílik, ábra 5. rf.
1 hónapos	frontalis	6	5	2	Ábra 6. rf.
1 " "	sagittalis	—	4 ¹ / ₂	3 ¹ / ₂	A homloküreg korai alakja, kiterjedése és helyzete jól látható, a félhódalakú rész elülső felső részébe nyílik, ábra. 7. rf.
4 ¹ / ₂ hónapos	frontalis	6 ¹ / ₂	3	3 ¹ / ₂	Nincsen ábra.
4 ¹ / ₂ " "	horizontalis	6	5 ¹ / ₂	3	Ábra. 8. sf.
5 " "	"	7	5 ¹ / ₂	2	" 9. "
5 " "	"	7 ¹ / ₂	5	4	" 10. "
5 ¹ / ₂ " "	sagittalis	5 ¹ / ₂	6 ¹ / ₂	4	" 11. "
8 " "	horizontalis	8	5	2	" 12. "
8 " "	"	5 ¹ / ₂	5	3	" 13. "
12 " "	frontalis	6	5	5	A homloküreg korai alakja eléri a homlokcsont pikkelyes részének alapját. Nincs ábra.
14 hónapos	frontalis	6	4	3	Ábra 14. rf.
14 " "	sagittalis	10	9	6	" 15. "
15 " "	frontalis	4 ¹ / ₂	4	3 ¹ / ₂	" 16. "
15 " "	sagittalis	7	5	4	" 17. sf.
15 " "	"	7	5	4	" 18. "
1 ¹ / ₂ éves	frontalis	5	3	3 ¹ / ₂	" 19. 20. sf.
1 ¹ / ₂ " "	sagittalis	9	4 ¹ / ₂	7	" 21. sf.
2 " "	frontalis	5 ¹ / ₂	3	4	" 22. "
2 " "	sagittalis	7 ¹ / ₂	5 ¹ / ₂	3	" 23. "
3 " "	"	11	14	5	A homloküreg nyílása 2 ¹ / ₂ mm. hosszúságú, a félhódalakú rész legelülső részébe nyílik, ábra 24. sf., of.
3 éves	frontalis	16	18	6	A homloküreg nyílása 2 ¹ / ₂ mm. hosszúságú, a félhódalakú rész legelülső részébe nyílik. Nincsen ábra.
3 ¹ / ₂ " "	"	6	6 ¹ / ₂	5	A homloküreg nyílása a félhódalakú rész feletti fekvő keskeny recessus frontálisba nyílik, ábra 26. sf.
6 " "	sagittalis	13	18	12	A homloküreg nyílása a félhódalakú rész elülső végén van. Nincsen ábra.
6 " "	"	10	17	11	A homloküreg nyílása összefolyik a félhódalakú részel, ábra 27., 28. sf., of.
7 ¹ / ₂ " "	"	11	17	7	A homloküreg nyílása a félhódalakú rész legfelső részével összefolyik, ábra 29. sf.
7 ¹ / ₂ " "	"	4	14	9	A homloküreg nyílása közvetlenül a félhódalakú rész legelülső részén fekszik, ábra 30. sf., of.

A homloküregek Röntgen-leletei a homlok táján.

Kor	Irány	Magasság	Szélesség	Megjegyzések
15 hónapos	occipitofrontalis — —	jobb oldalt 3 bal " 3 ¹ / ₂	jobb oldalt 5 bal " 5 ¹ / ₂	Ábra 31., sf., sfs.
3 ¹ / ₂ éves	" — —	jobb oldalt 6 bal " 6	jobb oldalt 6 bal " 6	" 32., " "
3 ¹ / ₂ "	" — —	jobb oldalt 4 bal " 4	jobb oldalt 4 bal " 4	Nincsen ábra.
6 "	" — —	jobb oldalt 8 ¹ / ₂ bal " 6	jobb oldalt 8 ¹ / ₂ bal " 6	Ábra 33., sf., sfs.
8 ¹ / ₂ "	" — —	jobb oldalt 21 bal " 21	jobb oldalt 19 bal " 19	" 34., " "
8 ¹ / ₂ "	" — —	jobb oldalt 22 bal " 10	jobb oldalt 22 bal " 10	" 35., " "
9 "	" — —	jobb oldalt 10 bal " 10	jobb oldalt 10 bal " 10	" 36., " "
12 "	" — —	jobb oldalt 10 bal " 17	jobb oldalt 20 bal " 20	" 37., " "
13 "	" — —	jobb oldalt 14 bal " 14	jobb oldalt 20 bal " 22	" 38., " "
13 "	" — —	jobb oldalt 13 bal " 12	jobb oldalt 17 bal " 18	" 39., " "
13 "	" — —	jobb oldalt 10	jobb oldalt 16	" 40., sf., a bal homloküreg hiányzik.
13 ¹ / ₂ "	" — —	jobb oldalt 18	jobb oldalt 21	Ábra 41., sf., a bal homloküreg hiányzik.
14 "	" — —	bal " 10	bal " 10	Ábra 42., sfs., a jobb homloküreg hiányzik.
15 "	" — —	jobb oldalt 5 bal " 11	jobb oldalt 5 bal " 8	Ábra 43. sf., sfs.
18 "	" — —	jobb oldalt 15 bal " 6	jobb oldalt 26 bal " 13	" 44. " "
19 "	" — —	jobb oldalt 21 bal " 16	jobb oldalt 21 bal " 24	" 45. " "

A Highmor-üreg (sinus maxillaris).

A Highmor-üreg fejlődésére és a gyermekkor alakviszonyaira vonatkozó irodalmi adatok gyérebbek, mint a homloküregre vonatkozók. GEGENBAUR (22) szerint a Highmor-üreg első fejlődési alapja a legkorábban jelenik meg, már az ébrényi élet első fele előtt, de nagyon későn éri el teljes kifejlődését, csak a második évtől kezdve

lesz terjedelmesebb. Az újszülöttben az infraorbitalis barázda még oldalt halad a Highmor-üreg fejlődési alapjától, míg később felső fala fölött van elhelyezve.

MIHÁLKOVICS szerint a hámbetüremlés, mely a Highmor-üreg első fejlődési alapját jelzi, már a harmadik hónap közepén mutatkozik, a negyedik és ötödik hónapban a recessus maxillaris mélységben nőtt, a 6—7. hónapban pedig hosszúra nyúlt járattá lett. A Highmor-üreg a negyedik hónapban $\frac{1}{2}$ mm, az ötödik hónapban 5 mm mély.

ZUCKERKANDL szerint a Highmor-üreg fejlődési alapját egy kis mélyedés képezi, mely a könybarázdától a második molaris fogig hátrafelé terjed és oldalt a canalis infraorbitalisig. A második évben a Highmor-üreg mélységében nyert, elől csak az infraorbitalis csatornáig terjed ugyan, hátul azonban már túlhaladta. Magasságában is növekedett, a mennyiben az alsó kagyló tapadásaig nyúlt le. A 3—4. évben a Highmor-üreg elől is a canalis infraorbitalis fölött kifelé fejlődött. A hetedik évben az üreg ezen részlete a canalis infraorbitalis és a járomnyújtvány között levő távolság közepéig terjed. A 8—9. évben a Highmor-üreg a járomnyújtványba hatolt és haránt irányban végleges alakját érte el. Az üreg mélysége és magassága lényegesen befolyásoltatik a fogak áttörése és lefelé helyezkedése által, ezen okból a megjelölt dimenziók teljes kifejlődésüket a második fogzási időszak lezárta előtt nem érik el.

LANGER-TOLDT szerint már az ötödik ébrényi hónapban fejlődik a Highmor-üreg mint hámbetüremlés és a születés idejében már kifejezett tasakot mutat.

CHIARI szerint az ötödik hónapban egy 5 mm-nyi betüremlés van jelen. A hatodik évig a Highmor-üreg kerek és nagyon kicsiny, azután azonban egy háromoldalú pyramis alakját veszi fel és a felső állsont megnagyobbodásával, az állandó fogak elhelyeződésével és a felső állsonttest szivacsos állományának felszívódásával mind nagyobb lesz.

ZARNICO szerint az újszülöttben a Highmor-üreg nagy keskeny tasak, mely oldalt a canalis infraorbitalisig terjed, a felső állsont testét különben fogcsíra és szivacsos állomány alkotja. A tejfogak áttörése után is az állandó fogak csirái kevés

helyet hagynak az üreg számára. A második fogzási időszak kezdetével a hetedik évben kezd erősebben nőni és mialatt a pofafogak előtörnek és az arczkoponya magasságában gyarapszik, meglehetősen gyorsan tekintélyes nagyságot ér el.

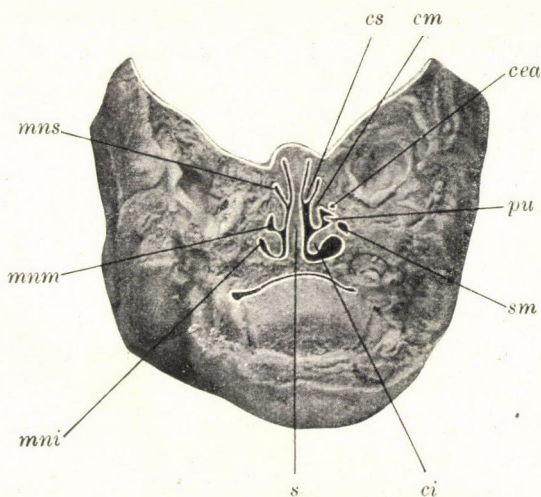
HAIKE egy $1\frac{1}{2}$ éves gyermeken 4–5 mm széles és 20 mm hosszú, egy 2 éves gyermeken egy 8 mm széles és 25 mm hosszú, egy $2\frac{1}{2}$ éves gyermeken egy 4 mm széles és 9 mm hosszú, egy 5 éves gyermeken egy 16 mm széles és 25 mm hosszú Highmor-üreget talált. Szerinte az üregfenék végleges mélységét egészen vagy megközelítőleg a tizenkettedik év körül éri el. HAIKE több gyermeken, köztük kóros melléküregeiken, miről később lesz szó, Röntgen-felvételeket eszközölt és pedig 18 hónapos, 2, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 7, 8, $10\frac{3}{4}$, 11, $11\frac{3}{4}$, 15 és 16 éves gyermekeken. A Röntgen-leletek leírásakor az üreg méreteit is felemlíti. A Röntgen-felvételek jelentőségéről körjelzési és sebészeti szempontból később lesz szó.

A felsorolt adatok általánosan vannak tartva. ZUCKERKANDL pontos leírásánál az első életévek üregeit illetőleg hiányzanak a méretek és a HAIKE által négy fejen végzett méréseknél az üreg magassága sincsen említve.

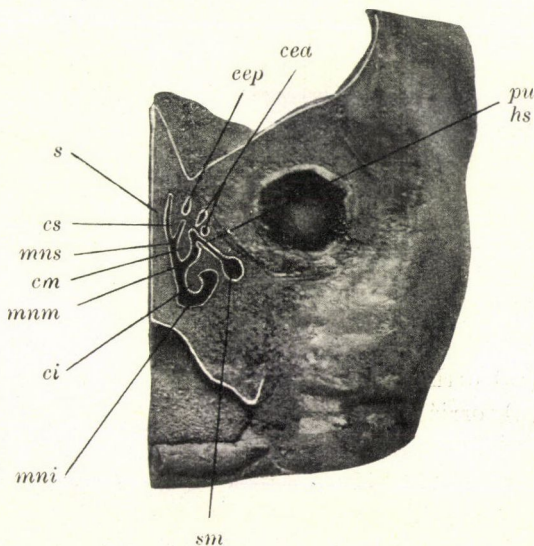
A Highmor-üregre vonatkozó vizsgálatainkat a következőkben soroljuk fel:

A 46. ábra $6\frac{1}{2}$ hónapos ébrény homlokmetszetén mutatja az orrsövény (*s*) által elválasztott orrüregeket: az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mmi*), középső (*mmm*) és felső (*mms*) orrjáratot, továbbá a Highmor-üreget (*sm*) és az elülső rostasejtet (*cea*). A Highmor-üreg (*sm*) 3 mm hosszú és $1\frac{1}{2}$ mm széles.

A 47. ábra homlokmetszeten egy újszülöttön mutatja a szűk bal orrüreget, külső falán az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mmi*), a középső (*mmm*) és a felső (*mms*) orrjáratot. A középső orrjáratban (*mmm*) a félholdalakú rés (*hs*), a processus uncinatus (*pu*) által határolva, a Highmor-üreg (*sm*) nyílásával áttekinthető. A Highmor-üreg (*sm*) az alsó orrjárat (*mmi*) és az alsó orrkagyló (*ci*) területében fekszik, 7 mm hosszú, 4 mm magas és 3 mm széles. Az elülső rostasejtek $1—2\frac{1}{2}$ mmnyi terjedelmet mutatnak, a hátulsó rostasejt



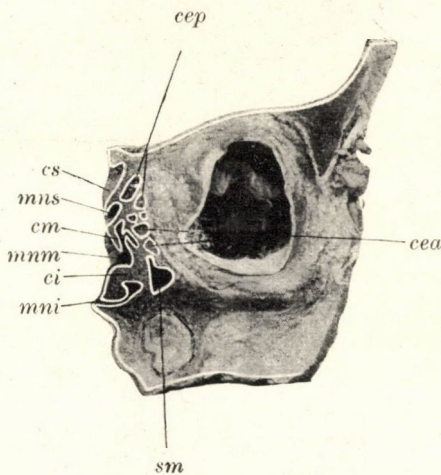
46. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *pu* processus uncinatus, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *s* septum.



47. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *m* sinus maxillaris, *pu*-*hs* processus uncinatus, hiatus semilunaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *s* septum.

(*cep*) 5 mm hosszú, $2\frac{1}{2}$ mm magas és $1\frac{1}{2}$ mm széles. Egy újszülött harántmetszetén 11 mm hosszú, 6 mm magas és 4 mm széles Highmor-üreget láttunk. Egy másik újszülött harántmetszetén pedig 13 mm hosszú, 5 mm magas és $3\frac{1}{2}$ mm széles Highmor-üreget észleltünk. A 6. ábra homlokmetszeten egy egyhónapos gyermekén mutatja az alsó orrjárat (*mni*) területében a Highmor-üreget (*sm*).

A 48. ábra homlokmetszeten egy egyhónapos gyermekén mutatja az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*ci*), a középső (*cm*)

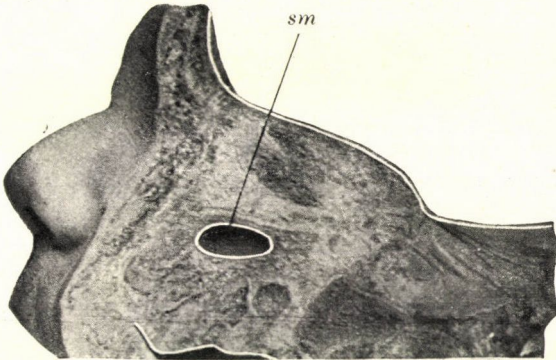


48. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mmm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

és a felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), a középső (*mmm*) és a felső (*mns*) orrjáratot. Az alsó orrjárat (*mni*) és az alsó kagyló (*ci*) területében a Highmor-üreg (*sm*), a középső orrjárat (*mmm*) területében az elülső rostasejtek (*cea*) és a felső orrjárat (*mns*) területében a hátsó rostasejtek (*cep*) láthatók. A Highmor-üreg (*sm*) 5 mm hosszú, 4 mm magas és $3\frac{1}{2}$ mm széles. Az elülső rostasejt (*cea*) 5 mm hosszú, 4 mm magas és 3 mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) 5 mm hosszú, $3\frac{1}{2}$ mm magas és $2\frac{1}{2}$ mm

széles. Az iköböl 4 mm hosszú, $2\frac{1}{2}$ mm széles és 2 mm magas, nyílása 1 mm tág.

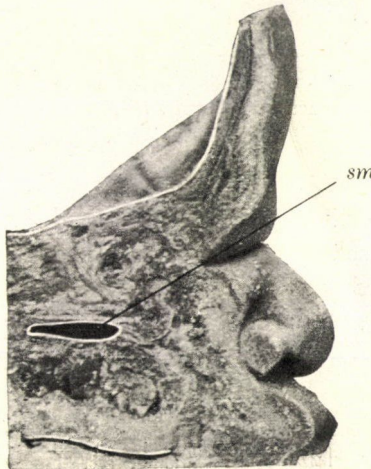
A 49. ábra sagittalis metszeten egy egyhónapos gyermekben mutatja a 10 mm hosszú, 4 mm magas és 4 mm szé-



49. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris.

les Highmor-üreget (*sm*). Egy kéthónapos gyermek vízszintes metszetén 7 mm hosszú, 3 mm magas és $2\frac{1}{2}$ mm széles Highmor-üreget észleltünk.

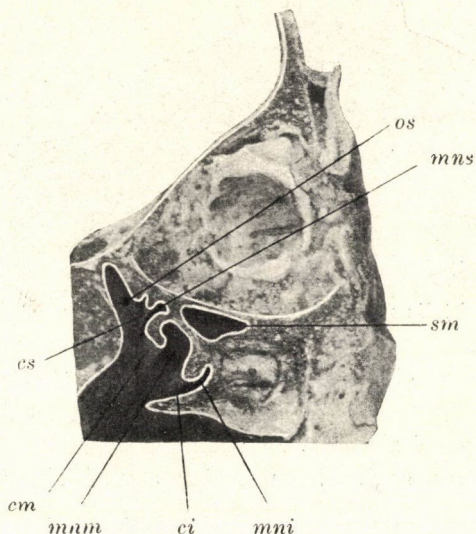
Az 50. ábra sagittalis metszeten egy kéthónapos gyermekben



50. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris.

mutatja a 11 mm hosszú, 4 mm széles és 3 mm magas Highmor-üreget (*sm*).

Az 51. ábra homlokmetszeten egy négyhónapos gyermekben mutatja a 13 mm hosszú, 7 mm széles és 5 mm magas Highmor-üreget (*sm*), az alsó (*mni*), a középső (*mnm*) és a felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), a középső (*cm*) és a felső (*cs*)



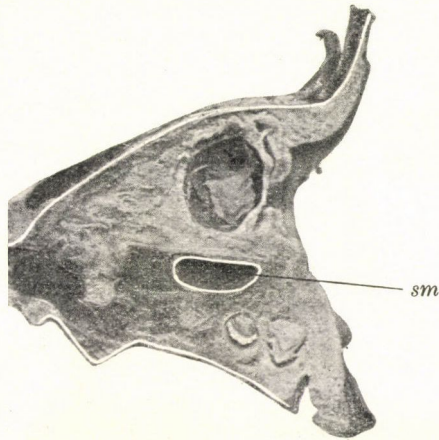
51. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *os* ostium sphenoidale.

orrkagylót. Az ostium sphenoidale (*rs*) $\frac{1}{2}$ mm tág és a 2 mm tág iköbölbe vezet.

Az 52. ábra sagittális metszeten egy négyhónapos gyermekben mutatja a 12 mm hosszú, 5 mm magas és 6 mm széles Highmor-üreget (*sm*). Ezen készítményen egy 3 mm tág iköböl $\frac{1}{2}$ mm tág nyílással van jelen.

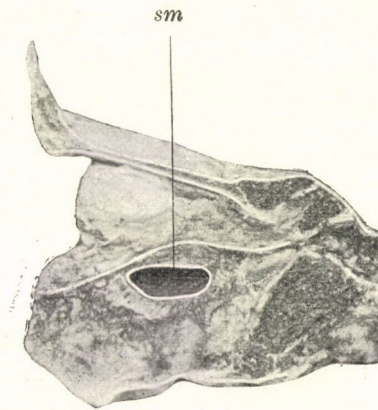
Az 53. ábra sagittális metszeten egy négyhónapos gyermekben mutatja a 12 mm hosszú, 5 mm magas és 4 mm széles Highmor-üreget (*sm*).

Az 54. ábra homlokmetszeten egy $4\frac{1}{4}$ hónapos gyermekben mutatja az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*mmi*), középső (*mmm*)



52. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris.

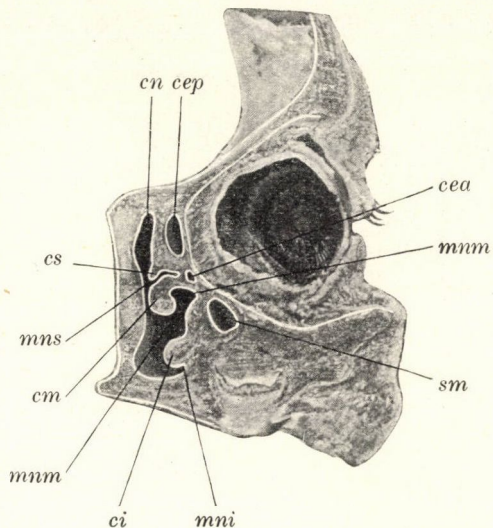
és felső (*mms*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, a Highmor-üreget (*sm*), az elülső (*cea*) és a



53. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris.

hátulsó (*cep*) rostasejtet. A Highmor-üreg (*sm*) 11 mm hosszú, 7 mm magas és $4\frac{1}{2}$ mm széles. A hátulsó rostasejt (*cep*) 7 mm

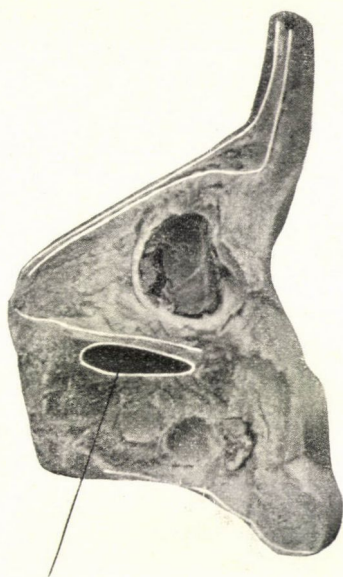
magas, 6 mm hosszú és 3 mm széles. Egy $4\frac{1}{4}$ hónapos gyermek vízszintes metszetén 19 mm hosszú, 8 mm magas és $4\frac{1}{2}$ mm széles Highmor-üreget észleltünk.



54. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cn* cavum narium.

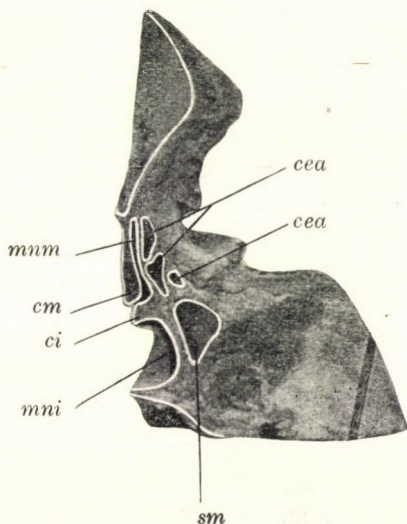
Az 55. ábra sagittális metszeten egy $4\frac{1}{2}$ hónapos gyermekből mutatja a 16 mm hosszú, 6 mm magas és $5\frac{1}{2}$ mm széles Highmor-üreget (*sm*). Ezen készítményen egy 3 mm hosszú, $2\frac{1}{2}$ mm magas és $1\frac{1}{2}$ mm széles iköböl van jelen. Egy $4\frac{1}{2}$ hónapos gyermek vízszintes metszetén 10 mm hosszú, 5 mm magas és 4 mm széles Highmor-üreget láttunk. Egy öthónapos gyermek vízszintes metszetén 12 mm hosszú, 7 mm magas és 5 mm széles Highmor-üreget észleltünk. Egy öthónapos gyermek vízszintes metszetén 14 mm hosszú, 6 mm széles és 5 mm magas Highmor-üreget láttunk.

Az 56. ábra homlokmetszeten egy $5\frac{1}{2}$ hónapos gyermekből mutatja a Highmor-üreget (*sm*), az elülső rostasejteket (*cea*), az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot.



sm

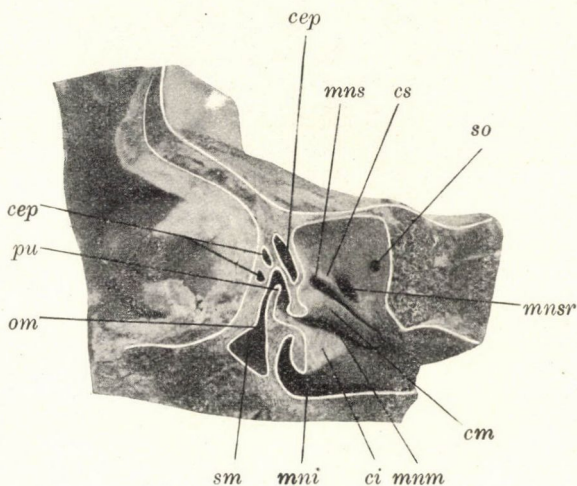
55. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris.



sm

56. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mmm* meatus narium medius, *cm* concha media.

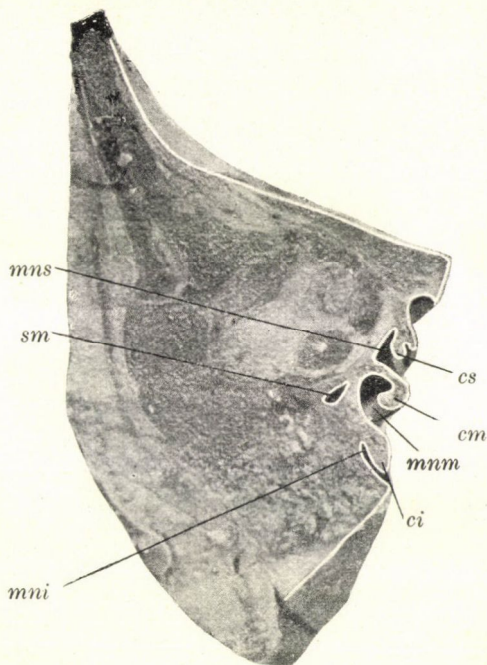
Az 57. ábra homlokmetszeten egy 5 $\frac{1}{2}$ hónapos gyermekben mutatja az alsó (*mni*), a középső (*mnm*) és a felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), a középső (*cm*) és a felső (*cs*) orrkagylót, a Highmor-üreget (*sm*), az elülső (*cea*) és a hátsó (*cep*) rosta-sejteket és az iköböl nyílását (*os*). A 15 mm hosszú, 8 mm magas és 7 mm széles Highmor-üreg (*sm*) az alsó orrjárat (*mni*)



57. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *om* ostium maxillare, *ce* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *os* ostium sphenoidale, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *mnsr* meatus narium supremus, *pu* processus uncinatus.

és az alsó orrkagyló (*ci*) területében látható nyílásával (*om*), mely a félholdalakú részbe vezet, melyet a processus uncinatus (*pu*) határol. Az ostium sphenoidale (*os*) 1 $\frac{1}{2}$ mm tág és egy 2 mm tág iköbölbe vezet.

Az 58. ábra homlokmetszeten egy 6 $\frac{1}{2}$ hónapos gyermekből mutatja az orrüreg külső falát, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot. A középső orrjárat (*mnm*) területében a Highmor-üreg (*sm*) látható, 6 mm hosszú, 5 mm magas és 3 $\frac{1}{2}$ mm szé-

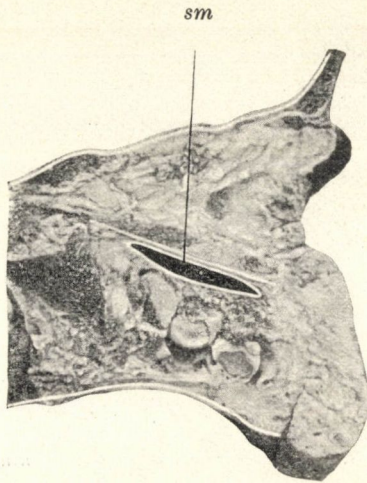


58. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mmm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior.

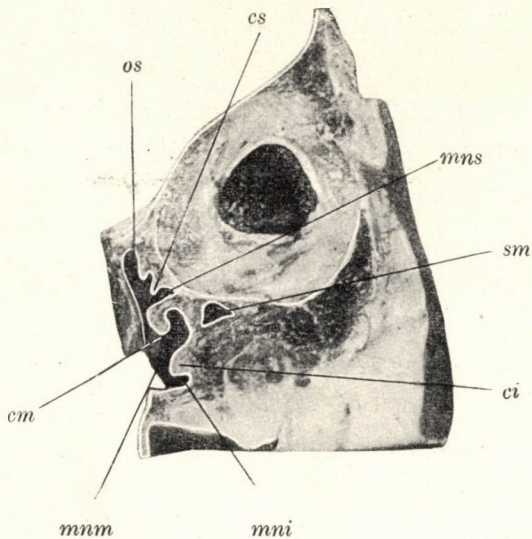
les. A homloküreg $6\frac{1}{2}$ mm hosszú, 6 mm magas és 5 mm széles.

Az 59. ábra sagittalis metseten egy héthónapos gyermekből mutatja a 22 mm hosszú, 6 mm széles és 4 mm magas Highmor-üreget (*sm*).

A 60. ábra homlokmetseten egy héthónapos gyermekén mutatja a 16 mm hosszú, 5 mm magas és 4 mm széles Highmor-üregét (*sm*), az alsó (*mni*), középső (*mmm*) és felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, továbbá a $\frac{1}{2}$ mm tág iköbőnyilást (*os*), mely a 2 mm tág iköbölbe vezet. Egy nyolczhónapos gyermek vízszintes metsetén 13 mm hosszú, 10 mm magas és 5 mm széles Highmor-üregét észleltünk. Egy nyolczhónapos gyermek vízszintes metsete-



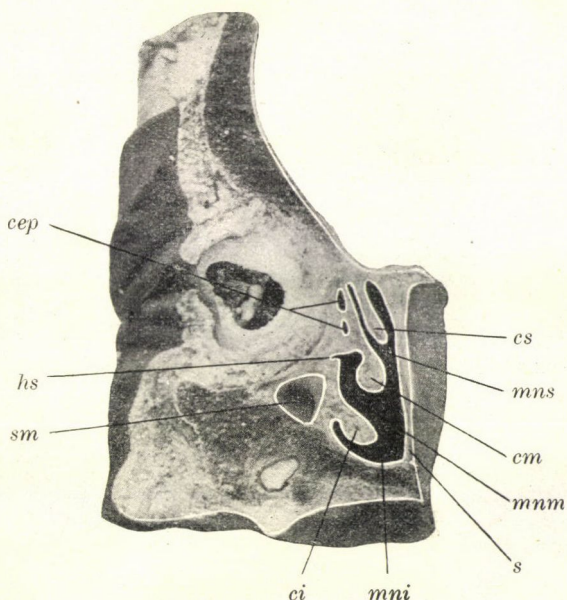
59. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris.



60. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *os* ostium sphenoidale.

tén 10 mm hosszú, 5 mm magas és 4½ mm széles Highmor-üreget láttunk. Egy 11 hónapos gyermek vízszintes metszetén 14 mm hosszú, 9 mm magas és 5 mm széles Highmor-üreget észleltünk.

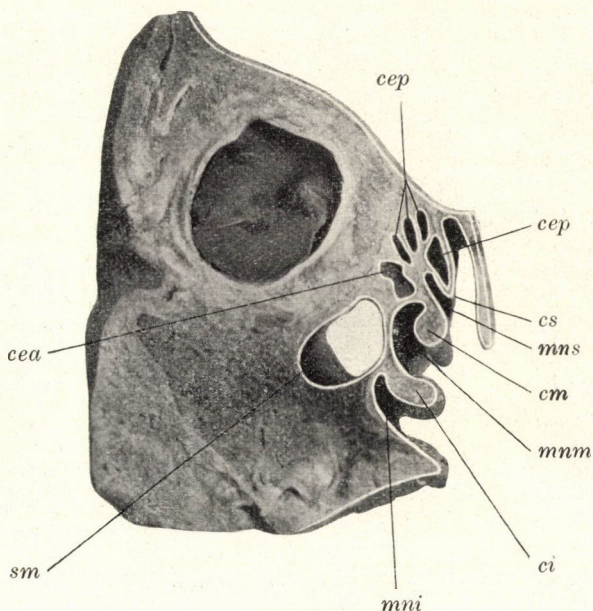
A 61. ábra homlokmetseten egy 12 hónapos gyermekben mutatja az orrüreg oldalsó és felső falát, tetejét és fenekét, az



61. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *hs* hiatus semilunaris, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *s* septum.

oldalsó falon az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot. A középső orrjáratban (*mnm*) a félholdalakú rész hátsó vége (*hs*), a középső orrjárat (*mnm*) és az alsó orrkagyló (*ci*) területében a Highmor-üreg (*sm*) és a felső orrjárat területében (*mns*) a hátsó rostasejtek (*cep*) láthatók. A Highmor-üreg (*sm*) 11 mm hosszú, 8 mm széles és 7 mm magas. A rostasejtek 2–4 mm terjedelemmel bírnak.

A 62. ábra homlokmetseten egy 14 hónapos gyermekben mutatja az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cm*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot. Az alsó (*mni*) és középső (*mnm*) orrjárat területében a 18 mm hosszú, 15 mm széles és 11 mm magas Highmor-üreg (*sm*) látható, 5 mm hosszúkás ovalis nyílása a

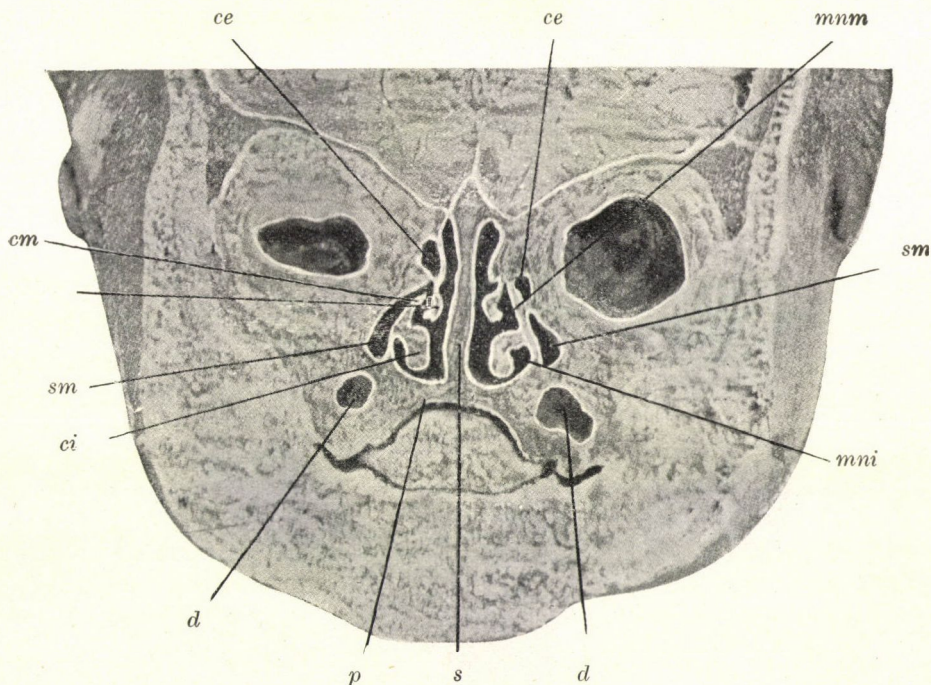


62. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *mni* meatus narium inferior, *mnm* meatus narium medius, *mns* meatus narium superior, *ci* concha inferior, *cm* concha media, *cs* concha superior.

félholdalalkú rés hátsó részébe nyílik. Az elülső rostasejt (*cea*) 4—8 mm magas, 6—9 mm hosszú és 4—5 mm széles. A hátsó rostasejt (*cep*) 7—10 mm hosszú, 4—6 mm magas és 2—3 mm széles.

A 63. ábra bomlokmetseten egy 1½ éves gyermekben mutatja a középvonalban egyenesen lefutó orrsövényt (*s*), az orrüreg oldalsó falán az alsó (*ci*) és középső (*cm*) orrkagylót, az

alsó (*mni*) és középső (*mnm*) orrjáratot, az orrüreg tetejét és fenekét, a Highmor-üreget (*sm*), a rostasejteket (*ce*) és a fogcsirákat (*d*). A Highmor-üreg (*sm*) 10 mm hosszú, 8 mm magas és 3 mm széles. A jobb oldalon a Highmor-üreg (*sm*) nyílása a félholdalakú résben látható, a processus uncinatus-tól (*pu*) határolva. A jobb rostasejt (*ce*) 6 mm hosszú, 5 mm magas és

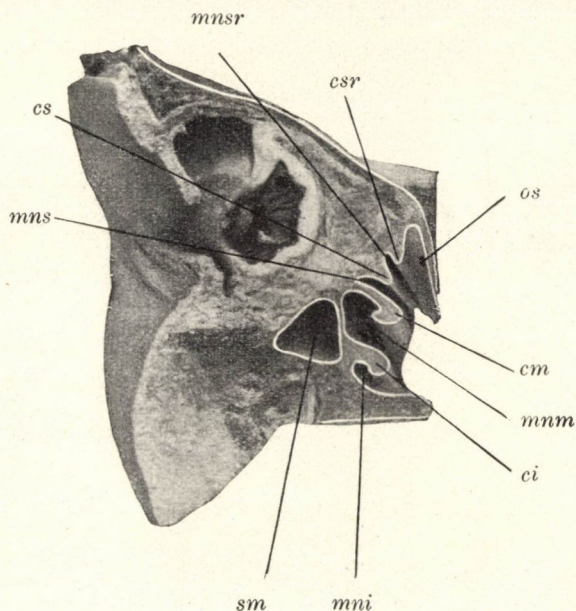


63. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *sm* sinus maxillaris, *ce* cellula ethmoidalis, *s* septum, *p* palatum, *d* fogcsíra.

3 mm széles, a bal rostasejt (*ce*) 4 mm hosszú, 4 mm magas és $1\frac{1}{2}$ mm széles.

A 64. ábra homlokmetseten egy $1\frac{1}{2}$ éves gyermeken mutatja az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*ci*), középső (*cm*), felső (*cs*) és legfelsőbb (*csr*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső

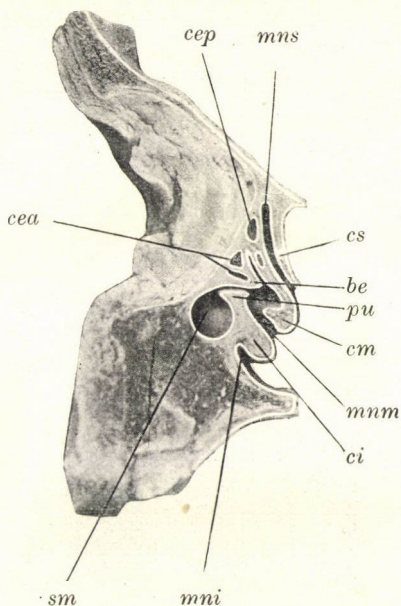
(*mnm*), felső (*mns*) és legfelsőbb (*mnsr*) orrjáratot. Az alsó (*mni*) és középső (*mnm*) orrjárat (*mnm*) területében látható a Highmor-üreg (*sm*); a legfelsőbb orrkagyló (*csr*) és az orrüreg



64. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mnsr* meatus narium supremus, *csr* concha suprema, *os* ostium sphenoidale.

teteje között az iköböl 1 mm tág nyílása (*os*) látható, mely a 3 mm hosszú, 2 mm magas és 2 mm széles iköbölbe vezet.

A 65. ábra homlokmetseten egy két éves gyermekén mutatja az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot. Az alsó kagyló (*ci*) és a középső orrjárat (*mnm*) területében a Highmor-üreg (*sm*) látható nyílásával a félholdalakú résben, melyet a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) határol. A Highmor-üreg (*sm*) 12 mm hosszú, 9 mm magas és 7 mm széles. A középső orrjárat (*mnm*) területé-



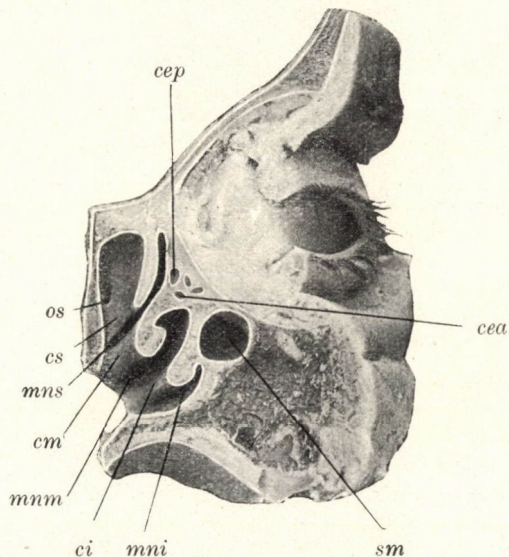
65. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *be* bulla ethmoidalis, *pu* processus uncinatus, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior.

ben az elülső rostasejtek (*cea*) és a felső orrjárat (*mns*) területében a hátsó rostasejtek (*cep*) láthatók.

A 66. ábra homlokmetszeten egy kétéves gyermekben mutatja az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot, a Highmor-üreget (*sm*), az elülső (*cea*) és hátsó (*cep*) rostasejtet.

A 67. ábra homlokmetszeten egy hároméves gyermekben mutatja az oldalsó orrüregfalat, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot, a Highmor-üreget (*sm*), az elülső (*cea*) és a hátsó (*cep*) rostasejteket. A Highmor-üreg (*sm*) 23 mm hosszú, 13 mm széles és 13 mm magas.

A 68. ábra homlokmetszeten egy 3¹/₂ éves gyermekben mutatja az oldalsó orrüregfalat, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, a Highmor-üreget (*sm*), az elülső (*cea*) és a hátsó (*cep*) rostasejteket. A középső orrjáratban (*mnm*) a processus uncinatus (*pu*) és a félholdalakú rész hátsó része látható, a hol

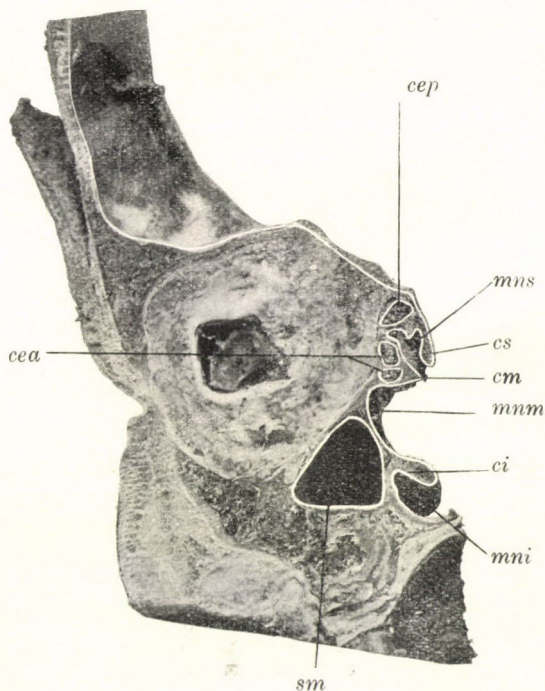


66. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris; *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *os* ostium sphenoidale, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior.

a Highmor-üreg nyílik (*om*), melyen keresztül egy sörte van húzva. A Highmor-üreg (*sm*) 26 mm hosszú, 13 mm magas és 12 mm széles.

A 69. ábra homlokmetszeten egy 3¹/₂ éves gyermekben mutatja az oldalsó orrüregfalat, az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, a Highmor-üreget (*sm*), az elülső (*cea*) és hátsó (*cep*) rostasejteket és az iköböl nyílását (*os*). Az alsó (*mni*) és kö-

zépső (*mnm*) orrjárat területében a Highmor-üreg hátulsó része látható (*sm*). Az elülső rostasejt (*cea*) 6—8 mm hosszú, $3\frac{1}{2}$ —5 mm magas és 3—4 mm széles. A hátulsó rostasejt (*cep*) 6—11 mm hosszú, 5—6 mm magas és $3\frac{1}{2}$ —4 mm széles. A felső

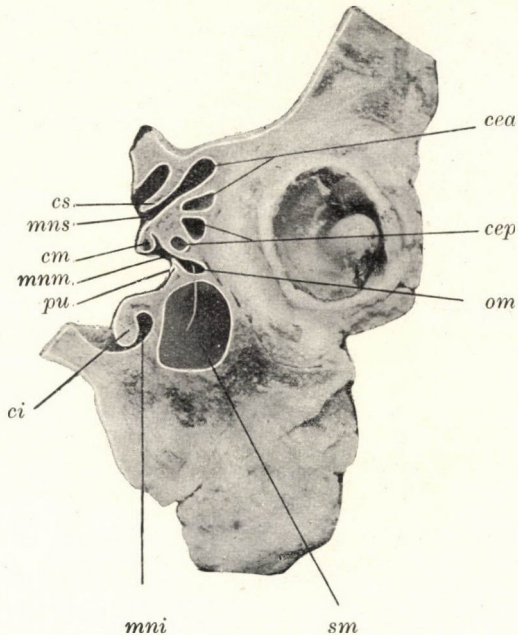


67. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *sm* sinus maxillaris, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior.

orrjárat (*mns*) magasságában a $\frac{1}{2}$ mm tág ostium sphenoidale (*os*) látható, mely a 7 mm széles, 6 mm magas és 5 mm hosszú iköbölbe vezet. A 30. ábra homlokmetszeten egy $7\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja a Highmor-üreg (*sm*) elülső részét.

A 70. ábra homlokmetszeten egy $7\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja a Highmor-üreget (*sm*), az elülső (*cea*) és hátulsó (*cep*) rostasejteket, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) orrkagylót, az

alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot és az iköböl nyílását (*os*). A Highmor-üreg (*sm*) az alsó (*mni*) és középső (*mnm*) orrjárat területében látható, 38 mm hosszú, 23 mm magas és 20 mm széles. A felső orrjárat (*mns*) felett fekvő hátulsó rostasejt (*cep*) 11 mm hosszú, 10 mm magas és 6 mm széles.



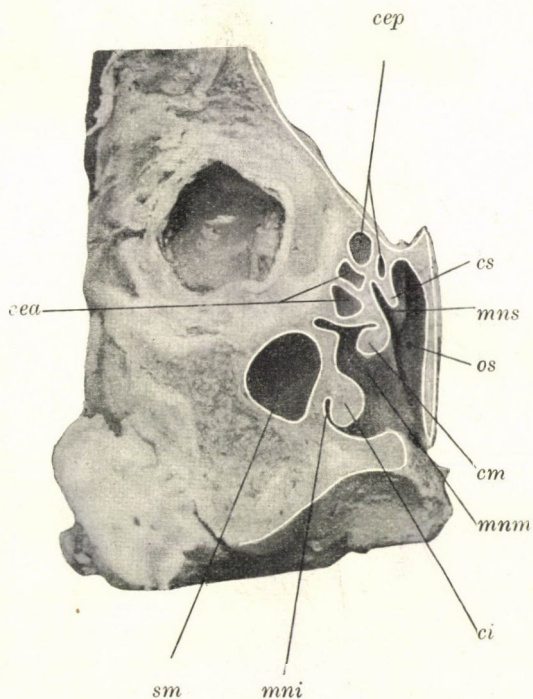
68. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *om* ostium maxillare, *cca* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *pu* processus uncinatus, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

Az iköböl ovális nyílása (*os*) 4 mm tág és a 12 mm magas, 11 mm széles és 8 mm hosszú iköbölbe vezet.

A Highmor-üreg már az ébrényi korban a középső orrjáratnak egy tasakszerű kiöblösödése alakjában megtalálható. Vizsgálataink a gyermekkori Highmor-üreget illetőleg a következő eredményre vezettek. Egy 6 $\frac{1}{2}$ hónapos ébrényi homlok-

metszetén egy 3 mm hosszú és $1\frac{1}{2}$ mm széles Highmor-üreget találunk (46. ábra).

Az első évben (újszülötteken, 1, 2, 4, $4\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, 7, 8, 11 és 12 hónapos gyermekeken a Highmor-üreg hossza 5 és

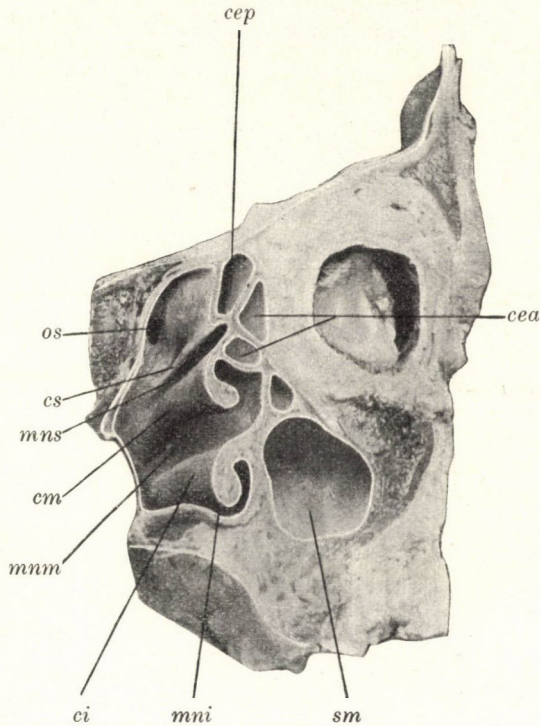


69. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *os* ostium sphenoidale, *mni*] meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* metus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior.

19 mm, magassága 3 és 9 mm és szélessége $2\frac{1}{2}$ és 8 mm között váltakozott.

A második évben (18 és 24 hónapos gyermekeken) a Highmor-üreg hossza 10 és 12 mm, magassága 8 és 9 mm és szélessége 3 és 7 mm között ingadozott.

A harmadik évben (3 éves gyermek) a Highmor-üreg hossza 23 mm, magassága 13 mm és szélessége 12 mm volt.



70. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *sm* sinus maxillaris, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *os* ostium sphenoidale, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior.

A nyolczadik évben ($7\frac{1}{2}$ éves gyermeknél) a Highmor-üreg hossza 38 mm, magassága 23 mm és szélessége 20 mm volt.

A gyermekkori Highmor-üregről a következő táblázat nyújt áttekintést.

Highmor üreg.

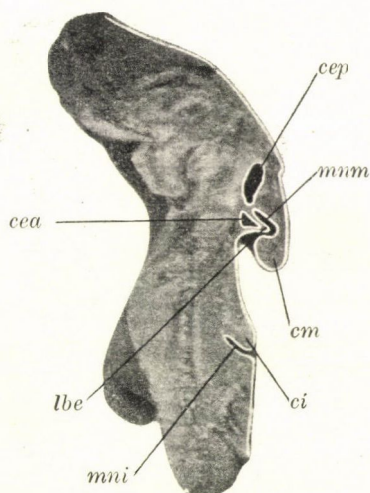
Kor	Metszés iránya	Magas-	Hossz	Széles-	Megjegyzések	
		ság		ség		
milliméterekben						
Újszülött	frontalis	4	7	3	A Highmor-üreg az alsó orrjárat területében fekszik. ábra 47. sm.	
"	horizontalis	6	11	4	Nincsen ábra.	
"	"	5	13	3 ¹ / ₂	" "	
1 hónapos	frontalis	4	5	3 ¹ / ₂	A Highmor-üreg az alsó orrjárat és az alsó kagyló területében fekszik, ábra 48. sm.	
1	"	sagittalis	4	10	4	Ábra 49. sm.
2	"	horizontalis	3	7	2 ¹ / ₂	" nincsen.
2	"	sagittalis	4	11	3	" 50. sm.
4	"	frontalis	5	13	7	" 51. "
4	"	sagittalis	5	12	6	" 52. "
4	"	"	5	12	4	" 53. "
4 ¹ / ₂	"	frontalis	7	11	4 ¹ / ₂	" 54. "
4 ¹ / ₂	"	horizontalis	8	19	4 ¹ / ₂	Nincsen ábra.
4 ¹ / ₂	"	sagittalis	6	16	5 ¹ / ₂	Ábra 55. sm.
4 ¹ / ₂	"	horizontalis	5	10	4	Nincsen ábra.
5	"	"	7	12	5	" "
5	"	"	5	14	6	" "
5 ¹ / ₂	"	frontalis	8	15	7	A Highmor-üreg az alsó orrjárat területében fekszik. 56., 57. ábra. sm.
6 ¹ / ₂	"	"	5	6	3 ¹ / ₂	Ábra 58. sm.
7	"	sagittalis	4	22	6	" 59. "
7	"	frontalis	5	16	4	" 60. "
8	"	horizontalis	10	13	5	Nincsen ábra.
8	"	"	5	10	4 ¹ / ₂	" "
11	"	"	9	14	5	" "
12	"	frontalis	7	11	8	61. ábra sm.
14	"	"	11	18	15	Ábra 62. sm. az üreg az alsó orrjáratra is kiterjed.
1 ¹ / ₂ éves	"	"	8	10	3	Ábra 63. 64. sm. az üreg az alsó orrjáratra is kiterjed.
2	"	"	9	12	7	Ábra 65. 66. sm.
3	"	"	13	23	13	" 67. "
3 ¹ / ₂	"	"	13	26	12	" 68. 69. "
7 ¹ / ₂	"	"	23	38	20	A Highmor-üreg az alsó és középső orrjárat területében fekszik, nyílásában sörte van. ábra 70. sm.

A rostasejtek (cellulæ ethmoidales).

A rostacsont üregeinek, ébrényi csontosodásának fejlődéséről a bonczatani tankönyvekben több adatot találunk, továbbá utalunk SEYDEL (23), MIHÁLKOVICS, KILLIAN és ZUCKERKANDL munkáira, melyek az orrüreg, az orrkagylók és orrjáratok fejlődésével, valamint a rostatömkeleg keletkezésének architecturájával foglalkoznak. A homloküreg tárgyalásakor megemlítettük azon nézeteket, melyek a homloküreg első fejlődését egy elülső rostasejttel, az ú. n. homloksejttel hozták összefüggésbe. Nem kívánjuk e helyen ezen ébrényi vizsgálatokat elősorolni és az alaplemezek és az interturbinalis járatok viszonyait a rostasejtekhez tárgyalni. Az irodalomban azonban a gyermekkori elülső és hátulsó rostasejtekre vonatkozó közelebbi adatokat és méreteket nem tudtunk találni. ZARNICO tankönyvében azt mondja, hogy a rostasejtek újszülötteken mint szűk tasakok vannak jelen és gyorsan növekednek. HAIKE Röntgen-leletekkel rendelkezik, melyek inkább kóros üregekre vonatkoznak és melyekről később lesz szó.

A következőkben adjuk vizsgálataink eredményeit. A 47. ábra homlokmetseten mutatja újszülöttön az $1-2^1_2$ mm kiterjedésű elülső rostasejteket (*cea*) és az 5 mm hosszú, 2^1_2 mm magas és 1^1_2 mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*). A 4. ábra vízszintes metseten egy újszülöttön mutatja a 2—3 mm hosszú, 4—5 mm magas, 2—3 mm széles elülső rostasejteket (*cea*) és az 5 mm magas, 4^1_2 mm hosszú és 2 mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*). Az 5. ábra sagittalis metseten egy egyhónapos gyermekén mutatja a 2—6 mm magas, 3—4 mm hosszú és $2-2^1_2$ mm széles elülső rostasejteket (*cea*) és a 2—3 mm magas, 2^1_2-3 mm hosszú és 2—4 mm széles hátulsó rostasejteket (*cep*). A 48. ábra homlokmetseten egy egyhónapos gyermekén mutatja az 5 mm hosszú, 4 mm magas, 3 mm széles elülső rostasejtet (*cea*) és az 5 mm hosszú, 3^1_2 mm magas és 2^1_2 mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*). A 7. ábra sagittalis metseten egy egyhónapos gyermekén mutatja a 4^1_2 mm hosszú, 4 mm magas, 3^1_2 mm széles elülső rostasejtet (*cea*) és az 5 mm hosszú, 3^1_2 mm széles és 3 mm magas hátulsó rostasejtet (*cep*). Az 53. ábra homlokmetseten egy 4^1_4 hónapos

gyermekből mutatja a 7 mm magas, 6 mm hosszú és 3 mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*). A 8. ábra vízszintes metszeten egy 4¹/₄ hónapos gyermekben mutatja a 4—5 mm magas, 3—4¹/₂ mm hosszú, 2—4 mm széles elülső rostasejteteket (*cea*) és az 5 mm magas, 3—5 mm hosszú és 4¹/₂ mm széles hátulsó rostasejteteket (*cep*). A 9. ábra vízszintes metszeten egy öthónapos gyermekben mutatja a 4—6 mm hosszú, 6—7 mm magas, 2—5 mm széles elülső rostasejteteket (*cea*) és a 9 mm hosszú, 8 mm magas és

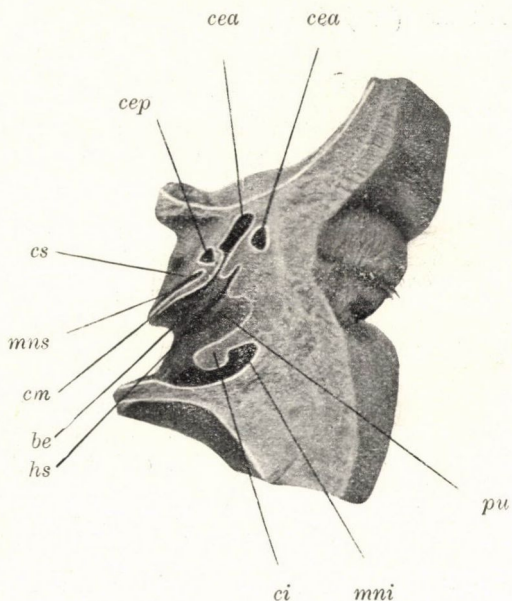


71. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *lbe* lamina bullae ethmoidalis, *cm* concha media, *mm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior.

4¹/₂ mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*). A 10. ábra vízszintes metszeten egy öthónapos gyermekben mutatja a 2¹/₂—6 mm hosszú, 3—8 mm magas, 2—5 mm széles elülső rostasejteteket (*cea*) és a 10 mm hosszú, 6 mm magas és 4 mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*). Az 56. ábra homlokmetseten egy 5¹/₂ hónapos gyermekben mutatja a két egymással összefüggő elülső rostasejtet (*cea*), melyek a félholdalakú résbe nyílnak. Az 56. ábra homlokmetseten egy 5¹/₂ hónapos gyermekben mutatja az elülső (*cea*) és hátulsó (*cep*) rostasejteteket. A 11. ábra sagittális metseten

egy $5\frac{1}{2}$ hónapos gyermekben mutatja a 3—6 mm magas, $3\frac{1}{2}$ —4 mm széles és $2\frac{1}{2}$ —3 mm hosszú elülső rostasejteket (*cea*) és az $5\frac{1}{2}$ mm hosszú, 5 mm magas és 4 mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*).

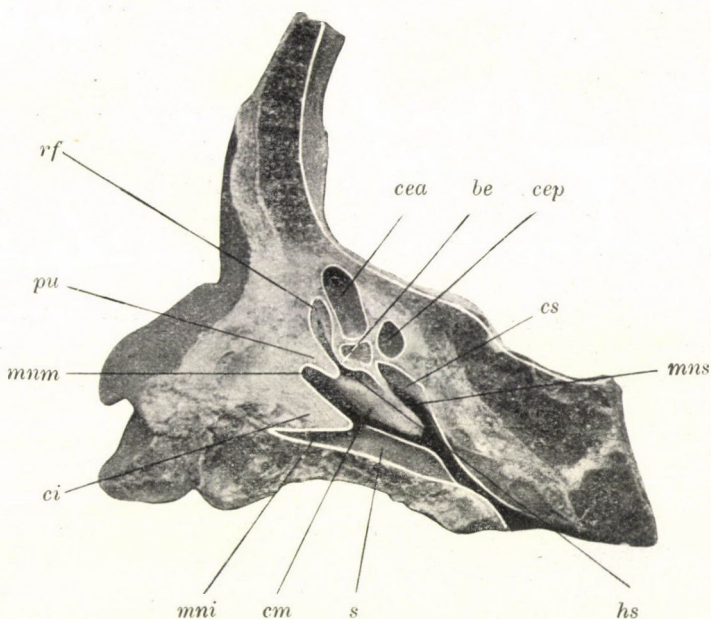
A 71. ábra homlokmetszeten mutatja egy $6\frac{1}{2}$ hónapos gyermekből az orrüreg oldalsó falát, az alsó (*mni*) és középső



72. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *pu* processus uncinatus, *hs* hiatus semilunaris, *be* bulla ethmoidalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *cep* cellula ethmoidalis posterior.

(*mm*) orrjáratot, az alsó (*ci*) és középső (*cm*) orrkagylót. Az elülső rostasejt (*cea*) $5\frac{1}{2}$ mm hosszú, 4 mm magas és 3 mm széles. A hátulsó rostasejt (*cep*) $5\frac{1}{2}$ mm hosszú, 5 mm magas és 2 mm széles. A 12. ábra vízszintes metszeten egy nyolczhónapos gyermekben mutatja a 4— $6\frac{1}{2}$ mm magas, $4\frac{1}{2}$ mm hosszú, 2—4 mm széles elülső rostasejteket (*cea*) és a 4—5 mm magas, $2\frac{1}{2}$ — $3\frac{1}{2}$ mm hosszú és 2 mm széles hátulsó rostasejteket.

(*cep*). A 13. ábra vízszintes metszeten egy nyolczhónapos gyermekben mutatja a 6—7 mm hosszú, 5—7 mm magas és 3—4 $\frac{1}{2}$ mm széles elülső rostasejteket és a 2 $\frac{1}{2}$ —4 mm hosszú, 2—3 mm magas és 1 $\frac{1}{2}$ —2 mm széles hátulsó rostasejteket (*cep*).



73. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *be* bulla ethmoidalis, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *pu* processus uncinatus, *hs* hiatus semilunaris, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cm* concha media, *mmm* meatus narium medius, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *s* septum.

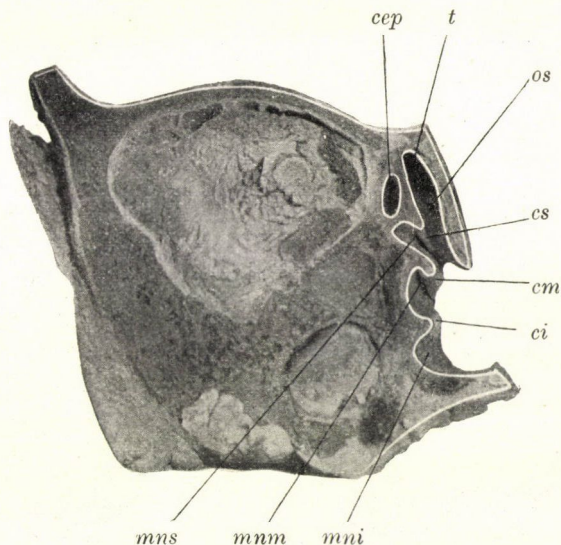
A 72. ábra homlokmetszeten egy 11 hónapos gyermekben mutatja az elülső (*cea*) és hátulsó (*cep*) rostasejteket. Az egyik elülső rostasejt (*cea*) 8 $\frac{1}{2}$ mm magas, 4 $\frac{1}{2}$ mm hosszú és 4 mm széles és a bulla ethmoidalis (*be*) fölött nyílik. A 61. ábra homlokmetszeten egy 12 hónapos gyermekben mutatja a 2—4 mm kiterjedésű hátulsó rostasejteket (*cep*).

A 73. ábra sagittalis metszeten egy 12 hónapos gyermekben mutatja a kicsiny recessus frontalist (*rf*), közvetlenül a félhold-

alakú rés (*hs*) elülső vége felett, ez utóbbit a processus uncinatus (*pu*) és a bulla ethmoidalis (*be*) határolja. A féloldalalkú rés (*hs*) elülső részében nyílik az elülső rostasejt (*cea*), mely 9 mm hosszú, 8 mm magas és 6 mm széles. A bulla ethmoidalis (*be*) 3—4 mm terjedelmű. A hátulsó rostasejt (*cep*) 8 mm széles, 5 mm hosszú és magas. Azonkívül látható az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*cs*) kagyló és az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjárat egy része. Egy 14 hónapos gyermek homlokmetszetén egy 9 mm hosszú, 8 mm magas és 4 mm széles elülső rostasejtet észleltünk. A 61. ábra homlokmetszetén egy 14 hónapos gyermekén mutatja a 4—8 mm magas, 6—9 mm hosszú, 4—5 mm széles elülső rostasejteket (*cea*) és a 7—10 mm hosszú, 4—6 mm magas és 2—3 mm széles hátulsó rostasejteket (*cep*).

A 74. ábra homlokmetszetén egy 14 hónapos gyermekből mutatja a felső kagyló (*cs*) felett a hátulsó rostasejtet (*cep*). A 18. ábra sagittalis metszetén egy 15 hónapos gyermekén mutatja a 3—4 mm hosszú, $3\frac{1}{2}$ — $4\frac{1}{2}$ mm széles, 3— $4\frac{1}{2}$ mm magas elülső rostasejteket (*cea*) és a 6 mm hosszú, 5 mm magas és 4 mm széles, egyenesen a felső orrjáratba (*mns*) nyíló hátulsó rostasejtet (*cep*). A 19. ábra homlokmetszetén egy $1\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja a 10 mm magas, $3\frac{1}{2}$ mm széles és $2\frac{1}{2}$ mm hosszú elülső rostasejteket (*cea*). A 22. ábra homlokmetszetén egy két éves gyermekén mutatja az 5 mm magas, 4 mm széles, $3\frac{1}{2}$ mm hosszú elülső rostasejtet (*cea*), mely a metszfelülettől még 10 mm-nyire folytatódik a processus uncinatusba (*pu*). A 23. ábra sagittalis metszetén egy két éves gyermekén mutatja a $4\frac{1}{2}$ mm hosszú, 5 mm magas, $3\frac{1}{2}$ mm széles elülső rostasejtet (*cea*) és a 4 mm hosszú, 5 mm magas és 3 mm széles hátulsó rostasejtet (*cep*). A 24. ábra sagittalis metszetén egy három éves gyermekén mutatja a 6—7 mm hosszú, 6—7 mm magas, 3—4 mm széles elülső (*cea*) és hátulsó (*cep*) rostasejteket és egy hátulsó rostasejt (*cep*) közvetlen nyílását a felső orrjáratba (*mns*). A 25. ábra sagittalis metszetén egy három éves gyermekén mutatja az elülső (*cea*) és hátulsó (*cep*) rostasejteket és egy elülső rostasejt (*cea*) közvetlen nyílását a recessus bullarisba. A 26. ábra homlok-

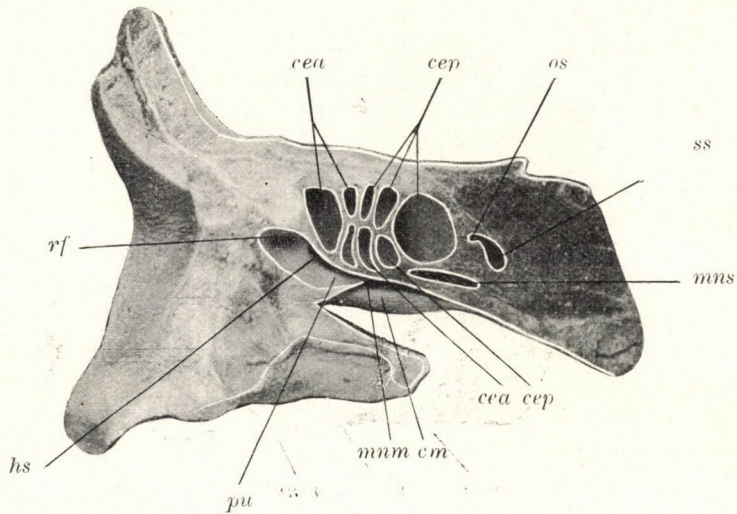
metszeten egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekben mutatja a 8 mm hosszú, 6 mm magas és 4 mm széles elülső rostasejtet (*cea*). A 69. ábra homlokmetszeten egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekben mutatja a 6—8 mm hosszú, $3\frac{1}{2}$ —5 mm magas, 3—4 mm széles elülső rostasejteket (*cea*) és a 6—11 mm hosszú, 5—6 mm magas, és $3\frac{1}{2}$ —4 mm széles hátsó rostasejteket (*cep*).



74. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *t* tegmen cav. nar., *os* ostium sphenoidale, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mmm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *cep* cellula ethmoidalis posterior.

A 75. ábra sagittalis metszeten egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekben mutatja a 7 mm magas, 5 mm hosszú és 4 mm széles recessus frontalist (*rf*), mely széles alsó részével a félholdalakú rés előtt (*hs*) fekszik a processus uncinatus (*pu*) és az elülső rostasejtek által (*cea*) határolva. A különböző kiterjedésű egyes rostasejtek (*cea*, *cep*) helyzete, a kicsiny ikéből (*ss*), a középső orrkagyló (*cm*), a középső (*mmm*) és felső (*mns*) orrjárat látható. Az elülső rostasejtek (*cea*) 5—11 mm magasságot, $3\frac{1}{2}$ —7 mm szélességet, 3—6 mm hosszúságot, a hátsó rostasejtek (*cep*) $3\frac{1}{2}$ —9 mm

hosszúságot, $3\frac{1}{2}$ —10 mm magasságot és 3—11 mm szélességet mutatnak. Az iköböl (*ss*) 7 mm széles, $4\frac{1}{2}$ mm magas, $3\frac{1}{2}$ mm hosszú és nyílása (*os*) $1\frac{1}{2}$ mm tág. Egy hat éves gyermek sagittalis metszetén 8—11 mm magas, 5—6 mm hosszú és 6 mm széles elülső rostasejteket (*cea*) észleltünk. A 27. ábra sagittalis metszeten egy hat éves gyermekén a 10—13 mm magas, 5—6 mm hosszú és 7 mm széles elülső rostasejteket



75. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *rf* recessus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *hs* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *os* ostium sphenoidale, *ss* sinus sphenoidalis, *cm* concha media, *mmm* meatus narium medius, *mns* meatus narium superior.

(*cea*) mutatja. A 29. ábra sagittalis metszeten egy $7\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja a 13 mm magas, 7 mm széles, 5 mm hosszú elülső rostasejtet (*cea*) és a 17 mm hosszú, 10 mm magas és 9 mm széles hátsó rostasejtet (*cep*), mely utóbbi egy hosszúkás ovalis réssel a felső orrjáratba (*mns*) nyílik. A 30. ábra homlokmetseten egy $7\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja a 11 mm hosszú, 8 mm magas és 7 mm széles elülső rostasejtet (*cea*). A 70. ábra homlokmetseten egy $7\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja

az elülső (*cea*) és hátsó (*cep*) rostasejteket és a felső orrjárat (*mus*) felett fekvő hátsó rostasejt (*cep*) 12 mm magas, 11 mm széles és 8 mm hosszú kiterjedését. Az elülső és hátsó rostasejteknek a gyermekkorban jelentkező alakviszonyait, nagyságát, helyzetét és kiterjedését illetőleg vizsgálataink eredményei a következők:

Az első évben (újszülöttön és 1, 4^{1/4}, 5, 5^{1/2}, 6^{1/2}, 8, 11 és 12 hónapos gyermekeken) az elülső rostasejtek hossza 1 és 9 mm, magassága 1 és 8 mm és szélessége 1 és 6 mm között ingadozott; a hátsó rostasejtek hossza 2 és 10 mm, magassága 2 és 8 mm és szélessége 1^{1/2} és 8 mm között ingadozott. A második évben (18 és 24 hónapos gyermek) az elülső rostasejtek hossza 2^{1/2}, 4^{1/2} mm között, magassága 4 és 10 mm és szélessége 1^{1/2} és 4 mm között ingadozott; a hátsó rostasejtek hossza 4 mm, magassága 5 mm és szélessége 3 mm volt. A harmadik évben (három éves gyermek) az elülső rostasejtek hossza 6 és 7 mm, magassága 6 és 7 mm és szélessége 3 és 4 mm között ingadozott; a hátsó rostasejtek hossza 6 és 7 mm, magassága 6 és 7 mm és szélessége 3 és 4 mm között váltakozott. A negyedik évben (3^{1/2} éves gyermek) az elülső rostasejtek hossza 3 és 8 mm, magassága 3^{1/2} és 11 mm és szélessége 3 és 11 mm között ingadozott; a hátsó rostasejtek hossza 3^{1/2} és 11 mm, magassága 3^{1/2} és 10 mm és szélessége 3 és 11 mm között váltakozott. A hatodik évben (hat éves gyermek) az elülső rostasejtek hossza 5 és 6 mm, magassága 8 és 10 mm és szélessége 6 és 7 mm között ingadozott. A nyolcadik évben (7^{1/2} éves gyermek) az elülső rostasejtek hossza 5 és 6 mm, magassága 8 és 13 mm között ingadozott és szélessége 7 mm volt; a hátsó rostasejtek hossza 11 és 17 mm, szélessége 6 és 9 mm között váltakozott és magassága 10 mm volt.

A következő táblázatok áttekintően adják a gyermekkori elülső és hátsó rostasejtek méreteit, egyes megjegyzésekkel.

Elülső rostasejtek.

Kor	Metszés iránya	Magas- ság	Hossz	Széles- ség	Megjegyzések
		milliméterekben			
Újszülött	frontalis	1—2 ¹ / ₂	1—2 ¹ / ₂	1—2 ¹ / ₂	47. ábra cea.
"	horizontalis	4—5	2—3	2—3	4. " "
1 hónapos	sagittalis	2—6	2—4	2—2 ¹ / ₂	5. " "
1 " "	frontalis	4	5	3	48. " "
1 " "	sagittalis	4	4 ¹ / ₂	3 ¹ / ₂	7. " "
4 ¹ / ₄ " "	horizontalis	4—5	3—4 ¹ / ₂	2—4	8. " "
5 " "	"	6—7	4—6	2—5	9. " "
5 " "	"	3—8	2 ¹ / ₂ —6	2—5	10. " "
5 ¹ / ₂ " "	frontalis	3—6	2 ¹ / ₂ —3	3 ¹ / ₂ —4	11. " "
6 ¹ / ₂ " "	"	4	5 ¹ / ₂	3	71. " "
8 " "	horizontalis	4—6 ¹ / ₂	4 ¹ / ₂	2—4	12. " "
8 " "	"	5—7	6—7	3—4 ¹ / ₂	13. " "
11 " "	frontalis	8 ¹ / ₂	4 ¹ / ₂	4	72. " "
12 " "	"	2—4	2—4	2—4	61. " "
12 " "	sagittalis	8	9	6	73. " "
14 " "	frontalis	8	9	4	62. " "
14 " "	"	4—8	6—9	4—5	62. " "
15 " "	sagittalis	3—4 ¹ / ₂	3—4	3 ¹ / ₂ —4 ¹ / ₂	18. " "
1 ¹ / ₂ éves	frontalis	10	2 ¹ / ₂	3 ¹ / ₂	19. ábra cea., pu.
2 " "	"	5	3 ¹ / ₂	4	Az elülső rostasejt a metszésfelü- leitől 10 mmnyire folytatódik a processus uncinatusba, 19. ábra cea. pu.
2 " "	sagittalis	5	4 ¹ / ₂	3 ¹ / ₂	22. ábra cea.
3 " "	"	6—7	6—7	3—4	24. ábra cea.
3 ¹ / ₂ " "	frontalis	6	8	4	26. " "
3 ¹ / ₂ " "	"	3 ¹ / ₂ —5	6—8	3—4	69. " "
3 ¹ / ₂ " "	sagittalis	5—11	3—6	3 ¹ / ₂ —7	75. " "
6 " "	"	8—11	5—6	6	Ninesen ábra.
6 " "	"	10—13	5—6	7	27. ábra cea.
7 ¹ / ₂ " "	"	13	5	7	29. " "
7 ¹ / ₂ " "	frontalis	8	11	7	30. " "

Hátulsó rostasejtek.

Kor	Metszés iránya	Magas-	Hossz	Széles-	Megjegyzések
		ság		ség	
milliméterekben					
Újszülött	frontalis	2 ¹ / ₂	5	1 ¹ / ₂	47. ábra cep.
"	horizontalis	5	4 ¹ / ₂	2	5. " "
1 hónapos	sagittalis	2—3	2 ¹ / ₂ —3	2—4	48. " "
1 "	frontalis	3 ¹ / ₂	5	2 ¹ / ₂	7. " "
1 "	sagittalis	3 ¹ / ₂	5	3	53. " "
4 ¹ / ₄ "	frontalis	7	6	3	8. " "
4 ¹ / ₄ "	horizontalis	5	3—5	4 ¹ / ₂	9. " "
5 "	"	8	9	4 ¹ / ₂	9. " "
5 "	"	6	10	4	10. " "
5 ¹ / ₂ "	sagittalis	5	5 ¹ / ₂	4	11. " "
6 ¹ / ₂ "	frontalis	4	5 ¹ / ₂	3	11. " "
8 "	horizontalis	4—5	2 ¹ / ₂ —3 ¹ / ₂	2	12. " "
8 "	"	2—3	2 ¹ / ₂ —4	1 ¹ / ₂ —2	13. " "
12 "	frontalis	2—4	2—4	2—4	61. " "
12 "	sagittalis	5	5	8	73.
14 "	frontalis	4—6	7—10	2—3	62. " "
15 "	sagittalis	5	6	4	18. " "
2 éves	"	5	4	3	23. " "
3 "	"	6—7	6—7	3—4	A hátulsó rostasejt a felső orrjáratba nyílik közvetlenül. 21. ábra cep.
3 ¹ / ₂ "	frontalis	5—6	6—11	3 ¹ / ₂ —4	69. ábra cep.
3 ¹ / ₂ "	sagittalis	3 ¹ / ₂ —10	3 ¹ / ₂ —9	3—11	75. " "
7 ¹ / ₂ "	"	10	17	9	29. " "
7 ¹ / ₂ "	frontalis	10	11	6	70. " "

Az ikéből (sinus sphenoidalis).

Az ikéből fejlődését a bonczani tankönyvek behatóan tárgyalják, nemkülönben az ikesontkagylók viszonyát az ikéből és a hátulsó rostasejtek fejlődéséhez, a csontosodást és az ikesontkagylók összeolvadását. TOLDT (24), ZUCKERKANDL és SPEE idevonatkozó vizsgálatai munkáikban részletesen foglaltatnak és TOLDT adatait az ikesontkagylókról az orrgyógyászati művek átvették. TOLDT az ikébőlket bizonyos tekintetben hátulsó rostasejteknek tekinti, mely nézetét ZUCKERKANDL nem osztja. Közlebről ezen specialis embryologiai adatokat nem tárgyaljuk.

MERKEL az iköblök fejlődésének kezdetét a hetedik évre helyezi.

MILÁLKOVICS szerint az iköböl fejlődési alapját az élet harmadik hónapjában találjuk. Csak a 6—7. évben alkotja az iksont teste az iköböl falát.

ZUCKERKANDL szerint újszülötteken és fiatal egyéneken az iköböl fejlődési alapjának bemenete egy alulról előretolt félholdalakú nyákhártyakettőzet által szűkítettik. A harmadik életévben az iköböl borsó nagyságát éri el.

SPEE szerint az iköböl eredetileg az orrüregnek nyílt diverticuluma és CHIARUGI szerint az iköböl szintén az orrüregnek diverticuluma és a harmadik év felé fejlődik ki.

CHIARI szerint az iköböl már a harmadik ébrényi hónapban mint kettős zsák jelezve van és később csakhamar nagyobodik.

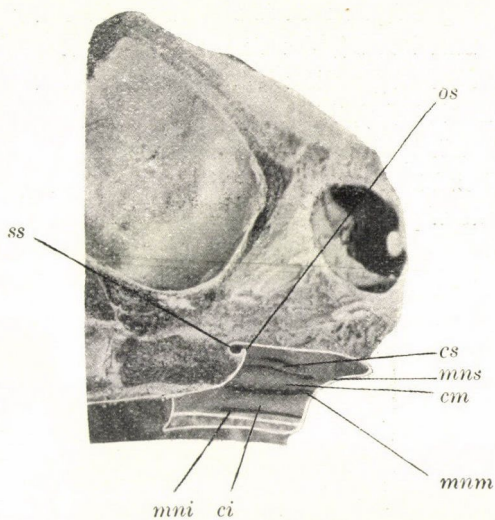
ZARNICO adatai úgy szólnak, hogy újszülöttön az iköböl gombostűfejnyi és a Santorini-féle kagyló magasságában finom csatornával nyílik. A harmadik évben kezd erősebben nőni és a fanosodás idejében a synchondrosis sphenooecipitalisig haladt.

HAIKE az iköböl Röntgen-felvételeivel az üreget a hatodik évben babnyinak találta, a nyolczadik és tizennegyedik évben erősen kifejlett és egy tizenhat éves gyermekben egy 3 mm-nyi sagittalis gödørszerű iköbölt talált, melybe kutaszt vezetett. Az iköböl Röntgen-képeinek értékéről később lesz szó.

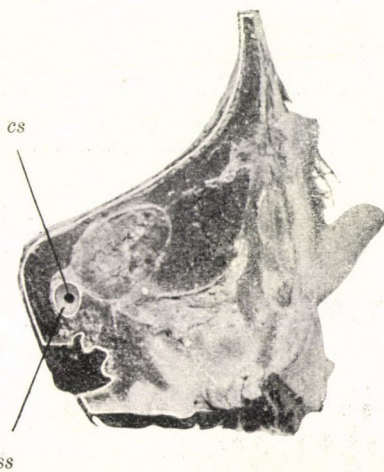
A gyermekkori iköbölre vonatkozó vizsgálatainkat a következőkben adjuk.

A 76. ábra vízszintes metszeten újszülöttön mutatja felülről az iköblöt (*ss*) és a nyílását (*os*), oldalt az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) és felső (*ci*) orrkagylót. Az iköböl (*ss*) 4 mm magas, 2 mm hosszú és 2 mm széles, nyílása $1\frac{1}{2}$ mm tág és az orrüreg tetejéhez közel nyílik.

A 77. ábra homlokmetszeten egy egyhónapos gyermekben mutatja az iköbölt (*ss*) az iksont testében, az üreg 3 mm magas, $2\frac{1}{2}$ mm széles és 2 mm hosszú, nyílása (*os*) $1\frac{1}{4}$ mm tág. Ezen készítményen a Highmor-üreg 8 mm hosszú, 2—5 mm magas és $2\frac{1}{2}$ mm széles. Az elülső rostasejtek hosszúsága



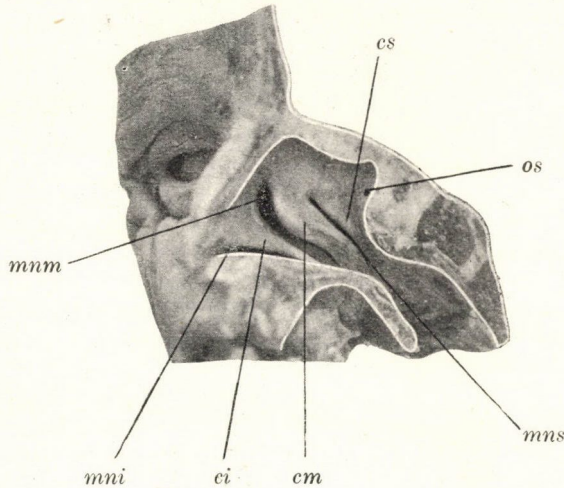
76. ábra. Vízszintes metszet. Természetes nagyság. *ss* sinus sphenoidalis, *os* ostium sphenoidale, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mm* meatus narium medius, *cm* concha media, *ms* meatus narium superior, *cs* concha superior.



77. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *ss* sinus sphenoidalis, *os* ostium sphenoidale.

3—5 mm, magassága 7 mm és szélessége 2—2 $\frac{1}{2}$ mm. A hátulsó rostasejt 5 mm hosszú, 4 mm magas és 3 $\frac{1}{2}$ mm széles.

A 78. ábra sagittalis metszeten egy egyhónapos gyermekben mutatja az alsó (*ci*), középső (*cm*), felső (*cs*) orrkagylót és az alsó (*mni*), középső (*mnm*) és felső (*mns*) orrjáratot. Az orrüreg tetejéhez közel látható a $\frac{1}{2}$ mm tág iköbölnyílás (*os*), mely egy 1 $\frac{1}{2}$ mm tág iköbölbe vezet. Az 51. ábra homlokmetszeten

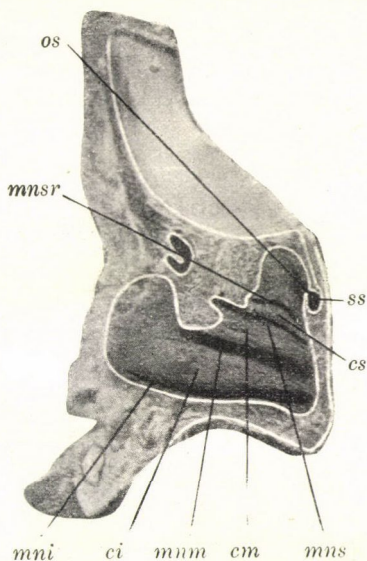


78. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *os* ostium sphenoidale, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior.

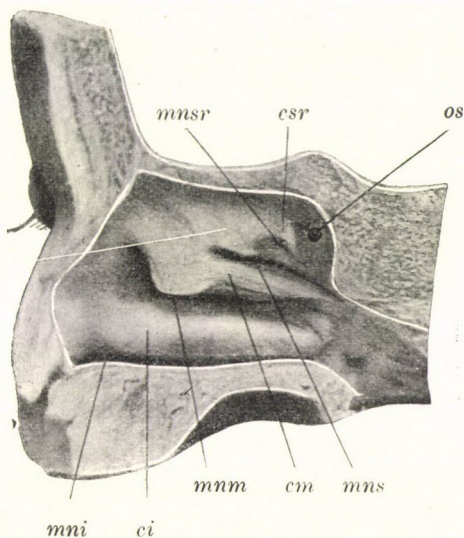
egy négyhónapos gyermekben mutatja a $\frac{1}{2}$ mm tág iköbölnyílást (*os*), mely a 2 mm kiterjedésű iköbölbe vezet.

A 79. ábra sagittalis metszeten egy 4 $\frac{1}{2}$ hónapos gyermekből mutatja az alsó (*mni*), középső (*mnm*), felső (*mns*) és legfelsőbb (*mnsr*) orrjáratot, továbbá a 4 mm magas, 2 $\frac{1}{2}$ mm hosszú és 2 mm széles iköblöt (*ss*) és nyílását (*os*), mely 1 mm tág és közel az orrüreg tetejéhez van elhelyezve. Az 57. ábra homlokmetszeten mutatja egy 5 $\frac{1}{2}$ hónapos gyermekben a 1 $\frac{1}{2}$ mm tág iköbölnyílást (*os*), mely a 2 mm tág iköbölbe vezet.

A 80. ábra sagittalis metszeten egy 6 $\frac{1}{2}$ hónapos gyermekből mutatja az üreg tetejéhez közel a 2 mm tág iköbölnyílást



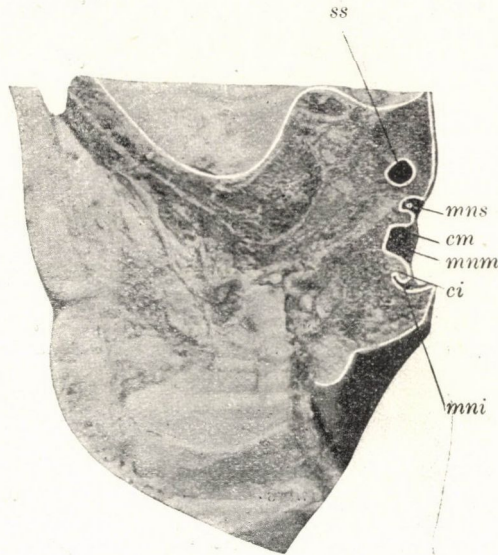
79. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *ss* sinus sphenoidalis, *os* ostium sphenoidale, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *cs* concha superior, *mnsr* meatus narium supremus.



80. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *os* ostium sphenoidale, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior, *mnsr* meatus narium supremus, *csr* concha suprema.

(*os*), az alsó (*mni*), középső (*mnm*), felső (*mns*), legfelsőbb (*mnsr*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*), felső (*cs*) és legfelsőbb (*csr*) orrkagylót.

A 81. ábra homlokmetszeten egy 6¹/₂ hónapos gyermekben mutatja az alsó (*mni*), középső (*mnm*), felső (*mns*) orrjáratot, az alsó (*ci*), középső (*cm*) orrkagylót és az 5 mm hosszú, 4¹/₂ mm széles és 4 mm magas iköblöt (*ss*). Az 59. ábra

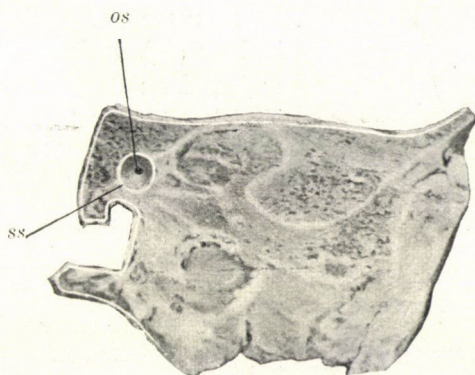


81. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *ss* sinus sphenoidalis, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *mnm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mns* meatus narium superior.

homlokmetszeten egy héthónapos gyermekben mutatja a ¹/₂ mm tág iköbölnyílást (*os*), mely a 2 mm tág iköbölbe vezet. A 12. ábra vízszintes metszeten egy nyolczhónapos gyermekben mutatja a 6 mm magas, 5¹/₂ mm hosszú és 5 mm széles iköblöt (*ss*) és 1 mm tág nyílását (*os*). A 13. ábra vízszintes metszeten egy nyolczhónapos gyermekben mutatja a 9 mm magas, 6 mm széles és 5 mm hosszú iköblöt (*ss*) és 1 mm tág nyílását (*os*). A 74. ábra homlokmetszeten egy 14 hónapos gyermekben mutatja az 1 mm

tág iköbölnyílást (*os*), mely az 5 mm magas, $4\frac{1}{2}$ mm hosszú és $4\frac{1}{2}$ mm széles iköbölbe vezet.

A 82. ábra homlokmetseten egy 14 hónapos gyermekén mutatja a megnyitott iköblöt (*ss*) nyílásával (*os*). Az iköböl $4\frac{1}{2}$ mm hosszú, 5 mm magas és $4\frac{1}{2}$ mm széles, nyílása 1 mm tág. A 18. ábra homlokmetseten egy 15 hónapos gyermekén mutatja a $1\frac{1}{2}$ mm tág iköbölnyílást (*os*), mely egy 5 mm hosszú, $3\frac{1}{2}$ mm magas és 3 mm széles iköbölbe vezet. A 64. ábra homlokmetseten egy $1\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja az 1 mm tág iköbölnyílást (*os*), mely a 3 mm hosszú, 2 mm magas és

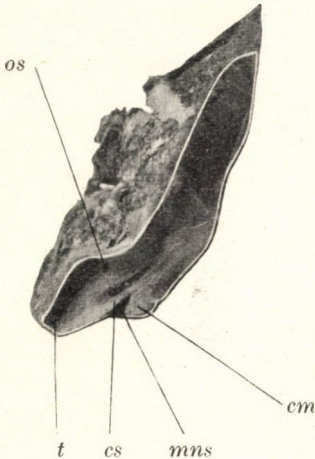


82. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *ss* sinus sphenoidalis, *os* ostium sphenoidale.

2 mm széles iköbölbe vezet. A 66. ábra homlokmetseten egy két éves gyermekén mutatja az iköbölnyílást (*os*), a felső orrkagyló (*cs*) és az orrüreg teteje között, mely a 7 mm széles, 6 mm magas és 5 mm hosszú iköbölbe vezet. A 23. ábra sagittalis metseten egy két éves gyermekén mutatja a $6\frac{1}{2}$ mm széles, 4 mm magas és $4\frac{1}{2}$ mm hosszú iköblöt (*ss*) és 1 mm tág nyílását (*os*). A 24. és 25. ábra sagittalis metseten egy három éves gyermekén mutatja a 9 mm széles, 6 mm hosszú és 6 mm magas iköblöt (*ss*) és 2 mm tág nyílását (*os*). A 69. ábra homlokmetseten egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekén mutatja a $1\frac{1}{2}$ mm tág iköbölnyílást (*os*), mely a 7 mm széles, 6 mm magas és 5 mm hosszú iköbölbe vezet. A 75. ábra sagittalis

metszeten egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekben mutatja a 7 mm széles, $4\frac{1}{2}$ mm magas és $3\frac{1}{2}$ mm hosszú iköbölt (ss) és $1\frac{1}{2}$ mm tág nyílását.

A 83. ábra sagittális metszeten egy hat éves gyermekben mutatja az iköböl $1\frac{1}{2}$ mm tág kerek nyílását (os) az orrüreg tetejéhez közel. A bal iköböl 10 mm magas, 7 mm hosszú



83. ábra. Sagittális metszet. Természetes nagyság. *os* ostium sphenoidale, *t* orrüreg-tető, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cm* concha média.

és 12 mm széles, a jobb iköböl 10 mm magas, 6 mm hosszú és 12 mm széles. A 29. ábra sagittális metszeten egy hét éves gyermekben mutatja a 12 mm hosszú, 13 mm magas és 9 mm széles iköbölt (ss), mely egy 2 mm tág nyílással a recessus sphenothmoidalisba (*rse*) nyílik. A 70. ábra homlokmetszeten egy $7\frac{1}{2}$ éves gyermekben mutatja a 4 mm-nyi hosszúságú ovális iköbölnyílást (*os*), mely a 12 mm magas, 11 mm széles és 8 mm hosszú iköbölbe vezet.

Az iköböl gyermekkori helyzetére és nagyságára vonatkozó vizsgálataink eredményei a következők:

Az első évben újszülötteken (1, 2, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, 7 és 8 hónapos gyermek) az iköböl

magassága 1 és 9 mm, hossza 1 és 5 mm és szélessége 1 és 6 mm között ingadozott; az ostium sphenoidale $\frac{1}{2}$ egész 2 mm tág. A második évben (14, 15, 18 és 24 hónapos gyermek) az iköböl magassága 2 és 6 mm, hossza 3 és 5 mm, szélessége 2 és 7 mm között váltakozott; az ostium sphenoidale $1\frac{1}{2}$ mm tág volt. A harmadik évben (3 éves gyermek) az iköböl magassága 6 mm, hossza 6 mm és szélessége 9 mm; az ostium sphenoidale tágassága 2 mm volt. A negyedik évben ($3\frac{1}{2}$ éves gyermek) az iköböl magassága $4\frac{1}{2}$ és 6 mm, hossza $3\frac{1}{2}$ és 5 mm között ingadozott, szélessége 7 mm volt; az ostium sphenoidale

noidale tágassága $1\frac{1}{2}$ mm volt. A hatodik évben (hat éves gyermek) az iköböl hossza 6 és 7 mm között váltakozott, magassága 10 mm és szélessége 12 mm volt; az ostium sphenoidale tágassága $1\frac{1}{2}$ mm volt. A nyolczadik évben ($7\frac{1}{2}$ éves gyermek) az iköböl magassága 8 és 12 mm, hossza 12 és 13 mm között ingadozott, szélessége 11 mm volt; az ostium sphenoidale tágassága 4 mm volt.

Iköböl.

Kor	Metszés iránya	Magas-	Hossz	Széles-	Megjegyzések
		ság		ség	
milliméterekben					
Újszülött ...	horizontalis	4	2	2	Nyílása $\frac{1}{2}$ mm. tág 76. ábra ss, os.
1 hónapos	frontalis ...	3	2	$2\frac{1}{2}$	« $1\frac{1}{2}$ « « 77. « « «
1 « ...	« ...	4	2	$2\frac{1}{2}$	« 1 « « nincsen ábra.
1 « ...	sagittalis	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	« $\frac{1}{2}$ « « 78. ábra os.
2 « ...	horizontalis	1	1	1	« $\frac{1}{2}$ « « nincsen ábra.
4 « ...	frontalis ...	2	2	2	« $\frac{1}{2}$ « « 51. ábra os.
$4\frac{1}{2}$ « ...	sagittalis ...	$2\frac{1}{2}$	3	$1\frac{1}{2}$	Nincsen ábra.
$4\frac{1}{2}$ « ...	sagittalis ...	4	$2\frac{1}{2}$	2	Nyílása 1 « « 79. ábra ss, os.
$5\frac{1}{2}$ « ...	frontalis ...	2	2	2	« $1\frac{1}{2}$ « « 57. « os.
$6\frac{1}{2}$ « ...	sagittalis ...	—	—	—	« 2 « « 80. « «
$6\frac{1}{2}$ « ...	frontalis ...	5	4	$4\frac{1}{2}$	81. ábra ss.
7 « ...	« ...	2	2	2	Nyílása $\frac{1}{2}$ mm. tág 60. ábra os.
8 « ...	horizontalis	6	$5\frac{1}{2}$	5	« 1 « « 12. « «
8 « ...	« ...	9	6	5	« 1 « « 13. « ss, os.
14 « ...	frontalis ...	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	« 1 « « 74. « os.
14 « ...	« ...	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	« 1 « « 82. « ss, os.
15 « ...	« ...	$3\frac{1}{2}$	5	3	« $1\frac{1}{2}$ « « 18. « os.
$1\frac{1}{2}$ éves ...	« ...	2	3	2	« 1 « « 64. « «
2 « ...	« ...	6	5	7	« 1 « « 66. « «
2 « ...	sagittalis ...	4	$4\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	« 1 « « 23. « ss.
3 « ...	« ...	6	6	9	Üreg helyzete és nyílása áttekinthető, 24., 25. ábra ss, os.
$3\frac{1}{2}$ « ...	frontalis ...	5	6	7	Nyílása $\frac{1}{2}$ mm. tág, 69. ábra os.
$3\frac{1}{2}$ « ...	sagittalis ...	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	7	« $1\frac{1}{2}$ « « 75. « ss, os.
6 « ...	« ...	10	7	12	« $1\frac{1}{2}$ « « 83. « os. bal
6 « ...	« ...	10	6	12	« $1\frac{1}{2}$ « « 83. « « jobb
$7\frac{1}{2}$ « ...	« ...	12	13	9	« 2 « « 29. « ss.
$7\frac{1}{2}$ « ...	frontalis	8	12	11	« 4 « « 70. « os.

Kapcsolatban a vázolt boncztani eredményekkel, gyakorlati szempontból kívánunk egyes megjegyzéseket tenni. A gyermekkori mellüregek megbetegedéseire vonatkozólag mindinkább szaporodnak a közlések és arra engednek következtetni, hogy a gyermekkori mellüregbántalmak gyakrabban fordulnak elő, mint azt eddig általában felvették. Ténynek kell tekintenünk, hogy a gyermekkorban gyakrabban a heveny nátha képe alatt egyes mellüregek is meg vannak támadva és hogy többnyire a fertőző bántalmak támadják meg a gyermekkori melléküregeket. Az első életévekben az egyes melléküregek megbetegedésének megállapítása nehézségekbe ütközik és azonfelül ezen korban a gyógytani beavatkozások is bizonyos tekintetben korlátozva vannak. Nem kell hangsúlyozni, hogy sok halálos végű eset nem lett a nyilvánosságnak átadva és hogy a bonczleletek csak csekély számban lettek közzétéve. HAIKE (25) 394 gyermek bonczolásakor 62 esetben megnyitotta az orrüreg melléküregeit és ez utóbbiak megbetegedéseit 52 esetben kilencz hónap és 15 év között találta, ezek között a Highmor-üreg 47, a rostasejtek 3 és az iköböl két esetben voltak megtámadva. Egy három éves gyermekben HAIKE a Highmor-üreg empyemája mellett a hullán a homloküregek és az iköblök jelenlétét megállapítani nem volt képes. WOLFF (26) 3, 3, 5, 5 és 6 éves gyermek bonczolásakor a Highmor-üregek kóros elváltozásait találta, két három éves, egy öt éves és egy hat éves gyermekben az iköböl még nem volt kifejlődve. WERTHEIM (27) egy két éves és két hónapos gyermekben jól kifejlődött homloküregeket, egy öt éves gyermekben kóros rostasejteket és ép iköblöket, egy másik öt éves gyermekben kifejlődött melléküregeket és egy nyolcz éves gyermekben a homloküregek és iköblök hiányát találta.

A következő táblázatban azon tudomásunkra jutott eseteket foglaljuk össze, melyekben a gyermekkori melléküregek megbetegedését megállapították. HAIKE eseteit kivéve az említett melléküreg-bántalmak esetei scarlatinával kapcsolatosan fordultak elő.

Szerző	Kor	A megbetegedett melléküreg	Kezelés	Lefolyás	Megjegyzés
KILLIAN (28)	15 hónap	Homloküreg	Műtét	Halál	Vörheny, a gyűjtőeres öb- lök thrombophlebitise
LANGE (29)	2 ¹ / ₃ év	Highmor-üreg	"	Gyógyulás	Vörheny.
MEYERE. (30)	3 ¹ / ₂ "	Homloküreg, rostasejtek, Highmor-üreg	"	"	Vörheny.
LANGE	4 "	Mindkét oldali rostasejtek	"	"	"
PREYSING (31)	5 "	Homloküreg, rostasejtek	"	"	Vörheny, a jobb hom- loküreg horsonyi volt.
LANGE	5 "	Mindkét hom- loküreg és a rostasejtek	"	"	Vörheny, a jobb hom- loküreg babnyi volt.
KILLIAN	6 "	Homloküreg, rostasejtek, iköböl és High- mor-üreg	"	"	Vörheny, a bal hom- loküreg babnyi volt.
PREYSING (32)	6 év	Azonos oldali homloküreg és iköböl	"	"	Vörheny, szemüregtá- lyog, a rostasejtek és az iköböl kitakarítása a szemüreg felől.
PREYSING	6 "	Azonos oldali rostasejtek és iköböl	"	"	Vörheny, a bal homlok- üreg mogyorónyi volt.
LANGE	6 ¹ / ₄ "	Homloküreg	"	"	Vörheny.
HAEENE (33)	6 ¹ / ₂ "	Valamennyi melléküreg	"	"	Vörheny, a belső szem- zugban tályog.
LANGE	6 ¹ / ₂ "	Jobboldali ros- tasejtek	"	"	Vörheny.
HINSBERG	7 "	Highmor-üreg, és rostasejtek	"	"	Vörheny, a szemüreg- falon tályog.
KILLIAN	7 "	Homloküreg	"	"	Punctio, kiöblítés.
HOFMANN (34)	7 "	Homloküreg, rostasejtek és Highmor-üreg	"	"	Vörheny, fülműtét ered- ménytelen volt, bonc- lelet kóros homlok- üreget és agyhártya- gyulladást mutatott.
HAIKE	8 "	Highmor-üreg	"	"	Vörheny.
SCHOLLE (35)	9 "	Homloküreg	Műtét a fülön	Halál	Vörheny, fülműtét ered- ménytelen volt, bonc- lelet kóros homlok- üreget és agyhártya- gyulladást mutatott.
TILLEY (36)	9 év	Homloküreg	Műtét	Gyógyulás	Vörheny.
ÓNODI	9 ¹ / ₂ "	Homloküreg	"	"	"
SCHOLLE	10 "	Homloküreg	Műtét a fülön	Halál	" a fülműtét ered- ménytelen volt, bonc- lelet kóros homlok- üreget és agyhártya- gyulladást mutatott.
HAIKE	11 év	Highmor-üreg	Műtét	Gyógyulás	Punctio, kiöblítés.
KILLIAN	12 "	Homloküreg, rostasejtek, Highmor-üreg	"	"	Vörheny, a rostasejtek endonasalis megnyi- tása, a homloküreg és Highmor-üreg ki- öblítése.
HAIKE	15 ¹ / ₂ "	Rostasejtek, ikö- böl, Highmor- üreg	"	"	

A mi a homloküreg és Highmor-üreg villamos átvilágításának, továbbá a melléküregek Röntgen-felvételének értékét a gyermekkorban illeti, a homloküregről szóló monografiánkra utalunk, a hol ezen kérdés részletesen tárgyalva van. 1200 koponyára vonatkozó vizsgálataink a villamos átvilágítás megbízhatatlanságát bebizonyították. Koponyákon a villamos átvilágításnál a homloküreg mindkét oldalán 30 százalékban hiányzott, a jobb oldalán 10 %-ban és a baloldalán 10 %-ban az összehasonlító Röntgen-felvételeknél a homloküreg mindkét oldalán 5 százalékban hiányzott, a jobb oldalán csaknem egy százalékban, éppúgy a baloldalán. A Röntgen-felvételek árnyoldalait is megtanultuk ismerni és megbeszéltük, miért is ezen eljárás teljesen biztos kórjelző segédeszköznek nem tekinthető, a villamos átvilágítással szemben azonban fölényben van. A homloküregek hiányának és kiterjedésének a Röntgen-felvétel által való megállapítása a sebészi beavatkozásoknál lényeges haladást jelent, épen úgy a kórjelzésben értékes kiegészítő segédeszközt. Magától értetődik, hogy a fősúlyt a klinikai vizsgálatra és az orrgyógyászati leletre kell fektetni. Épen úgy áll a dolog a Highmor-üregnél, a hol a villamos átvilágítás és a Röntgen-felvétel szintén mint kórjelzési segédeszköz igénybe vétetik, a rosta-sejteknél és az iköbölnél pedig a Röntgen-felvételekkel illetőleg. A gyermekkori homloküreg és Highmor-üreg villamos átvilágítására vonatkozólag hasonló értelemben nyilatkozik HAIKE: Ha már a felnőttön is ezen eljárás csak nagyon feltételelesen értékesíthető, akkor gyermekeken teljesen megbízhatatlan. Ennélfogva csupán a gyermekkori melléküregek Röntgen-képeinek értékesítéséről akarunk röviden szólni. A mi a homloküreget illeti, felnőtteken a Röntgen-felvételek árnyoldalai a homloküreg elsötétedésénél és elfátyolozódásánál már tévedésekre adtak alkalmat, a Röntgenkép a műtétnél ALBRECHT (37), WASSERMANN (38), CHIARI, (39), ÓNODI (40) és mások eseteiben nem nyert beigazolást.

Természetes, hogy a gyermekkorban a Röntgen-felvétel kórjelzési értékesítése még korlátozottabb. HAIKE maga mondja, hogy a homloküreggennyedések kórjelzésének nehézségei még változatosabbak, mint a felnőttön, a képek értékesítésekor még nagyobb óvatosságra van szükségünk, hogy tévedésektől megóvjuk

magunkat. Ugyanis gyakrabban, mint a teljesen kifejlődött homloküregnél, találunk elfátyolozottságot és a határok elmosódottságát teljesen egészséges üregnél. A gyermekkori homloküreg alkotása okozza a képek nem tiszta voltát, miért mindig tanácsos a kiegészítő oldalkép; de nem ritka esetekben ez sem elegendő, hogy minden kételyt eloszlasson. Az értékesíthetés ezen nehézségei mellett a lehetőség szerint a klinikai jelenségekre és idősebb gyermekeken egyéb vizsgálati eljárásokra is kell támaszkodnunk, hogy a kórjelzést biztosíthassuk. HAIKE említett normalis homloküregképei mellett csak kevés eset van említve, a hol a homloküreg a Röntgen-képben betegnek mutatkozott (egy 13 és egy 16 évesen). Fiatalabb gyerekek beteg és műtét esetéről HAIKE nem emlékszik meg. Az általunk ismert és leirt esetekben a homloküreg megbetegedése Röntgen-lelet nélkül lett megállapítva és a műtét végezve, kivéve KILLIAN esetét egy 12 éves gyermekben, hol a homloküreg, a rostasejtek és a Highmor-üreg a Röntgen-képen kifejezetten elfátyolozódva voltak. Hogy az első életévekben, ha csak egyedül a homloküregről van szó, a Röntgen-kép jelentősége és értékesítése nagyon korlátozott, megmagyarázzák leleteink és képeink, melyek a kivételektől eltekintve, mutatják, hogy a homloküreg az első életévekben a pikkelyes rész alapjának csupán határát éri el, vagy csak a pikkelyes rész alapjának alsó részletében jelenik meg. Rend szerint az első életévekben a Röntgen-kép a homloküreg mellett a szomszédos elülső rostasejteket is mutatja és megbetegedés esetén értékesíthető is. A mondottak után nem kell hangsúlyoznunk, hogy első sorban a klinikai jelenségek és a lehető orrgyógyászati vizsgálatok jönnék tekintetbe. A hol a homloküreg a homlok területében található, különösen ha egyoldalú homloküregbántalom van jelen, a Röntgen-lelet épen úgy, mint a felnőttön, értékes lelet.

Az első évben a legnagyobb homloküreg, melyet észleltünk. 9 mm hosszú, 8 mm magas és 6 mm széles volt, a homloküreg korai alakja az első év vége felé elérte a homlokcsont pikkelyes részének alapját. A második évben a legnagyobb homloküreg 9 mm magas, $5\frac{1}{2}$ mm hosszú és 7 mm széles volt, már a második év elején egy 15 hónapos gyermekben találtuk

a homloküreget a pikkelyes rész alapján és egy másik hasonló korú gyermekén a Röntgen-képen a homlokokon egy 3—3·5 mm magas és 5—5¹/₂ mm széles homloküreget. Egy 15 hónapos gyermekén KILLIAN a megbetegedett homloküreget nyitotta meg. Egy 3¹/₂ éves gyermekén a homloküreg 6¹/₂ mm magas, 6 mm hosszú és 5 mm széles volt. Röntgen-képeken 6—9 mm magas és 4—6 mm széles homloküregeket találtunk. E. MEYER egy esetében 3¹/₂ éves gyermekén a kóros homloküreg meg lett nyitva és meggyógyítva. Ezen tények mutatják, hogy az első életévekben a homloküreg néha a Röntgen-képen is kimutatható, megbetegedése megállapítható és gyökeresen meggyógyítható.

PREYSING és LANGE eseteiben öt éves gyermekeken lett a kóros homloküreg megnyitva és meggyógyítva. A 6. évben egy 17—18 mm magas, 10—13 mm hosszú és 11—12 mm széles homloküreget észleltünk. KILLIAN esetében egy hat éves gyermekén lett a kóros homloküreg műtéttel meggyógyítva. LANGE esetében a kóros homloküreg egy 6¹/₄ éves gyermekén sikerrel lett megnyitva. HOFFMANN és KILLIAN eseteiben a kóros homloküreg hét éves gyermekeken lett műtéttel meggyógyítva. 7¹/₂ éves gyermekén 14—17 mm magas, 4—11 mm hosszú és 7—9 mm széles homloküreget találtunk. 8¹/₂ éves gyermek Röntgen-képén a homlok területében a homloküreg 10—22 mm magas és 10—29 mm széles volt. TILLEY esetében a kóros homloküreg egy kilencz éves gyermekén sikerrel lett megnyitva. Esetünkben a kóros homloküreg 9¹/₂ éves gyermekén lett műtéttel meggyógyítva. Ezek azon esetek, melyeket a tizedik évig ismerünk. A következő években úgy a HAIKE által közölt Röntgen-képek, mint az általunk adott képek és méretek a homloküregeket a homlok területében különböző erős kifejlődésben mutatják. Az eddigi tapasztalatok sokkal csekélyebbek, semhogy a gyermekkorban a Röntgen-felvételek kórjelzési értékéről végleges ítéletet alkothoznánk, hogy azonban általánosan a kórjelzés értékes kiegészítő eszközének tekinthetjük, kétségbe nem vonható; hogy jelentősége az első életévekben korlátozottabb és hogy talán több árnyoldallal bír, mint a felnőtteken, azt a homloküregek vázolt alak- és helyzetviszonyai megmagyarázzák. Ennélfogva a klinikai jelenségekre, az orrgyógyászati leletekre



és vizsgálatokra nagy súlyt kell helyezni. Hogy nehézségekre akadunk, megmagyarázza az orrüreg szűk volta és a vizsgálat tökéletlensége az első életévekben, hol az orrüreg belsejének megtekintése a kóros váladékot meg tudja állapítani, de nem az eredetét. Ilyen esetekben bizonyos körülmények között a Röntgen-leletnek a klinikai jelenségek mellett a gyógyeljárás javallatára vonatkozólag mérvadó szerepe lehet.

A legtöbb felsorolt esetben, mint láttuk, sebészi beavatkozások eszközöltettek. Egyedül áll E. MEYER esete, hol egy 3¹/₂ éves gyermekben a megnyitott Highmor-üregből lettek a homloküreg és a rostasejtek feltárva és kitakarítva. Különben a szemöldökiven és az orrgyökön ívmetszéssel lett a homloküreg és a rostasejtek területe feltárva. Az első életévekben, a mint azt a homloküreg vázolt alak- és helyzetviszonyai mutatják, a homloküreg magán a homlokokon nem található (az említett és illusztrált kivételeket természetesen tekinteten kívül kell hagyni) és így a belső szemzug határán a homloküreg megnyitására a műtéti területet azon részlet képezi, hol a homlokcsont, az orrcsont és a felső állkapocs homloknyujtványa összeköttetésbe lép. Az említett metszésvonal és ezen terület, a homloküreg megnyitása mellett, a rostasejtek és az iköböl feltárására és kitakarítására is felhasználható, miről később még lesz szó. Magától értetődik, hogy mindazon esetekben, hol a Röntgen-lelet és a kor a homloküregnek a homlok területében való jelenlétére enged következtetni, az üreg az ismert módon gyökeresen meg lesz nyitva és kitakarítva. És épen a sebészi beavatkozásoknál jut érvényre a Röntgen-felvétel értéke, mely a homloküreg hiányát vagy jelenlétét a homlok területében megállapítani képes.

A mi a Highmor-üreget illeti, megbetegedése a leggyakrabban lett megállapítva. A mint mutattuk, a Highmor-üreg méretei az első, második, harmadik, negyedik és nyolczadik évben különböző nagyok voltak, az üreg hosszátmérője volt mindig a legnagyobb. A negyedik évig másodsorban a magassági átmérő volt nagyobb, mint a szélességi átmérő, a negyedik és nyolczadik évben már a szélességi átmérőt találtuk másodsorban jobban kifejlődve. HAIKE gyermekkori Röntgen-felvételeit már említettük, 4¹/₂, 7,

8, 10³/₄ és 11 éves gyermekeknél az ép Highmor-üreg mellett kórosokat is talált, ez utóbbi esetekben a Highmor-üreg elsötétedve és elmosódva jelentkezett. Egyes esetekben a Röntgen-lelet irányadó volt a sebészi beavatkozásra, másrészt maga HAIKE mondja, hogy egy esetben a Highmor-üreg sötét árnyéka nem jelentett genygyülemet az üregben és egy másik esetben a két Highmor-üreg között nem volt különbség jelen, pedig az egyik üregben savós folyadék gyülemlett meg. Majd következőképpen nyilatkozik: természetesen a képek gondos megtekintése óvni fog minket a tévedésektől, melyek a felvételtől és más okokból támadt hibák folytán egy megbetegedés látszatát kelthetik. Itt is hangsúlyozzuk, hogy a fősúlyt a klinikai jelenségekre, az orrgyógyászati jelenségekre és vizsgálatokra kell fektetni, ha el is ismerjük, hogy a Röntgen-felvételben becses korjelzési segédeszközzel rendelkezünk. A vizsgálati eljárások közül a Highmor-üreg endonasalis punctiója és kiöblítése jön tekintetbe. Ezen eljárásnál a Röntgen-kép a Highmor-üreg kiterjedéséről és mélységéről adhat felvilágosítást. Rendszerint a felnőttön a Highmor-üreg punctiója az alsó orrjáratban történik, a hol egyszerűs mind a Highmor-üreg endonasalis széles megnyitása végeztetik. E tekintetben az első életévekben több nehézségre akadunk. Már MIHÁLKOVICS kiemelte az alsó orrjárat szűk voltát, gyermekeken, mint mondja, az orrjárat nagyon alacsony és szűk, az alsó orrkagyló alsó széle eléri az orrüreg fenekét, vastag nyálkahártyája szűkíti az alsó orrjáratot, csak a középső orrjárat nyitott, úgy hogy a csecsemőn csak ezen orrjárat és a megfelelő közös orrüregrészt szerepelhet mint légzési ür.

ZARNICO szerint ajánlatos fiatal egyéneken a Highmor-üreg megnyitását a második fogzás előtt leginkább a középső orrjáraton át végezni, az alsó orrjáraton át azonban csak az első maradandó pofafog áttörése után.

HAIKE megjegyzi, hogy azon időpontig, midőn a Highmor-üreg feneke végleges mélységét egészen vagy megközelítően elérte, körülbelül a 12. évben, az alsó orrjáraton át végzendő punctio nehezen vihető keresztül. Könnyen juthatni az üreg alatt a csontba. Mint ismeretes, felnőttön előfordultak rosszul sikerült punctiók az alsó orrjáraton át, a tú a szűk keskeny

üregén át a szemben levő üregfalat áttörte és ilyen módon a pofa szövetébe jutott. Ilyen módon jutott HAIKE is egy $11\frac{3}{4}$ éves gyermekén a punctió s tüvel a Highmor-üreg alatt a szivacsos csontszövetbe.

A Highmor-üregnek általunk leirt és illusztrált alakviszonyai mutatják, hogy a punctio a középső orrjáraton át végzendő, ha kivételesen is, az első életévekben az alsó orrjárat területében találtuk a Highmor-üreget. Egyidejűleg figyelmessé kell tennünk a Highmor-üregnek szélességében való csekély kiterjedésére, mert a tú erőszakolt bevezetésénél könnyen áttörheti az ellenoldali üregfalat és megsértheti a pofa szövetét. Tíz éven alóli gyermekeken a Highmor-üreg gyökeres műtétét végezte E. MEYER egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekén, KILLIAN egy 6 éves gyermekén, HAENEL egy $6\frac{1}{2}$ éves gyermekén és HOFFMANN egy 7 éves gyermekén a gyógyulás eredményével. Természethű képeink és a Highmor-üreg adott méretei a Highmor-üreg endonasalis és gyökeres sebészi feltárásakor hasznosan lesznek értékesíthetők.

A rostasejtek megbetegedése többnyire a homloküreg, továbbá a Highmor-üreg és iköböl megbetegedésével együtt észleltetett.

Röntgen-leleteket találunk KILLIAN esetében egy 12 éves gyermekről, hol a homloküreg, a rostasejtek és a Highmor-üreg kifejezetten elfátyolozódottak voltak és HAIKE eseteiben, 4, $4\frac{1}{2}$, 8, $10\frac{3}{4}$, 11 és 12 éves gyermekekről, hol a rostasejtek elsötétedve és elmosódva voltak, kétszer egyedül és ötször a Highmor-üreggel együtt. Az első életévekben a rostasejtek és a homloküreg korai alakjai nehezen különíthetők el egymástól a Röntgen-képen, az elkülönítés azon homloküregeknél lehetséges, hol azok a homlok területében kimutathatók. A nehézségek miatt, melyeket az első életévekben az orrgyógyászati vizsgálat okoz, HAIKE azt hiszi, hogy gyermekeken a rostasejteket illetőleg biztos körjelzést csupán a Röntgen-kép nyújthat. Hogy azonban a Röntgen-felvétel értékét nem becsüli túl, kiviláglik további megjegyzéseiből, hogy fiatalabb gyermekeken a rostacsontkép csekély szélessége megnehezíti néha a biztos döntést, mert mérsékelt fokú nyálhártyaduzzanatok a kicsiny rostasejteket elfátyolozottá tehetik; továbbá, hogy azon kérdésről a Röntgen-

felvételt illetőleg, vajjon az elülső vagy a hátulsó rostasejtek betegedtek-e meg, gyermekeken még kevésbé lehet felvilágosítást adni mint felnőtten.

Az általunk felsorolt esetekben, a legtöbben Röntgen-lelet nélkül, műtetre gyógyulás állott be. A klinikai jelenségek és az orrgyógyászati vizsgálatok mellett a Röntgen-felvétel bizonyára mint értékes körjelzési segédeszköz igénybe lesz véve, a nélkül, hogy árnyoldalait tekinteten kívül szabadna hagyni. Képeink és méreteink mutatják, hogy már az első életévekben úgy az elülső, mint a hátulsó rostasejtek elég jól vannak kifejlődve. Az orrüreg szűk volta és járatai megmagyarázzák, hogy a rostasejtek endonasalis megnyitása nehezen viheto ki és hogy többnyire csak kiöblítésről vagy szívó gyögymódról lehet szó. A rostasejtek kiterjedése és helyzetviszonyai gyökeres feltárásuk és kitakarításuk mellett szólnak, a mi az egyik esetben a Highmor-üregen át, a többi esetben a homloküreggel összekötve eszközöltetett. Magától értetődik, hogy a rostatömkeleg megnyitása a papirlemez resectiójával a szemüregen át is végezhető. Ezen célokra az elülső és hátulsó rostasejteknek általunk leirt és illusztrált alakviszonyai tanulságosan értékesíthetők. MEYER F. esetében egy $3\frac{1}{2}$ éves gyermekben a kóros rostasejtek a Highmor-üregen át sikerrel lettek megnyitva és kitakarítva. PREYSING és LANGE eseteiben a kóros rostasejtek 5 éves gyermekben a homloküreggel egyidejűleg lettek feltárva és meggyógyítva. PREYSING eseteiben 6 éves gyermekeken a kóros rostasejtek az iköböllel és KILLIAN esetében egy 6 éves gyermekben a kóros rostasejtek a homloküreggel együtt lettek műtéttel meggyógyítva. LANGE esetében egy $6\frac{1}{2}$ éves gyermekben a kóros rostasejtek és HAENEL esetében egy $6\frac{1}{2}$ éves gyermeknél a kóros rostasejtek egyidejűleg a homloküreggel lettek műtéttel meggyógyítva. HOFFMANN esetében egy 7 éves gyermekben a megbetegedett rostasejtek a homloküreggel egyidejűleg lettek műtéttel meggyógyítva. Ezen tíz éven aluli eseteket említettük fel, melyek gyögyszeredményükkel a gyökeres beavatkozás mellett szólnak. Természetesen a szemüreg részéről szövödmények léphetnek fel, hol a kóros rostasejtek áttörése a szemüregbe bekövetkezhetik és a hol egyszerű smind sebészi beavatkozásoknál a szemüreg is szóba jöhet.

A mi az iköblöt illeti, megbetegedése gyermekeken sokkal ritkábban észleltetett. Az iköböl Röntgen-felvételét illetőleg HAIKE egy $2\frac{1}{2}$ éves gyermekén és egy 4 éves gyermekén iköblöket kimutatni nem tudott, míg egy 6 éves és egy 8 éves gyermekén a Röntgen-képen kifejezett iköblöket látott. Egy esetet említ, hol egy $15\frac{1}{2}$ éves betegen az iköböl elsötétedve jelent meg. Az iköböl megbetegedésének megállapítása az első életévekben ugyanazon nehézségekbe ütközik, melyeket a homloküregnél és a rostasejteknél felsoroltunk. HAIKE maga mondja, hogy a skiagramm értékében több irányban korlátozott. Nehezen kivehető endonasalis vizsgálatoknál HAIKE egyedül a Röntgenképtől remél irányító felvilágosítást, bár értékének határait szem előtt kell tartani. Idősebb gyermekeken mindig inkább a klinikai jelenségekre kell támaszkodnunk. Azon tétel, hogy a klinikai jelenségeket első sorban kell értékelni és irányítónak tekinteni és a Röntgen-felvételt csak mint kórjelzési segédeszközt igénybe venni, a gyermekkori iköböl megbetegedésénél ugyancsak érvényesül. Az idevonatkozó észleletek nagyon csekély számúak. PRYSSING két esetében 6 éves gyermekeken a kóros rostasejtekkel együtt lett az iköböl műtéttel meggyógyítva és HAENEL esetében egy 6 éves gyermekén a jól kifejtett és megbetegedett üregek gyökeres műtéttel gyógyították meg. Az iköbölnek általunk leírt és illusztrált alakviszonyai a gyermekkori tanulságosan lesznek értékesíthetők. Megnyitása és kitakarítása a rostasejteken át végeztetik. A későbbi években és kivételes esetekben, melyeket fiatalabb gyermekeken észleltünk, az iköböl endonasalis kezelése megkísérélhető és az üreg fejlettsége szerint ki is vihető.

Eredményeink összefoglalását azon meggyőződéssel zárjuk, hogy a természetes nagyságban érzékített metszetek és a mindenütt megadott pontos méretek a gyermekkori melléküregek bonczani és fejlődéstani ismeretét mélyítették és gyarapították, és ezen pontosabb és részben újabb ismeretek kórjelzési és sebészeti czélokra a gyermekkori melléküregbántalmakban hasznosan értékesíthetők lesznek.

Irodalom.

1. Über die Entwicklung der Stirnhöhlen etc. Langenbeck's Archiv, 1872.
2. Anatomie, 1885—1890.
3. Heymanns Handbuch der Laryngologie, 1900. Bd. III.
4. Anatomie der Nasenhöhle. 1902. I.
5. Zur Anatomie der Stirnhöhlen. Königsberg, 1902.
6. Heymanns Handbuch der Laryngologie, 1900. Bd. III.
7. Der Bau des menschlichen Körpers, 1872.
8. Anatomie. Modena, 1891.
9. Anatomie. 1859.
10. Anatomie. 1881.
11. Anatomie. Paris, 1884.
12. Traité d'anatomie. 1903.
13. Bardelebens Handbuch der Anat. Skelettlehre, 1896.
14. Anatomie. 1897.
15. Die Krankheiten der Nase. 1910.
16. Path. u. Ther. der entzündl. Erkr. der Nebenh. der Nase. 1909.
17. Anatomie. 1904.
18. Verhandlungen des I. int. Laryngologenkongresses. Wien, 1908.
19. Archiv f. Laryngol. 1910. Bd. 23.
20. Zeitschrift f. Ohrenh. Bd. 56.
21. Lehrbuch der Anat. 1883, 1890.
22. Über die Nasenh. d. höheren Säugetiere und des Menschen. Morphol. Jahrb. 1891.
23. Osteologische Mitteilungen. Jahrb. f. Naturwiss. 1882.
24. Beitr. z. Path. u. Ther. d. ob. Athmungswege. Wiesbaden, 1895.
25. Zeitschrift f. Hygiene. 1895. Bd. XIX.
26. Archiv. f. Laryngologie. Bd. XI.
27. Die Erkr. der Nebenhöhlen der Nase bei Scharlach. Zeitschr. f. Ohrenheilk. 1908.
28. Medizinische Klinik. 1906.
29. Berliner klin. Wochenschrift, 1905.
30. Zeitschrift f. Ohrenheilkunde, 1898.
31. Münch. mediz. Woch. 1905.
32. Verh. d. Vereins südd. Laryng. 1908.
33. Killian l. c.
34. Zeitschrift f. Augenheilk. Bd. XVI.
35. Detesk. Med. 1904. Killian l. c.
36. Journal of Laryngology. 1905.
37. Archiv f. Laryngologie. 1907.
38. Verh. des intern. Laryngologenkongresses. 1908.
39. Arch. f. Laryng. 1908.
40. Stirnhöhle. Wien, 1909.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1910 nov. 14.-én és 1911 márcz. 13.-án tartott üléséből.)

ADATOK A GYERGYÓ-DITRÓI SZIENITTÖMZS KÉMIAI VISZONYAINAK ISMERETÉHEZ.

MAURITZ BÉLÁ-tól.

A ditrói szienitmassivum kőzeteinek kémiai összetételéről eddig még igen keveset tudunk. FELLNER,¹ eltekintve a szienit egyes elegyrészeiből készült elemzésektől, magukból a kőzetekből öt elemzést készített. Ugyancsak öt elemzést sorol fel SZÁDECZKY GYULA² is; az utóbbi elemzések a kolozsvári vegyisérleti állomáson készültek. Munkám folyamán erre a tíz elemzésre ki fogok térni.

Magából az eleolitszienitből FELLNER két elemzést készített. Az egyik az ú. n. ditroitból készült. Ennek a kőzetnek mineralogiai összetétele HERBICH³ szerint a következő: szodalit, ortoklász, cancrinit, eleolit, oligoklász, amfibol, csillám, magnetit, titanit és «valószínűleg még más ásványok» elegye. Kémiai összetételét FELLNER a következőnek találta:

	Molekula %-ban	
<i>SiO</i> ₂ _ _ _ _ _	56·30 %	65·16
<i>Al</i> ₂ <i>O</i> ₃ _ _ _ _ _	24·14 "	16·44
<i>FeO</i> _ _ _ _ _	1·99 "	1·92
<i>MgO</i> _ _ _ _ _	0·13 "	0·22
<i>CaO</i> _ _ _ _ _	0·69 "	0 85
<i>Na</i> ₂ <i>O</i> _ _ _ _ _	9·28 "	10·40
<i>K</i> ₂ <i>O</i> _ _ _ _ _	6·79 "	5·01
Izzítási veszt. _ _ _	1·58 "	—
	100·90 %	100·00

¹ Verhandlungen d. k. k. Geol. Reichsanstalt, 1867. 169.

² Orvos-term.-tud. Értesítő. Kolozsvár, 1899. XXI. 209.

³ M. k. Földtani Intézet Évkönyve. V. 2. füzet. 35. oldal.

Ebből az összetételből a következő OSANN-féle¹ képletet vonhatjuk le:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
65·16	15·41	1·03	1·96	16·8	1·1	2·1	6·7

A kőzet Al_2O_3 -mal kissé túltelített, úgy hogy benne a $(Mg, Fe) Al_2O_4$ atomcsoportot kell feltételeznünk.

Összehasonlítva az ismert többi eleolitszienitekkel, a ditrói kőzet egyike a legsavanyúbbaknak, a mint az már OSANN táblázatából² is kitűnik, a ki a «Typus Ditró» alatt a ditrói elemzés és még két másik eleolitszienit képletének (Brathagen Cristiania mellett és Salem Neck Massachussets államban) középértékét egyesítette.

Ugyancsak magából az eleolitszienitből közöl egy elemzést SZÁDECZKY³ is; a kőzet Ditró közeléből a tölgyesi út bevágásából származik. Mineralógiai összetétele a következő: amfiból, biotit, muszkovit, titanit, (epidot?), apatit, zirkon, nefelin, cancrinit, kalcit, ortoklász, oligoklász, albit és érczek. A kolozsvári vegyikísérleti állomás elemzése szerint a kőzet összetétele:

		Molekula %-ban
SiO_2	53·58 %	63·02
TiO_2	0·27 "	0·24
Al_2O_3	25·26 "	17·44
Fe_2O_3	0·64 "	—
FeO	1·20 "	1·74
MgO	0·08 "	0·14
CaO	1·20 "	1·51
Na_2O	10·49 "	11·94
K_2O	5·28 "	3·97
H_2O	0·04 "	—
CO_2	0·79 "	—
Cl	0·50 "	—
	99·33 %	100·00

¹ OSANN: Versuch einer chemischen Klassifikation der Eruptivgesteine. TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. Wien. XIX. 351.

² TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XIX. 402.

³ Orvos-term.-tud. Értesítő. Kolozsvár. XXI. 237.

Ebből az elemzésből a következő OSANN-féle képletet számíthatjuk ki:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
63·26	15·91	1·53	1·86	16·5	1·6	1·9	7·5

A két elemzés és az OSANN-féle képletek igen közel állanak egymáshoz, azzal a kis különbséggel, hogy a második közetben az Al_2O_3 mennyisége kissé nagyobb, a mi talán arra vezethető vissza, hogy nefelinben gazdagabb. A «*c*» és «*f*» értékek folytán az utóbbi közet többé nem felel meg pontosan a «Typus Ditró»-nak, hanem az OSANN-féle táblázatban (l. az eleolitszienitek táblázatos összeállítását; l. c. 466. oldal) tulajdonképen inkább a középső oszlopban foglalhatna helyet.

A ditrói eleolitszienit legközönségesebb típusát megelemezni nem tartottam legelső sorban fontos feladatnak, minthogy a két meglevő elemzés elég támpontot nyújt a típus hovatarozásának megállapításánál. Végeredményben ugyanis arra következtetünk, hogy a ditrói eleolitszienit típusos kifejlődése egyike a legsavanyúbb eleolitszieniteknek, a mely színes elegyrészekben (vasmagnézium-kalciumszilikátokban) meglehetősen szegény.

Rendkívül tanulságos eredményre vezetett a szienitet kísérő telérek kémiai vizsgálata. Lássuk legelőbb a savanyú telérek, az ú. n. tinguaitek kémiai összetételét. Ezek közül kettőt elemeztem meg. Mineralogiai szempontból a kettő nagyon megegyezik egymással. Az egyik telér Gyergyó-Szt.-Miklós határában a Kürücz-patak bejáratánál, közvetlenül a massivum szélén nyitott kőbányában (a patak nyugati partján) táratott fel, a hol a típusos eleolitszienitben 1—1·5 m-nyi ÉNy—DK csapású álló telért alkotott; jelenleg már teljesen le van fejtve. A másik tinguaitet a Békény-patak felső folyásából a Hajnal-pataktető déli lejtőjén levő hatalmas vízmosásból gyűjtöttem, a hol a durvaszemű szienitben csak 6—8 cm-nyi telért alkot. A két közet szövete kissé porfiros, színe nagyon üde zöldes-szürke. A homogénnek látszó alapanyagban csekélyszámú, 1—2 mm-nyi, porfirosan kifejlődött szintelen kristályt látunk. Ezek egyrészt nefelinek, másrészt földpátok. Az üveges fényű nefelinek élesen automorfok, zömök hatszöges prizmák, a bázissal elhatárolva,

helyenkint apró ægirinpálczika-zárványokat tartalmaznak. A por-firosan kifejlődött földpátok az oldallap szerint vékony táblások, rendszerint a Bavenoi-törvény szerint két egyénből álló ikrek és az optikai vizsgálat alapján ortoklászok (egyenes kioltás az ortozónában, a kanadabalzsaménál jóval kisebb törési exponens.) Az alapanyag rendkívül finomszemű. Csak igen elvétve lehet benne felismerni egy-egy nagyobb (0·1 mm-nyi) ægirinpálczikát, a mely különösen a prizmazónában teljesen automorf. Más-különbén az alapanyag földpátléczek és ægirinpálczikák és szemecskék sűrű szövedékéből áll, a melynek egyénei alig 30—40 μ hosszúak és 5—10 μ szélesek. Az ægirinek a prizmazónában rendszerint az oldallap, harántlap és prizmalapoktól vannak elhatárolva, keresztmetszetük tehát nyolczszög. Kioltásuk közel egyenes, tiszta zöldszínűek, igen gyenge pleochroizmussal, a = sötétebb zöld, b = világosabb zöld, c = sárgás zöld; kettős törésük igen erős; ezek a tulajdonságok azt bizonyítják, hogy tisztán az ægirinmolekulából állanak. A földpátok a csiszolatban rendkívül finom léczek alakjában jelennek meg; ezeken helyenkint felismerhető a mikroclin rácsos szerkezete, a mely azonban többnyire olyan finom lesz, hogy a kristály gyakran úgy viselkedik, mint az ortoklász. Kérdéses, hogy a fentebb említett mikroszkopi ortoklászföldpátok szintén nem olyan mikroclinek-e, a melyeknél a rácsos szerkezet annyira finom, hogy nem ismerhető fel és a kristály ortoklász módjára viselkedik. Az alapanyag földpátjainak nagyobb része azonban 3—5 ismétlődő albitlemezkéből áll, a melyek kioltása közel egyenes, törési exponensük valamivel kisebb, mint a kanadabalzsamé; ezeket parányiságuk miatt nem lehet pontosan megállapítani, de valószínűleg albitok. Érczetek a kőzet nem tartalmaz, epidot gyengén pleochroitikus xenomorf szemekben és halmazokban igen elvétve látható.

A kürüczpataki tinguait alapanyagában teljesen xenomorf szemekben, mintegy az összes réseket és lézagokat kitöltő anyagot meglehetősen bőven találunk cancrinitet; a békénypataki tinguait az alapanyag ægirinpálczikái és földpátléczei között bőségesen tartalmaz valami gyengén fénytörő és igen gyengén kettősen törő, hullámos kioltású xenomorf anyagot, a mely a

nefelinitoidra emlékeztet. Üveg azonban egyikben sincsen jelen. Apatit és titanit nagyon elenyésző mennyiségben van képviselve. E két kőzetnek kémiai összetétele:

a) Békény-völgyi tinguait:

		Molekula %-ban
SiO_2	57·05 %	65·12
TiO_2	0·18 "	0·15
Al_2O_3	22·93 "	15·40
Fe_2O_3	2·89 "	—
FeO	0·18 "	2·65
MnO	0·20 "	0·19
MgO	0·21 "	0·36
CaO	0·97 "	1·18
Na_2O	10·35 "	11·43
K_2O	4·83 "	3·52
H_2O	0·39 "	—
P_2O_5	0·15 "	—
	<u>100·33 %</u>	<u>100·00</u>

OSANN-féle képlete:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>n</i>		
65·27	14·95	0·45	3·93	15·4	0·5	4·1	7·6	Békény
65·5				15	0	5		Hedrum

A kőzet legközelebb áll a HEDRUM-típushoz,¹ a mint az már különben a mineralogiai összetételből és BRÖGGER² leírásából is kitűnik.

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XXI. 399.

² Die Eruptivgesteine das Kristianiagebietes.

b) Kürüczpataki kőzet:

		Molekula %-ban
SiO_2	57.09 %	66.19
TiO_2	0.17 "	0.15
Al_2O_3	22.72 "	15.49
Fe_2O_3	1.37 "	—
FeO	1.53 "	2.67
MnO	0.05 "	0.05
MgO	0.18 "	0.31
CaO	0.96 "	1.19
Na_2O	9.19 "	10.31
K_2O	4.93 "	3.64
P_2O_5	0.18 "	—
H_2O	0.77 "	—
CO_2	0.59 "	—
	99.73 %	100.00

OSANN-féle képlete:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
66.34	13.95	1.54	2.68	15.4	1.7	2.9	7.4

Ennek a típusképlete igen közel jár a fenti «HEDRUM-típus-hoz», csakis a «*c*» és «*f*» értékében mutatkozik számbavehető eltérés; ha azonban összehasonlítjuk az eleolitszienitek között a «Ditró-tipussal», akkor láthatjuk, hogy ez utóbbi kettő között feltűnő nagy az analogia. A telérben való fellépés és a mineralogiai összetétel ellenére a kőzet inkább az eleolitszienitek közé lenne sorolható.

A ditrói tinguaitek közül egyet már régebben megvizsgált SZÁDECZKY,¹ még pedig mineralogiai és kémiai szempontból. A kőzet szintén telér alakban lép fel Gyergyó-Szt.-Miklóstól északkeletre a Csanót-patak völgyében a Réti-patak beömlése felett; sziklálként kiemelkedve ferdén szeli át a völgyet. A makroszkoposan egynemű tömör sötétzöld kőzetben a mikroszkop alatt a következő elegyrészeket lehet felismerni: apatit, ilmenit,

¹ Orvos-term.-tud. Értesítő. Kolozsvár, 1899. XXI. 237.

hematit, titanit, biotit, uralkodó ægirin, mikroklin, albit, ortoklász, nefelin, canerinit. Kémiai összetétele:

		Molekula %-ban
SiO_2	55.46 %	63.98
TiO_2	0.20 "	0.17
Al_2O_3	24.49 "	16.62
Fe_2O_3	2.63 "	—
FeO	1.06 "	3.29
MgO	0.05 "	0.08
CaO	0.92 "	1.14
Na_2O	9.78 "	10.92
K_2O	5.16 "	3.80
H_2O	0.07 "	—
	<hr/> 99.82 %	<hr/> 100.00

Az OSANN-féle értékek:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	
64.15	14.72	1.90	2.61	15.3	2.0	2.7	7.5	Csanót
65.6				15.0	0.0	5.0		Hedrum
63.26				16.5	1.6	1.9		Ditró eleolitszenit

A tinguaitek között legközelebb áll a HEDRUM-tipushoz, bár a «*c*» és «*f*» értékek nagyon eltérők és a tinguaitekre éppen nem jellemzők, a minnek oka megint az Al_2O_3 túlnagy értékében keresendő; az eleolitszenitek között a Ditró-típus nagyon közel jár a Csanót-patak kőzetéhez.

A ditrói szienitmassivumot számos tinguaittelér szeli keresztül, a melyek mineralogiai és szöveti tekintetben egymással meglehetősen megegyeznek; ennek folytán elvárható, hogy a fenti tipusképletektől nem messzire fog állani a ditrói tinguaitek átlagos összetétele.

A savanyú tinguaít-teléreken kívül a massivumot igen sok bázikus telér is átjárja, a melyek mind a camptonitek családjába tartoznak. Ezek közül többet megvizsgáltam kémiai tekintetben.

Az egyik telér Gyergyó-Szt.-Miklós határában a Várpaták völgyében van feltárva. A Károly- és Várpaták összeömlésétől

körülbelül 200 lépésre északkelet felé egy patak ömlik a Vár-patakba; közvetlen a torkolata előtt az északi lejtőn egy 4—5 m széles, álló helyzetű camptonit-telér csap észak-déli irányban, a mely apró szienitzárványokat is tartalmaz és helyenkint vékony pegmatit-erekkel van átjárva. Kőzete sötét zöldesszürke, kissé a tefritekhez közeledő, meglehetősen homogén külsejű, csak helyenkint tartalmaz nagyobb biotithalmazokat. Makroszkoppal csakis ezeket a biotitpikkelyeket, egyes földpátlemezekéket és amfiboltüket lehet felismerni. Mikroszkop alatt az összetétel a következőnek bizonyult. A szövet szemcsés panidiomorf. Legidősebb kiválások az apatit, mely csekélyszámu pálczikában található, és a magnetit, melynek kismennyiségű alaktalan szemecskéi gyakran limonitosodtak. Sokszor kis hámatispikkelykék kísérik. A bőséges titanit élesen automorf, levélborítékalakú kristályokban van kifejlődve. A színes elegyrészeket az amfibol, biotit, piroxén és gránát képviselik. A biotit az ú. n. lepidomelán, makroszkoposan fekete színű, a mikroszkop alatt igen erősen pleochroisztikus, a véglapon sötétzöld színben alig átlátszó, a pleochroizmus b és c = sötét zöld, a = világos sárgászöld. Az optikai tengelysík párhuzamos a szimmetriasikkal, a tengelyszög igen kicsi, az optikai jelleg negatív.

A piroxének közül a nagyobb szemek automorfozók, az oldallap-, harántlap- és a kisebb mértékben kifejlett prizmalapoktól elhatárolva, vízszintes keresztmetszetük nyolczszög. A terminális lapok közül a piramis lapjai ismerhetők fel. Többnyire zónás szerkezetűek. A kristály magja színtelen, optikai viselkedése diopszidra vall, a kioltás az oldallapon $c:c=40^\circ$, az optikai tengelyszög körülbelül 60° , az optikai jelleg pozitív. A külső zónák mind zöldebb színűek, kioltási szögük $c:c$ az oldallapon mind nagyobb, a legkülső zónák kioltása csaknem egyenes, ezek már gyengén pleochroisztikusak is, a mennyiben a és b = zöld, c = sárgászöld, az optikai tengelyszög közel 90° , az optikai jelleg azonban még pozitív. Ez az optikai viselkedés ægirinaugitra vall. A diopszid és ægirinaugit nemcsak egymással zónásan összenőve, hanem külön-külön szemecskék alakjában is található.

Az amfibol kisebb-nagyobb prizmákat alkot, a prizmalapokon

kivül esetleg még az oldallapok is ki vannak fejlődve. A pleochroizmus igen erős, $a =$ világossárga, $b =$ sötét barnászöld, $c =$ kékeszöld, a kettős törés gyenge, az optikai tengelyszög igen kicsi, a kristály néha egytengelyűnek látszik. A kioltás az oldallapon $c : c = 12^\circ$ körül van.

Helyenként kis halmazokban gyengén pleochroisztikus (szintelen és sárgászöld) epidotvázak és halmazok is láthatók.

A gránát szintén csak vázak vagy halmazok alakjában vesz részt, a kőzet elegyrészei között, mikroszkop alatt világossárgán átlátszó. Tele van apró biotitlemezkekkel, ép úgy mint az amfibol. Helyenkint nagyobb mennyiségben látjuk a muszkovit-csillám leveles halmazait is; a lemezekék esetleg biotittal vannak párhuzamosan összenőve; valószínűleg az összes muszkovit sekundær eredetű.

A szintelen elegyrészek között földpátot, nefelint és cancrinitot találunk. A földpátok között biztosan fel lehet ismerni a mikroklint, a mely a szokásos rácsos szerkezetet mutatja; gyakran pertitesen van összenőve az oligoklász-albittal. Utóbbi aránylag kis mennyiséggel van képviselve; gyakoriak az ú. n. antipertitek, midőn az oligoklász-albitban benne van a mikroklin orsók vagy szabálytalan részecskék alakjában. Nefelin csak igen kis mennyiségben, mint a többi elegyrész közti tért kitöltő anyag van jelen; jóval bővebben van képviselve a nefelinből keletkezett cancrinit, szintén csakis teljesen xenomorf egyénekből álló rostos-sugaras halmazokban.

Már a kőzet mineralogiai összetétele is elárulja — bár a színes elegyrészek nagyon is uralkodnak a szintelenek felett —, hogy a kőzet tulajdonképen nem is egészen tipikus camptonit, hanem a camptonitnál jóval savanyúbb típus. Ugyanezt bizonyítja a kőzet kémiai összetétele is, a mely a következő:

		Molekula %-ban
SiO_2	47·52 %	54·09
TiO_2	2·55 "	2·18
Al_2O_3	18·00 "	12·05
Fe_2O_3	4·26 "	—
FeO	3·69 "	7·13
MnO	0·10 "	0·10
MgO	4·46 "	7·62
CaO	7·35 "	8·96
Na_2O	5·08 "	5·59
K_2O	3·14 "	2·28
P_2O_5	0·31 "	—
H_2O	2·10 "	—
CO_2	1·21 "	—
	99·77 %	100·00

Az OSANN-féle értékek:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	
56·27	7·87	4·18	19·63	5·0	2·6	12·4	7·1	Várpatak
54				4·5	3	12·5		Mädstein-típus

OSANN táblázatában ¹ a MÄDSTEIN (Böhmische Mittelgebirge) típus igen közel áll a Várpatak camptonitjához, habár a MÄDSTEIN-típus egy leucitmonchiquitra vonatkozik. Másrészt nagy a rokonság a heumitekkel is, melyeknek OSANN-féle értékei: ²

<i>s</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	
54·5	5	1	14	Heum-típus

Mineralogiai tekintetben talán még inkább az utóbbiak közé kell sorolnunk a kőzetet, a mennyiben a heumitek alkáliföldpátot, kevés savanyú plagioklász, barna amfibolt, sok lepidomelánt, kevés világos piroxént (diopszid és ægirindiopszid) és alárendelt mennyiségű nefelint és szodalitot tartalmaznak.

Egy másik camptonit Ditrótól keletre a tölgyes felé vezető

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XXI. 420.

² U. ott. 415.

országút bevágásából származik, a hol az 5·9 és 6·0 km jelzőkövek között 3 m széles telér alakjában van feltárva. A telér csapása északnyugat-délkelet, dőlése igen meredek. A szegélyen a kőzet igen finomszemű, belsejében durvább szemű. Az elemzésre az előbbi használtam, mert megtartása valamivel frissebb az utóbbiánál. Makroszkoposan tekintve, a kőzet sötét szürkésfekete és már a bazaltokra emlékeztet, de nem annyira tömött. A mikroszkop alatt kiválási sorrendjükben a következő elegyrészeket ismerjük fel. Apatit bőségesen van jelen, többnyire mint zárvány az amfibolban és epidotban; izelt prizmái néha még szabad szemmel is kivehetők. Az érczek a titántartalmú magnetittel vannak képviselve, a melyek rendszeren leukoxénzónával vannak körülvéve. A nem nagyon bőséges titanit szabálytalan halmazokat alkot. A gyéren látható biotit (lepidomelán, erős pleochroizmussal a sárga és sötétzöld színekben, igen kis optikai tengelyszöggel) automorf pikkelyeket alkot. A kőzetben egy barna amfibol az uralkodó elegyrész, a prizmazónában éles automorf lapokkal (prizma és oldallap) kifejlődve. A kioltás az oldallapon $c:c = 10-12^\circ$, az optikai tengelyszög közel 90° , az optikai jelleg pozitív, a kettős törés igen erős, a színeződés és pleochroizmus is nagyon erős, $c =$ igen sötétbarna, $b =$ sötétbarna, $a =$ sárgás. Epidot bőven van jelen a kőzetben, kifejlődése arra vall, hogy csakis sekundär lehet; hol önálló xenomorf szemekben és halmazokban, hol pedig az amfibollal összenőve látható. Az egyének az ortotengely irányában erősen megnyúltak, a tengelysík párhuzamos a szimmetriasikkal, az optikai jelleg negatív, a tengelyszög közel 90° ; a pleochroizmus igen gyenge a szintelen és sárga között. Helyenkint nagyobb kloritos halmazokat is látunk, a melyek valószínűleg mállott biotitból származnak. A szintelen elegyrészeket kizárólag a földpát képviseli. Rácsos szerkezetű mikroklin igen kevés van; közönségesebb az oligoklász, mely kissé el van mállva. Igen gyakori a pertites összenövés, hasonlóképp az antipertites is, a melyekben az oligoklász-albitban ortoklász ismerhető fel. A színes elegyrészek, főképp a barna amfibol mennyisége messzire fölülmúlja a szintelen elegyrészek tömegét. A kőzet kémiai összetétele:

		Molekula %-ban
SiO_2	48.70 %	53.48
TiO_2	4.31 "	3.55
Al_2O_3	17.09 "	11.04
Fe_2O_3	2.00 "	—
FeO	6.80 "	7.87
MnO	0.12 "	0.11
MgO	5.18 "	8.53
CaO	7.94 "	9.34
Na_2O	4.84 "	5.14
K_2O	1.34 "	0.94
H_2O	1.29 "	—
P_2O_5	0.73 "	—
	<u>100.34 %</u>	<u>100.00</u>

Az OSANN-féle képlet:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	
57.03	6.08	4.96	20.89	3.8	3.1	13.1	8.4	Tölgyesi út
54.08				4.5	3	12.5		Mädstein-típus
52.39				3	3.5	13.5		Canzocoli-típus

OSANN összeállításában ¹ a camptonitek táblázatában ehhez a camptonithez legközelebb állanak a Mädstein- és Canzocoli-típusok, csakis az «s» értékében van kis eltérés, a mennyiben a ditrói kőzet jóval savanyúbb a másik kettőnél.

Mineralogiai tekintetben a most tárgyalt kőzethez nagyon hasonlít egy másik ditrói camptonit, a mely ugyancsak a tölgyesi-út bevágásából, Ditró közeléből származik és mint 1 mnyi széles telér szeli át a réteges amfibolszienitet. Ezt a kőzetet SZÁDECZKY ² írta le és a kolozsvári vegyakisérleti állomáson elemezték meg. SZÁDECZKY szerint a kőzet szövete poikilitos vagy szálas; elegyrészei: kevés apatit és magnetit (hematitosodva), sok titanit, kevés diopszid, biotit, hastingsit-amfibol, oligoklász-albit, kalcit és epidot. Kémiai összetétele:

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XXI. 420.

² Orvos-term.-tud. Értesítő. Kolozsvár, 1899. XXI. 237.

		Molekula %-ban
SiO_2	49·46 %	55·18
TiO_2	1·88 "	1·57
Al_2O_3	19·82 "	13·00
Fe_2O_3	5·69 "	—
FeO	5·82 "	10·17
MgO	1·93 "	3·23
CaO	10·62 "	12·69
Na_2O	3·38 "	3·65
K_2O	0·71 "	0·51
H_2O	0·06 "	—
CO_2	0·31 "	—
	<u>99·68 %</u>	<u>100·00</u>

Az OSANN-féle képlet:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
56·75	4·16	8·84	17·25	2·8	5·8	11·4	8·8

Az ismert camptonit-monchiquit-típusoktól ez a képlet meglehetősen eltér. Az elemzésben feltűnő, hogy olyan kevés alkália mellett olyan nagymennyiségű Al_2O_3 van a kőzetben; a kettő aránya kissé kétessé teszi az elemzést. A leírás szerint az előbb tárgyalt camptonithez képest mineralogiai tekintetben nincsen valami számbavehető eltérés. Ha a kolozsvári vegykiméleti állomás elemzésében az alkaliák mennyisége kissé nagyobb és az Al_2O_3 értéke valamivel kisebb lenne, akkor a két típusképlet között nem lenne valami számbavehető eltérés. Valószínű, hogy az eltérést részben az is idézi elő, hogy a kőzet nincsen teljesen friss megtartásban.

Egy másik camptonit, a melyet megvizsgáltam, az Orotva völgyéből származik. Közvetlen a Tászok-patak torkolata alatt, az Orotva-patak jobb partján, az amfibolos biotites sötét kőzetet, a melyről alább lesz szó, mint vékony telér szeli át egy sötét-színű, igen szívós, tömött camptonites kőzet. A telér vastagsága alig 10—15 cm, csapása észak-déli, dülése csaknem függőleges; mivel jóval szívósabb, mint a mellékkőzet, ebből taraj módjára emelkedik ki. A tömött szövetű kőzetben makroszkoposan csakis a fénylő amfibolpálczikákat lehet felismerni, hosszuk 1—2 mm; a szövet panidiomorf-szemcsés. Legidősebb kiválás az apatit,

zömök hordó alakra legömbölyödött prizmákban, továbbá a kevés szabálytalanalakú ércszemecske. A nagymennyiségű titanit részben alakatlan szemekben, részben pedig az ismeretes levélborítékalakú kristályokban fejlődött ki. A biotit a zöld lepidomelán, igen erős pleochroizmussal a sárga és zöldesbarna színekben, igen kis optikai tengelyszöggel és negatív jelleggel; belsejében sötét opák pálezikás zárványok vannak, a melyek törvényszerűen 2—3 irányban egymással párhuzamosan elhelyezkedve valóságos rácsozatot alkotnak. Az amfibol a prizmazónában automorf, a hol a prizma- és oldallapok hatarolják. Pleochroizmusa rendkívül erős: $a =$ sárgás, $b =$ sötétzöld, $c =$ sötét kékeszöld, a kioltás az oldallapon $c : c = 16^\circ$ körül, a kettős törés igen gyenge, az optikai tengelyszög olyan kicsi, hogy csaknem egy optikai tengelyű, az optikai jelleg negatív. Némelyik kristály belseje sűrűn tele van hintve igen apró ércszemekkel, a melyek vagy zónákban koszorú módjára, vagy egész szabálytalanul vannak elhelyezve. Epidot ágas-bogas halmazokban kis mennyiségben van jelen. Igen nagy számmal láthatók apró, erősen fénytörő, szintelen mikrolites pálezikák. A bőséges biotithez és különösen az amfibolhoz képest a földpát mennyisége háttérbe szorul. A földpáttáblák és szemek kioltása csaknem egyenes; az ikerrovtákoság sokszor annyira finom, hogy ki sem vehető, de a törési együttható a kanadabalzsaménál mindig nagyobb s így az összes földpátok az oligoklász-sorba tartoznak. Helyenkint az oligoklász telve van igen apró sekundær muszkovit-pikkelykével. A kőzet kémiai összetétele:

		Molekula %-ban
SiO_2	45.97 %	50.54
TiO_2	4.59 "	3.78
Al_2O_3	17.67 "	11.42
Fe_2O_3	4.74 "	—
FeO	5.60 "	9.03
MnO	0.11 "	0.09
MgO	4.76 "	7.85
CaO	8.43 "	9.93
Na_2O	5.87 "	6.25
K_2O	1.58 "	1.11
P_2O_5	0.09 "	—
H_2O	0.54 "	—
	99.95 %	100.00

Az OSANN-féle képlet:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
54·32	7·36	4·06	22·84	4·3	2·4	13·3	8·5 Orotva
54				4·5	3	12·5	Mädstein-típus

A MÄDSTEIN-típussal ¹ való rokonság nagyon szembetűnő.

Ennek a telérnek anyagövetét SZÁDECZKY ² szintén camptonit néven írta le, de már ő is megjegyzi, hogy «maga a Camptonitis egy fehér, sűrű, aplitos közzel van hálózatosan injiciálva.» Megemlíti, hogy a Tászok torkolatánál az Orotva mindkét partján az említett közet van kifejlődve, «tehát egy vastagabb telérrel vagy esetleg egy kisebb tömzsszerű kiképződéssel van dolgunk.» Utóbbi állítását én is csak megerősíthetem; egyrészt a nagyobb tömegben való kifejlődés, másrészt az a körülmény, hogy a közet át van járva aplit- és igazi camptonit-telérékkel, továbbá, miként látni fogjuk, a közet észak- és nyugatfelé átmegegy egy tipikus amfibolperidotitba, mind azt bizonyítják, hogy itt nem egy vastagabb telérrel, hanem egy bázikus differenciálódással van dolgunk, a melynek részletes tárgyalásával a ditrói szienitmassivumról szóló monografiában lesz szó.

Maga ez a közet nagyszámú és általában sötétszínű, összes elegyrészei makroszkoposak. A fekete biotit pikkelyei 2—3 mm-nyiek, a barnásfekete amfibol prizmái 1—2 mm-nyiek, a méz-sárga titanit levélborítékalakú kristályai 1—4 mm-nyiek, az apatit zömök hordóalakú prizmái 1 mm-nyiek; a vasérczek apró szemeket, a sötétzöld augit rövid prizmákat alkot; a földpát pedig alakatlan szemekben, mint a többi elegyrészt összeragasztó anyag ismerhető fel.

A mikroszkop alatt a szövet tipikus poikilites szemcsésnek bizonyult; a földpátszemek mintegy bezárják magukba a többi elegyrészt. A hordóalakú legömbölyödött apatitszemek meglehetősen bőségben vannak jelen; az ércszemek csak nagyon

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen, XXI. 420.

² Orvos-term.-tud. Értesítő. Kolozsvár, 1899. XXI. 231.

szórványosak. A nagyszámú titanitkristályok élesen automorfok, gyakran számos ismétlődő ikerlemezből állanak és zárványok gyanánt piroxén- és ércszemeket tartalmaznak. A piroxén a mikroszkop alatt zöldesen átlátszó, rövid zömök prizmákat alkot és szintén automorf, a prizma és harántlap, esetleg még az oldallap határolják. Gyakran látható zárvány gyanánt a titanitban, optikai viselkedése révén a diopszidsorba tartozik (a kioltás az oldallapon $c:c = 40^\circ$, az optikai jelleg pozitív, a tengelyszög körülbelül 60° , nem pleochroisztikus), némely esetben vékony amfibolköpenyeggel van körülveve. A biotitpikkelyek igen erősen pleochroisztikusak, $a =$ sárga, b és $c =$ sötétbarna, az optikai jelleg negatív, a tengelyszög meglehetősen nagy; benne igen gyakoriak az epidot- és diopszidzárványok. A csekélymennységű epidot csakis a biotitban, vele összenőve látható; optikai viselkedése teljesen normális.

Legnagyobb mennyiségben van képviselve az amfibol. A prizmazónában mindig automorf, a prizma- és oldallapok határolják, keresztmetszete majd négy-, majd hatszöges; esetleg a terminális piramis-lapok is ki vannak fejlődve. Optikai viselkedése: a kioltás az oldallapon $c:c = 10^\circ$ körül, a pleochroizmus igen erős: $a =$ sárga, $b =$ sötétbarna, $c =$ igen sötét vörösarna; optikai jellege negatív, a tengelyszöge igen kicsi, kettős törése igen erős. E viselkedés teljesen a barkevikitra vall. Néha az amfibolnak, főképp a külső részeknek egyes darabjai teljesen színtelenek és semmi pleochroizmust sem mutatnak; kedvező metszetek híján ezeket a részeket nem sikerült közelebbről meghatározni; valószínűleg azonosak a fenti diopsziddal. Az amfibol igen gyakran tartalmaz titanitzárványokat.

A földpátegyének xenomorfok és mintegy körülölelik a többi elegyrészt. Az ikerrovátkosság nem vehető mindig ki, de rendszeren mégis igen sűrű, az egyes szemek 40—50 ikerlemezből állanak. A kioltás az oldallapon és véglapon közel egyenes, a törési együttható kissé nagyobb a kanadabalzsaménál, a földpát tehát oligoklászandezin. Mineralogiai összetétele révén a kőzet helye az essexitek ill. nefelinben szegény therailitek és shonkitek között van. A kőzet kémiai összetétele:

		Molekula %-ban
SiO_2	42.91 %	46.02
TiO_2	6.84 "	5.50
Al_2O_3	12.70 "	8.01
Fe_2O_3	4.21 "	—
FeO	7.71 "	10.28
MnO	0.08 "	0.07
MgO	8.32 "	13.38
CaO	10.87 "	12.49
Na_2O	3.18 "	3.30
K_2O	1.39 "	0.95
P_2O_5	0.58 "	—
H_2O	1.10 "	—
	99.89 %	100.00

Az OSANN-féle képlet:

s	A	G	F	a	c	f	n	
51.52	4.25	3.76	32.44	2.1	1.9	16.0	7.8	Orotva
52.0				3	1	16		Kunjokvölgy-típus
49.0				2	1	17		Square Butte-típus

E képlet is azt igazolja, hogy a kőzetnek az essexitek, shonkinitek és therolitek csoportjában van a helye; OSANN táblázatában¹ legközelebb állanak a Kunjokvölgy (theralit) és SQUARE BUTTE (shonkinit) típusok.

A régebbi elemzések közül többnek birtokában vagyunk, a melyek a foyaitek bázikus csoportjaira vagy pedig a camptonitra utalnak.

Igy FELLNER² a Piricske hegytömbből szienit néven ír le egy kőzetet, a melynek elegyrészei: fehér földpát (az elemzés szerint oligoklász), amfibol, barnásfekete csillám és zirkon-szemeccskék; HERBICH³ kiemeli, hogy e kőzet a massivumban nem a legelterjedtebb típus. FELLNER szerint annak összetétele:

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XIX. 429—430.

² Verhandl. d. k. k. Geol. Reichsanstalt. 1867. 169.

³ M. k. Földtani Intézet Évkönyve. V. 2. füzet. 29. oldal.

		Molekula %-ban
SiO_2	48.94 %	54.96
ZrO_2	1.30 "	0.71
Al_2O_3	15.89 "	10.50
FeO	14.25 "	13.34
MgO	1.27 "	2.14
CaO	8.76 "	10.54
Na_2O	5.20 "	5.65
K_2O	3.02 "	2.16
Izzitási vesztl.	1.13 "	—
	99.76 %	100.00

Az OSANN-féle értékek:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>n</i>	
55-67	7.81	2.69	23.33	4.6	1.6	13.8	7.2 Piricske
54				4	1	15	Davis Creek eleolitszienit
57				5	1.5	13.5	Rongstock essexit

OSANN táblázata ¹ szerint a kőzet helye éppen a legbázikusabb eleolitszienitek (Davis Creek) és a legsavanyúbb essexitek (Rongstock) között van; de mindenesetre a kőzet nagyon messze áll az eleolitszienitek Ditró-típusától, a mely az eleolitszieniteknek egyik legsavanyúbb típusa.

A legbázikusabb kiválások közé tartozik az a peridotit (ill. hornblendit), a mely Tászok felsőbb szakaszában és az Orotvában a Tászok beömlésétől nyugatra van feltárva. Ez a kőzet fokozatosan alakul ki az utolsóelőttinek felsorolt Orotva-pataki kőzetből és úgy tekinthető, mint a legbázikusabb differenciálódás terméke.

A kőzet nagyon durvaszemű; szabad szemmel csakis a barnásfekete amfibolt és esetleg nagyon elenyésző mennyiségű földpátot lehet felismerni. A xenomorf amfibolkristályok 1—2 cm nagyságúak és poikilitesen át vannak növe más igen apró ásványszemekkel; igen ritkán ismerhető fel automorf kifejlődés a prizmazónában. Mikroszkop alatt ennek az amfibolnak sajátosságai: az oldallapon a kioltás $c:c = 12^\circ$ körül, az optikai

¹ TSCHERMAK'S Min.-petr. Mitteilungen. XIX. 405. és 428.

jelleg negatív, a tengelyszög 90° körül van, a pleochroizmus igen erős: a = világossárga, b = sötétbarna, c = igen sötétbarna; a kettős törés igen erős. A kristályok belsejében primær és sekundær vasérczeket találunk, ú. m. krappbarnán átlátszó ilmenitlemezekéket, a melyek parallel sorokban rácsozatot alkotva vannak elhelyezve; ezeknek primær eredete mellett tanuskodik az a körülmény is, hogy épen a hasadási irányokkal párhuzamosan nincsenek lemezkesorok, hanem ezek mindig ferdén szelik át a hasadási vonalakat. Az ilmeniten kívül számos opak páczikát találunk az amfibolban, a melyek egyrészt a hasadási vonalakban, másrészt sűrű rácsozatban vannak elhelyezve, a rácsozat vonalai az oldallap és harántlappal párhuzamosak. Az érczen kívül gyakoriak az amfibolban a piroxénzárványok is, még pedig vagy poikilitesen benöve, vagy pedig vele párhuzamosan összenöve. Amfibolból áll a közet túlnyomó része, hozzája képest a többi elegyrész mennyisége igen kevés.

A piroxén automorf kristályokban (prizma, harántlap, oldallap) vagy xenomorf szemekben látható. Egyrészt szintelen, midőn kioltása az oldallapon $c:c = 40^\circ$ körül, optikai jellege pozitív, tengelyszöge 60° körül, tehát a diopszidsorba tartozik, vagy pedig halvány ibolyás színben átlátszó és ekkor optikai tengelyszöge ingadozó, kivethető pleochroizmus nincsen, a szögfelező diszperziója igen erős; e viselkedés a titántartalmú augitokra jellemző. E két augitfajta rendszeren fokozatosan megy át egymásba. Gyakoriak az augitban a finom ilmenitlemezekéből álló zárványok, a melyek szintén rácsozatosan, két irányban parallel sorokban vannak elhelyezve. Ez érczek körül elmálláskor apró leukoxén-szemek válnak ki. Az augit igen gyakran alkot ikreket a harántlap szerint.

Az olivin rendszerint xenomorf nagyobb szemekben fejlődött ki, a melyek fekete vasoxidos szegéllyel és erekkel vannak körülvéve és átjárva; az optikai jelleg pozitív vagy negatív, a tengelyszög 90° körül ingadozik. Az olivinszemek helyenkint teljesen el vannak mállva és helyük sekundær vasérczekkel, kalczittal vagy pedig szerpentinnel van kitöltve. Mennyiségre nézve az augit és olivin jóval az amfibol mögött marad.

Az érczek titántartalmú nagyobb magnetitszemecskéikkel,

ilmenitlemezekkel és kevés piritkristálykával vannak képviselve; a magnetit és ilmenit leukoxénnel van körülvéve. Az augit- és amfibolban szintén gyakran találunk leukoxénhalmazokat. Apatit nagyobb kerek szemekben és legömbölyödött zömök prizmákban aránylag bőségben van kifejlődve; belsejében pálczikás opák zárványok vannak a főtengelyvel párhuzamos sorokban elhelyezve. Kalczit, főképp mint az olivinek utáni pseudomorfóza gyéren látható. Ugyancsak sekundær bomlási termék az epidot is, mely vagy szalagocskák módjára húzódik át a kőzetben, vagy pedig egyes halmazokat alkot. Plagioklász csak rendkívül elvétve látható az oligoklász-andezin sorba tartozó xenomorf szemecskék alakjában. A kőzet kémiai összetétele:

		Molekula %-ban
SiO_2	40·69 %	41·78
TiO_2	6·23 "	4·79
Al_2O_3	10·15 "	6·13
Fe_2O_3	4·05 "	—
FeO	8·60 "	10·47
MnO	0·20 "	0·17
MgO	12·60 "	19·40
CaO	13·75 "	15·13
Na_2O	1·77 "	1·75
K_2O	0·57 "	0·38
P_2O_5	0·28 "	—
H_2O	0·57 "	—
S	0·30 "	—
	<u>99·76 %</u>	<u>100·00</u>

Az OSANN-féle értékek:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
46·57	2·13	4·00	41·17	0·9	1·7	17·4	8·2

OSANN táblázatos összeállításában ennek teljesen megfelelő típust nem találunk, de a táblázatból is kitűnik, hogy a kőzet rendszertani helye a peridotitok között van és legmegfelelőbb név reája a hornblendit.

Ezt a kőzetet már HERBICH¹ is tanulmányozta, de nem ismerte fel a kőzet geológiai helyzetét és nem mint a szienit egyik bázikus faciesét fogta fel, hanem a szomszédos kristályos palákkal hozta kapcsolatba. Már ő is megemlíti, hogy «az Orotva-völgy jobb partján a Tászok torkolatán alul fekete sziklákban jelennek meg és északi irányban majdnem a Tászok-patak ditróitjáig terjednek el.» Megkülönböztet kristályos *a)* durvaszemű, *b)* aprószemű, *c)* mikrokristályos amfibolkőzetet. Az *a)* alatti szerinte amfibol- és kloritból áll, járulékos pirit- és kalkopirittal. Ennek a kőzetnek összetétele FELLNER szerint:

		Molekula %-ban
SiO_2 — — — — —	43·44 %	45·16
Al_2O_3 — — — — —	15·64 «	9·57
FeO — — — — —	14·42 «	12·50
CaO — — — — —	14·86 «	16·56
MgO — — — — —	9·87 «	15·40
K_2O — — — — —	1·22 «	0·81
Izzítási vesztl. — — — — —	1·12 «	—
	<u>100·57 %</u>	<u>100·00</u>

Az OSSAN-féle képlet:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
45·2	0·81	8·76	35·70	0·4	3·9	15·7	—

Miként látható, az előbbi kőzettel való azonosság a kémiai összetételből is kitűnik. A kettő közötti kis eltérést az a körülmény idézhette elő, hogy FELLNER elemzésében a titán mennyisége nincsen megállapítva.

A *c)* alatt említett mikrokristályos amfibolkőzetből FELLNER kettőt is elemezett. Mindkettő az Orotva-völgyéből származik és a szienitet HERBICH szerint telérekben töri át. Az egyiknek kémiai összetétele:

¹ M. k. Földtani Intézet Évkönyve. V. 2. füzet 39.

		Molekula %-ban
SiO_2	37·38 %	41·91
Al_2O_3	16·01 "	10·45
FeO	24·62 "	22·75
CaO	14·40 "	17·11
MgO	2·84 "	4·73
Na_2O	2·44 "	2·62
K_2O	0·61 "	0·43
Izzítási vesz.	1·00 "	—
	<u>99·70 %</u>	<u>100·00</u>

Az OSANN-féle képlet :

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	
41·91	3·05	7·40	37·19	1·3	3·1	15·6	8·6	Orotva-völgy
<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	
41				1	2	17		Hot Springs

A telérközetek között az alnöitek állanak e tipushoz legközelebb; ezek között főképp a Hot Springs-típus¹ mutat az Orotva-völgy kőzetével a legnagyobb rokonságot. Ez a kőzet máskülönben azért nagyon érdekes, mert az eddig ismertetett ditrói kőzetek között a legbázikusabb típust képviseli.

A másik mikrokristályos amfibolkőzet, amely szintén az Orotva-völgyéből származik, telér alakban szeli át a szienitet; ez a kőzet már jóval savanyúbb, mert összetétele FELLNER szerint:

		Molekula %-ban
SiO_2	45·54 %	51·10
Al_2O_3	14·94 "	9·86
FeO	19·62 "	18·35
MgO	1·30 "	2·19
CaO	10·11 "	12·12
Na_2O	4·62 "	5·02
K_2O	1·90 "	1·36
Izzítási vesz.	0·96 "	—
	<u>98·99 %</u>	<u>100·00</u>

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XXI. 424.

Az OSANN-féle képlet:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>
51·10	6·38	3·48	29·18	3·3	1·8	14·9	7·8 Orotva
52·5				3·5	2	14·5	Ziegenberg típus

Ez a kőzet már tipikus camptonit, a mely teljesen hozzá-simul az OSANN ZIEGENBERG típusához.¹

A nefelint nem tartalmazó alkáliszienitek közül SZÁDECZKY kettőt behatóan tanulmányozott és meg is elemzettetett. E kőzetek geológiai helyzetéről később, a ditrói szienitmassivumot tárgyaló monografiában lesz szó.

E típusok az eleolitszienitnél jóval savanyúbb kőzeteket képviselnek. Ezt különben már mineralógiai összetételük is elárulja. Legtipikusabban vannak kifejlődve a ditró-borszéki országút mentén az ú. n. Halaságnál, ill. ettől keletre. Az egyik kőzet SZÁDECZKY szerint a nordmarkit, lelőhelye a ditró-borszéki út mentén az Orotva jobb partja. Elegyrészei: hematit, magnetit, apatit, biotit, muszkovit, mikroklin, ortoklász, albit, oligoklászalbit. Kémiai összetétele:

		Molekula %-ban
SiO_2	62·52 %	72·09
Al_2O_3	23·54 "	15·24
Fe_2O_3	2·15 "	—
FeO	1·38 "	3·04
MgO	0·26 "	0·43
CaO	1·65 "	1·95
Na_2O	4·16 "	4·43
K_2O	4·02 "	2·82
H_2O	0·03 "	—
	<hr/> 99·71 %	<hr/> 100·00

Az OSANN-féle képletet ebből az elemzésből nem lehet kiszámítani, mert a kőzet Al_2O_3 -mal annyira túl van telítve, hogy *F* értékére már negatív számot kapunk: $s = 72·09$, $A = 7·25$, $C = 7·99$ és $F = -2·57$. Vagy a kőzet volt nagyon mállott, vagy pedig az Al_2O_3 hibásan van megállapítva.

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XXI. 419.

A második nefelintől mentes kőzet egy kvarcnordmarkit a ditrói Halaságról a Puskás-patak beömlése közeléből. Elegyrészei: hematit, zirkon, biotit, muszkovit, mikroklin, ortoklász, oligoklászalbit, anortoklász és bőséges kvarcz. Kémiai összetétele:

	Molekula %-ban
SiO_2	67·99 % 75·70
Al_2O_3	17·54 " 11·46
Fe_2O_3	1·17 " —
FeO	0·82 " 1·73
MgO	0·13 " 0·21
CaO	1·44 " 1·71
Na_2O	4·92 " 5·29
K_2O	5·78 " 4·10
H_2O	0·05 " —
99·84 %	100·00

Az OSANN-féle képlet:

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	
75·5	9·39	2·07	1·53	14·5	3·2	2·3	5·6	Halaság
73·5				14·0	0·0	6·0		Beaver Creek-típus

A halasági kvarcnordmarkit képlete legközelebb áll a Beaver Creek¹ típusához, csak a «*c*» és «*f*» értékében van tetemes eltérés, a mit megint az a körülmény idéz elő, hogy az Al_2O_3 értéke igen nagy. Ez értéknek feltűnő nagy voltát ugyanazok az okok idézhetik elő, mint a melyek az előbbi kőzetnél szerepeltek.

Már az eddigi előzetes vizsgálatokból is kitűnik, hogy a ditrói szienitmassivumban megtalálhatjuk a foyaitsornak legkülönbözőbb tagjait, kezdve a savanyú kvarcnordmarkiton és végezve a bázikus hornblenditeken. Mindezeknek a kőzeteknek részletes tárgyalásával, egymással való összefüggésükkel és geológiai helyzetükkel egy nagyobb monografiában szándéksom foglalkozni.

¹ TSCHERMAK's Min.-petr. Mitteilungen. XIX. 390.

Dolgozatom a k. m. tud.-egyetem ásvány-kőzettani és a József-műegyetem ásvány-földtani intézetében készült.

E helyen is őszinte köszönetet mondok dr. KRENNER JÓZSEF és dr. SCHAFARZIK FERENCZ professzor uraknak, az említett intézetek igazgatóinak, hogy munkám végrehajtásában mindenben segítségemre voltak.

Irodalom.

(A kémiai összetételt tárgyaló munkákra való *kizárólagos* tekintettel.)

A. FELLNER: Chemische Untersuchung der Gesteine von Ditró. Verhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt. 1867. 169.

A. FELLNER: Untersuchung des Miaseites von Ditrópatak. Verhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt. 1867. 285.

HERBICH F.: A Székelyföld földtani és őslénytani leírása. M. K Földtani Intézet Évkönyve. V. 2. füzet.

KOCH A.: A ditrói szienittömzs kőzettani és hegyszerkezeti viszonyairól. M. T. Akadémia. Értekezések a természettudományok köréből. IX. kötet. 2. szám. 1879.

SZÁDECZKY Gy.: A kolozsvári egyetem ásvány-földtani intézetének és az erdélyi Múzeum ásványtárának kiállítása Párisban az 1900. évben. Orvos-természettudományi Értesítő. 1899. XXI. 209. Kolozsvár.

A. OSANN: Versuch einer chemischen Klassifikation der Eruptivgesteine. TSCHERMAK's Mineralogische und petrographische Mitteilungen. XIX. 351. és XXI. 365.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 február 19.-én tartott üléséből.)

PLEISTOCÆNKORÚ MOHAFAJ KECSKEMÉTRŐL.

(HYPNUM HOLLÓSTANUM.)

SCHILBERSZKY KÁROLY-tól.

A tőzeglápok növényzetének a fenforgó viszonyok folytán való sajátos átváltozása, illetőleg részleges kémiai bomlása szolgáltatja azt a sajátos módosulatot, mely talajalkotórészekkel van keveredve és *tőzeg* (*turfa*) néven általánosan ismeretes. A tőzeggé alakulásnak első szakaszában a benne levő növényrészek szerkezete elég jól és világosan felismerhető, illetőleg anatomiailag jól vizsgálható; további előrehaladásában azonban a tőzeg többé-kevésbé homogén, szabad szemmel nézve szerkezetnélkülinek látszó agyagként tűnik elő. Ennek daczára is az érett tőzeg növényi alkotórészeinek a szöveti szerkezete nem roncsolódik el, vagy legalább nem jelentékenyebb mértékben — nem bomlik fel szénsavra, vízre és ammoniákra —, hanem a több-kevesebb húmuszsavnak a hatására alakjukban és súlyukban csaknem változatlan állapotban maradnak meg és így barnaszínű tőzeggé változnak.

A legtöbb tőzegréteg jelenkori, azaz alluviális eredetű termék. A bizonyos tőzegekben talált állati maradványok azonban (pl. *Bos primigenius*, *Elephas primigenius*) aránylag régebbi keletkezési korról tanuskodnak, amennyiben azok a pleistocænbe (diluvium) nyúlnak vissza.

A tőzeganyag nemcsak botanikai tekintetből — mint egyik jellegzetes növényformációnak a terméke — kelt érdekeltséget a tudományos körökben, de az anyagnak több téren való technikai kiváló jelentősége miatt is különös figyelmet érdemel.

Ismeretes, hogy tüzelőanyagon kívül (tőzegszén) a papiros-gyártás céljaira is szolgál (főképen a tőzegmohás eredésű), továbbá mint fertőtlenítő anyag (tőzegárnyékszék, istállóalom) használatos; száraz destillatio folytán pedig a tőzezből világító gázt, paraffint, photogent stb. kapnak. E gyártások mind egyenkint tetemes ipari vállalatokat és nagy üzemeket foglalkoztatnak, melyek együttvéve a ma már kifejlett és nagyjövedelmezőségű tőzegiparnak a tényezői.

Éppen e nagy közgazdasági jelentőségénél fogva hazánkban is történtek tudományos kutatások a honi tőzegek vizsgálatának a terén, a melyen úttörő volt POKORNY ALAJOS;¹ később azután néhai BETHLEN ANDRÁS gróf, volt földművelésügyi miniszter elhatározásából meg támogatásával és dr. STAUB MÓRICZ tanár intézésével a kir. magy. Természettudományi Társulat 1892-ben külön bizottságot küldött ki, melynek feladata volt a hazai tőzegtelepeknek a felkutatása, tudományos és technikai tekintetben való megvizsgálása.²

A tőzeglápokra jellemző, nagyon gyérszámú virágos növényeken kívül a legfőbb szerepet bizonyos mohafajok viszik, még pedig rendkívül tömeges — domináló — előfordulásuk miatt. Ilyen génuszok mindössze: *Sphagnum*, *Hypnum*, *Polytrichum*; a fajok száma a két első génusznak a kivételével igen korlátolt. A sík- vagy állapokban a *Hypnum*, a fellapokban pedig a *Sphagnum* uralkodik a növényzeten, mely utóbbihoz társul a *Polytrichum*. Az állapokon általánosságban a következő két Hypnum-faj előfordulása jellegzetes: *H. cuspidatum*, *H. scorpioides*.

Alkalmam nyílván a tőzegrétegek ismeretéhez tudományos értékű vizsgálati adatok birtokába jutnom, idevonatkozó kutatásaim eredményeit, melyek hivatva vannak többi között az egyik hazai tőzegvidéknek a geológiai korát is megvilágítani, a következőkben közlöm.

*

¹ Magyarország tőzégképletei; Mathem. és Természettud. Közlemények. II. köt. 78. old. (1 térképpel.)

² A kir. magy. Természettudományi Társulat tőzegkutató bizottságának működése 1892-ben (1 térképpel); földművelésügyi miniszteri jelentés. Budapest, 1893.

A Kecskemét város közönségétől kiadott és 1896-ban megjelent «Kecskemét multja és jelene» című értékes műnek egy részét dr. HOLLÓS LÁSZLÓ főrealiskolai tanár írta meg e cím alatt: «Kútak, geológiai viszonyok, növényzet.» A hangyaszorgalommal összegyűjtött anyagnak kiváló szakismerettel teljesített csoportosítása és kritikai feldolgozása közben megemlékezik a kecskeméti gazdasági gőzmalom udvarán végzett artézi kútfúrások közben feltárt 203 m mélységű geológiai szelvényekről, nemkülönb azoknak organikus és anorganikus anyagairól.

A kecskeméti gőzmalom udvarán 1892-ben artézi kút fúrása céljából 203 m mélységig haladtak a földszin alá; a fúrásokból kikerült anyag az ottani állami főrealiskola természetrajzi szertárában van elhelyezve, a szerves anyag kivételével. A 35 méternyi mélységben talált tőzeg növényanyagai között felismerhetők voltak a következők: *Chara foetida* A. Braun (termések), *Carex distans* L. (mag), *Potamogeton* (magvak), *Chenopodium rubrum* L. (magvak), *Ranunculus trichophyllus* Chaix (magvak), *Compositae* (?) és egy mohafaj leveles szárai. A tőzeg főtömegét mohatörmelék alkotja, melyben dr. HOLLÓS LÁSZLÓ egy-két ágacska és sok levelet talált.¹ «Az egyes ágakon a levelek sűrűen állanak és fedelékiesen borítják egymást. Egészen ép levelet HOLLÓS alig talált; többnyire hosszukban össze-vissza hasogatvák azok. E mohalevelek tojásdadok, kihégyezettek, épszélűek, mintegy 2 mm hosszúak. Középső erük nincsen. Az egyes sejtek hosszúak, többnyire kissé görbültek, prosenchym-szerűek. A sejtfalak különösen ott, ahol villásan elágaznak, befűződéseket mutatnak és elvékonyodnak. A sejtek hosszirányára merőlegesen vagy rézsut álló sejtfalak sokkal vékonyabbak, mint a párhuzamos hosszfalak. Az aljzugokban valamivel rövidebbek a sejtek. Erősebb nagyítással a falakon merőlegesen álló csatornácskák láthatók, különösen a befűződéseknél, de egyebütt is és a falak hosszában, belül szintén kivehető csatorna húzódik

¹ Dr. HOLLÓS LÁSZLÓ: Kútak, geológiai viszonyok, növényzet. (Különlenyomat «Kecskemét multja és jelene» című munkából. 1896. 25. old.).

Dr. HOLLÓS LÁSZLÓ: Kecskemét altalaja. (Különlenyomat a Földtani Közöny XXV. évi kötetéből, 339. oldal).

végig, úgy hogy a sejtfalak belsejükben üresek.» A fajt nem tudta HOLLÓS meghatározni. «Szövege nagyjában a *Hypnaceae* szövetét mutatja s a mocsaras helyeken élő *Hypnum aduncum*-, *H. cuspidatum*- és *H. stellatum*-mal hasonlította össze. Azonban a sejtfalnak fönt említett csatornázottságát egyiknél se láthatta.» A szóban forgó turfaréteg alkalmasint a pleistocaen korába esik, amint azt már dr. LÖRENTHEY IMRE¹ is a molluszka-maradványok meghatározása alkalmával említette.

*

A kérdéses *Hypnum*-ból dr. HOLLÓS LÁSZLÓ bőséges vizsgálati anyagot bocsátott készséggel rendelkezésemre, hogy annak finomabb szerkezetét összehasonlítólágg tanulmányozván, a moha specifikusan meghatározható legyen. Még 1896-ban közöltem dr. HOLLÓSSAL előzetes kutatásaim nyomán,² hogy az illető mohafaj a levelek anatómiai szerkezete alapján egyik most élő *Hypnum*-fajhoz sem tartozik.

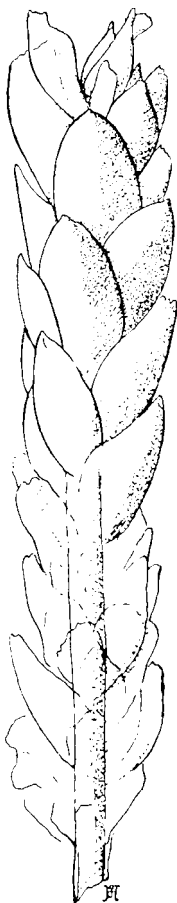
Egy tekintet a kecskeméti tőzegbeli *Hypnum*-ra, azonnal azt mutatta nekem, hogy ez nyilvánvalóan (sporogoniumok nem ismeretesek) abba a sectióba tartozik, melynek a levelei *meglehetősen tompák vagy alig kihegyezettek, a levelek borulása pedig cserépfedélszerű vagy egyenesen elállók a szártól, de nem féloldalra hajlók*; ilyenek pl. a *H. (Acrocladium) cuspidatum*, a *H. (Hylacomium) Schreberi*. A mikroszkopos vizsgálat nem hagyott kétségben az iránt, hogy az *Acrocladium cuspidatum*-hoz hasonló alakkal van dolgom. A moha — legalább a vizsgált mohamaradványok szerint — egészen meddő, sporogoniumokat sem dr. HOLLÓS, sem én nem találtunk.³

Vizsgálataim folyamán e mohát a recens és az ismert fosszilis fajokkal tüzetesen összehasonlítván, valamennyitől eltérő-

¹ HALAVÁTS GYULA: Az Alföld Duna-Tisza közötti részének földtani viszonyai. (M. Kir. Földtani Intézet évkönyve. XI. köt. 101. old.)

² Dr. HOLLÓS LÁSZLÓ: Kútak, geológiai viszonyok, növényzet stb., 26. old.

³ *Gymnostomum ferrugineum* Ludw. (Westerwald: miocaen, barnavaskőben) eddig az egyedüli fosszilis moha, melynek a sporogoniuma is ismeretes.



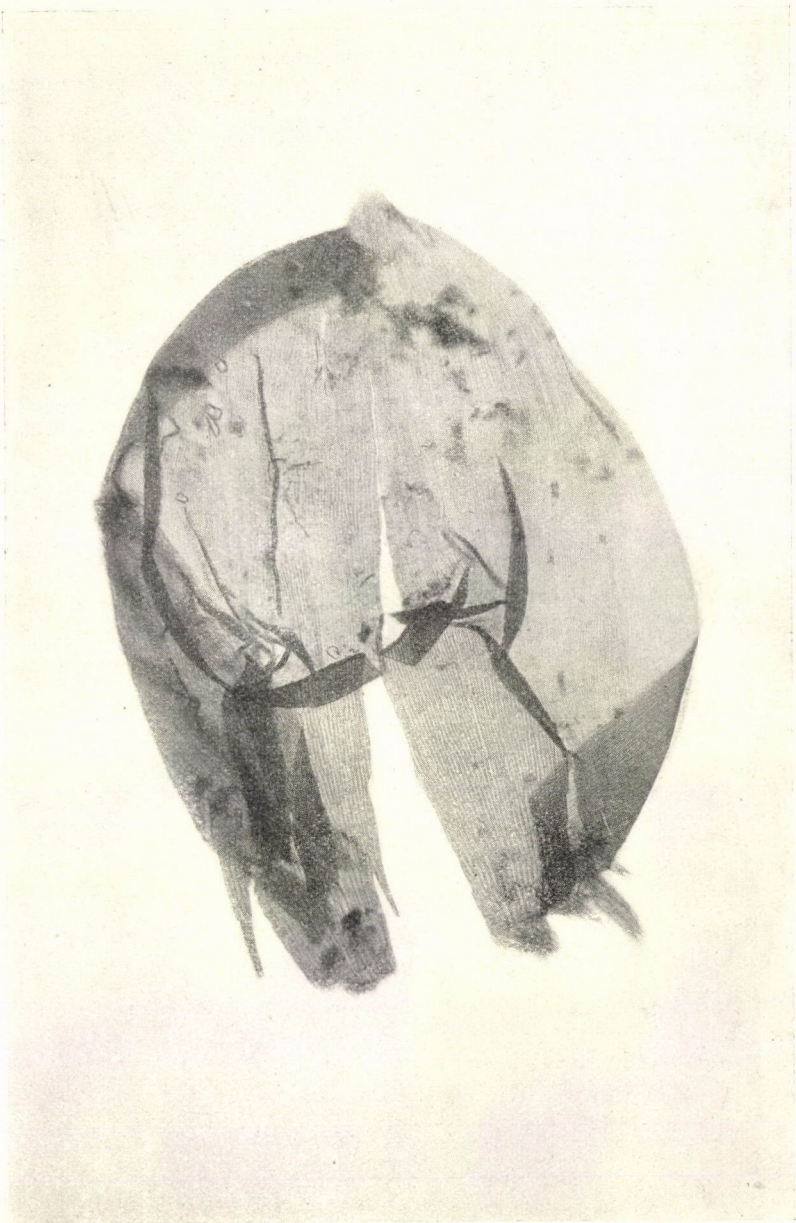
1. ábra. Leveles mohaszár-részlet a kecskeméti tőzegeből (*Hypnum Hollósianum* SCHILB.);
 $\frac{10}{1}$ nagyítás.

Rajz. dr. HOLLENDONNER
 FERENCZ.

nek találtam. Morfológiai önállóságáról meggyőződve, *Hypnum Hollósianum*-nak nevezem el, méltánylásául a felkutatása körül szerzett érdemekért. Érdekes véletlen, hogy a hozzá leginkább hasonlóknak talált *Hypnum Taramellianum* FARN. ez ideig szintűgy egyesegyedül csak Pavia mellől (a Ticino folyó partja közelében) ismeretes, még pedig szintén turfarétegből, úgy mint a *Hypnum Hollósianum* egyesegyedül Kecskemétről.

RODOLFO FARNETI a *Hypnum Taramellianum*-fajból vizsgálati anyagot küldött nekem, melyből kellőképen tájékozódhattam és így értekezésem egyik ábramelléklete céljából róla mikrofotografiai fölvételt is készítettem. Azonkívül R. FARNETI¹ ismertető leírást közölt velem, a melyből a kérdésnek kellő megvilágítása szempontjából érdemesnek és jellemzőnek tartom a következőket kiemelni: «Pavia környékén, a Ticino partján, a vasút meg a «Cava Carbonara» nevű községben levő Canarazzo tejgazdaság közelében tekintélyes nagyságú tőzegréteg fordul elő, mely részben tüzelőanyag gyanánt használdik el. Megszerezvén magamnak a réteg különböző helyeiről összegyűjtött több tőzegdarabot, tanulmányoztam ezeket és ez alkalommal közlöm eme phytopalaeontológiai vizsgálódásaimnak első eredményeit. Ilyen tőzegekben CRIVELLI BALSAMO tanár megállapította a *Sphagnum*-ok jelenlétét. Én

¹ Ricerche di briologia paleontologica nelle torbe del sottosuolo pavese appartenenti al periodo glaciale. — Estratto dagli atti del r. istituto botanico dell' università di Pavia.



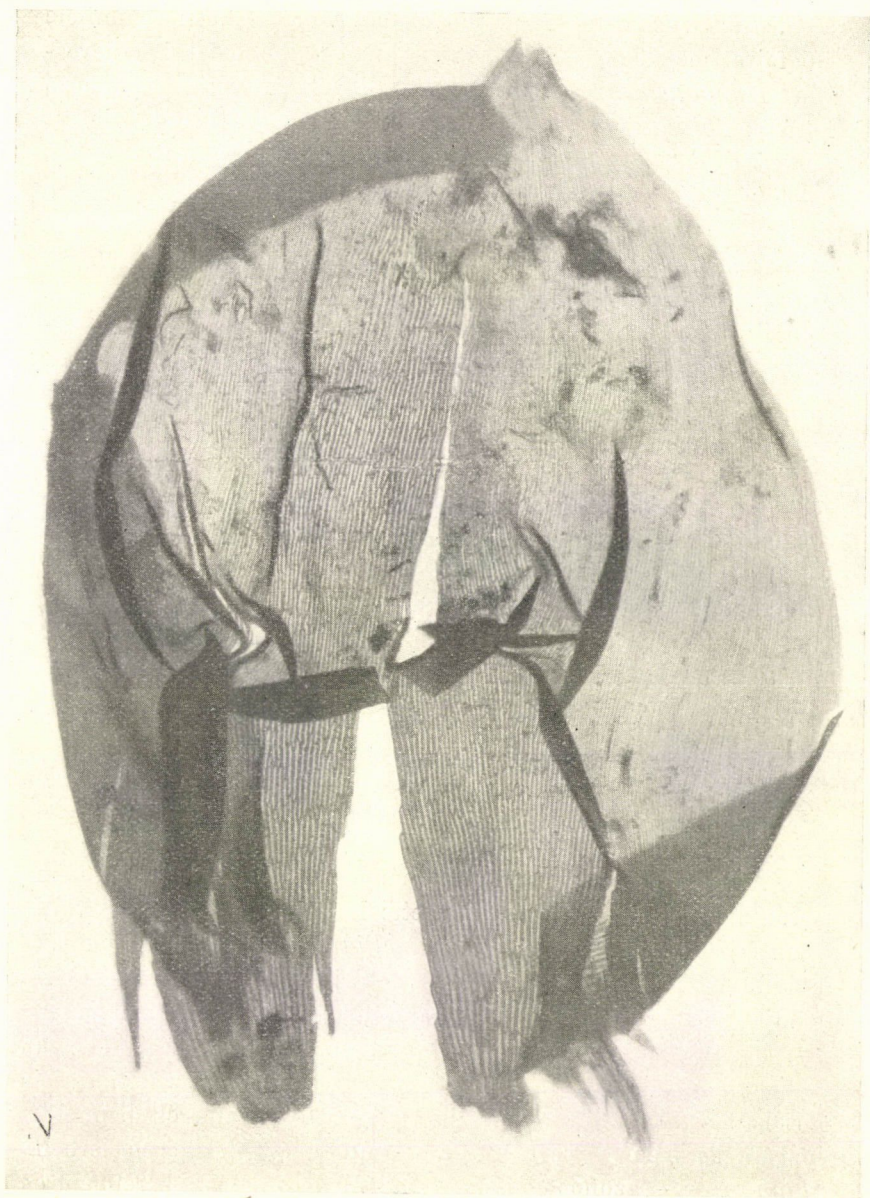
2a. ábra. *Hypnum Taramellianum* FARN. egy levele; $\frac{70}{1}$ nagyítás.

Fotogr. SCHILBERSZKY.

ezekből túlnyomó mennyiséget véltem találni, mint a hogy azt egyes kereskedelmi tőzegekben megfigyeltem; azonban meglepetésemre csak nagyon csekély arányokban fordultak elő bennük. Ezek helyett én a *Hypnaceae*-csoportbeli mohákból találtam nagyobb mennyiséget és ezek között a jelenlegi növényzetből eltűnt két fajt. A mohák közül az egyiket *Hypnum insubricum*-nak, a másikat *H. Taramellianum*-nak neveztem el, ez utóbbit a jeles páviai geológusnak a tiszteletére,¹ aki különösen a stratigraphia szempontjából világította meg a réteget és a diluviális korszakra vonatkoztatta azt, mely állítást teljesen megerősítettem az általam fölfedezett phylopalaeontologiai elemek által. Megtaláltam itt még a fás és dudvaszárú virágos növények néhány meghatározatlan maradványát, a melyek egy másik közleményem tárgyát fogják tenni. T. TARAMELLI tanár fölfedezte, hogy ez a tőzeg egy finoman csillámos zöldsékes agyagból álló terjedelmes síkságon terül el. Ez az agyagos síkság, mely az említett geologus szerint magában foglalja a Po terraszának egész északi sík felszínét a Ticino bal partján, a terraszok felszínétől számítva körülbelül 16 méternyi mélységű, és ezen folyónak a Po-val való egybeszakadásáig terjed. A barna-rétegű *Hypnaceae* 0·9-része a *Hypnum scorpioides* tömege által van képviselve; a fenmaradt rész *H. insubricum*-, *H. Taramellianum*-, *H. sarmentosum*-, *H. Sendtneri*-ből, továbbá levél- és gyökérmaradványokból, végül phanerogam eredetű szőrpamatból állott.»

«Keverve a *Hypnum scorpioides* fajjal találtam egy *Hypnum*-ot, mely levelének szerkezete és alakja szerint nyilvánvalóan szintén ugyanabba a subgénuszba (*Calliargon* SULL.) tartozik. A levél csúcsának az alakját tekintve, közeledik a *Hypnum purum*-hoz, de különbözik tőle az erezet hiányossága, a levél alapi részében levő sejtek hártájának alakja, a levélszéli fogazottság hiányossága stb. által. Az említett tulajdonságokon kívül különbözik még a levél alakja által a *Hypnum turgescens*-, *H. sarmentosum*-, *H. scorpioides*-, *H. cordifolium*-, *H. giganteum*-, *H. trifarium*-, *H. nivale*-, *H. stramineum*-tól és végre

¹ T. TARAMELLI: Geologia della Provincia di Pavia.



2b. ábra. *H. Taramellianum* Farn. (pleistocænkorú tőzegtől való ugyanaz a levél, $140/1$ nagyítással.) Fotogr. SCHILBERSZKY.

a *H. Richardsoni*-tól. Nem tudván azt vonatkoztatni semmiféle élő fajra, megfelelő új névvel véltem megkülönböztetni, elnevezvén *Hypnum Taramellianum*-nak, adván róla a következő leírást: *tojásalakú, finoman kihegyezett levele átlag 1.5 mm hosszú és 1 mm széles, eretlen, homorú, 3—4 hosszanti redővel, egyébként síma és épszelű; a levélbeli összes sejtek gödörkések és nagyon megvastagodott oldalaik vannak. A sejthártya oldalainak megvastagodása fokozatosan gyarapodva halad a levélcsúcstól a levél alapjáig. A levélcsúcs sejthártyái féregszerűek, tompák, 25—40 μ hosszúak és 3 μ szélesek. A levelek középrészében a sejthártyák egyenes vonalak alakjában jelennek meg, tompa vagy ferdén elmetszett véggel; ez utóbbiak mérete 66 μ és 65 μ . A féregszerű keskeny sejtekből alkotott szövetrész a levélcsúcs mentén meghosszabbodik, egészen a levél alapjáig; az egyenes és szélesebb alakú sejtek hárttyája megváltozva fokozatosan halad a középrész felé, ahol ez a szerkezet leginkább mutatkozik. A IV. tábla 1. ábrája szerint (FARNETI idéz. közl.) hosszú és egyenes sejtek harántsora látható, melyek alatt kétsorú, rövidsejtű, rendkívül megvastagodott és barna sejthártyájú szövetrész következik; ezek közül a felső-sorbeliek nagyobb üregűek, a második sorbelieknek pedig szabálytalan alakjuk van. Ezek alatt következnek azután hosszú és széles sejtek vékonyabb sejthártyákkal, a melyek nyilvánvalóan a szár kérgének rétegéhez tartoznak, ezek a sejtek 20—29 μ hosszúak és 6.5—6.6 μ szélesek.»*

Az idézett közlemény tanulmányozása után meggyőződtem arról, hogy a R. FARNETI ismertette két új — fosszilis — *Hypnum*-faj közül az egyik, a *H. Taramellianum* szerkezeti viszonyai, különösen pedig a levélalj-sejteknek jellegzetes falvastagodási módja hasonlítanak ama mohalevél-sejtekéihez, a melyek a kecskeméti tőzegrétegből kerültek hozzám. Ezért szükségét láttam annak, hogy a kritikai összehasonlítás céljaira vizsgálati anyagot kaphassak annál is inkább, mert az a gyanu élt bennem, hogy a kecskeméti és a paviai — mindakét pleistocæn-korbeli *Hypnum* — azonos fosszilis faj lehet. Ezért kérelmemre R. FARNETI mikroszkopi készítményt küldött nekem, mely a *Hypnum Taramellianum* leveleit zárta magába. E leveleknek



3. ábra. *H. Hollósianum* egy levele; $\frac{4}{2}$ nagyítás.

Fotogr. SCHILBERSZKY.

különösen ama szövetrészből, mely a jellegzetes sejtfalvastagolásokat mutatja, több mikrofotografiai képet készítettem,¹ hogy ez által is a finomabb szerkezet — bárminő hű kézrajz helyett — a maga eredeti valóságában álljon. Szükségtelen talán hangsúlyoznom, hogy kiváltképpen fosszilis növénymaradványok összehasonlító vizsgálata közben ez a módszer kritikai okokból különösen indokolt és szükséges.

A levélszerkezetben a kecskeméti moha és a *Hypnum Taramellianum* között azonnal észrevehetőek a különbségek; ezeket a következő párhuzamos diagnózisból láthatjuk:

Hypnum Taramellianum.

Levélalak. «Tojásdad, finoman kihegyezett, homorú, 3—4 hosszanti redővel, egyébként síma és épszélű, a levél csúcsának az alakja közeledik a *Hypnum purum*-hoz.»

Levélnagyság. «Átlagos hossza 1·5 mm, átlagos szélessége 1 mm.»

Levélerezet. «Éretlen, az érrendezés hiányossága folytán közelít a *Hypnum cuspidatum*-hoz és *Hypnum Schreberi*-hez.»

Levélszövet. «A levélcúcs sejtjei féregalakúak, tompák, 25—40 μ hosszúak és 3 μ szélesek; a levél középvívében a sejtfalak egyenes vonal-alakban helyezkednek el, tompán vagy ferdén elmetsett véggel, ez utóbbiak 66 μ hosszúak és 6·5 μ szélesek; a féregalakú és keskeny

Hypnum Hollósianum.

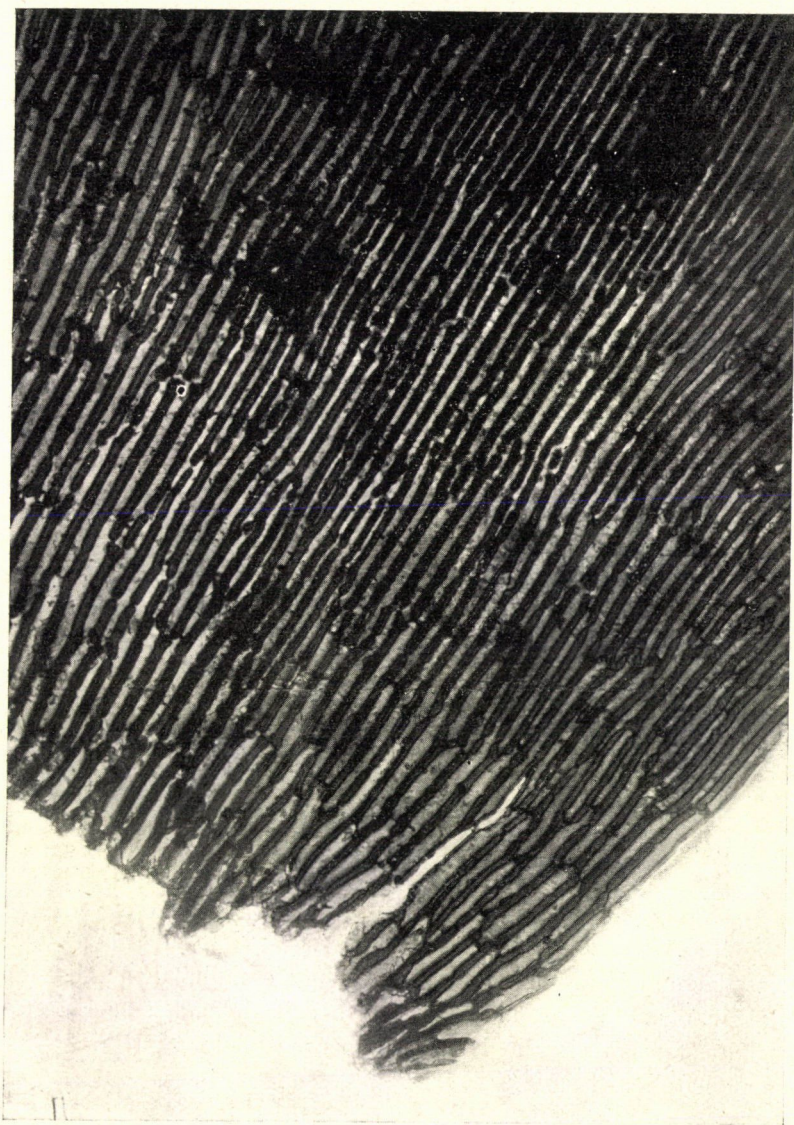
Levélalak. Széles-tojásdad, lekerekítetten tompácskás és rövid csúccsal, kanálszerűen homorú, hosszanti redők nélkül, síma felületű és épszélű, a levél csúcsának az alakja emlékeztet a *Hypnum cuspidatum*-ra, de annál tompább.

Levélnagyság. Hosszúság 3—3·2 mm között, a szélesség pedig 1·4—1·6 mm között ingadozik.

Levélerezet. A levélér tökéletesen hiányzik.

Levélszövet. A levélcúcs sejtjei keskeny vonalszerűek, féregalakúak, egyenesek vagy kevésbé kigyózók; a felső lemez-részben 66—80 μ hosszúak és 4—6 μ szélesek: a lemez középtáján levő sejtek nem lazábbak, a sejtvégek a ferde vagy derékszögű határfalak szerint hegyesek

¹ E helyen is köszönetet kell kifejeznem SCHULLER ALAJOS műegyetemi tanár úrnak azért, hogy intézetében a mikrofotografiák elkészítése céljából kitűnő szerkezetű gépét készséggel rendelkezésemre bocsátotta és közben tanácsaival lényeges segítségemre volt.



4. ábra. *Hypnum Hollósianum*; szövetrészlet a levél medián alsó részéből ($\frac{350}{1}$).
Fotogr. SCHILBERSZKY.

sejthártyás szövet a szélek mentén megnyúlik, egészen a levél alapjáig és az egyenes, szélesebb sejthártyájú szövetben megváltozva, fokozatosan halad a középrész felé, ahol ez a szerkezet legjobban mutatkozik; a levélbeli összes sejthártyák gödörkések és igen erősen megvastagodottak, a gödörkés vastagodás fokozatosan gyarapodva halad a csúcstól a levél alapja felé.»

«A levélaljon megfigyelhető egy keresztúra az egyenesfalú sejteknek, amelyek élénken tömörülnek, hogy megőrizzék alakjukat és szélességüket. E sejsort követő két rövid és barna sejsor rendkívül megvastagodott falú (tab. IV, fig 1); az első sorbeliek görbék és öblösek, a második sorbeliek pedig rendetlenek és öblösek; ezek után vékonyabb falú hosszú és széles sejtek következnek, melyek egyenesek vagy pedig az első sorbeli alap-sejtek falaival — melyek nyilván a szár kéregrétegéhez tartoznak — ellenkező irányban görbültek. Az első sora a levélalji sejteknek 20—29 μ hosszú és 5·5—6·6 μ széles.»¹

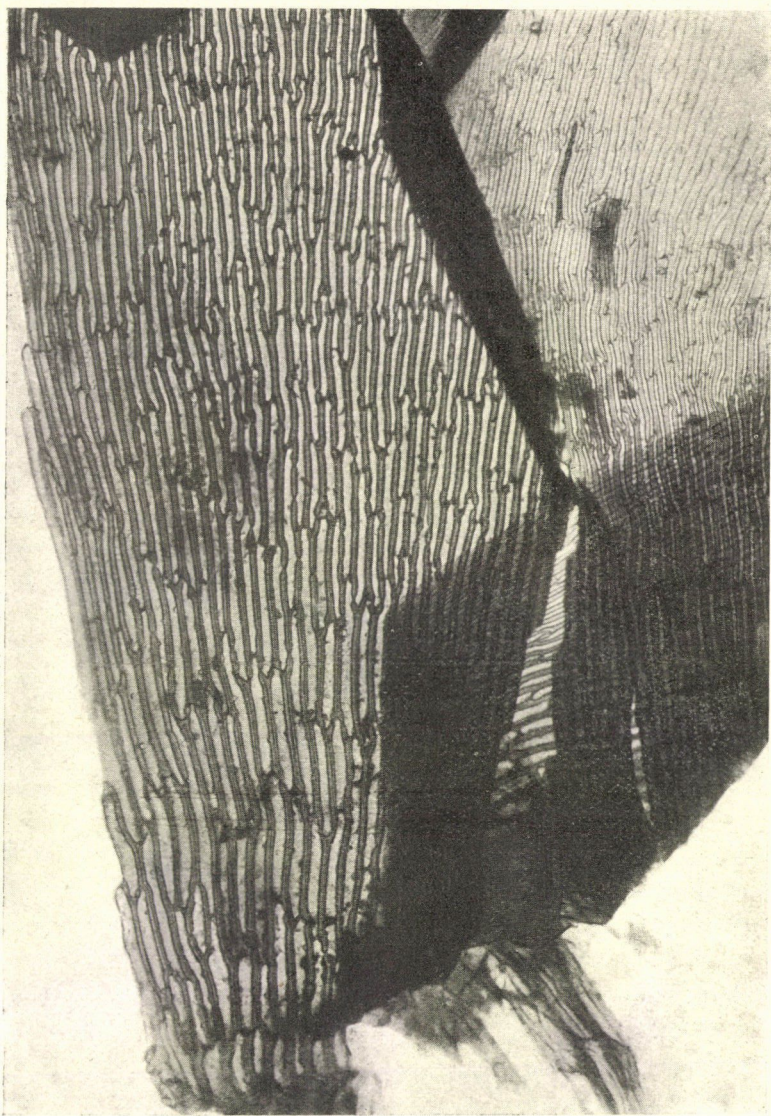
vagy tompák, a sejtek itt 80—90 μ hosszúak és 3—4 μ szélesek; a levél szélek mentén vannak a legkeskenyebb sejtek, melyek a lemez közepe felé fokozatosan szélesbednek; a sejtek különösen a levél alsó felében — lejjebb mindinkább fokozódólag — feltűnően erősen megvastagodottak és a levélalaptáján jobban gödörkések, noha az egyes gödörkések távol állók egymástól, leginkább a sejtvégeken láthatók.

A levélalj szövétében aránylag rövidebb, de szélesebb sejtek csoportosulnak, melyek egyenes vonal irányában való sorakozásukat, különösen az oldalsó szövetrészekben többé-kevésbé elveszítik; a sejtfalvastagodás a lemezközéptől a szélek felé mindinkább csökken, úgy hogy végül egészen vékony a fal; a levélalj középvében téglalakú sejtek vannak, merőleges vagy gyengén ferdeállású rövidebb falakkal. E sejtek fokozatosan átnennek a szár kéregszövetébe. A levélaljbéli terjedelmesebb sejtek 38—67 μ hosszúak és 9—11 μ szélesek; a levél szélben pedig 30—48 μ hosszúak és 1·2—2 μ szélesek.

★

A következőkben részletes leírását adom a kecskeméti fosszilis mohának, melyből kitűnik, hogy e moha úgy a levelek alakjában, méretében, nemkülönben a sejtfalaknak a szerkezetében tökéletesen eltér a vele vonatkozásba hozható paviai fosszilis mohától.

¹ FARNETI-nak idézett leírását meg kell pótolnom egy igen lényeges tulajdonsággal, melyet ő nem említ, holott ennek kitűnő diagnosztikai értéke van; ez t. i. a sejtfalnak (a Marchantia-rhizoidokra emlékeztető) csapos vastagodása — az említett gödörkés vastagodáson kívül —, mely a *H. Hollóstanum*-on teljességgel hiányzik.

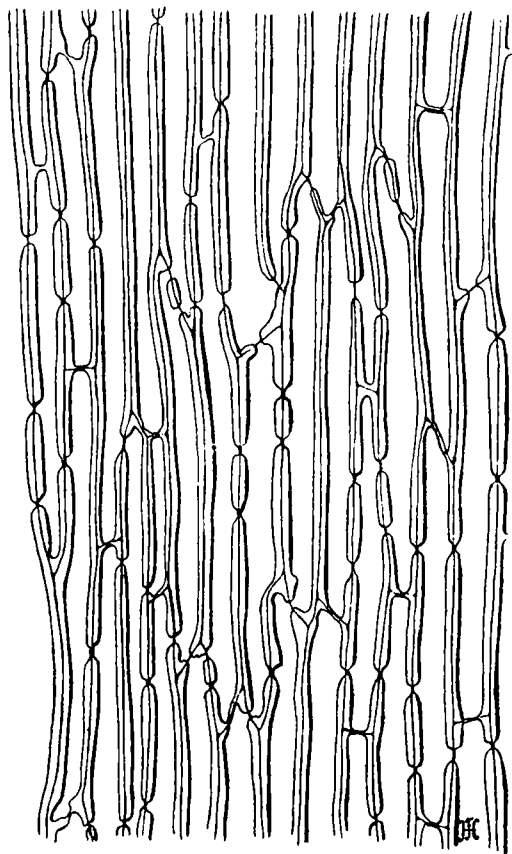


5. ábra.

Hypnum Taramellianum; szövetrészlet a levél medián alsó részéből ($\frac{350}{1}$).

Fotogr. SCHILBERSZKY.

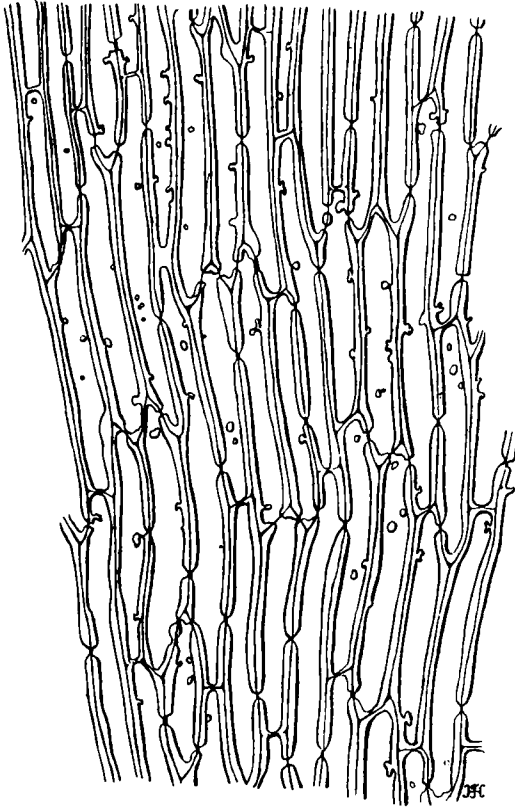
Diagnózis: A levelek mérsékelten tömörülők, csaknem cserépfedélszerűen elhelyezkedők, durvák és mereven törékenyek, felső részükön süvegszerűen kissé befelé görbültek, szárazon meg-



6. ábra. *H. Hollósianum*, levélalapi sejtek gödörkés falvastagodása; $\times 700$ nagyítás. Rajz. dr. HOLLENDONNER FERENCZ.

lehetősen egymáshoz fekvők, széles-tojásalakúak, kanálszerűen homorúak, lekerekítetten tompácskás és rövid csüccsal, mely az öregebb (t. i. szárvégtől hátrább eső) leveleken többnyire szabálytalanul és mélyen hasogatott, illetőleg beszakadozott. 3—3.2 mm hosszúak és 1.4—1.6 mm szélesek, simák, épszélűek.

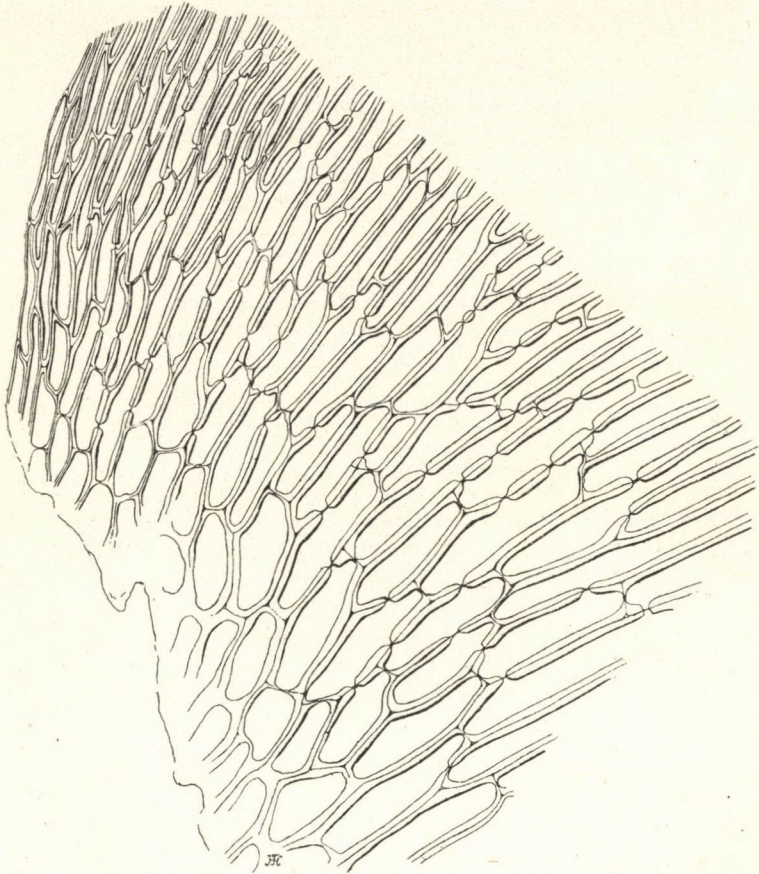
gyengén hosszant-redősek, az alapi levélzúgokban kissé vájutasak. *Levélér tökéletesen hiányzik.* A levélsejtek a levélalap tájáig keskeny-vonalszerűek, féregalakúak, egyenesek vagy kevésbé kigyózók, erősen barnultak, különösen a levél alsó felében fel-



7. ábra. II. *Taramellianum* levélalapi sejtek kétféle (gödrökés és csapos) falvastagodása; $760\times$ nagyítás. Rajz. dr. HOLLENDONNER FERENCZ.

tűnően erősen vastagodottak és a levélalap táján jobban gödrökésesek (a gödrökék távol állók, leginkább a sejtvégeken található); a felső lemezrészben $66-80\ \mu$ hosszúak és $4-6\ \mu$ szélesek, a lemezközép táján levők valamivel lazábbak, az alaprészben pedig jelentékenyen rövidebbek és szélesebbek ($38-67\ \mu$

hosszúak és 9—11 μ szélesek), a sejtvégek a ferde vagy derékszögű határfalak szerint hegyesek vagy tompák, az alapi lemezrészén 3—5 emeletnyi csoportja az erősebben szélesedett, szabálytalanul lekerekített, derékszögletű sejteknek található.

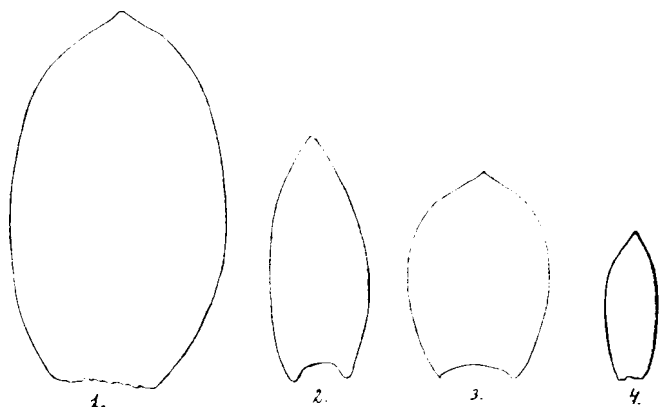


8. ábra. *H. Hollósianum*, levélaljzúgból szövetrészlet; $760\times$ nagyítás.

Rajz. dr. HOLLENDONNER FERENCZ.

A *Hypnum Hollósianum* levélalakja tehát hasonlít a *H. Schreberi*-éhez, de ezé jóval kisebb és nem annyira széles; a *H. cuspidatum* levélalakja pedig jóval nyúltabb, keskeny. A levél csúcsán nincs meg a *H. Schreberi*-re olyan jellegzetes finom

erenulatio, a *H. cuspidatum* levélsúcsa pedig nem lekerekített, hanem rövidke hegyben végződik. Sem a *H. Schreberi*, sem a *H. cuspidatum* levele nem teljesen eretlen; az erezet hiányossága folytán a *H. Schreberi* és *H. cuspidatum* megközelelti a *H. Hollósianum*-ot. A *H. Schreberi*-n a levélalji sejtek falai nem olyan mértékben vastagodottak, a *H. cuspidatum*-on pedig a sejtfalak még sokkal vékonyabbak és sekélyen gödörkézettek.



9. ábra. Levélalakok és viszonylagos méretek: ($1^{10}/1$ nagyítás).

1. *H. Hollósianum*, 2. *H. cuspidatum*, 3. *H. Taramellianum*, 4. *H. Schreberi*.

Rajz. dr. HOLLENDONNER FERENCZ.

Szembeállítva a *H. Hollósianum*-hoz legközelebb álló recens fajoknak e kettejét, a következő levél-diagnózisokból kellően megítélhetők úgy a fenforgó morfológiai, mint az anatómiai jellegzetes eltérések.

Acrocladium cuspidatum

(L.) LINDB.

Szárlevelek tömörülők, majdnem cserépfédelszerűen helyezkedők, keskeny, kissé lefutó alaplól *széles-tojásdad-hosszúkásak*, tompák, ritkán rövidke csúcsal, 2·4 mm hosszúak és 1·2 mm szélesek, mér-

Hylocomium Schreberi

(WILLD.) DE NOT.

Szárlevelek többnyire tömörülők, cserépfédelszerűen helyezkedők, keskenyen lefutók, *széles-tojásalakúak*, *lekerekítetten vagy röviden és tompásan kihelyezettek* (de hegy nélkül), 2·4 mm hosszúak és 1·5 mm széle-

sékelten vajúlatosak, nem ránczosak, a levélszélek a csúcs felé többékevésbé befelé görbülők, épszélűek. *Levélér kettős, rövid vagy hiányzó.* Levélsejtek kígyózó-vonalkásak, vékonyfalúak, 0·006 mm szélesek és 15-szörte hosszabbak, a széleken csak 0·004 mm szélesek, a levélalj felé szélesebbek és gödörkések, az alapi lemez-középbén hosszúkásak, 0·009 mm szélesek és erősen vastagodottak és gödörkézettek. *Áglevelek* 1·3 - 1·5 mm hosszúak és 0·6—0·7 mm szélesek, a szélek felül erősen begöngyölődtek.

sek, kanálszerűen homorúak, hosszukban gyengén ránczosak, szélek az *alapon visszahajlottak*, felül befelé görbülők, csak a csúcson gyengén csipkézettek (crenulatus). *Levélér kettős*, nagyon rövid. Levélsejtek vastagfalúak, vonalalakúak, hegyesek, 0·007 mm szélesek és 8—12-szörte hosszabbak, az alapi részen lazák, 0·012 mm szélesek és 6-szorta hosszabbak, gödörkézettek. *Áglevelek* a szárlevelekhez hasonlóak, azonban keskenyebbek.

★

Mindezek után mint eredmény az tűnik ki, hogy a *Hypnum Hollósianum* fosszilis maradványai egyetlen recens *Hypnum*-fajjal sem azonosíthatók és ezért kihalt fajjal állunk szemben. Továbbá kitűnik az is, hogy ez a fosszilis faj morfológiai és levélanatomiai vizsgálatok alapján legjobban közelíti meg a *H. Schreberi* és a *H. cuspidatum* recens fajokat, ámbar ezekből a kimutatott jellegzetes tulajdonságokban eltér; szintűgy különbözik a Pavia mellett diluviális tőzegben már előbb fölfedezett *Hypnum Taramellianum*-tól. A *H. Hollósianum* szakirodalmi vonatkoztatások alapján szintén pleistocénkorú tőzegrétegekből valónak bizonyult és így az e geológiai korszakból ismeretessé vált növények számát növeli.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 ápr. 22-én tartott üléséből.)

VIZSGÁLATOK AZ AGY VÉRGÁZCSERÉJÉRŐL.¹

ALEXANDER FERENCZ-től.

Azon vizsgálatok, melyeket RÉVÉSZ GÉZÁVAL együtt végeztem az agy gázcseréjére vonatkozólag,² arra az eredményre vezettek, hogy az agy épen úgy, mint a többi szerv, fokozott működés közben több oxigént fogyaszt, mint nyugalomban. Mivel ezen vizsgálatainkban a «szervmunkának» a megváltozását a tüdő-gázcserének a megváltozásával mértük, a jelenségnek mechanizmusába nem nyerhettünk közelebbi betekintést. Ez a módszer különben, mely lényegében megegyezik a TANGL professzor által az egyes «szervmunkák» meghatározására használt «kikapcsolási» (Ausschaltungsmethode) módszerrel,³ mindig csak *indirekt* következtetést enged meg valamely szerv gázcseréjére.

Egy másik módszer, a mely valamely szerv gázcseréjének *direkt* megmérését teszi lehetővé: a vérgázcserének a megállapítása. Jelen vizsgálataimban ezzel a módszerrel igyekeztem a kutyaagy gázcseréjét nyugalmi és működési állapotában összehasonlítani.

Hogy valamely szerv gázcseréjét ezen módszerrel megállapíthassuk, szükséges, hogy a szervbe beáramló és a belőle kiáramló vér %-os O_2 - és CO_2 -tartalmát megmérjük és ismer-

¹ A budapesti kir. m. tud.-egyetem általános kórtani intézetében készült dolgozat.

² ALEXANDER FERENCZ és RÉVÉSZ GÉZA: Optikai ingerek hatása az agy gázcseréjére. A M. Tud. Akadémia III. osztályának márczius 18.-án tartott üléséből.

³ FRANZ TANGL: Die Arbeit der Nieren und die spezifisch-dynamische Wirkung der Nährstoffe. Biochem. Zeitschr. Bd. 34. S. 1. 1911.

jük egy bizonyos idő alatt a szerven átáramlott vér mennyiségét. Az agynál ez igen nehéz feladat, mert vérellátásának a meghatározása az által, hogy a vér az agyat a legkülönbözőbb és részben nehezen hozzáférhető utakon hagyja el, igen nagy nehézségekbe ütközik.¹

Ezen vizsgálataimban az agy gázcsereje abszolút nagyságának a megállapítására nem törekedtem. Célom csak a *működő* és *nyugvó*, tehát semmi különösebb ingernek ki nem tett és semmi különösebb munkát nem végző agy gázcserejének az összehasonlítása volt. Ehhez csak az agyon átáramló vér gáztartalmának és áramlási sebességének a *megváltozását* kellett megállapítanom ingerlés közben.

I. A vizsgálatok módszere.

A vérgáz-analysiseket a BARCROFT által leirt *differential* methodussal végeztem.² Kísérleteim egyik részében csak az *arteriás* és *venás* vér gáztartalmának *különbségét* határoztam meg, de néhány kísérletben *külön-külön* is megállapítottam a kétfajta vér gáztartalmát. A venás vért a kísérleti sorozatok egy részében (I-IV. táblázat) a *vena maxillaris int.*-ből vettem, mely vért a *vena cerebialis sup.*-ből nyeri. Ezenkívül izmokból is kap vért, tehát az innen vett vér nem tekinthető tiszta agyvérnek. Ez a körülmény azonban kísérleti eredményeim értelmezését nem befolyásolta, mert ezen kísérletekből csak *relatív* értékeket állapítottam meg. Kísérleteim másik részében közvetlenül az agyból vett vért vizsgáltam, melyet trepanált állatokból a *confluens sinuum*hoz közel a *sinus sagittalis*ba erősített kanülön keresztül nyertem.

A véráram sebességének a megállapítására két különböző módon jártam el. Kísérleteim egy részében a sinusból jövő

¹ JENSEN meghatározta az agy vérellátását az *art. carotis*ban mért véráramtérfigatból. JENSEN, Über die Blutversorgung des Gehirns. Pflügers Arch. f. g. Physiol. Bd. 103. S. 171. 1904.

² J. BARCROFT: Differential Method of Blood-Gas Analysis. Journ. of Phys. Vol. 37. 1908.

vérnek egy beosztott pipettában való áramlási sebességét mértem; ezt az eljárást azon kísérleteimben használhattam előnyösen, melyekben a vér megalvadását 1%-os *hirudin*-oldatnak intravenás befecskendezésével meggátoltam. Ezenkívül *indirekt* úton, az agy térfogatváltozásának plethysmografiás regisztrálásával is követtem az agy vérellátásának a változásait.

A plethysmografiás kísérletek a következő módon történtek. A *tuber parietale* tájékán levő kerek trepán-nyílásba közepén kifűrt gummidugót erősítettem, melybe légmentesen üvegcsövet szorítottam be. Az üvegcsövet félig megtöltöttem élettani konyhasó-oldattal és összeköttetésbe hoztam egy *piston-recorderrel*. A kísérletek egyéb berendezése ugyanolyan volt, mint azt Révészszel végzett kísérleteimben leírtam, tehát utalva erre a dolgozatra, itt csak a következőket emelem ki.

Kísérleteimet kizárólag *kurarizott* és mesterségesen lélegeztetett állatokon végeztem. Ingerlésül az igen hatásosnak bizonyult megszakított (*intermittáló*) fény- (optikai) ingereket alkalmaztam.¹ Az ingerléses kísérletekben a vérvételek egy kb. 5'-ig tartó erős (a kutya szemeitől kb. 25—30 cm távolságra felállított négy 50 gyertyafény erősségű Wolfram-lámpa szolgált fényforrással), 5" sötét — 3" világos rythmusú optikai ingerlés után történtek. Az *arteriás* és *venás* vér mindig egyidőben vétetett.

II. A vizsgálatok eredménye.

Kísérleteim első sorozatában az *art. carotis* és a *vena maxillaris int.* vérét elemeztem. Ezen kísérleteimben nem használtam a vér megalvadását gátló szert és így a véresebbségi mérések nem megbízhatók. A vérgáz-elemzések eredményeit a következő táblázatokban foglaltam össze. A táblázatokban közölt értékek két jól megegyező meghatározás középértékét jelentik.

¹ ALEXANDER és RÉVÉSZ: Loc. cit.

I. táblázat.

A kutya súlya 9000 gr.

1911 dec. 2.

A kísérlet			Az arteriális vér O_2 tartalma %	Az arteriális vér CO_2 tartalma %	A vénás vér O_2 tartalma %	A vénás vér CO_2 tartalma %	Különbőség az art. és ven. vér O_2 tartalma közt %	Különbőség az art. és ven. vér CO_2 tartalma közt %	A kutya hőmérséklete	Megjegyzés
száma	ideje	módja								
1	12°05'	nyugalom	17,74	35,95	10,66	43,53	7,08	7,58	38,2°	
2	1°30'	ingerlés	19,44	elvesztett	15,68	39,79	3,76	—	38,0°	
3	3°30'	ingerlés	19,66	40,10	15,20	45,76	4,46	5,66	38,2°	
4	5°20'	nyugalom	18,68	39,59	9,86	50,33	8,82	10,74	38,2°	

II. táblázat.

A kutya súlya 7000 gr.

1911 dec. 6.

A kísérlet			Az arteriális vér O_2 tartalma %	Az arteriális vér CO_2 tartalma %	A vénás vér O_2 tartalma %	A vénás vér CO_2 tartalma %	Különbőség az art. és ven. vér O_2 tartalma közt %	Különbőség az art. és ven. vér CO_2 tartalma közt %	A kutya hőmérséklete	Megjegyzés
száma	ideje	módja								
1	10°45'	nyugalom	21,25	39,68	13,62	47,42	7,57	7,74	38,2°	
2	12°15'	«	21,44	39,85	13,22	47,17	8,22	7,32	37,8°	
3	1°50'	ingerlés	18,17	40,24	12,93	42,78	5,21	4,61	38,4°	
4	3°25'	nyugalom	19,71	42,54	5,37	42,60	14,34	9,56	38,1°	
5	5°30'	ingerlés	18,36	elvesztett	11,95	elvesztett	6,41	—	38,1°	

III. táblázat.

A kutya súlya 7000 gr.

1911 nov. 17.

A kísérlet			Különbőség az art. és ven. vér O_2 tartalma között %	Különbőség az art. és ven. vér CO_2 tartalma között %	A kutya hőmérséklete	Megjegyzés
száma	ideje	módja				
1	10°45'	nyugalom	9,24	11,81	38,3°	
2	11°40'	ingerlés	8,91	9,15	38,2°	
3	12°25'	nyugalom	12,87	8,50	38,1°	
4	2°17'	ingerlés	9,82	6,80	38,9°	
5	2°45'	nyugalom	11,40	11,63	38,8°	
6	3°35'	ingerlés	9,22	3,55	38,6°	
7	4°30'	nyugalom	10,41	4,84	39,1°	
8	5°35'	ingerlés	9,77	6,46	38,0°	
9	6°20'	nyugalom	12,70	elvesztett	38,0°	
10	7°20'	ingerlés	9,77	elvesztett	38,0°	

IV. táblázat.

A kutya súlya 13200 gr.

1911 dec. 13.

A kísérlet			Különbség az <i>art. carotis</i> és <i>vena max. int.</i> vérének gáztartalma közt		Különbség az <i>art. carotis</i> és <i>vena femoralis</i> vérének gáztartalma közt		Az állapot hőmérséklete	Megjegyzés
száma	ideje	módja	O ₂ %	CO ₂ %	O ₂ %	CO ₂ %		
1	10°10'	nyugalom	12,50	8,50	14,74	9,57	37,4°	
2	12°10'	ingerlés	7,24	1,96	14,74	8,72	38,5°	
3	12°55'	nyugalom	12,74	—	17,10	8,50	37,8°	
4	2°00'	ingerlés	6,98	4,66	15,95	—	38,4°	
5	3°30'	nyugalom	10,48	7,52	16,58	7,80	38,8°	
6	4°00'	ingerlés	8,08	5,94	—	—	38,0°	

Ezen adatokból határozottan megállapítható, hogy szakadozott optikai ingerlés alatt az agy *arteriás* és *venás* vérének %-os O₂ és CO₂-tartalma közötti különbség csökken. Ennek a jelenségnek két oka lehet: 1. vagy az agyszövet gázcserejének a csökkenése vagy 2. a véráram sebességének a megnövekedése. Az 1. lehetőséget Révész Gézával együtt végzett respirációs kísérleteink kizárják és így a véráram sebességének a megnövekedésére kellett gondolnom, még pedig oly mértékű megnövekedésre, mely a vérgáz-elemzések eredményeivel összekötve fokozott gázcseret jelent. Ezen kísérletek azonban már magukban is kétségtől mutatják, hogy érzékszervi (optikai) ingerlésre az agy vérgázcsereje megváltozik. A IV. kísérleti sorozat (ellenőrző-kísérlet; IV. táblázat) eredményei pedig, melyben egyidejűleg a *v. femoralis* vérét is összehasonlítottam az *art. carotis* vérével, azt mutatják, hogy a végtag gázcsereje az ingerlés alatt nem változik meg.

A véráram sebességének ingerlés alatti megnövekedését plethysmografiás kísérleteim igazolták. Ismeretes, hogy az agy téréfogati ingadozásai vértartalmának változásaiból erednek, még pedig az agytéréfogat növekedését rendszeren a vérerek tágulása, téréfogat-csökkenését pedig ezek szűkülése okozza.¹ Az erek tágulása pedig (állandó arteriás vérnyomás mellett) a véráram

¹ B. LEWY: Die Regulierung der Bluthbewegung im Gehirn. Virchows Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie. Bd. 122. S. 146. 1890.

sebességének a megnövekedését, az erek szűkülése viszont a véráram sebességének csökkenését jelenti.

A plethysmografiás kísérletekben nyert görbék világosan mutatják, hogy ingerlés alatt az agy térfogata növekedett. (I. az 1., 2., 3. ábrát.)

Ezen kísérletekből tehát megállapítható, hogy az ingerlés alatt a véráram sebessége megnövekedett. Az agyon keresztül áramló vér O_2 és CO_2 -tartalma megváltozásának csökkenése az optikai ingerlés alatt a véráram sebességének növekedésével értelmezhető.

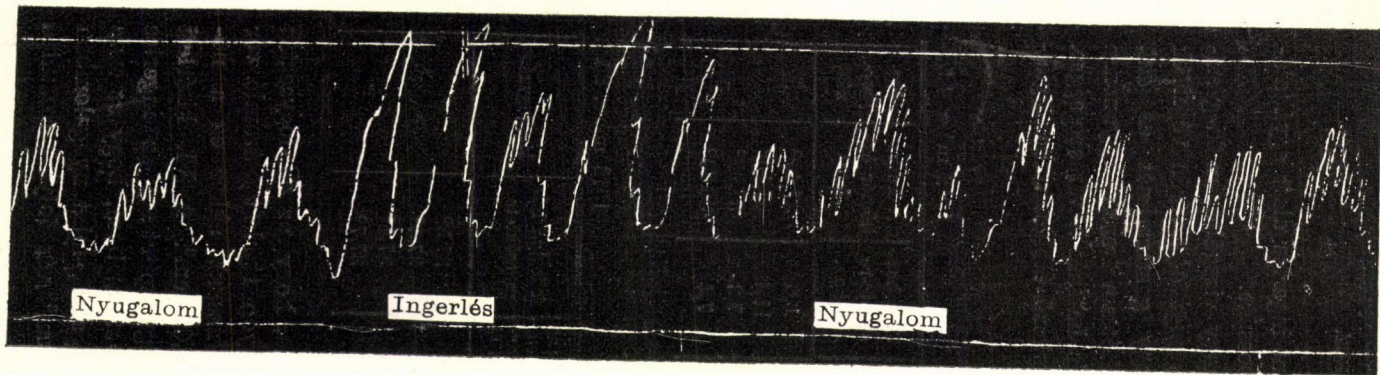
A plethysmografiás kísérletek azonban a véráram sebessége megnövekedésének nagyságára vonatkozólag nem nyújthattak felvilágosítást. Miután azonban Révészszel végzett kísérleteinkből már ismertük ingerlés alatt a kutyaagy O_2 -fogyasztásának percenkénti megnövekedését, JENSEN¹ mérései óta pedig ismeretes a kutyaagy vérellátása, ezekből az adatokból és a vérgázanalysisek eredményeiből (I—IV. táblázat) kiszámíthattam a vérssebesség növekedésének a nagyságát. E számítás szerint körülbelül megkétszereződik a sebesség az ingerlés közben.

Itt meg kell jegyezmem, hogy a plethysmografiás kísérleteimben ingerlés alatt az agytérfogat nagyobbodását nem minden kísérleti állaton kaptam meg és különben is rendkívül különböző méretűek voltak a térfogati ingadozások. Nem mondható tehát, hogy a vérssebesség minden esetben megnövekedik az ingerlés alatt. Hasonló eredményre vezettek a vér áramlási sebességének a *sinus sagittalisban való közvetlen mérései* is. Az egyik kísérleti állaton a következő megfigyeléseket tettem:

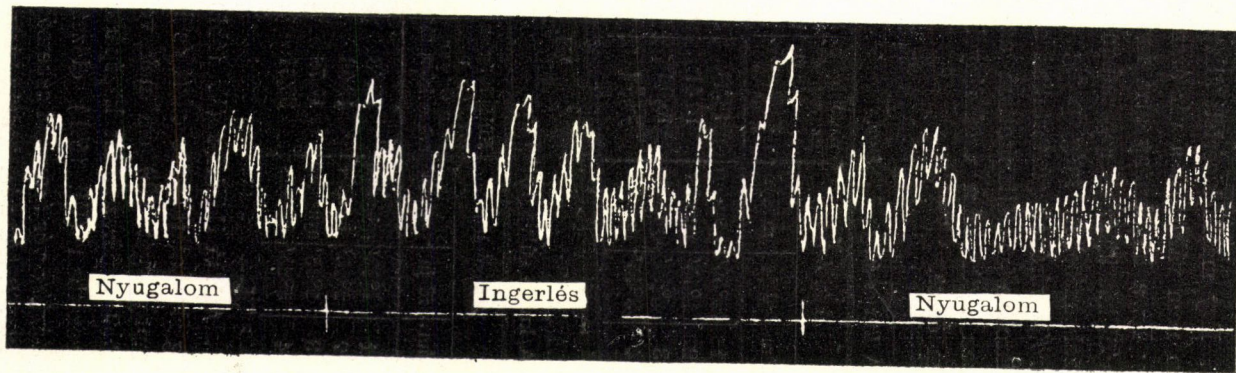
I. Nyugalom.	1'	5,4	cm ³	vér	folyt	keresztül	a	pipettán
II. Ingerlés.	1'	7,0	"	"	"	"	"	"
III. Nyugalom.	1'	5,8	"	"	"	"	"	"
IV. Nyugalom.	1'	5,8	"	"	"	"	"	"
V. Ingerlés.	1'	7,6	"	"	"	"	"	"
VI. Nyugalom.	1'	5,4	"	"	"	"	"	"

Ez középértékben ingerlés alatt az áramlási sebességnek 1,3-szorosával való megnövekedését jelenti.

¹ JENSEN, loc. cit.



1. ábra.



2. ábra.

Egy másik kísérleti állaton viszont ingerlés alatt egyáltalában nem változott a vér áramlási sebessége.

Ez a körülmény arra indított, hogy vizsgálataim kiegészítésül két kísérleti sorozatban a *sinus sagittalis* vérén végezzenek gázelemzéseket, még pedig úgy, hogy gáztartalmát az *art. carotis* vérének gáztartalmával hasonlítottam össze és ugyanezen állatokon megállapítottam az ingerlés hatását a vérsebességre. Ezen kísérleteim eredményeit a következő táblázatokba foglaltam össze.

V. táblázat.

A kutya súlya 7700 gr.

1912 márc. 12.

A kísérlet			Különbség az art. és ven. vér O ₂ tartalma közt ‰	Különbség az art. és ven. vér CO ₂ tartalma közt ‰	Vérsebesség 1'-re cm ³ -ben.	A kutya hőmérséklete	Megjegyzés
száma	ideje	módja					
1	12°50'	nyugalom	18,36	16,50	6,6	37,40°	
2	1°45'	ingerlés	12,41	elvesztett	11,1	37,70°	
3	2°40'	nyugalom	15,92	13,40	7,3	37,90°	
4	3°45'	ingerlés	20,80	elvesztett	7,4	38,20°	

VI. táblázat.

A kutya súlya 16150 gr.

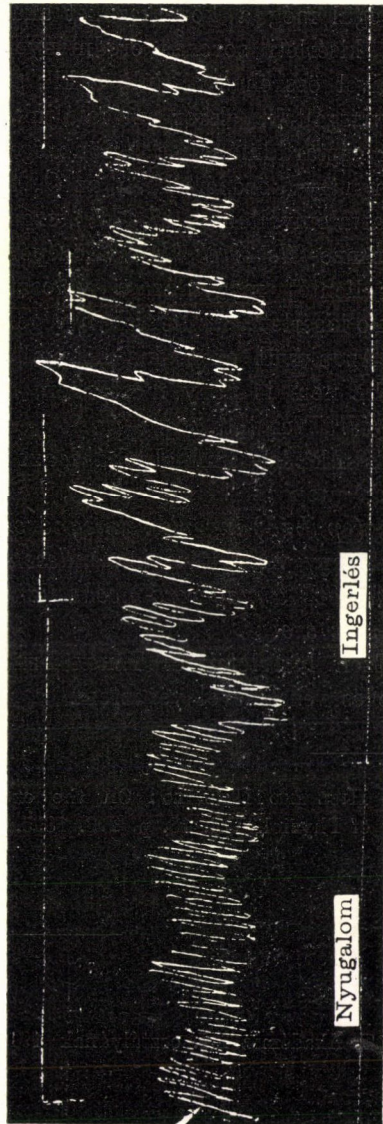
1912 márc. 26.

A kísérlet			Különbség az art. és ven. vér O ₂ tartalma közt ‰	Különbség az art. és ven. vér CO ₂ tartalma közt ‰	A kutya hőmérséklete	Megjegyzés
száma	ideje	módja				
1	1°15'	nyugalom	15,48	18,54	37,5°	
2	2°15'	ingerlés	19,63	21,64	37,4°	
3	2°45'	nyugalom	15,78	22,18	37,4°	
4	3°25'	ingerlés	20,61	23,80	37,7°	

Az V. kísérlet (V. tábl.) mutatja, hogy az O₂-fogyasztás ingerlés alatt *növekedett* és ha az agyon 1' alatt átáramló vér mennyiségét 100 cm³-nek vesszük (JENSEN), akkor ez a növekedés percenként középértékben 4,06 cm³. A VI. kísérleti sorozatban (VI. tábl.) előzetesen megállapítottam az ingerlés hatását a vér áramlási sebességére és azt találtam, hogy *ez nem változik*. A vérsebesség úgy ingerlés alatt, mint nyugalomban több kísérletben ugyanaz volt: 12 cm³ vér folyt keresztül a

pipettán 1' alatt. Ebben a kísérletben tehát az áramlás sebességét *állandónak* tekinthetjük, a vérellátást pedig 1'-kint 100 cm³-nek véve, az *O₂-fogyasztás percenkénti megnövekedésére* középértékben 4,24 [cm³-t kapunk. A *CO₂-termelés megnövekedésére* 2,39 cm³-t. Ezen két utolsó kísérlet eredményei tehát úgy egymás közt, mint a respirációs kísérletek eredményeivel jól egyeznek, mely utóbbiakban az *O₂-fogyasztás percenkénti megnövekedését ingerlés* alatt 3,35 cm³-nek találtuk. Másrészt azonban a *CO₂-nek a viselkedése* úgy az I—IV. kísérleti sorozatokban, melyekben a vér %-os *CO₂-tartalmának* a megváltozását határoztam meg, mint abban az utolsóban, melyből a *CO₂-termelés* változását számítottam, megközelítőleg megfelel az *O₂-fogyasztásnak*. Ezért azt hiszem, hogy a *CO₂-kiadásnak* a respirációs kísérleteinkben

talált aránytalanul csekély növekedését nem lehet tökéletlen oxydatióra visszavezetni, amint azt eddig tettük, hanem időleges *CO₂-retentióra* kell gondolnunk.



3. ábra.

Végül még a következőket akarom megjegyezni. Ha az V. és VI. kísérleti sorozat eredményeit HILL és NABARRO¹ eredményeivel összehasonlítjuk, a kik szintén a torcular Herophili vérét vizsgálták, akkor azt találjuk, hogy az *arteriás* és *venás* agyvér gáztartalmának a különbsége az én kísérleteimben feltűnően nagy (közéértékben az O_2 tartalomváltozása 15,34%, a CO_2 tartalomváltozása 17,68%), szemben az igen alacsony HILL és NABARRO-féle értékekkel. (Közéértékben O_2 : 3,42, CO_2 : 3,87.) Ezen ellentét magyarázata valószínűleg az, hogy HILL és NABARRO kísérletei *narkózisban* végeztettek, míg az én kísérleteim nem. Azonkívül ezen kísérleteimhez *hirudint* használtam, a mely ha nem is nagy mértékben, *de nagyon valószínűen agy-anaemiára* vezetett.

Ezen kísérleteimmel tehát igazoltam a Révész Gézával együtt *indirekt* úton talált eredményt, *hogy az agy gázcsereje érzékszervi- (optikai-) ingerlésre megnövekedik*. Az ilyenkor fokozottan működő agy vérellátása is *rendesen megnagyobbodik*. *Tehát az agyműködés anyagsere-mechanizmusa ugyanolyan, mint bármely más szervé.*

Ezen kísérleteimet TANGL FERENCZ professzor kezdeményezésére és vezetésével végeztem.

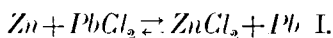
¹ HILL AND NABARRO: On the exchange of blood-gases in brain. Journ. of Physiol. Vol. 18. p. 218. 1895.

OLVASZTOTT SÓK ÉS FÉMEK KÖLCSÖNÖS VISELKEDÉSÉRŐL.

HEVESY GYÖRGY-től.

Olvasztott sók és fémek kölcsönös viselkedésének vizsgálatakor két főesetet különböztetünk meg. Az egyik esetben a fémeket nem saját sóikkal olvasztjuk össze — így pl. cizinket ólomchloriddal, ólmot konyhasóval —, a második esetben saját sójával hevítjük a fémeket, mint cizinket chlorcizinkkel, vagy ólmot ólomhalogénnal stb.

Az első esetben kémiai egyensúlyok lépnek fel



illetve



mely egyensúlyok helyzetét vagy analitikai módszerekkel, vagy pedig ha a reakció csak parányi mértékben halad balra-jobbra, érzékeny fizikai módszerekkel¹ állapíthatjuk meg. Ezekről egy további értekezés fog beszámolni. Az előttünk fekvő értekezés tárgyát a második főeset szolgáltatja, a fémek viselkedése saját sóikkal szemben. Erre a kérdésre a figyelmet az olvasztott sók elektrolysisénél fellépő jelenségek fordították. Az olvasztott sók elektrolysisa ugyanis többnyire nem szolgáltatja azt az áramkihasználást, melyet FARADAY törvénye megkíván. R. LORENZ,² ki ez eltérés okát kutatta, arra az eredményre jutott, hogy pél-

¹ HEVESY és LORENZ (Z. f. Phys.-Chem. 75 (1910) 72) olvasztott ólomból és kaliumchloridból kapillarelektrometert állítanak össze és ennek a viselkedéséből következtetnek az ólommal összeolvasztott kaliumchlorid parányi ólomchlorid-tartalmára.

² R. LORENZ: Elektrolyse geschmolzener Salze. Halle. 1905.

dául az olvasztott ólomklorid elektrolízisénel ugyanannyi ólom válik ugyan ki, mint azt FARADAY törvénye megköveteli, de a már kivált fém az olvasztott sórétegen keresztül barna «kődök» alakjában a pozitív póluson kivált chlor felé vándorol és azzal egyesülve újból ólomchloridot szolgáltat. E jelenséget LORENZ az «ólmködök» jelenségének nevezte el és kimutatta, hogy e jelenség elektromos befolyástól függetlenül lép fel és hogy ólomnak összeolvasztásakor kémcsőben ólomchloriddal ugyancsak fellépnek ez ólmködök.

Mily módon akadályozható meg e fémködök fellépése — és ily módon a káros áramvesztés az olvasztott sók elektrolysisénél — s milyen e ködök természete és összetétele? Ezen kérdések számos kutatót foglalkoztattak. LORENZ-nek és munkatársainak sikerült az elektrolysisnél fellépő ködök szétterjedését mechanikai úton, diaphragma alkalmazásának segítségével, megakadályozni, később vegyi úton is sikerült a fémködök fellépését megakadályozni. Alkali vagy földalkalikalogének jelenléte¹ megakadályozza a fémködök stb. fellépését. Ezekkel szemben mindazon kutatások, melyek a fémködök természetének megismerését tűzték ki czélukul, mindeddig meddők maradtak. A következőkben a szerző azon kísérletekről és azoknak elméleti feldolgozásáról fog beszámolni, melyeknek legnagyobb részét LORENZ R. zürichi laboratóriumában végezte és a melyeknek eredménye a fémködök természetének tisztázása.

A fémködök előállításáról.

Fémködöket legkedvezőbben úgy állítunk elő, hogy a megfelelő fémot, pl. ólmot, kemény üvegből készült kémcsőben olvasztott ólomchlorid-réteg alatt hevítjük. Minél magasabb a hőmérséklet, annál gyorsabban lépnek fel a kémcső fenekén fekvő ólomból kiinduló fekete fémködök, melyek a söt pirosas sárgára, majd barnára, végül feketére festik. Ha a kémcsövet lassan lehűtjük, akkor az ólomchlorid színe mindig világosabb lesz és parányi finom fekete pára csapódik ki. Jóval erősebb, mint az

¹ LORENZ: Z. f. Elektrochemie 13. 582 (1907.)

előző esetben, a ködképződés cadmiumnak chlorcadmiummal való hevítésénél. A ködmegfestette cadmiumchlorid viselkedése megfelel az ólomchloridénak, itt azonban sikerül már szabad szemmel is kis fémcadmium-gömböcskéket észlelni a megszilárdult sóban.

A fémködök előállítása úgy is sikerül, ha kevés redukáló anyagot helyezünk az olvasztott sóhoz, pl. cyankálit az ólomchloridhoz. Egy közelebbiről nem ismert, de kézenfekvő reductiósi reactio ólmot szabadít fel, mely igen gyorsan megoszlik a sóban ködök alakjában. Valamint a redukáló cyankáli ólomködöket létesít, úgy az oxydáló ólomperoxyd, valamint egyéb peroxydok is az ólomködöket felemésztik, sőt a levegő oxigénje is rendelkezik ezen tulajdonsággal, mely az ólomchlorid elektrolysisénél is érvényesül, és bár nem olyan nagy mértékben, mint a pozitív póluson kivált chlor, mégis kedvezőtlenül befolyásolja az áramkihasználást.

Az ólomködök eltávolításának harmadik és leghathatósabb módja alkali- vagy földalkalisóknak hozzáadása az ólomchloridhoz. Az ólomködök pillanatnyilag kiesnek, ha pl. kaliumchloridot helyezünk az ólomchloridhoz.

Ez utóbbi jelenség megerősíteni látszott LORENZ¹ véleményét, ki kolloidális oldatoknak vélte a fémködöket. Míg azonban szilárd állapotban sikerül a ködtartalmú sókban fémrészecskéket kimutatni, addig olvasztott állapotban ezek teljesen homogének. A TYNDALL-jelenség fellépését, az áteső fény diffus reflexióját, melyet a kolloidális oldatok oly feltűnően mutatnak, sem AUERBACH-nak,² ki behatóan vizsgálta az ólom- és cadmiumködök optikai tulajdonságait, sem a szerzőnek, ki e vizsgálatot megismételte, nem sikerült kimutatnia.

Az a jelenség, mely a fémködök természetének megismerését lehetővé tette, az alkali- és földalkali-sók már említett tulajdonsága, hogy jelenlétük a fémködök fellépését megakadályozza. Ha az ólomködök nem kolloidális oldatok, nem is fémeknek az oldatai, de komplex vegyületek, melyek ólomból és ólomchloridból

¹ LORENZ l. c.

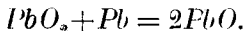
² AUERBACH: Z. f. anorg. Chem.

épülnek fel és melyeket mellékvegyértékek kötnek össze, akkor a kaliumchlorid ködfosztó tulajdonságait annak köszönheti, hogy ez az ólomchlorid mellékvegyértékeit igénybe veszi és így elveszi annak a lehetőségét, hogy az ólom az ólomchloriddal egyesülve, ködöt képezzen. Hogy a kaliumchlorid és az ólomchlorid komplex vegyületeket képeznek olvasztott állapotban, azt LORENZ és RUCKSTUHL¹ mutatta ki; ha tehát gondolatmenetünk helyes, a köd-képződésnek akkor kell teljesen megszűnnie, ha az ólomchloridhoz hozzáadott kaliumchlorid éppen a $KCl (PbCl_2)_2$ vegyület chlorkalium-tartalmának felel meg, melynek létezését LORENZ és RUCKSTUHL hőanalysis segítségével állapította meg. Viszont, ha ez utóbbit sikerül kimutatni, akkor ez eredeti feltevésünk helyességét bizonyítja, mely szerint az ólomködök kémiai erők segítségével létesülnek és komplex $(Pb)_n PbCl_2$ összetételű vegyületekből állanak.

A munka főfeladata fejtegetésünknek megfelelőleg az ólomchlorid-kaliumchlorid-keverék ólomköd-töménységének meghatározása, mint a keverék összetételének a függvénye.

Az ólomködök töménységének meghatározása.

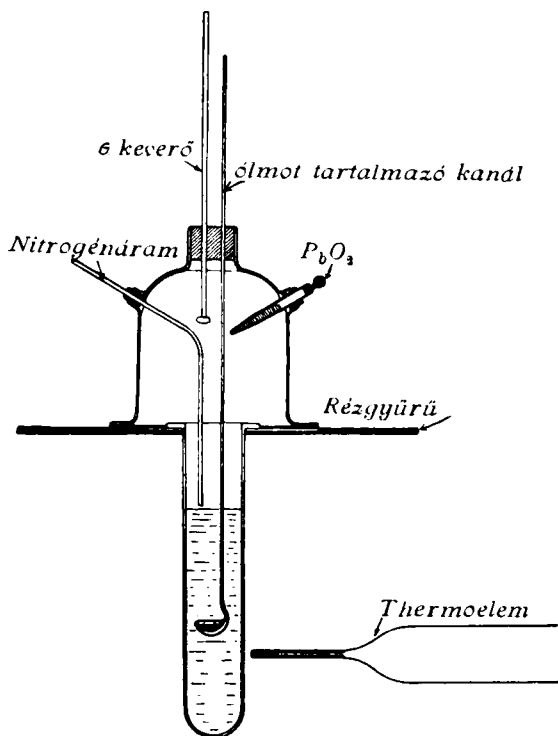
Az ólom oldhatósága olvasztott ólomchloridban igen parányi, a rendes analytikai módszerek az alig $\frac{1}{1000}$ %-nyi ólomtartalom kvantitatív meghatározásánál felmondják a szolgálatot. Sikerült azonban az e célra kidolgozott új módszerrel, az olvasztott rendszer titrálása révén, az ólomchloridnak $\frac{1}{100000}$ %-nyi ólomköd-tartalmát még könnyen és biztosan meghatározni. Ez eljárás azon elven alapszik, hogy az ólomperoxyd az ólomködöket pillanatnyilag ólomoxyddá oxydálja, mely oxydatio hirtelen színváltozással jár, a sötétbarna, előbb ólomköd tartalmú ólomchlorid sárga színt vesz fel, mihelyest az ólomködöket eltávolítottuk. A reactio a következő egyenletnek megfelelőleg történik



A keletkezett parányi ólomoxyd az ólomchlorid színét nem befo-

¹ LORENZ und RUCKSTUHL: Z. f. anorg. Chem.

lyásolja, a só színváltozása igen éles, az eljárás ennél fogva igen érzékeny. Érzékenységének növelésére nem tiszta ólomperoxydot használtunk, hanem ennek keverékét ólomchloriddal 1 : 100 vagy 1 : 1000 viszonyban, egy «normálkeveréket», mely megfelel a vizes oldatok titrálásánál használt normaloldat-



1. ábra.

nak. Kísérleti berendezésünk a következő volt: A hőmérsékletet, mely 500° és 800° fok között váltakozott, elektromos kemencében állítottuk elő. Az e célra épített kemence¹ négy, porcelláncsövből összeállított keresztből áll. Mind a négy csövet

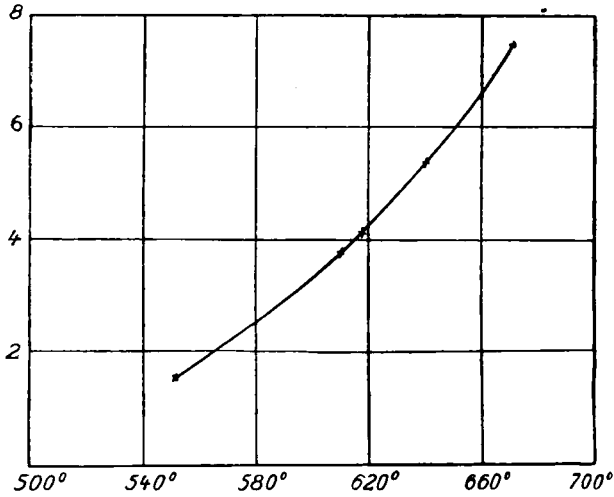
¹ Erről a kemencéről bővebbet HEVESY és LORENZ munkája («Über das kapillar-elektrische Phänomen im Schmelzfluss» Z. phys. Chem.) tartalmaz.

külön-külön 10, illetve 12 mm hosszú és 1 mm átmérőjű nickel-dróttal vontuk be, vastag aszbeszt-réteggel vettük körül és porrá zúzott magnézittal megtöltött tágas öndobozba helyeztük, mely megfelelő nyílásokkal rendelkezett és felül teljesen nyitva volt. A tágasabb csőbe helyeztük a tágas kémcsövet, a keskenyebb csövön keresztül AUER-égő sugarai hatoltak át, melyek a kémcsövön áthatolva a megfigyelőt érték. Hogy a kémcsőben lévő só hőmérséklete 5° -on belül állandó legyen, mind a négy csövet más-más erősségű árammal kellett fűteni. A hőmérsékletet nikkelből és ezüsből összeállított thermo-elem¹ mérte, mely egy SIEMENS-féle millivoltmérővel állott összeköttetésben.

A kémcső átmérője 4.5 cm, hosszúsága 25 cm volt és körülbelül 500 gr ólomchloridot tartalmazott; aszbeszttel bélelt sárgarézgyűrű akadályozta meg, hogy a tágas csövet elhagyhassa. A beolvasztott és gondosan szárított ólomchloridot ólommal úgy telítettük, hogy a kémcsőbe ólomtartalmú üvegkanalat helyeztünk (lásd az 1. ábrát) és azt csak azután távolítottuk el, miután kísérletek útján meggyőződünk volt, hogy a telítés beállott. Ez gyakran csak több órán át tartó erélyes keverés után állott be; keverőtül porcellancső szolgált, melyet elektromotor forgatott nagy sebességgel.

Az ólommal ilyképen telített ólomchlorid ólomtartalma idővel csökkent mindaddig, míg a levegő kizárásáról, mely e szerint szintén oxydálja az ólomkődöket, nem gondoskodtunk. A további kísérleteket ezért gondosan megtisztított és szárított nitrogénáramban végeztük és e célra készülékünket a következőképen alakítottuk át: A már említett sárgarézgyűrűre üvegsapkát helyeztünk és azt aszbeszt és üveg keverékével erősítettük meg. Az üvegsapkán keresztül haladt az egyik oldalon egy beolvasztott üvegcső, mely a só felületéig ért és a nitrogénáram átvezetésére szolgált, a másik oldalon mérőüvegecske, mely a «normál» ólomperoxyd-ólmchlorid-keveréket tartalmazta. A sapka közepén elhelyezett dugón át üvegrúd haladt, mely a már említett ólomot tartalmazó kanalat hordotta és a melyet a telítés beállta után kihúztunk az olvasztott sóból.

¹ HEVESY und WOLFF: Phys. Z. 9. 1910 241.



2. ábra. Az ólom oldhatósága ólomchloridban.

Először különböző hőmérsékleteken határoztuk meg az ólom oldhatóságát ólomchloridban. Mint az I. tábla és a 2. ábra mutatja, az oldhatóság a hőmérséklettel növekszik.

1. tábla.

T .	0_{-10000}
550°	1·54%
610°	3·74%
615°	4·10%
670°	7·46%

T = hőmérséklet.

0 = oldhatóság.

A fenti számokat öt kísérlet középértéke szolgáltatja, így pl. 610°-on az öt kísérlet a következő számokat szolgáltatja:

- 0·2179 gr
- 0·1990 „
- 0·2123 „
- 0·2215 „
- 0·2290 „

melyeknek középértéke 0·2159 gr.

Ennyi gr 1% ólomperoxydot tartalmazó $PbCl_2$ — PbO_2 keveréket igényelt 500 gr ólommal telített ólomchlorid titrálása, a mi $\frac{3.74}{10000}$ %-nyi oldhatóságnak felel meg.

Feltűnő az oldhatóság ily parányi foka és hogy a fémködők jelenségét már ily kis fémmennyiségek is előidézik. Hogy az ólomködők oly kis töménységük daczára is oly kedvezőtlenül befolyásolják az ólomchlorid elektrolysisét, ennek magyarázata abban rejlik, hogy az áramvesztésre nézve nem a feloldott és így számunkra elveszett ólom töménysége mérvadó, hanem a *sebesség*, melylyel a pozitív pólus chlorja felemésztí az ólomködöt és így újabb ólom gyors feloldását teszi lehetővé. A feloldás sebessége azonban, mint a fenti kísérletekben tapasztaltuk, még sokkal erősebben megnövekszik a hőmérséklettel, mint az oldhatóság. 700° -on már néhány perc alatt telíthetjük ólomködökkel az ólomchloridot. Ez a magyarázata a kedvezőtlen eredménynek, melyet a magas hőmérsékleten végzett ólomchlorid-elektrolysis szolgáltat.

Az ólom oldhatósága ólomchlorid és kaliumchlorid keverékeiben.

Ugyanazon módszer, mely az ólom oldhatóságának meghatározására szolgált ólomchloridban, nyert alkalmazást az ólom oldhatóságának meghatározásánál $PbCl_2$ — KCl keverékekben. E titrálások eredményét, melyeket WOLFF E. és a szerző együtt végzett, a második táblázat, illetve a harmadik ábra szolgáltatja. Mint ezekből látható, az ólom oldhatósága a só chlorkalium-tartalmának növekedésével majdnem lineárisan fogy és igen megközelítőleg azon a ponton szűnik meg, mely megfelel a LORENZ és RUCKSTUHL ¹ diagrammja szerint fellépő $(PbCl_2)_2$. KCl vegyületnek.

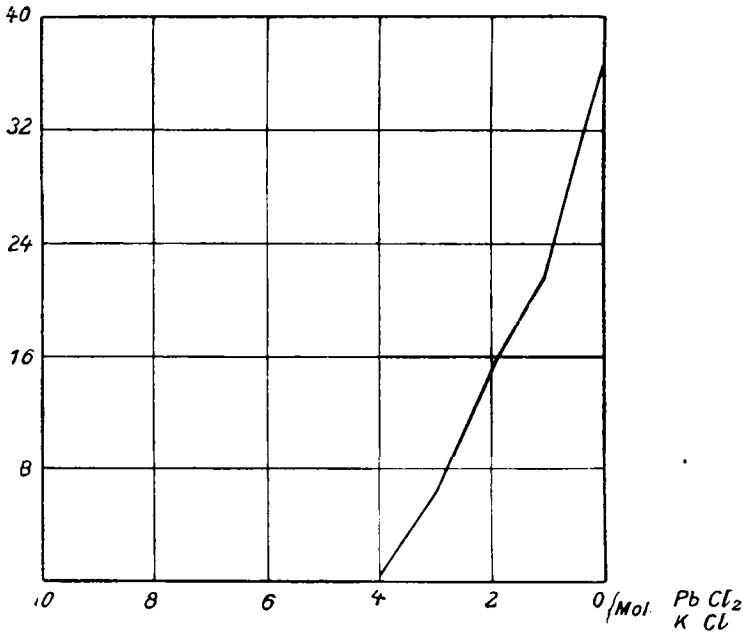
¹ LORENZ und RUCKSTUHL: Z. f. anorg. Chem. 51. 75 (1906).

2. tábla.

Mol. $PbCl_2$	Mol. KCl	O_{10000}
10	0	3·74%
9	1	2·27%
8	2	1·51%
7	3	0·64%
6	4	0·06%

$T = 610^\circ$

Noha a $(PbCl_2)_2 \cdot KCl$ összetételű keverékben az ólom oldhatósága alig $\frac{3}{100000}$ %-nyira rúg, felette érzékeny módszerünk



3. ábra. Az ólom oldhatósága ólomchlorid és kaliumchlorid keverékében 610° -on.

még további KCl hozzáadásánál is felmutat — bárcsak csekély határok között — oldási csökenést. Noha eredeti álláspontunk helyessége — az oldhatóság megközelítőleg teljes megszünése a $(PbCl_2)_2 \cdot KCl$ vegyületnek megfelelő sóösszetételnél — már a

fenti számokból is látható, érdekes a még fennálló látszólagos ellentmondás okait kutatni, melyeket a következőkben részletesen tárgyalunk.

A KCl — $PbCl_2$ keverékek lehülési diagrammja ¹ három vegyület létezését mutatja, melyet kaliumchlorid ólomchloriddal alkot, $(PbCl_2)_2 \cdot KCl$, $PbCl_2 \cdot 2KCl$ és $PbCl_2 \cdot 3KCl$. Ha ólomchloridhoz mind több és több kaliumchloridot helyezünk, milyen alakban fogja ezt az ólomchlorid lekötni? Mint $(PbCl_2)_2 \cdot KCl$ -ot vagy $PbCl_2 \cdot 2KCl$ -ot, stb.?

Ehhez hasonló az a kérdés, hogy jódd hozzáadásánál a vizes jódkalium oldathoz J_3 komplexek keletkeznek-e, vagy pedig J_5 , J_7 stb. összetételűek, melyek szintén léteznek. A jódd-egyensúlylyal foglalkozó munkákban ² többnyire csak a J_3 komplexek tekintetbevételével találkozunk, nem úgy egy másik analog esetben, a víz és kénsavéban. Ha ugyanis a vízhez kénsavat teszünk mindaddig, míg a keverék összetétele a $H_2SO_4 \cdot H_2O$ vegyületnek felel meg, akkor tényleg kb. 90% H_2O köt le 1 H_2SO_4 molekulát, míg a többi 10% már 2 H_2SO_4 -et vesz igénybe. Ezt JONES-nak ³ sikerült kimutatnia az által, hogy az ecetsav fagyponcsökkenését vizsgálta először víz, azután víz és kénsav behatása alatt. A mi fenti esetünkben is, bár kis mértékben csupán — különösen mert a második és harmadik vegyület, melyet a $PbCl_2$ KCl -dal alkot, mint LORENZ és RUCKSTUHL diagrammja mutatja, olvasztott állapotban nagy mértékben szétesik —, fel fog lépni a $PbCl_2 \cdot 2 KCl$ vegyület is. E szerint az ólomchlorid egy része több mint $\frac{1}{2}$ KCl -t köt le, miért is valamivel több kaliumchloridot kell az ólomchloridhoz helyezni, hogy a ködképződés teljesen megszűnjék, mint amennyi a $(PbCl_2)_2 \cdot KCl$ összetételnek megfelel.

A fémködők analogonjai vizes oldatokban.

A fémködők alkali sók okozta kiejtéséhez hasonló esetet a vizes oldatok kémiájának körében is találunk. A mercuró-sók ⁴

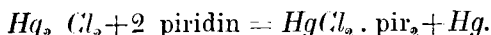
¹ U. o.

² Lásd pl. FEDOLIEFF: Z. f. anorg. Chem. 69 22 (1910).

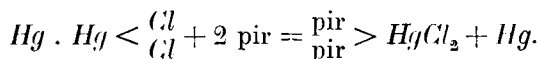
³ JONES: Z. f. phys. Chem. 13 419 (1884).

⁴ «Mercuró» a régi terminologia szerint; a WERNER ajánlotta újabb terminologia a Hg^{++} -t nevezi mercuronak.

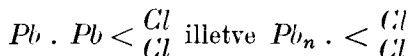
vizes oldatai ugyanis ha pyridint, phenolt vagy analint adunk hozzájuk, mercuri-sót és fémhiganyt szolgáltatnak a következő képlet szerint :



Ez utóbbi reakcióra hivatkozik főleg WERNER,¹ midőn a mercurio-sót mint a higany additívóját tekinti a megfelelő mercuri-sóhoz, mely a következő képlet szerint reagál :



Hogy a piridin stb. kiejtő képessége korlátolt és ha az oldat elég mercuri-sót tartalmaz, a mercurio-só szétbontatlanul oldódik fel, FRANCOIS-nak² sikerült kimutatnia. Ezen analogia szerint az ólomkődöket is



typusú rendszernek kell tekintenünk.

A fémködök természetéről alkotott nézetünk helyességének harmadik támpontja a fémködök analogiája a jódnak oldatával jódkáliumban.

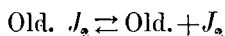
Tiszta jódkálium beolvasztásakor ez barna színt ölt, akár csak az ólomkődök megfestette ólomchlorid. A só barna színét parányi jód okozza, a mely dissociatio révén keletkezett. Jód-kődöket parányi jód hozzáadásával éppen úgy létesíthetünk jódkáliumban, mint ólomkődöket ólomchloridban, az utóbbikat peroxyddal, az előbbieket cyanálival távolíthatjuk el. E polaritás legegyszerűbb magyarázatát az szolgáltatja, hogy az első esetben komplex kationnal, a másodikban komplex anionnal van dolgunk.

Az olvasztott sók és vizes oldatok tulajdonságai sok tekintetben azonosak, nagy valószínűséggel feltételezhetjük tehát, hogy a barna, jódkáliumot és jódot tartalmazó sóban a jód

¹ WERNER : Z. f. anorg. Chem. 15 5. (1891).

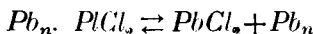
² FRANCOIS : C. R. 121. 253.

hasonló állapotban van meg, mint a vizes jódkálium-oldatban. A vizes J , KJ oldatokról, valamint minden egyéb jóddatról sikerült kimutatni,¹ hogy additív termékei a jódnak és a megfelelő oldószernek, melyek többé-kevésbé oldószerre és jóddá esnek szét



egyenlet szerint.

A fémködők hasonlósága a jód-oldatokkal arra az eredményre vezet, hogy az előbbieket összetétele is a



rendszernek felel meg.

Hogy e rendszer tényleg disszociált és hogy disszociációjának csökkenő hőmérséklettel növekszik, arra abból is következtethetünk, hogy olvasztott állapotban rendszerünk homogén, míg megszilárdult állapotban, mint azt a cadmiumnál tapasztalni, fémgömböcskéket tartalmaz. ATEN-nak² sikerült legújabb hőanalízis segítségével kimutatnia, hogy chlorcadmiumból és cadmiumból álló rendszer lehűlésekor nem válik ki ugyan stabilis $CdCl$, de ez igen valószínűleg jelen van az olvasztott sóban és ennek megszilárdulásakor esik szét.

ATEN az elektromosság vezetését vizsgálta olvasztott bismut és bismutchlorid, illetve cadmium és cadmiumchlorid keverékében. Kísérleteinek eredményei csak úgy magyarázhatók, hogy vagy bizonyos fokig fémvezetőképességgel rendelkezik a «cadmium» tartalmú cadmiumchlorid, vagy — a mi szerinte valószínűbb — a feloldott cadmium mint complex kation van jelen.

ATEN kísérletei is teljesen igazolják a fémködők természetéről kifejtett nézetünk helyességét, mely szerint ez utóbbiak vegyi erők közreműködésével «a mellék vegyértékek» érvényesülése révén jönnek létre és hogy a fém mint complex kation, illetve mint ennek szétesési terméke van jelen az olvasztott sóban.

¹ Lásd pl. WAENTIG: Z. f. phys. Chem. 68. 514. (1909).

² ATEN: Z. f. phys. Chem. 73. 595. (1910).

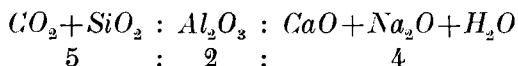
A DITRÓI CANCRINIT.¹

MAURITZ BÉLÁ-tól.

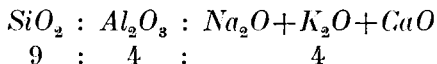
A ditrói eleolitszienit cancrinit ásványával eddig két szerző foglalkozott kissé részletesebben. Az egyik TSCHERMAK² volt, a ki a Ditró-patak völgyéből származó diónagyságú sárgaszínű cancriniteket meg is elemezte a következő eredményvel:

<i>SiO₂</i>	37·20 %
<i>Al₂O₃</i>	30·30 «
<i>Fe₂O₃</i>	nyomok
<i>CaO</i>	5·10 «
<i>K₂O+Na₂O</i>	17·40 «
<i>CO₂</i>	5·20 «
<i>H₂O</i>	4·00 «
összeg	99·20 %

Ezekből az elemzési adatokból TSCHERMAK a következő arányokat vezette le:



Ha pedig a karbonátokat és vizet levonjuk a cancrinit összetételéből, akkor a következő arányokat kapjuk:



A másik szerző, a ki behatóbban foglalkozott a ditrói

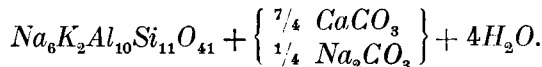
¹ A budapesti egyetem ásvány-kőzettani és a József-műegyetem ásvány-földtani intézetében készült dolgozat.

² Sitzungsberichte d. Akademie Wien, Mat.-Nat. Klasse. 1861. II. 134.

cancrinnal, KOCH ANTAL¹ volt. KOCH megemlíti, hogy a tőle megvizsgált cancrinit «barnás porszerű zárványoktól kissé színezett, a mely zárványok hálózatosan vannak elrendezve». A zárványok egy része szerinte átalakulási vagy mállási termény, t. i. csillámpikkelykékből áll, másik része pedig «légtömlők és légbuborékokból», folyadékzárványokból. A cancrinit rózsaszíne szerinte «egyenletesen látszik eloszolva», festő vascsillámpikkelykének vagy foltoknak nyoma sincsen. KOCH meg is elemezte a ditrói cancrinitot, a melyben lángkiserlet útján sok kaliumot vélt felismerni. Elemzése következő:

SiO ₂ ...	38.58 %
Al ₂ O ₃ ...	28.72 «
CaO...	5.24 «
Na ₂ O...	12.22 «
K ₂ O...	5.23 «
CO ₂ }	8.78 «
H ₂ O }	8.78 «
	99.77 %

Ebből az elemzésből a következő összetételt számította ki:



Az 1910. év nyarán hosszabb időt töltve a ditrói szienit-massivum területén, sikerült a cancrinit mindkét válfajából, t. i. a sárgából és rózsaszínből bővebben gyűjtenem.

A rózsaszínű cancrinit, a melyet a ditrói Szabó-patak völgyében feltárt kis kőfejtőből (a Köves-patak torkolatánál) gyűjtöttem, e helyen pegmatitos tellérekben található, szodalit, nefelin és földpát-elegyrészek társaságában. A cancrinit-egyének több cm átmérőjűek, teljesen tiszták és zárványoktól mentesek; csak elvétve található bennük néhány automorf magnetitoktaéder, a melyeket nagyító segítségével könnyű belőlük eltávolítani. A vékony csiszolatban csak nagyon szórványosan láthatni bennük

¹ M. T. Akadémia. Értekezések a természettudományok köréből. IX. kötet, 2. szám.

idegen beszűrődött anyagokat, a melyek a hasadási vonalak mentén helyezkednek el. A rózsaszín színeződés teljesen homogén, vascillámpikkelykének nyoma sincsen. Ezt a körülményt különösen ki kell emelnem, mert a többi rózsaszínű cancrinit-előfordulásnál a színeződést e vascillámpikkelykének tulajdonítják. A hatszögű prizma szerint való hasadás kitünő, a bázis



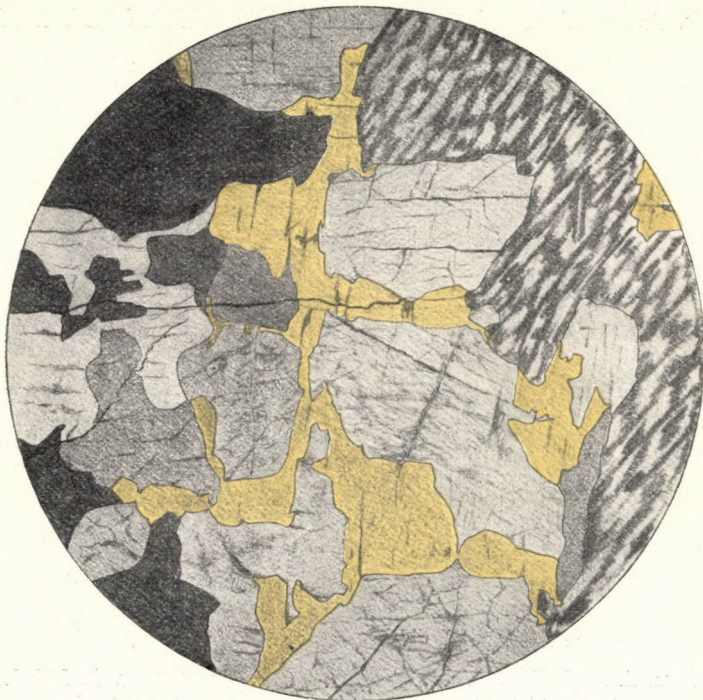
c = cancrinit, *n* = nephelin, *m* = mikrolin.

1. ábra. A nephelin és cancrinit határán (a rajz közepén és délkeleti részén) látható a két ásvány fogazott egybenövése.

szerint való hasadás néhol kivehető. A cancrinitegyének xenomorfok és a többi elegyrész között való űrt teljesen kitöltik.

A nagyító segítségével elkülönített friss, tiszta rózsaszínű anyagból nagy gondgal készültek az elemzések. Az eljárás az ismert volt: az anyagot sósavban oldottam; az oldatot beszárítva, a kivált kovasavat leszűrtem; az oldást és a kovasav-leválasztást többször ismételtam. A leszűrt folyadékból az alumíniumot ammoniákkal választottam le, a lecsapást megismételve. A mangánt ammoniumsulfiddal különítettem el, a szüredékből a calcium kicsapása ammoniumoxaláttal történt. A kalium és natrium

meghatározása külön részletből történt. A víz- és szénsavmegállapításnál különös gondot fordítottam azokra a körülményekre, a melyekre THUGUTT¹ hívta volt fel a figyelmet. Maga a meghatározás a következő úton történt: a szénsavgáz és víz összegét



cancrinit = sárga, nephelin = szürke, mikrolin = rácsos.

2. ábra. A cancrinit és nephelin összenövése.

izzítás útján a súlyvesztéséből állapítottam meg. Az izzítás vékonyfalú platinatégelyben fehérizzáson történt az olvasztókemenczében. A víz utolsó nyomait csakis ezen a hőfokon lehet eltávolítani a cancrinitből. Ily körülmények között a cancrinit,

¹ Fehlerquellen bei der Bestimmung des Wassergehaltes der Zeolithe. Zentralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie. 1909. 677.

még abban az esetben is, ha durva por alakjában (1 mm-nyi átmérőjű darabkákban) vététt, rózsaszínű, zománcszerű anyaggá olvad. A széndioxidot közvetlenül határoztam meg nátron-mész-csővekben való elnyelés révén.

Az elemzés eredménye a következő:

SiO_2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	34·34 %
Al_2O_3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	29·62 «
CaO	---	---	---	---	---	---	---	---	---	5·23 «
MnO	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0·29 «
Na_2O	---	---	---	---	---	---	---	---	---	19·83 «
K_2O	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0·35 «
CO_2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	5·59 «
H_2O	---	---	---	---	---	---	---	---	---	5·16 «
										<hr/> 100·41 %

Ellenőrző meghatározásokat végeztem a következő eredménnyel: $SiO_2 = 34·44\%$; $Al_2O_3 = 29·68\%$; $CO_2 = 5·56\%$ és $5·62\%$; $H_2O = 5·23\%$.

A karbonátokat és vizet leszámítva, a következő arányszámokat kapjuk ($Al_2O_3 = 1$):

$$SiO_2 : Al_2O_3 = 1·96,$$

$$R_2O : Al_2O_3 = 1·00.$$

Vasat épen csak nyomokban lehet találni, feltűnő a MnO jelenléte, a melyet már más cancrinit-előfordulásoknál is észleltek (l. az elemzéseket). Valószínűnek tartom, hogy ez a mangán idézi elő a ditrói cancrinit rózsaszínét.

Összehasonlítva ezt az elemzést a többi eddig ismert cancrinit-elemzéssel, a következő eltérések tűnnek szembe:

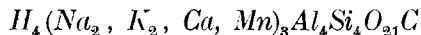
a) a kovasav mennyisége jóval kisebb, mint az eddig ismert elemzésekben, kivéve az első számú LEMBERG-féle miaski cancrinit-elemzést;

b) a víz mennyisége több, mint az ismert megbízhatóbb elemzésekben található volt. A többi elemzési adat meglehetősen megegyező.

	Lelőhely	Elemző	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	CO ₂	H ₂ O	Összeg	SiO ₂ (Al ₂ O ₃ =1)	R ₂ O (Al ₂ O ₃ =1)		
1	Miask	LEMBERG	34·87	30·12	0·30	7·03	18·48		5·29	3·91	100·00	1·96	1·03	—	Zeitschr. d. deut. Geol. Ges 1876. 550.
2	"	PUZYREWSKI	35·71	29·58	—	5·56	18·78	—	5·56	3·76	99·27	2·04	0·95	0·32 SO ₃	Kokshearow: Mat. Min. Russl. III. 77.
3	"	STRUVE	35·50	28·16	—	6·16	20·20	nyom	5·83	3·80	99·65	2·13	1·10	—	" " " " II. 77.
4	"	PUZYREWSKI	36·21	29·56	0·19	5·81	18·27	—	5·54	3·64	99·22	2·07	0·94	—	" " " " III. 76.
5	"	G. ROSE	40·26	28·24	nyom	6·34	17·66	0·82	6·38	—	99·70	2·41	0·95	Cl nyom	Pogg. Ann. 1839. XXXVII. 779.
6	"	"	40·59	28·29	"	7·06	17·38	0·57	6·38	—	100·27	—	—	Cl "	" " " " 1839. XXXVII. 779.
7	"	ZAMBONINI	36·25	29·95	"	6·04	18·04	0·20	6·42	3·50	100·40	2·05	0·86	—	Accad. Napoli. 1908. 127.
8	"	RAUFF	37·16	28·32	0·51	6·82	17·54	0·23	6·12	4·07	100·77	2·22	0·96	—	Groth's Zeitsch. II. 459.
9	"	"	37·40	28·08	0·37	7·09	17·96	0·16	6·20	3·99	101·25	2·25	1·00	—	" " " " II. 459.
10	Litchfield	CLARKE	36·29	30·12	nyom	4·27	19·56	0·18	6·96	2·98	100·36	2·04	0·76	MnO nyom	Americ. Jour. Sc. 1886. XXXI. 263.
11	"	"	35·83	29·45	"	5·12	19·33	0·09	6·50	3·79	100·11	2·06	0·89	MnO "	" " " " 1886. XXXI. 263.
12	"	"	37·22	28·32	"	4·40	19·43	0·18	6·22	3·86	99·70	2·22	0·91	0·07 MgO	" " " " 1886. XXXI. 263.
13	"	CLARKE és STREIGER	36·19	29·24	"	4·72	19·20	0·14	6·11	4·15	99·75	2·05	0·87	—	U. S. Geol. Survey Bull. No. 207.
14	"	WHITNEY	37·20	27·59	0·27	5·26	20·46	0·55	5·92	3·28	100·53	2·28	1·09	MnO nyom	Pogg. Ann. 1847. LXX. 431.
15	"	"	37·42	27·70	0·86	3·91	20·98	0·67	5·95	2·82	100·31	2·29	1·03	MnO "	" " " " 1847. LXX. 431.
16	Mariinskaja	PUZYREWSKI	37·72	27·75	—	3·11	21·60	—	5·61	4·07	99·86	2·30	1·02	—	Kokshearow: Mat. Min. Russl. III. 77.
17	"	STRUVE	38·33	28·55	—	4·24	20·37	—	8·51	—	100·00	2·30	—	—	" " " " I. 83.
18	Särna	LINDSTRÖM	38·25	26·16	0·35	4·78	20·36	0·71	6·42	3·31	101·13	2·47	1·08	0·14 MgO 0·54 SO ₃ 0·03 P ₂ O ₅ 0·08 Cl	Geol. Fören. Förhandl. VI. 549.
19	"	THUGUTT	37·25	26·22	0·18	1·89	21·02	0·28	4·67	8·49	100·00	2·39	1·05	—	Neues Jahrb. Min. Geol. 1911. I. 25.
20	Brevig	PISANI	41·52	28·09	—	4·11	17·15	—	3·60	6·60	101·07	2·50	0·97	—	Ann. chim. phys. 1863. LXVII. 350.
21	"	LEMBERG	37·71	27·94	—	3·25	20·08	—	5·19	6·47	100·64	2·82	0·96	—	Zeitsch. d. deut. Geol. Ges. 1883. 594.
22	"	"	37·01	26·42	—	7·19	18·36	—	7·27	4·12	99·37	2·37	1·00	—	" " " " 1887. 598.
23	"	THUGUTT	35·58	28·24	0·12	6·91	18·46	0·16	6·35	4·36	100·34	1·23	1·005	0·16 mara- dék	Neues Jahrb. Min. Geol. 1911. I. 25.
24	"	"	38·52	27·16	—	3·03	20·37	0·30	5·48	5·14	100·00	—	0·98	—	" " " " 1911. I. 25.
25	"	"	37·64	26·84	—	3·39	20·71	0·20	5·68	5·46	100·00	2·37	1·02	—	" " " " 1911. I. 25.
26	"	"	39·20	27·16	0·14	2·86	18·06	0·15	3·66	8·84	100·55	2·44	0·98	MgO nyom 0·06 Ceroridok	Neues Jahrb. Min. Geol. 1911. I. 25.
27	Ditró	TSCHERMAK	37·20	30·30	nyom	5·10	17·40	—	5·20	4·00	99·20	2·07	0·85	0·42 maradék	Sitzber. Akad. Wien. 1861. II. 134.
28	"	KOCH	38·58	28·72	—	5·24	12·22	5·23	8·78	—	98·77	2·27	—	—	Akad. Ért. Term. Tud. 1879. 2. szám
29	"	MAURITZ	34·34	29·62	—	5·23	19·83	0·35	5·59	5·16	100·41	1·96	1·00	0·29 MnO	

* Az ismeretes canerinit-elemzések táblázatos átnézete.

A tölem végrehajtott elemzés adataiból a ditrói cancrinit kémiai összetételét a következő számítások alapján vezettem le és jutottam a



empirikus képletre.

	Talált súly %	Talált mole- kula%	Mole- kula ará- nyok	$H_4Mn_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4K_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Na_3Al_4Si_4O_{21}C$	Összeg	Különb- ség
SiO_2	34·34	33·60	5685	55	1243	49	4257	5604	+ 81
Al_2O_3	29·62	17·12	2898	27	621	25	2129	2802	+ 96
CaO	5·23	5·51	932	—	932	—	—	932	—
MnO	0·29	0·24	41	41	—	—	—	41	—
Na_2O	19·83	18·87	3193	—	—	—	3193	3193	—
K_2O	0·35	0·22	37	—	—	37	—	37	—
CO_2	5·59	7·51	1277	14	311	12	1064	1401	-124
H_2O	5·16	16·93	2864	27	621	25	2129	2802	+ 62
	100·41	100·00	16927	164	3728	148	12772	16812	

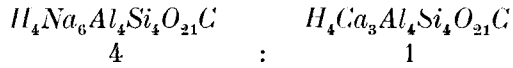
	Molekula %
$H_4Mn_3Al_4Si_4O_{21}C$ -----	0·98
$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$ -----	22·17
$H_4K_3Al_4Si_4O_{21}C$ -----	0·88
$H_4Na_3Al_4Si_4O_{21}C$ -----	75·97
	<hr/> 100·00
	23·15
	76·85
	<hr/> 100·00

	Ennek alapján súly %-ban				Molekula %-ban					
	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4K_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Mn_3Al_4Si_4O_{21}C$	Számi- tott	Talált	Kül- önb- ség	Számi- tott	Talált	Kül- önb- ség
SiO_2	25·77	7·71	0·26	0·32	34·06	34·34	+0·28	33·33	33·60	+0·27
Al_2O_3	21·80	6·53	0·22	0·27	28·82	29·62	+0·80	16·67	17·12	+0·45
Na_2O	19·87	—	—	—	19·87	19·83	-0·04	18·91	18·87	-0·04
CaO	—	5·38	—	—	5·38	5·23	-0·15	5·66	5·51	-0·15
K_2O	—	—	0·31	—	0·31	0·35	+0·04	0·20	0·22	+0·02
MnO	—	—	—	0·28	0·28	0·29	+0·01	0·23	0·24	+0·01
CO_2	4·69	1·40	0·05	0·06	6·20	5·59	-0·61	8·33	7·51	-0·82
H_2O	3·84	1·15	0·04	0·05	5·08	5·16	+0·08	16·67	16·93	+0·26
Összeg	75·97	22·17	0·88	0·98	100·00	100·41		100·00	100·00	

Az egyes molekuláknak összetétele (számított értékek) súlyszázalékokban :

	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4K_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Mn_3Al_4Si_4O_{21}C$
SiO_2	33·92	29·87	34·80	32·69
Al_2O_3	29·70	25·27	29·43	27·66
Na_2O	26·15	—	—	—
K_2O	—	34·97	—	—
CaO	—	—	24·25	—
MnO	—	—	—	28·82
CO_2	6·18	5·44	6·33	5·95
H_2O	5·05	4·45	5·19	4·88
	100·00	100·00	100·00	100·00

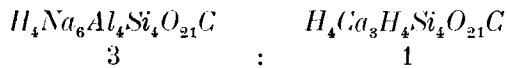
Ha a ditrói cancrinitben a molekulák aránya a következő volna :¹



akkor az összetételnek súlyszázalékban a következőnek kellene lennie :

	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	Összeg
SiO_2	27·27	6·81	34·08
Al_2O_3	23·07	5·77	28·84
Na_2O	21·03	—	21·03
CaO	—	4·75	4·75
CO_2	4·97	1·24	6·21
H_2O	4·07	1·02	5·09
	80·41	19·59	100·00

Ha pedig a molekulák aránya a következő volna :



akkor az összetétel súlypercentekben a következő lenne :

¹ E helyen eltekintünk a csekély mennyiségű K_2O és MnO -tól.

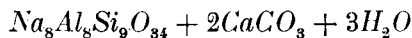
	$H_4Na_8Al_8Si_4O_{24}C$	$H_4Ca_3Al_3Si_4O_{24}C$	Összeg
SiO_2	25·60	8·53	34·13
Al_2O_3	21·66	7·22	28·88
Na_2O	19·74	—	19·74
CaO	—	5·95	5·95
CO_2	4·66	1·55	6·21
H_2O	3·82	1·27	5·09
	75·48	24·52	100·00

Miként e számításokból látható, a natrium és calcium aránya sem a 4 : 1 arálynak, sem pedig a 3 : 1 arálynak nem felel meg pontosan, hanem a kettő között áll. Úgy látszik, hogy az említett két elem egymást tetszőleges mennyiségben helyettesíti. Erre vall az a körülmény is, hogy a Ditró-patak völgyéből származó cancrinitet vizsgálva, a melyből csak kevés anyag állott rendelkezésemre, ebben a következő mennyiségeket állapíthattam meg:

SiO_2	— — — — —	34·45 %
Al_2O_3	— — — — —	30·03 "
CaO	— — — — —	4·65 "
$CO_2 + H_2O$	— — — — —	11·04 "

A ditrói cancrinitnek ilyen módon nyert képlete eltér az összes elfogadott cancrinitképletektől.

RAUFF¹ szerint a cancrinit összetétele a következő képlettel fejezhető ki:



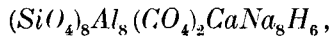
¹ RAUFF: Zeitschr. f. Kryst. u. Min. II. 456.

E képletnek megfelelő százalékos összetétel:

SiO_2	---	---	---	---	---	---	---	37·36	%
Al_2O_3	---	---	---	---	---	---	---	28·09	"
Na_2O	---	---	---	---	---	---	---	17·07	"
CaO	---	---	---	---	---	---	---	7·72	"
H_2O	---	---	---	---	---	---	---	3·71	"
CO_2	---	---	---	---	---	---	---	6·05	"
								<hr/>	
								100·00	%

A tölem felállított képlethez képest a lényeges különbség a víz- és kovasavtartalomban mutatkozik.

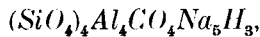
CLARKE¹ a litchfieldi cancrinitre a következő képletet állította fel:



a százalékos összetétel szerinte:

SiO_2	---	---	---	---	---	---	---	35·9	%
Al_2O_3	---	---	---	---	---	---	---	30·6	"
CaO	---	---	---	---	---	---	---	4·2	"
Na_2O	---	---	---	---	---	---	---	18·6	"
H_2O	---	---	---	---	---	---	---	4·1	"
CO_2	---	---	---	---	---	---	---	6·6	"
								<hr/>	
								100·0	%

vagy pedig ha a fenti képletben a CaO mennyiségét Na_2O -ra számítjuk át,² akkor a képlet egyszerűsíthető:



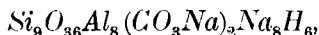
az ennek megfelelő százalékos összetétel pedig:

SiO_2	---	---	---	---	---	---	---	35·94	%
Al_2O_3	---	---	---	---	---	---	---	30·40	"
Na_2O	---	---	---	---	---	---	---	23·09	"
H_2O	---	---	---	---	---	---	---	4·02	"
CO_2	---	---	---	---	---	---	---	6·55	"
								<hr/>	
								100·00	%

¹ CLARKE: Amer. Journal of Science. 1886. 262.

² HINTZE: Handbuch der Mineralogie. II. 877.

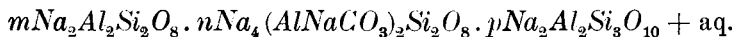
GROTH¹ szerint e képlet helyesen a következőkép hangzik:



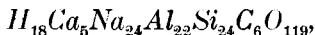
a neki megfelelő százalékos összetétel:

SiO_2	— — — — —	38·69 %
Al_2O_3	— — — — —	29·10 «
Na_2O	— — — — —	22·10 «
H_2O	— — — — —	3·85 «
CO_2	— — — — —	6·26 »
	<hr style="width: 100%;"/>	100·00 %

ZAMBONINI² szerint a canerinit három szilikátnak szilárd oldata; e három szilikát:



Legújabbán THUGUTT³ foglalkozott behatóan a canerinit kémiai összetételével. Az ő igen részletes vizsgálatai a következő képletre vezettek:



e képletnek megfelelő százalékos összetétel:

SiO_2	— — — — —	35·98 %
Al_2O_3	— — — — —	27·95 «
CaO	— — — — —	6·97 «
Na_2O	— — — — —	18·50 «
CO_2	— — — — —	6·57 «
H_2O	— — — — —	4·03 »
	<hr style="width: 100%;"/>	100·00 %

Miként e felsorolásból látszik, mindezek a képletek nem sokban térnek el egymástól. A tölem felállított képlet több vizet

¹ GROTH: Tabellarische Übersicht der Mineralien. 1898. 139.

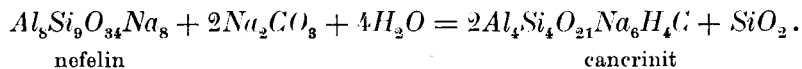
² ZAMBONINI: Atti d. R. Accad. d. Scienze fis. e mat. di Napoli. 1908. 117.

³ THUGUTT: Zur Chemie einiger Alumosilicate. Neues Jahrb. f. Min. Geol. Pal. Beilage — Bd. IX. 554. — Zur Chemie des Cancrinit. Neues Jahrb. f. Min. Geol. Pal. 1911. I. 25.

és kevesebb kovasavat követel, mint a többi képlet, de a többi elegyrészre nézve nincsen valami lényegesebb eltérés.

Már most előttünk a kérdés, hogy honnan származik ez az eltérés a különféle származású cancrinitek százalékos összetételében.

Eltékvintve azoktól az elemzésektől, a melyek nagy mértékben különböznek a ditrói cancrinit kémiai összetételétől és a melyek nagyon inhomogén anyagból készültek, a többi elemzésnél az eltérés okát a cancrinit keletkezésében kell keresnünk. A legtöbb esetben kétségtelen, hogy a cancrinit az eleolitszienitben nem primær, hanem secundær ásvány. Kétségtelenül bebizonyosodott körülménynek kell tekintenünk ezt a ditrói eleolitszienitben. A mellékelt rajzok vannak hivatva bemutatni ezt az átalakulást. Világosan kivehető a rajzokból, hogy a cancrinit a nefelin rovására keletkezik. A nefelinek a ditrói eleolitszienitben általában meglehetősen automorfok, rövid hatszöges prizmák kombinálva a bázissal. A vékony csiszolatban átmetszetük hatszög vagy téglalak; az újonnan keletkezett cancrinit vagy koszorúalakban öleli körül a legömbölyödött nefelinkristályokat, vagy pedig a szita módjára átlukasztott nefelinkristályok üregei teljesen ki vannak töltve cancrinit-nyaggal. A cancrinit a nefelinhez képest gyakran orientált összenövést is mutat. A nefelinnek cancrinitté való átalakulása a már kikristályosodott közetben történik, valószínűleg szénsavas natrium (és szénsavas calcium) és víz hatása alatt a pneumatolitos időszakban. Az átalakulást schematikusan a következő egyenlet tünteti fel:



A folyamat alkalmával kovasav válik szabaddá. Talán ez a kovasav nem távolodik teljesen el az újonnan keletkezett cancrinitből és ez idézi elő az esetek túlnyomó részében a felesleget.

Végül ki kell még emelnem, hogy a cancrinit a ditrói eleolitszienitben rendkívül elterjedt elegyrész. Megtalálhatjuk őt nemcsak magában az eleolitszienitben, hanem az eleolitszienitet

kísérő tinguaites tellérközetekben is. Erről majd a ditrói közeteket tárgyaló monografiámban behatóan lesz szó.

Fel kell még végül említenem azt is, hogy a ditrói eleolit-szenitben a nefelin az atmoszferiliák hatása alatt szericitszerű halmazzá málík el. A két folyamat, t. i. a nefelinnek cancrinitté való átalakulása és a nefelinnek szericitté való elmálása két egymástól teljesen független folyamat.

Legújabbán THUGUTT mikrokémiai módszereket is dolgozott ki annak eldöntésére, hogy a cancrinit nefelinből vagy pedig szodalitból keletkezett-e. THUGUTT-tal a cancrinit kérdésben többször levelet váltottam és neki a ditrói cancrinitből mikrokémiai próbákra anyagot is küldtem. Szerinte a nefelinből keletkezett cancrinitet jellemzi a vastartalom, a mely a cancrinitben vascsillámpikkelykék alakjában van jelen. A ditrói cancrinitben ezek a vascsillámpikkelykék teljesen hiányzanak, holott vizsgálataim alapján kétségtelen, hogy a ditrói cancrinit nefelinből keletkezett. THUGUTT szerint másrészt a mikrokémiai reakciók is arra vallanak, hogy a ditrói cancrinit szodalitból keletkezett. A ditrói előfordulás THUGUTT mindkét állításának ellentmond, a mennyiben *a*) a vas hiánya nem bizonyíték a mellett, hogy a cancrinit szodalitból keletkezett és *b*) a THUGUTT-féle mikrokémiai reakciók nem feltétlen érvényűek.

Irodalom.

CLARKE: The Minerals of Litchfield, Maine. American Journal of Science. 1886. XXXI. 262.

CLARKE-STEIGER: The action of ammoniumchlorid upon silicates. U. S. Geological Survey. Bulletin No. 207. 1902. 41. (Zeitschr. f. Kryst. u. Mineralogie. XXXVIII. 696. 1904.)

KOKSCHAROW: Materialien zur Mineralogie Russlands.

a) Cancrinit. I. 78.

b) Erster Anhang zum Cancrinit. I. 81.

c) Zweiter Anhang zum Cancrinit. II. 77.

d) Dritter Anhang zum Cancrinit. III. 76.

LINDSTRÖM: Analys af cancrinit från Siksjöberget i Särna. Geol. Fören. Förhandl. VI. 549.

KOCH: A ditrói syenit-tömsz közzetani és hegyszerkezeti viszonyairól. M. T. Akadémia. Értekezések a természettudományok köréből. IX. k. 2. szám. 1879.

LEMBERG: Über Silikatumwandlungen. Zeitschr. d. d. Geol. Gesellschaft. 1876. XXVIII. 519.

LEMBERG: Zur Kenntniss der Bildung und Umwandlung von Silikaten. Zeitschr. d. d. Geol. Gesellschaft. 1883. XXXV. 594.

LEMBERG: Zur Kenntniss der Bildung und Umbildung von Silikaten. Zeitschr. d. d. Geol. Gesellschaft. 1887. XXXIX. 598.

RAUFF: Über die chemische Zusammensetzung des Nephelins, Cancrinites und Mikrosommites. Zeitschrift für Kryst. u. Mineralogie. II. 456.

G. ROSE: Über die mineralogische und chemische Beschaffenheit des Ilmgebirges. Poggendorf Annalen. 1839. XXXVII. 379.

SAEMANN et PISANI: Sur la cancrinite et la bergmannite de Barkevig en Norvège. Annales de chimie et de physique. 1863. II. serie. Tome LXVII. 350.

TSCHERMAK: Untersuchung des Cancrinites von Ditró in Siebenbürgen. Sitzungsberichte der Akademie. Math. Naturwiss. Klasse. Wien. 1861. XXXIV. II. rész. 134.

WHITNEY: Chemische Untersuchung einiger Silikate, die Kohlensäure, Chlor und Schwefelsäure enthalten. Poggendorf Annalen. 1847. LXX. 431.

THUGUTT: Zur Chemie einiger Alumosilicate. Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie. Beilage-Band IX. 554.

THUGUTT: Zur Chemie des Cancrinites. Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie. 1911. I. 25.

ZAMBONINI: Contributo allo studio dei silicati idriati. Atti d. R. Acad. d. Scienze fis. e mat. di Napoli. XIV. (2a). No. 1. 1908. 117.

(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1912. január 22.-én tartott üléséből.)

NÉHAI HOFMANN KÁROLY: A MECSEKHEGYSÉG KÖZÉPSŐ NEOKOM RÉTEGEINEK KAGYLÓI.

Sajtó alá rendezte és kiegészítette: VADÁSZ M. ELEMÉR.

Néhai HOFMANN KÁROLY dr.-t, a földtani intézet jeles főgeologusát, a Magyar Tudományos Akadémia 1871-ben levelező taggá választotta. A kitünő tudós e megtiszteltetésnek eleget teendő, hozzáfogott székfoglaló-értekezésének elkészítéséhez. Tárgyául az épen akkor folyamatban levő mecsekhegységi fölvételi munkálatainak egyik legfontosabb eredményét, az általa kimutatott krétaképződmények őslénytani és földtani viszonyainak megismertetését választotta. Sajnos, hogy bámulatos alapossággal és szinte túlhajtott pontossággal készített munkáját sokoldalú elfoglaltsága miatt nem fejezhette be s 1891 februárjában bekövetkezett korai halála után a tervezett munkának csak töredéke maradt vissza kész kéziratban.

Midőn 1909-ben a magyar királyi földtani intézet igazgatósága engemet a Mecsekhegység újrabejárásával és monografikus földtani földolgozásával bízott meg, munkálatomnak kezdetén a kegyelet adóját óhajtottam leróni HOFMANN KÁROLY-lyal szemben, a ki a hegység első fölvételének fárasztó munkáját végezte s akinek néhány kisebb jelentéssel kívül nem adatott meg, hogy munkájának gyümölcsét élvezhesse.

A hátrahagyott kézirat-töredék a mecseki középső-neokom rétegek faunájának legbecsesebb részével, a kagylókkal foglalkozik. A székfoglalóul szánt munkát — a mennyire a kézirat széljegyzeteiből következtetni lehet — két részben tervezte HOFMANN, még pedig földtani és őslénytani részzsel. Ebből azonban csak az őslénytani készült el részben, a földtani részből

azonban, melyben bizonyára a hegység fölépítésére vonatkozó becses megfigyeléseket adta volna, semmisem maradt vissza. Az egész munka, úgy a mint azt HOFMANN tervezte, méltó székfoglaló lett volna úgy az Akadémia, mint HOFMANN jeles egyénisége szempontjából. Ha abban az időben elkészül, ma az alsó-kréta irodalomnak úgy földtani, mint őslénytani szempontból alapvető munkája lehetett volna. Az azóta tetemesen fől szaporodott irodalom daczára azonban ma is még nagyon sok új és becses adattal járul az alsó-kréta parti jellegű üledékeinek ismeretéhez.

A HOFMANN által először kimutatott s őz irodalomba csak most kerülő középső neokom rétegek a Mecsekhegység keleti részében találhatóak. A hegység fölépítésében nagy szerepet vivő augitporfiritek tufái és breccias-konglomerátumos rétegei alakjában lépnek föl. Az ezekből HOFMANN által gyűjtött kőületek tehát a Mecsekhegység földtani megismerésére annál is inkább fontosak voltak, mivel az említett kitéréses kőzetek s a kitéréssekkel kapcsolatban járt nagy hegyszerkezeti változások korát biztosan megállapítják. Bár az említett tufás rétegek nagyobb terület borítanak, kőületeket mégis csak néhány ponton sikerült belőlük gyűjteni. HOFMANN három helyről gyűjtött, úgymint a pécsvárad-szászvári út mentén közvetlenül Újbánya fölött, továbbá Magyaregregy-től délre, a Krajcár-malom mögött és a Jánospusztá mellett.

A hátrahagyott kéziratban földolgozott kagylókon kívül a fauna összetételében még *foraminiferák*, *spongiák*, *korallok*, *crinoideák*, *brachiopodák*, *csigák*, néhány *ammonites* és *belemnites* vesznek részt. Ezek közül néhány szintén meg volt már határozva, de a kéziratban semmi sincs róluk. A fauna legbecsesebb, egyszersmind legtöbb munkát adó részét kétségtelenül a kagylók teszik s épen ezért foglalkozott ezekkel HOFMANN is első helyen. A hátrahagyott kéziratban ugyan ezek sem voltak készen teljesen, de a sajtó alá rendezésnél czélszerűnek mutatkozott a fauna hiányzó kagylóit is leírni, hogy így a munkának valami egységet adjunk. Ilyenformán a mecseki középső-neokom rétegek kagylófaunája a következő fajokból áll:

**Perna* cf. *Ricordeana* ORB.

Ctenostreon pseudoproboscidea LOR. sp.

Pecten (*Neithea*) *atarus* RÖM.

**Pecten* (*Neithea*) *aequicostatus* LAM. var. *virgato-auritus*

VAD. n. var.

**Pecten* (*Aequiptecten*) cf. *Carteronianus* ORB.

**Spondylus striatus* SOW. sp.

**Spondylus hystrix* GOLDF.

Ostrea cf. *minos* COQU.

**Ostrea* (*Alectryonia*) *Cornuelis* COQU. var. *rotundata* VAD.

n. var.

**Ostrea* (*Alectryonia*) *mersekensis* VAD. n. sp.

Ostrea (*Alectryonia*) *macroptera* SOW.

Ecogyra Couloni DEFR. sp.

Ecogyra tuberculifera KOCH & DENK.

**Mytilus* (*Arcomytilus*) cf. *Couloni* MARCON.

Lithodomus aubersoniensis PICT. & CAMP.

Arca sp. ind.

Isoarca sp. ind.

Trigonia Matyasovszkyi HOFM. n. sp.

Astarte transversa LEXM.

Astarte (*Praeconia*) *subcordiformis* HOFM. n. sp.

Astarte (*Praeconia*) *ventricosa* HOFM. n. sp.

Diceras semistriatum HOFM. n. sp.

Valletia Germani PICT. & CAMP. sp.

Monopleura Böckhi HOFM. n. sp.

Bicornucopina Petersi HOFM. n. g. n. sp.

Corbis (*Mutiella*) *Riegeli* HOFM. n. sp.

Cardium cymotomon FELIX.

Cyprina sp. ind.

Cyprina sp. (cfr. *Carteroni* ORB.)

**Pholadomya* ind. sp.

Ez a harmincz fajból álló kagylófauna sok szempontból tarthat számot az érdeklődésre. Hazánk krétaidőszaki képződ-

A *-gal jelöltek HOFMANN kéziratában nem voltak meg.

ményeinek ismerete még meglehetősen hézagos. Egyedül a felső krétára vonatkozólag van eddig egy-két részlettanulmányunk, melyek közül különösen kiválik a Természettudományi Társulat kiadásában legutóbb megjelent péterváradí (Fruskagora) fauna, ez azonban szintén posthumus munka lévén, nélküli az ősföldrajzi összehasonlításokat, rétegtani azonosításokat és fáciesvizsgálatokat. Ilyenformán a magyarországi krétaidőszaki képződmények földtani viszonyai még mai nap is talán a legkevesebbé ismeretesek. Annál becsesebb tehát a HOFMANN kéziratában hátrahagyott mecseki krétatanulmány, mely szintén befejezetlen ugyan, de egyes fajok leírásában több helyen találunk olyan általános értékű kitételeket, melyek a fauna állatföldrajzi viszonyaira és rétegtani helyzetére vonatkoznak. Nem szükséges ezen a helyen az egyes fajokat külön-külön részleteznünk, mert hiszen a magyar királyi földtani intézet áldozatkészségéből a munka legközelebb egész terjedelmében megjelenik. Itt csak a legfontosabb tényekre óhajtok rámutatni.

Mindenekelőtt szembevetendő a faunában az, hogy annak egy harmada új alakokból került ki. Bár ez a körülmény gyakori az őslénytan irodalmában s a föld rétegeiben eltemetett gazdag szerves élet fokozatos megismerése eléggé indokolja is azt, mégis különösen hangsúlyoznunk kell erre a faunára nézve azt, hogy a hasonló természetű faunákra vonatkozó irodalom aránylag még ma sem nagy s hogy HOFMANN idejében ilyen, csaknem minden jellegükben tanulmányozható kövületek a krétaidőszaki parti fácieséből valóságos ritkaságszámba mentek. Ennek a fáciesnek közettani természetéből következik ugyanis, hogy a benne található kövületek a fölismerhetetlenségig átkristályosodva a környező kőzettel kiszabadíthatatlanul összefüggenek.

Különösen érdekesek e faunában a *chamidae*- és *caprinidae*-családba tartozó kagylófajok, melyek gyakoriságukkal világosan jelzik a fauna parti jellegét. Kitűnik ezek közül a *Diceras semistriatum* HOFM., melyet HOFMANN az egyetlen és első kréta-beli *diceras* gyanánt írt le, míg addig ezt a nemet jellegzetes és kizárólagos felső-jurabelinek tudtuk. Azóta ugyan a középső-krétából leírtak egy *diceras*-fajt, de ez egy külön sectióhoz tartozik, míg HOFMANN mecseki faja tipusos *diceras*. Egy másik

gyakori alakja a faunának az, melyet HOFMANN *Monopleura Böckli* néven irt le. Igen érdekes az az új nem is, melyet a caprinidæ családba kell sorolnunk s melyet *bicornucopina* néven irt le. Közel hasonló alakok a francziaországi urgon-fáciesből nemrég leirt *pachytraga*-k és *praecaprina*-k. Ki kell emelnünk még állatföldrajzi jelentőségénél fogva a *Cardium cynnotomon* FEL.-et, mely HOFMANN kéziratában *C. latealatum* néven új faj gyanánt van leírva. Az azóta megjelent irodalomban azonban ezt a fajt Mexikóból irták le. Különben ez a faj azért is nevezetes, mivel a rétegtani és földrajzi fajok szép példáját látjuk benne, amennyiben igen közel áll az Alpok felső-malmbeli hasonló fáciesű üledékeiből ismert *C. corallinum* LEYM.-hez; az Alpok neokomjából azonban nem ismerjük. Föltehető tehát, hogy ez a faj fiatalabb időben kelet felé vándorolt s megváltozott, bár hasonló fácieskörülmények közé jutott.

A hátrahagyott kézirat tekintélyes részét teszi a chamidæ rudistæ-családok beható leírása és összefoglaló ismertetése. Ez a rész azonban az idevonatkozó gazdag irodalom alapján ma már elavult s így a sajtó alá rendezésétől el kellett tekintenünk, annál is inkább, mert az ebben nyújtottakat már a HOFMANN életében megjelent irodalom is túlszárnyalta. Ebből következik, hogy HOFMANN már jóval halála előtt nem jutott ahhoz, hogy kéziratán dolgozhasson. Mindennek daczára azonban leírásai annyira kifejezők, részletesek és behatók, hogy a legtöbb esetben csekély változtatással ma is megállják helyüket. Aki pedig ismeri sok rendszertani vizsgálódás «tiszavirág-életét», az tudja, hogy csak nagyon alapos s nagy körültekintéssel készült munkákról mondhatjuk el ezt.

Az egyes fajok leírása közben találunk két általánosabb értékű megállapítást HOFMANN kéziratában. Az egyik öslénytani vonatkozású s a *preconia*-nem vitás rendszertani helyzetére vonatkozik. Határozottan nem dönti ugyan el a kérdést, de fejtegetéséből kitűnik, hogy inkább ennek alnem gyanánt való használata felé hajlik. Azóta már külön erre a kérdésre vonatkozó részlettanulmányok ilyen irányban megoldásra vitték ezt az ügyet.

Sokkal becsesebbek a leírásokban egy-két helyen található megjegyzések, melyek az alsó-kréta és felső-jura kifejlődésében

és faunisztikai viszonyaiban megnyilvánuló föltünő hasonlóságra, megisméltlődsre, sőt egyezőségre vonatkoznak. Azóta ezek a kérdések már több helyen behatóan tárgyalva s tisztázva is vannak s csak sajnálattal állapíthatjuk meg, hogy Hofmann-nak immár nem juthat az elsőség pálmája. Ha munkáját kedve szerint bevégezheti, úgy ma a magyar földtani irodalom az egész világot érdeklő kérdések forrásmunkájával lett volna gazdagabb. Így a Mecsekhegység földtani monografiája elkészül talán, de a tárgyi földdolgozásnál érvényesülő igen becses egyéni szempontjait örökre elveszítettük. Önkéntelenül is keressük — habár későn — az okot s aligha tévedünk, ha hivatalbeli kötelezettségében — melynek föltétlenül megfelelni kívánt — találjuk meg azt.

(A M. T. Akadémin III. osztályának 1912 május 20.-án tartott üléséből.)

KISÁZSIAI LIÁSZKÉPZŐDMÉNYEK.

VADÁSZ M. ELEMÉR-től.

Mintegy 15 év előtt még a mediterrán kifejlődésű liász, azaz a «vörös ammoniteszes mészkő» legkeletibb előfordulásai az erdélyi Alsórákos és Nagybagyos voltak, melyeket még 1878-ban HERBICH ismertetett. 1897-ben ismertetett POMPECKJ egy kis liászfaunát Kisázsziából, körülbelül 30 kilométernyire nyugatra Angorától, a vasútmenti Kessik-tash-ból. A legutóbbi időben 1908-ban pedig DIENER, a bécsi egyetem tanára, még keletibb fekvésű, a himalayai szirtekből származó faunát irt le, s ezzel ezeknek a képződményeknek mindmáig legkeletibb elterjedését adta. Kétségtelen, hogy már ezekkel az adatokkal a liász kifejlődése biztosan igazolható és annak mediterrán jellege is tisztázható, de ezek a nagyon távoli adatok korántsem elegendők arra, hogy a liásztenger egykori terjedésének határait pontosan kijelöljék. Ebből a szempontból becsesnek mondhatunk minden olyan adatot, mely az egymástól nagy távolságra eső helyek közé esik, azokat mintegy áthidalja s ismereteinket faunisztikai irányban is bővíti.

Ilyen érdekes adatokkal járulhatunk a liászrétegek ismeretéhez azon kis anyag alapján, melyet 1911 márciusában MILLEKKEK REZSŐ gyűjtött Kisázsziában. A lelőhely az Angorától ÉÉNy-ra levő Jakadjik nevű falu határában van, ahol a kövületek fiatalabb mészkőképződmények között emelkedő hegylejtő vörös agyagos málladékából kimállott állapotban gyűjthetők. Az előfordulás földtani viszonyaira vonatkozó közelebbi észlelések nincsenek ugyan, de az eddigi irodalom alapján megállapítható, hogy ez a hely a nagy «galatiai andezitterületnek» nevezett vidék déli

szélére esik és hozzátartozik a fiatalkorú andezitkitörés alapját tevő «nyugatpontusi gyűrt vonulathoz». Ez az új liászelőfordulás a Kisázsiaiából eddig ismertetett egyetlen kessik tash-i előfordulástól ÉK-re, mintegy 60 km-re fekszik.

A kövületek kőzetanyaga vörös vagy sárgásbarna, helyenként szürke foltokkal tarkázott agyagos mészkő. Ebből valók az ammoniteszek, melyeknek anyaga az alpesi adneti példányokéval csalódásig egyezik. A brachiopodák kőzetanyaga kissé eltér ettől, szürkéssárga, homokos s a hierlatz-fációs kőzetekre emlékeztet, de ezekkel nem egyezik teljesen. A két különböző kőzet tehát nemcsak faunában, hanem külső megjelenésben is jelzi, hogy különböző szintekkel van dolgunk.

Közelebbi földtani adatok nélkül a rétegek korának meghatározásánál egyedül a faunára vagyunk utalva, annál inkább kellett tehát a kövületek pontos meghatározására ügyelnünk. Megkönnyítette ezt a munkát az a teljes megegyezés, melyet ezek a fajok az alpesi, valamint az ismert magyarországi fajokkal mutattak. Hogy a kormeghatározás minél több faj alapján legyen eszközölhető, a vizsgálatot a kőzetanyag csiszolatban észlelhető mikrofaunájára, sőt a nagyobb darabokra tapadt vörös agyagos részek iszapolási maradékára is ki kellett terjeszteni. Ilyenformán sikerült olyan faunulát kimutatni, mely nemcsak a kisázsiai liász leggazdagabb faunája, hanem egyrészt igen érdekes új alakokat is tartalmaz, másrészt fontos bizonyítékokkal járul e rétegek keletkezési viszonyainak ismeretéhez.

Az általam vizsgált jakadjik-i fauna a következő:

Miliolina sp.

Textularia sp.

Glandulina laevigata ORB.

Nodosaria radricula L. sp.

Nodosaria raphanus L. sp.

Nodosaria (Dentalina) communis ORB.

Frondicularia sp.

Cristellaria sp. (cfr. *convergens* BORN.)

Orbulina universa ORB.

Spongiák.

Cotyloderma sp.
Pentacrinus (Extracrinus) laevisutus POMP.
Pentacrinus (Extracrinus) goniogenos POMP.
Pentacrinus sp.

Rhynchonellina anatolica n. sp.
Rhynchonella variabilis SCHL. sp.
Terebratula punctata SOW.
Terebratula cfr. *erbaensis* SUSS.
Waldheimia mutabilis OPP.
Waldheimia subdigona OPP.
Waldheimia cfr. *Fuggeri* BÖSE.
Waldheimia anatolica n. sp.

Inoceramus cfr. *ventricosus* SOW.
Posidonomya sp.

Pleurotomaria sp.

Nautilus sp.
Rhacophyllites cfr. *Nardii* MGH. sp.
Rhacophyllites planispira REYN. sp.
Phylloceras persanense HERB.
Phylloceras oenotrium FUC. var. *complanata* VAD.
Phylloceras alontinum GEMM.
Phylloceras sp.
Lytoceras cfr. *spirorbis* MGH.
Arietites (Vermiceras) cfr. *ophioides* ORB. sp.
Arietites (Vermiceras) cfr. *aspiratissimus* QU. sp.
Arietites rotiformis SOW. sp. var. *tardesulcata* WÄHN.
Oxynoticeras lymense WRIGHT sp.
Aegoceras sp.
Belemnites sp.
Atractites sp.

A 40 fajból álló kövülettársaság 9 foraminiferából, 2 spongiából, 4 crinoideából, 8 brachiopodából, 2 kagylóból, 1 csigá-

ból és 15 cephalopodából áll. Ezek közül kormeghatározás céljaira leginkább a brachiopodák, de főként a cephalopodák vehetők számításba, míg a többiek inkább üledékképződés szempontjából fontosak. A foraminiferák mind közösleges fajok, az *Orbulina universa* ORB. kivételével mélyebb vizekre utaló apró, csenevész, fenéklakó alakok. A crinoideák között találjuk azt a két fajt is, melyet annakidején POMPECKJ kisázsiai munkájában új faj gyanánt írt le. Érdekesebb azonban ezeknél az a kicsiny fennövő alak, mely úgy ebben a faunában, valamint Magyarországon az alsórákosiban és tataiban, továbbá Sziciliában, Németországban és Franciaországban igen gyakori. Ez a kerek, csipkézett szélű, közepén kerek mélyedést viselő kis crinoidea többnyire az ammoniteszek *kőbőlpéldányain* észlelhető; nyilvánvaló tehát, hogy a tenger fenekén levő ammoniteszeket föloldott héjú állapotban érte. Ez annál valószínűbb, mivel az észlelt esetekben mindig az ammoniteszek rosszabb megtartású oldalán tapadtak, a mely WÄHNER szellemes magyarázata szerint épen a szabadon levő oldal, míg az iszapban levő rész a feloldás ellen védve van. Ez a körülmény tehát azt bizonyítja, hogy a vörös agyagos «adneti faciesű» rétegek olyan mélységben keletkeztek, melyben a tengervíz a mészanyagot feloldja.

Rátérve már most a rétegek korának megállapítására, azt látjuk, hogy az ammoniteszek alsó- és középső-liászra, a brachiopodák és kagylók pedig középső-liászra utalnak. A meghatározott fajok alapján biztosan kimutatható az alsó-liász középső része (liász α , *Arietites Bucklandi* Sow. sp. szintje) és felső része (liász β , *Oxynoticeras oxymotus* Qu. sp. szintje). Az itt előforduló fajok közül kiemelendő a *Phylloceras persanense* HERB., mely az eddigi ismeretek szerint keleti jellegű faj, nyugat felé a *Ph. convexum* STEF. helyettesíti. Ezt a fajt Alsórákosról írta le HERBICH. Ezenkívül még több alsórákosi faj is van a faunában, úgy hogy a kisázsiai alsó-liászt az alsórákosival biztosan azonosíthatjuk. Az alsó-liász felső része (β) Alsórákoson nincs ugyan meg, de a közelfekvő bukovinai Kimpolung faunájából ezt is ismerjük. Az ammoniteszek alapján kimutatható még a középső liász, még pedig valószínűleg annak alsó része egy *Aegoce- ras* sp. által és felső része a *Phylloceras alontinum* GEMM. révén.

Ezzel szemben a brachiopodák egységes faunát adnak s bár kormeghatározásra sokkal kevésbé alkalmasak, mint az ammoniteszek, mégis az *Inoceramus ventricosa* Sow. sp. egy példányát is segítségül véve a középső liász alsó részére (γ szint) következtethetünk. Erre utalnak ugyanis nemcsak az ismert fajok, de a *Waldheimia anatolica* n. sp. legközelebbi alakköre is, mely szintén a középső liászban található. Érdekes ebben a faunában a *Rhynchonellina anatolica* n. sp., mely ennek a hazánkból, az Alpokból és Sziciliából ismert, tehát jellegzetes mediterrán nemnek első ázsiai képviselője.

Összefoglalva már most mindazt, a mit a kisázsiai liász-képződményekre vonatkozólag tudunk, megállapíthatjuk, hogy a kisázsiai liász kifejezetten mediterrán vagy alpesi jellegű s úgy az adneti, mint a hierlatz-fácies képviselve van benne. Tekintetbe véve a már POMPECKJ leírásában található adatokat, kitűnik, hogy az alsó és középső liász hiánytalanul van kifejlődve. Mivel egyes elszórt irodalmi adatokban a felső jurára vonatkozó adatok is vannak, azért nagy valószínűséggel állíthatjuk, hogy ebben a vonulatban olyan gazdag jurasorozatnak kell lennie, mely a tudomány szempontjából sok becseset és újat rejteget, miért is közelebbi földtani vizsgáldásokat megérdemelne.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 május 20.-án tartott üléséből.)

AZ ABSZOLUT ÉRTÉK FOGALMÁNAK ÁLTALÁNOSÍTÁSA.

KÜRSCHÁK JÓZSEF lev. tagtól.

I. BEVEZETÉS.

Az értékelés fogalma.

1. §. Jelentsen K egy adott *testet*, vagyis, KÖNIG Gy. terminológiája szerint, egy adott *orthoid*, esetleg *pseudoorthoid tartományt*.¹

Feleljen meg bizonyos megállapodás szerint a K test minden a elemének vagy mennyiségének egy $\|a\|$ nem negatív valós szám oly módon, hogy

1. $\|0\| = 0$, ellenben minden zérustól különböző a -ra nézve $\|a\| > 0$.

¹ KÖNIG GYULA: *Az algebrai mennyiségek általános elméletének alapvonalai*, Budapest (1903), 8. és 426. lap.

A kétféle tartomány megkülönböztetésére az abszolút egységnek más-más viselkedése vezet, vagyis ama mennyiségé, melynek bármely A mennyiséggel való szorzata megint A . Ha az abszolút egységet egyszerűen 1-gyel jelöljük, akkor orthoid tartományban az

$$1, 1+1, 1+1+1, \dots$$

sorozat tagjai rendre különbözök egymástól és a zérustól. Ellenben pseudoorthoid tartományban e sorozat tartalmazza a zérust. Ha e sorozatban a p -edik tag az első, mely egyenlő a zérussal, akkor p mindig közösleges törzsszám.

STEINITZ E.: [*Algebraische Theorie der Körper*, Journal f. reine u. angew. Math., 137. köt. (1909)] az orthoid tartományokat 0 *charakterisztikás testeknek*, a pseudoorthoid tartományokat pedig p *charakterisztikás testeknek* nevezi.

2. bármely elemre nézve $\|1+a\| \leq 1+\|a\|$,
3. két elem szorzatára nézve $\|ab\| = \|a\| \|b\|$.
4. K -ban van legalább egy oly a elem, melyre nézve $\|a\|$ a zérustól és 1-től különböző.

Ebben az esetben az $\|a\|$ valós számot az a értékelésének nevezem.

Ugyancsak az értékelés szót használom arra a megállapításra is, hogy minden egyes a -nak mi legyen a megfelelő $\|a\|$ -ja. Értékelésen tehát majd bizonyos számot, majd e számnak megállapítását értem.

K azon elemeit, melyeknek ugyanaz az értékelésük, *aequivalenseknek* mondom.

A legismeretesebb értékelt testeket úgy nyerjük, hogy K -nak valamely valós vagy complex számokból álló testet választunk, a számok értékelésén pedig abszolút értéküket értjük.

2. §. Ha K a racionális számok összessége, akkor K az abszolút értékkel való értékelésen kívül még számtalan más módon is értékelhető, még pedig következőleg:

Ha p valamely adott törzsszám, akkor bármely a zérustól különböző a racionális számhoz egy és csak egy oly a egész kitevő található, hogy a az

$$a = p^\alpha \frac{u}{v}$$

alakban írható, hol u és v a p -vel nem osztható racionális egész számok. Az a kitevő lehet pozitív, zérus vagy negatív. Ha megállapodunk, hogy

$$\|a\| = e^{-\alpha},$$

hol e a természetes logaritmusok alapszáma, továbbá, hogy $\|0\| = 0$: akkor e megállapodás kielégíti az értékelésnek értelmezésében foglalt összes követelésünket.

Ez

$$\|1+a\| \leq 1+\|a\|$$

kivételével bármelyik követelésünkről közvetlenül világos. A mi pedig ezt az egyenlőtlenséget illeti, helyette mindjárt a következő tartalmasabb tételt bizonyítom be:

Esetünkben $\|a+b\|$ sohasem nagyobb, mint $\|a\|$ és $\|b\|$ közül a nagyobbik. Ha $\|a\|$ és $\|b\|$ egymástól különböző, akkor $\|a+b\|$ épen egyenlő $\|a\|$ és $\|b\|$ közül a nagyobbikkal.

Ez közvetlenül világos, ha a vagy b zérus.

Ha a és b egyike sem zérus, akkor legyen

$$a = p^\alpha \frac{u}{v} \quad b = p^\beta \frac{u'}{v'}$$

hol u, v, u' és v' a p -vel nem osztható egész számok. Továbbá tegyük fel, hogy $\|a\| \geq \|b\|$, azaz $\alpha \leq \beta$. Ekkor az

$$a+b = \frac{p^\alpha u v' + p^\beta u' v}{v v'} = p^\alpha \frac{u v' + p^{\beta-\alpha} u' v}{v v'}$$

képletben $v v'$ a p -vel nem osztható egész számot jelent, továbbá

$$u v' + p^{\beta-\alpha} u' v$$

szintén egész szám. Ha p legnagyobb hatványát, melylyel ez az egész szám osztható, p^γ -val jelöljük, akkor $\gamma \geq 0$. Tehát.

$$\|a+b\| = e^{-(\alpha+\gamma)} \leq e^{-\alpha} \|a\|.$$

Az $a < b$ esetben γ értéke zérus. Tehát ekkor

$$\|a+b\| = \|a\|.$$

A racionális számoknak az $\|a\| = e^{-\alpha}$ valós számmal való értékelésénél p -t *aequivalentia-modulusnak* nevezzük, az $\|a\| = e^{-\alpha}$ számot pedig a p *aequivalentia-modulusra* vonatkozó *értékelésnek*. A p különböző választásánál természetesen ez az értékelés más-más.

3. §. Az értékelt tartományokra más egyszerű példát a következő módon nyerünk. Jelentsen \mathcal{Q} egy adott orthoid vagy pseudoorthoid tartományt, $\mathcal{Q}(x)$ pedig legyen egy új x változó-
nak az \mathcal{Q} -ból származó racionális függvényeinek teste, vagyis x ama racionális függvényeinek összessége, melyeknek együtt-
hatói az \mathcal{Q} -ból valók.

Az \mathcal{Q} -ból származó bármely $f(x)$ racionális függvényhez egy és csak egy oly a kitevő található, hogy

$$f(x) = (x-a)^\alpha \frac{U(x)}{V(x)},$$

hol a az \mathcal{Q} -nak egy adott mennyisége, $U(x)$ és $V(x)$ pedig az x -a lineáris függvénynyel nem osztható egész függvények. Az $f(x)$ -re nézve legyen

$$\|f(x)\| = e^{-a},$$

hol e megint a természetes logaritmuskok alapszáma. E megállapodás után $\mathcal{Q}(x)$ *értékelt* test. Ha az $x-a$ lineáris függvényt különböző módon választjuk, $\mathcal{Q}(x)$ értékelése más-más.

Az $(x-a)$ -t itt is *aequivalentiu-modulusnak* nevezzük.

4. §. Az abszolút értékre vonatkozó főbb tények bármely értékelésre is érvényesek. Pl. az $\|ab\| = \|a\| \|b\|$ egyenletből, ha benne $b = 1$, mindenkor $\|1\| = 1$.

Továbbá, ha $a=b=-1$, akkor $1 = \|-1\|^2$; tehát $\|-1\| = 1$. Innen $\|-a\| = \|a\|$.

Minden n természetes egész számra nézve $\|n\| \leq n$.

Ez $n = 1$ esetében már ismeretes. De ha e képlet valamely n -re nézve igaz, akkor egyszersmind

$$\|1+n\| \leq 1 + \|n\| \leq 1+n.$$

Bármely értékelt testben

$$\|a+b\| \leq \|a\| + \|b\|.$$

Ez nyilvánvaló, ha $a = 0$. Minden más esetben pedig:

$$\|a+b\| < \|a\| \left\|1 + \frac{b}{a}\right\| \leq \|a\| \left(1 + \frac{\|b\|}{\|a\|}\right) \leq \|a\| + \|b\|.$$

5. §. Ha itt a és b helyébe az $a-c$, ill. $c-b$ különbséget írjuk, akkor

$$\|a-b\| \leq \|a-c\| + \|c-b\|.$$

Eszerint $\|a-b\|$ egyik esete a halmazelméletből ismeretes *écart* fogalomnak, melynek általános értelmezése¹ a következő:

Feleljen meg egy halmaz minden a, b elempárjának egy (a, b) valós szám oly módon, hogy

¹ FRECHET M.: *Sur quelques point du calcul fonctionnel*, Rendiconti del Circolo Math. di Palermo, 22. köt. (1906). L. különösen a 49. §-t. (30. lap.)

1. $(a, b) = 0$, ha a és b egymással azonos; minden más esetben $(a, b) > 0$.
2. Bármely három elemre nézve $(a, b) \leq (a, c) + (c, b)$.
Ekkor (a, b) az a, b elempár écartjának nevezetetik.

Az értékelt testek elméletének vázlata.

6. §. Az $a-b$ különbség értékelése, mint láttuk, écart lévén, szinte magától kínálkozik az a gondolat, hogy a limesek és a szabályos sorozatok fogalmát a valós és a complex számokról bármely értékelt test mennyiségeire átvigyük. Evégből az ismeretes értelmezésekben csak az abszolút érték fogalmát kell mindenütt mással pótolni, még pedig épen az értékelés fogalmával. A limesekre nézve ismeretes tételek legnagyobb része az így általánosított fogalomra nézve is érvényes.

Az általánosan érvényes tételek közül legyen itt elég a következőnek kiemelése; *Ha A a K értékelt testnek egy tetszés szerint adott eleme, akkor K -ban mindig található végtelenül sok oly egymástól és A -tól különböző $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ elem, hogy a belőlük alkotott sorozat szabályos és A eme sorozatnak limese.*

Számos megegyezés mellett természetesen lényeges különbségek is mutatkoznak az egyes testek között a limesalkotásnál. A legfontosabb különbség már a szó rendes értelmében vett limesalkotásnál is észlelhető. Ismeretes, hogy a valós számok testében arra, hogy egy sorozatnak legyen limese, a sorozat szabályos volta szükséges és elegendő. Ellenben a racionális számok testében e feltétel csak szükséges, de nem elegendő. Azaz egy racionális számokból alkotott sorozatnak, még ha szabályos is, nincs mindig racionális limese. Sőt az irracionális számok bevezetésének épen egyik célja, hogy a szabályos sorozatok limesének megalkotását, mely a racionális számok testében csak kivételesen sikerül, a valós számok testében mindig elvégezhetővé tegye.

Ha valamely értékelt testben bármely belőle kiválasztott szabályos sorozatnak van limese, akkor e test azonos a belőle kiválasztható szabályos sorozatok limeseinek összességével. Azért

az ily testet *perfectnek* mondom. (A szabályos sorozat és a limes fogalma itt természetesen mindig a megállapított értékelésnek megfelelő értelemben veendő.)

A jelen dolgozat célja bebizonyítani, hogy *bármely értékelt test alkalmas új elemekkel kibővítve algebrailag zárt, perfect értékelt testté lesz.* Valamely testet algebrailag zárt-nak akkor mondunk, ha az illető test értelmezésében nem szereplő új z változónak bármely e testből származó egész függvénye e testben lineáris tényezőkre esik szét.

Célomat úgy érem el, hogy a követelt kibővítés lehetőségének kérdését oly részletkérdésekre bontom fel, melyek az irodalomban vagy már meg vannak oldva, vagy legalább ismeretes vizsgálatok általánosításával könnyen megoldhatók.

Az első részletkérdésben még az algebrai zárttság fogalma nem szerepel, hanem benne csak arról van szó, *lehet-e minden értékelt testet úgy kibővíteni, hogy perfect értékelt testté váljék?* E kérdés megoldására alkalmas módszerek CANTOR György-től valók. Az irracionális számok CANTOR-féle elmélete lényegében nem egyéb, mint e kérdésnek megoldása abban az esetben, midőn az adott test az abszolút értékükkel értékelt racionális számok összessége. CANTOR gondolatai bármely más esetben is ismételhettek és megadják az adott testnek legkisebb perfect értékelt kibővítését. Az így nyert testet az adott test *deriváltjának* mondjuk. Ha már az adott értékelt test perfect, akkor saját deriváltja.

Második részletkérdésem az *algebrailag zárt* kibővítésekre vonatkozik. STEINITZ már előbb idézett értekezésében bebizonyította, hogy bármely test algebrailag zárt testté bővithető ki. Eredményét, bár ZERMELO-nak a jólrendezhetőségre vonatkozó, sokat vitatott tételén alapszik, elfogadjuk.

Csakhogy minket természetesen a bővített tartomány *értékelhetősége* is érdekel. Ennek eldöntésénél a bővitendő tartományról felteszszük, hogy értékelt tartomány. sőt azt is, hogy perfect. A kérdés tehát így alakul: *Lehet-e egy perfect értékelt test legkisebb algebrailag zárt kibővítését mindig úgy értékelni, hogy az eredeti test mennyiségeinek értékelése ne változzék meg.*

A kibővített test minden mennyisége egy és csak egy oly algebrai egyenletnek tesz eleget, melynek együtthatói az eredeti testből valók és mely az eredeti testben irreducibilis. Ezt az egyenletet az illető mennyiséget *értelmező* egyenletnek mondjuk. Ha azt követeljük, hogy ugyanazon egyenlet értelmezte mennyiségeknek egyenlő értékelésük legyen, akkor nyilván a kibővített test értékelése csak a következő lehet:

A kibővített test a mennyiségére nézve

$$\|a\| = \|a_n\|^{\frac{1}{n}},$$

hol n az a -t értelmező

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

egyenlet foka és a_n ezen egyenlet abszolút tagja.

Tehát csak az a kérdés, hogy az így megállapított $\|a\|$ számok valóban értékelést adnak-e, azaz kielégítik-e az

$$\|a\beta\| = \|a\| \|\beta\|,$$

$$\|1 + a\| \leq 1 + \|a\|$$

követeléseket.

Hogy megállapodásunk valóban megfelel a szorzat értékelésére vonatkozó

$$\|a\beta\| = \|a\| \|\beta\|$$

egyenletnek, az majdnem magától világos. Ellenben az összegre vonatkozó

$$\|1 + a\| \leq 1 + \|a\|$$

egyenlőtlenség bebizonyítása jóval fárasztóbb.

Ezen egyenlőtlenség igazolását HADAMARD-nak a következő kérdésre vonatkozó vizsgálataira¹ alapítottam:

Mi a szükséges és elegendő feltétel arra, hogy egy adott hatványsorhoz találhassunk egy oly racionális egész függvényt, melylyel a hatványsort megszorozva, nagyobb összetartási

¹ HADAMARD J.: *Essai sur l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor*, Journal de Mathématiques, 4. série, 8. t. (1892). I. különösen a 15—18. §-t (119—125. l.).

körrel bíró hatványsort kapunk. Továbbá, ha vannak ily egész függvények, hogyan kapjuk közülök a legalacsonyabb fokút.

A kérdés ebben a fogalmazásban talán még HADAMARD értékezése ismerőinek is idegenszerű, mert a függvénytanban a következő alakban lép fel: *Mi a szükséges és elegendő feltétel arra, hogy egy hatványsor összetartási körén levő singularitások pusztán polusok legyenek? Továbbá, ha e feltétel ki van elégítve, akkor hogyan kapjuk eme polusokat?* Ebben a fogalmazásban azonban a kérdés lényege fölösleges módon össze van keverve az általánosításra (legalább e helyen még) alkalmatlan részletekkel.

Ha ellenben a kérdést úgy fogalmazzuk, mint az imént tettem, akkor HADAMARD összes eredményei, sőt összes megmondolásai változatlanul átvihetők a complex számok testéről bármely perfect értékelt testre.

Ugyanis a hatványsorok összetartási sugarának fogalma átvihető oly hatványsorokra is, melyekben az együtthatók egy tetszésszerű perfect értékelt tartományból valók, a változó pedig e tartományból vett értékeket vesz fel. A

$$c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_m z^m + \dots$$

hatványsor *összetartási sugarán* egyszerűen a

$$\|c_0\| + \|c_1\| r + \|c_2\| r^2 + \dots + \|c_m\| r^m + \dots$$

sornak a szó rendes értelmében vett összetartási sugarát értjük. E megállapodás után nemcsak HADAMARD idézett vizsgálatait általánosíthatjuk bármely perfect értékelt tartomány esetére, hanem számos más (minket most nem érdeklő) függvényteni tételt is.

Ha a pozitív kitevőjű hatványok szerint haladó sorokról áttérünk a negatív kitevőjű hatványok szerint haladóakra, akkor HADAMARD tételeinek segítségével könnyen beláthatjuk a következő állítás helyességét:

Ha

$$f(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$$

együtthatói a K perfect értékelt testből valók és $f(z)$ e K testben irreducibilis, akkor

$$\frac{1}{f(z)} = \frac{c_0}{z} + \frac{c_1}{z^2} + \dots$$

összetartási sugara $\|a_n\|^{1/n}$.

Ezek után már nem nehéz bebizonyítanunk, hogy K^r legkisebb algebrailag zárt kibővítésének mennyiségeit az $\|a\| = \|a_n\|^{1/n}$ képlet szerint értékelve, e megállapodás mindig megfelel az

$$\|1+a\| \leq 1 + \|a\|$$

követelésnek. Még pedig ez egyszerű folyománya annak, hogy

$$F(z) = \frac{c_0}{z} + \frac{c_1}{z^2} + \dots$$

összetartási sugarát l -lel és

$$F(l-1) = \frac{c'_0}{l} + \frac{c'_1}{l^2} + \dots$$

összetartási sugarát l' -lel jelölve, mindenkor $l' \leq 1+l$.

Az eddig mondottak arra képesítenek, hogy bármely értékelt testet *algebrailag zárt, értékelt* testté bővítsünk ki. Az így nyert test perfect volta még kétséges. Ellenben e testnek deriváltja, azaz legkisebb perfect kibővítése, már minden követelésünket kielégíti. *Ugyanis bebizonyítható, hogy bármely algebrailag zárt értékelt test deriváltja megint algebrailag zárt.*

Ha a kibővítendő test az abszolút értékkel értékelt algebrai számok összessége, a derivált test pedig a complex számoké, akkor iménti állításom helyessége az algebra alaptételéből világos. Természetesen az algebra alaptételének bebizonyításánál kevés okunk van arra, hogy a tétel tartalmának ezt a részét különválaszszuk. Mégis WEIERSTRASS 1891-iki bebizonyításának¹ eleje lényegében épen a tétel eme részének önálló tárgyalása. WEIERSTRASS megfontolásai szóról-szóra ismételhetők akkor is,

¹ WEIERSTRASS K.: *Neuer Beweis des Satzes, dass jede ganze rationale Function dargestellt werden kann als ein Product aus linearen Functionen derselben Veränderlichen.* Sitzungsberichte d. Akad. Berlin 1891, 1085–1191. lap, Werke 3. köt. (1903) 251–268. l.

midőn a bővítendő tartomány egy tetszőleges algebrailag zárt, értékelt test.

A leírt módon CANTOR, STEINITZ, HADAMARD és WEIERSTASS vizsgálatainak felhasználása arra képesít minket, hogy bármely értékelt testet először perfect, azután algebrailag zárt, végre pedig oly testté egészítsük ki, melynek mindkét tulajdonsága megvan.

Vizsgálataimra HENSEL alkotása, a *p-adicus számoknak elmélete*,¹ vezetett. HENSEL iratait olvasva, ismételten azon elmélkedtem, miként lehet a *valós számok* és a *racionális p-adicus számok* között már másoktól is észlelt analogiát legélesebben kifejezni. Elmélkedésem az *értékelésnek*, különösen a *p aequivalentia-modulus szerinti értékelésnek*, meg a *derivált testnek* fogalmára és ezek felhasználásával a következő értelmezésre vezetett:

A racionális p-adicus számok nem egyebek, mint a racionális számok testéhez tartozó derivált testnek elemei, ha a racionális számokat nem abszolút értékükkel, hanem a p aequivalentia-modulus szerinti értékeléssel értékeljük.

Miután így meggyőződtem az értékelés fogalmának hasznáról, szinte magától kínálkozott az értékelt testeknek az az elmélete, melyet az imént vázoltam és melynek főbb tételeit a következőkben bővebben részletezem. Bebizonyításokba majd a részletesebb tárgyalásnál is csak elvétve bocsátkozom, hogy az olvasót ne fárasszam jól ismert megfontolások ismétlésével.

II. HATÁRÉRTÉKEK ÉRTÉKELT TESTEKBEN.

A limes fogalmának általánosítása.

7. §. Egy adott K értékelt testből kiválasztott

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

sorozatról azt mondjuk, hogy tagjai az alapul vett értékelésnél n növekedtével minden határon túl a testnek A eleméhez

¹ L. különösen az összefoglaló tárgyalást HENSEL K. könyvében: *Theorie der algebraischen Zahlen*, 1. köt., Leipzig (1908).

közelednek, ha bármely δ pozitív számhoz található a sorozatban egy oly tag, melyen túl bármely a_n tagra nézve

$$\|a_n - A\| < \delta.$$

Ha K -ban van oly A elem, melyhez az adott sorozat tagjai n növekedtével minden határon túl közelednek, akkor A -t az adott sorozat limesének vagy határértékének mondjuk. Ugyanezt úgy is fejezzük ki, hogy A -t az a_n általános tag limesének mondjuk. Képletben:

$$A = \lim. a_n.$$

Ha K elemei valós vagy complex számok és abszolút értékkel vannak értékelve, akkor a limes iménti értelmezése a rendesbe megy át.

A K értékelt test bármely eleméhez végtelenül sok oly

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozat található, melyben a tagok egymástól és A -tól különbözök és melyre nézve

$$A = \lim. a_n.$$

Ugyanis jelentse a az adott értékelt testnek egy oly elemét, melynek értékelése a 0-tól és 1-től különböző, u pedig az a -nak valamely pozitív vagy valamely negatív egész kitevőjű hatványát a szerint, hogy $\|a\| < 1$ vagy pedig $\|a\| > 1$. Akkor az

$$a_1 = A + u, a_2 = A + u^2, \dots, a_n = A + u^n, \dots$$

sorozat valóban megfelel követelésünknek.

8. §. Egy adott sorozatnak a K értékelt testben legfeljebb egy limese lehet.

Egy egyenlő tagokból alkotott

$$A, A, \dots, A, \dots$$

sorozatnak mindig van limese és ez maga A .

Ha A limese az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozatnak, akkor A limese minden oly végtelen sorozatnak is,

melyet az adottból úgy nyerünk, hogy tagjait vagy egy részüket tetszés szerinti rendben egy új sorozatban rendezzük el.

Ha A két sorozat közös limese, akkor A limese minden oly sorozatnak is, mely a két adott sorozat tagjainak egy sorozatban való egyesítéséből keletkezik.

8. §. Ha az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozatnak a K értékelt testben van egy A limese, akkor bármely δ pozitív számhoz találhatunk egy oly tagot, melyen túl bármely két a_n és a_{n+k} tagra nézve

$$\|a_n - a_{n+k}\| \leq \delta.$$

E tényt röviden így fejezzük ki: *Limese csak szabályos sorozatnak lehet.*

Ugyanis, ha valamely sorozatban bármely pozitív számhoz találunk egy oly a_N tagot, melyen túl bármely két a_n és a_{n+k} tagra nézve

$$\|a_n - a_{n+k}\| < \delta,$$

akkor e sorozatot *szabályosnak* mondjuk.

Arra, hogy egy sorozatnak a K testben legyen limese, a szabályosság csak szükséges, de nem elegendő feltétel.

De ha az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

szabályos sorozatból kiválaszthatunk egy oly

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$$

részlet-sorozatot, melynek K -ban van limese, akkor e limes egyszersmind az eredeti sorozatnak is limese.

10. §. Ha egy szabályos sorozatból a tagok más rendezésével vagy tagoknak kihagyásával új végtelen sorozatot alkotunk, ez megint szabályos.

Két

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

és

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$$

sorozat tagjait egy

$$a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n, \dots$$

sorozatban egyesítve, az új sorozat akkor és csak akkor szabályos, ha az eredeti sorozatok szabályosak és az

$$a_1 - b_1, a_2 - b_2, \dots, a_n - b_n, \dots$$

sorozatnak a 0 limese.

Ha az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozat a K testben az alepül vett értékelésnél szabályos, akkor

$$\|a_1\|, \|a_2\|, \dots, \|a_n\|, \dots$$

a valós számok testében a szó rendes értelmében szabályos.

Ha az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozat a K testben szabályos, akkor az

$$\|a_1\|, \|a_2\|, \dots, \|a_n\|, \dots$$

valós sorozatnak van felső korlátja.

Ha valamely sorozat szabályos és a zérus eme sorozatnak nem limese, akkor mindig található egy oly pozitív valós szám, hogy a sorozatban, legfeljebb véges számú kivétellel, minden tag értékelése nagyobb ennél a pozitív számnál.

11. §. Ha

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

és

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$$

szabályos sorozatok, akkor

$$1. \quad a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n, \dots$$

$$2. \quad a_1 - b_1, a_2 - b_2, \dots, a_n - b_n, \dots$$

és

$$3. \quad a_1 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_n, \dots$$

szintén szabályos sorozatok.

12. §. A következőkben azt is megengedjük, hogy egy sorozat előállítására adott utasítás, szó szerint véve, véges számú tagra nézve értelmetlen lehet. Ekkor csak azokat a tagokat képezzük, melyekre nézve az adott utasításnak van értelme. A so-

rozat szabályos voltára vagy limesére vonatkozó bármely állítás pusztán e valóban képezhető tagok sorozatára értendő. E fel fogásban:

Ha az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozat szabályos és tagjai nem közelednek minden határon túl a zérushoz, akkor

$$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}, \dots$$

is szabályos.

13. §. *Ha a K értékelt testből kiválasztott*

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozatnak e testben van egy A limese, továbbá a K -ból ki vándasztott

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$$

sorozatnak e testben van egy B limese, akkor

$$A+B = \lim. (a_n+b_n),$$

$$A-B = \lim. (a_n-b_n),$$

$$AB = \lim. a_n b_n.$$

Továbbá, ha B nem 0, akkor egyszersmind

$$\frac{A}{B} = \lim. \frac{a_n}{b_n}.$$

Ugyanis A mint az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

és

$$A, A, \dots, A, \dots$$

sorozatok közös limese egyszersmind az egyesített

$$a_1, A, a_2, A, \dots, a_n, A, \dots$$

sorozatnak is limese. Ennélfogva e sorozat szabályos. Épen úgy

$$b_1, B, b_2, B, \dots, b_n, B, \dots$$

sintén szabályos. Tehát

$$a_1+b_1, A+B, a_2+b_2, A+B, \dots, a_n+b_n, A+B, \dots \quad (1)$$

is szabályos. E sorozat első, harmadik stb. tagját kihagyva, a megmaradt sorozatnak minden tagja $A + B$; tehát $A + B$ e részletsorozatnak és evvel együtt az egész (1) alatti szabályos sorozatnak is limese. De akkor $A + B$ az (1) alatti sorozat

$$a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n, \dots \quad (2)$$

részletsorozatának is limese. Vagyis valóban

$$A + B = \lim. (a_n + b_n).$$

Teljesen hasonló megfontolásokkal látható be a szóbanforgó többi képlet is.

Az

$$A - B = \lim. (a_n - b_n)$$

képletből egyszersmind világos, hogy ha A az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots,$$

sorozatnak limese, e A akkor és csak akkor lesz a

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$$

sorozatnak is limese, ha

$$\lim. (a_n - b_n) = 0.$$

Valóban, ha

$$\lim. a_n = \lim. b_n = A,$$

akkor

$$\lim. (a_n - b_n) = A - A = 0.$$

Fordítva, ha

$$\lim. a_n = A \quad \text{és} \quad \lim. (a_n - b_n) = 0,$$

akkor

$$\lim. b_n = \lim. (a_n - (a_n - b_n)) = A - 0 = A.$$

Határértékek adjungálása.

14. §. Az abszolút értékükkel értékelt racionális számok teste, mint ismeretes, egyszerű példája oly értékelt testnek, melyben nem minden sorozatnak van limese.

Valahányszor egy K értékelt testben oly szabályos sorozatokat találunk, melyeknek ebben a testben nincs limesük, K -t a következő módon kibővítjük:

A K értékelt testből kiválasztható minden oly szabályos sorozathoz, melynek K -ban nincs limese, alkotunk egy új mennyiséget, melyet az illető sorozat által értelmezett mennyiségnek, vagy másképp e sorozat limesének nevezünk.

Nem minden ily sorozathoz alkotunk más-más új mennyiséget, hanem két sorozatnak ugyanazt a limest tulajdonítjuk, ha a megfelelő tagok különbsége n növekedtével a zérushoz közeledik, más szóval, ha a két sorozat tagjait egy sorozatban egyesítve, az egyesített sorozat megint szabályos. Minden más esetben a két szabályos sorozatnak különböző limeseket tulajdonítunk.

E megállapodás olyan, hogy *ha két sorozat mindegyikének limese egyenlő egy bizonyos harmadik sorozat limesével, akkor e két sorozatnak limese ugyanaz.*

A leírt módon értelmezett új mennyiségeket a K test ideális limeseinek nevezük. Az ideális limesek alkotásának e módja közvetetlen általánosítása annak, ahogyan CANTOR az irracionális számokra jutott és speciális esete az ideális sűrűsödő helyek ama rendkívül általános előállítási módjának, mely RIESZ FRIGYES-től¹ való.

Az ideális limesek megalkotása után a K -ból kiválasztott

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozatnak akkor és csak akkor van limese, ha szabályos. Ha e feltétel ki van elégítve, a sorozat a limest egyértelműen meghatározza.

Természetesen az a kijelentés, hogy A egy K -ból kiválasztott sorozatnak limese, egészen mást jelent, ha A csak ideális limes, mint ha A a K -nak eleme. Annak a kérdésnek, hogy az $a_n - A$ különbségek hogyan viselkednek, (egyelőre) ideális limes esetében még értelme sincs. E kérdés majd csak akkor válik értelmessé, ha e különbségeket értelmeztük.

Akár a K -ból való, akár ideális limes esetében a K -ból kiválasztott

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

¹ RIESZ F.: *Stetigkeit und abstracte Mengenlehre*, Atti del IV. congresso int. dei matematici (Roma, 6—11 aprile 1908), 2. köt. 18—24. lap.

sorozat limese akkor és csak akkor limese a K -ból kiválasztott

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$$

sorozatnak is, ha

$$\lim. (a_n - b_n) = 0.$$

Csakhogy a K -ból való limes esetében ez *be volt bizonyítva*, ideális limes esetében ellenben *megállapodás*.

15. §. Most már K mennyiségeit és ideális limeseit egy K' tartományban összefoglaljuk és e tartomány mennyiségeire nézve a következő műveleti szabályokat állapítjuk meg:

Ha A és B a K -ból kiválasztott

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

illetőleg

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$$

sorozatnak limese, akkor az $A+B$ összegén az

$$a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n, \dots \quad (1)$$

sorozat limesét, az AB szorzaton pedig a

$$a_1 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_n, \dots \quad (2)$$

limesét értjük.

Itt $a_n + b_n$ és $a_n b_n$ természetesen a K testre nézve megállapított műveleti szabályok szerint számítandó.

Abban a különös esetben, midőn A és B nem ideális limes, hanem mindegyik a K -nak mennyisége, A és B -nek az új értelmezésnek megfelelő összege és szorzata azonos avval, melyre a K -ban érvényes szabályok vezetnek.

Minden más esetben A és B összege, ill. szorzata csak a mostani megállapodással nyer értelmet. Egyszersmind világos, hogy $A+B$ és AB értelmezése független attól, hogy az (1) és (2) alatti sorozatokat hogyan választottuk ki ama végtelenül sok sorozat közül, melyeknek A és B a limese.

Továbbá nyilvánvaló, hogy

$$A+B = B+A, \quad AB = BA,$$

$$A+(B+C) = (A+B)+C, \quad A(BC) = (AB)C$$

és

$$A(B+C) = AB+AC.$$

16. §. *A kivonás, vagyis az*

$$A + X = B$$

egyenlet megoldása K' -ben mindig elvégezhető, egyértelmű művelet.

Ha

$$A = \lim. a_n \quad B = \lim. b_n,$$

akkor az adott egyenlet egyetlen gyöke

$$X = \lim. (b_n - a_n).$$

17. §. *Az AB szorzat akkor és csak akkor 0, ha valamelyik tényezője 0.*

Valóban, ha A , az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozatnak, B pedig a zérus, azaz B a

$$b_1 = 0, b_2 = 0, \dots, b_n = 0, \dots$$

sorozatnak limese, akkor

$$AB = \lim. a_n b_n = \lim. 0 = 0.$$

Ha ellenben A és B egyike sem 0, akkor mindig találhatunk oly g pozitív valós számot, hogy n igen nagy értékeinél

$$\|a_n\| > g, \quad \|b_n\| > g,$$

tehát

$$\|a_n b_n\| > g^2.$$

De akkor AB , azaz $\lim. a_n b_n$, nem lehet 0.

15. §. *Az osztás, kivéve a 0-sal való, a K' -ben mindig elvégezhető, egyértelmű művelet.*

Ha az $AX = B$ egyenletben

$$A = \lim. a_n \quad B = \lim. b_n$$

és A nem 0, akkor az egyenlet egyetlen gyöke

$$X = \lim. \frac{b_n}{a_n}.$$

A K' tartomány a mondottak értelmében megint test. E test orthoid vagy pseudoorthoid tartomány a szerint, hogy K milyen volt.

19. §. A K' mennyiségeit most már a következő módon értékeljük:

Az

$$A = \lim. a_n$$

értékelésén az

$$\|a_1\|, \|a_2\|, \dots, \|a_n\|, \dots$$

sorozatnak a szó rendes értelmében vett limesét értjük.

Itt $\|a_n\|$ az eredeti K testben megállapított értékelését jelenti.

Ha A a K -nak mennyisége, akkor a mondottak értelmében A -nak K -ban és K' -ben ugyanaz az értékelése.

Egyszersmind világos, hogy K' értékelésénél az

$$\begin{aligned} \|1 + A\| &\leq \|A\|, \\ \|AB\| &= \|A\| \|B\| \end{aligned}$$

követeléseknek megfeleltünk. Ugyanis

$$\begin{aligned} \|1 + a_n\| &\leq 1 + \|a_n\|, \\ \|a_n b_n\| &= \|a_n\| \|b_n\|. \end{aligned}$$

Ha áttérünk a határértékekre, akkor innen valóban a bebizonyítandó képleteket nyerjük.

20. §. Legyen A a K testből kiválasztott

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozatnak ideális limese. Akkor bármely δ pozitív valós számhoz találunk oly a_N -et, hogy ezentúl a sorozat bármely két tagjára nézve

$$\|a_n - a_{n+k}\| \leq \frac{\delta}{2}.$$

Ha n -et állandóan megtartva, az

$$\|a_n - a_{n+1}\|, \|a_n - a_{n+2}\|, \dots, \|a_n - a_{n+k}\|, \dots$$

sorozatot képezzük, akkor e határátmenet után egyszersmind

$$\|a_n - A\| \leq \frac{\delta}{2} < \delta.$$

Tehát az A mennyiség, mely eddig csak mint ideális limes szerepelt, a K' testben az

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

sorozatnak valóságos limese abban az értelemben, hogy bármely pozitív δ számhoz találhatunk oly a_N -et, melyen túl bármely tagra nézve

$$\|a_n - A\| < \delta.$$

21. §. A K' test olyan, hogy bármely belőle kiválasztott szabályos sorozatnak van benne limese.

Legyen a kiválasztott szabályos sorozat

$$A_1, A_2, \dots, A_n, \dots \quad (1)$$

Ha

$$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, \dots$$

a pozitív valós számoknak oly sorozata, melynek a szó rendes értelmében vett limese 0, akkor mindig találhatunk az eredeti K testben oly

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (2)$$

elemeket, hogy

$$\|a_n - A_n\| < \delta_n.$$

Az így alkotott (2) alatti sorozat nyilván szabályos, tehát neki mindenesetre van K' -ben limese. De akkor e limes az (1) alatti sorozatnak is limese.

Az oly testet, melyben minden szabályos sorozatnak van limese, *perfectnek* mondjuk. Eredményünket tehát úgy fejezhetjük ki, hogy minden értékelt test a leírt módon *perfect értékelt testté bővíthető* ki.

22. §. Legyen L és M a K értékelt testnek két oly értékelt kibővítése, melyek mindegyikében K elemei eredeti értékelésüket megtartották. E két kibővítést (az értékelés szempontjából) *lényegében azonosnak* mondjuk, ha elemeik kölcsönösen egyértelműen úgy vonatkoztathatók egymásra, hogy:

1. K elemei önmaguknak felelnek meg,
2. ha a és a' , b és b' , megfelelő elemek, akkor $a+b$ és $a'+b'$, továbbá ab és $a'b'$ szintén egymásnak megfelelnek,
3. megfelelő elemeknek értékelése ugyanaz.

A K -nak minden oly perfect értékelt kibővítése, melyben K elemei eredeti értékelésüket megtartották, vagy lényegében azonos az imént képezett K' -vel, vagy egy vele lényegében azonos rész-testet tartalmaz.

Tehát K' a K -nak legkisebb oly perfect értékelt kibővítése, melyben K elemei megtartották eredeti értékelésüket.

A K' -t a K test *deriváltjának* mondjuk. Ha egy adott értékelt test már maga perfect, akkor deriváltján magát K -t értjük.

Végtelen sorok.

23. §. Legyen most már K egy *perfect* értékelt test. Ha e testből kiválasztott

$$u_0, u_1, \dots, u_n, \dots$$

sorozat olyan, hogy az

$$s_0 = u_0, s_1 = u_0 + u_1, s_2 = u_0 + u_1 + u_2, \dots$$

sorozat szabályos és limese S , akkor az

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots \quad (1)$$

sorról azt mondjuk, hogy (a K testben az adott értékelés mellett) *összetartó és összege S* .

Az összetartásnak legfontosabb szükséges, de általában nem elegendő feltétele:

$$\lim. u_n = 0.$$

Az összetartásnak egy elegendő, de nem szükséges feltétele, hogy a tagok értékeléséből alkotott

$$\|u_0\| + \|u_1\| + \|u_2\| + \dots \quad (2)$$

sor a szó rendes értelmében összetartó legyen.

Ha e feltétel ki van elégítve, akkor az (1) alatti sort *absolút összetartónak* mondjuk.

Absolute összetartó sor összege független a tagok sorrendjétől.

A mondottak könnyen kiterjeszthetők többszörös sorokra is.

A racionális p -adicus számok.

24. §. Értékeljük a racionális számokat egy adott p æquivalentia-modulusra vonatkozólag és képezzük az így nyert értékelt testnek deriváltját. E derivált test mennyiségeit HENSEL-lel a *racionális p -adicus számoknak* nevezzük. Összességüket $K(p)$ -vel jelöljük. E $K(p)$ test a p különböző választásánál mindig más-más.

A mondottak szerint $K(p)$ minden A eleme egy

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (1)$$

racionális számokból alkotott szabályos sorozatnak limese, a szabályosságot és a limest nem a rendes értelemben véve, hanem a p æquivalentia-modulusra vonatkozó értékelésre értve.

Ha A a zérustól különböző, akkor az (1) sorozatban egy bizonyos tagtól kezdve minden a_n értékelése ugyanaz.

Ekkor ugyanis mindig található oly g pozitív szám, hogy egy bizonyos a_N tagon túl bármely tagra nézve $\|a_n\| > g$ és bármely két tagra nézve $\|a_n - a_{n+k}\| < g$. Énnélfogva

$$\|a_{n+k}\| = \|a_n + (a_{n+k} - a_n)\| = \|a_n\|.$$

Innen egyszersmind világos, hogy $\|A\|$, vagyis az

$$\|a_1\|, \|a_2\|, \dots, \|a_n\|, \dots$$

sorozatnak a szó rendes értelmében vett limese, egyenlő az elég késői a_n -ek közös értékelésével.

Tehát a $K(p)$ testben bármely mennyiség értékelése egyenlő egy racionális szám értékelésével, ez pedig egyenlő a p valamely hatványának értékelésével, vagy esetleg 0.

E szerint a $K(p)$ mennyiségeinek értékelései nem merítik ki a nem negatív valós számokat, hanem csak megszámlálhatóan végtelen halmazt alkotnak, habár $K(p)$ perfect értékelt test.

25. §. *A $K(p)$ testben $\|A+B\|$ sohasem nagyobb, mint $\|A\|$ és $\|B\|$ közül a nagyobbik. Ha $\|A\|$ és $\|B\|$ különböző egymástól, akkor $\|A+B\|$ épen egyenlő $\|A\|$ és $\|B\|$ közül a nagyobbikkal.*

Valóban, ha

$$A = \lim. a_n \quad B = \lim. b_n,$$

akkor $\|A+B\|$ az

$$\|a_1+b_1\|, \|a_2+b_2\|, \dots, \|a_n+b_n\|, \dots$$

sorozatnak a szó rendes értelmében vett limese. Az imént mondottak szerint e sorozatban a tagok egy bizonyostól kezdve mind egyenlők a limessele. Tehát n -et eléggé nagyoknak választva:

$$\|A+B\| = \|a_n+b_n\|.$$

Itt $\|a_n+b_n\|$ egyenlő $\|a_n\|$ és $\|b_n\|$ közül, azaz $\|A\|$ és $\|B\|$ közül, a nagyobbikkal; esetleg ennél kisebb. Az utóbbi eset csak akkor következhetik be, ha $\|A\|$ és $\|B\|$ egyenlők egymással.

26. §. Általában egy perfect, értékelt testben az

$$u_0+u_1+\dots+u_n\dots$$

sor összetartására

$$\lim. u_n = 0$$

csak szükséges feltétel. *A $K(p)$ testben e szükséges feltétel egyszersmind elegendő is a sor összetartására.*

Valóban, ha e feltétel ki van elégítve, akkor bármely δ pozitív számhoz találhatunk egy oly N -et, hogy

$$\|u_{n+1}+u_{n+2}+\dots+u_{n+k}\| < \delta.$$

ha $n > N$.

27. §. *A $K(p)$ testnek bármely zérustól különböző A eleméhez egy és csak egy oly*

$$ap^a$$

rationális szám található, melyben a egy egész kitevő, az

$$a$$

együtthető az első $p-1$ természetes egész szám valamelyike és a melyre nézve

$$\|A-ap^a\| < \|A\|.$$

Legyen

$$A = \lim. a_n.$$

Ekkor n igen nagy értékeinél

$$\|a_n\| = \|A\| \quad \text{és} \quad \|A-a_n\| < \|A\|.$$

Az a_n részletes alakja

$$\frac{u}{v} p^\alpha,$$

hol u és v a p -vel nem osztható racionális egész számok. Ha még a -t úgy határozzuk meg, hogy $u - av$ osztható p -vel, akkor

$$\|a_n - ap^\alpha\| < \|a_n\| = \|A\|.$$

Tehát

$$\|A - ap^\alpha\| = \|A - a_n + (a_n - ap^\alpha)\| < \|A\|.$$

Az így meghatározott ap^α az *egyetlen*, mely összes követelésünknek megfelel. Ugyanis az a kitevőt okvetlenül úgy kell választanunk, hogy $\|p^\alpha\| = \|A\|$. De az a sem választható többféle módon. Mert ha

$$\|A - ap^\alpha\| < \|A\| = \|p^\alpha\|$$

és

$$\|A - a'p^\alpha\| < \|A\| = \|p^\alpha\|$$

akkor egyszersmind

$$\|a - a'\| \|p^\alpha\| = \|ap^\alpha - a'p^\alpha\| = \|ap^\alpha - A + (A - a'p^\alpha)\| < \|p^\alpha\|,$$

azaz

$$\|a - a'\| < 1.$$

Ez pedig az $1, 2, \dots, p-1$ számok közül választott a és a' esetében csak úgy következhetik be, hogy $a = a'$.

Az ap^α számot A főrésznének nevezzük.

28. §. A $K(p)$ testnek bármely a zérustól különböző A mennyisége egy és csak egy

$$a_0 p^\alpha + a_1 p^{\alpha+1} + \dots + a_n p^{\alpha+n} + \dots \quad (1)$$

alakú sor összege, melyben a p törzsszámnak kitevői racionális egész számok, az

$$a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$$

együtthatók $0, 1, 2, \dots, p-1$ számok közül valók és a_0 a zérustól különböző.

Ugyanis válaszszuk $a_0 p^\alpha$ -nak az A főrésztét, továbbá legyen $A - a_0 p^\alpha$ főrésze $a_1 p^{\alpha+h}$, az $A - (a_0 p^\alpha + a_1 p^{\alpha+h})$ főrésze $a_2 p^{\alpha+k}$, stb.

Ha az előállítandó sorban $p^a, p^{a+h}, p^{a+k}, \dots$ együtthatójának az így nyert a_0, a_h, a_k, \dots számokat választjuk, a többi együtthatónak pedig zérust, akkor a sor összege valóban A . Egyszeresmind világos, hogy csak az így nyert sor valóban megfelel valamennyi követelésünknek.

Hozzátehetjük, hogy fordítva minden (1) alakú sor a $K(p)$ -ben összetartó, tehát e test egyik elemét jelenti.

Az (1) alakú sorokat HENSEL a racionális p -adicus számok *normálalakjának* nevezi.

HENSEL a racionális p -adicus számokat úgy értelmezi, hogy épen e sorokat nevezi p -adicus számoknak és a velük való számolás szabályait úgy állapítja meg, hogy e mennyiségek a jelen dolgozatban az értékelés fogalmának segítségével értelmezett $K(p)$ test mennyiségeivel minden tekintetben azonosak. Eljárása és az itteni tárgyalás között olyan a különbség, mint az irracionális valós számoknak tisztán a végtelen tizedestörtre alapított elmélete és a CANTOR-féle elmélet között.

III. HATVÁNSOROK.

Az összetartási sugár.

29. §. A valós vagy complex együtthatókkal bíró hatványsorokra vonatkozólag ismeretes tételek közül számos változatlanul érvényes oly

$$p(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots \quad (1)$$

hatványsorokra nézve is, melyekben a c együtthatók egy tetszőszerint adott K perfect értékelt testből valók és melyekben a z változó volta is abban áll, hogy helyébe ama K testből vett különböző mennyiségek helyettesítendők.

Mint valós vagy complex együtthatók esetében, úgy minden más esetben is az (1) alatti sor vizsgálata szorosan összefügg a

$$\|a_0\| + \|a_1\|u + \|a_2\|u^2 + \dots \quad (2)$$

sor vizsgálatával, hol az u pozitív valós változó.

Jelentse R azon u -knak felső határát, melyekre nézve a

(2) alatti sor a szó rendes értelmében összetartó. Akkor mindazon z -kre nézve, melyek az

$$\|z\| < R$$

egyenlőtlenségnek megfelelnek, a $p(z)$ hatványsor (a K testben) összetartó. Ellenben $p(z)$ még az összetartásra szükséges

$$\lim. c_m z^m = 0$$

feltételt sem elégíti ki, ha $\|z\| > R$.

CAUCHY¹ szerint R egyenlő a

$$\|c_1\|, \|c_2\|^{\frac{1}{2}}, \dots, \|c_m\|^{\frac{1}{m}}, \dots$$

sorozat *limes superiorjának*, azaz legnagyobb sűrűsödési helyének, *reciproc értékével*. Képletben :

$$R = \frac{1}{l}$$

hol

$$l = \overline{\lim.}_{m=\infty} \|c_m\|^{\frac{1}{m}}.$$

R -et az (1) és (2) alatti sorok *összetartási sugarának*, l -et pedig eme sorok *CAUCHY-féle állandójának* nevezem.

Ha K a complex számok összességét jelenti és értékelésül az abszolút érték szolgál, akkor R azon z -k értékelésének *felső határa*, melyekre nézve a $p(z)$ sor összetartó. Általában azonban R nem felső határa, hanem csak *felső korlátja* ezen értékeléseknek. Ennek oka abban van, hogy általában egy perfect értékelt test mennyiségeinek értékelései nem alkotnak mindenütt sűrű tartományt.

Ha

$$p_1(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots$$

és

$$p_2(z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots$$

CAUCHY-féle állandója l_1 , ill. l_2 , akkor

$$p(z) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1) z + (a_2 + b_2) z^2 + \dots$$

¹ CAUCHY: *Cours d'Analyse*, Paris (1821), 151. lap.

CAUCHY-féle állandója nem lehet nagyobb, mint l_1 és l_2 közül a nagyobbik.

Egyszersmind könnyen belátható, hogy ahol $p_1(z)$ és $p_2(z)$ összetartó, ott

$$p(z) = p_1(z) + p_2(z).$$

30. §. Vizsgáljuk pl. a

$$H_n(z) = 1 + \binom{n}{1} z + \binom{n+1}{2} z^2 + \dots + \binom{m+n-1}{m} z^m + \dots$$

hatványsort egy tetszésszerinti K perfect értékelt testben.

Ha K a complex számok összessége és értékelésül az abszolút érték szolgál, akkor ismeretes, hogy a vizsgálandó sorra nézve R és l egyenlő 1-gyel. Ezt felhasználva, most már bebizonyíthatjuk, hogy R és l értéke más K esetében is ugyanez.

$H_n(z)$ együtthatói közönséges egész számok lévén, nyilván

$$\left\| \binom{m+n-1}{m} \right\| \leq \binom{m+n-1}{m}.$$

Tehát

$$l = \lim_{m \rightarrow \infty} \left\| \binom{m+n-1}{m} \right\|^{1/m} \leq \lim_{m \rightarrow \infty} \binom{m+n-1}{m}^{1/m} = 1.$$

Ennélfogva a K testben $H_n(z)$ összetartási sugara ≤ 1 .

Ott, hol $H_n(z)$ összetartó, nyilván

$$(1-z) H_n(z) = H_{n-1}(z),$$

tehát

$$H_n(z) = \frac{1}{(1-z)^n}. \tag{1}$$

E képlet értelmében a $z = 1$ esetben a $H_n(z)$ sor nem lehet összetartó. Ennélfogva l nem lehet kisebb mint 1, hanem $l = 1$.

31. §. Ha a

$$\begin{aligned} p_1(z) &= a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots \\ p_2(z) &= b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots \end{aligned}$$

sorokhoz, melyeknek együtthatói a K perfect értékelt testből valók, e testben található a zérushoz közeledő oly

$$z_1, z_2, \dots, z_n, \dots,$$

sorozat, hogy

$$\text{akkor} \quad p_1(z_1) = p_2(z_1), \dots, p_1(z_n) = p_2(z_n), \dots$$

$$a_0 = b_0, a_1 = b_1, \dots, a_m = b_m, \dots$$

Hadamard tételei.

32. §. Legyenek a

$$p(z) = c + c_1z + c_2z^2 + \dots$$

hatványsornak és az

$$f(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_kz^k + \dots + a_nz^n$$

n -ed fokú racionális egész függvénynek együtthatói a K értékelt testből valók és jelentse l megint $p(z)$ CAUCHY-féle állandóját.

Ha $p(z)$ minden tagját megszorozzuk a_kz^k -val, akkor oly $p_k(z)$ hatványsort nyerünk, melynek CAUCHY-féle állandója vagy megint l , vagy pedig zérus (t. i. ha $a = 0$). Ha azután

$$p_1(z), p_2(z), \dots, p_n(z)$$

hasonló tagjait összevonjuk, a keletkező $\bar{p}(z)$ sor CAUCHY-féle állandója is $\leq l$. Ott, hol $p(z)$ összetartó, $\bar{p}(z)$ egyenlő $p(z)$ és $f(z)$ szorzatával, azért $\bar{p}(z)$ -t röviden a pf sornak mondjuk.

33. §. Rendszerint pf CAUCHY-féle állandója ugyanaz, mint $p(z)$ soré. De megtörténhetik, hogy $f(z)$ alkalmas választása után pf CAUCHY-féle állandója kisebb mint a $p(z)$ soré. Hogy mikor található a $p(z)$ sorhoz ily $f(z)$ racionális függvény és hogy ekkor hogyan határozható meg a legalacsonyabbfokú ily függvény, arra nézve HADAMARD¹ következő tételei adnak felvilágosítást:

¹ HADAMARD J.: *Essai sur l'étude des fonctions etc.* című, a bevezetésben idézett értekezésében e tételek természetesen csak arra az esetre vonatkozólag vannak kimondva és bebizonyítva, midőn az együtthatók valós vagy complex számok. De nemcsak a tételek, hanem HADAMARD bebizonyításai is, minden más esetben is érvényesek.

I. Legyen rövidség kedvéért

$$D_{mp} = \begin{vmatrix} c_m & c_{m+1} & \dots & c_{m+p} \\ c_{m+1} & c_{m+2} & \dots & c_{m+p+1} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ c_{m+p} & c_{m+p+1} & \dots & c_{m+2p} \end{vmatrix}$$

és

$$l_p = \overline{\lim}_{m \rightarrow \infty} \|D_{mp}\|^{\frac{1}{m}}.$$

a) Ekkor p minden pozitív egész értékénél

$$l_p \leq l^{p+1}$$

hol

$$l = l_0 = \overline{\lim}_{m \rightarrow \infty} \|c_m\|^{\frac{1}{m}}.$$

b) Abban a különös esetben, midőn található oly p -ed fokú $f(z)$ racionális egész függvény, hogy p -f CAUCHY-féle állandója kisebb mint l , akkor p ezen értékénél

$$l_p < l^{p+1}.$$

Tehát, ha p minden értékénél

$$l_p = l^{p+1},$$

akkor az $f(z)$ racionális egész függvény bármely választásánál p -f CAUCHY-féle állandója egyenlő l -l.

II. Ha ellenben vannak oly p pozitív egész számok, melyekre nézve

$$l_p < l^{p+1},$$

és p közülök éppen a legkisebbet jelenti, akkor p ezen értékére nézve a következő jelenségek állanak be:

a) Az l_{p-1} nemcsak limes superiorja, hanem egyszerűsített a szó rendes értelmében vett limese a

$$\|D_{1\ p-1}\|, \|D_{2\ p-1}\|^{\frac{1}{2}}, \|D_{3\ p-1}\|^{\frac{1}{3}}, \dots$$

sorozatnak.

b) A

$$\begin{aligned}
 c_{m+p} + A_m^{(1)}c_{m+p-1} + \dots + A_m^{(p)}c_m &= 0 \\
 c_{m+p+1} + A_m^{(1)}c_{m+p} + \dots + A_m^{(p)}c_{m+1} &= 0 \\
 \dots &\dots \\
 c_{m+2p-1} + A_m^{(1)}c_{m+2p-2} + \dots + A_m^{(p)}c_{m+p-1} &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

egyenletrendszerből m igen nagy értékeinél az $A_m^{(1)}, \dots, A_m^{(p)}$ ismeretlenek egyértelműen meghatározhatók. Az ismeretlenekre nyert értékek m növekedtével bizonyos $A^{(1)}, \dots, A^{(p)}$ limesekhez közelednek.

c) *Eme limesekkel, mint együtthatókkal, alkotott*

$$f(z) = 1 + A^{(1)}z + \dots + A^{(p)}z^p$$

függvény olyan, hogy pf -nek CAUCHY-féle állandója kisebb mint p -é. Még pedig az így nyert $f(z)$ a lehető legalacsonyabb fokú.

34. §. Ha $f_1(z)$ és $f_2(z)$ két oly racionális egész függvény, hogy pf_1 és pf_2 CAUCHY-féle állandója kisebb mint p -é, akkor

$$f_1(z)g_1(z) + f_2(z)g_2(z)$$

szintén ilyen függvény, akárhogyan választjuk a $g_1(z)$ és $g_2(z)$ racionális egész függvényt.

Innen világos a következő tétel helyessége:

Ha azok közül az $f(z)$ racionális egész függvények közül, melyekre nézve pf CAUCHY-féle állandója kisebb mint p -é, kiválasztjuk a legalacsonyabb fokút: akkor a többi ennek többszöröse

Mint hogy HADAMARD tételei épen a legalacsonyabb $f(z)$ -t adják, ezzel az összes $f(z)$ -k meghatározása is megtörtént.

Hadamard tételeinek alkalmazása.

35. §. Legyenek az

$$\begin{aligned}
 f(z) &= 1 + a_1z + \dots + a_nz^n \\
 g(z) &= b_0 + b_1z + \dots + b_\gamma z^\gamma
 \end{aligned}$$

egész függvények együtthatói a K perfect értékelt testből valók.

Ismeretes módon könnyen bebizonyítható egy és csak egy oly

$$p(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots$$

hatványsor létezése, hogy

1. e sor igen kis értékelésű z -kre nézve absolute összetartó,
2. azokra az z -kre nézve, melyekre nézve a sor összetartó,

az összege $\frac{g(z)}{f(z)}$.

A következőkben felteszszük, hogy $f(z)$ a K testben irreducibilis, azaz nem állítható elő, mint alacsonyabb fokú tényezők szorzata. A $g(z)$ -ről felteszszük, hogy nem osztható $f(z)$ -vel. Be fogjuk bizonyítani, hogy *ekkor* $p(z)$ CAUCHY-féle állandója *mindig* $l = \|a_n\|^{\frac{1}{n}}$.

A meghatározandó CAUCHY-féle állandó értéke nyilván csak az $f(z)$ választásától függ, ellenben független a $g(z)$ választásától. Valóban közvetlenül világos, hogy $\frac{g(z)}{f(z)}$ sorának CAUCHY-féle állandója sohasem nagyobb, mint az $\frac{1}{f(z)}$ soráé. De kisebb sem lehet. Ugyanis ama $h(z)$ racionális egész függvények, melyekre nézve $\frac{h(z)}{f(z)}$ CAUCHY-féle állandója kisebb mint $\frac{1}{f(z)}$ -é, mindannyian többesei a legalacsonyabb fokú ily függvénynek, mondjuk $\bar{h}(z)$ -nek. Minthogy $f(z)$ szintén a $h(z)$ függvények közé tartozik és irreducibilis, azért ez csak úgy lehetséges, hogy $\bar{h}(z) = f(z)$. Ámde a $g(z)$ racionális függvényről feltettük, hogy nem osztható $f(z)$ -vel, tehát nem tartozhatik a $h(z)$ -k közé.

Minthogy a keresett CAUCHY-féle állandó csak az $f(z)$ választásától függ, egyszerűség kedvéért a $g(z) = z^{n-1}$ esetet fogjuk szem előtt tartani. Ekkor

$$c_0 = c_1 = \dots = c_{n-2} = 0, \quad c_{n-1} = 1$$

és

$$c_{m+n} + a_1 c_{m+n-1} + \dots + a_n c_m = 0 \quad (m = 0, 1, \dots). \quad (1)$$

Az (1) alatti képletek értelmében a

$$D_{m, n-1} = \begin{vmatrix} c_m & \dots & c_{m+n-2} & c_{m+n-1} \\ c_{m+1} & \dots & c_{m+n-1} & c_{m+n} \\ \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ c_{m+n-1} & \dots & c_{m+2n-3} & c_{m+2n-2} \end{vmatrix}$$

determináns utolsó oszlopában

$$c_{k+m+n-1} = -a_1 c_{k+m+n-2} \cdots - a_{n-1} c_{k+m} - a_n c_{k+m-1} \\ (k = 0, 1, 2, \dots, n-1).$$

Tehát egyszerű átalakítás után

$$D_{m \ n-1} = \begin{vmatrix} c_m & \cdots & c_{m+n-2} & -a_n c_{m-1} \\ c_{m+1} & \cdots & c_{m+n-1} & -a_n c_m \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ c_{m+n+1} & \cdots & c_{m+2n-3} & -a_n c_{m+n-2} \end{vmatrix}$$

Azaz

$$D_{m \ n-1} = (-1)^n a_n D_{m-1 \ n-1}$$

és innen

$$D_{m \ n-1} = (-1)^{mn} a_n^m D_{0 \ n-1}.$$

Ebben a képletben

$$D_{0 \ n-1} = \begin{vmatrix} 0 \ \dots \ 0 & 0 & 1 \\ 0 \ \dots \ 0 & 1 & c_n \\ 0 \ \dots \ 1 & c_n & c_{n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 \ \dots \ c_{2n-4} & c_{2n-3} & c_{2n-2} \end{vmatrix}$$

Tehát

$$\|D_{m \ n-1}\|^m = \|a_n\|^m$$

és

$$l_{n-1} = \lim_{m \rightarrow \infty} \|D_{m \ n-1}\|^{\frac{1}{m}} = \|a_n\|.$$

Mint hogy HADAMARD I. a) tétele színt $l_{n-1} \leq l^n$, azért innen

$$l \geq \|a_n\|^{\frac{1}{n}}. \quad (2)$$

Ha még $f(z)$ irreducibilis voltát is tekintetbe vesszük, akkor itt az egyenlőtlenség jele könnyen kizárható. Ugyanis, ha

$$l_{n-1} = \|a_n\| < l^n,$$

akkor HADAMARD II. a)–c) tételei szerint van egy oly n -nél alacsonyabb fokú $h(z)$ racionális egész függvény, hogy ph CAUCHY-féle állandója kisebb, mint l . Még pedig HADAMARD tételei épen a legalacsonyabb fokú ily $h(z)$ -t adják meg. Továbbá $f(z)$ -nek

e legalacsonyabb fokú $h(z)$ -vel oszthatónak kell lennie. De ez irreducibilis $f(z)$ esetében lehetetlen.

Ezzel a kimondott tétel minden részletében be van bizonyítva.

Minket a következőkben csak az az eset érdekel, midőn $g(z)$ az $f(z)$ függvényénél alacsonyabb fokú. Ebben az esetben $g(z)$ eo ipso nem osztható az $f(z)$ irreducibilis függvényével. Ekkor tehát eredményünk így fogalmazható:

Legyenek:

$$f(z) = 1 + a_1z + \dots + a_nz^n$$

és

$$g(z) = b_0 + b_1z + \dots + b_rz^r$$

együtthatói a K perfect értékelt testből valók, legyen $f(z)$ e testben irreducibilis és legyen $g(z)$ foka $< n$. Akkor a

$$\frac{g(z)}{f(z)} = c_0 + c_1z + \dots$$

hatványsor CAUCHY-féle állandója

$$l = \|a_n\|^{\frac{1}{n}}.$$

36. §. Eredményeink könnyen átvihetők *negatív kitevőjű hatványsorok szerint haladó sorokra*. Ha e végből a

$$c_0 + c_1z + c_2z^2 + \dots \tag{1}$$

hatványsorban z helyébe $\frac{1}{z}$ -t írunk és z -vel osztunk, a

$$c_0z^{-1} + c_1z^{-2} + c_2z^{-3} + \dots \tag{2}$$

sort nyerjük. Az

$$l = \overline{\lim}_{m=\infty} \|c_m\|^{\frac{1}{m}}$$

limes superiort a (2) sorra nézve is a CAUCHY-féle állandónak nevezzük. Ha $\|z\| > l$, akkor a (2) sor absolute összetartó. Ha $\|z\| < l$, akkor még az összetartásnak

$$\lim_{m=\infty} c_m z^{-m-1} = 0$$

feltétele sincs kielégítve. Azért l -et a (2) sor *összetartási sugárának* is mondjuk.

37. §. A mondottakat a 30. §-ban vizsgált sorra alkalmazva, azt találjuk, hogy a

$$z^{-1} + \binom{n}{1} z^{-2} + \binom{n+1}{2} z^{-3} + \dots + \binom{m+n-1}{m} z^{-m-1} + \dots$$

sor CAUCHY-féle állandója $l = 1$. E sor akkor és csak akkor absolute összetartó, ha $\|z\| > 1$. A mely z -kre a sor összetartó, azokra nézve összege

$$\frac{z^{n-1}}{(z-1)^n}.$$

38. §. Ha a 36. §-ban mondottakat a 35. §. végén kimondott tételre alkalmazzuk, akkor a következőt nyerjük:

Legyenek

$$f(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$$

és

$$g(z) = b_0 z^{n-1} + b_1 z^{n-2} + \dots + b_{n-1}$$

együtthatói a K perfect értékelt testből valók és legyen $f(z)$ e testben irreducibilis. Ekkor a

$$\frac{g(z)}{f(z)}$$

függvényt az igen nagy értékelésű z -kre nézve

$$c_0 z^{-1} + c_1 z^{-2} + c_2 z^{-3} + \dots$$

alakú sorba fejtvé, e sor CAUCHY-féle állandója $\|a_n\|^{\frac{1}{n}}$.

IV. ALGEBRAI KIBŐVÍTÉSEK.

Algebrai alapfogalmak.¹

39. §. Jelentsen K egy tetszés szerint adott testet. Még azt sem kötjük ki, hogy K értékelve legyen. A K valamely L ki-

¹ Az itt összeállított algebrai tételekre nézve l. STEINITZ idézett értékelését. A nehezebb tételek mind STEINITZ-től valók. Az egyszerűbbek általánosan ismeretesek.

bővítését *algebrai kibővítésnek* mondjuk, ha L minden mennyisége oly algebrai egyenletnek tesz eleget, melynek együtt-hatói K -ból valók.

Azok közül a K -ból származó algebrai egyenletek közül, melyeknek L valamely a mennyisége eleget tesz, kiválasztva a legalacsonyabb fokút, ez a K -ban irreducibilis és bal oldala valamennyi többi ily egyenlet bal oldalának osztója. Ezt az irreducibilis egyenletet az a -nak (a K testre vonatkozó) *értelmező egyenletének* mondjuk.

Ha valamely K testben minden egyváltozós egész racionális egész függvény, melynek együtt-hatói K -ból valók, lineáris tényezőkre esik szét, akkor K -nak nincsen algebrai kibővítése. Azért ebben az esetben K -t *algebrailag zártnak* mondjuk.

Minden más esetben K -nak van legalább egy algebrai kibővítése.

Ugyanis nem algebrailag zárt K esetében mindig van a K -ból származó algebrai egyenletek között oly másod- vagy magasabbfokú

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0,$$

mely K -ban irreducibilis. Továbbá K -hoz mindig tudunk oly algebrai kibővítést találni, melyben ezen egyenletnek van legalább egy a gyöke. A legegyszerűbb ily kibővítést a következő módon kapjuk:

Értsünk α -n valamely új jelet és számoljunk α -nak K -ból származó racionális egész függvényeivel úgy, mintha α független változó volna, csak hogy az oly függvényeket, melyeknek különbsége osztható az

$$f(\alpha) := \alpha^n + a_1 \alpha^{n-1} + \dots + a_n$$

függvénnyel, nem tekintjük egymástól különbözőknek. Ha az α racionális egész függvényeivel így számolunk, akkor összeségük oly test, melyben α az adott egyenletnek egyik gyöke. E testről azt mondjuk, hogy K -ból az adott egyenlet α gyökének *adjungálásával* keletkezett.

40. §. Ha K egy adott test és valamely adott

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0 \quad (1)$$

egyenlet együtthatói belőle valók, akkor ezen egyenlet bal oldala vagy már K -ban szétesik lineáris tényezőkre, vagy pedig K -ból fokozatos kibővítéssel előállíthatunk oly testet, melyben e szétesés bekövetkezik.

Legyen L a K -nak oly kibővítése, melyben az (1) alatti egyenlet bal oldala lineáris tényezőkre bontható és legyenek L -ben ezen egyenlet gyökei: $\alpha_1, \alpha_2, \dots$

E gyököknek a K -ból származó racionális egész függvényei már magukban testet alkotnak. Ez a test az egyenlet bal oldalának lineáris tényezőkre való felbontására *épen elegendő*. Vagyis benne e felbontás lehetséges, de valódi rész-testei között nincs K -nak oly bővítése, melyben a felbontás elvégezhető.

Ha L és M a K -nak két oly kibővítése, melyek mind-egyike épen elégséges (1) bal oldalának lineáris tényezőkre való felbontására, akkor ezek K -nak algebrai szempontból *æquivalens* kibővítései. K két kibővítését *algebrai szempontból æquivalensnek* akkor mondjuk, ha elemeik úgy vonatkozathatók kölcsönösen egyértelműen egymásra, hogy 1. ha az α, β elemeknek α', β' felel meg, akkor $\alpha + \beta$ és $\alpha\beta$ -nak $\alpha' + \beta'$ és $\alpha'\beta'$ fog megfelelni, továbbá 2. K minden eleme önmagának felel meg.

41. §. Jelentse L a K -nak oly kibővítését, mely a K -ból származó együtthatókkal bíró

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

bal oldalának lineáris tényezőkre való felbontására épen elegendő. Ekkor L a K -nak mindig véges kibővítése.

A K valamely kibővítését *végesnek* mondjuk, ha kiválaszthatunk belőle véges számú oly u_1, u_2, \dots, u_r elemet, melyekből valamennyi elem az

$$A_1 u_1 + A_2 u_2 + \dots + A_r u_r$$

alakban állítható elő, hol az A együtthatók a K -ból valók.

Ha K orthoid tartomány, akkor minden véges kibővítése egyszersmind egyszerű is. A K valamely kibővítését *egyszerűnek* mondjuk, ha valamennyi eleme mint *egy* α elemnek a K -ból származó racionális függvénye fejezhető ki.

Ha K pseudoorthoid tartomány, akkor esetleg lesznek oly

véges kibővítései is, melyek nem egyszerűek. Ennek oka a következőkben rejlik:

Ha K orthoid tartomány és

$$f(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$$

a z független változónak a K -ből származó oly függvénye, mely e tartományban irreducibilis, akkor $f(z)$ -nek és az $f'(z)$ differenciálhányadosnak legnagyobb közös osztója z -től ment. Ha ellenben K pseudoorthoid tartomány, vagy STEINITZ kifejezését használva, ha K -nak karakteristikája valamely p törzsszám, akkor esetleg $f'(z)$ azonosan eltűnik.

Ha a K -ből származó és K -ban irreducibilis $f(z)$ racionális egész függvényre nézve $f'(z)$ nem azonosan zérus, akkor $f(z)$ -t *első fajúnak* mondjuk. Orthoid tartomány esetében minden belőle származó és benne irreducibilis $f(z)$ elsőfajú.

A K bármely algebrai kibővítésében azokat az elemeket, melyeknek értelmező egyenletében a bal oldal elsőfajú függvény magukat is (a K -ra nézve) *elsőfajúaknak* mondjuk.

Ha K valamely véges kibővítésében minden elem elsőfajú, akkor e kibővítés mindig *egyszerű*.

A K bármely algebrai kibővítésének elsőfajú elemei már magukban testet alkotnak. Más szóval, két elsőfajú elem összege és szorzata megint elsőfajú.

Ha K karakteristikája p , és K valamely algebrai kibővítésének a eleme *nem* elsőfajú, akkor a a -hoz mindig található p -nek egy oly p^f hatványa, hogy

$$\bar{a} = a^{p^f}$$

elsőfajú. Ha f -et lehetőleg kicsinynek választjuk, vagyis úgy, hogy

$$a^{p^f-1}$$

még ne legyen elsőfajú, akkor \bar{a} értelmező egyenletéből úgy kapjuk a értelmező egyenletét, hogy benne z helyébe z -nek p^f kitevőjű hatványát helyettesítjük.

42. §. A K -nak minden oly kibővítése, mely egy K -ból származó racionális egész függvénynek lineáris tényezőire való felbontására épen elégséges, a K -nak normális kibővítései közé

tartozik. A K valamely kibővítését *normálisnak* mondjuk, ha oly *algebrai* kibővítés, hogy bármely a K -ból származó és a K -ban irreducibilis $f(z)$, melynek a szóbanforgó kibővítésben egyáltalában van lineáris osztója, benne csupa *lineáris* tényezőre esik szét.

43. §. ZERMELO egyik tétele szerint bármely halmaz jól rendezhető. Ha e sokat vitatott tételt elfogadjuk, akkor, mint STEINITZ megmutatta, egyszersmind az is bebizonyítható, hogy bármely test vagy már maga algebrailag zárt, vagy van egy oly algebrai kibővítése, mely algebrailag zárt.

Algebrai szempontból a K testnek mindig csak egy ily kibővítése lehetséges. Azaz, ha L és M a K -nak két algebrailag zárt, algebrai kibővítése, akkor ezek K -nak algebrai szempontból æquivalens kibővítései.

Ha K a K -nak algebrailag zárt, algebrai kibővítése, akkor K bármely algebrai kibővítése algebrai szempontból vagy magával a K testtel vagy ennek egy részével æquivalens.

Perfect értékelt testek normális kibővítéseinek értékelése.

44. §. Most már tegyük fel, hogy K perfect értékelt test. \bar{K} legyen K -nak valamely normális kibővítése. Az, hogy \bar{K} épen a K -nak algebrailag zárt, algebrai kibővítése, ennek csak speciális esete. Minthogy meggondolásaink bármely normális kibővítésre alkalmazhatók, nincs okunk épen az említett speciális esetre szorítkoznunk.

Szándékunk bebizonyítani, hogy K bármely \bar{K} normális kibővítése úgy értékelhető, hogy K mennyiségei megtartják eredeti értékelésüket és \bar{K} -nak *ugyanazon* értelmező egyenletet kielégítő mennyiségei *egyenlő értékelésűek*.

Ha a K test a elemének értelmező egyenlete

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

és ennek valamennyi gyökét egyenlően akarjuk értékelni, akkor az értékelésre vonatkozó

$$\|a\beta\| = \|a\| \|\beta\|$$

postulatum értelmében nyilván a értékelésének

$$\|a\| = \|a_n\|^n$$

választandó.

Csak az kétséges, hogy \bar{K} minden a eleméhez így állapítva meg a megfelelő $\|a\|$ számot, e megállapodás valóban értékelése? Más szóval, még ki kell mutatnunk, hogy e megállapodás után csakugyan \bar{K} minden elemére nézve

$$\|1+a\| \leq 1 + \|a\|$$

és bármely két elemére nézve

$$\|a\beta\| = \|a\| \|\beta\|.$$

4.5. §. A szorzatra vonatkozólag imént felirt képlet bebizonyításánál szorítkozzunk először csak arra az esetre, hogy a és β (a K -ra nézve) elsőfajú elemek. Az a értelmező egyenlete legyen

$$z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m = 0,$$

β -é legyen

$$z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n = 0,$$

a $\gamma = a\beta$ szorzaté

$$z^h + c_1 z^{h-1} + \dots + c_h = 0.$$

A \bar{K} testből válaszszuk ki az L résztestet (mely esetleg maga \bar{K} is lehet) úgy, hogy az eredeti K test minden elemét magában foglalja és

$$(z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m) (z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n)$$

lineáris tényezőkre való felbontására épen elégséges legyen.

Ez az L test a K -nak véges, normális kibővítése. Továbbá minden eleme K -ra nézve elsőfajú lévén, e kibővítés egyszersmind egyszerű is. Tehát L -ben van egy oly ϑ elem, hogy L minden eleme ϑ -nak a K -ból származó racionális függvénye.

A ϑ -t értelmező egyenletnek összes gyökei legyenek

$$\vartheta, \vartheta_1, \dots, \vartheta_{r-1}.$$

Az a -t, β -t és a $\gamma = a\beta$ szorzatot mind ϑ függvényét kifejezve, legyen

$$a = \varphi(\vartheta), \beta = \psi(\vartheta), \gamma = \chi(\vartheta).$$

Az r szám az m , n és h valamely közös többsége. Továbbá a következő három szorzat

$$\begin{aligned} (z - \varphi(\partial)) \dots (z - \varphi(\partial_{r-1})) \\ (z - \psi(\partial)) \dots (z - \psi(\partial_{r-1})) \\ (z - \chi(\partial)) \dots (z - \chi(\partial_{r-1})) \end{aligned}$$

rendre az a -t, β -t ill. γ -t értelmező egyenlet bal oldalának $\frac{r}{m}$, $\frac{r}{n}$, $\frac{r}{h}$ kitevőjű hatványa. Tehát

$$\begin{aligned} \varphi(\partial) \dots \varphi(\partial_{r-1}) &= \pm a_m^{\frac{r}{m}} \\ \psi(\partial) \dots \psi(\partial_{r-1}) &= \pm b_n^{\frac{r}{n}} \\ \chi(\partial) \dots \chi(\partial_{r-1}) &= \pm c_h^{\frac{r}{h}}. \end{aligned}$$

Ha még tekintetbe vesszük, hogy

$$\chi(\partial) \dots \chi(\partial_{r-1}) = \varphi(\partial) \psi(\partial) \dots \varphi(\partial_{r-1}) \psi(\partial_{r-1}),$$

akkor innen

$$\pm c_h^{\frac{r}{h}} = a_m^{\frac{r}{m}} b_n^{\frac{r}{n}}.$$

Tehát

$$\|c_h\|^{\frac{1}{h}} = \|a_m\|^{\frac{1}{m}} \|b_n\|^{\frac{1}{n}},$$

azaz valóban

$$\|\gamma\| = \|a\| \|\beta\|.$$

46. §. Ha a , β és $\gamma = a\beta$ a K -ra nézve nem mindannyian elsőfajúak, akkor határozzuk meg azt a három legkisebb u , v , w kitevőt, melyre nézve

$$\bar{a} = a^{p^u}, \quad \bar{\beta} = \beta^{p^v}, \quad \gamma = \gamma^{p^w}$$

elsőfajú.

Ekkor

$$\bar{\gamma}^{p^{uv}} = \bar{a}^{p^{v^u}} \bar{\beta}^{p^{u^v}}.$$

Minthogy \bar{a} , $\bar{\beta}$, γ elsőfajú elemek, ezekre nézve már ismeretes, hogy

$$\|\bar{\gamma}\|^{p^{uv}} = \|\bar{a}\|^{p^{v^u}} \|\bar{\beta}\|^{p^{u^v}}.$$

Tehát

$$\|\bar{\gamma}\|^{1/p^v} = \|\bar{\alpha}\|^{1/p^u} \|\bar{\beta}\|^{1/p^v}. \quad (1)$$

Ha $\bar{\alpha}$ -t az

$$z_m + \dots + a_m = 0$$

egyenlet értelmezi, akkor az a -t értelmező egyenlet:

$$z^{mp^u} + \dots + a_m = 0.$$

Tehát az $\|a\|$ és $\|\bar{\alpha}\|$ meghatározására vonatkozó megállapodásunk szerint:

$$\|a\| = \|a_m\|^{1/mp^u} = \|\bar{\alpha}\|^{1/p^u}.$$

Hasonlóképen:

$$\|\beta\| = \|\bar{\beta}\|^{1/p^v}, \quad \gamma = \|\bar{\gamma}\|^{1/p^v}.$$

Ezt (1) alatt tekintetbe véve, végre esetünkben is

$$\|\gamma\| = \|a\| \|\beta\|.$$

47. §. Míg az imént végzett megfontolásoknál csak K értékelt voltát kellett felhasználnunk, az

$$\|1 + a\| \leq 1 + \|a\|$$

képlet bebizonyításánál e testnek perfect volta is lényeges.

Hogy a bebizonyítást elvégezhessük, a hatványsorokról mondottakat néhány egyszerű és lényegében általánosan ismeretes megjegyzéssel kell kiegészítenünk.

Jelentsen

$$c_0 z^{-1} + c_1 z^{-2} + \dots$$

egy adott hatványsort, melynek együtthatói a K perfect értékelt testből valók. A sor CAUCHY-féle állandója legyen l . Helyettesítsük z helyébe a $t-1$ különbséget. Ha t -re nézve kikötjük, hogy

$$\|t\| > 1 + l,$$

akkor

$$\|t-1\| \geq \|t\| - 1 > l,$$

tehát

$$c_0 (t-1)^{-1} + c_1 (t-1)^{-2} + \dots \quad (2)$$

absolute összetartó.

Itt (a 37. §. értelmében)

$$(t-1)^{-k-1} = t^{-k-1} + \binom{k+1}{1} t^{-k-2} + \binom{k+2}{2} t^{-k-3} + \dots,$$

tehát a (2) alatti sor a

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k \left(t^{-k-1} + \binom{k+1}{1} t^{-k-2} + \binom{k+2}{2} t^{-k-3} + \dots \right)$$

kétszeresen végtelen sorral egyenlő. E sor mint kétszeresen végtelen sor is absolute összetartó, ennél fogva benne a t ugyanazon hatványát tartalmazó tagokat összevonhatjuk. Az így keletkezett

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left(c_m + \binom{m}{m-1} c_{m-1} + \dots + c_0 \right) t^{-m-1} \quad (3)$$

sor a $\|t\| > 1+l$ esetben mindig absolute összetartó és összege egyenlő a (2) alatti sorral.

Midőn K a valós vagy a complex számok teste, akkor a mondottakból egyszersmind világos, hogy a (3) alatti sor CAUCHY-féle állandója $\leq 1+l$. Más K perfect értékelt test esetében azonban ez még bebizonyítandó.

48. §. Tegyük most fel, hogy a

$$\gamma_0 z^{-1} + \gamma_1 z^{-2} + \dots$$

sor együtthatói positiv valós számok, esetleg részben zérusok. A z legyen valós változó. Értékelésül szolgáljon az abszolút érték.

Ekkor a mondottak szerint a

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left(\gamma_m + \binom{m}{m-1} \gamma_{m-1} + \dots + \gamma_0 \right) t^{-m-1}$$

sor CAUCHY-féle állandója $\leq 1 + \overline{\lim}_{m=\infty} \gamma_m^{\frac{1}{m}}$. Vagyis ekkor

$$\overline{\lim}_{m=\infty} \left(\gamma_m + \binom{m}{m-1} \gamma_{m-1} + \dots + \gamma_0 \right)^{\frac{1}{m}} \leq 1 + \overline{\lim}_{m=\infty} \gamma_m^{\frac{1}{m}}. \quad (1)$$

Ez bármely nem negatív valós γ -kra igaz.

Ha innen áttérünk akármilyen K értékelt testre és a γ -k helyébe e testből vett c -knek értékelését vesszük, akkor

$$\|c_m + \binom{m}{m-1} c_{m-1} + \dots + c_0\| \leq \|c_m\| + \binom{m}{m-1} \|c_{m-1}\| + \dots + \|c_0\|$$

és ennél fogva az (1) alatti képletből

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|c_m + \binom{m}{m-1} c_{m-1} + \dots + c_0\|^{\frac{1}{m}} \leq 1 + \lim_{m \rightarrow \infty} \|c_m\|^{\frac{1}{m}}. \quad (2)$$

Tehát az előbbi §. (3) alatti sorának CAUCHY-féle állandója mindig $\leq 1+l$, hol l az ottani (1) alatti sor CAUCHY-féle állandója.

49. §. Legyen most már α a K perfect értékelt tartomány \bar{K} algebrai kibővítésének valamely eleme. Az α értelmező egyenlete legyen:

$$f(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0.$$

Az $1+\alpha$ összeget értelmező

$$f(t-1) = 0$$

egyenlet bal oldalának részletes alakja legyen

$$f(t-1) = t^n + a'_1 t^{n-1} + \dots + a'_n.$$

Bebizonyítandó, hogy

$$\|a\| = \|a_n\|^{\frac{1}{n}} \text{ és } \|1+\alpha\| = \|a'_n\|^{\frac{1}{n}}$$

között az

$$\|a'_n\|^{\frac{1}{n}} \leq 1 + \|a_n\|^{\frac{1}{n}}$$

egyenlőtlenség érvényes.

Az

$$\frac{1}{f(z)} = c_0 z^{-1} + c_1 z^{-2} + \dots$$

$$\frac{1}{f(t-1)} = c'_0 t^{-1} + c'_1 t^{-2} + \dots$$

sorok CAUCHY-féle állandója között, mint imént láttuk, a

$$\overline{\lim}_{m=\infty} \|c'_m\|^{\frac{1}{m}} \leq 1 + \overline{\lim}_{m=\infty} \|c_m\|^{\frac{1}{m}}$$

egyenlőtlenség érvényes.

Minthogy $f(z)$ és $f(t-1)$ a K testben irreducibilis, azért a 38. §. szerint

$$\overline{\lim}_{m=\infty} \|c_m\|^{\frac{1}{m}} = \|a_n\|^{\frac{1}{n}}, \quad \overline{\lim}_{m=\infty} \|c'_m\|^{\frac{1}{m}} = \|a'_n\|^{\frac{1}{n}}.$$

Tehát ¹ valóban

$$\|a'_n\|^{\frac{1}{n}} \leq 1 + \|a_n\|^{\frac{1}{n}}.$$

50. §. A racionális p -adikus számok teste, $K(p)$, perfect értékelt test. Az imént mondottak arra képesítenek, hogy e test bármely algebrai kibővítését szintén értékelhetjük. E kibővítéseknek elemeivel, az *algebrai p -adikus számokkal*, részletesebben e dolgozatban nem foglalkozhatunk, mert ez messze vezetne tulajdonképeni tárgyunktól.

V. AZ ÉRTÉKELÉS ELMÉLETÉNEK ALAPTÉTELE.

Algebrailag zárt, értékelt testek deriváltja.

51. §. E fejezetben annak bebizonyításával foglalkozunk, hogy *bármely algebrailag zárt, értékelt testnek deriváltja megint algebrailag zárt.*

¹ A 44—49. §§-ban nyert eredményeinknek a következő alakot is adhatjuk, melyben nem kell normális kibővítésekre szorítkoznunk.

Legyen \bar{K} a K perfect értékelt testnek egy tetszőszerinti algebrai kibővítése. Ha megállapodunk, hogy a K testnek a

$$zn + \dots + a_n = 0$$

egyenlet által értelmezett a mennyiségére nézve

$$\|a\| = \|a_n\|^{\frac{1}{n}},$$

akkor e megállapodás K -nek egy értékelése.

Ugyanis az értékelésre nézve megkívánt

$$\|1 + \alpha\| \leq 1 + \|\alpha\| \quad \|\alpha\beta\| < \|\alpha\| \|\beta\|$$

képleteket adott α és β esetében mindig úgy igazolhatjuk, hogy K -nak lehetőleg kicsiny oly normális kibővítését tartjuk szem előtt, mely α -t és β -t tartalmazza.

Ezzel teljesen elintézzük az értékelés elméletének azon *alaptételének* bebizonyítását, hogy *bármely* K *értékelt test új elemek hozzácsatolásával algebrailag zárt, perfect értékelt testté kibővíthető.*

Ugyanis a K értékelt testet kiegészíthetjük egy K' perfect értékelt testté s ezt egy \bar{K} algebrailag zárt értékelt testté. A \bar{K} deriváltja végre oly test, mely összes követelésünket kielégíti.

52. §. Legyen K egy adott algebrailag zárt, értékelt test és jelentse K' ennek deriváltját. Feladatunk bebizonyítani, hogy *bármely* a K' -ből származó

$$F(z) = z^n + \dots + A_n = 0$$

algebrai egyenletnek bal oldala a K' testben lineáris tényezőkre bomlik.

Szorítkozzunk először oly $F(z)$ -re, melynek discriminánása a zérustól különböző.

Ha ebben az esetben a δ pozitív valós számot eléggé kicsinynek választjuk és

$$F(z) = z^n + A_1 z^{n-1} + \dots + A_n$$

együtthatóit a K testből való oly

$$a_1, \dots, a_n$$

együtthatókkal pótoljuk, hogy

$$\|a_1 - A_1\| < \delta, \dots, \|a_n - A_n\| < \delta,$$

akkor az

$$f(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$$

függvények a K testben régzett

$$f(z) = (z - a_1) \dots (z - a_n)$$

felbontásából $F(z)$ -nek a K' -ban való felbontását a következő módon nyerhetjük:

Képezzük az

$$a_\nu, a'_\nu, a''_\nu, \dots, a_\nu^{(k)}, a_\nu^{(k+1)}, \dots$$

$$(\nu = 1, 2, \dots, n)$$

sorozatokat, hol $a_v^{(k+1)}$ az

$$a_v^{(k+1)} = a_v^{(k)} - \frac{f'(a_v^{(k)})}{(a_v^{(k)} - a_1^{(k)}) \dots (a_v^{(k)} - a_{v-1}^{(k)}) (a_v^{(k)} - a_{v+1}^{(k)}) \dots (a_v^{(k)} - a_n^{(k)})}$$

recursiv képlet szerint számítandó. Az így nyert sorozatok szabályosak. E sorozatok limeszeit

$$\begin{aligned} & \gamma_1 \dots, \gamma_v \dots, \gamma_n \\ \text{-nel jelölve:} \quad & f(z) = (z - \gamma_1) \dots (z - \gamma_n). \end{aligned}$$

A δ meghatározását abban az esetben, midőn K az algebrai számok összessége és értékelésül az absolut érték szolgál, WELERSTRASS mutatta meg a bevezetésben idézett értekezésének I. §-ában. Meggondolásai minden más esetben is érvényesek.

53. §. Ha $f(z)$ discriminánása zérus, akkor $f(z)$ általában ismeretes módon a négy alpművelet segítségével oly tényezőkre bontható, melyeknek discriminánása többé nem zérus, melyeket tehát már tudunk lineáris tényezőkre bontani. Csak abban az esetben nem alkalmazható ez az eljárás, midőn K pseudo-orthoid tartomány (azaz karakteristikája valamely μ törzsszám) és $f(z)$ differenciálhányadosa azonosan zérus. Ebben az esetben $f(z)$ a z -t csak a z^μ kapcsolatban tartalmazza, azaz

$$f(z) = G(z^\mu)$$

hol $G(z)$ megint racionális függvény.

Hogy a K' testben $f(z)$ ekkor is lineáris tényezőkre bontható, azt a következő módon láthatjuk be.

Feltehetjük, hogy a K -nál alacsonyabb fokú függvényeket már tudjuk felbontani, tehát egyebek között a $G(z)$ függvényt is. Vagyis $f(z)$ -t így írhatjuk:

$$f(z) = (z^\mu - C_1) (z^\mu - C_2) \dots (z^\mu - C_r).$$

Csak még azt kell megmutatnunk, hogy a

$$z^\mu - C$$

alakú függvényeket hogyan bontjuk fel.

A C -t mindenesetre így írhatjuk:

$$C = c_0 + c_1 + \dots + c_m + \dots$$

hol a c -k a K testből valók és úgy vannak választva, hogy egy bizonyos m -től kezdve

$$\|c_0 + c_1 + \dots + c_m - C\| < \frac{1}{2^{pm+1}}.$$

Tehát

$$\begin{aligned} \|c_{m+1}\| &= \|c_0 + c_1 + \dots + c_m - C - (c_0 + c_1 + \dots + c_{m+1} - C)\| \\ &< \frac{1}{2^{pm+1}} + \frac{1}{2^{pm+2}} < \frac{1}{2^{pm}}. \end{aligned}$$

Mint hogy a K test algebrailag zárt, benne a c -kből már tudunk p -dik gyököt vonni. Legyen

$$u_m^p = c_m.$$

Akkor az

$$U = u_0 + u_1 + \dots + u_m + \dots$$

sor absolute összetartó. Továbbá, mint hogy a szóbanforgó testek karakteristikája p :

$$(u_0 + u_1 + \dots + u_m)^p = u_0^p + u_1^p + \dots + u_m^p = c_0 + c_1 + \dots + c_m.$$

Tehát

$$U^p = C.$$

Ennélfogva

$$z^p - C = (z - U)^p.$$

54. §. Ha a racionális p -adicus számok testét, $K(p)$ -t (lehetőleg kis) algebrailag zárt értékelt testté bővítjük ki, akkor e kibővítésről még kétséges, hogy perfect-e vagy sem. De ha valamikor a részletes vizsgálatok arra az eredményre vezetnének, hogy ez az algebrailag zárt test *nem* perfect, akkor deriváltja minden esetre a $K(p)$ -nek oly kibővítése, mely algebrailag zárt és egyszersmind perfect is. Érdekes volna megvizsgálni, vajjon a p -adicus számok elméletében erre az utolsó kibővítésre valóban nyílik-e alkalom, vagy pedig $K(p)$ legkisebb algebrailag zárt kibővítése már magában perfect-e.

LAGUERRE EGY PROBLÉMÁJÁRÓL.

FEKETE MIHÁLY-tól.

Bevezetés.

LAGUERRE vizsgálataiból¹ tudjuk, hogy ha a ρ összetartási sugarú, x növekvő hatványai szerint rendezett, $x = \rho$ pontban divergens

$$F(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots$$

sor együtthatóinak sorozatában fellépő jelváltozások száma véges, akkor az

$$F(x) = 0$$

egyenlet ρ -nál kisebb, pozitív gyökeinek száma e jelváltások számánál nagyobb nem lehet és különbségük páros szám. Analog tételhez jutott LAGUERRE az esetben is, mikor $F(x)$ az x fogyó hatványai szerint rendezett, $|x| > \rho$ tartományban konvergens, $x = \rho$ pontban széttartó sor által van értelmezve, $F(x)$ ρ -nál nagyobb zérushelyeinek számára nézve. Az idézett eredmények alapján azután megmutatta, hogy ha a tetszőszerinti pozitív szám és $f(x)$ valós együtthatós polinom, akkor az

$$f(x) = 0$$

egyenlet pozitív, a -nál kisebb (illetőleg a -nál nagyobb) gyökeinek száma: p (illetőleg P) nem lehet nagyobb az

$$\frac{f(x)}{(a-x)^{k+1}}$$

¹ a) Mémoire sur le théorie des équations numériques. (Journal de Math. 3. série. t. IX. 1883.); b) Oeuvres de LAGUERRE (Paris, Gauthier-Villars), t. I. (1898), pp. 3–47.

törtnek x növekvő (illetőleg fogyó) hatványai szerint haladó sorfejtésében fellépő jelváltások számánál: $v(k)$ -nél (illetőleg $V(k)$ -nél) és $v(k) \equiv p \pmod{2}$ ($V(k) \equiv P \pmod{2}$), akárminő nem negatív egész számot jelent is a k .

Egyszerű megfontolás mutatja, hogy $v(k)$ és $V(k)$ a k növekedtével sohasem nőhet, tehát az alulról határolt, monoton fogyó

$$\begin{aligned} v(0), v(1), \dots, v(k), \dots \\ V(0), V(1), \dots, V(k), \dots \end{aligned}$$

sorozatok mindegyike $k = \infty$ -re határértékhez tart.

Mekkora a $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k)$, illetőleg $\lim_{k \rightarrow \infty} V(k)$: ebben áll a dolgozat czimében szereplő LAGUERRE-féle probléma.¹

«Le point essentiel dans cette méthode, pour en déduire le nombre n avec le plus d'approximation possible, serait de déterminer exactement cette limite du nombre V , lorsque p grandit indéfiniment; mais cette recherche paraît présenter de grandes difficultés» mondja LAGUERRE és a limes kiszámításával nem is foglalkozik.²

Dolgozatunk első részében megmutatjuk — az általánosság rovása nélkül az $a = 1$ esetre szorítkozva és csak a $v(k)$ határértékét vizsgálva —, hogy ha a valós együtthatós

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$$

polinomnak nincs más zérus helye, mint valós, akkor az

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{k+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(k)} x^n$$

azonossággal definiált

$$A_0^{(k)}, A_1^{(k)}, \dots, A_n^{(k)}, \dots$$

sorozat jelváltásainak száma: $v(k)$ $f(x)$ pozitív, 1-nél kisebb zérushelyeinek számával: p -vel³ megegyezik, míhelyt

¹ LAGUERRE-nél tulajdonképen csak a $V(k)$ határértéke megkeresésének problémája fordul elő *expressis verbis*, de $v(k)$ a reciprokok egyenletéhez tartozó $V(k)$ -val lévén egyenlő, a $v(k)$ limesére vonatkozó kérdéstétel is joggal fűzhető LAGUERRE nevéhez.

² LAGUERRE n , p és V -vel az általunk P , k és $V(k)$ -vel jelölt mennyiségeket jelöli.

³ A többszörös gyökök itt és a következőkben multiplicitásuk szerint számítandók.

$$k \geq \frac{(m+3)^2}{4}.$$

Miután a LAGUERRE-féle problémát a polinomok imént jellemzett osztályára így megoldottuk, megmutatjuk, hogy a

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = p \quad (L)$$

reláció akkor is igaz marad, ha komplex gyököket is megengedvén, kikötjük, hogy $p = 0$ legyen.

Tetszésszerűen p esetében és a komplexgyökök megengedésével, de azzal a korlátozással, hogy $f(x)$ -nek a $(0, 1)$ közben csakis egyszerű zérus helyei vannak, PÓLYA GYÖRGY bizonyította be először az (L) relációt.¹ Az ő eredményeinek ismeretével és ötletes módszerének alkalmazásával adjuk dolgozatunk második részében a tárgyalt probléma összes eddig említett megoldásait magában foglaló következő tétel bebizonyítását:

Ha a valós együtthatós

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + \dots$$

Maclaurin-sor az egységnyi sugarú kör belsejében és kerületén föltétlenül összetartó és $\sum_0^\infty a_n \neq 0$, akkor az

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(k)} x^n$$

azonossággal értelmezett

$$A_0^{(k)}, A_1^{(k)}, \dots, A_n^{(k)}, \dots$$

sorozatban előforduló jehüáltások száma k elegendő nagy értékétől kezdve az

$$f(x) = 0$$

egyenlet pozitív, 1-nél kisebb gyökeinek számával egyenlő.

Tételeink eljárást adnak polinomok, illetve hatványsorral megadott függvények olyan zérushelyei számának meghatározására, melyek adott határok közé esnek. Az eljárás kevésbé prak-

¹ LAGUERRE egy problémájáról. (Math. és Természettud. Értesítő jelen füzetete.)

tikus, de — elmondhatjuk talán LAGUERRE nyomán — mégis megemlítendőnek látszott, tekintettel arra, hogy oly kevés methodussal rendelkezünk egyenletek adott közbe eső valós gyökei pontos számának megkeresésére.

ELSŐ RÉSZ.

1. §. Egy segédtétel a determináns-elmélet köréből.

I. *Bármint valós vagy komplex állandók legyenek is*

$$a_{ik} \quad (i = 1, 2, \dots, n+1; \quad k = 1, 2, \dots, n)$$

és

$$c_i \quad (i = 1, 2, \dots, n+1),$$

ha

$$b_{ik} = \begin{vmatrix} a_{ik} & c_i \\ a_{i+1, k} & c_{i+1} \end{vmatrix},$$

akkor

$$c_{n+1} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \dots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} \dots b_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} \dots b_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} & c_2 \\ \vdots & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} & c_n \\ a_{n+1,1} & a_{n+1,2} & a_{n+1,n} & c_{n+1} \end{vmatrix} \cdot c_2 c_3 \dots c_n c_{n+1}.$$

Bizonyítás: Szorozzuk meg a jobboldali determináns első sorát c_2 -vel és vonjuk le belőle a második sor c_1 -szeresét; azután szorozzuk meg c_3 -mal második sorát és vonjuk le belőle a harmadik sor c_2 -szeresét; hasonló módon járván el a harmadik, negyedik, . . . sorral, végül szorozzuk c_{n+1} -gyel a determináns utolsó sorát és vonjuk le belőle az utolsó sor c_n -szeresét: ily módon az egész determinánst $c_2 c_3 \dots c_n c_{n+1}$ -gyel szorozván, a

$$\begin{vmatrix} b_{11} & \dots & b_{1, n-1} & b_{1n} & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n-1, 1} & \dots & b_{n-1, n-1} & b_{n-1, n} & 0 \\ b_{n1} & \dots & b_{n, n-1} & b_{nn} & 0 \\ a_{n+1, n} & & a_{n+1, n-1} & a_{n+1, n} & c_{n+1} \end{vmatrix}$$

determinánshoz jutunk, a mi mutatja a felírt azonosság helyességét.

2. §. r -szeresen pozitív matrixok.

Az

$$\left\| \begin{array}{cccccc} u_0^{(0)} & u_1^{(0)} & u_2^{(0)} & \cdots & u_{r-1}^{(0)} & u_r^{(0)} & \cdots & u_s^{(0)} \\ 0 & u_1^{(1)} & u_2^{(1)} & \cdots & u_{r-1}^{(1)} & u_r^{(1)} & \cdots & u_s^{(1)} \\ 0 & 0 & u_2^{(2)} & \cdots & u_{r-1}^{(2)} & u_r^{(2)} & \cdots & u_s^{(2)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & u_{r-1}^{(r-1)} & u_r^{(r-1)} & \cdots & u_s^{(r-1)} \end{array} \right\| \quad (M)$$

r soros és s oszlopos ($s > r$) matrixot r -szeresen pozitívnak mondjuk, ha pozitív az u elemeken kívül a matrixból képzett minden olyan másod-, harmad-, . . . , r -ed rendű determináns, melynek nincsen csupa 0 elem alkotta sora vagy oszlopa.

Vizsgálatainkban alapvető fontosságú a következő tétel:

Arra, hogy (M) r -szeresen pozitív legyen, szükséges és elegendő, hogy az u elemeken kívül pozitív legyen a matrixból alkotott minden olyan másod-, harmad-, . . . , r -ed rendű determináns, melynek oszlopai és sorai a matrixban közvetlenül egymás mellett, illetve alatt állanak. (Természetesen csak olyan determinánsok pozitivitását követeljük, melyek csupa 0 elem alkotta sort vagy oszlopot nem tartalmaznak.)

A fenti definícióból következik, hogy a feltétel szükséges. Elegendő volta nyilvánvaló az $r = 2$ esetben. Ugyanis az

$$\left| \begin{array}{cc} u_1^{(0)} & u_2^{(0)} \\ u_1^{(1)} & u_2^{(1)} \end{array} \right| > 0, \quad \left| \begin{array}{cc} u_2^{(0)} & u_3^{(0)} \\ u_2^{(1)} & u_3^{(1)} \end{array} \right| > 0, \dots, \quad \left| \begin{array}{cc} u_{s-1}^{(0)} & u_s^{(0)} \\ u_{s-1}^{(1)} & u_s^{(1)} \end{array} \right| > 0$$

relációk equivalensek lévén az

$$\frac{u_1^{(0)}}{u_1^{(1)}} > \frac{u_2^{(0)}}{u_2^{(1)}}, \quad \frac{u_2^{(0)}}{u_2^{(1)}} > \frac{u_3^{(0)}}{u_3^{(1)}}, \dots, \quad \frac{u_{s-1}^{(0)}}{u_{s-1}^{(1)}} > \frac{u_s^{(0)}}{u_s^{(1)}}$$

egyenlőtlenségekkel, evidens, hogy

$$\frac{u_{i_1}^{(0)}}{u_{i_1}^{(1)}} > \frac{u_{i_2}^{(0)}}{u_{i_2}^{(1)}}$$

és így

$$\left| \begin{array}{cc} u_{i_1}^{(0)} & u_{i_2}^{(0)} \\ u_{i_1}^{(1)} & u_{i_2}^{(1)} \end{array} \right| > 0,$$

hacsak $1 \leq i_1 < i_2 \leq s$; az

$$\begin{vmatrix} u_0^{(0)} & u_i^{(0)} \\ 0 & u_i^{(1)} \end{vmatrix} > 0$$

egyenlőtlenség teljesülése $1 \leq i \leq s$ -re viszont az u elemek pozitív voltából következik.

Állításunknak tetszőszerinti r esetére való bebizonyítása nagyobb nehézség nélkül elvégezhető a teljes indukció segítségével. Hogy azonban hosszadalmas számításokat elkerüljünk, megelégszünk azzal, hogy tételünket az $r=3$ esetére igazoljuk, annál is inkább, mert bizonyításunk képét adja az indukciónál használandó általános eljárásnak. Hogy az

$$\begin{vmatrix} u_0^{(0)} & u_1^{(0)} & u_2^{(0)} & u_3^{(0)} & \dots & u_s^{(0)} \\ 0 & u_1^{(1)} & u_2^{(1)} & u_3^{(1)} & \dots & u_s^{(1)} \\ 0 & 0 & u_2^{(2)} & u_3^{(2)} & \dots & u_s^{(2)} \end{vmatrix} \quad (1)$$

matrix 3-szorosan pozitív, ha az u elemek és az

$$\begin{vmatrix} u_m^{(0)} & u_{m+1}^{(0)} \\ u_m^{(1)} & u_{m+1}^{(1)} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} u_m^{(1)} & u_{m+1}^{(1)} \\ u_m^{(2)} & u_{m+1}^{(2)} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} u_m^{(0)} & u_{m+1}^{(0)} & u_{m+2}^{(0)} \\ u_m^{(1)} & u_{m+1}^{(1)} & u_{m+2}^{(1)} \\ u_m^{(2)} & u_{m+1}^{(2)} & u_{m+2}^{(2)} \end{vmatrix} \equiv [m, m+1, m+2] \\ (m=1, 2, \dots) \quad (m=2, 3, \dots) \quad (m=1, 2, \dots)$$

determinánsok pozitívok, a § elején adott definíció szerint azt jelenti, hogy felírt determinánsokkal pozitívok még az

$$\begin{vmatrix} u_m^{(0)} & u_n^{(0)} \\ u_m^{(1)} & u_n^{(1)} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} u_m^{(1)} & u_n^{(1)} \\ u_m^{(2)} & u_n^{(2)} \end{vmatrix}, \quad (n \geq m+2) \quad (2)$$

$$\begin{vmatrix} u_m^{(0)} & u_n^{(0)} \\ u_m^{(2)} & u_n^{(2)} \end{vmatrix}, \quad (n \geq m+1) \quad (3)$$

$$\begin{vmatrix} u_m^{(0)} & u_n^{(0)} & u_p^{(0)} \\ u_m^{(1)} & u_n^{(1)} & u_p^{(1)} \\ u_m^{(2)} & u_n^{(2)} & u_p^{(2)} \end{vmatrix} \quad (p > n > m, p-m > 2) \quad (4)$$

determinánsok is.

A (2) determinánsok pozitív voltát tételünknek $r = 2$ esetére adott fentebbi bizonyítása után külön igazolnunk nem kell.

A (3) determinánsok pozitivitása következik abból, hogy az

$$\begin{vmatrix} u_m^{(0)} & u_n^{(0)} \\ u_m^{(1)} & u_n^{(1)} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} u_m^{(1)} & u_n^{(1)} \\ u_m^{(2)} & u_n^{(2)} \end{vmatrix} > 0$$

relációk az

$$\frac{u_m^{(0)}}{u_n^{(0)}} > \frac{u_m^{(1)}}{u_n^{(1)}}, \quad \frac{u_m^{(1)}}{u_n^{(1)}} > \frac{u_m^{(2)}}{u_n^{(2)}}$$

egyenlőtlenségekkel equivalensek. Végül az

$$[m, n, p] > 0$$

egyenlőtlenség bebizonyítására csak azt kell megmutatnunk, hogy

$$[1, 2, 3] > 0 \text{ és } [2, 3, 4] > 0$$

az

$$[1, 2, 4] > 0, \quad [1, 3, 4] > 0$$

egyenlőtlenségeket involválják; ha ugyanis ezt megmutattuk, akkor evidenciába hoztuk azt is, hogy a

$$[g, h, i] > 0, \quad [h, i, j] > 0$$

relációk teljesülése (hol $g < h < i < j$) maga után vonja a

$$[g, h, j] > 0, \quad [g, i, j] > 0$$

egyenlőtlenségeket; a minek alapján viszont következtethetjük — a (4) determináns pozitivitását eredményező — ama tényt, hogy ha

$$[a, b, c] > 0$$

fennáll minden a, b, c -re, mely az $a < b < c$, $a - c \leq k$ feltételnek megfelel, akkor fennáll az esetben is, midőn $a - c = k + 1$.

Mutassuk most már meg, hogy ha $[1, 2, 3] > 0$ és $[2, 3, 4] > 0$, akkor $[1, 2, 4] > 0$.

Legyen

$$\begin{aligned} v_0^{(0)} &= \begin{vmatrix} u_0^{(0)} & u_2^{(0)} \\ 0 & u_2^{(1)} \end{vmatrix}, & v_1^{(0)} &= \begin{vmatrix} u_1^{(0)} & u_2^{(0)} \\ u_1^{(1)} & u_2^{(1)} \end{vmatrix}, & v_2^{(0)} &= \begin{vmatrix} u_2^{(0)} & u_3^{(0)} \\ u_2^{(1)} & u_3^{(1)} \end{vmatrix}, & v_3^{(0)} &= \begin{vmatrix} u_2^{(0)} & u_4^{(0)} \\ u_2^{(1)} & u_4^{(1)} \end{vmatrix}, \\ v_1^{(1)} &= \begin{vmatrix} u_1^{(1)} & u_2^{(1)} \\ 0 & u_2^{(2)} \end{vmatrix}, & v_2^{(1)} &= \begin{vmatrix} u_2^{(1)} & u_3^{(1)} \\ u_2^{(2)} & u_3^{(2)} \end{vmatrix}, & v_3^{(1)} &= \begin{vmatrix} u_2^{(1)} & u_4^{(1)} \\ u_2^{(2)} & u_4^{(2)} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

A

$$\begin{vmatrix} v_0^{(0)} & v_1^{(0)} & v_2^{(0)} & v_3^{(0)} \\ 0 & v_1^{(1)} & v_2^{(1)} & v_3^{(1)} \end{vmatrix}$$

matrix kétszeresen pozitív, mert a v -k pozitívek és az 1. §-ban adott segédétel szerint

$$(1, 2) \equiv \begin{vmatrix} v_1^{(0)} & v_2^{(0)} \\ v_1^{(1)} & v_2^{(1)} \end{vmatrix} = [1, 2, 3]. \quad u_2^{(1)},$$

$$(2, 3) \equiv \begin{vmatrix} v_2^{(0)} & v_3^{(0)} \\ v_2^{(1)} & v_3^{(1)} \end{vmatrix} = [2, 3, 4]. \quad u_2^{(1)}$$

lévén — (1, 2) és (2, 3) is pozitívak. Ámde $r = 2$ -re bebizonyított tételünk szerint az (1, 2) és (2, 3) determinánsokkal egy időben (1, 3) is pozitív; másrészt az 1. §. szerint

$$(1, 3) = [1, 2, 4]. \quad u_2^{(1)},$$

tehát $[1, 2, 4] > 0$. Ép így bizonyítható, hogy $[1, 3, 4] > 0$.

3. §. Sorozatok jelváltozásainak számáról.

Bárminő valós számok legyenek is

$$c^{(0)}, c^{(1)}, c^{(2)}, \dots, c^{(r)},$$

a

$$\begin{aligned} & c^{(0)}u_0^{(0)}, \\ & c^{(0)}u_1^{(0)} + c^{(1)}u_1^{(1)}, \\ & c^{(0)}u_2^{(0)} + c^{(1)}u_2^{(1)} + c^{(2)}u_2^{(2)}, \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & c^{(0)}u_{r-1}^{(0)} + c^{(1)}u_{r-1}^{(1)} + c^{(2)}u_{r-1}^{(2)} + \dots + c^{(r-1)}u_{r-1}^{(r-1)}, \quad (S_r) \\ & c^{(0)}u_r^{(0)} + c^{(1)}u_r^{(1)} + c^{(2)}u_r^{(2)} + \dots + c^{(r-1)}u_r^{(r-1)} + c^{(r)}u_r^{(r)}, \\ & c^{(0)}u_{r+1}^{(0)} + c^{(1)}u_{r+1}^{(1)} + c^{(2)}u_{r+1}^{(2)} + \dots + c^{(r-1)}u_{r+1}^{(r-1)} + c^{(r)}u_{r+1}^{(r)}, \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & c^{(0)}u_n^{(0)} + c^{(1)}u_n^{(1)} + c^{(2)}u_n^{(2)} + \dots + c^{(r-1)}u_n^{(r-1)} + c^{(r)}u_n^{(r)} \end{aligned}$$

sorozat jelváltozásainak száma r -nél nagyobb nem lehet, ha az

$$\left\| \begin{array}{cccccccc} u_0^{(0)} & u_1^{(0)} & u_2^{(0)} & \dots & u_{r-1}^{(0)} & u_r^{(0)} & u_{r+1}^{(0)} & \dots & u_n^{(0)} & \dots \\ 0 & u_1^{(1)} & u_2^{(1)} & \dots & u_{r-1}^{(1)} & u_r^{(1)} & u_{r+1}^{(1)} & \dots & u_n^{(1)} & \dots \\ 0 & 0 & u_2^{(2)} & \dots & u_{r-1}^{(2)} & u_r^{(2)} & u_{r+1}^{(2)} & \dots & u_n^{(2)} & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{r-1}^{(r-1)} & u_r^{(r-1)} & u_{r+1}^{(r-1)} & \dots & u_n^{(r-1)} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_r^{(r)} & u_{r+1}^{(r)} & \dots & u_n^{(r)} & \dots \end{array} \right\| \quad (M_r)$$

matrix $(r+1)$ -szeresen pozitív.

Az $r=1$ esetben nyilvánvaló állításunk helyessége. Ugyanis a $c^{(0)}u_0^{(0)}$, $c^{(0)}u_1^{(0)} + c^{(1)}u_1^{(1)}$, $c^{(0)}u_2^{(0)} + c^{(1)}u_2^{(1)}$, \dots , $c^{(0)}u_n^{(0)} + c^{(1)}u_n^{(1)}$, \dots , vagy a jelváltások tekintetében vele equivalentis

$$c^{(0)}, c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_1^{(1)}}{u_1^{(0)}}, c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_2^{(1)}}{u_2^{(0)}}, c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_n^{(1)}}{u_n^{(0)}}, \dots$$

sorozatban legfeljebb csak egy jelváltás fordulhat elő, ha a

$$c^{(1)} \frac{u_1^{(1)}}{u_1^{(0)}}, c^{(1)} \left(\frac{u_2^{(1)}}{u_2^{(0)}} - \frac{u_1^{(1)}}{u_1^{(0)}} \right), \dots, c^{(1)} \left(\frac{u_{n+1}^{(1)}}{u_{n+1}^{(0)}} - \frac{u_n^{(1)}}{u_n^{(0)}} \right), \dots$$

differencia-sorozatban egyáltalán nincsen jelváltás¹; de ez tényleg bekövetkezik, mert az utóbb felírt sorozat tagjai csak pozitív faktorokban különböznek a

$$c^{(1)} \left| \begin{array}{cc} u_0^{(0)} & u_1^{(0)} \\ 0 & u_1^{(1)} \end{array} \right|, c^{(1)} \left| \begin{array}{cc} u_1^{(0)} & u_2^{(0)} \\ u_1^{(1)} & u_2^{(1)} \end{array} \right|, \dots, c^{(1)} \left| \begin{array}{cc} u_n^{(0)} & u_{n+1}^{(0)} \\ u_n^{(1)} & u_{n+1}^{(1)} \end{array} \right|, \dots$$

sorozat tagjaitól, a melyek mind egyjelűek, ha az

$$\left\| \begin{array}{cccccc} u_0^{(0)} & u_1^{(0)} & u_2^{(0)} & \dots & u_n^{(0)} & \dots \\ 0 & u_1^{(1)} & u_2^{(1)} & \dots & u_n^{(1)} & \dots \end{array} \right\|$$

matrix 2-szeresen pozitív.

Hogy tételünk általános érvényét a teljes indukció útján bebizonyítsuk, tekintsük igaznak $r < R$ esetében ($R \geq 2$) és tegyük fel, hogy az (M_R) matrix $(R+1)$ -szeresen pozitív.

Az (S_R) , vagy a jelváltások száma tekintetében vele equivalentis

$$c^{(0)}, c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_1^{(1)}}{u_1^{(0)}}, c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_2^{(1)}}{u_2^{(0)}} + c^{(2)} \frac{u_2^{(2)}}{u_2^{(0)}}, \dots,$$

¹ V. ö. Második rész. 1. §. II.

$$\begin{aligned}
 & c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_{R-1}^{(1)}}{u_{R-1}^{(0)}} + c^{(2)} \frac{u_{R-1}^{(2)}}{u_{R-1}^{(0)}} + \dots + c^{(R-1)} \frac{u_{R-1}^{(R-1)}}{u_{R-1}^{(0)}}, \\
 & c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_R^{(1)}}{u_R^{(0)}} + \dots + c^{(R-1)} \frac{u_R^{(R-1)}}{u_R^{(0)}} + c^{(R)} \frac{u_R^{(R)}}{u_R^{(0)}}, \\
 & \cdot \\
 & c^{(0)} + c^{(1)} \frac{u_n^{(1)}}{u_n^{(0)}} + c^{(2)} \frac{u_n^{(2)}}{u_n^{(0)}} + \dots + c^{(R-1)} \frac{u_n^{(R-1)}}{u_n^{(0)}} + c^{(R)} \frac{u_n^{(R)}}{u_n^{(0)}}, \dots
 \end{aligned}$$

sorozat jelváltásainak száma R -nél nagyobb nem lehet, ha a

$$\begin{aligned}
 & c^{(1)} \frac{u_1^{(1)}}{u_1^{(0)}}, \\
 & c^{(1)} \left(\frac{u_2^{(1)}}{u_2^{(0)}} - \frac{u_1^{(1)}}{u_1^{(0)}} \right) + c^{(2)} \frac{u_2^{(2)}}{u_2^{(0)}}, \\
 & \cdot \\
 & c^{(1)} \left(\frac{u_R^{(1)}}{u_R^{(0)}} - \frac{u_{R-1}^{(1)}}{u_{R-1}^{(0)}} \right) + c^{(2)} \left(\frac{u_R^{(2)}}{u_R^{(0)}} - \frac{u_{R-1}^{(2)}}{u_{R-1}^{(0)}} \right) + \dots + \\
 & \quad + c^{(R-1)} \left(\frac{u_R^{(R-1)}}{u_R^{(0)}} - \frac{u_{R-1}^{(R-1)}}{u_{R-1}^{(0)}} \right) + c^{(R)} \frac{u_R^{(R)}}{u_R^{(0)}}, \tag{D} \\
 & \cdot \\
 & c^{(1)} \left(\frac{u_{n+1}^{(1)}}{u_{n+1}^{(0)}} - \frac{u_n^{(1)}}{u_n^{(0)}} \right) + c^{(2)} \left(\frac{u_{n+1}^{(2)}}{u_{n+1}^{(0)}} - \frac{u_n^{(2)}}{u_n^{(0)}} \right) + \dots + \\
 & \quad + c^{(R-1)} \left(\frac{u_{n+1}^{(R-1)}}{u_{n+1}^{(0)}} - \frac{u_n^{(R-1)}}{u_n^{(0)}} \right) + c^{(R)} \left(\frac{u_{n+1}^{(R)}}{u_{n+1}^{(0)}} - \frac{u_n^{(R)}}{u_n^{(0)}} \right),
 \end{aligned}$$

differenziasorozatban fellépő jelváltások száma $(R-1)$ -nél nagyobb nem lehet.

E sorozat tagjai csak pozitív faktorokban különböznek az

$$\begin{aligned}
 l^{(0)}v_0^{(0)}, l^{(0)}v_1^{(0)} + l^{(1)}v_1^{(1)}, \dots, l^{(0)}v_{R-1}^{(0)} + l^{(1)}v_{R-1}^{(1)} + \dots + l^{(R-1)}v_{R-1}^{(R-1)}, \dots, \\
 l^{(0)}v_n^{(0)} + l^{(1)}v_n^{(1)} + \dots + l^{(R-1)}v_n^{(R-1)}, \dots \tag{J+}
 \end{aligned}$$

sorozat megfelelő tagjaitól, ha $l^{(i-1)} = c^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, R$) és ha

$$v_0^{(0)} = \begin{vmatrix} u_0^{(0)} & u_1^{(0)} \\ 0 & u_1^{(1)} \end{vmatrix}, v_1^{(0)} = \begin{vmatrix} u_1^{(0)} & u_2^{(0)} \\ u_1^{(1)} & u_2^{(1)} \end{vmatrix}, \dots, v_n^{(0)} = \begin{vmatrix} u_n^{(0)} & u_{n+1}^{(0)} \\ u_n^{(1)} & u_{n+1}^{(1)} \end{vmatrix}, \dots,$$

$$\begin{aligned}
 v_1^{(1)} &= \begin{vmatrix} u_1^{(1)} & u_2^{(0)} \\ 0 & u_2^{(2)} \end{vmatrix}, \dots, v_n^{(1)} = \begin{vmatrix} u_n^{(0)} & u_{n+1}^{(0)} \\ u_n^{(2)} & u_{n+1}^{(2)} \end{vmatrix}, \dots \\
 &\dots \\
 v_{i-1}^{(i-1)} &= \begin{vmatrix} u_{i-1}^{(0)} & u_i^{(0)} \\ 0 & u_i^{(i)} \end{vmatrix}, \dots, v_n^{(i-1)} = \begin{vmatrix} u_n^{(0)} & u_{n+1}^{(0)} \\ u_n^{(i)} & u_{n+1}^{(i)} \end{vmatrix}, \dots \\
 &\dots \\
 v_{R-1}^{(R-1)} &= \begin{vmatrix} u_{R-1}^{(0)} & u_R^{(0)} \\ 0 & u_R^{(R)} \end{vmatrix}, \dots, v_n^{(R-1)} = \begin{vmatrix} u_n^{(0)} & u_{n+1}^{(0)} \\ u_n^{(R)} & u_{n+1}^{(R)} \end{vmatrix}, \dots
 \end{aligned}$$

Az $r < R$ esetre igaznak vett tétel szerint a (D^+) sorozatban előforduló jelváltások száma $(R-1)$ -nél nagyobb nem lehet, ha a

$$\left\| \begin{array}{cccccccc}
 v_0^{(0)} & v_1^{(0)} & v_2^{(0)} & \dots & v_{R-1}^{(0)} & \dots & v_n^{(0)} & \dots \\
 0 & v_1^{(1)} & v_2^{(1)} & \dots & v_{R-1}^{(1)} & \dots & v_n^{(1)} & \dots \\
 0 & 0 & v_2^{(2)} & \dots & v_{R-1}^{(2)} & \dots & v_n^{(2)} & \dots \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & \\
 0 & 0 & 0 & \dots & v_{R-1}^{(R-1)} & \dots & v_n^{(R-1)} & \dots
 \end{array} \right\|$$

matrix R -szeresen pozitív, a minek a 2. §. szerint az a szükséges és elegendő feltétele, hogy a v elemek és a matrixból közvetlenül egymásra következő sorok és oszlopok felhasználásával alkotott 2-od, 3-ad, ..., R -ed rendű determinánsok pozitívek legyenek. Ámde

$$\left| \begin{array}{cccc}
 v_j^{(i)} & v_{j+1}^{(i)} & \dots & v_{j+k}^{(i)} \\
 v_j^{(i+1)} & v_{j+1}^{(i+1)} & \dots & v_{j+k}^{(i+1)} \\
 \cdot & \cdot & & \cdot \\
 v_j^{(i+k)} & v_{j+1}^{(i+k)} & \dots & v_{j+k}^{(i+k)}
 \end{array} \right| \quad (1 \leq k \leq R-1; v_\alpha^{(\beta)} = 0, \alpha < \beta\text{-ra})$$

pozitív, mert az 1. §-ban adott segéd-tétel szerint csak egy pozitív faktorban különbözik az

$$\left| \begin{array}{cccc}
 u_j^{(0)} & u_{j+1}^{(0)} & \dots & u_{j+k+1}^{(0)} \\
 u_j^{(i+1)} & u_{j+1}^{(i+1)} & \dots & u_{j+k+1}^{(i+1)} \\
 \cdot & \cdot & & \cdot \\
 u_j^{(i+k+1)} & u_{j+1}^{(i+k+1)} & \dots & u_{j+k+1}^{(i+k+1)}
 \end{array} \right| \quad (u_\alpha^{(\beta)} = 0, \alpha < \beta\text{-ra})$$

determinánstól, mely pozitív, minthogy az (M_R) matrix $(R+1)$ -szeresen pozitív. Teljesítve lévén ama feltétel, a mely mellett a

(D^+) és vele a (D) sorozatban csak ($R-1$) jelváltás fordulhat elő: (S_R) jelváltásainak száma R -nél nagyobb nem lehet. $r \leq R-1$ esetére igaznak vett tételünk tehát $r = R$ -re is igaznak bizonyult.

4. §. r -szeresen pozitív sorok.

A $\sum_0^\infty a_n x^n$ sort r -szeresen pozitívnek mondjuk, ha az együtthatóiból alakított

$$\left\| \begin{array}{cccccc} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{r-1} & \dots & a_n \\ 0 & a_0 & a_1 & \dots & a_{r-2} & \dots & a_{n-1} \\ 0 & 0 & a_0 & \dots & a_{r-3} & \dots & a_{n-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 & \dots & a_{n-r+1} \end{array} \right\| \quad n = r, r+1, \dots$$

matrix r -szeresen pozitív.

Az előző paragrafus fejtegetéseiből következik, hogy ha egy tetszésszerű $(r-1)$ -ed fokú, valós együtthatós

$$c^{(0)} + c^{(1)}x + \dots + c^{(r-1)}x^{r-1}$$

polinomot szorozunk egy r -szeresen pozitív sorral: $\sum_0^\infty a_n x^n$ -nel, a szorzatsor együtthatóinak sorozatában, a

$$\begin{aligned} & c^{(0)}a_0, \quad c^{(0)}a_1 + c^{(1)}a_0, \quad \dots, \quad c^{(0)}a_{r-1} + c^{(1)}a_{r-2} + \dots + c^{(r-1)}a_0, \quad \dots, \\ & c^{(0)}a_n + c^{(1)}a_{n-1} + \dots + c^{(r-1)}a_{n-r+1}, \quad \dots \end{aligned}$$

sorozatban $(r-1)$ -nél több jelváltás nem léphet fel.

Vizsgálatainkban fontos lesz a következő egyszerű tétel:

Két r -szeresen pozitív sor szorzata (legalább) r -szeresen pozitív. Legyenek $\sum_0^\infty a_n x^n$ és $\sum_0^\infty \beta_n x^n$ az összeszorozott r -szeresen pozitív sorok és $\sum_0^\infty \gamma_n x^n$ a szorzatsor. Tételünk equivalens azzal az állítással, hogy a

$$\left\| \begin{array}{cccccc} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \dots & \gamma_{r-1} & \dots & \gamma_n \\ 0 & \gamma_0 & \gamma_1 & \dots & \gamma_{r-2} & \dots & \gamma_{n-1} \\ 0 & 0 & \gamma_0 & \dots & \gamma_{r-3} & \dots & \gamma_{n-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \gamma_0 & \dots & \gamma_{n-r} \end{array} \right\| \quad n = r, r+1, \dots$$

matrix r -szeresen pozitív, a minek szükséges és elegendő feltétele a 2. §. szerint az, hogy

$$\begin{vmatrix} \gamma_i & \gamma_{i+1} & \dots & \gamma_{i+k} \\ \gamma_{i-1} & \gamma_i & \dots & \gamma_{i+k-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{i-k} & \gamma_{i-k+1} & \dots & \gamma_i \end{vmatrix} > 0$$

legyen, ha $i \geq 0$, $0 \leq k \leq r-1$. ($\gamma_s = 0$, ha $s < 0$). E feltétel teljesülése evidenciába lép, ha tekintetbe vesszük, hogy a felírt determináns az

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_k & a_{k+1} & \dots & a_{k+i} \\ 0 & a_0 & a_1 & \dots & a_{k-1} & a_k & \dots & a_{k+i-1} \\ 0 & 0 & a_0 & \dots & a_{k-2} & a_{k-1} & \dots & a_{k+i-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 & a_1 & \dots & a_i \end{vmatrix}$$

és

$$\begin{vmatrix} \beta_i & \beta_{i-1} & \dots & \beta_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_{i+1} & \beta_i & \dots & \beta_1 & \beta_0 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_{i+2} & \beta_{i+1} & \dots & \beta_2 & \beta_1 & \beta_0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \beta_{i+k} & \beta_{i+k-1} & \dots & \beta_k & \beta_{k-1} & \beta_{k-2} & \dots & \beta_0 \end{vmatrix}$$

matrixok szorzata lévén, értékét úgy is megkaphatjuk, hogy az első matrixból képezvén az összes $(k+1)$ -ed rendű determinánsokat, ezeket rendre szorozzuk a második matrixból alakított homolog determinánsokkal és a szorzatok összegét vesszük. Ugyanis ez az összeg pozitív, mert az összeszorozott determinánsok is azok, minthogy a $\sum_0^{\infty} a_n x^n$, $\sum_0^{\infty} \beta_n x^n$ sorokhoz tartozó matrixok r -szeresen pozitívak és $k+1$ az r -et meg nem haladja.

A következőkben szükségünk lesz még a következő eredményre:

Az r -szeresen pozitív $\sum_0^{\infty} a_n x^n$ sor és a $\beta_0 + \beta_1 x$ binom szorzata r -szeresen pozitív sor, ha

$$\beta_0 > 0, \beta_1 > 0.$$

Legyen a szorzatsor $\sum_0^{\infty} \gamma_n x^n$. Hogy a hozzátartozó matrix r -szeresen pozitív voltát biztosító

$$\begin{vmatrix} \gamma_i & \gamma_{i+1} & \cdots & \gamma_{i+k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{i-k} & \gamma_{i-k+1} & \cdots & \gamma_i \end{vmatrix} > 0$$

egyenlőtlenség fennállását megmutassuk, vegyük tekintetbe, hogy a baloldali determináns az α -kból alakított, fönt felírt $(k+1)$ -soros $(k+1)$ -szeresen pozitív matrixnak a

$$\left| \begin{array}{c|c} \begin{matrix} i \text{ oszlop} \\ 0 \dots 0 \beta_1 \end{matrix} & \begin{matrix} (k+1) \text{ oszlop} \\ \beta_0 \ 0 \ 0 \dots 0 \ 0 \\ \beta_1 \ \beta_0 \ 0 \dots 0 \ 0 \\ 0 \ \beta_1 \ \beta_0 \dots 0 \ 0 \\ \vdots \ \vdots \ \vdots \ \vdots \ \vdots \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \dots \beta_1 \ \beta_0 \end{matrix} \end{array} \right|$$

matrixszal való szorzata és hogy az utóbbi matrixból alakítható, el nem tűnő $(k+1)$ -ed rendű determinánsok a

$$\beta_0 > 0 \quad \beta_1 > 0$$

feltétel következtében mind pozitívek lévén, a homolog $(k+1)$ -ed rendű determinánsok szorzatainak összege pozitív. Már pedig annak a determinánsnak értékét, melynek pozitív voltát bizonyítani akarjuk, épen ez az összeg adja meg.

5. §. Az r -szeresen pozitív sorok egy nevezetes esete.

A jelen paragrafus czéljául annak megmutatását tűzzük ki, hogy az

$$\frac{(x_0 - x)}{(1 - x)^r}$$

függvénynek Maclaurin-sora az előbbi §-ban adott definícióinak megfelelőleg r -szeresen pozitív, ha

$$x_0 > 1.$$

Állításunk helyessége nyilvánvaló, ha $r = 1$ és $r = 2$. Áltá-

lános érvényét bebizonyítandó, tegyük fel, hogy igaz $r \leq R-1$ esetben és mutassuk meg, hogy e feltevés mellett igaz $r = R$ -re is. Legyen

$$\frac{x_0 - x}{(1-x)^{R-1}} = \sum_0^{\infty} p_n x^n$$

és

$$\frac{x_0 - x}{(1-x)^R} = \sum_0^{\infty} q_n x^n.$$

A

$$\left\| \begin{array}{cccccc} q_0 & q_1 & \dots & q_{R-1} & \dots & q_n \\ 0 & q_0 & \dots & q_{R-2} & \dots & q_{n-1} \\ \cdot & \cdot & & & & \\ 0 & 0 & \dots & q_0 & \dots & q_{n-R+1} \end{array} \right\|$$

matrix R -szeresen pozitív voltának szükséges és elegendő feltétele a

$$\left| \begin{array}{cccc} q_i & q_{i+1} & \dots & q_{i+k} \\ q_{i-1} & q_i & \dots & q_{i+k-1} \\ \vdots & \vdots & & \\ q_{i-k} & q_{i-k-1} & \dots & q_i \end{array} \right| > 0 \quad (q_s = 0, \text{ ha } s < 0)$$

egyenlőtlenség fennállása $i \geq 0$, $0 \leq k \leq R-1$ esetben. E reláció teljesülését a $k < R-1$ esetben rögtön belátjuk, ha meggondoljuk, hogy

$$q_n = p_0 + p_1 + \dots + p_n$$

lévén, a felírt determináns a

$$\left\| \begin{array}{cccccc} p_0 & p_1 & \dots & p_{k-1} & p_k & \dots & p_{k+i} \\ 0 & p_0 & \dots & p_{k-2} & p_{k-1} & \dots & p_{k+i-1} \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & p_0 & \dots & p_i \end{array} \right\|$$

és

$$\left\| \begin{array}{cc} \overbrace{(i+1) \text{ oszlop}} & \overbrace{k \text{ oszlop}} \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{array} \right\|$$

matrixok szorzata és hogy az első matrix — $k < R-1$ lévén — $r \leq R-1$ -re igaznak vett állításunk szerint $(k+1)$ -szeresen pozitív, míg a második matrixból képezhető $(k+1)$ -edrendű determinansok vagy eltűnnek, vagy pozitívak.

Hátra van még, hogy a

$$\begin{vmatrix} q_i & q_{i+1} & \dots & q_{i+R-1} \\ q_{i-1} & q_i & \dots & q_{i+R-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{i-R+1} & q_{i-R+2} & \dots & q_i \end{vmatrix} > ()$$

egyenlőtlenség fennállását is igazoljuk. E végből megmutatjuk, hogy a baloldali determinans értéke $(x_0-1)^R$.

A szóban forgó determinans értéke csak a $(-1)^{\frac{1}{2}R(R-1)}$ faktorban különbözik a

$$\begin{vmatrix} q_{i-R+1} & q_{i-R+2} & \dots & q_i \\ q_{i-R+2} & q_{i-R+3} & \dots & q_{i+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_i & q_{i+1} & \dots & q_{i+R-1} \end{vmatrix}$$

HANKEL-féle determinanstól, ámde az R -edrendű HANKEL-féle determinansról ismeretes, hogy ha — miként a mi esetünkben — elemei $(R-1)$ -edrendű számtani sort alkotnak, akkor értéke

$$(-1)^{\frac{1}{2}R(R-1)} d^R,$$

hol d a számtani sor $(R-1)$ -ik differenciája. Jelenleg $d = x_0 - 1$, tehát

$$\begin{vmatrix} q_i & \dots & q_{i+R-1} \\ \vdots & & \vdots \\ q_{i-R+1} & \dots & q_i \end{vmatrix} = (x_0 - 1)^R$$

6. §. A probléma megoldása egy speciális polinom-osztályra.

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_m x^m \quad (a_0 \neq 0)$$

egy, a valós számok tartományában linearis tényezőkre bontható, egyébként egészen tetszésszerinti polinom és az

$$f(x) = 0$$

egyenlet pozitív, de 1-nél kisebb gyökeinek számát jelölje ρ . Az

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{k+1}} \equiv \sum_0^{\infty} A_n^{(k)} x^n$$

azonossággal definiált

$$A_0^{(k)}, A_1^{(k)}, \dots, A_n^{(k)}, \dots$$

együtthatók sorozatában fellépő jelváltások száma: $v(k)$, miként a bevezetésben jeleztük, k növekedtével csakis fogyhat, de soha sem lehet kisebb ρ -nél, tehát $k = \infty$ határértékhez tart és

$$\lim_{k=\infty} v(k) \geq \rho.$$

Dolgozatunk 1—5. §-ainak fejtegetései alapján már most könnyűszerrel bebizonyíthatjuk, hogy

$$\lim_{k=\infty} v(k) = \rho,$$

a mely állítás — tekintettel arra, hogy

$$v(0), v(1), \dots, v(k), \dots$$

egész számoknak sorozata — úgy is formulázható, hogy *létezik egy olyan K érték, a melynél nagyobb k értékekre*

$$v(k) = \rho.$$

Mi tulajdonképen a K pusztán *existenciájánál* többet fogunk bebizonyítani: megmutatjuk, hogy a szóban forgó polinom-osztály esetében megadhatjuk K -t, mint a *fokszám függvényét*:

$$K = \frac{(m+3)^2}{4}.$$

Az állítás, hogy

$$v(k) = \rho, \quad \text{ha } k > \frac{(m+3)^2}{4} \quad (A)$$

evidenter igaz abban esetben, a mikor

$$f(x) = c(1-x)^m \quad (c \text{ valós konstáns})$$

hiszen már $k \geq m$ -re teljesül a $v(k) = 0 = \rho$ egyenlőség. A következőkben tehát feltehetjük, hogy $x = 1$ $f(x)$ -nek fegfeljebb $(m-1)$ -szeres zérus helye.

Legyen $N(x)$, illetve $P(x)$ és $Q(x)$ az $f(x)$ polinomnak negatív, illetve 1-nél kisebb pozitív és 1-nél nagyobb zérus helyeihez tartozó $((x_0-x)$ alakban írt) gyöktényezők szorzata; akkor $f(x)$ így írható fel:

$$f(x) = cN(x)P(x)Q(x)(1-x)^s \quad (c \text{ valós konstáns})$$

és ha $N(x)$ fokszáma n , a $P(x)$ -é p és a $Q(x)$ -é q , akkor

$$n+p+q+s = m, \quad n \geq 0, \quad p \geq 0, \quad q \geq 0, \quad s \geq 0.$$

(Ha $n = 0$, $N(x)$ 1-gyel veendő egyenlőnek; ugyanígy $p = 0$ -ra $P(x) \equiv 1$ és $q = 0$ -ra $Q(x) \equiv 1$).

(A) állításunkat igazoltuk, ha megmutatjuk, hogy

$$v(k) = p, \quad \text{ha } k = q(p+1)+s, \quad (B)$$

mert $q(p+1)+s < \frac{(m+3)^2}{4}$ lévén,¹ (A) igaz voltából *a fortiori* következik a (B) állítás helyessége.

(B) bebizonyításánál elegendő arra az esetre szorítkozni, midőn $q > 0$. Ugyanis a $q = 0$ esetben a DESCARTES-féle jel-szabály szerint az

$$\frac{f(x)}{(1-x)^s} = cN(x)P(x)$$

polinom együtthatói között p -számú jelváltás fordul elő, tehát

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{s+1}}$$

MACLAURIN-sorában is ugyanannyi a jelváltások száma, azaz

$$v(s) = p.$$

Legyen már most $q > 0$. Az 5. §. eredményei szerint $\frac{x_0-x}{(1-x)^{p+1}}$ MACLAURIN-sora $(p+1)$ -szeresen pozitív, ha $x_0 > 1$; másfelől a

¹ $q(p+1) \leq \frac{(q+p+1)^2}{4} = \frac{(m+1-n-s)^2}{4}$, tehát

$$q(p+1)+s \leq \frac{(m+1-n-s)^2}{4} + s \leq \frac{(m+1)^2}{4} + m < \frac{(m+3)^2}{4}.$$

4. §-ban bebizonyított első tétel szerint két $(p+1)$ -szeresen pozitív sor szorzata megint legalább ennyiszerezesen pozitív, tehát

$$\frac{Q(x)}{(1-x)^{q(p+1)}}$$

MACLAURIN-sora $(p+1)$ -szeresen pozitív és ilyen marad — a 4. §-ban adott második tétel szerint — akkor is, ha $N(x)$ abszolút értékével megszorozzuk, mert $|N(x)|$ olyan $(\beta+x)$ binomok szorzata, melyekben $\beta > 0$. Minthogy

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{q(p+1)+s}} = P(x) \frac{cQ(x)N(x)}{(1-x)^{q(p+1)}},$$

a baloldal MACLAURIN-sorát úgy nyerjük, hogy a $P(x)$ p -ed-fokú polinomot egy $(p+1)$ -szeresen pozitív sorral szorozzuk; ámde a 4. §. elején tett megjegyzés szerint az így előálló szorzatsor együtthatóiban legfeljebb p jelváltás fordulhat elő, tehát

$$v(s+q(p+1)-1) \leq p.$$

Másrészt LAGUERRE idézett vizsgálataiból ismeretes, hogy

$$v(s+q(p+1)-1) \geq v(s+q(p+1)) \geq p,$$

tehát

$$v(k) = p, \quad \text{ha } k = q(p+1)+s. \quad (B)$$

Bizonyításunkban azzal a hallgatólagos feltevéssel éltünk, hogy $p > 0$. Könnyű azonban belátni, hogy a $p = 0$ esetben is igaz (B) és vele (A); ugyanis

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{q+s}} = c \cdot \frac{Q(x)}{(1-x)^q} N(x)$$

MACLAURIN sorában jelváltás nem lévén, $v(q+s-1)$ és vele együtt

$$k \geq q+s-re$$

minden $v(k)$ zérussal egyenlő.

7. §. A probléma megoldása a (0,1) közben el nem tűnő, tetszőszerinti polinomokra.

A jelen paragrafusban megmutatjuk, hogy a

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = p$$

egyenlőség akkor is igaz, ha a valós együtthatós $f(x)$ polinomnak komplex gyökei is vannak, feltéve, hogy a polinom nem tűnik el a (0,1) köz belsejében, azaz $p = 0$.

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy $f(0) \neq 0$, tehát $f(x)$ így írható fel:

$$f(x) = cC(x)N(x)Q(x)(1-x)^s,$$

hol $C(x)$ a komplex gyökökhöz tartozó gyöktényezők szorzatát jelenti, míg c , $N(x)$, $Q(x)$ jelentése ugyanaz, mint az előző paragrafusban. $N(x)$ együtthatói egyjelűek, $\frac{Q(x)}{(1-x)^q}$ MACLAURIN-sorában sincs jelváltás: a $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = 0$ egyenlőség teljesülését tehát megmutattuk, ha bebizonyítjuk, hogy i elegendő nagyra választatván, az

$$\frac{a + 2bx + cx^2}{(1-x)^{i+1}} = a + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$$

sor együtthatóinak jele sga , valahányszor az

$$ac - b^2$$

discriminans pozitív.

Ha i elegendő nagyra van választva,

$$a_i = a(i+1) - b$$

jele a jelével egyező. Viszont $n \geq 2$ -re

$$a_n = \binom{n+i}{i} a + 2 \binom{n+i-1}{i} b + \binom{n+i-2}{i} c$$

lévén,

$$a_n = \binom{n+i}{i} \cdot \frac{1}{(n+i)(n+i-1)} \cdot [A(i) + 2B(i)a + C(i)a^2],$$

hol

$$A(i) = a(i-1)i, \quad B(i) = (a+b)(i-1) + \frac{a-c}{2}, \quad C(i) = a+2b+c.$$

Válasszuk i -t olyan nagyra, hogy

$$A(i)C(i) - [B(i)]^2 \equiv (ac - b^2)i^2 + gi + h \quad (g \text{ és } h \text{ konstansok})$$

jelét az i -ben legmagasabbfokú tag:

$$(ac - b^2)i^2$$

adja meg; ekkor

$$A(i) + 2B(i)n + C(i)n^2$$

jele állandóan $A(i)$ jelével egyező, bárminő legyen is az n , tehát $n \geq 2$ -re

$$sga_n = sgA(i) = sga.$$

Az $a, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ sorozatban tehát nincs jelváltás, mikép állítottuk.

MÁSODIK RÉSZ.

1. §. Egy Segner-féle lemma két nevezetes folyománya.

SEGNER a DESCARTES-féle jelszabály bebizonyításában a következő lemmát használja: *Bárminő pozitív szám legyen is az x_0 , a*

$$(c_0 + c_1x + \dots + c_r x^r)(x_0 - x) = d_0 + d_1x + \dots + d_{r+1}x^{r+1}$$

szorzat együtthatóinak

$$d_0, d_1, d_2, \dots, d_{r+1}$$

sorozatában páratlan számmal több a jelváltások száma, mint a

$$c_0, c_1, \dots, c_r$$

sorozatban.

E lemmának közvetlen folyománya a következő két egyszerű, de vizsgálatainkban fontos eredmény:

I. Ha az

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

(véges vagy végtelen) sorozatban a jelváltások száma v , akkor a $\sigma_0 = a_0, \sigma_1 = a_0 + a_1, \sigma_2 = a_0 + a_1 + a_2, \dots, \sigma_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n, \dots$ sorozatban legfeljebb v jelváltás fordulhat elő.

II. Ha a

$$\beta_1 - \beta_0, \beta_2 - \beta_1, \dots, \beta_m - \beta_{m-1} \quad (1)$$

differenzia-sorozatban V jelváltás fordul elő, akkor a

$$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{m-1}, \beta_m \quad (2)$$

sorozat jelváltásainak száma (V+1)-nél nagyobb nem lehet.

I. így is fogalmazható: bármilyen pozitív egész szám legyen is az r , a $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_r$ sorozat jelváltásainak száma v -nél nagyobb nem lehet. Állításunkat ebben az alakjában bizonyítjuk be. SEGNER lemmája szerint a

$$(\sigma_0 + \sigma_1 x + \dots + \sigma_r x^r)(1-x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_r x^r - \sigma_r x^{r+1}$$

azonosságból következik, hogy az

$$a_0, a_1, \dots, a_r, -\sigma_r$$

sorozatban legalább egygyel több, vagyis az

$$a_0, a_1, \dots, a_{r-1}, a_r \quad (A_r)$$

sorozatban legalább is annyi a jelváltások száma, mint a

$$\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{r-1}, \sigma_r \quad (\Sigma_r)$$

sorozatban; ámde (A_r) jelváltásainak száma r növekedtével v -nél nagyobbra nem nő, tehát (Σ_r) jelváltásainak száma sem lehet v -nél nagyobb, bármilyen pozitív egész szám legyen is r . *Q. e. d)*

II. bebizonyítása :

$$(\beta_0 + \beta_1 x + \dots + \beta_m x^m)(1-x) = \beta_0 + (\beta_1 - \beta_0)x + \dots + (\beta_m - \beta_{m-1})x^m - \beta_m x^{m+1},$$

tehát SEGNER lemmája szerint

$$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{m-1}, \beta_m \quad (2)$$

jelváltásainak száma legfeljebb annyi, mint a

$$\beta_0, \beta_1 - \beta_0, \beta_2 - \beta_1, \dots, \beta_m - \beta_{m-1} \quad (3)$$

sorozaté; de (3) jelváltásainak száma legfeljebb csak egygyel haladhatja meg (1) jelváltásainak számát: V -t, tehát (2)-ben sem lehet több jelváltás, mint $V+1$.

Megjegyzés. II. a I. korolláriumhoz hasonlóan igaz marad akkor is, ha (1) és (2) végtelen sorozatok.

2. §. Laguerre problémája a hatványsorra vonatkozólag.

Legyen adva az egységkörben konvergens, valós együtthatós

$$f(x) = \sum_0^{\infty} a_n x^n$$

hatványsor és tekintsük az

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}} = F_k(x) \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

függvényeket. E függvények mindegyike az egységkörben összetartó MACLAURIN-sorba fejthető. Az

$$F_k(x) = \sum_0^{\infty} A_n^{(k)} x^n \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

sorok együtthatói az

$$A_n^{(k)} = A_0^{(k-1)} + A_1^{(k-1)} + \dots + A_n^{(k-1)} \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

relációknak tesznek eleget, tehát a SEGNER-féle lemma I. korolláriumuma szerint az

$$A_0^{(k)}, A_1^{(k)}, \dots, A_n^{(k)}, \dots$$

sorozat jelváltásainak (véges vagy végtelen) száma: $\nu(k)$ k növekedtével csakis fogyhat.

Tegyük már most fel, hogy olyan — «LAGUERRE-félé»-nek nevezendő — $f(x)$ függvényvel állunk szemben, melynél egy bizonyos $k = k_0$ értékre $\nu(k_0)$ véges és $\sum_0^{\infty} A_n^{(k_0)}$ divergens; ez esetben nyilvánvalóan véges a $\nu(k)$ és divergens a $\sum_0^{\infty} A_n^{(k)}$ sor minden, a k_0 -nál nagyobb k értékre is, tehát LAGUERREnek a Bevezetésben idézett tétele szerint az

$$F_k(x) = 0$$

és vele együtt természetesen az

$$f(x) = 0$$

egyenlet egynél kisebb pozitív gyökeinek száma véges és ha a gyökök száma ρ ($\rho \geq 0$), akkor

$$v(k) \equiv \rho \pmod{2}, \quad \rho \leq v(k) \quad k \geq k_0\text{-ra}$$

A mondottakból következik, hogy a

$$v(k) \quad (k=k_0, k_0+1, k_0+2, \dots)$$

sorozat alulról korlátos és tagjai k növekedtével csakis fogyhatnak, tehát $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k)$ létezik.

Mekkora ez a határérték? A dolgozat első felében bebizonyítottuk, hogy ha $f(x)$ a valós számok tartományában lineáris tényezőkre bontható polinom, akkor

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = \rho$$

PÓLYA GYÖRGY megmutatta,¹ hogy ez egyenlőség akkor is igaz, midőn a valós együtthatós $f(x)$ polinom csak annak a feltételnek van alávetve, hogy a $(0,1)$ közben nincsen többszörös gyöke. Egy tetszőszerinti LAGUERRE-féle függvény esetében az eddigiek alapján általánosságban csak annyit mondhatunk, hogy $v(k)$ -nak biztosan létező határértéke ρ -nél kisebb nem lehet és $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) \equiv \rho \pmod{2}$. A LAGUERRE-féle függvények egy speciális osztályára, mely nemcsak az említett polinom-kategoriákat, hanem az összes valós együtthatós polinomokat és egynél nagyobb konvergenciasugarú hatványsorokat is magában foglalja, megmutathatjuk azonban, hogy náluk a $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = \rho$ egyenlőség érvényben marad.

Áll ugyanis a következő tétel:

Ha az $f(x) = \sum_0^{\infty} a_n x^n$ valós együtthatós hatványsor az egységkör belsejében és kerületén feltétlenül összetartó és ha $\sum_0^{\infty} a_n \neq 0$, akkor k elegendő nagy értékétől kezdve a

$$\frac{\sum_0^{\infty} a_n x^n}{(1-x)^{k+1}} = \sum_0^{\infty} A_n^{(k)} x^n$$

azonosság definiálta

¹ L. c.

$$A_0^{(k)}, A_1^{(k)}, \dots, A_n^{(k)}, \dots$$

sorozatban előforduló jelváltások száma egyenlő $f(x)$ 1-nél kisebb, pozitív gyökeinek számával.

E tétel bebizonyítását a 4. §-ban adjuk.

3. §. A $\sum_0^\infty a_n$ sor részletösszegeinek számtani közepei és az $f(x) = \sum_0^\infty a_n x^n$ függvény értékkészlete közti összefüggésről.

Legyen adva a valós együtthatós $f(x) = \sum_0^\infty a_n x^n$ hatványsor és tegyük föl, hogy e sor az egységkörben konvergens. Jelölje a $\sum_0^\infty a_i$ sor első n részletösszegének k -adrendű CESÁRO-féle számtani közepét $s_n^{(k)}$; miként ismeretes,

$$s_n^{(k)} = \frac{A_n^{(k)}}{\binom{n+k}{k}}, \quad (4)$$

hol a

$$\frac{\sum_0^\infty a_i x^i}{(1-x)^{1+k}} \equiv \sum_0^\infty A_i^{(k)} x^i$$

azonosságnak megfelelően

$$A_n^{(k)} = a_0 \binom{n+k}{k} + a_1 \binom{n+k-1}{k} + \dots + a_n \binom{k}{k}. \quad (5)$$

Legyen (a, β) a $(0,1)$ köznek belső részintervalluma (azaz $0 < a < \beta < 1$) és tekintsük amaz $s_n^{(k)}$ közepeket, melyeknek megfelelő $\frac{n}{n+k}$ pontok az (a, β) közbe esnek. Állítjuk, hogy adott ε -hoz található olyan

$$K = K(\varepsilon, a, \beta)$$

szám, hogy

$$\left| s_n^{(k)} - f\left(\frac{n}{n+k}\right) \right| < \varepsilon, \quad \text{ha } k > K, \quad a < \frac{n}{n+k} < \beta.$$

Bizonyítás. Mivel az (a, β) intervallum feltevésünk szerint

a $(0,1)$ belsejébe esik és $\sum_0^{\infty} a_i x^i$ az egységkör belsejében konvergens, megválasztható $\nu = \nu(\varepsilon, \beta)$ olyan nagyra, hogy $l \geq \nu + 1$ -re

$$\sum_l^{\infty} |a_i \beta^i| < \frac{\varepsilon}{4} \quad (6)$$

legyen. Első disponálásunk K értéke felett ez legyen:

$$K > \frac{\nu}{\alpha} \quad (1)$$

K esetén választása mellett $k > K$ -ra az (α, β) közbe eső $\frac{n}{n+k}$ tört számlálója nagyobb ν -nél, mert ha $\frac{n}{n+k} > \alpha$, akkor

$$n > (n+k)\alpha > k\alpha > K\alpha > \nu.$$

Legyen már most $k > K$; (4) és (5) alapján:

$$\begin{aligned} \left| s_n^{(k)} - f\left(\frac{n}{n+k}\right) \right| &\leq \left| \left(a_0 + a_1 \frac{n}{n+k} + a_2 \frac{n}{n+k} \cdot \frac{n-1}{n+k-1} + \dots + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + a_\nu \frac{n}{n+k} \cdot \dots \cdot \frac{n-\nu+1}{n+k-\nu+1} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(a_0 + a_1 \frac{n}{n+k} + a_2 \left(\frac{n}{n+k}\right)^2 + \dots + a_\nu \left(\frac{n}{n+k}\right)^\nu \right) \right| + \\ &\quad + \left| a_{\nu+1} \left| \frac{n}{n+k} \cdot \dots \cdot \frac{n-\nu}{n+k-\nu} + \dots + \frac{n!}{(n+k)\dots(k+1)} \right| + \right. \\ &\quad \left. + \left| a_{\nu+1} \cdot \left(\frac{n}{n+k}\right)^{\nu+1} + a_{\nu+1} \left(\frac{n}{n+k}\right)^{\nu+2} + \dots \right| \right. \quad (7) \end{aligned}$$

Ámde

$$\frac{n}{n+k} < \beta \quad \text{és} \quad \frac{n}{n+k} > \frac{n-1}{n+k-1} > \dots > \frac{1}{k+1}$$

lévén, a (7) jobboldalán $\{ \}$ -jelben álló mindkét kifejezés (6) szerint kisebb, mint $\frac{\varepsilon}{4}$. A bizonyítandó egyenlőtlenség igazolására tehát azt kell még megmutatnunk, hogy

$$\begin{aligned} &\left| - \left(a_0 + a_1 \frac{n}{n+k} + \dots + a_\nu \frac{n}{n+k} \cdot \dots \cdot \frac{n-\nu+1}{n+k-\nu+1} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(a_0 + a_1 \frac{n}{n+k} + \dots + a_\nu \left(\frac{n}{n+k}\right)^\nu \right) \right| < \frac{\varepsilon}{2}, \quad (8) \end{aligned}$$

ha k elegendő nagy és $\frac{n}{n+k}$ az (α, β) közbe esik. A (8) bal-
oldalán abszolút érték jele alatt álló kifejezés így is írható:

$$\begin{aligned} & a_2 \left(\frac{n}{n+k} \right)^2 \left[1 - \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n+k}} \right] + \\ & + a_3 \left(\frac{n}{n+k} \right)^3 \left[1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \left(1 - \frac{2}{n+k}\right)} \right] + \dots + \\ & + \dots + a_i \left(\frac{n}{n+k} \right)^i \left[1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{i-1}{n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \left(1 - \frac{2}{n+k}\right) \dots \left(1 - \frac{i-1}{n+k}\right)} \right] + \dots + \\ & + a_\nu \left(\frac{n}{n+k} \right)^\nu \left[1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{\nu-1}{n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \left(1 - \frac{2}{n+k}\right) \dots \left(1 - \frac{\nu-1}{n+k}\right)} \right]; \end{aligned}$$

vegyük most tekintetbe, hogy

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{i}{n}\right) > 1 - \frac{1}{n} - \frac{2}{n} - \dots - \frac{i}{n} = 1 - \frac{i(i+1)}{2n},$$

$(i=1, 2, \dots, \nu-1)$

tehát

$$\begin{aligned} 0 & < 1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{i}{n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \left(1 - \frac{2}{n+k}\right) \dots \left(1 - \frac{i}{n+k}\right)} < \\ & < \frac{\left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \dots \left(1 - \frac{i}{n+k}\right) - \left(1 - \frac{i(i+1)}{2n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \dots \left(1 - \frac{i}{n+k}\right)} < \\ & < \frac{i(i+1)}{2 \left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \dots \left(1 - \frac{i}{n+k}\right) n} \end{aligned}$$

és válasszuk K -t olyan nagynak, hogy $k > K$ -ra

$$\left(1 - \frac{1}{k}\right) \left(1 - \frac{2}{k}\right) \cdots \left(1 - \frac{\nu-1}{k}\right) > \frac{1}{2}, \quad (\text{II})$$

továbbá $k > K$ -ra és az $a < \frac{n}{n+k} < \beta$ feltételnek megfelelő n -re

$$[|a_2| + |a_3| + \cdots + |a_\nu|] \frac{\nu(\nu-1)}{n} < \frac{\varepsilon}{2} \quad (\text{III})$$

legyen. Ekkor a $k > K$ -ra és (a, β) közbe eső $\frac{n}{n+k}$ értékekre

$$\left| a_2 \left(\frac{n}{n+k}\right)^2 \left[1 - \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n+k}} \right] + \cdots + a_\nu \left(\frac{n}{n+k}\right)^\nu \left[1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{\nu-1}{n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{n+k}\right) \cdots \left(1 - \frac{\nu-1}{n+k}\right)} \right] \right| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Ha tehát $K = K(\varepsilon, \alpha, \beta)$ a (I), (II), (III) feltételeknek megfelelően van választva, akkor a $k > K$ és $a < \frac{n}{n+k} < \beta$ egyenlőtlenségeket kielégítő k és n értékekre teljesítve van az

$$\left| s_n^{(k)} - f\left(\frac{n}{n+k}\right) \right| < \varepsilon \quad (9)$$

egyenlőtlenség.

A fentebbi bizonyítás menetéből nyilvánvaló, hogy ha Σa_n feltétlenül összetartó, akkor a $\beta < 1$ megszorítás elejthető, azaz ilyen absolute konvergens sorok esetében megválasztható a $K = K(\varepsilon, a)$ oly módon, hogy (9) a $k > K$, $a < \frac{n}{n+k}$ feltételeknek megfelelő n és k értékekre fennálljon.

A Σa_n sor részletösszegeinek számtani közepei és az

$$f(x) = \Sigma a_n x^n$$

függvény értékészlete közti összefüggést feltüntető eredményünknek¹ fontos korolláriuma a következő két tétel:

A) Ha a valós együtthatós $\sum a_n x^n$ sor az egységkör belsejében konvergens és ha a sor definiálta $f(x)$ függvény az (α, β) közben és határain $(0 < \alpha < \beta < 1)$ nem tűnik el, azaz $|f(x)|$ alsó határa: $m > 0$, akkor megválasztható a $K = K(m, \alpha, \beta)$ olyan nagyra, hogy a

$$k > K, \quad \alpha < \frac{n}{n+k} < \beta$$

feltételeknek megfelelő n és k értékekre

$$\operatorname{sg} s_n^{(k)} = \operatorname{sg} f(\alpha)$$

legyen.

B) Ha a valós együtthatós $f(x) = \sum a_n x^n$ sor az egységkör belsejében és kerületén feltétlenül összetartó és $|f(x)|$ alsó határa: m az $(\alpha, 1)$ közre $(0 < \alpha < 1)$ zérustól különböző (tehát $\sum a_n$ sem 0), akkor megválasztható a $K = K(\alpha, m)$ oly nagyra, hogy a

$$k > K, \quad \alpha < \frac{n}{n+k}$$

feltételeknek megfelelő n és k értékekre

$$\operatorname{sg} s_n^{(k)} = \operatorname{sg} f(\alpha)$$

legyen.

Hogy e tételeket belássuk, csupán azt kell tekintetbe vennünk, hogy (9) a $\operatorname{sg} s_n^{(k)} = \operatorname{sg} f\left(\frac{n}{n+k}\right) = \operatorname{sg} f(\alpha)$ egyenlőséget involválja, ha ε gyanánt $\frac{m}{2}$ -et választottuk.

Az A) tétel és a SEGNER-féle lemma II. korolláriuma alapján már most könnyen bebizonyíthatjuk a következő teoremat:

C) Ha az egységkörben konvergens, valós együtthatós $\sum_0^{\infty} a_n x^n$ sor definiálta $f(x)$ függvénynek t -ik differenciálhányya-

¹ Az $f(x)$ függvény értékészlete és az együtthatóiból alkotott számtani közepek közti összefüggés felderítése PÓLYA GyÖRGY érdeme: ő az összefüggést $f(x)$ polinom volta esetében fedezte fel; hatványsorok esetében e sorok szerzője mutatott rá az összefüggésre.

dosa: $f^{(v)}(x)$ az (α, β) között és határain a zérus értéket fel nem veszi, akkor megválasztható a $K=K(\alpha, \beta)$ olyan nagyra, hogy a k -nak K -nál nagyobb, tetszésszerű, de fix értékére az

$$s_n^{(k)}, s_{n+1}^{(k)}, \dots, s_{n+m}^{(k)}$$

sorozat jelváltásainak száma legfeljebb t lehessen, ha a $\frac{\nu}{\nu+k}$ ($\nu=1, 2, \dots$) törtek közül $\frac{n}{n+k}$ a legelső és $\frac{n+m}{n+m+k}$ a legutolsó, mely az (α, β) között esik.

Bizonyítás. Jelöljük a $\sum_0^\infty a_i$ sor első n részletösszegének (eddig $s_n^{(k)}$ jelölte) k -adrendű számtani közepét $f(n, n+k)$ -val és az $f^{(v)}(x) = r! \sum_{i=r}^\infty a_i \binom{r}{i} x^{i-r}$ ($v=1, 2, \dots, t$) sorhoz tartozó analog kifejezést $f^{(v)}(n, n+k)$ -val. Egyszerű számítás mutatja, hogy

$$f(n+1, n+1+k) - f(n, n+k) = \frac{k}{(n+k+1)(n+k)} f^{(v)}(n, n+k-1). \quad (I)$$

Ugyanis

$$\begin{aligned} f(n+1, n+1+k) - f(n, n+k) &= \sum_{i=1}^{n+1} a_i \frac{n+1}{n+k+1} \cdots \frac{n-i+2}{n+k-i+2} - \\ &- \sum_{i=1}^{n+1} a_i \frac{n}{n+k} \cdots \frac{n-i+1}{n+k-i+1} = a_1 \left[\frac{n+1}{n+k+1} - \frac{n}{n+k} \right] + \\ &+ \sum_{i=2}^{n+1} a_i \frac{n}{n+k} \cdots \frac{n-i+2}{n+k-i+2} \left[\frac{n+1}{n+k+1} - \frac{n-i+1}{n+k-i+1} \right] \\ &= \frac{k}{(n+k+1)(n+k)} \left\{ a_1 + \sum_{i=2}^{n+1} i a_i \frac{n}{n+k-1} \cdots \frac{n-i+2}{n+k-i+1} \right\} = \\ &= \frac{k}{(n+k+1)(n+k)} f^{(v)}(n, n+k-1). \end{aligned}$$

A most verifikált (I) identitásból a későbbiekben fogunk következtetéseket vonni; vegyük most tekintetbe, hogy ha $f^{(v)}(x)$ az (α, β) között és annak határain nem tűnik el, akkor megválasztható a pozitív δ oly kicsinyre, hogy $\beta + \delta < 1$ legyen és

hogy $\alpha < x < \beta + \delta$ feltételnek megfelelő x értékekre $|f^{(t)}(x)|$ pozitív μ alsó határral birjon.

A) szerint megválasztható a $K = K(\alpha, \beta + \delta, \mu)$ olyan nagyra, hogy a $k > K$, $\alpha < \frac{\nu}{\nu+k} < \beta + \delta$ feltételeknek megfelelő k és ν értékekre

$$\text{sg } f^{(t)}(\nu, \nu+k) = \text{sg } f^{(t)}(\alpha)$$

legyen. Adjunk most k -nak olyan fix, a $k > K$ és $k > t$ egyenlőtlenségeket kielégítő értéket, hogy ha a $\frac{\nu}{\nu+k}$ ($\nu = 1, 2, \dots$) sorozatnak az (α, β) közbe eső összes tagjai

$$\frac{n}{n+k}, \frac{n+1}{n+k+1}, \dots, \frac{n+m}{n+m+k}, \tag{S^{(0)}}$$

akkor

$$m > t$$

legyen ¹ és emellett az

$$\frac{n}{n+k-1}, \frac{n+1}{n+k}, \dots, \frac{n+m-2}{n+m+k-3}, \frac{n+m-1}{n+m+k-1} \tag{S^{(1)}}$$

$$\frac{n}{n+k-2}, \frac{n+1}{n+k-1}, \dots, \frac{n+m-2}{n+m+k-4} \tag{S^{(2)}}$$

.....

$$\frac{n}{n+k-t}, \frac{n+1}{n+k-t+1}, \dots, \frac{n+m-t}{n+m+k-2t} \tag{S^{(t)}}$$

¹ Hogy k az $m > t$ feltételnek választható, evidens, mert k növekedtével a $\frac{\nu}{\nu+k}$ sorozatnak mind több és több tagja esik az (α, β) közbe; másrészt, ha $m > t$, akkor önmagától teljesül a kívánság, hogy az $S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(t)}$ tagjai α -nál nagyobbak legyenek, mert

$$\alpha < \frac{n}{n+k} < \frac{n}{n+k-1} < \frac{n}{n+k-2} < \dots < \frac{n}{n+k-t}$$

és az $S^{(r)}$ ($r = 1, 2, \dots, t$) sorozatok mindegyikében monoton nőnek a tagok; végül e sorozatok tagjai $\beta + \delta$ -nál kisebbek, ha k úgy van választva, hogy $\frac{|2\beta-1|t}{n+k} < \delta$, ugyanis, $\frac{n+m}{n+m+k} < \beta$ lévén, ekkor $S^{(r)}$ legnagyobb tagja:

$$\frac{n+m-r}{n+m+k-2r} < \beta + \frac{(2\beta-1)r}{n+m+k-2r} < \beta + \frac{|2\beta-1|t}{n+k} < \beta + \delta.$$

4. §. A $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = p$ egyenlőség bebizonyítása a Laguerre-féle függvények egyik speciális osztályára. A gyökök tárgyalása.

Tekintsük ama valós együtthatós sorokat, melyek az $|x| \leq 1$ tartományban feltétlenül összetartók és az $x = 1$ helyen 0-tól különböző összeggel bírnak. E sorok definiálta $f(x)$ függvények a 2. §-ban jelzett értelemben a LAGUERRE-féle függvények egy speciális osztályát alkotják; ugyanis az

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}} = f'_k(x) \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

függvények közül már az első teljesíti ama feltételt, hogy MACLAURIN-sorának együtthatóiban csak véges számmal fordul elő jelváltás és e sor az $x = 1$ helyen divergens. E függvényosztályokra be akarjuk bizonyítani, miszerint az

$$F_k(x) = \sum_0^{\infty} A_n^{(k)} x^n$$

sor együtthatóiban előforduló jelváltások száma: $v(k)$ a k -nak elegendő nagy értékétől kezdve $f(x)$ 1-nél kisebb pozitív zérus helyeinek számával, p -vel egyenlő.

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy $f(0) = a_0 > 0$. E feltevés mellett

$$\alpha = \frac{a_0}{|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n| + \dots} \quad (10)$$

pozitív. A

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = p \quad (11)$$

egyenlőség bebizonyításánál elegendő arra az esetre szorítkozni, melyben $\alpha < 1$. Ha ugyanis $\alpha \geq 1$, akkor

$$a_0 \geq |a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots,$$

tehát az $A_0^{(0)} = a_0$, $A_1^{(0)} = a_0 + a_1$, $A_2^{(0)} = a_0 + a_1 + a_2$, ..., $A_n^{(0)} = a_0 + a_1 + \dots + a_n$, ... együtthatók mindegyike pozitív, vagyis

$$v(0) = 0 = p.$$

Tegyük fel tehát, hogy $\alpha < 1$. A $(0, \alpha)$ közben és határain $f(x)$ pozitív; ugyanis, ha $0 \leq x \leq \alpha$, akkor (10) szerint

$$a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n + \dots > a_0 - |a_1| \alpha - \dots - |a_n| \alpha - \dots = a_0 - (|a_1| + |a_2| + \dots) \alpha = 0.$$

Ugyanígy látható be, hogy bármily legyen is a k ,

$$A_\nu^{(k)} > 0, \quad \text{ha} \quad 0 \leq \frac{\nu}{\nu+k} \leq \alpha; \quad (12)$$

ámde a $\frac{\nu}{\nu+k}$ ($\nu=0, 1, 2, \dots$) sorozat tagjai ν -vel együtt monoton nőnek, ha k fix szám, tehát (12) úgy is formulázható, hogy az

$$A_0^{(k)}, A_1^{(k)}, A_2^{(k)}, \dots \quad (13)$$

sorozat első n tagja pozitív, ha $\frac{n}{n+k} \leq \alpha$.

(11) bebizonyításánál megkülönböztetjük egymástól a $p=0$ és $p>0$ eseteket.

Ha $p=0$, $f(x)$ az $(\alpha, 1)$ közben és határain pozitív, tehát a 3. § B) tétele szerint megválasztható k olyan nagyra, hogy $s_n^{(k)}$ pozitív, ha $\frac{n}{n+k} > \alpha$; e k értékre tehát a (13) sorozat összes tagjai pozitívek — hiszen $s_n^{(k)}$ és $A_n^{(k)}$ jele mindig ugyanaz —, vagyis

$$v(k) = 0 = p.$$

Ha $p>0$, legyenek a gyökök $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ és multiplicitásaik t_1, t_2, \dots, t_r ;

$$t_1 + t_2 + \dots + t_r = p.$$

A gyökök indexei úgy választvák, hogy $\xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_r$ legyen; mindezen gyökök az $(\alpha, 1)$ intervallum belsejébe esnek.

Válasszuk meg a pozitív δ -t úgy, hogy

$$\alpha < \xi_1 - \delta, \quad \xi_1 + \delta < \xi_2 - \delta, \quad \dots, \quad \xi_2 + \delta < \xi_3 - \delta, \quad \dots, \quad \xi_{r-1} + \delta < \xi_r - \delta, \\ \xi_r + \delta < 1$$

legyen és hogy a $(\xi_i - \delta, \xi_i + \delta)$ köz belsejében és határain $f^{(t_i)}(x)$ zérustól különbözzék. Legyen az

$$\left(\alpha, \xi_1 - \frac{\delta}{2} \right), \quad \left(\xi_1 + \frac{\delta}{2}, \xi_2 - \frac{\delta}{2} \right), \quad \dots, \quad \left(\xi_r + \frac{\delta}{2}, 1 \right) \quad (14)$$

közökben $|f(x)|$ alsó korlátja m és jelölje $|f^{(i)}(x)|$ alsó korlátját a

$$(\xi_i - \delta, \xi_i + \delta) \quad (i=1, 2, \dots, r) \quad (15)$$

közben m_i . Az m és m_1, m_2, \dots, m_r pozitívek, a 3. § A), B) és C) tételei szerint tehát megválasztható egy

$$K = K(m, m_1, \dots, m_r) = K(\delta)$$

szám úgy, hogy k -nak fix, K -nál nagyobb értékére:

1. egyjelűek legyenek az $s_\nu^{(k)}$ ($\nu = 0, 1, 2, \dots$) sorozatnak ama — részsorozatokat alkotó — tagjai, a melyeknek megfelelő $\frac{n}{n+k}$ értékek ugyanabba a (14) alatt felirt intervallumba tartoznak;

2. legfeljebb t_i jelváltást mutassanak ama közepekből alakuló részsorozatok, melyeknek megfelelő $\frac{n}{n+k}$ értékek a $(\xi_i - \delta, \xi_i + \delta)$ közbe esnek.

Ha már most a k értékét még oly nagyra választjuk, hogy a (14) és (15) alatt felirt intervallumok közös részközeibe, a

$$\left(\xi_1 - \frac{\delta}{2}, \xi_1 + \frac{\delta}{2}\right), \left(\xi_2 - \frac{\delta}{2}, \xi_2 + \frac{\delta}{2}\right), \dots, \left(\xi_r - \frac{\delta}{2}, \xi_r + \frac{\delta}{2}\right),$$

$$\left(\xi_r + \frac{\delta}{2}, \xi_r + \delta\right)$$

közökbe legalább is egy-egy $\frac{n}{n+k}$ pont essék, akkor nyilvánvaló, hogy az

$$s_n^{(k)}, s_{n+1}^{(k)}, s_{n+2}^{(k)}, \dots$$

sorozatban legfeljebb $t_1 + t_2 + \dots + t_r = p$ jelváltás fordulhat elő,

mihelyt $\frac{n}{n+k} > a$; viszont $\frac{n}{n+k} \leq a$ -ra $s_n^{(k)} > 0$ és pozitív azon k -adrendű közép is, melyhez tartozó $\frac{n}{n+k}$ érték a $\frac{\nu}{\nu+k} > a$ feltételt kielégítő törtek között a legkisebb, a fentiekben részletezett feltételeknek megfelelő k -ra nézve tehát a teljes

$$s_0^{(k)}, s_1^{(k)}, s_2^{(k)}, \dots, s_n^{(k)}, \dots$$

sorozatban sem lehet több jelváltás p -nél, vagyis (13) jelváltásainak száma

$$v(k) \leq p.$$

Ámde a 2. §. szerint bármely k -ra

$$v(k) \geq p,$$

tehát szóbanforgó k -ra (és minden nagyobbra)

$$v(k) = p. \quad (Q. e. d.)$$

A $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = p$ egyenlőségnek fontos következménye az, hogy a

$$k > K(\delta), \quad \xi_i - \delta < \frac{n}{n+k} < \xi_i + \delta$$

feltételnek megfelelő $s_n^{(k)}$ közepek sorozatában pontosan t_i a jelváltások száma; e megjegyzés — miként PÓLYA rámutatott — módot ad a $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ gyökök meghatározására. Ugyanis legyenek

$$\nu_1^{(k)} < \nu_2^{(k)} < \dots < \nu_{t_1}^{(k)} < \nu_{t_1+1}^{(k)} < \dots < \nu_{t_1+t_2}^{(k)}, \dots$$

amaz indexek, melyeknél az $s_n^{(k)}$ ($n=0, 1, 2, \dots$) vagy — a mi ezzel egyet jelent — az $A_n^{(k)}$ ($n=0, 1, 2, \dots$) sorozatban jelváltás fordul elő; az előbbi megjegyzés szerint $k > K(\delta)$ -ra

$$\xi_1 - \delta < \frac{\nu_1^{(k)}}{\nu_1^{(k)} + k} < \frac{\nu_2^{(k)}}{\nu_2^{(k)} + k} < \dots < \frac{\nu_{t_1}^{(k)}}{\nu_{t_1}^{(k)} + k} < \xi_1 + \delta,$$

$$\xi_2 - \delta < \frac{\nu_{t_1+1}^{(k)}}{\nu_{t_1+1}^{(k)} + k} < \frac{\nu_{t_1+2}^{(k)}}{\nu_{t_1+2}^{(k)} + k} < \dots < \frac{\nu_{t_1+t_2}^{(k)}}{\nu_{t_1+t_2}^{(k)} + k} < \xi_2 + \delta,$$

.....

bármilyen kicsiny legyen is a δ , tehát

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nu_1^{(k)}}{\nu_1^{(k)} + k} = \dots = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nu_{t_1}^{(k)}}{\nu_{t_1}^{(k)} + k} = \xi_1,$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nu_{t_1+1}^{(k)}}{\nu_{t_1+1}^{(k)} + k} = \dots = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nu_{t_1+t_2}^{(k)}}{\nu_{t_1+t_2}^{(k)} + k} = \xi_2,$$

$$\dots$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nu_{t_1+\dots+t_{r-1}}^{(k)}}{\nu_{t_1+t_2+\dots+t_{r-1}}^{(k)} + k} = \dots = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\nu_p^{(k)}}{\nu_p^{(k)} + k} = \xi_r.$$

A gyökök meghatározására vonatkozó eljárást és fejtegetéseinknek több más eredményét sikerült általánosítanom a valós együtthatós DIRICHLET-sorok bizonyos osztályának esetére; e vizsgálataimat, melyekben a CESÀRO-féle közepek szerepét a RIESZ-féle tipikus közepek veszik át, külön dolgozatban fogom közzétenni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 január 22.-én tartott üléséből.)

LAGUERRE PROBLÉMÁJÁRÓL.

PÓLYA GYÖRGY-TŐL.

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$$

egy raczionális egész függvény, reális együtthatókkal. Egyike a legegyszerűbb tételeknek, a melyek $f(x)$ reális gyökeiről szólnak, így hangzik: ha a és b olyan reális számok, hogy $f(a)$ és $f(b)$ függvényértékek zérustól különbözők, $f(x)$ -nek az (a, b) intervallumba párosszámú vagy páratlanszámú gyöke esik (sokszoros gyököket sokszorosságukkal számítva, a zérust is páros számnak tekintve) a szerint, hogy $f(a)$ és $f(b)$ ugyanolyan vagy különböző előjelű-e.

DESCARTES jelszabálya két részből áll;¹ az első rész azt mondja, hogy $f(x)$ pozitív gyökeinek száma nem lehet nagyobb, mint a jelváltások száma az együtthatók sorozatában; a második rész azt mondja, hogy a jelváltások számának és a pozitív gyökök számának különbsége páros szám. Ezen második részt a következő egyszerű megjegyzésből is be lehet látni: ha $f(x)$ esetleg az $x=0$ pontban zérussá lesz, akkor néhány első együttható szintén zérussá lesz; az első zérustól különböző együttható azonban mindenesetre olyan előjelű, mint $f(x)$ x -nek igen kis pozitív értékeinél, míg az utolsó együttható a_m olyan előjelű, mint $f(x)$ x -nek igen nagy értékeinél: tehát az előrehozott tétel szerint $f(x)$ pozitív gyökeinek száma páros vagy páratlan, aszerint, hogy az első zérustól különböző együttható és a_m ugyanolyan vagy ellenkező előjelű-e; de a jelváltások páros vagy páratlan voltáról ugyanez dönt.

¹ LAGUERRE: Oeuvres I, 3--5. o.

Ezen egyszerű megjegyzésben $f(x)$ bizonyos együttthatóinak indexei hozzá vannak rendelve $f(x)$ definiálási tartományának bizonyos pontjaihoz, oly módon, hogy ha egy index és egy x pont egymáshoz vannak rendelve, akkor a hozzájuk tartozó együtttható és függvényérték *egyenlő előjelű*; egy egészen hasonló megjegyzés vezetett engem LAGUERRE egy problémájának megoldásához.¹ Ezen kérdésre dr. FEKETE MIHÁLY úr hívta föl figyelmemet, a ki előrelátta az eredményt és bizonyos specziális esetekben bizonyítást is nyújtott, az itt közlendőtől teljesen különböző módszerrel;² ugyancsak ő megismervén jelen dolgozat tartalmát, annak eredményeit lényeges pontokban tovább fejlesztette.³

1. A következőkben bebizonyítom ezen tételt: $f(x)$ *reális együttthatójú racionális egész függvénynek ne legyenek a (0, 1) intervallum belsejében sokszoros gyökei; akkor megadható egy olyan nagy k egész szám, hogy az*

$$\frac{f^{(k)}(x)}{(1-x)^{1+k}} = S_0^{(k)} + S_1^{(k)}x + S_2^{(k)}x^2 + \dots + S_n^{(k)}x^n + \dots,$$

hatványsor együtttható-sorozata pontosan ugyanannyi jelváltást mutat föl, mint a hány gyöke van $f(x)$ függvénynek a (0, 1) intervallum belsejében.

Ezen kijelentés bizonyos megszorítást tartalmaz,³ a mely ugyan pusztán *algebrai* szempontból lényegtelen volna; egyáltalán nem megszorítás azonban föltenni (és azért a következőkben meg is teszszük ezen föltevést), hogy a_0 pozitív és hogy az egység $f(x)$ -nek nem gyöke; mert hiszen a zérussal egyenlő gyökök egyáltalán nem gyakorolnak befolyást a jelváltásokra, az egységgel egyenlő gyökök pedig $1-x$ elég magas hatványával való osztás után válnak hatástalanokká.

$\frac{f^{(k)}(x)}{(1-x)^{1+k}}$ MACLAURIN sorának együttthatói a következők:

¹ LAGUERRE: Oeuvres I, 14--15. o.

² Dr. FEKETE MIHÁLY: LAGUERRE egy problémájáról. (I. rész) Math. és Term. Ért. jelen füzeté.

³ I. h. II. rész.

$$\begin{aligned}
 S_0^{(k)} &= a_0 & & = a_0 \\
 S_1^{(k)} &= \binom{k+1}{k} a_0 + \binom{k}{k} a_1 = \binom{k+1}{1} \left\{ a_0 + a_1 \frac{1}{1+k} \right\} \\
 S_2^{(k)} &= \binom{k+2}{k} a_0 + \binom{k+1}{k} a_1 + \binom{k}{k} a_2 = \\
 &= \binom{k+2}{2} \left\{ a_0 + a_1 \frac{2}{2+k} + a_2 \frac{2}{2+k} \frac{1}{1+k} \right\} \\
 &\dots \dots \dots \\
 S_m^{(k)} &= \binom{k+m}{k} a_0 + \binom{k+m-1}{k} a_1 + \dots + \binom{k}{k} a_m = \\
 &= \binom{k+m}{m} \left\{ a_0 + a_1 \frac{m}{m+k} + \dots + a_m \frac{m}{m+k} \dots \frac{1}{1+k} \right\} \\
 &\dots \dots \dots \\
 S_n^{(k)} &= \binom{k+n}{k} a_0 + \binom{k+n-1}{k} a_1 + \dots + \binom{k+n-m}{k} a_m = \\
 &= \binom{k+n}{n} \left\{ a_0 + a_1 \frac{n}{n+k} + \dots + a_m \frac{n}{n+k} \dots \frac{n-m-1}{n+k-m-1} \right\} \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Legyen p és q két egész szám, még pedig $p < q$ és legyen szabad behoznom a jelölést

$$\begin{aligned}
 f(p, q) &= a_0 + a_1 \frac{p}{q} + a_2 \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} + \dots + \\
 &+ a_v \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} \dots \frac{p-v-1}{q-v-1} + \dots + a_p \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} \dots \frac{1}{q-p-1},
 \end{aligned}$$

a hol esetünkben, racionális egész függvényről lévén szó,

$$a_{m+1} = a_{m+2} = a_{m+3} = \dots = 0.$$

$\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}}$ kérdéses hatványsorozatának együttható-sorozatában a jelváltások száma ugyanannyi lesz, mint az együtthatókból csupa pozitív számokkal való osztás által keletkező k -szoros CÉSÁRO-közepék sorozatában ¹:

¹ CÉSÁRO: Sur la multiplication des séries. Bull. des Sciences Math. (2) 14, 1890, p. 114.

$$\frac{S_0^{(k)}}{\binom{k}{k}} = f(0, k), \frac{S_1^{(k)}}{\binom{1+k}{k}} = f(1, 1+k), \dots, \frac{S_n^{(k)}}{\binom{n+k}{k}} = f(n, n+k), \dots$$

($k=1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$)

2. Legyen $p \geq m$, akkor

$$f\left(\frac{p}{q}\right) - f(p, q) = \sum_{\nu=2}^m a_\nu \left\{ \left(\frac{p}{q}\right)^\nu - \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} \dots \frac{p-\nu+1}{q-\nu+1} \right\}.$$

Az a_ν -t szorzó faktorról mindenekelőtt az látható, egy ismert elemi tétel többszörös alkalmazásával, hogy pozitív; továbbá tegyük föl, hogy q olyan nagy, hogy

$$\left(1 - \frac{1}{q}\right) \left(1 - \frac{2}{q}\right) \dots \left(1 - \frac{m-1}{q}\right) > \frac{1}{2}$$

az $\frac{1}{2}$ tört természetesen lényegtelen), akkor bizonynyal

$$\begin{aligned} & \left(\frac{p}{q}\right)^\nu - \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} \dots \frac{p-\nu+1}{q-\nu+1} = \\ & = \left(\frac{p}{q}\right)^\nu \left(1 - \frac{1 - \frac{1}{q}}{1 - \frac{1}{q}} \frac{1 - \frac{2}{q}}{1 - \frac{2}{q}} \dots \frac{1 - \frac{\nu-1}{q}}{1 - \frac{\nu-1}{q}}\right) = \\ & = \left(\frac{p}{q}\right)^\nu \frac{\left(1 - \frac{1}{q}\right) \dots \left(1 - \frac{\nu-1}{q}\right) - \left(1 - \frac{1}{p}\right) \dots \left(1 - \frac{\nu-1}{p}\right)}{\left(1 - \frac{1}{q}\right) \dots \left(1 - \frac{\nu-1}{q}\right)} < \\ & < 2 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{1}{p} - \frac{2}{p} - \dots - \frac{\nu-1}{p}\right) \right\} = \\ & = \frac{\nu(\nu-1)}{p} \leq \frac{m(m-1)}{p}. \end{aligned}$$

Tehát q mondott megválasztása mellett

$$\left| f\left(\frac{p}{q}\right) - f(p, q) \right| < (|a_2| + |a_3| + \dots + |a_m|) \frac{m(m-1)}{p}.$$

3. Egészen hasonló módon

$$\begin{aligned}
 & f(p, q) - f(p-1, q-1) = \\
 &= \sum_{\nu=1}^m a_{\nu} \left(\frac{p}{q} - \frac{p-\nu}{q-\nu} \right) \frac{p-1}{q-1} \frac{p-2}{q-2} \dots \frac{p-\nu-1}{q-\nu-1} = \\
 &= \sum_{\nu=1}^m a_{\nu} \frac{(q-p)\nu}{q(q-\nu)} \frac{p-1}{q-1} \dots \frac{p-\nu-1}{q-\nu-1} = \\
 &= \frac{q-p}{q(q-1)} \sum_{\nu=1}^m \nu a_{\nu} \frac{p-1}{q-2} \frac{p-2}{q-3} \dots \frac{p-\nu-1}{q-\nu} = \\
 &= \frac{q-p}{q(q-1)} \left\{ f' \left(\frac{p}{q} \right) - \sum_{\nu=2}^m \nu a_{\nu} \left(\left(\frac{p}{q} \right)^{\nu-1} - \frac{p-1}{q-2} \frac{p-2}{q-3} \dots \frac{p-\nu-1}{q-\nu} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

a hol a kapesos zárójelben második helyen álló összeg abszolút értékben kisebb, mint

$$(2|a_2| + 3|a_3| + \dots + m|a_m|) \frac{m(m-1)}{p}.$$

4. Legyen

$$a = \frac{a_0}{|a_1| + |a_2| + \dots + |a_m|}.$$

Ezen szám a következő tulajdonságokkal bír:

I. Pozitív (1).

II. Ha $a < 1$, akkor a kisebb (vagy egyenlő; az egyenlőség esete azonban csak akkor állhat be, ha $f(x)$ lineáris), mint $f(x)$ legkisebb pozitív gyöke. Valóban, ha existálna $\rho \leq a$, olyan módon, hogy

$$f(\rho) = a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + \dots + a_m\rho^m = 0$$

lenne, akkor következnek, hogy

$$a_0 = -a_1\rho - a_2\rho^2 - \dots - a_m\rho^m,$$

$$a_0 \leq |a_1|\rho + |a_2|\rho^2 + \dots + |a_m|\rho^m < \rho \{ |a_1| + |a_2| + \dots + |a_m| \},$$

(ez utolsó egyenlőtlenségnél föltettük, hogy $|a_2| + \dots + |a_m| > 0$), azaz, hogy

$$\rho > \frac{a_0}{|a_1| + |a_2| + \dots + |a_m|} = a,$$

a mi kizárt eset.

III. Ha $\alpha \geq 1$, akkor $f(x)$ -nek nem lehet az egységnél kisebb gyöke; tehát föltevés szerint (1) legkisebb pozitív gyöke nagyobb mint az egység.

IV. Ha $\frac{p}{q} < \alpha$, akkor $f(p, q)$ mindig pozitív; valóban, ha bekövetkeznék, hogy

$$a_0 + a_1 \frac{p}{q} + a_2 \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} + \dots + a_m \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} \dots \frac{p-m-1}{q-m-1} \leq 0$$

volna, az is következne, hogy

$$\begin{aligned} a_0 &\leq -a_1 \frac{p}{q} - \dots - a_m \frac{p}{q} \frac{p-1}{q-1} \dots \frac{p-m-1}{q-m-1} \leq \\ &\leq \{|a_1| + |a_2| + \dots + |a_m|\} \frac{p}{q}, \end{aligned}$$

azaz, hogy

$$a \leq \frac{p}{q}.$$

5. Összegyűjtve így az anyagot, két esetet különböztetünk meg; ha $\alpha \geq 1$, akkor egyrészt $f(x)$ -nek nincs az egységnél kisebb pozitív gyöke (4, III), másrészt pedig

$$f(0, k), f(1, 1+k), f(2, 2+k), \dots, f(n, n+k), \dots$$

sorozatban nincs jelváltás; ezt $k > 0$ esetére ép az imént láttuk (4, IV), a $k = 0$ eset pedig tételünkre mellékes és különben sem okoz semmi nehézséget. Mivel pedig a felírt sorozat tagjai ugyanolyan előjelűek, mint $\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}}$ MACLAURIN-sorának együtt-hatói, az együttható-sorozat jelváltásainak és $f(x)$ kérdéses gyökeinek száma közt a megegyezés teljes, t. i. mindkét szám zérus.

Ha pedig $\alpha < 1$, rendeljük $\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}}$ MACLAURIN-sorának a

$$0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots$$

indexhez tartozó együtthatóját rendre a $(0, 1)$ intervallum

$$\frac{0}{k}, \frac{1}{1+k}, \frac{2}{2+k}, \frac{3}{3+k}, \frac{4}{4+k}, \dots, \frac{n}{n+k}, \dots$$

pontjához; a különböző indexekhez tartozó együtthatók:

$$S_0^{(k)}, S_1^{(k)}, S_2^{(k)}, S_3^{(k)}, \dots, S_n^{(k)}, \dots$$

ugyanolyan előjelűek, mint a különböző k -szoros CÉSÁRO közepek:

$$f(0, k), f(1, 1+k), f(2, 2+k), f(3, 3+k), \dots, f(n, n+k), \dots$$

míg az indexekhez rendelt pontokban a függvényértékek ezek:

$$f(0), f\left(\frac{1}{1+k}\right), f\left(\frac{2}{2+k}\right), f\left(\frac{3}{3+k}\right), \dots, f\left(\frac{n}{n+k}\right), \dots$$

Magasabb indexhez nagyobb abszcissájú pont tartozik és az összes ezen hozzárendelés által kitüntetett pontokból alkotott halmaz egyetlen határpontja az egység. Ha mi a $(0, 1)$ intervallumból kihasítunk egy részintervallumot, megkeresve az ezen részintervallumba eső kitüntetett pontokat, majd pedig az ezen kitüntetett pontokhoz tartozó indexeket, a kihasított intervallumnak megfelelőleg egy szakaszt ragadunk ki a kérdéses hatványsor együtthatóiból; aszerint, hogy a kihasított intervallumnak végpontja-e az egységpont vagy sem, a kiragadott szakasz végtelen sok vagy csak végezzámú együtthatót tartalmaz.

Oszzuk már most föl a $(0, 1)$ intervallumot részintervallumokra (és ennek megfelelőleg az együttható-sorozatot szakaszokra) a következő módon: kijelöljük legelőször a $(0, a)$ intervallumot; a megmaradó $(a, 1)$ intervallumba esnek (ha vannak) $f(x)$ szóhajó gyökei, még pedig $(a, 1)$ belsejébe, ha $f(x)$ nem lineáris. E zérushelyek mindegyikét körülveszszük egy olyan elsőfajú intervallummal, a melyben $f'(x)$ a zérustól különböző; ez lehetséges, mert hiszen $f(x)$ szóbanforgó gyökei nem többszörösek (1). A következőkben fölteszszük, hogy elsőfajú intervallumok vannak és hogy teljesen $(a, 1)$ belsejébe esnek; vagyis elhagyjuk az elmondandó bizonyítás csekély módosításával elintézhető speciális eseteket, a mikor $f(x)$ -nek nincs az egységnél kisebb gyöke, vagy a mikor $f(x)$ lineáris.

Az összes, az $(a, 1)$ -ből az elsőfajú intervallumok elvétele után megmaradó intervallumokat másodfajúaknak nevezzük: a másodfajú intervallumokban $|f(x)|$ -nek van a zérustól külön-

bőző alsó határa, nevezzük f -nek, az elsőfajú intervallumokban pedig $|f'(x)|$ alsó határa pozitív, nevezzük f' -nek.

Legyen n_k azon egész szám, a melyre fennállanak az egyenlőtlenségek:

$$\frac{n_k}{n_k+k} \leq a < \frac{n_k+1}{n_k+k+1},$$

azaz

$$n_k = \left[\frac{ak}{1-a} \right].$$

Látható, hogy n_k k -val együtt monoton és korlátlanul nő; más szóval, ha a k különböző értékeihez tartozó

$$\frac{n}{n+k} \quad (n=0, 1, 2, 3, 4, \dots)$$

ponthalmazokat vizsgáljuk, a $(0, a)$ intervallumba eső pontok száma növekedő k -val csak szaporodhatik és szaporodik is határ nélkül.

Már most válaszszuk meg k -t olyan nagyra, hogy:

- I. $n_k \geq m$;
- II. $\left(1 - \frac{1}{k}\right) \left(1 - \frac{2}{k}\right) \dots \left(1 - \frac{m-1}{k}\right) > \frac{1}{2}$;
- III. $(|a_2| + |a_3| + \dots + |a_m|) \frac{m(m-1)}{n_k} < f$;
- IV. $(2|a_2| + 3|a_3| + \dots + m|a_m|) \frac{m(m-1)}{n_k} < f'$.

Akkor a $(0, a)$ intervallumnak és a másodfajú intervallumoknak megfelelő együttható-szakaszok állandó, még pedig ugyanolyan előjelűek lesznek, mint $f(x)$ az illető intervallumban. Az elsőfajú intervallumoknak megfelelő szakaszokban pedig az együtthatók monoton nőnek vagy fogynak, aszerint, a mint $f'(x)$ az illető intervallumban állandóan pozitív vagy állandóan negatív; a számok ily monoton sorozatában legfeljebb egy jelváltás lehetséges. Minthogy pedig minden ilyen monoton szakasz két állandó és egymással ellenkező előjelű szakasz közé van zárva (ha növekvő, egy negatív és egy pozitív, ha fogyó egy pozitív

és egy negatív közé), minden monoton növekvő szakasznak, tehát minden elsőfajú intervallumnak, azaz $f(x)$ minden gyökének megfelelőleg van is éppen egy jelváltás. Qu. e. d.

A kiderült tények alapján, a jelváltások vizsgálata a $(0, 1)$ intervallumba eső gyökök kiszámítására is vezethet, a mint az rögtön általánosabb esetben is fölismerhető.

6. Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m + \dots$$

az egységkörben konvergens hatványsor.

$$\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}} = S_0^{(k)} + S_1^{(k)}x + S_2^{(k)}x^2 + \dots + S_n^{(k)}x^n + \dots$$

$$f(n, n+k) = \frac{S_n^{(k)}}{\binom{n+k}{k}}.$$

Gondoljuk el az (n, k) sík mindazon pontjait, a melyeknek koordinátái nem-negatív egész számok és rendeljük az (n, k) rácsponthoz az $f(n, n+k)$ értéket. Ha a 2. eredményéhez hozzáveszszük az alapvető elemi tényt, hogy egy hatványsor konvergencia-körének minden belső pontjában absolute konvergál, könnyen beláthatjuk a következőt: húzzunk az (n, k) síkon két párhuzamos egyenest, a melyek azon tengelyvel, melynek irányában k növekszik, a tangensű szöget zárnak be ($0 \leq a < \infty$; az $a = \infty$ esetről szólnak⁵ ABEL, FROBENIUS, HÖLDER, CESÀRO stb. tételei) és ragadjunk ki végtelen sok $f(n, n+k)$ értéket, a melyek reprezentáns (n, k) pontjai a kijelölt sávba esnek; ezen értékek halmazának egyetlen egy határpontja van, t. i. $f\left(\frac{a}{1+a}\right)$. Az összetartás egyenletességére nézve pedig áll a tétel: legyen α és β két pozitív valódi tört ($\alpha < \beta$) és legyen ρ az (α, β) intervallum valamely pontja; akkor egy tetszőszerint megadott ε számhoz lehet oly K és γ számokat találni, hogy mihelyt

$$k > K \quad \text{és} \quad \left| \rho - \frac{n}{n+k} \right| < \gamma$$

minden ρ -ra, n -re, k -ra

$$|f(n, n+k) - f(\rho)| < \varepsilon.$$

Ez kiadódik a következő megbecsülésből:

$$\begin{aligned} & |f(n, n+k) - f(\rho)| \leq \\ \leq & \frac{M(M-1)}{n_k} \sum_2^M |a_\nu| + 2 \sum_{M+1}^\infty |a_\nu| \beta^\nu + \left| f(\rho) - f\left(\frac{n}{n+k}\right) \right| \end{aligned}$$

az egyenletes folytonosság tekintetbevételével. (M egy tetszőszerinti 2-nél nagyobb egész szám, n_k és a közt pedig hasonló összefüggés áll fenn, mint 5.-ben az ugyanezen betűkkel jelzett mennyiségek közt.)

A 3. megbecsüléséből hasonló eredményeket nyerhetünk, melyeket röviden így jelzünk:

$$\text{ha} \quad \lim \frac{n}{n+k} = x,$$

$$\text{akkor} \quad \lim (n+k) \{f(n, n+k) - f(n-1, n+k-1)\} = (1-x) f'(x).$$

Legyen most $f(x)$ hatványsor reális együtthatójú és legyenek

$$\nu_0, \nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \nu_k, \dots$$

olyan egész számok, hogy

$$\begin{array}{ll} \text{a } \nu_0\text{-ik és a } \nu_0+1\text{-ik 0-ad rendű CESÁRO-közép} & \\ \text{a } \nu_1\text{-ik és a } \nu_1+1\text{-ik 1-ső} & \text{«} \\ \text{a } \nu_2\text{-ik és a } \nu_2+1\text{-ik 2-od} & \text{«} \\ \dots & \\ \text{a } \nu_k\text{-ik és a } \nu_k+1\text{-ik } k\text{-ad} & \text{«} \end{array}$$

között jelváltás lép föl; akkor a

$$\frac{\nu_0}{0+\nu_0}, \frac{\nu_1}{1+\nu_1}, \frac{\nu_2}{2+\nu_2}, \dots, \frac{\nu_k}{k+\nu_k}, \dots$$

számhalmaznak minden ρ határpontja, a mely az egységtől különböző, $f(x)$ -nek zérus helye; mert hiszen $f(\rho)$ olyan számok határértéke, a melyek közt végtelen sok pozitív és végtelen sok negatív — vagy végtelen sok pozitív és végtelen sok zérus,

vagy végtelen sok negatív és végtelen sok zérus — van. Ezen számhalmaz határpontjai halmazának (mint az egységkör belsőjében holomorf $f(x)$ bizonyos reális gyökei halmazának) a maga részéről tehát legfeljebb egyetlen határpontja lehet: az egység.

Be fogom bizonyítani, hogy ha

$$\nu_0, \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_k, \dots$$

az *első* (vagy pedig valamely meghatározott *s-edik*) jelváltás előtt álló tag indexét jelentik, akkor a

$$\frac{\nu_0}{0+\nu_0}, \frac{\nu_1}{1+\nu_1}, \frac{\nu_2}{2+\nu_2}, \dots, \frac{\nu_k}{k+\nu_k}, \dots$$

számhalmaznak csak egyetlen határpontja van, másszóval, hogy a fölirt sorozat szabályos, összetartó. Meghúzva az (n, k) síkon a törtvonalat, a melynek egymásra következő csúcspontjai

$$(\nu_0, 0), (\nu_1, 1), (\nu_2, 2), \dots, (\nu_k, k), \dots,$$

bebizonyítandó tételünk azt mondja, hogy ezen törtvonalnak, mondjuk az *első* (*s-edik*) *jelváltásvonalnak van egy egyetlen asymptotikus iránya.*

I. lemma. *Legyen $\sum_0^{\infty} c_n x^n$ egy reális együtthatójú hatvány-sor és legyen*

$$d_0 + d_1 x + d_2 x^2 + \dots + d_n x^n + \dots = \frac{c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots + c_n x^n + \dots}{1-x}.$$

Akkor $\sum_0^{\infty} d_n x^n$ együttható sorozatában az s-edik jelváltás előtt álló tag indexe (ha s-edik jelváltás még egyáltalán föllép) nem ulacsonyabb, mint a $\sum_0^{\infty} c_n x^n$ együtthatósorozatában azon tag indexe, a mely tag az ott föllépő s-edik jelváltást megelőzi.

Mert legyen a

$$c_0, c_1, c_2, \dots, c_n, \dots$$

sorozatban az első, második, harmadik, ... s-edik jelváltás

$$c_{i_1} \text{ és } c_{i_1+1}, c_{i_2} \text{ és } c_{i_2+1}, c_{i_3} \text{ és } c_{i_3+1}, \dots, c_{i_s} \text{ és } c_{i_s+1}$$

között (a hol természetesen megeshetik, hogy p. o. $c_{i_1+} = c_{i_1}$, azaz $i_3 = i_2 + 1$). Már most

$$d_0 = c_0, d_1 = c_0 + c_1, \dots, d_n = c_0 + c_1 + \dots + c_n, \dots,$$

és mivel egy monoton sorozat csak egyszer mehet át a zéruson, nyilvánvaló, hogy

d_0, d_1, \dots, d_{i_1}	sorozatban nincs jelváltás
$d_0, d_1, \dots, d_{i_1}, \dots, d_{i_2}$	" legfeljebb 1 jelváltás van
$d_0, d_1, \dots, d_{i_1}, \dots, d_{i_2}, \dots, d_{i_3}$	" " 2 " "
.	...
$d_0, d_1, \dots, d_{i_1}, \dots, d_{i_2}, \dots, d_{i_3}, \dots, d_{i_s}$	" " s-1 " "

azaz, ha egyáltalán van a d_i -k sorozatában s -ik jelváltás, az az előtt álló tag indexe nem lehet kisebb, mint i_s .

$$\nu_0, \nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \nu_k, \dots$$

az s -ik jelváltás előtt álló együtttható indexét jelentik oly hatványsorokban, a melyek mindegyike az előttevalóból a geometriai sorral való szorzás által keletkezett, tehát

$$\nu_0 \leq \nu_1 \leq \nu_2 \leq \nu_3 \leq \dots \leq \nu_k \leq \dots$$

Az s -edik jelváltás-vonal ezen tulajdonságát megismerve, a bizonyítás további részét geometriai köntösbe is öltöztethetnők.

II. lemma. *A reális elemekkel bíró*

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$$

sorozatnak legyen meg azon tulajdonsága, hogy két olyan egymásra következő tagnak a különbsége, a mely két tag közül az előbbi nagyobb, mint az utóbbi, végtelenül növekedő n -nel minden határon túl csökken. Ha ezen sorozatnak két egymástól különböző határértéke van, mondjuk b és b' ($b < b'$), akkor a (b, b') intervallum bármely pontja szintén határértéke a sorozatnak.¹

¹ FEJÉR L. egy lemmájának kiterjesztése; v. ö. Sur la série de FOURIER. Comptes-Rendus etc. Paris, 26 février, 1906 és A FOURIER-féle sorról (első közlemény), Math. és Term. Értesítő, XXIV. k., 1906 cz. dolgozatait.

Mert ha a c pont ($b < c < b'$) nem volna határpontja a sorozatnak, akkor lehetne találni olyan η és N számokat, hogy a teljesen (b, b') belsejében fekvő $(c - \eta, c + \eta)$ intervallumba a végtelen sok

$$b_{N+1}, b_{N+2}, b_{N+3}, \dots$$

szám közül egyetlen egy se essék. Továbbá, a b_i -k sorozatának felvett tulajdonsága szerint, lehet találni olyan N' számot, hogy mihelyt

$$n > N', \text{ és } b_n > b_{n+1},$$

akkor

$$b_n - b_{n+1} < \eta.$$

Végül pedig, tekintve, hogy b' határpont, és $c + \eta < b'$, lehet egy olyan b_r elemet kiragadni a sorozatból, hogy

$$\nu > N, \nu > N'$$

és

$$b_r > c + \eta.$$

Mindebből azonban következnek, hogy mihelyt $n > \nu$, nincs olyan b_n , a mely $b_n < c$: holott b kisebb, mint c , és határpontja a b_n -k sorozatának; az ellenmondás csak úgy szűnik meg, ha elismerjük, hogy c határpont.

Már most a

$$\frac{\nu_0}{0 + \nu_0}, \frac{\nu_1}{1 + \nu_1}, \frac{\nu_2}{2 + \nu_2}, \dots, \frac{\nu_k}{k + \nu_k}, \dots$$

sorozat kielégíti a II. lemma feltételét; ugyanis, ha

$$\frac{\nu_k}{k + \nu_k} > \frac{\nu_{k+1}}{k+1 + \nu_{k+1}},$$

akkor

$$\begin{aligned} 0 &< \frac{\nu_k}{k + \nu_k} - \frac{\nu_{k+1}}{k+1 + \nu_{k+1}} = \\ &= \frac{\nu_k + k(\nu_k - \nu_{k+1})}{(k + \nu_k)(k+1 + \nu_{k+1})} \leq \frac{\nu_k}{(k + \nu_k)(k+1 + \nu_{k+1})} < \frac{1}{k}, \end{aligned}$$

mert hiszen $\nu_k - \nu_{k+1} \leq 0$.

Ha tehát a

$$\frac{\nu_0}{0 + \nu_0}, \frac{\nu_1}{1 + \nu_1}, \frac{\nu_2}{2 + \nu_2}, \dots, \frac{\nu_k}{k + \nu_k}, \dots$$

sorozat birna két egymástól különböző határértékkel, akkor $f(x)$ gyökei egy egész intervallumot töltenének ki: a mi lehetetlen. Qu. e. d.

Ezzel egy új módszerhez jutottunk, a melynek segítségével egy reális együtthatójú hatványsor reális gyökeit kiszámíthatjuk. A LAGUERRE által általánosított DESCERTES jelszabálya ¹ biztosítja, hogy $\frac{f(x)}{(1-x)^{1+k}}$ MACLAURIN sorában levő jelváltások száma sohasem eshetik $f(x)$ az egységnél kisebb pozitív gyökeinek (véges vagy végtelen) száma alá, de nem biztosítja; hogy a módszer minden gyököt megad, s hogy a helyes sokszorossal adja meg; mindenesetre célhoz vezet — az 1.—5.-ben bebizonyított tétel értelmében — ha $f(x)$ racionális egész függvény egyszerű gyökökkel. FEKETE tételei ² módszerünknek még jóval szélesebb körben való alkalmazhatóságára mutatnak.

¹ LAGUERRE, i. h.

² FEKETE, i. h. II. rész.

ÁTSZELLŐZTETŐ ÉS A MECHANIKAI RENDSZER CORRELATIÓJA A SCHIZAEÁK SZERVEZETÉBEN.

(V—IX. tábla).

RICHTER ALADÁR 1. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1911 ápr. 24.-én tartott ülésében mutattam be «Két új *Schizaea*-ról való dolgozatomat, a Schizaeák *Lophidium-algenusa* néhány tagjának származás- és alkattani viszonyairól szóló fejtegetéseket. Már e dolgozatban hangoztattam a páfrányok jelzett nemzetségének anyagi ritkaságát és azt, hogy PRANTLnak sem sikerült megszereznie a *Schizaea* összes eladdig ismert faját, szám szerint 19-et. Ez a fajszám CHRISTENSEN Indexében 25-re, a Math. és Természettud. Értesítő XXIX. köt.-ében megjelent értekezés szerint 29-re emelkedik és bizony oly fajokkal, amelyeknek megszerzése jár oly nehézséggel, mint amilyennel PRANTL küzdött 30 évvel ezelőtt.¹

A Schizaeák eddigi ismeretéről adott vázlatos kép meggyőzhet bennünket arról, hogy PRANTL ez irányú s minden esetben classicus értékű vizsgálatai már a maguk idejében sem lehettek teljesen kimerítőek; bár kétségtelen, hogy az edényes virágtalan

¹ PRANTL K. Untersuchungen zur Morphologie der Gefässkryptogamen. II. Heft. Die Schizaeaceen, morphologisch u. systematisch bearbeitet. Mit 8 Tafeln u. 1 Holzschnitt. Leipzig, 1881. 57. l. Idézeteknél ezentúl röviden = PRANTL II.

növények alaktani ismeretének a tudományos növénytan körében való megalapozását mind máig első sorban PRANTLnak köszönhetjük.

Szorosabban a Schizæákat illetően, utána indult meg a részletes vizsgálódások sora, főleg az angol és amerikai botanikusok részéről és nincs mit esodálkoznunk azon, hogy pld TANSLEY és CHICK hévvel hangoztatják a Schizæák középponti oszlopszövetének (= stele) alkattani érdekességét a páfrányok világában.¹

Az egyetlen *Sch. pusilla* szerencsés monographusai, BRITTON and TAYLOR kivételével mindazoknak, akik a Schizæák alkat-, élet- és fejlődéstani földerítésével foglalkoztak, le kellett mondaniok az élő növény vizsgálatának a lehetőségéről; spórákból való fölneveltetésük sem sikerült. Az is nagy dolog, ha valaki, mint pld GOEBEL, a növények organographiai vizsgálata céljaira a többek között meggyűjthette a *Sch. rupestris* alkoholanyagát a helyszínen, Ausztráliában.²

Az idők folyamán egy, a hazában alighanem leggazdagabb páfrány-gyűjteménynek alapját vetettem meg Kolosvárt és ennek keretén belül rendelkezésemre áll a Schizæák legtöbb s általában ritkaságszámba menő faja s fajváltozata.

Mindezeknek előrebocsájtásával adom okát ama véleményemnek, hogy aligha végzek felesleges munkát most, amikor, mindig hálás köszönetem bizonyítéka gyanánt, levelező tagsági székfoglaló értekezésem tárgyát a növényvilág ama köréből választom, amely ez idő szerint nékem a legkedvesebb és amelynek buvárlati módszerei is szorosan egybefüggenek az én e téren vallott és tanzékemről hirdetett elveimnek.

A Schizæaceæ növénycsalád DIELSTÓL³ is követett általános csoportosítása voltaképen a PRANTL-féle beosztásnak felel meg, csupán a sorrend más, amikor az egész növénycsaládra vonatkozólag alapvető alak- és fejlődéstani fejtegetéseit PRANTL a

¹ Lásd az ide vágó angol és amerikai irodalom kimutatását a Math. és Természettud. Értesítő id. h.

² GOEBEL. Organographie der Pflanzen. Jena, 1898. 659 l.

³ DIELS: Schizæaceæ. In Engler-Prantl Natürl. Pflanzenfamil. I. Teil. 1902. 356 l.

*Lygodium*okkal kezdi, az *Aneimiákkal* folytatja és a szorosabb értelemben vett *Schizaeákkal* fejezi be. E csoportok közül a légzőnyílások fejlődés- és alkattanát illetőleg, a botanikusok figyelmét és érdeklődését még leginkább azok a vizsgálatok kellették föl, amelyeket OUDEMANS,¹ RAUTER,² HILDEBRAND³ és STRASBURGER⁴ hajtott végre az Aneimiákon és amelyek u. n. stomata libera-járól 1841-ben már LINK helyes képet adott az ő «Ausgewählte anatomisch-botanische Abbildungen» c. művében (III. füz. IV. tábla, 8. ábra).

A Schizaeák légzőnyílásai fejlődés- és alkattani ismeretének alapját mindamelllett és mindeddig ama néhány sorban adott jellemzésben bírjuk, amely PRANTL id. műve 34—35. l.-in olvasható, ámde a mai felfogásnak meg nem felelő ábrázolatok kíséretében.

A Schizaeák, az *Elegantes* csoportbeli *Sch. Sprucei*, *Sch. elegans* és a *Sch. pacificans* kivételével, általában \pm igénytelen tereműek, de növényföldrajzi tekintetben annyival érdekesebb tagjai a növényvilágnak. Ezek élet- és alkattani érdekességét fokozza az a körülmény, hogy a Schizaeák szervezetében vezető szereppel bírnak a növény védelmére hivatott megerősítő szövetrendszerek, nevezetesen a stereoma-szerűleg kifejlődött bőrrendszer és ama bőralatti megerősítő szöveti rétegek, amelyeket a SCHWENDENER-HABERLANDT-szerinti felfogás valóban a mechanikai rendszer egyik kategóriája gyanánt ismer el.

A páfrányfélék (Filicinae POTONIÉ) levélnyelére vonatkozottan a stereoma és a légzőnyílások rendszere közötti összefüggés kérdését POTONIÉ⁵ vetette föl először; abból indulván ki, hogy

¹ OUDEMANS, C. A. J. A. Sur l'origine des stomates de quelques espèces d'Aneimia. *Bullet. du Congrès internat. de Botan. etc.* Amsterdam, 1865. Rotterdam, 1866.

² RAUTER, JOS. *Entwicklungsgeschichte der Spaltöffnungen von Aneimia u. Niphobolus.* Aus dem botan. Laboratorium d. Universit. Graz.

³ HILDEBRAND, F. Ueber die Entwicklung der Farnkrautspaltöffnungen. *Botan. Zeit.* 24. Jahrg. 1866. 246. l.

⁴ STRASBURGER, E. Ein Beitrag zur Entwicklungsgeschichte der Spaltöffnungen. Pringsheim: *Jahrb. für wiss. Botan.* V. Bd. 1866-7. 297. l.

⁵ POTONIÉ, H. Die Beziehungen zwischen dem Spaltöffnungssystem

«a levélnyéllal ellátott páfrányok levéllemeze, jóllehet a levélnyel jelentékenyen meghosszabbodott, jóval később, esetleg évek múltán fejlődven ki, az assimilatiós munkát fiatalon mindig a zöld levélnyel teljesíti az assimilatióra szükséges szervek különleges kiképződésével, — kezdetben és mindaddig, amíg a levél lemeze ki nem fejlődött».

Amint ez megtörtént, a levélnyel légzőnyílásaiban alkat- s élettanilag mélyre ható változások állanak be.

A Lophidium-beli Schizaeák xerophiliáját id. h. megjelent Schizaea-értekezésemben pontról-pontra kimutattam s most talán némi érdeklődésre tarthat számot annak a megállapítása, hogy mi az élet- és alkattani összefüggés a Schizaeák egyes Schizaea csoportjainak mechanikai és átszellőztető rendszere között, a Schizaeák levéllemez tekintetében teljesen redukált alakjaitól kezdődőleg (ilyen pld a *Sch. pusilla*), a jelentékenyen kifejlődött levéllemezrel ékes *Sch. elegans-flabellumig*; ama formáig, amelyeket származástaniilag a Schizaeák legfejlettebb tagjai gyanánt ismerünk.

A felvetett kérdésre, szorosabban a Schizaeák ismeretnánt bővítendő, hogy helyes eredménnyel válaszolhassak, a vizsgálat alapját tevő Schizaea-sorozatot lehetőleg származástani sorrendbe állítottam össze és úgy, hogy az egyetlen arcticus *Sch. pusilla* bevonásával már az egyes csoportokon belül is képviselőt nyerjenek a paläo- és neotropikus Schizaeák egyaránt. Ezek szerint vontam vizsgálataim körébe az I. *Actinostachys* Wall. (*Digitatae* PRANTL) csoportból a neotropikus *Sch. pennula* Sw.-t,¹ a paläotropikus *Sch. digitata* Sw.-t,² az uj-caledoniai *Sch. intermedia* Mett.-t;³ a II. *Pectinatae*-csoportból a

u. dem *Stroemia* bei d. Blattstielen der Filicinen. Jahrb. d. Kgl. Botan. Gartens u. d. Botan. Mus. in Berlin. Bd. I. 1881. 310—7. l.

¹ a) Surinam. HOSTMANN-KAPPLER Nr. 566. Pékányait PRANTL is látta (= Pr !).

b) Brasilia: Rio Janeiro, RIEDEL 1832. Pr! Tab. V. fig. 4 ebből vétetett.

² Ceylon. THWAITES, 3105. Pr !

³ a) *Plantæ Schlechterianae*, Nr. 15116. Iter Neo-Caledonicum. — Auf d. Hügelu bei Ngoye, 28. XI. 02. leg. R. Schlechter.

b) Vieillard. Herb. de la Nouv. Calédonie. Nr. 1670. Montagnes de Kanala, 1861—67. Pr !



neo-articus *Sch. pusilla* PURSH.-t,¹ a délafrikai *Sch. pectinata* J. E. SM.-t,² és az ausztráliai *Sch. rupestris* R. BR.-t,³ amelyek levelei osztatlanok, egy bordájúak, alapjukon hengerded és elbarnuló nyélbe keskenyedők. Meg kell jegyeznem, hogy a származástani felfogásnak megfelelőleg helyesebb a Pectinatæ csoportból való kiindulás, mint amelyből, PRANTL⁴ szerint, levezethetők egyrészt a Digitatæ-, másrészt a Dichotomæ-csoport tagjai. A levélnek nyélre és lemezre való elkülönülését csakis a Dichotomæ-csoporttól kezdődőleg ismeri el PRANTL.

A Pectinatæ-Digitatæ és másfelől a kifejezetten levélgyeget és levéllemezt feltüntető Dichotomæ-Elegantæ-csoportok között mintegy közbül áll a III. Bifidae-csoport, egyszerűen, avagy ismételten villásan osztott leveleivel; ezekről PRANTL ugyancsak azt jegyzi meg, hogy «laminam non formans».

E csoport eddigelé ismert mindkét tagját, úgy az ausztráliai *Sch. bifida* Sw.-t,⁵ mint a délamerikai *Sch. incurvata* SCHKUHR.-t⁶ is megvizsgáltam.

A villásan osztott, de már kifejezetten lemezes levelű IV. Dichotomæ-csoport mindkét főbb tagja szerepel vizsgálataim során, úgy a paläotropikus *Sch. dichotoma* J. E. SM.,⁷ Új-Caledoniáról ismeretes alfajával, a *Sch. Forsteri* SPRENG.-vel együtt,⁸ valamint a neotropikus *Sch. Poeppigiana* STURM. (*Sch. occidentalis* GRISB).⁹

¹ a) Ex Herb. W. ALDWORTH POYSER. Egg Harbor, New-Jersey, 13. X. 1909.

b) Ex Herb. D. C. EATON. New-Jersey. Dr. J. TORREY. (parissina) Pr!

² Exp. Novara: Cap. b. spei. JELINEK. Pr!

³ Nation. Herb. of New South Wales. Botanic Gard. Sydney. Loc. Port Jackson District. Coll. J. H. CAMFIELD. I. 1897.

⁴ PRANTL II. 129 l.

⁵ Plantæ Müllerianæ. Nov. Holland. meridian. BRIGHTON. Pr!

⁶ Surinam. HOSTMANN, 623. Pr!

⁷ Madagascar, leg. HUMBLLOT. — BAKER in Journ. of Botany. Vol. XXII. 1884. p. 271.

⁸ Bonati: Fougères de la Nouv.-Calédonie. Sub. *Sch. digitata*, fide CHRIST! Leg. Franc. à Nouméa, 1906.

⁹ Venezuela: Escuque, Mérida: KARSTEN. Pr!

Kétségtelen viszont a *Dichotomæ* és az *V. Elegantes*-csoport tagjai között már a levél kialakulásában, illetőleg alak-tani tulajdonságaiban megnyilatkozó szoros kapcsolatot; mely utóbbi csoport tagjai kivétel nélkül a neotropikus tájakon élnek. Eddigelé (részben) jól ismert 4 főbb faja közül hármát vizsgáltam meg a fölvetett kérdés szempontjából, és pedig a *Sch. fluminensis* STURM.-t,¹ mint e csoport redukált tagját; a *Sch. Sprucei* Hook.-t,² amelynek nyele fokozatosan megy át a levél lemezébe; végül a *Sch. elegans* J. E. SM.-t³ (*Sch. flabellum* MART. alfajával együtt),⁴ a nyélből hirtelen lemezbe kiterülő leveleivel.

Valamennyi páfrány jellemző bélyege, és ez alól egyetlen *Schizæa* sem kivétel, hogy a fiatal levelek csúcsi része csigaszerűen kunkorodik és ez a rész egyszersmind a levél legfiatalabb darabja (Tab. V. fig. 1 a).

Amig valamennyi *Schizæa* gyökérbeli stelejét rendszerint és csupán csak 6 homorúan megvastagodott belső kéreg-parenchymabeli sejt erősíti meg a különben eléggé vékony rhizodermistől borított s laza szövetű kéreg-parenchyma felől, addig a *Schizæa* valamennyi földfölötti szervét \pm annyival erősebb stereomahenger övedzi, amely tömegében sokszor aránytalan az általa védett s a növény életében cselekvőlegesen szereppel bíró egyéb szöveti rendszerekkel, főleg az ú. n. alap-parenchymát tevő mesophyllyummal, illetőleg chlorenchymával szemben.

A *Sch. pennula* keresztmetszetében 3-szögeletű, egyébként lemez nélkül való levele a háti oldalon kezdetben mély árkú, hogy azután annyival kiemelkedőbb legyen a levél hasi bordája. A levél e legfiatalabb csúcsi részében már is élesen különül el a chlorenchymától a bőrrendszer a maga erősen megvastagodott

¹ a) Brasilia: Panuré ad Rio Uapés: SPRUCE Oct. 1852. — Jan. 1853. Pr!

b) British Guyana: Mazaruni. Mount Roraima Expedition.

² Brasilia: Ad flum. Gubinia v. Rio Negro supra ostium fluminis Casiquiare. Coll. SPRUCE 1854. Nr 3752. Pr! Origin.

³ Flora v. Guatemala, Dept. Alta Verapaz. 350 m. Wald bei Cubilquitz, XI. 1906. Coll. H. von TÜRKHEIM, Nr 1122.

⁴ A. KAPPLER, Pl. Surinam. Ed. R. F. HOHENACKER, 1846. Prope urbem Paramaribo, Aug. 1844. Nr. 1793. Pr!

és elfásodott falú sejtjeivel; ezekhez mihamar csatlakozik néhány hasonló bőralatti sejt, előbb a hasi bordában s azt követőleg a levél ama két szögeletében, amelyek összekötő vonala adja a levél lemez-szerűen kiszélesedő színét s egyszersmind a növény legerősebben assimiláló felületét (Tab. V. fig. 2. *a-a*).¹ A Schizæák kivétel nélkül *collate ralis* alkotású steleje a maga tojásdad kerületében akként helyezkedik el a levél mesophyllumában, hogy rövidebbik átmérője a hát-hasi (dorso-ventralis) irányvonallal esik egybe, a szélesebbik pedig a levél ama két szögeletének irányonálával, amely egy szersmind a voltaképeni assimiláló felületnek felel meg (Tab. V. fig. 2. *d-v, a-a*).²

A légzőnyílások zárósejtjeinek a bőrsejtek közötti elhelyezkedésére, illetőleg e készülék fölfüggesztési módjára vonatkozólag PRANTLnak ép a *Sch. pennulit* illető részletes adatai és ábrázolatai után kevés a megjegyzésem (Prantl II. Tab. IV. fig. 53 -58).

POTONIÉ³ az EICHLER-féle Syllabus (1880)-ban adott rendszer kapcsolatában találóan osztja fel a páfrányokat, a levélnyélén észlelhető légzőnyílások elhelyezkedése szempontjából, három csoportra, amelyek közül a kettős sorokba sorakozó légzőnyílások jellemzik a Polypodeaceákat, Cyatheaceákat és a Schizæaceákat.

A légzőnyílások egysoros barázdája vonul végig a *Sch. pennula* fiatal leveleinek hasi bordája két oldalán, és pedig észleléseim nyomán oly formán, hogy az egymással szembe eső légzőnyílások vonala általában az endodermis hosszabbik átmérője fölé esik (Tab. V. fig. 2. *s-s*). A légzőnyílásoktól alkotott sorok természetesen követik a levél organikus tengelyét,

¹ A rajzok dispositióját illetőleg PRANTL részéről ugyanabban a roszszalásban részesülhetnék, mint amilyennel ő RUSSOWOT illette (PRANTL II. 23. l. alul jegyzet). Én azonban, a táblákon adott szűk hely kihasználása végett, kénytelen vagyok vele.

² *Sch. pennula* stelejét részletesen ismerteti PRANTL II. 22. s. köv. l. A *Sch. pectinata*ét pld. Russow Vergl. Unters. d. Leitbünd. -- Kryptog. Mém. d. l'Acad. J. d. Sc. St. Petersb. VII. Sér. T. XIX. Nr. 1. de hibásan értelmezett ábrával (id. h. Tab. X. fig. 7).

³ Id. h. 7. l.

oly formán, hogy kezdetben bár a zárósejtek csukló- (mellék) sejtjei keresztmetszetileg következetesen a bőr- (= epidermis) sejtek színvonala alá buknak és úgy, hogy a légzőnyílás készüléke mintegy a bőrszövet barázdájába süllyesztettnek látszik, a zárósejtek eisodialis nyílását alkotó csúcsi része mindamellett már is a bőrszövet színvonala fölé emelkedik. Ez a körülmény a légzőnyílásoktól alkotott sorok — ezentul röviden *stomatorius léczeknek* nevezem — felületi képén mindinkább szembe-tűnővé válik a zárósejteknek a bőrszövet fölé való teljes ki-emelkedésével (Tab. V. fig. 3. *l*); nevezetesen azért, hogy a zárósejtek melléksejtjei ollószerű nyújtványaikkal a zárósejtek alatt kapcsolódnak össze egymással és az összes többi Schizæára nézve jellemzőleg oly módon, hogy minden egyes légzőnyílás alatt sajátos alakulású és elfásodottan vastag falazatú és rendszerint tojásdad alakú üregeket alkotnak (Tab. V. fig. 3 *o*, Tab. VI. fig. 16 *o*, Tab. VII. fig. 20 *o*, fig. 26 *k*, Tab. VIII. fig. 34). Ezek az üregek nem éppen matematikai pontossággal alkalmazkodnak a zárósejtek ú. n. *opisthialis* sarkantyuihoz, mely utóbbiak PRANTL id. művében (Tab. IV. fig. 56) feltüntetve nincsenek.

A Schizæákra jellemző módon fejlődnek ki a légzőnyílásokat hosszanti sorokba egybefoglaló közbülső sejtek (PRANTL ú. n. *Zwischen-Zelle-i*; «inter-stomatal cells» TANSLEY-CHICK¹), amiket én kapocs-sejteknek neveznék el (Tab. V. fig. 3 *k*; Tab. VI. fig. 12 *k*; fig. 16 *k*; fig. 18 *k*; Tab. VII. fig. 19 *k*; fig. 27 *k*; Tab. VIII. fig. 34 *k*). E zárósejtek és kapocs-sejtektől alkotott sorok szolgáltatnak okot a régebbi pteridographusoknak arra, hogy e *stomatorius* léczeket helytelenül barázdák gyanánt magyarázzák.²

E *stomatorius* léczek a bőrszövet *prosenchymásan* nyúlt és korán elfásodó sejtjei között vonulnak végig. A levélszín és fonák e feltűnően megnyúlt sejtjei között lényeges alaktani eltérés nincs (Tab. V. fig. 3 *e* és fig. 4) és a Schizæák bőrsejtjeinek e typusa, kovasavas szemölcsökkel együtt, általánosan jel-

¹ Annals of Botany, Vol. XVII. 1903. 510 l.

² PRANTL II. 34 l. LUERSSEN, Filices Graeffeanae in Mitteil. von SCHENK u. LUERSSEN, Bd. I. 255—6 l.

lemző (Tab. VII. fig. 19, 20, 26, 27; Tab. VIII. fig. 34). E kovasavas szemölcsök ama képe, amit chlorsavas kaliummal és salétromsavval való kezelés után nyert és írt volt le PRANTL a *Schizaea pennulára* vonatkozólag (PRANTL II. Tab. IV. fig. 50), lényegében megegyezik a Schizaeák többi faja, így pld a *Sch. Poeppigiana* kovasavas szemölcsének általam adott képével, és pedig chlorcinkjód-jódglicerinnel kezelt állapotában (Tab. V. fig. 5).

A fölöttébb vékony s a felületen rendszerint csikolt cuticula sokszor sejtenként emelkedik föl kúpszerűen a sötétebb sárga színű közép-lamelláról (Tab. IX. fig. 40 *c-l*), hogy az ekként keletkezett üreget teljesen kitöltse a kovasav massivus anyaga: e kettős réteggel szemben élesen különül el a bőrsejtek ú. n. cuticularizált középső és sötétebb, szinte elbarnuló rétege, ön-maga is másodlagosan rétegzett és az egyes másodlagos rétegzettség határvonalain ibolyaszínű sávval, jeléül annak, hogy a bőrsejtek e középső s egyébként legvaskosabban kifejlett rétegében nyomait látjuk a cellulózának. Viszont a vékonyan maradó belső cellulózhártya \pm tiszta ibolyaszínével különül el a középső rétegtől (Tab. V. fig. 5 és lásd a Tab. IX. fig. 40-hez adott ábramagyarázatot).

A Schizaeák e nagyon elterjedt (főleg szárazon vizsgált bőrsejteken erős fénytörésük miatt is igen szembetünő) kovasavas szemölcssei, a meddő, sőt termő leveleket is (lásd *Sch. pusillára* vonatkozóan BRITTON and TAYLOR id. h. Tab. VI. fig. 93 *a*) általában tetőtől talpig borítják; sorozatos tompa hegyű kupocskák ezek, amelyek anyagát régebben már LUERSEN helyesen állapította meg a *Sch. dichotomán* végzett vizsgálatainak alkalmával.¹ Az Aneimiákkal rokon e kovasavas szemölcsökkel megrakott bőrsejtek \pm mértékben való elkovásodását, valamint a némileg elkovásodott zárósejteknek az *Equisetumokra* emlékeztető radialis vastagodási csikoltságát (Tab. V. fig. 3 *c*) LUERSEN, utóbb PRANTL is hangsúlyozta és ez mind hozzájárul a Schizaeák testének a megmerevítéséhez, egyúttal azonban, az esőt felváltó ú. n. száraz időszak alatt, alighanem a hajlékonysági szilárdság, avagy a rugalmasság csökkentéséhez.

¹ LUERSEN id. h. 256. l.

Mindenesetre jellemzőnek kell elismernünk azt, hogy a zárósejtek a velük közvetlen szomszédos bőrisejtek színvonala fölé emelkednek; így van ez a LUERSSEN (id. h.) vizsgálta *Sch. dichotoma*, a TANSLEY-CHICKTÓL¹ tüzetesen megvizsgált, ámde kevésbé sikerült ábrázolattal (id. h. Tab. XXV. fig. 6 st) kísért *Sch. malaccana*, nemkülönben a BRITTON-TAYLORTÓL szintén részletesen és fejlődéstanilag leírt *Sch. pusilla* (BRITTON-TAYLOR² Tab. VI. fig. 85. a), saját vizsgálataim szerint a *Sch. Poeppigiana*, valamint a többi *Schizæa* esetében is. Csupán a fejlődés kezdő állapotában állapítható meg az, hogy a légzőnyílásokat alkotó zárósejtek némileg a bőrisejtek színvonala alá süllyednek (PRANTL id. h. Tab. IV. fig. 55—56); ugyane jelenség ismétlődik meg a sporophyllumok légzőnyílásai részéről is (*Sch. pusilla*t illetőleg lásd BRITTON-TAYLOR id. h. Tab. VI. fig. 92).

A légzőnyílások ez elhelyezkedése azonban a korán elfásodó bőrisejtek között korántsem mond ellent a *Schizæák* túlnyomó része xerophyticus természetének, bár a felületes észleletek, avagy a pontosabb vizsgálatok leírásának futólagos elolvasása némi ellentmondást vet a felszínre, amikor hol kiemelkedő, hol részben elmélyedő légzőnyílásokról beszélünk. Akár BRITTON és TAYLORNak a *Sch. pusilla* légzőnyílásairól adott sorozatos képeit nézzük, avagy bármelyik *Schizæának* stomatorius léceit, a növény organikus tengelyének hosszában lefutó légzőnyílásbeli sorok közvetlenül mindig a bőrisejtek színvonala fölé emelkednek; ámde a metszet-képeken viszont azt tapasztaljuk, hogy a zárósejtek melléksejtjei, amiket csuklósejteknek is nevezhetnénk, rendszerint a velük közvetlen szomszédos bőrisejtek alá buknak, minek következtében a bőrisejtek színvonala ott, ahol e stomatorius lécek lefutnak, a metszeti képen némileg íveltek; ez íveltség következtében keletkeznek a fentebb már megemlített stomatorius barázdák, mondhatnám, hogy teljes összhangban a *Schizæák* xerophyticus természetrajzával (Tab. VII. fig. 21; Tab. IX. fig. 41).

¹ TANSLEY and CHICK, On the structure of *Schizæa malaccana*. *Annals of Botany*. Vol. XVII. 1903. Nr. 67.

² BRITTON and TAYLOR, Life History of *Schizæa pusilla*. *Contrib. from the New-York Botan. Gard.* 1901. Nr. 11.

Szinte önként értetődő jelenség, hogy a még fejlődőben lévő levél teljes hosszában működnek a légzőnyílások, anélkül, hogy pld a *Sch. pennula* Tab. V. fig. 1 A-B-C-vel jelölt zónáin a zárósejtek alakulása, avagy a stomatorius léczeknek a velük kapcsolatos stereomával való viszonya tekintetében mélyre ható változások volnának megállapíthatók. Mindössze az történik, hogy a levél alsó zónáiban a szögeletek mind jobban kikerekednek és csökken úgy a háti, valamint az oldalfalak barázdás íveltsége. A fejlődés ez előrehaladó állapotában mindössze az a feltűnőbb jelenség, hogy jelentékenyen megerősödik a bőralatti stereoma (hypoderma), amely a szögeleteknek megfelelőleg a bőrszövettel együtt átlag három sejtsoros, egyébként a levél három lankás barázdájának megfelelőleg, két sejtsoros stereomába megy át, hogy azután ez is hirtelen megszakadjon a stomatorius léczek vonalában (Tab. V. fig. 6. a-v-a, s-s). Jódjódkaliummal való kezelésre a stereomával együtt az endodermis és a stele hadromát tevő elemei is élénk citromsárga színt öltenek, a tágüregű mesophyllum sejtjei közül sok feketébe hajló ibolya-kék színt mutat; jeléül annak, hogy a *Schizaea*-levél mesophylluma a változó időszakok szerint keményítőt raktározó szövetként is szerepel. A levél alsó, vagyis a «nyélnek» megfelelő zónájában a keresztmetszeti kép annyiban megváltozik, hogy a stomatorius léczeknek megfelelő oldalfalak homorú íveltsége teljesen megszűnik és csupán a levél háti oldalán marad meg némi barázda és mindennek megfelelőleg a kerületi stereoma is vaskos gyűrűvé lesz, légzőnyílástól légzőnyílásig való vonalában (Tab. V. fig. 7). A zónán túl rohamosan megfogyatkozik a légzőnyílások száma, a stomatorius lécz vonalában hova-tovább nagyobbak lesznek az egyes légzőnyílások közötti távolságok, a kapcsolósejtek, ám az egyes zárósejtek deformálódása is mindinkább szembetűnővé lesz és végül functióra nem képes maradványai maradnak meg csupán, hogy azután a stomatorius léczek alkotta jellemző barázda is teljesen megszűnjék. A kifejlődés ez állapotában a stereomagyűrű köröskörül teljes; felületi képen a bőrt alkotó prosenchyma sejtjei rövidebbek s egymással teljesen zárt szövetet alkotnak.

PRANTL írja (id. h. 34. l.), és ép azért nehéz is a czáfolat,

hogy a *Sch. pennula* termő leveleinek színén is («am fertilen Blattheil . . . oberseits) ép olyan stomatorius léczek volnának; a *Sch. penicillatában* pedig rövid darabjait találta volna a légzőnyílásbeli soroknak és pedig minden szabályozottság nélkül. A *Sch. penicillatáról* nem szólhatok, mert nincs belőle efféle vizsgálatra alkalmas anyagom. Ellenben hiába keresek stomatorius léczeket a *Sch. pennula* «termő» leveleinek kovasavas szemölcsökkel bőségesen megrakott színén (Tab. V. fig. 4); ilyenek sem a termő, sem a meddő levél színén nincsenek, hanem csakis a fonákon és én ebben a tekintetben ugyanezt tapasztaltam mindama *Schizæa*-fajokon, amelyek vizsgálataim tárgyát teszik most. Ebből inkább azt következtethetnők, hogy a *Schizæák* leveleinek színén, legyen az termő, avagy meddő, stomatorius léczek nincsenek. Ilyeneket pld. a *Sch. dichotomában* és a *Sch. pectinatában* PRANTL sem talált. Bajos is elhinni, hogy a stomatorius léczek ép a *Sch. pennula* termő levelének a színét tüntetnék ki, szemben a meddő levéllel, holott tudjuk jól, hogy a *Schizæák* meddő levele utóbb termővé is lehet.¹

A neotropikus *Sch. pennulával*, a fent adott szerkezeti viszonyokat illetőleg, mondhatnám, hogy szembeszökő rokonságot árul el az új-caledoniai *Sch. intermedia* is; ez a két faj, és ez HOOKER-BAKER (*Synopsis Filicum*, 1874. p. 430) felfogása, nem is alap nélkül került egy kalap alá. Az alaptypus, még a stereomát illetőleg is, mind a kettőnél ugyanaz; csupán a keresztmetszeti képeken adott szögeletek azok, amelyek a levél alapi részein a *Sch. pennula* Tab. V. fig. 7-ben adott s erősen lekerekített szögeletekhez képest, jóval élesebb hegyben végződnek (Tab. V. fig. 8 és ezzel egybevetőleg fig. 2, 6, 7). Ezt az alaktani szempontból mindenesetre számba veendő különbséget némileg kiegészíti a levél bordájának két oldalán lefutó s a *Sch. pennula*-éhoz hasonlóan egysoros stomatorius léczeknek közvetlen stereomája, annyiban, hogy ez a stereoma, mint bőrlevonat, felületi képén mintha rövidebb s némileg hullámzatos falazatú tagokból alakult volna. Mindenesetre aprók s inkább ábrázolatilag feltüntethető oly különbség, amely a stomatorius léczeknek a

¹ Lásd *Schizæa*-dolgozatom vonatkozó szakaszát, id. h. 1095. l.

levél stereomájához való viszonylatán egyébként mit sem változtat.

A kifejezetten paläotropikus *Sch. digitata*, a levél alakutani kialakulása tekintetében, voltaképp a *Sch. intermedia* méreteiben fokozott példája, amennyiben a levél lemezesen ellaposodó és hirtelen megkeskenyedő oldalszárnyai erősen megnyúlnak, hogy azután az ugyancsak megkeskenyedő hasi borda annyival inkább kiemelkedjék (Tab. V. fig. 9).

Szöveti kiválás tekintetében a *Digitatae*-csoport eddig említettem tagjai mind egyazon típust mutatják, csupán a stereoma erősbbödik a levél kerületében különböző fajok szerint különböző mértékben, észleléseim szerint a levél mesophyllumának fordított arányában, mert ime a szinte lemezesen ellaposodó leveleit a *Sch. digitalis*-nak aránylag vékony, szinte egész kerületében csupán a bőrszövetre szorítókozó stereoma veszi körül, amely a levél hosszában jó darabig csakis a hasi borda felől nyer néhány sejtre szorítókozó bőralatti (hypodermatikus) megerősítést (Tab. V. fig. 9 *v-h*). Figyelmünket az sem kerülheti el, hogy a hasi borda mindkét oldalán az egysoros stomatorius lécz barázdászerű elmélyedése elmarad (Tab. V. fig. 9 *s-s*), anélkül azonban, hogy a zárósejtek a bőrszövet színvonala fölé ne emelkednének; ez a *Schizaeákra* nézve szinte kivétel nélkül jellemző. A *Sch. digitata* stomatorius léczének hosszszelvényben való vizsgálata lényegében a *Sch. pennula* ez irányú PRANTL-féle észleletének eredményére vezet; a PRANTLTól adott kép (Tab. IV. fig. 57) szinte azonos állapotot mutat a *Sch. digitata* stomatorius léczének pontosan lerajzoltam (de másolatában nem sikerült) hosszszelvényi képével (Tab. VI. fig. 12). Száraz anyagon a mesophyllum sejtjei természetes alakjukat többé nem nyerhetik vissza; ezek alaki viszonyai mindamellett aligha mutatnak eltérést a *Sch. digitalis*-ban, szemben a *Sch. pennula*-val, úgy, hogy végső eredményben bizvást állíthatjuk, hogy a *Digitatae*-csoport e kifejezetten paläotropikus, illetőleg neotropikus tagjai stomatorius léczének kialakulása és azoknak a stereomához való viszonya tekintetében egymással megegyező állapotot tüntetnek fel. Ahol a levél ú. n. szárnyas szegélye, tehát a voltaképeni assimiláló lemez végre is a levél nyelébe keskenyedik el, ott a

levélnyelnek megfelelő metszetében lényegileg ugyanazt a képet mutatja a *Sch. digitatában*, mint a *Sch. pennulában*, még a stomatorius léczek megszünése tekintetében is, hogy azután köröskörül, az eladdig assimiláló alap-parenchyma rovására, annyival erőteljesebb stereoma fejlődjék ki a stomatorius léczek nyom nélkül való eltüntetésével. A *Schizaea*-levél e részletét, a *Digitatae*-csoporton belül, oly «nyelnek» tekintem, amely a levél assimiláló részébe való fokozatos átmenésével, csupán a hajlékonysági szilárdsággal együtt járó mechanikai szereppel bír a növény életében; a stereoma tényleg fokozatosan megy át a stelet körülvevő s egyben redukált amaz alap-parenchymába, amelynek assimiláló szerepe már az öt körülvevő és a stomatorius léczek működését eleve gátló kerületi stereoma következtében is kizártnak tekinthető; tartalék-keményítőszemcsék felraktározásán kívül alig is van egyéb szerepe (Tab. V. fig. 10).

Az ú. n. *triangularis* körvonalon belül, fajok szerint ám változhatnak a keresztmetszeti kép, miként a *Sch. intermedia* egyik hiteles példájából¹ vett keresztmetszeti kép mutatja, a fent vázoltam szövetségi helyzet azonban ugyanaz (Tab. V. fig. 11), még a kerületi stereoma erősen rótbarna színeződése tekintetében is. Úgy a bőrszövet, mint annak hypodermáját tevő sejtjei, helylyelközzel a sejtüreg eltüntetésével oly erősen vastagodnak meg, hogy az aránylag kis nagyítás mellett is erősen szembetünő középlemezeken (*Mittellamelle*) belül élénken látszik a stereomasejtek másodlagos falvastagodását tevő rétegének finom rétegzettsége, azon belül pedig Eau de Javelle hatására mihamar elváló ama belső falburkolata, amely a keményítőt fölraktározó belső s a stelet környező alap-parenchymabeli sejtekkel együtt jó-d-jódkalium hatására alig mutat cellulóza-reactiót.

Hogy a kerületi stereoma, a levél alapi részében szinte a steleig, már az elfásodás mértéke tekintetében is eltér a stele típusosan elfásodott elemeivel szemben, arról jó-d-jódkalium után, az eleinte erősen higitott kénsav hatása nyomán győződhetünk meg, amikor is a stele élénk citromsárga színt mutató nyaláb-jával szemben, a kerületi stereoma szennyesibolya színt ölt,

¹ New-Caledonia: Kanala Nr. 1670. Pr! id. h. 132. l.

anélkül, hogy az azt alkotó sejtek falazatbeli rétegei között szembetűnőbb színeződésbeli eltérés volna megállapítható. Az utóbb hozzájuttatott tömény kénsav hatására a sejteket összetartó középső lemezek nyomban feloldódnak, utóbb az élénk sárga színt megtartó stelebeli elemek is desorganisálódnak, ellenben megmaradnak a stelet körülvevő stereomabeli sejtek, melyek mindannyia igen élénk kék színre valló reactiót mutat. A *Sch. intermedia* (New-Caledonia : Canala nr. 1670) példái nyomán ezt így tapasztaltam. Mindamellett úgy vélem, hogy hibát követnénk el az esetben, ha a jelzett mikrochemiai reactiók nyomán mereven szembe állítanók a stereoma nemlegesnek mutatkozó lignificatióját a stele elfásodott elemeivel. A WIESNER-féle reactio pld a *Sch. digitata* stereomáját, valamint a stele xylemáját az endodermis külső falazatával együtt, pillanatnyira élénk rózsaszínbe borítja. Mindezek egybevetésével egyelőre csupán azt a véleményemet fejezem ki, hogy a stereoma és a stele elfásodott elemei között legfeljebb az elfásodás mértéke tekintetében lehet némi eltérés és pedig akként, hogy a Schizaea merevítő oszlop-szöveve nyilván a stele; ellenben a növény hajlékonysági rugalmasságának érdekében, a húzási szilárdság elveinek megfelelő stelehez képest rugalmasabb az azt hengerként körülövedző kerületi stereoma, mindamellett, hogy a bőrszövet rendszerint elkovásodik.

Az Actinostachys-csoport tárgyaltam három neo-, illetőleg paläotropikus tagja után a Pectinatæ-csoportból, a felvetett kérdés szempontjából, ama fajok érdekelhetnek bennünket közelebről, amelyeket CHRIST mondása szerint a földgömb szerte-szélllyel csatangoló Schizæa-fajai gyanánt ismerünk, annyiban, amennyiben a *Sch. pusilla* csakis Észak-Amerika New-Jersey kicsi körzetéből ismeretes; ez is az egyetlen Schizæa a földgömb északi felében. A másik, vele szinte nagy ellentétben, a *Sch. pectinata*, mondhatnók, hogy St. Heléna és Martinique mellett csupán a Kap-föld kicsi területére szorítkozik.¹ A har-

¹ Igen sikerült képét lásd : Wiss. Erg. der Deutschen Tiefsee-Exped. Valdivia 1898—1899. Bd. II. R. MARLOTH : Das Kapland, insonderheit das Reich der Kapflora etc. Jena, 1908. 159. l.

madik a *Sch. rupestris*, csupán Ausztrália ama területéről ismeretes, amelynek főbb pontjai Port Jackson, a Paramatta-folyó melléke, Blue Mountains és a Swan River. Az előfordulási körülményeknek e képzelhetőleg legnagyobb földrajzi ellentéteiből elgondolhatjuk, ámde PRANTL-nak e vizsgálatok körébe vágó adataiból is kitűnik, hogy a kerületi stereoma és az esetleg vele kapcsolatos stereomás hypoderma tekintetében, a Pectinatae-csoport a fent vázoltam esetekkel szemben nagyobb változatosságot mutat. Hypodermával megerősített egyfolytonosságú kerületi stereomát említ PRANTL a *Sch. fistulosában* (II. 30. l.), amely csakis a stomatorius léczeknél szakad meg, most már elmondhatom, hogy a Schizæákban szinte hagyományosan. Ellenben az ugyane csoportba tartozó *Sch. rupestris*, valamint a *Sch. pusilla* leveleiben nincs stereomás hypoderma, úgy, hogy ezekben a kerületi stereoma — és e tekintetben nincs különbség termő és meddő levél között — kizárólagosan a bőr- (epidermis-) szövet gyűrűjére szorítkozik, amely természetesen csakis a két sorban végig húzódnó légzőnyílások vonalán szakad meg (Tab. VI. fig. 14 e-s-s).

A *Sch. pusilla* levele felső részletében a keresztmetszeti körvonalon alul, vagyis a hasi oldalnak megfelelőleg domború, a háti oldalon homorú (Tab. VI. fig. 14 v-d); ez a homorúság azonban úgy a termő, mint a meddő levél alsó zónáiban teljesen el is tűnhetik. A bőralatti stereoma elmaradása a szóban forgó esetben jellemző, de az *Eriocaulonra*, *Xyrisre*, avagy egy apró *Juncusra* emlékeztető *Sch. pusilla* részéről semmikép sem meglepő, mert hisz a növénykét, a maga czérnaszerű vékonyságában, mechanikailag túlon-túl megerősíti a többi Schizæával lényegében megegyező stele, a keresztmetszet csekély méreteihez szinte aránytalanul erős s az alapszövettől meglehetősen élesen elkülönülő stereomás bőr. nemkülönben a bőrszövet s az endodermis közötti tért sajátosan kitöltő alap-parenchymabeli mesophyllum, amelynek egyszerűen gödörkés sejtfalai viszonylagosan vastagok.

A méreteiben kis növény ez általános szerkezeti viszonyai eleve elárulják azt, hogy létért való küzdelmében a hajlékonysági és a húzási szilárdságnak megfelelő sejtelemelek viselik a

vezető szerepet, hogy azután a megfelelő védelem biztosításával zavartalanul folyhassék az assimilatio munkája ama mesophyllumban, amelynek ez a szerepe, úgy látszik, hogy másodrendű; az alkattani sajátosságok e mellett szólanak (Tab. VI. fig. 14 *e-st-m*). A *Sch. pusilla* stomatorius léczeknek kezdetben való barázdászerű elmélyedését a bőrszövetben helyesen tüntetik föl BRITTON és TAYLOR, akik e növényke életét — tudomásom szerint egyetlen példa a Schizæák sorában — tüzetesen leírták (id. h. Tab. VI. fig. 92). A légzőnyílásoknak a bőrszövet színvonala fölé való kiemelkedése azután annyival feltünőbb lesz utóbb, a levél teljes kifejlődésével, amit én Tab. VI. fig. 15 segítségével újból ábrázolni kívánnék, minthogy BRITTON és TAYLOR ugyanez ábráját (id. h. Pl. 6 fig. 85, 92), főleg az opisthialis nyílást tevő (tagadhatatlan, hogy a figyelmet könnyen elkerülő) kicsi sarkantyuk elhagyása miatt, pontosnak nem tartom. A Schizæák légzőnyílásainak főleg keresztmetszetben és eddigelé közölt ábrázolatainak fogyatékoságát a záró- és a bőrsejtek sokszor nagyfokú elkovácsolásában látom (Tab. VI. fig. 15 *k*); továbbá abban, hogy ez opisthialis apró sarkantyuk csakis a zárósejtek középmetsetében láthatók és az optikai középvonalon túl eltűnnek s ez esetben Britton-Taylor ábrázolata lesz helyessé (id. h. Pl. 6 fig. 85, 92). A *Sch. pusilla* meddő s termő levelei pld annyira elkovácsoltak, hogy platina-csészében való kiizzításuk után vajmi könnyű annak a megállapítása, hogy a stomatorius léczekkel együtt az egész kerületi stereomás bőr, a Schizæákra nézve kivétel nélkül jellemző prosenchymás sejtjeivel együtt, merőben elkovácsolott; a seregesen kifejlődött bőrbeli kovaszemölcsökkel együtt mindez jelentheti a mechanikai szilárdság fokozását, ám a termőhely kiszáradása esetében egyúttal a növényke törékenységét is (fragilitas). A kiszáradás ellen való védekezés egyik módját jelenti azonban az a körülmény, hogy a *Sch. pusilla* oikologiailag rendszerint vizet kedvelő (hydrophilus) növényekkel (*Juncus*, *Drosera*, *Utricularia*, *Sphagnum* etc) társul,¹ a *Sch. Bivói* pedig a tőzegmohaszerű *Exodyctionnal*.² Nem lehetetlen, sőt

¹ BRITTON-TAYLOR id. h. 1. l.

² Math. Term. Tud. Ért. id. h. 1079—80. l.

valószínű, hogy a többi Schizæa-fajnak más növényekkel való ökológiai társulását ha megfigyelhetnők, egy s más esetben hasonló jelenségeket állapíthatnánk meg. Erre való följegyzésekre nem bukkantam a rendelkezésemre álló irodalomban, sem a bőséges herbariumi példányokon, a *Dielst*-ől főlemlített *Sch. fistulosa* kivételével, melyről utóbb még megemlékezem.

A Schizæák elkovásodása azonban általános jelenség; az ez által okozott merevséget bizonyos mértékig ellensúlyozza a kerületi stereoma gyűrűjében eleve megadott hajlékonysági szilárdság, melynek még az alapszövetnek utóbb sklerotikussá váló elemei sem okoznak akadályt, mivelhogy ezek el nem fásodása, ellenben keményítőben való teltsége ugyancsak általános jelenség. Ez irányban való vizsgálódásaim részleteit itt mellőzöm, mivelhogy ezek teljesen megegyeznek PRANTL idevágó adataival (PRANTL II. 31. l. alul), úgy a resorcina-, mint a WIESNER- s a különböző jód-reactiók alkalmazása nyomán. A stomatorius léczek kapocs-sejtjeinek a légzőnyílások zárósejtjei alatt ollószerű egybefűződését, illetőleg a kapocs-sejteknek mintegy a zárósejtek alá való bukását — ugyancsak a Schizæákat általánosan jellemző tulajdonság — a *Sch. pusilla*-n is jól észlelhetjük, mint-hogy a kapocs-sejtek ugyancsak erősen megvastagodott és elfásodott oldalfalai, megfelelő beállítás mellett, élesen és jól láthatók a zárósejtek közvetlen hosszanti oldalvonalában; az erről adott Tab. VI. fig. 16-beli ábrázolat a *Sch. pusilla* stomatorius léczét a kapocs-sejtek egybefűződésének optikai síkjában tünteti föl és szem előtt kell tartanunk azt, hogy a légzőnyílások zárósejtjei mintegy azokon ülnek (Tab. VI. fig. 12 z-z), vagyis szembe-tűnően a stereomás epidermis színvonala fölé emelkednek (Tab. VI. fig. 15; Tab. V. fig. 3 z-z; BRITTON-TAYLOR id. h. Tab. VI. fig. 81—84).

Ez értekezés főtétele szempontjából érdekesnek kell tartanom azt a megjegyzést, hogy a *Sch. pusilla* úgy a termő mint meddő leveleinek stomatorius léczei a tetőponttól a levél alapjáig, vagyis az egész levél teljes hosszában működnek; a légzőnyílások zárósejtjei a levél alapi része felé nem deformálódnak, sejtjeik egyáltalában nem is alakulnak át, úgy, hogy a zárósejtek megfelelő pontjai el-sklerozálódnának a levél alapi részében elmar-

klása miatt beálló «mechanikai elgyengülést» annyival inkább ellensúlyozza az alap-perenchyma sejtjeinek fokozatos megvastagodása.

Dél-Afrika Schizaeája a *Sch. pectinata*; levélbeli keresztmetszeti képe PRANTL II. Tab. IV. 45 fig.-jában szerintem helytelen (Tab. VI. fig. 17), legalább is ama példák tüzetesebb vizsgálata alapján, amelyek az 1857–60. évbéli «Novara expeditio»-ból származnak és amelyek JELINEK gyűjtötte példáit maga PRANTL is vizsgálta. A *Sch. pectinata* levelében mindenekelőtt feltűnő a levélszínnek megfelelő mély barázda, a neki megfelelőleg s erősen kidomborodó hasi borda és a lemez két szárnyi oldalának kifli-szerűen való legörbülése a hasi borda két oldalán lefutó stomatorius lécz felé (Tab. VI. fig. 17 *d-v*, *a-a*, *s-s*). Alkattanilag a levél mesophylluma a *Sch. pusilla* mesophyllumára emlékeztet, amennyiben a chlorcinkjód hatására viola-kék színt öltő és sokszögű sejtjei egyöntetű alapszövetet alkotnak, mely a citromsárgára színeződött stereomás bőrszövettel szemben éles határvonallal különül el; ez utóbbi a jelentékeny hosszúságú levél lemezesen kiterülő részében csakis az oldalélek és a hasi borda felől nyer jelentékenyebb bőralatti megerősítést, anélkül azonban, hogy ez a bőralatti stereoma egyszersmind látszólagos átmenetet alkotna a mesophyllumba (Tab. VI. fig. 17 *c-h-m*). Ez az állapot némileg a levél nyélbeli részében következik el, amikor is a levélnyel keresztmetszeti képe feltűnő hasonlatosságot mutat a *Sch. pennula* Tab. V. fig. 7-ben adott képéhez, nemcsak a kerületi stereoma bőralatti megerősítésében, hanem a redukált mesophyllum rovására kiterjedt kerületi stereomának a stomatorius lécze vonalában történő hirtelen megszakadásában is.

Feltűnőnek és a *Sch. pectinata*ra nagyon jellemzőnek tartom a hasi borda két oldalán lefutó stomatorius léczek kialakulását azért, mert ezek a léczek, légzőnyílásaik zárósejtjeinek a bőrszövet színvonala fölé való emelkedésével, az egymást sűrűn követő légzőnyílásoknak «kettős sorát» mutatják, felületről nézvéen általában kerekded légzőnyílásokkal és rövid tagokból alakult bőrszövetbeli prosenchymával. A légzőnyílások a levél felső tagozatában helylyel-közzel oly sűrűn követik egymást, hogy

zárósejtjeik csúcspontjai, a kapocs-sejtek kizárásával, szinte egymást érik (Tab. VII. fig. 19).

A légzőnyílások e megkettőztetett sorozatának kapocs-sejtjei egyébként, a zárósejtek alatt ollósan való egybekapcsolódásuk tekintetében, a már ismeretes typust mutatják; tüzetesebb vizsgálat mellett azonban kitűnik, hogy a légzőnyílások kettős sorozata helylyel-közzel kihagyásos, vagyis olyan, hogy a levélből vajmi könnyen, sőt a levél alsó tagozatában mind gyakrabban nyerhetünk oly keresztmetszeteket, amelyek a *Sch. pectinata*, a *Sch. pennula*, avagy a *Sch. digitata* egyszerű sorozatú stomatorius léczzeire emlékeztethetnének bennünket. A légzőnyílásoknak itt-ott való elmaradása, avagy a légzőnyílások közbeeső sejtjeinek elnyúlása következtében a stomatorius lécz stereomás alaphálózata, főleg a kapocs-sejtek tekintetében, az ú. n. szabályos szerkezettel szemben (Tab. VI. fig. 16 k-k), némi bonyolultságot mutat (Tab. VII. fig. 20). A levél, a levélnyelnek megfelelő alapja felé ugyanis megszűnik a stomatorius lécz légzőnyílásokból való kettős sorozata, sőt, ugyancsak az elkeskenyedett stomatorius lécz vonalában ritkulnak a légzőnyílások és a légzőnyílások 2—4-es csoportjai között mindinkább nagyobbak lesznek ama prosenchymás közők, amelyek kapocs-sejtszerű jellegüket immár el is veszítették.

A légzőnyílásoknak ez a sorozata a levél hosszában, még a levél alapi részében erősen redukált mesophyllum arányában is, fölötte gazdagnak mondható. Még ott is, ahol a levélnyelnek megfelelő részében és a stomatorius lécz irányában a kerületi strereoma hirtelenében hármás, sőt négyes sorozatokban lép föl, még élénk transpiratióra képes légzőnyílásokra bukkanhatunk.

A *Sch. pectinata* átlag 20 cm-re, PRANTL szerint néha 40 cm-re is megnövekedő s egyszerű, a 2 mm szélességet meg nem haladó, hosszú, sokszor kigyózva hajlongó, egyébként tűszerű levelek merevségét a nagymértékű elkovásodás okozza; tény az, hogy platinacsészében vörös izzásig hevítve, még a levélcsúcs bőrsejtjei is rajzolatukban szinte épen észlelhetők a mikroszkopium tárgyasztalkáján.

Arányaiban, legalább a tölem látott példák után ítélve, kisebb és gyengédebb termetű a kizárólagosan Ausztrália mér-

sékelt éghajlatú területére szorítóköző *Sch. rupestris*, melynek lemezesen ellaposodó levelei eleve elárulják a levél vékony húsát; hogy a levelek hajlékonyak, nem túszerűek, viszont a csekélyebb elkovásodás mellett a kerületi stereoma teljes reductióját jelenti. Ezt a *Sch. rupestris*, melynek faji önállóságát soha kétségbe nem vonták, alkattani sajátosságai valósággal olybá tüntetik föl, mintha a Schizaeák sorozatában árnyékot kedvelő (ombrophilus) fajként viselkednék. Tény az, hogy semmi olyan ebben a növényben nincs, ami a *Sch. rupestris* xerophiliáját igazolná; a legfeljebb 18 cm magasságra növekedő növényke átlagosan alacsonyabb, Fitch-tól rajzolt képe 13 cm-nyinek ábrázolja, tehát méretei s éghajlati viszonyai tekintetében, amelyek közepette ez a növény él, valóban nem is szorul a kerületi stereoma különös védelmére. A tompán csúcsosodó meddő levélkéék mihamar lemezesen laposodnak el; a fölöttébb laza s tág üregű mesophyllum alap-parenchymáját a levél egész hosszában kizárólagosan a bőrszövet egyetlen sejtsora erősíti meg, ha ugyan megerősítőnek tekinthetjük az ugyancsak tág üregű s föltünően vékony falazatú bőrszövetet, amelynek csupán az a néhány sejtje vastagodik meg valamivel jobban, amelyek a levél lemezének szélső csúcspontjait alkotják (Tab. VII. fig. 22 *a-a*); mindamellett a *Sch. rupestris* bőrszöveve élesen különül el a levél mesophyllumától, még a levél elkeskenyedő alapi részei felé is (Tab. VII. fig. 23—24 *e-e*). PRANTL II. Tab. IV. fig. 46-ja szerintem nem éppen helyesen tünteti föl a *Sch. rupestris* levél keresztmetszetbeli habitusképét, főleg azért, mert azt csupán a stomatorius léczek felől tekinti kidomborodónak (costa subtus prominente), holott én inkább az ellenkezőjét tapasztaltam (Tab. VII. fig. 22 *v-d*). Bár a levéllemezen a stele megfelelő pontjai felől mind a két oldalon \pm tényleg ki is domborodhatik, ez a körülmény a hártya-szerűen ellaposodó levél színe és fonáka sík felületén mondhatnám mit sem változtat; egész szöveti szerkezete olyannyira elemi, hogy még a bőrszövetet alkotó sejtek nagyságában sem nyilatkozik meg az epidermisekben megszokott típusos kép (Tab. VII. fig. 25). A levél húsának kevés-sejtségé a levél nyélbeli részében a legkirivóbb, ahol is a kerületi stereoma csaknem teljes reductiójával az alap-parenchyma mindössze két sejtsornyi

réteget alkot a sejtek minimális számára apadt stele körül (Tab. VII. fig. 24).

Az eddig tárgyaltam Schizæák mellett ime meglátszik, mondhatnám, hogy megérzik a mérsékelt éghajlat s hihetőleg a kevésbé szélsőséges hőmérséki ingadozások hatása a *Sch. rupestris* szervezetében. Mindamellett vannak ez élettani tényezőknek ellent nem mondó oly alkattani bélyegek, amelyek kétségtelenül igazolják a *Sch. rupestris* Schizæabeli típusát a szó alkattani értelmében is. Mert ime a levél ellaposodó fonákán két vonalban fut le a légzőnyílásoknak egy-egy sora, vagyis a két stomatorius lécz, az ugyancsak feltűnően vékony falazatú légzőnyílások zárósejtjeinek a bőrszövet színvonala fölé emelkedésével (Tab. VI. fig. 18 z-z). A levél bordabeli bőrsajtjeinek szokásos elkeskenyedésével (Tab. VII. fig. 26 b), a *Sch. rupestris* stomatorius léczei, főleg felületi képükön, alkattanilag feltűnő jelenség, vagyis olyan, hogy — bár nem mond ellent a Schizæa-typusnak — első pillantásra fajra jellegző (vesd össze Tab. V. fig. 3; Tab. VI. fig. 16; Tab. VII. fig. 19—20 és Tab. VII. fig. 26—27-tel). A légzőnyílások zárósejtjei alá süllyedő kapocs-sejtek ollószzerű nyújtványai (PRANTL nevezte el így) azok, amelyek a *Sch. rupestris* levelében csakis egyoldalulag jutnak alakilag jellemző kifejlődésre, vagyis oly módon, mintha egy-egy közbülső kapocs-sejt csúcspontjain szinte lecsöppenő esöppekként lógnának a tojásdadon nyúlt légzőnyílásbeli készülékek (Tab. VII. fig. 26—27 k-z). A *Sch. rupestris* légzőnyílásbeli készüléke, ha BRITTON-TAYLORNAK a *Sch. pusilla* légzőnyílásai fejlődéstanáról közölt, id. h. Tab. VI. fig. 84 s 86 alatt adott ábrázolatait nézzük, fejlődéstanilag kezdetben alighanem az ugyancsak mérsékelt éghajlat alatt élő *Sch. pusillá*éhoz hasonló jelenségeket mutat; valamennyi részében subtilis és a légzőnyílások felé kehelyszerűen elkeskenyedő kapocs-sejtek sorozata, az ugyancsak prosenchymásan nyúlt s vékony falazatú bőrsajtjeinek közepette nem is alkot hosszanti vonalában oly élesen elkülönült stomatorius léczeket (Tab. V. fig. 3, Tab. VI. fig. 16, Tab. VII. fig. 19), mint aminők látását megszokhattuk ama Schizæák részéről, amelyek stomatorius léczei a nyomban bőr-alatti stereomával megerősbbödött kerületi stereoma hirtelen

megszakításaiként szerepelnek (Tab. V. fig. 6—8 s-s). Hogy az elfásodás jelensége a bőrszövetre szorítókerületi stereomán kívül az endodermis, illetőleg a stele néhány hadromabeli elemére szorítózik s hogy ez is, főleg a bőrszövetet illetőleg csekély mértékű, az elmondottak után önként értetődik. Akár a meddő, akár a termő levelek a célnek inkább megfelelő alapi részeiből vévén darabkákat, azok kiizzítása után alig marad hamúrész; ezek erősebb nagyítás mellett való vizsgálata arra az eredményre vezetett, hogy a *Sch. rupestris* ú. n. elkovásodása a lehető legcsekélyebb mértékű, szinte lokalizáltan szorítózik néhány bőrsejtre, amelyeken mintha néhány kovaszemölcs is látható lett volna. Ezek jelenlétét azonban már a rendelkezésemre álló igen csekély vizsgálati anyag következtében sem állíthatom teljes bizonyossággal.

A PRANTL-féle Bifidæ-csoport eddigelé elismert két faja, nevezetesen az ausztráliai s new-zealandi *Sch. bifida* és a dél-Amerika trópusi vidékét lakó *Sch. incurvata* között nagy a termet (habitus)-beli megegyezés egymással, úgy, hogy a földkerekség páfrányvilága Synopsisának megírói, HOOKER és BAKER (id. h. 429. l.) is nyomatékkal csupán a *Sch. incurvata* karesuságát hangoztatják a természetesebb *Sch. bifidával* szemben, melynek levelei átlag hosszabbak, levélbeli sallangjai pedig szélesebbek. Növényföldrajzilag egymást helyettesítő fajok ezek, mint teszem azt a paläotropikus *Sch. dichotoma* és a neotropikus *Sch. Poeppigiana*, mely utóbbi a nevezett angol auctorok szerint egyszerűen dél-Amerika «*Sch. dichotoma*»-ja (= *Sch. occidentalis* GRISB). E felfogás alapján a *Sch. incurvata* sem volna egyéb, mint az ausztráliai kontinenstől messze elszakadt ama tagja a *Sch. bifidának*, amely a növényföldrajzi hatás következtében némileg eltérő alakkört alkot. A Bifidæ- és Dichotomæ-csoport említettem tagjai egyébként leveleik villásan osztódó sallangjai alaktana tekintetében is szoros rokonságot tartanak egymással.

A könnyen megeshető tévedés föltétlen elkerülése érdekében a *Sch. incurvata* ama British Guyana-beli példányát (SCHOMBURGK Nr. 274) vizsgáltam meg, amely PRANTL kezén is megfordult (PRANTL II. 137. l.). Mindamellett, hogy a «*Sch. bifida*» ez amerikai fajváltozata (PRESL Suppl. p. 75) minden

méretében kisebb s karcsubb, általában 2-szer (ritkán 5-szörösen) villásan osztott leveleinek sallangja már a levél csúcsi részén is körvonalában oly háromszögeletű képet mutat (Tab. VIII. fig. 29), mint aminőt az eddig tárgyaltam Schizæa-példányok közül a *Sch. pennula* mutat a levélnek ú. n. nyélbe keskenyedő tájékán (Tab. V. fig. 6—7). Általános szabás tekintetében, a levél felső zónájára vonatkozottan, a keresztmetszeti kép viszont a *Sch. pectinata*-éra emlékeztet bennünket, azzal a faj szerint is jellegző, tehát mélyre ható különbséggel, hogy a levél lemezesen alig el-laposodó részének két szögelete nem lefelé (Tab. VI. fig. 17 *a-a*), hanem fölfelé görbül, következésképpen a csakhamar mélynek mutatkozó háti barázda két oldalán az egymásba átívelő kettős dudor elmarad. E kerületi stereoma eléggé vaskosan kifejlődött hypodermával korán kifejlődik, elannyira, hogy a levelek csúcsi részében ez a stereoma a hasi borda felől hármas, a háti barázda felől pedig átlag kettős sejtsorokban oly vaskos hüvelyét teszi a levélnek, amely a Schizæákban megszokott módon, csakis a stomatorius léczek mentén szakad meg hirtelen; a mesophyllumbeli alap-parenchyma felől élesen határolódik el úgy, hogy a stereomabeli sejteknek alap-perenchymába való fokozatos átmeneteléről nem is igen lehet szó (Tab. VIII. fig. 29). A természetes színükben kezelt metszetekben ez a kerületi stereoma világos sárga színével éles ellentétben van a rőtbarna, következőképpen csersavtartalomban bővelkedő mesophyllummal, melynek viszonylagosan legbarnább zónája az endodermis körül van, némi elterüléssel a levél háti oldala felé; ez a színeződés-beli eltérés viszont a középponti oszlopszövetet (stele) teszi anynyival feltünőbbé, amely lényegileg s általában a már PRANTL-tól leírt typust mutatja szöveti kiválás tekintetében. A kerületi stereomának a mesophyllumhoz való viszonya még vastagságában sem változik a levél bifurciójában, amelylyel együtt jár a stele megoszlása is a levél két sallangja felé (Tab. VIII. fig. 30). Érdemesnek tartom annak a megjegyzését, hogy mielőtt a levél bifurciójának megfelelőleg oszlanék meg a stele, a megoszlást megelőző állapotában az egyébként minden egyéb részletében kifejlődött kettős stelet, átmenetileg, közös parenchymahüvelylyel közös endodermis fogja körül (Tab. VIII. fig. 31); az átlagosan

három sejtsornyi rétegben kialakult kerületi stereoma aránya a levél egyéb szövetéhez képest változatlan.

Alkattanilag lényeges különbség az ausztráliai *Sch. bifida* és a dél-amerikai «*Sch. bifida*» (= *Sch. incurvata*) között, amint azt előre sejthetjük, nincs; legalább is lényegbe vágót a rendelkezésemre álló vizsgálati anyag révén nem találtam. Mert az a körülmény, hogy a stelek megoszlásával, tehát a bifurcatio megindulásával, a levél színe felől már is ellaposodik (Tab. VIII. fig. 31) s háti barázdája nem oly mély, miként a *Sch. incurvata*-ban, alaktanilag lehet jellemző, de amely alaktani bélyeg, teszem azt a levélszélek begömbülésével (*marginibus reflexis*) együtt nem jelenti egyszersmind az alkattani tekintetben való eltérést. A két faj között a különbség inkább alaktanilag quantitativus, semmint alkattanilag qualitativus; hisz pld PRANTL mindkét faj hypodermáját azonos műkifejezésekkel jelzi e két fajról adott leírásában («*hypoderma undique e duobus ad quatuor stratis compositum*» PRANTL II. 137. l.). Ebből az következik, hogy akadhatunk a *Sch. incurvata* oly példáira, amelyek a levél sallangjaiban egyszerű stelevel (Tab. VIII. fig. 29), avagy már is megosztott stelevel igen vaskos kerületi stereomát tüntetnek föl (Tab. VIII. fig. 30); viszont bukkanhatunk a *Sch. bifida* oly egyedeire, amelyeknek a stele megosztását föltüntető levélbeli sallangja, tehát az a hely, hol voltaképen két levélsallang fut össze egymásba s a hol nagyon helyén volna a viszonylagosan nagyobb mechanikai megerősítés, a kerületi stereoma mindamellett csupán két sejtsornyi rétegből van (Tab. VIII. fig. 31).

Eldigi észleleteim nyomán a bőrsejteken gyéren vannak a kovasavas szemölcsök s úgy az ausztráliai, valamint a dél-amerikai «*Sch. bifidák*» elkovásodása is csupán a bőrsejtekre szorítkozik. Bőrlevonataikat felülről vizsgálva, a prosenchymásan egymásba ékelődő s \pm elfásodott sejtek már ismeretes szöveti képét látjuk magunk előtt, a fonákon a borda két oldalán lefutó s a légzőnyílások egyszerű sorozatától alkotott stomatorius léczekkel. E stomatorius léczek alkotása lényegileg miben sem különbözik a *Sch. pennata*, *Sch. pectinata*, vagy akár a *Sch. pusilla* stomatorius léczeitől, hacsak nem abban, hogy a levél villásan osztott sallangjai szerint természetszerűleg V-alakba fut

össze a két innenső stomatorius lécz (Tab. VIII. fig. 32 *b-b*); következésképpen a levélnek ama pontján, ahol megindul a villás elágazódással együtt járó stele-megoszlás, egy rövidke darabon a stomatorius léczek 4-es sorozatát észlelhetjük (Tab. VIII. fig. 32 *x-x*), hogy azután a két innenső lécz V-csúcsba való egybeolvadása alatt újból csak azt a két stomatorius léczet lássuk, amelyek a 2-odrendű sallangok szélső stomatorius léczei gyanánt szerepelnek (Tab. VIII. fig. 32 *i-i*).

Ez a jelenség a Schizaeák *Bifidæ*-csoportjától kezdődőleg a *Dichotomæ*- és *Elegantés*-csoport Schizaeáin végig a levél, illetőleg a levélbeli érzet dichotomiájával együtt jár és anélkül, hogy a stomatorius léczeknek a kerületi stereomához való viszonya az eddig ismertetett példákkal szemben lényeges eltérést mutatna.

Az imént elmondottak kapcsolatában s a fölvetett kérdés szempontjából röviden végezhetek a Schizaeák ama tagjaival, amelyek a *Dichotomæ*-csoport főfajait alkotják, mivelhogy e csoport származás- és alkattani viszonyait a Math.- és Természettud. Értesítő id. h. részletesen kifejttem. Az e lapokon foglalt tárgyalás összefüggése okából csupán a paläotropikus *Sch. dichotoma* és a neotropikus «*Sch. dichotoma*» (= *Sch. Poeppigiana* = *Sch. occidentalis*) id. h. XII. Tab. 31 és 32. ábráira utalok,¹ hogy meggyőződhesünk a nevezett Schizaeák leveleiből vett keresztmetszeti képeken arról, hogy a paläo- és a neotropikus «*Sch. dichotomák*» között mélyrehatóbb az alaktani különbségben megnyilatkozó faji eltérés, a kerületi stereomát illetőleg talán még alkattanilag is, semmint az ausztráliai és a délamerikai «*Sch. bifidák*» között. Tény az, hogy a

¹ A Math. és Term.-tud. Ért. id. h. megjelent Schizæa-munkálatom ábrázolatainak sokszorosítását nem (ám a jelenlegiekét sem) tartom sikerültnek, mivelhogy az ú. n. raszterezéssel a vonalas rajz pontokra bontatván fel, végeredményében az ábrázolatok elmosódottságát, a különben élesen rajzolt sejtbeli határvonalak ellágyítását eredményezi, az anatómiai ábráknál megszokott s megkövetelhető pontosság rovására. E tekintetben pld. a német szakirodalom részéről a leipzig-i FUNKE-, avagy a LAUE-féle litografált táblák szolgálhatnának nálunk is követendő példának, ha volna egyáltalában megfelelő lithogr. munka-erők. Rajzaim jobbak, semmint reproductióik.

levél lemezesen ellaposodó részében a kerületi stereoma az ugyan-csak csersavas anyagokkal telített mesophyllummal szemben élesen határolódik el és, így van ez a paläotropikus *Sch. dichotoma*-ban, rendszerint csakis a hát-hasi bordák felől nyer néhány sejtre szorítózkodó bőralatti megerősítést. A levélfonákbeli borda mindkét oldalán egyszerű sorozatokként futnak le a stomatorius léczek a Bifidæ-csoport tárgyalásánál említett módon és úgy, hogy a légzőnyílások zárósejtjei, főleg az eisodiális nyílást alkotó nyúlványkáik kiemelkedésével, némileg a bőrszövet színvonalára fölé emelkednek. Úgy látom, hogy így van ez valamennyi Schizæában.

Hogy a kerületi stereoma a Dichotomæ-csoport levelének lemezéből eredőleg, az e csoportban már PRANTL-tól is határozottan megkülönböztetett levélnyelben mindjobban megerősbbödik a levélnyel alapi része felé, a levélnyelnek mechanikai szerepéből és az e szerepet betöltő stereomával szemben jelentékenyen háttérbe szoruló alap-parenchyma csekély assimilatorius tevékenységéből önként következik; jóllehet a bőralatti szövetek mechanikai túltengésével szemben, a stomatorius léczek transpiratorius működése a levélnyel jelentékeny hosszában még mindig zavartalan lehet (*Sch. dichotoma* levél-nyélbeli keresztmetszetbeli képét lásd Math. Term.-tud. Ért. Tab. XIII. fig. 35). A Dichotomæ-csoport eddig ismert tagjai (*Sch. Birói*, *Sch. Copelandica*, *Sch. dichotoma*, *Sch. cristata*, *Sch. Forsteri*, *Sch. Poeppigiana*) kivétel nélkül olyanok, amelyeknek kifejezetten nyelezett s általában hosszú nyelű levelei vannak, a rendszerint többszörösen villás osztatú lemez sallangjai ellaposodók, sőt egyik-másik tagjában (*Sch. cristata*, *Sch. Forsteri*) a sallangok lemezeinek oly fokú kifejlődését mutatják, amely az élénk transpirációval együtt egyuttal élénk assimilatiót is mutat s ez élettani jelenségek kapcsán oly alaktani bélyeget, amely — főleg a *Sch. Forsteri* révén — kétségtelen bizonyítékát nyújtja a Dichotomæ-csoport származástani (phylogeniai) kapcsolatának az Elegantes-csoporttal.

A levelek mechanikai berendezkedése, a már ismertetett típus szerint, annak megfelelő, és szinte önként értetődő jelenségnek kell tartanunk azt, hogy a legapróbb termetű «Sch.

«dichotoma» levélnyelének legalsóbb tagozatában véget ér a stomatorius lécz és a kerületi stereoma ama két pontján, ahol megszoktuk a légzőnyílások zárósejtjeinek látását; utóbb egy-egy stereoma-sejt jelentkezik mintegy a kerületi stereoma kapcsolószemei gyanánt (Math. Term.-tud. Ért. id. h. Tab. XIII. fig. 37). Hogy a kerületi stereoma nagyobb tömegű kifejlődése mintegy a növény vegetatívus részeinek nagyobb arányú fejlődésével együtt jár, ugyancsak természetes kölcsönösség (correlatio), aminek kifejezett példáját nyújtja a *Sch. Forsteri* (id. h. Tab. XIII. fig. 45—48).

Hogy az átszellőztető rendszer mintegy a «sklerenchymahenger» (= kerületi stereoma) megszakításaként szerepel s ez a páfrányok levélnyeiben általános jelenség, valamint, hogy az átszellőztető rendszer kialakulása mechanikai törvényektől függ, THOMAE (id. h. 107—8. l.) és POTONIE (id. h.) hangoztatják. Valóban nem is volna különösebb értelme annak, hogy az egyébként is, már a láncolatban egymást sűrűn követő és a bőrszövet színvonala fölé emelkedő légzőnyílásai folytán (Tab. VI. fig. 12, 15, 18, Tab. VIII. fig. 33 s-s, fig. 37 z, Tab. IX. fig. 40—41) élénken transpiráló Schizæák ama tagjai, amelyek kifejezetten lemezesek, még levélnyelük legalsó tagozatában is transpiráljanak, holott a levél e részének szerepe, assimilációs tevékenységében egészen redukált alap-parenchymájánál fogva is, kizárólagosan mechanikai; rendszerint erőteljesen kifejlődött kerületi stereomájának csupán az a hivatása, hogy a bőrszöveti sejtek elkovásodásával és a stele segítségével a (pld a *Sch. elegans*, a Schizæák sorában tekintélyesnek mondható) lemez kellő módon való elviselésére megfelelő oszlopszilárdságot biztosítson. A kerületi stereomahenger hajlékonysági szilárdságának apadását ugyanis a Schizæa tengelyében, ezuttal a levél nyelében, ama ponttól számítom, ahol a kerületi stereomában megszűnik a stomatorius lécz és a légzőnyílások zárósejtjeinek helyén a zárósejtekre csak emlékeztető stereoma-sejtek lépnek föl (Tab. IX. fig. 39. t-t).

A *Dichotomæ*-csoport tagjaitól kezdődőleg fölfelé a levélbeli sallangok lemezei alaktanilag, következésképpen élettanilag mindinkább nagyobb jelentőséget nyernek; ez oknál fogva, ha

már válogathatunk a műkifejezésekben, a levelekben eddig alap-parenchymabeli mesophyllumnak nevezett szövetet a Dichotomæ- és az Elegantes-csoport tagjaira vonatkozottan a szó szorosabb értelmében szívesen nevezném chlorchymának, amely a levélgyekekbe való átmenetében természetesen nem más, mint a THOMÆ-tól értelmezett alap-parenchyma (Thomæ id. h. 109. lap). Amit THOMÆ a páfrány-levélgyekek alap-parenchymájának «Russow-féle dendritis-rajzolatára» nézve id. h. elmond, ugyanazt tapasztaltam a Schizæa-levél chlorchymabeli sejtfalazatában, amely természetes állapotában szintelen és cellulozábol való anyagát a chlorzinkjód hatására árulja el. A sejtfalazat elkékülése csakis a chlorzinkjód hosszabb ideig tartó behatására történik meg, amikor is a kezdetben élénken szembeütő dendritisbeli rajzolatok utóbb el is mosódnak; mindezt például a *Sch. Poeppigianá*-ban nyomról-nyomra észleltem, de magyarázatával, THOMÆ-val együtt, adósnak kell maradnom (Tab. IX. fig. 40. d).

Az Elegantes-csoportban a hozzáférhetetlen (mert unicum: PRANTL II. 141. l.) *Sch. pacificans* mellett kétségtelenül a *Sch. elegans* var. *flabellum* és az eddigelé egyetlen helyről ismeretes *Sch. Sprucei* a legtekintélyesebb alak az összes eddig leírt Schizæák sorában. Az előttem ismeretes s részletesen följegyzett termőhelyek sorából, úgy látom, hogy mind a kettő az oceáni levegő közvetlen hatása elől a tropusi erdők árnyékos helyére menekül. Meg is látszik mind a két Schizæán a fentebb tárgyalt Schizæák xerophytikus bélyegeinek teljes hiánya, elannyira, hogy csupán amaz alkattani bélyegek maradnak meg, amelyek a rendszertani alkat-tan szempontjából jellemzők a Schizæára nézve mint nemzetségi (generikus) bélyegek.

Az árnyékba húzódás (ombrophilia) hatása megérzik a *Sch. elegans-flabellum* levéllemezőnek fölötte laza s átlag három sejtsornyi, tehát a levél terjedelméhez képest fölötte vékony, egyöntetű (homogeneous) s a legcsekélyebb mértékben sem differenciálódott chlorchymáján, amelynek stelejét (a levélgyekezre vonatkozottan ugyan, ami lényegileg nem tesz különbséget) PRANTL id. h. ábrázolatilag is részletesen ismerteti (PRANTL II. Tab. IV. fig. 40). A legyezőszerűen elterülő levéllemez villásan osztott

és széles levélsallangjaiban az erezet folytatja a maga villás elágazódását s ehhez mérten alkalmazkodnak a légzőnyílások egyszerű sorozatából alkotott stomatorius léczek, amelyek alapszerkezete, az egy *Sch. rupestris* kivételével, a többiekkel megegyezik. Úgy a levél színe, valamint fonáka felől a prosenchymásan egymásba ékelődő bőrszöveti sejtek fölötté vékony falúak; ezek keresztmetszeti képe (Tab. VIII. fig. 33. e-e) nem is jogsít fel arra, hogy, bár a bőrszövetre szorítózkodtan is, kerületi stereomáról beszélhessünk a *Sch. elegans-flabellum* levelében, tekintve e tág üregű s a chlorenchymával szemben alig differenciálódott bőrszövet kerületileg adott hosszú körvonalát. Nyilván a levél vékony húsa következtében történhetik meg az, hogy a levéllemezek ú. n. bordái (PRANTL II. 141. l. «Costæ subtus prominentes»-t mond) a levél színe felől is kiemelkedhetnek (Tab. VIII. fig. 33. o-o); kizárván a tévedést az a körülmény, hogy a légzőnyílásbeli sorok, amelyek léczei nem oly szembetűnőek, miként a xerophytikus Schizæákban, csupán a levél fonákán fordulnak elő. Hangoztatnom kell, hogy a *Sch. elegans-flabellum* egyáltalán szembe nem tűnő stomatorius léczzeit, főleg az erezet elágazódásánál s a miatt, hogy az erezet fölötti bőrsejtek sem mutatnak különösebb eltérést a velük szomszédos bőrsejtekkel szemben, nem könnyű követni. Mindamellet semmi nehézséget sem okoz annak a megállapítása, hogy a stomatorius léczeknek elágazódás és szám szerinti viszonyai ugyanazok, amint azt a xerophytikus *Sch. bifida* esetében részletesen előadtam (Tab. VIII. fig. 32).

Az Elegantes-csoportban fajilag kétségtelenül kifejezett typusként ismerjük a *Sch. Sprucei*,¹ amelynek SPRUCE 3752. sz. alatt kiadott példányai eddigelé csupán a Cassiquiare torkolata fölött, a Rio-Negro partjairól ismeretesek. Villásan alig osztott lemezének vastagsága s a növény tapintatra való ridegsége eleve elárulja azt, hogy a nagy mértékű elkovásodás mellett chlorenchymában, következésképpen assimilatiós energiájában is a *Sch. Sprucei* vezet az összes Schizæák között (Tab. VIII. fig. 35. c). Fölületén vizsgálva a levél szín- s fonákbeli bőrét, azon-

¹ «A very distinct new species» HOOKER-BAKER, Syn. Filic. 430. l.

kívül, hogy sejtjei a már ismeretes szerkezetű (Tab. V. fig. 5 *k*) kovasavas szemölcsökkel bőven meg vannak rakva, nevezetesebb különbséget a bőrsejtek szerkezetét illetőleg s szemben a *Sch. elegans-flabellummal* nem mutat. Stomatorius lécei s azok diszpozíciója tekintetében is csak ismételném a fentebb elmondottakat.

Ha a *Sch. Sprucei* bőrnemű leveleinek 1—4 cm (ilyen az előttem levő eredeti példány) keskenysége mellett annak jelentékeny (44 cm) hosszúságát tekintjük, bizvást következtethetnénk arra, hogy a mikroszkopikus vizsgálat jelentékeny kerületi stereoma megállapítására vezethet. Éppen ellenkezőleg. A mindvégig merev levél ama végső sallangjából vett keresztmetszeti kép, a hol is a (*Sch. elegans*-éval megegyező) stele az erezet dichotomiája következtében megoszlik, a föltünően vastag s szerkezetében egyöntetű chlorenchymát köröskörül a *Sch. elegans-flabellum*éra emlékeztető s egyszoros bőrszövet határolja, amelyről már a sejtek vékonyfalúságánál fogva sem állíthatnók azt, hogy stereomaszerű mechanikai jelentősége volna a levél szervezetében. S ha mindamellet, mintegy az elmaradó stereomát pótlólag, van valami, ami a növény arányaihoz mért oszlop-, különösen hajlékonysági szilárdságot biztosít, úgy ezt csakis abban lelhetjük fel, hogy az alig elfásodott s az organikus tengely mentén nyult bőrsejtek fölöttébb keskenyek, az általuk alkotott prosenchyma sűrűn mutatja az aránylagosan rövid tagok egymásba ékelődését a teljes elkovással együtt; kiizzításuk után még a légzőnyílások zárósejtjei is szépen megmaradnak, amelyek típusa s a bőr színvonala fölé való emelkedése tekintetében (Tab. IX. fig. 41) a vizsgálat eredménye a xerophytikus *Sch. Poeppigiana*éra emlékeztet (Tab. IX. fig. 40). A rendelkezésemre álló példány mellett van egy 24 cm hosszú s 4 cm-nyi szélességre emelkedő levél, tehát egy ritkaságszámba menő vegetativus tagja a növénynek; ennek a nyele fölötti, vagyis a lemez alapi részéből vett keresztmetszeti kép alapján véve a Tab. VIII. fig. 35 *x*—*x*-ig terjedő szöveti kiválást mutat, csupán azzal a viszonylagos eltéréssel, hogy úgy a levélszín, mint fonák bőrsejtjei peri- és anticlinus falazata erősebben megvastagodott, a falazat részletei tekintetében, chlorzinkjódal való kezelésre,

a *Sch. Poeppigiana* bőr- és zárósejtbeli differenciálódását mutatja (Tab. IX. fig. 40). Főleg a stelek felől a bórszövethez néhány tág üregű s vékony falazatú bőralatti sejt járul, amelyeknek semmi mechanikai jelentőséget sem tulajdoníthatok; úgy vélem, hogy azok víztartó sejtek, amelyekre tudvalevőleg a tropusi növények sokszor reá vannak utalva. A részlegesen jelentkező hypodermának, mint bőralatti víztartó rendszernek annyival inkább meglehet a maga jelentősége, mert az általában függőleges helyzetű, tehát mindkét oldalról megközelítőleg egyformán megvilágított levél mindig vaskos chlorenchymája típusos szivacsparenchyma, melynek egyöntetűségét a levél alapi részében sem zavarja meg semmi; ám assimilatiós működését sem, minthogy csersavnemű anyagok inkább az endodermis sejteit telítik meg. Tény az, hogy még a száraz példányokból vett metszetekben is a chlorenchyma eléggé élénk zöld s benne szinte kirívóan ötlük szemünkbe az endodermis stelet-környező s rőtbarna gyűrűje.

Általában nem szívesen hivatkozom egyedekre vonatkozó számszerű adatokra, de lehetnek esetek, amikor az egyes példányokat illető méretekből is jellemző következtetést vonhatunk a növény mechanikai elemeinek szerepére a növény életében. Így például nem tartom feleslegesnek annak az idézését, hogy gyűjteményemben van a *Sch. elegans*-nak egy guatemalai példánya (Dept. alta Verapaz. Wald bei Cubilquitz, 350 met. — 1906. XI. Coll. H. von TÜRKHEIM Nr. 1122), amelynek általában egy *Helleborus*-éra emlékeztető 12×22 cm nagyságú lemeze 37 cm magasságú s vékony levélnyel tetőpontján ül. A *Sch. Sprucei* ugyancsak gyűjteményemben meglevő eredeti példánya 43 cm magas, lemezének 1 cm-nyi átlagos keskenysége mellett a lemezre abból 26 cm és a nyélre 17 cm esik. A fentebbi fejtegetésekből kitűnik, hogy e tropusi őserdőbeli s neotropikus Schizaeák lemezei stereoma tekintetében, szemben az Óceán közvetlen hatása alatt élő s xerophytikus Schizaeákkal, erős reductiót mutatnak; mesophyllumszerű alap-parenchymájuk (= chlorenchyma) azonban annyival fejlettebb. Tekintve ezt s a fentiekben adott méretbeli viszonyokat, végül is csak természetes következménye az adott helyzetnek, hogy a lemezekben

adott súly s terjedelem elviselésére a levélnyél hivatott, megfelelő kerületi stereoma kifejllesztésével. A levélnyéلبeli stereoma kialakulása s annak két szögeletén végigvonuló stomatorius léczekhez való viszonya tekintetében az Elegantes-csoport nevezett két tagja egymással megegyező állapotot mutat.

A levélnyél hát-hasi oldala felől már erős bőralatti stereomával erősbül az ugyancsak erősen megvastagodott falazatú, szűk üregű s kovasavas kúpocskákkal sűrűn megrakott bőrszövet, amikor is működésében még mindig zavartalan s a bőrszövet színvonala fölé merészen kiemelkedő légzőnyílásokat észlelhetünk, a levéllemez bordái mentén elhuzódó stomatorius léczek kiindulási pontjai gyanánt (Tab. VIII. fig. 37). A levélnyél mélyebben eső zónáiban csupán a kerületi stereoma hirtelen megszakadásai jelzik a levélnyél keresztmetszetében azt a két pontot, ahol megszűnik a stomatorius léczek transpirációs működése (Tab. VIII. fig. 36. $s-s$) s e tekintetben az Elegantes-csoport szóban forgó tagjai és például a származástaniilag velük közvetlen kapcsolatos *Sch. Forsteri* között semmi különbség sines.

A levélnyél alapi részei felé mindjobban megcsappan az alap-parenchyma assimilációs tevékenysége; erre vall egyébként a levélgyekek elbarnulása is. A kerületi stereoma már ott, ahol a functiót vesztett zárósejtek voltaképp e kerületi stereomát stereoma-sejtekként kapcsolják össze, fokozatosan megy át a stelet környező amaz alap-parenchymába, amelynek \pm megvastagodott falú sejtjeit elfásodottnak találtam. Ez az alap-parenchyma csakis a functiót vesztett zárósejtek irányában mutat oly alkattani eltérést, amelyből szóban forgó helyen az alap-parenchymabeli sejtek elnyálkásodására s némileg ama szerepére következtethetnénk, hogy a vizet a levélnyél ama pontjain tartják meg a legszívósabban, ahol az, már a kerületi stereomagyűrű hirtelen elvékonyodása következtében is, könnyebben elpárologhatna (Tab. IX. fig. 39. *v*). A levélnyél alapi részében ez is elmarad és a kerületi stereomában mi sem jelzi többé a stomatorius léczek helyét, amennyiben az erősen megvastagodott bőrszövet tömkelegébe olvadnak bele; a kerületi stereoma immár egyfolytonosságú és \pm egyenlő vastagságú gyűrűként

övedzi a húzási szilárdság tekintetében nagyobb jelentőségre jutott stelet.

Az Elegantes-csoportban az említetteken kívül ismeretes még a *Sch. pacificans* MART. (syn. *Sch. spectabilis* MART.) és a *Sch. fluminensis* STURM; az előbbi csupán két unicumszerű példányban, amelyeknek egyikéről MARTIUS mondja, hogy «tulit anthropophagos TUXANA MIGUEL, princeps Indorum Miranhas, quum servos bello captos e fluvio Pureos adduceret», következésképpen a *Sch. pacificans* ez idő szerint alkattanilag meg sem vizsgálható és csupán PRANTL ama megjegyzéséből, hogy ez a Schizæa a *Sch. elegans-flabellum*hoz hasonló, sejthetjük, hogy úgy a stomatorius léczek, valamint a kerületi stereoma tekintetében aligha mutat lényegesebb eltérést.

Ugyancsak ritkaság a *Sch. fluminensis* is, amelynek egyetlen példányát Róma növénygyűjteményeiben is hiába keressük, jóllehet ott őrzik CESATI és BECCARI jeles tropusi gyűjteményeinek minden anyagát.

Az előadottak után mindamellett nem hallgathatom el ezt a Schizæát, amelyről HOOKER és BAKER azt írják, hogy «talán a *Sch. elegans* redukált fajváltozatának tekintendő».¹ MERS e növényét csupán SPRUCE és HOOKER-BAKER néhány példánya révén ismerjük Brasiliából és Guyanából, amelyek szóban forgó célzattal való megvizsgálását alig leküzdhető nehézségek gátolták. Szólnom kell, ha röviden is, e növénykéről azért, mert a *Sch. fluminensis*nek az Elegantes-csoportba való szorítását úgy lehet, hogy származás-, következésképp rendszertanilag is erőltetettnek kell tartanom; a lehetőleg végrehajtott alkattani vizsgálat eredménye ugyanis egyenesen ráczáfol HOOKER és BAKER fent idézett véleményére.

A *Sch. fluminensis* SPRUCE-féle példánya levelének legfelső tagozatából vett keresztmetszetének képét (Tab. VII. fig. 28) egybevetve a *Sch. elegans-flabellum* keresztmetszeti ábrázolatával (Tab. VIII. fig. 33), már a *Sch. fluminensis* testében PRANTLTól is hangoztatott és tényleg vezető szerepet játszó kerületi stereomá-

¹ HOOKER-BAKER Syn. Fil. 430. l-on. «Perhaps this should be considered a reduced variety of *elegans*.»

nál fogva is («hypodermate angulos costamque subtus occupante» PRANTL II. 140. l.) nyilvánvaló a *Sch. fluminensis* teljes különállása. Az erősen kiemelkedő hasi borda két oldalán ugyan ott találjuk némileg a bőrszín fölé emelkedő légzőnyílásokat, amelyek stomatorius léczekké való egybefűződését azonban, a SPRUCE-féle vizsgálati anyag legnagyobb korlátoltsága miatt, közelebbről csakis a British Guyana «Mount Roraima Expedition (Mazaruni)»-beli példányán észlelhettem; nevezetesen pedig azt, hogy a *Sch. fluminensis* légzőnyílásainak sorozata, még a kovasavas szemölcsökkel megrakott és erősen megvastagodott falú bőrszejtek tekintetében is, lényegében a *Sch. pennuláé*hoz (Tab. V. fig. 3 l) hasonló képet mutat és ha ezt egybevetjük a *Sch. elegans-flabellum* stomatorius léczzeivel (Tab. VIII. fig. 34 s—t), bár az alaptypus ugyanaz, könnyű megállapítanunk azt, hogy a *Sch. fluminensis* szerkezetbeli redukáltságával a stomatorius lécz oly képét látjuk magunk előtt, amely általában a redukált és xerophytikus szerkezetű Schizæákra emlékeztet inkább, semmint a nyilvánvalólag ombrophilus *Sch. elegans*éra.

A SPRUCE-féle példányon megállapíthattam továbbá azt, hogy a levéltető részében, amely alig lemezes s amelynek szélei a *Sch. Biróira* emlékeztető módon (Math. Term. tud. Ért. id. h. fig. 32) be is göngyölödhetnek («Petiolus . . . supra planiusculus . . . margine inflexo» PRANTL II. 104. l.), a kerületi stereoma fejlődése korán megindul és a stereomaszerűleg mihamar kifejlődött bőrszövetet úgy a hasi borda, valamint a lemez szárnyi szögeletei felől is bőralatti stereoma erősíti meg (Tab. VII. fig. 28 a--a). A kerületi stereomának ez a kettős sejtsora a levélnek lemezt vesztő részében, tehát a levél nyelében is megmarad s ama mechanikai elvnek megfelelőleg, amely az ú. n. kigyózva görbülő levéllyéllel (petiolus tortuosus) együtt jár, következképpen a levél nyelének alsó zónájában, már a kerületi stereoma egy vastagságban való kifejlődése következtében is, megszűnik a stomatorius lécz mindkétfelől és ezzel együtt természetesen a levél e részének stomatorius transpirációja is (Tab. IX. fig. 38).

Ez értekezés vizsgálati anyagából kitűnik, hogy megkülönböztetett figyelemmel válogattam össze a Schizæabeli csoportok

főbb fajait nemcsak a földrajzi elterjedés különleges figyelmet érdemlő szempontjai szerint, hanem klimatologiai tekintetben is.

CHRIST, LUERSSENnel együtt, a kontinensen kétségen kívül legjobb ismerője a földkerekség páfrányvilágának, fölöttébb «excentrikusnak» mondja a Schizaeák földrajzi elterjedését és nem ok nélkül hangoztatja e páfránynemzetség különleges sajátosságát az összes páfránynemzetségekkel szemben.

Hogy a klíma és termőhely döntő tényezők a növényi szervezet kialakításában, az élettanilag végzett alkattanai vizsgálatok számos példája kivétel nélkül igazolja.

Ily általános nézőpontok szerint vizsgálgatván a Schizaeák mechanikai és élettanilag az áthasonító rendszertől el sem választható átszellőztető rendszerét, lehetetlen az előadott részletek fonálán észre nem vennünk e rendszerek correlatióját, azaz egymással való kölcsönösségi viszonyát egy és ugyanazon rendszertani alapon, amely úgy alaktanilag (morphologia), valamint alkattanilag (anatomia) igazolt és tisztázott tétele a rendszertannak.

HOLTERMANN¹ írja a tropusi növényvilágról írott egybefoglaló szép művében, hogy mennyire meglepte őt Ceylon és Jáva havasi vegetációjában egy-egy *Primula*, *Ranunculus*, *Viola*, *Tragaria* stb, amelynek képe lépten-nyomon a mi havasi növényzetünk világára emlékezteti a botanikust. Mindenesetre ez a jelenség annyira meglepő, hogy a HUMBOLDT-időktől nevezetes és PITARD-PROUST alapos műve² nyomán florája tekintetében jól ismert Teneriffa például, amely a Jáva-Ceylonbeli hegységeket meghaladó magasságú és közelebb is van Európához — úgymond HOLTERMANN — hasonló jelenségeket nem mutat.

WALLACE nyomán HOLTERMANN is úgy véli, hogy a földkerekség növény-világának közös típusai annak idejében általánosan elterjedtek és csak utóbb — bizonyos földrészek egymástól való elszakadása, szigeteknek, amelyek a kontinenssel azelőtt összefüggésben voltak, flora tekintetében is bizonyos

¹ HOLTERMANN C., In der Tropenwelt, Leipzig. 1912. 137. l.

² PITARD, J. et PROUST, L., Les Iles Canaries, Paris 1908.

önállóságra való vergődésével — szorultak és szorulnak mindinkább háttérbe; következésképp hova-tovább ritkábbak is lesznek, közöttük a távolság pedig sokszor a képzelet világát is meghaladó módon óriási (New-Jersey, Tasmania, Falkland-szigetek, America tropica!).

E WALLACE-féle felfogás nyomán könnyű megértenünk az észak-amerikai New-Jersey kicsi körzetére szoruló *Sch. pusilla* adott sorsát a földkerekség növényvilágában és ezzel szemben azt, hogy az általában ritkaságszámba menő Schizaea-fajok sorában csupán a *Sch. digitata* és a *Sch. dichotoma* a legelterjedtebb és hogy a *Sch. digitata* a paläotropikus vonalon egész Polynesiáig, a «*Sch. dichotoma*» azonkívül a maga *Sch. Poeppigiana* formájában a neotropikus tájakra is átterjed. Ellenben különszakad egymástól az ausztráliai *Sch. bifida* a belőle fakadt délamerikai *Sch. incurvatától*; a paläotropikus *Sch. Biróii*, *Sch. Copelandica*, a *Sch. dichotoma* s az új-caledoniai *Sch. Forsteri* a kizárólagosan neotropikus *Sch. Poeppigianától*; a földrajzi elterjedésében ugyancsak nagyokat ugráló (Tasmania, N.-Zealand, America antarctica, Madagascar, Borneo) *Sch. fistulosa* törzséből fakad a polynesiái *Sch. malaccana* BAK.¹ s a fajváltozatként szereplő antarktikus *Sch. australis* GAUD. (PRANTL II. 136. l.).

Valamennyi Schizaea-faj sorsán megérzik a mindinkább kisebb körzetekre szoruló hatás e nemzetség pusztulása tekintetében is. A tropusok világában az epiphytikus életet élő páfrányok visznek győzedelmes szerepet és ime a Schizaeák valamennyi faja földben gyökeredző; így tehát az őserdő védelmét csakis ama tagjai élvezhetik, amelyek a \pm ombrophilus életmódhoz alkalmazottan megfelelő áthasonító rendszert tudtak fejleszteni az idők folyamán; ilyen a *Sch. Sprucei*, *Sch. elegans*, *Sch. pacificans*. A tropusi őserdőtől nyújtott védelem és a pazar bőkezűséggel adott megélhetési föltételek adják okát egyrészt annak, hogy ezek szervezetében a teljes kifejlődésre jutott homogéneus levélbeli lemezben, a transpirációs léczek

¹ TANSLEY and CHICK: On the structure of *Schizara malaccana*. — Ann. of Botany, Vol. XVII. 1903.

működésének teljes föntartásával, a mechanikai rendszer föltűnően redukálódik.

Ellenben a Schizæák valamennyi többi tagja, amely létért való küzdelmében a *Sch. elegans* fejlődésbeli fokára eljutni nem tudott, sem pedig megküzdeni az epiphytismussal együtt járó követelményekkel; kivétel nélkül mindannyia ki volt téve az idők végtelenségében a fenmaradás sokkalta nehezebb küzdelmének, amit csakis az assimilatiós rendszer csekély fejlettsége, mondhatnók inkább, hogy fejletlensége, végeredményben tehát ama tulajdonságok révén vivhatott meg, amelyek az ú. n. xerophiliával együtt járnak.

A tropusi világ óriási szervezeteivel szemben a minden arányukban elvégre is eltörpülő eme Schizæák alul maradnak a küzdelemben és ahol ma még élnek, fenmaradásukat az éghajlati xerophilia biztosítja inkább, semmint az edaphikus.¹ Az edaphikus xerophilia függ a talaj befolyásától; már pedig a földkerekség oly különböző pontjain egymástól szerte-széllyel szakadt Actinostachys-, Pectinatae-, Bifidæ- és Dichotomæ-beli tárgyaltam Schizæák és hozzá vehetjük az Elegantes-beli (?) *Sch. fluminensist*, nyilvánvalólag igen különböző talajbeli viszonyok közepette élván, a xerophytikus szerkezetet bennük (értem az assimilatiós rendszer megfelelő reductiójával, az assimilatiós szövetekkel szemben rendszerint túltengő mechanikai rendszer \pm erőteljes kifejlődését) elsősorban éghajlati okok idézhették elő. Ez az, amit klimatikus xerophiliának nevezünk.

A talajbeli, vagyis az ú. n. edaphikus tényezők hatása azonkívül eredeti módon nyilatkozik meg a BRITTON és TAYLORTól² mesterien ismertetett *Sch. pusilla*, nemkülönben a *Sch. fistulosa* szervezetében, amelynek Tasmania alpesi vegetációjában való előfordulását jelzi DIELS nyugat-Ausztrália növényvilágáról adott kitünő művében.³

¹ SCHIMPER A. F. W. Pflanzengeographie auf physiologischer Grundlage. Jena, 1898. 5. s. köv. 1.

² Id. h.

³ DIELS I. Die Pflanzenwelt von West-Australien südlich des Wendekreises. In Engler-Drude: Die Vegetation der Erde, Bd. VII. Leipzig, 1906. 30. l. — TANSLEY and CHICK id. h.

Az előbbi oikologiai társai gyanánt említik a *Juncust*, a *Droserát*, az *Utriculariát*, az utóbbi gyanánt a *Carexet* és, ami nevezetes, a mindkettővel közös *Sphagnumot*; ime két oly *Schizæa* részéről, amelyek valóban a földkerekség különböző sarkain fordulnak elő s amelyek egyikén, nevezetesen a *Sch. pusillán* lehetetlen fel nem ismerni az arctikus tájakról New-Foundland felé húzódó jéghegyek hűtő hatását, és ez éghajlatilag végre is azonos hatású a Tasmania alpesi tájain uralkodó éghajlati tényezőkkel, tehát ott, ahol is *Sphagnumok* közepette DIELS a *Sch. fistulosát* tőzegképzőnek mondja és amelynek vérségyszerinti közvetlen leszármazottja az antarktikus *Sch. australis*. Ezek között oikologiailag érdekes kapcsolatot jelent az áthasonító rendszerében szintén erősen redukált, de mechanikai rendszerében hasonló módon megerősített *Sch. Birói*; ezt az apró *Schizæát* BIRÓ LAJOS ugyancsak *Sphagnum*-szerű *Exodyction* párnái közepette fedezte fel Uj-Guinæa közepében, a Seleo nevű corallium-szigeten.¹

A *Schizæák* szervezete az esőben és szárazságban, hidegben és melegben váltakozó időjáráshoz megfelelőleg alkalmazkodik, főleg az által, hogy bár kivétel nélkül stomatorius léczek révén mindannyian az élénk transpiratio bélyegét mutatják, a transpiratióval kapcsolatos áthasonító rendszernek sokszor teljes reductiójával mechanikai rendszerük nyomul előtérbe, a táplálkozásbeli igények legcsekélyebb fokra való leszállításával és a növényi szervezet ú. n. holt sejtjeinek teljes kiépítésével biztosítva az egyed fenmaradását.

A lemezek kifejlődésének arányában természetszerűleg csökken a levélnyelek transpiratiós jelentősége s jut ezzel szemben mind nagyobb jelentőségre a mechanikai rendszer.

Élettani jelentőségében, valamint alaktani típusában a stomatorius léczek még a legállandóbbak a *Schizæák* szervezeteiben, legyen az paläotropikus, avagy neotropikus; akár olyan, amely testvéreitől a legtávolabban szakadt el az arctikus s az antarktikus tájakra, érteve ez alatt az észak-amerikai *Sch.*

¹ Lásd id. *Schizæa*-dolgozatomat, Math. Term.-tud. Értesítő. XXIX. (1911) köt.-ben.

pusillát, a tasmaniai *Sch. fistulosát* és a falklandi *Sch. australist*.¹

Ehhez mérten alkalmazkodik a kerületi stereomában adott mechanikai rendszer és amennyiben az szükségtelen, részben avagy egészben is háttérbe szorulhat, főleg az áthasonításban vezető szereppel bíró lemezes levelek testében (*Sch. rupestris*, *Sch. elegans* stb). A fönmaradásáért vívott küzdelem nehezebb sorsnak teszi ki a *Sch. pusillát* és ime ez apró növényke arányaihoz mérten a kerületi stereomát (Tab. VI. fig. 14) erősebbnek is kell tartanunk, mint a Schizæák legfejlettebb és az őserdők nyújtotta kedvezést élvező típusait tevő *Sch. Sprucei*, avagy *Sch. elegans* egész mechanikai berendezkedését, jöllehet a *Sch. pusillához* mérten ezek óriási alakok s kivétel nélkül élénken transpirálók; e szerint az élénk transpiratio csak fokozhatja a *Sch. pusilla* megélhetési nehézségeit, ép úgy, mint akár a fokföldi *Sch. pectinataét*, avagy a paläotropikus «*Sch. dichotoma*»-két, a Schizæáknak mindig a kerületi stereoma színvonala fölé emelkedő légzőnyilásaival. Ennek ellenében szolgál segítségére, az assimilatiós rendszer kellő reductiójával, a növény szervezetének sokszor túlnyomó részét kitevő mechanikai berendezkedés, főleg a kerületi stereoma részéről.

A kitüzött tétel tárgyát ezzel kimerítettem volna.

Mindamellet, a tudomány-ápolás különleges hazai viszonyaira való tekintettel, engedje meg a tek. Akadémia azt, hogy ez értekezésben megnyilatkozó felfogás igazolására néhány megjegyzéssel ama botanikusainkhoz fordulhassak, akik még mindig úgy vélik, hogy a növényföldrajz nagy kérdései, teszem azt egy GRISEBACH nyomán, tisztán-pusztán floristikai alapon, tehát a külalaktan kizárólagosan alkalmazott segédtudományával volnának megoldhatók, amit rég meghaladott fölfogásnak kell minősítenünk.

Tudjuk jól, hogy LINNÉ idejében a mikroskopiumpal való búvárkodás a legkezdetlegesebb idejét élte; valaminthogy az sem tartozik a rejtett ismeretek közé, hogy LINNÉ Species Plan-

¹ METTENIUS ezt jellemző módon *Sch. fistulosa* var. *minor*-nak is nevezi (Prantl II. 136. 1.).

tarumát követő száz év alatt épült ki a növényi alkattan tudománya, de ugyancsak a tömeges észleletek pusztá leírásával. Így kaptuk meg 1877-ben a HOFMEISTER-féle nagyhirű élettani növénytan harmadik és értékes tartalmánál fogva máig sem elavult kötetét, DE BARY topographiai növényanatómiáját.¹ Talán nem tévedek, ha azt mondom, hogy a csaknem áthidalhatatlannak tetsző és a munka eredményeiben egymást szinte megvető ellentétek akkortájt keletkeztek az ú. n. systematikus és physiologus botanikusok között, amelynek káros hatását a mi kised tudományos irodalmunk mindmáig sinyli. A növényekről való tudomány fejlődéshistoriájában azonban tény az is, hogy volt idő, amikor az ú. n. physiologus a DE BARY stylusában dolgozó tetmézetbuvárban sem látott egyebet, mint mikroskopiummal dolgozó oly «floristát», akinek a munkássága a legjobb esetben egy további lépést jelentett az ismeretbővítés és tudományfejlődés létráján.

Physiologus és anatomus, anatomus és systematikus szerezés kapcsolataát jelentik SCHWENDENER² és HABERLANDT,³ továbbá a RADLKOFERTÓL kezdeményezett módszer nyomán,⁴ SOLEREDER⁵ classicus művei, amiket a «Standard-Work» címén kivétel nélkül nagyra becsülünk; e kutatási módszerek gondolatkörében fejlesztette tovább a növényismeretről való tudományt egy JULIEN VESQUEL és VAN TIEGHEMmel az élén a francia iskola és maradt alul, egyébként bámulatot keltő óriási szorgalmával, egy BAILLON,⁶ mert felfogása ósdi volt.

¹ DE BARY, Vergl. Anatomie d. Veget.-Org. der Phanerogamen u. Farne, Leipzig, 1877.

² SCHWENDENER, S. Das mechanische Princip im anatomischen Bau der Monocotylen mit vergleichenden Ausblicken auf die übrigen Pflanzenklassen. Leipzig, 1874.

³ HABERLANDT, G. Physiologische Pflanzen-Anatomie. Leipzig, Ed. I. 1884. — Ed. IV. 1909.

⁴ RADLKOFER, Über die Methoden in der botan. Systematik. Festrede, gehalten in der Akademie zu München, 1884.

⁵ SOLEREDER H. Systematische Anatomie der Dicotyledonen, Stuttgart. 1899—1908.

⁶ BAILLON, H. Histoire des plantes, Paris. 1866 -- etc. — JACKSON Guide to the Literature of Botany, London 1881. p. 120.

Az angolok részéről eleinte Kew-Garden kicsi «Jodrell-Laboratory»-jával indul meg a fölfogás átalakításának nagy munkája és az angol-amerikai tisztultabb irányzat sietve ülteti át angol nyelvre SOLEREDER ama nagy művét,¹ amelynek értéke GOEBEL «Organographiájánál»² nem kisebb, de amelynek súlyát — és ennek magam valék tanuja egykoron Münchenben — GOEBEL nagy elfogultsága erősen lebecsülte. A szűk-keblűség szomorú áldozatát tanultam megismerni JULIEN VESQUE személyében is, akit ifjkoromban a leggeniálisabb botanikusként üdvözölhettem St. Vincennes-beli kicsi hajlékában, Páris mellett és anélkül, hogy laboratoriuma lett volna. A tudományápolás lehetőségének e sokszor keserű küzdelmében tűnik föl SCHIMPER A. F. W. alakja, akinek ugyancsak tüneményes lángeszét közvetlen tanuként csodálhattam bonni Tuskulánumban és utóbb Basel szépen megalkotott növényteni intézetében, hol professorként, sajnos, hogy rövid ideig működött. STRASBURGERnek az anatómiát a fiziológiától elkülönítő fölfogása nem vett erőt SCHIMPEREN, jóllehet a korán elhunyt SCHIMPER, STRASBURGER nagyhírű bonni iskolájának elsörendű oszlopa volt. És ime, SCHIMPER «Pflanzen-Geographie auf physiologischer Grundlage» című bámulatot keltő művében az elkeseredett küzdelmek nyomán kelt ellentétes kutatási irányok mintha békejobbot nyujtanának egymásnak. És én, e nagy vonásokban megrajzolt tudományfejlődés fonalán, elérkeztem ahhoz a ponthoz, amelyre a közelmúlt idők szomorú tapasztalásai miatt és annak hatása alatt, nyomatékkal kívánnék reámutatni.

Florakutatásaink során a már elavult bűvárlati módszer egyoldalú alkalmazásával szerencsétlenül eljutottunk odáig, hogy egy-egy *Salix*, *Hieracium*, *Rubus* és *Rosa* meghatározása egy-egy ú. n. specialistát kíván meg; de nincs két «speciálista», aki a *Hieraciumot* avagy a *Rubust* egy és ugyanazzal a név-

¹ Systematic Anatomy of the Dicotyledons. A Handbook for Laboratories of pure and applied Botany by H. SOLEREDER. — Translated by L. A. BOODLE and F. E. FRITSCH, revised by D. H. SCOTT. Vol. I, II. Oxford, Clarendon Press, 1908.

² GOEBEL, K. Organographie der Pflanzen, Jena, 1898 1901.

vel jelölné a származástán létráján. Ilyenformán tűnik el a *Rosa canina*, *Thymus Serpyllum* és számos más növény, amelyet floristikailag tegnap még ismertünk és ma elvesztjük, anélkül, hogy az alaktanilag vett szőrszál-hasogatások révén keletkezett s állítólagos ismeretbővítés egyszersmind a honi flora ismeretét is jelentené. Sőt ellenkezőleg.

Igénytelen dolgozatomban (bocsánat a rossz kifejezésért) csupán «ujjmutatással» kívántam élni egy oly tétel fejtegetésével, amely éppenséggel sem mellőzi a physiologia, az anatomia és a korszerű (modern) systematika tanításait.

A földkerekség növénytakarójának fejlődéshistoriájában, a tétel tudományos jelentőségét illetőleg, vezető szerep jut a Schizaeabeli páfrány-nemzetségnek, mert sorsa a földkerekség olyanira különböző pontjain megtanít bennünket a nemzetség tagjainak származástani értékelésére és oly szempontok szerint, amiknek alkalmazását én — nevezetesen az élettani alkattan (physiologiai anatomia) összes buvárlati anyagának érvényesülését a rendszertanban — fölöttébb kívánatosnak tartanám a honi flora buvárlata tekintetében is; de folyvást a földkerekség növényzeti takarójából vont tanulságok néző-szögéből és a növényföldrajznak SCHIMPERTŐL adott amaz alapján, amelynél szerencsésebbet mostanság el sem képzelhetünk.

Ennek az ideje, úgy látom, hogy nálunk is elérkezett.

V. tábla.

Fig. 1. *Schizaea pennula* fiatal levele meddő állapotában némileg kisebbitetten.

Fig. 2. Ugyanannak csúcsi (fig. 1. *a*) részéből k. m. (= keresztmetszet). Vázlatos nagyítással. — *v* hasi oldal, *d* háti oldal, *e* bőrszövet, *h* hypoderma, *m* mesophyllum (chlrenchymabeli alapszövet), *ed* endodermis, *p* parenchymahüvely, *n* edénynyaláb, *s* légzőnyílás (stoma).

Fig. 3. U. a., bőrlévonat fig. 2. *s*-nek megfelelő helyéről. — *l* stomatorius-lécz, *e* bőr-prosenchyma kovasavas (*st*) szemölcsökkel, *z* zárósejtek, *p* kapocs-sejtek (Zwischenzelle PRANTL), CO (= Zeiss : Compens.-Okular) 4 Ap. (= Zeiss Apochromat) Objectiv. 8 mm.

Fig. 4. U. a., termő-levele színéről bőrlévonat.

Fig. 5. *Sch. Pæppigiana* kovasavas szemőlese a bőrsejten. — *c* cuticula, *k* kovasavas szemölcs, *l* közép-lamella, *r* cuticularizált rétegek, *cl* cellulóza belső fali rétege, *ü* sejtüreg.

Fig. 6. *Sch. pennula* fig. 1. *C.* alsó zónájából k. m. — Betűjelzés mint fig. 2-ben. — CO 2. Obj. aa.

Fig. 7. Ugyanaz, fig. 1. *D.* zónájából. — *st* stele, *m* mesophyllum, *s-s* légzőnyílások, *h* stereoma. — CO 2. Obj. aa.

Fig. 8. *Sch. intermedia* levelének közepe tájáról k. m. — Betűjelzés mint fig. 2-ben. — CO 2. Obj. aa.

Fig. 9. *Sch. digitata* levelének közepe tájáról k. m. — Betűjelzés mint fig. 2-ben; *st* stele. — CO 2. Obj. aa.

Fig. 10. Ugyanaz a levélnyélső alsó zónájából, vázlatos k. m. — *v*, *a-a*, *d*, *h* mint fig. 2-ben, — *st* stele, *p* alap-parenchyma. — CO 2. Obj. aa.

Fig. 11. *Sch. intermedia* (Kanala!) levélnyélső legalsó zónájából vázlatos k. m. Betűmagyarázat mint fig. 10-ben.

VI. tábla.

Fig. 12. *Sch. digitata* stomatorius léczének h. m. (= hosszanti metszete). — CO 4. Ap. Obj. 8 mm. Betűjelzés mint Tab. I. fig. 3. — *ü* légüreg, *m* mesophyllum elzsugorodott sejtjei, cytoplasma-maradványokkal.

Fig. 13. *Sch. intermedia* (Kanala) levele fig. 11. *a*-nak megfelelő szögletéből k. m. CO 4. Ap. Obj. 8 mm.

Fig. 14. *Sch. pusilla* meddő levelének felső részéből k. m. CO 4. Obj. 16 mm. — *e* stereoma-bőr, *s-s* légzőnyílások, *u* légudvar, *ed* endodermis, *st* stele, *m* mesophyllum, *k* kovasavas szemölcsbeli csúcsponatok, *d* háti-, *v* hasi oldal.

Fig. 15. *Sch. pusilla* légzőnyílása k. m.-ben. Oc 12. Obj. 4. — *c* cuticula, *k* kovasavas lerakódások, *e* stereomás bőr, *ei* a légzőnyílás eisodiális-, *o* opisthiális nyílása, *z* keményítő szemcsékkel telt zárósejtek, *st* stele.

Fig. 16. *Sch. pusilla* bőr-levonata, meddő levél fonákáról. Oc. 6. Ap. Obj. 8 mm. Betűjelzés fig. 18 szerint.

Fig. 17. *Sch. pectinata* meddő levelének felső részéből vett k. m. CO 4. Obj. aa. — *h* bőralatti stereoma; egyéb betűjelzés miként fig. 14-ben.

Fig. 18. *Sch. rupestris* meddő levele közepe tájáról h. m. CO 4. Ap. Obj. 8 mm. — *k* kapocs-sejtek, *z* zárósejt. *a* mesophyllumszerű alap-parenchyma, *e* levélszín bőre.

VII. tábla.

Fig. 19. *Sch. pectinata* meddő levelének fonákáról vett bőrlevonat, a légzőnyílások megkettőztetett sorozatából alakult stomatorius léczzel. CO 4. Ap. Obj. 16 mm. — *k* kapocs-sejt.

Fig. 20. Ugyanabból s ugyanúgy a levél alapi része felől, kihagyásos stomatorius lécz stereomás alaphálózata, a mélyebb beállítás következtében a légzőnyílások zárósejtjeinek elhagyásával. CO 4. Ap. Obj. 16 mm.

Fig. 21. Ugyanabból, a levél nyélbéli alapi részéből a légzőnyílásbeli tájék k. m.-ben. CO 8. Ap. Obj. 8 mm. — *e* bőr, *h* stereomás hypoderma, *z* zárósejt. *l* légudvar.

Fig. 22. *Sch. rupestris* meddő levelének közepe tájáról k. m.-ben s vázlatosan CO 2. Obj. aa. — *e* bőr, egyéb betűjelzés mint fig. 14-ben.

Fig. 23. Ugyanaz s ugyanabból, a levél alapi része felé vázlatos k. m. CO 2. Obj. aa. — Betűjelzés fig. 14 szerint.

Fig. 24. Ugyanaz s ugyanabból, a levél nyélbéli alapi részéből vett vázlatos k. m. CO 2. Obj. aa. Betűjelzés fig. 14 szerint.

Fig. 25. Ugyanaz s ugyanabból néhány kerületi sejtnyi részlet. CO 2. Ap. Obj. 8 mm. — *e* bőrs sejtek, *a* mesophyllumbeli alap-parenchyma.

Fig. 26. Ugyanaz s ugyanarról bőrlevonat a levél fonákáról mélyebb beállítással. CO 2. Ap. Obj. 16 mm. — *b* bordabeli bőrs sejtek, *e* légzőnyílásokkal kapcsolatos bőrs sejtek, *z* zárósejt, *k* kapocs-sejtek légzőnyílások alatti kapcsolódása.

Fig. 27. Ugyanaz s ugyanabból egy részlet erősebb (CO 4. Ap. Obj. 16 mm) nagyítással s magasabb, a légzőnyílások optikai síkjában való beállítással. — *a* mesophyllumszerű alap-parenchyma; a többi jelzés fig. 26 szerint.

Fig. 28. *Sch. fluminensis* termő levelének felső tagozatából k. m. CO 6. Obj. aa. Vázlatosan. — *v* hasi-, *d* háti oldal, *a-a* a lemez két szögeleti pontja, *e* bőrszövet, *h* bőr-alatti stereoma, *s-s* légzőnyílások, *u* légudvar, *m* mesophyllum, *st* stele.

VIII. tábla.

Fig. 29. *Sch. incurvata* meddő levelének felső tagozatából k. m. CO 4. Obj. aa. — *d* háti barázda, *v* hasi borda, *a-a* levél lemezének szögeletei, *e* bőr-szövet, *h* stereomás bőralatti szövet, *s-s* légző-nyílások,

i légudvar, *m* alap-parenchyma, *ed* endodermis, *p* parenchyma-hüvely, *l* leptoma (plastoma), *r* hadroma (hydroma).

Fig. 30. Ugyanaz, a levél villásan osztott sallangbeli helyéről k. m. vázlatosan. Nagyítás és betűjelzés mint fig. 28-ban; *l* leptoma, *r* hadroma.

Fig. 31. *Sch. bifida* meddő levelének bifurcatiói pontjáról k. m. CO 2. Obj. aa. --- Betűjelzés mint fig. 28 és 30-ban; *p* parenchyma-hüvely.

Fig. 32. Ugyanabból egy villásan osztott levél-sallangbeli darab a fonák felől, vázlatos tájékoztatás. --- *b-b* belső stomatorius léczek, *i-i* szélső stomatorius léczek, *x-x* az a vonal, amelynek k. m.-ében a stomatorius léczek 4-es sorozata mutatkozik, kettős (fig. 30) stelevel.

Fig. 33. *Sch. elegans* v. *flabellum* leveléből k. m.-i részlet, részben vázlatosan. CO 4. Obj. aa. --- *c* chlorenchyma, *k* kovaszemölcsök; egyéb betűjelzés mint fig. 28 és 29-ben.

Fig. 34. Ugyanaz, levélfonákbeli levonat felülről nézve. CO 4. Ap. Obj. 16. mm. --- *st* stomatorius lécz, *e* prosenchymásan nyúlt bőrsejtek, *k* kapocs-sejt.

Fig. 35. *Sch. Sprucei* levelének végső sallangjából vett k. m. CO 2. Obj. aa. - *s-s-s-s* légzőnyílások, *c* chlorchyma (mesophyllum szivacs-parenchymája); egyéb betűjelzés mint fig. 28 és 29-ben.

Fig. 36. Ugyanannak levél nyeléből vett k. m.-i kép. CO 2. Obj. aa. - való nagyítás fele mértékben s változatosan. --- *s-s* funkciójukat vesztett zárósejtek; egyéb betűjelzés mint fig. 28 és 29-ben.

Fig. 37. Ugyanannak levél-nyele felső zónájából vett k. m.-i részlet még működő légzőnyílásokkal (fig. 35. *s*-nek megfelelő helyen) CO 8. Ap. Obj. 8 mm. --- *z* zárósejt, *i* légzőnyílás csuklósejtjei, *l* légudvar, *e* bőrszövet, *h* bórallati stereoma, *a* a légudvarba benyúló s vékonyfalú alap-parenchyma.

IX. tábla.

Fig. 38. *Sch. fluminensis* levélnyelének alsó zónájából k. m. vázlatosan CO 2. Obj. aa.-hoz mérten $\frac{1}{3}$ -dal kisebbítetten. --- *v* hasi-, *d* háti oldal, *e* bőrszövet, *h* bórallati stereoma, *m* mesophyllum, *st* stele.

Fig. 39. *Sch. elegans* levél nyeléből k. m.-i részlet. CO 8. Ap. Obj. 8 mm nagyítással és jódjódalkaliummal való hosszas kezelés után. --- *e* bőrszövet, *t-t* funkciójukat vesztett zárósejtek, *h* bórallati stereoma, *v* alap-parenchyma vizet megtartó (elnyálkásodó?) sejtjei.

Fig. 40. *Sch. Paëppigiana* levelének k. m.-i részlete chlórözinkjódval való kezelés után. CO 8. Ap. Obj. 3 mm. --- *e* bőrszövet, *c* cuticula, *l* bőrszöveti sejtek középső lemeze (Mittel-Lamelle), *cl* cellulózabeli belső fali részlet, *z* zárósejtek, *cr* cuticularizált rétegek, *t* opisthiális nyílás apró sarkantyúi, *ei* eisodialis nyílás, *lu* légudvar, *chl* chlorchyma, *d* chlorchyma falazatának dendritis-erezete (Pringsheim, Jahrb. Vol. XVII. 1886. p. 109).

Fig. 41. *Sch. Sprucei* levél-lemezének fonákbeli k. m.-éből való részlet. CO 8. Ap. Obj. 8 mm. --- *l* légudvar, *i* eisodialis, *o* opisthiális nyílás-

AZ INGÁKKAL VALÓ RELATIV GRAVITATIO- MÉRÉSEK PONTOSSÁGA.

OLTAY KÁROLY-tól.

1. Bevezetés.

Ha két földi hely (állomás) Δg nehézség-gyorsulás differenciáját invariabilis ingával meg akarjuk határozni meg kell mérni mind a két helyen az inga lengési idejét.

Legyen a lengési idő az egyik állomáson t_1 , a másik állomáson pedig t_2 , akkor

$$\Delta g = 2g_1 \frac{t_1 - t_2}{t_1} + 3g_1 \left(\frac{t_1 - t_2}{t_1} \right)^2 + \dots;$$

g_1 -et elegendő közelítően ismerni.

Jelöljük μ_{t_1} -gyel a t_1 lengési idő középhibáját, μ_{t_2} -vel pedig a t_2 lengési idő középhibáját, akkor a Δg gyorsulás-differencia középhibája a következő képletből számítható:

$$\mu_{\Delta g} = 2 \frac{g_1}{t_1} \sqrt{\mu_{t_1}^2 + \mu_{t_2}^2}.$$

Ha tehát ismerni akarjuk az invariabilis ingákkal való nehézséggyorsulás-mérés pontosságát, foglalkozni kell avval, hogy a lengési időt milyen pontossággal tudjuk mérni.

A következőkben tárgyalni fogom a lengésidő-meghatározás hibaforrásait s a hibaforrásokból származó hibák számbeli értékének meghatározására fel fogom használni azokat a relativ gravitatio-méréseket, a melyeket báró EÖRVÖS LORÁND megbízásából geophysical mérései keretében az 1908. év folyamán végeztem.

A lengésidő mérése a következő műveletek elvégzéséből áll:

1. Egy ingaóra segítségével a coincidentia-módszerrel mérjük a t' lengési időt.

2. A coincidentia mérés kezdetén és végén feljegyezzük az inga amplitudóját, az inga hőmérsékletét, a légnyomást és esetleg a légnedvességét.

3. Az észlelés előtt vagy utána (legczélszerűbben előtte is, utána is) megmérjük az együttlengési módszerek valamelyikével az állvány stabilitását.

4. Időmeghatározásokkal levezetjük az inga-óra járását (az óra-másodperc eltérését a csillagidő másodperctől)

A mérési adatokból a 0° -ra, 760 mm légnyomásra, 0 amplitudóra és szilárd alátámasztásra redukált és csillagidőben kifejezett t lengési időt a következő reductióképlettel kapjuk meg:

$$t = t' - c_a a^2 - c_d d - c_\tau \tau - c_g g - m,$$

ahol t' a lengési időnek a coincidentia-időközökből levezetett mérési értéke,

a az ingának az észlelés alatti közepes amplitudója,

d az észlelés alatti közepes relativ légsűrűség, vonatkoztatva 0° Celsius fokú, 760 mm nyomású száraz levegőre mint egy-
ségre,

τ az ingának az észlelés alatti középhőmérséklete,

g a coincidentia megfigyelésére használt ingaóra napi járása,

m az alátámasztás együttlengése miatti correctio.

A c -vel jelölt mennyiségek az inga ú. n. állandói és pedig:

c_a az amplitudó-állandó,

c_d a légsűrűségi " ,

c_τ a hőmérsékleti " ,

c_g az órajárási " .

Ha a lengési időben levő hibát ε -nal jelöljük, ez összetevődik a reductióképletben szereplő mennyiségek hibáiból. Vizsgálva ezen mennyiségek hibáit, azt látjuk, hogy ezek háromfélék lehetnek, és pedig először *állandó hibák*, azaz olyanok, a melyek a lengési időmérés ismétlésekor mindig ugyanazon értékkel szerepelnek, másodsor *szabályos hibák*, melyek a mérések ismétlésekor értéküket bizonyos szabály szerint változtatják, harmadszor

szabálytalan hibák, melyek a mérések ismétlésekor szabálytalanul, a véletlen szeszélye szerint változnak.

A lengésidő mérésekor *állandó* hibát okoznak:

1. Az ingaállandók hibái.
2. Az együttlengés-meghatározás hibája.
3. Az órajárás-meghatározás hibája.
4. Az ingahossz állandó természetű megváltozása.

Az állandó hibák hatását csökkenteni lehet az ingaállandóknak, az együttlengésnek és az órajárásnak többszörös gondos meghatározásával, az órának és az inga anyagának gondos megválasztásával. Az ingahossz állandó megváltozásából származó hibát pedig csökkenteni lehet az által, hogy nemcsak egy, de több (rendesen 4) inga lengési idejét mérjük.

Szabályos hibát hoz létre:

1. Az inga valódi hőmérsékletének tökéletlen meghatározása. A hőmérsékletmérés higanyhőmérőkkel történik, a melyek csak állandó hőmérséklet mellett mutatják az inga hőmérsékletét. Változó hőmérséklet mellett a higanyhőmérő előbb veszi fel a hőmérsékletet, mint az inga s így a *reductio* nem az inga valódi hőmérsékletével történik.

2. Az órajárás időben periodikus változása.
3. Az ingahossz időben periodikus változása.

A szabályos hibáknak a lehetőségig való kiejtése céljából a lengésidő-megfigyeléseket megismételjük, és pedig időben *symmetriás* elrendezéssel. Minden ingát 24 óra alatt kétszer, illetve négyszer észlelünk 12—12, illetve 6—6 óras időközökben. Ezáltal egyrészt a hőmérséklet periodikus változását felhasználva, az inga-hőmérséklet és a higanyhőmérő mutatta hőmérséklet közti különbség hatása csökken, másrészt az órajárásban levő periodikus változás hatása is inkább véletlen jellegű lesz.

Szabálytalan hiba származik a coincidentia-észlelésből, a hőmérő-, barometer-, hygrometer-leolvasásokból, az órajárás és az ingahossz szabálytalan változásaiból.

A szabálytalan hibák hatása gondos munkával és a mérések sokszoros ismétlésével csökkenthető.

A lengési időben levő állandó hibát, illetve egy azt a lehe-

tőségig jellemző értéket, le lehet vezetni, ha az állandó hibát létrehozó tényezőket külön-külön gondos vizsgálat alá vesszük.

A szabályos és szabálytalan hiba kifejezésre jut ama tényben, hogy az ugyanazon állomáson ugyanazon ingák ismételt megfigyelései egymástól eltérő lengési időket eredményeznek. Ugyanazon inga ismételt megfigyeléseiből származott lengési idők közötti eltérésekből ki lehet számítani a szabályos hiba *állandó részét* és az ú. n. *véletlen hibát*, mely áll a szabálytalan hibából, továbbá azokból az értékekből, melyek a szabályos hibából visszamaradnak, ha belőle az állandó részt levonjuk.¹

Ingaméréseimnél olyan relativ ingakészüléket használtam, a melyen közös állványon négy inga lengett, melyek mindegyikének lengési ideje közel 0·5 mp volt. A négy ingát mindig egymásután ugyanazon sorrendben észleltem.² A következőkben egy sorozat alatt a négy inga egymásután való észlelését fogom érteni. Ilyen sorozatot 24 óra alatt négyet, illetve kettőt mértem, az előbbi esetben 6—6 órai, az utóbbi esetben 12—12 órai intervallummal, vagyis a sorozatok eloszlása mindig időben symmetriás volt. Az egyes állomásokon az egyes ingákra nyert redukált lengési idők az alábbi táblázatban vannak összefoglalva; ez a táblázat lesz alapja a későbbi pontossági vizsgálatainknak. Az utolsó négy rovatban levő számok az egyes ingák lengési idejének eltérései a négy inga lengési idejének számtani közepétől.

¹ Lásd dr. BODOLÁ LAJOS. A mérési hibák elmélete.

² Az ingák száma 115, 113, 112, 114 volt, az egyes sorozatokban az ingák észlelése mindig ebben a sorrendben történt.

Datum	Sorozat	Redukált lengési idő					Közép minus			
		115	113	112	114	közép	115	113	112	114
		0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	egység: 10 ⁻⁷ sec.			

Potsdam I

1908 aug.	20.am	I	1440	1612	0893	1605	1338	-102	-274	+645	-267
"	20.pm	II	1444	1612	0689	1603	1337	-107	-275	+648	-266
"	21.am	III	1437	1606	0687	1602	1334	-103	-272	+647	-268
"	21.pm	IV	1437	1613	0692	1611	1338	-99	-275	+646	-273
"	22.am	V	1437	1603	0692	1598	1332	-105	-271	+640	-266
"	22.pm	VI	1438	1618	0701	1612	1342	-96	-276	+641	-270
			1439	1611	0692	1605	1337	102	-274	+645	-268

Budapest I

1908 szept. 19. am		I	2516	2701	1788	2696	2425	91	-276	+637	-271
"	19.pm	II	2525	2708	1794	2682	2427	-98	-281	+633	-255
"	20.am	III	2511	2688	1779	2676	2413	-98	-275	+634	-263
"	20.pm	IV	2512	2693	1791	2690	2422	90	-271	+631	-268
"	21.am	V	2517	2689	1778	2682	2416	-101	-273	+638	-266
"	21.pm	VI	2516	2694	1788	2689	2422	-94	-272	+634	-267
			2516	2696	1786	2686	2421	-95	-275	+635	-265

Pankota

1908 szept. 30. pm		I	2816	2989	2055	2999	2715	-101	-274	+660	-284
okt. 1. am		II	2847	3005	2075	3017	2736	-111	-269	+661	-281
"	1. "	III	2839	3000	2080	3010	2732	-107	-268	+652	-278
"	1. pm	IV	2824	2986	2061	2969	2710	-114	-276	+649	-259
			2832	2995	2068	2999	2723	-108	-272	+655	-276

Világos

1908 okt.	4. pm	I	2781	2952	2061	2967	2690	-91	-262	+629	-287
"	5. am	II	2798	2971	2076	2986	2708	-89	-263	+632	-278
"	5. "	III	2801	2973	2071	2993	2712	-90	-261	+641	-281
"	5. pm	IV	2792	2938	2043	2960	2683	-109	-255	+640	-277
"	5. "	V	2783	2958	2043	2933	2684	-99	-274	+641	-269
			2791	2958	2059	2974	2695	-96	-263	+636	-278

Datum	Sorozat	Redukált lengési idő					Közép mínus				
		115	113	11 ²	114	közép	115	113	112	114	
		0 ^s :502	0 ^s :502	0 ^s :502	0 ^s :502	0 ^s :502	egység: 10 ⁻⁷ sec.				
Livada											
1908 okt.	9.pm	I	2801	2963	2049	2963	2694	-107	-269	+615	-269
«	10.am	II	2793	2962	2055	2964	2694	-99	-268	+639	-270
«	10. «	III	2792	2964	2050	2973	2695	-97	-269	+645	-278
«	10.pm	IV	2807	2980	2066	2982	2709	-98	-271	+643	-273
«	10. «	V	2805	2975	2058	2978	2704	-101	-271	+646	-274
«	11.am	VI	2803	2973	2059	2968	2701	-102	-272	+642	-267
«	11. «	VII	2799	2971	2061	2986	2704	-95	-267	+643	-282
«	11.pm	VIII	2803	2974	2065	2978	2705	-98	-269	+640	-273
«	11. «	IX	2805	2984	2074	2981	2711	94	273	+637	-270
«	12.am	X	2810	2979	2068	2974	2708	-102	-271	+640	-266
«	12. «	XI	2796	2975	2066	2988	2706	-90	-269	+640	-282
«	12.pm	XII	2807	2986	2071	2980	2711	-96	-275	+640	-269
			2802	2974	2062	2976	2703	-98	-270	+642	-273
Kuvin I											
1908 okt.	15.pm	I	2800	2993	2063	2975	2701	99	292	+638	-274
«	16.am	II	2810	2972	2059	2980	2705	-105	-267	+646	-275
«	16. «	III	2800	2972	2052	2966	2697	-103	-275	+645	-269
«	16.pm	IV	2794	2968	2056	2970	2697	-97	-271	+641	-273
			2801	2976	2057	2973	2700	-101	-276	+643	-273
Kuvin II											
1908 okt.	18.pm	I	2791	2965	2043	2966	2691	-100	-274	+648	-275
«	19.am	II	2810	2987	2067	2986	2712	-98	-275	+645	-274
«	19. «	III	2798	2976	2062	2974	2702	-96	-274	+640	-272
«	19.pm	IV	2800	2972	2051	2967	2698	-102	-274	+647	-269
«	19. «	V	2789	2957	2043	2972	2690	-99	-267	+647	-282
«	20.am	VI	2821	3007	2075	2990	2723	-98	-284	+648	-267
			2802	2977	2057	2976	2703	-99	-275	+646	-273
Temes-Hidegkút											
1908 okt.	26.pm	I	2894	3069	2162	3082	2802	-92	-267	+640	-280
«	27.am	II	2902	3075	2160	3082	2805	-97	-270	+645	-277
«	27. «	III	2898	3071	2162	3082	2803	-95	-268	+641	-279
«	27.pm	IV	2904	3082	2166	3083	2809	-95	-273	+643	-274
«	27. «	V	2894	3063	2155	3077	2798	-96	-265	+643	-279
«	28.am	VI	2906	3067	2155	3072	2800	-106	-267	+645	-272
«	28. spm	VII	2890	3062	2158	3070	2795	-95	-267	+637	-275
			2898	3070	2160	3078	2802	-96	-268	+642	-276

Datum	Sorozat	Redukált lengési idő					Közép minus			
		115	113	112	114	közép	115	113	112	114
		0 ^s 502	0 ^s 502	0 ^s 502	0 ^s 502	0 ^s 502	egység: 10 ⁻⁷ sec.			

Arad

1908 nov.	1.pm	I	2842	3014	2108	3018	2746	— 96	—268	+638	—272
"	2.am	II	2840	3012	2102	3018	2743	— 97	—269	+641	—275
"	2.pm	III	2838	3015	2107	3011	2743	— 95	—272	+636	—268
"	2. "	IV	2833	3015	2115	3024	2747	— 86	—268	+632	—277
"	3.am	V	2839	3013	2115	3027	2748	— 91	—265	+633	—279
			2838	3014	2109	3020	2745	— 93	—269	+636	—275

Makó

1908 nov.	12.pm	I	2825	3002	2064	2995	2722	—103	—280	+658	—273
"	13.am	II	2810	2995	2065	2995	2716	— 94	—279	+651	—279
"	13. "	III	2820	3005	2074	2999	2724	— 96	—281	+650	—275
"	13.pm	IV	2822	3003	2080	3000	2726	— 96	—277	+646	—274
			2819	3001	2071	2997	2722	— 97	—279	+651	—275

Szeged

1908 nov.	22.pm	I	2788	2971	2050	2977	2696	— 92	—275	+646	—281
"	23.am	II	2791	2974	2049	2975	2697	— 94	—277	+648	—278
"	23. "	III	2788	2975	2055	2981	2700	— 88	—275	+645	—281
"	23.pm	IV	2790	2977	2050	2977	2698	— 92	—279	+648	—279
"	23. "	V	2801	2979	2049	2977	2702	— 99	—277	+653	—275
"	24.am	VI	2793	2969	2051	2980	2698	— 95	—271	+647	—282
"	24.pm	VII	2808	2983	2055	2982	2708	—100	—275	+653	—274
"	25.am	VIII	2811	2989	2065	2989	2713	— 98	—276	+648	—276
			2796	2977	2053	2980	2702	— 94	—275	+649	—278

Baja

1908 decz.	3.pm	I	2812	2994	2067	3009	2720	— 92	—274	+653	—289
"	4.am	II	2807	3004	2077	2996	2721	— 86	—283	+644	—275
"	4. "	III	2810	2999	2078	3012	2725	— 85	—274	+647	—287
"	4.pm	IV	2816	3000	2070	2998	2721	— 95	—279	+651	—277
			2811	2999	2073	3004	2722	— 89	—277	+649	—282

Datum	Sorozat	Redukált lengési idő					Közép minus			
		115	113	112	114	közép	115	113	112	114
		0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	0 ^h 50 ^m 2	egység: 10 ⁻⁷ sec.			

Szabadka

1508 decz. 9.pm	I	2833	3029	2096	3026	2746	— 87	—273	+650	—280
“ 10.am	II	2818	3019	2092	3021	2738	— 80	—281	+646	—283
“ 10. “	III	2828	3016	2092	3025	2740	— 88	—276	+648	—285
“ 10.pm	IV	2821	3012	2091	3012	2734	— 87	—278	+643	—278
“ 10. “	V	2830	3023	2092	3022	2742	— 88	—281	+650	—280
“ 11.am	VI	2819	3015	2088	3018	2735	— 84	—280	+647	—283
“ 11.pm	VII	2817	3016	2094	3028	2736	— 81	—280	+642	—292
“ 12.am	VIII	2821	3021	2102	3033	2744	— 77	—277	+642	—289
“ 12.pm	IX	2832	3027	2102	3036	2749	— 83	—278	+647	—287
“ 13.am	X	2834	3024	2098	3031	2747	— 87	—277	+649	—284
		2825	3020	2095	3025	2741	— 84	—278	+646	—284

Budapest II

1908 decz. 26.pm	I	2494	2704	1771	2689	2415	— 79	—289	+644	—274
“ 27.am	II	2511	2709	1777	2706	2426	— 85	—283	+649	—280
“ 27. “	III	2509	2703	1776	2686	2419	— 90	—284	+643	—267
“ 27.pm	IV	2498	2703	1779	2698	2419	— 79	—284	+640	—279
“ 27. “	V	2497	2695	1771	2690	2413	— 84	—282	+642	—277
“ 28.am	VI	2506	2697	1771	2690	2416	— 90	—281	+645	—274
“ 28.pm	VII	2506	2701	1771	2688	2416	— 90	—285	+645	—272
“ 29.am	VIII	2510	2705	1774	2689	2419	— 91	—286	+645	—270
“ 29.pm	IX	2517	2711	1783	2700	2428	— 89	—283	+645	—272
“ 30.am	X	2519	2705	1765	2689	2419	—100	—286	+654	—270
“ 30.pm	XI	2504	2709	1782	2695	2422	— 82	—287	+640	—273
“ 31.am	XII	2508	2695	1774	2697	2418	— 90	—277	+644	—279
“ 31.pm	XIII	2495	2698	1771	2690	2414	— 81	—284	+643	—276
1909 jan. 1.am	XIV	2516	2702	1778	2695	2423	— 93	—279	+645	—272
“ 1.pm	XV	2504	2704	1776	2689	2418	— 86	—286	+642	—271
“ 2.am	XVI	2516	2709	1772	2690	2422	— 94	—287	+650	—268
		2507	2703	1774	2693	2419	— 88	—284	+645	—273

Potsdam II

1909 jan. 15.pm	I	1434	1619	0693	1615	1340	— 94	—279	+647	—275
“ 16.am	II	1432	1618	0692	1615	1339	— 93	—279	+647	—276
“ 16.pm	III	1437	1622	0695	1615	1342	— 95	—280	+647	—273
“ 17.am	IV	1437	1623	0694	1613	1342	— 95	—281	+648	—271
		1435	1620	0694	1614	1341	— 94	—279	+647	—274

2. A lengési időben levő állandó hiba meghatározása.

Az állandó hiba értékének levezetése céljából sorra fogjuk vizsgálni azokat a fontosabb tényezőket, melyek állandó hibát eredményezhetnek.

a) *A reductioképletben szereplő állandók hibáinak hatása.*

A reductioképletben szereplő állandók közül az amplitudo állandóit, továbbá az órajárás állandóját mindig meg lehet határozni oly pontossággal, hogy a belőle származó hiba sokkal kisebb, mint azok a hibák, a melyeket a lengési időmérés ezidő szerinti pontossága miatt úgy is el kell tűrni.

A mi a hőmérsékleti állandót illeti, tegyük fel, hogy a benne lévő hiba Δc_τ . Legyen az ingák átlagos (mérési) hőmérséklete a kiinduló állomáson τ_k , a külső (mezei) állomáson pedig τ . Legyen továbbá

$$\Delta\tau = \tau_k - \tau.$$

Világos, hogy a hőmérsékleti állandóban levő Δc_τ hiba a lengési idő-differenciában

$$\Delta c_\tau \Delta\tau$$

hibát fog okozni.

Ha megalkotjuk minden egyes mezei állomásra nézve a $\Delta c_\tau \Delta\tau$ szorzatokat: mondhatjuk, hogy a hőmérsékleti állandó hibájának hatása magára a lengési időre a következő lesz

$$\pm \sqrt{\frac{\sum (\Delta c_\tau \Delta\tau)^2}{2N}},$$

a hol N a külső (mezei) állomások száma.

Egész hasonlóan vezethető le a légsűrüségi állandóban levő hiba hatása is. A fenti képletben $\Delta\tau$ helyébe Δd , azaz a kiinduló állomás és a külső állomások közötti légsűrüségi differencia, Δc_τ helyébe Δc_d , azaz a légsűrüségi állandóban levő hiba irandó be.

Ennélfogva a légsűrűségi állandóban levő hiba hatása a lengési időre a következőképen fejezhető ki:

$$\pm \sqrt{\frac{\sum (\Delta c_d \Delta t)^2}{2N}}$$

A potsdami Geodeziai Intézetben végzett gondos állandó meghatározások az egyes ingák hőmérsékleti és légsűrűségi állandóira a következő értékeket szolgáltatottak:

Inga	Hőmérsékleti állandó C_t	Légsűrűségi állandó C_d
115	48.24×10^{-7} sec ± 0.10	650×10^{-7} sec ± 5.5
112	47.76 ± 0.07	665 ± 2.5
113	46.67 ± 0.13	657 ± 4.9
114	48.12 ± 0.07	666 ± 4.3

A négy inga számtani közepére vonatkoztatott hőmérsékleti állandó középhibája:

$$\pm 0.09 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

ezt tekintjük Δc_t -nek.

A négy inga számtani közepére vonatkoztatott légsűrűségi állandó középhibája:

$$\pm 4.3 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

ez tekinthető Δc_d -nek.

A kiinduló állomás és a mezei állomások közti közép-hőmérséklet, illetve közép légsűrűség-differenciák az alábbi táblázatban vannak összefoglalva.

Nr.	Állomás	$\Delta\tau$	$0.09 \times \Delta\tau$	Δd	$4.3 \times \Delta d$
1.	Budapest I	-6.64	$-0.6^8 \times 10^{-7}$	+0.015	$+0.1^8 \times 10^{-7}$
2.	Pankota	-0.03	0.0	-0.007	0.0
3.	Világos	-1.44	-0.1	+0.004	0.0
4.	Liváda	-1.53	-0.1	-0.003	0.0
5.	Kuvin I	-2.19	-0.2	+0.007	0.0
6.	Kuvin II	+3.67	+0.3	-0.016	+0.1
7.	Temes-Hidegkút	+1.84	+0.2	-0.017	+0.1
8.	Arad	-0.04	0.0	-0.006	0.0
9.	Makó	+1.41	+0.1	-0.015	+0.1
10.	Szeged	+5.10	+0.5	-0.017	+0.1
11.	Baja	+3.45	+0.3	-0.020	-0.1
12.	Szabadka	+7.98	+0.7	-0.023	-0.1
13.	Budapest II	-3.64	-0.3	+0.006	0.0

A táblázat adatai szerint

$$\sum (0.09 \Delta\tau)^2 = 1.48$$

és

$$\sum (4.3 \times \Delta d)^2 = 0.07.$$

Ennélfogva a hőmérsékleti és a légsűrűségi állandók hibáiból származó hatás a lengésidőre nézve

$$\pm 0.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

-ot tesz ki méréseimben.

b) *Az órajárás meghatározás hibájának hatása.*

Az órajárást a mezeli állomásokon rendszeren egy univerzál műszerrel vagy passage műszerrel való időmeghatározásokból vezetjük le. Időmeghatározásokat 1--5 napi időközökben szokás végezni. Az órajárás levezetésekor tekintetbe kell venni a változó légnyomásnak hatását is, a mely czélből rendszeren regisztráló barometeren észleljük a légnyomást.

Ha Δg -vel jelöljük az órajárásban levő hibát, akkor ennek hatása a lengési időre

$$c_g \Delta g$$

lesz.

Az alábbi táblázatban össze vannak állítva az órajárások középhibái minden egyes állomásra nézve.

F. sz.	Állomás	Az órajárás középhibája	$Cg \Delta g$
1.	Potsdam I	± 0.022 sec	$\pm 1.3 \times 10^{-7}$ sec
2.	Budapest I	0.048	2.8
3.	Pankota	0.032	1.9
4.	Világos	0.029	1.7
5.	Kuvin I	0.025	1.5
6.	Kuvin II	0.026	1.5
7.	Liváda	0.014	0.8
8.	Temes-Hidegkút	0.024	1.4
9.	Arad	0.024	1.4
10.	Makó	0.035	2.0
11.	Szeged	0.007	0.4
12.	Baja	0.024	1.4
13.	Szabadka	0.015	0.9
14.	Budapest II	0.001	0.1
15.	Potsdam II	0.022	1.3

A fenti adatok szerint méréseimben az órajárás hatása a lengési időre

$$\pm 1.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

-ra tehető.

c) *Az együttlengés-meghatározás hibájának hatása.*

Méréseimben az alátámasztás együttlengését az egymással szemben lévő ingák felhasználásával dinamikus módszerrel határoztam meg. A meghatározás középhibája a 15 állomáson végzett meghatározások középhibáiból levezetve

$$\pm 0.6 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Ez az érték fejezi ki az együttlengési hiba hatását a lengési időre.

4. Az ingahossz állandó megváltozásából származó hiba hatása.

Az ingák hosszának a mérési idő alatti változatlansága az alapja a relativ ingaméréseknek. A tapasztalat szerint e feltétel nagyon ritkán van teljes szigorúsággal kielégítve; hosszabb időtartamú észleléseknél mindig ki lehetünk téve kisebb-nagyobb hosszváltozásoknak, a melyek nem annyira az ingák kezelésére, mint inkább azok constructiójára és anyagára vezethetők vissza.

Az ingák hosszának a mérés alatt bekövetkező véletlen természetű változásai, melyek kifejezésre jutnak a mérések ismétlésekor mutatkozó eltérésekben, éppen véletlen jellegüknél fogva a négy inga számtani közepéből a lehetőségig kiesnek. Sokkal fontosabbak az állandó jellegű hosszváltozások, melyek esetleg olyan lényegesek lehetnek, hogy egyes ingákat a végeredmény levezetésekor ki kell zárni. Az állandó jellegű hosszváltozásokra következtetést lehet vonni a kiinduló állomáson végzett két mérés eredményéből, a melyek időben közrefogják a többi állomáson végzett méréseket.

A potsdami kapcsoló méréseknél a lengési idők a következők:

Állomás	Inga				Közép
	115	113	112	114	
Potsdam I ...	0 ^s .501 1439	0 ^s .501 1611	0 ^s .501 0692	0 ^s .501 1605	0 ^s .501 1337
Potsdam II ...	1435	1620	0694	1614	1341
II—I	— 4	+ 9	+ 2	+ 9	+ 4

A mennyiben ezek a különbségek reális hosszváltozásoknak tekinthetők, az ingák számtani közepében a hosszváltozásból eredő hatást

$$\pm 2.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

értékűnek vehetjük.

Ez az érték azonban csak akkor vehető a hosszváltozásból eredő hatás helyes mértékének, ha a hosszváltozás a két kap-

csoló mérés közt eltelő idő tartama alatt egyenletesen következett be, azaz systematikus változások nem voltak. Ez a feltevés nem engedhető meg mindig, így a mi esetünkben is, bár a hosszváltozások csak csekélyek, bizonyos systematikusság nyomait mutatják, a mint az az alábbiakból világosan ki fog tűnni.

Redukáljunk minden mért lengési időt egy közös g_0 nehézséggyorsulásra, a mit elérünk azáltal, ha minden lengési időt

$\sqrt{\frac{g}{g_0}}$ tényezővel szorzunk, a hol g jelenti az illető állomás nehézséggyorsulását. Foglaljuk össze számtani közepekké állomásonként az egyes ingák ilyen módon is redukált lengési idejét. Világos, hogy hibátlan mérés és teljesen invariabilis ingák esetében minden állomáson az egyes ingák lengési idejének ugyanannak kell lennie. A mennyiben tehát eltéréseket kapunk, ezek az eltérések egyrészt az elkerülhetetlen szabálytalan mérési hibákra, másrészt a hőmérsékleti állandóban levő hibára és végül az ingák hosszbeli megváltozásaira vezethetők vissza. A mint láttuk, a hőmérsékleti állandót eléggé érzékenyen tudjuk meghatározni, tehát a különbségek főleg a szabálytalan hibákból (precízebben a véletlen hibákból) és az ingák hosszváltozásából származnak.

Megjegyzem, hogy a $\sqrt{\frac{g}{g_0}}$ érték igen közel áll az egységhez, ha g_0 -nak az állomások nehézséggyorsulásainak középértékét vesszük. Például a mi méréseinkben ezt a faktort egynek véve, az ezáltal elkövetett legnagyobb hiba 0.1×10^{-7} sec rendű.

Az ingák relatív megváltozásának tanulmányozására tehát célszerűen az egyes ingák elterését a középíngától fogjuk felhasználni, azon értékeket, melyek a főtáblázatunkban méréseinkre már össze vannak állítva.

Nr.	Állomás	n	Közép minus			
			115	113	112	114
1.	Potsdam I	6	-102	-274	+645	-268
2.	Budapest I	6	- 95	-275	+635	-265
3.	Liváda	12	- 98	-270	+642	-273
4.	Kuvin I	4	-100	-276	+643	-273
5.	Kuvin II	6	- 99	-275	+646	-273
6.	Temes-Hidegkút	7	- 96	-268	+642	-276
7.	Arad	5	93	-269	+636	-275
8.	Makó	4	- 97	-279	+651	-275
9.	Szeged	8	- 94	-275	+649	-278
10.	Baja	4	- 89	-277	+649	282
11.	Szabadka	10	- 84	-278	+646	-284
12.	Budapest II	16	88	-284	+645	-273
13.	Potsdam II	4	- 94	-279	+647	-274
Közép			- 95	-275	+644	+275

A középértékekből való λ eltéréseket az alábbi táblázat szolgáltatja:

Nr.	Állomás	$\frac{1}{n}$	λ_{115}	λ_{113}	λ_{112}	λ_{114}	$[\lambda]$
1.	Potsdam I.	0.17	- 7	+ 1	- 1	+ 7	100
2.	Budapest I	0.17	0	0	+9	+10	182
3.	Liváda	0.08	- 3	+5	+2	+ 2	42
4.	Kuvin I	0.25	- 5	-1	+1	+ 2	31
5.	Kuvin II	0.17	- 4	0	-2	+ 2	24
6.	Temes-Hidegkút	0.14	- 1	+7	+2	- 1	55
7.	Arad	0.20	+ 2	+6	+8	0	104
8.	Makó	0.25	- 2	-4	- 7	0	69
9.	Szeged	0.12	+ 1	0	-5	- 3	35
10.	Baja	0.25	+ 6	-2	-5	- 7	114
11.	Szabadka	0.10	+11	-3	-2	- 9	227
12.	Budapest II	0.06	+ 7	-9	-1	+ 2	133
13.	Potsdam II	0.25	+ 1	-4	-3	+ 1	27
Összeg		2.21					1142

A λ értékek már így is bizonyos systematikusságot mutatnak, mely még szembetűnőbb, ha 3-3 szomszédos értéket számtani középpé vonunk össze, miáltal a véletlen változásokat kiküszöbölve, a szabályos változást erősebben kidomborítjuk.

Nr.	Állomás	λ'_{115}	λ'_{113}	λ'_{112}	λ'_{114}
1.	Potsdam I	-7	+1	-1	+7
2.	Budapest I	-3	+2	+3	+6
3.	Liváda	-3	+1	+4	+5
4.	Kuvin I	-4	+1	0	+2
5.	Kuvin II	-3	+2	0	+1
6.	Temes Hidegkút	-1	+4	+3	0
7.	Arad	0	+3	+1	0
8.	Makó	0	+1	-1	-1
9.	Szeged	+2	-2	-6	-3
10.	Baja	+6	-2	-4	-6
11.	Szabadka	+8	-5	-3	-5
12.	Budapest II	+6	-6	-2	-2
13.	Potsdam II	+1	-4	-3	+1

Az előjeleknek s bizonyos mértékben az abszolút értékeknek szabályossága erősen érezhető.

Ha az ABBÉ-féle criteriumot a HELMERT által módosított alakjában¹ a λ -ra alkalmazzuk, az is bizonyítja a hosszváltozásoknak időbeli systematikusságát.

Alkossuk meg az A^* és B^* mennyiségeket

$$A^* = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \dots + \lambda_n^2 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_n^2}{2} = 1079$$

$$B^* = (\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (\lambda_2 - \lambda_3)^2 + \dots + (\lambda_{n-1} - \lambda_n)^2 = 1191.$$

Ebből

$$A^* - \frac{B^*}{2} = 483.$$

Mivel

$$\mu^2 = \frac{[\lambda\lambda]}{n} = \frac{1142}{52} = 22.$$

Tehát az $A^* - \frac{B^*}{2}$ -nek, ha tisztán véletlen hibák volnának, csupán

$$\mu \sqrt{51} = 157$$

¹ HELMERT: Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Zweite Auflage. Seite 343.

értékkel kellene birnia. A valóságban azonban értéke 483, tehát több, mint háromszorosa annak, a mit csak véletlen hibák mellett felvenne.

A relativ hosszváltozásban nyilvánuló systematikusság miatt a kiinduló állomáson nyert két lengési idő közti eltérés a mi esetünkben nem helyes mértéke a hosszváltozás hatásának.

Ha tehát a két kapcsoló mérés között eléggé tetemes idő van, akkor a hosszváltozás hatásának mérlegelésekor a vizsgálatot mindig ki kell terjeszteni a hosszváltozás esetleges időbeli systematikus voltára.

A relativ hosszváltozás okozta systematikus hibának egy megbízható közepes értékét a fenti λ értékek felhasználásával azon a módon fogunk levezetni, melyet BORRASS professzor¹ követett.

Ha egy ingának állomásról-állomásra bekövetkező relativ hőváltozásainak a lengési időre gyakorolt hatásának közepes értékét x -szel jelöljük, akkor ez az x a következő képletből számítható ki:

$$3\mu^2 \frac{r-1}{r} \left[\frac{1}{n} \right] + 3(r-1)x^2 = [\lambda\lambda],$$

a hol $\mu = \frac{[\lambda\lambda]}{n}$, r jelenti az állomások számát, n pedig a mért sorozatok számát.

Az adatokat helyettesítve kapjuk

$$x^2 = 28.0 \quad x = \pm 5.3 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Tehát a négy inga számtani közepében a relativ hosszváltozás okozta bizonytalanság közepes értéke.

$$\frac{x^2}{4} = 7.0 \cdot \frac{x}{2} = \pm 2.6 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Ennélfogva az állomásról állomásra való relativ változásokat véve tekintetbe, a hosszváltozásból származó bizonytalanságra nagyobb értéket kapunk, mint a mekkora a csatlakozó mérések

¹ E. BORRASS: Relative Bestimmungen der Schwerkraft . . . Veröffentlichungen des kön. preussischen Geodesischen Institutes. Neu Folge 23 Seite 59-62.

eltéréseiből sejthető volt. Ez a hosszváltozás systematikus voltára vezethető vissza.

Ingaméréseink pontosságának vizsgálatakor ez utóbbi értéket fogjuk szem előtt tartani, azaz az ingahossz változásának hatását középértékben

$$\pm 2.6 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

értékűnek tekintjük a négy inga számtani közepében.

Összefoglalva az eddigieket, a négy inga számtani közepében levő állandó hiba

$$a = \sqrt{0.3^2 + 0.6^2 + 1.3^2 + 2.6^2} = \pm 3.0 \times 10^{-7} \text{ sec},$$

vagyis egyetlenegy ingát észlelve, a lengési időben levő állandó hiba értéke:

$$a' = \sqrt{0.3^2 + 0.6^2 + 1.3^2 + 5.3^2} = \pm 5.5 \times 10^{-7} \text{ sec}.$$

Az állandó hiba alkotói közül a legnagyobb az órajárásbó és az állandó hosszváltozásból ered. *A mennyiben a relatív ingamérés pontosságát fokozni akarjuk, jó órát és jó anyagból gondosan készült ingákat kell használni, továbbá kiváló gondot kell fordítani az időmegtározásokra, mint a melyekből az órajárást levezetjük. Szállítás közben az ingákat a legnagyobb gondal kell kezelni.*

3. A szabályos hiba állandó részének és a középvéletlen hibáinak meghatározása.

A szabályos és szabálytalan hiba kifejezésre jut azon tényben, hogy ugyanazon ingának ismételt észlelése egymástól különböző lengési időket ad eredményül. Jelöljük a lengési időben levő szabályos és szabálytalan hiba összegét ε' -vel

$$\varepsilon' = \varepsilon \text{ szabályos} + \varepsilon \text{ szabálytalan}.$$

Világos, hogy az ε' középértéke nem lesz 0; az lenne, ha az ε' tisztán szabálytalan hibából állana. Legyen β az ε' hiba középértéke, akkor az ε' így is írható

$$\varepsilon' = \beta + \{ \varepsilon \text{ szabályos} - \beta + \varepsilon \text{ szabálytalan} \};$$

a zárjelben álló kifejezés, mely a szabálytalan hibából, továbbá a szabályos hiba azon részéből tevődik össze, mely belőle visszamarad, ha középvértékét levonjuk, nevezetetik *véletlen hibának*. Ha ezt ε_v -vel jelöljük, akkor

$$\varepsilon' = \beta + \varepsilon_v$$

Jelöljük továbbá az ε' hibák négyzeteinek középvértékét μ'^2 -vel, az ε_v hibák négyzetösszegeit pedig μ_v^2 -val:

$$\mu'^2 = \beta^2 + \mu_v^2,$$

a hol a β , valamint a μ_v egy inga egyszeri észleléséből származó mérési eredményre vonatkozik.

Ha nemcsak egy ingát, de többet mérünk, és pedig a mérést a már vázolt módon úgy rendezzük be, hogy az ingákat egymás után észleljük s az így nyert sorozatokat megismételjük, akkor módunkban van mind a μ -ra, mind a μ_v -re egy-egy értéket levezetni. Tegyük fel — ez a rendes eset —, hogy négy ingát észlelünk, az ingák jelei legyenek α , β , γ , δ . Tegyük fel továbbá, hogy minden ingát n -szer mérünk, azaz n sorozatot észlelünk. Ekkor a mérés sémája — t betűvel jelölve a lengési időt — a következő.

Inga					
α	β	γ	δ	közép	
$t_{\alpha,1}$	$t_{\beta,1}$	$t_{\gamma,1}$	$t_{\delta,1}$	$t_{k,1}$	
$t_{\alpha,2}$	$t_{\beta,2}$	$t_{\gamma,2}$	$t_{\delta,2}$	$t_{k,2}$	
"	"	"	"	"	
"	"	"	"	"	
"	"	"	"	"	
$t_{\alpha,n}$	$t_{\beta,n}$	$t_{\gamma,n}$	$t_{\delta,n}$	$t_{k,n}$	
Közép	t_α	t_β	t_γ	t_δ	t_k

Vegyünk egy ingát, pl. az α -t szemügyre. t_α az ingára nyert lengési idők számtani közepe, azaz az α inga lengési idejének legmegbízhatóbb értéke. Képezzük a

$$\lambda_i = t_\alpha - t_{\alpha,i}$$

különbségeket, ez jelenti a $t_{\alpha, i}$ lengési időnek legmegbízhatóbb javítását. A λ_i javításokból le lehet vezetni az egy lengés időmérés középhibáját, és pedig ez lesz

$$\frac{\sum \lambda^2}{n-1}.$$

Mivel az egyes lengési idők a szabályos hiba középértékét, továbbá a véletlen hibát tartalmazzák, a számtani közepük pedig az inga lengési idejének legmegbízhatóbb értéke, tehát

$$\frac{\sum \lambda^2}{n-1} = \beta^2 + \mu_v^2.$$

Tehát már egy inga ismételt méréséből lehet levezetni a $\beta^2 + \mu_v^2$ értéket. Ezt az értéket még pontosabban kapjuk meg, ha minden ingára, minden állomáson kiszámítjuk a λ különbségeket és ezekből a $[\lambda\lambda]$ négyzetösszeget, ahol a sarkos zárójel összegezést jelent. Legyen r az állomások száma, akkor az összes méréseket felhasználva

$$\beta^2 + \mu_v^2 = \frac{[\lambda\lambda]}{4([n]-r)}. \quad \text{I.}$$

Végezzük el ugyanezt a négy inga számtani közepére is. Alkossuk meg a

$$\lambda'_i = t_k - t_k,$$

különbségeket, a melyek az egyes középíngák legmegbízhatóbb javításait jelentik. Alkossuk meg az így nyert λ' értékek négyzeteinek összegét $\sum \lambda'^2$ -t. Ebből is le lehet vezetni egy középhibát,

$$\frac{\sum \lambda'^2}{n-1}$$

a mely vonatkozik egy középínga lengési idejére.

Mivel a középínga négy inga számtani közepében van előállítva, tehát a fenti középhiba $\left(\beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4}\right)$ -gyel lesz egyenlő. Ha az összes állomásokra képezzük a λ' quadrátjainak összegét és azt $[\lambda'\lambda']$ -vel jelöljük, akkor

$$\beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4} = \frac{[\lambda'\lambda']}{[n]-r}. \quad \text{II.}$$

Az I. és II. egyenlet egybevetésével úgy a β , mint a μ_v kiszámítható.

Számítási kontrollul még egy további egyenletet is levezethetünk.

Képezzük minden állomáson az egyes ingák és a közép- inga lengési idejeinek különbségét s az így nyert értékeknek minden ingára nézve alkossuk meg a számtani közepét. Képezhetjük már most ezen differenciáknak eltérését számtani közepüktől, a mely eltéréseket jelöljük λ'' -vel.

$$\lambda''_{\alpha, i} = d_{\alpha} - d_{\alpha, i}$$

ha d -vel jelöljük az egyes ingák eltérését a megfelelő közép- ingától.

Ezekből a λ'' -ből levezethető az egyes differenciák közép- hibája, a mi

$$\frac{[\lambda''\lambda'']}{n-1}.$$

Ezek a differenciák csupán a véletlen hibát tartalmazzák, ha tehát tekintetbe vesszük a differenciák képzési módját,¹ levezethető, hogy

¹ Jelöljük $d_{\alpha, i}$ -vel az α ingára vonatkozó differenciát az i sorozatban

$$d_{\alpha, i} = \frac{t_{\alpha, i} + t_{\beta, i} + t_{\gamma, i} + t_{\delta, i}}{4} - t_{\alpha, i}$$

Jelöljük μ_v -vel az egyes t értékek középhibáit, tovább μ_d -vel a d differencia középhibáját. Mivel a d függvénye a t értékeknek, tehát a függvényérték középhibája tétele alapján

$$\mu_d^2 = \frac{1}{16} (\mu_v^2 + \mu_v^2 + \mu_v^2 + 9\mu_v^2) = \frac{12}{16} \mu_v^2 = \frac{3}{4} \mu_v^2.$$

Ennélfogva, ha egy ingára képezzük a $\frac{[\lambda''\lambda'']}{n-1}$ értéket, az a μ_d -t fogja megadni

$$\mu_v^2 = \frac{[\lambda''\lambda'']}{3(n-r)}, \quad \text{III.}$$

a hol az összegezés ismét az összes állomások összes ingáira terjesztendő ki.

A III. egyenlet matematikai tartalma benne van az I. és II. egyenletben, ugyanis ha tekintetbe vesszük, hogy

$$\lambda'' = \lambda - \lambda',$$

akkor a III. egyenlet az I. és II.-ből levezethető.

Minden állomáson négy ingát mérünk, n -szer ismételve minden sorozatot. A végeredmény levezetésére a középínga állomási értékét használjuk fel, a melyet úgy kapunk, hogy minden sorozatban képezzük a négy inga lengési idejének számtani közepe (középínga) s ezek számtani közepe lesz az ú. n. állomási érték. Jelöljük a középínga állomási értékében a közép véletlen hibát m_v -vel, a szabályos hiba középértékét pedig m_s -val. Világos, hogy

$$m_s^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

és

$$m_v^2 = \frac{\mu_v^2}{4n}.$$

Lássuk a fentiek alkalmazását méréseimre. Képezzük mindenké előtt minden állomásra a λ , λ' és λ'' értékeket. Ezek az alábbi táblázatban vannak összeállítva:

$$\frac{3}{4} \mu_v^2 = \frac{[\lambda''\lambda'']}{n-1}.$$

Ha tehát mind a négy ingára az összes állomásokon megalkotjuk a $[\lambda''\lambda'']$ négyzetösszeget, akkor

$$\frac{\lambda''\lambda''}{(n-r)} = 3\mu_v^2.$$

Folyó szám	Állomás	Soro- zat	λ				λ'	λ''			
			115	113	112	114	Kö- zép	115	113	112	114
egység: 10 ⁻⁷ sec											
1	Potsdam I.	I	-1	-1	-1	0	-1	0	0	0	+1
		II	-5	-1	+3	+2	0	-5	-1	-3	+2
		III	+2	+5	+5	+3	+3	-1	+2	-2	0
		IV	+2	-2	0	-6	-1	+3	-1	-1	-5
		V	+2	+8	0	+7	+5	-3	+3	+5	+2
		VI	+1	-7	-9	-7	-5	+6	-2	+4	-2
2	Budapest I.	I	0	-5	-2	-10	-4	+4	1	-2	-6
		II	-9	-12	-8	+4	-6	-3	-6	+2	+10
		III	+5	+8	+7	+10	+8	-3	0	+1	+2
		IV	+4	+3	-5	-4	-1	+5	+4	+4	-3
		V	-1	+7	+8	+4	+5	-6	+2	-3	-1
		VI	0	+2	-2	-3	-1	+1	+3	+1	-2
3	Pankota	I	-16	+6	+13	0	+8	+7	-2	-2	-8
		II	-15	-10	-7	-18	-13	-3	+3	-3	-5
		III	-7	-5	-12	-11	-9	+1	+4	+6	-2
		IV	+8	+9	+7	+30	+13	-6	-4	-1	+17
4	Világos	I	+10	+6	-2	+7	+5	+5	+1	+7	-9
		II	-7	-13	-17	-12	-13	+7	0	+4	0
		III	-10	-15	-12	-19	-17	-13	+2	-5	-3
		IV	-1	+20	+16	+14	+12	-3	+8	-4	+1
		V	+8	0	+16	+21	+11	+6	-11	-5	+9
5	Liváda	I	+1	+11	+13	+13	+9	-8	+1	-3	+4
		II	+9	+12	+7	-12	+9	0	+2	+3	+3
		III	+10	+10	+12	+3	+8	+1	+1	-3	-5
		IV	-5	-6	-4	-12	-6	+1	-1	-1	0
		V	-3	-1	+4	-2	-1	-3	-1	-4	-1
		VI	-1	+1	+3	+8	+2	-4	-2	0	+6
		VII	+3	+3	1	-10	1	+3	+3	-1	+9
		VIII	-1	0	-3	-2	-2	-1	0	+3	+2
		IX	-3	-10	-12	-5	-8	+5	-3	+5	+3
		X	-8	-5	-6	+2	-5	-4	-1	+2	+7
		XI	+8	-1	-4	-12	-3	+8	+1	+2	-9
		XII	-5	-12	-9	-4	-8	+2	-5	+2	+4
6	Kúvin I.	I	+1	-17	-6	-2	-1	+2	16	+5	-1
		II	-9	+4	-2	-7	-5	-4	+9	-3	-2
		III	+1	+4	+5	+7	+3	-2	+1	-2	+4
		IV	+7	+8	+1	+3	+3	+4	+5	+2	0
7	Kúvin II.	I	+10	+12	+14	+10	+12	-1	+1	-2	-2
		II	9	-10	-10	-10	-9	+1	0	0	-1
		III	+3	+1	-5	+2	+1	+3	+1	+6	+1
		IV	+1	+5	+6	+9	+6	-4	0	0	+3
		V	+12	+20	+14	+4	+13	0	+8	-1	-9
		VI	-20	-30	-18	-14	20	+1	-9	-2	+6
8	Temes-Hidegkút	I	+4	+1	-2	-4	0	+5	+1	+2	-3
		II	4	5	0	-4	3	0	2	3	0
		III	0	-1	-2	-4	1	+2	0	+1	-2
		IV	6	-12	-6	-5	-7	+2	-5	-1	+3
		V	+4	+7	+5	+1	+4	+1	+3	-1	-2
		VI	-8	+3	+5	+6	+2	-9	+1	-3	+5
		VII	+8	+8	+2	+8	+7	+2	+1	+5	+2

Folyó szám	Állomás	Soro- zat	λ				λ' Kö- zép	λ''					
			115	113	112	114		115	113	112	114		
			egység: 10^{-7} sec										
9	Arad	I	-4	0	+1	+2	-1	-3	0	-2	+2		
		II	-2	+2	+7	+2	+2	-4	1	-5	-1		
		III	0	-1	+2	+9	+2	-2	-4	0	+6		
		IV	+5	-1	-6	-4	-2	+7	0	+4	-3		
		V	1	+1	-6	-7	3	+2	+3	+3	-5		
10	Makó	I	-6	-1	+7	+2	0	-6	-1	-7	+2		
		II	+9	+6	+6	+2	+6	+3	0	0	-4		
		III	-1	-4	-4	-2	-2	+1	-2	+1	0		
		IV	-3	-2	-9	-3	-4	+1	+2	+5	+1		
11	Szeged	I	+8	+6	+3	+3	+6	+2	0	+2	-2		
		II	+5	+3	+4	+5	+5	0	2	0	+1		
		III	+8	+2	-2	-1	+2	+6	0	+3	-2		
		IV	+6	0	+3	+3	+4	0	+4	+2	-2		
		V	5	-2	+4	+3	0	-5	-2	+5	+4		
		VI	+3	+8	+2	0	+4	-1	+4	+1	-3		
		VII	12	-6	-2	-2	6	+6	0	-4	+4		
		VIII	15	-12	-12	-9	11	-1	-8	-3	+6		
12	Baja	I	-1	+5	+6	-5	+2	-2	+3	-4	-7		
		II	+4	5	-4	+8	+1	+3	-6	+5	+7		
		III	+1	0	-5	-8	-3	+4	+3	+2	-5		
		IV	-5	1	+3	+6	+1	-6	-2	-2	+5		
13	Szabadka	I	-8	-9	-1	-1	-5	-3	+5	-4	+4		
		II	+7	+1	+3	+4	+3	+4	-3	0	+1		
		III	3	+4	+3	0	+1	-4	+2	2	-1		
		IV	+4	+8	+4	+13	+7	-3	0	+3	+6		
		V	5	-3	+3	+3	-1	-4	-3	-4	+4		
		VI	+6	+5	+7	+7	+6	0	-2	-1	+1		
		VII	+8	+4	+1	-3	+5	+3	2	+4	-8		
		VIII	+4	-1	-7	-8	-3	+7	+1	+4	-5		
		IX	7	-7	-7	-11	-7	+1	0	-1	-3		
		X	-9	-4	-3	-6	-6	-3	+1	-3	0		
14	Budapest II.	I	+13	-1	+3	+4	+4	+8	-5	+1	-1		
		II	4	-6	-3	13	-7	+2	+1	-4	-7		
		III	-2	0	-2	+7	0	-3	0	+2	+6		
		IV	+9	0	-5	-5	0	+8	0	+5	-6		
		V	+10	+8	+3	+3	+6	+3	-2	3	-4		
		VI	+1	+6	+3	+3	+3	-3	+3	0	-1		
		VII	+1	+2	+3	+5	+3	-3	1	0	+1		
		VIII	-3	-2	0	+4	0	-4	-2	0	+3		
		IX	-10	8	-9	+7	9	-2	+1	0	+1		
		X	-12	-2	+9	+4	0	-13	2	9	+3		
		XI	+3	-6	-8	-2	-3	+5	3	+5	6		
		XII	1	+5	0	-4	+1	-3	+7	+1	-6		
XIII	-12	+8	+3	+3	+5	+6	0	+2	-3				
XIV	-9	+1	-4	-2	-4	-6	+5	0	+1				
XV	+3	-1	-2	+4	+1	+1	-2	+3	+2				
XVI	-9	-6	+2	+3	-3	-7	-3	-5	+5				
15	Potsdam II.	I	+1	+2	+1	1	+1	0	+1	0	-1		
		II	+3	+2	+2	-1	+2	+1	+1	0	+2		
		III	-2	-2	-2	-1	-2	-1	0	0	+1		
		IV	-2	-3	0	+2	-2	-1	1	-1	+3		

A szabályos hiba középértékének és a közép véletlen hibának levezetésekor az állomásokat négy csoportba osztottam. Az első csoportba tartoznak a potsdami mérések, a második csoportba a budapesti mérések, a harmadik csoportba azok a külső állomások, a hol az ingák és az óra hőmérsékletileg jól izolált helyen voltak elhelyezve s végül a negyedik csoportba soroltam azon külső állomásokat, a hol az ingák és az óra szabadban felállított sátrokban voltak elhelyezve. E csoportos beosztás jól ki-vehető az alábbi táblázatból, a hol minden állomásra és minden csoportra össze vannak állítva a $[\lambda\lambda]$, $[\lambda'\lambda']$ és a $[\lambda''\lambda'']$ értékek, a hol a sarkos zárójel mindenütt összegezést jelent.

Folyó szám	Állomás	n	$[\lambda\lambda]_{115}$	$[\lambda\lambda]_{113}$	$[\lambda\lambda]_{112}$	$[\lambda\lambda]_{114}$	$[\lambda\lambda]$	$[\lambda'\lambda']$
1.	Potsdam I	6	39	124	116	147	426	61
2.	Potsdam II	4	18	21	9	7	55	13
	Összeg	10	57	145	125	154	481	74
3.	Budapest I	6	123	295	210	257	885	143
4.	Budapest II	16	950	376	333	441	2100	261
	Összeg	22	1073	671	543	698	2985	404
5.	Liváda	12	389	682	690	824	2585	431
6.	Kuvin I	4	132	385	66	108	691	44
7.	Temes-Hidegkút	7	212	293	98	174	777	128
8.	Arad	5	46	7	126	154	333	22
9.	Makó	4	127	57	182	21	387	56
10.	Szeged	8	592	297	206	138	1233	254
11.	Baja	4	43	51	86	189	369	15
12.	Szabadka	10	409	278	201	474	1362	240
	Összeg	54	1950	2050	1655	2082	7737	1190
13.	Pankota	4	592	242	411	1345	2590	483
14.	Világos	5	314	830	949	1191	3284	748
15.	Kuvin II	6	735	1570	877	497	3679	759
	Összeg	15	1641	2642	2237	3033	9553	1990

Folyó szám	Állomás	n	$[\lambda''\lambda'']_{115}$	$[\lambda''\lambda'']_{113}$	$[\lambda''\lambda'']_{112}$	$[\lambda''\lambda'']_{114}$	$[\lambda''\lambda'']$
1.	Potsdam I	6	80	19	55	38	192
2.	Potsdam II	4	3	3	1	15	22
	Összeg	10	83	22	56	53	214
3.	Budapest I	6	96	66	35	154	351
4.	Budapest II	16	530	145	200	234	1109
	Összeg	22	626	211	235	388	1460
5.	Liváda	12	210	57	91	327	685
6.	Kuvin I	4	40	363	42	21	466
7.	Temes-Hidegkút	7	119	41	50	55	265
8.	Arad	5	82	26	54	75	237
9.	Makó	4	47	9	76	21	153
10.	Szeged	8	97	104	68	89	358
11.	Baja	4	70	58	49	148	325
12.	Szabadka	10	134	57	88	169	448
	Összeg	54	799	715	518	905	2937
13.	Pankota	4	95	45	50	383	572
14.	Világos	5	288	142	131	172	733
15.	Kuvin II	6	28	147	45	132	352
	Összeg	15	411	334	226	686	1657

Az egyes csoportokra nézve nyert β és μ_v értékek az alábbi összeállításból láthatók:

Csoport	β^2	β	μ_v^2	μ_v	Contröll μ_r^2
Potsdami cs.	7.3	$\pm 2.7 \times 10^{-7} \text{ sec}$	7.7	$\pm 2.8 \times 10^{-7} \text{ sec}$	8.9
Budapesti cs.	14.5	± 3.8	22.7	± 4.8	24.3
Külső állomások I. cs.	20.6	± 4.5	21.4	± 4.6	21.2
Külső állomások II. cs.	121.5	± 11.0	44.3	± 6.7	46.0

Ezen értékek egy ingának egyszeri észlelésből származó lengési idejére vonatkoznak.

A végeredmény levezetésére felhasznált ú. n. állomási értékeknek m_β és m_v középhibái a következők:

Folyó szám	Állomás	n	m_v^2	m_v egység: 10^{-7} sec	m_β^2	m_β egység: 10^{-7} sec
1.	Potsdam I	6	0.3	± 0.5	1.2	± 1.1
2.	Potsdam II	4	0.5	± 0.7	1.8	± 1.3
3.	Budapest I	6	0.9	± 0.9	2.4	± 1.5
4.	Budapest II	16	0.4	± 0.6	0.9	± 0.9
5.	Pankota	4	2.8	± 1.7	30.4	± 5.5
6.	Világos	5	2.2	± 1.5	24.3	± 4.9
7.	Liváda	12	0.5	± 0.7	1.7	± 1.3
8.	Kuvin I	4	1.3	± 1.2	5.1	± 2.2
9.	Kuvin II	6	1.9	± 1.4	20.2	± 4.5
10.	Temes-Hidegkút	7	0.8	± 0.9	2.9	± 1.7
11.	Arad	5	1.1	± 1.0	4.1	± 2.0
12.	Makó	4	1.3	± 1.2	5.1	± 2.2
13.	Szeged	8	0.7	± 0.8	2.6	± 1.6
14.	Baja	4	1.3	± 1.2	5.1	± 2.2
15.	Szabadka	10	0.5	± 0.7	2.1	± 1.4

E táblázat adatai szerint a közép véletlen hiba a lengési idő állomási értékében

$$m_v = \pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

értékű.

A véletlen hiba, a mint említettük, származik egyrészt a coincidentia-észlelés, az amplitudo-, a barometer-, a hygrometer-leolvasások szabálytalan hibáiból, másrészt pedig az órajárás, a hőmérséklet-meghatározás és az inga hosszváltozás szabályos és szabálytalan hibáiból. Ezek közül a hibák közül a rendelkezésre álló mérési eredményekből meghatározható a coincidentia-észlelés közép véletlen hibája. Érdekes lesz elvégezni az erre vonatkozó vizsgálatot, mert a mérési jegyzőkönyvekben erre gazdag anyag áll rendelkezésre.

Minden egyes ingánál a lengésidő-meghatározás a következő módon történt. Feljegyeztük hat egymásután következő

coincidentia időpontját s azután a 11. coincidentián kezdve, újra hat coincidentiát észleltünk. Vagyis a tízszeres coincidentia-intervallumot hatszor észleltük.

Ha minden egyes észlelésnél számtani közepekké foglaljuk össze úgy a páros, mint a páratlan coincidentia-észleléseket s kiszámítjuk az egyes értékeknek ezektől való λ eltéréseit,¹ a tízszeres coincidentia-intervallum egyszeri meghatározásának középhibája

$$\mu = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{2(6-2)}}.$$

Ennélfogva a coincidentia-időköz μ_c középhibája

$$\mu_c = \frac{\mu}{10\sqrt{6}}.$$

A coincidentia-időközből c -ből az inga t lengési idejét a következő képlet adja:

$$t = \frac{c}{2c-1}.$$

Az ennek megfelelő differenciálképlet

$$dt = \frac{1}{(2c-1)^2} dc.$$

Ha tehát a lengési idő középhibáját μ_t -vel jelöljük, akkor

$$\mu_t = \frac{\mu_c}{(2c-1)^2}.$$

A μ , μ_c és μ_t értékét kiszámítottan minden állomáson minden ingára, és pedig külön azon észlelésekre, a miket én végeztem s külön a SZECSÖDY MIKLÓS által végzettekre. Az eredmények az alábbi táblázatba foglalvák:

¹ Ez által tekintetbe van véve az a hatás, a mi onnan származik, hogy az index-szál nem fedi pontosan a skála 0 vonását.

I. Táblázat.

Nr.	Állomás	μ másodperczben								μ_c másodperczben								μ_t egység : 10^{-7} sec.							
		Oltay				Szecsődy				Oltay				Szecsődy				Oltay				Szecsődy			
		115	113	112	114	115	113	112	114	115	113	112	114	115	113	112	114	115	113	112	114	115	113	112	114
1	Potsdam I. _____	0.60	0.63	0.65	0.42	—	—	—	—	0.024	0.026	0.026	0.017	—	—	—	—	1.6	1.8	1.5	1.2	—	—	—	—
2	Budapest I. _ _ _ _	0.26	0.23	0.25	0.21	0.37	0.35	0.28	0.22	0.011	0.009	0.010	0.009	0.016	0.014	0.011	0.009	0.9	0.7	0.7	0.8	1.3	1.2	0.8	0.8
3	Pankota _ _ _ _ _	0.41	0.37	0.38	0.16	0.36	0.33	0.23	0.38	0.017	0.015	0.016	0.006	0.015	0.013	0.009	0.016	1.4	1.2	1.1	0.5	1.2	1.0	0.6	1.3
4	Világos _ _ _ _ _	0.40	0.41	0.42	0.40	0.34	0.34	0.35	0.39	0.016	0.017	0.017	0.016	0.014	0.014	0.014	0.016	1.3	1.4	1.2	1.3	1.1	1.1	1.0	1.3
5	Liváda _ _ _ _ _	0.20	0.11	0.24	0.21	0.16	0.23	0.18	0.23	0.008	0.004	0.010	0.009	0.006	0.009	0.007	0.009	0.6	0.3	0.7	0.7	0.5	0.7	0.5	0.7
6	Kuvin I. _ _ _ _	0.25	0.41	0.25	0.28	0.25	0.22	0.21	0.18	0.010	0.017	0.010	0.011	0.010	0.009	0.009	0.007	0.8	1.4	0.7	0.9	0.8	0.7	0.6	0.6
7	Kuvin II. _ _ _ _	0.22	0.21	0.16	0.37	0.31	0.30	0.30	0.32	0.009	0.009	0.006	0.011	0.013	0.012	0.012	0.013	0.7	0.7	0.4	0.8	1.0	0.9	0.8	1.0
8	Temes-Hidegkút	0.25	0.32	0.29	0.18	0.24	0.23	0.31	0.22	0.011	0.013	0.012	0.007	0.010	0.009	0.013	0.009	0.8	1.0	0.8	0.5	0.8	0.7	0.9	0.7
9	Arad _ _ _ _ _	0.38	0.20	0.26	0.16	0.25	0.12	0.28	0.20	0.016	0.008	0.011	0.006	0.010	0.005	0.011	0.008	1.2	0.6	0.7	0.5	0.8	0.4	0.7	0.6
10	Makó _ _ _ _ _	0.20	0.27	0.19	0.38	0.25	0.24	0.37	0.22	0.008	0.011	0.004	0.016	0.010	0.010	0.015	0.009	0.6	0.9	0.3	1.3	0.8	0.8	1.1	0.7
11	Szeged _ _ _ _ _	0.35	0.31	0.25	0.25	0.23	0.18	0.23	0.23	0.014	0.013	0.010	0.010	0.009	0.007	0.009	0.009	1.0	1.0	0.7	0.8	0.7	0.5	0.6	0.7
12	Baja _ _ _ _ _	0.20	0.28	0.18	0.18	0.30	0.14	0.12	0.32	0.008	0.011	0.007	0.007	0.012	0.006	0.005	0.013	0.6	0.8	0.5	0.5	0.9	0.5	0.3	1.0
13	Szabadka	0.30	0.28	0.27	0.28	0.35	0.31	0.25	0.18	0.012	0.011	0.011	0.011	0.014	0.013	0.010	0.007	0.9	0.8	0.7	0.8	1.0	0.9	0.6	0.5
14	Budapest II.	0.25	0.25	0.31	0.29	0.23	0.23	0.24	0.28	0.010	0.010	0.013	0.012	0.009	0.009	0.010	0.011	0.8	0.8	0.9	1.0	0.7	0.7	0.7	0.9
15	Potsdam II.	0.36	0.34	0.23	0.26	—	—	—	—	0.015	0.014	0.009	0.011	—	—	—	—	0.9	0.9	0.5	0.7	—	—	—	—
	Közép :	0.31	0.31	0.28	0.28	0.28	0.24	0.26	0.26	0.012	0.013	0.011	0.011	0.011	0.010	0.011	0.010	0.9	0.9	0.8	0.8	0.9	0.8	0.8	0.7

A mint a táblázat végeredménye mutatja, a coincidentia-észlelésből származó közép szabálytalan hiba

$$\pm 0.8 \times 10^{-7}$$

másodpercze tehető egyetlenegy inga lengési idejében. *A mint látható, a coincidentia-módszer igen élesen határozza meg a lengési időt.*

4. Összefoglalás.

Jelöljük μ -vel egy inga egyszeri észleléséből származó lengésidő középphibáját, akkor

$$\mu^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \mu_v^2.$$

Méréseim μ -re a következő számszerű értékeket adja:

Csoport	$\mu = \alpha^2 + \beta^2 + \mu_v^2$
Potsdami csoport	$\pm 6.7 \times 10^{-7}$ sec
Budapesti csoport	± 8.2
Mezei állomások I. cs.	± 8.5
Mezei állomások II. cs.	± 14.0

Jelöljük továbbá m -mel a végeredmény levezetésére használt lengésidő középphibáját, a mely tehát a négy inga n -szeres ismételt észleléséből van levezetve

$$m^2 = \alpha^2 + m_\beta^2 + m_v^2.$$

A számszerű értékek az egyes állomásokra nézve a következők:

F. sz.	Állomás	n	m^2	m egység: 10^{-7} sec
1.	Potsdam I	6	10.8	± 3.3
2.	Potsdam II	4	11.6	± 3.4
3.	Budapest I	6	12.7	± 3.6
4.	Budapest II	16	10.6	± 3.2
5.	Pankota	4	42.5	± 6.5
6.	Világos	5	35.9	± 6.0
7.	Liváda	12	11.5	± 3.4
8.	Kuvin I	4	15.8	± 4.0
9.	Kuvin II	6	31.4	± 5.6
10.	Temes-Hidegkút	7	13.0	± 3.6
11.	Arad	5	14.5	± 3.8
12.	Makó	4	15.8	± 4.0
13.	Szeged	8	12.5	± 3.5
14.	Baja	4	15.8	± 4.0
15.	Szabadka	10	11.9	± 3.4

Miután minden állomásra ismeretes a végeredményül felhasznált lengési idő középhibája, kiszámíthatjuk a lengésidő-differenciák (Δt) középhibáit, továbbá a nehézséggyorsulás differenciák (Δg) középhibáit. Állomásaimra nézve ezen értékek a következők:

F. sz.	Állomás	A végeredmény levezetésére fel- használt lengési idő közép hibája m	Δt	Δg
		közép hibája		
		egység a másodperc része	tizmilliomod	egység: $10^{-5}m$
1.	Potsdam	± 2.4	—	—
2.	Budapest	± 2.4	± 3.4	± 1.3
3.	Pankota	± 6.5	± 6.9	± 2.7
4.	Világos	± 6.0	± 6.4	± 2.5
5.	Liváda	± 3.4	± 4.1	± 1.6
6.	Kuvin	± 3.4	± 4.2	± 1.6
7.	Temes-Hidegkút	± 3.6	± 4.3	± 1.7
8.	Arad	± 3.8	± 4.5	± 1.8
9.	Makó	± 4.0	± 4.6	± 1.8
10.	Szeged	± 3.5	± 4.3	± 1.7
11.	Baja	± 4.0	± 4.6	± 1.8
12.	Szabadka	± 3.4	± 4.2	± 1.6

Szokás a pontosságot a nehézséggyorsulás tört részeiben is kifejezni. Ilyen értelemben a *budapesti nehézséggyorsulás-differencia középhibája* 1 : 750,000; a *külső állomások első csoportjában, a hol a műszer és az óra hőmérsékletileg jól izolált helyen volt felállítva, a középhiba átlagban* 1 : 570,000; a *külső állomások második csoportjában pedig, a hol a műszer és az óra szabadban volt felállítva, 1 : 370,000.*

Érdekes lesz avval a kérdéssel foglalkozni, hogy mekkora a relativ ingákkal való gravitaciómérés szélső elérhető pontossága.

Az állandó hiba hatását csökkenteni lehet, ha jó órát használva, az időmeghatározásokat gondosan végezzük el, továbbá ha az inga anyagának és szerkezetének alkalmas megválasztásával és az ingáknak mérés közben való gondos kezelésével megakadályozzuk az állandó hosszváltozásokat. Ekkor az órajárás levezethető 0.015 mp pontossággal, a mi a lengési időben 1.0×10^{-7} sec-ot tesz ki, a hosszváltozásból származó hatást szinte ennyinek vehetjük. A legkedvezőbb esetben tehát az állandó hiba értéke a következő lehet :

$$\alpha = \sqrt{0.3^2 + 0.5^2 + 1.0^2 + 1.0^2} = \pm 1.5 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

α értéke a négy inga számtani közepére vonatkozik.

A lengési időben levő hiba szabályos részét csökkenteni lehet egyrészt azáltal, hogy jó órát használunk, a melynél t. i. a periodikus változás keveset tesz ki, másrészt az által, hogy egyenletes hőmérséklet mellett végezzük el a mérést. A szabálytalan hibát több ingának ismételt észlelésével kisebbitethetjük. Ilyen módon el lehet érni, hogy a

$$\beta = \pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

$$\mu_v = \pm 2.5 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

vagyis négy ingát n -szer észlelve

$$m = \sqrt{\alpha^2 + \frac{\mu_v^2 + 4\beta^2}{4n}} = \sqrt{2 \cdot 3 + \frac{7 \cdot 25}{4n}}.$$

n -et 8-nak választva, azaz minden állomáson 8 sorozatot mérve, a lengési idő középhibája

$$m = \pm 1.6 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Ennek megfelelően a *lengésidő-differencia* középhibája

$$\pm 2.2 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

a *gyorsulás-differencia* középhibája pedig

$$\pm 0.9 \times 10^{-5} \text{ m,}$$

a mi a nehézséggyorsulás $\frac{1}{1000000}$ részének felel meg.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 május 22.-én tartott üléséből.)

A BRÓM ÉS AZ EGYÉRTÉKŰ TELÍTETT ALIPHÁS ALKOHOLOK EGYMÁSRA VALÓ HATÁSÁNAK SEBESSÉGÉRŐL VIZES OLDATBAN.

RÓNA ERZSÉBET-től.

Jelen értekezésemben czéлом volt a bróm hatásának vizsgálata az aliphás alkoholok kezdő tagjaira avégből, hogy meghatározzam azt, vajjon az alkoholok szerkezete, azaz a methylen-csoportok száma és a szénláncz elágazása, milyen irányban befolyásolja a reactio lefolyását.

Az irodalomban sikerült oly vizsgálatok leírását találnom, melyek az aliphás homolog alkoholok chemiai tulajdonságai és szerkezete között számokban kifejezett összefüggést állapítanak meg. Ilyen MENSCHUTKINnek¹ az aliphás alkoholok esterképződési sebességére, REICHERnek² az esterek elbomlási sebességére vonatkozó dolgozata és SAGREBINnek³ az ætherképződési sebességet tárgyaló tanulmánya.

Ezek a kísérletek azonban nem voltak alkalmasak az alkohol befolyása által előidézett chemiai változások vizsgálatára, mert oly tényezőket is vittek kísérleteikbe, melyek a reactio sebességét szintén befolyásolják. Így az esterképződés és elbomlás sebessége nemcsak az alkoholoktól függ, hanem a képződő estereknek a víz közreműködése által előidézett reciprok reactio-sebességétől is. MENSCHUTKIN ezenkívül reactióközegül benzolt használt, SAGREBIN pedig egy folytonosan változó közeget, a mennyiben oldószerül főlös alkoholt alkalmazott.

¹ Zeitschr. f. phys. Chemie, I. 611. 1887.

² Lieb. Ann. 228., 281.

³ Zeitschr. f. phys. Chemie, L. 43. 1900.

A brómnak nagy hígításban való hatása alkoholra vizes oldatban azért látszott alkalmasnak a fent említett cél elérésére, mert, mint BUGARSKY¹ az æthylalkoholnál kimutatta, a reactio közönséges hőmérsékleten mérhető sebességgel megy végbe, úgy hogy a bromconcentrációnak az időben bekövetkezett csökkenéséből az alkoholok átalakulási sebességét meg lehet határozni.

A használt oldatok és kísérleti berendezés.

Mivel vizes oldatokkal végeztem kísérleteimet, csupán az alkoholok vízben oldható tagjaival dolgozhattam, tehát a primær, secundær és tertiar butylalkoholokkal.

Az általam használt alkoholok KAHLBAUM-féle vegytiszta præparatumok voltak: ennek daczára azon tagokat, melyeknek aldehyd tartalmát tetemesebbnek találtam s melyek nagyobb mennyiségben álltak rendelkezésemre, még külön tisztítottam.

A methyl- és propylalkoholokat calciumoxydról négy tekés LE-BELL-HENNINGER-féle dephlegmator alkalmazásával fractionált destillációnak vettem alá. A propylalkohol más részletét KAHLBAUM-féle technikai præparatumból állítottam elő oly módon, hogy ezt az alkoholt 8—10 napig calciumoxydon állni hagytam, majd erről ledestilláltam és végül ugyancsak LE-BELL-HENNINGER-féle négy golyós cső alkalmazásával fractionált destillálással rectifikáltam.

A tertiar butylalkoholt is gondosan meg kellett tisztitanom, mert a præparatum szobahőmérsékleten folyékony volt; ezért előbb kifagyasztás és ezután történő megolvasztás útján választottam el az egyes részleteket, majd a 26—27° C-on megolvadó részletet calciumoxydról ledestillálva, 82·5° C-on forró és 27° C-on megolvadó, rhombos tükben kristályodó készítményt kaptam.

Az általam használt alkoholok neveit és állandóit, az irodalomban közölt értékekkel együtt, a következőkben közlöm:

¹ Közeg befolyása a reactiósebességre. Budapest, 1905, Mathem. és Természettud. Ért. XXIII. 1905.

I. táblázat.

Alkoholok neve	Fajsúly		Forrpont		Olvadáspont		Aldelyd- tartalom ^o
	kísérleti	iro- dalmi	kísér- leti	iro- dalmi	kísér- leti	iro- dalmi	
Methylalkohol	0·7938/20·5°	0·7890	66	66—67	folyékony	—	—
Propylalkohol	0·8053/21°	0·8066	97·4	97·4	«	—	0·0053
Butylalkohol	0·8104 21°	0·824	116·0	116·4	«	—	0·021
Isobutylalkohol	0·8022/21°	0·8031	108·4	108·4	«	—	0·032
Isopropylalkohol	0·7949/21°	0·791	84·5	85	«	—	0·032
Aethylmetycarbinol	0·8217 21·5°	0·827	—	108·4	«	—	0·0022
Trimethylcarbinol	—	0·7864	82·5	82·5	27°	27—29°	—

Kísérleteimet 25° C-on (\pm 0·05 hibával) végeztem s az oldatoknak ezen állandó hőmérsékleten való tartására egy körülbelül 20 literes, motor által állandó, egyenletes mozgásban tartott kavaróval és thermoregulatorral ellátott OSTWALD-féle thermostatot használtam.

Tekintettel a bróm nagy illékonyására, az alkohol-bróm-elegyet RAMBERG-edényben¹ tartottam.

A kísérLETEIMHEZ HASZNÁLT PIPETTÁKAT MIND GONDOSAN KIKALIBRÁLTAM.

*

Mint a hogy azt már a bevezetésben is említettem, az egyvegyértékű telített aliphás alkoholok egyik tagjának, az aethylalkoholnak, a mechanizmusa vizes oldatban bróm hatására beható vizsgálat tárgya volt;² a két szomszédos tag közül először a propylalkoholt tettem vizsgálat tárgyává s mivel ez is ugyanazon homolog sorozathoz tartozott, nagy valószínűséggel volt feltehető, hogy a mechanizmusa az aethylalkoholéval analog; ezért a sebesség állandó meghatározásakor BUGARSZKY vizsgálataira támaszkodtam, melyeknek megismerése végett az eredeti dolgozatra utalok.³

¹ Zeitschr. f. phys. Chem. XXXIV. 563. 1900.

² Loc. cit.

³ Loc. cit.

⁴ Loc. cit.

Az ilyen következményes reactio által kísért chemiai rendszernek vizsgálatára oly egyenletekre van szükség, melyekben annnyival több változó van, mint a hány következményes hatás kíséri a főreactiót. Úgy hogy a következő két differentialegyenlet nyer alkalmazást:

$$\frac{dx}{dt} = k_1 A [\beta (B - x - y)]$$

$$\frac{dy}{dt} = k [(C + x - y) \beta (B - x - y)]$$

(mivel úgy a bróm, mint az alkohol egy-egy molekulával vesznek részt a reakcióban).

A két egyenletben A a nagy feleslegben alkalmazott, tehát állandó alkohol mennyisége, B a brom kezdetconcentratiója, C az aldehydé, D a víz concentratiója; x az aldehyd képződésére felhasznált bróm, y pedig az aldehydnek ecetsavvá való oxydatiójára fordított brom-mennyisége, $x - y$ tehát az aldehyd mennyiségében valójában beállott szaporulat.

Ebből a két differentialegyenletből, a mi a két átalakulási sebesség viszonyát illeti:

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) : \left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{k(C + x - y)}{k_1 A},$$

vagy ha a két reactiosebesség állandójának értékét K -val jelöljük,

$$\frac{k}{k_1} = K_1,$$

tehát

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) : \left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{K}{A}(C + x - y);$$

x és y között pedig a következő kapcsolat áll fenn:

$$y = ce - \frac{K}{A}x + x - \frac{A}{K} + C, \quad (a)$$

a hol c az integratio-állandó; az utóbbinak értéke kiszámítható, ha ismeretes a $t = t_0$ időpontra vonatkozó értékpár

$$x = x_0, \quad y = y_0.$$

A kezdeti időpillanatban ugyanis

$$y_0 = ce^{\frac{K}{A}x_0} + x_0 - \frac{A}{K} + C \quad (b)$$

kapcsolat áll fenn s az integratio állandójának c -nek eliminálása után (a)-ból és (b)-ből:

$$y = x + \left\{ \frac{A}{K} - [C + (x_0 - y_0)] \right\} e^{-\frac{K}{A}(x-x_0)} - \frac{A}{K} + C;$$

ha $t = t_0$ $x_0 = 0$ $y_0 = 0$ feltételi egyenletek teljesülnek, akkor az x és y közötti összefüggés következő alakú lesz:

$$y = x - \left(\frac{A}{K} - C \right) (1 - e^{-\frac{K}{A}x}), \quad (Ia)$$

a két reactiosebesség viszonya

$$\left(\frac{dy}{dt} \right) : \left(\frac{dx}{dt} \right) = 1 - \left(1 - \frac{KC}{A} \right) e^{-\frac{K}{A}x}. \quad (Ib)$$

Az (Ia) alatti egyenlet érvényességére K értéke szükséges, melynek kiszámításához felhasználhatjuk az

$$y = x - \left(\frac{A}{K} - C \right) \left(1 - e^{-\frac{K}{A}x} \right)$$

transcendens egyenlet amaz igen egyszerű határalakját, mely felé az növekedő x mellett convergál, mert ha K igen nagy, az $e^{-\frac{K}{A}x}$ exponentiális kifejezés növekedő x érték mellett gyorsan 0 felé convergál, miért is bizonyos x értéktől kezdve az $y-x$ különbség már nem változik észrevehetően. Ezt a határértéket, melyhez növekedő x értékkel $x-y$ különbség közeledik, Δ -val jelöljük:

$$\lim (x-y) = \Delta,$$

vagyis Δ jelenti az aldehyd tartalomban a reactio végén beállott szaporulatot s így (Ic) egyenlet határalakja

$$\frac{A}{K} - C = \Delta.$$

Analógia útján ugyanis fel volt tehető, hogy a propylalkohol reactiójának menete ehhez hasonló lesz, mindazonáltal az átalakulás menetét teljes vizsgálatnak vettem alá.

Propylalkohol.

Első kísérletemet 2·5% és 0·335 mólos propylalkohollal és 0·00462 mólos bromoldatokkal végeztem. Az első titrálást igen kis hibával rögtön e két oldat elegyítése után végeztem, a további titrálásokat szabályos, felirt időközökben. Ezen kísérlet eredményeit a következő táblázatban közlöm :

$A = 0\cdot335$

II. táblázat.

$B = 0\cdot00462$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldat-részletek titrálásánál elfogyasztott 1/30 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T'	Bromconcentratio mólokban $B-X$	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{B-X_0}{B-X}$
0	9·25	0·00462	—
90	8·02	0·00401	0·000682
150	6·39	0·00319	0·001071
210	5·01	0·00250	0·001270
270	4·14	0·00207	0·001290
410	2·35	0·00117	0·001454
565	1·25	0·00062	0·001543

Az ezen táblázat utolsó rovatában álló kifejezés értéke nem állandó, hanem az idővel folytonosan növekedő. Ennek oka az lehet, hogy a reactio nem a monomolekulás typus szerint folyik le. E végből egy második kísérlet-sorozat adataiból kiszámítottam a sebességállandó értékét a mono-, bi- és trimolekuláris typusra jellemző kifejezések alapján :

$A = 0.110$

III. táblázat.

 $B = 0.00332$

Első titrálás óta lefolyt idő percek- ben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldat- részletek titrálásánál elfogyasztott 1/30 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T''	Bromcon- centratio mol. tartal- om által kifejezve C	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{C_0}{C}$	$\frac{1}{t-t_0} \frac{C_0-C}{C_0 C}$	$\frac{1}{\frac{C_0^2}{C_0^2} - \frac{C^2}{C^2}}$ $\frac{2(t-t_0)}{C_0^2 - C^2}$
0	6.64	0.00332	—	—	—
150	5.29	0.00264	0.000653	0.51	176
210	4.14	0.00207	0.000975	0.88	348
316	2.99	0.00149	0.001161	1.17	576
510	1.68	0.00084	0.001144	1.79	1315

Mint a hogy ezen táblázat utolsó három rovatából kiderül, egyik típus szerint sem kaptam állandó értéket, mindazonáltal okom volt feltételezni, hogy a reactio a monomolekuláris típus szerint folyik le s az eltérést itt is csupán zavaró hatás okozza.

Ilyen zavaró hatást különböző okok hozhatnak létre: vagy a reactio folyamában keletkező egyik anyag katalitikus hatása vagy a brómnak kölcsönhatása valamelyik keletkezett reactio-termékkal.

Az utolsó eset oly módon képzelhető, hogy a bróm a keletkezett bromhydrogennel tribromhydrogenné¹ egyesül, a brom egy része inaktívalódván, a reactio menete az időben csökken; ámde én éppen az ellenkezőjét tapasztaltam s ezért fel kellett tételennem, hogy valamely reactiotermék gyakorol katalitikus hatást. Az ilyen reactiók rendjének megállapítására legalkalmasabb a VAN'T HOFF-féle² módszer, melynél a kezdősebességnek a reagáló anyagok kezdetconcentrációjához való viszonyából lehet következtetni arra, hogy a reactióban szereplő anyagok milyen molekulaszámmal vesznek részt a reactióban. Tehát ez az eljárás oly stadiumra vonatkozik, a melynél a zavaró hatást előidéző anyag vagy nincs jelen, vagy csak oly csekély concentra-tióban, hogy a reactiót nem befolyásolhatja.

¹ BUGARSZKY: Mathem. és Természettud. Ért. XIX. 147. Loc. cit. 450., 451.

² VAN'T HOFF: Études de dynamique chimique, 108.

A molekulaszám értéke a differenciálegyenlet szerint számítva a következő:

$$n = \frac{\log \frac{dc_1}{dt} - \log \frac{dc_2}{dt}}{\log c_1 - \log c_2},$$

mivel pedig $\frac{dc_1}{dt}$ a reactiosebesség értékét jelenti, a c_1 és $\frac{dc_2}{dt}$ ugyanazt a c_2 kezdetconcentratio mellett, a mit rövidség kedvéért a differenciálhányadosok helyett v_1 és v_2 -vel lehet írni, a mikor az egyenlet ilyen alakú:

$$n = \frac{\log v_1 - \log v_2}{\log c_1 - \log c_2}.$$

Ezen módszer szerint nyert értékeimet a következő táblázatban foglalom össze.

Ez a táblázat világosan mutatja, hogy a reactio a monomolekuláris typus szerint folyik le.

IV. táblázat.

A kísérlet száma	Alkoholtartalom térfogat-percentekben C_1	Idő percekben	A reactioelegy 20 cm ³ -nyi mennyiségének titrálásánál elfogyasztott 1 20 n. thiosulfat cm ³ -einek száma T	Közép bromconcentratio mólokban C_2	v	n_2	n_1
1	0·670	0 18	20·85 15·67	0·0270	0·0180	1·00	0·91
2	0·670	0 30	8·38 7·78	0·0101	0·0067		
3	0·258	0 20	8·89 8·72	0·0109	0·0028		

Azt a kérdést kellett már most tisztáznom, hogy a reactio-termékek melyike idézi elő a zavaró hatást. Evégből ugyanúgy jártam el, mint BUGARSZKY, azaz a keletkezett anyagokat vizsgálat alá vettem, vagyis a reactio-elegyet meganalyzeráltam.

Különböző brom- és különböző alkoholconcentratiók mellett öt kísérletet végeztem oly módon, hogy miután a brom telje-

sen átalakult, a mi körülbelül 24 óra alatt következett be, az elegy 20 cm³-nyi részletét ¹/₂₀ n. baryt-vizzel, phenolphtaleint használva indikátorul, megtráltam, az így kapott érték adta az összes savmennyiséget, majd ugyancsak 20 cm³-nyi elegyrészletben VOLHARD módszere szerint meghatároztam a keletkezett bromhydrogen mennyiségét; az így kapott értéket levonva az összes sav mennyiségéből, megkaptam a képződött propionsav mennyiségét.

Mivel kvalitatív kísérletek aldehyd jelenlétét bizonyították, ennek mennyiségét a BUGARSZKY által részletesen leírt ¹ eljárással határoztam meg. A módszer lényege abban áll, hogy aldehydek és ketonok natriumbisulfittel kettős vegyületet alkotnak. Ha tehát a reactioelegy egy bizonyos részletéhez feles bisulfit-oldatot adunk, jódoldattal történő visszatitrálás útján az aldehyd mennyisége kiszámítható.

Minden esetben három parallel kísérletet végeztem, amennyiben három üveg dugós lombik egyikébe 50 cm³ dest. vizet és 2 cm³ k. b. 0·08 n. bisulfitoldatot, a másodikba 40 cm³ dest. vizet, 10 cm³ 10 térf. százalékos propylalkohololdatot és 2 cm³ bisulfitet, a harmadikba ugyancsak 40 cm³ dest. vizet, továbbá 10 cm³ reactioelegyet és 2 cm³ bisulfitoldatot tettem.

Az első csupán annak a megállapítására szolgált, hogy ugyanolyan viszonyok mellett a bisulfit magában milyen concentratio-változást szenved. A második oldat az elegy készítéséhez használt abs. alkohol aldehyd tartalmát szolgáltatja.

A három oldatot öt órán át körülbelül 50° C-os vízfürdőben hagytam állni, majd onnan kivéve, miután a szoba hőmérsékletét felvették, a feles bisulfitet ¹/₁₀₀ n. jódoldattal megtráltam.

Ezen kísérleteim eredményét a következő két táblázatban foglalom össze.

¹ Loc. cit. 448.

V. táblázat.

A kísérlet száma	Alkohol-tartalom-térfogat percentszekben	A hatás kezdetekor 20 cm ³ -nyi oldat-részletekben foglalt brom titrálásakor elfogyasztott 1/20 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma	A reactio befejezte után			
			10 cm ³ -nyi oldatrészletekre elfogyasztott 1/20 n. barytvíz cm ³ -einek száma	Ugyanannyira elfogyasztott 1/20 n. ezüstnitrát cm ³ -einek száma	Natriumbisulfit lemerített mennyisége cm ³ -ekben	A natriumbisulfit visszatitrálásánál elfogyasztott 1/100 n. ód oldat cm ³ -einek száma
1	5	20·50	31·22	11·14	2·00	17·35 16·83 7·25
2	5	20·29	29·69	10·15	2·00	14·97 13·88 9·10
3	5	10·59	13·80	5·18	2·00	15·06 14·15 10·06
4	10	10·06	14·08	4·75	2·00	16·89 15·82 9·01
5	5	9·27	13·52	4·34	2·00	12·95 12·69 9·90

VI. táblázat.

A kísérlet száma	Átalakult brom mennyisége normal concentrációban	Képződött brom-hydrogen mennyisége	Keletkezett ecetsav mennyisége	Képződött aldehid mennyisége
1	0·0512	0·0557	0·1004	0·00492
2	0·0506	0·0505	0·0979	0·00261
3	0·0264	0·0259	0·0431	0·00215
4	0·0250	0·0237	0·0467	0·00233
5	0·0230	0·0217	0·0464	0·00232

Utóbbi táblázatból látható, hogy ugyanannyi bromhydrogen keletkezett, mint a mennyi brom alakult át a reactio lefolyása alatt, továbbá kétszerannyi propionsav keletkezett; e végből fel kell tételni, hogy a brom csupán a reactio-termékek keletkezésére szolgáló reactióban vesz részt, azaz csakis oxydálja az alko-

holt és nem substituíál. Most már csak azt kellett bebizonyítani, hogy az alkohol oxydatiója miképen folyik le. A brom egy része mindenesetre az alkoholnak aldehiddé való oxydatiójára használtatik fel a következő egyenlet szerint: $C_3H_7OH + Br_2 \rightarrow C_3H_6O + 2HBr$. A propionsav keletkezése pedig vagy úgy képzelhető, hogy a brom az alkoholt közvetlen savvá oxydálja ezen egyenlet szerint:

$C_3H_7OH + 2Br_2 + H_2O \rightarrow C_3H_6O_2 + 4HBr$ vagy pedig az alkoholból közvetve keletkezik oly módon, hogy a bróm a propylaldehidot oxydálja savvá: $C_3H_6O + Br_2 + H_2O \rightarrow C_3H_6O_2 + 2HBr$. Tehát a reactio menete ugyanaz, mint az æthylalkoholnál.¹

Mivel a végeredmény mindkét esetben ugyanaz és mivel a propylaldehydnek brom hatása alatt történő átalakulását külön nem vizsgáltam, azon meggondolás alapján, hogy az előbbi eset fennállásakor a monomolekuláris reactióra jellemző kifejezés nem növekvő volna, hanem csökkenő, a második esetet tartottam valószínűbbnek.

A reactio lefolyása tehát a következő:

A brom az alkoholra mérhető sebességgel hat aldehyd képződése közben s a keletkezett aldehydre igen nagy átalakulási sebességgel eczetsav képződése közben. Célom most már az aldehyd és alkohol átalakulási sebessége viszonyának kísérleti meghatározása volt.

E végből a BUGARSZKY által levezetett $K = \frac{A}{C+A} = \frac{k_1}{k_2}$ összefüggést használtam fel,² a melynek jelentése a következő: ha az aldehyd concentratiója eléri azt a $K+A$ értéket, a melyet az alkohol concentratiója éppen annyiszor múl felül, ahányszor az aldehydra vonatkozó reactiosebesség múlja felül az alkoholra vonatkozó reactiosebességet, akkor azontúl a két reactio egyenlő sebességgel halad előre, minek folytán egyenlő időtartamokban ugyanannyi alkohol alakul aldehiddé, mint a mennyi aldehyd oxydálódik savvá.

Ha tehát a theoria ebben az esetben is helyes, akkor ha

¹ Loc. cit. 452—453.

² Loc. cit. 460.

több kísérletben különböző koncentrációju alkohol- és brom-oldatok hatnak egymásra, a sebességviszony értékének ugyanannak kell maradni.

Három kísérletet végeztem:

1. 0·355 molos alkoholra hatott 0·0238 norm. bromoldat.
2. 0·671 molosra 0·0639 norm. bromoldat.
3. 0·671 molosra 0·0428 norm. bromoldat.

Mind a három esetben a brom teljes elszintelenítése után az aldehid-mennyiséget az előbbieken leirt ROQUES-módszerrel határoztam meg. Eredményeim a következők:

$$K = \frac{0\cdot335}{0\cdot00126} = 265$$

$$K = \frac{0\cdot671}{0\cdot00247} = 271$$

$$K = \frac{0\cdot671}{0\cdot00257} = 261$$

$$K_{k. e.} = \underline{265}$$

Az a körülmény, hogy ilyen különböző koncentratio-viszonyok mellett egy középérték körül aránylag kevésbé ingadozó értékeket kaptam, világosan bizonyítja a theoria helyességét. A reactio tehát ez esetben is ugyanazon mechanizmus szerint folyik le, mint az æthylalkoholnál,¹ csakhogy a sebességviszony értéke jóval nagyobb ($K = 210$ æthylalkoholnál).

Ez az eltérés vagy az által jött létre, hogy a propylaldehid gyorsabban oxydálódik, mint az acetaldehyd, vagy pedig úgy, hogy a bróm a propylalkoholra még lassabban hat; az első esetben a számláló értéke nő, a másodikban a nevezőé csökken, vagy pedig úgy a számláló, mint a nevező értéke megváltozik. az eredménynek megfelelő mértékben. Annak kiderítése céljából, hogy e három lehetőség melyike idézi elő K értékének növekedését, meg kellett határoznom k és k_1 értékét.

A propylalkohol sebességállandójának, k_1 -nek megállapítása az æthylalkoholétól eltérő módon történt, mert BUGARSZKY² szá-

¹ BUGARSZKY: Loc. cit. 449—450.

² Mathem. és Termud. Értesítő XIX. 20. BUGARSZKY: Kőszeg befolyása a reactiosebességre 51, 53. Budapest, 1905. Loc. cit. 467.

mitásainál a brómnak és acetaldehydnek hig vizes oldatban végbemenő átalakulásánál nyert hydrogen-tribromid-ion dissociatioállandóját használta fel s a bróm dissociatiofokát β -t is x és y által kifejezve simultán differentialegyenletrendszer átalakításából nyert integrálegyenletrendszerből fejezte ki a reactio időbeli lefolyását.

k_1 értékét úgy is meg lehet határozni, hogy az 1. alatti egyenletnek megfelelő concentratioviszonyokat valósítjuk meg, vagyis a reactioelegyhez annyi aldehydet adunk már a reactio kezdete előtt, hogy ennél az alkohol mennyisége K -szor legyen nagyobb, s ha még hozzá a brómot kis kezdetconcentratióban engedjük hatni úgy, hogy az összes aktiv brom egymással felcserélhető legyen, akkor a reactionak nagy megközelítéssel a monomolekularis typus szerint kell lefolyania.

Molekuláris esetre jellemző az

$$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T_0''}{T''} = 2k_1 \cdot 10 \cdot 4343$$

egyenlet, a hol a term. logarithmus helyett a BRIGGS-féle áll s a brom-concentratio helyett a bromtitrálásnál közvetlenül nyert értékeket használtam.

Ezen összefüggés levezetésére az eredeti értekezésre utalok.¹

Mivel azonban propylaldehyd nem állott rendelkezésemre, más fogáshoz folyamodtam.

Megfelelő concentratioju alkoholt és bromoldatokat egymással elegyítve, az elegyet mindaddig magára hagytam, míg a brómnak az 1. alatti összefüggésnek megfelelő mennyiségű aldehyd képződésére szükséges részlete át nem alakult; a visszamaradt bromot megfelelő időközökben thiosulfatoldattal titráltam.

Első két kísérletemben a brómoldat 90%-a alakult át, az eredményeket a következő két táblázat tünteti fel.

¹ Loc. cit. 469.

$A = 0\cdot860$ **VII. táblázat.** $B = 0\cdot011$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/100 n. thiosulfat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T'}$
0	4·67	—
11	4·07	0·00534
24	3·45	0·00551
38	2·83	0·00574
49	1·34	0·00612
71	1·63	0·00645

$A = 0\cdot430$ **VIII. táblázat.** $B = 0\cdot0117$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/100 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T'}$
0	4·70	—
17	4·08	0·00359
37	3·37	0·00389
54	2·88	0·00393
80	2·14	0·00402
110	1·64	0·00415

Mivel a két táblázat utolsó rovatában álló kifejezés értéke nem állandó, hanem egy irányban változó, azért ez a lassú növekedés annak tulajdonítható, hogy az 1. alatti egyenletnek megfelelő mennyiségben az aldehid még nem állott elő. E végből újabb kísérletsorozatban a bromot egészen át engedtem alakulni, s miután ez bekövetkezett, újból annyi bromoldatot adtam az elegyhez, hogy az alkohololdat a kívánt koncentrációjú lett.

E végből az első kísérletben 0·335 mólos alkoholra 0·0182 mólos bromoldat s ezután 0·0177 mólos hatott.

A másodiknál ugyancsak 0·335 mólos alkoholra 0·0281, majd 0·0198 mólos bromoldat hatott.

$A = 0.335$ **IX. táblázat.** $B = 0.0117$

Az első titrálás óta lefolyt idő per centekben $t - t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1 20 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T''	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T''}$
0	14.14	
73	9.94	0.00210
134	7.25	0.00217
199	5.25	0.00216
		K. é. = 0.00214

$A = 0.335$ **X. táblázat.** $B = 0.0198$

Az első titrálás óta lefolyt idő per centekben $t - t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1 20 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T''	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T''}$
0	15.87	—
119	8.89	0.00211
215	5.35	0.00220
334	2.94	0.00215
		K. é. = 0.00215

E két táblázat értékeinek alapján számítottam ki az alkohol átalakulási sebességét

$$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T''} = 2k_1 \cdot 10.4343$$

egyenlet alapján:

$$k_1 = 0.00737.$$

Az aldehydre vonatkozó sebesség-állandót $K = \frac{k_1}{k}$ összefüggés alapján számítottam.

$$k = 0.00737 \cdot 265$$

$$k = \underline{\underline{1.95}}$$

Mint ezen kísérletekből látható, $K = \frac{k}{k_1}$ -ben úgy k -nak,

mint k_1 -nek értéke növekedett az æthylalkoholéhoz képest, de utóbbi erősebben nőtt, s ez idézi elő a K növekedését.

Normális butylalkohol.

Ezek után áttértem a butylalkohol tanulmányozására.

Tájékoztató kísérletek útján meggyőződtem arról, hogy ez esetben is a reactiosebesség egy az idővel növekedő érték, vagyis itt is egy reactiotermék másodlagos átalakulása módosítja a reactio normális lefolyását. Abból a feltevésből kiindulva, hogy itt is az aldehyd idézi elő a zavaró hatást, első dolgom volt a brom hatására átalakult alkohol elegyében az aldehyd koncentrátióját meghatározni azon czélból, hogy ismerve az alkohol és aldehyd koncentrátióját, e kettőnek viszonyából K értékét kiszámíthassam. Ez esetben négy kísérletet végeztem, melyeknek eredményeit itt foglalom össze.

$$K = \frac{0.437}{0.00203} = 215$$

$$K = \frac{0.273}{0.00134} = 203$$

$$K = \frac{0.273}{0.00129} = 211$$

$$K = \frac{0.437}{0.00205} = 215$$

$$K_{1k\acute{e}.} = 211$$

A rövidség kedvéért a sebességviszony jelét K -t a megfelelő alkohol kezdőbetűivel, mint indexszel látom el s így írhatom:

$$K_{ae} < K_b < K_{pr}.$$

Azt kellett most már vizsgálnom, hogy honnan ered ezen viszonynak a K_{pr} -hoz viszonyított csökkenése. E végből ismét k -t és k_1 -et kellett meghatároznom s ebben éppen úgy jártam el, mint a hogy azt a propylalkoholnál részletesen tárgyaltam.

Itt két kísérletet végeztem, csak hogy a butylalkohol korlátozott oldhatósága (1 : 10) miatt sokkal hígabb oldatokkal kellett dolgoznom, a mi természetesen semmiképpen sem befolyásol-

hatta eredményeim összehasonlíthatóságát, mert a theoria szerint kisebb alkoholconcentrációnak kisebb sebességállandó felel meg és megfordítva.

1. 0·290 mólos alkoholra 0·0124 mólos brom-oldat, ennek eltűnése után 0·0107 mólos hatott.

2. 0·145 mólos alkoholra 0·0122 és ezután 0·0123 mólos bromoldat hatott.

$A = 0\cdot145$ **XI. táblázat.** $B_2 = 0\cdot0123$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T''	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T_0'}{T'}$
0	24·75	—
45	20·92	0·00162
104	17·07	0·00154
135	15·35	0·00153
175	13·95	0·00141
201	12·95	0·00139
		K. é.=0·00149

$A = 0\cdot290$ **XII. táblázat.** $B = 0\cdot0107$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T''	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T_0'}{T'}$
0	21·45	—
129	9·12	0·00287
151	7·25	0·00311
181	5·86	0·00311
223	4·54	0·00302
		K. é.=0·00303

E két táblázat utolsó rovatában felírt értékek középértékeiből számított k_1 érték a következő:

$$k_1 = 0.0118$$

$$k_1 = 0.0120$$

$$k_{1k.é.} = 0.0119$$

$$K = \frac{k}{k_1} \text{ -ből } k\text{-t számítva}$$

$$k = 2.64.$$

Isobutylalkohol.

Ezután áttértem az isobutylalkohol vizsgálatára.

Mivel itt már nem normális, hanem elágazó szénlánczczal bíró alkoholt vizsgáltam, első dolgom volt annak a megállapítása, hogy ezen eltérő szerkezet volt-e a reactio rendjére befolyással; e végből a molekulaszámot ismét VAN'T HOFF módszerével az előzőekben közölt módon határoztam meg.

XIII. táblázat.

A kísérlet száma	Alkoholtartalom térfogatszázalékokban	Idő percekben	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál eltogyasztott 1.50 n. thio-sulfat-oldat cm ³ -einek száma T'	Középbromconcentratio mólókban C	v	n_2	n_1
1	0.541	0 21	29.09 21.54	0.0126	0.00681	0.99	1.05
2	0.541	0 34	17.08 16.80	0.0083	0.00449		
3	0.270	0 28	17.57 15.07	0.0081	0.00218		

Eképpen meggyőződve arról, hogy a szénláncz elágazása semmiképpen sem befolyásolja a reactio rendjét, hozzáfogtam tulajdonképpeni feladatomban megoldásához, mely K -, k és k_1 -nek meghatározásában állt.

K értékét a már említett módon határoztam meg, kísérletem eredményeit a következőkben foglalom össze:

$$K = \frac{0.216}{0.00072} = 300$$

$$K = \frac{0.216}{0.00076} = 288$$

$$K = \frac{0.487}{0.00168} = 289$$

$$K = \frac{0.270}{0.00091} = 295$$

$$K_{k. \acute{e}.} = \underline{\underline{289}}$$

k_1 meghatározása végett három kísérletet végeztem.

Az elsőben 0.144 mólos alkoholra hatott 0.0120 bromoldat s ennek felhasználódása után 0.0101 mólos.

A másodikban 0.324 mólos alkoholra hatott 0.0151 s azután 0.0122 mólos bromoldat.

A harmadikban 0.162 mólos alkoholra 0.0151, és végül 0.0118 mólos bromoldat hatott.

Az alkohol koncentrációját ez esetben is kisebbnek kellett választanom az isobutylalkohol csekély (1:12) oldhatósága miatt.

$A = 0.162$

XIV. táblázat.

$B = 0.0101$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfát-oldat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T'}$
0	23.60	---
63	17.57	0.00203
120	13.38	0.00206
180	10.17	0.00203
239	7.88	0.00199
271	6.96	0.00195
		K. é. = 0.00201

$A = 0.144$

XV. táblázat.

$B = 0.0101$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T'}$
0	20.36	—
59	16.10	0.00172
98	13.67	0.00175
131	11.81	0.00180
193	9.35	0.00175
224	8.25	0.00175
		K. é. = 0.00175

$A = 0.324$

XVI. táblázat.

$B = 0.0122$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T'}$
0	24.53	—
62	13.78	0.00405
93	10.25	0.00407
133	7.18	0.00400
173	5.24	0.00387
206	3.90	0.00387
		K. é. = 0.00397

Az e három táblázatból számított k_1 és k értékek a következők:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= 0.0142 \\
 k_1 &= 0.0140 \\
 k_1 &= 0.0140 \\
 k_{1 \text{ k. é.}} &= 0.0141 \\
 k &= 0.0141.289 \\
 k &= 4.07
 \end{aligned}$$

Vizsgálatok secundær alkoholokkal. Isopropylalkohol.

A secundær alkoholoknál a reactio folyamán keton keletkezik s ez azután a brom hatására elbomlik kevesebb szénatomú savakra.

A secundär alkoholoknak ezen eltérő viselkedése, mint ahogy az alábbiakban közölt kísérleteim mutatják, a reactio mechanizmusát nem változtatta meg. Minthogy a ketonok is egyesülnek a natriumbisulfit-fittal kettős vegyületek képződése közben, mennyiségük meghatározására az előzőekben említett módszer itt is alkalmazható volt; nagy nehézséget okozott azonban az, hogy az alkoholból brom hatására keletkezett keton mennyisége oly kicsiny volt, hogy a titrálásnál elkövetett $0\cdot01$ cm³-nyi hiba tetemes eltérést okozott. Ezért a titráláshoz hitelesített körkörös bürettát használtam s az analysist akképen módosítottam, hogy a harmadik oldat készítéséhez 25 cm³ víz és 4 cm³ bisulfit-oldatra 25 cm³ reactio-elegyet vettem.

Három kísérletet végeztem :

$$K = \frac{0\cdot330}{0\cdot00095} = 350$$

$$K = \frac{0\cdot342}{0\cdot00100} = 342$$

$$K = \frac{0\cdot330}{0\cdot00092} = 358$$

$$K_{k. \acute{e}.} = 350$$

k_1 értékének meghatározása is az előbbieken használt módon történt.

Kísérletemet 0·263 mólos oldattal végeztem, melyre 0·0130 mólos bromoldat s ennek átalakulása után 0·0249 mólos hatott.

$A = 0.263$ **XVII. táblázat.** $B = 0.0249$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T_0}{T'}$
0	29.83	—
14	17.67	0.0162
26	10.64	0.0172
38	6.71	0.0170
48	4.56	0.0160
58	3.14	0.0168
		K. é. = 0.0168

$$k_1 = 0.0735$$

$$k = 0.0735 \cdot 350$$

$$k_{k. e.} = \underline{\underline{25.72}}$$

Secundær butylalkohol.

A sebességviszony megállapításakor az isopropyl-alkoholnál szereplő nehézségek fokozottabb mértékben léptek fel, a mennyiben a keletkezett keton concentrációja még kisebb. Ezért itt is hasonlóképen jártam el (a mennyiben 25 cm³ reactioelegyet használtam az analysishez). Az így nyert eredmények

$$K = \frac{0.530}{0.00074} = 728$$

$$K = \frac{0.539}{0.00076} = 709$$

$$K_{k. e.} = \underline{\underline{718}}$$

A sebességállandót az átalakulás igen nagy gyorsasága miatt a bromnak híg alkohol-oldatra való hatásából állapítottam meg.

E végből 0.143 mólos æthylmethylcarbinololdatot készítettem s ehhez 0.0101 mólos bromoldatot, majd miután ez teljesen eltűnt, az elegyhez még 0.0200 mólost adtam.

$A = 0.143$

XVIII. táblázat.

 $B = 0.0200$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészetek titrálásánál elfogyasztott 1.5 n. thiosulfat-oldat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T_0}{T'}$
0	28.64	—
13	13.81	0.0243
21	8.85	0.0242
28	5.94	0.0243
35	4.26	0.0236
42	2.92	0.0236
		K. é. = 0.0240

Ebből a táblázatból számítva k_1 értékét 0.181-nak találtam; míg a k érték az 1. alatti összefüggésből

$$k = 0.181.718$$

$$k_{k. e.} = \underline{139.95}$$

Trimethylcarbinol.

Majd áttértem ezen tertiær alkohol vizsgálatára. Ez esetben kísérleteim a dolog természeténél fogva az előzőktől eltérők voltak. Mivel ugyanis a tertiær alkoholnál oxydáló anyagok hatására aldehyd, illetve keton nem keletkezik, hanem molekula-bomlás áll be, a K értékének megállapítása illusoriussá lett: a sebesség-állandó értékét sem lehetett az aldehyd vagy keton képződésére alapított módszerrel meghatározni.

Ezért egyszerűen úgy jártam el, hogy bizonyos koncentrációjú alkohololdathoz adott bromoldatot közvetlenül, meghatározott időben a szokásos jodometriás úton megtitráltam, az integrálegenletben a bromtitrálásnál közvetlenül nyert adatok helyett a racionálisan kifejezett bromconcentrációt használtam.

Alkohololdatom 0.330 mólos, az erre ható bromoldat 0.0129 mólos.

Hogy a reactio rendkívül lassú menetét áttekinthetőbben szemléltethessem, az órákban számított idő alatt elfogyott cm³-ek mennyiségét foglalom össze.

Elő órákban.	A bróm titrálására elfogyasztott 1/50 n. thiosulfátoldat cm ³ -einek száma
0	25·90
84	25·43
146	24·90
230	23·68
336	22·65

Tehát tizennégy nap alatt a brom-titer csupán 2·25 cm³-rel, körülbelül 12 %-kal csökkent.

A következő táblázatban az ezen adatok alapján számított értékeket állítottam össze.

A = 0·330 **XIX. táblázat.** B = 0·0129

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfát-oldat cm ³ -einek száma T'	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{B-X_0}{B-X}$
0	25·90	—
5716	25·43	0·00000119
10181	24·90	0·00000167
12903	23·68	0·00000299
20099	22·65	0·00000285

Methylalkohol.

Végül meg akarom említeni methylalkohollal végzett vizsgálatomat, habár ez inkább kvalitatív értékkel bír. A reakciót ugyanis még számos más átalakulás komplikálja, mint a milyen a széndioxyd-, hangyasav- és formaldehyd-képződés. Minthogy csupán ezek mechanizmusának tisztázása után lehet a methylalkohol sebesség-állandóit megállapítani, megelégedtem jelenleg az átalakulás időbeli lefolyásának a megfigyelésével.

E végből 0·0124 mólos bromoldatot engedtem 1·237 mólos alkoholra hatni; a kísérlet lefolyását a következő táblázat mutatja:

$A = 1 \cdot 237$

XX. táblázat.

 $B = 0 \cdot 0124$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t - t_0$	20 cm ³ -nyi oldatrészek titrálásánál elfogyasztott 1/50 n. thiosulfát cm ³ -einek száma T'	Brom-concen- tratio mólokban $B - X$	$\frac{1}{t - t_0} \log_{10} \frac{B - X_0}{B - X}$
0	24·89	0·0124	—
771	24·19	0·0120	0·0000185
2504	22·04	0·0110	0·0000208
4918	18·13	0·0095	0·0000161
10373	14·23	0·0071	0·0000233
14548	12·38	0·0061	0·0000211
22253	10·90	0·0054	0·0000162
26547	7·74	0·0038	0·0000189

*

Az áttekinthetőség kedvéért az összes vizsgált alkoholokra és a BUGARSZKY által tanulmányozott æthylalkoholra vonatkozó sebességviszonyt és sebességállandókat egy táblázatban foglalom össze. Az első rovatban az alkoholok neve és szerkezeti képlete áll, míg a többi rovat jelzésének értelme már az előzőkből ismeretes.

XXI. táblázat.

Az alkoholok neve és szerkezeti képlete	k_1	k	K
Aethylalkohol $CH_3 \cdot CH_2OH$	0·00571	1·20	202
Propylalkohol $CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot OH$	0·00737	1·95	265
Butylalkohol $CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2OH$	0·0120	2·64	211
Isobutylalkohol $\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \rangle CH \cdot CH_2OH$	0·0141	4·07	289
Isopropylalkohol $\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \rangle CH \cdot OH$	0·0735	25·72	350
Secundær butylalkohol $(CH_3CH_2)CH(OH)CH_3$	0·181	129·95	718

Ebből a táblázatból látható, hogy annak daczára, hogy az alkoholokra vonatkozó sebességállandó tág határok között változik, mégis törvényszerűséget mutat viszonyában az alkohol isomeriájához és összetételéhez.

A methylalkohol sok chemiai és physikai sajátságában eltér a többi alkoholtól; qualitativ kísérleteim alapján arra következtettem, hogy a reactiosebességnek a többi alkoholénál jóval kisebb értékében is kifejezésre jutnak ezek az eltérések.

A táblázatból látható, hogy a methylensoportok számának növekedésével két egymásra következő alkohol sebességállandóinak a viszonya is lassan nő.

$$\frac{k_1(ae)}{k_1(pr)} = 1.31 \frac{k_1(b)}{k_1(pr)} = 1.62.$$

A secundær alkoholoknál a viszony nagyobb:

$$\frac{k_1(se. b)}{k_1(sec. pr.)} = 2.01.$$

Igen nagy a különbség a primær és secundær alkoholok között. Az isopropylalkohol állandója pontosan 10-szer, a secundær butylalkoholé 15-ször akkora, mint a norm. propyl-, illetve butylalkoholé.

Tehát a legnagyobb befolyással az alkoholok viselkedésére a hydroxyl-gyök helyzete van. Ezt még az is bizonyítja, hogy az elágazó szénlánczczal bíró, de primær isobutylalkohol és a normalis primær butylalkohol sebesség-állandóinak viszonya az 1-től kevésbé különböző érték

$$\frac{k_{1isob}}{k_{1n. b.}} = 1.17.$$

Ellenben a secundær butylalkoholnál és a szintén elágazó szénlánczczal bíró normalis isobutylalkoholnál ez a viszony tízszer akkora

$$\frac{k_{1sec. b.}}{k_{1isob.}} = 12.7.$$

Végül a trimethylcarbinol átalakulására vonatkozó sebesség-állandó rendkívül kicsiny értéke is összhangzásban áll az alkohol

szerkezetével, a mennyiben oxydálószerekkel szemben nem állhat be oxydatio, hanem molekulabomlás, a mely ilyen körülmények között (aránylag alacsony hő és kis bromconcentratio) csupán igen lassan következhetik be.

Kísérleteim eredményei, vagyis az a körülmény, hogy a sebességállandók az alkoholok szerkezetével szoros összefüggésben vannak, szintén kilátásba helyezik, a mit már OSTWALD¹ és MENSCHUTKIN² is kifejezett, hogy számos ilyen irányú kutatás és összegyűjtött adat alapján lehetséges lesz a molekulák szerkezetének s az atomok térbeli elhelyezkedésének törvényszerűségeit számokban kifejezni.

Mivel pedig ezen sebességállandók az egyes alkoholokra époly jellemző értékek, mint a physikai állandóik (forrpont, faj-súly), mivel pedig az egyes alkoholok sebességállandói tetemesen különböznek egymástól, lehetséges ennek az alapján történő könnyű és egyszerűen keresztülvihető felismerésük.

*

Végül ezen a helyen is hálás köszönetem fejezem ki dr. BUGARSZKY ISTVÁN állatorvosi főiskolai tanár úrnak, a kinek intézetében végeztem vizsgálataimat és a ki munkámat mindig szives érdeklődéssel követte és számos jó tanácssal, útbaigazítással segített.

¹ Journal f. prakt. Chem. 18. 449. 1887.

² Zeitschr. f. phys. Chem. I. 624. 1887.

A RADIOAKTIV ELEMÉK ELEKTROKÉMIÁJÁRÓL.

HEVESY GYÖRGY-től.

A radioaktivitás tana az eddig ismert elemek számát megszorította. Az újonnan felfedezett 31 elem élettartalma többé-kevésbé csekély,¹ gyors átalakulásuk folytán az egyes elemeknek csak parányi tömegével rendelkezünk. Ez utóbbi nehezíti meg annyira az új elemek kémiai tulajdonságainak vizsgálatát.

Három úton haladhatunk:

a) A szokásos vegyi reakciókat végezzük az új elemekkel.

b) Az új elemek forrása, helyesebben elpárolgási viszonyait tanulmányozhatjuk.

c) Alkalmazhatjuk az elektrolýsis módszereit.

Az elemek kémiai tulajdonságainak megállapításakor elsősorban azoknak azon vegyületeit keressük fel, melyeknek «oldhatósági szorzata» felette csekély (mint a baryum sulfátjáé, az ezüst chloridjáé stb.) és a mely vegyületek nehezen oldhatósága jellemzi az illető elemet.

A radioaktiv átalakulási termékeknek oly csekély tömegével rendelkezünk csupán, hogy vegyületeik oldhatatlanságát nem

¹ E 31 elem közül (uran X, uran Y, ionium, radium, radium em., Ra A, Ra B, Ra C₁, Ra C₂, Ra D, Ra E, Ra F, mezothor₁, mezothor₂, radiothor, Th X, Th Em, Th A, Th B, Th C_α, Th C_β, Th C₂, Th D, radioaktinium, aktinium, Akt X, Akt Em., Akt A, Akt B, Akt C, Akt D) három kivétellel — ionium, radium, aktinium — mindegyiknek a félideje kisebb 20 esztendőnél. Tekintsük pl. a 19 percnyi félidejű Ra C₁-t: ha 1 gr. radiummal rendelkezünk, maximálisan 2·10⁻⁸ gr. Ra C₁-t gyűjthetünk össze, mivel a radioaktiv egyensúly beálltával az egyes termékek tömegei új viszonylanak, mint félidők.

tapasztalhatjuk. Bármilyen nehézben oldódjék is a *Th X* sulfátja vízben, az 10^{-9} gr *Th XSO*₄, melyet 1 kgr thoriumsóból nyerhetünk, már parányi víztömegben is oldható lesz. A *Th X* kiesése baryumsulfáttal nem jelenti a *Th X SO*₄ oldhatatlanságát vízben, a kieső baryumsulfát magával ragadja a *Th X*-t.

Az ilyen cserehatás nem vegyi, de adsorptiós reactio. SZILÁRD¹ fejtette ki legkimerítőbben ezeknek a természetét — szerinte az adsorbeáló anyag és az adsorbeált radio-elem mindegyike ellenkező előjelű töltést hordoz, melyek a radioaktív elem kiejtésénél egyesülnek. Ismereteink mai állása mellett az ilyen adsorptiós reactiók lefolyásából csupán bizonyos megszorítással következtethetünk a reagáló radioaktív elemek vegyi természetére.

A hevítési, illetve elpárolgási módszer a radioelemek elválasztásának legrégebbi módszere. A *Ra B* és *Ra C*-t tartalmazó felületet hevítve a *Ra B* párolog el könnyebben s ily módon sikerül pl. e két elem elválasztása. Præparatív szempontból a hevítési módszer igen fontos, az egyes elemek kémiai jellemzését azonban ettől nem várhatjuk. Az elpárolgó anyag igen diskkrét felosztásban van a hevített felületen jelen, a gőzfeszültség és itt lényeges felületi feszültség eredője lesz az elpárolgási folyamat. Nem tudjuk, vajjon mindennapi elemeink ily finom elosztásban hogyan viselkednek. Az idevonatkozó nagyszámú kísérletből azt az egy fontos következtetést vonhatjuk le, hogy a gáznemű emanatiók kivételével az átalakulási termékek mindegyike szilárd halmazállapotú.²

Harmadik módszerünkől, az elektrokémiaiától várhatunk még leginkább felvilágosítást a radio-elemek kémiai természete felől. Az elektrokémiai módszerek alkalmazása a radiokémiában szolgáltatta az előttünk fekvő vizsgálat tárgyát. Két célunk volt: præparatív és főleg elméleti.

¹ SZILÁRD: Le radium, 7. (1910). Decz.

² RUSSELL vizsgálatai szerint a *Ra B* már szobahőmérsékleten párolog. Proc. Roy. Soc. 86. (1912). 2480.

A radioelektrokémia jellemzése.

Az elektrokémiai jelenségek két nagy csoportját különböztetjük meg. Az egyik FARADAY törvénye körül kristályosodik. Itt azon ionok, melyeknek természetére következtetni akarunk, kizárólag maguk vezetik az áramot, e csoport legismertebb esete az elektrolytok vezetőképessége. A radioaktív elemek jellemzésére e jelenségcsoport nem szolgálhat, még ha abszolút tiszta (KOHLEAUSCH féle) vízben sikerülne is a radium *C*-t vagy *Th X*-t feloldanunk, a *H* ionok száma még mindig nagyobb volna a *Ba C* ionok számánál és az oldat vezetőképességére mérvadó az előbbiek és nem a radioionok volnának.

A másik jelenségcsoport felé kell figyelmünket terelnünk, melyet a kiejtési potential (elektrodpotential) határol. Hogy egy oldatban lévő ion ionállapotát elhagyhassa és elemi állapotban léphessen fel az elektrodon, a FARADAY törvénye által jellemzett követelményeken kívül, az ion felszabeditására szükséges potentialkülömbözetnek is jelen kell lennie. Minél kisebb feszültségi különbséget (potentialugrást az elektrode és az elektrolyt között) követel az ion felszabeditása, annál könnyebben válik ki az illető elem — tekintsük egyszerűség kedvéért csupán a fémeket —, annál kisebb a törekvése feloldódni, annál «nemesebb», annál előkelőbb helyen áll a fémek feszültségi sorában.

Bármilyen csekély mennyiségben van meg egy ion, sok idegen ion mellett, az oldatban, kiválása mégis a saját oldási törekvésének marad a függvénye. Abból, hogy bizonyos elektrodepotential mellett egy radio-elem kiválik-e vagy sem, következtethetünk ennek kémiai természetére.

DORN¹ és PEGRAM² elektrolizálták legtöbbször a radium illetve thoriúmsóoldatokat, majd MISS BROOKS,³ illetve LERCH,⁴ az actinium, illetve thorium aktív csapadékának savanyú olda-

¹ DORN: Abh. der nat. Ges. Halle (1900).

² PEGRAM: Phys. Rev. XVII. p. 427. (1903).

³ MISS BROOKS: Phil. Mag. Sept. (1904).

⁴ LERCH: Ann. d. Phys. XII. p. 745. (1904).

tát. LERCH¹ praeparativ szempontból igen fontos eredményt ért el, sikerült *Ra C*-t a *Ra B*-től elválasztania.

Elméleti gyümölcsöt az e téren eddig végzett nagyobb számú munkálat kettőt hozott: az úgynevezett LUCAS, illetve LERCH-féle törvényt, mely szerint az elemek átalakulása oly irányban történik, hogy az újonnan keletkezett elemek mindig nemesebbek az őket létrehozóknál; továbbá az illető radio-elem helyzetének megállapítását az elemek feszültségi sorában, a szerint, vajjon kiválik-e az illető radio-elem az oldatába bemártott fémlapon (réz, ólom, nickel stb.). Hogy az ú. n. LERCH-LUCAS törvény nem állja meg a helyet, azt későbbben fogjuk bizonyítani, valamint azt is, hogy abból, vajjon egy radio-elem az oldatába mártott fémlapon kiválik-e vagy sem, még nem következtethünk helyzetére a fémek feszültségi sorában.

Az aktiv csapadék oldatának elektrolysise.

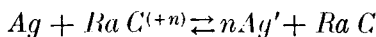
Kétféleképen² veszíthetik el az oldatban levő ionok töltéseiket, illetve válhatnak ki az utóbbiból elemi állapotban. Vagy

¹ LERCH: Wien. Ber. CXVI. II. a. Dec. 1907. A későbbi radiofizikai vizsgálatoknál LERCH módszere, mely azon alapszik, hogy az aktiv csapadék savanyú oldatába mártott nickel-lapon csupán a *Ra C* válik ki, nagyon hasznosnak bizonyult.

² Harmadik módja a következő: Heterogen fázisok határfelületén mindig potentialkülömbőség lép fel, illetve elektrostatikai kettősréteg van jelen. Ha e két fázis fémből és elektrolytból áll (pl. 1 cm² zinkfelület, 1 n. ZnSO₄ oldatban), akkor e kondenzátor kapacitása kb. 10 mikrofarad. Egyes ionok e kondenzátorba beléeshetnek és töltéseiket elveszíthetik; nem radioionoknál ez nem játszhatik a kapacitás csekélysege folytán szerepet, nem úgy az előbbieket esetében. A fent jellemzett kondenzátor mintegy 10⁻¹⁰ gr szabad (!) *Ra C* iont neutralizálhat, a mi aránylag igen nagy mennyiség. Az ionok nem «szabadok» az elektrolytban, de a pozitív ionok szférája pl. folytonosan leköti a negatív ionokét, a mit pl. azzal bizonyíthatunk, hogy diffusio útján nem sikerül a gyors *H* inokat a lassú *Cl* ionoktól elválasztani. A kondenzátor csupán «szabad» ionokat köthet le. Ily szabad ionok 1. parányi számban jelen vannak a rendes elektrolytokban is, 2. a radioaktiv sugárzás esetleg az elektrolytikus töltéseket részben neutralizálja, 3. a kolloid részecskék is ilyen szabad ionok, melyeknek

az elektromos mezőny hatása alatt pl. a pozitív ionok a negatív elektrodhoz terelődnek és ott töltéseiket leadják, áramot létesítve; vagy pedig cserehatás áll be az elektrod és az oldatban lévő ionok között, az előbbi töltött részecskéket küldve az oldatba, az utóbbiak az elektrodon kiválnak. Elektrolysiseinknél ez utóbbi folyamat meggátlására ú. n. megtámadhatatlan elektrodokat alkalmazunk (platina, arany stb.) és így a második folyamatot practice teljesen elimináljuk. Radioionok esetében az utóbbi folyamatot csak ritkán hanyagolhatjuk el, érzékeny módszereink jelzik a Radioion + Elektrod fém \rightleftharpoons Elektrodion + Radiofém egyenlet megkövetelte, bár parányi, radiofém jelenlétét az elektrod felületen.

Ha elektrodul pl. az «indifferens» ezüst szolgál, akkor a *Ra C* elektrolysisénél az



egyensúlyt nem hanyagolhatjuk el.

Az elektrod e specifikus hatása annál inkább fog érvényesülni, minél kevésbé nemes az elektrod-fém, minél nemesebb a radio-elem és minél kisebb töménységben van jelen az utóbbi. [Így a *Ra F*-nál igen nagy szerepet játszik, a *Ra D*-nál igen elenyészőt.] Az elektrod e specifikus hatása okozza, hogy a aktiv csapadék elektrolysisénél az anód is többé-kevésbé aktiv lesz. Minél nagyobb az áram sűrűsége, annál inkább nyomu előtérbe a tisztán elektrolitikus hatás, annál kisebb lesz az anód aktivitása.

Íme néhány bevezető kísérlet leírása.

Elektrod felület 3 cm^2 , $100 \text{ ccm } ^1_{100}$ nor. *NaOH* oldat feloldva tartalmaz $8 \cdot 10^{-15}$ gr *ThC* + $8 \cdot 10^{-14}$ gr *Th B*-t, a mi megfelel 1000 relativ aktivitás-egységnek.

azonban $\frac{l}{m}$ -je kicsiny. (Bővebbet e tárgyról a szerzőnek a *Phil. Mag.*-ban megjelenő cikke tartalmaz.)

	Rel. aktivitás.	B+C össze- tetele egyensúly- részekben.
a) Nickellemez három percezi bemártás után, áram nélkül _ _ _ _ _	17·3	59 C+41 B
b) Nickellemez, mint anod, ugyanannyi ideig _ _ _ _ _	17·5	58 C+43 B
c) Nickellemez, mint katod. $I=50$ milliamp.	18·4	36 C+64 B
$E=2\cdot5$ V.		
d) Platina katod. $I=50$ milliamp.	13·7	40 C+60 B
$E=2\cdot5$ V.		
e) Platina áram nélkül _ _ _ _ _	1·4	45 C+55 B

1 cm² Pt elektrod. 8 ccm. $\frac{1}{100}$ nor. NaCl oldatban. 27. M. A. 3, 2 Volt. 3 percznyi elektrolysis után az anod aktivitása 2·1 %-a a katod aktivitásának.

3 cm² Zn felületen áram nélkül 3 percz alatt kiesik relatív aktivitás = 20, mely az idővel nem hogy csökkenne, de emelkedik. $\frac{1}{10}$ n. NaCl oldat.

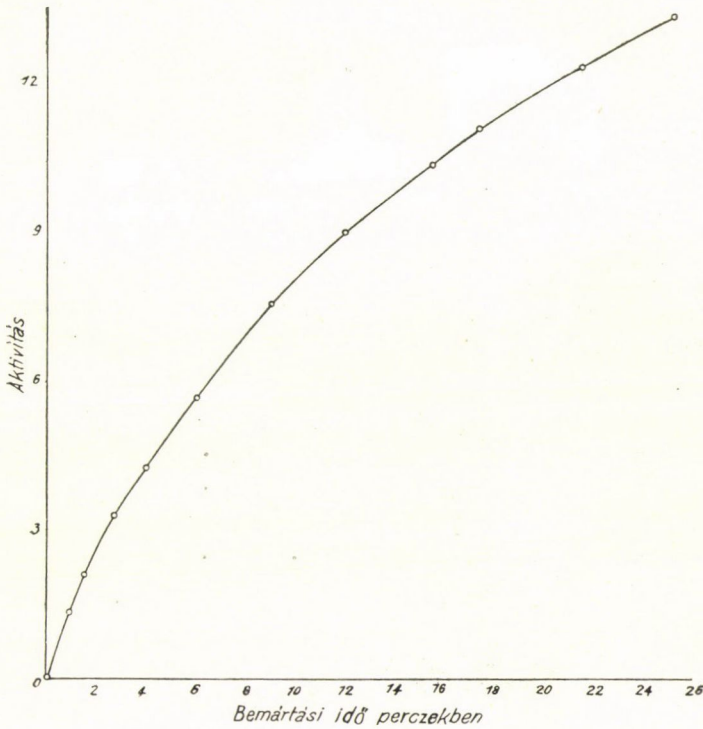
t percz.	Aktiv.
0	—
9	20·3
12	21·4
15	21·9
35	26·1
55·5	30·5
58·5	31·2
84·7	33·7
87	33·8
94·6	33·8
12	33·5.

Ugyanazon kísérletárammal ($I = 11$ milliamp. $E = 3\cdot5$ V.) 25 relatív aktivitást mutat. A zinkfelület árammal csak kevéssel nagyobb aktivitást mutat, mint áram nélkül. Az aktivitás időbeli növekedésének az a magyarázata, hogy több *Th B*

válík ki a zinkfelületen, mint a mennyi a radioaktív egyensúly-
nak megfelel.

Ugyanezen kísérletet 3% *HCl*-oldatban megismételve, négy-
szer annyi aktív-esapadék esett ki, az utóbbi *a* aktivitása 11 órányi
félidővel csökkent, a mi megfelel 50·4% *B* + 49·6% *C*-nek,
egyensúlyszázalékokban kifejezve.

Nikelelektrodon kiváltott ThC mint a bemártási idő függvénye.



1. ábra.

A savnak e sajátos, a kiejtést elősegítő hatását még job-
ban mutatja a következő kísérlet. Zink-lapot 3 percze 40%
HCl-ba mártva, a sósav a zinklemez $\frac{2}{3}$ részét feloldotta, a meg-
maradt 1 cm² zinkfelület még 10·8-nyi aktivitást mutat. A csapadék
összetétele 50·2% *B* + 49·8% *C*.

Az erős hydrogen-fejlesztés a zink feloldásánál erős convectiont létesít. Az eltávozó hydrogenről pedig tudjuk, hogy pozitív töltéssel van ellátva, úgy hogy esetleg elektromos hatások is érvényesülnek; a savak fentemlített előnyös hatásának ez a legközelebb fekvő magyarázata.

Hogy a bemártási idő mennyire befolyásolja a kiejtett aktiv csapadék mennyiségét, azt az 1. ábra mutatja; elektrodul itt nickellap, elektrolytul 0·2 n. HCl és 0·1 n. $NiCl_2$ oldat szolgált.

A mi az itt említett kísérletekben főleg feltűnik, az a kivált aktiv csapadék összetételének a változó jellege. Ez összetételt az a aktivitás időbeli változása szolgáltatja, ha pl. tiszta ThC válik ki, akkor 60 percz alatt csökken a fémlemez aktivitása eredeti értékének a felére, ha tiszta ThB , akkor $t = 0$ -kor a lemez aktivitása nulla és 60 percz alatt éri el maximális aktivitásának a felét, viszont ha a ThB és ThC a radioaktiv egyensúlyban válik ki, akkor az aktivitás 10·6 óranyi félidővel csökken. Így minden félidőnek az aktiv csapadék más-más összetétele felel meg. Az alábbi táblázat első oszlopa a félidőt, második oszlopa az aktiv csapadék megfelelő összetételét mutatja.

Csökkenő aktivitás T perczekben:	% ThB + % ThC
61	1·1 + 98·9
65	9·0 + 91·0
67	12·3 + 87·7
80·5	16·5 + 83·5
178	34 + 66

Növekedő aktivitás T perczekben:	% ThB + % ThC
22	83 + 17
34	90·9 + 9·1.

Kísérleteinkben az aktivitást mint az idő függvényét állapítjuk meg és az utóbbiból következtetünk a kivált csapadék összetételére. Hogy különböző fémfelületeken, sőt ugyanazon felületen is a kísérlet megismétlésekor, más-más összetételű aktiv csapadék válik ki, azt már az e téren kísérletezők, LERCH,

BROOKS, MEYER és SCHWEIDLER, SIRK stb. kivétel nélkül tapasztalták volt. MISS BROOKS¹ szerint a fémek szeszélyesek. E pont tisztázására vetettük a fősúlyt, annak a megállapítására, melyik faktor befolyásolja a kivált csapadék összetételét.

Az elektrokémiai elméletek szemmeltartása² és bizonyos kísérleti nehézségek eliminálása után a fém és az elektrolyt között fellépő potenciálkülömbségben sikerült a csapadék összetételére döntő faktort megállapítani.

Bizonyítékok, melyek szerint az aktív csapadék összetételét az elektrod és elektrolyt között fellépő potenciálkülömbség határozza meg.

1. A rádium rövid életű aktív csapadékának ($Ra B + Ra C$) vizes oldatát elektrolysisnek vetjük alá. Az áram erőssége a milliampèrenek csak parányi része, a platina katod és az elektrolyt közötti potenciálugrás igen kicsiny, az elektrodon majdnem tiszta $Ra C$ válik ki, mely 19·5 pereznyi félidővel veszti el aktivitását.

2. Az áram erősségét növeljük, ceteris paribus növekszik a katodpotenciál s az elektrodon mind több és több $Ra B$ válik ki. Majd a víz felbontási feszültségének elérése után több $Ra B$ válik ki, mint a mennyi akkor esnék ki, ha a « B » és a « C » töménysége viszonyában válnék ki az elektrodon.

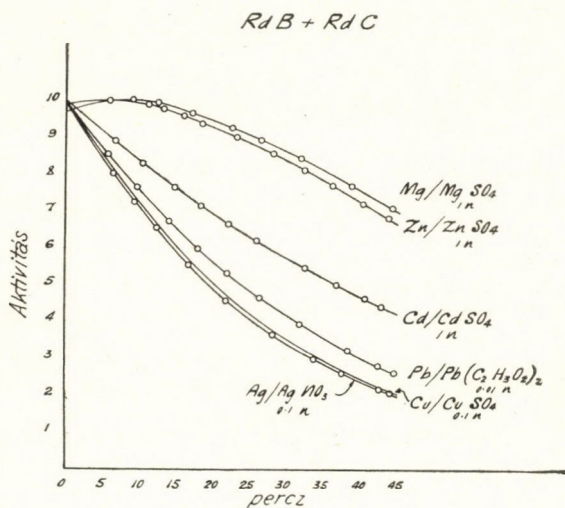
Mindez, valamint a miket a következőkben megbeszélünk, a $Th B$ és $Th C$, illetve az $Akt B$ és $Akt C$ viszonyára egyformán illik, úgy hogy a « B », illetve « C » alatt a három radioaktív család bármely « B », illetve « C » tagját érthetjük.

Noha a fenti kísérletek minőségileg bizonyítják, hogy az elektrokémiai úton kivált aktív csapadék összetétele az elektrodpotenciál függvénye, az utóbbi quantitav bizonyítására más utat

¹ MISS BROOKS I. cz.

² Az eddig e téren végzett kísérletekben (LÉRCH stb.) kivétel nélkül «nem definiált» potenciálokat alkalmaztak; hogy ily körülmények között reprodukálható eredmények nem voltak várhatók, az világos. A 8. ábra mutatja azt az igen nagy különbséget, melyet a definiált és nem definiált nickel-lapon kivált aktív csapadék mutat.

kellett választanunk. Az elektrodon fellépő polarisatio-jelenségek folytán az ott uralkodó potenciálugrás folytonosan változik. Állandó és tetszésünk szerint megválasztható elektrodpotenciált úgy állíthatunk elő, hogy egy fémet saját sója oldatába mártunk, pl. ezüstöt ezüstnitrátoldatba. Ez utóbbi oldat tartalmazhatja az aktív csapadékot is feloldva; ha ki is válik 10^{-16} (vagy hasonló rendű) gr $Ra C$, a potenciálugrás $Ag | Ag NO_3$ csak ugyanaz marad, t. i. $E_{Hg} = +0.5$ V.



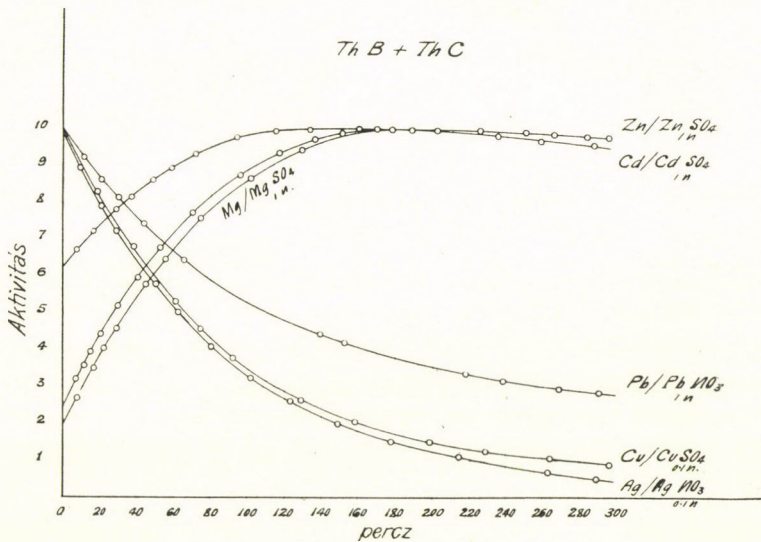
Ha most az utóbbit változtatni akarjuk, azt vagy úgy érhetjük el, hogy az ezüst-ionok töménységét változtatjuk — így befuthatjuk, ha KCN -t is alkalmazunk az $E_{Hg} = +0.5$ V. és $E_{Hg} = -0.8$ V. közé eső potenciálmezőnyre —, vagy úgy, hogy az ezüst helyett réz, cadmiumot vagy más fémet alkalmazunk.

A $Ra B$ vagy $Ra C$ illetően kiejtése megfelel a réz kiejtésének, vas- és rézsó-oldatba mártott vaslemezen. A két folyamat közötti lényeges különbség abban rejlik, hogy míg az $Ag | Ag NO_3$ potenciálugrás a $Ra C$ kiválása után csak a régi marad, addig a vaslemezt mindinkább rézréteg fedi be és ezzel párhuzamosan a vas potenciálja átmegy a rézébe. ($Cu | Cu SO_4$).

E módszer — mely megfelel egy elektrodából álló galván-elem (!) alkalmazásának — a mi céljainkra igen czélszerűnek bizonyult.

A kísérleti részleteket később beszéljük meg, előrebocsátva azoknak eredményét.

a) Erősen pozitív potenciálkülömbőség mellett, mint a milyen ezüst és normális ezüstnitrát között lép fel, kizárólag tiszta «C»



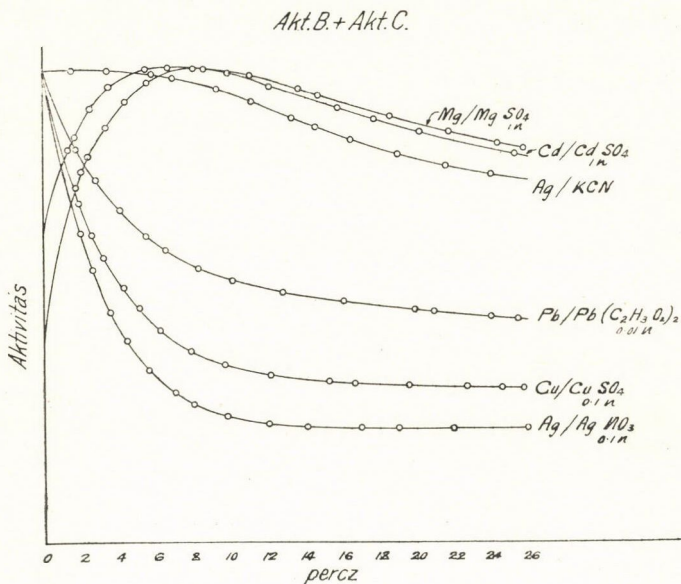
3. ábra.

válk ki. A «B» az oldatban marad. Ily módon egyszerűen nyerhetünk tiszta Ra C, Th, C illetve Akt C-t.

b) Az $E_{H_0} = 0$ -nak megfelelő elektropotenciálnál, mint a milyen Cu és 1. n. Cu SO₄ között lép fel, már a «C»-nek és «B»-nek a keveréke válk ki az elektrodon. A keverék még főleg «C»-ből áll (88%), a rézlap aktivitása még megközelítőleg a «C» periodusával csökken, a thorium esetében pl. 60·5 perc helyett 63 perczezel.

c) Az ólom | ólomnitrát potenciálnál már 30% B-t tartalmaz a kivált csapadék. Az ólomlap aktivitása (thorium esetében) 110 percnyi félidővel csökken.

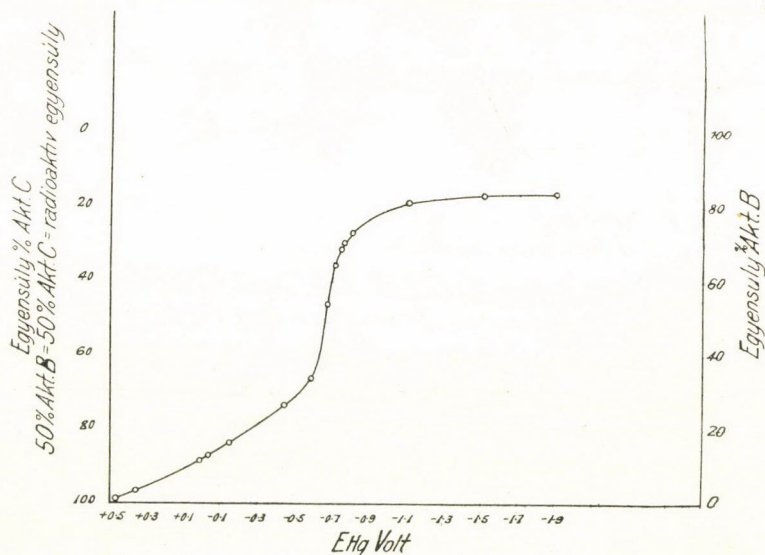
d) Ha még negatívabb potenciálugrást alkalmazunk, zinket mártva pl. $Zn SO_4$ oldatba, mely az aktív csapadékot is tartalmazza, akkor főleg «B» válik ki a zinkfelületen, a kivált radiokeverék csak 20%-ot tartalmaz még az eleinte domináló «C»-ből. E %-ok ú. n. «egyensúly-százalékok». Radioaktív egyensúly esetében az egyes elemek tömegei úgy aránylanak, mint félidejeik. Ha a $Th B$ és $Th C^1$ egyensúlyban van, az előbbi fél-



ideje 10·6 óra, az utóbbié 60·5 percz lévén, 10 $Th B$ molekulára 1 $Th C$ molekula fog esni. Az egyensúlyszázalék fogalma hasonló fogalom, mint pl. a metallographiában általánosan használt atomszázalék fogalma.

¹ A $Th C$ tulajdonképen komplex elem, mely a $Th C_{\alpha}^{\alpha(4\cdot8)}$ -ből és a $Th C_{\beta}^{\beta}$ -ből áll, továbbá a $Th C_{\alpha}^{\alpha(8\cdot6)}$ -ből. A szerzőnek a Phil. Mag.-ban megjelenő cikke foglalkozik az elektrokémiai viselkedés és az elágazás közötti összefüggéssel. Itt $Th C$ alatt a 60·5 percznyi félidővel átalakuló α produktumot értjük.

A zinklap aktivitása nemcsak hogy nem csökken, de három órán át növekszik és csak később kezd 10·6 órányi félidővel csökkenni. Ennek a magyarázata abban rejlik, hogy a *Th B* nem ad le α sugarakat, több «*B*» lévén jelen a fémlapon, mint a mennyi az egyensúlynak megfelel; az első három órában több *C* keletkezik a *B*-ből, mint a mennyi szétesik; a *Th C* moleku-

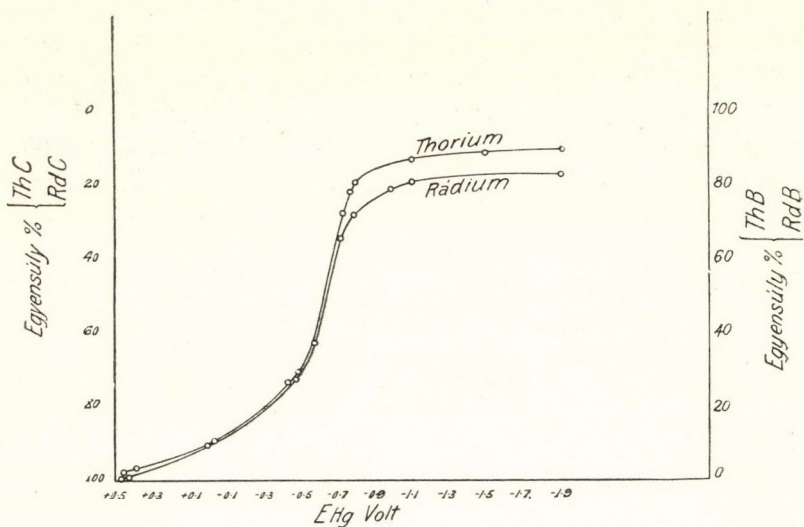


5. ábra.

lák számának növekedésével egyúttal az aktivitás növekedése is jár.

A fenti egyszerű módszer segítségével tiszta «*C*»-n kívül sikerül egyúttal kevés «*C*»-t tartalmazó *Ra B*, *Th B*, illetve *Akt B*-t is előállítanunk.

A 2., 3. és 4. ábra mutatja a különböző elektrodokon kivált aktív csapadék aktivitásának időbeli változását, illetve összetételét. Az 5. és 6. ábra pedig a százalékokban kifejezett összetételt, mint az elektrodpotenciál függvényét. Az utóbbi inflexiós görbék inflexiós pontja $E_{Hg} = -0.6$ Voltnál fekszik. Az elektrokémiai potenciál abszolút nullapontja — a mennyire a kapillar-



6. ábra.

elektromos elméletek megbízhatók — $E_{Hg} = -0.56$. Lehetséges, hogy e két pont közelsége mélyebbre vezethető vissza.

Kísérleti részletek.

Az aktív csapadék oldatának előállítása kétféleképpen történik. Vagy platinafelületet aktiválunk negatív mezőnyben, a szokásos módszer szerint, a csapadékot forró sával leoldjuk a felületről, a savat elpárologtatjuk és a *B*, *C* keveréket vízzel felveszszük. (Az «*A*» az aktiniumnál és thoriumnál 1 másodperczel az expositio megszűnte után teljesen eltűnt, míg a rádiumnál mintegy 20 perczig kell erre várnunk.)

Gyorsabb módja az oldat előállításának kis darabka natriumfém aktiválása, melylyel együtt az aktív csapadék is igen gyorsan és teljesen feloldódik vízben. Ez utóbbi különösen alkalmasnak mutatkozott gyorsan átalakuló elemek, mint a *Ra A* eddig ismeretlen tulajdonságainak vizsgálatakor.

Elektrodfelületül mindig 2.5 cm^2 szolgált, az oldat térfogata 8 ccm volt. A rádiummal és thoriummal végzett kísér-

letekben az elektrodot 4, az aktiniummal végzettben 2 percig mártottuk a folyadékba. A gyorsan lemosott és szárított elektrod azután az α elektroszkopba került, aktivitása időbeli változásának mérése céljából.

A használt oldatok $Ra\ C$ tartalma köbcentiméterenként körülbelül $8 \cdot 10^{-16}$ és $0,5 \cdot 10^{-16}$ gr között váltakozott.

A töménység megállapítására szükséges az elektroszkop érzékenységének ismerete α részecskékben kifejezve, továbbá az α részek számának az ismerete, melyeket 1 gr radium, illetve thorium az időegységben kilövel. Az utóbbit RUTHERFORD és GEIGER munkáiból ismerjük, az előbbi meghatározására egy U_3O_8 réteg szolgált, melynek α rész emittáló képességét GEIGER scintillatiók segítségével határozta volt meg.

A fém és elektrolyt közötti potenciálugrás meghatározása radioaktív úton.

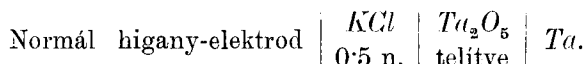
Jeleztük volt már, hogy az. 5 és 6. ábra görbéi a fémfelületen kivált aktiv csapadék összetételét mint a potenciálkülömb-ség függvényét mutatják. Ha már most meg akarjuk állapítani valamely fém helyzetét a fémek feszültségi sorában, illetve a potenciálkülömb-séget az illető fém és sójának oldata között, akkor a só oldatához pl. az aktinium aktiv csapadékának oldatát helyezzük, az illető fémet két percze az oldatba mártjuk és néhány napig figyelemmel kísérjük α aktivitásának időbeli változását. Ez utóbbiból a 6., illetve 4. ábrabeli görbe segítségével könnyen megállapíthatjuk az illető fém potenciálját.

E módszerrel állapítottam meg a tantálfém eddig ismeretlen helyzetét a fémek feszültségi sorában.

Ta_2O_5 -tel telített vízhez helyezve az actinium aktiv csapadékát, 2 percze tantál-lapot mártottunk a folyadékba. Ez utóbbi aktivitásának időbeli csökkenéséből következett, hogy 88% *Act C* és 12% *Act B* vált ki a tantálon, miből viszont következik,¹ hogy Tantál $E_{Hg} = 0,00$ Volt.

¹ Ez nem a tantál normálpotenciálja. Ennek $Ta | Ta$ ion. 1. normál mérése nehézségre ütközik, mivel nem ismerünk tantálsót, mely víz-

A szokásos kompenzációs módszer szerint a szerző és SLADE a következő összetételű elem elektromotorikus erejét határozta meg:



A nyert eredmény $E_{Hg} = -0.007$ V.

Daczára, hogy az utóbbi értéket a $KCl \left| \begin{array}{l} Ta_2O_5 \\ 0.5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} Ta_2O_5 \\ \text{telítve} \end{array} \right|$ közötti

folyadékpotenciál is befolyásolja, a két oly különböző módszer szerint nyert értékek megegyezése igen kielégítő.

A fém | elektrolyt potenciál öndefiníciójának mérése a fenti módszerrel.

A fém és sójának oldata között fellépő potenciálkülömböt NERNST ismert elmélete szerint a következő egyenlet jellemzi:

$$E = RT \ln \frac{c}{c_0}.$$

Ha $c = 0$ (vagyis az elektrolyt nem tartalmaz fémionokat), akkor $E = \infty$. Ez fizikailag lehetetlen, ezért NERNST elméletéből arra kell következtetnünk, hogy ha a fémnek ionjai az oldatban nincsenek jelen, a fém tüstént néhány iont küld a vízbe, miáltal $c \neq 0$ és $E < \infty$. E folyamat a fémpotenciál öndefiníciójának a folyamata. E vízbontó, inkább elektrokémiai természetű folyamathoz később egy másik, vegyi természetű is járul, a fém a levegő oxigénjével egyesülve fémoxyd képződik, mely feloldódik az elektrolytben és szintén részben disszociál.

NERNST alapvető elméletének e következményét eddig nem sikerült kísérletileg vizsgálni. Az elektrometrikus módszerek e célra nem eléggé gyorsak és noha (lásd NERNST: Theoretische Chemie. 382. o.) a nem definiált ezüst | víz potenciálok több-

ben ne esnék szét. Még legkevésbé a TaF_5 hidrolizált. $E_{Hg} | Ta | TaF_5$ -et megállapító kísérletek folyamatban vannak, eddigi eredményük, hogy a tantálfém normálpotenciálja csak kevésbé különbözik a réz potenciáljától.

nyire az ezüst normálpotenciáljánál nemtelenebb értéket mutattak: az elmélet azon követelményét, hogy minden fém, így az ezüst is, ha vízbe mártjuk, az első pillanatban vizet bont, mint a natrium, magnesium stb., illetve ea fém | víz határfelületen fellépő potenciálkülömbőség olyan rendű, mint az alkálifémek és azok sóoldatai határfelületén fellépő, bizonyítani nem sikerült.

Az ezen értekezésben vázolt radioaktív módszerrel könnyen meghatározhatjuk a potenciálkülömbőséget, mely az illető fém és víz között (mely utóbbi az aktív csapadékot is tartalmazza) pl. 0.2 sec. bemártás után fellép. Az így meghatározott potenciál integrálpotenciálnak felel meg és a 0 és 0.2 másodperc közötti időre vonatkozik.

E kísérletek, mivel a fémlapon ilyen rövid idő alatt csak igen parányi aktív csapadék válik ki, igen erős «B», «C» oldatokat követeltek; ilyenek csak a rádiuméből és a thoriuméből állottak rendelkezésünkre.

Alább közlünk néhány idevonatkozó kísérletet.

Rézlap $Ra B + Ra C$ (egyensúlyban) tartalmazó tiszta vízbe mártva.

Bemártási idő.	A kivált B, C keverék összetétele a $Ra C$ egyensúly %-aiban kifejezve.	A megfelelő potenciál.
0.1 — 0.3 sec.	15% — 20% (15. kísérlet.) Az eredmény a környező atmoszfærától (levegő vagy hydrogen) független.	E_{Hg} > -- 1.9 V. > E_{Mg}
1 — 10 sec.	23% — 36% (16. kísérlet.) Hydrogen - atmoszfærában valamivel csekélyebb.	> -- 0.7 V. > E_{Ca}
1 — 2 perc.	30% — 65% (15. kísérlet.) Erősen változó eredmény.	—

Ezüstlap $Ra B + Ra C$ (egyensúlyban) tartalmazó vízbe mártva.

0.1 — 0.3 sec. 18% — 22% > -- 1.9 V. > E_{Mg} .

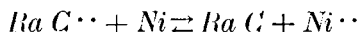
Kísérleteink eredménye teljesen igazolja a NERNST elméletéből vont következtetést. Az egészen rövid ideig tartó bemártás-

kor csupán az elektrokémiai öndefinitio érvényesül, e folyamat független az atmosphaerától; míg hosszabb bemártáskor oxyd is képződik, illetve oldódik fel és ez a kísérleteket kevésbé reprodukálhatóvá, az öndefinitio folyamatát bonyolultabbá teszi.

Kísérleteinkből következik, hogy minden fém vízbe való bemártása pillanatában vizet bont.

A radio-elemek elektrolytikai kiválása és helyzetük a fémek feszültségi sorában.

Említettük volt már, hogy LERCH¹ abból a tényből, hogy a *Ra C* pl. kiválik oldatába mártott nickel-lapon, de nem válik ki ezüstön (?), azt a következtetést vélte vonhatni, hogy a *Ra C* fém a nickel és az ezüst közé esik. E következtetés nem jogosult. Tekintsük a következő egyensúlyt:



(Egyszerűség kedvéért a *Ra C*-t kétértékűnek tekintjük.)

E szerint valami *Ra C*-nek ki kell válnia a nickel-lapon, a radioreactiók hasonlíthatatlanul érzékenyebbek lévén a vegyi reactióknál, ki fogunk mutathatni radio-elemet ott is, hol közönséges elemet ugyanolyan körülmények között jelen nem lévőnek találunk.²

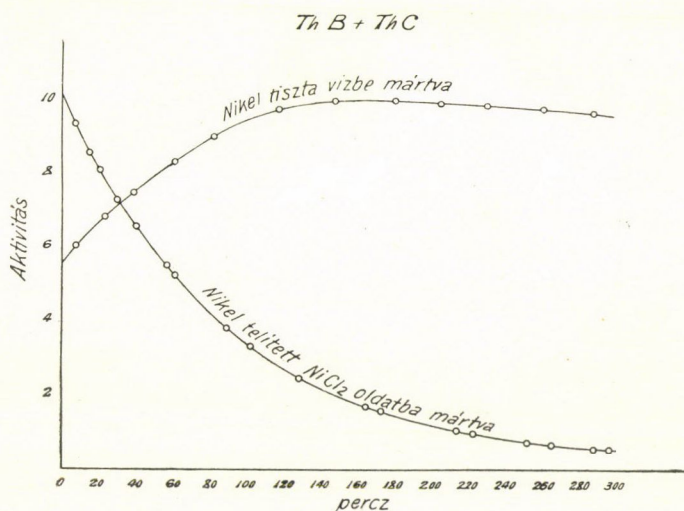
¹ LERCH kísérleteit savanyú oldatban végezte; a radio-elemek, különösen a «B»-k, rendkívül könnyen oldódnak savakban, úgy hogy LERCH kísérleteiből már ez okból sem vonhatjuk a fenti következtetést.

² Ha semleges oldatokkal dolgozunk (ellentétben LERCH-hel és a többiekkel, kik savanyú oldatokat elektrolizáltak), sikerül kisebb-nagyobb mértékben minden egyes elektrodon kimutatni a radio-elemek kiejtését. Maga a radium-elem sem tesz ez alól kivételt. A kivált radioelem mennyisége szintén az elektrodpotenciál függvénye, így pl. különböző fémek felületén 10^{-7} gr *Ra Br*₂ oldatából a következő mennyiség vált ki:

Fém.	Kihozatal.
Réz	0.38%
Ezüst	0.68%
Cadmium	1.1%
Zink	2.5%

A radium mint bromid lévén az oldatban jelen, ezüstnitrátot nem adhat-

Ha a radio-elemek kiejtési viszonyaiból természetükre akarunk következtetni, két úton haladhatunk. Felállíthatjuk a radio-fémek mintegy relativ feszültségi sorát és a radiumot magát, melyet úgy kémiai, mint radiokémiai vizsgálatnak vethetünk alá, használhatjuk összekötő kapocsul a rendes feszültségi sor és a radio-fémek fenti feszültségi sora között. Erre vonatkozó kísérletek folyamatban vannak.



7. ábra.

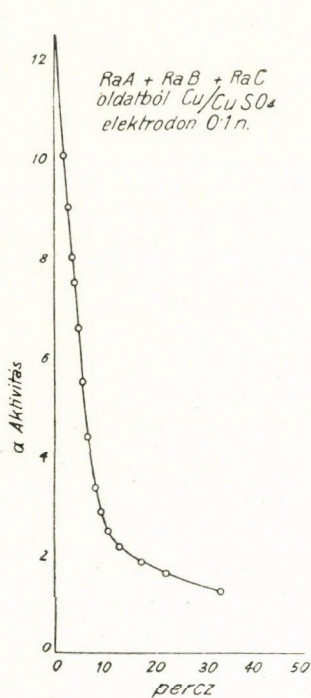
A másik módszer a radium segítsége nélkül, a kiejtési viszonyoknak, mint a töménység függvényének meghatározása által, extrapolatio révén határozza meg az illető radiofém potenciálját.

A Lucas-Lerch-törvényről.

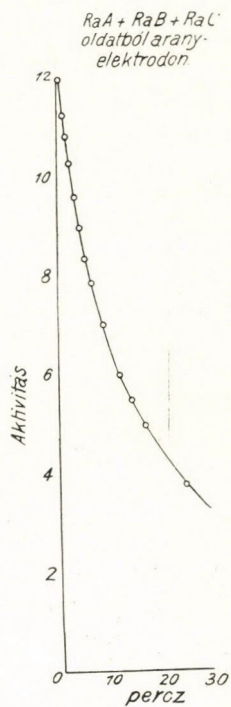
Az a tény, hogy a *Ra C* könnyebben válik ki elektrolytikai úton, mint a *Ra B*, a *Ra F* viszont könnyebben, mint a *Ra C*

tunk hozzá és így a fenti potenciálok nem definiáltak. Hogy a kihazatal az elektrodpotenciál függvénye, azt éppen az ezüstnek látszólag ellentmondó helye bizonyítja, a réz | bromid potenciál nemesebb lévén az ezüst | bromid potenciálnál.

stb. arra az általánosításra vezette LUCAST, illetve LERCHET, hogy az elemek átalakulása oly irányban történik, hogy a keletkező elem mindig nemesebb a szélsőnél. E következtetés nagyfontosságú. A radioaktív átalakulás az atom keretén belül történik, míg az elem nemessége az atom határán kívül eső, rendes physicokémiai tulajdonság. A LUCAS-LERCH-törvény első áthidalása lenne e két eddig teljesen elkülönítve álló jelenségsoportnak.



8. ábra.



9. ábra.

1. A LUCAS-LERCH törvény helyessége ellen szól az a tény, hogy a földalkali fém radium első átalakulása terméke mindjárt a nemes gáz niton.

2. Hogy a radium ötödik átalakulási terméke, a *Ra D*, igen nehezen ejthető ki elektrokémiai úton. De ezen érvek egyike se döntő, a *Ra D* sokkal nagyobb töménységben van jelen, mint

a *Ra C* vagy *Ra B* (radioaktív egyensúly esetén egy *Ra B* atomra 300,000 *Ra D* atom esik) és így a kiejtési viszonyok minden további nélkül nem hasonlíthatók össze.

3. A LUCAS-LERCH törvény helytelenségét azonban kétségen felül bizonyíthatjuk, hogyha sikerül kimutatnunk, hogy a *Ra A* könnyebben válik ki mint a *Ra B*.

A *Ra A* elektrokémiai tulajdonságait eddig nem ismerjük, félideje csupán 3 percz lévén, vizsgálata nehézségekbe ütközik.

A már említett módszer szerint fémnatriumot exponáltunk platina helyett és *Ra A* tartalmú natriumot vízben gyorsan feloldva sikerült a *Ra A* oldatát elektrolysisnek vetni alá.

E vizsgálat eredménye, hogy a *Ra A* nemcsak hasonlíthatatlanul könnyebben válik ki elektrolytice mint a *Ra B*, de még az oly könnyen kieső *Ra C*-vel is majdnem felveszi a versenyt. A 8. ábra mutatja a rézlap aktivitásának csökkenését, melyet 0·1 non. $CuSO_4$ és Na_2SO_4 és a *Ra A*, *Ra B* és *Ra C* tartalmazó semleges folyadékba mártottunk. Az expositio 12·5 perczet vett igénybe, a rézlapot 4·8 perczzel később 45 másodpercze mártottuk a folyadékba.

A 9. ábra az aranylapon, mely 0·1 non. H_2AuCl_6 oldatba merült, kivált aktiv csapadék aktivitásának csökkenését mutatja. Az expositio-idő itt is 12·5 percz volt, de az elektrolysis csupán 8 perczzel később kezdtük meg, ez által az oldat *Ra A* tartalma erősen csökkent, «*B*» és «*C*» tartalma növekedett és az elektrodon kevésbé tiszta *Ra A* vált ki.

A LUCAS-LERCH-törvény, mint látjuk, nem áll helyt, a *Ra A* nemesebb fém lévén a *Ra B*-nál.

Összefoglalás.

a) Radioaktív szempontból.

Áttekintettük a kémiai és physikai-kémiai módszereket, melyek a radio-elemek vegyi tulajdonságairól felvilágosítással szolgálhatnak és láttuk, hogy a tudomány mai állása mellett csupán az elektrokémiai módszerektől várhatjuk a kért felvilágosítást.

Az analogia, mely a radium, thorium és actinium család

megfelelő tagjainak radioaktív tulajdonságai (sugárzás, átalakulás) között fennáll, csakúgy mutatkozik azoknak kémiai, illetve elektrokémiai tulajdonságaiban.

A három «B» nemesak annyiban analog, hogy mindegyikük β sugarakat lövel ki, hogy félidejük nagyobb, mint a megfelelő A, illetve C félideje, de mint láttuk volt, kémiai tulajdonságaiban is, olyannyira, hogy ha módszerünk van a tiszta Ra B előállítására, akkor ugyanazon módszer éppen úgy szolgál a tiszta Th B vagy Akt B előállítására is. Analog viselkedést mutatnak a «C»-k is, az Akt D és Th D (a Ra D kérdése még függőben van), a Th X, Akt X és a radium, valamint — mint egy régebbi értekezésünkben kimutattuk volt — a három emanatio is.

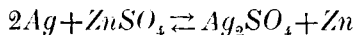
Radio-elem.	Sugárzás neve.	Félideő.	Kémiai tulajdonságai.
Ra	}	1700 év	Analogok. (Földalkali fémek.)
Th X		3·6 nap	
Akt X		10·5 nap	
Ra Em.	}	3·85 nap	Analogok. (Nemes gázok.)
Th Em.		53 mp.	
Akt Em.		3·9 mp.	
Ra A	}	3·0 percz	A két utóbbi tulajdonságai még ismeretlenek.
Th A		$\frac{1}{7}$ mp.	
Akt A		$\frac{1}{450}$ mp.	
Ra B	}	26·8 percz	Analogok.
Th B		β, γ 10·6 óra	
Akt B		36 percz	
Ra C ($C_1 + C_2$)	}	19·5 percz	Analogok.
Th C		α, β, γ 60·5 óra	
Akt C		2·15 percz	
Ra D	}	18 év	A két utóbbi analog.
Th D		β 3·1 percz	
Akt D		4·7 percz	

Hogy a három radioaktív család átalakulási termékei ily feltűnő analogiát mutatnak, felette figyelemre méltó, az anyag átalakulási viszonyai kétségtelenül szorosan összefüggvén annak a felépítési viszonyaival. Hasonló, sőt talán még mélyebbre ható jelenség ez, mint a melylyel az elemek periodikus rendszerének felállításakor találkozunk.

Az ú. n. LUCAS-LERCH-törvényről kimutattuk, hogy nem áll helyt és hogy eddig nem ismerünk összefüggést az atom keretén belül és kívül történő physico-kémiai folyamatok között.

b) Elektrokémiai szempontból.

A radioelektrokémiában nincsenek indifferens elektrodok olyan értelemben, mint a rendes elektrokémiában. Ha ezüst-elektrodot pl. $ZnSO_4$ oldatba mártunk, az



egyenlet szerint parányi zinknek ki kell válnia az ezüsten; ennek kimutatása az ezüsten nem sikerülvén, az ezüstöt indifferens elektrodanyagnak tekintjük. A kis töménység folytán, melyben a radio-elemek az oldatban jelen vannak, továbbá a radioreactiók érzékenysége folytán radio-elem kiválását minden elektrodon kisebb-nagyobb mértékben tapasztalhatunk. Ugyanezen jelenség következménye, hogy radio-elemek kiejtésére egy elektrodából álló galvánelem is elégséges. A radioelemeket tisztán előállító legfontosabb módszereknél ily egyes elektrodokat alkalmaznak, mint pl. MARKWALD a *Ra F* előállításánál bismut, illetve réz-elektrodot, LERCH a *Ra C* előállításánál savba merülő nickelt, a szerző a «C»-k előállításánál semleges oldatba merülő ezüstöt, a «B»-k előállításánál zink-elektrodot.

Ha két radio-elem, pl. *Ra B* + *Ra C* van egy oldatban jelen, akkor ezek, mint két különböző elemnek más-más potenciáljuk lévén, különböző mennyiségben fognak az elektrodon kiválni. A kivált *B*, *C* keverékről kimutattuk volt, hogy az elektrod-potenciál függvénye és miután e függvényt meghatároztuk, sikerült bármely ismeretlen elektrodon fellépő potenciálugrást megállapítani az által, hogy az elektrolythoz *B*, *C* keveréket adva, egyszerű α aktivitás-mérés segítségével meghatároztuk az illető elektrodon kivált *B*, *C* keverék összetételét.

E módszer segítségével megállapítottuk a tantál-fém még ismeretlen helyét a fémek feszültségi sorában; továbbá vizsgálatnak vetettük alá a fém potenciál öndefiníciójának a folyamatát, annak tiszta vízbe való mártása után. E kísérletek igazolták a NERNST elméletéből vont következtetést és azon eredményre vezettek, hogy az összes fémek — a nemes fémek is — tiszta vízbe mártásuk első pillanatában vizet bontanak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1912 június 18.-án tartott üléséből.)

A FUNDULUS HETEROCLITUS FEJLŐDÉSI MUNKÁJA.¹

GLASER C. OTTÓ michigani egyetemi tanártól.

(Kivonatos közlemény.)

Kísérleteimmal a fundulus heteroclitus nevű csontos hal petéjében lefolyó embryoképződés munkájának a nagyságát azon elv szerint igyekeztem megállapítani, a mely szerint TANGL FERENCZ és tanítványa FARKAS KÁLMÁN a tyúk-, pisztráng- és selyempille-embryo fejlődési munkáját meghatározta. TANGL FERENCZ a fejlődés munkájának nevezi a chemiai energia azon mennyiségét, mely az ébrény fejlődése közben a petében hővé alakul át. Az ilyen módon átalakult chemiai energia mennyiségét úgy méri, hogy kalorimetriás úton meghatározza az embryo fejlődése kezdetén és végén a petében levő chemiai energiát. A különbség — a TANGL által felsorolt feltételek mellett — megfelel a fejlődés munkájának.

Vizsgálataimhoz az anyagot Amerikában Woods Holeban, az ottani tengeri élettani állomáson gyűjtöttem. A petéket a haltenyésztésben szokásos eljárással mesterségesen termékenyítettem s a petéket azután az embryo kibúvásáig észleltem. A friss anyagot még ott beszárítottam s azután Budapesten, a m. kir. állatélettani kísérleti állomáson feldolgoztam, TANGL FERENCZ egyetemi tanár vezetése mellett, ugyanazon methodikával, melyet ő is alkalmazott. Csak azt jegyzem meg, hogy a kalorimetriás égetéseket az intézet kis bombájával végeztem.

¹ A budapesti m. kir. állatélettani kísérleti állomáson készült dolgozat.

Kísérleteim számszerinti eredményei a következők:

	Száraz anyag	Hamú	Chemiai energia
A fundulus heteroclitus 1000 darab petéjében van:			
Közvetlenül a termékenyítés után	0,660 gr	0,045 gr	3273 cal.
Az álcza kibuvásakor	0,580 "	0,045 "	2550 "
Az álcza fejlődése közben tehát eltűnt	0,080 gr	—	723 cal.

1000 fundulus embryo fejlődése tehát 723 gr kaloria.

A fajlagos, vagyis az 1 gr embryóra eső fejlődési munkát csak az embryo száraz anyagára számíthattam ki, mert a friss peték súlya nem ismeretes. Elosztva a fejlődési munkát a kibújt álczák szárazanyagának súlyával, 1,4 kg cal.-t kapunk. Tekintetbe veendő azonban, hogy a mint erre vonatkozó megközelítő méréseim mutatták, a kibújt álcza súlyából több mint a fele az el nem használt szikre esik, ez pedig nem szervült embryonális anyag. Ha ennek súlyát levonjuk az álcza súlyából, a száraz anyag fajlagos fejlődési munkája több mint még egyszer akkora, vagyis 3 cal. TANGL szerint a tyúkembryo száraz anyagának fajlagos fejlődési munkája 3,8 cal. és FARKAS KÁLMÁN szerint a selyempillembryoé 3,1 cal.

Vizsgálataim ezek szerint megerősítik TANGL FERENCZ azon hypothesisét, mely szerint a fejlődés munkájának nagysága független az illető szervezet fejlettségének fokától s hogy a phylogenetikai fejlődés legkülönbözőbb fokán álló szervezetek fajlagos fejlődési munkája egyenlő nagy.

Megemlítem még, hogy a fundulus-petében, úgy mint a tyúkpetében is, a fejlődés munkájához az energiát a pete zsírjának chemiai energiája szolgáltatja, vagyis az embryonális fejlődés közben főképen zsír ég el. Ha ugyanis a petéből eltűnt chemiai energiát elosztjuk az elhasznált szárazanyag súlyával, (723 : 0,08) 9 cal.-t kapunk, a mi azt mutatja, hogy az elégett szerves anyag égési melege a zsírénak felel meg.

A vizsgálatokat TANGL FERENCZ tanár vezetésével végeztem.

A HÖMÉRSÉKLET BEFOLYÁSA A KELETKEZŐ ARANYHYDROSOL SZINÉRE ÉS DISPERSIÓJÁNAK FOKÁRA.

VÁRADI LÁSZLÓ-tól.

Bevezetés.

A. GUTBIER, erlangeni egyetemi tanár, a ki a fémeknek vízben való kolloidos oldására vagy más szóval fémhydrosolok (GRAHAM) készítésére sok kitűnő eljárást állapított meg, 1908-ban előadás közben érdekes felfedezést tett. Ő ugyanis már 1902-ben nagyon állandó arany-solokat készített úgy, hogy $1/1000$ hígítású aranychlorid oldatot nátriumcarbonáttal közönbösített és azután közönséges hőmérséken $1/2000$ hígítású hidrazinhydráttal redukálta.¹ De az így nyert solok mind kékszínűek voltak, tehát olyanok, amelyekben az általános felfogás szerint a kolloidos aranyrészecskék: a submikronok aránylag nagyok, vagy ami ugyanazt jelenti, az egész kolloidos rendszerben a dispergált phasis, az arany elosztottságának, dispersiójának foka aránylag kicsi. 1908-ban egy előadásán a hallgatóinak akarta GUTBIER az arany-sol képződését vetítő készülék segítségével megmutatni. És akkor a vetítő-lámpa sugaraitól megmelegedett, $1/1000$ -nél hígabb, nem közönbösített aranychlorid-oldatból egy csepp $1/2000$ hígítású hidrazinhydrát hatására pirosszínű, tehát a kolloid-chemikusoktól aránylag nagy dispersio-fokúnak tartott arany-sol keletkezett.²

¹ Zeitschrift f. anorg. Chemie, 31., 448.

² Zeitschrift f. Chemie und Industrie der Kolloide, röviden: «Kolloid-Zeitschrift», 4. 181 (1908).

E felfedezése után sorozatos kísérleteket végzett GUTBIER különböző hígítású aranychlorid- és hidrazinhydrát-oldatokkal és arra az eredményre jutott, hogy hideg oldatból mindig kék, a víz forrásának hőmérsékére melegítettből pedig piros illetve liláspiros vagy piroslila sol keletkezik. Egy sor kísérletben fokozatosan növelte a hőt és megállapította, hogy a keletkező solok színváltozása nem hirtelen, hanem fokozatosan történik.

GUTBIER felfedezésének abban van a jelentősége, hogy a hőmérsékletnek a keletkező sol színére való befolyását kiemelte. Mert magát a tényt már előtte is észrevették és a koloidos oldatok készítését célzó receptekben a sikerülés egyik feltétele gyanánt írták elő. A tüzes-piros arany-sol készítésének talán legkitünőbb és GUTBIER kísérletéig egyetlen módja a ZSIGMONDY formolos receptje szerint való. Eszerint a sósavas aranychloridból és kaliumcarbonátból álló reactioelegyet forrásig kell melegíteni a hig formaldehyd-oldat hozzáöntése előtt.² L. VANINO és F. HARTL terpentinolajat és rosmarinolajat használtak redukálószernek és a közönséges hőmérsékletű oldatokból előállított soloknak általában kékes, a meleg oldatokból keletkezetteknek pirosas színük volt.³ Sőt magának GUTBIERnek egyik 1902.-i receptjében is szerepel a hő, anélkül, hogy a fontossága hangsúlyozva volna. «Hydroxylaminchlorhydrát — írja — hig vizes oldatban, közönséges hőmérséken kék aranyhydrosol keletkezése közben hat az aranychlorid közömbösített, hig oldatára; a létrejövő sol minden tulajdonságában megegyezik a hidrazinhydrát segélyével készítetttel. De piros arany-sol is előállítható ilyen módon, ha olyan hig oldatokat használunk, hogy közönséges hőmérséken nem történik reactio vagyis egyáltalán nem színeződik a folyadék. Ha az így előkészített reactioelegyet óvatosan felmelegítjük, akkor — a hígítás foka szerint — néha már melegítés közben, néha azonban csak amikor forni kezd a folyadék, megtörténik a reductio és vele a solképződés; ebben

¹ Kolloid-Zeitschrift 9., 175 (1911).

² The SVEDBERG: Die Methoden zur Herstellung kolloider Lösungen anorganischer Stoffe. Dresden, 1909. Theodor Steinkopff. 73—79. o.

³ U. o. 66. o.

az esetben mindig piros sol keletkezik, amely minden tulajdonságában megegyezik a más vizsgálóktól leírt arany-solokkal.»¹

Miért hajlik a piros felé a nagyobb hőmérsékleten keletkező sol színe, összefügg ez a körülmény a nagyobb hőmérsékleten keletkezett solnak valamely más tulajdonságával, a melyben szintén eltér a kisebb hőmérsékleten keletkező soltól? Ezt a kérdést sem GUTBIER, sem más kutató nem vetette fel.

Pedig a kérdés igen érdekes. Mert a coagulálást, a kolloidosan oldott arany kicsapódását előidéző tényezők hatására a coagulatio beállta előtt kékszínűvé válik a sol. A hőmérséklet pedig ilyen coagulatiót okozó tényező.

Hogy a kérdés fejtegetésével nem foglalkoztak, annak talán a következő két oka van.

A kolloidos rendszerekben az ú. n. felületi energiák illetve a velük szorosan összefüggő energiafajták bírnak uralkodó szereppel. Ugyanis a kolloidos oldatok dispers heterogen rendszerek, vagyis a rendszer egyik phasisa — a dispergált phasis — apró darabokban van eloszolva a másik összefüggő phasisban: a dispersio-közegben. Az ilyen — BREDIGTŐL mikroheterogennek nevezett — rendszereket pedig, aminők a kolloidos oldatokon kívül egyrészt a suspensiók és emulsiók, másrészt az úgynevezett «igazi oldatok», az különbözteti meg a makroheterogen rendszerektől, hogy phasisaik igen nagy felületen érintkeznek egymással. Ámde a felület kapacitási tényezője a felületi energiának.

A felület nagysága és vele a felületi energia értéke gyorsan nő a dispergált phasis elosztottságával. Ennélfogva a részecskék nagysága és (a térfogategységben levő) száma jellemző bélyege a dispers heterogen rendszereknek. Ezen az alapon három — természetesen nem élesen elhatárolt — csoportba lehet őket osztani:

1. Durva dispersiók. Részecskék legalább akkora nagyok

¹ The SVEDBERG: Herstellung kolloider Lösungen. 111. o. GUTBIER azt véli még ekkor, hogy a reactioelegynek olyan hignak kell lennie, hogy közönséges hőmérséken ne történhessék meg a solképződés. Látni fogjuk, ez nem szükséges feltétel.

hogy mikroskoppal láthatók, tehát nagyobbak 100 $\mu\mu$ -nél (mikronok). Ide tartoznak a suspensiók és emulsiók.

2. Kolloidos oldatok. Részecskéik 100—1 $\mu\mu$ mekkoraságúak, tehát mikroskoppal már nem különböztethetők meg, de a SIEDENTOPF és ZSIGMONDY feltalálta ultramikroskoppal megfigyelhető a jelenlétük. Állati hártványknak és pergamentpapírnak a pórusain nem bírnak átmenni. Az ilyen részecskéket SIEDENTOPF submikronoknak nevezte el, az ezeknél is kisebbeket amikronoknak, mind a kettőt pedig ultramikronok névvel foglalta össze.

3. Krystalloid vagy homogen oldatok. Részecskéik molekuláris illetve ioni mekkoraságúak, átmennek az állati hártványknak és a pergamentpapírnak a pórusain.¹

A kolloidos rendszerek legjellemzőbb bélyege tehát diszpersiójuk foka, illetve submikronjaik nagysága. Ezért természetesen már korán felmerült az a kérdés, van-e összefüggés a kolloidalis oldatok színe és submikronjaik nagysága közt? Azonban ZSIGMONDY, az ultramikroszkopia megalapítója — aki SIEDENTOPFFal együtt a szó eredeti értelmében is olyan messze kitolta látásunk határát — erre a kérdésre FARADAYVAL egyetértően egész határozottan nemmel felelt.² Ebben vélem látni az első okát annak, hogy nem kutatták, miért keletkezik magasabb hőmérséken piros aranyhidroszol? Mert, ha a submikronok mek-

¹ Mindezekre nézve lásd:

Richard ZSIGMONDY: Zur Erkenntnis der Kolloide. Über irreversible Hydrosole und Ultramikroskopie. Jena, 1905. 9. Fischer. 16–25., 87. o.

H. FREUNDLICH: Kapillarchemie. Leipzig. 1909. 291., 318. o.

Wo. OSTWALD: Grundriss der Kolloidchemie. Zweite Auflage. Dresden, 1911. Th. Steinkopff. 23–30., továbbá 78. o.

R. ZSIGMONDY: Kolloidchemie. Leipzig. 1912. Ottó Spamer. 25. o.

Íde iktatom H. W. BAKHUIS ROOZEBOMNAK a «homogen»-ről való definitióját. «Egy rendszert akkor nevezünk homogennek, ha minden mechanikailag elkülöníthető részében ugyanaz a kémiai összetétele és ugyanazok a kémiai és fizikai tulajdonságai. Egy jól elkevert gázban vagy folyadékban tehát az összetételt illetően a homogenitás csupán a molekulák kicsinyisége és megfigyelő eszközeink durvasága folytán áll fenn.» H. BECHHOLD: Die Kolloide in Biologie und Medizin. Dresden, 1912. Th. Steinkopff. 5. o.

² R. ZSIGMONDY: Zur Erkenntnis der Kolloide. 111. o.

koraságával, illetve a rendszer felületi energiájának nagyságával nem kapcsolatos a jelenség, mással valóban alig hozható összefüggésbe.

A második ok, ámbár egészen sajtószerű, talán hozzátartozik egy tudomány fejlődésének lélektanához. Ugyanis, jóllehet ZSIGMONDY tagad minden összefüggést a sol színe és dispersiófoka között, mégis a kolloidchemikusok általában, sőt maga ZSIGMONDY is a piros aranyhydrosolt nagyobb dispersiójunak, a kéket kisebb dispersiójunak tartják anélkül, hogy erre vonatkozóan közvetlen számbeli bizonyítékokkal rendelkezzenek. A közvetett bizonyítékok a következő három forrásból valók: állandósági viszonyok, színváltozás a coagulatio előtt, a reactio-componentek töménysége. A piros színű solok állandóbbak, színük a coagulatio előtt kékbe csap át és általában higabb oldatokból állnak elő. Jóformán csakis ezekre a közvetett bizonyítékokra támaszkodva mondotta ki Wo. OSTWALD 1911 augusztus havában a következő tételét: «Az összes eddig megvizsgált kolloidokban a dispersio fokának emelkedésével az absorptio maximuma a rövidebb hullámhosszúságok felé tolódik el.»¹ Minthogy az absorptio maximuma gyanánt a sol subjective látott színének kiegészítő színét fogadja el, tétele más szóval azt jelenti, minél kisebbek egy sol submikronjai, annál inkább pirosba hajlik a színe áteső fényben nézve.

Ilyen körülmények között érdekesnek és jelentősnek látszott annak a kérdésnek közvetlen kísérleti megvizsgálása, minő befolyása van a reactioelegy hőmérsékletének a keletkező sol dispersiófokára. Minthogy a keletkező sol színe magától adódik, a kísérletekből egyúttal arra vonatkozóan is várható felvilágosítás, minő összefüggés van a sol színe és dispersiójának foka között.

Kísérleti berendezés és kísérleti eredmények.

A solok dispersiófokát a legspeciálisabb kolloidchemiai módszerrel: a submikronok nagyságának ultramikroskopos meg-

¹ Wo. OSTWALD: Ueber Farbe und Dispersitätsgrad kolloider Lösungen. Kolloidchemische Beihefte, Band II. Heft. 12., 25. August 1911.

állapításával határoztam meg. A submikronok nagysága a következő megfontolás alapján állapítható meg. Ha P egy gömbalakúnak gondolt submikron sugarát, m a tömegét és s a fajsúlyát jelenti, akkor

$$s = \frac{m}{\frac{4\pi P^3}{3}} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

a miből

$$P^3 \text{ cm}^3 = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{m}{s} \text{ gr.}$$

Ha továbbá M a kolloidos fémnek a sol térfogategységében foglalt tömege (pl. egy mm^3 -ben foglalt arany tömege grammokban), a a sol hígításának foka, v a solnak az ultramikroszkopban optikailag elhatárolt térfogata (pl. mm^3 -ekben), n az elhatárolt solban foglalt submikronok száma, akkor

$$m = \frac{M \cdot v}{a \cdot n},$$

ennélfogva

$$P \text{ cm}^3 = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{M \cdot v}{a \cdot n s} \text{ gr.}$$

tehát

$$P \text{ cm} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{M \cdot v}{a \cdot n s}} \text{ gr.}$$

A submikronok mekkoraságának kiszámítása ezéljából isodiametralis alakot tulajdonítunk nekik. ZSIGMONDY az alapvető értekezésében azt tételezi fel, hogy koczkaalakúak. SIEDENTOPF megállapította, hogy a kékszinű konyhasóban foglalt dispergált nátriumphasis részben kisebb submikronokból áll, a melyek a főtörési sík irányában polarizálják a fényt, részben nagyobbakból, a melyek valamennyi irányban polarizálják. Lord RAYLEIGH elmélete szerint az első jelenség, a normális polarisatio gömbalakú vagy közelítően gömbalakú részeken várható, a másik azonban lemez vagy túalakú részecskékre vall. Minthogy más szilárd és folyékony solokon is tapasztalhatók hasonló jelenségek, SIEDENTOPF a submikroszkopos fémrészecskék általános tulaj-

donságának tartja, hogy a kisebbek közülök gömbalakúak, a nagyobbak pedig anisodiametralisok. Ezzel teljesen egyező eredményre jutott The SVEDBERG és Katsuji INOUE a BROWN és ZSIGMONDY-féle mozgás tanulmányozásából. Polarisációs megfigyeléseket is végeztek és azokból kiderült, hogy a kis, 20–30 μ -nyi submikronokat tartalmazó aranyhidrosolok normálisan polarizálják a fényt, tehát submikronjaik gömbalakúaknak tekinthetők.¹

Mint hogy az általam megvizsgált solokban a submikronok nagysága 22 és 32 μ között változott, megengedhető volt, hogy gömbalakúaknak tekintetem őket.

A submikronok láthatóvá tételére és megszámlálására a SIEDENTOPF és ZSIGMONDY-féle ultramikroszkopos berendezést használtam.²

Egy egy méter hosszú fatábla közepére élével felfelé egy háromélű vasprizma van erősítve: az optikai pad. A fatábla 34 cm-rel hosszabb mint az optikai pad. A szabadon maradó helyen egy önműködően szabályozódó, 20 Ampère intenzitású, 47–50 Volt feszültségű ivlámpa szolgáltatja a szükséges fényt.

Az optikai pad lámpafelőli végétől 36·5 cm-nyire egy merőleges vasrúdon, a melynek nyeregforma alja pontosan a vasprizmára illik és csavarral hozzáerősíthető: a lovagon egy 80 mm-es gyújtótávolságú, színbelileg és gömbileg javított vetítő tárgylencse van, a melyet az oldalsó fény visszatartására 15 cm átmérőjű bádogernyő fog körül.

A vetítő tárgylencsétől olyan távolságban, hogy a fényforrás valóságos képe essék rá (a két talp lámpafelőli szélének távolsága: 12·5 cm), egy szabályozható rés van az előbb említett módon elhelyezve. A rés egy köralakú aczéllap közepén van.

¹ The SVEDBERG und Katsuji INOUE: Zur Kenntnis der Struktur ultramikroskopischer Teilchen. Kolloid-Zeitschrift 9, 49, (1911).

The SVEDBERG: Die Methoden zur Messung der Brownschen Bewegung. Kolloid-Zeitschrift 7 1–7, (1910).

V. ö. H. SIEDENTOPF und R. ZSIGMONDY: Über Sichtbarmachung und Grössenbestimmung ultramikroskopischer Teilchen. Drude, Annalen der Physik. 10, 1 (1903).

² CARL ZEISS: Beschreibung der Einrichtungen zur Sichtbarmachung ultramikroskopischer Teilchen. Jena, 1904.

Az aczéllapra felül egy 50 egyenlő részre osztott mikrométerkerék van erősítve, a melynek egyszeri körülforgása $\frac{1}{2}$ mm-nyire nyitja szét a rést, tehát egy osztályzattal való odébbforgatása $\frac{1}{100}$ mm-nyire. A réslapra vízszintes átmérője irányában két kis aczéllemez van szerelve, a melyek közül az egyik hajszálrugó és mikrométercsavar segítségével szintén közelíthető és távolítható a másikhoz képest. Ilyen módon a rés magasságban is, szélességben is tetszés szerint elhatárolható. Az egész réslap 90° -kal elfordítható az eredeti helyzetéhez képest.

Ennek a finoman szabályozható résznek a segítségével lehetővé válik, hogy a solnak csakis azt a részletét világítsuk meg, a mely a használt mikroszkop tárgylencséjének látási mélységébe esik, a miáltal élesen láthatóvá válnak az egyes sukronok körül képződő kis fénykorongok. Ha a solnak nemcsak ez a szintje volna megvilágítva, hanem a föléje és alája eső is, akkor az ezekben keletkező fénykorongok egymásra esve, az egész látóteret fátyolossá tennék.

A rés talpának szélétől 10 cm-nyire egy 55 mm gyújtótávolságú másik vetítő tárgylencse van. Ezután pedig egy mikroszkopos tárgylencse van vízszintesen elhelyezve úgy, hogy a lenséje 180 mm-nyire van a második vetítő tárgylencsétől. A mikroszkopos tárgylencse tubusa egy-egy mikrométer csavar segítségével jobbra-balra, illetve előre-hátra mozgatható.

A mikroszkopos tárgylencse után van végül elhelyezve a megfigyelésre szolgáló mikroszkop. Ennek külön az ultramikroszkopozásra alkalmas achromatikus, vízimmersiós tárgylencsége van. A lencse foglalatjára csavarható fel egy megfelelő speciális tartó, a melybe a BILTZ-féle küvetta helyezhető. A küvetta kívülről négyyszögletű, az egyik függélyes falában olvasztott quarczból való kis kerek lemez, «ablak» van, ugyanilyen vékony quarczablak van a felső vízszintes falában, hogy a submikronoktól szétszórott és polarizált fény a mikroszkop tárgylencséjébe juthasson. A quarczablakok azért ezélszerűek, mert a quarczot nem támadják meg a folyadékok, olvasztott állapotban nem kettősen fénytörő és minthogy igen vékonyra készíthető, élesen rajzolódik meg rajta át a rés képe a solban és a submikronoké a mikroszkopban.

A küvetta egyik végéhez hosszabb vízszintes, de aztán alkalmasan oldalt és felfelé hajló üvegső közvetítésével egy gömbölyű üvegtölcsér van forrasztva. Ebbe kell önteni a vizsgálandó solt. A küvetta másik vége rövid vízszintes üvegsőben folytatódik, a melyre vékony gummicső van húzva. A gummicsőre tett szorító elzárásával és kinyitásával szabályozható a küvettaból, illetve a tölcserből kiengedett folyadék mennyisége. Kísérletezés közben nem czélszerű egészen kiengedni a folyadékot a küvettaból, mert újabb megtöltésekor könnyen légbuborék tapad a quarezablakokra, a mi a vizsgálást lehetetlenné teszi, az eltávolítása pedig időt rabló.

A megvilágított solhasáb térfogatának megmérése czéljából az oculár-lencserendszer lencségi közé oculár-mikrométer, illetve úgynevezett EHRlich-féle diaphragmák helyezhetők. Az oculár-mikrométert és az EHRlich-féle diaphragmasorozat legkisebb diaphragmáját egy 0.01 mm-ekre osztott ZEISS-féle object-mikrométerrel megmértem. Méreteik a 4-es számú HUYGENS-oculárral és a D^* vizimmersiós objectívvel nézve 120 mm hosszú tubus esetén a következők:

Az oculár-mikrométer

hosszúsága — — — — — 0.065 mm
 szélessége — — — — — 0.0325 " .

Mínt hogy 18 kis négyzetre van osztva, egy kis négyzet egyik oldalának

hosszúsága — — — — — 0.01083 mm.

A négyzetes nyílású EHRlich-féle diaphragmák közül a legkisebbik egyik oldalának

hosszúsága — — — — — 0.045 mm.

Ennélfogva ezzel a diaphragmával a megvilágított folyadékrétegből egy 0.045 mm hosszú és ugyanolyan széles területet közvetlenül elhatárolhattam. Az ekkora alaplappal bíró solhasábnak mélységét úgy határoztam meg, hogy a réslapot 90°-kal elfordítottam az eredeti helyzetéhez képest, a miáltal a rés magassága, a mi a megvilágítás mélységének felel meg, jobbról

balra vetitődött a mikroskopos képbe és így az oculár-mikrométerrel közvetlenül le lehetett olvasni.

Mínthogy olyan híg solban, a melynek a submikronjai egyenként láthatók, a TYNDALL-féle fénykúp széle egyáltalán nem éles és mínthogy a fénykúp mélysége a higitástól nem változhat, a mélységmeghatározást az eredeti, higitatlan solban végeztem. 0·05 mm magas rés esetén a megvilágított solhasáb mélységét 0·02166 mm nagynak találtam. Tehát mínthogy a legkisebb EHRLICH-féle diaphragmát használtam, a megvilágított solhasáb térfogata, v $0\cdot045 \times 0\cdot045 \times 0\cdot02166 = 0\cdot000043861$ mm³-rel volt egyenlő.

Ha a solt annyira higitjuk, hogy egyszerre 9-nél több submikron ne jusson a diaphragmától határolt mezőbe, meg lehet számolni, hány submikron van az immár ismert térfogatú solhasábban. A számlálás nem egészen könnyű, mínthogy a submikronok tudvalevően örökös mozgásban vannak: a BROWN-ZSIGMONDY-féle molekuláris mozgást vagyis rezgő mozgást, azonkívül «kryptokinetikus» forgó mozgást¹ és tovahaladó mozgást is végeznek. Ámde, ha napfényben tánczoló szúnyograj játékához is hasonlítja ZSIGMONDY² a kolloidos részecskék mozgását kissé töményebb solban: egymáshoz ütődés, szétpattanás, elugrás, ugyancsak ZSIGMONDY azt a vizsgálás szempontjából szerencsés körülményt is megfigyelte, hogy mintha a részecskék befolyásolnák egymás mozgását, minél jobban higitjuk a solt, annál jobban csökken mozgásuk élénksége.

Az a higitásu sol v térfogatában foglalt submikronok számának, n -nek meghatározására SVEN ODÉN³ nyomán száz számlálást végeztem és abból vettem középértéket. Mínthogy az első ötven számlálás középértéke általában nem nagyon tér el a második ötven számlálás középértékétől, az így kapott n elég pontosnak tekinthető.

¹ J. AMANN: Ultramikroskopische Betrachtungen. Kolloid-Zeitschrift 8. 11. (1911).

² R. ZSIGMONDY: Zur Erkenntnis der Kolloide, 106—111. o.

³ SVEN ODÉN: Ueber die Darstellung kolloider Schwefellösungen von verschiedenem Dispersitätsgrad durch fraktionierte Koagulation. Kolloid-Zeitschrift 8, 186 (1911.)

Az M -et, egy mm^3 solban foglalt arany tömegét egyszerűen a használt aurichlorid koncentrációjából számítottam ki. Ez azonban csak akkor volna egészen helyes, ha a solokban foglalt arany teljes egészében kolloidos állapotban volna jelen. Mint-hogy azonban esetleg egy része iondispers és amikroszkopos alakban (α) foglaltatik a solban s csak egy másik (β) része submikronok alakjában, β helyett ($\alpha + \beta$)-ből számítva az M -et, a submikronok mekkoraságának felső határát nyertem. Ez a határ azonban nem lehet nagyon távol a valódi nagyságtól, ha, amint joggal fellehető, az aranynak csak kisebb része van iondispers alakban a solban.¹

Munkámban különben nincs igen jelentősége a submikronok abszolút nagyságára vonatkozó hibának, minthogy nem ezt, hanem a submikronok mekkoraságának változását vizsgálom, attól függően, hogy ugyanazon reactio-elegyből különböző hőmérsékeken keletkezik a sol.

Az aranyhydrosolokat aranychloridból (AuCl_3) készítettem reductióval, tehát az ionoknak submikronokká való condensatiója útján (SVEDEBERG). Redukáló szernek hydroxylammoniumchloridot ($\text{NH}_3\text{OH}\cdot\text{Cl}$) használtam, a melyet, mint említettem, GUTBIER használt először solkészítésre, de amelyre vonatkozóan még nem állapították meg, milyen solok keletkezése közben hat a különböző hőmérsékletű aranychlorid-oldatokra. Az előkísérleteimből kitűnt, hogy a natriumhydroxyddal közönbösített aranychloridból alacsonyabb hőmérsékeken igen szép kék színű, magasabban pedig piros vagy legalább piros-lila solokat lehet vele készíteni.

A használtam aranychlorid, a hydroxylammoniumchlorid és a közönbösítésre szolgáló natriumhydroxyd e natrio C. A. F. KAHLBAUMTÓL való Berlinből. Az aranychlorid KAHLBAUM árjegyzékében «Goldchlorid, braun» névvel volt felsorolva. Az összetételét, ámbár a színe és a habitusa — borsó nagyságu és kisebb, amorph darabkák — alig hagyott kétséget, az úgynevezett VOLHARD-féle chlortitrálással ellenőriztem, minthogy nemcsak az aurichloridot (AuCl_3), hanem a hydrogenchloroaurátot is ($\text{AuCl}_3\cdot\text{HCl}\cdot 2-3\text{H}_2\text{O}$) aranychloridnak nevezik közönségesen.

¹ V. ö. R. ZSIGMONDY: Zur Erkenntnis der Kolloide. 34. o.

ZSIGMONDY, GUTBIER, BECHHOLD¹ és minden más jelentős kolloidchemikus erősen hangsúlyozza, hogy az oldásra és a hígításra használt víz tisztaságára, az edények anyagának megválasztására és a használt edények tisztítására nagy gondot kell fordítani. Ezt egy később elmondandó kellemetlen tapasztalatom élenken igazolja.

A közönséges destillált víz optikailag nem homogén. Lebegő vagy kolloidosan oldott anyagok vannak benne, ezért minden destillált vízben látni a TYNDALL-féle fénykúpot. A kolloidosan oldott anyagok: az üvegből kioldott alkali földfém-silicátok (és foszfátok), a hűtő csövekből származó fémoxydok és hydroxydok, továbbá az átdestilláló organikus anyagok, ámbár minimális mennyiségben vannak jelen, a submikronok összetapadását, illetve a sol megzavarosodását okozhatják, mert a különböző elektromos töltésű kolloidok kicsapják egymást. Ezért ZSIGMONDY² ajánlatára a következő módon készítettem vizet. A közönséges destillált vizet jenai normál üvegből való lombikból még egyszer átdestilláltam, a gőzt egy körülbelül 80 cm hosszú ezüst-csőves LIEBIG-hűtőben kondenzáltam és a cseppfolyós vizet ismét jenai üvegből való lombikban gyűjtöttem össze.

Ugyancsak jenai normál üvegből valók az összes lombikjaim, a melyekben a solokat készítettem és hígítottam. KOHL-SCHÜTTER³ számos, igen érdekes és rendkívül finom kísérletet végzett 1908-ban annak a kiderítésére, miért keletkeznek más — színű és dispersióju — solok azonos föltételek között: közönséges thüringiai üvegből való, jenai üvegből való, quareból készült és platina-edényben. Arra az eredményre jutott, hogy a jelenséget nem lehet, amint általában vélték, az edények anyagának feloldódásával hozni kapcsolatba, hanem, hogy a különböző anyagból való edények fala különböző mértékben adsorbeálja az egyes reactio-componenseket és e részben a jenai üveg a legkedvezőbb a sol képződésére.

Az oldatok tartására használt üvegeket használat előtt,

¹ H. BECHHOLD: Die Kolloide in Biologie und Medizin. 115. o.

² R. ZSIGMONDY: Zur Erkenntnis der Kolloide. 98. o.

³ THE SVEDBERG: Herstellung kolloider Lösungen 39—60. o.

lombikjaimat ezenkívül minden kísérlet után tömény kénsav és chrómsav elegyével megtisztítottam, forró vízzel alaposan kilúgoztam, vízvezetéki vízzel, aztán destillált vízzel többször, ezüst hűtőben kondenzált vízzel egyszer-kétszer kiöblítettem és végül teljesen kiszáritottam.

Az aurichlorid, a hydroxylammoniumchlorid és a natriumhydroxyd mérésére század köbcentiméterekre osztott pipettákat használtam, amelyeket (a lúgozáson kívül) az előbbihez hasonló módon tisztítottam. A higitásra szolgáló kétszer destillált víz mérésére tized köbcentiméterekre osztott bürettát használtam, a melybe közvetlenül a mérés előtt öntöttem a vizet.

Alapadatokul 1‰-s aurichloridot és ugyancsak 1‰-s hydroxylammoniumchloridot használtam. Minthogy az $AuCl_3$, a $NaOH$ és a $NH_3OH.Cl$ ¹ egymásra hatásának mechanizmusa nincs kikutatva, czélszerűnek tartottam a $NaOH$ oldat normalitását egyenlőnek választani a $NH_3OH.Cl$ -ével a benne foglalt HCl -ra vonatkozóan, mert ezáltal tudom, mennyi natriumhydroxydot kell a solok készítésekor használt hydroxylammoniumchlorid hydroxylaminjának felszabadítására fordítanom és csak azt kell kísérletezés útján megállapítanom, mennyit kell a reactio-elegybe öntenem az aurichlorid közönbösítésére és a fémaranyának a nyilván képződő natriumauritból a hydroxylamin által redukálás révén történő kiválasztására. Minthogy a hydroxylammoniumchlorid 0.0144 *n* a benne foglalt HCl -ra nézve, a natriumhydroxydból is körülbelül ilyen oldatot készítettem.

Bizonyos számú próbálgatás után azt találtam, hogy a solképződésre legkedvezőbb, ha az illető oldatokat a következő arányban használom: 1 cm³ $AuCl_3$, 2 cm³ $NaOH$, 0.7 cm³ $NH_3.OH.Cl$.

Arra, hogy a reactioelegy a kívánt hőmérséket felvegye, egy körülbelül öt literes, OSTWALD-féle thermoregulatorral ellátott kis thermostatot használtam. A thermostatban használt hőmérőt egy század fokokra osztott normál hőmérővel hasonlítottam össze.

A solkészítést és a kész sol gömbalakúnak gondolt submikronjai sugarának, *P*-nek meghatározását a következő példán ismertetem.

¹ NH_3OH = hydroxylammonium.

Egy 200 cm³-es, jeni üvegből való ERLÉNMEYER-lombikba előbb 0·50 cm³ 1⁰/₁₀₀-s aurichloridot, aztán 1·00 cm³ 0·0144 *n* natriumhydroxidot pipettáztam, a bürettából 23·15 cm³, ezüsthűtőben kondenzált vizet mértem hozzá és így a 20° hőmérsékletű thermostatba helyeztem. Negyed óra múltán, a mikor az elegy kétségtelenül felvette már a thermostat hőmérsékletét, 0·35 cm³ 1⁰/₁₀₀-s hydroxylammoniumchloridot engedtem belé.

A keletkezett gyengén zöldes-kék színű solban megnéztem a TYNDALL-féle fénykúp színét (világos vörös) a tárgylencsén át és az egyes submikronok színét (vörös és sárga) a tárgylencsén és a szemlencsén át. Azután magában a küvettában felhigitottam a solt és 0·05 mm magasra nyitva a rést, betettem a legkisebb EHRlich-diaphragmát az oculárba és a mikroszkop tubusát úgy állítottam be, hogy a submikronoktól szétszórt és polarizált fénytől származó fénykorongok élesen legyenek láthatók. Azután destillált vízzel és kétszer destillált vízzel alaposan kiöblítettem a küvettát. A solból pedig egy-egy cm³-t fokozatosan addig higitottam, míg már legfőljebb csak kilencz submikron volt látható az elhatárolt látómezőben. Megtalálva a kellő higitási fokot ($\alpha = 40$), csak a submikronok számának, *n*-nek meghatározása volt hátra. Ezt száz számlálás középértékeképp 5·41-nek találtam. Ennélfogva

$$\log P = \frac{1}{3} (\log 3 Mv - \log 4\pi ns) = 0\cdot50428 - 6$$

és

$$P = \text{Num. log. } 0\cdot50428 - 6 = 0\cdot000003193 \text{ cm} = 32 \mu\mu.$$

Ilyen módon határoztam meg egy különben mindenben azonos körülmények között keletkező sol dispersio-fokának változását a hőmérsékletnek 20°-tól 90°-ig való emelkedésével. Ennek a kísérletsornak az adatait az alanti táblázatba foglaltam össze. Az egész kísérletsort kétszer végeztem el és a nyert értékek jól megegyeztek. De ZSIGMONDY ajánlata szerint járván el, a táblázatban nem a két sor középértékeit, hanem a második kísérletsorból nyert értékeket közlöm. A vizsgált solok áteső fényben teljesen tisztán áttetszők voltak, ránézésre egészen olyanok, mint a kristalloid oldatok. Felületi csillogás egyiken sem mutatkozott.

I. táblázat.

A sol száma	t	AuCl ₃	NaOH	H ₂ O	(NH ₃ OH) Cl	Készítés	Mérés	Leülepedés a mérésig	A sol színe átéső fényben	A Tyndall-féle fénykúp színe	Az egyes submikronok színe	a	n	P	Jegyzet
		cm ³				idő								μμ	
1	20°	0·50	1·00	23·15	0·35	IV. 5.	IV. 9.	kevés kék por	zöldes kék	világos vörös	vörös és sárga	40	5·41	32	A leülepedett por a legnagyobb rázásra is suspendálódik.
2	30°	0·50	1·00	23·15	0·35	IV. 5.	IV. 9.	kevés kék por	kék	világos vörös	vörös és sárga	60	4·14	31	
3	40°	0·50	1·00	23·15	0·35	IV. 5.	IV. 10.	kevés lilás por	kékes lila	sárga	vörös, sárga, zöldessárga	80	3·44	29	
4	50°	0·50	1·00	23·15	0·35	IV. 6.	IV. 13.	0	piros lila	sárgás-zöld	zöldessárga, sárga, néhány zöld és vörös	90	4·43	26	
5	60°	0·50	1·00	23·15	0·35	IV. 6.	IV. 14.	0	piros lila	sárgás-zöld	zöld és zöldes-sárga	95	4·97	25	
6	70°	0·50	1·00	23·15	0·35	IV. 6.	IV. 14.	0	lilás rózsaszín	zöld	zöld, kevesebb zöldessárga és sárga	100	5·22	24	
7	80°	9·50	1·00	23·15	0·35	IV. 6.	IV. 16.	0	rózsaszín	zöld	zöld, néhány zöldes sárga	110	5·06	23	
8	90°	0·50	1·00	23·15	0·35	IV. 8.	IV. 16.	némi élénk piros por	tüzes rózsaszín	élénk zöld	zöld, kékes-zöld, néhány zöldessárga	120	5·77	22	

II. táblázat.

9	30°	0·50	1·00	48·15	0·35	IV. 24.	IV. 26.	0	világos szürkés lila	fakó sárga	sárgás, néhány vörös	25	4·96	31	A solképződés csak néhány másodperc múltán áll be.
10	60°	0·50	1·00	48·15	0·35	IV. 25.	IV. 26.	0	rózsaszín lila	sárgás zöld	zöld, zöldes-sárga, néhány vörös	45	5·16	25	
11	90°	0·50	1·00	48·15	0·35	IV. 25.	IV. 27.	0	élénk világos rózsaszín	almazöld	zöld, kékes-zöld, néhány sárgás-zöld	60	4·64	22	

III. táblázat.

A sol száma	t	$AuCl_3$	$NaOH$	H_2O	$(NH_3/OH)Cl$	Készítés	Mérés idő	Leülepedés a mérésig	A sol színe átcső fényben	A Tyndall-féle fénykúp színe	Az egyes submikronok színe	a	n	P	Jegyzet
														$\mu\mu$	
		cm ³				idő									
12	30°	0·60	1·20	47·78	0·42	IV. 27.	IV. 28.	0	világos szürkés kék	fakó sárga	sárga, vörös sárga, néhány vörös	30	4·33	32	
13	60°	0·60	1·20	47·78	0·42	IV. 29.	IV. 29.	0	világos lila	zöldessárga	zöldessárga, sárga, egy-néhányé zöld.	50	4·91	26	
14	90°	0·60	1·20	47·78	0·42	V. 1.	V. 2.	0	világos rózsaszín	világos zöld	zöld, kékes-zöld néhányé sárga és vörös	65	5·02	23	

IV. táblázat.

15	30°	0·70	1·40	47·41	0·49	V. 4.	V. 5.	0	világos szürkés lila	sárga	sárga, vörössárga, egy-néhányé vörös	35	4·68	31	
16	60°	0·70	1·40	47·41	0·49	V. 4.	V. 6.	0	lila	zöldessárga	sárga, zöldessárga	55	4·45	27	
17	90°	0·70	1·40	47·41	0·49	V. 4.	V. 7.	0	rózsaszín	sárgás zöld	zöld, kevesebbé zöldessárga	70	5·09	24	

V. táblázat.

18	30°	0·80	1·60	47·04	0·56	V. 10.	V. 11.	0	lilás kék	fakó sárga	sárga, néhányé vörössárga és zöldessárga	40	5·07	20	
19	60°	0·80	1·60	47·04	0·56	V. 10.	V. 11.	0	rózsaszín lila	zöldessárga	zöldessárga, zöld, sárga	60	5·35	26	
20	90°	0·80	1·60	47·04	0·56	V. 10.	V. 12.	0	világos rózsaszín	zöld	zöld, sárgás-zöld	75	5·61	24	

VI. táblázat.

A sol száma	t	AuCl ₃	NaOH	H ₂ O	(NH ₃ OH) Cl	Kézi- tés	Mérés	Leülepedés a mérésig	A sol színe a mérésig	A Tyndall-féle fénykúp színe	Az egyes submikronok színe	a		P	Jegyzet
												cm ³	idő		
21	30°	0·90	1·80	46·67	0·63	V. 17.	V. 20.	0	liláskék	sárga	sárga, vörös sárga, zöldes sárga	50	4·48	30	
22	60°	0·90	1·80	46·67	0·63	V. 17.	V. 22.	0	rózsaszín lila	sárgás-zöld	sárgás zöld, zöld, néhányé sárga	80	5·36	25	
23	90°	0·90	1·80	46·67	0·63	V. 17.	V. 22.	0	élénk rózsaszín	almazöld	zöld, kékes zöld, egypáré sárgás-zöld és sárga	100	5·38	23	

VII. táblázat.

24	30°	1·00	2·00	46·3	0·70	V. 24.	V. 26.	kevés kék por	kékes lila	sárga	sárga, zöldes- sárga, vörös- sárga	60	5·42	28	A leülepedett por rázásra suspéndálód- dik.
25	60°	1·00	2·00	46·3	0·70	V. 25.	V. 26.	0	piros lila	zöldessárga	zöldessárga, zöld, néhányé sárga	95	5·38	24	
26	90°	1·00	2·00	46·3	0·70	V. 25.	V. 27.	0	tüzes rózsaszín	élénk zöld	zöld, kékes- zöld, néhányé sárga	120	5·84	22	

VIII. táblázat.

27	30°	1·50	3·00	44·45	1·05	V. 28.	VI. 3.	kék por	lilás kék	sárgásvörös	vörössárga, sárga, zöldes- sárga	75	6·52	28	A leülepedett por rázáskor teljesen sus- péndálódik. Kissé megtört a színe, zöl- desen fluo- reskál.
28	60°	1·50	3·00	44·45	1·05	V. 28.	VI. 4.	piros por	vérpiros	kékes-zöld	zöld, kékes-zöld	150	6·61	22	
29	90°	1·50	3·00	44·45	1·05	V. 28.	VI. 5.	piros por	rózsápiros	zöld	zöld, kékes-zöld	180	5·90	22	

Az I. táblázat kísérletsora tehát azt bizonyítja, hogy minél nagyobb a reactio-elegynek a hőmérséklete, annál kisebb submikronok, illetve annál nagyobb dispersiójú solok keletkeznek belőle. És a változás fokozatos, nem hirtelen. Együttal a dispersiofok és a szín közötti összefüggést is megmutatta ez a kísérlet sor. Tehát mind a két kérdésre nyújtott feleletet. A további kísérleteim arra valók voltak, hogy a feleletek biztosságát megerősítsék, hogy igazolják az összefüggésnek más concentratio-viszonyok között is megmaradó, tehát általános érvényességét. E végből három-három egyforma concentratiójú solt készítettem 30° , 60° és 90° -on és meghatároztam submikronjaik mekkoraságát. Az eredményeket a II—VIII. táblázat tartalmazza.

A kísérleteket tovább akartam folytatni még töményebb solokon, de valami váratlanul az utamba állt. Talán a hosszú használat közben a vízgőz megtámadta a hűtő ezüstcsövének azt a részét, amely a hűtőburokból kinyúlik és így a coagulatió nál condensatiós csirakként ható ezüst submikronok jutottak a vízbe vagy valami más ok miatt: nem bírtam többé tiszta és állandó solokat készíteni. Minthogy pedig az utolsó hét kísérlet sor adatai ellentmondanak egymásnak arra a munka közben felmerült kérdésre nézve, minő hatással van a reactio-elegy töménysége a keletkező sol dispersio-fokára és erre vonatkozóan legközelebb amúgy is szeretnék kísérleteket végezni: elhatároztam az eddig nyert eredmények közlését.

Összefoglalás.

Kísérleteim két kérdésre adnak feleletet. Az első kérdés feltevése új: Van-e összefüggés a reactio-elegy hőmérséklete és a keletkező aranyhydrosol dispersiójának foka között? A reá való felelet előszörre szinte meglepő. *A hőmérséklet emelkedése növeli a keletkező aranyhydrosol dispersiofokát.*

Ez azért meglepő, mert *a kész solokra tudvalevően ellenkező módon hat a hőmérséklet növelése.* Exact módon bizonyítják ezt The SVEDBERGnek és KATSUJI INOYENek egy platina-æthylætherosol hőokoza coagulatiójára vonatkozó megfigyelései.¹

¹ The SVEDBERG und KATSUJI INOYE: Ultramikroskopische Beobachtung einer Temperaturkoagulation. Kolloid Zeitschrift 9. 153 (1911).

A hőmérsékletnek ezt az ellentétes szerepét a hőmérsékletnek a kétféle felületi energiára gyakorolt ellentétes hatásával lehetne talán megmagyarázni.

A második kérdés ez volt: Minő összefüggés van az aranyhydrosolok színe és dispersiójuk foka között? Erre nézve vizsgáltaim Wo. OSTWALDnak úgyszólván intuitív módon felállított, idéztem tételét az aranyhydrosolra vonatkozóan helyesnek mutatják.

ZSIGMONDY, mint említettem, nem lát semmiféle összefüggést a kolloidos aranyoldatok színe és submikronjaik mekkorsága között. Mert megvizsgált élénkpiros solokat, amelyek absorptio-vonala a zöldbe esett és a submikronjai zöldek voltak, de az átlagos nagyságuk a különböző solokban 32 és 6 $\mu\mu$ között változott. Ez az első érve. A második az, hogy minden piros színű sol, akármekkora is a submikronjai, ha elektrolytet öntünk belé, lilára vagy kékre változtatja a színét és azon túl vagy egyáltalán nincs, vagy csak igen kevés zöld submikron van benne, hanem sárga vagy piros submikronok vannak, amelyek valamennyien nagyobbak, mint a megelőzően jelen volt zöldek. És pedig a legfinomabb eloszlású sol zöld submikronjaiból kicsi, a láthatóság határán lévő sárga submikronok keletkeznek, a kevésbé finom eloszlású sol nagyobb zöld submikronjaiból jóval nagyobb, fényesen világító sárga vagy piros submikronok; tehát nagyon különböző nagyságú sárga és piros submikronok előállítására is módunkban van.¹

ZSIGMONDY második érve részben fedi és kiegészíti az első érvet, másrészt azonban nemhogy az ő nézetét támogatná, hanem éppen az ellenkezőjét bizonyítja. Mert hiszen a zöld submikronokból keletkező sárga és piros submikronok valamennyi esetben nagyobbak, mint azok a zöld submikronok, a melyekből létrejöttek. Ebből egész világosan az következik, hogy ugyanazon arany-sol sárga és piros submikronjai nagyobbak, mint a zöld színűek. Hogy ez attól van-e, mert a kisebb submikronoknak esetleg az alakjuk is más mint a nagyobbaké, ZSIGMONDYNak ezt a vélekedését ezek a megfigyelések nem zárják ki. De maga a tény nyilvánvaló.

¹ ZSIGMONDY: Zur Erkenntnis der Kolloide. 111. o.

ZSIGMONDY első érve viszont csak annyit bizonyít, hogy a zöld submikronok nagysága — valamint az egyébszínűeké — nem pontosan meghatározott, hanem bizonyos határok között változó. Az én kísérleteimben a 30° -on készített solok vörös és sárga submikronjainak sugara $28\text{--}32\ \mu\mu$, a 90° -on készült solok zöld submikronjaié $22\text{--}24\ \mu\mu$ volt. Lehetséges, hogy a nagyobb submikronok tömege többszöröse a legkisebb egyazon színű submikronok tömegének.¹ Hogy e részben semmi törvényszerűséget sem lehetett megjelölni, az talán azért van, mert a solokban csak túlnyomó többségben vannak a sol színét meghatározó submikronok, de ezeken kívül kisebb-nagyobb számban más színű submikronok is vannak bennük. P értéke ennél fogva biztos mértéke a sol dispersiofokának, de nem adja meg teljes pontossággal magának az illető színű submikronnak a mekkoraságát.

Az aranyra vonatkozó megállapítás helyességét nem érinti ZSIGMONDYNak az a feltevése sem, hogy a submikronok színe lényegesen függ a kolloidos állapotban levő fém anyagi minőségétől. Mert helyes volta esetén is csak az következne belőle, hogy az aranyhydrosol submikronjainak nagyságára és színére vonatkozó összefüggés a többi kolloidos oldatra vonatkozóan nem áll fenn. Azonban Wo. OSTWALD egyik legutóbbi értekezésének² adatai azt mutatják, hogy a submikronok színe nem függ, vagy legalább nem függ közvetlenül az anyagi minőségüktől. Mintegy ötven indikátor gyanánt használt organikus festékanyagot vizsgált meg ultramikroskoppal és megállapította róluk, hogy savak és lúgok hatására történő színük-változását mindig dispersiójuk fokának — tehát submikronjaik mekkoraságának — megváltozása kíséri. És pedig a színváltozás és a dispersiofok változása között az az összefüggés van, amit Wo. OSTWALD erre vonatkozó tételében merész inductióval, szinte aprioristikusan már előbb általános érvényűnek mondott ki.

Wo. OSTWALD kiemeli ugyan, hogy viszont a dispersiofok

¹ W. HARRISON: Ueber Farbe- und Dispersitätsgrad kolloider Lösungen. Kolloid Zeitschrift 10, 45 (1912).

² Wo. OSTWALD: Kolloidchemie der Indikatoren. Kolloid Zeitschrift 10, 97—104, 132—145 (1912 Febr., März).

változását nem kíséri mindig makroszkoposan is látható színváltozás. És ámbár valószínűnek tartja, hogy spektrophotometrius úton ekkor is mérhető különbségeket lehetne megállapítani, mégis elismeri, hogy az összefüggés meg nem fordítható voltának az lehet az oka, hogy a dispersiofok nem az *egyetlen* tényező, amitől egy dispersoid színe függ. De másrészt H. LEY¹ nyomán felfejti, hogy a legjobb tisztán kémiai, nevezetesen struktúrkémiai színelmélet is legfeljebb rendszerezésre alkalmas, de önmagában nem magyarázhatja meg a színváltozások fizikai jelenségét. Mert a kérdés magja: a fényhullámok és a kémiai molekulák kölcsönhatása egyáltalán nincs bennük érintve. Az összefüggés érthetővé tételére fizikai-kémiai tulajdonságokat kell a kettő közé iktatni. És ilyen fizikai-kémiai tulajdonság az anyagok dispersiójának foka.

*

Kísérleteimet a M. Kir. Állatorvosi Főiskola Vegytani Intézetében végeztem, amelynek élén dr. BUGARSZKY István tanár úr áll. Mélyen átérezetten köszönöm meg neki azt az érdeklődést, a melyet munkám iránt olyan ritka teljes mértékben tanusított.

¹ H. LEY: Die Beziehungen zwischen Farbe und Konstitution bei organischen Verbindungen. Leipzig, 1911.

KÉT ADALÉK AZ EGYOLDALÚ FELÜLETEK ELMÉLETÉHEZ.

SZÜCS ADOLF-tól.

Az első adalék annak bebizonyítását tartalmazza, hogy a projektív sík egyoldalú felület. A bizonyításban az az új, hogy csak az analitikai síkgeometriának a fogalmait használjuk fel. A projektív sík e felfogásban nem más, mint az (x_1, x_2, x_3) értékrendszereknek olyan halmaza, a melyben két elemet: (a_1, a_2, a_3) -at és (b_1, b_2, b_3) -at azonosnak tekintünk, ha van olyan véges, zérustól különböző k szám, hogy

$$b_1 = ka_1, \quad b_2 = ka_2, \quad b_3 = ka_3.$$

E mellett ez az egy alakzat: $(0, 0, 0)$ a halmazból ki van zárva.

Valamely felület egyoldalú KLEIN definíciója szerint (KÖNIG DÉNES módosításával), ha a felületnek egy nyíllal megjelölt zárt vonala (indicatrix) és az általa határolt elemi felület az adott felületen mozgatva önmagukba átvihetők úgy, hogy az indicatrix befutásának értelme megforduljon.

A második adalék egy egyoldalú harmadrendű felület keletkezését írja le. Egyoldalú harmadrendű felületre van több példa (ilyen többek közt az ismert cylindroid) és az általános elmélet szerint mindegyiknek van kettős vonala.

Az itt közölt példa érdekességét egyszerűségén kívül az adja, hogy rajta a MÖBRUS-féle szalag igen könnyen megjelölhető és hogy kettős vonala egyenes.

I.

A projektív síkon egy zárt és folytonos vonalat

$$\frac{x_1}{f_1(t)} = \frac{x_2}{f_2(t)} = \frac{x_3}{f_3(t)} \quad (1)$$

alakú egyenletekkel adhatunk meg, a hol $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ a t változónak egyszerre mindhárman el nem tűnő, folytonos periodikus és pedig ugyanazon T periodussal bíró függvényei. E vonalat kétféle értelemben futhatjuk be a szerint, a mint pontjait vagy 0-tól T -ig *növekedő*, vagy T -től 0-ig *fogyó* t értékek szerint sorakoztatjuk.

Az (1) egyenletekkel meghatározott vonalat úgy deformáljuk, hogy veszünk három függvényt:

$$F_1(t, \alpha), F_2(t, \alpha), F_3(t, \alpha),$$

a melyek t és α -nak folytonos függvényei, egyszerre sohasem tűnnek el, t szerint periodikusak és periodusuk: T , továbbá

$$F_1(t, 0) = f_1(t), F_2(t, 0) = f_2(t), F_3(t, 0) = f_3(t);$$

ekkor az

$$\frac{x_1}{F_1(t, \alpha)} = \frac{x_2}{F_2(t, \alpha)} = \frac{x_3}{F_3(t, \alpha)} \quad (2)$$

egyenletek definiálják a deformált vonalat. Ha valamely $\alpha = \alpha_1$ értéknél

$$\frac{F_1(t, \alpha_1)}{f_1(T-t)} = \frac{F_2(t, \alpha_1)}{f_2(T-t)} = \frac{F_3(t, \alpha_1)}{f_3(T-t)}, \quad (3)$$

akkor az $\alpha = \alpha_1$ értékhez tartozó vonal ugyanaz, mint az, a mely $\alpha = 0$ -hoz tartozik, de pontjai, ha t a 0-tól T -ig növekszik, ellenkező értelemben vannak leírva.

A projektív síknak egy, az egységsugarú körre leképezhető tartományát megadhatjuk ilyen alakú

$$\frac{x_1}{\varphi_1(r, t)} = \frac{x_2}{\varphi_2(r, t)} = \frac{x_3}{\varphi_3(r, t)} \quad (4)$$

egyenletekkel, hogyha felteszszük, hogy φ_1 , φ_2 , φ_3 az r és t változók folytonos függvényei az

$$0 \leq r \leq 1, 0 \leq t \leq T \quad (5)$$

tartományban; hogy $r = 0$ esetén minden t -re nézve

$$\varphi_1(0, t) : \varphi_2(0, t) : \varphi_3(0, t) = a : b : c$$

(a, b, c fix számok) és minden más esetben különböző (r, t) értékpárokhöz különböző (x_1, x_2, x_3) pontok tartoznak, végül hogy $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ a t -nek T szerint periodikus függvényei és hogy egyszerre sehol sem tűnnek el. E feltételek mellett ugyanis a (4) egyenletekkel és az (5) egyenlőtlenségekkel meghatározott tartomány, továbbá az

$$\begin{aligned}x &= r \cos \frac{t}{T} 2\pi \\y &= r \sin \frac{t}{T} 2\pi \\0 &\leq r \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T\end{aligned}$$

egységsugarú kör egymásra folytonosan és kölcsönös egyértelműséggel leképezhetők. A leképezés úgy történik, hogy a két tartományban azon pontjait rendeljük egymáshoz, a melyeket ugyanazon (r, t) értékpárok határoznak meg.

Hogy definíczióink értelmében a projektív sík egyoldalú voltát kimutassuk, induljunk ki az

$$\begin{aligned}\frac{x_1}{r \cos t} &= \frac{x_2}{r \sin t} = \frac{x_3}{1} \\(0 &\leq r \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 2\pi)\end{aligned} \tag{F}$$

tartományból, melynek határvonala

$$\frac{x_1}{\cos t} = \frac{x_2}{\sin t} = \frac{x_3}{1}. \tag{L}$$

A deformált tartomány legyen

$$\frac{x_1}{r \cos t \cos a - \sin a} = \frac{x_2}{r \sin t} = \frac{x_3}{r \cos t \sin a + \cos a}.$$

A nevezőkben levő függvények négyzetösszege: $r^2 + 1$, tehát egyszerre mind a három nem lehet zérus. A folytonossági és periodicitási feltételek nyilvánvalóan teljesülnek; a jelen esetben:

$$T = 2\pi.$$

A deformált L vonal mindig kúpszelet, melynek helyzete természetesen a -tól függ. Ha ugyanis $r = 1$ és t -t kiküszöböljük, az

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2(x_1 \sin \alpha - x_3 \cos \alpha)^2$$

egyenletet kapjuk, mely el nem fajuló kúpszeletet ábrázol (a HESSE-féle determináns értéke: -1); tehát a deformált L vonalon nincs kettőspont. De a deformált F tartományban sínes; ha ugyanis volna, ez annyit jelentene, hogy bizonyos két különböző (r, t) és (r', t') értékpárra nézve

$$\frac{r \cos t \cos \alpha - \sin \alpha}{r' \cos t' \cos \alpha - \sin \alpha} = A$$

$$\frac{r \cos t \sin \alpha + \cos \alpha}{r' \cos t' \sin \alpha + \cos \alpha} = A$$

$$\frac{r \sin t}{r' \sin t'} = A.$$

Az első két egyenlet szerint tehát

$$(r \cos t - Ar' \cos t') \cos \alpha - (1 - A) \sin \alpha = 0$$

$$(1 - A) \cos \alpha + (r \cos t - Ar' \cos t') \sin \alpha = 0$$

azaz

$$\left| \begin{array}{cc} r \cos t - Ar' \cos t' & -(1 - A) \\ 1 - A & r \cos t - Ar' \cos t' \end{array} \right| = 0$$

$$= (r \cos t - Ar' \cos t')^2 + (1 - A)^2 = 0$$

és így

$$A = 1$$

$$r \cos t = r' \cos t'$$

végül a harmadik egyenlet szerint

$$r \sin t = r' \sin t'.$$

Tehát

$$r = r', \quad t = t',$$

a mi ellenkezik a feltevással.

Vizsgáljuk most az

$$\alpha = \pi$$

értéknek megfelelő véghelyzetet. Az F' tartományt meghatározó egyenletek:

$$\frac{x_1}{-r \cos t} = \frac{x_2}{r \sin t} = \frac{x_3}{-1} \quad (F')$$

és az L' vonal egyenletei:

$$\frac{x_1}{-\cos t} = \frac{x_2}{\sin t} = \frac{x_3}{-1}. \quad (L')$$

Nyilvánvaló, hogy az t és F' tartományok egybeesnek, valamint az L és L' vonalak is, de e két vonal pontjai ellenkező sorrendben következnek egymásra, mert

$$\frac{\cos(2\pi - t)}{-\cos t} = \frac{\sin(2\pi - t)}{\sin t} = \frac{1}{-1}.$$

II.

Az egyoldalú felület legkönnyebben megvalósítható mintája a MÓBIUS-féle szalag. A következőben e szalagot akarjuk egyszerű algebrai felület darabjaként előállítani.

Vegyük fel az $Oxyz$ koordinátarendszert és az Oxy síkban azt a kört, melynek középpontja a kezdőpont és sugara az egység. Legyen M e kör egy pontja és u az a szög, a melyet az OM sugár az Ox -tengelylyel bezár. Az u szöget Ox -től Oy felé számítjuk pozitívnak. Legyen D az az egyenes, mely az MOz síkban az M ponton áthalad és az Oz tengelyt

$$z = \cot \frac{u}{2}$$

magasságban metszi. A D egyenesen azt az irányt vesszük pozitívnak, a melynek iránycosinusi

$$-\sin \frac{u}{2} \cos u,$$

$$-\sin \frac{u}{2} \sin u,$$

$$\cos \frac{u}{2};$$

ez az irány a pozitív z tengelylyel $\frac{u}{2}$ szöget zár be. Legyen v

a D egyenes valamely P pontjának távolsága M -től. v -t a D egyenesen kijelölt irányban számítjuk pozitívnak. A P pont, melynek koordinátái

$$x = \cos u \left(1 - v \sin \frac{u}{2} \right)$$

$$y = \sin u \left(1 - v \sin \frac{u}{2} \right)$$

$$z = v \cos \frac{u}{2}$$

a keresett felületet írja le, ha az u és v parametereket $-\infty$ és $+\infty$ között változtatjuk. E felület algebrai és harmadfokú, mert u és v kiküszöbölésével ez az egyenlet származik:

$$y(y+z)^2 + 2x(y+z)(x-1) - (x-1)^2y = 0.$$

A felület minden pontját megkapjuk, ha u -t 0-tól 2π -ig, v -t $-\infty$ -tól $+\infty$ -ig változtatjuk. Ha u -val 2π -n túlmegyünk, minden pontot megkapunk újra és pedig az (u, v) parameterértékek ugyanazt a pontot szolgáltatják, mint az $(u+2\pi, -v)$ értékpár.

Felületünk egyoldalú. Ha ugyanis az (u, v) pontban a normális számára meghatározott irányt jelölünk ki és e ponttól elindulva a felületen zárt vonalat írunk le oly módon, hogy e vonal leírása közben u -t és v -t folytonosan változtatván, u végértéke $u+2\pi$ és v -é $-v$ legyen, a normális irányát pedig szintén folytonosan változtatjuk, akkor ellenkező irányú normálissal térünk vissza, mint a mellyel elindultunk. Ez kitűnik abból, hogy a

$$D_1 = \frac{\partial(y, z)}{\partial(u, v)} = \cos u \cos \frac{u}{2} - \frac{v}{2} \sin u (1 + \cos u)$$

$$D_2 = \frac{\partial(z, x)}{\partial(u, v)} = \sin u \cos \frac{u}{2} + \frac{v}{2} (\cos u - \sin^2 u)$$

$$D_3 = \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \left(1 - v \sin \frac{u}{2} \right) \sin \frac{u}{2}$$

függvénydeterminánsok mindegyike megváltoztatja jelét, ha u helyébe $u+2\pi$ -t és v helyébe $-v$ -t írunk. Határozatlanná a

normális iránya sehol sem válik, mert a három függvénydetermináns négyzetösszege

$$D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 = \left(1 - \frac{v}{2} \sin u \cos \frac{u}{2}\right)^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2 \left(1 + \sin^2 u \sin^2 \frac{u}{2}\right)$$

nem lehet zérus.

Felületünknek az a része, a melyet a

$$\begin{aligned} 0 &\leq u < 2\pi \\ -a &\leq v \leq +a \quad (0 < a < 2) \end{aligned}$$

egyenlőtlenségek meghatároznak, egy Möbius-féle szalag.

A felület alkotásából világos, hogy két-két alkotónak, melyek az u és $u + \pi$ azimutiszögekhez tartoznak, mindig van egy közös pontja és hogy más két alkotó sohasem találkozik. E kettős pontok egy kettős vonalat alkotnak, mely nem más, mint az

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y + z &= 0 \end{aligned}$$

síkok metszéséből származó *egyenes*. Ezen egyenes mentén a felületnek két, egymást átmetsző lapja azonban seholsem érintkezik; ω -val jelölvén a két lap érintősíkainak szögét, a számítás mutatja, hogy

$$-\frac{1}{3} \leq \cos \omega = -\frac{\sin u}{\sqrt{8 + \sin^2 u}} \leq +\frac{1}{3}.$$

Az alkotókon és a kettős egyenesen kívül még egy egyenes van a felületen, t. i. az Oz tengely; több egyenes nincs.

AZ I. XXX. KÖTET TARTALOMJEGYZÉKE.

(A kövér számok a kötet számát, a közönséges számok a lapszámot jelzik.)

- ABONYI SÁNDOR: Adatok a tengeri csontos halak bélesatornájának szövettanához **28.** 315
- ABT ANTAL: A moraviczai vasércztelepben előforduló természetes mágnesekekről **14.** 33
- Néhány fémoxyd és fémsulfid thermoelektromotorius ereje 100° hőmérsék-különbségnél **18.** 25
- ALEXANDER BÉLA: Adalékok az x -sugaras képek keletkezéséhez **30.** 250
- ALEXANDER FERENCZ: Vizsgálatok az agy vérgázcserejéről **30.** 651
- és RÉVÉSZ GÉZA: Optikai ingerek hatása az agy gázcserejére **30.** 465
- ALMÁSY GYÖRGY: Jelentés tiensani tudományos utazásomról **19.** 196
- ANTAL GÉZA: A hólyag különböző bántalmainak cystoskopikus képei **6.** 1
- Electro-aëro-urethroskop **6.** 68
- ANTOLIK KÁROLY: A gyűrűsöves higany-légszivattyú **3.** 135
- APÁTHY ISTVÁN: Tanulmány a Najadeák szövettanáról önálló vizsgálatok alapján **3.** 3
- A sima izomzat gyarapodása és pótlódása **3.** 232
- A pióczák fejlődésánára vonatkozó vizsgálataimról **7.** 65
- A pióczafélék külső alaktanáról **7.** 341
- ASBÓTH SÁNDOR: A Kjeldahl-féle légenyemeghatározási módszer tágabbkörű alkalmazása **4.** 13
- Új módszer a keményítő quantitativ meghatározására **5.** 83, 203
- Van-e a gabonaneműekben cukor? **6.** 125
- A disznózsír hamisításának felismerése **7.** 349
- Az anylalkoholok pyridin-tartalmáról **7.** 345
- A mesterséges kryolith és a fluoraluminium disszociációja **8.** 214
- A keményítő oxydatio-terményei **9.** 207
- AUER HENRIK: Az æthylphenolról **2.** 187
- Hydrogenyanid képződése az elektromos ívben **22.** 448
- AUJESZKY ALADÁR: Adatok a lépfene ellen való immunizálás kérdéséhez **16.** 306
- ÁRKÖVY JÓZSEF: A fogpulpa és sebgangræna egy új bacteriologiai tényezőjéről **16.** 243
- Adatok a fogcaries ætiológiájához **16.** 246
- Adatok a leptothrix-kérdéshez **20.** 75

- ÁRKÖVY JÓZSEF: Néhány eddig ismeretlen reductió jelenségről a fogakon **22. 21**
- BAKAY LAJOS: Vizsgálatok emberi s néhány emlős embryo kéztövén **22. 107**
- BALLÓ MÁTYÁS: A szénsavhidrátról **1. 70**
- Phytochemiai adatok **2. 108**
 - A glycerythritről **2. 177**
 - A levegő szénsavtartalmának meghatározásáról **2. 180**
 - A borhegyi ásványvíz elemzése **2. 184**
 - A hygrothermánsról, alkalmazva a bor hevítésére saját edényében **3. 221**
 - Egy új ruhamosási eljárásról **3. 227**
 - Budapest főváros ivóvíz-kérdése **4. 123**
 - A phytochemia egy új feladatáról **7. 159**
- BARROIS T. és DADAY JENŐ: Adatok az aegyptomi, palästinaí és syriai rotatoriák ismeretéhez **12. 222**
- BARTONIEK GÉZA: Új módszer a hangterjedés sebességének meghatározására a szabad levegőben **4. 153**
- BAUER MIHÁLY: A négyzetes alakok elméletéhez **13. 316**
- Adalék a véges csoportok elméletéhez **17. 611**
 - A törzsszámhatvány-rendű csoportok elméletéhez **18. 133**
 - Az irreducibilis egyenletek elméletéhez **20. 81**
 - Kronecker egy tételéről **20. 470**
 - Az összetett számtestekről **20. 474**
 - Az algebrai mennyiségek általános elméletéhez **23. 127**
 - Affectus nélküli egyenletekről **24. 30**
 - Az affectus nélküli egyenletek sűrűségéről **25. 82**
 - Elemi irreducibilitási vizsgálatok **25. 312**
 - A lényegtelen discriminans-osztókról **25. 359**
- BAUMANN JENŐ és UDRÁNSZKY LÁSZLÓ: A zsírsavsorhoz tartozó néhány diaminnak fiziológiai hatásáról **9. 87**
- BÁRSONY TIVADAR és SZÁSZ TIBOR: A táplálék és ivóvíz befolyása a vér moleculás concentratiójára **27. 538**
- BECK S. és BENEDIKT H.: Az izommunka befolyása a kén kiválasztására **11. 163**
- BEDŐ ALBERT: Magyarország erdőségei **3. 202**
- BEKE MANÓ: A legkisebb működés elve a Gauss-féle görbület-elmélet alapján **2. 133**
- A homogen lineár differenciál-egyenletek resolvensének alapegyenleteiről **16. 407**
- BERNÁTSKY JENŐ: Adatok a Leguminozák bakteriumlakta gumóinak fiziológiai anatómiájához **20. 429**
- A Ruscus-phyllocladium morfológiai értelmezése anatómiai alapon **21. 177**
 - A hazai Asparagus-félék monographiája **23. 177**
 - Kísérleti tanulmány a növények klorózisára vonatkozólag **25. 339**

- BERNÁTSKY JENŐ: A hazai Iris-félék rendszere **29.** 537
- BITTÓ BÉLA: A nitroprussidnatrium mint reagens szerves vegyületekre **10.** 26
- Aromás nitrovegyületek hatásáról aldehidek- és ketonokra **10.** 103
- Az egyértékű alkoholok kimutatásáról **11.** 28
- A növényrészek lecithin-tartalmának meghatározásáról **12.** 205
- A paprika chemiai összetételéről **11.** 15
- Újabb közlemény a paprika chemiai összetételéről **13.** 210
- Adatok az α -sulfonormalcapronsavnak és sóinak megismeréséhez **15.** 294
- és LIEBERMANN LEÓ: Adalék az élesztősejt ismeretéhez **12.** 146
- és LIEBERMANN LEÓ: A tömény kénsav hatásáról cholesterin chloroformos oldatára **15.** 371
- BODOLA LAJOS: A rudas területmérők alapképletéről **26.** 178
- BODON KÁROLY: Vizsgálatok emberi kóros folyadékok molekulás concentratio-viszonyairól **22.** 173
- BOGDÁNFY ÖDÖN: Ombrometriai tanulmányok a magyar korona területén **15.** 107
- Téli csapadék és a Tisza tavaszi árvizei **16.** 489
- BOGNÁR GUSZTÁV: A bróm és hangyasav egymásra hatásának mechanizmusa vizes oldatban **27.** 457
- BORBÁS VINCZE: Floristikai közlemények **1.** 81
- BÓKAY ÁRPÁD: Néhány nehéz fém hatása a harántesikós izomzat szerkezetére **15.** 192
- BRAUN KÁROLY: A kalocsai érseki csillagvizsgáló földrajzi helyzetéről **1.** 9
- Az Amici-féle hasábok tökéletesítéséről **1.** 219
- Új contact-készülék óránál **1.** 151
- A trigonometria, eszköz a gömbháromszögek föloldására **1.** 313
- A kalocsai csillagda földrajzi szélessége **1.** 318
- A kalocsai observatorium földrajzi hosszúsága **2.** 196
- BUCHBÖCK GUSZTÁV: Az ionok hidratációjáról **24.** 210
- BUGARSZKY ISTVÁN: A bázisok sebességi coefficientseiről **9.** 93
- Vizsgálatok a chemiai statika köréből **10.** 180, **11.** 300, **11.** 349
- Új módszer a brom és chlor quantitativ elválasztására **13.** 276
- Adatok a szabad energia változásához chemiai reakcióknál **15.** 38
- A brom és æthylalkohol egymásra hatásának sebességéről **19.** 128
- A hőmérséklet befolyása a brom és æthylalkohol egymásra hatásának sebességére **19.** 257
- A brom hatásáról acetaldehyde vizes oldatban **20.** 400
- Új módszer az æthylalkohol quantitativ meghatározására **22.** 54
- A közeg befolyása a reakciósebességre és a chemiai egyensúly-állapotra **23.** 417
- és HORVÁTH BÉLA: A jodidok és a szín-jod mennyiségi meghatározásának új módja **27.** 501
- és LIEBERMANN LEÓ: Adatok a sókeverékek vizes oldatainak elméletéhez **11.** 221

- BUGARSZKY ISTVÁN és LIEBERMANN LEÓ: A fehérjenemű anyagok sósav-,
natriumhydroxyd- és konyhasólekötőképességéről **16. 218**
— és TANGL FERENCZ: A vérsavó molecularis concentratiójáról **16. 253**
- CHOLNOKY JENŐ: A deliblati homok hőmérséklet-ingadozása **21. 36**
- CHYZER KORNÉL: Magyarország új pókfaunájáról **10. 93**
- CSERHÁTI SÁNDOR: A dolhány égésére befolyást gyakorló körülmények
tanulmányozása **12. 7**
- CSIKY JÁNOS: A sima izomsejtek idegvégződése **14. 299**
- CSORBA GYÖRGY: Adalék az egész számok additív előállításának elméleté-
hez **17. 189**
- DADAY JENŐ: Új adatok a kerekesférgek ismeretéhez **1. 290**
— Adatok a cilioflagellaták ismeretéhez **2. 73**
— Adatok a Balaton-tó faunájának ismeretéhez **3. 160**
 A magyarországi Branchipus-fajok átnézete **6. 153**
— A heterogenesis egy érdekes esete a kerekesférgeknél **7. 11**
— A nápolyi öböl rotatorái **8. 4**
— Az Asplanchna-fajok áttekintése és hazai képviselőik **9. 230**
— A mezőszégi tavak mikroszkopos faunája **10. 132**
— Új vagy kevésbé ismert idegenföldi Myriopodák a Magyar Nemzeti
Múzeum gyűjteményében **12. 2**
— Adatok az alföldi székes vizek mikrofaunájának ismeretéhez **12. 10**
— A kagylósrákok harántesíkos izomrostjainak finomabb szerkezete
12. 69
— Újabb adatok a Balaton mikrofaunájának ismeretéhez (Nematoda, Rota-
toria, Entomostraca) **12. 122**
— Az Anuræidæ rotatoria-család revisiója **12. 364**
— A magyar fauna édesvízi fonálférgei **14. 402**
— Adatok a tatrai tavak mikrofaunájának ismeretéhez **14. 416**
— Új-guineai rotatoriák **15. 131**
— Édesvízi mikroszkopi állatok Ceylonból **16. 89**
— Új-guineai szabadon élő nematodák **17. 557**
— Új-guineai entomostracák és hydraehnidák **18. 1**
— Helminthologiai tanulmány **18. 136**
— A magyarországi Eylais-fajok **19. 74**
— Turkesztáni édesvízi mikroszkopi állatok **21. 322**
— Paraguay mikrofaunájának alaprajza **23. 312**
— Halakban élősködő új ázalékállatka **23. 555**
— Édesvízi mikroszkopi állatok Mongoliából **24. 34**
— Adatok Hátsóindia, Sumatra, Java és a Hawaii-szigetek Copepoda-
faunájának ismeretéhez **24. 262**
— Délamerikai halakban élősködő Trematodák **24. 503**
— Délamerikai halakban élősködő Paramphistomida-fajok anatómiai és
szövetteni viszonyai **24. 560**
— A Caridina Wyckii (Hicks) postembryonalis fejlődésmenete **25. 109**

- DADAY JENŐ: Adatok Német-Kelet-Afrika édesvízi mikrofaunájának ismeretéhez **25.** 402, **26.** 1, 43, 200, 294, 374, 405, 455
- Adatok a Phyllopora anostraca alrend eddig ismert fajainak ismeretéhez **29.** 165
- Adatok a Mermithidæ-család édes vízben élő fajainak ismeretéhez **29.** 450
- Néhány új vagy kevésbé ismert Phyllopora anostraca **30.** 98
- Két érdekes aberratio a Phyllopora conchostraca alrend körében **30.** 407
- és BARROIS T.: Adatok az egyiptomi, paléstinai és syriai rotatoriák ismeretéhez **12.** 222
- DÁVID LAJOS: Az algebrai iteratio elméletéhez **25.** 319, **26.** 230
- Az algebrai iteratio határfüggvényéről **28.** 285
- Az algebrai iteratio matrixairól **29.** 444
- DEMECZKY MIHÁLY: A felsőbbfokú kongruenciák elméletéhez **7.** 131
- DETRE LÁSZLÓ és SELLÉI JÓZSEF: A sublimat véroldó hatásáról **22.** 199
- DÉCHY MÓR: Kaukazusi utazásaim tudományos eredményei **28.** 524
- DIENES PÁL: A Taylor-sor az összetartási körön **23.** 505
- Analytikai függvények negatívrendű szingularis helyének vizsgálata **27.** 58
- és DIENES VALÉRIA: Általános tételek az algebrai és logaritmikus singularitásokról **28.** 26
- DIETZ SÁNDOR — I. MÁGÓCSY-DIETZ SÁNDOR.
- DOBY GÉZA: A tengeri (zea mays) női virágzatának oxydasái **30.** 324
- DONATH GYULA: A morphin sorsa a szervezetben **4.** 224
- Az epilepsiás roham kiváltásánál szereplő anyagokról **24.** 770
- DONOGÁNY ZAKARIÁS: Adatok a hæmoglobin- és hæmochromogen-kristályok tanához **11.** 262
- és TIBÁLD MIKLÓS: Az alkohol befolyása a fehérje szétesésére **12.** 200
- Elektromos bizottság. Az elektromos egységek ügye **1.** 273
- EMICH GUSZTÁV: A Lethrus cephalotes Fab. átalakulásának története **2.** 163
- ENTZ BÉLA és ÓNODI ADOLF: Keratosis pharyngis **22.** 341
- ENTZ GÉZA: Tanulmány az Amœba verrucosáról, különös tekintettel finomabb szerkezetére **6.** 214
- A Vorticellinák rugalmas és összehúzódó elemei **9.** 152
- Új-guineai véglények **15.** 170
- Néhány patagoniai véglényről **20.** 442
- Ifj. ENTZ GÉZA: Adatok a Peridineák ismeretéhez **20.** 115
- Hydrát pusztító amœba **29.** 836
- A Vampyrellidium vagans szerkezetéről és életmódjáról **30.** 430
- EÖTVÖS LORÁND: A folyadékok felületi feszültségének összefüggése a kritikai hőmérséklettel **3.** 54
- A folyadékok felületi feszültsége és vegyi alkata között fennálló kapcsolatról **4.** 34
- Vizsgálatok a gravitatio és mágnesség köréből **14.** 221

- ERDÉLYI SÁNDOR és TANGL FERENCZ: A zsírok olvadáspontjának jelentősége a gyomor mechanikai működésében **28. 434**
- ERDŐS JÁNOS: Az allantois-üreg keletkezése a gyíkféléknél **2. 104**
- ERNYEI ÖDÖN: A tellurhydrogenről **15. 71**
- ERŐSS GYULA: A külső hőmérsék befolyása a csecsemő szervezetére **2. 363**
 — Az újszülött gyermekek rendes hőmérséki viszonyairól **3. 245**
- FABINYI RUDOLF: Az elektromos áram befolyása a fémek oldhatóságára **8. 78**
- FARKAS GÉZA: A vérsavó hydroxyl-ion-tartalmáról **21. 45**
 — és SCIPIADES ELEMÉR: Vizsgálatok terhesek, szülők és gyermekágyasok vérsavójának s a magzatvíznek molekulás concentratio-viszonyairól **21. 255**
- FARKAS GYULA: A Fourier-féle mechanikai elv alkalmazásai **12. 457**
 — A Huygens-féle elv új levezetése **15. 283**
 — A gáz-diffusio Kirchhoff-féle egyenleteinek reductiója **16. 201**
 — Pótlások a vector-tanhoz és az elektromágnesség tanához **16. 321**
 — A Fourier-féle mechanikai elv alkalmazásának algebrai alapja **16. 361**
 — Általános mechanikai elvek az æther számára **19. 99**
 — Alapvetés az elektromosság és mágnesség folytonossági elméletéhez **28. 1, 29. 771**
- FARKAS KÁLMÁN: Vizsgálatok a selyemhernyó anyag- és energiaforgalmáról fejlődése közben **21. 59**
 — és TANGL FERENCZ: Vizsgálatok a megtermékenyített pisztrángpete anyag- és energiaforgalmáról **22. 180**
- FAUSER GÉZA: A vízben feloldott kénhydrogen meghatározása **6. 291**
- FEJÉR LIPÓT: A Poisson-féle integrál elméletéhez **19. 394**
 — Az Oswald-féle mechanikai elvről **23. 155**
 — A tömegpont egyensúlya ellenálló közegben **24. 109**
 — A Fourier-féle sorról **24. 292, 369**
 — A Laplace-féle sorokról **26. 323**
 — Asymptotikus értékek meghatározásáról **27. 1**
 — Labesgue-féle állandók és divergens Fourier-sorok **28. 143**
 — A folytonos függvények Fourier-féle sorának singularitásairól **28. 550**
- FEKETE LAJOS: Az északi szélesség hatása a fafajok természetes elterjedésének magassági hatáira Magyarországon **29. 976**
- FEKETE MIHÁLY: A széttartó végtelen sorok elméletéhez **29. 719**
 — Laguerre egy problémájáról **30. 746**
- FEKETE SÁNDOR: A keményítő-emésztés reactionhője **24. 794**
- FÉNYI GYULA: A nap fokozott tevékenysége 1887-ben **7. 1**
 — Anemometer-észlelések a Haynald-observatoriumon Kalocsán **7. 308**
 — A Haynald-observatoriumon 1887-ben tett protuberancia-észlelések általános eredményei **11. 136**
 — Menyhárth László meteorologiai megfigyelései Boromában **13. 458**
 — A légnyomás évi és napi menete Kalocsán **29. 318**
- FIALOVSKY LAJOS: Melius Péter herbariumáról **3. 19**

- FODOR JÓZSEF: A lakásviszonyok befolyásáról a typhusra és choleraára
1. 166
- Bakteriumok az élő állat vérében 3. 167
- Budapest ivóvíz-kérdéséhez 4. 140
- és RIGLER GUSZTÁV: Újabb vizsgálódások a vér lúgosságát illetőleg
15. 15
- és RIGLER GUSZTÁV: Vizsgálatok typhusbacillusokkal fertőzött állatok
vérével 16. 298
- FRANZENAU ÁGOSTON: Vizsgálatok a seissi havas datolith szögértékeinek
állandóságáról 5. 233
- A budaörsi út mellett feltárt márga Foraminifera-faunájáról 7. 241
- Semseya, új nem a Foraminiferák rendjében 12. 96
- Kristálytani vizsgálatok a bélabányai pyritról 16. 273
- Magyarországi kalcitokról 27. 241
- FRIEDRICH VILMOS és STRICKER MÓR: A különböző hőmérsékű és mennyi-
ségű bevett víz hatása az ép és kóros szívre 8. 54
- FRISCHAUF JÁNOS: A tetraéder köbtartalma 21. 309
- FROHNER ROMÁN: A Budapest környéki alacsonyabb hőfokú hévzitek radio-
aktivitásáról 30. 382
- FRÖHLICH IZIDOR: Az elektromos absolut ellenállás-egységnek dynamo-
metrikus úton való meghatározásáról 1. 92
- A magyar korona területén megfigyelt elektromos földáramokról 2. 2
- Kritikai megjegyzések az elhajlott fény polározása elméletéhez 2. 211
- Zárt elektromos vezetők lengése homogén mágnesi térben 7. 43
- Együttesen lengő elemi mágnesek kölcsönös vonzása és taszítása 9. 182
- Gyűrűalakú inductionmérték 15. 257
- Üvegrácsokról visszaverődve-elhajlított fény polározás-viszonyai általá-
nos törvényszerűségének kísérleti megállapítása 22. 207
- Az elhajlított fény polározásának új törvényszerűségei 24. 465
- A circumaxialis polározás törvényének általános érvényessége egyen-
letes fénytörésű közegek belsejében 27. 299
- Az elhajlított fény polárossági állapotának újabb nevezetes törvény-
szerűségei 30. 1
- FUCHS DÉNES: Kísérletes vizsgálatok a vér mennyiségének befolyásáról
az anyag és energia forgalmára 27. 34
- Az éhezés hatása a formollal titrálható anyagok kiválasztására 29. 553
- A formollal titrálható anyagok kiválasztásának nagyobb vérvesztés után
tapasztalható megváltozásáról 29. 590
- FUCHS KÁROLY: A mechanikai munka-integrál képzésének egy új módjá-
ról 13. 239
- GARA GÉZA: Adatok a bélrohadás kóros megváltozásának ismeretéhez
10. 139
- GÁSPÁR JÁNOS: Adatok a búzasiker kémiai összetételéhez 17. 481
- és HANKÓ VILMOS: A magyar búza kémiai összetétele 17. 374

- GENERSICH ANTAL: A hashártya-tömlőkről (peritonealis, retroperitonealis, omentalis és mesenterialis tömlők) 17. 293
- GEÖCZE ZOÁRD: Adatok a $z = f(x, y)$ fölület quadraturájához 26. 475
- GEYER JÓZSEF: A vesében és vialadékában előforduló hengerszerű képletek chemiai tulajdonságai 4. 190
- GLASER C. OTTÓ: A fundulus heteroclitus fejlődési munkája 30. 927
- GOLDBERGER JAKAB: Az izom hydrogen-ion tartalmának változása munka közben 28. 32
- GOTHARD JENŐ: Astrophysikai megfigyelések a herényi observatoriumon 1882-ben 1. 250
- A Barnard-Hartwig-féle üstökös fotografálása 5. 69
 - Egy új spektroskop 2. 39
- Megfigyelések a herényi astrophysikai observatoriumon az 1883. évben 2. 129
- A Pons-Brooks üstökös [megfigyelése a herényi astrophysikai observatoriumon 2. 208
 - A herényi astrophysikai observatorium sarkmagasságának meghatározása 3. 44
 - Az 1884. évi megfigyelések a herényi astrophysikai observatoriumon 3. 90
 - Tanulmányok az égi testek fotografálásáról 3. 158, 5. 2
 - Spektrál-fotográfiai tanulmányok 9. 186
 - Nova Aurigæ spektruma összehasonlítva néhány bolygószerű kód spektrumával 11. 100
- A nagy Orion-kód legtökéletesebb rajzai 11. 321
- GOTHARD SÁNDOR: Adatok Jupiter és Mars bolygók physikájához 1. 255
- GRITTNER ALBERT és SZILASI JAKAB: A gyanta meghatározása szappanban és zsírokban 4. 102
- GRÓH GYULA: Adat az oxydatiós potential és az oxydatio sebessége közötti összefüggés ismeretéhez 28. 43
- GRÓSZ EML: A hátgerincszorvadás következtében keletkező vakság 17. 523
- GRUBER LAJOS: A földnehézség meghatározásáról Budapesten 4. 80
- GRUBER NÁNDOR: A Fermat-féle congruentia elméletéhez 14. 22
- GUSZMAN JÓZSEF: Kísérletes vizsgálatok bőrreszek implantációjával 22. 191
- GYŐRY ISTVÁN: Új nitrogentartalmú vegyületről 9. 313
- Új nitrogentartalmú vegyületről 10. 147
 - A methylandinitrodiamin és vegyületei 12. 413
- HAAR ALFRÉD és KÖNIG DÉNES: Egyszerűen rendezett halmazokról 27. 138
- HALLER BÉLA: Adalék a központi idegrendszer szövettani ismeretéhez 13. 21
- HANKÓ VILMOS: A carbonylsulfid és mercaptan képződése az aethyldisulfoszénsavók száraz lepárlásánál 1. 173
- Hunyadmegye ásványvizei 2. 1
 - Az allyldisulfoszénsavas kaliumról 4. 116
 - A csonthegyi hideg sóforrások chemiai elemzése 5. 21

- HANKÓ VILMOS: Új készülék a nitrogen abszolút meghatározására 5. 19
 A szénszulfid behatása a kaliumbenzylátra és fenolkáliumra 5. 16
 A carbolsav megvörösödéséről 5. 195, 6. 350, 9. 210
 A bodoki hideg savanyú ásványvizek chemiai elemzése 5. 250
 Néhány új ásványvízelemző készülék ismertetése 6. 206
 Kolozsmegye ásványvizei 6. 324
 A nagyági Sylvanit és Nagyágit chemiai elemzése 6. 340
 A kőrői kénes ásványvizek és a kolozsi nagy sóstó vizének chemiai elemzése 7. 354
 A gyertyánligeti (kabola-polyánai) vasas savanyúvízforrás (Iren-forrás) chemiai elemzése 8. 82
 A thiophen képződése az æthyldisulfokáliumcarbonat száraz lepárlásánál 11. 115
 Növény-chemiai vizsgálatok 11. 332
 Adatok a fény chemiai hatásához 12. 149
 Az ásványvizek összetételének ingadozása 17. 367
 és GÁSPÁR JÁNOS: A magyar búza chemiai összetétele 17. 374
 HANTKEN MIKSA: A buda-kovácsii hegység és az esztergomi vidék területein az utolsó években tett kutatásainnak eredménye 2. 317
 A magyarországi mész- és szarűkövek görcesövi alkatúról 2. 373
 A budakeszii márga mikroszkopi faunája 3. 14
 HARKÁNYI BÉLA: A Nova (3. 1901) Persei photometrai megfigyelése az ó-gyallai observatoriumon 19. 372
 HARLEY VAUGHAN és TANGL FERENCZ: Vizsgálatok a máj czukorképző működéséről 12. 164
 HÁBI PÁL: Vizsgálatok a trypsin-emésztésről 23. 582
 Adatok a téli álmot alvó emlősök anyagforgalmához 27. 207
 HEGYFOKY KABOS: A magyar alföld csapadékviszonyairól 9. 268
 A levegő alsó és felső áramlásainak viszonyáról 12. 378
 Az alsó és felső légáramlatok sebessége 13. 181
 Az alsó és felső légáramlatok a magyar alföld közepén 14. 176
 A csapadék eloszlása napszakonként 17. 490
 HELLER ÁGOST: A XIX. század physikai kutatásának mozgó eszméiről 6. 259
 — A fizika története a XIX. században 7. 292
 — Adalékok az anyag problémájához 8. 142
 — Ohm-nak a galvánlácra vonatkozó, feledésbe ment egyik értekezéséről 11. 214
 HERCZOG FERENCZ: Vizsgálatok a férfi húgyeső szövettanáról és fejlődéséről 21. 424
 HERMANN IMRE: Adatok a fehér fénynek színes fényhatást gyöngítő képességéhez és a kontraszt-elméletéhez 29. 1125
 HERZFELDER ARMAND DEZSŐ: Az α α_2 -thionaphthalin és néhány származéka 13. 323
 — Cementes János, XVI. századi magyar chemikus 14. 438

- HEVESY GYÖRGY: Az actiniumemanatio kimutatásáról actiniumtartalmú ásványok oldatában 30. 125
- Az actiniumemanatio oldhatósága folyadékokban és szénben 30. 135
- Olvasztott sók és fémek kölesönös viselkedéséről 30. 661
- A radioactiv elemek elektrokémiájáról 30. 903
- HILLEBRAND JENŐ: A répáshutai Balla-barlangban talált diluvialis gyermekesontokról 29. 958
- HINSBERG OSZKÁR és UDRÁNSZKY LÁSZLÓ: Néhány benzoylvegyületről 7. 334
- HIRSCH FERENCZ: Vízben oldott jód és jódkalium egyensúlyának vizsgálata spectrophotometrikus módszerrel 29. 1003
- HIRSCHLER ÁGOSTON: Adatok a fibrin papaya-emésztésének és különösen az ennél észlelhető intermediær globulin-képződésnek ismeretéhez 10. 140
- és TERRAY PÁL: A szervesetlen sók jelentőségéről a szervezet anyagcseréjében 20. 477
- HOFFER JÓZSEF: Elektrolytikus élenyfejlesztés 1. 47
- HOLLENDONNER FERENCZ: Új adatok a lúcz- és vörösfenyő fájának összehasonlító szövettanához 29. 983
- HOLLÓS LÁSZLÓ: Új Gastromyceta-fajok Magyarországból 19. 504
- Magyarország földalatti gombái 23. 230
- HOOR MÓR: Újabb módszer váltakozó áramú inductiós motorok csuszamlásának meghatározására 17. 250
- Újabb adatok a dielektromos testek fizikájához 18. 268, 19. 332, 21. 1
- Újabb megfigyelések a dielektromos utóhatások köréből 23. 263
- HORVÁTH BÉLA és BUGARSZKY ISTVÁN: A jodidok és a szin-jod mennyiségi meghatározásának új módja 27. 501
- HORVÁTH GÉZA: Az Eremocoris-fajok magánrajza 1. 89
- A phylloxera és a téli hideg 1. 267
- A pirregő tücsök fejlődési viszonyairól 2. 76
- A gubacsképző levéltetvek mézgás váladékáról 5. 130
- Az akáczfák pajzstetvéréről 9. 156
- A palearktikus faunaterület Tingitidái 24. 495
- A Polycetenidák biológiai alkalmazkodása 29. 103
- és MOCSÁRY SÁNDOR: A Magyar Nemzeti Múzeum Troides-gyűjteménye és Erzsébet királyné pillangója 18. 97
- HÖGYES ENDRE: A szemmozgás-asszociáláló idegmechanizmus ezentrális és centrifugális részének detail berendezéséről 3. 23
- A veszettség fertőző anyagának ismeretéhez 4. 141
- Egy újabb akusztikus reflex-tüneményről 4. 149
- Jelentés a veszettségre vonatkozó vizsgálataim jelen állásáról 5. 46
- A párisi és budapesti fix veszettség-virus összehasonlítása 5. 89
- Új módszer a veszettség megelőzésére a fertőzés előtt 6. 71
- Vizsgálatok az ebdühellenes védőoltások értékére vonatkozólag ragályzás előtt és ragályzás után 7. 3
- A párisi Pasteur-intézetben eddig kezelt magyarországi betegekről 7. 8

- HÖGYES ENDRE: Kísérleti adatok a veszettség némely függőben levő kérdésének tisztázására **7. 186**
- Jelentés az antirabikus védőoltások kérdésének jelen állásáról és az oltások megkezdéséről a budapesti Pasteur-intézetben **8. 95**
 - Jelentés a budapesti Pasteur-intézet első két havi antirabikus védőoltásairól **8. 238**
- Újabb kísérleti adatok a fül és szem között létező reflex kapcsolatok ismeretéhez **17. 449**
- A budapesti Pasteur-intézet 1900. évi működése **19. 513**
 - A budapesti Pasteur-intézet 1901. évi működése **20. 562**
 - A budapesti Pasteur-intézet 1902. évi működése **21. 454**
- HÖGYES FERENCZ: Új eljárás a vörös véresejtek szerkezetének feltüntetésére **7. 100**
- HÖNIG SAMU: Az atomvonzás törvénye **23. 512**
- HRONYECZ GYÖRGY: A linearis differentialrendszerek integralmatrixának két-két singularis pont között vett integrálja és az alapszubsztitúciók közötti összefüggésről **30. 214**
- HUNYADY JENŐ: A kúpszeletsereg középpontjainak geometriai helye **1. 205**
- HUTYRA FERENCZ: A sertéspestis elleni immunizálás kísérleti alapja **30. 492**
- LOSZVAY LAJOS: A levegőben égéskor keletkező nitrogéntartalmú melléktermékek meghatározása **10. 207**
- Adalék a levegő összetételéhez **12. 202**
 - Az ózon és ammonia egymásra hatásakor keletkező termékekről **12. 422**
 - A hidrokénessav, illetőleg a zinkhydrosulfit néhány alkalmazása **27. 599**
 - és SCHEITZ PÁL: A kékszínű molybdænoxid két új módosulatáról **28. 472**
- ISTVÁNFFI GYULA: Clusius mint a magyar gombászat megalapítója **13. 264**
- A szőlő fakórothadásáról **20. 239**
 - Az Ithyphallus-gomba és Cœpophagus-atka együttes föllépéséről hazánkban **21. 157**
 - A Botrytis, Monilia és Coniothyrium spóráinak életképességéről **21. 222**
 - Vizsgálatok a Botrytis-sporák életképességéről **23. 1**
 - A szőlő fásoltványának forradásáról **24. 819**
- JAEKEL OTTÓ: A Placochelys n. g.-ról és ennek jelentőségéről a teknős-békák származására **20. 337**
- JANCSÓ MIKLÓS: Vizsgálatok a malaria-paraziták továbbfejlődéséről az Anophelesesekben **22. 123**
- JENDRÁSSIK ERNŐ: Élettani és klinikai adatok az ép és kóros járás ismeretéhez **19. 1**
- Adatok az öröklés és az öröklési betegségek tanához **20. 272**
- JURÁNYI LAJOS: Újabb adatok a Gymnospermák himporának ismeretéhez **2. 241**
- A sejtmag alakulásáról és alkatáról **2. 255**
- JUVAN CZ IRÉN: Az alapműveletek elmélete **25. 1**

- KALCHBRENNER KÁROLY: Mueller Ferdinand eljárása gombák és növények szárítására **2. 97**
- KALECSINSZKY SÁNDOR: A szovátai meleg és forró konyhasóstavak mint természetes hőaccumulatorok **19. 450**
- A nap melegének accumulatiója különféle folyadékokban **22. 29**
- KANITZ ÁGOST: Gróf Széchenyi Béla középázsiai expedíciójának növény-tani eredményei **3. 133**
- KARPELLES LAJOS: Egy érdekes új atka-faj **4. 58**
- KÁROLY IRÉN: A Hertz-féle hullámok áthatolása az elektrolteken **22. 313**
- KELEMEN GYÖRGY: A pilocarpin és atropin hatása a gázcserére **30. 486**
- KÉTLY KÁROLY: A 'dobhúr (chorda tympani) boncz- és élettani viszonyai klinikai megfigyelések alapján **16. 139**
- KHERNDL ANTAL: A lánczhidak merevítő tartóinak grafikai elméletéről **9. 54**
- A vonóláncezós ívtartók grafikai elméletéről **9. 327**
- A függőhidak merevítő gerendáinak grafikai elméletéről **13. 226**
- A többtámaszú ívek és a többtámaszú merev függőtartók grafikai elméletéről **15. 1**
- A statikailag határozatlan reactiójú csuklós tartók grafikai elméletéről **22. 61**
- KISS GYULA: Vizsgálatok az erjedésgátló hatásnak összefüggéséről az elemek vegytani csoportjaival **23. 385**
- KISS KÁROLY: A Schuller-féle higanyos légszivattyú működési képességének meghatározása **12. 305**
- KLATT VIRGIL és LENARD FÜLÖP: Földkáliphosphorokról **22. 460**
- KLEIN GYULA: A növény-levelek némely rendellenességéről **9. 320**
- A keresztes virág alkatáról boncztani alapon **12. 215**
- Újabb adatok a keresztes virág alkatáról **19. 405**
- KLUG NÁNDOR: Az enyv emésztődéséről **9. 2**
- Vizsgálatok a gyomoremésztés köréből **12. 190**
- Adatok a pepsin-emésztéshez **13. 56**
- A gázfejlődésről pankreas-emésztés közben **16. 71**
- Adatok a pankreas fehérje-emésztéséhez **20. 1**
- Két vérkeringési séma. A vérnyomás és hőmérsék befolyása a szívre **21. 429**
- és OLSAVSZKY VIKTOR: Az izommunka befolyása a phosphorsav kiválasztására **11. 157**
- KLUPATHY JENŐ: A folyadékok közötti válaszfületek feszültségéről **3. 94**
- Kathod-sugarak nem homogen és forgó mágnesi térben **17. 535**
- Adatok a Wehnelt-megszakító elméletéhez **20. 321**
- A folyadékok szilárdságáról **27. 422**
- A víz szilárdságáról **28. 393**
- KOCH ANTAL: A gróf Széchenyi Béla keletázsiai expedíciójában Lóczy Lajos által gyűjtött kőzetek ismertetése **1. 170**

- KOCH ANTAL: Az aranyi hegy kőzetéről és ásványairól szóló közlemények átnézete és újabb közlemények 3. 109
- Új cölestin- és barytelőfordulás Torda közelében 6. 78
- Az erdélyi medence harmadkori (tertiär) képződményei 9. 172
- Prohyracodon orientalis*, egy új ősemelő Erdély középvocæn rétegeiből 15. 130
- Az erdélyi medence ifjabb harmadkori képződményei 16. 421
- A beocsini czenentmárga kővült halai 21. 190
- A rudobánya-szentandrás hegyvonulat geológiai viszonyai 22. 132
- KONEK FRIGYES: Az asymmetrikus metanitrosalicylsav néhány új származéka 14. 16
- China-alkaloidák hydroszármazékai 14. 50
- Magyarországi szenek vegyi összetétele és caloriaértéke 20. 588
- Gyors és egyszerű quantitativ eljárás organikus vegyületek, továbbá szenek, kőolajok, bitumen és egyéb anyagok kéntartalmának meghatározására 21. 313
- Organikus vegyületek phosphor- és nitrogéntartalmának quantitativ meghatározása natriumperoxyddal 22. 92
- Natriumperoxyd-baryt-módszer 22. 97
- Kéntartalmú alkaloidok synthesiséről 25. 363
- és ZÖHLS ARTHUR: Quantitativ nitrogenmeghatározás szerves anyagokban natriumperoxyddal 22. 168
- KONKOLY THEGE MIKLÓS: A nap felületének megfigyelése 1882-ben 1. 157
- Astrofizikai megfigyelések 1. 162
- A reversio spectroscop 1. 177
- Hullócsillag-megfigyelések 1882-ben 1. 185
- Egy új spectroscop 1. 240
- Néhány szó az üstökösök vegytani alkatáról, összehasonlítva a meteorokéval 1. 242
- Csillagászati megfigyelések az 1882. évben 1. 248
- Astrofizikai megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón 1883-ban 2. 36
- A nap felületének megfigyelése 1883-ban az ó-gyallai csillagdán 2. 120
- Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1883-ban 2. 122
- Astrofizikai megfigyelések 1883-ban az ó-gyallai csillagdán 2. 123
- 616 állócsillag spectruma 2. 126
- Csillagászati megfigyelések 1883-ban 2. 206
- Előleges vizsgálatok néhány szénhydrogongáz spektrumán spektroskop-pal és spektrálfotometerrel 2. 319
- Astrofizikai megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón 1884-ben 3. 87
- A napfoltok és nap felületének megfigyelése az ó-gyallai csillagvizsgálón 1884-ben 3. 88
- 615 állócsillag spectruma 3. 91
- Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1884-ben 3. 92
- Napfoltok gyakoriassága 1872-től 1884 végéig 3. 156

- KONKOLY THEGE MIKLÓS: Adatok Jupiter physikájához az 1883—1884. évi oppositióból 3. 157
- A nap felületének megfigyelése 1885 első felében 4. 9
 - Astrophysikai megfigyelések és vizsgálatok az 1885. évből 4. 77
 - Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1885-ben 4. 152
 - Astrophysikai megfigyelések és vizsgálatok 1885-ben 4. 172
 - A m. kir. meteorologiai és földdelejtességi központi intézet csillagvizsgálójának földrajzi hossza. (Új módszer földrajzi hosszkülönbségek meghatározására) 10. 63
 - A napfoltok gyakoriasságáról 10. 68
 - Spektroskopikus megfigyelések az ó-gyallai csillagdán 10. 274
 - Jelentés az ó-gyallai csillagdán 1892-ben történt megfigyelésekről 11. 208
 - Üstökösök spektroskopos megfigyelése 29. 372
 - Négy új üstökös 30. 113
- KONT GYULA: Manometrikus tükrök 12. 276
- KORÁNYI FRIGYES: Újabb adatok a gerincoszlop és a gerincmelléki tájék kopogtatási hangjának diagnostikai értékéhez 26. 241
- KORÁNYI SÁNDOR: A szemlencse fejlődéséről a gerinczeseknél 3. 235
- Adatok a forgatási mystagmus számbeli viszonyaihoz és elméletéhez 5. 114
 - Új vizsgálati módszer a kóros szív alkalmazkodási képességének meghatározására 12. 449
 - és TAUSZK FERENCZ: A Jackson-féle epilepsiára vonatkozó kísérleti adatok 8. 29
 - és VAS FRIGYES: Az izom görcsövi és elektromos változásai a működés alatt 10. 222
- KORDA DEZSŐ: A fény elektromos hatása a seleniumra 7. 151
- Magas feszültségű, váltakozó erőter létesítése elektromos kondenzátorokkal 10. 252
 - Indukció közvetítésével működő folyadékos kondenzátor 11. 45
 - Zárt magántranszformátorok áramgörbéinek megszerkesztése 12. 296
 - A több phasisú dynamo-gépek egy sajátosságáról 13. 16
 - Egy szénfogyasztó thermochemiai galvánelemről 13. 203
 - Transzformátorok hatásfokának egy új meghatározási módjáról 13. 473
 - Egy elektromos fénytűneményről 14. 211
 - Új kísérletek elektromos légüres csövekkel 15. 87
 - A mágnesség befolyása a vas hővezető képességére 17. 169
 - Az elektromos kemenezében előállítható fémvegyületekről 19. 441
 - Kísérletek az elektrostatikai erőter mozgásának mágneses hatásáról 20. 68
- KOSUTÁNY TAMÁS: Adatok a növényi fehérje képződéséhez 12. 428
- Egy új saccharomyces 13. 311
 - Újabb adatok a növényi fehérje képződéséhez 14. 1
 - Erjedéstani tanulmányok 14. 12

- KOSUTÁNY TAMÁS: Súly- és térfogatváltozás a szeszes erjedésnél 14. 367
 Adatok a búzasikér és a búzalisztek ismeretéhez 20. 187, 21. 197
- KÖNIG DÉNES: Vonalrendszerek kétoldali felületeken 29. 112
 A vonalrendszerek nem-számáról 29. 345
 és HAAR ALFRÉD: Egyszerűen rendezett halmazokról 27. 138
- KÖNIG GYULA: A hatványsorok egy tulajdonságáról 1. 60
 Az alternáló csoportról 1. 213
 — Taylor sorának érvényességi feltételeiről 2. 42
 Az egész függvények tényezőkre bontása, ha az együttthatók tetszőlegesek 2. 45
 — A szimmetrikus függvények elméletéhez 8. 9
 A reciprocitás tétele a négyzetes maradékok elméletében 13. 429
 — A határozott integrálok elméletéhez 15. 380
 A halmazok elméletének alapjai és a continuum problémája 23. 410, 24. 343
- KÖRÖSY KORNÉL és LOBMAYER GÉZA: Felszívódás a hasüregből 21. 419
 és RÓTH-SCHULTZ VILMOS: Hátyadiffúzió és felszívódás 21. 407
- KÖVESLIGETHY RADÓ: A folytonos spectrumok elmélete 4. 10
 A szaggatott spectrumok elmélete 5. 224
 Lockyer spektrálmódszerének elmélete és a spektrálvonalok rokonságáról 5. 253
 Michelson Wladimir spektrálmélete 6. 104
 A földfelület morphometriájának egy új módszeréről 13. 167
 A sísmikus tünemények új geometriai elmélete 13. 363
 Perturbációk többtagú bolygórendszerben 14. 323
 A spectrumanalysis két parameter-egyenlete 16. 437
 Az égi testek spectruma 17. 112
 Az állócsillagok tengelyforgásáról 17. 573
 A csillagrend physikai értelmezése 18. 113
 — Az égi testek fejlődése és a föld kora 18. 361, 19. 178
 A nagy földrengések energiája 22. 146
 Földrengési elemek számolása 23. 32
 — A seismikus hullámfelület és a seismikus távolhatás törvénye 24. 446
 — A cerami földrengés 24. 683
 — A makroseismikus rengések feldolgozása 24. 349
 Seismikus hosszkülönbség-meghatározás 24. 434
 A seismikus hysteresisről 28. 477
- KÖVESSI FERENCZ: A növényi szőrök nitrogen-asszimilációs képességéről 29. 881
- KRENNER JOZSEF: A kryolith-csoport grönlandi ásványai 1. 186
 A manganocalcitről 1. 231
 Gróf Széchenyi Béla keletázsai expedíciójának nephritjei 1. 235
 A Szabóitról 2. 230
 A freibergi bányaakadémia gyűjteményének manganocalcitja 2. 369

- KRENNER JÓZSEF: Adalék az Allaktit optikai viszonyainak ismeretéhez 3. 16
 - A Zigadittról 3. 146
 - Az Akanthit és a természetes ezüstkéneg 5. 137
 - Andorit, új hazai ezüstércz 11. 119
 - A Lorandit, új ásványfaj 12. 473
 - Lorandit, új thallium-ásvány Alcharról Makedoniában 13. 258
 - A Schuller-féle arsensulfid kristálytani és optikai viszonyairól 25. 271
- KRIESCH JÁNOS: A modern zoologia szempontjai és céljai 1. 165
- KRUSPÉR ISTVÁN: A műgyetem órái 4. 19
 - Új szerkezetű szigorú mérleg 5. 70
- KUBACSKA ANDRÁS: A Xanthium tövise 20. 567
- KÜRSCHÁK JÓZSEF: A körbe beírt és a kör körül írt sokszögekről 5. 153
 A kettős integrálok variálásánál föllépő másodrendű parciális differenciálegyenletekről 7. 296
 A variáció-számítás parciális differenciálegyenleteinek egy különös osztályáról 8. 60
 A másodrendű parciális differenciálegyenletek egy osztályáról 15. 225
 A variatio-számítás parciális differenciálegyenleteinek transformatiójáról 17. 457
 Az indukált lineár helyettesítések determinansának rangjáról 18. 44
 Az általánosított kinetikai potenciál létezésének feltételei 23. 401
 Adalék az elimináció elméletéhez 24. 786
 Az abszolút érték fogalmának általánosítása 30. 699
 és STAECKEL PÁL: Bolyai János észrevételei Lobatschefskij Miklósnak a parallelákra vonatkozó vizsgálataira 20. 40
- LACZKÓ DEZSŐ: Veszprém városának és tágabb környékének geologiai leírása 27. 554
- LAKITS FERENCZ: A kir. József-műgyetem observatoriumának földrajzi szélessége 4. 208
- LANDAUER ÁRMIN: Az izmok érző és véredénymozgató idegeiről 10. 157
 Adatok a víz szerepéhez a szervezetben 12. 197
 Adatok a vesehám szerkezetéhez 13. 152
- LENÁRD FÜLÖP: Az elektromos erővel párhuzamosan irányított kathod-sugarak magatartásáról 16. 266
 és KLATT VIRGIL: Földkáliphosphorokról 22. 460
- LENDL ADOLF: A pókok (Araneida) végtagjainak értelmezése boncz- és fejlődéstani tanulmányok alapján 4. 165
 A magyarországi Tetragnatha-félékről 5. 127
 A pókok (Araneida), különösen a kerekhálós pókok (Epeiridae) természetes osztályozásának kísérlete 6. 165
 - A mikroszkóp egy újabb szerkezetéről 10. 43
- LENGYEL BÉLA: A sósavas hydroxylamin előállításáról 1. 63
 A cigelkai, lipiki és lubói ásványvizek vegyi alkotásáról 4. 107
 Ásványvíz-elmzések 5. 190. 6. 183

- LENGYEL BÉLA: A salétromossav meghatározása térfogati úton 8. 85
- Új szénulfid 12. 58
 - A tricarbonsulfid szerkezetéről 12. 247
 - Adatok a calcium chemiájához 14. 42
 - Adatok a calcium ismeretéhez 16. 248
 - Néhány gáz hatása photographlemezeire 16. 365
 - A radioactiv baryumról 18. 121
- LENGYEL LORÁND: Adat a pepsinműködés thermodynamikájához 23. 255
- LENHOSSÉK MIHÁLY: Adatok a gerinczagi dűczok ismeretéhez, a békán tett vizsgálatok alapján 3. 233
- Ritkább bonczati rendellenességek 4. 254
 - Összehasonlító bonczati vizsgálatok a velős hüvelyek fejlődéséről a középponti idegrendszerben 6. 132, 7. 108
 - A centrosomáról 16. 145
 - A chorionhámról 20. 85
 - A periferikus idegrostok fejlődéséről 23. 190
 - A ganglion ciliare-ről 29. 23
 - A zonula ciliaris fejlődéséről 29. 641
 - A ganglion ciliare-ről. 2. A hüllők sugárdúca 30. 419
- LICHTENBERG SÁNDOR: Adatok a férfi húgycsövének fejlődéséhez és szövettanához 23. 381
- LIEBERMANN LEÓ: Előleges közlemény a phosphorsavtartalmú gliceridek előállítása és képződéséről 4. 5
- Embryochemiai vizsgálatok 4. 242, 6. 174
 - Az állati dextranról 5. 176
 - Embryochemiai vizsgálatok 6. 174
 - A metaphosphorsav kimutatása az élesztő nucleinjában 8. 41
 - A szén-sav bontó hatásáról az alkalifémek sóira 8. 88
 - Előzetes jelentés a tojás festőanyaga és a cholesterin között valószínűleg fennálló összefüggésről 8. 203
 - A kénsav meghatározásának új elven alapuló módszere 8. 205
 - Szilárd anyagok fajsúlyának új meghatározási módja 8. 209
 - Tanulmányok a gyomor nyákhártyájában véghezmenő chemiai folyamatokról 9. 187
 - Újabb vizsgálatok a lecithalbuminról 11. 230
 - A lecithalbuminok néhány élettanilag fontos tulajdonságáról 11. 236
- és BITTÓ BÉLA: Adalék az élesztősejt ismeretéhez 12. 146
- és BITTÓ BÉLA: A tömény kénsav hatásáról cholesterin chloroformos oldatára 15. 371
- és BUGARSZKY ISTVÁN: Adatok a sókeverékek vizes oldatainak elméletéhez 11. 221
- és BUGARSZKY ISTVÁN: A fehérjenemű anyagok só-sav-, natriumhydroxid- és konyhasólekötőképességéről 16. 218
- és SZÉKELY S.: Új módszer a tej zsírtartalmának meghatározására 11. 199

- LOBMAYER GÉZA és KÖRÖSY KORNÉL: Felszívódás a hasüregből 21. 419
- LOCZKA JÓZSEF: Egy sphalerit mennyiségi elemzése 1. 49
- Hazai bronzkori tárgyak vegyelemzése 7. 275
- Több magyarországi ásvány elemzése 8. 38
- LOJKA HUGÓ: Adatok Magyarország zuzmó-flórájához 3. 133
- LŐRENTHEY IMRE: Adatok Magyarország harmadkorú rák-faunájához 15. 149
- Sepia a magyarországi harmadkorú képződményekben 16. 317
- Palaeontologiai tanulmányok a harmadkorú rákok köréből 22. 160
- Budapest pannoniai- és levantei korú rétegei és ezek faunája 24. 298
- Újabb adatok a Székelyföld geológiájához 27. 273
- Megjegyzések Magyarország ó-harmadkori foraminifera-faunájához 27. 584
- Újabb adatok Budapest környéke harmadidőszaki üledékeinek geológiájához 29. 118, 515, 30. 263
- Palaeontologiai újjdanságok Magyarország harmadidőszaki üledékeiből 29. 1109
- LÖW MÁRTON: Adatok a felsőbányai realgár kristálytani ismeretéhez 29. 830
- MARGÓ TIVADAR: Az állatország rendszeres osztályozása, különös tekintettel az újabb állattani rendszerekre 1. 281
- Adatok az ausztráliai Ceratodus pontosabb ismeretéhez 12. 156
- MARTIN LAJOS: A complex mennyiségekről 1. 217
- MAURITZ BÉLA: Újabb adatok a porkurai pyritről 21. 358
- Adatok a gyergyó-ditrói szienittömzs kémiai viszonyainak ismeretéhez 30. 607
- A ditrói cancrinit 30. 673
- MAUTNER NÁNDOR: A phenylzsírsavak egy általános synthesise 28. 68.
- A glykosyringasav synthesise 29. 36
- Egy új gallacetophenontrimethyl-ether synthesise 29. 40
- A pentamethylidigallussavmethylester synthesise 29. 727
- A glukovanillinsav és a glukoparaoxybenzoësav synthesise 29. 970
- A phenolcarbonsavak condensatiója 30. 458
- MÁGÓCSY-DIETZ SÁNDOR: A növények talajtálló irányának okáról 5. 244
- Kétszikű fás növények béldiaphragmája 17. 1
- A kenderrel végzett tenyésztési kísérletek 24. 145
- A Sparganium-és Typha-nem virág- és termésfejlődése 4. 265.
- MELCZER GUSZTÁV: Néhány ásványról, főképp Ceylon szigetéről 18: 305
- Adatok a korund kristálytani és optikai ismeretéhez 19. 470
- Az úrvölgyi aragonitról 21. 236
- MESSINGER KÁROLY: Seleno-arsenatok 15. 96
- Natrium thioselenid 15. 105
- MÉHELY LAJOS: A magyar fauna új Bombinator- és Triton-fajai 9. 154
- Magyarország barna békái 9. 262
- A magyar fauna egy új mérges kígyója (Vipera Rákosiensis My.) 12. 87

- MÉHELY LAJOS: Biró Lajos herpetologiai gyűjtéséről, különösen egy új-guineai új béka-nemről **16. 117**
- Ósibb és újabbkori gyíkok **25. 346**
- A meggátolt fejlődés (epistasis) jelentősége a fajkeletkezésben **29. 1**
- Szervezeti rendellenességek mint a származástan útmutatói **29. 214**
- MIHALKOVICS GÉZA: Vizsgálatok a gerinces állatok húgy- és ivarszerveinek fejlődéséről **2. 99, 2. 321, 3. 5**
- A boncztani műszók (nomina anatomica) reformálása **13. 439**
- Vizsgálatok az orrnak és járulékos üregeinek fejlődéséről **14. 56**
- A Jacobson-féle szerv **16. 1**
- MITUCH AUGUSZTA és TANGI FERENCZ: Újabb vizsgálatok a tyúkébrény anyag- és energiaforgalmáról **26. 77**
- MOCSÁRY SÁNDOR: A föld fémdarázsai **7. 178**
- és HORVÁTH GÉZA: A Magyar Nemzeti Múzeum Troides-gyűjteménye és Erzsébet-királyné pillangója **18. 97**
- MOESZ GUSZTÁV: Krokoid Tasmaniából **17. 436**
- Adatok a grönlandi lievrit kristálytani ismeretéhez **17. 442**
- MOLNÁR GÉZA: A magyar hangsor akusztikai világításban **18. 87**
- MOLNÁR NÁNDOR: Némely gázok és gőzök hatásáról a phosphor gyúlési hőmérsékére és lassú égésére **2. 358**
- A szántói savanyúvíznek új vegyelemzése **5. 247**
- MURAKÖZY KÁROLY: A légenyélég és ammoniák elegyének eldurranásánál keletkező terményekről **2. 341, 5. 57**
- Légenyélég és ammoniák egymásra hatása közönséges hőmérsékletnél **5. 64**
- NAGY BÉLA: Az idegsejtek elváltozásairól veszettségnél **12. 332**
- NAGY GYULA: Arithmetikai vizsgálatok a magasabbfajú ternaer egyenletek körében **30. 441**
- NAGY LÁSZLÓ: A bélesatorna szöveti fejlődése, különös tekintettel a felszín és a mirigyek alakulására **29. 731**
- NAVRATIL DEZSŐ és PÓLYA JENŐ: Vizsgálatok a pofanyálkahártya nyirokereiről **20. 111**
- NEUMANN ZSIGMOND: Eudiometrikus vizsgálatok oxgyenammoniak-elegyeken **6. 54**
- Módszer a chinin meghatározására chinintannátban **7. 170**
- Az óvárii vasas forrás vizének elemzése **10. 137**
- NÉMAI JÓZSEF: Közlemény a gége összehasonlító anatómiája köréből **30. 474**
- NURICSÁN JÓZSEF: A carbonylsulfidnak új képződési módja **9. 118**
- OLSAVSZKY VIKTOR és KLUG NÁNDOR: Az izommunka befolyása a phosphorsav kiválasztására **11. 157**
- OLTAY KÁROLY: Nehézséggyorsulás-mérések Budapesten **29. 229**
- Az ingákkal való relativ gravitációmérések pontossága **30. 843**
- ORTVAY RUDOLF: Néhány folyadék dielektromos állandójáról magas nyomásnál **29. 742**

- ÓNODI ADOLF: A csigolyaközötti dúczok és ideggyökerek fejlődéséről
2. 168
- Az együttérző idegrendszer fejlődése 3. 237
 - A bolygó idegesoport (n. vagus) alaktani jelentőségéről 4. 194
 - Vizsgálatok az őshalak idegrendszere körül 5. 6
 - Adatok a gége élettanához és kórtanához 7. 88
 - További adatok a gége élettanához és kórtanához 7. 207
 - Új észleletek a gégekisérlet terén 8. 21
 - Gégekisérleti tanulmányok 9. 168
 - A hangszalagok mozgásai a bolygóideg átmetszésénél 10. 22
 - Adatok a gége beidegzésének boncz-, élet- és kórtanához 12. 195
 - A hangképző központok kórtanáról 15. 352
 - A gége légző és hangképző idegeiről 16. 101
 - A subcerebrális hangképző középpontról 17. 467
 - A gége-chorea kérdése 17. 589
 - Adatok a gége idegeinek ismeretéhez 17. 79
 - A Highmor-üreg viszonya az iköbölhöz és a legmellsőbb rostasejtekhöz 19. 123
 - A homlokcsont üregeinek ismeretéhez 22. 1
 - Az orr melléküregeinek dehiscenciái 22. 79
 - Az orrüreg középső járatának hártvás részéről 24. 183
 - A látóideg és az orr melléküregei 25. 213. 248, 281
 - Az orr melléküregeinek viszonya az agyvelőhöz 26. 262, 422
 - A homloküregről 27. 152
 - A koponyaüregnek és az agyvelőnek az orr melléküregein át való feltárásáról 30. 165
 - Az orr melléküregei a gyermekkorban 30. 513
 - és ENTZ BÉLA: Keratosis pharyngis 22. 341
- ÖRLEY JÁSZLÓ: A palaearktikus övben élő terrikolák reviziója és elterjedése 4. 3
- A magyarországi piócák faunája 5. 125
- PASZLAVSZKY JÓZSEF: Adalékok a gubacsdarázsok faunájához a magyar birodalomban, különösen Budapest környékén 1. 257
- *Cynips superfetationis* Giraud 2. 90
- PEKÁR DEZSŐ: Oldatok molecularis felületi energiájáról 19. 210
- PERÉNYI JÓZSEF: Adatok a gerinczhúr és a gerinczhúr körül fekvő képződemények fejlődéséhez a *Torpedo marmorata*-nál 4. 257, 5. 25
- A blastoporus állandó megmaradása a békaféléknél 5. 11
 - Az amnion és a Wolff-féle csatorna a gyík-féléknél 6. 92
 - A mesoderma keletkezése 8. 11
- PERÉNYI SÁNDOR: Az elektromos vezetékek hőkibocsátó képességéről 2. 378
- PÉCH ANTAL: Alsó-Magyarország bányaművelésének története 1. 7
- PLÓSZ PÁL: Az uromelanin származása 4. 187
- Adatok a zsírképződés kérdéséhez a májban 17. 157, 183

- POLLÁK SZIGFRID és TÖRÖK LAJOS : A hengerek és cylindroidok képződési módja 4. 191
- PÓLYA GYÖRGY : Laguerre problémájáról 30. 783
- PÓLYA JENŐ : A mellső csarnok zúgának állapota glaucomás szemekben 16. 311
- A trypsin hatása az élő pankreasra 25. 164
- NAVRATIL DEZSŐ : Vizsgálatok a pofanyálkahártya nyirokereiről 20. 111
- PRIMICS GYÖRGY : A rodnai havasok geológiai viszonyairól, különös tekintettel a kristályos palákra 4. 1
- PRINZ GYULA : A Lytoceratidae Neum.-család tapadóizmának felfedezése a 3. vigilioi (Garda) dogger faunájában 24. 418
- A középponti Tien-Sán északi részének pleistocén-képződményei 26. 537
- A kuldzsi Nan-Shan morphológiájáról 27. 289
- Előzetes jelentés második középázsiai utazásomról 28. 76
- Belsőázsiai utazásaimnak topographiai eredményei 30. 109
- PUNGUR GYULA : Adatok egy kevésbé ismert szöcske-faj természetrajzához 4. 90
- QUAGLIARIELLO KAJETÁN : Physikai-chemiai vizsgálatok a fehérje megalkadásáról 30. 484
- RADOS GUSZTÁV : Egy a geometriában föllépő számelméleti problémáról 3. 178
- Az algebrai függvények elméletéhez 3. 185
- A szétbontható alakok elméletéhez 4. 198
- A determinánsok elméletéhez 4. 268
- Az n -edrendű elliptikus függvények különböző meghatározásairól 6. 353
- A térbeli görbék elméletéhez 8. 46
- Az orthogonális helyettesítések elméletéről 10. 16
- Az adjungált helyettesítések elméletéről 10. 34
- Új soralakok az « e » számára 11. 358
- A semidefinit quadratikus alakok elméletéhez 13. 191
- Adjungált négyzetes alakok 14. 26
- Az adjungált lineáralakok elméletéhez 14. 165
- Az orthogonális helyettesítések együtthatói között fennálló feltételi egyenletek 16. 123
- Indukált lineár helyettesítések 16. 378
- Indukált helyettesítések csoportjai 17. 44
- Az indukált helyettesítések karakteristikus egyenletének tényezőkre való felbontása 17. 66
- Adalék az algebrai resolvensek elméletéhez 17. 421
- Az orthogonális helyettesítések elméletéhez 18. 128
- Adalék a szabályos sokszögek elméletéhez 22. 66
- Az általános körosztási egyenlet discriminánsa 22. 115
- Stationarius simuló síkok 24. 283
- A Sylvester-féle resultans analogonja a lineár differenciálegyenletek elméletében 24. 805

- RADOS GUSZTÁV: Adalékok az egységgyökök elméletéhez **26.** 161
- Kronecker egyik algebrai tételéről **26.** 260
 - A több ismeretlenű congruentiák elméletéről **27.** 255
 - A magasabbfokú congruentiák elméletéből **29.** 810
- RADOS IGNÁCZ: A függvénytan egyik alaptételéről **3.** 46
- RAUSSNITZ GUSZTÁV: A felsőbbfokú congruentiák elméletéhez **1.** 296
- REGÉCZY NAGY IMRE: A folyadékok áramlása hajszálcsövekben **1.** 279
- Adatok a fehérsyeoldatok átszivárgásához **1.** 279
 - Észrevételek az osmosis elméletéhez **3.** 231
 - Az ingerület kiindulási helyének megállapítása az izomban bevezetett áramokkal való ingerléskor **5.** 242
 - Az ingerület látszólagos lappangási időszakasza az izom közvetlen ingerléskor **5.** 243
 - Újabb eljárás az áramerőt mutató foksor készítésére a du Bois-féle száncakészülőken **5.** 242
 - Kísérleti adatok a Porret-féle izomtünemény jelentésének kérdéséhez **6.** 297
 - Az izomáram nemleges változata által egy másik izomban közvetlenül kiváltott másodlagos rángásról **6.** 311
 - Újabb adatok a bevezetett villamáram bipolaris ingerlő hatásának bizonyításához **6.** 316
 - Vizsgálatok az izomrángás befolyásának módosulatairól különböző behatások alatt, Jendrássik összehúzóási elmélete alapján **9.** 165
- REUSZ FRIGYES: A *Spalax hungaricus* (typhlus) központi idegrendszeréről **18.** 330
- REX SÁNDOR: A szénhydrogének haloid származékainak oldékonysága vízben **24.** 90
- RÉTHY MÓR: Megjegyzések Fröhlich dolgozatához: Kritikai megjegyzések az elhajlott fény elméletéhez **3.** 38
- Végszerűen egyenlő területek **8.** 176, **11.** 193
 - A végszerű egyenlőség főtételének bebizonyításához **12.** 279
 - A legkisebb actio elvéről **13.** 1
 - A legkisebb actio elvéhez **13.** 299
 - A legkisebb actio elvéről és a Hamilton-féle elvről **14.** 267
 - Súlyos folyadéksugarakról **15.** 342
 - Az actio elvéről és a mechanikai elvek azon osztályáról, melyekhez tartozik **20.** 354
 - Az actio elvének általánosításáról **21.** 146
 - Ostwald elve az energiafogalomról **21.** 459
 - Az általánosított Ostwald-féle elvről és a mechanikai hőelmélet második főtételéről **24.** 718
 - A fémek erőltetési vonalairól **26.** 520, **27.** 485
- RÉVAI GÉZA: Két új szénhydrogen synthesise **11.** 372

- RÉVÉSZ GÉZA: A színes fényingerek hatásának gyöngítése fehér fényvel
24. 166
- A kritikus szürke és a színes folyamatok közt fennálló viszonyról
26. 86
- A heterochrom photometria új módszere (kontraszt módszer) 28. 452
- és ALEXANDER FERENCZ: Optikai ingerek hatása az agy gázcserejére
30. 465
- RHORER LÁSZLÓ: A kicsapási módszer alkalmazásáról a fehérjék savkötő
képességének meghatározására 20. 232
- RICHTER ALADÁR: Anatómiai és rendszertani vizsgálatok az artocarpaék
köréből 13. 288
- Két új schizaeáról és a schizaeák lophidium-algenusa néhány tagjának
származás- és alkattani viszonyairól 29. 1074
- Átszellőztető és a mechanikai rendszer correlatioja a Schizaeák szerve-
zetében 30. 796
- RIESZ FRIGYES: A lineár homogén integrálegenletről 27. 220
- RIESZ MARCZEL: A hatványsor összegezetősége az összetartási körön
26. 221
- Megadott Dirichlet-sor folytatásának analitikai előállítására 29. 283
- RIGLER GUSZTÁV: A Duna vize chemiai és bakteriologiai sajátosságai Budapest
fölött, mellett és alatt, különös tekintettel a napfény és az ürlepedés
hatására a folyam tisztulására 14. 104
- A vér lúgosságának ingadozása ép és fertőzött állatoknál, valamint
embereknél 19. 249
- és FODOR JÓZSEF: Újabb vizsgálódások a vér lúgosságát illetőleg 15. 15
- — Vizsgálatok typhusbacillusokkal fertőzött állatok vérével 16. 298
- ROBOZ ISTVÁN: Adatok a cestodák ismeretéhez a Solenophus megalocepha-
lus-on megejtett vizsgálatok alapján 1. 5
- ROBOZ ZOLTÁN: Rhizopoda-tanulmányok. Calcituba polymorpha, nov. gen.
nov. spec. 1. 295
- Adatok a Gregarinák ismeretéhez 4. 262
- ROHONYI HUGÓ: Enzymahatás és electrolytes dissociatio 28. 298
- ROSKA JÁNOS és TEZNER ERNŐ: Suspensiók fagyáspontcsökkenése 26. 249
- ROSZNER ALADÁR: Vizsgálatok a vékonybél-bolyhok szerkezetéről 12. 172
- ROTHMANN ÁRMIN: Az izommagvagról 3. 232
- RÓKA KÁLMÁN: Az orthonitrophenylpropionsav redukálása indigóváe lektro-
lytikus úton 27. 194
- és SZARVASY IMRE: Az oxalsav egy újabb synthesise 28. 292
- RÓNA ERZSÉBET: A bróm és az egyértékű telített aliphás alkoholok egy-
másra való hatásának sebességéről vizes oldatban 30. 876
- RÓTH-SCHULZ VILMOS és KÖRÖSY KORNÉL: Hártyadiffusio és felszívódás
21. 407
- SCHAFARZIK FERENCZ: Adatok a szepes-gömöri érczhegység pontosabb geo-
logiai ismeretéhez 22. 414

- SCHAFFER KÁROLY: Adatok a másodlagos és foltos elfajulás tanához 8. 213,
9. 26
- Adatok a gerinczvelő összehasonlító rostozatához 9. 318
 - Adatok az Ammon-szarv szövettanához 10. 109
 - A suggestio behatása a hypnosis alatti reflexjelenségekre 11. 123
 - Az intrahypnotikus reflexcontracturák morphológiája és a suggestio behatása ezekre 12. 75
- SCHETZ PÁL: A lakmusz festőanyagairól 27. 517
- A mesterséges lakmuszról 28. 89
 - és ILOSVAY LAJOS: A kékszínű molybdænoxyd kétmódosulatáról 28. 472
- SCHENZL GUIDÉ: A Krakatoa-vulkán kitöréseinek befolyása a budapesti levegőnyomásra 2. 191
- A magyar korona országainak csapadék-viszonyai 4. 49
- SCHERFEL AURÉL: A sibrai fürdő ásványvizének vegyelmezése 1. 217
- A czemétei ásványvíz chemia elemzéséről 1. 277
 - A szepes-tótfalvi Badányi-forrás vizének vegyelmezése 5. 230
- SCHIFF ERNŐ: A vér alakelemeinek és hæmoglobintartalmának quantitativ magatartása az újszülöttek ép és kóros viszonyai mellett 8. 104
- Újabb adatok az újszülöttek hæmatológiájához, különös tekintettel a köldökzsínór lekötési idejére 10. 51
 - Adatok az első életnapok folyamán elválasztott vizelet chemiai összetételéhez 10. 144
- SCHILBERSZKY KÁROLY: Újabb adatok a virágszervek rendellenes szerkezetéhez 10. 141
- A Hedychium Gardnerianum Wall. virágának szerkezete és biológiája 20. 385
 - A levélszervek számbeli ingadozásáról, különös tekintettel a virágok morphologiai és phylogeniai viszonyaira 21. 266
 - Adatok a Penicillium alak- és élettanához 29. 91
 - Pleistocænkorú mohafaj Kecskemétről 30. 632
- SCHLESINGER LAJOS: A Fuchs-féle függvények elméletéhez 6. 36
- A Gauss-féle pentagramma mirificum 17. 526
 - Az egy complex változó algebrai függvényeinek elméletéhez 20. 658
 - Riemann-nak a lineár differenciálegyenletek elméletére vonatkozó töredékéről és az ahhoz csatlakozó újabb vizsgálatokról 22. 328
 - A lineár differenciálegyenletek elméletéhez 22. 486, 23. 102, 139, 24. 117, 29. 193, 351
 - Az izolált értékű függvényekről 23. 121
 - A kétmértetű sokaságok intrinseca geometriájához 23. 356
 - Asymptotikus előállítások a lineár differenciárendszerk elméletében 24. 619, 741
 - A valós integrálnak egy Jacobi-féle általánosításáról 29. 302
- SCHMIDT SÁNDOR: Adatok a pyroxen-csoport egyes ásványainak pontosabb ismeretéhez 10. 14

- Egyenlő lapszögek különböző formák között a szabályos kristályrendszerben 13. 331
- Szalónak vidékének néhány ásványáról 15. 319
- A kristályok osztályai 18. 102
- SCHULEK VILMOS: A szembogár-szűkítőnek kiszabadítása (sphincterolysis anterior) 10. 56
- A szürkehályog eltávolításának egy módjáról 10. 84
- Műszerek a hályog kiesésztatásához, horpadtan csonkított lebenynyel és kerek szembogárral 11. 90
- A szemcsillag kiszélese forradásból 11. 148
- «Vérfoltok» hómezőn és vöröslátás alkonyatban (erythrophia) 11. 290
- Az erythrophia (téves vöröslátás) élettani meghatározása 12. 408
- Védőüvegek az ibolyántúli fény ellen, fényhatástani tanulmányok alapján 17. 510
- SCHULHOF LIPÓT: Az 1873. VII. sz. Coggia-féle üstökös pályaszámítása 3. 169
- SCHULLER ALAJOS: Párolgatások légüres térben 1. 52
- Tartós higanycontact 2. 74
- Az indukált elektromos áramok chemiai hatásáról 3. 82
- Az arzén sárga illékony módosulásáról 6. 157
- A senarmontit és valentinit chemiai alkotásáról 6. 163
- Az elektromos jelzőkészülékekről 10. 209
- Egy új arzénsulfid 12. 77
- Adalék az arzén kényegyületeinek ismeretéhez 12. 255
- A hangvillák némely alkalmazásáról, nevezetesen időmérésre, vetítésre, önműködő hangvillák, továbbá a hangolásnak új módjáról 12. 263
- A Röntgen-féle sugarak magyarázatáról 14. 145
- Secundär kathodsugarak 18. 257
- A fémek potentialkülömbőségéről 19. 434
- Párolgatások légüres quarzedényekben 21. 385
- Rezgések mikroskopi megfigyeléséről az elektromos ellenállás meghatározásánál 24. 199
- A gőzkaloriméterhez tartozó mérleg 24. 250
- A rezgő lemezek csomó-vonalainak metszési pontjairól 24. 256
- SCHWICKER ALFRÉD: Adatok a sulfitok és thiosulfátok eonstitutiójához 6. 288, 7. 313
- A kaliumhypojudit átalakulásának sebessége 12. 281
- SCHWITZER HUGÓ: Adatok az öregkori szürkehályog keletkezéséhez 16. 315
- SCIPIADES ELEMÉR és FARKAS GÉZA: Vizsgálatok terhések, szülők és gyermekágyasok vérsavójának s a magzatvíznek molekulás concentratioviszonyairól 21. 255
- SELÉNYI PÁL: Adalékok az üvegrácson elhajlított fény polárosságának elemeléséhez 29. 45
- A Wiener-féle és a recziprok interferentia-jelenségekről 29. 601
- SELLEI JÓZSEF és DETRE LÁSZLÓ: A sublimát véroldó hatásáról 22. 199

- SIPŐCZ LAJOS: Néhány magyarhoni ritkább ásványfaj vegyi összetételéről **3. 188.**
- SOLYMOSI LAJOS: A szejkei «borvíz» chemiai elemzése **5. 248**
- STAECKEL PÁL: A képzetes számok elmélete Bolyai János hátrahagyott irataiban **17. 259**
- A nem euklidikus geometria története Bolyai János hátrahagyott irataiban **18. 241**
- Vizsgálatok az absolut geometria köréből Bolyai János hátrahagyott irataiban **20. 160**
- Bolyai János térelmélete **21. 135**
- STAECKEL PÁL és KÜRSCHÁK JÓZSEF: Bolyai János észrevételei Lobatschefskij Miklósnak a parallelákra vonatkozó vizsgálataira **20. 40**
- STAUB MÓRICZ: A Cinnamomum-genus az ősvilágban **19. 417**
- STEINER ANTAL: Ásványvíz-elemzések **6. 196**
- STEINER LAJOS: Köralakú nyílás fényelhajlási jelenségeinek intenzitási viszonyairól **12. 44**
- Az 1892. II. üstökös pályája **15. 55**
- STRAUSZ ÁRMÁN: A ritkítás fokának befolyása a Röntgen-féle tüneményekre **14. 215**
- A Röntgen-sugarak láthatóságáról **15. 305**
- Röntgen-sugarak által talált testek mint új Röntgen-sugár-források **15. 312**
- A dioptrikai rendszerek osztályozásáról **18. 200**
- STRICKER MÓR és FRIEDRICH VILMOS: A különböző hőmérsékű és mennyiségű bevett víz hatása az ép és kóros szívre **8. 54**
- SUTÁK JÓZSEF: Egy Eisenstein-féle tétel új bebizonyítása **11. 362**
- A partialis differential egyenletrendszerek alaptétele **25. 10**
- SZABÓ JÓZSEF: Geologiai kézikönyvének ismertetése **1. 336**
- Göd és Dunakeszi forrásvizének geologiai viszonyai **3. 130**
- Selmecz geologiai viszonyainak előleges vázlata **3. 153**
- Budapest ivóvíz-kérdéséhez **4. 138**
- A balkáni félsziget geologiai évkönyvei **8. 1**
- Selmecz környékének geologiai leírása **9. 129**
- «Ásványtan»-ának új kiadása **11. 339**
- A Piroxenasitesek geologiai típusainak megállapítása **12. 81**
- SZABÓ PÉTER: Adalékok Gauss és Bolyai levelezéséhez és Bolyai Farkas életrajzához **25. 326**
- SZADECKY GYULA: A magyarországi obsidianok geologiai és petrografiai ismertetése, különös tekintettel a riolitok keletkezésére **4. 98**
- SZARVASY IMRE: Újabb arsen-, selen- és arsen-, selen-, kéntartalmú vegyületek **13. 418.**
- Methylalkohol hatása magnesiumnitridre **15. 80**
- Az arsenmonoselenidről **15. 122**
- A magnesiumdimethyldicarbonatról és magnesiumdimethyldisulfitról **15. 288**

- SZARVASY IMRE: Indulinok előállításáa elektrolytikai úton 17. 618
 — Elektrolysisok váltakozó árammal 20. 436
- SZARVASY IMRE és RÓKA KÁLMÁN: Az oxalsav egy újabb synthesise 28. 292
- SZÁSZ TIBOR és BÁRSONY TIVADAR: A táplálék és ivóvíz befolyása a vér moleculás concentrációjára 27. 538
- SZELÉNYI JENŐ: A nitrogen-monoxyd hatásáról kaliumhydroxydra és kaliumcarbonatra 9. 127
- SZÉKELY ÁGOSTON: Vizsgálatok a vér hatásáról a bacteriumokra 13. 480
- SZÉKELY S. és LIEBERMARN LEÓ: Új módszer a tej zsirtartalmának meghatározására 11. 199
- SZIGETHY KÁROLY: A folyami rák zöld mirigyének boncz-, szövet- és élettana 3. 2
 — Némely idegrendszeri sértések és az ezeknél keletkező szemmozgások 5. 101
- SZILASI JAKAB. A Balaton-víz chemiai elemzése 5. 200
 — A zöld ultramarinról 6. 216
 — Anyatejek vizsgálata 8. 159
- SZILÁDY ZOLTÁN: A retenezáti tavak alsóbbrendű rákjai 18. 371
- SZILÁGYI ETE: Szemtükörre alkalmazható mikrometrikus készülék 4. 84
- SZILÁRD BÉLA: Elektromos hullámok kiáramlása fémekből 29. 76
 — Készülék a Röntgen-sugaraknak absolut egységekben való mérésére, főképen therapiai czelokra 29. 246
- SZILI ADOLF: A lebegő szivek (fluttering hearts) magyarázatához 9. 136
 — A mozgás utóképeről 15. 185
- SZILI AURÉL: Beszámoló az emberi iris hátsó rétegének anatómiája és fejlődése körül tett vizsgálatok eredményéről 19. 498
- SZILI SÁNDOR: Az érett magzat vérenek hydroxylion- és titrálható alkali-tartalmáról 23. 593
- SZILY KÁLMÁN: Adatok Bolyai Farkas életrajzához 3. 1
 — Bolyai Jánosnak egy az Appendix tárgyára vonatkozó levele 1823-ból 5. 187
 — Adalék a pontmozgás tárgyalásához 7. 140
 — A primitiv gyökök viszonyyszáma 9. 264, 10. 19
 — A binomiális együtthatók négyzeteinek összegéről 11. 330
- Ifj. SZILY KÁLMÁN: Síkmozgású érdes testek ütközése 19. 286
 — A folytonos erőter statikája 28. 369
- SZTOCZEK JÓZSEF: A meleg forrásvizek lehülése földalatti csatornáknban 5. 211
- SZÜCS ADOLF: Két adalék az egyoldalú felületek elméletéhez 30. 950
- SZÜCS JÓZSEF: A növényi sejtek elektrolyt-felvétele és az adsorptio 29. 258
- SZÜTS MIKLÓS: A köbös determinánsok elméletéhez 8. 220
 — Az egyenes tengelyű gerendák külső erőinek és elhajlásának elméletéről 14. 85

- TANGL FERENCZ: A szív túltengéséről 6. 3
 — A sejttest és mag közti viszonyról a mitotikus oszlás alatt 6. 22
 — Adatok a húgy-ivarszerek fejlődési rendellenességeinek tanához 7. 218
 — Ideg regeneráció s amputációs neuroma 9. 142
 — A bélüterek lekötésének hatása a lélekzésre és a hasüri emésztő szervek gázcserejének nagysága 12. 102
 -- Adat az emberi vizelet energiatartalmának ismeretéhez 17. 545
 — Vizsgálatok az energiaforgalom élettana köréből 18. 78
 — Vizsgálatok a Ca, Mg és P forgalmáról növényevő állatokban 19. 233
 — Adatok az ébrény fejlődésének energetikájához 20. 599
 — A tyúktojás héjának változásáról a költés közben 26. 167
 — A különböző caseinok elemi összetételéről 26. 175
 — Élettani és energetikai vizsgálatok a metamorphosisról 28. 211
 — A vese munkája és a táplálóanyagok «dynamikai hatása» 29. 1024
 TANGL FERENCZ és BUGARSZKY ISTVÁN: A vérsavó molecularis koncentrációjáról 16. 253
 TANGL FERENCZ és ERDÉLYI SÁNDOR: A zsírok olvadáspontjának jelentősége a gyomor mechanikai működésében 28. 434
 TANGL FERENCZ és FARKAS KÁLMÁN: Vizsgálatok a megtermékenyített pisztrángpete anyag- és energiaforgalmáról 22. 180
 TANGL FERENCZ és HARLEY VAUGHAN: Vizsgálatok a máj cukorképző működéséről 12. 164
 TANGL FERENCZ és MITUCH AUGUSZTA: Újabb vizsgálatok a tyúkébrény anyag- és energiaforgalmáról 26. 77
 TANGL FERENCZ és TROJE G.: A jodoform antituberkulosus hatásáról és a kísérletileg gyengített gümöbacillusok hatásáról 9. 219
 TANGL FERENCZ és WEISER ISTVÁN: A vér glycerintartalmáról 23. 182
 TANGL KÁROLY: Néhány egyszerű homogén forgási test potenciálja 11. 240
 -- Nagy kitérésű vízszintes lengések a földnehézség erőterében 13. 125
 — A mágnesezés hatása a rugalmassági modulusra 18. 49
 — Vizsgálatok a mágnesezés mechanikai hatásáról 18. 181
 — Folyadékok dielektromos állandójának változása a hőmérséklettel 20. 293
 — A gázok dielektromos állandójáról magas nyomásoknál 25. 173, 26. 138
 — A szilárd és cseppfolyós test közös határán fellépő felületi feszültségről 28. 101
 TAUSZK FERENCZ: A tüdőbéli bolygóidegrostok szerepe a légzés mechanizmusában 10. 237
 TAUSZK FERENCZ és KORÁNYI SÁNDOR: A Jackson-féle epilepsiára vonatkozó kísérleti adatok 8. 29
 TELLYESNICZKY KÁLMÁN: A gyikhere szöveti szerkezetéről 13. 86
 — A sejttag szerkezetének kérdéséhez 20. 274
 — A nyugvó mag és a magoszlás 23. 69

- TERKÁN LAJOS: β Lyrae pályaelemének kiszámítása spektroszkópiai és photometriai adatokból 24. 391
- Naprendszerünk mozgásának iránya 25. 53
- A β Persei photographikus fényváltozása és a levegő photographikus extinctiója 28. 593
- A levegő photographikus extinctiója a különböző hullámhosszaknál 29. 413
- A hold fényessége az 1910 november 16-iki holdtöltekor és teljes holdfogyatkozáskor 29. 429
- TERRAY PÁL és HIRSCHLER ÁGOSTON: A szervesetlen sók jelentőségéről a szervezet anyagcseréjében 20. 477
- TEZNER ERNŐ: Élettani folyadékok fagyáspontcsökkenésének elemzése 26. 58
- TEZNER ERNŐ és ROSKA JÁNOS: Suspensiók fagyáspontcsökkenése 26. 249
- TÉGLÁS GÁBOR: A karácsonyfalvi (krecsunyesdi) Szabó-barlang őstörténelmi leletei 2. 199
- Ujabb barlangi medve-leletek hazánkból (*Ursus spelaeus* Blumb.) 2. 386
- Az erdőfalvi őstelepek 3. 27
- A boiczai barlangok s azok őstörténelmi jelentősége 3. 140
- Egy új esontbarlang a hunyadmegyei Petrosz falu határán s a déli Kárpátok szegélyzetében 4. 74
- Ujabb barlangok az erdélyrészi érczhegység délkeleti övéből 5. 180
- THAN KÁROLY: A sósavgáz sűrűségének meghatározása 1. 44
- Gazometrikus észlelések 2. 335
- A szliácsi források kémiai elemzése 3. 173
- A gazometrikus módszerek kibővítéséről 3. 208
- A felső-alapi ásványvíz kémiai elemzése 4. 42
- A tata-tóvárosi főforrás kémiai vizsgálata 5. 142
- A volumetrikus normáloldatok készítéséről 6. 117, 7. 123
- A molekula súlyok térfogatának egységéről 6. 184
- A hazai ásványvizek összehasonlítása a külföldiekkel 9. 68
- A vegyértékek törvényéről 11. 2
- A kiegyenlítő gazometrikus módszerről 14. 150
- Az elektrolýsis elméletéről 25. 191
- THANHOFFER LAJOS: Adat a központi idegrendszer vizsgálati módszeréhez 3. 31
- Eszközök és vizsgálatok 4. 192
- A központi idegrendszer szerkezetéhez 5. 172
- Ujabb módszerek az idegsejtek kikészítésére 6. 88
- Vizsgálatok a petefészkek kiirtására a női ivarszerveken mutatkozó elváltozásokról 7. 233
- A test savós üregeinek közlekedése egymással 8. 165
- Ujabb és módosított módszerek az izomidegvégek és végződészek tanulmányozására 8. 169

- THANHOFFER LAJOS: Újabb vizsgálatok az izomidegek végződéséről 10. 59
 -- Adatok a harántcsontos izomrostok idegvégződéséhez és azoknak, valamint idegeiknek az élőben való fejlődéséhez és visszafejlődéséhez 10. 155
- TIBÁLD MIKLÓS és DONOGÁNY ZAKARIÁS: Az alkohol befolyása a fehérje szétesésére 12. 200
- TOBORFFY ZOLTÁN: A pulacayoi chalcopyrit 21. 374
 — Epidot a Val di Viùből 23. 364
- TOMOR LÁSZLÓ: A normális, sertéspestises és a sertéspestis ellen immunizált sertések serumának physicalis-chemiai vizsgálata 29. 869
- TÓTH GYULA: A sárga phosphor új meghatározási módja 11. 343
- TÓTH LAJOS és UHLYÁRIK FERENCZ: Vizsgálatok a vékonybél-bolyhok szövettani szerkezetéről és a zsír felszívódásáról 6. 244
- TÖMÖSVÁRY ÖDÖN: A Scutigera-félék légzőszervéről 1. 145
 — A Geophilus-félék fonómirigyének szerkezete 2. 84
- TÖRÖK LAJOS: A vörös véresejtek oszlása kétéltsüknél 7. 77
- TÖRÖK LAJOS és POLLÁK SZIGFRID: A hengerek és a cylindroidok képződési módja 4. 191
- TÖTÖSSY BÉLA: Egy negyedrendű torzfelületről 1. 13
 -- A harmadrendű alapalakzatok egy specziális kollineációjáról 2. 50
 -- Algebrai felületek magasabbrendű érintősíkjai 16. 127
 — Elemi symmetriák általánosítása 18. 233
- TROJE G. és TANGL F.: A jodiform antituberkulosus hatásáról és a kísérletileg gyengített gümöb bacillusok hatásáról 9. 219
- TUZSON JÁNOS: Anatómiai és mykologiai vizsgálatok a kóros és a korhadó bükkfán 21. 97
 — A kleistogamia új esete 24. 756
 — A Nymphaea lotus morfológiája és rendszertani tagolódása 26. 101
 — Magyarország fejlődéstörténeti növényföldrajzának főbb vonásai 29. 558
 — A Zsilvölgy egy új harmadkori növénye 29. 827
- UDRÁNSZKY LÁSZLÓ: A furfurool reakcióiról 6. 234, 7. 28
 — A glicerin képződéséről a szeszes erjedésnél 7. 196
 — A központi idegrendszer chemiai összetételének megváltozásáról a veszettség folyamán 10. 71
 — A fájdalom egységértékének kérdése 29. 141
- UDRÁNSZKY LÁSZLÓ és BAUMANN JENŐ: A zsírsavsorhoz tartozó néhány diaminnak fiziológiai hatásáról 9. 87.
- UDRÁNSZKY LÁSZLÓ és HINSBERG OSZKÁR: Néhány benzoylvegyületről 7. 334
- UHLYÁRIK TITUSZ és TÓTH LAJOS: Vizsgálatok a vékonybélbolyhok szövettani szerkezetéről és a zsírfelszívódásról 6. 244
- VADÁSZ M. ELEMÉR: A Mecsek-hegység középső neokom rétegeinek kagylói 30. 688
 — Kisázsiai liásképződmények 30. 694

- VAS FRIGYES: Az együttérző idegsejtek chromatinja szerkezetéről 10. 227
 — Adatok a heveny nikotin-mérgezés ismeretéhez 11. 370
- VAS FRIGYES és KORÁNYI SÁNDOR: Az izom görcsövi elektromos változásai a működés alatt 10. 222
- VÁLYI GYULA: A két független változós másodrendű simultan parciális differenciális egyenletek integrálásáról 1. 309
 — Többszörös kollineár háromszögek küpszeleteknél 2. 170
 — Többszörösen perspektív tetraéderek 4. 6
 — A perspektív tetraéderek tanárhoz 4. 55
 — A négyzetes alakok tanárhoz 5. 226
 — A másodrendű felületek osztályozása 8. 218
 — A harmadrendű görbék elméletéhez 8. 23, 9. 18, 10. 2
 — A negyedrendű és elsőfajú térbeli görbékről 10. 244
 — Desargues tantételének térbeli analogonjáról 11. 30
 — Többszörösen lineáris tetraéderek a negyedrendű és elsőfajú térbeli görbén 11. 322
 — A polárrecziprok tetraéderekről 12. 93
 — Többszörös involutio 12. 394, 13. 408, 14. 381
 — Többszörös polaris reciprocitas a síkban 16. 399
- VÁRADI LÁSZLÓ: A hőmérséklet befolyása a keletkező aranyhydrosol színére és dispersiójának fokára 30. 929
- VEITH SÁNDOR: A légeny és éleny egyesüléséről explozióknál 1. 221
- VERESS ELEMÉR: A medusák mozgásairól 27. 371
 — A Brachydiák és Paguridák stereotropismusról 28. 188
- VERZÁR FRIGYES: Adatok az alkoholok élettani hatásának ismeretéhez 27. 68
- VESZÉLSZKY GYULA: A keszthely-hévízi tó termékeinek chemiai analysise 29. 343
 — A budapesti hévizek radioaktivitásáról és eredetéről 30. 340
- WARTHA VINCZE: A budapesti ivóvíz kérdéséhez 5. 162
- WEISER ISTVÁN és TANGL FERENCZ: A vér glycerintartalmáról 23. 182
- WINKLER LAJOS: A vízben feloldott oxygen meghatározása 6. 273
 — Az oxygen-gáz oldhatósága vízben 7. 323
 — A gázok oldhatósága vízben 9. 75, 170, 253, 19. 52, 25. 86
 — Az albuminoid- és proteid-ammonia meghatározásáról 20. 101
 — A gázok absorptiooefficiensének a hőmérsékkel való változásának törvényszerűségéről 24. 78
- WITTMANN FERENCZ: Periodikus elektromos áramok optikai vizsgálata 9. 293
 — A leydeni batteria és inductorium árama lefolyásának vizsgálata és objectiv előállítása 21. 390
 — Változó áram- és mágneses jelenségek vizsgálata 22. 373
 — A budapesti centrale szolgáltatta váltakozó áram vizsgálata 24. 1
 — Csillapodásnélküli és csillapított rezgésjelenségek kísérleti vizsgálata 29. 931

- ZEMPLÉN GÉZA: Vizes oldatok felületi feszültségéről 25. 69
- A kaliumpermanganat hatása celluloséra 25. 396
 - Erdei fák leveleinek nitrogén tartalmáról 26. 513
- ZEMPLÉN GYÖZÖ: Próbamérések a gázok belső súrlódási együtthatójának egy új kísérleti módszerrel való meghatározásához 19. 399
- A gázok belső súrlódási együtthatójának új kísérleti módszerrel való meghatározása 23. 561
 - A legnagyobb energiaforgalom elvéről 24. 455
 - Vizsgálatok a gázok belső súrlódásáról 27. 77, 29. 645
- ZIMÁNYI KÁROLY: A dobogó-hegyi baryt és cölestin kristálytani viszonyai 6. 84
- Adatok az antipyrin kristálytani és optikai ismeretéhez 9. 334
 - Azurit a Laurion-hegységből Görögországban 10. 198
 - Az alsósajói cinnabarit kristálytani vizsgálata és az almadeni cinnabarit fénytörése 23. 484
 - Egy alumíniumphosphat Vashegyről Gömör vármegyében 26. 72
 - Vashegyit, egy új bázisos alumíniumhydrophosphat Gömör vármegyéből 27. 64
 - Pyrit Sajóházáról 28. 180
- ZÖHLIS ARTHUR és KONEK FRIGYES: Quantitativ nitrogén-meghatározás szerves anyagokban natriumperoxyddal 22. 168



Math. és Term. Tud. Ért. XXX. kötet V. tábla.

Richter: Schizacák.

